



**HAL**  
open science

# Détection d'obstacles et de cibles de collision par un radar FMCW aéroporté

Philippe Goy

► **To cite this version:**

Philippe Goy. Détection d'obstacles et de cibles de collision par un radar FMCW aéroporté. Performance et fiabilité [cs.PF]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2012. Français. NNT : 2012INPT0156 . tel-04281551

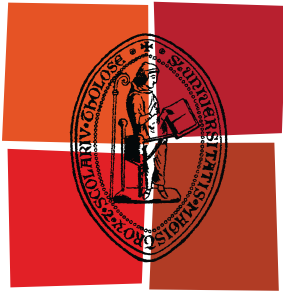
**HAL Id: tel-04281551**

**<https://theses.hal.science/tel-04281551>**

Submitted on 13 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du  
**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse)

**Discipline ou spécialité :**

Signal, image, Acoustique, Optimisation (SIAO)

---

**Présentée et soutenue par :**

Philippe Goy

**le :** mardi 18 décembre 2012

**Titre :**

Détection d'obstacles et de cibles de collision  
par un radar FMCW aéroporté

---

**Ecole doctorale :**

Mathématiques Informatique Télécommunications (MITT)

**Unité de recherche :**

Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (IRIT)

**Directeur(s) de Thèse :**

Jean-Yves Tournet - Professeur des Universités à l'INPT, Toulouse, Directeur de thèse

François Vincent - Professeur à l'ISAE, Toulouse, Co-Directeur de thèse

**Rapporteurs :**

Eric Grivel, - Professeur à l'ENSEIRB-Matméca, Bordeaux

Jean-Philippe Ovarlez - Maître de recherche à l'ONERA-SUPELEC, Paris

**Membre(s) du jury :**

Corinne Mailhes - Professeur des Universités à l'INPT, Toulouse

Christophe Imbert - Ingénieur chez Rockwell-Collins France, Toulouse

Patrice Michel - Docteur au TésA, Toulouse



## Remerciements

La soutenance de thèse est maintenant passée, elle a clôturé ces quelques années de doctorat, parsemées de bons moments et de moments plus difficiles... De NOMBREUSES personnes ont contribué à cette aventure humaine, et je profite de ces derniers moments de rédaction pour les remercier.

Je remercie tout d'abord les rapporteurs de cette thèse M. Eric Grivel et M. Jean-Philippe Ovarlez pour la lecture du manuscrit et tout l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Je tiens également à exprimer ma gratitude envers Mme Corinne Mailhes pour avoir bien voulu présider mon jury de thèse. Je veux également remercier M. François Vincent, mon co-directeur de thèse, qui a toujours été là en cas de questions et de doutes. Son aide et ses conseils m'ont été très précieux pendant ma scolarité à l'ENSICA et tout au long de ce travail de thèse. Je tiens particulièrement à remercier M. Jean-Yves Tourneret, mon directeur de thèse, qui a su me réorienter et m'encourager avec succès lorsqu'il le fallait ; ses coups d'accélérateur, sa sympathie et son expérience ont de mon point de vue énormément contribué à l'aboutissement de ce travail. Je ne veux, bien sûr, surtout pas oublier M. Patrice Michel, qui m'a co-encadré pendant ma première année de thèse et m'a fait l'immense joie d'être présent dans le jury le jour de la soutenance. Source de multiples discussions et de fous rires pendant les pauses au labo, sur des sujets variés mais souvent tournés vers celui de la vie... et de l'échantillonnage non-uniforme ! Encore merci Patrice pour tous ces bons moments !

Je ne peux continuer ces remerciements sans saluer l'ensemble des membres de l'équipe radar de Rockwell-Collins France, qui ont fait de ces quatre années chez eux une remarquable expérience humaine et technique : Eric, Sébastien, Nadia, Christophe, POB, Jean-Luc, JPP, FCC, Julien... Mais aussi les copains gentlemen qui m'ont accompagné et épaulé en toutes circonstances : Julien qui est déjà 'passé par là, connaît et rassure', Jean-Phi notre expert météo qui sait pointer le soleil du doigt dans les moments difficiles et ce en toute simplicité, Loïc expert batterie et brevet d'état en machine à café, Rachid pour sa présence sans failles et aux limites du mentor, notre cher Ficus qui a dû lui aussi subir de longues heures de rédaction de brevet... Et bien sûr Benjamin, rival à mini-troopers, expert SMS et botanique, coach perso, VTT matin et soir, les sessions Bouconne, ciné et Moriawase, et puis tout le reste 'you know what I mean, old rat++'. Sincèrement merci !

Une autre équipe a également largement contribué au bon déroulement de mes travaux de thèse, je veux bien sûr parler de l'équipe du laboratoire TéSA : Philippe, David, Ponya, Yamina, Corinne, Isa et Sam, M. Lacaze, M. Castanie, ainsi que tous ses doctorants : Marianna, Julien, David, Fares, Nil, Raoul, Florian, Victor, Chao, Jorge... Merci pour votre bonne humeur communicative ! Mais surtout, surtout, mes pensées se tournent vers Anchalee et MJ, incroyable et dynamique mélange des genres, amies inséparables par la pensée... On repart quand vous voulez en Allemagne !

Je tiens maintenant à exprimer ma gratitude envers toutes les personnes qui m'ont accueilli pendant la rédaction de ce manuscrit à l'ENSICA, Stéphanie, François, Olivier, Gilles, Valérie, mais aussi, Seb le pro du trail qui m'a beaucoup aidé à surmonter cette dernière ligne droite, Serge le Lama (c'est fou comment une peluche peut être source de tant de bons moments), Francisco notre chilien préféré, une petite pensée pour Fred le boss des projections obliques parti à Singapour. Merci encore à Stéphanie et François de m'avoir fait un peu goûter à l'enseignement, ce fut une expérience on ne peut plus enrichissante ! Mais l'ENSICA, c'est également un vivier de bons potes ou de très bons amis qui m'ont soutenu durant ces années de labeur, quel pied de vous avoir vu aussi nombreux répondre présent le jour de la soutenance ! Je veux bien sûr parler de Pascal, Laurent, Coach Oliv', Gibbons l'Américain Hambourgeois, Thibaud et Hindu,

mais aussi François et Suzie, Fanfoué, Caro, Ian, Gugu, et enfin Sylvain qui nous est revenu de Taiwan avec bonne humeur et nouvelles expériences, qu'il continue de nous faire partager avec brio!

J'aimerais maintenant remercier toutes les personnes qui m'ont permis de découvrir et développer modestement durant ces années de thèse un petit penchant artistique que j'ignorais jusqu'alors. À travers le théâtre avec Étienne, l'art plastique avec Pierre et Sylvain, la guitare avec Crep et Nutos, la salsa avec Yann et Florent, puis le WCS avec Caro et Julien, Françoise meilleure prof de salsa au monde, et toutes les danseuses du Puerto Habana, ma cousine Mélie, les Cat's Eyes Axelle Marie et Laura, Caro et Émeline, Clara et Lucie... J'aimerais également remercier tous les membres de l'association Ombre et Soleil, en particulier Paul, Pascale et Fabrice, de m'avoir fait découvrir un travail profond et de longue haleine, mais ô combien intéressant!

Comment ne pas profiter de cette occasion pour exprimer toute ma reconnaissance et mon affection envers Rémi, Romain, Florence, Arnaud et Sandra, Alex et Justine? Les heures qui paraissent des minutes, les sorties, les soirées, les discussions endiablées, les rires et les pleures, les échanges, vos valeurs, merci pour tout! Mais j'ai promis de ne pas m'emporter... Et puis, il y a les nombreuses soirées revigorantes chez Pampa avec Clément, Cyril et GG, Patrice et Akané, les EVG et les GOLF avec Piou, Jérémy et Émilie, Djo et Liz, Aude et Yannick... merci mes amis pour tous ces bons moments! Mais s'il y a bien une personne que je ne peux pas oublier dans ces remerciements, et qui réalise une merveilleuse synthèse de tout ce que j'ai écrit jusqu'ici, c'est bien sûr François, Francou, Deudinho, ami et collègue d'école qui embarqua dans la même galère de la quête du Graal, voisin et quasiment colloc', partenaire invétéré de Mario et de salsa au puerto, dont les talents culinaires n'ont rien à envier à Master Chef, ton amitié et ta présence ont fait des merveilles, preuve en est ces quelques lignes!

Pour conclure, je voudrais remercier toute ma famille, Jean-Paul, Évelyne et Anne-Sophie qui m'ont accueilli et accompagné dans mon parcours sur Toulouse, Werner et Martine pour les repas entre cousins et ce sympathique buffet à la fin de la soutenance, JC et JN pour les nombreux trips entre frères... sans oublier Cécile, mes parents pour leur soutien en toutes circonstances, et enfin mon oncle Michaël pour son parrainage et ses nombreux messages... Mille mercis!

*'Ce n'est pas le vent qui décide de notre destination, c'est l'orientation que l'on donne à notre voile. Le vent est le même pour tous'.*

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Introduction aux radars FMCW aéroportés : Principes et traitements</b>	<b>5</b>
1.1 Généralités sur les systèmes Radar . . . . .	6
1.1.1 Principes du Radar . . . . .	6
1.1.2 Bilan de liaison . . . . .	7
1.1.3 Applications Radar aéroportées . . . . .	8
1.2 Les Radar FMCW . . . . .	8
1.2.1 La forme d'onde FMCW linéaire . . . . .	8
1.2.2 Le 'de-ramping' . . . . .	9
1.2.3 Résolution et ambiguïté distance . . . . .	12
1.2.4 Mesure de la fréquence Doppler . . . . .	13
1.2.5 Formation d'une cartographie distance-vitesse . . . . .	15
1.2.6 Sources de bruit des radars FMCW . . . . .	16
1.2.7 En résumé . . . . .	17
1.3 Exemple d'application aéroportée : la détection d'obstacles . . . . .	18
1.3.1 Présentation et analyse du problème . . . . .	18
1.3.2 Conditions nécessaires pour la détection d'un câble . . . . .	21
1.3.3 Formation de faisceaux conventionnelle . . . . .	21
1.3.4 Compensation de migration distance . . . . .	23
1.3.5 Introduction à la détection . . . . .	26
1.3.6 Le fouillis de sol . . . . .	26
1.4 En résumé . . . . .	30
<b>Chapitre 2</b>	
<b>Détection adaptative d'obstacles fixes par un radar aéroporté pointe-avant</b>	<b>33</b>
2.1 Traitement d'antennes pour la réjection de fouillis . . . . .	35
2.1.1 Prise en compte de l'élévation dans le signal de battement . . . . .	35

2.1.2	Modélisation du signal spatial . . . . .	36
2.1.3	Filtrage spatial du fouillis . . . . .	38
2.1.4	Formation de faisceaux adaptative . . . . .	40
2.1.5	Limitations . . . . .	46
2.1.6	Conclusion . . . . .	48
2.2	Etat de l'art sur la détection de cibles dans le fouillis de sol . . . . .	49
2.2.1	Principe général de la détection . . . . .	49
2.2.2	Détecteurs non-adaptatifs dans le cas gaussien . . . . .	51
2.2.3	Détecteurs adaptatifs dans le cas gaussien . . . . .	54
2.2.4	Modélisation statistique du fouillis non-gaussien . . . . .	57
2.2.5	Détection dans un fouillis non-gaussien . . . . .	60
2.3	Conclusion . . . . .	65

**Chapitre 3**

**Reconnaissance de cibles de collision par traitement Doppler à l'ordre 2 67**

3.1	Caractérisation des cibles par un terme d'accélération . . . . .	68
3.1.1	Une différence de trajectoire . . . . .	68
3.1.2	Modèle de signal d'une cible avec accélération . . . . .	70
3.2	Estimation des paramètres de signaux à phase polynomiale . . . . .	76
3.2.1	Traitements pour le cas monocomposante . . . . .	76
3.2.2	Le cas multicomposantes . . . . .	81
3.3	Application à la caractérisation de cibles . . . . .	84
3.3.1	Choix du temps d'intégration . . . . .	84
3.3.2	Cas d'une cible mobile . . . . .	86
3.3.3	Reconnaissance de câbles et de pylônes . . . . .	87
3.4	Conclusion . . . . .	90

**Chapitre 4**

**Détection de cibles dans du fouillis de sol en exploitant la variation de fréquence Doppler du fouillis 93**

4.1	Position du problème et modélisation . . . . .	95
4.1.1	Détection d'une cible mobile de collision dans du fouillis de sol . . . . .	95
4.1.2	Modélisation du signal d'une case distance . . . . .	96
4.1.3	Echantillonnage de la matrice de phase du sol . . . . .	98
4.2	Estimation et détection de la cible mobile pour le problème déterministe . . . . .	100
4.2.1	Estimation de l'amplitude de la cible par projection . . . . .	100
4.2.2	Détection de la cible pour le problème déterministe . . . . .	105

4.2.3	Capacités de réjection de cibles fixes par leur variation de fréquence . . .	108
4.2.4	Conclusion sur la résolution du problème déterministe . . . . .	111
4.3	Détection de la cible dans un fouillis gaussien . . . . .	112
4.3.1	Rappel sur la détection en fouillis gaussien . . . . .	112
4.3.2	Mise en place du détecteur ANMF . . . . .	113
4.3.3	Facteur de blanchiment et sélection . . . . .	114
4.3.4	Conclusion . . . . .	118
4.4	Stratégie de détection pour une cible étendue en distance et en fréquence Doppler	118
4.4.1	Position du problème et modélisation . . . . .	118
4.4.2	Détection d'une cible étalée en distance et fréquence Doppler . . . . .	120
4.4.3	Implémentation du détecteur . . . . .	122
4.5	Conclusion . . . . .	124

## Chapitre 5

### Résultats sur données expérimentales 125

5.1	Détection d'obstacles par radar hélicopté . . . . .	126
5.1.1	Prétraitements des données expérimentales . . . . .	126
5.1.2	Réjection de fouillis par formation de faisceaux en élévation . . . . .	126
5.1.3	Traitements par intégration longue des données . . . . .	127
5.2	Détection d'une cible mobile de collision étalée en distance et en vitesse . . . . .	132
5.2.1	Cas d'utilisation . . . . .	133
5.2.2	Détection de la cible mobile dans une zone de bruit thermique . . . . .	133
5.2.3	Détection de la cible mobile dans une zone de fouillis de sol . . . . .	135
5.3	Conclusion . . . . .	137

### Conclusion 139

## Annexes

### Annexe A

#### Rappel de cinématique du point matériel

### Annexe B

#### Calcul approché de l'angle entre sous-espaces

### Annexe C

#### Acronymes



**Bibliographie**

**151**

# Introduction

Le premier objectif des systèmes radars a été de détecter des cibles pouvant présenter un intérêt stratégique ou un danger potentiel. De tels systèmes émettent des ondes radio-fréquences vers leur environnement, puis analysent les échos produits par les réflecteurs présents. Le traitement de ces échos permet de détecter les cibles renvoyant des échos suffisamment forts, et de déterminer leurs distances par rapport au radar par une mesure de temps de propagation. L'acronyme RADAR (RADIo Detection And Ranging) résume ainsi merveilleusement bien leur rôle premier. Les systèmes radar peuvent également mesurer les vitesses radiales des réflecteurs en exploitant l'effet Doppler, ou encore leurs directions d'arrivée. Contrairement aux systèmes optiques, ils peuvent opérer dans n'importe quelle condition météorologique et avoir des portées de détection bien supérieures, de l'ordre de la centaine de kilomètres. Les systèmes radar sont développés pour de nombreuses applications : cartographie du sol (imagerie SAR), détection d'obstacles, détection périmétrique d'intrus, aide au stationnement (automobile), etc...

De nos jours, les radars utilisant la technologie FMCW (Frequency Modulated Continuous Wave), sont de plus en plus plébiscités pour leur simplicité. Les radars FMCW linéaires étudiés dans cette thèse émettent une onde modulée linéairement en fréquence de manière continue, appelée chirp, et répétée par période de répétition. Ces radars sont connus pour émettre et recevoir simultanément des signaux de puissance bien plus faibles que les radars pulsés. Les radars FMCW sont réputés pour leurs excellentes résolutions distance et leurs faibles probabilités d'interception, et sont particulièrement prisés pour les applications de courte-portée. L'inconvénient majeur des radars FMCW est le phénomène de fuite émission, retour direct de l'onde émise vers la chaîne de réception. Ce phénomène induit un bruit proportionnel à la puissance émise et dépendant de l'isolation entre les antennes. À isolation donnée, cette fuite limite donc la puissance maximale d'émission des radars FMCW.

De nos jours, les radaristes cherchent à étendre les domaines d'application des radars FMCW pour des portées de plus en plus grandes, supérieures au kilomètre, voire dizaine de kilomètres. Pour les radars pulsés, on répond généralement au problème d'augmentation de portée en augmentant la puissance à l'émission. Cette règle ne peut pas s'appliquer pour les radars FMCW à cause de la fuite émission et du manque d'isolation entre les antennes. Les radars FMCW sont très utilisés pour la détection d'obstacles en automobile, et apparaissent comme des candidats au potentiel intéressant pour les applications aéroportées. Méta et al [62] ont notamment démontré que la technologie FMCW était compatible avec les applications d'imagerie SAR (Synthetic Aperture Radar).

Cette thèse industrielle, réalisée en partenariat avec Rockwell-Collins France et le laboratoire TéSA, s'inscrit dans le cadre du développement d'un radar FMCW aéroporté de détection d'obstacles fonctionnant en bande X. Dans cette thèse, nous nous plaçons dans le contexte plus général de détection de cibles présentant un risque de collision avec le porteur radar. Le pilote du porteur doit être averti suffisamment tôt du danger que représente une telle cible afin de pouvoir changer de trajectoire en conséquence. La portée du système apparaît donc être un élément

essentiel d'un tel système. En règle générale, on cherche à déclencher une alerte au minimum 20 secondes avant impact potentiel pour laisser le temps au pilote de réagir, ce qui correspond à une portée de l'ordre du kilomètre pour une vitesse de 50m/s. On comprend bien l'intérêt du pilote d'obtenir des avertissements de présence de cibles au-delà de ce kilomètre, notamment en environnement multi-cibles, afin de prévoir à l'avance sa trajectoire.

Le concept de portée est étroitement lié aux capacités de détection du système radar. L'étape de détection d'une cible est le plus souvent réalisée en comparant avec un seuil de détection le contraste de puissances entre une cible et son environnement direct. Ce contraste de puissances, appelé rapport signal à bruit (RSB), est un paramètre primordial en théorie de la détection : plus le RSB de la cible est élevé, meilleure sera sa probabilité de détection par le système. Le RSB est fonction du bilan de liaison entre la cible et le radar, et des gains apportés par les différents étages de traitement du signal reçu par le système. De ce fait, les étages de traitement sont définis pour optimiser le RSB de la cible par rapport à son environnement. Ces traitements sont dans un premier temps adaptés au cas d'une cible noyée dans du bruit thermique, en supposant qu'aucun autre signal ne vient gêner la détection de la cible d'intérêt.

Cependant, pour un radar aéroporté, un autre type de signal vient perturber la détection des cibles d'intérêt : le fouillis de sol. Le fouillis de sol est la contribution de tous les échos renvoyés par le sol vers le système radar. Les réflecteurs élémentaires qui constituent le sol se comportent de la même manière que les cibles d'intérêt pour le radar. De ce fait, les traitements adaptés aux cibles d'intérêt sont également adaptés aux réflecteurs constituant le sol. Dans les zones de fouillis, l'étape de détection compare le niveau de puissance de la cible non plus au niveau de bruit thermique, mais au niveau conjoint du bruit thermique et du fouillis. Le fouillis est alors considéré comme un signal interférant qui perturbe la détection de la cible d'intérêt et diminue sa probabilité de détection. Les traitements conçus pour la détection des cibles d'intérêt doivent donc prendre en compte la présence du fouillis de sol pour optimiser non plus le RSB de la cible mais son RSBI, rapport signal à bruit plus interférence, ou plus simplement son rapport signal à fouillis. De manière générale, on cherche pour cela à séparer par traitements le signal utile du fouillis de sol, ou encore à rejeter ce dernier en exploitant une propriété physique (directions d'arrivée, fréquence Doppler, polarisation, etc...).

**Le principal objectif de cette thèse réside ainsi dans la conception de traitements en vue d'améliorer les capacités de détection et de reconnaissance de cibles présentant un risque de collision avec le porteur radar dans les zones de fouillis de sol.**

Dans le premier chapitre, nous effectuons une revue des traitements adaptés à la détection d'obstacles par un radar aéroporté. Nous rappelons dans un premier temps le modèle de signal reçu pour un radar de technologie FMCW, et les différentes étapes de traitement nécessaires en vue de la détection d'obstacles par un système aéroporté. Le traitement adapté à la forme d'onde FMCW est un traitement basé sur deux transformées de Fourier discrètes successives qui permettent de former une cartographie distance-vitesse de l'environnement du radar. Un réseau horizontal d'antennes en réception permet ensuite d'effectuer une formation de faisceaux dans la direction supposée de la cible à détecter. Cette formation de faisceaux permet de localiser la direction d'arrivée de la cible dans le plan horizontal, et d'augmenter le RSB de la cible par traitement spatial. Ces traitements font l'hypothèse que la cible est observée par le radar à la même distance et à la même vitesse durant le temps d'intégration. Cependant, une cible peut migrer et changer de cases distance, et un traitement de compensation de migration en distance des cibles doit également être mis en place pour assurer le meilleur RSB possible pour la cible.

Les traitements présentés dans le premier chapitre permettent de détecter une cible en présence de bruit thermique, mais leurs performances de détection chutent en présence de fouillis

---

de sol. Pour répondre à ce problème, nous proposons dans le deuxième chapitre de filtrer spatialement le fouillis de sol en utilisant un réseau d'antennes vertical. Nous supposons que les cibles d'intérêt sont des obstacles situés au dessus du sol, telles que des câbles, des pylônes, ou des immeubles. La différence de hauteur entre le porteur radar, le sol et les obstacles induit une différence d'élévation pouvant être exploitée pour séparer spatialement le fouillis de sol et les obstacles à détecter. Le fouillis de sol est supposé être un processus aléatoire gaussien, dont la matrice de covariance est estimée localement à partir des cartes distance-vitesse obtenues sur chaque sous-réseau vertical. La direction du sol est déduite de la matrice de covariance estimée du fouillis, et la direction supposée de la cible est calculée à partir de la direction du sol et d'une hypothèse de hauteur de l'obstacle. La formation de faisceaux adaptative proposée permet ainsi de placer un zéro dans la direction du sol pour rejeter le fouillis, et un gain maximum dans la direction supposée de l'obstacle pour optimiser son RSB. Nous abordons ensuite le problème d'un point de vue de la détection adaptative dans du fouillis de sol, supposé gaussien puis non-gaussien, à partir du même modèle de signal spatial. Les détecteurs issus de l'état de l'art permettent alors de prendre en compte l'éventuel caractère non-gaussien du fouillis de sol dans la stratégie de détection.

Les traitements proposés dans les deux premiers chapitres permettent ainsi à un radar FMCW aéroporté de détecter les obstacles situés au dessus du sol, sur bruit thermique ou sur fouillis de sol. Cependant, ils ne donnent aucune information sur la dangerosité des obstacles détectés. D'un point de vue opérationnel, cette information de danger est pourtant capitale pour le pilote du porteur radar car elle détermine la nécessité ou non de redéfinir une trajectoire sans risque de collision avec un obstacle.

Dans le troisième chapitre, nous cherchons à inclure cette nouvelle information afin de déterminer si une cible présente un risque ou non de collision avec le porteur. Pour cela, nous supposons que le porteur se déplace horizontalement avec une vitesse constante. Sous cette hypothèse, dans le cas général, nous remarquons alors qu'une cible change d'angle de vue au cours du temps. Ce changement d'angle se traduit par un terme d'accélération et un changement de fréquence Doppler au cours du temps sur le signal d'une case distance. Au contraire, une cible présentant un risque de collision est vue par le radar sous le même angle au cours du temps, et ne change pas de fréquence Doppler au cours du temps. Cette même propriété est vérifiée par un câble vu par un radar en bande X, et cette approche originale développée dans ce chapitre permet en particulier de reconnaître un câble d'un pylône.

Ainsi, pour identifier si une cible présente un risque de collision, nous cherchons à déterminer si elle admet ou non une variation de fréquence Doppler au cours du temps. Pour ce faire, nous mettons en place deux traitements sur le signal temporel d'une case distance observée sur un temps d'observation long, de l'ordre de la seconde. Le premier traitement est basé sur une transformée en chirplets. Ce traitement adapté permet de mesurer conjointement les fréquences Doppler de départ et d'arrivée d'une cible. Le second traitement est une transformée HAF d'ordre deux qui effectue la corrélation entre la première moitié du signal et la seconde moitié. Le spectre HAF permet de mesurer directement la variation de fréquence Doppler d'une cible. Cependant, en configuration multi-composantes, des problèmes de séparation de cibles peuvent subvenir, et la cible de plus forte puissance doit être éliminée du signal pour pouvoir faire ressortir les cibles de plus faible puissance.

La fréquence Doppler et la variation de fréquence d'une cible fixe ou du fouillis de sol sont liées par une relation dépendant uniquement de la vitesse du porteur et de l'angle d'observation de la cible. Cette relation est vérifiée non seulement par des pylônes ou des immeubles, mais également par tous les réflecteurs constituant le fouillis de sol. De ce fait, cette variation de fréquence Doppler durant le temps d'intégration induit une structure particulière sur le signal

du fouillis de sol. L'idée nouvelle développée dans le quatrième chapitre est d'exploiter cette structure connue du signal du fouillis pour la détection d'une cible mobile présentant un risque de collision, et située dans la zone de fouillis. Dans un premier temps, nous considérons un fouillis déterministe constitué de quelques éléments de forte puissance que nous cherchons à rejeter du signal. La solution à ce problème de détection fait appel à une projection oblique du signal sur le sous-espace cible parallèlement au sous-espace fouillis. Pour un fouillis gaussien, la structure du sous-espace fouillis permet d'estimer la matrice de covariance des perturbations, estimation que l'on peut ensuite insérer dans les détecteurs adaptés au problème et au sous-espace de la cible. Nous abordons enfin une extension pour cibles étendues en distance et en Doppler de la stratégie de détection présentée dans le chapitre 4 pour fouillis gaussien. La cible étant mobile, et compte tenu du temps d'intégration de l'ordre de la seconde, la cible peut migrer en distance et être étendue en fréquence Doppler. Cette stratégie de détection pour cible étendue permet alors d'améliorer les performances de détection de la cible mobile par rapport au cas de cible ponctuelle.

Dans le cinquième chapitre, nous testons sur données expérimentales les traitements proposés dans cette thèse. Le système considéré est un radar de technologie FMCW fonctionnant en bande X avec plusieurs réseaux verticaux d'antennes en réception, et placé en configuration pointe-avant. Les données expérimentales ont été obtenues lors de deux campagnes d'essais en vol, pour lesquelles le radar a été monté sur un hélicoptère et un avion quadriplace. Les algorithmes présentés dans les chapitres précédents ont ainsi pu être testés sur données expérimentales provenant de ce radar.

Nous présentons pour finir les conclusions de ce travail de thèse et de nouvelles perspectives d'étude.

# Chapitre 1

## Introduction aux radars FMCW aéroportés : Principes et traitements

Ce premier chapitre présente la problématique étudiée dans ce mémoire, qui concerne la détection de cibles par un radar FMCW aéroporté. Dans un premier temps, nous rappelons quelques généralités sur les systèmes radar, puis nous développons le modèle de signal radar FMCW linéaire ainsi que le traitement adapté à cette forme d'onde. Une double transformée de Fourier le long du temps court et du temps long permet de séparer les cibles en distance et en vitesse. Ce traitement est quasi-optimal lorsqu'aucune migration n'a lieu, i.e., lorsque la cible est observée sur la même case distance-vitesse. Nous donnons ensuite l'exemple d'un traitement adapté à un radar FMCW aéroporté pointe-avant conçu pour la détection d'obstacles fixes. Les techniques abordées dans ce premier chapitre seront à la base des traitements proposés par la suite dans les différents chapitres de ce mémoire.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Généralités sur les systèmes Radar</b>	<b>6</b>
1.1.1	Principes du Radar	6
1.1.2	Bilan de liaison	7
1.1.3	Applications Radar aéroportées	8
<b>1.2</b>	<b>Les Radar FMCW</b>	<b>8</b>
1.2.1	La forme d'onde FMCW linéaire	8
1.2.2	Le 'de-ramping'	9
1.2.3	Résolution et ambiguïté distance	12
1.2.4	Mesure de la fréquence Doppler	13
1.2.5	Formation d'une cartographie distance-vitesse	15
1.2.6	Sources de bruit des radars FMCW	16
1.2.7	En résumé	17
<b>1.3</b>	<b>Exemple d'application aéroportée : la détection d'obstacles</b>	<b>18</b>
1.3.1	Présentation et analyse du problème	18
1.3.2	Conditions nécessaires pour la détection d'un câble	21
1.3.3	Formation de faisceaux conventionnelle	21
1.3.4	Compensation de migration distance	23
1.3.5	Introduction à la détection	26
1.3.6	Le fouillis de sol	26
<b>1.4</b>	<b>En résumé</b>	<b>30</b>

---

## 1.1 Généralités sur les systèmes Radar

Comme son nom l'indique, un radar (RAdio Detection And Ranging) est un système utilisant des ondes électromagnétiques (RAdio) pour détecter la présence de cibles (Detection) et les localiser en distance, vitesse, angles (Ranging) [91]. Les systèmes radar sont couramment utilisés pour la surveillance de domaines, aérien, terrestre, ou maritime, car ils sont opérationnels tout temps, et insensibles à la luminosité [50].

### 1.1.1 Principes du Radar

Le principe de base des systèmes radars peut être résumé en quatre étapes : émission et propagation d'une onde électromagnétique, rétrodiffusion de cette onde par une cible sous forme d'écho de l'onde, réception et analyse du signal reçu par le radar.

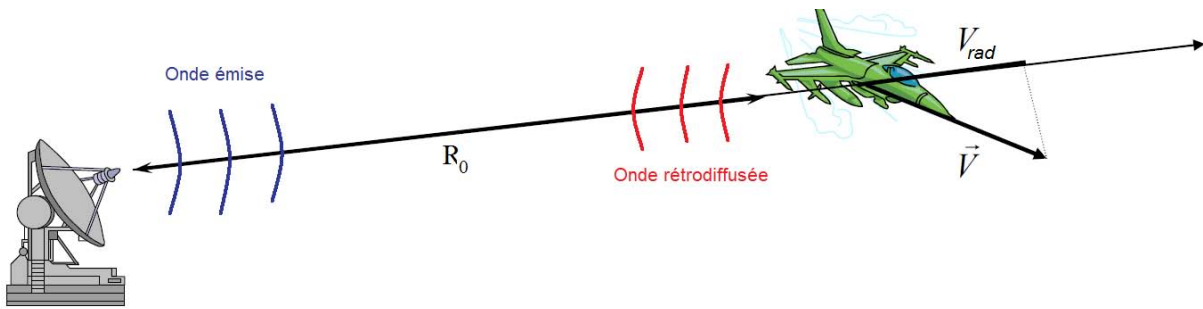


FIGURE 1.1 – Principe d'un système RADAR

**Mesure de distance** L'onde émise par le radar parcourt la distance radar/cible  $R_0$  à la célérité de la lumière  $c$ . Elle est rétrodiffusée par la cible dans tout l'espace. L'onde rétrodiffusée parcourt une nouvelle fois la distance  $R_0$  et une partie de l'onde est recueillie par le radar. La détection de l'écho reçu et la mesure du temps de propagation de l'onde nous informe sur la présence et la distance de la cible. L'onde reçue par le radar est une version atténuée et retardée de l'onde émise [91] d'un retard

$$\tau = \frac{2R_0}{c}. \quad (1.1)$$

La mesure de ce retard  $\tau$  permet alors de déterminer la distance  $R_0$  de la cible.

**L'effet Doppler** Lorsque la cible est mobile par rapport au radar, son retard évolue au cours du temps

$$\tau = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2}{c} (R_0 + v_{rad}t) \quad (1.2)$$

où  $v_{rad}$  est la vitesse radiale de la cible, vitesse de rapprochement ou d'éloignement par rapport au radar. L'onde reçue par le radar et issue d'une cible mobile comme illustrée sur la figure 1.1 arrive en avance ou en retard par rapport à celle d'une cible fixe. Lorsque  $v_{rad}$  est très petit devant  $c$ , ce décalage de temps d'arrivée se traduit sur l'onde reçue par un décalage sur la fréquence porteuse  $f_0$  de l'onde [53]. Ce phénomène porte le nom d'effet Doppler. Le décalage en fréquence sur la porteuse, appelée fréquence Doppler, s'écrit

$$f_D = \frac{2v_{rad}}{\lambda} \quad (1.3)$$

où  $\lambda = c/f_0$  désigne la longueur d'onde du radar. La mesure de  $f_D$  permet de déterminer la vitesse radiale de la cible.

### 1.1.2 Bilan de liaison

La puissance reçue par le radar  $P_r$  issue d'une cible située à la distance  $R_0$  n'est qu'une faible portion de la puissance moyenne émise par le radar  $P_e$ . L'équation radar, ou bilan de liaison, relie la puissance reçue provenant de la cible aux paramètres du radar [91]

$$P_r = P_e \frac{G_e(\phi, \theta) G_r(\phi, \theta) \lambda^2}{(4\pi)^3 R_0^4 L} \sigma \quad (1.4)$$

où  $G_e(\phi, \theta)$  et  $G_r(\phi, \theta)$  sont respectivement les gains d'antenne en émission et en réception dans la direction  $(\phi, \theta)$ ,  $L$  désigne les pertes 'hyperfréquence', et  $\sigma$  est la SER de la cible (Surface Equivalente Radar). La SER correspond à une surface équivalente d'un réflecteur qui rétrodiffuserait sans perte et de manière isotrope la même quantité d'énergie que la cible rétrodiffuse dans la direction du radar.

**Le bruit thermique** La puissance de la cible chute rapidement en fonction de sa distance, en  $1/R_0^4$ . Le signal acquis peut donc être extrêmement faible. Des étages d'amplification en réception sont nécessaires pour exploiter les données reçues par le radar. La chaîne d'amplification va introduire du bruit qui va s'ajouter au signal reçu. Ce bruit issu des composants électroniques en réception s'appelle le bruit thermique. Il est généralement modélisé par un bruit blanc gaussien [53]. La puissance moyenne du bruit thermique en réception est définie par

$$N_0 = k_b T_0 B F \quad (1.5)$$

où  $k_b T$  est le produit de la constante de Boltzmann avec la température de la chaîne de réception,  $F$  est le facteur de bruit, et  $B$  désigne la bande de fréquence de fonctionnement du radar.

**Rapport signal à bruit** Pour détecter la présence de cibles, le radar compare la puissance reçue d'une cible avec le niveau de bruit ambiant [91]. Le rapport de puissance entre la cible et le bruit thermique s'appelle le Rapport Signal à Bruit (RSB). Plus ce niveau est élevé, plus la détection de la cible sera aisée. Le RSB initial en sortie de la chaîne d'amplification s'écrit

$$\text{RSB}_{ini} = \frac{P_r}{N_0} = P_e \frac{G_e(\phi, \theta) G_r(\phi, \theta) \lambda^2}{(4\pi)^3 R_0^4 L (k_b T_0 B F)} \sigma \quad (1.6)$$

Le  $\text{RSB}_{ini}$  est très petit devant 1 et doit être fortement amélioré par le traitement du signal reçu pour que le signal utile dépasse le niveau de bruit. Le gain de traitement optimal  $G_{int}$  que l'on peut espérer est égal au produit  $B T_{int}$ , où  $T_{int}$  est le temps d'intégration cohérent des données [53]. Le RSB post-traitement s'écrit alors

$$\text{RSB}_{post} = \frac{P_r}{N_0} G_{int}. \quad (1.7)$$

Les performances de détection du système radar sur bruit blanc sont ainsi calculées à partir de ce RSB post-traitement.



### 1.1.3 Applications Radar aéroportées

Les applications aéroportées de systèmes radar sont très nombreuses, on peut citer par exemple : l'altimétrie [36][52], l'aide à l'atterrissage [75][76], la trajectographie, la mesure des composantes de vitesses et aide à la navigation [27], l'imagerie du sol ou l'imagerie de cibles [50], le suivi de terrain, la météorologie, les systèmes anti-collision et de détection d'obstacles [36, 86]... Nous nous intéressons particulièrement dans ce manuscrit aux problématiques de détection d'obstacles et de système anti-collision par un radar aéroporté.

Il existe une bande de fréquence adaptée pour chacune de ces applications. La fréquence porteuse de l'onde radar  $f_0$  détermine l'atténuation et la pénétration de l'onde dans certains milieux (nuages, vapeur d'eau, forêt et sol). Les fréquences porteuses les plus utilisées par les radars aéroportés appartiennent aux bandes  $X$  (8-12GHz) et  $K_u$  (12 - 18GHz).

## 1.2 Les Radar FMCW

**Definition** Les radars FMCW (Frequency Modulated Continuous Wave) sont des systèmes radar utilisant une forme d'onde continue et modulée en fréquence [93]. Plus précisément, ces radars émettent et reçoivent simultanément et sans interruption, contrairement aux radars pulsés qui émettent des impulsions et écoutent en différé les échos des cibles. Nous nous intéressons plus particulièrement dans ce manuscrit à la forme d'onde FMCW linéaire pour laquelle le radar émet une onde sinusoïdale dont la fréquence varie linéairement au cours du temps.

**Avantages par rapport aux radars pulsés** Les avantages des radars FMCW sont multiples : excellentes performances pour des applications courte portée, excellente résolution distance, faible coût et simple d'implémentation avec l'utilisation de petits composants, faible consommation de puissance, pas de distance aveugle [93] [16] [61]... Ils sont difficiles à détecter et sont à faible probabilité d'interception (LPI Low Probability of Interception) [29]. Ceci vient du fait que la puissance moyenne émise par le radar est égale à sa puissance instantanée, beaucoup plus faible que la puissance crête des radars pulsés. Les radars FMCW ont donc des avantages attractifs par rapport aux radars pulsés [16]. C'est pourquoi les radaristes d'aujourd'hui cherchent à élargir leurs domaines d'application. En particulier, ils cherchent à les utiliser pour des applications nécessitant des portées de plus en plus grandes, de l'ordre de la dizaine de kilomètres.

**Applications traditionnelles** On retrouve les radars FMCW à forme d'onde linéaire dans de nombreux domaines tels que les applications automobiles [80][51][81][101][79], la détection d'intrus [16], la surveillance côtière [90], l'imagerie SAR [54], ou bien encore pour des applications plus exotiques... telles que l'estimation de l'épaisseur de la glace en Antarctique [28], ou la détection de signe de vie [2].

Dans la suite, nous présentons la forme d'onde FMCW linéaire et le modèle de signal d'une cible ponctuelle. Nous nous plaçons dans le cas d'un signal bande étroite, c'est-à-dire que la bande émise est petite devant la fréquence porteuse.

### 1.2.1 La forme d'onde FMCW linéaire

La forme d'onde FMCW linéaire est une forme d'onde très répandue pour sa simplicité d'exploitation dans le domaine radar automobile depuis les années 1990. Cette forme d'onde consiste à émettre un 'chirp' de fréquence de départ  $f_0$  et de bande  $B$  avec une période de

répétition  $T$ . Un chirp est une onde sinusoïdale dont la fréquence instantanée évolue linéairement au cours du temps [93].

**Le signal émis** Le signal émis par un radar FMCW linéaire s'écrit au cours du temps  $0 < t < T$

$$s_e(t) = Ae^{j\phi(t)} = Ae^{j2\pi[f_0t + \frac{B}{2T}t^2]}. \quad (1.8)$$

Le signal est répété pour toutes les périodes de répétition  $T$ , et la fréquence instantanée de ce signal est linéaire par morceaux

$$f_I(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) = f_0 + \frac{B}{T}t. \quad (1.9)$$

La figure 1.2 (a) représente un signal 'chirp' en fonction du temps (partie imaginaire), et la figure 1.2 (b) représente le spectre fréquentiel d'un chirp.

**Le signal reçu** Considérons le retour de l'onde FMCW réfléchi par une cible située à une distance  $R_0$  du radar et de vitesse radiale  $v_{rad}$ . L'onde reçue par le radar est une réplique atténuée et retardée du signal émis par un retard  $\tau$  (1.2) [93], et s'écrit au cours du temps

$$s_r(t) = Ks_e(t - \tau) = KAe^{j2\pi[f_0(t-\tau) + \frac{B}{2T}(t-\tau)^2]}. \quad (1.10)$$

Sans perte de généralités, nous laissons de côté les amplitudes des signaux dictées par l'équation radar (1.4). La figure 1.3 représente dans un plan temps temps-fréquence le signal émis et le signal reçu. Le retard  $\tau$  se traduit par une différence de fréquence  $f_b$  entre les deux ondes sur l'intervalle  $[\tau; T]$ .

**Filtrage adapté** Par définition, le filtre adapté (matched filter en anglais) est le filtre qui, pour une forme d'onde donnée, maximise le RSB en sortie avec pour entrée le signal et un bruit gaussien additif [53]. Ce filtre a pour réponse impulsionnelle une réplique conjuguée et 'retournée' du signal émis, soit

$$h(t) = s_e^*(-t) \quad (1.11)$$

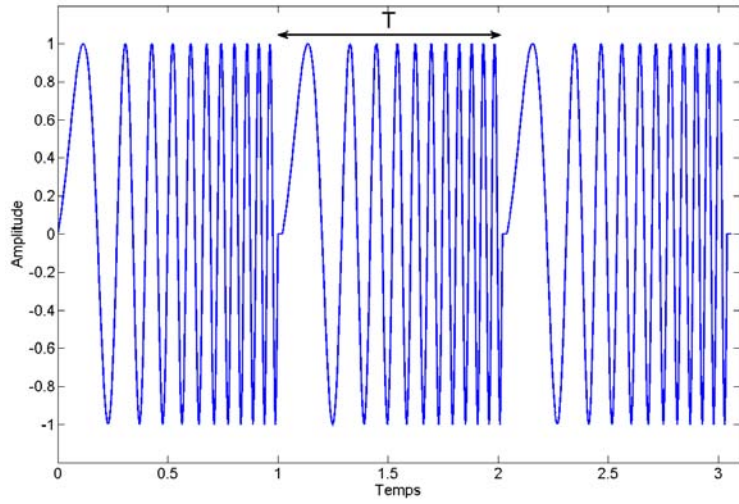
Le filtre adapté calcule la convolution entre le signal en entrée et sa réponse impulsionnelle

$$S_{matched}(t') = \int_{-\infty}^{+\infty} s_r(u)h(t' - u)du. \quad (1.12)$$

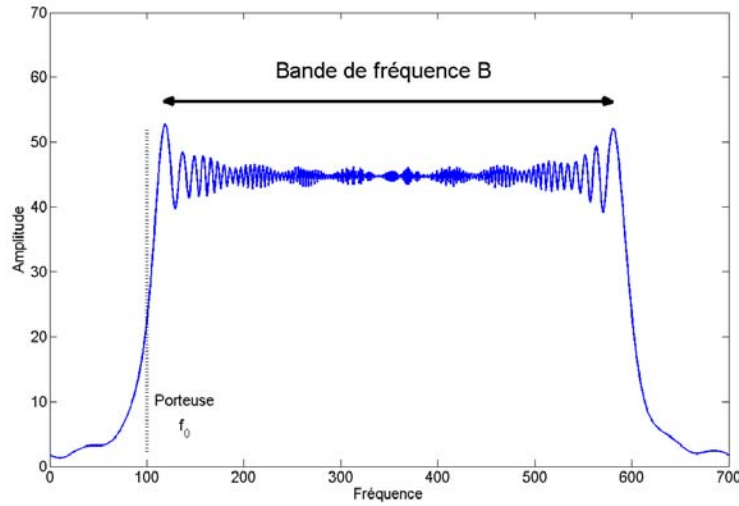
La sortie est maximale pour un retard  $t'$  entre les deux signaux égal au retard  $\tau$  de la cible. Ce filtre est classiquement utilisé pour mesurer la distance d'une cible par un radar pulsé [53]. Pour les radars FMCW, c'est un autre traitement appelé 'de-ramping', bien plus simple d'implémentation que le filtrage adapté, qui est utilisé.

### 1.2.2 Le 'de-ramping'

**Démodulation homodyne** Le retard entre le signal émis et le signal reçu se traduit par une différence de fréquence constante  $f_b$  entre le signal émis et le signal reçu. L'idée derrière le 'de-ramping' est de calculer cette fréquence pour mesurer la distance de la cible à la place du retard. Pour cela, on forme le signal de battement en calculant le produit entre le signal reçu et une réplique du signal émis. Cette étape de mixage joue également le rôle de démodulation du



(a) Chirp en fonction du temps



(b) Spectre d'un Chirp

FIGURE 1.2 – Description de la forme d'onde FMCW linéaire

signal reçu, et est effectuée par un récepteur homodyne [93] présentée sur la figure 1.4. Le signal de battement en sortie du mélangeur s'écrit dès lors

$$s_b(t) = s_r^*(t) \cdot s_e(t) = K A e^{j2\pi[f_0\tau - \frac{B}{2T}\tau^2 + \frac{B}{T}\tau t]} \quad (1.13)$$

Le signal de battement est donc sur l'intervalle  $[\tau; T]$  une exponentielle pure de fréquence

$$f_b = \frac{B}{T}\tau = \frac{2BR_0}{cT} \quad (1.14)$$

avec une phase constante

$$\Phi_0 = f_0\tau - \frac{B}{2T}\tau^2. \quad (1.15)$$

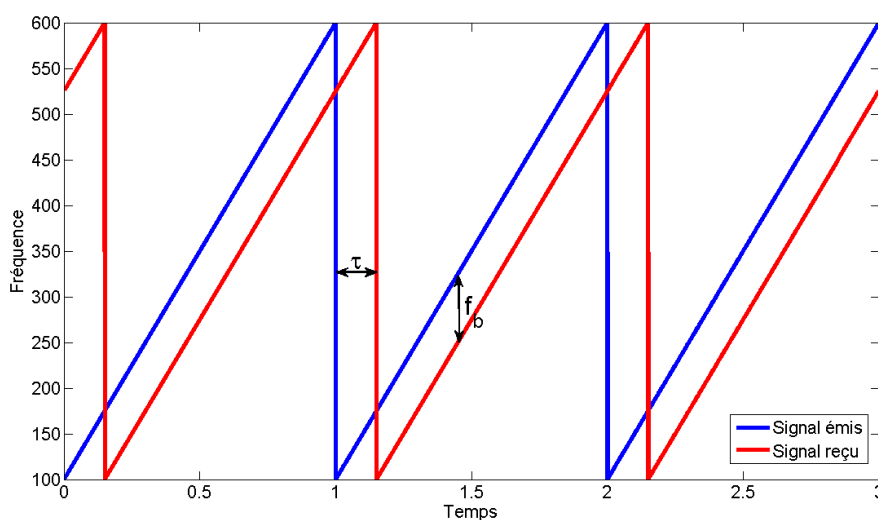


FIGURE 1.3 – Chirp émis et chirp reçu

En pratique, le signal émis est réel, et le signal de battement est la somme de deux signaux, un basse fréquence et un haute fréquence à environ deux fois la porteuse  $f_0$  du radar. Le signal haute fréquence issu de la somme des fréquences émise et reçue est filtré par un filtre passe-bas (LPF Low Pass Filter) pour se ramener à un signal en bande de base. Le signal restant en basse fréquence est alors bien la partie réelle de (1.13).

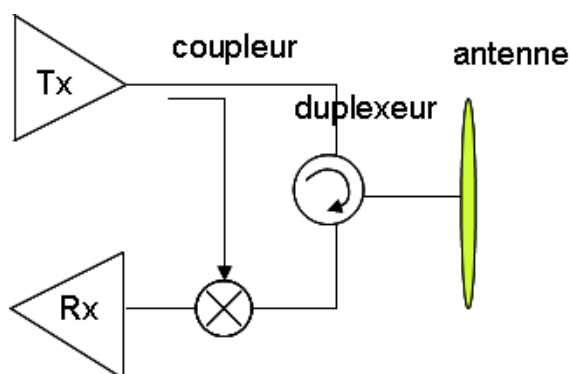


FIGURE 1.4 – Réception homodyne

**Principe de mesure de distance pour un radar FMCW** La mesure de la distance de la cible se fait dans le domaine fréquentiel en calculant la transformée de Fourier du signal de battement [93] entre  $\tau$  et  $T$

$$S_b(f) = TF[s_b(t)] = \int_{\tau}^T s_b(t) e^{-j2\pi ft} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}_{[\tau;T]}(t) s_b(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (1.16)$$

où  $\text{rect}_{[\tau;T]}(t)$  désigne la porte entre  $\tau$  et  $T$ . La transformée de Fourier du signal de battement est un sinus cardinal centré sur la fréquence de battement de la cible  $f_b$

$$S_b(f) = (T - \tau) e^{j\phi_0} \text{sinc}(\pi(f - f_b)(T - \tau)) \quad (1.17)$$

où  $\phi_0$  est une phase aléatoire. La connaissance de la fréquence de battement permet de déduire la distance de la cible

$$R = \frac{cT}{2B} f_b. \quad (1.18)$$

Le module carré du spectre du signal de battement constitue alors le profil distance de la scène radar.

**Implémentation** En pratique, on fixe une distance et un retard maximal  $\tau_{max}$  inférieur à  $T$ , de l'ordre de 10%. On échantillonne le signal de battement à une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  au moins deux fois supérieure à la fréquence de battement maximal pour respecter le théorème de Shannon. On utilise un algorithme de calcul rapide de transformée de Fourier tel que la FFT (Fast Fourier Transform) sur le signal, éventuellement 'zéro-paddé' pour une meilleure précision et optimisation de la FFT.

La combinaison deramping-FFT est bien plus simple à mettre en œuvre que le traitement adapté et bien moins coûteuse pour mesurer la distance des cibles. Cette simplicité d'implémentation se fait au détriment d'une baisse du temps d'observation du signal qui s'accompagne d'une baisse de RSB, le signal entre 0 et  $\tau_{max}$  étant jeté en pratique.

### 1.2.3 Résolution et ambiguïté distance

**Résolution distance** La résolution distance est définie comme la plus petite distance entre deux cibles de même puissance pouvant être séparées par le traitement [53]. La résolution de la FFT est inversement proportionnelle au temps d'observation du signal traité, soit pour le signal de battement

$$\Delta f_b = \frac{1}{T - \tau_{max}}. \quad (1.19)$$

La résolution distance s'écrit alors

$$\Delta R = \frac{cT}{2B} \Delta f_b = \frac{T}{T - \tau_{max}} \frac{c}{2B} < \frac{c}{2B}. \quad (1.20)$$

Utiliser le de-ramping à la place du filtre adapté induit une moins bonne résolution. En effet, on intègre le signal sur une durée  $T - \tau_{max}$  inférieure à la durée effective du signal  $T$ . On peut également interpréter cette baisse de résolution en remarquant que la bande utile intégrée n'est plus  $B$  mais une fraction de cette bande  $(1 - \tau_{max}/T) B$ . À  $T$  fixé, augmenter la distance d'application du radar revient alors à dégrader sa résolution. On considérera dans la suite que  $\tau_{max}$  est de l'ordre de  $T/10$ .

**Ambiguïté distance** Un radar FMCW ou pulsé ne peut pas faire la différence entre les ondes provenant d'une distance  $R = c\tau/2$  et d'une distance  $R = c(\tau + T)/2$ , où  $T$  est la période de répétition de l'onde. On dit qu'il y a ambiguïté en distance entre les deux cibles. La distance ambiguë du radar s'écrit [91]

$$R_{amb} = \frac{cT}{2}. \quad (1.21)$$

En pratique, le signal des cibles au-delà de cette distance ambiguë se replie sur la zone distance non-ambiguë. La figure 1.5 illustre le phénomène de repliement. Le rôle du LPF est de couper toutes les fréquences de battement au-delà de la fréquence maximale du radar, en particulier pour éviter tout repliement distance.

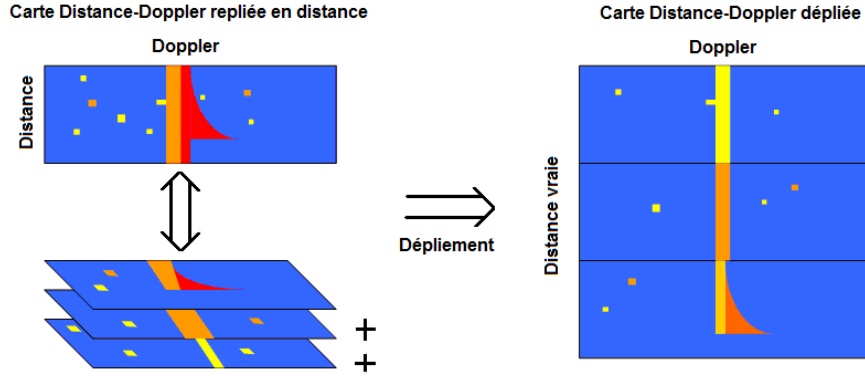


FIGURE 1.5 – Ambiguïté distance et repliement

Les radars FMCW utilisant le de-ramping sont choisis pour ne pas être ambigus en distance : le retard maximal est alors inférieur à la période de répétition. Dans la suite, nous considérerons donc que le radar n'est pas ambigu en distance et que le deramping suivi d'une FFT est utilisé comme traitement distance pour estimer la distance d'une cible.

#### 1.2.4 Mesure de la fréquence Doppler

Tout comme les radars pulsés, les radars FMCW peuvent mesurer la fréquence Doppler des cibles mobiles en intégrant les données de plusieurs cycles de répétition de l'onde [93]. Les profils distance sont calculés pour plusieurs répétitions de l'onde. Le mouvement de la cible induit un déphasage entre cycle caractéristique de l'effet Doppler et proportionnel à sa vitesse radiale.

**Prise en compte du mouvement de la cible** Nous considérons maintenant que la cible observée est mobile par rapport au radar. On considère le développement limité à l'ordre 1 autour de la position initiale de la cible  $R_0$

$$R(t) = R_0 + v_{rad}t \quad (1.22)$$

où  $v_{rad}$  désigne la vitesse radiale de la cible, vitesse d'éloignement ou de rapprochement par rapport au radar. Le retard de l'onde issue d'une cible mobile évolue alors au cours du temps

$$\tau(t) = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2R_0}{c} + \frac{2v_{rad}}{c}t. \quad (1.23)$$

Le signal de battement prend alors la forme

$$s_b(t) = e^{j2\pi \left[ \frac{2R_0}{\lambda} + \frac{2BR_0}{cT}t + \frac{2v_{rad}}{\lambda}t \right]} \quad (1.24)$$

où  $\lambda = c/f_0$  désigne la longueur d'onde du radar. Les autres termes en  $t^2$  appelés Residual Video Phase (RVP) sont supposés négligeables. Un terme supplémentaire apparaît donc dans la fréquence de battement qui s'écrit

$$f_b = \frac{2B}{cT}R_0 + f_D. \quad (1.25)$$

L'effet Doppler perturbe la fréquence de battement de la cible en introduisant un biais sur la mesure de distance dès lors que  $f_D > \Delta f_b = 1/T$ .

**Le signal de battement sur plusieurs cycles** Nous écrivons maintenant le signal de battement au cours du temps pour plusieurs cycles de répétitions de l'onde radar. Nous définissons le temps court pendant la durée d'un chirp,  $0 < t_c < T$ , le temps long qui définit le numéro  $m$  de chirp  $t_l = m.T$ , et enfin le temps courant  $t = t_c + t_l$ . Le retard d'une cible s'écrit alors

$$\tau(t) = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2R_0}{c} + \frac{2v_{rad}}{c}(t_c + mT). \quad (1.26)$$

Le signal de battement se réécrit en fonction du temps court et du numéro de chirp comme suit

$$s_b(t_c, m) = e^{j\phi_0} e^{j2\pi f_b t_c} e^{j2\pi f_D mT} e^{j\frac{4\pi Bv_{rad}}{c} m t_c}. \quad (1.27)$$

On remarque que la fréquence de battement évolue de cycle en cycle

$$f_b(m) = f_b(0) + 2mBv_{rad}/c. \quad (1.28)$$

Ceci est dû au couplage entre le temps court et le temps long dans la dernière exponentielle. On suppose maintenant que le nombre de cycles  $M$  d'observation de la cible est tel que

$$Mv_{rad}T < \Delta R \quad (1.29)$$

c'est-à-dire que le déplacement total de la cible durant le temps d'observation est inférieur à la dimension d'une case distance. Dans ces conditions, on peut supposer que la fréquence de battement de la cible est constante durant les  $M$  cycles, et le signal de battement se réécrit simplement

$$s_b(t_c, m) = e^{j\phi_0} e^{j2\pi f_b t_c} e^{j2\pi f_D mT}. \quad (1.30)$$

Le temps court et le temps long sont découplés, et la sortie du traitement distance par FFT s'écrit

$$S_b(f, m) = e^{j\phi_1} e^{j2\pi f_D mT} \text{sinc}(\pi(f - f_b(0))(T - \tau_{max})) \quad (1.31)$$

où  $\phi_1$  est un déphasage constant. La cible est observée par le radar sur la même case distance pour tous les cycles, et sa phase évolue linéairement de cycle en cycle grâce à l'effet Doppler.

**Traitement Doppler** Le traitement adapté au signal (1.31) est une transformée de Fourier discrète, réalisée en pratique par une FFT. Ce traitement Doppler permet d'estimer la fréquence Doppler/vitesse radiale de la cible, ou de séparer les cibles en fonction de leur fréquence Doppler/vitesse radiale [93]. Le gain de traitement cohérent après traitements distance et Doppler est égal à  $T_{int} = MT$  temps d'intégration total des données.

**Résolution Doppler** La résolution du traitement Doppler (ou vitesse) réalisée par la seconde FFT est inversement proportionnelle au temps d'observation du signal traité, c'est-à-dire

$$\Delta f_D = \frac{1}{MT}. \quad (1.32)$$

Ainsi, plus on augmente le temps d'intégration, plus les cases Doppler/vitesse seront fines.

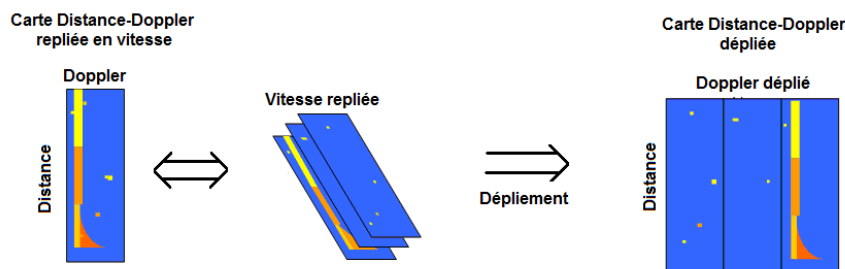


FIGURE 1.6 – Ambiguïté vitesse et repliement

**Ambiguïté vitesse** Le signal temporel (1.31) est échantillonné avec une période d'échantillonnage égale à  $T$ . En vertu du théorème de Shannon, le domaine de fréquence observable sans repliement est de longueur  $1/T$ . Le traitement radar ne pourra pas faire la différence entre une cible de fréquence Doppler  $f_D$  et une cible de fréquence Doppler  $f_D + k/T$  avec  $k$  entier. La vitesse ambiguë du radar s'écrit alors [53]

$$v_{amb} = \frac{\lambda}{2T}. \quad (1.33)$$

Un radar FMCW utilisant le deramping n'est pas ambigu en distance, mais il sera ambigu en vitesse suivant l'application concernée. Ce sera en particulier le cas pour les applications aéroportées étudiées dans ce manuscrit. La figure 1.6 illustre le phénomène de repliement vitesse ou Doppler.

### 1.2.5 Formation d'une cartographie distance-vitesse

Nous illustrons dans la figure (1.7) les différentes étapes qui permettent de créer une cartographie distance-vitesse de la scène à partir des échantillons du signal de battement (1.30). Ces échantillons sont classés dans une matrice, la dimension temps court en ligne et la dimension temps long en colonnes. La première FFT distance se fait pour chaque colonne pour former une matrice de profil distance. La colonne  $k$  de cette nouvelle matrice représente le profil distance du chirp numéro  $k$ . La cible apparaît en rouge sur la même case distance durant les  $M$  cycles. Le signal est ensuite intégré le long des lignes : pour chaque case distance, la deuxième FFT en ligne effectue le traitement Doppler adapté. La sortie de cette deuxième FFT procure à l'opérateur radar une cartographie distance-vitesse radiale de la scène. La cible apparaît dans cet exemple à l'intérieur du cercle rouge.

**Impact de la migration distance** Lorsque la condition (1.29) n'est plus vérifiée, le déplacement de la cible durant les  $M$  cycles est supérieur à la dimension d'une case distance : la cible migre en distance. On doit revenir au modèle 1.27 pour décrire le signal de battement. Le traitement par double-FFT n'est plus adapté au problème. La figure 1.8 représente les conséquences d'une forte migration sur les profils distance et sur la cartographie distance-vitesse. La migration est volontairement très accentuée pour visualiser son effet. La migration distance ne permet plus à la double-FFT d'intégrer le signal (1.27) de manière cohérente en ligne (rectangle noir). Il s'ensuit alors un élargissement spectral de la cible sur la carte et une forte diminution du RSB maximal.



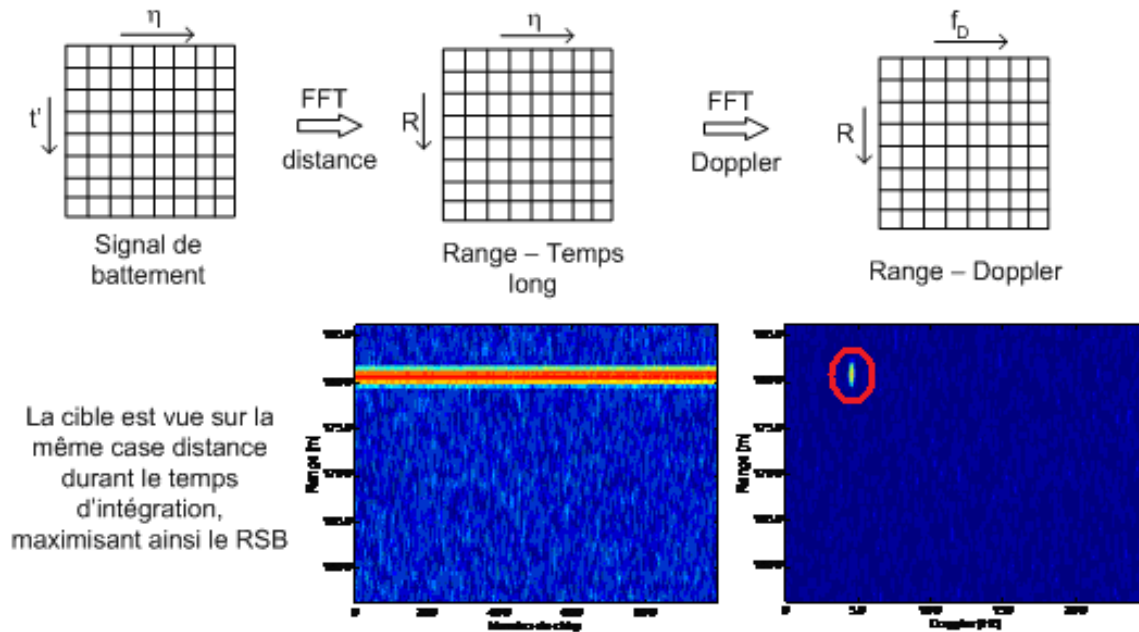


FIGURE 1.7 – Traitement double FFT

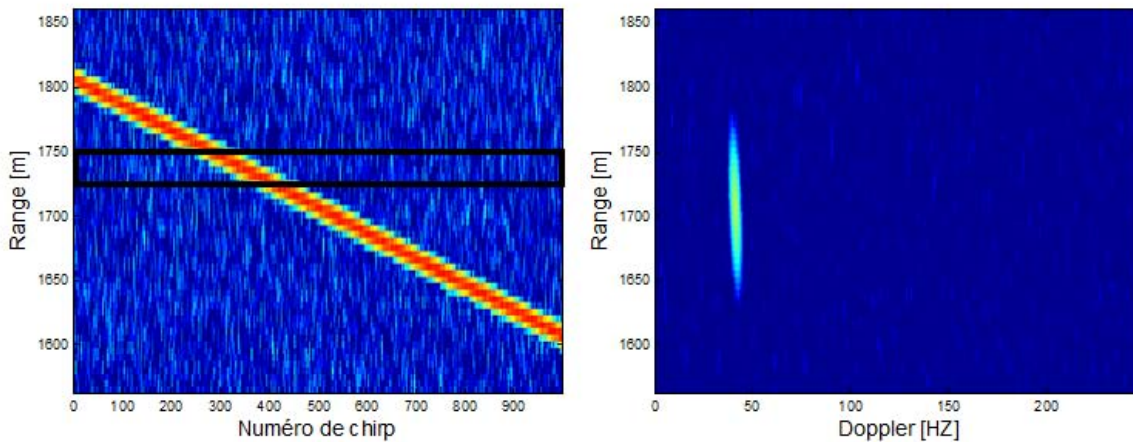


FIGURE 1.8 – Impact d'une forte migration distance

### 1.2.6 Sources de bruit des radars FMCW

**La fuite émission** La réception homodyne des radar FMCW présente une simplicité d'implémentation et un coût attractifs aux yeux des constructeurs. Néanmoins, cette simplicité se paye par un problème que ne rencontrent pas les radars pulsés : la fuite émission [93]. La fuite émission est un phénomène qui apparaît du fait que l'émission et la réception des radars FMCW s'effectuent en simultanément [68] [61]. Le radar doit faire face à un retour direct de l'onde émise dans la chaîne de réception dû à un manque d'isolation au niveau des antennes, ou dans les étages RF (circulateur). Une cible 'fantôme' de très forte puissance (pas d'atténuation de l'onde en distance) et très basse fréquence apparaît dans le signal de battement. Cet artéfact peut être

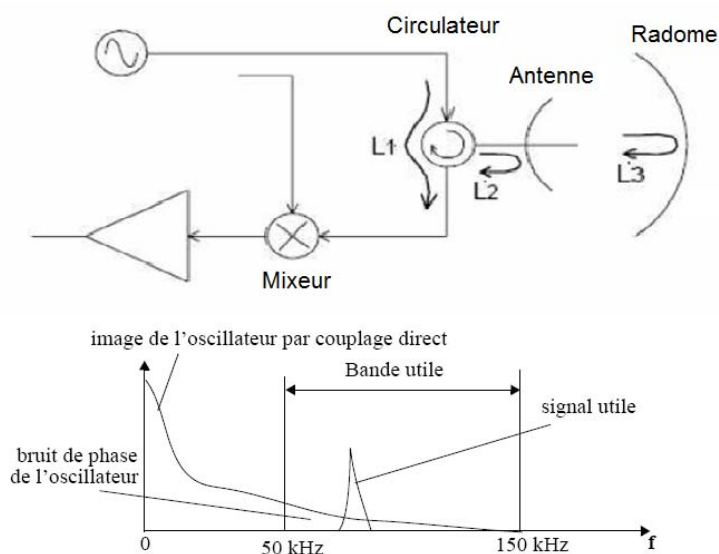


FIGURE 1.9 – La fuite émission

par exemple supprimé par un filtre passe-haut ou en jouant sur le délai de l'onde retour [68], mais sa puissance élevée aux basses fréquences va s'étendre et polluer les fréquences plus élevées. Ce bruit devient particulièrement gênant lorsque celui-ci dépasse le niveau de bruit thermique. Les radars FMCW sont ainsi limités par leur degré d'isolation, qui définit la puissance d'émission maximale d'utilisation. Ce phénomène intervient en particulier lorsque l'on souhaite utiliser la même antenne en émission et en réception [61]. La figure 1.9 représente les trois principaux retours directs de l'onde dans la chaîne de réception.

De nombreuses études se sont penchées sur l'utilisation de formes d'onde hybrides interrompues FMICW [46][15][33][61][37] pour éviter la fuite émission au détriment d'une baisse de performances (baisse de résolution, baisse de la zone de couverture optimale du radar, ...). Dans la suite de ce manuscrit, les antennes d'émission et réception seront spatialement séparées, assurant un degré d'isolation entre antennes suffisamment important pour négliger la fuite émission.

**Bruit de phase et non-linéarité de chirp** La forme d'onde émise par le radar (1.8) est supposée être d'amplitude constante, et avec une fréquence instantanée parfaitement linéaire. En réalité, le chirp émis n'est pas parfait, et la fréquence instantanée peut présenter des non-linéarités. Ces non-linéarités induisent un bruit de phase qui dégrade la résolution du radar [96][4]. De même, l'amplitude du signal émis peut subir une modulation intempestive et faire apparaître un bruit d'amplitude [51]. Nous supposons néanmoins dans la suite que la forme d'onde à l'émission est parfaitement maîtrisée et que seul le bruit thermique perturbe les données.

