



HAL
open science

Étude des écoulements oscillants à l'intérieur d'un régénérateur de type réticulaire : impact des dimensions internes sur la fréquence de travail

Benjamin Bataille

► **To cite this version:**

Benjamin Bataille. Étude des écoulements oscillants à l'intérieur d'un régénérateur de type réticulaire : impact des dimensions internes sur la fréquence de travail. Physique [physics]. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2023. Français. NNT : 2023GRALY049 . tel-04312710

HAL Id: tel-04312710

<https://theses.hal.science/tel-04312710v1>

Submitted on 28 Nov 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

École doctorale : PHYS - Physique

Spécialité : Physique appliquée

Unité de recherche : Service des Basses Températures

Étude des écoulements oscillants à l'intérieur d'un régénérateur de type réticulaire : impact des dimensions internes sur la fréquence de travail

Study of oscillating flow inside a matrix regenerator : impact of internal scale on the operating frequency

Présentée par :

Benjamin BATAILLE

Direction de thèse :

Nicolas LUCHIER

DIRECTEUR DE RECHERCHE, CEA CENTRE DE GRENOBLE

Directeur de thèse

Frédéric AYELA

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS, Université Grenoble Alpes

Co-directeur de thèse

Manuel MEDRANO MUÑOZ

MAÎTRE DE CONFÉRENCE, Université Grenoble Alpes

Encadrant

Damien COLOMBET

MAÎTRE DE CONFÉRENCE, Université Grenoble Alpes

Co-encadrant

Rapporteurs :

CHRISTINE BARROT-LATTES

MAÎTRE DE CONFÉRENCES HDR, UNIVERSITÉ TOULOUSE 3 - PAUL SABATIER

FRANÇOIS LANZETTA

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS, UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTE

Thèse soutenue publiquement le 31 août 2023, devant le jury composé de :

FRANÇOIS LANZETTA

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS, UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTE

Rapporteur

NADIA CANEY

DIRECTEUR DE RECHERCHE, CEA CENTRE DE GRENOBLE

Examinatrice

YVES DELANNOY

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS, GRENOBLE INP

Président

STEPHANE COLIN

PROFESSEUR DES UNIVERSITÉS, INSA TOULOUSE

Examineur



Remerciements

En espérant d'oublier personne dans cette section.

Je tiens à remercier dans un premier temps l'équipe qui m'a suivi durant ces quatre années de thèse, mes directeurs et mes encadrants, et de m'avoir fait confiance pour mener ce projet à terme.

Merci Nicolas LUCHIER pour ton écoute, ta disponibilité et ta rigueur scientifique que tu as réussie à me transmettre. Merci d'avoir été là quand le besoin de parler était vraiment nécessaire pour moi.

Merci Frédéric AYELA de m'avoir transmis cette rigueur de travail qui sans aucun doute sera très bénéfique pour mes futurs projets. Et je promets de ne pas partir dans les détails futiles à l'avenir (la patte de la mouche...).

Merci Manuel MEDRANO MUÑOZ pour m'avoir guidé tout au long du montage du banc d'essai et des expériences, ainsi que pour les heures passées devant le tableau plein de schémas et d'équations.

Merci Damien COLOMBET pour ta bienveillance, ta bonne humeur permanente, ton expérience sur les systèmes microfluidiques qui m'a aidée à progresser dans ce domaine, et pour les barbecues au mois d'août.

Un travail de thèse n'a de valeur que si elle a été approuvée par les pairs. Je remercie dans un premier temps les rapporteurs, Christine BARROT-LATTES et François LANZETTA, d'avoir évalué ce travail. Leurs remarques pertinentes ont permis d'apporter des précisions supplémentaires lors de la soutenance. Je remercie également les examinateurs présents lors de cette soutenance, Nadia CANEY et Stéphane COLIN. Leurs questions ont mené à des discussions et des ouvertures intéressantes concernant le domaine des micro-échangeurs de machines cryogéniques. Je remercie pour finir le président du jury Yves DELANNOY d'avoir accepté de présider cette soutenance durant cet après-midi ensoleillé.

Je tiens également à remercier les personnes du DSBT avec qui j'ai pu travailler, discuter, boire des cafés ; et également celles et ceux qui sont restés quelques temps. Merci tout d'abord Lionel DUBAND de m'avoir accueilli au laboratoire. Merci Jean-Marc DUVAL, responsable du LCCS, de m'avoir fait

confiance également et d'avoir été de bon conseil sur le déroulement de ma thèse. Merci Zohra TERMACHE pour ton aide précieuse sur la compréhension du fonctionnement du CEA, pour ton humeur agréable et tes makrouts à tomber par terre. Merci René-Laurent CLERC pour ton expérience inestimable au sein du laboratoire et d'avoir aidé à la mise en place de mon banc d'essai. Cette thèse a pu être rédigée grâce à toi également. Merci Alexandre COYNEL et Jean-Louis DURAND pour votre grande expérience également et du temps que vous avez pu prendre pour m'aider dans l'élaboration du banc (trois compresseurs, c'est quand même pas mal !). Merci Florian BANCEL pour ta contribution à ce projet de thèse en ayant sorti les plans de mon porte-échantillon. Merci à Ivan CHARLES, Thomas PROUVÉ et Sylvain MARTIN pour leur grande expérience des pulse tube. Merci également Diane DHERBÉCOURT malheureusement partie pour Air Liquide durant ma dernière année de thèse (ne t'inquiète pas, on ne t'en veut pas). Merci aussi à Jean-Marc PONCET (directeur du DSBT depuis peu), Nicolas BESSON, Bertrand ROLLET, Thomas ADAM et LATELLA (Thomas²), Quentin DERREVEAU (et tes blagues nulles mais drôles), [Wiki]Jeyathan VISWANATHAN, Paul HILLIÈRE, Lucas MÉTHIVIER, Thibault ROMAN, Anthony ATTARD, Jérôme DUPLAT, David GARCIA, François MILLET, Fabien SOURIS, François VIARGUE, Alain GAUTHIER, Thierry JOURDAN, Jean MANZAGOL, Christophe MARIETTE, François BONNE, Patrick BONNAY, Vincent MORIN, Morgane BELLEC, Camille CHOUPIN, Adèle LÉON, Jakub TKACZUC, Sandra VARIN, Julien WITWICKY.

Je remercie aussi mes proches de m'avoir soutenu durant ces quatre ans : mes parents Pascal et Pascaline, mon frère Corentin et sa femme Blanche, ma sœur Hélène, mes grands-parents, Albert et Danielle, mes beaux-parents, Lionel et Marylise, ma belle-sœur et mon beau-frère, Laurianne et Cyril, mes amis d'Ardèche Anastazia et Thomas, les Agaves (Marie, Adèle, Nils, Romain, Paul, Cédric, Jeya, Hélène, cactous en force !!).

Et une attention toute particulière à une personne si chère à mon cœur : ma femme Coraline. Merci d'avoir été présente, de m'avoir soutenu dans les moments les plus difficiles. Merci de me redonner confiance en moi

et en mes capacités. Merci d'avoir supporté – et de supporter encore – mon caractère. Merci d'être là. Je t'aime.

Bonne lecture !

Étude des écoulements
oscillants au sein d'un
régénérateur de type
réticulaire : impact des
dimensions internes sur la
fréquence de travail

Thèse de doctorat
Spécialité Physique appliquée

Rédigée par Benjamin BATAILLE

Dirigée par Nicolas LUCHIER
Co-dirigée par Frédéric AYELA

Encadrée par Manuel MEDRANO MUÑOZ
Co-encadrée par Damien COLOMBET

Table des matières

Liste des symboles	I
Liste des figures	VI
Liste des tableaux	XI
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : État de l'art.....	4
1.1. Le tube à gaz pulsé	4
1.2. La miniaturisation du régénérateur.....	9
1.3. Les écoulements oscillants dans les régénérateurs.....	16
1.4. Conclusion	27
Chapitre 2 : Étude théorique des écoulements oscillants	28
2.1. Écoulements oscillants au sein d'un canal à plans parallèles.....	28
2.2. Coefficient de frottement et nombre de Poiseuille	37
2.3. Conclusion	43
Chapitre 3 : Fabrication des micro-régénérateurs	44
3.1. Géométrie du milieu poreux des micro-régénérateurs	44
3.2. Étapes de fabrication des échantillons	49
3.3. Dimensions réelles des régénérateurs.....	63
3.4. Conclusion	67
Chapitre 4 : Banc expérimental.....	68
4.1. Description du banc expérimental.....	68
4.2. Acquisition des données et conditions d'expérience.....	77
4.3. Traitement des données	80
Chapitre 5 : Résultats expérimentaux et discussion.....	87
5.1. Écoulements stationnaires.....	87
5.1.1. Canaux vides	87
5.1.2. Canaux poreux.....	89
5.2. Écoulements oscillants.....	92
5.2.1. Mesure des pressions.....	92
5.2.2. Mesure du déphasage.....	96

5.2.3. Nombre de Poiseuille \mathbf{Po}^*	97
5.3. Écoulements transitoires	101
5.3.1. Détermination du temps caractéristique.....	101
5.3.2. Mesure du temps caractéristique	104
Conclusion générale	109
Bibliographie.....	111
Annexe A : Équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes	115
Annexe B : Limite de \mathbf{Po}^* pour $\mathbf{Va} \rightarrow \infty$	116
Annexe C : Graphiques du nombre de Poiseuille moyen des canaux poreux	119

Liste des symboles

Sigles et abréviations :

Symboles	Signification
cos	Cosinus
cosh	Cosinus hyperbolique
C ₄ F ₈	Octafluorocyclobutane
D	Débitmètre à vanne de régulation
DRIE	Deep Reactive Ion Etching
exp	Exponentielle
E	Entrée
HDMS	Hexaméthylidisilazane
KOH	Hydroxyde de potassium
MDC	Microposit Developer Concentrate
MEB	Microscope électronique à balayage
Na ⁺	Ion sodium
NPH	Number of Pressure Head
NTU	Number of Transfer Unit
P	Capteur de pression statique
P(t)	Capteur dynamique de pression
PTC	Pulse Tube Cryocooler
sin	Sinus
S	Sortie
Si ₃ N ₄	Nitrure de silicium
SF ₆	Fluorine
tan	Tangente

tanh	Tangente hyperbolique
T	Capteur de température
UV	Ultraviolet
V0, V1, V2, V'	Vannes quart-de-tour
VP	Vanne de précision

Lettres latines :

Symboles	Unités	Signification
a	m	Largeur du losange
A_c	m ²	Surface de contact entre le gaz et le solide du milieu poreux
A_g	1	Déplacement adimensionnel du gaz en écoulement oscillant
A_{lat}	m ²	Surface latérale de la totalité des piliers
A_{LW}	m ²	Surface des faces supérieure et inférieure du régénérateur
A_{Lh}	m ²	Surface des faces des flancs du régénérateur
b	m	Longueur du losange
c	m	Longueur d'un côté du losange
d/dt	s ⁻¹	Dérivée première temporelle
e	m	Distance entre deux piliers latéraux (largeur du micro-canal)
D_h	m	Diamètre hydraulique des échantillons
D_{h0}	m	Diamètre hydraulique d'un canal rectangulaire
$F(t)$	Pa ²	Signal produit entre $\Delta P(t)$ et $P_s(t)$
\bar{F}	Pa ²	Moyenne du signal $F(t)$
f	1	Coefficient de perte de charge du régénérateur
\tilde{f}	1	Coefficient de perte de charge à \widetilde{Re}
$f(t)$	1	Coefficient de perte de charge instantané
f_0	Hz (ou s ⁻¹)	Fréquence de l'écoulement oscillant
h	m	Hauteur de gravure du régénérateur

K_{He}		Coefficient de conversion pour l'hélium entre q et Q
L	m	Longueur du régénérateur
L_L	m	Longueur du motif du réseau de piliers
L_L'	m	Longueur de canal dans un motif (longueur du micro-canal)
L_T	m	Largeur du motif du réseau de piliers
$m(t)$	kg	Masse de gaz instantané
M	kg/mol	Masse molaire
n_L	1	Nombre de motifs dans la longueur du régénérateur
n_T	1	Nombre de motifs dans la largeur du régénérateur
n_{los}	1	Nombre total de losanges dans le régénérateur
Nu	1	Nombre de Nusselt
o	S.I.	Offset d'une grandeur physique
P	Pa	Pression
P_0	Pa	Pression moyenne (ou nominale) en écoulement oscillant
P_{atm}	Pa	Pression atmosphérique (101325 Pa)
P_m	m	Périmètre mouillé
P_e	Pa	Pression d'entrée en écoulement stationnaire
$P_e(t)$	Pa	Pression d'entrée instantanée en écoulement oscillant
P_s	Pa	Pression de sortie en écoulement stationnaire
$P_s(t)$	Pa	Pression de sortie instantanée en écoulement oscillant
\tilde{P}_s	Pa	Amplitude de la pression de sortie en écoulement oscillant
Po	1	Nombre de Poiseuille en écoulement stationnaire
Po^*	1	Nombre de Poiseuille à \tilde{Re} en écoulement oscillant
$Po(t)$	1	Nombre de Poiseuille instantané
Pr	1	Nombre de Prandtl

q	mg/s	Débit massique en écoulement stationnaire
Q	NL/min	Normo-débit en écoulement stationnaire
r	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹	Constante des gaz parfait réduite (2078 pour l'hélium)
r_a	1	Rapport d'aspect des canaux vides (W/h)
R	J.mol ⁻¹ .K ⁻¹	Constante des gaz parfaits
R_c	m	Rayon d'une conduite de section circulaire
Re	1	Nombre de Reynolds en écoulement stationnaire
\widetilde{Re}	1	Nombre de Reynolds maximum en écoulement oscillant
$Re(t)$	1	Nombre de Reynolds instantané
$s(i)$	S.I.	Incertitude d'une grandeur i
S	m ²	Section de passage du fluide
t	s	Temps
T	K	Température
T_e	K	Température d'entrée en écoulement stationnaire
T_s	K	Température de sortie en écoulement stationnaire
$T_s(t)$	K	Température de sortie instantanée en écoulement oscillant
u	m/s	Vitesse débitante en écoulement stationnaire
$u(t)$	m/s	Vitesse débitante instantanée en écoulement oscillant
\tilde{u}	m/s	Amplitude de la vitesse débitante en écoulement oscillant
\tilde{V}	m ³	Amplitude du volume de gaz déplacé
V_g	m ³	Volume de gaz dans le milieu poreux
V_p	m ³	Volume d'un pilier
V_{tot}	m ³	Volume total du milieu poreux
V_s	m ³	Volume occupé par la totalité des piliers ($n_{los} \cdot V_p$)
V_S	m ³	Volume en sortie de régénérateur
Va	1	Nombre de Valensi
W	m	Largeur du régénérateur
\dot{W}	W	Puissance
W_u	m	Largeur du fond de gravure des canaux vides
W_d	m	Largeur en surface des canaux vides

Wo	1	Nombre de Womersley
x_i	S.I.	Grandeur mesurée
\tilde{x}_g	m	Amplitude du déplacement du gaz
y	S.I.	Grandeurs calculée
\tilde{y}	S.I.	Amplitude d'une grandeur physique

Lettres grecques :

Symbole	Unité	Signification
α	degré (°)	Angle d'attaque du losange
δ	m	Profondeur de pénétration
ΔP	Pa	Perte de charge en écoulement stationnaire
$\Delta P(t)$	Pa	Différence de pression instantanée en écoulement oscillant
Δx	m	Demi-distance horizontale entre deux piliers
Δy	m	Demi-distance verticale entre deux piliers
ε	1	Porosité
$\bar{\rho}$	kg/m ³	Masse volumique moyenne du fluide en écoulement stationnaire
ρ_0	kg/m ³	Masse volumique moyenne du fluide en écoulement oscillant
μ	Pa.s	Viscosité dynamique du fluide
ν	m ² .s ⁻¹	Viscosité cinématique du fluide
φ_i	rad (ou °)	Phase à l'origine d'une grandeur sinusoïdale i
φ_{Ps}	rad (ou °)	Phase à l'origine de la pression de sortie en écoulement oscillant
$\varphi_{\Delta P}$	rad (ou °)	Phase à l'origine de $\Delta P(t)$ en écoulement oscillant
$\varphi_{\Delta P/u}$	rad (ou °)	Déphasage entre $\Delta P(t)$ et $u(t)$
ψ	1	Coefficient de performance
ω	rad/s	$2\pi \cdot f_0$. Pulsation de l'écoulement

Liste des figures

Figure 1 : Photographie du PTC 15 K. La partie froide à 15 K est située au bout de la structure dorée. L'oscillateur de pression est le composant métallisé.	1
Figure 2 : Schéma des phases d'un cycle de Stirling.	4
Figure 3 : Schéma d'un tube à gaz pulsé avec ses composants : l'oscillateur (1), l'échangeur chaud (2 et 6), le régénérateur (3), l'échangeur froid (4), le tube à pulsation (5), l'inertance (7) et le volume tampon (8).....	5
Figure 4 : Coupe longitudinale du plan du tube à gaz pulsé miniaturisé de Vanapalli et al. (2007).....	7
Figure 5 : Représentation du tube à gaz pulsé micro-fabriqué de Nika et al. (2004).....	8
Figure 6 : ψ en fonction de Re en régime stationnaire pour différentes structures de régénérateur (Rühlich et Quack, 2002).	13
Figure 7 : À gauche : différentes géométries de matrice de régénérateurs de porosité 0,6 (de haut en bas : Shape 1, ellipse slimness 0,3, ellipse slimness 0,5, cylindre); à droite : ψ en fonction de A_m/A_{min} des géométries présentés en a (Rühlich et Quack, 2002).	13
Figure 8 : Mesures expérimentales et calcul numérique du nombre de Poiseuille en écoulement stationnaire en fonction de la porosité pour les piliers en forme de losange (Sochinskii et al., 2021).	16
Figure 9 : Profils de vitesse d'un écoulement oscillant de la demi-conduite circulaire mesurés par Richardson et Tyler (1929), n est la fréquence d'oscillation en Hz.....	17
Figure 10 : En haut : Rapport du débit maximum en écoulement oscillant et du débit en écoulement stationnaire. En bas : Déphasage entre la différence de pression et le débit. Les deux graphiques sont en fonction de Wo	19
Figure 11 : a : Nombre de Poiseuille (a) et déphasage (b) en fonction du nombre de Valensi pour un canal à plans parallèles. Comparaison de l'écoulement compressible et incompressible.....	20
Figure 12 : Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds de Tanaka et al. (1990) avec comme longueur de référence le diamètre de maille (a) et le diamètre hydraulique (b).....	22
Figure 13 : a : Photo du régénérateur de l'expérience ; b : Schéma du montage expérimental de l'étude des écoulements oscillants des régénérateurs (Dellali et al., 2019).	24

Figure 14 : Coefficient de frottement instantané sur un cycle d'oscillation pour une fréquence de 10 Hz et une porosité de 0,8 (Dellali et al., 2019).....	25
Figure 15 : Coefficient de frottement instantané en fonction du nombre de Reynolds instantané obtenu pour une porosité de 80%. À gauche : décharge (poussée du piston) ; À droite : succion (retour du piston).....	26
Figure 16 : Schéma simplifié d'un canal à plans parallèles d'une longueur L et d'une épaisseur $2e$	29
Figure 17 : Profil de vitesse adimensionné par la vitesse maximale au centre de la conduite d'un écoulement oscillant laminaire d'un fluide incompressible au sein d'un canal à plans parallèles pour trois valeurs de V_a	33
Figure 18 : Rapport $H_j.V_a H_0$ (a) et le déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante (b) en fonction du nombre de Valensi pour un canal à plans parallèles.	36
Figure 19 : Nombre de Poiseuille instantané en fonction du nombre de Reynolds instantané pour différentes valeurs de nombre de Valensi dans un canal à plans parallèles.	38
Figure 20 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction du nombre de Valensi pour un canal à plans parallèles avec affichage de ses limites en échelles logarithmiques et des profils de vitesse pour $V_a = 0,01 - 10 - 1000$	41
Figure 21 : Comparaison du nombre de Poiseuille Po^* avec le modèle de Garaway et Grossman (2006). A : Po^* avec le terme $\cos\varphi$; b : Po^* avec $\cos\varphi = 1$	42
Figure 22 : Schéma annoté du motif de Sochinskii de micro-régénérateur avec un réseau de losanges disposés en quinconce (a) avec le détail de la géométrie au niveau du sommet du losange.....	44
Figure 23 : Schéma simplifié d'un micro-régénérateur.	45
Figure 24 : Dessins des masques sur le logiciel KLayout®. a : Canal vide ; b : Canal poreux.....	48
Figure 25 : Photographie au microscope optique du masque de l'échantillon A20-4033. La largeur du losange est de 20 μm	50
Figure 26 : Schéma de principe de l'enduction centrifuge.....	51
Figure 27 : Schéma de principe de l'insolation de la résine par les rayons UV.....	52
Figure 28 : Schéma de l'étape de développement de la résine.....	53
Figure 29 : Photographies prises au microscope optique sous lumière filtrée après développement de la résine. Les échantillons sont de la nomenclature E20 avec des angles	

de 20° (a), 33° (b), 60° (c) et 90° (d). La couleur rouge est la résine, et la couleur jaune est le silicium.....	54
Figure 30 : Schéma des étapes d'un cycle de gravure.	55
Figure 31 : Visualisation au MEB du « scalloping ». a : vue d'ensemble des flancs de pilier ; b : zoom sur un flanc de pilier.	56
Figure 32 : Photographie au MEB prise du dessus d'échantillons de la nomenclature E20. a : 20° ; b : 90°.....	57
Figure 33 : Photographie au MEB prise avec une inclinaison de 50° d'échantillons de la nomenclature E20. a : 60° ; b : 90°.....	58
Figure 34 : Photographies au MEB des régénérateurs du type E20. a,b : 20° ; c,d : 60° ; e,f : 90°.....	59
Figure 35 : Photographies MEB des régénérateurs du type A20. a,b : 33° ; c,d : 60°...60	60
Figure 36 : Schéma annoté d'un canal gravé par une solution de KOH.	61
Figure 37 : Schéma de principe du scellement anodique Pyrex-silicium.	62
Figure 38 : Étapes du traitement d'image. A : Image brute obtenue avec le microscope optique ; b : Histogramme correspondant au niveau de gris ; c : Image binarisée ; d : Élimination du bruit et des objets en bordure d'image ; e : Détection des objets ; f : Détection des objets sur l'image brute.	66
Figure 39 : Photographie d'un échantillon poreux scellé.....	67
Figure 40 : Schéma du banc expérimental. 1 : pompe à vide. 2 : soupape de sécurité. 3 : manomètre. 4 : détendeur. P : capteur de pression statique. P(t) : capteur dynamique de pression. T : capteur de température. D : contrôleur de débit. V : vanne quart-de-tour. VP : vanne de précision.....	68
Figure 41 : Photographie du banc expérimental.	69
Figure 42 : Photographies de la nourrice d'injection d'hélium.....	71
Figure 43 : Photographies du contrôleur de débit massique Brooks Instrument® (à gauche) et de son contrôleur-afficheur de débit (à droite).	71
Figure 44 : Photographie (en haut) et schéma (en bas) de l'oscillateur de pression LSF9310.....	73
Figure 45 : Photographie du porte-échantillon (a) et illustration de sa structure interne (b).	74

Figure 46 : Photographie d'un capteur de pression statique de la marque Keller® modèle PAA-23.....	75
Figure 47 : Photographie d'un capteur de pression Kistler® 211B4.	76
Figure 48 : Différentes photographies représentant le thermocouple. À gauche : la vue d'ensemble du thermocouple placé sous la partie inférieure du porte-échantillon. Au centre : focalisation sur la brasure entre la gaine et le thermocouple. À droite : focalisation sur la tête de mesure du thermocouple.....	77
Figure 49 : Cartes d'acquisition cDAQ-9171 (à gauche) et NI USB-6009 (à droite).	78
Figure 50 : Oscilloscope numérique DSOW1204A utilisé pour la visualisation des signaux de pression en écoulement oscillant avec les conditionneurs connectés.....	78
Figure 51 : Mesure des pressions pour une fréquence de 70 Hz dans un canal vide.....	82
Figure 52 : Évolution du coefficient de frottement avec le nombre de Reynolds pour les canaux vides CV15,8 et CV16-2.....	88
Figure 53 : Nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds pour les canaux vides CV15,8 et CV16.	88
Figure 54 : Évolution du coefficient de frottement avec le nombre de Reynolds pour les canaux poreux.	89
Figure 55 : Nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds pour l'échantillon A20-4060. La droite horizontale noire correspond au nombre de Poiseuille moyen de l'échantillon.	90
Figure 56 : Nombre de Poiseuille en fonction de la porosité pour différents angles d'attaque du losange. Comparaison entre les valeurs expérimentales obtenues et les simulations 2D de Sochinskii et al. (2021) (pointillés).	91
Figure 57 : Signaux de pression et de la perte de charge pour les canaux vides à 20 Hz (à gauche) et 80 Hz (à droite). a,b : CV77 ; c,d : CV90.....	93
Figure 58 : Signaux de pression et de la perte de charge pour les canaux poreux à 20 Hz (à gauche) et 80 Hz (à droite). a,b : A20-4033 ; c,d : E20-4033.....	94
Figure 59 : Pression de sortie pour l'échantillon A20-4060 à 20 Hz (a), 60 Hz (b), 100 Hz (c) et 150 Hz (d). « Fit » correspond à l'ajustement.	95
Figure 60 : Évolution du déphasage en fonction de la fréquence par la méthode des moindres carrés (a) et la méthode de l'orthogonalité (b).....	96
Figure 61 : Déphasage en fonction du nombre de Valensi pour les canaux vides et poreux.	97

Figure 62 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction du nombre de Valensi pour les échantillons poreux.....	98
Figure 63 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction de la fréquence pour les échantillons poreux.....	99
Figure 64 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction de la fréquence pour les échantillons poreux. Comparaison avec le canal CV77.	100
Figure 65 : Rapport de l'amplitude de pression de sortie et d'entrée en fonction de la fréquence pour les canaux poreux.....	101
Figure 66 : Schéma d'un canal rectangulaire lié à deux volumes.....	101
Figure 67 : Rapport des amplitudes de pression de sortie et d'entrée d'un à plans parallèles pour différentes fréquences de coupure.....	104
Figure 68 : Pressions d'entrée et de sortie pour un écoulement transitoire. Expérience effectuée avec un réservoir de 18 cm^3 en bout de circuit.....	105
Figure 69 : Détermination expérimentale du temps caractéristique τ	106
Figure 70 : Histogrammes comparants le temps caractéristique calculé et mesuré pour les échantillons du type A20 (a) et E20 (b).....	107

Liste des tableaux

Tableau 1 : Résultats expérimentaux de Nam et Jeong (2005).....	23
Tableau 2 : Nombre de Poiseuille au pic pour Isshiki et al. (1997), Wang et al. (2005) et Dellali et al. (2019).....	26
Tableau 3 : Dimensions du motif pour différentes porosités et différents angles d'attaque.	49
Tableau 4 : Protocoles d'étalement des résines.	51
Tableau 5 : Protocole d'insolation de la résine.....	52
Tableau 6 : Protocoles de développement de la résine insolée.	53
Tableau 7 : Récapitulatif des canaux vides fabriqués.	62
Tableau 8 : Récapitulatif des dimensions réelles des régénérateurs calculées par le traitement d'images.	64
Tableau 9 : État des vannes et connecteurs utilisés pour les types d'écoulement.....	70
Tableau 10 : Tableau récapitulatif des conditions d'expérience en écoulement oscillant. Les échantillons E20-4020 et E20-4060 ont cassé lors des expériences et n'ont pas pu être testés en écoulement oscillant.....	80
Tableau 11 : Expression de la masse volumique pour les écoulements stationnaires et oscillants.	81
Tableau 12 : Expressions des nombres sans dimensions et de leur incertitude pour un écoulement stationnaire.....	86
Tableau 13 : Expressions des nombres sans dimensions et de leur incertitude pour un écoulement oscillant.....	86
Tableau 14 : Porosité, plage de nombre de Reynolds et nombre de Poiseuille moyen pour chaque échantillon.	90
Tableau 15 : Valeurs de nombre de Poiseuille pour un écoulement stationnaire et oscillant dans les canaux poreux à $f < 80$ Hz.	98
Tableau 16 : Temps caractéristiques mesurés et calculés pour les canaux poreux (le calcul de τ_{calc} prend en compte l'incertitude sur l'estimation d'un volume de sortie et du paramètre e).	106

Introduction générale

Les satellites d'astrophysique ou d'observation de la terre nécessitent des cryoréfrigérateurs pour refroidir leurs détecteurs les plus sensibles à des températures cryogéniques. Les dispositifs destinés aux missions spatiales doivent répondre aux exigences de grande fiabilité et d'efficacité, et de moindre encombrement. Le tube à gaz pulsé, ou « Pulse Tube Cryocooler » en anglais (PTC), est un cryoréfrigérateur adapté aux applications spatiales du fait de sa fiabilité et de son faible niveau de vibrations mécaniques. Le Département des Systèmes Basses Températures (DSBT) du CEA de Grenoble possède une large expérience sur le dimensionnement et la conception de ce type de machine. Le laboratoire les élabore sous différentes formes pour plusieurs projets scientifiques d'envergure :

- Le LPTC (Large Pulse Tube Cryocooler) (élaboré en collaboration avec les partenaires du DSBT) est la machine cryogénique choisie pour le prochain satellite de météorologie Météosat Troisième Génération. La machine refroidira les capteurs à une température de 50 K.
- Le PTC 15 K développé en collaboration avec Air Liquide et Thalès Cryogenics (Figure 1). La machine extrait une puissance de 400 mW à une température de 15 K et fera partie des missions LiteBIRD et ATHENA.

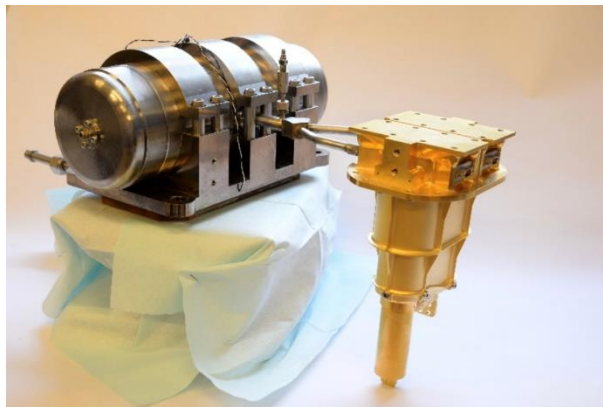


Figure 1 : Photographie du PTC 15 K. La partie froide à 15 K est située au bout de la structure dorée. L'oscillateur de pression est le composant métallisé.

L'exigence de moindre encombrement décrite précédemment englobe également la réduction de la masse du PTC. Elle passe principalement par la diminution de la taille de son oscillateur de pression (voir Figure 1) qui est le composant le plus encombrant et le plus massif. Ceci qui engendre une diminution du déplacement de ses pistons. Pour obtenir la même puissance frigorifique qu'un PTC de taille standard, cela impose une hausse de la fréquence de travail, et la diminution de la taille des composants du PTC, dont le cœur de la machine : le régénérateur. La miniaturisation et l'optimisation géométrique sont très restreintes dans les régénérateurs classiques (empilement de tissus). Néanmoins, en accord avec des simulations numériques, un nouveau type de régénérateurs formés par un réseau d'éléments ordonnés peut aller au-delà des performances des régénérateurs standards. Ce type de régénérateur peut être reproduit par des techniques de micro-fabrication sur silicium.

Cette thèse est une collaboration entre le DSBT du CEA de Grenoble, le Centre Nationale d'Étude Spatiales (CNES) de Toulouse, et le Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels (LEGI) de Grenoble. Le travail est focalisé sur l'étude expérimentale des performances hydrodynamiques des écoulements stationnaires et oscillants de micro-régénérateurs fabriqués par des techniques de gravure sur silicium. Le milieu poreux des régénérateurs est composé d'une matrice de piliers en forme de losange et disposés en quinconce. L'influence des paramètres géométriques (angle d'attaque du losange, largeur des piliers, porosité) est étudiée. Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art sur les écoulements stationnaires et oscillants au sein des régénérateurs. Nous étudions les facteurs permettant d'évaluer les performances hydrodynamiques de ces canaux poreux. Le deuxième chapitre concerne l'étude théorique des écoulements oscillants. Cette étude, qui s'appuie sur le comportement hydraulique d'un canal à plans parallèles pris pour référence, détaille le rôle des nombres sans dimensions importants pour l'étude d'un écoulement oscillant et montre l'importance du déphasage entre vitesse d'écoulement et perte de charge instantanée. Le troisième chapitre décrit les étapes de fabrication des micro-régénérateurs en utilisant les techniques de gravure du silicium. Le quatrième chapitre porte sur l'élaboration d'un banc

expérimental monté afin d'étudier les performances hydrodynamiques en écoulements stationnaires et instationnaires des micro-régénérateurs fabriqués. Le cinquième et dernier chapitre est consacré à l'exploitation des essais expérimentaux. Il compare nos résultats avec ceux publiés dans la littérature, et avec ceux attendus par le modèle présenté au chapitre 2. On y verra que l'étude du régime transitoire offre de nouvelles perspectives pour l'optimisation hydrodynamique des micro-régénérateurs.

Chapitre 1 : État de l'art

Ce chapitre est consacré à l'étude bibliographique des écoulements stationnaires et oscillants dans les régénérateurs de machines cryogéniques du type tube à gaz pulsé. La première partie décrit le fonctionnement du tube à gaz pulsé. La deuxième partie est consacrée à l'étude des performances des régénérateurs possédant un ensemble de piliers ordonnés. La troisième partie porte sur l'étude des écoulements oscillants dans les régénérateurs et sur les différentes définitions du coefficient de frottement.

1.1. Le tube à gaz pulsé

L'une des technologies les plus efficaces en termes de faible vibration et faible encombrement est le tube à gaz pulsé. Cette machine cryogénique génère un cycle de compression et de détente d'un gaz (hélium-4) proche d'un cycle récepteur de Stirling. Un cycle de Stirling est constitué de deux transformations isochores et deux transformations isothermes (Figure 2).

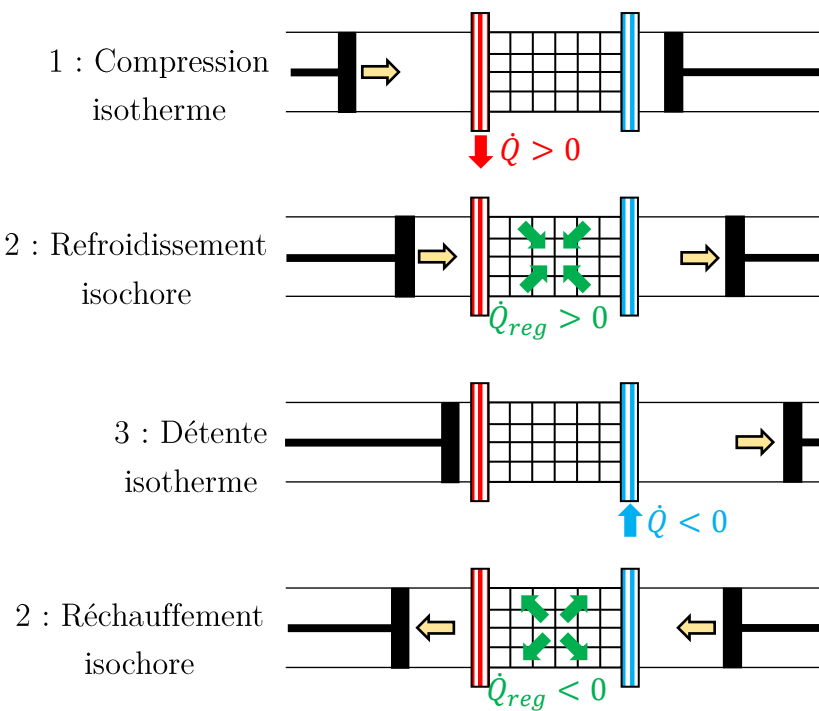


Figure 2 : Schéma des phases d'un cycle de Stirling.

Il comporte un régénérateur qui limite les échanges de chaleur avec les sources aux seules transformations isothermes. La première phase est la compression du gaz par le piston de gauche. L'échangeur chaud évacue la chaleur de compression pour que la transformation soit isotherme. La deuxième phase est le refroidissement isochore du gaz. Ce dernier cède sa chaleur à la matrice poreuse du régénérateur en le traversant. Les deux pistons se déplacent conjointement. La troisième phase est la détente du gaz au niveau de l'échangeur froid. Le piston de gauche arrive en bout de course alors que le piston de droite continue de se déplacer. Le gaz se détend et sa température diminue. L'échangeur froid assure une transformation isotherme en lui cédant de la chaleur. La quatrième phase est le réchauffement isochore du gaz. Le gaz à présent froid traverse la matrice du régénérateur en captant de la chaleur.

Un des premiers prototypes de PTC fut créé par [Gifford et Longworth \(1964\)](#). Le tube à gaz pulsé classique est illustré en *Figure 3*.

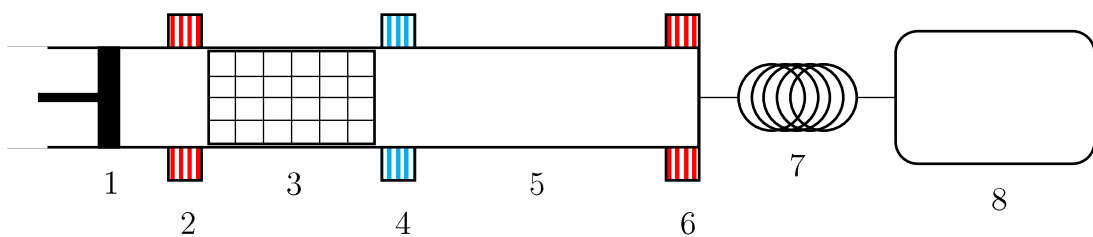


Figure 3 : Schéma d'un tube à gaz pulsé avec ses composants : l'oscillateur (1), l'échangeur chaud (2 et 6), le régénérateur (3), l'échangeur froid (4), le tube à pulsation (5), l'inertance (7) et le volume tampon (8).

L'**oscillateur de pression** (1) est composé d'un piston créant une onde de pression qui se propage au sein du système. Il remplace le piston gauche du cycle de Stirling dans la Figure 2.

L'**échangeur chaud** (2 et 6) est présent pour évacuer la chaleur du gaz.

Le **régénérateur** (3) est un milieu poreux avec lequel le gaz échange de la chaleur. Il est généralement composé d'un empilement de grilles métalliques ou d'un empilement de billes.

L'**échangeur froid** (4), ou « doigt froid », est le lieu de l'effet cryogénique attendu. Ce doigt prélève une puissance frigorifique à l'objet à refroidir.

Le **tube à pulsation** (5) est un tube métallique vide dans lequel le gaz oscille également.

L'**inertance** (7) est un capillaire connecté à la sortie du tube à pulsation.

Le **réservoir tampon** (8) possède un grand volume, supérieur au capillaire.

Le PTC n'utilise pas de pièce mécanique pour réaliser la détente du gaz, contrairement à une machine Stirling. Cette détente est effectuée par l'équivalent d'un piston « gazeux » constitué par l'ensemble des tubes à pulsation, de l'inertance et du réservoir. La puissance frigorifique au bout froid est proportionnelle à la puissance mécanique \dot{W} fournie au gaz, exprimée par la relation suivante (Radebaugh et O'Gallagher, 2006) :

$$\dot{W} = \pi \cdot f_0 \cdot \tilde{V} \cdot \tilde{P} \cdot \cos(\varphi) \quad 1$$

f_0	Fréquence de l'écoulement (Hz)
\tilde{V}	Amplitude du volume de gaz déplacé
\tilde{P}	Amplitude de la pression au point froid
φ	Déphasage entre la pression et le débit

Le premier prototype de PTC de Gifford et Longworth ne possédait pas d'inertance. Dans ce cas, lorsque le piston est en bout de course, la pression est au plus haut et uniforme dans tout le tube à pulsation, ce qui annule le débit de gaz. Le déphasage est alors de 90° et la puissance moyenne au bout froid est nulle. La présence de l'inertance permet une diminution du déphasage φ entre la pression et le débit, et donc d'augmenter la puissance frigorifique.

L'objectif de diminuer la masse de la machine implique la réduction de la taille de l'oscillateur de pression. Cette réduction diminue l'amplitude de déplacement des pistons, et donc celle du volume déplacé du gaz au sein du PTC. Afin d'obtenir idéalement la même puissance frigorifique, il est nécessaire d'augmenter la fréquence de travail du système (relation 1), l'amplitude de la pression étant limitée par la taille de l'oscillateur.

Lopes (2011) ont étudié les PTC à très hautes fréquences (supérieures à 100 Hz) au sein du CEA DSBT de Grenoble. Ils utilisent des régénérateurs de

type grilles métalliques empilées. Ils montrent que pour une porosité donnée, il y a pour chaque fréquence un arrangement optimal de ces grilles (diamètre de fil et espacement). L'augmentation de la fréquence de travail a pour conséquence de diminuer le diamètre de fil et leur espacement. Ces résultats expérimentaux démontrent l'importance du contrôle de la géométrie du régénérateur.

Vanapalli et al. (2007) ont réalisé des études expérimentales en effectuant une simple réduction d'échelle sur un PTC fonctionnant à 120 Hz (Figure 4).

