



**HAL**  
open science

# Modélisation markovienne du séchage continu par contact avec agitation

Dalila Djerroud

► **To cite this version:**

Dalila Djerroud. Modélisation markovienne du séchage continu par contact avec agitation. Génie des procédés. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2010. Français. NNT : 2010INPT0111 . tel-04278482

**HAL Id: tel-04278482**

**<https://theses.hal.science/tel-04278482>**

Submitted on 10 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par

Institut National Polytechnique de Toulouse

Discipline ou spécialité

Génie des procédés et de l'Environnement

---

Présentée et soutenue par Dalila DJERROUD

Le 07 juillet 2010

Titre

MODÉLISATION MARKOVIENNE DU SÉCHAGE CONTINU PAR CONTACT  
AVEC AGITATION

---

### JURY

M. R. BARNA	Professeur École des Mines	Président
M. N. ROCHE	Professeur d'Université	Rapporteur
M. G. DELAPLACE	Chargé de Recherche	Rapporteur
M. T. RUIZ	Maître de conférences	Examineur
M. H. BERTHIAUX	Professeur École des Mines	Examineur
Mme. P. ARLABOSSE	Maître Assistant	Examinatrice

---

**Ecole doctorale** : Mécanique, Energétique, Génie civil et Procédés

**Unité de recherche** : RAPSODEE (centre de Recherches d'Albi en génie des Procédés, des Solides Divisés, de l'Energie et de l'Environnement),  
UMR EMAC-CNRS 2392, Ecole des Mines d'Albi

**Directeur de Thèse** : Henri BERTHIAUX

**Co-Directeur(s) de Thèse** : Patricia ARLABOSSE et Vadim MIZONOV

*Je veux dédier ma thèse à :*  
*la mémoire de mon père*  
*ma douce mère*  
*mon cher mari*  
*mon cher fils Adam*

## REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je voudrais remercier ici toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à son déroulement.

Ce travail a été réalisé au Centre de Recherches d'Albi en Génie des Procédés et des Solides Divisés, de l'Energie et de l'Environnement RAPSODEE sous la direction d'Alain DE RYCK. Je le remercie chaleureusement de m'avoir accueillie au sein de son laboratoire.

Mes remerciements s'adressent d'abord à mon directeur de thèse Monsieur Henri BERTHIAUX, et codirecteurs Madame Patricia ARLABOSSE et Monsieur Vadim MIZONOV. Je tiens à leur exprimer ma profonde reconnaissance pour m'avoir encadré, et de m'avoir aidé à mener cette thèse jusqu'au bout. Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma plus profonde gratitude.

Je remercie Monsieur Radu BARNA qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

J'exprime tout mes sincères remerciements à Monsieur Nicolas ROCHE et Monsieur Guillaume DELAPLACE qui m'ont fait l'honneur d'évaluer ma thèse.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur Thierry RUIZ pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail.

Ma gratitude s'adresse également à ma mère qui m'a toujours encouragée, soutenue et motivée. Merci maman, je te serai éternellement reconnaissante.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Mokrane pour son soutien moral, son amour et sa confiance. Merci, tu as su être à la fois un ami, un collègue et un mari.

Je remercie vivement Meriem d'être toujours restée à mon écoute. Je lui suis aussi extrêmement reconnaissante pour sa patience, sa disponibilité et son aide précieuse.

Je souhaite remercier l'ensemble des membres du laboratoire RAPSODEE pour leur accueil. J'ai vécu au sein de ce laboratoire une expérience très enrichissante aussi bien sur le plan professionnel que sur le plan humain.

Je salue tout les doctorants et post doctorants que j'ai rencontrés au cours de ces années à l'école des Mines d'Albi. Merci pour leur amitié et pour les moments passés ensemble. Je n'oublie pas Meriem, Mouna, Arezki, Mohamed et Chawki pour leur aide, leur soutien et leur encouragement pendant la préparation de la soutenance.

J'exprime enfin mes remerciements à ma famille (mes frères et sœurs) et surtout à ma mère, qui m'a aidé à garder mon petit Adam.

---

***TABLE DES MATIERES***

---

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	<b>1</b>
<b>1 Problématique</b> .....	<b>2</b>
<b>2 Présentation de l'étude et des objectifs</b> .....	<b>4</b>
<b>3 Plan du mémoire</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapitre I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b> .....	<b>6</b>
<b>1 Introduction</b> .....	<b>7</b>
<b>2 Procédé de séchage</b> .....	<b>7</b>
2.1 Généralités et définitions .....	7
2.2 Modes de séchage .....	10
2.2.1 Séchage par ébullition .....	10
2.2.2 Séchage par entraînement.....	11
2.3 Différentes techniques de séchage.....	11
2.4 Séchoirs développés pour les matériaux pâteux [8] .....	12
2.4.1 Séchoir à palettes .....	13
2.4.2 Séchoir à couche minces.....	15
2.4.3 Séchoir pneumatique compact.....	16
2.5 Modélisation du séchage par contact.....	17
2.5.1 Théorie de la pénétration .....	18
2.5.2 Extension au séchage par contact .....	21
<b>3 Séchage des matériaux pâteux</b> .....	<b>27</b>
3.1 Quelques définitions .....	27
3.2 Pâtes et milieux pâteux .....	28
3.3 Phénomènes intervenant lors du séchage des pâtes.....	33
3.3.1 Modification structurelle .....	33
3.3.2 Collage thermique.....	35
3.3.4 Granulation .....	35
<b>4 Modèles d'écoulements dans les séchoirs</b> .....	<b>36</b>
4.1 Concept et définition de DTS .....	36
4.2 Modèles d'écoulement de DTS dans les séchoirs .....	38
4.3 Modèle stochastique markovien .....	43
4.3.1 Définitions et terminologies des chaînes de Markov .....	44
4.3.2 Application à la détermination de la DTS .....	48

4.3.3 Exemples de modèle markovien.....	49
<b>5 Conclusion .....</b>	<b>54</b>
<b>Chapitre II <i>DEVELOPPEMENT D'UN MODELE MARKOVIEEN DU SECHAGE CONTINU</i>.....</b>	<b>55</b>
<b>1 Introduction .....</b>	<b>56</b>
<b>2 Configuration physique.....</b>	<b>56</b>
<b>3 Développement d'un modèle markovien .....</b>	<b>59</b>
3.1 Structure du modèle de cellules.....	60
3.2 Modèle markovien unidimensionnel pour le solide sec .....	61
3.3 Modèle markovien bidimensionnel pour l'eau.....	65
3.4 Matrice de transition du système .....	71
3.5 Description des transferts de matière et de chaleur .....	73
3.5.1 Exemple de représentation.....	73
3.5.2 Bilan énergétique.....	76
<b>4 Conclusion .....</b>	<b>79</b>
<b>Chapitre III <i>IDENTIFICATION ET CHOIX DES PARAMETRES DU MODELE</i>.....</b>	<b>80</b>
<b>1 Introduction .....</b>	<b>81</b>
<b>2 Expérimentations et caractérisations.....</b>	<b>81</b>
2.1 Protocole expérimental .....	82
2.2 Dispositif expérimental .....	84
2.3 Résultats expérimentaux.....	88
2.3.1 Comportement des pâtes.....	88
2.3.2 Modification structurelle au cours du séchage .....	91
<b>3 Détermination des paramètres du modèle.....</b>	<b>94</b>
3.1 Conductivité thermique et chaleur calorifique .....	95
3.2 Isothermes de désorption.....	96
3.3 Chaleur totale de désorption.....	97
3.4 Autres paramètres de la théorie de pénétration .....	98
3.5 Coefficient de transfert de chaleur paroi/produit.....	98
3.6 Limites de l'évolution structurelle.....	102
<b>4 Hypothèses supplémentaires.....</b>	<b>104</b>
4.1 Coefficient de recirculation interne $R_i$ .....	104

4.2	Masse retenue .....	106
<b>5</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>107</b>
<b>Chapitre IV SIMULATIONS NUMERIQUES ET COHERENCE DU MODELE.....</b>		<b>109</b>
<b>1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>110</b>
<b>2</b>	<b>Paramètres influençant le système.....</b>	<b>110</b>
<b>3</b>	<b>Etude de sensibilité .....</b>	<b>111</b>
3.1	Sensibilité de la teneur en eau .....	112
3.1.1	$R_i$ indépendant de la teneur en eau .....	113
3.1.2	$R_i$ dépendant de la teneur en eau .....	114
3.2	Sensibilité de la masse retenue .....	115
3.2.1	$R_i$ indépendant de la teneur en eau .....	115
3.2.2	$R_i$ dépendant de X.....	117
<b>4</b>	<b>Influence des paramètres opératoires sur le séchage .....</b>	<b>118</b>
4.1	Température de paroi.....	118
4.1.1	$R_i$ indépendant de X.....	118
4.1.2	$R_i$ dépendant de X.....	122
4.2	Effet de la teneur en eau initiale .....	123
4.3	Effet du débit du solide.....	125
<b>5</b>	<b>Influence des paramètres sur l'écoulement.....</b>	<b>128</b>
5.1	Inclinaison du séchoir.....	128
5.2	Vitesse d'agitation .....	131
5.3	Débit de solide.....	134
5.4	Hauteur de la surverse .....	136
<b>6</b>	<b>Conclusion .....</b>	<b>139</b>
<b>CONCLUSION GENERALE &amp; PERSPECTIVES .....</b>		<b>141</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>		<b>146</b>
<b>ANNEXES.....</b>		<b>157</b>
<b>NOMENCLATURE .....</b>		<b>162</b>
<b>LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX.....</b>		<b>166</b>



---

***INTRODUCTION GENERALE***

---

## 1 Problématique

Le séchage est une opération unitaire qui consiste à éliminer totalement ou partiellement un liquide imprégnant un matériau par apport d'énergie thermique. Il permet de réduire considérablement la masse et le volume des produits ce qui facilite leur transport, stockage et manutention. Il sert aussi à stabiliser, transformer et à donner une texture ou une fonctionnalité particulière au produit. Le séchage est utilisé pour des produits très différents comme les matériaux granulaires, les produits liquides, les matériaux pâteux, etc.

Le choix d'une technologie de séchage résulte d'un compromis technique et économique. Il repose sur plusieurs critères comme le mode de fonctionnement du séchoir, le temps de séjour, l'état du matériau dans le séchoir, la structure du produit humide, etc. La manutention et le transport du matériau comme les matériaux pâteux collants dans le séchoir est une problématique en soi. Les technologies développées pour traiter les matériaux pâteux sont rares. On trouve notamment les séchoirs à palettes, les séchoirs à disques et les séchoirs à couche mince, qui sont les plus adaptés pour l'agitation de ce matériaux.

Les équipements de séchage par contact avec agitation, comme les séchoirs à disques et à palettes, sont utilisés dans les industries agroalimentaires et pharmaceutiques ainsi que dans des applications environnementales comme le séchage des boues. Dans le séchoir, les phénomènes de transfert de matière et de chaleur sont souvent accompagnés de modifications physico-chimiques et structurelles du matériau (Figure 1), ce qui affecte directement l'écoulement sous l'effet de la température et de l'agitation. Ainsi, le matériau passe d'une structure fluide continue à une structure granulaire via une structure collante ou pâteuse souvent appelée « plastique ». Plusieurs études concordent sur l'existence de ces structures notamment lors du séchage conductif agité des boues.

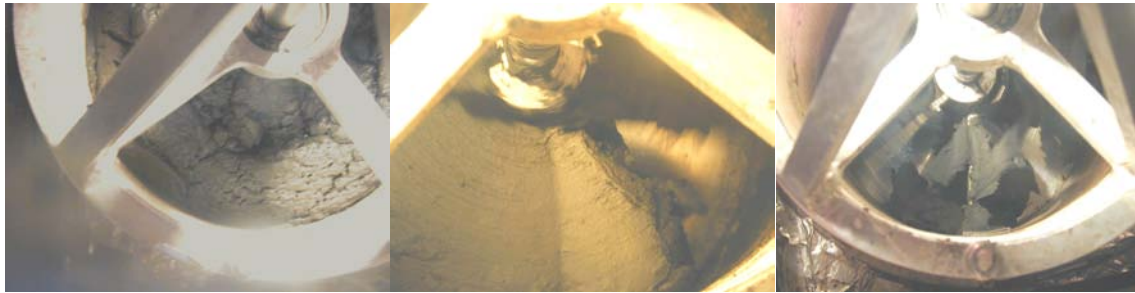


Figure 1 : Structure de la boue d'aération prolongée dans un séchoir conductif agité

Or cette transition influe sur le déroulement du séchage, la qualité du produit final et engendre des difficultés de transport à l'intérieur du séchoir (Figure 2). Cette figure montre l'endommagement du mobile d'agitation qui résulte de la prise en masse. Le caractère collant a des conséquences économiques et énergétiques importantes notamment par l'immobilisation de l'équipement et la prolongation du temps de nettoyage. Il a aussi un impact négatif sur la maîtrise de la distribution de taille du produit « sec » fini. La formation des fines pose des problèmes de sécurité en provoquant des explosions ou des incendies, et d'envol de particules. La problématique industrielle des séchoirs indirects avec agitation concerne le dimensionnement des installations pour surmonter/éviter la structure collante.



boue de Colombes à 120 °C

Figure 2 : Mise en évidence des problèmes rencontrés en séchage par contact avec agitation

## 2 Présentation de l'étude et des objectifs

Les travaux antérieurs menés au laboratoire sur le séchage par contact avec agitation et sur l'étude de l'écoulement ont beaucoup apporté dans ce domaine. La thèse de J. H. Ferrasse réalisée en 2000 [1] et celle de S. Chavez-Nunez réalisée en 2004 [2] sur le séchage par contact avec agitation des boues ont montré l'existence de trois structures : fluide, pâteuse (ou collante) et granulaire. Ces thèses ont étudié le procédé dans sa globalité et mis en place des outils expérimentaux pour la caractérisation des boues. Elles ont aussi examiné l'influence de l'origine des boues et des conditions opératoires sur la cinétique de séchage, et aussi caractérisé les boues sèches et les rejets gazeux.

Par ailleurs, les thèses de K. Marikh en 2003 [3] et de D. Ponomarev en 2006 [4], sur l'étude de l'écoulement de poudres dans les mélangeurs continus, ont permis de développer des outils de modélisation de l'écoulement. Ces modèles sont basés sur la théorie de chaînes de Markov. Les résultats expérimentaux issus de ces travaux ont montré la pertinence des modèles développés et leur capacité à représenter la réalité physique dans un tel procédé continu.

C'est dans ce double contexte que s'inscrit le sujet des présents travaux de recherche. L'objectif est de développer un modèle d'écoulement et de transferts de masse et de chaleur pour modéliser un séchoir continu par contact avec agitation. Le modèle doit être en mesure de représenter l'écoulement en tenant compte des modifications structurelles du matériau, ainsi que du changement de phase liquide/gaz dans le séchoir. Pour y répondre il faut :

- déterminer expérimentalement et choisir les données d'entrée du modèle ;
- hiérarchiser les paramètres opératoires ;
- faire des simulations numériques pour tester la cohérence du modèle.

### **3 Plan du mémoire**

Pour atteindre ces objectifs, le travail de recherche présenté dans ce mémoire de thèse est structuré en quatre chapitres :

Le premier chapitre est une étude bibliographique concernant le procédé de séchage conductif, le séchage des matériaux pâteux, quelques modèles d'écoulement utilisés dans la littérature, et la théorie des chaînes de Markov dont on va se servir pour modéliser le procédé.

Le deuxième chapitre fait l'objet de la modélisation par les chaînes de Markov du procédé de séchage. Il s'agit d'élaborer un modèle d'écoulement et de transferts couplés de matière et de chaleur qui décrit les phénomènes mis en jeu.

Le troisième chapitre porte sur la détermination et choix des paramètres du modèle développé. Les expérimentations et la caractérisation du matériau sélectionné pour cette étude sont exposées dans cette partie. Quelques hypothèses simplifiées et relations sont formulées et y sont présentées aussi.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à des simulations numériques à partir du modèle Markovien développé pour différentes conditions. La cohérence du modèle est testée dans ce dernier chapitre. Vu le nombre de variables opératoires qui influencent le procédé, la sensibilité de chaque réponse du système à ces variables est étudiée.

---

**Chapitre I**      ***ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE***

---

## 1 Introduction

Dans les procédés de traitement des solides, l'opération de séchage est d'une grande importance, relativement à toutes les opérations unitaires mises en jeu. Bien que le séchage soit généralement la dernière étape du processus industriel, il est souvent appliqué à un grand nombre de matériaux comme les matériaux pâteux. Ces matériaux présentent une structure collante ou plastique qui rend difficile l'écoulement dans le séchoir.

Même si le séchage des matériaux pâteux pose problématique, la littérature scientifique dans ce domaine est peu abondante.

Pour comprendre cette problématique, il est indispensable de commencer par faire un bilan des connaissances sur le séchage, définir le terme 'pâte' et les phénomènes intervenants lors du séchage de ces matériaux. Ceci fera l'objet de la première et la deuxième partie de ce chapitre.

Une synthèse sur les modèles d'écoulements dans les séchoirs, une revue bibliographique sur la théorie des chaînes de Markov, et quelques exemples de modèles markovien seront présentés dans la troisième partie de ce chapitre.

## 2 Procédé de séchage

### 2.1 Généralités et définitions

Le séchage est une opération caractérisée par des transferts couplés de chaleur, de masse et de quantité de mouvement [5-6]. Il s'agit d'une séparation thermique, où il faut fournir l'énergie de vaporisation de l'eau pour qu'elle quitte le produit, celui-ci passant d'un état initial dit 'humide' à l'état final dit 'sec'. Le produit final est un solide, éventuellement divisé ou pulvérulent [5-7]. Le matériau à traiter est supposé fait de deux constituants :

- la matière sèche : c'est la partie du produit à conserver, soit parce qu'elle a de la valeur, soit pour la traiter séparément du liquide.
- L'eau : elle se vaporise et quitte le produit sous forme de vapeur.

Le séchage est une technique très ancienne de préservation de produits agricoles et alimentaires (céréales, graines, viande séchée, jambons, ...), et on fait encore beaucoup appel au séchage dit « naturel » aux champs. Le séchage artificiel n'est alors qu'une technique complémentaire apportant une sécurité face aux aléas climatiques, ou bien pour apporter de nouveaux services (lait sec, café instantané, ...). Le procédé de séchage intervient aussi dans la fabrication de nombreux ingrédients alimentaires ou comme une étape de la transformation (séchage du sucre) ou à titre accessoire d'autres opérations (congélation, cuisson, torréfaction, stockage à température ordinaire ou en entrepôt frigorifique, broyage, ...).

Dans l'industrie, le séchage est aussi couramment utilisé, comme :

- séchage de matériaux de construction : bois, briques et céramiques avant cuisson, carreaux de plâtre, isolants, ... ;
- séchage du papier, la fabrication passant par une étape de pulpe humide ;
- séchage de produits chimiques solides, obtenus par des réactions en milieu liquide, par précipitation, cristallisation, concentration ;
- séchage de boues d'épuration, et de sous-produits ;
- séchage de textiles, lavage, teinture, ... ;
- mise en forme de poudre, granulation (engrais, lessives, ...).

L'objectif du séchage est très divers selon la filière envisagée, il permet [1, 6, 8] :

- la stabilisation du produit (bois) ;
- la réduction du volume et la facilité du transport du produit ;
- la mise en forme du produit (granulés, spaghetti, ...).

Le séchage présente deux notions clés :

### ***La teneur en eau base sèche***

La teneur en eau  $X$  est définie comme le rapport entre la masse d'eau  $m_e$  et la masse de solide sec  $m_s$  à laquelle elle est associée :



$$X = \frac{m_e}{m_s} \quad \text{Équation I-1}$$

### ***L'activité de l'eau***

L'eau contenue dans le matériau n'est ni « pure » au sens qu'elle contient souvent des solutés, ni « libre » au sens qu'elle est plus au moins liée à la matière sèche (forces capillaires, liaisons hydrogènes, forces de Van der Waals, liaisons polaires, solvations des ions, ...). Tous ces phénomènes créent une liaison entre l'eau et la matière sèche dite aussi « sorption ». Cette liaison peut être évaluée par l'activité de l'eau, notée  $a_e$  [5-6].

L'activité de l'eau est définie comme le rapport de la pression partielle de la vapeur en équilibre avec l'eau du produit,  $P_v$ , à la tension de vapeur saturante  $P_s$  pour une même température  $T$  [5-7].

$$a_e = \left( \frac{P_v}{P_s} \right)_T \quad \text{Équation I-2}$$

Lorsque l'activité est égale à l'unité, l'énergie de liaison de l'eau avec le solide est faible et l'eau peut migrer librement sous forme liquide. L'eau dans le produit est dite « eau libre », c'est-à-dire qu'elle se comporte comme de l'eau pure. C'est cette eau qui est éliminée en premier pendant le séchage.

Lorsque l'activité de l'eau est inférieure à l'unité, l'eau est dite liée. Dans ce cas, l'énergie de liaison est élevée comparée à celle de l'eau libre, ce qui rend son élimination plus difficile et demande une énergie plus élevée pour passer à l'état vapeur. Dit autrement, la température du matériau devra être plus élevée pour vaporiser l'eau liée que l'eau libre, cette élévation de température diminuant le potentiel de transferts de chaleur et ralentissant le flux de séchage.

Au cours du séchage, l'eau libre part en premier, puis l'eau est de plus en plus liée. Il ne reste à la fin qu'une eau résiduelle très liée, à une teneur en eau acceptable propre à chaque produit, et qui constitue la teneur en eau objectif du séchage.

## 2.2 Modes de séchage

Deux mécanismes peuvent être mis en œuvre pour éliminer l'eau d'un produit : l'ébullition ou l'entraînement. L'idée la plus simple consiste à porter le produit à la température d'ébullition de l'eau, qui alors se vaporise. Mais pour obtenir une élimination poussée de l'eau sans altération excessive de la qualité des produits, on préfère bien souvent opérer à température plus basse en utilisant l'air comme gaz d'entraînement. Quel que soit le mode de séchage, c'est la pression de vapeur d'eau dans le produit qui détermine les échanges entre l'air et le produit [5-7].

### 2.2.1 Séchage par ébullition

Dans ce cas, le mécanisme mis en œuvre pour vaporiser l'eau d'un matériau est l'ébullition. L'ébullition a lieu lorsque la température du matériau est à une valeur telle que la pression de vapeur d'eau en équilibre avec ce matériau  $P_v$ , est égale à la pression totale ambiante  $P_t$  :

$$P_v = P_t \quad \text{Équation I-3}$$

Il découle de cette définition que, la température d'ébullition  $T_{éb}$  dépend à la fois de la pression totale et de l'activité de l'eau, selon la formule :

$$P_v = a_e P_s(T) = P_t \quad \text{Équation I-4}$$

$P_s(T)$  étant la pression de vapeur saturante de l'eau pure à la température  $T$  du matériau.

Ce mode de séchage est typique du séchage par contact à fort flux, ou en atmosphère de vapeur (ou à faible débit d'air), ou du séchage par vapeur d'eau surchauffée, et/ou d'autres situations où le flux de rayonnement est élevé.

### 2.2.2 Séchage par entraînement

Lorsqu'un produit humide est placé dans un courant de gaz (air le plus souvent) suffisamment chaud et sec, il s'établit un écart de température et de pression partielle d'eau tel que :

- le gaz apporte au produit une partie au moins de l'énergie nécessaire à l'élimination de l'eau ;
- l'eau est évaporée sans ébullition sous l'effet du gradient de pression partielle d'eau. La vapeur d'eau est transférée par diffusion et convection du produit dans le milieu ambiant et est ensuite entraînée par le gaz.

La température de surface du produit reste toujours inférieure ou égale à celle de l'air et donc nettement inférieure à la température d'ébullition de l'eau.

### 2.3 Différentes techniques de séchage

La diversité des matériaux à sécher (nature, taille, forme) et des capacités à assurer, les spécificités de traitement à respecter (contraintes physico-chimiques ou biologiques) sont la cause de l'existence d'une très grande variété de séchoirs industriels.

Les techniques de séchage sont souvent classées suivant le mode de transmission de la chaleur. On distingue alors :

- ✓ Le séchage par convection ou séchage direct

L'énergie nécessaire à l'évaporation de l'eau est apportée par un gaz chaud qui circule au contact du matériau à sécher. Ce gaz joue aussi le rôle de vecteur pour transporter la vapeur produite hors de l'enceinte de séchage. Ce type de séchage se rencontre dans les lits traversés, fluidisés, transportés pneumatiquement, les atomiseurs,...

- ✓ Le séchage par rayonnement

L'énergie est apportée par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques. Le séchage des peintures par infrarouge constitue l'exemple le plus typique de cette technique.

✓ Le séchage par conduction ou séchage indirect

La chaleur est transmise principalement par conduction. Le séchage est effectué en amenant directement le matériau en contact avec une surface chaude (enveloppe, mobile d'agitation, plaque, ...) qui transmet le flux nécessaire à la vaporisation de l'eau qu'il contient. L'eau est éliminée soit par aspiration, soit par circulation naturelle ou forcée d'un gaz chaud dont le rôle est limité à celui de vecteur de vapeur. Ce type de séchage est très répandu dans certaines industries comme en agroalimentaire pour transformer des matériaux pâteux ou visqueux ou en industrie du papier pour sécher très rapidement des surfaces importantes. Mais il a été bien moins étudié que le séchage convectif (ou direct).

Comme cette étude porte sur le séchage conductif par ébullition des matériaux pâteux, nous nous limitons à la présentation des séchoirs développés pour ces matériaux.

## **2.4 Séchoirs développés pour les matériaux pâteux [8]**

Le choix d'une technologie ne repose pas exclusivement sur les cinétiques de séchage et sur les propriétés à l'équilibre thermodynamique du matériau mais doit inclure des contraintes spécifiques à une situation donnée comme la structure initiale du produit.

Une classification des technologies basée sur la structure du produit humide (liquide/solide/pâteux) et son mode de transport est nécessaire. L'opération de séchage est mise en œuvre sur des produits de structures variées :

- solides divisés (granuleux, fibreux, pulvérulents)
- solides compacts ou en plaques
- produits liquides
- produits pâteux

La contrainte du séchage des matériaux pâteux est la difficulté de l'écoulement dans le séchoir. Ainsi les séchoirs développés pour ces matériaux sont :

### 2.4.1 Séchoir à palettes

La Figure I-1 présente le schéma d'un séchoir à palettes :

- il se compose d'une auge à double paroi avec 2 ou 4 arbres creux rotatifs sur lesquels sont fixées des éléments creux formés pour interagir. Ces éléments sont appelés palettes (Figure I-2) ;
- les deux arbres se chevauchent ;
- le fluide caloporteur, généralement de la vapeur sous pression entre 6 et 8 bars, circule dans la double enveloppe ainsi que dans les rotors et palettes ;
- un gaz de balayage est introduit à co-courant avec le matériau pâteux et extrait vers le milieu du sécheur pour minimiser l'entraînement des particules en suspension dans le gaz d'exhaure.

Ces équipements ont été développés pour sécher des matériaux pâteux, visqueux, formant des croûtes ou des mottes sans recirculation du produit sec en tête de l'installation. Les parties en mouvement sont essentielles pour le système. Pour un transfert de chaleur efficace, le matériau doit être régulièrement renouvelé et le contact avec la surface de transfert de chaleur doit être optimal.

Le design spécifique des palettes (éléments cunéiformes, disques segmentés avec barres-raclours ou encore disques sur l'un des arbres et ailettes rectangulaires fixées sur le carter) induit un cisaillement important du matériau et permet un autonettoyage presque total du rotor. Le matériau à sécher est intensivement brassé, émotté et raclé au cours du séchage. Les palettes ne contribuent pas au transport mécanique du matériau. Elles effectuent essentiellement un mélange radial, maintenant le matériau au contact des parois chaudes.

Le matériau pâteux, introduit en continu à une extrémité de l'installation, progresse par écoulement gravitaire jusqu'à l'extrémité opposée. Au cours du séchage, la structure du matériau évolue : la formation des granulés sous l'effet du séchage et de l'agitation mécanique se produit vers le milieu de l'auge. Le produit est déchargé par surverse : un volet mobile permet de régler le niveau de produit dans l'installation, et donc le temps de

séjour moyen souhaité. Les vitesses de rotation des rotors sont de l'ordre de 10 à 40  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ . Dans les installations les plus importantes, la surface utile au séchage peut atteindre 300  $\text{m}^2$ , la puissance du moteur installée étant de 175 kW. Le temps de séjour moyen dans le procédé est relativement long, de l'ordre de 4 à 7 h.

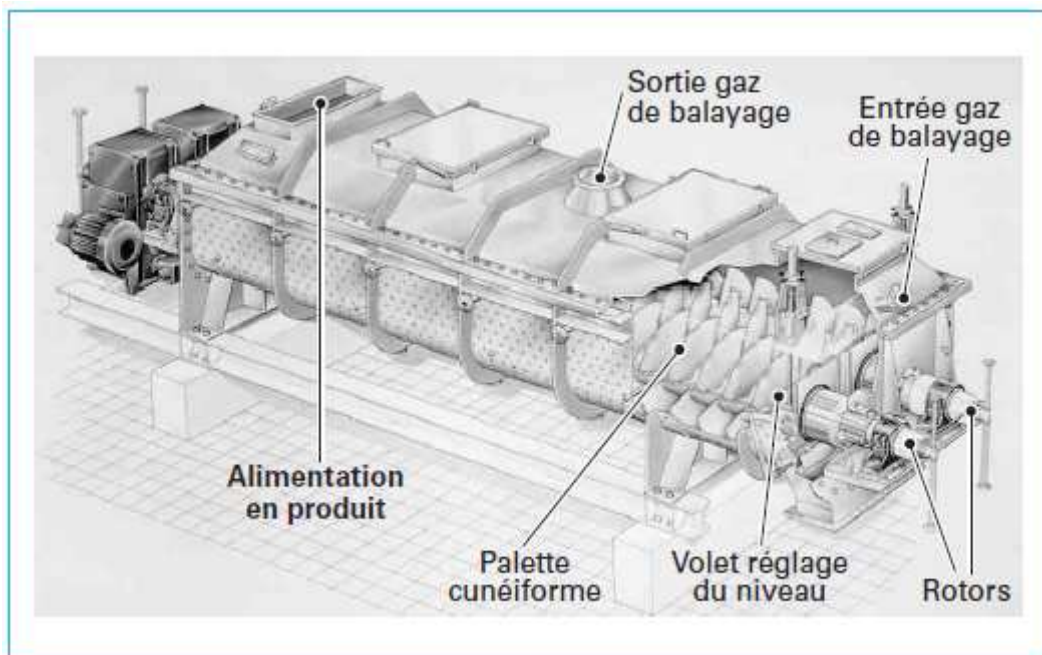


Figure I-1 : Séchoir à palettes Naratherm (Doc. GMF-Gouda).



Figure I-2 : Palettes du séchoir à pales GMF-Gouda (Doc. GMF-Gouda).

Les sécheurs à palettes sont appropriés au traitement des matériaux difficiles, visqueux et collants. Leur conception leur confère une grande compacité (de 8 à 10 m<sup>2</sup>.m<sup>-3</sup>). Comme tout séchoir par contact, l'un des atouts de cette technologie est lié au confinement des buées, et donc des odeurs, et aux faibles quantités de buées à traiter. Lorsque le matériau est sensible à l'attrition, le cisaillement intense subi par les grains génère des poussières. Même si les risques d'explosion de poussières sont très faibles, la formation de fines peut poser des problèmes en aval de l'opération de séchage.

#### 2.4.2 Séchoir à couche minces

Les séchoirs à couche mince horizontaux (Figure I-3) sont utilisés depuis de nombreuses années pour le séchage des matériaux difficiles. Ils comportent un corps cylindrique horizontal muni d'une double enveloppe, dans laquelle circule la vapeur d'eau surchauffée sous une pression de 6 à 8 bars.

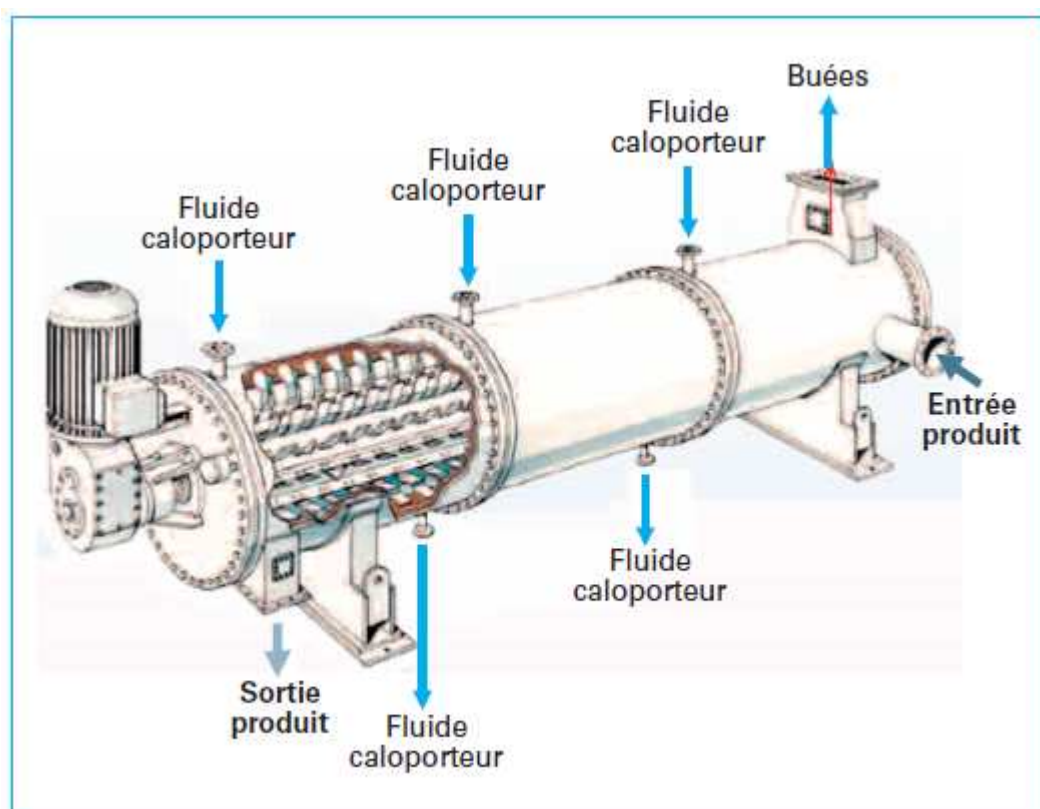


Figure I-3 : Séchoir à couche mince horizontal (Doc. Buss).

Le principe de fonctionnement consiste à projeter le matériau pâteux, introduit latéralement, contre l'enveloppe cylindrique à l'aide de pâles pendulaires fixées sur un rotor tournant à grande vitesse ( $50 \leq N \leq 750 \text{ tr.min}^{-1}$ ). Le matériau est encollé en couche mince de 5 à 10 mm d'épaisseur, ce qui permet d'atteindre des coefficients d'échange de chaleur paroi/produit très élevés. Il en résulte un temps de séjour moyen de l'ordre d'une dizaine de minutes. Les pâles assurent le raclage et le transport du matériau. Les buées circulant à contre-courant du matériau sont évacuées près de l'entrée du matériau.

Le séchage se déroule dans une enceinte fermée, ce qui permet de travailler, si nécessaire, sous atmosphère inerte ou sous vide et de limiter la diffusion d'odeurs nauséabondes. La conduite du procédé se trouve facilitée par la faible quantité de matériau retenue dans l'appareil. Le principal inconvénient de ces appareils est leur faible compacité, de sorte que les plus grandes installations offrent une surface utile au séchage de seulement  $110 \text{ m}^2$ .

### **2.4.3 Séchoir pneumatique compact**

Les sécheurs pneumatiques compacts (Figure I-4) sont peu répandus en France, ils se présentent sous la forme d'une chambre cylindrique verticale avec un fond conique, d'un distributeur d'air à entrée tangentielle et d'un rotor tournant à grande vitesse (de 50 à 500  $\text{tr.min}^{-1}$ ) positionné en bas de la chambre. Le matériau pâteux, homogénéisé par agitation mécanique dans le bac d'alimentation et soutiré en continu et à débit constant, tombe par gravité au-dessus du rotor. Le mobile équipé de couteaux cisaille, émotte et disperse le matériau pâteux. L'air de séchage, injecté en partie basse de la chambre, génère un écoulement ascendant tourbillonnant et une sorte de lit fluidisé à proximité du mobile. Le lit de particules contient ainsi toutes les phases intermédiaires entre la matière première et le produit fini. Les particules les plus lourdes séjournent plus longtemps dans la chambre de séchage, où elles subissent l'action mécanique du rotor et des chocs avec les autres particules en suspension. Seules les particules les plus fines peuvent être entraînées hors de la chambre de séchage où elles sont collectées. Ainsi les matériaux pâteux, collants, les liquides visqueux et les matériaux à forte teneur en eau initiale peuvent être transformés en une poudre fine, de taille comprise entre 3 et  $70 \mu\text{m}$ , en quelques dizaines de secondes.



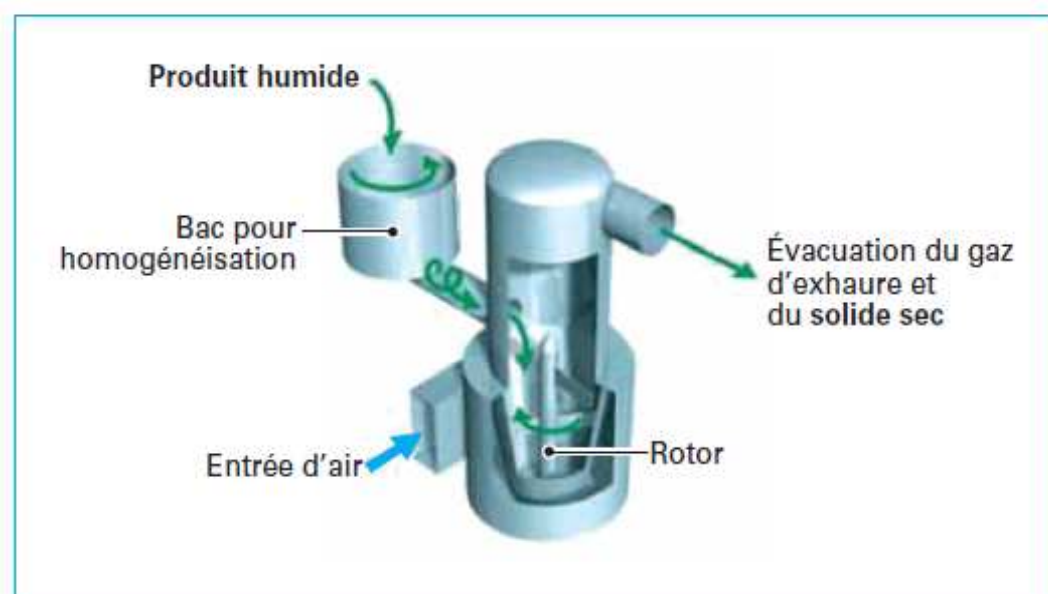


Figure I-4 : Séchoir Swirl Fluidizer (Doc. Niro)

Ce séchoir spécifiquement développé pour le séchage des matériaux pâteux et liquides très visqueux peut fonctionner en boucle ouverte, l'air étant alors utilisé comme fluide caloporteur, ou en circuit semiferme ou fermé pour inertage de la chambre. Le temps de séjour moyen des particules est difficile à contrôler.

## 2.5 Modélisation du séchage par contact

Le séchage indirect met en jeu des transferts couplés de matière (d'eau essentiellement) et de chaleur, accompagnés de modifications physico-chimiques et de structure du matériau. Plusieurs théories et modèles ont été élaborés pour modéliser le procédé et appréhender les lois physiques qui contrôlent les transferts thermiques et massiques. Ces approches théoriques supposent généralement la prédominance d'un ou de plusieurs mécanismes de transfert. Cependant, la complexité des mécanismes mis en jeu et les modifications structurelles rendent difficile l'élaboration d'un modèle unique susceptible de représenter toutes les situations.

### 2.5.1 Théorie de la pénétration

Sur le plan théorique, les premiers travaux effectués sur l'étude du séchage par contact reviennent à E.U. Schlünder et son équipe [9-13].

A l'origine, la théorie de la pénétration a été développée pour modéliser les transferts de chaleur entre un lit de particules sèches agité mécaniquement et une paroi maintenue à une température constante. L'agitation est représentée comme une succession de phases statiques fictives de durée  $t_r$  et de macromélanges parfaits instantanés. Le transfert de chaleur n'a lieu que durant la phase statique et est gouverné par deux résistances thermiques (Figure I-5) en série :

- ✓ une résistance de contact à l'interface paroi/lit,  $R_{\text{contact}}$ , associée à la différence de température  $T_p - T_s$  ;
- ✓ une résistance de pénétration de la chaleur dans le lit de particules  $R_{\text{pénétration}}$ , associée à la différence de température  $T_s - T_1$ .

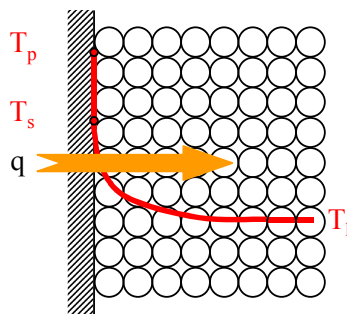


Figure I-5 : Profil de température dans un lit statique au contact d'une paroi chaude

La résistance de contact est calculée à partir de la théorie cinétique des gaz [10]. La relation établie prend en compte la conduction et le rayonnement dans l'espace gazeux existant entre la paroi et la première couche de particules. Elle s'applique pour des particules sphériques, de diamètre  $d$ , dans le cas où le libre parcours moyen des molécules de gaz est du même ordre de grandeur que l'espace gazeux, ce qui est le cas au voisinage du point de contact entre la particule et la paroi. L'expression a ensuite été modifiée pour prendre en considération la rugosité des particules,  $\delta$ .

La relation recommandée [14] pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur à l'interface paroi/lit,  $\alpha_{\text{contact}}$  s'écrit :

$$\alpha_{\text{contact}} = \frac{1}{R_{\text{contact}}} = \Phi \alpha_{\text{p-part}} + (1 - \Phi) \frac{2 \lambda_g / d}{\sqrt{2 + (2l + 2\delta)/d}} + 4 C_{12} T^3 \quad \text{Équation I-5}$$

Avec

$\Phi$  le facteur de recouvrement de la paroi

$d$  la taille des particules

$l$  le libre parcours moyen

$\delta$  la rugosité des particules

$T$  la température moyenne entre la surface et la première couche de particules

$\lambda_g$  la conductivité thermique de la phase gazeuse

$C_{12}$  le coefficient d'échange radiatif global

$\alpha_{\text{p-part}}$  le coefficient de transfert de chaleur entre la paroi et la particule, donné par :

$$\alpha_{\text{p-part}} = \frac{4 \lambda_g}{d} \left[ \left( 1 + \frac{2l + 2\delta}{d} \right) \ln \left( 1 + \frac{d}{2l + 2\delta} \right) - 1 \right] \quad \text{Équation I-6}$$

Le libre parcours moyen modifié d'une molécule de gaz '1' calculé grâce à la relation suivante [14] :

$$l = 2 \frac{2 - \gamma}{\gamma} \left( \sqrt{\frac{2\pi \tilde{R} T}{M}} \frac{\lambda_g}{P(2 C_{p,g} - \tilde{R}/M)} \right) \quad \text{Équation I-7}$$

Avec

$\gamma$  le coefficient d'accommodation du gaz

$\tilde{R}$  la constante des gaz parfaits

$M$  la masse molaire du gaz

$P$  la pression

$C_{p,g}$  la chaleur spécifique de la vapeur.

Le coefficient d'échange radiatif global 'C<sub>12</sub>' est estimé grâce à une équation linéarisée de la loi de Stefan-Boltzman :

$$C_{12} = \frac{\sigma}{1/\varepsilon_p + 1/\varepsilon_{lit} - 1} \quad \text{Équation I-8}$$

Avec

$\sigma$  la constante de Stefan-Boltzman

$\varepsilon_p$  l'émissivité de la paroi

$\varepsilon_{lit}$  l'émissivité du lit.

L'expression de la résistance à la pénétration dans le lit  $R_{pénétration}$  est obtenue en résolvant l'équation de Fourier [10], moyennant l'hypothèse que le lit de particules peut être assimilé à un milieu continu. Le coefficient d'échange  $\alpha_{pénétration}$  est ainsi défini par la relation :

$$\alpha_{pénétration} = \frac{1}{R_{pénétration}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{(\rho C_p \lambda)_{lit \text{ sec}}}}{\sqrt{t_r}} \quad \text{Équation I-9}$$

La durée  $t_r$  d'une phase statique est une propriété mécanique du système. Elle est déterminée à l'aide de la relation suivante :

$$t_r = \frac{N_{mix}}{N} \quad \text{Équation I-10}$$

Avec

$N_{mix}$  le nombre de mélange qui caractérise l'agitation mécanique du système

$N$  la vitesse de rotation du mobile d'agitation.

Au sens du modèle de la pénétration de la chaleur,  $N_{mix}$  représente le nombre de tours que doit effectuer le mobile d'agitation pour obtenir un mélange homogène en composition. Il dépend du type d'appareil, du système d'agitation, des propriétés mécaniques du matériau et de la fréquence d'agitation.  $N_{mix}$  doit être adapté aux résultats expérimentaux ou calculés en utilisant la loi puissance empirique [10] qui corrèle le nombre de mélange au nombre de Froude pour trois types d'appareils :

$$N_{\text{mix}} = \psi \text{Fr}^{\zeta} = \psi \left( \frac{(2 \pi n)^2 D}{2 g} \right)^{\zeta} \quad \text{Équation I-11}$$

Avec

g l'accélération de la pesanteur

D le diamètre de la plaque

$\psi$  et  $\zeta$  sont des coefficients.

n la vitesse angulaire

Les valeurs des deux paramètres d'ajustement  $\psi$  et  $\zeta$  sont rapportées dans le Tableau I.1 :

Tableau I.1 : Valeurs des paramètres d'ajustement  $\psi$  et  $\zeta$ .

Configuration	$\psi$	$\zeta$
Réacteur vertical agité	25	0,2
Séchoir à tambour rotatif	16	0,2
Séchoir à palettes	9	0,05

Finalement, le coefficient d'échange global à la paroi,  $\alpha_{p/Pr}$ , est calculé selon la relation :

$$\frac{1}{\alpha_{p/Pr}} = \frac{1}{\alpha_{\text{contact}}} + \frac{1}{\alpha_{\text{pénétration}}} \quad \text{Équation I-12}$$

### 2.5.2 Extension au séchage par contact

La théorie de la pénétration a ensuite été adaptée pour modéliser les transferts lors du séchage par contact avec agitation. Le mélange continu est représenté par une succession de phases statiques de durée  $t_r$ , durant lesquelles un front de séchage se développe à proximité de la paroi, et de macromélanges parfaits et instantanés. La Figure I-6 représente le modèle du séchage par contact avec agitation.

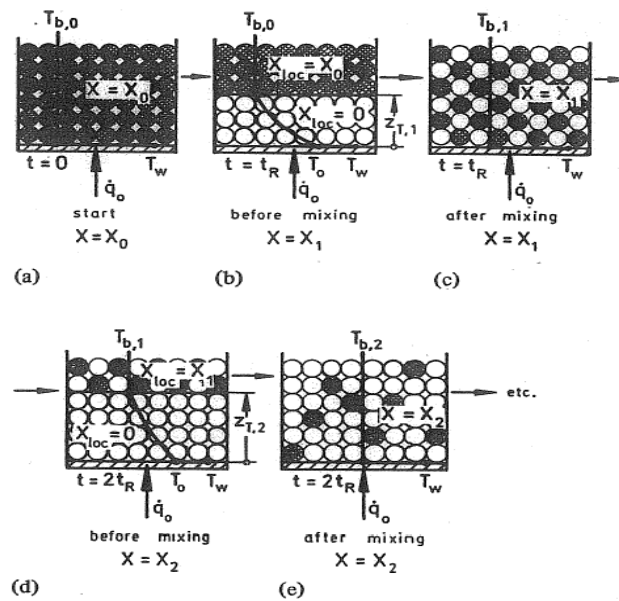


Figure I-6 : Illustration du modèle proposé par Schlünder et Mollekopf (1984)  
pour le séchage de milieux granulaires

Différentes versions de ce modèle ont été proposées dans la littérature :

- ✓ Le modèle a été d'abord utilisé pour le séchage de milieux granulaires monodisperses et non hygroscopiques séchés sous vide ou sous atmosphère de vapeur pure [10].
- ✓ Puis, il a été adapté pour des matériaux granulaires séchés sous atmosphère inerte [11] et multidisperses [12]. Le séchage par contact est contrôlé par la résistance aux transferts de chaleur dans le lit lorsque les particules sont fines et par la résistance de contact à la paroi lorsque les particules sont plus grosses. L'influence de la distribution de la taille des particules et le phénomène de ségrégation des particules sur les cinétiques de séchage de milieux multi-granulaires ont été étudiés [12].
- ✓ A la fin des années 90, la théorie de la pénétration a été étendue à des matériaux pâteux comme une suspension de kaolin [15]. La pâte est considérée comme une suspension de particules saturées.