### 1.2.7 En résumé

Les radars FMCW présentent des avantages attractifs par rapports aux radars pulsés [93]. Ces radars sont bas coûts et LPI, et sont donc intéressants à mettre sur le marché. De nos jours, on cherche à étendre leurs domaines d'applications, en particulier pour des applications aéroportées et nécessitant de plus grande portée. Pour les radars FMCW, on ne peut pas répondre au problème d'augmentation de portée en augmentant seulement la puissance à l'émission, à

cause du manque d'isolation entre les antennes et du 'mur' technologique que représente la fuite émission. Pour augmenter les performances de détection du radar et en particulier sa portée, on doit donc se concentrer sur l'augmentation du gain de traitement et du RSB des cibles.

## 1.3 Exemple d'application aéroportée : la détection d'obstacles

### 1.3.1 Présentation et analyse du problème

L'aide au pilotage est un élément important des systèmes embarqués. Tout comme pour les applications automobiles d'aide au stationnement, de détection de piétons ou d'obstacles, la détection d'obstacles par un système aéroporté tels que des câbles ou des pylônes est particulièrement intéressante pour aider les pilotes à élaborer leurs trajectoires en temps réel ou pour les avertir d'un danger potentiel ou imminent. En particulier, un tel système prend tout son sens pour des portées supérieures à la vision du pilote, ou lorsque sa visibilité est limitée, que ce soit la nuit, en temps de forte pluie ou en conditions de 'brown-out' (décollage d'un hélicoptère sur du sable). Les systèmes radar sont donc particulièrement adaptés à ce type de problématiques, même si d'autres systèmes (LIDAR, caméra infrarouge ou caméra dans le domaine du visible) existent déjà [63]. Nous prenons cet exemple d'application pour présenter un panel de traitements de signaux radar pointe-avant aéroportés à mettre en place pour réaliser la détection d'obstacles fixes au sol.

**Besoins** De nombreux cas d'accidents de collision avec des pylônes ou des câbles ont été répertoriés par les hélicoptéristes. Les causes les plus reconnues sont une mauvaise vision du pilote et une mauvaise appréciation de son environnement, au décollage, à l'atterrissage ou pendant des phases de vol à basse altitude. Comptons un temps de réaction conservatif du pilote d'une vingtaine de secondes pour réagir convenablement à un danger. Le système radar doit être capable de détecter et localiser l'obstacle en distance et en angles avant impact potentiel, et ce pour toutes les vitesses nominales du porteur. Pour une vitesse de porteur maximale de 80m/s, la portée minimale de détection d'un obstacle doit donc être de 1600m pour assurer les 20s de réaction. Bien évidemment, la décision du pilote est d'autant plus difficile dans un environnement multi-cibles. Il peut donc être intéressé par un affichage des obstacles au-delà de 2km de portée afin de l'aider à choisir une trajectoire adéquate pour éviter les obstacles. Ceci nous montre l'intérêt d'augmenter les performances de portée et de détection d'un tel système pour étendre ses possibilités d'exploitations.

**Obstacles à détecter** La connaissance des obstacles à détecter ou à ne pas détecter est primordiale dans l'élaboration d'un système radar. En l'occurrence, les obstacles que doit détecter le système sont des éléments fixes situés au dessus du sol contre lesquels le porteur risque de rentrer en collision. Ce sont essentiellement des câbles haute tension, des pylônes, des arbres, des immeubles, représentés figure 1.10.

Pour cette application, nous nous intéressons particulièrement à la détection de câbles. Ce sont des cibles difficiles à voir à l'oeil nu pour les pilotes, mais également pour les systèmes radar car un câble possède une SER relativement faible [86] par rapport aux autres obstacles à détecter : de -5 à -8dBm<sup>2</sup> en polarisation horizontale, en bande X et pour un câble de 30cm de long, tandis qu'un pylône peut atteindre une dizaine de dBm<sup>2</sup>. Le traitement de signal à mettre en place doit donc être particulièrement adapté à ce type de cibles pour assurer les meilleures performances de détection.

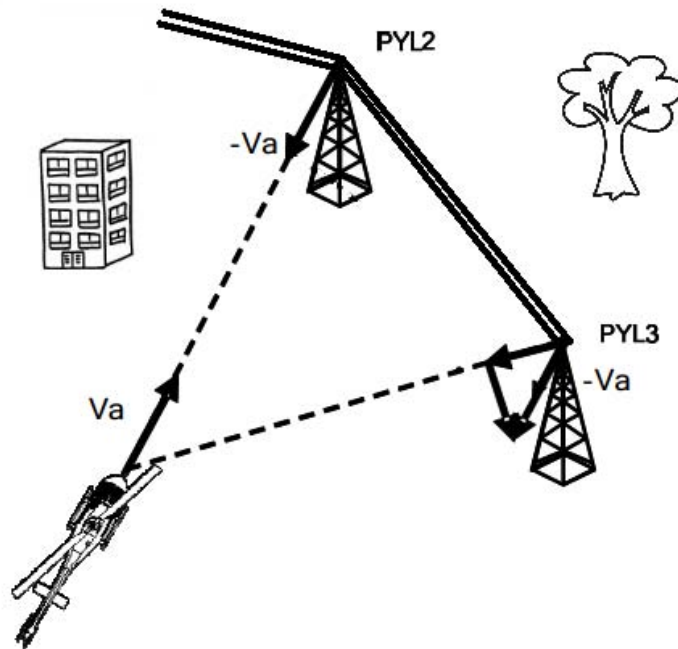


FIGURE 1.10 – Exemples de cibles au dessus du sol

**Cas particulier des câbles** Il existe plusieurs types de câbles haute tension qui se distinguent par le matériau utilisé (aluminium, cuivre, acier) et leur structure géométrique. Un câble est généralement constitué d'un ensemble de brins enroulés autour d'un noyau central hélicoïdal. Les dimensions caractéristiques d'un câble (diamètre total, diamètre de chaque brin, pas de l'hélice, espacement entre les brins) varient d'un câble à l'autre. De plus, un câble est nécessairement étendu entre deux pylônes, et est par définition une cible étendue dans l'espace. Différentes études expérimentales et théoriques ont été menées [69][77][83][84][85][86] afin de mettre en évidence les caractéristiques de diffraction des câbles éclairés par une onde électromagnétique, et pour calculer leurs SER suivant les polarisations horizontale (H) ou verticale (V) de l'onde. Ces différentes séries de mesure, en particulier [86][83] ont permis d'observer que pour des longueurs d'onde supérieures au diamètre global du câble (bande X et fréquences inférieures), il n'existe qu'une seule direction de diffraction, l'incidence normale au câble. Pour les longueurs d'onde inférieures au diamètre du câble, il existe plusieurs directions de fortes rétrodiffusion autour de la direction d'incidence normale. Elles sont appelées modes de Bragg. Ces directions sont en particulier liées à la structure du câble et à la longueur d'onde. Ces études ont également montré que la SER des co-polarisations HH et VV des câbles en bande X sont sensiblement égales. La plupart des traitements proposés pour la détection de câbles sont liés à des algorithmes de formation d'image SAR (Synthetic Aperture Radar) et aux propriétés particulières de polarisation des câbles et du sol. Nous faisons l'hypothèse que seule la polarisation horizontale H est utilisée par notre système. En conséquence, les traitements SAR polarimétriques proposés dans la littérature ne sont pas applicables. En particulier, en bande X, nous retiendrons de ces études que seul le point du câble le plus proche du radar rétrodiffuse l'onde électromagnétique. Du point de vue du radar, c'est comme si ce point glissait virtuellement le long du câble à mesure que le porteur se rapproche du câble, comme l'illustre la figure 1.11.

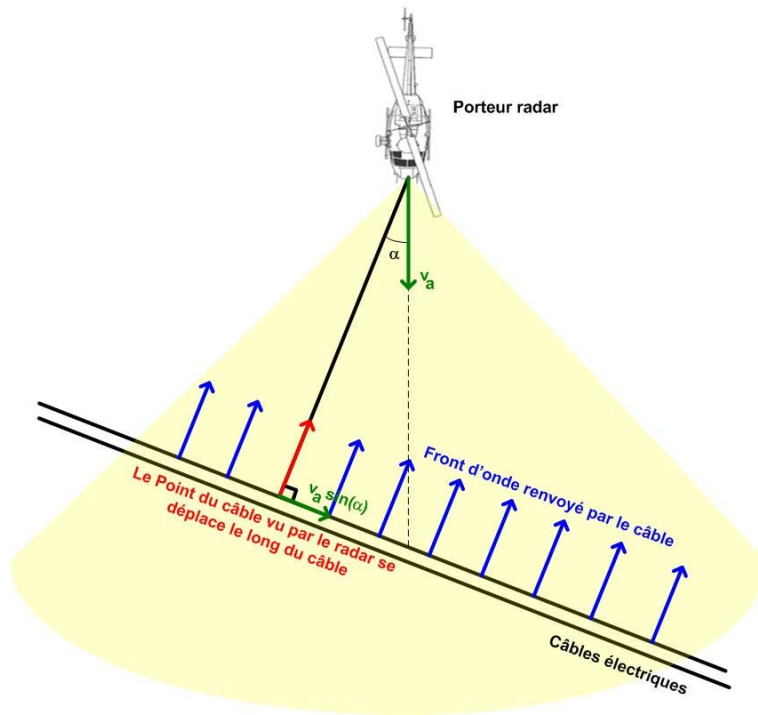


FIGURE 1.11 – Seul le point du câble le plus proche est vu par le radar

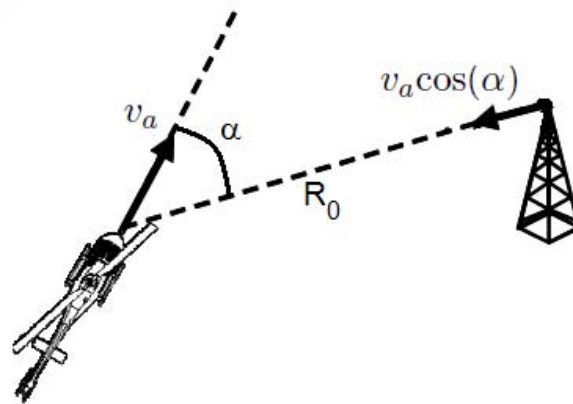


FIGURE 1.12 – Géométrie d'une cible fixe par rapport au porteur

**Géométrie du problème** Une cible fixe au sol peut être localisée en fonction de son angle de vue  $\alpha$ , de sa distance  $R_0$ , et de sa vitesse radiale  $v_{rad}$ , comme illustrée sur la figure 1.12. La vitesse radiale d'une telle cible est directement obtenue à partir de la vitesse du porteur  $v_a$  et de l'angle  $\alpha$

$$v_{rad} = -v_a \cos(\alpha). \quad (1.34)$$

L'angle de vue  $\alpha$  peut se décomposer en une élévation  $\theta$  et un azimut  $\phi$ . Dans ce contexte, nous négligeons pour le moment l'effet de l'élévation de la cible sur l'angle de vue.

### 1.3.2 Conditions nécessaires pour la détection d'un câble

Le choix de la forme d'onde et le bilan de liaison (1.4) permettent de définir la puissance d'émission, les gains d'antennes et le gain de traitement nécessaires pour assurer un RSB et une portée maximale sur la cible de plus faible SER (les câbles dans notre cas).

**Choix de Forme d'onde** Le système radar choisi émet une onde FMCW linéaire non-ambiguë en distance, en bande X (10GHz) et polarisée horizontalement. La bande de fréquence utile est telle que la résolution en distance est de l'ordre de quelques mètres. De plus, la vitesse maximale du porteur sera supérieure à la vitesse ambiguë du radar : le système sera ambigu en vitesse (repliement des cibles en vitesse sur la carte distance-vitesse). En pratique, cette ambiguïté ne pose aucunement problème : les obstacles à détecter étant fixes, la connaissance de la vitesse du porteur permet de lever cette ambiguïté.

**Gains d'antenne et temps d'intégration** La fuite d'émission limite la puissance d'émission du système à l'ordre du Watt. Les câbles étant des cibles de très faible SER, on doit augmenter en conséquence à la fois les gains d'antenne et le temps d'intégration cohérent pour assurer les performances et la portée de détection de câble. On cherche donc d'une part à observer la cible le plus longtemps possible pour augmenter le temps d'intégration cohérent, et d'autre part avoir un maximum de gains d'antenne. Ceci nous conduit logiquement à écarter les antennes tournantes, et à se tourner vers des réseaux d'antennes. Ces derniers permettent d'augmenter le gain dans une direction donnée par formation de faisceaux, mais aussi de localiser la direction d'arrivée du signal cible, information primordiale pour l'opérateur [53]. Le nombre d'antennes que l'on peut intégrer dans le senseur est limité en pratique pour plusieurs raisons : le coût d'utilisation, le coût de traitement, le poids et la place physique disponible sur le porteur... On cherche donc également à jouer sur le temps d'intégration cohérent pour gagner en gain de traitement : il faudra alors prendre en compte ou compenser la migration distance des cibles pour réaliser l'intégration cohérente du signal.

### 1.3.3 Formation de faisceaux conventionnelle

Nous supposons disponible un réseau horizontal de  $L$  antennes uniformément réparties (ULA pour Uniform Linear Array) [95] et représenté sur la figure 1.13. Les réseaux ULA sont, de par leur principe, les réseaux d'antennes les plus simples d'utilisation et d'implémentation. Le front d'onde provenant d'une cible d'azimut ou direction d'arrivée  $\phi$  ne parviendra pas tout à fait avec le même retard sur les différentes antennes du réseau. En effet, il existe une différence de marche du front d'onde de capteur en capteur représentée en rouge sur la figure 1.13. Cette différence de marche entre deux capteurs successifs s'écrit

$$\delta R = d_\phi \sin(\phi) \quad (1.35)$$

où  $d_\phi$  désigne l'espacement entre antennes, supposé être de l'ordre de la demi-longueur d'onde  $\lambda/2$ . Cette différence de marche induit un déphasage entre capteurs adjacents

$$\delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta R = \frac{2\pi}{\lambda} d_\phi \sin(\phi). \quad (1.36)$$

Ceci est valable sous l'hypothèse de signal "bande étroite" qui revient à supposer que le temps de traversée du réseau par le front d'onde est négligeable devant l'inverse de la bande passante du signal : l'amplitude et la phase de l'enveloppe complexe n'ont pas le temps de varier [95]. Si

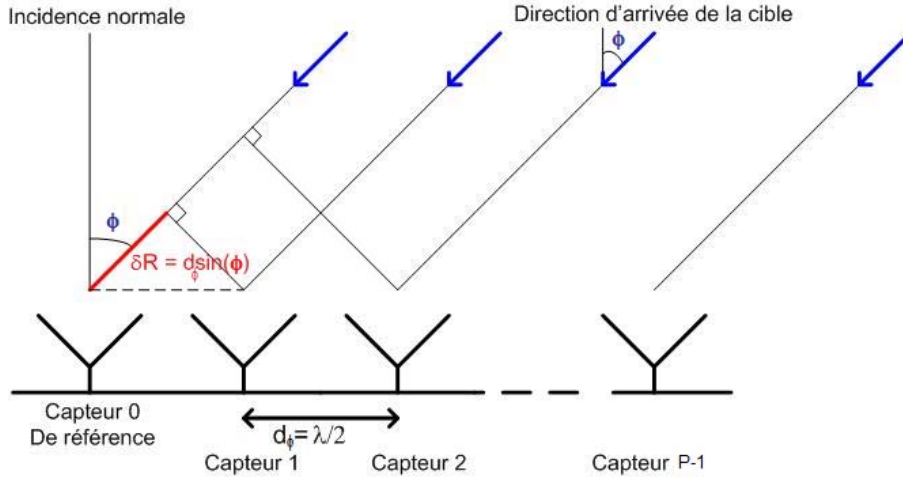


FIGURE 1.13 – Réseau d’antennes linéaire et uniforme

l’on note  $s_b(0, t_c, m)$  le signal de battement d’une cible sur le capteur de référence, alors le signal de battement sur le capteur  $p$  s’écrit simplement

$$s_b(p, t_c, m) = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}pd_\phi\sin(\phi)} s_b(0, t_c, m). \quad (1.37)$$

L’idée derrière la formation de faisceaux conventionnelle (FFC) est de remettre en phase les signaux issus d’une direction  $\phi$  donnée, sans contraintes sur les autres directions, et de les sommer de manière cohérente

$$S_{b,FFC}(\phi, t_c, m) = \sum_{p=0}^{P-1} s_b(p, t_c, m) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}pd_\phi\sin(\phi)}. \quad (1.38)$$

Cette sommation peut être vue comme un filtre spatial et revient à former un diagramme d’antennes virtuel appelé diagramme du réseau ou encore faisceau dans la direction  $\phi$ . Pour une cible d’azimut  $\phi_0$  et pour un faisceau orienté dans la direction  $\phi$ , cette sommation s’écrit

$$G(\phi_0, \phi) = \sum_{p=0}^{P-1} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}pd_\phi(\sin\phi_0 - \sin\phi)} = e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(P-1)d_\phi(\sin\phi_0 - \sin\phi)} \frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda}P(\sin\phi_0 - \sin\phi))}{\sin(\frac{\pi}{\lambda}(\sin\phi_0 - \sin\phi))}. \quad (1.39)$$

Le gain de traitement cohérent dans la direction  $\phi_0$  est maximal et égal au nombre d’antennes du réseau  $P$ . La figure 1.14 illustre le principe de formation de faisceaux.

**En pratique** On utilise un nombre fixe et prédéterminé de directions d’arrivée pour mettre en place la FFC. Pour chaque hypothèse d’azimut, on obtient en sortie de FFC un signal de battement pondéré dont on calcule la carte distance-vitesse par double FFT. L’hypothèse de direction d’arrivée permet d’obtenir une première estimation de l’azimut d’une cible lorsque celle-ci est détectée sur une carte distance-vitesse. Cependant, une cible de forte SER peut être vue sur plusieurs cartes distance-vitesse calculées pour différents azimuts, en apparaissant dans les lobes secondaires du réseau. Une analyse plus fine après détection est nécessaire a posteriori pour estimer sa véritable direction d’arrivée.

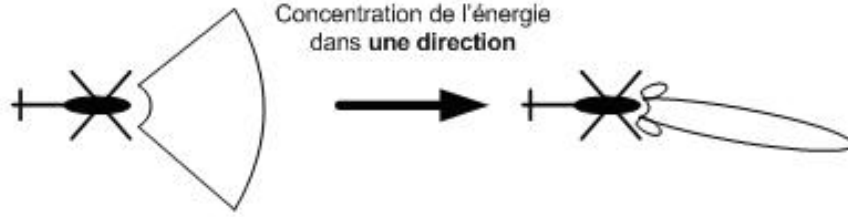


FIGURE 1.14 – Formation de faisceaux

### 1.3.4 Compensation de migration distance

Le temps d'intégration cohérent doit être optimisé pour effectuer la détection d'obstacles, en particulier celle des câbles. Nous avons vu que le temps d'intégration cohérent avait une limite naturelle : pour que le traitement double FFT soit optimal et puisse réaliser l'intégration cohérente de la cible, il faut que cette cible reste dans la même case distance-vitesse tout au long du temps d'intégration. En particulier, la condition pour que la cible reste dans la même case distance est donnée par l'équation (1.29). Pour une cible fixe se rapprochant à la vitesse maximale du porteur (80m/s) et une case distance de 5m, le temps d'intégration maximal sans migration distance serait alors de 62.5ms. Le gain de traitement associé est insuffisant pour assurer la portée escomptée et il doit être largement augmenté. En conséquence, il faut prendre en compte la migration des cibles dans le traitement pour augmenter le temps d'intégration cohérent.

L'approche majoritairement adoptée dans la littérature consiste à compenser la migration distance des cibles pour se ramener au modèle de signal 'idéal' (1.30) où l'on peut séparer le traitement 2D en deux traitements 1D. La compensation de migration distance a été largement étudiée par de nombreux auteurs [50][62][74][39], en particulier pour des configurations latérales et pour des traitements d'imagerie SAR nécessitant un temps d'intégration long pour assurer des images haute résolution. On peut citer par exemple les algorithmes très connus RMA (Range Migration Algorithm) et CSA (Chirp Scaling Algorithm) [17].

Dans ce mémoire, nous cherchons un traitement simple pour corriger le terme prépondérant de migration en distance des cibles. Nous négligeons ainsi des termes de phase qui se rajoutent en pratique à cette migration distance (RVP, migration quadratique, etc). Nous nous limitons ainsi à quelques exemples de traitements simples basés sur des hypothèses de vitesse, qui effectuent une compensation suffisante par rapport au temps d'intégration et à l'application considérée.

**Compensation par hypothèse de vitesse** En contexte mono-cible, la connaissance a priori de la vitesse radiale  $v_{rad}$  de la cible permet de compenser sa migration distance avant traitement par double FFT. Il suffit de multiplier la matrice de battement (1.27) par le terme  $e^{-j\frac{4\pi B v_{rad} m t_c}{c}}$  pour chaque couple  $(t_c, m)$  afin de se ramener au signal (1.30). En pratique, on ne connaît pas la vitesse cible et on doit tester plusieurs hypothèses de vitesse  $v_{com}$  à compenser. La compensation de migration est réellement efficace que lorsque l'erreur commise entre la vitesse réelle de la cible et la vitesse compensée  $\delta v = v_{rad} - v_{com}$  est telle que

$$|\delta v T_{int}| < \Delta R \quad (1.40)$$



c'est-à-dire que le 'mouvement' résiduel de la cible après compensation reste inférieur à la dimension d'une case distance : c'est la compensation optimale qui maximise le RSB de la cible parmi les hypothèses de compensation. L'énorme inconvénient de ce traitement est que l'on ne peut compenser la migration que pour un ensemble de vitesses de longueur  $\Delta V = \Delta R/T_{int}$  autour de  $v_{com}$ . On peut également penser à combiner le traitement de compensation de migration avec le traitement Doppler : pour chaque intervalle de vitesse de longueur  $\Delta V$ , on compense la migration associée à cet intervalle de vitesse et on ne calcule la FFT Doppler que sur cet intervalle. Malheureusement, cette méthode présente un inconvénient majeur en pratique : le repliement vitesse du radar, en particulier pour les radars à basse fréquence de répétition. Deux cibles de même fréquence Doppler repliée peuvent présenter des vitesses radiales différentes suivant leur nombre de repliement. Il devient donc difficile de détecter la première cible avec la bonne hypothèse de vitesse tandis que la seconde, considérée alors comme du bruit, s'étale sur la zone de détection. C'est tout l'intérêt des méthodes proposées dans [22] qui utilisent la différence de migration des deux cibles pour les séparer et améliorer leur détection.

**Traitement pour les obstacles fixes** Les cibles à détecter dans l'application de détection d'obstacles sont des cibles fixes. Leurs vitesses radiales sont fonction de la vitesse du porteur  $v_a$  et de leur angle de vue  $\alpha$ , comme le montre la figure 1.12. On suppose connue la vitesse du porteur, par exemple à partir des informations de bord via GPS ou centrales inertielles. On peut donc s'appuyer sur cette connaissance a priori des vitesses des obstacles pour mettre en place la compensation de migration présentée au paragraphe précédent. Comme nous l'avons vu, la formation de faisceaux conventionnelle favorise les cibles dans une direction donnée. En supposant que seules des cibles fixes se trouvent dans le faisceau formé, on peut appliquer la compensation de migration à partir de la vitesse moyenne du faisceau. Il faut alors s'assurer que l'erreur de migration est inférieure à  $\Delta R$  pour toutes les cibles fixes du faisceau. Cette méthode permet de compenser la migration de tous les obstacles fixes présents dans un faisceau donné. Elle permet également de défavoriser les cibles fortes se situant dans les lobes secondaires du faisceau, car elles continueront à migrer malgré la compensation. Ce traitement n'est envisageable que parce que l'on connaît a priori les vitesses des cibles à détecter. Son efficacité dépend de la vitesse du porteur, de la largeur des faisceaux et du temps d'intégration.

**Compensation par Transformation de Keystone** Un autre traitement peut être mis en place sur les signaux radars FMCW pour compenser la migration distance de toutes les cibles sans faire d'hypothèses sur leurs vitesses [41]. Cette méthode est analogue aux transformées de Keystone (KT) que l'on retrouve dans la littérature d'imagerie SAR [73][74][104][105] pour des signaux radars pulsés. La Transformée de Keystone permet d'éliminer une migration linéaire des cibles mobiles sans aucune information sur leurs vitesses en rééchantillonnant le signal de manière astucieuse. Le signal de battement (1.27) peut être réécrit sous la forme [41]

$$s_b(t_c, m) = e^{j2\pi f_b t_c} \exp \left( j2\pi \frac{2Bv_{rad}}{cT} \left( t_c + \frac{f_0 T}{B} \right) mT \right). \quad (1.41)$$

On cherche alors un coefficient de dilatation  $\eta$  tel que l'on puisse réécrire le signal sous la forme

$$\frac{2Bv_{rad}}{cT} \left( t_c + \frac{f_0 T}{B} \right) mT = \eta f_0 \frac{2v_{rad}}{c} mT = f_D l T. \quad (1.42)$$

On obtient le coefficient de dilatation suivant

$$\eta = 1 + \frac{B}{f_0 T} t_c. \quad (1.43)$$

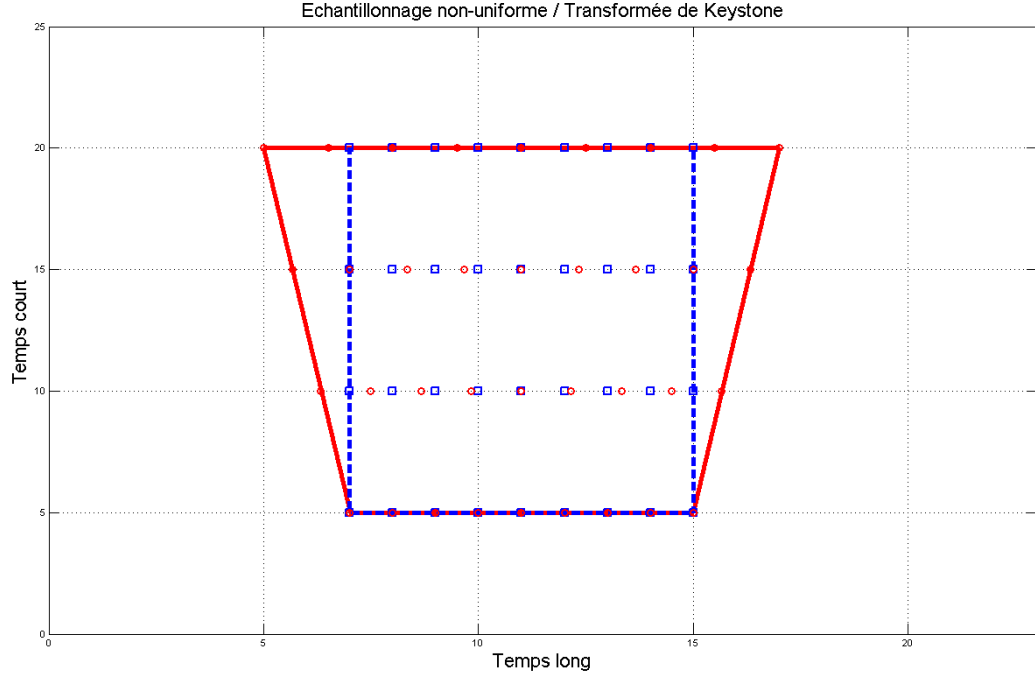


FIGURE 1.15 – Rééchantillonnage de la transformée de Keystone

Pour chaque temps court  $t_c$ , la Transformée de Keystone consiste à rééchantillonner le signal sur le temps long  $mT$  pour obtenir un nouveau temps long rééchantillonné  $lT$ . On obtient un échantillonnage non-uniforme du signal, qui sera découplé du temps court  $t_c$ . La double FFT, qui fait toujours l'hypothèse d'un signal échantillonné uniformément, redevient le traitement adapté pour le signal rééchantillonné. Remarquons que le rééchantillonnage est indépendant des vitesses des cibles, ce qui fait tout l'intérêt de ce traitement. Cette méthode porte le nom de 'Keystone' car les points rééchantillonnés appartiennent à une clé de voûte représentée en rouge sur la figure 1.15.

L'étape d'interpolation peut être très coûteuse à implémenter, et certains auteurs cherchent à utiliser le principe de transformation de Keystone sans effectuer d'interpolation [104][106][105]. Les traitements associés tels que la transformée Chirp-Z [104] reposent alors sur le même principe de mise à l'échelle (scaling) utilisé dans les traitements SAR [17]. On change d'espace de représentation en effectuant des FFT ou FFT inverses, et on applique au signal des déphasages successifs pour remettre à l'échelle l'historique de phase d'une cible [105].

On remarque également que la transformée de Keystone ne fonctionne que sur un même jeu d'ambiguïté vitesse. Le rééchantillonnage (1.43) fait l'hypothèse que la vitesse de la cible n'est pas ambiguë. Lorsque la cible est ambiguë en vitesse

$$v_{rad} = v_0 + kv_{amb} \quad (1.44)$$

il faut compenser 'à la main' la partie de la migration de la cible due au degré d'ambiguïté  $kv_{amb}$  en testant plusieurs hypothèses de degré d'ambiguïté  $k$  [74]. La Transformée de Keystone permet ensuite d'éliminer la migration linéaire due à la vitesse repliée  $v_0$ . En pratique, lorsque le radar doit faire face à plusieurs degrés d'ambiguïté vitesse, la Transformée de Keystone pose donc les mêmes problèmes que les méthodes de compensation directe par hypothèse de vitesse. Deux cibles de même vitesse repliée mais de degrés d'ambiguïté différents ne sont pas séparables

après Keystone, et la plus forte des deux cibles continue de masquer la plus faible. Dans ce cas, on peut avoir recours à des méthodes itératives de type CLEAN [42] qui vont supprimer le signal de la cible forte après une première détection pour rechercher ensuite les cibles de plus faibles puissances.

### 1.3.5 Introduction à la détection

Quand peut-on décider de la présence d'une cible dans le jeu de données radar ? C'est l'étape de détection qui répond à cette question. L'étape de détection fait suite au traitement adapté et compare le niveau de puissance d'une case distance-vitesse avec un niveau de puissance de bruit ambiant calculé à partir des données de plusieurs cases adjacentes [53][44]. Le rapport de ces deux puissances constitue une estimation locale du RSB de la case distance-vitesse sous test. Ce RSB est à son tour comparé à un seuil de détection. Compte tenu du caractère fluctuant du bruit et du signal, le passage de ce seuil peut être soumis à des erreurs et des fausses alarmes [43]. On définit la probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  la probabilité de passage du seuil par le bruit seul. On définit la probabilité de détection  $P_d$  la probabilité de passage du seuil par le signal composite (signal+bruit). En pratique, c'est le seuil de détection qui est défini à partir du couple  $(P_d - P_{fa})$  que souhaite l'opérateur. Une détection est levée sur la case lorsque le seuil de détection est dépassé. En d'autres termes, lorsque le contraste de puissance entre la case sous test et son environnement direct est suffisamment important, le système décide de la présence d'une cible. La figure 1.16 représente un cas de détection d'une cible. La figure du haut représente le cas idéal où une cible dépasse largement le bruit thermique (de moyenne  $m$  et de variance  $\sigma$ ) et le seuil en orange. Dans la figure qui suit, la cellule sous test est en bleu. Les cases hachurées directement adjacentes à la cellule sous test ne sont pas prises en compte et constituent une zone de garde. Les échantillons collectés pour mesurer le niveau de bruit ambiant sont représentés en orange. L'opérateur cherche à ce que l'alarme ne soit pas déclenchée intempestivement : il souhaite une  $P_{fa}$  la plus faible possible. De même, il cherche à ce que les cibles soient détectées le plus sûrement possible, donc que la  $P_d$  soit la plus forte possible. Ces deux souhaits s'opposent naturellement, et l'opérateur doit trouver un compromis. Nous nous attarderons plus en détail sur le problème de détection dans le prochain chapitre.

### 1.3.6 Le fouillis de sol

L'environnement direct des obstacles fixes sur une carte distance-vitesse n'est pas seulement constitué du bruit thermique. Tous les échos de réflecteurs élémentaires au sol (champs, routes, etc) et qui ne sont pas des obstacles dangereux renvoient également de l'énergie vers le radar. Ces réflecteurs présentent les mêmes caractéristiques distance et vitesse que les obstacles à détecter. Les échos de ces réflecteurs constituent alors une source de bruit supplémentaire et aléatoire que l'on appelle fouillis de sol [92]. Plus précisément, on appelle fouillis l'ensemble des échos rétrodiffusés vers le radar et qui ne sont pas issus de la cible à détecter. Le fouillis peut provenir de l'atmosphère, de la pluie, du sol, de la mer. En particulier, les obstacles à détecter tels que les câbles et les pylônes vont se situer dans la même zone distance-vitesse que le fouillis de sol. Intuitivement, leur détection ne se fera plus par comparaison avec le niveau de bruit thermique : elle se fera avec le niveau de puissance du fouillis de sol si celui-ci dépasse le niveau de bruit thermique [99].

**Modèle de Ward** Le modèle de fouillis de sol le plus largement utilisé est le modèle GCM (General Clutter Model) développé par Ward [99]. Sous hypothèse de sol plat, on cherche à

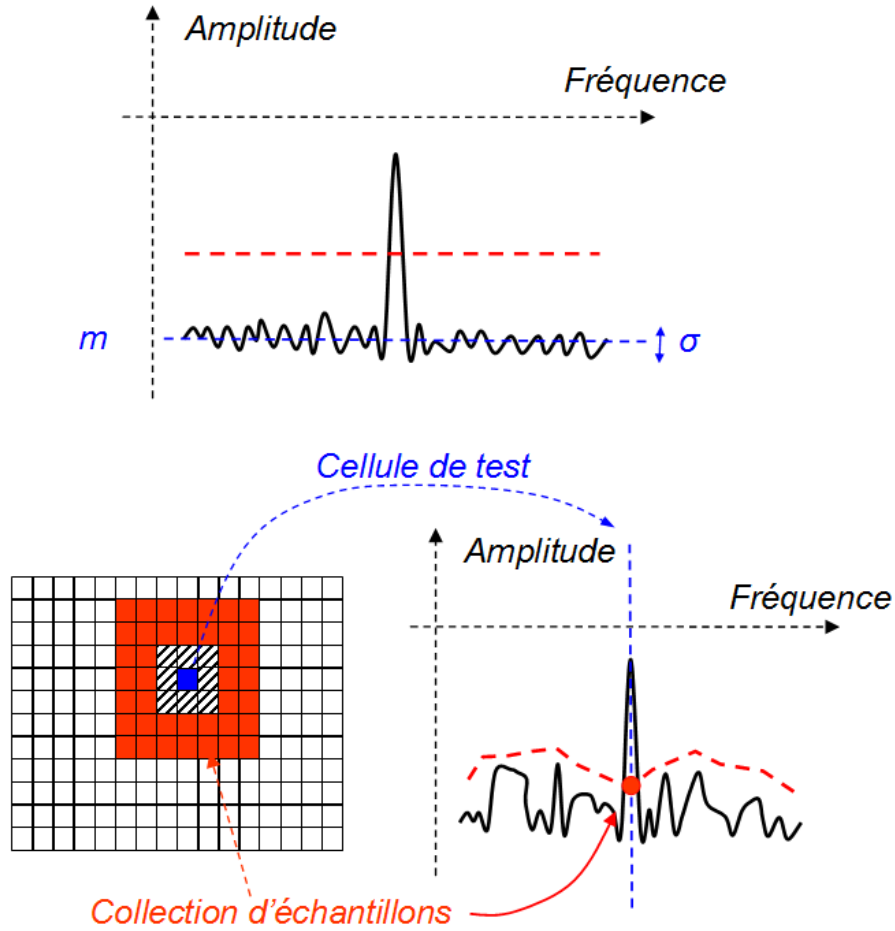


FIGURE 1.16 – Principe de détection sur une carte distance-vitesse

découper le sol en cases distance-vitesse, comme illustré sur la figure 1.17. Une ligne iso-distance par rapport au porteur est un cercle au sol, intersection entre la sphère de rayon  $R_0$  et du sol plan. Une ligne iso-vitesse est une conique (parabole ou hyperbole), intersection entre le cône de demi-angle au sommet  $\alpha$  et le sol plan. L'angle de vue  $\alpha$  peut se décomposer en une élévation  $\theta$  et un azimut  $\phi$  tels que

$$\sin(\theta) = \frac{h_a}{R_0} \quad \text{et} \quad \cos(\alpha) = \cos(\theta)\cos(\phi) \quad (1.45)$$

où  $h_a$  désigne la hauteur du porteur. Le vecteur directionnel  $\vec{k}$  entre le porteur et un point au sol de coordonnées  $(R_0, \phi, \theta)$  s'écrit

$$\vec{k} = \cos(\theta)\cos(\phi)\vec{X} + \cos(\theta)\sin(\phi)\vec{Y} + \sin(\theta)\vec{Z}. \quad (1.46)$$

A partir des résolutions distance et vitesse, on peut ainsi 'quadriller' le sol en cases distance-vitesse. La résolution angulaire d'une case vitesse au sol est donnée par

$$\Delta\phi = 2\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2v_a\cos(\theta)\sin(\phi)T_{int}}\right) \quad (1.47)$$

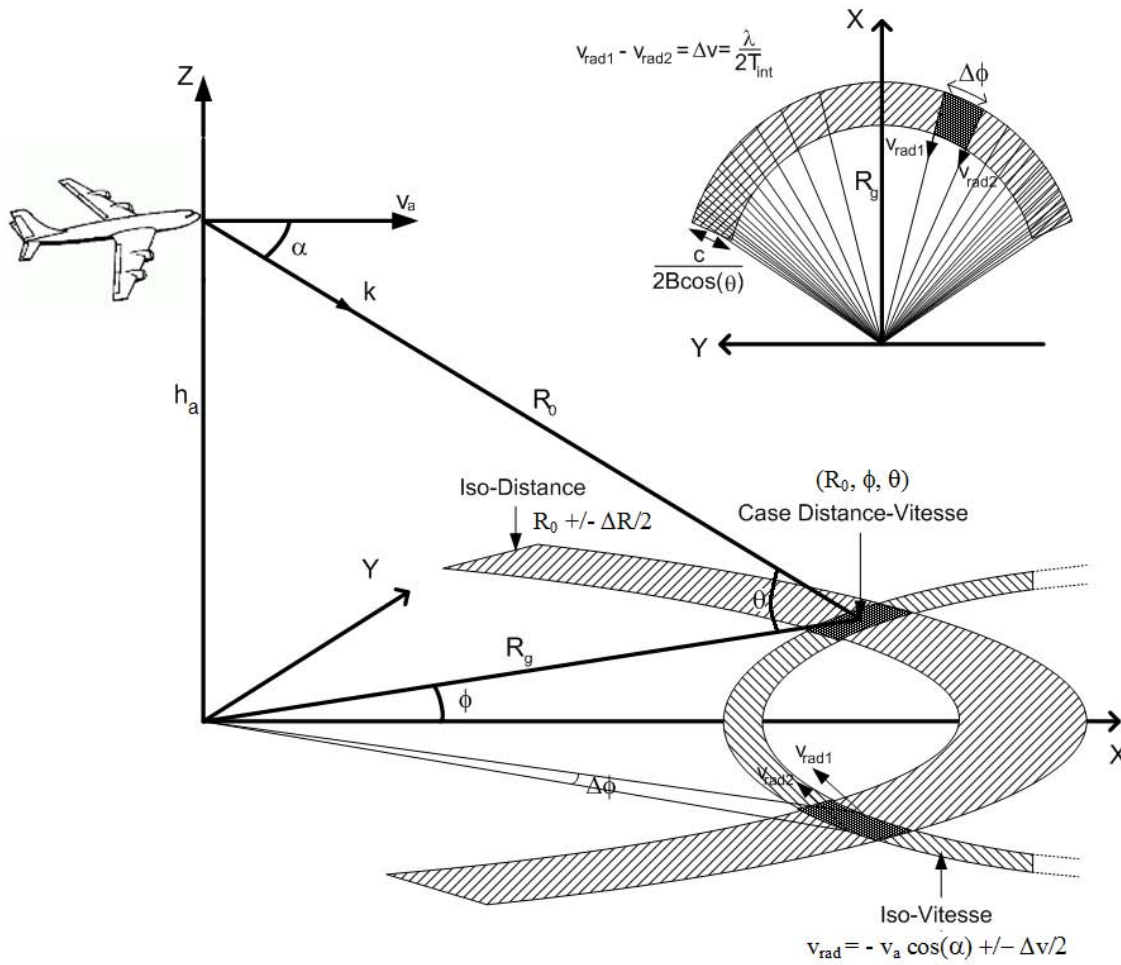


FIGURE 1.17 – Décomposition en cases distance-vitesse du sol

et diminue en fonction de l'azimut, de la vitesse porteur et du temps d'intégration. Pour une case distance donnée, le modèle de Ward découpe le sol en  $N_a$  éléments équi-répartis en azimut. L'étalement angulaire de chaque élément est égal à  $\delta\phi = 2\pi/N_a$  qui doit être inférieur à la résolution angulaire minimale  $\min(\Delta\phi)$ . Le fouillis de sol sur une case distance est alors la somme des contributions des  $N_a$  éléments modélisés.

**Calcul de la SER du fouillis de sol** On cherche à calculer la SER du fouillis de sol sur une case distance-vitesse et en déduire la puissance du fouillis sur cette case. Dans un premier temps, on calcule la surface équivalente  $S_{\text{sol}}$  d'une case distance-vitesse projetée au sol. La dimension d'une case distance au sol dépend de l'élévation et de la résolution distance du radar, soit  $\Delta R/\cos(\theta)$ . La dimension d'une case vitesse dépend de la distance et de la résolution angulaire de la case, soit  $R_0\Delta\phi$ . On peut ainsi écrire que

$$S_{\text{sol}} = \frac{\Delta R}{\cos(\theta)} R_0 \Delta\phi = \frac{c}{2B\cos(\theta)} R_0 \Delta\phi. \quad (1.48)$$

La puissance d'une case distance-vitesse est ensuite prédite en supposant un sol homogène sur chaque case distance-vitesse : les échos provenant du sol sont issus de nombreux réflecteurs situés

dans la même case et issus d'un même type de sol. Pour pouvoir caractériser chaque type de sol, une SER par unité de surface notée  $\sigma_0$  [64][99], aussi appelée réflectivité [55], est introduite. Cette réflectivité ne dépend pas de la surface de la case distance-vitesse. Elle dépend du type de terrain et de l'angle d'incidence  $\theta$  du radar. Le modèle de constante gamma [64] est le plus couramment utilisé pour décrire la réflectivité du sol

$$\sigma_0 = \gamma \sin(\theta) \quad (1.49)$$

où la constante  $\gamma$ , généralement comprise entre -10 et -30dB, dépend du type de terrain. Le tableau 1.1 donne quelques exemples de valeurs pour différents types de terrain. La SER d'une

Type de terrain	$\gamma$ (dB)
Ville	-10.8
Montagne	-21.6
Forêt	-25.0
Campagne	-28.8
Désert	-42.0

TABLE 1.1 – Valeur de  $\gamma$  selon le type de terrain

case distance-vitesse de fouillis de sol s'écrit donc

$$\sigma_s = \sigma_0 S_{\text{sol}} = \gamma \tan(\theta) \frac{c}{2B} R_0 \Delta\phi. \quad (1.50)$$

Le tableau 1.2 donne un exemple concret de calcul de SER d'une case distance-vitesse du fouillis de sol pour l'application de détection d'obstacles. La SER obtenue est d'environ -12dBm<sup>2</sup> lorsqu'un câble en bande X possède une SER comprise entre -5 et -8dBm<sup>2</sup>. Notons également que

$\lambda$	$v_a$	$T_{\text{int}}$	$h$	$\phi$	$R_0$	$\Delta R$	$\gamma$	<b>SER</b>
3cm	50m/s	0.5s	100m	5°	1000m	5m	-20dB	<b>-12dB</b>

TABLE 1.2 – Calcul type de SER d'une case distance-vitesse du fouillis

le modèle de Ward modélise le fouillis de sol comme la somme de processus aléatoires gaussiens. En effet, le modèle de Ward suppose que le fouillis de sol sur une case distance-vitesse est issu de la somme des échos aléatoires, en amplitude et phase, d'un très grand nombre de réflecteurs élémentaires, pouvant ainsi être représenté par un processus gaussien en invoquant le théorème central limite.

La figure 1.18 représente une carte distance-vitesse pour un radar pointe-avant avec du fouillis de sol simulé à partir du modèle de Ward et pour un sol parfaitement homogène. On remarque que le fouillis de sol pointe-avant issu du lobe principal d'antennes forme une hyperbole (J-hook en anglais [92]) possédant deux asymptotes représentant la vitesse du porteur sur l'axe des vitesses et la hauteur du porteur sur l'axe des distances (sous hypothèse de sol plat et modulo les ambiguïtés distance et vitesse). On remarque également que le fouillis de sol apparaît dans les lobes secondaires du réseau d'antennes.

**Remarque pratique** Le modèle de Ward permet dans un premier temps de prédire le lieu de fouillis sur une carte distance-vitesse, et dans un deuxième temps de définir un rapport signal à fouillis de référence pour tester la détection d'une cible dans les zones de fouillis. La présence de fouillis de sol se traduit par une diminution importante du contraste de puissance de la cible

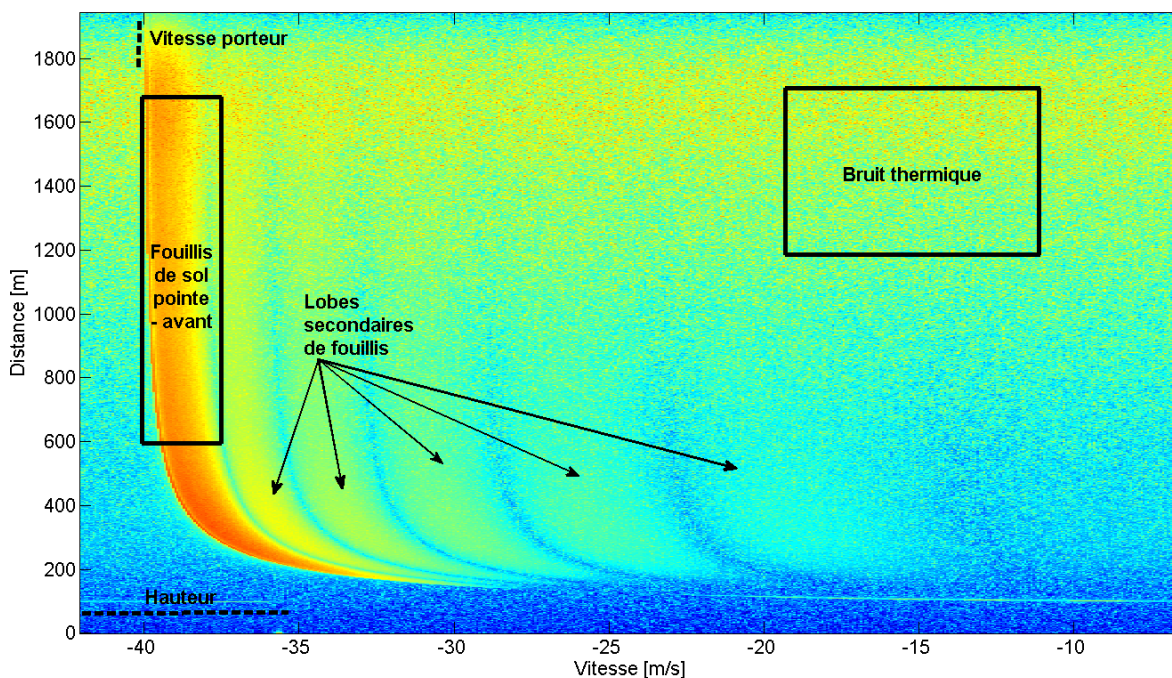


FIGURE 1.18 – Fouillis de sol Gaussien pointe-avant suivant le modèle de Ward

à détecter par rapport à son environnement direct, et donc des pertes en capacité de détection. Pour assurer de bonnes performances, le fouillis de sol doit alors être pris en compte dans l'étage de détection [31].

## 1.4 En résumé

Dans ce chapitre, nous avons introduit les principes généraux de fonctionnement des systèmes radar, et nous avons abordé un ensemble de traitements issus de l'état de l'art adaptés à la détection de cibles par un radar FMCW aéroporté. Une première étape de formation de faisceaux conventionnelle permet de focaliser l'énergie dans une direction donnée dans le plan horizontal. La vitesse du porteur et le temps d'intégration mis en jeu pour la détection de petites cibles telles que des câbles nécessitent de prendre en compte et de compenser la migration en distance des cibles fixes. Cette compensation de migration est réalisée dans une seconde étape de traitement à partir de l'information de vitesse porteur. Une double FFT est ensuite calculée pour tous les faisceaux formés afin de séparer les cibles en distance et en vitesse en réalisant une cartographie distance-vitesse de l'environnement du radar [93]. Enfin, une étape de détection à taux de fausse alarme constante est mise en place. Cette étape se base sur le contraste de puissance entre une cellule sous test et son environnement [53].

Les traitements décrits dans ce chapitre sont adaptés à la détection d'une cible noyée dans du bruit thermique, mais ne prennent pas en compte l'influence des échos renvoyés par le sol vers le radar. En effet, en présence de fouillis de sol, le contraste de puissance entre la cible et son environnement direct sur lequel s'appuie l'étape de détection diminue : les performances de détection de la cible dans les zones de fouillis s'en trouvent dégradées, et un traitement supplémentaire doit alors être utilisé pour limiter l'influence du fouillis de sol sur les performances de détection [99].

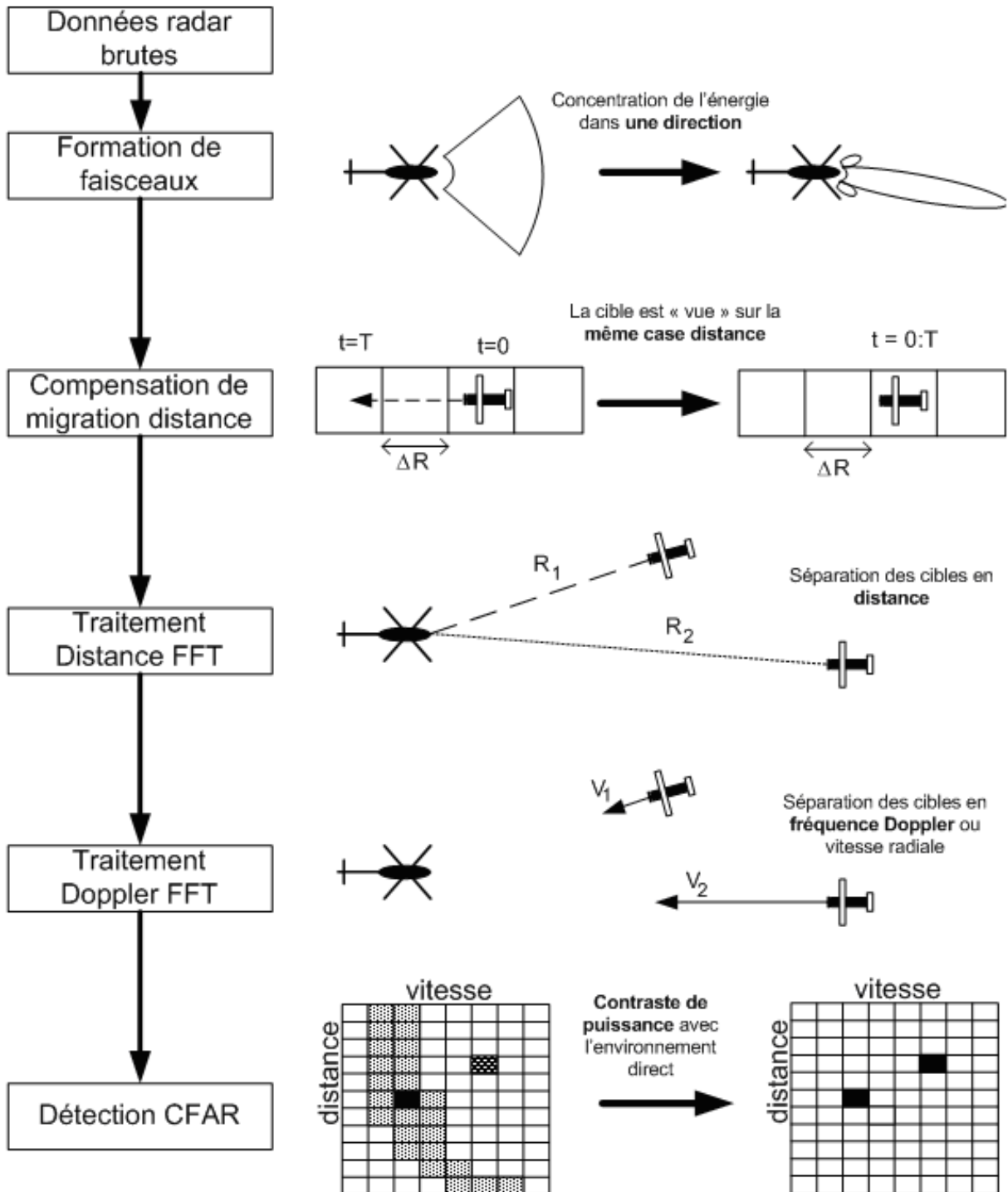


FIGURE 1.19 – Bilan des traitements





## Chapitre 2

# Détection adaptative d'obstacles fixes par un radar aéroporté pointe-avant

Dans ce chapitre, nous étudions le problème de détection d'obstacles fixes situés au dessus du sol et présentant un danger potentiel de collision avec le porteur. Le porteur radar est supposé voler à basse altitude et posséder un réseau vertical d'antennes. L'information de direction d'arrivée en élévation, disponible grâce au réseau vertical, permet de séparer les signaux du fouillis de sol et de l'obstacle en fonction de leur élévation. Sous hypothèse de fouillis gaussien et homogène, la première partie de ce chapitre présente une approche intuitive pour rejeter le fouillis de sol : une formation de faisceaux adaptative en élévation, basée sur la matrice de covariance empirique du fouillis obtenue à partir de données secondaires. Ce traitement permet de créer un diagramme de réseau avec un zéro dans la direction du sol pour le rejeter, et un maximum de gain dans la direction de l'obstacle. Cependant, pour un fouillis de sol de pointe-avant et une incidence rasante, l'hypothèse de fouillis gaussien peut être mise en défaut induisant des pertes de RSB sur la cible. La seconde partie de ce chapitre est alors consacrée au problème plus général de détection d'une cible dans un fouillis gaussien, puis non-gaussien. Dans un fouillis impulsif, dans les zones de transition du fouillis, ou lorsque des cibles contaminent les données secondaires, les détecteurs basés sur la matrice de covariance empirique perdent en capacité de détection. Pour remédier à ce problème, un autre estimateur de la matrice de covariance, appelé estimateur du point fixe, permet d'obtenir un détecteur robuste vis-à-vis de ces perturbations par rapport au modèle de fouillis gaussien, homogène et sans contamination. Le détecteur adaptatif ou la formation de faisceaux basés sur cette matrice du point fixe sont plus robustes en fouillis non-gaussien et peuvent alors être appliqués au problème de détection de câbles pour obtenir de meilleures performances sur du fouillis pointe-avant.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Traitement d'antennes pour la réjection de fouillis</b>	<b>35</b>
2.1.1	Prise en compte de l'élévation dans le signal de battement	35
2.1.2	Modélisation du signal spatial	36
2.1.3	Filtrage spatial du fouillis	38
2.1.4	Formation de faisceaux adaptative	40
2.1.5	Limitations	46
2.1.6	Conclusion	48

<b>2.2</b>	<b>Etat de l'art sur la détection de cibles dans le fouillis de sol . . . . .</b>	<b>49</b>
2.2.1	Principe général de la détection . . . . .	49
2.2.2	Détecteurs non-adaptatifs dans le cas gaussien . . . . .	51
2.2.3	Détecteurs adaptatifs dans le cas gaussien . . . . .	54
2.2.4	Modélisation statistique du fouillis non-gaussien . . . . .	57
2.2.5	Détection dans un fouillis non-gaussien . . . . .	60
<b>2.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>65</b>

---

## 2.1 Traitement d'antennes pour la réjection de fouillis

Nous nous plaçons en sortie des traitements décrits dans le chapitre 1. Un réseau d'antennes horizontal et les traitements proposés permettent de calculer un ensemble de cartes distance-vitesse de l'environnement du radar pour plusieurs hypothèses d'angles d'azimut d'observation d'obstacles en focalisant le diagramme de réseau horizontal d'antennes dans une direction privilégiée. Les obstacles à détecter sur ces cartes sont des obstacles fixes situés au dessus du sol. Ils se retrouvent naturellement dans la zone de fouillis dans laquelle leur détection est fortement dégradée [99].

**Principe** Nous cherchons un moyen de séparer le signal d'un obstacle et le signal du fouillis pour améliorer la détection de l'obstacle. Par définition, il existe une différence de hauteur entre le fouillis de sol et l'obstacle situé au-dessus du sol. Comme le montre la figure 2.1, cette différence de hauteur se traduit par une différence de direction d'arrivée en élévation pour un point du sol de direction rouge  $\theta_f = \sin^{-1}(h_a/R_0)$  et pour un câble ou un pylône de direction bleu  $\theta_c = \sin^{-1}((h_a - h_c)/R_0)$ .

Un réseau vertical d'antennes permet d'exploiter la direction d'arrivée en élévation et en particulier celle du fouillis [95][21]. L'idée principale de ce chapitre est donc de réaliser une formation de faisceaux en élévation pour focaliser le diagramme du réseau en direction de la cible  $\theta_c$  tout en plaçant un zéro dans la direction du sol  $\theta_f$ , puis d'effectuer la détection adaptative de l'obstacle dans le fouillis de sol. En d'autres termes, l'introduction d'une dimension supplémentaire sur le signal permet d'augmenter le pouvoir de discrimination du radar : la formation de faisceaux en élévation va nous permettre conjointement de rejeter le fouillis de sol et d'améliorer le RSB de l'obstacle par traitement d'antennes.

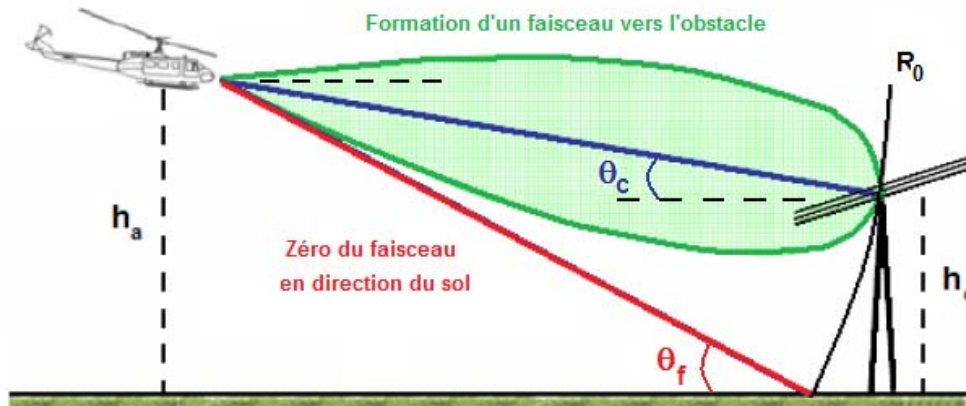


FIGURE 2.1 – Les obstacles à détecter se situent au dessus du sol

### 2.1.1 Prise en compte de l'élévation dans le signal de battement

Nous supposons maintenant disposer de  $Q$  réseaux horizontaux d'antennes disposés linéairement les uns au-dessus des autres et espacés d'une distance  $d_\theta$ , comme illustré sur la figure 2.2. Chaque sous-réseau horizontal jouant le rôle d'une antenne équivalente, nous disposons d'un réseau vertical uniforme et linéaire de  $Q$  antennes équivalentes. Nous récrivons le modèle de

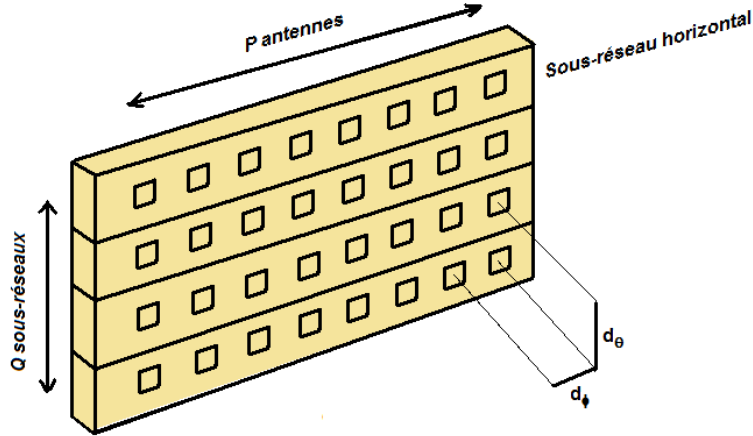


FIGURE 2.2 – Réseau d'antennes

signal reçu par chaque antenne du réseau. Pour cela, il suffit de calculer la différence de marche qui existe entre les différentes antennes du réseau et l'antenne prise pour référence.

**Différence de marche sur le réseau** La différence de marche entre les différentes antennes du réseau et l'antenne prise pour référence est égale au produit scalaire entre le vecteur directionnel  $\vec{k}$  d'une cible de coordonnées sphériques  $(R_0, \phi, \theta)$  et le vecteur de coordonnées  $(pd_\phi, qd_\theta)$  dans le repère du réseau d'antennes [7], soit

$$\delta R(p, q, \phi, \theta) = p \cos(\theta) \sin(\phi) + q \sin(\theta). \quad (2.1)$$

**Signal de battement sur le réseau** Le signal de battement obtenu par le capteur  $(p, q)$  s'écrit simplement

$$s_b(p, q, t_c, m) = e^{j \frac{2\pi}{\lambda} p d_\phi \cos(\theta) \sin(\phi)} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} q d_\theta \sin(\theta)} s_b(0, 0, t_c, m). \quad (2.2)$$

On effectue le traitement décrit dans le chapitre 1 sur le signal (2.2) de chaque sous-réseau horizontal pour obtenir  $Q$  cartes distance-vitesse "identiques" pour chaque hypothèse d'azimut. Une cible sera présente dans la même case distance-vitesse sur les  $Q$  cartes obtenues sur chaque sous-réseau horizontal, mais avec un déphasage entre cartes égal à  $\frac{2\pi}{\lambda} q d_\theta \sin(\theta)$ . On extrait ainsi le signal spatial de la même case distance-vitesse depuis les  $Q$  cartes comme illustré sur la figure 2.3.

**Remarque** La formation de faisceaux conventionnelle en azimut utilisée dans le chapitre 1 suppose que l'effet de l'élevation  $\cos(\theta)$  est négligeable sur la phase du signal entre capteurs en compensant un déphasage de la forme  $\frac{2\pi}{\lambda} p d_\phi \sin(\phi)$ . Cette hypothèse est vraie pour des cibles de distance grande devant la hauteur du porteur, mais va induire une baisse de gain de traitement pour les cibles qui ne vérifient pas cette hypothèse. Cependant, ceci n'est pas un problème car le RSB des obstacles à faible portée sera suffisant pour leur détection.

### 2.1.2 Modélisation du signal spatial

Nous considérons le signal spatial d'une case distance-vitesse sur les  $Q$  cartes obtenues sur les  $Q$  sous-réseaux pour une hypothèse d'azimut donnée. Une case distance-vitesse est composée

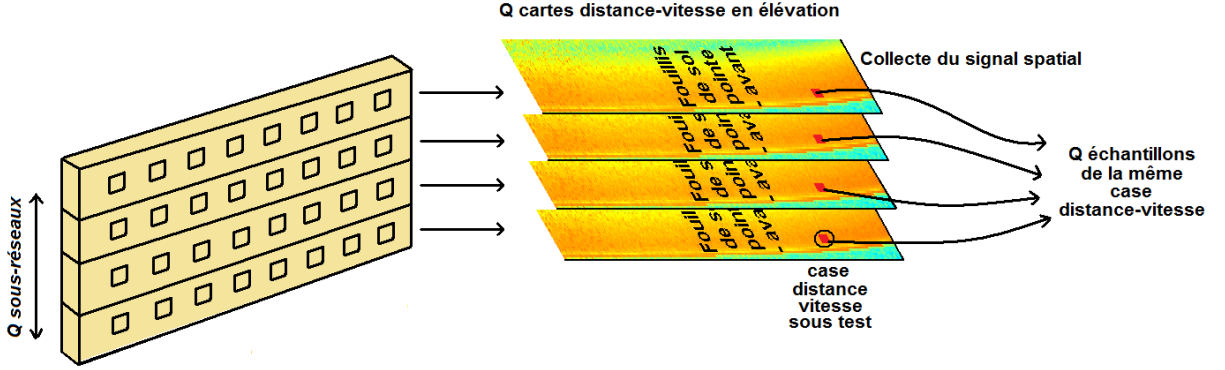


FIGURE 2.3 – Extraction des données spatiales en élévation

de bruit thermique, et nous supposons également présents sur cette case du fouillis de sol et un obstacle à détecter. Le signal spatial  $\mathbf{y}$  de cette case distance-vitesse sur les  $Q$  cartes peut s'écrire sous forme vectorielle

$$\mathbf{y} = \mathbf{a}_c A_c + \mathbf{a}_f A_f + \mathbf{b} \quad (2.3)$$

où  $A_c$  et  $A_f$  sont les amplitudes scalaires complexes de la cible et du fouillis,  $\mathbf{a}_c$  et  $\mathbf{a}_f$  sont les vecteurs directionnels spatiaux, de dimension  $Q \times 1$ , de la cible et du fouillis définis par

$$\mathbf{a}_c = \left[ 1 \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_c)} \quad \dots \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (Q-1) d_\theta \sin(\theta_c)} \right]^T \quad (2.4)$$

$$\mathbf{a}_f = \left[ 1 \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_f)} \quad \dots \quad e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (Q-1) d_\theta \sin(\theta_f)} \right]^T \quad (2.5)$$

où l'on rappelle que  $\theta_c$  et  $\theta_f$  sont les élévations de la cible et du sol. Le bruit thermique est supposé être un bruit additif gaussien et blanc spatialement, modélisé par un processus aléatoire gaussien centré

$$\mathbf{b} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_b) \quad (2.6)$$

avec pour matrice de covariance

$$\mathbf{R}_b = E[\mathbf{b}\mathbf{b}^H] = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.7)$$

où  $\sigma^2$  est la puissance du bruit thermique et  $\mathbf{I}$  désigne la matrice identité. On suppose que la cible est ponctuelle et que son amplitude  $A_c$  est inconnue et déterministe. Sur cette case distance-vitesse, conformément au modèle de fouillis de Ward [99], on modélise le signal du fouillis comme un réflecteur unique résultant de tous les échos des réflecteurs élémentaires partageant la même case distance-vitesse. Le fouillis de sol, considéré comme une interférence, est ainsi modélisé par un processus aléatoire gaussien complexe. Son amplitude complexe  $A_f$  est modélisée par une variable aléatoire complexe gaussienne centrée de puissance  $\sigma_f^2 = E[|A_f|^2]$ . Le signal composite fouillis+bruit est alors un processus gaussien centré de matrice de covariance

$$\mathbf{C} = E[(\mathbf{a}_f A_f + \mathbf{b})(\mathbf{a}_f A_f + \mathbf{b})^H] = \sigma_f^2 \mathbf{a}_f \mathbf{a}_f^H + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.8)$$

car l'on suppose que le bruit thermique et le fouillis sont des processus indépendants.

**Remarque pour la suite** La matrice  $\mathbf{a}_f \mathbf{a}_f^H$  est une matrice de rang 1 qui porte l'information de direction d'arrivée du sol sur la case distance-vitesse considérée. Prenons le cas particulier  $Q = 2$ , on obtient

$$\mathbf{C} = \sigma_f^2 \begin{bmatrix} 1 & e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_f)} \\ e^{j \frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_f)} & 1 \end{bmatrix} + \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

On peut donc retrouver la direction d'arrivée du fouillis  $\theta_f$  à partir des phases des éléments de  $\mathbf{C}$  qui ne sont pas situés sur la diagonale.