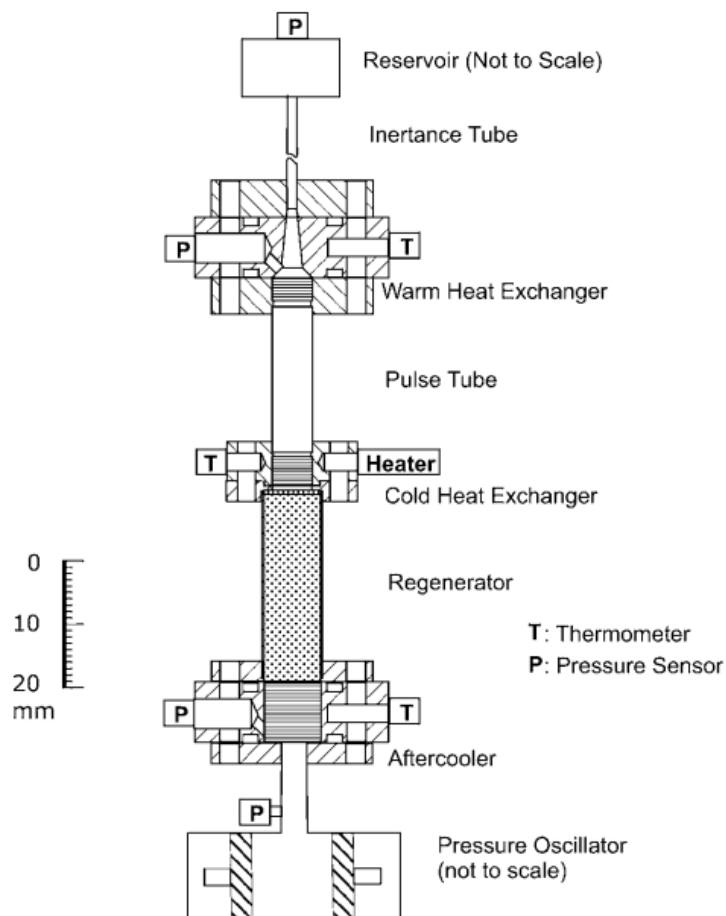


Figure 4 : Coupe longitudinale du plan du tube à gaz pulsé miniaturisé de Vanapalli et al. (2007)

Le régénérateur, de 9,02 mm de diamètre et de 30 mm de longueur, est composé de grilles en acier empilées d'un diamètre de fil de 30,3 μm , sa porosité est de 60%. Deux inertances sont étudiées avec deux rapports

longueur/diamètre de 860 mm/1,36 mm et de 750 mm/1,76 mm. Le réservoir tampon possède un volume de 50 cm³. Il n'y a cependant aucune information sur la taille de l'oscillateur de pression utilisé. Le gaz utilisé est de l'hélium gazeux à différentes pressions opératoires (30, 35 et 40 bar) et un rapport de compression de 1,3 et de 1,4 pour la pression de 35 bar. Ils observent que la puissance de refroidissement augmente avec la pression nominale et le rapport de pression. Avec ce prototype, les auteurs ont atteint 3,35 W de puissance de réfrigération à 80 K en 5,5 min.

Nika et al. (2004), quant à eux, ont proposé un PTC miniaturisé en utilisant la gravure chimique du silicium, le système étant scellé par deux lames de Pyrex (Figure 5) ; seul l'oscillateur de pression n'est pas miniaturisé.

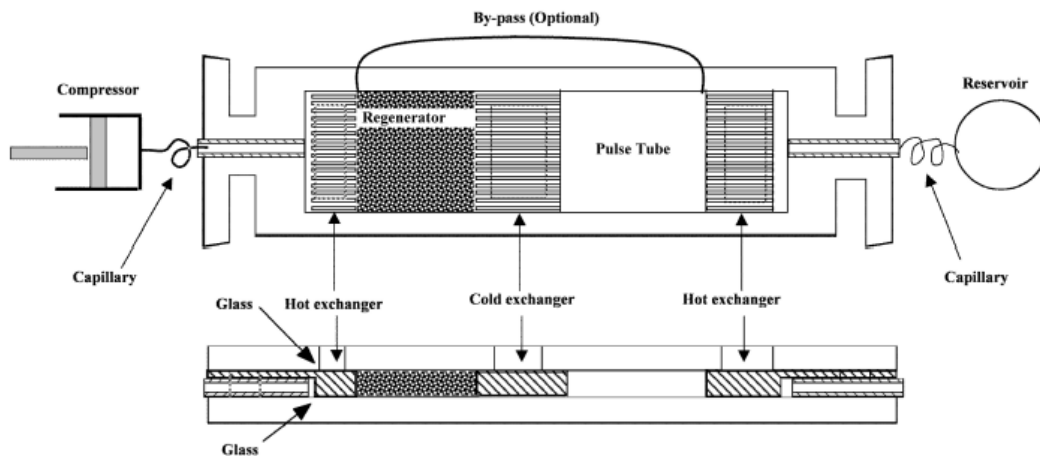


Figure 5 : Représentation du tube à gaz pulsé micro-fabriqués de Nika et al. (2004).

Le régénérateur est composé de sphères de verre empilées d'un diamètre de 150 µm pour une porosité d'environ 40%. Le gaz utilisé est de l'hélium remplissant le système à une pression moyenne de 12 bar. Des capillaires sont utilisés pour la connexion entre l'oscillateur et l'entrée du régénérateur, et comme inertance. La fréquence de travail est ajustable jusqu'à 50Hz. Les auteurs ont pu atteindre une puissance frigorifique de 50 mW à température ambiante mais avec une diminution de température entre 10°C et 12°C. Ils expliquent cette faible efficacité par le sous-dimensionnement de la longueur du tube à pulsation ou des échangeurs. Malgré le faible refroidissement, les

auteurs montrent que la miniaturisation des tubes à gaz pulsé par micro-fabrication sur silicium est possible, notant l'importance d'une étude du coefficient de frottement et du nombre de Nusselt au sein du régénérateur.

1.2. La miniaturisation du régénérateur

Les performances du PTC sont principalement liées à la qualité du régénérateur. C'est un composant hydraulique permettant le découplage thermique. Il doit donc emmagasiner et restituer de la chaleur à chaque cycle. C'est pourquoi le composant doit être un milieu poreux respectant certaines caractéristiques :

- **Une grande capacité thermique** : la matrice du milieu poreux doit présenter une grande inertie thermique pour ne pas subir de grandes variations de température dans le temps. La capacité thermique du régénérateur doit être supérieure à celle du gaz.
- **Une faible conduction axiale** : pour éviter les pertes thermiques au niveau du bout froid et garantir un découplage thermique entre le bout chaud et le bout froid du régénérateur. La conduction axiale de la matrice poreuse au sein du régénérateur doit donc être faible.
- **De faibles pertes de charge** : les frottements doivent être les plus faibles car ils augmentent la puissance hydraulique à fournir.
- **Un faible volume mort** : lors d'un cycle d'oscillation, l'onde de pression doit traverser entièrement le régénérateur. Dans le cas contraire, cela augmente les pertes de charge ainsi que les pertes thermiques.

La structure généralement utilisée est un empilement de grilles métalliques. Pour avoir une meilleure performance thermique, le régénérateur doit posséder

une grande surface d'échange afin d'emmagasiner un maximum d'énergie mais cela augmente les pertes de charge du système. Le régénérateur est un organe thermo hydraulique fonctionnant sur un compromis entre ces deux phénomènes physiques : pertes de charge et bon échange thermique. Rühlich et Quack (2002) ont proposé un paramètre, noté ψ , pour quantifier ce compromis en écoulement stationnaire. Il est défini par la relation 2 suivante :

$$\psi = \frac{NPH}{NTU} \quad 2$$

NPH, pour « Number of Pressure Heads », représente la perte de charge ΔP engendrée par le régénérateur par rapport à l'énergie cinétique du fluide au sein de son milieu poreux, soit :

$$NPH = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho \cdot u^2} = f \frac{L}{D_h} \quad 3$$

ΔP	Perte de charge de part et d'autre du régénérateur
ρ	Masse volumique du fluide
u	Vitesse débitante (ou moyenne) du fluide
f	Coefficient de frottement
L	Longueur du régénérateur

D_h est le diamètre hydraulique du régénérateur exprimé par la relation suivante :

$$D_h = \frac{4 \cdot V_g}{A_c} = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot V_{tot}}{A_c} \quad 4$$

V_g	Volume de gaz du régénérateur
A_c	Surface de contact entre le gaz et le solide
V_{tot}	Volume total du régénérateur

ε est la porosité du régénérateur. C'est le rapport entre le volume de gaz du régénérateur (espace où le fluide circule librement) et son volume total. Ce paramètre est toujours inférieur à 1 pour un milieu poreux et est exprimé par la relation suivante :

$$\varepsilon = \frac{V_g}{V_{tot}} = 1 - \frac{V_s}{V_{tot}} \quad 5$$

V_g	Volume de gaz du régénérateur
V_{tot}	Volume total du régénérateur
V_s	Volume du solide du régénérateur

NTU, pour « Net Transfer Unit », est un nombre d'unité de transfert. C'est le rapport entre la différence de température du fluide entre l'entrée et la sortie du régénérateur, et la différence entre la température moyenne de paroi et la température moyenne du fluide. Il est exprimé par la relation suivante :

$$NTU = \frac{T_{s,g} - T_{e,g}}{T_p - T_{m,g}} = \frac{h \cdot S_e}{q \cdot c_p} \quad 6$$

h	Coefficient d'échange convectif
S_e	Surface d'échange thermique
q	Débit massique de fluide
c_p	Capacité calorifique à pression constante du fluide
$T_{s,g}$	Température du fluide en sortie de régénérateur
$T_{e,g}$	Température du fluide en entrée de régénérateur
T_p	Température moyenne de la matrice poreuse
$T_{m,g}$	Température moyenne du gaz le long du régénérateur

On introduit les nombres de Reynolds, de Prandtl et de Nusselt :

$$Re = \frac{u \cdot D_h}{\nu} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad Nu = \frac{h \cdot D_h}{\lambda} \quad 7$$

u	Vitesse débitante (ou moyenne) du fluide
D_h	Diamètre hydraulique du régénérateur
ν	Viscosité cinématique du fluide
α	Diffusivité thermique du fluide
h	Coefficient d'échange convectif
λ	Conductivité thermique du fluide

le paramètre ψ peut s'écrire sous la forme :

$$\psi = \frac{NPH}{NTU} = \frac{Pr}{4} \times \frac{f \cdot Re}{Nu} = \frac{Pr}{4} \times \frac{Po}{Nu} \quad 8$$

Le nombre de Prandtl est constant pour un fluide donné. Un régénérateur performant est donc synonyme d'un grand nombre de Nusselt, et d'un faible nombre de Poiseuille $Po = f \cdot Re$. Ce dernier nombre est utilisé pour déterminer les performances hydrodynamiques des régénérateurs. [Rühlich et Quack \(2002\)](#) ont étudié numériquement différentes structures de régénérateur et ont comparé leurs performances en traçant le paramètre ψ en fonction du nombre de Reynolds Re (Figure 6). Ils montrent (Figure 7) que le meilleur régénérateur jusqu'à un nombre de Reynolds de 1000 est un canal à plans parallèles, ce qui est paradoxal car l'absence de microstructures au sein de ces deux plans compromet le rôle d'éponge thermique, diminuant grandement le découplage thermique entre les extrémités chaude et froide. Les auteurs montrent de plus que ce rapport tend vers celui obtenu par un canal à plans parallèles pour des milieux poreux possédant des géométries profilées (Shape 1 de la Figure 7) avec une disposition ordonnée. Ce type de milieu poreux montre des performances hydrauliques supérieures aux grilles et sphères empilés généralement utilisées pour les tubes à gaz pulsés.

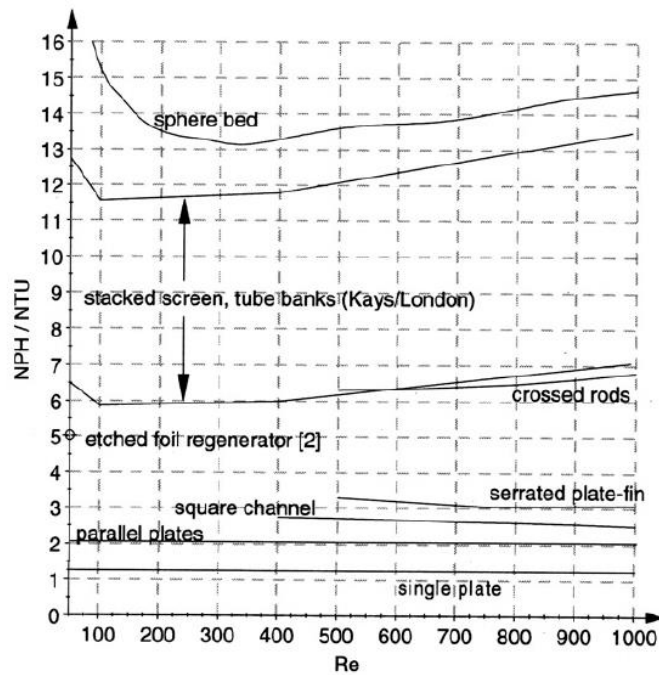


Figure 6 : ψ en fonction de Re en régime stationnaire pour différentes structures de régénérateur (Rühlich et Quack, 2002).

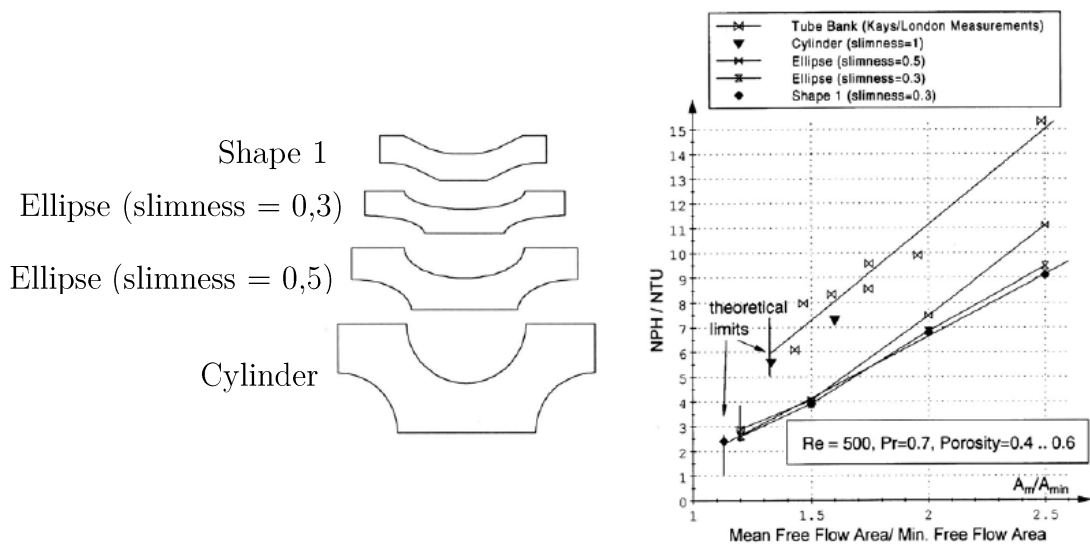


Figure 7 : À gauche : différentes géométries de matrice de régénérateurs de porosité 0,6 (de haut en bas : Shape 1, ellipse slimness 0,3, ellipse slimness 0,5, cylindre); à droite : ψ en fonction de A_m / A_{min} des géométries présentés en a (Rühlich et Quack, 2002).

Les techniques actuelles de micro-fabrication sur wafer de silicium, notamment la gravure DRIE avec le procédé Bosch, permettent un meilleur contrôle de la géométrie du régénérateur, et donc un contrôle sur sa porosité et son diamètre hydraulique grâce à l'utilisation de piliers de formes diverses avec différents arrangements réguliers. Se pose alors la question de la validité de la physique du milieu continu à petite échelle. Cela amène à estimer la valeur du nombre de Knudsen qui doit rester inférieur à 0,01.

$$Kn = \frac{k_B \cdot T}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d_p^2 \cdot P \cdot L_c}$$

k_B	Constante de Boltzmann
T	Température du gaz
d_p	Diamètre de la particule de gaz
P	Pression
L_c	Longueur caractéristique

Dans nos travaux à température ambiante, la situation la plus défavorable correspond à $P = 6$ bar et $L_c = 8 \mu\text{m}$, soit $Kn = 3 \cdot 10^{-3}$.

[Vanapalli et al. \(2005\)](#) ont étudié expérimentalement les écoulements stationnaires à travers différentes configurations de piliers et pour plusieurs types de forme : cercles, carrés, ellipses, sinus, lenticulaires, et losanges. Les piliers sont disposés en quinconce pour toutes les formes. Les échantillons possèdent une longueur entre 0,9 et 1,3 mm. Le silicium est gravé sur une hauteur de 750 μm , et les largeurs des piliers sont entre 20 et 25 μm , ce qui leur donne un grand rapport d'aspect. Ils mesurent le coefficient de frottement f ainsi que le nombre de Reynolds (entre 10 et 100). Ils montrent que les piliers de formes lenticulaires et losangées, disposés en quinconce sont les plus efficaces hydrauliquement et que leurs performances se rapprochent d'un canal rectangulaire. Ils expliquent que la section de passage du fluide au sein de la structure est quasiment constante. Il y a donc moins de variation de vitesse d'écoulement entre les piliers qu'avec les autres formes.

Sochinskii et al. (2021) ont étudié numériquement l'influence de la porosité ε et de l'angle d'attaque α de piliers, avec une base losangée disposés en quinconce, sur les performances hydrodynamiques en écoulement stationnaire. Le gaz considéré est de l'hélium, la porosité varie entre 0,4 et 0,9, et l'angle d'attaque entre 33° et 90° , pour une gamme de nombre de Reynolds comprise entre 1 et 100. Ils montrent par la simulation numérique que le nombre de Poiseuille augmente avec l'angle du losange (Figure 8). Ceci s'explique par l'augmentation de la tortuosité du milieu qui augmente la distance parcourue par le gaz. Le nombre de Poiseuille augmente également avec la porosité. On s'attend naturellement à ce qu'il converge vers 96 pour une porosité de 100 % correspondant à un canal à plans parallèles. Il est inférieur à celui de grilles empilées et de sphère pour une porosité inférieure à 0,6 et un angle de losange inférieur à 40° . On observe également dans cette même gamme de porosités et d'angles que le nombre de Poiseuille ne varie pas significativement. Les auteurs ont effectué des expériences sur des micro-régénérateurs fabriqués sur silicium pour un angle d'attaque unique de 33° . Les résultats reportés dans la Figure 8 montrent que le nombre de Poiseuille pour des angles de losange inférieurs à 40° s'approche de celui obtenu par un canal à plans parallèles. Les écarts entre les simulations 2D et les expérimentations sont expliqués par les effets de bord des échantillons, qui ont été négligés. De plus, les surfaces de frottement horizontales (supérieures et inférieures des échantillons) ne semblent pas être négligeables devant celles verticales des flancs de pilier, ce qui éloigne les régénérateurs de l'approximation 2D faites lors des simulations numériques.

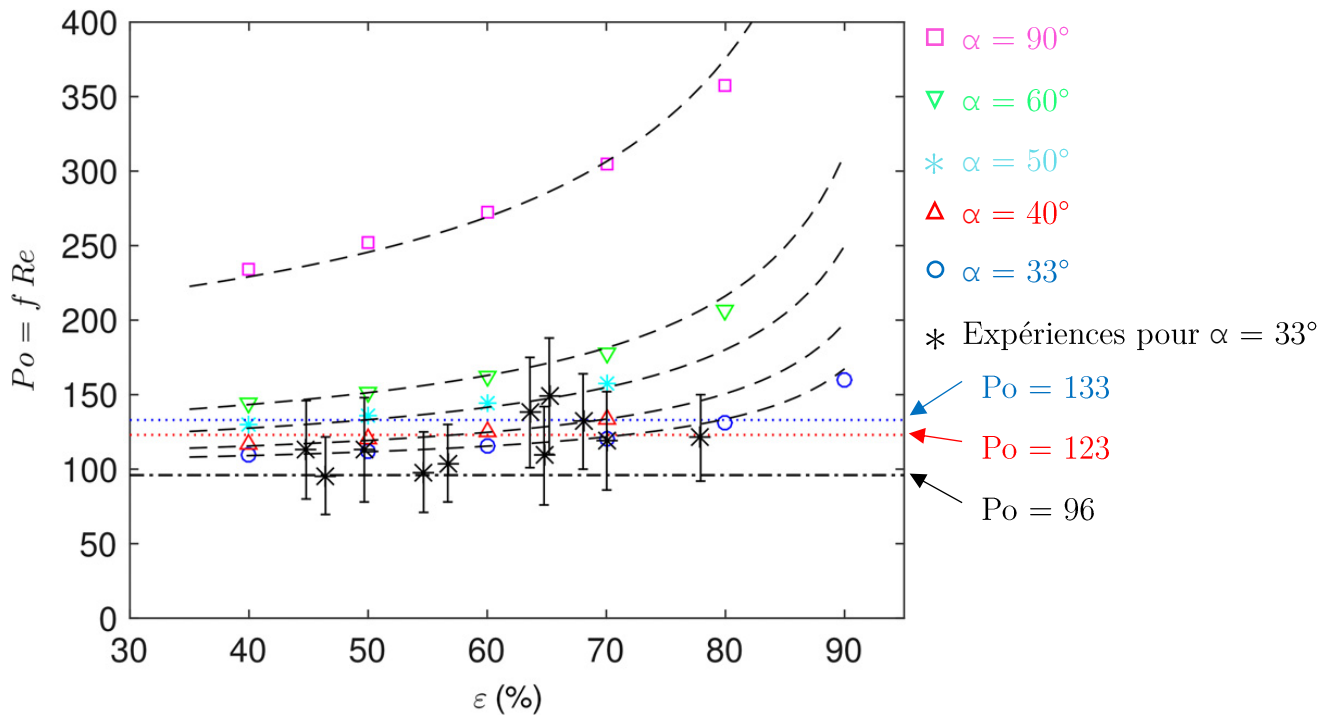


Figure 8 : Mesures expérimentales et calcul numérique du nombre de Poiseuille en écoulement stationnaire en fonction de la porosité pour les piliers en forme de losange (Sochinskii et al., 2021).

Pour un angle d'attaque inférieur à 40° et une porosité inférieure à 60 %, un réseau de piliers en forme de losanges disposés est *a priori* un bon choix pour une miniaturisation efficace.

1.3. Les écoulements oscillants dans les régénérateurs

Les oscillateurs génèrent une onde de pression sinusoidale. L'écoulement résultant est un écoulement instationnaire où la perte de charge et le débit sont des grandeurs que l'on peut caractériser par une fréquence f_0 , par une amplitude et par une phase. L'écoulement possède un débit moyen nul par cycle d'oscillation car le sens de l'écoulement change au cours d'un cycle. Par la suite, le caractère « \sim » désignera l'amplitude d'une grandeur physique.

Richardson et Tyler (1929) ont été les premiers à s'intéresser à ce type d'écoulement d'un point de vue expérimental. Leur expérience est effectuée entre 5 Hz et 25 Hz et pour une amplitude de déplacement du piston constante. Ils déterminent le profil de vitesse à l'aide d'un anémomètre à fil chaud pour deux types de conduite (carrée et cylindrique) d'un diamètre hydraulique de 4,8 cm minimum. Lorsque la fréquence augmente, ils observent que le maximum de la vitesse du fluide ne se situe pas au centre de la conduite comme pour un écoulement stationnaire mais près des parois (Figure 9).

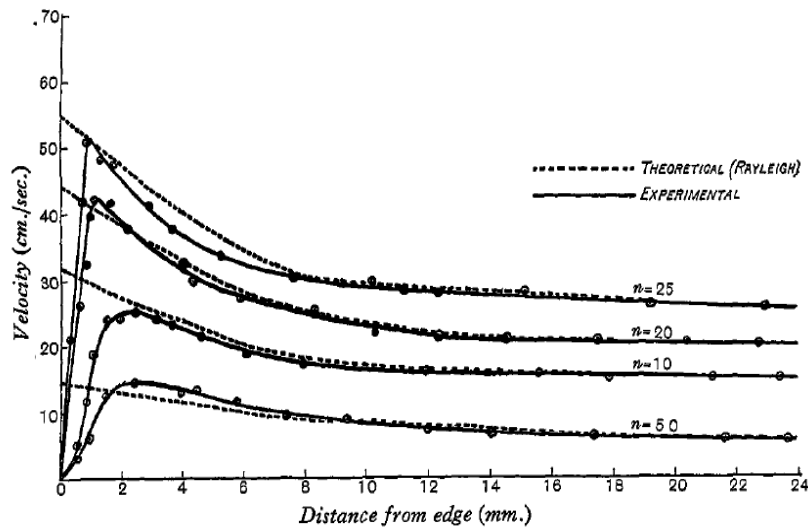


Figure 9 : Profils de vitesse d'un écoulement oscillant de la demi-conduite circulaire mesurés par Richardson et Tyler (1929), n est la fréquence d'oscillation en Hz.

Womersley (1955) a étudié analytiquement cet écoulement dans une conduite cylindrique. Il nous montre que le profil de vitesse, et donc l'effet annulaire précédemment décrit, est fonction d'un nombre sans dimension, appelé « nombre de Womersley » noté Wo , fonction de la fréquence, des propriétés physiques du fluide utilisé et du rayon de la conduite tel que :

$$Wo = R_c \sqrt{\frac{\rho \cdot \omega}{\mu}} = \frac{R_c}{\sqrt{\nu/\omega}} = \frac{R_c}{\delta} \quad 9$$

R_c	Rayon d'une conduite cylindrique
ρ	Masse volumique du fluide
ω	Pulsation de l'écoulement
μ	Viscosité dynamique du fluide
ν	Viscosité cinématique du fluide
δ	Profondeur de pénétration de l'onde

La profondeur de pénétration de l'onde est similaire à un effet de peau du courant électrique au sein d'un câble. Cet effet annulaire n'est pas seulement dû à la fréquence d'oscillation mais aussi à la géométrie de la conduite et au fluide utilisé. Il agit donc sur la variation temporelle du débit. L'auteur a également relevé que le déphasage entre la différence de pression et le débit augmente avec la fréquence, tendant vers une valeur de 90° (Figure 10).

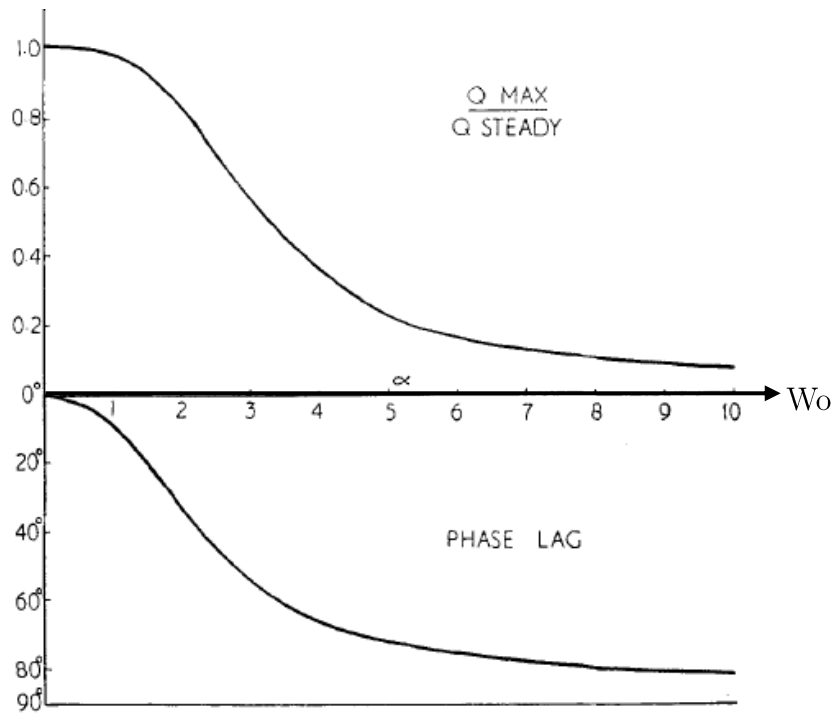


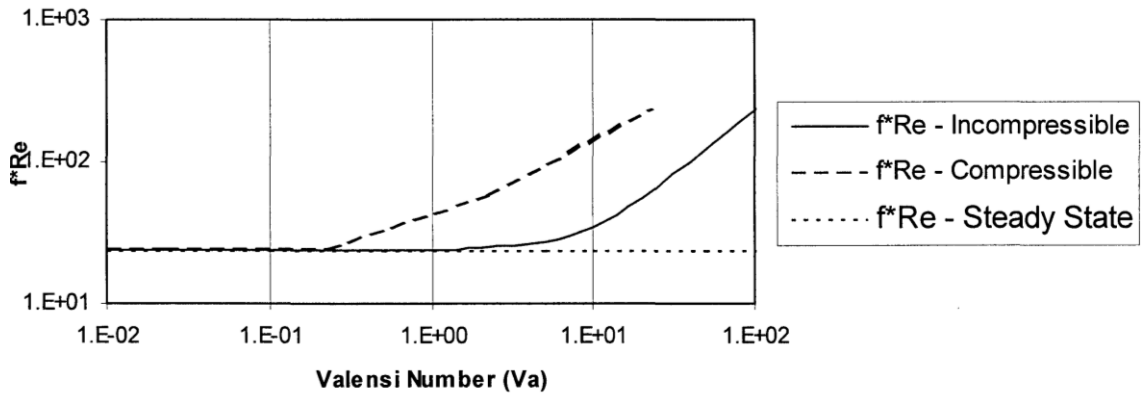
Figure 10 : En haut : Rapport du débit maximum en écoulement oscillant et du débit en écoulement stationnaire. En bas : Déphasage entre la différence de pression et le débit. Les deux graphiques sont en fonction de Wo .

Le nombre de Womersley est généralement utilisé pour des écoulements oscillants au sein de canaux biologiques car la géométrie utilisée est à section circulaire dans la majorité des cas d'étude (Rohlf et Tenti (2001), Banerjee et al. (2012), Asgharzadeh et Borazjani (2016)). Pour des applications aux régénérateurs, on utilisera le nombre de Valensi défini par :

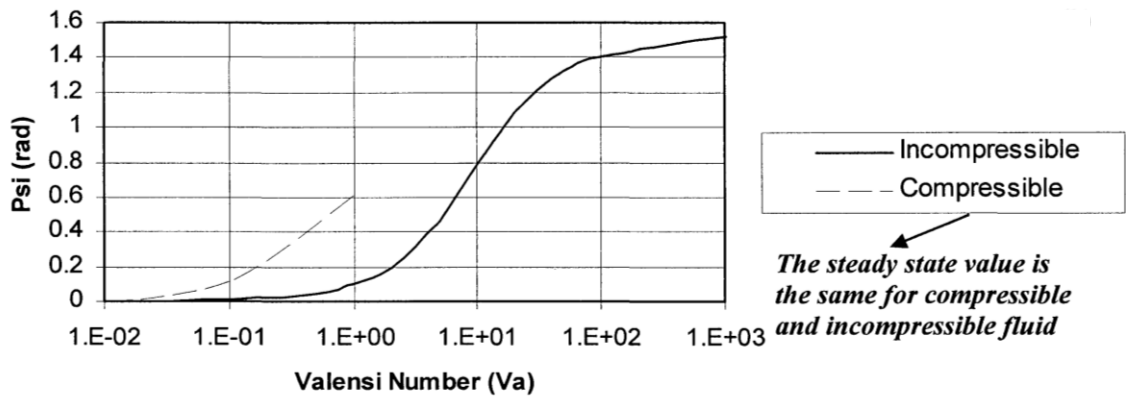
$$Va = \frac{\omega \cdot D_h^2}{\nu} = 4 \cdot Wo^2 \quad 10$$

Garaway and Grossman (2006) montrent par le calcul pour un écoulement oscillant laminaire dans un canal à plans parallèles que le nombre de Poiseuille et le déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante sont fonction du nombre de Valensi. Ils montrent que le nombre de Poiseuille est constant à bas Valensi, puis augmente linéairement. Le déphasage, qui évolue entre 0 et $\pi/2$, augmente également avec Va . Ils simulent aussi l'écoulement à masse volumique variable (Figure 11). Ils observent une

augmentation du nombre de Poiseuille et du déphasage à partir d'un nombre de Valensi inférieur d'un ordre de grandeur à celui correspondant à un écoulement incompressible.



a



b

Figure 11 : a : Nombre de Poiseuille (a) et déphasage (b) en fonction du nombre de Valensi pour un canal à plans parallèles. Comparaison de l'écoulement compressible et incompressible.

Les performances hydrodynamiques des régénérateurs sont liées au coefficient de frottement défini par la relation de Darcy-Weisbach. Certains auteurs comme Tanaka et al. (1990), Choi et al. (2004) et Nam et Jeong (2005) transposent cette relation en utilisant l'amplitude de la perte de charge $\Delta\tilde{P}$ et l'amplitude de la vitesse débitante \tilde{u} .

$$f = \frac{D_h}{L} \times \frac{\Delta\tilde{P}}{\frac{1}{2}\bar{\rho}\cdot\tilde{u}^2} \quad 11$$

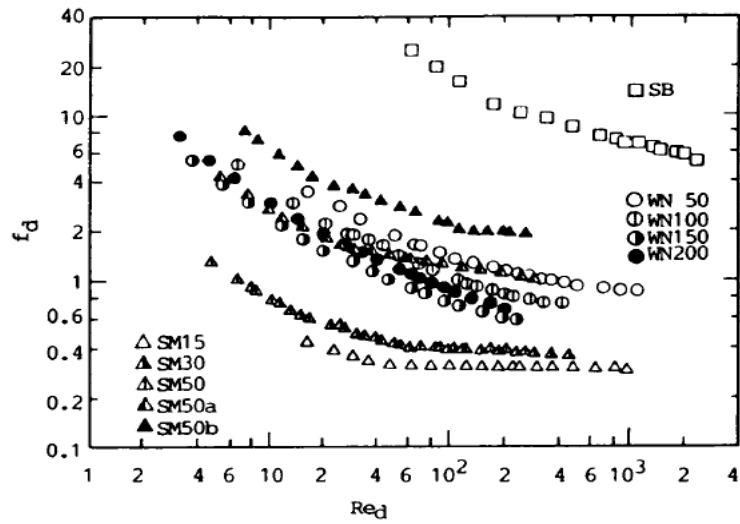
Tanaka et al. (1990) ont effectué des mesures en écoulement oscillant d'air sur des régénérateurs en éponge métallique, métal fritté et grilles métalliques. Leur porosité est comprise entre 0,372 et 0,956. Leurs dimensions sont de 40 mm de diamètre et de 30 mm de longueur. La plage de fréquence d'étude va de 1,5 Hz à 10 Hz. L'écoulement est généré par un piston contrôlé par un système de bielle-manivelle. La pression nominale est de 10 bar. Les pertes de charge sont mesurées par des capteurs de pression différentielle et le débit par le déplacement du piston générateur. Ils tracent le coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds maximum en utilisant comme longueur caractéristique le diamètre des fils (Figure 12a) et le diamètre hydraulique (Figure 12b). Pour des grilles métalliques, le diamètre hydraulique est dépendant du diamètre du fil d et de la porosité ε . L'utilisation du diamètre hydraulique comme longueur caractéristique montre une réponse universelle du coefficient de frottement pour ce type de régénérateur. Les points expérimentaux suivent alors une courbe empirique telle que :

$$f = \frac{175}{\tilde{Re}} + 1,60 \quad 12$$

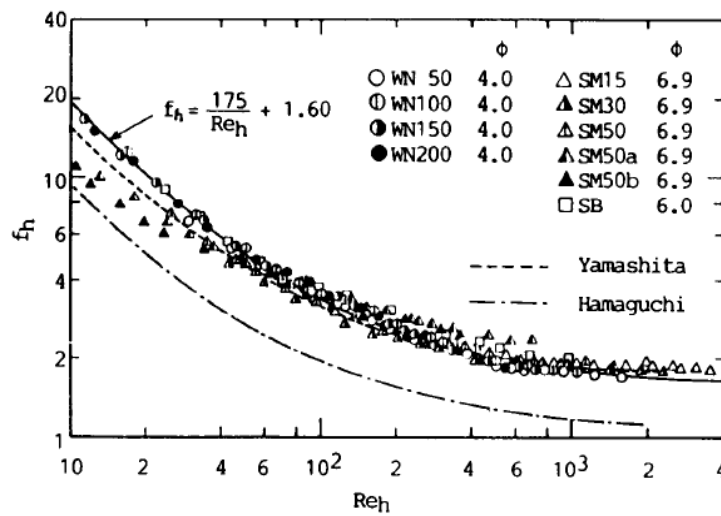
où \tilde{Re} est le nombre de Reynolds maximum défini par la relation suivante :

$$\tilde{Re} = \frac{\tilde{u}\cdot D_h}{\nu} \quad 13$$

Ils concluent que le diamètre hydraulique est la bonne référence de longueur caractéristique à considérer pour décrire le régime d'écoulement. Ils mesurent également que le coefficient de frottement en écoulement oscillant est 30% supérieur à celui obtenu en écoulement stationnaire.



a



b

Figure 12 : Coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds de Tanaka et al. (1990) avec comme longueur de référence le diamètre de maille (a) et le diamètre hydraulique (b).

Choi et al. (2004) ont également étudié des régénérateurs à empilement de grilles de 12,25 mm de diamètre et de 80 mm de longueur en écoulement oscillant de 45 Hz à 80 Hz. Ils mesurent l'amplitude de la perte de charge et l'amplitude de la vitesse du côté de l'oscillateur de pression linéaire utilisé pour les expériences avec un anémomètre à fil chaud. Le nombre de Reynolds est calculé grâce à la relation 13. Ils observent un déphasage $\varphi_{\Delta P/u}$ entre la perte de charge et le débit compris entre 11° et 34°. Ils montrent par l'expérience que le coefficient de frottement et le déphasage sont fonction du nombre de Reynolds maximum et du nombre de Valensi respectivement (relations 14 et 15).

$$f = \frac{39,52}{\overline{Re}} + 0,01 \quad 14$$

$$\varphi_{\Delta P/u} = 1,32 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{D_h}{L}\right)^{-2,62} \cdot Va \quad 15$$

Nam et Jeong (2005) ont aussi travaillé sur des régénérateurs à grilles empilées. Ils mesurent à l'aide d'anémomètres à fil chaud la vitesse d'écoulement des deux côtés du régénérateur. Les grilles sont composées de fils métalliques de diamètre 30, 38 et 52 μm avec une distance de maillage de 33,5 (#400), 87,4 (#250) et 110,0 μm (#200) respectivement. La vitesse utilisée pour le calcul du nombre de Reynolds maximum et le coefficient de frottement est la moyenne des amplitudes de ces deux vitesses. Les auteurs déterminent la relation empirique 16. Le Tableau 1 résume les paramètres a et b obtenus par les auteurs.

$$f = \frac{a}{\overline{Re}} + b \quad 16$$

Tableau 1 : Résultats expérimentaux de Nam et Jeong (2005).

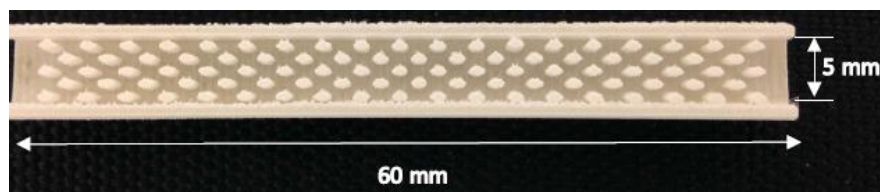
Type de grilles	a	b
#200	36,55	0,16
#250	44,10	0,33
#400	48,83	0,16

Les résultats sont proches de ceux que trouvent [Choi et al. \(2004\)](#) avec un déphasage entre 2° et 26° entre la perte de charge et le débit.

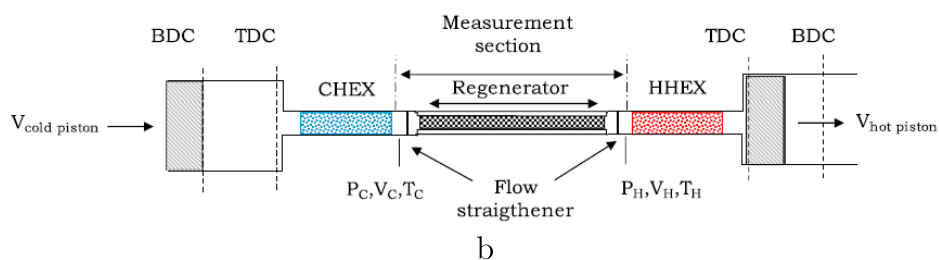
La détermination du coefficient de frottement en écoulement oscillant par la relation 11 est une approche convenable s'il n'y a pas de déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante. Cependant, le déphasage n'est plus négligeable en augmentant la fréquence. Dans ces conditions, il est difficile de l'ignorer pour estimer le coefficient de frottement.

[Dellali et al. \(2019\)](#) ont étudié le coefficient de frottement en mesurant la perte de charge et la vitesse débitante instantanées. Le milieu poreux des régénérateurs est une succession de piliers à base lenticulaire disposés en quinconce (

Figure 13a) sous écoulement oscillant d'air entre 2 et 10 Hz.



a



b

Figure 13 : a : Photo du régénérateur de l'expérience ; b : Schéma du montage expérimental de l'étude des écoulements oscillants des régénérateurs ([Dellali et al., 2019](#)).