- ✓ Une approche a été développée pour calculer les cinétiques de séchage des boues résiduaire sous atmosphère de vapeur d'eau surchauffée et pour identifier les mécanismes limitant au cours du séchage par contact avec agitation [16-17].

Dans ces différentes versions, deux hypothèses fortes ont été retenues :

- ✓ les résistances aux transferts de matière dans le lit et dans les particules ont été négligées tout comme la résistance au transfert de chaleur dans les particules ;
- ✓ lors du mélange instantané, il n'y a pas de transfert de chaleur entre les particules sèches et chaudes et les particules humides et froides.

Quelle que soit la version du modèle, le séchage est supposé être un processus de transfert de chaleur contrôlé par la résistance de contact à la paroi chaude et par la résistance au transfert de chaleur dans le lit. L'expression de la résistance de contact reste identique à celle définie dans le cas de la théorie de la pénétration (Équation I-5). Celle de la résistance au transfert de chaleur dans le lit est obtenue par résolution des équations de Fourier pour un problème à front [annexe 1]. L'expression de la résistance à la pénétration de la chaleur dans le lit s'écrit :

$$\alpha_{\text{pénétration}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\alpha_{\text{contact}}}{\sqrt{\tau_r}} \frac{1}{\text{erf}(z_{\text{adim}})} \quad \text{Équation I-13}$$

$z_{\text{adim}}$  la position du front de vaporisation adimensionnelle [annexe 1].

$\tau_r$  le temps de contact adimensionnel [annexe 1].

Finalement, le coefficient d'échange global à la paroi,  $\alpha_{p/Pr}$ , s'écrit :

$$\alpha_{p/Pr} = \frac{\alpha_{\text{contact}}}{1 + \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2}\right) \sqrt{\tau_r} \text{erf}(z_{\text{adim}})} \quad \text{Équation I-14}$$

Connaissant le coefficient d'échange paroi/produit,  $\alpha_{p/Pr}$ , les flux de chaleur à la paroi et au niveau du front de vaporisation peuvent être calculés. La différence entre ces deux grandeurs correspond à la puissance thermique absorbée par le produit sec. Si l'on suppose qu'il n'y a pas de transfert de chaleur entre les particules sèches et les particules humides

durant les phases de macromélange instantanées, la densité de flux évaporatoire,  $F$ , et l'élévation de la température moyenne du lit durant chaque phase statique,  $\Delta T_{\text{lit}}$ , s'écrivent respectivement :

$$F = \frac{\alpha_{p/Pr} (T_p - T_{\text{lit}}) \exp(-z_{\text{adim}}^2)}{\Delta H_{\text{totale}}} \quad \text{Équation I-15}$$

$$\Delta T_{\text{lit}} = \frac{\Delta H_{\text{totale}}}{C_{p,\text{lit}} + X C_{p,\text{eau}}} \frac{1 - \exp(-z_{\text{adim}}^2)}{\exp(-z_{\text{adim}}^2)} \Delta X \quad \text{Équation I-16}$$

Où  $\Delta X$  est la variation de teneur en eau durant la phase statique.

Ce modèle permet de calculer les cinétiques de séchage et l'évolution de la température moyenne du lit en fonction de la teneur en eau, moyennant la connaissance :

- ✓ de la teneur en eau initiale du matériau et de l'évolution de la chaleur totale de désorption ;
- ✓ des conditions opératoires (température de paroi, vitesse de rotation du mobile d'agitation et nombre de mélange caractéristique du système d'agitation) ;
- ✓ de la masse volumique, de la densité et de la chaleur spécifique du lit sec;
- ✓ de la dimension caractéristique et de la rugosité des particules ;
- ✓ de la conductivité thermique et de la chaleur spécifique de la vapeur ;
- ✓ du facteur de recouvrement de la paroi et des émissivités de la paroi et du lit.

Le modèle de Schlünder a été appliqué pour les milieux monodisperses [18], par exemple, afin de calculer les cinétiques de séchage sous atmosphère inerte de particules d'alumine de diamètre moyen 2 mm. Avec les mêmes hypothèses de travail, ils ont obtenu un accord jugé satisfaisant entre les cinétiques de séchage calculées et mesurées (Figure I-7-a) et un écart de l'ordre de 10% dans la prédiction des profils de température (Figure I-7-b).



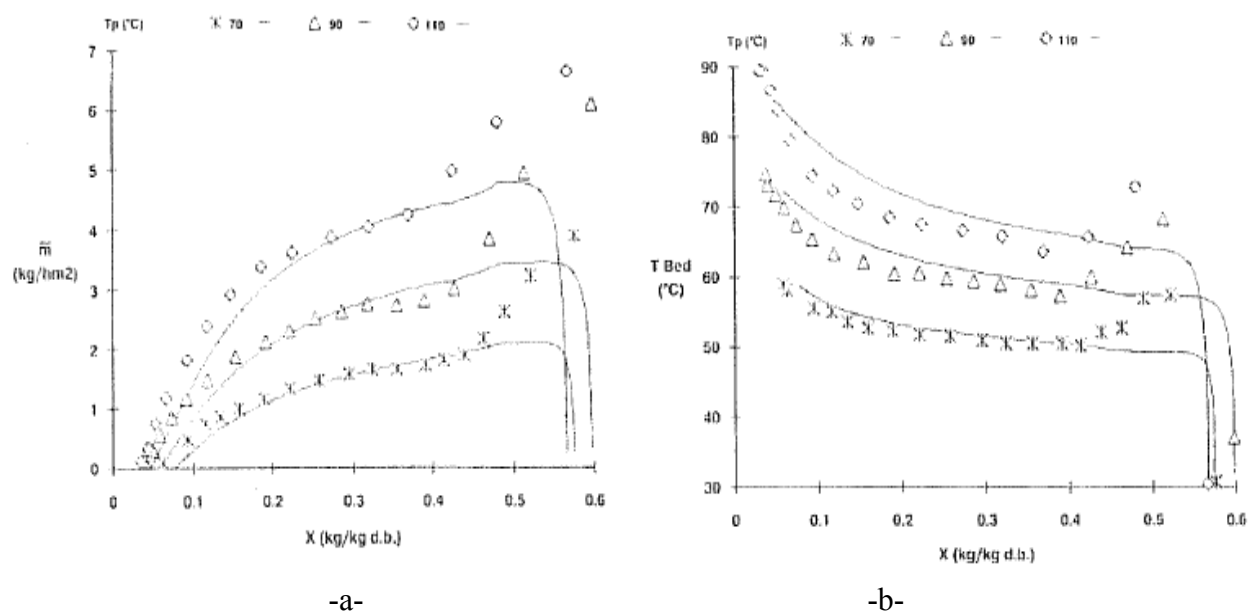


Figure I-7 : Comparaison des résultats expérimentaux et des simulations pour des particules d'alumine séchées dans un réacteur de laboratoire sous atmosphère inerte avec une vitesse d'agitation de  $42 \text{ tr.min}^{-1}$  [18].

Une étude de sensibilité du modèle de Schlünder a été réalisée [6]. Cette étude a montré que :

- pour le séchage sous atmosphère inerte, la cinétique de séchage est contrôlée par la résistance au transfert de matière localisée dans un film de gaz à la surface libre du lit et par la résistance au transfert thermique de contact ;
- pour le séchage sous vide, le séchage est gouverné par la résistance de contact au transfert de chaleur ;
- pour les deux cas de séchage (sous atmosphère inerte et sous vide), la résistance à la conduction à travers le lit et les conditions d'agitation ont peu d'influence sur la cinétique de séchage, pour les conditions opératoires testés.

Dans les mêmes travaux [6], une approche de la modélisation du séchage conductif a été développée pour valider les hypothèses du modèle de Schlünder. Cette approche est fondée sur les mêmes bases que le modèle de Schlünder mais elle prend en considération la cinétique de déshydratation d'une particule et la résistance à la diffusion de la vapeur à

travers le lit de particules. Les modèles développés par Farges [6] pour le séchage sous vide (Figure I-8) et sous atmosphère inerte (Figure I-9) ont été validés avec succès sur des résultats expérimentaux de la littérature.

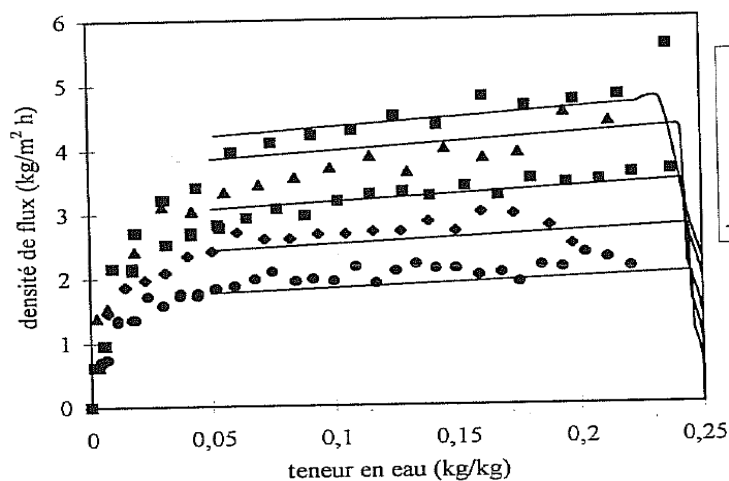


Figure I-8 : Confrontation des résultats du modèle proposé par Farges [6] 'sous vide' avec les résultats expérimentaux obtenus par Schlünder et Mollekopf [10] par séchage de billes de silicate de magnésium

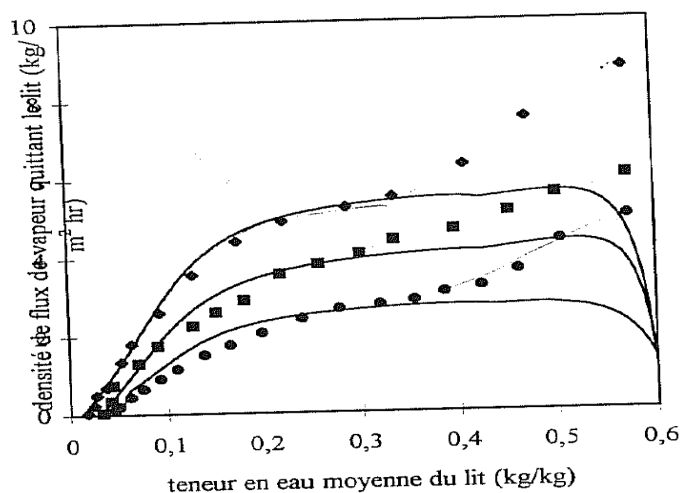
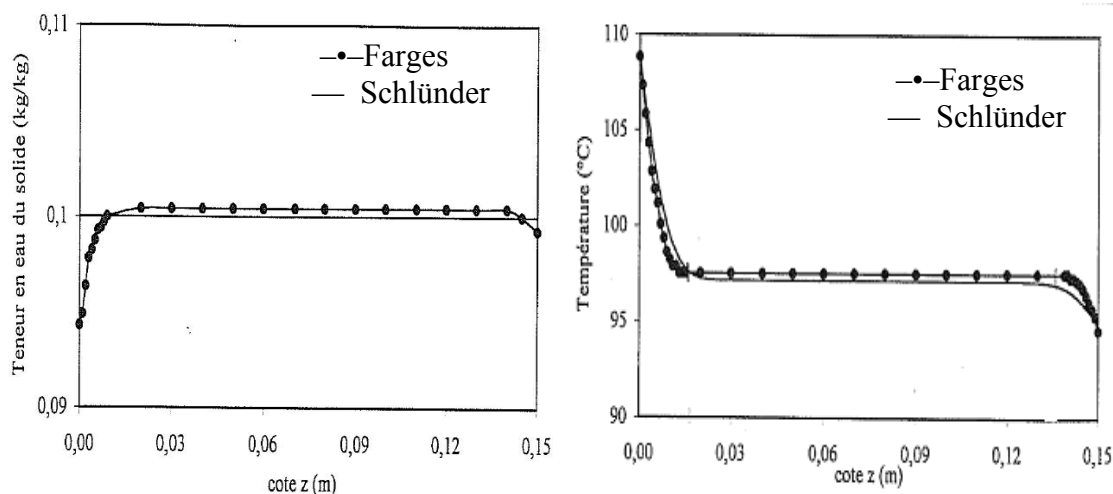


Figure I-9 : Confrontation des résultats du modèle proposé par Farges [6] 'sous atmosphère inerte' avec les résultats expérimentaux obtenus par séchage de billes d'alumine [5, 18]

La confrontation des prédictions des modèles proposés par Farges [6] avec celles obtenues à partir du modèle de Schlünder a montré une bonne concordance. Pour le séchage sous

atmosphère inerte, par exemple, les profils de teneur en eau et de température dans le lit calculés présentent un bon accord (Figure I-10). Ceci a permis de montrer que les hypothèses formulées dans le modèle de Schlünder sont justifiées dans les cas particuliers traités.



(Figure I-10 : Comparaison des profils de teneur en eau et de température entre le modèle développé par Farges [6] et celui de Schlünder (sous atmosphère inerte).

La théorie de pénétration appliquée sur les milieux secs étendue aux milieux humides et pâteux a beaucoup apportée au procédé de séchage indirect agité. Elle sera appliquée dans cette étude pour calculer le coefficient d'échange global à la paroi,  $\alpha_{p/pr}$ .

### 3 Séchage des matériaux pâteux

Dans ce travail de thèse nous intéressons au séchage conductif continu des matériaux pâteux qui présentent une modification structurale dans le séchoir. Dans cette partie, nous cherchons à définir les milieux pâteux et les phénomènes intervenant lors de leur séchage.

#### 3.1 Quelques définitions

Une suspension est l'état d'un solide divisé mêlé à un liquide sans être dissous par ce liquide [19-20]. Les suspensions sont omniprésentes dans la vie courante et on les

rencontre dans plusieurs industries : les purées, sauces, soupes, ou encore compotes en agroalimentaire ; les mousses, crèmes, vernis, gels en cosmétique ou pharmaceutique ; les ciments, bétons, peintures, colles, boues de forage, céramiques, bitumes, etc. en génie civil.

Les particules solides confèrent une structure à la suspension et contrôlent son comportement mécanique. C'est pour cette raison qu'une des principales caractéristiques physiques d'une suspension est la concentration en particules solides ( $\phi$ ), également appelée fraction volumique solide [21].  $\phi$  est définie comme le rapport entre le volume occupé par la phase solide ( $V_s$ ) et le volume total de la suspension ( $V_s+V_e$ ), soit :

$$\phi = \frac{V_s}{V_s+V_e} \quad \text{Équation I-17}$$

$V_e$  est le volume occupé par la phase liquide.

On distingue classiquement trois régimes de concentration : dilué, semi dilué et concentré.

Une autre caractéristique physique importante d'une suspension est la concentration d'entassement maximal, ou fraction d'empilement maximal, notée  $\phi_m$  [20, 22-23]. Elle est définie comme la fraction volumique solide correspondant au volume maximum de particules que l'on peut placer dans un volume de fluide donné [20].

Un dernier facteur important pour caractériser les suspensions est la taille des particules solides ' $d$ '. Selon la valeur de  $d$ , on distingue les suspensions colloïdales des suspensions non colloïdales. On utilise l'adjectif colloïdal pour spécifier que la taille caractéristique des particules est inférieure au micromètre  $d < 1 \mu\text{m}$ .

### 3.2 Pâtes et milieux pâteux

De nombreux milieux naturels (fluides géologiques, boues argileuses, ...) ou industriels (pâtes à papier, béton, ...) sont constitués par un ensemble de particules solides dispersées

dans un liquide. On désigne ces milieux par le terme «pâte». Ce terme est très vaste et sa définition diffère dans la littérature.

Une pâte est définie comme une suspension très concentrée dans laquelle le volume libre moyen par particule  $V_f$  est faible, typiquement inférieur au volume propre d'une particule  $V_p$  [23]. Ces paramètres  $V_f$  et  $V_p$  sont reliés de manière directe à la fraction volumique solide  $\phi$  et au seuil maximal d'entassement  $\phi_m$  par la relation :

$$V_f = V_p \left( \frac{1}{\phi} - \frac{1}{\phi_m} \right) \quad \text{Équation I-18}$$

Un milieu constitué de particules solides, en forte concentration, immergées dans un fluide et contenant des catégories différentes de particules, est appelé pâte. La présence du fluide lui donne une cohésion et un aspect pâteux caractéristique [24-25].

Certains auteurs [26] discutent de l'adéquation du mot pâte, mais d'autres [26-28] insistent sur la distinction entre pâte et suspension concentrée.

Mewis et al. [30] distinguent même entre suspension et dispersion. Selon ces auteurs, un mélange de fluide et de particules colloïdales est une dispersion, alors qu'un mélange de fluide et de particules non colloïdales est une suspension. Dans une étude de dispersions et de suspensions [31], en utilisant la classification de Mewis et al. [30], la boue est considérée comme une suspension concentrée dans une dispersion concentrée.

Coussot et al. [20, 26] distinguent et définissent deux types de pâtes selon la nature des contacts entre-particules (Figure I-11) :

✓ *Les pâtes molles* : appelées aussi suspensions molles, sont des suspensions de particules colloïdales très concentrées. A une concentration proche d'une concentration critique  $\phi_c$ , la suspension prend un aspect pâteux. La pâte formée est appelée 'pâte molle' [20-21] par référence aux interactions molles inter-particules qui jouent un rôle important dans la formation de la pâte [20, 26]. On entend par interactions molles :

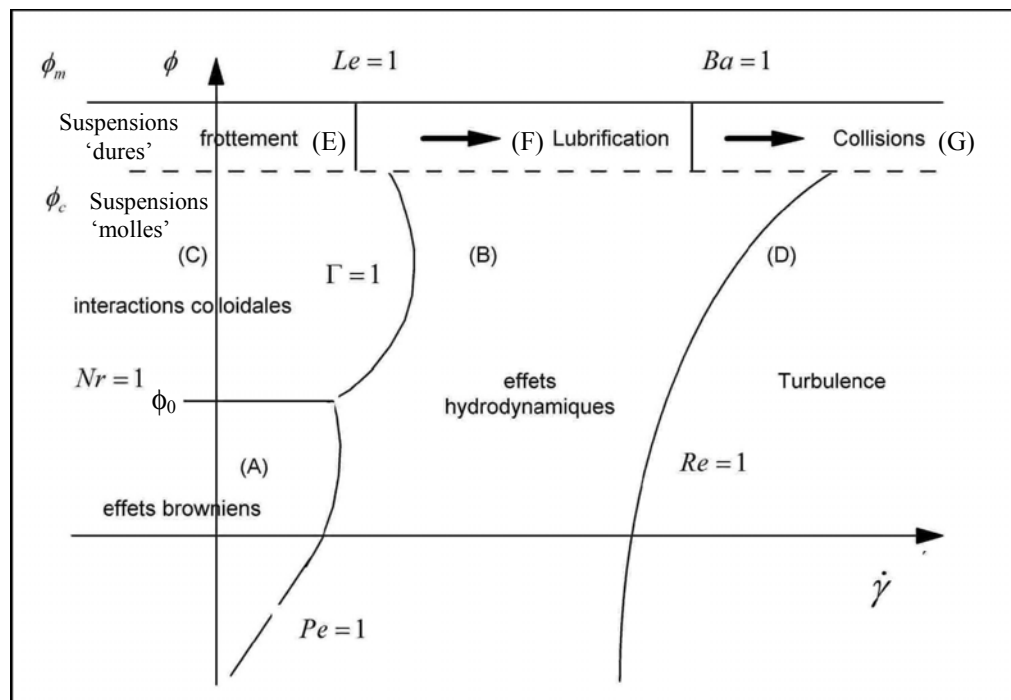
- les forces de Born, qui résultent de l'impossibilité de recouvrement des nuages électronique ;
- les forces de van der Waals, qui résultent des fluctuations thermodynamiques du champ électromagnétique à l'intérieur et autour des particules ;
- les forces électrostatiques, qui résultent de la présence d'ions adsorbés à la surface des particules solides.

✓ *Les pâtes granulaires ou dures* : sont constituées d'une forte concentration de particules solides non colloïdales immergées dans un liquide. Il s'agit de systèmes de particules dont la concentration en solide est proche du seuil maximal d'entassement  $\phi_m$  [20, 22-23]. D'après la littérature celle-ci est généralement comprise entre 63 et 65% pour des particules de même taille [22-23, 29]. Les pâtes dures sont caractérisées par les interactions inter-particules qui sont importantes, avec comme conséquence le blocage ou 'jamming' (qui signifie l'encombrement de la structure) [27]. Le jamming distingue les pâtes des suspensions concentrées, et la lubrification des contacts distingue les pâtes des milieux granulaires secs [27]. Ce type de structure 'jamming' intéresse particulièrement les physiciens, qui la considère comme un nouvel état potentiel de la matière, une communauté scientifique essentiellement physicienne s'étant constituée autour du thème 'jamming' ces dernières années.

Les interactions entre particules, appelées 'interactions dures', comprennent :

- les contacts directs, ou solide/solide, de type frictionnels ou collisionnels ;
- les contacts indirects, ou solide/liquide, qui sont des contacts lubrifiés.

Le diagramme de la Figure I-11 présente les divers types d'interactions possibles entre les particules. La transition entre deux régimes est représentée par une courbe correspondant à la valeur « 1 » pour le nombre adimensionnel [annexe 2] régissant cette transition.



Pe : nombre de Péclet , Nr : nombre de Répulsion, Le : nombre de Leighton, Ba : nombre de Bagnold, Re : nombre de Reynolds,  $\Gamma$  : Nombre de transition colloïdal-hydrodynamique

Figure I-11 : Classification rhéophysique d'une suspension en fonction de la prédominance de divers types d'interactions possibles [20].

Pour une suspension colloïdale diluée, les interactions colloïdales ont une influence négligeable sur le comportement : les mouvements Browniens sont prédominants aux faibles vitesses de cisaillement (Région A), alors que les dissipations hydrodynamiques prédominent aux fortes vitesses (Région B) [20]. La limite entre le régime A où les particules diffusent largement et le régime B où les particules suivent des chemins essentiellement imposés par le cisaillement correspond à la courbe  $Pe = 1$ . Lorsque la concentration en solide croit, le potentiel d'interaction entre deux particules voisines devient significatif, donc les interactions colloïdales sont prédominantes (Région C) par rapport au mouvement Brownien. La séparation entre le régime A et le régime C est la droite horizontale  $Nr = 1$ .

Quand la suspension subit un cisaillement rapide  $\dot{\gamma}$ , les dissipations hydrodynamiques, liées au cisaillement du fluide interstitiel, peuvent être prédominantes. Ceci se produit lorsque  $\Gamma$  est supérieur à 1. Donc la limite entre le régime colloïdal et le régime hydrodynamique, est la courbe  $\Gamma=1$ . Le point d'intersection entre la courbe ( $\Gamma=1$ ) et les deux autres ( $Pe=1$ ,  $Nr=1$ ) est un point triple puisqu'il correspond à un équilibre entre les trois types de dissipation (Brownienne, colloïdale et hydrodynamique).

Pour les autres transitions entre les régimes (E, F, et G), au sein de suspensions dures dont les contacts directs ou lubrifiés jouent un rôle important, les nombres sans dimensions de Leighton ( $Le$ ) et de Bagnold ( $Ba$ ) sont considérés.

Les contact frictionnel, où la dissipation est dominée par le frottement des grains [23], prédominant par rapport à l'effet hydrodynamique lorsque le nombre de Leighton  $Le$  est inférieur à 1. Par ailleurs, les collisions prédominent par rapport aux effets hydrodynamiques lorsque le nombre de Bagnold  $Ba$  est supérieur à 1.

On distingue aussi [20] :

un régime frictionnel (E), intervenant lorsque  $Le \ll 1$  et  $LeBa \ll 1$  ;

un régime lubrifié (F), intervenant lorsque  $Le \gg 1$  et  $Ba \ll 1$  ;

un régime collisionnel (G), intervenant lorsque  $LeBa \gg 1$  et  $Ba \gg 1$ .

D'une manière générale, à partir des définitions précédentes, les termes de concentration, suspension et contacts, se dégagent et ce quelque soit le domaine d'application. Le mot 'pâte' peut être utilisé pour désigner indistinctement ce que d'autres appellent suspension concentrée, dispersion concentrée, boue, suspension saturée, et matériaux granulaires humides.

Selon les précédentes définitions de la littérature, la pâte cellulose-agar utilisée pour cette étude semble relativement bien adaptée à la définition d'une 'pâte granulaire'. Dans la suite de ce travail, nous utiliserons ainsi cette appellation pour qualifier le matériau pâteux à traiter.



### 3.3 Phénomènes intervenant lors du séchage des pâtes

Lors du séchage des pâtes, les mécanismes de transfert de matière et de chaleur sont souvent accompagnés par des phénomènes complexes :

- ✓ Modification de la structure
- ✓ Collage ou adhésion sur les surfaces chaudes
- ✓ Granulation.

Ces phénomènes ont une influence sur le déroulement du séchage et la qualité du produit final sec.

#### 3.3.1 Modification structurelle

La structure d'un matériau pâteux soumis à un séchage avec agitation évolue sous l'effet de la température et de l'agitation. Cette évolution structurelle est une conséquence de la modification des propriétés rhéologiques (notamment la viscosité) au cours du séchage.

Par exemple, l'évolution structurelle au cours du séchage des boues de structure pâteuse a été étudiée [1, 32]. Au cours du séchage, une boue digérée présente trois structures différentes : une première fluide, une structure pâteuse (ou plastique) et enfin une structure granulaire [1]. La Figure I-12, présente l'évolution du couple mécanique nécessaire pour maintenir une vitesse d'agitation  $N$  constante au cours du séchage. Lors de l'introduction de la boue dans la cuve du séchoir, sous l'effet de l'agitation et de la mise en température, elle prend un aspect de fluide chargé. En se basant sur les différentes définitions et structures des milieux pâteux cités précédemment, la boue prend une structure d'une pâte molle. Au cours de cette phase, le couple mécanique est faible, ce qui peut traduire une diminution de la viscosité de la boue. Au fur et à mesure que le séchage avance, la boue est de plus en plus concentrée et commence à devenir visqueuse. Elle prend la structure d'une pâte dure. A ce stade, la viscosité de la boue augmente ce qui se traduit par l'augmentation progressive du couple qui atteint son maximum. Cette étape correspond à la structure dite pâteuse. La modification de la structure de la boue explique l'instabilité du couple mécanique. Enfin la boue est fortement cisailée et divisée pour former des granulés. Le

couple chute puisque l'énergie mécanique nécessaire à l'agitation d'un milieu granulaire est faible.

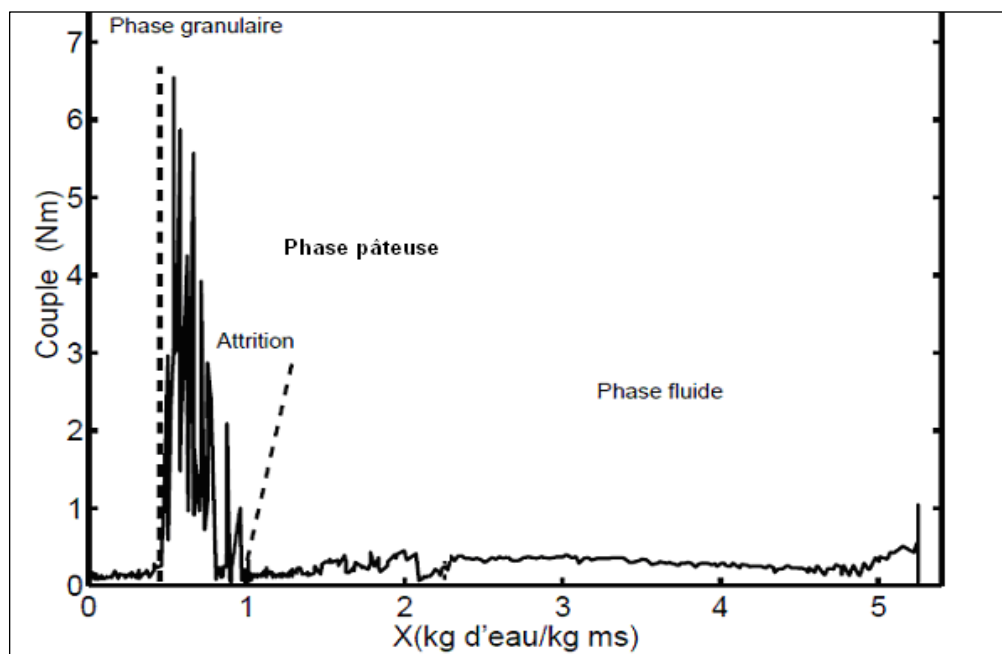


Figure I-12 : Evolution du couple mécanique avec la teneur en eau au cours du séchage conductif d'une boue digérée ( $T_p=120\text{ }^{\circ}\text{C}$ , masse initiale = 2,2 kg,  $N=40\text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ ) [1]

Deux structures ont été constatées sur un séchoir à palettes continu [32]. Une structure fluide homogène et une deuxième structure collante où la boue adhère aux pâles de l'agitateur et forme des blocs de tailles variables. Cette structure collante comprend la structure pâteuse et la structure granulaire telles que décrites dans [1] et débute lorsque la boue a parcouru un tiers de la longueur du séchoir continu. La variation de volume du produit observée entre la structure fluide et la disparition de la structure collante correspond à environ 50% du volume initial de la boue.

Il en est de même dans une autre étude [2] sur différentes boues résiduelles pâteuses. L'existence de ces trois structures (fluide, pâteuse, granulaire) au cours du séchage a été mise en évidence. Les transitions entre les trois structures ont été observées sur tous les signaux enregistrés au cours des expériences (température, couple mécanique, puissance

électrique) ainsi que sur le flux de chaleur calculé. Cependant, c'est sur le signal du couple mécanique que ces transitions sont les plus visibles.

### 3.3.2 Collage thermique

Dans certaines conditions, le matériau peut coller ou bloquer, lors du séchage, aux surfaces métalliques chaudes du séchoir. Ce comportement connu comme phénomène de collage thermique (ou blocage thermique) génère une forte modification de la viscosité [33], et il dépend de la température et de teneur en eau [34]. Ce phénomène de collage reflète la tendance de la pâte à s'agglomérer et/ou adhérer aux surfaces de contact [35].

Plusieurs facteurs, relevant des conditions opératoires du séchage et des propriétés de la pâte, doivent être pris en considération pour maîtriser ou/et éviter le collage. Dans les études réalisées par Levine et Slade citées dans [36], il a été montré que la température de collage correspondait à la température de transition vitreuse  $T_g$ . D'autres études ont également utilisé la température de transition vitreuse comme indicateur du collage [37-45].

Le concept de transition vitreuse est un outil puissant pour comprendre les mécanismes et la quantification de la mobilité de l'eau dans la pâte. La température de transition vitreuse  $T_g$  une fonction de la teneur en eau [46] : elle diminue avec l'augmentation de la teneur en eau  $X$  [41]. De plus, elle permet l'identification des domaines de teneur en eau et de température où un matériau pourrait avoir une structure dure, molle, caoutchouteuse (collante) ou visqueuse [47].

En outre, le phénomène de la transition vitreuse peut être aussi utilisé comme une référence pour optimiser le procédé de séchage des matériaux pâteux [48].

### 3.3.4 Granulation

Lors du séchage, la réduction de l'humidité de la pâte a plusieurs conséquences sur ses propriétés et sur son environnement dans le séchoir. Ce phénomène se manifeste par une

modification des interactions entre les particules solides constituant la pâte. Il a été montré [49] que, pour des particules solides humides, l'agglomération est probable suite à la formation de ponts liquides entre les particules. Ainsi, la disparition de ces ponts lors du séchage peut entraîner leur désagrégation et une modification de la taille des particules.

Ces phénomènes liés au processus de séchage viennent s'ajouter à ceux habituellement rencontrés lors de l'agitation de milieux granulaires comme :

- ✓ la ségrégation et la percolation des fines lors du mélange de particules solides à granulométrie étalée ;
- ✓ la modification de la taille et de la forme des particules à cause de l'attrition ;
- ✓ la formation de charges électriques à la surface des particules lors des frottements des particules entre elles et contre les parois du séchoir.

Ainsi, les phénomènes qui se produisent dans un séchoir dépendent non seulement du type d'agitation, mais aussi des propriétés des particules solides de la pâte à sécher (tailles, masse volumique, ...) et de leurs évolutions au cours du séchage ainsi que des conditions opératoires elles-mêmes.

#### **4 Modèles d'écoulements dans les séchoirs**

Dans un séchoir conducteur continu, les phénomènes qui interviennent sont à l'origine de la complexité de l'étude de l'écoulement du matériau dans le séchoir. L'écoulement influe sur le déroulement du séchage et la qualité du produit obtenu à la sortie du séchoir. La conception d'un modèle d'écoulement doit permettre d'étudier et d'analyser le comportement au cours du séchage. Dans la littérature, on utilise souvent la notion de la distribution des temps de séjour DTS pour décrire l'écoulement dans le séchoir.

##### **4.1 Concept et définition de DTS**

La notion de distribution des temps de séjour est depuis longtemps utilisée pour affiner la connaissance du comportement des particules solides dans les maquettes, les réacteurs

et/ou séchoirs pilotes ou industriels. Une approche systémique a été proposée par Danckwerts [50] pour mettre en évidence la présence de défauts géométriques dans les réacteurs, et par ailleurs pour modéliser la non-idéalité de l'écoulement, en définissant des fonctions de distribution aisément accessibles à l'expérience. Lors de l'écoulement, les particules séjournent plus au moins longtemps dans l'appareil (Figure I-13).

La DTS dépend de plusieurs facteurs à savoir : le régime d'écoulement, les propriétés d'écoulement des particules, la géométrie de l'appareil,... et les performances du système seront souvent liées à cette distribution [51].

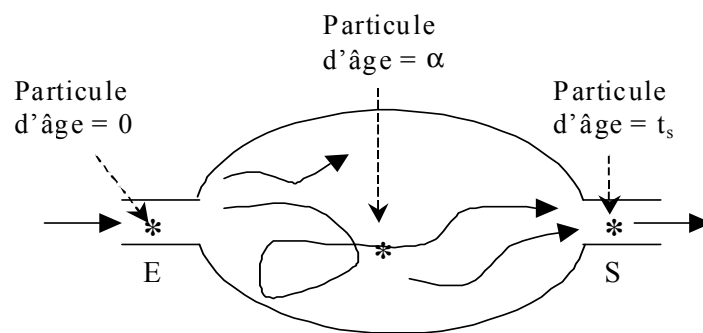


Figure I-13 : Temps de séjour d'une particule dans un système ouvert.

La fonction de distribution des temps de séjour  $E(t)$  est définie par  $E(t)dt$  qui est la fraction du débit de sortie contenant des particules d'âge compris entre  $t$  et  $t+dt$ . Elle peut s'écrire sous la forme différentielle (Équation I-19) ou cumulée (Équation I-20) [51-52] :

$$E(t) = \frac{dF}{dt} \quad \text{Équation I-19}$$

$$F(t) = \int_0^t E(t)dt \quad \text{Équation I-20}$$

A partir d'une distribution quelconque, on peut définir des moments caractéristiques :

- ✓ Le temps de séjour moyen

$$\langle t \rangle = \int_0^{\infty} t.E(t)dt = \mu_1 \quad \text{Équation I-21}$$

- ✓ La variance

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (t-t_s)^2 \cdot E(t) dt \quad \text{Équation I-22}$$

- ✓ Les moments d'ordre n

$$\mu_n = \int_0^{\infty} t^n \cdot E(t) dt \quad \text{Équation I-23}$$

## 4.2 Modèles d'écoulement de DTS dans les séchoirs

Dans les procédés de séchage, le modèle d'association de mélangeurs parfaits et le modèle piston-dispersion ont été largement utilisés pour représenter l'écoulement non-idéal dans une géométrie horizontale avec agitation [53-54]. Pour la modélisation de l'écoulement du sable dans un four rotatif, la fonction de DTS a été obtenue à partir du modèle piston-dispersion [55]. Des corrélations pour le temps de séjour moyen, le coefficient de dispersion et la masse retenue du matériau dans le four ont été proposées. Ces corrélations sont fonction des variables opératoires suivantes : le débit massique d'alimentation, les propriétés du matériau, la vitesse de rotation, la pente et la hauteur de la surverse du dispositif expérimental. Les auteurs ont constaté que le coefficient de dispersion est indépendant du débit d'alimentation et de la hauteur de la surverse.

Reyes et al. [56] ont modélisé l'écoulement dans un séchoir conductif agité par une série de mélangeurs parfaits. Le principe consiste à partager le volume total du séchoir continu en un nombre de cellules identiques parfaitement agitées. Pour le séchage d'une suspension d'hydrates de carbone, les auteurs ont utilisé le bleu de méthylène (un traceur colorant) pour déterminer la DTS de la suspension. Les valeurs des temps de séjour moyen déterminées sont raisonnables et liées à l'effet attendu des paramètres opératoires.

Dans une étude de séchage convectif en continu de la sciure de bois [57], la fonction de DTS a été obtenue à partir de deux modèles : modèle d'association de mélangeurs parfaits

avec un piston et modèle piston-dispersion. Pour les mesures de DTS, les auteurs ont injecté ‘par impulsion’ le Chlorure de Lithium ajouté à la sciure de bois dans le séchoir continu. Après la collecte des échantillons tracés à la sortie du séchoir, ces derniers sont ensuite dilués dans l’eau distillée pour la diffusion de LiCl. La concentration du Lithium est mesurée en utilisant une électrode sélective pour le Lithium préalablement calibrée avec solution de 6LiCl dans l’intervalle de concentration approprié. La modélisation de l’écoulement a montré que le mélangeur parfaitement agité décrit le mieux le séchoir convectif. Les auteurs recommandent d’utiliser LiCl comme traceur pour étudier l’écoulement de la sciure du bois lors du séchage.

Pour le séchage d’une suspension aqueuse d’oxyde de gadolinium [58], la DTS de la suspension  $Gd_2O_3$  (également connu sous le nom de Gadolinia) a été caractérisée en utilisant une technique nucléaire. L’isotope  $^{140}La$  d’oxyde de lanthane  $La_2O_3$  (également connu sous le nom de Lanthana) a été sélectionné traceur radioactif pour la suspension. L’émission des rayons gamma a fourni une détection expérimentale parfaite du matériel marqué. Le modèle d’association de mélangeurs en cascade agités décrit convenablement l’écoulement dans le séchoir et donne des résultats satisfaisants (Figure I-14).

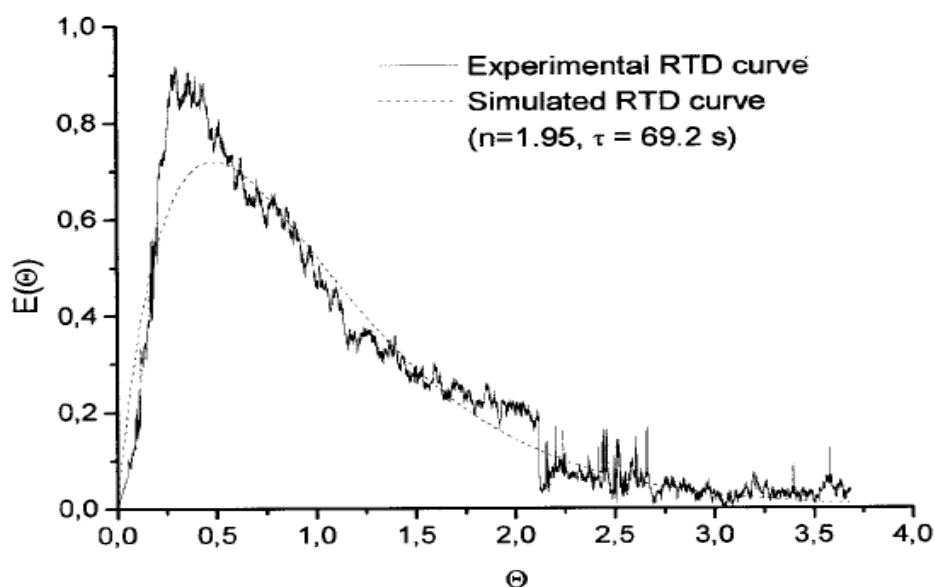


Figure I-14 : Courbes de DTS théorique et expérimentale pour le traçage d’une suspension d’oxyde de gadolinium [58].

Tacon et al. [59] ont étudié les effets des propriétés des pâtes sur la DTS dans un séchoir à pulvérisation. Le bleu de méthylène a été choisi pour marquer le matériau pâteux. A la sortie du séchoir, les échantillons de poudre sèche collectés ont été dilués dans l'eau et analysés dans un spectrophotomètre afin de mesurer la concentration en bleu de méthylène. La DTS a été décrite selon le modèle d'association de mélangeurs parfaitement agités. Il a été montré que le temps de séjour moyen dépend fortement de la teneur en solide de la pâte, de la tension superficielle et de la viscosité pendant le séchage. Les résultats obtenus donnent une bonne reproductibilité des courbes de DTS expérimentales et présentent une adéquation entre les résultats expérimentaux et calculés avec le modèle (Figure I-15). Cependant, des variations non significatives sur la forme des courbes de DTS ont été constatées. Ces variations ont été expliquées par la complexité de la mesure de DTS au cours de séchage induit du comportement de la pâte.

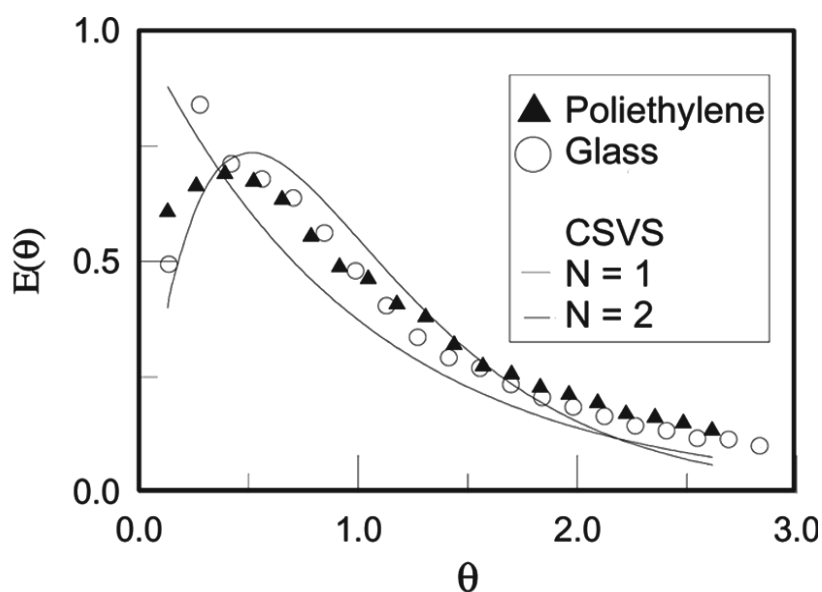


Figure I-15 : Courbes de DTS théorique et expérimental d'une pâte dans un séchoir à pulvérisation [59].

Stegowski et Furman [60] ont utilisé le modèle d'association de mélangeurs en cascade avec échange en vue de modéliser l'écoulement d'un concentré de cuivre dans un séchoir continu convectif tournant. Le principe du modèle consiste à relier chaque cellule parfaitement agitée à un autre module avec lequel il y a un échange lent de matière.



Les auteurs ont développé un traceur radioactif pour suivre la DTS lors du séchage du concentré de cuivre. Ils ont choisi l'isotope radioactif  $^{64}\text{Cu}$  comme traceur pour le cuivre  $^{63}\text{Cu}$ . Ce traceur a été obtenu par l'activation du concentré de cuivre dans un réacteur nucléaire. Les intensités de rayons gamma émis par le traceur ont été mesurées par des sondes placées à l'entrée, où l'injection 'impulsion' a lieu, et à la sortie du séchoir. Le séchoir a été représenté par deux mélangeurs parfaits, de temps de séjours moyens égaux à 20 et 42 min, et d'un retard pur de 40 min (écoulement piston). La première zone caractérisée par le plus long temps de séjour moyen (42 min) décrit l'écoulement du matériau collant aux parois internes du séchoir. La deuxième zone, plus éloignée des parois, est occupée par le matériau moins humide, comme il est en contact avec l'air chaud (850 °C) et ainsi plus rapidement transporté vers la sortie du séchoir. Les résultats obtenus sont en accord avec les résultats expérimentaux (Figure I-16).

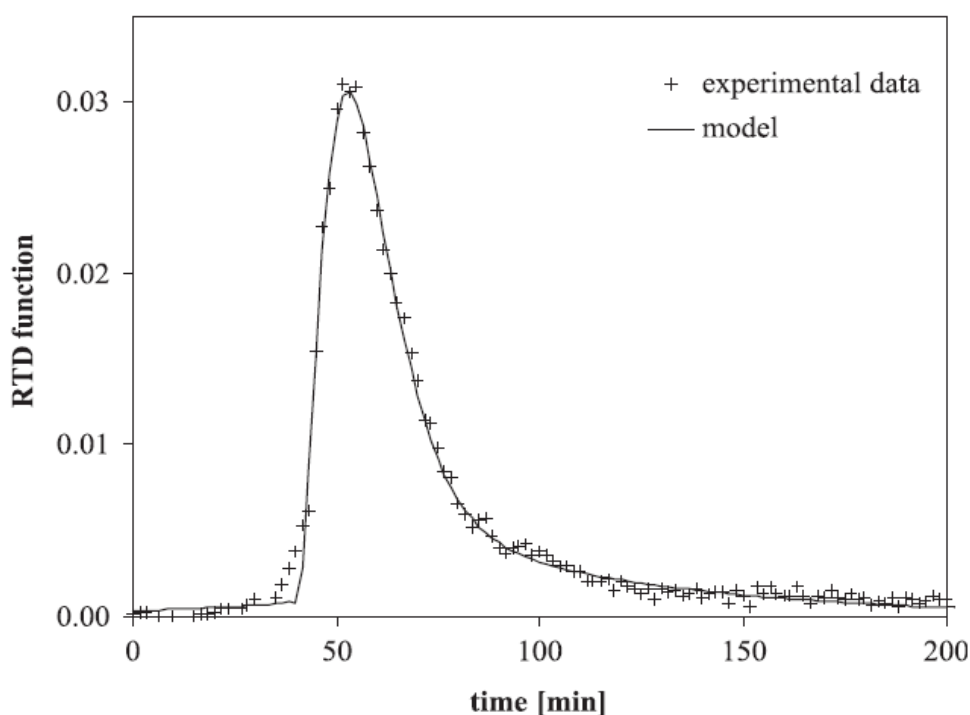


Figure I-16 : Evolution de DTS expérimentale et calculée d'un concentré de cuivre dans un séchoir rotatif tournant [60]

Renaud et al. [61] se sont intéressés à l'influence de la teneur en eau sur le temps de séjour moyen dans un séchoir direct continu rotatif (3 m de longueur et 0,31 m de diamètre). Afin de modéliser l'écoulement du solide humide, les auteurs ont utilisé le modèle modifié de Cholette-Cloutier présenté initialement par Duchesne [62] et puis étendu par Renaud [63]. Ce modèle est le même que le modèle de mélangeurs en cascade avec échange, il est bâti pour mieux représenter le comportement du matériau collant à la paroi. Le volume du matériau dans chaque cellule est divisé en deux zones : une zone 'active' qui contribue à l'écoulement du matériau tout au long du séchoir et une zone 'morte'. Pour mesurer les DTS et le temps de séjour moyen, un traceur a été développé en utilisant du nitrate de zinc. Lorsque le régime permanent est atteint, le traceur est injecté rapidement à l'entrée du séchoir rotatif. Les échantillons solides secs ont été collectés à la sortie du séchoir pendant 120 minutes. La concentration du zinc a été déterminée par une absorption atomique. Le modèle représente une bonne adéquation avec l'expérimentation (Figure I-17) et les courbes de DTS observées sur les séchoirs rotatifs industriels.

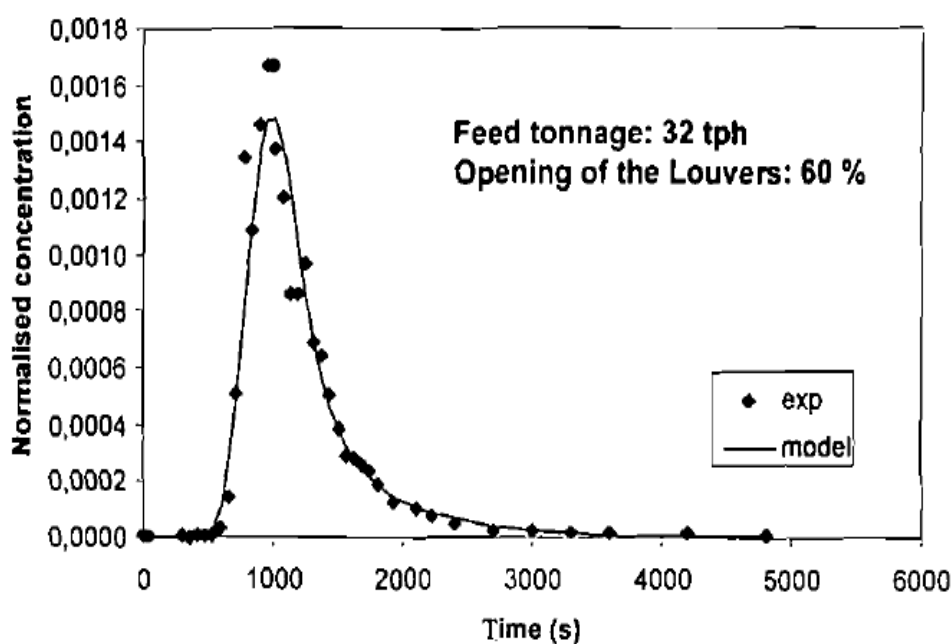


Figure I-17 : DTS calculée et expérimentale dans un séchoir rotatif continu [63].

