



**HAL**  
open science

# Contribution à la modélisation numérique de maçonneries micro-fissurées

Aida Chaker

► **To cite this version:**

Aida Chaker. Contribution à la modélisation numérique de maçonneries micro-fissurées. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université d'Orléans, 2022. Français. NNT : 2022ORLE1055 . tel-04281583v2

**HAL Id: tel-04281583**

**<https://theses.hal.science/tel-04281583v2>**

Submitted on 13 Nov 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

*ÉCOLE DOCTORALE - Energie, Matériaux, Sciences de la Terre et de l'Univers - EMSTU*

Laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé (LaMé)

**THÈSE** présentée par :

**Aida Chaker**

soutenue le : 09 Décembre 2022

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université d'Orléans**

Discipline/ Spécialité : Génie mécanique et Productique

## **Contribution à la modélisation numérique de maçonneries micro-fissurées**

**THÈSE dirigée par :**

**Mme Amna Rekik**  
**M. André Langlet**

Maitre de Conférences HDR, Université d'Orléans  
Maitre de Conférences HDR, Université d'Orléans

**RAPPORTEURS :**

**M. Stéphane Morel**  
**M. Éric Vincens**

Professeur, Université de Bordeaux  
Professeur, Ecole centrale de Lyon

**JURY :**

**M. Christophe Fond**  
**Mme Fazia Fouchal**  
**M. Stéphane Morel**  
**M. Éric Vincens**  
**Mme Amna Rekik**  
**M. André Langlet**  
**M. Hoxha Dashnor**  
**M. Ridha Hambli**

Professeur, Université de Strasbourg  
Maitre de conférences, Université de Limoges  
Professeur, Université de Bordeaux  
Professeur, Ecole centrale de Lyon  
Maitre de Conférences HDR, Université d'Orléans  
Maitre de Conférences HDR, Université d'Orléans  
Professeur, Université d'Orléans  
Professeur, Université d'Orléans

Président



---

## Dédicace

*"Ni un haut degré d'intelligence, ni l'imagination, ni les deux ensemble ne contribuent à la formation du génie. L'amour, l'amour, l'amour qui est l'âme du génie."*

W. A. Mozart

*À mes parents  
À ma sœur Farah  
Je vous aime*



---

## Remerciements

Je voudrais remercier tout d'abord Messieurs Stéphane Morel et Éric Vincens d'avoir accepté la responsabilité d'être les rapporteurs de ce manuscrit, ainsi que Madame Fazia Fouchal et Messieurs Christophe Fond, Hoxha Dashnor et Ridha Hambli d'avoir bien voulu participer au jury de ma thèse.

Je tiens à exprimer mes plus profonds remerciements à ma directrice de thèse Madame Amna Rekik et mon co-directeur de thèse Monsieur André Langlet pour leur encadrement, pour leur soutien, pour leur conseils avisés, et pour leurs remarques pertinentes qui m'ont guidée durant ces trois ans.

Je tiens à remercier tous les membres du laboratoire LaMé de l'Université d'Orléans de m'avoir accueillie durant ces trois ans.

Je remercie aussi tous les doctorants et jeunes docteurs de LaMé pour avoir partagé avec moi les heureux moments de cette expérience, mais aussi les plus durs, Said, Ines, Mahmoud, Lucas, Marouane et tous les autres.

Je remercie également mes amis en dehors du labo, qui m'ont beaucoup encouragée et soutenue jusqu'à la fin de cette thèse.

Je voudrais exprimer ma plus profonde gratitude à mes parents, qui ont fait tant de sacrifice et qui ont toujours cru en moi, et à ma sœur, bien que je ne vous le dise pas assez souvent, sachez que je vous aime beaucoup.



# Table des matières

Dédicace . . . . .	i
Remerciements . . . . .	iii
Table des matières . . . . .	v
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l’art sur la maçonnerie</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Homogénéisation linéaire de la maçonnerie fissurée . . . . .	4
1.2.1 Problème d’Eshelby : . . . . .	4
1.2.2 Schéma dilué (DL) . . . . .	6
1.2.3 Schéma de Mori-Tanaka (MT) . . . . .	7
1.2.4 Schéma de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) . . . . .	7
1.2.5 Modèle de Kachanov (Kach) . . . . .	8
1.3 Comportement en fluage sans et avec endommagement . . . . .	10
1.3.1 Généralités . . . . .	10
1.3.1.1 Fonction de fluage . . . . .	10
1.3.1.2 Fonction de relaxation . . . . .	11
1.3.1.3 Comportement tridimensionnel . . . . .	11
1.3.1.4 Transformée de Laplace-Carson et principes de correspondance . . . . .	12
1.3.2 Modèles rhéologiques des matériaux constitutifs . . . . .	14
1.3.2.1 Modèle de Maxwell (M) . . . . .	14
1.3.2.2 Modèle de Kelvin-Voigt (KV) . . . . .	15
1.3.2.3 Modèle de Burgers (Bu) . . . . .	16
1.3.2.4 Modèle de Maxwell Modifié (MM) . . . . .	17
1.3.3 Modélisation du comportement en fluage de maçonnerie . . . . .	19
1.3.3.1 Modélisation multi-échelle . . . . .	19
1.3.3.2 Approche numérique . . . . .	19

1.4	Prise en compte de l'interface brique/mortier . . . . .	22
1.4.1	Essais de caractérisation de l'interface . . . . .	22
1.4.2	Modélisation numérique de l'interface . . . . .	22
1.4.2.1	Modèles existants de l'interface brique/mortier . . . . .	24
1.5	Comportement élasto-viscoplastique . . . . .	25
1.6	Enjeux de la thèse et stratégie de travail . . . . .	27
<b>2</b>	<b>Modèle mixte analytique-numérique pour une maçonnerie microfissurée en fluage</b>	<b>29</b>
2.1	Objectif et démarche . . . . .	29
2.2	Première étape : homogénéisation du mortier viscoélastique microfissuré .	31
2.2.1	Identification des coefficients de fluage du mortier . . . . .	33
2.2.2	Densité de fissures . . . . .	34
2.2.3	Application du modèle proposé . . . . .	34
2.3	Deuxième étape : simulation EF directe d'un mur maçonné . . . . .	39
2.3.1	Validation du modèle PCW & EF . . . . .	40
2.3.1.1	Comparaison à une homogénéisation périodique analytique . . . . .	40
2.3.1.2	Comparaison à une homogénéisation périodique numérique . . . . .	45
2.3.2	Prise en compte du fluage des briques . . . . .	46
2.3.3	Comparaison au modèle mixte analytique-numérique DL&EF . .	51
2.4	Conclusions et perspectives . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Modélisation des interfaces : application à la maçonnerie avec ou sans fluage</b>	<b>57</b>
3.1	Objectif et démarche . . . . .	57
3.2	Lois d'interfaces élastiques microfissurées . . . . .	59
3.2.1	Fissures à orientation aléatoire . . . . .	60
3.2.1.1	Approche en déformation . . . . .	61
3.2.1.2	Approche en contrainte . . . . .	63
3.2.2	Fissures parallèles . . . . .	64
3.2.2.1	Approche en déformation . . . . .	65
3.2.2.2	Approche en contrainte . . . . .	67
3.3	Lois d'interfaces viscoélastiques . . . . .	70
3.4	Applications à la maçonnerie . . . . .	71
3.4.1	Cas élastique : application à un triplet de briques . . . . .	72
3.4.1.1	Cas de fissures à orientation aléatoire . . . . .	74
3.4.1.2	Cas de fissures parallèles . . . . .	78
3.4.2	Cas viscoélastique : application à d'un mur sous compression . .	83

3.5	Conclusions et perspectives . . . . .	85
<b>4</b>	<b>Modèle numérique pour une maçonnerie élasto-viscoplastique microfissurée</b>	<b>88</b>
4.1	Objectifs et démarche . . . . .	88
4.2	Principe du modèle élasto-viscoplastique proposé . . . . .	90
4.2.1	Modélisation du mortier élasto-viscoplastique sain . . . . .	90
4.2.2	Modélisation du mortier élasto-viscoplastique fissuré . . . . .	92
4.3	Application à un mur en compression . . . . .	93
4.3.1	Simulation EF d'une maçonnerie saine . . . . .	96
4.3.2	Simulation EF d'une maçonnerie fissurée . . . . .	99
4.3.2.1	Cas de fissures dans les joints horizontaux . . . . .	100
4.3.2.2	Cas de fissures dans les joints verticaux . . . . .	104
4.3.2.3	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux . . . . .	108
4.3.3	Effet de fraction volumique de fissures sur la maçonnerie . . . . .	110
4.3.4	Effet de chargement sur le comportement de la maçonnerie . . . . .	115
4.4	Conclusions et perspectives . . . . .	116
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>120</b>
<b>A</b>	<b>Les bases de calculs tensoriels</b>	<b>123</b>
A.1	Base de $(\mathbb{J}, \mathbb{K})$ . . . . .	123
A.2	Base de Walpole . . . . .	124
<b>B</b>	<b>Homogénéisation du mortier viscoélastique microfissuré : Schéma dilué</b>	<b>126</b>
<b>C</b>	<b>Prédiction de la réponse local du mur par ajustement</b>	<b>129</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>I</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>i</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>



## Introduction générale

La maçonnerie est un matériau biphasé hétérogène constitué de matériaux élémentaires (briques, pierres, etc) liés par divers matériaux (ciment, mortier, etc). Elle est le plus ancien matériau de génie civil employé jusqu'à présent dans le domaine de la construction grâce à ses différentes qualités (faible coût, résistance thermique élevée, etc.). L'étude du comportement des structures maçonnées est indispensable pour le renforcement des structures existantes et pour l'amélioration des techniques actuelles. Cependant, dans les bâtiments les structures maçonnées sont soumises aux conditions du milieu extérieur (température, absorption du liquide, humidité, etc.) ce qui augmente les risques de défaillance par l'effondrement. Par conséquent, il est indispensable de prendre en compte à la fois l'hétérogénéité de la maçonnerie et la non-linéarité de ses constituants (endommagement, fluage, plasticité, etc.).

L'objectif de cette thèse est de prédire le comportement local de la maçonnerie. Ces modèles permettent de prendre en considération le phénomène d'endommagement (présence de fissures), le fluage des deux constituants de la maçonnerie (briques et mortier), la présence d'interface brique/mortier et la déformation viscoplastique des joints de mortier.

Cette thèse est organisée de la façon suivante :

Le chapitre 1 présente un état de l'art sur les modèles numériques existants dans la littérature de la maçonnerie. Le mortier est modélisé, en prenant compte de la présence de fissures, comme un matériau hétérogène dont les propriétés effectives sont estimées par des schémas classiques d'homogénéisation linéaire. Certaines études considèrent la maçonnerie comme un matériau viscoélastique pour lequel le phénomène de fluage est modélisé par un schéma rhéologique (de Kelvin-Voigt, Burgers, Maxwell modifié, etc.). D'autres supposent que l'un des constituants de la maçonnerie est de comportement élasto-viscoplastique. Les travaux expérimentaux de caractérisation de la maçonnerie ont montré que la rupture de la structure se produit au niveau d'une troisième phase autre que les briques et le mortier : c'est l'interface brique/mortier. Cette recherche bibliographique est indispensable pour fixer les enjeux de cette thèse.

Au chapitre 2, , on propose un modèle mixte analytique-numérique qui permet de prédire le comportement de la maçonnerie prenant compte le fluage de ses constituants et leur endommagement. Ce modèle est basé sur deux étapes : La première consiste à estimer

les propriétés effectives du mortier viscoélastique fissuré en se basant sur le couplage de la théorie de Griffith et le schéma d'homogénéisation de Ponte-Castañeda et Willis (PCW). Les coefficients de la fonction de fluage sont identifiés à court et long termes à l'aide du modèle rhéologiques de Maxwell modifié (MM). La deuxième étape sert à prédire le comportement local de la maçonnerie à l'aide de la méthode des éléments finis. Nous proposons de valider les résultats obtenus par les solutions analytiques disponibles dans la littérature et valables pour le cas d'un mur en compression. Les briques sont supposées être rigides ou viscoélastiques.

Le chapitre 3 prend en compte l'endommagement de l'interface brique/mortier. La démarche est basée sur deux étapes : La première est identique à celle du chapitre précédent, elle permet d'identifier le comportement effectif du mortier (élastique ou viscoélastique) fissuré à l'aide de différents schémas d'homogénéisation disponibles dans la littérature (DL, MT, PCW) en tenant compte de la distribution des microfissures (aléatoire ou parallèle). La deuxième étape consiste à estimer la loi d'interface en appliquant la technique d'analyse asymptotique. Les lois obtenues sont testées et validées dans le cas de triplet en cisaillement et de mur en compression.

Le chapitre 4 considère un comportement plus réaliste pour la maçonnerie endommageable, il s'agit de l'élasto-viscoplasticité. Pour ce faire et dans une première approche, on suppose que le comportement du mortier suit la loi de Ramberg-Osgood. Les fissures présentes dans le mortier sont supposées de forme elliptiques et sont modélisées numériquement à l'aide de la méthode des éléments finis. Les cas étudiés dans ce manuscrit sont ceux de murs en compression bi-axiales ou soumis à une traction uniaxiale uniforme. Les briques sont rigides ou élastiques.

# 1

## État de l'art sur la maçonnerie

### 1.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à une étude bibliographique des travaux expérimentaux et numériques réalisés sur la maçonnerie fissurée. Cet état de l'art est indispensable pour planifier les principaux objectifs de cette thèse. Ainsi, les enjeux de la thèse et la stratégie générale de notre travail que nous avons définie à l'issue de l'étude bibliographique seront présentés en conclusion du présent chapitre. La maçonnerie est considérée hétérogène en présence de fissures (à distribution aléatoire ou parallèle) ce qui nécessite l'application de l'un des schémas classiques d'homogénéisation linéaire pour estimer son comportement effectif. De plus Certains travaux prennent en considération du phénomène de fluage de la maçonnerie dont les modèles rhéologiques sont adoptés pour modéliser le comportement viscoélastique de ces constituants. D'autres ont réalisé des études expérimentales et numériques pour caractériser le comportement de l'interface brique/mortier vu qu'elle représente l'élément le plus faible de la maçonnerie. D'autres part, la maçonnerie est considérée aussi dans certains cas avec un comportement élasto-viscoplastique fissuré. La modélisation de la maçonnerie est réalisée dans ce cas en combinant la viscoplasticité et de l'endommagement.

## 1.2 Homogénéisation linéaire de la maçonnerie fissurée

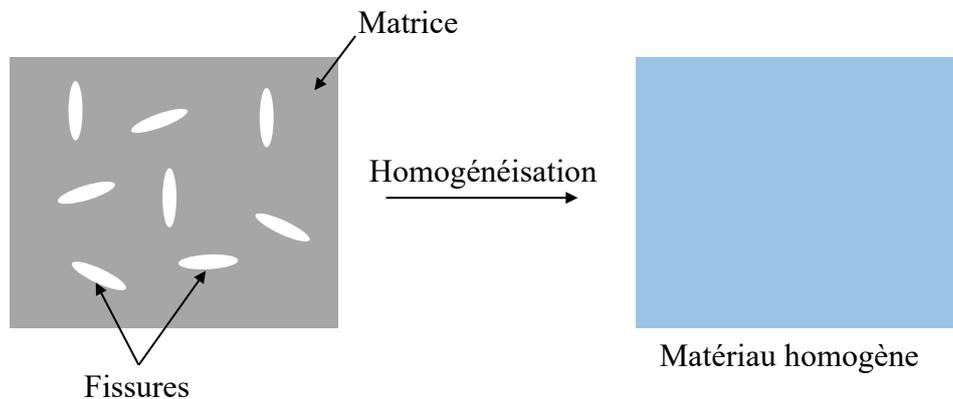


FIGURE 1.1 – Description du principe d’homogénéisation [1]

L’homogénéisation consiste à déterminer les propriétés effectives d’un matériau hétérogène en se basant sur les configurations géométriques et les propriétés de ses constituants [2]. Cela permet de remplacer un matériau hétérogène par un matériau homogène équivalent (figure (1.1)).

### 1.2.1 Problème d’Eshelby :

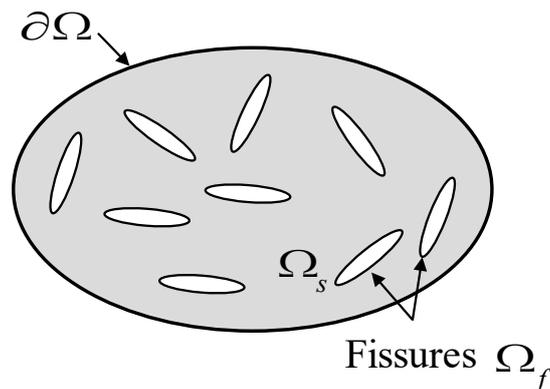


FIGURE 1.2 – Description du problème d’Eshelby

Rappelons brièvement le problème d’Eshelby qui est la base de l’homogénéisation élastique linéaire. On considère un matériau hétérogène fissuré dont le VER de ce matériau occupe le domaine  $\Omega$  de frontière  $\partial\Omega$ . La phase saine (solide) et les fissures occupent respectivement les domaines  $\Omega_s$  et  $\Omega_f$  (figure (1.2)).

On impose un chargement de type déformation sur  $\partial\Omega$  afin d’identifier le comportement macroscopique. Le champ de déplacement est alors défini par :  $u(x) = \mathbb{E} \cdot x$ , où  $\mathbb{E}$  est le

champ de déformation macroscopique. La moyenne volumique du champ de déformation s'écrit sous la forme :

$$\bar{\varepsilon} = \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{V} \int_{\delta V} (n \otimes^s u) dS = \mathbb{E} \quad (1.1)$$

$\otimes^s$  est le produit tensoriel symétrique. Le champ de contrainte microscopique est donné par :

$$\sigma(x) = \mathbb{C}^s : \mathbb{A} : \mathbb{E} \quad (1.2)$$

où  $\mathbb{C}^s$  est le tenseur de rigidité de la phase saine ainsi que  $\mathbb{A}$  est le tenseur (d'ordre 4) de localisation de déformation. La moyenne volumique du champ de contrainte est définie par :

$$\Sigma = \langle \sigma \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV = (1 - \varphi) \langle \sigma \rangle^s \quad (1.3)$$

où  $\langle \sigma \rangle^s$  est la moyenne volumique de la contrainte dans la phase saine et  $\varphi$  est la fraction volumique des fissures elliptiques. En introduisant (1.2) dans (1.3), on obtient :

$$\Sigma = \langle \mathbb{C}_{ijkl} : \mathbb{A}_{pqkh} : \bar{\varepsilon}_{kh} \rangle = \tilde{\mathbb{C}} : \mathbb{E} \quad (1.4)$$

avec

$$\tilde{\mathbb{C}} = (1 - \varphi) \mathbb{C}^s : \langle \mathbb{A} \rangle^s = \mathbb{C}^s \left( \mathbb{I} - \varphi \langle \mathbb{A} \rangle^f \right) \quad (1.5)$$

où  $\langle \mathbb{A} \rangle^f$  est la moyenne du tenseur de localisation  $\mathbb{A}$  dans les fissures, notée par :

$$\langle \mathbb{A} \rangle^f = [\mathbb{I} - \mathbb{S}_E]^{-1} \quad (1.6)$$

$\mathbb{S}_E$  est le tenseur d'Eshelby, il est exprimé dans la base de Walpole sous la forme [3] :

$$\begin{aligned} \mathbb{S}_E = & \frac{3}{8(1-\nu_m)} \pi X \mathbb{E}_1 + \left( 1 - \frac{1-2\nu_m}{4(1-\nu_m)} \pi X \right) \mathbb{E}_2 + \frac{7-8\nu_m}{16(1-\nu_m)} \pi X \mathbb{E}_3 \\ & + \left( 1 + \frac{\nu_m-2}{4(1-\nu_m)} \pi X \right) \mathbb{E}_4 + \frac{\nu_m}{1-\nu_m} \left( 1 - \frac{4\nu_m+1}{8\nu_m} \pi X \right) \mathbb{E}_5 + \left( 1 - \frac{2\nu_m-1}{8(1-\nu_m)} \pi X \right) \mathbb{E}_6 \end{aligned} \quad (1.7)$$

où l'indice "m" désigne le mortier sain (matrice).

Dans le cas de milieu microfissuré, le problème d'Eshelby s'écrit sous la forme [4] :

$$\lim_{X \rightarrow 0} \langle \mathbb{A} \rangle^f = \lim_{X \rightarrow 0} [\mathbb{I} - \mathbb{S}_E(X)]^{-1} = \infty \quad (1.8)$$

Ceci permet de déduire le tenseur de concentration de déformation à partir de la relation suivante :

$$\lim_{X \rightarrow 0} X [\mathbb{I} - \mathbb{S}_E(X)]^{-1} = \mathbb{T}(n) \quad (1.9)$$

Ce tenseur s'écrit dans la base de Walpole sous la forme [5] :

$$\mathbb{T}(n) = \frac{4(1-\nu_m)}{\pi} \left( \frac{1-\nu_m}{1-2\nu_m} \mathbb{E}_2(n) + \frac{1}{1-2\nu_m} \mathbb{E}_4(n) + \frac{\nu_m}{1-2\nu_m} \mathbb{E}_5(n) \right) \quad (1.10)$$

Rappelons maintenant, en se basant sur la solution d'Eshelby, les schémas classiques d'homogénéisation appliqués précédemment pour estimer le comportement effectif du mortier microfissuré.

## 1.2.2 Schéma dilué (DL)

On considère un milieu contenant  $N_f$  fissures identiques, de forme elliptique avec des interactions négligeables entre les fissures. D'après l'équation (1.5), on peut exprimer le tenseur de rigidité effective du milieu fissuré selon le schéma dilué sous la forme :

$$\tilde{\mathbb{C}}_{DL} = \mathbb{C}_m (\mathbb{I} - \varphi \langle \mathbf{A} \rangle^f) \quad (1.11)$$

où  $\mathbb{C}_m$  est le tenseur de rigidité du matrice. Dans la suite, on détaille les estimations des propriétés effectives du matériau fissuré en considérant les deux distributions de microfissures : aléatoire et parallèle.

- Cas de fissures aléatoires :

Dans ce cas,  $\langle \mathbf{A} \rangle^f$  (1.6) est donnée par la relation suivante :

$$\varphi \langle \mathbf{A} \rangle^f = \frac{4\pi}{3} d_c \langle \mathbb{T}(n) \rangle \quad (1.12)$$

Ceci permet d'exprimer le tenseur de rigidité effective (1.11) sous la forme [5, 6] :

$$\tilde{\mathbb{C}}^{DL} = \mathbb{C}_m : \left( \mathbb{I} - \frac{4\pi}{3} d_c \langle \mathbb{T}(n) \rangle \right) = \mathbb{C}_m : (\mathbb{I} - d_c \mathbb{Q}) \quad (1.13)$$

où

$$\mathbb{Q} = \frac{4\pi}{3} \langle \mathbb{T} \rangle = Q_1 \mathbb{J} + Q_2 \mathbb{K} \quad (1.14)$$

avec

$$Q_1 = \frac{16(1 - \nu_d^m)}{9(1 - 2\nu_d^m)}, \quad Q_2 = \frac{32(1 - \nu_d^m)(5 - \nu_d^m)}{45(2 - \nu_d^m)} \quad (1.15)$$

sachant que  $d_c$  est la densité de microfissures.

- Cas de fissures parallèles :

Dans ce cas, le tenseur de souplesse effective s'écrit dans la base de Walpole sous la forme suivante [7] :

$$\tilde{\mathbb{S}}^{DL} = \frac{1}{E_m} \begin{pmatrix} 1 - \nu_m & \frac{1 - 2\nu_m r_5^{DL}}{1 - r_2^{DL}} & 1 + \nu_m & \frac{1 + \nu_m}{1 - r_4^{DL}} & -\nu_m & -\nu_m \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

où

$$r_2^{DL} = \frac{16d_c(1 - \nu_m)^2}{3(1 - 2\nu_m)} \quad ; \quad r_4^{DL} = \frac{16d_c(1 - \nu_m)}{3(2 - \nu_m)} \quad ; \quad r_5^{DL} = \frac{16d_c\nu_m(1 - \nu_m)}{3(1 - 2\nu_m)} \quad (1.17)$$

Afin de déduire le tenseur de rigidité effective, on applique la démarche d'inversion du tenseur  $\tilde{\mathbb{S}}^{DL}$  détaillée dans l'annexe A.

### 1.2.3 Schéma de Mori-Tanaka (MT)

Ce schéma permet d'estimer le comportement effectif du matériau fissuré prenant compte des interactions entre les microfissures [8, 9]. Le tenseur de rigidité effective est défini par [10] :

$$\tilde{\mathbb{C}}^{MT} = (1 - \varphi) \mathbb{C}_m \left[ (1 - \varphi) \mathbb{I} + \varphi \langle \mathbf{A} \rangle^f \right]^{-1} \quad (1.18)$$

On traite dans ce qui suit les deux distributions de fissures (aléatoire et parallèle).

- Cas de fissures aléatoires :

Le tenseur de rigidité effective estimé par le modèle de Mori-Tanaka est donné par [5, 6] :

$$\tilde{\mathbb{C}}^{MT} = \frac{\mathbb{C}_m}{(1 + Qd_c)} \quad (1.19)$$

où  $Q$  est défini par l'équation (1.14).

- Cas de fissures parallèles :

Le tenseur de souplesse effective s'écrit dans la base de Walpole sous la forme [7] :

$$\tilde{\mathbb{S}}^{MT} = \frac{1}{E_m} \begin{pmatrix} 1 - \nu_m & \frac{1 - 2\nu_m r_5^{MT}}{1 - r_2^{MT}} & 1 + \nu_m & \frac{1 + \nu_m}{1 - r_4^{MT}} & -\nu_m & -\nu_m \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

avec

$$\begin{aligned} r_2^{MT} &= \frac{1}{1 + \frac{3(1 - 2\nu_m)}{16d_c(1 - \nu_m)^2}} \\ r_4^{MT} &= \frac{1}{1 + \frac{3(2 - \nu_m)}{16d_c(1 - \nu_m)}} \\ r_5^{MT} &= \frac{\nu_m}{1 - \nu_m} \frac{1}{1 + \frac{3(1 - 2\nu_m)}{16d_c(1 - \nu_m)^2}} \end{aligned} \quad (1.21)$$

On peut alors déduire le tenseur de rigidité en appliquant la démarche d'inversion détaillée dans l'annexe A.

### 1.2.4 Schéma de Ponte-Castañeda et Willis (PCW)

Ce schéma permet d'estimer le comportement effectif du milieu fissuré en prenant compte de l'influence de la distribution spatiale de fissures et des interactions entre celles-ci [11]. Le tenseur de rigidité effective est donné par [10] :

$$\tilde{\mathbb{C}}^{PCW} = \mathbb{C}_m - \left( \mathbb{I} + \mathbb{C}_m : \varphi \langle \mathbf{A} \rangle^f : \mathbb{P}_d \right)^{-1} : \mathbb{C}_m : \varphi \langle \mathbf{A} \rangle^f \quad (1.22)$$

où  $\mathbb{P}_d = \mathbb{S}^E \mathbb{S}^m$  est un tenseur lié à une ellipsoïde plongée dans un milieu élastique  $\mathbb{C}^m$  ainsi que  $\mathbb{S}^E$  est le tenseur d'Eshelby (1.7).

- Cas de fissures aléatoires :

Dans ce cas, les modules effectifs de compression et de cisaillement du milieu fissuré sont définis par [5, 6] :

$$\tilde{k}^{PCW} = k_m \frac{1 + Q_1(\alpha_m - 1)d_c}{1 + Q_1\alpha_m d_c}, \quad \tilde{\mu}^{PCW} = \mu_m \frac{1 + Q_2(\beta_m - 1)d_c}{1 + Q_2\beta_m d_c} \quad (1.23)$$

avec

$$\alpha_m = \frac{1 + \nu_m}{3(1 - \nu_m)}, \quad \beta_m = \frac{2(4 - 5\nu_m)}{15(1 - \nu_m)} \quad (1.24)$$

$Q_1$  et  $Q_2$  sont donnés par l'équation (1.15).

- Cas de fissures parallèles :

Le tenseur de souplesse effective s'écrit dans la base de Walpole sous la forme [7] :

$$\tilde{\mathbb{S}}^{PCW} = \frac{1}{E_m} \begin{pmatrix} 1 - \nu_m & & & & & \\ & \frac{1 - 2\nu_m r_5^{PCW}}{1 - r_2^{PCW}} & & & & \\ & & 1 + \nu_m & & & \\ & & & \frac{1 + \nu_m}{1 - r_4^{PCW}} & & \\ & & & & -\nu_m & \\ & & & & & -\nu_m \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

avec

$$\begin{aligned} r_2^{PCW} &= \frac{240d_c(1 - \nu_m)^2}{45(1 - 2\nu_m) + 16d_c(7 - 14\nu_m + 15\nu_m^2)} \\ r_4^{PCW} &= \frac{240d_c(1 - \nu_m)}{45(2 - \nu_m) + 32d_c(4 - 5\nu_m)} \\ r_5^{PCW} &= \frac{240d_c\nu_m(1 - \nu_m)}{45(1 - 2\nu_m) + 16d_c(7 - 14\nu_m + 15\nu_m^2)} \end{aligned} \quad (1.26)$$

Ceci nous permet de déduire le tenseur de rigidité effective  $\tilde{\mathbb{C}}^{PCW} = (\tilde{\mathbb{S}}^{PCW})^{-1}$  (voir annexe A).

## 1.2.5 Modèle de Kachanov (Kach)

Les propriétés effectives d'un matériau élastique avec  $N$  fissures sont estimées par le modèle de Kachanov [12] comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\mathbb{S}} : \boldsymbol{\sigma} = \tilde{\mathbb{S}}^0 : \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{eL_0} \sum_{k=1}^N (\mathbf{e}_3 \otimes \langle \mathbf{b} \rangle + \langle \mathbf{b} \rangle \otimes \mathbf{e}_3)^{(k)} l^{(k)} = (\tilde{\mathbb{S}}^0 + \Delta\tilde{\mathbb{S}}) : \boldsymbol{\sigma} \quad (1.27)$$

sachant que  $\tilde{\mathbb{S}}^0$  et  $\tilde{\mathbb{S}}$  sont respectivement les tenseurs de souplesse effectifs du milieu sain et fissuré.  $\langle \mathbf{b} \rangle^{(k)}$  est la moyenne du vecteur ouverture (COD) de la  $k^{ième}$  fissure, il est défini par :

$$\langle \mathbf{b} \rangle^{(k)} = \mathbf{e}_3 \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}^{(k)} \quad (1.28)$$

$\mathbf{B}^{(k)}$  est le tenseur COD de la  $k^{ième}$  fissure dépendant de  $\tilde{\mathbb{S}}^0$  et de la demi-longueur de fissure  $l^{(k)}$ , il s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathbf{B}^{(k)} = B_{11}\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + B_{33}\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3 + B_{13}\mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_3 + B_{31}\mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_1 \quad (1.29)$$

Supposant que la ligne de fissure ( $k$ ) fait un angle  $\varphi$  avec l'axe  $\vec{e}_3$ , alors  $\mathbf{B}^{(k)}$  peut être exprimé par :

$$\begin{cases} B_{11} = C(1 - D \cos 2\beta)l \\ B_{33} = C(1 + D \cos 2\beta)l \\ B_{13} = B_{31} = CD(\sin 2\beta)l \end{cases} \quad (1.30)$$

avec

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{E_1^0} + \sqrt{E_3^0}}{\sqrt{E_1^0 E_3^0}} \sqrt{\frac{1}{G_{13}^0} - \frac{2\nu_{13}^0}{E_1^0} + \frac{2}{\sqrt{E_1^0 E_3^0}}} \\ D &= \frac{\sqrt{E_1^0} - \sqrt{E_3^0}}{\sqrt{E_1^0} + \sqrt{E_3^0}} \end{aligned} \quad (1.31)$$

où  $E_1^0$ ,  $E_3^0$ ,  $\nu_{13}^0$  et  $G_{13}^0$  sont les propriétés mécaniques du matériau sain.

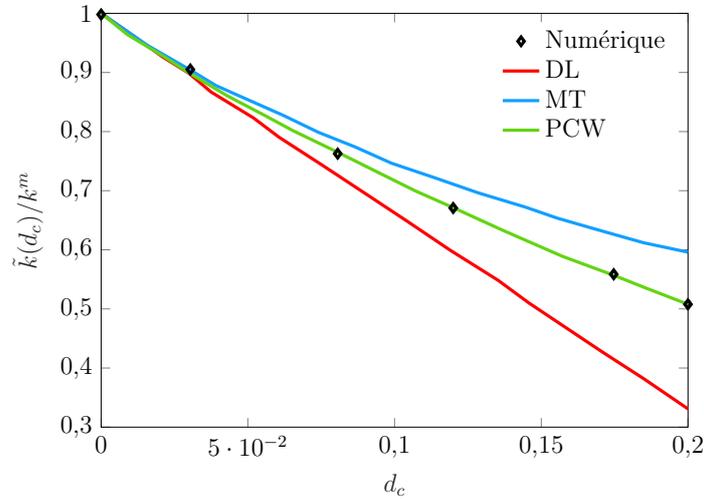


FIGURE 1.3 – Comparaison entre les schémas d'homogénéisation : DL, MT et PCW [3]

Nguyen [3] a mené une comparaison entre les estimations des schémas d'homogénéisation DL, MT et MCW (voir figure (1.3)) du module de compressibilité d'un mortier fissuré. Ces comparaisons ont montré que l'estimation de PCW est la plus proche de la solution numérique [13] et que le schéma sous-estime les propriétés effectives du mortier.

## 1.3 Comportement en fluage sans et avec endommagement

### 1.3.1 Généralités

#### 1.3.1.1 Fonction de fluage

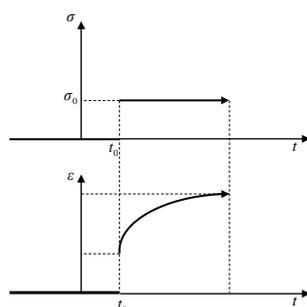


FIGURE 1.4 – Schéma d'un essai de fluage unidirectionnel

Un essai de fluage consiste à appliquer un champ de contrainte unidirectionnel à amplitude constante  $\sigma_0$  puis à observer l'évolution du champ de déformation résultant en fonction du temps  $\varepsilon(t)$  (figure (1.4)). La contrainte uniaxiale  $\sigma(t)$  varie en fonction du temps telle que :

$$\sigma(t) = \sigma_0 H_{t_0}(t) \quad (1.32)$$

Avec  $H_{t_0}(t)$  est la fonction de Heaviside appliquée à l'instant  $t_0$ . Elle est définie par :

$$\begin{cases} H_{t_0}(t) = 0 & \text{si } t < t_0 \\ H_{t_0}(t) = 1 & \text{si } t \geq t_0 \end{cases} \quad (1.33)$$

La réponse de déformation est alors décrite par :

$$\varepsilon(t) = S(t_0, t; \sigma_0) : \sigma_0 \quad (1.34)$$

où  $S(t_0, t; \sigma_0)$  est la fonction de fluage, définie par :

$$\begin{cases} S(t_0, t; \sigma_0) = 0 & \text{si } t < t_0 \\ S(t_0, t; \sigma_0) \text{ croissante} & \text{pour } t \geq t_0 \end{cases} \quad (1.35)$$

D'une façon générale, un matériau viscoélastique soumis à une contrainte constante  $\sigma_0$  présente une réponse de déformation élastique  $\varepsilon_{el}$  suivie d'une déformation inélastique  $\varepsilon_{in}$  croissante dans l'intervalle de temps  $t \geq t_0$  qui tend vers une valeur limite  $\varepsilon_{tot}$ . La fonction de fluage peut s'exprimer sous la forme :

$$S(t) = S_R - (S_R - J_U) e^{-t/\tau_\sigma} \quad (1.36)$$

$\tau_\sigma$  représente le temps de fluage.  $S_U = \varepsilon_{el}/\sigma_0$  et  $S_R = \varepsilon_{tot}/\sigma_0$  sont respectivement les souplesses instantanée (non relaxée) et relaxée.

### 1.3.1.2 Fonction de relaxation

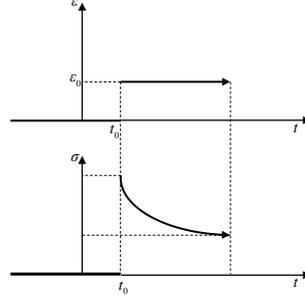


FIGURE 1.5 – Schéma d'un essai de relaxation unidirectionnel

Un essai de relaxation est similaire à celui de fluage dans lequel le chargement appliqué est de type déformation  $\varepsilon_0$  (figure (1.5)). La déformation uniaxiale appliquée varie en fonction du temps telle que :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H_{t_0}(t) \quad (1.37)$$

La réponse de contrainte est décrite par :

$$\sigma(t) = C(t_0, t; \varepsilon_0) : \varepsilon_0 \quad (1.38)$$

où  $C(t_0, t; \varepsilon_0)$  est la fonction de relaxation, définie par :

$$\begin{cases} C(t_0, t; \varepsilon_0) = 0 & \text{si } t < t_0 \\ C(t_0, t; \varepsilon_0) \text{ décroissante pour } t \geq t_0 \end{cases} \quad (1.39)$$

Elle peut être exprimée par :

$$C(t) = C_R - (C_R - C_U) e^{-t/\tau_\varepsilon} \quad (1.40)$$

$\tau_\varepsilon$  est le temps de fluage.  $C_U = \sigma_0/\varepsilon_0$  et  $C_R = \sigma_\infty/\varepsilon_0$  représentent respectivement les modules instantané et relaxé.

### 1.3.1.3 Comportement tridimensionnel

Dans le cas d'un problème tridimensionnel, la réponse de déformation suite à un essai de fluage (équations (1.32) et (1.34)) peut s'écrire sous la forme tensorielle suivante [14] :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}(t) &= \boldsymbol{\sigma}_0 H_{t_0}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) &= \mathbb{S}(t_0, t) : \boldsymbol{\sigma}_0 \end{aligned} \quad (1.41)$$

De la même façon, la réponse de contrainte suite à un essai de relaxation (équations (1.37) et (1.38)) peut s'écrire sous la forme tensorielle suivante [14] :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}(t) &= \boldsymbol{\varepsilon}_0 H_{t_0}(t) \\ \boldsymbol{\sigma}(t) &= \mathbb{C}(t_0, t) : \boldsymbol{\varepsilon}_0\end{aligned}\quad (1.42)$$

sachant que les deux tenseurs de fluage et de relaxation vérifient la relation suivante :

$$\mathbb{S} : \mathbb{C} = \mathbb{I} \quad (1.43)$$

### Comportement d'un matériau viscoélastique non vieillissant (v.l.n.v) :

Un matériau v.l.n.v est caractérisé par des tenseurs de fluage et de relaxation qui ne dépendent que du temps d'application de la sollicitation  $t_0$  :

$$\begin{aligned}\mathbb{S}(t_0, t) &= \mathbb{S}(t_0 + \tau, t + \tau) = \mathbb{S}(t - t_0) \\ \mathbb{C}(t_0, t) &= \mathbb{C}(t_0 + \tau, t + \tau) = \mathbb{C}(t - t_0)\end{aligned}\quad (1.44)$$

Si ce matériau est isotrope, ces fonctions s'expriment sous la forme :

$$\begin{aligned}\mathbb{S}(t) &= \frac{1}{3k(t)}\mathbb{J} + \frac{1}{2\mu(t)}\mathbb{K} \\ \mathbb{C}(t) &= 3k(t)\mathbb{J} + 2\mu(t)\mathbb{K}\end{aligned}\quad (1.45)$$

$k(t)$  et  $\mu(t)$  sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement de ce matériau.  $\mathbb{J}$  et  $\mathbb{K}$  sont respectivement les tenseurs de projections sphérique et déviatorique (voir annexe A).

#### 1.3.1.4 Transformée de Laplace-Carson et principes de correspondance

La Transformée de Laplace-Carson (TLC) permet de résoudre les problèmes relatifs aux matériaux viscoélastiques linéaires non-vieillissants [15–17]. Soit une fonction  $f(t)$ , sa TLC, notée par  $f^*(s)$  est définie à partir de sa transformée de Laplace  $\tilde{f}(s)$  par :

$$f^*(s) = s\tilde{f}(s) = s \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (1.46)$$

Cette transformée vérifie le théorème des valeurs initiales et finales :

$$\lim_{s \rightarrow 0} f^*(s) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t), \quad \lim_{s \rightarrow +\infty} f^*(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) \quad (1.47)$$

La loi de comportement d'un matériau viscoélastique s'écrit en utilisant le principe de superposition de Boltzmann sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \int_0^t \mathbb{C}(t-\tau) d\boldsymbol{\varepsilon}(\tau), \quad \boldsymbol{\varepsilon}(t) = \int_0^t \mathbb{S}(t-\tau) d\boldsymbol{\sigma}(\tau) \quad (1.48)$$

En appliquant ce principe aux histoires des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et des déformations  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , on obtient :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\sigma}(t) &= \int_0^t \frac{d\mathbb{C}(\tau)}{d\tau} \boldsymbol{\varepsilon}(t-\tau) d\tau + \mathbb{C}(0) \boldsymbol{\varepsilon}(t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(t) &= \int_0^t \frac{d\mathbb{S}(\tau)}{d\tau} \boldsymbol{\sigma}(t-\tau) d\tau + \mathbb{S}(0) \boldsymbol{\sigma}(t)\end{aligned}\quad (1.49)$$

Si les tenseurs de fluage  $\mathbb{S}$  et de relaxation  $\mathbb{C}$  sont symétriques, alors :

$$\mathbb{S} \otimes \mathbb{C} = \mathbb{C} \otimes \mathbb{S} = H\mathbb{I} \quad (1.50)$$

où  $H$  est la fonction Heaviside définie par l'équation (1.33).

L'équation (1.49) s'écrit dans l'espace symbolique sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \mathbb{C}^* \boldsymbol{\varepsilon}^*, \quad \boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbb{S}^* \boldsymbol{\sigma}^* \quad (1.51)$$

Pour un matériau v.l.n.v isotrope, les tenseurs de fluage et de relaxation (équation (1.45)) peuvent être exprimés dans l'espace de LC comme :

$$\begin{aligned}\mathbb{S}^* &= \frac{1}{3k^*} \mathbb{J} + \frac{1}{2\mu^*} \mathbb{K} \\ \mathbb{C}^* &= 3k^* \mathbb{J} + 2\mu^* \mathbb{K}\end{aligned}\quad (1.52)$$

$k^*$  et  $\mu^*$  sont respectivement ses modules apparents de compressibilité et de cisaillement. La loi de comportement en fluage de ce matériau se traduit par la loi de Hooke généralisée :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \frac{1+\nu^*}{E^*} \boldsymbol{\sigma}^* - \frac{\nu^*}{E^*} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^*) \mathbb{I} \quad (1.53)$$

Où  $\mathbb{I}$  est le tenseur d'identité d'ordre 2.  $E^*$  et  $\nu^*$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson apparents, ils sont définis par les relations suivantes d'élasticité linéaire :

$$\begin{aligned}\frac{1}{E^*} &= \frac{1}{9k^*} + \frac{1}{3\mu^*} \\ \nu^* &= \frac{3k^* - 2\mu^*}{6k^* + 2\mu^*}\end{aligned}\quad (1.54)$$

Considérons le cas d'un essai de fluage uniaxial suivant la direction normale  $\mathbf{n}$ , la contrainte s'écrit dans l'espace symbolique :

$$\boldsymbol{\sigma}^* = \sigma_0 \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} \quad (1.55)$$

la réponse de déformation symbolique est alors définie par :

$$\boldsymbol{\varepsilon}^* = \varepsilon_{nn}^* \mathbf{n} \otimes \mathbf{n} + \varepsilon_{tt}^* (\mathbb{I} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}) \quad (1.56)$$

avec

$$\varepsilon_{nn}^* = \frac{\sigma_0}{E^*}, \quad \varepsilon_{tt}^* = -\frac{\nu}{E^*}\sigma_0 \quad (1.57)$$

La déformation normale peut être aussi exprimée par la relation  $\varepsilon_{nn}^* = \sigma_0 S^*$ , ce qui nous permet d'identifier la fonction apparente de fluage :

$$S^* = \frac{1}{E^*} = \frac{1}{9k^*} + \frac{1}{3\mu^*} \quad (1.58)$$

### 1.3.2 Modèles rhéologiques des matériaux constitutifs

Dans cette partie, on présente les principaux modèles rhéologiques proposés pour décrire le comportement viscoélastique des constituants de la maçonnerie (brique et mortier) : Maxwell [18], Kelvin-Voigt [18], Burgers [19] ainsi que le modèle de Maxwell Modifié [20].

#### 1.3.2.1 Modèle de Maxwell (M)

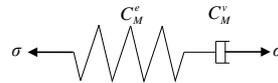


FIGURE 1.6 – *Modèle de Maxwell (M)*

Ce modèle est composé d'une partie élastique (ressort) et une partie visqueuse (amortisseur) montées en série (figure (1.6)). La loi de comportement est décrite dans l'espace de temps réel par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbb{S}_M^e \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbb{S}_M^v \boldsymbol{\sigma} \quad (1.59)$$

sachant que les tenseurs de rigidité élastique et visqueuse s'écrivent, pour un matériau isotrope, respectivement sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbb{C}_M^e &= 3k_M^e \mathbb{J} + 2\mu_M^e \mathbb{K} \\ \mathbb{C}_M^v &= \eta_M^s \mathbb{J} + \eta_M^d \mathbb{K} \end{aligned} \quad (1.60)$$

$k_M^e, \mu_M^e$  sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement de la partie élastique, ainsi que  $\eta_M^s, \eta_M^d$  sont respectivement les parties sphérique et déviatorique de la partie visqueuse.

Les modules de compressibilité et de cisaillement relatifs au modèle de Maxwell (M) sont

définis par :

$$\begin{aligned}\frac{1}{k_M^*} &= \frac{1}{k_M^e} + \frac{1}{p\eta_M^s/3} \\ \frac{1}{\mu_M^*} &= \frac{1}{\mu_M^e} + \frac{1}{p\eta_M^d/2}\end{aligned}\quad (1.61)$$

En introduisant ces modules (1.61) dans l'équation (1.58), on obtient l'expression de la fonction de fluage dans l'espace symbolique :

$$S_M^* = \frac{1}{9k_M^e} + \frac{1}{3\mu_M^e} + \left( \frac{1}{3\eta_M^s} + \frac{2}{3\eta_M^d} \right) \frac{1}{p} \quad (1.62)$$

Cette fonction s'écrit alors dans l'espace réel comme suit :

$$S_M(t) = \frac{1}{9k_M^e} + \frac{1}{3\mu_M^e} + \left( \frac{1}{3\eta_M^s} + \frac{2}{3\eta_M^d} \right) t \quad (1.63)$$

Ainsi, les temps caractéristiques de relaxation du modèle M sont définis par :

$$\tau_M^s = \frac{\eta_M^s}{3k_M^e}, \quad \tau_M^d = \frac{\eta_M^d}{3\mu_M^e} \quad (1.64)$$

### 1.3.2.2 Modèle de Kelvin-Voigt (KV)

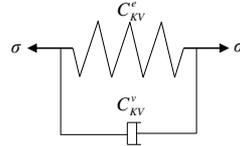


FIGURE 1.7 – *Modèle de Kelvin-Voigt (KV)*

Ce modèle est composé d'une partie élastique et une partie visqueuse montées en parallèle (figure (1.7)). Sa loi de comportement est définie dans l'espace temporel par :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C}_{KV}^e \boldsymbol{\varepsilon} + \mathbb{C}_{KV}^v \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1.65)$$

sachant que les tenseurs de rigidité élastique et visqueuse sont exprimés respectivement par :

$$\begin{aligned}\mathbb{C}_{KV}^e &= 3k_{KV}^e \mathbb{J} + 2\mu_{KV}^e \mathbb{K} \\ \mathbb{C}_{KV}^v &= \eta_{KV}^s \mathbb{J} + \eta_{KV}^d \mathbb{K}\end{aligned}\quad (1.66)$$

Le tenseur de rigidité symbolique de ce matériau est défini par :

$$\mathbb{C}_{KV}^* = 3k_{KV}^* \mathbb{J} + 2\mu_{KV}^* \mathbb{K} \quad (1.67)$$

Ceci permet d'identifier les modules de compressibilité et de cisaillement de ce matériau de type Kelvin-Voigt (KV) comme suit :

$$\begin{aligned} k_{KV}^* &= k_{KV}^e + p \frac{\eta_{KV}^s}{3} \\ \mu_{KV}^* &= \mu_{KV}^e + p \frac{\eta_{KV}^d}{2} \end{aligned} \quad (1.68)$$

En introduisant ces modules (1.68) dans l'équation (1.58), on peut déduire l'expression de la fonction de fluage du modèle de KV dans l'espace LC :

$$S_{KV}^* = \frac{1}{9 \left( k_{KV}^e + p \frac{\eta_{KV}^s}{3} \right)} + \frac{1}{3 \left( \mu_{KV}^e + p \frac{\eta_{KV}^d}{2} \right)} \quad (1.69)$$

et dans l'espace réel :

$$S_{KV}(t) = \frac{1}{9k_{KV}^e} \left( 1 - e^{-t/\tau_{KV}^s} \right) + \frac{1}{3\mu_{KV}^e} \left( 1 - e^{-t/\tau_{KV}^d} \right) \quad (1.70)$$

où  $\tau_{KV}^s$  et  $\tau_{KV}^d$  sont respectivement les temps de relaxation de la partie sphérique et déviatorique de ce modèle, définis par :

$$\tau_{KV}^s = \frac{\eta_{KV}^s}{3k_{KV}^e}, \quad \tau_{KV}^d = \frac{\eta_{KV}^d}{3\mu_{KV}^e} \quad (1.71)$$

### 1.3.2.3 Modèle de Burgers (Bu)

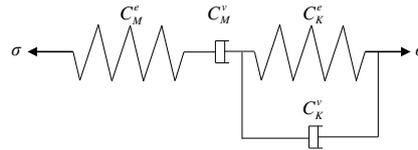


FIGURE 1.8 – *Modèle de Burgers (Bu)*

Ce modèle est couramment utilisé pour modéliser le comportement du mortier [19, 21], il est composé de modèles de Maxwell et de Kelvin-Voigt montés en série (figure (1.8)). Sa loi de comportement est décrite par :

$$\left( \mathbb{C}_{KV}^e : \mathbb{S}_M^v \right) \boldsymbol{\sigma} + \left( \mathbb{I} + \mathbb{C}_{KV}^e : \mathbb{S}_M^e + \mathbb{C}_{KV}^v : \mathbb{S}_M^v \right) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \left( \mathbb{C}_{KV}^v : \mathbb{S}_M^e \right) \ddot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C}_{KV}^e \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \mathbb{C}_{KV}^v \ddot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1.72)$$

Les modules de compressibilité et de cisaillement sont respectivement définis par [19] :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_{Bu}^*} &= \frac{1}{k_M^e} + \frac{1}{p\eta_M^s/3} + \frac{1}{k_{KV}^e + p\eta_{KV}^s/3} \\ \frac{1}{\mu_{Bu}^*} &= \frac{1}{\mu_M^e} + \frac{1}{p\eta_M^d/2} + \frac{1}{\mu_{KV}^e + p\eta_{KV}^d/2} \end{aligned} \quad (1.73)$$

On peut alors déduire, à partir de ces modules (1.73) et la relation (1.58), la fonction de fluage apparente de ce modèle dans l'espace symbolique :

$$S_{Bu}^* = \frac{1}{9k_M^e} + \frac{1}{3\mu_M^e} + \left( \frac{1}{3\eta_M^s} + \frac{2}{3\eta_M^d} \right) \frac{1}{p} + \frac{1}{9 \left( k_{KV}^e + p \frac{\eta_{KV}^s}{3} \right)} + \frac{1}{3 \left( \mu_{KV}^e + p \frac{\eta_{KV}^d}{2} \right)} \quad (1.74)$$

et dans l'espace réel comme :

$$S_{Bu}(t) = \frac{1}{9k_M^e} + \frac{1}{3\mu_M^e} + \left( \frac{1}{3\eta_M^s} + \frac{2}{3\eta_M^d} \right) t + \frac{1}{9k_{KV}^e} \left( 1 - e^{-t/\tau_{KV}^s} \right) + \frac{1}{3\mu_{KV}^e} \left( 1 - e^{-t/\tau_{KV}^d} \right) \quad (1.75)$$

où  $\tau_{KV}^s$  et  $\tau_{KV}^d$  représentent respectivement les temps de relaxation de la partie sphérique et déviatorique du modèle KV définis dans l'équation (1.71).

Shrive et al. [22] ont montré que ce modèle ne décrit pas fidèlement le comportement en fluage du mortier durant les premiers jours (pour  $t \leq 100$  jours), il surestime la déformation de fluage.