L'écoulement oscillant est généré par deux pistons en phase de part et d'autre du régénérateur. Deux échangeurs, chaud et froid, génèrent un gradient de température le long du régénérateur (Figure 11b). En effectuant un bilan de

quantité de mouvement pour un écoulement instationnaire dans un canal, les auteurs montrent que le coefficient de frottement instantané s'écrit sous la forme :

$$f\left(t, \frac{du(t)}{dt}\right) = \frac{D_h}{L} \times \frac{\Delta P(t)}{\frac{1}{2}\rho u(t)^2} - \frac{D_h}{\frac{1}{2}u(t)^2} \times \frac{du(t)}{dt} \quad 17$$

Un terme d'inertie proportionnel à $du(t)/dt$ apparaît dans la relation de Darcy-Weisbach. Les auteurs observent cependant que sur leur gamme de fréquence, ce terme est négligeable (Figure 14). Ils mesurent également le coefficient de frottement instantané en fonction du nombre de Reynolds instantané (Figure 15).

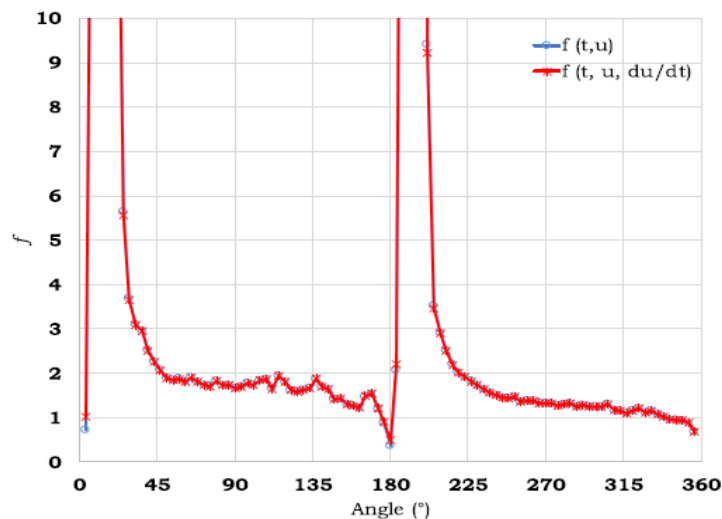


Figure 14 : Coefficient de frottement instantané sur un cycle d'oscillation pour une fréquence de 10 Hz et une porosité de 0,8 (Dellali et al., 2019).

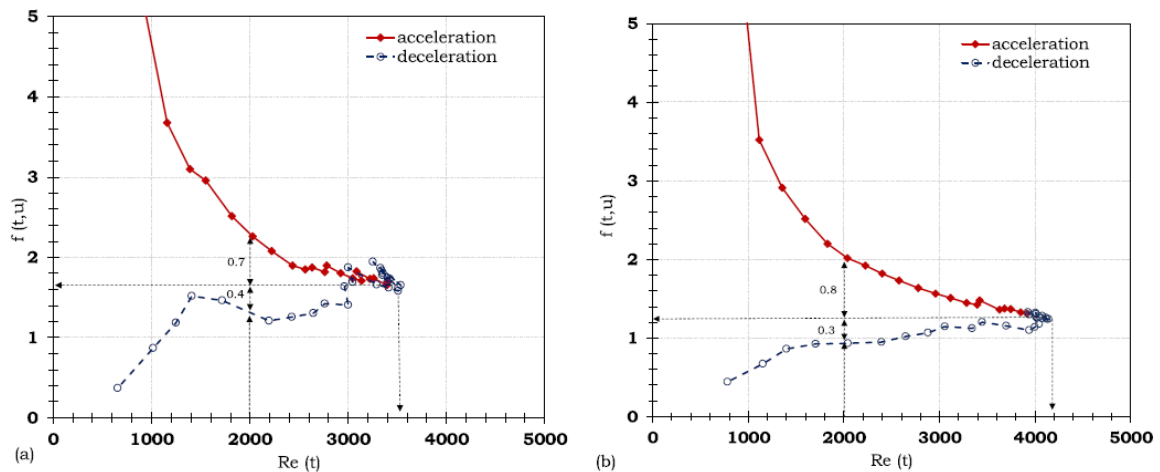


Figure 15 : Coefficient de frottement instantané en fonction du nombre de Reynolds instantané obtenu pour une porosité de 80%. À gauche : décharge (poussée du piston) ; À droite : suction (retour du piston).

La courbe rouge est la partie accélération du fluide et celle en bleu la décélération du fluide. Ils expliquent l'asymétrie obtenue par la création des structures tourbillonnaires pendant la phase d'accélération qui augmentent l'énergie dissipée par frottement. Lors de la décélération, les structures sont déjà formées et la dissipation d'énergie est moindre, ce qui pourrait expliquer que le coefficient de frottement instantané soit plus faible dans ce dernier cas. Ces courbes sont similaires à celles observées par [Isshiki et al. \(1997\)](#) à la fréquence unique de 26 Hz et [Wang et al. \(2005\)](#) entre 30 et 60 Hz, tous deux pour des grilles métalliques empilées. Cependant, le nombre de Poiseuille calculé à \bar{Re} montre un ordre de grandeur différent (Tableau 2).

Tableau 2 : Nombre de Poiseuille au pic pour [Isshiki et al. \(1997\)](#), [Wang et al. \(2005\)](#) et [Dellali et al. \(2019\)](#).

	Fréquence	Régénérateur	Nombre de Poiseuille au pic
Isshiki et al. (1997)	26 Hz	Grilles empilées	88 – 152
Wang et al. (2005)	30 – 60 Hz	Grilles empilées	52
Dellali et al. (2019)	10 Hz	Piliers lenticulaires	5000 - 5600

1.4. Conclusion

On peut constater que l'état de l'art concernant les écoulements oscillants est relativement limité. Néanmoins, il est établi par tous les auteurs que le coefficient de frottement en écoulement oscillant s'écarte de sa valeur en écoulement stationnaire lorsque la fréquence augmente. L'augmentation de la fréquence modifie le profil de vitesse et génère un déphasage qu'on ne peut pas négliger dans l'étude de l'écoulement.

Chapitre 2 : Étude théorique des écoulements oscillants

Les performances hydrodynamiques des régénérateurs en écoulement stationnaire seront caractérisées par le nombre de Poiseuille $Po = f \cdot Re$ avec f le coefficient de frottement et Re le nombre de Reynolds. Nous avons vu que pour des petits angles de losange (inférieurs à 40°), le nombre de Poiseuille en écoulement stationnaire est proche de celui obtenu dans un canal à plans parallèles. La première partie est consacrée à l'étude théorique de l'écoulement oscillant laminaire dans un canal à plans parallèles. La deuxième partie porte sur la détermination du nombre de Poiseuille et de la prise en compte du déphasage dans sa définition.

2.1. Écoulements oscillants au sein d'un canal à plans parallèles

La perte de charge $\Delta p(t)$ et la vitesse débitante $u(t)$ sont considérées comme des fonctions sinusoïdales. Leurs expressions sont les suivantes :

$$\Delta p(t) = \Delta \tilde{P} \cdot \cos(\omega t) = \Re[\Delta \tilde{P} \cdot e^{j\omega t}] \quad 18$$

$$u(t) = \tilde{u} \cdot \cos(\omega t - \varphi_u) = \Re[\tilde{u} \cdot e^{j(\omega t - \varphi_u)}] \quad 19$$

$\Delta \tilde{P}$	Amplitude de la perte de charge
\tilde{u}	Amplitude de la vitesse débitante
$\omega = 2\pi \cdot f_0$	Pulsation (f_0 la fréquence)
φ_u	Déphasage entre la vitesse débitante et la perte de charge

Pour la suite du manuscrit, la perte de charge est considérée comme l'origine des phases, et un déphasage positif signifiera que la vitesse débitante est en retard par rapport à la perte de charge. Il est nécessaire de déterminer le profil

de vitesse de cet écoulement afin d'obtenir la vitesse débitante. On considère un canal à plans parallèles d'une épaisseur $2.e$ dans lequel s'écoule un fluide de masse volumique moyenne $\bar{\rho}$ et de viscosité dynamique μ . Le canal se situe dans un plan cartésien Oxy, la largeur du canal étant considérée comme infinie dans la direction Oz (Figure).

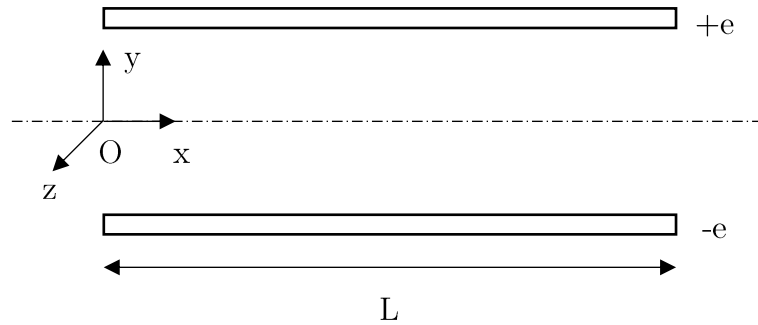


Figure 16 : Schéma simplifié d'un canal à plans parallèles d'une longueur L et d'une épaisseur $2e$.

Les équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes sont décrites en Annexe A : Équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes. L'écoulement est suivant la direction Ox. Pour un écoulement instationnaire laminaire incompressible, l'équation de la quantité de mouvement devient :

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p(t)}{\partial x} + \frac{\mu}{\bar{\rho}} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \quad 20$$

Le gradient de pression s'écrit comme le produit d'un gradient moyen par une fonction sinusoïdale tel que :

$$\frac{\partial p(t)}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \cos(\omega t) = \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} e^{j\omega t} \quad 21$$

$\partial \tilde{P} / \partial x$ est l'amplitude du gradient de la pression considérée comme constant. Le profil de vitesse peut également être décrit comme le produit entre une fonction sinusoïdale dépendant du temps et une fonction dépendant de y telle que :

$$u_x(\mathbf{y}, t) = u_x(\mathbf{y}) \cdot e^{j(\omega t - \varphi)} = u_x(\mathbf{y}) \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-j\varphi} = \tilde{u}(\mathbf{y}) \cdot e^{j\omega t} \quad 22$$

Comme le proposent [Yang et Yih \(1977\)](#) pour la résolution dans une géométrie cylindrique, le déphasage de la vitesse par rapport au gradient de pression est pris en compte dans l'amplitude, soit $\tilde{u}(\mathbf{y}) = u_x(\mathbf{y}) \cdot e^{-j\varphi}$. En utilisant les relations 21 et 22, l'équation 20 devient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}(\mathbf{y})}{\partial y^2} - j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu} \tilde{u}(\mathbf{y}) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \quad 23$$

L'équation 23 est une équation différentielle complexe du second ordre avec second membre constant. La résolution de cette équation nous donnera accès au profil de vitesse. La solution de l'équation différentielle est la somme de deux contributions : la solution $\tilde{u}_0(\mathbf{y})$ de l'équation caractéristique sans second membre, et une solution particulière $\tilde{u}_p(\mathbf{y})$. La solution particulière est la suivante :

$$\tilde{u}_p(\mathbf{y}) = j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \quad 24$$

Le discriminant de l'équation caractéristique est $(4j \cdot \bar{\rho} \cdot \omega) / \mu$, quantité positive. Elle possède donc les deux solutions $\pm \sqrt{(j \cdot \bar{\rho} \cdot \omega) / \mu}$. La solution de l'équation sans second membre est :

$$\tilde{u}_0(\mathbf{y}) = A \cdot \exp\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right) + B \cdot \exp\left(-\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right) \quad 25$$

La solution générale $\tilde{u}(\mathbf{y})$ est la somme de ces deux solutions $\tilde{u}_0(\mathbf{y})$ et $\tilde{u}_p(\mathbf{y})$, soit :

$$\tilde{u}(\mathbf{y}) = j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + A \cdot \exp\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right) + B \cdot \exp\left(-\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right) \quad 26$$

A et B sont des constantes dépendantes des conditions aux limites. L'adhérence à la paroi est respectée pour $\tilde{u}(e) = \tilde{u}(-e) = 0$. Le système d'équation est le suivant :

$$\begin{cases} \tilde{u}(+e) = j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + A \cdot \exp\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right) + B \cdot \exp\left(-\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right) = 0 \\ \tilde{u}(-e) = j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + A \cdot \exp\left(-\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right) + B \cdot \exp\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right) = 0 \end{cases} \quad 27$$

Le système d'équation permet de dire que $A = B$. Les deux conditions aux limites amènent finalement au résultat suivant :

$$j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + A \cdot \underbrace{\left[\exp\left(-\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right) + \exp\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right) \right]}_{2 \cdot \cosh\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right)} = 0$$

La constante A s'écrit alors :

$$A = -j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \frac{1}{2 \cdot \cosh\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right)}$$

La solution générale s'exprime par :

$$\begin{aligned}\tilde{u}(y) &= j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + A \cdot \left[\exp\left(-\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right) + \exp\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right) \right] \\ &= \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} + 2 \cdot A \cdot \cosh\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right)\end{aligned}$$

En remplaçant la constante A par son expression tirée des conditions aux limites et après simplification, le profil de vitesse est finalement une expression complexe telle que :

$$u_x(y, t) = j \frac{1}{\bar{\rho} \cdot \omega} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \left[1 - \frac{\cosh\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} y\right)}{\cosh\left(\sqrt{j \frac{\bar{\rho} \cdot \omega}{\mu}} e\right)} \right] e^{j\omega t} \quad 28$$

Le diamètre hydraulique du canal est $D_h = 4 \cdot e$. En utilisant le nombre de Valensi, la relation 28 s'écrit alors :

$$u_x(y, t) = j \frac{D_h^2}{\mu \cdot Va} \times \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \left[1 - \frac{\cosh\left(\frac{1}{4} \sqrt{j \cdot Va} \times \frac{y}{e}\right)}{\cosh\left(\frac{1}{4} \sqrt{j \cdot Va}\right)} \right] e^{j\omega t} \quad 29$$

Le profil de vitesse est dépendant du temps et du nombre de Valensi. La partie réelle de la relation 29, nous donne le profil de vitesse. Afin d'obtenir un profil de vitesse universel quelle que soit la hauteur du canal, la relation 29 est adimensionnée par la vitesse maximale obtenue au centre de la conduite, notée $u'(y', t^*)$ avec $y' = y/e$ et $t^* = \omega \cdot t$. La Figure 17 illustre le tracé des profils de vitesse pour trois nombres de Valensi. Pour $Va = 0,01$ (Figure 17a), on obtient une succession de paraboles, typiques d'un écoulement stationnaire. Pour $Va = 10$ (Figure 17b), les profils sont toujours paraboliques mais le maximum à $y = 0$ n'est plus atteint à $t^* = 0$. Pour $Va = 1000$ (Figure 17c), un effet annulaire apparaît, la vitesse est maximale près des parois à $t^* = \pi/2$. La forme des profils de vitesse est similaire à celle mesurée par [Richardson et Tyler \(1929\)](#).

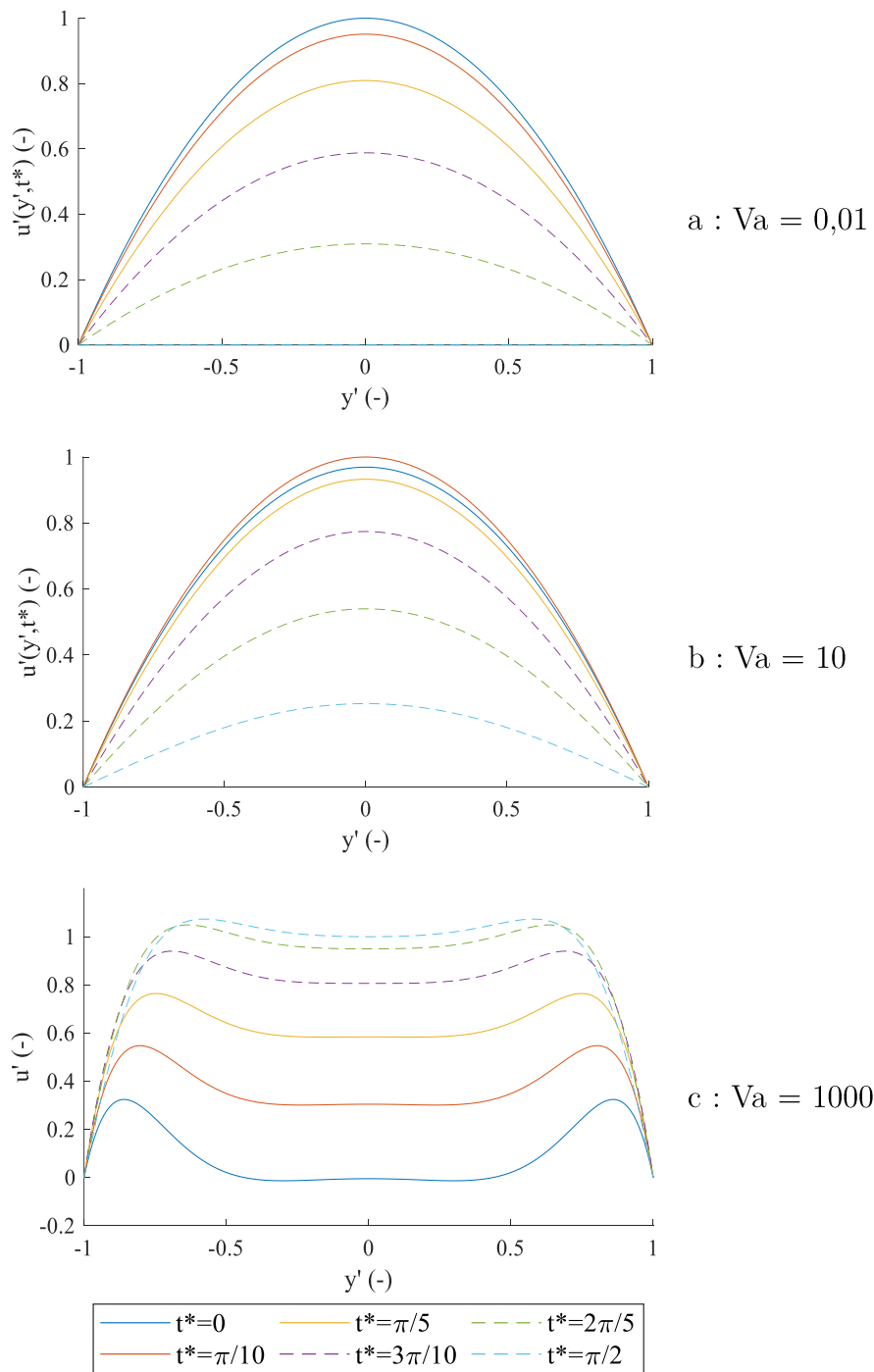


Figure 17 : Profil de vitesse adimensionné par la vitesse maximale au centre de la conduite d'un écoulement oscillant laminaire d'un fluide incompressible au sein d'un canal à plans parallèles pour trois valeurs de Va .

Grâce à la fonction complexe du profil de vitesse de la relation 29, nous pouvons ainsi déterminer une expression mathématique du rapport entre la perte de charge $\Delta\tilde{P}$ et la vitesse débitante \tilde{u} du canal à plans parallèles.

Maintenant que le profil de vitesse est connu, nous pouvons en déduire la vitesse débitante $u(t)$, paramètre mesuré expérimentalement. C'est la moyenne de la relation 29 sur toute la hauteur du canal, soit :

$$u(t) = \frac{1}{2.e} \int_{-e}^e u_x(y, t). dt$$

Le gradient de pression le long du canal est considéré comme l'opposé de la perte de charge linéique du canal $\Delta\tilde{P}/L$. L'expression finale de la vitesse débitante est la suivante :

$$u(t) = \frac{D_h^2}{\mu.j.Va} \times \frac{\Delta\tilde{P}}{L} \left[1 - \frac{\tanh\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right)}{\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}} \right] e^{j\omega t} = \tilde{u}(j.Va).e^{j\omega t} \quad 30$$

À l'aide de la relation 30, nous pouvons isoler le rapport $\Delta\tilde{P}/\tilde{u}$, noté $H(j.Va)$, tel que :

$$H(j.Va) = \frac{\Delta\tilde{P}}{\tilde{u}(j.Va)} = H_0 \cdot \left[\frac{\frac{1}{4}(\sqrt{j.Va})^3}{\frac{1}{4}\sqrt{j.Va} - \tanh\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right)} \right] \quad 31$$

Le module de cette expression nous donne le rapport entre l'amplitude de la perte de charge et l'amplitude de la vitesse débitante, et l'argument est le déphasage φ_u entre ces deux grandeurs. $H_0 = \mu.L/D_h^2$ est un gain hydraulique de la fonction $H(j.Va)$ et dépend des paramètres géométriques du canal et du fluide utilisé.

Limite en $Va = 0$:

La limite en 0 de la relation 31 permet d'approximer le terme $\tanh\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right)$ par un développement de Taylor tel que :

$$\tanh\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right) \approx \frac{1}{4}\sqrt{j.Va} - \frac{\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right)^3}{3}$$

La fonction $H(j.Va)$ devient alors :

$$H(j.Va)_{Va \rightarrow 0} = H_0 \cdot \left[\frac{\frac{1}{4}(\sqrt{j.Va})^3}{\frac{1}{4}\sqrt{j.Va} - \frac{1}{4}\sqrt{j.Va} + \frac{\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right)^3}{3}} \right] = 48.H_0 \quad 32$$

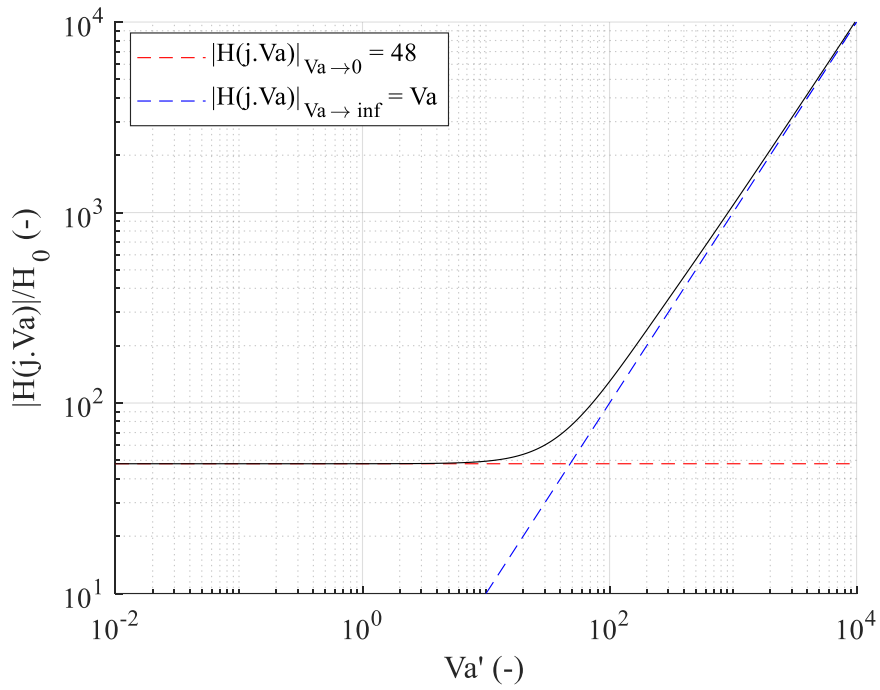
A bas nombre de Valensi, le rapport est constant. Le terme $48.H_0$ est un réel positif, le déphasage φ_u tend donc vers 0° .

Limite en $Va = \infty$:

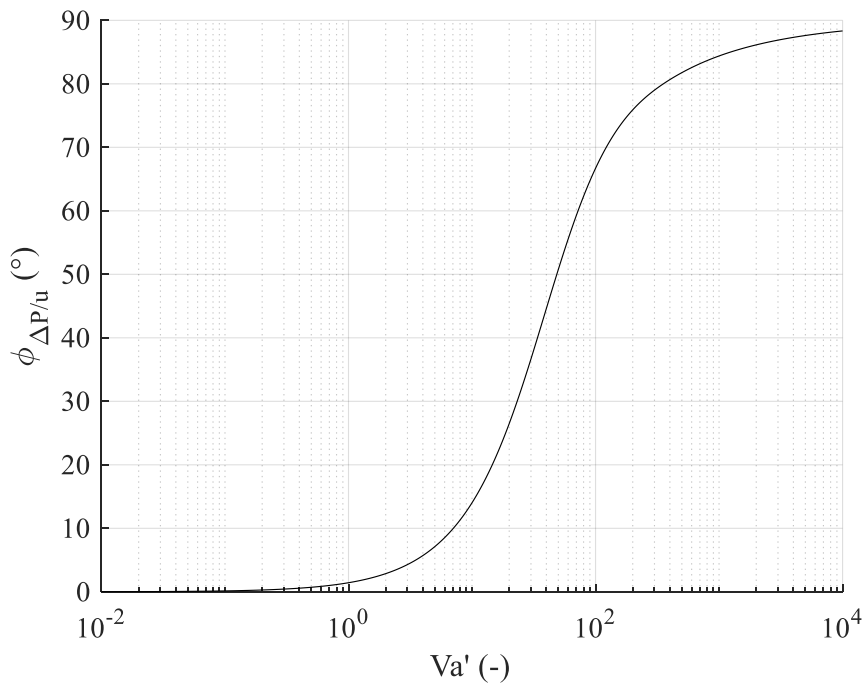
Lorsque Va tend vers l'infini, la tangente hyperbolique $\tanh\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right)$ tend vers 1 tandis que le facteur $\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}$ continue de croître jusqu'à être prépondérant devant la tangente hyperbolique. Le rapport devient :

$$H(j.Va)_{Va \rightarrow \infty} = H_0 \cdot \left[\frac{\frac{1}{4}(\sqrt{j.Va})^3}{\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}} \right] = j.Va.H_0 \quad 33$$

À haut nombre de Valensi, le rapport augmente linéairement avec ce nombre. Le terme $j.Va.H_0$ est un imaginaire pur positif, le déphasage φ_u tend vers 90° . La vitesse débitante est en retard par rapport à la perte de charge. Les graphiques de la Figure 18 montrent le module (Figure 18a) et l'argument (Figure 18b) de relation 31. Les limites pour le module apparaissent également.



a



b

Figure 18 : Rapport $|H(j.Va)|/H_0$ (a) et le déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante (b) en fonction du nombre de Valensi pour un canal à plans parallèles.

2.2. Coefficient de frottement et nombre de Poiseuille

Pour un écoulement instationnaire, le coefficient de frottement instantané est donné par la relation 17 :

$$f\left(t, \frac{du(t)}{dt}\right) = \frac{D_h}{L} \times \frac{\Delta p(t)}{\frac{1}{2} \bar{\rho} \cdot u^2(t)} - \frac{2 \cdot D_h}{u^2(t)} \times \frac{du(t)}{dt} \quad 34$$

Le nombre Poiseuille instantané est le produit entre le coefficient de frottement instantané et le nombre de Reynolds instantané $Re(t)$:

$$Po(t) = \frac{2 \cdot D_h^2}{\mu \cdot L} \times \frac{\Delta p(t)}{u(t)} - \frac{2 \cdot \bar{\rho} \cdot D_h^2}{u(t) \cdot \mu} \times \frac{du(t)}{dt} \quad 35$$

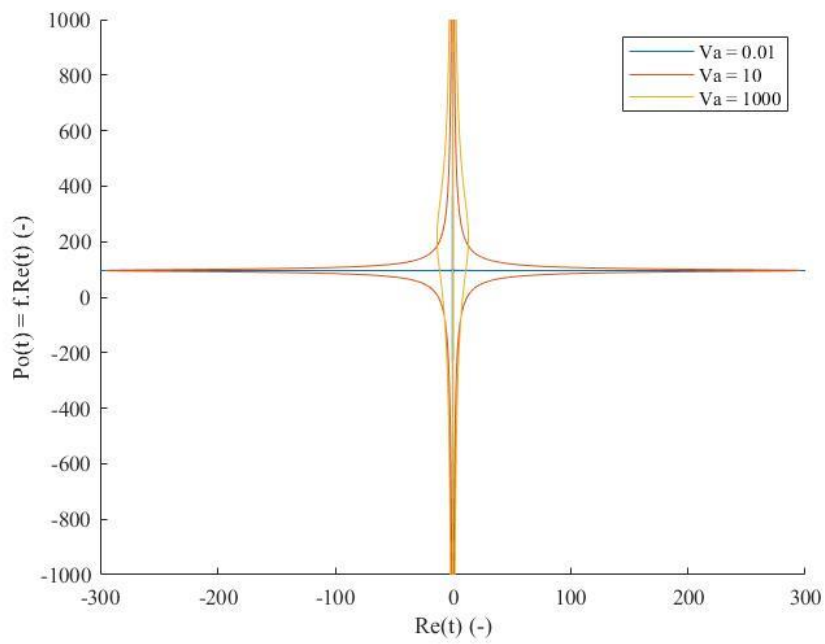
Pour un écoulement oscillant, nous utilisons les relations 18 et 19 de $\Delta p(t)$ et $u(t)$ respectivement. La dérivée temporelle de la vitesse débitante est $-\omega \cdot \tilde{u} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_u)$. Le nombre de Poiseuille devient :

$$Po(t) = \frac{2 \cdot D_h^2}{\mu \cdot L} \times \frac{\Delta \tilde{P} \cdot \cos(\omega \cdot t)}{\tilde{u} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_u)} + \frac{2 \cdot \bar{\rho} \cdot \omega \cdot D_h^2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_u)}{\mu \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_u)}$$

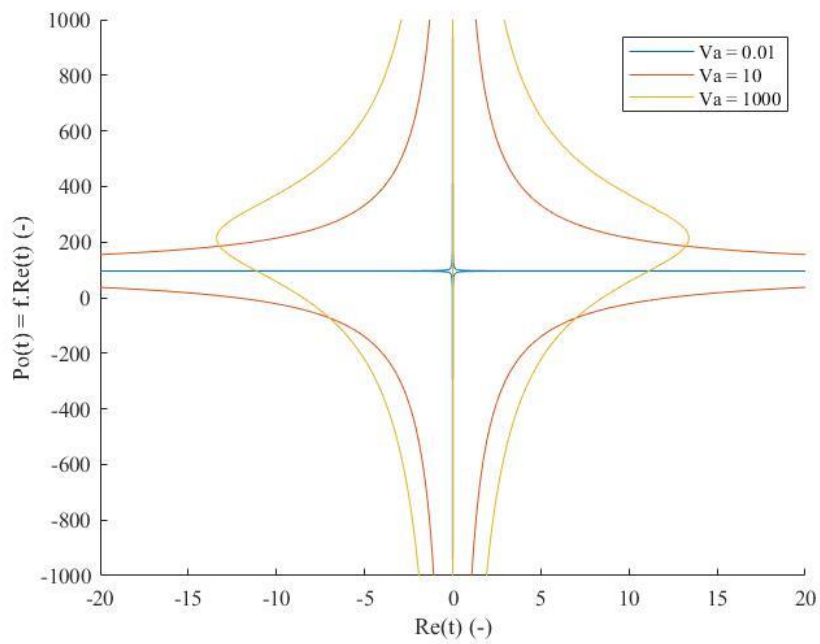
Nous pouvons remarquer l'apparition du nombre de Valensi. En fonction du nombre de Reynolds instantané et après simplification, nous obtenons finalement :

$$Po(t) = \frac{2 \cdot \rho \cdot D_h^3 \cdot \Delta \tilde{P}}{\mu^2 \cdot L} \times \frac{\cos(\omega t)}{Re(t)} + 2 \cdot Va \cdot \tan(\omega t - \varphi_u) \quad 36$$

La Figure 19 représente les courbes de la relation 36 pour les trois nombres de Valensi étudiés précédemment dans les conditions suivantes : $\Delta \tilde{P} = 1 \text{ bar}$, $L = 2 \text{ cm}$, $\bar{\rho} = 1,64 \text{ kg/m}^3$, $\bar{\mu} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ et $D_h = 100 \text{ }\mu\text{m}$.



a



b

Figure 19 : Nombre de Poiseuille instantané en fonction du nombre de Reynolds instantané pour différentes valeurs de nombre de Valensi dans un canal à plans parallèles.

L'augmentation de Va a pour première conséquence de donner deux valeurs de nombre de Poiseuille distinctes pour une même valeur de nombre de Reynolds. Ces deux valeurs correspondent respectivement à la phase d'accélération et de décélération du fluide (comme observé par [Dellali et al. \(2019\)](#) avec le coefficient de frottement). La seconde conséquence est l'augmentation du nombre de Poiseuille correspondant au nombre de Reynolds maximum, noté Po^* . Il est obtenu lorsque la vitesse débitante est à son maximum, donc pour $t = \varphi_u/\omega$. Nous obtenons donc les termes suivants à partir de la relation 35 :

$$\frac{\Delta P \left(t = \frac{\varphi_u}{\omega} \right)}{u \left(t = \frac{\varphi_u}{\omega} \right)} = \frac{\Delta \tilde{P} \cdot \cos \left(\omega \frac{\varphi_u}{\omega} \right)}{\tilde{u} \cdot \cos \left(\omega \frac{\varphi_u}{\omega} - \varphi_u \right)} = \frac{\Delta \tilde{P}}{\tilde{u}} \times \cos(\varphi_u) \quad 37$$

$$\frac{du \left(t = \frac{\varphi_u}{\omega} \right)}{dt} = -\omega \cdot \tilde{u} \cdot \sin \left(\omega \frac{\varphi_u}{\omega} - \varphi_u \right) = 0 \quad 38$$

Le nombre de Poiseuille Po^* s'écrit :

$$Po^* = \frac{2 \cdot D_h^2}{\mu \cdot L} \times \frac{\Delta \tilde{P}}{\tilde{u}} \times \cos(\varphi_u) \quad 39$$

Cette expression montre l'importance de la prise en compte du déphasage dans le calcul du nombre de Poiseuille. Il est donc nécessaire de mesurer $\Delta \tilde{P}$, \tilde{u} et φ_u . En appliquant l'expression 39 à un canal à plans parallèles, nous obtenons :

$$Po^* = 2 \cdot \left| \frac{\frac{1}{4} (\sqrt{j \cdot Va})^3}{\frac{1}{4} \sqrt{j \cdot Va} - \tanh \left(\frac{1}{4} \sqrt{j \cdot Va} \right)} \right| \cdot \cos \left(\arg \left[\frac{\frac{1}{4} (\sqrt{j \cdot Va})^3}{\frac{1}{4} \sqrt{j \cdot Va} - \tanh \left(\frac{1}{4} \sqrt{j \cdot Va} \right)} \right] \right) \quad 40$$

Limite en $Va = 0$

Nous avons vu dans la partie 2.1. que les limites du module et de l'argument sont respectivement de 48 et 0° , ce qui nous donne :

$$Po^*_{Va \rightarrow 0} = 2 \times 48 \times \cos(0) = 96$$

41

Lorsque le nombre de Valensi est très bas, le nombre de Poiseuille Po^* tend vers la valeur 96 d'un écoulement stationnaire.

Limite en $Va = \infty$

Nous avons montré que le module tend vers Va et l'argument vers 90° . Nous obtenons ici une forme indéterminée. La démonstration de la limite est en Annexe B : Limite de Po^* pour $Va \rightarrow \infty$. Le résultat est :

$$Po^*_{Va \rightarrow \infty} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{Va}$$

42

Le nombre de Poiseuille Po^* diverge pour de hauts nombres de Valensi pour un écoulement oscillant laminaire, ce qui est nouveau par rapport à un écoulement stationnaire. Le courbe du nombre de Poiseuille et de ses limites est en Figure 20.

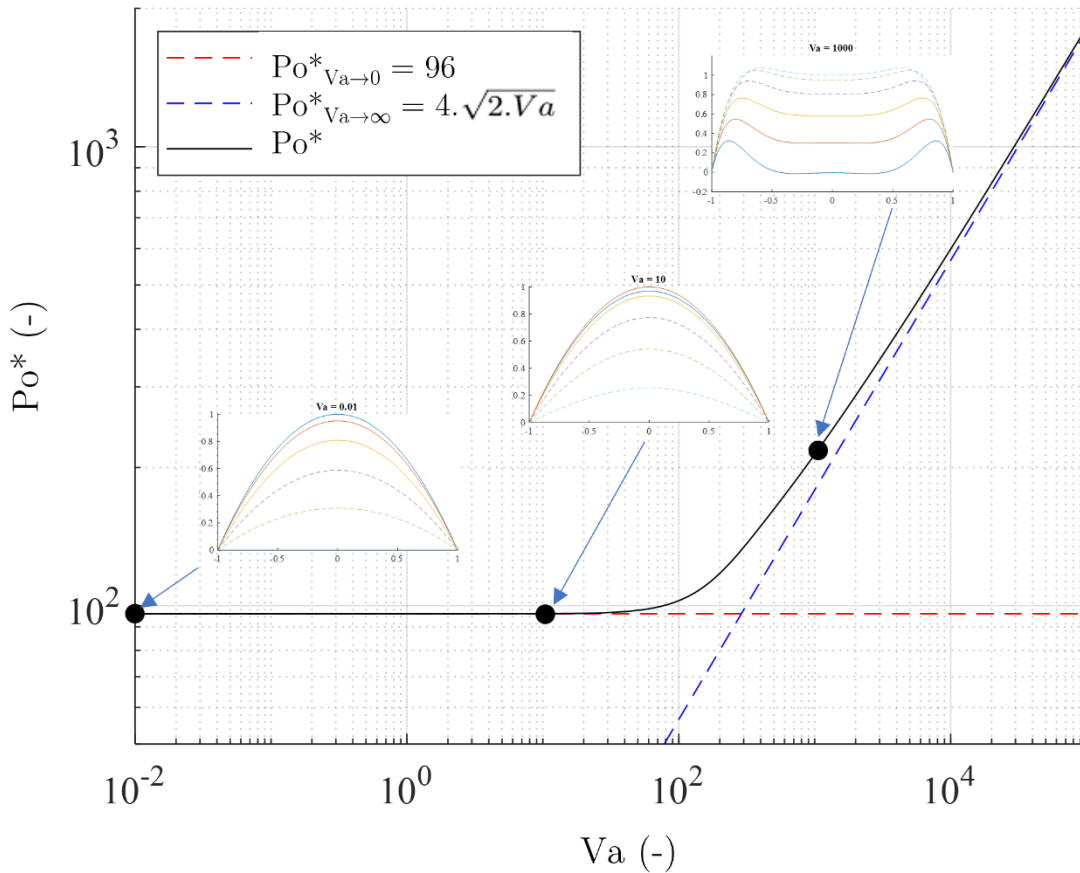
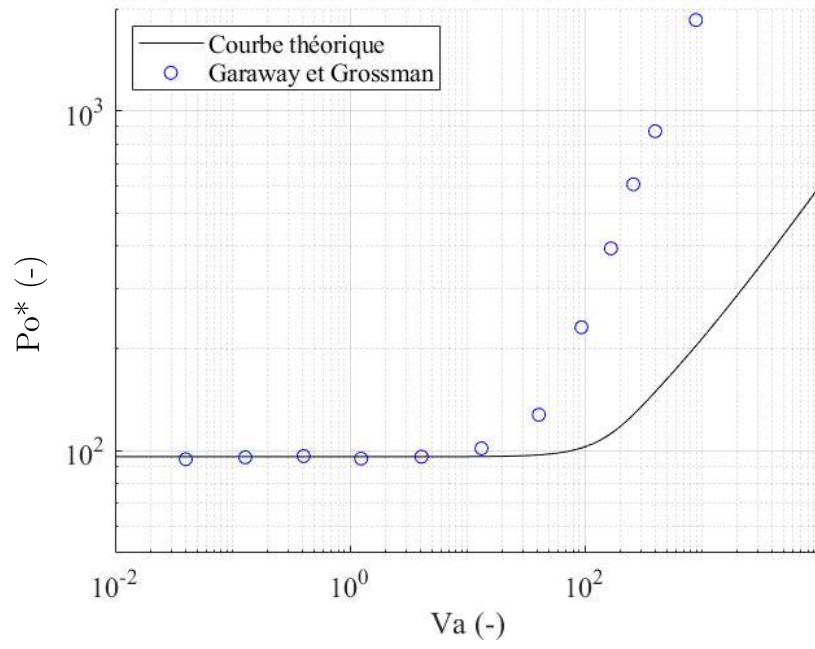
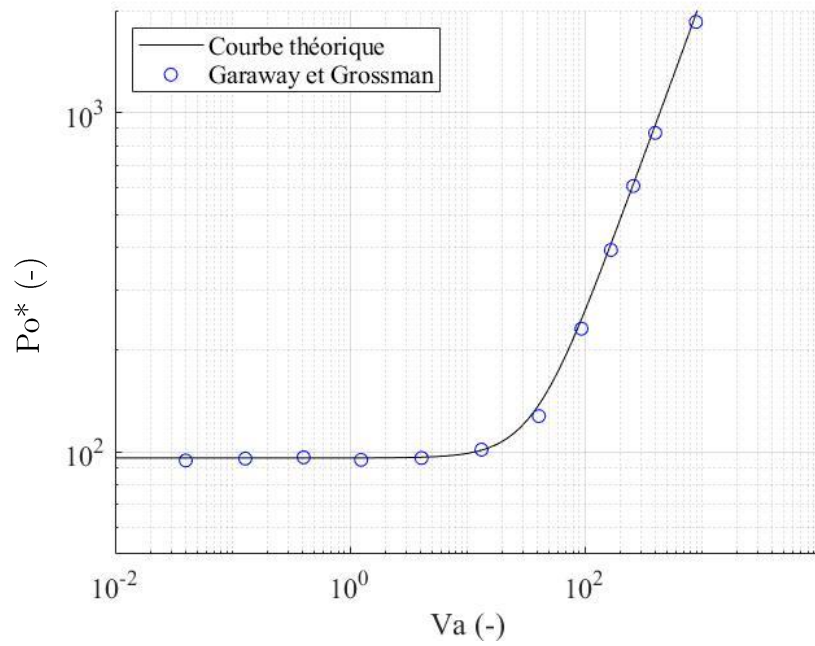


Figure 20 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction du nombre de Valensi pour un canal à plans parallèles avec affichage de ses limites en échelles logarithmiques et des profils de vitesse pour $Va = 0,01 - 10 - 1000$.

