

Modélisation électromagnétique par la méthode des transformations conformes d'une machine de traction synchrone à rotor bobiné en vue de l'étude de sources de bruit magnétique

Ahmed Sidia Sidi Babe

► To cite this version:

Ahmed Sidia Sidi Babe. Modélisation électromagnétique par la méthode des transformations conformes d'une machine de traction synchrone à rotor bobiné en vue de l'étude de sources de bruit magnétique. Energie électrique. Université de Technologie de Compiègne, 2023. Français. NNT: 2023COMP2756. tel-04269010

HAL Id: tel-04269010 https://theses.hal.science/tel-04269010v1

Submitted on 3 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Par Ahmed Sidia SIDI BABE

Modélisation électromagnétique par la méthode des transformations conformes d'une machine de traction synchrone à rotor bobiné en vue de l'étude de sources de bruit magnétique

Thèse présentée pour l'obtention du grade de Docteur de l'UTC



Soutenue le 12 juillet 2023 **Spécialité** : Génie Électrique : Unité de recherche en Mécanique -Laboratoire Roberval D2756



Université de Technologie de Compiègne

Thèse

Présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université de Technologie de Compiègne

Spécialité : Génie Électrique

Dans le cadre de l'École Doctorale ${\tt n}^{\circ}71$

PAR

Ahmed Sidia SIDI BABE

Modélisation électromagnétique par la méthode des transformations conformes d'une machine de traction synchrone à rotor bobiné en vue de l'étude de sources de bruit magnétique

UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE COMPIÈGNE LABORATOIRE ROBERVAL (Mécanique, Energie et Electricité)

Soutenue le 12/07/2023.

JURY DE THÈSE :

Rapporteurs :	Abdelmounaim TOUNZI Thierry Lubin	Professeur des Universités, Université de Lille Maître de Conférences, Université de Lorraine
Examinateurs :	Georges Barakat Delphine BRANCHERIE	Professeur des Universités, Université du Havre Professeur des Universités, UTC Compiègne
Directeurs :	VINCENT LANFRANCHI Stéphane VIVIER	Professeur des Universités, UTC Compiègne Maître de Conférence, HDR, UTC Compiègne
Encadrant :	RACHID MISSOUM	Dr-Ingénieur, Référent Calculs de Traction, Renault, Technocentre, Guyancourt

Résumé

Les travaux de ce mémoire portent sur la modélisation électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB). Cette machine est utilisée pour la traction automobile des véhicules électriques du constructeur Renault. Afin de conserver les atouts de confort et de satisfaction client, les moteurs électriques conçus pour ces véhicules doivent être silencieux. Ainsi, la compréhension et la maîtrise des origines du bruit magnétique ainsi que sa réduction sont indispensables en phase de prédimensionnement de ces moteurs électriques. C'est dans ce cadre que s'inscrivent ces travaux de recherche.

Dans la première partie de ce manuscrit, la problématique de la thèse est exposée. Ensuite, les origines du bruit magnétique dans les moteurs électriques sont abordées. De même, les notions d'acoustique indispensables pour comprendre le rayonnement du bruit et la sensibilité de l'oreille humaine aux sons émis sont rappelées.

Afin de choisir l'approche de modélisation de la machine, un état de l'art des méthodes de modélisation électromagnétique de la machine est présenté. Ces différentes méthodes sont évaluées sur leur capacité de modéliser la double saillance de la machine, la saturation magnétique et la progressivité de la forme du pôle de la machine. Sans oublier, les critères de simplicité de mise en œuvre et de souplesse de la méthode.

La première contribution scientifique de ces travaux est la modélisation électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné par la méthode des transformations conformes. Cette modélisation rend possible la prise en compte de la double saillance de la machine pour une finalité vibroacoustique. Les pressions magnétiques radiales et orthoradiales source du bruit magnétique sont évaluées et comparées à celles issues des éléments finis.

La seconde contribution scientifique est la prise en compte de la saturation magnétique dans le modèle analytique de la machine. Cela est réalisé en introduisant une fonction d'escalier de coefficients de saturation magnétique. Ces coefficients permettent de corriger le niveau d'induction magnétique du modèle linéaire en face des dents stator afin de prédire correctement le niveau d'induction en saturé.

La dernière partie de ces travaux est dédiée aux essais expérimentaux. Les essais vibroacoustiques du GMPé (Groupe Moto Propulseur électrique) sont présentés. L'évolution des harmoniques de pressions acoustiques mesurés est comparée à celle des harmoniques de pressions magnétiques calculées par le modèle électromagnétique et les éléments finis. Différents cas de fonctionnement de la machine sont couverts et l'effet de la fréquence de découpage sur les harmoniques principales de pressions magnétiques et acoustiques est abordé.

Mots clés :

Bruit d'origine magnétique, machine synchrone à rotor bobiné, double saillance, transformations conformes, saturation magnétique, pressions acoustiques expérimentales, GMPé.

Abstract

This thesis focuses on the electromagnetic design of the wound salient pole rotor synchronous machine. This machine is used for the traction of electric vehicles made by Renault Group. To ensure comfort and customer satisfaction, electric motors designed for these vehicles must be silent. Thus, understanding and mastering the origins of magnetic noise and its reduction are essential in the pre-design phase of these motors. This research is being carried out within this scope.

The purpose of this thesis is explained in the first part of this work, . Then, the origins of magnetic noise in electric motors are discussed. In addition, with a view to have a better understanding of noise and the sensitivity of the human ear to the sounds emitted, the fundamental concepts of acoustics are recalled.

In order to choose the design approach of the motor, a state-of-the-art of electromagnetic design methods is presented. These different methods are evaluated on their ability to consider the doubly salient effect of the motor, the magnetic saturation and the shape of the rotor pole. Besides, the simplicity of the approach to be implemented is an additional characteristic.

The first scientific contribution of this work is the analytical electromagnetic model of wound salient pole rotor synchronous machine using conformal mapping. This model made it possible to take into account the doubly salient effect of the machine for a vibroacoustic purpose. The radial and orthoradial magnetic stress components which cause the magnetic noise are evaluated and compared with those from finite elements simulations.

The second scientific contribution is the consideration of magnetic saturation by the analytical model of the machine. This was achieved by introducing a step function of local magnetic saturation coefficients. These coefficients make it possible to reduce the flux density of the linear model in front of each stator tooth in order to correctly predict the flux density in saturated conditions of the machine.

The last part of this work is dedicated to experimental testing. The vibroacoustic experimental analysis of the electric powertrain are presented. Measured acoustic pressure harmonics is compared to magnetic pressure harmonics calculated by the electromagnetic model and finite elements simulations. Different operating points of the machine are studied and the effect of the switching frequency on the main harmonics of magnetic and acoustic pressures is addressed.

Key words :

Magnetic Noise, Wound salient pole rotor synchronous machine, doubly salient electric motor, Conformal Mapping, Magnetic Saturation, Acoustic measurements, Sound Pressure Level, Electric Powertrain.

Remerciements

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre le laboratoire Roberval de l'UTC de Compiègne et la société Renault.

Je voudrais à cette occasion exprimer ma reconnaissance et ma gratitude à Vincent LAN-FRANCHI, mon directeur de thèse, et envers Stéphane VIVIER, mon co-directeur de thèse.

Votre présence et votre support ont été précieux pour mener à bien ce travail de recherche. J'ai beaucoup apprécié de travailler à vos côtés tant sur le plan humain que sur le plan scientifique.

Je souhaite également remercier Rachid MISSOUM, mon encadrant industriel chez Renault. J'ai appris beaucoup de choses grâce à la qualité de ton encadrement et le partage de ton expertise dans le domaine des machines électriques. Sans oublier tes conseils constructifs et ton attitude toujours positive qui ont beaucoup contribué à la réussite de ces travaux.

Mes remerciements s'adressent également aux personnes suivantes :

- M. TOUNZI et M. LUBIN, je souhaite vous remercier d'avoir accepté de participer à l'évaluation de mes travaux de thèse en qualité de rapporteurs. Merci beaucoup pour vos remarques enrichissantes et vos questions pertinentes.
- M. BARAKAT, je voudrais vous remercier d'avoir accepté de présider mon jury de thèse.
 Ce fut un honneur et un plaisir de vous rencontrer.
- Mme. BRANCHERIE, je voudrais vous remercier de l'intérêt que vous avez porté à mes travaux de thèse.
- M. Édouard NÉGRE, Expert machine électrique chez Renault, qui m'a beaucoup aidé et conseillé durant mon passage chez Renault. Merci Édouard pour ta contribution dans la réussite de cette thèse à travers le suivi et la qualité des échanges qu'on a eu.
- M. Bruno TOFFOLO, manager de l'équipe conception et technologie des machines électriques. Merci Bruno pour l'intérêt que tu as porté à mes travaux de thèse, le suivi et le temps que tu m'as accordé.
- M. Arnaud Hubert et M. Alejandro Ospina, je voudrais vous dire MERCI pour le suivi annuel de mes travaux de thèse. Votre regard scientifique, vos remarques et vos conseils m'ont permis de rester en amélioration continue.

Sans oublier, mes collègues de travail au technocentre (Renault) et au laboratoire (Roberval), avec qui, j'ai passé des moments agréables.

Mes sincères remerciements au personnel du laboratoire Roberval de l'UTC. En particulier, l'équipe M2EI, pour la qualité de l'accueil, la bienveillance, l'intérêt des échanges, le support et pour les moments passés ensemble. Merci de m'avoir offert cette belle opportunité.

Merci beaucoup à toute l'équipe NVH au centre technique d'essais de Renault à Lardy. Merci pour votre accueil. J'ai beaucoup appris lors de mon passage à Lardy pour les essais vibratoires et acoustiques sur le banc GMPé.

Enfin, je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de ces années de thèse et qui m'ont aidé tout au long de ces années de recherche. Mes remerciement vont naturellement à ma famille qui m'a toujours supporté et soutenu inconditionnellement.

Table des matières

INT	ROD	UCTION ET PROBLÉMATIQUE	14
Intre	oductio	n générale	15
1.1	Conte	exte de la thèse	16
1.2	Origir	ne du bruit dans les machines électriques	17
1.3	Techn	iques de réduction du bruit d'origine magnétique dans les machines électriques	18
1.4	Notio	ns d'acoustique	20
1.5	Proble	ématique de recherche	23
	1.5.1	Prise en compte de la non linéarité du matériau	24
	1.5.2	La complexité géométrique de la forme du pôle rotor	25
Plar	n du ma	anuscrit	26
ÉTA	AT DE	E L'ART	27
Intre	oductio	m	28
2.1	Modé	lisation électromagnétique	28
	2.1.1	Méthodes numériques	28
	2.1.2	Méthode des réseaux de réluctances	30
	2.1.3	Méthode de fonction de perméance	32
	2.1.4	Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines	33
	2.1.5	Méthode des transformations conformes	35
2.2	Consid tiques	dération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagné- analytiques	39
	2.2.1	Méthode des courants fictifs de saturation magnétique	39
	2.2.2	Méthode de coefficients de saturation magnétique	41
Con	clusion	sur l'état de l'art et positionnement de la thèse	44
мо	DÉLI	SATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALYTIQUE LINÉAIRE	47
Intre	oductio	m	48
3.1	Modé	lisation de la distribution du bobinage	49
	3.1.1	Induction magnétique créée par le rotor, machine lisse	53
	3.1.2	Induction magnétique créée par le rotor et le stator, machine lisse	56
3.2	Modé	lisation de la saillance par la méthode des transformations conformes	57
	3.2.1	Modélisation de l'effet d'encoches stator et du pôle rotor	58
	3.2.2	Modélisation de l'effet de la double saillance	63
3.3	Calcu	l de l'induction magnétique de la machine synchrone à rotor bobiné	64
3.4	Comp thode	araison des résultats du modèle électromagnétique analytique avec la mé- des éléments finis	65
	 INT Intro 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 Plan ÉTZ Intro 2.1 2.2 Con MC 3.1 3.2 3.3 3.4 	INTFOD Introduction 1.1 Contend 1.2 Origin 1.3 Technol 1.4 Notion 1.5 Proble 2.1 Proble 2.2 Proble 1.1 Proble 3.1<	INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE Introduction générale 1.1 Contexte de la thèse 1.2 Origine du bruit dans les machines électriques 1.3 Techniques de réduction du bruit d'origine magnétique dans les machines électriques 1.4 Notions d'acoustique 1.5 Problématique de recherche 1.5.1 Prise en compte de la non linéarité du matériau 1.5.2 La complexité géométrique de la forme du pôle rotor Plan du manuscrit ÉTAT DE L'ART Introduction 2.1 Méthode sumériques 2.1.1 Méthode des réseaux de réluctances 2.1.2 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines 2.1.3 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 2.1.4 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 2.1.5 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 2.2.1 Méthode de coefficients de saturation magnétique 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 2.2.2 Méthode de l'art et positionnement de la thèse MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALYTIQUE LINÉAIRE

		3.4.1	Induction magnétique	66
		3.4.2	Couple électromagnétique	69
		3.4.3	Flux magnétiques	71
		3.4.4	Tensions induites	73
		3.4.5	Cartographies de pressions magnétiques	74
	Con	clusion	sur le modèle électromagnétique analytique linéaire	76
4	мо	DÉLIS	SATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALYTIQUE NON LINÉA	IRE 78
	Intro	oductio	n	79
	4.1	Descri	ption de l'algorithme de calcul de coefficients de saturation $\ldots \ldots \ldots$	79
	4.2	Coeffic	cient de saturation magnétique appliqué à un circuit magnétique simple	80
	4.3	Mise é électrie	en oeuvre de la méthode des coefficients de saturation pour une machine que	84
		4.3.1	Calcul du champ magnétique radial dans l'entrefer	84
		4.3.2	Calcul des chutes de tensions magnétiques dans les dents stator	85
		4.3.3	Calcul des chutes de tensions magnétiques dans la culasse stator	85
		4.3.4	Détermination des trajets de lignes de champ magnétique dans le fer	87
		4.3.5	Exemple de calcul d'un coefficient de saturation stator	89
	4.4	Procée	lure de calcul des coefficients de saturation stator $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	90
	4.5	Résult satura	ats obtenus pour le calcul de l'induction magnétique avec des coefficients de tion stator	91
	4.6	Calcul	des coefficients de saturation magnétique côté rotor	95
		4.6.1	Calcul des chutes de tensions magnétiques dans le pôle rotor $\ldots \ldots \ldots$	96
		4.6.2	Calcul des chutes de tensions magnétiques dans la culasse rotor	96
	4.7	Résult d'obte	ats du calcul de l'induction magnétique issus d'une démarche séquentielle ntion des coefficients de saturation magnétique	97
	4.8	Résult d'obte	ats du calcul de l'induction magnétique issus d'une démarche simultanée ntion des coefficients de saturation magnétique	101
	Con	clusion	sur le modèle électromagnétique analytique non linéaire	104
5	EXI ET	PLOIT VALII	ATION DU MODÈLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALYTIQU DATIONS EXPÉRIMENTALES	E 106
	Intro	oduction	n	107
	5.1	Descri	ption du banc d'essais vibroacoustiques	107
		5.1.1	Instrumentation du groupe motopropulseur	112
		5.1.2	Mesures acoustiques	113
	5.2	Analys	se modale issue du modèle de simulation mécanique $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	114
	5.3	Analys tique o	se de l'origine des harmoniques dans un spectrogramme de pression acous- lu groupe motopropulseur	116

	5.4	Défini	tion de la pression magnétique radiale en dB	122
	5.5	Comp finis e	araison du modèle analytique électromagnétique avec le modèle éléments t les essais acoustiques	124
		5.5.1	Fonctionnement à $Is = 0$ A et If variable	125
		5.5.2	Fonctionnement à Is variable et If constant	132
	5.6	Effet o du mo	de la commande $(Id, Iq \text{ et } If)$ sur les pressions magnétiques et acoustiques teur	138
	5.7	Effet o acoust	les courants MLI à 10kHz et 5kHz sur les comportements magnétique et ique du moteur	146
	Con	clusions	3	158
C	ONC	LUSIC	ONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES	161
Bi	bliog	graphie		164
A	nnex	es		168
A	ÉTU FLU	UDE D JXAG	DES CAS DE SATURATION MAGNÉTIQUE AVEC ET SANS DÉ E)- 169
в	MO CO	DÉLIS NSTAI	SATION ANALYTIQUE DE L'EFFET D'UN ENTREFER NOI NT SUR L'INDUCTION MAGNÉTIQUE EN LINÉAIRE	N 175
	Intro	oductio	n	176
	B.1	Moteu	r lisse avec une excentricité statique	177
	B.2	Étude des tra	du moteur lisse avec une excentricité statique par la méthode analytique ansformations conformes	178
		B.2.1	Passage d'une structure excentrique à une structure concentrique par le biais d'une transformation conforme	179
		B.2.2	Solution du potentiel vecteur magnétique dans la structure concentrique .	182
		B.2.3	Solution du potentiel vecteur magnétique dans la structure excentrique .	186
		B.2.4	Calcul de l'induction magnétique dans l'entrefer	188
	B.3	Étude	de différentes valeurs d'excentricité statique pour le moteur lisse	190
	B.4	Étude rotor l	de la perméance relative complexe du pôle rotor du moteur synchrone à pobliné	193
	Con	clusion		196

Table des figures

1	Schéma éclaté du groupe motopropulseur électrique (GMPé) de la Zo é 2015	15
2	Illustration du moteur électrique de la Renault Megane E-TECH électrique 2022	16
3	Chaîne causale du bruit d'origine magnétique [1]	18
4	Lignes isosoniques définies par la norme ISO 226 (2003) [4] $\ldots \ldots \ldots \ldots$	22
5	Pondérations de fréquence pour les mesures de niveau sonore [4]	23
6	Effet de la saturation magnétique locale sur la machine synchrone à rotor bobiné en charge	25
7	Pôle rotor a) Progressivité du pôle rotor, b) Pôle rotor à rayon constant, c) Pôle rotor à rayon constant et forme simplifiée.	25
8	Machine synchrone à rotor bobiné : induction magnétique en charge, simulée sous le logiciel éléments finis Ansys Maxwell	29
9	Principe de la méthode des réseaux de réluctances	30
10	Méthode des réseaux de réluctances. Partie rotor d'une machine synchrone à rotor bobiné [13]	31
11	Principe de la méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines	33
12	Conditions géométriques pour l'application de la méthode de résolution des équa- tions de Maxwell, a) coordonnées cartésiennes [27] b) coordonnées polaires avec	
	des bords radiaux $[28]$	34
13	Principe de Transformations conformes	37
14	Principe de la méthode des courants fictifs de saturation magnétique	40
15	Principe de la méthode des coefficients de saturation [60]	42
16	Considération d'un entrefer variable par la transformation de Möbius [37]	45
17	Méthodologie de construction de l'outil électromagnétique analytique	49
18	Schématisation des bobinages du stator et du rotor et leurs représentations sim- plifiées par des nappes des courants	50
19	Distribution de la densité linéique du courant rotor de la structure lisse à une position donnée du rotor	50
20	Conditions aux limites pour une structure lisse pour calculer le potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer : a) seul le stator est alimenté b) seul le rotor est alimenté	52
21	Comparaison des potentiels magnétiques pour la machine lisse à vide $(If=2{\rm A})$	55
22	Comparaison des inductions magnétiques radiales et orthoradiales pour la machine lisse à vide $(If = 2A)$	56
23	Inductions radiales et tangentielles en charge ($Ir = 2A$ et $Is = 100A$) de la structure lisse à $t = 0s$	57
24	Considération de l'effet de la double saillance, a) machine à rotor bobiné, b) struc- ture encochée au stator, c) structure saillante au rotor.	58
25	Simplification de la géométrie des dents stator et du pôle rotor	58
26	Principe de la méthode des transformations conformes	59

27	Passage des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes	61
28	Comparaison des perméances relatives radiale et orthoradiale obtenues pour une dent stator : CM (Conformal Mapping) vs éléments finis	63
29	Domaine d'étude de la machine synchrone à rotor bobiné : a) Modèle éléments finis b) Repère de Park	66
30	Induction radiale dans l'entrefer en charge ($If = 2A$ et $Is = 100A$), à $t = 0s$.	67
31	FFT spatiale de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer en charge ($If = 2A$ et $Is = 100A$), à $t = 0s$	68
32	Induction tangentielle dans l'entrefer en charge $(If = 2A \text{ et } Is = 100A)$, à $t = 0s$	69
33	Couple électromagnétique en charge ($If = 2A$ et $Is = 100A$), à 3000 tr/min \therefore	70
34	FFT Couple électromagnétique en charge ($If = 2A$ et $Is = 100A$), à 3000 tr/min	71
35	Fonction de bobinage de la phase W (en tours), admettant deux encoches par pôle et par phase	72
36	Flux magnétiques à vide $(If = 2A \text{ et } Is = 0A)$ traversant les bobinages des phases stator	72
37	Forces électromotrices ($If = 2A$ et $Is = 0A$)	73
38	Pression magnétique spatio-temporelle radiale dans l'entrefer $(If = 6A, Is = 300A)$ avec un angle de défluyere $W = -5^{\circ}$; e) CM applytique linéeire b) éléments finis	
	avec un angle de denuxage $\Psi = -5$) : a) ON analytique initiative b) elements linis linéaires	75
39	Pression magnétique spatio-temporelle orthoradiale dans l'entrefer $(If = 6A, Is = 300A \text{ avec un angle de défluxage } \Psi = -5^{\circ})$: a) CM analytique linéaire b)	70
40		(0 01
40	C l D(II) l	81
41 42	Évolutions du coefficient de saturation et convergence de l'induction magnétique	81
43	pour $NI = 1888$ At	83
	$= 2950 \text{ At}) \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $	83
44	Système d'équations pour la détermination des flux culasse stator	86
45	Identification des trajets de lignes de champ magnétique	88
46	Exemple du calcul d'un coefficient de saturation magnétique pour une dent stator	89
47	Mise en oeuvre de la méthode de coefficients de saturation magnétique	90
48	Induction magnétique radiale en charge, à $t = 0$ s, pour $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ} \dots \dots$	92
49	Induction magnétique orthoradiale en charge, à $t = 0$ s, pour $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$	93
50	Limite des coefficient de saturation stator pour des positions particulières du rotor	94
51	Induction magnétique orthoradiale en charge, à $t = 0.3$ ms, pour $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$	94
52	Segmentation du pôle rotor pour le calcul des coefficients de saturation rotor à $t = 0s$	95

53	Démarche séquentielle : induction magnétique radiale dans l'entrefer en charge, à $t = 0$ s, pour : $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$	98
54	Correction du modèle des coefficients de saturation stator à l'aide des coefficients de saturation rotor	99
55	Segmentation du rotor pour le calcul des coefficients de saturation rotor à $t = 0.3$ ms	\$100
56	Démarche séquentielle : induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer en charge, à $t = 0.3$ ms, pour : $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$	100
57	Démarche simultanée : induction magnétique radiale dans l'entrefer en charge, à $t = 0$ s et $t = 0.3$ ms, pour : $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$	102
58	Démarche simultanée : induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer en charge, aux instants $t = 0$ s et $t = 0.3$ ms, pour : $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de dé- fluxage $\Psi = -5^{\circ}$	103
59	Fonction de coefficients de saturation magnétique, aux instants $t = 0$ s et $t = 0.3$ ms, pour : $Is = 300$ A, $If = 6$ A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$: démarches séquentielle vs simultanée	104
60	Banc semi-anéchoïque pour le GMP thermique et le GMP électrifié	108
61	Schéma synoptique du banc vibroacoustique	109
62	GMP électrique	109
63	Moteur électrique : a) modèle 2D du moteur , b) modèle 3D du stator sans bobinage et c) modèle 3D du moteur avec l'arbre	110
64	Boitier Onduleur de tension	110
65	Réducteur mécanique (avec l'engrenage détaillé dans l'encadré rouge) \hfill	111
66	GMP électrique instrumenté sur le banc d'essai vibroacoustique $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots$	112
67	Microphone Brüel&Kjaer Type 4189	113
68	Analyse modale des modes du stator seul	115
69	Sonogramme de pression acoustique : montée en régime pour un couple de 30 ${\rm Nm}$	116
70	Définition de l'harmonique du pont réducteur	117
71	Principales raies d'harmoniques de pression acoustique provenant du réducteur : H_{pont} et ses multiples ainsi que H_{Z1} et ses multiples	118
72	Harmoniques temporels dans un spectrogramme de pression acoustique	119
73	Harmoniques de temps MLI 5 kHz dans un spectrogramme de pression acoustique	120
74	Exemple pédagogique MLI Sinus-Triangle : porteuse à 5 kHz, Modulante à 200 Hz et le signal de sortie	121
75	Exemple pédagogique MLI : FFT du signal de sortie	121
76	$\begin{array}{l} \mbox{Position spatiale du capteur virtuel permettant d'enregistrer l'évolution temporelle} \\ \mbox{de la pression magnétique radiale dans l'entrefer (face à la dent N°1 du stator)} \end{array}.$	122
77	Pression magnétique radiale temporelle dans l'entrefer face à la 1ère dent du stator : $If = 7A$, $Id = 6.9A$ et $Iq = 204.2A$ à 7100 tr/min	123
78	Amplitudes de 13 premiers harmoniques présents dans la pression magnétique radiale temporelle : a) amplitudes en valeur absolue et b) amplitudes en dB	124

79	Valeurs du courant If pour les différentes vitesses et le courant Is maintenu à 0 A 126
80	Harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique en stabilisée (10 s) : vitesse = 5000 tr/min , $If = 4A$ et $Is = 0$ A $\dots \dots $
81	Comparaison des tendances d'évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) 129
82	Niveau de saturation magnétique de la machine à $If = 6A$ et $Is = 0A : a)$ niveau d'induction magnétique dans la machine à $t = 0s$ pour une vitesse de 7000 tr/min et b) courbe B(H) du matériau 129
83	Comparaison des tendances d'évolution de l'harmonique de rang 24 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) 130
84	Comparaison des tendance d'évolution de l'harmonique de rang 48 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) 131
85	Courant Is et If ainsi que l'angle de défluxage Ψ pour les 5 commandées réalisées 133
86	Comparaison de l'évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) : If constant et Is variable134
87	Comparaison de l'évolution de l'harmonique de rang 24 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) : If constant et Is variable136
88	Comparaison de l'évolution de l'harmonique de rang 48 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) : If constant et Is variable137
89	Sonogramme de la pression acoustique pour un couple de -40 Nm \ldots 138
90	Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution des courants If et Is crête 140
91	Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique et de la pression acoustique
92	Niveau de saturation magnétique de la machine pour la commande N°3 (CmdRéf) : a) niveau d'induction magnétique dans la machine à $t = 0s$ et b) la courbe B(H) du matériau
93	Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution de l'harmonique de rang 24 de la pression magnétique et de la pression acoustique
94	Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution de l'harmonique de rang 48 de la pression magnétique et de la pression acoustique
95	Comparaison du bilan des 5 commandes en termes des harmoniques H8, H24 et H48 des pressions magnétiques et acoustiques : couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min145
96	Courant de la phase 1 du stator sur une période électrique (2.4 ms) : a) Allure temporelle avec découpage de 5 kHz b) FFT
97	Courant de la phase 1 du stator sur une période électrique (2.4 ms) : a) Allure temporelle avec découpage de 10 kHz b) FFT
98	Courant If au rotor avec hachage à 5 kHz présentée sur une période électrique des courants stator de 2.4 ms a) Allure temporelle b) FFT du courant If sans la valeur moyenne $\ldots \ldots \ldots$
99	MLI 5 kHz au stator et hachage 5 kHz au rotor : sonogramme de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm

100	MLI 10 kHz au stator et hachage 5 kHz au rotor : sonogramme de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm	150
101	Suivi d'ordre de l'harmonique H24 de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm : MLI stator à 5kHz VS MLI stator à 10kHz	151
102	Suivi d'ordre de l'harmonique H48 de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm : MLI stator à 5kHz VS MLI stator à 10kHz	151
103	Relevé de mesures de l'harmonique H48 de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm : MLI 5kHz VS MLI 10kHz	154
104	Simulations éléments finis non linéaires : Harmonique H48 de la pression magné- tique radiale dans l'entrefer pour un couple de 30 Nm : découpage de 5kHz VS découpage de 10kHz	155
105	Simulations éléments finis en linéaire : Harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer pour un couple de 30 Nm : découpage de 5kHz VS découpage de 10kHz	156
106	Modèle analytique CM en linéaire : Harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer pour un couple de 30 Nm : découpage de 5kHz VS découpage de 10kHz	156
107	Induction magnétique radiale en charge, pour $Is = 720$ A, $If = 19$ A et $\Psi = -75^{\circ}$ à l'instant $t = 0$ s	169
108	Induction magnétique radiale en charge, pour Is = 720A, $If = 19A$ et $\Psi = -75^{\circ}$ à l'instant $t = 0.3$ ms	170
109	Induction magnétique orthoradiale en charge pour $Is = 720$ A, $If = 19$ A et $\Psi = -75^{\circ}$ à l'instant $t = 0$ s	170
110	Induction magnétique orthoradiale en charge pour $Is = 720$ A, $If = 19$ A et $\Psi = -75^{\circ}$ à l'instant $t = 0.3$ ms	171
111	Induction magnétique radiale en charge, pour $Is = 400$ A, $If = 10$ A et $\Psi = 0^{\circ}$ à l'instant $t = 0$ s	172
112	Induction magnétique radiale en charge pour $Is = 400$ A, $If = 10$ A et $\Psi = 0^{\circ}$ à l'instant $t = 0.3$ ms	173
113	Induction magnétique orthoradiale en charge pour $Is = 400 \text{ A}$, $If = 10 \text{ A}$ et $\Psi = 0^{\circ}$ à l'instant $t = 0 \text{s}$	174
114	Induction magnétique orthoradiale en charge pour $Is = 400$ A, $If = 10$ A et $\Psi = 0^{\circ}$ à l'instant $t = 0.3$ ms	174
115	Moteur à rotor bobiné avec une forme du pôle optimisée (entrefer non constant sous les pôles rotor)	176
116	Approximation de la forme du pôle rotor par un cercle : a) forme du pôle rotor, b) nouvelle forme circulaire du pôle rotor, c) structure à étudier avec deux cercles excentriques	177
117	Passage des lignes de champ magnétique : a) structure excentrique b) structure concentrique	178
118	$ \begin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	180
119	Densité linéique de courant créée par le courant rotor If	183

120	Solution analytique VS éléments finis du potentiel magnétique dans l'entrefer d'une structure lisse concentrique ($NrIf = 2360$ Ampère-tour)	185
121	Solution analytique VS éléments finis du potentiel magnétique dans l'entrefer d'une structure lisse excentrique ($NrIf = 2360$ Ampères-tours)	188
122	Induction magnétique radiale et orthoradiale dans l'entrefer d'une structure lisse concentrique ($NrIf = 2360$) Ampères-tours	189
123	Induction magnétique radiale et orthoradiale dans l'entrefer d'une structure lisse excentrique $(NrIf = 2360 \text{ Ampères-tours}) \dots \dots$	190
124	Transformation conforme : application à une structure de faible entrefer \ldots .	192
125	Induction magnétique avec excentricité statique de 5% de l'entrefer, a) composante radiale dans l'entrefer, b) composante orthoradiale dans l'entrefer	192
126	Induction magnétique avec excentricité statique de 50% de l'entrefer, a) compo- sante radiale dans l'entrefer, b) composante orthoradiale dans l'entrefer	193
127	Remplacement du pôle rotor par un cercle : a) Différents cercles étudiés pour le pôle rotor, b) Pôle rotor réel, c) Exemple d'approximation du pôle rotor par un cercle qui coupe le pôle rotor en 3 points M1, M2 et M3	194
128	Comparaison des perméances relatives radiales (normalisées) des différents cercles approximant la forme du pôle rotor	195
129	Composantes orthoradiales des perméances relatives du pôle rotor réel et du pôle rotor simplifié (à $t = 0s$)	198
130	Approximation analytique sinusoïdale de la perméance relative radiale du pôle réel du rotor (à $t = 0s$)	199

Liste des tableaux

1	Avantages et inconvénients de la méthode de fonction de perméance	32
2	Comparaison de temps de simulation des modèles	74
3	Analyse modale obtenue par simulations numériques du stator seul :	115
4	5 commandes réalisées pour $Is=0A$ et If variable à cinq vitesses distinctes	125
5	Valeurs moyennes des harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique obtenues lors des essais en stabilisé pour les cinq commandes réalisées	127
6	Fréquences associées aux harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique pour les cinq mesures réalisées	128
7	Essais à $If = 0, 5A$ et Is variable pour les 5 commandes réalisées	133
8	Choix de régimes moteur à étudier pour les essais à If constant et Is variable $% f(x)=\int_{\mathbb{R}^{d}} f(x) dx$.	134
9	Fréquences des harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique pour le point de fonctionnement (-40 Nm, 7500 tr/min) VS les fréquences supposées des modes mécaniques	139
10	5 commandes pour réaliser un couple de $-40Nm$ à 7500 tr/min	140
11	Application numérique : harmoniques de temps MLI 5 kHz croisant l'harmonique H48 de la pression acoustique	153
12	Application Numérique : harmoniques de temps MLI 10 kHz croisant l'harmonique H48 de la pression acoustique	153
13	Points de fonctionnement sélectionnés : 9 commandes pour réaliser un couple d'en- viron 30 Nm pour une montée en vitesse	155
14	Exemple : Transformation de Mobius (B.2) avec le déterminant $ad - bc = 0$	180
15	Formules et désignation des grandeurs géométriques intervenant dans la transfor- mation conforme (Fig. 118)	181
16	Transformation conforme : application à l'excitation du rotor (suite de l'exemple 1 donné dans le tableau 15)	182
17	Données pour l'étude de l'excentricité statique notée exc : Exemple 2 ($exc = 5\%$ de l'entrefer) et Exemple 3 ($exc = 50\%$ de l'entrefer)	191
18	Position angulaire des points M1, M2 et M3 qui définissent les cercles rotor étudiés	196

1 INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

Chapitre 1 :

Introduction générale	5
1.1 Contexte de la thèse	3
1.2 Origine du bruit dans les machines électriques	7
1.3 Techniques de réduction du bruit d'origine magnétique dans les machines	
électriques	3
1.4 Notions d'acoustique)
1.5 Problématique de recherche	3
1.5.1 Prise en compte de la non linéarité du matériau	ł
1.5.2 La complexité géométrique de la forme du pôle rotor	5
Plan du manuscrit	;

Introduction générale

La lutte contre le réchauffement climatique a éveillé l'esprit public. Les consommateurs sont de plus en plus conscients du rôle qu'ils ont à jouer dans la réduction de la pollution. En particulier, dans l'automobile avec la réduction les émissions de gaz à effet de serre.

Les secteurs majeurs de consommation d'énergie ont pour objectif de répondre rapidement à cet appel à la décarbonation de l'industrie. Ils cherchent à trouver des alternatives pérennes aux énergies fossiles. D'après l'AEE (Agence Européenne pour l'Environnement), le secteur du transport routier est responsable d'une part importante des émissions de gaz à effet de serre et de la pollution sonore (bruit du trafic routier).

De plus, les réglementations environnementales sont en constante évolution. Des normes plus sévères sont appliquées pour les nouveaux véhicules (notamment pour les véhicules particuliers) afin de réduire la pollution atmosphérique et améliorer la santé et la qualité de vie des populations.

Pour répondre à ceux enjeux écologiques, environnementaux et économiques, le secteur automobile s'est réinventé. Les véhicules thermiques sont remplacés par des véhicules hybrides, électriques ou à hydrogènes moins polluants. Ces nouvelles solutions posent encore de nouveaux défis techniques et économiques pour qu'elles soient accessibles au grand public.

La motorisation électrique a largement gagné du terrain dans l'industrie automobile. En effet, les moteurs électriques sont au centre des axes de recherche et développement des leaders mondiaux de ce secteur.

La société RENAULT est l'un de ces leaders ayant répondu présent pour satisfaire ses clients et les accompagner dans la nouvelle ère des véhicules électriques. Fig. 1 et Fig. 2 montrent respectivement une vision détaillée du système de motorisation électrique de la Zoe et de la Megane E-Tech électrique.



FIGURE 1 – Schéma éclaté du groupe motopropulseur électrique (GMPé) de la Zoé 2015



FIGURE 2 – Illustration du moteur électrique de la Renault Megane E-TECH électrique 2022

Afin d'assurer une conduite agréable dans ses véhicules électriques, déjà connus du grand public par leur faible bruit notamment à bas régimes, le groupe Renault prête une attention particulière aux analyses des caractéristiques de bruit et de vibrations dites NVH (Noise, Vibration, and Harshness). En effet, les cahiers des charges NVH des véhicules sont de plus en plus sévères. Ainsi, l'aspect NVH doit être pris en compte dès la phase de prédimensionnement des moteurs de traction électrique.

Dans ce contexte, la machine synchrone à rotor bobiné (Fig. 2) qui est le choix de Renault pour la motorisation de ses véhicules électriques (la Zoe et la Megane E-Tech électrique), présente un bon comportement vibro-acoustique. Toutefois, l'augmentation des puissances massiques et des couples volumiques des cahiers des charges véhicule, demande plus de vigilance lors de la conception pour maintenir, voire améliorer, le comportement vibro-acoustique des nouveaux véhicules électriques.

1.1 Contexte de la thèse

La source des bruits et vibrations émis en traction par un groupe motopropulseur électrifié (GMPé : Fig. 1) est très fortement liée au comportement vibro-acoustique de la machine électrique.

Le volet NVH, dans toute conception de machine électrique de traction, constitue une partie très importante et très consommatrice en ressource et en temps de calculs.

Chez Renault, l'aspect NVH est actuellement abordé par un calcul éléments finis électromagnétique et vibratoire sur le groupe motopropulseur complet, une fois les parties actives de la machine électrique figées. Ce calcul vise principalement à évaluer le comportement vibratoire du groupe motopropulseur dans une optique de vérifier si le cahier de charge est bien respecté.

Dans le cas où les résultats présentent des dépassements, soit sur tout le plan couple/vitesse, soit sur une zone limitée de fonctionnement, les concepteurs sont souvent contraints de mettre en place des contremesures. Ces dernières ont pour but, soit de filtrer les vibrations qui sont émises par la machine, soit de réduire les excitations en modifiant la géométrie de la machine.

Cette dernière contremesure intervient souvent tard dans le cycle de développement où souvent les outils d'estampages (un procédé de façonnage) des tôles magnétiques sont déjà réalisés. La modification de ces outils à ce stade des projets, est très coûteuse et dans la plupart des cas ces opérations engendrent des retards dans les livraisons des pièces.

Dans le cadre de cette thèse, nous souhaitons mettre en place des méthodes et outils de prédimensionnement électromagnétiques afin de prendre en compte à la source l'aspect NVH. Ainsi, il est nécessaire de calculer les pressions magnétiques dès la phase de conception de la machine électrique.

Pour ce faire, nous envisageons d'utiliser des méthodes de calcul formel des efforts magnétiques sources du bruit d'origine magnétique. L'objectif est de mettre en place un outil analytique électromagnétique adapté à la machine synchrone à rotor bobiné avec sa complexité. Il permettra d'obtenir les grandeurs tendances en phase de prédesign et tenir compte des paramètres de conceptions continus (bobinages) et discrets (nombre de pôles, encoches stator etc). Ensuite, cet outil peut servir pour la compréhension du comportement vibroacoustique de la machine vis-à-vis de paramètres de conception et d'alimentation (la commande).

En outre, pour la réduction du bruit magnétique dans les machines électriques, plusieurs axes peuvent être considérés. En effet, la géométrie du circuit magnétique, le choix du type de bobinage de la machine et la stratégie de commande sont des éléments importants qu'il faut absolument bien choisir lors de la phase de conception. Cette partie constitue après la modélisation, le second volet des travaux de recherche.

D'autres techniques de déplacement des modes propres de la structure du groupe motopropulseur électrique peuvent être utilisées également (calculs mécaniques de la réponse de la structure du GMPé).

Nous nous intéressons aux différents paramètres d'optimisation et leurs impacts sur le comportement NVH de la machine. Le but étant de chercher d'éventuels liens directs ou indirects de ces paramètres avec les différents harmoniques des pressions magnétiques qu'il faut minimiser.

Nous allons par la suite rappeler les origines du bruit dans les machines électriques ainsi que quelques notions fondamentales d'acoustique.

1.2 Origine du bruit dans les machines électriques

Le bruit généré dans les machines électriques peut être de diverses origines. D'un point de vue physique, ce bruit peut être reparti en trois catégories :

- Bruit d'origine mécanique : souvent présent dans le multiplicateur à haute vitesse, et provient également de l'assemblage et des roulements. Par exemple, le réducteur de vitesse peut être à l'origine du bruit d'engrenage.
- Bruit d'origine aéraulique : lié aux flux d'air. Il est dominant à haute vitesse dans les machines autoventilées ouvertes. Cependant il est moins important dans les machines refroidies à eau.
- Bruit d'origine électromagnétique : provient de la déformation des parties actives sous la présence d'un champ magnétique. Ce bruit domine généralement à basse et moyenne vitesses.

Selon les phénomènes électromagnétiques, le bruit d'origine électromagnétique peut être classé en :

-

— Bruit 'magnétique' : qui désigne le bruit venant de la déformation subie par les matériaux magnétiques à cause des efforts magnétiques, dont la résultante s'exerce principalement à

l'interface entre l'entrefer et les tôles magnétiques

- Bruit 'magnétostrictif' : certains matériaux ont tendance à se déformer sous la présence d'un champ magnétique (tôles magnétiques du stator et du rotor par exemple). Ces déformations peuvent engendrer du bruit dit de magnétostriction.
- Bruit 'électronique' : provient de l'électronique de puissance qui alimente la machine (onduleur).

Dans le domaine de l'automobile, le bruit d'origine magnétique domine généralement les autres sources de bruit. Particulièrement à bas régimes pour les machines électriques actuelles. Par la suite nous faisons l'hypothèse que ce dernier est la principale source de bruit dans les machines électriques.

Formation du bruit d'origine magnétique

Les courants d'alimentation créent un champ magnétique, ce dernier entraine la déformation dynamique des parties actives et exerce des efforts magnétiques sur la structure de la machine. Ainsi la machine se met à vibrer sous l'effet de ces pressions et rayonne du bruit acoustique d'origine magnétique. Ceci peut être illustré par Fig. 3, qui présente une machine à rotor bobiné intégrée dans son environnement. L'ensemble des pressions exercées sur la machine mettent la structure en vibration et cette dernière rayonne du bruit.



FIGURE 3 – Chaîne causale du bruit d'origine magnétique [1]

1.3 Techniques de réduction du bruit d'origine magnétique dans les machines électriques

La réduction du bruit dans les machines électriques est d'une grande importance, notamment dans le domaine de l'automobile où les normes sont de plus en plus exigeantes. La maîtrise de l'origine du bruit est importante afin de mettre en place des méthodes de conception des machines silencieuses. Cependant, plusieurs paramètres doivent être pris en compte pour atteindre cet objectif. Parmi ces paramètres : l'alimentation de la machine (électronique de puissance), la stratégie de commande, la topologie de la machine, l'éventuelle corrélation entre les paramètres géométriques de la machine et les efforts magnétiques, le déplacement des modes propres de la structure pour éviter les phénomènes de résonance.

Il est également possible d'agir sur le bruit après la phase de conception. Ceci est possible à travers des techniques telles que les méthodes passives (ajout de matériaux absorbants, des amortisseurs, etc.) et les méthodes dites actives (compensation des vibrations par des matériaux piézo-électriques, des enroulements supplémentaires, par injection de courants harmoniques, etc.).

Toutefois, nous allons nous limiter, dans cette partie, à quelques techniques de réduction du bruit d'origine magnétique lors de la phase de conception.

Dans la littérature, plusieurs paramètres de conceptions des moteurs électriques ont été identifiés pour réduire le bruit magnétique dès la phase de prédimensionnement. Les auteurs des travaux de recherche [2][3] ont résumé les principales techniques pour la réduction du bruit magnétique généré par les machines synchrones et asynchrones lors de la phase de conception :

- La topologie de la machine [2][3] : le choix de la topologie de la machine peut beaucoup aider dans la réduction des phénomènes vibratoires (machine à aimants déposés, enterrés, insérés, machine à rotor bobiné, etc.), les machines inverses (rotor externe) génèrent plus de bruit magnétique si la culasse rotorique est beaucoup plus large que celle du stator. En outre, toutes les asymétries du stator augmentent les efforts magnétiques subis par le rotor.
- Encoches statoriques [2][3] : les efforts magnétiques générés par les harmoniques de denture statorique peuvent être réduits en jouant sur l'ouverture d'encoche, la profondeur d'encoche et en employant des encoches auxiliaires. Une étude de sensibilité doit être faite pour choisir le nombre d'encoches stator adéquat en tenant compte du nombre des pôles et du nombre des phases de la machine.
- Optimisation de la forme des pôles rotoriques [2] : dans le cas d'une machine à rotor bobiné à pôles saillants, la forme du pôle peut contribuer à la réduction du contenu harmonique des forces magnétiques d'entrefer. Ainsi il est d'usage que le rayon de courbure du pôle rotor soit inférieur au rayon extérieur du rotor. De plus, le choix d'une géométrie parabolique ou elliptique du pôle rotor semble conduire à de meilleurs résultats. Notamment pour réduire les ondulations du couple électromagnétique et le bruit associé.
- Vrillage [2][3] : un moyen de diminuer les harmoniques de denture est de vriller les encoches statoriques. Cependant, il est important de tenir compte du processus de fabrication et de son coût relatif. Du côté rotor, on peut parler d'inclinaison de pôle qui permet d'éliminer des harmoniques de la force magnétomotrice rotorique. Tout de même, il est important de vérifier les pulsations du couple et les vibrations de la machine car le vrillage modifie la répartition du champ magnétique [4].
- Le bobinage [3] : le type de bobinage peut être traduit par un coefficient, qui tient compte de la distribution dans les encoches, du raccourcissement, de l'inclinaison. Il joue un rôle important dans la réduction d'amplitude des harmoniques et de l'élimination de certains harmoniques en particulier. Cependant l'amplitude du fondamental de la force magnétomotrice se voit plus au moins diminuée selon le type de bobinage.
- La commande (MLI, angle de charge, injection de courant harmonique) [2][3] : la conception de la commande pour l'alimentation de la machine joue un rôle très important

dans la réduction du bruit provenant de l'électronique de puissance. Il est important de prendre en compte un certain nombre de paramètres qui jouent un grand rôle en termes d'aspect acoustique dans les machines électriques. Tout d'abord, le type de la MLI (Modulation de Largeur d'Impulsions) employée notamment dans la phase de démarrage. En effet, cette MLI génère des raies qui contrôlent le niveau du bruit du moteur. Ensuite, la fréquence de découpage doit être choisie pour éviter les phénomènes de résonance. De plus, l'angle de charge joue sur les amplitudes des efforts radiaux et tangentiels. Afin de bien comprendre son effet, il faut se mettre dans le repère de Park, dans lequel le courant statorique admet deux composantes, l'une dite directe (Id) et l'autre dite en quadrature (Iq). Le courant Iq est l'image du couple moyen, il est souvent choisi de façon à maximiser le couple. Cependant l'augmentation de l'angle de charge diminue Iq et augmente Id, cela veut dire qu'on a un compromis pour la minimisation du bruit. Enfin, la technique d'injection du courant harmonique a pour but de réduire les pulsations du couple par la génération des harmoniques qui viennent compenser les harmoniques gênants (même amplitude et de phase opposée).