La teneur en eau a un effet important sur le temps de séjour moyen dans le séchoir [61, 63]. Cela est dû à la consistance du matériau. Quand la structure est fluide, il s'écoule très

facilement. La diminution de la teneur en eau pendant le séchage rend le matériau collant et il a sensiblement plus de difficultés à se déplacer le long du séchoir. Pour la modélisation de la DTS, il a été suggéré que l'approche des mélangeurs parfaitement agités en cascade semble la plus adéquate. Pour corriger les défauts éventuels, ce modèle peut être rendu plus réaliste en incluant un piston ou bien un échange avec une zone stagnante ou morte.

Même si ces modèles d'écoulement classiques issus de la théorie de la DTS représentent bien l'écoulement dans le séchoir, ils sont limités pour rendre compte de ce qui se passe réellement au cours du séchage. Le traçage est également bien délicat dans ce genre de situation. Dans ces modèles, le système est considéré comme une boîte noire. Alors que, lors du séchage, les matériaux pâteux présentent une évolution structurelle fluide/pâte/poudre accompagnée par un changement de phase liquide/gaz. Ces phénomènes de transformation sont négligés dans les modèles d'écoulement classiques.

Face à cette problématique, il faut trouver un moyen de représenter l'écoulement de manière macroscopique qui tienne compte des phénomènes intervenant lors du séchage des pâtes, à savoir, les modifications structurelles et le changement de phase liquide/gaz.

### **4.3 Modèle stochastique markovien**

L'utilisation des modèles stochastiques basés sur des probabilités pour décrire des systèmes en écoulement et, en particulier leurs distributions de temps de séjour est bien développée depuis les années 60, mais reste méconnue en génie des procédés. Les efforts de modélisation stochastique en génie chimique se sont concentrés sur une variété de systèmes en écoulement continu [64-65], procédés avec des mélangeurs parfaitement agités [66], avec recirculation interne [67], avec diffusion [68], avec des réactions chimiques complexes [69-70], ou encore des procédés en régime transitoire [71-72].

L'objectif principal de ces travaux antérieurs était de démontrer l'application des modèles stochastiques pour résoudre les problèmes fondamentaux de génie chimique, et particulièrement la représentation des DTS.

Les modèles stochastiques présentent des avantages par rapport aux modèles de DTS classiques [73]. En particulier :

- ✓ les modèles stochastiques sont plus simples à développer ;
- ✓ ils peuvent être adaptés à de nouveaux systèmes, comme les systèmes granulaires ;
- ✓ la complexité d'un réseau d'association n'est pas un frein majeur au calcul.

En génie chimique, les modèles d'écoulement stochastiques peuvent être basés [74] sur :

- ✓ l'équation de Fokker-Planck
- ✓ la simulation de Monte-Carlo
- ✓ la théorie des chaînes de Markov.

Nous intéressons aux modèles d'écoulement basés sur la théorie des chaînes de Markov.

#### **4.3.1 Définitions et terminologies des chaînes de Markov**

Ce type de modélisation est relativement peu connu en génie des procédés, et reste marginal malgré les efforts continus de nombre de chercheurs [75]. La raison de cette méconnaissance relève du fait que la plupart des travaux sur la théorie des chaînes de Markov sont écrits pour des systèmes mathématiques et par des mathématiciens [76]. Avant d'être un outil applicable au génie des procédés, la théorie des chaînes de Markov a été en effet développée en tant qu'objet mathématique ayant pour cadre principal les probabilités et les statistiques.

Plusieurs systèmes ont la propriété suivante : si on connaît l'état présent d'un système, les états passés n'affectent pas la transition de l'état présent à l'état suivant (le futur état). Cette propriété particulière, qui décrit l'absence de mémoire d'un système, est appelée la propriété de Markov et les systèmes qui obéissent à cette propriété sont des chaînes de Markov ou des processus de Markov [77]. Le point clé de la théorie markovienne réside dans le fait que si nous connaissons l'état initial et l'état présent d'un système, il est possible de prédire l'état du système à n'importe quel instant [76].

Considérons qu'un système puisse être décrit physiquement par plusieurs cellules  $m$  connectées entre elles par des flèches qui représentent les probabilités de transitions entre les différentes cellules. Les cellules sont appelées les états du système. Pour représenter un procédé en fonctionnement continu, on suppose qu'il existe une sortie du système appelé l'état absorbant, et depuis laquelle aucune transition n'est possible. Pour bien expliciter et comprendre la théorie des chaînes de Markov, nous proposons une chaîne constituée de 4 cellules actives et d'un état absorbant (Figure I-18). Cette représentation de la chaîne est complète puisqu'elle contient tous les états possibles.

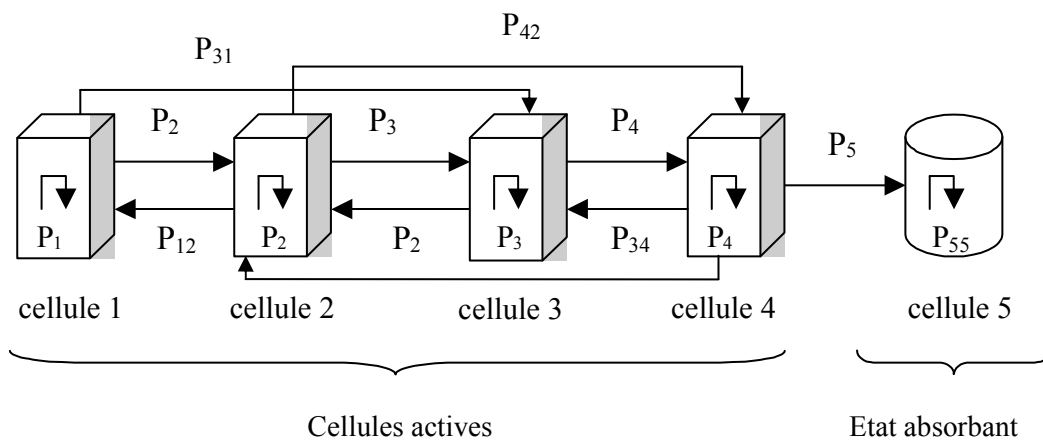


Figure I-18 : Chaîne de Markov considérée pour l'exemple développé.

Soit  $S^{(n)}$  le vecteur état représentant l'état de la chaîne à la transition  $n$  :

$$S^{(n)} = \begin{bmatrix} S_1^{(n)} \\ S_2^{(n)} \\ S_3^{(n)} \\ S_4^{(n)} \\ S_5^{(n)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation I-24}$$

$S_1^{(n)}$  est l'état de la 1<sup>ère</sup> cellule de la chaîne à la transition  $n$ .

Les probabilités  $P_{ij}$  de transitions de la cellule  $j$  à la cellule  $i$  sont regroupées dans la matrice  $P$  donnée sous la forme suivante :

$$P^{(n)} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & P_{13}^{(n)} & P_{14}^{(n)} & P_{15}^{(n)} \\ P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)} & P_{23}^{(n)} & P_{24}^{(n)} & P_{25}^{(n)} \\ P_{31}^{(n)} & P_{32}^{(n)} & P_{33}^{(n)} & P_{34}^{(n)} & P_{35}^{(n)} \\ P_{41}^{(n)} & P_{42}^{(n)} & P_{43}^{(n)} & P_{44}^{(n)} & P_{45}^{(n)} \\ P_{51}^{(n)} & P_{52}^{(n)} & P_{53}^{(n)} & P_{54}^{(n)} & P_{55}^{(n)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation I-25}$$

La matrice  $P^{(n)}$  est une matrice  $m \times m$  (dans cet exemple  $m = 5$ ),  $i$  et  $j$  sont des états quelconques du processus markovien.

Chaque colonne  $j$  de la matrice doit obéir à la condition de normalisation (condition de continuité), c'est-à-dire que la somme des probabilités dans la colonne  $j$  doit être égale à 1 :

$$\sum_{i=1}^5 P_{ij} = 1, \quad j=1, 2, \dots, 5 \quad \text{Équation I-26}$$

L'évolution du système est contrôlée par la matrice de transition  $P^{(n)}$ . Ainsi, la distribution du système après  $(n+1)$  transitions est calculée sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} S_1^{(n+1)} \\ S_2^{(n+1)} \\ S_3^{(n+1)} \\ S_4^{(n+1)} \\ S_5^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & P_{13}^{(n)} & P_{14}^{(n)} & P_{15}^{(n)} \\ P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)} & P_{23}^{(n)} & P_{24}^{(n)} & P_{25}^{(n)} \\ P_{31}^{(n)} & P_{32}^{(n)} & P_{33}^{(n)} & P_{34}^{(n)} & P_{35}^{(n)} \\ P_{41}^{(n)} & P_{42}^{(n)} & P_{43}^{(n)} & P_{44}^{(n)} & P_{45}^{(n)} \\ P_{51}^{(n)} & P_{52}^{(n)} & P_{53}^{(n)} & P_{54}^{(n)} & P_{55}^{(n)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_1^{(n)} \\ S_2^{(n)} \\ S_3^{(n)} \\ S_4^{(n)} \\ S_5^{(n)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation I-27}$$

Pour simplifier le système, nous supposons que seules les transitions entre cellules adjacentes sont possibles. Ainsi, la matrice de transition  $P^{(n)}$  se réduit à :

$$P^{(n)} = \begin{bmatrix} P_{11}^{(n)} & P_{12}^{(n)} & 0 & 0 & 0 \\ P_{21}^{(n)} & P_{22}^{(n)} & P_{23}^{(n)} & 0 & 0 \\ 0 & P_{32}^{(n)} & P_{33}^{(n)} & P_{34}^{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & P_{43}^{(n)} & P_{44}^{(n)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{54}^{(n)} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Équation I-28}$$

La détermination de l'état du système, à n'importe quelle transition, nécessite la connaissance de l'état initial du système. Supposons, qu'à un instant  $t_0$ , le système a une entrée sous forme d'une alimentation instantanée dans la 1<sup>ère</sup> cellule. Le vecteur d'état initial  $S_0^{(0)}$  du système s'écrit sous la forme :

$$S_0^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Équation I-29}$$

Après une transition ( $n=1$ ), la distribution du système est :

$$S^{(1)} = P^{(n)} * S_0^{(0)} \quad \text{Équation I-30}$$

Après ( $n+1$ ) transitions, le vecteur ligne de l'état du système s'écrit :

$$S^{(n+1)} = P^{(n)} * S^{(n)} \quad \text{Équation I-31}$$

Avec une alimentation continue à la première cellule, il faut tenir compte du vecteur d'alimentation  $S_0^{(n)}$  pour déterminer l'évolution du système. Dans ce cas, la distribution du système après ( $n+1$ ) transitions est donnée par :

$$S^{(n+1)} = P^{(n)} * [S^{(n)} + S_0^{(n)}] \quad \text{Équation I-32}$$

Si les probabilités de transitions sont indépendantes des transitions, la matrice sera constante et le processus est linéaire. Dans ce cas, la chaîne de Markov est homogène et l'équation du système est donnée par :

$$S^{(n+1)} = P * S^{(n)} \quad \text{Équation I-33}$$

### 4.3.2 Application à la détermination de la DTS

La majorité des modèles d'écoulement stochastique publiés dans la littérature sont basés sur la théorie des chaînes de Markov [66, 73]. Fan et al. [78] ont développé un modèle markovien pour simuler les courbes de DTS de n'importe quel réseau composé de réacteurs idéaux. Ce travail est de grand intérêt, car il permet l'obtention des courbes de DTS dans des cas où la connaissance des expressions analytiques des DTS est ardue ou impossible. Dans ce travail, les auteurs ont montré que l'on pouvait déterminer les expressions du temps de séjour moyen et de la variance de la DTS à partir de la théorie de chaînes de Markov.

En injectant un traceur instantanément à l'entrée du système précédent, la première molécule de traceur apparaît à la sortie après (m-1) transitions ou après un temps de (m-1)\*Δt, Δt étant le temps nécessaire à une transition. Chaque molécule de traceur va apparaître par la suite à la sortie, à des temps plus ou moins différents.

La courbe de DTS se traduit directement des états du système par :

$$E(n) = S_m^{(n)} - S_m^{(n-1)} \quad \text{Équation I-34}$$

A partir de la courbe de DTS obtenue depuis le modèle markovien, il est facile de déduire les deux premiers moments de la DTS, tel que :

$$\text{Le temps de séjour moyen : } \langle n \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} n * E(n) \quad \text{Équation I-35}$$



La variance :

$$\sigma^2 = \sum_{n=1}^{\infty} [n - \langle n \rangle]^2 * E(n) \quad \text{Équation I-36}$$

### 4.3.3 Exemples de modèle markovien

Un exemple simple d'une chaîne de Markov est représenté sur la Figure I-19 par son diagramme de transition entre états. Ce modèle a été développé par Harris et al. [73] pour simuler les courbes de DTS dans un lit fluidisé. Il donne accès à la distribution d'un traceur en fonction du temps et dépend directement des probabilités de transitions [73]. Les probabilités sont reliées au temps et dépendent d'un ou plusieurs paramètres :

$$P_{ji} \approx \lambda_{ji} \Delta t \quad \text{Équation I-37}$$

$$P_{ii} \approx 1 - \sum_{ji} \lambda_{ji} \Delta t \quad \text{Équation I-38}$$

Le temps de séjour s'écrit :

$$\mu_1 = \frac{1}{\sum_{i \neq j} \lambda_{ji}} \quad \text{Équation I-39}$$

Les probabilités de transition, peuvent être définies comme :

$$P_{ji} = \frac{\lambda_{ji}}{\sum_{i \neq j} \lambda_{ji}} \quad \text{Équation I-40}$$

Les valeurs des probabilités de transition ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  et  $\epsilon$ ) sont les mêmes pour chaque paire de cellules du modèle, à l'exception de celles de 1<sup>er</sup> et n<sup>ième</sup> cellules qui doivent être différentes pour satisfaire la condition de continuité (c'est-à-dire la somme des probabilités dans chaque cellule égale à 1). Le nombre de cellules et la matrice de transition sont les seuls paramètres ajustables du modèle. La matrice des probabilités de transition a six éléments ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha_n$  et  $\beta_n$ ) indépendants, elle s'écrit sous la forme suivante :

$$P = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & \beta & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & \varepsilon & \gamma & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta & \varepsilon & 0 & \dots & \dots & \beta & 0 & 0 \\ \dots & \alpha & \dots & \varepsilon & \dots & \dots & \gamma & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \varepsilon & \beta_n & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & \varepsilon_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_n & \varepsilon_{n+1} \end{bmatrix}$$

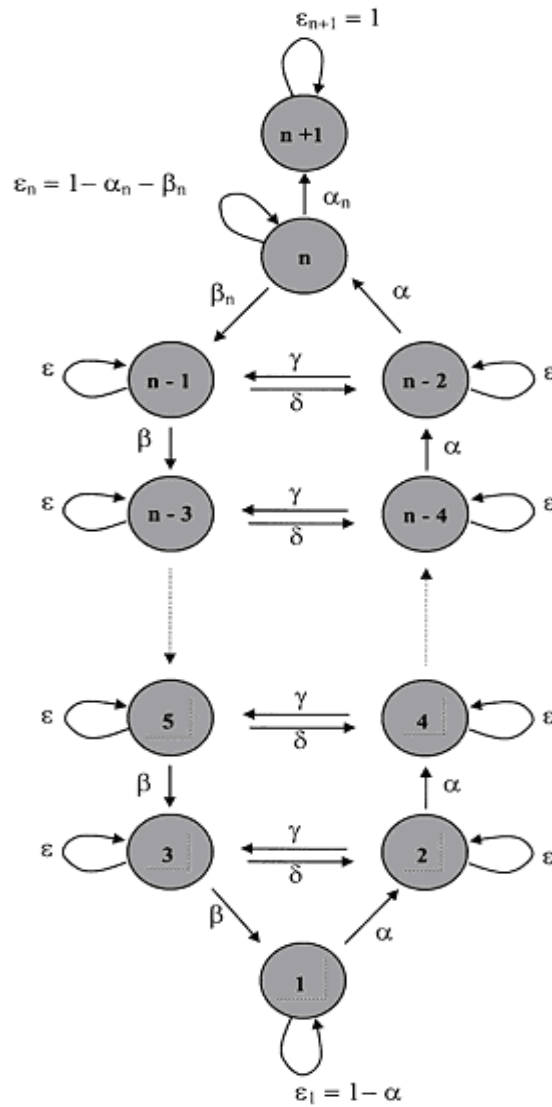


Figure I-19 : Diagramme de modèle markovien continu pour un lit fluidisé [73]

Le modèle développé par Harris et al. [73] représenté dans cet exemple décrit l'écoulement dans un lit fluidisé. Les modèles markoviens sont aussi appliqués pour des systèmes plus complexes pour décrire l'écoulement et les transformations dans le système. Ces dernières années, plusieurs travaux de recherche en génie des procédés font appel à cette approche stochastique qui est plus simple et flexible.

Les chaînes de Markov fournissent un outil de modélisation permettant une description réelle et satisfaisante des procédés de broyage et de classification. Elles ont été appliquées avec succès par plusieurs auteurs [76-77, 79-83].

La cinétique de broyage a été modélisée par les chaînes de Markov multidimensionnelles [81]. Le modèle décrit les deux dimensions du procédé : le broyage des particules d'une classe de taille de particule à une autre classe différente et leur écoulement. L'écoulement des particules est représenté par une chaîne 1D à  $m$  cellules. Dans ce réseau de cellules, les particules peuvent transiter d'une chaîne à l'autre suite au broyage, et d'une cellule à l'autre par l'écoulement. Le diagramme global du modèle est représenté sur la Figure I-20. Il montre toutes les transitions possibles entre les cellules voisines et les chaînes parallèles. Une particule peut occuper une cellule quelconque du réseau avec une certaine probabilité [84]. Les résultats numériques montrent que l'approche markovienne décrit convenablement la réalité physique du procédé.

Une nouvelle approche a ensuite été développée et généralisée pour le procédé de broyage avec classification [85]. Par rapport au modèle précédent, une ou plusieurs matrices colonnes ont été rajoutées à la sortie du broyeur. Elles permettent de décrire l'efficacité et la qualité du classificateur qui dirige les particules selon leurs tailles, les tailles fines vers la sortie et les grandes tailles pour être broyées à nouveau. Habituellement, les grosses particules sont dirigées à l'entrée du broyeur, mais cette étude a montré que, selon l'efficacité du classificateur, elles peuvent être dirigées à n'importe quelle position du broyeur pour obtenir un meilleur produit plus fin. Afin de tenir compte du débit d'alimentation, une nouvelle approche a été élaborée pour décrire l'efficacité du classificateur [80].

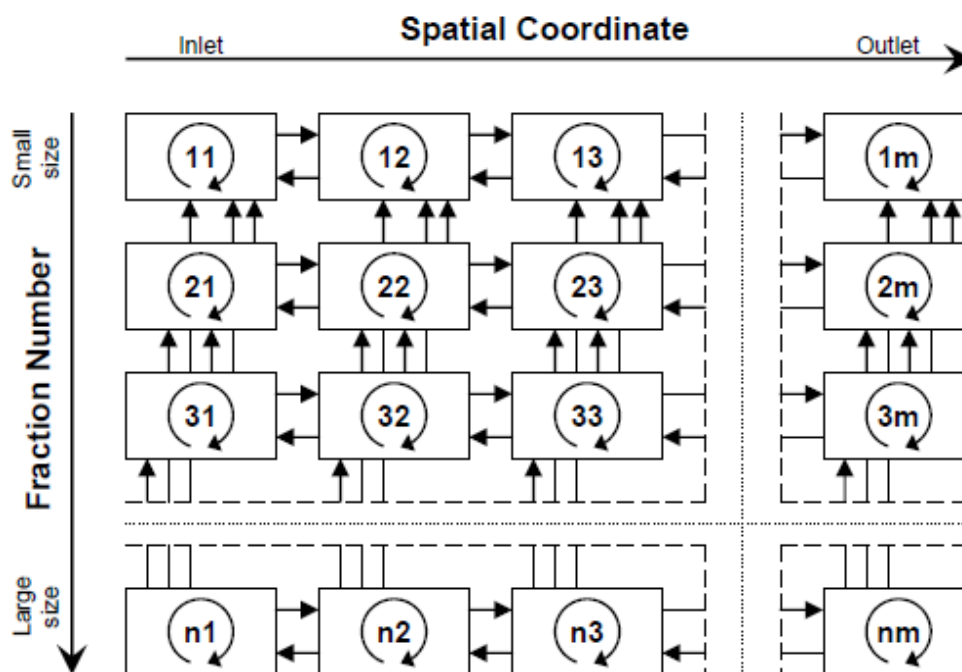


Figure I-20 : Model de Markov développé pour le procédé de broyage [81].

Dans les années 80, Too et al. [86] ont adopté l'approche markovienne, pour simuler la dynamique des réactions complexes dans un réacteur chimique continu sans faire appel à la résolution des équations différentielles régissant le fonctionnement du réacteur. Les résultats de cette approche sont en bon accord avec ceux issus d'une approche déterministe qui nécessite la résolution des équations différentielles, comme le montre par exemple la Figure I-21 pour une réaction du premier ordre. Les travaux ont montré que ce modèle peut être appliqué à des réacteurs, continus [86-87] ou batch [87], en présence de réactions chimiques complexes, qui ne peuvent pas être manipulées facilement par des approches déterministes.

La théorie des chaînes de Markov a été aussi utilisée pour décrire la conduction de la chaleur dans une particule sphérique lorsque celle-ci est soumise à un chauffage accompagné par des réactions exo ou endothermique [88]. Puis, cette approche a été appliquée avec succès pour étudier le procédé de filtration [89]. Le modèle est non-linéaire puisque quand la masse du gâteau est égale à la masse limite d'une cellule, celle-ci est considérée bloquée et les transitions vers cette cellule sont interdites.

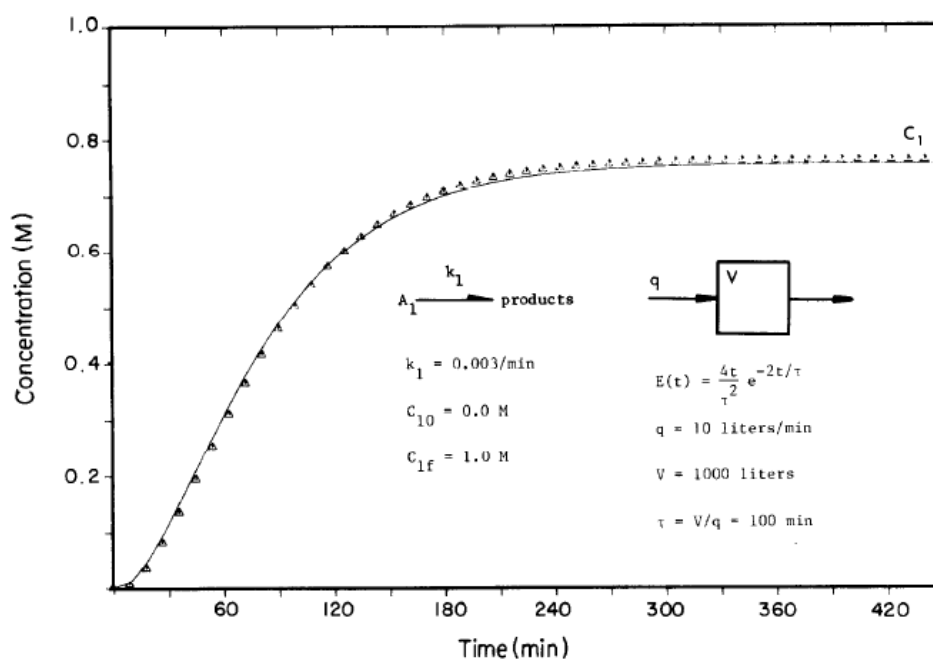


Figure I-21 : Comparaison des concentrations calculées par modèle de Markov et celles obtenues à partir d'un modèle déterministe pour une réaction chimique de premier ordre dans un réacteur continu [86].

D'autres phénomènes physiques plus complexes et non-linéaires ont été décrits à l'aide de la théorie de chaîne de Markov [90-91]. Le modèle permet de décrire le chauffage et la transformation de phases réversibles fusion-solidification d'une tige chauffée par une source de chaleur [90]. Il a été montré que cette transformation dépend de la vitesse et de la trajectoire de la source de chaleur. Pour certaines vitesses et trajectoires, la tige ne peut pas être fondue complètement. Le modèle markovien a été utilisé pour décrire un phénomène similaire mais sous une source de chaleur à haute température [91].

Tous ces modèles montrent la capacité de l'approche stochastique des chaînes de Markov, à décrire les phénomènes physiques intervenant dans un procédé donné. Il est capable de représenter à la fois l'écoulement dans un procédé et les transformations qui peuvent y avoir lieu.

## 5 Conclusion

Dans la première partie de cette étude bibliographique, nous nous sommes intéressés aux travaux sur le séchage conductif. Nous avons constaté que la littérature concernant le séchage conductif avec agitation des matériaux pâteux est pauvre. Les lacunes de la littérature concerne notamment la détermination du coefficient d'échange à la paroi. Dans ce cas précis, la théorie de la pénétration initialement développée pour les matériaux granulaires permet de déterminer le coefficient d'échange à la paroi.

Différentes définitions des pâtes et des milieux pâteux ont été proposées. Cette partie nous a permis de distinguer entre les différents milieux pâteux.

La littérature concernant l'écoulement dans les séchoirs fait apparaître plusieurs approches pour modéliser l'écoulement : modèle des mélangeurs parfaits, modèle des mélangeurs parfaits avec piston, modèle piston-dispersion, modèle de mélangeurs parfaits avec échange. Bien que ces modèles d'écoulement issus de la théorie de la DTS soient capables de représenter l'écoulement, ils sont limités pour rendre compte de l'évolution structurale au cours du séchage. Par ailleurs, la littérature a montré que les modèles markoviens sont capables de décrire l'écoulement et les transformations dans un procédé donné. Par conséquent, l'approche markovienne considérant l'écoulement/transformation semble adaptée à notre situation pour répondre à la problématique.

Dans la suite de ce travail, nous allons nous baser sur les principes et les différentes notions et définitions présentées dans ce chapitre pour modéliser le procédé de séchage conductif continu et l'écoulement dans le séchoir.

---

**Chapitre II**      *DEVELOPPEMENT D'UN MODELE MARKOVIEN*  
*DU SECHAGE CONTINU*

---

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, un modèle Markovien sera développé dans le but de modéliser un séchoir conductif agité. Il s'agit d'un modèle stochastique basé principalement sur des probabilités de transition, qui permet de décrire d'une manière simple le procédé de séchage par contact avec agitation. Il permettra de déterminer, entre autres, les profils de teneur en eau et la distribution des temps de séjour dans le séchoir.

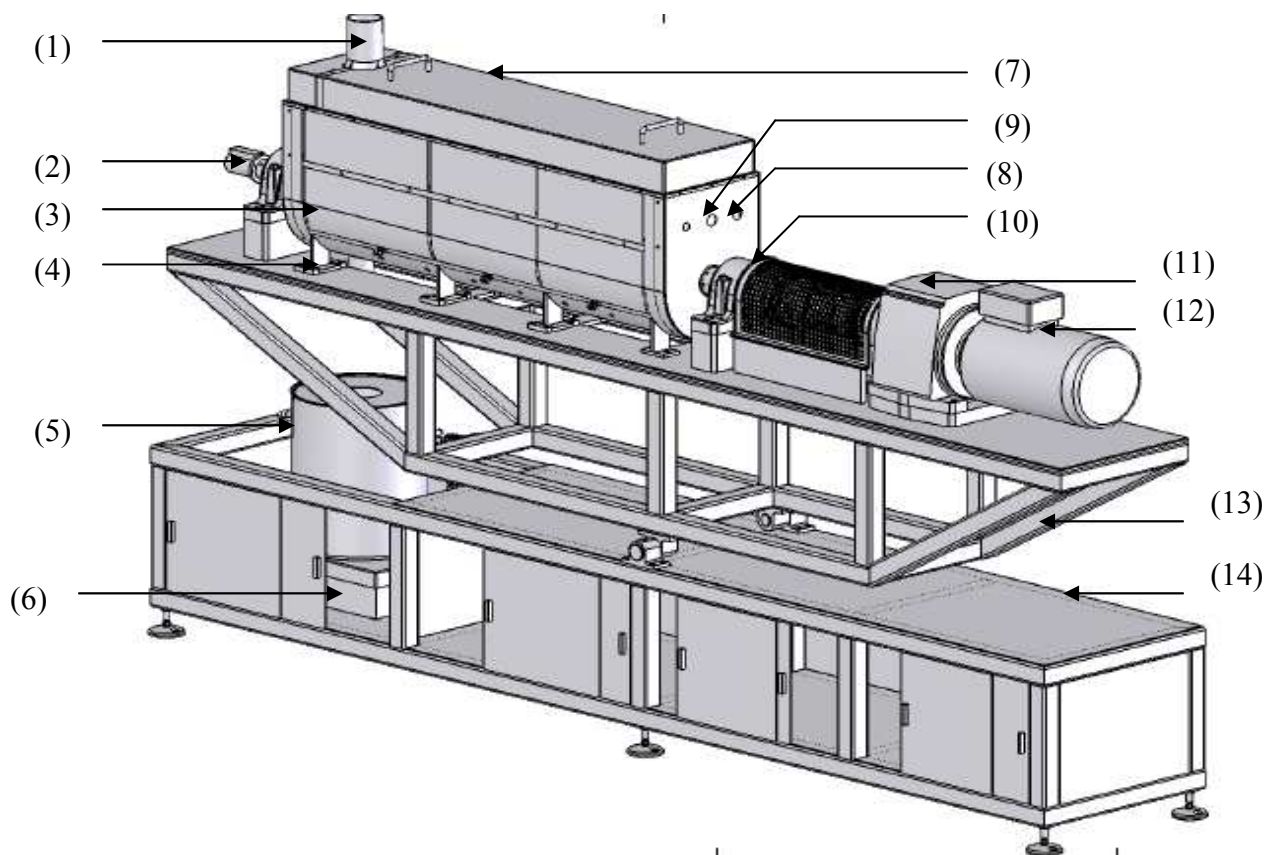
Ce modèle se base sur un appareil pilote que l'on décrira dans la première partie de ce chapitre. Puis, le modèle développé sera présenté en partant d'une représentation mathématique de l'écoulement et des transferts avec les chaînes de Markov.

## 2 Configuration physique

Le corps du séchoir continu servant de base pour le modèle markovien est schématisé sur la Figure II-1. Cet appareil, dont l'inclinaison par rapport à l'horizontale peut varier de  $-5^\circ$  à  $+5^\circ$ , est constitué :

- ✓ d'une trémie d'alimentation et d'une trémie de réception ;
- ✓ d'un circuit de gaz de balayage ;
- ✓ d'un stator externe de longueur 1 m ;
- ✓ d'un mobile d'agitation.





(1) Evacuation de la vapeur, (2) Collecteur tournant, (3) Auge, (4) Surverse, (5) Trémie de réception, (6) Balance, (7) Capot étanche, (8) Entrée de produit, (9) Entrée de vapeur, (10) Couplemètre, (11) Réducteur, (12) Moteur, (13) Support pour régler l'inclinaison, (14) Armoire de rangement.

Figure II-1 : Séchoir continu servant de base au modèle Markovien

L'enveloppe externe est constituée d'une auge en U (de diamètre intérieur 16 cm et de hauteur 32 cm) et d'un capot. L'auge est décomposée en trois zones d'égales longueurs et est chauffée par des résistances électriques, situées dans l'enveloppe interne de l'auge. Chacune des zones peut être chauffée jusqu'à une température de 180°C et la densité de flux de chaleur maximale échangée à la paroi côté produit est de  $6.10^4 \text{ W.m}^{-2}$ . Côté alimentation, l'auge a deux entrées : une reliée à la trémie d'alimentation en produit et l'autre permettant l'injection de vapeur d'eau surchauffée ou d'azote. Côté sortie, une surverse réglable permet de contrôler le niveau de remplissage du séchoir et donc le temps

de passage du produit dans le séchoir. L'auge est fermée par un capot étanche et chauffé (pour éviter les problèmes de condensation) jusqu'à une température maximale de 180°C. Ce capot est percé, du côté de la surverse, pour permettre l'évacuation des buées. Pour limiter les pertes thermiques vers l'extérieur, l'ensemble est calorifugé.

Pour pouvoir échantillonner le produit sur toute la longueur du séchoir, des trappes sont usinées sur le capot. Des hublots en verre sécurit permettent d'observer l'intérieur du séchoir.

La trémie de réception est posée sur une balance de portée 25 kg, qui sert à mesurer la masse du produit sec à la sortie du séchoir.

Le mobile d'agitation, schématisé sur la Figure II-2, est composé d'un rotor sur lequel sont fixées des pâles dont la position le long du rotor est réglable grâce à des bagues. Le rotor est entraîné en rotation par un moteur asynchrone (d'une puissance 2,5 kW) à variateur de fréquence, qui permet de maintenir une vitesse de rotation constante comprise entre 0 et 60  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ . Associé au moteur, un couplemètre enregistre les efforts mécaniques sur l'arbre. Compte tenu de la longueur du pilote de séchage et des dimensions des pâles, le nombre de pâles d'agitation est fixé à 9.

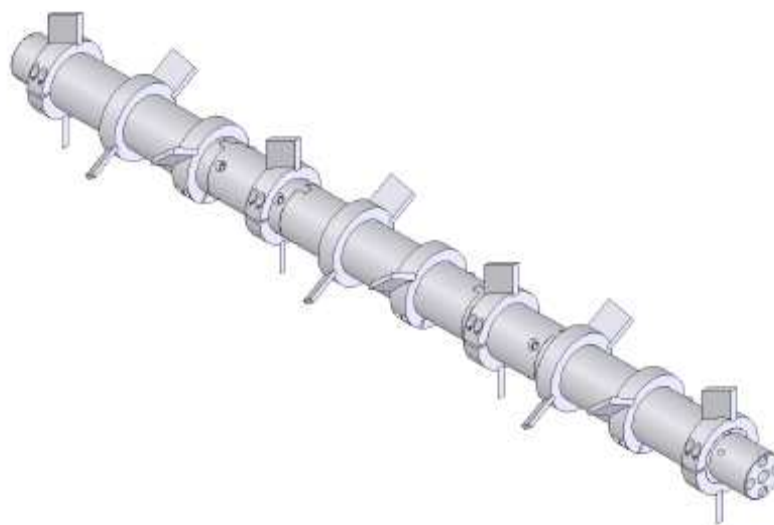


Figure II-2 : Schéma du mobile d'agitation (rotor et pâles)

Tout comme l'auge, le rotor est chauffé par des résistances électriques. Il est décomposé en trois zones d'égales longueurs situées en vis à vis des trois zones de l'auge du séchoir. Chacune d'elles peut être chauffée jusqu'à une température maximale de 180°C et la densité de flux de chaleur maximale échangée à la paroi est de  $10^5 \text{ W.m}^{-2}$ .

Dans le procédé de séchage par contact avec agitation, le matériau pâteux subit une évolution structurelle. Lors de son introduction dans le séchoir, il devient fluide sous l'effet de l'agitation et de l'élévation de température. Ensuite, il devient collant, c'est ce que nous appellerons 'structure pâteuse'. Puis, la pâte est divisée pour former des grains, secs à la sortie du séchoir.

### 3 Développement d'un modèle markovien

Le principe consiste à décomposer le volume du séchoir en deux chaînes parallèles contenant un nombre fini 'm' de cellules (Figure II-3). Les cellules ont la même longueur  $\Delta x$  et leur nombre correspond au nombre de pâles fixées sur le mobile d'agitation (9 dans le cas considéré). Le nombre de cellules ne constitue donc pas un paramètre ajustable du modèle pour le séchoir considéré.

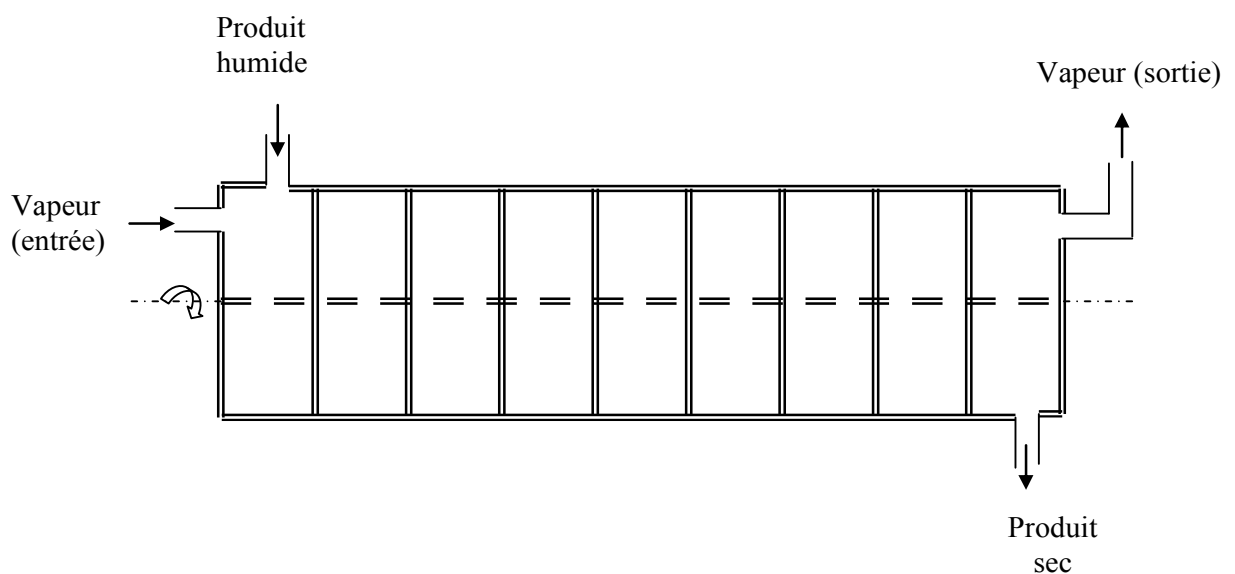


Figure II-3: Configuration générale du séchoir continu à modéliser

### 3.1 Structure du modèle de cellules

La vapeur et le produit humide sont les deux flux circulants dans le séchoir. Leur écoulement est représenté par deux chaînes parallèles (Figure II-4), une correspondant à la vapeur d'eau surchauffée, et une autre correspondant au produit humide. Cette figure représente tous les flux circulants dans le séchoir. Chaque chaîne est constituée de 9 cellules et d'un état absorbant représenté par la 10<sup>ème</sup> cellule qui correspond à la sortie du séchoir.

Les cellules axiales sont interconnectées par les flux de chaleur et de matière qui sont échangés entre les cellules. Dans le plan vertical, les cellules sont reliées entre elles par les flux de chaleur et de matière échangés entre les chaînes vapeur/produit.

Nous supposons que :

- ✓ Le régime permanent est atteint ;
- ✓ Toutes les cellules du réseau sont parfaitement agitées.

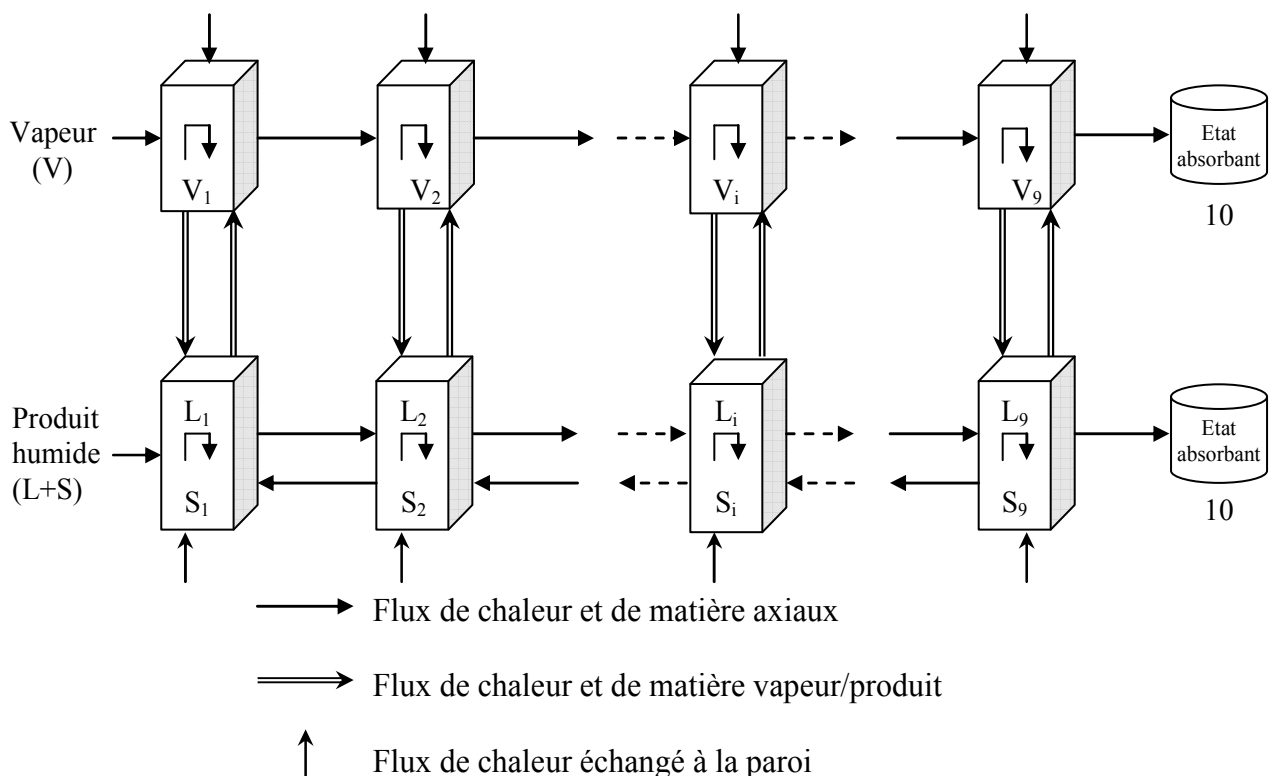


Figure II-4 : Modèle cellulaire général pour un séchoir conductif agité de 9 cellules

Le produit humide contient deux constituants, l'eau sous forme liquide et le solide sec. Ces deux constituants n'éprouvent pas de transitions similaires, puisque l'eau liquide s'évapore le long du séchoir. Ceci conduit à décomposer la chaîne du produit humide en deux chaînes superposées, une pour l'eau et la seconde pour la matière sèche.

### 3.2 Modèle markovien unidimensionnel pour le solide sec

L'écoulement du solide sec est représenté par une chaîne de 9 cellules et d'un état absorbant. Pour mieux présenter les échanges entre les cellules, nous supposons une chaîne de 4 cellules (Figure II-5) reliées entre elles par un courant d'échange axial symbolisé par le coefficient de recirculation interne 'R<sub>i</sub>'.

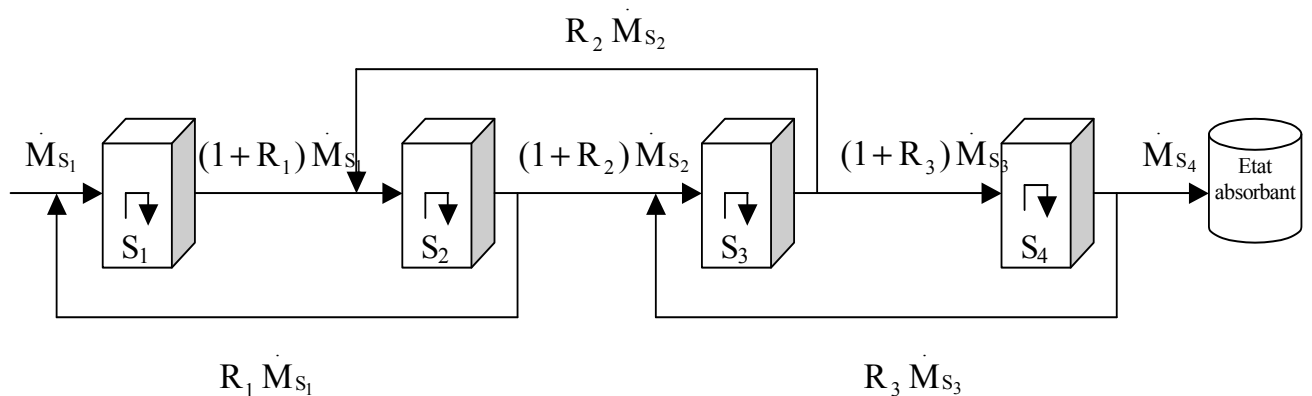


Figure II-5 : représentation d'une chaîne 1D de 4 cellules.

Le coefficient de la recirculation interne est défini comme le rapport de débit massique recirculé sur le débit massique entrant. Il est variable sur le réseau de cellules.

On note  $\dot{M}_s$  le débit massique de solide. Les bilans matières sur les différentes cellules sont exprimés sous formes suivantes :

- Cellule S<sub>2</sub>

$$(1 + R_1) \dot{M}_{S_1} + R_2 \dot{M}_{S_2} = (1 + R_2) \dot{M}_{S_2} + R_1 \dot{M}_{S_1}$$

$$\Rightarrow \dot{M}_{S_1} = \dot{M}_{S_2}$$

- Cellule  $S_3$

$$(1 + R_2) \dot{M}_{S_2} + R_3 \dot{M}_{S_3} = (1 + R_3) \dot{M}_{S_3} + R_2 \dot{M}_{S_2}$$

$$\Rightarrow \dot{M}_{S_2} = \dot{M}_{S_3}$$

- Cellule  $S_4$

$$(1 + R_3) \dot{M}_{S_3} = \dot{M}_{S_4} + R_3 \dot{M}_{S_3}$$

$$\Rightarrow \dot{M}_{S_3} = \dot{M}_{S_4}$$

D'après ces bilans, le débit du solide sec est constant sur tout le réseau de cellules. Le diagramme de la chaîne du solide 1D composé de 9 cellules est présenté sur la Figure II-6. Les probabilités de transition entre les cellules sont gouvernées par  $R_i$  qui interviendra dans leur définition.

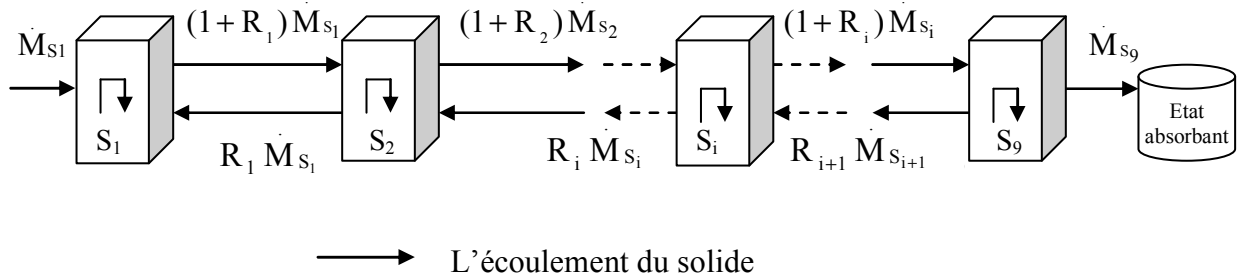


Figure II-6 : Modèle markovien unidimensionnel constitué de 9 cellules et d'un état absorbant pour la chaîne du solide.

Observons ce réseau de cellules pendant une transition de durée  $\Delta t$ . La construction du modèle impose qu'une particule solide peut rester dans la cellule  $S_i$  ou bien passer aux cellules voisines  $S_{i+1}$  ou  $S_{i-1}$ .

Soit  $\tau_{S_i}$  le temps de passage dans la cellule  $S_i$ , il est défini par :

$$\tau_{S_i} = \begin{cases} \frac{M_{S_i}}{(1+2R_i)M_{S_i}} & 2 \leq i \leq 8 \\ \frac{M_{S_i}}{(1+R_i)M_{S_i}} & i=1 \text{ ou } i=9 \end{cases} \quad \text{Équation II-1}$$

$M_{S_i}$  la masse retenue dans la cellule  $i$ .

La probabilité qu'ont les particules solides de rester dans la cellule  $S_i$  durant  $\Delta t$  dépend de  $\tau_{S_i}$ , est définie [78] :

$$p_{ii}^{(S)} = \exp\left[-\frac{\Delta t}{\tau_{S_i}}\right] \quad \text{Équation II-2}$$

On conserve le même raisonnement pour déterminer les probabilités de rester dans une cellule quelconque du réseau, à l'exception de l'état absorbant (cellule n°10) où la probabilité est égale à 1 ( $p_{10\ 10}^{(S)} = 1$ ).