#### 1.3.2.4 Modèle de Maxwell Modifié (MM)

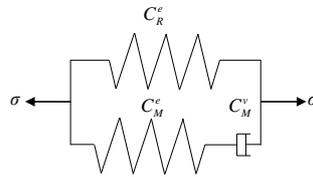


FIGURE 1.9 – *Modèle de Maxwell Modifié (MM)*

Ce modèle est proposé par Lenczner [23] et Choi et al. [20], il est utilisé par Rezik [24] pour modéliser le comportement en fluage des briques et du mortier. Le modèle de MM est composé d'une partie de Maxwell et une partie élastique (ressort) montées en parallèle (figure (1.9)). Ses équations caractéristiques sont décrites par :

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \sigma_M + \sigma_R \\ \varepsilon_t &= \varepsilon_M + \varepsilon_R \end{aligned} \quad (1.76)$$

La loi de comportement de la partie de Maxwell (1.59) est alors définie par :

$$\dot{\varepsilon} = \mathbb{S}_M^e \dot{\sigma} + \mathbb{S}_M^v \sigma \quad (1.77)$$

et la loi de la partie élastique s'écrit sous la forme :

$$\sigma_R = \mathbb{C}_R^e \varepsilon_R \quad (1.78)$$

où le tenseur de rigidité du ressort  $\mathbb{C}_R^e$  est défini par :

$$\mathbb{C}_R^e = 3k_R^e \mathbb{J} + 2\mu_R^e \mathbb{K} \quad (1.79)$$

Les équations (1.76), (1.77) et (1.79) permettent déterminer la loi de comportement du modèle MM :

$$\mathbb{S}_M^v \boldsymbol{\sigma} + \mathbb{S}_M^e \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{S}_M^v \mathbb{C}_R^e \boldsymbol{\varepsilon} + \left( \mathbb{I} + \mathbb{S}_M^e \mathbb{C}_R^e \right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (1.80)$$

On peut alors obtenir les modules de compressibilité et de cisaillement du modèle de Maxwell Modifié sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} k_{MM}^* &= k_R + \frac{pk_M \eta_M^s / 3}{k_M + p \eta_M^s / 3} \\ \mu_{MM}^* &= \mu_R + \frac{p \mu_M \eta_M^d / 2}{\mu_M + p \eta_M^d / 2} \end{aligned} \quad (1.81)$$

Ceci permet d'exprimer la fonction de fluage apparente dans l'espace symbolique par :

$$S_{MM}^* = \frac{1}{9 \left( k_R^e + \frac{1}{\frac{k_M^e}{k_M^e} + \frac{3}{p \eta_M^s}} \right)} + \frac{1}{3 \left( \mu_R^e + \frac{1}{\frac{\mu_M^e}{\mu_M^e} + \frac{2}{p \eta_M^d}} \right)} \quad (1.82)$$

et dans l'espace temporel réel par :

$$\begin{aligned} S_{MM}(t) &= \frac{1}{9(k_R^e + k_M^e)} + \frac{1}{3(\mu_R^e + \mu_M^e)} + \frac{k_M^e}{9k_R^e(k_R^e + k_M^e)} \left( 1 - e^{-t/\tau_{MM}^s} \right) \\ &\quad + \frac{\mu_M^e}{3\mu_R^e(\mu_R^e + \mu_M^e)} \left( 1 - e^{-t/\tau_{MM}^d} \right) \end{aligned} \quad (1.83)$$

où  $\tau_{MM}^s$  et  $\tau_{MM}^d$  sont respectivement les temps de relaxation des parties sphérique et déviatorique du modèle MM, définis par :

$$\tau_{MM}^s = \frac{\eta_M^s (k_R^e + k_M^e)}{3k_R^e k_M^e}, \quad \tau_{MM}^d = \frac{\eta_M^d (\mu_R^e + \mu_M^e)}{2\mu_R^e \mu_M^e} \quad (1.84)$$

Parmi les travaux modélisant le comportement viscoélastique de la maçonnerie, on cite par exemple Nedjar et Le Roy [25] qui ont combiné le modèle rhéologique de Kelvin-Voigt généralisé avec le phénomène d'endommagement afin de modéliser le comportement d'une roche en gypse. Nguyen et al. [26] ont adopté les deux modèles de Burgers (Bu) et de Maxwell modifié (MM) pour modéliser le comportement viscoélastique du mortier. Les estimations par EF du comportement du mur en compression en adoptant ces deux modèles rhéologiques montrent que la rigidité effective prédite par le modèle Bu est nulle pour  $t \geq 100$  jours contrairement au modèle

MM qui a fourni des valeurs finis. Cela est cohérent avec l'étude de Choi et al. [20] qui a montré, en se basant sur des résultats expérimentaux, que le modèle MM décrit plus précisément le comportement viscoélastique du mortier que les autres modèles (Burgers, Ross, Feng et USBR).

### 1.3.3 Modélisation du comportement en fluage de maçonnerie

#### 1.3.3.1 Modélisation multi-échelle

Le comportement d'un matériau viscoélastique isotrope non-vieillissant (v.l.n.v) est identique à celui d'un matériau élastique linéaire isotrope associé dans l'espace symbolique de Laplace-Carson (LC). L'estimation du comportement effectif d'un matériau viscoélastique hétérogène se fait principalement en trois étapes [3, 27, 28] :

- conversion du problème viscoélastique dans l'espace des temps réels en problème élastique dans l'espace symbolique à l'aide de la transformée de Laplace-Carson (TLC) et des principes de correspondance ;
- estimation du comportement effectif symbolique de ce matériau en utilisant les outils d'homogénéisation linéaire [29] (voir section 1.2) ;
- expression de la fonction de fluage et de relaxation dans l'espace des temps réels en appliquant l'inversion de la transformée de Laplace-Carson ;

La Transformée de Laplace-Carson est détaillée dans la section (1.3.1.4) tandis que l'inversion de cette transformée peut se faire à l'aide de plusieurs méthodes, on distingue : la méthode analytique de Bromwich [30], la méthode semi-analytique [31], la méthode de collocation classique [32–34] ainsi que la méthode de collocation optimisée [35]. Cependant, la méthode la plus adoptée pour définir la fonction de fluage du mortier [19, 24, 27, 28] est la méthode analytique approchée. Cette méthode permet de fournir une solution approchée du comportement effectif du matériau v.l.n.v qui peut être considérée comme la borne supérieure de la solution exacte. Les paramètres viscoélastiques peuvent être déterminés dans l'espace temporel réel en se basant sur le théorème des valeurs initiale et finale de la TLC (équation (1.47)) :

$$f_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} f^*(p), \quad f_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} f^*(p) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) \quad (1.85)$$

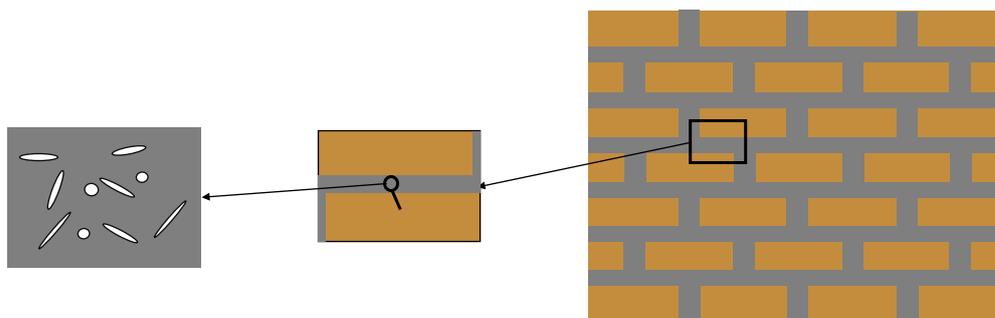
#### 1.3.3.2 Approche numérique

La modélisation numérique de la maçonnerie est principalement classée en deux approches : micromécanique et macromécanique :

- l'approche micro-mécanique [36, 37] consiste à modéliser la maçonnerie comme un matériau hétérogène. Cette approche est basée sur la modélisation par éléments finis (EF) de deux ou trois phases : briques, mortier ou/et interface brique/mortier. Ceci nécessite la réalisation d'essais de caractérisation mécanique (en traction, en compression et en cisaillement) des différents constituants de la maçonnerie.

- l'approche macro-mécanique [38–41] considère la maçonnerie comme un milieu homogène continu dont le comportement est identifié à l'aide des essais de caractérisation de grandes dimensions.

Le passage entre les deux approches( micro-macro) se fait par la définition d'un volume élémentaire représentatif (VER) [13, 42, 43]. Ce VER est modélisé par l'approche micro-mécanique dans lequel le comportement de la maçonnerie est identifié par l'application des différents chargements sur ce VER afin de déterminer le comportement du milieu homogène équivalent (MHE). Cela permet d'appliquer l'approche macro-mécanique.



<u>Échelle:</u>	micro	milli	macro
<u>Dimension (m):</u>	$10^{-6}$	$10^{-3}$	$10^0$

FIGURE 1.10 – Description des différentes échelles de modélisation de la maçonnerie [44]

La modélisation par éléments finis à l'échelle macroscopique (figure (1.10)) reproduit fidèlement le comportement de la maçonnerie par rapport à celle des autres échelles. Elle présente les avantages suivants :

- Rapprochement de la solution réelle en adoptant un maillage raffiné ;
- Prise en compte de l'épaisseur non nul des joints de mortier ;
- Simulation du comportement non-linéaire de la maçonnerie (endommagement, plasticité, fluage, etc.) ;

Plusieurs modèles numériques ont été développés afin d'étudier le comportement en fluage de la maçonnerie [45, 46]. Par exemple, Baraldi et Cecchi [47] ont proposé un modèle numérique basé sur la méthode des éléments discrets pour prédire le comportement mécanique d'un mur en compression et en cisaillement. Les briques sont

supposées rigides alors que les joints de mortier sont considérés viscoélastiques sains suivant le modèle rhéologique de Maxwell Généralisé. La majorité des études précédentes sur la maçonnerie viscoélastique ont négligé l'effet de fluage des briques sur le comportement de celle-ci. Cependant, Lenczner & Salahuddin [48] et Sayed-Ahmed et al. [49] ont montré expérimentalement à l'aide des essais de fluage (de durée 400 jours sur trois murs de largeur 1m et d'hauteur 2,2m) que le fluage des briques n'est pas négligeable et qu'il contribue au moins à 20% de la déformation totale en fluage de la maçonnerie.

Étant donné que la présence de fissures dues au fluage et aux conditions du milieu extérieur (température, humidité, etc) est la cause principale de l'effondrement de la maçonnerie, on peut noter que les travaux combinant les phénomènes de fluage et d'endommagement sont rares. Parmi les travaux de recherche considérant les phénomènes de fluage et d'endommagement, on peut citer l'étude de Fan et al. [50] qui a proposé un modèle éléments finis 3D basé sur une loi analytique d'endommagement [51] pour estimer la réponse d'une colonne soumise à des chargements de compression. Une autre approche développée par Rekik et al. [27, 28] consiste à appliquer une technique d'homogénéisation (schéma dilué) dans l'espace de Laplace-Carson afin d'évaluer les propriétés effectives du mortier fissuré. Ceci permet de substituer le mortier hétérogène (en présence de fissures) par un milieu homogène équivalent (MHE) dont les propriétés dépendent du temps et de la densité de fissures [6, 52]. Le comportement de la maçonnerie est estimé grâce à la technique d'homogénéisation périodique en utilisant la méthode des éléments finis (MEF). Nguyen et al. [53] ont également appliqué la même approche afin d'estimer les propriétés effectives de la maçonnerie composée de briques élastiques et de mortier viscoélastique fissuré supposant que le mortier suit le modèle de Maxwell modifié à ses états sain et fissuré. Les résultats obtenus par la technique d'homogénéisation périodique sont validés par la solution analytique de Cecchi et Tralli [54].

Enfin, Rekik [24] a proposé une version améliorée des modèles précédents en remplaçant le schéma dilué (équivalent au schéma MT pour les problèmes en contraintes imposées [5, 10]) par le schéma de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) [11] qui tient compte de la distribution spatiale de fissures et de l'interaction entre celles-ci. Ce modèle a été appliqué pour prédire, par la technique d'homogénéisation périodique, le comportement local d'un mur en maçonnerie composé de briques saines viscoélastiques et de joints fissurés. Le fluage des deux constituants de la maçonnerie est modélisé par le modèle de Maxwell modifié. Cependant, les résultats obtenus sont validés seulement pour le cas de mortier sain et de briques rigides. Il est nécessaire donc de valider ce modèle pour le cas des joints de mortier fissuré ce qui justifie la contribution de cette thèse.

## 1.4 Prise en compte de l'interface brique/mortier

### 1.4.1 Essais de caractérisation de l'interface

L'interface brique/mortier est la liaison entre les briques et les joints de mortier. Elle représente souvent l'élément le plus faible de la maçonnerie. Généralement, on constate qu'il existe deux modes de rupture au niveau de l'interface brique/mortier [55] :

- Mode I d'ouverture de fissure : la contrainte appliquée agit perpendiculairement au joint ce qui conduit à la séparation de l'interface (rupture en traction);
- Mode II par glissement plan de blocs : la rupture se fait par cisaillement des joints de mortier.

Pour étudier le premier mode de rupture (Mode I), plusieurs essais de traction sont faits afin de caractériser l'interface [56–59]. On cite par exemple Van der Pluijm [60] qui a effectué des essais de traction directs sur les éléments de maçonnerie en silicate de calcium et en argile solide liés par des différents types de mortier (figure (1.11)-(a)). D'après les courbes contraintes-déformations obtenues et illustrées dans la figure (1.11)-(b), on peut distinguer trois domaines :

- domaine élastique au début de chargement ;
- domaine de fissuration diffuse : à partir d'une certaine contrainte les fissures se forment ;
- domaine de propagation de fissures : passant par le pic de la contrainte, la fissure principale commence à se propager au sein du matériau ce qui engendre l'augmentation de la déformation jusqu'à la rupture totale.

Afin d'étudier le mode II de rupture de la maçonnerie (rupture en cisaillement), de nombreux essais de cisaillement sont faits [61–63]. Par exemple, Fouchal [64] a réalisé des essais de cisaillement sur des couplets ((a) et (b)) et des triplets ((c) et (d)) de maçonnerie comme les présente la figure (1.12). On peut alors distinguer deux catégories de fissures selon les modes de ruptures des structures [65] :

- La fissure se forme au niveau de l'interface brique/mortier et se développe jusqu'à traverser les joints de mortier.
- La fissure se forme et reste localisée au niveau de l'interface jusqu'à la rupture.

### 1.4.2 Modélisation numérique de l'interface

La modélisation micro-mécanique prenant en considération l'interface brique/mortier se base généralement sur deux approches (figure (1.13)) :

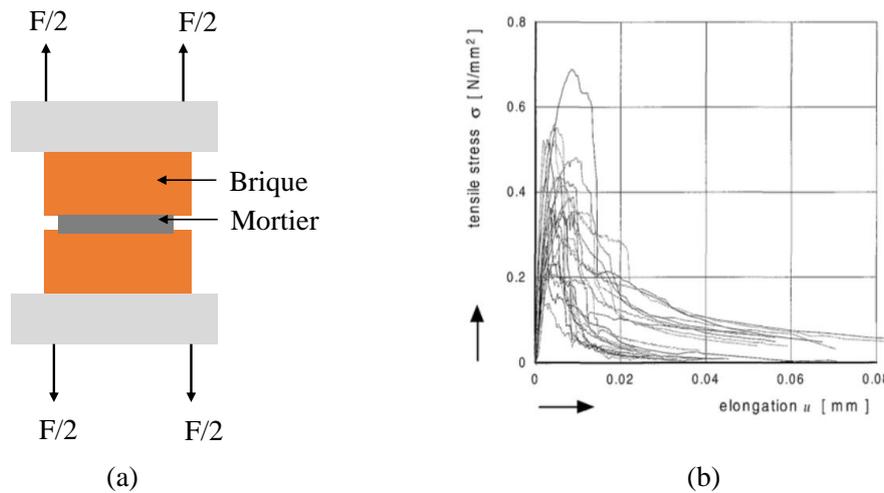


FIGURE 1.11 – Essai de traction de Van der Pluijm : schéma (a) et courbe contrainte-déplacement [60]

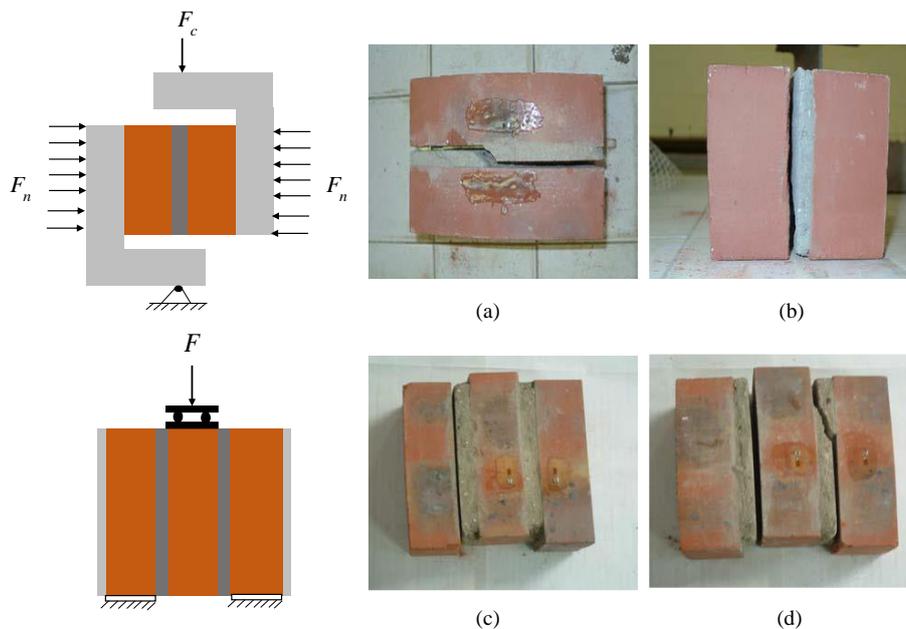


FIGURE 1.12 – Modes de rupture des couplets (a et b) et des triplet (c et d) de maçonnerie suite à un chargement essai de cisaillement [64, 66]

- approche micro-mécanique simplifiée (à 2 phases) [67–69] où les joints de mortier sont remplacés par une interface d'épaisseur négligeable ;
- approche micro-mécanique détaillée (à 3 phases) [70–73] où les joints et l'interface sont modélisés séparément par deux éléments différents.

L'efficacité et la précision de l'approche détaillée sont prouvées par Rekik et Lebon [74–76] pour le cas de maçonnerie avec des joints épais. Cependant, l'approche simplifiée pourrait être utile pour le cas des joints d'épaisseur négligeable (matériau réfractaire).

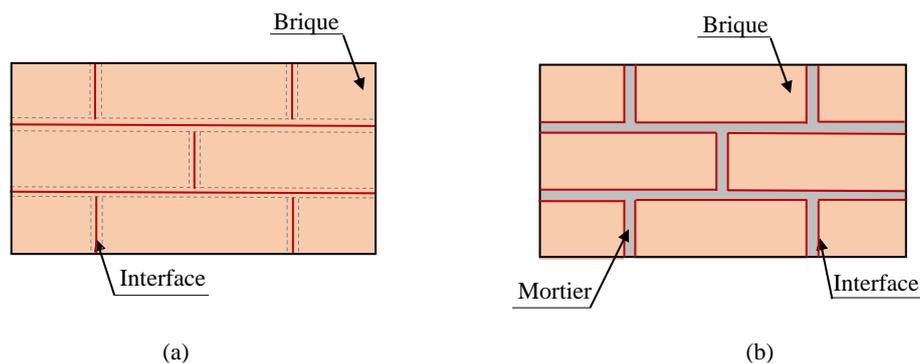


FIGURE 1.13 – Modélisation numérique de l'interface : approche micro-mécanique simplifiée (a) et détaillée (b)

#### 1.4.2.1 Modèles existants de l'interface brique/mortier

Parmi les premières études sur l'interface on cite celle de Page [77] dans laquelle les joints de mortier sont modélisés comme des interfaces de comportement non-linéaire. Cette interface est caractérisée par des rigidités normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$  estimées par la loi contrainte-déformation. Plusieurs auteurs ont proposé des modèles d'interface [78–80] en prenant compte de l'endommagement [81] et de la plasticité [82].

On distingue deux types de modèles d'interface [3] :

- modèles discrets où la maçonnerie est représentée par des éléments liés entre eux par des lois de contact (par exemple lois de Signorini [83] ou de Coulomb [84]) ;
- modèles continus où la loi d'interface est estimée en se basant sur les comportements des briques et du mortier ;

La modélisation discrète exige l'identification de plusieurs paramètres de la loi de contact ce qu'il est compliqué de les mesurer.

Rekik et Lebon [75, 76] ont proposé un modèle continu détaillé de l'interface brique/mortier fissurée qui a été généralisé par la suite par Raffa et al. [85, 86]. La démarche de ce modèle est basée principalement sur le couplage entre les schémas classiques d'homogénéisation et la technique d'analyse asymptotique. Les expressions de rigidités normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$  sont estimées par le modèle d'homogénéisation de Kachanov. La loi d'interface est appliquée pour étudier le comportement d'un triplet constitué de briques élastiques saines et des joints élastiques fissurés. Le modèle proposé est valable que les fissures parallèles. Cependant, il est intéressant de traiter le cas de distribution aléatoire des microfissures et d'identifier la loi d'interface en utilisant les autres schémas d'homogénéisation (DL, MT et PCW).

La majorité de modèles numériques de la maçonnerie proposés dans la littérature prennent en considération la présence de fissure ou la plasticité de l'un de ces

constituants. Néanmoins, le phénomène de fluage n'est pas encore pris en compte dans la modélisation de l'interface ce qui justifie la contribution de cette thèse.

## 1.5 Comportement élasto-viscoplastique

Plusieurs études expérimentales et numériques sur la maçonnerie sont développées précédemment qui ont pris en considération la déformation plastique de ces constituants [87–90]. Silva et al. [91] ont proposé un modèle micro-mécanique de la maçonnerie soumise à des charges de traction, compression et cisaillement. Le modèle de plasticité multi-surface proposé par Lourenço [92] est appliqué pour modéliser le comportement du mortier élastoplastique.

Cependant, en se référant à une recherche bibliographique approfondie sur la maçonnerie, on peut constater que n'existe pas beaucoup de travaux considérant la viscoplasticité de la maçonnerie. Oliveira et al. [93] ont adopté la loi de Norton-Bayle afin de modéliser le fluage de la maçonnerie réfractaire sans mortier à hautes températures (1300 et 1500°C) dont les paramètres de ce modèle sont identifiés expérimentalement par Samadi et al. [94] et par Teixeira et al. [95]. Également, Ali [44] montré que la maçonnerie réfractaire est supposée elasto-viscoplastique au-déla de 1200°C.

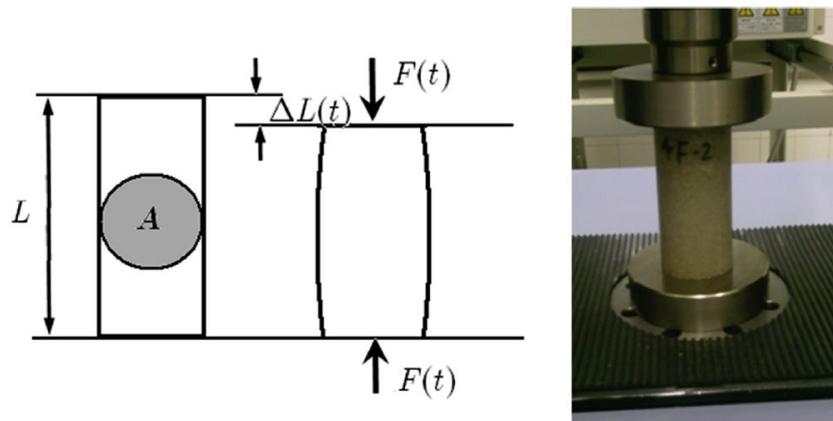


FIGURE 1.14 – Essai de compressions sur un mortier elasto-viscoplastique [96]

Le comportement elasto-viscoplastique de la maçonnerie classique avec des joint de mortier est rarement étudié. Shing et Manzouri [97] ont adopté le critère de Drucker-Prager pour la modélisation des joints de mortier. Le modèle proposé est appliqué pour étudier la réponse des mur soumis à des charges de compressions et à des déplacements latéraux cycliques dans le plan. On trouve aussi l'étude de Del Vecchio et

al. [96] dans laquelle des essais de compression uniaxiale sur des éprouvettes cylindriques de mortier renforcé par un polymère (POLYLITE 10316) comme les illustre la figure (1.14). Ces essais permettent d'identifier les paramètres de la loi de comportement viscoplastique supposant qu'elle suit la loi de puissance.

**- Prise en compte de l'endommagement :**

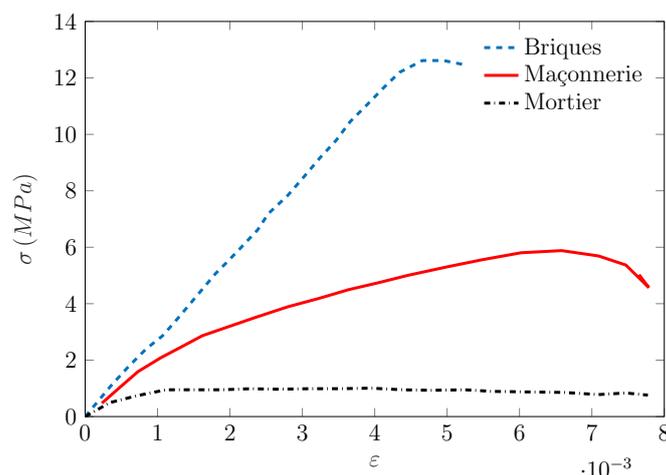


FIGURE 1.15 – Courbes contrainte-déformation de la maçonnerie et ses constituants (briques et mortier) suite à des essais de compression [98]

Plusieurs critères d'endommagement sont couplés avec la plasticité afin de modéliser le comportement des joints de mortier fissurés [99–101]. On cite par exemple le critère de Rankine et Hill proposé par Lourenço et Rots [102] pour prédire la réponse de la maçonnerie en traction et en compression. Valente et Milani [103] ont utilisé le critère concret d'endommagement et de plasticité "Concrete Damage Plasticity" (CDP) pour étudier le comportement mécanique des tours historiques. Ce modèle a été développé par Lubliner et al. [104] pour le cas des structures en béton.

Les courbes contrainte-déformation de la maçonnerie et ces constituants (figure (1.15)), obtenues par Binda et al. [98] suite à des essais de compression uniaxiale, montrent que la résistance à la compression de la maçonnerie est inférieure à celle des briques et supérieure à celle du mortier. Ceci peut justifier l'hypothèse des briques saines et du mortier endommagé. Certains auteurs ont développé des modèles numériques d'endommagement basés sur l'état (saine ou endommagée) des joints horizontaux et verticaux. Ali [44] a appliqué le critère de Mohr-Coulomb modifié pour modéliser les joints de mortier elasto-viscoplastique. Quatre cas sont traités dans ce travail comme les illustre la figure (1.16) :

- (a) Cas de joints horizontaux et verticaux sains ;
- (b) Cas de joints horizontaux endommagés et de joints verticaux sains ;

- (c) Cas de joints horizontaux sains et de joints verticaux endommagés ;  
 (d) Cas de joints horizontaux et verticaux endommagés ;

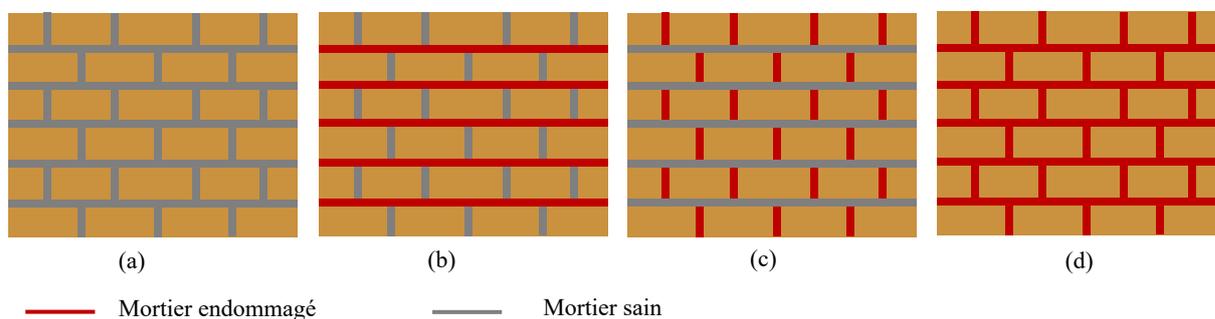


FIGURE 1.16 – Schéma des quatre cas possible de maçonnerie endommagée : Cas de maçonnerie saine (a) ou avec des joints horizontaux (b) , verticaux (c) ou les deux (d) endommagés [44]

## 1.6 Enjeux de la thèse et stratégie de travail

Cette thèse a pour objectif de développer des modèles numériques pour la prédiction du comportement non linéaire de la maçonnerie avec la prise en compte de l'endommagement de ses constituants (présence de microfissures). Ces modèles permettent également de prendre en considération le phénomène de fluage, l'interaction entre les constituants de la maçonnerie au niveau de l'interface brique/mortier et la déformation elasto-viscoplastique du mortier.

La première partie de cette étude a pour but de développer un modèle mixte analytique-numérique qui permet d'étudier le comportement non-linéaire de la maçonnerie en prenant compte du fluage de ces deux constituants (briques et mortier). Le développement de ce modèle est basé sur deux étapes : La première est proposée par Rezik [24], elle consiste à estimer le comportement effectif du mortier en se basant sur le couplage entre la théorie de Griffith et le schéma d'homogénéisation de Ponte-Castañeda & Willis (PCW). La deuxième étape sert à prédire la réponse mécanique de la structure maçonnée par la modélisation directe à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF). Notons que le fluage des deux composants de la maçonnerie (brique et mortier) est modélisé par le modèle rhéologique de Maxwell modifié. On propose de valider les résultats obtenus par les solutions analytiques de Cecchi et Sab [105] et de Cecchi et Talierno [106] valables pour un mur en compression.

La deuxième partie de ce travail est consacrée au développement d'un modèle

micro-mécanique détaillé de la maçonnerie en considérant l'interface briques/mortier fissurée. Les lois d'interface élastiques et viscoélastiques sont identifiées en combinant les schémas classiques d'homogénéisation (DL, MT et PCW) à la technique d'analyse asymptotique.

Dans un premier lieu, on propose de valider la loi d'interface élastique par comparaison aux résultats expérimentaux de Fouchal et al. [107] relatif au cas de triplet de briques soumis à des chargements de cisaillement et d'identifier les lois d'évolution de la densité des microfissures (aléatoires et parallèles) en fonction du chargement appliqué.

Dans un deuxième lieu, la loi d'interface viscoélastique développée sera appliquée pour étudier le comportement du mur en compression. On propose d'identifier la loi d'évolution temporelle de la densité des microfissures en se basant sur la courbe d'évolution du déplacement vertical validée dans la première partie.

La troisième partie de cette thèse a pour contribution de développer un modèle purement numérique de la maçonnerie elasto-viscoplastique en considérant la présence de fissures. La loi de comportement du mortier, à son état sain, est supposée qu'elle suit la loi de puissance (identique à celle Ramberg-Osgood ). Les paramètres de ce modèle sont identifiés expérimentalement par Del Vecchio et al. [96]. Par la suite, on propose de modéliser les fissures comme des ellipses identiques et de distribution parallèle à l'aide de la méthode des éléments finis. Ce modèle est proposé afin d'étudier le comportement local du mur en compression constitué de joints elasto-viscoplastiques fissurés et de briques saines rigides ou élastiques. Ce modèle permet d'étudier l'effet de l'état (sain et fissuré) des joints horizontaux et verticaux par le traitement des quatre cas proposés par Ali [44] (figure (1.16)).

# 2

## Modèle mixte analytique-numérique pour une maçonnerie microfissurée en fluage

### 2.1 Objectif et démarche

Récemment, plusieurs études [22, 108] ont montré que l'accumulation de l'endommagement induit par le fluage de la maçonnerie est la raison principale de l'effondrement de plusieurs constructions historiques. Ainsi, afin d'assurer la sécurité des bâtiments en maçonnerie soumis à des charges mécaniques fortes, il est indispensable de développer des outils numériques et analytiques qui prennent en compte des endommagements induits par le fluage des composantes de la maçonnerie.

De plus, les conditions du milieu extérieur (température, humidité, pluie, etc.) favorisent l'apparition de fissures dans les structures maçonnées. Ces fissures peuvent nuire à la durabilité de ces structures quand elles se propagent. Il est donc nécessaire de développer un modèle numérique pour prédire le comportement la maçonnerie avec l'apparition et la propagation de fissures.

L'objectif de ce chapitre est de développer un modèle mixte analytique-numérique permettant de prédire le comportement non-linéaire de la maçonnerie en tenant compte des phénomènes de fluage et d'endommagement (présence des microfissures). Ce modèle est une version améliorée du modèle récemment proposé par Rekik [24] en substituant l'étape d'homogénéisation périodique par une modélisation directe en

utilisant la méthode des éléments finis de la structure étudiée.

Pour ce faire, on propose d'effectuer deux étapes : La première (identique à celle proposée par Rejik [24]) consiste à substituer le mortier viscoélastique microfissuré par un matériau homogène équivalent (MHE) dont le comportement dépend du temps et de la densité des microfissures. Cette étape est basée sur le couplage entre la théorie de Griffith [109] et les techniques d'homogénéisation linéaire [29]. Dans l'espace symbolique de Laplace-Carson, le comportement apparent du mortier est supposé élastique linéaire. Dans ce même espace, la relation entre le saut de déplacement induit par les fissures et la contrainte macroscopique [6] est supposée linéaire. Il est donc possible d'identifier les propriétés viscoélastiques effectives du mortier microfissuré grâce au modèle (plus précis que le modèle dilué [24]) de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) [11] qui prend en compte l'influence de la distribution spatiale des microfissures et les interactions entre celles-ci. Les coefficients de fluage du MHE peuvent être estimés à court et long termes en supposant que le mortier microfissuré suit le même modèle rhéologique de Maxwell Modifié (MM) [20] que celui à son état sain. Les fissures sont supposées identiques de forme elliptique et orientées de façon aléatoire. Deux états de fissures sont considérés dans ce travail : ouverte et fermée.

La deuxième étape de ce travail sert à prédire la réponse locale de la maçonnerie en utilisant la méthode des éléments finis. Pour des raisons de simplicité, les briques sont supposées saines avec un comportement élastique ou viscoélastique suivant le modèle rhéologique de Zener. figure (2.1).

De plus, en se référant à une recherche bibliographique approfondie sur les études expérimentales et numériques réalisées sur la maçonnerie, on peut constater qu'il n'existe pas de travaux qui portent sur la maçonnerie viscoélastique microfissurée. Par conséquent, nous proposons tout d'abord de valider notre modèle en le comparant aux solutions analytiques de Cechhi et Sab [105] et de Cecchi et Taliercio [106] valables pour un mortier viscoélastique et des briques rigides.

Les étapes 1 et 2 du modèle semi-numérique vont être développées dans les sections qui suivent.

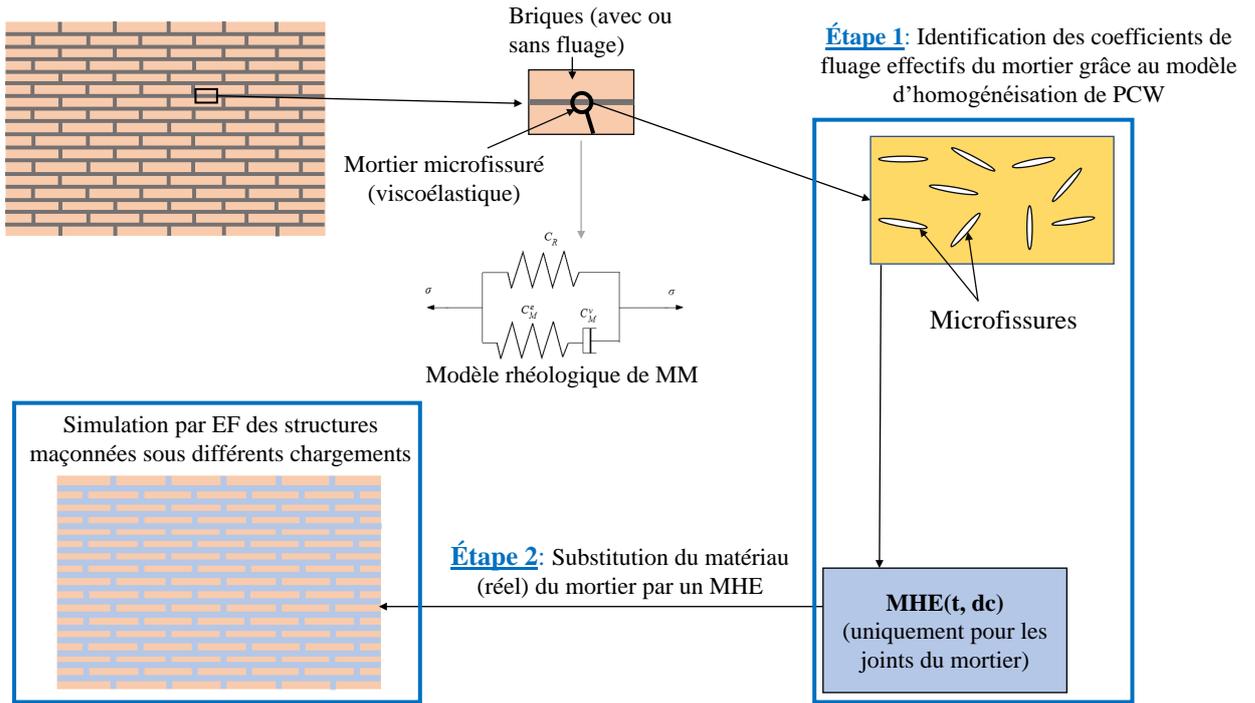


FIGURE 2.1 – Principe du modèle mixte analytique-numérique proposé

## 2.2 Première étape : homogénéisation du mortier viscoélastique microfissuré

On suppose dans cette étude que le mortier est viscoélastique microfissuré [27, 28]. On détaillera dans cette partie la démarche proposée par Reikik [24] pour estimer les propriétés effectives du mortier.

À son état sain, le mortier suit le modèle rhéologique de Maxwell Modifié (ou de Zener, voir figure (1.9)) dont la loi de comportement est décrite par l'équation :

$$\mathbb{S}_M^v \boldsymbol{\sigma} + \mathbb{S}_M^e \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{S}_M^v \mathbb{C}_R^e \boldsymbol{\varepsilon} + (\mathbb{I} + \mathbb{S}_M^e \mathbb{C}_R^e) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (2.1)$$

où les tenseurs de souplesse élastique  $\mathbb{S}_M^e$  et visqueuse  $\mathbb{S}_M^v$  de la partie de Maxwell et le tenseur de rigidité du ressort  $\mathbb{C}_R^e$  sont définis respectivement par les équations (1.60) et (1.79). Les microfissures présentes dans le mortier sont de forme elliptique. Elles sont identiques et distribuées de façon aléatoire. Comme on ne peut pas appliquer directement l'homogénéisation à un matériau hétérogène dont l'un au moins des constituants a un comportement viscoélastique, il est d'usage, d'appliquer la transformée de Laplace et de se servir ensuite des modèles d'homogénéisation linéaire dans l'espace symbolique [6, 29]. Ainsi, dans cet espace fictif, le comportement apparent du mortier est

élastique. En présence de microfissures, il est donc possible de faire appel à la théorie de Griffith [109] supposant une relation linéaire entre le saut de déplacement et la contrainte macroscopique à laquelle est soumis le mortier endommagé [6]. Selon le modèle de Ponte-Castañeda & Willis (PCW) [11], la matrice de rigidité symbolique effective du mortier endommagé est la suivante :

$$\tilde{\mathbb{C}}^* = 3\tilde{k}_{PCW}^* \mathbb{J} + 2\tilde{\mu}_{PCW}^* \mathbb{K} \quad (2.2)$$

où  $\tilde{k}_{PCW}^*$  et  $\tilde{\mu}_{PCW}^*$  sont respectivement les modules effectifs apparents de compressibilité et de cisaillement définis par :

(i) dans le cas de fissures ouvertes [6] :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{PCW}^* &= k_m^* \left( 1 - \frac{48d_c(1 - (v_m^*)^2)}{27(1 - 2v_m^*) + 16d_c(1 + v_m^*)^2} \right) \\ \tilde{\mu}_{PCW}^* &= \mu_m^* \left( 1 - \frac{480d_c(1 - v_m^*)(5 - v_m^*)}{675(2 - v_m^*) + 64d_c(4 - 5v_m^*)(5 - v_m^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

(ii) et de fissures fermées [6] :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{PCW}^* &= \tilde{k}_m^* \\ \tilde{\mu}_{PCW}^* &= \tilde{\mu}_m^* \left( 1 - \frac{480d_c(1 - v_m^*)}{225(2 - v_m^*) + 64d_c(4 - 5v_m^*)} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

avec

$$k_m^*(p) = k_R + \frac{1}{\frac{1}{k_M} + \frac{3}{p\eta_M^s}}, \quad \mu_m^*(p) = \mu_R + \frac{1}{\frac{1}{\mu_M} + \frac{2}{p\eta_M^d}}, \quad v_m^*(p) = \frac{3k_m^*(p) - 2\mu_m^*(p)}{6k_m^*(p) + 2\mu_m^*(p)} \quad (2.5)$$

où l'indice "m" désigne le mortier sain (matrice) et les exposants  $d$  et  $s$  dénotent respectivement les parties sphérique et déviatorique.  $d_c$  est la densité de fissures et  $p$  est la variable muette dans l'espace symbolique. Le coefficient de Poisson effectif symbolique du mortier microfissuré est déduit des modules de compressibilité et de cisaillement effectifs apparents (équation (2.3)) :

$$\tilde{\nu}_{PCW}^*(p, d_c) = \frac{3\tilde{k}_{PCW}^* - 2\tilde{\mu}_{PCW}^*}{6\tilde{k}_{PCW}^* + 2\tilde{\mu}_{PCW}^*} \quad (2.6)$$

Ce coefficient peut être exprimé dans l'espace temporel réel par inversion directe de la transformée de Laplace-Carson. Pour ce faire, on peut se servir d'un logiciel de calcul formel comme Mathematica ou MATLAB.

Dans ce qui suit, on montre la démarche suivie permettant d'approcher les coefficients du modèle de Zener du MHE grâce au le modèle d'homogénéisation PCW et en appliquant les théorèmes suivants des valeurs initiale et finale de la TLC [110] :

$$\lim_{p \rightarrow 0} f^*(p) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t), \quad \lim_{p \rightarrow \infty} f^*(p) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) \quad (2.7)$$

### 2.2.1 Identification des coefficients de fluage du mortier

Dans un premier temps, on effectue un développement en série au second ordre des estimations par le modèle PCW des modules effectifs apparents de compressibilité et de cisaillement (équation (2.7)) au voisinage de zéro :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{PCW}^* &= \tilde{k}_0^0 + \tilde{k}_0^1 p + O(p^2) \\ \tilde{\mu}_{PCW}^* &= \tilde{\mu}_0^0 + \tilde{\mu}_0^1 p + O(p^2)\end{aligned}\quad (2.8)$$

et vers l'infini :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{PCW}^* &= \tilde{k}_\infty^0 + \frac{\tilde{k}_\infty^1}{p} + O(1/p^2) \\ \tilde{\mu}_{PCW}^* &= \tilde{\mu}_\infty^0 + \frac{\tilde{\mu}_\infty^1}{p} + O(1/p^2)\end{aligned}\quad (2.9)$$

où les paramètres  $\tilde{k}_0^0, \tilde{k}_0^1, \tilde{k}_\infty^0, \tilde{k}_\infty^1, \tilde{\mu}_0^0, \tilde{\mu}_0^1, \tilde{\mu}_\infty^0, \tilde{\mu}_\infty^1$  sont supposés connus.

À court et long termes, le mortier microfissuré suit le même modèle rhéologique de son état sain (modèle de Maxwell Modifié (MM) [20]). Ses modules de cisaillement et de compressibilité (fonctions de la densité de fissures  $d_c$ ) sont ainsi définis, dans l'espace symbolique par [28] :

$$\begin{aligned}k_{MM}^* &= k_R(d_c) + \frac{pk_M(d_c)\eta_M^s(d_c)/3}{k_M(d_c) + p\eta_M^s(d_c)/3} \\ \mu_{MM}^* &= \mu_R(d_c) + \frac{p\mu_M(d_c)\eta_M^d(d_c)/2}{\mu_M(d_c) + p\eta_M^d(d_c)/2}\end{aligned}\quad (2.10)$$

Les développements en série à l'ordre deux de ces modules (2.10) prennent la forme suivante au voisinage de zéro :

$$\begin{aligned}k_{MM}^* &= k_R^e + \frac{\eta_m^s}{3} p + O(p^2) \\ \mu_{MM}^* &= \mu_R^e + \frac{\eta_m^d}{2} p + O(p^2)\end{aligned}\quad (2.11)$$

et vers l'infini :

$$\begin{aligned}k_{MM}^* &= (k_R^e + k_m^e) - 3 \frac{(k_m^e)^2}{\eta_M^s p} + O(1/p^2) \\ \mu_{MM}^* &= (\mu_R^e + \mu_M^e) - 2 \frac{(\mu_M^e)^2}{\eta_M^d p} + O(1/p^2)\end{aligned}\quad (2.12)$$

Les égalités des équations : (2.8)=(2.11) et (2.10)=(2.12) entre les développements asymptotiques des estimations du modèle de PCW et celles du modèle rhéologique de Zener à court et long termes permettent d'identifier les six paramètres symboliques du MHE :

$$\begin{aligned}k_R^e &= \tilde{k}_0^0, \quad k_m^e = \tilde{k}_\infty^0 - k_R^e, \quad \eta_M^s = 3\tilde{k}_0^1 \\ \mu_R^e &= \tilde{\mu}_0^0, \quad \mu_M^e = \tilde{\mu}_\infty^0 - \mu_R^e, \quad \eta_M^d = 2\tilde{\mu}_0^1\end{aligned}\quad (2.13)$$

et ainsi d'exprimer comme suit la fonction de fluage du mortier microfissuré [24] :

$$J_{MM}(t, d_c) = \frac{1}{9k_R(d_c)} \left( 1 - \frac{k_M(d_c)}{(k_R(d_c) + k_M(d_c))} e^{-t/\tau_{MM}^s(d_c)} \right) + \frac{1}{3\mu_R(d_c)} \left( 1 - \frac{\mu_M(d_c)}{(\mu_R(d_c) + \mu_M(d_c))} e^{-t/\tau_{MM}^d(d_c)} \right) \quad (2.14)$$

où les fonctions  $\tau_{MM}^s(d_c)$  et  $\tau_{MM}^d(d_c)$  représentent respectivement les temps caractéristiques des parties sphérique et déviatorique du modèle MM définies par :

$$\tau_{MM}^s(d_c) = \frac{\eta_M^s(d_c)(k_R(d_c) + k_M(d_c))}{3k_R(d_c)k_M(d_c)} \quad (2.15)$$

$$\tau_{MM}^d(d_c) = \frac{\eta_M^d(d_c)(\mu_R(d_c) + \mu_M(d_c))}{2\mu_R(d_c)\mu_M(d_c)}$$

Notons qu'il est difficile d'identifier les expressions de  $k_R(d_c)$ ,  $k_M(d_c)$ ,  $\mu_R(d_c)$ ,  $\mu_M(d_c)$ ,  $\eta_M^s(d_c)$  et  $\eta_M^d(d_c)$ . Pour cette raison, ces expressions seront fournies ci-dessous dans la section 2.2.3.

## 2.2.2 Densité de fissures

On peut noter, en se référant à une recherche bibliographique approfondie, que le couplage entre le fluage et l'endommagement de la maçonnerie est rarement étudié [111–113]. Pour une raison de simplicité, on s'intéresse au modèle d'endommagement proposé par Shrive et al. [114]. Ce modèle, basé sur la loi de Weibull, définit une fonction d'évolution temporelle de type loi de puissance pour la densité des microfissures  $d_c$  du mortier comme suit :

$$d_c(t) = \sum_{i=t_0}^t \frac{100\eta}{\tau_D} \left( \frac{t_i}{\tau_D} \right)^n \quad (2.16)$$

$\tau_D$  est une constante qui représente l'instant d'apparition des microfissures. D'après Shrive et al. [114], les coefficients du modèle sont fixés à  $\tau_D = 800 \text{ jours}$ ,  $\eta = 0,3$  et  $n = 10$ . L'endommagement est supposé débiter à  $t_0 = 400 \text{ jours}$  et augmenter au cours du temps pour atteindre une densité d'une valeur de 0,33 après 1000 jours (voir figure (2.2)). La loi d'évolution de la densité de fissures représente le phénomène de fluage naturel, elle est indépendante de la charge appliquée.

## 2.2.3 Application du modèle proposé

Les propriétés mécaniques du mortier viscoélastique microfissuré considéré dans cette partie à son état sain sont fournies au tableau (2.1). Supposons la présence de

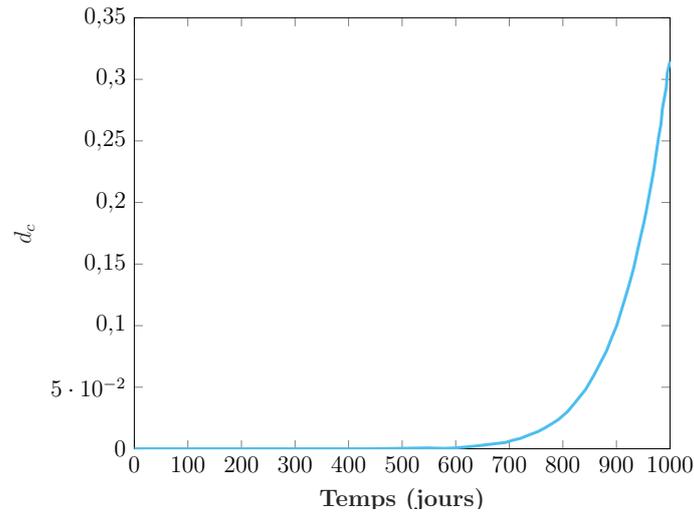


FIGURE 2.2 – Évolution temporelle de la densité des microfissures [114]

TABLEAU 2.1 – Paramètres expérimentaux pour un mortier viscoélastique sain [106, 115]

$E_0(MPa)$	$\nu_m$	$e_i$	$\tau_M(jours)$
7700	0,2	0,7602	7,1

microfissures identiques et orientées de façon aléatoire [27]. Dans cette étude, deux états de fissures peuvent être considérés : ouvert ou fermé : Le module d'Young instantané  $E_0$  du modèle MM est donné par  $E_0 = E(t = 0) = E_R + E_M$ , sachant que la relaxation  $E_M$  et le module d'Young du ressort s'écrivent respectivement sous la forme :  $E_M = e_i E_0$  et  $E_R = (1 - e_i) E_0$ . Le module d'Young effectif du mortier microfissuré est estimé par le modèle de PCW où  $J_{MM}(t, d_c)$  est la fonction de fluage fournie par l'équation (2.14) :

$$E_m(t, d_c) = \frac{1}{J_{MM}(t, d_c)} \quad (2.17)$$

dont les six paramètres  $k_R, k_M, \eta_M^s, \mu_R, \mu_M, \eta_M^d$  fournis ci-dessous au tableau (2.2) sont identifiés suivant les étapes décrites à la section 2.2.1.