Cette courbe est similaire à celle obtenue par [Garaway et Grossman \(2006\)](#). La Figure 21a montre la comparaison entre la courbe théorique de la relation 40 et celle des auteurs. À bas Va , nous retrouvons l'état quasi-stationnaire. En augmentant Va , nous observons une divergence entre les deux résultats. Ces différences sont expliquées par la définition du coefficient de frottement. Nous pouvons penser que les auteurs utilisent la relation de Darcy-Weisbach, donc sans le terme $\cos(\varphi_u)$. En prenant le terme cosinus égal à 1, notre courbe du nombre de Poiseuille se superpose parfaitement avec les points obtenus par les auteurs (Figure 21b). L'absence du terme $\cos(\varphi_u)$ engendre une surestimation du coefficient de frottement.



a



b

Figure 21 : Comparaison du nombre de Poiseuille Po^* avec le modèle de Garaway et Grossman (2006). A : Po^* avec le terme $\cos(\varphi_u)$; b : Po^* avec $\cos(\varphi_u) = 1$.

2.3. Conclusion

Le travail théorique présenté dans ce chapitre a permis d'établir les équations décrivant le comportement dynamique des écoulements oscillants en canal à plans parallèles. Nous avons pu également déterminer une expression du nombre de Poiseuille à nombre de Reynolds maximum d'un écoulement oscillant en prenant en compte le déphasage. Nous avons observé qu'à bas nombre de Valensi, l'écoulement est quasi-stationnaire (profil de vitesse parabolique et $\tilde{Po} = 96$), le rapport $\Delta\tilde{P}/\tilde{u}$ est constant et aucun déphasage n'apparaît entre la perte de charge et la vitesse débitante. Lorsque le nombre de Valensi augmente, nous sommes dans un écoulement inertiel (profil de vitesse annulaire et augmentation du nombre de Poiseuille) le rapport $\Delta\tilde{P}/\tilde{u}$ et le déphasage augmentent également. Ces observations complètent l'étude de [Garaway et Grossman \(2006\)](#). L'étude expérimentale devrait permettre de tester la validité de cette théorie dans un canal à plans parallèles. Les mesures seront également étendues à des milieux poreux.

Chapitre 3 : Fabrication des micro-régénérateurs

Ce chapitre est consacré aux différentes étapes de la conception et de la réalisation des micro-régénérateurs gravés sur silicium. Nous définissons dans une première partie le motif du réseau de piliers. Nous décrivons ensuite les différentes étapes de la fabrication des micro-régénérateurs, de la lithographie des motifs à l'encapsulation des canaux. Pour finir, les dimensions réelles des éléments microstructurés, déterminées par traitement d'image, seront présentées

3.1. Géométrie du milieu poreux des micro-régénérateurs

Le milieu poreux des micro-régénérateurs est un réseau de piliers en forme de losange disposés en quinconce. Le motif utilisé est celui de [Sochinskii et al. \(2021\)](#) schématisé sur la Figure 22.

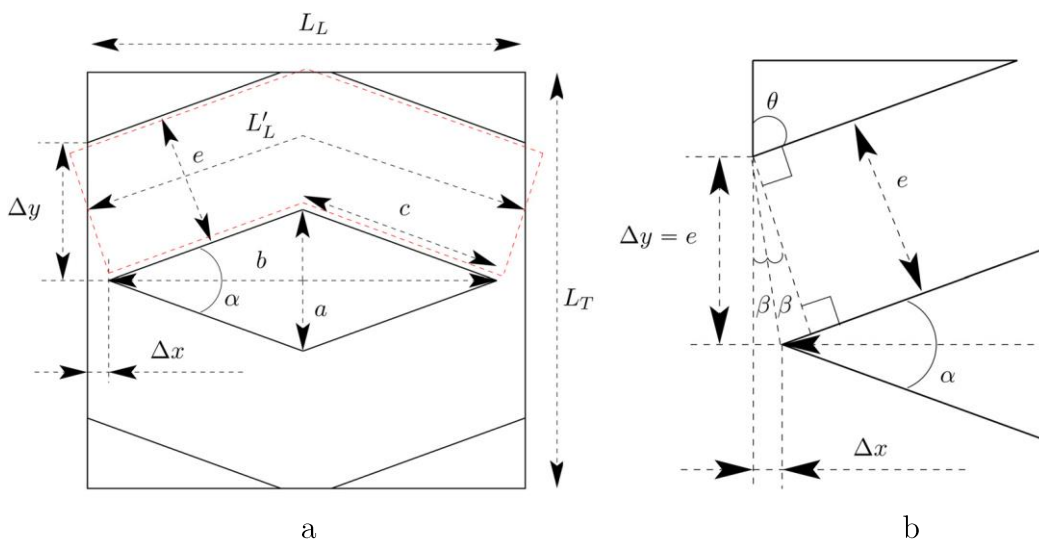


Figure 22 : Schéma annoté du motif de Sochinskii de micro-régénérateur avec un réseau de losanges disposés en quinconce (a) avec le détail de la géométrie au niveau du sommet du losange.

C'est une fenêtre d'une longueur L_L et de largeur L_T comportant deux losanges complets, un au centre de la fenêtre et l'autre divisé en quatre parties égales disposées aux extrémités de la fenêtre. Nous voulons limiter les pertes de charge singulières dans le régénérateur, donc conserver une section de passage constante entre les losanges, comme suggéré par [Sochinskii et al. \(2021\)](#). Pour limiter les pertes de charge singulières, nous devons conserver une section de passage constante entre les losanges. Cela signifie que $\Delta y = e$. Avec la relation $2.\beta = \alpha/2$, la distance Δx est donc $\Delta x = e.\tan(\alpha/4)$. La longueur b du pilier peut être exprimée en fonction de la largeur a du pilier et de l'angle d'attaque α tel que $b = a/\tan(\alpha/2)$. La longueur du côté du losange est $c = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}$. Le motif est donc défini par la largeur a , l'angle d'attaque α et la distance latérale entre deux piliers e . On en déduit L_L et L_T :

$$L_L = b + 2.\Delta x = \frac{a}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} + 2.e.\tan\left(\frac{\alpha}{4}\right) \quad 43$$

$$L_T = a + 2.\Delta y = a + 2.e \quad 44$$

Le régénérateur, d'une longueur L et d'une largeur W , est obtenu grâce à la succession de n_L et n_T motifs élémentaires dans la longueur et dans la largeur respectivement. Nous pouvons ainsi déterminer le nombre de losanges n_{los} au sein du régénérateur, caractéristique importante pour le calcul du diamètre hydraulique que l'on définira plus tard. La Figure 23 illustre une portion simplifiée de régénérateur.

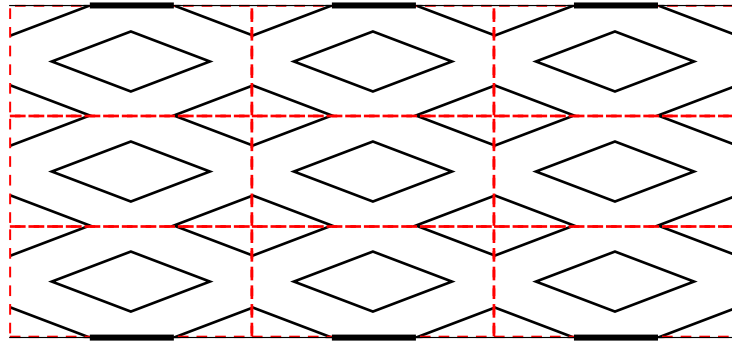


Figure 23 : Schéma simplifié d'un micro-régénérateur.

Chaque motif possède deux losanges, le régénérateur contient donc $n_{los} = 2 \cdot n_L \cdot n_T$. Grâce à ces caractéristiques définissant le motif, nous pouvons ainsi déterminer la porosité et le diamètre hydraulique de ce type de régénérateur.

Nous rappelons que le régénérateur est un milieu poreux caractérisé premièrement par sa porosité. La relation 5 du Chapitre 1 est appliquée à la géométrie en Figure 22. Les micro-régénérateurs sont des canaux rectangulaires composés de colonnes régulières de hauteur h . Le volume de solide V_s correspond au volume occupé par la totalité des piliers au sein du milieu poreux. Nous obtenons :

$$\varepsilon = 1 - \frac{n_{los} \cdot V_p}{L \cdot W \cdot h} = 1 - \frac{2 \cdot n_L \cdot n_T \cdot A_p \cdot h}{L \cdot W \cdot h} = 1 - \frac{2 \cdot n_L \cdot n_T \cdot A_p}{L \cdot W} \quad 45$$

A_p	Surface de la base du pilier
L	Longueur du régénérateur
W	Largeur du régénérateur

Il est intéressant de noter que la relation 45 est valable pour tout type de forme de la base du pilier. De plus, la porosité ne dépend pas de la hauteur du régénérateur. La longueur du régénérateur est $L \approx n_L \cdot L_L$ (en négligeant la longueur d'un losange) et la largeur $W = n_T \cdot L_T$. En sachant que pour un losange possédant les dimensions de la Figure 22, $A_p = (a \cdot b)/2$. La relation 45 devient :

$$\varepsilon = 1 - \frac{a \cdot b}{L_L \cdot L_T} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2e}{a} \left[1 + \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right) \right] + \left(\frac{2e}{a}\right)^2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \tan\left(\frac{\alpha}{4}\right)} \quad 46$$

On caractérise également un régénérateur par son diamètre hydraulique. Son expression est la suivante :

$$D_h = \frac{4.V_{gaz}}{A_c} = \frac{4.\varepsilon.V_{tot}}{A_{lat} + A_{LW} + A_{Lh}} \quad 47$$

A_c est la surface de contact du régénérateur avec le fluide s'écoulant à travers lui. Elle est la somme de la surface latérale de la totalité des piliers A_{lat} , des deux surfaces supérieure et inférieure A_{LW} , et les surfaces latérales verticales A_{Lh} (traits noirs en gras sur la Figure 23). Ces surfaces possèdent les expressions suivantes :

$$A_{lat} = 4.c.h.n_{los} \quad 48$$

$$A_{LW} = 2.\varepsilon.L.W \quad 49$$

$$A_{Lh} = 2.(L_L - b).h.n_L \quad 50$$

La relation 47 devient :

$$D_h = \frac{4.\varepsilon.L.W.h}{4.c.h.n_{los} + 2.\varepsilon.L.W + 2.(L_L - b).h.n_L} \quad 51$$

Pour une porosité de 100 %, le diamètre hydraulique est bien celui d'un canal rectangulaire : $D_{h0} = 2.W.h/(W + h)$.

Deux types d'échantillons ont été fabriqués. Les canaux poreux et les canaux rectangulaires (canaux vides, noté CV). Ils possèdent les mêmes dimensions extérieures, une longueur de 45 mm et une largeur de 12 mm. Au sein de cette structure, une conduite rectangulaire de 4 mm de largeur est présente. Le milieu poreux des régénérateurs s'étend sur une longueur d'environ 20 mm dans une géométrie oblongue de 34 mm de longueur. Les longueurs de 7 mm en bout de conduite permettent l'injection du gaz. Les canaux vides quant à eux possèdent deux zones d'injection de 6 mm de diamètre. Nous utilisons le logiciel KLayout® permettant de dessiner les masques (Figure 24a et Figure 24b). Nous respectons les dimensions des échantillons ainsi que des motifs élémentaires pour chaque porosité.

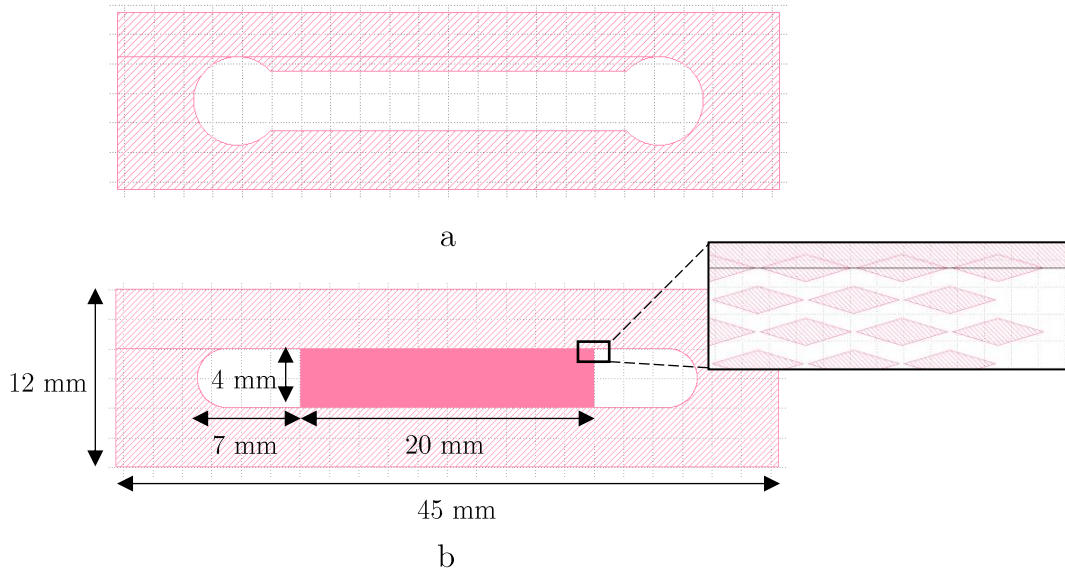


Figure 24 : Dessins des masques sur le logiciel KLayout®. a : Canal vide ; b : Canal poreux.

Deux types de canaux poreux sont dessinés (Tableau 3) :

- **Nomenclature A20** : la largeur a du pilier est fixée à 20 μm . La distance e est inférieure à 10 μm .
- **Nomenclature E20** : la distance e est fixée à 20 μm .

Dans la nomenclature des échantillons, les deux premiers chiffres après le tiret correspondent à la porosité attendue (en %). Les deux derniers chiffres indiquent l'angle d'attaque α du losange (en degré). Nous pourrions donc comparer l'effet de la porosité, de l'angle d'attaque, et de la taille du pilier sur les performances hydrodynamiques des régénérateurs.

Tableau 3 : Dimensions du motif pour différentes porosités et différents angles d'attaque.

	ε (%)	α (°)	a (μm)	b (μm)	e (μm)	L_L (μm)	L_T (μm)	L (μm)	W (μm)	n_{los} (-)
<i>A20-5020</i>	50	20	20	115,13	9,70	115,13	39,41	20030,92	3980,41	34946
<i>A20-4033</i>	40	33	20	67.52	6.23	69.33	32.46	20034.56	3992.58	70849
<i>A20-4060</i>	40	60	20	34.64	5.38	37.53	30.77	20000.60	3969.33	137257
<i>A20-5090</i>	50	90	20	20	6,01	24,98	32,02	20004,00	3970,48	198400
<i>E20-4020</i>	40	20	61.53	348.94	20	352.44	101.53	20085.58	3959.67	4368
<i>E20-4033</i>	40	33	64.18	216.68	20	222.48	104.18	20017.40	3958.84	6764
<i>E20-4060</i>	40	60	74.28	128.66	20	139.38	114.28	20060,00	3999.80	10010
<i>E20-4090</i>	40	90	95.29	95.29	20	111.86	135.29	20006.37	3923.41	10324

3.2. Étapes de fabrication des échantillons

Nous abordons dans cette partie les étapes de la fabrication des micro-régénérateurs et des canaux rectangulaires en utilisant les techniques de gravure sur silicium. La fabrication passe par plusieurs étapes :

- La **lithographie** : une résine photosensible est tout d'abord étalée sur la surface de silicium avant d'être insolée par des rayons UV. Ces rayons passent à travers un masque comportant les motifs à obtenir. La résine insolée est ensuite dissoute dans une solution basique pour faire apparaître le silicium à graver autour des motifs attendus.
- La **gravure** : lorsque les motifs sont obtenus sur la résine, le silicium visible est gravé sur une hauteur choisie par l'expérimentateur. Plusieurs techniques sont proposées dans ce chapitre en fonction de la hauteur de gravure.
- Le **scellement** : afin d'obtenir un canal fermé, celui-ci est scellé avec une lame de Pyrex préalablement percée.

Les masques sont élaborés sur une plaque de verre dont une des deux faces est couverte d'une couche de chrome et d'une couche de résine AZ1512. Les dessins des masques sont transférés au format GDS vers une machine effectuant une lithographie laser (précision de $1\ \mu\text{m}$). Le laser insole la surface de résine correspondant aux canaux recherchés (surfaces blanches de la Figure 24). La plaque est ensuite immergée dans une solution AZ351B/eau distillée en proportion 1:4 en volume pendant une minute pour dissoudre la résine insolée, puis rincée à l'eau distillée pendant une minute. Le masque est ensuite immergé dans une solution de nitrate d'ammonium et de cérium pendant 30 à 45 secondes pour éliminer le chrome rendu apparent par la dissolution de la résine insolée, avant d'être lavé à l'eau distillée. La qualité du réseau de losanges est vérifiée au microscope optique (Figure 25) avant élimination définitive de la résine résiduelle.

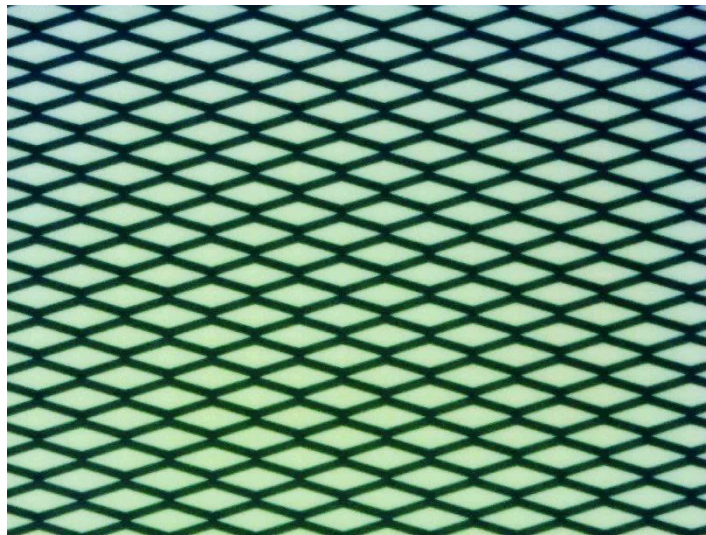


Figure 25 : Photographie au microscope optique du masque de l'échantillon A20-4033. La largeur du losange est de $20\ \mu\text{m}$.

Nous passons ensuite à l'étape d'étalement de la résine sur les wafers de silicium. Ceux-ci sont d'abord chauffés sur une plaque chauffante à 130°C pendant 3 minutes. Cela crée une fine couche d'oxyde en surface et améliore la tenue de la résine après insolation. La résine photosensible est ensuite étalée sur le wafer par enduction centrifuge (Figure 26).

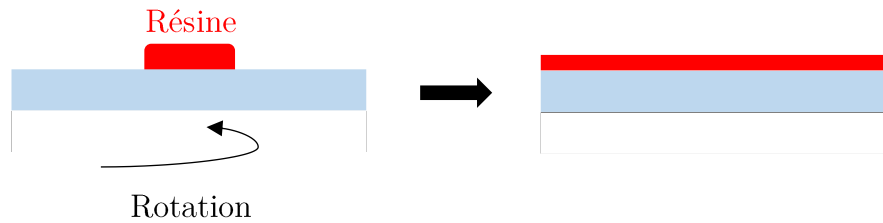


Figure 26 : Schéma de principe de l'enduction centrifuge.

Deux résines photosensibles ont été utilisées : la S1818 pour les canaux vides, et la AZ4562, plus visqueuse, pour les canaux poreux. Pour les canaux poreux, une couche de HDMS (hexaméthylsilazane) est appliquée au préalable pour améliorer l'adhésion de la résine en surface du silicium. Une fois la résine étalée, le wafer est placé sur une plaque chauffante, résine vers le haut, afin d'évaporer les solvants et de durcir la résine. Les protocoles d'étalement pour les deux types de régénérateur sont décrits dans le Tableau 4.

Tableau 4 : Protocoles d'étalement des résines.

	Résine	Vitesse de rotation / accélération du plateau / temps (rpm / rpm/s / s)	Épaisseur finale de la résine (µm)	Température et temps de recuit (°C / min)	Temps de repos (min)
Canaux poreux	AZ4562	4000 / 4000 / 60	6	100 / 2	>60
Canaux vides	S1818	4000 / 4000 / 30	2	115 / 1	5

L'étalement de la couche de HDMS suit le même protocole que pour la résine S1818. La résine AZ4562 a besoin d'un long repos après recuit (environ deux heures). Cela permet une meilleure relaxation de la résine et améliore la tenue après insolation aux rayons UV sur le silicium.

Le masque est placé sur la surface de résine. Le système est ensuite introduit dans une enceinte pour être soumis à un rayonnement ultra-violet. Les rayons passent à travers les ouvertures du masque (Figure 27).

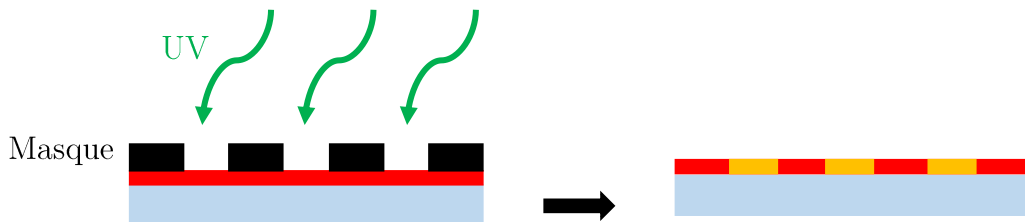


Figure 27 : Schéma de principe de l'insolation de la résine par les rayons UV.

La précision de la lithographie dépend grandement du contact entre le masque et la surface résinée. Nous utilisons deux sources de rayonnement continu : les machines UV-KUB2 (pour les canaux vides et poreux E20) et UV-KUB3 (pour les canaux poreux A20) toutes deux de la marque KLOÉ. Ces machines permettent d'ajuster la densité de puissance (pourcentage de la densité de puissance maximale de la machine, soit 35 mW/cm² pour les deux machines) et la durée d'insolation. La différence majeure entre ces deux machines est le contrôle du contact entre le masque et le substrat pour le UV-KUB3. Ce contrôle du contact améliore la qualité des losanges des échantillons A20. Le protocole d'insolation pour chaque type d'échantillons est donné dans le Tableau 5.

Tableau 5 : Protocole d'insolation de la résine.

	Machine	Densité de puissance (%) Durée d'insolation (s) Densité d'énergie (mJ/cm ²)
<i>Canaux vides</i>	UV-KUB2	30 % 30 s 315 mJ/cm ²
<i>Canaux poreux Nomenclature E20</i>	UV-KUB2	50 % 24 s 420 mJ/cm ²
<i>Canaux poreux Nomenclature A20</i>	UV-KUB3	50 % 24 s 420 mJ/cm ²

La résine insolée est ensuite dissoute, en fonction de sa nature, dans une solution basique adéquate faisant apparaître le canal et ses motifs (Figure 28 et Figure 29).

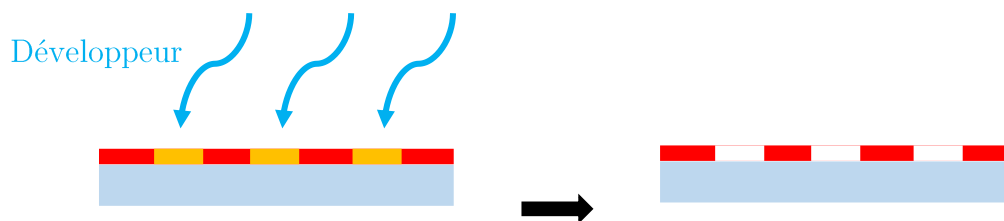


Figure 28 : Schéma de l'étape de développement de la résine.

Nous utilisons un volume de solution de « Microposit Developer Concentrate » (MDC) diluée dans un volume d'eau distillée pour la résine S1818, et un volume de solution de AZ351B diluée dans quatre volumes d'eau distillée en proportion pour la résine AZ4562. Le protocole de développement de la résine est donné dans le Tableau 6.

Tableau 6 : Protocoles de développement de la résine insolée.

	Solution commerciale	Solution aqueuse	Durée (s)
Canaux vides	MDC	100 mL MDC + 100 mL eau distillée	60
Canaux poreux <i>e</i> constant	AZ351B	40 mL AZ351B + 160 mL eau distillée	180
Canaux poreux <i>a</i> constant			210

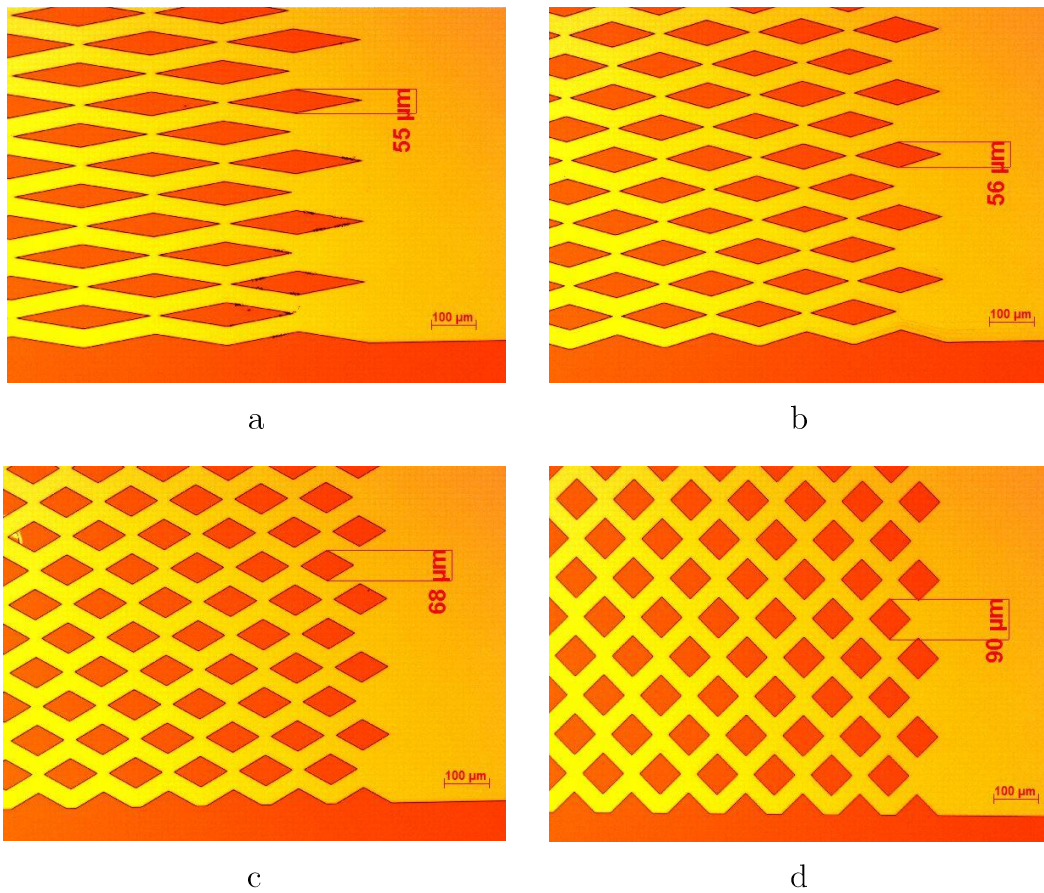


Figure 29 : Photographies prises au microscope optique sous lumière filtrée après développement de la résine. Les échantillons sont de la nomenclature E20 avec des angles de 20° (a), 33° (b), 60° (c) et 90° (d). La couleur rouge est la résine, et la couleur jaune est le silicium.

On grave ensuite le silicium avec la technique DRIE (Deep Reactive Ion Etching). C'est une technique de gravure physico-chimique profonde. La méthode utilisée pour fabriquer nos régénérateurs poreux est dite « procédé Bosch », elle est schématisée sur la Figure 30. La profondeur de gravure dépend du nombre de cycles. Un cycle possède une phase de gravure et une phase de passivation. La surface du silicium est attaquée par un plasma de fluorine SF_6 .

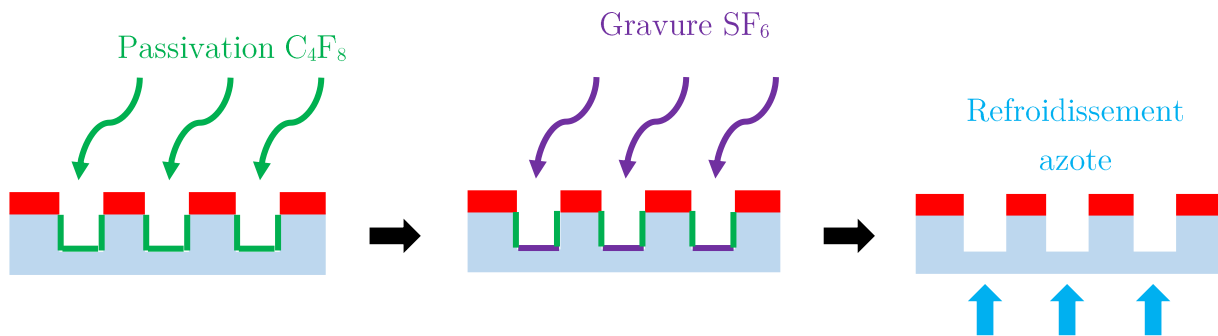
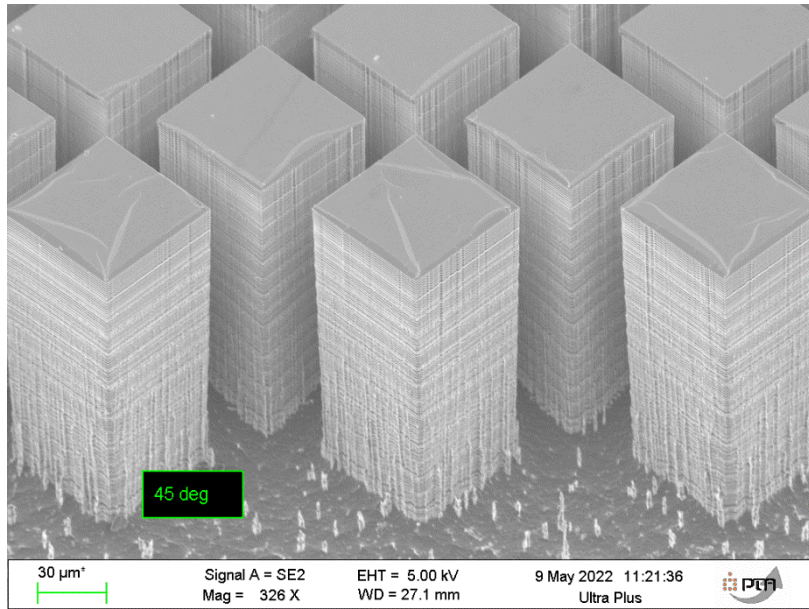
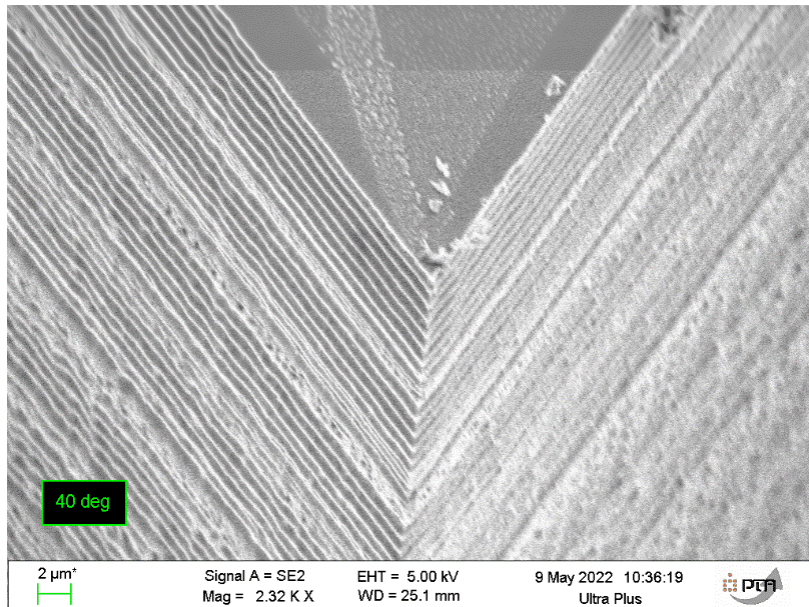


Figure 30 : Schéma des étapes d'un cycle de gravure.

La couche de résine restante non dissoute au développement protège les parties de silicium à ne pas graver pour obtenir les motifs de piliers. La gravure n'est pas totalement anisotrope, les parois latérales sont également soumises au plasma de fluorine. Pour garder des flancs de gravure verticaux, il faut effectuer une passivation à l'aide d'un gaz passivant de C_4F_8 . Ce gaz dépose une couche de téflon qui protège les flancs et le fond précédemment gravé. La gravure suivante détruit la couche de passivation au fond du motif à cause du bombardement ionique. Les cycles gravure/passivation se répètent jusqu'à obtenir la hauteur de pilier souhaitée. Cette alternance entre les deux parties du cycle crée une rugosité ondulée des flancs de gravure appelée « scalloping » (Figure 31). Cet effet peut être minimisé en augmentant le temps de passivation. La qualité de gravure dépend de la durée d'un cycle et du refroidissement du substrat. Un flux continu d'azote est envoyé sur la surface arrière de l'échantillon. Ce flux évite une forte augmentation de la température de la résine soumise au plasma. En son absence, la résine ne pourrait plus être dissoute et éliminée du wafer, ce qui empêcherait la poursuite de la fabrication du micro-canal. En fin de gravure, le wafer est mis dans un bain d'acétone pour éliminer la résine restante et nettoyé dans un plasma d'oxygène à 20 W pendant 10 min pour éliminer toutes traces de résine résiduelle. La hauteur de gravure est mesurée avec un profilomètre. La Figure 32 et la Figure 33 illustrent les extrémités du réseau réticulé pour deux échantillons. Sur la Figure 34 et la Figure 35, les photographies de gauche sont prises perpendiculairement au plan de gravure, celles de droite sont prises en perspective après inclinaison du support. Les wafers sont ensuite clivés par la machine Scribe 100 pour récupérer chaque échantillon aux dimensions de la Figure 24.

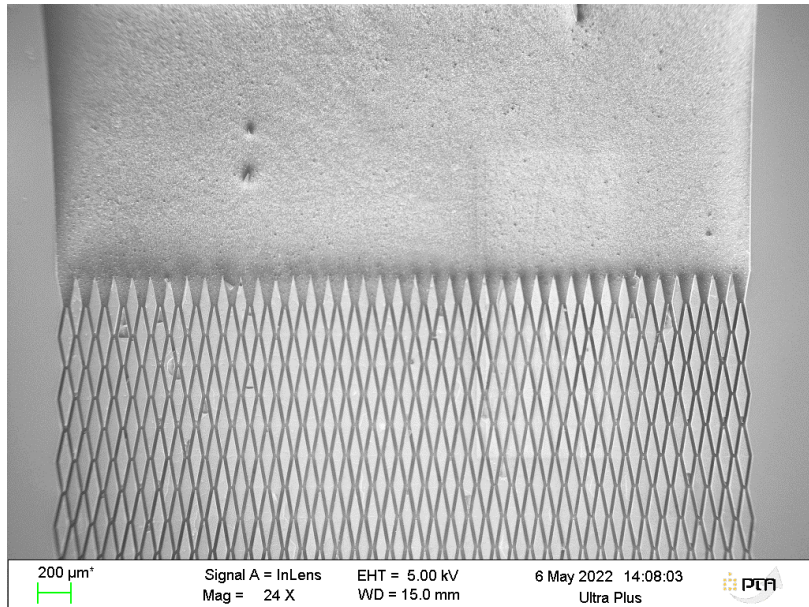


a

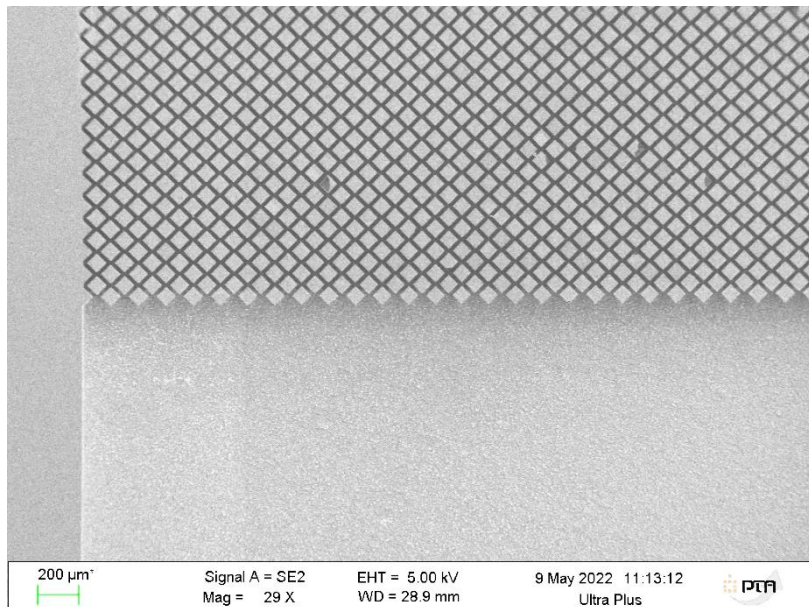


b

Figure 31 : Visualisation au MEB du « scalloping ». a : vue d'ensemble des flancs de pilier ; b : zoom sur un flanc de pilier.

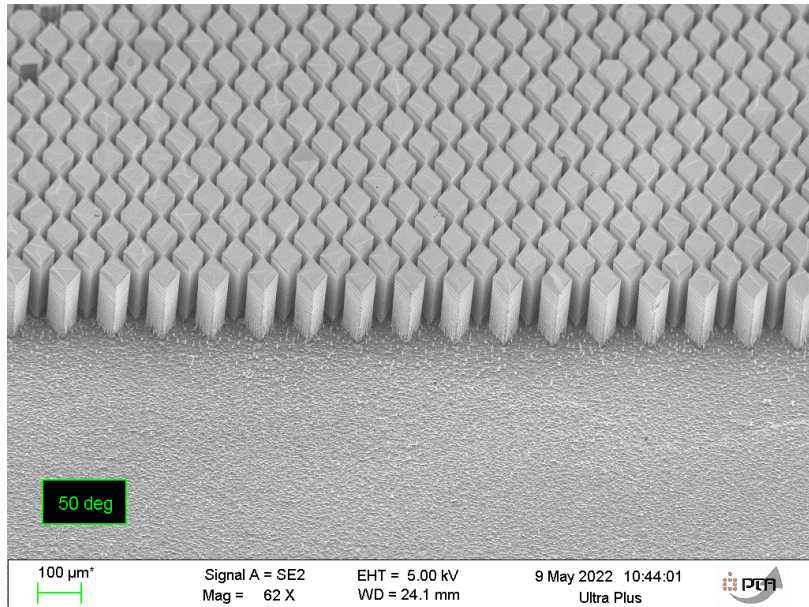


a

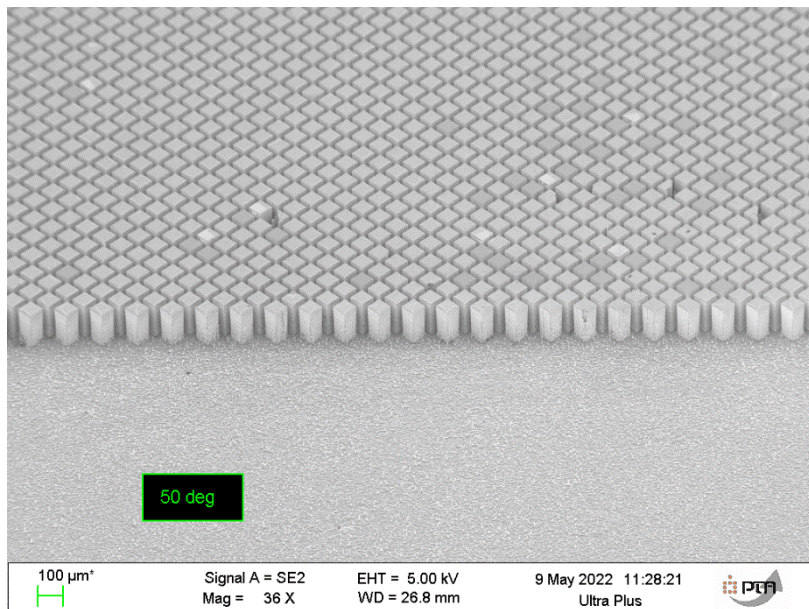


b

Figure 32 : Photographie au MEB prise du dessus d'échantillons de la nomenclature E20. a : 20° ; b : 90°.