1.4 Notions d'acoustique

Lorsqu'un matériau se met à vibrer, il entraîne les particules d'air qui l'entourent. C'est ce qui provoque une variation de la pression de l'air et crée du bruit.

Nous allons présenter quelques grandeurs nécessaires pour étudier et caractériser le rayonnement sonore. Elles sont utiles pour étudier et comprendre le comportement acoustique des machines électriques [5].

Pression acoustique (sonore)

Supposons que des particules d'air se mettent à vibrer de manière sinusoïdale. Ainsi, le déplacement de ces particules en fonction de temps peut être exprimé par : $x(t) = Y.sin(2\pi . f_a.t)$ et la vitesse instantanée des ces particules d'air est $v(t) = 2\pi . f_a.Y.cos(2\pi . f_a.t)$.

Où Y l'amplitude crête du déplacement et f_a la fréquence des particules d'air.

La pression sonore ou pression acoustique est la valeur efficace de la variation de la pression de l'air sur un intervalle de temps donné. Elle se mesure en Pascal (Pa). La pression acoustique peut être mesurée à l'aide d'un microphone.

La pression acoustique instantanée peut être exprimée par la produit de l'impédance acoustique Z (en kg. $m^{-2}.s^{-1}$) par la vitesse instantanée (en m/s) des particules d'air (1.1) :

$$p(t) = Z.v(t) \tag{1.1}$$

L'impédance acoustique Z est une grandeur complexe. Elle dépend du milieu de propagation de l'onde sonore. Dans l'air, en champ libre (sans réflexion sonore), l'impédance acoustique vaut $Z = 415 \text{ kg.} m^{-2} \cdot s^{-1}$ pour une température de 20°C et une pression atmosphérique de 1013 hPa.

La variation de pression minimale perceptible par l'oreille humaine est de l'ordre de 20 μ Pa. En revanche, le seuil de douleur est d'environ 100 Pa. Compte tenu de la large étendue (de 20 μ Pa à 100 Pa) de la plage de perception de l'oreille humaine, le son se mesure en décibel (dB). Le niveau de pression acoustique noté L_p en anglais SPL (Sound Pressure Level) est donné par (1.2) [5][6] :

$$L_p = 10\log_{10}(\frac{P^2}{P_0^2}) = 20\log_{10}(\frac{P}{P_0})$$
(1.2)

Avec $P_0 = 20 \ \mu$ Pa prise comme référence. P la valeur efficace de la pression acoustique mesurée.

Intensité acoustique

L'intensité acoustique est un vecteur qui permet de rendre compte de l'amplitude du son ainsi que de sa direction et son sens. En effet, l'intensité acoustique décrit le flux surfacique d'énergie sonore perpendiculaire à la direction de l'onde sonore [6][4]. On note I, le module de l'intensité acoustique en W/m^2 . Il est donné par (1.3) :

$$I = \frac{1}{T_a} \int_0^{T_a} p(t) . v(t) . dt$$
(1.3)

Avec $T_a = 1/f_a$, f_a la fréquence des particules d'air. p(t) et v(t) sont respectivement la pression acoustique instantanée et la vitesse des particules d'air.

Dans l'air, à 20°C et à pression atmosphérique 1013 hPa, la relation (1.3) devient :

$$I = \frac{Z.(2\pi f_a)^2 \cdot Y^2}{2} = 8200 \cdot f_a^2 \cdot Y^2 \tag{1.4}$$

La relation (1.4) montre que l'intensité acoustique est proportionnelle au carré de la vitesse des vibrations.

Le niveau d'intensité acoustique en dB est défini par L_I (1.5) :

$$L_I = 10 \log_{10}(\frac{I}{I_0}) \tag{1.5}$$

Avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W}/m^2$, le niveau correspondant au seuil de perception de l'oreille humaine.

Puissance acoustique

La puissance acoustique est obtenue par intégration de l'intensité acoustique sur une surface qui entoure la source sonore (1.6). Elle est notée W et s'exprime en watt (W).

$$W = \int_{S} \vec{I}.d\vec{S} \tag{1.6}$$

On définit le niveau de puissance acoustique en dB, L_W , d'une source sonore par (1.7) :

$$L_W = 10\log_{10}(\frac{W}{W_0}) \tag{1.7}$$

Avec $W_0 = 10^{-12}$ W correspondant à la puissance d'une source qui délivre une intensité I_0 à travers une surface de 1 m^2 qui l'entoure.

Courbes d'isosonie

L'oreille humaine n'interprète pas les sons de façon linéaire. En effet, dans la plage des fréquences audibles (de 20 Hz à 20 kHz), la perception de l'oreille dépendra de la fréquence et du niveau de la pression sonore. Fig. 4 permet d'illustrer cette non-linéaire associée à la sensation sonore perçue par l'oreille humaine.



FIGURE 4 – Lignes isosoniques définies par la norme ISO 226 (2003) [4]

Chaque courbe isosonique (Fig. 4) traduit le niveau sonore nécessaire pour générer la même sensation (exprimée en phone) suivant sa fréquence. Par exemple, une onde sonore de 60 dB à 100 Hz et une onde sonore de 50 dB à 1 kHz sont perçues avec la même intensité (50 phones).

Aussi, un son de 60 dB de fréquence 1 kHz engendre une sensation auditive plus forte qu'un son de 60 dB de fréquence 100 Hz. Toutefois, ces courbes sont susceptibles d'évoluer selon les individus.

Les mesures acoustiques cherchent à évaluer le niveau sonore. C'est pourquoi, on fait appel à des filtres pondérateurs (Fig. 5) pour atténuer le niveau sonore mesuré et s'approcher de la sensibilité de l'oreille humaine dans la plage des fréquences audibles.

La pondération A est la plus utilisée pour les fréquences audibles. En effet, elle est choisie pour se rapprocher le plus de la perception de l'oreille humaine. Les mesures de pressions acoustiques présentées en décibels pondération A sont désignées par dB(A).



FIGURE 5 – Pondérations de fréquence pour les mesures de niveau sonore [4]

Aussi, l'oreille est plus sensible aux fréquences entre 500 Hz et 8 kHz mais elle l'est moins pour les autres fréquences [1]. Les moteurs de traction électriques fonctionnent principalement dans la plage de fréquences sensibles pour l'oreille humaine. D'où l'intérêt de chercher à concevoir des moteurs silencieux pour l'automobile.

1.5 Problématique de recherche

Ces travaux de recherche visent à proposer un outil de modélisation électromagnétique analytique adapté aux complexités de la machine synchrone à rotor bobiné.

L'outil analytique servira pour le calcul des grandeurs électromagnétiques (inductions magnétiques radiales et orthoradiales, flux magnétique, couple électromagnétique, tensions) en phase de prédimensionnement.

Il permettra ainsi d'orienter les choix de paramètres discrets du moteur (par exemple : le nombre des pôles rotor, le nombre d'encoches par pôle et par phase). Ensuite, Il servira pour étudier l'impact des paramètres de conception sur les pressions magnétiques sources de vibrations et du bruit.

Toutefois, l'outil analytique n'a pas vocation à remplacer les logiciels éléments finis électromagnétiques. En effet, l'outil analytique permet d'obtenir des ordres de grandeurs en phase de prédimensionnement sur les pressions magnétiques et les outils éléments finis peuvent servir à affiner l'étude du moteur en phase de conception. Pour l'étude du bruit d'origine magnétique, il est nécessaire de s'intéresser aux pressions magnétiques. Celles-ci sont majoritairement concentrées dans l'entrefer. Elles sont directement liées aux inductions magnétiques (radiales et orthoradiales) dans l'entrefer, qui, à leur tour, dépendent de la géométrie de la machine et du bobinage.

Ainsi pour remonter à l'origine du bruit magnétique dans la machine, il faut essayer de trouver des liens directs ou indirects entre les différentes grandeurs de la machine (ouverture d'encoches, ouverture de pôle, entrefer, nombres de paires de pôles, nombre d'encoches, perméabilité magnétique ... etc.) et la pression magnétique dans l'entrefer.

Cependant, deux grands degrés de complexité se présentent pour notre cas d'étude, qui sont : — la prise en compte de la non linéarité magnétique du matériau (saturation magnétique);

la prise en compte de la non integricular du material (occuration magnetique);
 la complexité géométrique de la forme du pôle rotor de la machine synchrone à rotor bobiné (Fig. 2).

1.5.1 Prise en compte de la non linéarité du matériau

La saturation magnétique est un phénomène incontournable dans la plupart des machines électriques tournantes. La machine synchrone à rotor bobiné qui fait l'objet de notre étude, peut être fortement saturée, pour des valeurs élevées des courants stator et d'excitation rotor.

La saturation magnétique peut changer le comportement d'un matériau non linéaire. Elle est de deux natures :

- La saturation magnétique globale : elle impacte globalement les amplitudes du spectre de pressions magnétiques;
- La saturation magnétique locale : elle génère de nouvelles raies de pressions magnétiques. Ainsi elle est plus délicate à prendre en compte pour l'étude du comportement vibro-acoustique de la machine;

Fig. 6 illustre l'effet de la saturation magnétique sur la machine synchrone rotor bobiné qui fait l'objet de notre étude. L'encadré rouge met en avant une zone de saturation locale. En effet, la saturation du pied d'une dent stator peut être magnétiquement vue comme un élargissement de l'ouverture d'encoche (il se comporte magnétiquement comme de l'air).



FIGURE 6 – Effet de la saturation magnétique locale sur la machine synchrone à rotor bobiné en charge

1.5.2 La complexité géométrique de la forme du pôle rotor

La complexité du pôle rotor est un élément important dans l'analyse vibro-acoustique du comportement de la machine électrique. Cette complexité peut avoir des formes diverses, telles que : un entrefer variable, une forme elliptique ou encore un chanfrein. Fig. 7 illustre trois exemples de la machine synchrone à rotor bobiné.



FIGURE 7 – Pôle rotor a) Progressivité du pôle rotor, b) Pôle rotor à rayon constant, c) Pôle rotor à rayon constant et forme simplifiée.

Fig. 7 a) montre la forme du pôle rotor de la machine synchrone à rotor bobiné avec un entrefer variable (progressivité du pôle rotor). Fig. 7 b) montre un cas où le rayon du pôle rotor a été rendu constant. Fig. 7 c) montre un cas où le rayon du pôle rotor est constant et la forme

interpolaire a été simplifiée.

En outre, il est souvent compliqué de modéliser des formes complexes du pôle rotor à travers un modèle électromagnétique analytique de la machine. Les outils de modélisations électromagnétiques numériques sont alors bien adaptés à ce type de problématiques. Toutefois, ils sont coûteux.

Plan du manuscrit

Cette thèse a pour but de proposer une modélisation électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB). Ce modèle est appliqué au moteur électrique (MSRB) de la Renault Megane E-TECH électrique (Fig. 2). L'objectif de la modélisation est de déterminer les grandeurs électromagnétiques (inductions magnétiques radiales et orthoradiales, couple, flux) du moteur et de calculer les pressions magnétiques dans l'entrefer. Ensuite, des essais vibroacoustiques ont été réalisés pour comprendre le comportement acoustique du moteur et trouver des similitudes entre l'évolution des harmoniques de pressions acoustiques et celles de pressions magnétiques.

Le chapitre 2 sera dédié à l'état de l'art concernant les méthodes de modélisations électromagnétiques pour les machines électriques. Il aidera à choisir l'approche la plus adéquate pour notre application.

Le chapitre 3 abordera la mise en place de l'outil de modélisation électromagnétique analytique pour la machine synchrone à rotor bobiné. Dans ce chapitre la machine sera supposée linéaire (sans la prise en compte de la saturation magnétique). De plus, la forme du pôle rotor sera simplifiée (Fig. 7 c : présente la forme retenue pour l'étude). Les résultats du modèle analytique seront comparés avec les simulations par la méthode des éléments finis.

Le chapitre 4 traitera la prise en compte du phénomène de la saturation magnétique dans le modèle analytique. En effet, le modèle électromagnétique proposé dans le chapitre 3 sera amélioré à travers une fonction analytique de coefficients de saturation magnétique. La forme du pôle rotor restera simplifiée. Les résultats du modèle analytique en saturé seront analysés et comparés avec ceux issus des éléments finis.

Le chapitre 5 présentera les essais vibroacoustiques réalisés pour l'étude acoustique du moteur (Fig. 2). Dans ce chapitre, les origines des harmoniques de pressions acoustiques seront analysées. Ensuite, les évolutions des harmoniques de pressions acoustiques seront comparées à celles des pressions magnétiques afin d'identifier des analogies entre les comportements des harmoniques de pressions magnétiques et acoustiques. Le modèle analytique et le modèle éléments finis vont permettre de comparer les résultats de pressions magnétiques issues de ces deux modèles pour la machine synchrone à rotor bobiné (Fig. 7 a : avec la progressivité du pôle rotor). Plusieurs cas de fonctionnement seront étudiés et l'effet des fréquences de découpage sera considéré en fin de chapitre pour la comparaison des pressions magnétiques et acoustiques et acoustiques et acoustiques et acoustiques de compare et acoustiques de pressions magnétiques de pressivité et acoustic de finite des fréquences de découpage sera considéré en fin de chapitre pour la comparaison des pressions magnétiques et acoustiques et aco

Enfin, une étude analytique complète de la prise en compte d'un entrefer variable sera réalisée. Placée en annexe de ce manuscrit, elle constituera une étape vers la prise en compte des formes de pôles rotor à rayon progressif (deux cercles excentriques).

2 ÉTAT DE L'ART

Chapitre 2 :

2.1 Modélisation électromagnétique 28 2.1.1 Méthodes numériques 28 2.1.2 Méthode des réseaux de réluctances 30 2.1.3 Méthode de fonction de perméance 32 2.1.4 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines 33 2.1.5 Méthode des transformations conformes 35 2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques analytiques 39 2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44		Introduction			
2.1.1 Méthodes numériques 28 2.1.2 Méthode des réseaux de réluctances 30 2.1.3 Méthode de fonction de perméance 32 2.1.4 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines 33 2.1.5 Méthode des transformations conformes 35 2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques analytiques 39 2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44		2.1 Modélisation électromagnétique			
2.1.2 Méthode des réseaux de réluctances 30 2.1.3 Méthode de fonction de perméance 32 2.1.4 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines 33 2.1.5 Méthode des transformations conformes 35 2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques analytiques 39 2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44			2.1.1	Méthodes numériques	
2.1.3 Méthode de fonction de perméance 32 2.1.4 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines 33 2.1.5 Méthode des transformations conformes 35 2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques 39 2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44			2.1.2	Méthode des réseaux de réluctances	
 2.1.4 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines . 33 2.1.5 Méthode des transformations conformes			2.1.3	Méthode de fonction de perméance	
2.1.5 Méthode des transformations conformes 35 2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques analytiques 39 2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44			2.1.4	Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines . 33	
 2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques analytiques			2.1.5	Méthode des transformations conformes	
gnétiques analytiques 39 2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44	2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations éle			lération de la saturation magnétique dans les modélisations électroma-	
2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique 39 2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique 41 Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse 44			gnétiq	ues analytiques	
2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique			2.2.1	Méthode des courants fictifs de saturation magnétique	
Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse			2.2.2	Méthode de coefficients de saturation magnétique	
1		Cone	clusion	sur l'état de l'art et positionnement de la thèse	

Introduction

Dans cette partie de l'étude, l'accent sera porté sur les différentes méthodes de modélisations électromagnétiques des machines électriques. L'objectif principal étant de comparer ces méthodes entre elles afin d'identifier celles qui répondent au mieux aux exigences de notre application, concernant :

- le temps de calcul : Le modèle à développer doit être suffisamment rapide comparé aux méthodes numériques, l'objectif étant de pouvoir l'intégrer dans une boucle d'optimisation;
- la précision : le modèle analytique doit assurer un bon degré de précision, notamment pour le calcul des pressions radiales et tangentielles magnétiques dans l'entrefer;
- la fiabilité vis-à-vis du comportement vibro-acoustique de la machine : le contenu harmonique du spectre des pressions électromagnétiques doit pouvoir être prédit de façon fidèle et fiable (rangs et amplitudes des harmoniques);
- la souplesse : la méthode de modélisation doit garantir une agilité dans la modification des paramètres de conception du moteur électrique;
- la facilité à appréhender : la méthode de modélisation doit être simple d'utilisation et facile à appréhender.

Sans oublier les deux degrés de complexité liés à la prise en compte de la saturation magnétique et de la forme géométrique du pôle rotor de la machine synchrone à rotor bobiné dans des approches analytiques de modélisations électromagnétiques.

Ainsi nous allons élargir le champ de recherche et présenter les différentes approches de modélisations électromagnétiques des machines électriques, puis les comparer, de manière à retenir celle qui permet de répondre à notre besoin.

2.1 Modélisation électromagnétique

2.1.1 Méthodes numériques

Les approches numériques sont largement utilisées pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques. Elles se basent principalement sur les méthodes suivantes :

- éléments finis;
- différences finis;
- volumes finis;
- équations intégrales de frontières.

L'idée de ces méthodes est de faire une discrétisation géométrique fine de la structure à étudier en vue de résoudre les équations de Maxwell, qui sont les suivantes (2.1):

$$\begin{aligned} r\vec{o}t\vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ r\vec{o}t\vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \\ div\vec{B} &= 0 \\ div\vec{D} &= \rho \end{aligned} \tag{2.1}$$

Avec \vec{E} le champ électrique, \vec{B} l'induction magnétique, \vec{H} le champ magnétique, \vec{J} la densité de courant, \vec{D} l'induction électrique et ρ la densité volumique de charges électriques.

Les méthodes numériques offrent la possibilité de faire des modélisations multiphysiques complètes, traiter des topologies complexes et intégrer des contraintes spécifiques. Elles permettent entre autres de :

- Prendre en compte la complexité géométrique de la machine;
- Traiter des problématiques en 2D et en 3D;
- Intégrer la dynamique (mouvement des parties mobiles) et évaluer les grandeurs en fonction du temps;
- Considérer les propriétés magnétiques des milieux magnétiques (saturation magnétique);
- Faire de l'optimisation topologique.

La méthode des éléments finis est la plus utilisée des méthodes numériques. Elle reste également le choix de nombreux logiciels commerciaux, tels que Altair Flux 2D/3D et Ansys Maxwell (Fig. 8).



FIGURE 8 – Machine synchrone à rotor bobiné : induction magnétique en charge, simulée sous le logiciel éléments finis Ansys Maxwell

L'étude vibratoire des machines électriques dans le laboratoire de recherche Roberval de l'UTC a très largement employé la méthode des éléments finis. Des outils ont été développés

pour la conception et l'optimisation des dispositifs électromagnétiques complexes pour des applications diverses.

L'étude et l'optimisation du comportement vibro-acoustique de la machine synchrone à rotor bobiné grâce aux éléments finis ont été traitées notamment dans les travaux de P. Pellerey [1], [7] pour une application automobile et dans les travaux de J. Hallal [8], [9], [10].

L'optimisation d'autres structures de machines via la méthode des éléments finis a été réalisée, telles que les machines à aimants insérés présentées dans les travaux de S. Vivier [11] ou encore des structures complexes comme les alternateurs à griffes pour une application automobile étudiés dans les travaux de A. Tan-Kim [12].

Malgré le degré de précision que peuvent offrir les méthodes numériques pour le calcul des grandeurs électromagnétiques locales et globales, avec un modèle bien discrétisé et détaillé, elles restent coûteuses en temps de calcul comparées à d'autres méthodes de modélisations électromagnétiques analytiques ou semi-analytiques.

Ainsi, nous allons par la suite, nous intéresser aux méthodes semi-analytiques et analytiques qui, dans certains cas d'applications, constituent des alternatives aux méthodes numériques.

2.1.2 Méthode des réseaux de réluctances

En analogie avec un circuit électrique, la machine électrique peut être représentée par un circuit magnétique équivalent. C'est le principe de la méthode des réseaux de réluctances. La géométrie de la machine est ainsi discrétisée en plusieurs réluctances qui matérialisent les tubes de flux magnétique (Fig. 9), puis ces réluctances sont calculées à l'aide de la géométrie de la machine et de la connaissance de la courbe B(H) du matériau magnétique.



FIGURE 9 – Principe de la méthode des réseaux de réluctances

La méthode de réseaux de réluctances se place entre les méthodes de modélisations électromagnétiques numériques et les méthodes analytiques. Elle se classe dans la catégorie des méthodes dites 'semi-analytiques' ou 'semi-numériques'.

Elle présente l'avantage d'être plus rapide que la méthode des éléments finis. Cependant elle reste moins précise car elle est généralement constituée d'un maillage plus grossier et suppose des trajets de flux imposés dans les tubes de flux magnétiques matérialisés par des réluctances (hypothèses de construction du circuit).

En outre, la méthode des réseaux de réluctances permet de modéliser des machines avec des géométries complexes en 2D ou en 3D. Néanmoins, elle n'est pas générique car le modèle de réseaux en réluctances doit être reconstruit si la géométrie de la structure étudiée est significativement modifiée.

Cette méthode permet également d'intégrer le mouvement des parties mobiles et la non-linéarité du matériau magnétique (saturation magnétique). Toutefois, la prise en compte du mouvement nécessite le développement d'un modèle de réseaux de réluctances dynamiques [13].

L'ouvrage d'Ostovic [13] aborde la méthode de réseaux de réluctances dynamiques et donne des exemples d'application de cette méthode à une variété de topologies de machines électriques, notamment, la machine synchrone à rotor bobiné (Fig. 10 : donnée à titre d'illustration).



FIGURE 10 – Méthode des réseaux de réluctances. Partie rotor d'une machine synchrone à rotor bobiné [13]

Cette méthode a été largement utilisée dans des travaux de recherche pour la modélisation des machines électriques, par exemple :

- les machines asynchrones [14]
- les machines à aimants permanents [15] avec un modèle quasi 3D adaptatif (les paramètres géométriques et électriques sont modifiables) et non-linéaire.
- Des machines synchrones à simple et à double excitations [16].

Les inconvénients de cette approche, sont principalement la prise en compte du mouvement (l'alignement du stator et du rotor), le degré de précision faible dans la partie entrefer et le temps de calcul qui dépend de la finesse de la discrétisation. De ce fait, nous allons aborder le sujet des méthodes de modélisations électromagnétiques analytiques connues pour être très rapides et les comparer avec les méthodes numériques (éléments finis) et les méthodes semi-numériques (réseaux de réluctances).

2.1.3 Méthode de fonction de perméance

La méthode de fonction de perméance considère l'induction magnétique dans l'entrefer comme étant le produit d'une fonction de perméance surfacique (Λ en H/m^2) et de la force magnétomotrice (f.m.m) notée ε (en Ampères-tours) :

$$B_{salient} = \Lambda \varepsilon \tag{2.2}$$

La force magnétomotrice (ε) se calcule à partir de la distribution du bobinage et peut être exprimée sous la forme d'une série de Fourier. Elle permet de tenir compte du type de bobinage (concentrique, réparti etc) et de la nature de sa distribution (raccourci, inclinaison, remplissage) [17].

Quant à la fonction de perméance surfacique (Λ), elle se calcule en considérant un trajet idéalisé des lignes de champs dans l'entrefer. Cette fonction flexible, en effet, permet de tenir compte d'un certain nombre de phénomènes tels que : le vrillage (inclinaison), la saturation magnétique, les excentricités statiques et dynamiques [1],[18],[19].

Le tableau 1 présente les avantages et les inconvénients de cette approche analytique basée sur le principe de fonctions des perméances surfaciques.

Avantages de la méthode	Limites de la méthode
+ Rapidité	- Absence de la composante tangentielle
+ Souplesse et flexibilité de la méthode	de l'induction magnétique dans l'entrefer
+ Simplicité de mise en œuvre	- Linéarité
+ Prise en compte de la double saillance	- Manque de précision lié aux approximations
	des trajets de lignes de champ magnétique

TABLEAU 1 – Avantages et inconvénients de la méthode de fonction de perméance

Dans ses travaux de thèse, Gaussens [20] propose une fonction de perméance analytique qui approxime les lignes de champs par des demi-cercles afin d'étudier une structure à double saillance (machine à réluctance variable) pour un fonctionnement à vide [20]. Pour ce même type de machines électriques, l'auteur de l'article [21] propose une fonction de perméance qui permet de distinguer l'effet de chaque encoche stator sur la perméance totale de la machine à réluctance variable et ainsi corriger l'induction radiale dans l'entrefer.

Malgré les avantages que présente cette méthode de modélisation électromagnétique analytique pour le design des machines électriques, notamment en phase de pré-dimensionnement, elle reste limitée par l'absence de la composante tangentielle de l'induction magnétique qui peut être importante dans le calcul des pressions magnétiques dans l'entrefer. De plus, les perméances sont calculées sur la base d'une prédiction du trajet des lignes de champ magnétique. Cela rend l'approche moins précise dans l'entrefer même si les résultats obtenus pour l'induction magnétique radiale dans l'entrefer sont généralement acceptables comparés à la méthode des éléments finis.
2.1.4 Méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines

La méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines est une approche analytique qui consiste à résoudre les équations de Maxwell dans les zones à faible perméabilité de la machine (entrefer, encoches et aimants). Elle permet d'obtenir les composantes radiale et tangentielle de l'induction magnétique dans l'entrefer de la machine. Sans oublier le gain considérable en terme de temps de calcul par rapport à la méthode des éléments finis ainsi que le bon degré de précision. Cependant, cette méthode ne tient naturellement pas compte de la saturation magnétique et elle n'est adaptée qu'aux structures géométriques simples car elle doit respecter des conditions aux limites simples (bords radiaux par exemple) afin qu'elle soit mathématiquement applicable et avantageuse. De plus, si le nombre de régions de la machine à considérer (sous-domaines) est important, la mise en œuvre de la méthode devient lourde.

Les travaux de recherche de Boules [22] puis Ackermann [23], sont parmi les premiers à s'intéresser à l'application de la méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines aux machines électriques. Cette méthode a très largement été utilisée pour l'étude des machines électriques [24] telles que les machines à aimants déposés [25],[26], les machines à commutation de flux [20] et les machines synchrones à rotor bobiné assistées par aimants [27].

Fig. 11 montre de façon générale les différentes étapes nécessaires à la mise en place de la méthode de résolution des équations de Maxwell.



FIGURE 11 – Principe de la méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines

L'idée principale de cette méthode est de déterminer le potentiel vecteur magnétique \overrightarrow{A} dans les différentes régions à faible perméabilité de la machine.

Tout d'abord la géométrie de la machine est simplifiée afin que la méthode puisse être mathématiquement applicable. Ensuite les différentes zones sont identifiées avec les éventuelles sources de champ magnétique propres à chaque zone (sous domaine), puis les équations de Maxwell régissant chaque zone sont résolues afin de déterminer le potentiel vecteur magnétique dans chaque région. Cette résolution est généralement basée sur la méthode de séparation de variables ainsi que l'exploitation des conditions aux limites associées à chaque zone. Enfin, les conditions d'interface entre les différentes régions sont employées (la méthodes des intégrales de frontières) afin de former le système matriciel global qui permet de déterminer les coefficients de série de Fourier des potentiels magnétiques dans chaque région et d'implémenter numériquement la méthode [20].

Cette méthode de modélisation présente un certain nombre des limites, parmi lesquelles, la nécessité d'une géométrie simple (Fig. 12).



FIGURE 12 – Conditions géométriques pour l'application de la méthode de résolution des équations de Maxwell, a) coordonnées cartésiennes [27] b) coordonnées polaires avec des bords radiaux [28]

Ainsi elle ne permettra pas de tenir compte de la forme exacte du pôle rotor d'une machine synchrone à rotor bobiné, qui a une forme elliptique rendant l'entrefer de la machine variable.

La saturation magnétique est souvent négligée dans les modèles analytiques. En effet, c'est l'une des hypothèses de base de ces modèles notamment concernant la méthode de résolution des équations de Maxwell. Cependant, l'effet global de la saturation magnétique peut être considéré en modifiant de façon itérative l'épaisseur de l'entrefer. Boules [29] utilisant cette approche pour une machine à aimants surfaciques, couple la méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines avec la méthode des réseaux de réluctances afin de tenir compte de la saturation magnétique globale. De ce fait, seules les amplitudes des harmoniques spatiales sont corrigées. Par contre la saturation locale de certaines parties ferromagnétiques n'est pas considérée (les pieds des dents par exemple). Cette saturation locale est d'une grande importance car elle impacte le contenu harmonique du spectre du champ magnétique dans l'entrefer. Ainsi elle peut créer de nouvelles raies de pression magnétique. Même d'amplitudes faibles, elles peuvent être sources du bruit lorsqu'elles sont excitées. Lors de l'implémentation numérique de la méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines, certains problèmes numériques peuvent être rencontrés [30], à l'image des méthodes numériques (éléments finis). En effet la précision de cette méthode analytique dépend du nombre d'harmoniques d'espace à considérer par région. Ainsi plus le nombre d'harmoniques d'espace par région est élevé, plus le degré de précision de la méthode est grand. Néanmoins, au-delà d'un certain nombre d'harmoniques la matrice topologique peut être mal conditionnée (une faible variation en entrée entraîne une grande variation en sortie). Pour pallier ce problème, certains travaux utilisent des changements de variables appropriés ou des techniques d'approximation numériques [31].

Des analyses bibliographiques de l'application de cette méthode aux machines électriques sont détaillées dans les références suivantes [25],[26] et [32].

En raison des différents points faibles de cette méthode de résolution des équations de Maxwell par sous domaines, nous voulons investiguer les possibilités d'amélioration d'autres approches analytiques. Notamment en termes de capacité à tenir compte des entrefers variables telle que la progressivité du pôle rotor de la machine synchrone à rotor bobiné.

Nous allons maintenant nous intéresser à d'autres approches de modélisations électromagnétiques analytiques basées sur le principe des transformations géométriques, appelées transformations conformes.

2.1.5 Méthode des transformations conformes

Sous l'hypothèse de linéarité du matériau magnétique, la méthode de transformations conformes définit l'induction magnétique dans l'entrefer $(B_{salient})$ comme étant le produit d'une fonction de perméance relative (λ : sans unité) et de l'induction magnétique de la structure lisse B_{lisse} (2.3) :

$$B_{salient} = \lambda B_{lisse} \tag{2.3}$$

La détermination du champ magnétique dans une structure lisse a été très largement étudiée et la solution analytique a été établie pour des machines à aimants en surfaces. Boules [22] a établi les champs magnétiques radial et tangentiel, dans l'entrefer, pour une machine lisse à aimants permanents où l'aimant est modélisé par une densité de courant équivalente. Zhu [33] a également proposé une solution analytique pour le champ magnétique lisse créé par les aimants d'une machine à aimants en surface puis le champ magnétique lisse créé par les bobinages stator placés en face des encoches fictives [34].

L'effet d'encoches stator est ainsi intégré par une fonction de perméance relative (2.3), qui a pour but de moduler le champ magnétique lisse dans l'entrefer. Cette fonction dérive de la théorie des transformations conformes [35]-[37].

La présence d'encoches modifie l'entrefer de la machine. Ainsi, typiquement la réluctance de l'entrefer augmente (la perméance diminue), ce qui conduit à une baisse de l'induction magnétique dans l'entrefer. F.W Carter [38], a introduit un coefficient basé sur la méthode de transformations conformes. Ce coefficient permet de moduler l'induction moyenne lisse dans l'entrefer afin de reproduire l'effet d'encoches. Zhu [39] a ensuite amélioré ce concept à travers une fonction de perméance relative (radiale) appliquée à une machine à aimants en surface. Cette fonction établie par des transformations conformes, est appliquée à une encoche stator infiniment profonde puis elle est écrite sous forme d'une série de Fourier pour tenir compte du nombre d'encoches de la machine. Cependant, la composante tangentielle de la perméance relative de l'encoche stator n'a

pas été considérée.

Dans ses travaux de thèse, Miroslav Markovic [40] s'est intéressé à l'analyse du flux magnétique dans des dispositifs électromagnétiques (actionneur et moteur à courant continu sans collecteur [41]) à travers la méthode des transformations conformes, notamment la transformation de Schwarz-Christoffel [35]. Dans son approche, il a abordé l'une des limites de la méthode des transformations conformes. En effet, ces transformations peuvent rapidement nécessiter une résolution numérique, notamment quand il s'agit d'étudier des structures à double saillance. François-Michel Sargos, dans ses travaux de thèse [42], a détaillé l'analyse de la méthode de transformation conforme appliquée à des machines à réluctance variable et aborde la résolution numérique des transformations conformes.

L'article [43] adapte la méthode proposée par Zhu [39] afin de prendre en compte l'effet de la transition d'aimants en face des encoches stator. En effet la partie d'air entre deux aimants conduit à une diminution de l'induction magnétique radiale. Toutefois, la méthode proposée n'est pas exacte car elle est appliquée dans un repère cartésien et ne tient pas compte de l'effet de la courbure (en coordonnées cylindriques). Ainsi un coefficient de correction a été introduit pour intégrer l'effet de courbure.

La composante tangentielle du champ magnétique peut être d'une grande importance, notamment pour l'étude des problèmes vibro-acoustiques. Dans ses travaux de thèse, Zarko [44] a exploité la nature des transformations conformes, qui sont des fonctions de la variable complexe. Il a ainsi, introduit la notion de fonction de perméance relative complexe. Cette fonction a pour partie réelle la composante radiale de la perméance relative et pour partie imaginaire la composante tangentielle de la perméance relative. Ainsi les deux composantes de l'induction magnétique dans l'entrefer peuvent être calculées. Dans l'article [45], Zarko a modélisé analytiquement une machine à aimants en surface. Pour tenir compte de l'effet d'encoches, il a proposé quatre transformations conformes successives pour passer du modèle d'une encoche stator infiniment profonde à un entrefer lisse. Les deux composantes du champ magnétique dans l'entrefer sont obtenues avec une bonne précision. La formulation de la perméance relative complexe est obtenue analytiquement. Cependant la détermination des valeurs de cette perméance relative complexe dans l'espace nécessite une résolution numérique d'une équation non-linéaire de variables complexes. De ce fait, le temps de calcul peut être assez important tel qu'il a été montré dans l'article de Zhu [25].

L'une des limites de cette méthode analytique, est la prise en compte de la double saillance. En effet, pour modéliser des machines doublement saillantes, l'approche devient complètement numérique. L'ouvrage [37] cite des références qui ont appliqué des transformations conformes numériques aux machines électriques. En particulier, Afanas'ev [46], qui a appliqué la transformation de Schwarz-Christoffel numérique à une structure doublement saillante. Il s'est intéressé également à une discrétisation de la forme du pôle d'une machine à rotor bobiné avec un stator lisse, afin d'appliquer la transformation de Schwarz-Christoffel numérique. Cependant le meilleur outil basé sur les transformations conformes numériques et le plus largement utilisé pour modéliser des machines électriques, reste l'outil SC (Schwarz-Christoffel) toolbox développé par T. A. Driscoll [47] sous le logiciel Matlab. En effet SC toolbox, qui est un environnement de résolution numérique libre d'accès, permet d'étendre la méthode des transformations conformes à des structures à double saillance, rendant possible l'approche numérique dont l'analyse devient plus difficile. L'article [48] a utilisé cet outil pour analyser le champ magnétique dans une structure doublement saillante. Nous allons maintenant montrer, d'une manière générale, le lien entre le champ magnétique d'une structure complexe (saillante par exemple) transformée vers une structure simple (lisse) où le champ magnétique peut être calculé facilement.

Ainsi, nous considérons une représentation qui transforme un point (Z) d'affixe (z) du plan des coordonnées (m, n) vers un point (T) d'affixe (t) du plan des coordonnées (u, v) (Fig. 13).



Champ magnétique : $H_Z = \overline{\lambda} H_t$

FIGURE 13 – Principe de Transformations conformes

Cette représentation est une transformation conforme si elle satisfait aux conditions suivantes :

- elle est définie et continue dans le domaine du plan des coordonnées (m, n);
- elle est bijective;
- elle est holomorphe et à dérivée non nulle dans le domaine du plan des coordonnées (m, n);

Les transformations conformes conservent les angles orientés (en grandeur et sens) et vérifient les conditions de Cauchy-Riemann (2.4). Elles sont dites analytiques.

$$\frac{\partial u}{\partial m} = \frac{\partial v}{\partial n}$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = -\frac{\partial v}{\partial m}$$
(2.4)

Soit Z l'espace de départ (Fig. 13), et z un point de cet espace de coordonnées (m, n), et on note t, son image dans l'espace d'arrivée T par une transformation conforme, de coordonnées (u(m, n), v(m, n)). Ainsi (2.5) :

$$t = F(z) = F(m + jn) = u(m, n) + jv(m, n).$$
(2.5)

De cette façon, u et v vont satisfaire aux conditions de Cauchy-Riemann (2.4) et à l'équation de Laplace (2.6) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial m^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial n^2} = 0$$
(2.6)

Pour $\phi(m, n)$ une fonction de potentiel scalaire dans le plan des coordonnées (m, n) correspond une fonction de potentiel scalaire $\Phi(u, v)$ dans le plan des coordonnées (u, v) par la relation (2.7) [44] :

$$\phi(m,n) = \Phi(u(m,n), v(m,n)).$$
(2.7)

En absence de sources (courant, ...), les champs magnétiques s'expriment dans les plans Z et T par (2.8) :

$$rot(H_z) = 0$$

$$rot(H_t) = 0$$
(2.8)

Il en découle que :

$$H_{z} = -grad(\phi(m, n)) = -\frac{\partial \phi}{\partial m} - j\frac{\partial \phi}{\partial n} = H_{m} + jH_{n}$$

$$H_{t} = -grad(\Phi(u, v)) = -\frac{\partial \Phi}{\partial u} - j\frac{\partial \Phi}{\partial v} = H_{u} + jH_{v}$$
(2.9)

Or, d'après l'équation (2.7), nous pouvons écrire les relations suivantes (2.10):

$$\frac{\partial \phi}{\partial m} = \frac{\partial \Phi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial m} + \frac{\partial \Phi}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial m}
\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \Phi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial \Phi}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial n}$$
(2.10)

En combinant les relations (2.9) et (2.10), nous obtenons :

$$H_z = H_u \frac{\partial u}{\partial m} + H_v \frac{\partial v}{\partial m} + j \left(H_u \frac{\partial u}{\partial n} + H_v \frac{\partial v}{\partial n} \right)$$
(2.11)

En appliquant les conditions de Cauchy-Riemann, l'équation (2.11) dévient :

$$H_z = (H_u + jH_v)(\frac{\partial u}{\partial m} - j\frac{\partial v}{\partial m}) = H_t(\frac{\partial u}{\partial m} - j\frac{\partial v}{\partial m})$$
(2.12)

Rappelons que t=u(m,n)+jv(m,n)=t(z) et que $\frac{\partial z}{\partial m}=\frac{\partial(m+jn)}{\partial m}=1$, Ainsi :

$$\frac{\partial t}{\partial m} = \frac{\partial u}{\partial m} + j \frac{\partial v}{\partial m} = \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial m} = \frac{\partial t}{\partial z}$$
(2.13)

Le conjugué de la grandeur complexe $\frac{\partial t}{\partial z},$ est donné par :

$$\overline{\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)} = \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial m} + j\frac{\partial v}{\partial m}\right)} = \frac{\partial u}{\partial m} - j\frac{\partial v}{\partial m}$$
(2.14)

En injectant le résultat de l'équation (2.14) dans la relation (2.12), le champ magnétique de la structure saillante du plan z s'obtient par une modulation du champ magnétique de la structure lisse du plan t grâce à l'équation suivante :

$$H_z = H_t(\overline{\frac{\partial t}{\partial z}}) \tag{2.15}$$

Avec $\overline{\frac{\partial t}{\partial z}} = \overline{\lambda}$, le conjugué de la fonction de perméance relative complexe. De la même manière, l'induction magnétique dans l'entrefer d'une structure saillante peut être exprimée en fonction de l'induction magnétique de la structure lisse et de la fonction de perméance relative complexe par :

$$B_z = B_t \bar{\lambda} \tag{2.16}$$

Pour conclure sur la méthode des transformations conformes, nous rappelons qu'elle permet de tenir compte des composantes (radiale et tangentielle) de l'induction magnétique, et qu'elle reste une voie prometteuse pour la prise en compte de l'entrefer variable, car plusieurs transformations conformes offrent la possibilité de transformer des géométries relativement complexes.

L'enjeu est de garder l'aspect analytique de l'approche sans avoir à recourir à des outils de transformations numériques.

Similairement aux autres méthodes analytiques, la méthode de transformations conformes ne considère pas la non-linéarité du matériau magnétique, mais elle peut être couplée avec d'autres méthodes (coefficients de saturation, réseaux de réluctances ou encore éléments finis) pour pallier ce problème.

2.2 Considération de la saturation magnétique dans les modélisations électromagnétiques analytiques

Les modèles électromagnétiques analytiques font généralement l'hypothèse que la saturation magnétique est négligée. Ainsi les amplitudes des inductions magnétiques prédites par ces modèles sont beaucoup plus importantes que celles réellement prédites par un modèle électromagnétique éléments finis pour une machine saturée. Afin de tenir compte de la non-linéarité du matériau, les modèles électromagnétiques analytiques sont souvent couplés à d'autres méthodes telles que : les modèles numériques (éléments finis [49]), semi-numériques (réseaux de réluctances [50]) ou des approches analytiques (courants fictifs de saturation magnétique [51], coefficients de saturation magnétique [60]).

Par la suite, nous allons nous intéresser aux deux approches analytiques de prise en compte de la saturation magnétique (courants fictifs et coefficients de saturation magnétique). Ce choix se justifie par les raisons suivantes :

- Une compatibilité avec les méthodes analytiques linéaires (transformations conformes, sous-domaines);
- Calcul des réluctances uniquement dans le fer (pour la non-linéarité);
- Une précision comparable aux éléments finis avec un gain en temps de calcul;

2.2.1 Méthode des courants fictifs de saturation magnétique

La méthode des courants fictifs de saturation magnétiques consiste à modéliser un matériau non linéaire par son équivalent linéaire en rajoutant une distribution des courants. Ces courants ont pour but de créer un champ magnétique qui s'oppose au champ magnétique principal en linéaire (issu des aimants par exemple, ou des courants d'excitation). Cela permet de baisser le niveau d'induction magnétique linéaire et le rendre équivalent à celui de l'induction magnétique en saturé.

Fig. 14 schématise le principe de cette méthode des courants équivalents (fictifs) modélisant l'effet de la saturation magnétique.



FIGURE 14 – Principe de la méthode des courants fictifs de saturation magnétique

Dans ses travaux, Ana Hanic [51] propose une nouvelle méthode de modélisation des machines à aimants en surface à vide. Cette méthode est basée sur les transformations conformes et la méthode des courants fictifs pour la prise en compte de la saturation magnétique à vide. En effet, l'effet d'encoches stator en linéaire est modélisé par l'outil SC toolbox. En exploitant les conditions de symétrie des dents stator, les transformations conformes sont appliquées à la moitié d'une dent stator afin de gagner en temps de calcul. En ce qui concerne la saturation magnétique, des courants fictifs sont placés dans les encoches stator et sur la surface externe de la culasse rotor. Ces courants sont homogènes à des ampères-tours (forces magnétomotrices). Ils sont calculés par le produit des flux traversant les dents stator et les culasses du stator et du rotor par les réluctances (non-linéaires) des dents stator et des culasses du stator et du rotor. Ces courants sont calculés de manière itérative afin de converger vers le niveau de saturation magnétique correspondant à celui de la machine à vide. Le critère de convergence est porté sur la variation relative des courants fictifs. Cette variation ne doit pas dépasser une tolérance de 0.1%. Par la suite, cette méthode a été étendue pour traiter le cas de fonctionnement en charge de la machine à aimants en surface [52]. Cependant, le critère de convergence a été modifié pour être porté sur la variation relative des potentiels magnétiques. Toutefois la tolérance a été maintenue à 0.1%. En effet, le modèle en charge s'avère plus complexe. Il est moins facile à mettre en place que le modèle à vide.

Les auteurs de l'article [53] ont opté également pour la méthode des courants fictifs pour tenir compte de la saturation magnétique à vide. Les machines modélisées sont à aimants en surface saturées au stator. L'effet d'encoches stator est pris en compte à l'aide de la méthode de transformations conformes proposée par Zarko [45]. Quant aux courants fictifs de saturation magnétiques, ils sont obtenus par réseaux de réluctances au stator. La méthode de Newton–Raphson est utilisée pour résoudre le système de réseaux de réluctances non linéaire. Postérieurement, cette méthode a été améliorée pour couvrir le cas de fonctionnement en charge de la machine à aimants en surface [54].

La méthode de courants fictifs associée à la méthode de transformations conformes a été appliquée à une machine à aimants insérés à vide [55]. L'effet des encoches stator est pris en compte à l'aide de l'outil SC toolbox. Les aimants ont été modélisés par des courants équivalents. Au sujet de la saturation magnétique à vide, des courants fictifs ont été placés au niveau du rayon d'alésage stator pour modéliser l'effet de la saturation. Ces courants de saturation sont calculés de manière itérative par réseaux de réluctances non linéaires. La convergence du modèle est géré par l'algorithme de Newton–Raphson.

Certains auteurs ont combiné la méthode de courants fictifs avec la méthode analytique de sous-domaines [56][57]. En effet, dans ces travaux, les courants fictifs sont calculés à l'aide de réseaux de réluctances dans le fer. Cette approche a été utilisée pour modéliser différentes topologies de machines telles que : machine axiale [58], machines synchrones à aimants permanents à double rotor [59].

Pour finir, la méthode de courants fictifs offre la possibilité de tenir compte de la saturation magnétique. Toutefois, cette approche ne sera pas retenue dans ces travaux pour les raisons suivantes :

- Complexité de la mise en place de la méthode pour le fonctionnement en charge;
- Un modèle de réseaux de réluctances complexes est requis pour converger vers les valeurs des courants fictifs. Cela peut limiter la capacité de la méthode à s'adapter aux changement des paramètres de conception de la machine (modifier facilement le nombre de pôles ou le nombre d'encoches stator)

2.2.2 Méthode de coefficients de saturation magnétique

Principe de la méthode de coefficients de saturation

Considérons un simple circuit magnétique (Fig. 15 a) avec un matériau non linéaire et un entrefer mécanique noté g. Lorsque ce dispositif est alimenté et fonctionne dans la zone de saturation du matériau, le champ magnétique provoque une modification locale du comportement magnétique de certaines zones dans le fer.