### 2.1.3 Filtrage spatial du fouillis

Nous cherchons à rejeter le fouillis de sol en réalisant un filtrage sur le signal spatial donné par (2.3). On cherche à favoriser les directions d'arrivée potentielles de la cible tout en rejetant les directions d'arrivée du fouillis. On suppose connus dans un premier temps le vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{a}_c$  et la matrice de covariance fouillis + bruit  $\mathbf{C}$ . On cherche le formateur de faisceaux ou filtre spatial  $\mathbf{w}$  qui maximise le RSB rapport signal à bruit (bruit + interférence dans notre cas) [7] défini par

$$\text{RSB} = \frac{|\mathbf{a}_c^H \mathbf{w}|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{C} \mathbf{w}}. \quad (2.10)$$

Le RSB correspond dans ce cas à la puissance de la cible dans la direction visée ramenée à la puissance des interférences (bruit + fouillis) après formation de faisceaux. Ce filtre spatial est en fait la solution du problème de minimisation sous contrainte suivant

$$\min \mathbf{w}^H \mathbf{C} \mathbf{w} \quad \text{sous contrainte} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}_c = 1. \quad (2.11)$$

Ce problème de minimisation se résout en utilisant la fonction de Lagrange  $L(\mathbf{w}, \mu)$  définie par

$$L(\mathbf{w}, \mu) = \mathbf{w}^H \mathbf{C} \mathbf{w} + \mu (\mathbf{w}^H \mathbf{a}_c - 1) + \mu^H (\mathbf{a}_c^H \mathbf{w} - 1). \quad (2.12)$$

En dérivant la fonction de Lagrange par rapport à  $\mathbf{w}$ , le filtre spatial s'écrit

$$\mathbf{w} = -\mu \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c \quad (2.13)$$

et on insère cette dernière expression dans la contrainte pour définir le coefficient de proportionnalité  $\mu$

$$\mu = \frac{-1}{\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c}. \quad (2.14)$$

On obtient finalement l'expression du formateur de faisceaux optimal par rapport au critère de maximisation de RSB

$$\mathbf{w}_{\text{MVDR}} = \frac{\mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c}{\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c}. \quad (2.15)$$

Ce formateur est appelé communément MVDR pour Minimum Variance Distortionless Response ou formateur optimum.

**Remarque** On retrouve bien sûr la formation de faisceaux conventionnelle

$$\mathbf{w}_{\text{FFC}} = \frac{\mathbf{a}_c}{\mathbf{a}_c^H \mathbf{a}_c} = \mathbf{a}_c / Q \quad (2.16)$$

dans le cas où il n'y a pas d'interférence et où  $\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{I}$ .

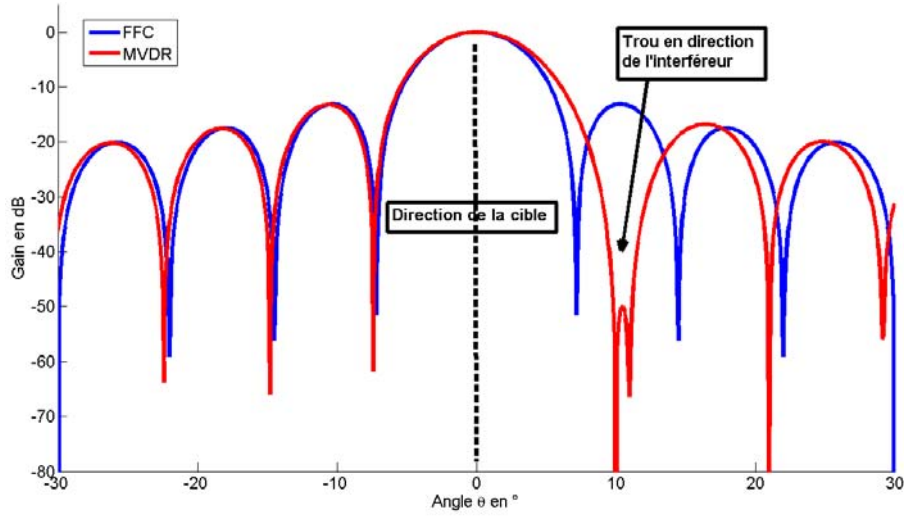


FIGURE 2.4 – Comparaison entre FFC et MVDR

**Interprétation du MVDR** Contrairement à la formation de faisceaux conventionnelle, le formateur MVDR prend en compte l'environnement du signal à travers la matrice de covariance des interférences  $\mathbf{C}$ . En outre, la décomposition en valeurs propres/vecteurs propres de  $\mathbf{C}$  s'écrit dans le cas où  $I$  signaux interférences sont présents dans le signal [95]

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^I P_i \mathbf{a}_i \mathbf{a}_i^H + \sigma^2 \mathbf{I} = \sum_{i=1}^I \rho_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H + \sigma^2 \sum_{i=I+1}^Q \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \quad (2.17)$$

où les  $\mathbf{u}_i$  sont les vecteurs propres de  $\mathbf{C}$  et les  $\rho_i$  sont les  $I$  valeurs propres associés aux interférences. Le formateur MVDR peut alors s'écrire sous la forme suivante

$$\mathbf{w}_{\text{MVDR}} \propto \frac{1}{\sigma^2} \left[ \mathbf{a}_c - \sum_{i=1}^I \frac{\rho_i - \sigma^2}{\rho_i} [\mathbf{u}_i^H \mathbf{a}_c] \mathbf{u}_i \right]. \quad (2.18)$$

Le premier terme correspond au formateur de faisceaux conventionnel. Le second terme est un terme correctif à la FFC, et est une combinaison des réponses  $[\mathbf{u}_i^H \mathbf{a}_c]$  des  $I$  vecteurs propres principaux de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  que l'on soustrait à la FFC. Cette soustraction revient à placer des trous dans le diagramme dans la direction des interférences. C'est ce qu'illustre la figure 2.4 dans le cas simple d'une seule cible située à  $\theta_c = 0^\circ$  et d'une interférence connue située à  $\theta_f = 10^\circ$  de puissance 1000 fois supérieure à la cible, pour un espacement de  $\lambda/2$  et  $Q = 16$  sous-réseaux. Le MVDR en rouge place bien un trou dans la direction  $\theta_f$  par rapport à la FFC en bleu.

Nous allons maintenant comparer les performances du formateur MVDR à celles du formateur conventionnel afin de mettre en évidence le gain apporté par le traitement d'antennes sur la cible et ses capacités de réjection de fouillis.

**Calcul du gain en RSB** L'amélioration du RSB en passant de la FFC au MVDR peut être quantifiée dans le cas simple d'une seule source utile et d'une seule interférence, cas dans lequel nous nous trouvons avec le modèle (2.3). Le RSB pour la FFC s'écrit

$$\text{RSB}_{\text{FFC}} = \frac{|A_c|^2 Q^2}{\mathbf{a}_c^H [\sigma_f^2 \mathbf{a}_f \mathbf{a}_f^H + \sigma^2 \mathbf{I}] \mathbf{a}_c} = \frac{|A_c|^2 Q}{\sigma^2} \times \frac{1}{1 + gJ} \quad (2.19)$$



en notant  $g = \frac{|\mathbf{a}_c^H \mathbf{a}_f|^2}{Q} \leq Q$  le gain en direction de l'interférence et  $J = \frac{\sigma_f^2}{\sigma^2}$  le rapport fouillis à bruit. Pour calculer le RSB du formateur MVDR, nous avons besoin de calculer l'inverse de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$ . Pour cela, on utilise le lemme d'inversion matricielle [32]

$$[\mathbf{A} + \mathbf{u}\mathbf{v}^H]^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}\mathbf{v}^H\mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{v}^H\mathbf{A}^{-1}\mathbf{u}} \quad (2.20)$$

pour toute matrice  $\mathbf{A}$  et pour tout couple de vecteurs  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$ . Ce qui nous donne

$$\mathbf{C} = \sigma^2 [\mathbf{I} + J\mathbf{a}_f\mathbf{a}_f^H] \Rightarrow \mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left[ \mathbf{I} - \frac{J\mathbf{a}_f\mathbf{a}_f^H}{1 + J\mathbf{a}_f^H\mathbf{a}_f} \right] \quad (2.21)$$

Le RSB du formateur MVDR s'écrit donc

$$\text{RSB}_{\text{MVDR}} = |A_c|^2 \mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c = \frac{|A_c|^2 Q}{\sigma^2} \times \frac{1 + J(Q - g)}{1 + QJ}. \quad (2.22)$$

Le terme commun  $\frac{|A_c|^2 Q}{\sigma^2}$  dans (2.19) et (2.22) représente la puissance du signal et le gain de réseau en bruit blanc. Le second terme correspond à une perte liée à un bruit spatialement coloré (ici le fouillis). Lorsque le rapport fouillis à bruit  $J$  est grand, le  $\text{RSB}_{\text{FFC}}$  tend vers zéro en  $1/J$ , tandis que le  $\text{RSB}_{\text{MVDR}}$  devient indépendant de  $J$  et tend vers une valeur limite  $\frac{|A_c|^2 Q}{\sigma^2} \frac{Q-g}{Q}$ . L'intérêt du MVDR par rapport à la FFC apparaît alors de manière évidente. Malheureusement, lorsque le fouillis se rapproche de la cible, c'est-à-dire quand  $g$  tend vers  $Q$ , le RSB chute dans les deux cas. Aucun des deux formateurs ne parvient à séparer correctement les deux sources lorsqu'elles sont trop proches. Dans le cas du MVDR, on peut expliquer cette baisse de RSB de la manière suivante. Le formateur MVDR place un trou dans la direction du fouillis sous la forme d'une cuvette comme illustrée sur la figure 2.5. La cible, proche du fouillis, se retrouve 'au bord de la cuvette' formée par le MVDR et subit une diminution de gain dans sa direction engendrant des pertes par rapport au RSB optimum. Remarquons de plus que la capacité du traitement à rejeter le fouillis et à conserver l'obstacle se mesure à partir de l'écart entre les gains apportés au fouillis et à la cible.

**Conclusion** Le formateur MVDR est le formateur optimal pour rejeter le fouillis au sens du critère de maximisation du RSB [95][7]. Cependant, il nécessite la connaissance a priori de la matrice de covariance des interférences  $\mathbf{C}$  ainsi que du vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{a}_c$ . En pratique, ces deux informations sont inconnues, et nous devons soit les estimer (en particulier  $\mathbf{C}$ ) soit faire des hypothèses sur leurs valeurs (en particulier  $\mathbf{a}_c$ ). Dans la suite, nous étudions l'implémentation pratique du formateur MVDR pour l'application de détection d'obstacles. La matrice de covariance fouillis+bruit doit être estimée à partir de données secondaires rendant adaptative la formation de faisceaux effectuée en pratique.

#### 2.1.4 Formation de faisceaux adaptative

Le formateur MVDR est le formateur optimal d'un point de vue de la maximisation du RSB de l'obstacle dès lors que l'on connaît le vecteur directionnel  $\mathbf{a}_c$  de la cible et la matrice de covariance fouillis+bruit  $\mathbf{C}$ . Malheureusement, ces deux quantités ne sont pas connues en pratique et doivent être estimées afin de pouvoir mettre en œuvre le MVDR.

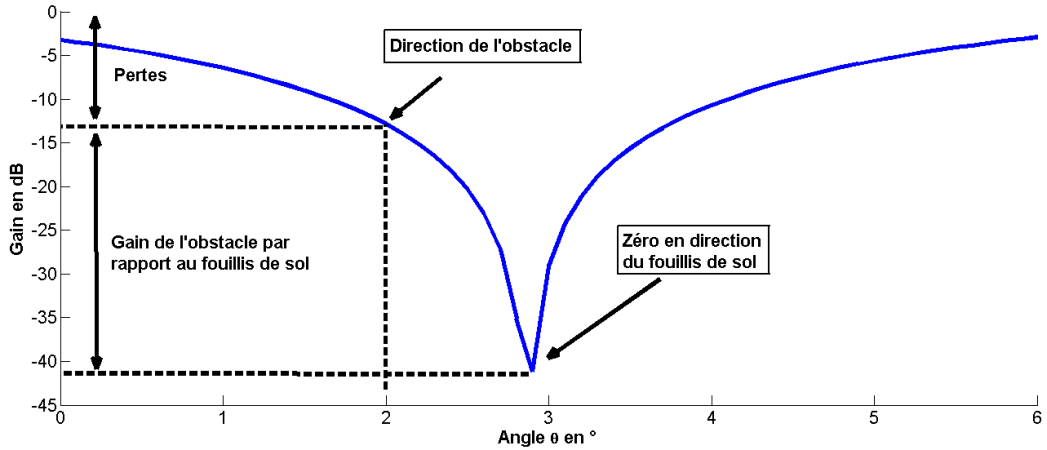


FIGURE 2.5 – Gains de traitement lorsque fouillis et obstacle sont proches,  $Q = 3$ ,  $R_0 = 1000m$ ,  $h_a = 50m$ ,  $h_c = 15m$

**Estimation de la matrice de covariance** Dans un premier temps, nous cherchons à estimer la matrice de covariance fouillis+bruit. Pour cela, nous supposons avoir à notre disposition des données secondaires ne contenant pas le signal cible. En radar, ces données secondaires sont le plus souvent issues des cases distance-vitesse adjacentes à la case testée [44][8][53]. La figure 2.6 donne un exemple de récupération d'un jeu de données secondaires ou domaine d'entraînement à partir des  $Q$  cartes distance-vitesse. La case en rouge est la case distance-vitesse testée, et les cases vertes représentent les données secondaires. La forme en L représente le domaine d'entraînement. Notons également qu'il est de coutume de laisser quelques cases adjacentes de garde entre la case sous test et le domaine d'entraînement, car en pratique la cible n'est pas ponctuelle et peut s'étendre sur plusieurs cases distance ou vitesse. En règle générale, on suppose que ces données secondaires vérifient plusieurs hypothèses. La première hypothèse est bien évidemment l'absence de signal cible : dans notre cas, on supposera que seul du fouillis de sol et du bruit thermique contaminent les données secondaires, et qu'aucun obstacle fixe au-dessus du sol n'est présent dans les données secondaires. La deuxième hypothèse consiste à dire que le fouillis de sol sur les données secondaires est la réalisation d'un même processus aléatoire : dans notre cas, le fouillis de sol (+ le bruit thermique) est modélisé par un processus aléatoire gaussien centré et de matrice de covariance  $\mathbf{C}$  commune pour toutes les données secondaires. De plus, le fouillis de sol sur la case sous test est la réalisation du même processus gaussien et de même matrice de covariance que les données secondaires. Enfin, les données secondaires sont indépendantes entre elles et indépendantes des données testées. Pour résumer, on dit que les données vérifiant toutes ces hypothèses sont des données Gaussiennes identiquement distribuées (ou iid).

L'estimateur naturel de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  du fouillis + bruit est appelé SCM pour Sample Covariance Matrix. Il consiste à faire la moyenne empirique des covariances des données secondaires

$$\hat{\mathbf{C}}_{\text{SCM}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H \quad (2.23)$$

où les  $\mathbf{y}_k$  sont les  $K$  données secondaires issues du domaine d'entraînement [44]. Dans le cas de données iid, l'estimateur SCM est en fait l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  [8][70], et est très largement utilisé en pratique car il est consistant, non-biaisé et simple à mettre en oeuvre. On remplace alors dans l'expression du MVDR (2.15) la

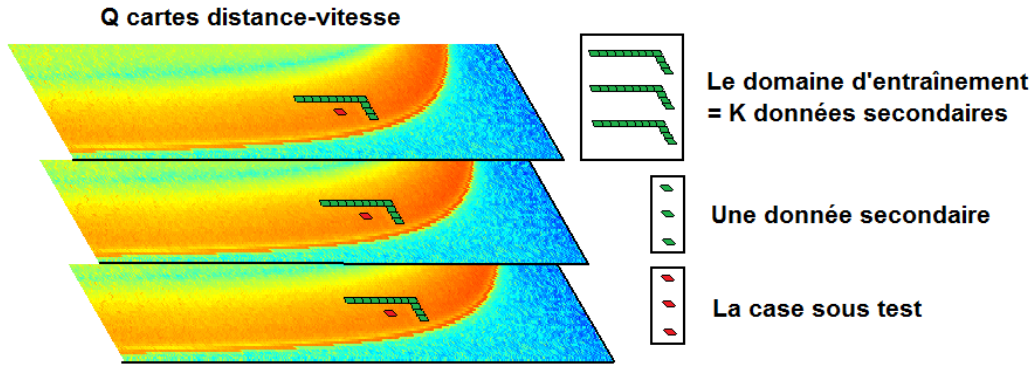


FIGURE 2.6 – Domaine d'entraînement possible pour la formation de faisceaux adaptative

matrice de covariance inconnue  $\mathbf{C}$  par son estimateur SCM. Le formateur de faisceaux adaptatif ainsi obtenu s'écrit

$$\mathbf{w}_{\text{SMI}} = \frac{\hat{\mathbf{C}}_{\text{SCM}}^{-1} \mathbf{a}_c}{\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{C}}_{\text{SCM}}^{-1} \mathbf{a}_c} \quad (2.24)$$

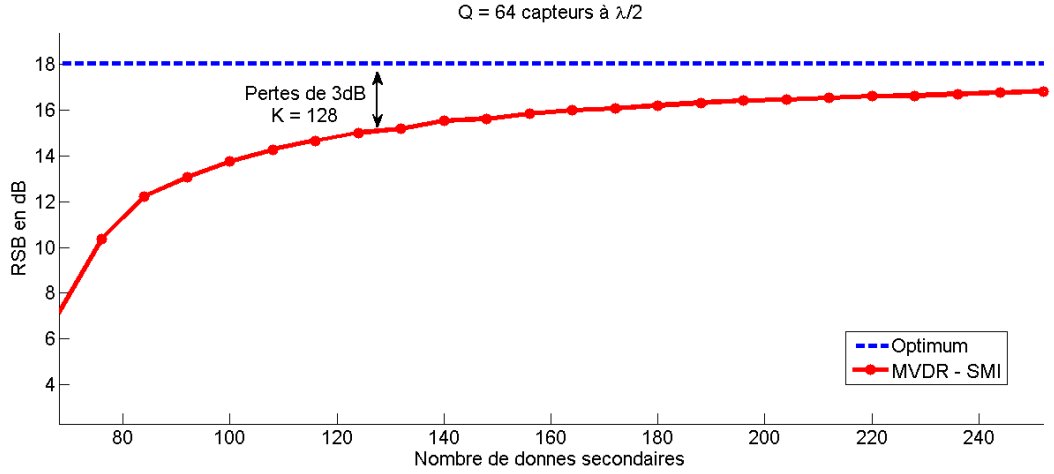
où le sigle SMI signifie Sample Matrix Inversion et indique que la matrice de covariance a d'abord été estimée puis inversée [14]. En particulier, Brennan *et al* [14] ont montré que lorsque le nombre de données secondaires  $K$  est deux fois supérieur à la dimension du problème  $Q$ , les pertes du formateur  $\mathbf{w}_{\text{SMI}}$  (2.24) par rapport au formateur clairvoyant  $\mathbf{w}_{\text{MVDR}}$  (2.15) pour lequel  $\mathbf{C}$  est connu sont de l'ordre de 3dB. On retrouve ce résultat sur la figure 2.7 qui montre l'évolution du RSB obtenu à partir du formateur SMI en fonction du nombre de données secondaires.

Le choix du domaine d'entraînement est délicat, car l'on doit s'assurer que les hypothèses iid sont bien vérifiées pour que le formateur conserve de bonnes performances [8]. Par exemple, l'hypothèse d'absence de signal utile dans les données secondaires présente son importance. Ceci est compréhensible dans la mesure où l'on cherche à minimiser la puissance des interférences contenues dans la matrice estimée  $\hat{\mathbf{C}}_{\text{SCM}}$  en sortie de formation de faisceaux. Lorsque du signal utile est présent dans le jeu de données secondaires, ce signal sera également présent dans la matrice  $\hat{\mathbf{C}}_{\text{SCM}}$  et le MVDR aura tendance à éliminer également la cible utile. On voit donc ici apparaître un dilemme classique : les performances théoriques augmentent avec le nombre de données secondaires, mais le risque d'intégrer des cibles utiles ou des données qui ne sont pas iid se retrouve également accru, engendrant en pratique des pertes inévitables.

**Estimation de la direction d'arrivée du sol** L'information de direction d'arrivée du sol est importante car nous allons nous appuyer dessus dans le paragraphe suivant pour calculer la direction de l'obstacle. Nous avons déjà remarqué que nous pouvons estimer la direction d'arrivée du sol à partir de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  et de ses éléments hors diagonale à partir de l'équation (2.9). En particulier pour  $Q = 2$ , les éléments anti-diagonaux s'écrivent

$$\sigma_f^2 e^{\pm j \frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_f)}. \quad (2.25)$$

Il suffit alors de calculer la phase du premier élément hors diagonale de la matrice  $\hat{\mathbf{C}}_{\text{SCM}}$  pour estimer le terme  $\frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_f)$  et en déduire la direction d'arrivée du sol  $\theta_f$ . Pour obtenir une estimation plus précise, on peut également utiliser les autres éléments de la matrice et utiliser par exemple une régression linéaire sur leurs phases.

FIGURE 2.7 – RSB en fonction du nombre de données secondaires,  $Q = 64$  antennes à  $\lambda/2$ 

Le choix du domaine d'entraînement est important pour estimer la direction d'arrivée du sol. Pour que cette estimation soit non-biaisée, il faut que le fouillis sur le domaine d'entraînement partage, du moins en moyenne, la même élévation que le fouillis de la case sous test. Le domaine d'entraînement est donc nécessairement constitué de cases distance-vitesse adjacentes à la case sous test. Prenons l'exemple d'un domaine d'entraînement en forme de L inversé de la figure 2.8. Sous hypothèse de sol plat, l'élévation du sol diminue en fonction de la distance  $\sin(\theta) = h_a/R_0$ . La branche 'verticale' du L représente du fouillis iso-vitesse sur plusieurs cases distances, et assure de prendre en compte plusieurs valeurs d'élévation  $\theta$  autour de celle de la case sous test  $\theta_f$ . Au contraire, la branche 'horizontale' du L prend en compte du fouillis iso-distance sur plusieurs vitesses. Elle va avoir tendance à surévaluer la direction du sol si la branche se situe à une distance inférieure à la case sous test, et à la sous-évaluer si la branche se situe à une distance supérieure.

L'idée intuitive derrière ce choix de domaine d'entraînement est d'inclure dans la SCM un ensemble de valeurs autour de l'élévation  $\theta_f$  du fouillis de la case testée. Le MVDR cherche ensuite à éliminer toutes les contributions des interférences contenues dans la matrice SCM, comme on peut l'interpréter dans l'équation (2.18). Ces interférences étant rapprochées et distribuées autour de  $\theta_f$ , il en résulte que le MVDR placera effectivement un trou dans la direction recherchée.

On cherche également à limiter dans le domaine d'entraînement le nombre de cases où le fouillis peut être absent. Ces cases n'apportent aucune information sur la direction d'arrivée du sol et contribuent même à sous-évaluer la puissance moyenne du fouillis  $\sigma_f^2$  dans la SCM. C'est ce qui explique pourquoi une forme en L est préférée par rapport à un carré autour de la case sous test : la branche verticale à gauche du carré sur du fouillis pointe-avant pourrait assimiler dans la SCM des cases contenant uniquement du bruit thermique ou éventuellement un obstacle qui se détacherait du fouillis.

**Estimation du vecteur directionnel de l'obstacle** L'implémentation du MVDR nécessite la connaissance a priori du vecteur directionnel  $\mathbf{a}_c$  de l'obstacle. Cependant, cette connaissance n'est pas connue en pratique et doit être à son tour estimée. La seule information dont nous disposons est que les obstacles à détecter se situent au-dessus du sol à une hauteur  $h_c$  conformément à la figure 2.1. Rappelons que c'est ce qui a motivé l'utilisation d'un réseau d'antennes

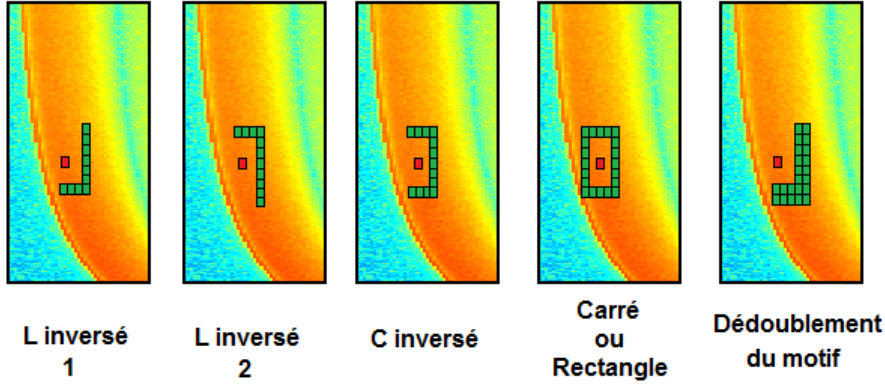


FIGURE 2.8 – Plusieurs choix possibles de domaine d'entraînement

vertical. En connaissant la hauteur des obstacles à détecter  $h_c$  et la direction d'arrivée du sol  $\theta_f$ , on peut en déduire la direction d'arrivée de la cible  $\theta_c$

$$\sin(\theta_c) = \frac{h_a - h_c}{R_0} = \frac{h_a}{R_0} - \frac{h_c}{R_0} = \sin(\theta_f) - \frac{h_c}{R_0} \quad (2.26)$$

et donc son vecteur directionnel  $\mathbf{a}_c$ . Concrètement, la hauteur de la cible à détecter n'est pas connue, mais on peut faire plusieurs hypothèses sur sa valeur, par exemple 10m ou 20m, 30m, etc... Le vecteur directionnel de la cible est ainsi estimé à partir d'une hypothèse de hauteur  $\hat{h}_c$  et de la phase  $\hat{\phi}_f = \frac{2\pi}{\lambda} d_\theta \sin(\theta_f)$  estimée sur la matrice  $\hat{\mathbf{C}}$ . Le vecteur directionnel  $\hat{\mathbf{a}}_c$  supposé de l'obstacle s'écrit alors

$$\hat{\mathbf{a}}_c = \left[ 1 \quad e^{j\hat{\phi}_c} \quad \dots \quad e^{j(Q-1)\hat{\phi}_c} \right]^T \quad (2.27)$$

où le pas de phase entre les éléments de  $\hat{\mathbf{a}}_c$  s'écrit

$$\hat{\phi}_c = \hat{\phi}_f - \frac{2\pi d_\theta \hat{h}_c}{R_0 \lambda}. \quad (2.28)$$

Par exemple, dans la figure 2.9, trois hypothèses de hauteur sont testées pour l'obstacle. Les hypothèses de hauteur doivent être telles que la différence d'élévation entre le fouillis et l'obstacle permette au MVDR de les séparer. Néanmoins, il peut être très coûteux en calcul d'utiliser plusieurs hypothèses de hauteur simultanément, et ce pour chaque case de la carte distance-vitesse. On peut alors (ou l'on doit) choisir de se limiter à ne tester qu'une seule hypothèse de hauteur par cycle radar afin de limiter la charge calculatoire.

**Dégradation due à une erreur sur le vecteur directionnel** En pratique, le vecteur directionnel estimé  $\hat{\mathbf{a}}_c$  dévie par rapport au vecteur réellement mis en jeu  $\mathbf{a}_c$  de l'obstacle. Le formateur MVDR suppose alors que le vecteur 'utile' est  $\hat{\mathbf{a}}_c$  au lieu de  $\mathbf{a}_c$  et cette erreur de pointage sur le vecteur directionnel se traduit par une perte de RSB sur l'obstacle. En supposant connue la matrice de covariance  $\mathbf{C}$ , le formateur MVDR s'écrit alors

$$\mathbf{w}_{\text{est}} = \frac{\mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_c}{\hat{\mathbf{a}}_c^H \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_c}. \quad (2.29)$$

Cette pondération diffère donc de la pondération optimale (2.15) qui prend en compte le vrai vecteur directionnel de l'obstacle. Avec ce nouveau vecteur de pondération  $\mathbf{w}_{\text{est}}$ , estimé à partir

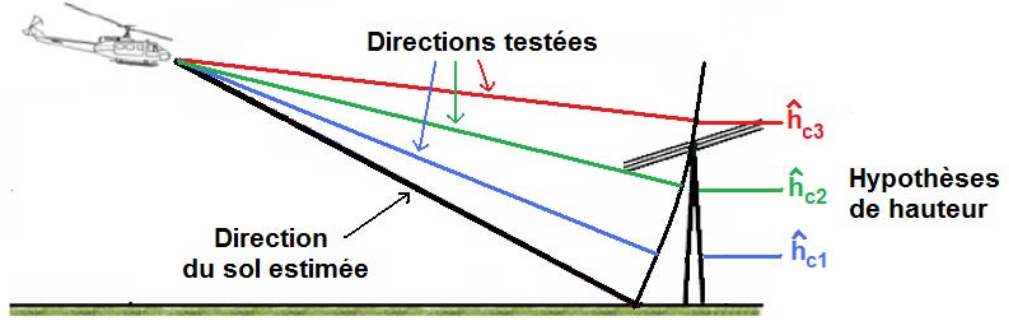


FIGURE 2.9 – Une direction testée par hypothèse de hauteur de l'obstacle

de l'hypothèse de hauteur, le RSB de l'obstacle devient

$$\text{RSB}_{\text{est}} = \frac{|A_c \mathbf{w}_{\text{est}}^H \mathbf{a}_c|^2}{\mathbf{w}_{\text{est}}^H \mathbf{C} \mathbf{w}_{\text{est}}} = |A_c|^2 \frac{|\hat{\mathbf{a}}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c|^2}{\hat{\mathbf{a}}_c^H \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_c}. \quad (2.30)$$

ou encore en faisant apparaître le RSB optimal (2.22)

$$\text{RSB}_{\text{est}} = \text{RSB}_{\text{opt}} \times \frac{|\hat{\mathbf{a}}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c|^2}{(\hat{\mathbf{a}}_c^H \mathbf{C}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_c) (\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c)} = \text{RSB}_{\text{opt}} \times \cos^2(\mathbf{a}_c, \hat{\mathbf{a}}_c; \mathbf{C}^{-1}) \quad (2.31)$$

Le terme  $\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b}; \mathbf{Z})$  mesure le cosinus de l'angle généralisé entre les deux vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  pondéré par la matrice  $\mathbf{Z}$ , c'est-à-dire

$$\cos^2(\mathbf{a}, \mathbf{b}; \mathbf{Z}) = \frac{|\mathbf{a}^H \mathbf{Z} \mathbf{b}|^2}{(\mathbf{a}^H \mathbf{Z} \mathbf{a}) (\mathbf{b}^H \mathbf{Z} \mathbf{b})}. \quad (2.32)$$

Ce terme est bien sûr inférieur à 1 et mesure la diminution du RSB dans le cas d'une erreur de pointage. Cette dégradation est d'autant plus importante que la direction visée par  $\hat{\mathbf{a}}_c$  est proche d'une interférence, du fouillis de sol dans notre cas. Intuitivement, on a donc tout intérêt à surévaluer la hauteur de l'obstacle pour éloigner le plus possible les directions d'arrivée  $\hat{\mathbf{a}}_c$  de celle du fouillis de sol.

La relation (2.31) nous permet de regarder l'effet de la distance sur les performances du formateur de faisceaux ainsi que l'influence de l'hypothèse de hauteur utilisée pour estimer  $\hat{\mathbf{a}}_c$ . Plus la distance augmente, plus la différence d'élévation entre l'obstacle et le fouillis diminue. L'obstacle 'tombe' alors de plus en plus dans la cuvette illustrée sur la figure 2.5 en se 'rapprochant' du fouillis, et son RSB chute en conséquence avec la distance. La figure 2.10 (a) pour  $Q = 4$ , un espacement de  $1.5\lambda$  et une hauteur d'obstacle de 25m montre que l'hypothèse de hauteur n'affecte pratiquement pas le RSB de l'obstacle à partir d'une certaine distance d'observation, ici à partir de 1500m. Ceci se justifie par le fait que la résolution du MVDR est telle que le gain observé pour toutes les hypothèses de hauteur reste sensiblement égal. On peut alors se limiter en pratique à une seule hypothèse de hauteur lorsque le nombre d'antennes est faible. Entre 500 et 1500m, l'hypothèse de hauteur reste importante et une erreur peut se traduire par des pertes entre 3 et 6dB. La figure 2.10 (b) pour  $Q = 16$  illustre encore une fois l'importance de tester une hypothèse proche de la hauteur de la cible. A longue distance, une hypothèse erronée se traduit par une diminution de quelques dB sur le RSB. On note également une forte diminution de RSB à courte distance pour les hypothèses erronées, à cause de l'espacement supérieur à  $\lambda/2$  des antennes.

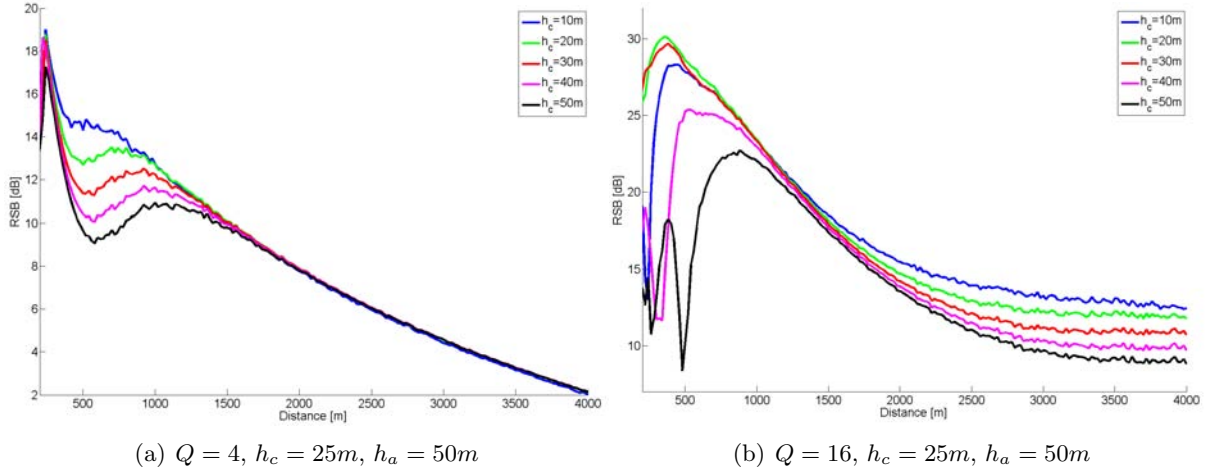


FIGURE 2.10 – Influence de la distance et de l'hypothèse de hauteur sur les performances du formateur de faisceaux

**Formation d'une carte distance-vitesse filtrée du fouillis de sol** L'objectif du formateur présenté dans cette partie est de rejeter le fouillis en conservant un niveau de signal de l'obstacle suffisant pour sa détection. Pour pouvoir mettre en place la version adaptative du MVDR, il nous a fallu

- définir un domaine d'entraînement,
- estimer la matrice de covariance des perturbations  $\hat{\mathbf{C}}$  sur le domaine d'entraînement,
- calculer la direction d'arrivée du sol à partir de cette matrice,
- calculer le vecteur directionnel supposé de l'obstacle  $\hat{\mathbf{a}}_c$  à partir de la direction du sol et d'une hypothèse de hauteur de l'obstacle.

Nous avons supposé que le fouillis de sol pouvait être modélisé par un processus aléatoire gaussien centré de même matrice de covariance sur la case sous test et les données secondaires. Sous ces hypothèses, le formateur de faisceaux adaptatif ainsi défini s'écrit

$$\mathbf{w}_a = \frac{\hat{\mathbf{C}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_c}{\hat{\mathbf{a}}_c^H \hat{\mathbf{C}}^{-1} \hat{\mathbf{a}}_c}. \quad (2.33)$$

Pour chaque case distance-vitesse dans la zone de fouillis, on réalise le traitement (2.33). Le traitement proposé permet ainsi de filtrer les  $Q$  cartes distance-vitesse de l'environnement et de former une carte distance-vitesse filtrée du fouillis en élévation. Sur cette carte doivent apparaître les obstacles fixes situés au dessus du sol avec un bien meilleur contraste de puissance avec leur environnement direct. La figure 2.11 illustre ce point sur simulation pour  $Q = 3$  et un espacement entre sous-réseaux égal à  $\lambda$ . Le pylône ressort beaucoup mieux de son environnement sur la carte après formation de faisceaux et filtrage du fouillis, et pourra être détecté facilement par des traitements d'image qui comparent la valeur d'un pixel avec celles de son environnement (contraste de couleur ou de puissance) comme ceux proposés dans [57]. Remarquons que le traitement de réjection de fouillis fonctionne même lorsque le nombre d'antennes est réduit.

### 2.1.5 Limitations

Le formateur (2.33) subit des pertes de RSB par rapport au formateur optimal MVDR car il doit estimer la matrice de covariance des perturbations et le vecteur directionnel de l'obstacle.

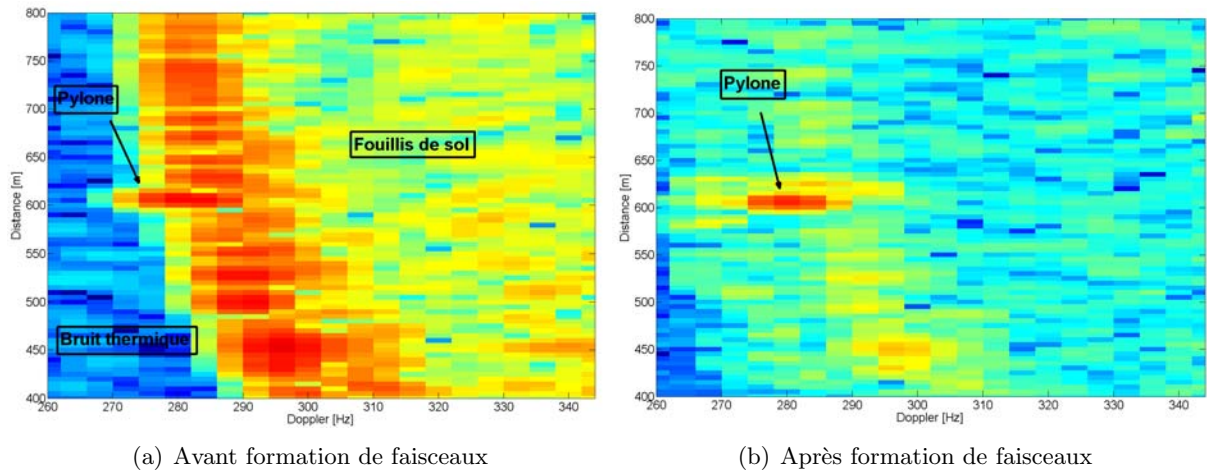


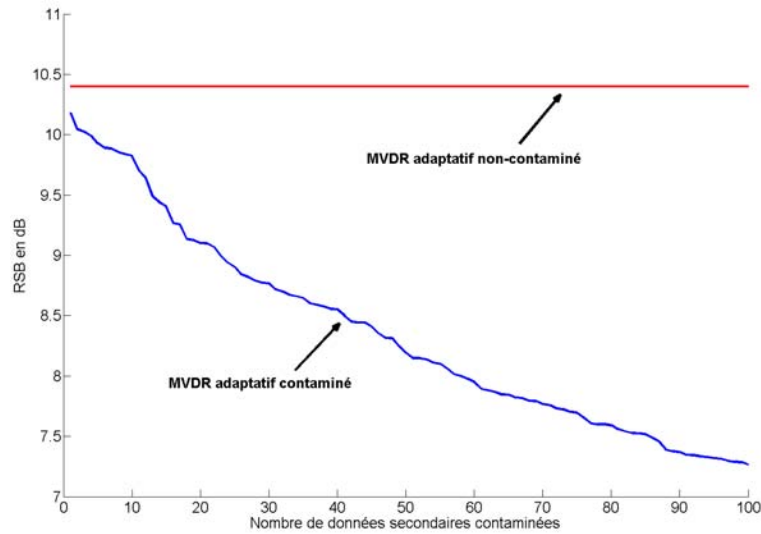
FIGURE 2.11 – Le pylône apparaît clairement après formation de faisceaux

La différence d'élévation entre l'obstacle et le fouillis étant faible en pratique, il tend également à éliminer une partie du signal de l'obstacle. Intuitivement, le gain de traitement apporté par le formateur se définit comme la différence de gains apportés au fouillis et à l'obstacle. Ce gain diminue avec la distance d'observation et l'écart d'élévation entre la cible et le fouillis, comme le montre la figure 2.5.

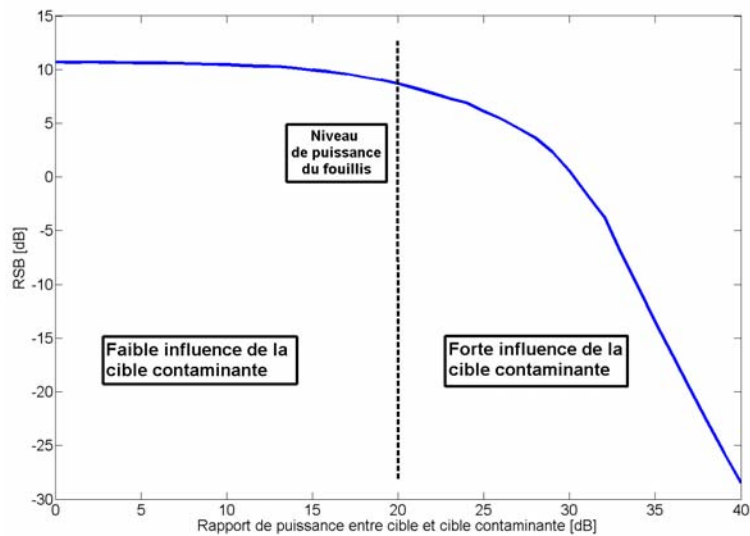
De plus, le formateur de faisceaux adaptatif mis en place fait l'hypothèse d'un fouillis gaussien et homogène entre les données secondaires et la case sous test. Hypothèse fautive dans les zones de transition de fouillis. La figure 2.12(a) montre les dégradations de RSB dans une zone de transition de fouillis. La case sous test et  $K - K'$  données secondaires partagent la même matrice de covariance, tandis que  $K'$  données secondaires partagent la même structure de matrice de covariance mais avec une puissance doublée. Lorsque  $K'$  augmente, les performances du formateur diminuent d'autant, car le nombre de données secondaires qui ne partagent pas la statistique du fouillis de la case sous test augmente. Le MVDR contaminé prévoit une puissance du fouillis supérieure à celle réellement observée sur la case sous test et accentue en conséquence le trou dans la direction du fouillis, ce qui a pour effet de baisser le RSB de la cible.

Une autre hypothèse peut être mise en défaut, l'absence de cibles dans les données secondaires. Lorsqu'une seconde cible contamine les données secondaires, le formateur subit des dégradations de performances supplémentaires. Il est peu robuste face à ce type de perturbations sur le modèle de signal. En effet, l'opération de blanchiment des données par la SCM élimine une partie de la cible recherchée dans la case sous test, et ce proportionnellement à la puissance de la cible contaminante. La figure 2.12 (b) montre les dégradations de RSB de la cible sur la case sous test en fonction de la puissance de la cible qui contamine les données secondaires. Le niveau de fouillis est de 20dB supérieur à celui de la cible. Sur cette figure, nous remarquons que les dégradations de performance deviennent importantes lorsque le niveau de la cible contaminante dépasse le niveau de fouillis. Intuitivement, il faut que le fouillis de sol reste le signal interférant dominant pour que la formation de faisceaux conserve de bonnes performances. En pratique, pour la détection d'obstacles fixes au dessus du sol, cette situation de cibles supplémentaires dans les données secondaires est fort probable. Par exemple, un câble est nécessairement accompagné d'au moins deux pylônes situés à quelques mètres l'un de l'autre, ces derniers pouvant se retrouver dans le domaine d'entraînement du câble.





(a) Fouillis de puissance supérieure sur les données secondaires,  $Q = 8$ ,  $K = 8Q$



(b) Contamination par une cible présente dans une donnée secondaire,  $Q = 8$ ,  $K = 4Q$

FIGURE 2.12 – Dégradations du RSB pour des données ne vérifiant pas l'hypothèse iid

### 2.1.6 Conclusion

Dans cette section, nous avons mis en place le traitement d'antennes adapté à la réjection de fouillis et à l'optimisation du RSB d'un obstacle situé au-dessus du sol. Ce traitement fait l'hypothèse de perturbations gaussiennes iid pour modéliser le signal composite fouillis + bruit. Cependant, le traitement subit des baisses de performances lorsque ces hypothèses iid ne sont plus respectées. En particulier, les pertes dues à un facteur d'échelle sur la puissance du fouillis dans les zones de transition ou lorsqu'une autre cible contamine les données secondaires peuvent se révéler problématiques pour la détection des cibles les plus faibles.

Dans la suite de ce chapitre, nous étudions le même modèle de signal (2.3) non plus du point de vue de la réjection de fouillis et de l'amélioration du RSB de la cible, mais du point de vue de la détection cohérente de la cible dans le fouillis de sol. L'étude bibliographique présentée ci-après conduira à définir des détecteurs cohérents insensibles au facteur d'échelle sur la puissance du fouillis. En particulier, nous verrons qu'un autre estimateur de la matrice de covariance des données, appelée matrice du point fixe [70], va permettre au détecteur associé d'être robuste face aux perturbations sur le modèle de signal, dans les transitions du fouillis, mais également face à la contamination des données secondaires par d'autres cibles.

## 2.2 Etat de l'art sur la détection de cibles dans le fouillis de sol

Nous avons développé dans la section précédente une méthode 'intuitive' de traitement d'antennes adaptatif pour rejeter le fouillis de sol et améliorer le RSB de l'obstacle en vue de sa détection. Ce traitement est basé sur un modèle de perturbations gaussiennes identiquement distribuées, et subit des pertes de performances lorsque cette hypothèse n'est plus vérifiée. Dans cette partie, nous abordons le même problème d'un point de vue de la détection cohérente sur le modèle linéaire très général du signal (2.3). Dans un premier temps, nous rappelons les principes généraux de la détection radar, et nous nous intéressons ensuite aux détecteurs issus de l'état de l'art pour des modèles de fouillis gaussien puis non-gaussien. En particulier, nous verrons que l'estimateur du point fixe de la matrice de covariance du fouillis permet d'obtenir un détecteur robuste et adapté au modèle de fouillis non-gaussien.

### 2.2.1 Principe général de la détection

Une des fonctions principales d'un système radar est de détecter la présence d'une cible d'intérêt noyée dans un bruit ambiant, composé de bruit thermique et du fouillis [53]. En raison de la nature aléatoire du bruit et du fouillis, la détection radar s'inscrit dans le cadre de la théorie statistique de décision : y a-t-il présence d'une cible dans les données testées ? Deux hypothèses vont ainsi s'opposer, l'hypothèse  $H_0$  de non-présence ou d'absence de cible pour laquelle le signal est composé uniquement du bruit, et l'hypothèse  $H_1$  pour laquelle la cible est présente dans les données. Ce problème de détection se formalise donc généralement par un test d'hypothèses binaires

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{y} &= \mathbf{c} \\ H_1 : \mathbf{y} &= \mathbf{a}_c A_c + \mathbf{c} \end{aligned} \tag{2.34}$$

où le fouillis et le bruit thermique sont rassemblés dans un seul vecteur de perturbations  $\mathbf{c}$ . Remarquons que l'hypothèse  $H_1$  correspond exactement au signal (2.3).

**Objectif de la détection** L'objectif de la détection est de déterminer laquelle des deux hypothèses  $H_0$  ou  $H_1$  est la plus vraisemblable. Quatre cas de figure peuvent alors se présenter lors de la décision entre les deux hypothèses, suivant la décision prise et l'hypothèse vraiment vérifiée par les données :

- l'hypothèse  $H_0$  est acceptée et elle est vraie : pas de détection,
- l'hypothèse  $H_0$  est rejetée et elle est fautive : *détection*,
- l'hypothèse  $H_0$  est acceptée alors qu'elle est fautive : *manque* ou *erreur de seconde espèce*,
- l'hypothèse  $H_0$  est rejetée alors qu'elle est vraie : *fautive alarme* ou *erreur de première espèce*.

Dans les deux premiers cas, la bonne décision est prise, alors que dans les deux derniers cas une erreur est commise. Les statisticiens parlent d'erreur de première ou seconde espèce tandis que les radaristes parlent de "manque" lorsqu'une cible est présente et n'est pas détectée, et de "fausse alarme" lorsqu'une alarme est levée alors qu'aucune cible n'était présente. En particulier en détection radar, on parle plutôt de probabilité de détection  $P_d$  pour décrire la probabilité qu'une cible soit présente dans le signal et soit bien détectée par l'opérateur

$$P_d = Pr(\text{décider } H_1 \text{ alors que } H_1 \text{ est vraie})$$

ou encore de probabilité de fausse alarme  $P_{fa}$  pour décrire la probabilité que l'opérateur décrète la présence d'une cible alors qu'aucune n'était présente dans le signal

$$P_{fa} = Pr(\text{décider } H_1 \text{ alors que } H_0 \text{ est vraie}).$$

**Critère de Neyman-Pearson** La procédure de décision s'appuie, sur un test pour les statisticiens, ou sur un détecteur pour les radaristes. Idéalement, on recherche un détecteur qui va maximiser la probabilité de détection tout en minimisant la probabilité de fausse alarme. D'un côté, l'opérateur radar ne souhaitera pas manquer la détection des cibles présentes dans le milieu car elles peuvent représenter un danger. De l'autre, il ne souhaitera pas voir se lever trop de fausses alarmes intempestives qui pourraient nuire à sa visibilité opérationnelle. Les trois critères les plus répandus pour définir la procédure de décision sont

- les critères de décision bayésienne,
- le critère du minimax,
- le critère de Neyman-Pearson.

En contexte radar, le critère retenu est le critère de Neyman-Pearson qui consiste à maximiser la probabilité de détection sous contrainte d'une fausse alarme bornée. Le critère de Neyman-Pearson conduit en pratique au test du rapport des vraisemblances des données

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|H_1)}{p(\mathbf{y}|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta \quad (2.35)$$

où  $p(\mathbf{y}|H_0)$  et  $p(\mathbf{y}|H_1)$  représentent respectivement la densité de probabilité (ou vraisemblance) des données  $\mathbf{y}$  sous les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ , et  $\eta$  est le seuil de détection. Lorsque le test  $\Lambda(\mathbf{y})$  dépasse le seuil  $\eta$ , le détecteur choisit l'hypothèse  $H_1$  et décrète une détection. Notons que la probabilité de fausse alarme et le seuil de détection sont intimement liés par la relation

$$P_{fa} = \int_{\eta}^{+\infty} p(\Lambda(\mathbf{y})|H_0) d\Lambda. \quad (2.36)$$

où  $p(\Lambda(\mathbf{y})|H_0)$  désigne la densité de probabilité du test  $\Lambda(\mathbf{y})$  sous l'hypothèse  $H_0$ . Autrement dit, le seuil  $\eta$  est choisi pour atteindre une certaine probabilité de fausse alarme.

Pour pouvoir calculer un détecteur adapté aux données et basé sur le critère de Neyman-Pearson, il faut donc connaître *a priori* la vraisemblance des données sous les deux hypothèses  $H_0$  et  $H_1$ . Une modélisation du signal est alors nécessaire, et le modèle gaussien est le plus simple et le plus largement utilisé en pratique pour décrire les données [87].

**Rapport de Vraisemblance Généralisé** En pratique, dans le cadre de la détection radar, certains paramètres ne sont pas connus, comme l'amplitude de la cible ou son vecteur directionnel (distance, Doppler, direction d'arrivée, etc...). La vraisemblance des données dépendant de ces

paramètres inconnus et ne pouvant donc pas être déterminée, le rapport de vraisemblance ne peut pas être calculé. Pour contourner ce problème, les paramètres inconnus sont alors estimés au sens du Maximum de Vraisemblance (MV), et les estimés ainsi obtenus sont ensuite insérés dans le rapport de vraisemblance pour former ce que l'on appelle le rapport de vraisemblance généralisé. Cette procédure conduit au test du rapport de vraisemblance généralisé (TRVG) plus connu sous le nom anglais GLRT (Generalized Likelihood Ratio Test) [87].

La méthode du maximum de vraisemblance est une méthode d'estimation réputée pour ses bonnes propriétés statistiques (consistance, efficacité) et cherche, comme son nom l'indique, le vecteur de paramètres inconnus  $\theta$  qui maximise la vraisemblance

$$\hat{\theta}_i = \arg \max_{\theta} p(\mathbf{y}|\theta, H_i). \quad (2.37)$$

Le rapport de vraisemblance généralisé ou GLRT s'écrit alors sous la forme

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\hat{\theta}_1, H_1)}{p(\mathbf{y}|\hat{\theta}_0, H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta. \quad (2.38)$$

où l'on a estimé sous les deux hypothèses le vecteur de paramètres  $\theta$ .

**Performances d'un détecteur** L'objectif d'un détecteur radar est de maximiser la probabilité de détection des cibles d'intérêt tout en minimisant sa probabilité de fausse alarme. Ces deux probabilités sont conjointement liées au seuil de détection choisi par l'opérateur radar. Les performances d'un détecteur sont ainsi définis à partir de la courbe  $(P_d, P_{fa})$  aussi connue sous le nom de courbe opérationnelle du récepteur (COR). Chaque point de fonctionnement de la courbe correspond à un seuil de détection. Cette courbe permet de déterminer le rapport signal à bruit RSB nécessaire pour atteindre une certaine probabilité de détection  $P_d$  attendue pour une  $P_{fa}$  fixée.

Les courbes COR sont difficiles à exploiter en pratique, et l'on préfère généralement calculer les performances d'un détecteur en deux étapes. Tout d'abord en calculant la relation  $P_{fa}$  – seuil à partir de l'équation (2.36) ou par simulation de Monte-Carlo lorsque celle-ci n'admet pas d'expression analytique. Puis, pour une  $P_{fa}$  fixée, en calculant numériquement ou par simulation la courbe  $(P_d - \text{RSB})$ . Cette courbe est plus intuitive à exploiter pour l'opérateur radar. A  $P_{fa}$  fixée, l'opérateur obtient explicitement le RSB nécessaire pour obtenir une probabilité de détection voulue, ce que ne permet pas la courbe COR. Les courbes COR ou  $(P_d - \text{RSB})$  permettent ainsi de comparer les détecteurs entre eux.

### 2.2.2 Détecteurs non-adaptatifs dans le cas gaussien

Dans un premier temps, nous supposons que le vecteur de perturbation  $\mathbf{c}$  de taille  $Q \times 1$  est un processus aléatoire complexe gaussien centré et de matrice de covariance  $\mathbf{C}$  de taille  $Q \times Q$  connue

$$\mathbf{c} \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{C}) \quad (2.39)$$

dont la densité de probabilité s'écrit

$$p(\mathbf{c}) = \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{c}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{c}} \quad (2.40)$$

avec  $|\mathbf{C}|$  le déterminant de  $\mathbf{C}$ . La vraisemblance des données  $\mathbf{y}$  sous  $H_0$  s'écrit alors

$$p(\mathbf{y}|H_0) = \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}}. \quad (2.41)$$

Nous supposons que le vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{a}_c$  est connu sous  $H_1$ . La vraisemblance des données sous  $H_1$  s'écrit alors

$$p(\mathbf{y}|H_1) = \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-(\mathbf{y} - \mathbf{a}_c A_c)^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{a}_c A_c)}. \quad (2.42)$$

Le seul paramètre inconnu dans ce modèle est l'amplitude de la cible  $A_c$ . On calcule donc son estimé au sens du maximum de vraisemblance [87]. Pour cela, on cherche à annuler la dérivée de la log-vraisemblance des données sous  $H_1$

$$\frac{\partial}{\partial A_c} \ln [p(\mathbf{y}|A_c, H_1)] = 0. \quad (2.43)$$

L'estimateur MV de l'amplitude de la cible s'écrit alors

$$\hat{A}_c = \frac{\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c} \quad (2.44)$$

et est ensuite inséré dans le rapport de vraisemblance. On montre alors que le GLRT conduit de manière équivalente à comparer la quantité

$$\Lambda_{OGD} = \frac{|\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta_{OGD} \quad (2.45)$$

à un seuil de détection  $\eta_{OGD}$ . Ce test de détection est connu dans la littérature sous le nom d'Optimum Gaussian Detector (OGD) [40]. Il consiste à comparer la puissance du signal en sortie de filtre adapté  $|\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}|^2$  au niveau de bruit ambiant  $\mathbf{a}_c^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{a}_c$ . Le seuil de détection est défini à partir de la  $P_{fa}$  recherchée par l'opérateur. La loi de  $2\Lambda_{OGD}$  sous  $H_0$  est une loi du  $\chi^2$  centré à deux degrés de liberté, et le seuil de détection s'écrit analytiquement en fonction de la  $P_{fa}$  comme

$$\eta_{OGD} = -\ln(P_{fa}). \quad (2.46)$$

La probabilité de détection théorique se déduit de la même manière en connaissant la loi de probabilité de  $2\Lambda_{OGD}$  sous  $H_1$

$$2\Lambda_{OGD} \sim \chi_{2,2RSB}^2$$

et de la fonction de répartition d'une loi du  $\chi^2$  à deux degrés de liberté et décentrée d'un paramètre de décentrage 2RSB

$$P_d = 1 - F_{\chi_{2,2RSB}^2}(2\eta_{OGD}). \quad (2.47)$$

Le détecteur OGD est en fait le détecteur associé au traitement adapté, c'est pourquoi il est également connu sous le nom de Matched Filter Detector [87]. Dans notre problème de détection de câbles par traitement d'antennes de la partie précédente 2.1, c'est donc le détecteur dual au formateur MVDR (2.15).

**Cas où la matrice de covariance est connue à un facteur près** Dans certains cas, la matrice de covariance des perturbations n'est connue qu'à un facteur de puissance près

$$\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{M} \quad (2.48)$$

où  $\sigma^2$  est un facteur de puissance inconnu, et la matrice  $\mathbf{M}$  est connue. Pour calculer le GLRT du problème, il faut donc estimer  $\sigma^2$  sous  $H_0$  et  $H_1$ . L'estimateur MV de  $A_c$  s'écrit toujours comme (2.44), et les estimateurs de  $\sigma^2$  s'écrivent

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y}}{Q} \quad \text{et} \quad \hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{Q} \left( \mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y} - \frac{|\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_c|^2}{\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_c} \right). \quad (2.49)$$

Le GLRT adapté à ce problème de détection est connu sous le nom de "Normalized Matched Filter" (NMF) [88] et s'écrit

$$\Lambda_{NMF} = \frac{|\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y}|^2}{(\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_c) (\mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \eta_{NMF}. \quad (2.50)$$

On remarque que la normalisation apportée à la matrice de covariance a rendu insensible le détecteur au facteur d'échelle sur les données  $\mathbf{y}$  ou sur la matrice  $\mathbf{M}$ . On peut montrer que sous l'hypothèse  $H_0$  le détecteur  $\Lambda_{NMF}$  suit une loi bêta de première espèce de paramètres  $(1, Q-1)$

$$\Lambda_{NMF} \sim \beta_{(1, Q-1)}^1 \quad (2.51)$$

et que le seuil est relié à la  $P_{fa}$  par la relation

$$\eta_{NMF} = 1 - P_{fa}^{\frac{1}{Q-1}}. \quad (2.52)$$

En outre, le seuil de détection est indépendant de la puissance  $\sigma^2$  du bruit, on dit alors que ce détecteur est à taux de fausse alarme constant (TFAC) par rapport au paramètre  $\sigma^2$ . Le seuil peut donc être fixé quelque soit le niveau de bruit sans que cela impacte les performances du détecteur. La propriété TFAC d'un détecteur par rapport aux paramètres inconnus du modèle est donc particulièrement recherchée. Chose remarquable, le détecteur (2.50) est exactement le cosinus carré de l'angle entre  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{a}_c$  pondéré par la matrice  $\mathbf{M}^{-1}$ . Ce détecteur est ainsi parfois appelé détecteur d'angle contrairement à l'OGD qui est un détecteur de puissance.

**Interprétation sous-espace** Le détecteur NMF peut être réécrit en considérant les données blanchies

$$\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{y} \quad \text{et} \quad \bar{\mathbf{a}}_c = \mathbf{M}^{-1/2} \mathbf{a}_c$$

sous la forme suivante

$$\Lambda_{NMF} = \frac{\mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_c \mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y}}{(\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_c) (\mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y})} = \frac{\bar{\mathbf{y}}^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c} \bar{\mathbf{y}}}{\bar{\mathbf{y}}^H \bar{\mathbf{y}}} \quad (2.53)$$

et où  $\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c}$  est la matrice de projection orthogonale sur le sous-espace cible blanchie Vect( $\bar{\mathbf{a}}_c$ ) définie par

$$\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c} = \bar{\mathbf{a}}_c (\bar{\mathbf{a}}_c^H \bar{\mathbf{a}}_c)^{-1} \bar{\mathbf{a}}_c^H.$$

On peut alors écrire le NMF sous la forme suivante [88]

$$\Lambda_{NMF} = \frac{\bar{\mathbf{y}}^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c} \bar{\mathbf{y}}}{\bar{\mathbf{y}}^H (\mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c} + \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c}^\perp) \bar{\mathbf{y}}} = \frac{F}{1 + F} \quad (2.54)$$

avec

$$F = \frac{\bar{\mathbf{y}}^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c} \bar{\mathbf{y}}}{\bar{\mathbf{y}}^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{a}}_c}^\perp \bar{\mathbf{y}}}. \quad (2.55)$$

La fonction  $\frac{x}{1+x}$  étant strictement monotone, le test de statistique  $F$  est donc totalement équivalent au test  $\Lambda_{NMF}$  et est appelé Matched Subspace Detector (MSD) [88]. Ce détecteur équivalent permet d'obtenir une interprétation élégante du NMF en termes de sous-espace : la projection des données sur le sous-espace cible  $\text{Vect}(\bar{\mathbf{a}}_c)$  est comparée à la projection des données sur le sous-espace orthogonal au sous-espace cible  $\text{Vect}(\bar{\mathbf{a}}_c)^\perp$ , aussi appelé sous-espace bruit.

### 2.2.3 Détecteurs adaptatifs dans le cas gaussien

On suppose désormais que la matrice de covariance des perturbations  $\mathbf{C}$  n'est pas connue. Dans ce cas, nous ne pouvons plus mettre en place les détecteurs proposés ci-dessus et nous devons rechercher un estimateur de  $\mathbf{C}$  afin de l'injecter dans le rapport de vraisemblance généralisé (2.38). Pour cela, nous supposons avoir à notre disposition des données secondaires ne contenant pas le signal cible. Le nouveau problème de détection s'écrit sous la forme

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{y} &= \mathbf{c} & \mathbf{y}_k &= \mathbf{c}_k, \quad k = 1, \dots, K \\ H_1 : \mathbf{y} &= \mathbf{a}_c A_c + \mathbf{c} & \mathbf{y}_k &= \mathbf{c}_k, \quad k = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (2.56)$$

où  $\mathbf{c}$  et les  $\mathbf{c}_k$  sont indépendants et ont la même matrice de covariance,  $\mathbf{c} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, C)$  et  $\mathbf{c}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, C)$ . On supposera également que l'on dispose de suffisamment de données secondaires, c'est-à-dire  $K > Q$ . Les détecteurs décrits ci-après sont dits adaptatifs car ils s'appuient sur une estimation de la matrice de covariance des perturbations et s'adaptent ainsi à leur environnement.

**Le GLRT de Kelly** Dans [44], Kelly a développé le GLRT pour le problème (2.56) dans lequel l'amplitude  $A_c$  et la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  sont inconnues. Les données primaires et secondaires étant supposées indépendantes, la densité de probabilité jointe des données sous  $H_0$  s'écrit

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{y}_k) = p(\mathbf{c}) \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k) = \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{y}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}} \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{y}_k^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}_k} \quad (2.57)$$

et la densité de probabilité jointe des données sous  $H_1$  s'écrit

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{y}_k) = p(\mathbf{c}) \times \prod_{k=1}^K p(\mathbf{c}_k) = \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-(\mathbf{y} - \mathbf{a}_c A_c)^H \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{a}_c A_c)} \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi^Q |\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{y}_k^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}_k}. \quad (2.58)$$

On dérive la log-vraisemblance sous  $H_0$  par rapport à  $\mathbf{C}$  et on annule cette dérivée pour obtenir l'estimateur MV de  $\mathbf{C}$  sous  $H_0$

$$\hat{\mathbf{C}}_0 = \frac{1}{K+1} \left[ \mathbf{y} \mathbf{y}^H + \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H \right]. \quad (2.59)$$

De même, on obtient l'estimateur MV de  $\mathbf{C}$  sous  $H_1$  suivant

$$\hat{\mathbf{C}}_1 = \frac{1}{K+1} \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H \quad (2.60)$$

et l'estimateur de l'amplitude est encore une fois donnée par l'équation (2.44). En notant  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_0$ , le GLRT s'écrit alors

$$\Lambda_{\text{Kelly}} = \frac{|\hat{\mathbf{C}}_0|^{K+1}}{|\hat{\mathbf{C}}_1|^{K+1}} \exp \left[ \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k^H \hat{\mathbf{C}}_1^{-1} \mathbf{y}_k - \sum_{k=0}^K \mathbf{y}_k^H \hat{\mathbf{C}}_0^{-1} \mathbf{y}_k \right] \quad (2.61)$$

et en remarquant que

$$Q(K+1) = \sum_{k=1}^K \text{Tr} \left( \hat{\mathbf{C}}_1^{-1} \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^H \right) = \sum_{k=1}^K \mathbf{y}_k^H \hat{\mathbf{C}}_1^{-1} \mathbf{y}_k = \sum_{k=0}^K \mathbf{y}_k^H \hat{\mathbf{C}}_0^{-1} \mathbf{y}_k \quad (2.62)$$

le rapport de vraisemblance généralisé se simplifie pour donner finalement

$$\Lambda_{\text{Kelly}} = \frac{|\hat{\mathbf{C}}_0|^{K+1}}{|\hat{\mathbf{C}}_1|^{K+1}}. \quad (2.63)$$

Après quelques transformations sur les déterminants, Kelly montre que ce rapport est équivalent au détecteur suivant appelé GLRT de Kelly

$$\Lambda_{\text{Kelly}} = \frac{|\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{C}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\left( \mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{C}}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}_c \right) \left( K + \mathbf{y}^H \hat{\mathbf{C}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y} \right)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_{\text{Kelly}}. \quad (2.64)$$

On voit apparaître dans ce test la matrice empirique des données  $\hat{\mathbf{C}}_{SCM}$  (2.23) calculée uniquement sur les données secondaires. Sous  $H_0$ , Kelly précise que son test (2.64) suit une loi bêta de première espèce de paramètres  $(1, K - Q + 1)$

$$\Lambda_{\text{Kelly}} \sim \beta_{1, (K-Q+1)}^1$$

ce qui permet de déterminer analytiquement la relation "P<sub>fa</sub>-seuil" de ce détecteur

$$\eta_{\text{Kelly}} = 1 - P_{\text{fa}}^{\frac{1}{K-Q+1}}.$$

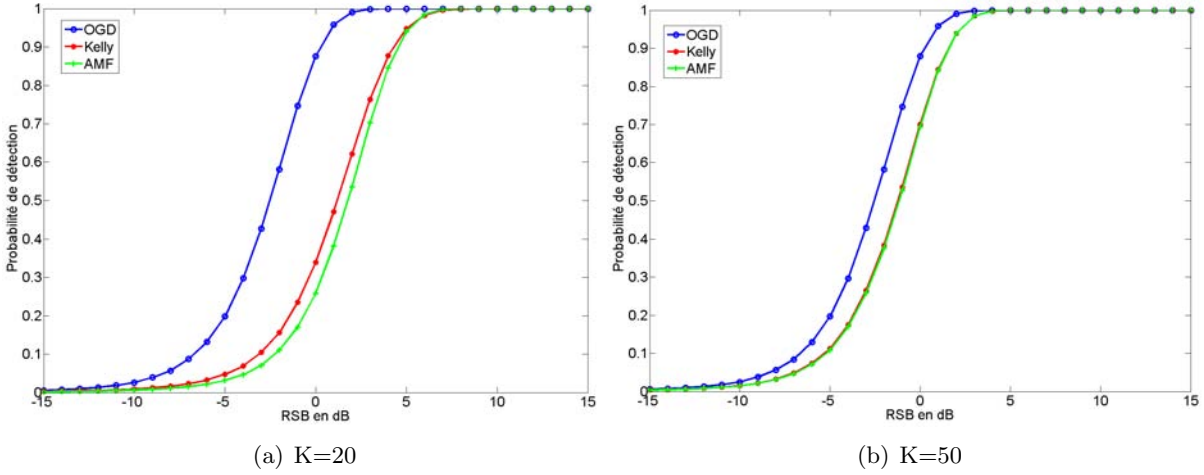
Cette relation ne dépend pas de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$ , et le GLRT de Kelly est donc un détecteur TFAC par rapport à la matrice de covariance  $\mathbf{C}$ . Cependant, la probabilité de détection n'admet pas de relation analytique et doit être calculée par simulation de Monte-Carlo.