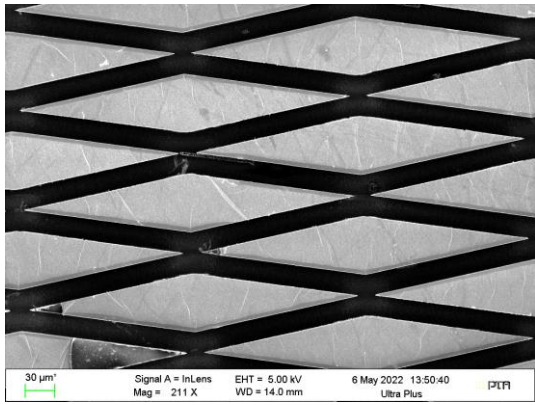


a

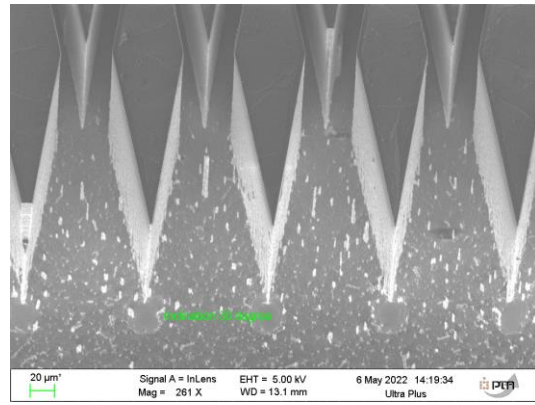


b

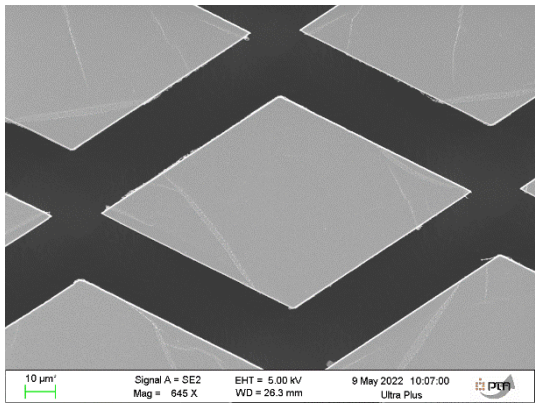
Figure 33 : Photographie au MEB prise avec une inclinaison de 50° d'échantillons de la nomenclature E20. a : 60° ; b : 90° .



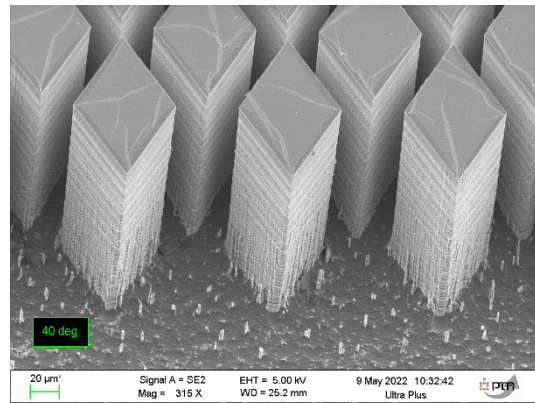
a



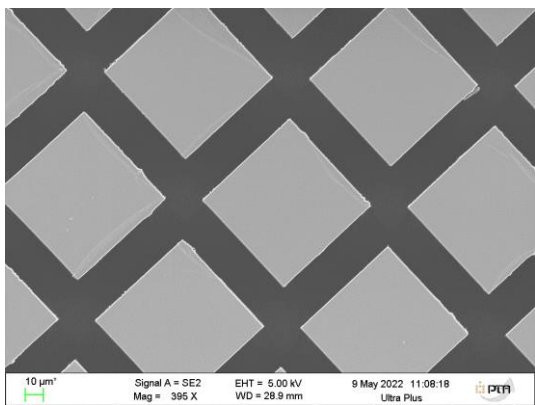
b



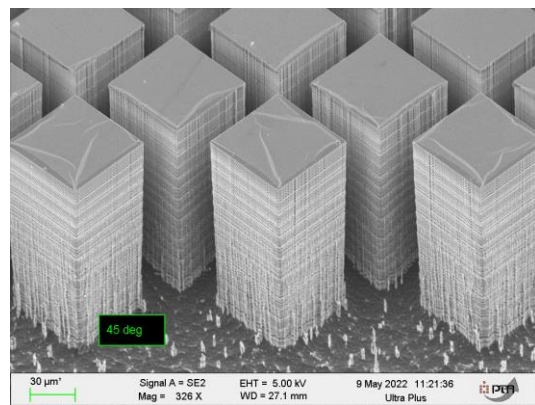
c



d

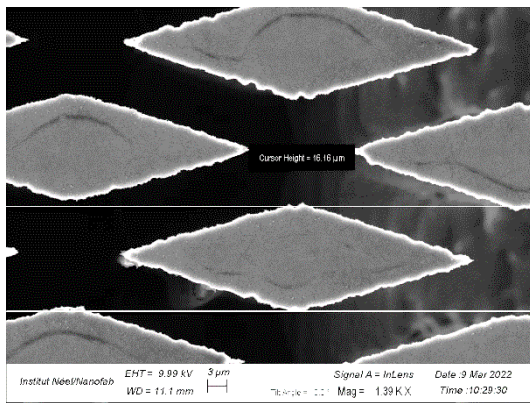


e

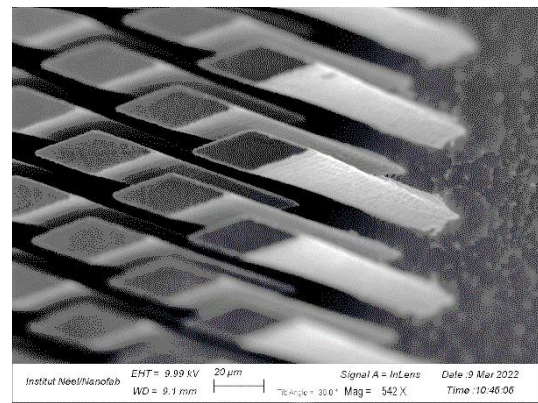


f

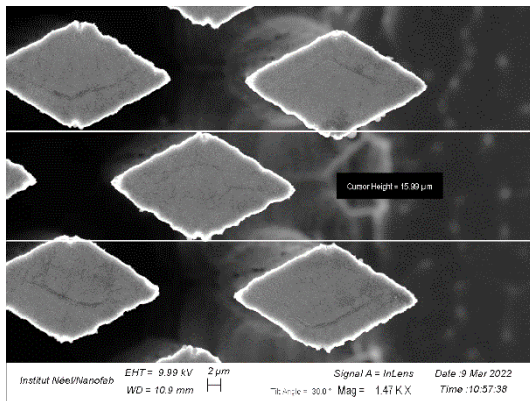
Figure 34 : Photographies au MEB des régénérateurs du type E20. a,b : 20° ; c,d : 60° ; e,f : 90°.



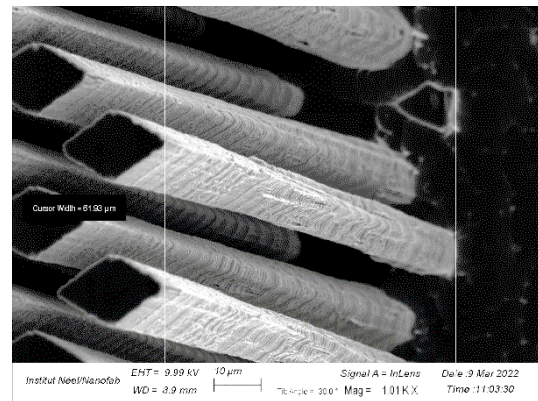
a



b



c



d

Figure 35 : Photographies MEB des régénérateurs du type A20. a,b : 33° ;
c,d : 60°.

Les canaux vides ont été obtenus par la gravure humide du silicium dans une solution de KOH 40% à 80°C. C'est une gravure anisotrope du fait de la différence de vitesse d'attaque des plans cristallographiques. La vitesse de gravure du plan cristallin $\langle 100 \rangle$ du silicium que l'on utilise est bien plus élevée que celle du plan $\langle 111 \rangle$ (Figure 36), ce qui confère une section trapézoïdale à notre gravure avec un angle de 54,74° entre le fond de gravure et le côté incliné du trapèze.

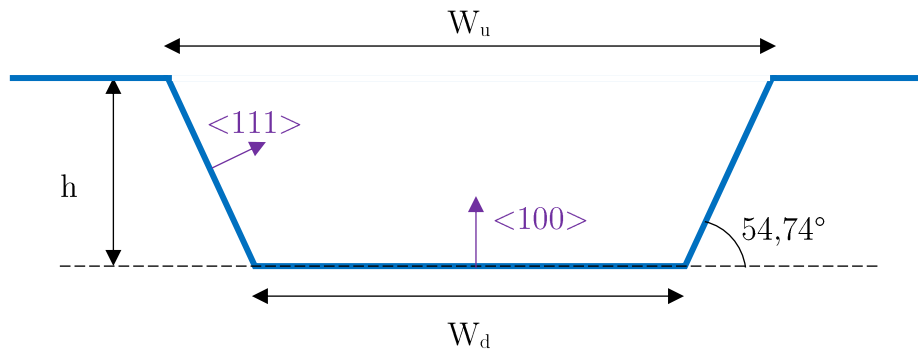


Figure 36 : Schéma annoté d'un canal gravé par une solution de KOH.

Les wafers de silicium utilisés sont revêtus d'une fine couche (200 nm d'épaisseur) de nitrure Si_3N_4 . Cette couche joue le rôle de la résine dans le procédé précédent car cette dernière se dissout dans la solution KOH. La couche de nitrure visible après développement de la résine est éliminée avec un plasma de fluorine SF_6 à 10 W dans une enceinte sous vide. La vitesse de gravure est de 45 nm/min. Le wafer est ensuite rincé à l'acétone et à l'isopropanol pour enlever la résine non insolée, et est clivé par la machine *Scribe 100* pour récupérer chaque échantillon avant de les plonger dans la solution de KOH. La connaissance de la vitesse de gravure (environ 50 $\mu\text{m}/\text{h}$) permet d'adapter le temps de gravure à la profondeur que l'on souhaite. La hauteur h et la largeur W réelles des canaux vides sont mesurées à l'aide d'un profilomètre. La largeur calculée est la moyenne entre celle à la surface du silicium (W_u) et le fond de gravure (W_d). Le profilomètre permet également de vérifier que le fond des canaux vides est très peu rugueux. La largeur et la hauteur sont mesurées aux extrémités et au milieu de canal pour vérifier l'uniformité de la gravure. Le Tableau 7 récapitule les propriétés géométriques moyennes des canaux vides fabriqués. Les canaux rectangulaires peuvent être

considérés comme des canaux à plans parallèles du fait de leur haut rapport d'aspect $r_a = W/h$ (supérieur à 10).

Tableau 7 : Récapitulatif des canaux vides fabriqués.

Échantillons	W (μm)	$h_{\text{rég}}$ (μm)	r_a (-)	D_h (μm)
CV15,8	4001	15,8	253	31,6
CV16-2	1989	16	124	32,0
CV77	4000	77	51,9	154
CV90	4010	90	44,5	180

La dernière étape de la fabrication des régénérateurs est l'encapsulation du canal à l'aide d'une lame de Pyrex de 1,1 mm d'épaisseur, de 41 mm de longueur et 12 mm de largeur. Dans un premier temps, la lame est percée deux fois pour obtenir l'entrée et la sortie du canal. Les trous de 3 mm de diamètre et distants de 28 mm sont effectués à l'aide d'une perceuse avec un foret diamant. La technique d'encapsulation est le scellement anodique (Figure 37).

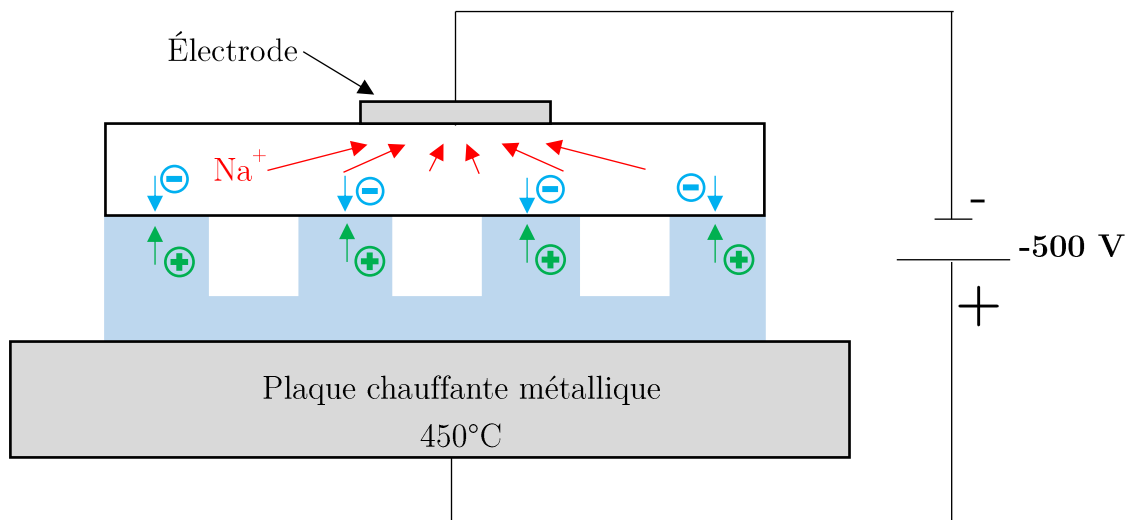


Figure 37 : Schéma de principe du scellement anodique Pyrex-silicium.

Tout d'abord, l'ensemble silicium-Pyrex est chauffé à une température de 450° pendant 2 heures. Cela favorise la mobilité des ions sodium présents

dans le Pyrex. Le silicium est connecté à la masse du système et le Pyrex est polarisé négativement à une tension continue de -500 V. Les ions Na^+ présents dans le Pyrex migrent vers le pôle négatif et se neutralisent à la cathode, tandis que les charges négatives attirent les charges positives du silicium. Une zone de déplétion se crée collant les deux surfaces. La diffusion progressive d'une zone noire à l'interface Si/Pyrex et une décroissance de l'intensité du courant ionique sont le signe d'un collage réussi. Avec une lame de Pyrex de 1,1 mm d'épaisseur, les échantillons ont pu démontrer une tenue mécanique à une pression de 20 bar.

Pour limiter la conduction thermique axiale, nous avons essayé de fabriquer des échantillons hybrides Pyrex-Si-Pyrex. Cela consiste à faire initialement un scellement entre un wafer de silicium et un wafer de Pyrex de même diamètre, de lithographier le régénérateur, de graver sur l'épaisseur totale du wafer de silicium afin d'obtenir des piliers en silicium désolidarisés, et d'encapsuler le canal avec une seconde lame de Pyrex après la gravure. Nous avons constaté un défaut de planéité du premier assemblage silicium-Pyrex. Ce défaut a rendu aléatoire voire impossible la réussite la lithographie des motifs. Nous avons donc abandonné cette piste.

3.3. Dimensions réelles des régénérateurs

La géométrie réelle des régénérateurs après gravure est toujours différente de celle imposée sur le masque. C'est pourquoi il est nécessaire de la caractériser optiquement. Une série d'images en entrée/milieu/sortie de régénérateur a été effectuée systématiquement pour chaque échantillon à l'aide d'un microscope optique de la marque Zeiss. Les images prises sur le microscope sont à des grossissements de x5, x10 et x20. Ce dernier grossissement n'est pas utilisé pour la série d'échantillons E20 car il n'y a pas assez de motifs pour effectuer une mesure statistique fiable de la porosité. Un traitement d'image est appliqué afin de mesurer statistiquement les dimensions principales et moyennes suivantes : a , b , L_L et L_T . Ce qui permet par la suite d'en déduire la porosité ε et la distance inter-canal e . Un exemple

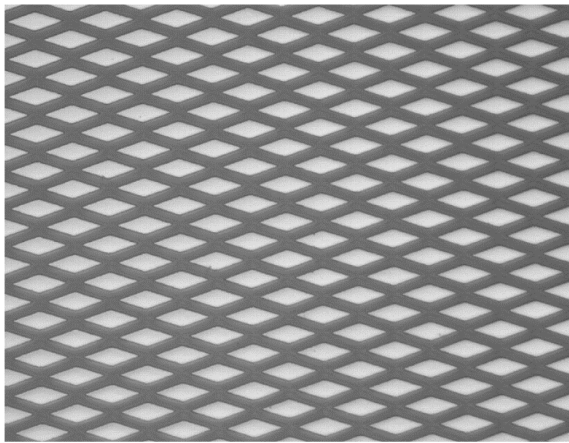
d'image brute est présenté en Figure 38a. Un seuillage est alors réalisé en choisissant un niveau de gris à partir de l'histogramme en niveau de gris de l'image brute (Figure 38b). Dans l'exemple présenté, un niveau de seuillage de 150 permet de binariser l'image de tel sorte que l'intérieur des losanges soit de couleur blanche et l'extérieur de couleur noire. Un ajustement manuel de la valeur de seuillage permet de bien faire concorder l'image binarisée avec l'image brute. Dans l'étape suivante présentée en Figure 38c, les objets présents aux bords ainsi que les objets de petites tailles (bruits) ayant une surface bien inférieure à la surface moyenne d'un objet détecté sont éliminés. La dernière étape consiste à tracer le centre gravité et le rectangle englobant chaque objet, comme illustré en Figure 38d et Figure 38e. La largeur et la longueur moyenne de ces rectangles donne une mesure de a et b respectivement. La distance moyenne horizontale et verticale entre deux motifs donne une mesure de L_L et L_T . Les dimensions réelles des régénérateurs sont issues du grossissement x10 du microscope et sont résumées dans le Tableau 8.

Tableau 8 : Récapitulatif des dimensions réelles des régénérateurs calculées par le traitement d'images.

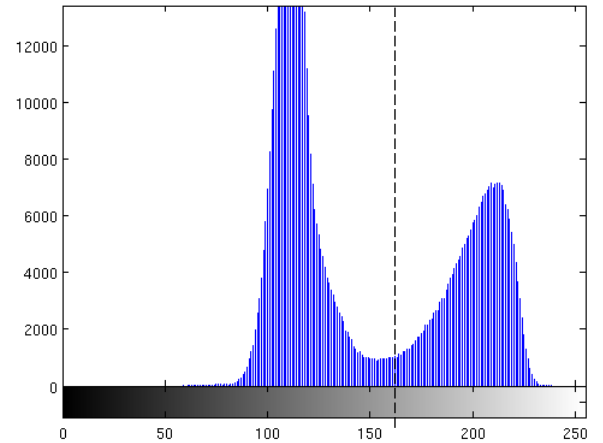
	α (°)	ε (-)	a (μm)	b (μm)	L_L (μm)	L_T (μm)	e (μm)	W (μm)	D_h (μm)
<i>A20-5020</i>	20	0,690	15,76	84,40	114,86	39,33	11,79	3872	32,50
<i>A20-4033</i>	33	0,598	15,94	52,59	69,08	32,21	8,13	3993	23,56
<i>A20-4060</i>	60	0,629	14,60	25,15	37,51	30,75	8,07	3970	23,43
<i>A20-5090</i>	90	0,761	12,74	12,35	24,90	31,89	9,57	3970	31,39
<i>E20-4020</i>	20	0,493	57,80	329,15	351,40	101,34	21,77	3960	45,37
<i>E20-4033</i>	33	0,478	60,22	198,32	221,97	103,97	21,87	3853	45,98
<i>E20-4090</i>	90	0,472	89,37	87,81	111,81	135,29	22,96	3929	48,01

Les dimensions choisies sont majoritairement issues du grossissement optique x10 qui était le meilleur compromis entre la répétabilité des mesures du

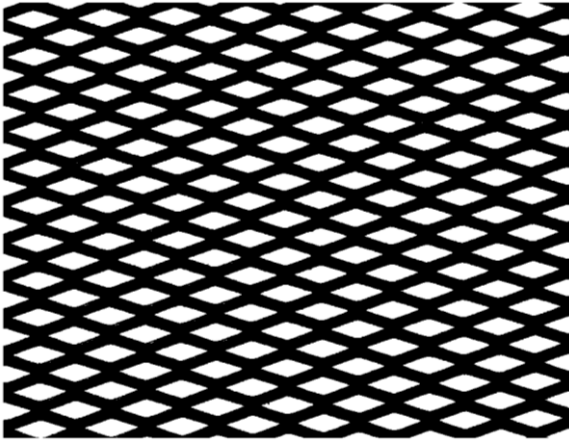
traitement d'image et le nombre de losange à traiter. Les échantillons respectent les dimensions attendues du Tableau 1 avec néanmoins une perte de largeur entre 4 et 8 μm , soit entre 20 % et 36 % pour les types A, et autour de 6 % pour les types E. Cette perte est due potentiellement à un sur-développement de la résine qui n'est pas négligeable pour les types A, augmentant drastiquement la porosité attendue. Ce qui a pour conséquence d'augmenter également la distance e , celle-ci étant calculée par la relation 45. La longueur du milieu poreux n'a pas pu être mesurée précisément, ni au microscope ni au profilomètre. Les deux machines sont limitées en grossissement et amplitude de déplacement respectivement. La longueur est donc est gardée constante à 20 mm pour tous les échantillons. Les dimensions internes ont aussi été mesurées à l'aide du microscope optique en utilisant la règle numérique de son logiciel, donc sur un nombre de motif très limité (moyennes des dimensions sur 6 motifs). Néanmoins, les résultats montrent que la porosité possède un écart relatif avec le traitement d'image inférieur à 10 %. Les dimensions hors distance e montrent un écart relatif entre 0,11 % et 6,21 %. Ces résultats montrent que le traitement d'image est une méthode nécessaire pour détermination des dimensions internes de nos régénérateurs.



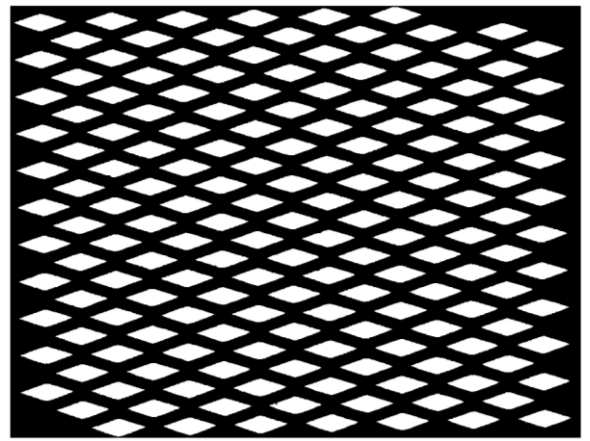
a



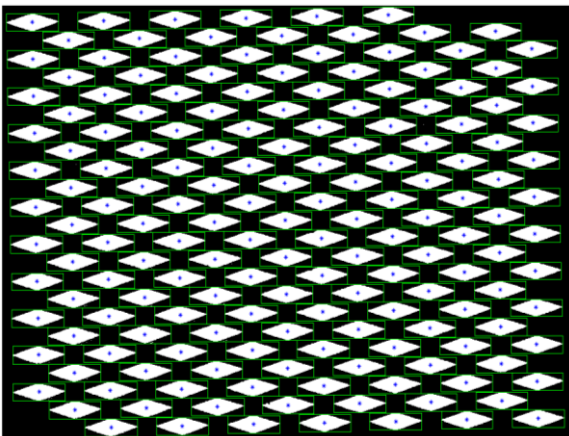
b



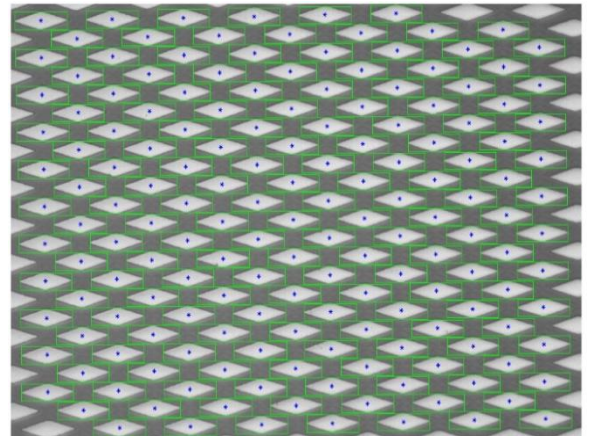
c



d



e



f

Figure 38 : Étapes du traitement d'image. A : Image brute obtenue avec le microscope optique ; b : Histogramme correspondant au niveau de gris ; c : Image binarisée ; d : Élimination du bruit et des objets en bordure d'image ; e : Détection des objets ; f : Détection des objets sur l'image brute.

3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les étapes de fabrication sur des wafers en silicium, d'une part de canaux vides et d'autre part de canaux intégrant des réseaux de piliers jouant le rôle de régénérateur. Dans les deux cas, les canaux ont été encapsulés par une plaque de Pyrex préalablement percée à ses extrémités. La principale difficulté ici est de lithographier des motifs dont les dimensions caractéristiques sont de l'ordre de quelques microns sur des surfaces de plusieurs dizaines de millimètres carrés. Cela a été particulièrement critique pour la famille des échantillons A20 dont les piliers ont une largeur de 20 μm . Une fois l'étape de lithographie passée, il faut réussir une gravure anisotrope sur une profondeur comprise entre 100 et 200 μm . Les huit échantillons testés finalement sur le banc expérimental correspondent à un taux de réussite d'environ 10 %. La Figure 39 montre un exemple d'échantillon scellé.

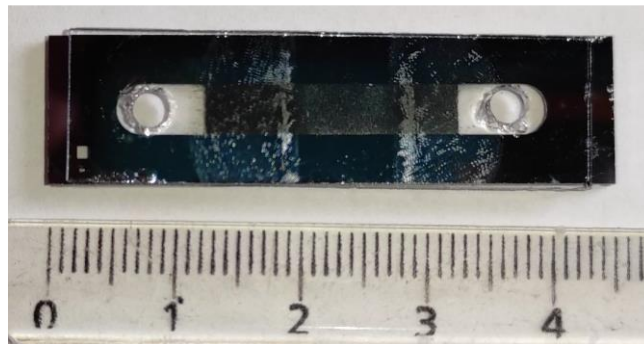


Figure 39 : Photographie d'un échantillon poreux scellé.

Chapitre 4 : Banc expérimental

Ce chapitre présente le banc expérimental qui a permis la mesure de la perte de charge et de la vitesse débitante pour des écoulements stationnaires et oscillants pour des fréquences comprises entre 20 et 150 Hz. Une première partie est consacrée à la description du banc et des conditions d'expériences. La seconde partie décrit le traitement des données.

4.1. Description du banc expérimental

Le banc expérimental utilisé lors de la campagne d'essais est illustré sur la Figure 40 et en photographie en Figure 41.

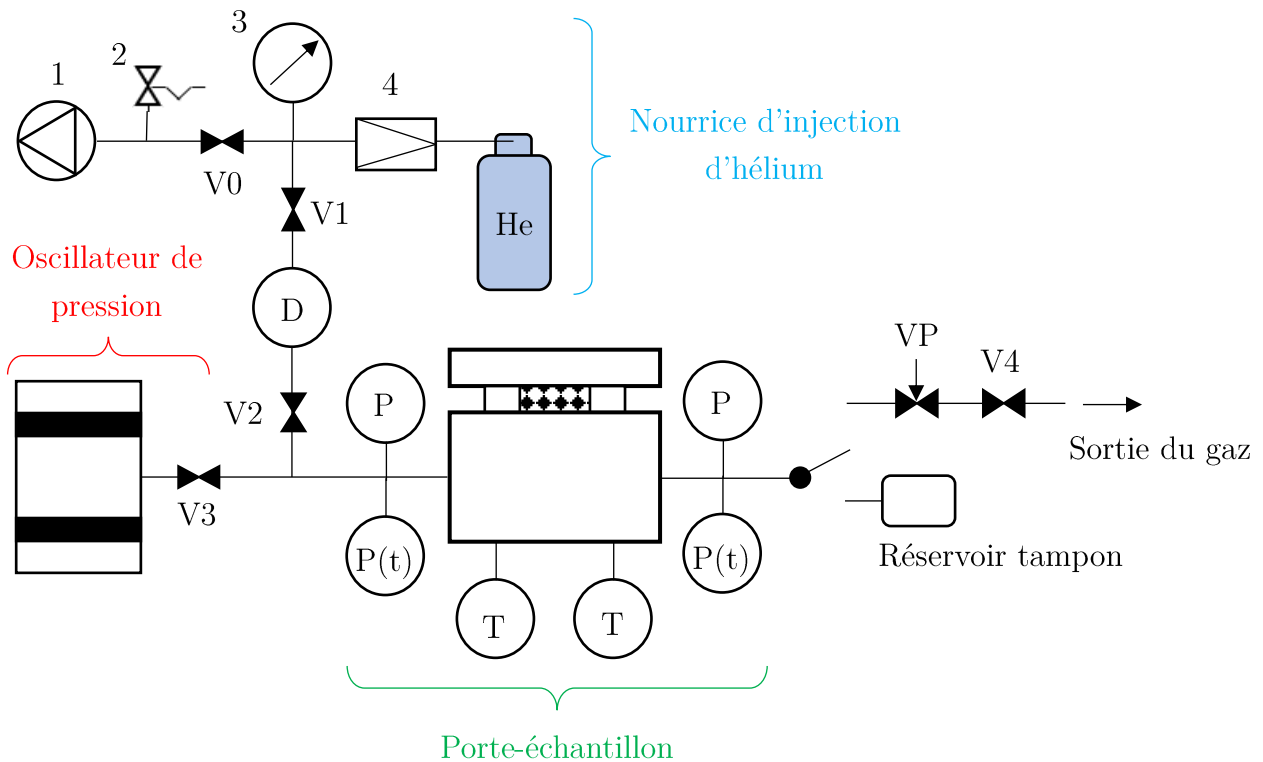


Figure 40 : Schéma du banc expérimental. 1 : pompe à vide. 2 : soupape de sécurité. 3 : manomètre. 4 : détendeur. P : capteur de pression statique.

P(t) : capteur dynamique de pression. T : capteur de température.

D : contrôleur de débit. V : vanne quart-de-tour. VP : vanne de précision.

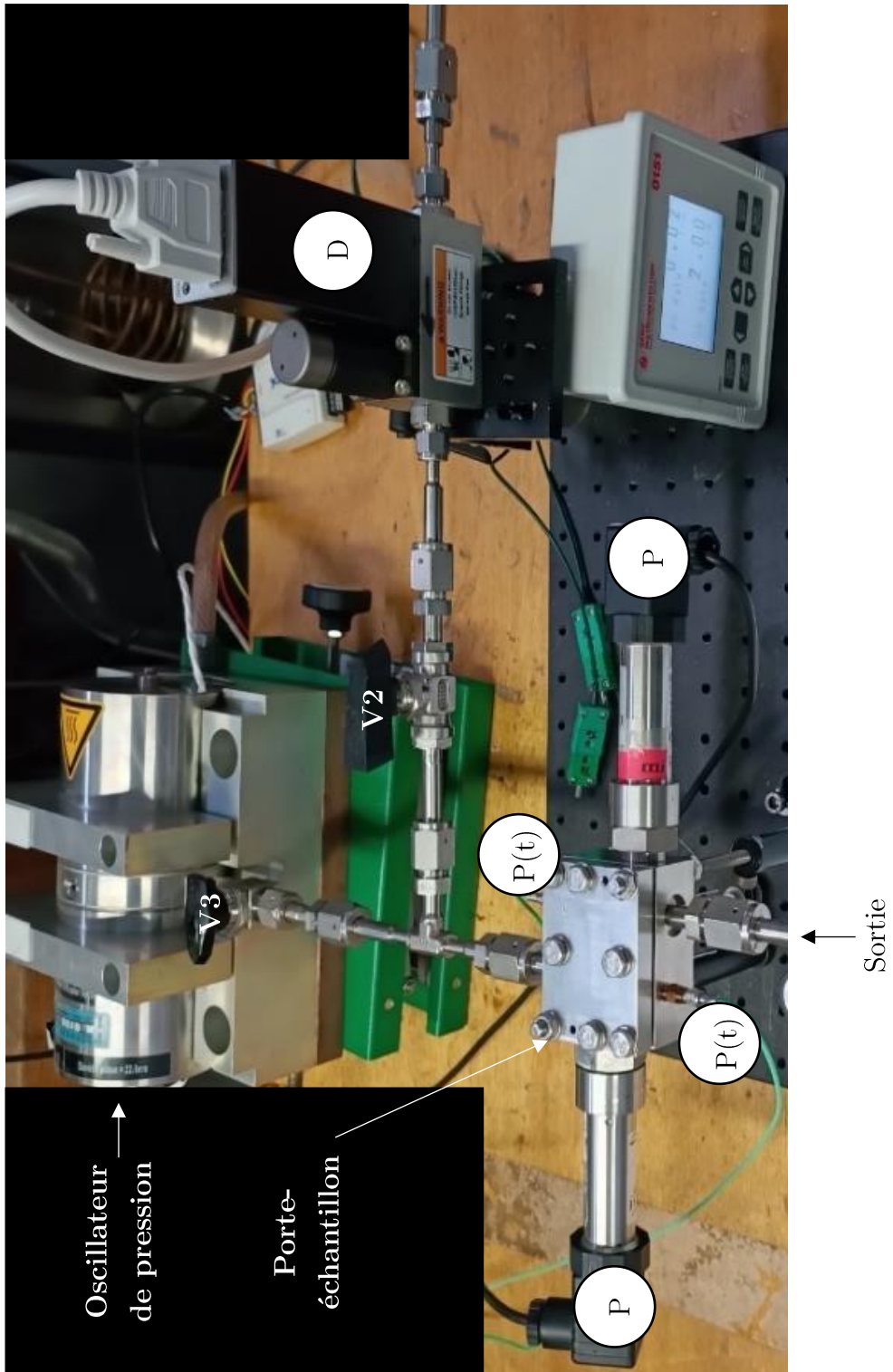
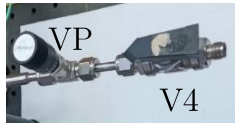



Figure 41 : Photographie du banc expérimental.

Selon la configuration, il permet d'effectuer des mesures en régime stationnaire et oscillant. Le Tableau 9 décrit les vannes et connecteurs utilisés pour les deux configurations.

Tableau 9 : État des vannes et connecteurs utilisés pour les types d'écoulement.

	V1	V2	V3	V4	Connecteur de sortie
<i>Stationnaire</i>	Ouvert	Ouvert	Fermé	Ouvert	
<i>Oscillant</i>	Pas utilisée	Fermé	Ouvert	Pas utilisée	 Bouchon

La nourrice d'injection de l'hélium est présentée sur la Figure 42. Elle permet de remplir le banc d'essai en hélium à la pression choisie. Une pompe est branchée en parallèle afin de purger l'air du circuit pour les écoulements oscillants. Le remplissage et la mise sous vide sont contrôlés à l'aide d'un manomètre absolu mécanique. La sortie de la nourrice (vanne V1) est connectée à la ligne hydraulique d'injection. Un contrôleur de débit (D) massique de la marque Brooks Instrument® possédant une vanne de régulation (Figure 43) est situé après la vanne V0, donc en entrée de régénérateur. Il est utilisé pour les écoulements stationnaires.

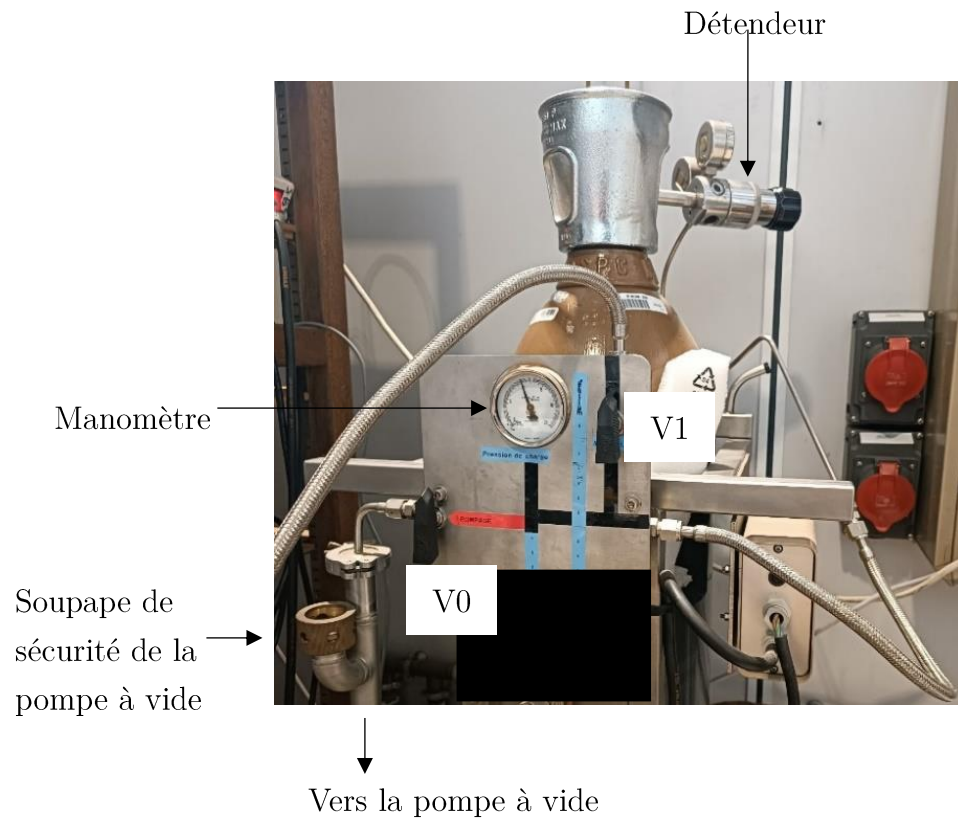


Figure 42 : Photographies de la nourrice d'injection d'hélium.

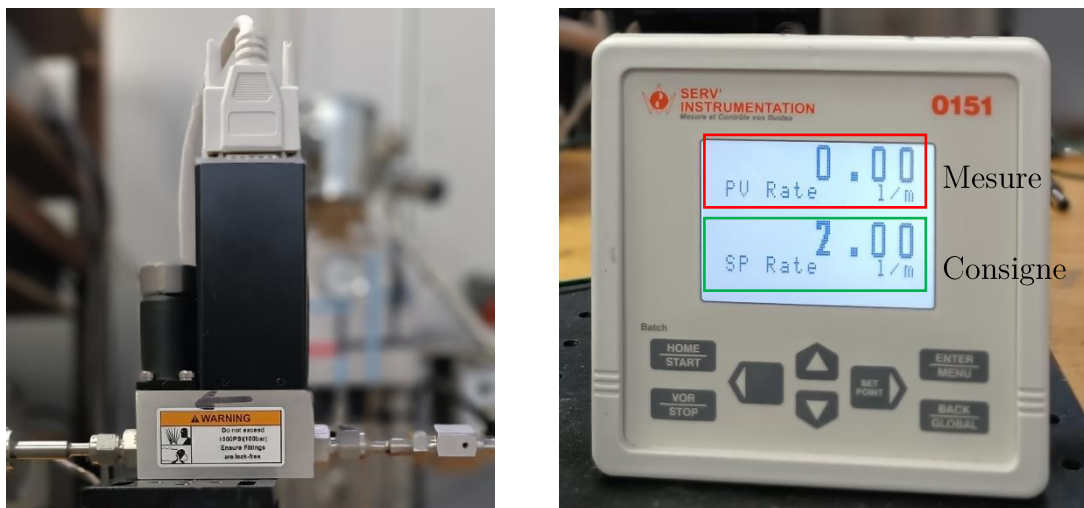


Figure 43 : Photographies du contrôleur de débit massique Brooks Instrument® (à gauche) et de son contrôleur-afficheur de débit (à droite).

Sa gamme de travail est comprise entre 0 et 7 NL/min en hélium, donc jusqu'à 20,8 mg/s. Le contrôleur de débit est connecté à un boîtier électronique. Ce dernier permet de fixer la consigne de débit et d'afficher le débit. Ce normo-débit est ensuite converti en débit massique par la relation suivante :

$$q[\text{mg/s}] = Q[\text{NL/min}] \times \frac{P_{\text{atm}}[\text{Pa}] \times M[\text{kg/mol}] \times 10^3}{60 \times 273.15 \times R} = K_{\text{He}} \cdot Q[\text{NL/min}]$$

Q	Normo-débit
P_{atm}	Pression atmosphérique (101325 Pa)
M	Masse molaire de l'hélium
R	Constante des gaz parfaits (8,314 J.mol ⁻¹ .K ⁻¹)

L'incertitude sur la mesure du normo-débit est de $s(Q) = 0,2\%$ de la pleine échelle si $Q < 1,4$ NL/min et de $s(Q) = 0,8\%$ de la pleine échelle si $Q > 1,4$ NL/min. L'incertitude sur le débit massique q est finalement $s(q) = K_{\text{He}} \cdot s(Q)$. Ce contrôleur de débit n'est pas utilisé pour les écoulements oscillants.