En effet, la perméabilité du matériau dans ces zones chute et devient, d'un point de vue magnétique, proche de celle du vide (μ_0) . C'est l'effet de la saturation magnétique. Ainsi, le champ magnétique créé dans cette structure est plus faible que celui créé dans la même structure si le matériau est considéré linéaire.

Afin de retrouver le même niveau de champ magnétique dans l'entrefer, nous pouvons imaginer que l'entrefer mécanique est augmenté d'une certaine quantité et devient $g_e > g$ et que le matériau est supposé linéaire (Fig. 15 b).



FIGURE 15 – Principe de la méthode des coefficients de saturation [60].

La force magnétomotrice (f.m.m) de ces deux structures équivalentes (Fig. 15 a et b) s'écrit (2.17) :

$$f.m.m = gH_g + L_{fe}H_{fe} = g_eH_g$$
(2.17)

Où H_g et H_{fe} sont respectivement le champ magnétique dans l'entrefer et dans la partie ferromagnétique. L_{fe} est la longueur du trajet moyen du flux canalisé dans le fer.

Le coefficient de saturation magnétique $(K_{sat} \ge 1)$ représente la part d'augmentation de l'entrefer mécanique g nécessaire pour tenir compte de l'effet de la saturation magnétique. Il est donné par (2.18):

$$g_e = gK_{sat} \tag{2.18}$$

D'après (2.17) et (2.18), le coefficient de saturation peut être exprimé en fonction des paramètres du circuit magnétique par la relation suivante :

$$K_{sat} = \frac{gH_g + L_{fe}H_{fe}}{gH_g} = 1 + \frac{L_{fe}H_{fe}}{gH_g}$$
(2.19)

La relation (2.19) montre que le calcul du coefficient de saturation nécessite la connaissance des trajets exacts des flux canalisés dans le fer ainsi que le calcul des champs magnétiques dans l'entrefer et dans le fer avec une bonne précision.

En outre, le coefficient de saturation magnétique est supérieur à 1 et quantifie le ratio de la chute de tension magnétique (homogène à une force magnétomotrice) dans le fer par rapport à l'entrefer.

La structure (Fig. 15 c) a été présentée dans les travaux de thèse [60] où une simple recherche itérative pour déterminer la valeur du K_{sat} a été présentée.

Nous allons décrire l'algorithme de recherche itérative à appliquer pour déterminer ce coefficient de saturation.

Tout d'abord, le modèle électromagnétique linéaire du circuit magnétique nous permet de calculer le champ magnétique H_q dans l'entrefer.

Dans un premier temps la chute de tension magnétique dans le fer est négligée (soit $K_{sat} = 1$). Si nous considérons que la section de passage du flux est constante entre l'entrefer et le fer et que les flux de fuite sont négligés, nous obtenons l'induction dans l'entrefer $B_g = \mu_0 H_g$ qui est égale à l'induction dans le fer B_{fe} . Par la suite nous pouvons déterminer le champ magnétique dans le fer en utilisant la courbe B(H) du matériau.

Ainsi nous obtenons les éléments requis pour évaluer la relation (2.19). Cette procédure doit être répétée jusqu'à l'obtention du bon coefficient de saturation.

La méthode des coefficient de saturation magnétique a été abordée dans la littérature. Dans son ouvrage de Gieras [18], des coefficients de saturation magnétique sont définis pour deux topologies de machines électriques (machines asynchrones et machines à aimants en surface).

Les auteurs de travaux [61][62] ont repris cette définition afin de calculer des coefficients de saturation magnétique pour une machine à aimants en surface. L'effet des encoches stator est intégré à travers la méthode des transformations conformes. En revanche, dans ces travaux la mise en œuvre de la méthode des coefficients de saturation n'était pas complète. En effet, la boucle d'itération n'a pas été introduite (un seul calcul) et les trajets de lignes de champ également n'ont pas été respectés (les coefficients de saturation sont calculés avec une hypothèse de rebouclage de lignes de champ magnétique entre chaque paire de dents stator successives).

La méthode présentée dans les travaux [61] a été reprise par l'un des ses auteurs dans d'autres travaux afin d'intégrer une boucle de calcul des coefficients de saturation [63].

Dans ses travaux de thèse, Mahmoud [60] a introduit des coefficients locaux de saturation magnétique pour tenir compte de la saturation du stator et du rotor pour une machine synchroréluctante (avec rotor à barrières de flux). La méthode de transformations conformes a été employée pour tenir compte des effets d'encoches stator [64]. Cependant, la composante orthoradiale de l'induction magnétique a été négligée.

A propos de la saturation magnétique, le niveau d'induction magnétique en linéaire est diminué de manière itérative jusqu'à la convergence vers le niveau d'induction magnétique en saturé [65]. La saturation magnétique a été considérée en deux temps. En premier lieu, le stator a été considéré saturé en prenant l'hypothèse que le rotor n'est pas saturé. Ainsi, les coefficients de saturation côté stator ont été obtenus par calcul itératif. En partant de résultats obtenus, la saturation magnétique au rotor a été traitée. Ainsi les coefficients de saturation magnétique côté rotor à barrières de flux ont été calculés.

Dans l'article [66], la méthode de coefficients de saturation magnétique a été appliquée à une machine à réluctance variable. La composante orthoradiale de la perméance de l'entrefer n'a pas été prise en compte.

En somme, la méthode de coefficients de saturation magnétique semble être un bon candidat pour modéliser la saturation magnétique. Ainsi, cette approche sera retenue pour ces travaux. Notamment pour les raisons ci-dessous :

- Utilisation des réluctances non-linéaires simples dans la partie fer;
- Simple à mettre en place et compatible avec la modification des paramètres (discrets et continus) de la machine;

Conclusion sur l'état de l'art et positionnement de la thèse

Nous avons présenté un état de l'art sur les méthodes de modélisation électromagnétique des machines électriques. Cette modélisation est d'une grande importance dans l'étude du comportement vibro-acoustique des machines électriques. La machine synchrone à rotor bobiné présente une complexité pour les méthodes analytiques à cause de la forme complexe du pôle rotor et des niveaux de saturation magnétique qu'elle peut atteindre.

Les méthodes numériques, notamment les éléments finis [1]-[7] sont des outils très efficaces pour la modélisation des structures complexes et permettent de calculer les grandeurs électromagnétiques locales (inductions) ou globales (flux, tensions, couples), avec une très bonne précision. Cependant, ces méthodes numériques sont coûteuses en temps de calcul. Ainsi la méthode des éléments finis servira de méthode de référence pour vérifier la pertinence du modèle analytique électromagnétique que nous allons développer.

Nous avons également cité la méthode semi-numérique (ou semi-analytique) basée sur un réseau de réluctances. Cette méthode offre la possibilité de prendre en compte la saturation magnétique dans le fer et permet de modéliser des structures relativement complexes. Mais elle présente quelques limites, notamment, la nécessité de la connaissance préalable des trajets du flux magnétique car les lignes de champ sont supposées suivre des trajets imposés. Ainsi cette méthode n'est pas très précise, en particulier dans la partie entrefer des machines. De plus la considération du mouvement des parties mobiles de dispositifs électromagnétiques requiert le développement d'un réseau de réluctances dynamiques [13]. Sans oublier que la méthode de réseau du réluctances n'est pas générique (en cas de changement de géométrie ou d'une rotation du rotor).

Toutefois, elle peut être intéressante et avantageuse dans le cas d'un couplage avec des méthodes analytiques pour la prise en compte de la saturation magnétique par exemple.

Les méthodes analytiques sont connues pour être rapides et efficaces et ainsi adaptées à la phase de pré-dimensionnement des machines électriques.

Parmi ces méthodes, la méthode des fonctions de perméance, est une approche analytique qui offre la possibilité de modéliser les différentes types de bobinage avec une fonction de force magnétomotrice et permet également de prendre en compte la saillance, la saturation magnétique, l'excentricité à travers des fonctions de perméances surfaciques [19]. Mais elle ne permet pas de calculer la composante tangentielle de l'induction magnétique dans l'entrefer. En effet, l'effet de la composante tangentielle n'est pas à négliger, en particulier, dans le cas d'une étude vibro-acoustique de la machine synchrone à rotor bobiné.

La méthode analytique basée sur la résolution des équations de Maxwell, (appelée aussi : méthode de sous-domaines) est une approche analytique qui subdivise la géométrie en plusieurs régions à faibles perméabilités afin de résoudre les équations de Maxwell dans ces régions et déterminer le potentiel vecteur magnétique (notamment dans l'entrefer) en exploitant les conditions aux limites et d'interface entre les différentes régions [26]. Les composantes radiale et tangentielle de l'induction magnétique dans l'entrefer sont calculées avec une très bonne précision en linéaire. Cette approche permet de modéliser des structures à simple ou à double saillance. Néanmoins, elle n'est adaptée qu'aux structures avec des formes géométriques simples et régulières. En effet elle ne permet pas de prendre en compte la complexité du pôle rotor de la machine synchrone à rotor bobiné par exemple. De surcroît, la saturation magnétique n'est naturellement pas prise en compte dans cette méthode. Mais elle peut être prise en compte à l'aide de l'approche de

courants fictifs [56]-[59].

Les transformations conformes sont des fonctions de la variable complexe qui permettent de transformer une structure complexe en une autre plus simple. Ce concept a été exploité pour modéliser la saillance des machines électriques, plus largement les machines à aimants permanents. Au tout début, un coefficient a été proposé par Carter pour moduler l'induction magnétique moyenne d'une structure lisse afin de reproduire l'effet de la saillance [38]. Ensuite une fonction de perméance relative radiale a été introduite par Zhu basée sur le modèle d'une encoche [39]. Zarko a amélioré cette approche en exploitant la propriété des variables complexes des transformations conformes. Il a proposé ainsi une fonction de perméance relative complexe appliquée au modèle d'une encoche stator infiniment profonde [45]. Ainsi les deux composantes radiale et tangentielle du flux magnétique dans l'entrefer de la machine saillante peuvent être obtenues.

La linéarité est l'une des grandes hypothèses de cette méthode. Toutefois, elle peut être combinée avec d'autres méthodes (éléments finis [49], réseaux de réluctances [50], courants fictifs [51] ou coefficients de saturation [60]) pour combler ce manque.

De manière générale, les transformations conformes sont des outils puissants pour transformer des géométries complexes en géométries simples. De ce fait, la méthode de transformations conformes semble ouvrir des possibilités de prise en compte de la géométrie (forme du pôle rotor et double saillance) complexe d'une machine synchrone à rotor bobiné. Fig. 16 montre l'exemple d'une transformation conforme bilinéaire (encore connu sous le nom de transformation homographique ou transformation de Möbius), qui permet de transformer deux cercles non-concentriques en deux cercles concentriques (à l'image d'une machine lisse). Cette idée sera testée pour modéliser l'entrefer variable de la machine synchrone à rotor bobiné.



FIGURE 16 – Considération d'un entrefer variable par la transformation de Möbius [37]

D'autres transformations peuvent également être intéressantes comme la transformation de Joukowski qui permet de transformer une forme elliptique en forme circulaire [37].

Par la suite, nous allons réaliser la modélisation de la machine synchrone à rotor bobiné, en se basant sur le principe des transformations conformes. Les résultats du modèle analytique linéaire seront comparés à ceux issus de la méthode des éléments finis. Ensuite, la prise en compte de la saturation magnétique dans le modèle électromagnétique analytique sera abordée. La méthode de coefficients de saturation magnétique sera mise en place pour la machine synchrone à rotor bobiné. Enfin la prise en compte la complexité du pôle rotor de la machine synchrone à rotor bobiné sera discutée en annexe.

3 MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALY-TIQUE LINÉAIRE

Chapitre 3 :

Intro	$\operatorname{oduction}$. 48
3.1	Modélisation de la distribution du bobinage		. 49
	3.1.1 Induction magnétique créée par le rotor, machine lisse		. 53
	3.1.2 Induction magnétique créée par le rotor et le stator, machine li	sse .	. 56
3.2	Modélisation de la saillance par la méthode des transformations confor	mes	. 57
	3.2.1 Modélisation de l'effet d'encoches stator et du pôle rotor		. 58
	3.2.2 Modélisation de l'effet de la double saillance		. 63
3.3	Calcul de l'induction magnétique de la machine synchrone à rotor bob	iné .	. 64
3.4	Comparaison des résultats du modèle électromagnétique analytique a	vec la	
	méthode des éléments finis		. 65
	3.4.1 Induction magnétique		. 66
	3.4.2 Couple électromagnétique		. 69
	3.4.3 Flux magnétiques		. 71
	3.4.4 Tensions induites		. 73
	3.4.5 Cartographies de pressions magnétiques		. 74
Con	clusion sur le modèle électromagnétique analytique linéaire \ldots		. 76

Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter la modélisation électromagnétique analytique du moteur synchrone à rotor bobiné (MSRB) en linéaire. En effet, cette modélisation est basée sur la méthode analytique des transformations conformes (CM : Conformal Mapping). Le but étant de mettre au point un outil analytique de calcul rapide des grandeurs internes magnétiques du moteur, pour en déduire de manière efficace des comportements des pressions magnétiques. Le modèle électromagnétique analytique va servir également pour le calcul des grandeurs globales de la machine (flux, tensions et couple électromagnétique).

Le moteur (MSRB) présente une double saillance (les encoches au stator ainsi que la forme du pôle rotor). Ainsi nous allons proposer un modèle analytique pour tenir compte de l'effet de la double saillance sans recourir aux outils de transformations conformes numériques, tel que l'outil SC toolbox (souvent utilisé pour la modélisation de la double saillance).

Sous l'hypothèse de linéarité du matériau magnétique, l'approche analytique de modélisation électromagnétique du moteur (MSRB) que nous proposons, est constituée de deux parties :

- 1. Primo, nous allons considérer une machine lisse (structure lisse au stator et au rotor). Ensuite, la solution analytique du potentiel vecteur magnétique de la structure lisse est établie grâce à la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer. Ainsi les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique lisse dans l'entrefer sont obtenues. Cette induction permet de tenir compte de la distribution du bobinage du stator et de l'excitation du rotor.
- 2. Secundo, nous intégrons l'effet de la double saillance à travers une fonction de perméance relative (normalisée) complexe. Cette fonction sert à moduler le champ magnétique de la structure lisse afin de reproduire l'effet de la saillance. Elle dérive des transformations géométriques ayant l'avantage de préserver la réalité physique (champs magnétiques) en transformant une structure complexe (encochée, saillante) en une autre plus simple (lisse) [35]-[37].

Ces deux grandes étapes du modèle vont permettre de calculer l'induction magnétique dans l'entrefer (composantes radiale et orthoradiale) pour toutes les positions du rotor. Fig. 17 donne une vision de la méthodologie suivie pour la construction du modèle analytique et pour l'obtention des grandeurs de sortie du modèle de la machine (inductions magnétiques radiale et orthoradiale, flux magnétiques, tensions, couple électromagnétique ainsi que les pressions magnétiques radiale et orthoradiale).



FIGURE 17 – Méthodologie de construction de l'outil électromagnétique analytique

Les pressions magnétiques dans l'entrefer vont être calculées à l'aide des composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer.

3.1 Modélisation de la distribution du bobinage

Dans cette partie, nous allons considérer une structure lisse du moteur (stator et rotor lisses). L'objectif étant de calculer les inductions magnétiques créées par la distribution du bobinage du stator et de l'excitation du rotor sans l'impact géométrique de la saillance. Ainsi, pour modéliser la distribution du bobinage dans une machine lisse, nous allons placer des densités linéiques de courants aux extrémités du stator (rayon d'alésage stator) et du rotor (rayon extérieur rotor) de la structure lisse (Fig. 18).



FIGURE 18 – Schématisation des bobinages du stator et du rotor et leurs représentations simplifiées par des nappes des courants

Plusieurs travaux scientifiques ont proposé, en détail, l'élaboration de la solution de l'induction magnétique lisse, dans l'entrefer, créée par les armatures stator d'une machine à aimants permanents surfaciques [33],[67]. Les bobinages d'excitations stator et rotor peuvent être modélisés par des distributions de densités linéiques de courants aux extrémités du stator (rayon d'alésage stator) et du rotor (rayon extérieur rotor) de la structure lisse. Fig. 19 montre la distribution de la densité linéique du courant traversant le bobinage rotor (J_{rotor}) placée sur la surface extérieure du rotor de la structure lisse à une position donnée du rotor. Cette densité s'étale sur une ouverture interpolaire (fictive) égale à l'ouverture interpolaire de la structure réelle (saillante).



 ${\rm FIGURE}$ 19 – Distribution de la densité linéique du courant rotor de la structure lisse à une position donnée du rotor

Pour pouvoir calculer les composantes radiales et orthoradiales de l'induction magnétique lisse dans l'entrefer, nous allons d'abord nous intéresser au calcul du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer. Ce potentiel vecteur magnétique est la solution de l'équation de Laplace dans l'entrefer.

En admettant que la machine est suffisamment longue et que la perméabilité du fer est infinie, l'équation de Laplace dans l'entrefer, en coordonnées polaires, peut être exprimée par (3.1):

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0$$
(3.1)

Avec r: rayon dans l'entrefer, θ la position angulaire dans l'entrefer et A la seule composante non-nulle du potentiel vecteur magnétique (selon l'axe z).

Pour résoudre cette équation (3.1), nous allons utiliser la méthode de séparation des variables [28]. Cette méthode consiste à chercher une solution du potentiel vecteur magnétique sous la forme d'un produit de deux fonctions (3.2). La première R(r) dépendant uniquement de la variable θ . Ainsi nous avons (3.2) :

$$A(r,\theta) = R(r)T(\theta) \tag{3.2}$$

En combinant (3.1) et (3.2) nous pouvons écrire (3.3) :

$$\ddot{R}(r)T(\theta) + \frac{1}{r}\dot{R}(r)T(\theta) + \frac{1}{r^2}R(r)\ddot{T}(\theta) = 0$$
(3.3)

En divisant l'équation (3.3) par $R(r)T(\theta)$ (non-nul) et en multipliant par r^2 , nous avons :

$$r^2 \frac{\ddot{R}(r)}{R(r)} + r \frac{\dot{R}(r)}{R(r)} = -\frac{\ddot{T}(\theta)}{T(\theta)} = \gamma$$
(3.4)

Avec γ une constante quelconque, appelée la constante de séparation.

Le problème revient maintenant à résoudre deux équations différentielles, l'une dépendant seulement de la variable r et l'autre dépendant uniquement de la variable θ . Le choix de la variable γ strictement positif nous permet de fixer les valeurs propres. Ainsi nous posons $\gamma = n^2$.

L'ensemble des fonctions propres associées à la variable θ sont les solutions l'équation : $\ddot{T}(\theta) + n^2 T(\theta) = 0$, elles sont de la forme :

$$T_n(\theta) = A_{1n}\cos(n\theta) + B_{1n}\sin(n\theta) \tag{3.5}$$

Une fois les valeurs propres connues, nous pouvons résoudre la seconde équation différentielle de la variable $r : r^2 \ddot{R}(r) + r\dot{R}(r) - n^2 R(r) = 0$. La solution générale de cette équation est de la forme :

$$R_n(r) = A_{2n}r^n + B_{2n}r^{-n} (3.6)$$

Par conséquent, le potentiel vecteur magnétique A s'obtient par la superposition de l'ensemble des solutions :

$$A(r,\theta) = \sum_{n=1}^{+\infty} R_n(r) T_n(\theta) = \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \cos(n\theta) + (C_n r^n + D_n r^{-n}) \sin(n\theta)$$
(3.7)

Les constantes d'intégration $(A_n, B_n, C_n \text{ et } D_n)$ sont déterminées à partir des conditions aux limites (Fig. 20).



FIGURE 20 – Conditions aux limites pour une structure lisse pour calculer le potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer : a) seul le stator est alimenté b) seul le rotor est alimenté

Ces conditions aux limites à satisfaire en considérant les excitations du stator et du rotor séparément (théorème de superposition) sont données respectivement par (3.8) et (3.9).

$$H_{\theta_{|r=R_s}} = -J_{stator}$$

$$H_{\theta_{|r=R_r}} = 0$$
(3.8)

$$H_{\theta_{|r=R_s}} = 0$$

$$H_{\theta_{|r=R_r}} = -J_{rotor}$$
(3.9)

Où R_s est le rayon interne du stator, R_r est le rayon externe du rotor, J_{stator} et J_{rotor} sont respectivement les densités linéiques des courants du stator et du rotor en (A/m) exprimées en fonction de θ .

Une fois le potentiel vecteur magnétique déterminé, les deux composantes radiale $(B_{r-smooth}(r,\theta))$ et orthoradiale $(B_{\theta-smooth}(r,\theta))$ de l'induction magnétique de la structure lisse dans l'entrefer peuvent être calculées par (3.10) :

$$B_{r-smooth}(r,\theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta}$$

$$B_{\theta-smooth}(r,\theta) = -\frac{\partial A}{\partial r}$$
(3.10)

En appliquant le théorème de superposition dans l'entrefer, l'induction magnétique lisse totale (3.11) est obtenue en faisant la somme algébrique des inductions lisses créées par les excitations

du stator $(B_{stator-smooth} : rotor non alimenté)$ et du rotor $(B_{rotor-smooth} : stator non alimenté) :$

$$\vec{B}_{smooth} = \vec{B}_{stator-smooth} + \vec{B}_{rotor-smooth} \tag{3.11}$$

Nous allons maintenant aborder la mise en œuvre de cette démarche pour calculer les inductions magnétiques créées par l'excitation rotor (sans alimenter le stator) puis celles créées par le bobinage du stator (sans alimenter le rotor).

3.1.1 Induction magnétique créée par le rotor, machine lisse

Dans cette partie, nous allons prendre l'exemple de la machine lisse à vide (seul le rotor est alimenté) pour la détermination du potentiel vecteur magnétique. Mais nous allons voir plus loin que les étapes développées ici sont directement applicables dans le cas où seul le stator est alimenté.

Afin de calculer l'induction magnétique créée par l'alimentation du rotor seule, nous allons considérer une densité linéique du courant rotor placée sur la surface externe $(r = R_r)$ du rotor (Fig. 19). Ainsi nous allons pouvoir déterminer les constantes d'intégration intervenant dans l'expression du potentiel vecteur magnétique (3.7). Pour cela, intéressons-nous aux conditions aux limites (3.9) qui nous permettront de déterminer les expressions des constantes d'intégration du potentiel vecteur magnétique A.

Le fait que le stator ne soit pas alimenté nous permet d'avoir $H_{\theta|_{r=R_s}} = 0$, or $H_{\theta|_{r=R_s}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r}|_{r=R_s}$. En exploitant cette condition, nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial A}{\partial r}|_{r=R_s} = 0$$

$$= n \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n R_s^{n-1} - B_n R_s^{-n-1}) \cos(n\theta) + (C_n R_s^{n-1} - D_n R_s^{-n-1}) \sin(n\theta)$$
(3.12)

D'après (3.12), nous avons :

$$A_n R_s^{n-1} - B_n R_s^{-n-1} = 0 \quad \Rightarrow B_n = A_n R_s^{2n}$$

$$C_n R_s^{n-1} - D_n R_s^{-n-1} = 0 \quad \Rightarrow D_n = C_n R_s^{2n}$$
(3.13)

L'expression du potentiel vecteur magnétique créé par le rotor devient :

$$A(r,\theta) = \sum_{n=1}^{+\infty} A_n (r^n + r^{-n} R_s^{2n}) \cos(n\theta) + C_n (r^n + r^{-n} R_s^{2n}) \sin(n\theta)$$
(3.14)

Le fait que le rotor soit alimenté nous permet d'avoir $H_{\theta|_{r=R_r}} = -J_{rotor}$, or $H_{\theta|_{r=R_r}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r}|_{r=R_r}$. De ce fait, nous avons :

$$\frac{\partial A}{\partial r}|_{r=R_r} = \mu_0 J_{rotor}$$

$$= \sum_{n=1}^{+\infty} n A_n (R_r^{n-1} - R_r^{-n-1} R_s^{2n}) \cos(n\theta) + n C_n (R_r^{n-1} - R_r^{-n-1} R_s^{2n}) \sin(n\theta)$$
(3.15)

Pour simplifier l'expression du potentiel vecteur magnétique A créé par le rotor, nous posons :

$$A_{nn} = nA_n (R_r^{n-1} - R_r^{-n-1} R_s^{2n})$$

$$C_{nn} = nC_n (R_r^{n-1} - R_r^{-n-1} R_s^{2n})$$
(3.16)

La densité de courant J_{rotor} présentée par Fig.19 est une fonction paire $(J_{rotor}(-\theta) = J_{rotor}(\theta))$ et présente une symétrie de glissement $(J_{rotor}(\frac{\pi}{p} + \theta) = -J_{rotor}(\theta))$. Ainsi sa décomposition en série de Fourier ne contient que des termes impairs de cosinus. Elle s'exprime par :

$$J_{rotor} = \sum_{k=1,3,5}^{+\infty} a_{kr} cos(pk\theta_r)$$
(3.17)

Avec $\theta_r = \theta - wt - \theta_{rs}$, où θ_{rs} l'angle qui décrit la position du rotor par rapport à l'axe de référence du stator. w est la pulsation et t le temps (on prend t = 0s). p le nombre de paires de pôles.

Les coefficients a_{kr} sont donnés par $a_{kr} = \frac{4}{k\pi} \frac{N_f I_f}{R_r \theta_{pole}} sin(\frac{pk\theta_{pole}}{2})$. Avec Nf nombre de spires au rotor, If le courant d'excitation au rotor et θ_{pole} (Fig.19) l'angle correspondant à l'arc occupé par le bobinage au rotor (ouverture interpolaire).

En combinant les relations (3.15), (3.16) et (3.17), nous en déduisons que :

- Pour les coefficients A_{nn} , on a : $A_{nn} = \mu_0 a_{kr}$ si n = pk et $A_{nn} = 0$ sinon ;
- Pour les coefficients C_{nn} , $\forall n$ on a : $C_{nn} = 0$, car J_{rotor} ne contient pas de termes en sinus.

Nous pouvons maintenant calculer les constantes d'intégration A_n et C_n . D'après (3.16), nous avons :

$$\begin{cases}
A_n = \frac{A_{nn}}{n(R_r^{n-1} - R_r^{-n-1}R_s^{2n})} \\
= \frac{\mu_0 a_{kr}}{pk(R_r^{pk-1} - R_r^{-pk-1}R_s^{2pk})} \\
C_n = 0
\end{cases}$$
(3.18)

Le potentiel vecteur magnétique créé par le courant rotor (3.14), s'exprime finalement par :

$$A_{rotor}(r,\theta) = \sum_{k=1,3,5}^{+\infty} \frac{\mu_0 a_{kr}}{pk(R_r^{pk-1} - R_r^{-pk-1}R_s^{-2pk})} (r^{pk} + r^{-pk}R_s^{-2pk}) cos(pk\theta)$$
(3.19)

Après quelques transformations, on aboutit à l'expression suivante :

$$A_{rotor}(r,\theta_r) = \sum_{k=1,3,5}^{+\infty} \frac{\mu_0 a_{kr} R_r}{pk} \frac{\left(\frac{r}{R_s}\right)^{pk} + \left(\frac{r}{R_s}\right)^{-pk}}{\left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{pk} - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{-pk}} \cos(pk\theta_r)$$
(3.20)

A partir du potentiel vecteur magnétique, nous pouvons calculer les deux composantes (radiale et orthoradiale) de l'induction magnétique lisse dans l'entrefer créée par l'excitation rotor (3.10), soient :

$$B_{r-rotor-smooth}(r,\theta) = -\sum_{k=1,3,5}^{+\infty} \frac{\mu_0 a_{kr} R_r}{r} \frac{(\frac{r}{R_s})^{pk} + (\frac{r}{R_s})^{-pk}}{(\frac{R_r}{R_s})^{pk} - (\frac{R_r}{R_s})^{-pk}} sin(pk\theta_r)$$
(3.21)

$$B_{\theta-rotor-smooth}(r,\theta) = -\sum_{k=1,3,5}^{+\infty} \frac{\mu_0 a_{kr} R_r}{R_s} \frac{(\frac{r}{R_s})^{pk-1} + (\frac{r}{R_s})^{-pk-1}}{(\frac{R_r}{R_s})^{pk} - (\frac{R_r}{R_s})^{-pk}} \cos(pk\theta_r)$$
(3.22)

Fig. 21 montre les résultats du potentiel vecteur magnétique obtenus par la méthode des éléments finis et la résolution analytique de l'équation de Laplace par la méthode de séparation des variables que nous avons établie ici.



FIGURE 21 – Comparaison des potentiels magnétiques pour la machine lisse à vide (If = 2A)

Nous constatons que le potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer est prédit avec une très bonne précision à l'aide du calcul analytique. Ce résultat est confirmé par comparaison avec le potentiel vecteur magnétique obtenu par la méthode des éléments finis.



Fig. 22 montre les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique lisse dans l'entrefer, déduites du potentiel vecteur magnétique (relations (3.21) et (3.22)).

FIGURE 22 – Comparaison des inductions magnétiques radiales et orthoradiales pour la machine lisse à vide (If = 2A)

Les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique lisse créée par l'alimentation rotor sont bien prédites par le modèle analytique basée sur la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par le modèle éléments finis.

3.1.2 Induction magnétique créée par le rotor et le stator, machine lisse

Le modèle étant linéaire, nous pouvons appliquer le théorème de superposition dans l'entrefer, afin de calculer l'induction magnétique totale créée par les excitations stator et rotor de la structure lisse (3.11).

Pour le stator, nous avons pris la distribution de densité du courant stator pour un conducteur de la phase A du stator. Ensuite, nous avons suivi la même méthodologie que nous avons appliquée pour la détermination du potentiel vecteur magnétique créé par une excitation rotor. Toutefois, il faut tenir compte de la répartition du bobinage à travers le coefficient de bobinage [17]. Ce coefficient est donné par $K_d = sin(\frac{\pi(2k+1)}{6})/(qsin(\frac{\pi(2k+1)}{6q}))$. Avec q le nombre d'encoches par pôle et par phase et k le rang d'harmonique d'espace.

En considérant les déphasages entre les trois phases du stator, nous pouvons déduire l'induction magnétique créée par les deux autres phases du stator. La somme composante par composante des inductions magnétiques dans l'entrefer des trois phases stator donne l'induction magnétique créée par l'alimentation stator.

Fig. 23 montre une comparaison des résultats issus du modèle analytique et ceux obtenus par le modèle éléments finis.



FIGURE 23 – Inductions radiales et tangentielles en charge (Ir = 2A et Is = 100A) de la structure lisse à t = 0s

Nous pouvons constater que les deux composantes radiale et tangentielle (orthoradiale) de l'induction magnétique lisse en charge (stator et rotor alimentés) dans l'entrefer sont prédites avec une bonne précision.

Nous allons maintenant nous intéresser à la modélisation de l'effet d'encoches stator et pôles rotor en utilisant la méthode de transformations conformes.

3.2 Modélisation de la saillance par la méthode des transformations conformes

Dans cette partie de l'étude, nous allons aborder la modélisation de l'effet de la double saillance de la machine synchrone à rotor bobiné.

En effet, pour intégrer la double saillance de la machine (Fig. 24 a), nous allons diviser la structure de la machine en deux structures simplement saillantes (Fig. 24). La première structure est encochée au stator et lisse au rotor et permettra de calculer la perméance relative des encoches stator (Fig. 24 b). La seconde structure est saillante au rotor et lisse au stator (Fig. 24 c) et permettra de calculer la perméance relative des pôles rotor.



FIGURE 24 – Considération de l'effet de la double saillance, a) machine à rotor bobiné, b) structure encochée au stator, c) structure saillante au rotor.

Une fois les perméances relatives complexes du stator et du rotor calculées séparément, nous pouvons déterminer les composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative totale de la machine doublement saillante. Pour cela, nous allons nous appuyer sur des hypothèses qui traduisent les trajets des flux dans les différentes parties de la machine.

3.2.1 Modélisation de l'effet d'encoches stator et du pôle rotor

L'effet d'encoche sur l'induction magnétique peut être modélisé en s'appuyant sur des fonctions géométriques qui respectent certaines propriétés mathématiques. C'est le cas des transformations conformes. Celles-ci permettent de conserver la solution analytique des phénomènes physiques en passant d'un domaine où la géométrie est complexe à un autre domaine où la géométrie est relativement simple. Pour simplifier l'étude, tout en restant représentatif, nous allons faire les hypothèses suivantes :

- le modèle est 2D et les circuits magnétiques sont linéaires;
- les géométries des dents stator et pôle rotor sont simplifiées (Fig. 25);
- -- les encoches stator et rotor sont infiniment profondes.



FIGURE 25 – Simplification de la géométrie des dents stator et du pôle rotor

Le champ magnétique dans l'entrefer de la structure saillante est le produit du champ magnétique dans l'entrefer de la structure lisse correspondante (qui intègre la distribution des bobinages) par le conjugué d'une fonction de perméance relative complexe $(\bar{\lambda})$ qui reproduit l'effet de la saillance de la structure (Fig. 26). Cette relation se traduit par l'équation (3.23).

$$H_z = \lambda H_t \tag{3.23}$$
$$B_z = \bar{\lambda} B_t$$



FIGURE 26 – Principe de la méthode des transformations conformes

L'idée de l'approche des transformations conformes est de définir une fonction de perméance relative complexe λ . On notera $\overline{\lambda}$ le conjugué de λ . λ_r la partie réelle de λ et représentant la composante radiale. λ_{θ} la partie imaginaire et représentant la composante orthoradiale (tangentielle). Ainsi nous utilisons ce concept pour déterminer séparément les perméances relatives complexes du stator et du rotor (Fig. 24, structures b et c).

L'expression de la perméance relative complexe λ est obtenue à partir de l'application de la transformation de Schwarz-Christoffel, qui permet de transformer l'intérieur d'un polygone (les deux structures dans les plans z et t sont des polygones, Fig. 26) vers le demi plan supérieur d'un plan complexe w (Fig. 26). Ainsi la variable w va servir d'intermédiaire pour trouver le lien géométrique entre la structure encochée et la structure lisse [39][45].

Les transformations de Schwarz-Christoffel qui permettent de transformer les polygones (géométries des plan-z et plan-t: Fig. 26) vers le demi plan supérieur du plan-w, sont données respectivement par (3.24):

$$\frac{\partial z}{\partial w} = \frac{b'_0}{\pi} \frac{\sqrt{a^2 - w^2}}{1 - w^2} = f'_3(w)$$

$$\frac{\partial t}{\partial w} = \frac{2g'}{\pi} \frac{1}{(1 + w)(1 - w)} = f'_4(w)$$
(3.24)

L'expression de la perméance relative complexe est obtenue par la relation suivante [39].

$$\lambda = \frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial t}{\partial w} \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2g'}{b'_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 - w^2}} = \lambda_r + j\lambda_\theta \tag{3.25}$$

Où $a = \sqrt{1 + (\frac{2g'}{b'_0})^2}$, $g' = \ln \frac{R_s}{R_r}$. b'_0 est la largeur de l'encoche en coordonnées cartésiennes (plan-z, Fig. 26) et j nombre complexe $(j^2 = -1)$.

Afin que la perméance relative complexe λ soit complètement définie, les valeurs de w doivent être calculées. Pour cela, la relation entre z et w définie en (3.24) est exploitée. Ainsi, après un calcul intégral [39], l'équation suivante est obtenue (3.26) :

$$z = \frac{b'_0}{\pi} \left(\sin^{-1}\frac{w}{a} + \frac{g'}{b'_0} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2 - w^2} + \frac{2g'}{b'_0}w}{\sqrt{a^2 - w^2} - \frac{2g'}{b'_-}w}\right) \right)$$
(3.26)

Les valeurs de z étant connues (calculées à partir de la géométrie de l'encoche), les valeurs de w peuvent être obtenues en résolvant l'équation (3.26).

Les relations (3.24) dérivent de la transformation de Schwarz-Christoffel. Cette transformation est illustrée par (Fig. 26).

En effet, les valeurs de z dans l'entrefer, ont pour images le demi plan supérieur dans le plan de la variable complexe w-plan. Les sommets et les côtés du polygone dans le plan z (la forme de l'encoche cartésienne) ont pour images l'axe des réels dans le plan des w. En particulier, les a). De la même manière, les sommets $(t_1 \text{ et } t_2)$ du polygone dans le plan t (la structure lisse) sont transformés arbitrairement aux w suivants : (-1 et 1).

En effet, la transformation de Schwarz-Christoffel donne la possibilité de choisir arbitrairement les images de trois sommets d'un polygone [47][68]. Ce degré de liberté vient des transformations de Möbius dont fait partie la transformation de Schwarz-Christoffel et ce choix permet de garantir l'unicité de la transformation.

L'encoche stator et le pôle rotor sont généralement présentés dans un repère de coordonnées polaires. Nous allons noter s (3.27), la fonction complexe qui définit les coordonnées polaires des formes de l'encoche stator et du pôle rotor (Fig. 27 a et b).

$$s = r \exp(j\theta) \tag{3.27}$$



FIGURE 27 – Passage des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes

Pour passer de la forme de l'encoche stator (Fig. 27 a) à celle présentée dans le plan-z (Fig. 27 c), on définit la fonction logarithmique suivante (3.28) :

$$z = f_1(s) = j \ln \frac{s}{R_r} = -\theta + j \ln \frac{r}{R_r}$$

$$(3.28)$$

L'angle θ varie de $-\theta_s/2$ à $\theta_s/2$, Où θ_s est l'angle d'ouverture d'encoche stator.

Par exemple, appliquons l'équation (3.28) au rotor lisse dans le cas de la forme de l'encoche stator (Fig. 27 a), l'arc du rotor est défini dans le plan s par : $s = R_r \exp(j\theta)$. Ainsi, son image $(f_1(s))$ est donnée par (3.28) : $z = f_1(s) = -\theta + j \ln \frac{R_r}{R_r} = -\theta + j0$. Donc l'arc du rotor (lisse) est transformé à un segment appartenant à l'axe des abscisses dans le plan z.

La forme du pôle rotor (Fig. 27 b) peut être transformée vers la forme d'encoche en coordonnées cartésiennes (Fig. 27 c). Pour cela, nous utilisons une nouvelle fonction logarithmique complexe définie par (3.29) :

$$z = f_2(s) = -j\ln\frac{s}{R_s} = \theta - j\ln\frac{r}{R_s}$$

$$(3.29)$$

L'angle θ varie de $-\theta_r/2$ à $\theta_r/2$, Où θ_r est l'angle d'ouverture du pôle rotor $(\frac{\pi}{p})$. p le nombre de paires de pôles.

Par exemple, appliquons l'équation (3.29) au stator lisse dans le cas de la forme du pôle rotor (Fig. 27 b), l'arc d'alésage du stator est défini dans le plan s par : $s = R_s \exp(j\theta)$. Ainsi, son image $(f_2(s))$ est donnée par (3.29) : $z = f_2(s) = \theta - j \ln \frac{R_s}{R_s} = -\theta + j0$. Donc l'arc d'alésage stator (lisse) est transformé vers un segment appartenant à l'axe des abscisses dans le plan z.

Le calcul des perméances relatives complexes étant basé sur le modèle d'une encoche stator ou d'une encoche rotor, nous allons décomposer les deux composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative en série de Fourier. Ceci nous permettra de tenir compte facilement du nombre d'encoches et du nombre de pôles de la machine dans les expressions des composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative.

Les composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative d'encoches stator peuvent être écrites respectivement sous la forme de séries de Fourier (3.30).

$$\lambda_{r_slots} = \lambda_{r_slots_0} + \sum_{n=1,3,5...}^{N} \lambda_{r_slots_n} cos(nZ_s\theta)$$

$$\lambda_{\theta_slots} = \sum_{n=1,3,5...}^{N} \lambda_{\theta_slots_n} sin(nZ_s\theta)$$
(3.30)

Où \mathbb{Z}_s est le nombre d'encoches stator et N est le nombre d'harmoniques d'espace.

Les coefficients de Fourier $\lambda_{r_slots_n}$ et $\lambda_{\theta_slots_n}$ sont respectivement obtenus à partir des perméances relatives radiale et orthoradiale d'une encoche stator (3.25) en y appliquant la transformation de Fourier discrète [45].

De la même manière, les composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative d'une encoche rotor peuvent être exprimées sous forme de séries de Fourier (3.31).

$$\lambda_{r_poles} = \lambda_{r_poles_0} + \sum_{n=1,3,5...}^{N} \lambda_{r_poles_n} cos(n2p(\theta - \omega t - \theta_{rs}))$$

$$\lambda_{\theta_poles} = \sum_{n=1,3,5...}^{N} \lambda_{\theta_poles_n} sin(n2p(\theta - \omega t - \theta_{rs}))$$
(3.31)

Avec θ_{rs} l'angle qui décrit la position du rotor par rapport à l'axe de référence du stator (repère : axe de la phase U), ω est la pulsation et t le temps.

A titre d'exemple, la figure ci-dessous (Fig. 28) montre les composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative d'une encoche stator que nous avons développée ici (3.25).



FIGURE 28 – Comparaison des perméances relatives radiale et orthoradiale obtenues pour une dent stator : CM (Conformal Mapping) vs éléments finis

Nous pouvons remarquer que la méthode des transformations conformes (CM : conformal mapping) donne des résultats fidèles à ceux obtenus par la méthode des éléments finis. En effet, les perméances relatives radiale et orthoradiale d'une encoche stator (avec rotor lisse) dans l'entrefer sont bien prédites par l'approche analytique.

3.2.2 Modélisation de l'effet de la double saillance

Maintenant que les perméances relatives (radiale et orthoradiale) d'encoches stator (avec rotor lisse) et du pôle rotor (avec stator lisse) sont déterminées, nous allons exploiter ces résultats pour calculer les composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative totale de la structure doublement saillante (Fig. 24 a). L'application de la méthode de transformations conformes à des structures doublement saillantes est souvent accompagnée de l'usage d'outils numériques tels que SC toolbox [48]. Nous allons nous baser sur des hypothèses qui émanent des lois de passage du flux magnétique dans un circuit magnétique (série ou parallèle) afin de calculer les composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative totale. Par conséquent, nous n'allons pas recourir aux outils de transformations conformes numériques [48]. Ainsi supposons que :

- 1. Le flux magnétique radial traverse le rotor, l'entrefer puis le stator. De ce fait, cet ensemble (Fig. 24 a) constitue un circuit série vis-à-vis du passage du flux radial. Ainsi la réluctance radiale totale est la somme des différentes réluctances radiales (rotor, entrefer et stator).
- 2. Contrairement au flux magnétique radial, le flux magnétique tangentiel se divise, pour se répartir dans les différentes parties de la machine. Ainsi, nous supposons en conséquence que les différentes parties de la machine sont en parallèle par rapport au passage du flux magnétique tangentiel.

A partir de la première hypothèse sur le passage du flux magnétique radial magnétique dans la machine, la perméance relative radiale totale de la structure saillante (λ_{r_tot}) peut être calculée par (3.32).

$$\lambda_{r_tot} = \frac{\lambda_{r_slots}\lambda_{r_ag}\lambda_{r_poles}}{\lambda_{r_slots}\lambda_{r_ag}+\lambda_{r_ag}\lambda_{r_poles}-\lambda_{r_slots}\lambda_{r_poles}}$$
(3.32)

Où λ_{r_slots} est la perméance relative radiale des encoches stator (avec rotor lisse), λ_{r_poles} la perméance relative radiale des pôles rotor (avec stator lisse) et $\lambda_{r_ag} = 1$ la valeur de la perméance relative de l'entrefer (un cylindre lisse).

Le signe '-' dans la formule de perméance relative radiale totale (3.32) vient du fait que l'entrefer lisse a été comptabilisé deux fois (une fois dans la perméance relative stator et une seconde fois dans la perméance relative rotor), il faut ainsi retrancher la réluctance d'entrefer.

A partir de la seconde hypothèse sur le passage du flux tangentiel dans la machine, la perméance relative orthoradiale totale (λ_{θ_tot}) peut être calculée par (3.33).

$$\lambda_{\theta_tot} = \lambda_{\theta_slots} + \lambda_{\theta_poles} \tag{3.33}$$

Avec λ_{θ_slots} la perméance relative orthoradiale des encoches stator (avec rotor lisse), λ_{θ_poles} la perméance relative orthoradiale des pôles rotor (avec stator lisse).

L'effet de la double saillance de la machine est désormais modélisé grâce aux formules des perméances relatives totales radiale (3.32) et orthoradiale (3.33).

Ainsi, nous allons, dès lors, pouvoir déterminer les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique de la structure saillante dans l'entrefer en modulant l'induction magnétique totale lisse (structure lisse) par le conjugué ($\bar{\lambda}_{tot}$) de la fonction de perméance relative complexe totale de la machine (3.34).

$$\bar{\lambda}_{tot} = \lambda_{r_tot} - j\lambda_{\theta_tot} \tag{3.34}$$

3.3 Calcul de l'induction magnétique de la machine synchrone à rotor bobiné

L'induction magnétique de la structure lisse peut être définie sous la forme d'une fonction de variables complexes donnée par (3.35):

$$B_{smooth} = B_{r_smooth} + jB_{\theta_smooth}$$

$$(3.35)$$

Ainsi, d'après (3.23), l'induction magnétique dans l'entrefer de la structure saillante ($B_{salient}$) est obtenue en modulant l'induction lisse (B_{smooth}) dans l'entrefer par le conjugué ([44]) de la fonction de perméance relative $\bar{\lambda}_{tot}$. Ainsi, nous obtenons (3.36) :

$$B_{salient} = B_{r_salient} + jB_{\theta_salient} = \bar{\lambda}_{tot}B_{smooth}$$
(3.36)

En développant la relation (3.36), les composantes radiale (3.37) et orthoradiale (3.38) de l'induction magnétique de la structure saillante dans l'entrefer s'expriment respectivement par :

$$B_{r_salient} = \lambda_{r_tot} B_{r_smooth} + \lambda_{\theta_tot} B_{\theta_smooth}$$

$$(3.37)$$

$$B_{\theta \ salient} = -\lambda_{\theta \ tot} B_{r \ smooth} + \lambda_{r \ tot} B_{\theta \ smooth}$$
(3.38)

Où B_{r_smooth} et B_{θ_smooth} sont les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique totale créée par les excitations stator et rotor d'une structure lisse.

Le modèle électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné est désormais établi.

Tout d'abord une structure lisse a été considérée pour la détermination de l'induction magnétique créée par les excitations stator et rotor. Cette induction est calculée grâce au vecteur potentiel magnétique obtenu en résolvant l'équation de Laplace dans l'entrefer de structure lisse à l'aide de la méthode de séparation des variables.

Ensuite, les effets d'encoches stator (rotor lisse) et pôles rotor (stator lisse) ont été modélisés par des fonctions de perméances relatives complexes qui dérivent de la méthode des transformations conformes.

A partir de ces deux résultats, les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer de la structure doublement saillante ont été calculées. Ces composantes sont obtenues par le produit de l'induction magnétique de la structure lisse (définie en complexe) par le conjugué de la fonction de perméance relative complexe de la structure doublement saillante.

