



HAL
open science

Lois de similitude et modélisation du comportement mécanique des bâtiments bois multi-niveaux : apports, limites et prise en compte de l'incertain.

Yann Sousseau

► To cite this version:

Yann Sousseau. Lois de similitude et modélisation du comportement mécanique des bâtiments bois multi-niveaux : apports, limites et prise en compte de l'incertain.. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2022. Français. NNT : 2022BORD0041 . tel-04318929

HAL Id: tel-04318929

<https://theses.hal.science/tel-04318929>

Submitted on 2 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR
DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX
ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE
L'INGENIEUR
MECANIQUE

Par **Yann SOUSSEAU**

Lois de similitude et modélisation du comportement mécanique
des structures bois multi-niveaux : apports, limites et prise en
compte de l'incertain.

Sous la direction de : **Sidi Mohammed ELACHACHI**

Soutenue le 16 Février 2022

Membres du jury :

M. Frédéric DUBOIS	Professeur	Univ. de Limoges	Rapporteur
M. Frédéric DUPRAT	Professeur	INSA Toulouse	Rapporteur
M. Olivier DECK	Professeur	Univ. de Lorraine	Président
M. Eric FOURNELY	Maître de conférences	Univ. de Clermont	Examineur
M. Thomas CATTEROU	Ingénieur de recherche	FCBA	Examineur
M. Sidi Mohammed ELACHACHI	Professeur	Univ. de Bordeaux	Directeur de thèse
Mme. Myriam CHAPLAIN	Maître de conférences	Univ. de Bordeaux	Co-encadrante
Mme. Carole FAYE	Ingénieure de recherche	FCBA	Co-encadrante

Lois de similitude et modélisation du comportement mécanique des bâtiments bois multi-niveaux : apports, limites et prise en compte de l'incertain.

Résumé : Les comportements statique et dynamique des bâtiments bois grande hauteur sont très complexes, seule l'expérimentation permet d'en obtenir une évaluation fiable. Les essais à taille réelle sont souvent complexes voire impossibles à réaliser. La solution proposée dans ce travail consiste à tester des maquettes réduites, dont la conception est basée sur des lois de similitude. Les lois de similitude sont constituées d'un ensemble de facteurs de similitude. Ces derniers relient les paramètres ou variables d'intérêt de la structure réduite avec ceux de la structure initiale. A partir du comportement relevé aux échelles réduites, ces lois de similitude permettent d'en déduire celui à l'échelle 1. Les lois de similitude ont été peu développées dans le domaine de la construction voire inexistantes dans celui du bois. Les travaux de cette thèse visent à constituer des facteurs de similitude pour les comportements statique et dynamique d'un système/structure contreventée en bois. Pour cela, des approches expérimentales, analytiques et numériques sont adoptées. Par ailleurs selon une démarche multi-niveaux, les facteurs de similitude sont établis en premier lieu au niveau de l'assemblage, puis au niveau de la structure. Des essais statiques et dynamiques ont été réalisés, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Des facteurs de similitude expérimentaux ont ainsi été obtenus. Ils ont également été déterminés par des méthodes analytiques, aussi bien au niveau des assemblages que de la structure. La non-linéarité de comportement des assemblages bois a été prise en compte. Puis les facteurs analytiques ont été comparés à ceux expérimentaux. Les limites de l'approche analytique sont identifiées. Du fait de ces limites, des modèles numériques ont été élaborés. Comme les facteurs expérimentaux, les facteurs de similitude numériques diffèrent des facteurs analytiques en présence de distorsion de similarité. L'effet de cette distorsion sur les facteurs numériques a été analysée à travers un ensemble d'études paramétriques. Les paramètres d'entrée présentent des incertitudes : variabilité des propriétés des éléments constitutifs de la structure, incertitudes sur les mesures,... Par conséquent une étude de la propagation de l'incertitude sur les variables d'intérêt a été menée, afin de quantifier ses effets sur les lois de similitude.

Mots-clés : Structures bois, assemblages, facteurs de similitude, échelles réduites, distorsion de similarité, essais statiques et dynamiques, modèles numériques aux éléments finis, méthodes probabilistes

Similitude laws and mechanical behavior modeling of multi-storey timber buildings: contributions, limits and uncertainty

Abstract: Static and dynamic behaviours of high-rise timber buildings are complex, only experiment allows to obtain a reliable estimate. Tests on real scale are often complex, if not impossible to achieve. The proposed solution in this work consists in testing representatives reduced scales models, whose design is based on similitude laws. Similitude laws are composed by a set of similitude factors. These factors link parameters or variables of interest of reduced structure with those of initial structure. From the observed behaviour on reduced scales, these similitude laws allow to deduce that at full scale. Similitude laws were very little used in civil engineering, and inexistent in timber construction. This thesis aims to constitute similitude factors for static and dynamic behaviours of a bracing timber system. To this end, experimental, analytic and numerical approaches are employed. Furthermore, through a multi-scale procedure, similitude factors are established to connections, then to the whole structure. Static and dynamic tests were performed, on 1, 1/2 and 1/3 scales. Experimental similitude factors were so obtained. They were also determined by analytical methods, for connections then for the structure. The no linear behaviour of timber connections was taken into account. Then analytical factors were compared with the experimental ones. Limitations of analytical approach are identified. Considering these limitations, numerical models were developed. As experimental factors, numerical similitude factors differ from analytical factors, when distorsion of similarity is present. Effect of distorsion on numerical factors was analysed through a set of parametric studies. Input parameters are subject to uncertainty : variability of properties of structure constituent elements, measurement uncertainties,... Therefore a study of propagation of uncertainty on variables of interest was carried out, in order to quantify its effects on similitude laws.

Keywords: Timber structures, connections, similitude factors, reduced scales, distorsion of similarity, static and dynamic tests, finite element models, probabilistic methods

Unité de recherche

Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M)/Département GCE,
UMR 5295, 351 cours de la Libération, bâtiment A11, 33405 Talence

REMERCIEMENTS

Cette thèse est l'aboutissement de trois années de recherche, parfois épuisantes et décourageantes, mais surtout passionnantes, enrichissantes et satisfaisantes. Ces travaux, réalisés à l'I2M et à FCBA, n'auraient pu voir le jour sans certaines personnes qui m'ont accompagné durant ces trois années.

J'exprime d'abord une profonde reconnaissance aux rapporteurs et examinateurs du jury : Frédéric Dubois, Frédéric Duprat, Eric Fournely et Olivier Deck. En plus d'être venus de loin pour assister physiquement à ma soutenance, leurs analyses minutieuses et pertinentes de mes travaux ont permis des échanges enrichissants lors de la soutenance.

Je ne remercierai jamais assez mon directeur de thèse Sidi Mohammed Elachachi, ainsi que mes autres encadrants : Myriam Chaplain, Thomas Catterou, Carole Faye, et Patrice Garcia. Leur compétence, leur complémentarité, leur suivi régulier et méticuleux, leur disponibilité, leur confiance, sans oublier leurs qualités humaines exceptionnelles, ont été un atout considérable dans ces trois ans de thèse. Merci à mon directeur Sidi Mohammed pour sa disponibilité, et son expertise sur *Opensees*. Merci à Myriam Chaplain d'avoir mené pleinement les campagnes d'essais sur les assemblages. Merci à Thomas Catterou pour ses conseils sur *Cast3M* et plus généralement sur les calculs aux éléments finis. Merci à Carole Faye d'avoir été à l'initiative du projet de thèse. Merci à Patrice Garcia de m'avoir intégré auprès des différentes équipes du FCBA.

Je remercie Eric Fournely, qui m'a encadré pendant mon stage de Master à Clermont-Ferrand, et m'a permis de démarrer cette thèse. Je remercie également Noémie Prime, enseignante à Polytech Annecy-Chambéry, qui m'a recommandé comme doctorant aux financeurs et à l'équipe encadrante.

Cette thèse ne serait restée qu'un projet sans les financements accordés par l'Ademe et le Codifab.

Une reconnaissance envers les ingénieurs du FCBA, Julien Brassy et Jean-Baptiste Castaing, ainsi que les techniciens de l'I2M, Bernard Solbes, Philippe Taris et Olivier Lagardere, qui ont permis le bon déroulement des campagnes d'essais. Merci encore à Bernard Solbes, sans qui les pauses de midi avec les doctorants ne seraient pas autant animées et riches en discussions. Je remercie l'ensemble des doctorants du département GCE. J'ai vu deux générations se succéder. Il y a mes prédécesseurs, Cédric, Vincent, Edouard, qui m'ont beaucoup aidé sur les outils numériques (Python, Latex, serveur de calcul,...). Ils ne retournaient à leurs occupations qu'une fois mon problème résolu : leur sens de la solidarité était donc exceptionnel. Il y a aussi mes successeurs, Lawrence, Renaud, Amal, Ali, très ouverts, démonstratifs, et investis dans les échanges et la communication entre les doctorants.

Enfin je remercie ma famille, mon père, ma mère, mon frère, ma sœur, qui ont su s'intéresser, de loin comme de (très) près, à mes travaux de thèse. Merci à eux d'avoir cru en moi, de m'avoir soutenu jusqu'au bout.

Sommaire

Sommaire	I
Liste des Figures	III
Liste des Tableaux	VII
Liste des Symboles et des abréviations	XI
Introduction générale	1
1 Lois de similitude et état de l'art	4
1.1 Historique	5
1.2 Méthodes de constitution des lois de similitude	6
2 Facteurs de similitude par des approches expérimentales	15
2.1 Présentation de la structure et des assemblages	16
2.2 Essais monotones et cycliques sur les assemblages et la structure	22
2.3 Essais dynamiques sur la structure	51
2.4 Conclusion	62
3 Constitution des facteurs de similitude par des méthodes analytiques, et comparaison avec l'expérimental	63
3.1 Constitution des facteurs de similitude pour les assemblages	64
3.2 Facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique de la structure	81
3.3 Constitution des facteurs de similitude pour le comportement dynamique de la structure	100
3.4 Conclusion	111
4 Etude des facteurs de similitude par des modèles numériques aux éléments finis	112
4.1 Modélisation des assemblages bois	113
4.2 Modélisation du comportement monotone et cyclique de la structure bois	123
4.3 Modélisation du comportement dynamique de la structure	141
4.4 Prise en compte de l'incertain dans les lois de similitude, influence de l'échelle de réduction	149
Conclusion générale, démarche à suivre, perspectives	165
Bibliographie	168
Annexes	176

A	Expérimental	177
A.1	Dénomination des éprouvettes pour les essais sur assemblages	177
A.2	Profils de rupture des essais monotones et cycliques	178
A.3	Variables d'intérêt des essais monotones et cycliques	180
A.4	Analyse modale expérimentale	189
B	Constitution des facteurs de similitude sur les raideurs d'assemblages, par la méthode STAGE	192
C	Modèle numérique des assemblages	198
C.1	Influence des conditions aux limites	198
C.2	Influence de la densité de maillage	198
C.3	Evaluation des effets de bord	199
D	Modèle numérique de la structure	200
D.1	Paramètres du modèle	200
D.2	Influence de la densité de maillage	210
D.3	Facteurs de similitude sur la courbe force - déplacement de la structure	211

Liste des Figures

1	Vue virtuelle de bâtiments en bois de grande hauteur en cours de réalisation à Bordeaux	1
2	Principe d'utilisation d'une loi de similitude	2
3	Méthodologie de la thèse	3
1.1	Exemple d'application des méthodes <i>DA</i> et <i>STAGE</i>	12
2.1	Méthodologie générale de l'approche expérimentale	16
2.2	Structure bois testée	17
2.3	Assemblages bois / métal	19
2.4	Déplacement des broches	21
2.5	Montage des essais axiaux sur assemblages	23
2.6	Evolution du déplacement pour les essais axiaux sur assemblages	24
2.7	Montage des essais de rotation sur assemblages	25
2.8	Montage expérimental de la structure	26
2.9	Déplacement limite élastique pour un essai monotone axial sur assemblage	27
2.10	Courbe force - déplacement d'un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>EI6</i>)	29
2.11	Modèle de comportement <i>Saws</i> monotone	30
2.12	Profil de rupture et de plastification pour un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>EI6</i>)	31
2.13	Courbes expérimentales et modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais monotones axiaux sur assemblages	32
2.14	Intervalles de confiance expérimentaux sur K_{ua}	34
2.15	Courbes expérimentales et modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais monotones de rotation sur assemblages	35
2.16	Courbe force - déplacement d'un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>AI5a</i>)	36
2.17	Profil de rupture pour un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette <i>DI2</i>), aucune déformation des broches visible	37
2.18	Modèle de comportement <i>Saws</i> cyclique	39
2.19	Courbes expérimentales et modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais cycliques axiaux sur assemblages	40
2.20	Modèle <i>Saws</i> retenu à chaque échelle, essais cycliques axiaux sur assemblages	41
2.21	Courbes expérimentales force - déplacement (décalées) des essais monotones sur la structure	42
2.22	Profil de rupture pour les essais monotones sur la structure à un niveau	43
2.23	Courbes expérimentales force - déplacement des essais cycliques sur la structure à un niveau	44
2.24	Intervalles de confiance expérimentaux sur λ_{Kua}	49
2.25	Dépendance entre le facteur λ_{Fa} et le déplacement $u_a^{(F)}$ (pour les assemblages, entre échelles 1 et 1/3, avec $\lambda_{ua} = 2,94$)	49

2.26	Facteurs λ_{Fa} et λ_{Fs} expérimentaux	50
2.27	Essais sur table vibrante, montage expérimental	52
2.28	Illustration d'un sinus balayé (balayage bien plus progressif en réalité)	52
2.29	Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 7	53
2.30	Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 8	53
2.31	Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 9	53
2.32	Essais sur table vibrante, amplitude de la <i>FFT</i> en fonction du temps, éprouvette 9, amplitude de la sollicitation 2,5 cm	54
2.33	Essais au marteau de choc, points d'impact et accéléromètres	56
2.34	Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, éprouvette 8 à l'échelle 1	57
2.35	Essais au marteau de choc, diagramme de stabilité	58
2.36	Modes de vibration expérimentaux, matrice <i>MAC</i> pour l'éprouvette 8 de l'échelle 1	59
2.37	Modes de vibration expérimentaux, matrice <i>MAC</i> entre éprouvettes	61
3.1	Notations des dimensions des assemblages étudiés	65
3.2	Illustration du moment maximal d'un assemblage	69
3.3	Facteur λ_{Fma} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)	73
3.4	Facteur λ_{Mma} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)	74
3.5	Facteur λ_{Kua} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)	75
3.6	Facteur λ_{uma} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)	75
3.7	Facteur $\lambda_{\theta ma}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)	75
3.8	Facteur $\lambda_{\zeta ha}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)	77
3.9	Facteurs λ_{Fa} , λ_{Ma} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride	79
3.10	Facteur λ_{Fa} , expérimental (*) et analytique hybride (\diamond)	79
3.11	Courbes force déplacement des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1	80
3.12	Facteur λ_{Ma} , expérimental (*) et analytique hybride (\diamond)	80
3.13	Courbes moment rotation des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1	80
3.14	Structure étudiée, position de la force F_s et du déplacement u_s	82
3.15	Raideur sécante	87
3.16	Facteur λ_{Ks} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique hybride (\diamond)	95
3.17	Facteur λ_{ums} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique hybride (\diamond)	96
3.18	Facteur $\lambda_{\zeta hs}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique hybride (\diamond)	97
3.19	Facteur λ_{Fs} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride	98
3.20	Facteur λ_{Fs} , expérimental (*) et analytique hybride (\diamond), structure à un niveau	99
3.21	Courbes expérimentales force déplacement de la structure à un niveau : échelle réduite projetée et échelle 1	99
3.22	Module sécant	107
3.23	Modèle simplifié de la structure	109
4.1	Modèle numérique de l'assemblage, maillage (<i>Cast3M</i>)	113
4.2	Modèle numérique de l'assemblage, définition de la zone bois avec les modules réduits	114
4.3	Détermination de la raideur axiale du modèle d'assemblage	115
4.4	Détermination de la raideur en rotation du modèle d'assemblage	116
4.5	Raideurs d'assemblages, comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	117

4.6	Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, résultats obtenus	120
4.7	Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, expressions établies	121
4.8	Modification du module d'Young longitudinal du bois E_{bL} , conséquences sur γ_{Kua}	122
4.9	Modification du nombre de broches, conséquences sur γ_{Kua}	122
4.10	Structure modélisée	124
4.11	Schéma simplifié du modèle de la structure (assemblages non représentés), sollicitation et conditions aux limites	126
4.12	Comportement monotone de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1	126
4.13	Comportement cyclique de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1	127
4.14	Comportement monotone de la structure, expérimental et numérique	128
4.15	Comportement cyclique de la structure, expérimental et numérique	128
4.16	Raideur K_s , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	130
4.17	Amortissement ζ_{hs} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	130
4.18	Déplacement u_{ms} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux	131
4.19	Facteur λ_{Fs} , principe de comparaison des approches numérique et analytique . .	133
4.20	Configuration sans distorsions de la structure, facteur λ_{Fs}	133
4.21	Configuration sans distorsions de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1	133
4.22	Configuration réelle de la structure, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Fma}^\circ$	134
4.23	Configuration réelle de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1 . . .	135
4.24	Configuration réelle de la structure, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{uma}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Kua}^\circ \lambda_{uma}^\circ$	135
4.25	Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur λ_{Fs}	136
4.26	Modification du module d'Young E_b du bois, facteur λ_{Fs}	136
4.27	Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Fma}^\circ$	137
4.28	Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Ks}^\bullet$, $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Fma}^\circ$	138
4.29	Sollicitation et comportement dynamique de la structure, simulation numérique, échelle 1	144
4.30	Prévision de la réponse dynamique de la structure à un niveau, application	145
4.31	Réponse dynamique à l'échelle 1	147
4.32	Exemple d'un plan d'expériences de <i>Morris</i> , avec trois paramètres x_1, x_2, x_3	150
4.33	Exemples de plans d'expériences <i>Monte Carlo</i> et <i>LHS</i>	152
4.34	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur la raideur K_{ua} des assemblages (calculs <i>Cast3M</i>). $\mu_{I_j}^*$ et s_{I_j} sont respectivement la moyenne et l'écart type de l'influence I_j	156
4.35	Echantillonnage généré pour les assemblages à l'échelle 1	157
4.36	Distribution de la raideur K_{ua} des assemblages	157
4.37	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	160
4.38	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	160
4.39	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	160
4.40	Etude de sensibilité de <i>Morris</i> sur l'accélération $\ddot{u}_{s,max}^t$ de la structure à un niveau (calculs <i>Opensees</i>)	163
A.1	Plan de découpe des éprouvettes pour les essais sur assemblages	178

LISTE DES FIGURES

A.2	Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1 . . .	179
A.3	Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2 . . .	180
A.4	Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3 . . .	180
A.5	Amortissement hystérétique des essais cycliques axiaux sur assemblages	184
A.6	Amortissement hystérétique des essais cycliques sur la structure à un niveau	186
A.7	Coefficient de corrélation R entre les variables d'intérêt des essais sur assemblages	187
A.8	Coefficient de corrélation R entre la masse volumique du bois et les variables d'intérêt des essais sur assemblages	188
A.9	Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, échelle 1	189
A.10	Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, échelle 1/2	190
A.11	Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, échelle 1/3	191
B.1	Sollicitation d'une broche	192
B.2	Illustration de la raideur en rotation d'un assemblage	194
C.1	Conditions aux limites dans le modèle d'assemblage	198
C.2	Influence de la densité de maillage sur le calcul de la raideur des assemblages (échelle 1)	199
C.3	Effets de bord sur la raideur des assemblages (échelle 1)	199
D.1	Dimensions des structures	201
D.2	Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement axiale, configu- ration réelle	203
D.3	Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement rotationnelle, configuration réelle	204
D.4	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), loi de comportement rotation- nelle, configuration réelle	205
D.5	Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement axiale, configu- ration sans distorsions	208
D.6	Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement rotationnelle, configuration sans distorsions	208
D.7	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), loi de comportement rotation- nelle, configuration sans distorsions	209
D.8	Influence du nombre d'éléments sur la raideur de la structure	211
D.9	Influence du nombre d'éléments sur le comportement non linéaire de la structure	211
D.10	Facteur variable λ_{FS} , $1/3 \rightarrow 1$	212

Liste des Tableaux

1.1	Principe des relations de similitude, pour deux paramètres x_1, x_2 et une variable d'intérêt x_0 (figure 2)	7
1.2	Avantages et inconvénients des méthodes <i>DA</i> et <i>STAGE</i>	12
2.1	Paramètres de la structure (un et deux niveaux)	18
2.2	Paramètres des assemblages	20
2.3	Nombre d'essais monotones et cycliques réalisés	22
2.4	Vitesses de chargement (mm/min) des essais sur assemblages	24
2.5	Vitesses de chargement des essais sur la structure	26
2.6	Déplacements limites élastiques (en mm) retenus à chaque échelle, pour les assemblages et la structure	28
2.7	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	31
2.8	Coefficient de corrélation R ([AM11a]) entre la masse volumique et les variables d'intérêt des essais sur assemblages (teneur en eau : environ 13 %)	33
2.9	Variables d'intérêt et paramètres <i>Saws</i> des essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	35
2.10	Amortissement ζ_{ha} (adimensionnels) des essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	38
2.11	Paramètres <i>Saws</i> des essais cycliques axiaux sur assemblages, adimensionnels	39
2.12	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	43
2.13	Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et <i>CV</i>)	43
2.14	Amortissement ζ_{hs} (adimensionnels) des essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	45
2.15	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	46
2.16	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	46
2.17	Facteurs expérimentaux sur l'amortissement ζ_{ha} , essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et <i>CV</i>)	47
2.18	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	47
2.19	Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et <i>CV</i>)	47
2.20	Facteurs expérimentaux sur l'amortissement ζ_{hs} , essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et <i>CV</i>)	47
2.21	Fréquences propres (Hz) expérimentales aux échelles réduites (« \emptyset » : mode non identifié)	60

2.22	Facteurs de similitude expérimentaux sur les fréquences propres (Hz) (« \emptyset » : mode non identifié)	62
3.1	Comparaison des relations de similitude sur le moment plastique	68
3.2	Effort maximal par broche, F_{mbr} (en N), selon le mode de déformation [EC505]	68
3.3	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour les force et moment maximaux des assemblages	70
3.4	Facteurs des paramètres d'assemblages. Les facteurs en rouge sont affectés par les distorsions (les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.5)).	71
3.5	Facteurs des variables d'intérêt des assemblages, analytique et expérimental	72
3.6	Phénomènes pouvant expliquer l'écart entre l'analytique (\diamond) et l'expérimental (*)	76
3.7	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour le comportement élastique de la structure	85
3.8	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour l'amortissement hystérétique de la structure	91
3.9	Facteurs des paramètres de la structure (à un ou deux niveaux). Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70a) à (3.70e).	93
3.10	Facteurs des variables d'intérêt de la structure, analytique hybride et expérimental	94
3.11	Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : facteurs associés	101
3.12	Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : avantages et inconvénients	102
3.13	Relations de similitude issues de <i>STAGE</i> , pour le comportement dynamique de la structure	105
3.14	Facteurs des paramètres dynamiques de la structure à un niveaux	106
3.15	Facteurs de similitude sur les fréquences propres, comparaison entre l'expérimental (*) et l'analytique (\diamond) (« \emptyset » : mode non identifié expérimentalement)	106
4.1	Propriétés matérielles des assemblages	114
4.2	Raideurs d'assemblages, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale	118
4.3	Propriétés matérielles des structures, à un ou deux niveaux	123
4.4	Comportement monotone et cyclique de la structure, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale	129
4.5	Modification des facteurs sur les sections et raideurs d'assemblages	137
4.6	Configuration réelle de la structure, facteur $\lambda_{\zeta hs}$	139
4.7	Modification du module d'Young E_b du bois, facteur $\lambda_{\zeta hs}$, structure à un niveau	140
4.8	Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur $\lambda_{\zeta hs}$, structure à un niveau	140
4.9	Fréquences propres f (Hz) de la structure à un niveau, simulations numériques	142
4.10	Masses modales effectives $\tilde{m}^{(rel)}$ de la structure à un niveau, simulations numériques	142
4.11	Fréquence f (Hz) du premier mode de la structure à un niveau, comparaison entre le numérique et l'expérimentation (« \emptyset » : données expérimentales non exploitables)	143
4.12	Déformée du premier mode de la structure à un niveau, valeurs <i>MAC</i> entre le numérique et l'expérimental (« \emptyset » : données expérimentales non exploitables)	143
4.13	Lois de similitude considérées pour le comportement dynamique : facteurs associés	146
4.14	Erreur relative sur la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau.	147
4.15	Erreur relative sur la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau. Modification de E_b et de L_B/L_H	148

4.16	Coefficients de variation (CV) adoptés pour les paramètres d’assemblages, aux échelles 1, 1/2, 1/3	155
4.17	Moyennes et CV obtenus pour la raideur K_{ua} des assemblages (calculs $Cast3M$)	156
4.18	CV adoptés pour les paramètres de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3	159
4.19	Moyennes et CV obtenus pour la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs $Opensees$)	161
4.20	Moyennes et CV obtenus pour la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs $Opensees$)	161
4.21	Moyennes et CV obtenus pour le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs $Opensees$)	161
4.22	Rapports de CV estimés par l’équation (4.46), pour le comportement monotone de la structure à un niveau	161
4.23	Facteurs de similitude utilisés pour prévoir le comportement monotone de la structure à un niveau	162
4.24	Ecart type s_η des erreurs de prévision du comportement monotone de la structure à un niveau	162
4.25	Moyennes et CV obtenus pour l’accélération $\ddot{u}_{s,max}^t$ de la structure à un niveau (calculs $Opensees$)	163
A.1	Profils de rupture des essais cycliques axiaux sur assemblages, échelle 1	179
A.2	Variables d’intérêt et paramètres $Saws$ des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1	181
A.3	Variables d’intérêt et paramètres $Saws$ des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/2	181
A.4	Variables d’intérêt et paramètres $Saws$ des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/3	182
A.5	Variables d’intérêt et paramètres $Saws$ des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1	182
A.6	Variables d’intérêt et paramètres $Saws$ des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/2	183
A.7	Variables d’intérêt et paramètres $Saws$ des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/3	183
A.8	Variables d’intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1	184
A.9	Variables d’intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2	184
A.10	Variables d’intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3	185
A.11	Variables d’intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/2	185
A.12	Variables d’intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/3	185
B.1	Relations de similitude issues de $STAGE$, pour les raideurs d’assemblages	196
C.1	Influence des conditions aux limites sur la raideur des assemblages (échelle 1)	198
D.1	Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu’il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).	200
D.2	Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu’il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).	202
D.3	Masse additionnelle et coefficient d’amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu’il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).	202

D.4	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).	203
D.5	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration réelle	203
D.6	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).	204
D.7	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration réelle	204
D.8	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration réelle	204
D.9	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).	205
D.10	Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	206
D.11	Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	206
D.12	Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	207
D.13	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	207
D.14	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	207
D.15	Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	208
D.16	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	209
D.17	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	209
D.18	Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)	209

Liste des Symboles et des abréviations

Lois de similitude

n	(-)	nombre de variables intervenant dans le comportement
x_j		$j^{\text{ème}}$ variable intervenant dans le comportement
d_i		$i^{\text{ème}}$ unité de base
r	(-)	nombre d'unités de base
r_{\min}	(-)	nombre minimum d'unités de base
$[x]$		unité de la variable x
a_{ij}	(-)	exposant attribué à l'unité d_i pour la variable x_j
D		matrice dimensionnelle
π	(-)	nombre adimensionnel
α_j	(-)	exposant attribué à x_j , dans les nombres π
p	(-)	nombre d'éléments π
<i>Equation directrice</i>		équation liant les paramètres à la variable d'intérêt
f_0		fonction associée à l'équation directrice
g_0		fonction associée à l'équation directrice adimensionnelle
λ_x	(-)	facteur de similitude sur une variable x
$x^{(F)}$	(unité de x)	valeur de x à l'échelle 1 (<i>Full scale</i>)
$x^{(R)}$	(unité de x)	valeur de x à l'échelle réduite (<i>Reduced scale</i>)
<i>DA</i>		Dimensional Analysis
<i>STAGE</i>		Similitude Theory Applied to Governing Equations
<i>Relations restrictives ou contraignantes</i>		relations imposant des contraintes fortes sur les paramètres
<i>Approche analytique</i>		méthodes <i>DA</i> et <i>STAGE</i>
<i>Approche analytique hybride</i>		approche analytique dans laquelle les données d'entrée sont expérimentales
<i>Facteurs analytiques ou analytiques hybrides, λ^\diamond</i>		facteurs estimés par les méthodes analytiques ou analytiques hybrides
<i>Facteurs expérimentaux, λ^*</i>		facteurs obtenus par des essais expérimentaux
<i>Facteurs numériques, λ^\bullet</i>		facteurs calculés par des modèles numériques
λ°		facteurs sur les paramètres du modèle numérique

Expérimental

ϵ	(-)	erreur liée au modèle de comportement
n_e	(-)	taille d'échantillon pour une échelle donnée
n_λ	(-)	taille d'échantillon considérée pour les facteurs de similitude
α_c	(-)	risque associé à l'intervalle de confiance
$Q_{\alpha_c/2}$	(-)	quantile $\alpha_c/2$ de la loi Student
T	(-)	variable qui suit une loi Student

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

μ_x	(unité de x)	moyenne d'une variable x pour un échantillon de taille infinie
$\mu_x^{(\text{inf})}$	(unité de x)	borne inférieure de l'intervalle de confiance pour μ_x
$\mu_x^{(\text{sup})}$	(unité de x)	borne supérieure de l'intervalle de confiance pour μ_x
Modélisation numérique		
N	(-)	Nombre de nœuds ou d'éléments
<i>Coefficient correcteur, γ</i>	(-)	rapport entre les facteurs numériques et analytiques
<i>Coefficient de distorsion, δ</i>	(-)	rapport de facteurs de similitude entre les dimensions
α_{uea}	(-)	paramètres de l'expression établie pour γ
α_{ud}	(-)	
$\alpha_{\theta ea}$	(-)	
$\alpha_{\theta d}$	(-)	
k	(-)	nombre de paramètres
x_j		$j^{\text{ème}}$ paramètre
\bar{x}	(unité de x)	moyenne d'une variable x
s_x	(unité de x)	écart type d'une variable x
CV	(-)	Coefficient de variation
κ	(-)	Rapport des CV entre deux échelles
F_p	(-)	fonction de répartition
ρ_{ab}	(-)	coefficient de corrélation entre deux paramètres x_a et x_b
ρ'_{ab}	(-)	coefficient de corrélation modifié entre x_a et x_b
Cor		matrice de corrélation
LHS		Latin Hypercube Sampling
x		échantillonnage / plan d'expérience
x_{ij}	(unité de x_j)	valeur de x_j pour la configuration i
X		échantillonnage / plan d'expérience normalisé
X'		échantillonnage normalisé et corrélé
Y		variable d'intérêt étudiée
η	(-)	erreur de prévision de Y par les facteurs de similitude, du fait de la variabilité
δ	(-)	variation normalisée des paramètres
B		matrices / vecteurs permettant la constitution du plan d'expérience de <i>Morris</i>
D*		
P*		
J		
x*		
I_j	(unité de Y)	effet de x_j sur Y
$\mu_{I_j}^*$	(unité de Y)	moyenne de $ I_j $
s_{I_j}	(unité de Y)	écart type de I_j
Dimensions et propriétés matérielles		
n_{br}	(-)	nombre de broches
d	(m)	diamètre de broche
a_1	(m)	espacement longitudinal entre les broches
a_2	(m)	espacement transversal entre les broches
a	(m)	espacements entre les broches
a_0	(m)	espacement de rive longitudinal
$x^{(\text{min})}$	(m)	espacement x minimal préconisé par l' <i>Eurocode</i>

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

h	(m)	hauteur d'appui
t	(m)	demi-longueur de contact bois / broches
e	(m)	épaisseur des éléments bois ou acier
l	(m)	largeur des éléments bois ou acier
L	(m)	longueur des éléments de la structure
L_a	(m)	longueur des pièces métalliques
L_B	(m)	largeur de la structure
L_H	(m)	hauteur de la structure
S	(m)	aire des sections
I	(m ⁴)	inertie des sections
E	(N/m ²)	modules d'Young
G	(N/m ²)	modules de cisaillement
ν	(-)	coefficients de Poisson
σ	(N/m ²)	contraintes limites
ρ	(kg/m ³)	masse volumique
γ	(N/m ³)	poids volumique
indice b		liée au bois
indice a		liée à l'acier
Comportement d'une broche		
k_a	(N/m ²)	raideur linéique de fondation due à la plaque
k_b	(N/m ²)	raideur linéique de fondation due au bois
f_h	(N/m ²)	portance maximale du bois
f_y	(N/m ²)	contrainte limite de l'acier
M_p	(Nm)	moment plastique de la broche
u_b (u_a)	(m)	enfoncement de la broche dans le bois (dans la plaque)
θ_b (θ_a)	(-)	rotation de la broche au niveau du bois (de la plaque)
F_b (F_a)	(N)	effort tranchant au niveau du bois (de la plaque)
M_b (M_a)	(Nm)	moment au niveau du bois (de la plaque)
(O_b, x_b)		repère local au niveau du bois
(O_a, x_a)		repère local au niveau de la plaque
u_{br}	(m)	déplacement relatif entre la plaque et le bois
F_{br}	(N)	force au centre de la broche
K_{br}	(N/m)	raideur de la broche
F_{mbr}	(N)	force maximale de la broche
α_{br}	(-)	inclinaison de l'enfoncement de la broche, par rapport au fil du bois
indice 0		parallèle au fil
indice 90		perpendiculaire au fil
indice α		inclivée d'un angle α_{br} par rapport au fil
Comportement d'un assemblage		
O		centre de rigidité ou de gravité
r_{br}	(m)	distance entre la broche et le centre O
u_a	(m)	déplacement
θ_a	(-)	rotation
F_a	(N)	force
M_a	(Nm)	moment
K_{ua}	(N/m)	raideur élastique en translation
\widehat{K}_{ua}	(N/m)	raideur sécante en translation

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

F_{ma}	(N)	force maximale
$F_{ma}^{(th)}$	(N)	force maximale théorique
u_{ma}	(m)	déplacement associé à la force F_{ma}
u_{ea}	(m)	déplacement limite élastique
$u_{lim,a}$	(m)	déplacement limite
$K_{\theta,a}$	(Nm)	raideur élastique en rotation
$\widehat{K}_{\theta,a}$	(Nm)	raideur sécante en rotation
M_{ma}	(Nm)	moment maximal
θ_{ma}	(-)	rotation associée au moment M_{ma}
$\theta_{lim,a}$	(-)	rotation limite
E_{ha}	(Nm)	énergie d'hystérésis
Δ_{ua}	(m)	amplitude en déplacement d'un cycle fermé
Δ_{Fa}	(N)	amplitude en force d'un cycle fermé
E_{pa}	(Nm)	énergie potentielle de déformation maximale
ζ_{ha}	(-)	amortissement hystérétique
r_1	(-)	paramètres du modèle <i>Saws</i>
r_2	(-)	
r_3	(-)	
r_4	(-)	
r_i	(-)	
r_f	(-)	
α	(-)	
β	(-)	
F_0	(N)	
F_i	(N)	
K_p	(N/m)	

Comportement monotone et cyclique de la structure

Q	(N)	poids propre
Q_{bo}	(N)	poids propre des éléments bois
Q_{ac}	(N)	poids propre des éléments acier
Q_{ad}	(N)	charge verticale additionnelle
q	(N/m)	poids propre linéique
u	(m)	déplacement
θ	(-)	rotation
F	(N)	force
M	(Nm)	moment
(x, y)		repère local
indice a		dans les assemblages
indice p		dans les éléments poteaux, poutres, diagonales,...
u_s	(m)	déplacement en haut de la structure
F_s	(N)	force en haut de la structure
K_s	(N/m)	raideur élastique
F_{ms}	(N)	force maximale
$F_{ms}^{(th)}$	(N)	force maximale théorique
u_{ms}	(m)	déplacement associé à la force F_{ms}
u_{es}	(m)	déplacement limite élastique
$u_{lim,s}$	(m)	déplacement limite
E_{hs}	(Nm)	énergie d'hystérésis
Δ_{us}	(m)	amplitude en déplacement d'un cycle fermé
Δ_{Fs}	(N)	amplitude en force d'un cycle fermé

LISTE DES SYMBOLES ET DES ABREVIATIONS

E_{ps}	(Nm)	énergie potentielle de déformation maximale
ζ_{hs}	(-)	amortissement hystérétique
D	(-)	termes intervenant dans l'expression de K_s
C	(-)	coefficients intervenant dans l'expression de λ_{K_s}
Comportement dynamique		
m	(kg)	masses
m_{bo}	(kg)	masses des éléments bois
m_{ac}	(kg)	masses des éléments acier
m_{ad}	(kg)	masse additionnelle
m_{tot}	(kg)	masse totale de la structure
m_l	(kg/m)	masse linéique
g	(m/s ²)	gravité
t	(s)	temps
a	(m/s ²)	accélération à la base
u	(m)	déplacements dans la structure, par rapport au sol
u_s	(m)	déplacement des masses par rapport au sol
\mathbf{u}_s		vecteur des déplacements u_s
F_s	(N)	efforts exercés par les ressorts sur les masses
\mathbf{F}_s		vecteur des forces F_s
\mathbf{K}		matrice de rigidité
\mathbf{M}		matrice de masse
\mathbf{C}		matrice d'amortissement
c	(Ns/m)	amortissement visqueux
\vec{U}		vecteur d'influence
FFT		Fast Fourier Transform
H	((m/s ²)/N)	fonction de transfert
<i>Modes réguliers</i>		modes présentant une certaine répétabilité entre les essais
f	(Hz)	fréquence propre
$\vec{\Phi}$		vecteur de déformée modale réel
MAC		Modal Assurance Criterion
$\tilde{m}^{(rel)}$	(-)	masse modale effective relative
ζ_v	(-)	amortissement visqueux réduit
α_r, β_r	(-)	coefficients de Rayleigh

Introduction générale

Le développement de bâtiments en bois de moyenne à grande hauteur (figure 1) s'est intensifié de plus en plus pour répondre aux enjeux environnementaux et à la densification urbaine. Des études sont nécessaires afin de mieux appréhender le comportement mécanique de ces bâtiments, en présence de sollicitations statiques (dus aux charges gravitaires) ou dynamiques (vent ou séisme).



(a) tour *Silva*, crédit photo *Kaufman Broad Art et Built*



(b) tour *Hyperion*, crédit photo *Viguier*

FIGURE 1 – Vue virtuelle de bâtiments en bois de grande hauteur en cours de réalisation à Bordeaux

L'expérimentation est un moyen pertinent pour étudier le comportement dynamique de ces bâtiments bois de grande hauteur. Cependant les essais à taille réelle nécessitent des moyens très coûteux et ne sont pas toujours réalisables. Une solution serait de tester des maquettes réduites représentatives, dont la conception est basée sur des lois de similitude [CBR16, CPFDR19, SEC⁺19]. Puis, à partir du comportement relevé aux échelles réduites, ces lois de similitude permettront d'en déduire celui à taille réelle (figure 2). Une loi de similitude est constituée d'un ensemble de facteurs de similitude. Ces derniers sont définis, pour chaque variable x_j (paramètres ou variable d'intérêt), par le rapport

$$\lambda_{x_j} = x_j^{(F)} / x_j^{(R)} \quad (1)$$

$x_j^{(F)}$ et $x_j^{(R)}$ sont respectivement les valeurs de x_j à l'échelle 1 (*Full scale*) et à l'échelle réduite (*Reduced scale*).

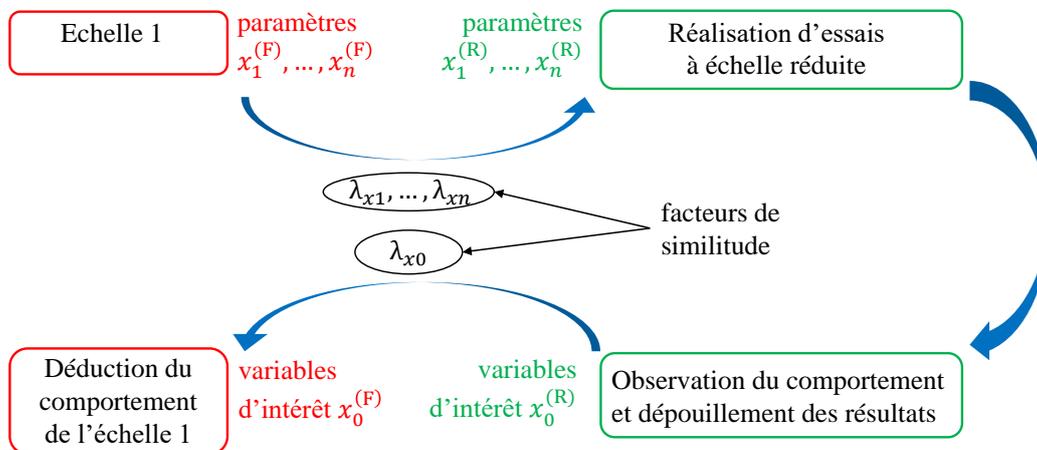


FIGURE 2 – Principe d'utilisation d'une loi de similitude

Les lois de similitude ont été peu utilisées pour la construction bois. Les constructions bois présentent des particularités à intégrer :

- le bois est un matériau composite, et par conséquent ses propriétés mécaniques peuvent dépendre de la taille de l'élément étudié,
- ses propriétés présentent une variabilité importante,
- les structures bois sont constituées d'assemblages, présentant un comportement non linéaire affectant le comportement global de la structure,
- certains composants des assemblages ne peuvent être réductibles à l'infini (boulons, plaques minces,...).

Les travaux de cette thèse visent à contribuer à la constitution de lois de similitude, pour déterminer le comportement mécanique des bâtiments bois multi-niveaux, soumis à des sollicitations (latérales) statiques ou dynamiques, de type vent ou séisme. Cette thèse s'intègre dans le cadre d'un projet de recherche (*SIMLAW TIMBER*), financé par l'*ADEME*, mené en partenariat entre le *FCBA* et l'institut *I2M* de l'Université de Bordeaux.

Les travaux de cette thèse consistent plus précisément à établir des facteurs de similitude pour un système de contreventement utilisé dans les bâtiments en bois de la figure 1 (Tour *Silva*). Pour cela, des approches expérimentales, analytiques puis numériques sont adoptées (figure 3). Pour mieux comprendre les différences entre ces approches, l'étude est divisée en deux niveaux, on parlera de démarche bi-niveaux. De cette façon les facteurs sont établis pour le comportement des assemblages (niveau 1), puis le comportement statique et dynamique de la structure (niveau 2).

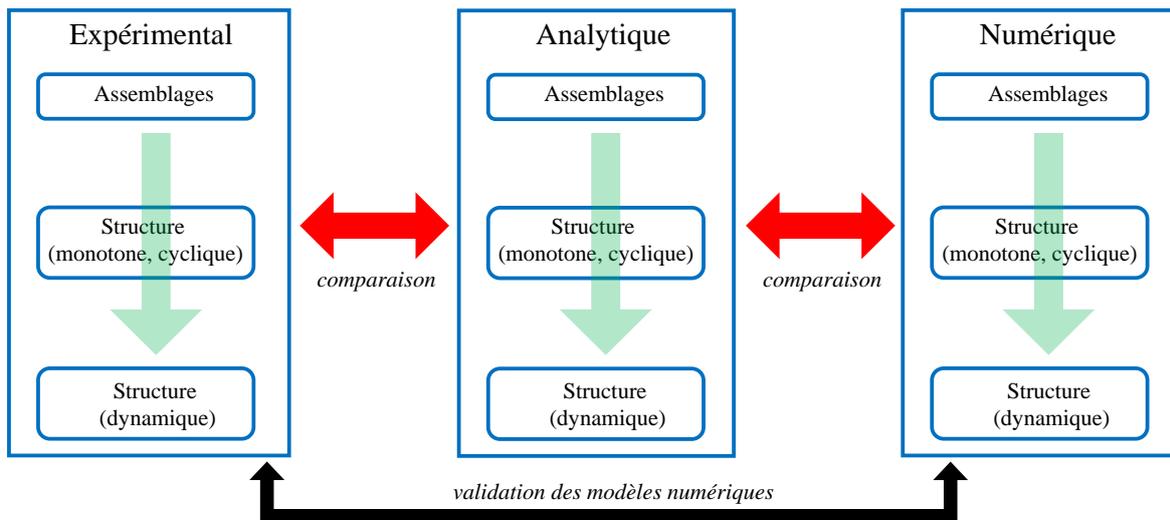


FIGURE 3 – Méthodologie de la thèse

— **Approche expérimentale :**

Des essais monotones, cycliques et dynamiques sont réalisés sur les assemblages et la structure aux échelles 1, 1/2, 1/3. A partir des résultats obtenus, des facteurs de similitude *expérimentaux* sont établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3.

— **Approche analytique :**

Des facteurs de similitude *analytiques* sont estimés à partir de méthodes analytiques, pour des configurations plus générales. Selon une démarche bi-niveaux, les facteurs sont établis en premier lieu pour les assemblages, puis pour le comportement monotone, cyclique et dynamique de la structure. A chacune de ces étapes, les facteurs analytiques sont comparés à ceux expérimentaux. Cela permet d'évaluer les limites des méthodes analytiques.

— **Approche numérique :**

Compte tenu des limites de l'approche analytique, des modèles numériques aux éléments finis sont élaborés. Selon une démarche bi-niveaux, cette approche numérique est effectuée pour le comportement des assemblages puis celui de la structure (en monotone, cyclique puis en dynamique). Les comportements calculés sont comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite, des facteurs de similitude « numériques » sont issus de ces modèles. Les différences entre les facteurs numériques et analytiques sont étudiées, pour différentes configurations des assemblages ou de la structure. Sachant que les paramètres d'entrée présentent des incertitudes : variabilité des propriétés des éléments constitutifs de la structure (assemblages, éléments structuraux,...), incertitudes sur les mesures, une étude de la propagation de cette incertitude sur les variables d'intérêt a été menée, afin de quantifier ses effets sur les lois de similitude.

Chapitre 1

Lois de similitude et état de l'art

Sommaire

1.1	Historique	5
1.1.1	Mécanique des fluides	5
1.1.2	Aérospatial	5
1.1.3	Transport terrestre	5
1.1.4	Eolien	6
1.1.5	Génie Civil	6
1.2	Méthodes de constitution des lois de similitude	6
1.2.1	Notion de relations de similitude et de distorsions	6
1.2.2	Constitution des relations de similitude par STAGE	7
1.2.3	Constitution des relations de similitude par DA	8
1.2.4	Comparaison des méthodes DA et STAGE	11
1.2.5	Application sur un exemple élémentaire	12

1.1 Historique

Les lois de similitude ont été étudiées dans différents domaines [CBR16, CPFDR19]. Elles ont été développées principalement en mécanique des fluides et en aérospatial. Par la suite, d'autres domaines connaissent l'émergence des lois de similitude, notamment le transport terrestre, et enfin le Génie Civil.

1.1.1 Mécanique des fluides

Tout d'abord les lois de similitude ont été développées en mécanique des fluides [PWR17, Zoh15, FBVSSA19, LYP08]. Dans ce domaine, les dimensions de certains phénomènes à étudier sont telles que l'emploi des lois de similitudes est indispensable. Les lois de similitude ont été développées à travers l'analyse dimensionnelle. Certains nombres adimensionnels sont usuels tels que les nombres de *Reynolds*, *Froude*, *Cauchy*, *Mach*... Ces nombres ont des significations physique importantes pour l'ingénieur, comme le nombre de *Reynold* qui permet de prévoir les phénomènes de turbulence.

1.1.2 Aérospatial

Les lois de similitude ont également connu un développement notable en mécanique des structures pour l'aérospatial [CBR16, Cou17], durant la deuxième moitié du XX^{ème} siècle. En effet, l'aérospatial connaissait un développement exceptionnel durant cette période, et la complexité d'expérimenter sur des véhicules de grande taille a grandement motivé l'utilisation de lois de similitude. Plus particulièrement, des domaines d'utilisation des lois de similitude sont le comportement statique et dynamique : de structures composites [SR93b, RS95, HRSH01, DRFCM16], de structures cylindriques en acier [LZZW15, LZZW14, LWZ⁺15, TJN08] pour des moteurs d'avion notamment. L'analyse dimensionnelle fut la plus utilisée pendant cette période [Wis68, BWD91] avant le développement, à la fin du XX^{ème} siècle, d'une méthode basée sur les équations du comportement [SR93a, SR93b, RS95, LZZW15, LZZW14, LWZ⁺15]. Enfin, certains auteurs [LZZW15, LZZW14, LWZ⁺15] mettent en évidence des problématiques de distorsions géométriques. Ils établissent alors de nouvelles lois de similitude, sur la base de simulations numériques et d'études de sensibilité.

1.1.3 Transport terrestre

Par la suite, le domaine d'utilisation des lois de similitude s'est diversifié, notamment dans l'étude de chocs sur des véhicules terrestres (automobile, ferroviaires,...) [LXY⁺19, OA09, DRDM94]. Ces auteurs essaient d'intégrer, dans les lois de similitude, les contraintes dynamiques dues aux vitesses de déformations élevées. Certains soulèvent également la difficulté de conserver par changement d'échelle la géométrie et les propriétés matérielles. Cela cause des erreurs dans l'estimation du comportement de l'échelle 1.