L'oscillateur de pression utilisé lors de nos expériences est de la marque Thalès®, modèle LSF9310 (Figure 44). Il possède deux pistons en opposition de phase (en rouge sur la Figure 44) de 22,5 mm de diamètre connectés à des aimants mobiles (en gris, connecté aux pistons rouges). Le système piston/aimant est en contact avec des paliers flexibles faisant office de ressort (en noir). Chaque aimant (en bleu) est entouré d'une bobine (en vert) soumise à un courant alternatif, ce qui génère un champ magnétique alternatif déplaçant les aimants, et donc les pistons. La fréquence et l'amplitude de déplacement des pistons sont contrôlées grâce à un générateur de courant de la marque Chroma®.

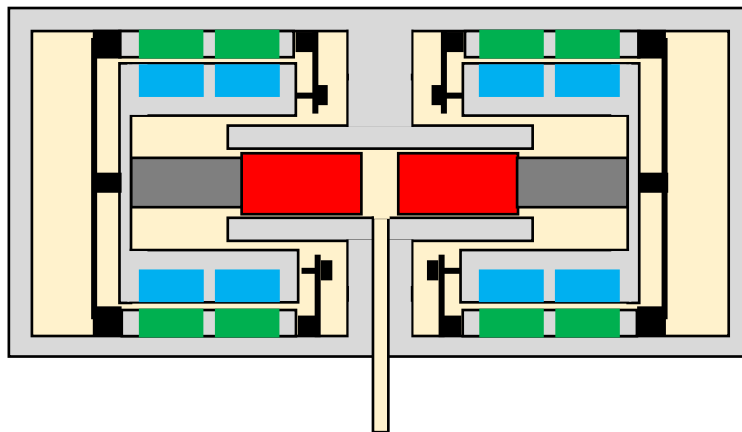
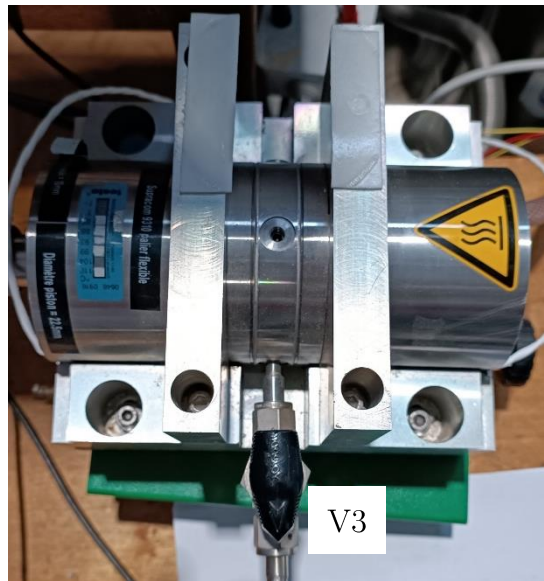
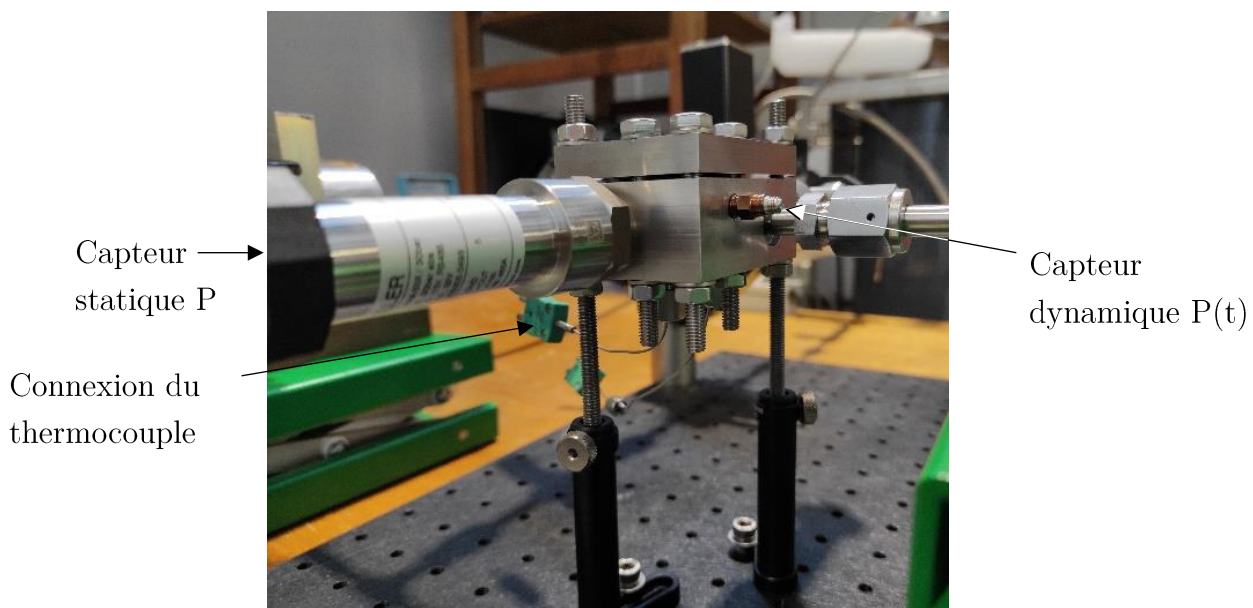
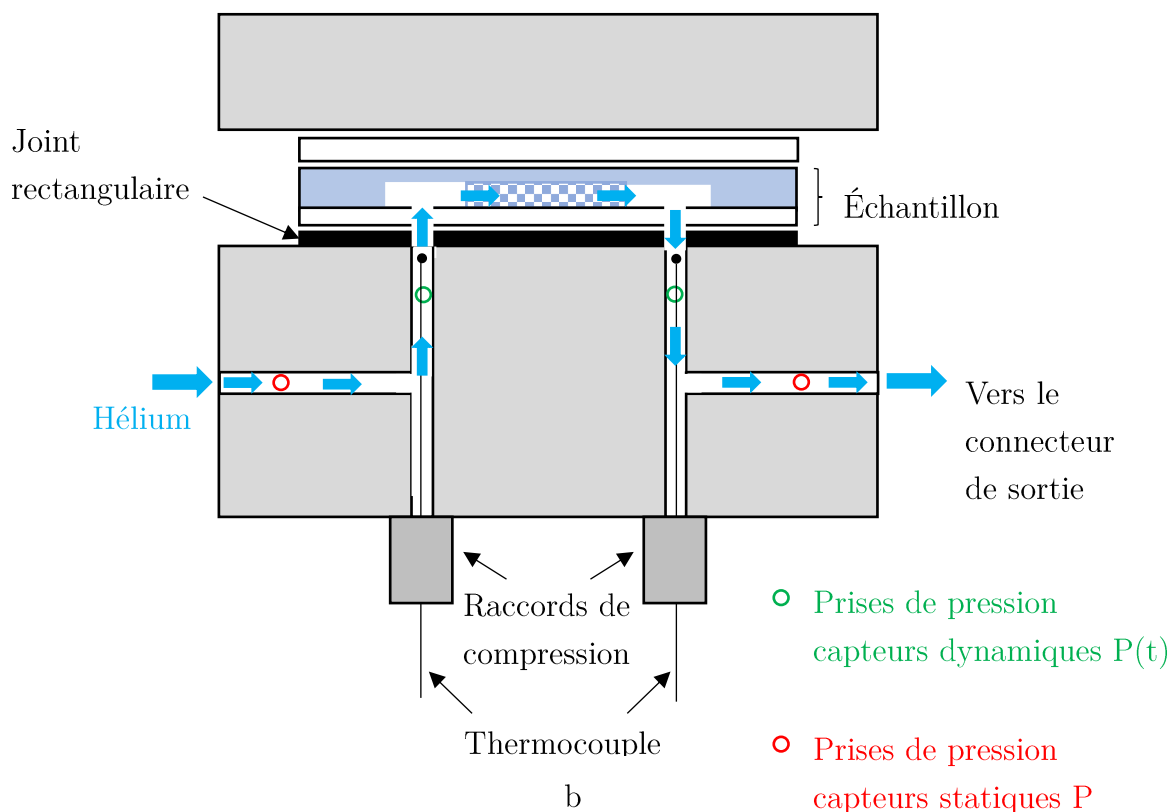


Figure 44 : Photographie (en haut) et schéma (en bas) de l'oscillateur de pression LSF9310.

Le porte-échantillon est le cœur du banc d'essai (Figure 45). Il est composé de deux parties en métal inoxydable 316L de 68 mm de longueur et de 49 mm de largeur. La partie supérieure est un parallélépipède rectangle de 10 mm d'épaisseur venant fermer la partie inférieure. La partie inférieure, de 27,5 mm d'épaisseur, est la pièce centrale.



a



b

Figure 45 : Photographie du porte-échantillon (a) et illustration de sa structure interne (b).

Les tubes percés dans la partie inférieure ont un diamètre de 4 mm. L'échantillon est placé en « sandwich » entre les deux parties métalliques, la partie Pyrex vers le bas. Un joint rectangulaire en caoutchouc nitrile-butadiène se situe entre l'échantillon et la surface supérieure de la partie inférieure pour assurer l'étanchéité du circuit. On ajoute également une lame de Pyrex sur la partie extérieure du silicium pour atténuer le contact avec la pièce métallique supérieure, et ainsi diminuer le risque de casse de l'échantillon. Un jeu de huit écrous est utilisé pour serrer les deux parties métalliques parallèlement. Les écrous sont serrés à l'aide d'une clé dynamométrique avec un couple progressif de 20 cN.m à 60 cN.m. Ce serrage permet d'avoir une force de contact homogène sur toute la surface de l'échantillon afin de diminuer également les risques de casse de l'échantillon. Le porte-échantillon comporte des capteurs de pression et de température directement intégrés dans la structure métallique de la partie inférieure, au plus près des orifices d'injection dans les échantillons.

Les capteurs de pression statique utilisés sont piézo-résistifs et sont de la marque Keller® modèle PAA-23 (Figure 46). Ils permettent une mesure des pressions en entrée et sortie de régénérateur en écoulement stationnaire et transitoire, et de la pression moyenne en écoulement oscillant. Ils sont vissés au cœur du porte-échantillon. Le modèle utilisé fonctionne sur une gamme de pression de 0 à 20 bar. Ils sont alimentés par une tension continue comprise entre 10 et 20 V. Le signal de sortie des capteurs varie sur une plage 0 – 10 V avec une incertitude de mesure de 0,1% de la pleine échelle, soit 10 mV. L'incertitude de mesure sur la pression est donc de 20 mbar. La fréquence de coupure des capteurs est de 1 kHz.



Figure 46 : Photographie d'un capteur de pression statique de la marque Keller® modèle PAA-23.

Les capteurs dynamiques sont de la marque Kistler® de la gamme 211B4 (Figure 47) et piézo-électrique. Leur plage de mesure s'étend jusqu'à une pression relative de 13 bar. Ces capteurs sont utilisés pour la mesure de l'onde de pression en écoulement oscillant. La plage de fréquence accessible (entre 0,02 Hz et 87 kHz) est limitée par le conditionneur qui alimente le capteur (entre 28 V et 32 V continu). Ces capteurs possèdent une fréquence propre largement supérieure à nos fréquences de travail (comprises entre 20 Hz et 150 Hz).



Figure 47 : Photographie d'un capteur de pression Kistler® 211B4.

Les capteurs de température sont des thermocouples miniatures de type K fournis par la société TC SA (Figure 48). La jonction (chromel/alumel) est placée dans une gaine en inox 316L d'un diamètre extérieur 250 μm . Ce thermocouple est ensuite placé dans une gaine en inox 316L de 1 mm de diamètre extérieur, de 0,5 mm de diamètre intérieur et de 150 mm de longueur. L'extrémité basse de la gaine est brasée avec un alliage étain-argent pour obtenir l'étanchéité à l'hélium (Figure 48). Les thermocouples sont ensuite placés dans le porte-échantillon, par le bas de ce dernier, pour que la tête du thermocouple puisse être au plus près des orifices d'entrée des échantillons. L'étanchéité entre le thermocouple et le porte-échantillon est effectuée grâce à un raccord de compression. L'incertitude de mesure des capteurs est de 2°C.

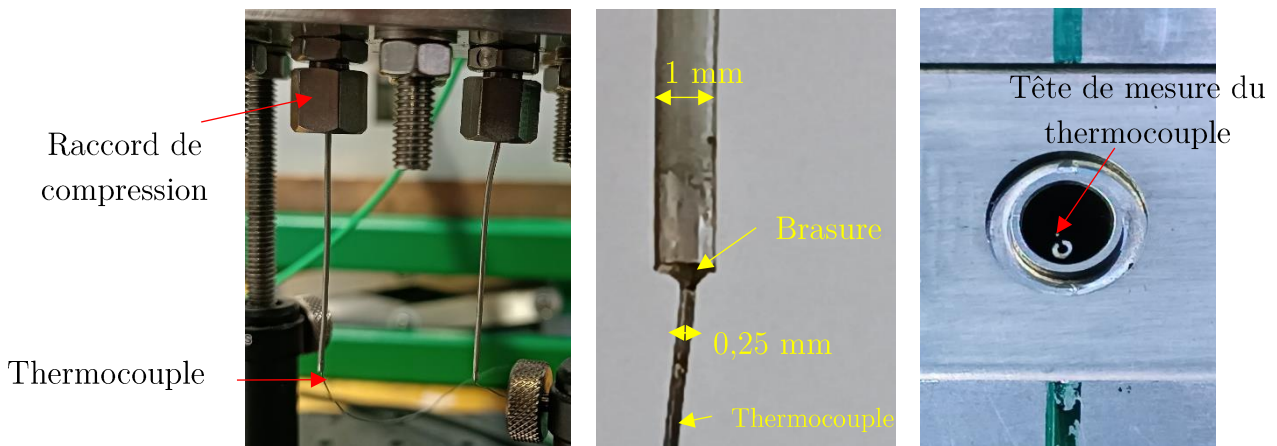


Figure 48 : Différentes photographies représentant le thermocouple. À gauche : la vue d'ensemble du thermocouple placé sous la partie inférieure du porte-échantillon. Au centre : focalisation sur la brasure entre la gaine et le thermocouple. À droite : focalisation sur la tête de mesure du thermocouple.

4.2. Acquisition des données et conditions d'expérience

En régime stationnaire, les signaux de pression statique et de température sont enregistrés dans un programme LabVIEW® qui affiche les valeurs et les graphiques des grandeurs en temps réel par pas de temps de 20 ms. Les grandeurs mesurées sont des signaux électriques transférés par des cartes d'acquisition National Instrument® : une carte « cDAQ-9171 » pour l'acquisition des températures, et une carte « NI USB-6009 » pour les pressions statiques (Figure 49).

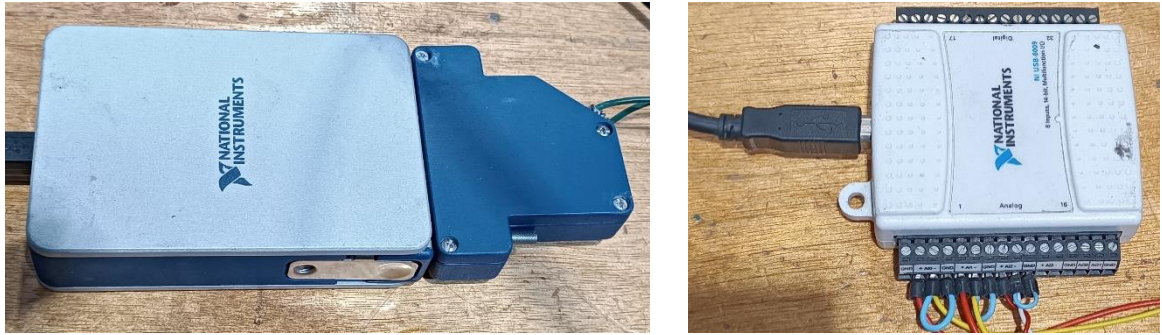


Figure 49 : Cartes d'acquisition cDAQ-9171 (à gauche) et NI USB-6009 (à droite).

Pour l'écoulement oscillant, nous avons besoin d'une résolution temporelle plus élevée. Les pressions relatives instantanées mesurées par les capteurs Kistler® sont visualisées directement sur un oscilloscope numérique quatre voies de la marque Keysight Technologies® modèle DSOX1204A (Figure 50). Les signaux sont ensuite enregistrés sur 1900 points sur une clé USB. Les conditionneurs sont directement connectés aux voies de l'oscilloscope pour limiter le bruit des câbles BNC. Le programme LabVIEW® est utilisé uniquement pour mesurer la pression statique de remplissage et les températures.



Figure 50 : Oscilloscope numérique DSOX1204A utilisé pour la visualisation des signaux de pression en écoulement oscillant avec les conditionneurs connectés.

Conditions d'expérience pour les écoulements stationnaires :

La pompe n'est pas utile, la vanne V0 est fermée. Les capteurs dynamiques de pression ne sont pas utilisés. Le couple de vanne VP+V4 permet de fixer la pression de sortie à un niveau tel que le rapport des pressions de sortie et d'entrée soit proche de 1. Avant toute mesure, il est nécessaire que l'hélium circule pendant quelques minutes à travers le circuit pour purger l'air. Chaque point de mesure est relevé lorsque l'écoulement est stabilisé dans le temps. Cette stabilisation est observée lorsque les pressions statiques sont constantes (visualisable sur le programme LabVIEW).

Conditions d'expérience pour les écoulements oscillants :

L'oscillateur de pression doit être pressurisé en hélium une seule fois avant toute expérimentation à l'aide de la nourrice. La méthode est celle du rinçage de l'air. Initialement, les vannes de V0 à V3 sont ouvertes. Un canal quelconque est placé dans le porte-échantillon. L'air est chassé en effectuant des pompage/dilution à l'hélium de l'air. Pour cela, l'air du banc est dilué en injectant de l'hélium jusqu'à 10 bar (pression également mesurée par les capteurs de pression statique P). Le mélange hélium-air est ensuite pompé en ouvrant délicatement la vanne de pompage V0 pour éviter de détruire la pompe par un coup de bélier. V0 est ensuite refermée, le cycle est terminé. Plusieurs cycles de rinçage sont répétés pour que la chambre de l'oscillateur soit majoritairement composée d'hélium. Lorsque l'oscillateur est pressurisé, la vanne V3 est fermée pour garder l'oscillateur pressurisé. Cela évite son rinçage systématique et le protège de l'air qui pourrait gripper les pistons. Avant toute mesure, l'air doit être systématiquement chassé de l'échantillon. Les échantillons n'ont besoin que de trois cycles de rinçage entre 20 mbar et 5 bar pour que l'hélium soit le gaz majoritaire. Le circuit est ensuite rempli en hélium à une pression proche que celle de la chambre de l'oscillateur avant l'ouverture de la vanne V3. Cela permet de diminuer le temps d'équilibrage de la pression dans le circuit et éviter les coups de bélier sur les pistons. Le Tableau 10 indique les pressions nominales et les températures mesurées pour chaque échantillon.

Tableau 10 : Tableau récapitulatif des conditions d'expérience en écoulement oscillant. Les échantillons E20-4020 et E20-4060 ont cassé lors des expériences et n'ont pas pu être testés en écoulement oscillant.

Échantillons	Pression nominale P_0	Température moyenne T_m	Plage de fréquence et amplitude de la pression d'entrée \tilde{P}_E
CV35.8	10 bar	20°C	20 – 150 Hz : 0,1 bar
CV36-2			
CV77			
CV90			
A20-5020	10,27 bar	20,2°C	20 – 100 Hz : 0,5 bar 110 – 130 Hz : 0,25 bar 130 – 150 Hz : < 0,25 bar
A20-4033	10,31 bar	20,1°C	
A20-4060	10,37 bar	20,7°C	
A20-4090	10,44 bar	21,7°C	
E20-4033	10,47 bar	21,1°C	
E20-4090	10,50 bar	21,1°C	20 – 100 Hz : 0,5 bar 110 – 130 Hz : 0,25 bar 130 – 150 Hz : < 0,25 bar

La pression nominale P_0 est la moyenne entre celles mesurées en début et fin d'expérience. Durant le temps des expériences, la déviation de la pression nominale P_0 est inférieure à 0,2 bar. La variation de la température en entrée n'excède pas 1°C. Celle en sortie ne varie pas.

4.3. Traitement des données

Cette partie est consacrée au calcul détaillé des grandeurs physiques, à partie de nos mesures en écoulement stationnaire et oscillant.

Propriétés physiques de l'hélium :

La masse volumique de l'hélium dépend de la pression et de la température, et est calculée à partir de la loi des gaz parfaits (voir Tableau 11).

En écoulement stationnaire, la masse volumique du gaz est déterminée en prenant la moyenne de la pression et de la température de part et d'autre du régénérateur. Elle est notée $\rho(P, T)$. En écoulement oscillant, la variation relative de la pression d'entrée égale la variation relative de la masse volumique, et reste inférieure à 10 %. Cette variation de la masse volumique est prise en compte dans les calculs. La masse volumique est notée ici $\bar{\rho}$.

Tableau 11 : Expression de la masse volumique pour les écoulements stationnaires et oscillants.

Écoulement	Expression
Stationnaire	$\rho(P, T) = \frac{(P_e + P_s)}{r \cdot (T_e + T_s)}$
Oscillant	$\bar{\rho} = \frac{2 \cdot P_0}{r \cdot (T_e + T_s)}$

P_e	Pression en entrée de régénérateur en écoulement stationnaire
P_s	Pression en sortie de régénérateur en écoulement stationnaire
P_0	Pression nominale en écoulement oscillant
r	Constante des gaz parfaits réduite à l'hélium (R/M)
T_e	Température en entrée de régénérateur
T_s	Température en sortie de régénérateur

La viscosité dynamique $\mu(T)$ est une fonction de la température. La corrélation utilisée est celle proposée par [Yaws \(1999\)](#). Elle est valable entre 150 K et 2000 K. La température prise pour le calcul est la moyenne de l'entrée et de la sortie d'échantillon.

$$\mu(T)[Pa \cdot s] = 10^{-7} \cdot (71,094 + 4,43 \cdot 10^{-1} \cdot T - 5,18 \cdot 10^{-5} \cdot T^2)$$

Pressions et perte de charge :

En écoulement stationnaire, la perte de charge ΔP est la différence entre la pression d'entrée P_e et la pression de sortie P_s du régénérateur. Les pressions P_e et P_s sont obtenues lorsque ces deux mesures sont stabilisées dans le temps. L'incertitude de la perte de charge est constante et vaut $s(\Delta P) = \sqrt{2} \cdot s(P) = 28 \text{ mbar}$.

La Figure 51 illustre une mesure d'un écoulement oscillant dans un canal vide à une fréquence de 70 Hz.

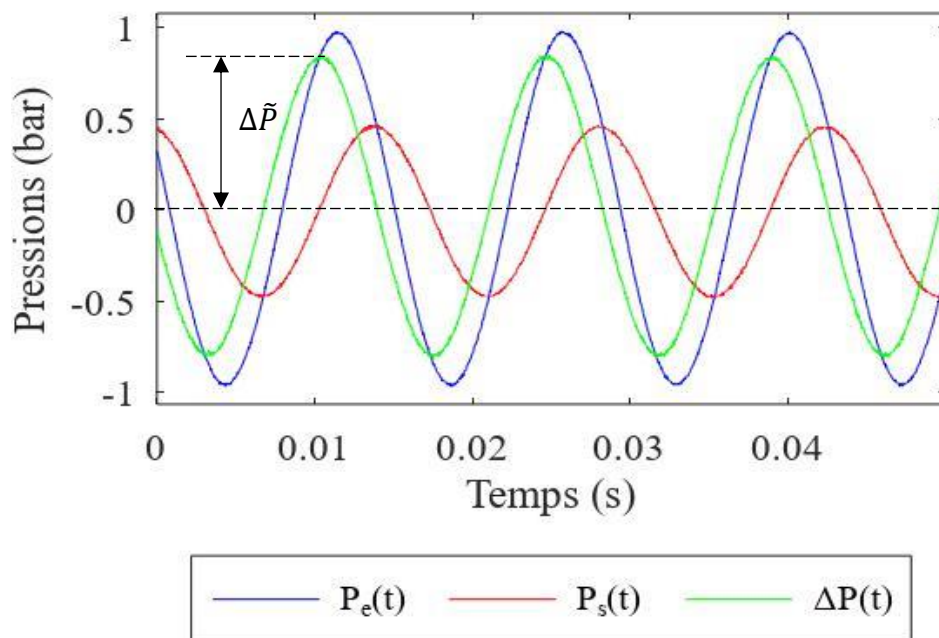


Figure 51 : Mesure des pressions pour une fréquence de 70 Hz dans un canal vide.

La perte de charge instantanée $\Delta p(t)$ est la différence entre les pressions d'entrée $P_e(t)$ (bleu) et de sortie $P_s(t)$ (rouge) instantanées. Nous avons constaté lors de nos mesures que les signaux sont sinusoidaux sur la plage de fréquence étudiée. La fréquence issue du générateur Chroma® est connue ($s(f) = 10^{-3} \text{ Hz}$). Un ajustement par la méthode des moindres carrés permet de déterminer les caractéristiques que sont l'amplitude, la phase, et l'offset.

Vitesse débitante :

La vitesse débitante en écoulement stationnaire est liée au débit massique q , aux paramètres géométriques du régénérateur, et aux propriétés physiques du gaz.

$$u = \frac{q}{\varepsilon \cdot \bar{\rho}(P, T) \cdot h \cdot W}$$

Il n'existe pas de contrôleur de débitmètre capable d'effectuer une mesure de débit pour les écoulements oscillants. Certains auteurs utilisent l'anémométrie à fil chaud pour une mesure instantanée de la vitesse moyenne d'écoulement (Zhao et Cheng (1996), Nam et Jeong (2003), Jin et Leong (2008), Xiao et al. (2017)). Cette solution n'est pas envisagée pour notre banc d'essai pour plusieurs raisons. Tout d'abord, nos échantillons possèdent des hauteurs de gravure ne dépassant pas 200 μm , ce qui rend le placement d'un tel système au sein des micro-canaux très laborieux. De plus, les canalisations au sein du porte-échantillon possèdent un diamètre interne de 4 mm, le placement d'un anémomètre à fil chaud est intrusif. La solution utilisée pour ce travail a été proposée par Helvensteijn et al. (1998) et Duval (2002). Elle consiste à estimer le débit massique instantané par la mesure de la variation de la pression en sortie d'échantillon. En considérant que les transformations sont une succession d'états d'équilibre, la masse instantanée présente dans le volume de sortie constant est :

$$m(t) = \frac{V_s}{r} \times \frac{P_s(t)}{T_s(t)}$$

V_s	Volume en sortie de régénérateur
r	Constante des gaz parfaits réduite du gaz
$P_s(t)$	Pression instantanée en sortie de régénérateur
$T_s(t)$	Température instantanée en sortie de régénérateur

En faisant l'hypothèse que la température de sortie est constante, le débit massique est exprimé par :

$$q(t) = \frac{dm(t)}{dt} = \frac{V_s}{r \cdot T_s} \times \frac{dP_s(t)}{dt}$$

Nous avons finalement une mesure du débit massique via la mesure de la variation de la pression en sortie de régénérateur $P_s(t) = \tilde{P}_s \cdot \sin(\omega t - \varphi_{P_s})$. La vitesse débitante instantanée est :

$$u(t) = \frac{q(t)}{\bar{\rho} \cdot \varepsilon \cdot h \cdot W} = \frac{\omega \cdot V_s \cdot \tilde{P}_s}{P_0 \cdot T_s \cdot \varepsilon \cdot h \cdot W} \times \cos(\omega \cdot t - \varphi_{P_s})$$

$q(t)$	Débit massique instantané
ω	Pulsation de l'écoulement
\tilde{P}_s	Amplitude de la pression en sortie de régénérateur
φ_{P_s}	Déphasage entre la pression en sortie et la perte de charge

La vitesse débitante $u(t)$ est proportionnelle à la dérivée temporelle de la pression en sortie, il y a donc un déphasage de 90° entre la vitesse débitante et la pression de sortie. L'amplitude de la vitesse débitante est donc :

$$\tilde{u} = \frac{\omega \cdot V_s}{\varepsilon \cdot h \cdot W} \times \frac{\tilde{P}_s}{P_0} \times \frac{T_e + T_s}{2 \cdot T_s}$$

L'estimation du volume de sortie V_s tient compte des volumes en sortie du porte-échantillon, de la longueur de conduite supplémentaire soudée en sortie, et des volumes dus aux différents raccords et aux capteurs. L'incertitude sur V_s est estimée à $0,5 \text{ cm}^3$.

Déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante :

Il apparaît dans l'expression du nombre de Poiseuille (voir chapitre 2). On rappelle que l'origine des phases est fixée pour $\Delta p(t) = \Delta \tilde{P} \cdot e^{j\omega t}$. La vitesse débitante et la pression de sortie sont déphasées de 90° . Le déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante φ_u dépend donc de la phase de la pression en sortie φ_{P_S} telle que :

$$\varphi_u [^\circ] = \varphi_{P_S} - 90$$

Plusieurs méthodes permettent de mesurer le déphasage φ_{P_S} . La première fait suite à la méthode des moindres carrés utilisée précédemment. Elle nous donne directement la phase.

La seconde méthode est basée sur le principe de l'orthogonalité des fonctions trigonométriques. On effectue le produit entre les signaux bruts de la perte de charge $\Delta p(t)$ et de la pression de sortie $P_S(t)$, soit :

$$\begin{aligned} F(t) &= \Delta P(t) \cdot P_S(t) \\ &= \Delta \tilde{P} \cdot \tilde{P}_S \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi_{P_S}) \\ &= \frac{\Delta \tilde{P} \cdot \tilde{P}_S}{2} [\cos(\varphi_{P_S}) - \cos(2 \cdot \omega t - \varphi_{P_S})] \end{aligned}$$

Le signal $F(t)$ possède une composante à 2ω , et une composante continue comportant le déphasage qui nous intéresse. En moyennant le signal $F(t)$ sur une période, soit \bar{F} , le terme $\cos(2 \cdot \omega t - \varphi_{P_S})$ est nul et nous obtenons finalement :

$$\bar{F} = \frac{\Delta \tilde{P} \cdot \tilde{P}_S}{2} \cos(\varphi_{P_S})$$

Le terme φ_{P_S} isolé est donc :

$$\varphi_{P_S} [^\circ] = \frac{180}{\pi} \arccos \left(\frac{2 \cdot \bar{F}}{\Delta \tilde{P} \cdot \tilde{P}_S} \right)$$

Ces deux méthodes seront comparées plus précisément dans le chapitre 5. On notera $\varphi_{u,1}$ et $\varphi_{u,2}$ les déphasages mesurés par la première et seconde méthode respectivement.

Nombres sans dimensions :

Le Tableau 12 et le Tableau 13 rappellent les nombres sans dimensions calculés pour les écoulements stationnaires et oscillants respectivement.

Tableau 12 : Expressions des nombres sans dimensions et de leur incertitude pour un écoulement stationnaire.

Nombres sans dimensions	Expression
Nombre de Reynolds Re	$Re = \frac{\rho(P,T).u.D_h}{\mu(T)}$
Coefficient de frottement f	$f = \frac{D_h}{L} \times \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho(P,T).u^2}$
Nombre de Poiseuille Po	$Po = f.Re$

Tableau 13 : Expressions des nombres sans dimensions et de leur incertitude pour un écoulement oscillant.

Nombres sans dimensions	Expression
Nombre de Valensi Va	$Va = \frac{\bar{\rho}. \omega. D_h^2}{\mu(T)}$
Nombre de Reynolds maximum \widetilde{Re}	$\widetilde{Re} = \frac{\bar{\rho}. \tilde{u}. D_h}{\mu(T)}$
Nombre de Poiseuille Po^*	$Po^* = \frac{2.D_h^2}{\mu(T).L} \times \frac{\Delta \bar{P}}{\tilde{u}} \times \cos(\varphi_u)$

Chapitre 5 : Résultats expérimentaux et discussion

Ce chapitre est consacré à la présentation et à l'interprétation des résultats expérimentaux. La première partie concerne les écoulements stationnaires. L'effet de l'angle d'attaque et de la porosité sur le nombre de Poiseuille est étudié et permet de compléter l'étude expérimentale de [Sochinskii et al. \(2021\)](#) qui était effectuée avec un unique angle d'attaque constant de 33° . La deuxième partie porte sur les écoulements oscillants et la comparaison du nombre de Poiseuille Po^* avec celui déterminé en écoulement stationnaire. La troisième partie est dédiée aux écoulements transitoires. Nous avons mis en évidence que leur étude permet de définir une fréquence de coupure qui dépend de la structure interne du milieu poreux, fréquence au-delà de laquelle les performances hydrodynamiques en écoulement oscillant sont dégradées. Il devient ainsi envisageable d'adapter les caractéristiques du régénérateur à la fréquence de l'écoulement.

5.1. Écoulements stationnaires

5.1.1. Canaux vides

Les échantillons CV77 et CV90 n'ont pas été exploités car la perte de charge dans notre gamme de débit est restée inférieure à l'incertitude de mesure de 28 mbar. Le coefficient de frottement et le nombre de Poiseuille expérimentaux sont tracés en Figure 52 et en Figure 53 en fonction du nombre de Reynolds pour les échantillons CV15,8 ($W = 4$ mm) et CV16-2 ($W = 2$ mm). Le calcul des incertitudes a été fait en considérant $\Delta h/h = 0,067$, $\Delta W/W = 2,5 \cdot 10^{-4}$, et $\Delta q/q = 0,020$. Seule l'incertitude sur la hauteur du canal est importante, ce qui explique qu'il n'y a pas de variations significatives de l'incertitude sur le nombre de Poiseuille. Le nombre de Reynolds mesuré se situe entre 3 et 47, l'écoulement est laminaire. Le rapport entre la pression de sortie et la pression d'entrée se situe entre 0,75 et 0,96. Les nuages de points suivent, à l'incertitude près, la valeur théorique d'un

nombre de Poiseuille de 96. Nos résultats confirment que les canaux vides à haut rapport W/f se comportent comme des canaux à plans parallèles. Ils valident également le bon fonctionnement du banc expérimental en écoulement stationnaire.

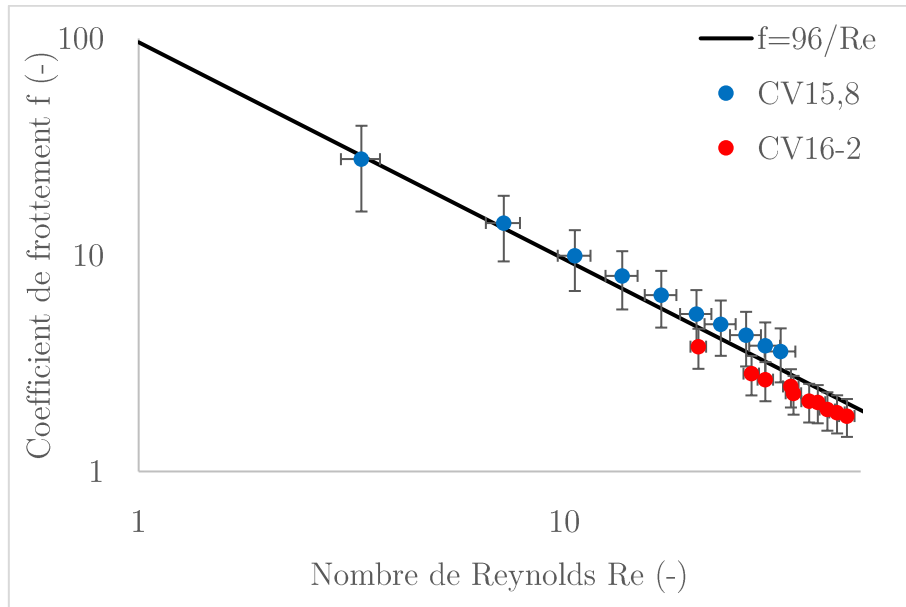


Figure 52 : Évolution du coefficient de frottement avec le nombre de Reynolds pour les canaux vides CV15,8 et CV16-2.

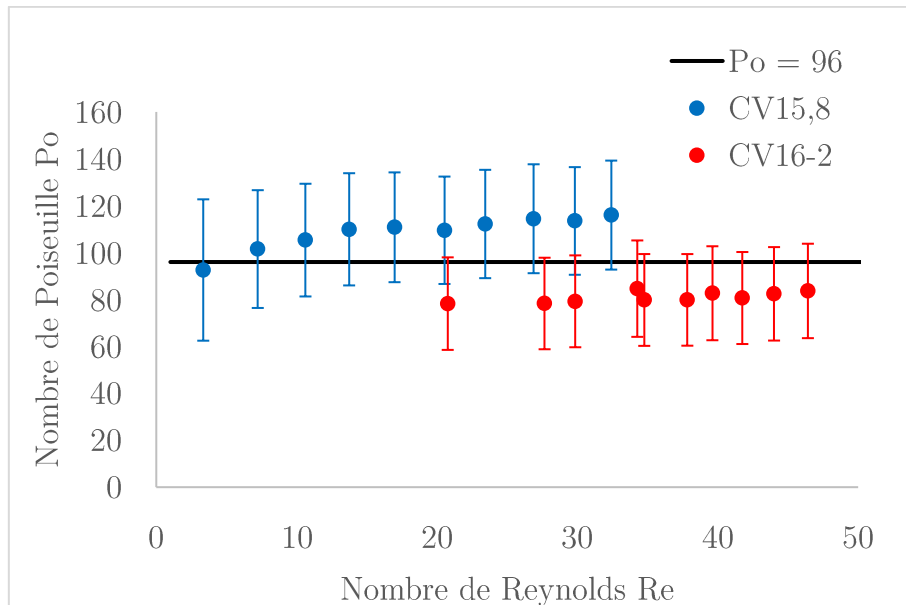


Figure 53 : Nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds pour les canaux vides CV15,8 et CV16.

5.1.2. Canaux poreux

Le nombre de Poiseuille des canaux poreux est ensuite mesuré. L'évolution des coefficients de frottement avec le nombre de Reynolds est tracée sur la Figure 54.

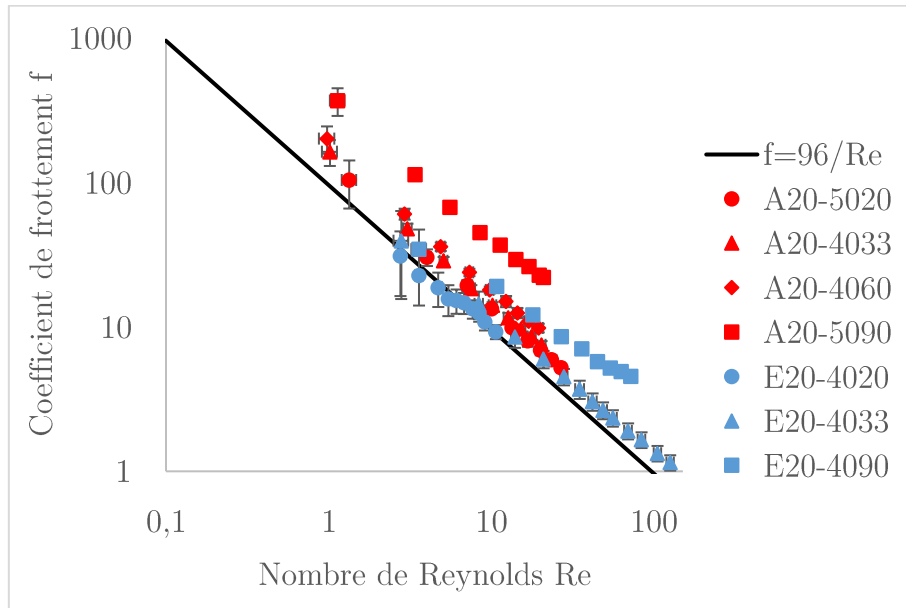


Figure 54 : Évolution du coefficient de frottement avec le nombre de Reynolds pour les canaux poreux.

L'écoulement au sein du milieu poreux est laminaire. La majorité des points suit une loi de Poiseuille $f = Po/Re$. Les points qui s'écartent de cette loi correspondent à des conditions qui s'éloignent de l'incompressibilité du fluide. La Figure 55 montre pour l'échantillon A20-4060 les points expérimentaux autour du nombre de Poiseuille moyen. Les graphiques du nombre de Poiseuille moyen des autres échantillons poreux se trouvent en Annexe C : Graphiques du nombre de Poiseuille moyen des canaux poreux. Le Tableau 14 résume le nombre de Poiseuille moyen pour chaque échantillon.