Les autres transitions de la cellule ' $i$ ' vers une autre cellule ' $j$ ' du réseau font intervenir un coefficient de débit  $a_{ji}^{(S)}$  :

$$p_{ji}^{(S)} = a_{ji}^{(S)} \left(1 - \exp\left[-\frac{\Delta t}{\tau_{S_i}}\right]\right) \quad \text{Équation II-3}$$

Où  $a_{ji}^{(S)}$  est le rapport entre le débit portant le solide de la cellule ' $S_i$ ' à la cellule ' $S_j$ ' au débit total sortant de la cellule  $S_i$ . Il est aisé de démontrer

$$\text{que : } a_{ji}^{(S)} = \begin{cases} \frac{1+R_i}{1+2R_i} & (2 \leq i \leq 8 \text{ et } j = i+1) \\ \frac{R_i}{1+2R_i} & (2 \leq i \leq 8 \text{ et } j = i-1) \end{cases} \quad \text{Équation II-4}$$

Ainsi toutes les probabilités de transition d'une cellule à une autre sont déterminées à partir de cette formule générale à l'exception de :

- La probabilité de transition de la 1<sup>ère</sup> cellule à la 2<sup>ème</sup> cellule :

$$p_{21}^{(S)} = \left( 1 - \exp \left[ - \frac{\Delta t}{\tau_{s1}} \right] \right) \quad \text{Équation II-5}$$

$$\text{Puisque } a_{21}^{(S)} = \frac{(1 + R_1) M_{s1}}{(1 + R_1) M_{s1}} = 1 \quad \text{Équation II-6}$$

- La probabilité de transition de l'état absorbant à la 9<sup>ème</sup> cellule :

$$p_{910}^{(S)} = 0$$

- La probabilité de transition de la 9<sup>ème</sup> cellule à l'état absorbant :

$$p_{109}^{(S)} = \frac{1}{1 + R_9} \left( 1 - \exp \left[ - \frac{\Delta t}{\tau_{s9}} \right] \right) \quad \text{Équation II-7}$$

$$\text{Puisque } a_{109}^{(S)} = \frac{M_{s9}}{(1 + R_9) M_{s9}} = \frac{1}{1 + R_9} \quad \text{Équation II-8}$$

Les probabilités de transitions sont ensuite placées dans la matrice de transition du solide sec  $P^{(S)}$  selon les règles classiques d'écriture de matrice.

Dans le cas présent,  $P^{(S)}$  est une matrice tridiagonale 10x10. Les probabilités de rester dans une cellule donnée se retrouvent sur la diagonale principale. Les probabilités de passer aux



cellules suivantes et aux cellules précédentes sont respectivement placées au-dessous et au-dessus de la diagonale principale.

$$P^{(S)} = \begin{bmatrix} p_{11}^{(SS)} & p_{21}^{(SS)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_{21}^{(SS)} & p_{22}^{(SS)} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & p_{32}^{(SS)} & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & p_{i-1i}^{(SS)} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & p_{ii}^{(SS)} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & p_{i+1i}^{(SS)} & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & p_{78}^{(SS)} & 0 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & p_{88}^{(SS)} & p_{89}^{(SS)} & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & p_{98}^{(SS)} & p_{99}^{(SS)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{109}^{(SS)} & 1 \end{bmatrix}$$

### 3.3 Modèle markovien bidimensionnel pour l'eau

Le transport de l'eau dans le séchoir est représenté par deux chaînes parallèles, une correspondant à l'eau sous forme liquide et une autre correspondant à l'eau sous forme vapeur. Chacune de ces chaînes est composée de 9 couples de cellules et d'un couple d'états absorbants.

Les deux chaînes sont reliées entre elles par la quantité d'eau transférée de la chaîne liquide à la chaîne vapeur. Les cellules de la chaîne liquide sont reliées entre elles par le coefficient de recirculation interne  $R_i$ , que l'on supposera identique à celui qui lie les cellules du solide sec.

Pour simplifier la représentation de la chaîne bidimensionnelle, nous supposons une chaîne homogène contenant 4 couples de cellules et un couple d'état absorbant (Figure II-7). Sur cette figure, la recirculation interne est constante sur tout le réseau de cellules.

Les bilans matières sur les cellules de l'eau liquide sont définis par :

- Cellule  $L_1$  :

$$\dot{M}_{L_1} + R(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1}) = (1 + R)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1}) + \dot{M}_{Evap_1}$$

- Cellule  $L_2$  :

$$(1 + R)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1}) + R(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2}) = (1 + R)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2})$$

$$+ R(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1}) + \dot{M}_{Evap_2}$$

- Cellule  $L_3$

$$(1 + R)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2}) + R(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2} - \dot{M}_{Evap_3}) =$$

$$(1 + R)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2} - \dot{M}_{Evap_3}) + R(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2}) + \dot{M}_{Evap_3}$$

- Cellule  $L_4$

$$(1 + R)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2} - \dot{M}_{Evap_3}) = (\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2} - \dot{M}_{Evap_3} - \dot{M}_{Evap_4})$$

$$+ R(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{Evap_1} - \dot{M}_{Evap_2} - \dot{M}_{Evap_3}) + \dot{M}_{Evap_4}$$

Pour simplifier ces expressions de bilans de matière, on pose :

$$\dot{M}_{L_i} = \dot{M}_{L_1} - \sum_1^{i-1} \dot{M}_{Evap_i}$$

En utilisant cette notation, le diagramme 2D qui représente les 9 couples de cellules de l'eau liées par le coefficient de la recirculation interne  $R_i$  est présenté sur la Figure II-8.

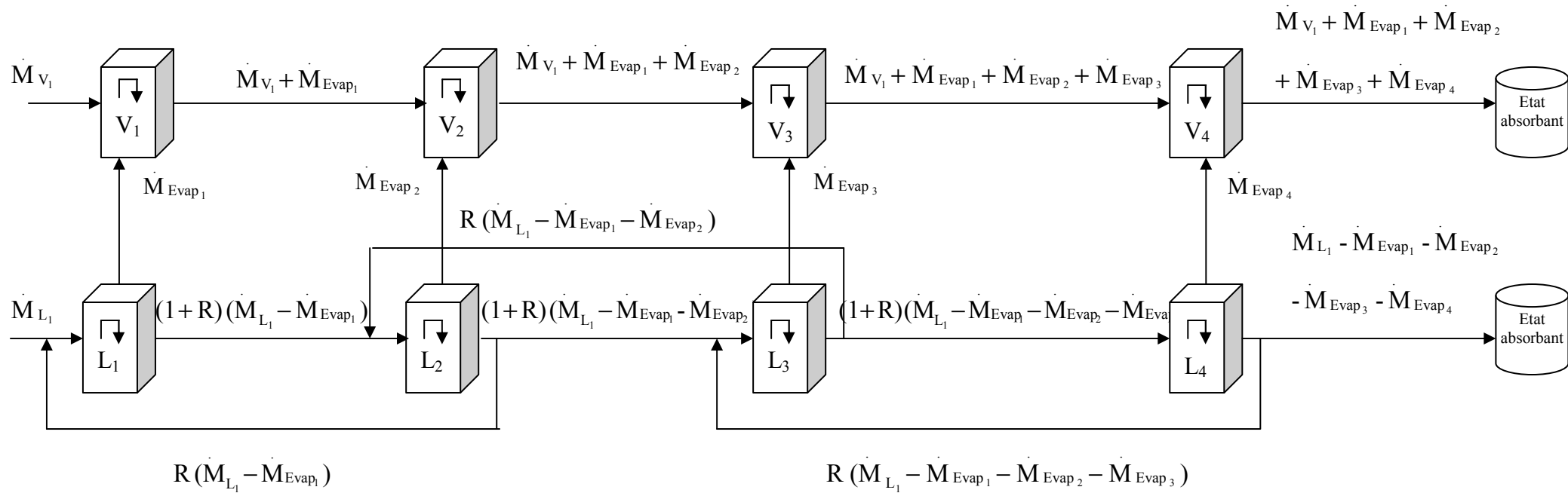


Figure II-7 : Présentation de la chaîne de l'eau composée de 4 couples de cellules et d'un couple d'état absorbant

Les cellules de la chaîne bidimensionnelle sont reliées entre elles par les probabilités de transitions selon un plan horizontal et un plan vertical. Ce diagramme 2D est une association de colonnes, chaque colonne I est formée de la cellule liquide  $L_i$  et de la cellule vapeur  $V_i$ .

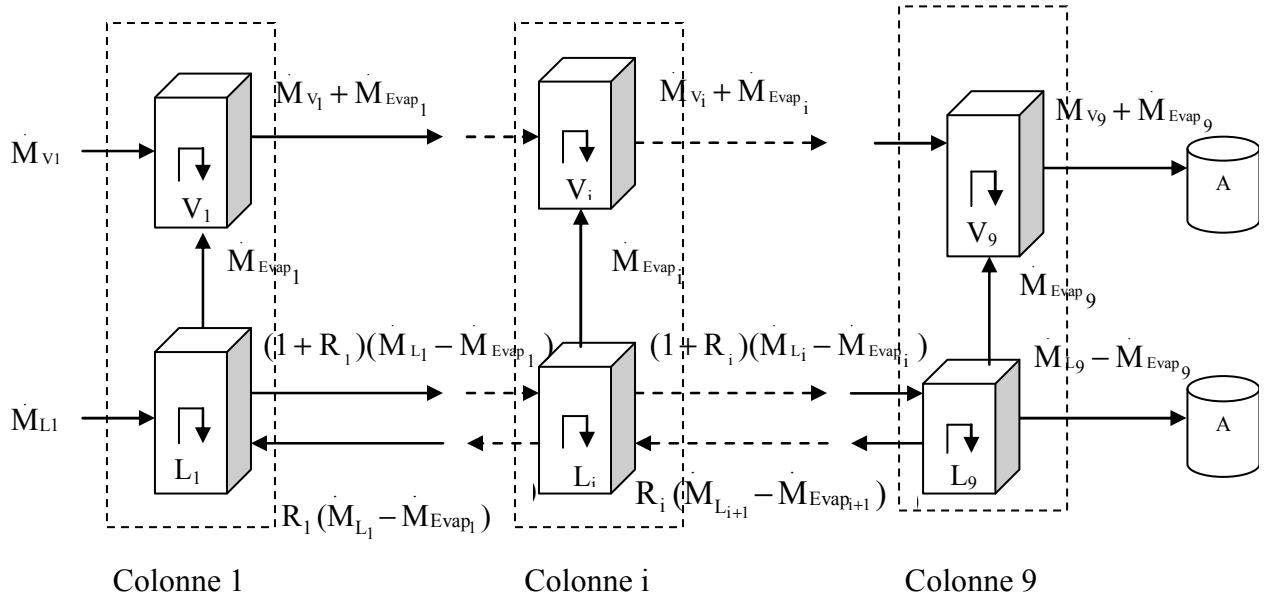


Figure II-8 : Modèle markovien bidimensionnel pour représenter le transport de l'eau dans le séchoir conductif agité

Pour exprimer les probabilités de transition pour cette chaîne 2D, nous appliquons le même principe que pour le cas d'une chaîne 1D développé précédemment. Soit  $P^{(E)}$  la matrice (20x20) représentant toutes les transitions de l'eau. La matrice  $P^{(E)}$  est présentée sous forme de matrice bloc.

La probabilité de rester dans la colonne I est écrite sous la forme suivante :

$$PII = \begin{bmatrix} p_{ii}^{(LL)} & 0 \\ p_{ii}^{(VL)} & p_{ii}^{(VV)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation II-9}$$

Où  $p_{ii}^{(LL)}$  et  $p_{ii}^{(VV)}$  sont les probabilités de rester dans les  $i^{\text{ème}}$  cellules de liquide et vapeur, respectivement. Elles sont calculées à partir de l'Équation II-2.

$p_{ii}^{(VL)}$  est la probabilité de transition de la cellule  $L_i$  vers la cellule  $V_i$ , qui dépend du coefficient de débit  $a_{ii}^{(VL)}$ . Elle s'écrit :

$$p_{ii}^{(VL)} = a_{ii}^{(VL)} \left( 1 - \exp \left[ - \frac{\Delta t}{\tau_{L_i}} \right] \right) \quad \text{Équation II-10}$$

Où  $\tau_{L_i}$  est le temps de passage dans la cellule  $L_i$  ;

$a_{ii}^{(VL)}$  est le rapport entre le débit portant l'eau de la cellule ' $L_i$ ' à la cellule ' $V_i$ ' au débit total sortant de la cellule  $L_i$  :

$$a_{ii}^{(VL)} = \begin{cases} \frac{\dot{M}_{\text{Evap}_i}}{(1 + 2R_i)(\dot{M}_{L_i} - \dot{M}_{\text{Evap}_i}) + \dot{M}_{\text{Evap}_i}} & 2 \leq i \leq 8 \\ \frac{\dot{M}_{\text{Evap}_i}}{(1 + R_i)(\dot{M}_{L_i} - \dot{M}_{\text{Evap}_i}) + \dot{M}_{\text{Evap}_i}} & i = 1 \text{ ou } i = 9 \end{cases} \quad \text{Équation II-11}$$

La probabilité de transition de la cellule  $L_1$  à la cellule  $V_1$  s'écrit :

$$p_{11}^{(VL)} = \frac{\dot{M}_{\text{Evap}_1}}{(1 + R_1)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{\text{Evap}_1}) + \dot{M}_{\text{Evap}_1}} \left( 1 - \exp \left[ - \frac{\Delta t}{\tau_{L_1}} \right] \right) \quad \text{Équation II-12}$$

$$\tau_{L_1} = \frac{\dot{M}_{L_1}}{(1 + R_1)(\dot{M}_{L_1} - \dot{M}_{\text{Evap}_1}) + \dot{M}_{\text{Evap}_1}}$$

Toutes les autres probabilités de rester dans une colonne I sont calculées de la même manière, à l'exception de celle de l'état absorbant, qui est donnée par :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Équation II-13}$$

Les probabilités de transition de la colonne I vers la colonne I+1 sont écrites sous la forme suivante :

$$PIIf = \begin{bmatrix} p_{i+1 i}^{(L L)} & 0 \\ 0 & p_{i+1 i}^{(V V)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation II-14}$$

Par exemple, la probabilité de transition de la cellule  $L_2$  à la cellule  $L_3$  s'écrit :

$$p_{32}^{(LL)} = \frac{(1 + R_2)(\dot{M}_{L_2} - \dot{M}_{Evap_2})}{(1 + 2R_2)(\dot{M}_{L_2} - \dot{M}_{Evap_2}) + \dot{M}_{Evap_2}} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{\Delta t}{\tau_{L_2}} \right] \right)$$

$$\tau_{L_2} = \frac{M_{L_2}}{(1 + 2R_2)(\dot{M}_{L_2} - \dot{M}_{Evap_2}) + \dot{M}_{Evap_2}}$$

De même les probabilités de transition de la colonne I vers la colonne I-1 sont écrites sous la forme :

$$PIIb = \begin{bmatrix} p_{i-1 i}^{(L L)} & 0 \\ 0 & p_{i-1 i}^{(V V)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation II-15}$$

Toutes les transitions  $p_{i+1 i}^{(L L)}$ ,  $p_{i+1 i}^{(V V)}$ ,  $p_{i-1 i}^{(L L)}$  et  $p_{i-1 i}^{(V V)}$  peuvent être calculées à partir de l'Équation II-3.

Les probabilités de transition sont ensuite placées dans la matrice de transition de l'eau  $P^{(E)}$ . Les probabilités de rester dans la colonne I se retrouvent sur la diagonale principale de la matrice  $P^{(E)}$ , les probabilités de passer aux colonnes I+1 et I-1 sont respectivement placées au-dessous et au-dessus de la diagonale principale de  $P^{(E)}$  :

$$\mathbf{P}^{(E)} = \begin{bmatrix}
 \begin{bmatrix} p_{11}^{(LL)} & 0 \\ p_{11}^{(VL)} & p_{11}^{(VV)} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_{12}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{12}^{(VV)} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} p_{21}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{21}^{(VV)} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_{22}^{(LL)} & 0 \\ p_{22}^{(VL)} & p_{22}^{(VV)} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_{i-1i}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{i-1i}^{(VV)} \end{bmatrix} & \dots & \dots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_{32}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{32}^{(VV)} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_{ii}^{(LL)} & 0 \\ p_{ii}^{(VL)} & p_{ii}^{(VV)} \end{bmatrix} & \dots & \dots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} p_{i+1i}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{i+1i}^{(VV)} \end{bmatrix} & \dots & \dots & \dots \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \dots & \dots & \begin{bmatrix} p_{89}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{89}^{(VV)} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \dots & \dots & \dots & \dots & \begin{bmatrix} p_{99}^{(LL)} & 0 \\ p_{99}^{(VL)} & p_{99}^{(VV)} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \dots & \dots & \begin{bmatrix} p_{109}^{(LL)} & 0 \\ 0 & p_{109}^{(VV)} \end{bmatrix} \\
 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \dots & \dots & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{bmatrix}$$

### 3.4 Matrice de transition du système

Après avoir exprimé toutes les probabilités de transition de tous les constituants, on peut bâtir la matrice P qui décrit la dynamique des 2 chaînes superposées. Cette matrice est ainsi de dimension 30x30.

Chaque colonne de la matrice doit obéir à la condition de normalisation :

$$\sum_{i=1}^{30} P_{ij} = 1$$

Équation II-16

$$P = \begin{bmatrix}
 P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 P_{21} & P_{22} & P_{IIb} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & P_{32} & P_{II} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & P_{II f} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & P_{II} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & P_{II f} & A & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 & p_{11}^{(SS)} & p_{21}^{(SS)} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & p_{21}^{(SS)} & p_{22}^{(SS)} & p_{i-1i}^{(SS)} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & p_{32}^{(SS)} & p_{ii}^{(SS)} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & p_{i+1i}^{(SS)} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & p_{89}^{(SS)} & 0 \\
 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & p_{99}^{(SS)} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{109}^{(SS)} & 1
 \end{bmatrix}$$

Si nous examinons l'évolution d'une propriété additive S (par exemple la masse, la quantité de chaleur, ...) d'un flux, sa distribution le long du séchoir peut être présentée comme le vecteur colonne d'état :

$$S = \begin{bmatrix}
 S_1 \\
 S_2 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 S_i \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 S_{30}
 \end{bmatrix}$$

Équation II-17



Pendant  $\Delta t$ , l'état  $S_j^{n+1}$  dans la cellule  $j$  à la transition  $n+1$  peut être modifié à cause d'une entrée dans la chaîne  $\Delta S_{ent}^n$ , d'échanges existants entre les cellules voisines  $\Delta S_{1-2}^n$  et de l'apparition d'une quantité à l'intérieur de la cellule  $j$ ,  $\Delta S_{int}^n$ .

Ainsi l'équation de l'évolution d'une propriété  $S$  du système peut être écrite sous la forme suivante :

$$S_j^{n+1} = P(S_j^n + \Delta S_{ent}^n + \Delta S_{1-2}^n + \Delta S_{int}^n) \quad \text{Équation II-18}$$

La matrice  $P$  est constante (indépendante de  $n$ ) car les chaînes sont supposées homogènes.

L'évolution d'une propriété du système est donc contrôlée par la matrice de transition  $P$  qui décrit l'écoulement sur toute la longueur de la chaîne.

### 3.5 Description des transferts de matière et de chaleur

#### 3.5.1 Exemple de représentation

Considérons une chaîne constituée de deux cellules qui échangent une certaine quantité de chaleur entre elles [92], comme présentée sur la Figure II-9. Pour simplifier, nous supposons que la masse et le volume des deux cellules sont identiques. Les données nécessaires pour caractériser l'état du système et la quantité de chaleur dans chaque cellule sont la masse ( $m$ ), la masse volumique ( $\rho$ ), la capacité calorifique ( $C_p$ ) et la température ( $T$ ).

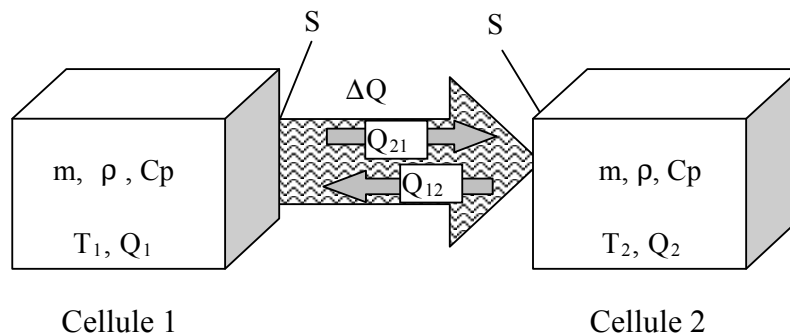


Figure II-9 : Description d'un échange de chaleur entre deux cellules [92]

Selon la loi de Fourier, la quantité de chaleur transférée par conduction de la cellule 1 à la cellule 2 pendant un intervalle de temps  $\Delta t$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\Delta Q = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \Delta t = -\lambda S \frac{T_2}{\Delta x} \Delta t + \lambda S \frac{T_1}{\Delta x} \Delta t \quad \text{Équation II-19}$$

En remplaçant la température dans la relation précédente, on aura :

$$\Delta Q = -\lambda S \frac{Q_2}{\rho C_p S} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} + \lambda S \frac{Q_1}{\rho C_p S} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad \text{Équation II-20}$$

Posons :  $\ell = \frac{\lambda \Delta t}{\rho C_p \Delta x^2}$ , l'expression précédente devient :

$$\Delta Q = -\ell Q_2 + \ell Q_1 \quad \text{Équation II-21}$$

A l'instant  $n+1$ , les cellules échangent une certaine quantité de chaleur. Par exemple pour la cellule 1, cette quantité  $Q_1^{(n+1)}$  est :

$$Q_1^{(n+1)} = Q_1^{(n)} - \Delta Q = Q_1^{(n)} - \ell Q_1^{(n)} + \ell Q_2^{(n)} \quad \text{Équation II-22}$$

En appliquant le même bilan sur la cellule 2, les expressions des quantités de chaleur dans les cellules 1 et 2, s'écrivent sous forme :

$$Q_1^{(n+1)} = (1 - \ell) Q_1^{(n)} + \ell Q_2^{(n)} \quad \text{Équation II-23}$$

$$Q_2^{(n+1)} = \ell Q_1^{(n)} + (1 - \ell) Q_2^{(n)} \quad \text{Équation II-24}$$

L'écriture sous forme matricielle de l'état du système après  $n+1$  transitions est :

$$\begin{bmatrix} Q_1^{(n+1)} \\ Q_2^{(n+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \ell & \ell \\ \ell & 1 - \ell \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Q_1^{(n)} \\ Q_2^{(n)} \end{bmatrix} \quad \text{Équation II-25}$$

$$\text{Ou bien : } Q^{(n+1)} = P_Q * Q^{(n)} \quad \text{Équation II-26}$$

$Q$  est le vecteur colonne d'état décrivant la distribution de la chaleur dans les cellules.

Nous appliquons le même principe pour décrire les transferts thermiques et massiques dans le séchoir. Nous considérons une cellule de vapeur d'eau surchauffée ( $V_i$ ) et une cellule du produit humide ( $L_i S_i$ ) du réseau de  $m$  cellules. Les deux cellules  $V_i$  et  $L_i S_i$  échangent entre elles et avec leurs cellules voisines ( $i-1$  et  $i+1$ ) de la matière et de la chaleur.

Les échanges entre les cellules sont représentés sur la Figure II-10.

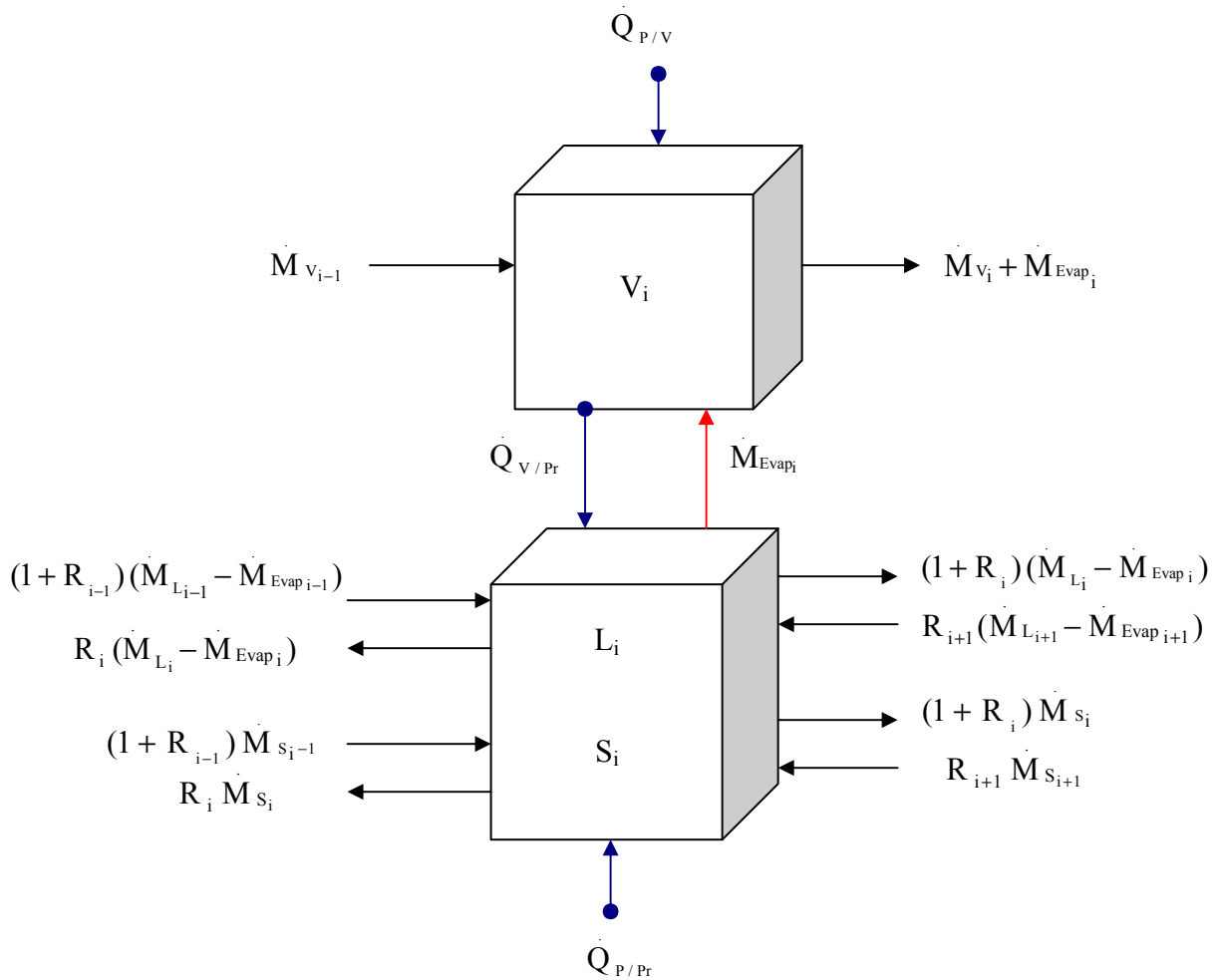


Figure II-10 : Représentation d'un couple de cellules  $i$  dans le séchoir avec les échanges thermiques et massiques

On note :

$T_i$  la température dans la cellule  $L_i S_i$ ,

$T_{L_i}$  la température du liquide dans la cellule  $L_i S_i$ ,

$T_{S_i}$  la température du solide dans la cellule  $L_i S_i$ ,

$T_{V_i}$  la température de vapeur dans la cellule  $V_i$ .

### 3.5.2 Bilan énergétique

Le système étudié est la cellule ( $L_i S_i$ ). C'est un système ouvert qui échange de la matière avec la cellule  $V_i$ , la cellule  $L_{i-1} S_{i-1}$  et la cellule  $L_{i+1} S_{i+1}$ . Nous supposons qu'il est en équilibre thermique local ( $T_{L_i} = T_{S_i} = T_i$ ).

Le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en régime permanent s'écrit :

$$\sum_{\text{sortants}} \dot{M}_i h_i - \sum_{\text{entrants}} \dot{M}_i h_i = \dot{W} + \dot{Q} \quad \text{Équation II-27}$$

$\dot{Q}$  : puissance thermique reçue de l'extérieur (sous forme de chaleur transmise par conduction et convection)

$\dot{W}$  : puissance mécanique reçue de l'extérieur,  $\dot{W} = 0$  (sous forme d'énergie mécanique)

$\sum_{\text{sortants}} \dot{M}_i h_i$  : enthalpie totale à l'entrée

$\sum_{\text{entrants}} \dot{M}_i h_i$  : enthalpie totale à la sortie

$\dot{M}_i$  : débit massique,  $h_i$  est l'enthalpie massique

Il faut exprimer les différents flux de l'Équation II-27.

✓ Explicitons le terme  $\dot{Q}$  :

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{P/Pr} + \dot{Q}_{V/Pr} \quad \text{Équation II-28}$$

$\dot{Q}_{p/Pr}$  est le flux de chaleur apporté au produit par la paroi chaude.

$\dot{Q}_{v/Pr}$  est le flux de chaleur apporté au produit par la vapeur d'eau surchauffée.

On pose :  $\dot{Q}_{p/Pr} = \alpha_{p/Pr} S_{p/Pr} (T_{p_i} - T_i)$

$$\dot{Q}_{v/Pr} = \alpha_{v/Pr} S_{v/Pr} (T_{v_i} - T_i) \quad \text{avec } (T_{v_i} > T_i)$$

Avec :  $\alpha_{p/Pr}$  : coefficient d'échange paroi/produit

$S_{p/Pr}$  : surface d'échange paroi/produit

$\alpha_{v/Pr}$  : coefficient d'échange vapeur/produit

$S_{v/Pr}$  : surface d'échange vapeur/produit

$\dot{Q}_{p/Pr}$  est directement relié au potentiel  $(T_{p_i} - T_i)$  par l'intermédiaire du coefficient d'échange paroi/produit ( $\alpha_{p/Pr}$ ).  $\alpha_{p/Pr}$  est déterminé dans le chapitre III par le biais de la théorie de pénétration comme expliqué au chapitre I.  $\alpha_{v/Pr}$  est considéré négligeable devant  $\alpha_{p/Pr}$ .

✓ Explicitons le terme  $\sum_{\text{sortants}} \dot{M}_i h_i$  :

$$\begin{aligned} \sum_{\text{sortants}} \dot{M}_i h_i &= (1 + R_i) \dot{M}_{S_i} h_{S_i} + (1 + R_i) (\dot{M}_{L_i} - \dot{M}_{\text{Evap}_i}) h_{L_i} + R_i \dot{M}_{S_i} h_{S_i} \\ &\quad + R_i (\dot{M}_{L_i} - \dot{M}_{\text{Evap}_i}) h_{L_i} + \dot{M}_{\text{Evap}_i} h_{\text{Evap}_i} \end{aligned}$$

Nous prendrons comme états de référence pour le calcul des enthalpies :

- ✓ l'eau à l'état liquide à 0°C ;
- ✓ la matière sèche à l'état solide à 0°C ;

Compte tenu des choix des états de référence, nous aurons :

$$h_{S_i} = C_{p_{MS}} T_i$$

$$h_{L_i} = C_{p_{Liq}} T_i$$

$$h_{Evap_i} = Cp_{Liq} T_i + L_v(T_i)$$

Donc :

$$\sum_{\text{sortants}} \dot{M}_i h_i = (1 + R_i) \dot{M}_{S_i} Cp_{MS} T_i + (1 + R_i) (\dot{M}_{L_i} - \dot{M}_{Evap_i}) Cp_{Liq} T_i + R_i \dot{M}_{S_i} Cp_{MS} T_i + R_i (\dot{M}_{L_i} - \dot{M}_{Evap_i}) Cp_{Liq} T_i + \dot{M}_{evap_i} [Cp_{Liq} T_i + L_v(T_i)]$$

Equation II-29

✓ Explicitons le terme  $\sum_{\text{entrants}} \dot{M}_i h_i$  :

Avec les mêmes états de référence que précédemment, nous arrivons à :

$$\sum_{\text{entrants}} \dot{M}_i h_i = (1 + R_{i-1}) \dot{M}_{S_{i-1}} Cp_{MS} T_{i-1} + R_{i+1} \dot{M}_{S_{i+1}} Cp_{MS} T_{i+1} + (1 + R_{i-1}) (\dot{M}_{L_{i-1}} - \dot{M}_{Evap_{i-1}}) Cp_{Liq} T_{i-1} + R_{i+1} (\dot{M}_{L_{i+1}} - \dot{M}_{Evap_{i+1}}) Cp_{Liq} T_{i+1}$$

Équation II-30

Finalement, l'expression du premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$(1 + 2R_i) (\dot{M}_{S_i} Cp_{MS} + \dot{M}_{L_i} Cp_{Liq}) T_i - (1 + R_{i-1}) (\dot{M}_{S_{i-1}} Cp_{MS} + \dot{M}_{L_{i-1}} Cp_{Liq}) T_{i-1} - R_{i+1} (\dot{M}_{S_{i+1}} Cp_{MS} + \dot{M}_{L_{i+1}} Cp_{Liq}) T_{i+1} + \dot{M}_{Evap_i} [Cp_{Liq} T_i + L_v(T_i)] = \dot{Q}_{P/Pr} + \dot{Q}_{V/Pr}$$

Équation II-31

De même, le premier principe de la thermodynamique pour la cellule vapeur  $V_i$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\sum_{\text{sortants}} \dot{M}_i h_i - \sum_{\text{entrants}} \dot{M}_i h_i = \dot{Q}_{P/V} + \dot{Q}_{V/Pr}$$

Équation II-32

$\dot{Q}_{P/V}$  est le flux de chaleur apporté à la vapeur par la paroi chaude.

$\dot{Q}_{V/Pr}$  est le flux de chaleur cédé au produit par la vapeur.

Nous explicitons de la même manière que précédemment les termes de l'Équation II-32.

Ainsi, l'expression du bilan énergétique sur la vapeur s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{M}_{V_{i-1}} C_{p_{Vap}} (T_{V_i} - T_{V_{i-1}}) + \dot{M}_{Evap_i} C_{p_{Vap}} (T_{V_i} - T_i) = \dot{Q}_{P/V} + \dot{Q}_{V/Pr} \quad \text{Équation II-33}$$

$$\text{Avec : } \dot{Q}_{P/V} = \alpha_{P/V} S_{P/V} (T_P - T_{V_i})$$

$$\dot{Q}_{V/Pr} = \alpha_{V/Pr} S_{V/Pr} (T_i - T_{V_i})$$

$\alpha_{P/V}$  : coefficient d'échange paroi/vapeur considéré négligeable devant  $\alpha_{P/Pr}$ .

Avec les équations de bilans énergétiques, nous pouvons déterminer les équations du flux de chaleur, de la température, du débit d'eau évaporée [annexe 3].

#### 4 Conclusion

Le modèle d'écoulement pour représenter le séchage continu conductif avec agitation a été développé. Le principe général consiste à décomposer le volume du séchoir en un nombre fini de cellules, égal au nombre de palettes présentes sur le mobile d'agitation. Le modèle est basé sur la théorie des chaînes de Markov avec deux chaînes superposées, qui représentent les flux d'eau et de solide circulants dans le séchoir. Le solide sec et l'eau sont représentés, respectivement, par une chaîne 1D et une chaîne 2D.

Le modèle représente simultanément les transferts thermiques et massiques entre le produit humide et la vapeur, et l'écoulement tout au long du séchoir. Il nous permet de déterminer l'état du système et de suivre son évolution.

Pour décrire les échanges thermiques et massiques entre la vapeur et le produit, nous avons écrit le bilan énergétique sur les deux systèmes. Quant à l'écoulement dans le séchoir, il est étudié par le biais des probabilités de transitions et donc la matrice de transition de tout le système.

Pour que ce modèle puisse être appliqué, il nécessite la connaissance de certains paramètres d'entrée. La détermination de ces paramètres fait l'objet du chapitre suivant.

---

**Chapitre III**      ***IDENTIFICATION ET CHOIX DES PARAMETRES  
DU MODELE***

---



## 1 Introduction

Un modèle Markovien a été développé dans le chapitre précédent pour décrire les transferts de chaleur et de matière et l'écoulement dans un séchoir continu avec agitation. Le modèle nécessite un certain nombre de données d'entrée.

L'objectif de cette partie est ainsi de déterminer expérimentalement :

- ✓ le coefficient d'échange paroi/produit ;
- ✓ les limites des modifications structurelles (teneurs en eau correspondant aux changements de la structure du milieu) ;

Dans ce chapitre, nous allons présenter les expériences effectuées sur des produits sélectionnés pour cette étude. Il s'agit de la pâte de cellulose-eau-agar et de la pâte cellulose-eau. Leur comportement au cours du séchage sera examiné.

La théorie de la pénétration sera appliquée pour identifier le coefficient d'échange paroi/produit. Mais son application demande la connaissance de certains paramètres comme la chaleur totale de désorption, la conductivité thermique et la chaleur massique. Ainsi le produit retenu est caractériser pour déterminer expérimentalement ces propriétés.

Le modèle doit aussi être complété par des hypothèses supplémentaires :

- ✓ relation entre le coefficient de recirculation interne, la vitesse d'agitation et la structure du produit,
- ✓ relation entre la masse retenue et les variables opératoires.

## 2 Expérimentations et caractérisations

Nous avons voulu trouver un produit ayant un comportement similaire à celui des produits réels (les boues, par exemple) au cours du séchage. Pour y arriver, nous avons effectué des expériences de séchage dans un séchoir batch de laboratoire. Nous avons testé deux produits pâteux :

- ✓ un mélange de cellulose et d'eau, que nous appelons pâte granulaire sans liant ;
- ✓ un mélange de cellulose, d'eau et de gel d'agar-agar, que nous appelons pâte granulaire avec liant.

## 2.1 Protocole expérimental

Pour recouvrir toute la paroi du séchoir batch, la masse minimum du produit est 0,5 kg. Donc, après quelques essais préliminaires, les compositions des deux pâtes ont été choisies comme le montre le Tableau III-1.

Tableau III-1 : Composition des pâtes à sécher.

	Pâte granulaire sans liant	Pâte granulaire avec liant
Masse sèche	$m_{\text{agar en poudre}} = 0 \text{ kg}$	$m_{\text{agar en poudre}} = 0,05 \text{ kg}$
	$m_{\text{cellulose en poudre}} = 0,53 \text{ kg}$	$m_{\text{cellulose en poudre}} = 0,48 \text{ kg}$
Masse d'eau	$m_{\text{eau}} = 1,47 \text{ kg}$	$m_{\text{eau}} = 1,47 \text{ kg}$
Teneur en eau	$X = 2,77$	$X = 2,77$

Le protocole de préparation est le suivant :

- ✓ Pâte granulaire sans liant

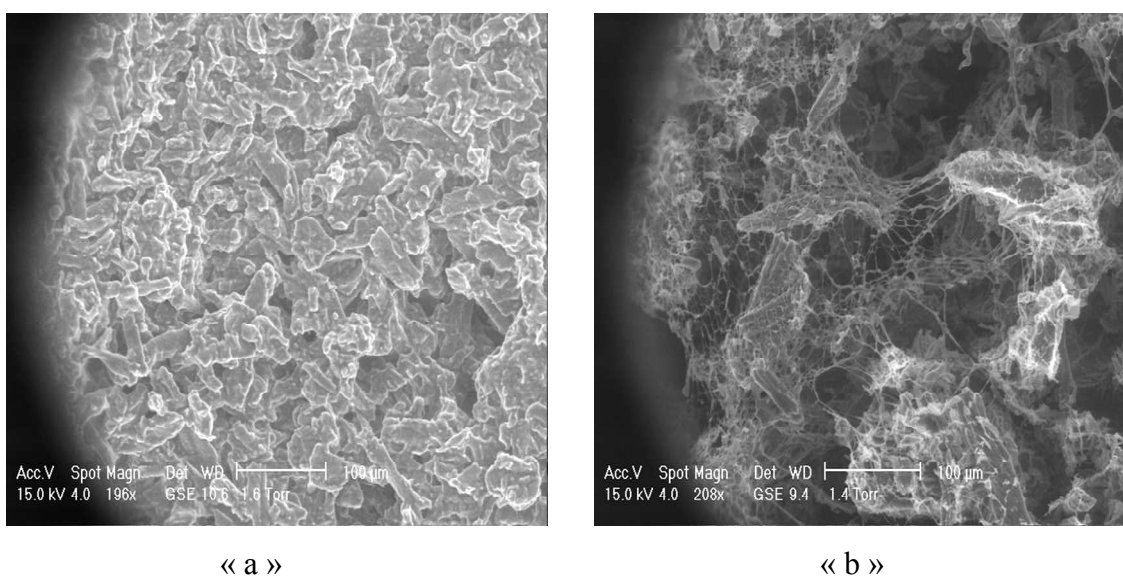
La cellulose, polyalcool naturel dont l'unité fondamentale est le motif celloglucane ( $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5$ , noté  $\text{R}_{\text{cell}}\text{OH}$ ), est fournie sous forme de poudre blanche, sous la référence Vivapur 101 (JRS PHARMA). Elle est mélangée avec de l'eau distillée et agitée pendant 1 heure à  $20 \text{ tr.min}^{-1}$ .

- ✓ Pâte granulaire avec liant

L'agar-agar est un gélifiant naturel, également appelé agar ou gélose. Il se présente sous forme de filaments jaunâtres et translucides ou sous forme de poudre blanche. Il est composé de deux polysaccharides, l'agaropectine et l'agarose qui possède la propriété d'agent gélifiant.

La première étape pour préparer la pâte granulaire avec liant consiste d'abord à préparer le gel d'agar-agar. L'agar-agar est fourni sous forme de poudre, sous la référence CAS 9002-18-1 par la société VWR International. La poudre d'agar-agar est mélangée à température ambiante avec 1/8 de la masse d'eau. Elle est agitée pendant une heure environ à une vitesse  $N=20 \text{ tr.min}^{-1}$ . Le mélange est ensuite plongé dans un bain marie à une température de  $48^{\circ}\text{C}$  pendant 24 heures pour favoriser le processus de gonflement et obtenir une structure gélifiée. Le gel d'agar-agar obtenu est ensuite mélangé manuellement avec la pâte granulaire, préparée selon le protocole précédent.

Après la préparation des pâtes, nous avons voulu observer la structure de celles-ci pour voir si les liants lient vraiment les particules cellulosiques ou s'ils forment une couche gélifiante. Pour cela nous avons réalisé des observations au microscope électronique à balayage (MEB). La Figure III-1 montre les images au MEB de la pâte sans liant (Figure III-1 « a ») et la pâte avec liant (Figure III-1 « b »).



« a » « b »  
Figure III-1 : Image microscopique de la structure de la pâte  
sans liant (a) avec liant (b)

Les observations microscopiques montrent que la structure des deux pâtes est différente. La structure de la pâte sans liant est un ensemble de particules cellulosiques isolées

(Figure III-1 « a »). Quant à celle de la pâte avec liants, c'est un ensemble de particules cellulosiques formant un réseau connecté comme 'un nid d'abeilles' (Figure III-1 « b »).

## 2.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est un séchoir batch schématisé sur la Figure III-2. Il comprend une cuve en Téflon haute de 200 mm, de diamètre intérieur 200 mm et de diamètre extérieur 230 mm. Elle est vissée sur une plaque en inox de 10 mm d'épaisseur et 230 mm de diamètre, qui représente la paroi chaude du séchoir. La plaque en inox repose sur une plaque en cuivre de 10 mm d'épaisseur. De la graisse thermique est disposée uniformément entre elles pour améliorer le contact thermique.

Cette plaque en cuivre est posée sur deux plaques, entre lesquelles sont insérées les résistances électriques. Les résistances se présentent sous la forme de bâtonnets cylindriques (de diamètre 6,4 mm et de longueur 90 mm), chaque bâtonnet dissipant 250 W. La puissance totale installée est de 2500 W, soit une densité de flux de  $8 \cdot 10^4 \text{ W.m}^{-2}$ . La plaque inférieure est en inox pour limiter les pertes thermiques vers l'extérieur. Elle repose en outre sur un support isolant de 250 mm d'épaisseur. L'ensemble des plaques est fixé sur une plaque rectangulaire en aluminium solidaire de la boucle de séchage dans laquelle la maquette est insérée. Cet ensemble de plaques est représenté schématiquement sur la Figure III-3.

Un capot métallique étanche ajouté à la boucle sépare la cuve de l'extérieur. Une plaque en plexiglas, intégrée à la partie supérieure du capot, permet de visualiser l'intérieur de la cuve. La boucle de séchage permet de contrôler la température, la nature de l'ambiance gazeuse et sa vitesse d'écoulement.

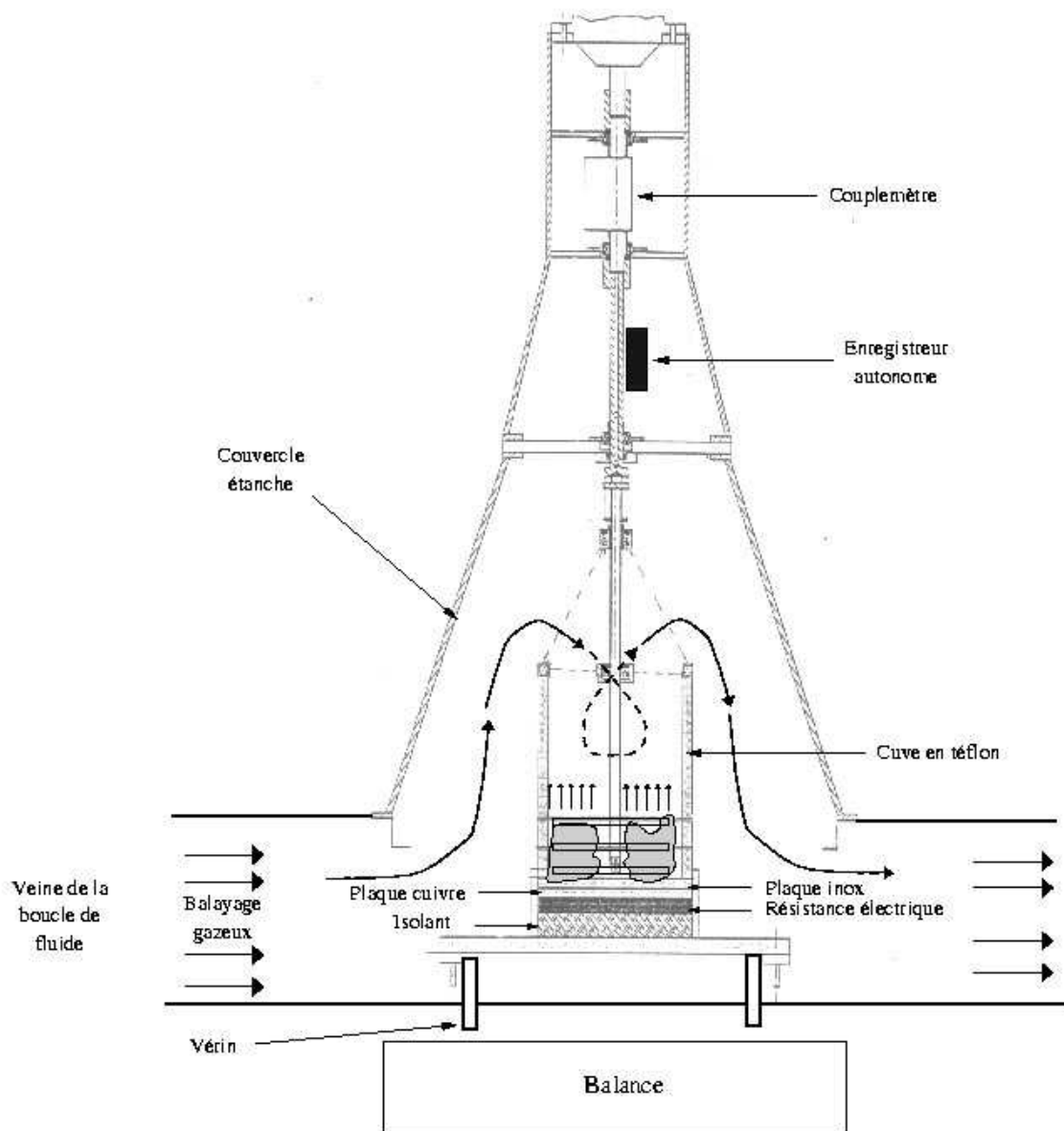


Figure III-2 : Schéma de la maquette du séchoir batch

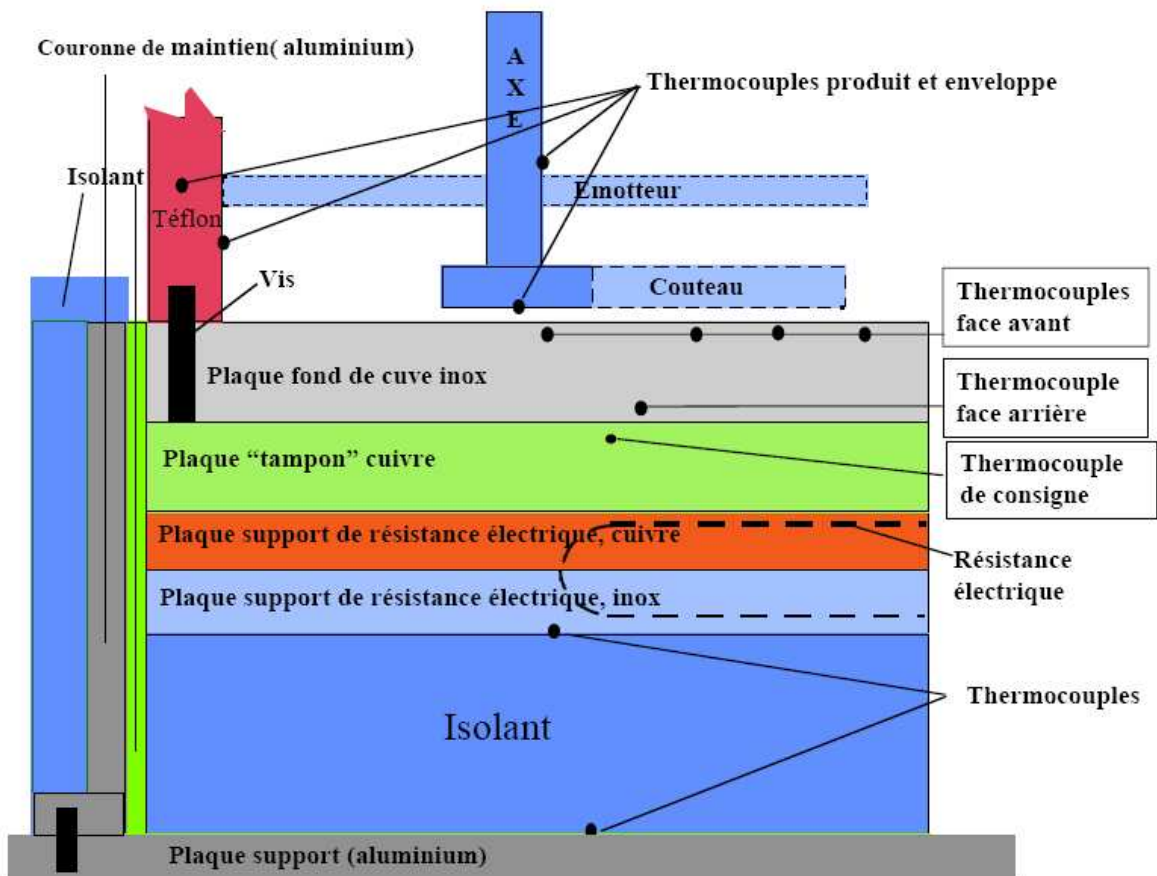


Figure III-3 : Schéma de l'ensemble des plaques et localisation des thermocouples

La maquette est instrumentée par neuf thermocouples (Figure III-3) :

- ✓ un thermocouple est placé en haut de la cuve et mesure la température de la vapeur d'eau surchauffée ;
- ✓ un thermocouple traverse l'enveloppe en téflon à 20 mm de la plaque chaude et permet de mesurer la température du produit ;
- ✓ quatre thermocouples sont disposés à 1,5 mm de la face avant de la plaque en inox à différents rayons (15, 55, 75 et 95 mm) ;
- ✓ un thermocouple est placé à 1 mm de la surface arrière de la plaque en inox à un rayon de 35 mm ;
- ✓ un thermocouple de régulation à 1 mm de la surface avant de la plaque en cuivre tampon ;

- ✓ un thermocouple est placé entre la plaque en inox qui supporte les résistances électriques et l'isolant.