1.1.4 Eolien

On note aussi une utilisation des lois de similitude pour l'étude statique [ENSA17a,ENSA15b,ENSA17b] et dynamique [ENSA17c,ENSA15a] de structures poutres composites pour des éoliennes. Les auteurs évoquent la difficulté de respecter la similitude sur les propriétés fondamentales des sections (dimensions, disposition des matériaux,...). Pour cela ils utilisent les règles de similitude sur les caractéristiques globales des sections (raideurs flexionnelles, de cisaillement,...).

1.1.5 Génie Civil

Enfin, on note depuis plus récemment l'émergence des lois de similitude dans les structures du Génie Civil [KM81], parmi lesquelles les bâtiments et ponts. Les domaines d'étude sont principalement le comportement dynamique des structures. Pour cela des lois de similitude usuelles ont été établies, à partir de la méthode *DA*. Parmi ces lois usuelles, on note celles *Mass Based* et *Acceleration Based* [KKC04]. Néanmoins ces lois usuelles présentent quelques inconvénients pour la réalisation des essais à l'échelle réduite :

- la loi *Mass Based* nécessite de modifier la gravité, ce qui est techniquement impossible,
- la loi *Acceleration Based* ne permet pas de conserver par changement d'échelle la masse volumique des matériaux.

Certains auteurs utilisent les lois de similitude usuelles ou la méthode *DA*, pour des structures en béton [MK08, GLGQ19, GJETG18] et des structures en acier [ZM16, BB15, NS19, YWZS10] sans toutefois y apporter de développements majeurs. Ces auteurs soulèvent néanmoins la difficulté de conserver par changement d'échelle le matériau et la géométrie. Cela peut causer des erreurs dans l'estimation du comportement de l'échelle 1. Ils montrent ensuite que ces erreurs peuvent être réduites si les lois de similitude sont établies sur la base de paramètres globaux. Ces derniers sont les caractéristiques mécaniques des sections, voire la raideur de la structure ou de ses composants [KKC04, BB15]. Pour les structures en béton, certains auteurs ont apporté des développements aux lois de similitude, en particulier pour la prise en compte des non-linéarités matérielles [PC14, GMZ08, KLC09, MZ11, KM81]. Néanmoins, les nouvelles lois de similitude comportent des facteurs dépendants du temps, notamment celui sur la masse. Cela complique fortement les essais à l'échelle réduite. Enfin pour les structures en bois, les lois de similitude usuelles ont été utilisées par quelques auteurs [XX18, HLL⁺18]. Néanmoins, aucune étude n'a remis en question les lois usuelles pour le cas des structures bois.

1.2 Méthodes de constitution des lois de similitude

1.2.1 Notion de relations de similitude et de distorsions

Les facteurs de similitude sont issus de *relations de similitude* (tableau 1.1). Le nombre de relations est généralement inférieur au nombre de facteurs à déterminer. Par conséquent, les lois de similitude vérifiant les relations ne sont pas uniques. Il arrive parfois que les facteurs de certains paramètres ne puissent pas respecter les relations de similitude, du fait de contraintes

1.2. MÉTHODES DE CONSTITUTION DES LOIS DE SIMILITUDE

techniques. De tels phénomènes, nommés *distorsions de similarité* ou *distorsions*, peuvent causer des biais dans l'estimation du facteur de la variable d'intérêt.

Relations de similitude (arbitraires, pour l'exemple)		
$\begin{cases} \lambda_{x_1} = \lambda_{x_2} \\ \lambda_{x_0} = \lambda_{x_1}^2 \end{cases} \quad (1.1)$		
Lois de similitude vérifiant les relations (1.1)		
Loi 1	...	Loi n
$\begin{cases} \lambda_{x_1} = 2 \\ \lambda_{x_2} = 2 \\ \lambda_{x_0} = 4 \end{cases} \quad (1.2)$...	$\begin{cases} \lambda_{x_1} = 5 \\ \lambda_{x_2} = 5 \\ \lambda_{x_0} = 25 \end{cases} \quad (1.3)$
Lois de similitude ne vérifiant pas les relations (1.1) (distorsions)		
Loi 1	...	Loi n
$\begin{cases} \lambda_{x_1} = 2 \\ \lambda_{x_2} = 3 \\ \lambda_{x_0} = 4 \end{cases} \quad (1.4)$...	$\begin{cases} \lambda_{x_1} = 5 \\ \lambda_{x_2} = 1 \\ \lambda_{x_0} = 25 \end{cases} \quad (1.5)$

TABLEAU 1.1 – Principe des relations de similitude, pour deux paramètres x_1, x_2 et une variable d'intérêt x_0 (figure 2)

Pour constituer les relations de similitude, on considère d'abord que les paramètres et la variable d'intérêt sont reliés par une équation, désignée *équation directrice*. L'équation directrice est composée entièrement ou partiellement des équations du comportement, des équations d'équilibre, des équations de compatibilité, des conditions aux limites et / ou initiales... Elle peut être linéaire ou non linéaire. Elle est unique une fois que les hypothèses sont définies, et s'écrira :

$$f_0(x_0, \dots, x_n) = 0 \quad (1.6)$$

x_0 est la variable d'intérêt et (x_1, \dots, x_n) sont des paramètres (indépendants) dont dépend x_0 . Ensuite on considère le principe selon lequel les facteurs de similitude doivent garantir la conservation, par changement d'échelle, de l'équation directrice. Autrement dit, si l'équation est vérifiée à l'échelle réduite, alors elle doit l'être également à l'échelle 1. C'est de cette façon générale que sont obtenues les relations de similitude. Il existe différentes méthodes pour déterminer les relations de similitude : *STAGE* (*Similitude Theory Applied to Governing Equations*) [Cou17,SR93a] et *DA* (*Dimensional Analysis*) [Wis68]. Ces méthodes sont présentées dans les parties 1.2.2 et 1.2.3.

1.2.2 Constitution des relations de similitude par STAGE

La méthode *STAGE* [Cou17,SR93a] consiste à déterminer puis utiliser l'équation directrice (1.6) pour constituer les relations de similitude. L'équation directrice n'est cependant pas à

résoudre. Ensuite, les facteurs doivent garantir la conservation de l'équation directrice par changement d'échelle. Autrement dit, si l'équation directrice est vérifiée à l'échelle réduite, soit

$$f_0 \left(x_0^{(R)}, \dots, x_n^{(R)} \right) = 0 \quad (1.7)$$

alors elle doit l'être également à l'échelle 1 :

$$f_0 \left(x_0^{(F)}, \dots, x_n^{(F)} \right) = f_0 \left(\lambda_{x_0} x_0^{(R)}, \dots, \lambda_{x_n} x_n^{(R)} \right) = 0 \quad (1.8)$$

En injectant l'équation (1.7) dans celle (1.8), on obtient des relations entre les facteurs, qui sont les relations de similitude.

On notera que :

- Les relations de similitude comportent plus d'inconnues (facteurs) que d'équations [Cou17, SR93a]. Il est alors possible de fixer certains facteurs, puis d'en déduire les autres par les relations de similitude.
- Les relations de similitude sont les conditions suffisantes et nécessaires pour la conservation de l'équation directrice (1.6). Autrement dit, les facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice sont systématiquement admis par les relations de similitude.

Enfin, on peut utiliser la relation [Cou17] exprimant les dérivées à l'échelle 1 en fonction des dérivées aux échelles réduites

$$\frac{\partial x_0^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} = \frac{\lambda_{x_0}}{\lambda_{x_j}} \frac{\partial x_0^{(R)}}{\partial x_j^{(R)}} \quad (1.9)$$

ou plus généralement :

$$\frac{\partial^k x_0^{(F)}}{\partial x_1^{(F)} \dots \partial x_k^{(F)}} = \frac{\lambda_{x_0}}{\lambda_{x_1} \dots \lambda_{x_k}} \frac{\partial^k x_0^{(R)}}{\partial x_1^{(R)} \dots \partial x_k^{(R)}} \quad (1.10)$$

1.2.3 Constitution des relations de similitude par DA

Dans la méthode *DA*, développée antérieurement à la méthode *STAGE*, l'équation directrice (1.6) est souvent inconnue. Les relations de similitude sont basées sur l'analyse dimensionnelle. Pour cela, les variables (x_0, \dots, x_n) associées au comportement doivent être définies.

1.2.3.1 Constitution de nombres adimensionnels

Tout d'abord une analyse dimensionnelle [Wis68] consiste à déterminer, pour chaque variable x_j , les coefficients (a_{1j}, \dots, a_{rj}) vérifiant

$$[x_j] = \prod_{i=1}^r d_i^{a_{ij}} \quad (1.11)$$

$[x_j]$ est l'unité de x_j et (d_1, \dots, d_r) sont des unités fondamentales. Il existe une infinité de possibilités pour l'ensemble $\{d_1, \dots, d_r\}$. Toutefois les unités (d_1, \dots, d_r) doivent être indépendantes, soit :

$$\prod_{i=1}^r d_i^{a_{ij}} = 1 \Leftrightarrow \{a_{1j}, \dots, a_{rj}\} = \{0, \dots, 0\} \quad (1.12)$$

Ainsi pour chaque variable x_j , une fois (d_1, \dots, d_r) fixées, l'ensemble $\{a_{1j}, \dots, a_{rj}\}$ est unique. Mais sa taille minimale, r_{\min} , est imposée par la définition des variables (x_0, \dots, x_n) . Par exemple, pour des comportements mécaniques dynamiques, on a $r_{\min} = 3$, et les unités fondamentales usuelles sont {Newton, mètre, seconde} ou {kilogramme, mètre, seconde}. Enfin pour chaque unité $[x_j]$, la notation

$$[x_j] = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{rj} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

est adoptée. Puis la matrice dimensionnelle

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} a_{10} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{r0} & \cdots & a_{rn} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

est définie, avec $\text{rang}(\mathbf{D}) \leq r$. Par la suite, on considère $r = r_{\min}$, d'où $\text{rang}(\mathbf{D}) = r$.

Le théorème de *Vaschy* et *Buckingham* (théorème π), énonce qu'il est possible de constituer $p = (n + 1) - \text{rang}(\mathbf{D}) = (n + 1) - r$ nombres adimensionnels $(\pi_0, \dots, \pi_{p-1})$ indépendants. Ces derniers sont de la forme suivante :

$$\pi = \prod_{j=0}^n x_j^{\alpha_j} \quad (1.15)$$

Ainsi compte tenu de l'équation (1.11), on en déduit

$$[\pi] = \left[\prod_{j=0}^n x_j^{\alpha_j} \right] = \prod_{j=0}^n [x_j]^{\alpha_j} = \prod_{j=0}^n \prod_{i=1}^r d_i^{a_{ij}\alpha_j} = \prod_{i=1}^r d_i^{\sum_{j=0}^n a_{ij}\alpha_j} \quad (1.16)$$

Puis en utilisant la notation de l'équation (1.13), on obtient :

$$[\pi] = \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^n a_{1j}\alpha_j \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^n a_{rj}\alpha_j \end{pmatrix} = \sum_{j=0}^n \alpha_j \begin{pmatrix} a_{1j} \\ \vdots \\ a_{rj} \end{pmatrix} = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

La condition d'adimensionnalité de π s'écrit :

$$[\pi] = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

En combinant avec l'équation (1.17), on en déduit

$$\mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Le système d'équations (1.19) comporte r équations à $n + 1$ inconnues. De ce fait, $p = (n + 1) - r$ inconnues peuvent alors être choisies, par exemple $(\alpha_0, \dots, \alpha_{p-1})$, puis les r restantes $(\alpha_p, \dots, \alpha_n)$ sont imposées par l'équation (1.19). L'équation (1.19) admet p solutions indépendantes. Il existe une infinité de possibilités pour ces solutions (nombres π).

Certains choix sont proposés par la méthode dite *Repeating Variables* [PWR17, Zoh15]. Cette méthode établit les nombres π de la façon suivante : il s'agit d'abord de choisir r variables (x_p, \dots, x_n) d'unités indépendantes. Ces variables sont nommées *Repeating Variables*, et les autres (x_0, \dots, x_{p-1}) sont nommées *Non Repeating Variables*. On choisit une *Non Repeating Variable*, pour laquelle le coefficient α est fixé à 1. Pour les autres *Non Repeating Variables*, les coefficients α sont fixés à 0. Puis les coefficients α des *Repeating Variables* sont déduits de l'équation (1.19). En répétant cela pour les p *Non Repeating Variables*, on obtient p nombres π indépendants.

1.2.3.2 Dédution des relations de similitude

Les relations entre les facteurs de similitude sont déduites des nombres adimensionnels et du théorème π . Tout d'abord ce théorème énonce que l'équation (1.6), entre les variables (x_0, \dots, x_n) , peut s'écrire sous une forme adimensionnelle [Wis68] :

$$f_0(x_0, \dots, x_n) = 0 \Leftrightarrow g_0(\pi_0, \dots, \pi_{p-1}) = 0 \quad (1.20)$$

Pour rappel, l'équation (1.20) doit être conservée par changement d'échelle. Cela est le cas si la condition (1.21) est vérifiée, avec « F » et « R » respectivement les échelles 1 et réduite.

$$\forall i : \pi_i^{(F)} = \pi_i^{(R)} \quad (1.21)$$

Par conséquent, si les facteurs de similitude vérifient les relations

$$\forall i : \pi_i^{(F)} = \pi_i^{(R)} \Leftrightarrow \prod_{j=0}^n (x_j^{(F)})^{\alpha_{ij}} = \prod_{j=0}^n (x_j^{(R)})^{\alpha_{ij}} \Leftrightarrow \prod_{j=0}^n \left(\frac{x_j^{(F)}}{x_j^{(R)}} \right)^{\alpha_{ij}} = 1 \Leftrightarrow \prod_{j=0}^n \lambda_{x_j}^{\alpha_{ij}} = 1 \quad (1.22)$$

alors ils garantissent la conservation de l'équation (1.20), donc peuvent être retenus.

On notera que :

- Il est possible de fixer r facteurs de similitude, puis les $(n + 1) - r$ autres sont imposés par l'équation (1.22).

- Les relations de similitude (1.22) ne dépendent pas du choix adopté pour les nombres π . En effet, tout autre nombre adimensionnel défini par l'équation (1.15) n'est qu'une combinaison des nombres π choisis. Par conséquent, si la condition (1.21) est vérifiée pour les nombres π choisis, alors elle l'est pour tout autre nombre adimensionnel. Autrement dit, les différents choix possibles pour les nombres π aboutissent à des relations (1.21) et (1.22) équivalentes. Cependant, certains choix aboutissent à des formes plus exploitables de l'équation (1.22). Par exemple avec la méthode *Repeating Variables*, si les *Repeating Variables* choisies sont celles dont les facteurs sont connus, alors l'équation (1.22) est obtenue sous une forme donnant explicitement les facteurs inconnus.
- Les conditions (1.22) sont suffisantes mais non nécessaires à la conservation de l'équation (1.20). Autrement dit, il est possible que des facteurs garantissant la conservation de l'équation (1.20) ne soient pas admis par les relations de similitude (1.22).

Enfin, la méthode *DA* a pour conséquence le fait que doivent être respectées :

- la *similitude géométrique* qui est la conservation par changement d'échelle du rapport de longueurs,
- la *similitude cinématique* qui est la conservation du rapport de vitesses et du rapport d'accélération,
- la *similitude dynamique* qui est la conservation du rapport de forces et du rapport de masses.

1.2.4 Comparaison des méthodes *DA* et *STAGE*

Les avantages et inconvénients des méthodes *DA* et *STAGE* sont donnés dans le tableau 1.2. Comme indiqué dans ce tableau, avec *STAGE*, les facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice sont toujours admis. En revanche, avec *DA*, il est possible que des facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice ne soient pas admis. Autrement dit, les relations issues de *DA* peuvent imposer plus de contraintes sur les facteurs que les relations issues de *STAGE*. Les relations imposant des contraintes fortes seront nommées par la suite relations *restrictives* ou *contraignantes*. Plus les relations de similitude sont restrictives, plus elles sont difficilement compatibles avec les contraintes techniques. C'est pourquoi il est souhaitable que les relations de similitude soient les moins restrictives possible.

Méthode	<i>DA</i>	<i>STAGE</i>
Avantages	Non nécessité de déterminer l'équation directrice	Les facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice sont toujours admis
Inconvénients	Il est possible que des facteurs garantissant la conservation de l'équation directrice ne soient pas admis	Nécessité de déterminer l'équation directrice

TABLEAU 1.2 – Avantages et inconvénients des méthodes *DA* et *STAGE*

1.2.5 Application sur un exemple élémentaire

A titre d'exemple, les méthodes *DA* et *STAGE* sont considérées ci-après pour étudier le comportement statique d'un poteau (figure 1.1). Dans cet exemple, la variable d'intérêt est la contrainte normale maximale, σ , en pied de poteau. Les paramètres dont dépend la variable d'intérêt sont :

- les forces extérieures P_1, P_2 ,
- la hauteur du poteau H ,
- les dimensions b, h de la section droite suivant les axes z et y , respectivement.

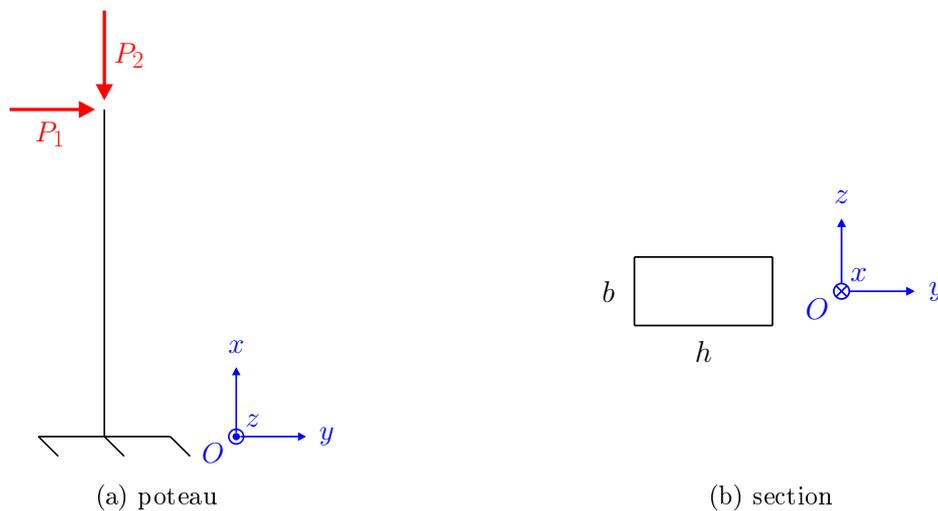


FIGURE 1.1 – Exemple d'application des méthodes *DA* et *STAGE*

— Utilisation de la méthode *DA* :

Tout d'abord, les dimensions fondamentales adoptées sont le mètre et le Pascal. Par ailleurs les nombres adimensionnels π sont de la forme (conformément à (1.15)) :

$$\pi = b^{\alpha_b} h^{\alpha_h} H^{\alpha_H} P_1^{\alpha_{P1}} P_2^{\alpha_{P2}} \sigma^{\alpha_\sigma} \quad (1.23)$$

Puis la condition d'adimensionnalité est (conformément à (1.19)) :

$$[\pi] = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_b \\ \alpha_h \\ \alpha_H \\ \alpha_{P1} \\ \alpha_{P2} \\ \alpha_\sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

avec \mathbf{D} une matrice de dimension 2×6 :

$$\mathbf{D} = ([b] \ [h] \ [H] \ [P_1] \ [P_2] \ [\sigma]) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Les nombres adimensionnels sont obtenus par la méthode *Repeating Variables*, où les *Repeating Variables* choisies ici sont H et P_1 . On obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = \frac{b}{H} \\ \pi_2 = \frac{h}{H} \\ \pi_3 = \frac{P_2}{P_1} \\ \pi_4 = \frac{\sigma H^2}{P_1} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.26a) \\ (1.26b) \\ (1.26c) \\ (1.26d) \end{array}$$

Enfin la conservation par changement d'échelle des nombres adimensionnels aboutit aux relations de similitude

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_b = \lambda_H \\ \lambda_h = \lambda_H \\ \lambda_{P2} = \lambda_{P1} \\ \lambda_\sigma = \frac{\lambda_{P1}}{\lambda_H^2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.27a) \\ (1.27b) \\ (1.27c) \\ (1.27d) \end{array}$$

— Utilisation de la méthode *STAGE* :

L'équation directrice est constituée des équations d'équilibre, des conditions aux limites, et de la relation liant la contrainte maximale aux efforts internes. Les équations d'équilibre au premier ordre dans le plan (x, y) sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial M}{\partial x} + F_y = 0 \\ \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial F_x}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1.28a) \\ (1.28b) \\ (1.28c) \end{array}$$

avec M le moment, F_y l'effort tranchant et F_x l'effort normal. Les conditions aux limites sont

$$\begin{cases} F_x(x = H) = P_2 & (1.29a) \\ F_y(x = H) = P_1 & (1.29b) \end{cases}$$

Enfin la relation entre la contrainte maximale σ et les efforts internes est :

$$\sigma = \frac{F_x(x = 0)}{bh} + \frac{6M(x = 0)}{bh^2} \quad (1.30)$$

En utilisant la méthode *STAGE* sur chacune des équations (1.28), (1.29) et (1.30), les relations de similitude sont respectivement :

$$\frac{\lambda_M}{\lambda_x} = \lambda_{F_y} \quad (1.31)$$

$$\begin{cases} \lambda_{F_x} = \lambda_{P_2} & (1.32a) \\ \lambda_{F_y} = \lambda_{P_1} & (1.32b) \end{cases}$$

$$\lambda_\sigma = \frac{\lambda_{F_x}}{\lambda_b \lambda_h} = \frac{\lambda_M}{\lambda_b \lambda_h^2} \quad (1.33)$$

Avec $\lambda_x = \lambda_H$, les relations (1.31) à (1.33) peuvent aussi s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{\lambda_{P_2}}{\lambda_{P_1}} = \frac{\lambda_H}{\lambda_h} & (1.34a) \\ \lambda_\sigma = \frac{\lambda_{P_2}}{\lambda_b \lambda_h} & (1.34b) \end{cases}$$

— **Comparaison des méthodes *DA* et *STAGE* :**

Comme évoqué dans la partie 1.2.4, les relations de similitude issues de *STAGE* peuvent être moins contraignantes que celles issues de *DA*. En effet pour l'exemple précédent, les facteurs $\lambda_b = 1$, $\lambda_h = \lambda_H = 2$, $\lambda_{P_1} = \lambda_{P_2} = 4$, $\lambda_\sigma = 2$ sont admis par *STAGE* (alors que b , h et H possèdent la même unité : le mètre), car ils vérifient les relations (1.34). En revanche, ces facteurs ne sont pas admis par *DA*, car ils ne vérifient pas les relations (1.27).

Chapitre 2

Facteurs de similitude par des approches expérimentales

Sommaire

2.1	Présentation de la structure et des assemblages	16
2.1.1	Structure	16
2.1.2	Conception des assemblages	18
2.1.3	Comportements des assemblages	21
2.2	Essais monotones et cycliques sur les assemblages et la structure .	22
2.2.1	Procédure des essais monotones et cycliques	22
2.2.2	Analyse du comportement des assemblages	28
2.2.3	Analyse du comportement de la structure	41
2.2.4	Détermination des facteurs de similitude expérimentaux	45
2.2.5	Conclusion	50
2.3	Essais dynamiques sur la structure	51
2.3.1	Essais sur table vibrante	51
2.3.2	Essais au marteau de choc	56
2.4	Conclusion	62

Dans ce chapitre, la structure étudiée et ses assemblages sont d'abord définis. Ensuite, des essais monotones, cycliques puis dynamiques sont présentés, sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. A partir des comportements obtenus, des facteurs de similitude expérimentaux sont établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3. La démarche est illustrée sur la figure 2.1.

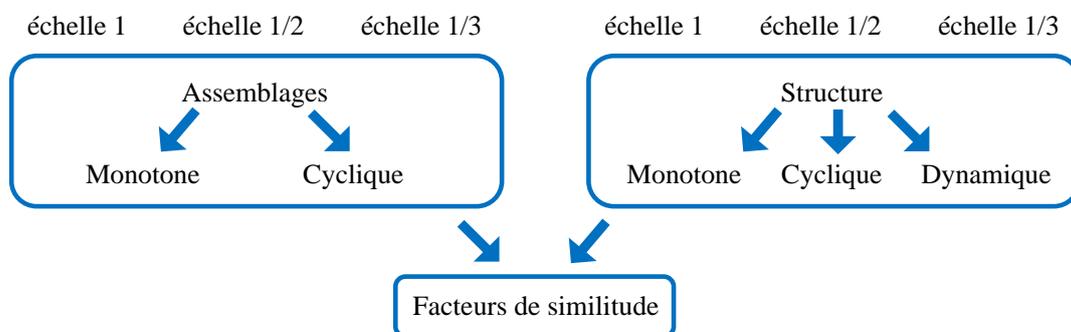


FIGURE 2.1 – Méthodologie générale de l'approche expérimentale

2.1 Présentation de la structure et des assemblages

Cette partie a pour objectif de présenter la conception de la structure et de ces assemblages, et de faire ressortir les variables d'intérêt qui devront être identifiées.

2.1.1 Structure

La structure bois testée est présentée sur la figure 2.2. Il s'agit d'un système de contreventement, à un ou deux niveaux, assez semblable à celui de la tour *Silva* (figure 1a). Ce système est constitué d'éléments poteaux / poutres de classe *C24* (norme NF EN 338 [NE03]). Ces éléments sont connectés par des plaques métalliques et des assemblages brochés, avec des aciers de type « non alliés » (S235). L'utilisation de pièces métalliques entre les éléments est courante dans les constructions bois actuelles, car elle permet une meilleure esthétique, une réduction de l'encombrement, et un gain de résistance. La structure est conçue pour reprendre les sollicitations extérieures latérales dans les diagonales de contreventement. Cela permet d'augmenter la rigidité de la structure.

Les paramètres à l'échelle 1 sont donnés dans le tableau 2.1. La structure à l'échelle 1 est plus petite que le système de contreventement de la tour *Silva*, celui-ci s'étendant sur trois étages. Ce choix provient du fait qu'une structure trop haute dépasserait les capacités expérimentales des laboratoires du *FCBA* ou de l'*I2M*. Néanmoins, l'élancement de la structure reste proche de celui du système de contreventement de la tour *Silva*. Les longueurs de plaques métalliques sont définies de façon à éviter le contact entre les éléments bois lors des essais. L'épaisseur des plaques (e_a) est définie de façon à éviter leur flambement. Les autres paramètres de sections sont principalement conditionnés par les assemblages. Enfin, une masse additionnelle est fixée sur la

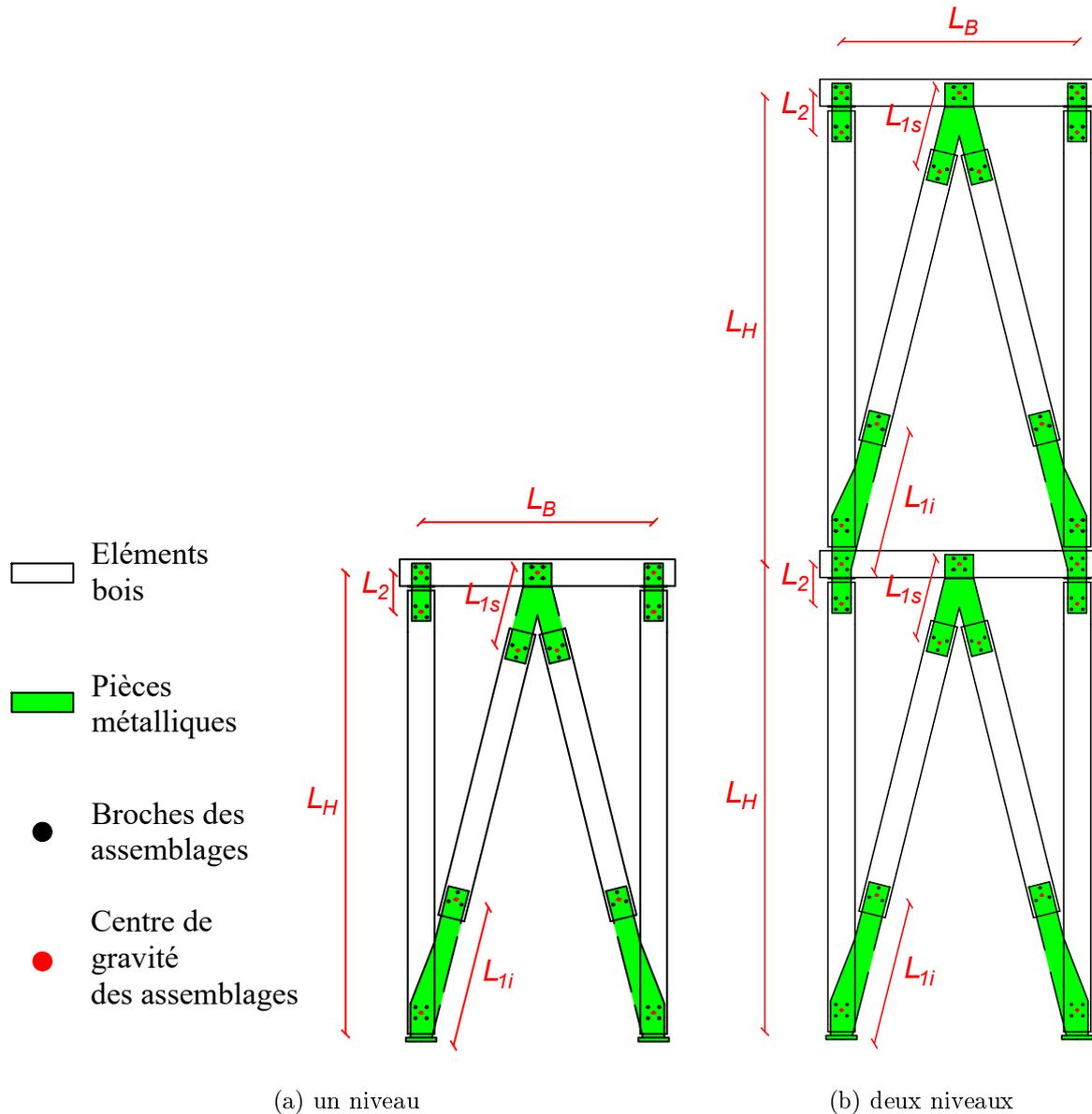


FIGURE 2.2 – Structure bois testée

poutre de chaque niveau, afin de reproduire la masse des planchers. Cette masse additionnelle est $m_{ad} = 1\,500$ kg, soit une masse linéique $m_{ad}/L_B = 1\,200$ kg/m. Cela correspond par exemple à un plancher de 3 mètres de portée avec une masse surfacique 400 kg/m². La masse m_{ad} induit une charge verticale $Q_{ad} = 15$ kN.

Les échelles réduites de la structure, $1/2$ et $1/3$, sont définies dans le tableau 2.1. Le terme « échelle $1/2$ » signifie que les principales dimensions de la structure (notamment L_B et L_H), sont divisées par 2. De même « échelle $1/3$ » signifie que les principales dimensions sont divisées par 3. Certaines dimensions (L_{1i} , L_{1s} , L_2 et e) aux échelles réduites comportent des distorsions, dont il faudra tenir compte dans l'analyse. Enfin les types de matériaux utilisés sont identiques à ceux de l'échelle 1.

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

Paramètre	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Matériau			
Type de bois	<i>C24</i>		
Type d'acier	<i>non allié : S235</i>		
Dimensions (mm)			
Largeur structure L_B	1 250	625	417
Hauteur structure L_H	2 500	1 250	833
Longueur L_{1i}	772	409	272
Longueur L_{1s}	434	240	159
Longueur L_2	212	146	126
Epaisseur des plaques métalliques e_a	15	8	5
Epaisseur des éléments bois e_b	80	41	27
Largeur des plaques métalliques l_a	112	56	37
Largeur des éléments bois l_b	144	72	48
Chargement et conditions aux limites			
Masse additionnelle m_{ad} (kg)	1 500	375	167
Charge verticale induite Q_{ad} (kN)	15	3,75	1,67
Conditions aux limites	Structure encastree / appuyée au sol		

TABLEAU 2.1 – Paramètres de la structure (un et deux niveaux)

En situation sismique, la rupture fragile est susceptible d'apparaître principalement dans les assemblages des diagonales, où les contraintes sont les plus importantes. Cette rupture se produit pour une certaine déformation de ces assemblages, ou pour un certain déplacement du haut de la structure par rapport au sol. Ainsi on considère comme variables d'intérêt la déformation des assemblages et le déplacement en haut de la structure. Pour appréhender ces variables d'intérêt, une bonne compréhension du comportement monotone et cyclique est indispensable.

Afin d'éviter la rupture des assemblages, la structure est conçue pour dissiper le maximum d'énergie à travers ses assemblages. Plus particulièrement, la dissipation d'énergie est concentrée dans les assemblages des diagonales (à trois broches), où les sollicitations sont les plus élevées. De cette façon la dissipation d'énergie peut être mieux maîtrisée. Quant aux assemblages poteaux / poutres, ils sont conçus pour rester dans le domaine élastique, d'où le choix de quatre broches. Une bonne compréhension du comportement des assemblages des diagonales est nécessaire.

2.1.2 Conception des assemblages

Les assemblages bois / métal sont présentés sur les figures 2.3a et 2.3b. Ils sont constitués de trois broches métalliques, assurant la transmission des efforts entre le bois et la plaque métallique. Pour la plaque métallique, le positionnement au milieu de la poutre plutôt qu'à l'extérieur est couramment adopté dans les nouvelles constructions bois. Cela permet une meilleure protection de l'acier en situation d'incendie et une meilleure esthétique.

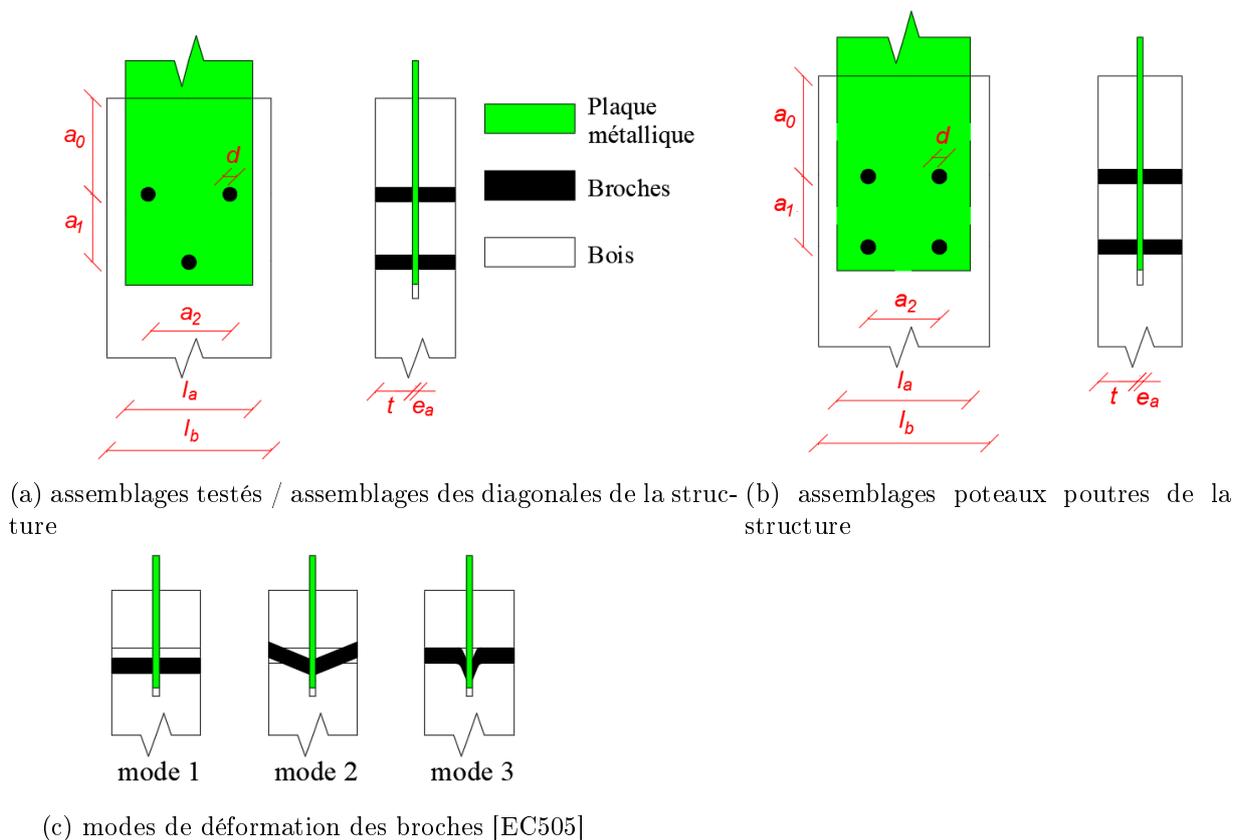


FIGURE 2.3 – Assemblages bois / métal

Les dimensions à l'échelle 1 sont données dans le tableau 2.2. Le diamètre d des broches et la demi-longueur t de contact du bois et de la broche sont définies selon les critères suivants :

- La capacité de dissipation d'énergie des assemblages doit être maximisée. Plus le mode de déformation des broches est ductile, plus cette capacité à dissiper est élevée. La figure 2.3c présente les modes de déformation possibles. Le mode 1 est le moins ductile et le mode 3 est le plus ductile [EC505, Ble00, Xu09]. Le mode 3 étant difficile à obtenir [Ble00], le mode 2 est celui recherché.
- Lors des essais sur assemblages et sur la structure, la force à appliquer pour rompre les assemblages ne doit pas dépasser la capacité du vérin. C'est pour cette raison que le nombre de broches est fixé à 3 pour les diagonales.

Les espacements a_0 , a_1 , a_2 , l_b sont choisis de façon à minimiser les effets de bord. En effet, si ces espacements sont trop faibles, le comportement de l'assemblage peut être impacté, notamment avec l'apparition de ruptures fragiles du bois. C'est pourquoi l'*Eurocode 5* [EC505] recommande une valeur minimale réglementaire. Cette valeur est dépendante de la direction de sollicitation. On retient la direction de sollicitation la plus défavorable, parmi les essais réalisés. Ainsi, les espacements minimaux réglementaires pris en compte sont $a_0^{(\min)} = \max(7d; 80 \text{ mm}) = 84 \text{ mm}$, $a_1^{(\min)} = 5d = 60 \text{ mm}$, $((l_b - a_2)/2)^{(\min)} = 3d = 36 \text{ mm}$. On a aussi $(a_2/2)^{(\min)} = 3d = 36 \text{ mm}$ pour les assemblages à trois broches, et $a_2^{(\min)} = 3d = 36 \text{ mm}$ pour les assemblages à quatre broches. Finalement on vérifie que les espacements adoptés (tableau 2.2) sont supérieurs ou égaux

2.1. PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE ET DES ASSEMBLAGES

à ceux minimaux réglementaires.

Paramètre	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Type de bois	<i>C24</i>		
Type d'acier	<i>non allié : S235</i>		
Diamètre des broches d (mm)	12	6	4
Demi-longueur de contact bois / broche t (mm)	33	16	11
Largeur de l'élément bois l_b (mm)	144	72	48
<i>Assemblages testés seuls</i>			
Épaisseur de la plaque métallique e_a (mm)	5		
Épaisseur de l'élément bois $e_b = e_a + 2t$ (mm)	70	38	27
Espacement a_0 (mm)	85	65	
Espacement a_1 (mm)	60	30	20
Espacement a_2 (mm)	72	36	24
Largeur de la plaque métallique l_a (mm)	100	70	50
Nombre de broches	3		
<i>Assemblages des diagonales de la structure</i>			
Épaisseur de la plaque métallique e_a (mm)	15	8	5
Épaisseur de l'élément bois $e_b = e_a + 2t$ (mm)	80	41	27
Espacement a_0 (mm)	85	65	43
Espacement a_1 (mm)	60	30	20
Espacement a_2 (mm)	72	36	24
Largeur de la plaque métallique l_a (mm)	112	56	37
Nombre de broches	3		
<i>Assemblages poteaux / poutres de la structure</i>			
Épaisseur de la plaque métallique e_a (mm)	15	8	5
Épaisseur de l'élément bois $e_b = e_a + 2t$ (mm)	80	41	27
Espacement a_0 (mm)	85	80	
Espacement a_1 (mm)	60	30	20
Espacement a_2 (mm)	60	30	20
Largeur de la plaque métallique l_a (mm)	112	56	37
Nombre de broches	4		

TABLEAU 2.2 – Paramètres des assemblages

Les dimensions d'assemblages aux échelles réduites sont également données dans le tableau 2.2. Pour l'échelle 1/2, les dimensions sont pour la plupart divisées par 2. De même pour l'échelle 1/3, les dimensions sont pour la plupart divisées par 3. Pour l'espaceur a_0 , la valeur minimale réglementaire $a_0^{(\min)}$ est peu impactée par le changement d'échelle. C'est pourquoi aux échelles réduites, la réduction de a_0 par 2 ou 3 n'est pas effectuée. Néanmoins pour les échelles réduites, une valeur a_0 légèrement inférieure à $a_0^{(\min)}$ est adoptée. Cela permet d'éviter des disproportions trop élevées dans les dimensions. Enfin l'épaisseur e_a n'est parfois pas réduite, car l'utilisation de plaques minces voire très minces (épaisseur inférieure à 5 mm) dans les assemblages est techniquement complexe, et risque d'occasionner des ruptures par flambement. Il s'agit là d'une distorsion de similarité dont il faudra tenir compte dans l'analyse.

Notons que les assemblages testés seuls diffèrent légèrement de ceux de la structure. Par exemple pour les assemblages de la structure, l'épaisseur e_a a parfois été augmentée afin d'éviter un flambement des pièces métalliques, du fait qu'il ait été constaté lors d'essais préliminaires. Aussi sur la structure, l'espacement a_0 a parfois été diminué, afin de réduire les disproportions entre les dimensions.

2.1.3 Comportements des assemblages

Généralement, la déformation d'un assemblage est le mouvement relatif entre la plaque et le bois, dû à : une translation axiale (parallèle au fil du bois), une translation transversale (perpendiculaire au fil), une rotation autour du centre de rigidité O de l'assemblage (barycentre des raideurs d'enfoncement des broches) [SBH18]. Par ailleurs la plaque sera considérée infiniment rigide. A chacun de ces mouvements on associe une force axiale F_{ax} , une force transversale F_{ay} , et un moment M_a en O [SBH18, Xu09].

- Pour une translation axiale u_{ax} (figure 2.4a), les enfoncements des broches dans le bois sont parallèles au fil et ont pour intensité u_{ax} . Les efforts résultant dans les broches sont parallèles au fil et ont pour intensité $K_{br,0} \cdot u_{ax}$, avec $K_{br,0}$ la raideur des broches sous un chargement parallèle au fil. Ainsi au niveau de l'assemblage, en négligeant l'effet de groupe, on a $F_{ax} = n_{br} \cdot K_{br,0} \cdot u_{ax}$, $F_{ay} = 0$, et $M_a = 0$, avec n_{br} le nombre de broches.
- De la même façon, pour une translation transversale u_{ay} (figure 2.4b), on a $F_{ay} = n_{br} \cdot K_{br,90} \cdot u_{ay}$, $F_{ax} = 0$, et $M_a = 0$, avec $K_{br,90}$ la raideur des broches sous un chargement perpendiculaire au fil.
- Pour une rotation θ_a (figure 2.4c), les enfoncements des broches dans le bois ont pour orientation α_{br} par rapport au fil, et pour intensité $r_{br}\theta_a$ avec r_{br} la distance entre O et la broche. Les efforts résultant dans les broches ont pour orientation α_{br} et pour intensité $K_{br,\alpha}(r_{br}\theta_a)$, avec $K_{br,\alpha}$ la raideur des broches sous un chargement incliné de α_{br} . Ainsi au niveau de l'assemblage, en négligeant l'effet de groupe, on a $M_a = \sum r_{br}^2 \cdot K_{br,\alpha} \cdot \theta_a$, et $F_{ax} = F_{ay} = 0$.

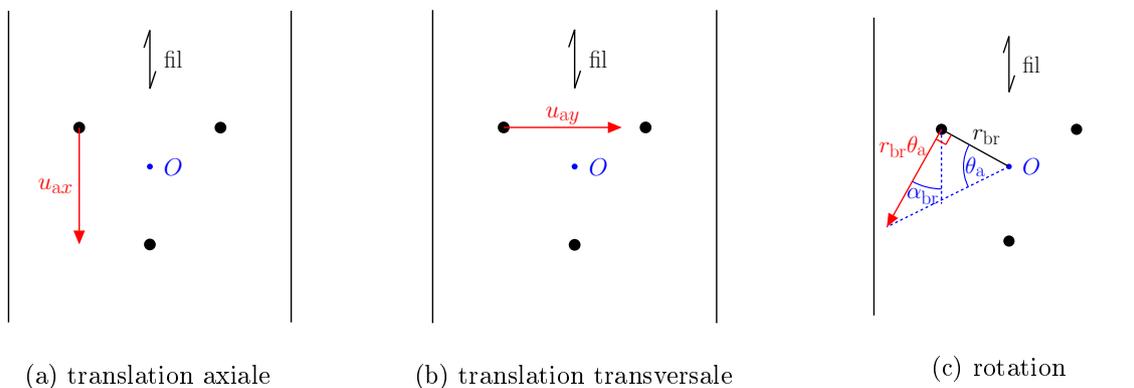


FIGURE 2.4 – Déplacement des broches

Notons que la raideur K_{br} dépend de l'intensité d'enfoncement de la broche. Enfin, pour une combinaison des directions précédentes (translation axiale, translation transversale, rotation), la superposition est admise. Ainsi dans les parties suivantes, le comportement d'un assemblage est caractérisé seulement par les relations $F_{ax}-u_{ax}$, $F_{ay}-u_{ay}$ et $M_a-\theta_a$. Toutefois la superposition est une hypothèse simplificatrice et n'est pas complètement vérifiée dans la réalité, même en élastique linéaire [SBH18]. En effet pour une combinaison des directions élémentaires, les orientations d'enfoncement des broches considérées pour chaque direction ne sont plus valables. Il en est donc de même pour les raideurs K_{br} des broches.

2.2 Essais monotones et cycliques sur les assemblages et la structure

Des essais monotones et cycliques sont réalisés sur les assemblages et sur la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3.

- Les essais monotones permettent d'identifier les propriétés d'élasticité, de plasticité et d'endommagement, avec notamment le mode de déformation des assemblages.
- Les essais cycliques alternés permettent de caractériser la capacité à dissiper l'énergie d'hystérésis.

Les méthodes d'essais puis de calcul des variables d'intérêt sont présentées. A partir des résultats obtenus, des facteurs de similitude expérimentaux sont établis entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Pour les assemblages, des essais sont réalisés en translation axiale. Le comportement transversal des assemblages n'est pas étudié, car il n'est pas mobilisé dans la structure. Des essais en rotation sont également réalisés, mais uniquement en monotone. Concernant les essais sur assemblages, un modèle analytique de comportement est établi.

2.2.1 Procédure des essais monotones et cycliques

Pour les assemblages et la structure, un nombre total de 123 essais a été réalisé, et dont la décomposition est donnée dans le tableau 2.3.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Essais monotones axiaux sur assemblages	8	9	10
Essais monotones de rotation sur assemblages	8	13	16
Essais cycliques axiaux sur assemblages	11	12	12
Essais cycliques de rotation sur assemblages	pas d'essais		
Essais monotones sur la structure à un niveau	3	3	3
Essais cycliques sur la structure à un niveau	3	3	3
Essais monotones sur la structure à deux niveaux	pas d'essais	3	3
Essais cycliques sur la structure à deux niveaux	pas d'essais		

TABLEAU 2.3 – Nombre d'essais monotones et cycliques réalisés

2.2.1.1 Essais axiaux sur assemblages

Les essais sur assemblages sont réalisés au laboratoire *I2M* de l'université de Bordeaux [SEC⁺21, SEC⁺20]. Les dénominations des éprouvettes sont présentées en annexe A.1. Dans les essais axiaux, une force verticale F_a est appliquée sur le bois, à l'aide d'un vérin et d'un second assemblage surdimensionné (figure 2.5). A l'aide de caméras, le déplacement relatif vertical u_a est mesuré entre la plaque métallique et le bois. Plus particulièrement, le déplacement est mesuré entre les marqueurs P et B de la figure 2.5, soit :

$$u_a = u_P - u_B \quad (2.1)$$

avec u_i le déplacement vertical au point i .