**Le détecteur AMF** Une approche simplifiée et plus intuitive au problème de détection a déjà été abordée pour la formation de faisceaux adaptative étudiée en 2.1.4. Il s'agit d'estimer la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  à partir des données secondaires  $\mathbf{c}_k$  et d'injecter l'estimé directement dans le détecteur OGD. Lorsqu'aucune information *a priori* n'est connue sur  $\mathbf{C}$ , son estimateur au sens du maximum de vraisemblance à partir des données secondaires est bien sûr la matrice de covariance empirique appelée SCM (Sample Covariance Matrix) (2.23). Le test qui en résulte est appelé Adaptive Matched Filter (AMF) [78] et s'écrit

$$\Lambda_{\text{AMF}} \left( \hat{\mathbf{C}}_{SCM}, \mathbf{y} \right) = \frac{|\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{C}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{C}}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}_c} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_{\text{AMF}}. \quad (2.65)$$

Ce détecteur est calculé en deux parties car on a écarté les données primaires pour estimer la matrice  $\mathbf{C}$ . L'approche est en ce sens différente de celle de Kelly. Cette séparation avec les




 FIGURE 2.13 – Courbes ( $P_d$ –RSB) des détecteurs de Kelly et AMF,  $P_{fa} = 10^{-3}$ ,  $Q = 10$ 

données primaires en fait un GLRT à deux étapes. La relation analytique reliant le seuil de détection  $\eta_{AMF}$  et la  $P_{fa}$  est donnée par [78][49]

$$P_{fa} = {}_2F_1 \left( K - Q + 1, K - Q, K + 1, -\frac{\eta_{AMF}}{K} \right) \quad (2.66)$$

où  ${}_2F_1$  est la fonction hypergéométrique définie par

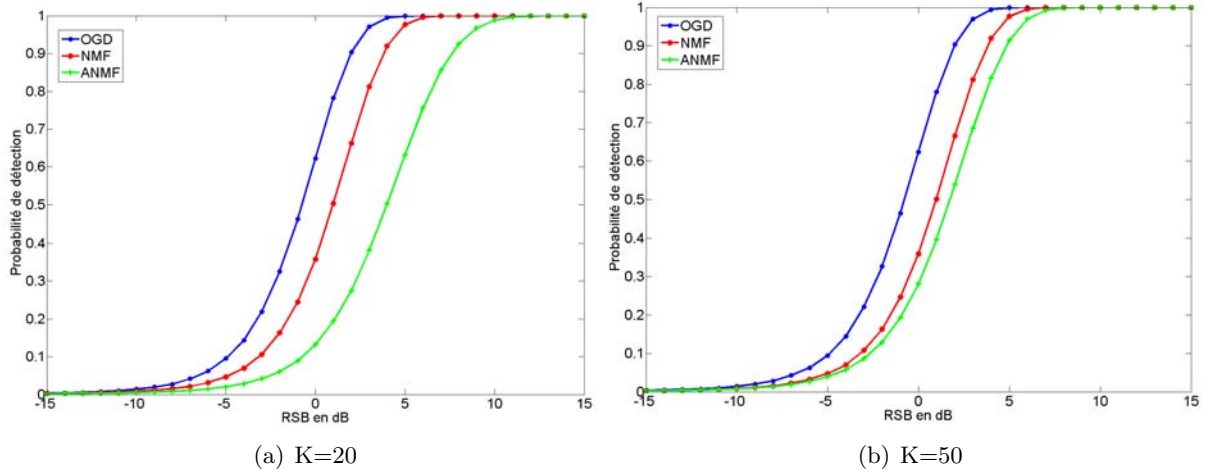
$${}_2F_1(a, b, c, d) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(b-c)} \int_0^1 \frac{t^{b-1}(1-t)^{c-b-1}}{(1-td)^a} dt$$

La relation qui relie  $P_{fa}$  et  $\eta_{AMF}$  ne dépend pas de la matrice de covariance  $\mathbf{C}$ , et le détecteur AMF est donc TFAC par rapport à  $\mathbf{C}$ . Remarquons enfin que l'AMF est le détecteur dual à la formation de faisceaux adaptative proposée en 2.1.4.

L'AMF et le GLRT de Kelly sont basés sur les mêmes hypothèses de signal, et l'on souhaite comparer leurs performances. L'AMF n'étant pas tout à fait un GLRT, mais une version simplifiée, on s'attend à ce que le test de Kelly présente de meilleures performances en détection pour une  $P_{fa}$  donnée. La figure 2.13 compare les courbes ( $P_d$ –RSB) des détecteurs AMF et de Kelly à celle du détecteur optimal clairvoyant OGD pour  $K = 20$  (a) et  $K = 50$  (b), pour  $Q = 10$  et une  $P_{fa}$  de  $10^{-3}$ . A faible support d'entraînement (a), le GLRT de Kelly possède de meilleures performances que l'AMF, mais lorsque l'on augmente le nombre de données secondaires, leurs performances deviennent équivalentes. De ce fait, lorsque le support d'entraînement le permet, l'AMF est préféré au GLRT de Kelly pour sa plus grande simplicité d'implémentation.

**Le détecteur ANMF ou ACE** Kraut *et al* [47] se sont placés dans un contexte plus général que le problème (2.56) en considérant que la matrice de covariance de la donnée primaire est partagée avec les données secondaires à un facteur d'échelle près, c'est-à-dire que  $\mathbf{c} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{M})$  et  $\mathbf{c}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{M})$ . Les paramètres  $\sigma^2$  et  $\mathbf{M}$  sont des paramètres inconnus. Kraut a montré dans [47] que le rapport de vraisemblance généralisé pour ce modèle s'écrit

$$\Lambda_{ANMF} = \left[ \frac{\mathbf{y}^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{y}^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y} - \frac{|\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}_c}} \right]^Q \quad (2.67)$$


 FIGURE 2.14 – Courbes ( $P_d$ –RSB) des détecteurs NMF et ANMF,  $P_{fa} = 10^{-3}$ ,  $Q = 10$ 

qui conduit au détecteur équivalent

$$\Lambda_{\text{ANMF}} = \frac{|\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\left( \mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{a}_c \right) \left( \mathbf{y}^H \hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1} \mathbf{y} \right)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_{\text{ANMF}} \quad (2.68)$$

où  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}$  est la matrice de covariance empirique des données secondaires. On remarque donc que ce détecteur possède la même forme que le détecteur NMF en remplaçant la matrice de covariance inconnue  $\mathbf{M}$  par son estimé  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}$ . C'est pourquoi ce détecteur est connu sous le nom d'Adaptive Normalized Matched Filter. Il est également connu sous le nom de ACE pour Adaptive Coherent Estimator [48]. Il mesure le cosinus carré de l'angle entre  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{a}_c$  pondéré par  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}^{-1}$ . Dans le cadre gaussien, la relation entre la probabilité de fausse alarme et le seuil fait encore une fois intervenir une fonction hypergéométrique

$$P_{fa} = {}_2F_1 \left( K - Q + 1, Q - 1, K + 1, \frac{\eta_{\text{ANMF}}}{\eta_{\text{ANMF}} - 1} \right). \quad (2.69)$$

Cette expression est indépendante de  $\sigma^2$  et  $\mathbf{M}$  et montre que l'ANMF est TFAC par rapport à ces deux paramètres. Notons également que ce détecteur correspond aussi au GLRT pour d'autres problèmes de détection, par exemple lorsque les données primaires sont corrompues par un signal interférant non-présent dans les données secondaires [6] ou lorsque les perturbations ne sont plus gaussiennes [70][82].

On souhaite comparer les performances en détection du NMF et de l'ANMF pour une  $P_{fa}$  donnée. La figure 2.14 compare les courbes ( $P_d$ –RSB) des détecteurs NMF et ANMF à celle du détecteur optimal clairvoyant OGD pour  $K = 20$  (a) et  $K = 50$  (b), pour  $Q = 10$  et une  $P_{fa}$  de  $10^{-3}$ . Le NMF possède logiquement de meilleures performances que l'ANMF, mais l'écart de performances se réduit lorsque le nombre de données d'entraînement augmente.

## 2.2.4 Modélisation statistique du fouillis non-gaussien

Tous les détecteurs présentés jusqu'à maintenant ont été développés pour répondre à des perturbations gaussiennes. Le fouillis de sol provient de la sommation en amplitude et en phase

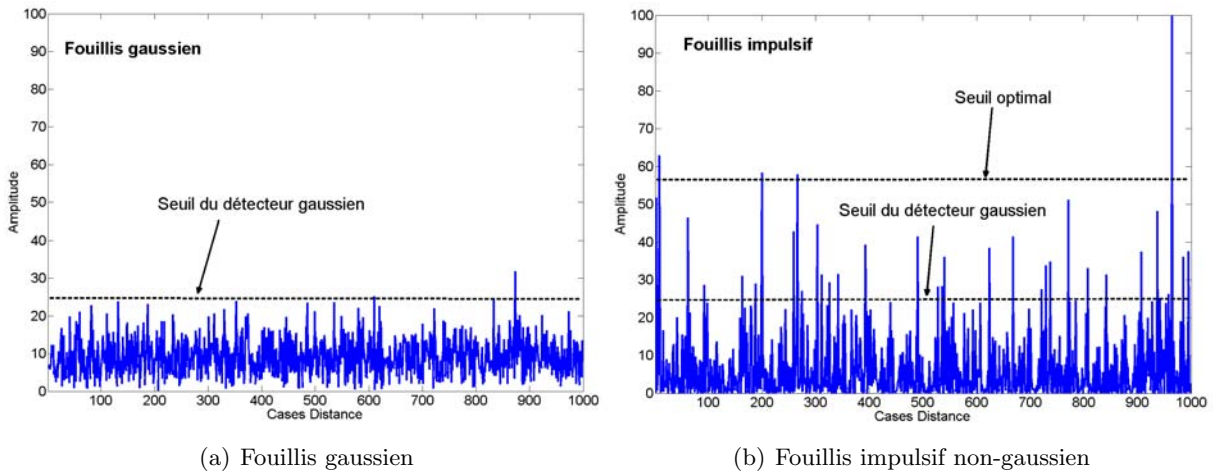


FIGURE 2.15 – Baisse de performances des détecteurs gaussiens dans un fouillis impulsif

des différents réflecteurs élémentaires au sol présents dans la case sous test. Le modèle gaussien du fouillis provient de l'application du théorème centrale limite : lorsque le nombre de réflecteurs élémentaires est grand, le signal rétrodiffusé par le sol peut être modélisé par un processus gaussien complexe circulaire.

**Limitations du modèle gaussien** En pratique, de nombreux travaux ont montré que le fouillis de sol pouvait s'éloigner de la statistique gaussienne [9][10], en particulier en incidence rasante ou pour des radars à haute résolution. Pour de telles configurations, le théorème centrale limite ne peut plus s'appliquer, les réflecteurs élémentaires varient en nombre de case en case et peuvent changer d'orientation, de nature, et de réflectivité de manière aléatoire. Le fouillis devient plus impulsif, et l'apparition de forts échos du fouillis rend complexe son analyse. Ces forts échos se traduisent par un allongement de la queue de distribution de l'amplitude du fouillis, et donc d'un écart important par rapport aux statistiques gaussiennes.

La conséquence principale de ces forts échos au niveau de la détection est que les seuils de détection, fixés pour garantir un niveau de fausse alarme sous hypothèse de fouillis gaussien, sont sous-évalués. De ce fait, de nombreuses fausses alarmes apparaissent et la probabilité de fausse alarme est bien supérieure à celle recherchée. C'est ce qu'illustre la figure 2.15, le seuil de détection pour un fouillis gaussien est dépassé à de nombreuses reprises par le fouillis impulsif. Il faut alors rehausser le seuil de détection pour revenir à la probabilité de fausse alarme voulue, au détriment de la probabilité de détection. Rehausser le seuil revient à augmenter le RSB nécessaire pour déclarer une détection. De ce fait, les cibles plus faibles ne pourront plus être détectées dans le fouillis impulsif.

La théorie de la détection est dépendante de la statistique du problème, en particulier pour la mise en place du rapport de vraisemblance. Il est donc nécessaire de définir une statistique du fouillis de sol plus proche de la réalité que le modèle gaussien et de définir des détecteurs adaptés à cette modélisation.

**Modélisation du fouillis par des distributions non-gaussiennes** Le fouillis non-gaussien ou impulsif doit être modélisé par une distribution à queue longue. La distribution log-normale fut considérée en premier lieu [94] pour modéliser l'évolution du fouillis de mer, mais la distri-

bution du fouillis semble en réalité se situer entre une loi de Rayleigh (cas gaussien) et une loi log-normale. C'est pourquoi la distribution de Weibull a été avancée pour modéliser l'amplitude d'un fouillis non-gaussien [89]. La loi de Weibull de densité de probabilité

$$p(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \quad \text{pour } x \geq 0 \quad (2.70)$$

permet en effet d'approcher une loi log-normale et peut se dégénérer en loi de Rayleigh de paramètre  $\sigma$  pour  $\alpha = 2$  et  $\beta = \sqrt{2}\sigma$ . D'autres lois ont également été étudiées, telles que la loi de Rice, la loi Gamma et la loi Gamma généralisée. Pourtant, ces distributions ne s'appuient pas sur un modèle physique, et sont issues d'ajustements statistiques sur données réelles.

Une autre loi, la loi  $K$ , a alors été proposée pour décrire l'amplitude d'un fouillis de sol ou de mer. Cette loi repose sur le mécanisme de rétrodiffusion, contrairement aux autres lois proposées. Si l'on suppose que le nombre de réflecteurs élémentaires et identiquement distribués suit une loi binomiale négative, le signal rétrodiffusé résultant suit une loi  $K$ . Ward [100] retrouve cette loi  $K$  en étudiant le fouillis de mer sur données réelles et en donne une interprétation à deux échelles. Il considère que le fouillis de mer est un phénomène à deux composantes, une composante à fluctuations rapides d'amplitude distribuée suivant une loi de Rayleigh appelée *speckle*, et une composante à fluctuations lentes d'amplitude modélisée par une loi Gamma appelée *texture*. L'amplitude résultant du produit de ces deux composantes suit alors une loi  $K$ . Cette représentation de la loi  $K$  est appelée modèle  $K$ -composé.

Cependant, la connaissance de la distribution de l'amplitude du fouillis n'est pas suffisante pour décrire son comportement dans le cadre de la détection cohérente, car la phase du fouillis rentre également en jeu. C'est pourquoi on ajoute à la modélisation de l'amplitude une phase aléatoire indépendante et uniformément distribuée sur  $[0, 2\pi]$  [26]. Le speckle devient alors un processus gaussien complexe circulaire, la texture restant un processus réel positif. La modélisation du fouillis qui en résulte est appelée modèle gaussien-composé. Pour la loi  $K$ , on obtient

$$c = \sqrt{\tau}x$$

où  $x$  est une variable aléatoire gaussienne complexe circulaire représentant le speckle, indépendante de la texture  $\tau$  qui suit une loi Gamma de densité

$$p_\tau(\tau) = \frac{a^\nu \tau^{\nu-1}}{\Gamma(\nu)} e^{-a\tau}, \quad \text{pour } x \geq 0$$

où  $\Gamma(\cdot)$  désigne la fonction Gamma d'Euler. La loi Gamma est paramétrée par un paramètre de forme  $\nu$  et un paramètre d'échelle  $a$ . La densité du processus  $c$  est alors la densité de la loi  $K$  qui s'écrit

$$p_c(c) = \frac{2\beta}{\Gamma(\nu)} \left(\frac{\beta c}{2}\right)^\nu K_{\nu-1}(\beta c), \quad c \geq 0 \quad (2.71)$$

où  $K_{\nu-1}$  est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce d'ordre  $\nu-1$ . La loi  $K$  est paramétrée par un paramètre de forme  $\nu$  et un facteur d'échelle  $\beta = \sqrt{a/2}$ . Le facteur d'échelle  $\beta$  joue sur le niveau moyen, tandis que le paramètre de forme  $\nu$  renseigne sur le comportement impulsif de la loi : plus  $\nu$  est petit, plus la densité de la loi  $K$  décroît lentement, et plus le fouillis sera impulsif. Lorsque  $\nu$  tend vers l'infini, la loi  $K$  dégénère en loi de Rayleigh et le fouillis qui en résulte est gaussien.

**Modélisation SIRV du fouillis** Le modèle  $K$ -composé du fouillis est un cas particulier d'une classe plus générale de lois gaussiennes composées, également appelées SIRP (Spherically Invariant Random Process), pour laquelle la texture du processus composé admet une densité de probabilité quelconque [40]. Les lois gaussiennes composées ont été étendues au cas multivarié, conduisant à la définition du modèle SIRV (Spherically Invariant Random Vector) pour le fouillis [40]. Les SIRV constituent une famille de processus très étendue qui englobe toutes les distributions proposées dans la littérature pour modéliser un fouillis non-gaussien (loi de Weibull, loi  $K$ , loi Gamma, loi de Rice, etc...). La loi Gaussienne en fait également partie. Ils sont de ce fait très utilisés par la communauté radar pour modéliser le fouillis de sol [19][40][70][82].

Ainsi, un processus SIRV ou Gaussien-composé modélisant le fouillis  $\mathbf{c}$  est le produit de la racine carrée d'une variable aléatoire scalaire positive  $\tau$ , appelée texture caractérisée par sa densité de probabilité  $p_\tau$ , et d'un vecteur aléatoire complexe gaussien centré circulaire  $\mathbf{x}$  de taille  $Q \times 1$  et de matrice de covariance  $\mathbf{M}$ , tels que l'on puisse écrire

$$\mathbf{c} = \sqrt{\tau} \mathbf{x} \quad (2.72)$$

où  $\tau$  et  $\mathbf{x}$  sont indépendants. Pour des raisons d'identifiabilité, on considère que

$$Tr(\mathbf{M}) = Q$$

où  $Tr(\cdot)$  est l'opérateur trace, car les couples  $(\tau, \mathbf{x})$  et  $(a\tau, \mathbf{x}/a)$  conduisent au même SIRV pour tout  $a \neq 0$ . La densité de probabilité du fouillis  $\mathbf{c}$  s'écrit alors sous forme intégrale, conditionnellement à  $\tau$

$$p_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\pi\tau)^Q |\mathbf{M}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}}{\tau}\right) p_\tau(\tau) d\tau. \quad (2.73)$$

Conditionnellement à  $\tau$ , le vecteur  $\mathbf{c}$  est supposé gaussien, la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  gérant son degré de corrélation et la texture  $\tau$  gérant son niveau de puissance. La texture  $\tau$  modélise le fait que la puissance du fouillis peut varier aléatoirement de case en case. Par exemple, pour une application aéroportée pointe-avant, la texture peut indiquer que la puissance du fouillis évolue en fonction de la distance d'observation, tandis que la matrice de covariance gère la corrélation du fouillis sur l'axe angulaire.

Lorsque la texture est considérée comme un paramètre déterministe inconnu à estimer pour chaque case, par exemple par la méthode du maximum de vraisemblance, on parle alors de modèle de fouillis localement gaussien.

### 2.2.5 Détection dans un fouillis non-gaussien

Pour construire le détecteur adapté à la modélisation SIRV, on doit calculer le rapport de vraisemblance généralisé à partir des vraisemblances des données sous  $H_0$  et sous  $H_1$  grâce à la densité de probabilité du SIRV

$$\Lambda(\mathbf{y}) = \frac{\int_0^{+\infty} \tau^{-Q} \exp\left(-\frac{1}{\tau} [\mathbf{y} - \mathbf{a}_c A_c]^H \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{a}_c A_c)\right) p_\tau(\tau) d\tau}{\int_0^{+\infty} \tau^{-Q} \exp\left[-\frac{1}{\tau} \mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}\right] p_\tau(\tau) d\tau} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \quad (2.74)$$

mais la densité de la texture  $p_\tau$ , inconnue, constitue un frein au calcul du rapport de vraisemblance.

**Détection non-adaptative** On peut établir le détecteur optimal adapté à chaque loi particulière de SIRV (Weibull, loi  $K$ , etc...). Les détecteurs associés à chacune de ces lois sont disponibles dans [40], chapitre 2, mais ils ne sont adaptés qu'à la loi pour laquelle ils ont été définis et présentent de mauvaises performances de détection dès lors qu'ils font face à une autre distribution de fouillis.

Pour calculer le rapport de vraisemblance quelque soit  $p_\tau$ , Jay [40] propose d'estimer la densité de la texture  $p_\tau$  par une estimation bayésienne à partir des  $K$  données secondaires  $\mathbf{c}_k$

$$\hat{p}(\tau) = \frac{\tau^{-Q-1}}{2^Q \Gamma(Q) K} \sum_{k=1}^K (\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k)^Q \exp \left[ -\frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k}{\tau} \right] \quad (2.75)$$

et d'insérer la densité estimée dans le rapport de vraisemblance pour former le Bayesian Optimum Radar Detector (BORD). N'étant pas très maniable en pratique, Jay en propose une version asymptotique aBORD en faisant tendre le nombre de données secondaires  $K$  vers l'infini

$$\Lambda_{\text{aBORD}}(\mathbf{y}) = \frac{|\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y}|^2}{(\mathbf{a}_c^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_c) (\mathbf{y}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{y})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_{\text{aBORD}}. \quad (2.76)$$

On reconnaît alors la forme du détecteur NMF (2.50) déjà rencontré dans le cas d'un fouillis gaussien. Cette forme de détecteur a également été obtenue par Conte *et al* [18] comme approximation asymptotique du détecteur optimal dans un fouillis  $K$ -distribué, ou par Sangston *et al* [82] en considérant la texture comme un paramètre déterministe et en la remplaçant par son estimé au sens du maximum de vraisemblance sous les deux hypothèses dans le rapport de vraisemblance.

Ce détecteur est invariant à tout effet d'échelle sur les paramètres  $\mathbf{a}_c$ ,  $\tau$  et  $\mathbf{M}$ . Comme nous l'avons vu, il est TFAC par rapport à la texture inconnue  $\tau$  et également par rapport à la matrice de covariance  $\mathbf{M}$ . Ce détecteur est dit SIRV-TFAC, propriété très importante en environnement hétérogène. En particulier, ce détecteur s'affranchit de tout effet de variation de puissance et est donc particulièrement adapté aux zones de transitions de fouillis.

**Détection adaptative** Dans le cadre de la détection adaptative, la matrice de covariance  $\mathbf{M}$  doit être estimée à partir de données secondaires. Comme nous l'avons vu dans le cas gaussien, la version adaptative du NMF est l'ANMF pour lequel on remplace la matrice de covariance inconnue  $\mathbf{M}$  par son estimateur empirique  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}$

$$\hat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H.$$

L'estimateur SCM est l'estimateur du Maximum de Vraisemblance de  $\mathbf{M}$  dans le cas gaussien, mais n'est pas adapté à la modélisation SIRV. En effet, lorsque l'on remplace les  $\mathbf{c}_k$  par leur forme SIRV, on obtient

$$\hat{\mathbf{M}}_{SCM} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tau_k \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H \quad (2.77)$$

dont la distribution dépend des textures  $\tau_k$ . L'ANMF construit à partir de la matrice  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}$  n'est plus TFAC par rapport à la texture et est donc sensible aux variations de puissance du fouillis. Conte et Gini ont alors proposé un nouvel estimateur de la matrice de covariance pour

rendre insensible le détecteur à la texture. Ce nouvel estimateur appelé NSCM pour Normalized Sampled Covariance Matrix, est construit en normalisant les données secondaires par leurs puissances  $\mathbf{c}_k^H \mathbf{c}_k$

$$\hat{\mathbf{M}}_{NSCM} = \frac{Q}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H \mathbf{c}_k} = \frac{Q}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H}{\mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k} \quad (2.78)$$

et ne fait finalement intervenir que le speckle  $\mathbf{x}_k$ . Le détecteur adaptatif ANMF<sub>NSCM</sub> dans lequel on insère l'estimateur NSCM à la place de la SCM est alors rendu TFAC par rapport à la texture. Malheureusement, l'estimateur NSCM est biaisé et non-consistant [70], et fait perdre au détecteur ANMF sa propriété TFAC par rapport à la matrice de covariance.

**L'estimateur du Point Fixe** Aucun des deux estimateurs SCM et NSCM de la matrice de covariance ne permet de conserver la propriété TFAC à la fois par rapport à la texture et à la matrice de covariance. Cependant, il existe un estimateur qui permet au détecteur ANMF de conserver la propriété SIRV-TFAC du détecteur NMF. Cet estimateur de la matrice de covariance normalisée est l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance calculé sur les données secondaires [20]. Pour déterminer cet estimateur, on choisit un modèle de fouillis localement gaussien, c'est-à-dire que les textures  $\tau_k$  des données secondaires sont des paramètres inconnus et déterministes. Dans ce cas, la fonction de vraisemblance des données secondaires s'écrit

$$p_{\mathbf{c}_k}(\mathbf{M}, \tau_k, \mathbf{c}_k) = \prod_{k=1}^K \frac{1}{\pi^Q \tau_k^Q |\mathbf{M}|} \exp \left[ -\frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k}{\tau_k} \right]. \quad (2.79)$$

La log-vraisemblance est alors donnée par

$$L(\mathbf{M}, \tau_k, \mathbf{c}_k) = -QK \ln |\mathbf{M}| - Q \sum_{k=1}^K \ln(\tau_k) - \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k}{\tau_k}. \quad (2.80)$$

On dérive la log-vraisemblance par rapport à chaque  $\tau_k$

$$\frac{\partial L}{\partial \tau_k} = -\frac{Q}{\tau_k} + \frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k}{\tau_k^2} \quad (2.81)$$

et on annule cette dérivée pour obtenir l'estimateur du maximum de vraisemblance des  $\tau_k$  en fonction de la matrice  $\mathbf{M}$  supposée connue pour le moment

$$\hat{\tau}_k = \frac{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k}{Q}. \quad (2.82)$$

De la même façon, la dérivée de la log-vraisemblance par rapport à  $\mathbf{M}$  est

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{M}} = -K \mathbf{M}^{-1} + \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H \mathbf{M}^{-1}}{\tau_k} \quad (2.83)$$

qui s'annule pour

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\tau_k}. \quad (2.84)$$

En insérant (2.82) dans (2.84), on déduit l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance normalisée  $\mathbf{M}$ , défini par l'équation

$$\hat{\mathbf{M}} = \frac{Q}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H \hat{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{c}_k}. \quad (2.85)$$

Cet estimateur est donc un point fixe de la fonction  $h$  définie par

$$h(M) = \frac{Q}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H M^{-1} \mathbf{c}_k}. \quad (2.86)$$

Pour cette raison, cet estimateur est appelé estimateur du point fixe et sera noté  $\hat{\mathbf{M}}_{PF}$ . Pascal *et al* [70] ont montré l'existence, l'unicité et la consistance de cet estimateur lorsque  $K > Q$ . Ils ont aussi montré que la matrice du point fixe peut être déterminée par un algorithme récursif du type

$$\mathbf{M}_{n+1} = \frac{Q}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^H}{\mathbf{c}_k^H \mathbf{M}_n^{-1} \mathbf{c}_k} \quad (2.87)$$

qui converge rapidement en moins de dix itérations, et ce quelque soit la matrice de départ choisie. Remarquons que le choix particulier  $\mathbf{M}_0 = I$  nous donne pour première itération la matrice NSCM, soit  $\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_{NSCM}$ . La matrice du point fixe est ainsi définie comme la limite de la suite (2.87).

Le détecteur ANMF dans lequel on insère l'estimateur du point fixe est défini par

$$\Lambda_{PF} = \frac{|\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{M}}_{PF}^{-1} \mathbf{y}|^2}{\left(\mathbf{a}_c^H \hat{\mathbf{M}}_{PF}^{-1} \mathbf{a}_c\right) \left(\mathbf{y}^H \hat{\mathbf{M}}_{PF}^{-1} \mathbf{y}\right)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta_{PF} \quad (2.88)$$

et sera appelé ANMF-PF. La distribution de ce test a été établie dans [70], et la relation ( $P_{fa}$ -seuil) est définie par

$$P_{fa} = (1 - \eta_{PF})^{a-1} {}_2F_1(a, a, b - 1, \eta_{PF}) \quad (2.89)$$

avec

$$a = \frac{Q}{Q+1} K - Q + 2 \quad \text{et} \quad b = \frac{Q}{Q+1} K + 2.$$

Le détecteur ANMF-PF est donc à la fois TFAC par rapport à la texture et par rapport à la matrice de covariance normalisée, ce qui fait de lui le détecteur idéal pour un fouillis non-gaussien ou dans les transitions de fouillis.

**Contamination des données secondaires** Mahot *et al* [58] ont également montré l'intérêt d'utiliser la matrice du point fixe pour combattre la contamination des données secondaires par des perturbations déterministes, par exemple, lorsqu'une cible de même vecteur directionnel que celle recherchée dans la case sous test est présente dans les données secondaires. Le biais de la contamination  $\Delta_{SCM}$ , défini par la différence entre l'espérance de la SCM contaminée et l'espérance de la SCM non-contaminée, s'écrit

$$\Delta_{SCM} = \frac{Q}{N} \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H - \frac{K}{N} \mathbf{M} \quad (2.90)$$



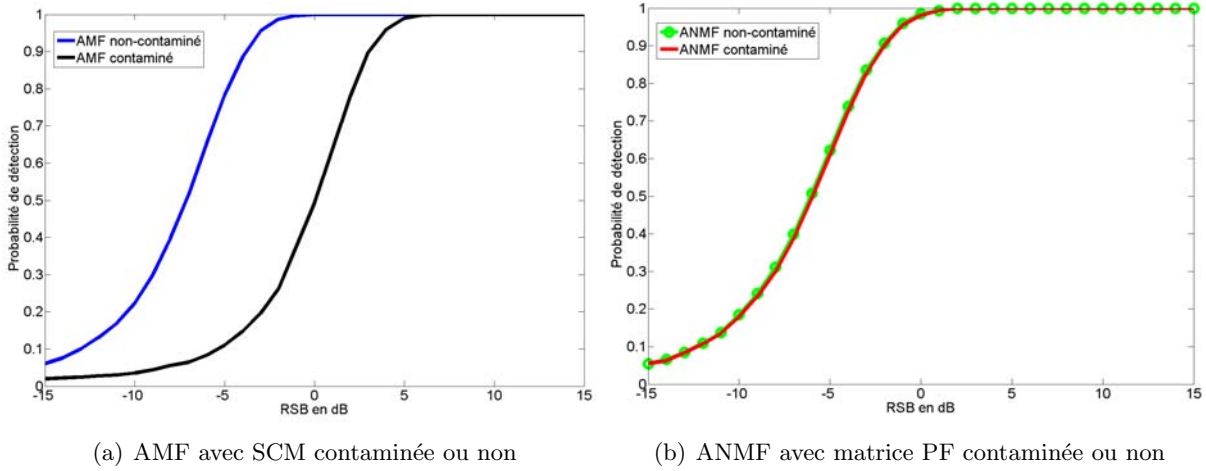


FIGURE 2.16 – Courbes ( $P_d$ –RSB) des détecteurs AMF et ANMF avec une donnée secondaire contaminée,  $P_{fa} = 10^{-2}$ ,  $Q = 8$ ,  $K = 3Q$

où  $N$  est le nombre de données secondaires observées, et  $K$  est le nombre de données secondaires contaminées par les perturbations déterministes  $\mathbf{a}_k$ . Plus les normes des perturbations  $\|\mathbf{a}_k\|$  sont fortes, plus le biais d'estimation est important. De ce fait, l'équation (2.90) montre que la matrice estimée  $\hat{\mathbf{M}}_{SCM}$  n'est pas robuste face aux contaminations des données secondaires.

Il en est tout autrement pour la matrice du point fixe. En effet, l'analyse du biais de la matrice du point fixe contaminée montre que

$$\Delta_{PF} = \frac{Q+1}{N} \left( \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H}{\mathbf{a}_k^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{a}_k} - \frac{K}{N} \mathbf{M} \right). \quad (2.91)$$

Le biais sur la matrice du point fixe est indépendant de tout facteur d'échelle sur la puissance des perturbations  $\|\mathbf{a}_k\|$ . La matrice du point fixe est de ce fait robuste à la présence de contaminations déterministes sur les données secondaires.

En d'autres termes, en présence de cibles dans les données secondaires, l'opération de blanchiment des données par la SCM tend à éliminer la cible recherchée dans la case sous test et ce proportionnellement à la puissance des cibles contaminantes. Cet effet néfaste est fortement atténué lorsque l'on utilise la matrice du point fixe, d'où la robustesse du détecteur ANMF associé face aux données contaminées. C'est ce que suggère la figure 2.16. Les performances de détection de l'AMF sont fortement dégradées par une cible dépassant le fouillis de 10dB et contaminant une donnée secondaire. Au contraire, les performances de l'ANMF avec la matrice du point fixe avec 5 itérations sont très peu impactées par la donnée contaminée.

**Comparaison entre l'AMF et l'ANMF-PF** Nous souhaitons comparer les performances de détection de l'AMF et l'ANMF-PF sans contamination. Rappelons que l'AMF est le détecteur dual de la méthode de traitement d'antennes proposée dans la section 2.1. Dans un premier temps, nous nous plaçons dans les conditions pour lesquelles l'AMF a été défini, c'est-à-dire pour un fouillis gaussien et des données secondaires iid. L'ANMF est testée avec la matrice de covariance empirique SCM et la matrice du point fixe pour un nombre d'itérations  $N_{it} = 10$  de l'algorithme récursif (2.87). La figure 2.17 (a) montre que les performances de l'AMF sont

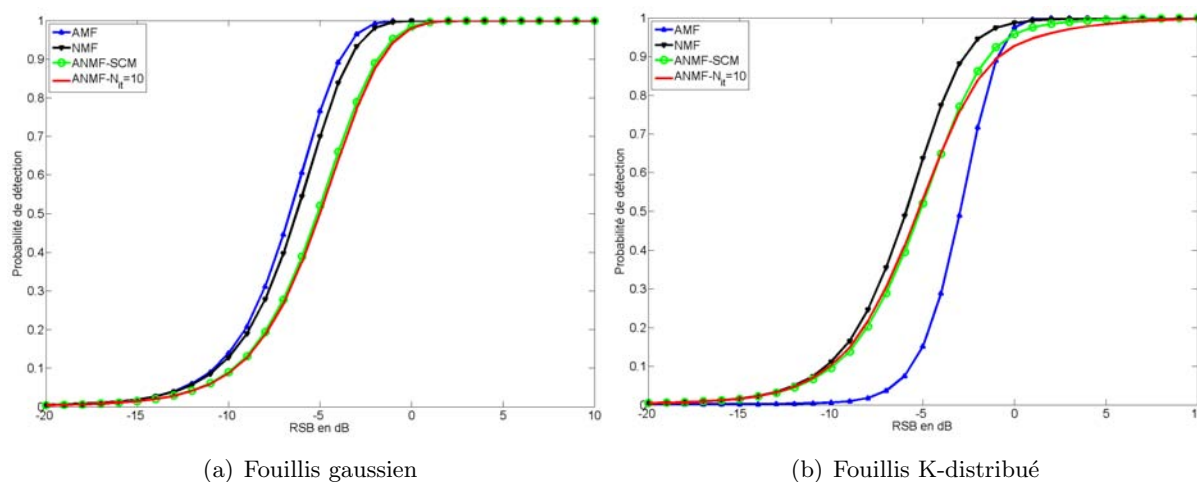


FIGURE 2.17 – Courbes ( $P_d$ –RSB) des détecteurs AMF et ANMF,  $P_{fa} = 10^{-3}$ ,  $Q = 8$ ,  $K = 4Q$

meilleures que celles de l’ANMF pour les 2 configurations. Dans un second temps, nous nous plaçons dans le cas d’un fouillis  $K$ -composé et impulsif, de facteur de forme  $\nu = 0.1$ . Les performances de l’ANMF sont à peu près identiques que dans le cas gaussien, mais on note une forte dégradation du détecteur AMF. Cette observation montre une nouvelle fois que les performances de l’ANMF, moins performant en contexte gaussien que l’AMF, se révèle donc plus robuste en fouillis impulsif pour lequel il a été développé.

## 2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de détection de cibles fixes situées au dessus du sol. Dans un premier temps, l’approche intuitive qui consiste à effectuer une formation de faisceaux adaptative avec un réseau vertical pour séparer en élévation la cible du fouillis de sol a été développée. Malheureusement, le traitement d’antennes proposé fait l’hypothèse d’un fouillis gaussien identiquement distribué et sans contamination sur les données secondaires. Cette hypothèse peut être mise à défaut dans l’application concernée de détection de câbles (fouillis de pointe-avant, incidence rasante, un câble est entouré de pylônes...) pouvant entraîner de fortes baisses de performances.

Nous avons alors abordé le problème du point de vue de la détection adaptative. Le détecteur AMF, qui repose sur l’estimation empirique de la matrice de covariance des perturbations, est le détecteur dual au traitement d’antennes proposé. Nous avons ensuite considéré un modèle de fouillis non-gaussien, communément appelé SIRV ou gaussien composé. Dans ce modèle, le fouillis est le produit de deux composantes, une texture aléatoire représentant la puissance du fouillis et un vecteur gaussien appelé speckle qui admet une matrice de covariance normalisée. Le détecteur adapté au modèle SIRV est le détecteur ANMF, et trois estimées de la matrice de covariance ont été proposées pour le rendre adaptatif. La SCM et la NSCM ne permettent pas de conserver les bonnes propriétés du détecteur et sont rejetées.

Le troisième estimateur, appelé l’estimateur du point fixe, peut être combiné au détecteur ANMF. On obtient alors un détecteur robuste face à un fouillis non-gaussien, à des zones de transition de fouillis, ou lorsque des cibles contaminent les données secondaires. Il représente

ainsi un candidat de choix pour remplacer le détecteur AMF dans le problème de détection de cibles fixes au-dessus du sol.

## Chapitre 3

# Reconnaissance de cibles de collision par traitement Doppler à l'ordre 2

Dans ce chapitre, nous souhaitons élargir le problème de détection aux cibles présentant une trajectoire de collision avec le porteur. Sous hypothèse de trajectoire rectiligne uniforme, une cible de collision est vue par le radar sous le même angle au cours du temps. En bande X, un câble se comporte comme une cible de collision : son point le plus réfléchissant étant le point le plus proche du porteur, le câble est vu sous le même angle au cours du temps par le porteur. Au contraire, un pylône qui ne présente pas de risque change d'angle de vue, ce qui se traduit par un changement de fréquence Doppler au cours du temps sur le signal du pylône.

Le but de ce chapitre est d'inclure cette information de variation de fréquence Doppler pour reconnaître les cibles de collision, et différencier un pylône d'un câble. Le signal temporel d'une case distance d'une cible quelconque est un signal à phase polynomiale d'ordre deux, i.e. une exponentielle dont la fréquence Doppler varie linéairement au cours du temps, tandis que le signal d'une cible de collision est une exponentielle de fréquence Doppler constante. Une étude bibliographique montre que l'on peut estimer les paramètres Doppler d'une cible lorsque le temps d'intégration est suffisamment long, mais le problème d'estimation s'avère plus délicat en contexte multi-cibles. En particulier, les méthodes d'estimation proposées échouent en présence de fouillis de sol. Dans le cadre de la détection d'obstacles, ce problème se résout en utilisant la formation de faisceaux présentée dans le chapitre 2 pour filtrer le fouillis et se ramener à un signal avec un nombre limité de composantes. L'estimation des paramètres Doppler sur le signal filtré conduit alors à la méthode de reconnaissance d'obstacles, câble ou pylône, recherchée.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Caractérisation des cibles par un terme d'accélération . . . . .</b>	<b>68</b>
3.1.1	Une différence de trajectoire . . . . .	68
3.1.2	Modèle de signal d'une cible avec accélération . . . . .	70
<b>3.2</b>	<b>Estimation des paramètres de signaux à phase polynomiale . . . . .</b>	<b>76</b>
3.2.1	Traitements pour le cas monocomposante . . . . .	76
3.2.2	Le cas multicomposantes . . . . .	81
<b>3.3</b>	<b>Application à la caractérisation de cibles . . . . .</b>	<b>84</b>
3.3.1	Choix du temps d'intégration . . . . .	84
3.3.2	Cas d'une cible mobile . . . . .	86
3.3.3	Reconnaissance de câbles et de pylônes . . . . .	87
<b>3.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>90</b>

---

### 3.1 Caractérisation des cibles par un terme d'accélération

Dans ce chapitre, nous cherchons à améliorer les capacités de détection d'un radar aéroporté sur les cibles présentant un risque de collision avec le porteur. En particulier, nous cherchons à définir une propriété particulière des cibles dites de collision qui puisse les différencier des cibles ne présentant pas de danger direct avec le porteur. Pour cela, nous nous intéressons à la différence de trajectoire qui existe entre une cible de collision et une cible quelconque. Sous hypothèse de trajectoire rectiligne uniforme du porteur, une cible de collision est vue par le radar sous le même angle au cours du temps, tandis qu'une cible quelconque change d'angle de vue. L'objet de cette partie est d'étudier comment se traduit ou comment faire apparaître cette propriété dans le signal radar.

#### 3.1.1 Une différence de trajectoire

Plaçons-nous dans le cas où le porteur et une cible mobile se déplacent dans le même plan horizontal et à vitesses constantes. Nous nous plaçons dans le repère du porteur. Notons  $\vec{v}_a$  et  $\vec{v}_c$  les vitesses du porteur et de la cible.

**Cas général** La vitesse relative de la cible par rapport au porteur

$$\vec{v}_r = \vec{v}_c - \vec{v}_a$$

se décompose en une vitesse radiale et en une vitesse complémentaire appelée vitesse orthoradiale telles que

$$v_{\text{rad}} = -v_r \cos \gamma \quad \text{et} \quad v_{\text{orth}} = v_r \sin \gamma \quad (3.1)$$

où  $\gamma$  est l'angle entre le vecteur  $\vec{v}_r$  et la direction porteur-cible, définis sur la figure 3.1 (a). Sur cette figure,  $\alpha_L$  désigne l'angle de lacet du porteur et  $\alpha$  l'angle de vue de la cible. Dans le cas général, l'angle  $\gamma$  varie au cours du temps, l'équation (3.1) est vraie à tout instant, et donc le porteur et la cible vont se croiser sans se toucher. Lorsque  $R_0$  est suffisamment grand, le théorème d'Al-Kashi rappelé sur la figure 3.1 (c) assure que

$$R(t) = R_0 \sqrt{1 + \left(\frac{v_r t}{R_0}\right)^2} - \frac{2v_r \cos \gamma}{R_0} t \approx R_0 - v_r \cos \gamma t + \frac{v_r^2 \sin^2 \gamma}{2R_0} t^2. \quad (3.2)$$

Le terme en  $t^2$  est un terme d'accélération dépendant de la vitesse orthoradiale et de la distance  $R_0$ . On peut alors effectuer une approximation linéaire

$$v_{\text{rad}}(t + \Delta t) = -v_r \cos(\gamma + \Delta \gamma) = -v_r \cos \gamma + \frac{v_r^2 \sin^2 \gamma}{R_0} \Delta t \quad (3.3)$$

qui permet de relier la vitesse orthoradiale au taux de variation angulaire  $\dot{\gamma}$

$$\dot{\gamma} = \frac{\Delta \gamma}{\Delta t} = \frac{v_r \sin \gamma}{R_0} \Rightarrow \dot{\gamma} R_0 = v_r \sin \gamma = v_{\text{orth}}. \quad (3.4)$$

La vitesse orthoradiale est donc liée à un changement d'angle d'approche de la cible. Ce résultat est en fait très connu dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme pour lequel la vitesse radiale est nulle et le terme  $v_r^2 \sin^2 \gamma / R_0$  représente l'accélération centripète du mobile par rapport au centre de rotation.

Notons également que la vitesse relative des cibles fixes (par exemple des pylônes) est égale à l'opposé de la vitesse du porteur radar. Dans ce cas particulier, l'angle  $\gamma$  est égal à la différence entre l'angle de vue  $\alpha$  et l'angle de lacet  $\alpha_L$ .

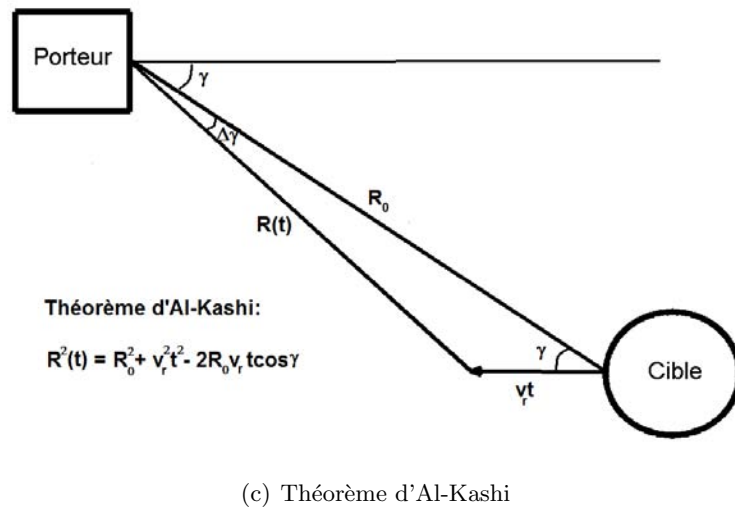
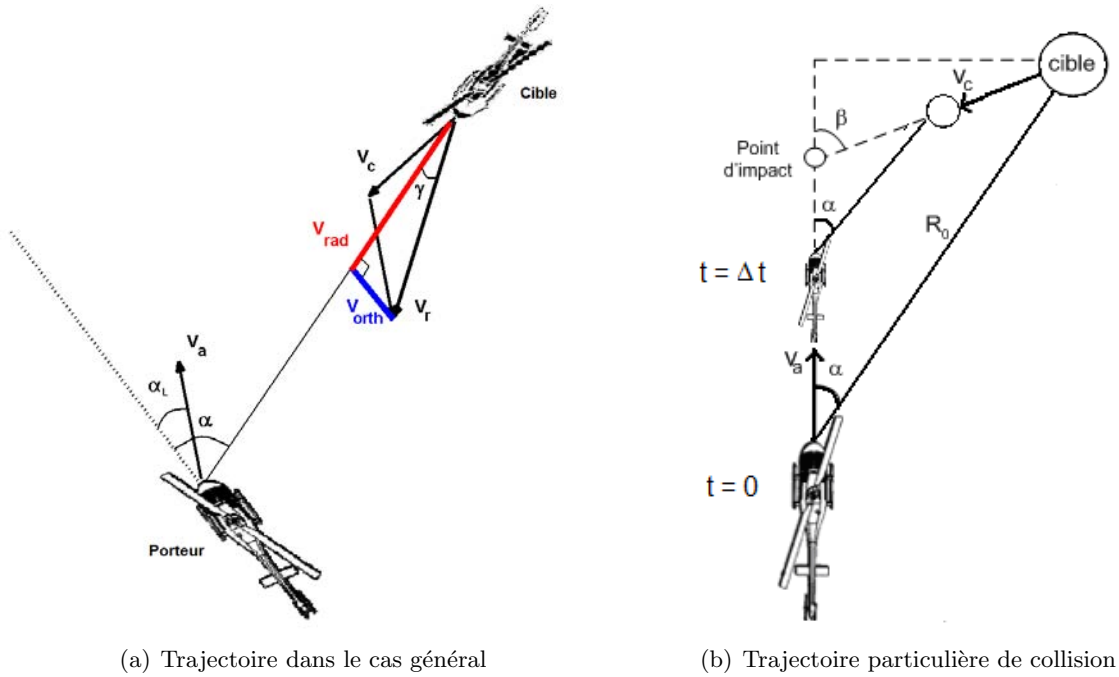


FIGURE 3.1 – Trajectoires d'une cible mobile par rapport au porteur

**Cas de collision** La figure 3.1 (b) illustre le cas particulier de collision pour un angle de lacet nul. La cible se situe à une distance  $R_0$  à  $t = 0$ . Le temps  $T_{\text{imp}}$  est le temps avant impact du porteur et de la cible. Le porteur parcourt une distance égale à  $v_a T_{\text{imp}}$  jusqu'à l'impact, et la cible  $v_c T_{\text{imp}}$ . Dans le cas particulier de collision, quelques calculs trigonométriques permettent de montrer que

$$\begin{aligned} v_{\text{rad}} &= v_a \cos \alpha + v_c \cos (\beta - \alpha) = \frac{R_0}{T_{\text{imp}}} \\ v_{\text{orth}} &= v_a \sin \alpha - v_c \sin (\beta - \alpha) = 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

La vitesse radiale de la cible de collision est constante au cours du temps, sa vitesse orthoradiale est nulle, et l'angle d'observation  $\alpha$  reste constant au cours du temps. Ce constat, valable pour un angle de lacet quelconque, est bien connu dans le monde de la navigation maritime : si un obstacle ou un autre bateau se rapproche sans changer d'angle de vue, il faut rapidement changer de cap car il y a risque de collision. En fait, ceci correspond au cas où la vitesse relative de la cible reste colinéaire avec la direction porteur-cible, c'est-à-dire lorsque l'angle  $\gamma$  est nul. Notons que l'on retrouve cette condition de manière équivalente dans [45] généralisant le problème plan en 3 dimensions. De ce fait, une cible de collision n'admet ni de changement d'angle de vue ni de terme d'accélération due à la vitesse orthoradiale.

**Cas particulier des câbles vu par un radar en bande X** Nous avons évoqué dans le chapitre 1 une propriété particulière des câbles en bande X : seul le point du câble le plus proche du radar rétrodiffuse l'onde électromagnétique vers le radar. Du point de vue du radar, c'est comme si ce point de réflexion glissait virtuellement le long du câble à mesure que le porteur avance, comme l'illustre la figure 3.3(a). D'un point de vue pratique, tout se passe comme si le câble était vu par le radar comme une cible ponctuelle mobile se déplaçant à la vitesse  $v_a \sin \alpha$  le long du câble.

En outre, lorsque la trajectoire du porteur croise celle d'un câble, tel que présenté sur la figure 3.3(a), le point du câble suit exactement une trajectoire de collision telle que définie plus haut : son angle de vue est constant au cours du temps et sa vitesse relative par rapport au porteur est portée à tout instant par l'axe perpendiculaire au câble. Cette propriété particulière permet donc théoriquement de distinguer le câble des deux pylônes qui le portent, car eux changeront d'angle de vue. En outre, nous excluons désormais le cas particulier des câbles lorsque nous parlerons de cible fixe.

**Différencier un câble d'un pylône** Dans le cadre de la détection d'obstacles, on peut montrer qu'un câble et un pylône ne présentent pas le même degré de danger pour le porteur radar. En configuration de visée pointe-avant, nous pouvons définir un cône de sécurité de demi-angle au sommet  $\alpha_s$  comme illustré sur la figure 3.2. Un pylône ou un câble rentrant dans cette zone sont tous les deux considérés comme dangereux pour le porteur radar, car chacun représente un risque potentiel pour le porteur. Il apparaît donc difficile de pouvoir les distinguer dans cette configuration.

La figure 3.3 représente une cible située à une distance  $R_0$  et vue avec un angle de vue  $\alpha > \alpha_s$ , dans le cas d'un câble (a) et le cas d'un pylône (b). A la différence du pylône, le câble présente un réel risque de collision car la trajectoire du porteur croise le câble. Pourtant, le câble et le pylône seraient détectés sur la même case distance-vitesse et au même angle d'observation par le radar. Il est donc intéressant voire critique pour l'application de détection d'obstacles d'évaluer le risque de collision d'un obstacle avec le porteur. En dehors de la zone de sécurité, ceci revient à distinguer si un obstacle fixe détecté est un câble ou un pylône.

### 3.1.2 Modèle de signal d'une cible avec accélération

La propriété caractéristique d'une cible de collision réside dans le fait qu'elle ne possède pas d'accélération due à sa vitesse orthoradiale. Pour pouvoir tirer parti de cette information, il nous faut donc étendre le modèle de signal d'une cible de l'équation (1.27) en prenant en compte les termes d'accélération.

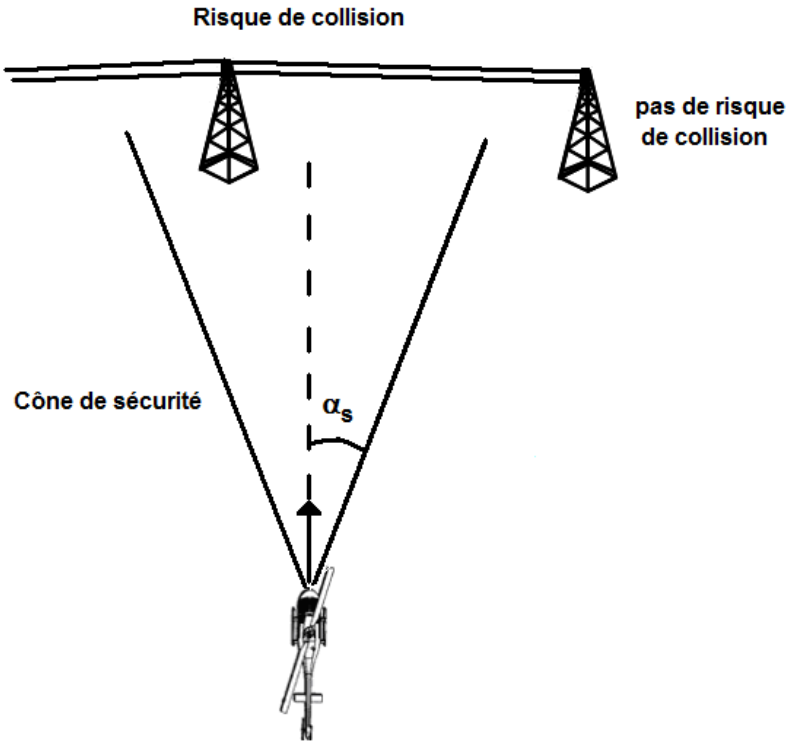
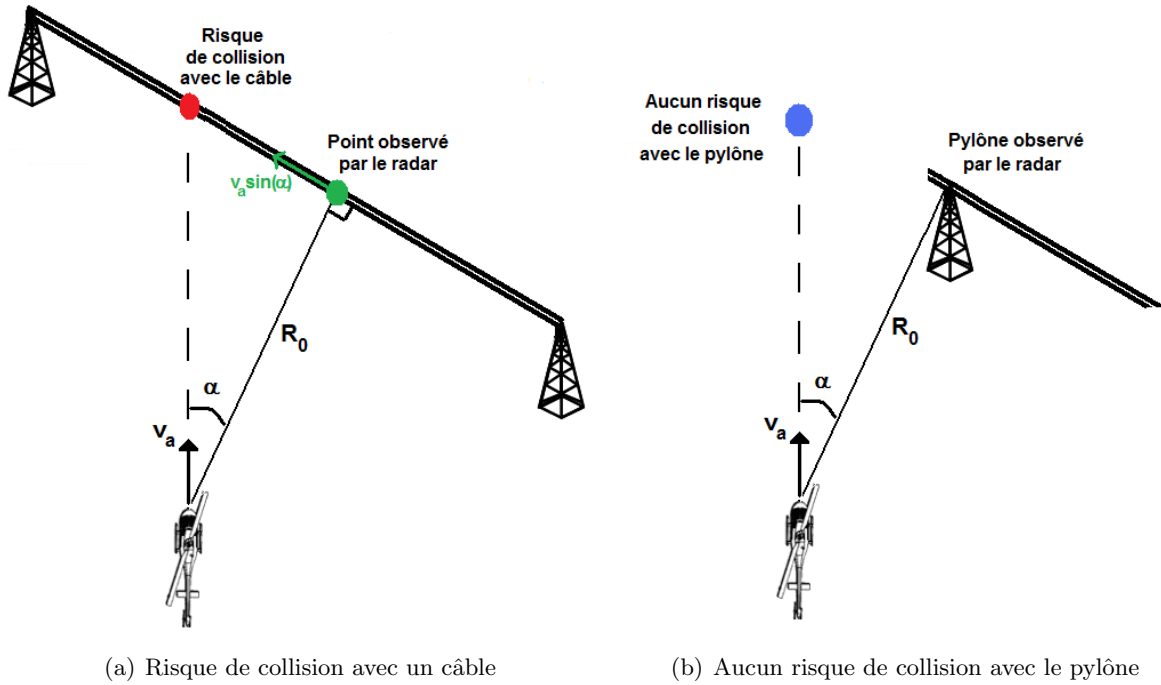


FIGURE 3.2 – Visée pointe-avant et zone de sécurité



(a) Risque de collision avec un câble

(b) Aucun risque de collision avec le pylône

FIGURE 3.3 – Observation d'un câble ou d'un pylône au même angle et à la même distance



**Signal de battement** Nous reprenons les étapes et les notations de 1.2.4 en utilisant maintenant un développement de Taylor à l'ordre deux pour décrire l'évolution de la distance d'une cible par rapport au porteur [50]

$$R(t) = R_0 + \dot{R}t + \frac{1}{2}\ddot{R}t^2$$

qui se réécrit à partir des rappels de cinématique donnés en annexe A comme

$$R(t) = R_0 + v_{\text{rad}}t + \frac{1}{2} \left( a_{\text{rad}} + \frac{\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2}{R_0} \right) t^2 \quad (3.6)$$

où  $R_0$  est la distance de la cible au temps initial,  $v_{\text{rad}}$  est sa vitesse radiale,  $a_{\text{rad}}$  son accélération radiale, et  $\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2$  est la norme au carré de sa vitesse orthoradiale, complémentaire de la vitesse radiale par rapport à la vitesse relative de la cible par rapport au porteur. Cette équation généralise ainsi (3.2) en prenant en compte le terme d'accélération radiale. Le retard de la cible s'écrit ainsi au cours du temps

$$\tau(t) = \frac{2R(t)}{c} = \frac{2R_0}{c} + \frac{2v_{\text{rad}}}{c}t + \frac{1}{c} \left( a_{\text{rad}} + \frac{\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2}{R_0} \right) t^2. \quad (3.7)$$

En omettant son amplitude, le signal de battement sur le temps court et le temps long s'écrit toujours suivant l'équation (1.13) que l'on rappelle

$$s_b(t_c, m) = e^{j2\pi(f_0\tau - \frac{B}{2T}\tau^2 + \frac{B}{T}\tau t_c)}.$$

Comme précédemment, nous négligeons les termes en  $t_c^2$  et d'ordre supérieur (Residual Video Phase) dans la phase du signal de battement. Le signal de battement peut donc se réécrire sous la forme

$$s_b(t_c, m) = e^{j\phi_0} e^{j2\pi f_b(m)t_c} e^{j2\pi(f_D(0)mT + \frac{1}{2}\dot{f}_D m^2 T^2)} \quad (3.8)$$

où  $f_b(m)$  est la fréquence de battement au chirp numéro  $m$ ,  $f_D(0)$  est la fréquence Doppler de la cible au temps initial et  $\dot{f}_D$  est le taux de variation de la fréquence Doppler de la cible. La fréquence de battement de la cible varie maintenant au cours du temps long  $mT$

$$f_b(m) = \frac{2BR_0}{cT} + \frac{2mBv_{\text{rad}}}{c} + \left( a_{\text{rad}} + \frac{\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2}{R_0} \right) \left( \frac{2}{\lambda} + \frac{2B}{c}m \right) mT \quad (3.9)$$

où les deux derniers termes sont des termes de migrations linéaire et quadratique de la cible. De plus, la fréquence Doppler de la cible n'est plus constante et évolue désormais linéairement au cours du temps long

$$f_D(m) = f_D(0) + \dot{f}_D mT = \frac{2v_{\text{rad}}}{\lambda} + \frac{2}{\lambda} \left( a_{\text{rad}} + \frac{\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2}{R_0} \right) mT. \quad (3.10)$$

La prise en compte de l'accélération dans le signal de battement se résume donc à l'ajout d'un terme quadratique de migration distance et d'une variation linéaire de la fréquence Doppler de la cible. Notre objectif est maintenant de caractériser et d'exploiter l'information supplémentaire apportée par l'accélération et la variation linéaire de fréquence Doppler des cibles.

**Hypothèses sur le modèle de signal** Le modèle de signal de battement avec accélération (3.8) se substitue au modèle (1.13) lorsque la distance de la cible n'évolue plus linéairement au cours du temps mais de manière quadratique. Pour cela, il est nécessaire de considérer un temps d'observation du signal plus long. Nous verrons dans la suite comment quantifier le temps d'observation pour que l'évolution quadratique de la distance de la cible soit significative sur le signal.

Dans la suite, nous nous plaçons en sortie de traitement distance et nous étudions le signal d'une case distance au cours du temps long. Pour cela, nous supposons parfaitement compensée la migration distance de toutes les cibles présentes dans la case distance considérée.

De plus, nous supposons que le porteur est en vol parfaitement stabilisé, c'est-à-dire que son vecteur vitesse est constant en direction et en norme au cours du temps. Du moins, on suppose que l'on peut compenser ou négliger les effets d'accélération radiale du porteur. Nous faisons la même hypothèse sur la cible lorsque celle-ci est mobile. Dans ces conditions, les cibles fixes ou la cible mobile n'admettent pas d'accélération radiale et seul le terme lié à leur vitesse orthoradiale décrit leur accélération.

**Modèle de signal d'une cible sur une case distance** Après traitement distance, et sous les hypothèses décrites ci-dessus, le signal d'une cible sur une case distance au cours du temps long s'écrit sous la forme

$$A \exp \left[ j2\pi \left( f_D(0)mT + \frac{1}{2} \dot{f}_D m^2 T^2 \right) \right] \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M-1 \quad (3.11)$$

où  $A$  représente l'amplitude complexe de la cible, supposée constante au cours du temps d'observation. On reconnaît alors un signal à phase polynomiale (SPP) d'ordre 2 [71]. Ce signal est un chirp linéaire de fréquence de départ  $f_D(0)$  et de bande passante  $\dot{f}_D MT$ . Par abus et pour simplifier les notations, nous noterons désormais  $f_D$  la fréquence Doppler initiale  $f_D(0)$ .

Nous allons maintenant examiner les cas particuliers d'une cible de collision, d'une cible fixe, et du fouillis de sol.

**Caractérisation du signal d'une cible de collision** Sous les hypothèses de travail que l'on s'est fixées, une cible de collision est caractérisée par le fait que sa fréquence Doppler est constante au cours du temps, car son accélération est nulle par hypothèse de vitesses constantes, et sa vitesse orthoradiale est également nulle par définition d'une cible de collision. Le signal d'une cible de collision est donc, à l'amplitude près, une exponentielle de fréquence constante égale à la fréquence Doppler de la cible de collision

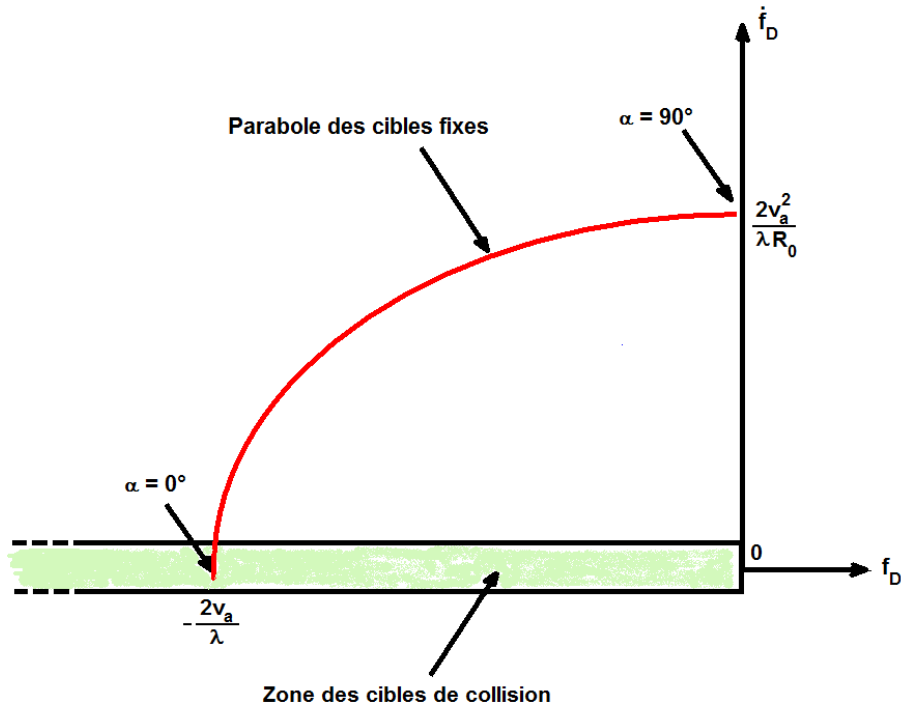
$$\exp [j2\pi f_D mT] \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M-1. \quad (3.12)$$

**Caractérisation du signal d'une cible fixe** Toujours sous les mêmes hypothèses, nous pouvons caractériser le signal d'une cible fixe en fonction de la vitesse du porteur  $v_a$  et de l'angle d'observation de la cible  $\alpha$  représentés sur la figure 3.3. La vitesse radiale et la vitesse orthoradiale d'une cible fixe s'écrivent

$$v_{\text{rad}} = -v_a \cos \alpha \quad \text{et} \quad v_{\text{orth}} = v_a \sin \alpha. \quad (3.13)$$

Sans perte de généralité, nous considérons un angle de lacet nul car dans le cas général il suffit de remplacer  $\alpha$  par  $\alpha - \alpha_L$ . La fréquence Doppler initiale d'une cible fixe s'écrit donc

$$f_D = \frac{2v_a \cos \alpha}{\lambda} \quad (3.14)$$


 FIGURE 3.4 – Parabole des cibles fixes et zone de cible de collision dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$ 

et son taux de variation de fréquence Doppler pour une distance  $R_0$  s'écrit

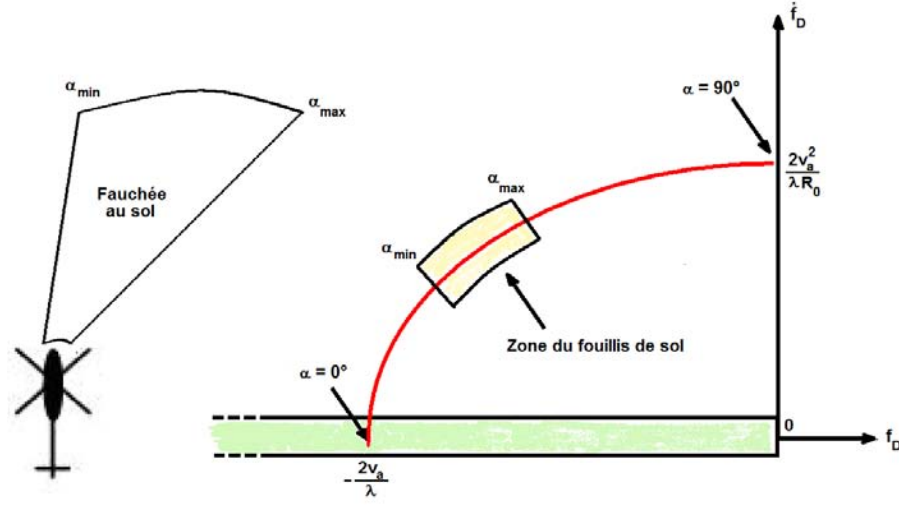
$$\dot{f}_D = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha}{\lambda R_0}. \quad (3.15)$$

La fréquence Doppler et le taux de variation d'une cible fixe sont reliées par une équation valable pour toutes les cibles fixes

$$\dot{f}_D = \frac{2v_a^2 (1 - \cos^2 \alpha)}{\lambda R_0} = \frac{2v_a^2}{\lambda R_0} - \frac{\lambda}{2R_0} f_D^2. \quad (3.16)$$

De ce fait, toutes les cibles fixes se retrouvent sur la même parabole dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$  paramétrée uniquement par la vitesse du porteur  $v_a$  et la distance  $R_0$ . La figure 3.4 représente dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$  les lieux où peuvent se situer une cible fixe et une cible de collision. Les cibles de fréquence Doppler positive s'éloignent du porteur et ne sont donc pas considérées comme dangereuses par définition, ce qui explique pourquoi on se limite aux fréquences Doppler négatives sur la figure.

**Le fouillis de sol** Conformément au modèle GCM de Ward [99] rappelé dans le chapitre 1, le fouillis de sol peut être modélisé par la somme des contributions de  $N_a$  réflecteurs élémentaires équi-répartis. Pour une case distance donnée, le nombre effectif de cibles équivalentes pour modéliser le fouillis est de l'ordre du nombre de cases vitesses occupées par le sol. Ce nombre augmente avec le temps d'intégration. Tous les réflecteurs modélisant le fouillis sont fixes par définition et sont situés sur une portion de la parabole dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$  illustrée sur la figure 3.5. La fauchée du diagramme d'antenne détermine la zone de fouillis couverte par le radar dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$  en fonction des angles  $\alpha_{\min}$  et  $\alpha_{\max}$  d'observation du sol.


 FIGURE 3.5 – Zone du fouillis de sol dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$ 

**Modèle général du signal d'une case distance** Le signal d'une cible sur sa case distance est un signal à phase polynomiale d'ordre deux donné par (3.11). Ce signal peut encore être mis sous la forme

$$A \exp [j (a_1 m + a_2 m^2)] \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M - 1 \quad (3.17)$$

où l'on fait la correspondance entre les paramètres Doppler  $(f_D, \dot{f}_D)$  et les paramètres de phase  $(a_1, a_2)$

$$a_1 = 2\pi f_D T \quad \text{et} \quad a_2 = \pi \dot{f}_D T^2.$$

Nous modélisons le signal temporel d'une case distance au cours du temps long comme la somme des contributions de  $P$  cibles situées sur la case distance étudiée

$$y_t(m) = \sum_{p=1}^P A_p \exp [j (a_{1,p} m + a_{2,p} m^2)] + w(m) \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M - 1 \quad (3.18)$$

où  $A_p$  est l'amplitude complexe de la  $p^{\text{ième}}$  cible,  $a_{1,p}$  et  $a_{2,p}$  ses paramètres de phase, et  $w(m)$  représente le bruit thermique. Le nombre de cibles n'est pas connu, et est difficile à estimer en pratique. Dans le cas général, aucune information n'est disponible sur les paramètres de phase des cibles.