Un moteur asynchrone entraîne en rotation le dispositif d'agitation. Le réglage des vitesses se fait par l'intermédiaire d'un variateur de fréquence qui permet de régler la vitesse avec une précision de  $0,1 \text{ tr.min}^{-1}$ . Associé au moteur, un couplemètre permet d'enregistrer les efforts mécaniques nécessaires pour maintenir une vitesse d'agitation constante au cours des essais. La gamme de fonctionnement de cet appareil est comprise entre 0 et 50 N.m avec une précision de 0,1 N.m.

Le mobile d'agitation, représenté sur la Figure III-4, est composé de trois couteaux granulateurs en acier inoxydable de 20 mm de large, 190 mm de long, 3 mm d'épaisseur et de  $45^\circ$  d'inclinaison. Ils sont fixés sur l'axe d'agitation par des bagues de montage à vis, avec un écart vertical de 25 mm et un écart angulaire de  $60^\circ$ . Deux émotteurs, tiges métalliques de 6 mm de diamètre, vissés sur la cuve en Téflon et disposés à mi-hauteur entre chaque couteau, traversent diamétralement la cuve.



Figure III-4 : Photographie des couteaux granulateurs et des émotteurs à l'intérieur de la cuve en Téflon

## 2.3 Résultats expérimentaux

Les expériences de séchage sont répétées 4 à 6 fois pour évaluer la reproductibilité des expériences. Dès lors que l'on respecte des conditions opératoires identiques, la reproductibilité des expériences est satisfaisante. Les conditions opératoires retenues pour les expériences de séchage sont :

- la vitesse de la vapeur d'eau surchauffée  $v = 300 \text{ cm.s}^{-1}$  ;
- la vitesse d'agitation  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$  ;
- la température de la plaque  $T_p = 120 \text{ °C}$  ;
- la température de la vapeur  $T_v = 120 \text{ °C}$  ;

### 2.3.1 Comportement des pâtes

Au cours du séchage par contact avec agitation des deux pâtes, nous avons remarqué un retrait et un changement morphologique et structurel du matériau. L'analyse du comportement lors du séchage peut être envisagée à partir de l'évolution du couple mécanique en fonction du temps ou en fonction de la teneur en eau. Les évolutions du couple et de la température sont reportées sur les Figure III-5 et Figure III-6 pour la pâte granulaire sans liant et avec liant, respectivement.

Les deux figures montrent clairement les différentes modifications structurelles du matériau. Au début de séchage, le couple est faible car la pâte présente une structure fluide. Au fur et à mesure que le séchage avance, elle prend une structure pâteuse et le couple mécanique augmente progressivement pour atteindre son maximum. Enfin, la pâte se divise et forme des grains.



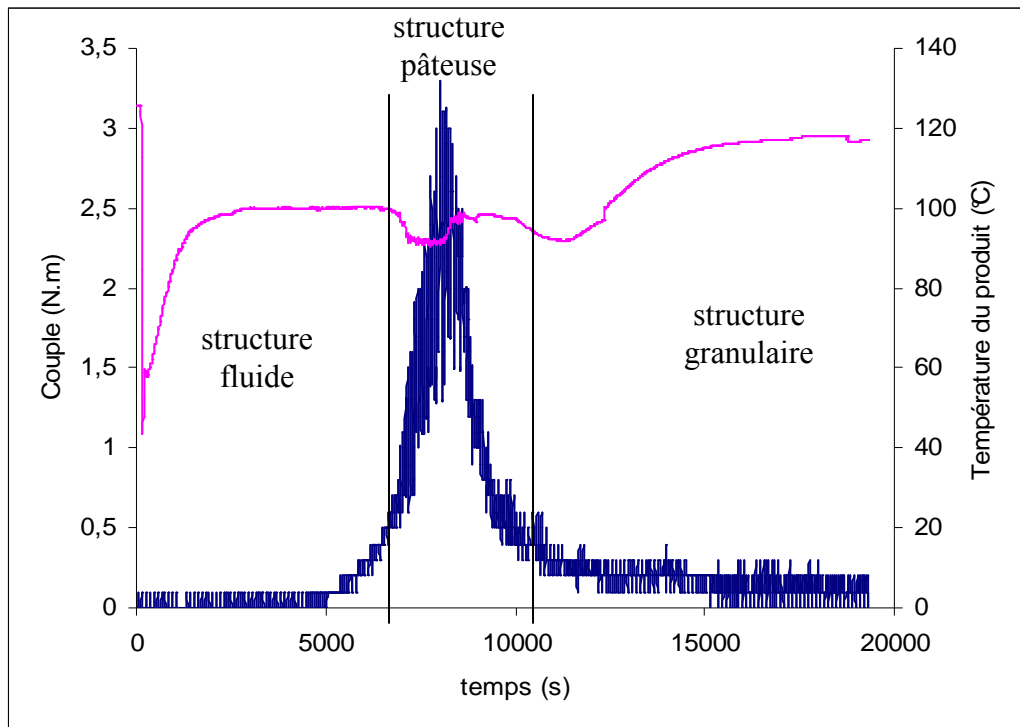


Figure III-5 : Evolution du couple et de la température de la pâte granulaire sans liant (cellulose-eau) [ $T_P = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_V = 120^\circ\text{C}$ ,  $X_{ini} = 2,7$ ,  $N = 40 \text{ tr. min}^{-1}$ ]

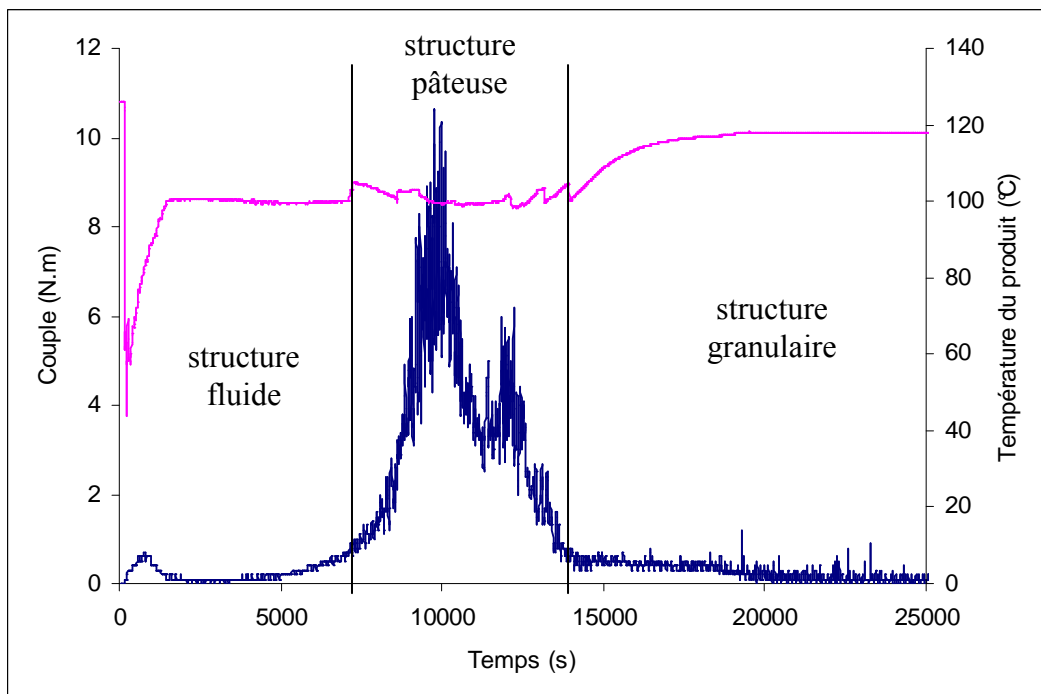


Figure III-6 : Evolution du couple et de la température de la pâte granulaire avec liant (cellulose-agar-eau) [ $T_P = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_V = 120^\circ\text{C}$ ,  $X_{ini} = 2,7$ ,  $N = 40 \text{ tr. min}^{-1}$ ]

Le comportement des deux pâtes n'est pas identique. Des différences ont été constatées au niveau de l'amplitude et l'intensité du couple mécanique, du temps de séchage, ainsi que la durée de chaque structure. Le couple enregistré atteint des valeurs maximales distinctes. Dans le cas de la pâte sans liant, la valeur maximale du couple est 3 N.m alors qu'elle vaut le triple dans le cas de la pâte avec liant (10 N.m). En outre, la structure pâteuse dure plus longtemps dans le cas de la pâte avec liant. Compte tenu des conditions retenues (composition, paramètres opératoires) ces différences peuvent être attribuées à l'effet de l'agar-agar qui augmente la viscosité de la pâte.

Par ailleurs, nous constatons que la pâte cellulose-eau-agar se comporte comme les boues résiduelles urbaines [93].

Dans le procédé de séchage, la distribution en taille des particules est une propriété très importante pour éviter les problèmes d'envol de particules fines, d'inhalation et d'éventuels incendies dans l'appareillage. Par conséquent, des mesures granulométriques ont été réalisées sur les grains obtenus à l'issue des expériences pour mêmes temps d'agitation et teneur en eau.

La distribution de taille des grains a été déterminée par tamisage manuel dans une série de tamis d'ouverture allant de 0,315 mm à 4 mm. Le but de cette caractérisation a été essentiellement la quantification du pourcentage massique de particules de grande taille ( $d > 2$  mm) produites dans le séchoir.

Les résultats, obtenus dans des conditions strictement identiques : temps d'agitation des grains dans le séchoir et la teneur en eau finale, sont présentés sur la Figure III-7. Ils montrent une différence de distribution granulométrique entre les deux produits secs finaux. En effet, nous constatons une présence majoritaire de grosses particules ( $d > 2$  mm) à l'issue du séchage de la pâte avec liants et l'obtention d'une grande proportion de particules fines ( $d < 1,25$  mm) après séchage de la pâte sans liant.

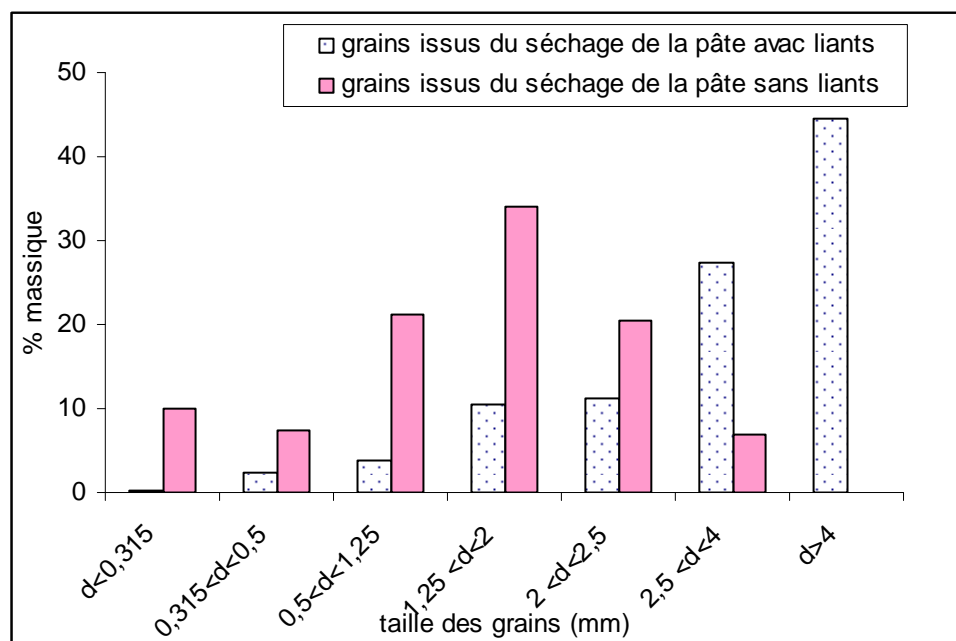


Figure III-7 : Distribution granulométrique après séchage des deux pâtes

[ $T_P = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_V = 120^\circ\text{C}$ ,  $X_{ini} = 2,7$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

Pour la pâte avec liants, l'intensité du couple mécanique pour maintenir une agitation constante vaut 10 N.m. Cette valeur montre la difficulté de l'écoulement qui résulte de la structure pâteuse. D'après les résultats expérimentaux, le produit retenu pour notre étude est la pâte granulaire avec liant.

### 2.3.2 Modification structurelle au cours du séchage

Pour mettre en évidence l'existence des différentes structures et tenter de les décrire, l'expérience de séchage de la pâte avec liant sous les conditions citées précédemment a été choisie (Figure III-6).

Le signal du couple est interprété à partir des observations visuelles. La Figure III-6 a été divisée en trois zones qui correspondent à des modifications structurelles clairement visibles sur un suivi du couple :

- ✓ La première zone comprend l'étape de mise en température du matériau suivie d'une période isotherme à 100°C, au cours de laquelle le couple mécanique nécessaire pour maintenir une vitesse constante diminue, ce qui peut traduire une diminution de la viscosité du milieu sous l'effet de l'élévation de température du matériau. Sous l'effet de l'agitation, l'aspect du matériau devient donc plus fluide comme le montre la Figure III-8. Nous appelons cette première étape 'structure fluide' pendant laquelle le couple mécanique reste très faible.



Figure III-8 : Aspect du matériau au cours de la structure dite 'fluide'

- ✓ Dans la deuxième zone, le signal du couple mécanique devient bruité. Nous constatons alors un fort retrait du milieu qui commence à devenir collant et plastique (Figure III-9 « a »). Le changement de la structure explique l'instabilité du couple mécanique et éventuellement la perturbation de la température mesurée, puisque le thermocouple censé mesurer la température du matériau n'est peut être plus en contact avec celui-ci. Nous constatons aussi que la surface de la plaque n'est plus totalement couverte (Figure III-9 « b »). Le produit est divisé en deux parties : une partie remplit tous les volumes morts de la cuve du séchoir et l'autre partie reste collée sur le système d'agitation. Plus le temps avance et moins la surface chauffée est recouverte de produit, du fait de l'évaporation et de l'augmentation de la viscosité de celui-ci. L'augmentation de la viscosité se traduit par une montée faible mais progressive du couple mécanique. Dans cette zone, le produit a donc un aspect pâteux

comme le montre la Figure III-9. Nous appelons cette deuxième structure par 'structure pâteuse ou plastique'.

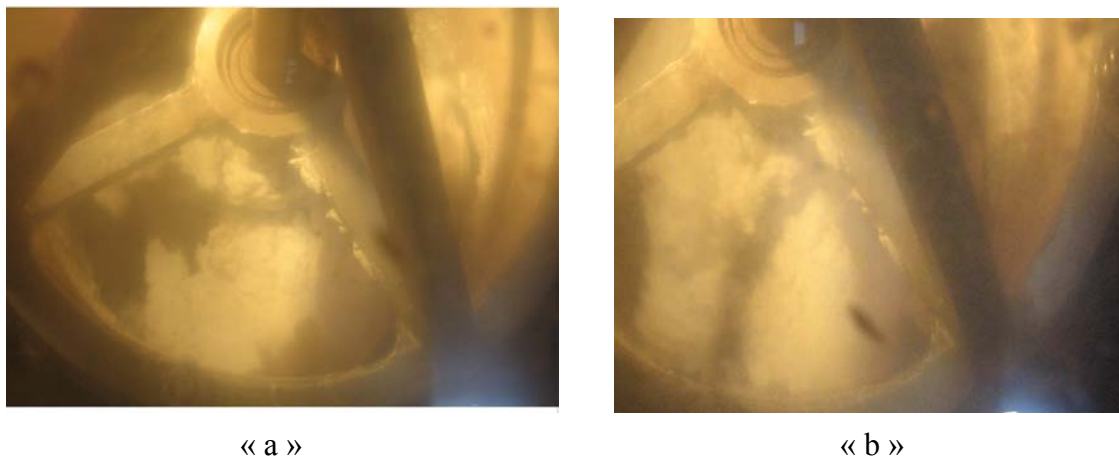


Figure III-9 : Aspect du produit au cours de la structure dite 'pâteuse'

- ✓ Dans la dernière zone délimitée, nous remarquons une chute de la valeur du couple mécanique. Nous observons également une augmentation de la température du produit jusqu'à la température de la plaque  $T_p = 120\text{ °C}$ . A ce stade, le produit prend l'apparence d'un solide divisé comme le montre la Figure III-10. Cette dernière structure est appelée 'structure granulaire'.



Figure III-10 : Aspect du produit au cours de la structure dite 'granulaire'

Le couple et les appréciations visuelles nous permettent ainsi de distinguer trois structures au cours du séchage : fluide, pâteuse et granulaire.

### 3 Détermination des paramètres du modèle

Nous avons effectué une série d'expériences pour caractériser la pâte cellulose-eau-agar afin de déterminer les paramètres d'entrée du modèle markovien que sont le coefficient d'échange paroi/produit et les limites de modifications structurelles.

Le modèle de Schlünder présenté dans le chapitre I, basé sur la théorie de la pénétration, a été appliqué au séchage de la pâte cellulose-eau-agar pour calculer le coefficient de transfert de chaleur paroi/produit. Les hypothèses formulées et les équations à résoudre ont été présentées au chapitre I de ce mémoire.

Compte tenu de la configuration géométrique et des conditions opératoires retenues, les hypothèses suivantes ont été posées :

- ✓ La pâte cellulose-eau-agar sera considérée comme un milieu monodisperse et la dimension caractéristique sera déterminée par ajustement des cinétiques calculées aux courbes expérimentales ;
- ✓ Les résistances aux transferts de chaleur et de matière dans les particules ne seront pas prises en compte ;
- ✓ La résistance au transfert de matière dans le lit sera négligée ;
- ✓ La nature hygroscopique de la pâte cellulose-eau-agar sera prise en compte par l'intermédiaire de l'évolution de la chaleur totale de désorption,  $\Delta H_{\text{totale}}$ , en fonction de la teneur en eau moyenne du lit,  $X$ .
- ✓ L'apport de chaleur par convection entre la vapeur surchauffée et la surface libre du lit de produit sera négligé devant l'apport de chaleur par conduction. Des expériences de séchage de boues, réalisées avec différentes températures du ciel gazeux [1], ont montré que la contribution de la convection forcée est faible durant les phases où la boue est en contact avec la paroi chaude. Seul le régime intermédiaire, qui n'est pas représentatif des processus de séchage observés dans les procédés industriels, subit l'influence de la convection forcée, comme le montre la Figure III-11 ;

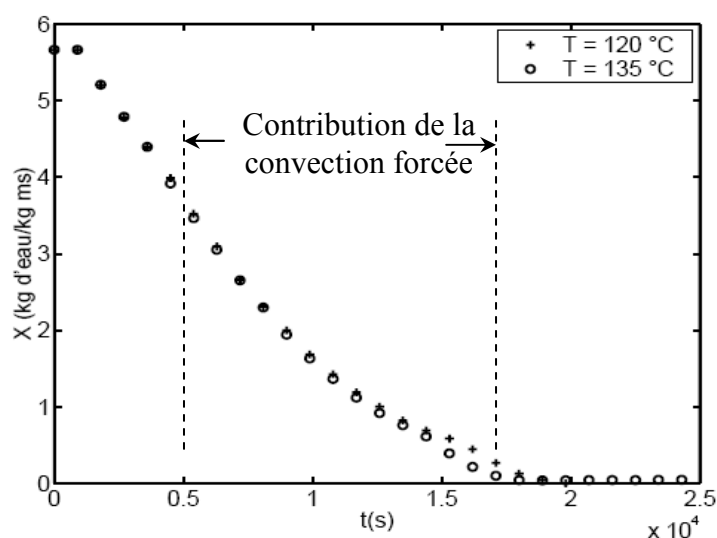


Figure III-11 : Influence de la température du ciel gazeux sur les cinétiques de séchage de boues résiduares [ $T_p=120^\circ\text{C}$ ,  $N = 60 \text{ tr.min}^{-1}$ ] d'après [1]

Ainsi, nous supposerons que le séchage est gouverné uniquement par la résistance de contact paroi/particules et par la résistance au transfert de chaleur dans le lit.

Le modèle de Schlünder nécessite la connaissance de quelques propriétés de la pâte :

- ✓ la teneur en eau initiale,  $X_{ini}=2,7$  ;
- ✓ Conductivité thermique et chaleur calorifique des particules sèches ;
- ✓ Chaleur totale de désorption ;

### 3.1 Conductivité thermique et chaleur calorifique

Les propriétés physiques associées au lit de particules sèches sont déterminées expérimentalement. La méthode du Hot-Disk [94-95] permet de déterminer la chaleur volumique et la conductivité thermique à partir de la mesure de l'élévation de température de l'échantillon sous l'effet d'une sollicitation thermique connue. Les valeurs obtenues pour les grains secs issus du séchage du mélange cellulose-eau-agar sont reportées dans le Tableau III-2. La conductivité thermique et la chaleur volumique ont été mesurées à  $25^\circ\text{C}$ .

Tableau III-2 : Propriétés thermophysiques du mélange cellulose-agar sec

Propriétés	$\lambda$ ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )	$\rho C_p$ ( $\text{J m}^{-3} \text{K}^{-1}$ )
Cellulose-agar sec	0.223	$1.1 \cdot 10^6$

### 3.2 Isothermes de désorption

Les isothermes de désorption à une température égale à 95°C ont été déterminées à l'aide d'un appareil couplant un analyseur thermo-gravimétrique et un analyseur calorimétrique différentiel DSC111. La procédure expérimentale a été développée et validée par Ferrasse et al. [1, 96]. Les mesures ont été réalisées sur un échantillon d'environ 30 mg de la pâte cellulose-eau-agar. L'isotherme complète obtenue à partir de ces expériences est présentée sur la Figure III-12. L'isotherme de désorption est de type II selon la classification de Brunauer et al. [97], ce qui traduit une adsorption multicouche de l'eau sur le solide.

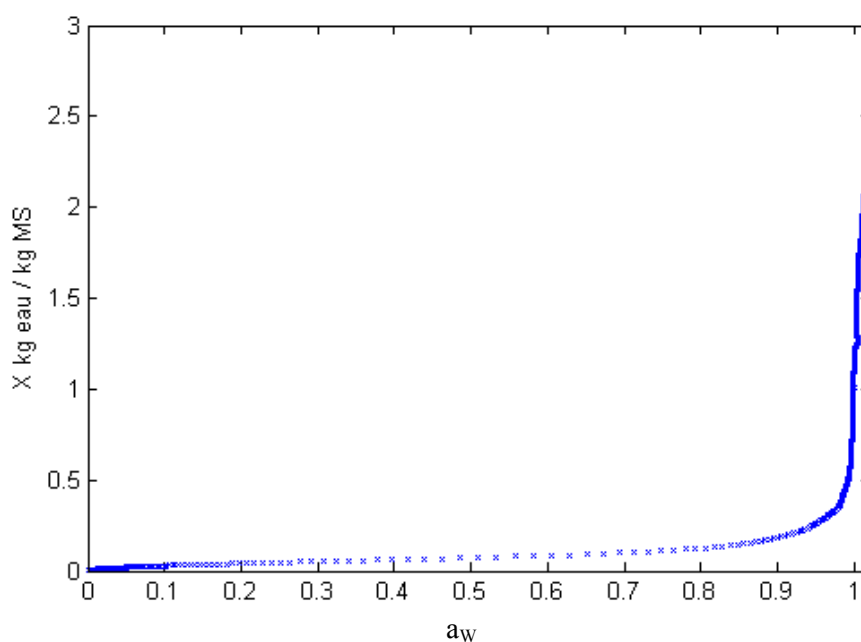


Figure III-12 : Isotherme de sorption complète de la pâte cellulose-eau-agar à 95 °C



### 3.3 Chaleur totale de désorption

La chaleur totale de désorption est la chaleur qu'il faut fournir pour évaporer l'eau. Cette grandeur se décompose en la somme de la chaleur latente d'évaporation de l'eau pure,  $L_v$ , et de la chaleur nette de désorption,  $\Delta H_n$ , c'est-à-dire la chaleur supplémentaire qu'il faut fournir pour désorber l'eau liée.

L'évolution de la chaleur totale de désorption,  $\Delta H_{\text{totale}}$ , en fonction de la teneur en eau,  $X$ , est présentée sur la Figure III-13.

La transition eau libre-eau liée peut être observée à partir de cette courbe. Nous constatons, que pour des teneurs en eau supérieures à 0,7, l'énergie à fournir pour vaporiser l'eau contenue dans le produit est égale à la chaleur latente de vaporisation de l'eau pure. Pour des teneurs en eau inférieures à 0,7, cette énergie devient plus importante. Par exemple pour une teneur en eau égale à 0,1 l'énergie à apporter est de  $3,5 \cdot 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$  soit une énergie 1,5 fois supérieure à la chaleur latente de vaporisation de l'eau.

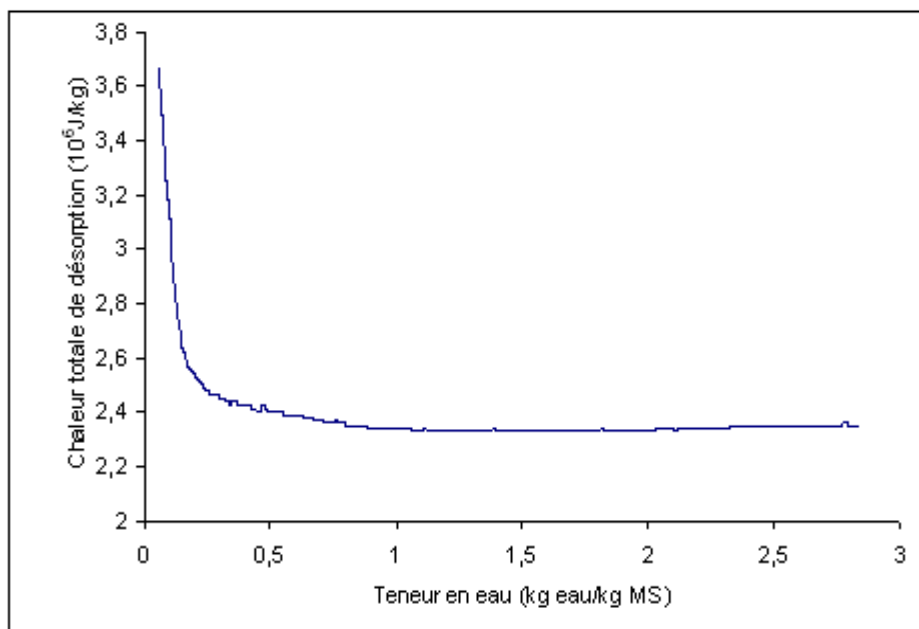


Figure III-13 : Chaleur totale de désorption pour la pâte cellulose-eau-agar mesurée par l'ATG-DSC

### 3.4 Autres paramètres de la théorie de pénétration

Pour appliquer la théorie de pénétration, certains paramètres sont supposés connus [10] :

- ✓ les propriétés physiques de la phase vapeur :
  - la chaleur spécifique  $C_{pV} = 2243 \text{ J.kg}^{-1} . \text{K}^{-1}$
  - la conductivité thermique  $\lambda_g = 0,0287 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$
- ✓ le facteur de recouvrement de la paroi  $\Phi = 0,8$

D'autres paramètres sont fixés expérimentalement :

- ✓ la température de paroi  $T_p = 120 \text{ }^\circ\text{C}$
- ✓ la vitesse de rotation du mobile d'agitation  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$
- ✓ le nombre de mélange caractéristique du système d'agitation  $N_{\text{mix}} = 48,58$

### 3.5 Coefficient de transfert de chaleur paroi/produit

Comme nous l'avons déjà annoncé, nous avons appliqué la théorie de pénétration pour identifier le coefficient de transfert de chaleur paroi/produit qui est un paramètre d'entrée du modèle Markovien.

Le séchage par contact est contrôlé par deux résistances en série : une résistance de contact paroi/produit et une résistance à la pénétration de la chaleur. Les évolutions de la résistance globale, de la résistance de contact et de la résistance de pénétration en fonction de la teneur en eau sont présentées sur la Figure III-14. A des teneurs supérieures à 0,7 le séchage est exclusivement contrôlé par la résistance de contact. L'influence de la résistance de pénétration devient significative seulement à des teneurs en eau plus faibles.

Le coefficient d'échange global à la paroi,  $\alpha_{p/pr}$ , est l'inverse de la résistance globale. Son évolution en fonction de la teneur en eau est présentée sur la Figure III-15.

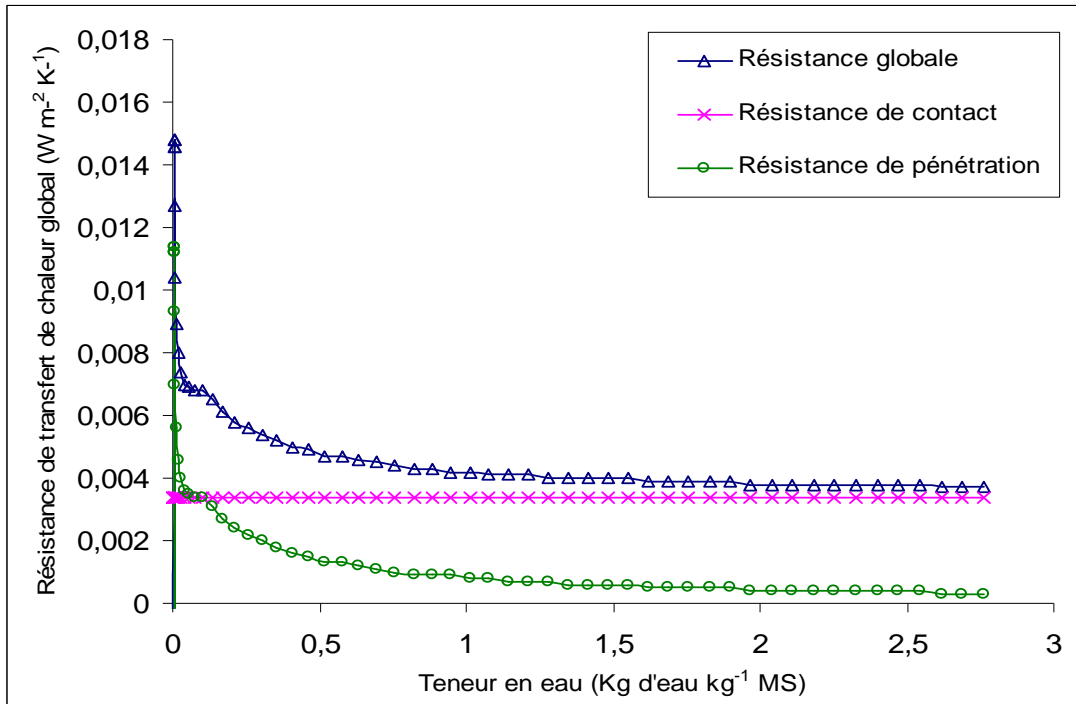


Figure III-14 : Evolution de la résistance globale, de contact paroi/produit et de pénétration avec la teneur en eau [ $T_P = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_V = 120^\circ\text{C}$ ,  $X_{ini} = 2,7$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

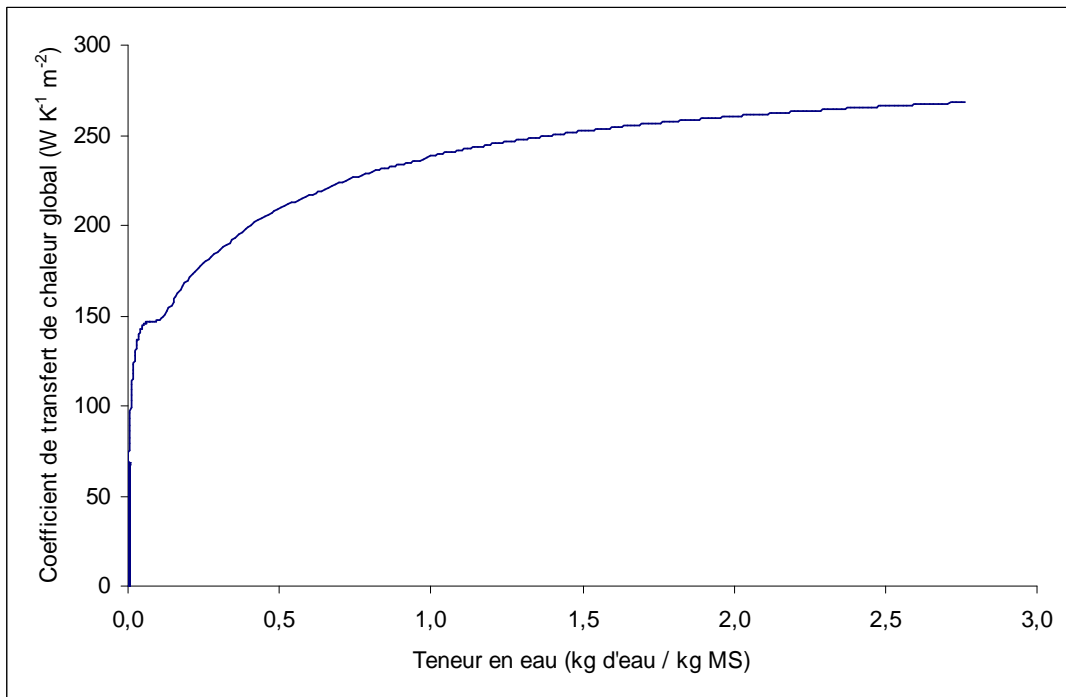


Figure III-15 : Evolution du coefficient de transfert de chaleur global avec la teneur en eau [ $T_P = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_V = 120^\circ\text{C}$ ,  $X_{ini} = 2,7$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

La variation du coefficient d'échange avec la teneur en eau sera prise en compte dans le modèle markovien.

Les résultats de la théorie de pénétration sont cohérents avec ceux de Schlünder et Mollekopf [10]. Nous avons ajusté les résultats expérimentaux, les cinétiques de séchage et la température du produit, avec les données calculées aux faibles teneurs en eau ( $X < 0,5$ ) qui correspondent à la structure granulaire. La dimension caractéristique utilisée pour ajuster ces résultats est  $d = 1,2$  mm.

Les cinétiques de séchage expérimentales et théoriques de la pâte cellulose-agar sont présentées sur la Figure III-16. La capacité évaporatoire expérimentale présente des écarts importants suivant les différentes structures du produit. Elle est maximale pour la structure fluide ( $X > 2$ ) où le produit est séché par conduction avec  $3,82 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$ . Pour la structure pâteuse ( $0,5 < X < 2$ ), la capacité évaporatoire est beaucoup plus faible car le produit est séché par convection.

Nous remarquons aussi, sur cette figure, une différence entre les cinétiques théoriques et mesurées expérimentalement au cours de la structure pâteuse. Cette diminution de la capacité évaporatoire expérimentale résulte de la position verticale du séchoir [17]. Comme la pâte est principalement séchée par la convection vapeur/produit et par la conduction via le mobile d'agitation [93], le modèle de Schlünder ne peut pas décrire cette partie de la courbe où la pâte est enroulée sur le mobile d'agitation.

Les évolutions de la température du produit mesurée et calculée pendant le séchage sont présentées sur la Figure III-17. La théorie de la pénétration représente d'une manière satisfaisante les résultats expérimentaux tant que la paroi chaude est couverte de produit,.

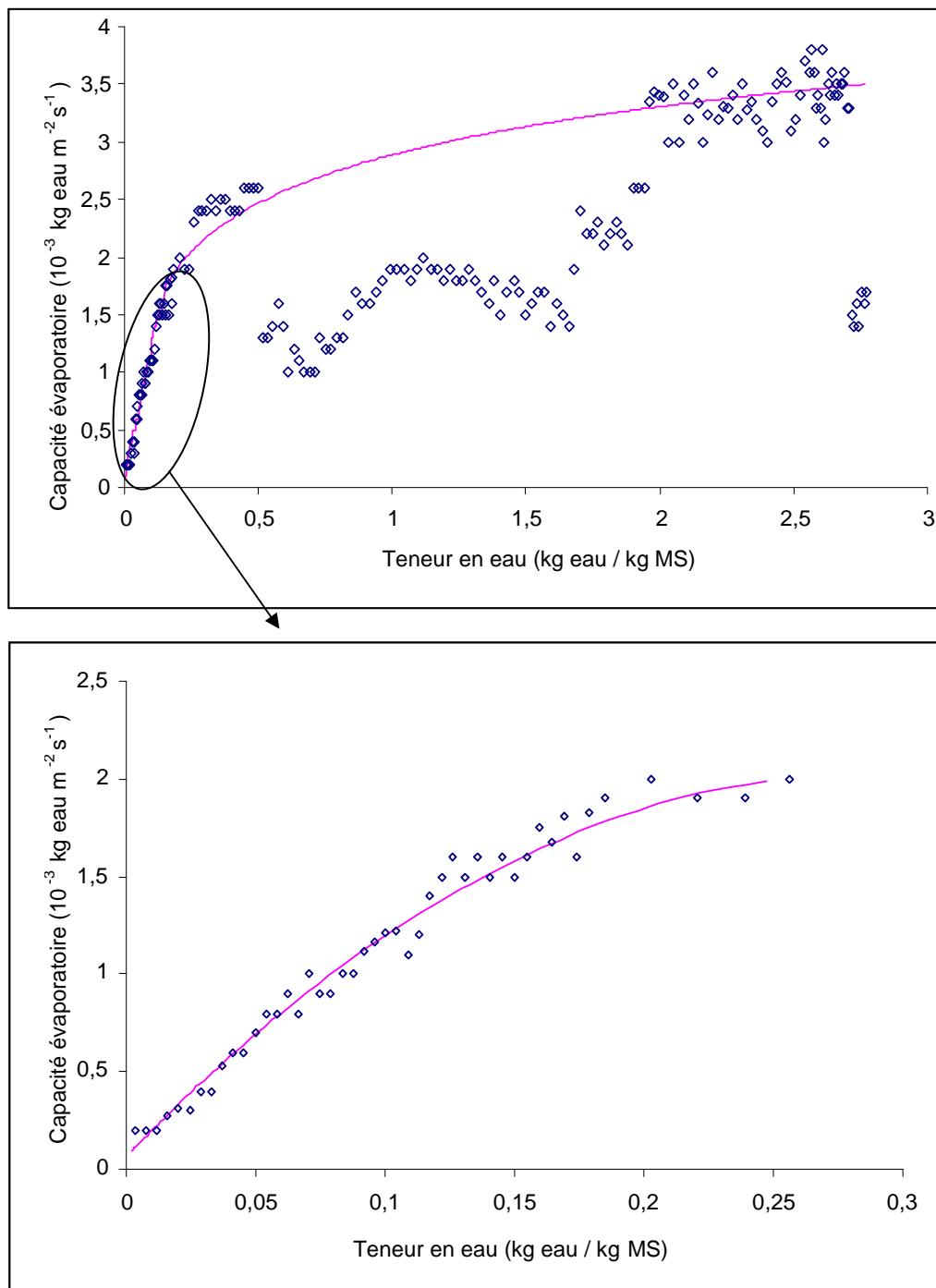


Figure III-16 : Cinétique de séchage mesurée (□) et ajustée (-) de la pâte cellulose-eau-agar

[ $T_P=120^{\circ}\text{C}$ ,  $T_V=120^{\circ}\text{C}$   $X_{ini}=2,7$ ,  $N= 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ,  $d= 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ]

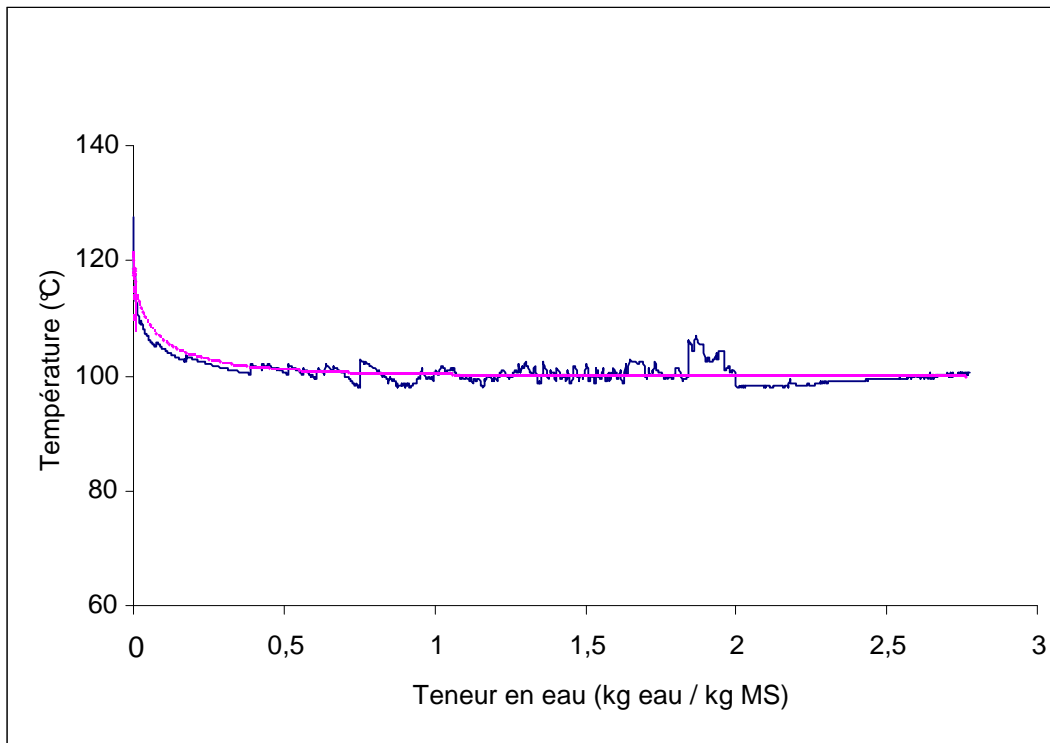


Figure III-17 : Températures du produit mesurée expérimentalement (ligne foncée) et calculée (ligne claire) à partir du modèle de Schlünder en fonction de la teneur en eau

$$[T_p=120^\circ\text{C}, T_v=120^\circ\text{C}, X_{ini}=2,7, N=40 \text{ tr.min}^{-1}, d=1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}]$$

Selon les hypothèses proposées, la théorie de pénétration permet de représenter le séchage par contact et de déterminer le coefficient d'échange,  $\alpha_{p/pr}$ . Les résultats obtenus sont satisfaisants.

### 3.6 Limites de l'évolution structurelle

Après avoir calculé les cinétiques de séchage, les limites de ces évolutions structurelles sont déterminées à partir de l'évolution du couple mécanique avec la teneur en eau (Figure III-18).

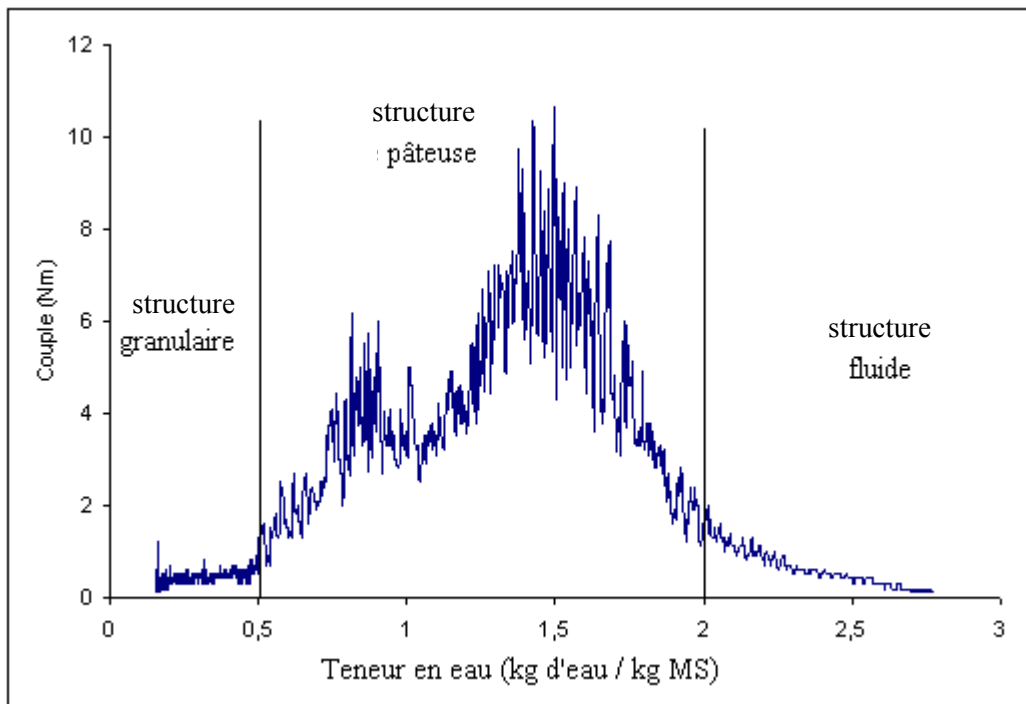


Figure III-18 : Evolution du couple avec la teneur en eau

[ $T_p = 120^\circ\text{C}$ ,  $T_v = 120^\circ\text{C}$ ,  $X_{ini} = 2,7$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

D'après cette représentation graphique, la teneur en eau à partir de laquelle la structure du milieu devient pâteuse correspond à la montée du couple mécanique. Pour le milieu cellulose-agar, la teneur en eau correspondant à la limite entre la structure fluide et la structure pâteuse est ainsi  $X_{fluide/p\hat{a}te} = 2$ . Quant à la limite entre la structure pâteuse et la structure granulaire, les résultats expérimentaux montrent qu'elle est au voisinage de  $X_{p\hat{a}te/grains} = 0,5$ .

Ces limites de l'évolution structurelle seront donc introduites dans le modèle pour pouvoir modéliser les transferts et l'écoulement dans le séchoir continu via la relation de la recirculation interne en fonction de la teneur en eau  $R_i = f(X)$ .

## 4 Hypothèses supplémentaires

Pour compléter le modèle Markovien développé dans le chapitre II, des hypothèses ont été formulées :

### 4.1 Coefficient de recirculation interne $R_i$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre II, le coefficient de recirculation interne  $R_i$  est le paramètre clé du modèle d'écoulement. Il gère en effet les probabilités de transitions et intervient à plusieurs niveaux : temps de passage, apport des débits,....