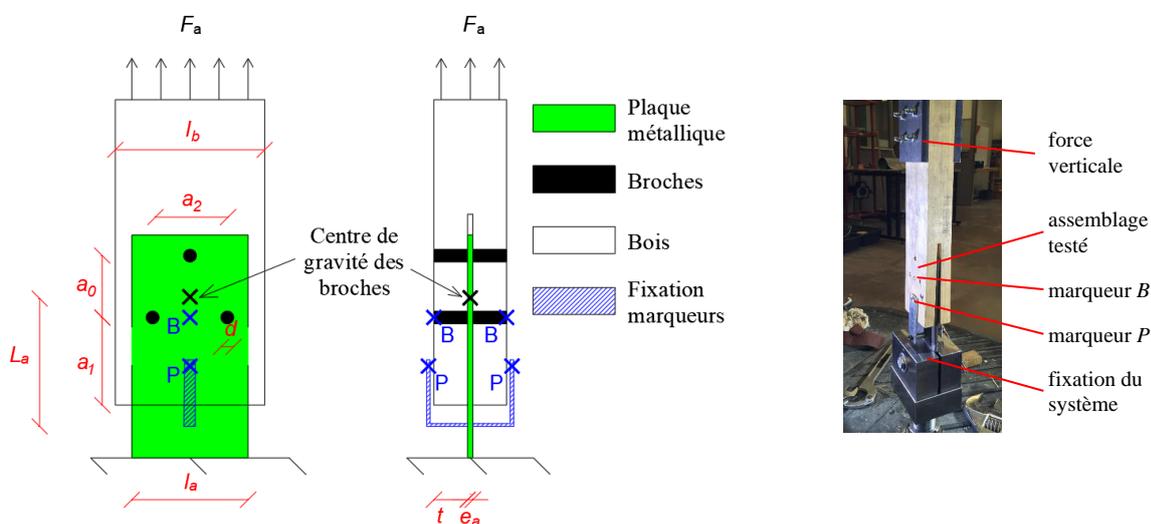


FIGURE 2.5 – Montage des essais axiaux sur assemblages

La moyenne entre les parties gauche et droite est retenue. Dans cette configuration, la valeur u_a relevée intègre la déformation axiale de la plaque, en plus de la déformation de l'assemblage, car il est techniquement difficile de mesurer ces deux déformations séparément. Notons la longueur de plaque, $L_a = 140$ mm à l'échelle 1 et $L_a = 100$ mm aux échelles réduites (figure 2.5), qui impacte alors la valeur u_a . Cette longueur L_a est conditionnée par l'espacement a_0 et le système de fixation du marqueur P . Quant aux autres dimensions, elles sont données dans la partie 2.1.2.

Les essais monotones sont pilotés en déplacement u_a , qui évolue selon la norme NF EN 26 891 [NE91] de la façon suivante (figure 2.6a) :

- 1 à 2 : Le déplacement augmente, jusqu'à ce que la force F_a atteigne $0,4F_{ma}^{(th)}$, $F_{ma}^{(th)}$ est la force maximale théorique, estimée par des essais préliminaires.
- 2 à 3 : Le déplacement se stabilise pendant 30 s.
- 3 à 4 : Le déplacement diminue, jusqu'à atteindre la force $0,1F_{ma}^{(th)}$.
- 4 à 5 : Le déplacement se stabilise pendant 30 s.

— 5 à 6 : Le déplacement augmente jusqu'à la rupture de l'assemblage.

Hors phases de stabilisation, le déplacement u_a évolue à vitesse constante (tableau 2.4). Cette procédure de chargement permet de faire apparaître le comportement élastique, à travers le cycle décharge / recharge (3-6).

Les essais cycliques ne sont pas pilotés par le glissement de l'assemblage u_a , mais en déplacement traverse, pour des raisons techniques (réglage PID). Le déplacement traverse évolue selon la norme EN 12 512 [NE02] : suivant des cycles alternés, avec une amplitude augmentant tous les trois cycles (figure 2.6b). Aussi le déplacement traverse évolue à vitesse constante (tableau 2.4). Le glissement de l'assemblage u_a résultant est présenté sur la figure 2.6c, pour un essai. Les amplitudes du déplacement u_a (valeurs crêtes) sont notées Δ_{ua} . Puis en considérant le déplacement limite élastique u_{ea} , on définit les amplitudes relatives Δ_{ua}/u_{ea} . Le déplacement limite élastique est présenté dans la partie 2.2.1.4, à savoir la procédure de calcul et la valeur retenue pour chaque échelle.

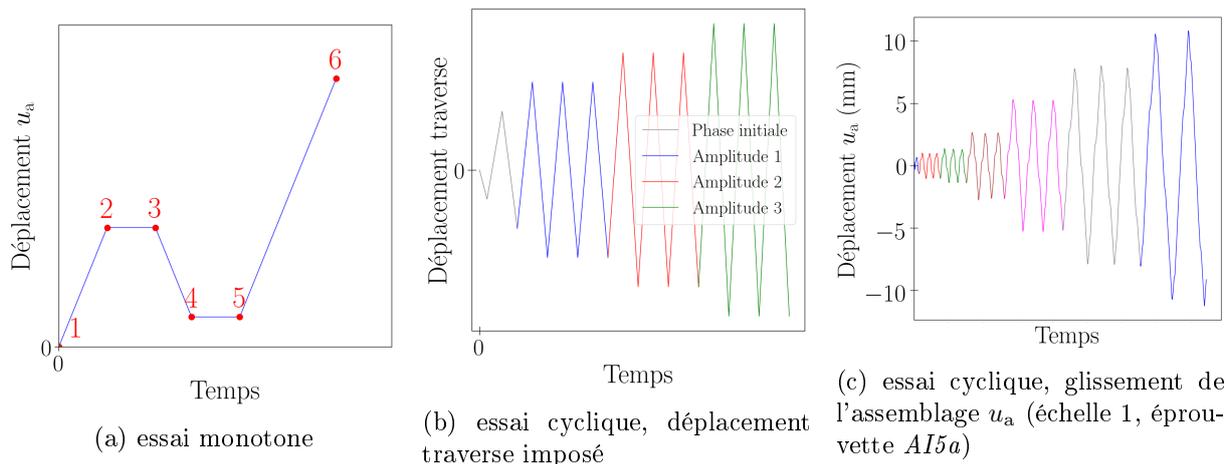


FIGURE 2.6 – Evolution du déplacement pour les essais axiaux sur assemblages

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Essais monotones	3	1,5	1
Essais cycliques	36	18	12

TABEAU 2.4 – Vitesses de chargement (mm/min) des essais sur assemblages

2.2.1.2 Essais de rotation sur assemblages

Pour les essais sur assemblages en rotation (figure 2.7), les dimensions sont les mêmes que pour les essais axiaux. Les essais en rotation consistent à appliquer un moment M_a sur l'assemblage. Pour cela, un système de flexion 4 points [BSH⁺15] est réalisé. Il s'agit de deux demi-poutres, une en bois et l'autre en acier, connectées par l'assemblage testé.

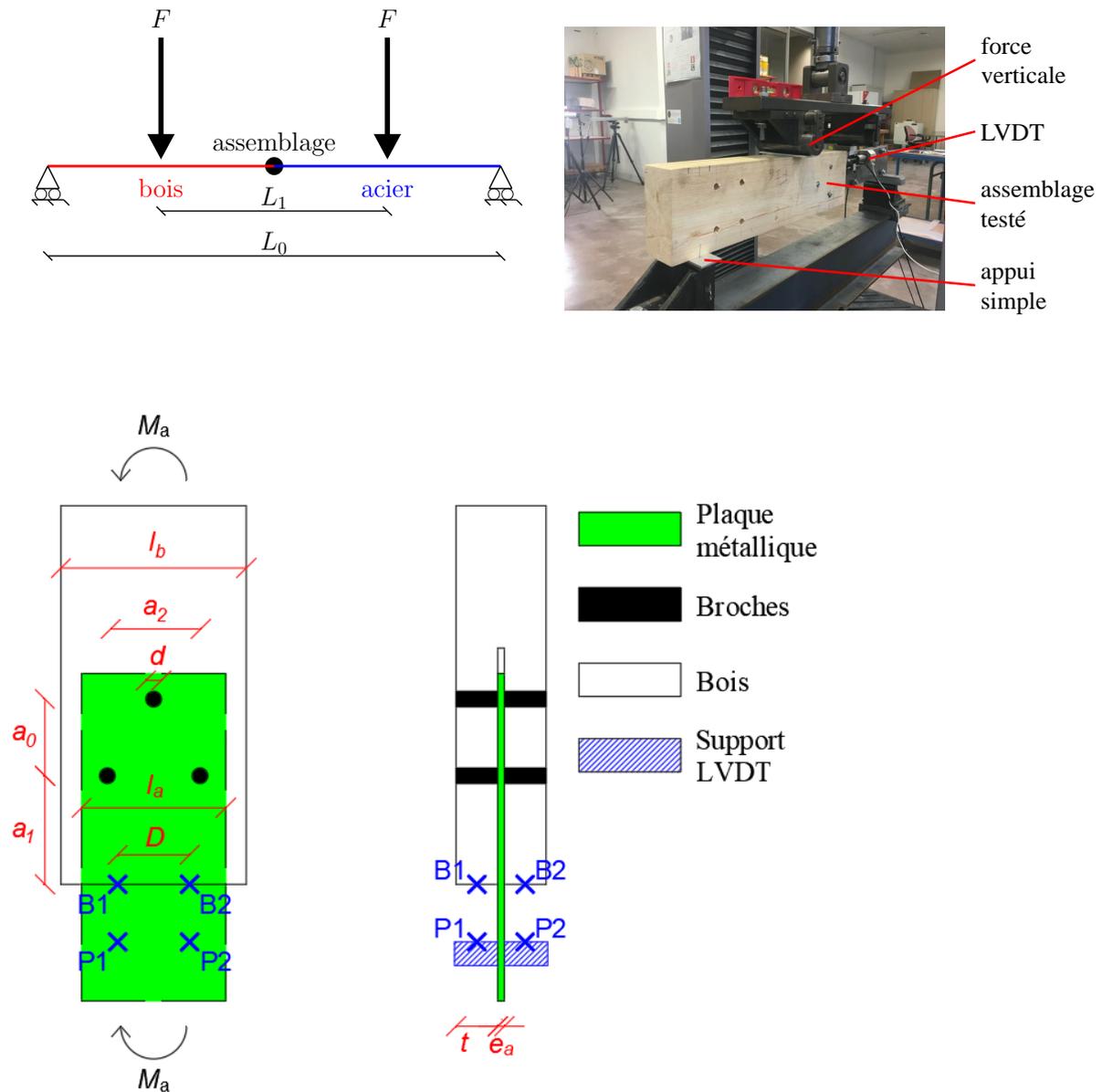


FIGURE 2.7 – Montage des essais de rotation sur assemblages

Des appuis simples sont placés sous les extrémités de la poutre. Deux forces ponctuelles verticales, F , sont appliquées sur la poutre à gauche et à droite de l'assemblage. Ce système induit un moment uniforme (effort tranchant nul) entre les deux charges, donc dans l'assemblage. Ce moment est obtenu par

$$M_a = \frac{F(L_0 - L_1)}{2} \quad (2.2)$$

avec L_0 la longueur de la poutre, et L_1 la distance entre les deux charges ponctuelles. Au niveau de l'assemblage, le déplacement relatif vertical est relevé à l'aide de LVDT : entre les points $B1$ et $P1$, et entre les points $B2$ et $P2$. Puis la rotation relative θ_a entre la plaque métallique et le bois (entre les sections $P1 - P2$ et $B1 - B2$) est donnée par

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

$$\tan \theta_a = \frac{|(u_{B1} - u_{P1}) - (u_{B2} - u_{P2})|}{D} \quad (2.3)$$

u_i est le déplacement vertical au point i , et D est la distance horizontale entre les points $B1$ et $B2$. Enfin, seuls les essais monotones ont été réalisés, dont le pilotage suit le même protocole que pour les essais axiaux.

2.2.1.3 Essais sur la structure

Les essais sur la structure (figure 2.8) sont réalisés à l'institut technologique *FCBA* de Bordeaux. Dans ces essais, une force F_s est appliquée en haut de la structure, à l'aide d'un vérin. Le déplacement horizontal u_s du vérin est relevé. Une masse additionnelle est fixée sur la poutre de chaque niveau, et est donnée dans la partie 2.1.1.

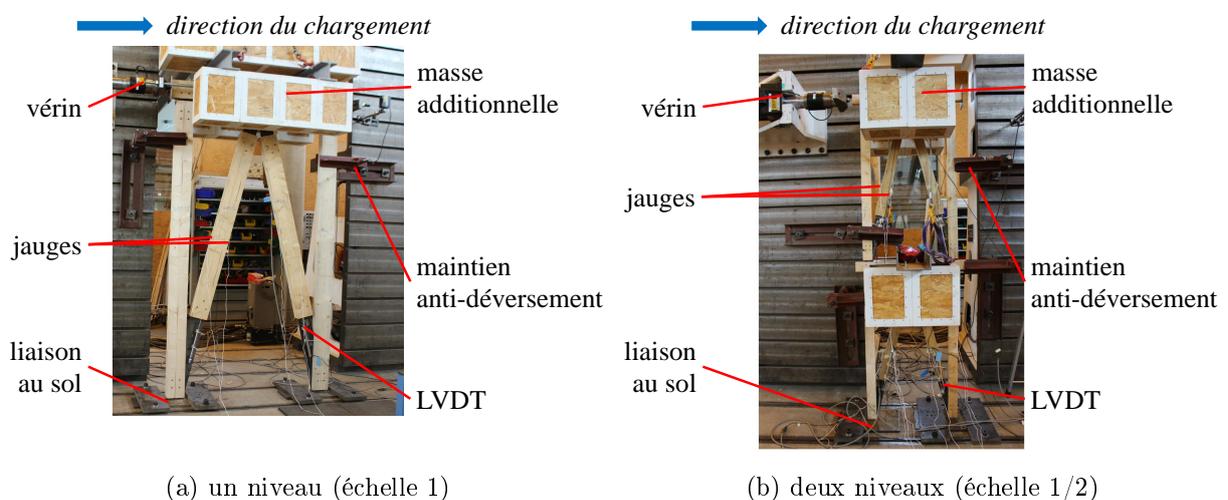


FIGURE 2.8 – Montage expérimental de la structure

Pour les essais monotones, l'évolution du chargement suit le même principe que pour les essais sur assemblages (norme NF EN 26 891 [NE91]). Néanmoins dans la phase 1-5, c'est la force F_s qui évolue à vitesse constante (tableau 2.5). Puis dans la phase 6-7, une fois atteint la force $0,5F_{ms}^{(th)}$, c'est le déplacement du vérin u_s qui évolue à vitesse constante (tableau 2.5). Les essais cycliques sont pilotés en déplacement vérin u_s . L'évolution du déplacement suit le même principe que pour les essais sur assemblages. Le déplacement évolue à vitesse constante (tableau 2.5). Comme pour les essais sur assemblages, Δ_{us} est l'amplitude du déplacement, u_{es} est le déplacement limite élastique, et Δ_{us}/u_{es} est l'amplitude relative.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Essais monotones, phase 1-5	150 N/s	37 N/s	10 N/s
Essais monotones, phase 6-7	0,5 mm/s	0,5 mm/s	0,1 mm/s
Essais cycliques	2 mm/s	1 mm/s	0,67 mm/s

TABLEAU 2.5 – Vitesses de chargement des essais sur la structure

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Des capteurs LVDT mesurent le déplacement dans les assemblages des diagonales. Des jauges mesurent la déformation axiale ε du bois au milieu de chaque diagonale (sur les faces gauche et droite). En estimant un module d'Young du bois $E_b = 11$ GPa, on en déduit la contrainte $\sigma = E_b \varepsilon$. Puis l'effort normal dans les diagonales peut être estimé par $F_x = \sigma e_b l_b = E_b \varepsilon e_b l_b$, avec e_b et l_b respectivement l'épaisseur et la largeur des diagonales. Cette estimation de l'effort normal dans les diagonales nous permet de déduire une courbe force - déplacement des assemblages des diagonales.

Pour chaque échelle, les éprouvettes sont nommées de 1 à 3 pour les essais monotones, et de 4 à 6 pour les essais cycliques.

2.2.1.4 Déplacement limite élastique

Pour les assemblages et la structure, le déplacement limite élastique est déterminé à partir des courbes force - déplacement monotones (figure 2.9). Pour cela, la norme NF EN 26 891 [NE91] préconise de définir la régression linéaire entre 10 et 40% de la force maximale, soit entre les points A et B de la figure 2.9. La pente de la droite finalement obtenue est notée K . Ensuite selon la norme, on recherche le point de la courbe dont la tangente a une pente

$$K_T = \frac{1}{6}K \quad (2.4)$$

Puis l'intersection entre la tangente et la régression linéaire est déterminée. Le déplacement limite élastique u_e est l'abscisse de ce point d'intersection. Finalement pour chaque échelle, la valeur u_e retenue (tableau 2.6) est la moyenne entre les essais.

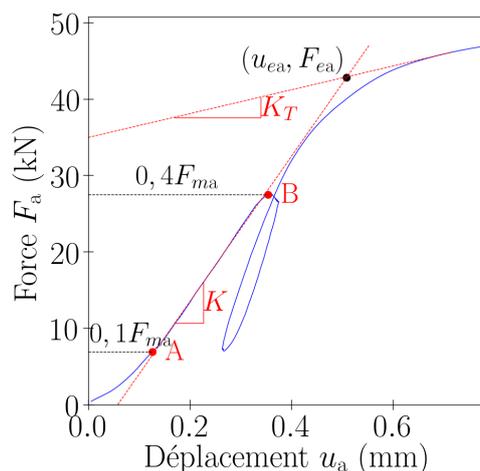


FIGURE 2.9 – Déplacement limite élastique pour un essai monotone axial sur assemblage

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Assemblages (axial)	0,7	0,37	0,41
Structure à un niveau	26	15	10
Structure à deux niveaux	Pas d'essais réalisés	40	15

TABLEAU 2.6 – Déplacements limites élastiques (en mm) retenus à chaque échelle, pour les assemblages et la structure

2.2.2 Analyse du comportement des assemblages

Les procédures d'essais ayant été présentées, le comportement des assemblages est analysé, en monotone et en cyclique.

2.2.2.1 Comportement monotone axial

— Calcul des variables d'intérêt :

A partir de la courbe force - déplacement obtenue (figure 2.10a), des variables d'intérêt sont calculées. La raideur K_{ua} est la pente initiale de la courbe. Elle est définie, selon la norme EN 26 891 [NE91], par la pente de la courbe entre 10 et 40% de la force maximale, soit entre les points A et B de la figure 2.10b. Au début de la courbe, avant le point A , une augmentation progressive de la pente est constatée. Cela est dû à une mise en contact bois / broche progressive [Lap06,LY06], malgré l'absence de jeu de perçage. Ce phénomène n'est pas étudié ici, donc cette partie de la courbe est retirée. Puis la courbe est décalée suivant l'abscisse, de façon à ce que la régression linéaire entre A et B passe par l'origine (figure 2.10c). Ce décalage permet de s'affranchir de la mise en contact bois / broche progressive.

Le déplacement u_{ma} correspondant à la force maximale F_{ma} est déterminé. Passé le pic de force, nous ne conservons que les points jusqu'à une diminution en force de 10% de F_{ma} . Les points suivants sont liés à des ruptures fragiles dans le bois, qui ne sont pas étudiées ici. La courbe résultante est présentée sur la figure 2.10d. Le déplacement limite final est noté $u_{lim,a}$.

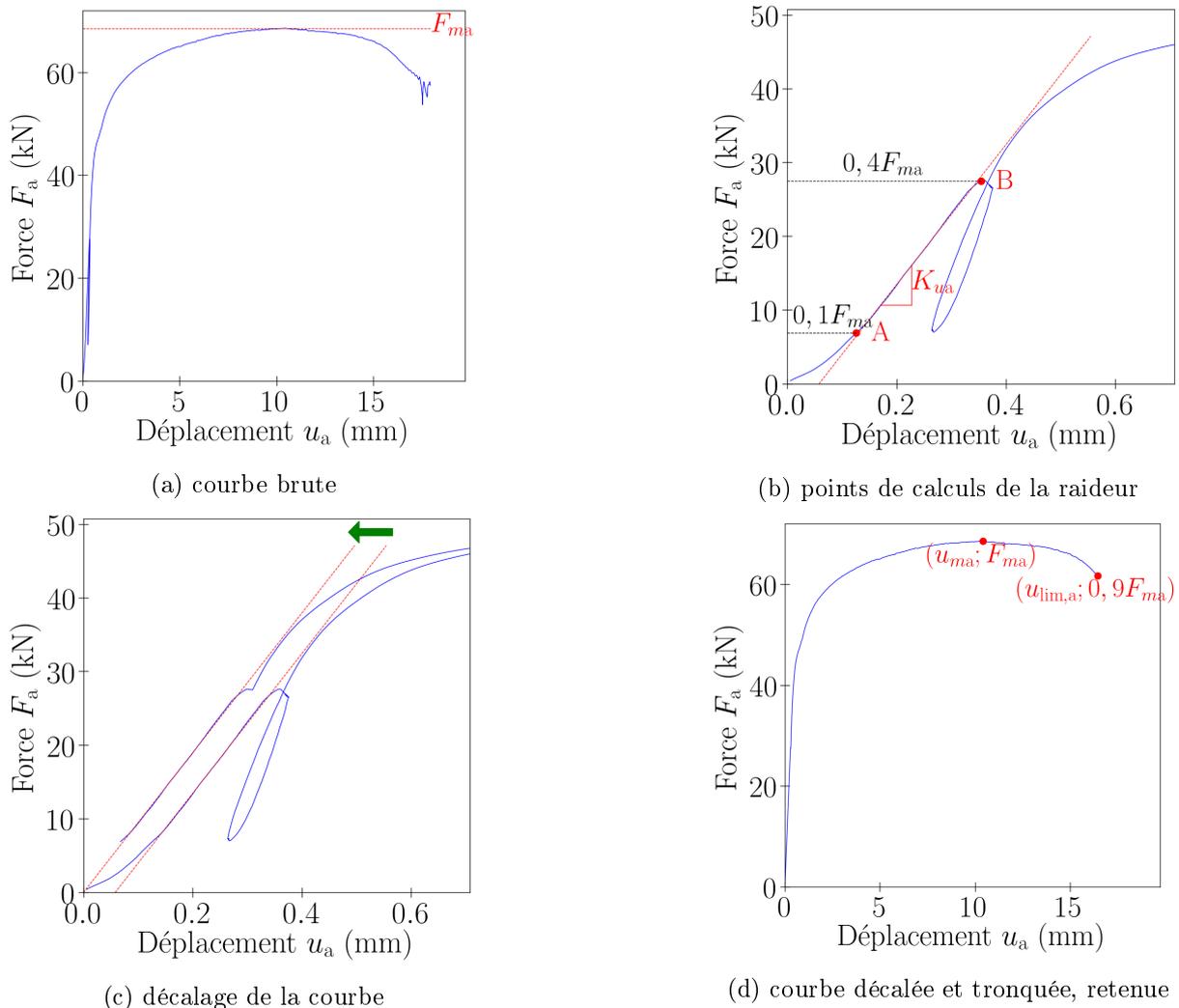


FIGURE 2.10 – Courbe force - déplacement d'un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette *EI6*)

— **Constitution d'un modèle analytique du comportement :**

Un modèle de comportement est retenu. Plusieurs modèles existent dans la littérature : le modèle élasto-plastique parfait, le modèle de *Menegotto Pinto* [BFG⁺16], ou le modèle *Saws* [FF02b, FF02a, WYSS19, Ros02, LHR05]. Nous avons choisi d'utiliser le modèle *Saws*, car il reproduit : en monotone la diminution de force au delà d'un certain déplacement, en cyclique le phénomène de pincement caractéristique du comportement des assemblages. En monotone, le modèle *Saws* est décrit par l'équation

$$F_a = \begin{cases} (F_0 + r_1 K_{ua} u_a) \left(1 - e^{-\frac{K_{ua} u_a}{F_0}} \right), & u_a \leq u_{ma} & (2.5a) \\ F_{ma} + r_2 K_{ua} (u_a - u_{ma}), & u_{ma} < u_a \leq u_{lim,a} & (2.5b) \\ 0, & u_a > u_{lim,a} & (2.5c) \end{cases}$$

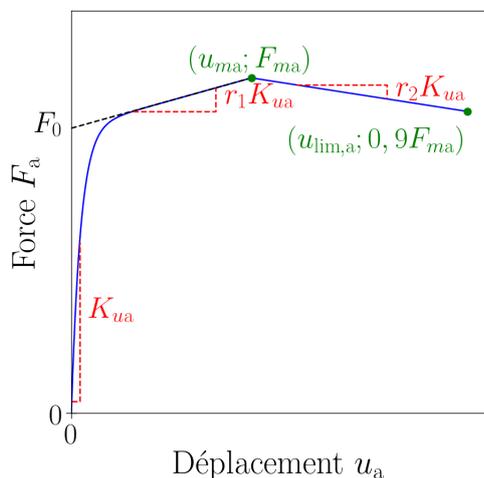
Ce modèle contient 7 paramètres en monotone : $r_1 > 0$, $r_2 < 0$, $F_0 > 0$, K_{ua} , F_{ma} , u_{ma} , $u_{lim,a}$. Pour assurer la continuité de l'expression (2.5) en u_{ma} , r_1 doit respecter la relation

$$r_1 = \left(\frac{F_{ma}}{1 - e^{-K_{ua}u_{ma}/F_0}} - F_0 \right) \frac{1}{K_{ua}u_{ma}} \quad (2.6)$$

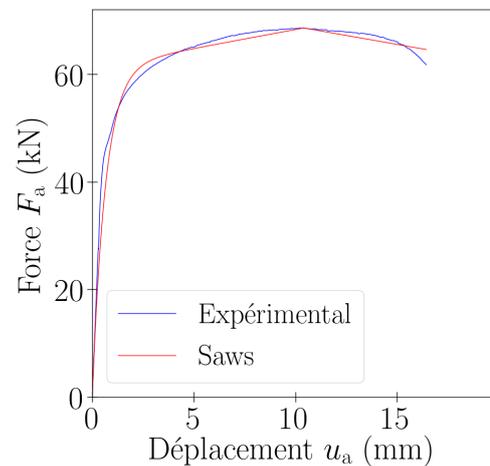
Ainsi d'après les équations (2.5) et (2.6), le modèle a pour pente initiale K_{ua} et pour extremum (u_{ma}, F_{ma}) , en cohérence avec les courbes expérimentales. Le modèle est illustré sur la figure 2.11a. Le rapport $r_f = F_0/F_{ma}$ et le produit r_2K_{ua} sont déterminés par minimisation de l'erreur entre la courbe expérimentale (figure 2.10d) et celle de l'équation (2.5) [FF02a, WYSS19, PRA⁺07, LFL12]. Cette erreur est donnée par

$$\epsilon^2 = \sum_i \left(F_a^{(i, \text{Saws})} - F_a^{(i, \text{expe})} \right)^2 \quad (2.7)$$

avec $F_a^{(i)}$ la force au point i . L'équation (2.7) s'applique à l'ensemble de la courbe. Un exemple de courbe obtenue par l'équation (2.5) est présenté sur la figure 2.11b.



(a) illustration des paramètres du modèle



(b) modèle obtenu pour un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette E16)

FIGURE 2.11 – Modèle de comportement *Saws* monotone

— Synthèse des essais :

Pour l'ensemble des essais, les variables d'intérêt et paramètres du modèle *Saws* sont donnés en annexe A.3.1.1. Concernant le mode de déformation des broches, le mode 2 (figure 2.12) est obtenu pour tous les essais à l'échelle 1, comme souhaité lors de la conception des assemblages. Ce mode est aussi obtenu aux échelles réduites, ce qui tend à conserver par changement d'échelle la capacité à dissiper l'énergie.

Ensuite, pour chaque échelle et chaque grandeur x (variable d'intérêt ou paramètre *Saws*), la moyenne \bar{x} est calculée sur les n_e essais (tableau 2.7). Ainsi pour chaque échelle, on obtient un modèle *Saws* basé sur les grandeurs x moyennes (figure 2.13). Le modèle *Saws* permet de bien reproduire l'allure des expérimentales. Le coefficient de variation (*CV*) est



FIGURE 2.12 – Profil de rupture et de plastification pour un essai monotone axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette *EI6*)

déterminé pour chaque grandeur (tableau 2.7). Il s'agit du ratio de l'écart type rapporté à la moyenne. L'écart type est défini par [AM11b, Ves73]

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n_e - 1} \sum_{j=1}^{n_e} (x_j - \bar{x})^2} \quad (2.8)$$

avec x_j la valeur de x pour l'essai j .

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(F)} = 8$	$n_e^{(R)} = 9$	$n_e^{(R)} = 10$
Variables d'intérêt			
K_{ua} (kN/mm)	$80,9 \pm 11\%$	$40,4 \pm 21\%$	$18,8 \pm 32\%$
F_{ma} (kN)	$69,5 \pm 8\%$	$19,7 \pm 7\%$	$8,87 \pm 6\%$
u_{ma} (mm)	$9,87 \pm 11\%$	$5,65 \pm 18\%$	$3,36 \pm 12\%$
$u_{lim,a}$ (mm)	$14,3 \pm 17\%$	$9,74 \pm 11\%$	$5,71 \pm 13\%$
Paramètres <i>Saws</i>, adimensionnels			
r_f	$0,9 \pm 2\%$	$0,943 \pm 5\%$	$0,989 \pm 2\%$
r_1 (10^{-3})	$8,7 \pm 23\%$	$4,88 \pm 88\%$	$1,69 \pm 182\%$
r_2 (10^{-3})	$-9,61 \pm 72\%$	$-8,66 \pm 41\%$	$-18 \pm 58\%$

TABLEAU 2.7 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et *CV*)

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

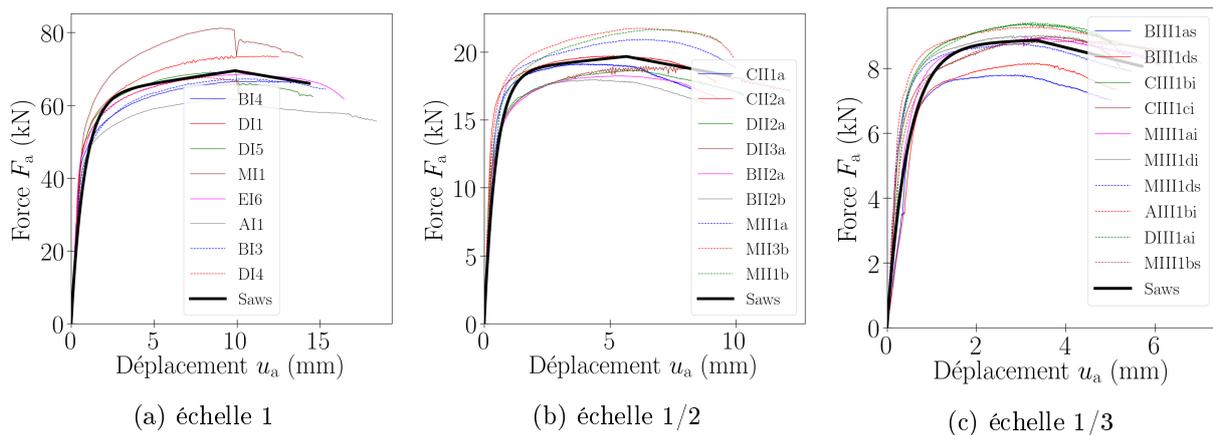


FIGURE 2.13 – Courbes expérimentales et modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais monotones axiaux sur assemblages

— Analyse de la dispersion :

La dispersion observée sur les variables d'intérêt varie entre 6 et 32%, en considérant les trois échelles. Elle est due notamment à la variabilité des propriétés du bois. La dispersion de la force maximale est plus faible que celle des autres variables d'intérêt. La corrélation est faible à moyenne entre les variables d'intérêt (tableau 2.8). Afin d'identifier d'autres paramètres pouvant être les causes des dispersions, les éprouvettes sont pesées sans les broches et après les essais, puis mises en étuve pour séchage. Cela permet d'obtenir la masse volumique de l'éprouvette et sa teneur en eau. La corrélation entre la masse volumique et les variables d'intérêt est difficile à interpréter en changeant d'échelle (tableau 2.8 et annexe A.3.2), contrairement à certaines données de la littérature [EC505,GSK12,SJML09]. La dispersion ne peut pas être réduite ici par un tri des éprouvettes [GSK12] par masse volumique.

Echelle 1				
	Masse volumique	K_{ua}	F_{ma}	u_{ma}
Masse volumique	1	0,574	0,698	-0,612
K_{ua}	...	1	0,195	-0,15
F_{ma}	1	-0,281
u_{ma}	1
Echelle 1/2				
	Masse volumique	K_{ua}	F_{ma}	u_{ma}
Masse volumique	1	-0,236	0,0439	0,0747
K_{ua}	...	1	0,41	0,206
F_{ma}	1	0,595
u_{ma}	1
Echelle 1/3				
	Masse volumique	K_{ua}	F_{ma}	u_{ma}
Masse volumique	1	0,574	0,167	-0,426
K_{ua}	...	1	0,623	0,25
F_{ma}	1	0,291
u_{ma}	1

TABLEAU 2.8 – Coefficient de corrélation R ([AM11a]) entre la masse volumique et les variables d'intérêt des essais sur assemblages (teneur en eau : environ 13 %)

— **Constitution d'intervalles de confiance :**

Compte tenu de la dispersion observée sur les variables d'intérêt, des intervalles de confiance sont estimés. Ils sont utilisés au chapitre 4 pour la comparaison expérimental / modèle numérique. Pour une variable d'intérêt x , on détermine l'intervalle de confiance pour μ_x , avec μ_x la moyenne de x pour un échantillon de taille infinie. Les intervalles de confiance sont associés à un risque α_c . Ce risque est la probabilité que la valeur estimée soit en dehors de l'intervalle de confiance. Pour constituer ces intervalles, la loi de distribution de x doit être définie. Plusieurs hypothèses sont envisagées.

— **La variable d'intérêt suit une loi Normale :**

Si x suit une loi Normale, alors pour un échantillon aléatoire de taille n_e , la variable

$$T = \frac{\bar{x} - \mu_x}{s_x / \sqrt{n_e}} \quad (2.9)$$

suit une loi Student à $n_e - 1$ degrés de liberté [AM11c]. Donc si $Q_{\alpha_c/2}$ est le quantile $\alpha_c/2$ de la loi Student (symétrique), la probabilité d'avoir

$$|T| > Q_{\alpha_c/2} \quad (2.10)$$

est α_c . On en déduit alors un intervalle de confiance pour μ_x , au risque α_c . Les bornes de l'intervalle sont [AM11c]

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{inf})} = \bar{x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \\ \mu_x^{(\text{sup})} = \bar{x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.11a)$$

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{sup})} = \bar{x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \\ \mu_x^{(\text{inf})} = \bar{x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_x}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.11b)$$

— **La variable d'intérêt suit une loi Lognormale :**

Si x suit une loi Lognormale ($\ln x$ suit une loi Normale), alors on définit un intervalle de confiance d'abord pour $\mu_{\ln x}$. Pour un risque α_c , les bornes de cet intervalle sont [Ves73]

$$\begin{cases} (\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} = \overline{\ln x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \\ (\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} = \overline{\ln x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.12a)$$

$$\begin{cases} (\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} = \overline{\ln x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \\ (\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} = \overline{\ln x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln x}}{\sqrt{n_e}} \end{cases} \quad (2.12b)$$

Ensuite compte tenu de [Ves73, AM11d]

$$\mu_x = \exp \left(\mu_{\ln x} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \quad (2.13)$$

on en déduit l'intervalle de confiance pour μ_x . Les bornes de cet intervalle sont [Ves73]

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{inf})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \\ \mu_x^{(\text{sup})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \end{cases} \quad (2.14a)$$

$$\begin{cases} \mu_x^{(\text{sup})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{sup})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \\ \mu_x^{(\text{inf})} = \exp \left((\mu_{\ln x})^{(\text{inf})} + \frac{(s_{\ln x})^2}{2} \right) \end{cases} \quad (2.14b)$$

Par exemple, la figure 2.14 montre les intervalles de confiance sur K_{ua} à chaque échelle, pour des valeurs de α_c comprises entre 1 et 10% et deux hypothèses de lois de distribution.

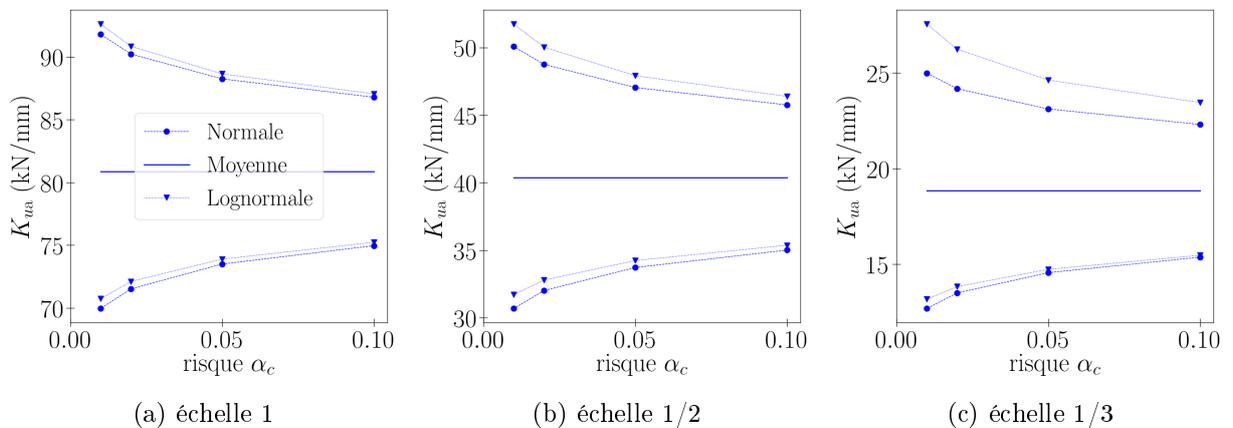


FIGURE 2.14 – Intervalles de confiance expérimentaux sur K_{ua}

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

2.2.2.2 Comportement monotone en rotation

Pour les essais de rotation sur assemblages, les variables d'intérêt et les paramètres *Saws* sont définis et calculés de la même façon que pour les essais axiaux. Les résultats obtenus pour chaque essai sont donnés en annexe A.3.1.1. Les moyennes et *CV* sont donnés au tableau 2.9. Pour chaque échelle, le modèle *Saws* retenu est présenté sur la figure 2.15.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(F)} = 8$	$n_e^{(R)} = 13$	$n_e^{(R)} = 16$
Variables d'intérêt			
K_{θ_a} (Nm/deg)	$1694 \pm 35\%$	$203,6 \pm 27\%$	$64,68 \pm 28\%$
M_{ma} (Nm)	$2409 \pm 10\%$	$426,4 \pm 12\%$	$125,6 \pm 14\%$
θ_{ma} (deg)	$9,42 \pm 18\%$	$15,3 \pm 29\%$	$13,4 \pm 37\%$
$\theta_{lim,a}$ (deg)	$9,74 \pm 20\%$	$16,4 \pm 25\%$	$15,1 \pm 33\%$
Paramètres <i>Saws</i>			
r_f	$0,895 \pm 9\%$	$0,799 \pm 14\%$	$0,839 \pm 16\%$
r_1 (10^{-3})	$15,9 \pm 84\%$	$27,6 \pm 69\%$	$23,3 \pm 98\%$
r_2 (10^{-3})	$-73,8 \pm 92\%$	$-89,5 \pm 111\%$	$-172 \pm 122\%$

TABLEAU 2.9 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et *CV*)

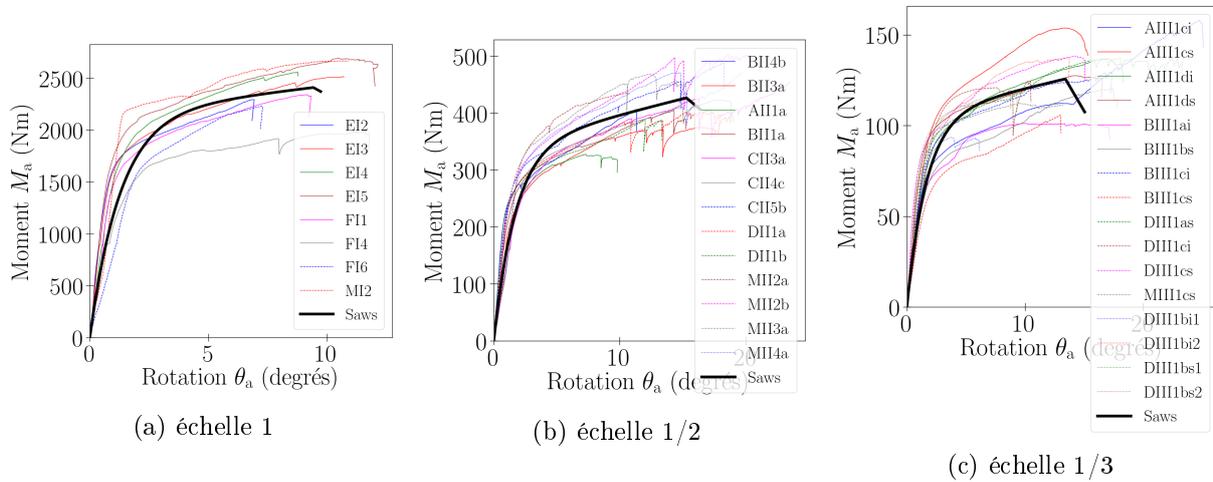


FIGURE 2.15 – Courbes expérimentales et modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais monotones de rotation sur assemblages

2.2.2.3 Comportement cyclique axial

— Calcul des variables d'intérêt :

Un exemple de courbe force - déplacement est présenté sur la figure 2.16a. Les boucles d'hystérésis, caractéristiques du comportement cyclique, sont étudiées. Dans ces boucles, on retrouve le phénomène de « pincement » souvent constaté sur les assemblages bois. En effet,

lorsque le déplacement u_a revient vers une valeur nulle, le contact bois / broche diminue du fait qu'un jeu s'est développé au cours du chargement. Cela fait diminuer la pente de la courbe [FF02a, CN07]. La caractéristique recherchée dans ces boucles d'hystérésis est liée à l'énergie dissipée. Celle-ci est définie, pour un cycle fermé, par l'équation

$$E_{ha} = \oint_{\text{cycle}} F_a du_a \quad (2.15)$$

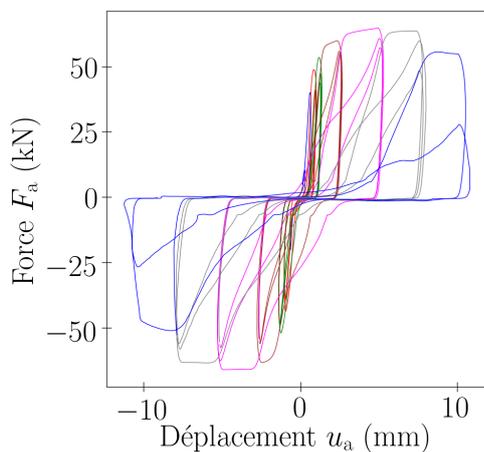
et illustrée sur la figure 2.16b. Le coefficient d'amortissement hystérétique est obtenu, selon la norme EN 12 512 [NE02], par

$$\zeta_{ha} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_{ha}}{E_{pa}} \quad (2.16)$$

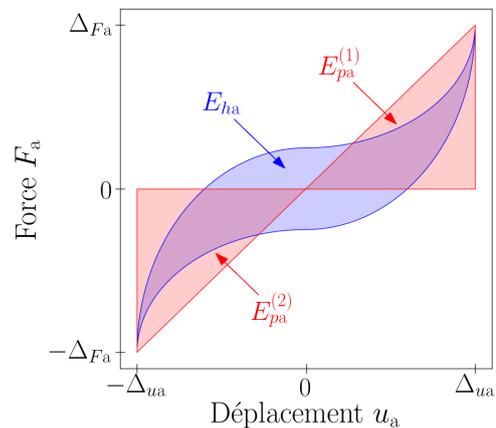
avec E_{pa} la somme des énergies potentielles maximales. Celle-ci est donnée par

$$E_{pa} = E_{pa}^{(1)} + E_{pa}^{(2)} = \Delta_{Fa} \Delta_{ua} \quad (2.17)$$

(figure 2.16b), avec Δ_{ua} et Δ_{Fa} les amplitudes en déplacement et en force du cycle, en considérant un comportement symétrique en traction / compression. Pour chaque amplitude, comme le premier cycle diffère nettement des cycles suivants, il n'est pas considéré et l'amortissement est déterminé à partir des deuxième et troisième cycles, en retenant la valeur moyenne. Finalement l'amortissement est calculé de cette façon pour chaque amplitude.



(a) courbe brute



(b) caractéristiques d'une boucle d'hystérésis

FIGURE 2.16 – Courbe force - déplacement d'un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette *AI5a*)

— Synthèse des essais :

Pour l'ensemble des essais, l'amortissement hystérétique est donné en annexe A.3.1.1 (figure A.5). Concernant le mode de déformation des broches, le mode 2 est obtenu pour

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

tous les essais aux échelles réduites. A l'échelle 1, le mode 2 reste prédominant, néanmoins le mode 1 semble être obtenu pour certains essais (figure 2.17, annexe A.2.1). Ainsi, le mode de déformation n'est pas complètement conservé par changement d'échelle. Pour les essais présentant le mode 2 de déformation, les amortissements sont relativement proches. Pour les rares essais estimés en mode 1 de déformation (peu ductile), l'amortissement est nettement plus faible.



FIGURE 2.17 – Profil de rupture pour un essai cyclique axial sur assemblage (échelle 1, éprouvette *DI2*), aucune déformation des broches visible

Ensuite pour chaque échelle, la moyenne et le *CV* de l'amortissement sont calculés sur les différents essais (tableau 2.10), pour différentes amplitudes relatives. Le terme d'amplitude relative a été défini dans la partie 2.2.1.1. Les différents essais ne comportent pas toujours les mêmes amplitudes en déplacement mesuré, pour deux raisons : les premiers essais sont des essais de calibration, pour les autres essais le protocole de chargement est le même mais basé sur le déplacement traverse. Pour les amortissements moyens obtenus, une certaine conservation est constatée entre les échelles 1/2 et 1/3. Cela s'explique par la conservation du mode de déformation, entre ces échelles réduites. En revanche à l'échelle 1, l'amortissement est légèrement plus faible qu'aux échelles réduites. Cela peut être dû au fait qu'à l'échelle 1, certains essais comporteraient le mode 1 de déformation.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Echelle 1			
Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	Nombre d'essais	Nombre total d'essais	Amortissement
[139; 146]	10	11	$0,0863 \pm 31\%$
[185; 193]	10		$0,0943 \pm 32\%$
[372; 381]	10		$0,127 \pm 33\%$
[744; 796]	11		$0,111 \pm 38\%$
[1121; 1139]	5		$0,106 \pm 11\%$
Echelle 1/2			
Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	Nombre d'essais	Nombre total d'essais	Amortissement
[132; 137]	12	12	$0,136 \pm 21\%$
[178; 190]	12		$0,143 \pm 20\%$
[356; 369]	10		$0,184 \pm 5\%$
[707; 783]	11		$0,183 \pm 6\%$
[1059; 1113]	10		$0,153 \pm 9\%$
[1369; 1453]	10		$0,144 \pm 17\%$
[1772; 1791]	6		$0,128 \pm 21\%$
Echelle 1/3			
Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%)	Nombre d'essais	Nombre total d'essais	Amortissement
[69; 81]	9	12	$0,0855 \pm 30\%$
[92; 124]	11		$0,109 \pm 24\%$
[184; 217]	8		$0,154 \pm 17\%$
[371; 438]	10		$0,168 \pm 23\%$
[576; 668]	8		$0,162 \pm 16\%$
[756; 875]	7		$0,14 \pm 19\%$
[1041; 1096]	7		$0,141 \pm 17\%$

TABLEAU 2.10 – Amortissement ζ_{ha} (adimensionnels) des essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et *CV*)

— Constitution d'un modèle analytique du comportement :

Le modèle *Saws* présenté en monotone est étendu au comportement cyclique de l'assemblage, avec les six nouveaux paramètres suivants (figure 2.18, [FF02b,FF02a,WYSS19,Ros02,LHR05]) :

- $r_3K_{ua}, r_4K_{ua}, K_p$ les pentes des branches linéaires,
- $F_i = r_i F_{ma}$, la force à $u_a = 0$, en valeur absolue,
- $\beta = u_1/u_0$, avec u_0, u_1 respectivement les valeurs de u_a au déchargement puis au retour sur la courbe enveloppe,
- α , intervenant dans l'expression :

$$K_p = K_{ua} \left(\frac{F_0}{K_{ua} \beta u_0} \right)^\alpha \quad (2.18)$$

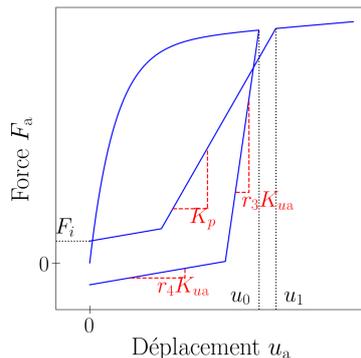


FIGURE 2.18 – Modèle de comportement *Saws* cyclique

avec $F_0 = r_f F_{ma}$. Pour la courbe enveloppe, le modèle *Saws* ne reproduit pas l'augmentation progressive de la pente constatée expérimentalement. Cela constitue une limite du modèle. Les paramètres $r_3, r_4, \alpha, \beta, r_i$ peuvent être déterminés par minimisation de l'erreur [FF02a, WYSS19, PRA⁺07, LFL12]

$$\epsilon^2 = \sum_i \left(F_a^{(i, \text{Saws})} - F_a^{(i, \text{expe})} \right)^2 \quad (2.19)$$

avec $F_a^{(i)}$ la force au point i . Cette approche n'est pas retenue, car l'évolution de la force dans les boucles d'hystérésis est entachée d'une forte variabilité. Par conséquent, nous faisons le choix de procéder à la minimisation de l'erreur sur l'énergie dissipée [FF02a, PRA⁺07], et plus particulièrement sur l'amortissement qui a une meilleure répétabilité. L'erreur à minimiser est définie par l'équation

$$\epsilon^2 = \sum_k \left(\zeta_{ha}^{(k, \text{Saws})} - \zeta_{ha}^{(k, \text{expe})} \right)^2 \quad (2.20)$$

avec $\zeta_{ha}^{(k)}$ l'amortissement pour l'amplitude k . Pour chaque échelle, les paramètres *Saws* d'hystérésis sont donnés dans le tableau 2.11.