Nous supposons donc que le signal est composé d'une cible de collision et de une ou plusieurs cibles fixes, tels que des pylônes ou des réflecteurs constituant le fouillis de sol. La séparation entre la cible de collision et les cibles fixes dans le plan  $(f_D, \dot{f}_D)$  ou  $(a_1, a_2)$  revient en fait à remplacer le traitement Doppler usuel par une méthode d'estimation des deux paramètres de phase de chacune des cibles. On remarque également que l'information de collision est portée uniquement par le paramètre d'ordre deux (à condition d'une fréquence Doppler négative). Seule cette information est nécessaire pour décider si une cible présente un risque de collision ou non. La section suivante présente donc un éventail de méthodes dont le but est d'estimer les paramètres de phase sur des signaux à phase polynomiale.

## 3.2 Estimation des paramètres de signaux à phase polynomiale

Le problème d'estimation des paramètres de signaux à phase polynomiale (SPP) d'ordre 2 ou d'ordre supérieur est un problème très connu dans le domaine du traitement du signal. Les signaux à phase polynomiale peuvent décrire et modéliser un très grand nombre de phénomènes physiques, souvent illustrés par l'exemple des échos radar [98][3]. Nous nous intéressons particulièrement au cas des SPP d'ordre 2 pour des amplitudes constantes et déterministes, communément appelés chirps.

### 3.2.1 Traitements pour le cas monocomposante

Le problème d'estimation des paramètres d'un chirp noyé dans un bruit blanc a été longuement étudié, donnant naissance à diverses méthodes de traitement. La DCFT (Discrete Chirp Fourier Transform) [30] est l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance du problème. Mann *et al* [60] ont proposé comme alternative la transformée en chirplets pour prendre en compte les effets de compression/dilatation sur le signal. On peut citer également la transformée de Wigner-Ville et ses dérivées qui transforment le signal dans un plan temps-fréquence [11]. Dans un tel plan, un chirp est un segment dont on peut estimer la longueur et la pente, toutes deux reliées aux paramètres du chirp. La transformée de Fourier fractionnaire peut également être utilisée dans ce contexte [1]. Les méthodes de transformées à phase polynomiale telle que la HAF (High-order Ambiguity Function) [3], aussi connue sous le nom de transformée à phase polynomiale [72], ou encore la CPF (Cubic Phase Function) [65], proposent quant à elles de transformer le signal par autocorrélation. Elles estiment dans un premier temps le paramètre de plus haut degré, puis démodulent le signal pour estimer successivement les paramètres de degré inférieur. Nous nous intéressons plus particulièrement dans cette partie à la transformée en chirplets ou DCFT du signal, puis à sa transformée HAF.

**Borne de Cramer-Rao** La borne de Cramer-Rao joue un rôle important dans l'évaluation des performances d'un estimateur. Elle constitue une borne inférieure sur la variance des estimateurs des paramètres à estimer. Dans le cas des signaux à phase polynomiale, la borne de Cramer-Rao est reliée au temps d'observation du signal et donne une information importante sur le temps d'observation minimal pour considérer qu'un terme de phase n'est plus négligeable.

Peleg et Porat donnent une formule approchée dans [71] de la borne de Cramer-Rao d'un SPP d'ordre quelconque, en approximant l'inversion matricielle de la matrice d'information de Fischer. Pour un SPP d'ordre 2, cette inversion peut être réalisée de manière analytique (inversion d'une matrice  $3 \times 3$ ), et la borne de Cramer-Rao (BCR) du paramètre  $a_2$  s'écrit

$$\text{BCR}[a_2] = \frac{90}{M^5 T^4} \frac{\sigma^2}{|A|^2} = \frac{90}{MT^4 \text{RSB}} \quad (3.19)$$

où  $\sigma^2$  est la puissance du bruit blanc  $w(m)$ ,  $M$  est le nombre de points, et le rapport signal à bruit est défini par  $\text{RSB} = |A|^2/\sigma^2$ . Le paramètre  $a_2$  du chirp doit être suffisamment grand devant la racine carrée de la BCR pour pouvoir être légitimement considéré comme non-nul. Pour notre problématique, ce critère permet de donner un ordre de grandeur au temps d'intégration nécessaire pour être en mesure de différencier le signal d'une cible de collision de celui d'une cible fixe.

**La DCFT et la transformée en chirplets** La Discrete Chirp Fourier Transform (DCFT) est une extension naturelle de la transformée de Fourier discrète pour l'estimation des paramètres

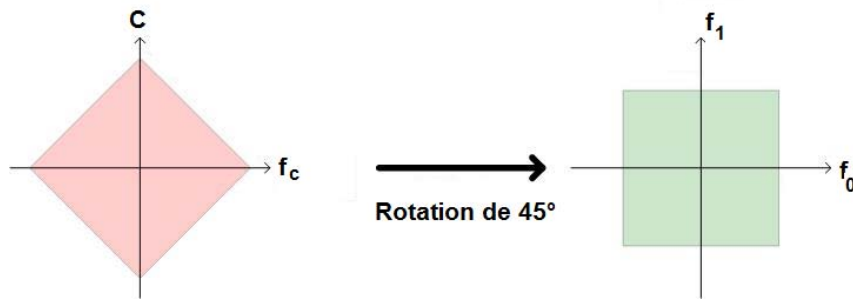


FIGURE 3.6 – Domaine d’ambiguïté des chirplets

d’un chirp. Elle s’obtient en résolvant le problème d’estimation des paramètres d’un chirp noyé dans un bruit blanc à partir de la méthode du maximum de vraisemblance [30]. La DCFT du signal (3.17) s’écrit ainsi

$$DCFT(k, l) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{m=0}^{M-1} A e^{[ja_1 m + a_2 m^2]} e^{-j2\pi \left[ \frac{km}{M} + \frac{lm^2}{M^2} \right]} \quad (3.20)$$

où  $k$  représente la fréquence initiale et normalisée du chirp, et  $l$  représente la pente normalisée du chirp. Pour un indice  $l$  fixé, la DCFT revient à remettre en phase le signal par rapport à un chirp de paramètres normalisés  $(0, l)$  puis à calculer sa transformée de Fourier discrète. Cette transformation peut être vue comme la projection du signal sur une base de chirps de paramètres  $(k, l)$ . La fonction d’ambiguïté de la DCFT prend une forme de noeud papillon. En effet, lorsqu’un mauvais choix de pente  $l$  est testé, la DCFT calcule la transformée de Fourier d’un chirp qui s’étale sur une bande de fréquence donnée. Le maximum de la DCFT est atteint pour le couple  $(k, l)$  qui se rapproche le plus du chirp étudié : les paramètres  $(a_1, a_2)$  recherchés sont donc estimés à partir du maximum du spectre en deux dimensions dans le plan  $(k, l)$ .

Une alternative à la DCFT consiste à utiliser la transformée en chirplets pour estimer les paramètres de chirps. Mann *et al* [60] ont proposé la transformée en chirplets en généralisant la théorie des ondelettes. La transformée en chirplets effectue la corrélation du signal avec une base de chirps gaussiens de la forme

$$g_{t_c, f_c, \Delta_t, c}(t) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi} \Delta_t}} e^{-(1/2)(t/\Delta_t)^2} e^{j2\pi [C(t-t_c)^2 + f_c(t-t_c)]} \quad (3.21)$$

constituée d’une pondération gaussienne et d’un chirp. Une chirplet est paramétrée par un temps central  $t_c$ , une fréquence centrale  $f_c$ , une pente  $C$  et une durée  $\Delta_t$ . Deux autres degrés de liberté de dilatation et de compression des chirplets ne sont pas utilisés ici [59]. La transformée en chirplets est analogue à la DCFT, car, sans pondération gaussienne et pour un temps central nul, les chirplets ainsi définies sont équivalentes à la base de chirps utilisée par la DCFT.

On peut effectuer un changement de variables pour calculer la transformée en chirplets du signal sur une base plus simple à implémenter en pratique. Ce changement de variables consiste à paramétrer les chirplets en fonction de la fréquence initiale et de la fréquence finale du chirp

$$f_0 = f_c - \frac{CT}{2} \quad \text{et} \quad f_1 = f_c + \frac{CT}{2} \quad (3.22)$$

et revient à effectuer une rotation de  $45^\circ$  du plan  $(f_c, C)$ , comme illustré sur la figure 3.6. Le domaine d’ambiguïté de la transformée en chirplets prend la forme d’un diamant dans le plan

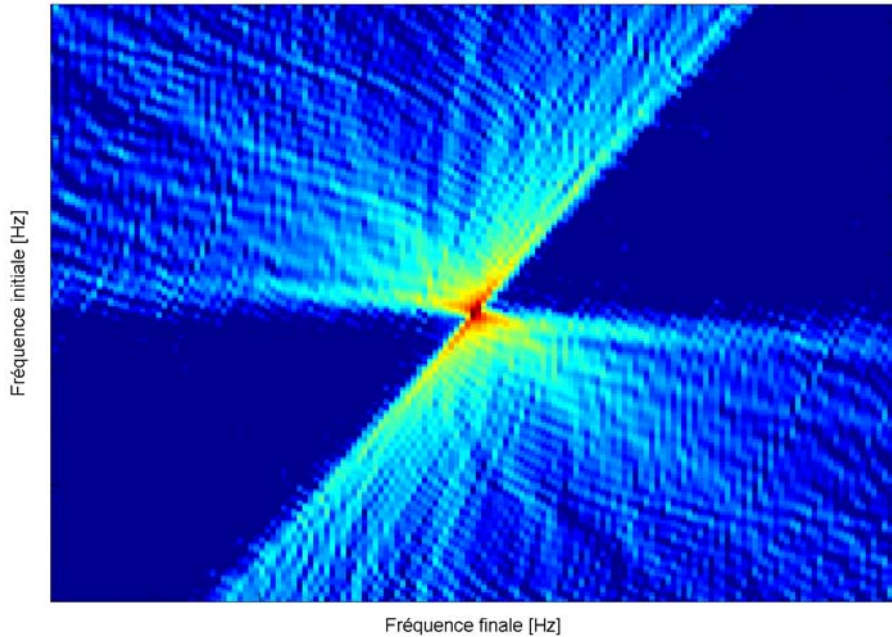


FIGURE 3.7 – Transformée en chirplet d'un chirp dans le plan  $(f_0, f_1)$

$(f_c, C)$  et d'un rectangle dans le plan  $(f_0, f_1)$ . Le nouveau domaine d'ambiguïté, par respect du théorème de Shannon, et le choix du pas d'échantillonnage se traduisent plus simplement dans le nouvel espace  $(f_0, f_1)$  ainsi défini.

La transformée en chirplets a été initialement utilisée en compression de données : seuls les coefficients de projection sont retenus, permettant de rejouer les données à partir de la connaissance de la base et des coefficients. On la retrouve principalement en traitement d'images. Mais la transformée en chirplets nous intéresse particulièrement car elle permet de projeter le signal dans un plan (Fréquence centrale  $f_c$  - Pente  $C$ ) analogue au plan représenté sur la figure 3.4. Comme pour la DCFT, la marque d'un chirp dans le plan  $(f_c, C)$  est un noeud papillon (bowtie en anglais), représenté en vue de dessus sur la figure 3.7. Notons pour finir que Mann *et al* ont utilisé les chirplets dans [59] pour résoudre un problème relativement similaire au nôtre : la détection radar de cibles dans du fouillis de mer. Ils y exploitent le fait que les cibles recherchées possèdent une accélération propre, face à du fouillis de mer qui n'a pas d'accélération. Cette méthode se retrouve également dans [103]. Dans [97], les auteurs utilisent un temps d'intégration long tel que le signal d'une cible est un signal à phase polynomiale d'ordre supérieur à deux. Ils proposent tout d'abord d'éliminer le fouillis de mer en estimant la matrice de covariance du fouillis sur les cases distance adjacentes, et choisissent ensuite de détecter la cible mobile dans le signal filtré du fouillis par transformée en chirplets adaptative, qui permet de représenter le signal complexe de la cible comme la somme de plusieurs chirps.

**La transformée à phase polynomiale ou HAF** Dans le cas général de l'estimation des paramètres d'un SPP d'ordre  $N$  de la forme

$$A \exp \left( j \sum_{n=1}^N a_n t^n \right)$$

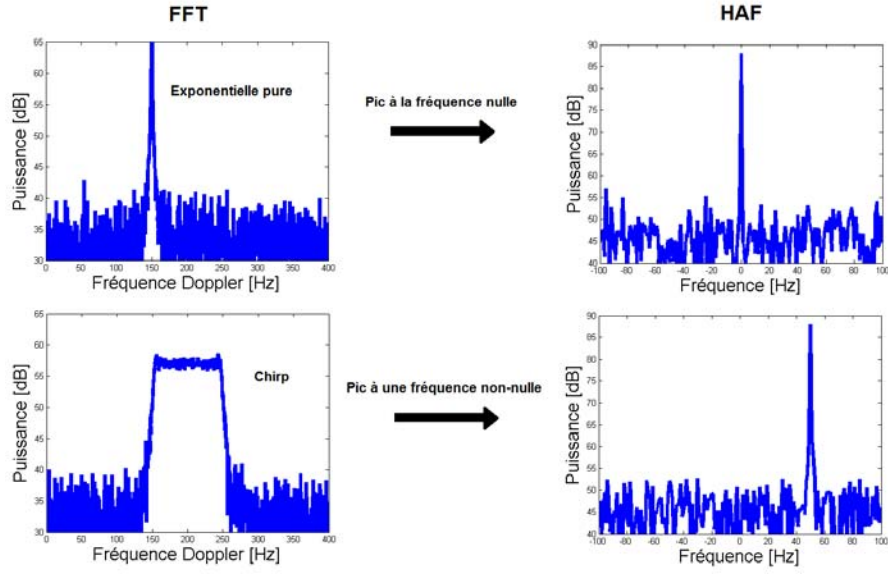


FIGURE 3.8 – FFT et transformée HAF d’une exponentielle et d’un chirp

la théorie du maximum de vraisemblance conduit à la minimisation d’un critère dans un espace de dimension  $N$ . Pour éviter cette minimisation, Peleg *et al* dans [72] puis Barbarossa dans [3] ont proposé une solution sous-optimale qui consiste à séparer le problème de minimisation d’ordre  $N$  en autant de problèmes de minimisation dans un espace de dimension 1. La Transformée à phase polynomiale, dénommée plus tard HAF (High-order Ambiguity Function), adopte une approche itérative pour estimer un à un les coefficients d’un SPP d’ordre  $N$  [3]. Les fonctions HAF se basent sur la définition des moments d’ordre supérieur à partir de plusieurs retards et sont définis de manière récursive pour un signal  $y(m)$  par

$$\begin{cases} y_1(m) & = & y(m) \\ y_2(m, \hat{\tau}_1) & = & y_1(m + \tau_1) y_1^*(m - \tau_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ y_N(m, \hat{\tau}_{N-1}) & = & y_{N-1}(m + \tau_{N-1}, \hat{\tau}_{N-2}) y_{N-1}^*(m - \tau_{N-1}, \hat{\tau}_{N-2}) \end{cases} \quad (3.23)$$

où l’on note le retard généralisé  $\hat{\tau}_i = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_i)$ . Les fonctions HAF sont définies comme les transformées de Fourier discrètes des moments d’ordre supérieur

$$\text{HAF}_N(k, \hat{\tau}_{N-1}) = \sum_{m=0}^{M-1} y_N(m, \hat{\tau}_{N-1}) e^{-j2\pi km}. \quad (3.24)$$

On montre que la HAF d’ordre  $N$  d’un signal monocomposant d’ordre  $N$  est une exponentielle complexe de fréquence normalisée

$$\bar{f}_N = 2^{N-1} N! \left( \prod_{i=1}^{N-1} \tau_i \right) \frac{a_N}{2\pi} \quad (3.25)$$

qui est proportionnelle au produit des retards choisis  $\prod_{i=1}^{N-1} \tau_i$ . Une simple transformée de Fourier discrète permet d’estimer le paramètre  $a_N$ . Le signal est ensuite démodulé par l’estimé  $\hat{a}_N$ . Le



signal devient alors un SPP d'ordre  $N - 1$ , une nouvelle HAF d'ordre  $N - 1$  est calculée, et ainsi de suite. Le principe d'estimation des paramètres d'un SPP par les fonctions HAF est donc itératif. Pour un signal monocomposante, un seul retard peut être utilisé, par exemple  $\tau = \frac{M}{N}$ . Le théorème de Shannon pour le paramètre  $a_N$  se déduit de l'équation (3.25)

$$|a_N| \leq \frac{\pi N^{N-1}}{N! M^{N-1} T^N} \quad (3.26)$$

où  $T$  est la période d'échantillonnage. Un des inconvénients de la méthode HAF est l'effet de propagation. Une erreur sur les paramètres d'ordre supérieur influe sur la qualité d'estimation des paramètres d'ordres inférieurs. Les erreurs de propagation peuvent être grandement diminuées en utilisant une technique de déformation (*warping*) [38] pour estimer de manière plus précise les coefficients. Cependant, dans notre cas à l'ordre 2, cet effet a peu de conséquence pour l'estimation des paramètres d'un chirp. Pour un signal centré et un retard égal à  $M/2$ , l'expression de la HAF d'ordre 2 se simplifie pour donner

$$\begin{aligned} \text{HAF}(y)(k) &= \sum_{m=0}^{\frac{M-1}{2}} y\left(m + \frac{M}{2}\right) y^*\left(m - \frac{M}{2}\right) e^{-j2\pi km} \\ &= e^{ja_1 M} \sum_{m=0}^{\frac{M-1}{2}} e^{j2Ma_2 m} e^{-j2\pi km} \end{aligned} \quad (3.27)$$

dont le module est maximal pour  $k = Ma_2/\pi$ . L'autocorrélation effectuée sur le signal permet de diminuer l'ordre du SPP d'un rang, et la transformée de Fourier qui s'ensuit permet ainsi de déterminer le paramètre  $a_2$ . La fréquence mesurée par la FFT est donc

$$f_m = \dot{f}_D T_{\text{int}}$$

où le facteur  $T_{\text{int}} = MT$  est le temps d'intégration. La figure 3.8 représente un signal synthétique modélisant une cible de collision en haut, de paramètre  $a_2$  nul, pour lequel le maximum de la HAF se situe à la fréquence nulle, et en bas un signal synthétique d'une cible quelconque de paramètre  $a_2$  non-nul pour lequel le maximum de la HAF se situe à une fréquence non-nulle. En l'absence de toute autre cible, la méthode HAF permet donc de déterminer si une cible présente un risque de collision ou non.

**La Cubic Phase Function** La Cubic Phase Function (CPF) est basée sur le même principe d'autocorrélation du signal que la HAF. Cette méthode n'est utilisée que pour les SPP d'ordre 2 et 3 [65], et s'écrit

$$\begin{aligned} \text{CPF}(n, \Omega) &= \sum_{m=0}^{\frac{M-1}{2}} y(n+m)y(n-m)e^{-j\Omega m^2} \\ &= e^{2j[a_1 n + a_2 n^2]} \sum_{m=0}^{\frac{M-1}{2}} e^{j2a_2 m^2} e^{-j\Omega m^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

où  $n$  représente le retard choisi, et les termes en dehors du support de  $y(m)$  sont pris égaux à zéro. L'idée de cette méthode consiste à supprimer le terme  $a_1$  du signal par autocorrélation puis d'estimer le paramètre  $a_2$  du chirp. Lorsqu'un seul SPP d'ordre 2 est présent dans le signal,

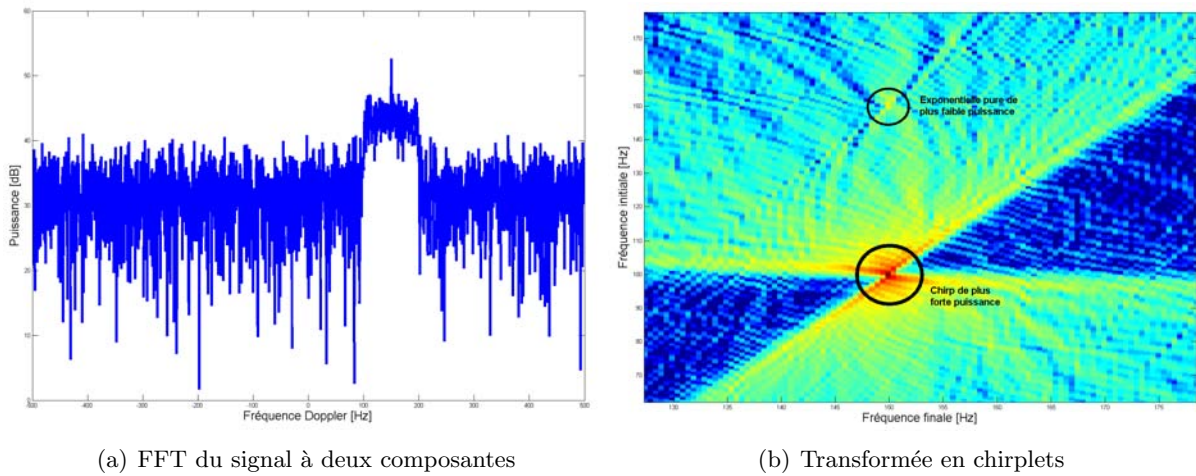


FIGURE 3.9 – Cas d’un signal à deux composantes, une exponentielle pure et un chirp

cette fonction est maximale en  $\Omega = 2a_2$ . Contrairement à la HAF, ce n’est donc pas une FFT qui est utilisée pour le calcul du paramètre  $a_2$ , mais une projection sur la base des fonctions  $\{e^{j\Omega m^2}\}$ ,  $m = 0, \dots, M - 1$ .

La CPF présente de meilleures performances [24] que la HAF pour les SPP d’ordre 2 et 3 mais elle ne se base pas sur une FFT et présente donc une complexité d’utilisation supérieure. Djurovic *et al* ont récemment proposé de combiner la HAF et la CPF pour obtenir de meilleures performances [25] en utilisant un choix optimal de retards.

### 3.2.2 Le cas multicomposantes

Le problème d’estimation des paramètres de signaux à phase polynomiale du type (3.18) constitués de plusieurs composantes se révèle beaucoup plus délicat à résoudre que le cas monocomposante, en particulier lorsque le nombre de composantes devient grand ou est inconnu. Les deux classes de méthodes citées ci-dessus pour le cas monocomposante présentent des problèmes quant à leur utilisation en environnement multicomposantes.

**Méthode directe par transformée en chirplets** L’étalement de la fonction d’ambiguïté peut rendre les méthodes directes (DCFT ou chirplets) rédhibitoires, car la composante de plus forte puissance peut masquer les composantes de puissances plus faibles. C’est le cas lorsque les composantes sont proches entre elles ou en présence de fouillis. La figure 3.9 illustre ce phénomène pour deux composantes. L’exponentielle pure que l’on peut distinguer du chirp sur le spectre FFT n’est plus visible après transformée en chirplets. Pour pouvoir estimer la composante la plus faible, il faut alors estimer la première composante la plus forte, la supprimer du signal par projection orthogonale, puis calculer une nouvelle transformée en chirplets sur le signal sans la première composante. Cette procédure peut devenir aussi coûteuse qu’il y a de composantes à calculer.

**Une extension à la HAF** Les méthodes par autocorrélation (HAF, CPF, ...) font apparaître des termes croisés qui s’additionnent au spectre que l’on obtiendrait si l’on pouvait traiter

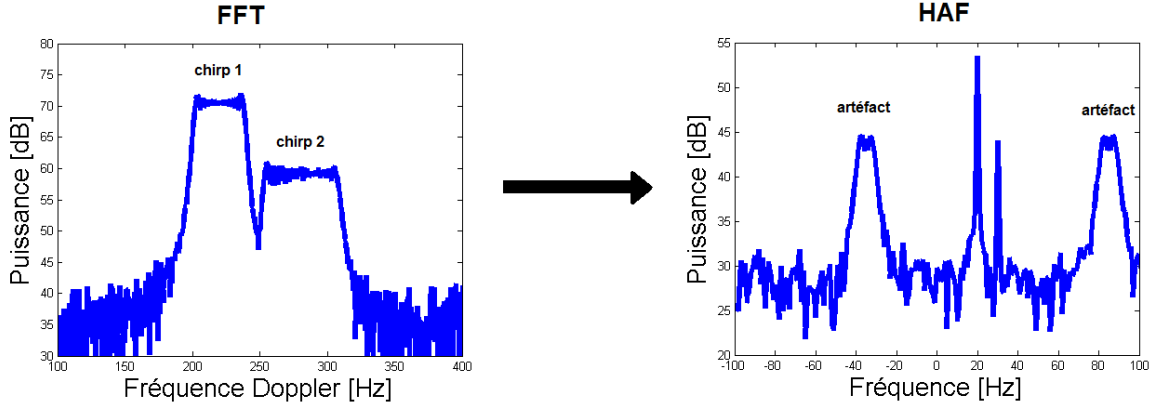


FIGURE 3.10 – FFT et transformée HAF d'un signal à deux composantes

indépendamment chaque composante [3]. En effet, pour le cas à deux composantes, la HAF d'ordre 2 s'écrit

$$\text{HAF}(y)(k) = \sum_{m=0}^{M-1} \left[ y_1\left(m + \frac{M}{2}\right) + y_2\left(m + \frac{M}{2}\right) \right] \left[ y_1^*\left(m - \frac{M}{2}\right) + y_2^*\left(m - \frac{M}{2}\right) \right] e^{-j2\pi km} \quad (3.29)$$

où  $y_1$  et  $y_2$  sont deux SPP d'ordre quelconque. On voit donc apparaître deux termes croisés  $y_1\left(m + \frac{M}{2}\right)y_2^*\left(m - \frac{M}{2}\right)$  et  $y_2\left(m + \frac{M}{2}\right)y_1^*\left(m - \frac{M}{2}\right)$  qui s'ajoutent dans le spectre obtenu par FFT. La figure 3.10 illustre le cas où une des deux composantes est trois fois plus forte que la seconde. Les termes croisés dominent la seconde composante la plus faible dans le spectre HAF. Cet effet négatif devient de plus en plus important à mesure que le nombre  $P$  de composantes augmente, le nombre de termes croisés pouvant atteindre  $P^2 - P$ . De ce fait, déterminer toutes les composantes avec une seule HAF n'est pas possible, et seule la composante la plus puissante peut être en pratique estimée sans risque d'erreur. Comme pour les méthodes directes, on peut donc utiliser une méthode itérative pour estimer toutes les composantes. Barbarossa *et al* [3] ont remarqué que l'emplacement des termes croisés dépendaient des retards utilisés pour calculer la HAF, tandis que les 'vrais' termes sont toujours situés aux mêmes fréquences lorsque le produit des jeux de retards est constant. Leur idée consiste donc à calculer la HAF pour divers jeux de retards dont le produit est constant, et de calculer le produit des HAF obtenues. Les vrais termes, situés aux mêmes fréquences, sont favorisés par le produit des spectres. Au contraire, les termes croisés, qui circulent dans le spectre en fonction des retards, sont eux défavorisés par la multiplication. Cette procédure appelée PHAF pour Product High-order Ambiguity Function fait alors ressortir du spectre les vrais termes par rapport aux terme croisés. Dans le cadre des SPP d'ordre 2, une HAF ne fait intervenir qu'un seul retard, et l'on doit donc utiliser des retards différents pour utiliser la PHAF. L'emplacement des vrais termes sont fonction des retards utilisés, mais ils peuvent être recalés par effet d'échelle afin que la PHAF soient efficaces. On calcule donc

$$\text{PHAF}(y)(k) = \prod_{l=1}^L \text{HAF}(y) \left( \frac{\tau^{(l)}}{\tau^{(1)}} k, \tau^{(1)} \right) \quad (3.30)$$

où  $\tau^{(l)}$  est le retard choisi pour le calcul de la  $l^{\text{ième}}$  HAF, et le paramètre d'échelle fréquentielle s'écrit  $\frac{\tau^{(l)}}{\tau^{(1)}}$ . En pratique, pour effectuer cette remise à l'échelle, il faut donc interpoler ou sur-échantillonner les spectres HAF. La figure 3.11 présente une PHAF calculée sur trois retards et

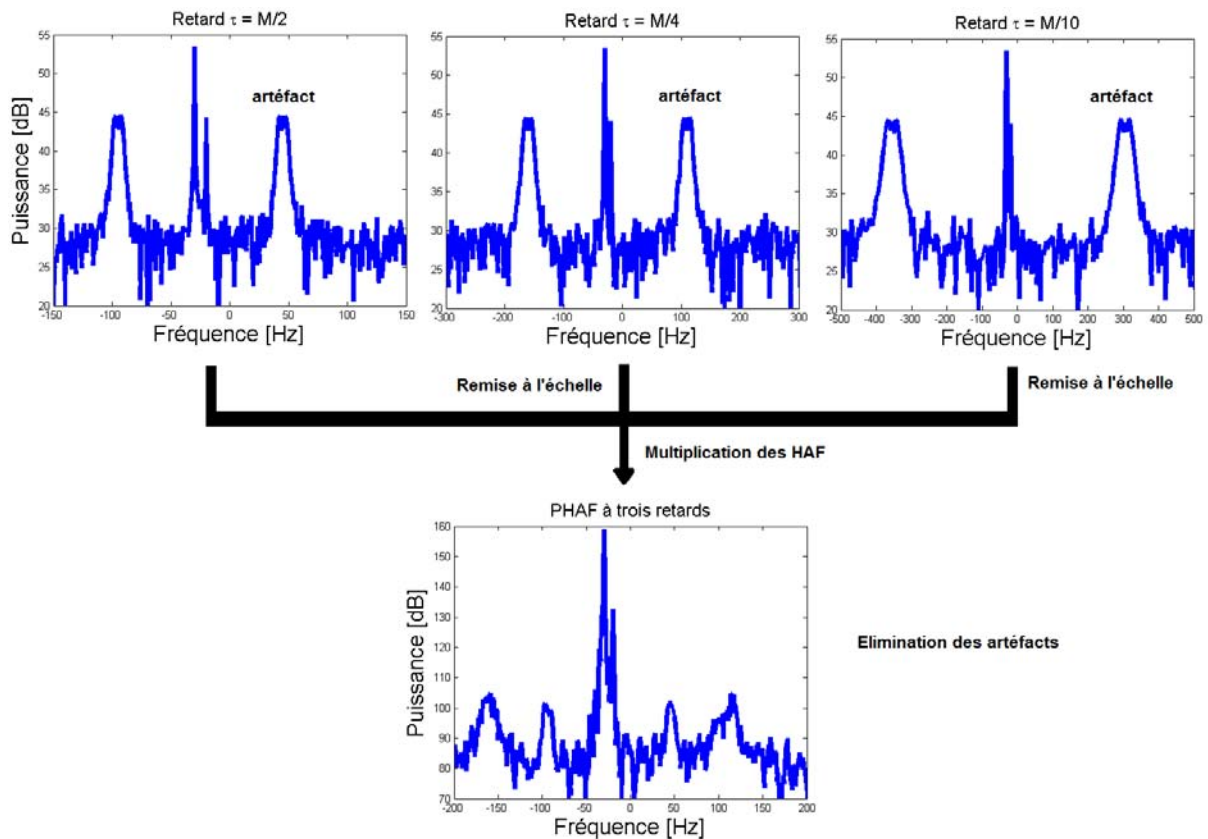


FIGURE 3.11 – Transformées HAF et PHAF d'un signal à deux composantes

pour le même signal de la figure 3.10. On remarque que les artéfacts issus des termes croisés se situent à des fréquences différentes entre les HAF. Conformément à ce qui était attendu, seuls les vrais termes ressortent dans le spectre de la PHAF et peuvent ensuite être détectés par seuillage. Notons également que la PHAF a été proposée par [56] pour la détection de cibles mobiles sur fouillis de mer par un radar FMCW de surveillance côtière. Le fouillis de mer ne possède pas d'accélération et se retrouve concentré autour de la fréquence nulle sur les spectres obtenus par les HAF. Au contraire, une cible agile possède des termes d'accélération qui l'éloignera du fouillis sur les spectres HAF. Notons encore que notre problème est inverse par rapport au problème de [56], car dans notre cas c'est la cible qui se situe autour de la fréquence nulle, tandis que le fouillis (de sol) doit s'en éloigner.

Une extension similaire a été proposée pour la CPF, et est appelée PCPF (Product Cubic Phase Function) [65][102]. Le principe est le même que pour la PHAF : plusieurs CPF sont calculées pour différents jeux de retard, leur produit favorise les vrais termes, tandis que les termes croisés sont atténués. Toutes les composantes doivent ensuite être estimées de manière itérative en supprimant progressivement les SPP déjà estimés.

Des extensions aux techniques HAF et CPF ont été apportées par Djurovic dans [25] et O'Shea dans [67]. Mais le problème d'estimation des SPP multicomposantes reste encore ouvert à ce jour, et certains auteurs se tournent vers un échantillonnage non-uniforme du signal pour améliorer les performances de ces méthodes [66].

### 3.3 Application à la caractérisation de cibles

Dans cette section, nous appliquons à des signaux synthétiques les méthodes basées sur la transformée en chirplets et sur la HAF pour déterminer si une cible présente un risque de collision avec le porteur radar. En particulier, nous verrons que la procédure décrite dans ce chapitre permet la reconnaissance d'un câble ou d'un pylône en configuration de visée non-frontale.

Dans un premier temps, nous examinons le choix du temps d'intégration nécessaire pour séparer une cible de collision et une cible fixe par leurs termes d'accélération. Nous étudions ensuite le cas d'une cible mobile quelconque présentant une trajectoire de collision et se situant en dehors de la zone de fouillis de sol. Enfin, nous nous attachons au cas de reconnaissance de câbles et de pylônes situés dans la zone du fouillis.

#### 3.3.1 Choix du temps d'intégration

Nous nous posons la question du choix du temps d'intégration pour mettre en place les traitements HAF et chirplets sur le signal (3.18). Nous cherchons à pouvoir décider après traitement si une cible présente un risque de collision ou non. Quel seuil doit-on choisir sur le terme de variation de fréquence Doppler  $\dot{f}_D$  pour qu'une cible puisse être déclarée comme dangereuse? Ceci revient à déterminer la résolution du traitement utilisé, le seuil étant choisi comme un multiple de la résolution. Le calcul de la borne de Cramer-Rao (3.19) révèle que cette résolution est proportionnelle à  $1/T_{\text{int}}^2$ . En effet, la fréquence mesurée par la HAF d'ordre deux s'écrit

$$f_m = \dot{f}_D T_{\text{int}} \quad (3.31)$$

et est obtenue par FFT. La résolution sur le paramètre  $\dot{f}_D$  est donc bien inversement proportionnelle au carré du temps d'intégration

$$\delta f_m = \frac{1}{T_{\text{int}}} \implies \delta \dot{f}_D = \frac{1}{T_{\text{int}}^2}. \quad (3.32)$$

Le temps d'intégration peut alors être choisi en fonction de la résolution sur le paramètre  $\dot{f}_D$  à atteindre pour l'application.

**Cas des cibles fixes, pylônes et câbles** On souhaite pouvoir faire la différence entre un pylône et un câble. Pour cela, nous devons regarder de plus près le terme de variation de fréquence Doppler de la cible (3.15)

$$\dot{f}_D = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha}{\lambda R_0}$$

et fixer un seuil  $\Delta_{\dot{f}_D}$  en dessous duquel nous considérons que la cible est une cible présentant un risque de collision. Pour cela, nous utilisons l'angle  $\alpha_s$  définissant la zone de sécurité autour du porteur précédemment défini sur la figure 3.2. Le seuil s'écrit alors

$$\Delta_{\dot{f}_D} = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha_s}{\lambda R_0} \quad (3.33)$$

et correspond à l'accélération d'une cible fixe d'angle de vue  $\alpha_s$  au bord de la zone de sécurité. Il doit être au moins  $k > 2$  fois supérieur à la résolution  $\delta \dot{f}_D$ . Le facteur  $k$  représente le nombre de cellules de résolution qui sépare après traitement une cible de collision de fréquence  $f_m$  supposée nulle, et une cible considérée comme non-dangereuse hors de la zone de sécurité de fréquence  $f_m$

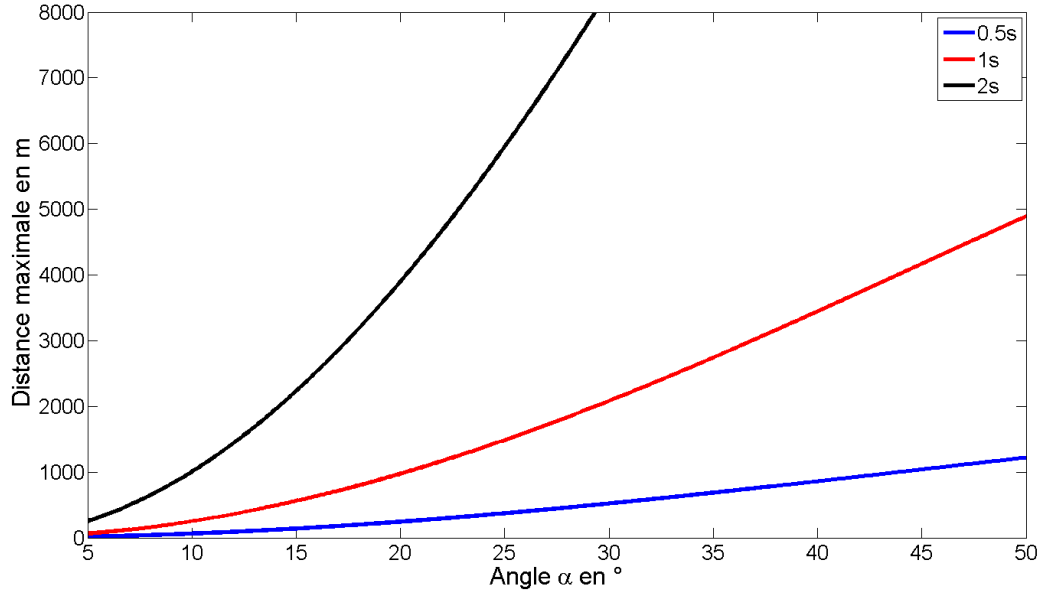


FIGURE 3.12 – Distance maximale d’utilisation en fonction de l’angle de vue

non-nulle. On déduit alors à partir du seuil et du facteur  $k$  la condition sur le temps d’intégration

$$T_{\text{int}} > \frac{\sqrt{k\lambda R_0}}{\sqrt{2}v_a \sin\alpha_s} \quad (3.34)$$

qui est fonction de la vitesse du porteur et de la distance, connues en pratique. De manière générale, on préfère plutôt fixer le temps d’intégration et calculer la distance maximale d’utilisation

$$R_{\text{max}} < \frac{2v_a^2 \sin^2\alpha_s T_{\text{int}}^2}{k\lambda} \quad (3.35)$$

car nous sommes limités en pratique sur le temps d’intégration par la migration distance et la puissance de calcul.

Comme l’on peut s’y attendre, il apparaît difficile voire impossible de discerner un câble d’un pylône pour de faibles angles d’observation car le terme d’accélération du pylône  $\frac{v_a^2 \sin^2(\alpha)}{R_0}$  sur lequel repose la méthode est trop faible dans ce cas. Cependant, pour des angles d’observation  $\alpha$  supérieurs à  $10^\circ$  comme illustré sur la figure 3.3, différencier un câble et un pylône sera possible. Le câble (a) présente toujours un risque de collision, tandis que le pylône (b) qui serait vu à la même distance  $R_0$  et au même angle  $\alpha$  ne présente aucun risque. L’utilisation du terme d’accélération pour différencier un pylône d’un câble prend ici tout son sens. La condition sur la distance d’utilisation (3.35) n’est plus aussi restrictive à mesure que l’angle de vue des obstacles augmente

$$R_{\text{max}} < \frac{2 v_a^2 \sin^2 \alpha T_{\text{int}}^2}{k \lambda}.$$

La figure 3.12 montre l’évolution de la distance d’utilisation pour un facteur  $k = 20$ , une vitesse de 50m/s et des temps d’intégration de 500ms, 1s et 2s, en fonction de l’angle de vue  $\alpha$  du pylône. Notons que le temps d’intégration doit être de l’ordre de la seconde pour que l’accélération du pylône permette la distinction câble/pylône pour des portées supérieures au kilomètre : un temps d’intégration long est bien sûr nécessaire pour faire apparaître les termes d’accélération [50].

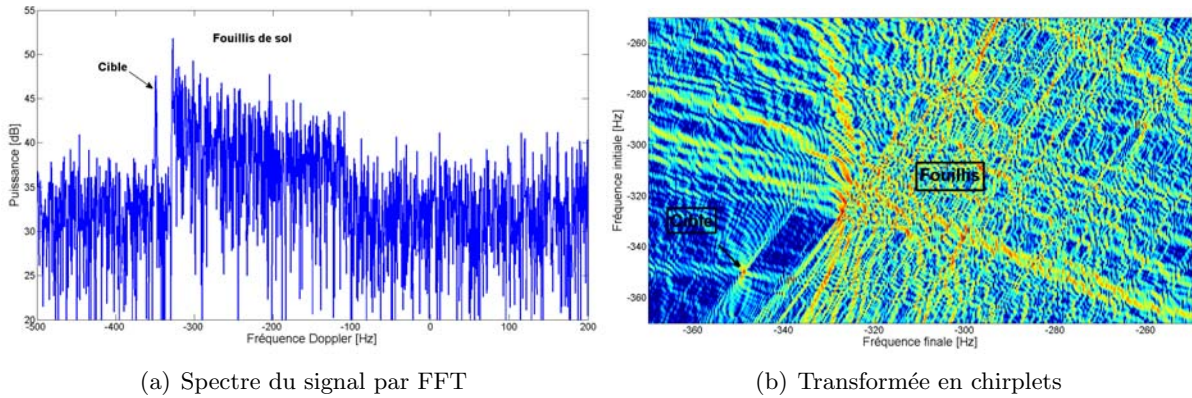


FIGURE 3.13 – FFT et chirplets d'une cible de collision située en dehors de la zone de fouillis

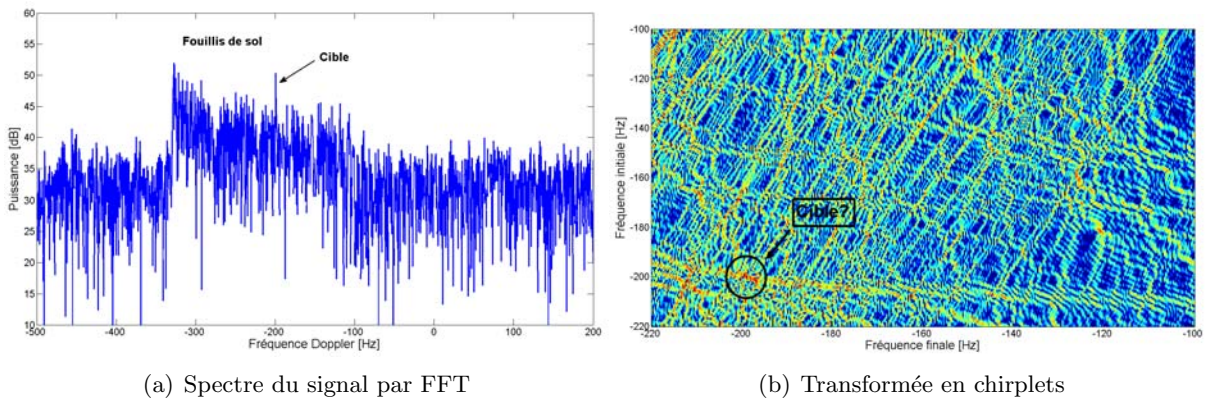
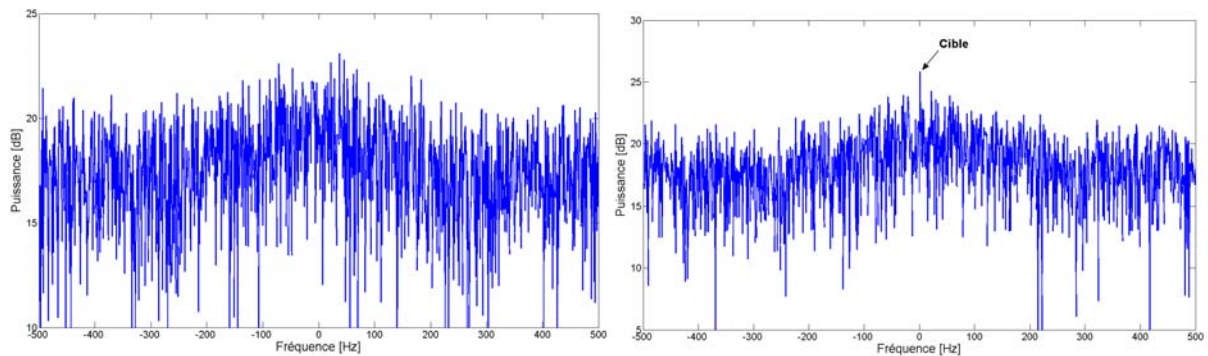


FIGURE 3.14 – FFT et chirplets d'une cible de collision située dans la zone de fouillis

### 3.3.2 Cas d'une cible mobile

Nous nous plaçons maintenant dans le cas général d'une cible mobile illustrée sur la figure 3.1(a) et en présence de fouillis de sol. Nous supposons que la cible mobile vérifie les conditions de collision, et qu'elle se retrouve en dehors de la zone du fouillis sur la case distance considérée. Le fouillis de sol est généré à partir du modèle GCM de Ward rappelé dans le chapitre 1 [99].

**Transformée en chirplets** La figure 3.13 montre le spectre obtenu par FFT (a) et la carte obtenue par transformée en chirplets (b). Le fouillis de sol s'étend sur une large zone de la carte  $(f_D, \dot{f}_D)$  obtenue par transformée en chirplets, car chaque élément du fouillis s'étale sous la forme d'un noeud papillon [60]. Le lieu de fouillis s'éloigne donc du lieu de fouillis 'idéal' en forme de parabole représenté sur la figure 3.5. Dans le cas général, une cible mobile peut donc se retrouver dans la zone d'étalement du fouillis après transformée en chirplets alors qu'elle se trouvait en dehors du fouillis sur le spectre FFT. Cependant, comme on peut le voir, ceci n'est pas un problème pour une cible de collision, qui restera hors de la zone d'étalement du fouillis : elle pourra être détectée dans la carte  $(f_D, \dot{f}_D)$  par rapport au bruit blanc.



(a) Spectre HAF d'une cible en dehors du fouillis (b) Spectre HAF pour une cible 10 fois plus puissante

FIGURE 3.15 – Spectre HAF d'une cible en présence du fouillis de sol

**Méthode HAF** Nous utilisons maintenant la transformée HAF sur le signal de la figure 3.13 pour lequel la cible se situe en dehors du fouillis. La figure 3.15 (a) montre que le spectre HAF ne permet pas de détecter la cible. Comment interpréter ce résultat ? Le fouillis de sol, composé d'un nombre important de réflecteurs, multiplie le nombre de termes croisés par autocorrélation dans la HAF. De ce fait, le fouillis de sol et ses termes croisés vont se retrouver sur toutes les fréquences calculées par la HAF. Ceci explique pourquoi le niveau de 'bruit' est élevé sur la figure (a), et la cible ne peut ressortir du spectre. Au contraire, en augmentant le niveau de signal de  $10dB$ , la cible mobile peut être détectée sur le spectre HAF (b). La cible étant suffisamment puissante devant le fouillis de sol, elle dépassera le plafond de bruit créé par le fouillis.

La méthode HAF et son extension PHAF ne peuvent donc fonctionner que lorsque le rapport signal à fouillis est suffisamment important, même lorsque la cible se situe en dehors du fouillis sur le spectre FFT. Elles ne sont donc pas utilisables en pratique si une méthode de réjection de fouillis n'est pas utilisée au préalable. Dans le cas où la cible est en dehors du spectre du fouillis, un simple filtrage ou blanchiment sur les fréquences du fouillis de sol permet de résoudre ce problème, mais cela ne le résout pas lorsque la cible se situe dans le fouillis, ce qui est le cas pour le problème de détection d'obstacles fixes.

### 3.3.3 Reconnaissance de câbles et de pylônes

Nous nous penchons maintenant sur le cas de la détection et de la reconnaissance d'un câble et d'un pylône. Comme nous l'avons vu, un câble ou un pylône se retrouve dans la zone du fouillis de sol avec un rapport signal à fouillis qui ne permet pas de les distinguer du fouillis par transformée en chirplets ou par les méthodes de type HAF. L'idée est donc d'utiliser la méthode de réjection de fouillis développée dans le chapitre 2 pour se ramener à un signal filtré de fouillis, pour ensuite appliquer les méthodes présentées dans ce chapitre.

**Réjection de fouillis de sol** Nous souhaitons filtrer le fouillis de sol du signal temporel d'une case distance par formation de faisceaux de type MVDR. Pour cela, nous supposons avoir à notre disposition un réseau de  $Q$  antennes en élévation, et nous considérons que toutes les cibles en présence possèdent la même hauteur par rapport au sol.

Nous proposons ici d'utiliser une version simplifiée du traitement d'antennes du chapitre 2. Ce traitement suppose que l'on dispose d'un signal sans cible d'une case distance proche de la



case distance testée. La matrice de covariance spatiale du fouillis est calculée à partir de toutes les cases Doppler de la zone de fouillis de la case distance sans cible. Ceci conduit à un traitement plus simple d'utilisation mais moins performant que celui proposé dans le chapitre 2 en termes de réjection de fouillis et de conservation de signal cible.

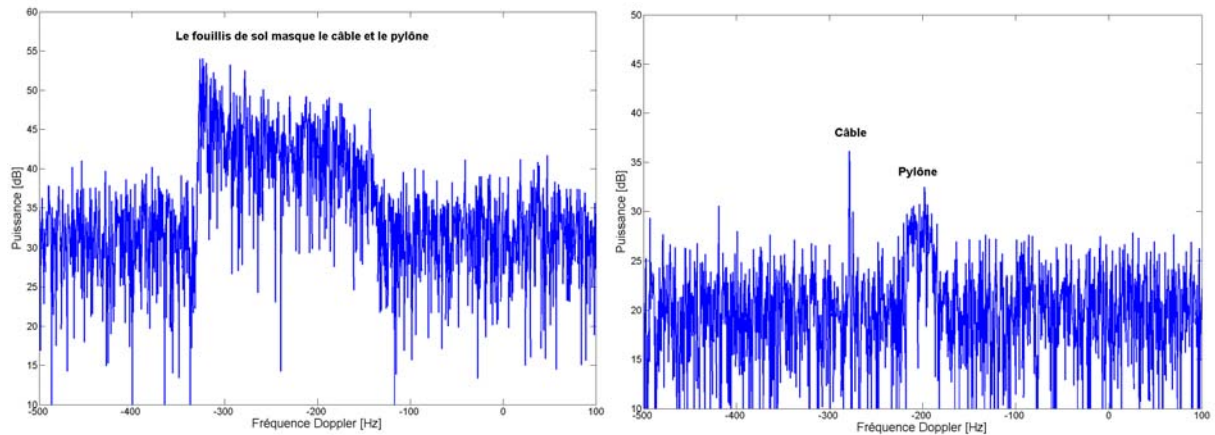
Dans un premier temps, nous calculons la FFT du signal de la case distance sans cible pour les  $Q$  sous-réseaux. A cause du temps d'intégration long, ce n'est pas le traitement adapté pour le fouillis de sol du fait de sa variation de fréquence Doppler, mais la FFT Doppler permet de déterminer la zone de fouillis de sol sur laquelle la matrice de covariance doit être estimée. Le signal spatial de chaque case Doppler de la zone du fouillis est ensuite utilisé comme donnée secondaire pour calculer la matrice de covariance spatiale des perturbations. L'avantage de ce choix de domaine est double : on récupère un nombre important de données secondaires du fouillis et l'on s'assure que l'ensemble du fouillis sera filtré spatialement du signal à partir de la même matrice de covariance. En retour, l'inconvénient majeur lié à ce choix est que l'on risque d'assimiler en pratique dans la matrice de covariance des cibles présentes dans la case distance secondaire supposée sans cibles. Ceci peut provoquer une baisse importante des performances du formateur. De plus, la variation de puissance du fouillis sur l'axe Doppler peut être importante, ce qui conduit à des pertes supplémentaires.

Pour le premier problème, on peut alors invoquer le fait que le nombre de données de fouillis sera grand devant le nombre de cibles sur la case distance. Ces dernières auront une faible influence sur la matrice de covariance empirique par effet de moyennage. Ceci est vrai pour un câble qui restera sur une seule case vitesse. Mais on peut se poser la question pour un pylône de forte puissance qui occupera plusieurs cases vitesses, et qui contaminera autant de données que de cases Doppler qu'il traverse au cours du temps d'intégration. Nous pouvons également utiliser l'estimateur du point fixe pour limiter l'influence des cibles dans l'estimation de la matrice de covariance [58], à condition que le nombre de données de fouillis seul soit suffisamment important. Si les dégradations de performances sont trop importantes, on peut retourner au traitement décrit dans le chapitre 2. Ce dernier effectue en pratique un filtrage du signal par sous-bande de fréquence Doppler dans la zone de fouillis, mais nécessite un coût calculatoire bien plus important.

La figure 3.16 illustre l'effet de blanchiment sur données synthétiques. Avant formation de faisceaux (a), le câble et le pylône ressortent à peine du fouillis de sol, tandis qu'après blanchiment (b), seuls les deux obstacles subsistent dans le signal.

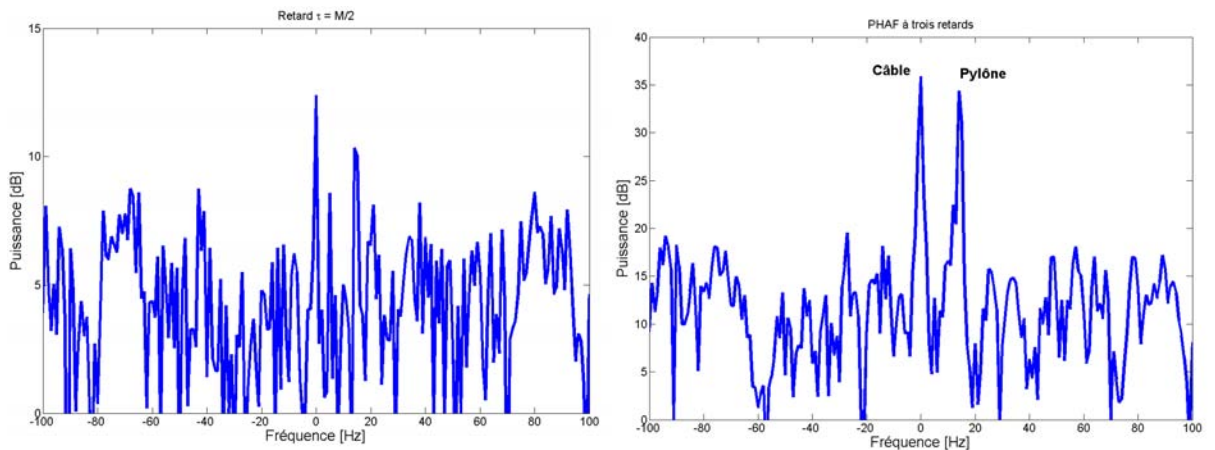
**Transformée HAF** Le traitement d'antennes permet de blanchir spatialement les données et de rejeter le fouillis de sol. On applique alors une transformée de Fourier inverse sur le spectre blanchi pour se ramener au signal temporel (3.18) dans lequel seuls les obstacles à détecter sont présents.

La transformée HAF d'ordre deux permet de déterminer s'il existe une cible présentant un risque de collision dans le signal d'une case distance. La figure 3.17(a) représente la transformée HAF d'ordre deux du signal filtré du fouillis de sol, pour laquelle il est encore difficile de reconnaître les deux composantes. La PHAF à trois retards (b) permet quant à elle de distinguer parfaitement la composante du câble à la fréquence nulle et celle du pylône. La PHAF est donc capable de donner à l'opérateur une information importante sur la nature d'une cible, c'est-à-dire si elle présente un risque potentiel de collision avec le porteur. En contrepartie, la PHAF d'ordre deux ne permet pas à elle seule de désigner quelle cible de la case distance présente le risque de collision. Pour la localiser en fréquence Doppler, il faut démoduler le signal comme le décrit Sergio Barbarossa dans [3], avec les problèmes que l'on connaît dans le cas multicomposantes.



(a) Spectre FFT du signal avant formation de faisceaux (b) Spectre FFT du signal après formation de faisceaux

FIGURE 3.16 – Spectre d'un signal constitué de fouillis, d'un câble et d'un pylône



(a) Transformée HAF avec un seul retard

(b) Transformée PHAF avec trois retards

FIGURE 3.17 – Traitements HAF et PHAF du signal filtré du fouillis

Mais le problème pratique de la HAF et de la PHAF est qu'elles ne fonctionnent que pour un fort rapport signal à bruit, typiquement supérieurs à 10dB, et ne peut ainsi être utilisée que pour des courtes portées pour lesquelles le RSB et les performances du traitement d'antennes sont les plus élevées.

**Transformée en chirplets** La figure 3.18 montre la transformée en chirplets du signal de la figure 3.16 avant et après filtrage du fouillis, la figure 3.19 étant un zoom autour de la zone du câble. Avant filtrage (a), le pylône ressort clairement du signal, tandis que le câble reste noyé dans le fouillis de sol. Après filtrage (b), le pylône reste dominant dans le spectre, mais le câble peut maintenant être observé. Remarquons que le câble se situe sur la droite (Fréquence initiale = Fréquence finale), tandis que le pylône se situe au-dessus de cette droite. Lorsque le rapport de puissance entre le pylône et le câble est trop grand, on peut choisir de détecter puis

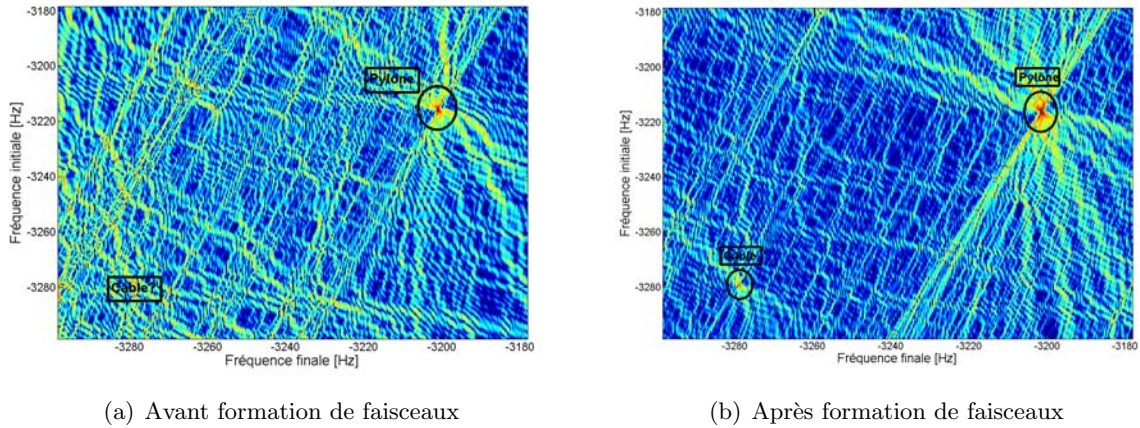


FIGURE 3.18 – Transformée en chirplets du signal constitué de fouillis, d'un câble et d'un pylône

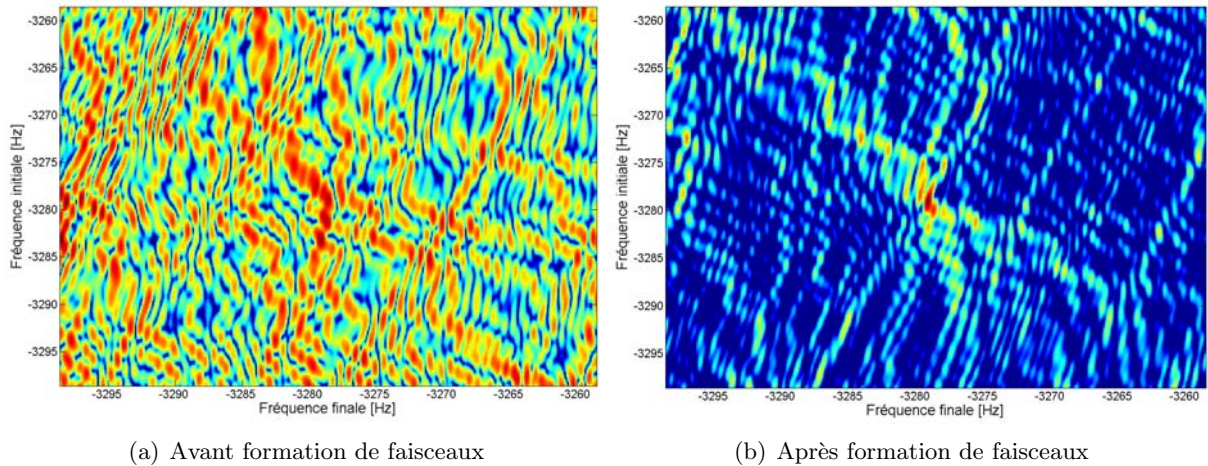


FIGURE 3.19 – Zoom autour du câble de la transformée en chirplets du signal

de supprimer le pylône du signal par projection orthogonale afin de détecter dans une seconde étape le signal du câble. La figure 3.18 montre donc que la transformée en chirplets permet d'effectuer la reconnaissance d'un câble et d'un pylône en positionnant les cibles par rapport à la droite (Fréquence initiale=Fréquence finale). Elle fonctionne également pour des RSB plus modestes que la HAF, et peut être utilisée avec un traitement d'antennes qui effectue le filtrage du fouillis de sol par sous-bande sur la zone Doppler du fouillis.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le problème de détection et de reconnaissance de cibles présentant une trajectoire de collision avec le porteur radar. Nous avons exploité l'information de changement d'angle de vue des cibles que nous avons reliée à un terme d'accélération dans le signal. Dans le cas général, ce terme se traduit par un changement de fréquence Doppler. Une

cible de collision est un cas particulier de cible car sa fréquence Doppler ne change pas au cours du temps. Pour exploiter cette caractéristique, nous avons alors mis en place deux traitements sur le signal temporel d'une case distance observée sur un temps d'observation long, de l'ordre de la seconde. Le premier traitement est basé sur une transformée en chirplets, et permet de mesurer conjointement la fréquence Doppler de départ et d'arrivée d'une cible. Le second traitement est une transformée HAF d'ordre deux qui mesure directement la variation de fréquence Doppler d'une cible. Ces deux traitements permettent de déterminer la nature de la cible en l'absence de fouillis de sol.

En présence de fouillis de sol, ces deux traitements sont mis à mal, et une méthode de réjection de fouillis doit être utilisée au préalable. Dans le cadre de la détection d'obstacles fixes, on peut alors utiliser une formation de faisceaux en élévation pour rejeter le fouillis de sol et se ramener à un signal avec un nombre restreint de composantes à estimer. La méthode HAF permet de déterminer s'il existe dans le signal filtré du fouillis une cible présentant un risque de collision avec le porteur. La transformée en chirplets permet quant à elle la séparation et la reconnaissance d'un câble et d'un pylône. L'utilisation conjointe de ces deux méthodes permet de donner à l'opérateur un facteur de risque de collision et de reconnaître les câbles par rapport aux pylônes.



## Chapitre 4

# Détection de cibles dans du fouillis de sol en exploitant la variation de fréquence Doppler du fouillis

Dans ce chapitre, nous étudions le problème de détection dans du fouillis de sol d'une cible mobile présentant un risque de collision. Le fouillis de sol et une telle cible se différencient par leur variation de fréquence Doppler. Pour le fouillis, cette variation se traduit par un signal possédant une phase quadratique dépendant de la vitesse du porteur et de l'angle d'observation, tous les deux supposés connus. Le signal du fouillis appartient à un sous-espace structuré, dont les éléments possèdent une phase quadratique connue au cours du temps. Pour la cible, cette variation de fréquence est nulle, et le signal de la cible appartient à un sous-espace dont les éléments possèdent une phase linéaire au cours du temps dépendant de la fréquence Doppler inconnue de la cible. Le but de ce chapitre est d'exploiter la structure particulière des sous-espaces fouillis et cible pour la détection de la cible.

Lorsque les amplitudes du fouillis et de la cible sont supposées déterministes et inconnues, la solution du problème d'estimation et de détection de la cible fait appel à une projection oblique du signal sur le sous-espace cible parallèlement au sous-espace fouillis. Les performances de détection dépendent de la séparation entre les deux sous-espaces et de la dimension du sous-espace fouillis. La projection oblique permet en pratique de rejeter du signal les éléments du fouillis les plus forts ou des cibles préalablement détectées et dont on connaît a priori l'historique de phase.

Dans le cadre d'un fouillis gaussien ou gaussien composé, la structure du sous-espace fouillis permet d'estimer la matrice de covariance des perturbations à partir de la donnée primaire seule en éliminant par projection oblique le sous-espace cible. L'estimée de la matrice de covariance peut ensuite être insérée dans les détecteurs GLRT adaptés au sous-espace de la cible. Une extension pour des cibles étendues en distance et en Doppler du détecteur est finalement abordée afin d'améliorer les performances de détection de la cible mobile.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Position du problème et modélisation . . . . .</b>	<b>95</b>
4.1.1	Détection d'une cible mobile de collision dans du fouillis de sol . . . . .	95
4.1.2	Modélisation du signal d'une case distance . . . . .	96
4.1.3	Echantillonnage de la matrice de phase du sol . . . . .	98

<b>4.2</b>	<b>Estimation et détection de la cible mobile pour le problème déterministe . . . . .</b>	<b>100</b>
4.2.1	Estimation de l'amplitude de la cible par projection . . . . .	100
4.2.2	Détection de la cible pour le problème déterministe . . . . .	105
4.2.3	Capacités de réjection de cibles fixes par leur variation de fréquence . . .	108
4.2.4	Conclusion sur la résolution du problème déterministe . . . . .	111
<b>4.3</b>	<b>Détection de la cible dans un fouillis gaussien . . . . .</b>	<b>112</b>
4.3.1	Rappel sur la détection en fouillis gaussien . . . . .	112
4.3.2	Mise en place du détecteur ANMF . . . . .	113
4.3.3	Facteur de blanchiment et sélection . . . . .	114
4.3.4	Conclusion . . . . .	118
<b>4.4</b>	<b>Stratégie de détection pour une cible étendue en distance et en fréquence Doppler . . . . .</b>	<b>118</b>
4.4.1	Position du problème et modélisation . . . . .	118
4.4.2	Détection d'une cible étalée en distance et fréquence Doppler . . . . .	120
4.4.3	Implémentation du détecteur . . . . .	122
<b>4.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>124</b>

---

## 4.1 Position du problème et modélisation

Dans ce chapitre, nous cherchons à détecter une cible présentant un risque de collision avec le porteur. Contrairement au chapitre précédent, nous supposons que la cible est mobile et qu'elle se situe dans la zone de fouillis par repliement vitesse [50]. Une méthode de réjection de fouillis par formation de faisceaux en élévation telle que présentée dans le chapitre 2 peut être difficile à mettre en oeuvre dans ces conditions. La hauteur de la cible ou son élévation par rapport au porteur radar est inconnue en pratique, et le domaine de recherche en élévation peut devenir trop important pour mettre en oeuvre la formation de faisceaux adaptée. De plus, l'écart entre les réseaux d'antennes en élévation peut être supérieur à  $\lambda/2$ , et la cible pourrait tomber par repliement spatial aux mêmes angles ambigus que le fouillis, rendant inadaptée une formation de faisceaux pour rejeter le fouillis et détecter la cible [53].

Dans ce chapitre, nous proposons d'effectuer la détection de la cible dans le fouillis sur le signal temporel d'une case distance étudié dans le chapitre précédent et suivant les mêmes hypothèses d'intégration longue des données. Les méthodes présentées dans ce chapitre sont ainsi adaptées pour être utilisées avec un seul réseau d'antennes en élévation.

### 4.1.1 Détection d'une cible mobile de collision dans du fouillis de sol

La figure 4.1 illustre le cas d'utilisation considéré dans ce chapitre et met l'accent sur la différence de trajectoires qui existe entre la cible mobile et un élément au sol. Dans le repère du porteur, la cible mobile ne change pas d'angle de vue et présente ainsi une trajectoire de collision avec le porteur telle que définie dans le chapitre précédent. Un réflecteur au sol quant à lui change d'angle de vue au cours du temps, et possède une vitesse orthoradiale qui induit une variation de fréquence Doppler sur le fouillis.