Le modèle électromagnétique analytique que nous avons développé ici, va nous permettre d'étudier le comportement électromagnétique de la machine synchrone à rotor bobiné. Pour cela, nous allons maintenant nous intéresser au calcul des grandeurs locales (inductions magnétiques radiale et orthoradiale) et grandeurs globales (couple, flux et force électromotrice) ainsi que les pressions magnétiques dans l'entrefer.

Enfin, la comparaison et l'analyse des résultats du modèle électromagnétique analytique avec ceux issus de la méthode des éléments finis seront réalisées.

3.4 Comparaison des résultats du modèle électromagnétique analytique avec la méthode des éléments finis

Dans cette partie de l'étude, nous allons nous intéresser à la vérification des qualités de résultats obtenus par le modèle électromagnétique analytique basé sur la méthode de transformations conformes (CM : Conformal Mapping).

Pour cela, un modèle électromagnétique de la machine synchrone à rotor bobiné est développé sous le logiciel Ansys Maxwell. Ce modèle basé sur la méthode des éléments finis servira de référence.

En raison des conditions d'anticyclicité de la machine, nous avons limité le domaine d'étude au 1/8 de la géométrie de la machine (1 seul pôle). Les formes des dents stator en éléments finis correspondent aux dents réelles avec des pieds de dents, cependant la forme du pôle rotor réelle a été simplifiée (Fig. 29 a). Cette simplification a pour objectif de comparer le modèle analytique avec un modèle éléments finis proche des hypothèses géométriques prises lors de la construction du modèle analytique.



FIGURE 29 – Domaine d'étude de la machine synchrone à rotor bobiné : a) Modèle éléments finis b) Repère de Park

Afin de vérifier la fiabilité du modèle analytique électromagnétique, nous allons étudier les performances de la machine en fonctionnement à vide et en charge. Pour cela, nous allons calculer les grandeurs locales (inductions magnétiques radiale et orthoradiale) et les grandeurs globales (couple, flux et tensions). De plus, les pressions magnétiques dans l'entrefer seront examinées.

3.4.1 Induction magnétique

Dans cette partie, les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer sont calculées par le modèle analytique et les résultats sont comparés avec ceux issus des éléments finis.

D'abord, commençons par la composante radiale de l'induction magnétique dans l'entrefer de la machine synchrone à rotor bobiné obtenue par le modèle analytique électromagnétique (3.37). Fig. 30 montre que l'induction radiale en charge, obtenue par le modèle électromagnétique analytique est en très bonne concordance avec le résultat des éléments finis.



FIGURE 30 – Induction radiale dans l'entrefer en charge (If = 2A et Is = 100A), à t = 0s

En effet, l'induction magnétique radiale dans l'entrefer est fidèlement prédite par le modèle analytique aussi bien en termes d'amplitudes qu'en termes de reproduction d'effet de la double saillance. Néanmoins, une légère différence peut être constatée dans la partie interpolaire (15° à 30°). Cependant, cet écart reste dans des proportions acceptables.

Pour analyser davantage l'induction radiale en charge, nous avons comparé les amplitudes des harmoniques d'espace en effectuant une décomposition en série de Fourier des inductions magnétiques radiales des deux modèles électromagnétiques analytique et éléments finis (Fig. 31).



FIGURE 31 – FFT spatiale de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer en charge (If = 2A et Is = 100A), à t = 0s

En analysant le contenu harmonique de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer, nous pouvons constater que le modèle analytique prédit avec une bonne précision les amplitudes des harmoniques d'espace de cette induction.

Pour l'induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer de la machine, elle est donnée par la relation (3.38). Fig. 32 montre une comparaison entre l'induction magnétique orthoradiale en charge, obtenue par le modèle électromagnétique analytique, et celle obtenue par les éléments finis.


FIGURE 32 – Induction tangentielle dans l'entrefer en charge (If = 2A et Is = 100A), à t = 0s

A cette position du rotor (t = 0s), nous constatons un écart sur la composante orthoradiale de l'induction magnétique (Fig. 32) dans l'entrefer. Notamment aux deux extrémités de la partie interpolaire (comprise entre 15° et 30°). Cependant, l'effet de la sallaince est fidèlement reproduit en dehors de la partie interpolaire.

L'origine de cet écart s'explique par les hypothèses du calcul de la composante orthoradiale de la perméance relative totale de la machine (3.33).

Toutefois, cet écart peut être toléré dans la mesure où il n'impacte que très peu les grandeurs globales (couple instantané, flux) et les pressions magnétiques dans l'entrefer. C'est ce que nous allons essayer de vérifier par la suite.

3.4.2 Couple électromagnétique

Le couple électromagnétique (3.39) dans l'entrefer est généralement calculé par la méthode de Tenseur de Maxwell [61][69]. Dans le modèle 2D, la surface d'intégration pour le calcul du couple est réduite à un contour le long de l'entrefer (un cercle de rayon r dans l'entrefer). Le couple électromagnétique est ainsi exprimé par (3.39) :

$$T_{electromagnetic} = \frac{pr^2 L_s}{\mu_0} \int_0^{\theta_p} B_{r_salient} B_{\theta_salient} d\theta$$
(3.39)

Où $B_{r_salient}$ l'induction magnétique radiale et $B_{\theta_salient}$ l'induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer de la machine. θ_p l'angle d'ouverture sur deux pôles $(\frac{2\pi}{p})$. L_s la longueur active de la machine, r le rayon au milieu de l'entrefer et μ_0 la perméabilité du vide. Un coefficient de foisonnement a été appliqué (dans les deux modèles analytique et éléments finis) pour corriger la longueur active de la machine.

Fig. 33 montre une comparaison entre le couple électromagnétique en charge obtenu par le modèle analytique ainsi que le couple électromagnétique issu des éléments finis (Tenseur de Maxwell). Cette comparaison permet de mettre en avant l'équivalence entre le modèle analytique et les éléments finis en termes de calcul du couple électromagnétique en charge.



FIGURE 33 – Couple électromagnétique en charge (If = 2A et Is = 100A), à 3000 tr/min

Fig. 34 permet d'analyser le contenu harmonique du couple électromagnétique. Il apparaît que les amplitudes des harmoniques sont très proches. Notamment, le couple électromagnétique moyen en valeur absolue et le fondamental du couple électromagnétique en charge (de fréquence 1200 Hz).



FIGURE 34 – FFT Couple électromagnétique en charge (If = 2A et Is = 100A), à 3000 tr/min

3.4.3 Flux magnétiques

Le calcul du flux magnétique traversant les bobinages des phases stator de la machine, nécessite seulement la connaissance de la composante radiale de l'induction magnétique ainsi que la définition d'une fonction qui tient compte de la répartition du bobinage propre à chaque phase [61]. Ainsi l'expression du flux magnétique totalisé est donnée par (3.40) :

$$\Phi_{U,V,W} = R_s L_s \int_0^{\theta_p} N_{s(U,V,W)} B_{r_salient} d\theta$$
(3.40)

Où $N_{s(U,V,W)}$ est la fonction de bobinages de chaque phase stator en (tours).

L'amplitude des fonctions de bobinage vaut N_{phase} , se définit par :

$$N_{phase} = \frac{n_s}{2} \frac{Z_s}{mc} \tag{3.41}$$

Où n_s est le nombre de conducteurs par encoche, Z_s est le nombre d'encoches stator, m est le nombre de phases et c est le nombre de circuits en parallèle.

Fig. 29 montre que la phase W occupe deux encoches par pôle et par phase. Nous en déduisons la fonction de bobinages de la phase W $(N_{s(W)})$. Cette fonction est illustrée par (Fig. 35), sur une période électrique ($\theta_p = 90^{\circ}$).



FIGURE 35 – Fonction de bobinage de la phase W (en tours), admettant deux encoches par pôle et par phase

Par analogie, les fonctions de bobinages de deux autres phases du stator $N_{s(U)}$ et $N_{s(V)}$, s'obtiennent par une simple translation avec le bon angle de déphasage (angle de déphasage entre la phase W et la phase U pour $N_{s(U)}$ et angle de déphase entre la phase W et la phase V pour $N_{s(V)}$).

Nous avons appliqué la relation (3.40) pour le calcul des flux magnétiques totalisés (intégrant le nombre de spires) à vide traversant le bobinage des trois phases stator. Les résultats sont présentés par (Fig. 36).



FIGURE 36 – Flux magnétiques à vide (If = 2A et Is = 0A) traversant les bobinages des phases stator

Le modèle électromagnétique analytique donne des résultats très satisfaisants qui correspondent à ceux obtenus par la modèle éléments finis. En effet, les flux magnétiques à vide sont bien prédits par le modèle analytique, aussi bien en termes de qualité des formes d'ondes qu'en termes d'amplitudes.

3.4.4 Tensions induites

La force électromotrice (fém induite) pour chaque phase stator est calculée à partir du flux magnétique totalisé à vide traversant cette phase. D'après la loi de Faraday, un bobinage, placé dans un milieu où règne un champ magnétique variable dans le temps, est le siège d'une force électromotrice (fém). Cette fém induite est proportionnelle à la variation au cours du temps du flux magnétique totalisé qui traverse le bobinage (3.42).

$$E_{U,V,W} = -\frac{\partial \Phi_{U,V,W}}{\partial t} \tag{3.42}$$

Avec $\Phi_{U,V,W}$ sont les flux totalisés respectifs des phases stator et t le temps.

Les forces électromotrices des trois phases stator ont été calculées par le modèle analytique et comparées aux résultats issus du modèle éléments finis (Fig. 37). Nous pouvons remarquer la pertinence du modèle électromagnétique analytique en termes de prédiction de ces grandeurs globales.



FIGURE 37 – Forces électromotrices (If = 2A et Is = 0A)

Le tableau 2 résume les temps de calcul consommés pour les deux méthodes en statique et en dynamique (en faisant tourner le rotor).

Modèle	En statique	En mouvement
EF : éléments finis	2 s	$5 \min$
CM : Modèle analytique	0.26 s	$3.15 \mathrm{~s}$

TABLEAU 2 – Comparaison de temps de simulation des modèles

Ainsi, nous pouvons déjà observer que le modèle électromagnétique analytique linéaire permet de gagner considérablement en temps de calcul, tout en assurant une bonne concordance avec les résultats obtenus par éléments finis. Les différents résultats obtenus à vide et en charge témoignent de la pertinence du modèle analytique pour la prédiction des grandeurs électromagnétiques locales (inductions magnétiques radiale et orthoradiale) et globales (couple, flux et tensions).

3.4.5 Cartographies de pressions magnétiques

La pression magnétique peut être calculée à partir de la connaissance des composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer [1]. En effet, le tenseur de Maxwell est utilisé dans ces travaux pour la détermination des composantes radiale (σ_r) et orthoradiale (σ_{θ}) de la pression magnétique dans l'entrefer. La pression magnétique σ dans l'entrefer est définie par (3.43) :

$$\vec{\sigma} = \sigma_r \vec{n} + \sigma_\theta \vec{t} \tag{3.43}$$

Afin de calculer la pression magnétique dans l'entrefer de la machine synchrone à rotor bobiné (Fig. 29), nous avons placé un arc, dans l'entrefer, correspondant à un pas polaire. Connaissant les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique le long de cet arc, nous pouvons déterminer les deux composantes radiale et orthoradiale de la pression magnétique en appliquant les relations (3.44) issues du tenseur de Maxwell [1].

$$\sigma_r = \frac{1}{2\mu_0} \left(B_{r_salient}^2 - B_{\theta_salient}^2 \right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\mu_0} B_{r_salient} B_{\theta_salient}$$
(3.44)

Avec μ_0 la perméabilité du vide, $B_{r_salient}$ composante radiale de l'induction magnétique (machine doublement saillante) dans l'entrefer et $B_{\theta_salient}$ composante orthoradiale de l'induction magnétique (machine doublement saillante) dans l'entrefer. Pour rappel, le modèle éléments finis est en linéaire ($\mu_r = 10000$).

En linéaire (analytique et éléments finis), les Fig. 38 et Fig. 39 montrent respectivement les cartographies des pressions magnétiques radiales et orthoradiales dans l'entrefer pour un point de fonctionnement en charge (avec défluxage) à 3000 tr/min.



FIGURE 38 – Pression magnétique spatio-temporelle radiale dans l'entrefer (If = 6A, Is = 300A avec un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$) : a) CM analytique linéaire b) éléments finis linéaires



FIGURE 39 – Pression magnétique spatio-temporelle orthoradiale dans l'entrefer (If = 6A, Is = 300A avec un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$) : a) CM analytique linéaire b) éléments finis linéaires

Les résultats obtenus par le modèle électromagnétique analytique sont très proches de ceux obtenues par éléments finis linéaires. Nous constatons que les effets des encoches stator et pôles rotor sur les pressions magnétiques radiale et orthoradiale sont bien reproduits par l'approche analytique. De même, les amplitudes des pressions magnétiques issues de deux modèles (CM : analytique et EF : éléments finis linéaires) sont comparables.

Conclusion sur le modèle électromagnétique analytique linéaire

Dans ce chapitre, nous avons mis en œuvre le modèle électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné en linéaire.

D'un côté, ce modèle est basé sur le résolution de l'équation de Laplace pour la machine lisse (structure lisse au stator et au rotor) afin de tenir compte de la distribution du bobinage stator et de l'excitation rotor. Cette modélisation permet d'obtenir les inductions magnétiques radiales et orthoradiales créées par l'alimentation des trois phases stator et l'excitation rotor.

De l'autre côté, l'effet de la double saillance de la machine synchrone à rotor bobiné a été pris en compte à travers des fonctions de perméances relatives complexes radiales et orthoradiales. En effet, ces fonctions ont été determinées à l'aide de la méthode des transformations conformes. D'abord une structure lisse au rotor et encochée au stator a été considérée afin calculer les fonctions de perméances relatives complexes radiales et orthoradiales des encoches stator. Ensuite, une structure lisse au stator et saillante au rotor a été considérée afin calculer les fonctions de perméances relatives complexes radiales et orthoradiales des pôles rotor.

Ces résultats ont permis de construire les fonctions de perméances relatives complexes radiales et orthoradiales de la machine synchrone à rotor bobiné.

En outre, les résultats du modèle analytique électromagnétique ont été analysés et comparés avec les résultats issus de la méthode des éléments finis.

Le modèle électromagnétique analytique a permis de calculer les grandeurs locales (inductions magnétiques radiales et orthoradiales à vide et en charge), les grandeurs globales (couple instantané en charge, flux magnétiques, f.é.m induites) ainsi que les pressions magnétiques (radiale et orthoradiale), en charge dans l'entrefer de la machine.

Malgré les hypothèses de l'approche analytique basée sur la méthode de transformations conformes, nous avons pu constater que le modèle électromagnétique analytique est resté fidèle au modèle éléments finis. En effet, les résultats obtenus ont montré la pertinence du modèle électromagnétique analytique en termes de prédiction des différentes grandeurs électromagnétiques calculées.

En linéaire, ce modèle électromagnétique analytique constitue un outil rapide, efficace et fiable pour la modélisation électromagnétique de la machine synchrone à rotor bobiné (doublement saillante).

La grande limite du modèle électromagnétique analytique reste la linéarité, c'est pourquoi nous allons maintenant nous intéresser à l'étude de la prise en compte de la saturation magnétique dans ce modèle.

4 MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALY-TIQUE NON LINÉAIRE

Chapitre 4 :

Intr	oduction	79	
4.1	Description de l'algorithme de calcul de coefficients de saturation		
4.2	Coefficient de saturation magnétique appliqué à un circuit magnétique simple	80	
4.3	Mise en oeuvre de la méthode des coefficients de saturation pour une machine		
	électrique		
	4.3.1 Calcul du champ magnétique radial dans l'entrefer	84	
	4.3.2 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans les dents stator	85	
	4.3.3 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans la culasse stator	85	
	4.3.4 Détermination des trajets de lignes de champ magnétique dans le fer .	87	
	4.3.5 Exemple de calcul d'un coefficient de saturation stator	89	
4.4	4 Procédure de calcul des coefficients de saturation stator		
4.5	1.5 Résultats obtenus pour le calcul de l'induction magnétique avec des coeffi-		
	cients de saturation stator	91	
4.6	Calcul des coefficients de saturation magnétique côté rotor	95	
	4.6.1 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans le pôle rotor \ldots	96	
	4.6.2 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans la culasse rotor	96	
4.7	Résultats du calcul de l'induction magnétique issus d'une démarche séquen-		
	tielle d'obtention des coefficients de saturation magnétique		
4.8	.8 Résultats du calcul de l'induction magnétique issus d'une démarche simulta-		
	née d'obtention des coefficients de saturation magnétique	101	
Con	nclusion sur le modèle électromagnétique analytique non linéaire	104	

Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons la prise en compte du phénomène de saturation magnétique dans le modèle électromagnétique analytique que nous avons présenté dans le chapitre 3.

En effet, le phénomène de saturation magnétique est modélisé par une fonction des coefficients de saturation K_{sat} . Ces coefficients permettent d'augmenter l'entrefer localement en face de chaque dent (stator) afin de réduire le niveau d'induction magnétique prédit par le modèle électromagnétique analytique linéaire. Cette opération est menée de manière itérative jusqu'à l'obtention du niveau d'induction magnétique correspondant à l'état de saturation du moteur.

Les coefficients de saturation magnétique sont exprimés en fonction des chutes de tensions magnétiques (homogènes à des forces magnétomotrices) dans le fer (dents, culasse) et dépendent des trajets moyens des lignes de champ magnétique dans le fer.

Pour comprendre l'impact de la saturation magnétique dans les différentes parties du moteur, nous avons mis en place et comparé deux stratégies de calcul des coefficients de saturation magnétique.

La première stratégie consiste en une approche séquentielle de prise en compte de la saturation magnétique. En effet, la saturation magnétique, dans ce cas, est prise en compte en deux temps. D'abord, la fonction des coefficients de saturation magnétique côté stator (dents stator et culasse stator) est calculée. Ensuite, la fonction des coefficients de saturation magnétique rotor (pôle rotor et culasse rotor) est déterminée.

La seconde stratégie consiste en une approche simultanée de prise en compte de la saturation magnétique. En effet, la fonction des coefficients de saturation magnétique est calculée pour le stator et le rotor simultanément.

Le modèle électromagnétique analytique linéaire basé sur la méthode de transformations conformes combiné à cette approche de fonction analytique de coefficients de saturation magnétique forme une nouvelle méthode analytique de prise en compte de la saturation magnétique pour la machine synchrone à rotor bobiné (à double saillance). Les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer sont ainsi prédites par le modèle électromagnétique analytique en saturé.

Les résultats obtenus par le modèle électromagnétique analytique en saturé sont comparés par la suite aux simulations éléments finis afin de vérifier la pertinence du nouveau modèle analytique électromagnétique.

4.1 Description de l'algorithme de calcul de coefficients de saturation

L'algorithme de recherche du coefficient de saturation est basé sur le fait qu'une augmentation progressive de l'entrefer entraîne une diminution de l'induction magnétique dans l'entrefer. Ainsi nous allons appliquer ce raisonnement pour le calcul de l'induction en partant des résultats issus du modèle électromagnétique linéaire. L'objectif est d'obtenir la bonne valeur du coefficient de saturation. Ainsi nous procédons par une diminution progressive de l'induction magnétique dans l'entrefer et une évaluation du coefficient de saturation à chaque itération jusqu'à l'obtention du bon coefficient de saturation.

La procèdure de calcul du coefficient de saturation est décrite ci-dessous :

Début de l'algorithme :

Étape : 1

Initialiser : i = 1; (première itération)

coefficient de saturation recherché :

 $K_{sat_{re(i)}} = 1$

Induction magnétique dans l'entrefer :

 $B_{sat(i)} = B_{lin}$

le pas de variation du coefficient de saturation recherché :

 $K_{step} = 1.001$

 $\acute{\mathrm{E}}tape:2$

Évaluer :

Champ magnétique dans l'entrefer :

$$H_{g(i)} = \frac{B_{sat(i)}}{\mu_0}$$

obtenir le champ magnétique dans le fer (courbe B(H) du matériau).

calculer le coefficient de saturation de l'itération en cours :

$$K_{sat(i)} = 1 + \frac{L_{fe} \cdot H_{fe}}{g \cdot H_g}$$
 d'après la relation (2.19)

Étape:3

Vérifier la condition d'arrêt :

Si $(K_{sat(i)} \leq K_{sat_{re(i)}})$ Fin de calcul Sinon $K_{sat_{re(i+1)}} = K_{step} * K_{sat_{re(i)}}$

Calcul de l'induction magnétique

$$B_{sat(i+1)} = \frac{B_{lin}}{K_{sat_{re(i+1)}}}$$
$$i = i + 1;$$

retour à l'étape 2. Fin de l'algorithme.

Nous allons maintenant détailler les étapes de mise en place de l'approche de coefficients de saturation magnétique pour un circuit magnétique simple avant d'intégrer cette méthode dans le modèle électromagnétique analytique de la machine.

4.2 Coefficient de saturation magnétique appliqué à un circuit magnétique simple

Dans cette partie, nous allons étudier la prise en compte de l'effet de la saturation magnétique à travers un circuit magnétique constitué d'une barre ferromagnétique mobile et d'une partie ferromagnétique fixe entouré d'un bobinage (Fig. 40).



FIGURE 40 – Étude d'un circuit magnétique

Le circuit magnétique (Fig. 40) comporte deux entrefers et permet de canaliser les lignes de champ magnétique dans le fer. Les dimensions du circuit magnétique et les lignes de champ magnétique sont reportées sur la figure ci-dessus (Fig. 40). Le bobinage comporte N spires et est alimenté par une source constante.

L'induction magnétique radiale le long d'une ligne placée dans l'entrefer (entre la barre ferromagnétique mobile et la partie ferromagnétique fixe) est déterminée à l'aide d'une simulation éléments finis non-linéaire sous le logiciel Ansys Maxwell.

La courbe B(H) du matériau (Fig. 41) est utilisée dans le modèle éléments finis non linéaires.



FIGURE 41 – Courbe B(H) du matériau

Une simulation éléments finis en linéaire (avec une perméabilité relative élevée $\mu_r = 10000$) permet d'obtenir l'induction magnétique radiale linéaire dans l'entrefer du circuit magnétique. Ensuite l'algorithme de recherche du coefficient de saturation est appliqué à cette induction magnétique linéaire afin d'intégrer l'effet de la saturation magnétique. La courbe B(H) du matériau (Fig. 41) est utilisée dans l'algorithme de calcul du coefficient de saturation (analytique).

Pour chaque itération, l'induction magnétique dans l'entrefer permet de calculer le flux magnétique dans le circuit magnétique (4.1) :

$$\Phi_{fer} = L \int_0^{lc} B_g d\ell \tag{4.1}$$

Avec B_g l'induction magnétique radiale dans l'entrefer, L la profondeur du circuit magnétique et lc la longueur du circuit magnétique (Fig. 40).

Connaissant le flux traversant le circuit magnétique, l'induction magnétique dans le fer (B_{fer}) est donnée par (4.2):

$$B_{fer} = \frac{\Phi_{fer}}{l_d L} \tag{4.2}$$

Où l_d est la largeur de la dent du circuit magnétique fixe (Fig. 40).

A l'aide de la courbe B(H) et de l'induction magnétique dans le fer (B_{fer}) , nous pouvons déterminer la valeur du champ magnétique dans le fer (H_{fer}) .

Ainsi le coefficient de saturation est défini par :

$$K_{sat} = 1 + \frac{L_{fer}H_{fer}}{2gH_g} \tag{4.3}$$

Où H_g est le champ magnétique dans l'entrefer et L_{fer} est le chemin moyen du flux magnétique dans le fer, donné par $L_{fer} = 2h_d + 2l_c$. Avec h_d hauteur de la dent du circuit magnétique (Fig. 40).

Fig. 42 a) montre l'évolution du coefficient de saturation pour chaque itération. Après la convergence de l'algorithme de recherche, l'induction magnétique linéaire est corrigée par le coefficient de saturation et le résultat est comparée à l'induction magnétique issue du modèle éléments finis non linéaires (Fig. 42 b).



FIGURE 42 – Évolutions du coefficient de saturation et convergence de l'induction magnétique pour NI = 1888 At

Nous pouvons remarquer que la correction de niveau d'induction magnétique apportée par le coefficient de saturation magnétique est en accord avec le résultat issu des éléments finis non linéaires (Fig. 42 b).

Pour tester cette approche analytique de coefficient de saturation magnétique à des fortes saturations du circuit magnétique, nous avons essayé avec des valeurs d'excitations plus élevées (en gardant le même nombre de spires).

Fig. 43 montre la comparaison entre les résultats obtenus par l'approche analytique et ceux issus des éléments finis non linéaires.



FIGURE 43 – Inductions magnétiques radiales pour des NI importants (NI = 2124 At et NI = 2950 At)

Nous pouvons voir que le niveau de saturation est relativement élevé. En effet, les bouts des dents du circuit magnétique (autour de 40 mm et 160 mm) saturent localement (Fig. 43 b). Cependant, pour chaque cas, le calcul de coefficient de saturation permet d'obtenir un niveau d'induction magnétique similaire au résultat issu des simulations éléments finis non linéaires.

Nous allons désormais nous intéresser à la mise en œuvre de l'approche de coefficients de saturation magnétique afin d'intégrer le phénomène de saturation magnétique dans le modèle électromagnétique analytique de la machine.

4.3 Mise en oeuvre de la méthode des coefficients de saturation pour une machine électrique

Pour mettre en œuvre la méthode des coefficients de saturation magnétique pour le cas d'une machine électrique, nous avons besoin des éléments suivants :

- le champ magnétique radial dans l'entrefer : pour notre machine, le modèle électromagnétique analytique linéaire permet de prédire correctement le champ magnétique radial dans l'entrefer
- le champ magnétique dans le fer, notamment dans les dents (stator par exemple) et les culasses (stator et rotor)
- les trajets des lignes moyennes du champ magnétique dans le fer
- la courbe B(H) du matériau

La complexité du phénomène de saturation magnétique dans la machine à rotor bobiné, nous amène à opter dans un premier temps pour une séparation de la prise en compte de la saturation magnétique au stator et au rotor. Ainsi nous allons commencer par calculer les coefficients de saturation coté stator (un coefficient par dent stator), ces coefficients permettent de corriger l'induction magnétique linéaire dans l'entrefer pour tenir compte de la saturation magnétique du stator. Ensuite, l'induction magnétique dans l'entrefer corrigée avec les coefficients de saturation stator est exploitée pour calculer les coefficients de saturation côté rotor.

Nous allons nous intéresser maintenant au calcul des différents éléments requis pour le calcul de ces coefficients de saturation.

4.3.1 Calcul du champ magnétique radial dans l'entrefer

Le modèle électromagnétique analytique linéaire permet de prédire correctement l'induction magnétique radiale dans l'entrefer (B_g) . Ainsi le champ magnétique radial dans l'entrefer H_g , peut être obtenu en exploitant la relation suivante (4.4):

$$H_g = \frac{B_g}{\mu_0} \tag{4.4}$$

En face de chaque dent stator, nous définissons une valeur du champ magnétique dans l'entrefer qu'on note H_{gt} . En effet, la distribution du champ magnétique dans l'entrefer H_g nous permet de connaître la valeur du champ magnétique radial dans l'entrefer en face de chaque dent stator.

4.3.2 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans les dents stator

La répartition spatiale de l'induction magnétique dans l'entrefer prédite par le modèle électromagnétique analytique linéaire nous permet de calculer les flux qui traversent les dents stator. La relation qui lie le flux magnétique qui traverse une dent stator et l'induction magnétique en face de cette dent est donnée par (4.5) :

$$\Phi_{ts}(ii) = R_s L_s \int_{\gamma_{st} + (ii-1)\theta_{st}}^{\gamma_{st} + ii\theta_{st}} B_g d\theta$$
(4.5)

Où l'indice *ii* varie de 1 au nombre d'encoches Zs. θ_{st} est l'angle correspondant à un pas dentaire. L'angle γ_{st} doit être choisi pour assurer que le calcul se fasse de la moitié d'une encoche à la moitié de l'encoche suivante.

Connaissant les flux dans les différentes dents stator, les inductions magnétiques dans ces dents sont ainsi calculées par la relation suivante (4.6):

$$B_{ts}(ii) = \frac{\Phi_{ts}(ii)}{S_{ts}} \tag{4.6}$$

Où $S_{ts} = l_{ts}L_s$ est la section d'une dent stator. l_{ts} est la largeur de la dent stator et L_s est la longueur active de la machine.

Une fois les inductions magnétiques dans les dents stator obtenues, les valeurs des champs magnétiques dans ces dents sont déterminées à l'aide de l'exploitation de la courbe B(H) du matériau (Fig. 41). En effet, chaque valeur d'induction magnétique dans les dents stator est reportée sur la courbe B(H) afin d'obtenir la valeur du champ magnétique qui lui correspond (par interpolation).

La chute de tension magnétique dans une dent stator (U_{ts}) est définie par le produit du champ magnétique dans cette dent H_{ts} par la hauteur de la dent h_{ts} . Elle est homogène à une force magnétomotrice (4.7) :

$$U_{ts} = h_{ts}H_{ts} \tag{4.7}$$

La chute de tension magnétique pour chaque dent stator (4.7) est un élément clé pour le calcul du coefficient de saturation en face de ladite dent.

4.3.3 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans la culasse stator

Les flux magnétiques qui traversent les différentes portions de la culasse stator sont liés aux flux provenant des dents stator par un système d'équations. L'étude des flux magnétiques peut être réduite sur une période électrique de la machine et la condition de conservation des flux magnétiques doit être vérifiée (somme des flux magnétiques dans la culasse stator égale à zéro).

Fig. 44 montre le système d'équations des flux magnétiques à considérer sur une période électrique.



FIGURE 44 – Système d'équations pour la détermination des flux culasse stator

Les flux magnétiques dans la culasse stator sont obtenus par (4.8):

$$\Phi_{cs} = A^{-1} Vect \Phi_{ts} \tag{4.8}$$

Où Φ_{cs} est le vecteur des flux magnétiques dans la culasse stator, $Vect\Phi_{ts}$ est un vecteur qui contient les flux magnétiques des dents stator qui intervient dans le système d'équations des flux magnétiques sur une période électrique (Fig. 44). La dernière composante du vecteur $Vect\Phi_{ts}$ vaut zéro (la condition de conservation des flux dans la culasse stator).

La matrice A^{-1} est l'inverse de la matrice A qui traduit le système d'équations des flux magnétiques dans le stator. Elle est définie par (4.9) :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 1 \end{pmatrix}$$
(4.9)

A partir du calcul des flux magnétiques dans les différentes portions de la culasse stator, les inductions magnétiques dans ces portions de culasse stator sont obtenues par (4.10):

$$B_{cs}(ii) = \frac{\Phi_{cs}(ii)}{S_{cs}} \tag{4.10}$$

Où $S_{cs} = h_{cs}L_s$ est la section de la culasse stator. h_{cs} est la hauteur de la culasse stator et L_s est la longueur active de la machine.

Maintenant que les inductions magnétiques dans les portions de la culasse stator sont connues, les valeurs des champs magnétiques pour les différentes portions de la culasse stator peuvent être obtenues à l'aide d'une interpolation de la courbe B(H) du matériau (Fig. 41).

La chute de tension magnétique dans chaque portion de la culasse stator est définie par le produit du champ magnétique dans chaque portion de la culasse stator H_{cs} par la longueur moyenne de la portion de la culasse stator l_{cs} . Cette chute de tension est homogène à une force magnétomotrice (4.11) :

$$U_{cs} = l_{cs} H_{cs} \tag{4.11}$$

La chute de tension magnétique dans chaque portion de la culasse stator est importante pour le calcul des coefficients de saturation stator. En effet, chaque trajet moyen des lignes de champ magnétique dans la culasse détermine les portions de la culasse stator qui interviennent dans le calcul de chaque coefficient de saturation.

Ainsi, on définit, pour chaque trajet moyen des lignes de champ magnétique, la grandeur Ut_{trajet} (homogène à une force magnétomotrice) donnée par la somme des chutes des tensions magnétiques appartenant à ce trajet moyen dans la culasse stator.

À cet égard, nous allons voir comment déterminer les trajets moyens de lignes de champ magnétique à considérer pour le calcul de chaque coefficient de saturation stator.

4.3.4 Détermination des trajets de lignes de champ magnétique dans le fer

Afin d'évaluer correctement les coefficients de saturation magnétique stator, il est important de connaître les différentes chutes de tensions magnétiques qui interviennent dans le calcul de chaque coefficient de saturation (dans les dents stator et la culasse). Par conséquent, il faut identifier la dent d'aller et la dent du retour de chaque ligne moyenne de champ magnétique dans le fer et pouvoir ainsi comptabiliser correctement la chute de tension magnétique totale dans la partie de la culasse stator appartenant à ce trajet.

Ainsi, plusieurs voies ont été explorées pour la détermination des trajets des lignes de champ dans le fer :

1. Observer les trajets des lignes de champ avec une simulation éléments finis : les éléments finis permettent de voir avec une bonne précision la canalisation des lignes de champ magnétique dans les différentes parties de la machine. Les lignes de champ magnétique changent complètement de trajets en fonction de la position du rotor, de l'alimentation (à vide ou en charge) ou encore avec l'effet du défluxage. Toutefois, le modèle analytique doit rester indépendant des éléments finis. Ainsi, cette approche ne peut pas être intégrée dans le modèle électromagnétique analytique pour l'identification des trajets de lignes de champ magnétique. Mais nous l'avons exploitée uniquement pour vérifier la méthode de coefficients de saturation.

- 2. Faire un rebouclage entre deux dents adjacentes [61] : dans l'article [61] le coefficient de saturation est calculé par un simple rebouclage entre deux dents stator voisines. L'étude a été menée sur une machine à aimant permanent qui comporte une encoche par pôle et par phase. Pour les raisons de simplicité et d'indépendance d'éléments finis nous avons essayé cette méthode mais elle a montré ses limites. En effet, le trajet réel de lignes de champ compte pour beaucoup dans le calcul des coefficients de saturation magnétique.
- 3. Prédire les trajets de lignes de champ magnétique à l'aide de la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer : le modèle électromagnétique analytique linéaire permet d'identifier, sur une période électrique, les deux dents stator qui voient le niveau de champ magnétique le plus important (en valeur absolue). Ainsi, ces deux dents forment l'aller et le retour du trajet maximum des lignes de champ magnétique dans le stator. Par conséquent, nous pouvons déterminer les autres trajets des flux magnétiques pour les dents stators restantes.

L'un des avantages du modèle électromagnétique linéaire est de permettre de prédire correctement la distribution spatiale du champ magnétique radial dans l'entrefer. Ainsi nous pouvons détecter immédiatement la dent stator qui voit le niveau d'induction le plus élevé, donc le maximum du flux magnétique. Toutefois, il est possible que plusieurs dents stator voient le niveau maximum d'induction magnétique (cas de fonctionnement à vide par exemple). Dans ce cas de figure, il est nécessaire de calculer le fondamental de l'induction magnétique dans l'entrefer afin de repérer l'axe du flux maximal (Fig. 45).



FIGURE 45 – Identification des trajets de lignes de champ magnétique

Fig. 45 montre la canalisation des lignes de champ magnétique à vide pour une structure lisse au rotor et encochée au stator. Le modèle électromagnétique analytique linéaire a permis de prédire la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer. Le fondamental de cette induction a rendu possible l'identification des deux dents stator (Fig. 45 : sur l'axe d1 et d2) qui délimitent le trajet moyen maximum des lignes de champ magnétique dans la culasse stator.

Par la suite, nous allons utiliser cette méthode d'identification du trajet moyen maximum des lignes de champ magnétique dans la culasse stator pour le calcul des coefficients de saturation magnétique.

4.3.5 Exemple de calcul d'un coefficient de saturation stator

La connaissance des trajets de lignes de champ dans le fer facilite le calcul des coefficients de saturation.

En effet, la contribution des différentes chutes de tensions magnétiques sur un trajet moyen de lignes de champ magnétique permet d'évaluer correctement son coefficient de saturation.

Prenons l'exemple d'un coefficient de saturation côté stator (en supposant que le rotor ne contribue pas à la saturation à ce stade).

Fig. 46 montre le calcul du coefficient de saturation magnétique relatif à la dent traversée par le flux magnétique maximal.

Les axes d1 et d2 (Fig. 46) sont prédits par le modèle électromagnétique analytique de la structure lisse au rotor et encochée au stator.



FIGURE 46 – Exemple du calcul d'un coefficient de saturation magnétique pour une dent stator

Nous pouvons voir clairement (Fig. 46) la contribution des différentes chutes de tensions magnétiques (homogènes à des forces magnétomotrices) dans la culasse stator et dents stator dans la formulation du calcul de coefficient de saturation magnétique pour la dent 4 (Fig. 46 sur l'axe d1) du stator.

Le calcul des coefficients de saturation des autres dents stator suit la même logique.

En raison des conditions d'anticyclicité de la machine, le calcul des coefficients de saturation magnétique peut être limité sur une ouverture de pôle (par exemple Fig. 46 : les dents stator entre l'axe d1 et l'axe d2).

4.4 Procédure de calcul des coefficients de saturation stator

Fig. 47 décrit l'algorithme de calcul itératif des coefficients de saturation magnétique des dents stator.



FIGURE 47 – Mise en oeuvre de la méthode de coefficients de saturation magnétique

La première partie de cet algorithme consiste en une initialisation des paramètres à utiliser dans le calcul (l'induction magnétique, coefficients de saturation recherchés, le pas de variation des coefficients de saturation, ainsi qu'une cible qui permet de repérer les indices des dents stator afin de gérer la convergence de chaque coefficient de saturation).

Ensuite, le vecteur qui contient les coefficients de saturation recherchés est sauvegardé. Puis, pour chaque dent stator (l'étude est réduite à une paire de pôles), le coefficient de saturation pour chaque dent stator est évalué (en exploitant les relations 4.4 à 4.11). Le critère de recherche du coefficient de saturation requis est ensuite formé. Il permet de décider soit d'augmenter le coefficient de saturation recherché soit de maintenir à la valeur précédemment calculé et stocker l'indice de la dent dont le coefficient de saturation a été obtenu. Après le calcul de coefficients de saturation de toutes les dents, un test de convergence est réalisé afin de s'assurer que la cible est atteinte. Si tel n'est pas le cas, la distribution de l'induction magnétique est mise à jour pour la prochaine itération. Si, au contraire, l'algorithme a convergé, les nouvelles composantes de l'induction magnétique (radiale et orthoradiale) sont évaluées et comparées au résultat issu des simulations éléments finis.

4.5 Résultats obtenus pour le calcul de l'induction magnétique avec des coefficients de saturation stator

Le calcul de coefficients de saturation stator permet de corriger le niveau d'induction magnétique prédit par le modèle électromagnétique analytique linéaire. Ces coefficients sont calculés par une procèdure itérative selon l'algorithme décrit précédemment (Fig. 47).

Afin d'analyser l'efficacité de cette approche, nous avons pris un cas de fonctionnement avec un angle de défluxage Ψ et des courants Is et If suffisamment élevés pour saturer la machine.

Fig. 48 montre une comparaison des distributions de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer pour trois modèles électromagnétiques (éléments finis saturés au stator et au rotor, modèle électromagnétique analytique linéaire ainsi que le modèle électromagnétique analytique linéaire corrigé par des coefficients de saturation stator).



FIGURE 48 – Induction magnétique radiale en charge, à $t=0{\rm s},$ pour $Is=300{\rm A},$ $If=6{\rm A}$ et un angle de défluxage $\Psi=-5^\circ$

Les résultats obtenus pour cette position initiale du rotor (Fig. 48 à t = 0s) mettent en évidence la limite du modèle électromagnétique linéaire et montrent que les coefficients de saturation stator ont permis de prédire des niveaux d'inductions magnétiques comparables aux résultats des éléments finis en face de chaque dent stator.

La composante orthoradiale de l'induction magnétique pour cette position du rotor (à t = 0s) est illustrée par (Fig. 49).



FIGURE 49 – Induction magnétique orthoradiale en charge, à t = 0s, pour Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$

Les amplitudes des pics de l'induction magnétique orthoradiale s'approchent des niveaux obtenus par le modèle éléments finis (en face de la partie massive du rotor). Toutefois, dans la partie creuse du rotor, la composante orthoradiale est moins bien estimée à cause des hypothèses simplificatrices utilisées dans le modèle électromagnétique linéaire pour déterminer la perméance tangentielle totale de la machine. D'autres écarts sont liés à la nature de la saturation magnétique (par exemple, le plateau d'induction tangentielle aux alentours de 15°, Fig. 49 : encadré en violet).

Le mouvement du rotor peut rajouter une complexité dans la prise en compte de la saturation magnétique. En effet, l'extrémité du pôle rotor (à l'entrée du creux rotor) peut se placer en face d'une petite portion d'une dent stator et former ainsi une position particulière, pour laquelle le coefficient de saturation stator en face de la dent en question ne suffit pas pour corriger le niveau d'induction.

Fig. 50 illustre typiquement une position particulière du rotor, dans laquelle une partie de la quatrième dent stator (Fig. 50 à 20°) voit l'extrémité du pôle rotor (du fer) et l'autre partie de la dent stator voit le creux (de l'air) du rotor.



FIGURE 50 – Limite des coefficient de saturation stator pour des positions particulières du rotor

Nous pouvons remarquer que pour les autres dents (mis à part la dent 4 du stator encadrée en violet), les niveaux d'induction magnétiques sont relativement bien prédits.

La composante orthoradiale de l'induction magnétique est présentée par (Fig. 51).



FIGURE 51 – Induction magnétique orthoradiale en charge, à t = 0.3 ms, pour Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$

Nous pouvons constater qu'en face de la quatrième dent stator (encadrée en violet), aux alentours de 20° le niveau d'induction magnétique orthoradiale du modèle éléments finis est

important comparé au résultat prédit par le modèle analytique. En effet, à cet endroit le flux magnétique est concentré et il est possible qu'une saturation locale sur l'extrémité du pôle rotor engendre et explique le niveau d'induction magnétique orthoradiale (courbe éléments finis) à cet endroit.

Afin de tenir compte correctement de la saturation magnétique dans la machine, il est nécessaire d'introduire des coefficients de saturation magnétique côté rotor, et ainsi pouvoir tenir compte des positions particulières telle que celle présentée par (Fig. 50).

4.6 Calcul des coefficients de saturation magnétique côté rotor

Le calcul de coefficients de saturation magnétique côté rotor nécessite de connaître les chutes de tensions magnétiques dans la partie massive du rotor. La procédure de calcul de ces coefficients de saturation rotor est similaire à celle employée pour le calcul de coefficients de saturation stator.

En effet, l'algorithme présenté par (Fig. 47) est exploité pour le calcul des coefficients de saturation rotor. Cependant, quelques changements sont à prendre en compte.

Tout d'abord, l'induction magnétique obtenue après convergence des coefficients de saturation stator constitue l'entrée du modèle (point de départ) et les flux sont calculés sur la surface externe du rotor. Pour ce calcul, le rotor est discrétisé en fonction du nombre de dents stator en face. Fig. 52 met en évidence la segmentation du pôle rotor à sa position initiale (à t = 0s).



FIGURE 52 – Segmentation du pôle rotor pour le calcul des coefficients de saturation rotor à t=0s

En effet, à chaque position du rotor, une ligne horizontale (Fig. 52 : ligne verte) est placée au fond de la perméance relative d'encoches stator pour délimiter la zone d'interaction entre la perméance relative totale (Fig. 52 : rouge) et la perméance relative radiale du stator (Fig. 52 : noir). Elle permet de déterminer la portion du pôle rotor à utiliser pour le calcul de la section de passage du flux rotor.

4.6.1 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans le pôle rotor

La segmentation du pôle rotor en fonction du nombre de dents stator en face (Fig. 52) permet de définir un flux par portion du pôle exprimé par (4.12):

$$\Phi_{tr}(ii) = R_r L_s \int_{\gamma_{st}+(ii-1)\theta_{st}}^{\gamma_{st}+ii\theta_{st}} B_g d\theta$$
(4.12)

Où R_r est le rayon de la surface du rotor et B_q est l'induction magnétique dans l'entrefer.

A partir de flux magnétiques dans le pôle rotor, les inductions magnétiques dans chaque portion du pôle rotor sont obtenues par la relation suivante (4.13) :

$$B_{tr} = \frac{\Phi_{tr}}{S_{tr}} \tag{4.13}$$

Où $S_{tr} = l_{tr}L_s$ est la section propre à chaque portion du pôle rotor en fonction de sa position par rapport aux dents stator en face du pôle. L_s la longueur active de la machine et l_{tr} la largeur de la portion du pôle rotor à considérer. À titre d'exemple, les l_{tr} à considérer pour la position initiale du rotor (à t = 0s) sont illustrées par (Fig. 52).

Les valeurs des inductions magnétiques dans les différentes portions du pôle rotor (4.13) sont exploitées pour déterminer les champs magnétiques dans chaque portion des pôles rotor (interpolation de la courbe B(H) du matériau : Fig. 41).

La chute de tension magnétique dans chaque portion des pôles rotor, est ainsi établie par le produit du champ magnétique H_{tr} dans la portion considérée par la hauteur du pôle rotor h_{tr} (rayon de la surface du rotor moins le rayon externe de la culasse rotor). Cette chute de tension est homogène à une force magnétomotrice (4.14) :

$$U_{tr} = h_{tr} H_{tr} \tag{4.14}$$

4.6.2 Calcul des chutes de tensions magnétiques dans la culasse rotor

Le trajet des lignes de champ magnétique dans la culasse rotor est segmenté également en fonction du nombre de dents stator en face d'un pôle rotor. Par analogie au stator et en considérant les flux magnétiques calculés dans les différentes portions des pôles rotor, on définit le système d'équations suivant (4.15) permettant de calculer les flux magnétiques dans chaque portion de la culasse rotor :

$$\Phi_{cr} = A^{-1} Vect \Phi_{tr} \tag{4.15}$$

Où Φ_{cr} est le vecteur des flux dans les portions de la culasse rotor, et $Vect\Phi_{tr}$ est un vecteur qui contient les flux dans l'ensemble de portions des pôles rotor qui interviennent dans le système d'équations des flux (par analogie au flux stator Fig. 44). La dernière composante de $Vect\Phi_{tr}$ vaut zéro (condition de conservation des flux dans la culasse rotor). Connaissant les flux dans la culasse rotor, les inductions magnétiques dans les portions de la culasse rotor sont données par (4.16):

$$B_{cr}(ii) = \frac{\Phi_{cr}(ii)}{S_{cr}} \tag{4.16}$$

Où $S_{cr} = h_{cr}L_s$ et h_{cr} sont respectivement la section et la hauteur de la culasse rotor.

Ensuite, la courbe B(H) du matériau (Fig. 41) permet de déduire les différentes valeurs des champs magnétiques dans les portions de la culasse rotor à partir des valeurs des inductions magnétiques dans ces portions.