Paramètre	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
α	0,88	0,91	0,99
β	1,29	1,25	1,28
r_i	0,02	0,1	0,06
r_3	1,9	2	2
r_4	0,01	0,01	0,01
K_p	donné par l'équation (2.18), avec $u_0 = \Delta_{ua}$		

TABEAU 2.11 – Paramètres *Saws* des essais cycliques axiaux sur assemblages, adimensionnels

Puis la courbe force - déplacement du modèle est donnée sur la figure 2.20, qui montre aussi l'amortissement issu du modèle, calculé sur le second cycle de chaque amplitude.

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

L'amortissement issu du modèle est relativement proche de celui expérimental (tableau 2.10). Enfin les courbes force - déplacement du modèle sont comparées à celles expérimentales, sur la figure 2.19.

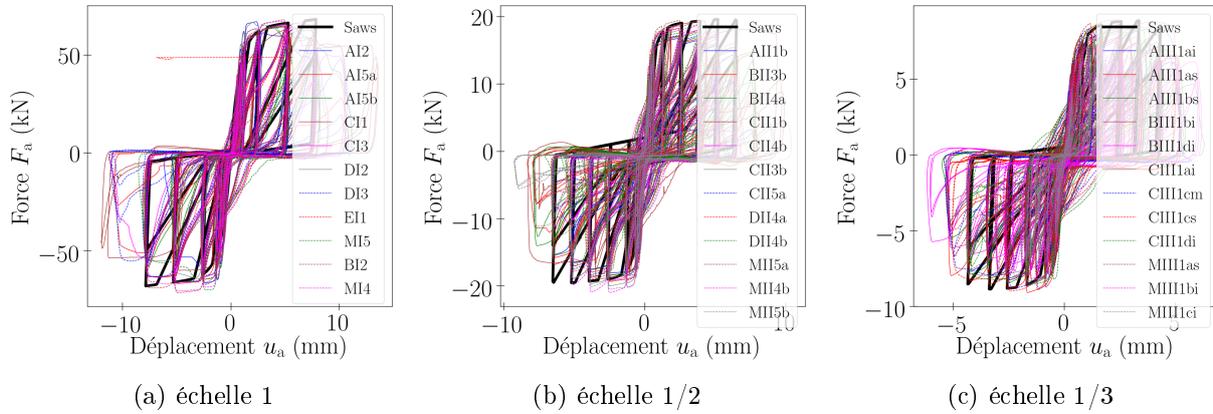
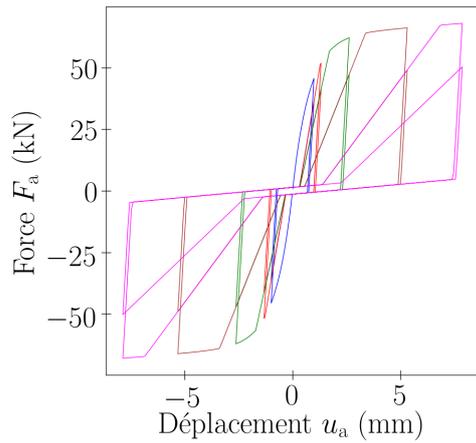
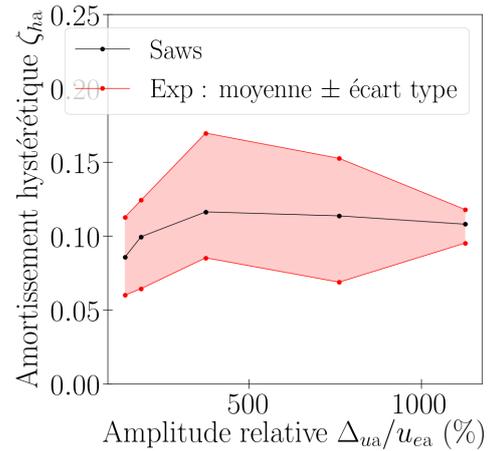


FIGURE 2.19 – Courbes expérimentales et modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais cycliques axiaux sur assemblages

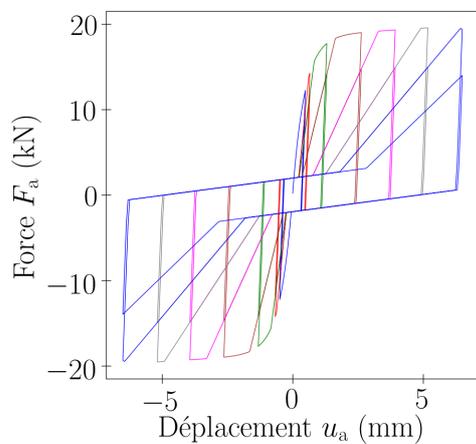
2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE



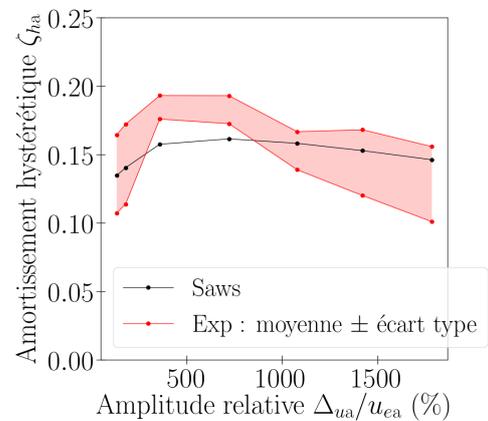
(a) courbe force déplacement *Saws*, échelle 1



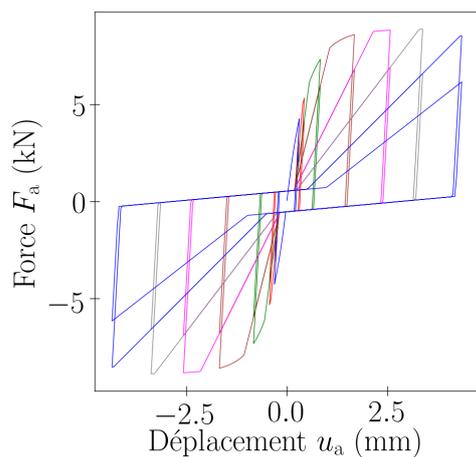
(b) coefficient d'amortissement, échelle 1



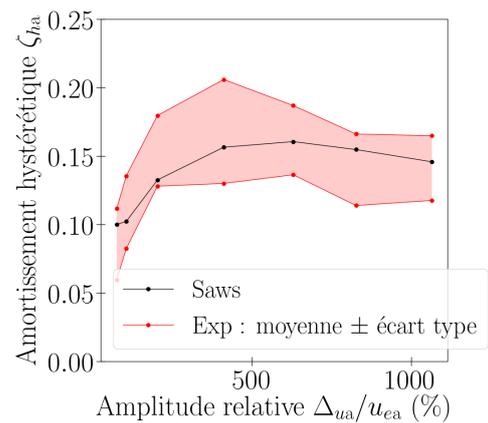
(c) courbe force déplacement *Saws*, échelle 1/2



(d) coefficient d'amortissement, échelle 1/2



(e) courbe force déplacement *Saws*, échelle 1/3



(f) coefficient d'amortissement, échelle 1/3

FIGURE 2.20 – Modèle *Saws* retenu à chaque échelle, essais cycliques axiaux sur assemblages

2.2.3 Analyse du comportement de la structure

Dans cette partie, c'est le comportement de la structure qui est analysé, en monotone et en cyclique.

2.2.3.1 Comportement monotone

Pour les essais monotones sur la structure, les courbes force déplacement sont caractérisées de la même façon que pour les essais sur assemblages (partie 2.2.2.1) : la raideur K_s est déterminée, le début (mise en place) de la courbe est retiré, la courbe est décalée horizontalement, l'extremum (u_{ms}, F_{ms}) est déterminé.

Pour l'ensemble des essais, les courbes force - déplacement sont présentées sur la figure 2.21. Une courbe moyenne est également établie.

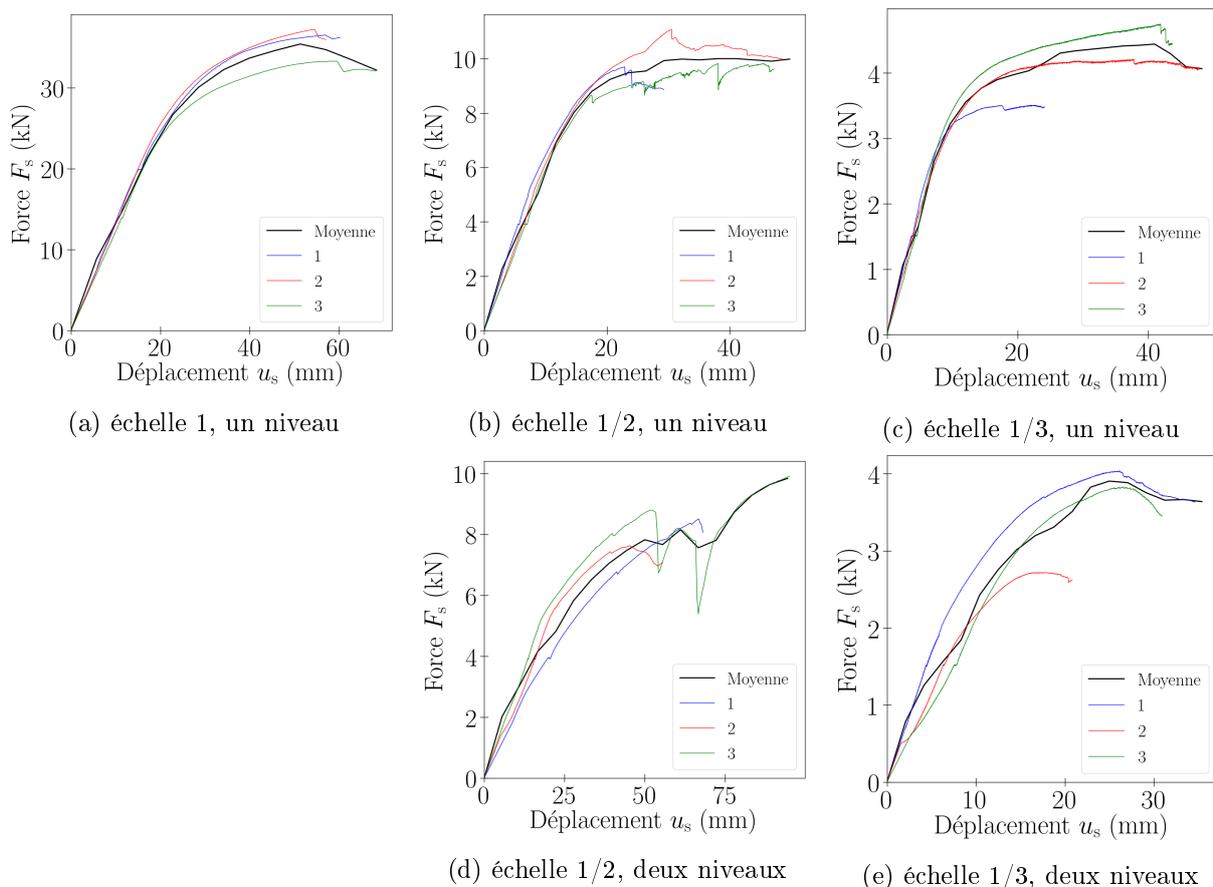


FIGURE 2.21 – Courbes expérimentales force - déplacement (décalées) des essais monotones sur la structure

Les variables d'intérêt sont données en annexe A.3.1.2, et les profils de rupture en annexe A.2.2. Aux échelles 1 et 1/2, des ruptures fragiles du bois sont constatées au niveau de certains assemblages (figure 2.22a). Elles sont responsables de la chute de force au delà de l'extremum. Quant à l'échelle 1/3, pour les éprouvettes 1 et 2, une flexion hors plan de la pièce métallique est constatée en pied de la diagonale comprimée (figure 2.22b). Cette déformation est due au jeu hors plan entre le bois et l'acier. Il cause une redistribution de l'effort dans les poteaux. C'est pourquoi pour ces éprouvettes, peu de ruptures fragiles sont constatées, d'où l'absence de chute de force sur les courbes force - déplacement. Néanmoins, ces différents phénomènes observés aux

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

trois échelles ne semblent pas impacter les variables d'intérêt (K_s, F_{ms}, u_{ms}).



(a) Rupture fragile en pied de poteau et de la diagonale, échelle 1, éprouvette 1



(b) Flexion hors plan en pied de diagonale, échelle 1/3, éprouvette 2

FIGURE 2.22 – Profil de rupture pour les essais monotones sur la structure à un niveau

Ensuite, pour chaque échelle et chaque variable d'intérêt, la moyenne et le CV sont calculés sur les n_e essais (tableaux 2.12 et 2.13).

Variable d'intérêt	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(F)} = 3$	$n_e^{(R)} = 3$	$n_e^{(R)} = 3$
K_s (kN/mm)	$1,29 \pm 5\%$	$0,632 \pm 12\%$	$0,377 \pm 9\%$
F_{ms} (kN)	$35,7 \pm 6\%$	$10,2 \pm 7\%$	$4,16 \pm 15\%$
u_{ms} (mm)	$56,8 \pm 4\%$	$30,5 \pm 25\%$	$34 \pm 30\%$

TABLEAU 2.12 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

Variable d'intérêt	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Nombre d'essais	$n_e^{(R)} = 3$	$n_e^{(R)} = 3$
K_s (kN/mm)	$0,245 \pm 15\%$	$0,254 \pm 30\%$
F_{ms} (kN)	$8,69 \pm 13\%$	$3,53 \pm 20\%$
u_{ms} (mm)	$69,2 \pm 36\%$	$23,5 \pm 21\%$

TABLEAU 2.13 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et CV)

2.2.3.2 Comportement cyclique

Pour les essais cycliques sur la structure, les courbes force - déplacement sont présentées sur la figure 2.23. Le « pincement » observé dans les boucles d'hystérésis est en partie dû à celui aux assemblages.

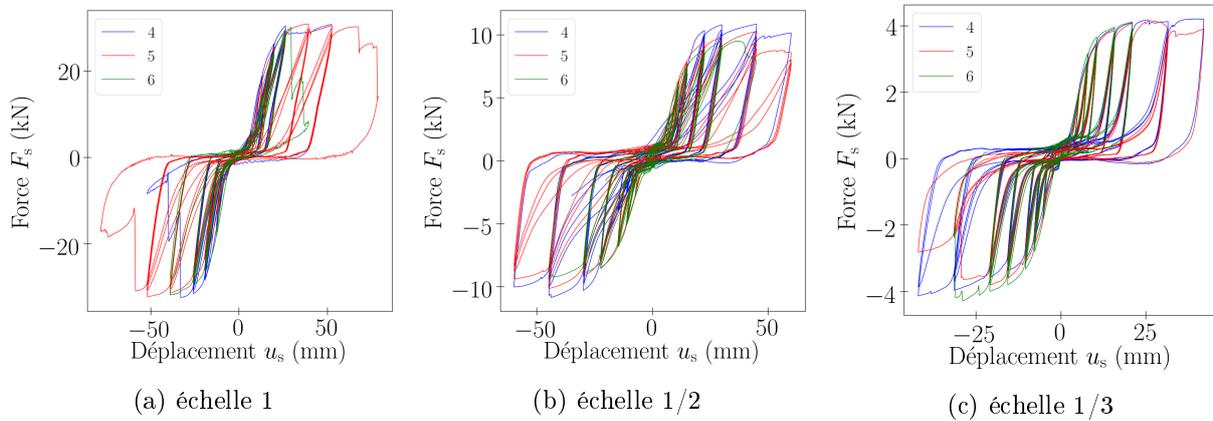


FIGURE 2.23 – Courbes expérimentales force - déplacement des essais cycliques sur la structure à un niveau

Pour l'ensemble des essais, l'amortissement hystérétique est donné en annexe A.3.1.2 (figure A.6). Pour chaque échelle, la moyenne et le CV de l'amortissement sont calculés sur les différents essais (tableau 2.14).

Echelle 1			
Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	Nombre d'essais	Nombre total d'essais	Amortissement
75	3	3	$0,0373 \pm 9\%$
100	3		$0,0515 \pm 7\%$
150	1		0,0615
200	1		0,0579
Echelle 1/2			
Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	Nombre d'essais	Nombre total d'essais	Amortissement
75	3	3	$0,0405 \pm 13\%$
100	3		$0,0488 \pm 13\%$
150	3		$0,0752 \pm 4\%$
200	3		$0,0832 \pm 5\%$
300	2		$0,0915 \pm 12\%$
400	1		0,0658
Echelle 1/3			
Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%)	Nombre d'essais	Nombre total d'essais	Amortissement
75	3	3	$0,0426 \pm 10\%$
100	3		$0,0455 \pm 11\%$
150	3		$0,0486 \pm 11\%$
200	3		$0,0501 \pm 11\%$
300	2		$0,053 \pm 9\%$

TABLEAU 2.14 – Amortissement ζ_{hs} (adimensionnels) des essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

2.2.4 Détermination des facteurs de similitude expérimentaux

Pour les assemblages et la structure testés, les facteurs expérimentaux sont déterminés pour les variables d'intérêt puis pour la relation force - déplacement monotone.

2.2.4.1 Facteurs de similitude sur les variables d'intérêt

Pour chaque variable d'intérêt x , on détermine le facteur de similitude :

$$\lambda_x = x^{(F)}/x^{(R)} \quad (2.21)$$

$x^{(F)}$ est la valeur de x à l'échelle 1 et $x^{(R)}$ est la valeur de x à l'échelle réduite.

— **Moyenne et coefficient de variation :**

La moyenne de λ_x est définie par

$$\overline{\lambda_x} = \overline{x^{(F)}/x^{(R)}} \quad (2.22)$$

Puis l'écart type de λ_x est estimé au premier ordre par [AM11e]

$$s_{\lambda x} = \sqrt{\left(s_{x^{(F)}} \frac{\partial \lambda_x}{\partial x^{(F)}}\right)^2 + \left(s_{x^{(R)}} \frac{\partial \lambda_x}{\partial x^{(R)}}\right)^2} \quad (2.23)$$

soit

$$s_{\lambda x} = \sqrt{\left(\frac{s_{x^{(F)}}}{x^{(R)}}\right)^2 + \left(\frac{s_{x^{(R)}} x^{(F)}}{(x^{(R)})^2}\right)^2} \quad (2.24)$$

En plus du facteur entre l'échelle 1 et l'échelle réduite, on considère également le facteur entre les échelles 1/2 et 1/3. L'ensemble des facteurs ainsi obtenus est donné dans les tableaux 2.15 à 2.20.

- « 1/2 → 1 » signifie « entre les échelles 1 et 1/2 »,
- « 1/3 → 1 » signifie « entre les échelles 1 et 1/3 »,
- « 1/3 → 1/2 » signifie « entre les échelles 1/2 et 1/3 ».

La dispersion des facteurs expérimentaux varie entre 5 et 50%. Pour les assemblages en monotone, la dispersion des facteurs est plus faible pour la force maximale que pour les autres variables d'intérêt. Cela est cohérent avec les dispersions des variables elles mêmes (tableau 2.7).

Facteur	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
λ_{Kua}	2 ± 24%	4,29 ± 34%	2,14 ± 38%
λ_{Fma}	3,53 ± 11%	7,84 ± 10%	2,22 ± 9%
λ_{uma}	1,75 ± 21%	2,94 ± 16%	1,68 ± 22%

TABLEAU 2.15 – Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones axiaux sur assemblages (moyenne et CV)

Facteur	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
$\lambda_{K\theta a}$	8,32 ± 44%	26,2 ± 45%	3,15 ± 39%
λ_{Mma}	5,65 ± 15%	19,2 ± 17%	3,39 ± 18%
$\lambda_{\theta ma}$	0,616 ± 34%	0,702 ± 41%	1,14 ± 47%

TABLEAU 2.16 – Facteurs expérimentaux des variables d'intérêt, essais monotones de rotation sur assemblages (moyenne et CV)

2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Amplitude relative Δ_{ua}/u_{ea} (%) (tableau 2.10)	1/2 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1/2
[92; 146]	0,635 \pm 37%	0,792 \pm 39%	1,25 \pm 32%
[178; 217]	0,659 \pm 38%	0,613 \pm 36%	0,93 \pm 26%
[356; 438]	0,691 \pm 33%	0,759 \pm 40%	1,1 \pm 23%
[576; 796]	0,605 \pm 38%	0,685 \pm 41%	1,13 \pm 17%

TABLEAU 2.17 – Facteurs expérimentaux sur l’amortissement ζ_{ha} , essais cycliques axiaux sur assemblages (moyenne et CV)

Facteur	1/2 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1/2
λ_{Ks}	2,04 \pm 13%	3,43 \pm 10%	1,68 \pm 15%
λ_{Fms}	3,5 \pm 10%	8,58 \pm 16%	2,45 \pm 17%
λ_{ums}	1,86 \pm 25%	1,67 \pm 30%	0,898 \pm 39%

TABLEAU 2.18 – Facteurs expérimentaux des variables d’intérêt, essais monotones sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

Facteur	1/3 \rightarrow 1/2
λ_{Ks}	0,965 \pm 33%
λ_{Fms}	2,46 \pm 24%
λ_{ums}	2,94 \pm 42%

TABLEAU 2.19 – Facteurs expérimentaux des variables d’intérêt, essais monotones sur la structure à deux niveaux (moyenne et CV)

Amplitude relative Δ_{us}/u_{es} (%) (tableau 2.14)	1/2 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1/2
75	0,922 \pm 16%	0,875 \pm 13%	0,949 \pm 16%
100	1,06 \pm 15%	1,13 \pm 13%	1,07 \pm 17%

TABLEAU 2.20 – Facteurs expérimentaux sur l’amortissement ζ_{hs} , essais cycliques sur la structure à un niveau (moyenne et CV)

— Intervalles de confiance :

Compte tenu de la dispersion des facteurs expérimentaux, des intervalles de confiance sont établis. Ils seront utilisés au chapitre 3 pour la comparaison expérimental / analytique. Pour un facteur λ_x , on détermine l’intervalle de confiance pour μ_{λ_x} , avec μ_{λ_x} la moyenne de λ_x pour un échantillon de taille infinie. Pour constituer ces intervalles, la loi de distribution du facteur λ_x doit être définie. Plusieurs hypothèses sont envisagées. La démarche est similaire à celle de la partie 2.2.2.1.

— Le facteur suit une loi Normale :

Si λ_x suit une loi Normale, alors les bornes de l’intervalle de confiance au risque α_c

sont

$$\begin{cases} \mu_{\lambda_x}^{(\text{inf})} = \bar{\lambda}_x - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.25a) \\ \mu_{\lambda_x}^{(\text{sup})} = \bar{\lambda}_x + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.25b) \end{cases}$$

$Q_{\alpha_c/2}$ est le quantile $\alpha_c/2$ de la loi Student à $n_\lambda - 1$ degrés de liberté. n_λ est la taille d'échantillon pour λ_x , considérée égale à

$$n_\lambda = \min \left\{ n_e^{(\text{F})}, n_e^{(\text{R})} \right\} \quad (2.26)$$

— **Le facteur suit une loi Lognormale :**

Si λ_x suit une loi Lognormale ($\ln(\lambda_x) = \ln(x^{(\text{F})}) - \ln(x^{(\text{R})})$ suit une loi Normale), alors on définit l'intervalle de confiance d'abord pour $\mu_{\ln \lambda_x}$. Pour un risque α_c , les bornes de l'intervalle sont

$$\begin{cases} (\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{inf})} = \overline{\ln \lambda_x} - Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln \lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.27a) \\ (\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{sup})} = \overline{\ln \lambda_x} + Q_{\alpha_c/2} \frac{s_{\ln \lambda_x}}{\sqrt{n_\lambda}} & (2.27b) \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} \overline{\ln(\lambda_x)} = \overline{\ln x^{(\text{F})}} - \overline{\ln x^{(\text{R})}} & (2.28a) \\ (s_{\ln \lambda_x})^2 = (s_{\ln x^{(\text{F})}})^2 + (s_{\ln x^{(\text{R})}})^2 & (2.28b) \end{cases}$$

Ensuite compte tenu de

$$\mu_{\lambda_x} = \exp \left(\mu_{\ln \lambda_x} + \frac{(s_{\ln \lambda_x})^2}{2} \right) \quad (2.29)$$

on en déduit l'intervalle de confiance pour μ_{λ_x} . Les bornes de cet intervalle sont

$$\begin{cases} \mu_{\lambda_x}^{(\text{inf})} = \exp \left((\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{inf})} + \frac{(s_{\ln \lambda_x})^2}{2} \right) & (2.30a) \\ \mu_{\lambda_x}^{(\text{sup})} = \exp \left((\mu_{\ln \lambda_x})^{(\text{sup})} + \frac{(s_{\ln \lambda_x})^2}{2} \right) & (2.30b) \end{cases}$$

Par exemple, la figure 2.24 montre les intervalles de confiance sur le facteur $\lambda_{K_{ua}}$, pour des valeurs de α_c entre 1 et 10% et deux hypothèses de lois de distribution.

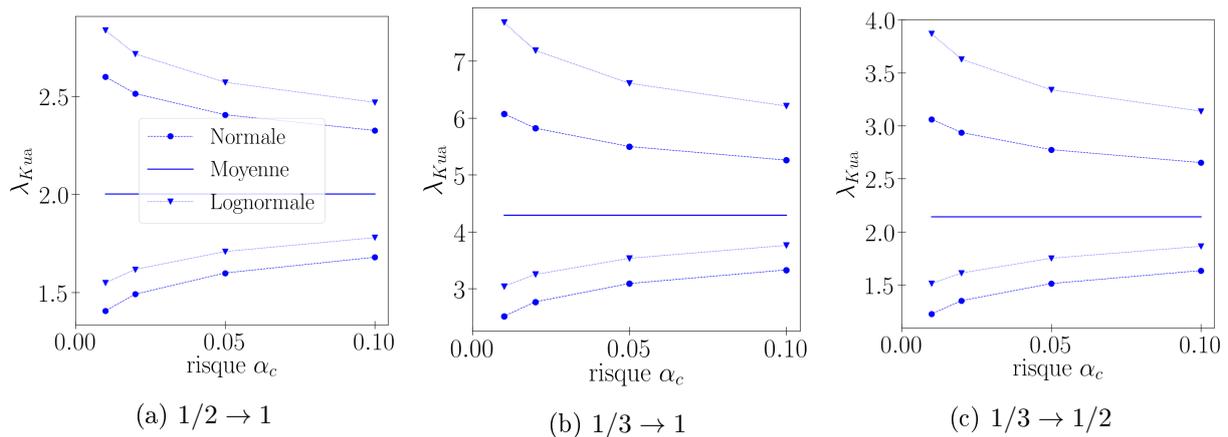


FIGURE 2.24 – Intervalles de confiance expérimentaux sur λ_{Kua}

2.2.4.2 Facteurs de similitude sur la relation force - déplacement

A présent, les facteurs sur la relation force - déplacement monotone sont déterminés, pour les assemblages (figure 2.13) et la structure (figure 2.21). Le facteur sur la force est défini par $\lambda_F = F^{(F)}/F^{(R)}$. $F^{(F)}$ est la force à l'échelle 1 pour un déplacement $u^{(F)}$, et $F^{(R)}$ est la force à l'échelle réduite pour un déplacement $u^{(R)}$, avec $\lambda_u = u^{(F)}/u^{(R)}$. Il s'agit d'établir le facteur λ_F pour chaque déplacement $u^{(F)}$, avec λ_u fixé. Pour des courbes force - déplacement linéaires, le facteur λ_F est indépendant de $u^{(F)}$ et proportionnel à λ_u . En revanche, les courbes force - déplacement considérées (figures 2.13 et 2.21) sont non linéaires. Par conséquent le facteur λ_F dépend de $u^{(F)}$ et λ_u . Par exemple pour les assemblages, entre échelles 1 et 1/3, en fixant $\lambda_{ua} = \lambda_{uma} = 2,94$, la figure 2.25 montre que λ_{Fa} dépend de $u_a^{(F)}$. En effet, on a $\lambda_{Fa} = 7,78$ pour $u_a^{(F)} = 9$ mm, et on a $\lambda_{Fa} = 11,2$ pour $u_a^{(F)} = 0,5$ mm.

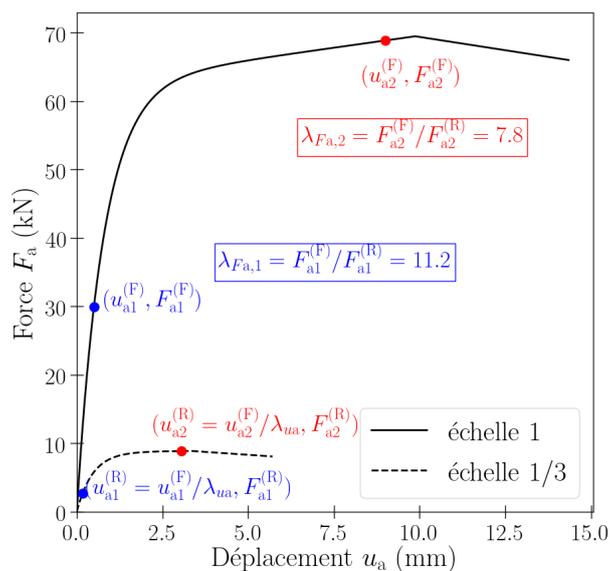
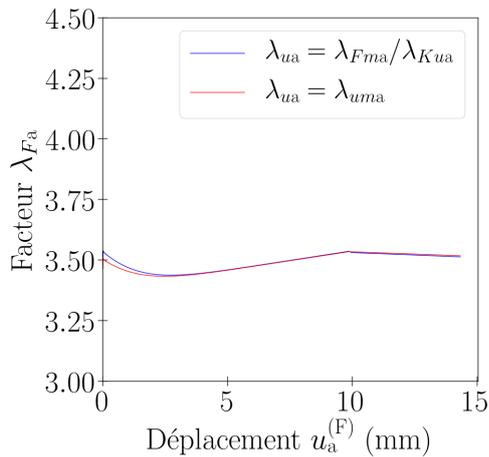


FIGURE 2.25 – Dépendance entre le facteur λ_{Fa} et le déplacement $u_a^{(F)}$ (pour les assemblages, entre échelles 1 et 1/3, avec $\lambda_{ua} = 2,94$)

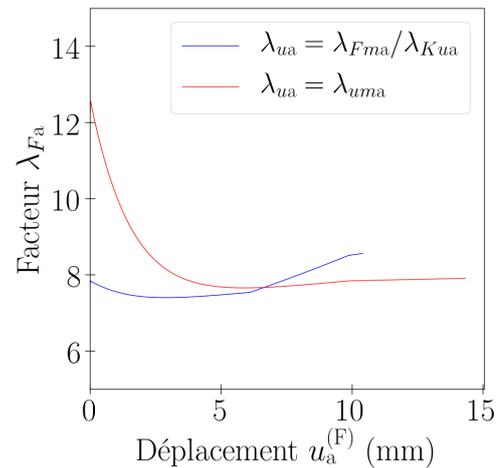
2.2. ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES SUR LES ASSEMBLAGES ET LA STRUCTURE

Le facteur λ_F est illustré sur la figure 2.26 : pour les assemblages et la structure, entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Le facteur λ_F est donné en fonction de $u^{(F)}$, en considérant deux possibilités pour λ_u :

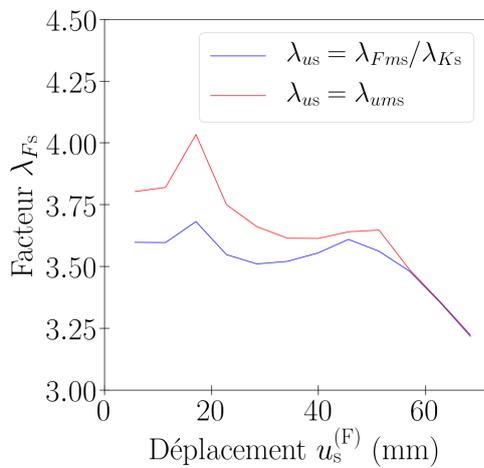
- une obtenue par le rapport de λ_{Fm} par λ_K ,
- la seconde en l'égalisant au facteur du déplacement maximal u_m .



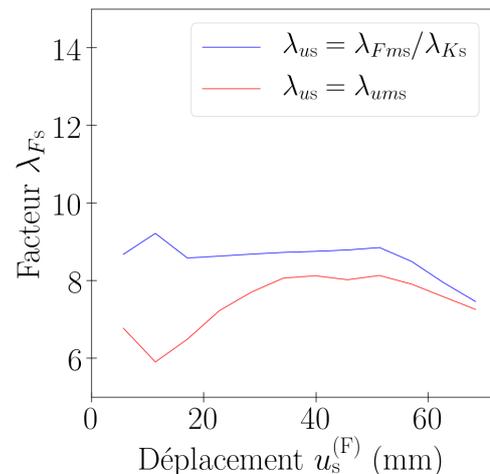
(a) facteur λ_{Fa} , 1/2 \rightarrow 1



(b) facteur λ_{Fa} , 1/3 \rightarrow 1



(c) facteur λ_{Fs} (structure à un niveau), 1/2 \rightarrow 1



(d) facteur λ_{Fs} (structure à un niveau), 1/3 \rightarrow 1

FIGURE 2.26 – Facteurs λ_{Fa} et λ_{Fs} expérimentaux

La figure 2.26 montre que le facteur λ_F dépend à la fois de $u^{(F)}$ et de λ_u , comme évoqué précédemment. Au delà d'une certaine valeur $u^{(F)}$, le facteur λ_F ne peut plus être défini, car le déplacement $u^{(R)} = u^{(F)} / \lambda_u$ est en dehors de la courbe force - déplacement de l'échelle réduite.

2.2.5 Conclusion

Des essais monotones et cycliques ont été réalisés sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Cela a permis de caractériser leurs comportements monotones et cycliques.

Les données expérimentales présentent une dispersion, du fait de la variabilité des propriétés du bois et du type d'assemblages. Par conséquent des intervalles de confiance ont été établis. A partir des données obtenues, des facteurs de similitude expérimentaux ont été obtenus entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Ces facteurs présentent eux aussi une dispersion. Concernant les assemblages, un modèle analytique de comportement a été établi.

2.3 Essais dynamiques sur la structure

Des essais dynamiques ont été réalisés sur la structure, à *FCBA*. La configuration de la structure est identique à celles des essais monotones et cycliques. Seule la structure à un niveau est concernée par ces essais. Pour chaque échelle, les éprouvettes sont nommées de 7 à 9. Deux types d'essais sont réalisés : des essais sur table vibrante, puis des essais au marteau de choc. Les essais sur table vibrante permettent de caractériser le comportement de la structure suite à un mouvement à sa base. Les essais au « marteau de choc » permettent quant à eux d'évaluer les caractéristiques vibratoires de la structure. Enfin, les facteurs de similitude sur les caractéristiques vibratoires sont établis.

2.3.1 Essais sur table vibrante

Ces essais sont réalisés à l'échelle 1. Après une présentation des méthodes d'essais, le comportement dynamique obtenu est analysé.

2.3.1.1 Méthodes d'essai

Les essais sont réalisés sur la table vibrante unidimensionnelle de *FCBA* (figure 2.27). Un support métallique est situé de chaque côté de la structure, afin d'éviter des déplacements hors plan. Sept accéléromètres sont disposés en haut de la structure et au niveau des assemblages.

Un mouvement est appliqué à la base de la structure. Ce mouvement est de type sinus balayé à déplacement constant (figure 2.28), avec une vitesse de balayage de 1 octave / minute (cela signifie qu'à chaque minute, la fréquence est multipliée par 2). Il est défini par [Far00]

$$x(t) = A \begin{cases} \sin \left(\frac{2\pi f_1 T}{\ln \left(\frac{f_2}{f_1} \right)} \left(e^{\left(\frac{t}{T} \ln \left(\frac{f_2}{f_1} \right) \right)} - 1 \right) \right), t < T & (2.31a) \\ \sin \left(\frac{2\pi f_2 T}{\ln \left(\frac{f_1}{f_2} \right)} \left(e^{\left(\frac{t}{T} \ln \left(\frac{f_1}{f_2} \right) \right)} - 1 \right) \right), T < t < 2T & (2.31b) \end{cases}$$

avec A l'amplitude du signal, f_1 et f_2 respectivement les fréquences minimale et maximale, et T la durée de chaque branche ascendante et descendante.

Un signal sinus balayé permet de solliciter la structure à toutes les fréquences successivement, avec une amplitude constante. Il permet donc de connaître les modes de la structures, leur contribution et leur amortissement. En revanche, un signal sismique a une amplitude très dépendante

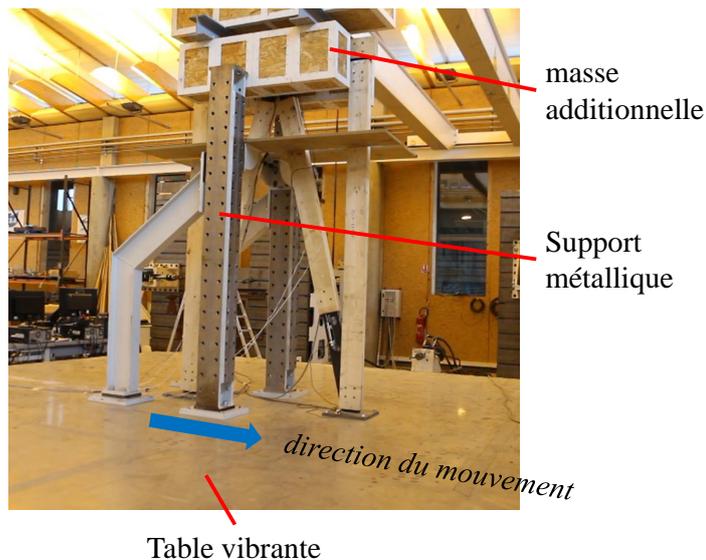


FIGURE 2.27 – Essais sur table vibrante, montage expérimental

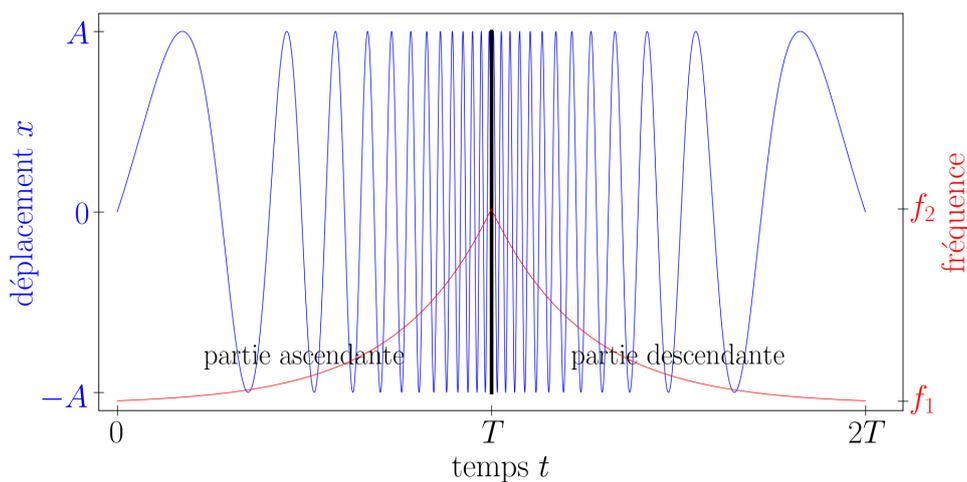


FIGURE 2.28 – Illustration d'un sinus balayé (balayage bien plus progressif en réalité)

de la fréquence. La réponse de la structure sera ainsi très liée au signal d'entrée, il sera difficile d'obtenir des données intrinsèques à la structure.

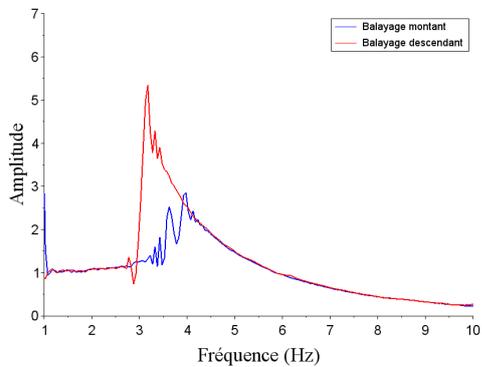
2.3.1.2 Comportement de la structure

La réponse de la structure est représentée par une fonction de transfert (figures 2.29 à 2.31), pour trois éprouvettes et différentes amplitudes de sollicitation. La résonance de la structure est obtenue pour une fréquence entre 2 et 5 Hz. Les fonctions de transfert obtenues présentent les particularités suivantes :

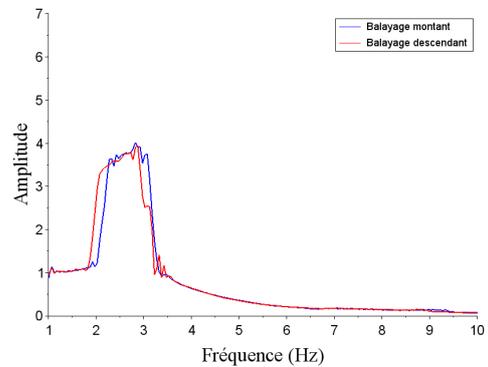
- elles dépendent du sens de balayage, en particulier pour une amplitude faible,
- elles sont dissymétriques et présentent un saut brutal, en particulier pour une amplitude

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

faible et un balayage descendant,
— leur forme dépend de l'amplitude du signal d'entrée.

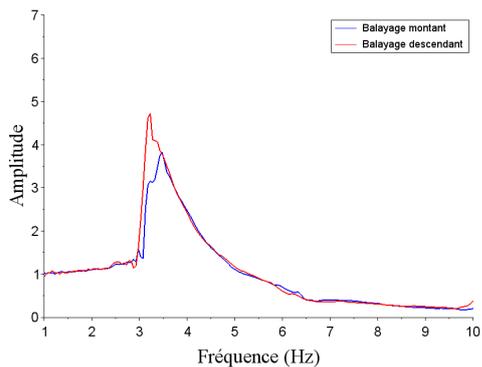


(a) amplitude de sollicitation 0,5 cm

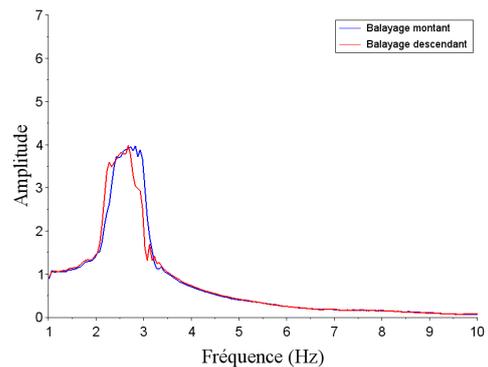


(b) amplitude de sollicitation 2,5 cm

FIGURE 2.29 – Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 7

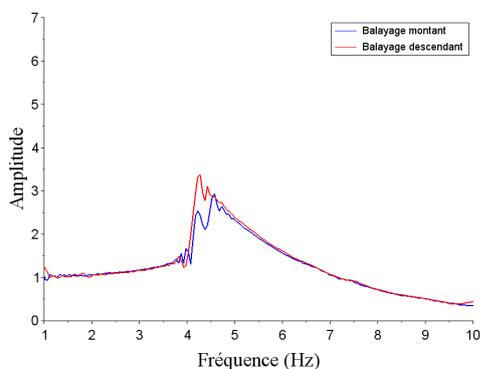


(a) amplitude de sollicitation 0,5 cm

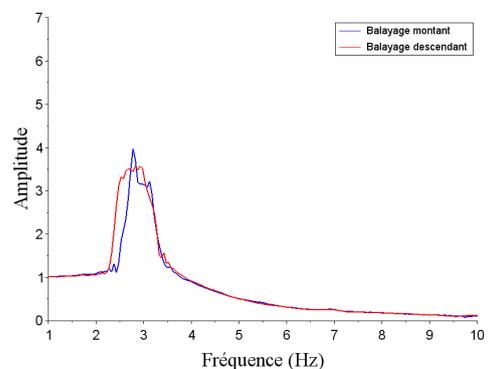


(b) amplitude de sollicitation 2,5 cm

FIGURE 2.30 – Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 8



(a) amplitude de sollicitation 0,5 cm



(b) amplitude de sollicitation 2,5 cm

FIGURE 2.31 – Essais sur table vibrante, fonctions de transfert, éprouvette 9

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

Ces particularités sont caractéristiques des comportements non linéaires de contact [NK17]. La résonance obtenue est donc nommée par la suite « résonance non linéaire ». Notons que ces particularités des fonctions de transfert sont plus prononcées pour l'éprouvette 7 que pour les deux autres. Cela est dû au fait que pour l'éprouvette 7, d'autres essais ont été réalisés en amont (bruit blanc, sinus harmonique,...), ce qui a pu modifier légèrement les propriétés dynamiques. Les phénomènes à l'origine de ces non-linéarités de contact peuvent être estimés, d'après les observations suivantes :

- aucun endommagement ou déformation permanente (plasticité) n'est constaté sur la structure,
- les sollicitations sont faibles,
- les particularités évoquées des fonctions de transfert sont plus prononcées pour de faibles amplitudes.

D'après ces observations, les non linéarités ne sont pas dues à de la plasticité ou de l'endommagement, et ne sont donc pas matérielles. En revanche elles peuvent être dues aux jeux et chocs dans les assemblages. Pour identifier plus précisément les phénomènes à l'origine de ces non linéarités, une analyse temporelle est effectuée.

En chaque instant de l'essai, la *FFT* (*Fast Fourier Transform*) du signal de réponse est établie sur une fenêtre de temps d'environ 3 s, avec l'outil *EasyMod Toolbox* [KBFCV12]. Cette *FFT* représente le contenu fréquentiel du signal. Son évolution en fonction du temps est montrée sur la figure 2.32.

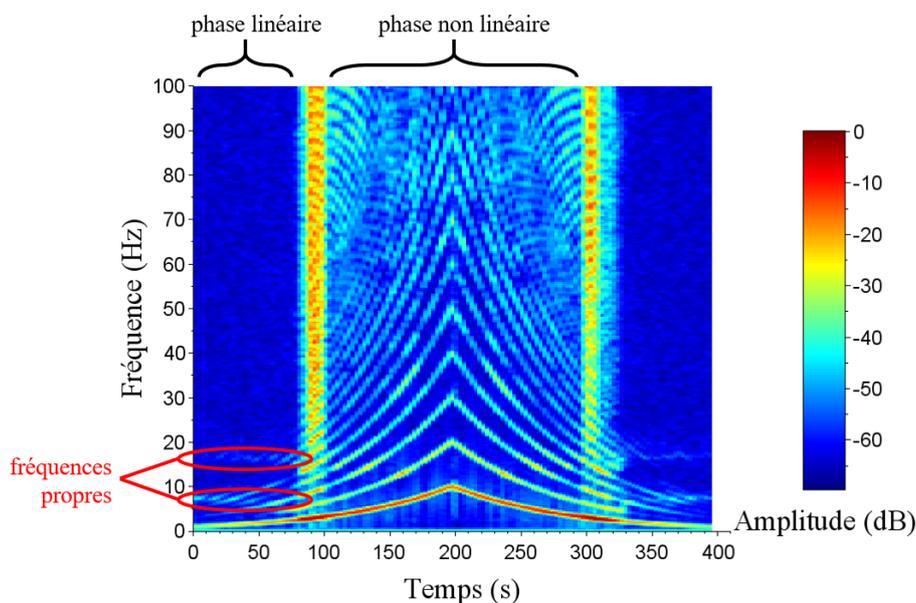


FIGURE 2.32 – Essais sur table vibrante, amplitude de la *FFT* en fonction du temps, éprouvette 9, amplitude de la sollicitation 2,5 cm

Pour des instants inférieurs à 100 s ou supérieurs à 320 s, la réponse est localisée principalement sur la fréquence du signal d'entrée. La réponse est aussi localisée, plus faiblement, sur les fréquences 8 et 16 Hz. Ces observations correspondent à un comportement linéaire. On en déduit que 8 et 16 Hz sont les fréquences propres de la structure. Notons que ces fréquences ne correspondent pas à celle de résonance non linéaire (entre 2 et 5 Hz, figures 2.29 à 2.31).