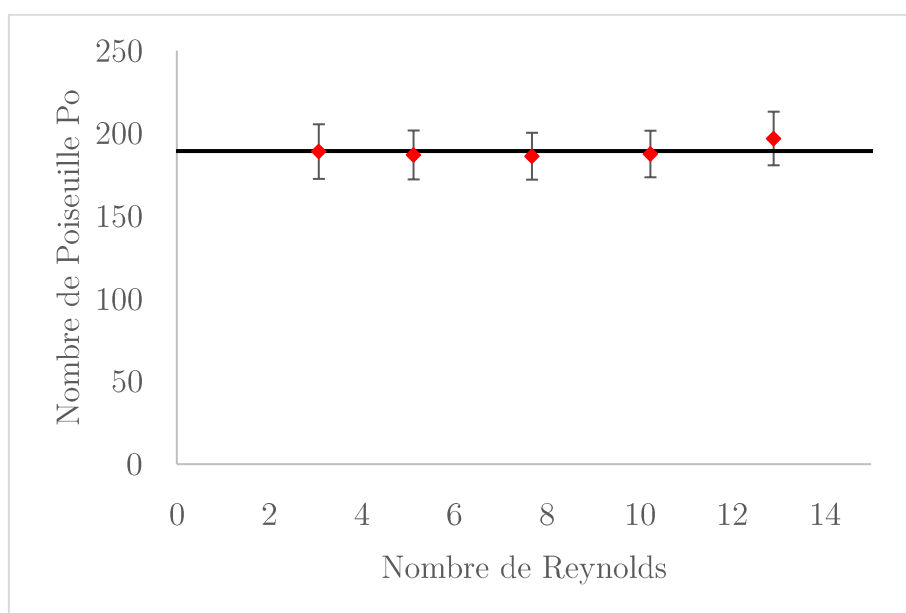


Figure 55 : Nombre de Poiseuille en fonction du nombre de Reynolds pour l'échantillon A20-4060. La droite horizontale noire correspond au nombre de Poiseuille moyen de l'échantillon.

Tableau 14 : Porosité, plage de nombre de Reynolds et nombre de Poiseuille moyen pour chaque échantillon.

Échantillons	ϵ (-)	Re (-)	\overline{Po} (-)	Ecart-type Po (-)
A20-5020	0,690	3,95 – 26,31	135	5,72
A20-4033	0,598	1,04 – 15,61	135	7,85
A20-4060	0,629	3,07 – 12,89	189	4,37
A20-5090	0,761	3,40 – 11,33	391	19,40
E20-4020	0,493	2,76 – 10,64	94	8,20
E20-4033	0,478	8,36 – 125	130	7,53
E20-4090	0,472	10,77 – 44,89	233	22,49

Les échantillons E20 nous permettent d'observer une augmentation du nombre de Poiseuille avec l'angle d'attaque du losange pour une porosité fixée. On retrouve cette évolution en comparant d'une part les échantillons A20-4033 et A20-4060, et d'autre part les échantillons A20-5020 et A20-5090. Ces résultats expérimentaux sont comparés avec les simulations 2D effectuées par [Sochinskii et al. \(2021\)](#) (Figure 56).

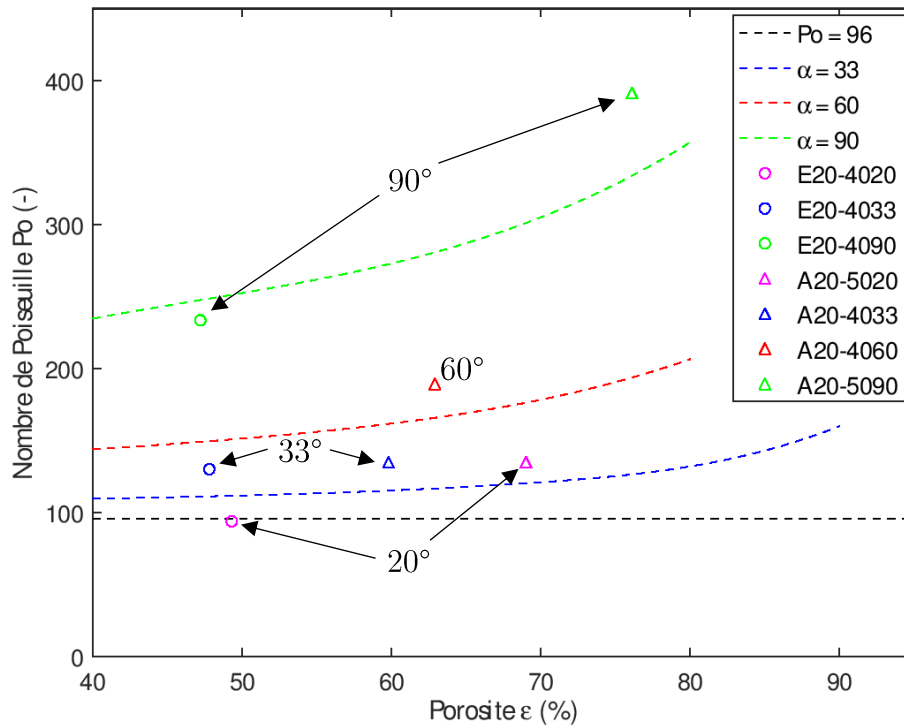


Figure 56 : Nombre de Poiseuille en fonction de la porosité pour différents angles d'attaque du losange. Comparaison entre les valeurs expérimentales obtenues et les simulations 2D de *Sochinskii et al. (2021)* (pointillés).

Les tendances expérimentales, comme les simulations numériques, montrent une augmentation du nombre de Poiseuille avec l'angle d'attaque et dans une moindre mesure, avec la porosité. Pour les petits angles, la porosité n'a qu'un faible impact sur le nombre de Poiseuille.

5.2. Écoulements oscillants

5.2.1. Mesure des pressions

Les évolutions de la pression d'entrée (en bleu) et de la pression de sortie (en rouge) sont enregistrées sur l'oscilloscope. Afin de minimiser le bruit, les signaux sont moyennés sur 32 cycles. La Figure 57 et la Figure 58 illustrent ces signaux et le calcul de $\Delta p(t) = P_e(t) - P_s(t)$ obtenu pour les canaux vides et les canaux poreux du type A20 et du type E20, respectivement pour une fréquence de 20 Hz et de 80 Hz. L'amplitude de la pression de sortie est inférieure à 100 mbar pour tous les échantillons poreux, ce qui explique que le signal de la perte de charge (en vert) est proche de celui de la pression en entrée. Les signaux de pressions sont déformés pour une fréquence de 20 Hz. Cette déformation est plus prononcée pour les canaux vides. À cette fréquence et pour de petites amplitudes, les frottements dynamiques influent sur le déplacement des pistons. Cet effet n'est plus observable au-delà de 40 Hz pour tous les échantillons. Pour une même fréquence, la pression de sortie est plus basse avec les échantillons du type A20 que E20 car la distance e est plus petite entre chaque pilier.

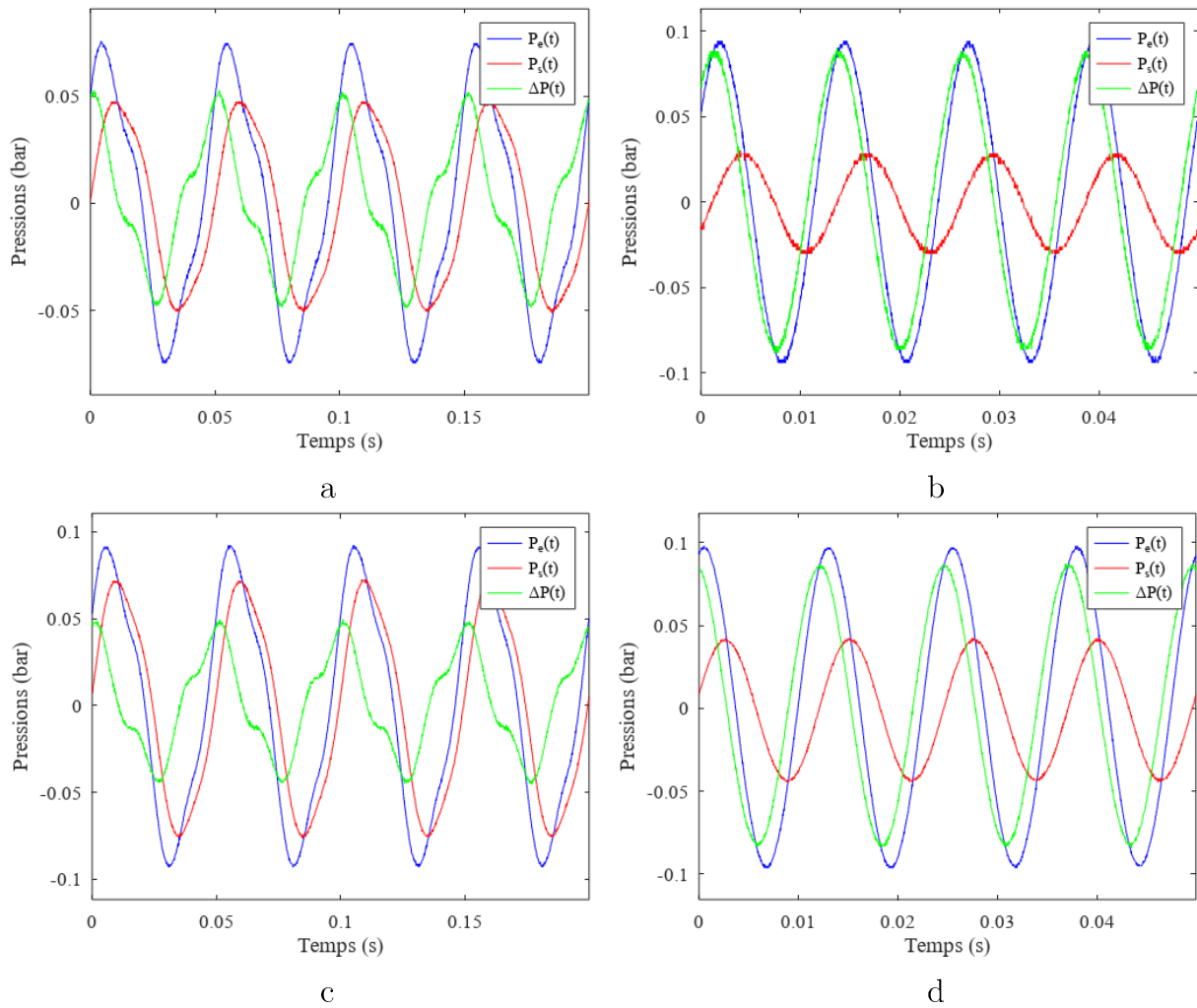


Figure 57 : Signaux de pression et de la perte de charge pour les canaux vides à 20 Hz (à gauche) et 80 Hz (à droite). a,b : CV77 ; c,d : CV90.

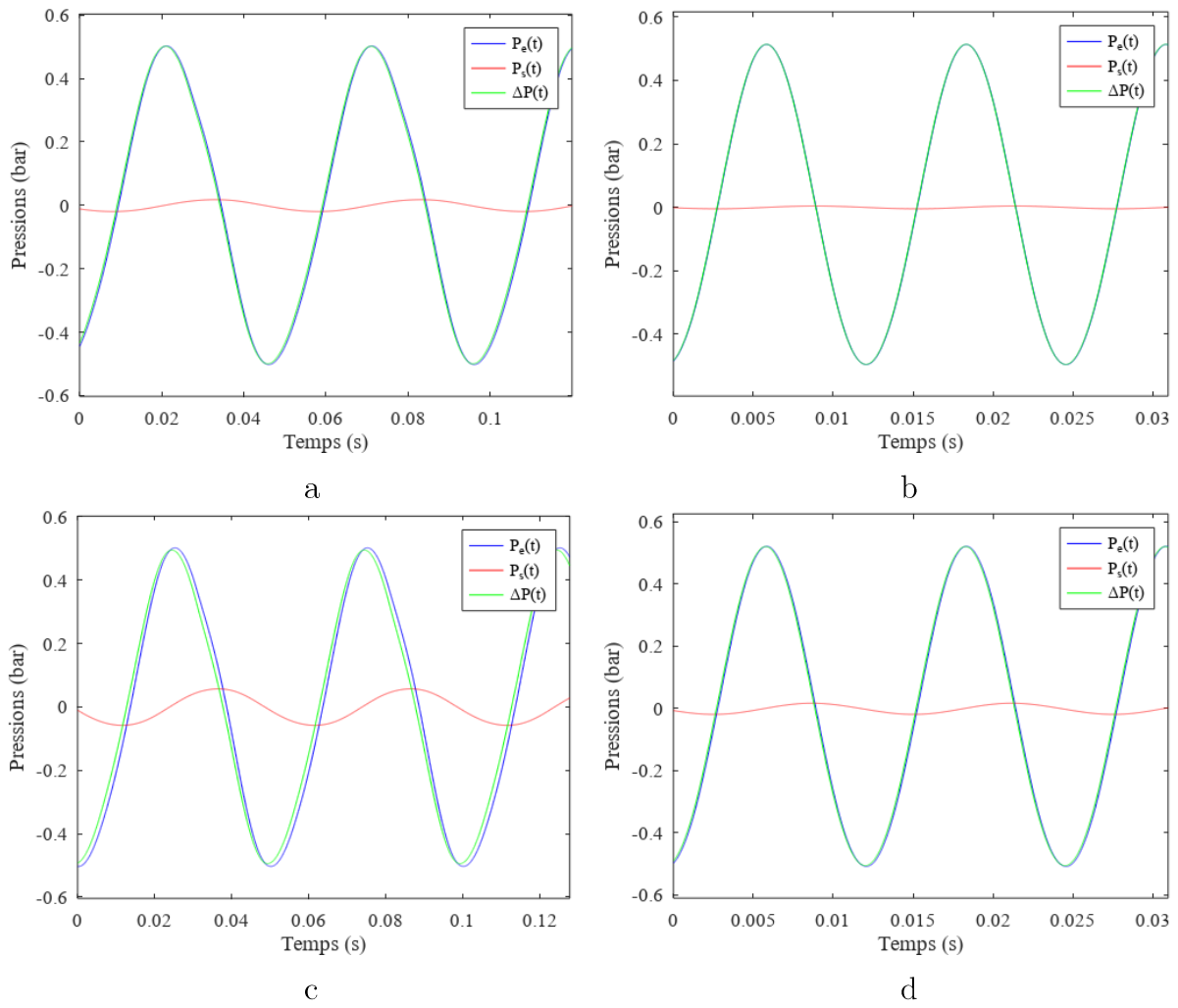


Figure 58 : Signaux de pression et de la perte de charge pour les canaux poreux à 20 Hz (à gauche) et 80 Hz (à droite). a,b : A20-4033 ; c,d : E20-4033.

La méthode des moindres carrés est appliquée sur les signaux de pression pour déterminer leurs caractéristiques (amplitude, phase et offset). La Figure 59 représente la pression de sortie pour l'échantillon A20-4060 pour des fréquences de 20 Hz, 60 Hz, 100 Hz et 150 Hz. Nous avons observé une augmentation du bruit avec la fréquence. Pour des fréquences supérieures à 100 Hz, l'ajustement est moins précis. L'erreur numérique sur l'amplitude de la pression en sortie est estimée entre 0,1 mbar (110 Hz) et 0,5 mbar (150 Hz). Les signaux ont également montré un offset expliqué par la valeur continue du bruit de l'ensemble de la chaîne de mesure (du capteur jusqu'à l'entrée de la voie de l'oscilloscope). Cet offset a été supprimé numériquement avant tout utilisation des données.

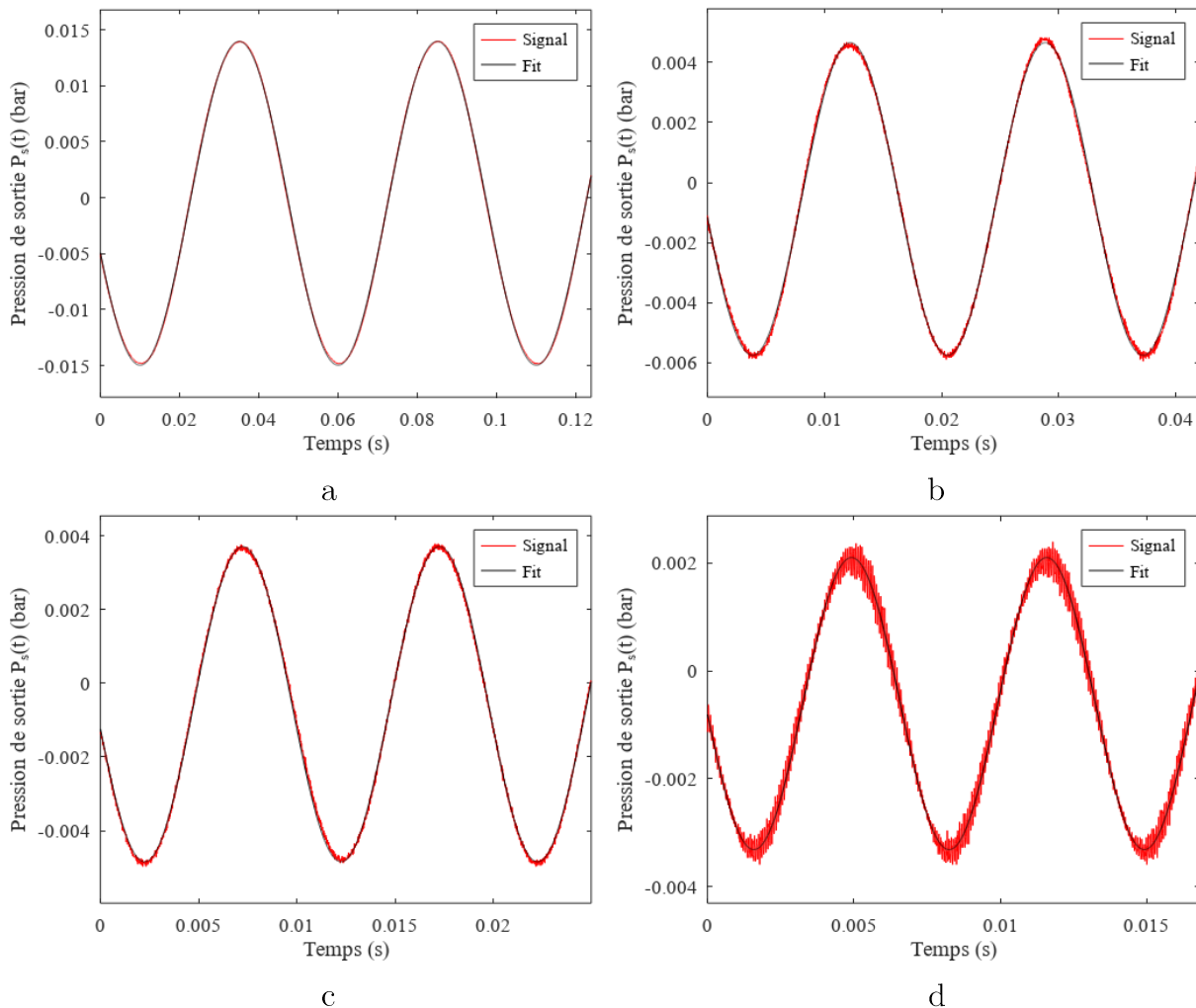


Figure 59 : Pression de sortie pour l'échantillon A20-4060 à 20 Hz (a), 60 Hz (b), 100 Hz (c) et 150 Hz (d). « Fit » correspond à l'ajustement.

5.2.2. Mesure du déphasage

Le déphasage φ_u est mesuré de deux manières : par la différence entre les phases de $P_s(t)$ et $\Delta P(t)$ par la méthode des moindres carrés ($\varphi_{u,1}$), et par la méthode de l'orthogonalité des fonctions sinusoïdales ($\varphi_{u,2}$). La Figure 60 montre respectivement l'évolution de $\varphi_{u,1}$ et $\varphi_{u,2}$ avec la fréquence pour tous les échantillons.

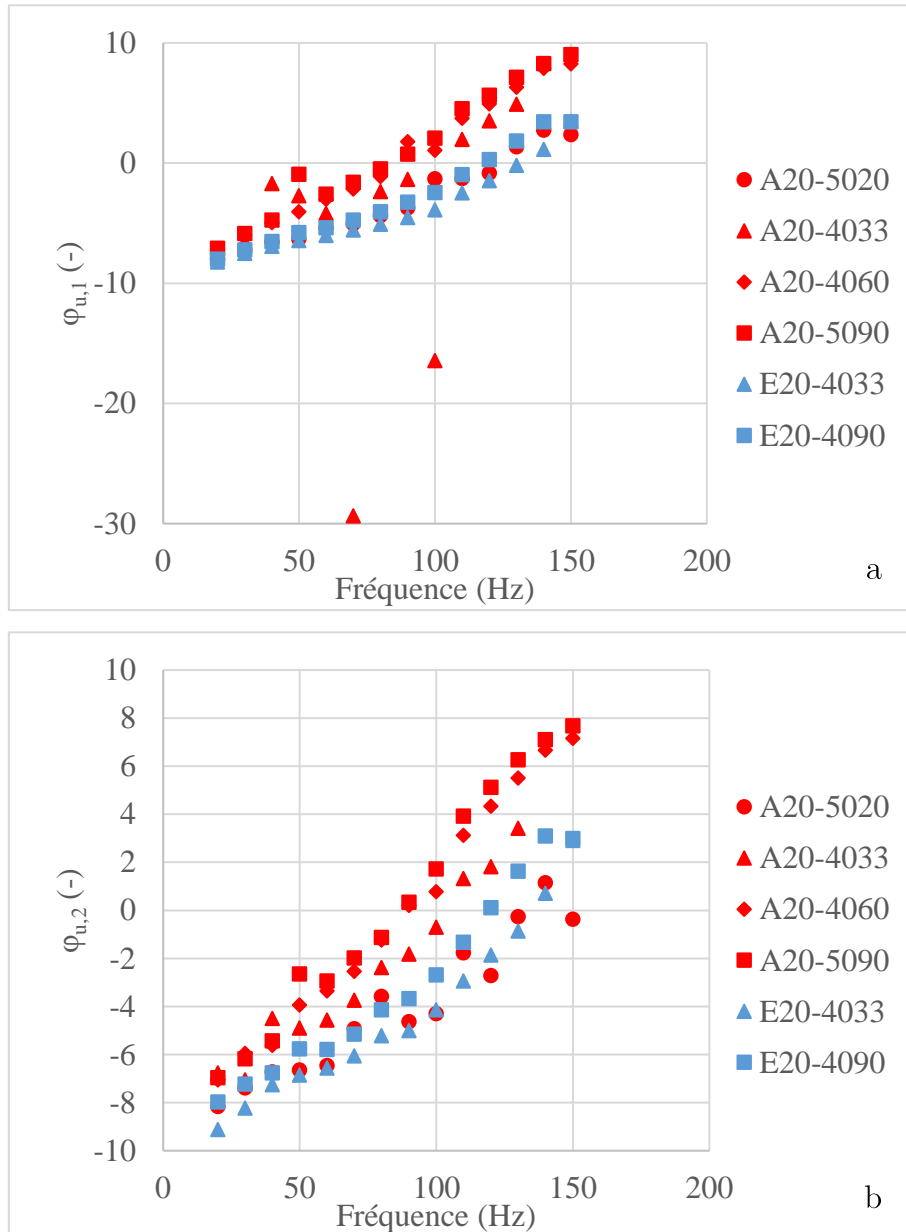


Figure 60 : Évolution du déphasage en fonction de la fréquence par la méthode des moindres carrés (a) et la méthode de l'orthogonalité (b).

Quelle que soit la fréquence, le déphasage reste faible et n'excède pas 10° . Il semble augmenter avec la fréquence. Cependant, il faut être conscient que la mesure de cet angle s'est effectuée sur des intervalles de temps qui sont comparables au bruit de la mesure. Nos résultats sont reportés sur la courbe publiée par [Garaway et Grossman \(2006\)](#) (Figure 61) où φ_u est tracé en fonction du nombre de Valensi. Les points expérimentaux se situent bien dans la zone où le déphasage reste négligeable.

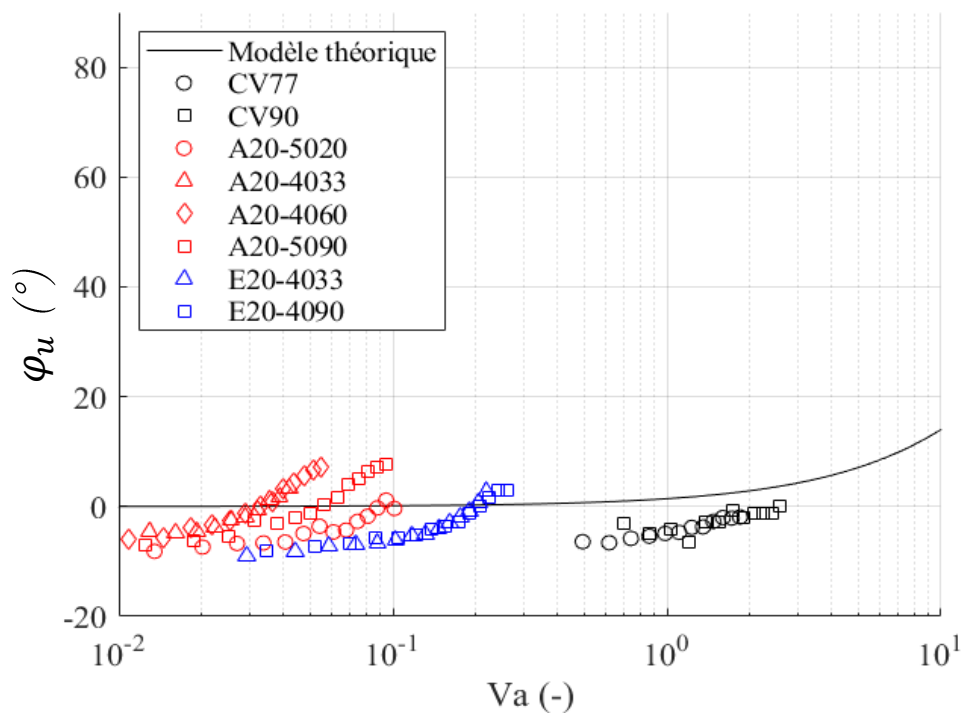


Figure 61 : Déphasage en fonction du nombre de Valensi pour les canaux vides et poreux.

5.2.3. Nombre de Poiseuille Po^*

Les vitesses débitantes sont inférieures à 150 m/s pour les canaux vides et inférieures à 5 m/s pour les canaux poreux. Le nombre de Mach est inférieur à 0,15. Le nombre de Reynolds pour les canaux vides est inférieur à 2000, et celui des canaux poreux n'excède pas 50. L'écoulement du gaz est laminaire dans tous nos échantillons. L'évolution du nombre de Poiseuille Po^* en

fonction du nombre de Valensi et en fonction de la fréquence est représenté en Figure 62 et en Figure 63 respectivement. Le Tableau 15 récapitule les valeurs de Po^* avec \overline{Po} déterminées en écoulement stationnaire.

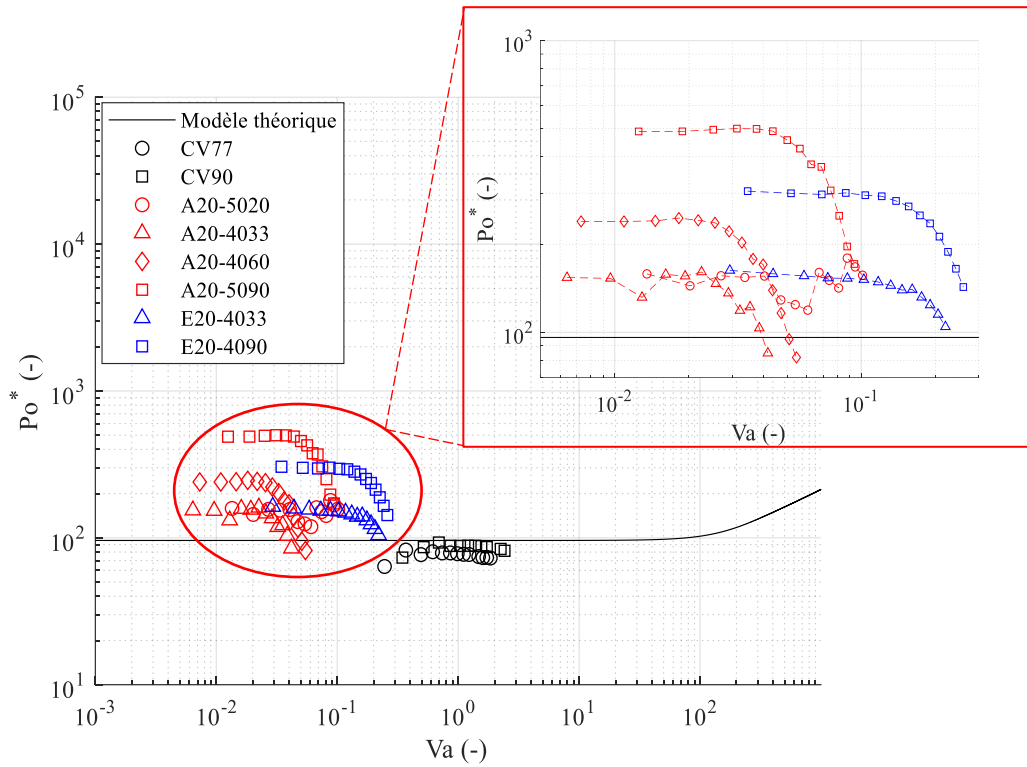


Figure 62 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction du nombre de Valensi pour les échantillons poreux.

Tableau 15 : Valeurs de nombre de Poiseuille pour un écoulement stationnaire et oscillant dans les canaux poreux à $f < 80$ Hz.

Échantillons	Po^* (-)	\overline{Po} (-)
<i>A20-5020</i>	149	135
<i>A20-4033</i>	152	135
<i>A20-4060</i>	241	189
<i>A20-5090</i>	493	391
<i>E20-4033</i>	156	130
<i>E20-4090</i>	298	233

Po^* est constant pour $f < 80$ Hz, et sa valeur est du même ordre de grandeur que \overline{Po} . On retrouve également l'augmentation de Po^* avec l'angle d'attaque

des losanges. On a systématiquement $Po^* > \overline{Po}$, comme observé déjà par Tanaka et al. (1990). Mais contrairement aux modèles théoriques qui prédisent une augmentation de Po^* avec Va au-dessus d'une valeur critique (Figure 20 du Chapitre 2), nous observons une chute de Po^* pour tous les échantillons poreux (Figure 62). Ce comportement n'est pas associé à une valeur particulière de Va . La valeur du Po^* chute non pas au-dessus d'une valeur de Va fixée, mais au-dessus d'une fréquence de 80 Hz (Figure 63).

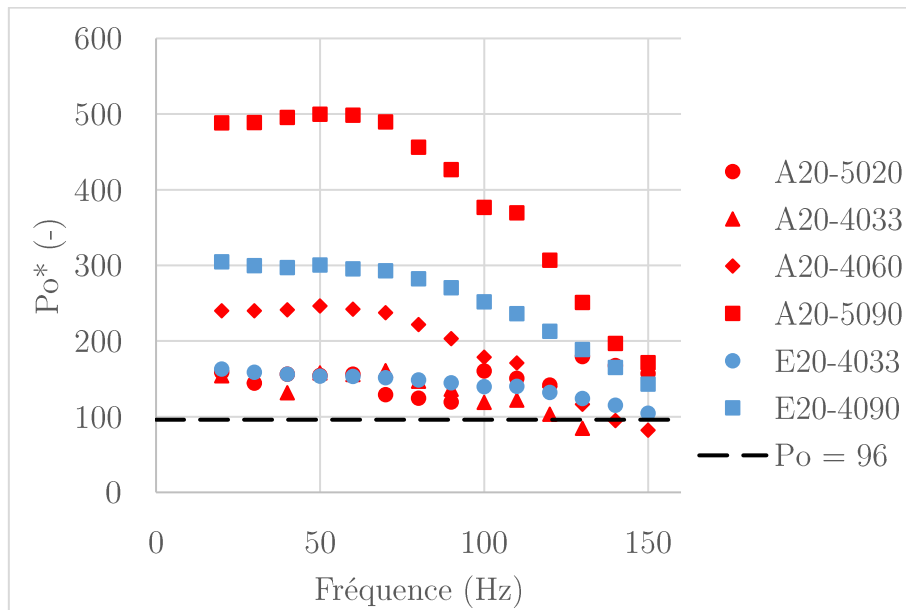


Figure 63 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction de la fréquence pour les échantillons poreux.

Cela pourrait s'expliquer par une augmentation de la vitesse. Il aurait fallu pouvoir dépasser 150 Hz pour savoir si cette chute se poursuit à $Po^* < 96$ ou si Po^* atteint la limite des canaux à plans parallèles. L'expérience sur un canal vide (CV77) montre une limite à haute fréquence à une valeur légèrement inférieure à 96, sans chute significative de Po^* (Figure 64).

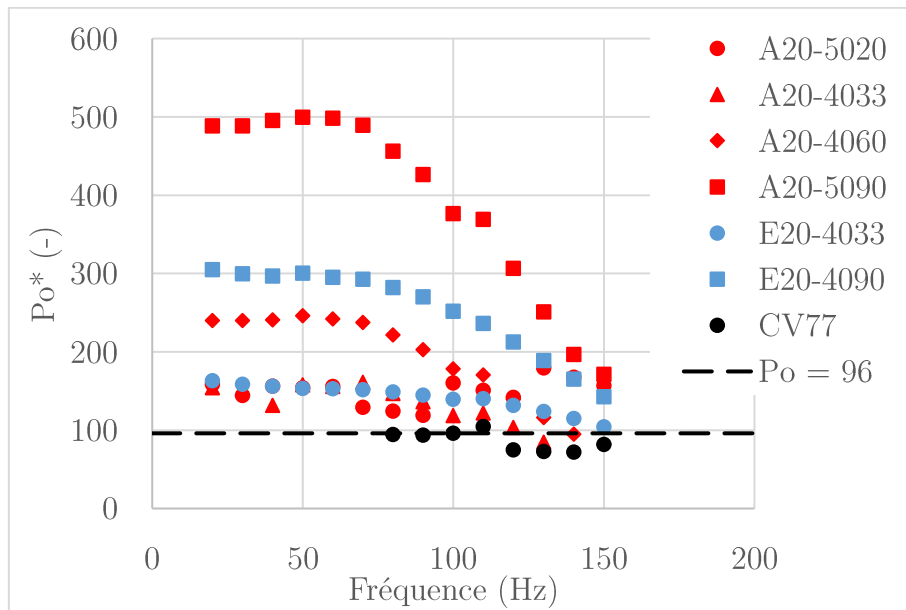


Figure 64 : Nombre de Poiseuille Po^* en fonction de la fréquence pour les échantillons poreux. Comparaison avec le canal CV77.

La vitesse étant calculée à partir de la mesure de la pression de sortie, nous avons tracé l'amplitude de la pression de sortie en fonction de la fréquence. Le signal est largement supérieur au bruit du capteur, et il n'y a pas de changement significatif de comportement de part et d'autre de 80 Hz (Figure 65).

Une piste qui mériterait d'être explorée est d'abandonner l'hypothèse isotherme dans le calcul de la vitesse et d'évaluer l'augmentation de la température de sortie qui permettrait de trouver une vitesse plus faible.

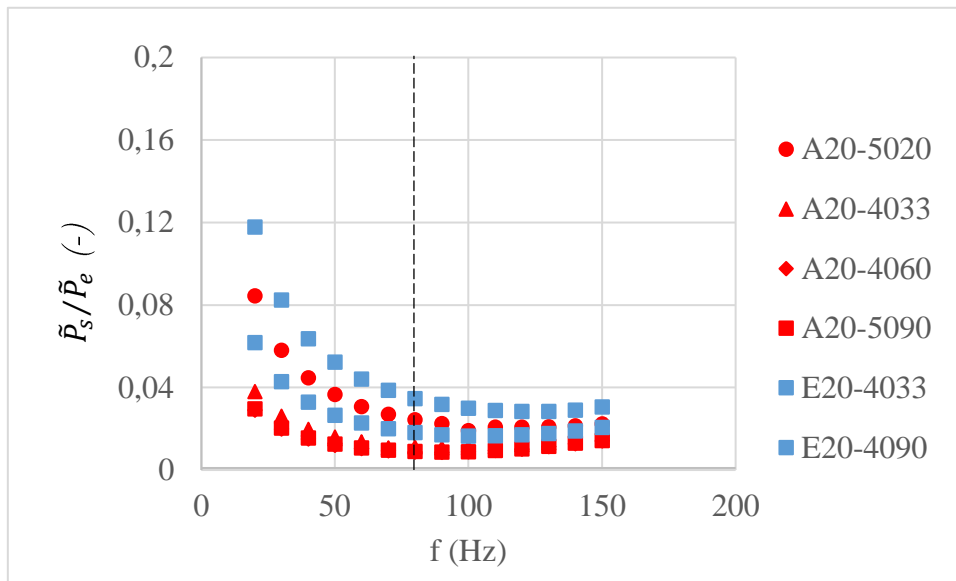


Figure 65 : Rapport de l'amplitude de pression de sortie et d'entrée en fonction de la fréquence pour les canaux poreux.

5.3. Écoulements transitoires

L'étude du régime transitoire a été inspirée par la constatation des faibles valeurs de pression de sortie, et la volonté de comprendre leur dynamique.

5.3.1. Détermination du temps caractéristique

On considère un écoulement laminaire d'un gaz de masse volumique ρ . On considère le schéma représenté sur la Figure 66.

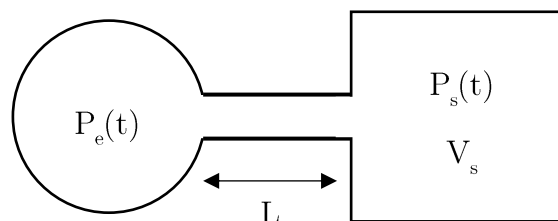


Figure 66 : Schéma d'un canal rectangulaire lié à deux volumes

Deux réservoirs sont reliés par un canal rectangulaire de longueur L , de largeur W , de hauteur h , et de diamètre hydraulique D_h . Le volume de gauche est très grand devant le volume V_s de droite et l'écoulement dans le canal et dans les réservoirs a lieu en condition isotherme (ce qui est confirmé expérimentalement par nos mesures de température). Suite à l'application à $t = 0$ d'une pression P_e en amont, supérieure à celle régnant dans le volume V_s , un flux de gaz va s'écouler jusqu'à l'équilibre des pressions. La vitesse débitante du gaz dans le canal va dépendre du temps, soit $u(t)$. La différence de pression s'écrit :

$$P_e(t) - P_s(t) = \frac{P_0}{Re} \times \frac{L}{D_h} \times \frac{1}{2} \rho \cdot u^2(t) = \frac{P_0}{2} \times \frac{\mu \cdot L}{D_h^2} \times u(t)$$

En supposant que le gaz se comporte comme un gaz parfait, nous avons :

$$P_s(t) = \frac{m(t)}{M} \times \frac{R \cdot T}{V_s}$$

La variation de pression dans le réservoir V_s est la conséquence de la variation de la masse de gaz issu du canal, relié au débit massique par :

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho \cdot W \cdot h \cdot u(t)$$

On a ainsi :

$$u(t) = \frac{M \cdot V_s}{\rho \cdot W \cdot h \cdot R \cdot T} \times \frac{dP_s(t)}{dt}$$

On obtient donc :

$$P_e(t) - P_s(t) = \frac{P_0}{2} \times \frac{\mu \cdot L}{D_h^2} \times \frac{M \cdot V_s}{\rho \cdot W \cdot h \cdot R \cdot T} \times \frac{dP_s(t)}{dt}$$

On considère que la masse volumique est proportionnelle à la pression entrée tel que $\rho = (M.P_e)/(R.T)$. On obtient pour un échelon de pression en entrée P_e :

$$\tau \frac{dP_s(t)}{dt} + P_s(t) = P_e$$

avec :

$$\tau = \frac{P_0}{2} \times \frac{\mu.L}{D_h^2} \times \frac{V_s}{W.h.P_e}$$

Pour un canal à plans parallèles, le diamètre hydraulique est $D_h = 2h$. Le temps caractéristique τ devient :

$$\tau = \frac{12.\mu.L.V_s}{P_e.W.h^3}$$

La pression en sortie évolue suivant :

$$P_s(t) = P_e - (P_e - P_0).e^{-\frac{t}{\tau}}$$

où P_0 est la pression qui régnait dans le système avant l'application de P_e . Le régime transitoire d'évolution de la pression de sortie est piloté par un temps caractéristique qui dépend du volume de sortie, de la pression d'entrée, et des caractéristiques du micro-canal. On considère que l'écoulement laminaire dans un régénérateur peut être assimilé à celui résultant de $2.n_T$ micro-canaux en parallèle de largeur h , de hauteur e et de longueur L' où L' correspond à la longueur totale due à la tortuosité parcourue par le gaz. Le temps caractéristique devient :

$$\tau_{rege} = \frac{P_0}{16} \times \frac{\mu.L'.V}{n_T.P_e.h.e^3}$$

En régime oscillant, il correspond à une fréquence de coupure notée f_c , exprimé par la relation suivante :

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{rege}} = \frac{8 \cdot P_o}{\pi} \times \frac{n_T \cdot P_e \cdot h \cdot e^3}{\mu \cdot L' \cdot V}$$

Pour une fréquence inférieure à f_c , $P_s(t) \approx P_e(t)$, donc peu de perte de charge. Au-dessus de f_c , l'amplitude de la pression de sortie va chuter quand la fréquence augmente (Figure 67).