La chute de tension magnétique dans les différentes portions de trajets de lignes de champ magnétique dans la culasse rotor est définie par le produit du champ magnétique H_{cr} dans cette portion de culasse rotor par la longueur moyenne l_{cr} de la portion de la culasse rotor (rayon moyen dans la culasse rotor en face d'un pôle rotor divisé par le nombre d'encoches stator en face de ce pôle). Ces chutes de tension sont homogène à une force magnétomotrice (4.17) :

$$U_{cr} = l_{cr} H_{cr} \tag{4.17}$$

Les chutes de tensions magnétiques dans les portions de culasse rotor, permettent de calculer pour chaque trajet la contribution des chutes de tensions magnétiques dans la culasse relatives à ce trajet (Ut_{trajet} pour le calcul des coefficients de saturation rotor).

Les coefficients de saturation rotor peuvent être calculés à l'aide de la connaissance des différentes chutes de tensions magnétiques dans les pôles et culasse rotor. L'algorithme (Fig. 47) est utilisé pour la détermination de ces coefficients (l'induction magnétique dans l'entrefer est initialisée à sa distribution obtenue après convergence de coefficients de saturation stator et les données stator sont remplacées par les données du rotor).

Les résultats obtenus par cette approche analytique itérative pour le calcul de l'induction magnétique dans l'entrefer sont comparés avec les simulations éléments finis afin de confirmer la pertinence de cette approche pour les différents cas de fonctionnement de la machine.

4.7 Résultats du calcul de l'induction magnétique issus d'une démarche séquentielle d'obtention des coefficients de saturation magnétique

Les coefficients de saturation stator n'ont pas permis à eux seuls de converger vers le niveau d'inductions magnétiques dans l'entrefer pour les différentes positions du rotor. Ainsi les coefficients de saturation rotor ont été introduits pour tendre vers un meilleur résultat. En effet, l'effet de la saturation magnétique sur la machine a été découplé et une démarche séquentielle a été mise en place.

D'abord un premier calcul qui exploite les résultats du modèle électromagnétique analytique linéaire permet d'obtenir les coefficients de saturation côté stator. Ces coefficients permettent d'aboutir à des niveaux d'inductions magnétiques dans l'entrefer comparables à ceux issus des éléments finis pour certaines positions du rotor. Ensuite, cette nouvelle distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer est exploitée à son tour pour calculer les coefficients de saturation rotor. La convergence des coefficients de saturation rotor permet d'améliorer la prise en compte de la saturation magnétique dans le modèle électromagnétique analytique.

Afin d'analyser ces nouveaux résultats, nous avons repris le même point de fonctionnement que nous avons présenté dans le cas de coefficients de saturation stator seul (pour deux positions distinctes du rotor).

Fig. 53 montre les courbes d'inductions magnétiques radiales obtenues par le modèle éléments finis, le modèle électromagnétique analytique linéaire (CM : Conformal Mapping), puis le modèle électromagnétique analytique avec les coefficients de saturation stator seul et enfin le modèle électromagnétique analytique avec les coefficients de saturation stator suivis de coefficients de saturation rotor (démarche séquentielle).



FIGURE 53 – Démarche séquentielle : induction magnétique radiale dans l'entrefer en charge, à t = 0s, pour : Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$

Pour la position initiale du rotor (t = 0s), nous pouvons constater qu'en grande partie, l'effet de la saturation magnétique de la machine est déjà prise en compte par les coefficients de saturation stator (Fig. 53). Les coefficients de saturation rotor ont apporté une légère amélioration (notamment sur la troisième dent du stator autour de 15°). Il est important également de signaler que les coefficients de saturation rotor ont maintenu quasiment les mêmes niveaux d'inductions magnétique en face des dents stator, dont les niveaux d'inductions magnétiques ont été correctement prédits par les coefficients de saturation stator.

Nous avons pu voir la limite des coefficients de saturation stator quand il s'agit de prédire correctement le niveau d'induction magnétique dans l'entrefer pour une position particulière du rotor. Cette limite est reprise sur (Fig. 54 autour de 21°).



FIGURE 54 – Correction du modèle des coefficients de saturation stator à l'aide des coefficients de saturation rotor

L'introduction des coefficients de saturation rotor a permis une meilleure prédiction de la distribution magnétique dans l'entrefer. En particulier, dans la zone qui ne pourrait pas être correctement gérée par les coefficients de saturation stator (quatrième dent stator qui voit à son entrée une extrémité du pôle rotor : autour de 21°).

Les coefficients de saturation rotor maintiennent quasiment les mêmes niveaux d'inductions magnétiques pour les dents stator qui ont déjà convergé correctement. Ce constat montre l'intérêt de cette démarche séquentielle de prise en compte de la saturation magnétique.

Les résultats du modèle électromagnétique analytique avec la démarche séquentielle de prise en compte de la saturation magnétique (stator suivi du rotor) sont très proches des ceux issus des simulations éléments finis (Fig. 54 composante radiale de l'induction magnétique). Dans la troisième encoche stator (Fig. 54 autour de 18°), nous pouvons observer une petite différence entre les deux modèles électromagnétiques (analytique et éléments finis). Ceci est dû au fait que les coefficients de saturation sont calculés en face d'une dent stator, ainsi afin d'éviter une discontinuité numérique (provoquée au milieu d'une encoche à cause de l'écart entre les coefficients de saturation de deux dents voisines), un coefficient de saturation moyen propre à chaque encoche lui a été appliqué (moyenne de deux coefficients de saturation de deux dents successives).

La correction de la distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer est obtenue à l'aide de la segmentation du pôle rotor. Fig. 55 rappelle le principe de cette segmentation et montre les portions du pôle rotor à considérer pour le calcul des coefficients de saturation rotor (à t = 0.3ms).

En effet, pour le calcul des coefficients de saturation stator, chaque largeur de dent stator l_{ts} est constante et vaut un pas dentaire. Cependant pour le calcul des coefficients de saturation





FIGURE 55 – Segmentation du rotor pour le calcul des coefficients de saturation rotor à t = 0.3ms

La composante orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer à cette nouvelle position du rotor (t = 0.3ms) est donnée par Fig. 56.



FIGURE 56 – Démarche séquentielle : induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer en charge, à t = 0.3ms, pour : Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$

Les imperfections du modèle électromagnétique analytique dans la zone creuse du rotor ne peuvent pas être corrigées par les coefficients de saturation magnétique. Toutefois les pics de l'induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer sont bien prédits pour la plupart (hors la zone du creux rotor : entre 21° et 34°).

Une première analyse de la zone la plus saturée de la machine à cette position du rotor (Fig. 54 et Fig. 56 : la 4ème dent stator autour de 20°) peut être intéressante. En effet, nous pouvons voir que le plateau d'induction magnétique radiale est quasiment au même niveau pour les deux modèles éléments finis et analytique saturé. Cependant, la composante orthoradiale à cet endroit spatial (Fig. 56 autour de 20°) est quasiment nulle pour le modèle analytique et relativement élevée pour le modèle éléments finis (environ 0.2 T). Cet écart pourrait être expliqué par une saturation locale de la 4ème dent stator (autour de 20°). Cet effet ne peut pas être couvert par le modèle analytique saturé et il peut avoir un impact significatif sur la pression magnétique orthoradiale (et par conséquent sur le couple électromagnétique de la machine).

4.8 Résultats du calcul de l'induction magnétique issus d'une démarche simultanée d'obtention des coefficients de saturation magnétique

La saturation magnétique dans la machine (côté stator et côté rotor) peut être intégrée à l'aide de la définition des coefficients de saturation qui tiennent compte simultanément des chutes de tensions magnétiques dans le stator et dans le rotor.

D'après [18], le calcul d'un coefficient de saturation en face d'une dent stator pour une machine doublement saillante est donné par (4.18) : :

$$K_{sat} = 1 + \frac{2U_{ts} + Uts_{trajet} + 2U_{tr} + Utr_{trajet}}{2gH_g}$$
(4.18)

Où U_{ts} et U_{tr} sont respectivement les chutes des tensions magnétiques (homogènes à des forces magnétomotrices) dans les dents stator et rotor. Uts_{trajet} et Utr_{trajet} sont respectivement les chutes des tensions magnétiques (homogènes à des forces magnétomotrices) dans les culasses stator et rotor.

Pour notre machine, la procédure de calcul déjà établie reste valable pour le calcul des différentes chutes de tensions magnétiques dans le stator et dans le rotor. La détection des axes du flux maximal sur une période électrique nous permet de reconstruire les trajets des lignes de champs magnétiques et d'en tenir compte dans le calcul des coefficients de saturation (4.18).

L'induction magnétique radiale prédite par le modèle électromagnétique analytique linéaire nous permet de calculer les flux sur l'alésage stator et sur la surface du rotor. Ces flux servent à déterminer les inductions magnétiques dans les dents stator et différentes portions du pôle rotor (la segmentation du rotor est nécessaire) ainsi que dans les culasses stator et rotor. À partir de ces inductions magnétiques et de la courbe B(H) du matériau, les champs magnétiques dans la machine peuvent être déterminés. Ces champs magnétiques combinés aux données géométriques de la machine permettent d'évaluer les chutes de tensions magnétiques (homogènes à des forces magnétomotrices) dans la machine et ainsi obtenir les coefficients de saturation. La méthode itérative présentée par l'algorithme (Fig. 47) reste valable pour ce nouveau calcul des coefficients de saturation. En effet la nouvelle formulation des coefficients de saturation (4.18) est employée dans cet algorithme.

Fig. 57 montre une comparaison de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer issue des trois modèles électromagnétiques (éléments finis, analytique linéaire ainsi que le modèle analytique avec les coefficients de saturation qui tiennent compte de la saturation magnétique dans le stator et le rotor simultanément).



FIGURE 57 – Démarche simultanée : induction magnétique radiale dans l'entrefer en charge, à t = 0s et t = 0.3ms, pour : Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$

Nous pouvons remarquer que pour les deux positions du rotor présentées (Fig. 57), le modèle électromagnétique analytique saturé a permis une très bonne prédiction de la distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer et notamment en termes d'amplitudes de plateaux d'inductions en face des dents stator comparés aux résultats des simulations éléments finis.

Avec la variation de la position du rotor et avec le défluxage, nous pouvons rencontrer des pics d'induction sur une portion de dent stator (Fig. 57 b). Ainsi, à l'aide de la segmentation du pôle rotor et de la prise en compte de la saturation magnétique au stator et au rotor, les niveaux d'induction magnétique radiale de ces pics sont bien reproduits.

Les résultats de l'induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer pour les deux positions du rotor étudiées sont présentées par Fig. 58.



FIGURE 58 – Démarche simultanée : induction magnétique orthoradiale dans l'entrefer en charge, aux instants t = 0s et t = 0.3ms, pour : Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$

La démarche simultanée de prise en compte de la saturation magnétique dans le stator et le rotor a permis de prédire des niveaux d'inductions magnétique comparables aux éléments finis. Cependant, les imperfections dans la zone creuse du rotor (Fig. 58 a : entre 16° et 29° et Fig. 58 b : entre 21° et 34°) ne peuvent pas être corrigées par les coefficients de saturation magnétique.

Les coefficients de saturation magnétique qui ont rendu possible l'amélioration du modèle électromagnétique analytique peuvent être vus comme une fonction en escalier. Fig. 59 montre les deux fonctions de coefficients de saturation magnétique obtenues pour les deux démarches séquentielle et simultanée de prise en compte de la saturation magnétique pour les deux positions du rotor étudiées.



FIGURE 59 – Fonction de coefficients de saturation magnétique, aux instants t = 0s et t = 0.3ms, pour : Is = 300A, If = 6A et un angle de défluxage $\Psi = -5^{\circ}$: démarches séquentielle vs simultanée

Fig. 59 permet de comparer les deux approches séquentielle et simultanée qui donnent des résultats similaires.

La complexité de la saturation magnétique dans les différentes zones de la machine ajouté au fait que les coefficients de saturation magnétique considèrent un trajet moyen dans le fer (une valeur moyenne de chutes de tensions magnétiques dans chaque partie ferromagnétique de la machine), en addition au caractère itératif de l'algorithme de convergence pour le calcul des ces coefficients, constituent un ensemble d'éléments qui peuvent expliquer les petits écarts qui peuvent être constatés sur la prédiction de la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer.

Ainsi, la méthode de coefficients de saturation magnétique reste globalement une approche pertinente pour la prédiction de l'induction magnétique dans l'entrefer.

Conclusion sur le modèle électromagnétique analytique non linéaire

Dans cette partie de l'étude, nous avons décrit le principe de la méthode de coefficients de saturation magnétique. Tout d'abord à travers un circuit magnétique simple afin d'identifier les différents éléments nécessaires pour l'application de cette approche. Ensuite, l'étude proprement dite de la machine synchrone à rotor bobiné a été abordée.

Dans un premier temps, l'effet de la saturation magnétique côté stator et côté rotor est étudié séparément. Ce découplage permet de comprendre l'impact de la complexité géométrique de la machine (double saillance) qui rend la prédiction de l'effet de la saturation magnétique plus difficile.

Tout d'abord les coefficients de saturation stator ont été calculés. Ce calcul est obtenu à l'aide de la définition des chutes de tensions magnétiques (homogènes à des forces magnétomotrices) dans les dents et culasse stator ainsi que la détermination des trajets des lignes de champ
magnétique dans le stator. Ces trajets sont obtenus en exploitant le potentiel du modèle électromagnétique analytique à prédire fidèlement la distribution de l'induction magnétique radiale dans l'entrefer. Ainsi, on détermine sur une période électrique les deux dents stator qui voient passer le champ magnétique maximal (en valeur absolue). Ces deux dents stator délimitent le trajet moyen des lignes de champ magnétique dans la culasse stator.

La non-linéarité est prise en compte à l'aide la courbe B(H) du matériau et un algorithme itératif permet d'assurer la convergence de ces coefficients de saturation stator (Fig. 47).

Un cas de fonctionnement de la machine avec prise en compte du défluxage a fait l'objet de cette étude. Il a montré que les coefficients de saturation stator permettent d'obtenir des niveaux d'induction magnétique radiale et orthoradiale comparables aux résultats éléments finis pour plusieurs positions du rotor. Cependant pour d'autres positions du rotor, les coefficients de saturation côté stator n'arrivent pas à prédire correctement les plateaux de l'induction magnétique radiale en face des dents stator fortement saturées (par exemple quand une partie d'une dent stator voit transiter l'extrémité du pôle rotor et l'autre partie de la dent stator voit de l'air). D'où la limite de ces coefficients de saturation stator et la nécessité de tenir compte de la saturation magnétique côté rotor.

Dans un second temps, les coefficients de saturation magnétique côté rotor ont été introduits afin de compléter et améliorer la prise en compte de la saturation magnétique. Ces coefficients sont calculés après la convergence de coefficients de saturation stator. La logique du calcul reste la même. Il faut déterminer les chutes de tensions magnétiques dans les pôles rotor (qui sont segmentés en fonction du nombre de dents stator en face de chaque pôle) ainsi que dans la culasse rotor. La procédure itérative (Fig. 47) est utilisée pour calculer les coefficients de saturation côté rotor. Ensuite, l'induction magnétique dans l'entrefer du modèle analytique saturé (coefficients de saturation stator suivi de coefficients de saturation rotor) a été comparée avec les éléments finis, cette comparaison affirme la pertinence de la méthode analytique de coefficients de saturation.

Pour finir, un calcul des coefficients de saturation de la machine (stator et rotor simultanément) a été présenté. Il a permis également de retrouver un degré de précision proche et dans des proportions comparables aux résultats issus des éléments finis.

En somme, les coefficients de saturation magnétique à chaque position du rotor forment une fonction en escalier capable de corriger le niveau d'induction magnétique dans l'entrefer prédit par le modèle électromagnétique analytique. En effet, cette fonction en escalier de coefficients de saturation associée au modèle électromagnétique analytique linéaire basé sur la méthode de transformations conformes définit une nouvelle méthode analytique de prise en compte de la saturation magnétique pour la machine synchrone à rotor bobiné (à double saillance). En addition, les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer sont obtenues par le modèle électromagnétique analytique en saturé.

Quelques cas d'études de la machine sont présentés en annexe (page 169) pour couvrir et traiter des cas de saturation magnétique avec et sans défluxage.

5 EXPLOITATION DU MODÈLE ÉLECTROMAGNÉTIQUE ANALYTIQUE ET VALIDATIONS EXPÉRIMENTALES

Chapitre 5 :

Introduction	107
5.1 Description du banc d'essais vibroacoustiques	107
5.1.1 Instrumentation du groupe motopropulseur	112
5.1.2 Mesures acoustiques $\ldots \ldots \ldots$	113
5.2 Analyse modale issue du modèle de simulation mécanique	114
5.3 Analyse de l'origine des harmoniques dans un spectrogramme de pression	n
acoustique du groupe motopropulseur	116
5.4 Définition de la pression magnétique radiale en dB	122
5.5 Comparaison du modèle analytique électromagnétique avec le modèle élé-	<u>)</u> -
ments finis et les essais acoustiques	124
5.5.1 Fonctionnement à Is = 0 A et If variable $\ldots \ldots \ldots$	125
5.5.2 Fonctionnement à Is variable et If constant $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 132$	132
5.6 Effet de la commande $(Id, Iq \text{ et } If)$ sur les pressions magnétiques et acous-	3-
tiques du moteur $\ldots \ldots \ldots$	138
5.7 Effet des courants MLI à 10kHz et 5kHz sur les comportements magnétique	e
et acoustique du moteur $\ldots \ldots \ldots$	146
Conclusions	158

Introduction

Dans ce chapitre, l'objectif est de comparer et analyser les tendances des principaux harmoniques des pressions magnétiques radiales obtenues par les modèles électromagnétiques (analytiques et éléments finis) avec ceux de la pression acoustique mesurée.

Après avoir présenté le banc d'essai vibroacoustique du GMPé (Groupe Moto Propulseur électrifié) ainsi que les conditions expérimentales pour la mesure de la pression acoustique, une analyse modale et une discussion des origines des harmoniques présents dans la pression acoustique sont présentées.

Ensuite, les modèles électromagnétiques (analytique et éléments finis) sont exploités et comparés entre eux d'abord puis positionnés par rapport aux mesures acoustiques. En effet, les principales raies d'harmoniques des pressions magnétiques radiales (issues du modèle analytique et simulations éléments finis) et des pressions acoustiques sont évaluées et comparées en termes d'évolutions globales pour trois cas de figure :

- Fonctionnement à courants stator nuls et une excitation au rotor non nulle à plusieurs vitesses
- Fonctionnement à courants stator non nuls et une excitation au rotor maintenue constante à plusieurs vitesses
- Comparaison de plusieurs consignes des courants stator et rotor pour réaliser le même point de fonctionnement (défini par une vitesse et un couple donnés)

L'objectif de ces trois cas de figure est de faire une analyse comparative de l'impact des paramètres électriques sur les harmoniques des pressions magnétiques et acoustiques. D'où l'intérêt de décomposer l'étude en trois configurations (listées précédemment) : excitation rotor seule, courants stators variables avec une excitation rotor maintenue constante et le dernier cas courants stator et rotor variables.

Enfin, l'impact des formes d'ondes obtenues par simulations des courants MLI (stator) et du courant d'excitation avec hachage (rotor) sur les pressions magnétiques est examiné. Cette étude va permettre d'un côté de comparer les tendances observées sur les pressions magnétiques et acoustiques pour deux fréquences de découpage distinctes des courants stator (MLI 5 kHz et MLI 10 kHz) et de l'autre de comparer les pressions magnétiques entre elles dans les trois cas de figure suivants :

- Courants stator pur sinus et excitation au rotor constante
- Courants stator MLI 5 kHz et excitation au rotor avec hachage à 5 kHz : formes d'ondes obtenues par simulations
- Courants stator MLI 10 kHz et excitation au rotor avec hachage à 5 kHz : formes d'ondes obtenues par simulations

5.1 Description du banc d'essais vibroacoustiques

L'entreprise Renault dispose d'un banc d'essais sur le site de la ville de Lardy réservé aux essais vibroacoustiques sur les moteurs électriques et thermiques (Fig. 60).



FIGURE 60 – Banc semi-anéchoïque pour le GMP thermique et le GMP électrifié

Voici une brève description de l'intérêt de ce banc d'essais et de son potentiel :

Objectifs du banc d'essais vibroacoustiques :

- Suivi, mise au point et optimisation des prestations NVH du GMP thermique ou électrique en charge : bruit de combustion, rayonnement GMP, sifflement etc
- Positionnement du GMP par rapport aux cahiers de charges et aux concurrents
- Diagnostic acoustique
- Outil métier pour des investigations en phase amont

Méthodes employées au banc d'essais vibroacoustiques :

- Mesures de tension et courants des commandes
- Mesures microphoniques et accélérométriques
- Imagerie acoustique avec l'antenne Beamforming à 84 microphones

Quelques données utiles du banc d'essais vibroacoustiques :

- Vitesse de 0 à 14000 tr/min
- Couple moteur de 0 à 520 $\rm Nm$
- Système d'acquisition LMS (128 voies)
- Système d'acquisition B&K (84 voies)
- Configuration traction (transversale ou longitudinale)

Le banc d'essais vibroacoustique a servi pour réaliser une campagne d'essais sur le GMPe. Fig. 61 illustre le schéma synoptique du banc d'essais.



FIGURE 61 – Schéma synoptique du banc vibroacoustique

Nous allons rappeler les principaux éléments qui composent le banc vibro acoustique en présence du GMP électrique (Fig. 62) :



FIGURE 62 - GMP électrique

Machine électrique : la machine qui fait l'objet des essais est une machine synchrone à rotor bobiné (MSRB) qui possède 4 paires de pôles et 48 encoches au stator (Fig. 63).



 $\tt FIGURE~63-Moteur$ électrique : a) modèle 2D du moteur , b) modèle 3D du stator sans bobinage et c) modèle 3D du moteur avec l'arbre

Les valeurs de tensions et des courants pour le moteur électrique varient dans les plages suivantes :

- Alimentation continue variable de -400 V et +400 V
- Les composantes du courant stator Id et Iq sur les deux axes d et q varient de -750 A et +750 A crête.
- Le courant rotor If varie de 0.5 A (limite minimale imposée pour les essais) à 17A

Boitier Onduleur : Le GMPe dispose d'une électronique de puissance qui assure son alimentation en tension (Fig. 64).



FIGURE 64 – Boitier Onduleur de tension

La source de tension continue variable (Fig. 61) permet d'alimenter l'onduleur avec la bonne tension continue souhaitée. L'onduleur est piloté en MLI (Modulation de largeur d'impulsion) avec la possibilité de changer la fréquence de découpage des courants stator (2.5 kHz, 5 kHz et 10 kHz). Selon la fréquence de découpage choisie et la stratégie MLI employée, des limites thermiques et/ou mécaniques peuvent apparaître. Ces limites réduisent ainsi le champ des essais possibles en couple et/ou en vitesse.

Le réducteur mécanique : il permet la transmission mécanique du couple souhaité à une vitesse donnée aux deux machines de charge (Fig. 65). Ce réducteur est composé d'une roue de 21 dents, l'arbre primaire, engrenant avec une roue de 59 dents, le pignon de descente emmanché sur l'arbre secondaire.



FIGURE 65 – Réducteur mécanique (avec l'engrenage détaillé dans l'encadré rouge)

Deux machines de charge : chacune est placée dans une pièce isolée (pour ne pas rajouter du bruit au banc). Ces machines de charges sont régulées en vitesse, elles permettent ainsi d'imposer la vitesse et le couple résistant à la machine électrique. Elles reproduisent l'effet de l'intégration du moteur dans son environnement réel (voiture + passagers). Un opérateur formé et expérimenté assure le pilotage de ces machines via des logiciels dédiés à cet effet. La liaison entre les machines de charges et le moteur électrique est schématisé sur la (Fig. 61).

Boitier de communication : La communication avec l'onduleur est assurée via un boitier de communication de la marque Vector qui est piloté via le logiciel MORPHEE installé sur un PC de banc. Plusieurs paramètres peuvent être modifiés, notamment la stratégie de modulation (MLI), la fréquence de découpage, la valeur maximale de l'indice de modulation (surmodulation) et la gestion des temps morts onduleurs. Les données de commandes (*Id*, *Iq*, *If*, Tension, etc) sont sauvegardées sur le PC du banc et peuvent être post-traitées avec des logiciels dédiés comme MORPHEE ou Concerto de la société AVL.

Interface de Monitoring : Un second PC avec un écran de monitoring en temps réel est placé à l'exterieur du banc d'essais. Il permet de communiquer avec les machines de charges via le logiciel MORPHEE et d'observer l'évolution en temps réel de certains paramètres clés, comme les températures, le niveau de refroidissement, le couple et la vitesse.

Le logiciel LMS TestLab : Ce logiciel permet de communiquer en temps réel avec les voies d'acquisition des signaux d'accéléromètres (pour la vibration) et des microphones (pour l'acoustique). Le logiciel permet également de vérifier le bon fonctionnement des capteurs (accéléromètres) et des microphones ainsi que la bonne acquisition des signaux avant d'entamer la

phase d'instrumentation du GMPe. Les données d'essais vibroacoustiques sont sauvegardées via ce logiciel et peuvent également être analysées (suivi d'ordre pour les harmoniques de temps, sonogrammes de pressions acoustiques, accélérations, déplacements). Il offre également la possibilité d'exporter les données des signaux post-traités.

5.1.1 Instrumentation du groupe motopropulseur

Le groupe moto-propulseur électrifié GMPé est assemblé en dehors du banc d'essai puis transporté et installé dans le banc d'essais (Fig. 66).



FIGURE 66 – GMP électrique instrumenté sur le banc d'essai vibroacoustique

Fig. 66 a) donne une vision du GMPé une fois mis dans la chambre semi-anéchoïque. Le GMPé (machine électrique, réducteur et onduleur) est mis en évidence avec les supports mécaniques nécessaires à sa suspension. Le sol et les supports sont couverts d'une mousse d'isolation phonique. Nous signalons également la présence des éléments relatifs au système de refroidissement, les sondes de températures, les arbres de transmissions pour la liaison entre le GMPé et les machines de charges ainsi que le système de liaison (en jaune Fig. 66 a) avec les machines de charges placées dans deux pièces isolées du banc d'essais vibroacoustique.

Pour l'instrumentation vibratoire, cinq accéléromètres tri-axes sont répartis sur une partie du carter du GMPé (Fig. 66 c).

Pour l'instrumentation acoustique, six microphones entourent le GMPè (à l'image de six faces d'un cube) afin de capturer l'évolution du son et sa propagation. Ce choix est fait pour simplifier l'analyse des données; Il repose sur la base d'essais existants avec 32 microphones qui ont permis de constater que les résultats acoustiques obtenus en utilisant six microphones sont représentatifs. Une moyenne quadratique des signaux des six microphones est calculée pour donner l'image globale du comportement acoustique du moteur.

Pour des raisons de planning d'essais vibroacoustiques et des ressources humaines, l'étude vibratoire n'a pas été retenue et la priorité a été donnée aux mesures acoustiques.

5.1.2 Mesures acoustiques

Le son émis par la machine électrique peut être mesuré à l'aide des microphones associés à un logiciel d'acquisition de signaux. Les microphones permettent de traduire les ondes sonores en signaux électriques. Ces signaux subissent une amplification avant d'être analysés et traités par le logiciel d'acquisition (LMS Testlab).

Dans cette campagne d'essais, nous avons utilisé des microphones de la Société Brüel&Kjaer de type 4189 (Fig. 67). Ces microphones couvrent une plage de fréquence variant de 6,3 Hz à 20 kHz.

Fig. 67 rappelle les principales caractéristiques de ces microphones ainsi que le montage réalisé lors de l'instrumentation du GMPé.



FIGURE 67 – Microphone Brüel&Kjaer Type 4189

En théorie, une mesure acoustique parfaite nécessitera un endroit clos sans aucun obstacle qui pourrait intercepter le trajet du son [4]. Afin de s'approcher de ces conditions idéales, le GMpé est placé dans une chambre semi-anéchoïque (sol réfléchissant). Dans cet espace d'expérimentation acoustique particulier, les murs et plafond sont équipés de matériaux avec une grande capacité d'absorption des ondes sonores et une forte isolation par rapport à l'extérieur. Les supports et suspensions utilisés sont également couverts d'un matériau doté d'une bonne capacité d'isolation phonique (mousses d'isolation phonique). Dans ces conditions une onde sonore ne peut subir qu'une réflexion par le sol pour être ensuite captée par la paroi d'un mur.

Afin de pouvoir mieux exploiter les mesures acoustiques du GMP électrique et analyser les sonogrammes des pressions acoustiques, nous allons nous interesser à l'analyse modale pour identifier les fréquences des principaux modes mécaniques de la machine électrique.

5.2 Analyse modale issue du modèle de simulation mécanique

L'étude mécanique de la machine synchrone à rotor bobiné a été réalisée au sein du bureau d'étude mécanique et simulations numériques sur le site de Lardy. Le stator du moteur comporte 48 encoches et a été modélisé sous un logiciel éléments finis en tenant compte de son intégration dans son environnement réel (la raideur et la fixation d'un côté du stator). Afin de simplifier l'analyse, seul le stator est étudié. Ce choix repose sur des résultats expérimentaux d'autres études qui ont permis de montrer que les phénomènes prépondérants peuvent être observés avec l'étude du comportement vibratoire du stator [8]. Le stator étant fixé par des vis, ces conditions sont prises en compte dans le modèle mécanique.

Plusieurs simulations numériques ont été réalisées afin d'identifier les fréquences propres des modes stator qui ont le plus d'impact dans l'étude vibratoire. Fig. 68 présente les résultats de ces simulations numériques.



FIGURE 68 – Analyse modale des modes du stator seul

Le tableau 3 présente les fréquences des modes stator obtenus par simulations numériques du stator seul avec les conditions aux limites les plus proches de son intégration réelle dans le GMPé.

TABLEAU 3 - Analyse modale obtenue par simulations numériques du stator seul :

Modes stator seul	Fréquence (Hz)
Flexion horizontale	339
Flexion verticale	400
Torsion	520
Torsion	620
2 lobes	498
3 lobes	986
4 lobes	2835
Respiration (Mode 0)	4790
	5500
	5800

La complexité de l'étude mécanique des modes du GMPé et l'absence d'une corrélation avec une mesure expérimentale de fréquences propres sur le stator nous invitent à considérer les résultats de l'analyse modale issus des simulations numériques avec précautions. En effet, la masse du GMPé complet et l'impact de la variation de la température sur la matrice de raideur du système mécanique sont des paramètres qui peuvent contribuer à modifier les fréquences des modes propres [70]-[72]. Néanmoins, les fréquences présentées au tableau 3 permettront avec les sonogrammes de pressions acoustiques d'identifier les zones des fréquences de résonance pour les éventuels modes stator. A présent, nous pouvons nous appuyer sur les résultats de cette analyse modale afin d'analyser les résultats des essais vibroacoustiques. Ainsi, il est important d'aborder les origines des principales raies d'harmoniques de la pression acoustique qu'on peut observer dans un sonogramme de pression acoustique du GMPé.

5.3 Analyse de l'origine des harmoniques dans un spectrogramme de pression acoustique du groupe motopropulseur

L'analyse spectrale des données de mesures des pressions acoustiques permet d'étudier le contenu harmonique des ces signaux mesurés. Les raies harmoniques présentes dans un sonogramme de la pression acoustique ont un sens et une origine physique. L'électronique de puissance, la construction de la machine électrique et le réducteur mécanique sont autant de sources qui peuvent contribuer à la présence des raies d'harmoniques dans le sonogramme de la pression acoustique.

Le sonogramme de la pression acoustique (Fig. 69) est obtenu lors d'un essai de montée en vitesse (régime).



FIGURE 69 – Sonogramme de pression acoustique : montée en régime pour un couple de 30 Nm

Cette montée en vitesse consiste ici à faire varier progressivement la vitesse de 0 tr/min jusqu'à une vitesse maximale (par exemple 13000 tr/min), pour réaliser un couple donné (s'il est atteignable à cette vitesse maximale). Le relevé obtenu (Fig. 69) présente la fréquence des signaux acoustiques en abscisse (axe x), la vitesse en ordonné (axe y) et la pression acoustique (axe z).

Nous pouvons observer sur le sonogramme de la pression acoustique (Fig. 69) la présence des différentes droites qui partent de l'origine (0 tr/min, 0 Hz) et d'autres autour d'une fréquence de

découpage des courants MLI stator (à 10 kHz). Ces raies d'harmoniques de la pression acoustique ne proviennent pas de la même source. L'origine de ces harmoniques de la pression acoustique va être détaillée par la suite.

Une donnée également importante pour l'exploitation du sonogramme de la pression acoustique est la notion de mode mécanique à une fréquence donnée. En effet, la présence d'un éventuel mode (la déformation naturelle de la structure) à une fréquence donnée pourrait être observée (lors que le mode est excité à sa fréquence de résonance) sur le sonogramme de la pression acoustique. Il se traduit par une bande verticale avec des niveaux élevés de la pression acoustique (Fig. 69 : la droite verticale entre 5000Hz et 6000Hz).

Par la suite, nous allons aborder les principales sources des harmoniques de la pression acoustique qui proviennent du réducteur mécanique, du choix de nombre de pôles et du nombre d'encoches stator de la machine électrique ainsi que du choix de la fréquence de découpage de l'électronique de puissance (courants MLI).

Harmoniques du réducteur :

Le réducteur est constitué d'un jeu d'engrenages. Son rôle principal et d'adapter le couple et la vitesse entre le moteur et la charge entrainée. La signature acoustique d'un réducteur dépend fortement de sa construction. Fig. 70 illustre la définition de l'harmonique du pont réducteur, calculée à partir du nombre de dents des pignons de l'arbre moteur et de l'arbre intermédiaire.



FIGURE 70 – Définition de l'harmonique du pont réducteur

Fig. 70 montre deux trains extérieurs à deux engrenages. Les deux couples de roues sont en série. La roue dentée sur l'arbre moteur compte Z1 dents (21 dents), elle entraîne une roue de Z2 dents (41 dents) sur l'arbre intermédiaire. Une seconde roue plus petite sur l'arbre intermédiaire de Z3 dents (15 dents) entraîne à son tour la plus grande roue de Z4 dents (59 dents) sur l'arbre de sortie.

Le rang de l'harmonique du pont réducteur est défini par (5.1) :

$$H_{pont} = Z_3 \frac{Z_1}{Z_2} = 15 \frac{21}{41} = 7.68 \tag{5.1}$$

Le bruit mécanique provenant du réducteur est décrit au sein du bureau d'étude mécanique de l'entreprise comme un bruit proche du sirènement [73]. Des essais existants dans l'entreprise ont montré que le réducteur contribue considérablement à l'émergence du bruit de sirènement du GMPé. Les principales raies associées à ce bruit sont présentes dans le sonogramme de la pression acoustique (Fig. 71).



FIGURE 71 – Principales raies d'harmoniques de pression acoustique provenant du réducteur : H_{pont} et ses multiples ainsi que H_{Z1} et ses multiples

Nous retrouvons dans le sonogramme de la pression acoustique (Fig. 71) les rangs d'harmoniques de la pression acoustique associés au pont réducteur et ses multiples ainsi qu'au nombre de dents de la roue de l'arbre moteur (de Z1 dents) et ses multiples.

Nous constatons que l'harmonique Hpont de la pression acoustique est le plus énergétique. Mais il se trouve que le rang de l'harmonique de la pression acoustique associé au pont réducteur (5.1) est très proche en valeur absolue du nombre de pôles de la machine électrique (8 pôles). Le fait que ces deux harmoniques cohabitent pourrait expliquer le niveau acoustique generé par ces deux harmoniques de la pression acoustique.

Nous allons maintenant nous intéresser aux harmoniques de la pression acoustique liés au choix de quelques paramètres discrets de conception du moteur électrique.

Harmoniques de conception temporels :

Certains paramètres de conception du moteur électrique, à savoir le nombre de pôles, le nombre d'encoches stator et le nombre de phases sont des éléments importants et ont une incidence directe sur l'apparition des harmoniques dans le sonogramme de pression acoustique. Ces harmoniques de la pression acoustique sont appelés les harmoniques de conception temporels. Ces harmoniques se traduisent sur un sonogramme de la pression acoustique par des droites (Fig. 72) qui partent de l'origine (0 tr/min, 0 Hz). Les rangs de ces harmoniques de la pression acoustique sont les pentes des droites observées sur le sonogramme (dans le plan Fréquence-Vitesse). Ces pentes sont associées au nombre de pôles de la machine électrique et ses multiples, au nombre d'encoches stator et ses multiples ainsi que les différentes combinaisons de ces nombres (Fig. 72).



FIGURE 72 – Harmoniques temporels dans un spectrogramme de pression acoustique

Fig. 72 met en valeur quelques raies d'harmoniques de conception temporels de la pression acoustique. Elles sont parmi les plus significatives pour le moteur électrique.

Rappelons que le moteur électrique est triphasée et admet 8 pôles et 48 encoches au stator. Ainsi, les principaux harmoniques de conception temporels de la pression acoustique, qui nous intéressent en termes d'énergie acoustique, sont (Fig. 72) :

- L'harmonique de rang 8 (H8) : nombre de pôles au rotor
- L'harmonique de rang 24 (H24) : il provient du fait que la machine admet 3 phases et 8 pôles, le bruit associé à cette raie d'harmonique de pression acoustique est décrit au sein du bureau d'étude mécanique de l'entreprise comme un bruit de sifflement machine
- L'harmonique de rang 48 (H48) : le nombre d'encoches au stator est à l'origine de l'harmonique H48 de la pression acoustique (efforts de denture stator)

D'autres harmoniques de conception temporels peuvent être présents dans le sonogramme de pression acoustique, notamment en basses fréquences. C'est le cas typiquement des raies harmoniques de la pression acoustique associées à une excentricité du rotor. Ils peuvent être nuisibles dans certaines applications.

Raies d'harmoniques MLI associées à une fréquence de découpage :

Les tensions d'alimentation en sortie d'onduleur sont riches en harmoniques hautes fréquences [19]. De même, les courants qui alimentent le moteur, qui peuvent être vus comme une image des ces tensions, contiennent des harmoniques en hautes fréquences. Ces harmoniques hautes

fréquences proviennent de la stratégie MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion) employée pour le découpage à une fréquence donnée (par exemple MLI 5 kHz ou MLI 10 kHz).

Pour notre application, ces fréquences de découpage sont suffisamment élevées mais ne sont pas repoussées en dehors de la gamme des fréquences audibles (< 20 kHz). Ainsi, elle sont capables de devenir rapidement nuisible. D'un côté par leur caractère de fréquence figée et de l'autre par leur aspect haute fréquence.

Fig. 73 montre la signature acoustique des courants d'alimentation MLI associés à une fréquence de découpage de 5 kHz. En effet, les raies d'harmoniques de temps MLI de la pression acoustique se traduisent, sur un sonogramme, dans le plan (Fréquence, Vitesse) par un réseau de droites qui partent de la fréquence de découpage (ici 5 kHz) et ses multiples (par exemple 2 * 5 = 10 kHz). Les pentes des ces droites sont les rangs des harmoniques de temps (à une fréquence électrique donnée).



FIGURE 73 – Harmoniques de temps MLI 5 kHz dans un spectrogramme de pression acoustique

Pour mieux comprendre l'origine des harmonique de temps MLI, nous pouvons regarder l'exemple des signaux (Fig. 74) présentés à titre pédagogique. Nous pouvons voir sur cette figure (Fig. 74) la présence de trois signaux. Une onde porteuse de fréquence 5 kHz et de forme triangulaire, une onde modulante de fréquence 200 Hz nettement inférieure à la fréquence de la porteuse (5 kHz) et un signal de sortie obtenu par comparaison à chaque instant entre l'amplitude de la porteuse et celle de la modulante. C'est le principe d'une MLI Sinus-Triangle (Fig. 74 et Fig. 75).



FIGURE 74 – Exemple pédagogique MLI Sinus-Triangle : porteuse à 5 kHz, Modulante à 200 Hz et le signal de sortie



FIGURE 75 – Exemple pédagogique MLI : FFT du signal de sortie

Le signal de sortie issu de la MLI sinus-triangle peut être écrit sous forme d'un développement en série de Fourier. On peut voir sur son spectre (Fig. 75 : jusqu'à 12 kHz), la présence d'un terme fondamental, suivi d'harmoniques centrés autour de la fréquence de découpage (5 kHz) et ses multiples (2 * 5 = 10 kHz).

Les fréquences des raies présentes autour de la fréquence de découpage 5 kHz et ses multiples s'obtiennent par : la fréquence de découpage (ou ses multiples) \pm le rang le l'harmonique de temps MLI que multiplie la fréquence (électrique) du fondamental. Or lorsqu'on réalise une montée en vitesse, la fréquence du fondamental varie linéairement avec la vitesse. D'ou le fait que les raies d'harmoniques de temps MLI se traduisent par un réseau de droites autour de la fréquence de découpage dans le sonogramme (fréquence en abscisse et vitesse en ordonnée) de la pression acoustique (Fig. 73).

5.4 Définition de la pression magnétique radiale en dB

La pression magnétique radiale dans l'entrefer est obtenue par le tenseur de Maxwell. Elle s'exprime, par la relation suivante (5.2):

$$\sigma_r(t,\theta) = \frac{1}{2\mu_0} \left(B_{r_salient(t,\theta)}^2 - B_{\theta_salient(t,\theta)}^2 \right)$$
(5.2)

Où μ_0 est la perméabilité du vide. $B_{r_salient(t,\theta)}$ et $B_{\theta_salient(t,\theta)}$ sont respectivement les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer.

L'équation (5.2) permet de calculer la pression magnétique radiale spatio-temporelle, dans l'entrefer de la machine. Pour mettre l'accent sur les harmoniques présents dans la pression magnétique radiale, nous allons regarder l'évolution de cette pression dans l'entrefer en fonction du temps à un endroit donné dans l'entrefer. Ceci revient à placer un capteur virtuel dans l'entrefer et en face d'une dent stator (Fig. 76).



Time = 0s, speed = 7100 rpm and Position = 0°

FIGURE 76 – Position spatiale du capteur virtuel permettant d'enregistrer l'évolution temporelle de la pression magnétique radiale dans l'entrefer (face à la dent N°1 du stator)

Ce capteur nous permet d'enregistrer l'évolution temporelle de la pression magnétique radiale

dans l'entrefer. Fig. 77 illustre l'allure de la pression magnétique radiale temporelle dans l'entrefer face à la première dent du stator (vue par le capteur virtuel).



FIGURE 77 – Pression magnétique radiale temporelle dans l'entrefer face à la 1ère dent du stator : If = 7A, Id = 6.9A et Iq = 204.2A à 7100 tr/min

Cette pression est calculée en charge avec une alimentation sinus. Elle admet comme période (T/2), soit la moitié de la période électrique des courants stator T (T = 2.1 ms à 7100 tr/min).

L'analyse spectrale de la pression magnétique radiale nous permettra de connaître les raies harmoniques présentes dans la pression magnétique radiale temporelle.

Nous nous sommes inspirés de la pression acoustique, qui est souvent définie en décibel en dB pondération A, aussi bien dans la littérature [5] que dans les logiciels d'acquisition des mesures acoustiques comme LMS Testlab utilisé dans la campagne d'essais vibroacoustiques.

C'est pourquoi, nous introduisons une fonction logarithmique décimale $(20log_{10})$ pour exprimer les amplitudes des harmoniques de la pression magnétique radiale temporelle en dB.

Fig. 78 illustre les amplitudes et les rangs de raies d'harmoniques de la pression magnétique radiale temporelle dans l'entrefer (présentée précédemment : Fig. 77).



FIGURE 78 – Amplitudes de 13 premiers harmoniques présents dans la pression magnétique radiale temporelle : a) amplitudes en valeur absolue et b) amplitudes en dB

Le passage des amplitudes des harmoniques de la pression magnétique en dB, permet de rendre compte des ordres de grandeurs et semble plus adapté pour montrer la contribution des petites amplitudes non nulles.

Nous allons pouvoir, par la suite, utiliser la notion des harmoniques de la pression magnétique en dB Pa afin de les comparer avec leurs semblables de la pression acoustique en dB (A).

5.5 Comparaison du modèle analytique électromagnétique avec le modèle éléments finis et les essais acoustiques

Dans cette partie, nous souhaitons comprendre par le biais des modèles électromagnétiques analytique et éléments finis l'impact de l'excitation rotor et des courants stator sur la pression magnétique à différentes vitesses. Ainsi, nous avons voulu décomposer l'analyse en deux parties. Tout d'abord, comprendre l'impact du courant rotor seul sur la pression magnétique (courants stator nuls). Ensuite, comprendre l'impact des courants stator sur la pression magnétique en l'absence d'une excitation au rotor (If nul). De même, nous souhaitons également, appliquer cette même approche pour relever les mesures expérimentales de la pression acoustique dans les mêmes conditions d'études considérées pour la pression magnétique. Mais les limites expérimentales nous imposent une valeur minimale du courant d'excitation rotor fixée à If = 0.5A. Ainsi, nous avons retenu deux cas de figure pour être examinés dans cette partie :

- 1. Fonctionnement à courants stators nuls (Is = 0 A) et courant d'excitation rotor *If* variable à différentes vitesses : avec une approche analytique et éléments finis pour la pression magnétique et une approche expérimentale pour la pression acoustique
- 2. Fonctionnement à courants stators variables et courant d'excitation rotor If fixé à sa valeur minimale imposée pour le banc d'essais vibroacoustique (If = 0.5A) à différentes vitesses : avec toujours une approche analytique et éléments finis pour la pression magnétique et une approche expérimentale pour la pression acoustique

Pour les deux cas de figure, la machine est étudiée à 5 vitesses distinctes afin d'observer l'évolution de pressions magnétique et acoustique en montée en vitesse.

5.5.1 Fonctionnement à Is = 0 A et If variable

L'objectif de cette étude est de valider le modèle électromagnétique analytique dans le cas où seul le rotor est alimenté. Afin de valider les résultats électromagnétiques analytiques, des simulations éléments finis électromagnétiques de la machine ont été réalisées. De plus, la pression acoustique issue des mesures expérimentales est analysée dans cette partie dans le but de comprendre l'impact de l'excitation rotor seule (sans l'intervention du champ magnétique stator : Is = 0 A) sur les raies d'harmoniques de la pression acoustique.

Conditions d'alimentation :

- Modèles électromagnétiques analytique et éléments finis : Is = 0 A et courant d'excitation au rotor constant
- Essais acoustiques : Is = 0 A et courant d'excitation au rotor avec hachage à 5 kHz.

Pour cette étude, cinq commandes ont été choisies arbitrairement pour 5 vitesses distinctes (tableau 4).

TABLEAU 4 – 5 commandes réalisées pour Is = 0A et If variable à cinq vitesses distinctes

Vitesse (tr/min)	Courant Id (A)	Courant Iq (A)	Courant If (A)
1000	0	0	1
2000	0	0	2
4000	0	0	3
5000	0	0	4
7000	0	0	6

Nous rappelons que Id et Iq sont les composantes direct et en quadrature du courant Is dans un repère de Park lié au rotor [75].