Pour des instants compris entre 100 et 320 s, le comportement est non linéaire. En effet, la réponse est localisée sur de nombreuses hautes fréquences, et particulièrement sur les harmoniques du signal d'entrée. Un tel phénomène peut être le résultat de chocs dans les assemblages. Ces chocs peuvent être causés par un glissement des broches, en présence de jeux et au-delà d'un certain niveau de sollicitation. Par ailleurs lors des essais, des bruits de chocs ont été perçus. Enfin pour cette phase non linéaire, les fréquences propres de la structure (8 et 16 Hz) ne sont pas activées.

Entre les phases linéaires et non linéaires, une phase de transition est constatée. C'est dans cette phase que la réponse est la plus importante, quelle que soit la fréquence. Par ailleurs les fréquences propres (8 et 16 Hz) ne présentent aucune « signature » dans cette phase. En effet, l'amplitude des fréquences propres ne se distingue pas de l'amplitude des autres fréquences. Notons que dans cette phase de réponse maximale, c'est la fréquence de résonance non linéaire (entre 2 et 5 Hz) qui est approchée par la fréquence de sollicitation, et non les fréquences propres.

2.3.1.3 Conclusion

Les essais sur table vibrante ont mis en évidence un comportement non linéaire de la structure. La résonance obtenue a été nommée par la suite « résonance non linéaire ». D'après une première analyse, cette non linéarité n'est pas due à de la plasticité ou de l'endommagement, puisqu'elle apparaît pour de très faibles amplitudes. Elle est probablement due aux jeux / chocs dans les assemblages. Pour identifier plus précisément les phénomènes à l'origine des non linéarités, une analyse temporelle a été effectuée. Cette analyse met en évidence deux phases distinctes. La première phase présente un comportement linéaire, et la seconde phase présente un comportement non linéaire. Les particularités suivantes sont relevées :

- les fréquences propres de la structure ne présentent aucune signature dans la phase non linéaire, ni dans la phase de transition,
- cette non linéarité du comportement est probablement due à des jeux / chocs dans les assemblages.

De tels phénomènes sont très complexes et une analyse approfondie n'est pas envisagée dans cette thèse. C'est pourquoi des essais au marteau de choc sont réalisés par la suite. De tels essais sont pertinents pour les raisons suivantes :

- ils ne mobilisent pas les phénomènes non linéaires évoqués précédemment, car les sollicitations sont très faibles et non entretenues,

— ils fournissent des informations riches sur les propriétés modales de la structure (fréquences, déformées).

2.3.2 Essais au marteau de choc

Des essais au marteau de choc sont réalisés aux échelles 1, 1/2, 1/3. Après une présentation des méthodes d'essai et de calcul, les caractéristiques vibratoires obtenues sont analysées. Plus particulièrement, il s'agit d'identifier les modes présentant une certaine répétabilité entre les éprouvettes. De tels modes sont nommés par la suite « modes réguliers ». Une fois ces modes identifiés, ils sont comparés entre les échelles.

2.3.2.1 Méthodes d'essai et de calcul

Des impacts sont appliqués sur la structure à l'aide d'un marteau. Les points d'impact du marteau sont les points 1 et 2 de la figure 2.33. Sept accéléromètres sont répartis dans la structure, selon la figure 2.33. Ils mesurent des accélérations horizontales dans le plan. Des accélérations verticales et hors plan sont aussi mesurées par les accéléromètres, mais elles ne sont pas prises en compte dans un premier temps. Ainsi pour chaque impact, les évolutions temporelles des accélérations et de la force d'impact sont relevées.

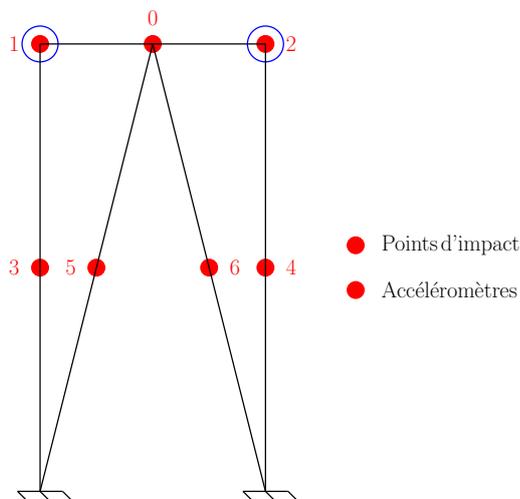


FIGURE 2.33 – Essais au marteau de choc, points d'impact et accéléromètres

A partir de ces données, une fonction de transfert H_{ab} [Avi01] est calculée par le logiciel *BK Connect* [BK21], pour chaque point d'impact a et chaque accéléromètre b . Cette fonction de transfert est définie par l'expression [Gé13,SR99] :

$$H_{ab}(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (2.32)$$

f est la fréquence. S_{xx} est la densité spectrale de puissance de la force d'impact en a :

$$S_{xx}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.33)$$

avec $i^2 = -1$. R_{xx} est la fonction d'auto-corrélation :

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t+\tau) dt \quad (2.34)$$

avec x la force d'impact en a , en fonction du temps t . S_{xy} est la densité croisée spectrale de puissance entre la force en a et l'accélération en b :

$$S_{xy}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (2.35)$$

R_{xy} est la fonction de corrélation croisée :

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t+\tau) dt \quad (2.36)$$

avec y l'accélération en b . La fonction H_{ab} comporte une partie réelle et une partie imaginaire. On s'intéresse au module de H_{ab} [Avi01]. Les modules des fonctions de transfert sont présentés sur la figure 2.34 et en annexe A.4.

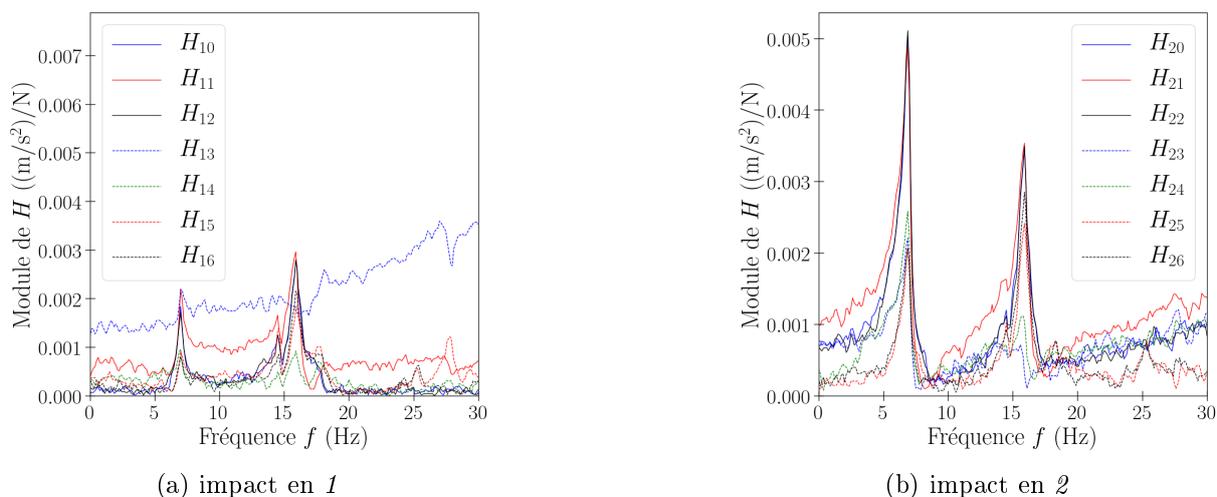


FIGURE 2.34 – Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, éprouvette 8 à l'échelle 1

A partir des fonctions de transfert, l'algorithme *Rational Fraction Polynomial Method* [KT09] est utilisé pour identifier les modes de vibration. A ces modes sont attribués une fréquence f et une déformée modale [Gé13]. Cet algorithme effectue plusieurs itérations, chacune d'elles aboutissant à un ensemble de modes (figure 2.35). Il est préférable de retenir les modes dont les caractéristiques (fréquence, déformée) présentent une certaine stabilité entre les itérations.

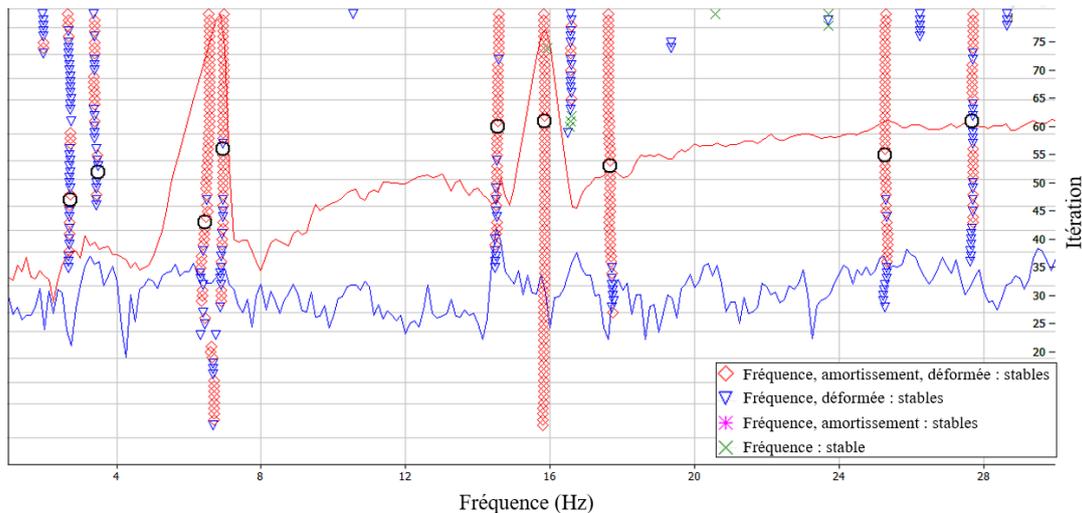


FIGURE 2.35 – Essais au marteau de choc, diagramme de stabilité

Expérimentalement, certaines déformées modales peuvent être similaires. Cela peut être montré par une matrice MAC (*Modal Assurance Criterion*), symétrique et définie par [PBH12]

$$MAC_{ij} = \frac{(\vec{\Phi}_i \cdot \vec{\Phi}_j)^2}{(\vec{\Phi}_i \cdot \vec{\Phi}_i)(\vec{\Phi}_j \cdot \vec{\Phi}_j)} \quad (2.37)$$

$\vec{\Phi}_i$ et $\vec{\Phi}_j$ sont respectivement les vecteurs des $i^{\text{ème}}$ et $j^{\text{ème}}$ déformées modales. Les valeurs MAC_{ij} sont comprises entre 0 et 1 [PBH12], avec $MAC_{ii} = 1$. Deux déformées i et j sont d'autant plus similaires que la valeur MAC_{ij} est élevée [PBH12]. Enfin les valeurs MAC_{ij} ne dépendent pas de la normalisation en amplitude des vecteurs propres $\vec{\Phi}$. Ainsi pour l'éprouvette 8 par exemple, la figure 2.36 montre que les modes correspondant aux fréquences 6,46 Hz, 6,95 Hz et 15,8 Hz ont des déformées modales assez similaires voire identiques. Cela est caractéristique des modes non linéaires [NK17], pour lesquels l'algorithme utilisé peut atteindre ses limites. Cela peut aussi être dû à un nombre de capteurs faible sur la structure (figure 2.33) [PBH12].

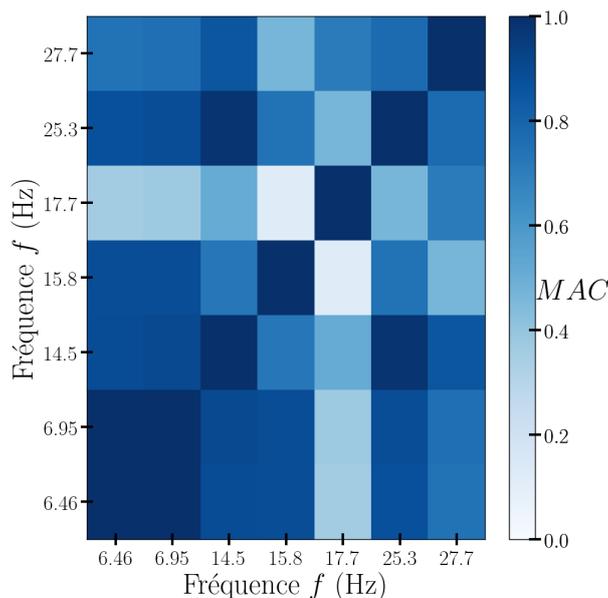


FIGURE 2.36 – Modes de vibration expérimentaux, matrice MAC pour l'éprouvette 8 de l'échelle 1

2.3.2.2 Identification des modes réguliers

Pour chaque échelle, il s'agit d'identifier les modes réguliers. Il est donc nécessaire de comparer les modes entre les différentes éprouvettes. Pour cela, pour chaque paire d'éprouvettes A et B , on utilise la matrice MAC définie par l'équation (2.37). $\vec{\Phi}_i$ est le vecteur de la déformée i de l'éprouvette A , et $\vec{\Phi}_j$ est le vecteur de la déformée j de l'éprouvette B .

Ainsi à l'échelle 1, les modes des éprouvettes 8 et 9 sont comparés sur la figure 2.37a.

- Les modes ayant une fréquence entre 6,46 Hz et 7,53 Hz sont très similaires, aussi bien en fréquence qu'en déformée modale, du fait que les valeurs MAC associées sont proches de 1. Ces modes sont désormais considérés comme le premier mode, avec une fréquence moyenne obtenue $f = 7,07$ Hz. La déformée modale correspond à un déplacement horizontal de la poutre. Pour rappel, les fréquences et déformées sont obtenues à partir des fonctions de transfert.
- Les modes ayant une fréquence de 14,5 Hz, 15,8 Hz et 16,3 Hz sont relativement similaires, aussi bien en fréquence qu'en déformée modale (déplacement horizontal de la poutre). Ces modes sont désormais considérés comme le second mode, avec une fréquence moyenne obtenue $f = 15,5$ Hz.

Pour ces éprouvettes 8 et 9, les fréquences propres identifiées sont pertinentes car elles sont prédominantes, d'après les fonctions de transfert de la figure 2.34. Aussi ces fréquences correspondent à celles obtenues avec les essais sur table vibrante (partie 2.3.1). Concernant à présent l'éprouvette 7 de l'échelle 1, seul le second mode est reproduit (à $f = 17,1$ Hz), comme le montre la figure 2.37b. Cela est dû au fait que, comme évoqué dans la partie 2.3.1, les propriétés dyna-

2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE

miques de l'éprouvette 7 ont probablement été modifiées par des essais antérieurs (bruit blanc, sinus harmonique,...).

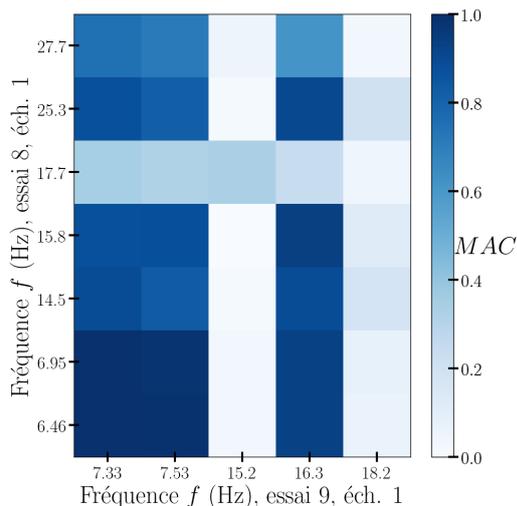
Aux échelles 1/2 et 1/3, les figures 2.37c à 2.37f ne montrent pas de répétabilité des modes entre les éprouvettes. Néanmoins dans les fonctions de transfert (annexe A.4), les fréquences dominantes présentent une régularité. Ces fréquences sont considérées comme les fréquences propres, et sont présentées dans le tableau 2.21.

	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Premier mode	15	20
Second mode	40	∅

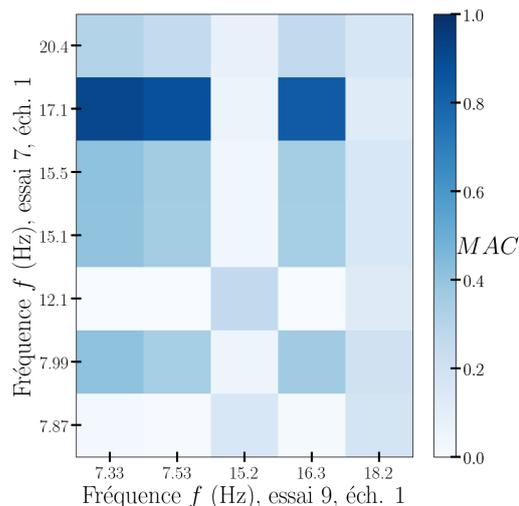
TABLEAU 2.21 – Fréquences propres (Hz) expérimentales aux échelles réduites (« ∅ » : mode non identifié)

Pour rappel dans cette analyse, les modes ont été déterminés à partir des fonctions de transfert, en tenant compte seulement des accélérations horizontales dans le plan. Si les accélérations verticales et hors plan sont prises en compte, on retrouve le premier mode identifié précédemment. Les seuls modes supplémentaires obtenus sont des modes de torsion et de flexion hors plan. Ces modes ne sont pas étudiés par la suite, car ils ne sont pas mobilisés par les sollicitations horizontales dans le plan.

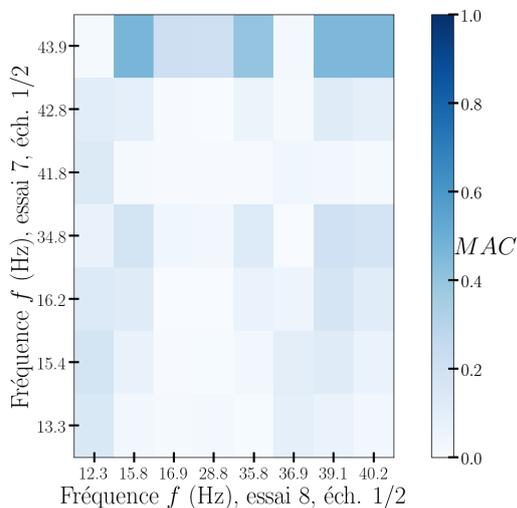
2.3. ESSAIS DYNAMIQUES SUR LA STRUCTURE



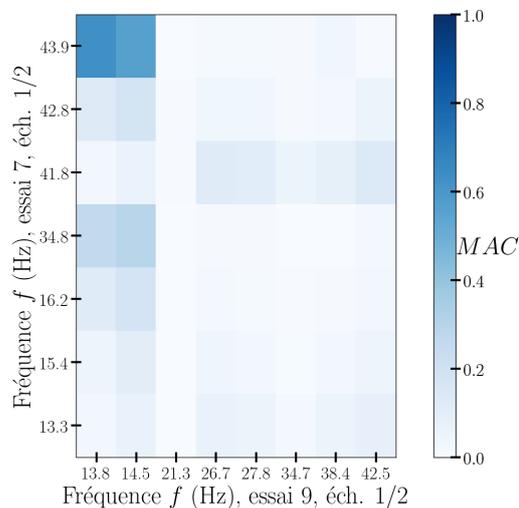
(a) éprouvettes 8 et 9, échelle 1



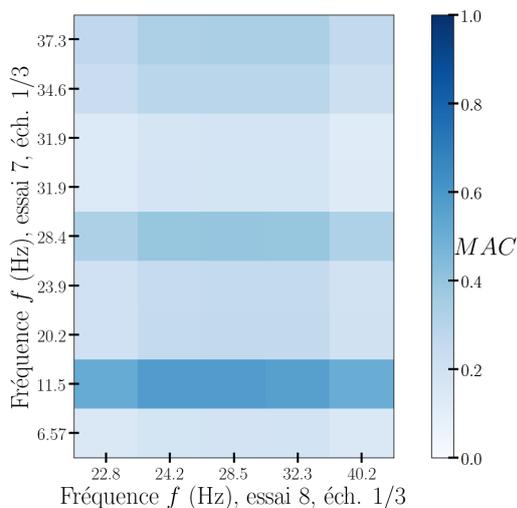
(b) éprouvettes 7 et 9, échelle 1



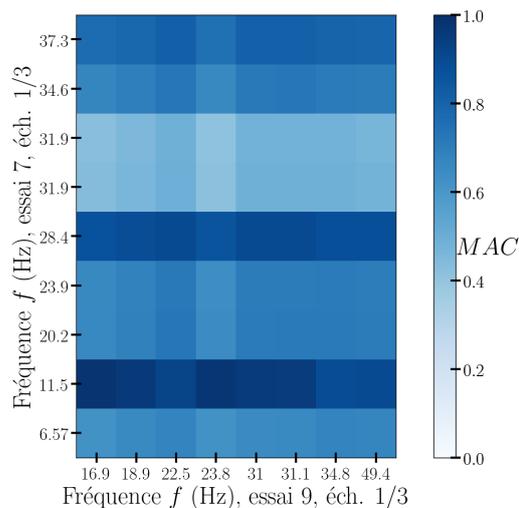
(c) éprouvettes 7 et 8, échelle 1/2



(d) éprouvettes 7 et 9, échelle 1/2



(e) éprouvettes 7 et 8, échelle 1/3



(f) éprouvettes 7 et 9, échelle 1/3

FIGURE 2.37 – Modes de vibration expérimentaux, matrice *MAC* entre éprouvettes

2.4. CONCLUSION

2.3.2.3 Comparaison entre les échelles

Une fois avoir identifié les fréquences propres à chaque échelle, leurs facteurs de similitude sont déduits et présentés dans le tableau 2.22.

	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
Premier mode	0,47	0,35	0,75
Second mode	0,39	∅	∅

TABLEAU 2.22 – Facteurs de similitude expérimentaux sur les fréquences propres (Hz) (« ∅ » : mode non identifié)

2.3.2.4 Conclusion partielle

Des essais au marteau de choc ont permis de déterminer les caractéristiques vibratoires de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Les déformées modales obtenues présentent peu de répétabilité et donc sont difficilement exploitables. En revanche une régularité a été constatée pour les fréquences propres. Des facteurs de similitude expérimentaux ont ainsi pu être établis pour ces fréquences.

2.4 Conclusion

Des essais monotones et cycliques ont été réalisés sur les assemblages et la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Les résultats obtenus présentent une dispersion, du fait de la variabilité du matériau bois et du type d'assemblages. Par conséquent des intervalles de confiance ont été établis. A partir des données obtenues, des facteurs de similitude expérimentaux ont été obtenus entre les échelles 1, 1/2, 1/3. Ces facteurs présentent eux aussi une dispersion. Concernant les assemblages, un modèle analytique de comportement a été établi. Ensuite, des essais au marteau de choc ont permis de déterminer les fréquences propres de la structure, aux trois échelles. Des facteurs de similitude expérimentaux ont ainsi pu être établis.

Dans ce chapitre, nous avons identifié les facteurs expérimentaux pour une structure particulière. Cependant les résultats ne sont pas généralisables. Dans le chapitre suivant, les facteurs de similitude sont établis pour des configurations plus générales, à partir des méthodes analytiques. Il s'agit aussi d'évaluer les limites des méthodes analytiques.

Chapitre 3

Constitution des facteurs de similitude par des méthodes analytiques, et comparaison avec l'expérimental

Sommaire

3.1	Constitution des facteurs de similitude pour les assemblages	64
3.1.1	Méthode DA	64
3.1.2	Méthode STAGE sur la base d'un modèle simplifié du comportement . .	67
3.1.3	Déduction des facteurs de similitude et comparaison avec l'expérimental	71
3.1.4	Détermination des facteurs de similitude sur la relation force - déplacement	78
3.1.5	Conclusion	81
3.2	Facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique de la structure	81
3.2.1	Domaine élastique linéaire	82
3.2.2	Prise en compte du comportement non linéaire des assemblages bois . .	86
3.2.3	Force maximale et déplacement associé	89
3.2.4	Amortissement hystérétique	89
3.2.5	Comparaison avec l'expérimental	91
3.2.6	Conclusion	99
3.3	Constitution des facteurs de similitude pour le comportement dynamique de la structure	100
3.3.1	Domaine élastique linéaire	100
3.3.2	Prise en compte des non-linéarités matérielles dans les assemblages bois	106
3.3.3	Constitution de relations de similitude pour un modèle simplifié de la structure	109
3.3.4	Conclusion partielle	110
3.4	Conclusion	111

Dans ce chapitre, les facteurs de similitude sont déterminés à partir des méthodes analytiques de la partie 1.2. Pour cela une démarche bi-niveaux est adoptée. Pour rappel, cette démarche consiste à établir les facteurs en premier lieu pour les assemblages, pour le comportement monotone et cyclique de la structure, puis pour le comportement dynamique. Les méthodes analytiques imposent des conditions sur les paramètres des assemblages ou de la structure. Deux approches sont alors utilisées et comparées, par rapport à ces conditions. Enfin, les facteurs obtenus analytiquement sont comparés aux facteurs expérimentaux. Les limites des méthodes expérimentales et analytiques sont évaluées.

3.1 Constitution des facteurs de similitude pour les assemblages

Il s'agit d'élaborer des facteurs de similitude pour les assemblages, à partir des méthodes analytiques (partie 1.2). Pour cela, des relations de similitude sont établies, par deux méthodes différentes :

- Dans la méthode *DA* [SEC⁺21, SEC⁺20, Sou21], aucune hypothèse simplificatrice n'est considérée pour les assemblages. Comme montré dans la partie 1.2.3, cette méthode ne nécessite pas de déterminer l'équation, souvent complexe, qui lie les paramètres d'entrée et la variable d'intérêt.
- Dans la méthode *STAGE*, on considère un modèle simplifié du comportement. Cette seconde approche peut aboutir à des relations de similitude moins restrictives qu'avec la première approche. Pour rappel, on définit par *relations restrictives* des relations qui imposent des contraintes fortes sur les paramètres (d'assemblage), ce qui n'est pas souhaitable.

Les facteurs de similitude analytiques sur les variables d'intérêt ainsi que sur la relation force - déplacement de l'assemblage sont comparés à ceux obtenus expérimentalement.

3.1.1 Méthode DA

Les variables d'intérêt au niveau de l'assemblage sont :

- la force maximale F_{ma} (N) et le déplacement associé u_{ma} (m),
- le moment maximal M_{ma} (Nm) et la rotation associée θ_{ma} (sans unité),
- les raideurs élastiques, en translation K_{ua} (N/m) et en rotation $K_{\theta a}$ (Nm),
- l'amortissement hystérétique ζ_{ha} (sans unité).

Les paramètres, dont dépendent les variables d'intérêt, sont les dimensions et les propriétés matérielles. Les dimensions sont (figure 3.1) :

- la demi-longueur de contact bois / broche, t ,
- l'épaisseur de la plaque métallique, e_a ,
- le diamètre des broches, d ,
- l'espacement de rive longitudinal, a_0 ,

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

- les espacements entre les broches, a_1, a_2 , notés a par la suite,
- la largeur du bois, l_b ,
- la largeur de la plaque, l_a .

Les propriétés matérielles sont :

- les propriétés mécaniques du bois, σ_b ,
- les propriétés mécaniques de l'acier, σ_a .

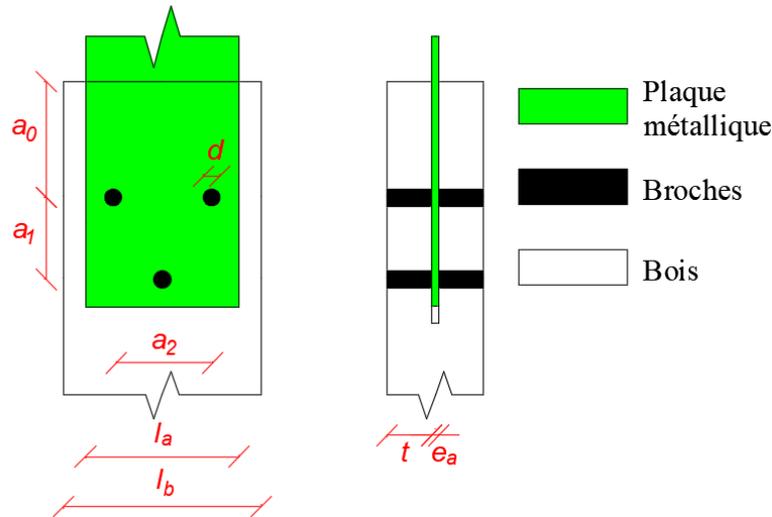


FIGURE 3.1 – Notations des dimensions des assemblages étudiés

Tout d'abord, les dimensions fondamentales adoptées sont le mètre et le Pascal. Par ailleurs les nombres adimensionnels π sont de la forme (conformément à (1.15)) :

$$\pi = e_a^{\alpha_{ea}} t^{\alpha_t} a_0^{\alpha_{a0}} a^{\alpha_a} l_a^{\alpha_{la}} l_b^{\alpha_{lb}} d^{\alpha_d} \sigma_a^{\alpha_{\sigma a}} \sigma_b^{\alpha_{\sigma b}} K_{ua}^{\alpha_{Kua}} K_{\theta a}^{\alpha_{K\theta a}} F_{ma}^{\alpha_{Fma}} u_{ma}^{\alpha_{uma}} M_{ma}^{\alpha_{Mma}} \theta_{ma}^{\alpha_{\theta ma}} \zeta_{ha}^{\alpha_{\zeta ha}} \quad (3.1)$$

Puis la condition d'adimensionnalité est (conformément à (1.19)) :

$$[\pi] = \mathbf{D} \begin{pmatrix} \alpha_{ea} \\ \alpha_t \\ \alpha_{a0} \\ \alpha_a \\ \alpha_{la} \\ \alpha_{lb} \\ \alpha_d \\ \alpha_{\sigma a} \\ \alpha_{\sigma b} \\ \alpha_{Kua} \\ \alpha_{K\theta a} \\ \alpha_{Fma} \\ \alpha_{uma} \\ \alpha_{Mma} \\ \alpha_{\theta ma} \\ \alpha_{\zeta ha} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \\ ([e_a] \ [t] \ [a_0] \ [a] \ [l_a] \ [l_b] \ [d] \ [\sigma_a] \ [\sigma_b] \ [K_{ua}] \ [K_{\theta a}] \ [F_{ma}] \ [u_{ma}] \ [M_{ma}] \ [\theta_{ma}] \ [\zeta_{ha}]) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Les nombres adimensionnels sont obtenus par la méthode *Repeating Variables*, où les *Repeating Variables* choisies ici sont σ_b et t . On obtient alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = e_a/t \quad (3.4a) \\ \pi_2 = a_0/t \quad (3.4b) \\ \pi_3 = a/t \quad (3.4c) \\ \pi_4 = l_a/t \quad (3.4d) \\ \pi_5 = l_b/t \quad (3.4e) \\ \pi_6 = d/t \quad (3.4f) \\ \pi_7 = \sigma_a/\sigma_b \quad (3.4g) \\ \pi_8 = K_{ua}/(\sigma_b t) \quad (3.4h) \\ \pi_9 = K_{\theta a}/(\sigma_b t^3) \quad (3.4i) \\ \pi_{10} = F_{ma}/(\sigma_b t^2) \quad (3.4j) \\ \pi_{11} = u_{ma}/t \quad (3.4k) \\ \pi_{12} = M_{ma}/(\sigma_b t^3) \quad (3.4l) \\ \pi_{13} = \theta_{ma} \quad (3.4m) \\ \pi_{14} = \zeta_{ha} \quad (3.4n) \end{array} \right.$$

Enfin la conservation par changement d'échelle des nombres adimensionnels aboutit aux relations de similitude

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ea} = \lambda_{a0} = \lambda_a = \lambda_{lb} = \lambda_{la} = \lambda_d = \lambda_t \quad (3.5a) \\ \lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} \quad (3.5b) \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \quad (3.5c) \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^3 \quad (3.5d) \\ \lambda_{F_{ma}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^2 \quad (3.5e) \\ \lambda_{u_{ma}} = \lambda_t \quad (3.5f) \\ \lambda_{M_{ma}} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^3 \quad (3.5g) \\ \lambda_{\theta_{ma}} = 1 \quad (3.5h) \\ \lambda_{\zeta_{ha}} = 1 \quad (3.5i) \end{array} \right.$$

Ces relations sont contraignantes pour les paramètres de l'assemblage. En effet, toutes les dimensions de l'assemblage (d, e_a, t, \dots) doivent posséder le même facteur de similitude. Si pour des raisons technologiques ou physiques, les conditions (3.5) ne peuvent pas être respectées, la méthode *DA* risque d'être mise en défaut.

3.1.2 Méthode STAGE sur la base d'un modèle simplifié du comportement

On détermine l'équation directrice reliant les variables d'intérêt aux paramètres d'entrée. Aussi on se base sur un modèle simplifié du comportement.

Cette démarche est réalisée pour les force et moment maximaux F_{ma}, M_{ma} , puis pour les raideurs $K_{ua}, K_{\theta a}$. Elle n'est pas utilisée pour les autres variables d'intérêt ($u_{ma}, \theta_{ma}, \zeta_{ha}$), pour lesquelles une mise en équation est difficilement envisageable.

Pour la force F_{ma} et le moment M_{ma} des assemblages, le modèle simplifié repose sur la théorie de l'analyse limite proposée par l'*Eurocode 5* [EC505]. L'équation directrice est d'abord basée sur le moment plastique des broches. L'expression du moment plastique est, selon la théorie des poutres, pour une section circulaire pleine (disque) :

$$M_{pl} = \int_S f_y y \, dS = \frac{1}{6} f_y d^3 \quad (3.6)$$

S est la section, y est la distance à la fibre neutre, d est le diamètre des broches et f_y est la contrainte limite de la broche.

En revanche selon l'*Eurocode 5* [EC505], le moment plastique est défini empiriquement par :

$$M_{pl} = 0,3 f_y d^{2,6} \quad (3.7)$$

avec M_{pl} en $N \cdot mm$, d en mm , et f_y en MPa .

Les relations de similitude issues de l'équation (3.7) ne sont pas cohérentes avec celles issues de (3.6) (tableau 3.1). Cela est dû au fait que les expressions (3.7) et (3.6) ne sont pas équivalentes, ce qui peut s'expliquer de la façon suivante : la contrainte limite « réelle » $f_y^{(re)}$ est différente de celle théorique $f_y^{(th)}$. En effet, du fait du mode de fabrication de la tige, les propriétés de l'acier évoluent en fonction du diamètre de tige. Une relation empirique reliant la contrainte limite au diamètre de la tige a été proposée [SG18] :

$$f_y^{(re)} = 1100 d^{-0,4} \quad (\text{valable pour } f_y^{(th)} = 600 \text{ MPa}) \quad (3.8)$$

avec d en mm . En introduisant l'équation (3.8) dans l'équation (3.6), on obtient

$$M_{pl} = \frac{1}{6} (1100 d^{-0,4}) d^3 \approx 180 d^{2,6} = 0,3 f_y^{(th)} d^{2,6} \quad (\text{pour } f_y^{(th)} = 600 \text{ MPa}) \quad (3.9)$$

soit l'équation (3.7) avec $f_y = f_y^{(th)} = 600 \text{ MPa}$. Ainsi la différence entre les expressions (3.6) et (3.7) n'est due qu'à la définition de f_y : l'expression (3.7) prend en compte dans f_y une sorte d'effet d'échelle à travers le diamètre de la tige, tandis que l'expression (3.6) suppose que f_y est une propriété intrinsèque du matériau. L'expression retenue pour M_{pl} est celle (3.6).

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

Equations utilisées	Relation de similitude
$M_{pl} = \frac{1}{6} f_y d^3$ (3.10)	$\lambda_{M_{pl}} = \lambda_{f_y} \lambda_d^3$ (3.11)
$M_{pl} = 0,3 f_y d^{2,6}$ (3.12)	$\lambda_{M_{pl}} = \lambda_{f_y} \lambda_d^{2,6}$ (3.13)

TABLEAU 3.1 – Comparaison des relations de similitude sur le moment plastique

Une fois établie l'expression du moment plastique M_{pl} , les efforts maximaux par broche sont donnés par l'*Eurocode 5* [EC505] (tableau 3.2), selon leur mode de déformation (voir chapitre 2). f_h est la portance locale du bois (en N/m²), dépendante de l'orientation par rapport au fil.

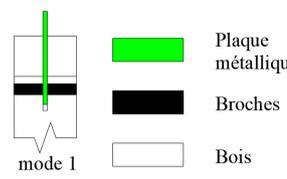
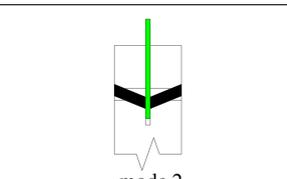
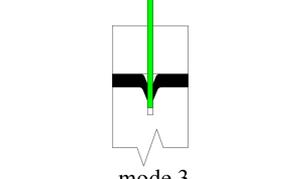
Mode de déformation	F_{mbr}
 <p>mode 1</p>	$F_{mbr}^{(1)} = 2 (f_h t d)$ (3.14)
 <p>mode 2</p>	$F_{mbr}^{(2)} = 2 f_h t d \left(\sqrt{2 + \frac{4 M_{pl}}{f_h d t^2}} - 1 \right)$ (3.15)
 <p>mode 3</p>	$F_{mbr}^{(3)} = 2 \left(2,3 \sqrt{M_{pl} f_h d} \right)$ (3.16)

TABLEAU 3.2 – Effort maximal par broche, F_{mbr} (en N), selon le mode de déformation [EC505]

Ensuite selon l'*Eurocode 5*, l'effort maximal par broche est obtenu en considérant le cas le plus défavorable, soit par :

$$F_{mbr} = \min \left\{ F_{mbr}^{(1)}, F_{mbr}^{(2)}, F_{mbr}^{(3)} \right\} \quad (3.17)$$

Le mode de déformation retenu est celui correspondant à F_{mbr} . Enfin la force maximale de l'assemblage est donnée par

$$F_{ma} = n_{br} F_{mbr} \quad (3.18)$$

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

avec n_{br} le nombre de broches.

Plus précisément dans l'*Eurocode*, c'est un nombre efficace qui est considéré, afin de prendre en compte l'effet de groupe et l'influence du jeu de montage. En revanche ici, ces phénomènes ne sont pas pris en compte, c'est le nombre réel de broches n_{br} qui est considéré.

Quant au moment maximal, il est donné par

$$M_{ma} = \sum_{i=1}^{n_{br}} F_{mbr,i} r_{br,i} \quad (3.19)$$

Pour chaque broche i : $F_{mbr,i}$ est l'effort maximal, $r_{br,i}$ est la distance au centre de gravité O des broches (figure 3.2).

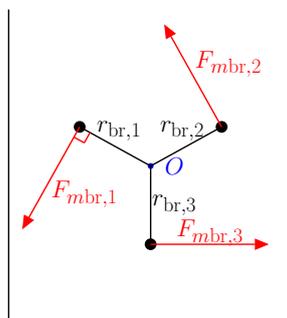


FIGURE 3.2 – Illustration du moment maximal d'un assemblage

En utilisant l'équation (3.6), les équations (3.14) à (3.19), puis la méthode *STAGE* (partie 1.2.2), les relations de similitude sont données dans le tableau 3.3. Pour cela on considère :

$$\begin{cases} \lambda_{fy} = \lambda_{\sigma a} & (3.20a) \\ \lambda_{fh} = \lambda_{\sigma b} & (3.20b) \\ \lambda_{rbr} = \lambda_a & (3.20c) \end{cases}$$

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

Equations utilisées	Relations de similitude obtenues
$M_{pl} = \frac{1}{6} f_y d^3$ (3.21)	$\lambda_{Mpl} = \lambda_{\sigma a} \lambda_d^3$ (3.22)
$F_{mbr}^{(1)} = 2 (f_h t d)$ (3.23)	$\lambda_{Fmbr}^{(1)} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \lambda_d$ (3.24)
$F_{mbr}^{(2)} = 2 f_h t d \left(\sqrt{2 + \frac{4M_{pl}}{f_h d t^2}} - 1 \right)$ (3.25)	$\begin{cases} \frac{\lambda_{Mpl}}{\lambda_{\sigma b} \lambda_d \lambda_t^2} = 1 \\ \lambda_{Fmbr}^{(2)} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \lambda_d \end{cases}$ (3.26)
$F_{mbr}^{(3)} = 2 \left(2, 3 \sqrt{M_{pl} f_h d} \right)$ (3.27)	$\lambda_{Fmbr}^{(3)} = \sqrt{\lambda_{Mpl} \lambda_{\sigma b} \lambda_d}$ (3.28)
$F_{mbr} = \min \left\{ F_{mbr}^{(1)}, F_{mbr}^{(2)}, F_{mbr}^{(3)} \right\}$ (3.29)	$\lambda_{Fmbr} = \lambda_{Fmbr}^{(1)} = \lambda_{Fmbr}^{(2)} = \lambda_{Fmbr}^{(3)}$ (3.30)
Mode de déformation des broches conservé avec le changement d'échelle	
$F_{ma} = n_{br} F_{mbr}$ (3.31)	$\lambda_{Fma} = \lambda_{Fmbr}$ (3.32)
$M_{ma} = \sum_{i=1}^{n_{br}} F_{mbr,i} r_{br,i}$ (3.33)	$\lambda_{Mma} = \lambda_{Fmbr} \lambda_a$ (3.34)

TABLEAU 3.3 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour les force et moment maximaux des assemblages

Finalement d'après les relations du tableau 3.3, on obtient

$$\begin{cases} \lambda_{\sigma a} = \frac{\lambda_t^2}{\lambda_d^2} \lambda_{\sigma b} & (3.35a) \\ \lambda_{Fma} = \lambda_{\sigma b} \lambda_d \lambda_t & (3.35b) \\ \lambda_{Mma} = \lambda_a \lambda_{\sigma b} \lambda_d \lambda_t & (3.35c) \end{cases}$$

Pour les raideurs d'assemblages K_{ua} et $K_{\theta a}$, la constitution des relations de similitude par la méthode *STAGE* est détaillée en annexe B. En combinant les relations obtenues avec celles (3.35), on obtient :

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ea} = \lambda_d = \lambda_t \quad (3.36a) \\ \lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} \quad (3.36b) \\ \lambda_{Kua} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \quad (3.36c) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_a^2 \lambda_{\sigma b} \lambda_t \quad (3.36d) \\ \lambda_{Fma} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t^2 \quad (3.36e) \\ \lambda_{Mma} = \lambda_a \lambda_{\sigma b} \lambda_t^2 \quad (3.36f) \end{array} \right.$$

Finalement, que ce soit avec les relations (3.5) ou (3.36), un facteur λ_{ea} ou λ_d différent de λ_t n'est pas admis. Or, les contraintes techniques portent surtout sur e_a et d . On peut donc considérer que les relations (3.36) et (3.5) sont assez équivalentes. On retiendra les relations de similitude (3.5).

3.1.3 Déduction des facteurs de similitude et comparaison avec l'expérimental

Une fois les relations de similitude établies, les facteurs sur les variables d'intérêt peuvent être déduits. Pour cela, il est d'abord nécessaire de définir les facteurs des paramètres d'assemblages.

3.1.3.1 Facteurs sur les paramètres des assemblages

Concernant les dimensions, les facteurs sont issus de la conception (parties 2.1.2 et 2.2.1.1). Nous faisons le choix de fixer le facteur $\lambda_\sigma = 1$ en partant de l'hypothèse que le matériau n'est pas grandement impacté par le changement d'échelle. Il s'agit là d'une hypothèse forte, du fait de l'hétérogénéité du bois et du processus de fabrication des broches (partie 3.1.2). Finalement, les facteurs des paramètres d'assemblages sont présentés au tableau 3.4. Certains facteurs ne respectent pas les conditions de similitude (3.5), du fait des distorsions. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude.

Facteur	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
Propriétés matérielles, facteurs issus d'hypothèses			
$\lambda_{\sigma b}$	1		
$\lambda_{\sigma a}$	1		
Dimensions, facteurs issus de la conception			
λ_d	2	3	1,5
λ_t	2	3	1,5
λ_{ea}	1 (2)	1 (3)	1 (1,5)
λ_a	2	3	1,5
λ_{lb}	2	3	1,5
λ_{la}	1,4 (2)	2 (3)	1,4 (1,5)
λ_{a0}	1,3 (2)	1,3 (3)	1 (1,5)

TABLEAU 3.4 – Facteurs des paramètres d'assemblages. Les facteurs en rouge sont affectés par les distorsions (les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.5)).

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

3.1.3.2 Facteurs sur les variables d'intérêt, comparaison avec l'expérimental

Pour les variables d'intérêt, les facteurs sont estimés analytiquement par les relations (3.5). Ils sont comparés aux facteurs expérimentaux, dans le tableau 3.5. Les facteurs analytiques sont aussi comparés aux intervalles de confiance expérimentaux, sur les figures 3.3 à 3.8. Les facteurs expérimentaux sont notés « * » et les facteurs analytiques sont notés « \diamond ».

Facteur	1/2 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1	1/3 \rightarrow 1/2
Analytique			
λ_{Kua}^\diamond	2	3	1,50
$\lambda_{K\theta a}^\diamond$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$1,5^3 = 3,375$
λ_{Fma}^\diamond	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$1,5^2 = 2,25$
λ_{Mma}^\diamond	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$1,5^3 = 3,375$
λ_{uma}^\diamond	2	3	1,50
$\lambda_{\theta ma}^\diamond$	1		
$\lambda_{\zeta ha}^\diamond$	1		
Mode de déformation des broches conservé avec le changement d'échelle			
Expérimental (moyenne et CV)			
λ_{Kua}^*	$2 \pm 24\%$	$4,29 \pm 34\%$	$2,14 \pm 38\%$
$\lambda_{K\theta a}^*$	$8,32 \pm 44\%$	$26,2 \pm 45\%$	$3,15 \pm 39\%$
λ_{Fma}^*	$3,53 \pm 11\%$	$7,84 \pm 10\%$	$2,22 \pm 9\%$
λ_{Mma}^*	$5,65 \pm 15\%$	$19,2 \pm 17\%$	$3,39 \pm 18\%$
λ_{uma}^*	$1,75 \pm 21\%$	$2,94 \pm 16\%$	$1,68 \pm 22\%$
$\lambda_{\theta ma}^*$	$0,616 \pm 34\%$	$0,702 \pm 41\%$	$1,14 \pm 47\%$
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 128\%$)	$0,635 \pm 37\%$	$0,792 \pm 39\%$	$1,25 \pm 32\%$
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 192\%$)	$0,659 \pm 38\%$	$0,613 \pm 36\%$	$0,93 \pm 26\%$
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 382\%$)	$0,691 \pm 33\%$	$0,759 \pm 40\%$	$1,1 \pm 23\%$
$\lambda_{\zeta ha}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} \approx 705\%$)	$0,605 \pm 38\%$	$0,685 \pm 41\%$	$1,13 \pm 17\%$

TABLEAU 3.5 – Facteurs des variables d'intérêt des assemblages, analytique et expérimental

Pour la force F_{ma} , entre les échelles 1 et réduite, le facteur analytique est supérieur à la moyenne expérimentale (tableau 3.5). De plus, le facteur analytique n'est compris dans aucun intervalle de confiance expérimental (figure 3.3). On en déduit que l'écart entre l'analytique et l'expérimental ne peut s'expliquer par la variabilité expérimentale. Les causes de cet écart peuvent probablement être dues aux faits que :

- La distorsion sur l'épaisseur de plaque e_a (tableau 3.4) peut impacter le facteur λ_{Fma} .
- La distorsion sur l'espacement de rive a_0 : la valeur de λ_{a0} (tableau 3.4) est inférieure à celle requise par les relations (3.5). Autrement dit à l'échelle 1, la valeur de a_0 est inférieure à celle qu'il faudrait pour vérifier (3.5). Cela peut faire augmenter l'effet de bord et donc réduire la force F_{ma} , à l'échelle 1. Il en résulterait une diminution du facteur λ_{Fma} expérimental par rapport à celui analytique, conformément aux observations (tableau 3.5).

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

- L'effet d'échelle matériau [FFR18, MB86, Pit10, ZRhJ16, BLL95] : il peut s'agir d'une augmentation des contraintes limites σ (bois ou acier) lors de la réduction en taille de l'éprouvette. Cela est dû à l'hétérogénéité du bois, et au processus de fabrication des broches. Ainsi à l'échelle réduite, les contraintes limites seraient plus élevées que celles à l'échelle 1, et non égales comme supposé initialement. Cela tend à augmenter la force F_{ma} , à l'échelle réduite. Il s'ensuivrait une réduction de $\lambda_{F_{ma}}$ expérimental par rapport à celui analytique, ce qui est conforme aux observations.

Pour la force F_{ma} , entre les échelles 1/2 et 1/3, le facteur expérimental moyen est très proche du facteur analytique. Deux hypothèses peuvent alors être émises :

- le facteur expérimental n'est impacté ni par l'effet d'échelle matériau ni par les distorsions sur a_0, e_a ,
- ces distorsions et effet d'échelle impactent le facteur expérimental de façons opposées donc leurs effets s'annulent.