Le coefficient de la recirculation  $R_i$  varie avec la vitesse d'agitation,  $N$ . Nous supposons deux cas :

✓  $R_i$  est indépendant de  $X_i$

Dans une première approche, nous supposons que le paramètre  $R_i$  est indépendant de la structure du produit définie par  $X_i$  et ne dépend que de la vitesse de rotation du mobile d'agitation. On peut admettre que  $R_i$  et  $N$  sont liés par une loi puissance, comme dans les travaux de Marikh [3] sur le mélangeur en continu :

$$R_i = k N^\alpha \quad \text{Équation III-1}$$

Dans les simulations présentées au chapitre IV, nous choisissons arbitrairement  $k=0,22$  et  $\alpha=0,81$ .

✓  $R_i$  est dépendant de  $X_i$

En seconde approche,  $R_i$  peut être variable tout au long du séchoir du fait de l'évolution structurelle du milieu. Cela est pris en compte en introduisant une relation avec la teneur en eau,  $X_i$ .

A notre connaissance, il n'existe aucune relation dans la littérature qui lie ces deux paramètres. Toutefois, en se basant sur les observations du système, nous formulerons que :



- le milieu s'écoule facilement et de la même manière lorsqu'il se trouve sous une structure fluide et sous une structure granulaire ;
- le milieu de structure pâteuse s'écoule plus difficilement du fait de ses caractéristiques rhéologiques. Ainsi,  $R_i$  correspondant à cette structure est plus faible comparé à celui des structures fluide et granulaire.

Avec ces hypothèses, nous proposons la relation suivante :

$$R_i = k N^\alpha X_i^\beta \quad \text{Équation III-2}$$

Les simulations numériques présentées dans le chapitre IV, sont obtenues en choisissant :

$$\alpha = 0,81$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} k = 0,22 \cdot 10^{-3}, \beta = 7,5 & X_{\text{inter}} \leq X_i < X_{\text{fluide/pâte}} \\ k = 0,22 \cdot 10^{-2}, \beta = -7,5 & X_{\text{pâte/grains}} < X_i < X_{\text{inter}} \\ k = 0,22, \beta = 0 & X_i \geq X_{\text{fluide/pâte}} \text{ ou } X_i \leq X_{\text{pâte/grains}} \end{array} \right.$$

$X_{\text{inter}}$  est la teneur en eau qui correspond à la valeur maximale du couple mécanique,  $X_{\text{inter}}=1,5$ .

La Figure III-19 illustre la relation proposée entre la recirculation interne et la teneur en eau sous les hypothèses précédentes.

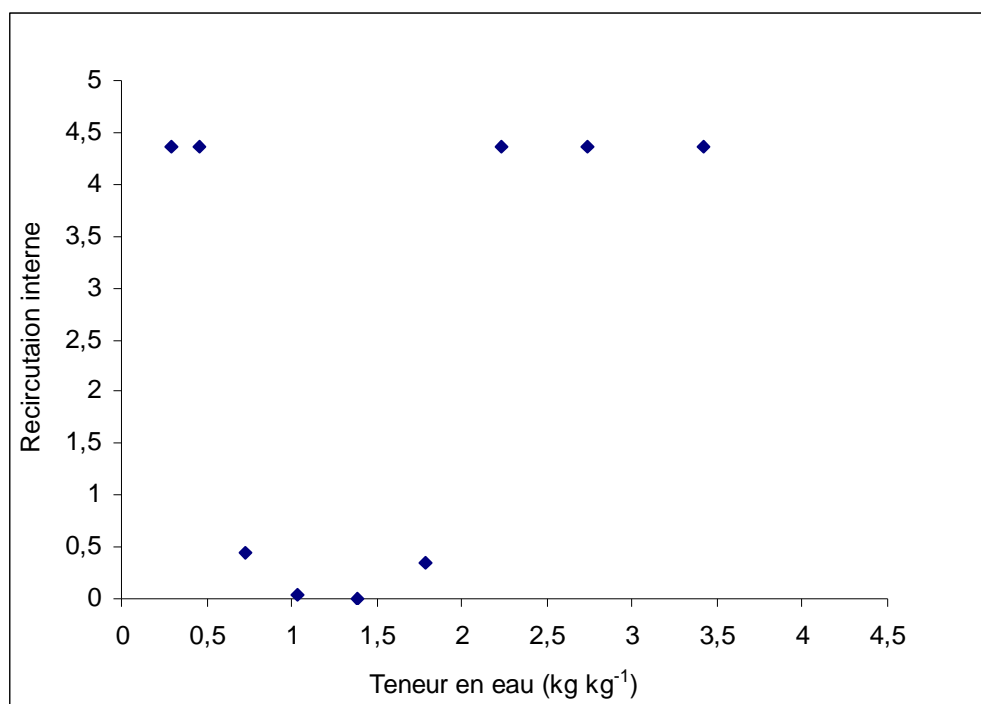


Figure III-19 : illustration de la relation proposée entre la recirculation interne et la teneur en eau.

Les relations de la recirculation interne dépendant -ou non- de la teneur en eau seront introduites dans le modèle pour pouvoir l'appliquer et réaliser des simulations numériques. L'évolution structurale sera prise en compte dans la relation de la recirculation dépendant de la teneur en eau  $R_i=f(X)$ .

## 4.2 Masse retenue

La diversité des variables opératoires comme la vitesse d'agitation  $N$ , l'inclinaison du séchoir  $\theta$  et la hauteur de la surverse  $H_s$ , entrant en jeu dans l'évolution de la masse retenue, nous a incité à utiliser une relation de la littérature liant les différentes variables (Figure III-20).

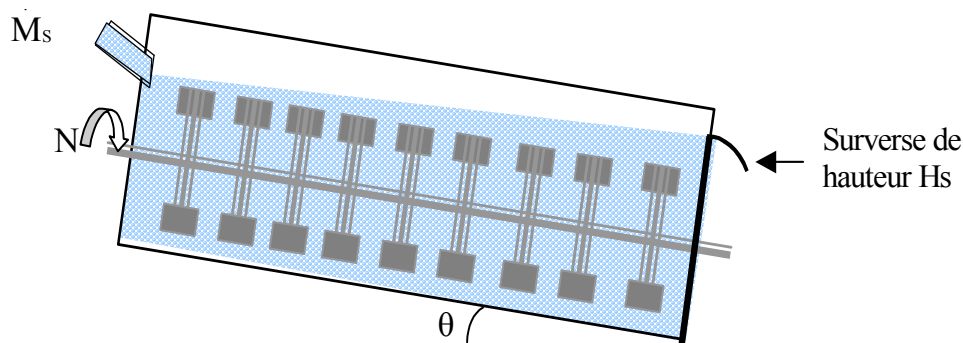


Figure III-20 : Variables liées au dispositif expérimental

Nous utiliserons la relation empirique proposée dans [55] donnant la masse retenue,  $M_s$  :

$$M_s = K \dot{M}_s^{0.86} H_s^{0.4} \theta^{-1.11} N^{-0.9} \quad \text{Équation III-3}$$

$K$  est une constante,  $K = 66,7$ .

$\dot{M}_s$  débit su solide sec.

Cette relation a été utilisée pour étudier l'écoulement du solide dans un séchoir tournant et corrélérer les paramètres opératoires entrant en jeu lors du séchage [55]. Elle montre que l'augmentation de la vitesse de rotation ou de l'inclinaison du pilote entraîne la diminution de la masse retenue. Par contre, l'augmentation de la hauteur de la surverse et du débit d'alimentation en solide augmente la masse retenue dans le séchoir.

## 5 Conclusion

Le comportement de deux produits pâteux lors du séchage par contact avec agitation a été étudié expérimentalement. Nous avons constaté que les produits testés, pâte de cellulose-eau et pâte cellulose-eau-agar, présentent clairement les différentes structures : la structure fluide, la structure pâteuse et la structure granulaire. Leur différence de comportement est surtout remarquée au niveau de l'amplitude et de l'intensité du couple, du temps de séchage, de durée de chaque structure, qui est résulte de la présence des liants

polymériques dans la pâte cellulose-eau-agar. Les liants modifient les propriétés rhéologiques de la pâte lors du séchage. La différence entre les deux pâtes ne se limite pas uniquement à leur comportement dans le séchoir. Une différence est aussi constatée au niveau de la distribution granulométrique des grains issus du séchage de celles-ci. Les résultats expérimentaux ont permis de retenir la pâte cellulose-eau-agar comme produit de référence pour cette étude.

Des expériences de caractérisation ont été réalisées sur la pâte sélectionnée pour déterminer ses propriétés comme la conductivité thermique et la chaleur totale de désorption.

Le modèle de Schlünder basé sur la théorie de pénétration a été appliqué au séchage de la pâte cellulose-eau-agar pour déterminer les coefficients de transfert de chaleur paroi/produit. Les limites de l'évolution structurelle, qui sont aussi un paramètre du modèle Markovien, sont déterminées à partir du signal du couple et les appréciations visuelles. Le modèle a été complété par des hypothèses supplémentaires simplifiées. Nous avons supposées une relation qui relie les conditions opératoires avec la masse retenue dans le séchoir. En se basant sur l'écoulement du produit dans le séchoir, une relation donnant la recirculation interne selon sa dépendance -ou non- avec la teneur en eau est proposée. La modification structurelle est mise en évidence dans cette relation via la teneur en eau.

Il est alors possible de réaliser des simulations numériques pour tester la cohérence du modèle développé.

---

**Chapitre IV**

***SIMULATIONS NUMERIQUES ET COHERENCE  
DU MODELE***

---

## 1 Introduction

Dans les chapitres précédents, un modèle markovien a été développé et les paramètres d'entrée ont été déterminés. L'objectif du présent chapitre est de présenter les simulations numériques obtenues à partir de ce modèle tout en vérifiant la cohérence des résultats.

Compte tenu du nombre de variables opératoires à étudier, nous avons fait une étude de sensibilité de la réponse du modèle aux variables. La teneur en eau et la masse retenue dans le séchoir ont été choisies comme réponses. Une hiérarchisation de l'influence des variables opératoires sur les deux réponses est présentée.

L'influence des paramètres opératoires et les résultats de simulation sont présentés, en considérant deux cas :

- ✓ le coefficient de la recirculation interne est indépendant de la teneur en eau ;
- ✓ le coefficient de la recirculation interne est dépendant de la teneur en eau.

## 2 Paramètres influençant le système

Les variables considérées correspondent aux variables opératoires de fonctionnement du séchoir conductif continu décrit dans le deuxième chapitre. Tous les résultats numériques de ce chapitre ont été obtenus dans les conditions suivantes :

- ✓ Température initiale du produit  $T_{ini} = 25 \text{ °C}$  ;
- ✓ Température de la vapeur d'eau surchauffée  $T_v = 160 \text{ °C}$  ;
- ✓ Teneur en eau initiale  $3 \text{ kg.kg}^{-1} < X_{ini} < 5 \text{ kg.kg}^{-1}$  ;
- ✓ Débit de solide sec  $1 \text{ kg.h}^{-1} \leq M_s \leq 3 \text{ kg.h}^{-1}$  ;
- ✓ Température de la paroi chaude  $145 \text{ °C} \leq T_p \leq 175 \text{ °C}$  ;
- ✓ Hauteur de la surverse  $10 \cdot 10^{-2} \text{ m} \leq H_s \leq 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$  ;
- ✓ Inclinaison du séchoir  $1^\circ \leq \theta \leq 5^\circ$  ;
- ✓ Vitesse du mobile d'agitation  $30 \text{ tr.min}^{-1} \leq N \leq 50 \text{ tr.min}^{-1}$ .

Le coefficient de la recirculation interne  $R_i$  dans le séchoir, est dépendant de la vitesse d'agitation du mobile  $N$ . Il pourra être -ou non- dépendant de la teneur en eau  $X$ .

### 3 Etude de sensibilité

L'objectif de cette étude est de déterminer si la réponse du modèle est sensible à une variation de chacune des variables indépendamment les unes des autres, d'analyser leur effet sur la réponse et faire une hiérarchisation des variables opératoires en les classant par l'ordre d'influence.

Soit  $\beta$  le vecteur des variables opératoires  $\beta_y$ . Soit  $G$  la réponse du modèle.  $G$  est une fonction de  $\beta_y$ .

On note  $SG_y$  le coefficient de sensibilité de la réponse du modèle  $G$  à  $\beta_y$ . Ce coefficient s'exprime comme la dérivée partielle de la fonction  $G=G(\beta)$  par rapport à  $\beta_y$  :

$$SG_y = \frac{\partial G(\beta_y)}{\partial \beta_y} \quad \text{Équation IV-1}$$

Pour calculer ces coefficients de sensibilité, nous choisissons la méthode de la perturbation centrée. La réponse du modèle est calculée pour un jeu de variables après avoir perturbé la variable que l'on étudie avec une perturbation négative ( $-\delta\beta_y$ ), puis avec une perturbation positive ( $+\delta\beta_y$ ).  $SG_y$  s'exprime alors par :

$$SG_y = \frac{G(\beta_y + \delta\beta_y) - G(\beta_y - \delta\beta_y)}{2\delta\beta_y} \quad \text{Équation IV-2}$$

On trace la réponse du modèle en fonction de la variation autour de la valeur nominale. Si la variation est linéaire, on calcule ensuite la sensibilité réduite :

$$SG'_y = \beta_y * SG_y \quad \text{Équation IV-3}$$

Ainsi, tous les coefficients ont la même dimension que la réponse du modèle. Il est ainsi possible de hiérarchiser les variables opératoires qui ont le plus d'influence sur la réponse. L'analyse des effets de chaque variable sur la réponse se fait par le diagramme tracé après le calcul du coefficient de sensibilité réduite,  $SG'_y$ . Selon le signe du coefficient de sensibilité, on peut ainsi savoir si une augmentation de la valeur de cette variables conduira à une augmentation (signe $>0$ ) ou à une diminution de la réponse (signe $<0$ ). Enfin, en comparant entre les valeurs absolues, on peut hiérarchiser les variables en fonction de leur degré d'influence.

Les réponses choisies pour étudier l'influence des variables sont le profil de la teneur en eau X, et celui de la masse de solide retenue  $M_s$ . Le choix de retenir ces deux réponses pour l'analyse de sensibilité est expliqué par le fait que la teneur en eau est liée aux transferts couplés de matière et de chaleur, et la masse retenue est liée à l'écoulement dans le séchoir. Les valeurs nominales des différentes variables opératoires  $\beta_y$  et les valeurs perturbées ( $\beta_y - \delta\beta_y$  et  $\beta_y + \delta\beta_y$ ) utilisées pour l'étude de sensibilité sont présentés dans le Tableau IV-1.

Tableau IV-1 : Valeurs nominales et perturbées des variables opératoires  $\beta_y$

	T (°C)	N (tr.min <sup>-1</sup> )	$\theta$ (°)	Hs (m)	$M_s$ (kg.h <sup>-1</sup> )	$X_{ini}$
$\beta_y$	160	40	3	$15 \cdot 10^{-2}$	2	4
$\beta_y - \delta\beta_y$	145	30	1	$10 \cdot 10^{-2}$	1	3
$\beta_y + \delta\beta_y$	175	50	5	$20 \cdot 10^{-2}$	3	5

### 3.1 Sensibilité de la teneur en eau

L'analyse de sensibilité du profil de la teneur en eau aux variables opératoires doit permettre d'identifier les variables les plus influentes et la zone (ou les zones) du séchoir pour laquelle la teneur en eau est particulièrement sensible.



### 3.1.1 $R_i$ indépendant de la teneur en eau

Dans ce cas, le coefficient de recirculation interne  $R_i$  ne dépend que de la vitesse d'agitation  $N$ , et il est constant sur toute la longueur du séchoir :  $R_i = 0,22 N^{0,81}$ .

Le coefficient de sensibilité réduite est présenté sur la Figure IV-1.

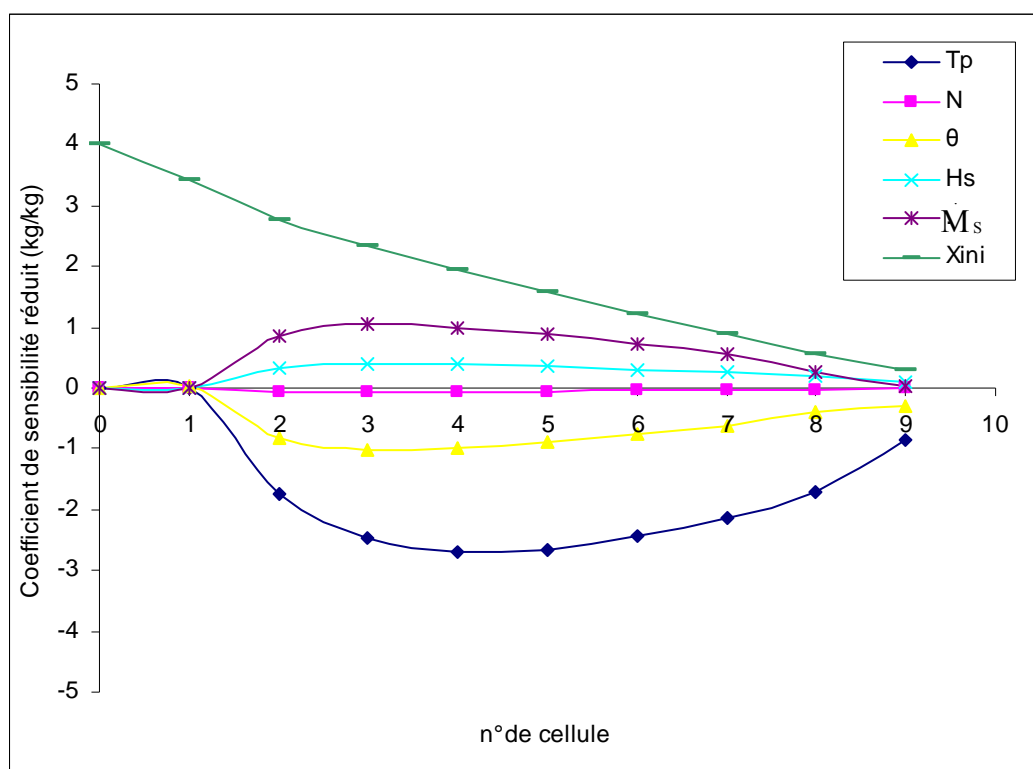


Figure IV-1 : Coefficient de sensibilité réduite de la teneur en eau à différents paramètres opératoires ( $T_p$ ,  $N$ ,  $\theta$ ,  $H_s$ ,  $M_s$ ,  $X_{ini}$ ) lorsque  $R$  est indépendant de  $X$ .

La phase de mise en température du produit se situe pour ces conditions au niveau de la cellule 1. Il n'y a donc pas lieu d'analyser l'influence des paramètres dans cette zone. A partir de la cellule n°1, nous constatons que:

- l'augmentation de la teneur en eau initiale augmente la teneur en eau dans le séchoir ;
- l'augmentation de la température de la paroi et de l'inclinaison diminue la teneur en eau ;

- l'augmentation de débit du solide et de hauteur de la surverse augmente la teneur en eau ;
- La vitesse d'agitation n'a aucun effet sur la teneur en eau.

Ainsi, les variables ayant une influence notable sur  $X$  sont classés (par ordre décroissant d'importance) :

- la teneur initiale en eau,  $X_{ini}$  ;
- la température de la paroi chaude,  $T_p$  ;
- le débit de solide sec,  $M_s$  ;

L'influence de l'inclinaison et de la hauteur de la surverse est considérée négligeable.

### 3.1.2 $R_i$ dépendant de la teneur en eau

Dans ce cas, l'évolution structurelle du produit au cours du séchage est prise en compte, et  $R_i$  varie le long du séchoir. La relation de la recirculation interne dépendant de la teneur en eau proposée dans le chapitre III est appliquée.

La Figure IV-2 représente le coefficient de sensibilité réduite. Nous constatons que, les effets de la température  $T_p$  et de la vitesse d'agitation  $N$  sont plus significatifs que dans le cas précédent. De plus, l'impact des autres variables sur la teneur en eau dans ce cas de  $R_i = F(N, X_i)$  est similaire au cas précédent.

L'effet de toutes les variables est majeur entre les cellules 2 et 6 du séchoir. Leur ordre d'influence sur la teneur en eau est :

- la température de la paroi chaude,  $T_p$  ;
- la teneur initiale en eau ;
- le débit de solide sec ;
- l'inclinaison du séchoir ;
- la hauteur de la surverse ;
- vitesse d'agitation

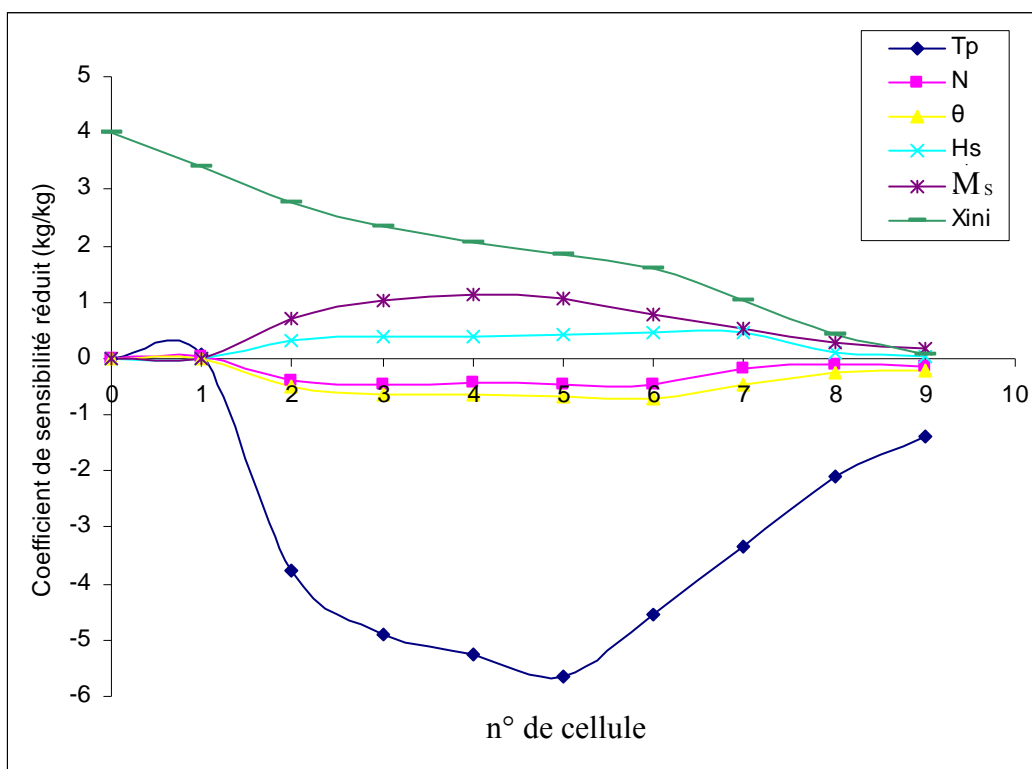


Figure IV-2 : Coefficient de sensibilité réduite de la teneur en eau à différents paramètres opératoires ( $T_p$ ,  $N$ ,  $\theta$ ,  $H_s$ ,  $M_s$ ,  $X_{ini}$ ) lorsque  $R_i$  dépendant de  $X$ .

Dans ce cas, on voit apparaître l'effet de la vitesse d'agitation, mais son effet reste négligeable par rapport à celui des autres variables, tout comme celui de l'inclinaison et de la hauteur de la surverse.

### 3.2 Sensibilité de la masse retenue

Comme le profil de teneur en eau, l'analyse de la sensibilité de la masse retenue aux différents paramètres du modèle sera menée sur toute la longueur du séchoir. Nous différencierons également l'étude selon la dépendance de  $R_i$  à  $X$ .

#### 3.2.1 $R_i$ indépendant de la teneur en eau

La Figure IV-3 représente le coefficient de sensibilité réduite de la masse retenue. La température de la paroi chaude et la teneur en eau initiale n'ont pas d'influence sur la

masse retenue, puisqu'elles n'influent pas l'écoulement du solide sec dans le séchoir. Les autres variables qui influent la masse retenue sont classés (par ordre décroissant) :

- l'inclinaison du séchoir,  $\theta$
- la vitesse d'agitation,  $N$
- le débit du solide,  $M_s$
- la hauteur de la surverse,  $H_s$ .

L'augmentation de l'inclinaison diminue la masse retenue dans le séchoir. Son effet est maximal dans la dernière zone du séchoir qui correspond à la phase granulaire. Il en est de même pour l'effet de la vitesse d'agitation. En ce qui concerne l'effet de débit du solide ou de la hauteur de la surverse, leur augmentation entraîne une augmentation de la rétention dans le séchoir.

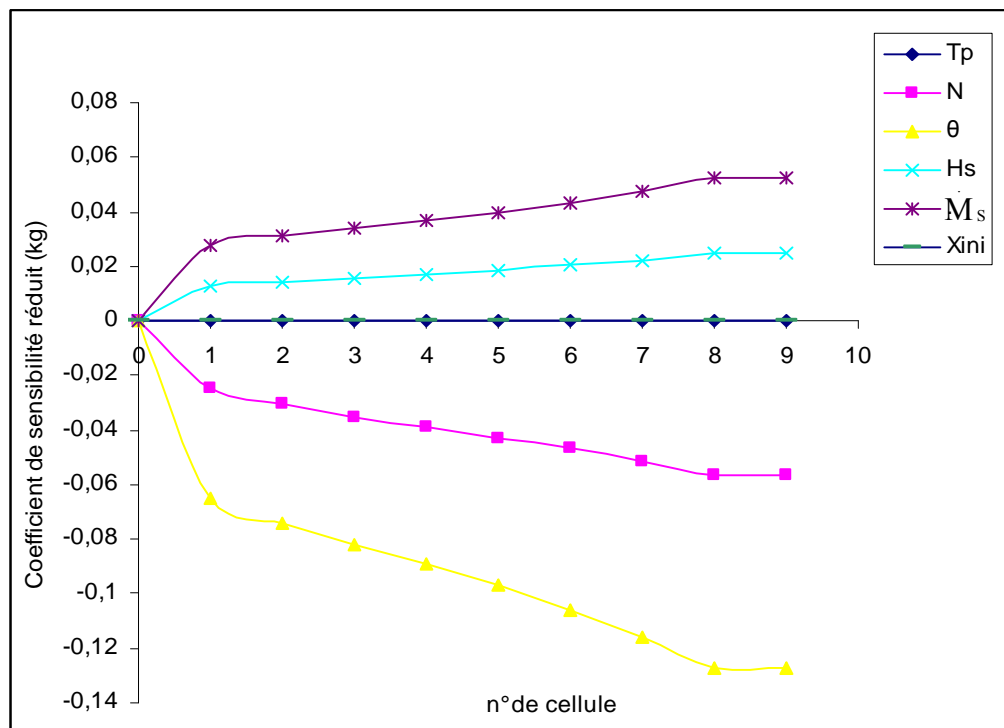


Figure IV-3 : Coefficient de sensibilité réduite de la masse retenue aux différents paramètres opératoires ( $T_p$ ,  $N$ ,  $\theta$ ,  $H_s$ ,  $M_s$ ,  $X_{ini}$ ) lorsque  $R_i$  est indépendant de  $X$

### 3.2.2 $R_i$ dépendant de $X$

Le coefficient de sensibilité réduite de la masse retenue lorsque la recirculation interne dépendant de la teneur en eau est présenté sur la Figure IV-4. Comme précédemment, la température de la paroi et la teneur en eau initiale n'influent pas la masse du solide. Les autres variables qui influent l'écoulement du solide sont données par l'ordre décroissant suivant :

- la vitesse d'agitation,  $N$
- le débit du solide,  $M_s$
- la hauteur de la surverse,  $H_s$
- l'inclinaison du séchoir,  $\theta$

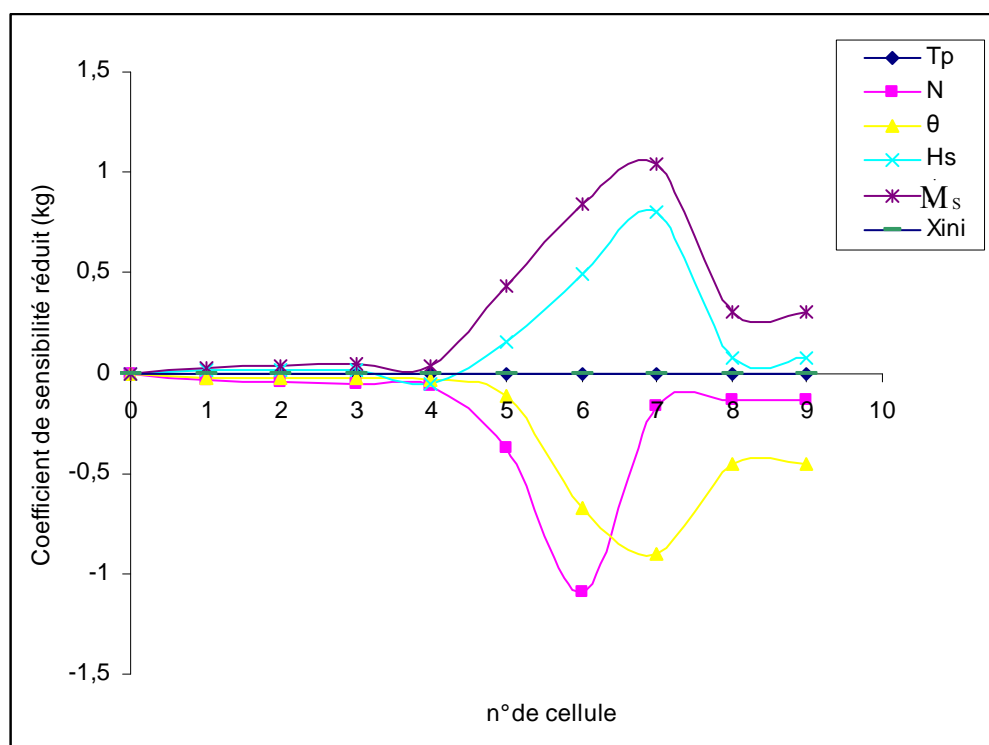


Figure IV-4 : Coefficient de sensibilité réduite de la masse retenue à différents paramètres opératoires ( $N$ ,  $\theta$ ,  $H_s$ ,  $M_s$ ,  $X_{ini}$ ) lorsque  $R_i$  dépendant de  $X$

L'impact des différents paramètres sur la masse retenue est différent de celui constaté lorsque  $R_i$  est indépendant de la teneur en eau.

L'analyse de sensibilité, nous indique donc qu'il est pertinent d'étudier l'influence de la température de paroi, de la teneur en eau initiale et du débit du solide sur le séchage via la teneur en eau. Ces variables seront étudiées quelle que soit la recirculation interne  $R_i$ .

Quant à l'écoulement, c'est l'effet de l'inclinaison, la vitesse d'agitation, le débit du solide et la hauteur de la surverse qui est mis en valeur.

#### **4 Influence des paramètres opératoires sur le séchage**

Le modèle markovien développé doit prédire les transferts de masse et de chaleur ainsi que l'écoulement dans le séchoir. Il doit permettre de calculer les profils de teneur en eau, température du produit et la quantité d'eau évaporée, la distribution des temps des séjours et la masse du solide retenue dans l'appareil.

L'effet des paramètres opératoires ( $T_p$ ,  $X_{ini}$ ,  $\dot{M}_s$ ) sur les transferts de masse et de chaleur sera distingué selon la dépendance (ou l'indépendance) de  $R_i$  à  $X$  :

##### **4.1 Température de paroi**

###### **4.1.1 $R_i$ indépendant de $X$**

Sur la Figure IV-5, nous avons porté le profil simulé de la teneur en eau dans le séchoir continu pour différentes températures de la paroi chaude. Les simulations numériques sont réalisées avec un débit de solide  $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ , une teneur en eau initiale  $X_{ini} = 4 \text{ kg.kg}^{-1}$ , une inclinaison de l'installation  $\theta = 3^\circ$ , une hauteur de la surverse  $H_s = 0,2 \text{ m}$  et une vitesse d'agitation  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ .

Nous remarquons que les profils de  $X$  sont nettement influencés par la température de paroi. La perte d'eau du produit est très forte pour des teneurs en eau  $X > 0,5$ , qui correspond au domaine de la structure fluide et pâte, puisque la quantité d'eau à éliminer

est importante. Puis cette perte devient faible, caractérisée par la décroissance lente de la teneur en eau, pour  $0,1 < X < 0,5$  ce qui correspond à la structure granulaire. Enfin, l'évolution de la teneur en eau devient quasi-linéaire pour  $X < 0,1$  car le produit est sec.

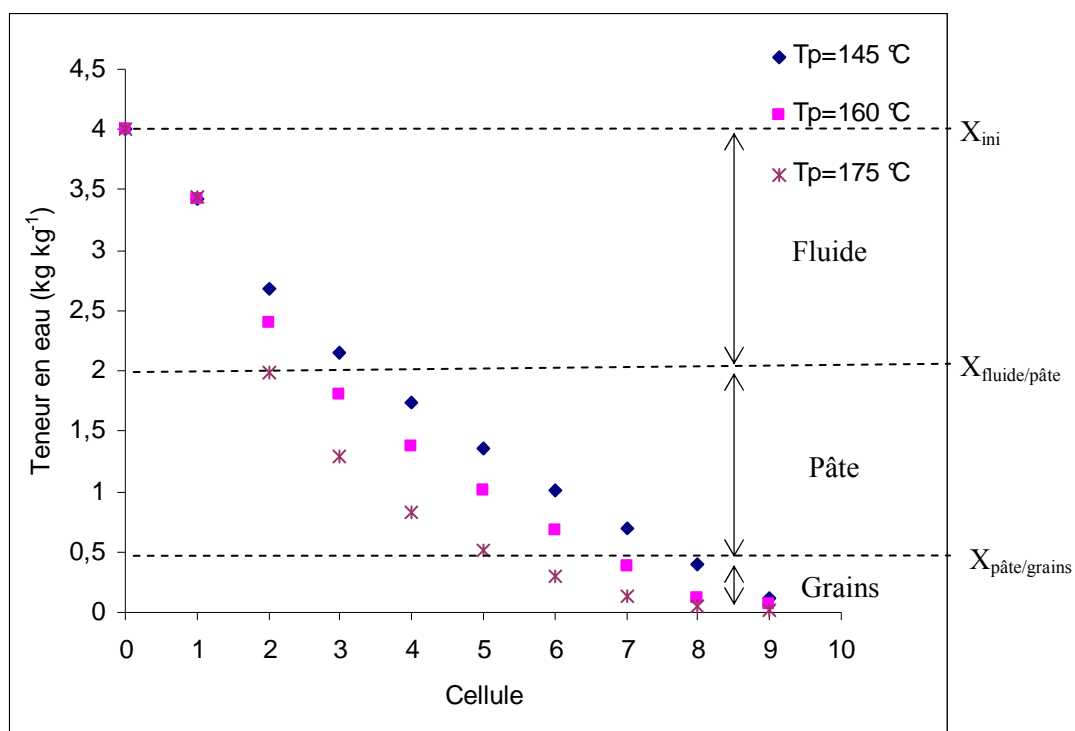


Figure IV-5 : Profil de teneur en eau dans le séchoir calculée par le modèle à  $R_i$

indépendant de  $X$  [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1}$ ,  $X_{ini} = 4$ ,  $\theta = 3^\circ$ ,  $H_s = 0,2 \text{ m}$ ,  $N = 40 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ ]

Dans la première zone du séchoir, qui est la zone de mise en température, la température de paroi n'a pas d'effet sur la teneur en eau. Cet effet devient notable dans la zone d'ébullition où  $T_{Pr} = 100^\circ\text{C}$ . Dans cette zone, plus la température de paroi augmente, plus la teneur en eau diminue. Cela est expliqué par le fait que le flux de chaleur traversant le produit est proportionnel à l'écart entre la température de la paroi et la température du produit. Ainsi, plus la température de paroi est élevée et plus le flux de chaleur est important, et donc la perte en masse importante. La température de la paroi chaude affecte fortement le séchage au cours de la zone d'ébullition, mais son influence est moins significatif dans la dernière zone du séchoir où  $X < 0,5$ .

Comme on pouvait s'y attendre, la température de la paroi est bien un paramètre important pour les transferts de l'eau en séchage conductif agité. Il faut signaler aussi que l'influence observée est en accord avec d'autres travaux menés sur le séchage par contact [1-2].

La Figure IV-6 présente la distribution de la température du produit tout au long de l'installation. La première tranche (où  $T_{Pr} < 100$  °C) observée sur les courbes de températures, correspond à la zone de la mise en température. Cette zone est très courte. Dans les cellules suivantes, la température  $T_{Pr}$  augmente pour atteindre un palier, c'est-à-dire la température d'ébullition. Finalement, dans les dernières cellules, la température du produit augmente pour atteindre la température de la paroi chaude .

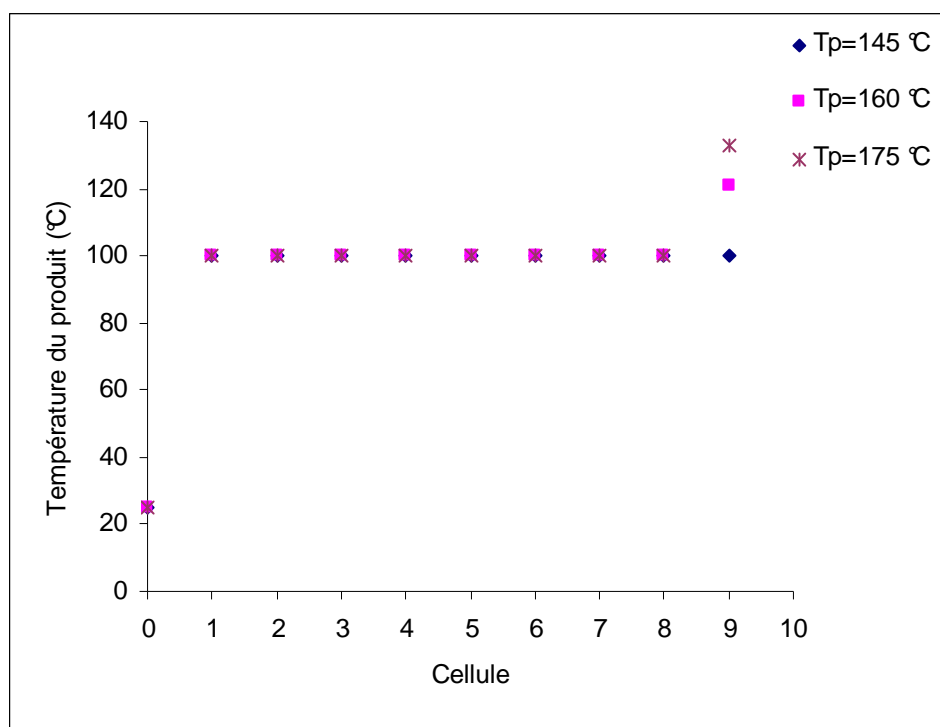


Figure IV-6 : Profil de température du produit calculé par le modèle à  $R_i$  indépendant de  $X$   
 $[\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}, X_{ini} = 4, \theta = 3^\circ, H_s = 0,2 \text{ m}, N = 40 \text{ tr.min}^{-1}]$

La quantité d'eau évaporée en fonction de la teneur en eau pour différentes températures de la paroi est présentée sur la Figure IV-7. Plus la température de la paroi est élevée plus la quantité d'eau évaporée dans chaque cellule du séchoir est importante. Pour une faible température,  $T_p = 145^\circ\text{C}$ , l'évaporation se fait par des quantités moins importantes



comparants à celles de  $T_p=175^\circ\text{C}$  et s'élargie presque sur toute la longueur de l'installation. Ainsi, la quantité d'eau évaporée dans le séchoir varie proportionnellement avec la température de la paroi chaude.

Pour les différentes températures, la quantité d'eau évaporée est importante dans la première zone du séchoir qui correspond à la structure fluide ( $X>2$ ). Puis l'eau évaporée diminue dans la deuxième zone pour laquelle le produit est sous forme pâteuse. Cette diminution s'explique essentiellement par l'abaissement du flux de chaleur en provenance de la paroi chaude.

L'augmentation de la quantité d'eau évaporée lorsque la température de la paroi augmente est cohérente avec les observations rapportées par différents travaux sur le séchage par contact [1, 2].

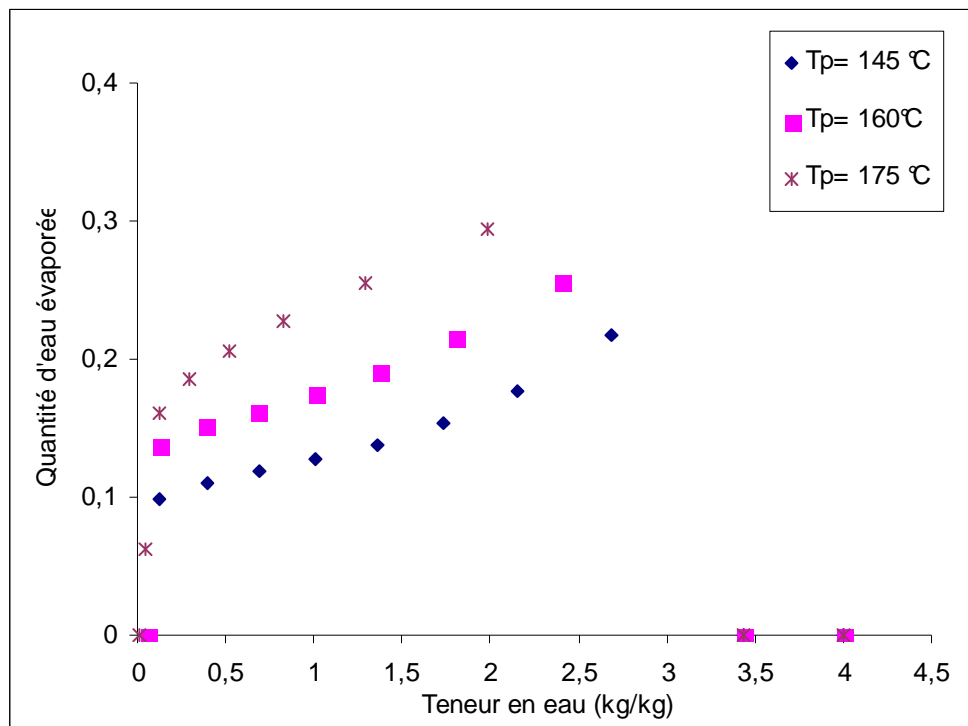


Figure IV-7 : Quantité d'eau évaporée dans chaque cellule du séchoir pour différentes températures de la paroi [ $\dot{M}_s=2 \text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ ,  $X_{ini}=4$ ,  $\theta=3^\circ$ ,  $H_s=0,2 \text{ m}$ ,  $N=40 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ ]

### 4.1.2 $R_i$ dépendant de $X$

La Figure IV-8 montre l'influence de la température de la paroi sur le profil de teneur en eau lorsque la recirculation interne dépend de  $X$ . Comme nous l'avons constaté précédemment, plus la température de paroi augmente, plus le profil de teneur en eau est décalé vers le bas, ainsi le produit sèche à une longueur du séchoir moins grande. Ceci résulte de l'augmentation du flux de chaleur apporté au produit par la paroi.

Nous constatons aussi sur cette figure que l'effet de la température de paroi  $T_p$  lorsque la recirculation dépend de  $X$  est presque similaire à celui obtenu lorsque celle-ci est constante sur la longueur du séchoir. Cela montre que la recirculation n'influe pas sur les profils de teneurs en eau dans le séchoir dans ces conditions précises (loi de la recirculation interne). La température de la paroi est donc un paramètre régissant les transferts de masse et de chaleur pour le séchage conductif.

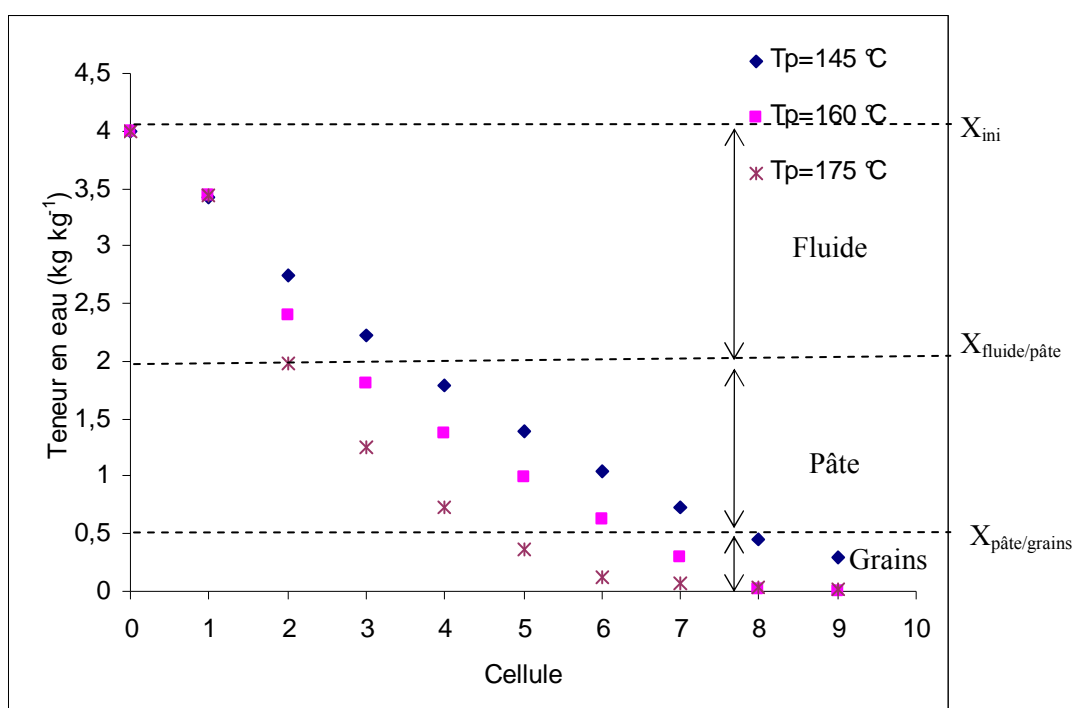


Figure IV-8 : Profil de la teneur en eau dans le séchoir calculé par le modèle avec  $R_i = F(N, X)$ . [ $M_s = 2\text{ kg}\cdot\text{h}^{-1}$ ,  $X_{ini} = 4$ ,  $\theta = 3^\circ$ ,  $H_s = 0,2\text{ m}$ ,  $N = 40\text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ ]

## 4.2 Effet de la teneur en eau initiale

Nous avons présenté sur la Figure IV-9 et la Figure IV-10 l'évolution de la teneur en eau dans le séchoir pour différentes teneurs en eau initiales. Les deux figures sont obtenues dans les mêmes conditions à l'exception de la loi de variation de  $R_i$  avec  $X$ .

L'observation de ces deux figures nous permet de constater que l'effet de la teneur initiale est plus marquée dans les deux premières zones du séchoir ( $X > 0,5$ ). Les teneurs en eau obtenues dans ces zones sont plus élevées pour les fortes teneurs initiales. Cela est expliqué par l'existence d'une grande quantité d'eau à être évaporée, ainsi la perte d'eau est logiquement plus forte dans cette section.

L'influence de la teneur initiale devient moins significative pour des teneurs en eau comprises entre  $0,1 < X < 0,5$ . dans ce domaine de teneur en eau, la perte en masse est lente. A partir des teneurs en eau  $X < 0,1$ , l'influence de la teneur initiale est non significative.