Comme dans le chapitre précédent, nous allons donc nous appuyer sur cette différence de trajectoire et de variation de fréquence Doppler pour effectuer la détection de la cible mobile dans le fouillis de sol à partir du modèle de signal temporel d'une case distance (3.18).

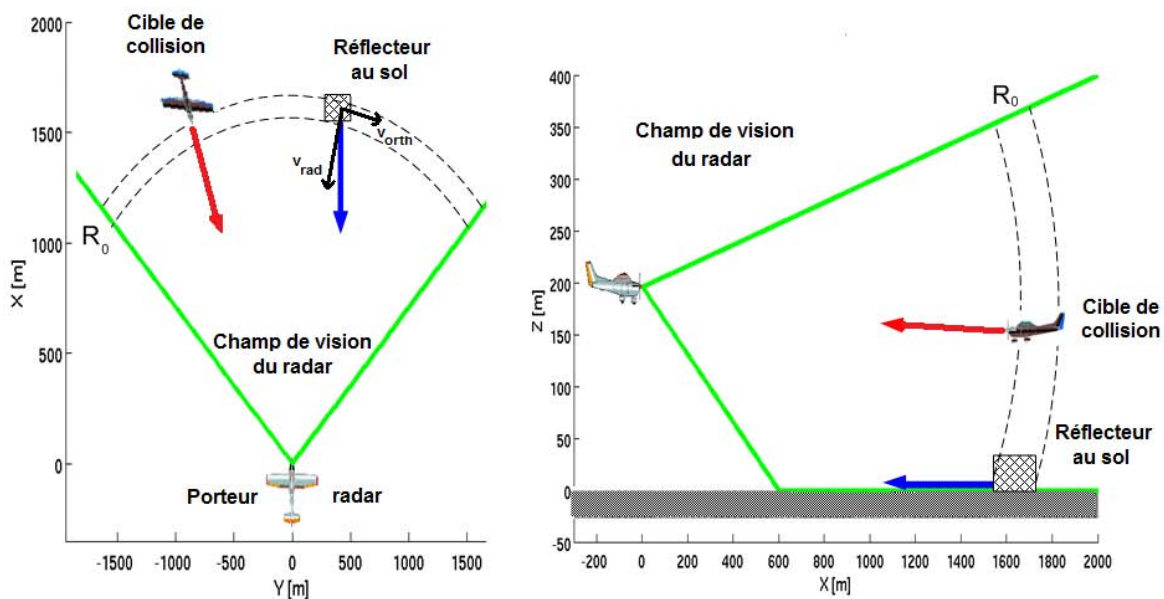


FIGURE 4.1 – Trajectoires d'une cible mobile de collision et d'un élément au sol



### 4.1.2 Modélisation du signal d'une case distance

Nous reprenons le signal d'une case distance au cours du temps long (3.18). Nous supposons que ce signal est constitué du signal de la cible mobile de collision, du bruit thermique et d'un signal interféreur qui gêne la détection de la cible mobile. Ce signal interféreur est constitué du fouillis de sol ou d'un ensemble de réflecteurs supposés connus a priori et de forte puissance devant le bruit thermique.

**Modèle de signal de la cible de collision** La cible mobile est supposée être une cible de collision. Sa fréquence Doppler est constante pendant le temps d'observation, et le signal de la cible au cours du temps long sur sa case distance est de la forme (3.12)

$$A \exp [j2\pi f_D mT] \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M - 1$$

où  $A$  et  $f_D$  représentent l'amplitude complexe et la fréquence Doppler inconnues de la cible. Nous pouvons réécrire le signal de la cible sous forme vectorielle de la façon suivante

$$\mathbf{x} = \mathbf{h}(f_D) A \quad (4.1)$$

où le vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{h}(f_D)$  de dimension  $M \times 1$  s'écrit

$$\mathbf{h}(f_D) = \left[ 1 \quad e^{j2\pi f_D T} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_D (M-1)T} \right]^T. \quad (4.2)$$

Pour simplifier, nous noterons dans la suite  $\mathbf{h}(f_D) = \mathbf{h}$  en gardant en tête que  $f_D$  est un paramètre inconnu et déterministe.

Dans un premier temps, nous supposons que la cible est ponctuelle et occupe une seule fréquence ou case Doppler représentée par le vecteur  $\mathbf{h}$ . En pratique, la cible n'est pas ponctuelle, et nous prendrons en compte son étalement spectral dans la section 4.4.

**Modèle de signal du fouillis** Conformément au modèle GCM de Ward [99], le fouillis de sol peut être modélisé par la somme des contributions de  $N_a$  réflecteurs élémentaires équi-répartis au sol. Pour une case distance donnée, le nombre effectif de cibles équivalentes pour modéliser le fouillis est de l'ordre du nombre de cases Doppler occupées par le sol, et ce nombre augmente avec le temps d'intégration et la résolution Doppler du radar. Le signal au cours du temps long d'un élément fixe au sol prend la forme (3.11)

$$B \exp \left[ j2\pi \left( f_D mT + \frac{1}{2} \dot{f}_D m^2 T^2 \right) \right] \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M - 1.$$

Pour les réflecteurs fixes et le fouillis de sol, nous rappelons que  $f_D$  et  $\dot{f}_D$  sont liées et entièrement déterminées par l'angle de vue  $\alpha$ , la vitesse du porteur  $v_a$  et la distance d'observation  $R_0$

$$f_D = \frac{2v_a \cos \alpha}{\lambda} \quad \text{et} \quad \dot{f}_D = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha}{\lambda R_0}.$$

Nous pouvons ainsi réécrire le signal du  $p^{\text{ième}}$  élément du fouillis sous forme vectorielle en fonction de son angle d'observation  $\alpha_p$  comme

$$\mathbf{s}_p = \left[ 1 \quad e^{j2\pi \left( \frac{2v_a \cos \alpha_p}{\lambda} T + \frac{v_a^2 \sin^2 \alpha_p}{\lambda R_0} T^2 \right)} \quad \dots \quad e^{j2\pi \left( \frac{2v_a \cos \alpha_p}{\lambda} (M-1)T + \frac{v_a^2 \sin^2 \alpha_p}{\lambda R_0} (M-1)^2 T^2 \right)} \right]^T. \quad (4.3)$$

Nous modélisons ainsi le signal de fouillis de sol comme la somme des contributions de  $P$  éléments

$$\mathbf{c} = \sum_{p=1}^P \mathbf{c}_p = \sum_{p=1}^P \mathbf{s}_p B_p = \mathbf{S}\mathbf{B} \quad (4.4)$$

où la matrice  $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_P]$  de dimension  $M \times P$  représente la matrice de phase des éléments du fouillis de sol, et le vecteur  $\mathbf{B} = [B_1, \dots, B_P]^T$  de dimension  $P \times 1$  est le vecteur complexe des amplitudes du fouillis.

**Fouillis gaussien ou fouillis déterministe** Le fouillis de sol peut être décomposé en un modèle de fouillis gaussien prédit par le modèle de Ward, pour lequel le vecteur d'amplitudes  $\mathbf{B}$  est gaussien, et un modèle de réflecteurs fixes au sol de fortes puissances devant le niveau de bruit thermique et le niveau moyen du fouillis gaussien, pour lequel le vecteur d'amplitudes  $\mathbf{B}$  peut être considéré déterministe. Par exemple, ces réflecteurs de fortes puissances peuvent être des pylônes étudiés dans le chapitre précédent, des immeubles, des tours, des éoliennes, etc... qui ressortent du niveau moyen de fouillis.

Nous pouvons ainsi modéliser le fouillis de sol comme la somme d'une composante gaussienne et d'une composante déterministe

$$\mathbf{c} = \mathbf{S}\mathbf{B} = \mathbf{S}_G \mathbf{B}_G + \mathbf{S}_D \mathbf{B}_D \quad (4.5)$$

où  $G$  et  $D$  indiquent respectivement la partie gaussienne et déterministe du fouillis. Notons que la matrice  $\mathbf{S}_G$  représente le fouillis gaussien du modèle de Ward et modélise l'ensemble du fouillis de sol observé par le radar sur la case distance, tandis que la matrice  $\mathbf{S}_D$  ne représente seulement que quelques éléments prépondérants qui ressortent du fouillis de sol.

Dans la suite, nous étudions l'échantillonnage en fréquence Doppler à apporter à la matrice de phase  $\mathbf{S}$  pour décrire l'ensemble du fouillis de sol observé par le radar sur une case distance. Nous verrons que ce pas doit être inférieur à l'échantillonnage du traitement Doppler classique par FFT, égal à  $1/T_{\text{int}}$ , pour être représentatif.

**Modèle de signal d'une case distance** Le signal d'une case distance au cours du temps long est constitué du signal de la cible, du signal du fouillis, et du bruit thermique

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}A + \mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{n} \quad (4.6)$$

où le bruit thermique  $\mathbf{n}$  est un bruit blanc additif gaussien complexe de puissance  $\sigma^2$  et de matrice de covariance

$$E[\mathbf{n}\mathbf{n}^H] = \sigma^2 \mathbf{I}.$$

Dans un premier temps, nous abordons le problème dit déterministe pour lequel la partie gaussienne du fouillis est négligée et où seule la partie déterministe du fouillis est considérée

$$\mathbf{S}\mathbf{B} = \mathbf{S}_D \mathbf{B}_D.$$

Le signal du fouillis  $\mathbf{S}\mathbf{B}$  est constitué d'un ensemble de réflecteurs de forte puissance dont on connaît l'historique de phase et qui perturbent la détection de la cible. Dans un premier temps, nous considérons ainsi le problème déterministe. La résolution de ce problème permet de mettre en évidence les contraintes et les capacités de réjection de cibles fixes au sol à partir de leurs variations de fréquence Doppler pour assurer la détection de la cible mobile de collision.

### 4.1.3 Echantillonnage de la matrice de phase du sol

Dans cette partie, nous cherchons une base de vecteurs  $\mathbf{s}_p$  (4.3) pour décrire l'ensemble du fouillis de sol observé par le radar à la distance  $R_0$  et pour des angles d'observation compris entre  $\alpha_{\min}$  et  $\alpha_{\max}$ . Plus précisément, ceci revient à chercher le pas d'échantillonnage  $\Delta f_D$  de fréquence Doppler entre deux vecteurs  $\mathbf{s}_p$  adjacents pour décrire entièrement le fouillis de sol à partir de la matrice de phase  $\mathbf{S}$ . Intuitivement, le nombre de vecteurs  $\mathbf{s}_p$  pour décrire le fouillis est au moins égal au nombre de cases Doppler occupées par le sol, et le pas recherché est inférieur à la résolution spectrale de Fourier égale à  $1/T_{\text{int}}$ .

**Mesure du pas par intercorrélation** Pour déterminer l'échantillonnage sur la fréquence Doppler de la matrice  $\mathbf{S}$ , une première approche consiste à calculer la corrélation entre les vecteurs  $\mathbf{s}_p$  par analogie avec l'analyse spectrale de Fourier, puis à déterminer la largeur du lobe principal de la fonction d'intercorrélacion.

Pour l'analyse spectrale de Fourier, la base de fonctions utilisées est une base d'exponentielles pures dont les fréquences sont espacées de la résolution de Fourier  $1/T_{\text{int}}$ . L'intercorrélacion de la base de Fourier avec n'importe quel vecteur de la base est un sinus cardinal (un noyau de Dirichlet sous sa forme échantillonnée). La résolution de l'analyse de Fourier est alors définie comme la demi-largeur du lobe de l'intercorrélacion, et est égale à l'inverse du temps d'observation.

L'intercorrélacion entre un vecteur  $\mathbf{s}_p$  de paramètres  $(f_{D1}, \dot{f}_{D1})$  et un autre vecteur de paramètres  $(f_{D2}, \dot{f}_{D2})$  s'écrit sous la forme

$$X_{\text{corr}} = \int_0^{T_{\text{int}}} \exp \left( j2\pi \left( \Delta f_D t + \frac{1}{2} \Delta \dot{f}_D t^2 \right) \right) dt \quad (4.7)$$

où l'on note

$$\Delta f_D = f_{D1} - f_{D2} \quad \text{et} \quad \Delta \dot{f}_D = \dot{f}_{D1} - \dot{f}_{D2}.$$

En utilisant (3.16), on remarque alors que

$$\Delta \dot{f}_D = \frac{\lambda}{2R_0} (\Delta f_D^2 + 2\Delta f_D f_{D1}) \approx \frac{\lambda}{R_0} \Delta f_D f_{D1}.$$

L'intercorrélacion s'écrit alors

$$X_{\text{corr}}(f_D, \Delta f_D) = \int_0^{T_{\text{int}}} \exp \left( j2\pi \Delta f_D \left( t + \frac{\lambda f_D}{2R_0} t^2 \right) \right) dt \quad (4.8)$$

qui est l'intégrale d'un chirp sur un intervalle fini. Cette intercorrélacion, qui dépend de la fréquence  $f_D$ , ne peut donc pas être déterminée analytiquement. Néanmoins, elle peut être calculée numériquement en fonction des paramètres en prenant par exemple une précision de calcul dix fois inférieure à la résolution de Fourier.

Une intercorrélacion calculée numériquement est représentée sur la figure 4.2 (a) et prend une forme similaire à un sinus cardinal. Ceci n'est pas étonnant, car le terme  $\frac{\lambda f_D}{2R_0}$  étant petit devant 1, le chirp sous l'intégrale ne s'éloigne pas beaucoup d'une exponentielle de fréquence pure, et nous pouvons alors considérer l'approximation intuitive suivante

$$X_{\text{corr}}(f_D, \Delta f_D) \approx \int_0^{T_{\text{int}}} \exp \left( j2\pi \Delta f_D \left( t + \frac{\lambda f_D}{4R_0} T_{\text{int}} \right) \right) dt \quad (4.9)$$

$$\approx T_{\text{int}} \text{Sin}_c \left[ \pi \Delta f_D T_{\text{int}} \left( 1 + \frac{\lambda f_D T_{\text{int}}}{4R_0} \right) \right] \quad (4.10)$$

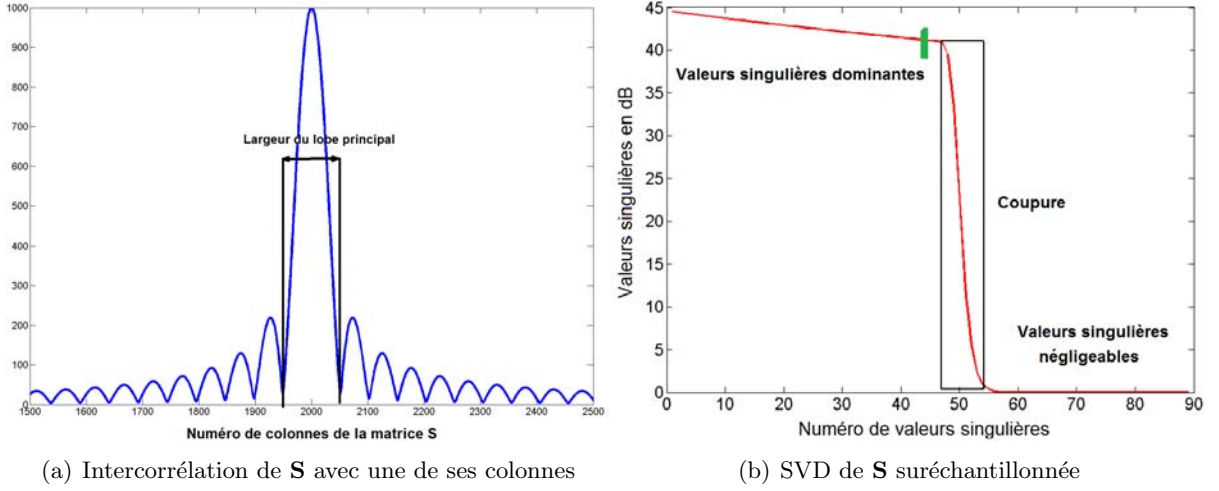


FIGURE 4.2 – Calcul du pas de fréquence Doppler par intercorrélation et SVD

qui s'annule pour

$$\Delta f_D = \frac{1}{T_{\text{int}}} \frac{1}{1 + \frac{\lambda f_D T_{\text{int}}}{4R_0}} = \frac{1}{T_{\text{int}}} \frac{1}{1 + \frac{v_a \cos \alpha T_{\text{int}}}{R_0}} < \frac{1}{T_{\text{int}}}. \quad (4.11)$$

Cette dernière équation nous donne une valeur approximative de la résolution de l'intercorrélation, et donc du pas d'échantillonnage recherché. Notons le fait que ce pas est inférieur à la résolution Doppler conventionnelle  $1/T_{\text{int}}$ . Ceci peut s'expliquer par le fait que l'on intègre un chirp et non une exponentielle, et cette réduction du lobe principal de la fonction d'intercorrélation peut s'apparenter à une compression d'impulsion [53].

Remarquons également que cette résolution dépend de l'angle d'observation  $\alpha$  et qu'elle est minorée par

$$\frac{1}{T_{\text{int}}} \frac{1}{1 + \frac{v_a T_{\text{int}}}{R_0}}$$

qui fait intervenir le déplacement du porteur  $v_a T_{\text{int}}$  comparé à la distance  $R_0$ . Le déplacement total ne dépassant pas 10–20% de la distance d'observation, le pas sur la fréquence Doppler à choisir est de l'ordre de

$$\Delta f_D = \frac{0.9}{T_{\text{int}}}.$$

**SVD de la matrice de phase du fouillis** Une seconde approche pour déterminer le pas d'échantillonnage consiste à suréchantillonner la matrice  $\mathbf{S}$  et à déterminer ses valeurs singulières ou son rang. La SVD (Singular Value Decomposition) de la matrice suréchantillonnée  $\mathbf{S}$  de dimension  $M \times N$  s'écrit [32]

$$\mathbf{S} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = \sum_{k=1}^r \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^H. \quad (4.12)$$

Les matrices  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont des matrices unitaires de dimension  $M \times N$  et  $N \times M$ , et la matrice  $\Sigma$  se met sous la forme

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_r \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

où  $r$  est le rang de  $\mathbf{S}$ , et les  $\sigma_k$  sont ses  $r$  valeurs singulières (non-nulles).

La figure 4.2 (b) montre les valeurs singulières classées par ordre décroissant d'une matrice  $\mathbf{S}$  suréchantillonnée à deux fois la résolution Doppler conventionnelle. Nous remarquons la présence d'un premier palier de valeurs singulières dominantes, et d'un second palier constitué de valeurs singulières nulles ou négligeables. Entre les deux se situe une zone de coupure. Le rang de la matrice  $\mathbf{S}$  est alors défini par le nombre de valeurs singulières dominantes. L'encoche verte marque le nombre de valeurs singulières obtenu avec un échantillonnage égal à la résolution Doppler conventionnelle. Conformément à nos attentes, ce nombre est inférieur au rang de  $\mathbf{S}$ . Le rang de la matrice  $\mathbf{S}$  suréchantillonnée nous renseigne sur le facteur de suréchantillonnage à apporter par rapport à la résolution Doppler conventionnelle. Ce facteur de suréchantillonnage est bien sûr fonction des paramètres conduisant à la définition de la matrice  $\mathbf{S}$  et ne peut être calculé analytiquement, mais il reste de l'ordre de 10–20%. On retrouve donc que le pas sur la fréquence Doppler à choisir est de l'ordre de

$$\Delta f_D = \frac{0.9}{T_{\text{int}}}.$$

## 4.2 Estimation et détection de la cible mobile pour le problème déterministe

Dans cette partie, nous nous posons le problème de détection de la cible mobile de collision noyée dans le fouillis de sol à partir du modèle de signal d'une case distance (4.6). Nous négligeons la partie gaussienne du fouillis, et nous considérons que le fouillis est seulement constitué de réflecteurs de forte puissance devant le bruit thermique, et déterministes. La solution du problème d'estimation et de détection de la cible se base sur une interprétation sous-espace des matrices de phase du fouillis et du vecteur directionnel de la cible. Elle fait appel à une projection oblique du signal par rapport au sous-espace fouillis et au sous-espace cible, dont les performances dépendent de la séparation entre les deux sous-espaces.

### 4.2.1 Estimation de l'amplitude de la cible par projection

Nous supposons que le fouillis de sol est constitué de réflecteurs de forte puissance, et déterministes. Nous nous posons donc le problème d'estimation de l'amplitude de la cible à partir du modèle linéaire de signal (4.6)

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}A + \mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{n}.$$

Ce modèle a été étudié par Scharf et Behrens [5] dans le cas où les amplitudes de la cible  $A$  et du fouillis  $\mathbf{B}$  sont des paramètres inconnus et déterministes à estimer au sens du maximum de vraisemblance. Scharf et Behrens donnent une interprétation sous-espaces à ce modèle linéaire de signal. Le signal utile et recherché, ici celui de la cible, appartient au sous-espace engendré par le vecteur  $\mathbf{h}$ , noté dans cette partie  $\langle \mathbf{h} \rangle$ .

Le signal  $\mathbf{SB}$  est quant à lui considéré comme un bruit structuré par la matrice  $\mathbf{S}$ , qui parasite l'estimation et la détection du signal utile. Il appartient au sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle$  engendré par les colonnes de  $\mathbf{S}$ , supposées linéairement indépendantes entre elles et indépendantes de  $\mathbf{h}$ . L'idée intuitive derrière ce modèle sous-espace est de chercher à supprimer le bruit structuré  $\mathbf{SB}$  par projection en exploitant la structure particulière de la matrice  $\mathbf{S}$ .

**Matrice de projection orthogonale** Une matrice de projection orthogonale permet de projeter un signal sur un sous-espace donné. La matrice de projection orthogonale qui projette un signal sur le sous-espace  $\langle \mathbf{H} \rangle$  engendré par les colonnes d'une matrice  $\mathbf{H}$  s'écrit [32]

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}} = \mathbf{H} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H} = \mathbf{H} \mathbf{H}^\dagger \quad (4.14)$$

où  $\mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$  désigne la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose de  $\mathbf{H}$ . La matrice de projection duale, qui projette le signal sur le sous-espace  $\langle \mathbf{H} \rangle^\perp$  orthogonal au sous-espace  $\langle \mathbf{H} \rangle$  s'écrit

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{H}} = \mathbf{I} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (4.15)$$

Cette dernière matrice permet en retour de supprimer du signal tout élément appartenant au sous-espace  $\langle \mathbf{H} \rangle$ . Ces deux matrices vérifient les deux relations suivantes

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{H}} \mathbf{H} &= \mathbf{H} && \text{propriété de projection} \\ \mathbf{P}_{\mathbf{H}}^\perp \mathbf{H} &= \mathbf{0} && \text{propriété de réjection.} \end{aligned}$$

Une matrice de projection orthogonale  $\mathbf{P}$  vérifie également les propriétés matricielles suivantes

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^2 &= \mathbf{P} && \text{idempotence} \\ \mathbf{P}^H &= \mathbf{P} && \text{symétrie hermitienne.} \end{aligned}$$

Scharf et Behrens utilisent ainsi la connaissance a priori du bruit structuré  $\mathbf{S}$  pour former la matrice de projection orthogonale  $\mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp$  afin d'éliminer le bruit structuré du signal par projection. Nous allons voir que cette approche est équivalente à déterminer l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de l'amplitude de la cible.

**L'estimateur MV du problème déterministe** Nous cherchons à déterminer l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance (MV) de  $A$  et  $\mathbf{B}$ . Dans un premier temps, nous concaténons le signal de la cible et du fouillis

$$\mathbf{h}A + \mathbf{S}\mathbf{B} = [\mathbf{h} \ \mathbf{S}] \begin{bmatrix} A \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = \mathbf{H}\mathbf{A}. \quad (4.16)$$

La log-vraisemblance des données s'écrit alors sous la forme

$$\ln p(\mathbf{z}) = -M \ln \pi - M \ln(\sigma^2) - \frac{1}{\sigma^2} [\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{A}]^H [\mathbf{z} - \mathbf{H}\mathbf{A}]. \quad (4.17)$$

En dérivant la log-vraisemblance par rapport au vecteur de paramètres inconnus  $\mathbf{A}$ , on déduit l'estimateur MV du vecteur d'amplitudes concaténées  $\mathbf{A}$

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{z} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{z} \quad (4.18)$$

qui n'est autre que la solution au sens des moindres carrés de l'estimation des amplitudes du modèle. Il reste maintenant à séparer les estimés de  $A$  et de  $\mathbf{B}$

$$\begin{bmatrix} \hat{A} \\ \hat{\mathbf{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \mathbf{h} & \mathbf{h}^H \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^H \mathbf{h} & \mathbf{S}^H \mathbf{S} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \\ \mathbf{S}^H \end{bmatrix} \mathbf{z} \quad (4.19)$$

pour obtenir l'estimateur  $\hat{A}$ . Pour cela, nous utilisons le lemme d'inversion matricielle suivant

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\mathbf{C} - \mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{D} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

qui permet après calcul d'obtenir l'estimateur MV de l'amplitude de la cible

$$\hat{A} = \left( \mathbf{h}^H \mathbf{h} - \mathbf{h}^H \left[ \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \right] \mathbf{h} \right)^{-1} \mathbf{h}^H \left[ \mathbf{I} - \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \right] \mathbf{z}. \quad (4.20)$$

L'estimateur MV de l'amplitude  $A$  s'écrit de manière plus compacte en utilisant la théorie des projections orthogonales. Ainsi, l'expression précédente se simplifie pour donner

$$\hat{A} = \left( \mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp} \mathbf{h} \right)^{-1} \mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp} \mathbf{z} = \left( \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp} \mathbf{h} \right)^{\dagger} \mathbf{z}. \quad (4.21)$$

Le signal  $\mathbf{z}$  est projeté sur le sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle^{\perp}$  orthogonal au sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle$  afin de rejeter le bruit structuré. Le signal projeté est ensuite corrélé avec la réplique  $\mathbf{h}$  du sous-espace cible, et le résultat est normalisé par la quantité  $\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp} \mathbf{h}$  pour compenser les pertes liées à la projection. De la même manière, le vecteur d'amplitudes du fouillis s'écrit en intervertissant  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{S}$  dans (4.21)

$$\hat{\mathbf{B}} = \left( \mathbf{S}^H \mathbf{P}_{\mathbf{h}}^{\perp} \mathbf{S} \right)^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{P}_{\mathbf{h}}^{\perp} \mathbf{z} = \left( \mathbf{P}_{\mathbf{h}}^{\perp} \mathbf{S} \right)^{\dagger} \mathbf{z}. \quad (4.22)$$

**Projections obliques** Scharf et Behrens [5] donnent une interprétation de l'estimateur (4.21), ou plutôt de la quantité  $\mathbf{h} \hat{A}$ , en tant que projection oblique du signal  $\mathbf{z}$ . Pour cela, ils décomposent le projecteur orthogonal

$$\mathbf{P}_{[\mathbf{h} \ \mathbf{S}]} = [\mathbf{h} \ \mathbf{S}] \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \mathbf{h} & \mathbf{h}^H \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^H \mathbf{h} & \mathbf{S}^H \mathbf{S} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \\ \mathbf{S}^H \end{bmatrix} = \mathbf{E}_{[\mathbf{h} \ \mathbf{S}]} + \mathbf{E}_{[\mathbf{S} \ \mathbf{h}]} \quad (4.23)$$

en deux projecteurs complémentaires  $\mathbf{E}_{[\mathbf{h} \ \mathbf{S}]}$  et  $\mathbf{E}_{[\mathbf{S} \ \mathbf{h}]}$  définis par

$$\mathbf{E}_{[\mathbf{h} \ \mathbf{S}]} = [\mathbf{h} \ \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \mathbf{h} & \mathbf{h}^H \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^H \mathbf{h} & \mathbf{S}^H \mathbf{S} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \\ \mathbf{S}^H \end{bmatrix} = \mathbf{h} \left( \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp} \mathbf{h} \right)^{\dagger} \quad (4.24)$$

$$\mathbf{E}_{[\mathbf{S} \ \mathbf{h}]} = [\mathbf{0} \ \mathbf{S}] \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \mathbf{h} & \mathbf{h}^H \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^H \mathbf{h} & \mathbf{S}^H \mathbf{S} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{h}^H \\ \mathbf{S}^H \end{bmatrix} = \mathbf{S} \left( \mathbf{P}_{\mathbf{h}}^{\perp} \mathbf{S} \right)^{\dagger} \quad (4.25)$$

l'un projetant le signal  $\mathbf{z}$  sur le sous-espace  $\langle \mathbf{h} \rangle$  parallèlement à  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , et l'autre sur le sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle$  parallèlement à  $\langle \mathbf{h} \rangle$ . Ce sont bien des projecteurs car ils conservent la propriété d'idempotence

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}$$

mais ils ne sont pas à symétrie hermitienne. La figure 4.3 illustre le fait que les deux sous-espaces  $\langle \mathbf{h} \rangle$  et  $\langle \mathbf{S} \rangle$  sont disjoints mais ne sont pas orthogonaux entre eux. Le signal  $\mathbf{z}$  est tout d'abord projeté orthogonalement sur le plan engendré par  $\langle \mathbf{h} \rangle$  et  $\langle \mathbf{S} \rangle$ , puis le signal projeté  $\mathbf{P}_{[\mathbf{h} \ \mathbf{S}]} \mathbf{z}$  est décomposé sur les deux sous-espaces  $\langle \mathbf{h} \rangle$  et  $\langle \mathbf{S} \rangle$  par projections obliques.

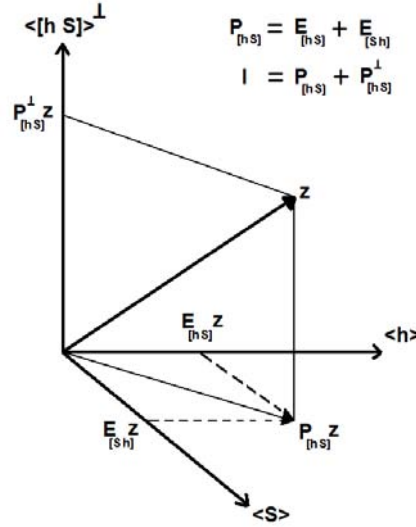


FIGURE 4.3 – Projections orthogonales et obliques du signal

**Interprétation géométrique et angles principaux entre sous-espaces** Les angles principaux entre deux sous-espaces sont une généralisation du concept géométrique des angles entre les lignes et les plans [32][5]. Il existe autant d'angles entre les deux sous-espaces que la dimension du sous-espace de rang le plus faible. Un rappel des propriétés des angles principaux est donné dans [13]. Nous supposons que le signal cible est engendré par un sous-espace  $\langle \mathbf{h} \rangle$  de dimension 1, c'est-à-dire que la cible n'est contenue que sur une case Doppler. En conséquence, nous pouvons réécrire l'équation (4.21) comme

$$\hat{A} = \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{z}}{\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h}}. \quad (4.26)$$

Le terme au dénominateur représente la proportion de la puissance du signal cible conservée après projection  $\mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp$ , et permet de mesurer l'angle principal qui existe entre  $\langle \mathbf{h} \rangle$  et  $\langle \mathbf{S} \rangle$

$$\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} = \left\| \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} \right\|^2 = M \sin^2 \beta \quad (4.27)$$

où  $\beta$  est l'angle principal entre les deux sous-espaces, représenté sur la figure 4.4. Lorsque  $\beta$  est égal à  $90^\circ$ , la projection est orthogonale.

Lorsque  $\beta$  tend vers zéro, cela signifie que les deux sous-espaces sont trop proches et deviennent linéairement dépendants. Il devient alors impossible de les séparer par projection. En d'autres termes, la puissance de la cible après projection tend vers zéro, ce qui signifie que la projection  $\mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp$  rejette également la cible.

**Implémentation** L'estimateur MV de l'amplitude de la cible suppose la connaissance a priori du vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{h}$  et de la matrice de phase  $\mathbf{S}$  des éléments du fouillis ou de manière plus générale, des cibles à rejeter du signal.

La matrice  $\mathbf{S}$  est supposée connue et peut être suréchantillonnée pour déterminer son rang  $r$  et une base du sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle$  à partir de sa SVD (4.12). La décomposition SVD de  $\mathbf{S}$  peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{S} = [\mathbf{U}_1 \ \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^H \\ \mathbf{V}_2^H \end{bmatrix} \quad (4.28)$$



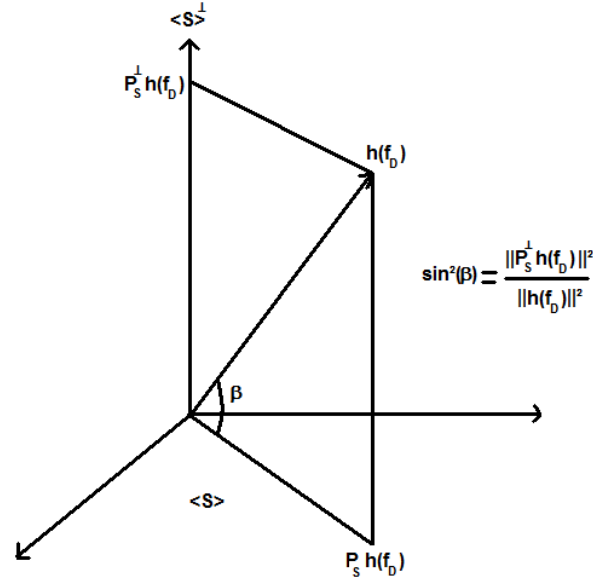


FIGURE 4.4 – Angle principal entre le vecteur cible et le sous-espace fouillis

où  $\mathbf{U}_1$  est de dimension  $M \times r$ . Les matrices de projection orthogonale liées à la matrice  $\mathbf{S}$  s'écrivent alors

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_S &= \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_1^H \\ \mathbf{P}_S^\perp &= \mathbf{I} - \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_1^H = \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_2^H. \end{aligned} \quad (4.29)$$

La matrice de projection orthogonale  $\mathbf{P}_S^\perp$  peut ainsi être déterminée directement à partir de la SVD de  $\mathbf{S}$ . Le vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{h}$  et sa fréquence Doppler  $f_D$  sont inconnus en pratique et doivent être recherchés. Nous pouvons montrer que l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de la fréquence Doppler de la cible  $f_D$  dans le cas où  $\mathbf{h}$  est inconnu et déterministe s'écrit [34]

$$f_D = \arg \max_{f_D} \mathbf{z}^H \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{h} \left( \mathbf{h}^H \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{h} \right)^{-1} \mathbf{h}^H \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{z} \quad \text{avec} \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}(f_D)$$

qui est équivalent à rechercher la fréquence Doppler  $f_D$  ou le vecteur  $\mathbf{h}$  qui maximise la puissance en sortie de projection. La recherche de la fréquence de la cible est donc similaire au périodogramme ou au spectre FFT du signal projeté,  $\mathbf{h}$  étant un vecteur de la base de Fourier. Plus précisément, le numérateur et le dénominateur de l'équation (4.26) sont respectivement la FFT du signal projeté  $\mathbf{P}_S^\perp \mathbf{z}$  et le module carré de la FFT des colonnes de la matrice  $\mathbf{P}_S^\perp$ . Nous appellerons dans la suite spectre oblique le spectre du signal (4.6) obtenu à partir du module carré de l'équation (4.26) pour toutes les fréquences de la base de Fourier utilisée dans l'algorithme FFT.

La figure 4.5 illustre le spectre obtenu par FFT et le spectre oblique d'un signal synthétique contenant quelques éléments de fouillis de sol de forte puissance. La cible est masquée par les éléments du fouillis sur le spectre FFT (a), mais elle apparaît sur le spectre oblique (b) car les éléments du fouillis sont rejetés avec succès par la projection. Cependant, certains pics de puissance liés au fouillis apparaissent toujours sur le spectre oblique.

La figure (c) représente l'angle principal (4.39) entre le sous-espace fouillis, fixé par la connaissance de  $\mathbf{S}$ , et le sous-espace cible qui est fonction de la fréquence Doppler  $f_D$ . La projection

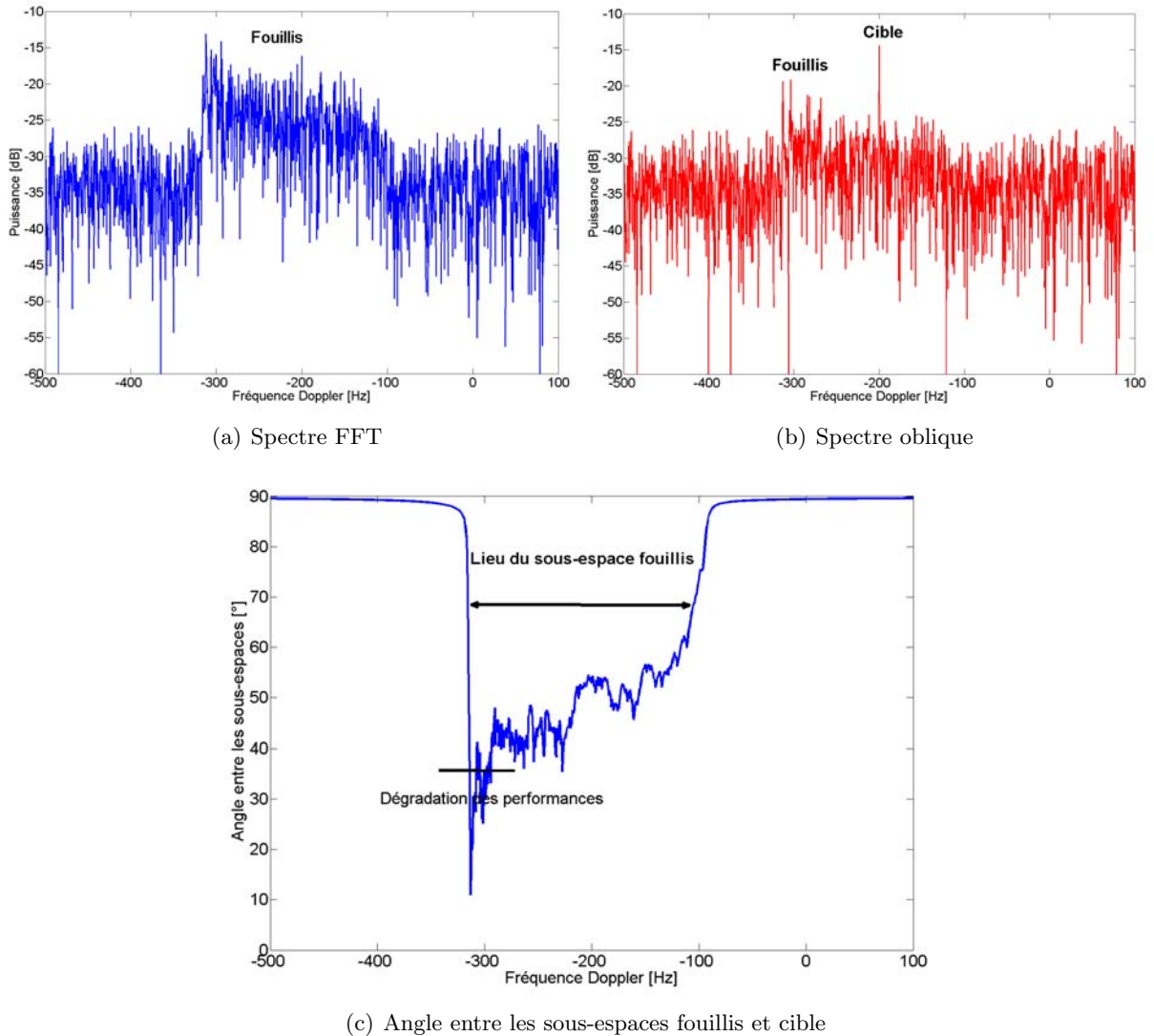


FIGURE 4.5 – Comparaison entre les spectres FFT et oblique, et l’angle entre les sous-espaces

oblique est d’autant plus efficace pour éliminer le fouillis que l’angle principal entre les sous-espaces est grand. Nous remarquons que la zone où l’angle entre les sous-espaces est minimal correspond à la zone sur laquelle apparaissent les pics de puissance résiduels du fouillis sur le spectre oblique. Sur cette zone, l’angle entre les deux sous-espaces y est plus faible, les performances de la projection sont dégradées, et le fouillis de sol n’est pas totalement éliminé par la projection.

#### 4.2.2 Détection de la cible pour le problème déterministe

Nous considérons le problème de détection suivant [88]

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{z} &= \mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{n} \\ H_1 : \mathbf{z} &= \mathbf{h}\mathbf{A} + \mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.30)$$

où les amplitudes  $A$  et  $\mathbf{B}$  sont supposées déterministes et inconnues, la puissance du bruit thermique  $\sigma^2$  est également supposée inconnue. Nous supposons la fréquence de la cible et le vecteur  $\mathbf{h}$  connus, ainsi que la matrice de phase du fouillis  $\mathbf{S}$ . Sous ces hypothèses, la vraisemblance des données sous  $H_0$  et sous  $H_1$  s'écrit

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z}|\sigma^2, H_0) &= \frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp\left(-\frac{[\mathbf{z} - \mathbf{S}\mathbf{B}]^H [\mathbf{z} - \mathbf{S}\mathbf{B}]}{\sigma^2}\right) \\ p(\mathbf{z}|\sigma^2, H_1) &= \frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp\left(-\frac{[\mathbf{z} - \mathbf{h}A - \mathbf{S}\mathbf{B}]^H [\mathbf{z} - \mathbf{h}A - \mathbf{S}\mathbf{B}]}{\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (4.31)$$

L'estimateur MV de l'amplitude de la cible sous  $H_1$  est donné par l'équation (4.21), et l'estimateur MV des amplitudes du fouillis est donné par (4.22) sous  $H_0$  et  $H_1$ . Sous les deux hypothèses, nous insérons ces estimés dans la log-vraisemblance des données, que nous dérivons ensuite par rapport au paramètre inconnu  $\sigma^2$ . Enfin, nous annulons cette dérivée afin de calculer les estimateurs MV de  $\sigma^2$  sous les deux hypothèses, pour donner

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{z}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{z}}{M} \quad \text{et} \quad \hat{\sigma}_1^2 = \frac{\mathbf{z}^H \mathbf{P}_{\mathbf{H}}^\perp \mathbf{z}}{M} \quad (4.32)$$

avec  $\mathbf{H}$  défini par (4.16). Le détecteur GLRT associé au problème de détection (4.30) s'écrit par définition

$$\Lambda(\mathbf{z}) = \frac{p(\mathbf{z}|\hat{A}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\sigma}_1^2, H_1)}{p(\mathbf{z}|\hat{\mathbf{B}}, \hat{\sigma}_0^2, H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \quad (4.33)$$

et est équivalent au test de détection suivant [88][34]

$$\Lambda(\mathbf{z}) \equiv \frac{\mathbf{z}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h}} \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{z}}{\mathbf{z}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h}}) \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{z}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \quad (4.34)$$

où le symbole  $\equiv$  indique que les deux détecteurs sont équivalents. Ce détecteur se simplifie en considérant les projections de  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{z}$  sur  $\langle \mathbf{S} \rangle^\perp$

$$\bar{\mathbf{h}} = \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} \quad \text{et} \quad \bar{\mathbf{z}} = \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{z}$$

pour donner

$$\Lambda(\bar{\mathbf{z}}) \equiv \frac{\bar{\mathbf{z}}^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{h}}} \bar{\mathbf{z}}}{\bar{\mathbf{z}}^H (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{h}}}) \bar{\mathbf{z}}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta \quad (4.35)$$

dont le numérateur et le dénominateur constituent respectivement une estimation de la puissance du signal de la cible après projection, et une estimation du niveau de bruit thermique. Ce détecteur GLRT associé au problème de détection (4.30) a été démontré dans [88], et peut également se démontrer en considérant le problème de détection directement à partir du signal projeté [34]

$$\bar{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{h}}A + \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{n}$$

qui conduit au détecteur GLRT donné par l'équation (4.35).

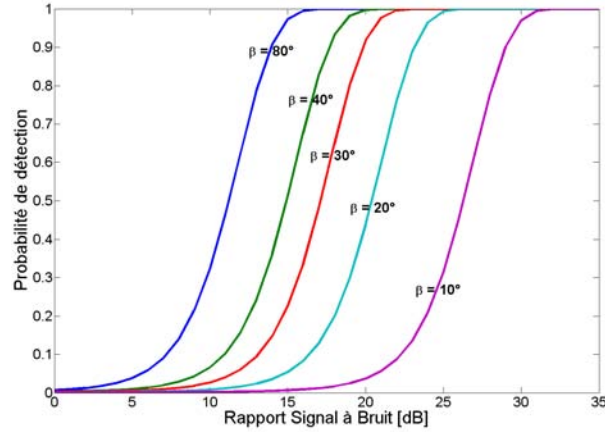


FIGURE 4.6 – Performances de détection en fonction de l'angle principal entre les sous-espaces cible et fouillis

**Performances théoriques** Le détecteur (4.35) effectue le rapport de deux fonctions mesurant, après élimination du fouillis, la puissance du signal sur le sous-espace cible, et la puissance du signal sur le sous-espace orthogonal au sous-espace cible, c'est-à-dire sur le sous-espace bruit. Nous rappelons les performances du détecteur (4.33) données dans [88][34]. Le test statistique (4.33) pour des données gaussiennes effectue le rapport entre deux variables aléatoires qui suivent des lois du  $\chi^2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{z}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{P}_{\mathbf{S}^\perp} \mathbf{h} \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{z} &\sim \chi_{2p}^2(\rho^2) \\ \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{z}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{P}_{\mathbf{S}^\perp} \mathbf{P}_{\mathbf{S}^\perp} \mathbf{z} &\sim \chi_{2(s-p)}^2(0) \end{aligned}$$

où  $p=1$  est la dimension du sous-espace cible,  $s=M-r$  est la dimension du sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle^\perp$ , et  $\rho^2$  est le paramètre de décentrage

$$\rho^2 = \frac{|A|^2}{\sigma^2} \mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} = \frac{M |A|^2 \sin^2 \beta}{\sigma^2} \quad (4.36)$$

qui n'est autre que le RSB de la cible après projection sur le sous-espace orthogonal au fouillis. Cette dernière expression montre que le RSB de la cible et donc les performances de détection dépendent grandement de l'angle  $\beta$  entre les sous-espaces cible et fouillis. Le test statistique (4.33), rapport de deux lois du  $\chi^2$ , suit ainsi une loi  $F$

$$\frac{s-p}{p} \Lambda(\mathbf{z}) \sim \begin{cases} F_{2p, 2(s-p)}(\rho^2) & \text{sous } H_1 \\ F_{2p, 2(s-p)}(0) & \text{sous } H_0. \end{cases} \quad (4.37)$$

La probabilité de fausse alarme et la probabilité de détection de ce détecteur s'écrivent donc

$$\begin{aligned} P_{\text{fa}} &= 1 - P [F_{2p, 2(s-p)}(0) \leq \eta] \\ P_{\text{d}} &= 1 - P [F_{2p, 2(s-p)}(\rho^2) \leq \eta] \end{aligned} \quad (4.38)$$

et permettent de tracer les courbes théoriques  $(P_{\text{d}} - P_{\text{fa}})$  et  $(P_{\text{d}} - \text{RSB})$  du détecteur. La figure 4.6 montre l'influence de l'angle  $\beta$  entre les sous-espaces cible et fouillis pour une  $P_{\text{fa}}$  de  $10^{-3}$ , avec  $M = 1000$ ,  $p = 1$  et  $r = 100$ . Nous remarquons ainsi que les performances de détection sont très nettement dégradées lorsque l'angle principal entre les sous-espaces est inférieur à  $30^\circ$ .

### 4.2.3 Capacités de réjection de cibles fixes par leur variation de fréquence

Nous avons vu que les capacités de réjection de fouillis et les performances de détection de la cible mobile dans le cas du problème déterministe dépendent de l'angle entre le sous-espace fouillis et le sous-espace cible. L'angle  $\beta$  entre ces deux sous-espaces vérifie (4.39)

$$\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} = \left\| \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} \right\|^2 = M \sin^2 \beta.$$

Cette relation représente la portion de la puissance du signal cible conservée après projection, et dépend du rang de la matrice  $\mathbf{S}$ . Dans cette partie, nous cherchons à déterminer une condition liant l'angle  $\beta$  et les paramètres conduisant à la définition de  $\mathbf{S}$  pour conserver des performances de détection admissibles.

**Matrice de phase d'un réflecteur de forte puissance** Sans perte de généralités, nous nous plaçons dans le cas d'une cible fixe au sol de forte puissance à rejeter du signal par projection, tel qu'un immeuble ou un pylône. Par définition, une telle cible n'est pas ponctuelle et est étendue spatialement au sein de la même case distance. Comme illustrée sur la figure 4.7, elle est vue par le radar suivant un ensemble d'angles de vue compris entre  $\alpha_{\min}$  et  $\alpha_{\max}$ . On dit qu'elle s'étale 'physiquement' en fréquence Doppler entre les fréquences

$$f_{\min} = -\frac{2v_a \cos \alpha_{\min}}{\lambda} \quad \text{et} \quad f_{\max} = -\frac{2v_a \cos \alpha_{\max}}{\lambda}$$

lorsque l'écart de fréquence  $|f_{\min} - f_{\max}|$  est supérieur à la résolution Doppler  $1/T_{\text{int}}$ . Autrement dit, la cible occupe plusieurs cases Doppler adjacentes comme le montre son spectre représenté sur la figure 4.8(a). Le mot 'physiquement' signifie donc ici que l'étalement en fréquence Doppler de la cible est dû à son extension spatiale, et non aux variations de fréquence sur le temps d'intégration. En comparaison, le spectre de la cible prenant en compte les variations de fréquence dû au temps d'intégration long est représenté sur la figure 4.8(b).

En pratique, nous supposons connus la vitesse porteur  $v_a$ , la distance  $R_0$  et le cône d'observation  $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$  de la cible, ce qui permet de déterminer a priori la matrice de phase  $\mathbf{S}$ .

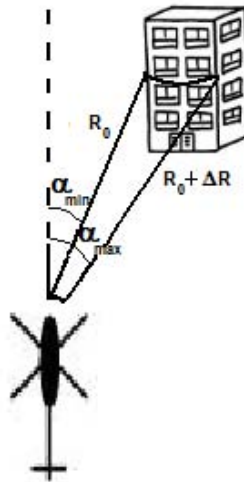


FIGURE 4.7 – Cône d'observation d'une cible étalée spatialement

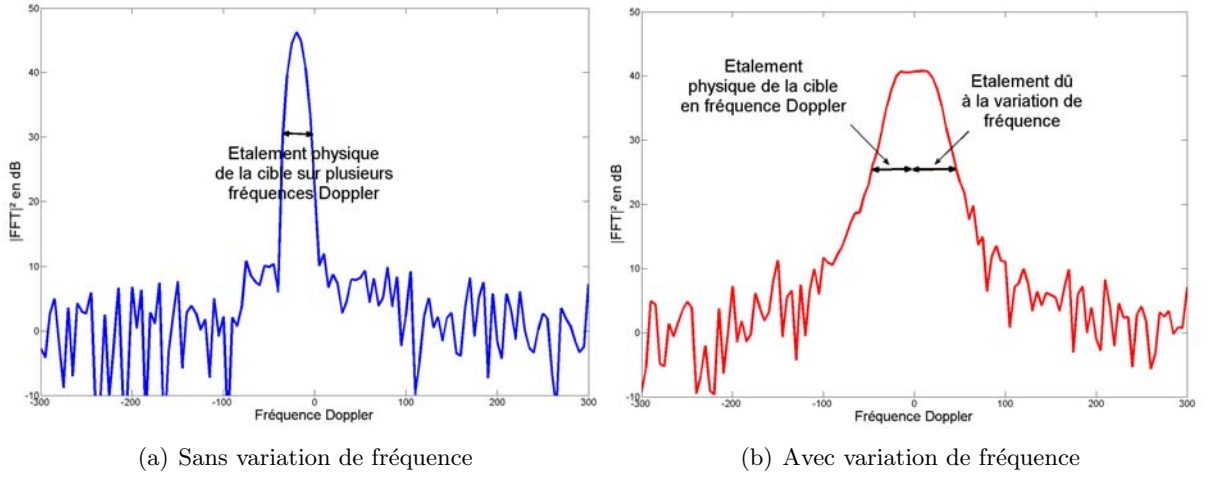


FIGURE 4.8 – Spectre d’une cible étendue avec et sans variation de fréquence

La cible à éliminer du signal peut être représentée par un ensemble de réflecteurs élémentaires modélisés par une matrice  $\mathbf{S}$  dont les colonnes sont échantillonnées en fréquence Doppler entre  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$  tous les  $\Delta f_D < 1/T_{\text{int}}$  (pas d’échantillonnage défini dans 4.1.3).

**Calcul de l’angle entre sous-espaces** Pour déterminer l’angle  $\beta$  entre le sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle$  et le sous-espace  $\langle \mathbf{h} \rangle$ , nous devons calculer le terme  $\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h}$  pour tous les vecteurs  $\mathbf{h}$  de la base de Fourier

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} &= \mathbf{h}^H \mathbf{h} - \mathbf{h}^H \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{h} \\ &= M - \mathbf{h}^H \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{h}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Cette expression ne peut pas se calculer de manière analytique, et doit être estimée numériquement, comme nous l’avons fait pour présenter la figure 4.5(c). Notons  $B$  la variation minimale de fréquence due à la vitesse orthoradiale de la cible à rejeter

$$B = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha_{\min}}{\lambda R_0} T_{\text{int}}.$$

Nous pouvons distinguer deux cas en fonction de  $B$  et de l’étalement physique de fréquence  $|f_{\min} - f_{\max}|$ . La figure 4.9 représente l’angle  $\beta$  calculé numériquement à partir de (4.39) en fonction de la fréquence Doppler et pour

$$(a) |f_{\min} - f_{\max}| < B \quad (b) |f_{\min} - f_{\max}| > B.$$

L’angle  $\beta$  tend vers zéro dans le second cas, et la projection ne peut éliminer la cible. Dans les deux cas, nous remarquons que l’angle  $\beta$  prend la forme d’un V en fonction de la fréquence Doppler :  $\beta$  diminue de manière quasiment linéaire entre  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$ , puis reste globalement constant sur une plage de fréquences, et augmente de nouveau de manière linéaire.

Dans l’annexe B, nous donnons une approche intuitive de résolution de l’équation (4.39) pour retrouver les résultats de la figure 4.9 et comprendre les variations de l’angle  $\beta$  en fonction de la fréquence. Pour cela, nous supposons que les colonnes de  $\mathbf{S}$  sont très peu corrélées entre elles, ce qui est le cas par définition du pas d’échantillonnage retenu dans 4.1.3. D’autre part, nous

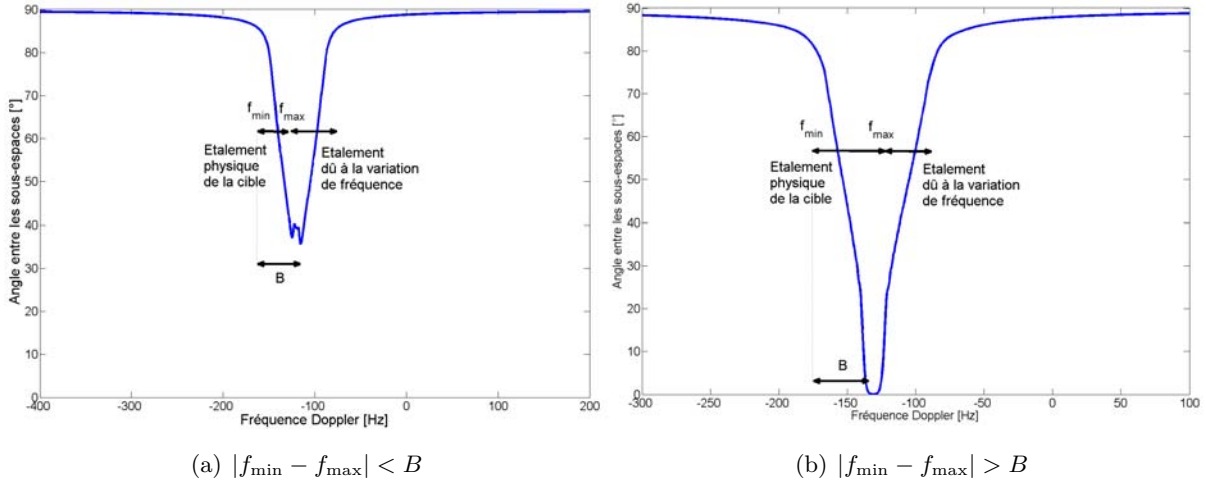


FIGURE 4.9 – Angle  $\beta$  entre les sous-espaces en fonction de la fréquence Doppler

approximons le module de la transformée de Fourier d'un chirp par une fonction porte. Ceci nous conduit à considérer que l'angle minimal  $\beta_{\min}$  définissant les performances de la projection suit approximativement les relations suivantes

$$\sin^2 \beta_{\min} = \begin{cases} 1 - \frac{|f_{\min} - f_{\max}|}{B} & \text{si } |f_{\min} - f_{\max}| < B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.40)$$

ce qui signifie qu'à performances ou angle  $\beta$  fixés, la relation qui relie la plage d'observation angulaire  $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$  de la cible à rejeter avec les paramètres de vitesse  $v_a$ , de distance  $R_0$ , et de temps d'intégration  $T_{\text{int}}$ , s'écrit

$$\cos \alpha_{\min} - \cos \alpha_{\max} = (1 - \sin^2 \beta) \frac{v_a T_{\text{int}}}{R_0} \sin^2 \alpha_{\min} \quad (4.41)$$

sous contrainte que le déplacement  $v_a T_{\text{int}}$  soit bien inférieur à la distance d'observation  $R_0$ .

**Cône ou bande de suppression du fouillis** Nous avons mis en évidence à travers la relation (4.39) que la projection pouvait éliminer du signal une cible étendue ou de manière équivalente le fouillis de sol sur un cône d'observation  $(\alpha_{\min}; \alpha_{\max})$  devant vérifier la relation (4.41). La projection cherche à éliminer chaque réflecteur du fouillis contenu dans ce cône modélisé par la matrice  $\mathbf{S}$ . Le succès de la projection dépend de l'étalement spectral  $|f_{\min} - f_{\max}|$  du fouillis à rejeter, qui doit être inférieur à la bande  $B$  d'étalement spectral. En d'autres termes, la bande spectrale de fouillis que la projection peut rejeter doit être inférieure à la bande spectrale d'étalement due à la vitesse orthoradiale du fouillis.

Il est donc intéressant d'un point de vue pratique de déterminer l'ouverture angulaire  $\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min}$  du cône d'observation du fouillis ou d'une cible que la projection peut rejeter à partir de l'équation (4.39) afin de la comparer à titre d'exemple à l'étalement angulaire d'un immeuble. Cet étalement représenté sur la figure 4.7 s'écrit

$$\begin{aligned} R_0 \cos \alpha &= (R_0 + \Delta R) \cos(\alpha + \Delta\alpha) \\ \Rightarrow \Delta\alpha &= \cos^{-1} \left( \frac{R_0}{R_0 + \Delta R} \cos \alpha \right) - \alpha \approx \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \frac{\Delta R}{R_0}. \end{aligned}$$

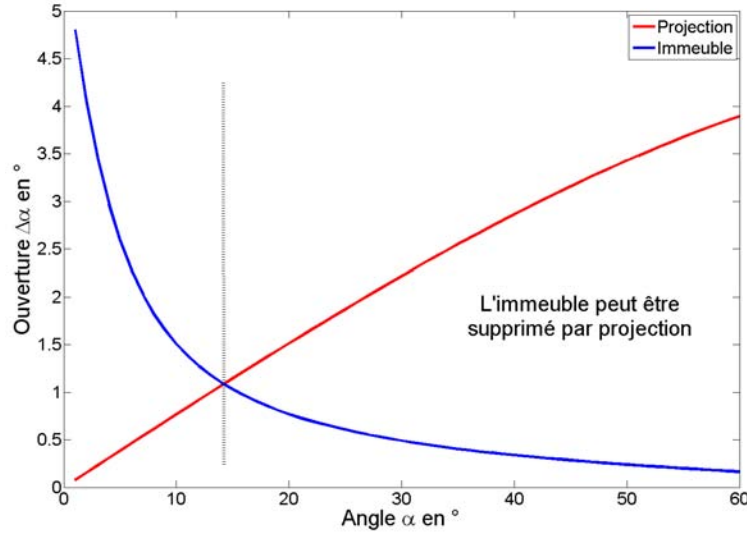


FIGURE 4.10 – Ouverture angulaire admissible pour la projection et cône d’observation d’un immeuble

La figure 4.10 compare en fonction de l’angle d’observation  $\alpha$  l’étalement angulaire d’un immeuble avec l’angle au sommet du cône que peut rejeter la projection pour une vitesse  $v_a = 50m/s$ , un temps d’intégration  $T_{\text{int}} = 2s$ , une distance  $R_0 = 1000m$ , une résolution  $\Delta R = 5m$  et vérifiant  $1 - \sin^2\beta = 0.2$ . Dans ces conditions, nous remarquons donc que le signal de l’immeuble peut être supprimé à partir d’un angle d’observation minimal de  $18^\circ$ . Cependant, nous remarquons que l’extension du cône de suppression reste limitée à quelques degrés. Ceci nous indique que le fouillis de sol ne peut pas être éliminé par la projection dans son intégralité .

#### 4.2.4 Conclusion sur la résolution du problème déterministe

Dans cette section, nous avons supposé que le fouillis de sol était constitué uniquement de cibles fixes au sol de forte puissance, et nous avons résolu le problème déterministe de fouillis et de détection d’une cible mobile de collision supposée ponctuelle à partir du signal d’une case distance. La variation de fréquence supposée connue du fouillis permet de mettre en place une projection orthogonale dans le but de le supprimer du signal, la détection de la cible mobile se faisant sur le signal projeté.

Les performances de réjection de fouillis et de détection de la cible dépendent de la séparation entre le sous-espace fouillis et le sous-espace cible. En outre, nous avons montré que la projection orthogonale est capable de supprimer une cible fixe étendue en conservant un bon niveau de puissance pour la cible mobile tant que la variation de fréquence de la cible fixe due à sa vitesse orthoradiale reste supérieure à son étalement spectral. De ce fait, le cône de suppression reste limité et la projection ne permet pas de rejeter le fouillis de sol dans son ensemble.

En pratique, le traitement proposé peut être appliqué à l’élimination de cibles fixes avec peu d’étalement spectral, et renvoyant une grande quantité d’énergie vers le radar et ressortant du niveau moyen de fouillis tel qu’un pylône ou un immeuble. En outre, la projection définie dans ce chapitre peut également être utilisée dans le contexte de classification de cibles fixes développés dans le chapitre précédent pour supprimer les cibles déjà détectées.

Nous considérons maintenant le problème de détection de la cible mobile dans un fouillis gaussien pour lequel l’ensemble du fouillis est pris en compte.



### 4.3 Détection de la cible dans un fouillis gaussien

Dans cette partie, nous nous posons le problème de détection de la cible mobile dans un fouillis gaussien à partir du modèle de signal (4.6). Le problème de détection en fouillis gaussien introduit dans le chapitre 2 conduit à un détecteur GLRT pouvant être interprété en termes de sous-espaces. Pour mettre en place ce détecteur, la connaissance de la matrice de covariance des perturbations est nécessaire. Cette matrice n'est pas connue en pratique, et doit être estimée, généralement à partir de données secondaires, pour mettre en place la stratégie de détection. Dans cette partie, nous proposons au contraire d'utiliser la structure particulière du fouillis induite par la matrice  $\mathbf{S}$ , que nous supposons connue, pour estimer la matrice de covariance du fouillis et implémenter le détecteur sans avoir recours à des données secondaires.

#### 4.3.1 Rappel sur la détection en fouillis gaussien

Nous considérons le problème de détection suivant

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{z} &= \mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{n} \\ H_1 : \mathbf{z} &= \mathbf{h}A + \mathbf{S}\mathbf{B} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.42)$$

où l'amplitude  $A$  est supposée déterministe et inconnue, et pour lequel les amplitudes du fouillis  $\mathbf{B}$  sont des variables aléatoires gaussiennes. La puissance du bruit thermique  $\sigma^2$  est supposée inconnue. Lorsque les amplitudes du sous-espace  $\langle \mathbf{S} \rangle$  ne sont plus déterministes mais gaussiennes et décorréelées, le signal composite des perturbations fouillis+bruit est un signal gaussien complexe centré dont la matrice de covariance s'écrit

$$\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{S} E [\mathbf{B}\mathbf{B}^H] \mathbf{S}^H = \sigma^2 \mathbf{I} + \mathbf{S}\mathbf{\Lambda}\mathbf{S}^H \quad (4.43)$$

où  $\mathbf{\Lambda}$  est une matrice diagonale des puissances moyennes du fouillis

$$\mathbf{\Lambda} = E [\mathbf{B}\mathbf{B}^H] = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \Lambda_r \end{pmatrix}. \quad (4.44)$$

De ce fait, la vraisemblance des données sous  $H_0$  et sous  $H_1$  s'écrivent respectivement

$$\begin{aligned} p(\mathbf{z}|\sigma^2, H_0) &= \frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp(-\mathbf{z}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z}) \\ p(\mathbf{z}|\sigma^2, H_1) &= \frac{1}{\pi^M \sigma^{2M}} \exp\left(-[\mathbf{z} - \mathbf{h}A]^H \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}A]\right). \end{aligned} \quad (4.45)$$

Lorsque le niveau de puissance est inconnu, le détecteur GLRT adapté au problème (4.30) est le NMF (2.50)

$$\Lambda_{NMF} = \frac{|\mathbf{h}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z}|^2}{(\mathbf{h}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{h})(\mathbf{z}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_{NMF} \quad (4.46)$$

dans lequel la matrice de covariance  $\mathbf{C}$  inconnue doit être remplacée par un estimé pour former la version adaptative du détecteur NMF

$$\Lambda_{ANMF} = \frac{|\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{C}}^{-1} \mathbf{z}|^2}{(\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{C}}^{-1} \mathbf{h})(\mathbf{z}^H \hat{\mathbf{C}}^{-1} \mathbf{z})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta_{ANMF}. \quad (4.47)$$

**Remarque** Nous avons vu dans le chapitre 2 que le détecteur ANMF est également connu comme étant un détecteur GLRT adapté au problème d'estimation de la cible dans un fouillis gaussien composé. Le développement qui suit est donc à la fois valable pour un fouillis gaussien et un fouillis gaussien composé.

**Lien entre projection et matrice de covariance** Il existe un lien fort entre les matrices de projection orthogonale utilisées dans le problème déterministe et la matrice de covariance utilisée dans le problème gaussien. En effet, l'inverse de la matrice de covariance s'écrit

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left[ \mathbf{I} + \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{S} \mathbf{\Lambda} \mathbf{S}^H \right]^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left[ \mathbf{I} - \mathbf{S} (\sigma^2 \mathbf{\Lambda}^{-1} + \mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S} \right]. \quad (4.48)$$

Ce dernier résultat a été obtenu en utilisant le lemme d'inversion matriciel

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{C}^{-1} + \mathbf{DA}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{AD}^{-1}.$$

Ainsi, lorsque la puissance du fouillis est grande devant celle du bruit thermique, c'est-à-dire lorsque

$$\min_i \Lambda_i \gg \sigma^2$$

la matrice de covariance se simplifie en projection orthogonale

$$\mathbf{C}^{-1} \approx \frac{1}{\sigma^2} \left[ \mathbf{I} - \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S} \right] = \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp}. \quad (4.49)$$

L'estimateur MV de l'amplitude de la cible pour des perturbations gaussiennes a déjà été considéré pour le signal spatial (2.3) dans le chapitre 2 et s'écrit donc pour le signal temporel (4.6)

$$\hat{A} = \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z}}{\mathbf{h}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{h}} \quad (4.50)$$

qui est identique à l'équation (4.26) dans laquelle l'inverse de la matrice de covariance  $\mathbf{C}^{-1}$  est effectivement remplacée par la matrice de projection orthogonale  $\mathbf{P}_{\mathbf{S}}^{\perp}$ . De la même façon, nous avons remarqué dans le chapitre 2 que le détecteur NMF était équivalent au détecteur sous-espace (2.55), qui est exactement le détecteur obtenu dans le cas déterministe (4.35) en remplaçant l'inverse de la matrice de covariance par la projection orthogonale.

De ce fait, sous hypothèse de fouillis de forte puissance devant le bruit thermique, la connaissance a priori de la structure  $\mathbf{S}$  du fouillis de sol se substitue à la connaissance de la matrice de covariance du fouillis dans le problème de réjection de fouillis, d'estimation de l'amplitude de la cible ou de détection. Cependant, la matrice de projection perd l'information de puissance contenue dans la matrice de covariance, et cherche à supprimer de manière aveugle et sans ordre de priorité toutes les composantes du fouillis. Nous verrons que c'est cette suppression aveugle sans prise en compte de la puissance du fouillis qui conduit à limiter la projection à rejeter une bande de fouillis limitée (4.2.3).