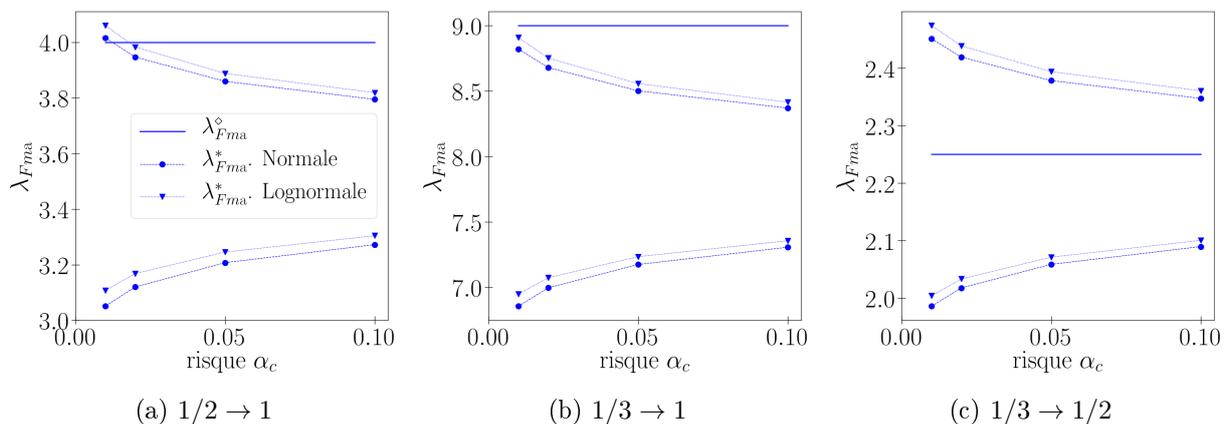


FIGURE 3.3 – Facteur $\lambda_{F_{ma}}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)

Pour le moment M_{ma} , entre les échelles 1 et réduite, le facteur analytique est supérieur à la moyenne expérimentale. De plus, le facteur analytique n'est compris dans aucun intervalle de confiance expérimental (figure 3.4). En revanche, entre les échelles 1/2 et 1/3, le facteur analytique est très proche de la moyenne expérimentale. Pour ces observations, les analyses présentées pour F_{ma} s'appliquent.

Pour la raideur K_{ua} , entre les échelles 1 et 1/2, le facteur analytique est égal à la moyenne expérimentale. En revanche, entre les échelles 1 et 1/3, le facteur analytique est inférieur à la moyenne expérimentale. De plus, le facteur analytique n'est pas compris dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figure 3.5). Donc l'écart entre l'analytique et l'expérimental n'est pas dû qu'à la variabilité. Pour les causes de l'écart, les hypothèses suivantes sont émises :

- Les distorsions sur l'épaisseur de plaque e_a et l'espacement de rive a_0 peuvent impacter le facteur $\lambda_{K_{ua}}$.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

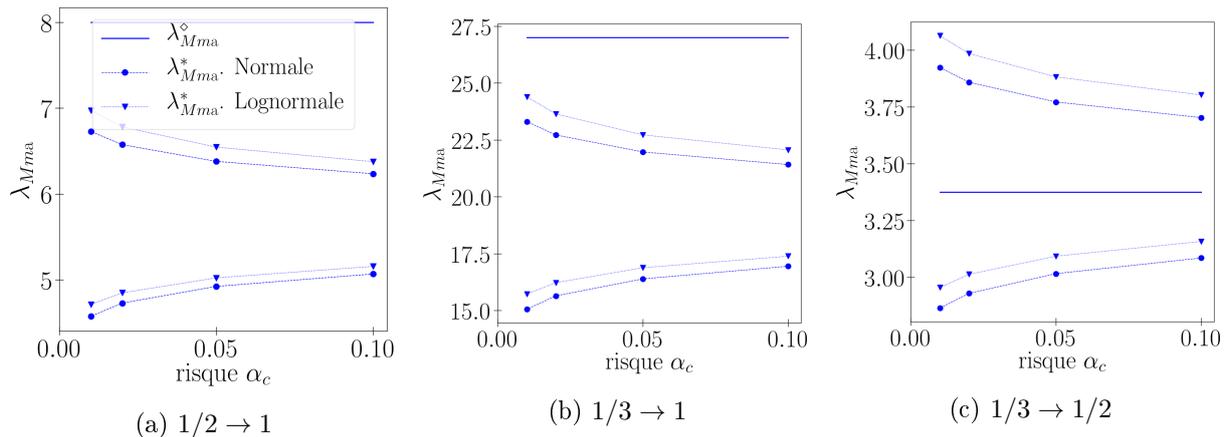


FIGURE 3.4 – Facteur λ_{Mma} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)

- La raideur K_{ua} expérimentale tient compte de la déformation axiale de la plaque. Ainsi dans les relations de similitude (3.5), la longueur de plaque L_a doit être prise en compte par la condition

$$\lambda_{La} = \lambda_t \quad (3.37)$$

d'après DA . La valeur de λ_{La} (1,4 d'après la conception) est plus faible que la valeur 3 imposée par la condition (3.37). Cela signifie qu'à l'échelle 1/3, la valeur de L_a est supérieure à celle qu'il faudrait pour respecter (3.37). Cela fait augmenter la déformation de la plaque et donc réduit la raideur K_{ua} , à l'échelle 1/3. Il en résulterait une augmentation du facteur $\lambda_{K_{ua}}$ expérimental par rapport à celui analytique, conformément aux observations (tableau 3.5).

- La distorsion sur la largeur de plaque l_a : la valeur de λ_{la} est inférieure à celle requise par les relations (3.5). Autrement dit à l'échelle 1/3, la valeur de l_a est plus élevée que celle qu'il faudrait pour vérifier (3.5). Cela peut réduire la déformation de la plaque et donc faire augmenter K_{ua} , à l'échelle 1/3. Il s'ensuivrait une diminution de $\lambda_{K_{ua}}$ expérimental par rapport à celui analytique, ce qui contredit néanmoins les observations.

Pour la raideur $K_{\theta a}$, entre les échelles 1 et réduite, le facteur analytique est proche de la moyenne expérimentale. Cela signifie que les phénomènes évoqués pour K_{ua} impactent peu $K_{\theta a}$.

Pour le déplacement u_{ma} et la rotation θ_{ma} , le facteur analytique est compris pour une large part dans les intervalles de confiance expérimentaux (figures 3.6 et 3.7). Donc on ne peut pas exclure que l'écart entre l'analytique et l'expérimental soit dû à la variabilité expérimentale. Notons que u_{ma} et θ_{ma} sont peu impactés par la déformation de la plaque, donc par ses dimensions L_a, l_a . En effet, u_{ma} et θ_{ma} sont les déformations de l'assemblage plastifié, donc prédominent largement sur celle élastique de la plaque.

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

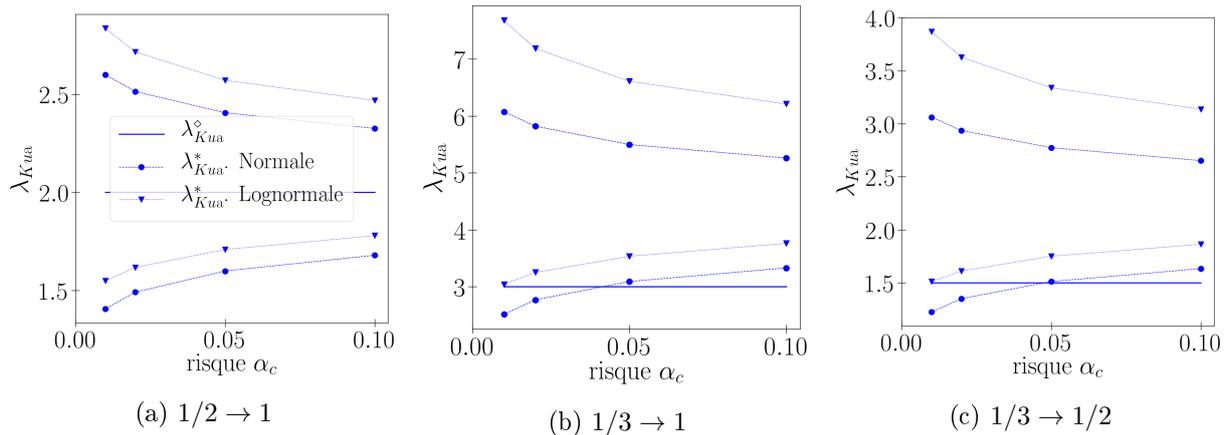


FIGURE 3.5 – Facteur λ_{Kua} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)

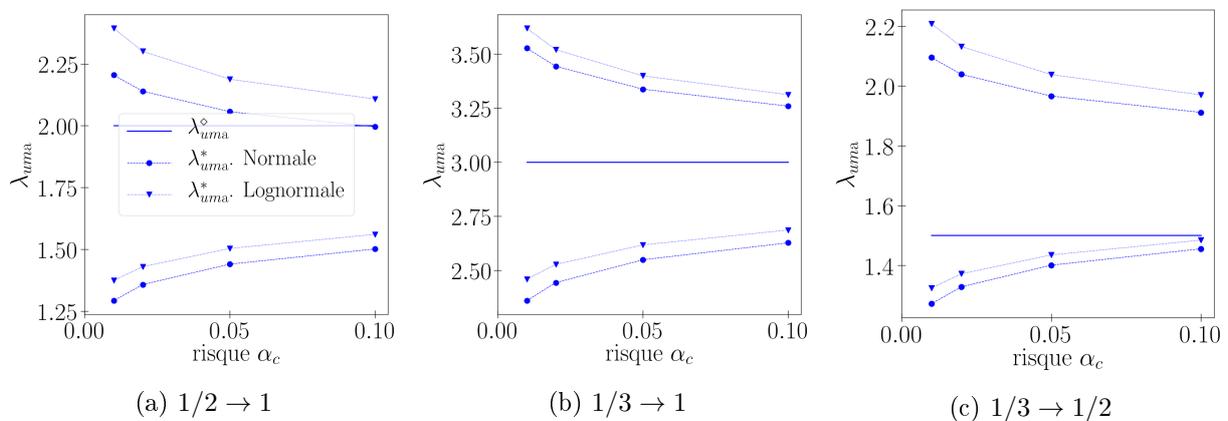


FIGURE 3.6 – Facteur λ_{uma} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)

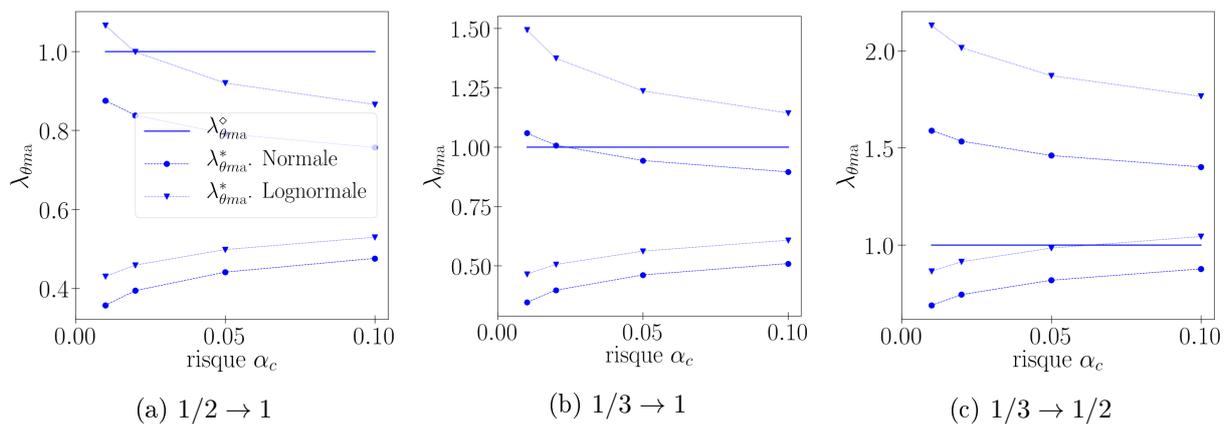


FIGURE 3.7 – Facteur $\lambda_{\theta ma}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)

Pour l'amortissement ζ_{ha} , le facteur analytique est compris pour une large part dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 3.8). Donc l'écart entre l'analytique et l'expérimental peut être dû à la variabilité. Néanmoins entre les échelles 1 et réduite, le facteur expérimental moyen est inférieur au facteur analytique. Autrement dit, l'amortissement moyen est plus faible à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites. Cela s'explique en partie par le fait qu'à l'échelle 1, certains essais présentent le mode 1 de déformation (partie 2.2.2.3), ce qui n'est pas le cas aux échelles

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

réduites. Cette non conservation du mode de déformation, par changement d'échelle, contredit la théorie (tableau 3.5). Pour les causes de ce phénomène, les hypothèses suivantes sont émises :

- La distorsion sur l'épaisseur de plaque e_a peut impacter le mode de déformation.
- L'effet de bord : celui-ci est plus important à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites, du fait de la distorsion sur a_0 . Cela peut faire augmenter à l'échelle 1 la fréquence d'apparition du mode 1 (enfoncement dans le bois), conformément aux observations.
- L'effet d'échelle sur l'acier des broches [SG18] : les contraintes limites de l'acier peuvent être plus faibles à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites. Cela peut faire augmenter à l'échelle 1 la fréquence d'apparition du mode 2 (plastification de l'acier), contrairement aux observations.
- L'effet d'échelle sur le bois : les contraintes limites à l'enfoncement du bois peuvent être plus faibles à l'échelle 1 qu'aux échelles réduites. Cela peut faire augmenter à l'échelle 1 la fréquence d'apparition du mode 1, ce qui est conforme aux observations.

En conclusion, pour certaines variables d'intérêt, des différences ont été constatées entre les facteurs analytiques et expérimentaux. Les phénomènes à l'origine de ces écarts sont listés au tableau 3.6, pour chaque variable d'intérêt.

Facteur	Observations	Phénomènes pouvant expliquer l'écart					
		Distorsions				Effet d'échelle matériau	Variabilité expérimentale
		e_a	l_a	L_a	a_0		
$\lambda_{Fma}, \lambda_{Mma}$ (1/2 → 1, 1/3 → 1)	$\lambda^* < \lambda^\diamond$	oui	non	non	oui	oui	non
$\lambda_{Fma}, \lambda_{Mma}$ (1/3 → 1/2)	$\lambda^* \approx \lambda^\diamond$						
λ_{Kua} (1/2 → 1)							
λ_{Kua} (1/3 → 1)	$\lambda^* > \lambda^\diamond$	oui	non	oui	oui	oui	non
$\lambda_{K\theta a}$ (1/2 → 1, 1/3 → 1)	$\lambda^* \approx \lambda^\diamond$						
λ_{uma} (1/3 → 1)							
λ_{uma} (1/2 → 1)	$\lambda^* < \lambda^\diamond$	oui	non	non	oui	oui	oui
$\lambda_{\theta ma}$ (1/2 → 1, 1/3 → 1)							
$\lambda_{\zeta ha}$ (1/2 → 1, 1/3 → 1)							

TABLEAU 3.6 – Phénomènes pouvant expliquer l'écart entre l'analytique (\diamond) et l'expérimental (*)

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

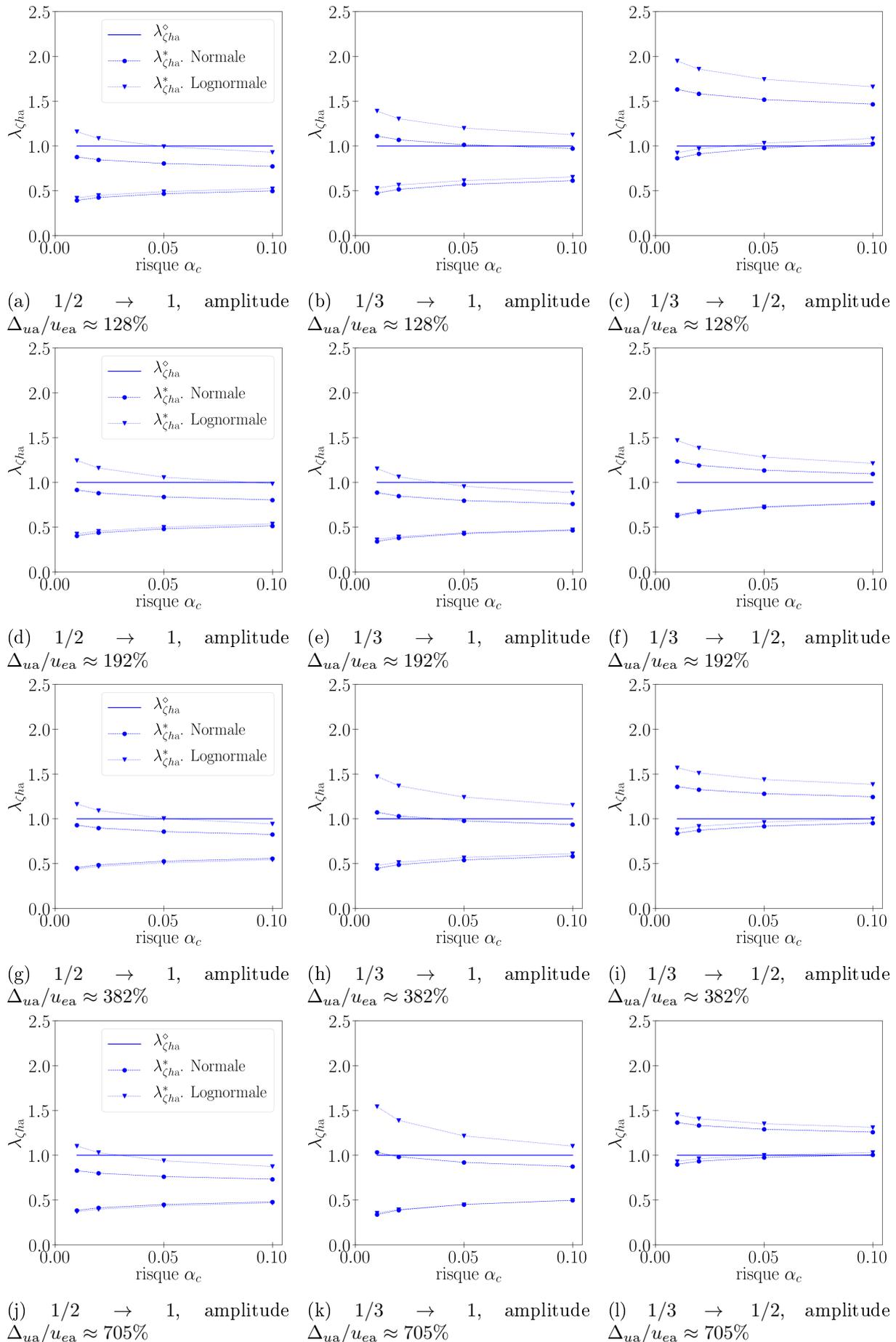


FIGURE 3.8 – Facteur $\lambda_{\zeta_{ha}}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique (\diamond)

3.1.4 Détermination des facteurs de similitude sur la relation force - déplacement

A présent, on souhaite déterminer un facteur de similitude sur la force, qui devrait être valable pour l'ensemble de la courbe force (F_a) - déplacement (u_a) monotone. Pour cela, on considère que la courbe est liée principalement aux caractéristiques K_{ua}, F_{ma}, u_{ma} . Ainsi d'après la méthode analytique *DA*, si on fixe le facteur λ_{ua} selon les deux relations (3.38) supposées identiques,

$$\begin{cases} \lambda_{ua} = \lambda_{Fma}^* / \lambda_{Kua}^* & (3.38a) \\ \lambda_{ua} = \lambda_{uma}^* & (3.38b) \end{cases}$$

alors le facteur λ_{F_a} peut être obtenu de deux façons :

$$\begin{cases} \lambda_{F_a}^\diamond = \lambda_{Fma}^* & (3.39a) \\ \lambda_{F_a}^\diamond = \lambda_{Kua}^* \lambda_{uma}^* & (3.39b) \end{cases}$$

La même approche est adoptée pour la courbe moment (M_a) - rotation (θ_a) :

$$\begin{cases} \lambda_{\theta_a} = \lambda_{Mma}^* / \lambda_{K\theta_a}^* & (3.40a) \\ \lambda_{\theta_a} = \lambda_{\theta_{ma}}^* & (3.40b) \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{cases} \lambda_{M_a}^\diamond = \lambda_{Mma}^* & (3.41a) \\ \lambda_{M_a}^\diamond = \lambda_{K\theta_a}^* \lambda_{\theta_{ma}}^* & (3.41b) \end{cases}$$

Les facteurs de similitude de λ_{F_a} et λ_{M_a} peuvent être obtenus selon différentes approches (figure 3.9) :

- Dans l'approche analytique, des valeurs $\lambda_{F_a}^\diamond, \lambda_{M_a}^\diamond$ sont estimées par les relations (3.39) et (3.41) (la (a) puis la (b)). Du fait que dans ces relations les données d'entrée ($K_{ua}^*, F_{ma}^*, u_{ma}^*, K_{\theta_a}^*, M_{ma}^*, \theta_{ma}^*$) sont expérimentales, on parlera d'approche *analytique hybride*.
- Dans l'approche expérimentale, des valeurs $\lambda_{F_a}^*$ sont obtenues à partir des courbes expérimentales force - déplacement (partie 2.2.2.1). En fixant le facteur λ_{ua} selon la relation (3.38) ((a) puis (b)), une valeur $\lambda_{F_a}^*$ est obtenue pour chaque déplacement de l'échelle 1 ($u_a^{(F)}$). De façon similaire, des valeurs $\lambda_{M_a}^*$ expérimentales sont calculées à partir des courbes moment - rotation (annexe 2.2.2.2), en fixant λ_{θ_a} par la relation (3.40) ((a) ou (b)).

Pour le facteur λ_{F_a} , les valeurs issues des différentes approches sont données sur la figure 3.10. Les valeurs expérimentales diffèrent de celles analytiques hybrides, ce qui est dû à la non linéarité des courbes force - déplacement. Néanmoins, en retenant les relations $\lambda_{ua} = \lambda_{Fma}^* / \lambda_{Kua}^*$ et $\lambda_{F_a}^\diamond = \lambda_{Fma}^*$, l'écart reste faible. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par $\lambda_{ua} = \lambda_{Fma}^* / \lambda_{Kua}^*$ et $\lambda_{F_a}^\diamond = \lambda_{Fma}^*$, alors la courbe « projetée » résultante est

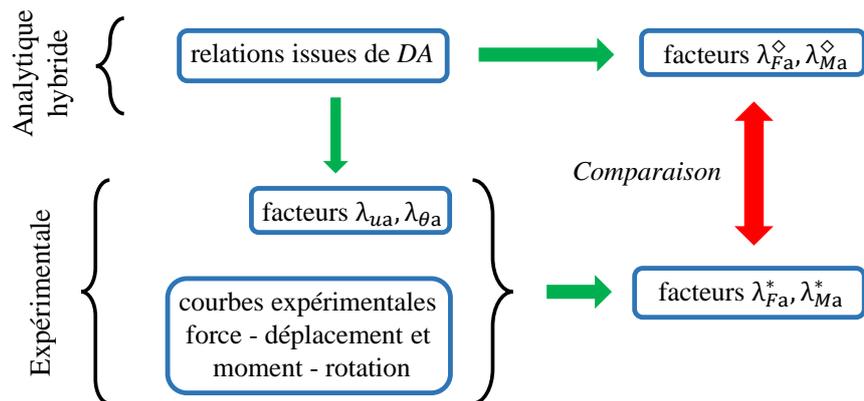


FIGURE 3.9 – Facteurs λ_{Fa} , λ_{Ma} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride

proche de celle à l'échelle 1 (figure 3.11). L'écart est faible car les courbes force déplacement sont liées principalement à F_{ma} et K_{ua} . Enfin le facteur expérimental λ_{Fa}^* est variable, du fait de la non linéarité des courbes force déplacement. Il est préférable de retenir un facteur approché mais constant, $\lambda_{Fa}^◇$, compte tenu de l'incertitude sur les courbes force - déplacement, et pour constituer les facteurs de similitude sur la structure (partie 3.2).

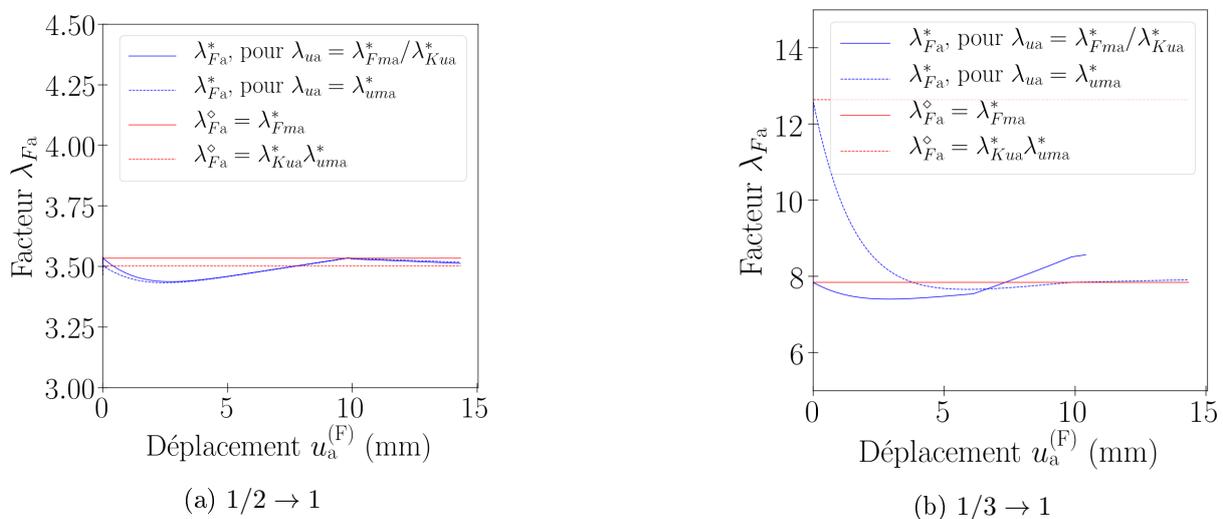


FIGURE 3.10 – Facteur λ_{Fa} , expérimental (*) et analytique hybride (◇)

Le facteur λ_{Ma} est montré sur la figure 3.12. Les observations et analyses précédentes s'appliquent : la différence entre l'analytique hybride et l'expérimental est faible, si on retient les relations $\lambda_{\theta a} = \lambda_{Mma}^*/\lambda_{K\theta a}^*$ et $\lambda_{Ma}^◇ = \lambda_{Mma}^*$. Ainsi, si à l'échelle réduite on multiplie la rotation et le moment par $\lambda_{\theta a} = \lambda_{Mma}^*/\lambda_{K\theta a}^*$ et $\lambda_{Ma}^◇ = \lambda_{Mma}^*$, alors la courbe projetée avoisine celle à l'échelle 1 (figure 3.13).

3.1. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LES ASSEMBLAGES

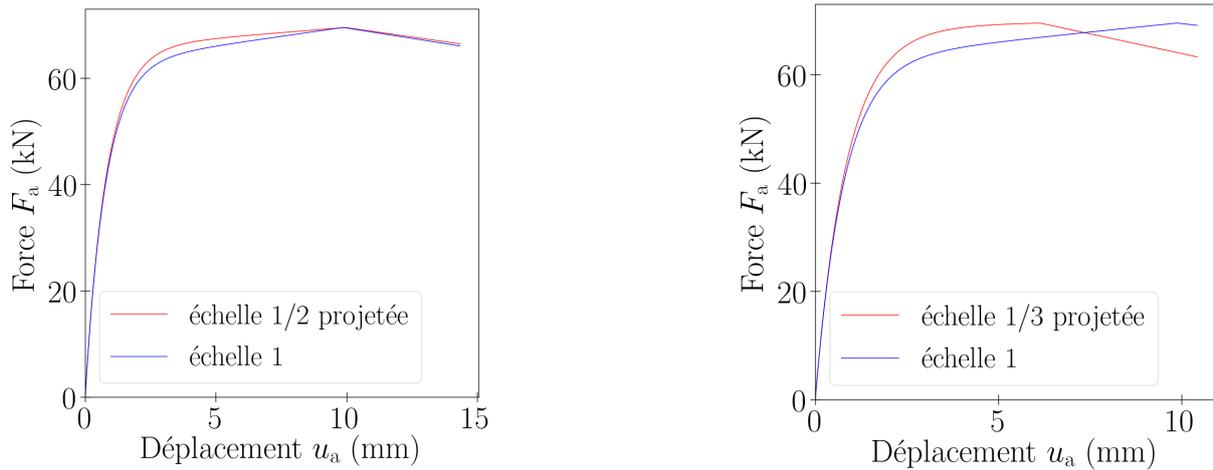


FIGURE 3.11 – Courbes force déplacement des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1

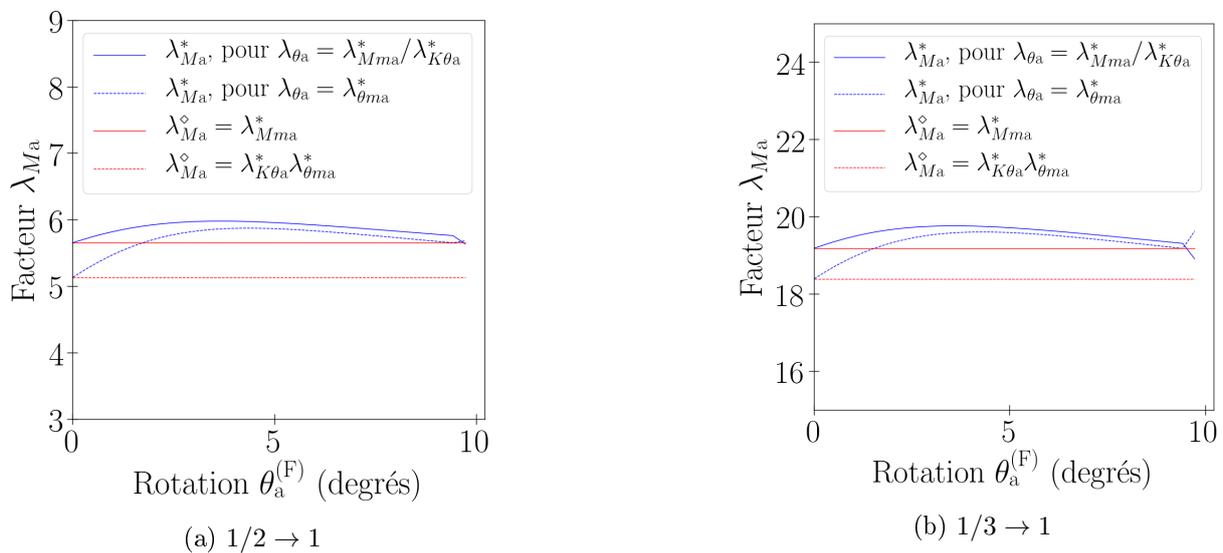


FIGURE 3.12 – Facteur λ_{Ma} , expérimental (*) et analytique hybride (\diamond)

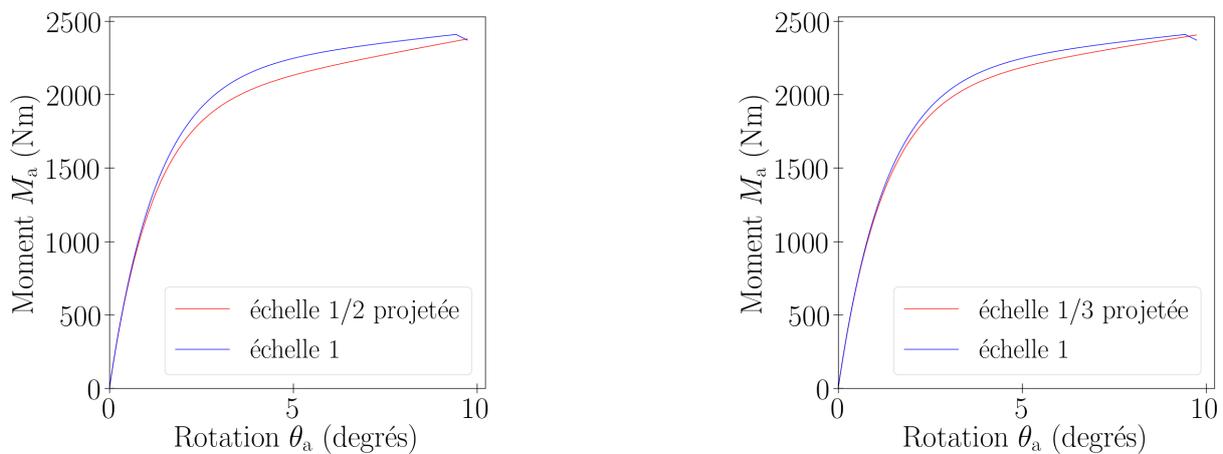


FIGURE 3.13 – Courbes moment rotation des assemblages : échelle réduite projetée et échelle 1

3.1.5 Conclusion

Tout d'abord, des relations de similitude ont été établies pour les assemblages. Une première approche a été utilisée : la méthode *DA*, sans hypothèse simplificatrice sur le comportement. Une seconde approche a aussi été employée : la méthode *STAGE*, sur la base d'un modèle simplifié du comportement. Dans le cas des assemblages, les deux approches aboutissent à des relations de similitude équivalentes.

A partir des relations de similitude, des facteurs analytiques ont été obtenus pour les variables d'intérêt. Pour la plupart des variables d'intérêt, des différences ont été constatées entre les facteurs analytiques et expérimentaux. Ces différences sont dues à la variabilité expérimentale pour une part. Mais il a été montré que la variabilité ne pouvait expliquer à elle seule l'ensemble des différences observées. Pour les force et moment maximaux, les différences sont dues également aux distorsions de similarité (géométriques) et à l'effet d'échelle matériau. Pour les raideurs, les écarts sont dus aux distorsions géométriques. Pour l'amortissement hystérétique, les écarts sont en partie dus à la non conservation du mode déformation par changement d'échelle, pour certains essais.

Enfin, des facteurs de similitude ont été estimés pour la relation force - déplacement de l'assemblage. Du fait que dans les expressions utilisées les données d'entrée sont expérimentales, on parle d'approche analytique hybride. Les facteurs analytiques hybrides sont proches de ceux obtenus expérimentalement.

3.2 Facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique de la structure

On détermine les facteurs sur le comportement monotone cette fois-ci de la structure, à partir des méthodes analytiques (partie 1.2). Plus particulièrement, ces facteurs sont relatifs à l'évolution de la force F_s avec le déplacement u_s en haut de la structure (figure 3.14).

Les facteurs sont établis dans le domaine élastique linéaire dans un premier temps. Les méthodes analytiques imposent des exigences sur les paramètres de la structure. Les deux approches sont utilisées et comparées, par rapport à ces exigences. Ensuite, la non-linéarité de comportement des assemblages bois est intégrée aux facteurs de similitude. Enfin, les facteurs sont déterminés pour la force maximale, le déplacement associé, et l'amortissement hystérétique. Pour l'ensemble des facteurs établis, une comparaison avec l'expérimental est effectuée. Cela permet d'évaluer les limites de chacune des approches utilisées.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

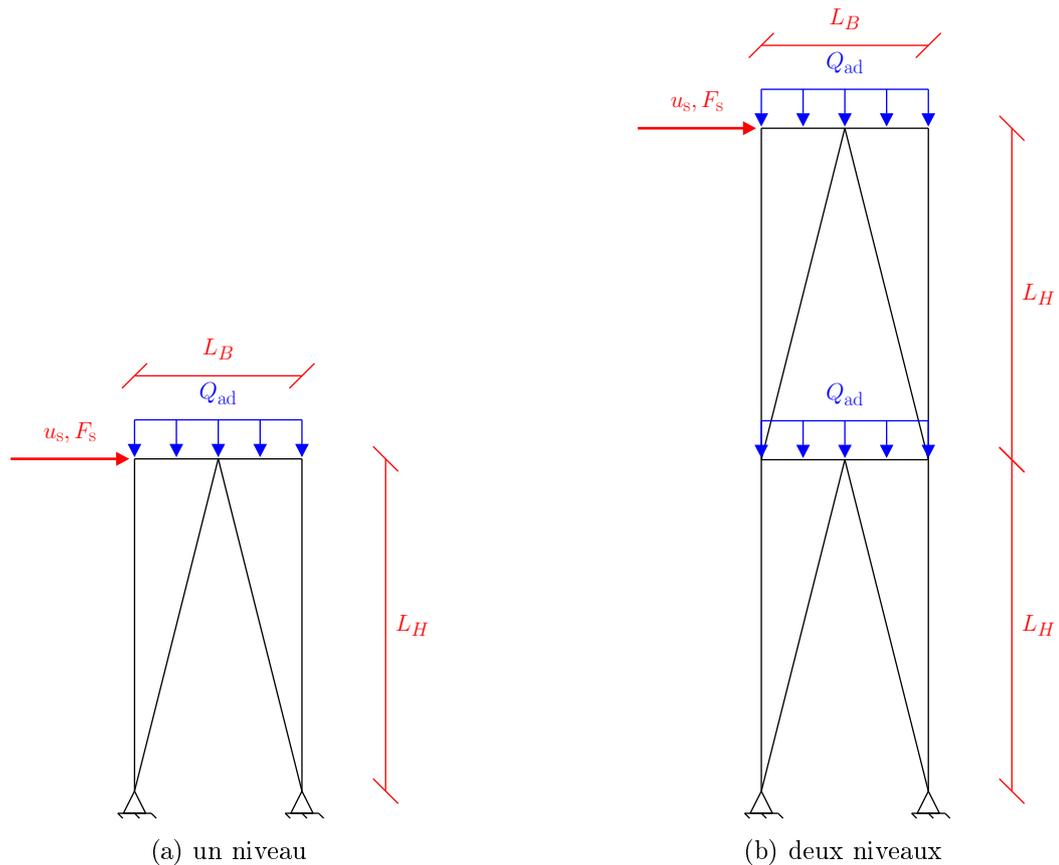


FIGURE 3.14 – Structure étudiée, position de la force F_s et du déplacement u_s

3.2.1 Domaine élastique linéaire

Les relations de similitude sont constituées par les deux méthodes analytiques : *DA* et *STAGE*. Les relations issues des deux méthodes sont comparées entre elles.

3.2.1.1 Constitution de relations de similitude avec la méthode DA

Pour un déplacement imposé u_s (figure 3.14), les variables d'intérêt sont : la force F_s , la raideur $K_s = F_s/u_s$, le déplacement u et la force F en un point quelconque de la structure. Les paramètres dont dépendent ces variables d'intérêt sont :

- les longueurs d'éléments, L (m),
- l'aire des sections d'éléments, S (m²),
- l'inertie des sections d'éléments, I (m⁴),
- les modules d'Young, E (N/m²),
- les raideurs d'assemblages en translation, K_{ua} (N/m),
- les raideurs d'assemblages en rotation, $K_{\theta a}$ (Nm),
- le poids propre (bois, acier) et la charge additionnelle, Q (N),
- le déplacement imposé en haut de la structure, u_s (m).

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

En utilisant DA , les relations de similitude sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_S = \lambda_L^2 \\ \lambda_I = \lambda_L^4 \\ \lambda_{Kua} = \lambda_E \lambda_L \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_L^3 \\ \lambda_Q = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_u = \lambda_L \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_{us} = \lambda_L \\ \lambda_{Fs} = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_{Ks} = \lambda_E \lambda_L \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.42a) \\ (3.42b) \\ (3.42c) \\ (3.42d) \\ (3.42e) \\ (3.42f) \\ (3.42g) \\ (3.42h) \\ (3.42i) \\ (3.42j) \end{array}$$

où les *Repeating Variables* choisies sont L et E . Ensuite on note $S = el$ et $I = el^3/12$, avec e et l respectivement l'épaisseur et la largeur des sections. On a alors $\lambda_S = \lambda_e \lambda_l$ et $\lambda_I = \lambda_e \lambda_l^3$. Ainsi le système d'équations (3.42) peut aussi s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_e = \lambda_L \\ \lambda_l = \lambda_L \\ \lambda_{Kua} = \lambda_E \lambda_L \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_L^3 \\ \lambda_{us} = \lambda_u \\ \lambda_{Fs} = \lambda_F \\ \lambda_u = \lambda_L \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_L^2 \\ \lambda_Q = \lambda_F \\ \lambda_{Ks} = \lambda_{Kua} \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.43a) \\ (3.43b) \\ (3.43c) \\ (3.43d) \\ (3.43e) \\ (3.43f) \\ (3.43g) \\ (3.43h) \\ (3.43i) \\ (3.43j) \end{array}$$

Les relations de similitude (3.43) sont restrictives pour les paramètres de la structure. Toutes les dimensions de la structure doivent posséder le même facteur de similitude λ_L .

3.2.1.2 Recherche de relations de similitude à partir de la méthode STAGE

Pour utiliser la méthode *STAGE*, il faut déterminer l'équation directrice, reliant les variables d'intérêt (déplacements, efforts) aux paramètres d'entrée. On considère que la structure est plane et constituée de poutres d'*Euler Bernoulli*. Cela revient à supposer que les poteaux, poutres et diagonales ont un élancement important et que les déformations de cisaillement sont faibles. On considère que les assemblages sont des éléments de taille nulle. Un repère local est utilisé pour chaque composant de la structure (poutre, poteau, diagonale, assemblage) : x est l'axe longitudinal, y est l'axe transversal (dans le plan). Dans les sections des poteaux, poutres, et diagonales, les équations d'équilibre sont

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.44a) \\ \frac{\partial F_{py}}{\partial x} + q_y = 0 & (3.44b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + q_x = 0 & (3.44c) \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.45a) \\ \frac{\partial^2 M_p}{\partial x^2} - q_y = 0 & (3.45b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + q_x = 0 & (3.45c) \end{cases}$$

avec F_{px}, F_{py} les forces internes, M_p le moment interne, et q_x, q_y les charges linéiques dues au poids propre. Le moment et la force sont définis par

$$\begin{cases} M_p = EI \frac{\partial \theta_p}{\partial x} = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} & (3.46a) \\ F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} & (3.46b) \end{cases}$$

u_{px}, u_{py} sont les déplacements et $\theta_p = \partial u_{py} / \partial x$ est la rotation. En insérant (3.46) dans (3.45), on a

$$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} & (3.47a) \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - q_y = 0 & (3.47b) \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + q_x = 0 & (3.47c) \end{cases}$$

Dans les éléments de taille nulle représentant les assemblages, on fait l'hypothèse que les lois de comportement axiale, transversale et rotationnelle sont indépendantes (partie 2.1.3). Les lois de comportement sont alors

$$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} & (3.48a) \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} & (3.48b) \\ M_a = K_{\theta_a} \theta_a & (3.48c) \end{cases}$$

u_{ax}, u_{ay} et θ_a sont les déplacements et la rotation relatifs entre les nœuds de l'assemblage, F_{ax}, F_{ay} et M_a sont les forces et le moment dans l'assemblage, K_{uax}, K_{uay} et K_{θ_a} sont les raideurs en translation et la raideur en rotation de l'assemblage. Enfin, la raideur élastique de la structure est donnée par

$$K_s = \frac{F_s}{u_s} \quad (3.49)$$

avec u_s et F_s le déplacement et la force en haut de la structure.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

En utilisant les équations (3.46) à (3.49) puis la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau 3.7. Pour cela on considère :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_x = \lambda_L \quad (3.50a) \\ \lambda_{K_{uax}} = \lambda_{K_{uay}} = \lambda_{K_{ua}} \quad (3.50b) \\ \lambda_S = \lambda_e \lambda_l \quad (3.50c) \\ \lambda_I = \lambda_e \lambda_l^3 \quad (3.50d) \\ \lambda_{qx} = \lambda_{qy} = \lambda_Q / \lambda_L \quad (3.50e) \end{array} \right.$$

Equation utilisée	Relation de similitude obtenue
$\left\{ \begin{array}{l} F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} \\ M_p = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} \end{array} \right. \quad (3.51)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{F_{px}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_l \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L} \\ \lambda_{M_p} = \lambda_E \lambda_e \lambda_l^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^2} \end{array} \right. \quad (3.52)$
$\left\{ \begin{array}{l} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - q_y = 0 \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + q_x = 0 \end{array} \right. \quad (3.53)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{F_{py}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_l^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^3} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_l^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^4} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_L} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_l \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L^2} = \frac{\lambda_Q}{\lambda_L} \end{array} \right. \quad (3.54)$
$\left\{ \begin{array}{l} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} \\ M_a = K_{\theta a} \theta_a \end{array} \right. \quad (3.55)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ax}} \\ \lambda_{F_{ay}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{M_a} = \lambda_{K_{\theta a}} \lambda_{\theta a} \end{array} \right. \quad (3.56)$
Continuité des déplacements	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ua} = \lambda_{u_{ax}} = \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{up} = \lambda_{u_{px}} = \lambda_{u_{py}} \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \end{array} \right. \quad (3.57)$
Continuité des rotations	$\lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L} \quad (3.58)$
Continuité des efforts	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{F_a} = \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{F_{ay}} \\ \lambda_{F_p} = \lambda_{F_{px}} = \lambda_{F_{py}} \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} = \lambda_{F_s} \end{array} \right. \quad (3.59)$
Continuité des moments	$\lambda_M = \lambda_{M_a} = \lambda_{M_p} \quad (3.60)$
$K_s = \frac{F_s}{u_s} \quad (3.61)$	$\lambda_{K_s} = \frac{\lambda_{F_s}}{\lambda_{u_s}} \quad (3.62)$

TABLEAU 3.7 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour le comportement élastique de la structure

Finalement d'après les relations du tableau 3.7, on obtient

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.63a) \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.63b) \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.63c) \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} = \lambda_{F_s} \quad (3.63d) \\ \lambda_u = \lambda_{u_a} = \lambda_{u_p} = \lambda_{u_s} \quad (3.63e) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta_a} = \lambda_{\theta_p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.63f) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.63g) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.63h) \\ \lambda_{K_s} = \lambda_{K_{ua}} \quad (3.63i) \end{array} \right.$$

Les relations (3.63) issues de *STAGE* sont moins restrictives que celles (3.43) issues de *DA*. En effet avec les relations (3.43), $\lambda_e = \lambda_L$ est imposé. Or cette condition n'apparaît pas dans les relations (3.63). Par conséquent les relations de similitude (3.63) sont celles retenues pour la suite. Enfin dans ces relations, les facteurs λ_E et λ_e n'interviennent qu'à travers leur produit ($\lambda_E \lambda_e$), dans trois des neuf égalités. Ainsi il est permis que les facteurs λ_E et λ_e varient selon l'élément de la structure, à condition que leur produit ($\lambda_E \lambda_e$) reste le même.

3.2.2 Prise en compte du comportement non linéaire des assemblages bois

La non-linéarité de comportement des assemblages est maintenant prise en compte. Les assemblages sont sollicités principalement en translation. Ainsi, on considère que leur comportement reste linéaire pour la rotation, mais devient non linéaire pour la translation. Dans ce cas, la raideur sécante \widehat{K}_{ua} n'est plus égale à la raideur initiale K_{ua} (figure 3.15). Les relations de similitude (3.63) peuvent donc être réécrites, en remplaçant K_{ua} par \widehat{K}_{ua} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.64a) \\ \lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.64b) \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.64c) \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} = \lambda_{F_s} \quad (3.64d) \\ \lambda_u = \lambda_{u_a} = \lambda_{u_p} = \lambda_{u_s} \quad (3.64e) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta_a} = \lambda_{\theta_p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.64f) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.64g) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.64h) \\ \lambda_{K_s} = \lambda_{K_{ua}} \quad (3.64i) \end{array} \right.$$

En monotone, la raideur sécante \widehat{K}_{ua} dépend du déplacement u_a dans les assemblages. Il en est donc de même pour son facteur de similitude $\lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \widehat{K}_{ua}^{(F)} / \widehat{K}_{ua}^{(R)}$, avec : $\widehat{K}_{ua}^{(F)}$ la raideur sécante à l'échelle 1 pour un déplacement $u_a^{(F)}$, $\widehat{K}_{ua}^{(R)}$ la raideur à l'échelle réduite pour un déplacement $u_a^{(R)}$. En notant finalement $u_a^{(R)} = u_a^{(F)} / \lambda_{ua}$, le facteur $\lambda_{\widehat{K}_{ua}}$ dépend de λ_{ua} et de $u_a^{(R)}$. Ainsi,

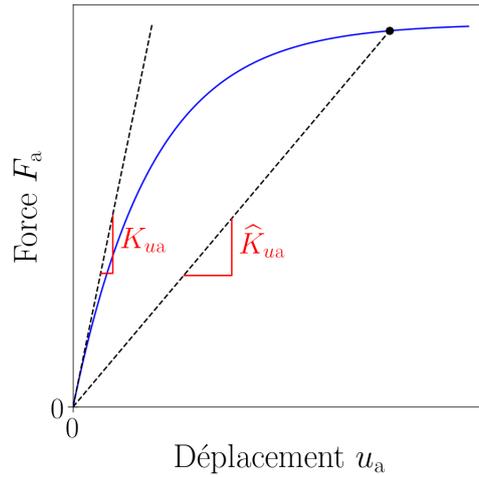


FIGURE 3.15 – Raideur sécante

pour un déplacement $u_a^{(R)}$ donné, le facteur λ_{ua} est imposé de sorte que $\lambda_{\hat{K}_{ua}}$ vérifie la condition (3.64b).