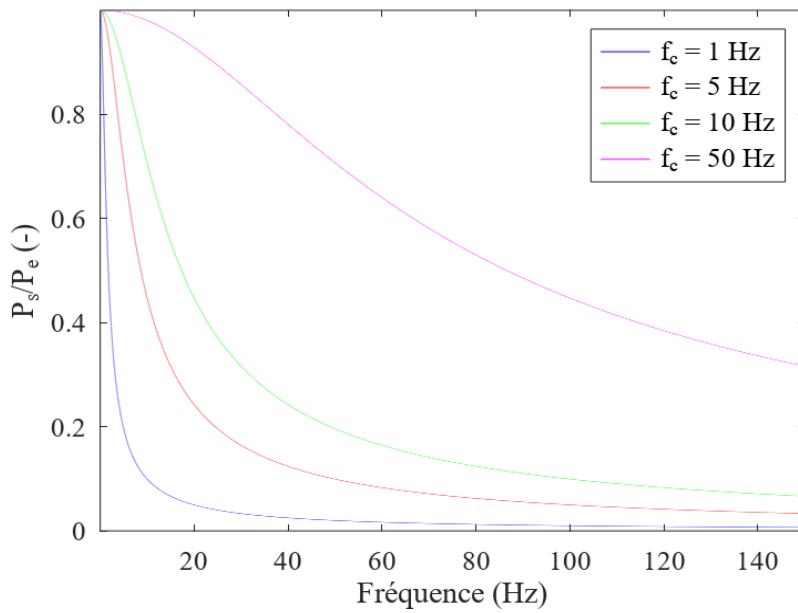


Figure 67 : Rapport des amplitudes de pression de sortie et d'entrée d'un à plans parallèles pour différentes fréquences de coupure

5.3.2. Mesure du temps caractéristique

Nous avons mesuré ce temps caractéristique avec nos échantillons (Figure 68).

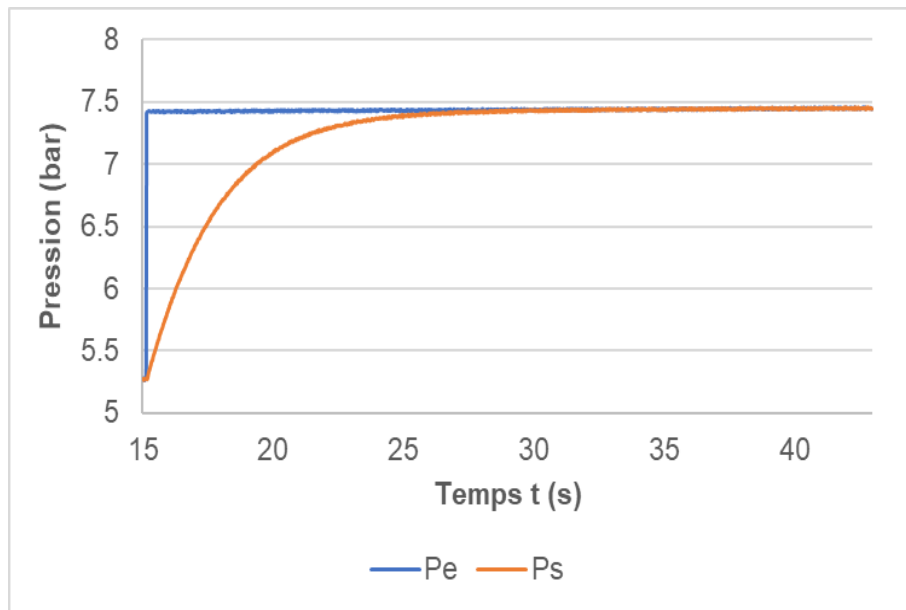


Figure 68 : Pressions d'entrée et de sortie pour un écoulement transitoire.
Expérience effectuée avec un réservoir de 18 cm³ en bout de circuit

Le banc expérimental est le même que pour un écoulement oscillant. Le bouchon est connecté en sortie. L'oscillateur de pression n'est pas utilisé (vanne V3 fermée). Le débitmètre est remplacé par un grand réservoir de 60 cm³ pour garder un échelon de pression en entrée stable dans le temps. Le banc est rempli en hélium initialement à une pression P_0 de 10 bar. La vanne V2 est ensuite fermée. On ouvre le détendeur pour amener la partie du circuit avant la vanne V2 à la pression P_e mesurée avec le manomètre mécanique. La vanne V2 est ensuite ouverte et l'évolution des pressions est enregistrée avec le programme LabVIEW. La différence de pression $P_e - P_0$ ne dépasse pas 3 bar lors de nos essais pour éviter de détruire l'échantillon par un coup de bélier. Le temps caractéristique est déterminé en linéarisant l'expression de la pression de sortie, soit :

$$g(t) = \ln\left(\frac{P_e - P_0}{P_e - P_s(t)}\right) = \frac{t}{\tau}$$

La Figure 69 montre la linéarisation de la pression de sortie de la Figure 68. La pente est déterminée dans la première partie de $g(t)$. Le Tableau 16 et la

Figure 70 résume les temps caractéristiques expérimentaux et théoriques pour les canaux poreux.

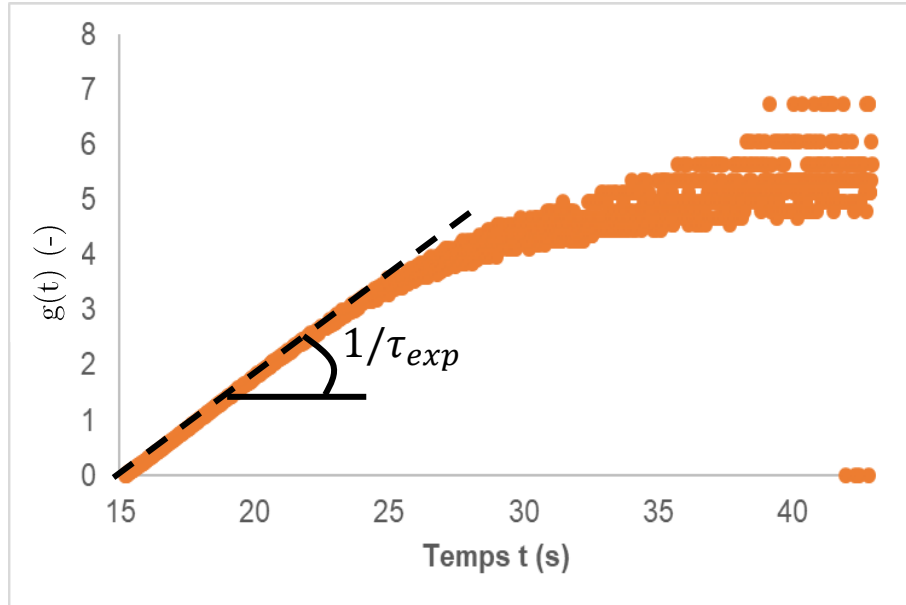
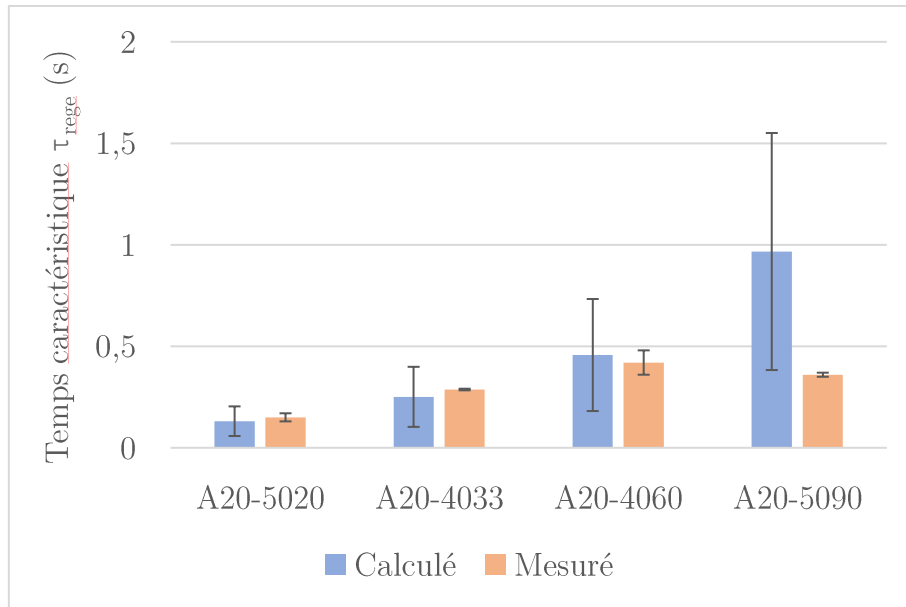


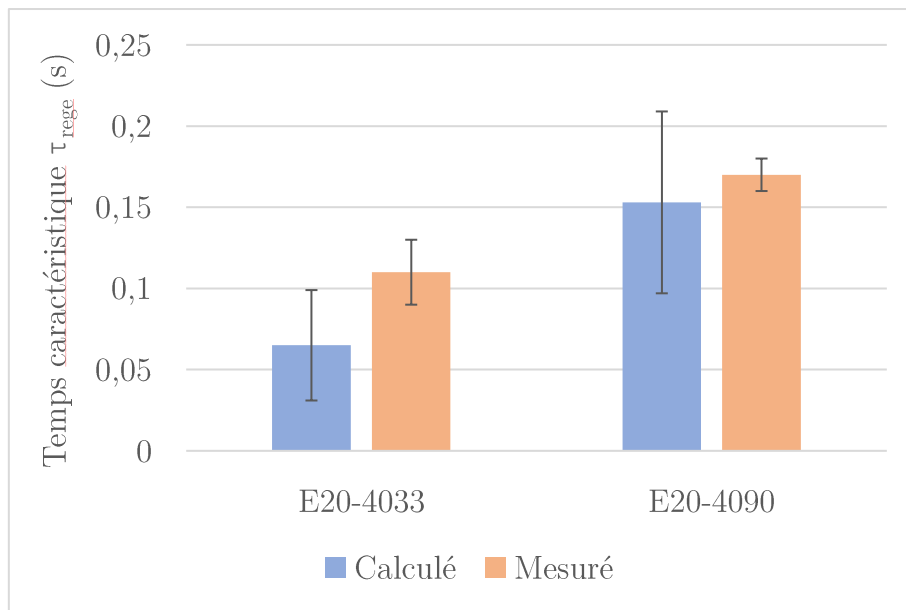
Figure 69 : Détermination expérimentale du temps caractéristique τ

Tableau 16 : Temps caractéristiques mesurés et calculés pour les canaux poreux (le calcul de τ_{calc} prend en compte l'incertitude sur l'estimation du volume de sortie et du paramètre e).

Échantillons	$\overline{P_0}$ (-)	r_{he} (-)	$P_f - P_0$ (bar)	τ_{exp} (s)	τ_{calc} (s)	$Re(t=0)$ (-)
A20-5020	135	14,7	1,755	$0,15 \pm 0,02$	0,058 – 0,204	2066
A20-4033	135	19,1	1,360	$0,287 \pm 0,004$	0,103 – 0,398	820
A20-4060	189	21	1,371	$0,42 \pm 0,06$	0,181 – 0,732	574
A20-5090	391	21	1,470	$0,36 \pm 0,01$	0,383 – 1,55	720
E20-4033	130	8,1	1,367	$0,11 \pm 0,02$	0,031 – 0,099	2150
E20-4090	233	6,3	2,483	$0,17 \pm 0,01$	0,097 – 0,209	3181



a



b

Figure 70 : Histogrammes comparants le temps caractéristique calculé et mesuré pour les échantillons du type A20 (a) et E20 (b)

Le temps caractéristique augmente avec l'angle d'attaque du losange. La tortuosité est alors plus grande, ce qui augmente la longueur de canal

traversée. Les valeurs de τ_{rege} expérimentales ont le même ordre de grandeur que celles obtenues par le calcul théorique. La précision de la mesure joue un rôle également, l'acquisition des pressions est sur un intervalle de 20 ms par point, ce qui augmente l'erreur sur la valeur de τ . Les fréquences de coupure expérimentales des canaux poreux sont inférieures à 1,45 Hz, ce qui correspond à une courbe proche de la fonction de transfert à 1 Hz de la Figure 67. La pression de sortie est quasi-constante, ce que nous avons pu observer sur la Figure 65.

Conclusion générale

Nous avons réalisé dans ce travail l'étude théorique et expérimentale des performances hydrodynamiques d'échantillons poreux possédant une succession de cylindres à base losangée et disposés en quinconce, en écoulement oscillant sur une plage de fréquence comprise entre 20 Hz et 150 Hz. Nous avons mis en évidence l'influence de l'angle d'attaque et de la porosité sur le nombre de Poiseuille.

L'étude bibliographique nous a montré que les écoulements oscillants dans les régénérateurs dépendent du nombre de Valensi Va qui représente la fréquence adimensionnelle de l'écoulement. Elle nous a également permis de constater que le déphasage entre la perte de charge et la vitesse débitante est un paramètre qui n'est pas pris en compte dans la définition du coefficient de frottement, et donc du nombre de Poiseuille.

Cette observation nous a amené à effectuer une étude théorique des écoulements oscillants. L'issue des calculs nous a montré que le nombre de Poiseuille s'exprime en fonction de ce déphasage. Cette nouvelle définition a été appliquée à un canal à plans parallèles. Elle montre que le nombre de Poiseuille et le déphasage augmentent avec le nombre de Valensi. Nous avons également trouvé que le nombre de Poiseuille tend vers 96 pour des nombres de Valensi inférieurs à 1, valeur typique d'un écoulement stationnaire et laminaire pour ce type de canal. Cela nous a amené à penser que les écoulements oscillants dans les micro-régénérateurs sont quasi-stationnaires, même à de très hautes fréquences (> 100 Hz).

Nous avons alors mené une étude expérimentale des écoulements stationnaires et oscillants au sein de micro-régénérateurs fabriqués par des techniques de micro-fabrication sur silicium. Les canaux vides (rectangulaires plats) et poreux fabriqués ont été encapsulés par une lame de Pyrex avec la technique de scellement anodique.

La mesure de la vitesse débitante pour les écoulements oscillants a été réalisée grâce à la mesure de la variation de la pression dans le volume de sortie de l'échantillon. Pour réaliser ce calcul, nous avons émis l'hypothèse de transformations isothermes d'un gaz parfait.

Le nombre de Poiseuille mesuré en régime stationnaire dans les canaux vides correspond à celui d'un écoulement entre deux plans parallèles. Ce résultat valide la méthode et le dispositif de mesure mis en place. Dans les canaux poreux, nous avons pu montrer que le nombre de Poiseuille suit les tendances présentées par les simulations 2D de Sochinskii.

En écoulement oscillant, nous avons observé dans un premier temps qu'il n'y a pas de variation significative du déphasage ($< 10^\circ$). De plus, le nombre de Poiseuille augmente avec l'angle d'attaque et la porosité. Pour des fréquences inférieures à 80 Hz, le nombre de Poiseuille est constant et supérieur au nombre de Poiseuille en écoulement stationnaire. Au-delà de 80 Hz, le nombre de Poiseuille diminue en augmentant la fréquence. La limite de validité du modèle isotherme pour le calcul du débit peut être à l'origine de cet effet, néanmoins cette question reste encore ouverte. Lors de nos expériences, l'amplitude de la pression en sortie n'excédait pas 12 % de celle en entrée, ce qui limite la puissance frigorifique potentiellement récupérable. Nous avons alors montré, par une étude des écoulements transitoires, que la pression en sortie de régénérateur est dépendante de la structure interne de son milieu poreux par l'intermédiaire d'une fréquence de coupure. Nous avons estimé par l'expérience que la fréquence de coupure des échantillons poreux fabriqués est inférieure à 1,46 Hz. Cette valeur explique la petite amplitude de pression en sortie sur la plage de fréquence étudiée. Cette étude du régime transitoire a aussi permis d'identifier les paramètres cruciaux qu'il faudra optimiser dans la perspective de la miniaturisation d'un PTC.

Les performances hydrodynamiques des régénérateurs ne peuvent pas être décorrélées des performances thermiques. Une étude des transferts thermiques viendra compléter cette étude afin de quantifier le compromis thermo-hydraulique des régénérateurs. Le compromis passera par la détermination d'un ensemble de valeurs : e , h , L' et a .

Une étude numérique des écoulements oscillants pourrait également aider à comprendre l'origine de la diminution du nombre de Poiseuille avec la fréquence.

Bibliographie

- Asgharzadeh, H., Borazjani, I., 2016. Effects of Reynolds and Womersley numbers on the hemodynamics of intracranial aneurysms. *Computational and mathematical methods in medicine* 2016.
- Banerjee, M.K., Ganguly, R., Datta, A., 2012. Effect of pulsatile flow waveform and Womersley number on the flow in stenosed arterial geometry. *International Scholarly Research Notices* 2012.
- Choi, S., Nam, K., Jeong, S., 2004. Investigation on the pressure drop characteristics of cryocooler regenerators under oscillating flow and pulsating pressure conditions. *Cryogenics* 44, 203–210.
- Dellali, E., Bégot, S., Lanzetta, F., Gavignet, E., Rauch, J.-Y., 2019. Pressure drop analysis of oscillating flows through a miniature porous regenerator under isothermal and nonisothermal conditions. *Experimental Thermal and Fluid Science* 103, 394–405.
- Duval, J.-M., 2002. Etude et développement d'un tube à gaz pulse pour une puissance frigorifique de 5 W à 80 Kelvin.
- Garaway, I., Grossman, G., 2006a. Studies in high frequency oscillating compressible flow for application in a micro regenerative cryocooler. Presented at the AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics, pp. 1588–1595.
- Garaway, I., Grossman, G., 2006b. Studies in high frequency oscillating compressible flow for application in a micro regenerative cryocooler. Presented at the AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics, pp. 1588–1595.
- Gifford, W.E., Longworth, R., 1964. Pulse-tube refrigeration.
- Helvensteijn, B., Kashani, A., Spivak, A., Roach, P., Lee, J., Kittel, P., 1998. Pressure drop over regenerators in oscillating flow. *Advances in cryogenic engineering* 1619–1626.

- Isshiki, S., Takasaki, Y., Ushiyama, I., Isshiki, N., 1997. An experimental study on flow resistance of regenerator wire meshes in oscillatory flow [in Stirling engines]. Presented at the IECEC-97 Proceedings of the Thirty-Second Intersociety Energy Conversion Engineering Conference (Cat. No. 97CH6203), IEEE, pp. 1027–1032.
- Jin, L.W., Leong, K.C., 2008. Pressure drop and friction factor of steady and oscillating flows in open-cell porous media. *Transport in porous media* 72, 37–52.
- Lopes, D.C.L.C., 2011. Développement d'un tube à gaz pulsé très haute fréquences.
- Nam, K., Jeong, S., 2005. Investigation of oscillating flow friction factor for cryocooler regenerator considering cryogenic temperature effect. *Cryogenics* 45, 733–738.
- Nam, K., Jeong, S., 2003. Measurement of cryogenic regenerator characteristics under oscillating flow and pulsating pressure. *Cryogenics* 43, 575–581.
- Nika, P., Bailly, Y., De Labachellerie, M., Claude Jeannot, J., De Lalle, J., 2004. Miniature pulse tube for the cooling of electronic devices: Functioning principles and practical modeling. *Microscale thermophysical engineering* 8, 301–325.
- Radebaugh, R., O'Gallagher, A., 2006. Regenerator operation at very high frequencies for microcryocoolers. Presented at the AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics, pp. 1919–1928.
- Richardson, E., Tyler, E., 1929. The transverse velocity gradient near the mouths of pipes in which an alternating or continuous flow of air is established. *Proceedings of the Physical Society* 42, 1.

- Rohlf, K., Tenti, G., 2001. The role of the Womersley number in pulsatile blood flow: a theoretical study of the Casson model. *Journal of biomechanics* 34, 141–148.
- Rühlich, I., Quack, H., 2002. Investigations on regenerative heat exchangers. *Cryocoolers* 10 265–274.
- Sochinskii, A., Colombet, D., Medrano Muñoz, M., Ayela, F., Luchier, N., 2021. Pressure Losses at Moderate Reynolds Numbers in Diamond-Shaped Cylinders Arrays: Application to Microregenerators. *Journal of Fluids Engineering* 143.
- Tanaka, M., Yamashita, I., Chisaka, F., 1990. Flow and heat transfer characteristics of the Stirling engine regenerator in an oscillating flow. *JSME international journal. Ser. 2, Fluids engineering, heat transfer, power, combustion, thermophysical properties* 33, 283–289.
- Vanapalli, S., Lerou, P., Burger, J.F., Veenstra, T., Holland, H.J., Venhorst, G., Jansen, H.V., ter Brake, H.J., Elwenspoek, M.C., 2005. Experimental investigation of friction factors for gas flow across dense pillar matrices in microchannels. Presented at the 16th MicroMechanics Europe Workshop, MME 2005, Chalmers University of Technology, pp. 354–357.
- Vanapalli, S., Lewis, M., Gan, Z., Radebaugh, R., 2007. 120 Hz pulse tube cryocooler for fast cooldown to 50 K. *Applied physics letters* 90, 072504.
- Wang, X., Zhao, M., Cai, J., Liang, J., Dai, W., 2005. Experimental flow characteristics study of a high frequency pulse tube regenerator. Presented at the Cryocoolers 13, Springer, pp. 439–444.
- Womersley, J.R., 1955. XXIV. Oscillatory motion of a viscous liquid in a thin-walled elastic tube—I: The linear approximation for long waves. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 46, 199–221.

- Xiao, G., Peng, H., Fan, H., Sultan, U., Ni, M., 2017. Characteristics of steady and oscillating flows through regenerator. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 108, 309–321.
- Yang, W., Yih, C.-S., 1977. Stability of time-periodic flows in a circular pipe. *Journal of Fluid Mechanics* 82, 497–505.
- Yaws, C.L., 1999. *Chemical properties handbook*. McGraw-Hill Education.
- Zhao, T., Cheng, P., 1996. Oscillatory pressure drops through a woven-screen packed column subjected to a cyclic flow. *Cryogenics* 36, 333–341.

Annexe A : Équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes

Les équations de Navier-Stokes sont décrit par les relations suivantes :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{u}) = 0$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \vec{f}_v + \nu \cdot \vec{\Delta} \cdot \vec{u}$$

Pour un fluide incompressible en coordonnées cartésiennes dans un plan Oxyz, ces équations s'écrivent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = 0$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial x} + f_{vx} + \frac{\mu}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial y} + f_{vy} + \frac{\mu}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p}{\partial z} + f_{vz} + \frac{\mu}{\bar{\rho}} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right)$$

Annexe B : Limite de Po^* pour $Va \rightarrow \infty$

Tout d'abord, nous savons que :

$$\lim_{Va \rightarrow \infty} \tanh\left(\frac{1}{4}\sqrt{j.Va}\right) = 1$$

Le nombre de Poiseuille devient :

$$\begin{aligned} Po^*_{Va \rightarrow \infty} &= 2 \cdot \left| \frac{\frac{1}{4}(\sqrt{j.Va})^3}{\frac{1}{4}\sqrt{j.Va} - 1} \right| \cdot \cos\left(\arg\left[\frac{\frac{1}{4}(\sqrt{j.Va})^3}{\frac{1}{4}\sqrt{j.Va} - 1}\right]\right) \\ &= 2 \cdot \left| \frac{(\sqrt{j.Va})^3}{\sqrt{j.Va} - 4} \right| \cdot \cos\left(\arg\left[\frac{(\sqrt{j.Va})^3}{\sqrt{j.Va} - 4}\right]\right) \end{aligned}$$

Dans un premier temps :

$$\begin{aligned} |(\sqrt{j.Va})^3| &= |j.Va.\sqrt{j.Va}| = \left| \frac{Va.\sqrt{2.Va}}{2}(j-1) \right| = Va.\sqrt{Va} \\ |\sqrt{j.Va} - 4| &= \left| \frac{\sqrt{2.Va}}{2}(1+j) - 4 \right| = \left| \left(\frac{\sqrt{2.Va}}{2} - 4 \right) + j \frac{\sqrt{2.Va}}{2} \right| \\ &= \sqrt{Va - 4.\sqrt{2.Va} + 16} \end{aligned}$$

Le module s'exprime donc par :

$$\left| \frac{(\sqrt{j.Va})^3}{\sqrt{j.Va} - 4} \right| = \frac{Va.\sqrt{Va}}{\sqrt{Va - 4.\sqrt{2.Va} + 16}}$$

52

Le raisonnement pour la détermination de l'argument est le suivant :

$$\begin{aligned}
& \arg \left[\frac{(\sqrt{j.Va})^3}{\sqrt{j.Va} - 4} \right] = \arg \left[\frac{Va.\sqrt{2.Va}.(j-1)}{(\sqrt{2.Va} - 8) + j\sqrt{2.Va}} \right] \\
& = \arg \left[\frac{(-Va.\sqrt{2.Va} + j.Va.\sqrt{2.Va})(\sqrt{2.Va} - 8 - j\sqrt{2.Va})}{(\sqrt{2.Va} - 8)^2 + (\sqrt{2.Va})^2} \right] \\
& = \arg \left[\frac{-2.Va^2 - 8.Va.\sqrt{Va} + j.2.Va^2 + j.2.Va^2 - j.8.Va\sqrt{2.Va} + 2.Va^2}{2.Va - 16.\sqrt{2.Va} + 64 + 2.Va} \right]
\end{aligned}$$

La simplification donne :

$$\arg \left[\frac{(\sqrt{j.Va})^3}{\sqrt{j.Va} - 4} \right] = \arg \left[\frac{-2.Va.\sqrt{2.Va} + j.(Va^2 - 2.Va.\sqrt{2.Va})}{Va - 4.\sqrt{2.Va} + 16} \right] \quad 53$$

L'argument de la relation 53 est donc :

$$\arg \left[\frac{(\sqrt{j.Va})^3}{\sqrt{j.Va} - 4} \right] = \arctan \left[-\frac{Va^2 - 2.Va.\sqrt{2.Va}}{2.Va.\sqrt{2.Va}} \right] = \arctan \left[1 - \frac{Va}{2.\sqrt{2.Va}} \right]$$

Nous calculons maintenant le cosinus de cette expression. La trigonométrie permet de dire que :

$$\cos(\arctan[X]) = \frac{1}{\sqrt{1+X^2}}$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned}
\cos \left(\arctan \left[1 - \frac{Va}{2.\sqrt{2.Va}} \right] \right) &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(1 - \frac{Va}{2.\sqrt{2.Va}} \right)^2}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1 + 1 - \frac{Va}{\sqrt{2.Va}} + \left(\frac{Va}{2.\sqrt{2.Va}} \right)^2}}
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{Va}{8} - \frac{\sqrt{Va}}{\sqrt{2}} + 2}}$$

$$\cos\left(\arctan\left[1 - \frac{Va}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot Va}}\right]\right) = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{Va - 4 \cdot \sqrt{2 \cdot Va} + 16}} \quad 54$$

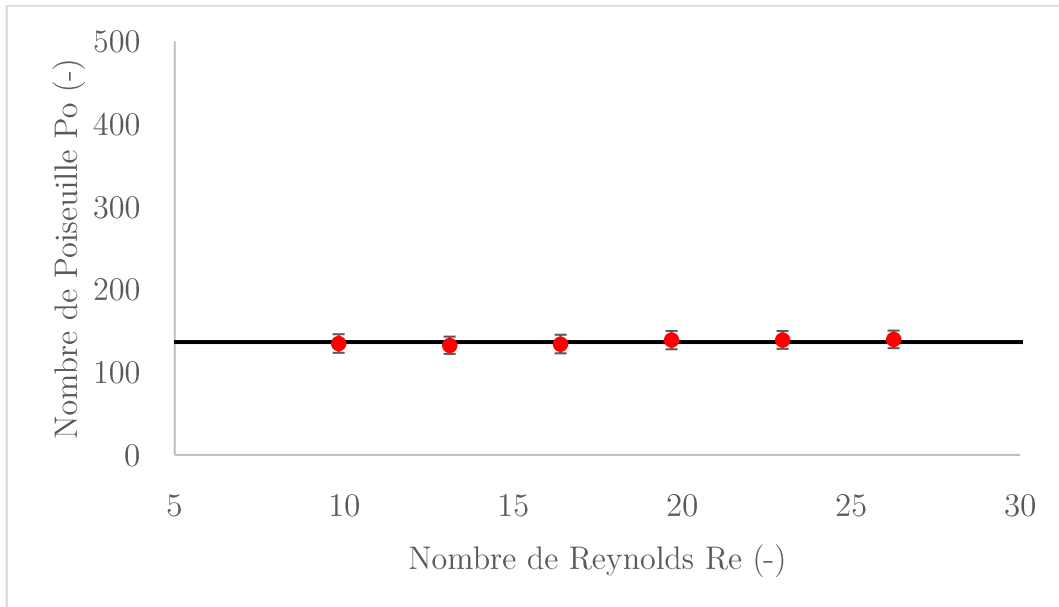
Grâce aux relations 52 et 54, nous obtenons :

$$\begin{aligned} Po^*_{Va \rightarrow \infty} &= 2 \frac{Va \cdot \sqrt{Va}}{\sqrt{Va - 4 \cdot \sqrt{2 \cdot Va} + 16}} \times \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{Va - 4 \cdot \sqrt{2 \cdot Va} + 16}} \\ &= \frac{4 \cdot Va \cdot \sqrt{2 \cdot Va}}{Va - 4 \cdot \sqrt{2 \cdot Va} + 16} \end{aligned}$$

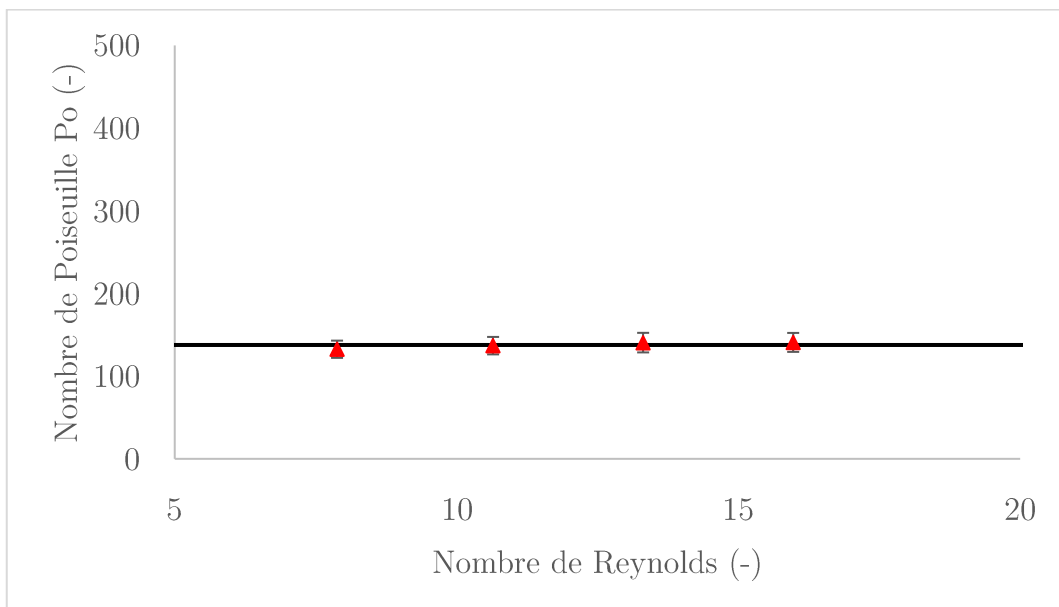
Comme Va tend vers l'infini, il est prépondérant devant le terme $-4 \cdot \sqrt{2 \cdot Va} + 16$. La limite est finalement :

$$Po^*_{Va \rightarrow \infty} = 4 \cdot \sqrt{2 \cdot Va}$$

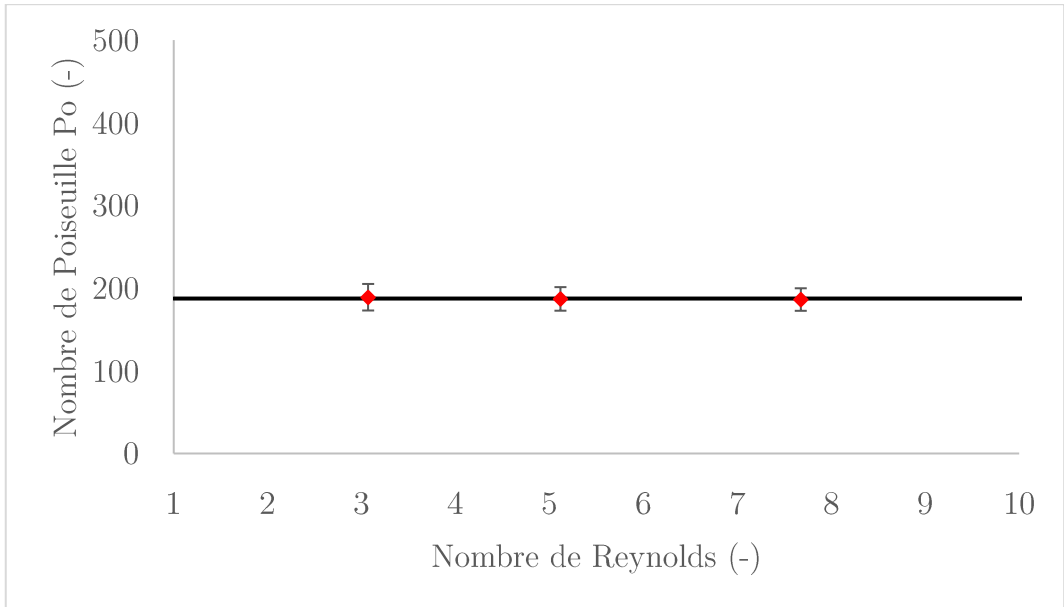
Annexe C : Graphiques du nombre de Poiseuille moyen des canaux poreux



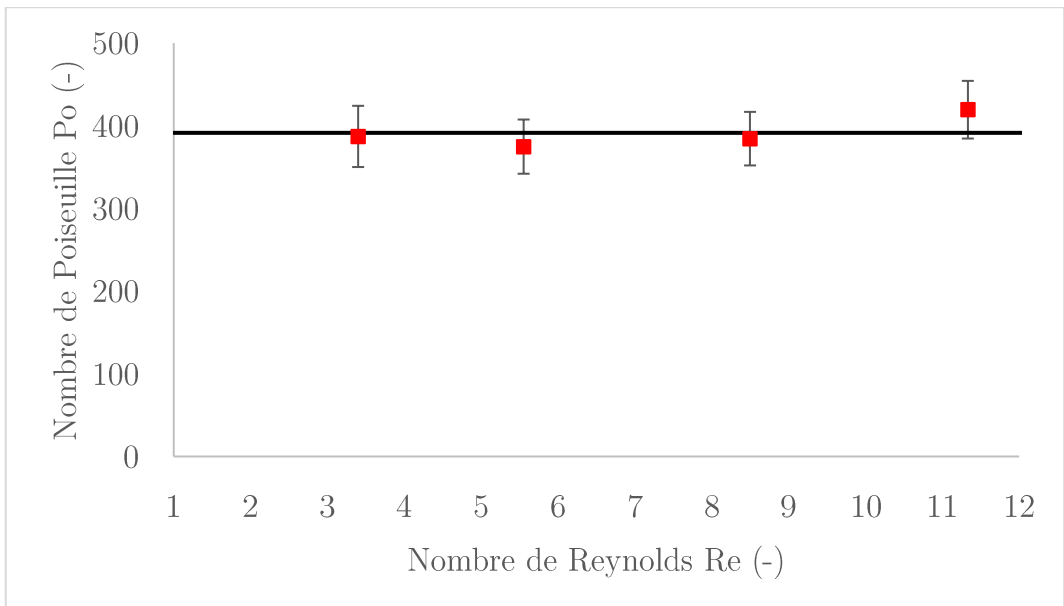
A20-5020



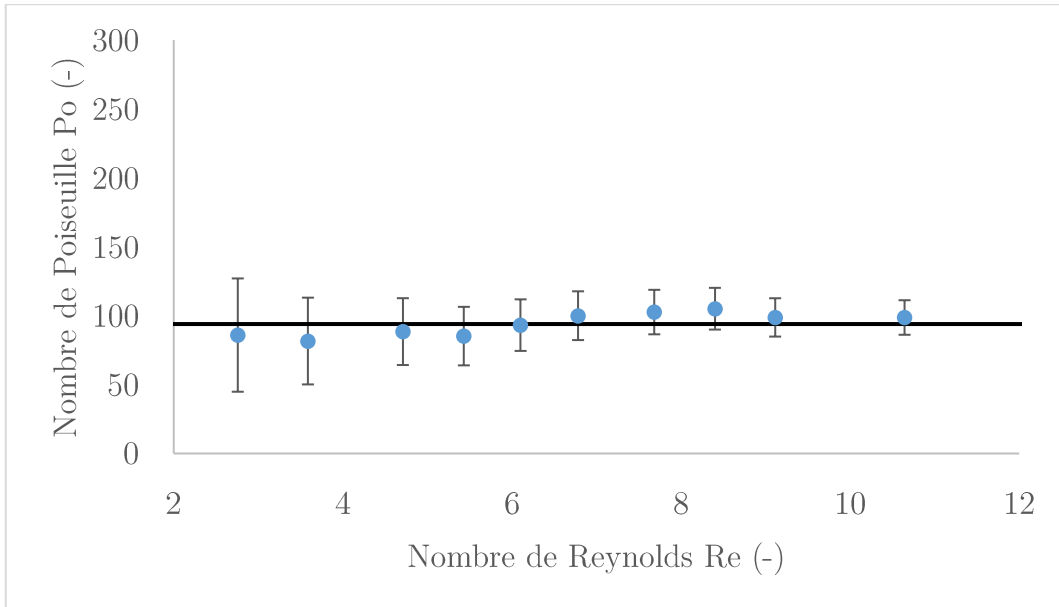
A20-4033



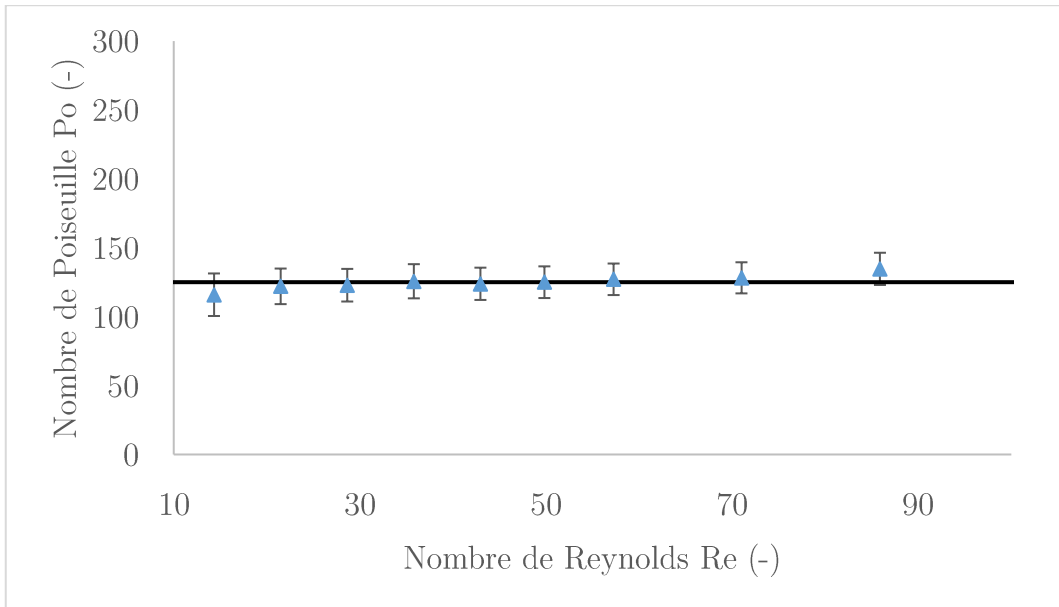
A20-4060



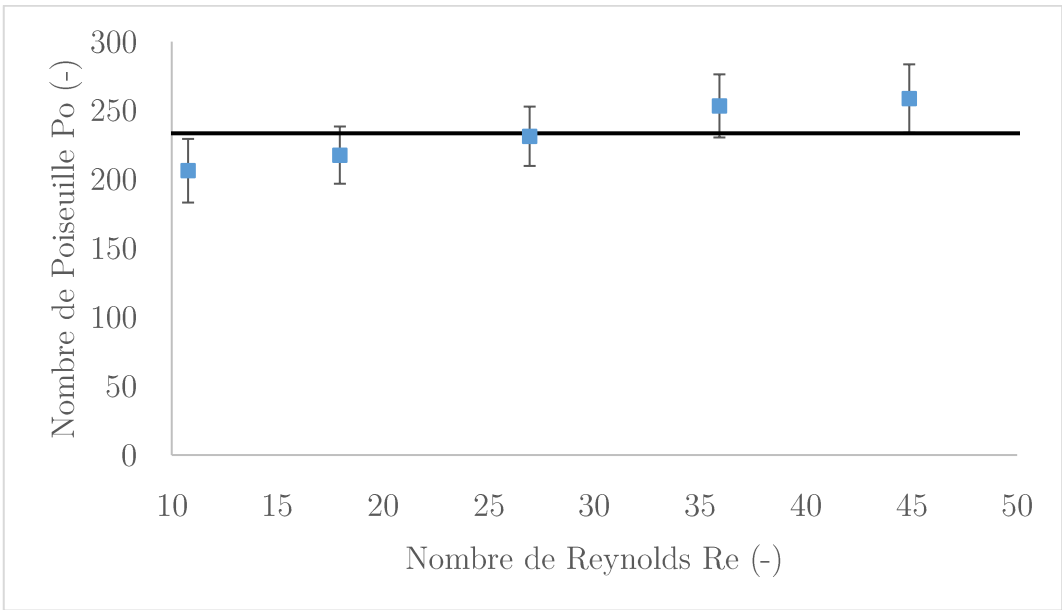
A20-5090



E20-4020



E20-4033



E20-4090