TABLEAU 2.2 – Cas de fissures ouvertes : Coefficients de fluage du mortier endommagé selon le modèle PCW [24]

$k_R(MPa)$	$k_M(MPa)$	$\eta_s(MPa.s)$
$-1025,81 + \frac{1442,55}{0,703125 + d_c}$	$-3251,97 + \frac{4573,08}{0,703125 + d_c}$	$-5,98466 \cdot 10^9 + \frac{8,41593 \cdot 10^9}{0,703125 + d_c}$
$\mu_R(MPa)$	$\mu_M(MPa)$	$\eta_d(MPa.s)$
$-769,358 + \frac{2028,58}{1,31836 + d_c}$	$-2438,98 + \frac{6430,89}{1,31836 + d_c}$	$-2,99233 \cdot 10^9 + \frac{7,88993 \cdot 10^9}{1,31836 + d_c}$

TABLEAU 2.3 – Cas de fissures fermées : Coefficients de fluage du mortier endommagé selon le modèle PCW [24]

$k_R(MPa)$	$k_M(MPa)$	$\eta_s(MPa.s)$
1025,81	3251,97	$5,98466 \cdot 10^9$
$\mu_R(MPa)$	$\mu_M(MPa)$	$\eta_d(MPa.s)$
$-769,358 + \frac{3245,73}{2,10938 + d_c}$	$-2438,98 + \frac{10289,4}{2,10937 + d_c}$	$-2,99233 \cdot 10^9 + \frac{1,26239 \cdot 10^{10}}{2,10938 + d_c}$

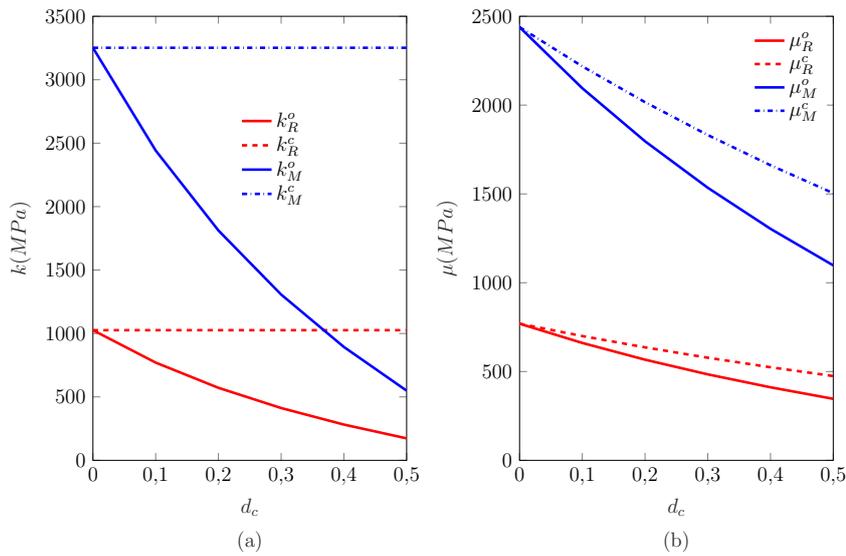


FIGURE 2.3 – Évolutions des modules de compressibilité (a) et de cisaillement (b) du ressort et de la partie élastique de Maxwell en fonction de la densité de fissures : comparaison entre cas de fissures fermées et ouvertes

La figure (2.3) présente l'évolution des modules de compressibilité  $k_R$ ,  $k_M$  (a) et de cisaillement  $\mu_R$ ,  $\mu_M$  (b) du ressort et de la partie élastique de Maxwell (ressort) en fonction de la densité de microfissures  $d_c$  en présence des fissures ouvertes et fermées. On peut remarquer que les modules de compressibilité  $k_R$  et  $k_M$  du mortier avec des fissures ouvertes diminuent en fonction de la densité de fissures  $d_c$ , contrairement dans le cas des fissures fermées, ils sont indépendants de  $d_c$ . Cela peut être justifié par le fait que sous des chargements sphériques, la présence des fissures fermées n'ont aucun effet sur le saut du déplacement [5]. Dans ce cas, le module de compressibilité apparent du milieu fissuré est identique à celui du milieu sain ( $k_{hom} = k_s$ ). On peut alors calculer les erreurs relatives entre les cas de fissures (ouvertes et fermées) des modules de compressibilité  $k_R$  et  $k_M$  en appliquant la formule suivante :

$$erreur(\%) = 100 \cdot \frac{k_{max} - k_{min}}{0,5(k_{max} + k_{min})} \quad (2.18)$$

Ces deux erreurs sont égales à 56,89% pour une densité de fissures  $d_c = 0,2$ . De même, les modules de cisaillement  $\mu_R$  et  $\mu_M$  (figure (2.3)-(b)) présentent des évolutions décroissantes en fonction de  $d_c$  en présence de fissures ouvertes et fermées dont les erreurs relatives entre les deux cas de fissures de ces deux modules sont égales à 11,54% pour une densité de fissures  $d_c = 0,2$ .

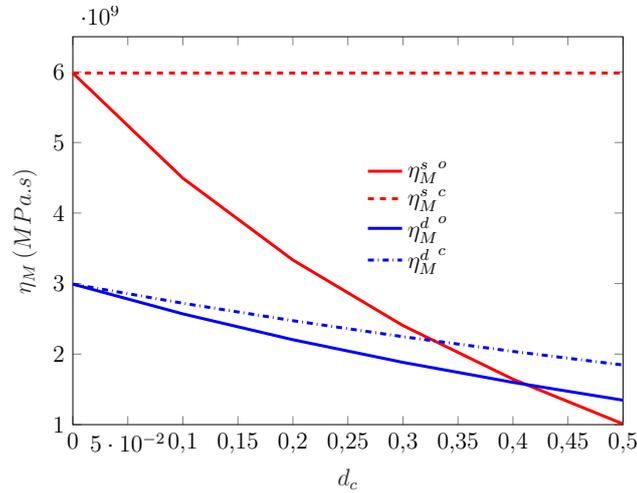


FIGURE 2.4 – Évolutions des coefficients de viscosité sphérique  $\eta_M^s$  et déviatorique  $\eta_M^d$  en fonction de la densité de fissures : comparaison entre cas de fissures fermées et ouvertes

Pour les deux états de fissures (ouvertes et fermées), les évolutions des coefficients de viscosité sphérique  $\eta_M^s$  et déviatorique  $\eta_M^d$  illustrés dans la figure (2.4) sont aussi décroissantes en fonction de la densité de fissures  $d_c$  et les erreurs relatives des deux cas de fissures des coefficients de viscosité sphérique et déviatorique sont respectivement 56,89% et 11,54% pour  $d_c = 0,2$ .

Ci-après, on présente les résultats en termes de module d'Young et de coefficient de Poisson du mortier considéré. Ainsi, la figure (2.5) illustre les évolutions temporelles des modules d'Young du mortier aux états sain et endommagé avec fissures ouvertes et fermées. On peut observer que ces modules diminuent au cours du temps et qu'ils sont identiques pour  $t \leq 600$  jours. Ceci peut être justifié par le fait que  $d_c$  est négligeable au dessous de  $t = 600$  jours (figure (2.2)). Ensuite, le module d'Young du mortier avec des fissures ouvertes (fermées) diminue rapidement pour atteindre la valeur de 939,9 MPa (1400 MPa) à  $t = 1000$  jours. On remarque aussi que le mortier avec des fissures fermées est plus rigide qu'un mortier ayant des fissures ouvertes ce qui est cohérent avec le fait qu'une fissure fermée affecte moins la résistance d'un matériau comparée à une fissure ouverte. Concernant le coefficient de Poisson effectif du mortier en présence de fissures ouvertes estimé par le modèle PCW, il s'écrit sous la forme [24] :

$$\nu_m(t) = \frac{-0,185394 + (0,369141 + 0,2d_c(t))d_c(t)}{-0,926971 + d_c(t)(0,369141 + d_c(t))} \quad (2.19)$$

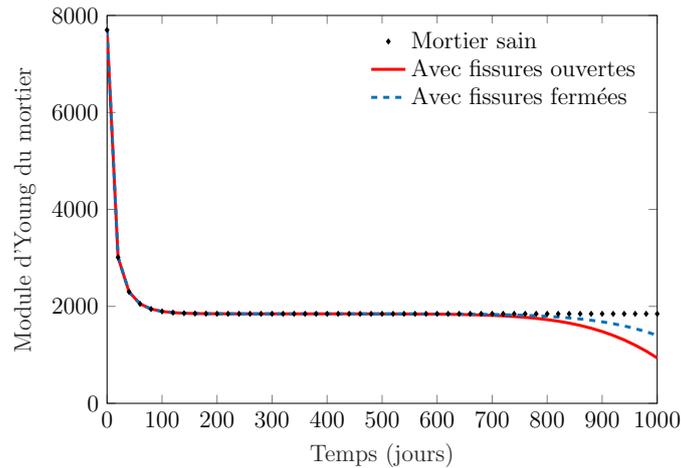


FIGURE 2.5 – Évolution temporelle du module d'Young pour le mortier microfissuré

En présence de fissures fermées, son expression est la suivante [24] :

$$v_m(t) = 1 - \frac{2,8125}{3,51562 + d_c(t)} \quad (2.20)$$

Pour  $d_c = 0$  (état sain), ce coefficient vaut 0,2. Pour une densité de fissures  $d_c$  suivant le

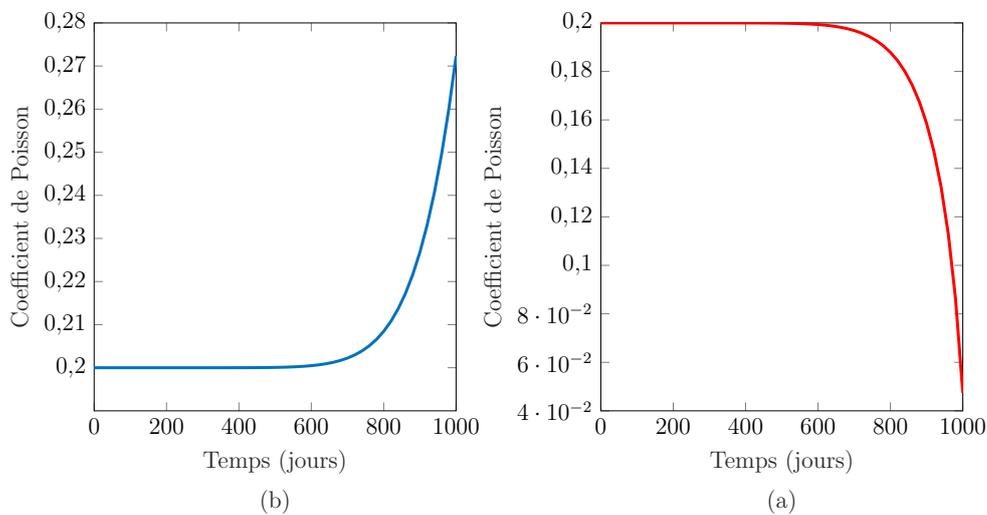


FIGURE 2.6 – Évolutions temporelles du coefficient de Poisson d'un mortier avec des fissures ouvertes (a) ou fermées (b)

modèle d'endommagement proposé par Shrive et al. [114] (équation (2.16)), les évolutions temporelles du coefficient de Poisson du mortier avec fissures ouvertes (figure (2.6)-(a)) ou fermées (figure (2.6)-(b)) montrent que ce coefficient diminue au cours du temps pour atteindre la valeur de 0,047 à  $t = 1000 \text{ jours}$  quand il s'agit de fissures ouvertes, alors qu'il augmente en fonction du temps pour atteindre 0,272 à  $t = 1000 \text{ jours}$ .

## 2.3 Deuxième étape : simulation EF directe d'un mur maçonné

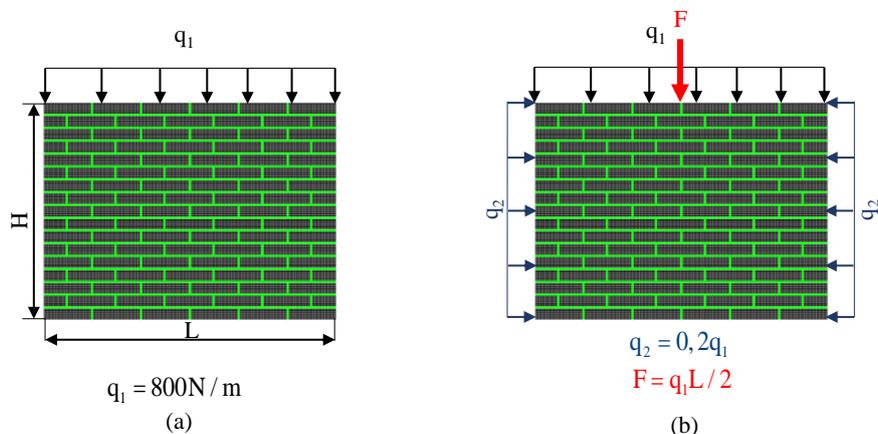


FIGURE 2.7 – Mur en maçonnerie (avec des briques rigides (a) et élastiques ou viscoélastiques (b)) soumis à des chargements répartis : en haut (a) et aux bords latéraux avec une force concentrée  $F$  (b)

L'objectif de cette partie est de mettre en œuvre et évaluer les performances (et limites) du modèle développé dont le principe a été expliqué et illustré respectivement à la section 2.1 et la figure (2.1). On procédera tout d'abord à une étape de validation du modèle mixte analytique-numérique (PCW&EF) par comparaison aux travaux de Baraldi et Cecchi [47] (cas de maçonnerie à l'état sain) et l'extension du modèle d'homogénéisation périodique analytique de Cecchi et Taliervo [106] au cas de la maçonnerie microfissurée [28]. On comparera également ce modèle (PCW&EF) à celui proposé par Rezik [24] alliant le modèle PCW (étape-1 d'homogénéisation du mortier microfissuré) à une homogénéisation périodique numérique de la maçonnerie (étape-2). On s'intéressera ensuite à l'effet du fluage des briques sur le comportement local de structures maçonnées. Enfin, on comparera les estimations locales de ce modèle à ceux issus du modèle mixte analytique-numérique associant l'homogénéisation diluée (en substitution du modèle PCW) à la simulation directe de la structure par EF. Cela permettra de montrer l'apport du modèle PCW par rapport à un modèle négligeant les interactions entre les microfissures comme c'est le cas du modèle dilué.

Dans cette partie, les structures maçonnées étudiées sont des murs soumis à une compression uniaxiale sans (Figure (2.7)-(a)) ou avec une bi-compression latérale (figure (2.7)-(b)). Ces murs sont constitués de briques saines (non endommagées) et de joints de mortier supposés viscoélastiques et microfissurés. L'hypothèse de briques saines peut-être expliquée par le fait que la contrainte de fluage appliquée (figure (2.7)) est inférieure à la limite à rupture en compression des briques  $f_b$  mais supérieure à celle du

mortier. En effet, d'après Cecchi et Tralli [54], le mortier est supposé de classe M5. Par conséquent, sa résistance à la compression est égale à 5 MPa. Alors que la résistance des briques est d'environ 16 MPa, d'après la formule :  $E_b = 4550 \sqrt{f_b}$  [54].

Dans le mortier, on suppose la présence de fissures de forme ellipsoïdale dont la distribution spatiale est aléatoire. Comme les fissures ne sont pas toutes parallèles ni perpendiculaires à la direction du chargement appliqué, alors elles ne sont pas toutes fermées pour une structure maçonnée soumise à une compression. De plus, l'étude menée dans la section précédente 2.2.3 montre que les erreurs absolues entre les modules effectifs instantanés de compressibilité et de cisaillement estimés par le modèle PCW pour le mortier avec fissures ouvertes et fermées (équations (2.17), (2.19) et (2.20)) sont respectivement 5,75% et 1,12% pour une densité de fissures  $d_c = 0,2$ . Ceci prouve que les propriétés mécaniques effectives du mortier fissuré sont peu affectées par l'état de fissures (au moins pour des densités de fissures  $d_c \leq 0,2$ ). Pour ces raisons, on se limitera dans la suite à un seul état de fissures : ouvertes. Ainsi, le mortier est substitué par un MHE ( $t, d_c$ ) dont le module d'Young  $E_m(t, d_c)$  et le coefficient de Poisson  $\nu_m(t)$  sont respectivement définis par les équations (2.17) et (2.19).

En ce qui concerne le modèle rhéologique du mortier, le choix s'est fixé sur du Maxwell modifié (ou Zener) sur la base des travaux expérimentaux de Choi et al [20] qui a montré que ce modèle reproduit mieux le phénomène de fluage de la maçonnerie par comparaison à d'autres modèles (Burgers, Burgers, Ross, Feng et USBR).

Notons que la deuxième étape du modèle proposé est différente de celle suivie par Rezik [24] qui consiste à appliquer une homogénéisation périodique de la maçonnerie au lieu d'une modélisation directe de la structure par la méthode des éléments finis. Cette alternative (PCW&EF) permet d'estimer de façon plus précise les réponses locale et globale de la maçonnerie.

Enfin, les simulations numériques des murs maçonnés ont été menées à l'aide du logiciel CAST3M [116] sous l'hypothèse de contraintes planes. À l'étape de validation, on procédera tout d'abord à une étude de l'effet de finesse de maillage sur la précision des calculs EF.

## 2.3.1 Validation du modèle PCW & EF

### 2.3.1.1 Comparaison à une homogénéisation périodique analytique

Cette partie consiste à valider le modèle mixte analytique-numérique développé par comparaison des de ces résultats à ceux issus de modèles d'homogénéisation périodique proposés par Cecchi et Sab [105] (cas de maçonnerie saine) et par Cecchi et Taliercio [106] (cas de maçonnerie microfissurée). La structure considérée ici est un mur

en compression (figure (2.7)) de largeur  $L = 1550mm$  et de hauteur  $H = 1040mm$ , composé de briques rigides et d'un mortier viscoélastique sain ou fissuré. Les briques (supposées saines) sont de largeur  $a = 250mm$ , de hauteur  $b = 55mm$  et d'épaisseur  $s = 120mm$ . Les joints de mortier horizontaux et verticaux possèdent une même épaisseur  $e_h = e_v = e = 10mm$  et sont caractérisés par un module d'Young  $E_m(t, d_c)$  et un coefficient de Poisson  $\nu_m(t)$  fournis respectivement par les équations (2.17) et (2.19). Les éléments finis '2D' adoptés pour les calculs EF sur le logiciel CAST3M sont des quadrilatères 'QUA8' à 8 nœuds et 9 points de Gauss. Le mur est soumis à une charge de compression verticale uniformément répartie sur le haut du mur avec  $q_1 = 800N/m$  (figure (2.7)-(a)). Le bas du mur est bloqué en déplacement vertical ( $u_y = 0$ ) et ses bords latéraux sont libres.

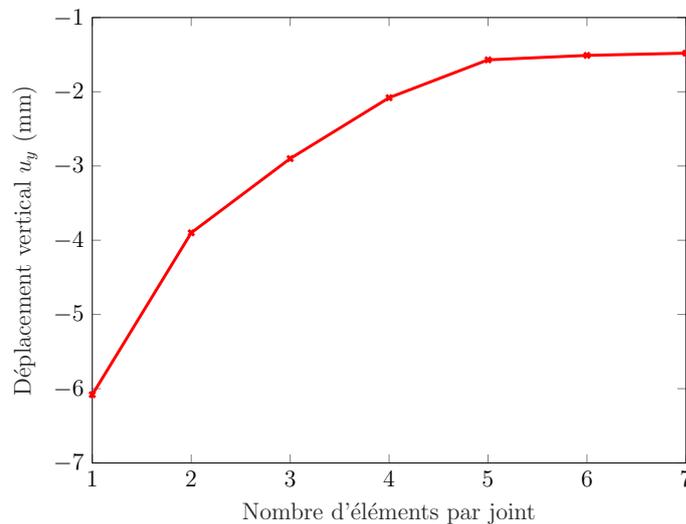


FIGURE 2.8 – *Effet de la finesse de maillage du mortier : évolution du déplacement vertical en haut du mur à  $t = 1000$  jours en fonction du nombre d'éléments finis par épaisseur du joint de mortier*

Dans un premier temps, on propose d'étudier l'effet de la finesse de maillage sur le résultat du modèle (PCW&EF) en termes de déplacement local  $u_y$  en haut du mur. Pour ce faire, on trace à l'instant  $t = 1000$  jours la courbe d'évolution de  $u_y$  en fonction du nombre d'éléments de maillage le long de l'épaisseur du joint (10 mm). Ce nombre varie de 1 à 7 mailles, comme le montre la figure (2.8). On constate que cette courbe se stabilise au-delà de 5 mailles (QUA8). Pour cette raison, et afin de réduire les temps de calculs, nous retenons le nombre de 5 mailles pour une épaisseur de joint de 10mm. Ceci

implique que la surface d'une maille élémentaire soit de l'ordre de  $2x2mm^2$ .

**(i) Cas d'une maçonnerie saine :**

Afin de valider le modèle mixte analytique-numérique, on propose, dans un premier temps, de considérer un mortier à l'état sain (sans microfissures) et de comparer la solution en déplacement  $u_y$  en haut du mur (figure (2.7)) à la solution analytique suivante relative à une plaque homogène soumise à une compression verticale :

$$u_y(x, H, t) = \frac{Q_1 H}{A_{2222}^F(t) \cdot L \cdot s} = \frac{q_1 H}{A_{2222}^F(t)} \quad (2.21)$$

où le coefficient de relaxation homogénéisé  $A_{2222}^F$  donné par :

$$A_{2222}^F(t) = \frac{(a + e_h) K_h(t)}{e_h} \quad (2.22)$$

est approché par le modèle d'homogénéisation périodique analytique de Cecchi et Sab [105] basé sur une résolution cinématique admissible pour une maçonnerie périodique dont les briques sont rigides liées par des interfaces viscoélastiques.  $q_1 = Q_1/(L \cdot s)$  et  $Q_1$  représentent respectivement la pression appliquée en haut du mur et la force répartie qui lui est associée. où  $a$  et  $e_h$  sont respectivement la largeur de la brique et l'épaisseur du joint horizontal de mortier,  $K_h(t)$  est le module de compressibilité des joints horizontaux dont l'expression est la suivante :

$$K_h(t) = \frac{E_m(t)}{(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)} \quad (2.23)$$

$E_m(t)$  est le module d'Young du mortier sain. Il est déduit de l'équation (2.17) pour une densité des microfissures nulle ( $d_c = 0$ ). La figure (2.9) illustrant les évolutions temporelles montre que la solution issue du modèle mixte analytique-numérique est proche de la solution analytique de Cecchi et Sab [105] avec une erreur absolue maximale inférieure à 7% pour  $t \in [0, 1000(\text{jours})]$ . Cet écart peut être expliqué par le fait que le modèle proposé tient compte de l'épaisseur réelle des joints de mortier ( $e_h = e_v = 10mm$ ) contrairement à la solution analytique qui considère ces joints comme des interfaces d'épaisseur quasi nulle ( $e_h = e_v \rightarrow 0$ ). Par conséquent, on peut conclure que le modèle semi-numérique est plus précis que le modèle analytique de Cecchi et Sab [105] car il prend en compte les effets induits par les joints de mortier d'épaisseur finie (non nulle). De plus, l'expression approchée du coefficient  $A_{2222}^F(t)$  est obtenue pour un problème en déformation plane contrairement au cas du problème considéré (en contrainte plane).

**(ii) Cas de maçonnerie microfissurée :**

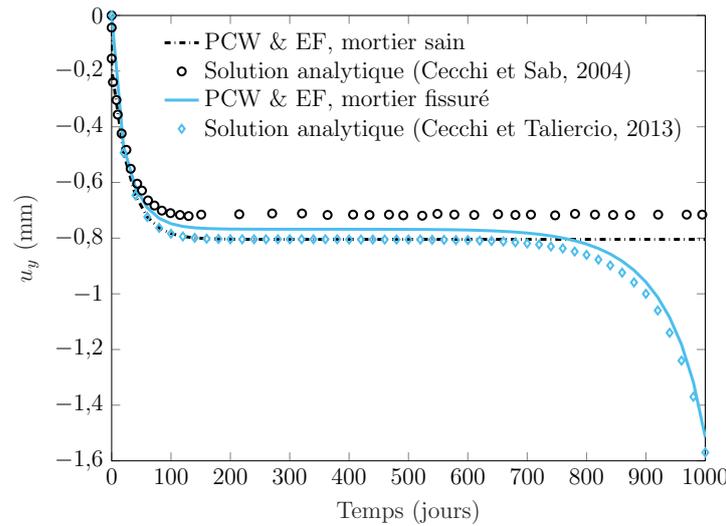


FIGURE 2.9 – Évolutions temporelles du déplacement vertical  $u_y$  en haut du mur : Comparaison entre les prédictions de PCW et la solution analytique [105, 106]

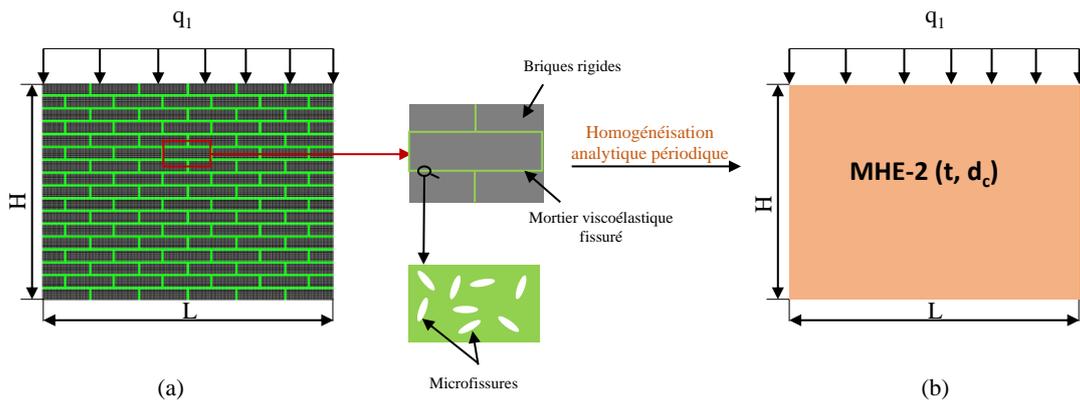


FIGURE 2.10 – Mur maçonné en compression verticale : comparaison entre l'estimation du modèle PCW&EF (a) et de la solution d'homogénéisation périodique analytique [106] (b)

Pour le même cas du mur étudié au paragraphe précédent, on propose ici de comparer le résultat du modèle mixte analytique-numérique PCW&EF à l'extension de la solution analytique de Cecchi et Taliercio [106] proposée par Rekik et al. [28] dans le cas d'une maçonnerie périodique avec des joints de mortier microfissuré. Sur la base de l'homogénéisation périodique analytique menée par Cecchi et Taliercio [106], le comportement viscoélastique hétérogène du mur est substitué par un milieu homogène équivalent MHE-2 (figure (2.10)-(b)) dont les composantes de la matrice de souplesse effective sont fonctions du temps et de la densité de fissure comme le montre les

relations suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{1111}^R(t, dc) &= \frac{S_{1111}^b \frac{e_v}{a+e_h} J'_v(t, dc) + 4S_{1111}^b \frac{e_h}{b+e_v} J'_h(t, dc) + 4 \frac{e_v e_h}{(b+e_v)^2} J'_v(t, dc) J''_h(t, dc)}{4 \frac{e_h}{b+e_v} J''_h(t, dc) + \frac{e_h}{a+e_h} J'_v(t, dc)} \\ \tilde{S}_{2222}^R(t, dc) &= S_{2222}^b + \frac{e_h}{a+e_h} J'_h(t, dc) \\ \tilde{S}_{1212}^R(t, dc) &= S_{1212}^b + \frac{e_h}{a+e_h} J''_h(t, dc) + \frac{e_v}{b+e_v} J''_v(t, dc) - \frac{\frac{e_v^2}{(b+e_v)(a+e_h)} J''_v(t, dc)}{4 \frac{e_h}{b+e_v} J'_h(t, dc) + \frac{e_v}{a+e_h} J'_v(t, dc)} \\ \tilde{S}_{1122}^R(t, dc) &= S_{1122}^b\end{aligned}\tag{2.24}$$

où

$$\begin{aligned}J'_h(t, dc) &= J_h(t, dc) \quad , \quad J'_v(t, dc) = J_v(t, dc) \\ J''_h(t, dc) &= 2J_h(t, dc)(1 + \nu_m) \\ J''_v(t, dc) &= 2J_v(t, dc)(1 + \nu_m)\end{aligned}\tag{2.25}$$

$J_h(t, dc)$  et  $J_v(t, dc)$  sont respectivement les fonctions de fluage des joints de mortier horizontaux et verticaux. Dans notre cas d'étude, ces fonctions coïncident avec la fonction de fluage du mortier ( $J_h(t, dc) = J_v(t, dc) = J_m(t, dc)$ ) définie par l'équation (2.14). Par ailleurs, les composantes du tenseur de souplesse des briques sont les suivantes comme il s'agit d'un matériau isotrope non fissuré :

$$\begin{aligned}S_{1111}^b &= S_{2222}^b = \frac{1}{E_b} \\ S_{1212}^b &= \frac{1}{\mu_b} \\ S_{1122}^b &= -\frac{\nu_b}{E_b}\end{aligned}\tag{2.26}$$

Ainsi, les modules effectifs de la maçonnerie microfissurée s'écrivent comme suit [106] :

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{11}(t, dc) &= \frac{1}{\tilde{S}_{1111}^R(t, dc)} \\ \tilde{E}_{22}(t, dc) &= \frac{1}{\tilde{S}_{2222}^R(t, dc)} \\ \tilde{\mu}_{12}(t, dc) &= \frac{1}{\tilde{S}_{1212}^R(t, dc)} \\ \tilde{\nu}_{ij}(t, dc) &= -\tilde{E}_{ii}(t, dc) \tilde{S}_{ijij}^R(t, dc) \quad ; \quad (i, j) \in \{1, 2\}\end{aligned}\tag{2.27}$$

Pareillement au cas du mur maçonné avec des composants sains, la figure (2.9) montre que l'estimation du modèle PCW&EF est très proche du résultat de l'extension du modèle de Cecci et Taliario [106] dans le cas d'un mur avec des joints de mortier

microfissurés pour tout  $t \in [0, 1000(\text{jours})]$ . Cette fois-ci, l'erreur absolue entre ces deux modèles ne dépasse pas 4,7%. On peut expliquer cela par le fait que le modèle de Cecchi et Taliervo [28, 106] assimile les joints de mortier à des interfaces d'épaisseurs négligeables ( $e_h = e_v \rightarrow 0$ ).

Qualitativement, selon la figure (2.9), on peut remarquer que les estimations de  $u_y$  pour une maçonnerie à l'état sain et fissuré sont proches jusqu'à  $t = 600/700(\text{jours})$ . Au-delà, le déplacement vertical décroît de façon très rapide quand le mortier est fissuré. Ce changement d'aspect qualitatif est lié à la croissance rapide de la densité  $d_c$  de fissures au-delà de 600/700 *jours*, alors qu'en dessous de 600 jours, cette densité est quasiment négligeable comme le montre la figure (2.2).

En conclusion de cette partie, on estime que le modèle PCW&EF est validé que ce soit pour un mur à l'état sain ( $d_c = 0$ ) ou à l'état microfissuré ( $d_c \neq 0$ ). La comparaison ou validation par rapport à un résultat expérimental pour un mur (en compression ou sous un autre type de chargement) est envisageable ultérieurement dans un futur travail.

### 2.3.1.2 Comparaison à une homogénéisation périodique numérique

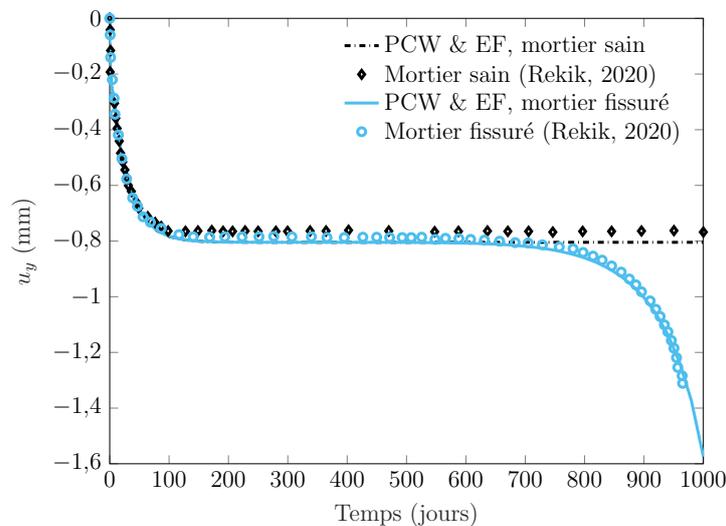


FIGURE 2.11 – Évolutions temporelles du déplacement vertical en haut du mur : comparaisons entre les estimations des modèles PCW & EF et PCW et HP

Dans cette partie on compare les résultats des modèles mixtes analytique-numérique (PCW&EF) et (PCW&HP). Ce dernier, proposé récemment par Rekik [24], est basé sur la technique d'homogénéisation périodique en substitution de la modélisation EF directe de la structure maçonnée adopté par le modèle PCW & EF. La figure (2.11) illustre les courbes d'évolutions temporelles du déplacement vertical  $u_y$  en haut du mur en compression issues des deux modèles en considérant un mortier aux deux états : sain et

fissuré.

Qualitativement, que ce soit à l'état sain ou fissuré, les prédictions des deux modèles présentent les mêmes allures pour la période  $[0, 1000 \text{ (jours)}]$ . Pour un même modèle, au-delà de 600/700 jours, on observe la même différence d'allures des courbes de  $u_y$  entre les deux états (sain et fissuré) que celle observée à la figure (2.9). Ceci a été justifié par la forte croissance (dégradation) de la densité de fissures (des propriétés mécaniques du mortier) dans le mortier au-delà de 600/700 jours. Par exemple, l'erreur absolue entre les estimations de PCW&EF aux états sain et fissuré vaut 19,36% à  $t = 900 \text{ jours}$  pour une densité de fissures  $d_c = 0,2$ . Enfin, on constate que les estimations des deux modèles sont en très bon accord que ce soit à l'état sain ou fissuré avec une erreur absolue maximale inférieure à 5%.

### 2.3.2 Prise en compte du fluage des briques

Une fois le modèle mixte analytique-numérique validé par comparaison aux résultats d'homogénéisation périodique analytique (section 2.3.1.1), on propose dans cette partie de prendre en compte le fluage des briques en plus de celui des joints de mortier. En effet ce fluage n'est pas négligeable et contribue au moins à 20% de la déformation totale en fluage de la maçonnerie comme cela a été prouvé expérimentalement via des essais de fluage menés par Lenczner & Salahuddin [48] et Sayed-Ahmed et al. [49].

Le mur étudié dans cette partie est soumis non seulement à une charge de compression uniforme verticale  $q_1 = 800N/m$  (figure (2.7)-(a)) mais aussi à une bi-compression sur ses bords latéraux  $q_2 = 0,2.q_1$  en plus d'une force ponctuelle  $F = q_1.L/2$  en haut du mur (figure (2.7)-(b)). Notons que les résultats sont obtenus en adoptant le maillage (QUA8) suivant : 1000 éléments par brique, 100 (300) éléments par un joint de mortier vertical (horizontal). Le mortier microfissuré considéré a un comportement effectif en fluage

TABLEAU 2.4 – Paramètres expérimentaux pour des briques viscoélastiques [106, 115]

$E_0(MPa)$	$\nu_b$	$e_i$	$\tau_M(jours)$
17100	0,15	0,5327	33,8

approché par le modèle de Zener dont les coefficients sont estimés par le modèle d'homogénéisation de PCW comme indiqué à la section 2.2.3 et au tableau (2.2) quand il s'agit de fissures ouvertes réparties de façon aléatoire. Ainsi le mortier est caractérisé par le module d'Young  $E_m(t, d_c)$  et le coefficient de Poisson  $\nu_m(t, d_c)$ . fournies respectivement par les équations (2.17) et (2.19).

Les briques sont supposées saines avec un comportement isotrope viscoélastique suivant

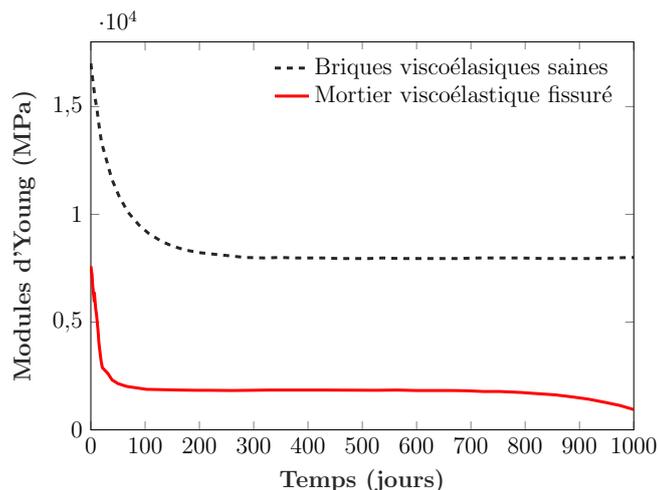


FIGURE 2.12 – Évolutions temporelles des modules d'Young du mortier viscoélastique fissuré et des briques viscoélastiques saines

le modèle rhéologique de Zener (identique à celui du mortier) [20]. Les paramètres matériaux de celles-ci sont fournies au tableau 2.4. L'expression temporelle du module d'Young d'une brique (figure (2.12)) déduite de sa fonction de fluage  $J_{MM}^b$  s'écrit alors sous la forme suivante [24] :

$$E_b(t) = \frac{1}{J_{MM}^b(t)} = \frac{7990,83}{1 - 0,5327e^{-1,60017 \cdot 10^{-7}t}} \quad (2.28)$$

A court ( $t \rightarrow 0$ ) et long ( $t \rightarrow \infty$ ) termes, notons que  $J_{MM}^b$  tend vers les constantes suivantes :

$$\begin{aligned} J_{MM}^b(t \rightarrow 0) &= \frac{1}{9(k_R^b + k_M^b)} + \frac{1}{3(\mu_R^b + \mu_M^b)} \\ J_{MM}^b(t \rightarrow \infty) &= \frac{1}{9k_R^b} + \frac{1}{3\mu_R^b} \end{aligned} \quad (2.29)$$

sachant que  $k_R^b$ ,  $k_M^b$ ,  $\mu_R^b$  et  $\mu_M^b$  sont les paramètres de la fonction de fluage des briques. Comme le fluage tertiaire du mortier commence à l'instant  $t = 700$  jours (voir figure (2.5)), nous proposons par la suite d'étudier le comportement du mur à  $t = 900$  jours. Nous menons aussi des comparaisons avec la réponse locale d'un mur maçonné avec des briques élastiques afin de pouvoir quantifier l'effet du fluage des briques. Le tracé des cartes de distributions spatiales du déplacement vertical  $u_y$  pour les deux murs avec briques élastiques (figure (2.13)-(a)) et viscoélastiques (figure (2.13)-(b)) montrent que cette variable est négative quelque soit la position du point dans les deux murs et qu'elle est maximale (en valeur absolue) aux alentours du point d'application de la force concentrée  $F$ . Cette zone est plus étendue pour le mur avec des briques viscoélastiques. Les évolutions de  $u_y$  selon l'axe des abscisses  $x$  et à mi-hauteur des murs (figure (2.14)) montrent que le déplacement vertical est plus élevé (en valeur absolue) dans le cas de

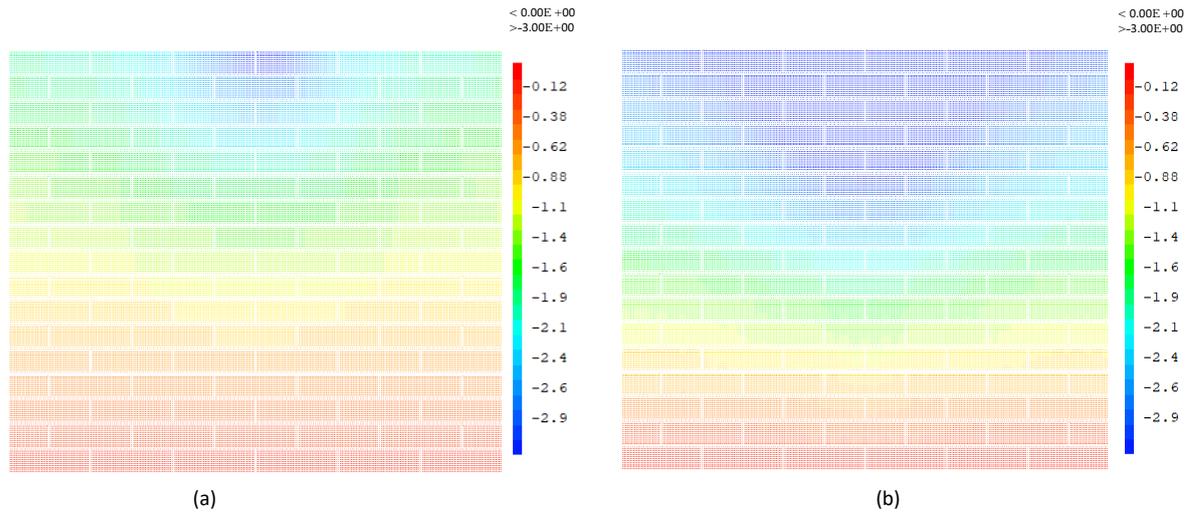


FIGURE 2.13 – Cartes du déplacement vertical à  $t = 900$  jours pour un mur avec des briques élastiques (a) et viscoélastiques (b)

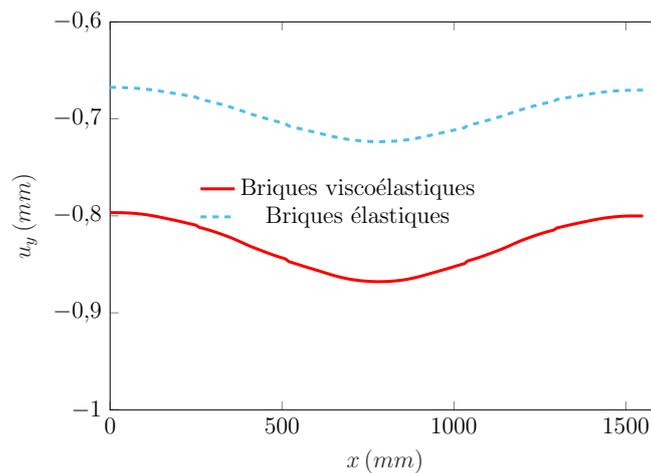


FIGURE 2.14 – Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques : évolutions du déplacement vertical  $u_y$  le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur du mur à  $t = 900$  jours

briques élastiques. Par exemple, l'erreur absolue entre les déplacements (avec et sans fluage des briques) à mi-largeur et mi-hauteur du mur ( $x = L/2$  et  $y = H/2$ ) est égale à 23,25%. Ceci est en accord avec l'adoucissement induit par la relaxation du module d'Young des briques observée dans la figure (2.12).

Les figures (2.15)-(a) et (2.15)-(b) illustrent respectivement les évolutions des contraintes normales  $\sigma_{yy}$  et de cisaillement  $\sigma_{xy}$  le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur ( $y = H/2$ ) des murs, constitué des briques élastiques et viscoélastiques, à  $t = 900$  jours. Quantitativement, pour les deux cas, on observe que la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  est négative montrant que le mur est localement soumis à une compression qui atteint son

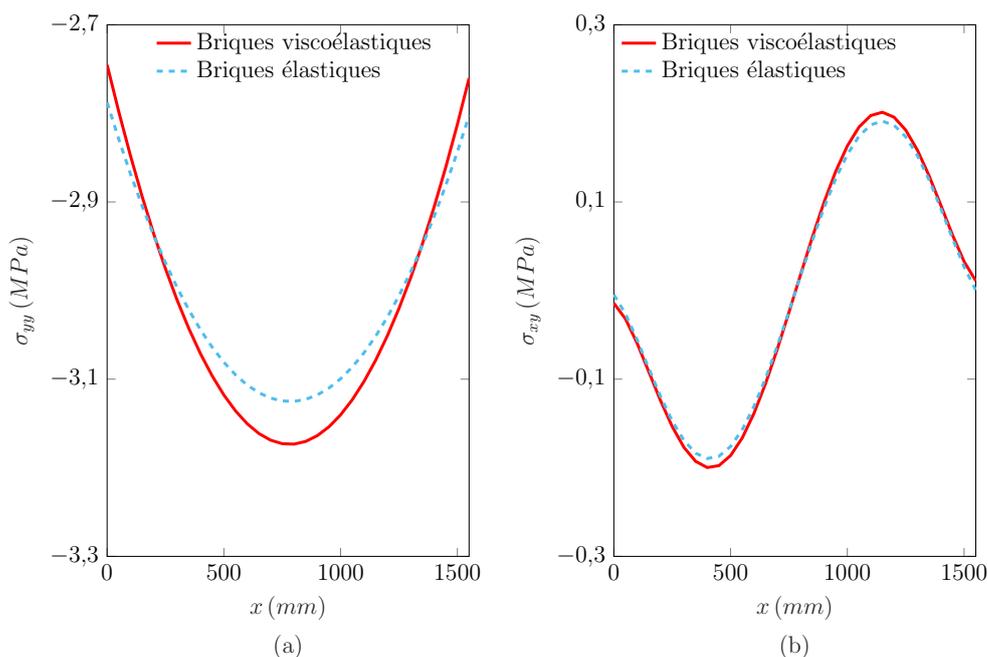


FIGURE 2.15 – Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques : évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur du mur à  $t = 900$  jours

maximum (en valeur absolue) autour du point d'application de la force concentrée  $F$ . On peut aussi noter que la valeur absolue de cette contrainte est plus élevée pour le cas de maçonnerie avec des briques viscoélastiques. L'erreur absolue maximale entre les contraintes atteint respectivement 2,66% et 6,15% pour  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  montrant que le fluage des briques augmente les contraintes normale et de cisaillement ce qui pourrait accélérer le phénomène de rupture. En comparaison aux contraintes normales, on peut constater que les contraintes de cisaillement locales sont quasiment égales (même si légèrement plus élevées dans le cas de briques viscoélastiques) et négligeables. Ceci est cohérent avec la nature de chargement appliqué aux murs (compression).

Le modèle mixte analytique-numérique proposé montre des différences quantitatives plus significatives pour les estimations des déformations locales (normales (figure (2.16)-(a)) et de glissement (figure (2.16)-(b)) pour les deux cas : avec et sans fluage des briques à l'instant  $t = 900$  jours. En effet, les erreurs relatives entre ces deux cas (sans et avec fluage des briques) valent respectivement 72,55% et 40,8% pour  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$ . On peut alors déduire que le fluage des briques augmente fortement les déformations de la maçonnerie ce qui est cohérent avec l'adoucissement additionnel induit par la relaxation du module d'Young des briques.

Enfin, pour souligner l'effet du fluage des briques, nous étudions le cas des murs (figure (2.7)-(b)), avec des briques élastiques et viscoélastiques, soumis à une charge de compression verticale plus élevée  $q_1 = 2000\text{N}/\text{m}$ . Ceci a pour effet d'augmenter les

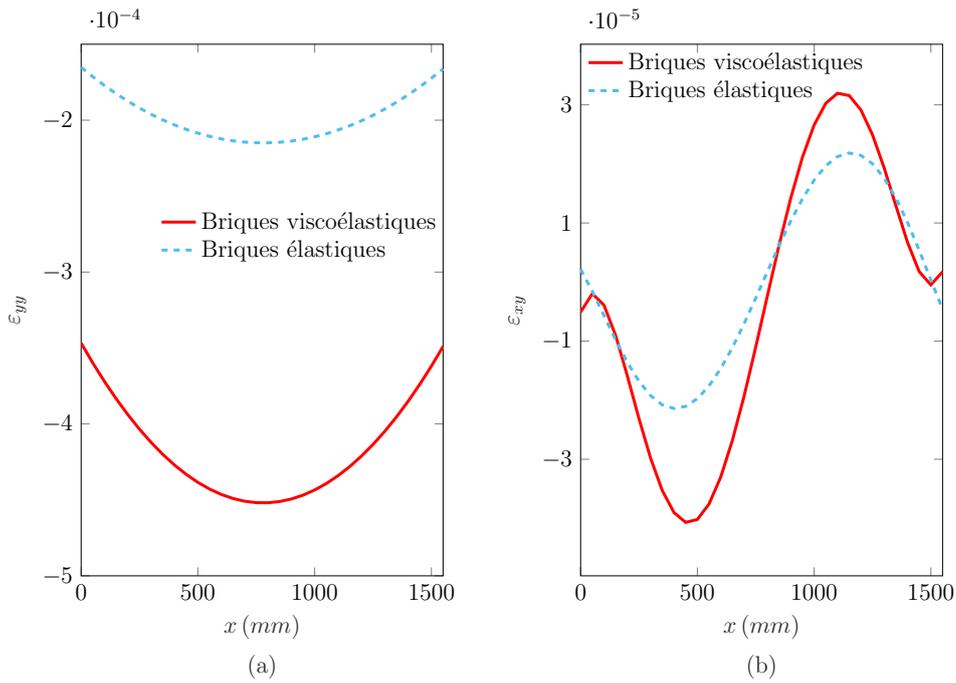


FIGURE 2.16 – Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques : évolutions des déformations  $\varepsilon_{yy}$  (a) et  $\varepsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur du mur à  $t = 900$  jours

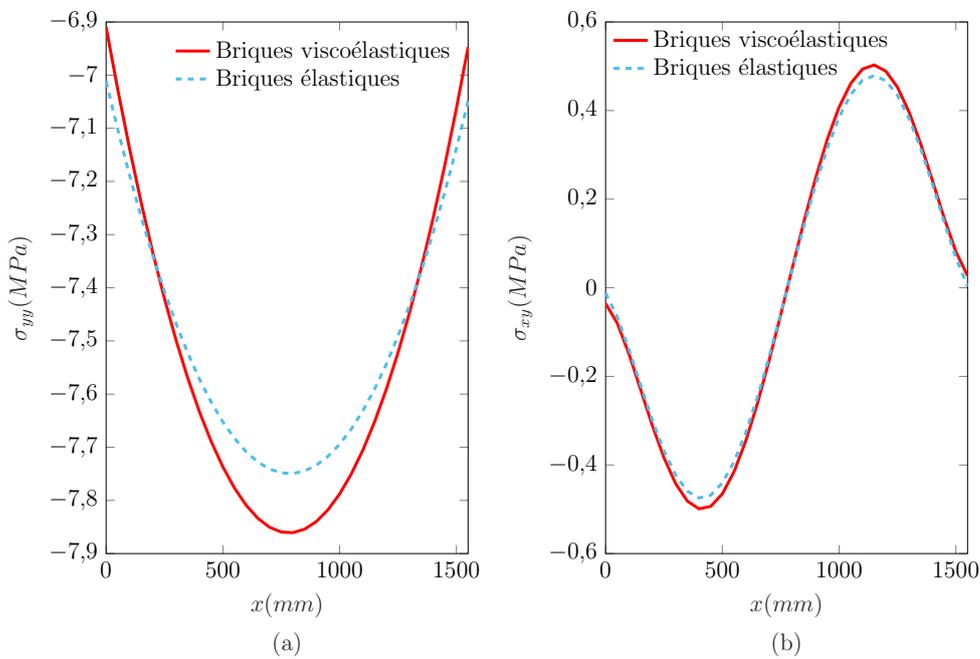


FIGURE 2.17 – Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques lors de l'activation du fluage tertiaire du mortier : Évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs à  $t = 900$  jours

valeurs des contraintes locales normales (2.17)-(a) et de cisaillement (2.17)-(b) dans les murs. On constate également que la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  dépasse la contrainte limite à rupture en compression du mortier (5 MPa) principalement aux alentours du point d'application de la force concentrée  $F$  qui représente une zone potentielle de rupture.

Des tendances similaires sont observées pour les déformations normales (figure (2.18)-(a)) et de cisaillement (figure (2.18)-(b)). Ainsi, on peut observer que  $\varepsilon_{yy}$  est fortement augmenté par rapport aux résultats rapportés à la figure (2.16). Les déformations dans le mur en briques élastiques sont négligeables par rapport à celles du mur en briques viscoélastiques principalement dans la zone autour du point d'application de la charge  $F$ . En effet, les erreurs absolues entre les deux cas des briques atteignent respectivement 70,93% et 55,61% pour  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$  à mi-largeur et mi-hauteur des murs. Ces tendances sont en bon accord avec celles observées sur les figures (2.15) et (2.16), qui confirment l'effet d'adoucissement non négligeable induit dans la maçonnerie par la présence de fluage dans les briques.

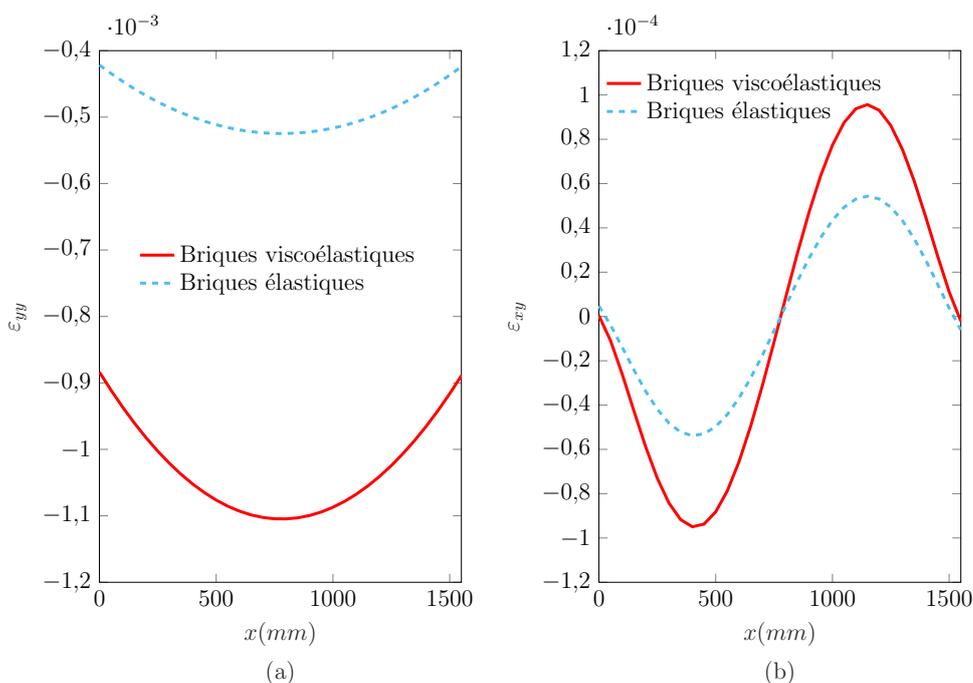


FIGURE 2.18 – Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques lors de l'activation du fluage tertiaire du mortier : évolutions des déformations  $\varepsilon_{yy}$  (a) et  $\varepsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur du mur à  $t = 900$  jours

### 2.3.3 Comparaison au modèle mixte analytique-numérique DL&EF

Cette partie a pour objectif de montrer la pertinence du modèle d'homogénéisation adopté (PCW) pour homogénéiser le comportement du mortier microfissuré (étape-1 du

modèle mixte analytique-numérique). Pour ce faire, on propose de comparer les résultats du modèle mixte analytique-numérique à ceux issus de l'association du modèle d'homogénéisation dilué (étape-1) à la modélisation directe de la structure maçonnée par la méthode EF.