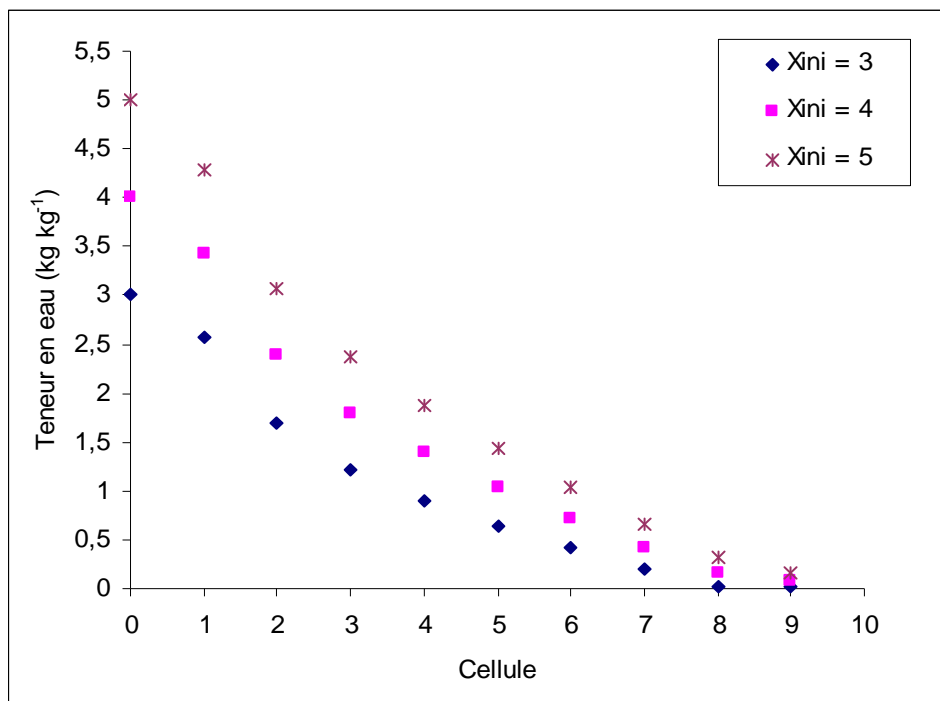


Figure IV-9 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différentes teneurs en eau initiales à  $R_i$  constant. [ $M_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ ,  $\theta = 3^\circ$ ,  $H_s = 0,15 \text{ m}$ ,  $T_p = 160 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

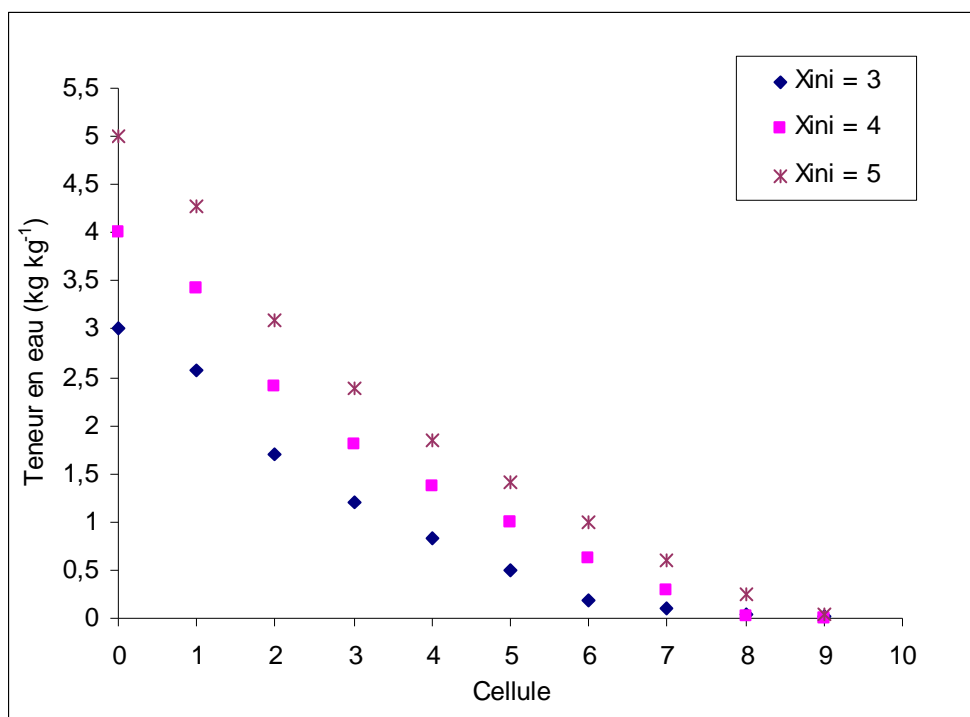


Figure IV-10 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différentes teneurs en eau initiales à  $R_i = f(X)$ . [ $M_s = 2 \text{ kg h}^{-1}$ ,  $\theta = 3^\circ$ ,  $H_s = 0,15 \text{ m}$ ,  $T_p = 160 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

En comparant les deux figures obtenues dans les deux cas de recirculations internes, nous constatons que les teneurs en eau sont presque identiques.

En ce qui concerne l'eau évaporée dans le séchoir, la Figure IV-11 montre son évolution pour différentes teneur en eau initiales lorsque la recirculation est indépendante de X. La quantité d'eau évaporée est importante lorsque la teneur en eau initiale est élevée alors que l'énergie apportée au produit par la paroi est la même. Cette élévation est expliquée par la grande disponibilité d'eau à évaporer dans le séchoir quand la teneur en eau initiale augmente.

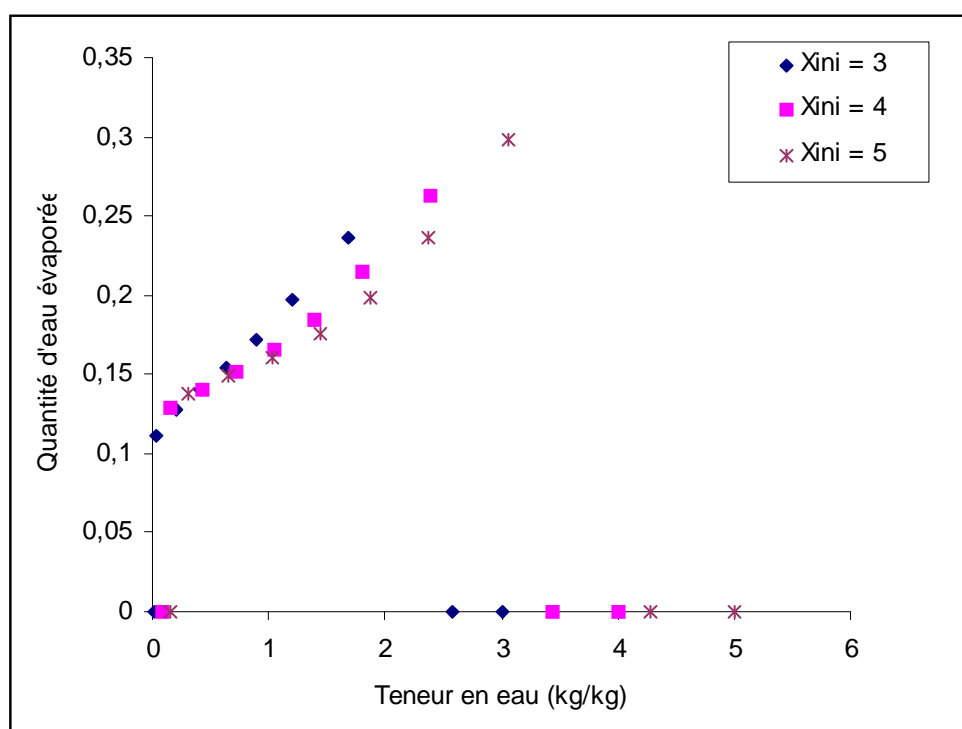


Figure IV-11 : Quantité d'eau évaporée pour différentes teneurs en eau initiales lorsque  $R_i$  indépendant de  $X$  [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg h}^{-1}$ ,  $\theta = 3^\circ$ ,  $H_s = 0,15 \text{ m}$ ,  $T_p = 160 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]

### 4.3 Effet du débit du solide

L'influence du débit du solide  $\dot{M}_s$  sur la teneur en eau pour  $R_i = F(N)$  et  $R_i = F(N, X)$  a été simulée. Les résultats sont respectivement présentés sur la Figure IV-12 et la Figure IV-13. Celles-ci montrent que l'augmentation du débit du solide augmente la teneur en eau. Ceci est dû à l'augmentation de la masse retenue dans le séchoir. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus sur un séchoir continu à lit fluidisé [98-99].

Pour une recirculation constante sur la longueur de l'installation et à  $\dot{M}_s = 1 \text{ kg.h}^{-1}$ , le produit est sec ( $X < 0,5$ ) à partir de la 6<sup>ème</sup> cellule. Pour un débit supérieur, par exemple à  $\dot{M}_s = 3 \text{ kg.h}^{-1}$ , le solide sec est obtenu à partir de la 8<sup>ème</sup> cellule. Ainsi, plus le débit du solide est important plus le produit sèche à une distance par rapport à l'entrée plus grande.

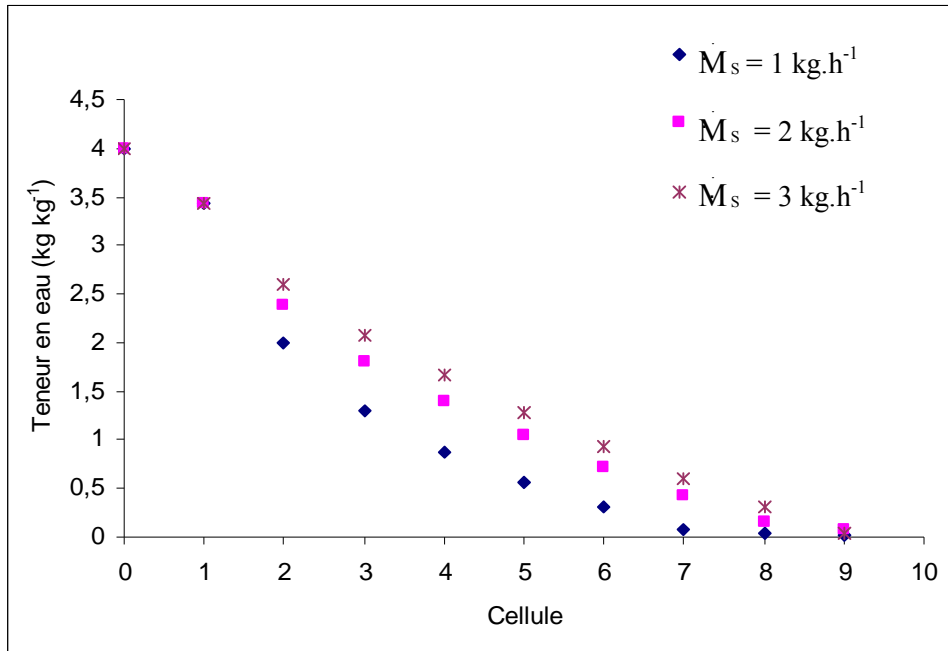


Figure IV-12 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différents débits de solide à  $R_i$  constant. [ $X_{ini}=4$ ,  $\theta=3^\circ$ ,  $H_s=0,15$  m,  $T_p=160$  °C,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>]

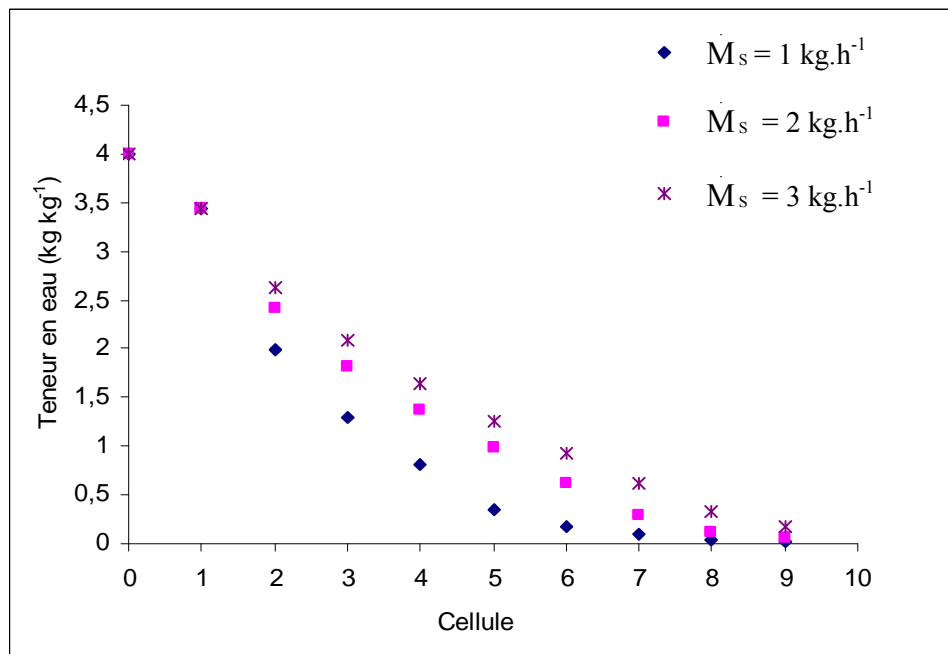


Figure IV-13 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différents débits de solide à  $R_i = f(X)$ . [ $X_{ini}=4$ ,  $\theta=3^\circ$ ,  $H_s=0,15$  m,  $T_p=160$  °C,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>]

La confrontation des deux figures précédentes a permis de montrer que la recirculation interne n'a pas d'influence significative sur le profil de teneur en eau lorsque le débit du solide varie.

La quantité d'eau évaporée pour différents débits du solide est présentée sur la Figure IV-14. Quel que soit le débit du solide, la variation de la quantité d'eau évaporée présente des écarts différents suivant la zone du séchoir ou bien la structure du produit. Elle est importante dans la zone de la structure fluide où l'énergie apportée au produit par la paroi est élevée. Pour une structure pâteuse, la quantité d'eau évaporée diminue par la diminution de l'apport de chaleur paroi/produit.

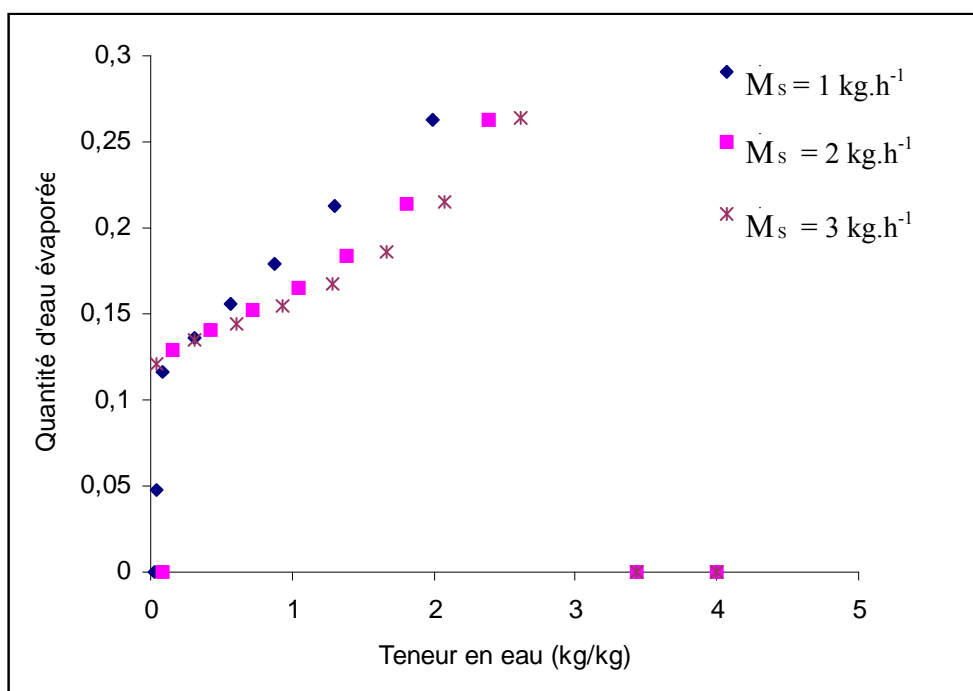


Figure IV-14 : Quantité d'eau évaporée pour différents débits du solide lorsque Ri indépendant de X [ $X_{ini}=4$ ,  $\theta=3^\circ$ ,  $H_s=0,15$  m,  $T_p=160$  °C,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>]

Finalement, sur les trois variables opératoires étudiées, la relation proposée entre la recirculation interne et la teneur en eau n'est pas un paramètre significatif pour les transferts de masse et de chaleur dans le séchoir. Le profil de la teneur en eau est peu sensible à la variation de la recirculation interne.

## 5 Influence des paramètres sur l'écoulement

Pour étudier l'écoulement au sein du séchoir, nous allons procéder au calcul de la distribution des temps des séjours (DTS) et de la masse retenue du solide au sein de l'installation.

### 5.1 Inclinaison du séchoir

L'évolution des courbes de DTS à différentes inclinaisons du séchoir est illustrée sur la Figure IV-15. Elles sont obtenues sous les conditions suivantes : débit du solide  $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ , teneur en eau initiale  $X_{\text{ini}}=4$ , vitesse d'agitation  $N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ , hauteur de la surverse  $H_s=0,15 \text{ m}$  et température de la paroi  $T_p=160 \text{ °C}$ . Nous constatons que l'allure des courbes de DTS est considérablement influencée par l'inclinaison. Les courbes de DTS sont d'autant plus étalées que l'inclinaison est faible, ceci peut être expliqué par le fait que la masse retenue augmente avec la diminution de l'inclinaison.

De plus, les courbes de DTS à  $\theta=5^\circ$  et à  $\theta=3^\circ$  sont très proches, alors que celle obtenue à  $\theta=1^\circ$  est beaucoup plus étalée et semble différente des deux autres. L'effet de l'inclinaison du séchoir est ainsi plus significatif à des inclinaisons  $\theta < 3^\circ$ .



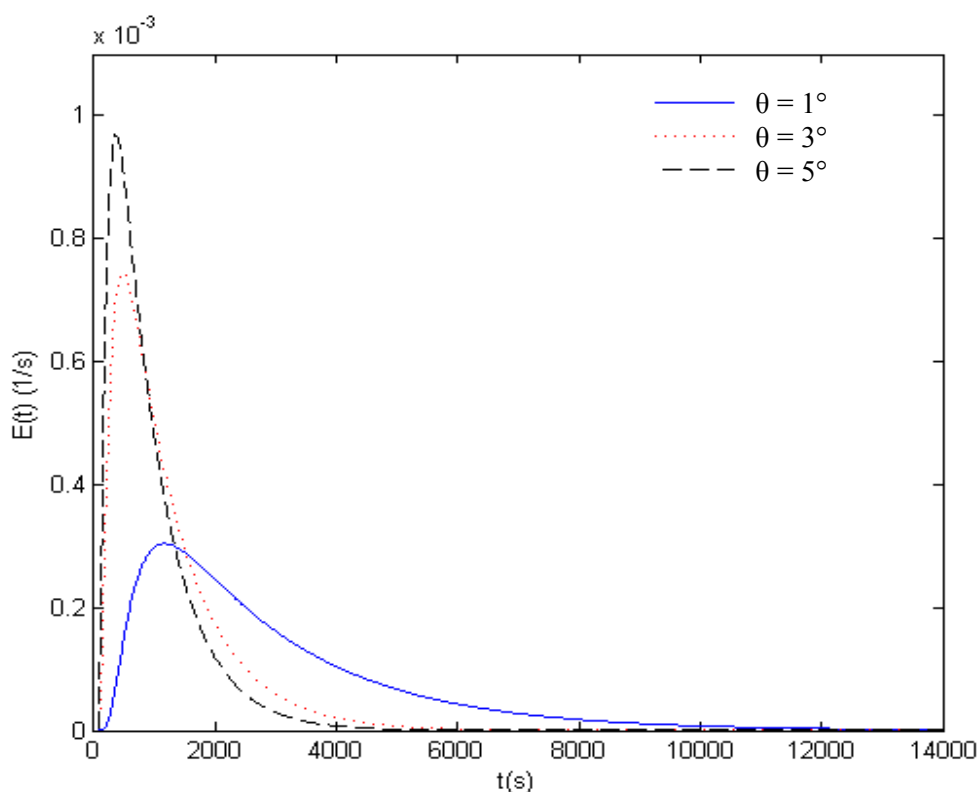


Figure IV-15 : Simulation de la DTS du solide à différentes inclinaisons du séchoir pour  $R_i$  constant. [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ ,  $X_{ini} = 4$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ,  $H_s = 0,15 \text{ m}$ ,  $T_p = 160 \text{ }^\circ\text{C}$ ]

Sur les Tableau IV-2 et Tableau IV-23 et nous avons présenté le temps de passage pour différentes inclinaisons du séchoir sous les mêmes conditions, selon la dépendance -ou non- de  $R_i$  à  $X$ . A débit constant, le temps de passage est d'autant plus important que l'inclinaison est faible. L'augmentation de l'inclinaison du séchoir diminue la masse retenue et cela induit la diminution du temps de passage dans le séchoir [55].

De même, à une inclinaison constante, le temps de passage augmente avec le débit de solide sec, et ceci d'autant plus que  $R_i$  varie avec la teneur en eau. Mais à une recirculation constante, cette augmentation reste négligeable devant celle d'une recirculation variant avec la teneur en eau.

Tableau IV-2 : Temps de passage  $\tau$  du solide dans le séchoir pour différentes inclinaisons  $R_i$  indépendant de  $X$ . [ $X_{ini}=4$ ,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>,  $H_s=0,15$  m,  $T_p=160$  °C]

$\dot{M}_s$ (kg.h <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min) $\theta=1^\circ$	$\tau$ (min) $\theta=2^\circ$	$\tau$ (min) $\theta=3^\circ$	$\tau$ (min) $\theta=5^\circ$
1	40,19	18,66	11,92	6,79
2	42,54	19,74	12,61	7,18
3	46,87	21,75	13,89	7,91

Tableau IV-3 : Temps de passage  $\tau$  du solide dans le séchoir pour différentes inclinaisons  $R_i$  dépendant de  $X$ . [ $X_{ini}=4$ ,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>,  $H_s=0,15$  m,  $T_p=160$  °C]

$\dot{M}_s$ (kg.h <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min) $\theta=1^\circ$	$\tau$ (min) $\theta=2^\circ$	$\tau$ (min) $\theta=3^\circ$	$\tau$ (min) $\theta=5^\circ$
1	282,70	95,87	35,56	12,77
2	296,51	128,59	62,56	19,38
3	356,88	153,18	68,02	28,08

Pour mieux quantifier l'effet de la recirculation interne  $R_i$  sur l'écoulement à différentes inclinaisons du séchoir, nous avons fixé le débit du solide à  $\dot{M}_s=2$  kg.h<sup>-1</sup>. La Figure IV-16 représente le temps de passage en fonction de l'inclinaison selon le type de loi pour la recirculation interne. Nous constatons que quelle que soit l'inclinaison, le temps de passage pour  $R_i=f(X)$  est supérieur à celui obtenu pour  $R_i$  constant. Cela est expliqué par le fait que la structure pâteuse, qui est prise en compte par la loi  $R_i=f(X)$ , favorise la rétention dans le séchoir et par conséquent augmente le temps de passage [61, 63].

Nous notons aussi que l'effet de la recirculation interne apparaît très nettement lorsque l'inclinaison est inférieure à 3°. Dans cette plage de  $\theta$ , on dirait que le produit séjourne plus longtemps dans le séchoir.

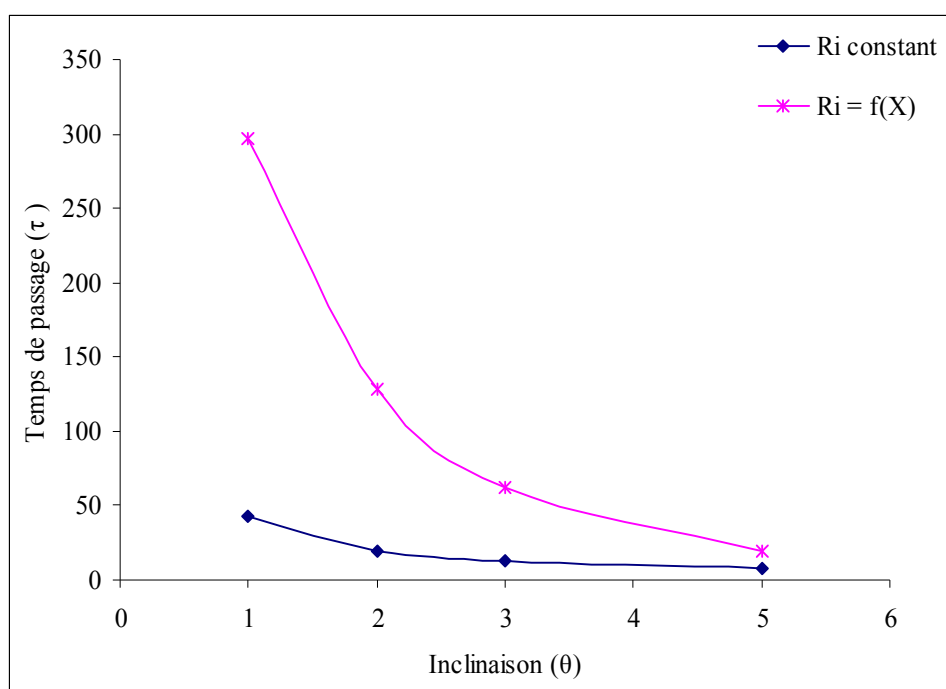


Figure IV-16 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir pour différentes inclinaisons.

## 5.2 Vitesse d'agitation

Sur la Figure IV-17, nous avons présenté les courbes de distribution des temps de séjour du solide obtenues pour différentes vitesses d'agitation. Nous constatons que les courbes de DTS sont d'autant plus étalées que la vitesse d'agitation  $N$  diminue. Cela est expliqué par le fait que la masse retenue dans le séchoir est d'autant plus grande que la vitesse diminue. De même et comme attendu, plus la vitesse d'agitation est grande plus le temps de séjour moyen est faible. Ces résultats sont conformes à ceux de la littérature sur la modélisation de l'écoulement dans un séchoir conductif agité par une série de mélangeurs parfaits [53-54, 56].

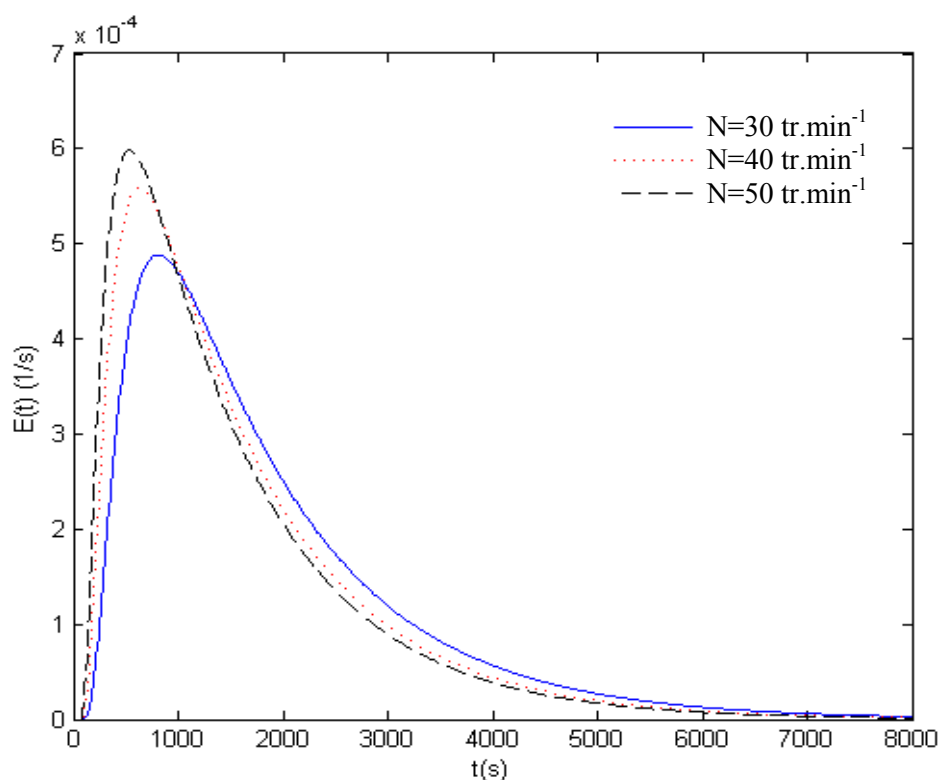


Figure IV-17 : Simulation de la DTS du solide à différentes vitesses d'agitation pour  $R_i$  constant. [ $M_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ ,  $X_{ini}=4$ ,  $\theta=2^\circ$ ,  $H_s=0,15 \text{ m}$ ,  $T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}$ ]

Pour mettre en évidence l'effet de la recirculation interne et sa possible dépendance à  $X$ , nous avons calculé les temps de passage correspondants. Les Tableau IV-4 et Tableau IV-5 regroupent les valeurs du temps de passage du solide dans le séchoir déduites directement des masses retenues pour différentes vitesses d'agitation.

Tableau IV-4 : Temps de passage  $\tau$  du solide dans le séchoir pour différentes vitesses d'agitation à  $R_i$  constant. [ $X_{ini}=4$ ,  $\theta=2^\circ$ ,  $H_s=0,15 \text{ m}$ ,  $T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}$ ]

$M_s$ ( $\text{kg.h}^{-1}$ )	$\tau$ (min)		
	$N=30 \text{ tr.min}^{-1}$	$N=40 \text{ tr.min}^{-1}$	$N=50 \text{ tr.min}^{-1}$
1	23,88	18,66	15,38
2	25,27	19,74	16,28
3	27,84	21,75	17,93

Tableau IV-5 : Temps de passage  $\tau$  du solide dans le séchoir pour différentes vitesses d'agitation à  $R_i=f(X)$ . [ $X_{ini}=4$ ,  $\theta=2^\circ$ ,  $H_s=0,15$  m,  $T_p=160$  °C]

$\dot{M}_s$ (kg.h <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min)	$\tau$ (min)	$\tau$ (min)
	N=30 tr.min <sup>-1</sup>	N=40 tr.min <sup>-1</sup>	N=50 tr.min <sup>-1</sup>
1	108,57	95,87	86,66
2	149,31	128,59	114,01
3	169,71	153,18	140,42

Dans les deux cas, le temps de passage est d'autant plus important que la vitesse d'agitation est faible. Pour un débit du solide constant, la masse retenue diminue avec l'augmentation de la vitesse d'agitation et par conséquent diminue le temps de passage dans le séchoir.

A vitesse constante, le temps de passage augmente significativement lorsque la recirculation dépend de la teneur en eau. Ce résultat est dû à la structure pâteuse dans le séchoir qui est mise en œuvre via la relation  $R_i=f(X)$ . Cependant, cette augmentation est négligeable à une recirculation constante puisque la structure du produit est négligée.

Afin d'évaluer l'effet de la recirculation interne  $R_i$  sur l'écoulement à différentes vitesses d'agitation, nous avons fixé le débit du solide à  $\dot{M}_s=2$  kg.h<sup>-1</sup>. La Figure IV-18 représente le temps de passage en fonction de la vitesse d'agitation selon le type de loi pour la recirculation interne. Le temps de passage, lorsque la recirculation interne varie avec la teneur en eau, est six fois plus grand que celui obtenu pour une recirculation constante. Nous expliquons cette différence par un changement de régime d'écoulement qui est dû à la modification structurelle du système qui devient très dense et pâteux comme l'ont constaté d'autres études sur un séchoir direct rotatif [61, 63], sur un séchoir conducteur agité [56] et sur un séchoir à pulvérisation [59].

Ainsi, la relation entre la recirculation interne et la teneur en eau constitue un facteur d'une influence majeure sur l'écoulement dans le séchoir.

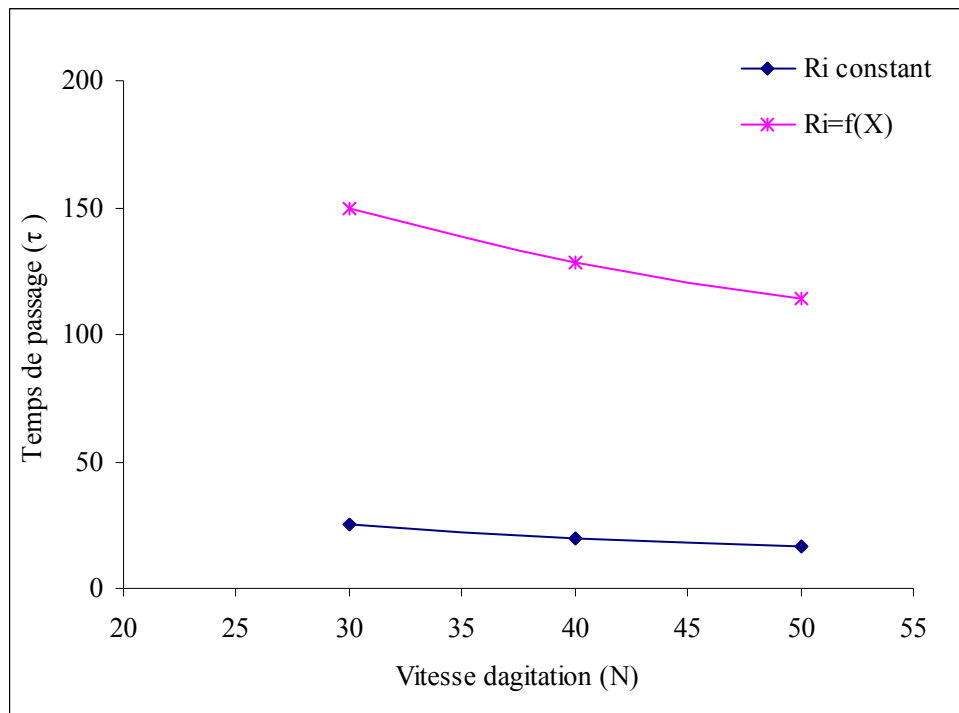


Figure IV-18 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir pour différentes vitesses d'agitation.

### 5.3 Débit de solide

L'influence du débit du solide sur la distribution des temps de séjour a été étudiée et illustrée sur la Figure IV-19. Ces courbes sont peu exploitables et nous avons procédé à l'estimation des temps de passage pour en découler des conclusions.

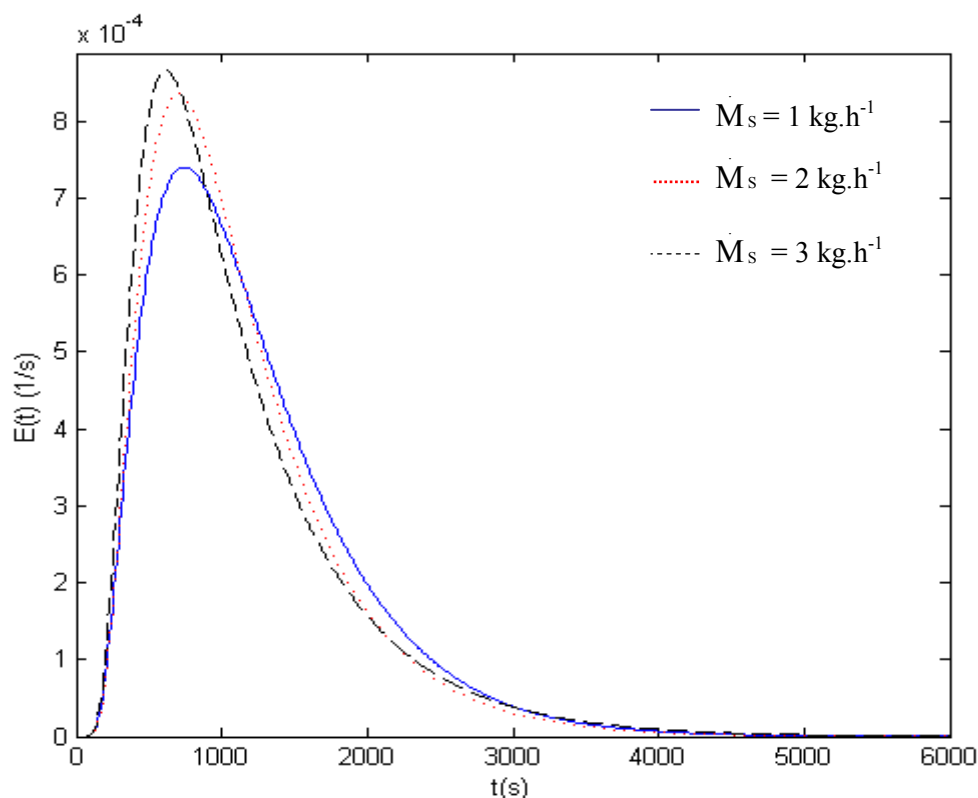


Figure IV-19 : Simulation de la DTS du solide à différents débit  
pour  $R_i$  constant [ $X_{ini}=4$ ,  $\theta=2^\circ$ ,  $N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ,  $H_s=0,15 \text{ m}$ ,  $T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}$ ]

Afin de faire ressortir l'influence de débit du solide et de la recirculation interne sur l'écoulement dans le séchoir, une comparaison des temps de passage à des conditions identiques va nous permettre de souligner leurs effets. La Figure IV-20 présente le temps de passage dans le séchoir en fonction du débit du solide pour une recirculation constante, et une recirculation variable sur la longueur du séchoir. Comme nous l'avons déjà remarqué précédemment, l'augmentation du débit induit l'augmentation du temps de passage [98-99].

Les temps de passage dans le séchoir pour une recirculation variable sont nettement supérieurs à ceux obtenus pour une recirculation interne constante. Ils sont presque multipliés par un facteur 6. Cela est expliqué par la modification structurale du produit, considérée dans la relation de  $R_i$  et  $X$ , qui augmente le temps de passage dans le séchoir [61, 63].

En conclusion, le débit du solide affecte l'écoulement dans le séchoir. L'effet de celui-ci est significatif lorsque l'évolution structurale du produit est prise en compte. Ainsi, la recirculation interne dépendant de la teneur en eau est un facteur notable pour l'écoulement dans le séchoir.

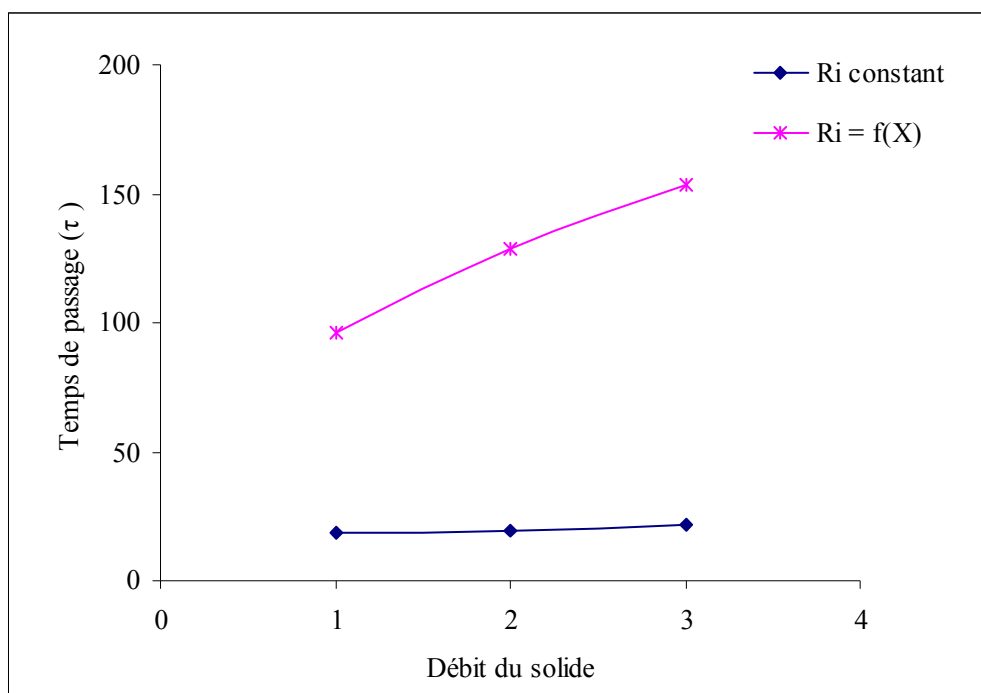


Figure IV-20 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir à différents débit du solide.

#### 5.4 Hauteur de la surverse

La Figure IV-21 montre les courbes de la distribution des temps de séjour pour différentes hauteurs d'inclinaison pour  $R_i$  constant. Lorsque la hauteur de la surverse augmente, les courbes de DTS deviennent un peu plus étalées par le fait que la rétention dans le séchoir augmente aussi. L'évolution de la DTS varie peu en fonction de la position de la surverse. D'ailleurs, comme le montre l'étude de la sensibilité, la hauteur de la surverse est la variable la moins influente par rapport aux autres variables opératoires.



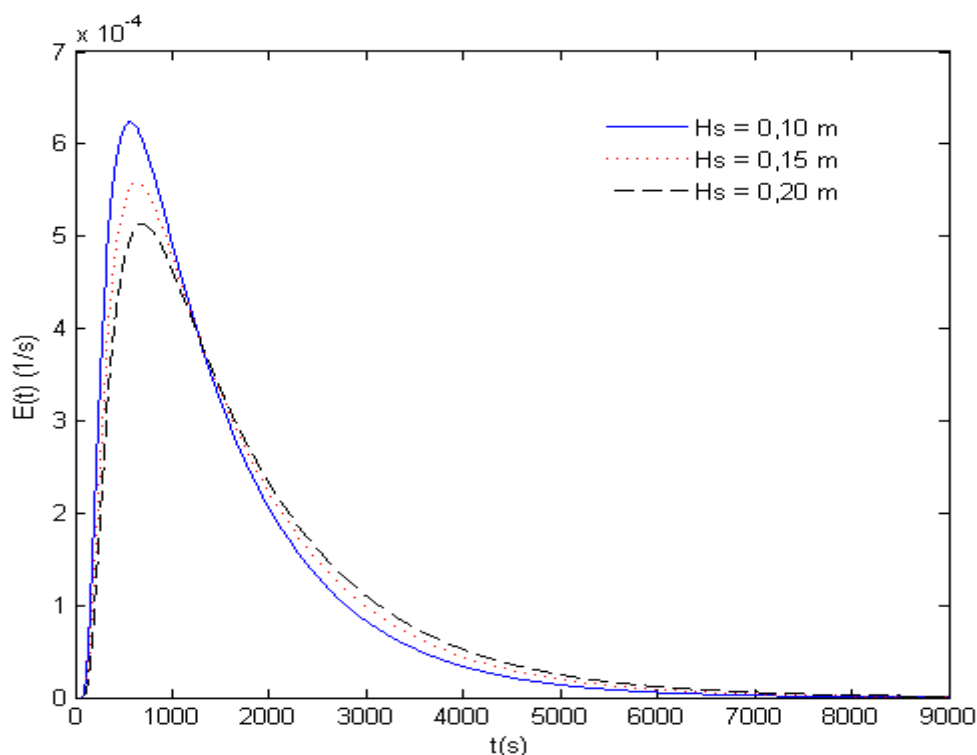


Figure IV-21 : DTS Simulées du solide pour différentes hauteurs de la surverse  
à  $R_i$  constant. [ $M_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ ,  $X_{ini} = 4$ ,  $\theta = 2^\circ$ ,  $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ,  $T_p = 160 \text{ }^\circ\text{C}$ ]

Pour ressortir l'influence de la hauteur de la surverse et de la recirculation interne sur l'écoulement dans le séchoir, nous avons calculé les temps de passage sous mêmes conditions. Les Tableau IV-6 et Tableau IV-7 regroupent les valeurs des temps de passage du solide déduites directement des masses retenues pour différentes positions de la surverse selon le type de loi de  $R_i = f(X)$ .

A débit constant, le temps de passage est d'autant plus grand que la hauteur de la surverse est grande. En effet, une position haute de la surverse augmente la masse retenue dans le séchoir et, par conséquent, augmente le temps de passage [55].

Par ailleurs, à une position de surverse donnée, le temps de passage augmente avec le débit du solide. Cette augmentation est minime voire négligeable lorsque la recirculation interne est constante, et devient significative dans le cas d'une recirculation dépendant de la teneur

en eau. La structure pâteuse prise en compte via la relation  $R_i=f(X)$  affecte l'écoulement dans le séchoir ce qui augmente la rétention et ainsi le temps de passage.

Tableau IV-6 : Temps de passage  $\tau$  pour différentes hauteurs de la surverse  
à  $R_i$  constant. [ $X_{ini}=4$ ,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>,  $\theta=2^\circ$ ,  $T_p=160^\circ\text{C}$ ]

$\dot{M}_s$ (kg.h <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min)	$\tau$ (min)	$\tau$ (min)
	Hs=0,10 m	Hs=0,15 m	Hs=0,20 m
1	15,87	18,66	20,92
2	16,80	19,74	22,14
3	18,51	21,75	24,39

Tableau IV-7 : Temps de passage  $\tau$  pour différentes hauteurs de la surverse  
à  $R_i=f(X)$ . [ $X_{ini}=4$ ,  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>,  $\theta=2^\circ$ ,  $T_p=160^\circ\text{C}$ ]

$\dot{M}_s$ (kg.h <sup>-1</sup> )	$\tau$ (min)	$\tau$ (min)	$\tau$ (min)
	Hs=0,10 m	Hs=0,15 m	Hs=0,20 m
1	68,74	95,87	116,72
2	88,46	128,59	161,54
3	121,60	153,18	163,93

Afin de comparer l'effet de la recirculation interne à différentes positions de la surverse, nous avons présenté sur la Figure IV-22 les temps de passage obtenus sous les conditions suivantes : débit de solide  $\dot{M}_s=2$  kg.h<sup>-1</sup>, teneur en eau initiale  $X_{ini} = 4$ , vitesse d'agitation  $N=40$  tr.min<sup>-1</sup>, inclinaison  $\theta=2^\circ$  et température de la paroi  $T_p=160^\circ\text{C}$ .

Le temps de passage lorsque  $R_i$  est dépendant de  $X$  est nettement supérieur à celui obtenu lorsque  $R_i$  est constant. Cela est dû au changement du régime d'écoulement résultant de l'évolution structurale du produit dans le séchoir.

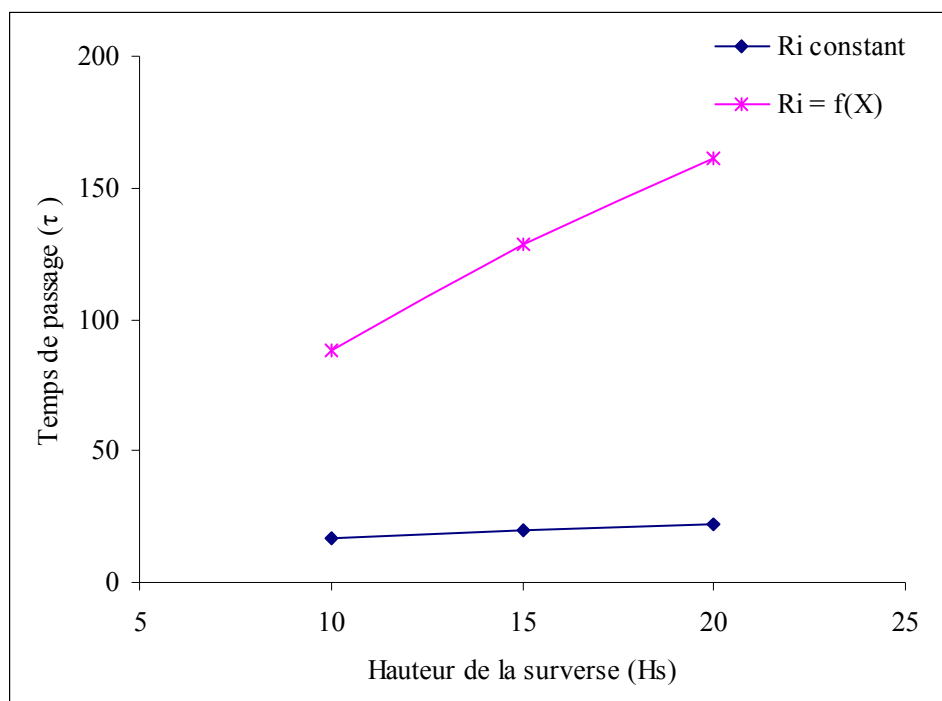


Figure IV-22 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir pour différentes positions de la surverse.

## 6 Conclusion

Dans ce chapitre, les résultats de simulations numériques sont présentés pour démontrer la cohérence et la capacité du modèle pour décrire les transferts de masse et de chaleur et l'écoulement dans le séchoir. Ce modèle permet de calculer le profil de teneur en eau, le profil de température du produit et la distribution des temps de séjours dans le séchoir.

L'étude de la sensibilité de la teneur en eau et de la masse retenue aux variables opératoires a permis de hiérarchiser toutes les variables par ordre d'influence. D'après cette étude, les paramètres opératoires qui influencent significativement le profil de teneur eau dans le séchoir sont :

- la température de la paroi chaude ;
- la teneur en eau initiale ;
- le débit de solide sec.

L'effet des autres variables (la vitesse d'agitation, l'inclinaison du séchoir et la hauteur de la surverse) est négligeables.

Les paramètres qui influencent considérablement la masse retenue dans le séchoir et cela quelle que soit la recirculation interne sont :

- l'inclinaison de l'installation
- la vitesse d'agitation
- le débit de solide
- la hauteur de la surverse

En se basant sur les éléments obtenus à partir de l'analyse de sensibilité, nous avons présenté l'influence des paramètres opératoires sur le séchage et l'écoulement dans le séchoir. La relation proposée de la recirculation interne est d'une influence majeure sur l'écoulement, mais son effet est peu significatif, voire négligeable, sur les transferts de masse et de chaleur dans le séchoir.

Les résultats de la simulation numérique montrent que le modèle donne des résultats acceptables. Ainsi, le modèle numérique que nous avons développé permet de décrire d'une manière satisfaisante le procédé de séchage par contact avec agitation et l'écoulement du produit au sein du séchoir.

---

***CONCLUSION GENERALE & PERSPECTIVES***

---

Dans les séchoirs conductifs agités, les phénomènes de transfert de matière et de chaleur sont souvent accompagnés par des modifications physico-chimiques et structurales du matériau, ce qui affecte directement l'écoulement sous l'effet de la température et de l'agitation. La formation de la structure pâteuse dans le séchoir influe le déroulement du séchage et la qualité du produit final, et peut endommager l'appareillage.

Notre objectif principal était de développer un modèle pour décrire les transferts couplés de chaleur et de matière et l'écoulement dans un séchoir conductif agité.