Les relations (3.64) sont vérifiées en annexe D.3 par un modèle numérique. Néanmoins pour les utiliser, il est nécessaire de connaître la loi de comportement des assemblages aux échelles 1 et réduite. De plus le facteur λ_{ua} imposé n'est pas *constant* : c'est-à-dire qu'il dépend de $u_a^{(R)}$, et donc de la sollicitation horizontale sur la structure, ce qui amène aux conséquences suivantes :

- D'après les relations (3.64e), (3.64g), et (3.64h), le facteur λ_Q ne serait pas constant. Or il est difficile de faire varier expérimentalement la charge verticale Q avec la sollicitation horizontale.
- Si deux assemblages n'ont pas le même déplacement $u_a^{(R)}$, alors le facteur λ_{ua} imposé diffère selon l'assemblage considéré.

Compte tenu de ces limites, un facteur λ_{ua} constant serait souhaitable. Ce choix est aussi pertinent compte tenu de l'incertitude sur les lois de comportement d'assemblages, et pour constituer les lois de similitude en dynamique (partie 3.3). D'après la partie 3.1.4, pour un facteur λ_{ua} constant donné par

$$\lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.65)$$

le facteur sur la force dans les assemblages peut être estimé par

$$\lambda_{Fa} = \lambda_{Fma} \quad (3.66)$$

Donc le facteur $\lambda_{\hat{K}_{ua}}$ est estimé par la constante

$$\lambda_{\hat{K}_{ua}} = \frac{\lambda_{Fa}}{\lambda_{ua}} = \lambda_{Kua} \quad (3.67)$$

Ainsi, les relations (3.64) peuvent être complétées de la façon suivante :

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.68a) \\ \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.68b) \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_{Kua} \quad (3.68c) \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.68d) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.68e) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fp} = \lambda_{Fs} \quad (3.68f) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \quad (3.68g) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.68h) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.68i) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.68j) \end{array} \right.$$

Si les assemblages sont sollicités dans le domaine non linéaire en rotation, alors en procédant de façon similaire, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.69a) \\ \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.69b) \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_{Kua} \quad (3.69c) \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.69d) \\ \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \quad (3.69e) \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \quad (3.69f) \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.69g) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fp} = \lambda_{Fs} \quad (3.69h) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} = \lambda_{us} \quad (3.69i) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.69j) \\ \lambda_F = \lambda_E \lambda_e \lambda_u \quad (3.69k) \\ \lambda_Q = \lambda_F \quad (3.69l) \end{array} \right.$$

Le système d'équations (3.69) peut s'écrire aussi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.70a) \\ \lambda_{Kua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.70b) \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.70c) \\ \lambda_{Mma} = \lambda_{Fma} \lambda_L \quad (3.70d) \\ \lambda_Q = \lambda_{Fma} \quad (3.70e) \\ \lambda_{us} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.70f) \\ \lambda_{Fs} = \lambda_{Fma} \quad (3.70g) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{us} = \lambda_{up} \quad (3.70h) \\ \lambda_F = \lambda_{Fa} = \lambda_{Fs} = \lambda_{Fp} \quad (3.70i) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.70j) \end{array} \right.$$

3.2.3 Force maximale et déplacement associé

On étudie la force maximale F_{ms} en haut de la structure (figure 3.14), ainsi que le déplacement associé u_{ms} .

On souhaite établir le facteur de similitude sur la force F_{ms} . Pour cela, on considère que lorsque la force F_{ms} est atteinte, les efforts dans les diagonales prédominent sur ceux dans les poteaux. On peut donc considérer que la force globale F_{ms} résulte essentiellement des forces dans les assemblages des diagonales : F_{ma} . Par conséquent, on admet la relation

$$\lambda_{Fms} = \lambda_{Fma} \quad (3.71)$$

Aussi on détermine le facteur sur le déplacement u_{ms} . Pour cela, on considère que lorsque le déplacement u_{ms} est atteint, la déformation des assemblages prédomine sur celle des autres composants de la structure qui restent dans le domaine élastique. Ainsi le déplacement global u_{ms} résulte principalement de la déformation dans les assemblages : u_{ma} . Par conséquent, on admet la relation

$$\lambda_{ums} = \lambda_{uma} \quad (3.72)$$

Finalement avec les relations (3.71) et (3.72), on peut connaître les facteurs de similitude sur la force F_{ms} et le déplacement u_{ms} de la structure.

3.2.4 Amortissement hystérétique

Il s'agit d'établir le facteur de similitude sur l'amortissement hystérétique ζ_{hs} de la structure. Dans les assemblages, on a considéré une dissipation en translation. Pour rappel l'amortissement hystérétique est défini par l'équation (partie 2.2.2.3, [NE02])

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

$$\zeta_{hs} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_{hs}}{E_{ps}} \quad (3.73)$$

avec E_{hs} l'énergie dissipée par cycle et E_{ps} la somme des énergies potentielles maximales. Celle-ci est donnée par

$$E_{ps} = \Delta_{Fs} \Delta_{us} \quad (3.74)$$

Δ_{Fs} et Δ_{us} sont les amplitudes (valeurs crêtes) en force et en déplacement du cycle, en considérant un comportement symétrique en traction / compression. Concernant l'énergie dissipée, elle est localisée uniquement dans les assemblages, si on considère que les autres éléments de la structure restent élastiques. Ainsi l'énergie E_{hs} est la somme des énergies dissipées dans les assemblages, soit :

$$E_{hs} = \sum_{\text{Assemblages}} E_{ha} \quad (3.75)$$

Enfin l'énergie dissipée dans un assemblage peut être estimée par :

$$E_{ha} = 2\pi E_{pa} \zeta_{ha} \quad (3.76)$$

avec ζ_{ha} l'amortissement hystérétique et E_{pa} la somme des énergies potentielles maximales. Celle-ci est donnée par :

$$E_{pa} = \Delta_{Fa} \Delta_{ua} \quad (3.77)$$

à condition que le comportement soit symétrique. En utilisant les équations précédentes et la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau 3.8.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

Equation utilisée	Relation de similitude obtenue
$\zeta_{hs} = \frac{1}{2\pi} \frac{E_{hs}}{E_{ps}} \quad (3.78)$	$\lambda_{\zeta_{hs}} = \frac{\lambda_{E_{hs}}}{\lambda_{E_{ps}}} \quad (3.79)$
$E_{ps} = \Delta_{Fs} \Delta_{us} \quad (3.80)$	$\lambda_{E_{ps}} = \lambda_{\Delta_{Fs}} \lambda_{\Delta_{us}} \quad (3.81)$
$E_{hs} = \sum_{\text{Assemblages}} E_{ha} \quad (3.82)$	$\lambda_{E_{hs}} = \lambda_{E_{ha}} \quad (3.83)$
$E_{ha} = 2\pi E_{pa} \zeta_{ha} \quad (3.84)$	$\lambda_{E_{ha}} = \lambda_{E_{pa}} \lambda_{\zeta_{ha}} \quad (3.85)$
$E_{pa} = \Delta_{Fa} \Delta_{ua} \quad (3.86)$	$\lambda_{E_{pa}} = \lambda_{\Delta_{Fa}} \lambda_{\Delta_{ua}} \quad (3.87)$

TABLEAU 3.8 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour l'amortissement hystérétique de la structure

Enfin, les relations du tableau 3.8 peuvent être simplifiées pour les raisons suivantes. Si les énergies dissipées E_h sont liées au comportement cyclique, les amplitudes Δ_u, Δ_F sont quant à elles liées au comportement monotone uniquement. Ainsi, compte tenu des relations (3.70h) et (3.70i) établies en monotone, on a :

$$\begin{cases} \lambda_{\Delta_{ua}} = \lambda_{\Delta_{us}} & (3.88a) \\ \lambda_{\Delta_{Fa}} = \lambda_{\Delta_{Fs}} & (3.88b) \end{cases}$$

La relation (3.88) n'est néanmoins valable que si les paramètres de la structure et la sollicitation u_s vérifient les conditions (3.70a) à (3.70f) (partie 3.2.2).

Finalement d'après les relations (3.88) et celles du tableau 3.8, on obtient

$$\lambda_{\zeta_{hs}} = \lambda_{\zeta_{ha}} \quad (3.89)$$

Ainsi, on peut connaître le facteur de similitude sur l'amortissement ζ_{hs} de la structure.

3.2.5 Comparaison avec l'expérimental

Une fois les relations de similitude constituées, les facteurs sur le comportement de la structure en sont déduits. Pour cela, commençons par définir les facteurs des paramètres de la structure.

3.2.5.1 Facteurs sur les paramètres de la structure

Concernant les dimensions et la charge verticale additionnelle (Q_{ad}), les facteurs sont issus de la conception (partie 2.1.1). Le facteur $\lambda_E = 1$ est choisi en partant de l'hypothèse que les propriétés élastiques du matériau sont peu impactées par le changement d'échelle. Aussi pour le

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

matériau, on fait l'hypothèse d'un poids volumique conservé par changement d'échelle. Ainsi le poids propre (en N) des éléments bois a pour facteur

$$\lambda_{Q_{bo}} = \lambda_{eb}\lambda_{lb}\lambda_L \quad (3.90)$$

De même le poids propre des éléments acier a pour facteur

$$\lambda_{Q_{ac}} = \lambda_{ea}\lambda_{la}\lambda_L \quad (3.91)$$

Concernant les assemblages, une solution serait d'utiliser les facteurs analytiques de la partie 3.1. Cependant, ces valeurs analytiques ont été mises en défaut par les essais sur assemblages. Il est donc préférable de retenir les facteurs issus de l'expérimental. Ces données expérimentales présentent néanmoins les limites suivantes :

- Les assemblages testés seuls diffèrent dans une certaine mesure de ceux de la structure, à travers certaines dimensions de la plaque. Néanmoins on peut supposer que cela impacte peu les force et moment maximaux (F_{ma} , M_{ma}) ainsi que les déformations associées (u_{ma} , θ_{ma}), comme cela a pu être vérifié par des essais complémentaires sur les assemblages de la structure, non présentés dans ce document.
- Pour l'amortissement ζ_{ha} , des valeurs ont été obtenues avec les essais sur assemblages, mais aussi avec les essais sur la structure (à partir des déplacements et efforts mesurés par les LVDT et jauges de déformation). Les essais sur la structure apportent moins d'informations que les essais sur assemblages, néanmoins ils indiquent des valeurs différentes. Cela peut s'expliquer par une éventuelle sollicitation en rotation des assemblages lors des essais sur la structure, du fait des jeux de montage. Or les essais cycliques sur assemblages n'ont été réalisés que sous chargement axial. Les amortissements d'assemblages retenus seront ceux issus des essais sur la structure.

Les facteurs des paramètres de la structure sont présentés au tableau 3.9. Certains facteurs sont affectés par les distorsions de similarité et ne vérifient pas les conditions de similitude (3.70a) à (3.70e). Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour respecter les conditions de similitude.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

Facteur	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
Dimensions et charge additionnelle, facteurs issus de la conception			
λ_{LB}	2	3	1,5
λ_{LH}			
λ_{L1i}	1,9 (2)	2,8 (3)	1,5
λ_{L1s}	1,8 (2)	2,7 (3)	1,5
λ_{L2}	1,5 (2)	1,7 (3)	1,2 (1,5)
λ_{eb}	2	3	1,5
λ_{ea}	1,9 (2)	3	1,6 (1,5)
λ_{lb}	2	3	1,5
λ_{la}			
λ_{Qad}	4	9	2,25
Propriétés matérielles, facteurs issus d'hypothèses			
λ_E	1		
Poids propre, facteurs issus des équations (3.90) et (3.91)			
λ_{Qbo}	7,9 (4)	27 (9)	3,42 (2,25)
λ_{Qac}	7,5 (4)	27 (9)	3,6 (2,25)
Assemblages, facteurs expérimentaux (moyenne et CV) issus des essais sur assemblages			
λ_{Kua}^*	2 ± 24% (2)	4,29 ± 34% (3)	2,14 ± 38% (1,5)
$\lambda_{K\theta a}^*$	8,32 ± 44% (8)	26,2 ± 45% (27)	3,15 ± 39% (3,38)
λ_{Fma}^*	3,53 ± 11% (4)	7,84 ± 10% (9)	2,22 ± 9% (2,25)
λ_{Mma}^*	5,65 ± 15% (8)	19,2 ± 17% (27)	3,39 ± 18% (3,375)
λ_{uma}^*	1,75 ± 21%	2,94 ± 16%	1,68 ± 22%
$\lambda_{\theta ma}^*$	0,616 ± 34%	0,702 ± 41%	1,14 ± 47%
Assemblages, facteurs expérimentaux (moyenne et CV) issus des essais sur la structure			
$\lambda_{\zeta ha}^*$	0,706 ± 12%	0,947 ± 13%	1,34 ± 16%

TABLEAU 3.9 – Facteurs des paramètres de la structure (à un ou deux niveaux). Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70a) à (3.70e).

3.2.5.2 Facteurs sur les variables d'intérêt, comparaison avec l'expérimental

Pour les variables d'intérêt $K_s, F_{ms}, u_{ms}, \zeta_{hs}$, les facteurs sont estimés par les relations de similitude (3.63i), (3.71), (3.72), (3.89). Du fait que dans ces relations certaines données d'entrée (tableau 3.9) sont expérimentales, les facteurs estimés sont nommés *facteurs analytiques hybrides*. Ces facteurs sont comparés aux facteurs expérimentaux, dans le tableau 3.10. Les facteurs analytiques hybrides sont aussi comparés aux intervalles de confiance expérimentaux, sur les figures 3.16 à 3.18. Les facteurs expérimentaux sont notés « * » et les facteurs analytiques hybrides sont notés « ◇ ».

Pour la raideur K_s , le facteur analytique hybride est compris dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figure 3.16). Donc on ne peut pas exclure que l'écart entre l'analytique

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

Facteur	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
Analytique hybride			
$\lambda_{Ks}^\diamond = \lambda_{Kua}^*$	2	4,29	2,14
$\lambda_{Fms}^\diamond = \lambda_{Fma}^*$	3,53	7,84	2,22
$\lambda_{ums}^\diamond = \lambda_{uma}^*$	1,75	2,94	1,68
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond = \lambda_{\zeta ha}^*$	0,706	0,947	1,34
Expérimental (moyenne et CV), structure à un niveau			
λ_{Ks}^*	2,04 ± 13%	3,43 ± 10%	1,68 ± 15%
λ_{Fms}^*	3,5 ± 10%	8,58 ± 16%	2,45 ± 17%
λ_{ums}^*	1,86 ± 25%	1,67 ± 30%	0,898 ± 39%
$\lambda_{\zeta hs}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} = 75\%$)	0,922 ± 16%	0,875 ± 13%	0,949 ± 16%
$\lambda_{\zeta hs}^*$ (amplitude $\Delta_{ua}/u_{ea} = 100\%$)	1,06 ± 15%	1,13 ± 13%	1,07 ± 17%
Expérimental (moyenne et CV), structure à deux niveaux			
λ_{Ks}^*	Pas d'essais réalisés à l'échelle 1	0,965 ± 33%	
λ_{Fms}^*		2,46 ± 24%	
λ_{ums}^*		2,94 ± 42%	

TABLEAU 3.10 – Facteurs des variables d'intérêt de la structure, analytique hybride et expérimental

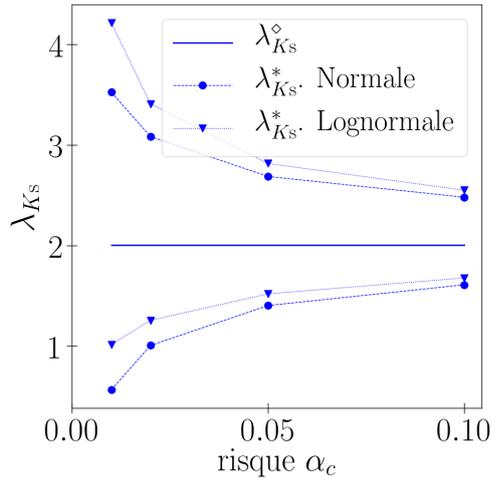
hybride et l'expérimental soit dû à la variabilité expérimentale. Néanmoins les causes suivantes peuvent contribuer à cet écart :

- Les facteurs des paramètres comportent des distorsions, ils ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.63a) à (3.63c).
- Pour les facteurs des assemblages, les valeurs considérées (tableau 3.9) présentent des limites. Ces limites ont été évoquées au début de la partie 3.2.5.

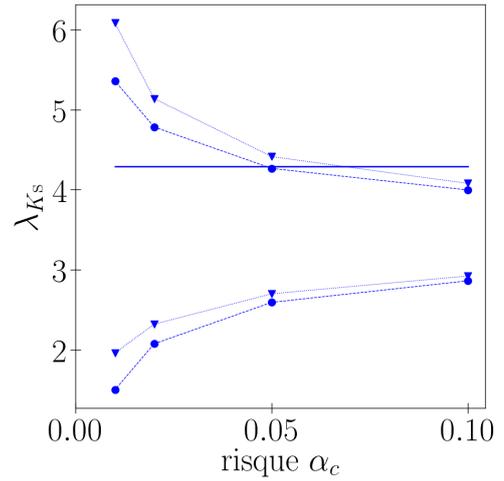
Pour la force F_{ms} , le facteur analytique hybride est proche de la moyenne expérimentale (tableau 3.10).

Pour le déplacement u_{ms} et l'amortissement hystérétique ζ_{hs} , le facteur analytique hybride est compris dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figures 3.17 et 3.18). Donc l'écart entre l'analytique hybride et l'expérimental peut être dû à la variabilité.

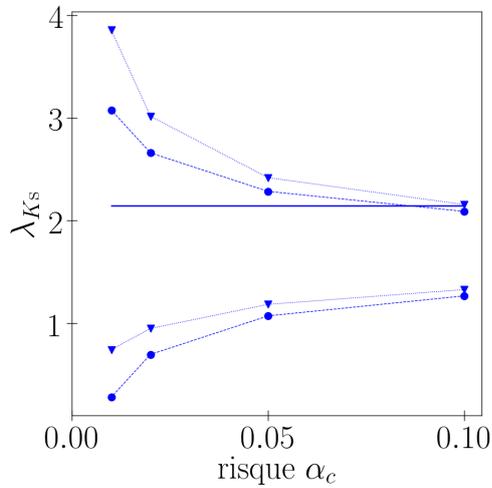
3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE



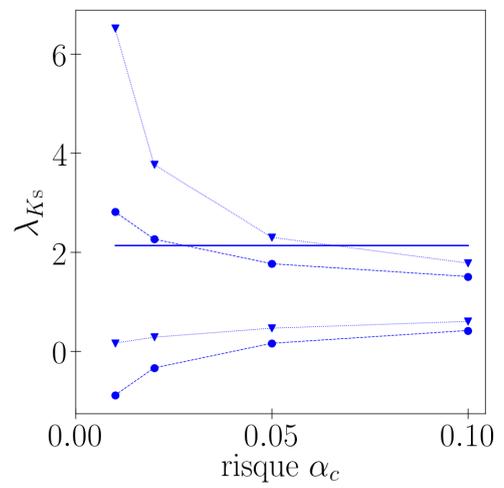
(a) $1/2 \rightarrow 1$, structure à un niveau



(b) $1/3 \rightarrow 1$, structure à un niveau



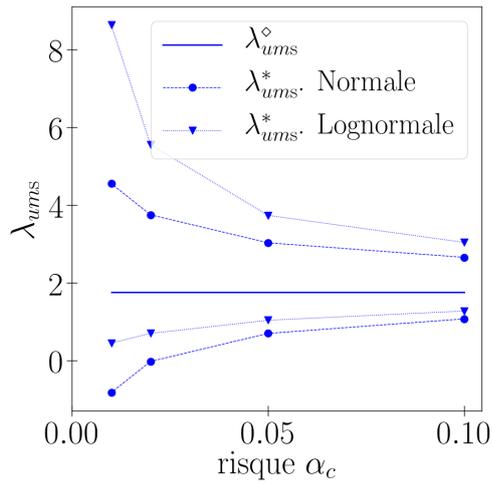
(c) $1/3 \rightarrow 1/2$, structure à un niveau



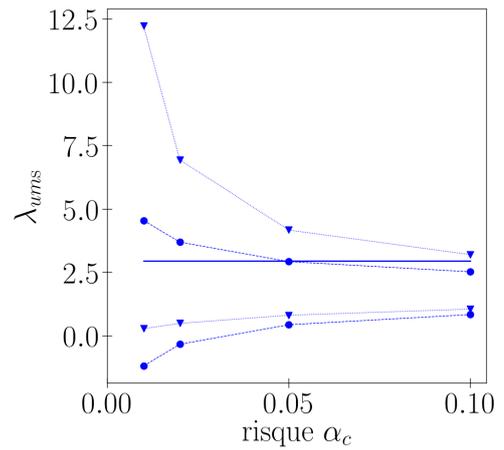
(d) $1/3 \rightarrow 1/2$, structure à deux niveaux

FIGURE 3.16 – Facteur λ_{K_s} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique hybride (\diamond)

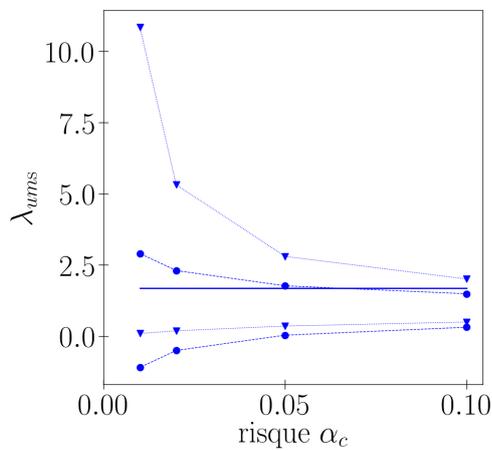
3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE



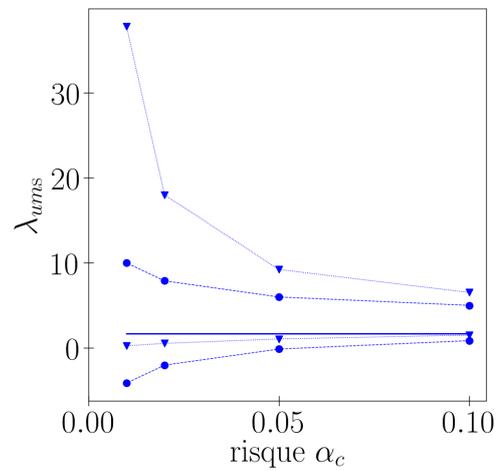
(a) $1/2 \rightarrow 1$, structure à un niveau



(b) $1/3 \rightarrow 1$, structure à un niveau



(c) $1/3 \rightarrow 1/2$, structure à un niveau



(d) $1/3 \rightarrow 1/2$, structure à deux niveaux

FIGURE 3.17 – Facteur λ_{ums} , intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique hybride (\diamond)

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

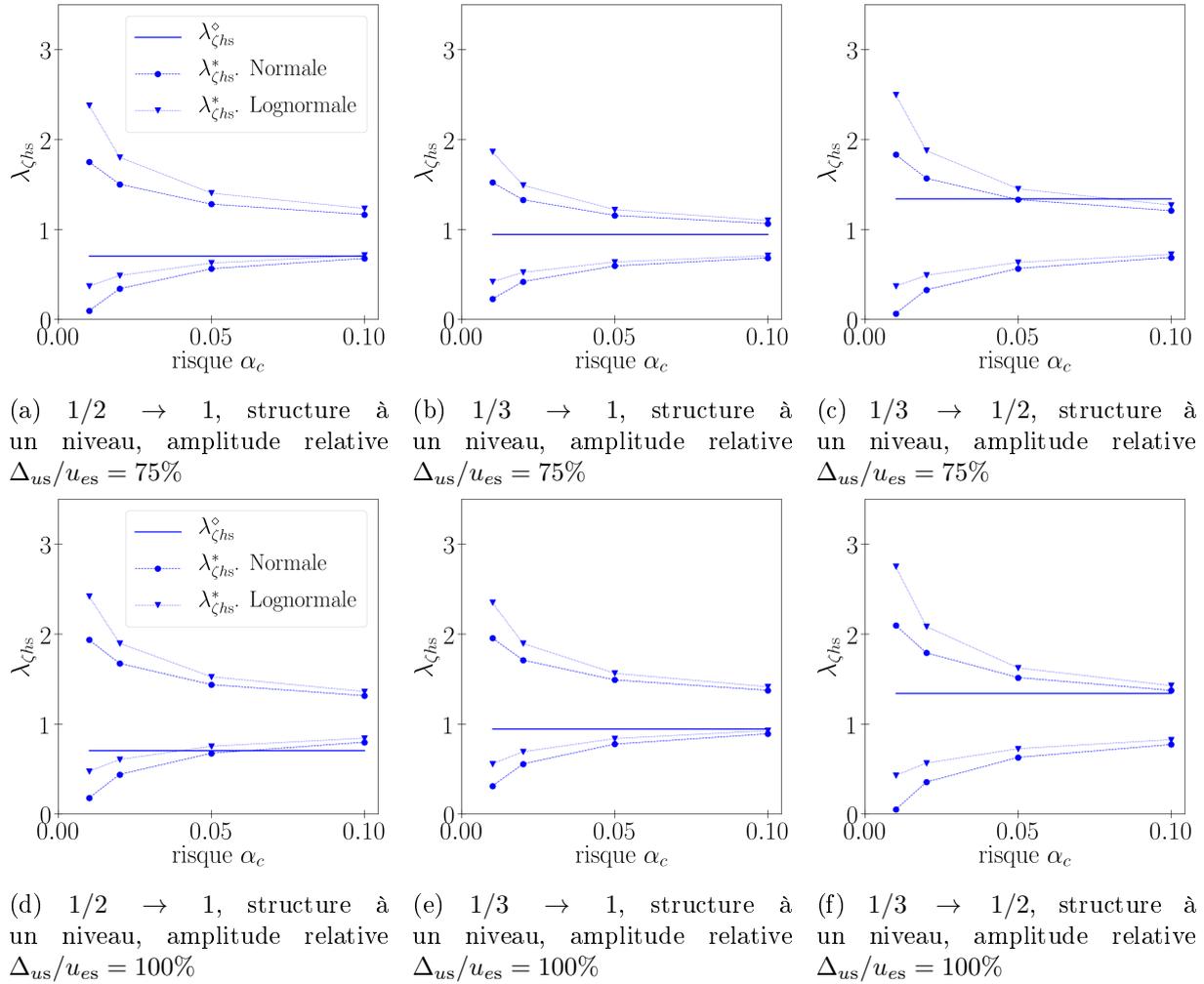


FIGURE 3.18 – Facteur $\lambda_{\chi_{hs}}$, intervalles de confiance expérimentaux (*) et valeur analytique hybride (\diamond)

3.2.5.3 Facteurs sur la relation force - déplacement

A présent, on détermine le facteur λ_{F_s} sur la force dans la structure, selon les deux approches suivantes (figure 3.19) :

- Dans l'approche analytique hybride, une valeur $\lambda_{F_s}^\diamond$ est estimée par la relation de similitude (3.70g).
- Dans l'approche expérimentale, des valeurs $\lambda_{F_s}^*$ sont obtenues à partir des courbes expérimentales force - déplacement (partie 2.2.3.1). En fixant le facteur λ_{u_s} selon la relation (3.70f), une valeur $\lambda_{F_s}^*$ est obtenue pour chaque déplacement de l'échelle 1 ($u_s^{(F)}$).

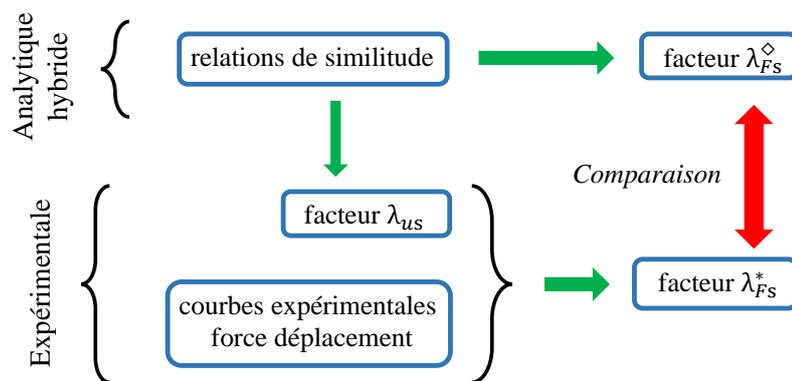


FIGURE 3.19 – Facteur λ_{F_s} , principe de comparaison des approches expérimentale et analytique hybride

Les valeurs λ_{F_s} issues des différentes approches sont données sur la figure 3.20. L'écart entre l'analytique hybride et l'expérimental est faible. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par λ_{u_s} et $\lambda_{F_s}^\diamond$, alors la courbe « projetée » résultante est proche de celle à l'échelle 1 (figure 3.21). Néanmoins les causes suivantes peuvent contribuer à l'écart entre l'expérimental et l'analytique hybride :

- Les valeurs $\lambda_{F_s}^*$ expérimentales ont une dispersion élevée.
- Les facteurs des paramètres sont affectés par des distorsions, ils ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.70a) à (3.70e).
- Pour les facteurs des assemblages, les valeurs considérées (tableau 3.9) présentent des limites. Ces limites ont été évoquées au début de la partie 3.2.5.
- Les relations (3.69c) et (3.69e) (partie 3.2.2) sont basées sur des hypothèses approximatives.

3.2. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LE COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE

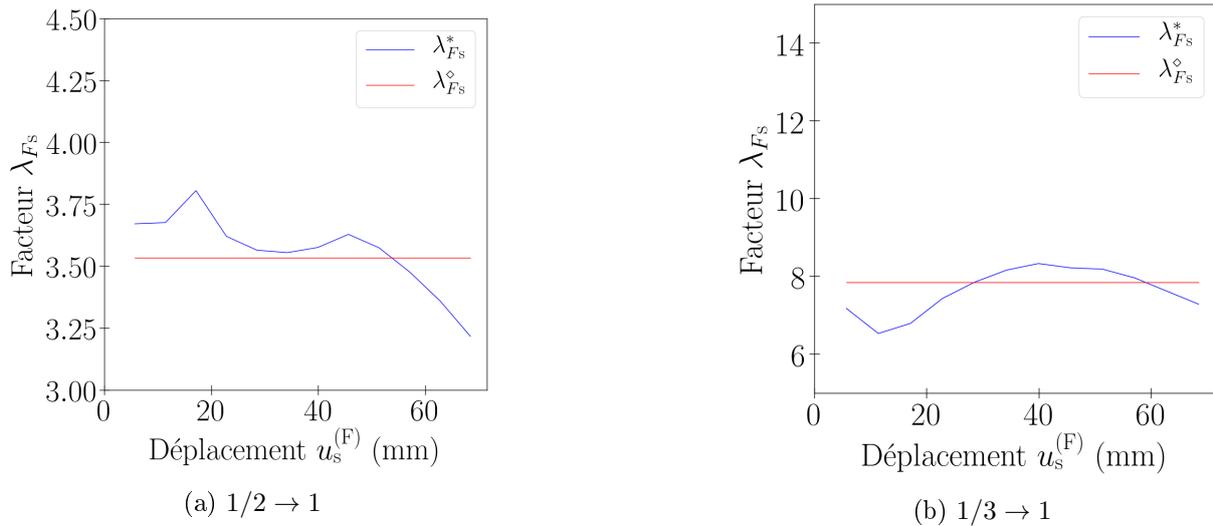


FIGURE 3.20 – Facteur λ_{F_s} , expérimental (*) et analytique hybride (\diamond), structure à un niveau

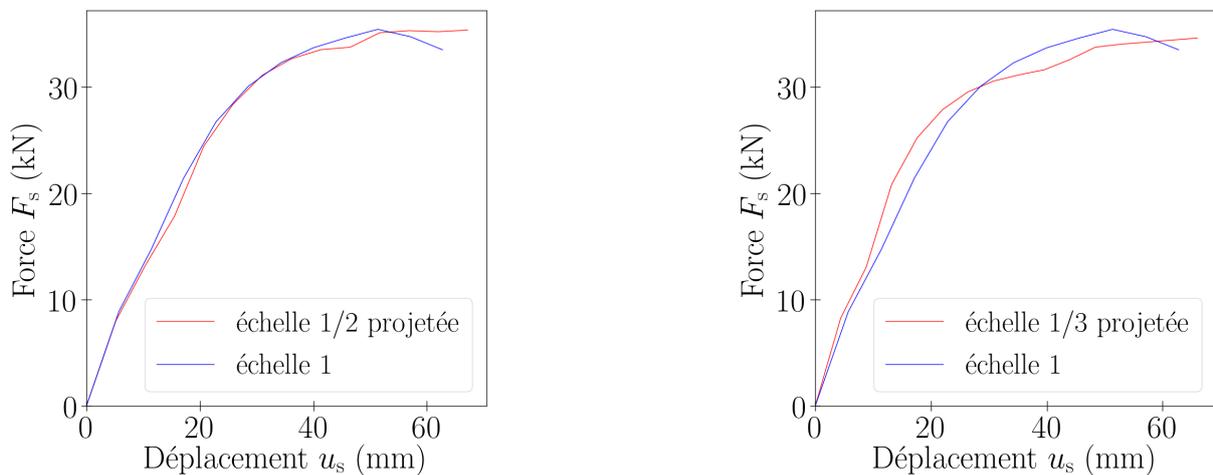


FIGURE 3.21 – Courbes expérimentales force déplacement de la structure à un niveau : échelle réduite projetée et échelle 1

3.2.6 Conclusion

Des relations de similitude ont été établies pour décrire le comportement monotone de la structure. C'est la méthode *STAGE* qui a été retenue, car elle impose moins d'exigences sur les paramètres de la structure. Le comportement non linéaire des assemblages bois a ensuite pu être pris en compte. Enfin, des relations de similitude ont été établies pour la force maximale, le déplacement associé, et l'amortissement hystérétique.

A partir des relations de similitude, des facteurs ont été obtenus pour le comportement de la structure. Du fait que dans les relations utilisées certaines données d'entrée sont expérimentales, on parle d'approche analytique hybride. Pour certaines variables d'intérêt, des différences ont été constatées entre les facteurs analytiques hybrides et les facteurs expérimentaux. Ces différences sont en partie dues à la variabilité expérimentale, à une méconnaissance du comportement des assemblages, et aux distorsions de similarité dans les paramètres de la structure.

3.3 Constitution des facteurs de similitude pour le comportement dynamique de la structure

Le comportement étudié est celui induit par une accélération au sol $a(t)$. Tout d'abord, des relations de similitude sont établies en élastique linéaire, avec une comparaison à l'analyse modale expérimentale. Ensuite, les non-linéarités de comportement des assemblages bois sont intégrées dans les relations de similitude. Des relations de similitude sont également établies pour un modèle simplifié de la structure. Ce modèle simplifié est basé sur le comportement monotone et cyclique de la partie 3.2.

3.3.1 Domaine élastique linéaire

Des relations de similitude sont établies, par les deux méthodes suivantes :

- Dans la méthode *DA*, aucune hypothèse simplificatrice n'est considérée pour la structure.
- Dans la méthode *STAGE*, on se base sur la théorie des poutres.

Les relations de similitude retenues pour le comportement dynamique sont comparées à l'analyse modale expérimentale.

3.3.1.1 Méthode *DA*

Les relations de similitude sont constituées à partir de la méthode *DA*. Les grandeurs considérées sont :

- les longueurs, y compris dans les assemblages, L (m),
- les modules d'élasticité, y compris dans les assemblages, E (N/m²),
- la gravité, g (m/s²),
- les masses (bois, acier, masse additionnelle), m (kg),
- les masses volumiques associées, ρ (kg/m³),
- l'accélération du sol, a (m/s²),
- le temps, t (s),
- les déplacements dans la structure, par rapport au sol, u (m),
- les accélérations dans la structure, par rapport au sol, \ddot{u} (m/s²).

En utilisant *DA*, les relations de similitude sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_m = \lambda_\rho \lambda_L^3 \\ \lambda_a = \frac{\lambda_E}{\lambda_\rho \lambda_L} \\ \lambda_g = \frac{\lambda_E}{\lambda_\rho \lambda_L} \\ \lambda_t = \lambda_L \sqrt{\frac{\lambda_\rho}{\lambda_E}} \\ \lambda_u = \lambda_L \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (3.92a) \\ (3.92b) \\ (3.92c) \\ (3.92d) \\ (3.92e) \end{array}$$

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

où les *Repeating Variables* choisies sont L, E, ρ .

A partir de ces relations, des lois de similitude sont proposées dans la littérature [KKC04] (tableau 3.11). Elles conservent les propriétés matérielles mécaniques : $\lambda_E = 1$. Néanmoins ces lois de similitude comportent des inconvénients, comme le montre le tableau 3.12 :

- La loi *Acceleration Based* [KKC04] est utilisable si la masse volumique est modifiée par changement d'échelle. Il est cependant difficile de trouver des matériaux vérifiant de telles conditions.
- La loi *Mass Based* [KKC04] est utilisable si la gravité est modifiée par changement d'échelle. Cela est impossible en pratique, à moins d'avoir recours à une centrifugeuse.
- La loi *Time Based* [KKC04] est utilisable si à la fois la gravité et la masse volumique sont modifiées par changement d'échelle. Néanmoins elle permet de conserver les fréquences par changement d'échelle, ce qui facilite les mesures et la mise en place des sollicitations.

Pour les ouvrages de Génie Civil, pour lesquels la gravité est un paramètre important et qui ne peut pas être modifié, la loi *Acceleration Based* est la plus appropriée.

Plus généralement les relations de similitude (3.92), desquelles sont issues les lois de la littérature, ont l'inconvénient d'imposer le même facteur λ_L à toutes les dimensions de la structure.

	λ_E	λ_g	λ_ρ	λ_t	Autres facteurs
<i>Acceleration Based</i>	1	1	$1/\lambda_L$	$\sqrt{\lambda_L}$	imposés par (3.92)
<i>Mass Based</i>		$1/\lambda_L$	1	λ_L	
<i>Time Based</i>		λ_L	$1/\lambda_L^2$	1	

TABLEAU 3.11 – Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : facteurs associés

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

<i>Acceleration Based</i>	
Avantages	Inconvénients
Ne nécessite pas de modifier la gravité, du fait de $\lambda_g = 1$	Nécessite de modifier la masse volumique des matériaux, du fait de $\lambda_\rho \neq 1$
<i>Mass Based</i>	
Avantages	Inconvénients
Permet de conserver la masse volumique des matériaux, du fait de $\lambda_\rho = 1$	Nécessite de modifier la gravité, du fait de $\lambda_g \neq 1$
<i>Time Based</i>	
Avantages	Inconvénients
Permet de conserver les fréquences, du fait de $\lambda_t = 1$	Nécessite de modifier : la masse volumique des matériaux, du fait de $\lambda_\rho \neq 1$, la gravité, du fait de $\lambda_g \neq 1$

TABLEAU 3.12 – Lois de similitude de la littérature en dynamique des structures : avantages et inconvénients

3.3.1.2 Méthode STAGE

Des relations de similitude sont constituées par la méthode *STAGE*, en se basant sur la théorie des poutres. Des relations sont proposées dans la littérature [CBR18] à travers cette approche. Néanmoins les relations proposées reposent sur une représentation complexe du comportement de la structure : elles considèrent des poutres de *Timoshenko*, les non-linéarités géométriques (grands déplacements) et l'aspect tridimensionnel (torsion,...). Ces relations ne considèrent en revanche pas d'éléments de taille nulle, qui pourraient représenter des assemblages. Elles ne peuvent donc pas être directement utilisées pour des structures bois comportant des assemblages.

On souhaite établir des relations de similitude qui tiennent compte des assemblages à travers des éléments de taille nulle. Aussi on adopte une représentation simplifiée du comportement de la structure. Pour cela la structure est considérée plane et constituée de poutres d'*Euler Bernoulli*. Les déformations de cisaillement sont négligées, ainsi que les efforts d'inertie induits par la rotation. Les non-linéarités géométriques ne sont pas prises en compte. Pour utiliser la méthode *STAGE*, il faut déterminer l'équation directrice, reliant les variables d'intérêt (déplacements, accélérations) aux paramètres d'entrée. Un repère local est utilisé pour chaque composant de la structure : x est l'axe longitudinal, y est l'axe transversal (dans le plan). Ainsi dans les sections d'éléments, les équations du mouvement sont

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.93a) \\ \frac{\partial F_{py}}{\partial x} + m_l g_y - m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.93b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.93c) \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{\partial M_p}{\partial x} + F_{py} = 0 & (3.94a) \\ \frac{\partial^2 M_p}{\partial x^2} - m_l g_y + m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.94b) \\ \frac{\partial F_{px}}{\partial x} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.94c) \end{cases}$$

avec : S l'aire des sections, I l'inertie des sections, F_{px}, F_{py} les forces internes, M_p le moment interne, m_l la masse linéique, u_{px}, u_{py} les déplacements par rapport au sol, a_x, a_y les accélérations du sol, g_x, g_y les composantes de la gravité dans le repère local. Le moment et la force sont définis par

$$\begin{cases} M_p = EI \frac{\partial \theta}{\partial x} = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} & (3.95a) \\ F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} & (3.95b) \end{cases}$$

avec $\theta_p = \partial u_{py} / \partial x$ la rotation. En insérant (3.95) dans (3.94), on a

$$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} & (3.96a) \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - m_l g_y + m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.96b) \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 & (3.96c) \end{cases}$$

Dans les éléments de taille nulle représentant les assemblages, les lois de comportement sont

$$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} & (3.97a) \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} & (3.97b) \\ M_a = K_{\theta_a} \theta_a & (3.97c) \end{cases}$$

u_{ax}, u_{ay} et θ_a sont les déplacements et la rotation relatifs entre les nœuds de l'assemblage, F_{ax}, F_{ay} et M_a sont les forces et le moment dans l'assemblage, K_{uax}, K_{uay} et K_{θ_a} sont les raideurs en translation et la raideur en rotation de l'assemblage.

En utilisant les équations (3.95) à (3.97) puis la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau 3.13. Pour cela on considère :

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_x = \lambda_L \\ \lambda_{gx} = \lambda_{gy} = \lambda_g \\ \lambda_{ax} = \lambda_{ay} = \lambda_a \\ \lambda_{K_{uax}} = \lambda_{K_{uay}} = \lambda_{K_{ua}} \\ \lambda_S = \lambda_e \lambda_l \\ \lambda_I = \lambda_e \lambda_l^3 \\ \lambda_{ml} = \lambda_m / \lambda_L \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.98a) \\ (3.98b) \\ (3.98c) \\ (3.98d) \\ (3.98e) \\ (3.98f) \\ (3.98g) \end{array}$$

avec e et l respectivement l'épaisseur et la largeur des sections.

Bien que l'amortissement visqueux réduit ζ_v ne soit pas pris en compte dans les équations du mouvement, il est intégré dans les relations de similitude. Du fait que ζ_v est adimensionnel, on impose la condition

$$\lambda_{\zeta_v} = 1 \quad (3.99)$$

Finalement d'après les relations du tableau 3.13, on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \\ \lambda_a = \lambda_g \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \\ \lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \\ \lambda_{\zeta_v} = 1 \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \end{array} \right. \begin{array}{l} (3.100a) \\ (3.100b) \\ (3.100c) \\ (3.100d) \\ (3.100e) \\ (3.100f) \\ (3.100g) \\ (3.100h) \\ (3.100i) \\ (3.100j) \end{array}$$

Contrairement aux relations de similitude (3.92), celles (3.100) ne font pas intervenir la condition $\lambda_a = \lambda_E / (\lambda_\rho \lambda_L)$, et permettent aux dimensions e et L d'avoir un facteur différent. De plus, dans les relations (3.92), les assemblages sont pris en compte à travers leurs propriétés matérielles et géométriques. Tandis que dans les relations (3.100), les assemblages sont introduits à travers leurs caractéristiques globales (K_{ua} , $K_{\theta a}$). Par conséquent, les relations (3.100) sont celles retenues pour la suite.

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

Equations utilisées	Relations de similitude obtenues
$\begin{cases} F_{px} = ES \frac{\partial u_{px}}{\partial x} \\ M_p = EI \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial x^2} \end{cases} \quad (3.101)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{px}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L} \\ \lambda_{M_p} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^2} \end{cases} \quad (3.102)$
$\begin{cases} F_{py} = -EI \frac{\partial^3 u_{py}}{\partial x^3} \\ EI \frac{\partial^4 u_{py}}{\partial x^4} - m_l g_y + m_l \left(a_y + \frac{\partial^2 u_{py}}{\partial t^2} \right) = 0 \\ ES \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial x^2} + m_l g_x - m_l \left(a_x + \frac{\partial^2 u_{px}}{\partial t^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (3.103)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{py}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^3} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_L^3 \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L^4} = \lambda_g \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \lambda_a \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_t^2} \frac{\lambda_m}{\lambda_L} \\ \lambda_E \lambda_e \lambda_L \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_L^2} = \lambda_g \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \lambda_a \frac{\lambda_m}{\lambda_L} = \frac{\lambda_{u_{px}}}{\lambda_t^2} \frac{\lambda_m}{\lambda_L} \end{cases} \quad (3.104)$
$\begin{cases} F_{ax} = K_{uax} u_{ax} \\ F_{ay} = K_{uay} u_{ay} \\ M_a = K_{\theta a} \theta_a \end{cases} \quad (3.105)$	$\begin{cases} \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ax}} \\ \lambda_{F_{ay}} = \lambda_{K_{ua}} \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{M_a} = \lambda_{K_{\theta a}} \lambda_{\theta a} \end{cases} \quad (3.106)$
Continuité des déplacements	$\begin{cases} \lambda_{u_a} = \lambda_{u_{ax}} = \lambda_{u_{ay}} \\ \lambda_{u_p} = \lambda_{u_{px}} = \lambda_{u_{py}} \\ \lambda_u = \lambda_{u_a} = \lambda_{u_p} \end{cases} \quad (3.107)$
Continuité des rotations	$\lambda_\theta = \lambda_{\theta_a} = \lambda_{\theta_p} = \frac{\lambda_{u_{py}}}{\lambda_L} \quad (3.108)$
Continuité des efforts	$\begin{cases} \lambda_{F_a} = \lambda_{F_{ax}} = \lambda_{F_{ay}} \\ \lambda_{F_p} = \lambda_{F_{px}} = \lambda_{F_{py}} \\ \lambda_F = \lambda_{F_a} = \lambda_{F_p} \end{cases} \quad (3.109)$
Continuité des moments	$\lambda_M = \lambda_{M_a} = \lambda_{M_p} \quad (3.110)$
$\ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.111)$	$\lambda_{\ddot{u}} = \frac{\lambda_u}{\lambda_t^2} \quad (3.112)$ <p>à condition que les facteurs λ_u et λ_t soient constants</p>

TABLEAU 3.13 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour le comportement dynamique de la structure

3.3.1.3 Conséquences sur les propriétés modales de la structure, comparaison avec l'expérimental

Une fois les relations de similitude établies pour le comportement dynamique, nous en déduisons l'évolution par changement d'échelle des propriétés modales. Les propriétés modales de la structure sont solutions des équations du mouvement, en absence de force extérieure. Elles sont de la forme [Raj09, Hum12a] :

$$\vec{u} = A \vec{\Phi} \sin(2\pi ft) \quad (3.113)$$

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

\vec{u} est le vecteur des déplacements dans la structure, $\vec{\Phi}$ est le vecteur de déformée modale, f est la fréquence propre du mode, A est le déplacement généralisé. D'après les équations (3.113) et (3.100), le facteur de similitude sur la fréquence propre peut être estimé par

$$\lambda_f = \frac{1}{\lambda_t} = \sqrt{\frac{\lambda_E \lambda_e}{\lambda_m}} \quad (3.114)$$

Les facteurs des paramètres sont relevés. Pour l'épaisseur e , on considère celle du bois e_b , dont le facteur est issu de la conception (partie 2.1.1). La masse m est principalement due à celle additionnelle m_{ad} , dont le facteur est issu de la conception. On fait l'hypothèse d'un facteur $\lambda_E = 1$, pour les mêmes raisons que dans la partie 3.2.5. Les facteurs des paramètres ainsi retenus sont donnés au tableau 3.14.

Facteur	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
λ_e	2	3	1, 5
λ_m	4	9	2, 25
λ_E	1		

TABLEAU 3.14 – Facteurs des paramètres dynamiques de la structure à un niveaux

Pour le facteur λ_f , une valeur λ_f^\diamond est estimée par la relation (3.114), et donnée dans le tableau 3.15. La valeur obtenue analytiquement est comparée à celle expérimentale λ_f^* (partie 2.3.2). Des différences sont constatées entre les approches expérimentales et analytiques.

	1/2 → 1	1/3 → 1	1/3 → 1/2
λ_f^* , premier mode	0, 47	0, 35	0, 75
λ_f^* , second mode	0, 39	∅	∅
λ_f^\diamond	0, 71	0, 58	0, 82

TABLEAU 3.15 – Facteurs de similitude sur les fréquences propres, comparaison entre l'expérimental (*) et l'analytique (◇) (« ∅ » : mode non identifié expérimentalement)

Pour conclure, les relations de similitude (3.100) établies en dynamique ont permis d'estimer le facteur de similitude sur les fréquences propres. Néanmoins les estimations diffèrent des données expérimentales. Cela peut s'expliquer notamment par le caractère non linéaire des modes expérimentaux.