Notons que le schéma dilué coïncide avec le modèle de Mori-Tanaka (MT) pour les problèmes en contrainte plane [10]. Dans l'espace symbolique, le tenseur de rigidité effective s'écrit sous la forme :

$$\tilde{\mathbb{C}}^* = 3\tilde{k}_{DL}^* \mathbb{J} + 2\tilde{\mu}_{DL}^* \mathbb{K} \quad (2.30)$$

où  $\tilde{k}_{DL}^*$  et  $\tilde{\mu}_{DL}^*$  sont respectivement les modules effectifs de compressibilité et de cisaillement définis par le schéma dilué dans l'espace symbolique par [6] dans le cas de fissures ouvertes réparties de façon aléatoire :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{DL}^* &= \frac{k_m^*}{1 + Q_1 d_c}, \quad Q_1 = \frac{16}{9} \frac{1 - (v_m^*)^2}{1 - 2v_m^*} \\ \tilde{\mu}_{DL}^* &= \frac{\mu_m^*}{1 + Q_2 d_c}, \quad Q_2 = \frac{32}{45} \frac{(1 - v_m^*)(5 - v_m^*)}{2 - v_m^*} \end{aligned} \quad (2.31)$$

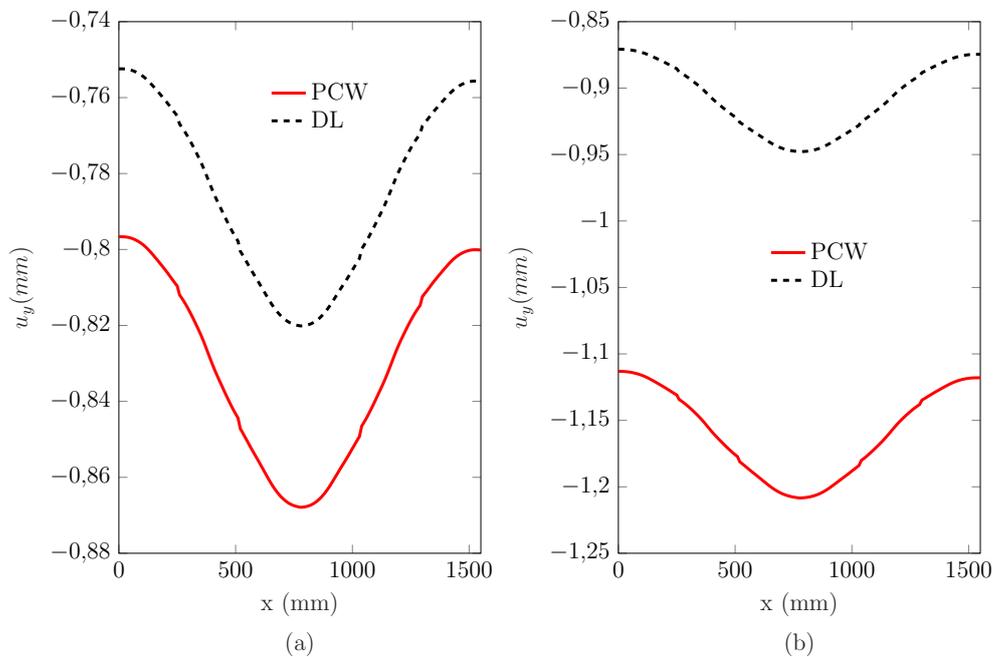
Par ailleurs, puisque le comportement du mortier est supposé suivre le modèle rhéologique de Maxwell modifié (MM) [20], comme cela a été déjà défini à l'équation (2.12), alors il est possible de déduire la fonction de fluage du mortier selon le modèle dilué en se basant sur des identifications des paramètres du modèle de Zener par développement asymptotique des équations (2.31) et (2.12) et sur le théorème des valeurs initiales et finales de la TLC. En outre, on peut déduire l'expression de la fonction de fluage du mortier selon le schéma dilué comme suit :

$$\begin{aligned} J_{MM}^{DL}(t, d_c) &= \frac{1}{9k_R^{DL}(d_c)} \left( 1 - \frac{k_M^{DL}(d_c)}{(k_R^{DL}(d_c) + k_M^{DL}(d_c))} e^{-t/\tau_{MM}^s(d_c)} \right) \\ &+ \frac{1}{3\mu_R^{DL}(d_c)} \left( 1 - \frac{\mu_M^{DL}(d_c)}{(\mu_R^{DL}(d_c) + \mu_M^{DL}(d_c))} e^{-t/\tau_{MM}^d(d_c)} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Cette procédure d'identification est décrite plus en détail dans l'annexe B et les paramètres de fluage du modèle dilué qui en résulte sont fournis au tableau (A.1) pour des propriétés matériaux du mortier données au tableau (2.1). Les prédictions du modèle mixte analytique-numérique (dilué&EF) sont comparées à celles issues du modèle PCW&EF pour un mur constitué de matériaux viscoélastiques (briques saines et mortier microfissuré) chargé comme le montre la figure (2.7)-(b). Ainsi la figure (2.19) illustre les évolutions selon les deux modèles modèles (PCW & EF et DL et EF) du déplacement vertical  $u_y$  selon l'axe des x et à mi-hauteur du mur aux instants  $t = 900 \text{ jours}$  (a) et  $1000 \text{ jours}$  (b). On observe que le modèle (DL & EF) prédit des déplacements plus faibles (en valeur absolue) avec des erreurs absolues qui varient de 8,28% ( $t = 900 \text{ jours}$ )

TABLEAU 2.5 – Estimation des coefficients de la fonction de fluage du mortier par le schéma dilué (cas de fissures ouvertes) [24]

$k_R (MPa)$	$k_M (MPa)$	$\eta_s (MPa.s)$
$\frac{1025,81}{1 + 2,84444d_c}$	$\frac{3251,97}{1 + 2,84444d_c}$	$\frac{5,98466 10^9}{1 + 2,84444d_c}$
$\mu_R (MPa)$	$\mu_M (MPa)$	$\eta_d (MPa.s)$
$\frac{769,358}{1 + 1,51704d_c}$	$\frac{2438,98}{1 + 1,51704d_c}$	$\frac{2,99233 10^9}{1 + 1,51704d_c}$

FIGURE 2.19 – Comparaison des prédictions locales (à  $t = 900$  jours (a) et  $t = 1000$  jours (b)) issues des modèles mixtes analytique-numérique (PCW&EF) et (dilué&EF) : Évolution du déplacement vertical le long de l'axe des  $x$  dans à mi-hauteur du mur avec des briques viscoélastiques et du mortier viscoélastique microfissuré

à 32,28% ( $t = 1000$  jours). Ceci peut être expliqué par le fait que le modèle PCW prend en compte l'influence de la distribution spatiale des microfissures et leurs interactions (y compris avec la matrice du mortier) contrairement au modèle dilué qui les néglige.

## 2.4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle mixte analytique-numérique permettant d'évaluer avec précision le comportement non-linéaire de la maçonnerie viscoélastique microfissurée en tenant compte du fluage de ces deux constituants (briques et mortier). Ce modèle se base principalement sur deux étapes : (i) la première consiste à estimer le comportement effectif du mortier en couplant, dans l'espace symbolique, la théorie de Griffith au modèle d'homogénéisation analytique de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) [11] qui prend en considération l'influence de la distribution spatiale de microfissures ellipsoïdales et leurs interactions contrairement au cas du modèle dilué et de façon plus précise que le modèle de Mori-Tanaka. Nous sommes limités dans ce travail à des fissures de distribution isotrope et de forme elliptique. En supposant que les fissures sont identiques, ouvertes et réparties de façon aléatoire ou parallèle, il est possible de substituer le mortier hétérogène microfissuré par un milieu homogène équivalent (MHE) dont le comportement suit celui de la matrice du mortier (modèle rhéologique de Zener). Les six coefficients de fluage du MHE identifiés à court et long termes appliquant le théorème des valeurs initiales et finales à la TLC permettent de passer de l'espace symbolique à l'espace des temps réels ; (ii) la deuxième étape vise à prédire la réponse locale d'une structure maçonnée à l'aide de sa modélisation directe et d'une simulation par éléments finis. Par souci de simplicité et comme la première illustration, on se limite dans cette étude au cas d'un mur maçonné soumis à une compression uniforme verticale, sans ou avec des charges de compression latérale et une force ponctuelle à mi-largeur du mur. La sensibilité de ce modèle au raffinement du maillage a été étudiée et validée grâce à une comparaison avec une solution analytique disponible dans la littérature pour une plaque homogène soumise à une charge de compression verticale. Les deux états de mortier à l'état sain et fissuré ont été considérés et validés. Notons que ce modèle présente l'avantage de la prise en compte de plusieurs paramètres : épaisseur finie des joints de mortier, le fluage des deux constituants : brique et mortier, les interactions des microfissures, leur distribution spatiale ainsi que leur état (ouvert et fermé).

Le modèle proposé a été validé par comparaison de ses estimations locales (en termes de déplacement en haut du mur) à celles issues de modèle d'homogénéisation périodique analytique (Cecchi et Sab [105] et Cecchi et Taliercio [106] et son extension au cas de maçonnerie endommagée en fluage [28] sachant que ces derniers assimilent le joint de mortier à une interface d'épaisseur quasi nulle. Ensuite la pertinence de ce modèle a été évaluée par comparaison de ses résultats à l'échelle locale aux prédictions du modèle PCW&HP [24] (substituant, à l'étape-2, la modélisation et simulation EF directe du mur par une homogénéisation périodique numérique) et au modèle mixte analytique-numérique DL&EF (substituant, à la première étape, le modèle

d'homogénéisation PCW par le schéma dilué). Même si le modèle PCW&EF est demandeur en capacité et temps de calcul EF, ces comparaisons ont montré son avantage en terme de gain de précisions de calculs (avec la prise en compte des interactions entre les microfissures et la simulation EF de toute la structure sans approximations liée au choix (optimisé) d'une cellule périodique ou au chargement macrohomogène). Par ailleurs les calculs menés, y compris pour des murs avec des briques viscoélastiques (modèle de Zener), ont montré que la présence de microfissures induit un effet adoucissant important (lié à la relaxation du module de Young du mortier) sur la réponse mécanique de la maçonnerie. Le fluage des briques accentue cet adoucissement. Enfin, on peut conclure que le risque de rupture est majoré par deux facteurs : la présence de microfissures ouvertes sans frottement dans le mortier et le fluage des briques.

Le modèle proposé pourrait être amélioré en considérant la transition entre les états des microfissures (ouvert et fermé) afin d'étudier la propagation des fissures dans un cadre thermodynamique [10] ou par un critère de contrainte [117]. De plus, il est intéressant aussi de prendre en compte la présence des fissures dans les briques. Ajoutée à cela, la prise en compte du phénomène de vieillissement de la maçonnerie et du chargement thermique [118] enrichira le modèle proposé. Enfin, une modélisation directe (par la méthode EF) des fissures elliptiques dans les joints de la structure maçonnée serait une alternative intéressante à l'étape-1 d'homogénéisation approchée basée sur le modèle PCW (bien que plus précis que les schémas DL et MT) du modèle mixte analytique-numérique PCW&EF. Cette perspective sera traitée au chapitre 4 de ce manuscrit.



# 3

## Modélisation des interfaces : application à la maçonnerie avec ou sans fluage

### 3.1 Objectif et démarche

Récemment, les modèles numériques développés de la maçonnerie prennent en compte des interactions entre ses deux constituants (briques et mortier). Ces interactions peuvent se produire essentiellement au niveau de :

- l'interphase brique/brique : de faible épaisseur, elle est représentée par les joints de mortier
- l'interphase brique/mortier : qui fait intervenir une faible épaisseur de la brique et de mortier
- l'interface brique/mortier : c'est une ligne localisée entre la brique et le mortier.

L'objectif de ce chapitre est de développer des lois d'interface pour une maçonnerie composée de briques saines rigides ou élastiques et d'un mortier fissuré ayant un comportement élastique ou viscoélastique. Pour ce faire, la démarche à suivre (figure (3.1)), proposée par Rekik et Lebon [75, 76] et généralisée par la suite par Raffa et al. [85, 86], est basée principalement sur deux étapes :

La première étape consiste à identifier le comportement effectif du mortier microfissuré élastique ou viscoélastique à l'aide des techniques d'homogénéisation disponibles dans la littérature (les schémas : DL, MT, PCW) [6, 10, 29] en appliquant les deux approches

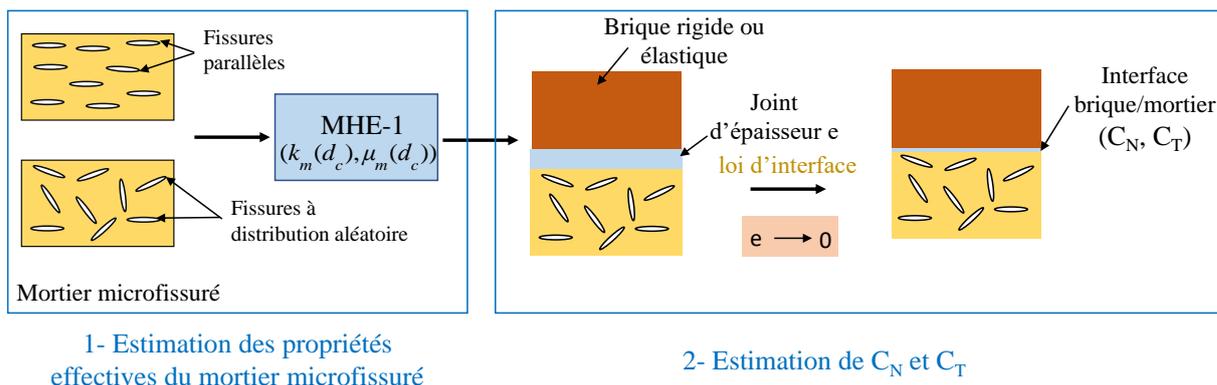


FIGURE 3.1 – Principe du modèle d'interface proposé

en contrainte et en déformation. Ceci nous permet d'identifier les propriétés mécaniques effectives du milieu homogène équivalent (MHE) au mortier microfissuré en tenant compte de la distribution des microfissures (aléatoire ou parallèle). Cette étape étant bien détaillée dans le chapitre précédent (voir section 2.2).

La deuxième étape permet d'estimer les propriétés mécaniques de l'interface brique/mortier à l'aide de la technique d'analyse asymptotique. Les rigidités normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$  sont alors définies comme :

$$\begin{aligned} C_N &= \lim_{e \rightarrow 0} \frac{\tilde{C}_L}{e} \\ C_T &= \lim_{e \rightarrow 0} \frac{\tilde{\mu}_L}{e} \end{aligned} \quad (3.1)$$

où  $\tilde{C}_L = \tilde{C}_{3333}$  et  $\tilde{\mu}_L = \tilde{C}_{1313}$  considérant le cas d'un mortier est isotrope transverse d'axe de révolution  $\vec{e}_3$ .  $e$  est l'épaisseur du MHE supposé être faible. Les rigidités normale et tangentielle prennent alors les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} C_N &= \lim_{e \rightarrow 0} \frac{\tilde{C}_{3333}}{e} \\ C_T &= \lim_{e \rightarrow 0} \frac{\tilde{C}_{1313}}{e} \end{aligned} \quad (3.2)$$

On propose dans un premier lieu d'appliquer le modèle proposé pour étudier la réponse d'un triplet en maçonnerie soumis à des chargements de cisaillement. Ce triplet est composé de briques élastiques saines et d'un mortier élastique microfissuré. Par la suite, afin de valider les résultats du modèle numérique proposé par les essais expérimentaux de Fouchal et al. [107], nous avons identifié la loi d'évolution de la densité de microfissures (à distribution aléatoire ou parallèle) en fonction de la contrainte de cisaillement à l'aide la méthode itérative.

En deuxième lieu, on propose d'étudier le cas d'un mur viscoélastique microfissuré en compression traité dans le chapitre 2 (figure(2.7)-(a)) en prenant en compte de l'interface

viscoélastique. Rappelons que nous sommes limités dans cette partie au cas de fissures aléatoires. La loi d'évolution de la demi-longueur de fissures en fonction du temps a été identifiée en se basant sur la solution numérique du déplacement développée et validée dans le chapitre précédent (section 2.3.1) pour le cas d'un mur en compression.

## 3.2 Lois d'interfaces élastiques microfissurées

Plusieurs travaux expérimentaux sur le comportement de la maçonnerie ont montré que la rupture de la structure maçonnée se produit souvent dans l'interface brique/mortier [107, 119] puisqu'elle présente la zone la plus faible, cela entraîne l'initiation et la propagation des fissures. Pour cette raison, on peut alors considérer cette interface comme un troisième matériau [74] constitué d'un mélange de deux constituants de la maçonnerie (briques et mortier) et localisé entre eux (d'épaisseur négligeable).

L'objectif de cette partie est de développer les lois qui définissent cette interface en suivant la même méthodologie proposée par Rejik et al. [75, 76]. Celle-ci est basée principalement sur deux étapes :

La première permet de définir le comportement effectif du mortier microfissuré en supposant que les fissures sont identiques et de forme elliptique. En outre, ce mortier est substitué par un milieu homogène équivalent (MHE) dont ses propriétés mécaniques effectives sont définies à l'aide des techniques d'homogénéisation linéaires (DL, MT, PCW) [6, 10, 29].

Ensuite, si on suppose que l'épaisseur du MHE est négligeable ( $e \rightarrow 0$ ), alors la deuxième étape consiste à estimer les expressions des rigidités normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$  de l'interface brique/mortier à l'aide de la technique de l'analyse asymptotique.

On propose dans ce chapitre d'identifier la loi d'interface relative au cas du mortier traité par Fouchal et al. [107] ayant un module d'Young  $E_m = 4000 \text{ MPa}$  et un coefficient de Poisson  $\nu_m = 0.3$ . Les études expérimentales réalisées par Fouchal et al. [107] ont montré que ce mortier est élastique et fissuré. Par conséquent, les deux distributions de fissures seront traitées dans ce travail : aléatoire et parallèle. La densité de fissures prend la forme suivante :

$$d_c = \frac{l_f^2}{eL} \quad (3.3)$$

avec  $e$  et  $L$  présentent respectivement l'épaisseur et la longueur du joint de mortier et  $l_f$  est la demi-longueur de la fissure.

### 3.2.1 Fissures à orientation aléatoire

Rappelons que la loi de comportement d'un matériau élastique linéaire ayant l'axe de symétrie  $\vec{e}_3$  s'écrit sous la forme généralisée suivante :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1111} & S_{1122} & S_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ S_{1122} & S_{1111} & S_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ S_{3311} & S_{3311} & S_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{1313} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{S_{1111} - S_{1122}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

D'autre part, on peut définir le tenseur de souplesse de cette loi en se référant à la loi de Hooke généralisée comme suit :

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{12})}{E_1} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Le tenseur de rigidité effectif du mortier élastique avec des fissures ouvertes à distribution aléatoire s'écrit sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathbb{C}} = 3\tilde{k}\mathbb{J} + 2\tilde{\mu}\mathbb{K} \quad (3.6)$$

où  $\tilde{k}$  et  $\tilde{\mu}$  sont respectivement les modules effectifs de compressibilité et de cisaillement estimés à l'aide des modèles d'homogénéisation décrits ci dessous.  $\mathbb{J}$  et  $\mathbb{K}$  sont respectivement les tenseurs de projections sphérique et déviatorique (voir annexe A).

On peut alors exprimer les deux composantes du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{\mathbb{C}}_{3333}$  et  $\tilde{\mathbb{C}}_{1313}$  sous les formes suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbb{C}}_{3333} &= \tilde{k} + \frac{4}{3}\tilde{\mu} \\ \tilde{\mathbb{C}}_{1313} &= \tilde{k} - \frac{2}{3}\tilde{\mu} \end{aligned} \quad (3.7)$$

avec

$$\tilde{k} = \frac{\tilde{E}}{3(1-2\tilde{\nu})} \quad , \quad \tilde{\mu} = \frac{\tilde{E}}{2(1+\tilde{\nu})} \quad (3.8)$$

Dans ce chapitre, on propose d'appliquer les deux approches en déformation et en contrainte pour estimer les propriétés effectives du mortier élastique fissuré, comme suit :

### 3.2.1.1 Approche en déformation

Cette approche est efficace pour les problèmes en déformations planes. Les lois d'interfaces du mortier fissuré sont identifiées à l'aide des différents schémas d'homogénéisation comme suit :

#### (i) Schéma dilué (DL)

Les modules effectifs de compressibilité et de cisaillement d'un matériau élastique fissuré sont respectivement définis par le schéma dilué (DL) comme suit [6] :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{DL} &= k_m (1 - Q_1 d_c) \\ \tilde{\mu}_{DL} &= \mu_m (1 - Q_2 d_c) \end{aligned} \quad (3.9)$$

avec

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{16}{9} \frac{1 - \nu_m}{1 - 2\nu_m} \\ Q_2 &= \frac{32}{45} \frac{(1 - \nu_m)(5 - \nu_m)}{2 - \nu_m} \end{aligned} \quad (3.10)$$

où l'indice "m" désigne le mortier sain (matrice),  $e$  et  $S$  sont respectivement l'épaisseur et la surface du joint de mortier et  $l_f$  est la demi-longueur de la fissure.

On obtient alors les deux composantes de tenseurs de rigidités suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{3333}^{DL} &= 5384,6 - \frac{1,6304 \cdot 10^4 \cdot l_f^2}{L \cdot e} \\ \tilde{C}_{1313}^{DL} &= 1538,5 - \frac{2117,2 \cdot l_f^2}{L \cdot e} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Ce qui nous permet de déduire, à partir de l'équation (3.2) que les rigidités normale et tangentielle ne sont pas finies ( $C_N^{DL} \rightarrow \infty$  et  $C_T^{DL} \rightarrow \infty$ ) pour une épaisseur  $e$  quasi-nulle.

#### (ii) Schéma de Mori-Tanaka (MT)

Les modules effectifs de compressibilité et de cisaillement d'un matériau élastique fissuré sont respectivement définis par le schéma de Mori-Tanaka (MT) comme suit [6] :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{MT} &= \frac{k_m}{1 + Q_1 d_c} \\ \tilde{\mu}_{MT} &= \frac{\mu_m}{1 + Q_2 d_c} \end{aligned} \quad (3.12)$$

où  $Q_1$  et  $Q_2$  sont définis par l'équation (3.10).

Les composantes du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{C}_{3333}^{MT}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{MT}$  prennent les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{3333}^{MT} &= \frac{2,2176 \cdot 10^4 \cdot L \cdot e \cdot l_f^2 + 9268,357 \cdot L^2 \cdot e^2}{1,7212 \cdot L^2 \cdot e^2 + 9,3303 \cdot L \cdot e \cdot l_f^2 + 9,5805 l_f^4} \\ \tilde{C}_{1313}^{MT} &= \frac{7650 \cdot L \cdot e}{6,843 \cdot l_f^2 + 4,9725 \cdot L \cdot e}\end{aligned}\quad (3.13)$$

Ceci nous permet d'exprimer respectivement les rigidités normale et tangentielle (équation (3.2)), en appliquant la technique d'analyse asymptotique, sous la forme :

$$\begin{cases} C_N^{MT} = \frac{2314,706 \cdot L}{l_f^2} \\ C_T^{MT} = \frac{1117,9 \cdot L}{l_f^2} \end{cases}\quad (3.14)$$

Ceci implique que  $C_N^{MT} / C_T^{MT} = 2,07 \approx 2$ .

### (iii) Schéma de Ponte-Castañeda et Willis (PCW)

Les modules effectifs de compressibilité et de cisaillement d'un matériau élastique fissuré prennent respectivement les expressions suivantes [11] :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{PCW} &= k_m \left( 1 - \frac{48d_c (1 - \nu_m)^2}{27(1 - 2\nu_m) + 16d_c(1 + \nu_m)^2} \right) \\ \tilde{\mu}_{PCW} &= \mu_m \left( 1 - \frac{480d_c (1 - \nu_m)(5 - \nu_m)}{675(2 - \nu_m) + 64d_c(4 - 5\nu_m)(5 - \nu_m)} \right)\end{aligned}\quad (3.15)$$

On peut alors définir les deux composantes du tenseur de rigidité  $\tilde{C}_{3333}^{PCW}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{PCW}$  comme :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{3333}^{PCW} &= \frac{2,1688 \times 10^4 L^2 e^2 + 2,843 \times 10^3 \cdot L \cdot e \cdot l_f^2 - 2,8468 \times 10^4 l_f^4}{4,0277 L^2 e^2 + 12,7238 \cdot L \cdot e \cdot l_f^2 + 6,6086 \cdot l_f^4} \\ \tilde{C}_{1313}^{PCW} &= \frac{4,59 \times 10^3 \cdot L \cdot e - 3,3088 \times 10^3 l_f^2}{2,9835 \cdot L \cdot e + 1,9552 \cdot l_f^2}\end{aligned}\quad (3.16)$$

Cela nous permet de constater que les rigidités normale et tangentielle ne sont pas finies ( $C_N^{PCW} \rightarrow \infty$  et  $C_T^{PCW} \rightarrow \infty$ ) quand  $e$  tend vers 0.

Le tableau (3.1) illustre les expressions des rigidités normales  $C_N$  et tangentielles  $C_T$  de l'interface élastique fissurée en adoptant les différents modèles d'homogénéisation (DL, MT, PCW). On peut alors remarquer que ces rigidités n'ont des expressions finies que pour le cas du schéma de Mori-Tanaka (MT) et différents modèles d'homogénéisation (DL, MT, PCW).

De plus, on propose d'identifier les lois d'interface d'épaisseur faible non nulle. Les

TABLEAU 3.1 – *Cas de fissures aléatoires : estimation des rigidités normales et tangentielle par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)*

Schéma d'homogénéisation	Rigidité normale $C_N$ ( $MPa.mm^{-1}$ )	Rigidité tangentielle $C_T$ ( $MPa.mm^{-1}$ )
DL	$\infty$	$\infty$
MT	$\frac{2314,706.L}{l_f^2}$	$\frac{1117,9.L}{l_f^2}$
PCW	$\infty$	$\infty$

évolutions rigidités normales  $C_N$  et tangentielles  $C_T$  obtenues par les modèles DL et PCW sont négatives pour toutes valeurs de  $e$  à partir d'une certaine valeur de  $l_f$ . Par exemple, pour  $e = 1mm$ ,  $C_N^{DL}$  et  $C_T^{DL}$  sont négatives à partir des valeurs de  $l_f$  respectivement égaux à  $8,32mm$  et  $12,35mm$ . Seul le schéma MT qui fournit des évolutions positives de  $C_N$  et  $C_T$  quelque soit les valeurs de  $l_f$ . On obtient alors les lois d'interface pour  $e = 1mm$ , comme les illustre le tableau (3.2).

TABLEAU 3.2 – *Cas de fissures aléatoires présents dans une interface d'épaisseur  $e = 1mm$  : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)*

	Rigidité normale $C_N$ ( $MPa.mm^{-1}$ )	Rigidité tangentielle $C_T$ ( $MPa.mm^{-1}$ )
MT = DL	$\frac{2,2176.10^4.L.l_f^2 + 9268,357.L^2}{1,7212.L^2 + 9,3303.L.l_f^2 + 9,5805l_f^4}$	$\frac{7650.L}{6,843.l_f^2 + 4,9725.L}$

### 3.2.1.2 Approche en contrainte

Cette approche est applicable pour les problèmes en contraintes planes. Les lois d'interface sont identifiées dans le cas des problèmes en contraintes planes en utilisant les modèles d'homogénéisation suivants :

#### (i) Schéma dilué (DL)

Les modules effectifs de compressibilité et de cisaillement sont respectivement estimés par le schéma dilué (DL) comme suit [5] :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{DL} &= \frac{k_m}{1 + Q_1 d_c} \\ \tilde{\mu}_{DL} &= \frac{\mu_m}{1 + Q_2 d_c}\end{aligned}\quad (3.17)$$

dont  $Q_1$  et  $Q_2$  sont définis dans l'équation (3.10).

Les deux composantes du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{C}_{3333}^{DL}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{DL}$  du mortier ( $E_m = 4000 \text{ MPa}$ ,  $\nu_m = 0.3$ ) s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{3333}^{DL} &= \frac{2,2176.10^4 .L.e.l_f^2 + 9268,357.L^2.e^2}{1,7212.L^2.e^2 + 9,3303.L.e.l_f^2 + 9,5805l_f^4} \\ \tilde{C}_{1313}^{DL} &= \frac{7650.L.e}{6,843.l_f^2 + 4,9725.L.e}\end{aligned}\quad (3.18)$$

Ceci nous permet de déduire les rigidités normale et tangentielle (équation (3.2)) respectivement sous la forme :

$$\begin{cases} C_N^{DL} = \frac{2314,706.L}{l_f^2} \\ C_T^{DL} = \frac{1117,9.L}{l_f^2} \end{cases}\quad (3.19)$$

Les expressions des rigidités normales et tangentielles du schéma dilué en approche en contrainte sont identiques à celles fournies par le modèle de Mori-Tanaka en approche de déformation. Dans ce cas, on peut aussi noter que  $C_N^{DL}/C_T^{DL} \approx 2$ .

### (ii) Schéma de Mori-Tanaka (MT)

Notons que le modèle de Mori-Tanaka coïncide avec le modèle dilué pour le cas des problèmes en contraintes planes [5]. Les rigidités normale et tangentielle sont alors identiques à celles montrées à l'équation (3.19).

Les lois d'interface obtenues en appliquant l'approche en contrainte sont résumées dans le tableau (3.3). De plus, si on considère une valeur faible de  $e$  non nulle ( $e \rightarrow 1 \text{ mm}$ ), les

TABLEAU 3.3 – Cas de fissures aléatoires : estimation de rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte)

	Rigidité normale $C_N$ ( $\text{MPa.mm}^{-1}$ )	Rigidité tangentielle $C_T$ ( $\text{MPa.mm}^{-1}$ )
DL=MT	$\frac{2314,706.L}{l_f^2}$	$\frac{1117,9.L}{l_f^2}$

lois d'interface (3.2) sont illustrées dans le tableau (3.4).

### 3.2.2 Fissures parallèles

Dans cette partie, on s'intéresse au cas de fissures identiques, de forme elliptique et à distribution isotrope transverse (parallèle). Dans ce cas, les rigidités normale  $C_N$  et

TABLEAU 3.4 – Cas de fissures aléatoires ( $e = 1\text{mm}$ ) : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte)

	Rigidité normale $C_N$ ( $\text{MPa}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	Rigidité tangentielle $C_T$ ( $\text{MPa}\cdot\text{mm}^{-1}$ )
DL=MT	$\frac{2,2176 \cdot 10^4 \cdot L \cdot l_f^2 + 9268,357 \cdot L^2}{1,7212 \cdot L^2 + 9,3303 \cdot L \cdot l_f^2 + 9,5805 l_f^4}$	$\frac{7650 \cdot L}{6,843 \cdot l_f^2 + 4,9725 \cdot L}$

tangentielle  $C_T$  caractérisant l'interface brique/mortier sont identifiées à l'aide des différents modèles d'homogénéisation proposés pour les cas des problèmes en contraintes et en déformations planes comme suit :

### 3.2.2.1 Approche en déformation

Le tenseur de souplesse effectif du mortier fissuré s'écrit dans la base de Walpole sous la forme suivante [7] :

$$\tilde{\mathbb{S}} = \frac{1}{E_m} \begin{pmatrix} 1 - \nu_m^* & \frac{1 - 2\nu_m^* r_5}{1 - r_2} & 1 + \nu_m^* & \frac{1 + \nu_m^*}{1 - r_4} & -\nu_m^* & -\nu_m^* \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

sachant que les paramètres  $r_2, r_4$  et  $r_6$  sont définis ci-dessous selon le modèle d'homogénéisation adopté.

le tenseur de rigidité effectif du mortier ( $\tilde{\mathbb{C}} = \tilde{\mathbb{S}}^{-1}$ ) (équation (3.20)) est obtenu en appliquant la démarche décrite dans l'équation (A.10).

Les lois d'interface du mortier fissuré, ayant un module d'Young  $E_m = 4000 \text{MPa}$  et un coefficient de Poisson  $\nu_m = 0,3$ , sont estimées ci-dessous à l'aide des schémas d'homogénéisations suivants :

#### (i) Schéma dilué (DL)

Le tenseur de souplesse effectif du mortier microfissuré est défini par l'équation (3.20), sachant que les paramètres  $r_2^{DL}$ ,  $r_4^{DL}$  et  $r_5^{DL}$  estimés par le modèle dilué (DL) [7] sont définis par l'équation (1.17). La densité de microfissures est définie par l'équation (3.3).

Les deux composantes du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{C}_{3333}^{DL//}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{DL//}$  sont déduites à partir des équations (3.20) et (A.10) comme suit :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{3333}^{DL//} &= \frac{9,6845 \cdot 10^3 \cdot L \cdot e - 6,3272 \cdot 10^4 l_f^2}{1,7985 \cdot L \cdot e} \\ \tilde{C}_{1313}^{DL//} &= 1,5385 \cdot 10^3 - \frac{3,375 \cdot 10^3 \cdot l_f^2}{L \cdot e} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Par conséquent, on peut constater que les rigidités normale et tangentielle (équation (3.2)) ne sont pas finies pour ce modèle ( $C_N^{DL//} \rightarrow \infty$  et  $C_T^{DL//} \rightarrow \infty$ ).

### (ii) Schéma de Mori-Tanaka (MT)

Le tenseur de souplesse effectif du mortier microfissuré est défini par l'équation (3.20) dont les paramètres  $r_2^{MT}$ ,  $r_4^{MT}$  et  $r_5^{MT}$  fournis par le modèle de Mori-Tanaka [7] sont décrits par l'équation (1.21).

On peut alors déduire les expressions de  $\tilde{C}_{3333}^{MT//}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{MT//}$ , à partir des équations (3.20) et (A.10), comme suit :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{3333}^{MT//} &= \frac{9684,5406.L.e}{1,7985.L.e + 11,751.l_f^2} \\ \tilde{C}_{1313}^{MT//} &= \frac{7,8462.10^4.L.e}{112.l_f^2 + 51.L.e}\end{aligned}\quad (3.22)$$

La loi d'interface s'écrit selon l'équation (3.2) ( $e \rightarrow 0$ ) comme :

$$\begin{cases} C_N^{MT//} = \frac{824,17.L}{l_f^2} \\ C_T^{MT//} = \frac{700,54.L}{l_f^2} \end{cases}\quad (3.23)$$

Les expressions des rigidités normales et tangentielles fournies par le modèle de Mori-Tanaka sont très proches ( $C_N^{MT//}/C_T^{MT//} = 1,17$ ). On peut aussi noter que l'interface avec des fissures aléatoires sont plus rigides qu'avec des fissures parallèles.

### (iii) Schéma de Ponte-Castañeda et Willis (PCW)

Le tenseur de souplesse effectif du matériau élastique fissuré est défini par l'équation (3.20), sachant que les paramètres  $r_2^{PCW}$ ,  $r_4^{PCW}$  et  $r_5^{PCW}$  fournis par le modèle de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) [7] sont décrits par l'équation (1.26).

Les deux composantes du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{C}_{3333}^{PCW//}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{PCW//}$  sont déduites à partir des équations (3.20) et (A.10) comme suit :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{3333}^{PCW//} &= \frac{2,9054.10^4.L.e - 8,2641.10^4.l_f^2}{5,3957.L.e + 3,634.l_f^2} \\ \tilde{C}_{1313}^{PCW//} &= \frac{692,32.L.e - 1969.3.l_f^2}{0,45.L.e + 1,66.l_f^2}\end{aligned}\quad (3.24)$$

Les rigidités normale et tangentielle (équation (3.2)) ne sont pas finies ( $C_N^{PCW//} \rightarrow \infty$  et  $C_T^{PCW//} \rightarrow \infty$ ).

En conclusion, les lois d'interface estimées par différents schémas d'homogénéisation en

TABLEAU 3.5 – Cas de fissures parallèles : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)

	Rigidité normale $C_N^{//}$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )	Rigidité tangentielle $C_T^{//}$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )
DL	$\infty$	$\infty$
MT	$\frac{824,17.L}{l_f^2}$	$\frac{700,54.L}{l_f^2}$
PCW	$\infty$	$\infty$

appliquant l'approche en déformation pour  $e \rightarrow 0$  sont résumées dans le tableau (3.5). On peut remarquer que les rigidités  $C_N^{//}$  et  $C_T^{//}$  ont des expressions finies que pour les modèles de Mori-Tanaka (MT).

Considérons maintenant le cas d'interface d'épaisseur  $e$  faible non nulle. A partir d'une certaine valeur de  $l_f$ , les modèles DL et PCW fournissent des évolutions négatives de  $C_N^{//}$  et  $C_T^{//}$  pour toute valeur de  $e$ . Par exemple, pour une valeur de  $e = 1\text{mm}$ ,  $C_N^{DL}$  et  $C_T^{DL}$  sont négatives à partir des valeurs de  $l_f$  respectivement égales à 5,67mm et 9,78mm. Les rigidités normale et tangentielle définies par le modèle MT sont illustrées dans le tableau (3.6).

TABLEAU 3.6 – Cas de fissures parallèles ( $e = 1\text{mm}$ ) : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)

	Rigidité normale $C_N^{//}$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )	Rigidité tangentielle $C_T^{//}$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )
DL= MT	$\frac{9684,5406.L}{1,7985.L + 11,751.l_f^2}$	$\frac{7,8462.10^4.L}{112.l_f^2 + 51.L}$

On peut remarquer que les rigidités  $C_N^{//}$  et  $C_T^{//}$  de l'interface d'épaisseur  $e = 1\text{mm}$  est supérieur à celle d'épaisseur nulle.

### 3.2.2.2 Approche en contrainte

Les lois d'interface sont estimées pour le cas des problèmes en contraintes planes en utilisant les différents modèles d'homogénéisation suivants :

#### (i) Schéma dilué (DL) :

Le tenseur de souplesse effectif du mortier avec des fissures parallèles est décrit par l'équation (3.20) dont les paramètres  $r_i^{DL}$  ( $i = 2, 4, 5$ ) identifiés par le modèle dilué (DL) [7] sont décrits par l'équation (1.21).

On peut alors exprimer les deux composantes du tenseur de rigidité effectif  $\tilde{C}_{3333}^{DL//}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{DL//}$  tel que :

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{3333}^{DL//} &= \frac{9684,5406.L.e}{1,7985.L.e + 11,751.l_f^2} \\ \tilde{C}_{1313}^{DL//} &= \frac{7,8462.10^4.L.e}{112.l_f^2 + 51.L.e} \end{aligned} \quad (3.25)$$

ce qui nous permet de déduire les expressions des rigidités normale et tangentielle en appliquant l'équation (3.2) comme :

$$\begin{cases} C_N^{DL//} = \frac{824,17.L}{l_f^2} \\ C_T^{DL//} = \frac{700,54.L}{l_f^2} \end{cases} \quad (3.26)$$

Les expressions des rigidités normales et tangentielles fournies par le schéma dilué (DL) pour les problèmes en contraintes planes sont identiques à celles fournies par le modèle de Mori-Tanaka pour les problèmes en déformation plane.

### (ii) Schéma de Mori-Tanaka (MT) :

Rappelons que le Modèle de Mori-Tanaka (MT) coïncide avec le modèle dilué en appliquant l'approche en contrainte [5], les rigidités  $C_N^{MT//}$  et  $C_T^{MT//}$  sont donc définies par (3.26).

### (iii) Modèle de Kachanov (Kach)

Les propriétés effectives du mortier fissuré sont déduites par le modèle de Kachanov [12] comme suit :

$$\begin{cases} \frac{E_1}{E_1^0} = \frac{1}{1 + 2d_c \sin^2 \beta (B_{11} \cos^2 \varphi + B_{33} \sin^2 \beta - B_{13} \sin 2\beta) E_1^0} \\ \frac{E_3}{E_3^0} = \frac{1}{1 + 2d_c \cos^2 \beta (B_{11} \sin^2 \beta + B_{33} \cos^2 \beta + B_{13} \sin 2\beta) E_3^0} \\ \frac{\mu_{13}}{\mu_{13}^0} = \frac{1}{1 + d_c (B_{33} \sin^2 2\beta - B_{11} \cos^2 2\beta - B_{13} \sin 4\beta) \mu_{13}^0} \\ \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{13}^0}{E_1^0} \end{cases} \quad (3.27)$$

où les  $B_{ij}$  sont définis par l'équation (1.30),  $\beta$  est l'angle moyen d'orientation des fissures. Dans notre cas, cet angle est supposé nul ( $\beta = 0$ ), ce qui conduit aux propriétés effectives

du mortier fissuré comme suit :

$$E_1 = E_1^0 \quad , \quad E_3 = \frac{E_3^0}{1 + 2d_c B_{33} E_3^0} \quad (3.28)$$

$$\mu_{13} = \frac{\mu_{13}^0}{1 + d_c B_{11} \mu_{13}^0} \quad , \quad \nu_{13} = \nu_{13}^0$$

avec

$$B_{33} = C(1 + D)l \quad , \quad B_{11} = C(1 - D)l \quad (3.29)$$

Les expressions des rigidités normale  $C_N^{Kach//}$  et tangentielle  $C_T^{Kach//}$  (équation (3.2)) sont définies par [12] :

$$\begin{cases} C_N^{Kach//} = \frac{L}{C(1 - D)l_f^2 \pi} \\ C_T^{Kach//} = \frac{L}{C(1 + D)(1 - (\nu_{13}^0)^2)l_f^2 \pi} \end{cases} \quad (3.30)$$

Les six paramètres caractérisant le matériau non-endommagé et homogène, constitué du mélange brique et mortier, sont définis par [76] :

$$E_1^0 = E_2^0 = 6762,57 \text{MPa}, \quad G_{12}^0 = 5714,57 \text{MPa}, \quad \text{et} \quad \nu_{12}^0 = 0,183 \quad (3.31)$$

$$E_3^0 = 6099,53 \text{MPa}, \quad G_{13}^0 = G_{23}^0 = 4497,12 \text{MPa}, \quad \text{et} \quad \nu_{13}^0 = \nu_{23}^0 = 0,236$$

ceci nous permet de déduire les coefficients  $C$  et  $D$  (équation (1.31)) suivants, indépendants de la demi-longueur de fissure  $l_f$  :

$$C = 4,223 \cdot 10^{-4} \quad ; \quad D = 0,0258 \quad (3.32)$$

On peut alors exprimer les rigidités normale et tangentielle relatives au modèle de Kachanov (3.30) par :

$$C_N^{//Kach} = \frac{1,6248 \cdot 10^5}{l_f^2} \quad (3.33)$$

$$C_T^{//Kach} = \frac{1,5517 \cdot 10^5}{l_f^2}$$

TABLEAU 3.7 – Cas de fissures parallèles : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte)

	Rigidité normale $C_N^{//}$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )	Rigidité tangentielle $C_T^{//}$ (MPa.mm <sup>-1</sup> )
DL = MT	$\frac{824,17 \cdot L}{l_f^2}$	$\frac{700,54 \cdot L}{l_f^2}$
Kachanov	$\frac{1,6248 \cdot 10^5}{l_f^2}$	$\frac{1,5517 \cdot 10^5}{l_f^2}$

Les lois d'interfaces identifiées par les différents modèles d'homogénéisation pour les problèmes en contrainte homogène sont illustrées au tableau (3.7) quand  $e$  tend vers 0 et au tableau (3.8) pour  $e = 1 \text{ mm}$ .

TABLEAU 3.8 – Cas de fissures parallèles ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte)

	Rigidité normale $C_N^{//}$ ( $\text{MPa}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	Rigidité tangentielle $C_T^{//}$ ( $\text{MPa}\cdot\text{mm}^{-1}$ )
DL=MT	$\frac{2,2176 \cdot 10^4 \cdot L \cdot l_f^2 + 9268,357 \cdot L^2}{1,7212 \cdot L^2 + 9,3303 \cdot S \cdot l_f^2 + 9,5805 l_f^4}$	$\frac{7650 \cdot L}{6,843 \cdot l_f^2 + 4,9725 \cdot L}$

### 3.3 Lois d'interfaces viscoélastiques

Cette partie a pour objectif de développer des lois caractérisant l'interface viscoélastique et fissurée. La démarche à suivre est basée principalement sur deux étapes :

(i) La première consiste à estimer les propriétés effectives du mortier viscoélastique microfissuré par le couplage de la théorie de Griffith avec un modèle d'homogénéisation linéaire. Les détails de cette étape sont décrits au chapitre précédent (section 2.2). Dans ce chapitre, nous avons traité le cas d'un mortier viscoélastique endommagé dont ses propriétés mécaniques à l'état sain sont présentées au tableau (2.1). Les fissures sont supposées identiques, isotropes, de forme elliptique et de distribution aléatoire. La fonction de fluage du mortier  $J_{MM}(t, d_c)$  est définie par l'équation (2.14) dont les six paramètres  $k_R(d_c)$ ,  $k_M(d_c)$ ,  $\mu_R(d_c)$ ,  $\mu_M(d_c)$ ,  $\eta_M^s(d_c)$  et  $\eta_M^d(d_c)$  sont identifiés par le modèle de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) [11] pour le cas de fissures ouvertes et illustrés dans le tableau (2.2). De plus, pour des raisons de comparaison, nous avons aussi estimé ces paramètres en adoptant le schéma dilué (DL) (tableau (A.1)).

(ii) La deuxième étape vise à exprimer les lois d'interfaces viscoélastiques fissurées à partir de l'équation (3.2) sachant que la densité de fissures est définie par l'équation (3.3).

Notons que les rigidités normale et tangentielle fournies par le modèle PCW sont infinies ( $C_N^{PCW} \rightarrow \infty$  et  $C_T^{PCW} \rightarrow \infty$ ). Pour cette raison, on adopte dans ce qui suit le schéma dilué (DL) pour identifier la loi d'interface. Les deux composantes  $\tilde{C}_{3333}^{DL}$  et  $\tilde{C}_{1313}^{DL}$  du

tenseur de rigidité effectif du mortier s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\tilde{C}_{3333}^{DL} &= \frac{2638,4.L.e}{2,2923.l_f^2 + 1,286.L.e - e^{-t/\tau}(6,748.l_f^2 + 0,9776.L.e)} \\ \tilde{C}_{1313}^{DL} &= \frac{791,52.L.e}{1,8339.l_f^2 + 1,0288.L.e - e^{-t/\tau}(1,3941.l_f^2 + 0,782.L.e)}\end{aligned}\quad (3.34)$$

On obtient alors les expressions des rigidités normale  $C_N^{DL}$  et tangentielle  $C_T^{DL}$  :

$$\left\{ \begin{aligned} C_N^{DL} &= \frac{2.6384.10^3.L}{l_f^2(2.2923 - 1.742e^{-t/\tau})} \\ C_T^{DL} &= \frac{7.9152.10^3.L}{l_f^2(9.169 - 6.9705e^{-t/\tau})} \end{aligned} \right. \quad (3.35)$$

On propose maintenant d'étudier le cas d'interface avec épaisseur faible non nulle. Les évolutions de  $C_N^{PCW}$  et  $C_T^{PCW}$  sont négatives au cours de temps pour toute valeur de  $e$ . Alors que les rigidités normale et tangentielle fournies par modèles DL sont définies pour  $e = 1 \text{ mm}$  par :

$$\left\{ \begin{aligned} C_N^{DL} &= \frac{2638,4.L}{2,2923.l_f^2 + 1,286.L - e^{-t/\tau}(6,748.l_f^2 + 0,9776.L)} \\ C_T^{DL} &= \frac{791,52.L}{1,8339.l_f^2 + 1,0288.L - e^{-t/\tau}(1,3941.l_f^2 + 0,782.L)} \end{aligned} \right. \quad (3.36)$$

### 3.4 Applications à la maçonnerie

Cette partie a pour objectif de mettre en évidence l'efficacité et la performance du modèle développé dont le principe est expliqué à la section (3.1) et présenté à la figure (3.1).

On propose tout d'abord d'appliquer les lois d'interfaces élastiques microfissurées identifiées à la section (3.2) pour prédire la réponse mécanique d'un triplet en maçonnerie soumis à des chargements de cisaillement  $\tau$  (figure (3.2)). Ce triplet est composé de briques saines élastiques et du mortier élastique fissuré dont les fissures sont supposées identiques, de forme elliptique ayant une distribution aléatoire ou parallèle. Une étude de sensibilité au maillage sera réalisée afin de valider notre modèle par comparaison aux résultats expérimentaux obtenus par de Fouchal et al. [107] sur des triplets de briques en cisaillement et l'évolution de la demi-longueur de fissure  $l_f$  sera identifié en fonction de la charge de cisaillement à l'aide d'une méthode itérative.

Ensuite, on procède à l'application de la loi d'interface viscoélastique développée à la

section (3.3) au cas du mur en compression déjà traité au chapitre 2 dont le modèle éléments finis est détaillé à la section (2.3). La loi d'évolution temporelle de la demi-longueur de fissures sera identifiée en se basant sur la solution de référence de déplacement vertical  $u_y$  pour un mur en compression obtenue et présentée à la figure (2.9).

Enfin, les simulations ont été menées à l'aide du code EF CAST3M [116] sous l'hypothèse de contraintes planes.

### 3.4.1 Cas élastique : application à un triplet de briques

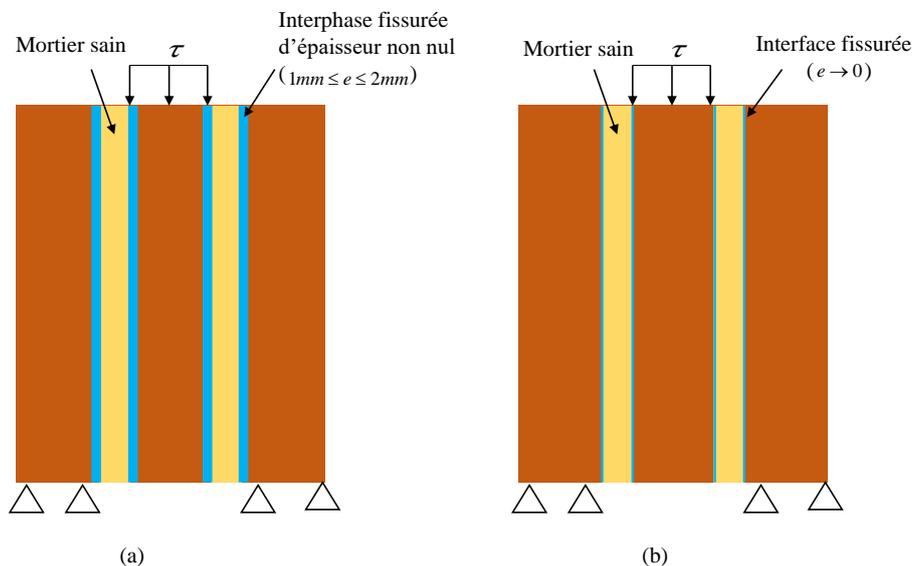


FIGURE 3.2 – Description des Triplets en cisaillement avec interphase (a) ou interface (b) brique / mortier

Cette partie consiste à valider le modèle d'interface élastique, développé dans la section 3.2, par comparaison à des résultats expérimentaux de Fouchal et al. [107]. La structure considérée est un triplet de brique en cisaillement (figure (3.2)) composé des briques élastiques saines et d'un mortier élastique microfissuré. Les briques sont de largeur  $a = 50mm$ , de hauteur  $b = 210mm$  et d'épaisseur  $s = 100mm$  alors que les joints de mortier sont d'épaisseur  $e_j = 10mm$ . Les propriétés mécaniques des briques et du mortier sont définies par le tableau (3.9). Les problèmes sont supposés 2D en contraintes planes et les éléments quadrilatères de CAST3M 'QUA8' (à 8 nœuds et 9 points de Gauss) sont adoptés pour les calculs EF. L'essai de cisaillement consiste à appliquer une contrainte uniformément répartie  $\tau$  sur le bord supérieur de la brique centrale jusqu'à la rupture. Les bords inférieurs des briques adjacentes sont bloqués ( $u_y = 0$ ).

Dans un premier temps, on propose d'étudier l'effet de finesse de maillage sur les

TABLEAU 3.9 – Propriétés mécaniques des briques et du mortier [107]

Module d'Young du mortier $E_m$ (MPa)	4000
Coefficient du Poisson du mortier $\nu_m$	0,3
Module d'Young des briques $E_b$ (MPa)	9438
Coefficient du Poisson du mortier $\nu_b$	0,13

résultats de notre modèle en terme de déplacement vertical  $u_y$  à mi-hauteur du triplet. Pour ce faire, on trace l'évolution de  $u_y$  en fonction du nombre d'éléments le long de l'épaisseur du joint (10 mm) pour une contrainte appliquée  $\tau = 1,26 \text{ MPa}$ . On constate que la courbe commence à se stabiliser à partir de 5 éléments (QUA8). Pour cette raison, nous retenons 5 éléments par un joint d'épaisseur 10 mm. Ceci implique que la surface de l'élément est de l'ordre de  $2 \times 2 \text{ mm}^2$  ce qui nous permet d'adopter le maillage (QUA8) suivant : 525 éléments par joint de mortier et 2625 éléments par brique. Ensuite, on

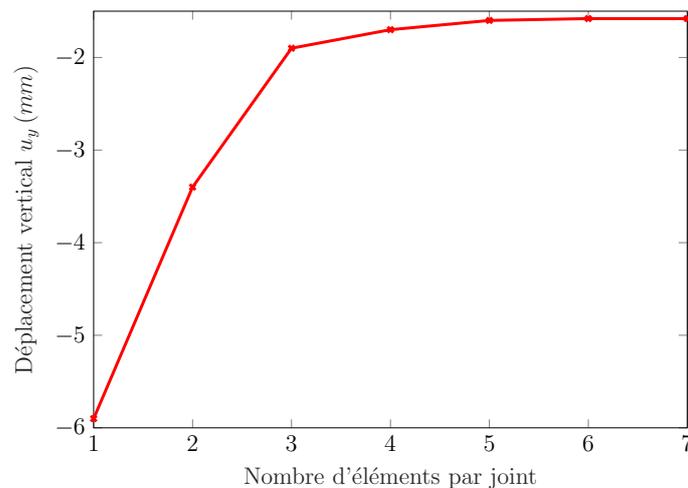


FIGURE 3.3 – Effet de la finesse de maillage du mortier : évolution du déplacement vertical à mi-hauteur du triplet pour  $\tau = 1,26 \text{ MPa}$  en fonction du nombre d'éléments finis par épaisseur du joint de mortier

propose de traiter deux cas de triplet comme l'illustre la figure (3.2) : (i) dans le premier cas, on suppose que l'interaction entre les brique et le mortier se produit au niveau d'une interphase de faible épaisseur  $e$  égal à 1 mm, 1,5 mm ou 2 mm. On suppose que cette interphase (a) est élastique fissurée caractérisée par un module d'Young et un coefficient de Poisson identiques à celui d'un mortier fissuré qui sont identifiés dans la première étape de notre modèle décrite à la section 3.2. (ii) dans le deuxième cas, on suppose que

cette interaction se produit au niveau d'une interface élastique fissurée caractérisée par une rigidité normale  $C_N$  et une rigidité tangentielle  $C_T$  estimées dans la section 3.2 sachant que la densité de fissures est définie par l'équation (3.3). Dans les deux cas, on considère que les briques et le mortier sont élastique et sains et que les fissures peuvent se produire au niveau de l'interphase ou interface brique / mortier.