### 4.3.2 Mise en place du détecteur ANMF

Pour mettre en place le détecteur ANMF, nous devons effectuer une estimation de la matrice de covariance des perturbations, ou du moins de son inverse, pour la remplacer dans le détecteur (4.46) et former l'ANMF (4.47). Contrairement au chapitre 2, nous supposons ne pas avoir à disposition de données secondaires pour effectuer cette estimation. Nous cherchons donc à estimer  $\mathbf{C}$  à partir du signal  $\mathbf{z}$  et de l'équation (4.43). La première étape dans l'estimation de  $\mathbf{C}^{-1}$  consiste à estimer les amplitudes  $\mathbf{B}$  du fouillis.

**Estimation des amplitudes du fouillis** Dans le cas où le vecteur d'amplitudes  $\mathbf{B}$  est supposé déterministe inconnu, son estimateur MV est donné par (4.22)

$$\hat{\mathbf{B}} = \left( \mathbf{S}^H \mathbf{P}_h^\perp \mathbf{S} \right)^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{P}_h^\perp \mathbf{z} = \left( \mathbf{P}_h^\perp \mathbf{S} \right)^\dagger \mathbf{z}$$

qui suppose connu le vecteur directionnel de la cible  $\mathbf{h}$ . Cette équation revient à censurer la bande de fréquence où se situe la cible, et à estimer ensuite au sens des moindres carrés les amplitudes du fouillis. Nous considérons donc cet estimateur pour déterminer le vecteur  $\mathbf{B}$ .

Notons qu'il est important de rejeter la cible du signal avant d'estimer les amplitudes du fouillis. La cible étant une exponentielle pure, face à des chirps constituant le fouillis, sa puissance se retrouve partagée par projection sur l'ensemble des éléments du fouillis dont le contenu fréquentiel inclut la fréquence de la cible. La cible de forte puissance, perturbant l'estimation des amplitudes du fouillis, risque d'être incluse dans la matrice de covariance à travers les amplitudes estimées du fouillis, et d'être supprimée par l'opération de blanchiment.

**Estimation de la matrice de covariance** La matrice de puissance du fouillis est estimée en considérant que les amplitudes du fouillis  $B_i$  sont indépendantes entre elles, si bien que

$$\mathbf{\Lambda} = E [\mathbf{B}\mathbf{B}^H] = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \Lambda_r \end{pmatrix} \Rightarrow \hat{\mathbf{\Lambda}} = \begin{pmatrix} |\hat{B}_1|^2 & & \\ & \ddots & \\ & & |\hat{B}_r|^2 \end{pmatrix}. \quad (4.51)$$

De ce fait,  $\hat{\mathbf{\Lambda}}$  est calculée comme étant une matrice diagonale. En considérant que la puissance du bruit thermique  $\sigma^2$  correspond à la plus petite puissance mesurée sur le sous-espace fouillis

$$\hat{\sigma}^2 = \min_i \Lambda_i = \hat{\Lambda}_m$$

l'inverse de la matrice de covariance peut être estimée en calculant

$$\hat{\mathbf{C}}^{-1} = \frac{1}{\hat{\Lambda}_m} \left[ \mathbf{I} - \mathbf{S} \left( \hat{\Lambda}_m \hat{\mathbf{\Lambda}}^{-1} + \mathbf{S}^H \mathbf{S} \right)^{-1} \mathbf{S}^H \right] \quad (4.52)$$

expression dans laquelle le facteur de normalisation  $\frac{1}{\hat{\Lambda}_m}$  se simplifie dans le calcul de l'ANMF et peut être mis de côté en pratique. En l'absence de données secondaires, nous choisissons donc d'utiliser l'estimateur (4.52) pour la mise en place du détecteur ANMF.

### 4.3.3 Facteur de blanchiment et sélection

Nous avons vu dans le problème déterministe que les capacités de réjection de fouillis ou de détection de la cible étaient liées à l'angle  $\beta$  entre les sous-espaces fouillis et cible (4.39). De manière analogue, les performances de détection dans le cas gaussien sont définies par la capacité de réjection du fouillis et la conservation du signal de la cible, définies par l'opération de blanchiment des données effectuée par la matrice  $\hat{\mathbf{C}}^{-1}$ .

**Facteur de blanchiment** Dans le cas gaussien, nous pouvons faire l'analogie suivante

$$\mathbf{h}^H \mathbf{P}_S^\perp \mathbf{h} \equiv \mathbf{h}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{h}.$$

Tout comme l'angle entre les sous-espaces pour le problème déterministe, le terme  $\mathbf{h}^H \mathbf{C}^{-1} \mathbf{h}$ , que nous appellons facteur de blanchiment, nous permet de comprendre les pertes sur le signal

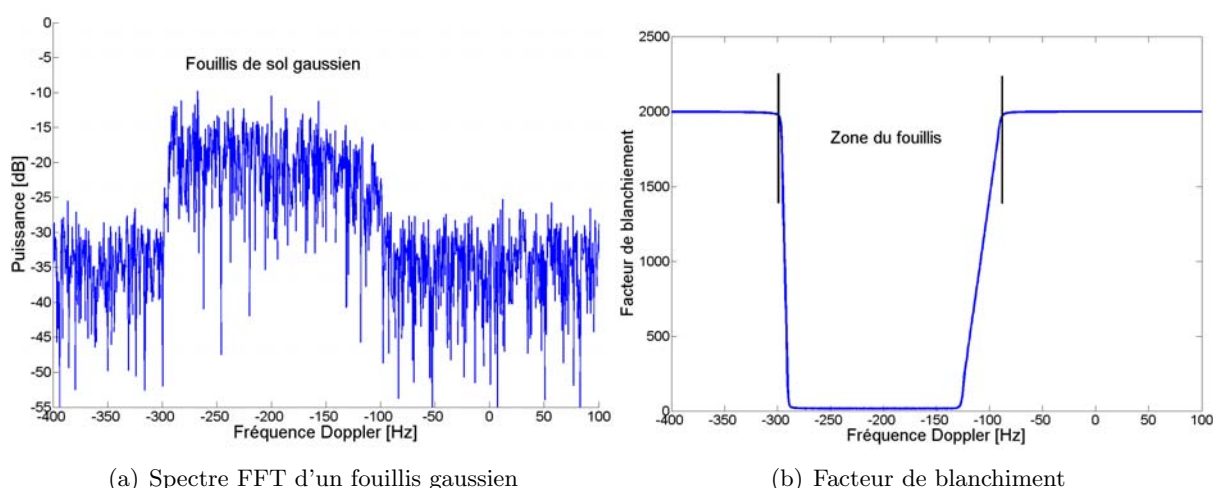


FIGURE 4.11 – Spectre FFT d'un fouillis gaussien et facteur de blanchiment

cible  $\mathbf{h}$  par le blanchiment des données réalisées par  $\mathbf{C}^{-1}$ . En particulier, plus ce facteur de blanchiment diminue, plus la cible risque d'être supprimée du signal. Comme pour le problème déterministe, ceci est le cas lorsque l'ensemble du fouillis est pris en compte dans la matrice de covariance.

La figure 4.11(a) représente le spectre obtenu par FFT d'un signal constitué d'un fouillis de sol gaussien pour  $\alpha \in [8^\circ; 20^\circ]$ ,  $v_a = 50m/s$ ,  $T_{\text{int}} = 2s$  et  $R_0 = 1000m$ . Une cible est également incluse dans le jeu de données à  $-200\text{Hz}$ . La figure 4.11(b) représente le facteur de blanchiment lorsque l'ensemble du fouillis de sol est pris en compte dans la matrice de covariance. Nous remarquons donc le même problème que dans le cas déterministe, c'est-à-dire que le facteur de blanchiment tend vers zéro : le fouillis et la cible sont conjointement éliminés par le blanchiment, et le détecteur ANMF échoue dans la détection de la cible. Ceci vient du fait que le sous-espace fouillis pris en compte dans  $\hat{\mathbf{C}}$  est trop grand et ne laisse pas de place au sous-espace cible. Pour éviter cet écueil, la solution naturelle consiste à diminuer la dimension du sous-espace fouillis pris en compte dans  $\hat{\mathbf{C}}^{-1}$  en sélectionnant seulement les éléments les plus puissants. Cette sélection permet ainsi de conserver un niveau de signal cible suffisant pour sa détection en limitant la réjection de fouillis aux éléments les plus gênants.

**Sélection des éléments à rejeter** Afin d'éviter que le blanchiment des données supprime le signal de la cible, nous sommes amenés à sélectionner les éléments de fouillis les plus puissants pour estimer la matrice de covariance des perturbations. Le blanchiment qui résulte de cette sélection cherche ainsi à supprimer seulement les éléments de fouillis les plus gênants pour la détection de la cible en laissant de côté les éléments les moins gênants.

De ce fait, nous retrouvons le dilemme connu en traitement d'antennes, entre réjection d'interférences et conservation du signal utile : le niveau de RSBI optimal ne s'obtient pas en éliminant l'ensemble des interférences, mais en sélectionnant seulement celles qui perturbent le plus la détection du signal utile [95].

La figure 4.12(a) représente les puissances par ordre décroissant des éléments du fouillis contenus dans le signal de la figure 4.11(a), et la figure (b) représente le facteur de blanchiment pour différents seuils de puissance de sélection. Nous remarquons que le facteur de blanchiment augmente à mesure que le seuil de sélection diminue, car le nombre d'éléments pris en compte

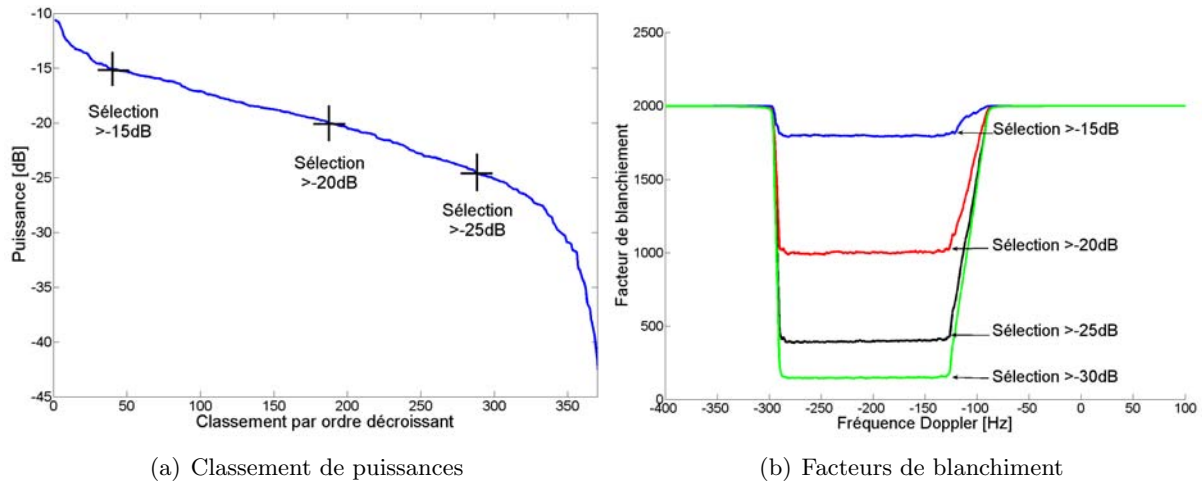


FIGURE 4.12 – Facteur de blanchiment en fonction du seuil de sélection

dans la matrice de covariance est également plus faible.

La figure 4.13 représente le détecteur ANMF en fonction de la fréquence Doppler pour différents ratios de sélection. La cible située à  $-200\text{Hz}$ , non décelable sur le détecteur ANMF de ratio 20% la figure 4.13(a), est le maximum de l'ANMF pour les ratios de 40%(b) et 60%(c). Cependant, lorsque trop d'éléments sont pris en compte, par exemple pour 90%(d), la cible ne ressort pas du fouillis de sol. Nous remarquons également que le niveau de l'ANMF évolue en fonction du ratio choisi, le détecteur ANMF n'est donc plus TFAC par rapport à la matrice de covariance estimée par la procédure proposée dans ce chapitre.

**Remarque** Paradoxalement, le principe de sélection des éléments les plus forts du fouillis dans la matrice de covariance prend tout son sens dans un environnement impulsif, environnement pour lequel l'écart entre les éléments les plus puissants et le niveau moyen sera le plus important. De ce fait, en éliminant les quelques éléments les plus puissants, la cible pourra être détectée sur le reste du fouillis avec un RSBI amélioré par rapport au détecteur de puissance usuel basé sur un traitement Doppler via FFT.

Au contraire, dans un environnement gaussien et homogène, l'écart entre les puissances du fouillis et le niveau moyen reste relativement faible, et l'effet de l'opération de blanchiment est moins net que dans le cas impulsif, car le niveau de fouillis restant après blanchiment n'est pas très éloigné du niveau de fouillis avant blanchiment.

**Amélioration du RSBI** Nous souhaitons évaluer les performances de la stratégie proposée pour détecter une cible mobile dans le fouillis de sol. Pour cela, nous comparons le RSBI obtenu en sortie du détecteur ANMF proposé avec le RSBI obtenu par le détecteur de puissance usuel sans traitement particulier, i.e., le périodogramme qui est le module carré de la FFT du signal. La figure 4.14 représente le gain en RSBI obtenu en fonction du ratio d'éléments sélectionnés, pour différents cônes d'observation du fouillis de sol, et pour  $v_a = 50\text{m/s}$ ,  $T_{\text{int}} = 2\text{s}$  et  $R_0 = 1000\text{m}$ . Nous remarquons que le meilleur gain est obtenu pour une sélection d'environ 60%.

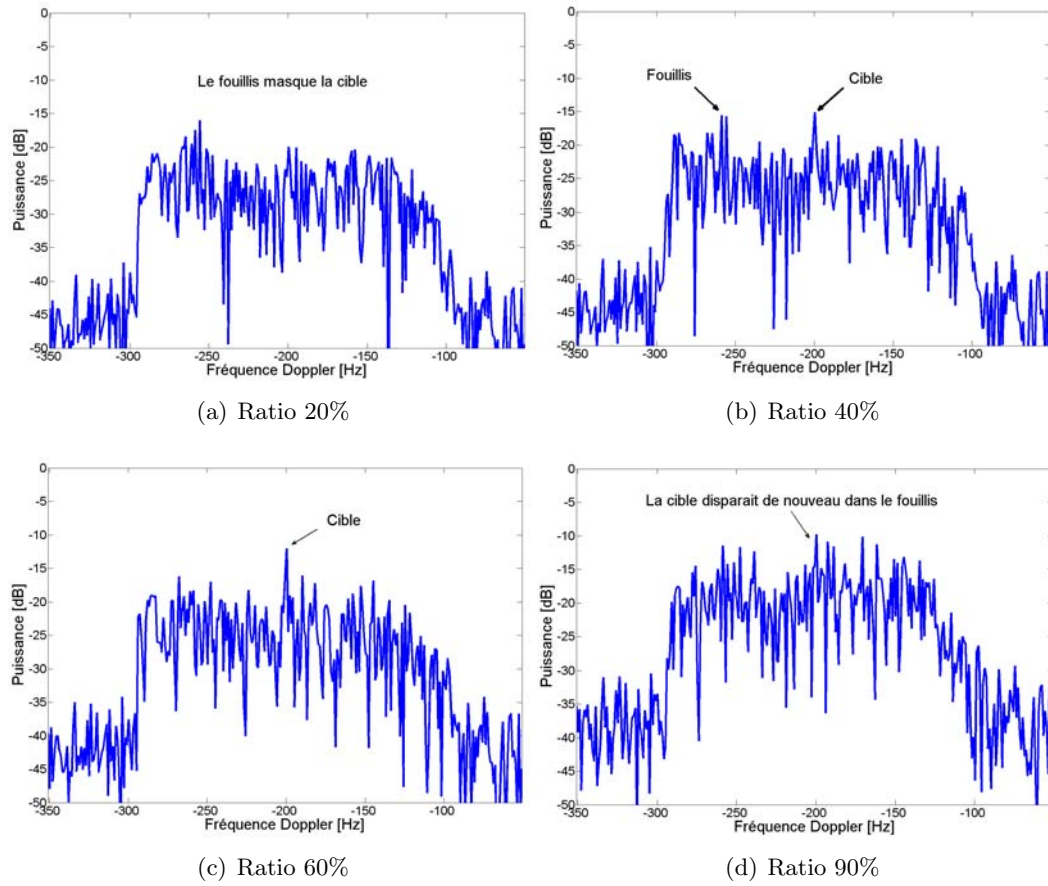


FIGURE 4.13 – Détecteur ANMF pour différents ratio de sélection de puissance du fouillis

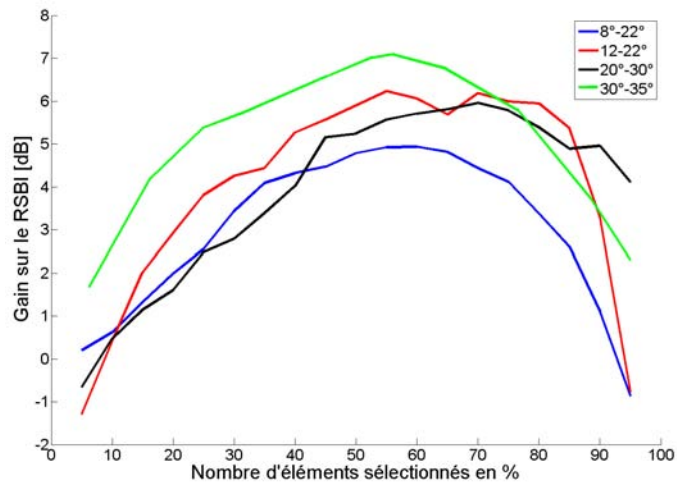


FIGURE 4.14 – Gain en RSBI apporté par le détecteur ANMF proposé

#### 4.3.4 Conclusion

Le problème de détection en fouillis gaussien conduit à l'utilisation du détecteur ANMF. Pour mettre en place ce détecteur, nous avons proposé d'estimer la matrice de covariance du fouillis non pas sur données secondaires, mais en utilisant la connaissance a priori de la structure particulière du fouillis induite par sa variation de fréquence Doppler au cours du temps. Dans un premier temps, les puissances moyennes du fouillis sont estimées par projection en éliminant la cible potentielle du signal, et l'inverse de la matrice de covariance du fouillis est alors estimée à partir de ces puissances et de la structure de phase du fouillis.

La prise en compte de l'ensemble du fouillis de sol dans la matrice de covariance conduit à l'élimination de la cible, et nous devons alors sélectionner les éléments du fouillis à rejeter pour conserver la cible après blanchiment des données. Cette sélection sur le sous-espace fouillis permet d'éliminer les éléments les plus gênants et de détecter la cible avec succès. Cependant, la stratégie de détection ainsi mise en place avec sélection perd le caractère TFAC du détecteur ANMF, et le choix du seuil de sélection pour maximiser le RSBI reste un sujet ouvert, bien qu'une large plage de valeurs admissibles (30 – 70%) donne de bons résultats, comme l'atteste la figure 4.14.

### 4.4 Stratégie de détection pour une cible étendue en distance et en fréquence Doppler

Dans cette partie, nous étudions le problème de détection d'une cible mobile de collision étendue en distance et en fréquence Doppler dans un fouillis de sol gaussien ou gaussien composé. Du fait du temps d'intégration long et de la résolution fine du radar en fréquence Doppler, une cible mobile de par son envergure occupe plusieurs cases Doppler adjacentes après traitement Doppler et ne peut plus être considérée comme une cible ponctuelle. De même, la cible mobile peut être étendue en distance par effet de migration ou lorsque la résolution distance du radar est plus petite que l'envergure de la cible. Par cet étalement, la puissance de la cible se retrouve partagée parmi les cases distance-Doppler occupées par la cible : le traitement développé pour une cible ponctuelle n'est plus adapté et la détection de la cible se trouve dégradée.

Le but de cette partie est donc de prendre en compte l'étalement en distance et en fréquence Doppler pour améliorer les performances de détection de la cible mobile dans le fouillis de sol.

#### 4.4.1 Position du problème et modélisation

Une cible mobile ne peut plus être considérée comme un réflecteur ponctuel observé par le radar sur une seule et unique case distance-Doppler lorsque les données sont intégrées sur un temps long [50]. La résolution Doppler et les éventuelles migrations en distance non-compensées de la cible provoquent un étalement en fréquence Doppler et en distance de la cible. Un traitement dit 'mono-case' adapté à une cible ponctuelle n'est donc plus adapté en pratique aux cibles occupant plusieurs cases distance-Doppler.

**Etalement Doppler de la cible** Sans perte de généralité, nous donnons l'exemple d'un petit avion à moteur comme cible mobile à détecter, représenté sur la figure 4.15. Cette cible mobile est vue par le radar sur un ensemble d'angles de vue compris entre  $\alpha_{\min}$  et  $\alpha_{\max}$ . La résolution Doppler devenant de plus en plus fine avec un temps d'intégration long, cette cible mobile s'étend

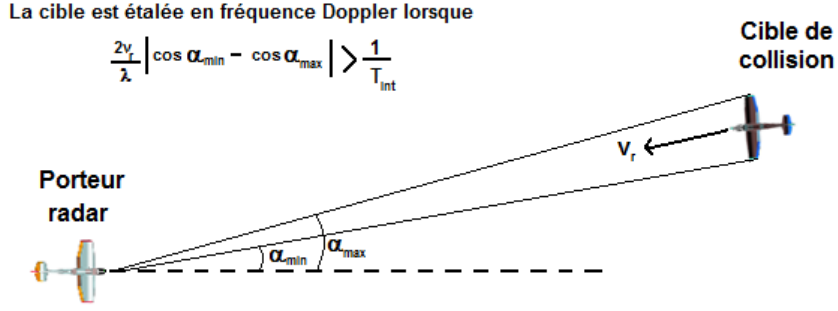


FIGURE 4.15 – Cône d'observation  $(\alpha_{\min}, \alpha_{\max})$  d'une cible mobile étalée spatialement

naturellement sur plusieurs fréquences Doppler comprises entre

$$f_{\min} = -\frac{2v_r \cos \alpha_{\min}}{\lambda} \quad \text{et} \quad f_{\max} = -\frac{2v_r \cos \alpha_{\max}}{\lambda}$$

avec  $v_r$  la vitesse relative de la cible par rapport au porteur radar.

Pour chaque fréquence  $f_D$  comprise entre  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$ , la cible mobile est donc à l'origine d'un signal de la forme (3.12)

$$A \exp [j2\pi f_D m T] \quad \text{pour } 0 \leq m \leq M - 1$$

où  $A$  représente l'amplitude complexe de la cible à la fréquence  $f_D$ . De ce fait, nous décomposons le signal de la cible mobile comme la contribution de  $P$  cibles ponctuelles, chacune associée à une fréquence Doppler  $f_p$  comprise entre  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$

$$\mathbf{x} = \sum_{p=1}^P \mathbf{h}_p A_p = \mathbf{H} \mathbf{A} \quad (4.53)$$

où la matrice  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \dots \mathbf{h}_P]$  de dimension  $M \times P$  représente la matrice de phase de la cible mobile, constituée des vecteurs directionnels  $\mathbf{h}_p$

$$\mathbf{h}_p = \left[ 1 \quad e^{j2\pi f_p T} \quad \dots \quad e^{j2\pi f_p (M-1)T} \right]^T \quad f_{\min} \leq f_p \leq f_{\max}. \quad (4.54)$$

$\mathbf{A}$  est le vecteur d'amplitudes complexes de la cible de dimension  $P \times 1$ . L'échantillonnage choisi pour représenter la matrice  $\mathbf{H}$  en fréquence Doppler est égal à la résolution Doppler usuel  $1/T_{\text{int}}$ . Le signal temporel sur la case distance considérée s'écrit donc

$$\mathbf{z} = \mathbf{H} \mathbf{A} + \mathbf{c} \quad (4.55)$$

où  $\mathbf{c}$  représente le vecteur des perturbations de dimension  $M \times 1$  contenant le fouillis de sol et le bruit thermique.

**Étalement en distance de la cible** Nous supposons que la cible mobile occupe plusieurs cases distance adjacentes après traitement distance. La compensation de migration distance est choisie pour compenser le déplacement du porteur radar et la migration des éléments du fouillis de sol, de sorte que la phase du fouillis soit quadratique au cours du temps d'intégration. Ainsi, la vitesse propre de la cible mobile n'est pas compensée, et la cible mobile migre de quelques cases



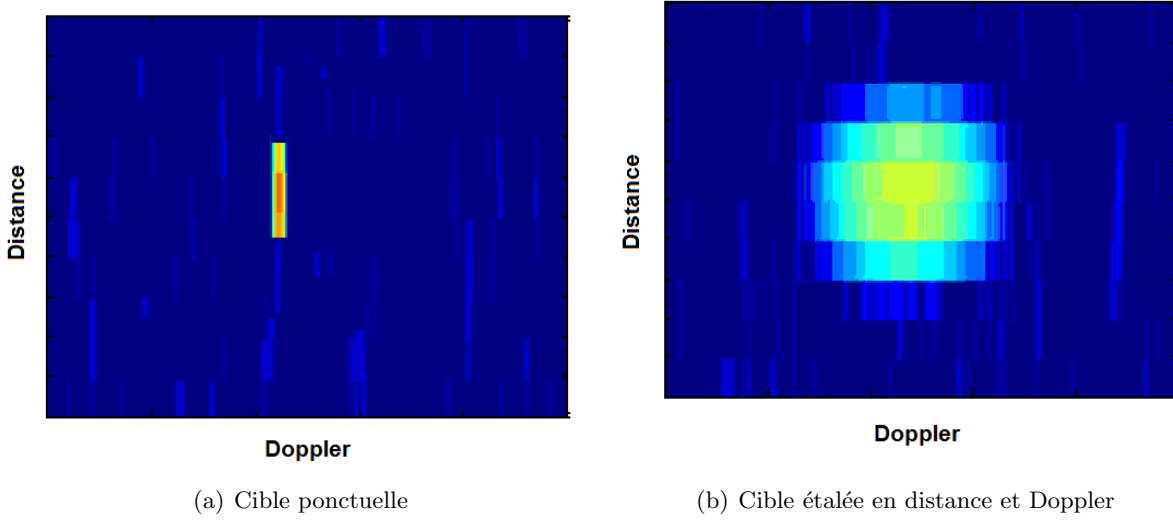


FIGURE 4.16 – Cible ponctuelle et cible étalée sur une carte distance-Doppler

distance. La figure 4.16 illustre dans un plan distance-Doppler une cible ponctuelle occupant une seule case (a), et une cible étalée à la fois en distance et en fréquence Doppler (b).

Nous considérons donc que la cible mobile occupe  $L$  cases distance adjacentes au cours du temps d'intégration. Le signal de la  $r^{\text{ième}}$  case distance s'écrit alors

$$\mathbf{z}_r = \mathbf{H}\mathbf{A}_r + \mathbf{c}_r \quad (4.56)$$

où la matrice de phase de la cible  $\mathbf{H}$  est partagée sur toutes les cases distances. En effet,  $\mathbf{H}$  est indépendante de la distance d'observation, car la cible est supposée être une cible de collision et ne change pas de fréquence Doppler au cours du temps, ni de case distance en case distance. Enfin, nous supposons que les données  $\mathbf{z}_r$  de chaque case distance sont indépendantes entre elles.

#### 4.4.2 Détection d'une cible étalée en distance et fréquence Doppler

Nous considérons le problème suivant de détection d'une cible mobile étalée sur  $L$  cases distance noyée dans un bruit gaussien

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{z}_r &= \mathbf{c}_r \\ H_1 : \mathbf{z}_r &= \mathbf{H}\mathbf{A}_r + \mathbf{c}_r, \quad 1 \leq r \leq L \end{aligned} \quad (4.57)$$

pour lequel les vecteurs d'amplitudes  $\mathbf{A}_r$  de la cible sont supposés déterministes et inconnus. Nous supposons que les perturbations  $\mathbf{c}_r$  sont localement gaussiennes [12], i.e., les vecteurs  $\mathbf{c}_r$  peuvent être modélisés comme le produit d'un vecteur gaussien complexe centré noté  $\mathbf{s}_r$  de matrice de covariance  $\mathbf{M}_r$  et d'un paramètre d'échelle déterministe et positif  $\sigma_r^2$  tels que

$$\mathbf{c}_r = \sigma_r \mathbf{s}_r. \quad (4.58)$$

Ce modèle localement gaussien est en fait un modèle SIRV pour lequel la texture est considérée comme un paramètre déterministe inconnu à estimer [23][40]. Dans le cas que nous considérons, le paramètre de texture  $\sigma_r^2$  permet de prendre en compte les éventuelles variations de puissance du fouillis de case distance en case distance.

Nous supposons connues la matrice de phase de la cible  $\mathbf{H}$  et les matrices de covariance normalisées des perturbations  $\mathbf{M}_r$  sur chaque case distance. Les données de chaque case étant supposées indépendantes, la vraisemblance des données complètes  $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1 \dots \mathbf{z}_L]$  sous  $H_0$  et sous  $H_1$  s'écrivent respectivement

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Z}|H_0) &= \prod_{r=1}^L p(\mathbf{z}_r|\sigma_r^2, H_0) = \prod_{r=1}^L \frac{1}{\pi^M \sigma_r^M} \exp\left(-\frac{\mathbf{z}_r^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r}{\sigma_r^2}\right) \\ p(\mathbf{Z}|H_1) &= \prod_{r=1}^L p(\mathbf{z}_r|\sigma_r^2, H_1) = \prod_{r=1}^L \frac{1}{\pi^M \sigma_r^M} \exp\left(-\frac{[\mathbf{z}_r - \mathbf{H}\mathbf{A}_r]^H \mathbf{M}_r^{-1} [\mathbf{z}_r - \mathbf{H}\mathbf{A}_r]}{\sigma_r^2}\right). \end{aligned} \quad (4.59)$$

**Estimation des amplitudes de la cible** L'hypothèse d'indépendance des données nous permet par ailleurs de travailler indépendamment sur chacune des cases distances. Les estimateurs au sens du maximum de vraisemblance des vecteurs d'amplitudes  $\mathbf{A}_r$  de la cible sur chaque case distance [12] sont obtenus en annulant la dérivée de la log-vraisemblance des données sous  $H_1$  et s'écrivent

$$\hat{\mathbf{A}}_r = (\mathbf{H}^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r \quad \text{pour } 1 \leq r \leq L. \quad (4.60)$$

**Estimation des paramètres de texture** Les paramètres de texture doivent être estimés sous  $H_0$  et sous  $H_1$ . Sous  $H_0$ , la dérivée de la log-vraisemblance par rapport à  $\sigma_r^2$  s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial \sigma_r^2} \ln p(\mathbf{z}_r|\sigma_r^2, H_0) = -\frac{M}{\sigma_r^2} + \frac{1}{\sigma_r^4} \mathbf{z}_r^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r$$

qui s'annule pour

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{\mathbf{z}_r^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r}{M} \quad (4.61)$$

et qui n'est autre que l'estimateur MV sous  $H_0$ . En suivant un raisonnement identique, l'estimateur MV sous  $H_1$  s'écrit

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{1}{M} \left( \mathbf{z}_r - \mathbf{H}\hat{\mathbf{A}}_r \right)^H \mathbf{M}_r^{-1} \left( \mathbf{z}_r - \mathbf{H}\hat{\mathbf{A}}_r \right).$$

En remplaçant  $\hat{\mathbf{A}}_r$  par son expression (4.60), l'estimateur MV de  $\sigma_r^2$  sous  $H_1$  se simplifie et s'écrit après calcul

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{\mathbf{z}_r^H (\mathbf{M}_r^{-1} - \mathbf{Q}_r) \mathbf{z}_r}{M} \quad (4.62)$$

où la matrice  $\mathbf{Q}_r$  est une matrice prenant une forme similaire à une matrice de projection, et est définie par

$$\mathbf{Q}_r = \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{H} (\mathbf{H}^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{M}_r^{-1}. \quad (4.63)$$

**Détecteur GLRT du problème** Le critère de Neyman-Pearson du problème de détection (4.57) s'écrit

$$\Lambda_{\text{NP}} = \frac{p(\mathbf{Z}|H_1)}{p(\mathbf{Z}|H_0)}$$

dans lequel nous remplaçons les paramètres inconnus du modèle,  $\mathbf{A}_r$  et  $\sigma_r^2$ , par leurs estimés au sens du maximum de vraisemblance pour former le détecteur GLRT du problème (4.57), donné par

$$\Lambda_{\text{MRMD}} = \prod_{r=1}^L \frac{(\mathbf{z}_r^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r)^M}{(\mathbf{z}_r^H (\mathbf{M}_r^{-1} - \mathbf{Q}_r) \mathbf{z}_r)^M} \quad (4.64)$$

ou encore de manière équivalente sous sa forme logarithmique

$$\ln \Lambda_{\text{MRMD}} = M \sum_{r=1}^L \ln \left[ \frac{\mathbf{z}_r^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r}{\mathbf{z}_r^H (\mathbf{M}_r^{-1} - \mathbf{Q}_r) \mathbf{z}_r} \right]. \quad (4.65)$$

En considérant les données blanchies et le sous-espace cible blanchi

$$\bar{\mathbf{z}}_r = \mathbf{M}_r^{-1/2} \mathbf{z}_r \quad \text{et} \quad \bar{\mathbf{H}} = \mathbf{M}_r^{-1/2} \mathbf{H}$$

ce détecteur peut être réécrit sous la forme suivante

$$\ln \Lambda_{\text{MRMD}} = M \sum_{r=1}^L \ln \left[ 1 + \frac{\bar{\mathbf{z}}_r^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{H}}} \bar{\mathbf{z}}_r}{\bar{\mathbf{z}}_r^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{H}}^\perp} \bar{\mathbf{z}}_r} \right]. \quad (4.66)$$

Nous reconnaissons ainsi dans cette expression le détecteur sous-espace (2.55)

$$\frac{\bar{\mathbf{z}}_r^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{H}}} \bar{\mathbf{z}}_r}{\bar{\mathbf{z}}_r^H \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{H}}^\perp} \bar{\mathbf{z}}_r}$$

calculé sur chaque case distance. De ce fait, le GLRT adapté au problème de détection de la cible étendue en distance [35] revient à faire l'intégration incohérente des détecteurs sous-espace calculé sur chaque case distance, ce qui est logique puisque nous avons supposé que les données étaient indépendantes entre elles.

**Remarques** Le détecteur (4.66) constitue une extension naturelle au détecteur (4.47) proposé pour une cible ponctuelle. L'étalement en fréquence Doppler de la cible est pris en compte travers le sous-espace cible  $\langle \mathbf{H} \rangle$  de dimension supérieure à 1 qui se substitue simplement au sous-espace de cible ponctuelle  $\langle \mathbf{h} \rangle$  de dimension 1 dans les équations [5]. De même, l'extension au cas d'une cible étendue en distance se fait simplement en sommant les détecteurs (logarithmiques) adaptés à une seule case distance [12].

Remarquons également que le détecteur (4.66) est adapté au problème de détection sur bruit blanc d'une cible étalée, pour lequel l'opération de blanchiment n'a pas lieu, les matrices  $\mathbf{M}_r$  étant proportionnelles à la matrice identité

$$\ln \Lambda_{\text{MRMD}} = M \sum_{r=1}^L \ln \left[ 1 + \frac{\mathbf{z}_r^H \mathbf{P}_{\mathbf{H}} \mathbf{z}_r}{\mathbf{z}_r^H \mathbf{P}_{\mathbf{H}}^\perp \mathbf{z}_r} \right]. \quad (4.67)$$

### 4.4.3 Implémentation du détecteur

Le détecteur MRMD (Multi-Range Multi-Doppler) (4.66) suppose connues les matrices de covariance des perturbations  $\mathbf{M}_r$ . En présence de fouillis de sol, les matrices  $\mathbf{M}_r$  ne sont pas connues et doivent être estimées pour mettre en place le détecteur. Nous utilisons ainsi la même procédure d'estimation que celle proposée dans la partie précédente 4.3. Pour cela, nous reprenons le modèle de fouillis de sol (4.42), et ce pour chaque case distance

$$\mathbf{c}_r = \mathbf{S}_r \mathbf{B}_r + \mathbf{n}_r. \quad (4.68)$$

La matrice de phase du fouillis  $\mathbf{S}_r$  dépend de la distance d'observation, donc de la case distance considérée. Cependant, lorsque la migration de la cible  $L\Delta R$  est petite devant  $R_0$ , la matrice

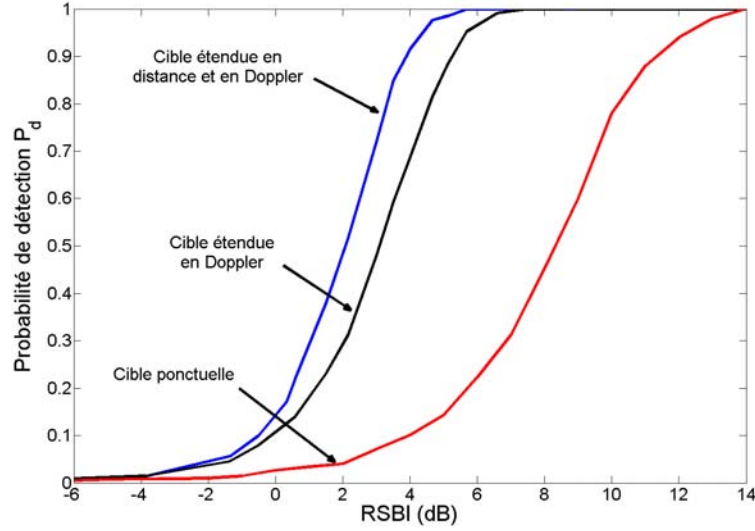


FIGURE 4.17 – Comparaison des performances de détection pour une cible ponctuelle et une cible étalée

de phase du fouillis varie peu de case en case et peut être considérée identique pour toutes les cases distance. Nous supposons également que l'étalement en fréquence Doppler de la cible reste petit devant la variation de fréquence Doppler du fouillis durant le temps d'observation. Les amplitudes du fouillis sont alors estimées par

$$\hat{\mathbf{B}}_r = \left( \mathbf{P}_{\mathbf{H}}^\perp \mathbf{S} \right)^\dagger \mathbf{z}_r$$

et les inverses des matrices de covariance  $\mathbf{M}_r$  sont estimées à un facteur de proportionnalité près à partir de l'équation (4.52) sur chaque case distance, puis insérée dans (4.66).

**Amélioration des performances de détection** La figure 4.17 compare les performances de détection du détecteur adaptatif (4.66) pour une cible ponctuelle, pour une cible étendue en fréquence Doppler et une seule case distance, et pour une cible étendue en fréquence Doppler et en distance pour  $L = 4$  cases distance. Ces courbes de détection ( $P_d - \text{RSBI}$ ) ont été obtenues par simulation de Monte-Carlo et pour une  $P_{fa}$  de  $10^{-3}$ . La dimension du sous-espace cible  $\langle \mathbf{H} \rangle$  est prise égale à  $P = 20$ . Le facteur de sélection pour les éléments de fouillis est pris égal à 45% dans l'estimation des matrices de covariance. La prise en compte de l'étalement en fréquence Doppler et en distance de la cible permet d'améliorer grandement les performances de détection.

Le détecteur MRMD permet d'apporter une solution aux problèmes liés à l'utilisation d'un temps d'intégration long. La résolution Doppler devenant de plus en plus fine, la cible se retrouve étalée en fréquence Doppler, et sa puissance associée à une case Doppler s'en trouve d'autant plus diminuée, ce qui explique les mauvaises performances du détecteur de cible ponctuelle. En revanche, l'intégration des cases Doppler sur lesquelles la cible s'étale permet de retrouver l'intégralité de la puissance de la cible pour sa détection sur une case distance, d'où la nette amélioration de performances du détecteur pour une cible étalée en fréquence Doppler.

Un raisonnement identique peut être apporté pour une cible étalée en distance dans le cas où la résolution distance du radar est inférieure à l'envergure de la cible : la prise en compte de l'ensemble des cases distance occupées par la cible permet de mieux collecter l'énergie de la cible pour sa détection. Dans le cas d'une cible migrante, nous pouvons dire que la cible est vue sur une

même case distance sur un temps limité, tandis que le fouillis de sol sera vu durant tout le temps d'intégration. De ce fait, le RSB de la cible par rapport au fouillis sur une case distance-Doppler donnée a tendance à diminuer au cours du temps d'intégration. L'intégration incohérente réalisée par le détecteur sur chaque case après réjection de fouillis permet de compenser les pertes liées à la migration et collecter de nouveau une partie du signal de la cible pour améliorer sa détection.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le problème de détection d'une cible mobile présentant un risque de collision dans du fouillis de sol, en exploitant la structure particulière des sous-espaces fouillis et cible sur un temps d'intégration long. Le fouillis de sol et une cible mobile se différencient par leur variation de fréquence Doppler. Pour le fouillis, cette variation se traduit par un signal possédant une phase quadratique à évolution connue. Le signal du fouillis appartient alors à un sous-espace structuré qui permet de mettre en place les stratégies de détection proposées.

Dans un premier temps, nous avons considéré le problème de détection de la cible face à des éléments de fouillis de sol déterministes, de forte puissance et qui gênent la détection de la cible, typiquement un immeuble. La solution à ce problème de détection fait intervenir une projection orthogonale qui supprime les éléments gênants du signal avant la détection de la cible. Cette projection tend également à supprimer le signal de la cible lorsque l'étalement de fréquence de la partie du fouillis à supprimer devient trop important. La projection se limite ainsi à un cône angulaire sur le fouillis borné par la bande de variation de fréquence Doppler des éléments observés sur le cône.

Dans un second temps, nous avons étudié le problème de détection de la cible face à un fouillis gaussien ou gaussien composé. La structure du fouillis induite par sa variation de fréquence permet d'estimer sur les données la matrice de covariance des perturbations sans avoir recours aux données secondaires, en supprimant par hypothèse la cible du signal. La prise en compte de l'ensemble du fouillis de sol, comme pour le problème déterministe, conduit à la suppression du signal de la cible, et nous sommes amenés à sélectionner les éléments du fouillis les plus puissants à rejeter pour conserver la cible et la détecter.

Enfin, nous avons proposé une stratégie de détection adaptée à une cible étalée en distance et en fréquence Doppler. Du fait du temps d'intégration long, la cible s'étale sur plusieurs fréquences Doppler et peut migrer sur plusieurs cases distance. La puissance de la cible est alors partagée sur plusieurs cases, et le but du détecteur proposé est alors de collecter la puissance du signal de la cible sur les cases distance-vitesse où elle est présente pour améliorer sa détection.

# Chapitre 5

## Résultats sur données expérimentales

Dans ce chapitre, nous testons sur données expérimentales les algorithmes présentés pour la détection de câbles et de cibles de collision par un radar FMCW aéroporté. Dans un premier temps, nous testons les traitements adaptés à la création d'une carte distance-vitesse de l'environnement. La formation de faisceaux adaptative en élévation est ensuite testée pour rejeter le fouillis de sol et mettre en évidence les cibles fixes situées au dessus du sol, telles que des pylônes et des câbles. Les transformées HAF et chirplets sont également testées sur des signaux contenant du fouillis de sol, un pylône et un câble.

Dans un second temps, nous nous plaçons dans le contexte de détection d'une cible aéroportée qui risque de rentrer en collision avec le porteur. Nous testons le détecteur multi-distance multi-Doppler pour une cible dans du bruit thermique en fonction du nombre de cases distance et Doppler intégrées dans le détecteur. La prise en compte de l'étalement de la cible permet d'améliorer sa détection. Nous testons ensuite la stratégie de détection d'une cible noyée dans du fouillis de sol en estimant la matrice de covariance du fouillis à partir de sa structure de phase quadratique.

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Détection d'obstacles par radar héliporté . . . . .</b>	<b>126</b>
5.1.1	Prétraitements des données expérimentales . . . . .	126
5.1.2	Réjection de fouillis par formation de faisceaux en élévation . . . . .	126
5.1.3	Traitements par intégration longue des données . . . . .	127
<b>5.2</b>	<b>Détection d'une cible mobile de collision étalée en distance et en vitesse . . . . .</b>	<b>132</b>
5.2.1	Cas d'utilisation . . . . .	133
5.2.2	Détection de la cible mobile dans une zone de bruit thermique . . . . .	133
5.2.3	Détection de la cible mobile dans une zone de fouillis de sol . . . . .	135
<b>5.3</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>137</b>

---

## 5.1 Détection d'obstacles par radar hélicopté

Dans cette partie, nous testons les traitements proposés pour la détection et la reconnaissance de câbles et de pylônes sur données expérimentales, obtenues en 2010 par un prototype de radar aéroporté en configuration pointe-avant développé par Rockwell-Collins France. Nous rappelons dans un premier temps les pré-traitements introduits dans le chapitre 1 qui conduisent à la formation d'une carte distance-vitesse de l'environnement. Une formation de faisceaux adaptative en élévation abordée dans le chapitre 2 permet de rejeter le fouillis de sol pour améliorer les capacités de détection de câbles et de pylônes. Nous augmentons ensuite le temps d'intégration des données d'une case distance afin de tester les transformées HAF et en chirplets pour la reconnaissance de câbles et de pylônes.

### 5.1.1 Prétraitements des données expérimentales

Les données expérimentales mises à notre disposition par Rockwell-Collins France sont issues d'essais en vol réalisés avec un prototype de radar FMCW hélicopté pointe-avant fonctionnant en bande X. Un GPS embarqué permet de connaître à chaque instant la vitesse et la position du porteur. La figure 5.1 illustre une représentation de la trajectoire du porteur obtenue avec Google Map à partir des données GPS recueillies durant les essais.

À partir des informations de vitesse et de position du porteur, les traitements introduits dans le chapitre 1 et rappelés sur la figure 1.19 sont mis en place : une formation de faisceaux conventionnelle horizontale (ou en azimut), une étape de compensation de migration distance adaptée aux cibles fixes au sol, et une Double Transformée de Fourier distance et vitesse par algorithme FFT. Une carte distance-vitesse de la scène est calculée pour chaque faisceau formé en azimut. Le traitement choisi pour effectuer la compensation de migration distance est un traitement simple basé sur une hypothèse de vitesse des cibles fixes, décrit dans 1.3.4. Il suppose que les cibles observées par le radar sont des éléments fixes au sol, et néglige leur élévation. De ce fait, pour un faisceau pointant dans la direction en azimut  $\phi$ , ce traitement compense la vitesse radiale moyenne  $v_a \cos \phi$  des éléments fixes observés par le faisceau. Enfin, une carte distance-vitesse de la scène focalisée dans chaque direction  $\phi$  est formée par une double FFT.

La figure 5.2 illustre 4 cartes distance-vitesse de la même scène pour quatre faisceaux pointés dans des directions différentes et après compensation de migration distance. Les configurations 'pointe-avant' correspondent aux figures (a) et (b), et les configurations plus 'latérales' correspondent aux figures (c) et (d). Les échelles sur les axes en distance et vitesse ne sont pas données par soucis de confidentialité. Le porteur se déplace à 90m au-dessus du sol avec une vitesse horizontale de 37,5m/s. Nous comparons également la même carte distance-vitesse obtenue sans (e) et avec compensation de migration distance (f) pour un temps d'intégration de l'ordre de deux secondes. Le traitement simple de compensation suffit à éliminer la migration linéaire des éléments fixes pour le temps d'intégration choisi.

### 5.1.2 Rejection de fouillis par formation de faisceaux en élévation

Dans le cadre de la détection d'obstacles, tels que des câbles ou des pylônes, nous sommes amenés à effectuer une formation de faisceaux adaptative en élévation décrite dans le chapitre 2, d'une part afin de rejeter le fouillis de sol en plaçant un zéro du diagramme de réseau dans la direction du sol, et d'autre part afin d'améliorer le niveau de signal des cibles situées au dessus du sol.

Les données expérimentales traitées dans cette partie ont été obtenues à partir de deux sous-réseaux en élévation, séparés d'un écart de l'ordre de deux/trois longueurs d'onde. Pour diminuer la charge de calcul, les cases distance-vitesse sont regroupées par bloc  $4 \times 4$  dans le calcul de la matrice de covariance locale des perturbations, en supposant que chaque case distance-vitesse dans un même bloc vérifie la même loi statistique. Le domaine d'entraînement choisi pour le calcul de la matrice de covariance est un L inversé de type 2 représenté sur la figure 2.8 contenant 5 blocs, ce qui permet de vérifier la règle de Brennan à l'échelle des blocs

$$K > 2Q$$

où  $Q = 2$  est le nombre de réseaux en élévation et  $K = 5$  est le nombre de données secondaires. À l'échelle des cases distance-vitesse, la règle de Brennan est ainsi largement vérifiée.

Les figures 5.3 montrent l'effet de la formation de faisceaux en élévation sur une zone de fouillis de sol dans laquelle un pylône est présent. Cette zone se situe à une distance de l'ordre du kilomètre par rapport au porteur. L'hypothèse de hauteur utilisée pour le traitement est égale à 30m. Le pylône n'est pas visible avant formation de faisceaux car il est noyé dans le fouillis de sol (a)(c). Une formation de faisceaux avec deux réseaux d'antennes seulement, et séparés de plus d'une demi-longueur d'onde, permet de rejeter suffisamment le fouillis de sol pour faire apparaître le pylône. Dès lors, le pylône reste seul présent dans le signal et apparaît clairement sur la carte distance-vitesse (b) et sur le spectre Doppler de la case distance (d).

### 5.1.3 Traitements par intégration longue des données

Dans cette partie, nous testons les transformées en chirplets, HAF et PHAF sur les données d'une même case distance observées pour un temps d'intégration long de l'ordre de deux secondes. Dans un premier temps, ces trois traitements sont testés sur des signaux contenant du fouillis de

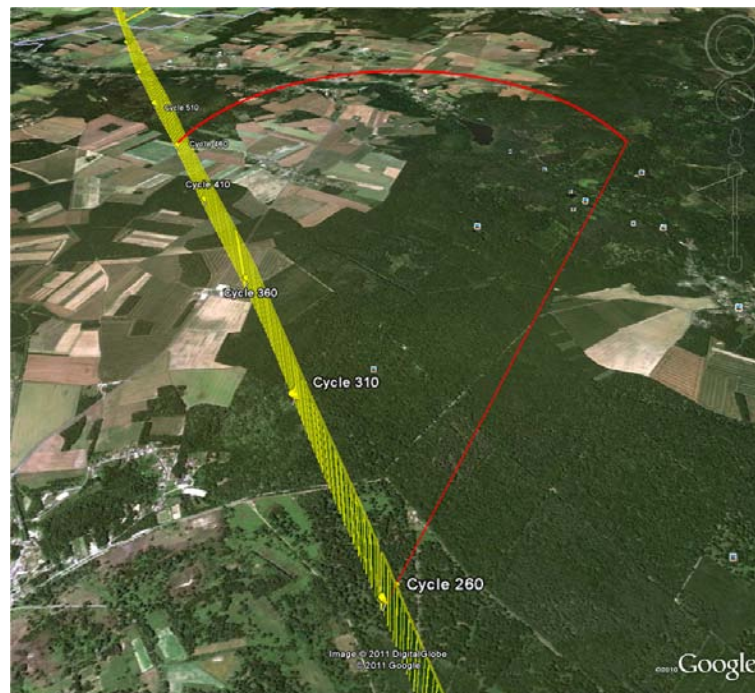


FIGURE 5.1 – Trajectoire GPS du porteur obtenue avec Google Map



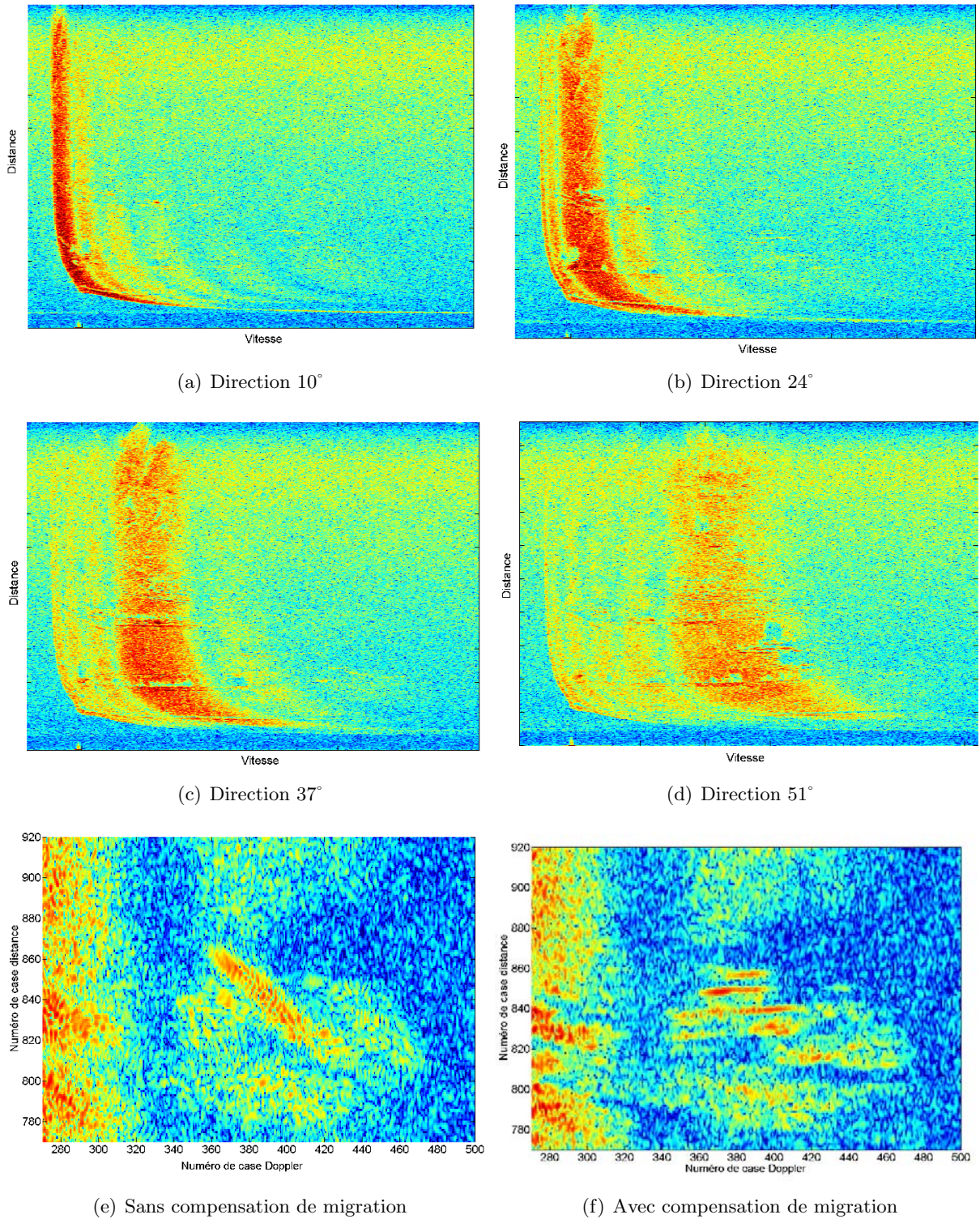


FIGURE 5.2 – Comparaison de cartes distance-vitesse pour 4 directions de visée, et avec ou sans compensation de migration distance

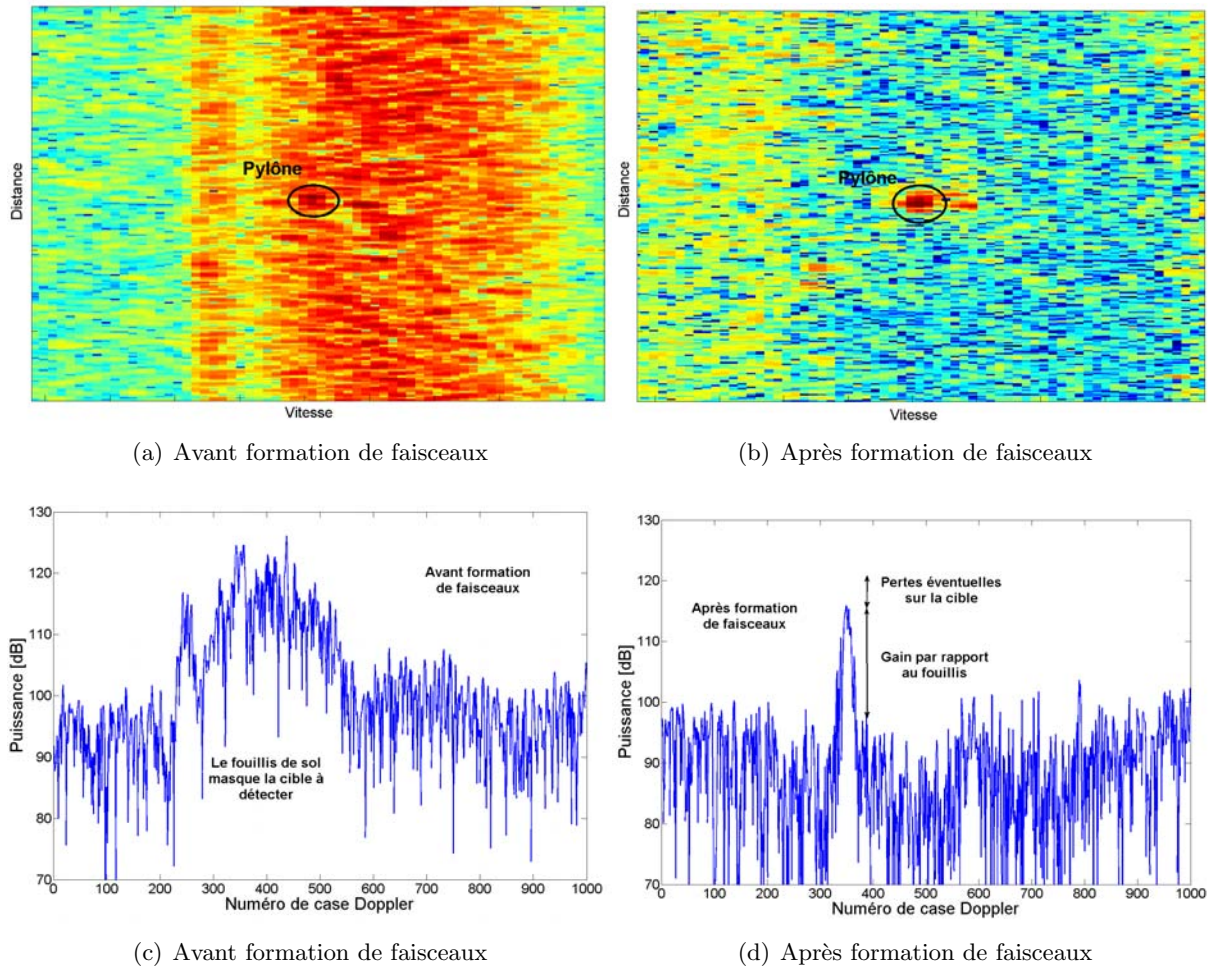


FIGURE 5.3 – Impact de la formation de faisceaux adaptative en élévation

sol afin de vérifier que le fouillis admet un terme d'accélération lié à sa vitesse orthoradiale. Dans un second temps, nous utilisons ces mêmes traitements sur des signaux contenant les données d'un câble et du fouillis de sol. Nous filtrons ensuite le fouillis de sol par formation de faisceaux adaptative en élévation, et nous testons de nouveau ces trois traitements sur les signaux filtrés du fouillis.

**Traitements appliqués au fouillis de sol** Nous collectons les données temporelles d'une case distance pour une direction en azimuth donnée et testée par la formation de faisceaux conventionnelle horizontale. La figure 5.4(a) illustre le spectre FFT Doppler de la case distance testée pour une direction de visée en azimuth de  $30^\circ$ . Deux zones de fouillis de sol dominant le spectre Doppler du signal. La figure (b) représente la transformée en chirplets de la case distance dominée par le fouillis de sol. Nous reconnaissons les deux zones dominantes de fouillis sur la transformée en chirplets. Ces deux zones se situent en dessous de la droite  $(f_0, f_1)$ , et l'écart entre la fréquence initiale et la fréquence finale de ces deux zones de fouillis correspondent approximativement à  $40\text{Hz}$ . La figure (c) représente la transformée HAF du signal, et la figure (d) représente la

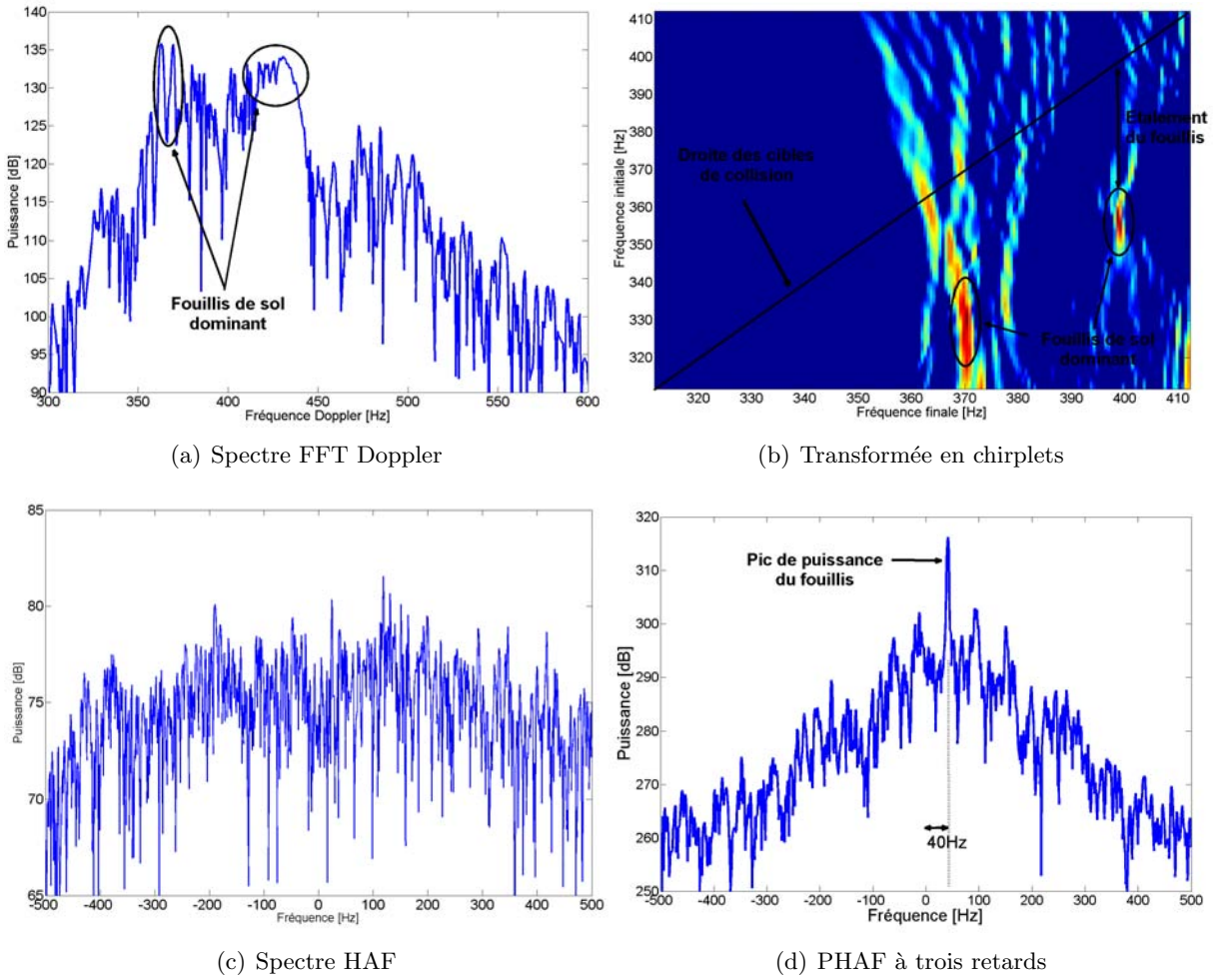


FIGURE 5.4 – Traitements temps long d'un signal contenant du fouillis de sol

transformée PHAF du signal obtenue avec trois retards

$$\tau_1 = \frac{M}{2}, \quad \tau_2 = \frac{M}{4}, \quad \tau_3 = \frac{M}{8}$$

où  $M$  est le nombre de points des données. Le spectre HAF n'est pas exploitable, mais nous remarquons un pic dominant sur la PHAF pour une fréquence d'environ  $40Hz$  liée au fouillis de sol. Nous vérifions alors que cette fréquence correspond bien au taux de variation de fréquence (3.15) du fouillis observé sur le spectre Doppler

$$\dot{f}_D = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha}{\lambda R_0} = 40Hz$$

pour les valeurs suivantes  $v_a = 37m/s$ ,  $\alpha = 34^\circ$ ,  $\lambda = 0.03m$ ,  $R_0 = 700m$  correspondant aux données. Les transformées en chirplets et PHAF permettent ainsi de montrer que le fouillis de sol possède un terme d'accélération lié à sa vitesse orthoradiale, conformément au modèle considéré dans cette thèse.

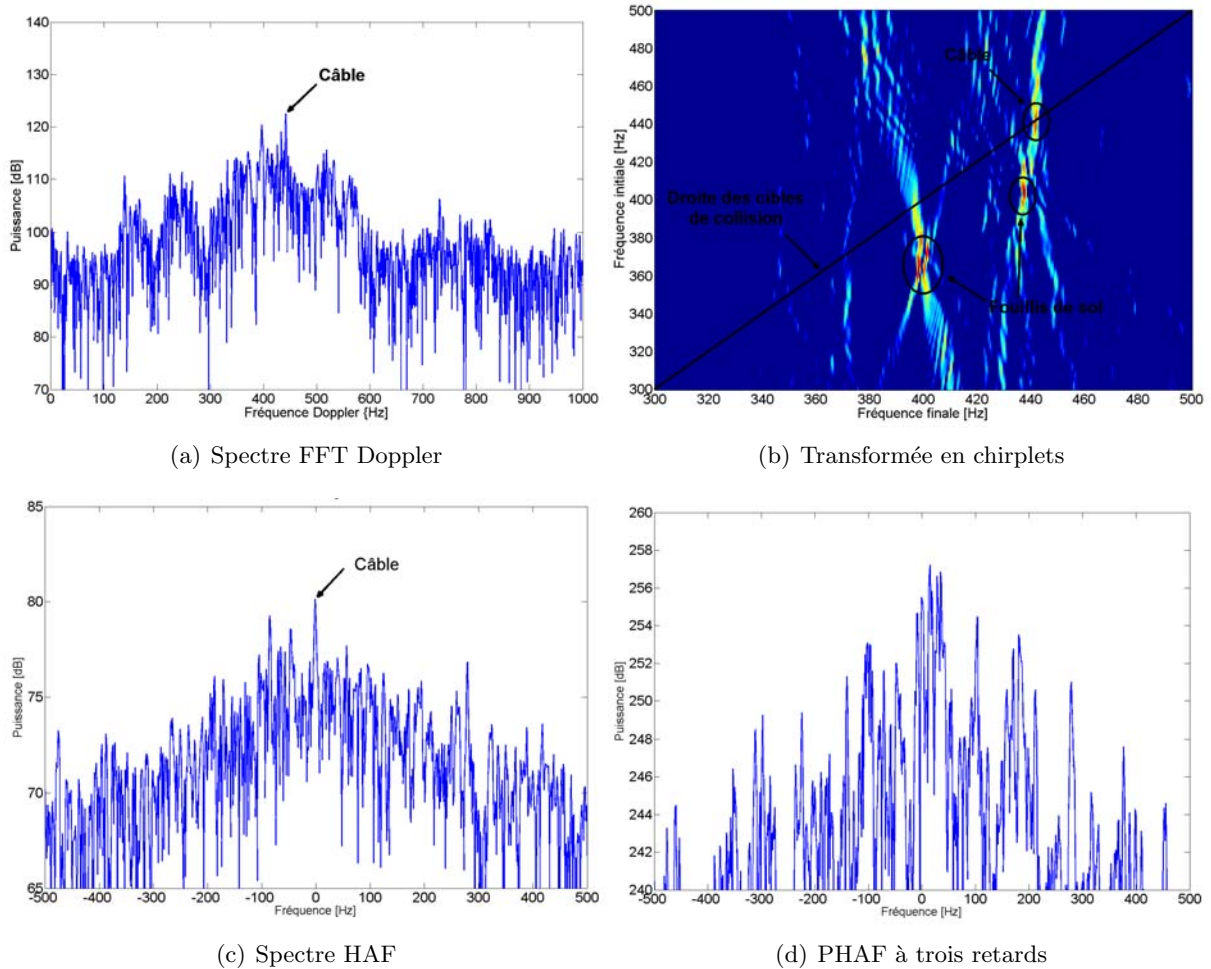


FIGURE 5.5 – Spectres temps long d'un signal contenant du fouillis de sol et un câble

**Traitements appliqués au signal d'un câble** Nous utilisons maintenant des signaux d'une case distance contenant un câble et du fouillis de sol. La figure 5.5 illustre le spectre FFT Doppler (a), la transformée en chirplets (b), la transformée HAF (c) et la transformée PHAF à trois retards (d) du signal. Le rapport câble à fouillis de sol est de l'ordre de 5dB et est suffisant pour considérer que le câble domine le signal. Le câble se situe sur la droite (fréquence initiale-fréquence finale) sur la transformée en chirplets, et deux autres maxima locaux apparaissent et appartiennent au fouillis de sol. Le câble apparaît également à la fréquence nulle sur la HAF. Paradoxalement, dans le cas présenté, la PHAF est moins efficace que la HAF pour distinguer le câble dans le fouillis. La figure 5.5 montre que le câble se comporte bien comme une cible de collision, car sa variation de fréquence Doppler est nulle. De plus, lorsque le rapport de puissance entre le câble et le fouillis de sol est suffisamment important, les transformées HAF et par chirplets permettent de détecter et reconnaître le câble dans le signal.