Nous avons développé un modèle de cellule markovien dans le deuxième chapitre de ce mémoire. Ce développement s'est basé sur deux chaînes parallèles, qui représentent les flux de l'eau et du solide circulants dans le séchoir. Le solide sec est représenté par une chaîne unidimensionnel 1D contenant 9 cellules et un état absorbant. Quant au flux de l'eau, il est représenté par une chaîne bidimensionnel 2D composée de 9 couples de cellules et d'un couple d'états absorbants. Chaque couple de cellule est formé de la cellule liquide et de la cellule vapeur. Les cellules sont reliées entre elles par les probabilités de transitions selon un plan horizontal et un plan vertical. Dans cette partie, nous avons aussi présenté le dispositif de laboratoire à modéliser.

Nous avons ensuite déterminé expérimentalement les paramètres du modèle. Après une série d'expérimentations sur deux produits testés, nous avons sélectionné la pâte granulaire avec des liants polymériques, qui est un mélange de cellulose, d'eau et de gel agar-agar. Au cours du séchage, la pâte présente une modification structurale et passe par une structure fluide, une structure pâteuse et une structure granulaire. Les appréciations visuelles et le signal du couple mécanique ont permis de délimiter les différentes structures du milieu. Ainsi, la teneur en eau pour laquelle le milieu fluidifié devient pâteux correspond à  $X_{\text{fluide/pâte}} = 2$ , et l'évolution entre la structure pâteuse et la structure granulaire correspond à  $X_{\text{pâte/grains}} = 0,5$ . Le caractère hygroscopique de la pâte granulaire a été étudié et pris en compte par l'intermédiaire de la chaleur totale de désorption. Nous avons appliqué le modèle de Schlünder pour déterminer l'évolution du coefficient de transfert de chaleur paroi/produit en fonction de la teneur en eau. Les résultats obtenus sur le séchoir

vertical batch ont montré que la théorie de pénétration décrit bien le séchage au cours des structures fluides et granulaires.

Nous avons complété le modèle développé par des hypothèses simplifiées. Ainsi, nous avons proposé une relation qui lie la masse retenue dans le séchoir aux variables opératoires. Pour mettre en œuvre la modification structurelle dans le séchoir, nous avons formulé une relation reliant la recirculation interne et la teneur en eau.

Le quatrième chapitre a été consacré aux résultats de la simulation numérique. La cohérence du modèle et l'application des relations proposées ont fait l'objet de ce chapitre. En première partie, nous avons fait une étude de sensibilité pour laquelle le profil de la teneur en eau  $X$  et de la masse de solide retenue  $M_s$  sont choisis comme réponses du modèle. L'objectif de cette étude est de déterminer si la réponse du modèle est sensible à une variation de chacune des variables indépendamment les unes des autres, d'analyser leur effet sur la réponse et faire une hiérarchisation des variables opératoires en les classant par l'ordre d'influence. Il en résulte que les variables opératoires qui influencent la teneur en eau sont : la température de la paroi chaude, la teneur en eau initiale et le débit du solide sec. Quant à celles qui ont un effet significatif sur la masse retenue, il s'agit de : l'inclinaison de l'installation, la vitesse d'agitation, débit du solide et de la hauteur de la surverse. L'influence de ces variables sur le séchage et l'écoulement a été étudiée. Les résultats ont montré que la température de la paroi chaude est le paramètre majeur pour les transferts de masse et de chaleur dans le séchoir conductif. En outre, nous avons pu mettre en évidence l'influence de la recirculation interne sur le séchage et l'écoulement dans le séchoir. Selon la dépendance -ou non- de la recirculation interne avec la teneur en eau, une différence importante existe entre l'effet des variables opératoires sur l'écoulement. Cette distinction montre le changement de régime d'écoulement du produit et le rôle joué par la modification structurelle. Les résultats, ont montré que même si la recirculation interne influence significativement l'écoulement, son effet est minime voire négligeable sur les profils de teneurs en eau simulés. La relation proposée entre la recirculation interne et la teneur en eau n'a pas d'impact sur les transferts de masse et de chaleur, son effet est négligeable devant celui des paramètres qui contrôlent les mécanismes de la migration de

l'eau. Cette relation peut être améliorée en considérant les autres variables opératoires et/ou en introduisant d'autres propriétés du produit autre que la teneur en eau.

Le modèle mathématique basé sur les chaînes de Markov donne satisfaction pour la plupart des résultats numériques obtenus. Cette modélisation peut être considérée comme un premier pas vers une modélisation plus rigoureuse du couple écoulement/transfert permettant d'appréhender l'évolution structurale des matériaux pâteux qui affichent une rhéologie complexe.

Il paraît tout à fait envisageable au terme de cette étude de valider expérimentalement le modèle pour tester sa performances à prédire les transferts couplés de masse et de chaleur et l'écoulement dans le séchoir continu.

Ce travail peut être poursuivi selon deux voies : expérimentale et modélisation.

- ✓ D'un point de vue expérimental, il serait intéressant de :
  - faire des expériences de DTS pour analyser l'écoulement de la pâte dans le séchoir. Pour cela, il faudrait mettre en place un traceur et une méthodologie de détection. Le solide peut être tracé en utilisant par exemple le sable, le charbon actif, ou en traçant une quantité de la pâte par le bleu de méthylène. Les expériences de traçage devraient permettre de déterminer expérimentalement le coefficient de la recirculation interne.
  - réaliser des expériences de remplissage à différentes conditions opératoires pour trouver une relation empirique donnant la masse retenue dans le séchoir qui sera spécifique au produit /procédé étudié.
  
- ✓ D'un point de vue modélisation, les hypothèses simplificatrices formulées peuvent engendrer des divergences avec le système réel. Le modèle peut certainement être amélioré en mettant en place d'autres hypothèses :
  - les chaînes de cellules peuvent être non homogène et la matrice de transition serait ainsi non-linéaire ;



- les transitions entre les cellules seraient possibles entre tout le réseau de cellule et non seulement entre les cellules voisines adjacentes.

Enfin, l'extension de l'étude à d'autres types de produits pourrait également s'avérer intéressante et fournir des éléments d'interprétation quant aux liens existant entre la structure, les caractéristiques rhéologiques et l'écoulement.

---

***REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES***

---

1. J. H. Ferrasse  
Développement d'outils expérimentaux pour le dimensionnement du procédé de séchage conductif avec agitation : application à des boues de station d'épuration urbaines. *Thèse Univ. Toulouse II*, 2000.
2. S. Chavez Nunez  
Séchage par contact avec agitation des boues résiduelles urbaines : influence de leur origine et des conditions opératoires sur la cinétique de séchage et les caractéristiques des boues sèches et des rejets gazeux. *Thèse Univ. Perpignan*, 2004.
3. K. Marikh  
Mélange des poudre en continu : Dynamique et modélisation. *Thèse INP Lorraine*, 2003.
4. D. Ponomarev  
Modèles Markoviens pour le mélange des poudres en mélangeur statique. *Thèse INP Toulouse*, 2006.
5. A. Gevaudan  
Etude du séchage par contact de milieux granulaires agités, Application à l'opération de cuisson-séchage de manioc. *Thèse INSA Lyon*, 1989.
6. D. Farges  
Contribution à l'étude du séchage par contact sous atmosphère inerte et sous vide: étude expérimentale et théorique. *Thèse INP Toulouse*, 1996
7. C. Bonazzi and J.J Bimbenet  
Séchage des produits alimentaires. Principes. *Technique d'ingénieur*, F 3000.
8. P. Arlabosse  
Séchage industriel : Aspects pratiques. *Technique d'ingénieur*, J 2455.
9. E.U. Schlünder  
Heat transfert to packed and stirred beds from the surface of immersed bodies. *Chemical Engineering and Processing* 1984, 18: p. 31-53.
10. E.U. Schlünder and N. Mollekopf  
Vacuum contact drying of free flowing mechanically agitated particulate material. *Chemical Engineering and Processing*, 1984, 18(2): p. 93-111.

11. E. Tsotsas and E.U. Schlünder  
Contact drying of mechanically agitated particulate material in the presence of inert gas. *Chemical Engineering and Processing*, 1986, 20(5): p. 277-285.
12. E. Tsotsas and E. U. Schlünder  
Vacuum contact drying of free flowing mechanically agitated multigranular packings. *Chemical Engineering and Processing* 1986, 20(6): p. 339-349.
13. J. Wunschmann and E.U. Schlünder  
Heat transfer from heated surfaces to spherical packings. *International Chemical Engineering*, 1980, 20(4): p. 555-563.
14. N. Mollekopf and H. Martin  
Zur Theorie des Wärmeübergangs an bewegte Kugelschüttungen bei kurzfristigem Kontakt. *VT Verfahrenstechnik*, 1982, 16(9): p. 701-706.
15. A. Dittler, T. Bamberger, D. Gehrman, and E.U. Schlünder  
Measurement and simulation of the vacuum contact drying of pastes in a LIST-type kneader drier. *Chemical Engineering and Processing*, 1997, 36: p. 301-308.
16. P. Arlabosse  
Penetration model for contact drying of agitated sewage sludge. *Chemical Engineering Transactions*, 2005, 7(2): p. 701-706.
17. P. Arlabosse and T. Chitu  
Identification of the Limiting Mechanism in Contact Drying of Agitated Sewage Sludge. *Drying Technology* 2007, 25: p. 557-567.
18. A. Gevaudan and J. Andrieu  
Contact drying modelling of agitated porous alumina beads. *Chemical Engineering and Processing*, 1991, 30(1): p. 31-37.
19. D. Lootens  
Ciments et suspensions concentrées modèles. Écoulement, encombrement et floculation *Thèse Univ. Pierre et Marie Curie*, 2003.
20. P. Coussot and C. Ancey  
Rhéophysique des pâtes et des suspensions. *EDP Sciences, Paris*, 1999.
21. A. Megally  
Etude et modélisation de l'orientation de fibres dans des thermoplastique renforcés. *Thèse EM Paris*, 2005.

22. C. Ancey, P. Vollmoller, and S. Cochard  
Rhéophysique des suspensions concentrées : cadre théorique et similitude. *17<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique*, 2005.
23. H. Lombois, D. Lootens, J.L. Halary, P. Hébraud, P. Colombet, E. Lécolier, and H. Van Damme  
Sur le rôle ambigu de la lubrification dans la rhéologie des pâtes granulaires. *Rhéologie*, 2005, 7: p. 11-21.
24. M. Lenoble  
Écoulement et ségrégation dans des pâtes granulaires modèle. *Thèse Univ. Bordeaux I*, 2005.
25. N. Huang  
Rhéologie des pâtes granulaires. *Thèse Univ. Paris 6*, 2006.
26. P. Coussot  
Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials : Application in Industry and Environment. *ED. Wiley-Interscience*, 2005.
27. H. Van Damme, S. Mansoutre, P. Colombet, C. Lesaffre, and D. Picart  
Physics of granular media : lubricated and cohesive granular media. *C. R. Physique*, 2002, 3: p. 229-238.
28. P. Coussot and C. Ancey  
Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. *Phys. Rev. E.*, 1999, 59(4): p. 4445-4457.
29. D. Quemada  
Vieillessement, rajeunissement et thixotropie dans les fluides complexes Evolution de la viscosité au repos et sous cisaillements constants. *Rhéologie*, 2004, 6: p. 1-16.
30. J. Mewis and A.J.B. Spaul  
Rheology of concentrated dispersions. *Advances in Colloidal and Interface Science*, 1976, 6: p. 173-200.
31. P. Coussot  
Rhéologie des boues et laves torrentielles : Etude de dispersions et de suspensions concentrées. *ED. Quae*, 1993: p. 416.
32. Y. Yamahata, A.H. Izaw, and K. Hasama  
Experimental study on application of paddle dryers for sludge cake drying. *Drying*, 1985: p. 719-724

33. P. Schuck, S. Bouhalab, D. Durupt, P. Vareille, J. P. Humbert, and M. Marin  
Séchage des lactosérums et dérivés : rôle du lactose et de la dynamique de l'eau.  
*Lait* 2004, 84: p. 243-268.
34. S.E. Papadakis, C. Gardeli, and C. Tzia  
Spray Drying of Raisin Juice Concentrate. *Drying Technology*, 2006, 24: p. 173-180.
35. T. Kudra  
Sticky Region in Drying : Definition and Identification. *Drying Technology*, 2003, 21(8): p. 1457-1469.
36. N. Genin and F. René  
Analyse du rôle de la transition vitreuse dans les procédés de conservation agro-alimentaires. *Journal of Food Engineering*, 1995, 26: p. 391-408.
37. A. Bhargava and P. Jelen  
Lactose solubility and crystal growth as affected by mineral impurities. *Journal of Food Science*, 1996, 61: p. 180-184.
38. L. Busin, F. Mortazavi, and J.J Bimbenet  
Étude expérimentale du séchage par atomisation de solutions sucrées. *Industries Alimentaires et Agricoles* 1995, 112(7&8): p. 485-489.
39. L. Busin, P. Buisson, and J.J. Bimbenet  
Notion de transition vitreuse appliquée au séchage par pulvérisation de solutions glucidiques. *Sciences des Aliments*, 1996, 16(5): p. 443-459.
40. K. Jouppila, J. Kansikas, and Y.H. Roos  
Glass transition, water plasticization, and lactose crystallization in skim milk powders. *Journal of Dairy Science*, 1994, 80(12): p. 3152-3160.
41. Y.H. Roos and M. Karel  
Plasticizing effect of water on thermal behavior and crystallization of amorphous food models. *Journal of Food Science*, 1991, 56 (1): p. 38-43.
42. Y.H. Roos and M. Karel  
Crystallization of amorphous lactose. *Journal of Food Science*, 1992, 57(33): p. 775-777.
43. L. Slade, H. Levine, J. Ievolella, and M. Wang  
The glassy state phenomenon in application for the food industry: application of the food polymer science approach to structurefunction relationships of sucrose in

- cookie and racker systems. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, 1993, 63(2): p. 133-176.
44. C. Hennigs, T.K. Kockel, and T.A. G. Langrish  
New measurements of the sticky behavior of skim milk powder. *Drying Technology*, 2001, 19(3&4): p. 471-484.
45. S.R.L. Werner, J.R. Jones, and A.H.J. Paterson  
Stickiness during drying of amorphous skin-forming solutions using a probe tack test. *Journal of Food Engineering*, 2007, 81: p. 647-656.
46. J. Ahmed, H.S. Ramaswamy, and A.R. Khan  
Effect of water activity on glass transitions of date pastes. *Journal of Food Engineering*, 2005, 66: p. 253-258.
47. D. Champion, M. Le Meste, and D. Simatos  
Towards an improved understanding of glass transition and relaxations in foods : molecular mobility in the glass transition range. *Trends in Food Science & Technology*, 2000, 11 p. 41-55.
48. F.P. Collares, J.R.D. Finzer, and T.G. Kieckbusch  
Glass transition control of the detachment of food pastes dried over glass plates. *Journal of Food Engineering*, 2004, 61: p. 261-267.
49. L.T. Fan, C. Yi-Ming, and F. S. Lai  
Recent developmnents in solid mixing. *Powder Technology*, 1990, 61: p. 255-287.
50. P.V. Danckwerts  
Continuous flow systems: Residence time distribution. *Chemical Engineering Science*, 1953, 2: p. 1-13.
51. P. Trambouze and J.P. Euzen  
Les réacteurs chimiques de la conception à la mise en oeuvre. *Ed. Technip Paris*, 2002: p. 681.
52. J. Villiermaux  
Génie de la réaction chimique : Conception et fonctionnement des réacteurs. *Ed. Lavoisier Technique et Documentation* 1982.
53. S.S. Waje, A.K. Patel, B.N. Thorat, and A.S. Mujumdar  
Study of residence time distribution in a pilot-scale screw conveyor dryer. *Drying Technology*, 2007, 25: p. 249-259.

54. S.S. Waje, B.N. Thorat, and A.S. Mujumdar  
Hydrodynamic characteristics of a pilot-scale screw conveyor dryer. *Drying Technology*, 2007, 25: p. 609-616.
55. P.S.T. Sai, G.D. Surender, A.D. Damodaran, V. Suresh, Z.G. Philip, and K. Sankaran  
Residence time distribution and material flow studies in a rotary kiln. *Matallurgical Transactions B*, 1990, 21: p. 1005-1011.
56. A. Reyes, G. Diaz, and F.H. Marquardt  
Analysis of mechanically agitated fluid-particle contact dryers. *Drying Technology*, 2001, 19(9): p. 2235-2259.
57. J. Berghel, L. Nilsson, and R. Renstrom  
Particle mixing and residence time when drying sawdust in a continuous spouted bed. *Chemical Engineering and Processing*, 2007, Article in Press.
58. M.G.G. Mazza, L.E.B. Brandao, and G.S. Wildhagen  
Characterization of the residence time distribution in spray dryers. *Drying Technology*, 2003, 21( 3): p. 525-538.
59. L.A. Tacon and L.A.P. Freitas  
Paste residence time in a spouted bed dryer III : Effect of paste properties and quality interactions. *Drying Technology* 2007, 25: p. 841-852.
60. Z. Stegowski and L. Furman  
Radioisotope tracer investigation and modeling of copper concentrate dewatering process. *International Journal of Mineral Processing*, 2004, 73: p. 37-43.
61. M. Renaud, J. Thibaud, and P.I. Alvarez  
Influence of solids moisture content on the average residence time in a rotary dryer. *Drying Technology*, 2001, 19: p. 2131-2150.
62. C. Duchesne, J. Thibault, and C. Bazin  
Modeling of the solids transportation within an industrial rotary dryer: A simple model. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1996, 35: p. 2334-2341.
63. M. Renaud, J. Thibault, and A. Trusiak  
Solids transportation model of an industrial rotary dryer. *Drying Technology*, 2000, 18(4&5): p. 843-865.
64. U. Mann, M. Rubinovitch, and E.J. Crosby  
Characterisation and analysis of continuous recycle streams. Part I : Single unit. *The American Institute of Chemical Engineers Journal*, 1979, 25(5): p. 873-882.



65. U.Mann and M. Rubinovitch  
Characterization and analysis of continuous recycle streams: Part II. Cascade. *A.I.Ch.E. Journal*, 1981, 27(5): p. 829-836.
66. F. Delvigne, J. Destain, and P. Thonart  
Structured mixing model for stirred bioreactors: An extension to the stochastic approach. *Chemical Engineering Journal*, 2005, 113: p. 1-12.
67. R. Shinnar and P. Naor  
Residence time distribution in systems with internal reflux. *Chemical Engineering Science*, 1967, 22: p. 1369-1381.
68. L.T. Fan and S.H. Shin  
Stochastic diffusion model of non-ideal mixing in a horizontal drum mixer. *Chemical Engineering Science*, 1979, 34: p. 811-820.
69. J.R. Too, L.T. Fan, and R. Nassar  
Markovs chains models of complex chemical reactions in continuous flow reactors. *Computers and Chemical Engineering*, 1983, 7: p. 1-12.
70. S.T. Chou, L.T. Fan, and R. Nassar  
Modeling of complex chemical reactions in a continuous flow reactor : A Marko chain approach. *Chemical Engineering Science*, 1988, 43(10): p. 2807-2815.
71. L.T. Fan, B.C. Shen, and S.T. Chou  
Stochastic modelling of transient residence time distributions during start-up. *Chemical Engineering Science*, 1995, 50(2): p. 211-221.
72. R. Nassar, L.T. Fan, J.R. Too, and L.S. Fan  
A stochastic treatment of unimolecular reactions in an unsteady state continuous flow system. *Chemical Engineering Science*, 1981, 36: p. 1307-1317.
73. A.T. Harris, R.B. Thorpe, and J.F. Davidson  
Stochastic modelling of the particle residence time distribution in circulating fluidised bed risers. *Chemical Engineering Science*, 2002, 57: p. 4779 - 4796.
74. E. Orban-Mihalyko, C. Mihalyko, and T. Blickle  
Investigation of a stochastic particle flow model I : Matemactical model. *Hungarian Journal of Industrial Chemistry*, 2000, 28: p. 287-291.
75. B. R. La cour and W.C. Schieve  
Quasi markovian behavior in mixing maps. *Physica D*, 1999, 133: p. 309-320.

76. A. Tamir  
Applications of Markov chains in chemical engineering. *Ed. Elsevier Amsterdam*, 1998.
77. H. Berthiaux  
Analysis of grinding processes by Markov chains. *Chemical Engineering Science*, 2000, 55: p. 4117-4127.
78. L.T. Fan, J.R. Too, and R. Nassar  
Stochastic simulation of residence time distribution curves. *Chemical Engineering Science*, 1985, 40(9): p. 1743-1750.
79. H. Berthiaux, V.E. Mizonov, and V. Zhukov  
Application of the theory of Markov chains to model different processes in particle technology. *Powder Technology*, 2005, 157: p. 128-137.
80. V. Mizonov, V. Zhukov, A. Korovkin, and H. Berthiaux  
On Possible Instability of Throughputs in Complex Milling Circuits. *Chemical Engineering and Processing*, 2005, 44: p. 267-272.
81. V. Mizonov, H. Berthiaux, V. Zhukov, and S. Bernotat  
Application of multidimensional Markov chains to model kinetics of grinding with internal classification. *International Journal of Mineral Processing*, 2004, 74(1001): p. 307-315.
82. V. Mizonov, H. Berthiaux, and V. Zhukov  
Application of the theory of Markovian chains to simulation and analysis of processes with granular media. *Ecole des Mines Press, Albi, France*, 2002.
83. G. Mejeoumov  
Improved cement quality and grinding efficiency by means of closed mill circuit modeling. *Thèse Univ. Texas A&M*, 2007.
84. G. Mejeoumov, V. Zhukov, and V. Mizonov  
Simulation of a cement tube mill using the theory of Markov chains. *Proceedings of the XII-th International Scientific and Technical Conference: Current State, Prospects and Development of Electrical Technology (Benardosovskie Chtenia)*, 2005, Ivanovo, Russia, 124 (in Russian).
85. V.E. Mizonov, S.V. Fedosov, S.F. Smirnov, and A.G. Krasilnikov  
Application of the theory of Markov chains to model grinding kinetics in tubes mill with closed circuit. *Construction Materials*, 2007, 10: p. 41-45 (in Russian).

86. J.R. Too, L.T. Fan, and R. Nassar  
Markov chain models of complex reactions in continuous flow reactors. *Computers and Chemical Engineering*, 1983, 7(1): p. 1-12.
87. R. Nassar, L.T. Fan, J.R. Too, and L.S. Fan  
A stochastic treatment of unimolecular reactions in an unsteady state continuous flow system. *Chemical Engineering Science*, 1981, 36.1307.
88. V.J. Volynskii, V.A. Zaitsev, and V.E. Mizonov  
Mathematical model of heating of a single particle at a chemical reaction in it. *Chemistry and Chemical Technology*, 2005, 48(9): p. 83-85 (in Russian).
89. V.E. Mizonov, E. Vorobiev, H. Berthiaux, and S.V. Yaranov  
A cell model of filtration of a liquid with incompressible cake. *Chemistry and Chemical Technology*, 2006, 49(2): p. 102-104. (in Russian).
90. O.V. Tikhonov, V.E. Mizonov, V.A. Zaitsev, and S.V. Fedosov  
Modeling of heating a rod by a local heat source at phase transformation in the rod. *Chemistry and Chemical Technology*, 2007, 50(1): p. 108-109 (in Russian).
91. V.J. Volynskii, V.A. Zaitsev, V.E. Mizonov, and S.B. Sukhanov  
A cell model of drying a plane with moving zone of vaporization. *Bulletin of TSTU* 2005, 11(2): p. 381-387 (in Russian).
92. V. Mizonov, H. Berthiaux, and V. Zhukov  
Application of the theory of Markovian chains to simulation and analysis of heat transfer in particles and particulate flows *Rapport Ecole des Mines d'Albi-Carmaux*, 2005: p. 52.
93. P. Arlabosse, S. Chavez, and D. Lecomte  
Method for Thermal Design of Paddle Dryers: Application to Municipal Sewage Sludge. *Drying Technology*, 2004, 22(10): p. 2375-2393.
94. B. Ladevie  
Mise aux point de dispositifs de caractérisation thermophysique de matériaux isolants solides ou pâteux. Extension aux fluides cisailés. *Thèse INSAM Centre de Bordeaux*, 1998.
95. B. Ladevie, O. Fudym, and J.C. Batsale  
A new simple device to estimate the thermophysical properties of insulating materials. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2000, 27(4): p. 473-484.

96. J. H. Ferrasse, P. Arlabosse, and D. Lecomte  
Direct total heat of desorption measurement from coupled TGA-DSC analysis.  
*Pacific basin conference on adsorption science and technology*, 2000, (Brisbane):  
p. 366-370.
97. S. Brunauer, P. Emmet, and E. Teller  
Adsorption of gases in multimolecular layers *Journal of American Chemical  
Society*, 1938, 60(309-319).
98. S. Satish and Y. Pydi Setty  
Modeling of a continuous fluidized bed dryer using artificial neural networks.  
*International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2005, 32: p. 539-547.
99. A.N. Chandran, S. Subba Rao, and Y.B.G. Varma  
*AIChE J*, 1990, 36(1): p. 29.

---

***ANNEXES***

---

**Annexe 1****Théorie de la pénétration**

La solution de Neumann fournit le profil de température dans le lit et la position  $z$  du front de vaporisation, ce qui permet de calculer la résistance à la pénétration de la chaleur dans le lit de particules. Les expressions adimensionnées de la teneur en eau, du temps de contact et de la position du front de vaporisation sont :

$$X_{\text{adim}} = \frac{X \Delta H_{\text{totale}}}{C_{p,\text{lit}} (T_p - T_{\text{lit}})}$$

$$\tau_r = \frac{\alpha_{\text{contact}}^2}{(\lambda \rho C_p)_{\text{lit}}} t_r$$

$$z_{\text{adim}} = \frac{z}{2\sqrt{a_{\text{lit}} t}}$$

Moyennant ces notations, la position du front de vaporisation peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$\sqrt{\pi} z_{\text{adim}} \exp(z_{\text{adim}}^2) \left[ 1 + \left( \frac{\sqrt{\pi}}{2} \right) \sqrt{\tau_r} \operatorname{erf}(z_{\text{adim}}) \right] = \frac{(\sqrt{\pi}/2) \sqrt{\tau_r}}{X_{\text{adim}}}$$

**Annexe 2****Pâtes et milieux pâteux**

Nombres adimensionnels régissant les différentes transitions servant à la classification rhéophysique d'une suspension en fonction de la prédominance de divers types d'interactions possibles, d'après P. Coussot et C. Ancey [20].

Nombre	Expression	Effet	Nomenclature
Pe : Péclet	$Pe=6\pi\mu a^3\dot{\gamma}/(kT)$	entre le régime Brownien et hydrodynamique	$k = 1,38.10^{-23}\text{J/K}$ T : température thermodynamique
Nr : Répulsion	$Nr=\psi/(kT)$	entre le régime colloïdal et Brownien	$\mu$ : viscosité apparente ( $\text{N.s.m}^{-2}$ ) a : rayon de la particule (m)
$\Gamma$ : nombre de transition colloïdal-hydrodynamique	$\Gamma=6\pi\mu a^3\dot{\gamma}/\psi$	rapport des forces hydrodynamiques sur les interactions colloïdales	$\dot{\gamma}$ : gradient de vitesse ( $\text{s}^{-1}$ ) $\psi$ : potentiel des interactions de Van der waals (N.m) $\sigma_n$ : contrainte normale = $\rho_p g h$
Le : Leighton	$Le=\mu.\dot{\gamma}.a/(\varepsilon.\sigma_n)$	entre le régime hydrodynamique et frictionnel	$\varepsilon$ : distance entre les surfaces de deux particules voisines (m) $\rho_p$ : masse volumique de la particule ( $\text{Kg.m}^{-3}$ )
Ba : Bagnold	$Ba=\rho_p.\dot{\gamma}.\varepsilon.a/\mu$	entre le régime hydrodynamique et collisionnel	$\rho_f$ : masse volumique du fluide
Re : Reynolds	$Re=\rho_f.U_f.a/\mu$	transition vers la turbulence	$U_f$ : vitesse du fluide ( $\text{m.s}^{-1}$ )

**Annexe 3****Description des transferts de matière et de chaleur**

A partir des équations de bilans énergétiques sur le produit humide et la vapeur d'eau surchauffée, nous pouvons déterminer les équations du flux de chaleur, de la température, du débit d'eau évaporée.

Tout au long du séchoir, le produit humide passe par trois zones :

- ✓ zone de mise en température

Dans cette zone, la température du produit humide est comprise entre la température ambiante et la température d'ébullition d'eau ( $T_{amb} < T_i < T_{éb}$ ).

- ✓ zone d'ébullition

Durant la phase d'ébullition, l'eau est extraite du produit humide et la température du produit est égale à la température d'ébullition de l'eau ( $T_i = T_{éb}$ ).

- ✓ zone finale

Dans ce cas, nous supposons que toute l'eau contenue dans le produit humide est évaporée, et ne reste que de la matière sèche ( $\dot{M}_{L_i} = 0$ ). La température du solide sec atteint celle du séchage ( $T_i > T_{éb}$ ).

Par exemple, pour déterminer les expressions des propriétés des cellules dans la zone de mise en température, nous procédons de la façon suivante :

$$\dot{M}_{Evap_i} = 0$$

En remplaçant  $\dot{M}_{Evap_i}$  dans l'équation du bilan sur le produit humide (Équation II-31), nous aurons :



$$(1 + 2R_i)\dot{Q}_i - (1 + R_{i-1})\dot{Q}_{i-1} - R_{i+1}\dot{Q}_{i+1} = \dot{Q}_{P/Pr} + \dot{Q}_{V/Pr}$$

Soit :

$$\dot{Q}_i = (\dot{M}_{S_i} Cp_{MS} + \dot{M}_{L_i} Cp_{Liq})T_i$$

le flux de chaleur correspondant à la cellule  $L_i S_i$

Dans cette zone, l'expression du flux de chaleur est :

$$\dot{Q}_i = \frac{1 + R_{i-1}}{1 + 2R_i}\dot{Q}_{i-1} + \frac{R_{i+1}}{1 + 2R_i}\dot{Q}_{i+1} + \frac{1}{1 + 2R_i}\dot{Q}_{P/Pr} + \frac{1}{1 + 2R_i}\dot{Q}_{V/Pr}$$

Quant à l'expression de la température  $T_i$ , elle est donnée sous la forme suivante :

$$T_i = \frac{\dot{Q}_i}{\dot{M}_{S_i} Cp_{MS} + \dot{M}_{L_i} Cp_{Liq}}$$

Nous procéderons de la même manière que précédemment pour déterminer les propriétés dans les cellules vapeur  $V_i$ .

---

***NOMENCLATURE***

---

## Nomenclature

---

A	état absorbant	
$a_w$	activité de l'eau	
$C_{12}$	constante d'échange radiatif global	
$C_p$	capacité calorifique à pression constante	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
D	diamètre du séchoir	m
d	taille de particule	m
$\Delta H_v$	chaleur nette de désorption	$J\ kg^{-1}$
$\Delta H_t$	chaleur totale de désorption	$J\ kg^{-1}$
$\Delta \tau$	durée d'une transition	s
$\Delta T_{lit}$	température moyenne du lit	K
$\Delta X$	variation de teneur en eau	$kg\ kg^{-1}$
$E(t)$	distribution des temps de séjour différentielle	$s^{-1}$
$F(t)$	distribution des temps de séjour cumulée	
g	accélération gravitationnelle	$m\ s^{-2}$
h	Enthalpie massique	$J\ kg^{-1}$
Hs	hauteur de la surverse	m
i	numéro de cellule	
j	numéro de cellule	
$L_i$	cellule i de l'eau sous forme liquide	
$L_v$	chaleur latente de vaporisation de l'eau	$J\ kg^{-1}$
M	masse	kg
$\dot{M}$	débit massique	$kg\ s^{-1}$
$\dot{M}_{Evap}$	débit massique d'eau évaporée	$kg\ s^{-1}$
m	nombre de cellules	
n	nombre de transitions	
N	vitesse d'agitation	$tr\ mn^{-1}$
$N_{mix}$	nombre de mélange	
P	matrice de transition	
$P_{ij}$	probabilités de transition de la cellule j à la cellule i	
Q	quantité de chaleur	J

## Nomenclature

---

$\dot{Q}$	flux de chaleur	W
R	Coefficient la de circulation interne	
$R_{\text{contact}}$	résistance de contact	$\text{m}^2 \text{K}^1 \text{W}^{-1}$
$R_{\text{pénétration}}$	résistance de pénétration	$\text{m}^2 \text{K}^1 \text{W}^{-1}$
S	surface d'échange	$\text{m}^2$
$S^{(0)}$	état initial de la distribution du système	
$S^{(n)}$	vecteur ligne de la distribution du système à la n <sup>ème</sup> transition	
$S_j^n$	propriété S dans la cellule j à la n <sup>ème</sup> transition	
T	température	K
t	temps	s
$t_r$	durée d'une phase statique	s
$t_s$	temps de séjour moyen	s
V	volume	$\text{m}^3$
$V_i$	cellule i de l'eau sous forme vapeur	
X	teneur en eau base sèche	$\text{kg kg}^{-1}$
$Z_{\text{adim}}$	position adimensionnée du front de vaporisation	

### Lettres grecques

$\alpha$	coefficient de transfert de chaleur	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
$\varepsilon$	rugosité	
$\phi$	fraction volumique	
$\sigma^2$	variance	$\text{s}^2$
$\zeta$	paramètres d'ajustement du modèle de Schlünder	
$\theta$	inclinaison du séchoir	°
$\lambda$	conductivité thermique	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
$\rho$	masse volumique	$\text{kg m}^{-3}$
$\tau$	temps de passage	s
$\tau_r$	temps de contact	s
$\psi$	paramètres d'ajustement du modèle de Schlünder	
$\Phi$	facteur de recouvrement de la paroi	

**Abréviations**

cell	cellule
DTS	distribution des temps de séjour
E	eau
L	liquide
MS	masse sèche
S	solide
V	vapeur

**Indices**

adim	adimensionnée
amb	ambiante
éb	ébullition
ent	entrée
Evap	évaporée
g	gaz
i	cellule i
init	initiale
p	paroi
j	cellule j
p-part	paroi-particule
p-pr	paroi-produit
pr	produit
p-v	paroi-vapeur
v-pr	vapeur-produit

---

***LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX***

---

## Listes des Figures

Figure 1 : Structure de la boue d'aération prolongée dans un séchoir conductif agité.....	3
Figure 2 : Mise en évidence des problèmes rencontrés en séchage par contact avec agitation .....	3
Figure I-1 : Séchoir à palettes Naratherm (Doc. GMF-Gouda).....	14
Figure I-2 : Palettes du séchoir à pales GMF-Gouda (Doc. GMF-Gouda). ....	14
Figure I-3 : Séchoir à couche mince horizontal (Doc. Buss).....	15
Figure I-4 : Séchoir Swirl Fluidizer (Doc. Niro).....	17
Figure I-5 : Profil de température dans un lit statique au contact d'une paroi chaude.....	18
Figure I-6 : Illustration du modèle proposé par Schlünder et Mollekopf (1984) pour le séchage de milieux granulaires.....	22
Figure I-7 : Comparaison des résultats expérimentaux et des simulations pour des particules d'alumine séchées dans un réacteur de laboratoire sous atmosphère inerte avec une vitesse d'agitation de $42 \text{ tr.min}^{-1}$ [18].....	25
Figure I-8 : Confrontation des résultats du modèle proposé par Farges [6] 'sous vide' avec les résultats expérimentaux obtenus par Schlünder et Mollekopf [10] par séchage de billes de silicate de magnésium.....	26
Figure I-9 : Confrontation des résultats du modèle proposé par Farges [6] 'sous atmosphère inerte' avec les résultats expérimentaux obtenus par séchage de billes d'alumine [5, 18] .....	26
Figure I-11 : Classification rhéophysique d'une suspension en fonction de la prédominance de divers types d'interactions possibles [20]. ....	31
Figure I-12 : Evolution du couple mécanique avec la teneur en eau au cours du séchage conductif d'une boue digérée ( $T_p=120 \text{ °C}$ , masse initiale = 2,2 kg, $N= 40 \text{ tr.min}^{-1}$ ) [1] .....	34
Figure I-13 : Temps de séjour d'une particule dans un système ouvert. ....	37
Figure I-14 : Courbes de DTS théorique et expérimentale pour le traçage d'une suspension d'oxyde de gadolinium [58]. ....	39
Figure I-15 : Courbes de DTS théorique et expérimental d'une pâte dans un séchoir à pulvérisation [59]. ....	40

Figure I-16 : Evolution de DTS expérimentale et calculée d'un concentré de cuivre dans un séchoir rotatif tournant [60].....	41
Figure I-17 : DTS calculée et expérimentale dans un séchoir rotatif continu [63]. .....	42
Figure I-18 : Chaîne de Markov considérée pour l'exemple développé. ....	45
Figure I-19 : Diagramme de modèle markovien continu pour un lit fluidisé [73].....	50
Figure I-20 : Model de Markov développé pour le procédé de broyage [81]. ....	52
Figure I-21 : Comparaison des concentrations calculées par modèle de Markov et celles obtenues à partir d'un modèle déterministe pour une réaction chimique de premier ordre dans un réacteur continu [86].....	53
Figure II-1 : Séchoir continu servant de base au modèle Markovien.....	57
Figure II-2 : Schéma du mobile d'agitation (rotor et pâles).....	58
Figure II-3: Configuration générale du séchoir continu à modéliser.....	59
Figure II-4 : Modèle cellulaire général pour un séchoir conductif agité de 9 cellules.....	60
Figure II-5 : représentation d'une chaîne 1D de 4 cellules.....	61
Figure II-6 : Modèle markovien unidimensionnel constitué de 9 cellules et d'un état absorbant pour la chaîne du solide.....	62
Figure II-7 : Présentation de la chaîne de l'eau composée de 4 couples de cellules et d'un couple d'état absorbant.....	67
Figure II-8 : Modèle markovien bidimensionnel pour représenter le transport de l'eau dans le séchoir conductif agité.....	68
Figure II-9 : Description d'un échange de chaleur entre deux cellules [92].....	73
Figure II-10 : Représentation d'un couple de cellules i dans le séchoir avec les échanges thermiques et massiques.....	75
Figure III-1 : Image microscopique de la structure de la pâte sans liant (a) avec liant (b). 83	
Figure III-2 : Schéma de la maquette du séchoir batch.....	85
Figure III-3 : Schéma de l'ensemble des plaques et localisation des thermocouples.....	86
Figure III-4 : Photographie des couteaux granulateurs et des émotteurs à l'intérieur de la cuve en Téflon.....	87
Figure III-5 : Evolution du couple et de la température de la pâte granulaire sans liant (cellulose-eau) [ $T_P=120^{\circ}\text{C}$ , $T_V=120^{\circ}\text{C}$ , $X_{ini}=2,7$ , $N=40\text{ tr.min}^{-1}$ ].....	89
Figure III-6 : Evolution du couple et de la température de la pâte granulaire avec liant (cellulose-agar-eau) [ $T_P=120^{\circ}\text{C}$ , $T_V=120^{\circ}\text{C}$ , $X_{ini}=2,7$ , $N=40\text{ tr.min}^{-1}$ ].....	89



Figure III-7 : Distribution granulométrique après séchage des deux pâtes [ $T_P=120^\circ\text{C}$ , $T_V=120^\circ\text{C}$ , $X_{ini}=2,7$ , $N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] .....	91
Figure III-8 : Aspect du matériau au cours de la structure dite ‘fluide’ .....	92
Figure III-9 : Aspect du produit au cours de la structure dite ‘pâteuse’ .....	93
Figure III-10 : Aspect du produit au cours de la structure dite ‘granulaire’ .....	93
Figure III-11 : Influence de la température du ciel gazeux sur les cinétiques de séchage de boues résiduaire [ $T_P=120^\circ\text{C}$ , $N=60 \text{ tr.min}^{-1}$ ] d’après [1] .....	95
Figure III-12 : Isotherme de sorption complète de la pâte cellulose-eau-agar à $95^\circ\text{C}$ .....	96
Figure III-13 : Chaleur totale de désorption pour la pâte cellulose-eau-agar mesurée par l’ATG-DSC .....	97
Figure III-14 : Evolution de la résistance globale, de contact paroi/produit et de pénétration avec la teneur en eau [ $T_P=120^\circ\text{C}$ , $T_V=120^\circ\text{C}$ , $X_{ini}=2,7$ , $N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] ...	99
Figure III-15 : Evolution du coefficient de transfert de chaleur global avec la teneur en eau [ $T_P=120^\circ\text{C}$ , $T_V=120^\circ\text{C}$ , $X_{ini}=2,7$ , $N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] .....	99
Figure III-16 : Cinétique de séchage mesurée ( $\square$ ) et ajustée (-) de la pâte cellulose-eau-agar .....	101
Figure III-17 : Températures du produit mesurée expérimentalement (ligne foncée) et calculée (ligne claire) à partir du modèle de Schlünder en fonction de la teneur en eau .....	102
Figure III-18 : Evolution du couple avec la teneur en eau .....	103
Figure III-19 : illustration de la relation proposée entre la recirculation interne et la teneur en eau. ....	106
Figure III-20 : Variables liées au dispositif expérimental .....	107
Figure IV-1 : Coefficient de sensibilité réduite de la teneur en eau à différents paramètres opérateurs ( $T_p$ , $N$ , $\theta$ , $H_s$ , $\dot{M}_s$ , $X_{ini}$ ) lorsque $R$ indépendant de $X$ . ....	113
Figure IV-2 : Coefficient de sensibilité réduite de la teneur en eau à différents paramètres opérateurs ( $T_p$ , $N$ , $\theta$ , $H_s$ , $\dot{M}_s$ , $X_{ini}$ ) lorsque $R_i$ dépendant de $X$ . ....	115
Figure IV-3 : Coefficient de sensibilité réduite de la masse retenue aux différents paramètres opératoires ( $T_p$ , $N$ , $\theta$ , $H_s$ , $\dot{M}_s$ , $X_{ini}$ ) lorsque $R_i$ est indépendant de $X$ .....	116

Figure IV-4 : Coefficient de sensibilité réduite de la masse retenue à différents paramètres opératoires ( $N, \theta, H_s, \dot{M}_s, X_{ini}$ ) lorsque $R_i$ dépendant de $X$ .....	117
Figure IV-5 : Profil de teneur en eau dans le séchoir calculée par le modèle à $R_i$ indépendant de $X$ [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}, X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,2 \text{ m}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ]....	119
Figure IV-6 : Profil de température du produit calculé par le modèle à $R_i$ indépendant de $X$ [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}, X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,2 \text{ m}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ].....	120
Figure IV-7 : Quantité d'eau évaporée dans chaque cellule du séchoir pour différentes températures de la paroi [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}, X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,2 \text{ m}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] .....	121
Figure IV-8 : Profil de la teneur en eau dans le séchoir calculé par le modèle avec $R_i = F(N, X)$ . [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}, X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,2 \text{ m}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] ...	122
Figure IV-9 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différentes teneurs en eau initiales à $R_i$ constant. [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}, \theta=3^\circ, H_s=0,15 \text{ m}, T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] .....	123
Figure IV-10 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différentes teneurs en eau initiales à $R_i = f(X)$ . [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg h}^{-1}, \theta=3^\circ, H_s=0,15 \text{ m}, T_p=160^\circ\text{C}, N=40\text{tr.min}^{-1}$ ] .....	124
Figure IV-11 : Quantité d'eau évaporée pour différentes teneurs en eau initiales lorsque $R_i$ indépendant de $X$ [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg h}^{-1}, \theta=3^\circ, H_s=0,15 \text{ m}, T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ] .....	125
Figure IV-12 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différents débits de solide à $R_i$ constant. [ $X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,15 \text{ m}, T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ].....	126
Figure IV-13 : Profil de teneur en eau dans le séchoir pour différents débits de solide à $R_i = f(X)$ . [ $X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,15 \text{ m}, T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ].....	126
Figure IV-14 : Quantité d'eau évaporée pour différents débits du solide lorsque $R_i$ indépendant de $X$ [ $X_{ini}=4, \theta=3^\circ, H_s=0,15 \text{ m}, T_p=160 \text{ }^\circ\text{C}, N=40 \text{ tr.min}^{-1}$ ].....	127

Figure IV-15 : Simulation de la DTS du solide à différentes inclinaisons du séchoir pour $R_i$ constant. [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ , $X_{ini} = 4$ , $N = 40 \text{ tr.min}^{-1}$ , $H_s = 0,15 \text{ m}$ , $T_p = 160 \text{ °C}$ ].....	129
Figure IV-16 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir pour différentes inclinaisons.....	131
Figure IV-17 : Simulation de la DTS du solide à différentes vitesses d'agitation pour $R_i$ constant. [ $\dot{M}_s = 2 \text{ kg.h}^{-1}$ , $X_{ini} = 4$ , $\theta = 2^\circ$ , $H_s = 0,15 \text{ m}$ , $T_p = 160 \text{ °C}$ ].....	132
Figure IV-18 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir pour différentes vitesses d'agitation.....	134
Figure IV-19 : Simulation de la DTS du solide à différents débit.....	135
Figure IV-20 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir à différents débit du solide.....	136
Figure IV-21 : DTS Simulées du solide pour différentes hauteurs de la surverse .....	137
Figure IV-22 : Effet de la recirculation interne sur le temps de passage du solide dans le séchoir pour différentes positions de la surverse.....	139

## Liste des Tableaux

Tableau I.1 : Valeurs des paramètres d'ajustement $\psi$ et $\zeta$ .....	21
Tableau III-1 : Composition des pâtes à sécher.....	82
Tableau III-2 : Propriétés thermophysiques du mélange cellulose-agar sec .....	96
Tableau IV-1 : Valeurs nominales et perturbées des variables opératoires $\beta_y$ .....	112
Tableau IV-2 : Temps de passage $\tau$ du solide dans le séchoir pour différentes inclinaisons $R_i$ indépendant de X. [ $X_{ini}=4$ , $N=40$ tr.min <sup>-1</sup> , $H_s=0,15$ m, $T_p=160$ °C] .....	130
Tableau IV-3 : Temps de passage $\tau$ du solide dans le séchoir pour différentes inclinaisons $R_i$ dépendant de X. [ $X_{ini}=4$ , $N=40$ tr.min <sup>-1</sup> , $H_s=0,15$ m, $T_p=160$ °C] .....	130
Tableau IV-4 : Temps de passage $\tau$ du solide dans le séchoir pour différentes vitesses d'agitation à $R_i$ constant. [ $X_{ini}=4$ , $\theta=2^\circ$ , $H_s=0,15$ m, $T_p=160$ °C] .....	132
Tableau IV-5 : Temps de passage $\tau$ du solide dans le séchoir pour différentes vitesses d'agitation à $R_i=f(X)$ . [ $X_{ini}=4$ , $\theta=2^\circ$ , $H_s=0,15$ m, $T_p=160$ °C] .....	133
Tableau IV-6 : Temps de passage $\tau$ pour différentes hauteurs de la surverse à $R_i$ constant. [ $X_{ini}=4$ , $N=40$ tr.min <sup>-1</sup> , $\theta=2^\circ$ , $T_p=160^\circ\text{C}$ ] .....	138
Tableau IV-7 : Temps de passage $\tau$ pour différentes hauteurs de la surverse à $R_i=f(X)$ . [ $X_{ini}=4$ , $N=40$ tr.min <sup>-1</sup> , $\theta=2^\circ$ , $T_p=160^\circ\text{C}$ ].....	138



# MODELISATION MARKOVIENNE DU SECHAGE CONTINU PAR CONTACT AVEC AGITATION

## Résumé

Dans un procédé de séchage, l'évacuation de l'eau induit des modifications structurales et physicochimiques qui engendrent des difficultés d'écoulement dans le séchoir. Cette étude a porté sur la modélisation du séchage continu par contact avec agitation. Nous avons développé un modèle markovien pour décrire les transferts de masse, de chaleur et l'écoulement dans un séchoir continu. Les paramètres d'entrée du modèle ont été déterminés expérimentalement sur un produit pâteux, tandis que d'autres paramètres ont été obtenus à partir de la littérature scientifique.

L'étude de sensibilité de la teneur en eau et de la masse sèche retenue dans le séchoir a permis d'analyser et de hiérarchiser les effets des différentes variables opératoires. Enfin, nous avons étudié l'influence des variables opératoires sur le profil de teneur en eau, le temps de passage et les courbes de distribution de temps de séjours simulées. L'évolution structurale du produit a été mise en évidence dans le modèle.

## Mots clefs

*séchage continu indirect, agitation, chaînes de Markov, écoulement, évolution structurale, recirculation interne.*

## MAKOV MODELLING OF AGITATED INDIRECT CONTINUOUS DRYER

## Abstract

In a drying process, the evacuation of water induced structural and physico-chemical modifications that generate difficulties of flow in the dryer. This study focused on the modeling of agitated indirect continuous dryer. We developed a Markov model to describe the mass transfer, heat transfer and flow in a continuous dryer. The input parameters of the model were determined experimentally on a pasty product, while other parameters were obtained from the scientific literature.

The sensitivity study of the moisture content and dry mass retained in the dryer was used to analyze and treat on a hierarchical basis the effects of different operating variables. Finally, we studied the influence of variables operating on the profile of moisture content, the passage time and the simulated curves of residence time distribution. The structural evolution of the product was considered in the model.

## Keywords

indirect continuous drying, agitation, Markov chains, flow, structural evolution, internal recirculation.