Notons que le modèle d'interface développé tient compte de l'évolution des microfissures dont la demi-longueur de fissures  $l_f$  dépend de la charge appliquée  $\tau$ . On suppose, en se référant aux travaux de Rekik et Lebon [74, 76], que  $l_f$  est constante ( $l_f = l_{f_0}$ ) pour tout  $\tau$  inférieur à une valeur  $\tau_0$ . À partir de cette valeur,  $l_f$  varie linéairement en fonction de  $\tau$  pour atteindre une valeur maximale  $l_{f_{max}}$  (figure (3.4)) à la rupture de l'interface.

Les valeurs de  $\tau_0$  et  $\tau_{max}$  sont identifiées expérimentalement par Fouchal et al. [107] :  $\tau_0 = 1,26 MPa$  et  $\tau_{max} = 1,6 MPa$ , et les valeurs de  $l_{f_0}$  et  $l_{f_{max}}$  seront identifiées numériquement par la suite pour les triplets de briques avec des fissures aléatoires et parallèles dans l'interphase ou interface.

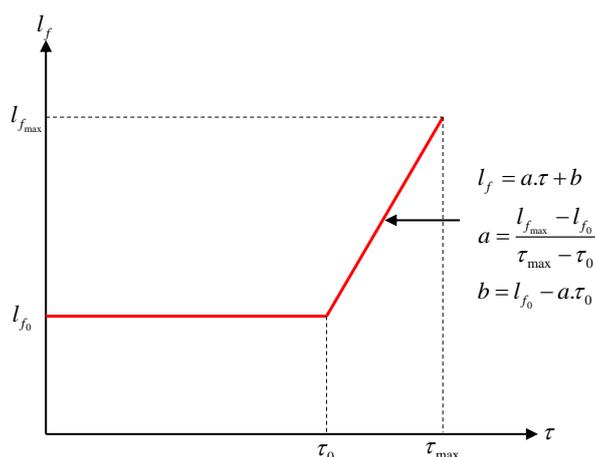


FIGURE 3.4 – Description de l'évolution de la demi-longueur de fissures en fonction de la contrainte de cisaillement [75, 76]

### 3.4.1.1 Cas de fissures à orientation aléatoire

En premier lieu, on suppose que les fissures présentes dans le triplet sont de distribution aléatoire. Dans ce qui suit, on propose de traiter les deux cas de triplet de briques : avec une interphase ou interface brique/mortier.

#### (i) Cas d'interphase brique/mortier

La figure (3.5) illustre les courbes contrainte-déplacement du triplet constitué de briques

élastiques saines, d'un mortier élastique sain et d'une interphase élastique fissurée (avec fissures aléatoires) d'épaisseur  $e = 1, 1,5$  ou  $2\text{ mm}$ . Les propriétés effectives de l'interphase fissurée sont définies en appliquant le schéma dilué (DL) (équation (3.18)). On peut remarquer que les solutions du modèle numérique développé sont proche de la courbe expérimentale de Fouchal et al. [107] dont les erreurs absolues maximales sont respectivement 8,805%, 14,805% et 21,412% pour  $e = 1, 1,5$  et  $2\text{ mm}$ . Cette erreur augmente en fonction de l'épaisseur de l'interphase ce qui nous conduit à conclure qu'en diminuant l'épaisseur de l'interphase, on s'approche de plus en plus de la réalité.

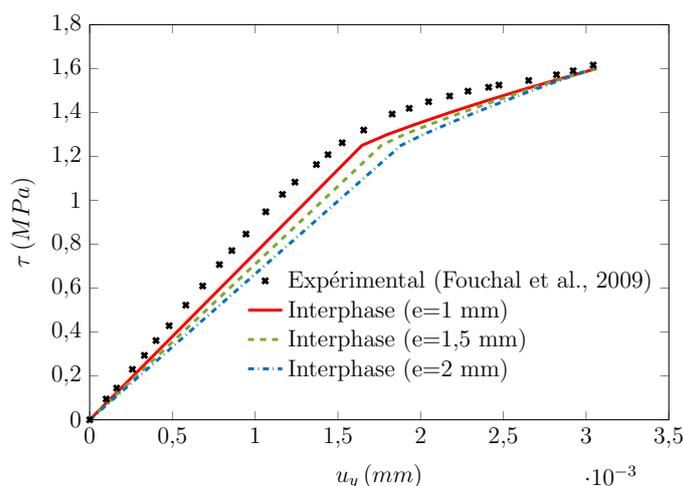


FIGURE 3.5 – Cas d'interphase avec fissures aléatoires : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement

TABLEAU 3.10 – Cas de fissures aléatoires : identification des demi-longueurs critiques  $l_{f_0}$  et maximales  $l_{f_{max}}$  pour des triplets avec interphases d'épaisseur  $e = 1, 1,5$  et  $2\text{ mm}$

épaisseur de l'interphase $e$	1 mm	1,5 mm	2 mm
$l_{f_0}$ (mm)	1,28	1,28	1,28
$l_{f_{max}}$ (mm)	39,8	32,8	27,6

Pour les trois cas de triplet ( $e = 1, 1,5$  et  $2\text{ mm}$ ), on illustre dans la figure (3.6) les évolutions de la demi-longueur de fissures en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau$  dont les valeurs critiques  $l_{f_0}$  et maximales  $l_{f_{max}}$  sont définies dans le tableau (3.10).

On peut constater que pour toute contrainte  $\tau \leq \tau_0 = 1,26\text{ MPa}$ , les demi-longueur de fissure  $l_f$  sont faibles et identiques pour les trois cas d'interphase. A partir de cette valeur,  $l_f$  augmente pour atteindre  $l_{f_{max}}$ . On peut remarquer aussi que  $l_f$  diminue en fonction de l'épaisseur.

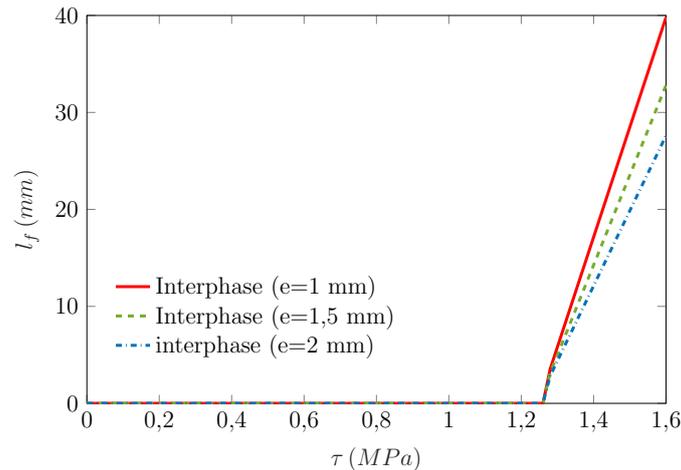


FIGURE 3.6 – Cas d’interphase avec fissures aléatoires : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques

### (ii) Cas d’interface brique/mortier

Dans cette partie, on considère que le triplet de maçonnerie est composé de brique élastique, d’un mortier élastique sain et d’une interface élastique fissurée (d’épaisseur négligeable). Notons que le problème traité est en contrainte plane et que seul le modèle dilué (DL) (coïncide avec celui de Mori-Tanaka dans le cas d’approche en contrainte) qui a fourni des expressions finies pour rigidités normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$ . Pour cette raison, on propose d’appliquer les lois d’interface définies par l’équation (3.19). Comme au paragraphe précédent, on propose de comparer les résultats obtenus de déplacement  $u_y$  (DL&EF) à la courbe expérimentale de Fouchal et al. [107] (figure (3.7)). On remarque que la solution numérique est très proche de la courbe expérimentale [107] avec une erreur absolue maximale égale à 6,64%. L’évolution de la demi-longueur de fissures  $l_f$  en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau$  est montrée à la figure (3.8). Les valeurs des demi-longueurs critique et maximale sont :  $l_{f0} = 5,7 \text{ mm}$  et  $l_{f_{max}} = 19,1 \text{ mm}$ . On peut constater que la valeur de demi-longueur critique  $l_{f0}$  relative à un triplet avec interface ( $e \rightarrow 0$ ) est plus grande que celles des triplet avec interphases ( $e = 1, 1,5$  et  $2 \text{ mm}$ ). Par contre, la valeurs de demi-longueur maximale d’un triplet avec interface est proche à celles d’un triplet avec interphase. Cependant,  $l_{f_{max}}$  de l’interface est supérieure à celle des interphases d’épaisseurs  $e = 1$  et  $1,5 \text{ mm}$  et inférieure à celle de l’interphase avec  $e = 2 \text{ mm}$ .

Les cartes de contrainte  $\sigma_{xy}$  (a) de déformation  $\varepsilon_{xy}$  (b) de cisaillement illustrées à la figure (3.9) montrent que ces contraintes et déformations sont plus importantes (en valeur absolue) au niveau des joints de mortier.

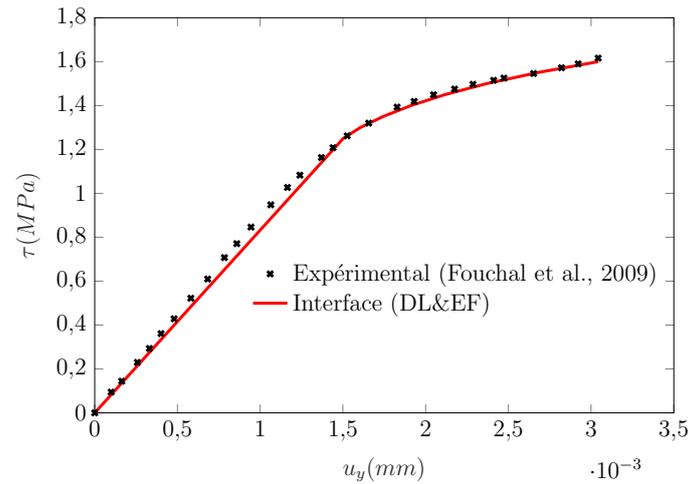


FIGURE 3.7 – Cas d’interface avec fissures aléatoires : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement

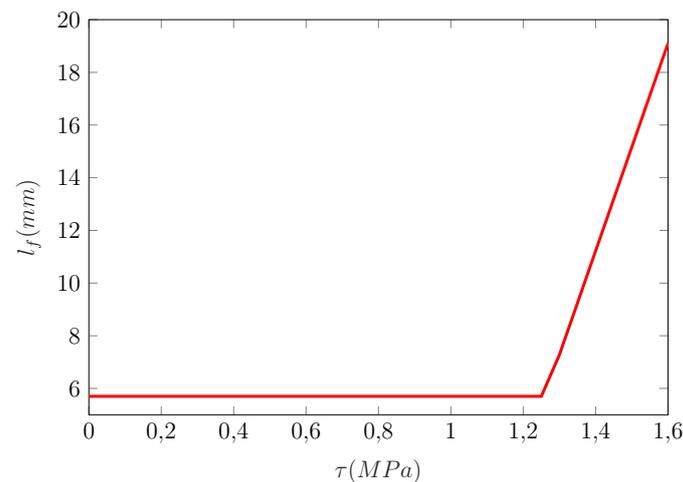


FIGURE 3.8 – Cas d’interface avec fissures aléatoires : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques

Considérons maintenant le cas d’interface d’épaisseur  $e = 1\text{ mm}$ , les expressions des rigidités normale et tangentielle sont définies au tableau (3.4). On obtient alors la courbe contrainte-déplacement (figure (3.10)) qui est très proche à la courbe expérimentale de Fouchal et al. [107].

L’évolution de la demi-longueur de fissures en fonction de la contrainte de cisaillement est présentée à la figure (3.11). Les valeurs critiques et maximales sont :  $l_{f0} = 5\text{ mm}$  et  $l_{fmax} = 19\text{ mm}$ . On constate que dans notre cas ( $e = 1\text{ mm}$ ), l’évolution de  $l_f$  est proche à celle obtenue pour le cas d’épaisseur nulle (figure (3.8)) dont l’erreur absolue maximale entre les deux cas est inférieure à 10%.

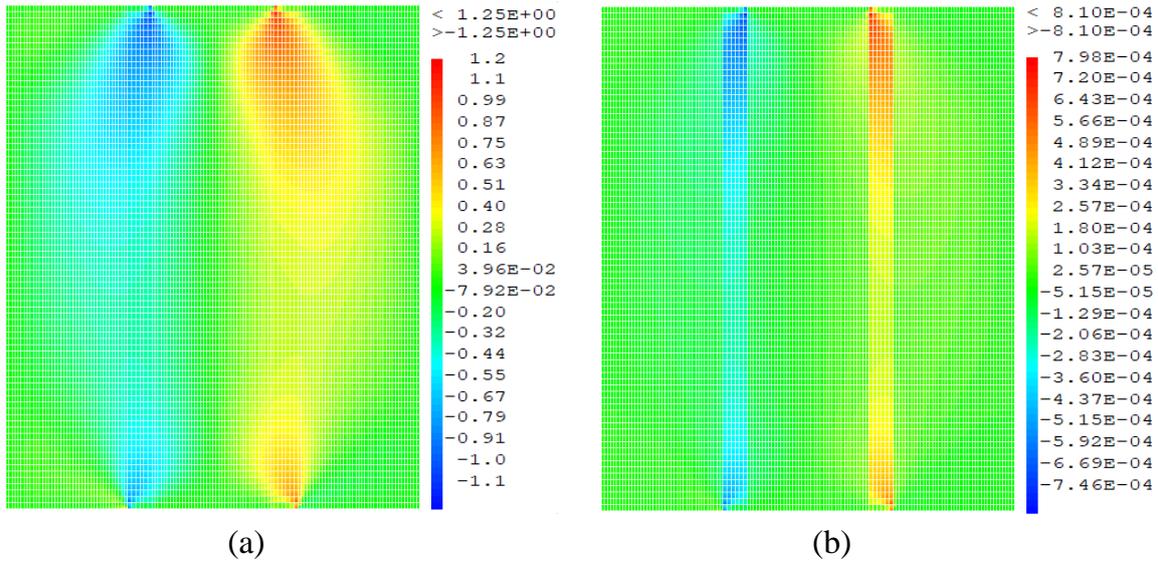


FIGURE 3.9 – Cas d’interface avec fissures aléatoires ( $e \rightarrow 0$ ) : Cartes contrainte (a) et de déformation (b) de cisaillement d’un triplet de briques

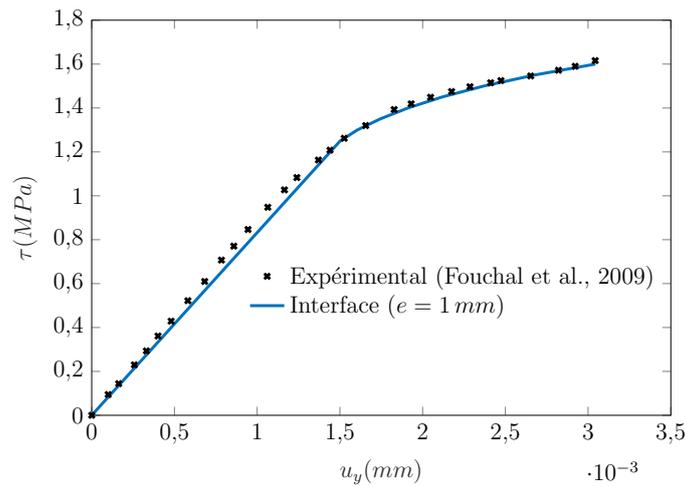


FIGURE 3.10 – Cas d’interface avec fissures aléatoires ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement

### 3.4.1.2 Cas de fissures parallèles

Dans cette paragraphe, on propose d’étudier le cas de fissures parallèles localisées dans des triplet de briques (voir figure (3.2)) avec interface ou interphase brique/mortier.

#### (i) Cas d’interphase brique/mortier

Dans cette partie, le triplet de briques est constitué de briques et mortier élastiques sains et d’une interphase élastique fissurée d’épaisseur  $e = 1, 1,5$  ou  $2 \text{ mm}$  dont les propriétés

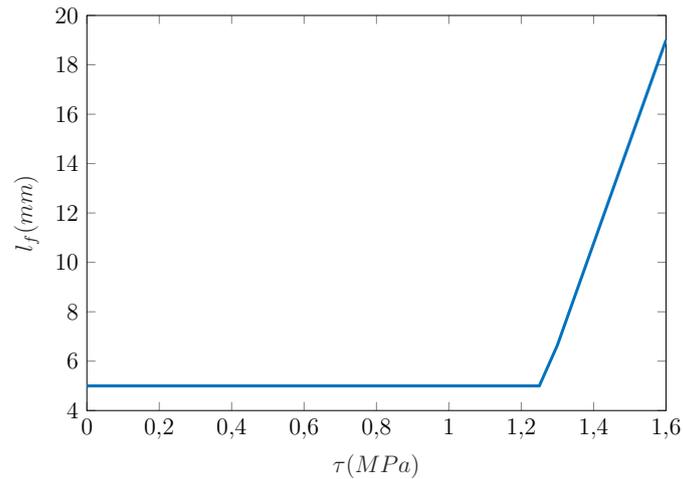


FIGURE 3.11 – Cas d’interface avec fissures aléatoires ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques

effectives sont définies par le schéma dilué (DL) (équation (3.20)). Les courbes contrainte-déplacement obtenues pour les différentes épaisseurs d’interphase sont présentées à la figure (3.12). Celles-ci sont très proches de la courbe expérimentale avec des erreurs absolues inférieures à 5%.

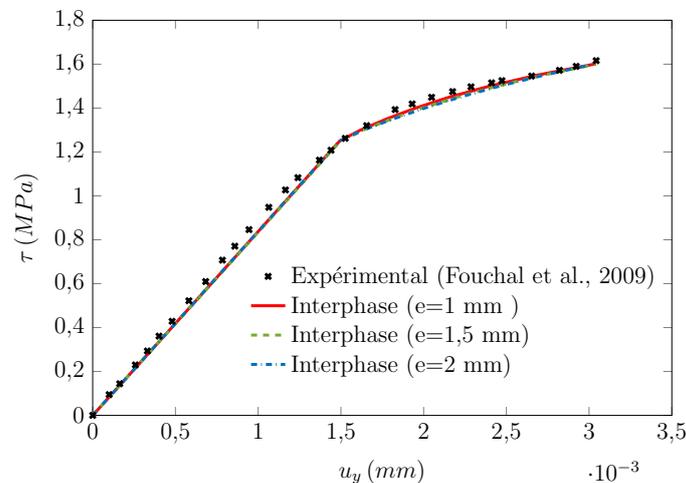


FIGURE 3.12 – Cas d’interphase avec fissures parallèles : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement

L’identification inverse de l’évolution de la demi-longueur de fissure (figure (3.13)) en fonction de  $\tau$  nous conduit à estimer les valeurs des demi-longueurs critique  $l_{f0}$  et maximale  $l_{fmax}$  pour les différentes épaisseurs de l’interphase (tableau (3.12)). On peut constater que la demi-longueur de fissures diminue en fonction de l’épaisseur de l’interphase. Par conséquent, si on augmente l’épaisseur de l’interphase, on doit alors

diminuer la demi-longueur de fissure afin de garder les mêmes évolutions du déplacement. D'où, on peut noter que l'augmentation de l'épaisseur de l'interphase augmente la rigidité du triplet et diminue le risque du rupture.

TABLEAU 3.11 – *Cas de fissures parallèles : identification des demi-longueurs critiques  $l_{f0}$  et maximales  $l_{fmax}$  pour des triplets avec interphases d'épaisseur  $e = 1, 1,5$  et  $2\text{ mm}$*

épaisseur de l'interphase $e$	1 mm	1,5 mm	2 mm
$l_{f0}$ (mm)	17,5	16,2	15,9
$l_{fmax}$ (mm)	36,8	32,5	30

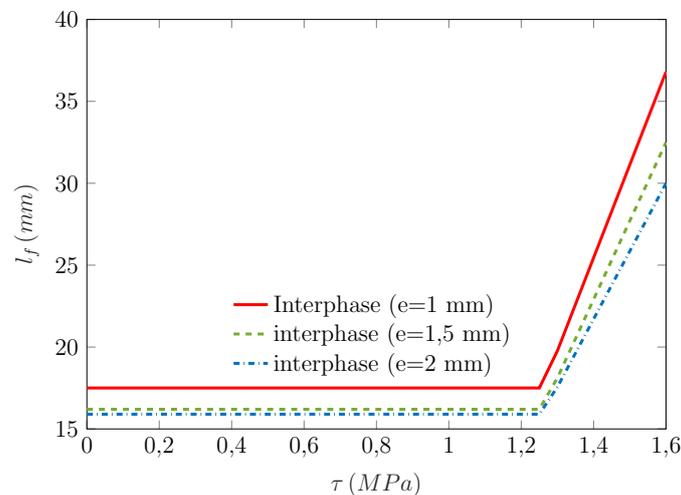


FIGURE 3.13 – *Cas d'interphase avec fissures parallèles : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques*

### (ii) Cas d'interface brique/mortier

On propose ici de tenir compte de l'interface brique/mortier endommagée avec des fissures parallèles dont les rigidités normales  $C_N^{//}$  et tangentielles  $C_T^{//}$  sont estimées par les modèles dilué (équation (3.26)) et de Kachanov (équation(3.30)).

On obtient alors les courbes contrainte-déplacement (figure (3.14)) du triplet dont les rigidités normale  $C_N^{//}$  et tangentielle  $C_T^{//}$  sont estimées par les modèle dilué (DL&EF) et de Kachanov (Kach&EF). Les résultats obtenus sont très proches de la courbe expérimentale et les erreurs absolues entre les résultats expérimentaux et les modèles dilué (DL&EF) et Kachanov (Kach&EF) sont respectivement 6,64% et 6,66%.

Les lois d'évolutions de la demi-longueur de fissure  $l_f$  en fonction de la contrainte de cisaillement identifiées en utilisant la méthode itérative (figure (3.15)) permettent de

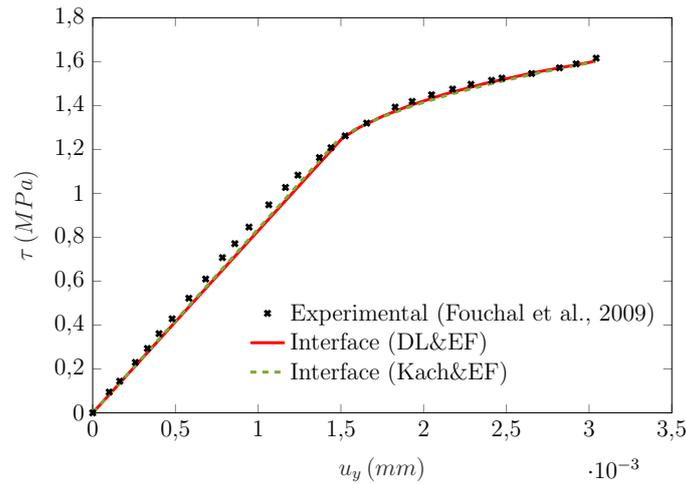


FIGURE 3.14 – Cas d’interface avec fissures parallèles : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement

TABLEAU 3.12 – Cas de fissures parallèles : identification des demi-longueurs critiques  $l_{f_0}$  et maximales  $l_{f_{max}}$  relatives aux modèles DL&EF et Kach&EF pour des triplets avec interface brique/mortier

	DL&EF	Kachanov&EF
$l_{f_0}(mm)$	4,5	4,5
$l_{f_{max}}(mm)$	14,996	15,2

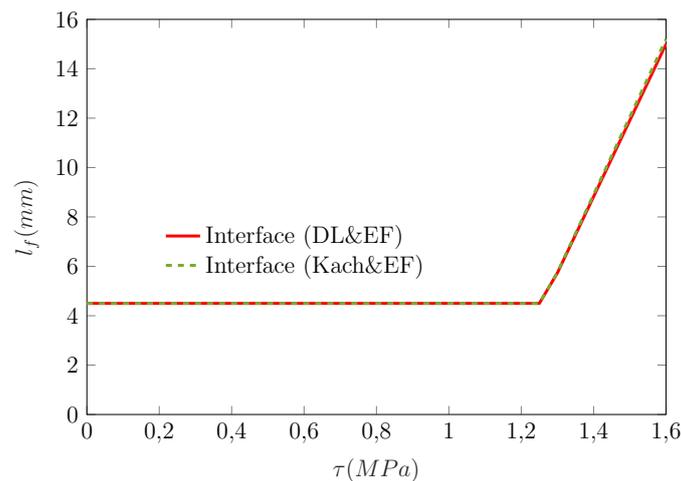


FIGURE 3.15 – Cas d’interface avec fissures parallèles : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques

remarquer que les longueurs de fissures relatives au modèle dilué sont presque égales à celles du modèles de Kachanov dont l’erreur absolue maximale est égale à 1,35%. Les

demi-longueurs de fissures critiques  $l_{f0}$  et maximales définies par les modèles DL et Kach sont présentées au tableau (3.12). On peut aussi constater que les lois identifiées par les deux modèles (DL et Kach) sont inférieures à celles pour le cas de fissures aléatoires (figure (3.8)) avec une erreur absolue maximale égale à 24,046%.

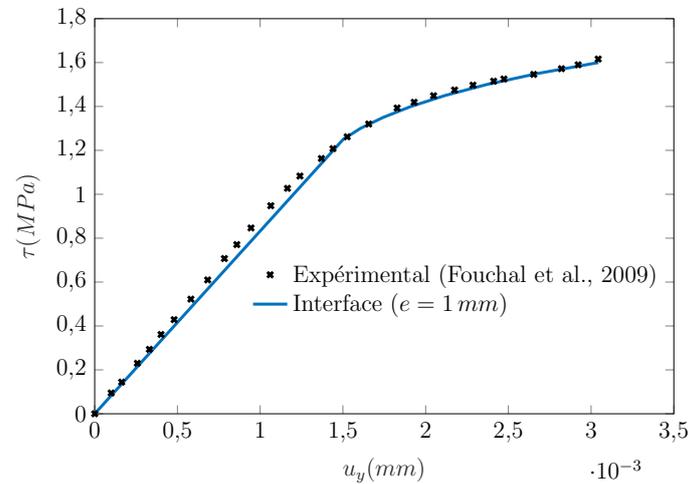


FIGURE 3.16 – Cas d'interface avec fissures parallèles ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement

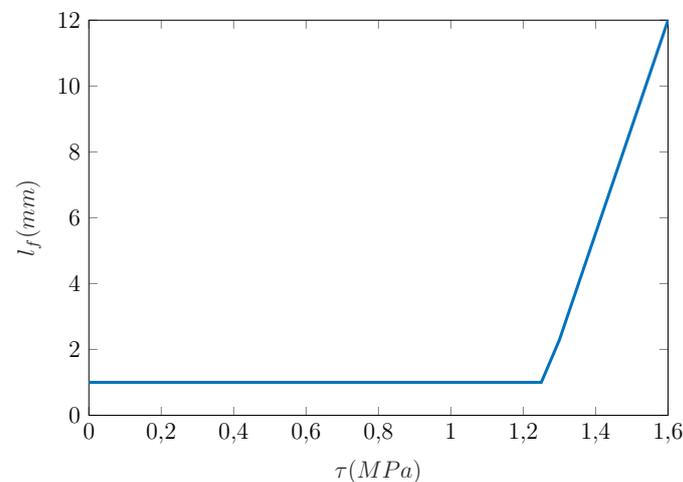


FIGURE 3.17 – Cas d'interface avec fissures parallèles ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques

On propose de d'étudier le cas d'interface d'épaisseur non nulle ( $e = 1 \text{ mm}$ ) dont les expressions des rigidités normale et tangentielle sont estimées par le schéma DL (tableau (3.6)). On trace alors la courbe contrainte-déplacement à la figure (3.16) et on constate qu'elle est proche à celle de Fouchal et al. [107].

La loi d'évolutions de la demi-longueur de fissures  $l_f$  est illustrée à la figure (3.17) sachant que les valeurs critique et maximale sont :  $l_{f0} = 1\text{ mm}$  et  $l_{f_{max}} = 12\text{ mm}$ . Ceci nous permet de constater que l'évolution de  $l_f$  de l'interface d'épaisseur  $e = 1\text{ mm}$  est inférieure à celle pour  $e \rightarrow 0$  et à celle pour le cas de fissures aléatoires. On peut conclure que si on augmente la valeur de l'épaisseur de l'interface, on doit alors diminuer la demi-longueur de fissures afin d'obtenir la mêmes évolution de déplacement.

### 3.4.2 Cas viscoélastique : application à d'un mur sous compression

L'objectif de cette partie est de mettre en évidence l'efficacité du modèle d'interface viscoélastique microfissurée développé à la section (3.3). On propose dans ce qui suit d'appliquer ce modèle au problème de mur en compression traité dans le chapitre précédent (section (2.3)) et de comparer les résultats obtenus à la solution de référence (PCW&EF) (figure (2.10)) déjà validée par la solution analytique de Cecchi et Taliercio [106] et la solution issue du couplage du schéma PCW à l'homogénéisation périodique de Rezik [24].

Notons que le mur, décrit à la figure (3.18), est composé de briques saines rigides et de mortier viscoélastique sain dont ses propriétés mécaniques sont définies par le tableau (2.1). On suppose ici que les fissures sont localisées au niveau de l'interface horizontale caractérisée par des rigidités normale  $C_N^{visco}$  et tangentielle  $C_T^{visco}$  estimées à la section (3.3). Les fissures sont supposées identiques, ouvertes, de formes elliptique et de distribution aléatoire et l'expression de la densité de fissures est décrite par l'équation (3.3) sachant que la loi d'évolution de la demi-longueur de fissure en fonction du temps sera identifiée ci-dessous en se basant sur la solution de référence (figure (2.10)).

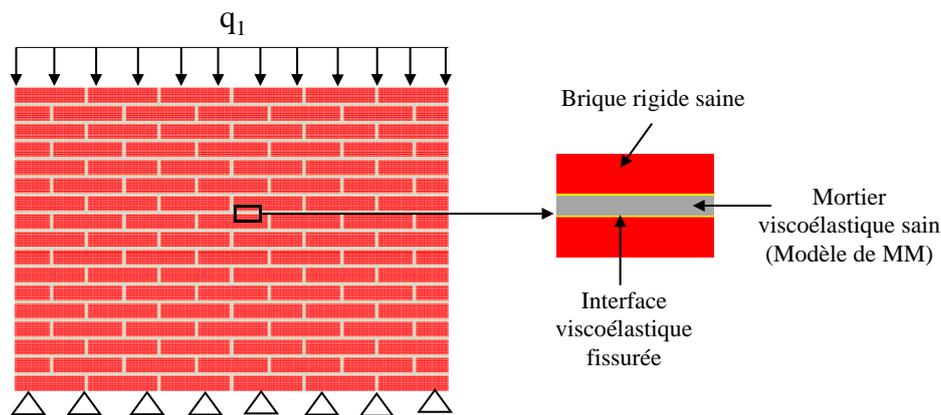


FIGURE 3.18 – Mur en maçonnerie en compression : cas d'interface viscoélastique microfissurée (schéma DL)

Rappelons que le mur, de longueur  $L = 1550\text{ mm}$  et de hauteur  $H = 1040\text{ mm}$ , est soumis

à une charge uniformément répartie de compression verticale  $q_1 = 800\text{ N/m}$  appliquée sur le haut du mur. Le bas de ce mur est bloqué comme étant illustré à la figure (3.18).

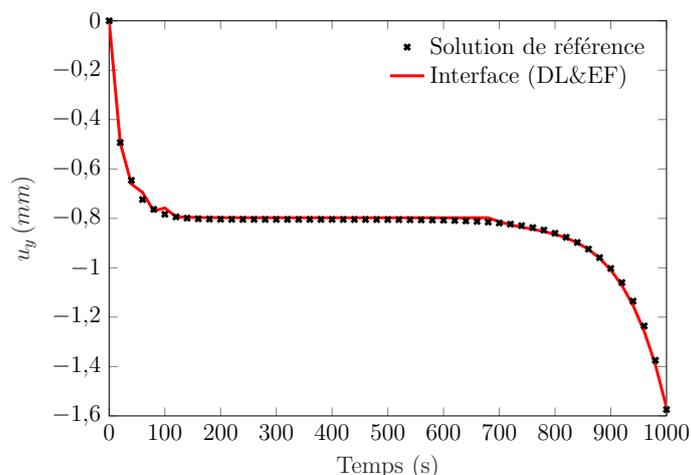


FIGURE 3.19 – Évolution temporelle du déplacement vertical du haut du mur en compression prenant compte de l'interface brique/mortier : comparaison avec la solution de référence (figure (2.10))

L'évolution temporelle du déplacement vertical  $u_y$  du haut du mur (figure (3.19)) montre que la solution du modèle numérique développé est très proche de la solution de référence obtenue dans le chapitre précédent avec une erreur absolue maximale inférieure à 5%. Cela peut être justifié par le fait que la solution de référence soit obtenue en négligeant l'effet de l'interface brique/mortier.

La figure (3.20) illustre la carte de distribution du déplacement vertical  $u_y$  le long de ce mur à  $t = 1000\text{ jours}$ . Ceci montre que le déplacement est maximale en haut du mur ce qui est cohérent avec la charge de compression appliquée.

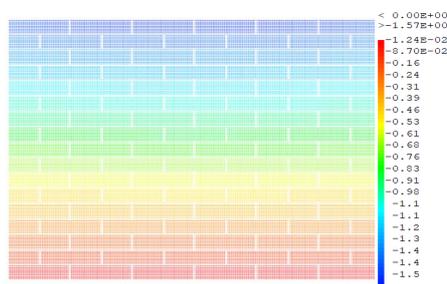


FIGURE 3.20 – Carte de déplacement vertical à  $t = 1000\text{ jours}$  pour un mur en maçonnerie constitué de briques rigides, d'un mortier viscoélastique sain et d'une interface viscoélastique fissurée

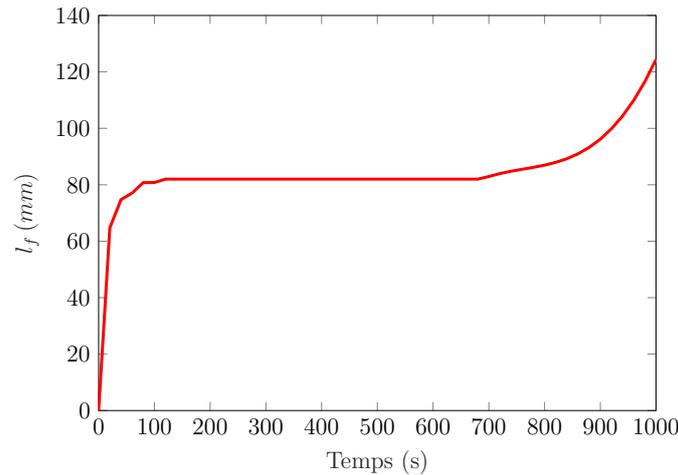


FIGURE 3.21 – Évolution temporelle de la demi-longueur de fissures présentes dans l'interface

La loi d'évolution temporelle de la demi-longueur de fissure  $l_f$  (figure (3.21)) est identifiée à l'aide de la méthode itérative en se référant à la solution de référence (figure (2.10)). On constate que  $l_f$  suit la même allure que la valeur absolue du déplacement  $u_y$ . Elle augmente rapidement pour atteindre  $92\text{mm}$  à  $t = 120\text{ jours}$  puis elle reste quasi-constante jusqu'à  $t = 700\text{ jours}$ . Ensuite elle augmente progressivement jusqu'à atteindre la valeur de  $125\text{mm}$  à  $t = 1000\text{ jours}$ . La demi-longueur de fissure  $l_f$  peut-être approchée par l'expression suivante (obtenue grâce à un "fitting") :

$$l_f = \begin{cases} 6,238 \cdot 10^{-8} \cdot t^5 - 2,237 \cdot 10^{-5} \cdot t^4 + 0,003 \cdot t^3 - 0,196 \cdot t^2 + 7,6968 \cdot t + 2,01 \cdot 10^{-4} & \text{pour } t \leq 120 \text{ jours} \\ 82\text{mm} & \text{pour } 120 \leq t \leq 700 \text{ jours} \\ 2,312 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 - 0,00529 \cdot t^2 + 4,068 \cdot t - 965,592 & \text{pour } t \geq 700 \text{ jours} \end{cases} \quad (3.37)$$

Les expressions de  $l_f$  pour  $t \leq 120\text{ jours}$  (figure (3.22)-(a)) et pour  $t \geq 700\text{ jours}$  (figure (3.22)-(b)) sont obtenues par ajustements linéaires d'ordres 5 et 3 à l'aide du logiciel MATLAB dont les coefficients de détermination  $R^2$  sont respectivement 0,994 et 0,9972.

### 3.5 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle numérique enrichi de la maçonnerie avec interface brique/mortier microfissurée avec la prise en compte de la distribution de fissures et du fluage des joints de mortier. L'estimation de la loi d'interface est basée

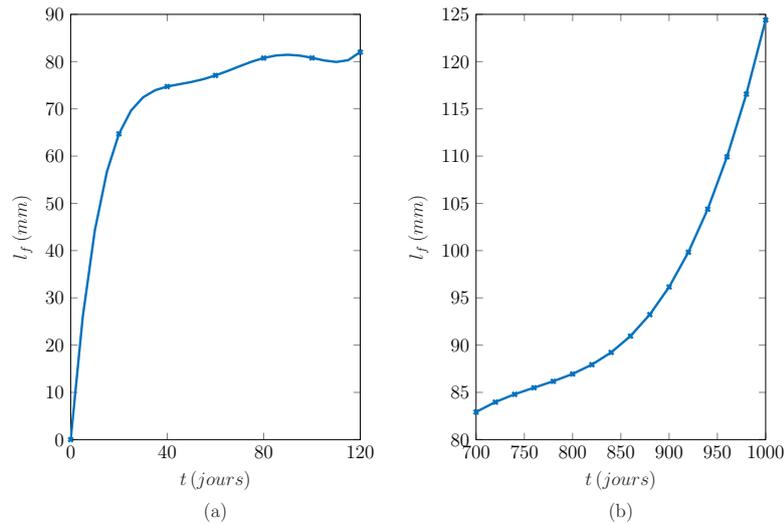


FIGURE 3.22 – Courbes d’ajustement de l’évolutions temporelles de la demi-longueur de fissure  $l_f$  pour  $t \leq 120$  jours (a) et  $t \geq 700$  jours (b)

principalement sur deux étapes : (i) la première consiste à identifier le comportement effectif du mortier fissuré en appliquant différents schémas d’homogénéisation linéaire (DL, MT, PCW) disponibles à la littérature pour des problèmes en déformations ou en contraintes planes en supposant que les fissures sont identiques, de forme elliptique et orientées de façon aléatoire ou parallèle. (ii) La deuxième étape vise à appliquer la technique d’analyse asymptotique pour identifier les rigidités normales  $C_N$  et tangentielles  $C_T$  caractérisant l’interface brique/mortier.

La loi élastique obtenue est appliquée pour étudier le problème de triplet de briques en cisaillement composé de briques et mortier élastiques sains et d’interface élastique fissurée. Les expressions des rigidités normales  $C_N$  et tangentielles  $C_T$  sont estimées par le schéma dilué (approche en contrainte) et le modèle de Kachanov (cas de fissures parallèles). Les lois d’évolution de demi-longueur de fissures en fonction de la contrainte de cisaillement  $\tau$  sont identifiées en se basant sur les résultats expérimentaux de Fouchal et al. [107]. Nous avons traité dans cette étude les cas d’interface d’épaisseurs nulle et faible ( $e = 1 \text{ mm}$ ) et d’interphase d’épaisseur faible ( $1 \text{ mm} \leq e \leq 2 \text{ mm}$ ).

La loi viscoélastique développée est appliquée au problème de mur en compression constitué de briques rigides, mortier viscoélastique sain et d’interface viscoélastique fissurée. Les expressions de  $C_N$  et  $C_T$  sont identifiées en utilisant le schéma dilué. L’évolution temporelle de la demi-longueur de fissures est identifiée en se référant à la solution de déplacement obtenue dans le chapitre précédent. Cependant, le modèle proposé est limité au cas de fissures aléatoires. Il pourrait être enrichi en considérant aussi la distribution isotrope transverse (parallèle) de fissures.

Il est intéressant aussi d’étudier l’effet des chargements thermiques [118] sur le

comportement de l'interface brique/mortier. De plus, la modélisation des structures maçonnées sous différents chargements quasi-statiques et dynamiques enrichira le modèle proposé. Enfin, il sera intéressant de développer des lois d'interface en prenant en considération la plasticité des constituants de la maçonnerie [44].

# 4

## Modèle numérique pour une maçonnerie élasto-viscoplastique microfissurée

### 4.1 Objectifs et démarche

De nos jours, plusieurs travaux prennent en compte la déformation plastique des structures maçonnées lors des sollicitations mécaniques [44, 91, 120, 121]. Cependant, en se basant à une recherche bibliographique approfondie, on peut constater que la viscoplasticité des constituants de la maçonnerie est rarement prise en compte. Par exemple, on cite Del Vecchio et al. [96] qui ont développé un modèle élasto-viscoplastique d'un mortier renforcé par un polymère (POLYLITE 10316) en se basant sur une loi de puissance identique à celle de Ramberg-Osgood [122]. Les paramètres de ce modèle sont identifiés par des essais de compression uniaxiale.

Cependant, Le modèle de Ramberg-Osgood est largement utilisé pour modéliser le comportement viscoplastique des matériaux composites [123–128]. Par exemple, Shoa et al. [129] ont adopté ce modèle pour modéliser le comportement viscoplastique des composites en polypropylène renforcés par des tissus de coton sous des charges de traction statiques et cycliques.

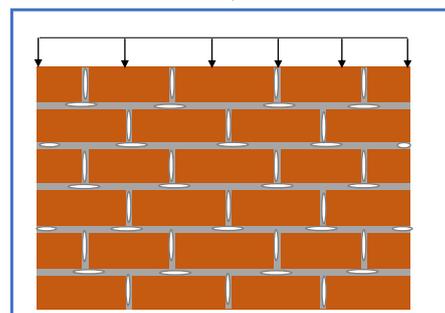
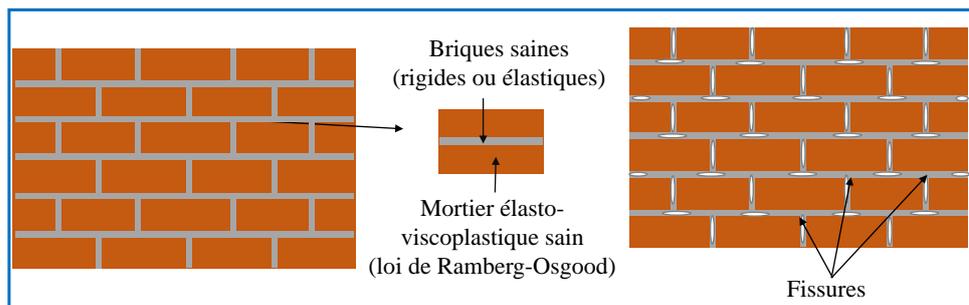
De plus, l'apparition et la propagation de fissures peuvent nuire à la durabilité des structures maçonnées. Il est donc nécessaire de développer un modèle numérique en couplant la plasticité et l'endommagement. On remarque que les modèles développés

précédemment sont basés principalement sur des critères analytiques comme le critère de Rankine et Hill [102] et le critère concret d'endommagement et de plasticité (CDP) [103]. Cependant, la modélisation directe par éléments finis de fissures dans les structures maçonnées est rarement réalisée.

Ainsi, les matériaux mortier-polymère sont largement utilisés dans l'industrie pour des applications de protection et/ou de réparation de surfaces en béton. En effet, l'ajout de polymère dans les formulations de mortier permet de modifier les propriétés de ces matériaux et d'augmenter leur durabilité, en particulier en favorisant leur adhésion tout en réduisant leur perméabilité. Pour cette raison, on s'intéresse dans la suite à un mortier renforcé par le polymère "POLYLITE 10316" [96].

L'objectif de ce chapitre est donc de développer un modèle numérique permettant de prédire le comportement non-linéaire de la maçonnerie en tenant compte à la fois de la viscoplasticité et du phénomène d'endommagement (présence des microfissures). Pour ce faire, on propose d'effectuer deux étapes : la première consiste à développer un modèle EF du mortier fissuré, où l'on commence par modéliser le comportement non-linéaire élasto-viscoplastique du mortier sain en se basant sur la loi de puissance. On suppose que cette loi de comportement est identique à celle de Ramberg-Osgood [122]. Ensuite, on propose de modéliser directement par éléments finis les fissures situées dans les joints de mortier en supposant que les fissures sont identiques et de forme elliptique. Pour des raisons de simplicité, on suppose que les fissures sont parallèles et qu'il existe une seule fissure par joint de mortier.

**Étape 1:** Modélisation numérique du mortier fissuré élasto-viscoplastique



**Étape 2:** Simulation par EF des structures maçonnées sous différents chargements

FIGURE 4.1 – Principe du modèle proposé

La deuxième étape de ce travail sert à prédire la réponse locale de la maçonnerie en utilisant la méthode des éléments finis. Pour des raisons de simplicité, les briques sont supposées saines rigides ou ayant un comportement élastique (figure (4.1)). De plus, en se référant à une recherche bibliographique approfondie sur les études expérimentales et numériques réalisées sur la maçonnerie, on peut constater qu'il existe peu de travaux portant la maçonnerie élasto-viscoplastique microfissurée. Par conséquent, nous proposons d'étudier le cas de mur en maçonnerie soumis à un chargement de compression bi-axiale.

Réellement, les fissures peuvent se localiser au niveau des joints horizontaux et/ou verticaux selon le type et la direction du chargement appliqué (uniaxial ou biaxial). Pour cette raison, on procède à l'étude des quatre cas suivants :

- mortier sain ;
- fissures dans les joints horizontaux uniquement ;
- fissures dans les joints verticaux uniquement ;
- fissures dans les joints horizontaux et verticaux ;

Ensuite, l'effet de la fraction surfacique de fissures sera étudié par la variation de la demi-hauteur  $a_f$  et du rayon de fissure  $R_f$  sur le comportement du mur.

Les étapes 1 et 2 (figure (4.1)) du modèle numérique vont être développées dans les sections qui suivent.

## 4.2 Principe du modèle élasto-viscoplastique proposé

Le mortier considéré dans cette étude est supposé élasto-viscoplastique fissuré. À son état sain, sa loi de comportement suit la loi de Ramberg-Osgood [122]. À son état endommagé, le mortier fissuré est modélisé par la méthode des éléments finis. La démarche du modèle développé sera détaillée dans ce qui suit.

### 4.2.1 Modélisation du mortier élasto-viscoplastique sain

À son état sain, le mortier considéré est supposé élasto-viscoplastique [96] suivant la loi de comportement de Ramberg-Osgood [122] avec écrouissage isotrope.

La déformation élasto-viscoplastique est définie (figure (4.2)) sous la forme suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{vp} \quad (4.1)$$

sachant que  $\varepsilon^e = \sigma/E$  et  $\varepsilon^{vp}$  sont respectivement les déformations élastique et viscoplastique.

En petite déformation, on peut supposer que  $\dot{\varepsilon}^{vp} \simeq \varepsilon^{vp}$ . Alors, la loi de Ramberg-Osgood [122] s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma = \sigma_y + H(\varepsilon^{vp})^\alpha \quad (4.2)$$

$\sigma_y$  est la limite élastique.  $H$  et  $\alpha$  représente respectivement le coefficient de résistance plastique et l'exposant d'écrouissage isotrope. Par conséquent, on peut exprimer la déformation viscoplastique comme :

$$\varepsilon^{vp} = \left( \frac{\sigma - \sigma_y}{H} \right)^{1/\alpha} \quad (4.3)$$

Les paramètres de ce modèle, identifiés par Del Vecchio et al. [96] pour un mortier

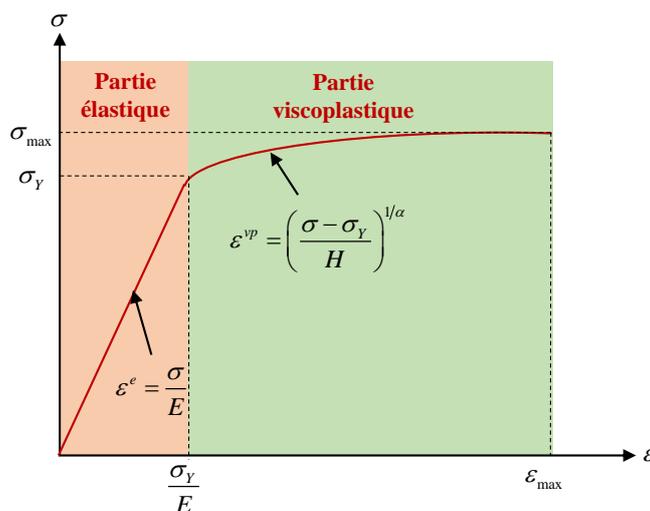


FIGURE 4.2 – Description du modèle élasto-viscoplastique développé

renforcé par un polymère (POLYLITE 10316) à l'aide des tests de compression uniaxiale, sont illustrés dans le tableau (4.1).

TABLEAU 4.1 – Paramètres expérimentaux pour un mortier élasto-viscoplastique sain [96]

$E_m(MPa)$	$\nu_m$	$\sigma_y(MPa)$	$\sigma_{max}(MPa)$	$\alpha$	$H(MPa)$
3570	0,2	14,85	30	0,19	26,77

La contrainte équivalente de Von-Mises s'écrit en considérant le cas d'écrouissage isotrope sous la forme [130–132] :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 6\sigma_{xy}^2} \quad (4.4)$$

sachant que  $J_2$  est le deuxième invariant du tenseur de contrainte.

On peut alors exprimer la vitesse de déformation de Von-Mises comme [130–132] :

$$\dot{\varepsilon}^{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}} \quad (4.5)$$

Vu que  $\dot{\varepsilon}^{vp} \simeq \varepsilon^{vp}$ , alors la déformation équivalente de Von-Mises s'écrit sous la forme suivante :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[ (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_m)^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_m)^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 \right]} \quad (4.6)$$

avec

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \quad (4.7)$$

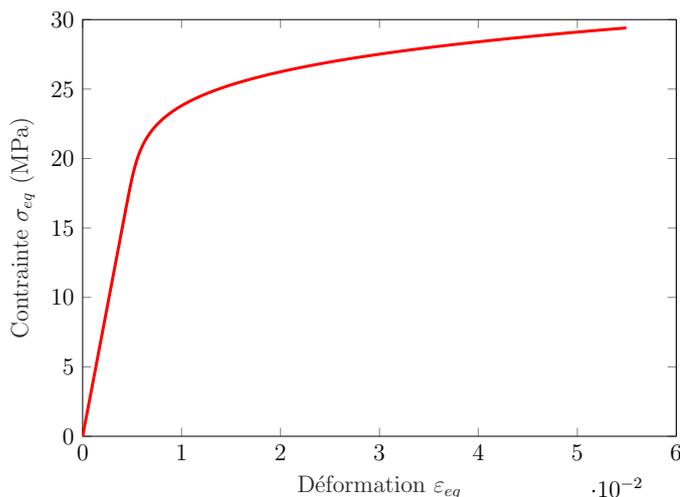


FIGURE 4.3 – Courbe contrainte-déformation du mortier élasto-viscoplastique sain

La figure (4.3) montre la courbe contrainte-déformation du mortier considéré. On peut constater que pour  $\sigma_{eq} \leq \sigma_y$  (domaine élastique) la déformation évolue linéairement en fonction de la contrainte pour atteindre une valeur maximale égale à 0,0039. Après la limite élastique, la déformation viscoplastique  $\varepsilon_{eq}$  augmente en fonction de  $\sigma_{eq}$  jusqu'à une valeur maximale égale à  $\varepsilon_{max} = 0.0549$  à  $\sigma_{eq} = \sigma_{max}$ .

La loi de comportement du mortier sain détaillée précédemment est implémentée dans le code éléments finis CAST3M [116]. On procédera par la suite à la description de la démarche adoptée afin modéliser le mortier fissuré.