Fig. 79 montre les valeurs des courants If et Is pour les cinq vitesses étudiées. L'amplitude du courant stator Is est imposée à 0 A. Le courant d'excitation rotor If évolue de façon croissante en fonction de la vitesse.



FIGURE 79 – Valeurs du courant If pour les différentes vitesses et le courant Is maintenu à 0 A

Dans l'étude de pressions électromagnétiques (analytique et éléments finis), le courant rotor est pris constant. Cependant, dans les mesures expérimentales, le courant rotor contient des harmoniques de hachage liés à la fréquence de hachage rotor fixée à 5 kHz.

Avant d'aborder les pressions magnétiques, nous allons décrire les essais en stabilisé (vitesse fixe) qui ont permis d'obtenir les pressions acoustiques.

Description des essais en stabilisé : chaque essai consiste à imposer des consignes en courants (Is = 0 A et If constant) à une vitesse donnée (selon le tableau 4) sur une durée de temps fixée à 10s pour chaque essai.

Analyse de la pression acoustique issue des essais expérimentales :

Certaines raies d'harmoniques de conception temporels sont particulièrement intéressantes pour notre moteur comme nous l'avons déjà mentionné dans la section dédiée à la description des origines d'harmoniques dans la pression acoustique. De ce fait, nous allons nous limiter dans cette étude, à l'analyse de l'évolution des raies harmoniques H8 (lié au nombre de pôles), H24 (sifflement moteur) et H48 (denture stator) de la pression acoustique.

Fig. 80 montre les résultats expérimentaux pour les raies harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique lors de l'essai en stabilisé réalisé à 5000 tr/min en n'alimentant que le rotor (If = 4 A).



FIGURE 80 – Harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique en stabilisée (10 s) : vitesse = 5000 tr/min , If = 4A et Is = 0 A

Nous pouvons remarquer que l'amplitude des trois harmoniques de la pression acoustique varient pendant l'essai en stabilisé de 10s (Fig. 80). Pour l'analyse de la pression acoustique, nous allons garder la valeur moyenne de chaque harmonique. Le tableau 5 résume les résultats acoustiques obtenus pour les cinq essais en stabilisé réalisés à différentes vitesses.

TABLEAU 5 – Valeurs moyennes des harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique obtenues lors des essais en stabilisé pour les cinq commandes réalisées

Mesure	Vitesse	Is	If	H8 en Pa dB(A)	H24 en Pa dB(A)	H48 en Pa $dB(A)$
N° :	(tr/min)	(A)	(A)	valeur moyenne valeur moyenne		valeur moyenne
1	1000	0	1	17.15	17.15 21.9	
2	2000	0	2	34.48	34.32	35.18
3	4000	0	3	62.04	62.04 43.87	
4	5000	0	4	62.33	47.63	43.18
5	7000	0	6	70.72	48.44	40.3

Les amplitudes des harmoniques de la pression acoustique mesurée sont maintenant prêtes à être analysées. Nous allons les présenter sous forme d'un suivi d'ordre. Ce suivi d'ordre consiste à tracer l'évolution de l'amplitude de la raie harmonique à analyser en fonction de sa fréquence (pour chaque vitesse). Le fait d'avoir la fréquence en abscisse a l'avantage de faciliter la lecture

de la fréquence de la raie harmonique de la pression acoustique et de pouvoir comparer cette fréquence avec les fréquences propres de modes mécaniques supposées (obtenues par simulations). Le tableau 6 reprend la conversion des vitesses étudiées en fréquences pour les 5 mesures réalisées.

fréquence H8 fréquence H24 Mesure Vitesse Fréquence (Hz) fréquence H48 N° : (tr/min)mécanique (Hz)(Hz)(Hz)1000 16.67133.33400 800 1 1600 2200033.33266.67800 3 3200 4000 66.67 533.331600 4 5000 83.33 666.67 2000 4000 7000 933.33 5116.67 2800 5600

 $TABLEAU\ 6$ – Fréquences associées aux harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique pour les cinq mesures réalisées

La fréquence mécanique en Hz et la vitesse en tr/min sont liées par la relation suivante (5.3):

$$f_{m\acute{e}canique} = \frac{N}{60} \tag{5.3}$$

Pour obtenir les fréquences associées aux raies harmoniques 8, 24 et 48 de la pression acoustique, il suffit de multiplier la fréquence mécanique par le rang de la raie harmonique de la pression acoustique en question (tableau 6).

Désormais, nous allons présenter et comparer les tendances d'évolutions des raies H8, H24 et H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer et de la pression acoustique en fonction de la fréquence pour les cinq commandes réalisées (tableau 5).

Comparaison des Harmoniques H8 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Harmonique H8 de la pression magnétique :

Commençons par l'harmonique de rang 8 des pressions magnétique et acoustique. Fig. 81 permet de voir l'évolution de l'harmonique 8 de pressions magnétiques issues du calcul analytique linéaire et des simulation éléments finis non linéaires ainsi que la pression acoustique issue de 5 essais en stabilisé (tableau 5).



FIGURE 81 – Comparaison des tendances d'évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b)

Les résultats du modèle analytique linéaire (Fig. 81 a) sont fidèles aux simulations éléments finis dans la zone de fonctionnement linéaire (If variant de 1A à 4A). Toutefois, dans la zone de fonctionnement non linéaire, l'amplitude de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique radiale est plus élevée en linéaire (modèle analytique) qu'en saturé (modèle éléments finis). C'est le cas du dernier point (à 933.33 Hz pour l'harmonique 8 de pression magnétique, soit une vitesse 7000 tr/min) pour lequel le courant If (Fig. 79) vaut 6A. Á cette valeur de l'excitation rotor If, on peut remarquer la présence de la saturation magnétique à travers l'analyse du niveau d'induction magnétique dans le fer et de la courbe B(H) du matériau (Fig. 82).



FIGURE 82 – Niveau de saturation magnétique de la machine à If = 6A et Is = 0A: a) niveau d'induction magnétique dans la machine à t = 0s pour une vitesse de 7000 tr/min et b) courbe B(H) du matériau

Harmonique H8 de la pression acoustique :

Pour la pression acoustique, la raie harmonique de rang 8 de la pression acoustique (Fig. 81 b) suit la même allure que celle de la pression magnétique.

En effet, l'harmonique 8 de la pression acoustique augmente avec l'augmentation du courant rotor If. Son amplitude dépasse 60 dB(A) à une fréquence de 533.33 Hz. Ce niveau acoustique pourrait être expliqué par la présence d'éventuels modes de torsion en basse fréquence déjà identifiés par simulations numériques (tableau 3 : Torsion à 520 Hz et 620 Hz).

Aussi, on peut se référer au sonagramme (Fig. 72), malgré qu'il soit réalisé dans d'autres conditions d'alimentation, pour uniquement voir plus clairement les éventuelles fréquences des modes mécaniques dans la plage de fréquences couverte par l'harmonique H8 de la pression acoustique. Le sonagramme montre que l'harmonique 8 de la pression acoustique traverse une zone en basses fréquences (de 500 Hz à 900 Hz environ) qui semble être assez riche en modes mécaniques de la structure du GMPé.

Comparaison des Harmoniques H24 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Harmonique H24 de la pression magnétique :

La deuxième raie harmonique des pressions magnétique et acoustique qui va nous intéresser est la raie de rang 24 (H24). Fig. 83 permet de voir l'évolution de l'harmonique 24 des pressions magnétiques issues du calcul analytique linéaire et des simulation éléments finis non linéaires ainsi que la pression acoustique issue des essais en stabilisé (tableau 5).



FIGURE 83 – Comparaison des tendances d'évolution de l'harmonique de rang 24 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b)

Les résultats du modèle analytique linéaire sont en concordance avec les résultats issus de simulations éléments finis non linéaires (Fig. 83 a). En effet, Le comportement de l'harmonique H24 de pression magnétique radiale est bien prédit par le modèle analytique linéaire, malgré un écart en amplitude qui reste dans des proportions acceptables.

Harmonique H24 de la pression acoustique :

D'un point de vue acoustique, la raie harmonique de rang 24 de la pression acoustique (Fig. 83 b) s'accroit avec l'augmentation du courant If. Elle évolue de manière similaire à l'allure de l'harmonique H24 de la pression magnétique radiale.

Comparaison des Harmoniques H48 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Harmonique H48 de la pression magnétique :

La dernière raie harmonique de pressions magnétique et acoustique qui va nous intéresser est la raie de rang 48 (H48). Fig. 84 montre l'évolution de l'harmonique 48 de pressions magnétiques issues du calcul analytique linéaire et des simulation éléments finis non linéaires ainsi que la pression acoustique issue des essais en stabilisé (tableau 5).



FIGURE 84 – Comparaison des tendance d'évolution de l'harmonique de rang 48 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b)

La raie de l'harmonique de denture stator H48 de la pression magnétique radiale (Fig. 84 a) est obtenue par le modèle analytique linéaire et des simulations éléments finis non linéaires. En dépit des écarts en amplitude qui demeurent acceptables, les comportements des harmoniques H48 des pressions magnétiques radiales prédits par les deux modèles électromagnétiques (analytique linéaire et éléments finis non linéaires) restent comparables.

Harmonique H48 de la pression acoustique :

La raie harmonique de rang 48 de la pression acoustique (Fig. 84 b) va dans le même sens d'évolution que l'harmonique H48 de la pression magnétique. Néanmoins, la raie de l'harmonique H48 de la pression acoustique est amplifiée quand elle croise un mode mécanique de la structure du GMPé. En effet, le pic de l'harmonique H48 de la pression acoustique à 4000 Hz (Fig. 84 b) laisse penser à la présence d'un mode de la structure mécanique à cette fréquence. Ce mode peut être observé sur le sonagramme (Fig. 72) autour de la fréquence 4000 Hz (en abscisse) malgré que le sonagramme soit obtenu dans d'autres conditions d'alimentation (on l'observe pour l'aspect fréquentiel uniquement).

De plus, l'excitation au rotor est hachée à 5 kHz pour les essais. Il se trouve que la fréquence 4000 Hz correspond à la fréquence de l'harmonique de temps de rang 3 (issue du hachage au rotor à 5kHz) de la pression acoustique à 5000 tr/min. Cette fréquence s'obtient par (5.4) :

$$f_{3Hachage} = f_{Hachage} - 3p f_{m\acute{e}canique} = 5000 - 3 * 4 * 83.33 = 4000 Hz$$
(5.4)

Le hachage à 5 kHz est présent dans les courants rotor If pour les mesures acoustiques, il pourrait contribuer au pic observé sur l'harmonique H48 de la pression acoustique à 5000 tr/min. Mais le hachage de l'excitation au rotor n'est pas pris en compte à ce stade de l'étude dans le calcul analytique et les simulations éléments finis des pressions magnétiques. Ceci pourrait expliquer l'absence d'un pic à 4000 Hz sur l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale.

Pour finir, dans cette partie, nous avons pu mettre en avant l'impact de l'excitation rotor (If) sur la pression acoustique en l'absence d'une alimentation au stator (Is = 0A). L'évolution globale des harmoniques des pressions acoustique et magnétique s'est montrée comparable à plusieurs reprises. Ceci malgré l'absence de la prise en compte du hachage du courant rotor et malgré aussi la complexité mécanique associée à l'architecture du GMPé et de son rayonnement acoustique.

5.5.2 Fonctionnement à Is variable et If constant

Dans cette partie, nous allons étudier la sensibilité des harmoniques de la pression magnétique radiale et de la pression acoustique aux variations des courants stator (donc au champ magnétique tournant du stator). De ce fait, nous allons garder l'excitation rotor à sa valeur minimale admissible au banc d'essais vibroacoustiques, soit If = 0, 5A. Les essais ont été réalisés en stabilisé et nous allons les décrire ci-après.

Description des essais en stabilisé : chaque essai consiste à appliquer les consignes en courants (Id, Iq et If = 0, 5A) à une vitesse donnée afin d'obtenir un couple mesuré de 0Nm sur une durée de 10s.

Calcul des courants de commandes Id et Iq: La valeur minimale du courant If étant imposée à If = 0, 5A. Il nous a fallu trouver un moyen pour calculer les courants Id et Iq requis pour avoir un couple mesuré de 0 Nm pour chaque point de fonctionnement à réaliser.

Ainsi, nous avons utilisé un outil de modélisation interne à l'entreprise qui nous a permis d'obtenir les courants (Id et Iq) à appliquer pour réaliser le couple électromagnétique requis afin d'avoir un couple mesuré d'environ 0 Nm. Cet outil fonctionne sur le principe d'une optimisation énergétique du moteur (en minimisant les pertes moteur). Mais sa présentation sort du cadre de cette étude.

Le tableau 7 résume les cinq commandes générées par cet outil pour 5 vitesses distinctes ainsi que les valeurs moyennes du couple mesuré.

Fig. 85 montre le courant rotor If(0, 5A), l'évolution de l'amplitude crête du courant stator $(Ismax = \sqrt{Id^2 + Iq^2})$ ainsi que l'angle de défluxage $\Psi(atan(\frac{Id}{Iq}))$ pour les 5 vitesses étudiées.

Régime	Courant	Courant	Courant	Angle défluxge	Courant	Couple moyen
(tr/min)	Id (A)	Iq (A)	Is crête (A)	Ψ (°)	If (A)	mesuré (Nm)
3500	-0,595	6,987	7	-4,87	0,518	1,398
4650	-25,735	172,987	174,9	-8,46	0,5	0,124
6000	-25,389	159,951	$161,\!95$	-9,02	0,501	0,414
7000	-24,774	149,774	151,8	-9,39	0,5	0,386
7500	-24,251	101,727	104,58	-13, 4	0,506	0,93

TABLEAU 7 – Essais à If = 0, 5A et Is variable pour les 5 commandes réalisées



FIGURE 85 – Courant Is et If ainsi que l'angle de défluxage Ψ pour les 5 commandées réalisées

Rappel des conditions d'alimentation :

- Modèles électromagnétiques analytique et éléments finis : courants stator purs sinus et courant d'excitation au rotor constant (If = 0, 5 A)
- Essais acoustiques : courants du stator avec découpage à 10 kHz et courant d'excitation du rotor avec hachage à 5 kHz (If = 0, 5 A en valeur moyenne).

Explication du choix de 5 vitesses moteur étudiées : Les cinq vitesses moteur ont été choisies à partir d'une première analyse d'un sonogramme d'une montée en vitesse qui a permis d'avoir une vision globale du comportement acoustique du moteur (Fig. 72). Ensuite, les fréquences supposées des modes stator obtenues par simulation numérique ont guidé le choix des vitesses à étudier afin de cibler les principales raies d'harmonique de conception temporels de la pression acoustique de rang 8, 24 et 48.

Le tableau 8 récapitule la logique suivie pour le choix des vitesses moteur.

Modes	Fréquence	Harmonique de	Régime calculé	Régime retenu
stator seul	(Hz)	pression acoustique (tr/min)		(tr/min)
Torsion	620	H8	4650	4650
Respiration (Mode 0)	4790	H48	5987.5	6000
Respiration (Mode 0)	5500	H48	6875	7000
4 lobes	2835	H24	7087.5	7000
3 lobes	986	H8	7395	7500

TABLEAU 8 – Choix de régimes moteur à étudier pour les essais à If constant et Is variable

La vitesse de 3500 tr/min a été rajoutée aux vitesses à étudier pour voir le comportement des harmoniques de pressions acoustiques à basses vitesses.

Les fréquences supposées des modes mécaniques (tableau 8) étant obtenues uniquement par simulations numériques, ce choix de régimes permettra de voir si les harmoniques de pression acoustique vont réagir fortement à ces fréquences identifiées comme propices pour une éventuelle résonance mécanique.

Pour analyser l'évolution des harmoniques des pressions magnétique et acoustique du moteur, nous allons nous intéresser aux raies principales d'harmoniques de conception temporels H8, H24 et H48 présents dans la pression magnétique radiale temporelle et la pression acoustique.

Comparaison des Harmoniques H8 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Harmonique H8 de la pression magnétique :

Les résultats de l'harmonique H8 de la pression magnétique radiale temporelle sont obtenus par le modèle analytique linéaire et des simulations éléments finis non linéaires (Fig. 86 a). Ces résultats montrent un bon accord entre les deux modèles électromagnétiques.



FIGURE 86 – Comparaison de l'évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) : If constant et Is variable

De surcroît, la tendance d'évolution de l'harmonique H8 de la pression magnétique radiale (Fig. 86 a) semble être dictée par l'évolution de la valeur crête du courant Is (Fig. 85 a) lorsque l'excitation rotor If est maintenue constante pour les 5 vitesses étudiées. En effet, l'harmonique H8 de la pression magnétique évolue dans le même sens que la valeur crête du courant Is (avec des courants stator purs sinus pour le calcul analytique et simulations éléments finis).

Harmonique H8 de la pression acoustique :

Fig. 86 b) montre l'évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression acoustique. Pour les cinq vitesses choisies pour ces essais à If constant, la raie H8 de la pression acoustique traverse une zone basses fréquences (de 467Hz à 1000Hz) assez riche en modes mécaniques (voir sonogramme Fig. 72 pour la plage de fréquence couverte par l'harmonique H8 de la pression acoustique).

En l'occurrence, le pic observé sur l'harmonique H8 de la pression acoustique à 620Hz (Fig. 86 b) pourrait provenir typiquement d'une résonance mécanique. En effet, la pression magnétique étant la plus élevée à 620Hz (Fig. 86 a) et la présence d'un mode de torsion supposé à cette même fréquence (tableau 3 : Torsion à 620Hz : par simulation mécanique), sont deux éléments qui favorisent l'apparition d'une forte amplitude de l'harmonique H8 de la pression acoustique pour ce point de fonctionnement (plus de 7 dB(A) par rapport aux deux points de fonctionnement à 467Hz et 800Hz).

Pour les deux derniers points de fonctionnement, la raie H8 de la pression acoustique (Fig. 86 b) continue à croître malgré la baisse de la raie H8 de la pression magnétique radiale (Fig. 86 a). En effet, les fréquences à ces deux points de fonctionnement encadrent la fréquence supposée du mode 3 lobes du stator (tableau 3 : mode 3 lobes à 986Hz) obtenue par simulation numérique. Ceci pourrait être à l'origine de cette augmentation de la raie H8 de la pression acoustique à 933Hz et à 1000Hz.

Comparaison des Harmoniques H24 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Harmonique H24 de la pression magnétique :

A présent, nous allons regarder l'évolution de l'harmonique de rang 24 de pressions magnétique et acoustique. Cette évolution est reportée sur la figure suivante (Fig. 87).



FIGURE 87 – Comparaison de l'évolution de l'harmonique de rang 24 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) : If constant et Is variable

Les deux modèles électromagnétiques, analytique linéaire et éléments finis non linéaires, sont en très bonne correspondance (Fig. 87 a). En effet, la raie de H24 de la pression magnétique est prédite avec une très bonne précision. Aussi, elle obéit, dans ces conditions d'alimentation (tableau 7), aux mêmes tendances d'évolution de la valeur crête du courant Is (courants stator purs sinus pour le calcul analytique et les simulations éléments finis) pour les 5 vitesses réalisées.

Harmonique H24 de la pression acoustique :

Concernant l'harmonique H24 de la pression acoustique (Fig. 87 b), il évolue, pour les trois premiers points de fonctionnent, de façon comparable à l'harmonique H24 de la pression magnétique (Fig. 87 a). Cependant, l'amplitude de la raie harmonique H24 de la pression acoustique fait un saut d'environ 10 dB(A) à la fréquence de 2800 Hz par rapport au point de fonctionnement précédent (à 2400 Hz). Force est de constater que les deux derniers points de fonctionnent à 2800 Hz et 3000 Hz encadrent la fréquence supposée du mode 4 lobes du stator qui se trouve à 2835 Hz d'après l'analyse modale obtenue par simulation numérique (tableau 3 : mode 4 lobes à 2835 Hz). Ceci pourrait expliquer la tendance d'augmentation de la raie H24 de la pression acoustique à ces deux fréquences (Fig. 87 b à 2800 Hz et 3000 Hz).

Comparaison des Harmoniques H48 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Nous allons aborder maintenant l'évolution de l'harmonique de rang 48 de pressions magnétique et acoustique (Fig. 88).



FIGURE 88 – Comparaison de l'évolution de l'harmonique de rang 48 de la pression magnétique calculée en a) et de la pression acoustique mesurée en b) : If constant et Is variable

Harmonique H48 de la pression magnétique :

D'un point de vue pression magnétique, nous pouvons trouver une cohérence entre les résultats du modèle électromagnétique analytique et ceux issus de simulations éléments finis vis-à-vis de l'évolution de la raie H48 de la pression magnétique (Fig. 88 a). En effet les deux modèles électromagnétiques (analytique et éléments finis) donnent la même tendance de l'harmonique H48 de pression magnétique radiale. Également, la variation de l'amplitude crête du courant Is, qui a la même loi d'évolution (Fig. 85), semble bien être à l'origine de ce comportement de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale lorsque le courant If est constant et que le moteur reste dans sa zone de fonctionnement linéaire.

Harmonique H48 de la pression acoustique :

Pour ce qui est de la pression acoustique, la raie de l'harmonique H48 de cette pression (Fig. 88 b) semble respecter la même loi de variation que l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale, hormis les deux points de fonctionnement à 4800 Hz et 5600 Hz. Mais, pour ces deux fréquences en question, nous pouvons voir qu'ils sont très proches des fréquences supposées d'un mode de respiration stator (tableau 8 : mode 0 à 4790Hz ou 5500Hz) obtenues par simulations numériques. Ce résultat est intéressant, car il montre que l'amplitude de l'harmonique H48 de la pression acoustique a bien réagi dans le sens de l'hypothèse de la présence d'éventuels modes stator autour de ces deux fréquences.

Pour conclure sur cette partie, nous avons pu mettre en avant l'impact des courants stator sur la pression acoustique en gardant l'excitation du rotor (If) constante. Le choix des vitesses (fréquences) étudiées a été judicieux. En effet, il nous a permis d'observer des pics sur les raies harmoniques de la pression acoustique aux fréquences supposées pour les modes stator identifiées dans le tableau 8. De plus, l'évolution globale des harmoniques des pressions acoustique et magnétique, hors zones de résonance mécanique, est en bonne adéquation. Ceci malgré l'absence de la prise en compte du découpage des courants stator dans les modèles électromagnétiques (sachant que les courants stator aux essais sont découpés à 10 kHz) et malgré aussi toute la complexité mécanique et le rayonnement acoustique du GMPé.

5.6 Effet de la commande (Id, Iq et If) sur les pressions magnétiques et acoustiques du moteur

Pour réaliser un point de fonctionnement du moteur, défini par un couple et une vitesse, nous avons besoin de calculer une commande $(Id, Iq \ et \ If)$ permettant de réaliser ce point de fonctionnement souhaité. En effet, cette commande est souvent choisie pour être optimale d'un point de vue énergétique (en minimisant les pertes) mais pas d'un point de vue acoustique. Ainsi, nous allons générer et comparer plusieurs commandes qui réalisent le même point de fonctionnement (s'il est réalisable par le moteur). L'objectif est de mener la comparaison de l'effet de la commande $(Id, Iq \ et \ If)$ sur les harmoniques de la pression magnétique radiale et de la pression acoustique. Pour ce faire, nous allons regarder 5 commandes distinctes permettant de réaliser le point même de fonctionnement et analyser leur impact sur les raies principales des pressions magnétiques et acoustiques.

Choix du point de fonctionnement : nous avons voulu nous intéresser au fonctionnement en couple négatif pour la machine électrique. Pour cela, le couple -40 Nm a été retenu pour cette étude car il fait partie des couples négatifs clés souvent analysés lors des essais NVH. Fig. 89 montre le sonogramme de la pression acoustique relevé lors des essais au banc vibroacoustique.



FIGURE 89 – Sonogramme de la pression acoustique pour un couple de -40 Nm

Le point de fonctionnement -40 Nm à 7500 tr/min est particulièrement intéressant. En effet, à cette vitesse, les fréquences des raies H8, H24 et H48 de la pression acoustique semblent être très proches des fréquences d'éventuels modes mécaniques (Fig. 89 : zones de fréquences encadrées en vertical). Le tableau 9 rappelle les fréquences associées aux harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique à 7500 tr/min ainsi que les fréquences supposées des modes mécaniques (respiration, 2 lobes et 3 lobes) stator seuls obtenues par simulations numériques.

TABLEAU 9 – Fréquences des harmoniques H8, H24 et H48 de la pression acoustique pour le point de fonctionnement (-40 Nm, 7500 tr/min) VS les fréquences supposées des modes mécaniques

Vitesse	Harmonique de la	Fréquence	Mode	Fréquence (Hz)
(tr/min)	pression acoustique	associée (Hz) stator seul		(simulations)
7500	H8	1000	3 lobes	986
7500	H24	3000	4 lobes	2835
7500	H48	6000	Respiration (Mode 0)	5800

La commande (Id, Iq et If) qui a permis de réaliser le point de fonctionnement (-40 Nm, 7500 tr/min) est la suivante : $(Id_{réf} = -30.2 \text{ A}, Iq_{réf} = -117.4 \text{ A} \text{ et } If_{réf} = 4.4 \text{ A})$. Elle sera prise comme référence (noté CmdRéf). Nous avons généré 4 autres commandes à la même tension de bus continue DC de 390 V, qui permettent de réaliser ce même point de fonctionnement.

La démarche suivie est décrite ci-après.

Calcul des commandes Id, Iq et If :

Les commandes If, Id et Iq sont générées par un outil de modélisation interne à l'entreprise. Cet outil fonctionne sur le principe d'une optimisation énergétique du moteur (en minimisant les pertes moteur). Nous avons fixé la vitesse à 7500 tr/min et le couple à -40Nm. Les 4 commandes, pour ce point de fonctionnement, ont été obtenues à une tension de bus DC constante de 390 V, en suivant la logique suivante :

- Commande N°1 : pour cette commande, on fige le courant d'excitation rotor à une valeur $If_1 < If_{r\acute{e}f}$ et on laisse l'outil d'optimisation trouver les valeurs de Id_1 et Iq_1 requises pour réaliser ce point de fonctionnement.
- Commande N°2 : pour cette commande, on fige le courant d'excitation du rotor à une valeur comprise entre If_1 et $If_{r\acute{e}f}$ soit $(If_1 < If_2 < If_{r\acute{e}f})$ et on laisse l'outil d'optimisation trouver les valeurs de Id_2 et Iq_2 nécessaires pour réaliser le point de fonctionnement.
- Commande N°3 : cette commande est prise comme référence, elle vaut $CmdR\acute{e}f$.
- Commande N°4 : pour cette commande, on fige le courant d'excitation du rotor à une valeur $If_4 > If_{r\acute{e}f}$ et on laisse l'outil d'optimisation trouver les valeurs de Id_4 et Iq_4 requises pour réaliser le point de fonctionnement.
- Commande N°5 : pour cette commande, on fige le courant d'excitation du rotor à une valeur supérieure à If_4 soit $If_5 > If_4 > If_{réf}$ et on laisse l'outil d'optimisation trouver les valeurs de Id_5 et Iq_5 nécessaires pour réaliser le point de fonctionnement.

Les 4 commandes obtenues ainsi que la commande prise comme référence, ont servi pour réaliser des essais en stabilisé. La commande prise comme référence $(CmdR\acute{e}f)$, a été désignée par 'Commande N°3' pour faciliter la comparaison des résultats.

Description des essais en stabilisé : ces essais consistent à appliquer les consignes en courants (If, Id et Iq) de chaque commande à une vitesse de 7500 tr/min afin de réaliser le couple souhaité (-40 Nm) sur une durée de temps (10 s : cette durée est largement suffisante car à 7500 tr/min la période des courants stator est de 2 ms).

Le tableau 10 résume les 5 commandes qui ont été réalisées pour ces essais ainsi que les valeurs moyennes du couple mesuré. Les couples moyens mesurés sont très proches entre eux malgré un écart maximal d'environ 1.2 Nm.

Numéro de	Courant Is	Angle	Courant Id	Courant Iq	Courant If	Couple moyen
commande	(A)	Ψ (°)	(A)	(A)	(A)	mesuré (Nm)
1	258	-169,6	-46,7	-253,7	2,6	-43
2	206	-167,6	-44,4	-201,2	3	-44.2
3	121,3	-165,6	-30,2	-117,4	4,4	-44
4	97,7	-167,5	-21,2	-95,4	6	-43.5
5	92,3	-169,5	-16,8	-90,8	6,9	-43.2

TABLEAU 10 – 5 commandes pour réaliser un couple de -40Nm à 7500 tr/min

L'angle Ψ $(atan(\frac{Id}{Iq}))$ ne varie pas beaucoup pour les 5 commandes réalisées (tableau 10). Fig. 90 montre l'évolution du courant d'excitation rotor If ainsi que les valeurs crêtes du courant stator $(Is = \sqrt{Id^2 + Iq^2})$ pour les 5 commandes réalisées.



FIGURE 90 – Couple –40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution des courants If et Is crête

Nous constatons que d'un côté, lorsque nous avons baissé le courant d'excitation rotor If pour les commandes N°1 et N°2 par rapport à la commande N°3 (CmdRéf), la valeur crête du courant Is a augmenté afin de compenser la baisse du champ magnétique rotor et ainsi pouvoir maintenir le couple à sa valeur désirée. De l'autre côté, lorsque nous avons augmenté la valeur du courant If pour les commandes N°4 et N°5 par rapport à la commande N°3, la valeur crête du courant Is a baissé afin de compenser l'augmentation du champ magnétique rotor et ainsi pouvoir garder la valeur du couple souhaitée.

Rappel des conditions d'alimentation :
- Modèles électromagnétiques analytique et éléments finis : courants stator purs sinus et courant d'excitation au rotor constant
- Essais acoustiques : courants stator avec découpage à 10 kHz et courant d'excitation au rotor avec hachage à 5 kHz .

À présent, nous pouvons regarder l'évolution des harmoniques des pressions magnétique et acoustique du moteur. Pour cela, nous allons nous intéresser aux raies principales d'harmoniques de conception temporels H8, H24 et H48 présents dans les pressions magnétique radiale temporelle et acoustique.

Comparaison des harmoniques H8 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Fig. 91 compare les résultats des calculs et simulations électromagnétiques et les mesures acoustiques pour l'harmonique H8 de la pression magnétique et de la pression acoustique.



FIGURE 91 – Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution de l'harmonique de rang 8 de la pression magnétique et de la pression acoustique

Harmonique H8 de la pression magnétique :

Tout d'abord, commençons par la pression magnétique. Le comportement de l'harmonique H8 de la pression magnétique radiale est présenté par Fig. 91 a). Le modèle analytique électromagnétique linéaire (CM linéaire) donne des résultats cohérents avec les simulations éléments finis. Il permet également d'avoir une bonne prédiction des raies harmoniques H8 de la pression magnétique radiale pour les commandes N°1, N°2 et N°3 pour lesquelles les valeurs de courant If sont les plus petites. Pour les commandes N°4 et N°5, la saturation magnétique semble rentrer en jeu et creuser l'écart entre les deux modèles électromagnétiques (analytique linéaire et éléments finis non linéaires). On peut remarquer le début d'apparition de la saturation magnétique à travers l'analyse du niveau d'induction magnétique dans le fer et de la courbe B(H) du matériau (Fig. 92) pour la commande N°3.



FIGURE 92 – Niveau de saturation magnétique de la machine pour la commande N°3 (CmdRéf) : a) niveau d'induction magnétique dans la machine à t = 0s et b) la courbe B(H) du matériau

Harmonique H8 de la pression acoustique :

Pour la pression acoustique, l'évolution de l'harmonique H8 de la pression acoustique est donnée par Fig. 91 b).

Tout d'abord, nous pouvons voir que la réponse de l'harmonique H8 de la pression acoustique est en bonne concordance avec l'évolution de l'harmonique H8 de la pression magnétique radiale. Ensuite, les commandes N°1 et N°2 ont permis un gain d'environ 3 dB(A) par rapport à la commande N°3 sur l'harmonique H8 de la pression acoustique. Cependant les commandes N°4 et N°5 ont augmenté la valeur de l'harmonique H8 de la pression acoustique de 2 à 3 dB (Fig. 91 b) par rapport à la commande N°3. En conséquence, la commande N°3 n'est pas la plus optimale d'un point de vue acoustique pour l'harmonique H8 de la pression acoustique.

Comparaison des harmoniques H24 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Fig. 93 compare les résultats des calculs et simulations électromagnétiques et les mesures acoustiques pour l'harmonique H24 de la pression magnétique et de la pression acoustique.



FIGURE 93 – Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min: évolution de l'harmonique de rang 24 de la pression magnétique et de la pression acoustique

Harmonique H24 de la pression magnétique :

À propos de l'harmonique H24 de la pression magnétique, les résultats obtenus sont présentés par Fig. 93 a). Pour les commandes N°1 à N°3, nous obtenons les mêmes ordres de grandeurs pour l'harmonique H24 de la pression magnétique radiale avec les deux modèles analytique et éléments finis. En revanche, pour les commandes N°4 à N°5, les valeurs de la raie H24 de la pression magnétique radiale prédites par le modèle analytique linéaire sont un peu éloignées des celles obtenues par les éléments finis non linéaires. Cela est dû à la non-linéarité du matériau dans le modèle éléments finis (courbe B(H) : Fig. 92 b). Toutefois, le comportement global du modèle analytique est plutôt satisfaisant.

Harmonique H24 de la pression acoustique :

Pour la pression acoustique, l'évolution de l'harmonique H24 de la pression acoustique est donnée par Fig. 93 b).

L'harmonique H24 de la pression acoustique se comporte de façon comparable à l'harmonique H24 de la pression magnétique radiale. D'un point de vue niveau de pression acoustique, la commande N°4 réduit de très peu (environ 1 dB) le niveau de H24 de la pression acoustique par rapport à la commande N°3. De ce fait, on peut dire que la commande N°3 reste quasi-optimale selon le critère du niveau de l'harmonique H24 de la pression acoustique.

Comparaison des harmoniques H48 de la pression magnétique et de la pression acoustique :

Fig. 94 compare les résultats des calculs et simulations électromagnétiques et les mesures acoustiques pour l'harmonique H48 de la pression magnétique et de la pression acoustique.



FIGURE 94 – Couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min : évolution de l'harmonique de rang 48 de la pression magnétique et de la pression acoustique

Harmonique H48 de la pression magnétique :

Pour l'analyse de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale (Fig. 94 a), nous trouvons que le modèle analytique linéaire et les simulations éléments finis non linéaires sont comparables pour la raie H48 de la pression magnétique radiale. Particulièrement, pour les commandes N°1 à N°4 qui sont en bonnes concordances. En effet, le comportement global de deux modèles électromagnétiques évolue dans le même sens. Toutefois, la commande N°5 présente un écart un peu plus notable. Cet écart pourrait provenir de l'effet la non-linéarité du matériau dans le modèle éléments finis (courbe B(H) : Fig. 92 b).

Harmonique H48 de la pression acoustique :

Au sujet de la pression acoustique, l'évolution de l'harmonique H48 de la pression acoustique est donnée par Fig. 94 b).

Nous pouvons remarquer que l'harmonique H48 de la pression acoustique (Fig. 94 b), suit globalement la même tendance que la raie H48 de la pression magnétique radiale (pour les deux modèles électromagnétiques : CM linéaire et éléments finis non linéaires).

D'un point de vue pression acoustique, la commande N°3 reste la plus optimale avec le niveau acoustique le plus bas pour les 5 commandes réalisées. Les commandes N°1 et N°2 ont généré 5 à 7 dB (A) par rapport à la commande N°3 sur l'harmonique H48 de la pression acoustique.

Bilan :

Fig. 95 montre une comparaison du niveau des harmoniques H8, H24 et H48 des pressions magnétiques et acoustiques pour les 5 commandes réalisées.

	N° commande	H8 Pmag CM lin	H8 Pmag EF sat	H8 Pacoutique		N° commande	H24 Pmag CM lin	H24 Pmag EF sat	H24 Pacoutique
1	1	108,34	108,5	65,45	17	1	98,8	97,75	58,72
1	2	107,3	107,69	65,55		2	95,7	94,93	55,34
- L -	3	109,06	109,1	68,3		3	91,7	90,4	52,36
	4	113,9	110,9	70,41		4	93,03	89,76	51,64
Ē	5	116,5	111,5	71,44		5	94	90,92	54,66
	N° commande	H48 Pmag CM lin	H48 Pmag EF sat	H48 Pacoutique					_
Ξ.	1	75,66	75,3	55,67		Meilleure		→ Ma	uvaise
_	2	72,97	72,82	53,27	_				
÷.	3	70,6	71,29	48,4	1			L	
	4	72,79	72,86	50,32					
	5	74,99	73,1	48,96					

FIGURE 95 – Comparaison du bilan des 5 commandes en termes des harmoniques H8, H24 et H48 des pressions magnétiques et acoustiques : couple -40 Nm, vitesse 7500 tr/min

On peut remarquer que globalement, la meilleure commande d'un point de vue acoustique pour chaque harmonique de la pression acoustique (avec le niveau acoustique le plus faible) s'avère être la meilleure d'un point de vue harmoniques de la pression magnétique (niveau le plus bas). Aussi, la plus mauvaise commande d'un point de vue acoustique (niveau le plus élevé), semble l'être également d'un point de vue harmoniques des pressions magnétiques.

D'un point de vue acoustique :

Pour conclure sur ce cas d'étude à couple négatif, nous pouvons remarquer que la commande N°3 (Fig. 95), qui est prise comme référence (car optimale d'un point de vue minimisation des pertes moteur), est quasi-optimale d'un point de vue acoustique pour la raie H24 (Fig. 93 b) et optimale pour la raie H48 (Fig. 94 b) de la pression acoustique mesurée.

Pour l'harmonique H8 de la pression acoustique (Fig. 95), les commandes N°1 et N°2 réduisent la raie H8 de pression acoustique d'environ 3 dB(A) (Fig. 91 b) par rapport à la commande N°3. Cependant ces mêmes commandes (N°1 et N°2) augmentent considérablement le niveau de H24 (Fig. 93 b) et H48 (Fig. 94 b) de la pression acoustique (de 3 dB(A) à 7 dB(A) environ) par rapport à la commande N°3.

La commande N°3 est la quasi-optimale pour ce cas d'étude (Fig. 95), car les raies H24 (sifflement moteur) et H48 (efforts de denture stator) de la pression acoustique sont plus critiques pour le moteur et on cherche à les réduire considérablement.

D'un point de vue magnétique :

Le modèle analytique électromagnétique s'est montré capable d'aider à prédire la commande optimale ou quasi-optimale pour les principaux harmoniques des pressions magnétiques radiales étudiées (H8, H24 et H48 de la pression magnétique radiale). Cette prédiction est en accord avec les mesures des pressions acoustiques, notamment quand l'écart entre deux mesures d'une raie de pression acoustique devient significatif (3 dB(A) ou plus). C'est le cas, par exemple, pour les deux commandes N°1 et N°2 par rapport à la commande N°3. En effet, pour ces commandes la tendance des principaux harmoniques de la pression acoustique est globalement retrouvée sur l'évolution des harmoniques de de la pression magnétique radiale issus du modèle analytique et des éléments finis (Fig. 95).

Dans la prochaine section de ce chapitre, nous allons enrichir le modèle analytique électromagnétique à travers la prise en compte de l'effet du découpage sur les courants du stator et l'effet du hachage sur le courant d'excitation du rotor.

5.7 Effet des courants MLI à 10kHz et 5kHz sur les comportements magnétique et acoustique du moteur

Le moteur synchrone à rotor bobiné dispose de deux sources d'alimentation, la première au stator et la seconde au rotor.

Côté stator, le moteur est alimenté par un onduleur triphasé de tension. La technique de pilotage de l'onduleur est de type MLI (Modulation en Largeur d'Impulsions) vectorielle notée SVM (Space Vector Modulation). Les tensions de sortie de l'onduleur sont par construction découpées et riches en harmoniques. Le choix de la fréquence de découpage de l'onduleur a une incidence directe sur la qualité des courants au stator. Fig. 96 et Fig. 97 montrent deux exemples de formes d'ondes du courant stator (I_U) de la phase 1 obtenues par simulations ainsi que leur contenus harmoniques avec respectivement un découpage à 5 kHz et à 10 kHz. En effet, l'entreprise (Renault) dispose d'un outil de simulation qui a été validé expérimentalement et qui permet de générer des formes d'ondes des courants (au stator et au rotor) représentatives des courants réels de la machine.



FIGURE 96 – Courant de la phase 1 du stator sur une période électrique (2.4 ms) : a) Allure temporelle avec découpage de 5 kHz b) FFT



FIGURE 97 – Courant de la phase 1 du stator sur une période électrique (2.4 ms) : a) Allure temporelle avec découpage de 10 kHz b) FFT

Nous pouvons remarquer que le découpage des courants stator à une fréquence de découpage donnée (5 kHz ou 10 kHz) engendre des raies d'harmoniques à la fréquence de découpage et ses multiples ainsi qu'autour de la fréquence de découpage. Par exemple, le découpage à 5 kHz du courant I_U de la phase 1 (Fig. 96) a contribué à l'apparition dans le spectre fréquentiel du courant (I_U) des raies à 5 kHz et ses multiples (2 * 5 = 10 kHz par exemple) ainsi que les raies à des fréquences autour de 5 kHz données par 5000 $\pm nf$. Avec f la fréquence du fondamental du courant stator (I_U) et n un entier naturel non nul [76].

Côté rotor, le moteur est équipé d'un bobinage, alimenté par un hacheur. La fréquence de hachage au rotor est fixée à 5 kHz. De ce fait, le courant au niveau du rotor (If) n'est pas constant. Fig. 98 a) montre un exemple de l'allure du courant du rotor avec effet de hachage à 5 kHz obtenue par simulations.



FIGURE 98 – Courant If au rotor avec hachage à 5 kHz présentée sur une période électrique des courants stator de 2.4 ms a) Allure temporelle b) FFT du courant If sans la valeur moyenne

Le courant If est riche en contenu harmonique (Fig. 98 b), notamment les harmoniques de hachage.

Dans la phase de pré-dimensionnement du moteur électrique, le contenu harmonique des courants stator et rotor n'est pas pris en compte. En effet, les courants stator sont considérés comme des sinus purs et le courant rotor constant. De ce fait, nous allons, dans cette partie, mettre en avant l'intérêt de prendre en compte les formes d'ondes des courants stator et rotor avec effet de découpage et l'importance du choix de la fréquence de découpage des courants stator. Pour cela, nous allons nous intéresser à la comparaison de la pression magnétique radiale dans l'entrefer pour les trois cas suivants :

- Pression magnétique radiale obtenue pour des courants stator en purs sinus et un courant rotor constant.
- Pression magnétique radiale obtenue pour des courants stator avec découpage à 5 kHz et un courant rotor avec un hachage à 5 kHz.
- Pression magnétique radiale obtenue pour des courants stator avec découpage à 10 kHz et un courant rotor avec un hachage à 5 kHz.

L'objectif est de comparer les niveaux de pressions magnétiques obtenus pour ces différents cas de figure.

Aussi, nous avons mené des essais expérimentaux pour comparer la pression acoustique dans les deux cas suivants :

- Pression acoustique mesurée pour des courants stator avec découpage à 5 kHz et un courant rotor avec un hachage à 5 kHz.
- Pression acoustique mesurée pour des courants stator avec découpage à 10 kHz et un courant rotor avec un hachage à 5 kHz.

Les résultats de pressions magnétiques obtenues par simulations vont être comparées aux mesures de pressions acoustiques en se focalisant sur l'impact de la fréquence de découpage à chaque vitesse (donc à une fréquence donnée). L'objectif est de voir si à chaque fréquence la pression magnétique s'accorde avec la pression acoustique sur le positionnement du découpage à 5 kHz par rapport au découpage à 10 kHz.

Choix des points de fonctionnement à étudier :

Pour choisir les points de fonctionnement à étudier, nous avons opté pour une recherche expérimentale en partant des faibles couples positifs (à partir de 0 Nm) et en observant les sonogrammes (montée en vitesse) de la pression acoustique relevés dans le cas du découpage à 10 kHz des courants stator et aussi dans le cas du découpage à 5 kHz des courants stator. La fréquence de hachage au rotor est fixée à 5 kHz dans les deux cas. Nous avons constaté une différence notable sur les sonogrammes à partir d'un couple de 30 Nm. Cette différence peut être observée sur les sonogrammes de la pression acoustique pour la montée en vitesse à 30 Nm obtenus pour les deux fréquences de découpages des courants stator (5 kHz et 10 kHz) et un hachage du courant rotor à 5 kHz. Ces sonogrammes sont représentés respectivement par les figures suivantes (Fig. 99 et Fig. 100).



 ${\rm FIGURE}$ 99 – MLI 5 kHz au stator et hachage 5 kHz au rotor : sonogramme de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm



FIGURE 100 – MLI 10 kHz au stator et hachage 5 kHz au rotor : sonogramme de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm

En comparant les deux sonogrammes (Fig. 99 et Fig. 100), nous pouvons observer que le découpage des courants stator à 5 kHz favorise le croisement entre les raies des harmoniques MLI autour de 5 kHz et les harmoniques H24 et H48 de la pression acoustique. A l'opposé, le découpage des courants stator à 10 kHz éloigne les raies des harmoniques MLI autour de 10 kHz du champ des fréquences des harmoniques H24 et H48 de la pression acoustique. Toutefois, l'harmonique H48 de la pression acoustique s'étend sur des fréquences élevées et croise ainsi des raies d'harmonique MLI partant de 10 kHz.

Ainsi, nous avons opté pour l'étude de ce couple de 30 Nm pour mettre en avant l'impact du choix de fréquence du découpage des courants stator sur les harmoniques des pressions magnétiques et acoustiques à différentes vitesses.

Pression acoustique :

L'harmonique H24 de la pression acoustique (sifflement moteur) et l'harmonique H48 de la pression acoustique (denture stator) font partie des principales raies à observer et à atténuer pour notre moteur. Ainsi, nous avons exploité les sonogrammes (Fig. 99 et Fig. 100) pour extraire les amplitudes des harmoniques H24 et H48 de la pression acoustique en fonction de la fréquence. Fig. 101 et Fig. 102 présentent le suivi d'ordre des harmoniques H24 et H48 de la pression acoustique.



FIGURE 101 – Suivi d'ordre de l'harmonique H24 de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm : MLI stator à 5kHz VS MLI stator à 10kHz



FIGURE 102 – Suivi d'ordre de l'harmonique H48 de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm : MLI stator à 5kHz VS MLI stator à 10kHz

Fig. 101 montre que l'harmonique H24 de la pression acoustique présente très peu d'interaction avec les harmoniques de temps MLI (MLI 5 kHz et MLI 10 kHz). En particulier, le découpage des courants stator à 10 kHz place les raies principales d'harmoniques de temps (MLI) à des fréquences très élevées [77] et évite ainsi toute interaction avec l'harmonique H24 de la pression acoustique (Fig. 100).