**Traitements appliqués après réjection de fouillis de sol par formation de faisceaux** Nous souhaitons maintenant appliquer les transformées PHAF et chirplets à des données pour lesquelles le fouillis de sol a été filtré afin d'améliorer le RSB d'un éventuel câble ou d'un pylône

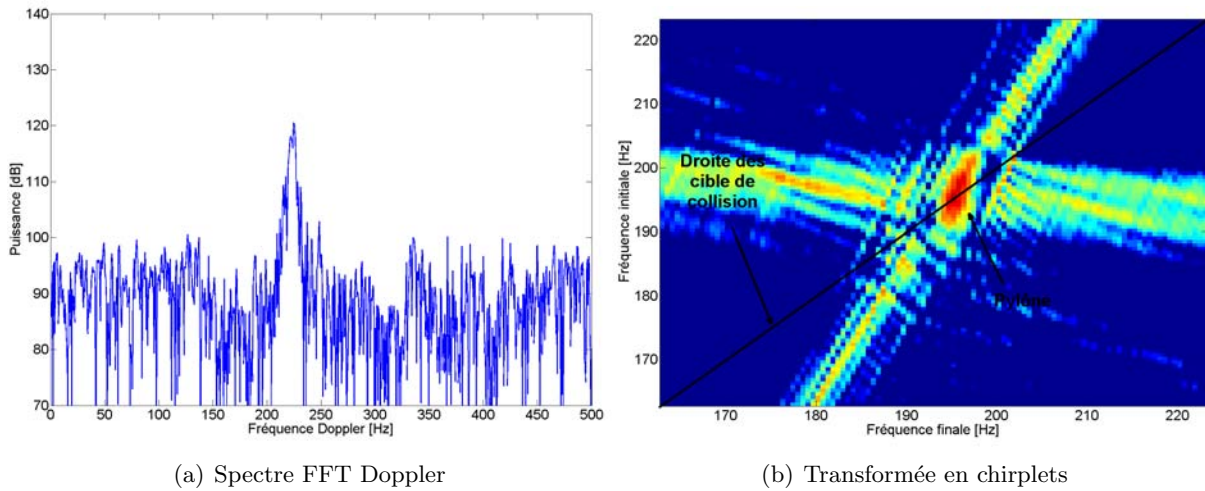


FIGURE 5.6 – Résultats pour un pylône après formation de faisceaux adaptative en élévation

dans les données. Pour cela, nous appliquons le traitement de réjection de fouillis par formation de faisceaux adaptative (FFA) en élévation testée dans la section 5.1.2. Une transformée de Fourier inverse sur le spectre Doppler de la case distance concernée permet ainsi de revenir dans le domaine temporel et de tester le nouveau signal par les méthodes de traitement temps long.

La figure 5.6 représente le spectre Doppler du signal d’une case distance contenant un pylône après formation de faisceaux et réjection de fouillis (a), et la transformée en chirplets du signal temporel issu du spectre filtré du fouillis. Le pylône observé sur cette case distance ne présente pas de risque de collision, mais nous remarquons que le pylône se retrouve sur la droite (fréquence initiale-fréquence finale) réservée aux cibles de collision sur la transformée en chirplets. Comment expliquer ce phénomène ? Ceci est un effet indésirable de la formation de faisceaux en élévation, qui effectue un filtrage local du fouillis. Plusieurs matrices de covariance différentes filtrent le fouillis sur les cases Doppler où se situe le pylône. Mais ce filtrage casse la signature fréquentielle du pylône : chaque matrice de covariance applique en sortie de traitement un déphasage différent sur les cases Doppler du pylône. De ce fait, en revenant dans le domaine temporel par FFT inverse, le signal du pylône perd sa cohérence, et le chirp représentant le pylône se retrouve scindé en sommes d’exponentielles pures. La formation de faisceaux en élévation pour rejeter le fouillis ne peut donc pas être appliquée en prétraitement pour obtenir un signal contenant seulement un câble et/ou un pylône avec un fort RSBI.

## 5.2 Détection d’une cible mobile de collision étalée en distance et en vitesse

Dans cette partie, nous testons sur un deuxième jeu de données expérimentales les traitements proposés pour la détection d’une cible mobile aéroportée, étalée en distance et en vitesse, et qui présente un risque de collision avec le porteur, tout d’abord dans une zone de bruit thermique, puis dans une zone de fouillis de sol. Dans ce dernier cas, nous mettons en place la stratégie de détection mettant à profit la connaissance a priori de variation de fréquence du fouillis pour estimer la matrice de covariance des perturbations.

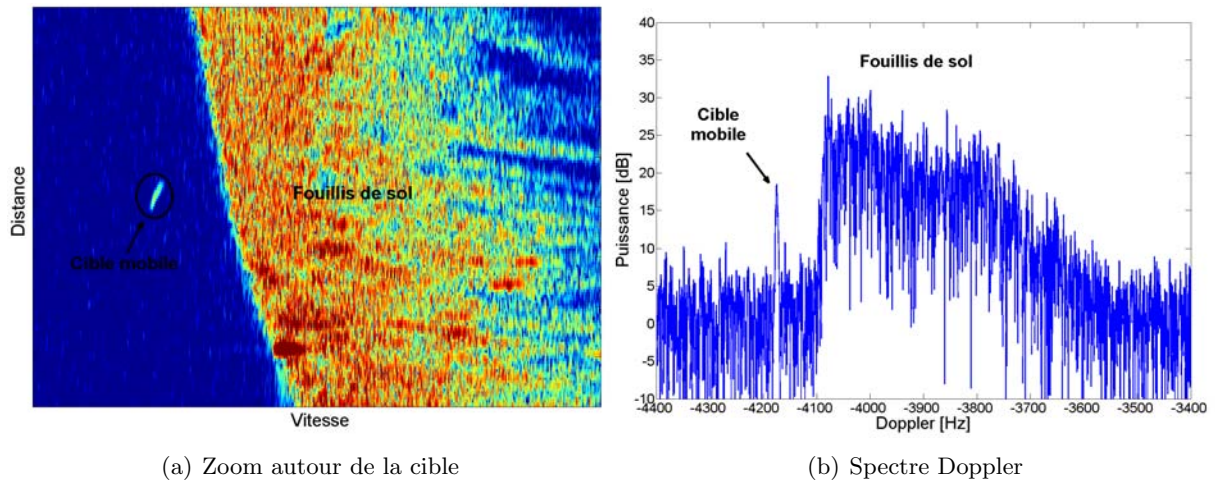


FIGURE 5.7 – Carte distance-vitesse et spectre Doppler en présence d'une cible mobile et du fouillis de sol

### 5.2.1 Cas d'utilisation

Le second jeu de données expérimentales a été obtenu à partir du même prototype de radar FMCW que dans la partie précédente. La figure 4.1 illustre le cas d'utilisation proposé. Le porteur radar est en vol horizontal à une altitude d'environ 500m. Un avion quadriplace constitue la cible à détecter, et se dirige vers le porteur. Sa trajectoire par rapport à celle du porteur est quasiment une trajectoire de collision.

Nous mettons en place les mêmes prétraitements que dans la partie précédente : formation de faisceaux horizontal, compensation de migration distance, et double FFT. Un GPS embarqué sur la cible permet de la localiser par rapport au porteur à tout instant lorsque l'on rejoue les données. La formation de faisceaux en azimuth est ainsi réalisée en direction de la cible mobile à partir de la localisation angulaire de la cible donnée par les GPS. La vitesse de la cible mobile étant normalement inconnue en pratique par le système radar, seule la migration liée à la vitesse du porteur est compensée. De ce fait, la cible mobile migre en distance durant le temps d'intégration. La figure 5.7(a) illustre la zone distance-vitesse autour de la cible mobile dans un cas où elle se situe en dehors du fouillis. La figure (b) représente le spectre Doppler d'une case distance sur laquelle la cible est présente. Nous remarquons que la cible est effectivement étalée en distance et en vitesse, et qu'elle n'est pas au sens strict du terme une cible de collision, car elle change légèrement de vitesse au cours du temps d'intégration.

### 5.2.2 Détection de la cible mobile dans une zone de bruit thermique

La cible mobile à détecter s'étale en distance et en vitesse pour un temps d'intégration long. D'une part, la résolution Doppler étant très fine pour un temps d'intégration long, les réflecteurs constituant la cible mobile occupent plusieurs cases vitesse. D'autre part, les traitements utilisés ne sont pas adaptés au signal de la cible, qui migre en conséquence en distance. Le détecteur MRMD (4.66) proposé dans le chapitre 5 intègre les données sur plusieurs fréquences Doppler et plusieurs cases distance pour réduire les pertes liées aux étalements de la cible.

Nous testons l'intégration sur plusieurs cases Doppler puis sur plusieurs cases distance de données expérimentales. Les deux figures 5.8 comparent la sortie du détecteur MRMD pour dif-

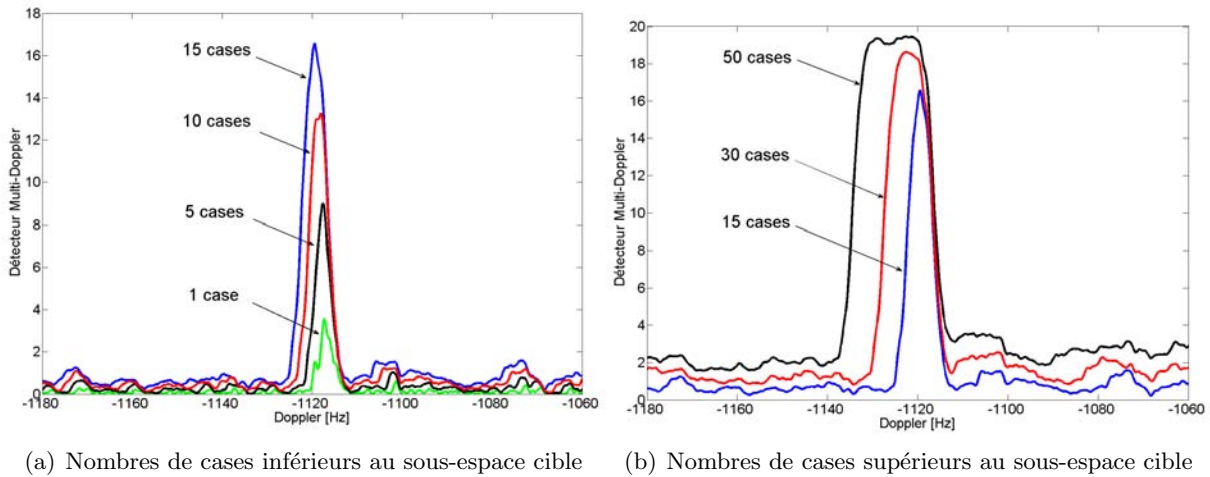


FIGURE 5.8 – Détecteur sur une seule case distance pour différentes hypothèses de dimension de sous-espace cible

férents tests de dimensions du sous-espace cible et pour une seule case distance. La dimension du sous-espace cible correspond en pratique au nombre de cases Doppler intégrées dans le détecteur. La dimension réelle du sous-espace cible est d'environ 15 cases Doppler.

La figure (a) correspond au cas où le nombre de cases Doppler intégrées dans le détecteur est inférieur ou égal à la vraie dimension du sous-espace cible. Plus on se rapproche de la vraie dimension, plus le détecteur est efficace, c'est-à-dire que la cible ressort d'autant mieux du plateau de bruit. La figure (b) correspond au cas où le nombre de cases Doppler intégrées dépasse la vraie dimension du sous-espace cible. Dans ce cas, le détecteur n'exhibe plus un pic net sur la cible : la précision sur l'estimation de la fréquence Doppler de la cible s'en trouve alors fortement dégradée.

Nous devons donc être vigilant à ne pas dépasser la dimension du sous-espace cible. Cependant, la figure 5.8(a) montre que nous pouvons sous-estimer cette dimension tout en conservant de bonnes performances de détection. De plus, l'excellente résolution Doppler apportée par le temps d'intégration long n'est pas nécessaire pour l'application de détection de cible de collision, et la baisse de précision induite lorsque l'on intègre plusieurs cases Doppler n'est de ce fait pas un problème en soi.

Nous étudions maintenant l'influence du nombre de cases distance intégrées dans le détecteur. La cible considérée est étalée sur 8 cases distance. Les figures 5.9 montrent la sortie du détecteur pour une intégration sur 10 cases Doppler et un nombre variant entre 1 et 8 cases distance sur lesquelles la cible est présente. Intuitivement, lorsque la cible est présente aux mêmes fréquences sur les cases distance adjacentes, c'est-à-dire lorsque la cible vérifie la condition de collision, le détecteur multi-cases distance est d'autant plus efficace. Lorsque la cible évolue en fréquence ou n'est plus présente sur une des cases distance intégrée, le détecteur intègre du bruit à la place du signal de la cible et perd en efficacité. La figure (a) montre le cas où la cible vérifie la condition de collision, le détecteur est alors d'autant plus efficace à mesure que le nombre de cases distance intégrées augmente. La figure (b) montre les pertes du détecteur dans le cas où la cible ne vérifie plus la condition de collision. Naturellement, le pic de la cible sur le détecteur subit un élargissement sur le détecteur multi-cases, induisant une perte de précision supplémentaire. Néanmoins, nous observons tout de même un gain non-négligeable même en condition de non-

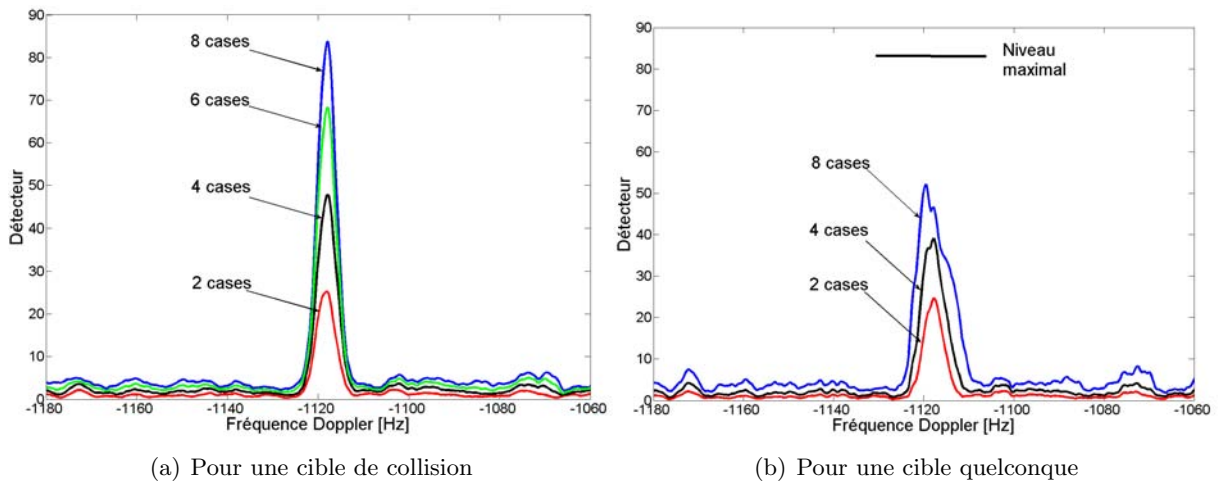


FIGURE 5.9 – Détecteur MRMD sur 10 cases Doppler et sur plusieurs cases distance

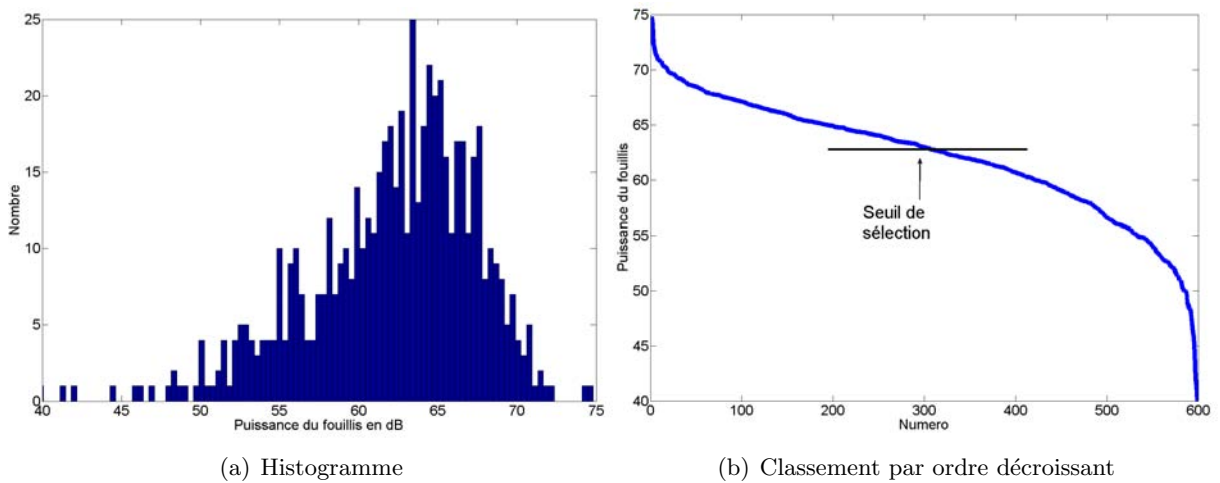


FIGURE 5.10 – Puissances du sous-espace fouillis sur données expérimentales

collision, suggérant l'intérêt d'intégrer systématiquement les données même sur un petit nombre de cases distance.

En conclusion, la prise en compte de l'étalement de la cible dans la stratégie de détection permet d'améliorer les performances de détection de la cible sur bruit thermique, au détriment de la précision d'estimation sur sa fréquence Doppler. Cependant, cette baisse de précision n'est pas un problème car les risques de présence de plusieurs cibles d'intérêt dans la même région distance-vitesse sont faibles dans l'application considérée.

### 5.2.3 Détection de la cible mobile dans une zone de fouillis de sol

Nous souhaitons désormais tester la stratégie de détection développée dans le chapitre 5 pour une cible mobile étalée dans du fouillis de sol. Dans un premier temps, la zone de fouillis est localisée sur le spectre FFT, et le sous-espace fouillis est construit à partir de la vitesse du



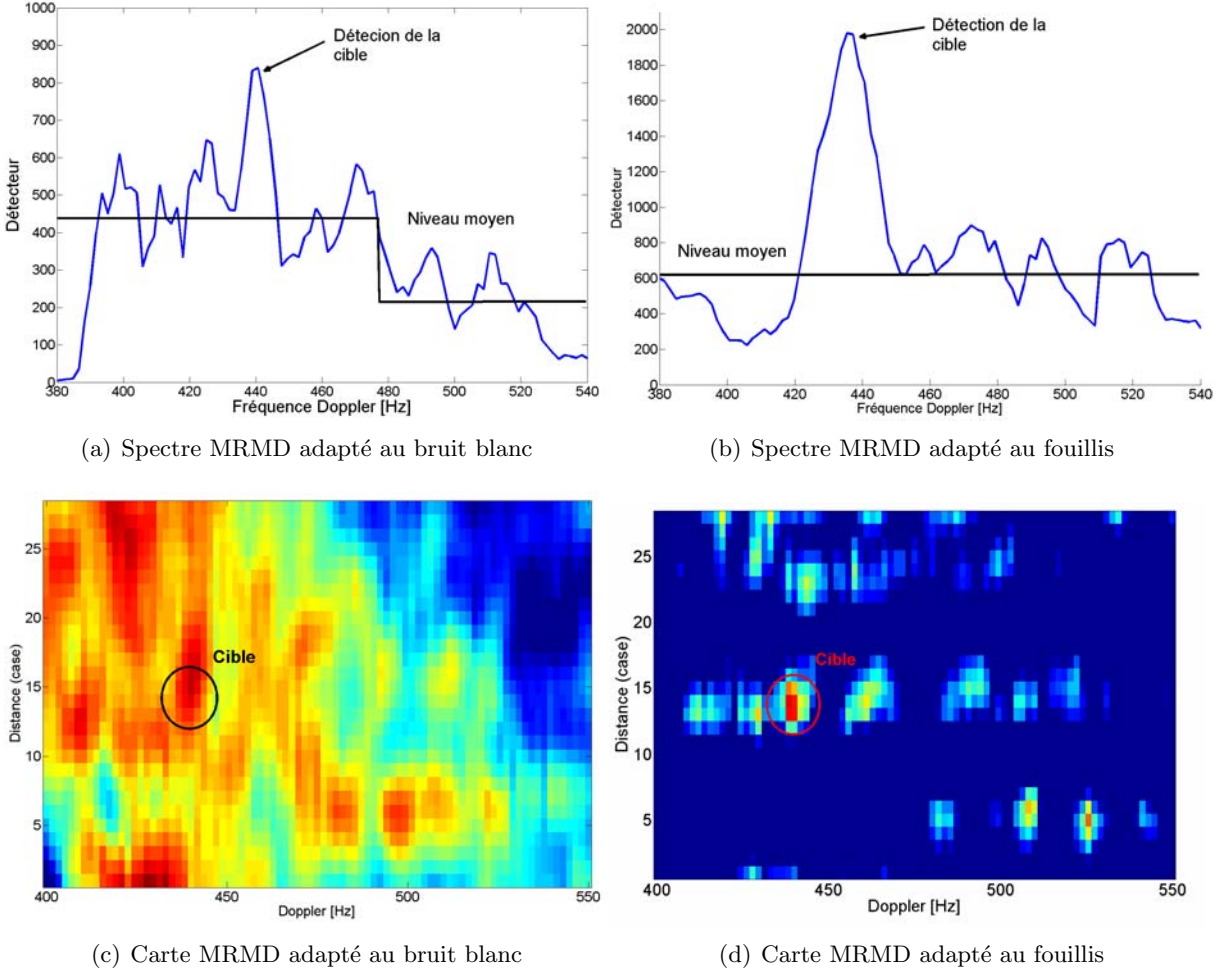


FIGURE 5.11 – Comparaison des deux détecteurs MRMD

porteur, de la distance et des fréquences Doppler minimale et maximale de la zone de fouillis. Le signal est ensuite projeté sur le sous-espace fouillis afin de sélectionner les éléments les plus puissants pour estimer la matrice de covariance. La figure 5.10 représente l'histogramme des puissances du fouillis (a), et leur classement par ordre décroissant (b).

La puissance de la cible réelle étant faible par rapport au niveau moyen de fouillis dans les données traitées, nous plaçons une cible synthétique dans la zone de fouillis pour vérifier sa détection. Nous mettons pour cela en place deux détecteurs MRMD sur 20 cases Doppler et 4 cases distance, le premier faisant l'hypothèse d'un bruit blanc (4.67)

$$\Lambda = M \sum_{r=1}^L \ln \left[ 1 + \frac{\mathbf{z}_r^H \mathbf{P}_H \mathbf{z}_r}{\mathbf{z}_r^H \mathbf{P}_H^\perp \mathbf{z}_r} \right]$$

et le second utilisant la matrice de covariance estimée du fouillis (4.66)

$$\Lambda = M \sum_{r=1}^L \ln \left[ \frac{\mathbf{z}_r^H \mathbf{M}_r^{-1} \mathbf{z}_r}{\mathbf{z}_r^H (\mathbf{M}_r^{-1} - \mathbf{Q}_r) \mathbf{z}_r} \right].$$

---

Le rapport signal à fouillis pour une case est de l'ordre de 3dB. Les figures 5.11 comparent la sortie des deux détecteurs dans la zone autour de la cible synthétique. La prise en compte de la structure du fouillis (b)(d) permet d'éliminer les remontées de fouillis que l'on peut observer sur le détecteur adapté au bruit blanc (a)(c), et améliore conformément à nos attentes la détection de la cible grâce au blanchiment des données.

### 5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons testé sur données expérimentales les algorithmes présentés pour la détection de câbles et de cibles de collision par un radar aéroporté FMCW. Dans un premier temps, nous avons formé une carte distance-vitesse de l'environnement dans une direction donnée en utilisant les algorithmes de formation de faisceaux conventionnelle dans le plan horizontal, une compensation de migration, et une double FFT. Nous avons ensuite testé le formateur de faisceaux adaptatif en élévation pour rejeter le fouillis de sol et détecter les cibles fixes au-dessus du sol. Nous avons ensuite appliqué les transformées en chirplets et HAF sur un signal contenant du fouillis de sol, ce qui nous a permis d'observer la variation de fréquence du fouillis de sol conformément au modèle utilisé dans la thèse. Cependant, après formation de faisceaux en élévation, la structure de phase du fouillis est détruite et nous perdons cette information. La reconnaissance de câble et de pylône par transformée HAF ou chirplets ne peut ainsi être réalisée que lorsque le niveau de signal utile est grand devant le niveau de fouillis.

Dans un second temps, nous nous sommes placés dans le contexte de détection d'une cible aéroportée qui risque de rentrer en collision avec le porteur. Nous avons testé le détecteur multi-distance multi-Doppler pour une cible noyée dans du bruit thermique. La prise en compte de l'étalement de la cible permet d'améliorer sa détection. Nous avons ensuite testé la stratégie de détection sur un signal contenant une cible synthétique noyée dans un fouillis de sol réel. Nous avons ainsi pu mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la matrice de covariance estimée par projection sur le sous-espace fouillis déduit de la structure de phase quadratique du fouillis par rapport au détecteur qui considère un fouillis blanc et gaussien.



# Conclusion

La détection d'obstacles est une application privilégiée pour les systèmes radar automobiles et aéroportés. Cette thèse s'inscrit ainsi dans le contexte de détection d'obstacles et plus particulièrement de cibles présentant un risque de collision par un radar FMCW aéroporté.

Dans le premier chapitre, nous avons proposé une architecture de traitements adaptés à la détection d'obstacles par un radar aéroporté en configuration pointe-avant. Le traitement adapté à la forme d'onde FMCW est un traitement basé sur deux transformées de Fourier discrètes successives qui permettent de former une cartographie distance-vitesse de l'environnement du radar. Une formation de faisceaux permet de localiser la direction d'arrivée de la cible dans le plan horizontal. Un traitement de compensation de migration en distance des cibles est également nécessaire pour assurer le meilleur RSB possible pour la cible. Cependant, ces traitements ne sont plus adaptés et ne permettent pas de détecter la cible d'intérêt lorsque celle-ci se retrouve dans une zone de fouillis de sol.

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé de filtrer spatialement le fouillis de sol en utilisant un réseau d'antennes vertical et une version adaptative du formateur MPDR. La direction du sol est déduite de la matrice de covariance estimée du fouillis, et la direction supposée de la cible est calculée à partir de la direction du sol et d'une hypothèse de hauteur de l'obstacle. La formation de faisceaux adaptative proposée permet ainsi de placer un zéro dans la direction du sol pour rejeter le fouillis, supposé gaussien. Nous avons ensuite abordé le contexte plus général de la détection adaptative dans du fouillis gaussien et non-gaussien, en s'appuyant sur le modèle spatial en élévation. Le détecteur ANMF associé à l'estimateur de la matrice du point fixe permet de prendre en compte le caractère hétérogène et non-gaussien du fouillis.

Dans le troisième chapitre, nous avons cherché à inclure la notion de risque de collision dans le modèle de signal. Les traitements proposés dans les deux premiers chapitres ne permettent pas de déterminer le degré de dangerosité d'une cible, et nous nous sommes alors penchés sur le problème plus particulier de détection de cible de collision. Sous hypothèse de vitesse horizontale constante du porteur, une cible présentant un risque de collision est vue au cours du temps par le radar sous le même angle, et ne change pas de fréquence Doppler durant le temps d'observation. Au contraire, une cible ne présentant pas de risque possède une vitesse orthoradiale, et change d'angle de vue et de fréquence Doppler au cours du temps. La détermination du taux de variation de fréquence permet ainsi de vérifier si une cible présente un risque de collision. Deux traitements ont été proposés pour la recherche de ce taux de variation, la transformée en chirplets et la PHAF, qui possèdent toutes deux de bonnes performances dès lors que le nombre de composantes à déterminer est faible, et que le rapport signal à bruit est suffisant. Cependant, en configuration multi-cibles, des problèmes de séparation peuvent survenir. La cible de plus forte puissance doit être éliminée du signal pour pouvoir faire ressortir les cibles plus faibles. Dans ce chapitre, nous avons également souligné le fait qu'un câble vu en bande X se comportait comme une cible de collision et que ces méthodes pouvaient servir à l'identification de câbles et de pylônes.

Dans le quatrième chapitre, nous avons relié la variation de fréquence Doppler du fouillis avec

la vitesse du porteur et son angle d'observation. Cette variation de fréquence Doppler impose une structure particulière sur le signal du fouillis de sol. Nous avons ainsi exploité cette structure connue du signal du fouillis pour répondre au problème de détection d'une cible mobile supposée présentée un risque de collision, et située dans la zone de fouillis. La solution au problème de détection dans le cas déterministe fait appel à une projection oblique du signal sur le sous-espace cible parallèlement au sous-espace fouillis, dont les performances dépendent de la bande de fréquence de fouillis à rejeter et de la variation minimale de fréquence du fouillis. Dans le cas d'un fouillis gaussien, la structure du fouillis permet d'estimer la matrice de covariance des perturbations, que l'on peut ensuite insérer dans les détecteurs adaptés. Cependant, une sélection des éléments du fouillis les plus puissants doit avoir lieu pour laisser passer suffisamment de signal afin d'assurer sa détection après l'opération de blanchiment. Le choix du seuil de sélection reste entier, mais une large plage de sélection est admissible pour améliorer les performances de détection. Nous avons également pris en compte l'étalement éventuel de la cible en distance et en Doppler en proposant une version plus robuste du détecteur précédent qui intègre les données sur plusieurs cases distance et Doppler.

Dans le cinquième chapitre, nous avons testé les algorithmes utilisés dans cette thèse sur données expérimentales issues d'un prototype radar FMCW aéroporté fonctionnant en bande X. Nous avons dans un premier temps testé les algorithmes de formation de faisceaux horizontale, de compensation de migration distance et double FFTs pour générer des cartes distance-vitesse de l'environnement du radar. Nous avons ensuite mis en place avec succès la formation de faisceaux adaptative en élévation pour rejeter le fouillis de sol et mettre en évidence les cibles fixes situées au dessus du sol, tels que des câbles ou des pylônes. Les traitements par chirplets et HAF ont permis de confirmer la présence d'un terme d'accélération et de variation de fréquence pour le fouillis de sol. Ces deux méthodes permettent de reconnaître un câble d'un pylône lorsque leur rapport signal à fouillis est suffisamment élevé. Lorsque ce n'est pas le cas, nous avons eu l'idée d'utiliser la formation de faisceaux en élévation pour rejeter le fouillis, mais en contrepartie, nous avons perdu l'information de variation de fréquence du pylône, rendant alors inadéquats les traitements temps long. Nous avons finalement testé sur données réelles la stratégie de détection pour cible étalée, tout d'abord sur bruit thermique, puis sur fouillis de sol en prenant en compte la structure particulière du fouillis. La prise en compte de l'étalement de la cible permet de gagner en performances, et la stratégie de détection sur fouillis à partir de l'information de phase quadratique permet également de gagner en performances par rapport aux traitements qui ne font pas d'hypothèses sur le fouillis.

Au vu des différents résultats obtenus durant cette thèse, différentes perspectives de recherche peuvent être envisagées.

**Prise en compte de l'accélération radiale dans le modèle** Tout au long de cette thèse, nous avons fait l'hypothèse que le porteur radar était en vol horizontal stabilisé. Dans ces conditions, l'accélération radiale induite par le mouvement du porteur peut être négligée. En pratique, cette hypothèse peut ne pas être vérifiée, et il peut être intéressant d'étudier l'impact de l'accélération radiale sur les traitements proposés. Tout comme en imagerie SAR, une information suffisante sur la trajectoire et la vitesse du porteur devrait permettre de connaître a priori l'historique de phase du sol, et de déduire la structure du sous-espace fouillis à partir de ces informations.

De la même façon, nous pouvons également envisager d'étudier l'impact d'une trajectoire en virage du porteur radar sur le modèle de signal.

---

**Prise en compte de la variation d'angle de vue sur un modèle spatio-temporel** Dans cette thèse, nous avons mis à profit la variation de fréquence Doppler du fouillis pour la détection de cibles de collision à partir du modèle de signal temporel seulement. Cette variation de fréquence provient en fait du changement d'angle de vue du fouillis au cours du temps. Nous avons ainsi pu réaliser en quelque sorte un traitement spatio-temporel 'synthétique' : l'information spatiale est obtenue en intégrant les données plus longuement, par analogie avec le principe de l'imagerie SAR. Les traitements spatio-temporels classiquement utilisés exploitent quant à eux un réseau d'antennes et la relation reliant l'angle d'arrivée et la fréquence Doppler du fouillis pour le rejeter. Nous pouvons dès lors envisager un traitement spatio-temporel qui associe ces deux approches, l'utilisation d'un réseau d'antennes et d'un temps d'intégration long, et qui exploite à la fois l'information d'angle d'arrivée, la fréquence Doppler et la variation de fréquence du fouillis.



## Annexe A

# Rappel de cinématique du point matériel

Dans cette annexe, nous rappelons les formules de cinématique d'un point matériel mobile M situé à la distance  $r$  par rapport à un point O dans le repère sphérique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$  illustré sur la figure suivante.

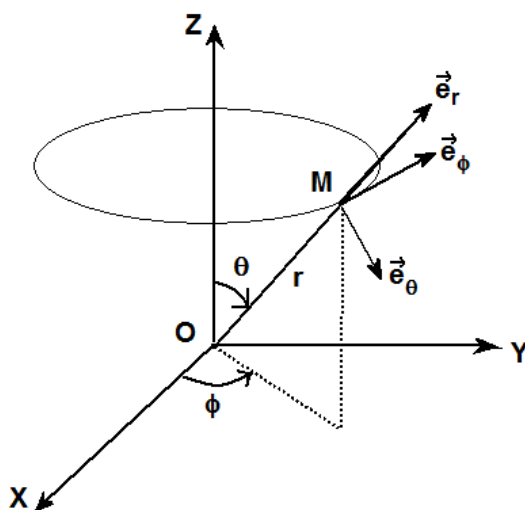


FIGURE A.1 – Repère sphérique  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$

La vitesse relative du point M dans le repère sphérique s'écrit

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d(r\vec{e}_r)}{dt} = \dot{r} + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\vec{e}_\phi$$

Son accélération relative s'écrit

$$\begin{aligned} \vec{a} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = & (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta) \vec{e}_r \\ & + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta) \vec{e}_\theta \\ & + (r\ddot{\phi}\sin\theta + 2\dot{r}\dot{\phi}\sin\theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta) \vec{e}_\phi \end{aligned}$$



La vitesse radiale du point M s'écrit par définition

$$v_{\text{rad}} = \vec{v} \cdot \vec{e}_r = \dot{r}$$

et sa vitesse orthoradiale s'écrit

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{orth}} &= \vec{v} - \vec{v} \cdot \vec{e}_r \vec{e}_r = r\dot{\theta}\vec{e}_\theta + r\dot{\phi}\sin\theta\vec{e}_\theta \\ \Rightarrow \|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2 &= r^2\dot{\phi}^2\cos^2\theta + r^2\dot{\theta}^2. \end{aligned}$$

De même, l'accélération radiale du point M s'écrit par définition

$$a_{\text{rad}} = \vec{a} \cdot \vec{e}_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta = \ddot{r} - \frac{\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2}{r}.$$

On en déduit que la dérivée seconde de la distance s'écrit

$$\ddot{r} = a_{\text{rad}} + \frac{\|\vec{v}_{\text{orth}}\|^2}{r}.$$

## Annexe B

# Calcul approché de l'angle entre sous-espaces

Dans cette annexe, nous donnons une approche intuitive de résolution de l'équation (4.39)

$$\mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} = M - \mathbf{h}^H \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{h}$$

pour comprendre les variations de l'angle  $\beta$  entre sous-espaces en fonction de la fréquence.

Pour simplifier (4.39), nous pouvons supposer que les colonnes de  $\mathbf{S}$  sont très peu corrélées entre elles, ce qui est le cas par définition du pas d'échantillonnage retenu dans 4.1.3

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^H \mathbf{P}_{\mathbf{S}}^\perp \mathbf{h} &\approx M - \frac{1}{M} \mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{S}^H \mathbf{h} \\ &\approx M - \frac{1}{M} \sum_{p=1}^r |\text{FFT}[s_p](f)|^2 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

où le terme  $\mathbf{h}^H \mathbf{S} \mathbf{S}^H \mathbf{h}$  n'est autre que la somme des modules au carré des FFT des colonnes de  $\mathbf{S}$  à la fréquence  $f$  que représente le vecteur  $\mathbf{h}$ . Nous approximons  $|\text{FFT}[s_p](f)|^2$ , module carré d'un chirp, par une fonction porte de bande passante  $B_p$  et d'amplitude

$$A_p = \frac{M^2}{B_p T_{\text{int}}}$$

comme illustré sur la figure B.1(a). Pour un réflecteur fixe au sol, les bandes passantes  $B_p$  augmentent à mesure que leurs fréquences de départ  $f$  diminuent conformément aux équations

$$f = \frac{2v_a \cos \alpha}{\lambda} \quad \text{et} \quad B = f T_{\text{int}} = \frac{2v_a^2 \sin^2 \alpha}{\lambda R_0} T_{\text{int}}.$$

La figure B.1(b) illustre également le domaine d'étalement physique du réflecteur ( $f_{\min}$ ,  $f_{\max}$  et le domaine d'étalement dû à la variation de fréquence.

Notons  $P$  le nombre de portes qui traversent une fréquence  $f$  donnée,  $B_{\min}$  et  $B_{\max}$  les bandes minimales et maximales des portes  $|\text{FFT}[s_p](f)|^2$ . Nous pouvons alors écrire que

$$\begin{aligned} |\text{FFT}[s_p](f)|^2 &= \sum_{p=1}^P A_p = \frac{M^2}{T_{\text{int}}} \sum_{p=1}^P \frac{1}{B_p} \\ \Rightarrow P \frac{M^2}{T_{\text{int}} B_{\max}} &< |\text{FFT}[s_p](f)|^2 < P \frac{M^2}{T_{\text{int}} B_{\min}} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

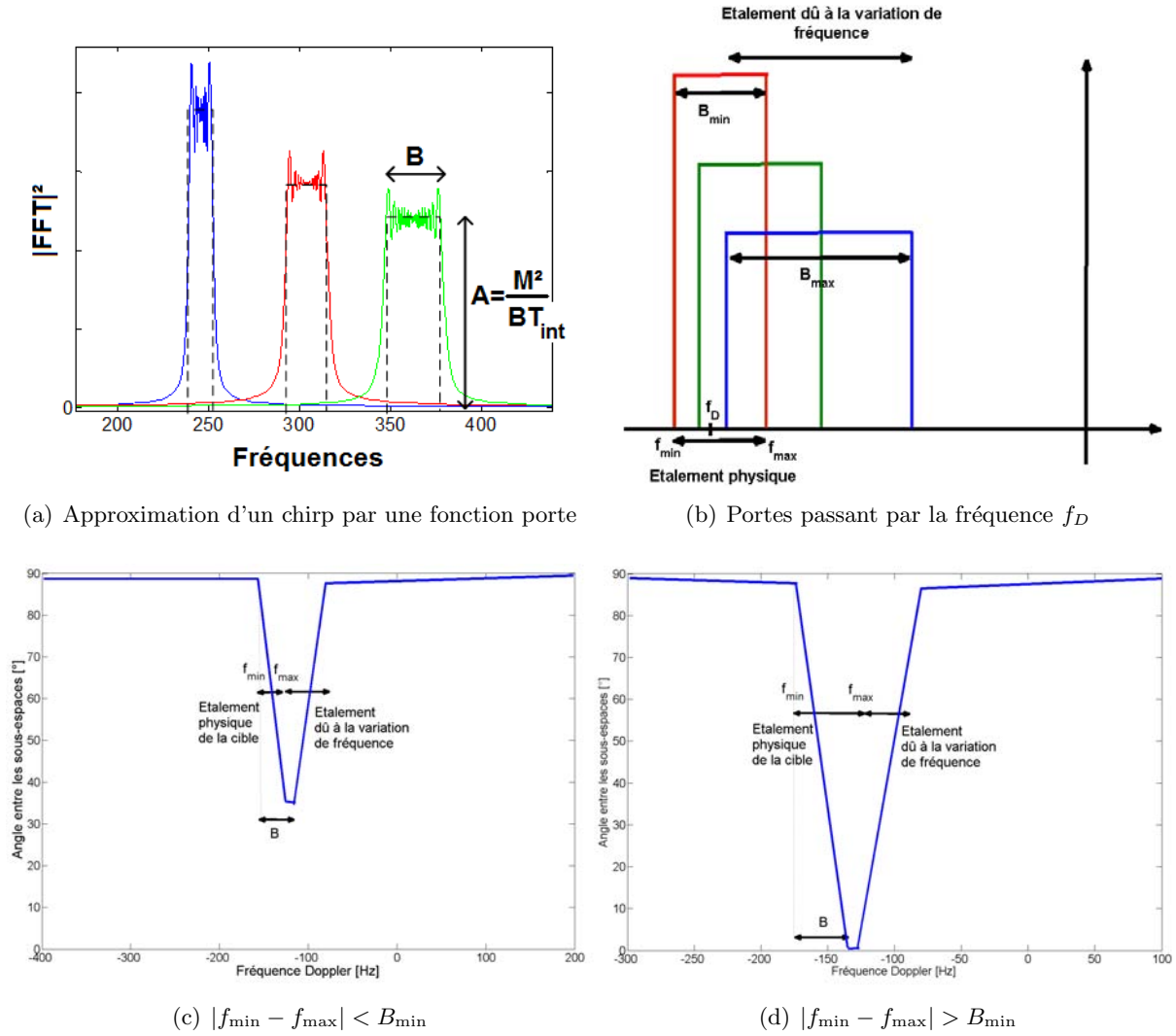


FIGURE B.1 – Approximations pour le calcul approché de l'angle entre les sous-espace

Pour calculer  $|\text{FFT}[s_p](f)|^2$ , nous devons déterminer le nombre de portes  $P$  qui traversent la fréquence  $f$ . En dehors du domaine fréquentiel du réflecteur, ce nombre de portes est nul et  $|\text{FFT}[s_p](f)|^2$  est nul. Pour une fréquence  $f$  entre  $f_{\min}$  et  $f_{\max}$ , ce nombre de portes  $P$  augmente linéairement avec la fréquence, et vaut 0 pour  $f_{\min}$  et est maximum pour  $f_{\max}$

$$0 < P < \frac{|f_{\min} - f_{\max}|}{\Delta f_D} \Rightarrow P(f_D) = \frac{|f_{\min} - f|}{\Delta f}$$

Pour  $f > f_{\max}$ ,  $P$  diminue linéairement jusqu'à redevenir nul. Ces observations nous donnent donc l'allure de l'angle entre les sous-espaces en fonction de la fréquence. La courbe représentant l'angle  $\beta$  est une forme de V. Nous pouvons distinguer deux cas

$$|f_{\min} - f_{\max}| < B_{\min} \quad \text{et} \quad |f_{\min} - f_{\max}| > B_{\min}.$$

Le premier cas est donné sur la figure B.1(c), et représente le cas favorable : l'angle entre les sous-espaces n'est jamais nul. Le second cas illustré sur la figure B.1(d) représente le cas défavorable

---

pour lequel l'angle entre les sous-espaces devient nul sur un ensemble de fréquences. Dans ce second cas, il devient donc impossible d'éliminer la cible par projection. Nous venons d'exprimer une condition importante sur le succès de la projection : l'étalement physique de la cible à supprimer du signal doit être inférieur à la bande minimale de variation de fréquence Doppler, et l'angle  $\beta$  minimal s'écrit alors

$$\sin^2 \beta_{\min} = \begin{cases} 1 - \frac{|f_{\min} - f_{\max}|}{B_{\min}} & \text{si } |f_{\min} - f_{\max}| < B_{\min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



# Annexe C

## Acronymes

TeSA	Telecommunications for Space and Aeronautics
ISAE	Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace
IRIT	Institut de Recherche en Informatique de Toulouse
MITT	Mathématiques, Informatique et Télécommunications de Toulouse
FMCW	Frequency Modulated Continuous Wave
SAR	Synthetic Aperture Radar
LPI	Low Probability of Interception
SER	Surface Équivalente Radar
ULA	Uniform Linear Array
GCM	Ground Clutter Model
RSB	Rapport Signal à Bruit
FFC	Formation de Faisceaux Conventiionnelle
FFT	Fast Fourier Transform
MVDR	Minimum Variance Distortionless Response
SCM	Sample Covariance Matrix
SMI	Sample Covariance Inversion
TFAC	Taux de Fausse Alarme Constant
ROC	Courbe Opérationnelle du Récepteur
GLRT	Generalized Likelihood Ratio Test
OGD	Optimum Gaussian Detector
AMF	Adaptive Matched Filter
ANMF	Adaptive Normalized Matched Filter
SIRV	Spherically Invariant Random Vector
BORD	Bayesian Optimum Radar Detector
NSCM	Normalized Sample Covariance Matrix
PF	Point Fixe
BCR	Borne de Crame-Rao
HAF	High-order AMbiguity Function
PHAF	Product High-order AMbiguity Function
DCFT	Discrete Chirp Fourier Transform
CPF	Cubic Phase Function
SPP	Signaux à Phase Polynomiale



# Bibliographie

- [1] L. B. Almeida. The Fractional Fourier Transform and time-frequency representations. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 42(11) :3084–3091, 1994.
- [2] L. Anitori, A. de Jong, and F. Nennie. FMCW radar for life-sign detection. In *IEEE Radar Conf., 2009*, pages 1–6, may 2009.
- [3] S. Barbarossa, A. Scaglione, and G. B. Giannakis. Product High-Order Ambiguity Function for Multicomponent Polynomial-Phase Signal Modeling. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 46(3) :691–707, mar 1998.
- [4] P.D.L. Beasley. The influence of transmitter phase noise on FMCW radar performance. In *3rd European Radar Conf., 2006*, pages 331–334, sept. 2006.
- [5] R.T. Behrens and L.L. Scharf. Signal processing applications of oblique projection operators. *IEEE Trans. Signal Process.*, 42(6) :1413–1424, june 1994.
- [6] O. Besson. Detection in the presence of surprise or undernullified interference. *IEEE Signal Proc. Lett.*, 14(5) :352–354, may 2007.
- [7] O. Besson. *Introduction au Traitement d’Antennes*. ISAE formation ENSICA, 2008.
- [8] S. Bidon. *Estimation et détection en milieu non-homogène, application au traitement spatio-temporel adaptatif*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2008.
- [9] J. B. Billingsley. Radar ground clutter measurements and models, Part 1 : spatial amplitude statistics. In *AGARD Conf. Proc. 501*, pages 1.1–1.15, September 1991.
- [10] J. B. Billingsley, A. Farina, F. Gini, M. V. Greco, and P. Lombardo. Impact of experimentally measured Doppler spectrum of ground clutter on MTI and STAP. In *Proc. 1997 IEEE National Radar Conf.*, pages 290–294, Edimburgh, UK, October 14-16, 1997.
- [11] B. Boashash and B. Ristich. The Wigner-Ville Trispectrum : Definition and Application. *IEEE Signal Process. Workshop*, 42(1) :216–220, Jan 1993.
- [12] N. Bon, A. Khenchaf, R. Garello, and J.-M. Quéllec. GLRT Detection for Range and Doppler Distributed Targets in non-Gaussian Clutter. In *Int. Conf. Radar CIE06*, pages 1–5, oct 2006.
- [13] G. Bouleux. *Traitement d’antennes adapté aux modèles linéaires intégrant une interférence structurée, Application aux signaux mécaniques*. PhD thesis, Université Jean Monnet, 2007.
- [14] L.E. Brennan and L.S. Reed. Theory of adaptive radar. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, AES-9(2) :237–252, march 1973.
- [15] G.M. Brooker, D. Birch, and J. Solms. W-band airborne interrupted frequency modulated CW imaging radar. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 41(3) :955–972, july 2005.
- [16] W. Butler, P. Poitevin, and J. Bjornholt. Benefits of wide area intrusion detection systems using FMCW radar. In *IEEE Int. Carnahan Conf. Security Technology*, pages 176–182, oct. 2007.



- [17] W.G. Carrara, R.S. Goodman, and R.M. Majewski. *Spotlight Synthetic Aperture Radar : Signal Procesng Algorithms*. Artech House, 1995.
- [18] E. Conte, M. Lops, and G. Ricci. Asymptotically optimum radar detection in compound-gaussian clutter. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 31(2) :617 –625, april 1995.
- [19] E. Conte, M. Lops, and G. Ricci. Adaptive matched filter detection in spherically invariant noise. *IEEE Signal Process. Lett.*, 3(8) :248 –250, aug. 1996.
- [20] E. Conte, A. De Maio, and G. Ricci. Recursive estimation of the covariance matrix of a compound-gaussian process and its application to adaptive cfar detection. *IEEE Trans. Signal Process.*, 50(8) :1908 –1915, aug 2002.
- [21] P.M. Corbell, M.A. Temple, and T.D. Hale. Forward-looking planar array 3D-STAP using Space Time Illumination Patterns (STIP). In *4th IEEE Workshop Sensor Array Multi-channel Process., 2006.*, pages 602 –606, july 2006.
- [22] F. Deudon. *Traitement radar large bande : apport de la migration distance pour l'obtention d'un mode non-ambigu*. PhD thesis, Université de Toulouse, 2011.
- [23] L. Déjean. *Détection de petites cibles marines en milieu côtier par radar aéroporté*. PhD thesis, Télécom Bretagne, 2009.
- [24] S. Djukanovic, M. Simeunovic, and I. Djurovic. Estimation refinement techniques for the cubic phase function. In *19th Telecom. Forum (TELFOR), 2011*, pages 727 –730, nov. 2011.
- [25] I. Djurovic, M. Simeunovic, S. Djukanovic, and P. Wang. A hybrid CPF-HAF estimation of polynomial-phase signals : Detailed statistical analysis. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2012.
- [26] A. Farina, F. Gini, M.V. Greco, and P. Lombardo. Coherent radar detection of targets against a combination of K-distributed and Gaussian clutter. In *IEEE Int. Radar Conf.*, pages 83 –88, may 1995.
- [27] W. R. Fried. Principles and performance analysis of Doppler navigation systems. *IRE Trans. Aeronaut. Navig. Electron.*, ANE-4(4) :176 –196, dec. 1957.
- [28] N. Galin, A. Worby, R. Massom, G. Brooker, C. Leuschen, S.P. Gogineni, and P. Jansen. 2 - 8 GHz FMCW radar for estimating snow depth on antarctic sea ice. In *Int. Conf. Radar, 2008*, pages 276 –281, sept. 2008.
- [29] F.G. Geroleo and M. Brandt-Pearce. Detection and estimation of multi-pulse LFM CW radar signals. In *IEEE Radar Conf. 2010*, pages 1009 –1013, may 2010.
- [30] X. Gia. Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 48(11) :3122–3133, November 2000.
- [31] F. Gini. Sub-optimum coherent radar detection in a mixture of K-distributed and Gaussian clutter. *IEE Proc. Radar, Sonar, Navig.*, 144(1) :39 –48, feb 1997.
- [32] G. H. Golub and C.F. Van Loan. *Matrix Computations*. The John Hopkins University Press, 1996.
- [33] J.T. Gonzalez-Partida, M. Burgos-Garcia, B.P. Dorta-Naranjo, and F. Perez-Martinez. Stagger procedure to extend the frequency modulated interrupted continuous wave technique to high resolution radars. *IET Radar, Sonar Navig.*, 1(4) :281 –288, aug. 2007.
- [34] P. Goy, F. Vincent, and J.-Y. Tourneret. Clutter rejection for MTI radar using a single antenna and a long integration time. In *4th IEEE Int. Workshop CAMSAP 2011*, pages 389–392, dec. 2011.

- 
- [35] P. Goy, F. Vincent, and J.-Y. Tournet. An adaptive detection of spread targets in locally Gaussian clutter using a long integration time. In *IET Radar Conf. 2012*, oct. 2012.
- [36] H. J. Hansen, R. Lindop, and D. Masjstorovic. Collision avoidance W-Band FMCW radars in altimeter application, aug. 2006.
- [37] G.M. Herbert and P.G. Richardson. On the benefits of space-time adaptive processing in FM ranging airborne radar. In *IET Waveform Diversity Digital Radar Conf., 2008*, pages 1–6, dec. 2008.
- [38] C. Iona, S. Stankovic, and A. Quinquis. Estimation of parameters of a polynomial phase model using the warped complex time distributions. *8th Int. Symp. Proc. Signal Process.*, 2 :635–638, 2005.
- [39] Jen King Jao. Theory of synthetic aperture radar imaging of a moving target. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 39(9) :1984–1992, sep 2001.
- [40] E. Jay. *Détection en environnement non-Gaussien*. PhD thesis, Université de Cergy-Pontoise, 2002.
- [41] L. Jianbin, X. Zemin, Z. MingMin, and X. Hui. Multi-cycle signal processing based on Keystone transform in LFMCW radar. In *2nd Int. Conf. Signal Process. Syst. (ICSPS), 2010*, volume 1, pages V1–280–V1–284, july 2010.
- [42] J.Tsao and B.D. Steinberg. Reduction of sidelobe and speckle artifacts in microwave imaging : the CLEAN technique. *IEEE Trans. Antennas Prop.*, 36(4) :543–556, apr 1988.
- [43] S. M. Kay. *Fundamentals of Statistical Signal Processing*. Prentice Hall International, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- [44] E. J. Kelly. An adaptive detection algorithm. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 22(1) :115–127, March 1986.
- [45] S. Kemkemian, M. Nouvel-Fiani, P. Cornic, P. Le Bihan, and P. Garrec. Radar systems for "Sense and Avoid" on UAV. In *Proc. Int. Rad. Conf. 2009*, Bordeaux, France, 2009.
- [46] R.H. Khan and D.K. Mitchell. Waveform analysis for high-frequency FMICW radar. *IEE Proc. Radar, Signal Process.*, 138(5) :411–419, oct 1991.
- [47] S. Kraut and L.L. Scharf. The CFAR adaptive subspace detector is a scale-invariant GLRT. *IEEE Trans. Signal Process.*, 47(9) :2538–2541, sep 1999.
- [48] S. Kraut, L.L. Scharf, and R.W. Butler. The adaptive coherence estimator : a uniformly most-powerful-invariant adaptive detection statistic. *IEEE Trans. Signal Process.*, 53(2) :427–438, feb 2005.
- [49] S. Kraut, L.L. Scharf, and L.T. McWhorter. Adaptive subspace detectors. *IEEE Trans. Signal Process.*, 49(1) :1–16, jan 2001.
- [50] P. Lacomme, J.-C. Marchais, J.-P. Hardange, and E. Normant. *Air and Spaceborne Radar Systems : An Introduction*. William Andrew Scitech Publishing, Norwich, NY, 2001.
- [51] A. Laloue, J.-C. Nallatamby, M. Prigent, M. Camiade, and J. Obregon. An efficient method for nonlinear distortion calculation of the AM and PM noise spectra of FMCW radar transmitters. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, 51(8) :1966–1976, aug. 2003.
- [52] M. Lange, J. Detlefsen, M. Bockmair, and U. Trampnau. A millimeter-wave low-range radar altimeter for helicopter applications - system design. In *17th European Microw. Conf., 1987*, pages 222–227, sept. 1987.
- [53] F. Le Chevalier. *Principles of Radar and Sonar Signal Processing*. Artech House, Norwood, MA, 2002.

- [54] K. Lin, Y. E. Wang, C.-K. Pao, and Y.-C. Shih. A Ka-band FMCW radar front-end with adaptive leakage cancellation. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 54(12) :4041–4048, dec. 2006.
- [55] M.W. Long. *Radar Reflectivity of Land and Sea*. Artech House radar library, 2001.
- [56] Kun Lu and Xingzhao Liu. Enhanced maneuvering targets detection via polynomial phase modeling in over-the-horizon radars. In *IEEE Proc. Radar Conf.*, pages 444 – 449, apr. 2004.
- [57] E. Magraner. *Détection sur données fortement inhomogènes et application aux radar aéroportés*. PhD thesis, Université Paul Cézanne Aix-Marseille III, 2008.
- [58] M. Mahot, P. Forster, J.P. Ovarlez, and F. Pascal. Robustness Analysis of Covariance Matrix Estimates. In *Proc. EUSIPCO 2010*, Aalborg, Danemark, aug 2010.
- [59] S. Mann and S. Haykin. The Chirplet Transform : A generalization of Gabor’s logon transform. *Proc. Vision Interface*, pages 205–212, June 1991.
- [60] S. Mann and S. Haykin. The Chirplet Transform : Physical Considerations. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 43(11) :2745–2761, November 1995.
- [61] J.A. McGregor, E.M. Poulter, and M.J. Smith. Switching system for single antenna operation of an S-band FMCW radar. *IEE Proc. Radar, Sonar, Navig.*, 141(4) :241 –248, aug 1994.
- [62] A. Meta. *Signal Processing of FMCW Synthetic Aperture Radar Data*. PhD thesis, Delft University of Tehcnology, 2006.
- [63] C. Migliaccio, B.D. Nguyen, Ch. Pichot, N. Yonemoto, K. Yamamoto, K. Yamada, H. Nasui, W. Mayer, A. Gronau, and W. Menzel. Millimeter-wave radar for rescue helicopters. In *9th Int. Conf. Cont. Autom. Robot. Vision, ICARCV ’06*, pages 1 –6, dec. 2006.
- [64] F.E. Nathanson. *Radar Design Principles, Second Edition*. McGraw-Hill, Inc., 1991.
- [65] P. O’Shea. A new technique for instantaneous frequency rate estimation. *IEEE Signal Proc. Lett.*, 9(8) :251–252, August 2002.
- [66] P. O’Shea. Improving polynomial phase parameter estimation by using nonuniformly spaced signal sample methods. *IEEE Trans. Signal Process.*, 60(7) :3405 –3414, july 2012.
- [67] P. O’Shea and R.A. Wiltshire. A new class of multilinear functions for polynomial phase signal analysis. *IEEE Trans. Signal Process.*, 57 :2096–2109, 2009.
- [68] Jung Dong Park and Wan Joo Kim. An efficient method of eliminating the range ambiguity for a low-cost FMCW radar using VCO tuning characteristics. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, 54(10) :3623 –3629, oct. 2006.
- [69] M. Park. *Millimeter-Wave polarimetric radar sensor for detection of power lines in strong clutter background*. PhD thesis, University of Michigan, 2003.
- [70] F. Pascal. *Détection et estimation en environnement non-Gaussien*. PhD thesis, Université de Nanterre, 2006.
- [71] S. Peleg and B. Porat. The Cramer-Rao Lower Bound for signals with constant amplitude and polynomial phase. *IEEE Trans. Signal Proc.*, 39(3) :749–752, mar 1991.
- [72] S. Peleg and B. Porat. The Discrete Polynomial-Phase Transform. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 43(8) :1901–1914, aug 1995.
- [73] R. P. Perry, R. C. DiPietro, and R. L. Fante. SAR imaging of moving targets. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 35(1) :188–200, January 1999.

- 
- [74] R. P. Perry, R. C. Di Pietro, and R. L. Fante. Coherent integration with range migration using Keystone formatting. In *Proc. IEEE Radar Conf.*, pages 889–894, May 9–12, 2007.
- [75] M. Rangwala, Juseop Lee, and K. Sarabandi. Design of FMCW millimeter-wave radar for helicopter assisted landing. In *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp., 2007. IGARSS 2007*, pages 4183–4186, July 2007.
- [76] M. Rangwala, Feinian Wang, and K. Sarabandi. Study of millimeter-wave radar for helicopter assisted landing system. In *IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp., 2007. IGARSS 2007*, pages 777–780, July 2007.
- [77] B. Rembold, H.G. Wippich, M. Bischoff, and W.F.X. Frank. A MM wave collision warning sensor for helicopters. In *Proc. Milit. Microw.*, pages 344–351, Oct 1982.
- [78] F. C. Robey, D. R. Fuhrmann, E. J. Kelly, and R. Nitzberg. A CFAR adaptive matched filter detector. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 28(1) :208–216, January 1992.
- [79] H. Rohling and M.-M. Meinecke. Waveform design principles for automotive radar systems. In *CIE Int. Conf. Proc. Radar, 2001*, pages 1–4, 2001.
- [80] H. Rohling and R. Mende. OS CFAR performance in a 77 GHz radar sensor for car application. In *CIE Int. Conf. Radar, 1996*, pages 109–114, Oct 1996.
- [81] M.E. Russell, A. Crain, A. Curran, R.A. Campbell, C.A. Drubin, and W.F. Miccioli. Millimeter-wave radar sensor for automotive intelligent cruise control (icc). *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 45(12) :2444–2453, Dec 1997.
- [82] K.J. Sangston, F. Gini., M.V. Greco, and A. Farina. Structures for radar detection in compound gaussian clutter. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 35(2) :445–458, Apr 1999.
- [83] K. Sarabandi and M. Park. Millimeter-wave radar phenomenology of power lines and a polarimetric detection algorithm. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 47(12) :1807–1813, Dec 1999.
- [84] K. Sarabandi and M. Park. Extraction of power line maps from millimeter-wave polarimetric SAR images. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 48(12) :1802–1809, Dec 2000.
- [85] K. Sarabandi and M. Park. A radar cross-section model for power lines at millimeter-wave frequencies. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 51(9) :2353–2360, Sep 2003.
- [86] K. Sarabandi, L. Pierce, Y. Oh, and F.T. Ulaby. Power lines : radar measurements and detection algorithm for polarimetric SAR images. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, 30(2) :632–643, Apr 1994.
- [87] L.L Scharf. *Statistical Signal Processing : Detection, Estimation and Time Series Analysis*. Reading, MA : Addison-Wesley, 1991.
- [88] L.L. Scharf and B. Friedlander. Matched subspace detectors. *IEEE Trans. Signal Process.*, 42(8) :2146–2157, Aug 1994.
- [89] D.C. Schleher. Radar detection in Weibull clutter. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, AES-12(6) :736–743, Nov. 1976.
- [90] C. Schroeder and H. Rohling. X-band FMCW radar system with variable chirp duration. In *IEEE Radar Conf., 2010*, pages 1255–1259, May 2010.
- [91] M. Skolnik. *Introduction to radar systems*. Mc-Graw-Hill, New-York, 1981.
- [92] M. Skolnik. *Radar Handbook*. McGraw-Hill, third edition, 2008.

- [93] A.G. Stove. Linear FMCW radar techniques. *IEE Proc. Radar, Signal Process.*, 139(5) :343–350, oct 1992.
- [94] G.V. Trunk and S.F. George. Detection of targets in non-gaussian sea clutter. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, AES-6(5) :620–628, sept. 1970.
- [95] H. L. Van Tree. *Optimum Array Processing*. Wiley-Interscience, 2002.
- [96] C. Wagner, A. Stelzer, and H. Jager. Estimation of FMCW radar system performance using measurement data of a 77-GHz transmitter. In *Microw. Conf., APMC 2006. Asia-Pacific*, pages 1701–1704, dec. 2006.
- [97] G. Wang, X.G. Xia, B.T. Root, V.C. Chen, Y. Zhang, and M. Amin. Manoeuvring target detection in over-the-horizon radar using adaptive clutter rejection and adaptive chirplet transform. *IEE Proc. Radar, Sonar, Navig.*, 150(4) :292–298, aug. 2003.
- [98] Y. Wang and G. Zhou. On the use of high order ambiguity function for multicomponent polynomial phase signals. *Proc. ICASSP*, 5 :3629–3632, April 1997.
- [99] J. Ward. *Space time adaptive processing for airborne radar*. Technical Report 1015, Lincoln Laboratory, Massachusetts Institute of Technology, Lexington, MA, 1994.
- [100] K.D. Ward. Compound representation of high resolution sea clutter. *Electron. Lett.*, 17(16) :561–563, 6 1981.
- [101] V. Winkler. Range Doppler detection for automotive FMCW radars. In *European Radar Conf., 2007 EuRAD*, pages 166–169, oct. 2007.
- [102] Jianyu Yang, Pu Wang, and Jintao Xiong. An algorithm for parameter estimation of multicomponent chirp signals. In *Proc. 2006 IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, volume 3, page III, may 2006.
- [103] Y. Zhang, M.G. Amin, B.M. Dogahe, and G.J. Frazer. Time-frequency analysis for maneuvering target detection in over-the-horizon radars. In *7th Int. Symp. Proc. Signal Process., 2003.*, volume 1, pages 169–172, jul. 2003.
- [104] Y. Zhao, J. Wang, L. Huang, and R. Yang. Low complexity Keystone transform without interpolation for dim moving target detection. In *IEEE CIE Int. Conf. Radar, 2011*, volume 2, pages 1745–1748, oct. 2011.
- [105] D. Zhu, Y. Li, and Z. Zhu. A Keystone transform without interpolation for SAR ground moving-target imaging. *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, 4(1) :18–22, January 2007.
- [106] D. Zhu, Z. Zhu, and L. Wang. SAR ground moving target imaging based on Keystone transform without interpolation. In *Proc. IEEE IGARSS*, pages 863–868, April 17–20, 2007.

## Résumé

Cette thèse, réalisée en partenariat avec Rockwell-Collins France, s'inscrit dans le cadre du développement d'un radar FMCW aéroporté de détection d'obstacles fonctionnant en bande X. Dans cette thèse, nous nous plaçons dans le contexte plus général de détection de cibles présentant un risque de collision avec le porteur radar dans du fouillis de sol. Les performances de détection des cibles d'intérêt diminuent grandement lorsqu'elles se retrouvent dans les zones de fouillis. Le principal objectif de cette thèse réside ainsi dans la conception de traitements en vue d'améliorer les capacités de détection et de reconnaissance de cibles présentant un risque de collision avec le porteur radar dans les zones de fouillis de sol. Dans un premier temps, nous effectuons une revue des traitements adaptés à la détection d'obstacles par un radar aéroporté FMCW : formation de faisceaux conventionnelle, compensation de migration distance, et création d'une cartographie distance-vitesse par double FFT. Dans un second temps, nous utilisons ensuite un traitement d'antennes adaptatif pour séparer en élévation le fouillis de sol et d'éventuels obstacles situés au-dessus du sol pouvant présenter un risque pour le porteur (câbles, pylônes, immeubles, ...). Dans la seconde partie de cette thèse, nous incluons une information supplémentaire sur le signal temporel d'une case distance avec un temps d'intégration plus long : la variation de fréquence Doppler des cibles. Une cible de collision ou un câble ne changent pas de fréquence tandis qu'un élément au sol aura une variation connue dépendant de la vitesse du porteur et de son angle de vue. Cette information nous a tout d'abord permis de séparer le signal d'un pylône et d'un câble, pour ensuite séparer la cible de collision du fouillis de sol. Enfin, nous effectuons la détection adaptative d'une cible mobile de collision étendue en distance et noyée dans le fouillis de sol. Les algorithmes développés dans cette thèse ont été testés avec succès sur données expérimentales.

**Mots-clés:** radar FMCW, aéroporté, détection adaptative, fouillis de sol, cibles de collision

## Abstract

This thesis, in collaboration with Rockwell-Collins France, forms part of the development of an X-band FMCW airborne radar designed for obstacles detection and collision avoidance. More precisely, this thesis deals with the problem of detecting targets which exhibit a collision trajectory with the radar carrier, in presence of ground clutter. Target detection performances are highly degraded when the targets of interest fall into ground clutter. The main goal of this thesis is to develop signal processing methods to increase radar detection capacities and recognition for collision targets inside ground clutter. First, we give a brief review of signal processing methods for target detection using an airborne FMCW radar : conventional beamforming, range migration compensation, double-FFTs for Range-Doppler Map visualization. We then derive an adaptive antenna array processing to separate ground clutter and fixed hazardous obstacles above the ground (cables, pylons, buildings, ...) using their difference in elevation angle. In the second part of this thesis, we use a long integration time and include extra information on the time model of a range cell signal : Doppler frequency variation. A collision target does not exhibit Doppler frequency variation, whereas fixed obstacle or ground clutter exhibits a known variation depending on the carrier velocity and the aspect angle. We take advantage of this variation first to separate a cable from a pylon, and then separate collision target from ground clutter. We finally tackle the problem of adaptively detecting a collision mobile spread target in ground clutter region. The proposed algorithms in this thesis have been successively tested on experimental data.

**Keywords:** FMCW radar, airborne, adaptive detection, ground clutter, collision target