## 4.2.2 Modélisation du mortier élasto-viscoplastique fissuré

Dans cette partie, on propose de développer un modèle numérique du mortier fissuré. On distingue plusieurs modèles d'endommagement des matériaux élasto-viscoplastiques tel que le modèle de Lemaitre et Chaboche [133] ainsi que le modèle d'endommagement basé sur critère de Rankine et Hill proposé par Lourenço [102]. Ce modèle est simpliste comme on modélise les fissures par la méthode des éléments finis et on pourra détecter les zones de concentration de contraintes dans une structure maçonnée sous un

chargement donné.

On suppose dans cette étude que les fissures sont ouvertes, identiques et de forme elliptique. Par conséquent, on peut modéliser les fissures comme des ellipses de rayon  $R_f$  et de demi-hauteur  $a_f$  comme illustré à la figure (4.4).

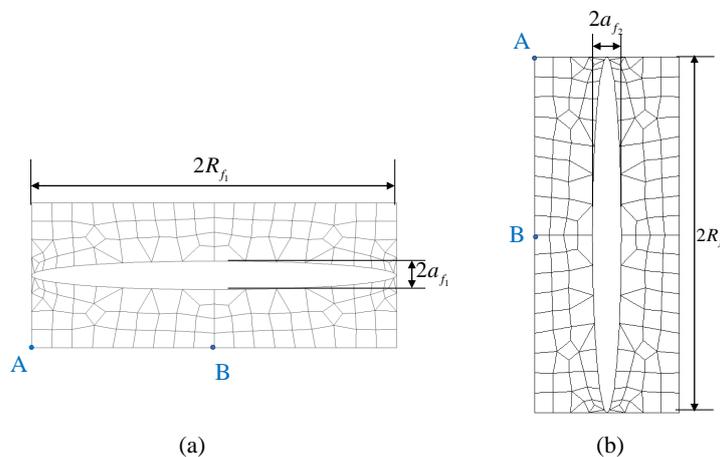


FIGURE 4.4 – Description de la fissure horizontale (a) et verticale (b)

On peut alors définir la fraction surfacique de fissures comme suit :

$$f_s = \frac{S_{fis}}{S_m} \quad (4.8)$$

avec  $S_m$  et  $S_{fis}$  et représentent respectivement la surface des joints de mortier à son état sain et la surface occupée par les fissures qui s'écrit sous la forme suivante :

$$S_{fis} = S_H + S_V = \pi N_H R_{f1} a_{f1} + \pi N_V R_{f2} a_{f2} \quad (4.9)$$

où  $N_H$  et  $N_V$  sont respectivement les nombres de fissures dans les joints horizontaux (figure (4.4)-(a)) et verticaux (figure (4.4)-(b)).  $R_{f1}$  ( $R_{f2}$ ) et  $a_{f1}$  ( $a_{f2}$ ) sont respectivement le rayon et la demi-hauteur de la fissure horizontale (verticale). Dans notre cas de fissures identiques, on suppose que les dimensions des fissures horizontales et verticales sont égales ( $R_{f1} = R_{f2} = R_f$  et  $a_{f1} = a_{f2} = a_f$ ).

### 4.3 Application à un mur en compression

L'objectif de cette partie est de mettre en œuvre et d'évaluer les performances du modèle développé dont le principe a été expliqué dans la section (4.1). Vu que les travaux numériques et expérimentaux sur la maçonnerie élasto-viscoplastique fissuré sont limités, on propose d'appliquer le modèle numérique du mortier

élasto-viscoplastique développé à la section (4.2) au cas du mur en compression étudié par Baraldi et Cecchi [47] et validé au chapitre 2 par les modèles analytiques de Cecchi et Sab [105] et de Cecchi et Taliercio [106].

Dans cette partie, la structure maçonnée étudiée est un mur soumis à une compression verticale avec une bi-compression latérale (figure (4.5)). Ce mur est constitué de briques saines (non endommagées) et de joints de mortier élasto-viscoplastique et fissuré. L'hypothèse de briques saines peut-être expliquée par le fait que la contrainte appliquée (figure (4.5)) est inférieure à la limite à rupture en compression des briques  $f_b$ . En effet, d'après Cecchi et Tralli [54], la résistance des briques  $f_b$  est d'environ 16 MPa, d'après la formule :  $E_b = 4550 \sqrt{f_b}$  où  $E_b = 17100 \text{ MPa}$  dans ce cas. .

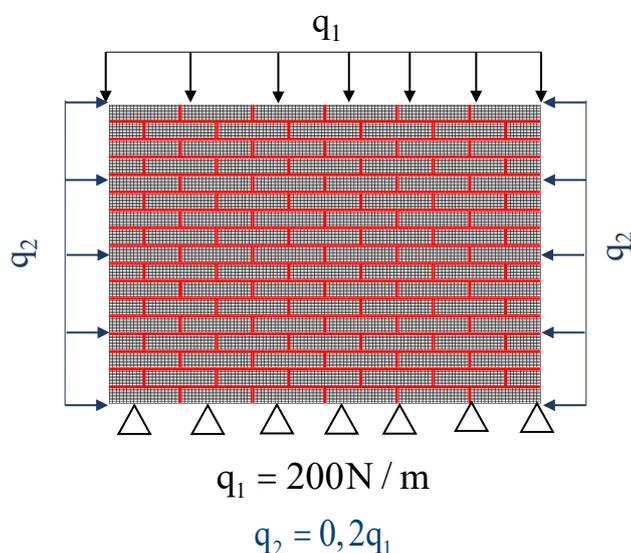


FIGURE 4.5 – Mur en maçonnerie étudié soumis à une compression verticale et une bi-compression latérale

Rappelons que les dimensions du mur (figure (4.5)) sont : largeur  $L = 1550 \text{ mm}$  et hauteur  $H = 1040 \text{ mm}$ . Il est composé de briques rigides ou élastiques et d'un mortier élasto-viscoplastique sain ou fissuré. Les briques, de largeur  $a = 250 \text{ mm}$ , de hauteur  $b = 55 \text{ mm}$  et d'épaisseur  $s = 120 \text{ mm}$ , sont caractérisées dans le cas élastique par un module d'Young  $E_b = 17100 \text{ MPa}$  et un coefficient de Poisson  $\nu_b = 0,15$ . Les joints de mortier horizontaux et verticaux présentent une même épaisseur  $e_h = e_v = e = 10 \text{ mm}$  et sont caractérisés par un comportement élasto-viscoplastique décrit à la section (4.2). Les éléments finis '2D' adoptés pour les calculs EF sur le logiciel CAST3M sont des quadrilatères 'QUA8' à 8 nœuds et 9 points de Gauss. Le mur est soumis à une charge de compression verticale uniformément répartie sur le haut du mur avec  $q_1 = 200 \text{ N/m}$  et à une bi-compression ( $q_2 = 0,2q_1$ ) sur ses bords latéraux (figure (4.5)). Le bas du mur est bloqué en déplacement vertical ( $u_y = 0$ ).

Rappelons que les simulations numériques des murs maçonnés ont été menées à l'aide

du logiciel CAST3M [116] sous l'hypothèse de contraintes planes. Dans le cas de mortier non-endommagé, l'effet de maillage sur la réponse du mur a été étudié précédemment dans le chapitre 2 et nous avons retenu 5 éléments pour une épaisseur de joint de 10mm. Ceci implique que la surface d'une maille élémentaire est de l'ordre de  $2 \times 2 \text{ mm}^2$ . Par conséquent, les résultats sont obtenus en adoptant le maillage (QUA8) suivant : 1000 éléments par brique, 100 (300) éléments par un joint de mortier vertical (horizontal).

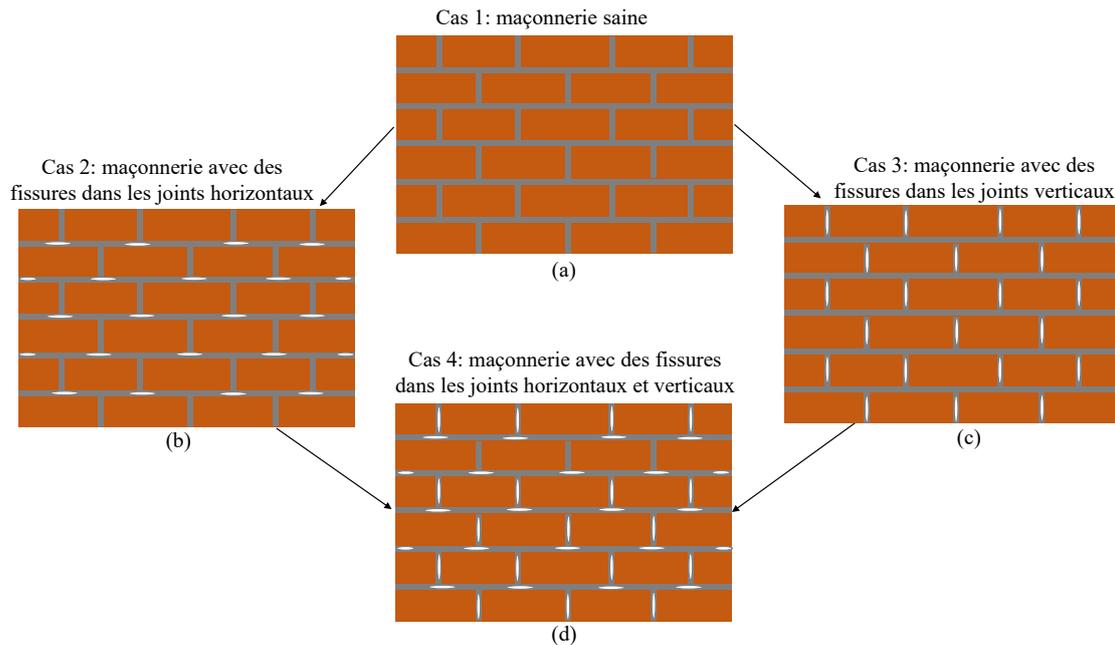


FIGURE 4.6 – Cas de murs maçonnés étudiés : à l'état sain ou avec fissures dans les joints de mortier horizontaux ou/et verticaux

Afin d'étudier l'effet de présence de fissures sur le comportement mécanique du mur, on propose dans cette partie de traiter les quatre cas possibles du mortier, comme les illustre la figure (4.6) : (i) dans le premier cas, on suppose que les joints de mortier sont sains dont les propriétés mécaniques sont définies par la section (4.2.1). (ii) Dans le deuxième cas, on suppose qu'il existe des fissures seulement dans les joints horizontaux dont la démarche de modélisation par EF est décrite par la section 4.2.2 et la figure (4.4)-(a). (iii) Dans le troisième cas, on suppose que les fissures se localisent seulement dans les joints verticaux dont la démarche de modélisation est décrite par la section 4.2.2 et la figure (4.4)-(b). (iv) Pour finir, on suppose que les joints de mortier horizontaux et verticaux sont fissurés.

Pour des raisons de simplicité, on suppose qu'il existe qu'une seule fissure par joint de mortier et que les fissures sont identiques, parallèles et de forme elliptique de rayon  $R_f$  et de demi-hauteur  $a_f$ .

On commence par la suite d'étudier par la méthode des éléments finis le comportement

de la maçonnerie saine.

### 4.3.1 Simulation EF d'une maçonnerie saine

Dans cette partie, on considère le cas d'une maçonnerie saine (figure(4.6)-(a)) composée de mortier élasto-viscoplastique sain dont les propriétés sont définies à la section (4.2.1) et de briques saines (sans prise en compte à ce stade des interfaces brique/mortier). Nous menons des comparaisons avec la réponse locale d'un mur maçonné avec des briques élastiques et rigides afin de pouvoir quantifier l'effet du comportement des briques. Le tracé des cartes de distributions spatiales du déplacement vertical  $u_y$  pour les deux murs avec briques élastiques (Figure (4.7)-(a)) et rigides (Figure (4.7)-(b)) montre que cette variable est négative quel que soit la position du point dans les deux murs et qu'elle est maximale (en valeur absolue) en haut du mur. Les évolutions de  $u_y$  selon l'axe des abscisses  $x$  et à mi-hauteur des murs (Figure (4.8)) montrent que le déplacement vertical est plus élevé (en valeur absolue) dans le cas de briques élastiques. Par exemple, l'erreur relative entre les deux déplacements (avec des briques élastiques et rigides) à mi-largeur et mi-hauteur du mur ( $x = L/2$  et  $y = H/2$ ) est égale à 26,64%.

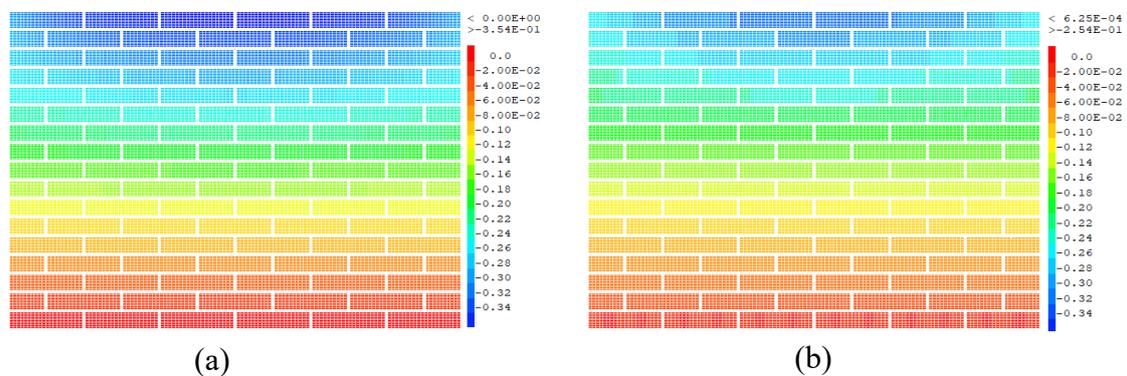


FIGURE 4.7 – Cas de maçonnerie saine : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

Les cartes de distribution de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  présentées à la figure (4.9) montrent que pour les deux murs avec des briques élastiques (a) et rigides (b), la concentration de contrainte se produit au niveau des joints de mortier horizontaux et verticaux. Ceci est cohérent par le fait que le mortier est moins rigides que les briques.

Les figures (4.10)-(a) et (4.10)-(b) illustrent respectivement les évolutions des contraintes normales  $\sigma_{yy}$  et de cisaillement  $\sigma_{xy}$  le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur ( $y = H/2$ ) des murs, constitués de briques élastiques et rigides. Pour les deux cas, on constate que la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  est négative montrant que le mur est localement soumis à une compression qui atteint son maximum (en valeur absolue)

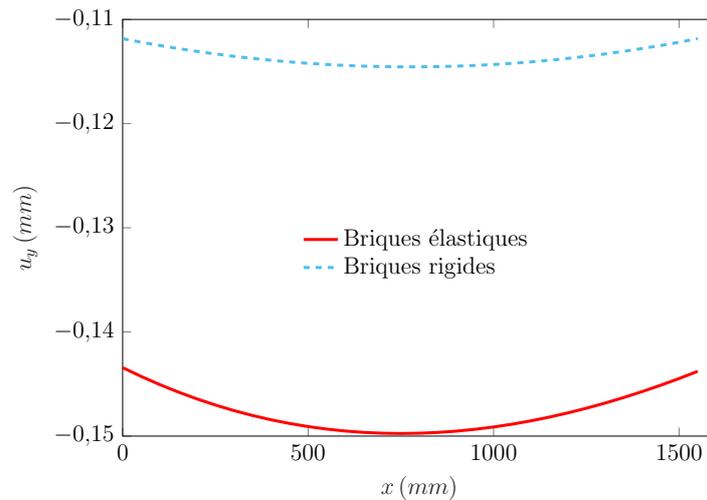


FIGURE 4.8 – Cas de maçonnerie saine : évolutions du déplacement vertical  $u_y$  le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

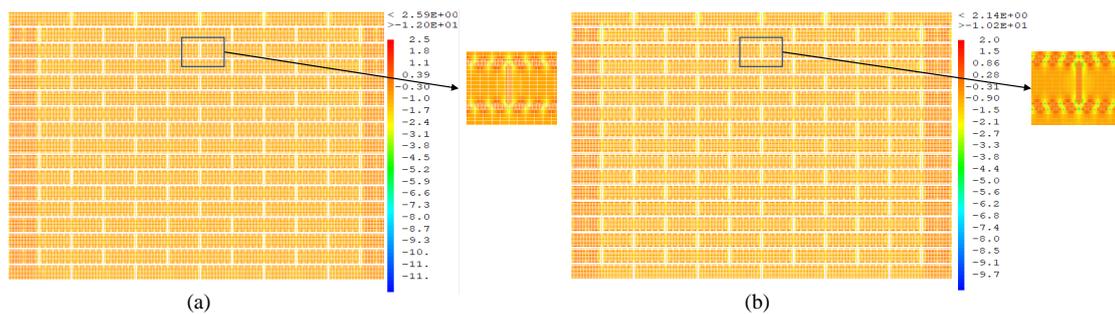


FIGURE 4.9 – Cas de maçonnerie saine : cartes de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

autour du milieu des murs ( $x = L/2$ ). On peut aussi noter que la valeur absolue de cette contrainte est plus élevée dans le cas de maçonnerie avec des briques élastiques. Par exemple, les erreurs relatives maximales entre les contraintes atteignent respectivement 5,97% et 46,9% pour  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  montrant que l'élasticité des briques augmente les contraintes normale et de cisaillement ce qui pourrait accélérer le phénomène de rupture. Par comparaison aux contraintes normales, on peut constater que les contraintes de cisaillement locales sont négligeables. Ceci est cohérent avec la nature de chargement appliqué aux murs (compression).

Le modèle numérique proposé montre des différences quantitatives plus significatives pour les estimations des déformations locales normales (figure (4.11)-(a)) et de glissement (figure (4.11)-(b)) pour les deux cas : avec des briques élastiques et rigides. En effet, les erreurs relatives entre ces deux cas sont égales respectivement à 99,15% et

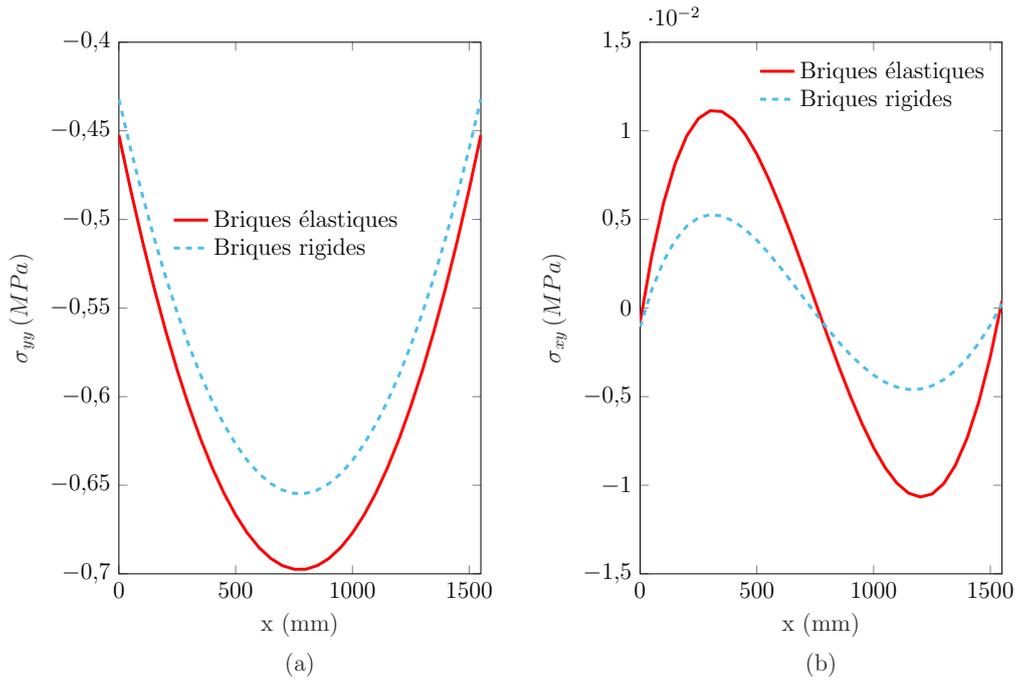


FIGURE 4.10 – Cas de maçonnerie saine : évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

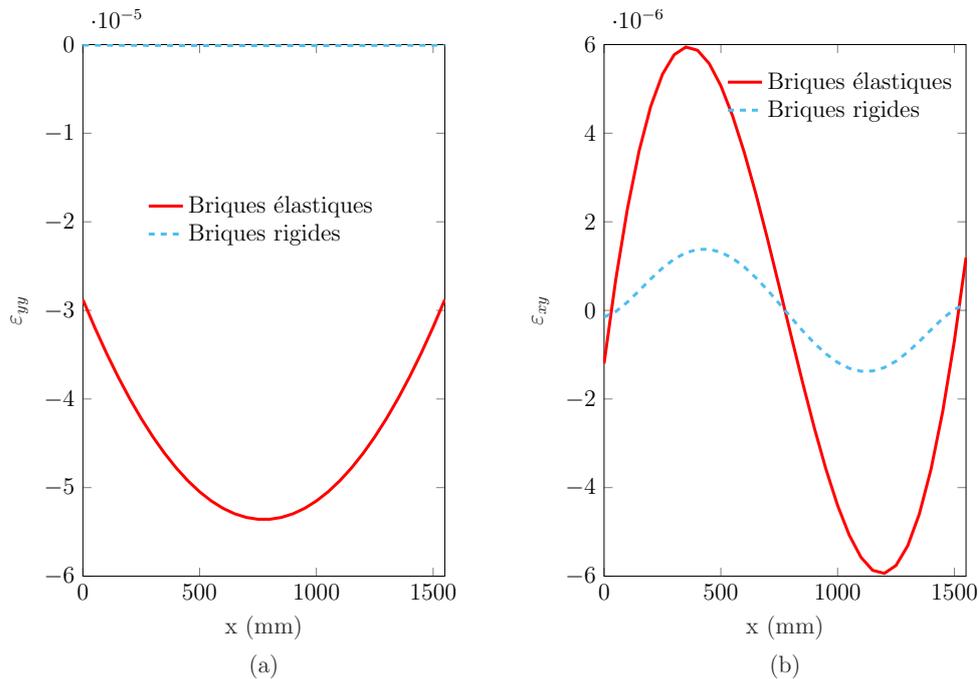


FIGURE 4.11 – Cas de maçonnerie saine : évolutions des déformations  $\epsilon_{yy}$  (a) et  $\epsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

74,03% pour  $\epsilon_{yy}$  et  $\epsilon_{xy}$ . On peut donc déduire que la rigidité des briques bloque de façon non négligeable les déformations de la maçonnerie.

On trace aussi les évolutions des contraintes  $\sigma_{eq}$  (figure (4.12-(a))) et déformations  $\epsilon_{eq}$

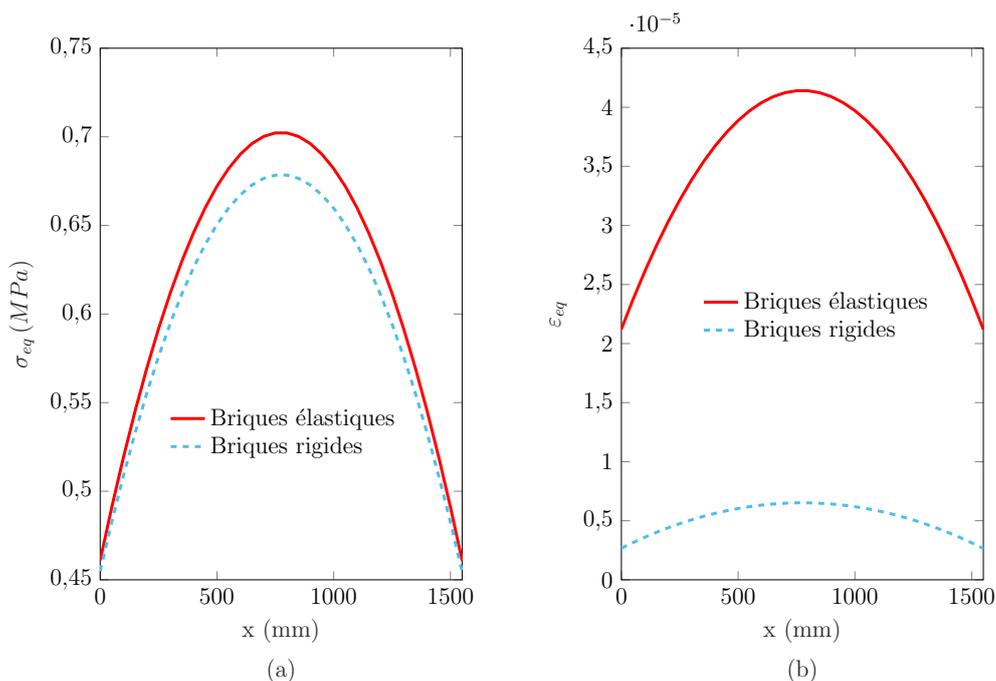


FIGURE 4.12 – Cas de maçonnerie saine : évolutions de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  (a) et de la déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

équivalentes, définies respectivement par les équations (4.4) et (4.6), pour les maçonneries avec des briques rigides et élastiques. On remarque que les évolutions des contraintes équivalentes  $\sigma_{eq}$  des maçonneries avec des briques rigides ou élastiques sont très proches. En effet, l'erreur relative maximale entre les deux murs est égale à 3,48%. La différence entre murs est plus significative pour les évolutions des déformations équivalentes  $\varepsilon_{eq}$  avec une erreur relative maximale d'environ 75,77%.

On passe maintenant à l'étude du comportement de la maçonnerie en prenant compte de la présence des fissures dans les joints de mortier élasto-viscoplastique.

### 4.3.2 Simulation EF d'une maçonnerie fissurée

Dans cette partie, on propose de prendre en compte l'effet de l'endommagement sur le comportement local du mur. Pour ce faire, on suppose que les joints de mortier sont fissurés avec des fissures identiques, parallèles et de forme elliptique de rayon  $R_f$  et de demi-hauteur  $a_f$  (figure (4.4)). On procèdera dans ce qui suit à l'étude de l'effet de maillage au contour de la fissure le long de la droite AB (figure (4.4)) afin d'étudier le comportement local du mur avec des joints horizontaux ou/et verticaux fissurés.

### 4.3.2.1 Cas de fissures dans les joints horizontaux

L'objectif de cette partie est d'étudier l'effet de la présence de fissures dans les joints horizontaux (figure (4.6)-(b)) sur le comportement local du mur. Pour une première illustration, on considère que les fissures sont identiques de rayon  $R_f = 12,5 \text{ mm}$  et de demi-hauteur  $a_f = 1 \text{ mm}$ . Cela nous permet d'obtenir la valeur de fraction surfacique de fissures dans les joints de mortier, définie par l'équation (4.8), égale à 1,3%.

Dans un premier temps, on propose d'étudier l'effet de la finesse de maillage sur le résultat du modèle en termes de déplacement local  $u_y$  en haut du mur. Pour ce faire, on trace la courbe d'évolution de  $u_y$  en fonction du nombre d'éléments autour de la fissure le long du segment AB (de longueur  $R_f$ ). Ce nombre varie de 1 à 13 éléments, comme le montre la figure (4.13). On constate que cette courbe se stabilise au-delà de 10 éléments (QUA8). Pour cette raison et afin de réduire les temps de calculs, nous retenons le nombre de 10 éléments pour une largeur de joint de  $2R_f$ . Ceci implique que la surface d'un élément est de l'ordre de  $2 \times 1,25 \text{ mm}^2$ .

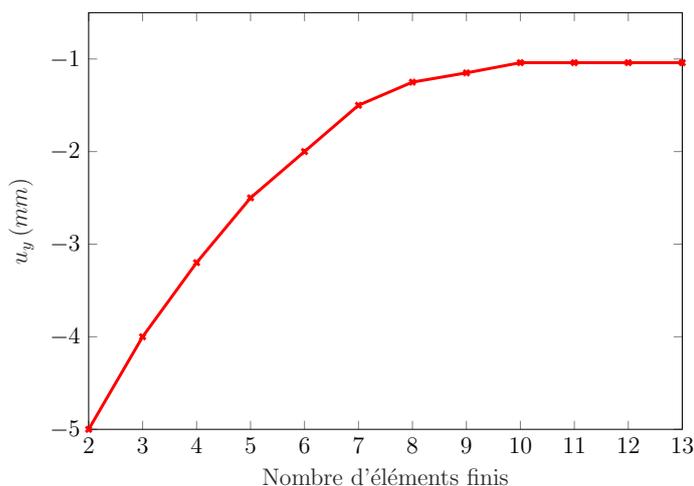


FIGURE 4.13 – Effet de la finesse de maillage du mortier : évolution du déplacement vertical en haut du mur constitué de briques élastiques et de joints horizontaux fissurés en fonction du nombre d'EF le long du segment AB

La figure (4.14) présente les cartes de distributions spatiales du déplacement vertical  $u_y$  pour les deux murs avec briques élastiques (a) et rigides (b). On constate que cette variable est négative quelle que soit la position du point dans les deux murs et qu'elle est maximale (en valeur absolue) en haut du mur. Les évolutions de  $u_y$  le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur du mur ( $y = H/2$ ) montrent qu'il est plus élevé (en valeur absolue) dans le cas de briques élastiques. Par exemple, l'erreur relative entre les deux cas (avec des briques rigides ou déformables) à mi-largeur et mi-hauteur du mur est

égale à 19,87%.

De plus, pour étudier l'effet de fissures sur le comportement du mur, on compare la courbe obtenue avec celle de la maçonnerie saine et on remarque que le déplacement  $u_y$  est plus élevé (en valeur absolue) en présence de fissures dans les joints horizontaux (voir tableau (4.2)). Ceci permet de noter que la présence des fissures dans les joints horizontaux de mortier diminue la rigidité de la structure maçonnée.

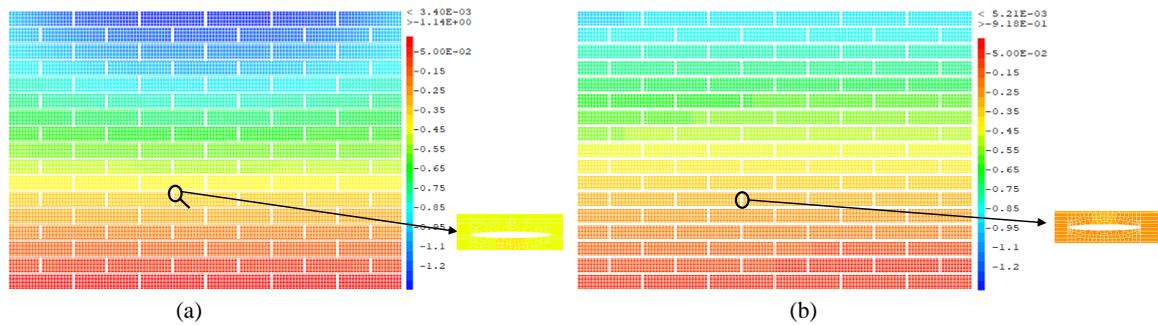


FIGURE 4.14 – Cas de fissures dans les joints horizontaux : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

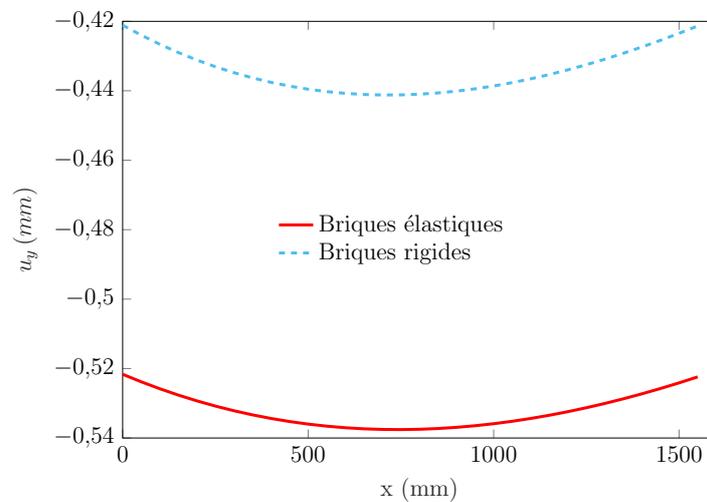


FIGURE 4.15 – Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions du déplacement vertical  $u_y$  le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

La figure (4.17) montre les évolutions des contraintes normales  $\sigma_{yy}$  (a) et de cisaillement  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur ( $y = H/2$ ) des murs, constitués de joints de mortier fissurés (les fissures se localisent uniquement dans les joints horizontaux) et de briques élastiques ou rigides. Pour les deux cas, on constate que la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  est négative et atteint son maximum (en valeur absolue) à

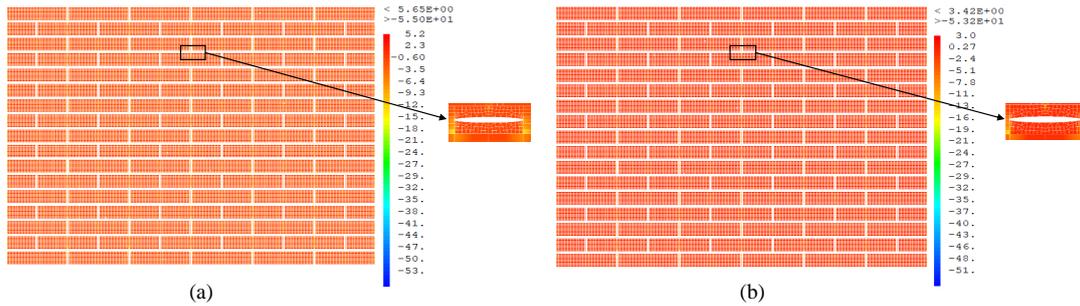


FIGURE 4.16 – Cas de fissures dans les joints horizontaux : cartes de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

mi-largeur des mur ( $x = L/2$ ). On peut aussi remarquer que la valeur absolue de cette contrainte est plus élevée pour le cas de maçonnerie avec des briques élastiques. Par exemple, les erreurs relatives maximales entre les contraintes atteignent respectivement 21,61% et 17,61% pour  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$ . Ceci est cohérent avec les cartes des contraintes présentées dans la figure (4.16) qui montrent aussi que la concentration de contrainte se produit pour les deux cas de mur au niveau des joints horizontaux autour des fissures.

Par comparaison au cas de la maçonnerie saine, on peut noter que les évolutions obtenues des contraintes  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  sont proches de celles du mur avec mortier sain pour les deux cas de briques. Par exemple, les erreurs relatives maximales entre les deux cas de mortier (sain et fissuré) des contraintes  $\sigma_{yy}$  et  $\sigma_{xy}$  pour des murs avec des briques élastiques illustrées au tableau (4.2) sont respectivement égales à 3,66% et 18,64%.

De même, on trace les évolutions des déformations normales  $\varepsilon_{yy}$  et de glissement  $\varepsilon_{xy}$  des murs constitués de mortier fissurés (fissures horizontales) et de briques élastiques et rigides respectivement dans les figures (4.18)-(a) et (4.18)-(b). On constate une différence significative entre les deux cas de briques : élastiques ou rigides. Les déformations  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$  du mur avec des briques rigides sont négligeables par rapport à celles du mur avec des briques élastiques. En effet, les erreurs relatives maximales entre ces deux cas des déformations  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$  sont respectivement 91,16% et 88,25%. De plus, on remarque aussi une différence importante entre le cas de mortier sain et fissuré : les déformations sont plus élevées en présence de fissures (tableau (4.2)). Ceci est en cohérent avec le fait que la présence de fissures dans les joints horizontaux diminue la rigidité de la maçonnerie.

Les figures (4.19)-(a) et (4.19)-(b) montrent respectivement les évolutions des contraintes  $\sigma_{eq}$  (équation (4.4)) et des déformations  $\varepsilon_{eq}$  (équation (4.6)) équivalentes le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur ( $y = H/2$ ) des murs constitués de mortier fissuré et de briques élastiques et rigides. On peut noter pour les deux cas que  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  sont plus élevées pour le cas des murs avec des briques élastiques. Par exemple, l'erreur relative entre les deux cas de murs à mi-hauteur et mi-largeur de mur ( $x = L/2$  et

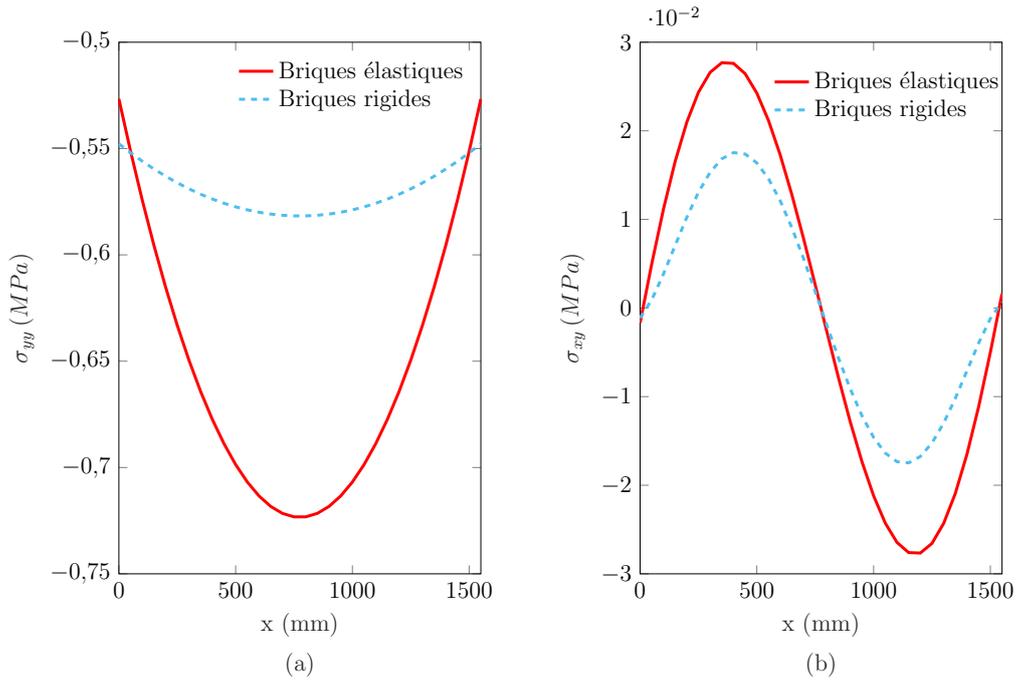


FIGURE 4.17 – Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

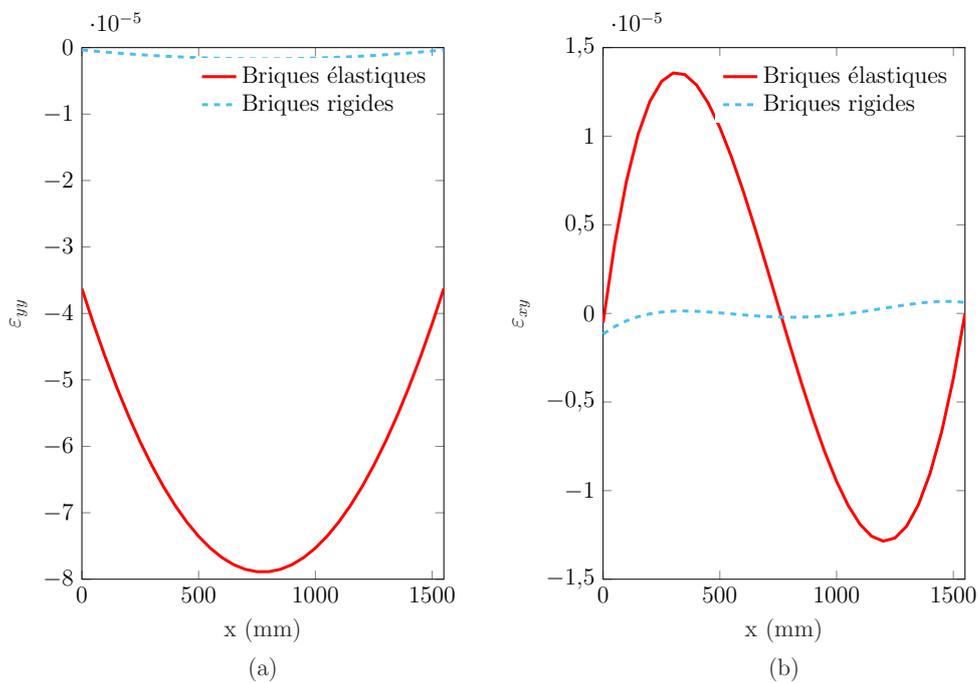


FIGURE 4.18 – Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions des déformations  $\epsilon_{yy}$  (a) et  $\epsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

$y = H/2$ ) pour  $\sigma_{eq}$  et de  $\varepsilon_{eq}$  sont respectivement égales à 9,4% et 75%.

La prise en compte des fissures dans les joints horizontaux ne permet pas seulement d'augmenter le déplacement, les contraintes et les déformations normales et de cisaillement du mur, mais aussi les contraintes et les déformations équivalentes. Les erreurs relatives maximales entre les deux cas de mortier (sain et fissuré) de  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  présentées au tableau (4.2) nous conduit à conclure que la présence de fissures augmente le risque de rupture des structures maçonnées.

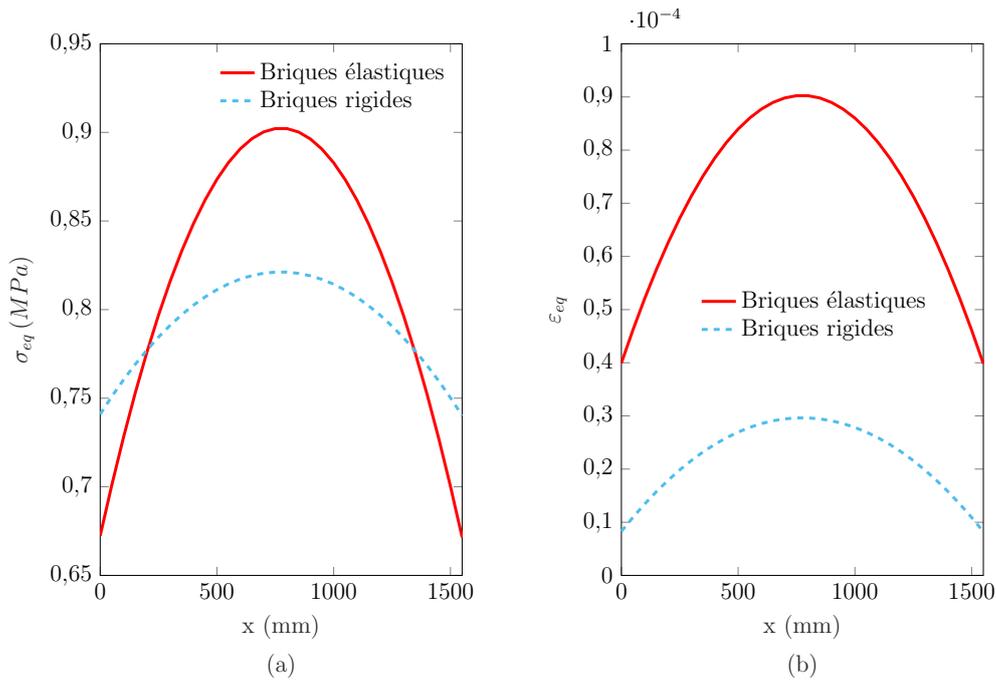


FIGURE 4.19 – Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  (a) et de la déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs constitués de briques élastiques et rigides

TABLEAU 4.2 – Erreurs relatives maximales (en %) entre le cas présents (présence de fissures dans les joints horizontaux) et le cas des murs sain constitués de briques élastiques

$u_y$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xy}$	$\varepsilon_{yy}$	$\varepsilon_{xy}$	$\sigma_{eq}$	$\varepsilon_{eq}$
88,17	3,66	18,64	37,74	77,65	24,93	74,21

#### 4.3.2.2 Cas de fissures dans les joints verticaux

Dans cette partie, on considère que le mortier est élasto-viscoplastique et fissuré et que les fissures se localisent uniquement dans les joints verticaux comme le présente la

figure (4.6)-(c). Pour ce faire, on suppose que les fissures (de fraction surfacique  $f_s = 1,3\%$ ) sont identiques de forme elliptique avec un même rayon  $R_f = 12,9\text{ mm}$  et une même mi-largeur ( $a_f = 1\text{ mm}$ ). Les fissures sont modélisées (figure (4.4)-(b)) en adoptant le même maillage que le cas précédent (section (4.3.2.1)).

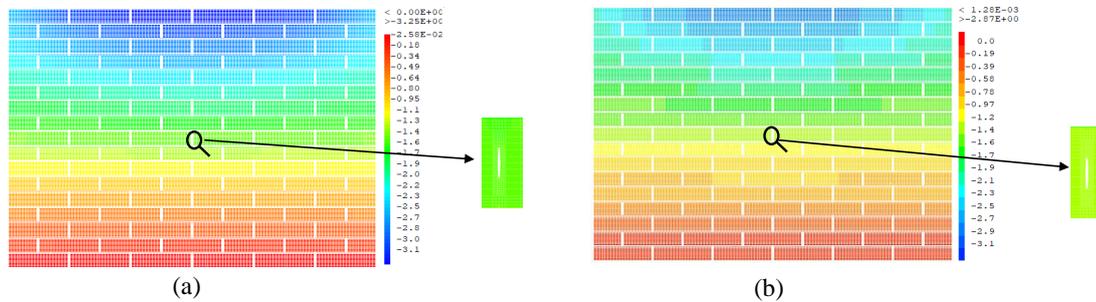


FIGURE 4.20 – Cas de fissures dans les joints verticaux : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

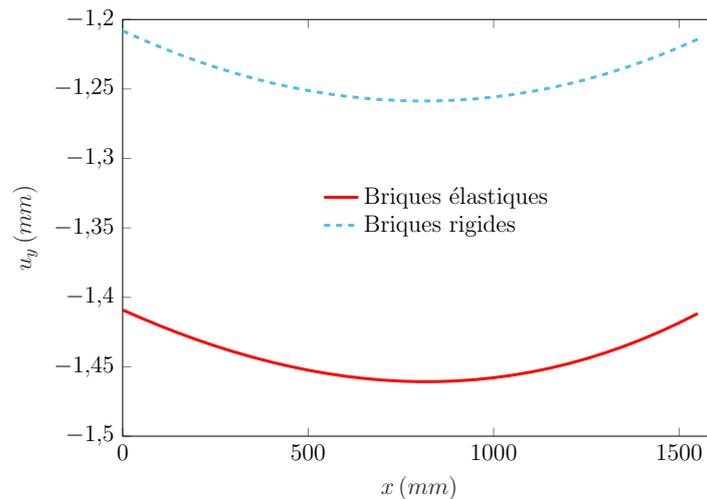


FIGURE 4.21 – Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions du déplacement vertical  $u_y$  le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

Les cartes de distributions spatiales du déplacement vertical  $u_y$  pour les deux murs avec briques élastiques (a) et rigides (b) sont présentées à la figure (4.20). Pour les deux cas de briques, on remarque que le déplacement vertical  $u_y$  est négatif le long du mur et que les déplacements atteignent leurs maximums au milieu des murs ( $x = L/2$ ) ce qui est cohérent avec les évolutions des déplacements  $u_y$  (figure (4.21)) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs. On peut aussi remarquer que les déplacements sont plus élevés pour les murs avec des briques élastiques. L'erreur relative maximale de  $u_y$

entre les deux cas (avec briques élastiques ou rigides) est égale à 14,79%. En outre, on mène des comparaisons des résultats obtenus avec les cas de mortier sain et des joints horizontaux fissurés, on peut alors constater que les déplacements sont plus élevés pour le cas des joints verticaux fissurés avec des erreurs relatives illustrées au tableau (4.3). Ces erreurs sont justifiées par le fait que les fissures horizontales sont perpendiculaire au chargement de compression vertical appliqué ce qui engendre la fermeture de certaines d'entre elles.

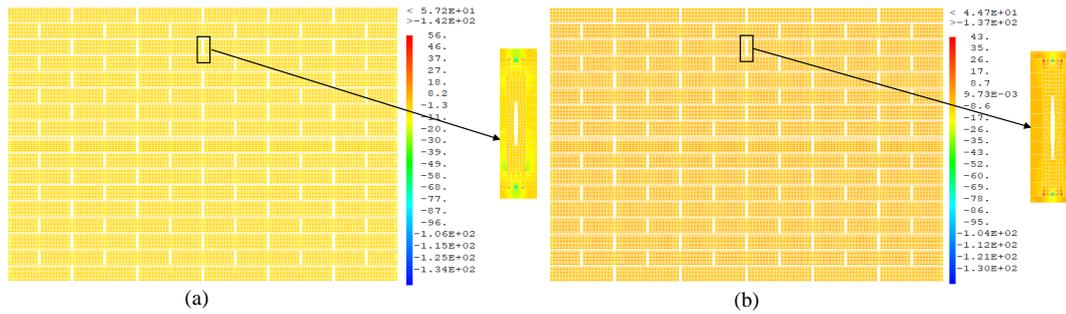


FIGURE 4.22 – Cas de fissures dans les joints verticaux : cartes de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

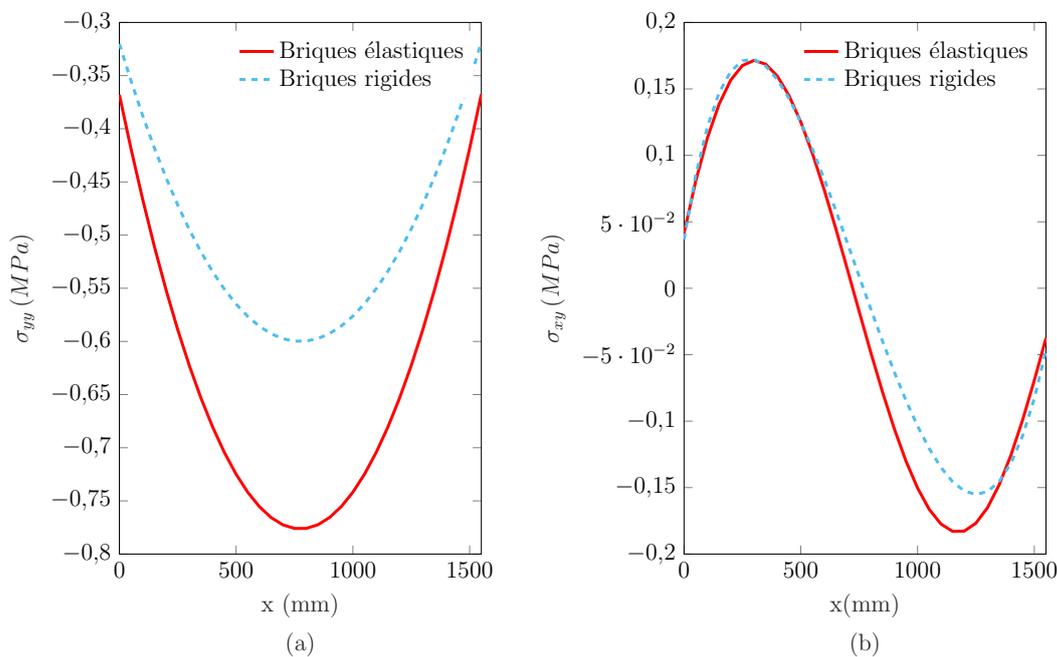


FIGURE 4.23 – Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

Les cartes de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  (figure (4.22)) des murs constitués de briques élastiques (a) et rigides (b) montrent que la concentration de contrainte pour les deux

murs se produit au niveau des joints verticaux alentours des fissures. On peut remarquer aussi que les contraintes sont plus élevées (en valeur absolue) dans le cas des briques élastiques ce qui est cohérent avec les évolutions de  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs (figure (4.23)). De plus, les estimations obtenues des contraintes normales et de cisaillement sont plus élevées par comparaison au cas de maçonnerie saine et avec des fissures horizontales (tableau (4.3)). Ceci est justifié par le fait que les joints de mortier avec des fissures verticales sont moins rigides que les joints sains.

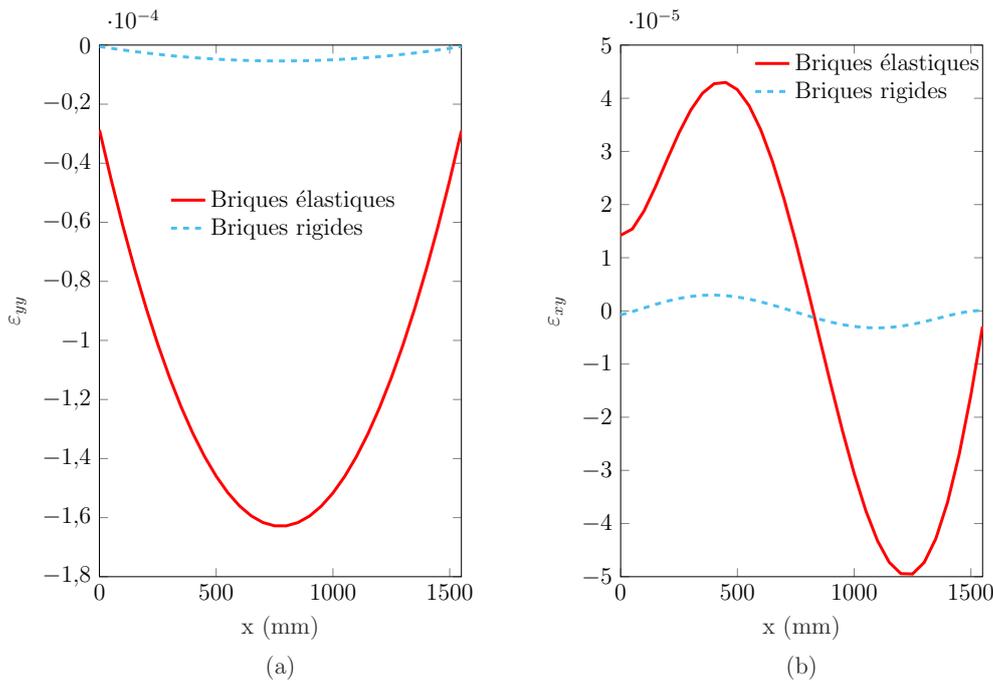


FIGURE 4.24 – Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions des déformations  $\varepsilon_{yy}$  (a) et  $\varepsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

Les figures (4.24)-(a) et (4.24)-(b) montrent les évolutions des déformations normales  $\varepsilon_{yy}$  (a) et de glissement  $\varepsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs constitués de joints de mortier fissurés (uniquement par des fissures verticales) et de briques élastiques et rigides. On constate que les déformations des murs avec des briques rigides sont négligeables par rapport à celles avec des briques élastiques. En outre, on distingue une différence significative par rapport aux cas de maçonnerie saine et avec des fissures horizontales.