Fig. 102 montre l'évolution de l'harmonique H48 de la pression acoustique. Nous pouvons remarquer que pour le cas de découpage des courants à 5 kHz, l'harmonique H48 de la pression acoustique présente des pics qui peuvent être expliqués par le choix de cette fréquence de découpage des courants stator. Par exemple, le pic présent à la fréquence de 6666 Hz (Fig. 102) peut être mieux observé sur le sonogramme (Fig. 99 : à 8333 tr/min et 6666 Hz). On peut constater à 6666 Hz un croisement entre la raie H48 de la pression acoustique et la raie MLI 5 kHz de rang +12 (par rapport à la fréquence mécanique, donc de rang 3 par rapport à la fréquence électrique).

En somme, le fait de diminuer la fréquence de découpage (5 kHz par rapport à 10 kHz) déplace les raies principales d'harmoniques de temps des courants (MLI) stator vers des fréquences plus basses qui rentrent davantage dans le spectre audible et pourraient ainsi être nuisibles.

Pour la suite de l'étude, nous allons restreindre l'analyse à la comparaison de l'impact des fréquence de découpage sur l'harmonique H48 de la pression acoustique (Fig. 102). En effet, pour ce cas d'étude, l'harmonique H48 de la pression acoustique présente plus de variations (pics) contrairement à l'harmonique H24 de la pression acoustique (Fig. 101) qui admet quasiment les mêmes niveaux acoustiques pour les deux fréquences de découpage (MLI 5 kHz et MLI 10 kHz).

Croisement de l'harmonique H48 et des raies harmoniques MLI de la pression acoustique :

La fréquence de l'harmonique H48 de la pression acoustique est donnée par le rang de l'harmonique (48) que multiplie la fréquence mécanique (à une vitesse donnée), soit (5.5) :

$$f_{H48} = 48 f_{m\acute{e}ca} \tag{5.5}$$

La fréquence d'une raie harmonique MLI de rang $n_{découpage}$ de la pression acoustique à une vitesse donnée, est donnée par (5.6):

$$f_{Hn_{d\acute{e}coupage}} = m_{d\acute{e}coupage} \cdot f_{d\acute{e}coupage} \pm n_{d\acute{e}coupage} \cdot p \cdot f_{m\acute{e}ca}$$
(5.6)

Avec $f_{d\acute{e}coupage}$ la fréquence de découpage, $m_{d\acute{e}coupage}$ un entier naturel non nul ($m_{d\acute{e}coupage}$ vaut 1 pour les raies associées à la fréquence de découpage et $m_{d\acute{e}coupage} > 1$ pour les raies associées aux multiples de la fréquence de découpage), p le nombre de paires de pôles et $f_{m\acute{e}ca}$ la fréquence mécanique (à une vitesse donnée).

L'harmonique H48 de la pression acoustique croise une raie MLI de la pression acoustique à une vitesse (fréquence) donnée, lorsque $f_{H48} = f_{Hn_{découpage}}$.

Afin de mieux faire le lien entre les relations (5.5) et (5.6) ainsi que le suivi d'ordre de l'harmonique H48 de pression acoustique (Fig. 102), une application numérique est donnée au tableau 11 pour le cas de découpage à 5 kHz.

$n_{d\acute{e}coupage}$	$f_{d\acute{e}coupage}$ (kHz)	rangh	p	$\Omega (tr/min)$	Fréquence $(48\frac{\Omega}{60})$ en (Hz)
-3	5	48	4	5000	4000
-2	5	48	4	5357	4286
-1	5	48	4	5769	4615
0	5	48	4	6250	5000
+1	5	48	4	6818	5455
+2	5	48	4	7500	6000
+3	5	48	4	8333	6667

TABLEAU11 – Application numérique : harmoniques de temps MLI 5 kHz croisant l'harmonique H48 de la pression acoustique

On retrouve les vitesses et les fréquences pour lesquelles l'harmonique H48 de la pression acoustique présente des pics au croisement d'une raie harmonique de temps MLI 5 kHz (Tableau 11). Il est ainsi plus facile de connaître le rang des harmoniques de temps MLI à l'origine des pics observés sur l'harmoniques H48 de la pression acoustique (par exemple, le pic à 6666 Hz sur l'harmonique H48 de la pression acoustique (Fig. 102) est provoqué par le croisement de la raie de rang 3 de l'harmonique de temps MLI 5 kHz avec l'harmonique H48 de la pression acoustique).

Le choix d'une fréquence de découpage à 10 kHz a permis de limiter le croisement entre les principales raies d'harmoniques de temps MLI et l'harmonique H48 de la pression acoustique. Le tableau 12 résume les principales vitesses et fréquences pour lesquelles il y a un croisement entre une raie d'harmonique MLI 10 kHz et l'harmonique H48 de la pression acoustique.

TABLEAU12 – Application Numérique : harmoniques de temps MLI 10 kHz croisant l'harmonique H48 de la pression acoustique

$n_{d\acute{e}coupage}$	$f_{d\acute{e}coupage}$ (kHz)	rangh	p	Ω (tr/min)	Fréquence $(48\frac{\Omega}{60})$ en (Hz)
0	10	48	4	12500	10000
-1	10	48	4	11538	9231
-2	10	48	4	10714	8571
-3	10	48	4	10000	8000
-4	10	48	4	9375	7500
-5	10	48	4	8824	7059
-6	10	48	4	8333	6667

Choix des points de fonctionnement à analyser pour la comparaison entre la pression acoustique et la pression magnétique radiale :

Pour comparer les mesures acoustiques aux calculs et simulations électromagnétiques, nous avons fixé des critères pour choisir les points de fonctionnement à étudier :

- Avoir un croisement entre l'harmonique H48 et les raies MLI de la pression acoustique.
- Couvrir une large plage de vitesses (de la basse fréquence à la haute fréquence).
- Étudier deux fréquences voisines

- Choisir une à deux fréquences pour lesquelles l'écart du niveau acoustique dépasse 3 dB
 (A) entre le découpage à 5 kHz et le découpage à 10 kHz.
- Étudier un cas favorable pour le découpage à 5 kHz et un cas favorable pour le découpage à 10 kHz.

Fig. 103 résume le relevé des mesures de l'harmonique H48 de la pression acoustique qui ont été retenues. Ces relevés constituent les neuf points de fonctionnement à 30 Nm (issus du suivi d'ordre H48 de la pression acoustique : Fig. 102) qui vont servir pour l'étude de la pression magnétique radiale (en particulier l'harmonique H48 de la pression magnétique).



 ${\rm FIGURE}$ 103 – Relevé de mesures de l'harmonique H48 de la pression acoustique pour un couple de 30 Nm : MLI 5kHz VS MLI 10kHz

Nous allons pourvoir désormais, nous intéresser à l'étude de la pression magnétique radiale dans l'entrefer et comparer les tendances locales (fréquence par fréquence) de la pression magnétique radiale et de la pression acoustique avec la prise en compte du hachage du courant rotor et de la fréquence de découpage des courants MLI du stator (MLI 5 kHz et MLI 10 kHz).

Harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer :

Les formes d'ondes des courants stator avec effet découpage à 5 kHz et à 10 kHz ainsi que le courant rotor avec la prise en compte du hachage (à 5 kHz) ont été générés par l'outil de simulation Simplorer de chez ANSYS. Cet outil a déjà fait l'objet d'une validation expérimentale interne chez Renault. L'étude de ce modèle dépasse le cadre que nous nous sommes fixés dans cette étude. Fig. 96, Fig. 97 et Fig. 98 sont des exemples des formes d'ondes générées par l'outil de simulation Simplorer.

Le tableau 13 résume les commandes (Id, Iq et If) appliquées pour les 9 points de fonctionnement sélectionnés ainsi que les valeurs moyennes du couple mesuré.

N° de la	Vitesse Ω	Fréquence (Hz)	Courant	Courant	Courant	Couple
commande	(tr/min)	H48 $(48\frac{\Omega}{60})$	Id (A)	Iq(A)	If (A)	mesuré (Nm)
1	1200	960	2,85	85,09	4,5	26.63
2	2600	2080	-1,36	87,84	4,42	27
3	4470	3576	-8,67	92,77	4,2	26.65
4	6250	4000	-9,68	94,38	4,1	26.1
5	7500	6000	-22,68	101,9	$3,\!95$	26.1
6	8333	6666	-26,32	104,7	3,93	26.23
7	9000	7200	-29,4	106,6	3,9	26.24
8	10000	8000	-35,54	108,96	3,93	26.23
9	11500	9200	-44,6	113,4	$3,\!96$	26.65

 T_{ABLEAU} 13 – Points de fonctionnement sélectionnés : 9 commandes pour réaliser un couple d'environ 30 Nm pour une montée en vitesse

Ces neuf points de fonctionnement ont été étudiés par simulations éléments finis (en linéaire et non linéaire) ainsi que par le modèle électromagnétique analytique en linéaire. L'accent a été particulièrement porté sur l'harmonique de denture H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer afin de comparer les tendances locales (fréquence par fréquence) de l'harmonique H48 de la pression acoustique et l'harmonique H48 de la pression magnétique pour deux fréquences de découpage des courants stator (5 kHz et 10 kHz) et en gardant la fréquence de hachage du courant rotor fixe (à 5 kHz).

Les résultats de simulations électromagnétiques pour l'harmonique H48 de la pression magnétique sont représentés par les figures suivantes (Fig. 104, Fig. 105 et Fig. 106).



 $\rm FIGURE~104$ – Simulations éléments finis non linéaires : Harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer pour un couple de 30 Nm : découpage de 5kHz VS découpage de 10kHz



FIGURE 105 – Simulations éléments finis en linéaire : Harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer pour un couple de 30 Nm : découpage de 5kHz VS découpage de 10kHz



FIGURE 106 – Modèle analytique CM en linéaire : Harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer pour un couple de 30 Nm : découpage de 5kHz VS découpage de 10kHz

Pour chaque point de fonctionnement, trois calculs ont été faits. Le premier calcul avec des courants stator purs sinus et un courant rotor constant, un deuxième calcul avec des courants stator découpés à 5 kHz et un courant au rotor haché à 5 kHz et un dernier calcul avec des courants stator découpés à 10 kHz et un courant rotor haché à 5 kHz.

Pour chaque point calculé, l'amplitude maximale en dB de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale temporelle a été retenue (parmi les différentes positions du rotor). Ces amplitudes sont celles reportées et tracées sur les figures précédentes (Fig. 104, Fig. 105 et Fig. 106).

Comparaison des résultats de l'harmonique H48 des pressions magnétiques radiales dans l'entrefer et des pressions acoustiques mesurées :

Harmonique H48 de la pression magnétique :

Tout d'abord, nous pouvons remarquer que les résultats des trois modèles électromagnétiques (éléments finis non linéaires, éléments finis en linéaire et modèle analytique CM en linéaire) partagent un résultat en commun : celui que les amplitudes de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale pour le cas des courants purs sinus restent en dessous des deux autres cas intégrant les formes d'ondes des courants stators et rotor avec prise en compte du découpage.

De même, les tendances prédites par les trois modèles électromagnétiques sont similaires et comparables pour les différents points de fonctionnement et pour chacun des trois cas étudiés (Courants purs sinus, courants stators et rotor découpés à 5 kHz ansi que le cas des courants stator découpés à 10 kHz et courant rotor haché à 5 kHz). Globalement, les courants MLI avec un découpage à 5 kHz sont plus défavorables à l'harmonique H48 de la pression magnétique (présence des niveaux plus élevés que les deux autres cas).

Harmonique H48 de la pression magnétique vs Harmonique H48 de la pression acoustique :

Nous allons comparer les tendances locales (fréquence par fréquence) de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale avec l'harmonique H48 de la pression acoustique pour les deux fréquences de découpage (5 kHz et 10 kHz). Pour cela, prenons quelques fréquences des tableaux 11 et 12 associées à des raies MLI qui ont été étudiées par simulations électromagnétiques.

Par exemple, le pic de l'harmonique H48 de la pression acoustique à 6666 Hz (Fig. 103 à 6674 Hz) qui est associé au rang 3 de la MLI 5 kHz des courants stator est parfaitement prédit par les trois modèles électromagnétiques sur l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale (Fig. 104 à 6666 Hz, Fig. 105 à 6666 Hz et Fig. 106 à 6666 Hz). Pour ce point, le découpage à 5 kHz des courants stator a été plus défavorable d'un point de vue pressions magnétiques et acoustiques.

Aussi, prenons la fréquence (4000 Hz) associée au rang -3 de la MLI à 5 kHz (tableau 11), la tendance à cette fréquence de l'harmonique H48 de la pression acoustique (Fig. 103 à 4026 Hz) est retrouvée sur la raie de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale prédite par les trois modèles électromagnétiques (éléments finis et analytique), notamment par le modèle analytique (Fig. 106 à 4000 Hz). De même, cette analyse est aussi valable pour la fréquence (6000 Hz) associée au rang +2 de la MLI à 5 kHz (tableau 11) en observant les niveaux de l'harmonique H48 des pressions magnétiques (Fig. 106 à 6000 Hz) et acoustiques (Fig. 103 à 6032 Hz). En effet, les amplitudes prédites de l'harmonique H48 de la pression magnétique dans l'entrefer restent relativement plus élevées pour le cas du découpage à 5 kHz par rapport au découpage à 10 kHz.

En hautes fréquences :

En outre, les points de fonctionnement étudiés par les modèles électromagnétiques (éléments finis et analytique) ont couvert le cas des hautes fréquences. En effet, pour les deux dernières fréquences (8000 Hz et 9231 Hz) associées respectivement aux rang -3 et -1 de la MLI à 10 kHz (tableau 12), la tendance locale de l'harmonique H48 de la pression acoustique (Fig. 103 à 7958 Hz et 9242 Hz) est similaire à celle prédite par le modèle électromagnétique analytique (Fig. 106 à 8000 Hz et 9200 Hz) et les simulations éléments finis (Fig. 104, Fig. 105 à 8000 Hz et 9200 Hz) sur l'harmonique H48 de la pression magnétique.

En basses vitesses :

En dernière analyse, pour les basses vitesses (Fig. 103 à 2100 Hz par exemple), le niveau de la pression acoustique enregistré pour l'harmonique H48 est quasi-similaire et n'est pas impacté par le choix de la fréquence de découpage. Ce même constat est observé sur la prédiction de l'harmonique H48 de la pression magnétique radiale dans l'entrefer (Fig. 104 à 2080 Hz). Le modèle analytique électromagnétique linéaire est également en bon accord avec ce résultat (Fig. 106 à 2080 Hz).

Ces différentes analyses montrent donc que le modèle analytique électromagnétique linéaire peut être utilisé dans une phase de pré dimensionnement pour obtenir le comportement global des pressions magnétiques radiales en montée en vitesse et prédire de manière satisfaisante les tendances locales (fréquence par fréquence) de la pression acoustique selon la fréquence de découpage des courants stator et en intégrant les formes d'ondes du courant rotor (avec hachage).

Bilan :

In fine, les résultats du modèle électromagnétique analytique linéaire et des simulations électromagnétiques, avec la méthode des éléments finis (linéaire et non linéaire), ont permis de monter l'intérêt du modèle analytique et son utilité en phase de pré-dimensionnement.

D'une part, les résultats expérimentaux de la pression acoustique pour deux fréquences de découpage (MLI 5 kHz et MLI 10 kHz), ont montré une cohérence dans les tendances locales prédites par le modèle électromagnétique analytique et les mesures acoustiques. En particulier, l'étude de l'harmonique de denture H48 de la pression magnétique radiale a permis de retrouver globalement les mêmes tendances (à l'échelle d'une fréquence) observées sur l'harmonique H48 de la pression acoustique mesurée.

D'autre part, la prise en compte de l'effet de la fréquence de hachage du courant rotor (à 5 kHz) et le découpage des courants stator (MLI 5 kHz et MLI 10 kHz) dans les modèles électromagnétiques (analytique et éléments finis) est plus représentative que les formes des courants stator en purs sinus et courant rotor constant dans les modèles électromagnétiques. En effet, nous avons pu voir à travers l'harmonique H48 de la pression magnétique que la prise en compte des formes d'ondes plus réalistes des courants rotor et stator très tôt dans la phase de pré dimensionnement de la machine présente un intérêt majeur sur le plan NVH. Cet intérêt se traduit par l'observation des pics sur l'harmonique H48 de la pression magnétique qui sensibilisent sur l'impact de la fréquence de découpage et sont en accord avec les mesures expérimentales de la pression acoustique.

Ainsi, il est important d'avoir un outil numérique qui permet de générer les bonnes formes d'ondes des courants pour le moteur et ainsi les intégrer dans le modèle de calcul électromagnétique afin de mieux prédire les pressions magnétiques et choisir une fréquence de découpage convenable.

Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons mis en place des essais expérimentaux pour analyser le comportement vibroacoustique du GMP électrique.

Ensuite, nous avons exploité le modèle analytique électromagnétique développé dans cette thèse et les simulations éléments finis électromagnétiques afin comprendre et expliquer l'impact des paramètres électriques sur les pressions magnétiques.

Enfin, nous avons mené une comparaison entre les évolutions des principales raies harmoniques des pressions magnétiques radiales dans l'entrefer et des pressions acoustiques mesurées. Cette comparaison a permis de mettre en avant les similitudes qui existent entres ces harmoniques de pressions magnétiques et acoustiques.

Compte tenu de la complexité de ces phénomènes physiques, nous avons opté pour une approche visant à distinguer les effets des paramètres électriques (commandes : If, Id et Iq, fréquence de découpage des courants stator 5 kHz vs 10 kHz, hachage du courant rotor 5 kHz) et à décomposer l'étude en plusieurs parties, qui sont les suivantes :

- Fonctionnement à Id et Iq nuls et une excitation If au rotor non nulle pour différentes vitesses : cette analyse a permis d'étudier l'impact de l'excitation rotor seule sur les pressions magnétiques et acoustiques
- Fonctionnement à Id et Iq non nuls et une excitation au rotor maintenue à 0,5 A (valeur minimale requise pour le banc d'essais) pour différentes vitesses : cette analyse a permis d'étudier l'impact des courants stator sur les pressions magnétiques et acoustiques en gardant l'excitation rotor à une faible valeur constante
- Application et comparaison de plusieurs consignes des courants (stator et rotor) pour réaliser le même point de fonctionnement (défini par une vitesse et un couple) : cette étude a permis de discuter du choix de la meilleure commande (Id, Iq et If) pour un point de fonctionnement donné sur la base d'un critère NVH.
- Analyse des formes d'ondes simulées des courants (MLI côté stator à 5 kHz puis 10 kHz et hachage côté rotor à 5 kHz) et leur impact sur les pressions magnétiques radiales : lors de cette étude, l'impact des formes d'ondes des courants stator et rotor sur les pressions magnétiques et acoustiques a été discuté et analysé.

Pour chaque configuration, les principales raies d'harmoniques des pressions magnétiques radiales ont été calculées par le modèle électromagnétique analytique. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus par éléments finis. Cette comparaison a permis de monter une bonne concordance entre les deux modèles électromagnétiques (analytiques et éléments finis).

Ensuite, chaque configuration a permis de mettre en avant des similitudes entre l'évolution des raies harmoniques des pressions magnétiques radiales calculées et celles des pressions acoustiques mesurées. Ainsi, nous avons pu voir que le modèle analytique électromagnétique associé à une analyse modale (obtenue par simulations mécaniques) peut aider à comprendre et analyser l'impact des paramètres électriques sur les pressions magnétiques radiales à différentes vitesses (fréquences) et prédire des tendances des pressions magnétiques similaires à celles observées sur les pressions acoustiques mesurées malgré la complexité de l'architecture du GMPé et de son rayonnement acoustique.

De plus, le modèle électromagnétique analytique peut servir pour comparer plusieurs commandes Id, Iq et If sur un critère NVH. Ainsi, il a été possible de mener cet exercice pour un point de fonctionnement donné. Cinq commandes ont été comparées pour le point de fonctionnement sélectionné. Il en résulte que le modèle analytique électromagnétique a permis de prédire la meilleure commande et d'isoler la plus mauvaise sur un critère de réduction des raies harmoniques des pressions magnétiques radiales. Ces résultats sont en bonne concordance avec ceux obtenus pour les harmoniques des pressions acoustiques mesurées.

Enfin, la prise en compte des formes d'ondes simulées des courants MLI stator et du courant rotor avec hachage a permis de monter l'intérêt de bien choisir la fréquence de découpage MLI des courants stator. En effet, l'analyse de la forme d'ondes des courants a mis l'accent sur l'intérêt de considérer l'impact du découpage et du hachage dès la phase de pré dimensionnement du moteur afin d'être plus représentatif du comportement des harmoniques de pressions magnétiques radiales. L'harmonique H48 (denture stator) de la pression magnétique radiale a été analysé lors de cette étude (car il s'étale sur une large plage de fréquence pouvant aller jusqu'à 10, 4 kHz à 13000 tr/min). Les résultats de l'harmonique H48 de la pression magnétique pour deux fréquences de découpage des courants MLI stator (5 kHz et 10 kHz) avec un hachage de 5 kHz du courant rotor ont permis de prédire le bon positionnement (à l'échelle d'une fréquence) des niveaux des pressions magnétiques pour la MLI 5 kHz par rapport à la MLI 10 kHz. Ces résultats sont en accord avec les tendances locales (à l'échelle d'une fréquence) observées sur les mesures de l'harmonique H48 de la pression acoustique.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre l'équipe M2EI (Mécatronique, Énergie, Électricité et Intégration) du laboratoire Roberval de l'UTC à Compiègne et l'entreprise RENAULT. Le but de ces travaux de recherche est de développer une modélisation électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné pour la traction automobile. Au-delà du calcul des grandeurs électromagnétiques de la machine, cette modélisation traite le sujet des pressions magnétiques source des vibrations et du bruit. L'objectif étant de trouver des liens directs ou indirects entre les pressions magnétiques et le bruit rayonné (pressions acoustiques obtenues par des essais expérimentaux).

Tout d'abord, un premier chapitre d'introduction a permis de présenter le contexte scientifique et industriel de la thèse. Dans ce chapitre, les sources du bruit d'origine magnétique dans les machines électriques ont été présentées. Ensuite, quelques notions fondamentales en acoustique ont été rappelées. Enfin, la problématique scientifique de la thèse a été exposée.

Le chapitre 2 a été consacré à l'état de l'art relatif aux méthodes de modélisations électromagnétiques pour les machines électriques. Ces approches ont été évaluées selon leur capacité à modéliser la complexité géométrique de la machine synchrone à rotor bobiné (pôles saillants) et leur potentiel de tenir compte de la saturation magnétique. Sans oublier, la prise en compte des composantes radiales et orthoradiales de l'induction magnétique dans l'entrefer. Suite à cette analyse bibliographique, la méthode ded transformations conformes a été retenue dans ces travaux.

Il est important de rappeler que le choix d'une démarche de modélisation analytique répond à un besoin industriel. Notamment celui de la meilleure compréhension des problématiques vibroacoustiques en phase de prédimensionnement. Sans se substituer aux outils éléments finis, l'outil analytique constitue un moyen d'investigation et de compréhension pour considérer le volet NVH (vibroacoustique) très tôt dans le design du moteur.

Dans le chapitre 3, nous avons mis en place le modèle électromagnétique analytique de la machine synchrone à rotor bobiné en linéaire. Ce modèle est basé sur la méthode des transformations conformes. D'abord, un modèle de la machine lisse a été développé pour tenir compte de la distribution du bobinage stator et de l'excitation au rotor. Ensuite, il a été possible de modéliser analytiquement l'effet de la double saillance de la machine synchrone à rotor bobiné à l'aide des transformations conformes. En effet, une fonction de perméance relative complexe a été proposée. Elle permet d'obtenir, pour chaque position du rotor, les deux composantes radiale et orthoradiale de la perméance relative dans l'entrefer de la machine (à double saillance). De là, les inductions magnétiques (radiales et orthoradiale) dans l'entrefer de la machine ont été calculées. En effet, elles sont obtenues en modulant l'induction magnétique de la machine lisse par la fonction de perméance relative.

En outre, l'outil électromagnétique analytique a été exploité pour obtenir les grandeurs locales et globales de la machine. D'ailleurs, les grandeurs physiques de la machine issues du modèle électromagnétique analytique (inductions radiale et orthoradiale, couple électromagnétique, flux, tensions, pressions magnétiques radiale et orthoradiale) ont été comparées à celles issues des éléments finis. Cette comparaison a mis en avant l'efficacité du modèle analytique et son intérêt en phase de prédimensionnement. Le chapitre 4 a été dédié à l'étude du phénomène de saturation magnétique dans la machine. En premier lieu, la méthode des coefficients de saturation a été présentée. Ensuite, cette méthode a été appliquée à un circuit magnétique simple. Ce cas d'étude d'exemple à l'application de cette méthode de coefficients de saturation magnétique.

En second lieu, la méthode des coefficients de saturation a été étendue à la machine synchrone à rotor bobiné. En effet, une fonction d'escalier a été définie afin de tenir compte du niveau de saturation magnétique en face de chaque dent stator. D'abord, la saturation magnétique a été intégrée par une approche dite séquentielle. Elle consiste à tenir compte dans un premier temps de la saturation magnétique au stator (en gardant l'hypothèse de la linéarité du rotor). Dans un second temps, on vient compléter avec la saturation magnétique au rotor. Également, une autre approche dite simultanée a été employée. Elle permet de définir la fonction d'escalier, pour les coefficients de saturation au stator et au rotor en même temps. Il apparait que ces deux approches sont équivalentes et donnent de bons résultats lorsqu'elles sont comparées à la méthode des éléments finis. La pertinence de ces approches est vérifiée par le calcul des inductions magnétiques radiales et orthoradiales dans l'entrefer.

Le cinquième et dernier chapitre aborde les mesures de pressions acoustiques. En effet, le GMPé a été instrumenté et placé dans une chambre semi-anéchoïque équipée de microphones pour la mesure des pressions acoustiques.

Pour essayer de comprendre et de distinguer les sources du bruit, nous avons étudié plusieurs cas de fonctionnement de la machine. Les cas de figure suivants ont été analysés :

- Excitation If au rotor non nulle et courants stator nuls : ce cas de fonctionnement permet d'étudier la contribution du champ magnétique créé par l'excitation au rotor.
- Excitation au rotor fixée à sa valeur minimale autorisée pour les essais (0,5 A) et les courants stator non nuls. Dans ce cas de figure, l'impact de l'alimentation au stator est étudié lorsque l'excitation au rotor est maintenue constante.
- Étude de l'impact du choix de la commande (Id, Iq et If) sur les harmoniques des pressions magnétique et acoustique.
- Étude de l'impact des formes d'ondes des courants en intégrant les fréquences de découpage (côté stator et rotor) sur les harmoniques des pressions magnétique et acoustique.

Pour chaque cas, les harmoniques de pressions acoustiques mesurées ont été analysés et comparés avec les harmoniques de pressions magnétiques. Afin d'appréhender la complexité du rayonnement acoustique du GMPé, une analyse modale des fréquences propres du stator a été menée. Elle a permis de comprendre l'origine des pics de pressions acoustiques observés à des fréquences particulières qui correspondant à celles prédites par l'analyse modale.

De même, pour chaque cas étudié, nous avons établi, lorsque cela était possible, une analogie entre l'évolution des harmoniques des pressions acoustiques mesurés et celle des harmoniques des pressions magnétiques calculés. Les résultats du modèle électromagnétique analytique sont comparés à ceux issus des éléments finis. Il en résulte que le modèle analytique électromagnétique peut constituer un outil fiable et pertinent pour analyser le comportement magnétique de la machine synchrone à rotor bobiné. La prise en compte des formes d'ondes des courants avec découpage a montré également l'intérêt de choisir la fréquence de découpage vis-à-vis de la plage de fréquences des principaux harmoniques de pressions magnétiques et acoustiques. En particulier, l'harmonique de denture stator (H48). Sans oublier, la comparaison entre les différentes commandes pour réaliser le même point de fonctionnement (couple-vitesse). Cette comparaison a montré qu'il est possible d'optimiser la commande sur un critère à la fois énergétique (minimiser les pertes) et NVH (réduire une raie harmonique des pressions magnétique et acoustique).

Les résultats obtenus par l'outil de modélisation électromagnétique analytique sont encourageants. Ils ont permis d'étudier l'impact de certains paramètres de la machine et de l'alimentation sur les harmoniques des pressions magnétiques. De même, il a été possible de faire le parallèle entre les harmoniques de pressions acoustiques mesurés et ceux de pressions magnétiques calculés. Afin de continuer à améliorer l'outil de modélisation développé dans ces travaux, plusieurs perspectives peuvent être intéressantes à considérer dans le futur. Parmi ces voies d'amélioration :

- □ Prendre en compte la progressivité du pôle rotor à l'aide des transformations conformes. Nous avons proposé en annexe, une étude de deux cercles excentriques qui visent à approximer la forme du pôle rotor.
- □ Intégrer l'impact de la saturation magnétique locale. Nous pouvons imaginer une approche matricielle par réseaux de réluctances détaillés uniquement dans le fer.
- \Box Intégrer le modèle électromagnétique analytique dans une boucle d'optimisation sur des critères NVH (par exemple, minimiser une raie donnée d'harmoniques de pressions magnétiques). Cette optimisation peut porter sur les paramètres géométriques, sur le bobinage ainsi que sur la commande (Id, Iq et If).
- □ Développer un modèle mécanique et vibroacoustique analytique pour traiter l'aspect multiphysique de la problématique NVH.
- □ Mener des essais expérimentaux afin de construire une fonction de transfert entre la réponse acoustique du GMPé et des pressions magnétiques sources du bruit magnétique.
- □ Étudier d'autres topologies de moteurs électriques à double saillance (machines à reluctances variables) ou simplement encochés (machines à aimants en surface).

Bibliographie

- [1] P. Pellerey, « Etude et optimisation du comportement vibro-acoustique des machines électriques, application au domaine automobile », Thèse de Doctorat de l'Université de Compiègne, 2012.
- [2] J. LE BESNERAIS, P. PELLEREY, V. LANFRANCHI, M. HECQUET, « Bruit acoustique d'origine magnétique dans les machines synchrones », Techniques de l'Ingénieur D3581 V1, 03 novembre 2013.
- [3] J. LE BESNERAIS, V. LANFRANCHI, M. HECQUET, P. BROCHET, « Bruit audible d'origine magnétique dans les machines asynchrones », Techniques de l'Ingénieur D3580 V2, 10 mai 2013.
- [4] G.Despret, « Impact du vrillage sur les forces électromagnétiques dans l'entrefer : Application aux machines asynchrones », Thèse de Doctorat, Centrale Lille, 2018.
- [5] S.J. Yang, « Low-noise electrical motors », Clarendon Press, Oxford University Press, 1981.
- [6] B. Cassoret, « Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau », Thèse de Doctorat de l'Université d'Artois, 1996.
- [7] P. Pellerey, V. Lanfranchi and G. Friedrich, « Coupled Numerical Simulation Between Electromagnetic and Structural Models. Influence of the supply harmonics for Synchronous Machine Vibrations », Trans. on Mag. vol 48, no 2, pp 983-986, Feb 2012.
- [8] J. Hallal, « Etudes des vibrations d'origine électromagnétique d'une machine électrique : conception optimisée et variabilité du comportement vibratoire », Thèse de Doctorat de l'Université de Compiègne, 2014.
- [9] J. Hallal, P. Pellerey, F. Marion, F. Druesne, and V. Lanfranchi, « Harmonic pressure optimization on numerical electric motor model », COMPUMAG2013, Budapest, Hungary, July 2013.
- [10] J. Hallal, A.H. Rasid, F. Druesne, V. Lanfranchi, « Comparison of radial and tangential forces effect on the radial vibrations of synchronous machines », IEEE-ICIT2019, Melbourne, Australia, February 2019, pp. 243-248, 2019.
- [11] S. Vivier, D. Lemoine and G. Friedrich, « Fast optimization of an IPMSM with Space Mapping technique », IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, Phoenix, AZ, 2011, pp. 3679-3686, 2011.
- [12] A. Tan-Kim, V. Lanfranchi, S. Vivier, J. Legranger, F. Palleschi, « Vibro-acoustic simulation and optimization of a claw-pole alternator », IEEE Transactions on Industry Applications, vol 52, no 5, pp 3878-3885, Sept 2016.
- [13] V. Ostovic'« Dynamics of Saturated Electric Machines » .NewYork, NY, USA : Springer-Verlag, 1989.
- [14] J. Perho, « Reluctance network for analysing induction machines », Ph.D. dissertation, Dept. Electr. Commun. Eng., Aalto Univ., Esbo, Finland, 2002.
- [15] R. Benlamine, « Etude et réalisation d'une machine électrique à forte densité de couple et fort rapport de surcouple pour des applications de traction automobile ». Energie électrique. Thèse de Doctorat de l'Université de Franche-Comté, 2015.
- [16] B. Nedjar, « Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation » Thèse de Doctorat de l'École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2011.
- [17] J. Saint-Michel, « Bobinage des machines tournantes à courant alternatif ». Techniques de l'Ingénieur D3420 V1, 10 février 2001.
- [18] J. Gieras, C. Wang and J.S. Lai « Noise of polyphase electric motors ». CRC Press, Dec. 2005.
- [19] J. Le Besnerais, « Reduction Of Magnetic Noise In PWM-Supplied Induction Machines Low-Noise Design Rules And Multi-Objective Optimisation », Thèse de Doctorat de l'École Centrale de Lille, 2009.
- [20] B. Gaussens, « Machines synchrones à commutation de flux : de la modélisation numérique et analytique à l'exploration topologique », Thèse de Doctorat de l'École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2013.
- [21] G. Dajaku and D. Gerling, « Stator slotting effect on the magnetic field distribution of salient pole synchronous PM machines », IEEE Trans. Magn., vol. 46, no. 9, pp. 3676–3683, Sep. 2010.
- [22] N. Boules, « Prediction of No-Load Flux Density Distribution in Permanent Magnet Machines », in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-21, no. 3, pp. 633-643, May 1985.
- [23] B. Ackermann, R. Sottek, « Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors », Electrical Engineering 78 (1995) 117-125 Springer-Verlag 1995.
- [24] E. Devillers, « Electromagnetic subdomain modeling technique for the fast prediction of radial and circumferential stress harmonics in electrical machines », Thèse de Doctorat de l'École Centrale de Lille, 2018.
- [25] Z. Q. Zhu, L. J. Wu, Z. P. Xia, « An Accurate Subdomain Model for Magnetic Field Computation in Slotted Surface-Mounted Permanent-Magnet Machines », IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 46, NO. 4, pp 1100 – 1115, APRIL 2010.
- [26] F. Dubas and C. Espanet, « Analytical Solution of the Magnetic Field in Permanent-Magnet Motors Taking

Into Account Slotting Effect : No-Load Vector Potential and Flux Density Calculation », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 5, pp. 2097-2109, May 2009.

- [27] K. Boughrara, R. Ibtiouen, O. Touhami, « Exact Analytical Prediction of Magnetic Field in a Hybrid and Wound Excitation Synchronous Machine », International Conference on Electrical Machines (ICEM), pp. 2818-2824, Nov. 2012.
- [28] T. Lubin, « Contribution à la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques », HDR. Université de Lorraine, 2016.
- [29] N. Boules, "Two-dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation », IEEE Trans. Ind. Appl., vol. IA-20, no. 5, pp. 1267-1277, Sept./Oct. 1984.
- [30] Y. Amara, « Modélisation pour le dimensionnement des machines électriques. Application à des machines spéciales », HDR. Université du Havre, 2012.
- [31] H. Tiegna, « Contribution à la modélisation analytique des machines synchrones à aimants permanents, à flux axial, à entraînement direct en vue de leur dimensionnement : application aux éoliennes », Thèse de Doctorat, Université du Havre, 2013.
- [32] E. Devillers, J. Le Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet, and J. Lecointe, « A review of subdomain modeling techniques in electrical machines : Performances and applications », in Proc. 22nd Int. Conf. Elect. pp. 86–9, Mach., Sep. 2016.
- [33] Z. Q. Zhu and D. Howe, « Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. II. Armature-reaction field », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 136-142, Jan. 1993.
- [34] Z. Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte and B. Ackermann, « Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. I. Open-circuit field », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 124-135, Jan. 1993.
- [35] W.J Gibbs, « Conformal Transformations in Electrical Engineering », London, U.K./ Chapman and Hall, 1958.
- [36] K. J. Binns and P. J. Lawrenson, « Analysis and Computation of Electrical and Magnetic Field Problems », Pergamon Press, 1973.
- [37] R. Schinzinger and A.A.L. Patricio « Conformal mapping : methods and applications », lsevier, 1991 -Technology and Engineering, 1991.
- [38] F.W Carter, « Air-gap induction », Electrical World and Engineer, vol 38, pp. 884, nov. 1901.
- [39] Z. Q. Zhu, D. Howe, « Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet DC Motors, Part III : Effect of Stator Slotting », IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, No. 1, pp 143 - 151, January 1993.
- [40] M. Markovic, « Magnetic field analysis in electric motors using conformal mapping », Thèse de doctorat de l'École Polytechnique fédérale de Lausanne, 2004.
- [41] M. Markovic, M. Jufer and Y. Perriard, « Reducing the cogging torque in brushless DC motors by using conformal mappings », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 2, pp. 451-455, March 2004
- [42] F.M. Sargos, « Étude théorique des performances des machines à réluctance variable », Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine-I.N.P.L, mars 1981.
- [43] Z. J. Liu and J. T. Li, « Analytical Solution of Air-Gap Field in Permanent-Magnet Motors Taking Into Account the Effect of Pole Transition Over Slots », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, no. 10, pp. 3872-3883, Oct. 2007.
- [44] D. Zarko, « A Systematic Approach To Optimized Design Of Permanent Magnet Motors With Reduced Torque Pulsations », Doctor of Philosophy, Electrical Engineering, University Of Wisconsin-Madison 2004.
- [45] D. Zarko, D. Ban, T. A. Lipo, « Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor Using Complex Relative Air-Gap Permeance », IEEE Transactions on Magnetics, vol.42, no. 7, July 2006.
- [46] A.A. Afanas'ev, « Elecric machine air gap magnetic field analysis », Elektrichestvo, No.6, 27-31, (translated by O. M. Blunn) 1985.
- [47] T. A. Driscoll, « Schwarz-Christoffel Toolbox User's Guide », Version 2.
- [48] T. C. O'Connell and P. T. Krein, « A Schwarz–Christoffel-Based Analytical Method for Electric Machine Field Analysis », in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 24, no. 3, pp. 565-577, Sept. 2009.
- [49] M. Hafner, D. Franck, and K. Hameyer, « Accounting for saturation in conformal mapping modeling of a permanent magnet synchronous machine », COMPEL-Int. J. Comput. Math. Elect. Electron. Eng., vol. 30, no. 3, pp. 916–928, 2011.
- [50] A. Hemeida and P. Sergeant, « Analytical modeling of surface PMSM using a combined solution of Maxwell's equations and magnetic equivalent circuit », IEEE Trans. Magn, vol. 50, no. 12. Art. no. 7027913, Dec. 2014.

- [51] A. Hanic, D. Žarko, and Z. Hanic, « A novel method for noload magnetic field analysis of saturated surface permanent-magnet machines using conformal mapping and magnetic equivalent circuits », IEEE Trans. Energy Convers., vol. 31, no. 2, pp. 740–749, Jun. 2016.
- [52] A. Hanic, D. Žarko, D. Kuhinek, and Z. Hanic, « On-load analysis of saturated surface permanent magnet machines using conformal mapping and magnetic equivalent circuits », IEEE Trans. Energy Convers, vol. 33,no. 3, pp. 915–924, Sep. 2018.
- [53] L. J. Wu, Z. Li, X. Huang, Y. Zhong, Y. Fang and Z. Q. Zhu, « A Hybrid Field Model for Open-Circuit Field Prediction in Surface-Mounted PM Machines Considering Saturation », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 54, no. 6, pp. 1-12, Art no. 8103812, June 2018.
- [54] L. J. Wu, Z. Li, D. Wang, H. Yin, X. Huang and Z. Q. Zhu, « On-Load Field Prediction of Surface-Mounted PM Machines Considering Nonlinearity Based on Hybrid Field Model », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 55, no. 3, pp. 1-11, Art no. 8100911, March 2019.
- [55] Z. Li, X. Huang, L. Wu, T. Long, B. Shi and H. Zhang, « Open-Circuit Field Prediction of Interior Permanent-Magnet Motor Using Hybrid Field Model Accounting for Saturation », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 55, no. 7, pp. 1-7, Art no. 8104707, July 2019.
- [56] L. Wu, H. Yin, D. Wang and Y. Fang, « A Nonlinear Subdomain and Magnetic Circuit Hybrid Model for Open-Circuit Field Prediction in Surface-Mounted PM Machines », in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 34, no. 3, pp. 1485-1495, Sept. 2019.
- [57] Z. Li, X. Huang, Z. Chen, L. Wu, Y. Shen and T. Shi, « Electromagnetic Analysis for Interior Permanent-Magnet Machine Using Hybrid Subdomain Model », in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 37, no. 2, pp. 1223-1232, June 2022.
- [58] B. Guo et al, « Nonlinear Semianalytical Model for Axial Flux Permanent-Magnet Machine », in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 69, no. 10, pp. 9804-9816, Oct. 2022.
- [59] B. Ladghem-Chikouche, K. Boughrara, F. Dubas, L. Roubache and R. Ibtiouen, « Semi-Analytical Magnetic Field Calculation for Dual-Rotor Permanent-Magnet Synchronous Machines by Using Hybrid Model », in IEEE Transactions on Magnetics, vol. 58, no. 1, pp. 1-10, Art no. 8100210, Jan. 2022.
- [60] H. Mahmoud, « Synchronous Reluctance Machines : Eccentricity Analysis and Design Criteria », Ph.D , Dept. Industrial Engineering, Padova University, Italy, 2017.
- [61] K. Abbaszadeh and F. R. Alam, « On-load field component separation in surface-mounted permanent-magnet motors using an improved conformal mapping method ». IEEE Trans. Magn., vol. 52, no. 2, Art. no. 5200112, Feb, 2016.
- [62] F. R. Alam and K. Abbaszadeh, "Magnetic Field Analysis in Eccentric Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors Using an Improved Conformal Mapping Method, "". in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 31, no. 1, pp. 333-344, March 2016.
- [63] F. Rezaee-Alam, B. Rezaeealam and J. Faiz, « Unbalanced Magnetic Force Analysis in Eccentric Surface Permanent-Magnet Motors Using an Improved Conformal Mapping Method », in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 32, no. 1, pp. 146-154, March 2017.
- [64] H. Mahmoud and N. Bianchi, « Nonlinear Analytical Model of Eccentric Synchronous Reluctance Machines Considering the Iron Saturation and Slotting Effect », in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 53, no. 3, pp. 2007-2015, May-June 2017.
- [65] H. Mahmoud, N. Bianchi, G. Bacco and N. Chiodetto, « Nonlinear Analytical Computation of the Magnetic Field in Reluctance Synchronous Machines », in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 53, no. 6, pp. 5373-5382, Nov.-Dec. 2017.
- [66] H. Hua and W. Hua, « Analytical Prediction of Torque of Switched Reluctance Machines Considering Nonlinear Characteristics », in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 69, no. 1, pp. 190-201, Jan. 2022.
- [67] R. Missoum, « Modélisation, conception et optimisation d'un moteur-générateur pour coupleur électromagnétique », Thèse de l'université de Nantes, janvier 2008.
- [68] W. W. L. Chen, « Introduction to Complex Analysis ». [Online] Lecture notes. Available : http://williamchenmathematics.info/lnicafolder/lnica.html . Chapter 14. 2002.
- [69] A. Arkkio, « Time-stepping finite elements analysis of induction motors », International Conference on Electrical Machines, ICEM'88, Pisa, Italy 275–280, Sept. 12–14, 1988.
- [70] S. Watanabe, S. Kenjo, K. Ide, F. Sato, and M. Yamamoto, "Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 4, April 1983.
- [71] D. Verdyck, R. Belmans, W. Geysen and K. U. Leuven, « An approach to modelling of magnetically excited forces in electrical machines », Digest of the Fifth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, pp. WOA7-WOA7, 1992.

- [72] A. Tan-Kim, V. Lanfranchi, J. Legranger, F. Palleschi and M. Redon, « Influence of temperature on the vibroacoustic behavior of claw-pole alternators », XXI International Conference on Electrical Machines (ICEM), Berlin, Allemagne, 2-5 sept. 2014.
- [73] S. Jolivet, « Caractérisation tribodynamique de la bruyance denture pour la gestion du confort acoustique des conditions d'engrènement en fabrication », Thèse de Doctorat de l'École nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM, 2015.
- [74] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet and P. Brochet, « Characterization and reduction of audible magnetic noise due to PWM supply in induction machines », IEEE Transactions on Industrial Electronics, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 57 (4), pp.1288-1295, 2010.
- [75] M. Geoffriault, « Réduction active des vibrations et des bruits d'une machine électrique par la stratégie de commande », Thèse de Doctorat CentraleSupélec, 2015.
- [76] H. Amlinger, I. Lopez Arteaga and S. Leth, « Impact of PWM switching frequency on the radiated acoustic noise from a traction motor », in Proc. of 2017 20th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), pp. 1-6, 2017.
- [77] S. L. Capitaneanu, « Optimisation de la fonction MLI d'un onduleur de tension deux-niveaux », Thèse de Doctorat de l'institut national polytechnique de Toulouse, 2002.
- [78] S. A. Swann, « Effect of rotor eccentricity on the magnetic field in the air-gap of a non-salient-pole machine », Proc. Inst. Electr. Eng., vol. 110, no. 5, pp. 903–915, May 1963.
- [79] U. Kim and D. K. Lieu, « Magnetic field calculation in permanent magnet motors with rotor eccentricity : without slotting effect », IEEE Transactions on Magnetics, vol.34, no.4, pp.2243-2252, 1998.
- [80] A. Nayfeh, « Perturbation Methods », New York : Wiley, 1973.
- [81] T. Lubin, « Equations aux dérivées partielles (EDP), Méthode de résolution des EDP par séparation de variables; Applications », Master. Université de Lorraine - Faculté des Sciences et Technologies-Nancy, pp.60, France. 2017.
- [82] M. Hafner, D. Franck, and K. Hameyer, « Static electromagnetic field computation by conformal mapping in permanent magnet synchronous machines », IEEE Trans. Magn., vol. 46, no. 8, pp. 3105–3108, Aug. 2010.

Annexes

A ÉTUDE DES CAS DE SATURATION MAGNÉTIQUE AVEC ET SANS DÉFLUXAGE

Dans cette section, nous présentons quelques résultats obtenus avec le modèle électromagnétique analytique qui tient compte de la saturation magnétique. Deux cas d'alimentations sont traités pour deux positions distinctes du rotor. Le premier cas considère un défluxage ($\Psi = -75^{\circ}$) et le second est sans défluxage ($\Psi = 0^{\circ}$).