On trace aussi les évolutions des contraintes  $\sigma_{eq}$  (figure (4.25)-(a)) et des déformations  $\varepsilon_{eq}$  (figure (4.25)-(b)) le long de l'axe des abscisses à  $y = H/2$  pour les deux cas de briques (élastiques et rigides) et on constate que  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  sont négligeables pour le cas de briques rigides. De plus, les estimations obtenues des contraintes et déformations équivalentes sont plus élevées par rapport au cas de mortier sain et avec des fissures

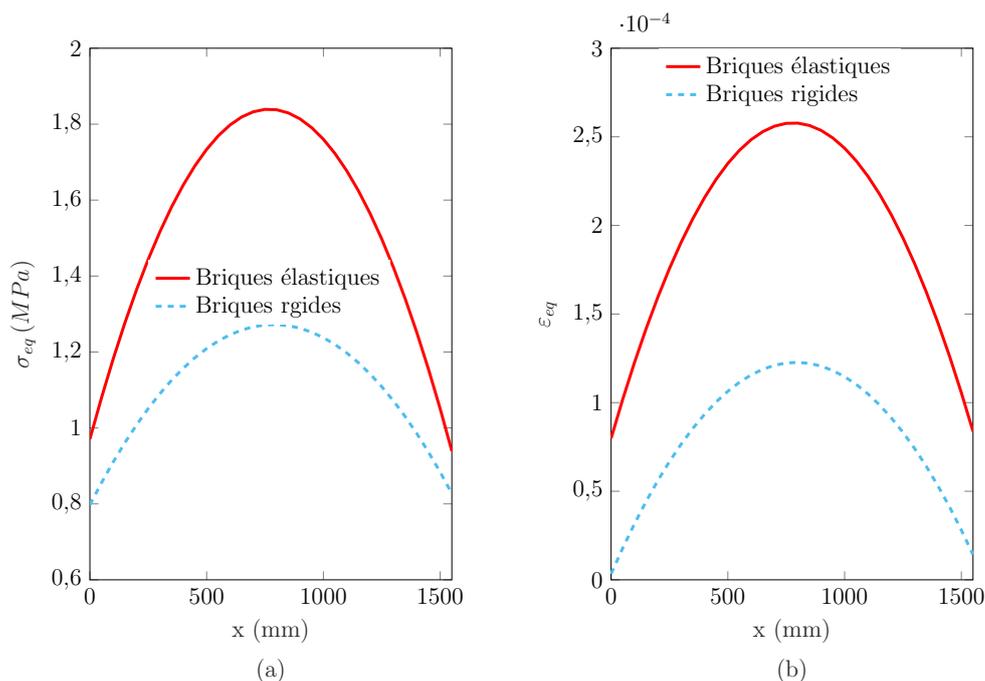


FIGURE 4.25 – Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions de la contrainte  $\sigma_{eq}$  (a) et de la déformation équivalentes  $\varepsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

horizontales. Par exemple, les erreurs relatives de  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  entre ce cas et les cas précédents de mortier (sain et avec des fissures horizontales) à mi-hauteur et mi-longueur du mur sont résumées au tableau (4.3).

TABLEAU 4.3 – Erreurs relatives maximales (en %) entre le cas présents (présence de fissures dans les joints verticaux) et les cas précédents pour des murs constitués de briques élastiques

	$u_y$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xy}$	$\varepsilon_{yy}$	$\varepsilon_{xy}$	$\sigma_{eq}$	$\varepsilon_{eq}$
Maçonnerie saine	92,29	10,71	69,75	98,78	99,28	89,49	96,38
Fissures dans les joints horizontaux	61,37	7,07	56,96	68,9	66,976	68,379	68,79

On peut alors conclure que la présence de fissures dans les joints verticaux pour le type de chargement appliqué diminue la rigidité du mur et augmente donc le risque de rupture de la maçonnerie.

#### 4.3.2.3 Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux

Dans cette partie, on propose de combiner les deux cas précédents (sections (4.3.2.1) et (4.3.2.2)) et on suppose que les deux joints de mortier (horizontaux et verticaux) sont

fissurés. Pour ce faire, les fissures sont présentées par des ellipses en conservant les mêmes fraction surfacique  $f_s = 1,3\%$  et mi-largeur  $a_f = 1\text{ mm}$  que les cas précédents. Le rayon de fissure vaut alors  $R_f = 6,35\text{ mm}$  (4.8).

On obtient alors les cartes de distributions spatiales du déplacement vertical  $u_y$  (figure (4.26)) des murs composés de joints de mortier fissurés et de briques élastiques (a) et rigides (b). On peut distinguer une différence significative entre les cas de briques élastiques et rigides. Ces résultats sont en accord avec les évolutions de  $u_y$  le long de l'axe des abscisses (figure (4.27)) à mi-hauteur des murs. On peut aussi constater que les déplacements obtenus dans ce cas sont plus élevés (en valeur absolue) par rapport à ceux des cas précédents (maçonnerie saine ou des fissures localisées dans les joints horizontaux ou verticaux). Par exemple, les erreurs relatives maximales entre notre cas et les cas précédents pour  $u_y$  d'un mur avec des briques élastiques sont résumées au tableau (4.4). Ceci permet de noter que la présence simultanée des fissures dans les joints horizontaux et verticaux diminue la rigidité des murs.

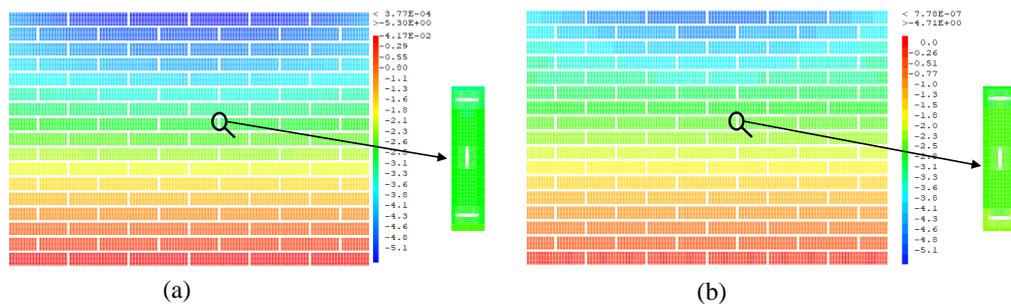


FIGURE 4.26 – Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

De même, les cartes de distribution spatiales des contraintes normales  $\sigma_{yy}$  (figure (4.28)) démontrent que les murs avec des briques élastiques (a) sont moins rigides que ceux avec des briques rigides (b). Ceci est en bon accord avec les évolutions (figure (4.29)) des contraintes normales  $\sigma_{yy}$  (a) et de cisaillement  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs. Les estimations (4.30) des déformations normales  $\varepsilon_{yy}$  (a) et de glissement  $\varepsilon_{xy}$  (b) des murs avec briques rigides sont négligeables par rapport à celles des murs avec des briques élastiques. Par exemple, les erreurs relatives entre les deux cas de briques pour  $\sigma_{yy}$  et de  $\varepsilon_{yy}$  sont respectivement 37,27% et 36,93%. Ceci est justifié par le fait que la rigidité des briques bloque partiellement la déformation de la maçonnerie.

Par comparaison aux cas de maçonnerie traités précédemment (saine et avec des joints horizontaux ou verticaux fissurés), on constate que les contraintes et déformations obtenues en présence simultanée de fissures dans les joints horizontaux et verticaux sont plus élevées (en valeurs absolues) par rapport aux autres cas (voir tableau (4.4)).

Pareillement, les évolutions obtenues (figure (4.31)) des contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et des

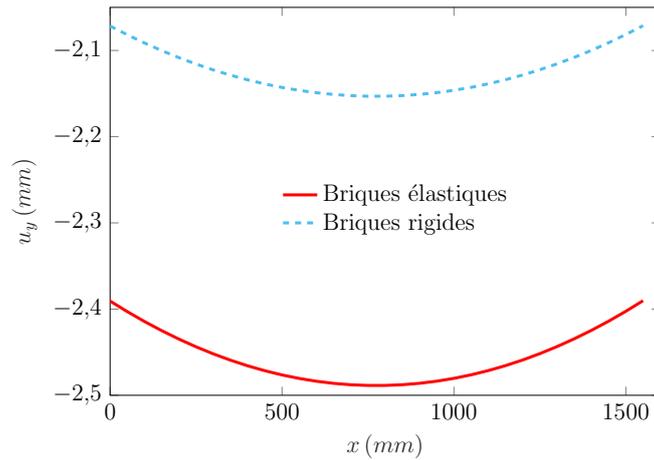


FIGURE 4.27 – Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions du déplacement vertical  $u_y$  le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

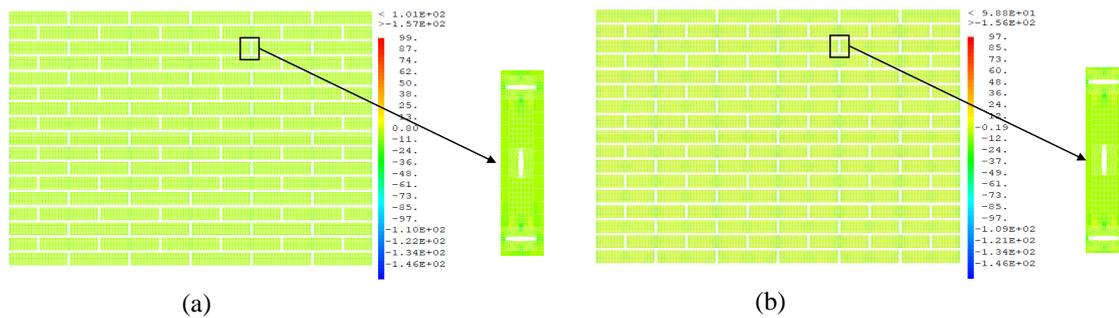


FIGURE 4.28 – Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : cartes de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

déformations  $\varepsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des abscisses sont plus élevées (pour les deux cas de briques) à celles des autres cas précédentes (tableau (4.4)).

Les erreurs relatives maximales entre le cas présent et les autres cas précédents des déplacements, contraintes et déformations des murs constitués de briques élastiques sont résumées dans le tableau (4.4). Ceci nous conduit à conclure que la présence de fissures dans les joints horizontaux et verticaux diminue fortement la rigidité de la maçonnerie et augmente le risque de rupture de la structure maçonnée.

### 4.3.3 Effet de fraction volumique de fissures sur la maçonnerie

Cette partie a pour objectif d'étudier l'effet de la fraction surfacique de fissure  $f_s$  (équation (4.8)) sur le comportement local de la maçonnerie composée de joints de mortier (horizontaux et verticaux) fissurés et de briques élastiques. Pour ce faire, on

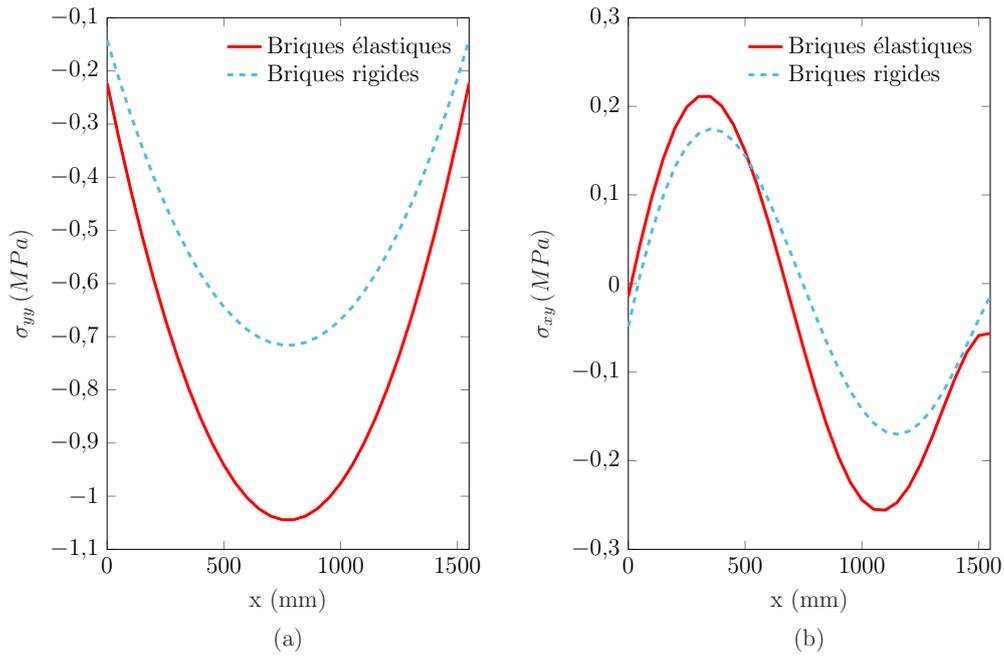


FIGURE 4.29 – Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

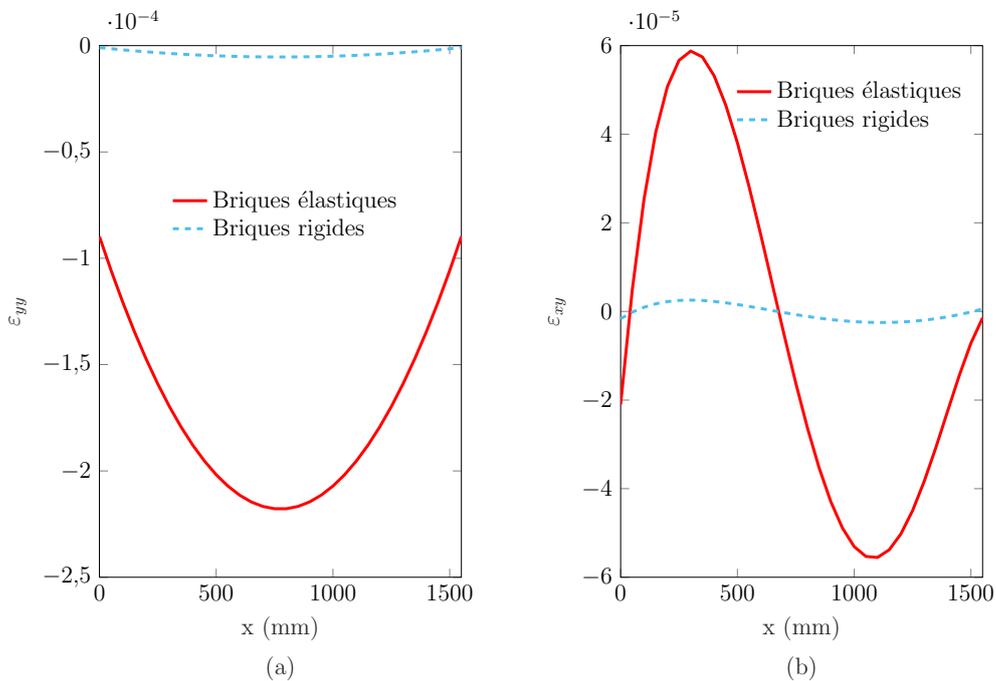


FIGURE 4.30 – Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions des déformations  $\varepsilon_{yy}$  (a) et  $\varepsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

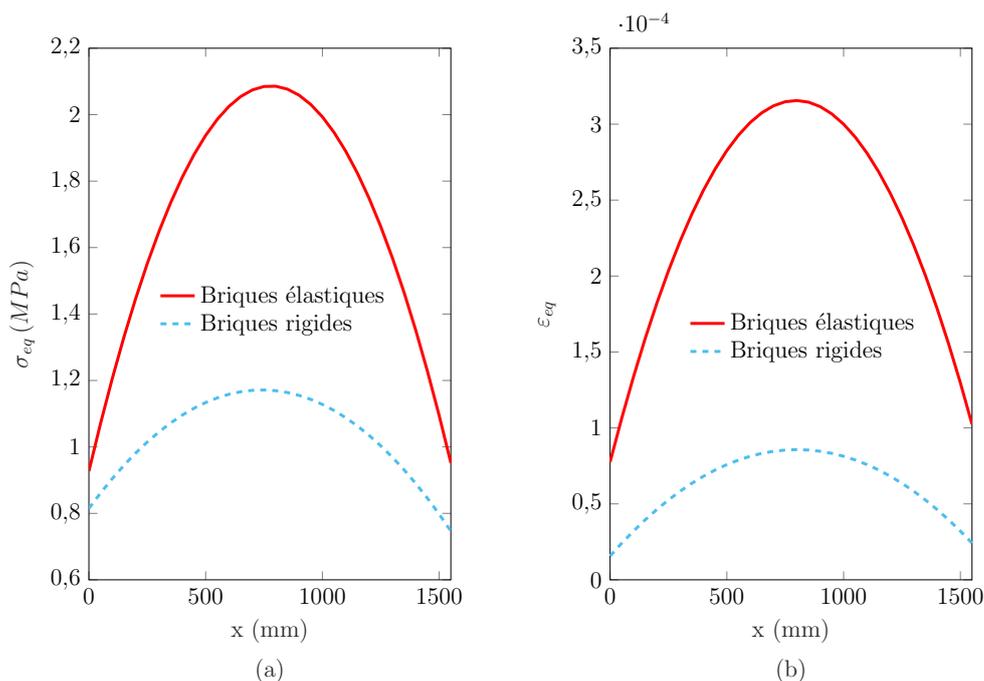


FIGURE 4.31 – Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  (a) et de la déformation équivalente  $\epsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides

TABLEAU 4.4 – Erreurs relatives maximales (en %) entre le cas présents (présence de fissures dans les joints horizontaux et verticaux) et les cas précédents pour des murs constitués de briques élastiques

	$u_y$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{xy}$	$\epsilon_{yy}$	$\epsilon_{xy}$	$\sigma_{eq}$	$\epsilon_{eq}$
Maçonnerie saine	96,368	39,86	66,1	94,25	80,69	99,28	90,17
Fissures dans les joints horizontaux	77,39	37,03	55,5	82,6	61,54	79,16	65,12
Fissures dans les joints verticaux	52,1	29,45	22,1	30,68	33,49	12,49	19,89

propose en premier temps de varier le rayon de fissure de 4 à 8 mm et d'évaluer l'évolution du déplacement vertical  $u_y$  (figure (4.32)) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs ( $y = H/2$ ) pour une mi-largeur de fissure égale à 1 mm. On peut remarquer que le déplacement vertical  $u_y$  augmente (en valeur absolue) en fonction de rayon de fissure. En effet, l'erreur relative entre les murs avec des fissures de rayons  $R_f = 4$  ( $f_s = 0,79\%$ ) et 8 mm ( $f_s = 1,58\%$ ) est égale à 20,336%.

De même, on trace à la figure (4.33) les évolutions des contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et des déformations  $\epsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur de ces murs. On peut aussi constater que  $\sigma_{eq}$  et  $\epsilon_{eq}$  augmentent en fonction du rayon de fissure  $R_f$ . Cela nous permet de conclure que l'augmentation de rayon de fissure augmente le risque de

défaillance des structures maçonneries.

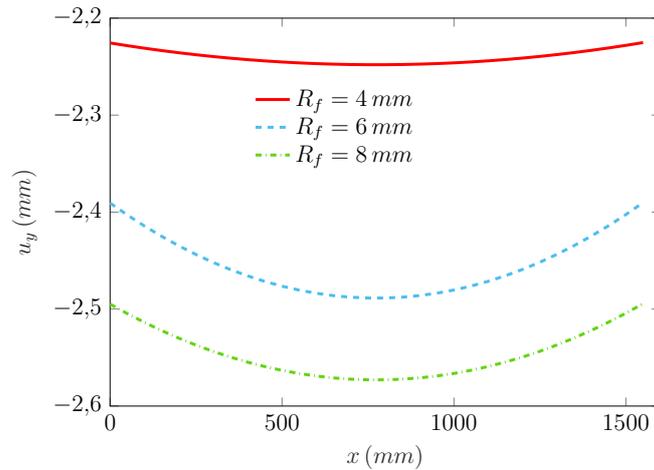


FIGURE 4.32 – Étude de l'effet de rayon de fissures  $R_f$  sur le déplacement vertical  $u_y$  du mur ( $a_f = 1 \text{ mm}$ )

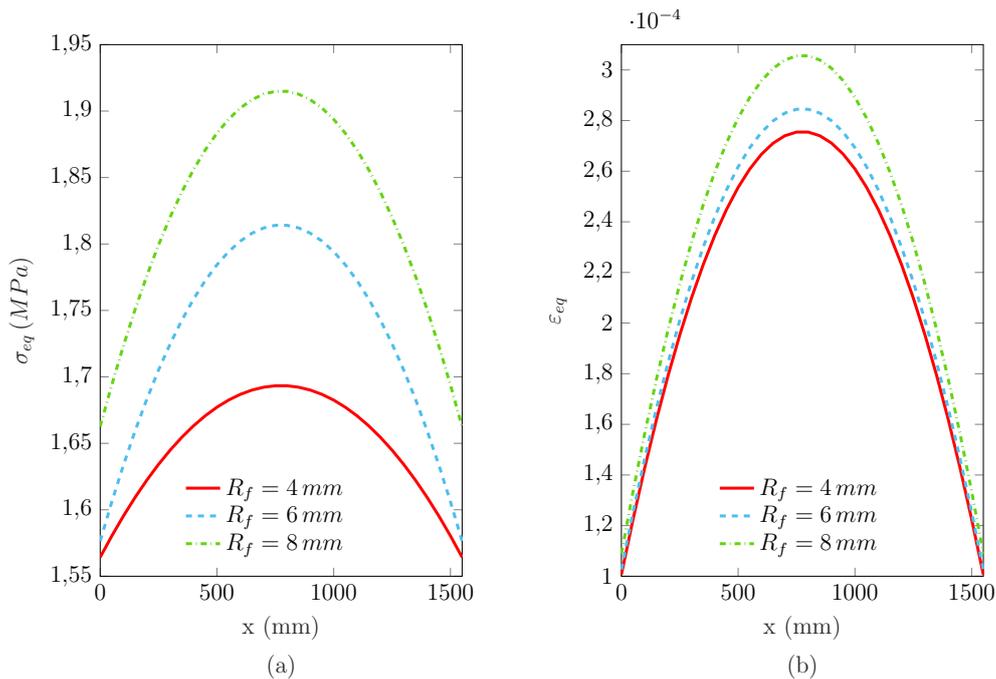


FIGURE 4.33 – Étude de l'effet de rayon de fissures  $R_f$  sur les contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et déformations  $\varepsilon_{eq}$  (b) équivalentes du mur ( $a_f = 1 \text{ mm}$ )

En deuxième lieu, on propose d'évaluer l'effet de la demi-hauteur de fissure  $a_f$  sur le comportement du mur. Pour ce faire, on trace les évolutions du déplacement  $u_y$  (figure (4.34)) le long de l'axe des abscisses des murs en fixant la valeur de rayon de fissure  $R_f = 6,35 \text{ mm}$  et en variant la valeur de demi-hauteur ( $a_f = 1, 1,5$  et  $2 \text{ mm}$ ). On remarque que  $u_y$  augmente (en valeur absolue) en fonction de  $a_f$ . Par exemple, l'erreur relative

maximale entre les cas de  $a_f = 1\text{ mm}$  ( $f_s = 1,3\%$ ) et  $a_f = 2\text{ mm}$  ( $f_s = 2,52\%$ ) est égale 10,976%. Les évolutions des contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et des déformations  $\varepsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur de ces murs (figure (4.35)) montrent aussi que  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  augmentent en fonction de demi-hauteur de fissure  $a_f$ . Ceci nous conduit à conclure que l'augmentation de la demi-hauteur des fissures augmente le risque de rupture de la maçonnerie.

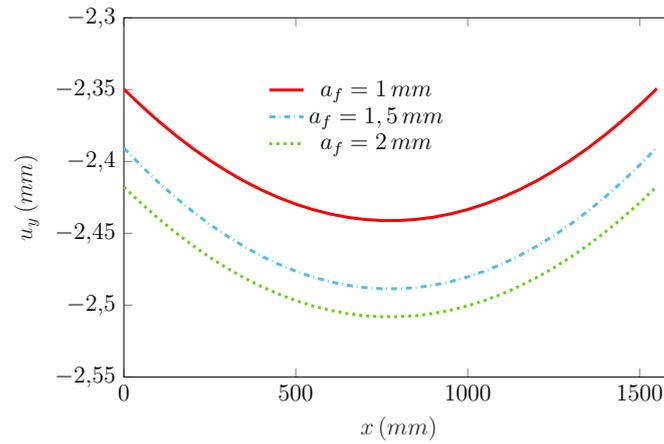


FIGURE 4.34 – Étude de l'effet de mi-hauteur de fissures  $a_f$  sur le déplacement vertical  $u_y$  du mur ( $R_f = 6,35\text{ mm}$ )

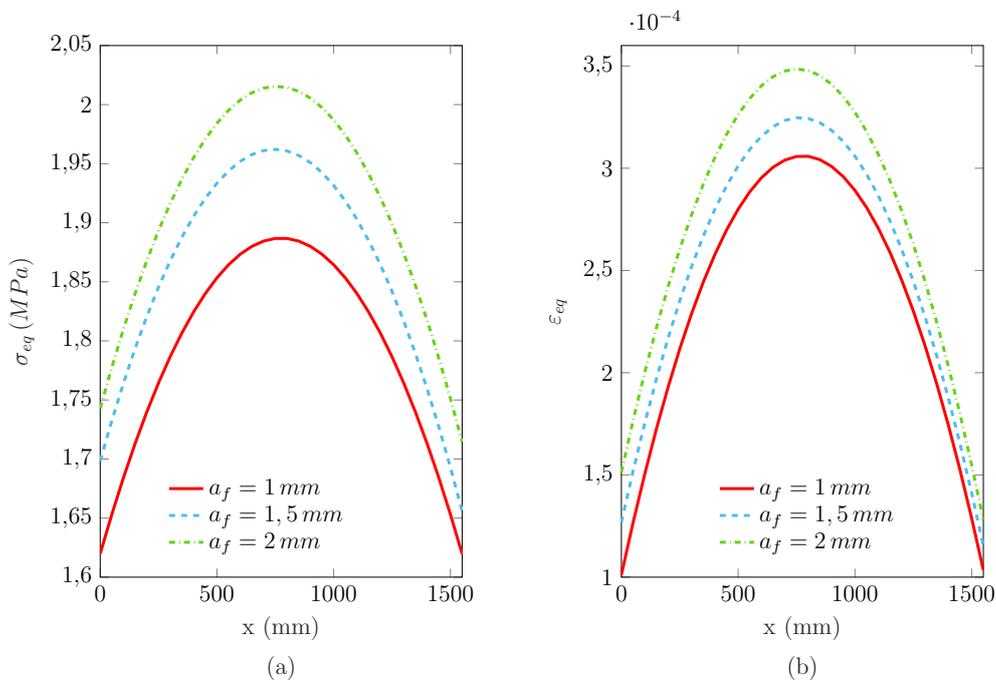


FIGURE 4.35 – Étude de l'effet de mi-hauteur de fissures  $a_f$  sur les contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et déformations  $\varepsilon_{eq}$  (b) du mur ( $R_f = 6,35\text{ mm}$ )

### 4.3.4 Effet de chargement sur le comportement de la maçonnerie

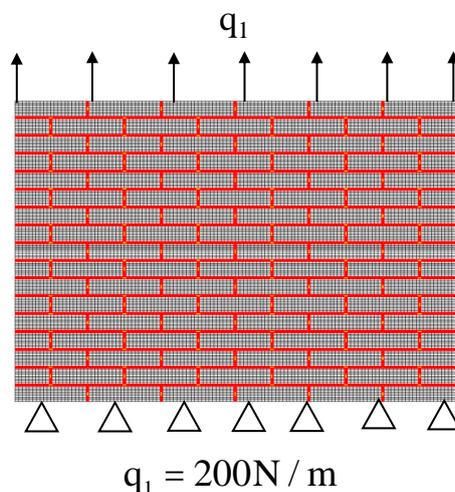


FIGURE 4.36 – Mur en traction avec des fissures horizontales et verticales soumis à une traction uniforme

On propose d'étudier dans ce qui suit l'effet de chargement sur le comportement de la maçonnerie en présence simultanée des fissures dans les joints de mortier horizontaux et verticaux ( $f_s = 1,3\%$ ). Pour cette raison, on suppose que le mur (de largeur  $L = 1550 \text{ mm}$  et hauteur  $H = 1040 \text{ mm}$ ) est soumis à une charge de traction verticale  $q_1 = 200 \text{ N/m}$  (figure (4.36)). Le bas de ce mur est bloqué en déplacement vertical ( $u_y = 0$ ) et ses bords latéraux sont libres.

On trace à la figure (4.37) les cartes de déplacements  $u_y$  des murs avec des briques élastiques (a) et rigides (b). on peut constater que les déplacements  $u_y$  sont positifs pour les deux cas de briques ceci est en accord avec les évolutions du déplacement vertical  $u_y$  (figure (4.38)) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs constitués de briques élastiques ou rigides et des joints de mortier élasto-viscoplastique fissuré. On peut aussi noter que les déplacements  $u_y$  sont presque égaux (en valeur absolue) à ceux obtenus en cas de compression (figure (4.27)) ce qui est cohérent avec la charge de traction appliquée. Pareillement au cas de compression, on peut aussi noter que ce déplacement est plus élevé au cas de briques élastiques avec une erreur relative maximale égale à 13,85%. Ceci nous conduit à conclure que la rigidité des briques bloque de façon non négligeable la déformation de la maçonnerie.

De même, on obtient aussi (4.39) pour les deux cas de briques (rigides ou élastiques) les évolutions de contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et de déformations  $\varepsilon_{eq}$  (b) le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur des murs. Les évolutions obtenues de  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  sont très proches à celle

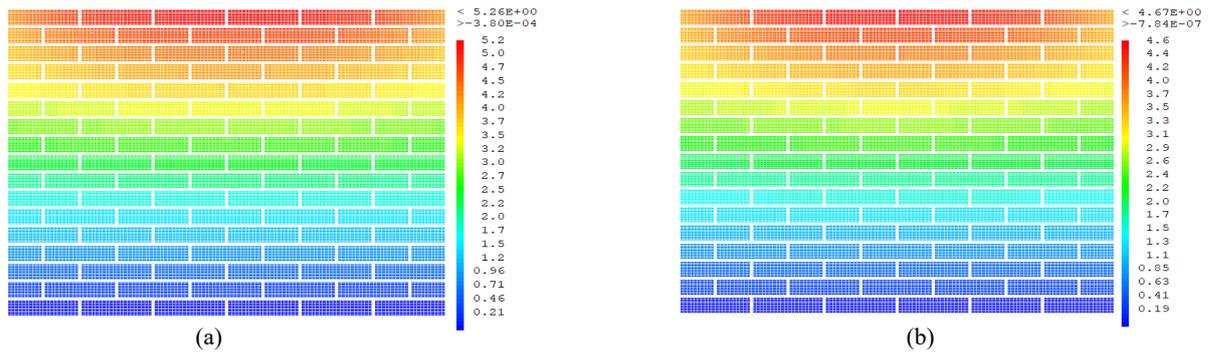


FIGURE 4.37 – Mur avec des joints fissurés soumis à une traction uniforme : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b)

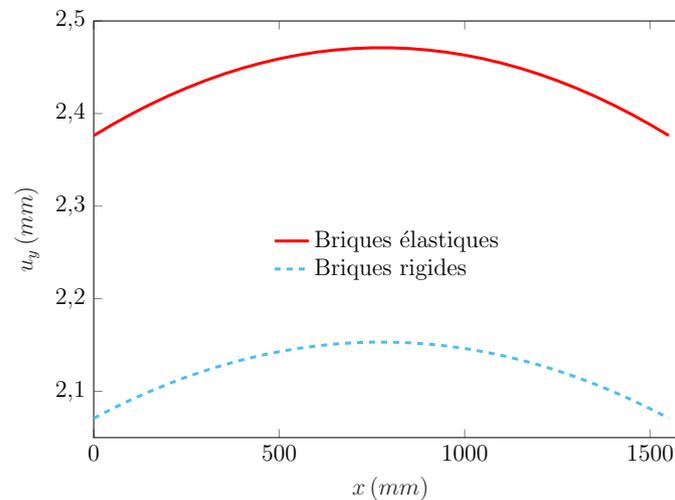


FIGURE 4.38 – Mur avec des joints fissurés soumis à une traction uniforme : Évolution du déplacement vertical  $u_y$  à mi-hauteur du mur le long de l'axe des abscisses

fournies dans le cas du compression verticale. Les erreurs relatives maximales  $\sigma_{eq}$  et  $\varepsilon_{eq}$  entre le cas de compression et de traction sont respectivement 7,658% et 2,57%. Ces erreurs sont justifiée par le fait que nous avons appliqué la même amplitude en traction et en compression et que la charge de compression latérale appliquée dans le cas précédent est négligeable par rapport à la charge de compression verticale.

## 4.4 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle numérique permettant d'évaluer avec précision le comportement non-linéaire de la maçonnerie en tenant compte de la

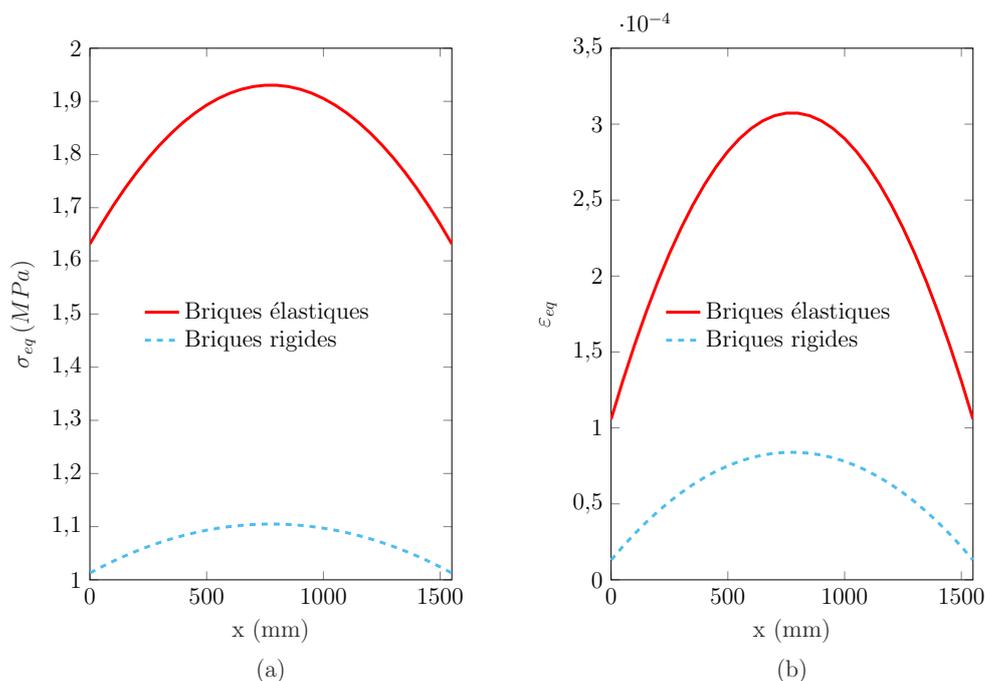


FIGURE 4.39 – Mur avec des joints fissurés soumis à une traction uniforme : Évolutions des contraintes  $\sigma_{eq}$  (a) et déformations  $\epsilon_{eq}$  (b) à mi-hauteur du mur le long de l'axe des abscisses

viscoplasticité et du phénomène d'endommagement (présence des microfissures). Ce modèle est basé principalement sur deux étapes : (i) la première consiste à modéliser le comportement élasto-viscoplastique fissuré du mortier renforcé par un polymère (POLYLITE 10316) [96]. À son état sain, la loi de comportement du mortier est supposée suivre la loi de Ramberg-Osgood [122]. Ensuite, les fissures sont modélisées par éléments finis en supposant qu'elles sont identiques et de forme elliptique de rayon  $R_f$  de demi-hauteur  $a_f$ . Pour des raisons de simplicité, on considère que ses fissures sont de directions parallèles ; (ii) la deuxième étape vise à prédire la réponse locale d'une structure maçonnée à l'aide de sa modélisation directe et d'une simulation éléments finis. Par souci de simplicité et comme première illustration, on se limite dans cette étude au cas d'un mur maçonné soumis à une compression uniforme verticale, sans ou avec des charges de compression latérales. La sensibilité de ce modèle au raffinement du maillage autour de la fissure a été étudiée afin d'avoir une réponse locale précise du mur.

Ce travail a pour objectif de localiser la concentration de contrainte dans un mur avec quatre configurations : cas de maçonnerie saine et avec des joints horizontaux ou/et verticaux fissurés. Les simulations de ces murs ont montré que la présence de fissures diminue la rigidité des structures maçonnées et que les murs avec des joints horizontaux et verticaux fissurés sont les murs moins rigides par rapport aux autres cas. Comme première illustration, les briques sont supposées saines, rigides ou élastiques. Pour les quatre cas de mortier, les comparaisons entre les deux cas de briques montrent que la

rigidité des briques bloque partiellement la déformation de la maçonnerie.

Notons que ce modèle présente l'avantage de la prise en compte de plusieurs paramètres : épaisseur finie des joints de mortier, la viscoplasticité du mortier, présence de fissures. De plus, des études de l'effet de fraction surfacique de fissures sur le comportement local du mur réalisées en variant le rayon et la mi-largeur de fissures montrent que l'augmentation des  $R_f$  et  $a_f$  conduit à la diminution de rigidité des murs.

Enfin, on peut conclure que le risque de rupture est majoré par trois facteurs : la présence de fissures dans les joints horizontaux et verticaux du mortier, l'augmentation de rayon et mi-largeur de fissures ainsi que l'élasticité des briques.

Le modèle proposé pourrait être amélioré en prenant en considération la distribution aléatoire de fissures sur le comportement global/local de la maçonnerie. De plus, il est nécessaire d'étudier dans les prochains travaux le comportement du mur pour des fractions surfaciques plus élevées. Enfin, il est intéressant aussi de prendre en compte la présence des fissures dans les briques. Enfin, la prise en compte du phénomène de fluage de la maçonnerie viscoplastique fissurée et du chargement thermique [118] pourra enrichir le modèle proposé.



## Conclusions et perspectives

Cette thèse a pour objectif de prédire le comportement local de la maçonnerie micro-fissurée. Des méthodes analytiques et numériques sont appliqués afin d'étudier le comportement mécanique des structures en maçonnerie composées de joints de mortier élastique, viscoélastique ou élasto-viscoplastique microfissuré et de briques rigides ou déformables saines.

dans le chapitre 1, nous avons mené une recherche bibliographique portant sur les travaux numériques et expérimentaux réalisés sur la maçonnerie avec ou sans la prise en compte de l'interface brique/mortier. Les modèles d'homogénéisation classiques sont rappelés pour estimer le comportement homogène équivalent du mortier élastique contenant des microfissures distribuées de façon aléatoire ou parallèle.

Nous avons proposé au chapitre 2 un modèle mixte analytique-numérique qui permet d'évaluer le comportement non-linéaire de la maçonnerie viscoélastique fissurée en tenant compte du fluage de ses constituants (briques et mortier). Pour ce faire, la théorie de Griffith est couplée avec le modèle d'homogénéisation Ponte-Castañeda et Willis (PCW) [11] afin de prédire les propriétés mécanique du mortier fissuré. Les paramètres de la fonction de fluage sont identifiés à court et long termes à l'aide du modèle rhéologique du Maxwell Modifié (MM) [20]. La simulation directe par éléments finis de la structure complète permet de garantir la précision de calculs. Le modèle proposé (PCW&EF) est validé par les solutions analytiques de Cecchi et Sab [105] et Cecchi et Taliercio [106] valables pour un mur composé de briques rigides soumis à un chargement de compression verticale. Des comparaisons entre les cas de briques élastiques ou viscoélastiques ont amené à conclure que le fluage des briques accélère le risque de rupture de la structure maçonnée.

Le chapitre 3 vise à estimer le comportement d'interface briques/mortier avec la prise en compte du comportement du mortier (élastique ou viscoélastique) endommageable et de la distribution spatiale de fissures (aléatoire et parallèle). Les expressions des rigidités normale  $C_N$  et tangentielle  $C_T$  sont obtenues à l'aide de schémas classiques d'homogénéisation (DL, MT et PCW) et la technique d'analyse asymptotique pour les deux types de problèmes (en contraintes ou en déformations planes). En premier lieu, nous avons utilisé la loi d'interface élastique pour étudier le comportement d'un triplet de briques en cisaillement. Les lois d'évolution de la demi-longueur de fissures en

fonction de la contrainte de cisaillement sont identifiées en se basant sur les résultats expérimentaux de Fouchal et al. [107]. En deuxième lieu, nous avons adopté la loi d'interface viscoélastique afin d'étudier le problème de mur en compression. La loi d'évolution temporelle de la demi-longueur de fissures est identifiée en se référant à la courbe de déplacement obtenue dans le chapitre 2.

Finalement, nous avons pris en compte la déformation élasto-viscoplastique de la maçonnerie microfissurée au chapitre 4. À son état sain, le mortier est supposé élasto-viscoplastique suivant la loi de Ramberg-Osgood. Ensuite, les fissures sont modélisées numériquement par la méthode des éléments finis comme des ellipses identiques et orientées de façon parallèle. Le modèle proposé est appliqué pour prédire le comportement d'un mur en compression verticale avec des charges de compression latérales. Des comparaisons entre les cas de briques (rigides et élastiques) ont conduit à conclure que la rigidité des briques bloque fortement la déformation de la maçonnerie. Quatre configurations de maçonnerie sont traitées dans ce travail : Cas de maçonnerie à l'état sain, avec des fissures localisées dans les joints horizontaux ou/et verticaux. Les comparaisons entre ces quatre cas ont montré que la présence de fissures dans les joints de mortier horizontaux et verticaux augmente le risque de rupture.

Les modèles viscoélastiques (avec et sans interface) et élasto-viscoplastique proposés pourront être validés dans les prochaines études par des essais réels. Concernant la maçonnerie viscoélastique, il est intéressant d'étudier l'effet du modèle rhéologique sur le comportement de celle-ci. On pourra par exemple appliquer le modèle de Maxwell Généralisé (pour  $n \geq 2$ ) et le modèle de Kelvin-Voigt Généralisé.

Nous nous sommes limités dans cette thèse au cas de briques saines et de mortier avec des fissures elliptiques ouvertes sans l'étude de la propagation de celles-ci. Les modèles proposés pourront être améliorés par la prise en compte de l'endommagement des briques et de la propagation de fissures de différents états et formes. Enfin, il est nécessaire de prendre en compte l'effet des conditions du milieu extérieur, comme le chargement thermique et l'effet d'hygrométrie sur le comportement de la maçonnerie afin de garantir la durabilité des structures maçonnées. Il est donc intéressant d'enrichir les modèles proposés par la modélisation des déformations thermiques et hygro-mécaniques des constituants de la maçonnerie.





## Les bases de calculs tensoriels

### A.1 Base de $(\mathbb{J}, \mathbb{K})$

La base de projections sphérique et déviatorique  $(\mathbb{J}, \mathbb{K})$  est définie par [?, ?] :

$$\mathbb{J} = \frac{1}{3}\delta_{ij}\otimes\delta_{ij}, \quad \mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J} \quad (\text{A.1})$$

où  $\delta_{ij}$  et  $\mathbb{I}$  sont respectivement les tenseurs d'identité d'ordre 2 et 4.

Les tenseurs de projection sphérique et déviatorique vérifient les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbb{J} : \mathbb{J} &= \mathbb{J} \\ \mathbb{K} : \mathbb{K} &= \mathbb{K} \\ \mathbb{J} : \mathbb{K} &= \mathbb{K} : \mathbb{J} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Soient  $\mathbb{A}$  et  $\mathbb{B}$  deux tenseurs quelconques d'ordre 4, ils s'écrivent dans la base  $(\mathbb{J}, \mathbb{K})$  sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{A} &= a\mathbb{J} + b\mathbb{K} \\ \mathbb{B} &= c\mathbb{J} + d - \mathbb{K} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$a$  et  $b$  sont les composantes du tenseur  $\mathbb{A}$  dans la base  $(\mathbb{J}, \mathbb{K})$ ,  $c$  et  $d$  sont les composantes du tenseur  $\mathbb{B}$  dans cette base. on obtient alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{A}^{-1} &= \frac{1}{a}\mathbb{J} + \frac{1}{b}\mathbb{K} \\ \mathbb{A} + \mathbb{B} &= (a+c)\mathbb{J} + (b+d)\mathbb{K} \\ \mathbb{A} : \mathbb{B} &= a.c\mathbb{J} + b.d\mathbb{K} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

## A.2 Base de Walpole

Soit  $\mathbb{A}$  un tenseur quelconque d'ordre 4, isotrope transverse par rapport à l'axe  $e_3$ , il prend la forme suivante [3] :

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} A_{1111} & A_{1122} & A_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ A_{1122} & A_{1111} & A_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ A_{3311} & A_{3311} & A_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{1313} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{1313} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_{1111}-A_{1122}}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Ce tenseur s'écrit dans la base de Walpole comme :

$$\mathbb{A} = \sum_1^6 a_i \mathbb{E}_i \quad (\text{A.6})$$

De façon symbolique, il prend la forme suivante :

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

avec

$$\begin{aligned} a_1 &= A_{1111} + A_{1122}, & a_2 &= A_{3333}, & a_3 &= A_{1111} - A_{1122} \\ a_4 &= 2A_{1313}, & a_5 &= A_{3311}, & a_6 &= A_{1133} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Les tenseurs  $\mathbb{E}_i$  d'ordre 4 sont définis par :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_1(n) &= \frac{1}{2} \underline{\mathbb{T}} \otimes \underline{\mathbb{T}}, & \mathbb{E}_2(n) &= \underline{\mathbb{N}} \otimes \underline{\mathbb{N}}, & \mathbb{E}_3(n) &= \underline{\mathbb{T}} \otimes \underline{\mathbb{T}} - \mathbb{E}_1(n) \\ \mathbb{E}_4(n) &= \underline{\mathbb{N}} \otimes \underline{\mathbb{T}} + \underline{\mathbb{T}} \otimes \underline{\mathbb{N}}, & \mathbb{E}_5(n) &= \underline{\mathbb{N}} \otimes \underline{\mathbb{T}}, & \mathbb{E}_6(n) &= \underline{\mathbb{T}} \otimes \underline{\mathbb{N}} \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

sachant que  $(a \otimes \bar{b})_{ijkl} = \frac{1}{2} (a_{ik} b_{jl} + a_{il} b_{jk})$  et  $(a \otimes b)_{ijkl} = \frac{1}{2} (a_{ij} b_{kl} + a_{ki} b_{ij})$ .

L'inverse de  $\mathbb{A}$  est alors définie par :

$$\mathbb{A}^{-1} = \frac{a_2}{\Delta} \mathbb{E}_1(n) + \frac{a_1}{\Delta} \mathbb{E}_2(n) + \frac{1}{a_3} \mathbb{E}_3(n) + \frac{1}{a_4} \mathbb{E}_4(n) - \frac{a_5}{\Delta} \mathbb{E}_1(n) - \frac{a_6}{\Delta} \mathbb{E}_6(n) \quad (\text{A.10})$$

avec  $\Delta = a_1 a_2 - 2a_5^2$ .

Soit un second tenseur  $\mathbb{B}$  d'ordre 4 de composante  $b_i$ . On obtient alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{A} : \mathbb{B} &= (a_1 b_1 + 2a_6 b_5) \mathbb{E}_1(n) + (a_2 b_2 + 2a_5 b_6) \mathbb{E}_2(n) + a_3 b_3 \mathbb{E}_3(n) + a_4 b_4 \mathbb{E}_4(n) + \\ & (a_2 b_5 + a_5 b_1) \mathbb{E}_5(n) + (a_1 b_6 + a_6 b_2) \mathbb{E}_6(n) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Le produit doublement contracté de deux éléments de la base de Walpole est résumé dans tableau

TABLEAU A.1 – *Produit dans la base de Walpole [3]*

	$\mathbb{E}_1(n)$	$\mathbb{E}_2(n)$	$\mathbb{E}_3(n)$	$\mathbb{E}_4(n)$	$\mathbb{E}_5(n)$	$\mathbb{E}_6(n)$
$\mathbb{E}_1(n)$	$\mathbb{E}_1(n)$	0	0	0	0	$\mathbb{E}_6(n)$
$\mathbb{E}_2(n)$	0	$\mathbb{E}_2(n)$	0	0	$\mathbb{E}_5(n)$	0
$\mathbb{E}_3(n)$	0	0	$\mathbb{E}_3(n)$	0	0	0
$\mathbb{E}_4(n)$	0	0	0	$\mathbb{E}_4(n)$	0	0
$\mathbb{E}_5(n)$	$\mathbb{E}_5(n)$	0	0	0	0	$2\mathbb{E}_2(n)$
$\mathbb{E}_6(n)$	0	$\mathbb{E}_6(n)$	0	0	$2\mathbb{E}_1(n)$	0

# B

## Homogénéisation du mortier viscoélastique microfissuré : Schéma dilué

Dans cet annexe, on propose de détailler le modèle multi-échelle développé par Nguyen [3] qui permet d'estimer la fonction de fluage du mortier viscoélastique fissuré en remplaçant le schéma de Ponte-Castañeda et Willis (PCW) (section 2.2) par le schéma dilué (DL).