Dans les deux cas, une très fotre saturation de la machine est constatée. Le défluxage concentre la saturation magnétique sur une zone donnée restreinte, contrairement au cas sans défluxage, où la saturation magnétique est plus au moins repartie sur les différentes dents stator.

Fig. 107 à Fig. 110 comparent les inductions magnétiques radiales et orthoradiales obtenues pour deux positions du rotor avec des fortes valeurs de défluxage et de courants d'alimentation.

Les coefficients de saturation stator suivis des coefficients de saturation rotor ont permis de prédire des niveaux d'inductions magnétiques en bonnes proportions avec les résultats des simulations éléments finis non-linéaires pour les deux positions du rotor.



FIGURE 107 – Induction magnétique radiale en charge, pour Is = 720A, If = 19A et $\Psi = -75^{\circ}$ à l'instant t = 0s



FIGURE 108 – Induction magnétique radiale en charge, pour Is = 720A, If = 19A et $\Psi = -75^{\circ}$ à l'instant t = 0.3ms

Toutefois, quelques formes d'inductions orthoradiales (dans le creux rotor) sous l'effet de la saturation magnétique ne peuvent pas être prédites par le modèle électromagnétique analytique saturé car les coefficients de saturation agissent uniquement sur les amplitudes des inductions magnétiques issues du modèle électromagnétique analytique linéaire.



FIGURE 109 – Induction magnétique orthoradiale en charge pour $Is=720\mathrm{A},~If=19\mathrm{A}$ et $\Psi=-75^\circ$ à l'instant $t=0\mathrm{s}$



FIGURE 110 – Induction magnétique orthoradiale en charge pour $Is=720\mathrm{A},~If=19\mathrm{A}$ et $\Psi=-75^\circ$ à l'instant $t=0.3\mathrm{ms}$

Le second cas d'étude est sans défluxage mais avec des fortes valeurs de courants d'alimentions, il est présenté par (Fig. 111 à Fig. 114).

Pour la position initiale du rotor (Fig. 111) le modèle électromagnétique analytique saturé a permis une bonne prédiction du niveau d'induction magnétique radiale en face de l'ensemble des dents stator.



FIGURE 111 – Induction magnétique radiale en charge, pour Is=400 A, $If=10{\rm A}$ et $\Psi=0^\circ$ à l'instant $t=0{\rm s}$

En revanche, avec le mouvement du rotor, nous constatons pour cette nouvelle position du rotor, une moins bonne prédiction du niveau d'induction en face de la première dent stator (et par conséquent sur la dernière dent), cette baisse d'induction peut être due en partie aux contributions des chutes de tensions magnétiques sur un trajet car il y a une très forte dépendance entre les différentes dents du stator.



FIGURE 112 – Induction magnétique radiale en charge pour Is=400 A, $If=10{\rm A}$ et $\Psi=0^\circ$ à l'instant $t=0.3{\rm ms}$

Les composantes orthoradiales des inductions magnétiques pour le cas sans défluxage sont illustrées par (Fig. 113 et Fig. 114). Nous retenons le même constat que pour les composantes orthoradiales de l'induction magnétique avec défluxage. En effet, une bonne prédiction des inductions sur la partie massive du rotor, et une moins bonne précision en dehors (dans le creux du rotor).



FIGURE 113 – Induction magnétique orthoradiale en charge pour Is=400 A, $If=10{\rm A}$ et $\Psi=0^\circ$ à l'instant $t=0{\rm s}$



FIGURE 114 – Induction magnétique orthoradiale en charge pour Is=400 A, $If=10{\rm A}$ et $\Psi=0^\circ$ à l'instant $t=0.3{\rm ms}$

B MODÉLISATION ANALYTIQUE DE L'EFFET D'UN ENTREFER NON CONSTANT SUR L'INDUCTION MAGNÉTIQUE EN LINÉAIRE

Annexe B :

Introduction						
B.1 Moteur lisse avec une excentricité statique						
B.2 Étude du moteur lisse avec une excentricité statique par la méthode analy-						
tique des transformations conformes						
B.2.1 Passage d'une structure excentrique à une structure concentrique par						
le biais d'une transformation conforme						
B.2.2 Solution du potentiel vecteur magnétique dans la structure concentrique182						
B.2.3 Solution du potentiel vecteur magnétique dans la structure excentrique 186						
B.2.4 Calcul de l'induction magnétique dans l'entrefer						
B.3 Étude de différentes valeurs d'excentricité statique pour le moteur lisse 190						
B.4 Étude de la perméance relative complexe du pôle rotor du moteur synchrone						
à rotor bobiné						
Conclusion						

Introduction

Les moteurs synchrones à rotor bobiné peuvent avoir un entrefer mécanique constant (sous les pôles rotor) comme qu'ils peuvent avoir un entrefer variable (non constant sous les pôles rotor). En effet, le premier moteur à rotor bobiné qui a propulsé le véhicule électrique Zoé de Renault, possède un entrefer constant et a été fabriqué par l'équipement Continental. Par la suite, l'entreprise Renault a commencé à développer et produire ses propres moteurs synchrones à rotor bobiné pour la Zoé. La forme du pôle rotor est l'un des éléments qui ont été optimisés et la forme du pôle rotor optimisée (sur un critère de réduction d'ondulations du couple électromagnétique) admet actuellement un entrefer non constant au niveau des pôles rotor (Fig. 115).



FIGURE 115 – Moteur à rotor bobiné avec une forme du pôle optimisée (entrefer non constant sous les pôles rotor)

Les modèles électromagnétiques analytiques ne permettent pas de modéliser correctement l'effet d'une forme complexe du pôle rotor (Fig. 115) sur les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer. Ainsi la méthode numérique basée sur les éléments finis reste traditionnellement le meilleur moyen pour modéliser correctement la forme complexe du pôle rotor.

Cependant, nous avons cherché à simplifier la forme du pôle rotor tout en gardant un entrefer non constant afin de pouvoir exploiter le potentiel des méthodes de modélisation électromagnétique, notamment la méthode des transformations conformes. Ainsi, nous avons remplacé le pôle rotor par un cercle qui admet trois points d'intersection avec le pôle réel rotor (Fig. 116). Le stator est rendu lisse pour focaliser l'étude sur l'effet du pôle rotor. La nouvelle structure est formée de deux cercles excentriques, la première représente le stator lisse et la seconde joue le rôle du pôle rotor pour créer un entrefer non constant (moteur lisse avec une excentricité statique).


FIGURE 116 – Approximation de la forme du pôle rotor par un cercle : a) forme du pôle rotor, b) nouvelle forme circulaire du pôle rotor, c) structure à étudier avec deux cercles excentriques

Par la suite, nous allons étudier le moteur lisse avec une excentricité statique. Le modèle analytique basé sur la méthode de transformations conformes va être présenté et ses résultats seront confrontés à ceux issus de simulations éléments finis (EF). Ensuite, l'effet de l'entrefer sur les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique sera analysé. Enfin, ce chapitre sera conclu par une analyse et une discussion sur l'effet de la forme réelle du pôle rotor.

B.1 Moteur lisse avec une excentricité statique

Dans cette partie, l'accent est porté sur la présentation d'une simple structure électromagnétique constituée d'un stator lisse sans bobinages et d'un rotor lisse excentrique. Le rotor est doté d'une excitation bobinée (une bobine à Nr spires et traversée par un courant d'excitation If). Cet ensemble constitue le moteur lisse avec une excentricité statique. Fig.117 illustre le passage des lignes de champ magnétique dans le moteur lisse avec une excentricité statique (Fig.117 a) et un second parfaitement concentrique (Fig.117 b). Dans la zone où l'entrefer est très important, les lignes de champ ont du mal à traverser l'entrefer et bouclent leurs chemins dans le rotor au lieu d'aller dans le stator (Fig.117 a).



FIGURE 117 – Passage des lignes de champ magnétique : a) structure excentrique b) structure concentrique

L'étude des moteurs lisses excentriques (à aimants permanents en surface ou avec une excitation bobinée) avec des méthodes analytiques a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. La méthode de fonction de perméance permet d'introduire un terme en cosinus dans la fonction de perméance radiale de l'entrefer afin de tenir compte de l'excentricité statique [18].

La méthode de transformations conformes a été employée dans l'article [78] pour étudier un moteur lisse excentrique avec la possibilité de mettre l'excitation au rotor ou proche de l'alésage interne du stator. Toutefois, seule la composante radiale de l'induction magnétique a été analysée.

Dans l'article [79], l'effet de l'excentricité du rotor d'une machine lisse à aimants permanents en surface a été modélisé par la méthode des sous-domaines. Pour adapter la méthode des sousdomaines (avec une approximation) à la présence d'une excentricité rendant l'entrefer irrégulier, la théorie mathématique des perturbations [80] a été introduite (elle permet de trouver une solution approchée sous la forme d'un développement en série de puissances). Les composantes radiale et orthoradiale dans l'induction magnétique dans l'entrefer ont été présentées et sont en bonne concordance avec les résultats issus des éléments finis. Néanmoins la méthode des perturbations a introduit des écarts sur les pics de la composante orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer [79].

La méthode de transformations conformes semble être mathématiquement bien adaptée pour l'étude du moteur lisse avec une excentricité statique, sans faire appel à des approximations. Ainsi, nous allons présenter une approche exploitant les transformations conformes pour étudier le moteur lisse avec une excentricité statique (Fig.117 a).

B.2 Etude du moteur lisse avec une excentricité statique par la méthode analytique des transformations conformes

L'entrefer non constant a un impact direct sur les composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer. Ces deux composantes de l'induction magnétique $(B_r \text{ et } B_{\theta})$ peuvent être obtenues grâce au potentiel vecteur magnétique noté A. Elles sont exprimées par la relation (B.1).

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \theta}$$

$$B_\theta = -\frac{\partial A}{\partial r}$$
(B.1)

Avec r rayon dans l'entrefer et θ variant de 0 à 2π .

Les relations (B.1) reste valable pour le cas du moteur lisse excentrique comme pour le cas du moteur lisse concentrique.

Le potentiel vecteur magnétique A est obtenu à partir de la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer ($\Delta A = 0$). La solution analytique pour le cas d'un moteur lisse concentrique est proposée dans les travaux de Lubin [28][81]. Cependant, lorsque l'entrefer n'est pas constant, l'établissement de l'expression du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer devient délicat. Tout de même, il est possible de résoudre ce problème grâce à la méthode des transformations conformes. Ainsi, pour obtenir la solution du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer de la structure lisse excentrique, nous allons suivre les trois étapes suivantes :

- 1. Transformer la structure de deux cercles excentriques en deux cercles concentriques à l'aide d'une transformation conforme (variables complexes);
- 2. Résoudre l'équation de Laplace dans la nouvelle structure concentrique et exprimer le potentiel vecteur magnétique en variable complexe;
- 3. Remonter à l'expression du potentiel vecteur magnétique dans la structure excentrique en combinant les étapes 1 et 2;

Nous allons détailler chacune des trois étapes nécessaires pour l'obtention de la solution analytique du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer du moteur lisse excentrique.

B.2.1 Passage d'une structure excentrique à une structure concentrique par le biais d'une transformation conforme

La famille de transformations conformes dite de Möbius permet de passer de deux cercles excentriques à deux cercles concentriques et inversement [78][37]. La forme générale de ces transformations conformes est donnée par la relation suivante (B.2) :

$$W = f(Z) = \frac{aZ + b}{cZ + d}$$
(B.2)

Avec a, b, c et d des nombres complexes.

Si le déterminant ad-bc = 0, l'image de tout point du plan complexe Z par la transformation conforme f(Z) est une constante dans le plan W. Un exemple est résumé dans le tableau 14 :

Constantes	Ζ	f(Z)	W = f(Z)
a = 1	0	$\frac{b}{d}$	0,2
$\mathbf{b}=2$	∞	$\frac{a}{c}$	0,2
c = 5	50	$\frac{50+2}{5*50+10}$	0,2
d = 10	4+15j	$\frac{4+15j+2}{5*(4+15j)+10}$	0,2

TABLEAU 14 – Exemple : Transformation de Mobius (B.2) avec le déterminant ad - bc = 0

Pour notre cas d'étude, nous allons retenir la transformation conforme donnée dans l'article [78]. Cette transformation est donnée par (B.3) :

$$W = f(Z) = k \frac{Z - \ell}{Z + \ell}$$
(B.3)

Avec k et ℓ des nombres réels.

Fig. 118 illustre le passage de deux cercles excentrique dans le plan de variables complexes Z à deux cercles concentriques dans le plan de variables complexes W.



FIGURE 118 – Transformation conforme : passage de deux cercles excentriques a) plan Z à deux cercles concentriques b) plan W

Le tableau 15 résume les constantes et grandeurs géométriques qui interviennent dans le passage de deux cercles excentriques aux deux cercles concentriques (Fig. 118).

			Exemple 1 :
Constantes	Désignation	Formule	Application
			Numérique
	Rayon interne	Une donnée	78
Rs	du stator réel	d'entrée	mm
	Rayon du rotor	Une donnée	52
Rrc	circulaire excentré	d'entrée	mm
	Excentricité	Une donnée	22
exc	statique	d'entrée	mm
	Distance entre		65.8
xrc	le centre du rotor	$\frac{1}{2}\left(\frac{Rs^2 - Rrc^2}{exc} - exc\right)$	mm
	et l'origine		
	constante		
ℓ	réelle $(B.3)$	$\sqrt{xrc^2 - Rrc^2}$	0,0403
	constante		
k	réelle (B.3)	$Rrc(\frac{\ell}{Rrc}+\sqrt{1+(\frac{\ell}{Rrc})^2})$	0,1062
			*
	Ravon interne du	Rsw =	64.6112
Rsw	stator dans	f(xrc+exc+Rs)	mm
	le plan W	(B.3)	
	Rayon du rotor	Rrcw =	52
Rrcw	concentrique dans	f(xrc + Rrc)	mm
	le plan W	(B.3)	

TABLEAU15 – Formules et désignation des grandeurs géométriques intervenant dans la transformation conforme (Fig. 118)

Le cercle du stator dans le plan des variables complexes Z est défini par l'équation (B.4) :

$$Z_{stator} = xrc + exc + Rs. \exp(j\theta) \tag{B.4}$$

Avec j nombre complexe et θ l'angle de la position dans l'espace qui varie de 0 à 2π .

Pour le rotor, son équation dans le plan de variables complexes Z est définie par (B.5) :

$$Z_{rotor} = xrc + Rrc. \exp(j\theta) \tag{B.5}$$

Pour passer dans le nouveau plan de variables complexes W, nous exploitons la relation (B.3). Ainsi les coordonnées du stator et du rotor concentriques dans le plan W sont données par (B.6) :

$$W_{stator} = k \frac{Z_{stator} - \ell}{Z_{stator} + \ell}$$

$$W_{rotor} = k \frac{Z_{rotor} - \ell}{Z_{rotor} + \ell}$$
(B.6)

Pour l'excitation placée sur l'axe réel et collée au rotor ($\theta = 0$ pour l'aller et $\theta = \pi$ pour le retour), l'aller et le retour de la bobine sont réduits à deux points de coordonnées respectivement Z_{bob_aller} et Z_{bob_retour} dans le plan initial Z (B.7).

$$Z_{bob_{aller}} = xrc + Rrc. \exp(j0) = xrc + Rrc$$

$$Z_{bob_{retour}} = xrc + Rrc. \exp(j\pi) = xrc - Rrc$$
(B.7)

les coordonnées de l'excitation rotor dans le plan d'arrivée W, deviennent (B.8) :

$$W_{bob_{aller}} = k \frac{Z_{bob_{aller}} - \ell}{Z_{bob_{aller}} + \ell}$$

$$W_{bob_{retour}} = k \frac{Z_{bob_{retour}} - \ell}{Z_{bob_{retour}} + \ell}$$
(B.8)

Le tableau 16 donne une application numérique pour l'exemple de l'excitation rotor.

TABLEAU 16 – Transformation conforme : application à l'excitation du rotor (suite de l'exemple 1 donné dans le tableau 15)

Constantes	Ζ	W = f(Z)	Exemple 1 : Application Numérique
k = 0,1062	$Z_{bob_{aller}} = xrc + Rrc$ $= 0,1178 + 0.j$	$k \frac{Z_{bob_{aller}} - \ell}{Z_{bob_{aller}} + \ell} $ (B.8)	$W_{bob_{aller}} = 0,052 + 0.j$
$\ell = 0,0403$	$Z_{bob_{retour}}$ $= xrc - Rrc$ $= 0,0138 + 0.j$	$k \frac{Z_{bob_{retour}} - \ell}{Z_{bob_{retour}} + \ell} $ (B.8)	$W_{bob_{retour}} = -0,052 + 0.j$

Nous allons par la suite nous intéresser au calcul du potentiel vecteur magnétique dans le nouveau plan W ou les deux cercles sont concentriques et l'entrefer est constant.

B.2.2 Solution du potentiel vecteur magnétique dans la structure concentrique

La méthode de transformations conformes nous a permis de passer de deux cercles excentriques à deux cercles concentriques (Fig. 118). Ainsi, nous allons pouvoir étudier la solution du potentiel vecteur magnétique dans la nouvelle structure concentrique (Fig. 118 b)). Pour rappel, nous avons déjà développé la solution du potentiel vecteur magnétique d'un moteur lisse avec une excitation au rotor dans la première partie du chapitre 3. C'est pourquoi, nous allons nous limiter ici au rappel des grandes lignes nécessaires pour l'obtention de la solution analytique du potentiel vecteur magnétique. Le lecteur peut également consulter les références [28][81] pour plus de détails sur la méthodologie.

La structure concentrique (Fig. 118 b)) est l'image d'un moteur lisse concentrique avec une excitation bobinée placée au rotor. Afin de pourvoir résoudre l'équation de Laplace dans ce moteur lisse, nous avons besoin de rappeler quelques hypothèses importantes. Tout d'abord le modèle est 2D et la perméabilité du fer supposée infinie. L'équation de Laplace dans l'entrefer est donnée par (B.9) :

$$\Delta A = \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2} = 0$$
(B.9)

L'équation de Laplace (B.9) peut être résolue analytiquement avec la méthode de séparation de variables [28][81]. La solution générale, peut être écrite sous la forme d'une série de Fourier (B.10) :

$$A(r,\theta) = \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \cos(n\theta) + (C_n r^n + D_n r^{-n}) \sin(n\theta)$$
(B.10)

Les constantes d'intégration $(A_n, B_n, C_n et D_n)$ sont déterminées à partir des conditions aux limites. Pour ce cas d'étude, où seul le rotor admet une excitation, les conditions aux limites à satisfaire pour résoudre l'équation (B.9) sont données par (B.11) :

$$H_{\theta_{|r=R_{sw}}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} = 0$$

$$H_{\theta_{|r=R_{rcw}}} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial r} = -J_{rotor}$$
(B.11)

Où R_{sw} est le rayon du cercle stator, R_{rcw} est le rayon du cercle rotor dans le plan W. J_{rotor} est la densité linéique en (A/m) du courant If traversant les Nr spires de la bobine placée au rotor (Fig. 119).



FIGURE 119 – Densité linéique de courant créée par le courant rotor If

La densité linéique J_{rotor} (Fig. 119) peut être écrite sous la forme d'une série de Fourier. Son expression est donnée par (B.12) :

$$J_{rotor} = \sum_{kk=1,3,5}^{+\infty} a_{kk} \cos(kk\theta)$$
(B.12)

Les coefficients de Fourier a_{kk} sont donnés pour chaque valeur de l'indice kk par la relation (B.13) :

$$a_{kk} = \frac{4}{kk\pi} \frac{N_r I f}{R_{rcw}\theta_r} \sin(\frac{kk\theta_r}{2}) \tag{B.13}$$

Or l'ouverture angulaire θ_r tend vers 0 car l'aller et les retour de la bobine d'excitation rotor sont assimilés à deux points dans l'espace (Fig. 118). Ainsi, les coefficients de Fourier a_{kk} deviennent constants et valent $\frac{2}{\pi} \frac{N_r I f}{R_{rew}}$. La nouvelle expression de J_{rotor} est (B.14) :

$$J_{rotor} = \frac{2}{\pi} \frac{N_r I f}{R_{rcw}} \sum_{kk=1,3,5}^{+\infty} \cos(kk\theta)$$
(B.14)

En exploitant les relations (B.11) et (B.14) et la méthode de séparation de variables, les coefficients d'intégration dans l'équation (B.10) sont donnés par :

$$A_n = \frac{\mu_0 \frac{2N_r I f}{n\pi}}{\left(\frac{R_{rcw}}{R_{sw}}\right)^n - \left(\frac{R_{rcw}}{R_{sw}}\right)^{-n}} \left(\frac{1}{R_{sw}}\right)^n$$

$$B_n = \frac{\mu_0 \frac{2N_r I f}{n\pi}}{\left(\frac{R_{rcw}}{R_{sw}}\right)^n - \left(\frac{R_{rcw}}{R_{sw}}\right)^{-n}} \left(\frac{1}{R_{sw}}\right)^{-n}$$

$$C_n = 0$$

$$D_n = 0$$
(B.15)

L'indice n ne prend que des valeurs impaires (n = 1, 3, 5, ...).

L'expression du potentiel vecteur magnétique devient (B.16) :

$$A(r,\theta) = \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} (A_n r^n + B_n r^{-n}) \cos(n(\theta - \theta_{rot}))$$
(B.16)

Avec θ_{rot} la position du rotor. Mais dans cette étude, le rotor est étudié à sa position initiale $(\theta_{rot} = 0)$.

Pour vérifier la validité de l'équation obtenue pour le potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer, un modèle éléments finis de la structure lisse concentrique a été développé sous Ansys Maxwell. Les résultats du modèle éléments finis ont été comparés à ceux obtenus par l'approche analytique.

Fig. 120 illustre le potentiel vecteur magnétique de la structure lisse concentrique. Les résultats obtenus montrent la pertinence de cette approche analytique pour le calcul de la distribution du potentiel vecteur magnétique pour le moteur lisse concentrique. La structure concentrique est définie dans le plan de variables complexes W. Nous allons ainsi, introduire la notion du potentiel vecteur magnétique complexe [78] qu'on note $A_U + jA_V$ dont la partie réelle correspond au potentiel vecteur magnétique $A(r, \theta)$ (B.16).



FIGURE 120 – Solution analytique VS éléments finis du potentiel magnétique dans l'entrefer d'une structure lisse concentrique (NrIf = 2360 Ampère-tour)

Pour déterminer la partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique complexe, nous allons utiliser les équations de Cauchy-Riemann [78] données par (B.17) et (B.18).

$$\frac{\partial A_U}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_V}{\partial \theta} \tag{B.17}$$

$$\frac{\partial A_U}{\partial \theta} = -r \frac{\partial A_V}{\partial r} \tag{B.18}$$

Avec $A_U = A(r, \theta)$. La relation (B.18) nous permet d'avoir :

$$\frac{\partial A_V}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial A_U}{\partial \theta}$$
$$= -\sum_{n=1,3,5}^{+\infty} \frac{1}{r} (A_n r^n + B_n r^{-n}) (-n) sin(n(\theta - \theta_{rot}))$$
$$= \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} (nA_n r^{n-1} + nB_n r^{-n-1}) sin(n(\theta - \theta_{rot}))$$

On en déduit l'expression de la partie imaginaire du potentiel vecteur magnétique. Elle s'écrit sous la forme suivante (B.19) :

$$A_V = \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} \left(A_n r^n - B_n r^{-n} \right) \sin(n(\theta - \theta_{rot}))$$
(B.19)

A partir des relations (B.16) et (B.19), on peut déduire l'expression du potentiel vecteur magnétique complexe.

$$A_{U} + jA_{V} = \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} (A_{n}r^{n} + B_{n}r^{-n})cos(n(\theta - \theta_{rot})) + j\sum_{n=1,3,5}^{+\infty} (A_{n}r^{n} - B_{n}r^{-n})sin(n(\theta - \theta_{rot}))$$
$$= \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} A_{n}r^{n}exp(jn(\theta - \theta_{rot})) + B_{n}r^{-n}exp(-jn(\theta - \theta_{rot}))$$
$$= \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} A_{n}r^{n}exp(jn\theta)exp(-jn\theta_{rot}) + B_{n}r^{-n}exp(-jn\theta)exp(jn\theta_{rot})$$

Or dans le plan de variables complexes W et en tenant compte de l'espace de validité de la solution de l'équation de Laplace $(R_{rcw} \leq r \leq R_{sw})$, la variable complexe W peut s'écrire sous la forme : $W = r.exp(j\theta)$ d'où $W^n = r^n.exp(jn\theta)$. Par conséquent, l'expression du potentiel vecteur magnétique complexe dans le plan de variables complexes W devient (B.20) :

$$A_U + jA_V = \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} A_n W^n exp(-jn\theta_{rot}) + B_n W^{-n} exp(jn\theta_{rot})$$
(B.20)

Ce résultat (B.20) va nous être utile par la suite dans l'approche de détermination du potentiel vecteur magnétique pour le moteur lisse excentrique.

B.2.3 Solution du potentiel vecteur magnétique dans la structure excentrique

Pour établir la solution analytique du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer d'un moteur lisse excentrique, nous avons défini deux étapes principales :

1. Employer la méthode de transformations conformes pour passer de la structure du moteur lisse excentrique (présentée dans un plan de variables complexes Z) à une structure lisse concentrique (présentée dans un plan de variables complexes W). La relation entre Z et W est donnée par (B.3);

2. Déterminer l'expression analytique du potentiel vecteur magnétique dans la structure concentrique (exprimée dans le plan de variables complexes W). Cette expression est donnée par (B.20);

On note $A_x + jA_y$ le potentiel vecteur magnétique complexe dans le plan Z. En replaçant la variable complexe W par son expression en fonction de Z (B.3) dans la relation (B.20, l'expression du potentiel vecteur magnétique complexe devient :

$$A_x + jA_y = \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} A_n (k \frac{Z-\ell}{Z+\ell})^n exp(-jn\theta_{rot}) + B_n (k \frac{Z-\ell}{Z+\ell})^{-n} exp(jn\theta_{rot})$$
(B.21)

La solution du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer du moteur lisse excentrique est donnée par la partie réelle de la relation (B.21). Cette relation (B.21) peut être écrite sous la forme d'une série de cosinus et sinus moyennant une simplification mathématique. On pose $Z = r.exp(j\theta)$ et on obtient d'après [78] :

$$\left(\frac{Z-\ell}{Z+\ell}\right)^n exp(-jn\theta_{rot}) = K^{-n} \left[\cos(n(L-\theta_{rot})) + j.\sin(n(L-\theta_{rot}))\right]$$

 Et

$$\left(\frac{Z-\ell}{Z+\ell}\right)^{-n}exp(jn\theta_{rot}) = K^n\left[cos(n(L-\theta_{rot})) - j.sin(n(L-\theta_{rot}))\right]$$

Avec

$$K = \frac{(\ell + x_{rc})^2 + 2(\ell + x_{rc})r\cos(\theta) + r^2}{\sqrt{(R_{rc}^2 + r^2 + 2x_{rc}.r.x_{rc}.\cos(\theta))^2 + (2\ell.r.\sin(\theta))^2}}$$

Et

$$L = \tan^{-1} \left[\frac{2\ell r sin(\theta)}{R_{rc}^2 + r^2 + 2x_{rc}.r.cos(\theta)} \right]$$

Ainsi, l'expression du potentiel vecteur magnétique complexe pour la structure lisse excentrique devient :

$$A_{x} + jA_{y} = \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} \left[A_{n} (\frac{k}{K})^{n} + B_{n} (\frac{k}{K})^{-n} \right] \cos(n(L - \theta_{rot})) + j \sum_{n=1,3,5}^{+\infty} \left[A_{n} (\frac{k}{K})^{n} - B_{n} (\frac{k}{K})^{-n} \right] \sin(n(L - \theta_{rot}))$$

Fig. 121 illustre les potentiels magnétiques dans l'entrefer de la structure lisse excentrique obtenus par l'approche analytique (B.21) et la méthode des éléments finis. Les résultats sont en bon accord et démontrent l'intérêt de la méthode des transformations conformes et sa capacité pour tenir compte de l'excentricité statique.

La connaissance de l'expression analytique du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer du moteur lisse excentrique, va nous permettre de calculer les deux composantes radiale et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer. Ainsi, nous allons maintenant, nous intéresser au calcul l'induction magnétique dans l'entrefer pour les deux structures lisses concentrique et excentrique.



FIGURE 121 – Solution analytique VS éléments finis du potentiel magnétique dans l'entrefer d'une structure lisse excentrique (NrIf = 2360 Ampères-tours)

B.2.4 Calcul de l'induction magnétique dans l'entrefer

Les composantes radiale et orthoradiale des inductions magnétiques pour les deux structures concentrique et excentrique peuvent être obtenues respectivement par les relations (B.16) et (B.21).

Fig. 122 montre les deux composantes radiale et orthoradiale obtenues pour le cas de la structure lisse concentrique. Nous pouvons observer que les résultats obtenus par le modèle analytique correspondent bien à ceux issus des éléments finis. De plus, Fig. 122 a) montre la distribution radiale de l'induction magnétique lisse dans l'entrefer. Le lien entre cette distribution de l'induction magnétique radiale et le potentiel magnétique (Fig. 120) est rapidement identifiable. Par exemple, pour l'angle θ variant de 30° à 150°, l'induction magnétique radiale est constante et négative.



FIGURE 122 – Induction magnétique radiale et orthoradiale dans l'entrefer d'une structure lisse concentrique (NrIf = 2360) Ampères-tours

Pour la structure lisse excentrique, les deux composantes radiales et orthoradiale de l'induction magnétique dans l'entrefer sont données par (Fig. 123). L'approche analytique tient fidèlement compte du comportement radial et orthoradial de l'induction magnétique dans l'entrefer de la structure lisse excentrique, comme en témoignent les résultats issus des éléments finis.

L'entrefer irrégulier a un impact direct sur l'induction magnétique. En effet, si on compare les deux composantes radiales de l'induction magnétique dans l'entrefer pour la structure concentrique (Fig. 122 a) et la structure excentrique (Fig. 123 a), nous pouvons observer une nette différence.

D'abord, en terme d'amplitude absolue, car l'excitation est identique pour les deux structures. Mais l'induction magnétique avoisine 0,4 T dans le cas de la structure excentrique autour de $\theta = 180^{\circ}$ (correspondant à la valeur minimum de l'entrefer) et reste autour de 0,1 dans le cas de la structure concentrique.

Ensuite, sur la forme, les plateaux d'induction magnétique radiale observés pour la structure concentrique (Fig. 123 a : par exemple entre $\theta = 30^{\circ}$ et $\theta = 150^{\circ}$) ont été fortement déformés pour le cas de la structure excentrique à cause de la variation de l'entrefer.



FIGURE 123 – Induction magnétique radiale et orthoradiale dans l'entrefer d'une structure lisse excentrique (NrIf = 2360 Ampères-tours)

Enfin, la composante orthoradiale de l'induction magnétique a également été impactée par la variation de l'entrefer. En effet, si nous comparons (Fig. 122 b) et (Fig. 123 b), nous pouvons constater que l'induction magnétique orthoradiale dans la structure excentrique est fortement atténuée autour de $\theta = 0^{\circ}$ (entrefer maximal). Cependant, elle s'est concentrée autour de l'entrefer minimum avec un pic à $\theta = 180^{\circ}$.

L'entrefer maximal du moteur excentrique est peut-être trop grand et empêche les lignes de champ magnétique d'aller dans le stator. Pour cette raison, nous avons jugé utile d'étudier une structure avec un entrefer plus petit afin de tester la pertinence de l'approche analytique.

B.3 Étude de différentes valeurs d'excentricité statique pour le moteur lisse

Dans cette partie, nous allons nous intéresser à l'induction magnétique dans l'entrefer du moteur lisse excentrique. Le tableau 17 récapitule les données géométriques et les constantes qui interviennent dans l'étude menée. Les valeurs d'excentricité sont choisies pour avoir un cas de figure réaliste (nommé Exemple 2) et un cas de figure extrême pour vérifier l'approche analytique (nommé Exemple 3).

			Exemple 2 :	Exemple 3 :
Constantes	Désignation	Formule	Application	Application
			Numérique	Numérique
	Rayon interne	donnée	78	78
Rs	du stator réel	d'entrée	mm	mm
	Rayon du rotor	donnée	74	74
Rrc	circulaire excentré	d'entrée	mm	$\rm mm$
	Excentricité	donnée	0,2	2
exc	statique	d'entrée	mm	$\rm mm$
	Distance entre		$1,52 \times 10^{3}$	151
xrc	le centre du rotor	$\frac{1}{2}(\frac{Rs^2-Rrc^2}{arc}-exc)$	mm	mm
	et l'origine			
	constante			
ℓ	réelle (B.3)	$\sqrt{xrc^2 - Rrc^2}$	1,5181	0,13161
	constante			
k	réelle (B 3)	$Brc(\frac{\ell}{\ell} + \sqrt{1 + (\frac{\ell}{\ell})^2})$	3 038	0.2826
		$V = (Rrc^{-1})$	0,000	0,2020
	Ravon interne du	Rsw =	77.9949	77,4519
Rsw	stator dans	f(xrc + exc + Rs)	mm	mm
	le plan W	(B.3)		
	Rayon du rotor	Rrcw =	74	74
Rrcw	concentrique dans	f(xrc+Rrc)	mm	mm
	le plan W	(B.3)		
	Coordonnées	(B.7)	$1,59 \times 10^{3}$	225
xrc+Rrc	de la bobine aller	et	mm	$\rm mm$
	dans le plan Z	(B.8)		
	Coordonnées	(B.7)	$1,4 \times 10^{3}$	77
xrc-Rrc	de la bobine retour	et	mm	$\rm mm$
	dans le plan Z	(B.8)		

TABLEAU 17 – Données pour l'étude de l'excentricité statique notée exc: Exemple 2 (exc = 5% de l'entrefer) et Exemple 3 (exc = 50% de l'entrefer)

Fig.124 schématise la structure excentrique à petit entrefer présentée dans le plan de variables complexes Z. La structure équivalente concentrique (Fig. 124 b) est obtenue par la méthode de transformations conformes (B.3). L'entrefer maximal de la nouvelle structure excentrique a été considérablement diminué par rapport à la structure étudiée dans la section (B.2). Pour l'étude de l'induction magnétique dans l'entrefer de deux structures excentriques et concentriques, nous conservons la même excitation bobinée placée au rotor pour la création du champ magnétique.



FIGURE 124 – Transformation conforme : application à une structure de faible entrefer

Fig.125 montre les résultats d'inductions magnétiques radiale et orthoradiale obtenues pour le cas d'une excentricité statique de 5% de l'entrefer.



FIGURE 125 – Induction magnétique avec excentricité statique de 5% de l'entrefer, a) composante radiale dans l'entrefer, b) composante orthoradiale dans l'entrefer

L'approche analytique basée sur la méthode de transformations conformes a permis d'aboutir à des résultats en accord avec ceux issus de simulation éléments finis. Nous constatons que le plateau de l'induction magnétique radiale (entre $\theta = 180^{\circ}$ et $\theta = 360^{\circ}$) diminue légèrement au fur et à mesure de la légère augmentation de la hauteur d'entrefer (l'entrefer est maximal à $\theta = 180^{\circ}$ et minimal à $\theta = 0^{\circ}$). Pour l'induction magnétique orthoradiale, l'écart en valeur absolue est faible (0.02 T) entre les deux pics à $\theta = 180^{\circ}$ et $\theta = 360^{\circ}$ (Fig.125 b).

Pour mieux voir l'impact de la variation de l'entrefer sur l'induction magnétique, nous allons regarder le cas étudié avec une excentricité statique de 50% de l'entrefer. Fig.126 montre les résultats d'inductions magnétiques radiale et orthoradiale dans l'entrefer obtenues par l'approche analytique et les éléments finis. Ces résultats attestent de la pertinence de l'approche analytique.



FIGURE 126 – Induction magnétique avec excentricité statique de 50% de l'entrefer, a) composante radiale dans l'entrefer, b) composante orthoradiale dans l'entrefer

Le plateau de l'induction magnétique radiale (entre $\theta = 180^{\circ}$ et $\theta = 360^{\circ}$) décroît plus vite pour le second cas avec excentricité statique de 50% (Fig.126 a) que pour le premier cas avec excentricité statique de 5% (Fig.125 a).

Dans la suite de l'étude, nous allons revenir sur la forme du pôle rotor du moteur synchrone rotor bobiné. En effet, la forme du pôle rotor combine les deux effets d'un faible entrefer non constant sous les pôles rotor et d'une large zone avec un entrefer important (le creux interpolaire du rotor).

B.4 Étude de la perméance relative complexe du pôle rotor du moteur synchrone à rotor bobiné

La forme du pôle rotor du moteur synchrone à rotor bobiné est complexe. Elle ne suit pas une loi mathématique en particulier. Elle peut être décrite comme une combinaison d'une forme sinusoïdale et d'une forme elliptique. Ce qui la rend complexe pour être correctement modélisable par les approches électromagnétiques analytiques, telles que la méthode de transformations conformes ou la méthode de sous-domaines. Toutefois, nous avons étudié la possibilité d'approximer la forme du pôle rotor avec un cercle excentré du stator (avec un stator lisse). Six cas ont été examinés. Fig.127 illustre les six cercles étudiés pour approximer la forme du pôle rotor. Fig.127 a) montre le cercle du stator lisse ainsi que les six cercles pour chacun des cas d'étude de la forme du pôle rotor. Fig.127 b) rappelle la forme réelle du pôle rotor. Quant à la Fig.127 c), elle rappelle la méthode suivie pour approximer le pôle rotor avec un cercle qui l'intercepte en trois points M1, M2 et M3. Le point M1 est identique pour les six cas étudiés. Il est placé sur l'axe du pôle où l'entrefer est minimal. Les deux autres points M2 et M3 sont symétriques par rapport à l'axe central du pôle rotor (Fig.127 b).

Le cas 1 noté 'cercle pôle rotor 1' passe par les deux extrémités du pôle rotor. Il est le plus petit des cercles rotor. Le cas 6 noté 'cercle pôle rotor 6' tend plutôt à couvrir davantage le pôle rotor. Ainsi le cercle obtenu est le plus grand parmi les cas étudiés. Les autres cas examinés sont tantôt proches du cas 1 tantôt proches du cas 6.



FIGURE 127 – Remplacement du pôle rotor par un cercle : a) Différents cercles étudiés pour le pôle rotor, b) Pôle rotor réel, c) Exemple d'approximation du pôle rotor par un cercle qui coupe le pôle rotor en 3 points M1, M2 et M3.

Pour analyser l'impact de la forme du pôle rotor dans la modélisation électromagnétique du moteur synchrone à rotor bobiné, nous allons analyser la fonction de perméance relative (normalisée) complexe (au sens des nombres complexes). Cette fonction (notée λ) sans unité est obtenue à partir de la relation suivante (B.22) [45][82] :

$$\lambda^* = \frac{B_Z}{B_W} \tag{B.22}$$

Avec λ^* le conjugué λ . B_Z l'induction magnétique dans le plan complexe Z pour une machine encochée (pour notre cas, c'est une structure à entrefer irrégulier). B_Z s'exprime en fonction de ses composantes radiale B_r et orthoradiale B_{θ} dans l'entrefer par $B_Z = B_r + jB_{\theta}$. B_W est l'induction magnétique dans le plan complexe W pour une machine lisse concentrique. De la même manière que B_Z , B_W doit également être exprimée en fonction de ses composantes radiale et orthoradiale dans l'entrefer. Dans le cas de la forme réelle du pôle rotor, les inductions B_Z et B_W sont obtenues par deux simulations éléments finis avec la même valeur d'excitation placée au rotor. Dans le cas de B_W le rotor est remplacé par un cercle admettant le même rayon que le pôle rotor et le même centre que le stator.

Pour les six cas de cercles approximant la forme du pôle rotor, l'approche analytique basée sur la méthode de transformations conformes est utilisée pour obtenir B_Z et B_W dans chacun des cas.

La partie réelle de λ^* (B.22) qui correspond à la composante radiale de la perméance relative (normalisée) dans l'entrefer a été évaluée. Fig.128 montre la distribution dans l'espace de cette fonction de perméance radiale normalisée pour le pôle rotor réel ainsi que pour les six cas d'approximation du pôle rotor par un cercle. La fonction perméance radiale normalisée obtenue pour le cas de cercles excentriques est visualisée uniquement sur l'angle correspondant à une ouverture d'un pôle (soit $360/8 = 45^{\circ}$ pour le moteur synchrone à rotor bobiné à 8 pôles).



FIGURE 128 – Comparaison des perméances relatives radiales (normalisées) des différents cercles approximant la forme du pôle rotor

Fig.128 est complétée par le tableau 18 qui résume les positions angulaires des points M1, M2 et M3 des différents cercles étudiés pour l'approximation de la forme du pôle rotor.

Cas d'étude	Position du point M1	Position du point M2	Position du point M3
1	0°	17°	-17°
2	0°	16.7°	-16.7°
3	0°	10.5°	-10.5°
4	0°	16.9°	-16.9°
5	0°	12°	-12°
6	0°	7.5°	-7.5°

TABLEAU18 – Position angulaire des points M1, M2 et M3 qui définissent les cercles rotor étudiés

Le centre du pôle rotor est placé à 0°, nous pouvons constater que les cercles cherchent à approximer la forme du pôle rotor en parant de l'extrémité du pôle rotor (cas du cercle 1 : Fig.128 autour de $\pm 17^{\circ}$) et en s'approchant du centre du pôle rotor (cas du cercle 6 : Fig.128 autour de $\pm 7.5^{\circ}$).

Il en résulte de ces différentes investigations les cercles qui interceptent le pôle rotor à ses extrémités estiment bien la perméance relative radiale dans la zone du creux interpolaire du rotor (Fig.128 entre -22.5° et -17° par exemple). Cependant, dans la zone où l'entrefer en face du pôle rotor est minimum, la perméance relative radiale approximée par l'approche de deux cercles excentriques reste moins arrondie. Car l'entrefer non constant dans le cas du pôle réel croît bien moins vite que dans le cas de deux cercles excentriques.

En addition, la perméance relative radiale devient de plus en plus large quand le cercle approximant le pôle rotor s'agrandit (s'a). Malgré que l'agrandissement du cercle approximant le pôle rotor est plus favorable pour approcher la perméance relative radiale autour du centre du pôle rotor (0°), on constate que c'est défavorable pour l'approximation de la perméance relative radiale aux extrémités du pôle rotor (Fig.128 à -22.5° par exemple).

Conclusion

Dans cette partie de l'étude, la problématique de modélisation analytique de la forme du pôle rotor du moteur synchrone à rotor bobiné a été exposée. En effet, le pôle rotor a une géométrie qui reste délicate à modéliser précisément par une approche de modélisation analytique. Néanmoins, nous avons exploité le potentiel de la méthode de transformations conformes afin d'étudier la possibilité d'approximer la forme du pôle rotor par deux cercles excentriques. Ainsi une approche analytique pour prendre en compte un entrefer non constant (deux cercles excentriques) a été détaillée dans ce chapitre et constitue une première étape en vue de la modélisation de la forme du pôle réelle. Elle combine la solution du potentiel vecteur magnétique dans une structure lisse concentrique et l'avantage de la transformation conforme dite de Möbius qui permet de passer de deux cercles excentriques à deux cercles concentriques.

Tout d'abord le potentiel vecteur magnétique dans la structure excentrique a été établie analytiquement.

Ensuite, les inductions magnétiques radiale et orthoradiale ont été évaluées. Les résultats obtenus ont été confrontés aux simulations éléments finis qui ont démontré l'intérêt de l'approche analytique.

En addition, l'excentricité statique d'un moteur lisse a été définie. En effet, l'approche analytique développée est bien adaptée à l'étude de l'excentricité statique. Ce résultat peut être utile afin de déterminer une fonction de perméance analytique qui tient compte de l'excentricité statique notamment pour un moteur à entrefer constant.

La section B.2 a été consacrée à l'étude de l'investigation des solutions possibles pour approximer la forme du pôle par un cercle. Six cas ont été étudiés. En outre, la fonction de perméance radiale normalisée du pôle rotor réel a été obtenue par simulations éléments finis. Son équivalent, pour les structures approximant la forme du pôle rotor par un cercle, a été obtenu en exploitant l'approche analytique. Les résultats obtenus pour les six cas étudiés ont été comparés à la perméance radiale normalisée du pôle rotor réel. Il en ressort que les cercles vont soit être petits pour couvrir les extrémités du pôle massif du rotor soit être larges et tendre à couvrir la partie centrale du pôle rotor et délaisser ses extrémités. Dans le premier cas on a une bonne estimation de la perméance radiale normalisée dans le creux interpolaire du rotor mais moins bien au centre du pôle. Dans le second cas, on tend vers la bonne forme de la perméance radiale normalisée au centre du pôle massif du rotor mais on perd la précision sur les extrémités du rotor. Pour mieux approximer la forme du pôle réelle, nous proposons d'instiguer d'autres possibilités. Par exemple, combiner plusieurs cercles ou trouver une transformation conforme elliptique qui se prête mieux à la modélisation de la forme du pôle rotor tout en conservant la circularité du stator lisse.

De ce fait, pour le chapitre 5 qui traite les essais vibroacoustiques sur le moteur avec la forme réel du rotor, nous avons besoin d'introduire une légère modification dans le modèle électromagnétique analytique étudié dans le chapitre 3. Cette modification consiste à remplacer la composante orthoradiale du pôle rotor simplifié obtenue par la méthode de transformations conformes par la composante orthoradiale du pôle rotor réel obtenue par la méthode des éléments finis pour une seule position du rotor (position initiale à t = 0s).

Ce recours est plutôt motivé par la complexité de tenir compte de la composante orthoradiale de la perméance relative du pôle rotor réel à travers une approche purement analytique (Fig.129).



FIGURE 129 – Composantes orthoradiales des perméances relatives du pôle rotor réel et du pôle rotor simplifié (à t = 0s)

En ce qui concerne la composante radiale du pôle rotor réel, nous avons introduit une fonction sinusoïdale qui dérive de la perméance relative radiale obtenue par la méthode de transformations conformes dans le cas du pôle rotor simplifié. Elle est définie par (B.23) :

$$\lambda_r approx = \frac{val_{max} + val_{min}}{2} + \frac{val_{max} - val_{min}}{2}cos(2p\theta - wt)$$
(B.23)

Avec val_{max} et val_{min} sont respectivement les valeurs maximale et minimale de la perméance relative radiale du pôle rotor simplifié issue de la méthode de transformations conformes (chapitre 3). $w = 2\pi f$ avec f la fréquence électrique. p est le nombre de paires de pôles du moteur synchrone à rotor bobiné et t est le temps.

Fig.130 compare les trois perméances relatives radiales pour le pôle rotor réel (éléments finis), forme du pôle rotor simplifié (transformations conformes chapitre 3) et la formulation analytique approximative (B.23).



FIGURE 130 – Approximation analytique sinusoïdale de la perméance relative radiale du pôle réel du rotor (à t = 0s)