Rappelons que le tenseur de rigidité du mortier fissuré s'écrit selon le schéma dilué (DL) sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathbb{C}}^* = 3\tilde{k}_{DL}^* \mathbb{J} + 2\tilde{\mu}_{DL}^* \mathbb{K} \quad (\text{B.1})$$

où  $\tilde{k}_{DL}^*$  et  $\tilde{\mu}_{DL}^*$  sont respectivement les modules effectifs apparents de compressibilité et de cisaillement définis par :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tilde{k}_{DL}^*} &= \frac{1 + d_c Q^*}{k_m^*} \quad \text{avec} \quad Q^* = \frac{16}{9} \frac{1 - \nu_m^{*2}}{1 - 2\nu_m^*} \\ \frac{1}{\tilde{\mu}_{DL}^*} &= \frac{1 + d_c M^*}{\mu_m^*} \quad \text{avec} \quad M^* = \frac{32}{45} \frac{(1 - \nu_m^*)(5 - \nu_m^*)}{2 - \nu_m^*} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

avec

$$k_m^*(p) = k_R + \frac{1}{\frac{1}{k_M} + \frac{3}{p\eta_M^s}}, \quad \mu_m^*(p) = \mu_R + \frac{1}{\frac{1}{\mu_M} + \frac{2}{p\eta_M^d}}, \quad \nu_m^*(p) = \frac{3k_m^*(p) - 2\mu_m^*(p)}{6k_m^*(p) + 2\mu_m^*(p)} \quad (\text{B.3})$$

Les développements en série d'ordre 2 de  $Q^*$  et  $M^*$  prennent la forme suivante :

$$\begin{aligned} p=0 \quad Q^* &= Q_0^0 + Q_1^0 p + O(p^2), \quad M^* = M_0^0 + M_1^0 p + O(p^2) \\ p \rightarrow \infty \quad Q^* &= Q_0^\infty + O(1/p), \quad M^* = M_0^\infty + O(1/p) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

avec

$$\begin{aligned} Q_0^0 &= \frac{16 \eta_M^s (\eta_M^s + 2\eta_M^d)}{9 \eta_M^d (2\eta_M^s + \eta_M^d)} \\ Q_1^0 &= \frac{2 (9k_R^e + 6k_R^e \mu_R^e + 4\mu_R^e) (-3k_R^e \eta_M^d + 2\mu_R^e \eta_M^s)}{9 \mu_R^e (3k_R^e + \mu_R^e)^2} \\ Q_0^\infty &= \frac{4 k_M^e (3k_M^e + 4\mu_M^e)}{3 \mu_M^e (3k_M^e + \mu_M^e)} \\ M_0^0 &= \frac{16 (3k_R^e + 4\mu_R^e) (9k_R^e + 4\mu_R^e)}{45 (9k_R^e + 9k_R^e \mu_R^e + 2\mu_R^e)^2} \\ M_1^0 &= \frac{8 (63k_R^e + 60k_R^e \mu_R^e + 16\mu_R^e) (3k_R^e \eta_M^d - 2\mu_R^e \eta_M^s)}{45 (9k_R^e + 9k_R^e \mu_R^e + 2\mu_R^e)} \\ M_0^\infty &= \frac{16 (9k_M^e + 4\mu_M^e) (3k_M^e + 4\mu_M^e)}{45 (3k_M^e + \mu_M^e) (3k_M^e + 2\mu_M^e)} \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

À son état sain, Le mortier est supposé de comportement viscoélastique suivant le modèle rhéologique de Maxwell Modifié (voir (1.9)). Les modules de compressibilité et de cisaillement s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned} k_{MM}^* &= k_R + \frac{pk_M \eta_M^s / 3}{k_M + p \eta_M^s / 3} \\ \mu_{MM}^* &= \mu_R + \frac{p \mu_M \eta_M^d / 2}{\mu_M + p \eta_M^d / 2} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Les développements en série à l'ordre deux de ces modules (B.4) prennent la forme suivante au voisinage de zéro :

$$\begin{aligned} p=0 \quad k_{MM}^* &= k_R^e + \frac{\eta_m^s}{3} p + O(p^2) \\ \mu_{MM}^* &= \mu_R^e + \frac{\eta_m^d}{2} p + O(p^2) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

et vers l'infini :

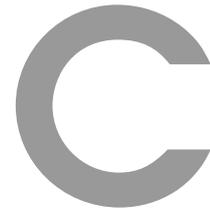
$$\begin{aligned} k_{MM}^* &= (k_R^e + k_m^e) - 3 \frac{(k_m^e)^2}{\eta_M^s p} + O(1/p^2) \\ \mu_{MM}^* &= (\mu_R^e + \mu_M^e) - 2 \frac{(\mu_M^e)^2}{\eta_M^d p} + O(1/p^2) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Également, Le mortier microfissuré suit le modèle rhéologique de Maxwell Modifié. Ses modules de compressibilité et de cisaillement sont définis dans l'espace symbolique par :

$$\begin{aligned} k_{MM}^* &= k_R(d_c) + \frac{pk_M(d_c)\eta_M^s(d_c)/3}{k_M(d_c) + p\eta_M^s(d_c)/3} \\ \mu_{MM}^* &= \mu_R(d_c) + \frac{p\mu_M(d_c)\eta_M^d(d_c)/2}{\mu_M(d_c) + p\eta_M^d(d_c)/2} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Les équations (B.2), (B.4), (B.7) et (B.8) permettent d'identifier les six paramètres de la fonction de fluage du mortier :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_R(d_c)} &= \frac{1 + Q_0^0 d_c}{k_R^e} \\ \frac{1}{k_M(d_c)} &= \frac{1 + Q_0^\infty d_c}{k_R^e + k_M^e - \frac{k_R^e(1 + Q_0^\infty d_c)}{1 + Q_0^0 d_c}} \\ \frac{1}{\eta_M(d_c)} &= \frac{(1 + Q_0^0 d_c)^2}{\eta_M^s(1 + Q_0^0 d_c) - 3d_c k_R^e Q_1^0} \\ \frac{1}{\mu_R(d_c)} &= \frac{1 + M_0^0 d_c}{\mu_R^e} \\ \frac{1}{\mu_M^s(d_c)} &= \frac{1 + M_0^\infty d_c}{\mu_R^e + \mu_M^e - \frac{\mu_R^e(1 + M_0^\infty d_c)}{1 + M_0^0 d_c}} \\ \frac{1}{\eta_M^d(d_c)} &= \frac{(1 + M_0^0 d_c)^2}{\eta_M^d(1 + M_0^0 d_c) - 2d_c \mu_R^e M_1^0} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$



## Prédiction de la réponse local du mur par ajustement

Les évolutions locales obtenues de contraintes et de déformations des murs ne sont pas lisses. Ceci est expliqué par l'hétérogénéité de la maçonnerie et par le fait que le mortier est moins rigide que les briques. Pour cette raison, les évolutions des murs présentées aux chapitres 2 et 4 sont traitées par ajustement "*fitting*" en utilisant le code MATLAB.

On propose dans cet annexe de présenter l'exemple du mur en bi-compression constitué de briques viscoélastiques saines et du mortier viscoélastique fissuré traité au section (2.3.2). La figure (C.1) illustre les évolutions réelles et ajustée des contraintes normales  $\sigma_{yy}$  (a) et de cisaillement  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs constitués de briques viscoélastiques saines et d'un mortier viscoélastique fissuré à  $t = 900 \text{ jours}$ . Les courbes de contraintes normale et de cisaillement sont respectivement obtenues par des ajustements polynomiales d'ordre 3 et 5 dont les coefficients de détermination  $R^2$  sont respectivement 0,025 et 0,977.

De même, on trace à la figure (C.2) les évolutions réelles et ajustée des déformations normales  $\varepsilon_{yy}$  (a) et de glissement  $\varepsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs constitués de briques viscoélastiques saines et d'un mortier viscoélastique fissuré à  $t = 900 \text{ jours}$ . Également, les évolutions de déformations  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$  sont respectivement obtenues par des ajustements polynomiales d'ordre 3 et 5 avec des coefficients de

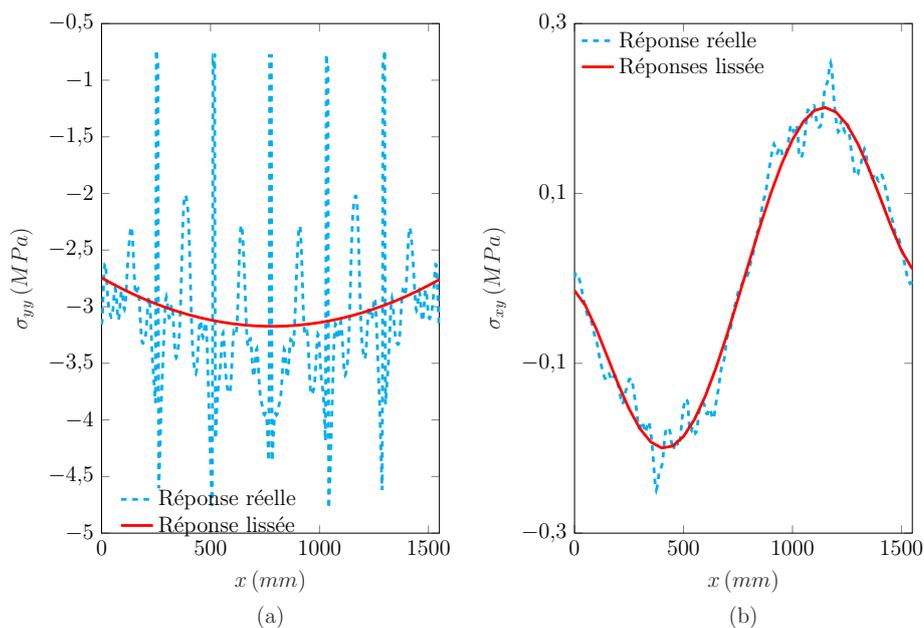


FIGURE C.1 – Comparaisons entre réponses réelle et ajustée : Évolutions des contraintes  $\sigma_{yy}$  (a) et  $\sigma_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs constitués de briques viscoélastiques saines et d'un mortier viscoélastique fissuré à  $t = 900$  jours

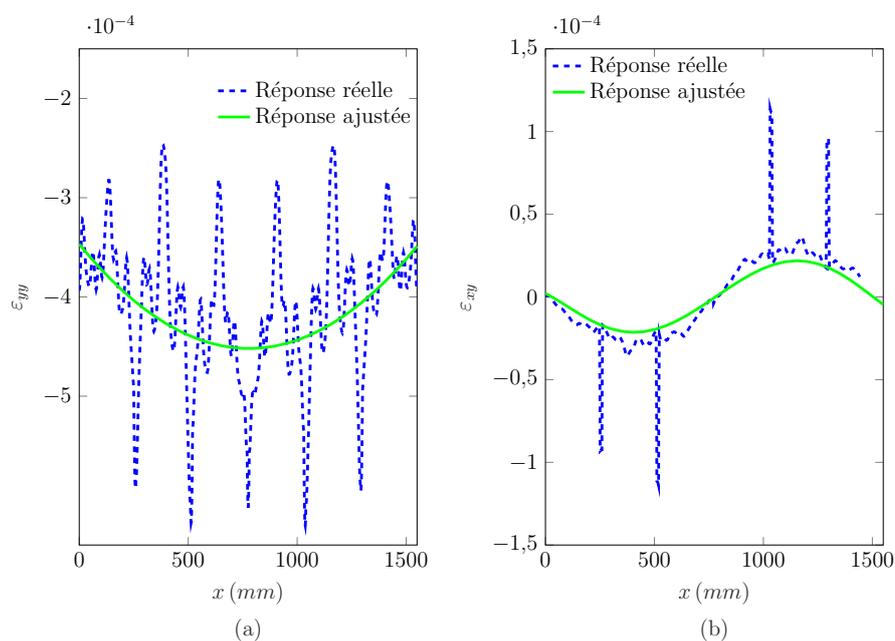


FIGURE C.2 – Comparaisons entre réponses réelle et ajustée : Évolutions des déformations  $\epsilon_{yy}$  (a) et  $\epsilon_{xy}$  (b) le long de l'axe des  $x$  à mi-hauteur des murs constitués de briques viscoélastiques saines et d'un mortier viscoélastique fissuré à  $t = 900$  jours

détermination  $R^2$  égaux à 0,142 et 0,94.



# Bibliographie

- [1] N. Tessier-Doyen *et al.*, “Etude expérimentale et numérique du comportement thermomécanique de matériaux réfractaires modèles,” *Université de Limoges*, 2003.
- [2] J. Qu et M. Cherkaoui, *Fundamentals of micromechanics of solids*. Wiley Online Library, 2006, vol. 735.
- [3] T. T. N. Nguyen, “Approches multi-échelles pour des maçonneries viscoélastiques,” Thèse de doctorat, Orléans, 2015.
- [4] S. T. Nguyen, “Propagation de fissures et endommagement par microfissures des matériaux viscoélastiques linéaires non vieillissants,” Thèse de doctorat, Paris Est, 2010.
- [5] L. Dormieux et D. Kondo, *Micromechanics of fracture and damage*. John Wiley & Sons, 2016, vol. 1.
- [6] L. Dormieux, D. Kondo et F.-J. Ulm, *Microporomechanics*. John Wiley & Sons, 2006.
- [7] Q. Zhu, “Applications des approches d’homogénéisation à la modélisation tridimensionnelle de l’endommagement des matériaux quasi fragiles : formulations, validations et implémentations numériques,” Thèse de doctorat, Lille 1, 2006.
- [8] Y. Benveniste, “A new approach to the application of mori-tanaka’s theory in composite materials,” *Mechanics of materials*, vol. 6, n<sup>o</sup>. 2, p. 147–157, 1987.
- [9] T. Mori et K. Tanaka, “Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions,” *Acta metallurgica*, vol. 21, n<sup>o</sup>. 5, p. 571–574, 1973.
- [10] L. Dormieux et D. Kondo, “Stress-based estimates and bounds of effective elastic properties : the case of cracked media with unilateral effects,” *Computational Materials Science*, vol. 46, n<sup>o</sup>. 1, p. 173–179, 2009.

- [11] P. P. Castañeda et J. R. Willis, “The effect of spatial distribution on the effective behavior of composite materials and cracked media,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 43, n<sup>o</sup>. 12, p. 1919–1951, 1995.
- [12] I. Tsukrov et M. Kachanov, “Effective moduli of an anisotropic material with elliptical holes of arbitrary orientational distribution,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 41, p. 5919–5941, 2000.
- [13] A. Anthoine, “Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory,” *International journal of solids and structures*, vol. 32, n<sup>o</sup>. 2, p. 137–163, 1995.
- [14] J. Salençon, *Viscoélasticité pour le calcul des structures*. Editions Ecole Polytechnique, 2009.
- [15] Z. Hashin, “Viscoelastic fiber reinforced materials.” *AIAA journal*, vol. 4, n<sup>o</sup>. 8, p. 1411–1417, 1966.
- [16] N. Laws et R. McLaughlin, “Self-consistent estimates for the viscoelastic creep compliances of composite materials,” *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 359, n<sup>o</sup>. 1697, p. 251–273, 1978.
- [17] D. Georgievskii, “Methods of investigation of boundary value problems in viscoelasticity theory,” *Russian Journal of Mathematical Physics*, vol. 14, n<sup>o</sup>. 3, p. 262–274, 2007.
- [18] J. Zhu, Y. Cao et J. Chen, “Transversal inertial effect on relaxation/retardation time of cement mortar under harmonic wave,” *Acta Mechanica Solida Sinica*, vol. 21, n<sup>o</sup>. 1, p. 44–50, 2008.
- [19] S. T. Nguyen, L. Dormieux, Y. L. Pape et J. Sanahuja, “A burger model for the effective behavior of a microcracked viscoelastic solid,” *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 20, n<sup>o</sup>. 8, p. 1116–1129, 2011.
- [20] K.-K. Choi, S. L. Lissel et M. M. Reda Taha, “Rheological modelling of masonry creep,” *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 34, n<sup>o</sup>. 11, p. 1506–1517, 2007.
- [21] S. T. Nguyen, L. Dormieux, Y. Le Pape et J. Sanahuja, “Crack propagation in viscoelastic structures : Theoretical and numerical analyses,” *Computational Materials Science*, vol. 50, n<sup>o</sup>. 1, p. 83–91, 2010.
- [22] N. G. Shrive, E. Y. Sayed-Ahmed et D. Tilleman, “Creep analysis of clay masonry assemblages,” *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 3, p. 367–379, 1997.
- [23] D. Lenczner, “Creep and prestress losses in brick masonry,” *Structural (The) engineer. Part B : the journal of the Institution of Structural Engineers-quarterly*, vol. 64, n<sup>o</sup>. 3, p. 57–62, 1986.

- 
- [24] A. Rezik, “Rigorous estimates for effective creep-coefficients of microcracked masonry accounting for cracks interactions,” *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, vol. 64, n<sup>o</sup>. 2, p. 557–578, 2020.
- [25] B. Nedjar et R. Le Roy, “An approach to the modeling of viscoelastic damage. application to the long-term creep of gypsum rock materials,” *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 9, p. 1066–1078, 2013.
- [26] T. T. N. Nguyen, A. Rezik et A. Gasser, “A multi-level approach for micro-cracked viscoelastic masonry,” dans *11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI)*, 2014, p. 3381–3391.
- [27] A. Rezik et A. Gasser, “Numerical homogenization model for effective creep properties of microcracked masonry,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 102, p. 297–320, 2016.
- [28] A. Rezik, T. T. N. Nguyen et A. Gasser, “Multi-level modeling of viscoelastic microcracked masonry,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 81, p. 63–83, 2016.
- [29] M. Bornert, T. Bretheau et P. Gilormini, *Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. Hermes science, 2001.
- [30] S. Beurthey et A. Zaoui, “Structural morphology and relaxation spectra of viscoelastic heterogeneous materials,” *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 19, n<sup>o</sup>. 1, p. 1–16, 2000.
- [31] Q. V. Le, “Modélisation multi-échelle des matériaux viscoélastiques hétérogènes : application à l’identification et à l’estimation du fluage propre de bétons d’enceintes de centrales nucléaires,” Thèse de doctorat, Université Paris-Est, 2008.
- [32] R. A. Schapery, “A method of viscoelastic stress analysis using elastic solutions,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 279, n<sup>o</sup>. 4, p. 268–289, 1965.
- [33] D. Elliott, “The classical collocation method for singular integral equations,” *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 19, n<sup>o</sup>. 4, p. 816–832, 1982.
- [34] Y. Wang et G. Weng, “The influence of inclusion shape on the overall viscoelastic behavior of composites,” 1992.
- [35] A. Rezik et R. Brenner, “Optimization of the collocation inversion method for the linear viscoelastic homogenization,” *Mechanics Research Communications*, vol. 38, n<sup>o</sup>. 4, p. 305–308, 2011.
- [36] L. Nazarenko, H. Stolarski et H. Altenbach, “A statistical interphase damage model of random particulate composites,” *International Journal of Plasticity*, vol. 116, p. 118–142, 2019.
-

- [37] E. Bonetti, G. Bonfanti, F. Lebon et R. Rizzoni, “A model of imperfect interface with damage,” *Meccanica*, vol. 52, n<sup>o</sup>. 8, p. 1911–1922, 2017.
- [38] A. Ahmed et K. Shahzada, “Seismic vulnerability assessment of confined masonry structures by macro-modeling approach,” dans *Structures*, vol. 27. Elsevier, 2020, p. 639–649.
- [39] C. Casapulla, A. Maione, L. Argiento et E. Speranza, “Corner failure in masonry buildings : an updated macro-modeling approach with frictional resistances,” *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 70, p. 213–225, 2018.
- [40] B. Pantò, L. Silva, G. Vasconcelos et P. Lourenço, “Macro-modelling approach for assessment of out-of-plane behavior of brick masonry infill walls,” *Engineering Structures*, vol. 181, p. 529–549, 2019.
- [41] J. Yacila, G. Camata, J. Salsavilca et N. Tarque, “Pushover analysis of confined masonry walls using a 3d macro-modelling approach,” *Engineering Structures*, vol. 201, p. 109731, 2019.
- [42] P. De Buhan et G. De Felice, “A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 45, n<sup>o</sup>. 7, p. 1085–1104, 1997.
- [43] A. Cecchi et K. Sab, “A homogenized reissner–mindlin model for orthotropic periodic plates : Application to brickwork panels,” *International journal of solids and structures*, vol. 44, n<sup>o</sup>. 18-19, p. 6055–6079, 2007.
- [44] M. Ali, “Nonlinear thermomechanical modeling of refractory masonry linings,” 2021.
- [45] E. Verstrynge, L. Schueremans et D. Van Gemert, “Time-dependent mechanical behavior of lime-mortar masonry,” *Materials and structures*, vol. 44, n<sup>o</sup>. 1, p. 29–42, 2011.
- [46] A. Taliercio et E. Papa, “Modelling of the long-term behaviour of historical masonry towers,” *Learning from Failure : Long-term Behaviour of Heavy Masonry Structures*, WIT Press, Southampton, UK, p. 153–173, 2008.
- [47] D. Baraldi et A. Cecchi, “Discrete element model for in-plane loaded viscoelastic masonry,” *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 2, p. 155–175, 2014.
- [48] D. Lenczner et J. Salahuddin, “Creep and moisture movements in brickwork wall,” dans *Proceedings of the 4th International Brick Masonry Conference, Bruges, Belgium*, 1976, p. 2.
- [49] E. Y. Sayed-Ahmed, N. G. Shrive et D. Tilleman, “Creep deformation of clay masonry structures : a parametric study,” *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 1, p. 67–80, 1998.

- 
- [50] T. Fan, J. Kim, M. Reda Taha et N. Shrive, “A three dimensional finite element model simulating damage and creep interaction in masonry,” dans *Proceedings of 11th Canadian Masonry Symposium*, 2009, p. 551–558.
- [51] M. R. Taha et N. Shrive, “A model of damage and creep interaction in a quasi-brittle composite material under axial loading,” *Journal of Mechanics*, vol. 22, n<sup>o</sup>. 4, p. 339–347, 2006.
- [52] B. Budiansky et R. J. O’connell, “Elastic moduli of a cracked solid,” *International journal of Solids and structures*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 2, p. 81–97, 1976.
- [53] T. N. Nguyen, S. T. Nguyen, N. Q. Vu, T. T. Nguyen, N. H. Tran et M. N. Vu, “Multi scale numerical approach for micro-cracked viscoelastic masonry,” dans *MATEC Web of Conferences*, vol. 251. EDP Sciences, 2018, p. 04031.
- [54] A. Cecchi et A. Tralli, “A homogenized viscoelastic model for masonry structures,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 49, n<sup>o</sup>. 13, p. 1485–1496, 2012.
- [55] M. Bisoffi-Sauve, “Etude des ouvrages maçonnés en pierre par la méthode des éléments discrets : caractérisation et modélisation du comportement cohésif des joints,” Thèse de doctorat, Université de Bordeaux, 2016.
- [56] J. Brulin, E. Blond, E. de Bilbao, A. Rekik, M. Landreau, A. Gasser et Y. Colleville, “Methodology for brick/mortar interface strength characterization at high temperature,” *Construction and Building Materials*, vol. 265, p. 120565, 2020.
- [57] P. Jukes et J. Riddington, “Review of masonry tensile bond strength test methods,” *Masonry International*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 2, p. 51–57, 1998.
- [58] L. Palmer et J. Hall, “Durability and strength of bond between mortar and brick,” *United States Bureau of Standards Journal of Research*, vol. 6, n<sup>o</sup>. 3, p. 28, 1931.
- [59] A. Taylor-Firth et I. F. Taylor, “A bond tensile strength test for use in assessing the compatibility of brick/mortar interfaces,” *Construction and Building Materials*, vol. 4, n<sup>o</sup>. 2, p. 58–63, 1990.
- [60] R. Van der Pluijm *et al.*, “Non-linear behaviour of masonry under tension,” *HERON-ENGLISH EDITION-*, vol. 42, p. 25–54, 1997.
- [61] G. Vasconcelos et P. B. Lourenço, “Experimental characterization of stone masonry in shear and compression,” *Construction and Building Materials*, vol. 23, n<sup>o</sup>. 11, p. 3337–3345, 2009.
- [62] K. Chaimoon et M. Attard, “Shear fracture in masonry joints,” *WIT Transactions on Modelling and Simulation*, vol. 41, 2005.
- [63] A. A. Hamid, A. C. Heidebrecht et R. G. Drysdale, “Shear strength of concrete masonry joints,” *Journal of the Structural Division*, vol. 105, n<sup>o</sup>. 7, p. 1227–1240, 1979.
-

- [64] F. Fouchal, “Contribution à la modélisation numérique des interfaces dans les structures maçonnées,” *Université de Reims Champagne-Ardenne, Phd*, 2006.
- [65] M. O. Kalthoum, T. Nazihe et B. Abdelmadjid, “Modélisation des interfaces dans les structures maçonnées par une loi de contact,” 2011.
- [66] R. Van der Pluijm, “Shear behaviour of bed joints,” 1993.
- [67] A. Spada, G. Giambanco et P. Rizzo, “Damage and plasticity at the interfaces in composite materials and structures,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 198, n<sup>o</sup>. 49-52, p. 3884–3901, 2009.
- [68] S. Nazir et M. Dhanasekar, “A non-linear interface element model for thin layer high adhesive mortared masonry,” *Computers & Structures*, vol. 144, p. 23–39, 2014.
- [69] M. Bolhassani, A. A. Hamid, A. C. Lau et F. Moon, “Simplified micro modeling of partially grouted masonry assemblages,” *Construction and Building Materials*, vol. 83, p. 159–173, 2015.
- [70] A. Pascuzzo, F. Greco, L. Leonetti, P. Lonetti, C. Ronchei et D. Gaetano, “An interface-based detailed micro-model for the failure simulation of masonry structures,” *Engineering Failure Analysis*, p. 106753, 2022.
- [71] M. Shadlou, E. Ahmadi et M. M. Kashani, “Micromechanical modelling of mortar joints and brick-mortar interfaces in masonry structures : A review of recent developments,” dans *Structures*, vol. 23. Elsevier, 2020, p. 831–844.
- [72] G. Andreotti, F. Graziotti et G. Magenes, “Detailed micro-modelling of the direct shear tests of brick masonry specimens : the role of dilatancy,” *Engineering Structures*, vol. 168, p. 929–949, 2018.
- [73] Ł. Kowalewski et M. Gajewski, “Determination of failure modes in brick walls using cohesive elements approach,” *Procedia Engineering*, vol. 111, p. 454–461, 2015.
- [74] A. Rekik et F. Lebon, “Micromodeling,” dans *Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures*. Elsevier, 2019, p. 295–349.
- [75] A. Rekik et Lebon, “Homogenization methods for interface modeling in damaged masonry,” *Advances in Engineering Software*, vol. 46, n<sup>o</sup>. 1, p. 35–42, 2012.
- [76] Rekik et Lebon, “Identification of the representative crack length evolution in a multi-level interface model for quasi-brittle masonry,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, n<sup>o</sup>. 22-23, p. 3011–3021, 2010.
- [77] A. W. Page, “Finite element model for masonry,” *Journal of the Structural Division*, vol. 104, n<sup>o</sup>. 8, p. 1267–1285, 1978.

- 
- [78] P. Kumar, A. Rajagopal et M. Pandey, “Plasticity based interface model for failure modelling of unreinforced masonry under cyclic loading,” *Vietnam Journal of Mechanics*, vol. 42, n<sup>o</sup>. 3, p. 321–336, 2020.
- [79] C. Pelissou et F. Lebon, “Asymptotic modeling of quasi-brittle interfaces,” *Computers & Structures*, vol. 87, n<sup>o</sup>. 19-20, p. 1216–1223, 2009.
- [80] P. Pegon, A. V. Pinto et M. G eradin, “Numerical modelling of stone-block monumental structures,” *Computers & Structures*, vol. 79, n<sup>o</sup>. 22-25, p. 2165–2181, 2001.
- [81] A. Alberto, P. Antonaci et S. Valente, “Damage analysis of brick-to-mortar interfaces,” *Procedia Engineering*, vol. 10, p. 1151–1156, 2011.
- [82] T. Y. Yuen, T. Deb, H. Zhang et Y. Liu, “A fracture energy based damage-plasticity interfacial constitutive law for discrete finite element modelling of masonry structures,” *Computers & Structures*, vol. 220, p. 92–113, 2019.
- [83] M. Cocu, “Existence of solutions of signorini problems with friction,” *International journal of engineering science*, vol. 22, n<sup>o</sup>. 5, p. 567–575, 1984.
- [84] B. Chetouane, F. Dubois, M. Vinches et C. Bohatier, “Nscd discrete element method for modelling masonry structures,” *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 64, n<sup>o</sup>. 1, p. 65–94, 2005.
- [85] M. L. Raffa, F. Lebon et R. Rizzoni, “On modelling brick/mortar interface via a st. venant-kirchhoff orthotropic soft interface. part i : theory,” *International Journal of Masonry Research and Innovation*, vol. 1, p. 142–142, 2016.
- [86] Raffa, Lebon et Rizzon, “On modelling brick/mortar interface via a st. venant-kirchhoff orthotropic soft interface. part ii : in silico analysis,” *International Journal of Masonry Research and Innovation*, vol. 2, n<sup>o</sup>. 4, p. 259–273, 2017.
- [87] P. Bilko et L. Małyszko, “An orthotropic elastic-plastic constitutive model for masonry walls,” *Materials*, vol. 13, n<sup>o</sup>. 18, p. 4064, 2020.
- [88] M. Sangirardi, D. Liberatore et D. Addessi, “Equivalent frame modelling of masonry walls based on plasticity and damage,” *International Journal of Architectural Heritage*, vol. 13, n<sup>o</sup>. 7, p. 1098–1109, 2019.
- [89] E. Minga, L. Macorini et B. A. Izzuddin, “A 3d mesoscale damage-plasticity approach for masonry structures under cyclic loading,” *Meccanica*, vol. 53, n<sup>o</sup>. 7, p. 1591–1611, 2018.
- [90] G. Milani, P. B. Lourenço et A. Tralli, “Homogenized rigid-plastic model for masonry walls subjected to impact,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, n<sup>o</sup>. 22-23, p. 4133–4149, 2009.
-

- [91] L. C. Silva, P. B. Lourenço et G. Milani, “Derivation of the out-of-plane behaviour of masonry through homogenization strategies : micro-scale level,” *Computers & Structures*, vol. 209, p. 30–43, 2018.
- [92] P. B. Lourenço, “Computational strategies for masonry structures,” Thèse de doctorat, TU Delft - the Netherlands, 1996.
- [93] R. L. Oliveira, J. P. C. Rodrigues, J. M. Pereira, P. B. Lourenço et H. U. Marschall, “Normal and tangential behaviour of dry joints in refractory masonry,” *Engineering Structures*, vol. 243, p. 112600, 2021.
- [94] S. Samadi, S. Jin, D. Gruber, H. Harmuth et S. Schachner, “Statistical study of compressive creep parameters of an alumina spinel refractory,” *Ceramics International*, vol. 46, n<sup>o</sup>. 10, p. 14 662–14 668, 2020.
- [95] L. Teixeira, S. Samadi, J. Gillibert, S. Jin, T. Sayet, D. Gruber et E. Blond, “Experimental investigation of the tension and compression creep behavior of alumina-spinel refractories at high temperatures,” *Ceramics*, vol. 3, n<sup>o</sup>. 3, p. 372–383, 2020.
- [96] F. Del Vecchio, J. Reis et H. da Costa Mattos, “Elasto-viscoplastic behaviour of polyester polymer mortars under monotonic and cyclic compression,” *Polymer testing*, vol. 35, p. 62–72, 2014.
- [97] P. B. Shing et T. Manzouri, “Analysis of unreinforced masonry structures using elastic/viscoplastic models,” dans *Sísmica 2004-6<sup>o</sup> Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica Livro de Actas*, 2004, p. 137–150.
- [98] L. Binda, G. M. Roberti et C. Tiraboschi, “Problemi di misura dei parametri meccanici della muratura e dei suoi componenti,” *Atti del Convegno Nazionale La Meccanica delle Murature tra Teoria e Progetto*, Messina, 1996.
- [99] J. Shen, X. Ren, Y. Zhang et J. Chen, “Slip-enhanced plastic-damage constitutive model for masonry structures,” *Engineering Structures*, vol. 254, p. 113792, 2022.
- [100] Y. Nie, A. Sheikh, P. Visintin et M. Griffith, “An interfacial damage-plastic model for the simulation of masonry structures under monotonic and cyclic loadings,” *Engineering Fracture Mechanics*, p. 108645, 2022.
- [101] C. Tesei et G. Ventura, “A unilateral nonlocal tensile damage model for masonry structures,” *Procedia Structural Integrity*, vol. 2, p. 2690–2697, 2016.
- [102] P. B. Lourenço et J. G. Rots, “Multisurface interface model for analysis of masonry structures,” *Journal of engineering mechanics*, vol. 123, n<sup>o</sup>. 7, p. 660–668, 1997.
- [103] M. Valente et G. Milani, “Non-linear dynamic and static analyses on eight historical masonry towers in the north-east of italy,” *Engineering Structures*, vol. 114, p. 241–270, 2016.

- 
- [104] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller et E. Oñate, “A plastic-damage model for concrete,” *International Journal of solids and structures*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 3, p. 299–326, 1989.
- [105] A. Cecchi et K. Sab, “A comparison between a 3d discrete model and two homogenised plate models for periodic elastic brickwork,” *International journal of solids and structures*, vol. 41, n<sup>o</sup>. 9-10, p. 2259–2276, 2004.
- [106] A. Cecchi et A. Taliercio, “A comparison between numerical and analytical homogenized models for visco-elastic brickwork,” dans *XXI Congresso AIMETA Associazione Italiana di Meccanica Teorica e Applicata*, 2013, p. 1–10.
- [107] F. Fouchal, F. Lebon et I. Titeux, “Contribution to the modelling of interfaces in masonry construction,” *Construction and Building Materials*, vol. 23, n<sup>o</sup>. 6, p. 2428–2441, 2009.
- [108] L. Binda, G. Gatti, G. Mangano, C. Poggi et G. S. Landriani, “Collapse of the civic tower of pavia : a survey of the materials and structure,” *Masonry International*, vol. 6, n<sup>o</sup>. 1, p. 11–20, 1992.
- [109] A. A. Griffith, “Vi. the phenomena of rupture and flow in solids,” *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, vol. 221, n<sup>o</sup>. 582-593, p. 163–198, 1921.
- [110] R. A. Schapery, “Approximation methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis,” *Proc Fourth USNat Congr Appl Mech, 1962*, vol. 2, p. 1075, 1962.
- [111] P. Sukontasukkul, P. Nimityongskul et S. Mindess, “Effect of loading rate on damage of concrete,” *Cement and Concrete Research*, vol. 34, n<sup>o</sup>. 11, p. 2127–2134, 2004.
- [112] J. Lemaitre, *A course on damage mechanics*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [113] E. Garavaglia, B. Lubelli et L. Binda, “Two different stochastic approaches modelling the decay process of masonry surfaces over time,” *Materials and structures*, vol. 35, n<sup>o</sup>. 4, p. 246–256, 2002.
- [114] N. Shrive et M. R. Taha, “Effects of creep on new masonry structures,” *Learning From Failure, Long-Term Behaviour of Heavy Masonry Structures*, p. 83–108, 2008.
- [115] J. Brooks, “Composite modelling of masonry deformation,” *Materials and structures*, vol. 23, n<sup>o</sup>. 4, p. 241–251, 1990.
- [116] CAST3M, “<http://www-cast3m.cea.fr>,” 2020.
- [117] T. Massart, R. Peerlings et M. Geers, “Structural damage analysis of masonry walls using computational homogenization,” *International journal of damage mechanics*, vol. 16, n<sup>o</sup>. 2, p. 199–226, 2007.
-

- [118] M. Ali, T. Sayet, A. Gasser et E. Blond, “Nonlinear thermomechanical modeling of refractory masonry linings with dry joints,” dans *Unified International Technical Conference on Refractories (UNITECR 2022)*, 2022.
- [119] A. Page, “The strength of brick masonry under biaxial tension-compression,” *International journal of masonry construction*, vol. 3, n<sup>o</sup>. 1, p. 26–31, 1983.
- [120] N. Ranjan, S. Banerjee, S. Nayak et S. Das, “Efficacy of waste plastic towards enhancement of shear and flexure carrying capacity of masonry structures,” *Journal of Cleaner Production*, vol. 365, p. 132669, 2022.
- [121] M. Deng et S. Yang, “Experimental and numerical evaluation of confined masonry walls retrofitted with engineered cementitious composites,” *Engineering Structures*, vol. 207, p. 110249, 2020.
- [122] W. Ramberg et W. R. Osgood, “Description of stress-strain curves by three parameters,” Rapport technique, 1943.
- [123] Z. Qiu et H. Fan, “Nonlinear modeling of bamboo fiber reinforced composite materials,” *Composite Structures*, vol. 238, p. 111976, 2020.
- [124] T. T. Huynh, “Maçonnerie : approches multi-échelles en champs moyens,” *Stage Master M2- LaMé*, 2014.
- [125] A. Rekik, F. Auslender et M. Bornert, “A set of enhanced formulations for existing nonlinear homogenization schemes and their evaluation,” *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 50, p. 1–16, 2015.
- [126] A. Rekik, F. Auslender, M. Bornert et A. Zaoui, “Objective evaluation of linearization procedures in nonlinear homogenization : A methodology and some implications on the accuracy of micromechanical schemes,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, n<sup>o</sup>. 10, p. 3468–3496, 2007.
- [127] A. Rekik, M. Bornert, F. Auslender et A. Zaoui, “A methodology for an accurate evaluation of the linearization procedures in nonlinear mean field homogenization,” *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 333, n<sup>o</sup>. 11, p. 789–795, 2005.
- [128] A. Rekik, “Une méthodologie pour une évaluation précise des procédures de linéarisation en homogénéisation non linéaire,” *These de Doctorat, Ecole Polytechnique*, 2006.
- [129] B. Shao, F. Wang, W. Qian, Y. Fang et Q. Wang, “Viscoplastic deformation of cotton fabric-reinforced polypropylene composites,” *Polymer Composites*, 2022.
- [130] A. Chaker, S. Koubaa, J. Mars, A. Vivet et F. Dammak, “An efficient abaqus solid shell element implementation for low velocity impact analysis of fgm plates,” *Engineering with Computers*, vol. 37, p. 2145–2157, 2021.

- [131] A. Chaker, S. Koubaa, J. Mars, F. Gehring, F. Dammak et A. Vivet, “Simulation of low velocity impact of epoxy-flax fibers composite using solid shell finite element,” dans *Advances in Mechanical Engineering, Materials and Mechanics : Selected contributions from the 7th International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics, ICAMEM 2019, December 16-18, 2019, Hammamet, Tunisia*. Springer, 2021, p. 124–130.
- [132] S. Koubaa, A. Chaker, J. Mars, A. Vivet et F. Dammak, “Impact simulation of pa66-gf composites using finite solid shell element,” dans *Advances in Mechanical Engineering, Materials and Mechanics : Selected contributions from the 7th International Conference on Advances in Mechanical Engineering and Mechanics, ICAMEM 2019, December 16-18, 2019, Hammamet, Tunisia*. Springer, 2021, p. 348–354.
- [133] J. Chaboche, P. Kanouté et A. Roos, “On the capabilities of mean-field approaches for the description of plasticity in metal matrix composites,” *International journal of Plasticity*, vol. 21, n<sup>o</sup>. 7, p. 1409–1434, 2005.



# Table des figures

1.1	Description du principe d'homogénéisation [1]	4
1.2	Description du problème d'Eshelby	4
1.3	Comparaison entre les schémas d'homogénéisation : DL, MT et PCW [3]	9
1.4	Schéma d'un essai de fluage unidirectionnel	10
1.5	Schéma d'un essai de relaxation unidirectionnel	11
1.6	Modèle de Maxwell (M)	14
1.7	Modèle de Kelvin-Voigt (KV)	15
1.8	Modèle de Burgers (Bu)	16
1.9	Modèle de Maxwell Modifié (MM)	17
1.10	Description des différentes échelles de modélisation de la maçonnerie [44]	20
1.11	Essai de traction de Van der Pluijm : schéma (a) et courbe contrainte-déplacement [60]	23
1.12	Modes de rupture des couplets (a et b) et des triplet (c et d) de maçonnerie suite à un chargement essai de cisaillement [64,66]	23
1.13	Modélisation numérique de l'interface : approche micro-mécanique simplifiée (a) et détaillée (b)	24
1.14	Essai de compressions sur un mortier elasto-viscoplastique [96]	25
1.15	Courbes contrainte-déformation de la maçonnerie et ses constituants (briques et mortier) suite à des essais de compression [98]	26
1.16	Schéma des quatre cas possible de maçonnerie endommagée : Cas de maçonnerie saine (a) ou avec des joints horizontaux (b) , verticaux (c) ou les deux (d) endommagés [44]	27
2.1	Principe du modèle mixte analytique-numérique proposé	31
2.2	Évolution temporelle de la densité des microfissures [114]	35
2.3	Évolutions des modules de compressibilité (a) et de cisaillement (b) du ressort et de la partie élastique de Maxwell en fonction de la densité de fissures : comparaison entre cas de fissures fermées et ouvertes	36

2.4	Évolutions des coefficients de viscosité sphérique $\eta_M^s$ et déviatorique $\eta_M^s$ en fonction de la densité de fissures : comparaison entre cas de fissures fermées et ouvertes . . . . .	37
2.5	Évolution temporelle du module d'Young pour le mortier microfissuré . . . . .	38
2.6	Évolutions temporelles du coefficient de Poisson d'un mortier avec des fissures ouvertes (a) ou fermées (b) . . . . .	38
2.7	Mur en maçonnerie (avec des briques rigides (a) et élastiques ou viscoélastiques (b)) soumis à des chargements répartis : en haut (a) et aux bords latéraux avec une force concentrée $F$ (b) . . . . .	39
2.8	Effet de la finesse de maillage du mortier : évolution du déplacement vertical en haut du mur à $t = 1000\text{jours}$ en fonction du nombre d'éléments finis par épaisseur du joint de mortier . . . . .	41
2.9	Évolutions temporelles du déplacement vertical $u_y$ en haut du mur : Comparaison entre les prédictions de PCW et la solution analytique [105, 106] . . . . .	43
2.10	Mur maçonné en compression verticale : comparaison entre l'estimation du modèle PCW&EF (a) et de la solution d'homogénéisation périodique analytique [106] (b) . . . . .	43
2.11	Évolutions temporelles du déplacement vertical en haut du mur : comparaisons entre les estimations des modèles PCW & EF et PCW et HP . . . . .	45
2.12	Évolutions temporelles des modules d'Young du mortier viscoélastique fissuré et des briques viscoélastiques saines . . . . .	47
2.13	Cartes du déplacement vertical à $t = 900\text{jours}$ pour un mur avec des briques élastiques (a) et viscoélastiques (b) . . . . .	48
2.14	Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques : évolutions du déplacement vertical $u_y$ le long de l'axe des abscisses à mi-hauteur du mur à $t = 900\text{jours}$ . . . . .	48
2.15	Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques : évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur du mur à $t = 900\text{jours}$ . . . . .	49
2.16	Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques : évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur du mur à $t = 900\text{jours}$ . . . . .	50
2.17	Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques lors de l'activation du fluage tertiaire du mortier : Évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs à $t = 900\text{jours}$ . . . . .	50

2.18 Comparaisons entre maçonneries avec des briques élastiques et viscoélastiques lors de l'activation du fluage tertiaire du mortier : évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des $x$ à mi-hauteur du mur à $t = 900 \text{ jours}$ . . . . .	51
2.19 Comparaison des prédictions locales (à $t = 900 \text{ jours}$ (a) et $t = 1000 \text{ jours}$ (b)) issues des modèles mixtes analytique-numérique (PCW&EF) et (dilué&EF) : Évolution du déplacement vertical le long de l'axe des $x$ dans à mi-hauteur du mur avec des briques viscoélastiques et du mortier viscoélastique microfissuré . . . . .	53
3.1 Principe du modèle d'interface proposé . . . . .	58
3.2 Description des Triplets en cisaillement avec interphase (a) ou interface (b) brique / mortier . . . . .	72
3.3 Effet de la finesse de maillage du mortier : évolution du déplacement vertical à mi-hauteur du triplet pour $\tau = 1,26 \text{ MPa}$ en fonction du nombre d'éléments finis par épaisseur du joint de mortier . . . . .	73
3.4 Description de l'évolution de la demi-longueur de fissures en fonction de la contrainte de cisaillement [75, 76] . . . . .	74
3.5 Cas d'interphase avec fissures aléatoires : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement . . . . .	75
3.6 Cas d'interphase avec fissures aléatoires : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques . . . . .	76
3.7 Cas d'interface avec fissures aléatoires : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement . . . . .	77
3.8 Cas d'interface avec fissures aléatoires : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques . . . . .	77
3.9 Cas d'interface avec fissures aléatoires ( $e \rightarrow 0$ ) : Cartes contrainte (a) et de déformation (b) de cisaillement d'un triplet de briques . . . . .	78
3.10 Cas d'interface avec fissures aléatoires ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement . . . . .	78
3.11 Cas d'interface avec fissures aléatoires ( $e = 1 \text{ mm}$ ) : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques . . . . .	79
3.12 Cas d'interphase avec fissures parallèles : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement . . . . .	79

3.13	Cas d'interphase avec fissures parallèles : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques . . . . .	80
3.14	Cas d'interface avec fissures parallèles : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement . . . . .	81
3.15	Cas d'interface avec fissures parallèles : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques . . . . .	81
3.16	Cas d'interface avec fissures parallèles ( $e = 1\text{ mm}$ ) : Courbes contrainte-déplacement du triplet de briques sous cisaillement . . . . .	82
3.17	Cas d'interface avec fissures parallèles ( $e = 1\text{ mm}$ ) : Évolutions de la demi-longueur de fissure en fonction de la contrainte de cisaillement appliquée au triplet de briques . . . . .	82
3.18	Mur en maçonnerie en compression : cas d'interface viscoélastique microfissurée (schéma DL) . . . . .	83
3.19	Évolution temporelle du déplacement vertical du haut du mur en compression prenant compte de l'interface brique/mortier : comparaison avec la solution de référence (figure (2.10)) . . . . .	84
3.20	Carte de déplacement vertical à $t = 1000\text{ jours}$ pour un mur en maçonnerie constitué de briques rigides, d'un mortier viscoélastique sain et d'une interface viscoélastique fissurée . . . . .	84
3.21	Évolution temporelle de la demi-longueur de fissures présentes dans l'interface . . . . .	85
3.22	Courbes d'ajustement de l'évolutions temporelles de la demi-longueur de fissure $l_f$ pour $t \leq 120\text{ jours}$ (a) et $t \geq 700\text{ jours}$ (b) . . . . .	86
4.1	Principe du modèle proposé . . . . .	89
4.2	Description du modèle élasto-viscoplastique développé . . . . .	91
4.3	Courbe contrainte-déformation du mortier élasto-viscoplastique sain . . . . .	92
4.4	Description de la fissure horizontale (a) et verticale (b) . . . . .	93
4.5	Mur en maçonnerie étudié soumis à une compression verticale et une bi-compression latérale . . . . .	94
4.6	Cas de murs maçonnés étudiés : à l'état sain ou avec fissures dans les joints de mortier horizontaux ou/et verticaux . . . . .	95
4.7	Cas de maçonnerie saine : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	96
4.8	Cas de maçonnerie saine : évolutions du déplacement vertical $u_y$ le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	97

4.9	Cas de maçonnerie saine : cartes de la contrainte normale $\sigma_{yy}$ pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	97
4.10	Cas de maçonnerie saine : évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	98
4.11	Cas de maçonnerie saine : évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	98
4.12	Cas de maçonnerie saine : évolutions de la contrainte équivalente $\sigma_{eq}$ (a) et de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	99
4.13	Effet de la finesse de maillage du mortier : évolution du déplacement vertical en haut du mur constitué de briques élastiques et de joints horizontaux fissurés en fonction du nombre d'EF le long du segment AB .	100
4.14	Cas de fissures dans les joints horizontaux : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	101
4.15	Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions du déplacement vertical $u_y$ le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	101
4.16	Cas de fissures dans les joints horizontaux : cartes de la contrainte normale $\sigma_{yy}$ pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . .	102
4.17	Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	103
4.18	Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	103
4.19	Cas de fissures dans les joints horizontaux : évolutions de la contrainte équivalente $\sigma_{eq}$ (a) et de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs constitués de briques élastiques et rigides . . . . .	104
4.20	Cas de fissures dans les joints verticaux : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	105
4.21	Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions du déplacement vertical $u_y$ le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	105
4.22	Cas de fissures dans les joints verticaux : cartes de la contrainte normale $\sigma_{yy}$ pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	106

4.23	Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	106
4.24	Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	107
4.25	Cas de fissures dans les joints verticaux : évolutions de la contrainte $\sigma_{eq}$ (a) et de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	108
4.26	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	109
4.27	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions du déplacement vertical $u_y$ le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	110
4.28	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : cartes de la contrainte normale $\sigma_{yy}$ pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	110
4.29	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	111
4.30	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	111
4.31	Cas de fissures dans les joints horizontaux et verticaux : évolutions de la contrainte équivalente $\sigma_{eq}$ (a) et de la déformation équivalente $\varepsilon_{eq}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs avec des briques élastiques et rigides . . . . .	112
4.32	Étude de l'effet de rayon de fissures $R_f$ sur le déplacement vertical $u_y$ du mur ( $a_f = 1\text{ mm}$ ) . . . . .	113
4.33	Étude de l'effet de rayon de fissures $R_f$ sur les contraintes $\sigma_{eq}$ (a) et déformations $\varepsilon_{eq}$ (b) équivalentes du mur ( $a_f = 1\text{ mm}$ ) . . . . .	113
4.34	Étude de l'effet de mi-hauteur de fissures $a_f$ sur le déplacement vertical $u_y$ du mur ( $R_f = 6,35\text{ mm}$ ) . . . . .	114
4.35	Étude de l'effet de mi-hauteur de fissures $a_f$ sur les contraintes $\sigma_{eq}$ (a) et déformations $\varepsilon_{eq}$ (b) du mur ( $R_f = 6,35\text{ mm}$ ) . . . . .	114
4.36	Mur en traction avec des fissures horizontales et verticales soumis à une traction uniforme . . . . .	115

4.37	Mur avec des joints fissurés soumis à une traction uniforme : cartes du déplacement vertical pour un mur avec des briques élastiques (a) et rigides (b) . . . . .	116
4.38	Mur avec des joints fissurés soumis à une traction uniforme : Évolution du déplacement vertical $u_y$ à mi-hauteur du mur le long de l'axe des abscisses	116
4.39	Mur avec des joints fissurés soumis à une traction uniforme : Évolutions des contraintes $\sigma_{eq}$ (a) et déformations $\varepsilon_{eq}$ (b) à mi-hauteur du mur le long de l'axe des abscisses . . . . .	117
C.1	Comparaisons entre réponses réelle et ajustée : Évolutions des contraintes $\sigma_{yy}$ (a) et $\sigma_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs constitués de briques viscoélastiques saines et d'un mortier viscoélastique fissuré à $t = 900\text{ jours}$ . . . . .	130
C.2	Comparaisons entre réponses réelle et ajustée : Évolutions des déformations $\varepsilon_{yy}$ (a) et $\varepsilon_{xy}$ (b) le long de l'axe des x à mi-hauteur des murs constitués de briques viscoélastiques saines et d'un mortier viscoélastique fissuré à $t = 900\text{ jours}$ . . . . .	130



# Liste des tableaux

2.1	Paramètres expérimentaux pour un mortier viscoélastique sain [106, 115]	35
2.2	Cas de fissures ouvertes : Coefficients de fluage du mortier endommagé selon le modèle PCW [24]	35
2.3	Cas de fissures fermées : Coefficients de fluage du mortier endommagé selon le modèle PCW [24]	36
2.4	Paramètres expérimentaux pour des briques viscoélastiques [106, 115]	46
2.5	Estimation des coefficients de la fonction de fluage du mortier par le schéma dilué (cas de fissures ouvertes) [24]	53
3.1	Cas de fissures aléatoires : estimation des rigidités normales et tangentielle par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)	63
3.2	Cas de fissures aléatoires présents dans une interface d'épaisseur $e = 1\text{ mm}$ : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)	63
3.3	Cas de fissures aléatoires : estimation de rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte)	64
3.4	Cas de fissures aléatoires ( $e = 1\text{ mm}$ ) : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte)	65
3.5	Cas de fissures parallèles : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)	67
3.6	Cas de fissures parallèles ( $e = 1\text{ mm}$ ) : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en déformation)	67

3.7	Cas de fissures parallèles : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte) . . . . .	69
3.8	Cas de fissures parallèles ( $e = 1mm$ ) : estimation des rigidités normales et tangentielles par les différents schémas d'homogénéisation (approche en contrainte) . . . . .	70
3.9	Propriétés mécaniques des briques et du mortier [107] . . . . .	73
3.10	Cas de fissures aléatoires : identification des demi-longueurs critiques $l_{f0}$ et maximales $l_{fmax}$ pour des triplets avec interphases d'épaisseur $e = 1, 1,5$ et $2mm$ . . . . .	75
3.11	Cas de fissures parallèles : identification des demi-longueurs critiques $l_{f0}$ et maximales $l_{fmax}$ pour des triplets avec interphases d'épaisseur $e = 1, 1,5$ et $2mm$ . . . . .	80
3.12	Cas de fissures parallèles : identification des demi-longueurs critiques $l_{f0}$ et maximales $l_{fmax}$ relatives aux modèles DL&EF et Kach&EF pour des triplets avec interface brique/mortier . . . . .	81
4.1	Paramètres expérimentaux pour un mortier élasto-viscoplastique sain [96]	91
4.2	Erreurs relatives maximales (en %) entre le cas présents (présence de fissures dans les joints horizontaux) et le cas des murs sain constitués de briques élastiques . . . . .	104
4.3	Erreurs relatives maximales (en %) entre le cas présents (présence de fissures dans les joints verticaux) et les cas précédents pour des murs constitués de briques élastiques . . . . .	108
4.4	Erreurs relatives maximales (en %) entre le cas présents (présence de fissures dans les joints horizontaux et verticaux) et les cas précédents pour des murs constitués de briques élastiques . . . . .	112
A.1	Produit dans la base de Walpole [3] . . . . .	125

**Aida CHAKER**

## **Contribution à la modélisation numérique de maçonneries micro-fissurées**

### **Résumé :**

La maçonnerie est le plus ancien matériau de génie civil employé jusqu'à présent dans le domaine de construction. Cependant, les conditions du milieu extérieur favorisent l'apparition de fissures dans les structures maçonnées ce qui peut nuire à la durabilité de celles-ci.

Cette thèse a pour objectif de prédire le comportement local de structures maçonnées endommagées. Pour cela on propose de coupler une modélisation numérique complète (méthode des éléments finis) de la maçonnerie à une approche multi-échelle pour la prise en compte de présence de microfissures dans les joints de mortier ou les interfaces brique/mortier. Le comportement du mortier considéré est soit élastique, viscoélastique ou élasto-viscoplastique, alors que les briques sont supposées saines rigides ou déformables.

Les résultats obtenus sont validés par des solutions analytiques et expérimentales disponibles dans la littérature.

Mots clés : Maçonnerie, Homogénéisation, Méthode des éléments finis, Viscoélastique, Interface, Elasto-viscoplastique

## **Contribution to the numerical modeling of micro-cracked masonry**

### **Summary :**

Masonry is the oldest civil engineering material employed until present in the building. However, the presence of micro-cracks in masonry structures due to external conditions can affect their durability.

The objective of this thesis is predict the local behaviour of damaged masonry structures. For this purpose, we propose to couple the completed numerical modeling (finite element method) of the masonry to a multi-scale approach taking into account the presence of microcracks in the mortar joints or in the brick/mortar interfaces. The behaviour of the mortar is considered elastic, viscoelastic or elasto-viscoplastic, while the bricks are assumed to be safe rigid or deformable.

The obtained results are validated with analytical and numerical solutions available in the literature.

Keywords: Masonry, Homogenization, Finite elements method, Viscoelastic, Interface, Elasto-viscoplastic



**Laboratoire de Mécanique Gabriel LAMÉ**  
8 Rue Léonard De Vinci, 45072, Orléans