3.3.2 Prise en compte des non-linéarités matérielles dans les assemblages bois

A présent il s'agit d'intégrer, dans les relations de similitude, la non-linéarité du comportement des assemblages. La prise en compte de non-linéarités dans les relations de similitude a été étudiée dans la littérature [KLC09, GMZ08, MZ11]. Il s'agit plus particulièrement de non-linéarités

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

matérielles dans des structures en béton. Pour cela dans les relations de similitude, les auteurs ne considèrent plus le module initial E du matériau, mais le module sécant \widehat{E} dépendant de la déformation ε (figure 3.22). Ainsi, le facteur sur le module dépend de la déformation, donc du temps. Il en est alors de même pour les autres facteurs, ce qui est cependant impossible à reproduire expérimentalement, notamment pour la masse. Afin de s'affranchir de cette problématique, les auteurs [KLC09,GMZ08,MZ11] adoptent pour le module sécant un facteur approché constant.

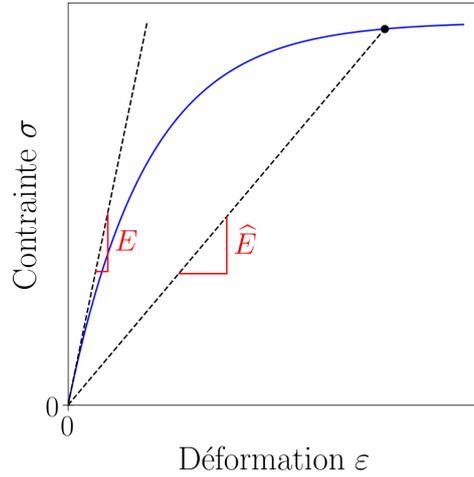


FIGURE 3.22 – Module sécant

Concernant à présent les travaux de la thèse, les non-linéarités à prendre en compte sont liées aux assemblages bois. Donc les relations de similitude développées par les précédents auteurs ne sont pas utilisables directement. Néanmoins leur méthodologie est reprise. Ainsi dans les relations de similitude (3.100), les raideurs d'assemblages à considérer sont celles sécantes, notées \widehat{K}_{ua} pour la translation et $\widehat{K}_{\theta a}$ pour la rotation. La démarche est similaire à celle de la partie 3.2.2 : les relations (3.100) deviennent

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.115a) \\ \lambda_{\widehat{K}_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.115b) \\ \lambda_{\widehat{K}_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.115c) \\ \lambda_a = \lambda_g \quad (3.115d) \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \quad (3.115e) \\ \lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \quad (3.115f) \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \quad (3.115g) \\ \lambda_{\zeta v} = 1 \quad (3.115h) \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \quad (3.115i) \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.115j) \end{array} \right.$$

les facteurs $\lambda_{ua}, \lambda_{\theta a}$ sont fixés par

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \\ \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \end{array} \right. \quad (3.116a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \end{array} \right. \quad (3.116b)$$

puis les facteurs $\lambda_{\widehat{K}ua}, \lambda_{\widehat{K}\theta a}$ sont estimés par les constantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_{Kua} \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \end{array} \right. \quad (3.117a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \end{array} \right. \quad (3.117b)$$

Jusqu'à présent pour les assemblages, seul le comportement monotone était considéré. Afin de tenir compte aussi du comportement cyclique, l'amortissement hystérétique ζ_{ha} des assemblages est pris en compte. Du fait que ζ_{ha} est adimensionnel, on impose la condition

$$\lambda_{\zeta ha} = 1 \quad (3.118)$$

Notons que cette condition n'est pas toujours vérifiée, d'après les valeurs du tableau 3.9 (partie 3.2.5) : $\lambda_{\zeta ha}^* = 0,706$ entre échelles 1 et 1/2, $\lambda_{\zeta ha}^* = 0,947$ entre échelles 1 et 1/3, $\lambda_{\zeta ha}^* = 1,34$ entre échelles 1/2 et 1/3.

Finalement, les relations (3.115) peuvent être complétées de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \\ \lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_{Kua} \\ \lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \\ \lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \\ \lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \\ \lambda_a = \lambda_g \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \\ \lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \\ \lambda_{\zeta v} = 1 \\ \lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \\ \lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \\ \lambda_{\zeta ha} = 1 \end{array} \right. \quad (3.119a)$$

$$\lambda_{ua} = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{Kua}} \quad (3.119b)$$

$$\lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_{Kua} \quad (3.119c)$$

$$\lambda_{\widehat{K}ua} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.119d)$$

$$\lambda_{\theta a} = \frac{\lambda_{Mma}}{\lambda_{K\theta a}} \quad (3.119e)$$

$$\lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_{K\theta a} \quad (3.119f)$$

$$\lambda_{\widehat{K}\theta a} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.119g)$$

$$\lambda_a = \lambda_g \quad (3.119h)$$

$$\lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_E \lambda_e}} \quad (3.119i)$$

$$\lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \quad (3.119j)$$

$$\lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \quad (3.119k)$$

$$\lambda_{\zeta v} = 1 \quad (3.119l)$$

$$\lambda_u = \lambda_{ua} = \lambda_{up} \quad (3.119m)$$

$$\lambda_\theta = \lambda_{\theta a} = \lambda_{\theta p} = \frac{\lambda_u}{\lambda_L} \quad (3.119n)$$

$$\lambda_{\zeta ha} = 1 \quad (3.119o)$$

Le système d'équations (3.119) peut s'écrire aussi :

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_l = \lambda_L \quad (3.120a) \\ \lambda_{K_{ua}} = \lambda_E \lambda_e \quad (3.120b) \\ \lambda_{K_{\theta a}} = \lambda_E \lambda_e \lambda_L^2 \quad (3.120c) \\ \lambda_{M_{ma}} = \lambda_{F_{ma}} \lambda_L \quad (3.120d) \\ \frac{\lambda_{F_{ma}}}{\lambda_m} = \lambda_g \quad (3.120e) \\ \lambda_{\zeta_{ha}} = 1 \quad (3.120f) \\ \lambda_{\zeta_v} = 1 \quad (3.120g) \\ \lambda_a = \frac{\lambda_{F_{ma}}}{\lambda_m} \quad (3.120h) \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_{F_{ma}}}{\lambda_a \lambda_{K_{ua}}}} \quad (3.120i) \\ \lambda_{\ddot{u}} = \lambda_a \quad (3.120j) \\ \lambda_u = \lambda_{\ddot{u}} \lambda_t^2 \quad (3.120k) \end{array} \right.$$

3.3.3 Constitution de relations de similitude pour un modèle simplifié de la structure

Une nouvelle approche est employée pour constituer les relations de similitude. Cette approche est basée sur un modèle simplifié de la structure, et peut aboutir à des relations de similitude moins restrictives que celles (3.120). La structure est représentée par un système masse / ressort (figure 3.23), à un ou deux degré de liberté selon le nombre de niveaux. Par conséquent, seuls les premiers modes de la structure sont pris en compte. Les masses m_{ad} représentent les masses additionnelles sur la structure. Les ressorts représentent le comportement monotone et cyclique de chaque niveau de la structure [Hum12b] (partie 3.2). Le modèle comprend un amortissement visqueux c . Les efforts exercés par les ressorts sur les masses sont notés F_s . Le sol est soumis à une accélération $a(t)$. Les déplacements des masses par rapport au sol sont notés u_s .

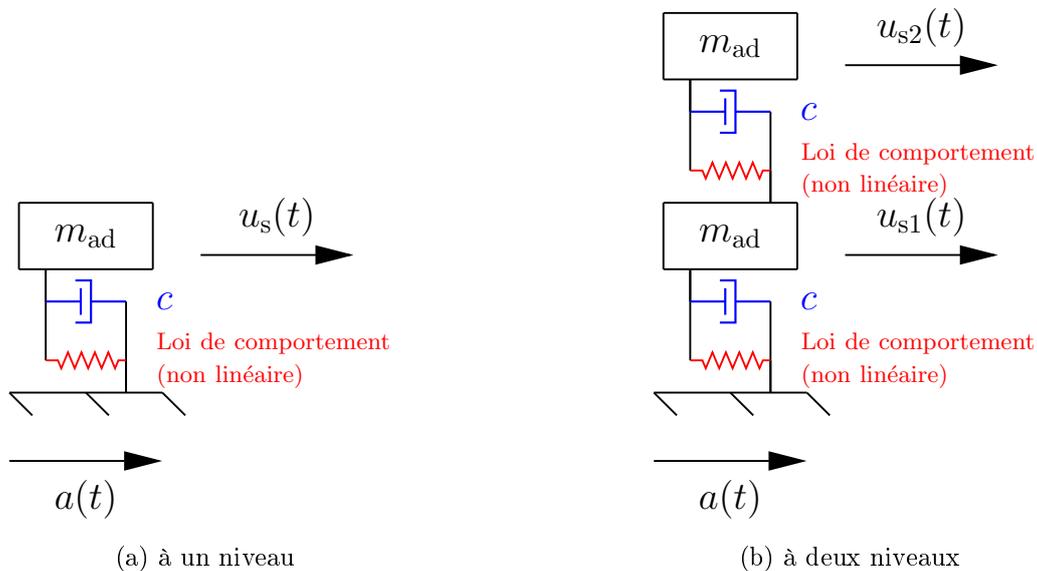


FIGURE 3.23 – Modèle simplifié de la structure

3.3. CONSTITUTION DES FACTEURS DE SIMILITUDE POUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

D'après ce modèle, l'équation du mouvement est

$$\vec{F}_s + \mathbf{C}\vec{u}_s + \mathbf{M}\ddot{\vec{u}}_s = -\mathbf{M}\vec{U}a \quad (3.121)$$

avec \vec{F}_s le vecteur des forces F_s , \vec{u}_s le vecteur des déplacements u_s , \mathbf{M} la matrice de masse, \mathbf{C} la matrice d'amortissement et \vec{U} le vecteur d'influence dont les composantes sont égales à 1. Des relations de similitude sont proposées dans la littérature [KKC04] pour un tel modèle simplifié. Ces relations ne sont pas directement utilisables ici, car limitées au comportement élastique linéaire. Néanmoins leur méthodologie est reprise. Ainsi les relations de similitude sont établies à partir de l'équation (3.121) puis de la méthode *STAGE*, soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{F_s} = \lambda_{mad} \lambda_a \end{array} \right. \quad (3.122a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_a = \frac{\lambda_{us}}{\lambda_t^2} \end{array} \right. \quad (3.122b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_c \frac{\lambda_{us}}{\lambda_t} = \lambda_{F_s} \end{array} \right. \quad (3.122c)$$

Les facteurs λ_{us} et λ_{F_s} ont été établis dans la partie 3.2.2, en monotone. L'amortissement hystérétique de chaque niveau de la structure, ζ_{hs} , est pris en compte. L'amortissement ζ_{hs} étant adimensionnel, on impose la condition

$$\lambda_{\zeta_{hs}} = 1 \quad (3.123)$$

avec $\lambda_{\zeta_{hs}}$ établi dans la partie 3.2.4. Enfin la relation (3.122c) est équivalente à

$$\lambda_{\zeta_v} = 1 \quad (3.124)$$

avec ζ_v l'amortissement visqueux réduit. Finalement les relations (3.122) peuvent être modifiées et complétées de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\zeta_{hs}} = 1 \end{array} \right. \quad (3.125a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\zeta_v} = 1 \end{array} \right. \quad (3.125b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_a = \frac{\lambda_{F_s}}{\lambda_{mad}} \end{array} \right. \quad (3.125c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_{us}}{\lambda_a}} \end{array} \right. \quad (3.125d)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\ddot{u}_s} = \lambda_a \end{array} \right. \quad (3.125e)$$

Les relations de similitude (3.125) diffèrent de celles (3.120). En effet, les relations (3.125) tiennent compte du comportement monotone et cyclique de chaque niveau de la structure, au lieu des propriétés locales (dimensions, assemblages,...).

3.3.4 Conclusion partielle

Des relations de similitude ont été constituées pour le comportement dynamique de la structure. La méthode *STAGE* est celle retenue, car moins contraignante pour les paramètres de la

structure. Le comportement non linéaire des assemblages (bois) a ensuite pu être pris en compte. Des relations de similitude ont aussi pu être constituées pour un modèle simplifié de la structure. Ce modèle simplifié est basé sur le comportement monotone et cyclique (partie 3.2).

Une fois les relations de similitude établies, des facteurs seront déduits, utilisés puis évalués par des modèles numériques, au chapitre 4.

3.4 Conclusion

Des facteurs de similitude ont été constitués par des méthodes analytiques. Selon la démarche bi-niveaux, les facteurs ont été établis pour les assemblages, puis pour le comportement monotone, cyclique et dynamique de la structure. Les facteurs ont pu intégrer certaines spécificités de la structure bois, notamment les assemblages et leur comportement non linéaire. Les méthodes analytiques imposent des contraintes sur les paramètres des assemblages ou de la structure. Deux approches ont alors été utilisées et comparées, par rapport à ces contraintes. Au niveau des assemblages, les deux approches sont plus ou moins équivalentes. En revanche au niveau de la structure, la méthode *STAGE* a été privilégiée. Enfin, les facteurs obtenus analytiquement ont été comparés à ceux expérimentaux, pour les assemblages et la structure. Des différences ont été constatées entre l'analytique et l'expérimental. Elles sont dues notamment à la variabilité expérimentale, aux distorsions, et à une méconnaissance de certaines propriétés mécaniques. Cela montre ainsi les limites des méthodes analytiques. Compte tenu de ces limites, des modèles numériques aux éléments finis sont établis au chapitre suivant.

Chapitre 4

Etude des facteurs de similitude par des modèles numériques aux éléments finis

Sommaire

4.1	Modélisation des assemblages bois	113
4.1.1	Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental	113
4.1.2	Etude des facteurs de similitude numériques	118
4.1.3	Conclusion	122
4.2	Modélisation du comportement monotone et cyclique de la structure bois	123
4.2.1	Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental	123
4.2.2	Exploitation du modèle pour étudier les facteurs de similitude numériques	132
4.2.3	Conclusion	140
4.3	Modélisation du comportement dynamique de la structure	141
4.3.1	Comparaison du modèle avec l'analyse modale expérimentale, puis calcul du comportement dynamique	141
4.3.2	Exploitation du modèle pour évaluer les erreurs de prévision du comportement dynamique	144
4.3.3	Conclusion	148
4.4	Prise en compte de l'incertain dans les lois de similitude, influence de l'échelle de réduction	149
4.4.1	Présentation des méthodes probabilistes et d'études de sensibilité	149
4.4.2	Comportement des assemblages	155
4.4.3	Comportement monotone de la structure	158
4.4.4	Comportement dynamique de la structure	163
4.4.5	Conclusion	164

Dans ce chapitre, des modèles numériques aux éléments finis sont élaborés. Selon la démarche bi-niveaux, cette approche numérique est menée pour les assemblages, pour le comportement monotone et cyclique de la structure, puis pour le comportement dynamique. Les comportements déterminés numériquement sont comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite des facteurs de similitude numériques sont issus des modèles établis. Les différences entre les facteurs numériques et analytiques sont étudiées, pour différentes configurations des assemblages ou de la structure. Enfin, les propriétés du matériau bois ainsi que les caractéristiques des assemblages présentant de la variabilité et donc de l'incertitude, les modèles numériques sont utilisés pour étudier la propagation de l'incertitude sur les lois de similitude.

4.1 Modélisation des assemblages bois

Un modèle numérique aux éléments finis est proposé pour déterminer les raideurs d'assemblages, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Pour cela le code de calcul *Cast3M* [CEA21] est utilisé. Les raideurs calculées sont comparées à celles expérimentales. Ensuite, nous évaluerons l'écart entre les facteurs numériques et analytiques, pour différentes configurations d'assemblages. Une étude paramétrique est effectuée.

4.1.1 Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental

4.1.1.1 Description du modèle

Le modèle numérique de l'assemblage (*Cast3M* [Sou21]) est constitué d'éléments volumiques tétraédriques et cubiques, avec des polynômes de degré 2 pour les fonctions d'interpolation. L'assemblage étant symétrique par rapport à la plaque, seule une moitié est modélisée (figure 4.1). Les interactions broche / bois et broche / plaque sont modélisées par un contact unilatéral de non pénétration, sans frottements et sans jeu initial.

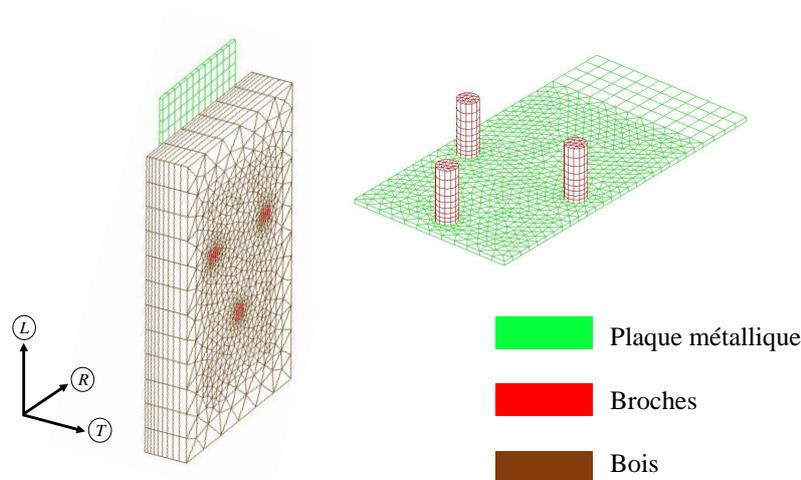


FIGURE 4.1 – Modèle numérique de l'assemblage, maillage (*Cast3M*)

4.1. MODÉLISATION DES ASSEMBLAGES BOIS

La modélisation du comportement à la rupture n'est pas envisagée à ce stade. Le bois est modélisé par un matériau homogène élastique orthotrope, et l'acier par un matériau homogène élastique isotrope. Les propriétés matérielles du modèle sont les mêmes pour chaque échelle, et sont données dans le tableau 4.1. L est la direction parallèle au fil, et R, T les directions perpendiculaires. Dans le modèle, R et T sont orientées respectivement suivant la largeur et l'épaisseur du bois (figure 4.1), ce qui peut ne pas être le cas expérimentalement. Pour le bois, les valeurs du tableau 4.1 sont des valeurs de référence obtenues à partir de la littérature [NE03, Dan87].

Bois, orthotrope			
Modules d'Young	E_{bL}	11 GPa	bois <i>C24</i> [NE03]
	E_{bR}	$E_{bL}/13$	
	E_{bT}	$E_{bL}/21$	
Modules de cisaillement	G_{bRT}	84 MPa	bois résineux [Dan87]
	G_{bLR}	862 MPa	
	G_{bLT}	745 MPa	
Coefficients de Poisson	ν_{bRT}	0,51	
	ν_{bLR}	0,39	
	ν_{bLT}	0,43	
Acier, isotrope			
Module d'Young	E_a	210 GPa	acier non allié [NE00]
Coefficient de Poisson	ν_a	0,3	

TABLEAU 4.1 – Propriétés matérielles des assemblages

Néanmoins, au voisinage des broches, ces modules peuvent être nettement plus faibles, du fait de l'écrasement local du bois. Afin de prendre en compte ce phénomène, les modules E_b et G_b sont divisés arbitrairement par 5 au voisinage des broches. La taille de cette zone est de l'ordre de deux fois celle des broches (figure 4.2).

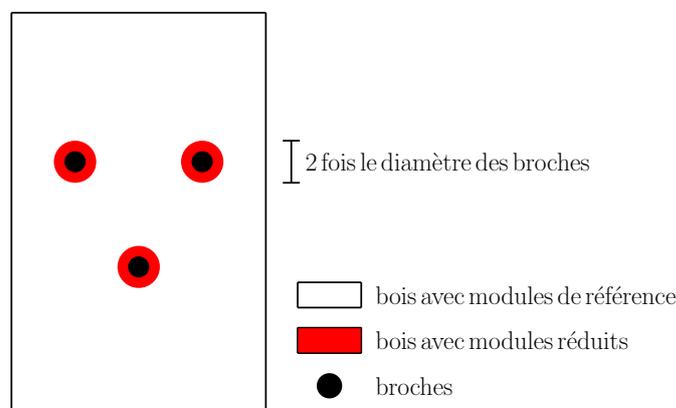


FIGURE 4.2 – Modèle numérique de l'assemblage, définition de la zone bois avec les modules réduits

4.1.1.2 Calcul de la raideur axiale

Pour déterminer la raideur axiale K_{ua} de l'assemblage, une force verticale de traction F_a est appliquée uniformément sur la plaque métallique (figure 4.3). Les déplacements sont bloqués dans les trois directions sur le bord inférieur du bois. L'influence des conditions aux limites sur K_{ua} est relativement faible (annexe C.1). Par ailleurs, la densité de maillage est définie telle qu'elle a peu d'effets sur le comportement (annexe C.2). Les dimensions du système sont celles expérimentales des parties 2.1.2 et 2.2.1.1. La hauteur d'appui h (figure 4.3) est une nouvelle dimension à définir. A l'échelle 1, h est fixée à 85 mm afin d'éviter les effets de bord. Puis pour respecter le facteur d'échelle, h est fixée à 43 mm pour l'échelle 1/2 et à 28 mm pour l'échelle 1/3. A l'échelle 1, les valeurs h et a_0 sont suffisamment élevées pour que les effets de bord soient faibles (annexe C.3).

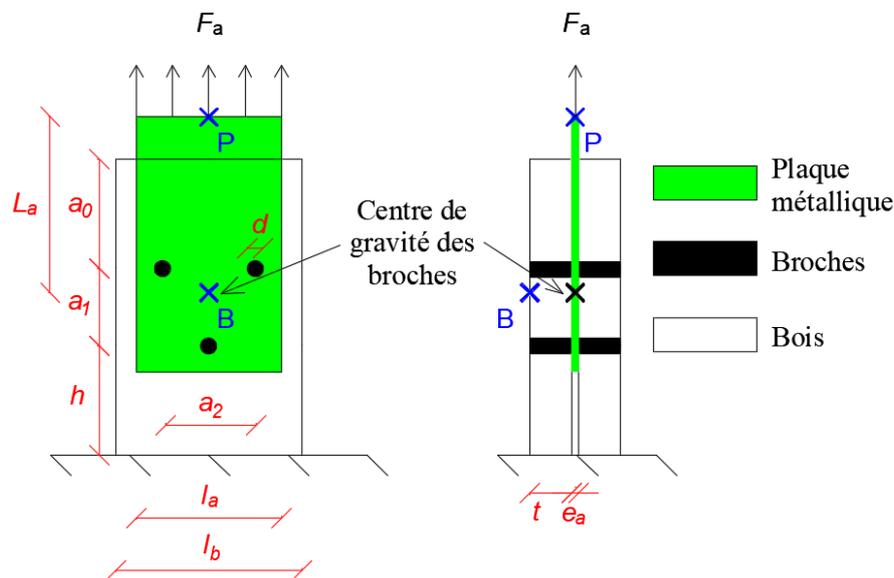


FIGURE 4.3 – Détermination de la raideur axiale du modèle d'assemblage

La réponse statique du modèle est calculée de la façon suivante. Bien que les matériaux soient élastiques linéaires, une résolution par itérations est effectuée, afin de tenir compte des conditions de contact. En revanche les non-linéarités géométriques (grands déplacements) ne sont pas prises en compte. Le déplacement vertical relatif est relevé entre la plaque et le bois. Le déplacement est défini entre les points P et B de la figure 4.3. Le déplacement est donc donné par

$$u_a = |u_P - u_B| \tag{4.1}$$

avec u_i le déplacement vertical au point i . La raideur est finalement déduite par $K_{ua} = F_a/u_a$. L'évolution force - déplacement obtenue est linéaire, la raideur K_{ua} ne dépend pas de la force appliquée. Cela s'explique par le fait que la surface de contact (broche / bois, broche / plaque) ne varie pas étant donné que les matériaux restent élastiques, l'orientation de la force appliquée est constante, et les jeux initiaux nuls.

4.1.1.3 Calcul de la raideur en rotation

Pour déterminer la raideur en rotation K_{θ_a} de l'assemblage, un moment M_a est appliqué sur la plaque métallique (figure 4.4), les conditions aux limites étant les mêmes que dans la partie 4.1.1.2. Pour cela, deux forces F opposées sont appliquées sur la plaque. Cela génère un moment

$$M_a = 2F \frac{l_a}{4} = \frac{Fl_a}{2} \tag{4.2}$$

avec $(l_a/4)$ le bras de levier, et l_a la largeur de la plaque.

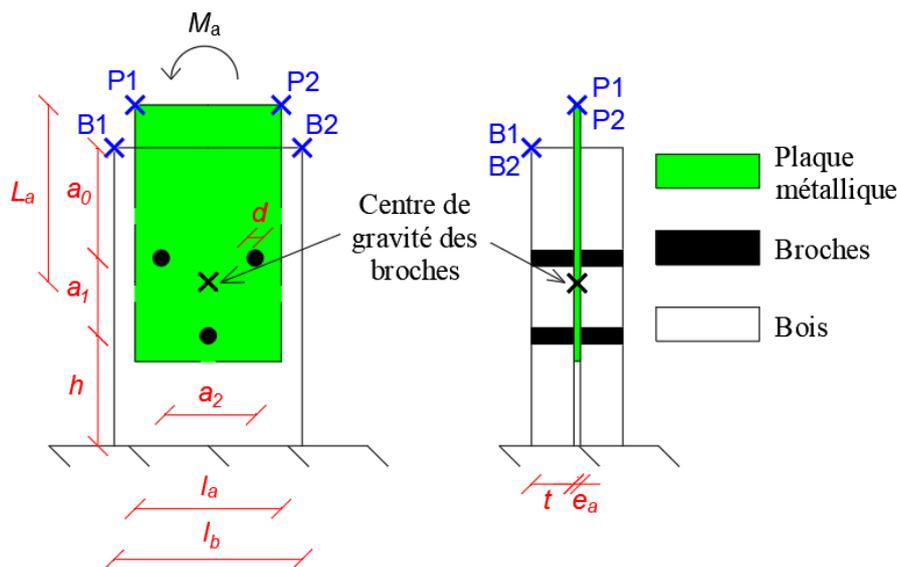


FIGURE 4.4 – Détermination de la raideur en rotation du modèle d'assemblage

Ensuite, la réponse statique du modèle est calculée de la même façon que dans la partie 4.1.1.2. Puis la rotation relative θ_a est relevée entre la plaque et le bois. Plus particulièrement elle est définie entre les sections $P1 - P2$ et $B1 - B2$ de la figure 4.4. La rotation est donc donnée par :

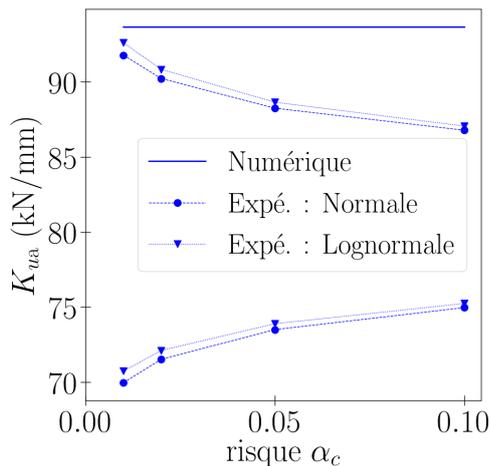
$$\theta_a = \left| \arctan \left(\frac{u_{P1} - u_{P2}}{l_a} \right) - \arctan \left(\frac{u_{B1} - u_{B2}}{l_b} \right) \right| \tag{4.3}$$

Enfin la raideur est déduite par $K_{\theta_a} = M_a/\theta_a$.

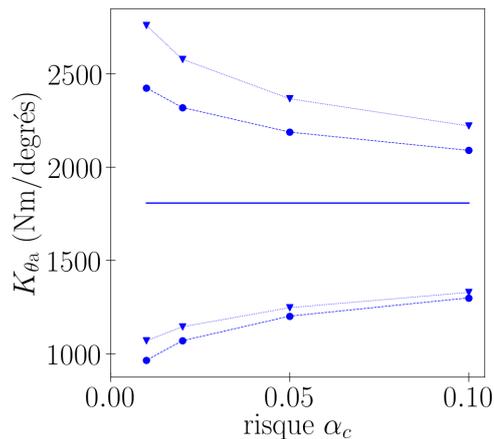
4.1.1.4 Comparaison avec l'expérimental

Pour chaque échelle, les raideurs obtenues numériquement sont comparées à celles expérimentales, dans le tableau 4.2 et sur la figure 4.5. Le tableau 4.2 présente aussi l'écart entre le numérique et l'expérimental, rapporté à l'expérimental.

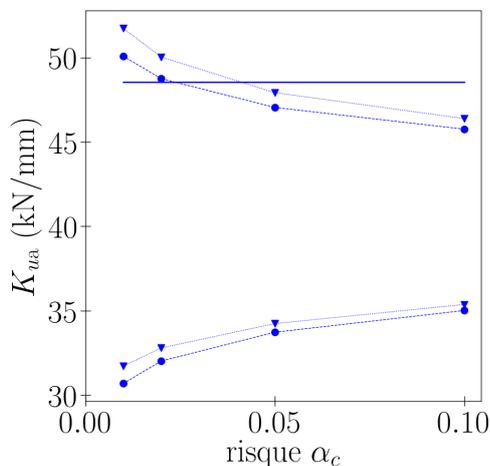
Pour K_{u_a} aux échelles 1 et 1/2, et pour K_{θ_a} aux trois échelles, les valeurs numériques semblent proches des moyennes expérimentales (tableau 4.2). Pour K_{u_a} à l'échelle 1, la valeur numérique



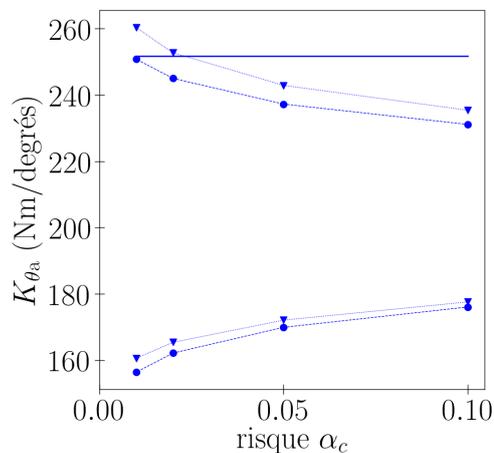
(a) raideur axiale, échelle 1



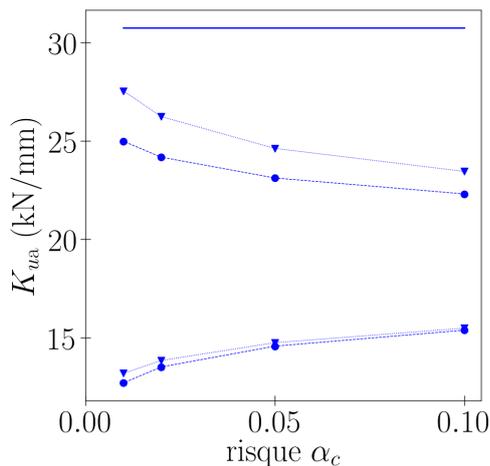
(b) raideur en rotation, échelle 1



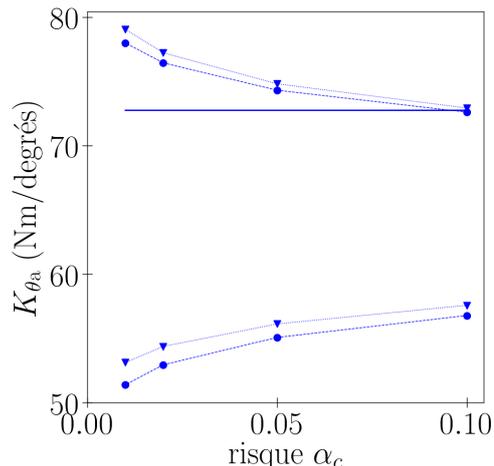
(c) raideur axiale, échelle 1/2



(d) raideur en rotation, échelle 1/2



(e) raideur axiale, échelle 1/3



(f) raideur en rotation, échelle 1/3

FIGURE 4.5 – Raideurs d’assemblages, comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

n’est comprise dans aucun intervalle de confiance expérimental (figure 4.5a), l’écart entre le

Echelle 1		
	K_{ua}	$K_{\theta a}$
Numérique	93,7 kN/mm	1808 Nm/degrés
Moyenne expérimentale	80,9 kN/mm	1694 Nm/degrés
Ecart relatif (%)	15,8	6,72
Echelle 1/2		
	K_{ua}	$K_{\theta a}$
Numérique	48,5 kN/mm	251,8 Nm/degrés
Moyenne expérimentale	40,4 kN/mm	203,6 Nm/degrés
Ecart relatif (%)	20,2	23,7
Echelle 1/3		
	K_{ua}	$K_{\theta a}$
Numérique	30,8 kN/mm	72,76 Nm/degrés
Moyenne expérimentale	18,8 kN/mm	64,68 Nm/degrés
Ecart relatif (%)	63,2	12,5

TABLEAU 4.2 – Raideurs d’assemblages, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale

numérique est l’expérimental ne serait pas dû à la variabilité expérimentale. Pour K_{ua} à l’échelle 1/2 et $K_{\theta a}$ aux trois échelles, les valeurs numériques sont comprises dans la plupart des intervalles de confiance expérimentaux (figures 4.5c, 4.5b, 4.5d et 4.5f), on ne peut pas exclure que l’écart entre le numérique et l’expérimental soit dû à la variabilité. Pour K_{ua} à l’échelle 1/3, la valeur numérique est différente de la moyenne expérimentale, et n’est comprise dans aucun intervalle de confiance expérimental. L’écart entre le numérique et l’expérimental ne semble pas dû à la variabilité. Les hypothèses suivantes peuvent être émises :

- Les jeux broche / bois (induis par l’écrasement du bois) et les jeux broche / plaque peuvent réduire les raideurs expérimentales [SJML09].
- L’hétérogénéité du bois peut impacter les raideurs expérimentales.
- Les modules d’élasticité du bois sont des valeurs forfaitaires intégrées dans le modèle.
- Expérimentalement, les directions R et T peuvent être orientées différemment que dans le modèle.
- La hauteur d’appui h du modèle induit un effet de bord, ce qui impacte légèrement les raideurs numériques.

4.1.2 Etude des facteurs de similitude numériques

A présent, on étudie les facteurs de similitude sur les raideurs d’assemblages. Les facteurs issus du modèle numérique peuvent différer des facteurs analytiques, du fait des distorsions géométriques. L’écart entre le numérique et l’analytique est caractérisé, pour différentes configurations d’assemblages. Pour cela, une étude paramétrique est menée.

4.1.2.1 Approche adoptée

On étudie les facteurs de similitude $\lambda_{Kua}, \lambda_{K\theta a}$ sur les raideurs d'assemblages. Plus particulièrement on évalue le rapport entre les facteurs numériques (notés « • ») et les facteurs analytiques (notés « ◊ ») :

$$\begin{cases} \gamma_{Kua} = \lambda_{Kua}^{\bullet} / \lambda_{Kua}^{\diamond} & (4.4a) \\ \gamma_{K\theta a} = \lambda_{K\theta a}^{\bullet} / \lambda_{K\theta a}^{\diamond} & (4.4b) \end{cases}$$

Les facteurs analytiques sont issus des relations de similitude (3.5c) et (3.5d) (partie 3.1).

Dans l'étude paramétrique, l'échelle 1 est fixe et correspond à celle adoptée jusqu'à présent. En revanche différentes configurations numériques d'échelle réduite sont considérées. Pour les configurations étudiées, les facteurs des paramètres vérifient : $\lambda_t = \lambda_{a0} = \lambda_a = \lambda_{lb} = \lambda_{la}$ notés par la suite λ_L , $\lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} = 1$ conformément à la partie 3.1.3, λ_{ea} et λ_d sont potentiellement différents de λ_L (distorsions sur e_a, d). Chaque configuration est donc définie par $(\lambda_L, \lambda_{ea}, \lambda_d)$, et on étudie les rapports γ_{Kua} et $\gamma_{K\theta a}$. Ces rapports sont aussi nommés *coefficients correcteurs*.

Une approche possible serait de calculer ces coefficients pour chaque configuration $(\lambda_L, \lambda_{ea}, \lambda_d)$. Mais cela nécessiterait un grand nombre de calculs.

Une approche alternative est donc menée, basée sur des *coefficients de distorsion* :

$$\begin{cases} \delta_{ea} = \lambda_{ea} / \lambda_L & (4.5a) \\ \delta_d = \lambda_d / \lambda_L & (4.5b) \end{cases}$$

Les coefficients γ dépendent de ceux δ mais plus du facteur d'échelle λ_L . Ainsi, le nombre de calculs nécessaires est réduit considérablement. Cet aspect s'explique de la façon suivante. Si on multiplie λ_L par une valeur « C », en conservant δ , alors λ_{ea}, λ_d sont également multipliés par C . Ainsi, les valeurs λ_K^{\diamond} et λ_K^{\bullet} sont aussi multipliées par C , d'après la méthode *DA*. Par conséquent le coefficient γ reste inchangé.

4.1.2.2 Résultats de l'étude paramétrique

Les coefficients correcteurs γ obtenus sont présentés en fonction de δ , sur la figure 4.6. Ils sont différents de 1, ce qui signifie que les facteurs numériques sont différents de ceux analytiques. L'évolution de $\gamma_{K\theta a}$ est assez similaire à celle de γ_{Kua} . Les coefficients γ_{Kua} et $\gamma_{K\theta a}$ semblent plus influencés par δ_d que par δ_{ea} .

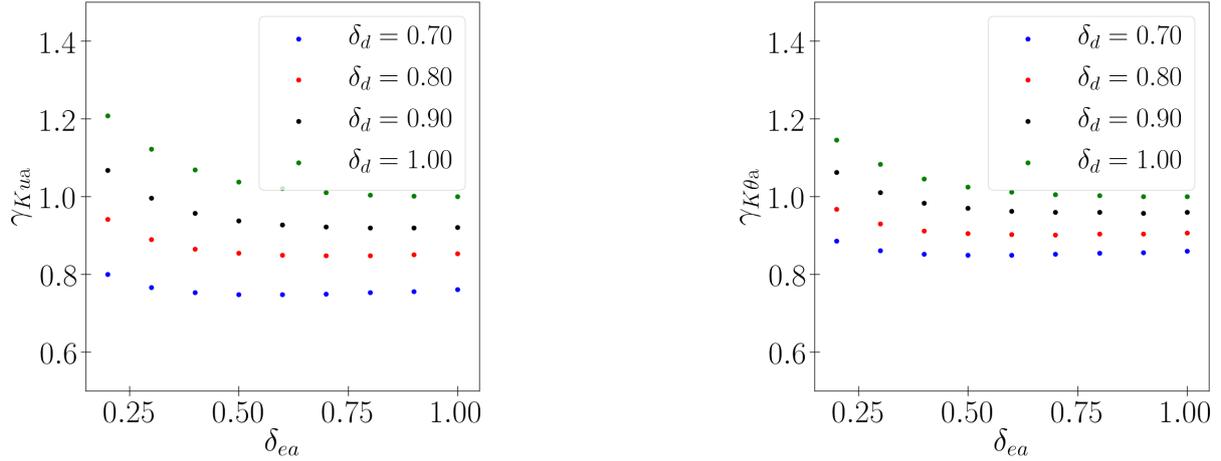


FIGURE 4.6 – Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, résultats obtenus

4.1.2.3 Constitution d'une expression semi-explicite pour les facteurs de similitude

Une fois les valeurs γ_{Kua} calculées, une expression est établie pour γ_{Kua} par régression [LZZW15, ZLG⁺19]. L'expression potentielle choisie est de la forme :

$$\gamma_{Kua} = \delta_{ea}^{\alpha_{uea}} \delta_d^{\alpha_{ud}} \quad (4.6)$$

Il s'agit de déterminer les exposants qui permettent d'approcher au mieux les valeurs de la figure 4.6. Pour cela l'équation (4.6) est écrite sous forme logarithmique [ZLG⁺19], soit

$$\ln \gamma_{Kua} = \alpha_{uea} \ln \delta_{ea} + \alpha_{ud} \ln \delta_d \quad (4.7)$$

Les exposants $\alpha_{uea}, \alpha_{ud}$ sont obtenus par minimisation des moindres carrés [Gee05], sur la base des données de la figure 4.6 : $\alpha_{uea} = -0,0746$ et $\alpha_{ud} = 0,889$. La même démarche est effectuée pour le facteur $\gamma_{K\theta_a}$. L'expression potentielle est de la forme :

$$\gamma_{K\theta_a} = \delta_{ea}^{\alpha_{\theta ea}} \delta_d^{\alpha_{\theta d}} \quad (4.8)$$

Celle finalement retenue correspond à $\alpha_{\theta ea} = -0,0508$ et $\alpha_{\theta d} = 0,523$. Les expressions ainsi établies sont présentées sur la figure 4.7.

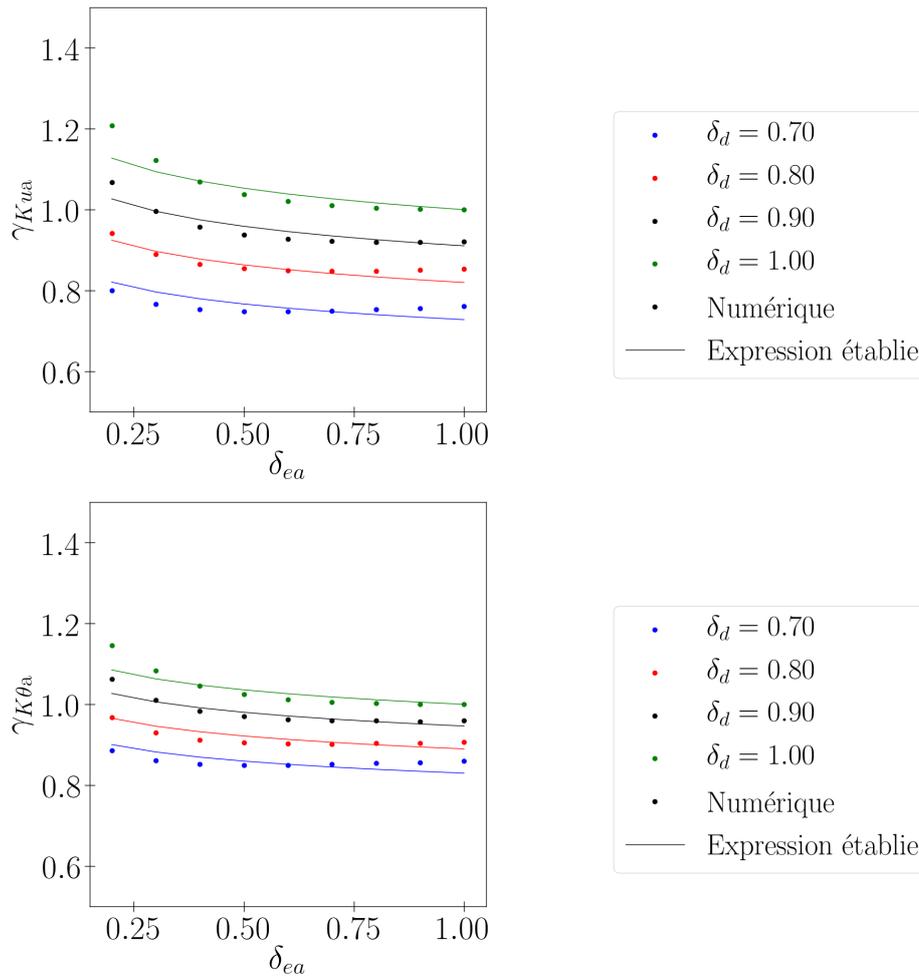


FIGURE 4.7 – Etude paramétrique sur les facteurs des assemblages, expressions établies

4.1.2.4 Influence des propriétés matérielles et du nombre de broches sur les facteurs de similitude

A présent, des modifications sont effectuées sur le nombre de broches et le module d'Young longitudinal du bois. Ces modifications concernent aussi bien l'échelle 1 que les échelles réduites. Les figures 4.8 et 4.9 montrent que le module d'Young longitudinal du bois et le nombre de broches ont peu d'influence sur $\gamma_{K_{ua}}$. Ainsi quel que soit le module du bois et le nombre de broches, les résultats des parties 4.1.2.2 et 4.1.2.3 pourraient être utilisés.

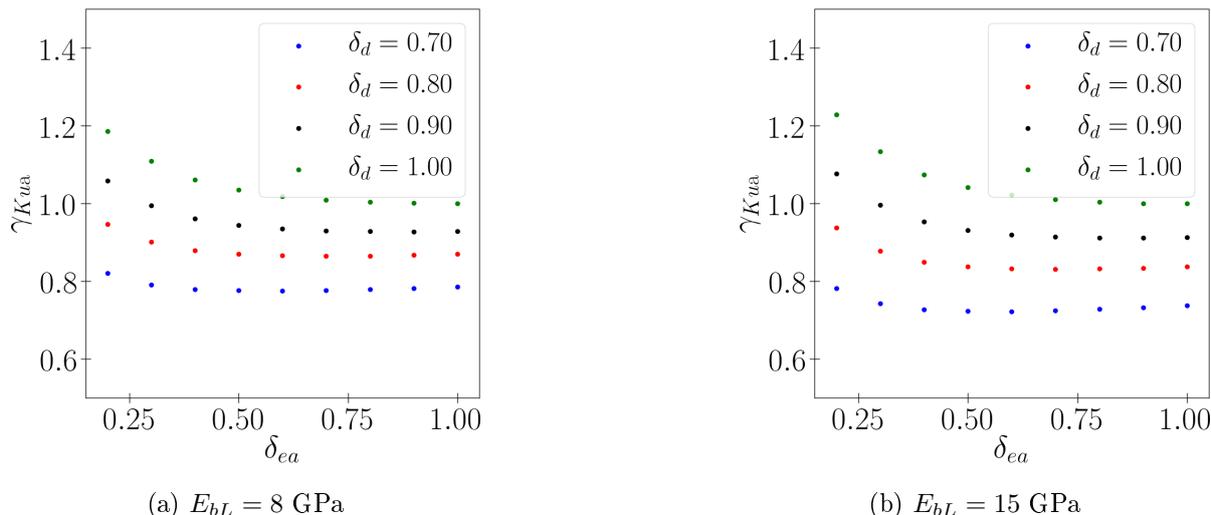


FIGURE 4.8 – Modification du module d'Young longitudinal du bois E_{bL} , conséquences sur γ_{Kua}

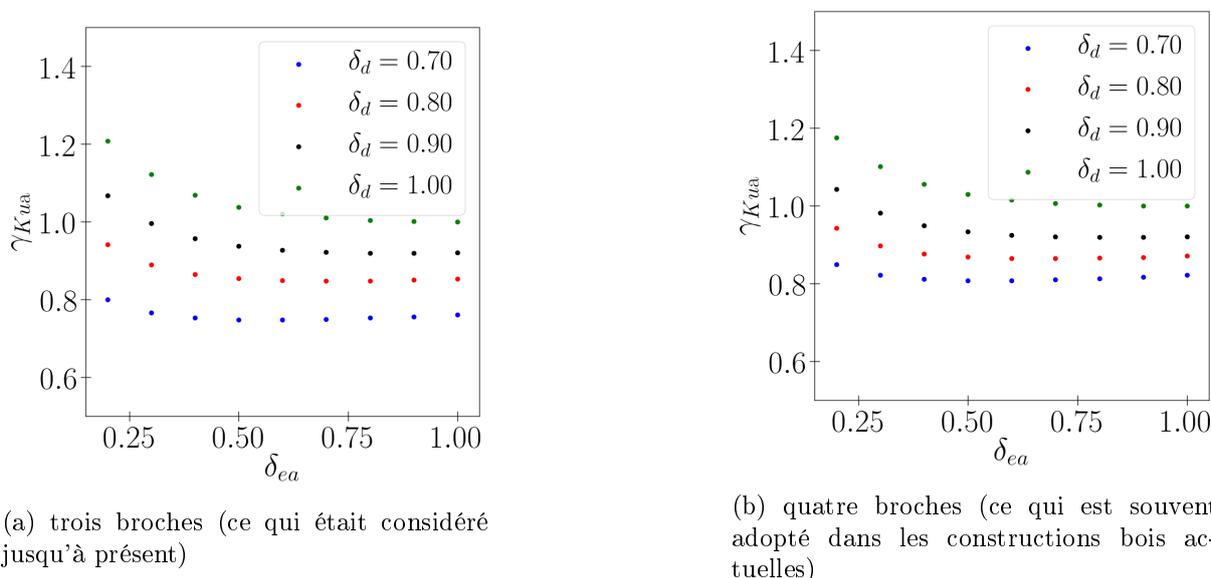


FIGURE 4.9 – Modification du nombre de broches, conséquences sur γ_{Kua}

4.1.3 Conclusion

Un modèle numérique du comportement élastique des assemblages a été constitué, aux échelles 1, 1/2, 1/3, et comparé à l'expérimental. Les facteurs numériques diffèrent des facteurs analytiques, du fait des distorsions géométriques. Des coefficients correcteurs ont alors été proposés, pour différentes configurations d'assemblages. Pour cela, une méthode optimisée d'étude paramétrique a été établie, basée sur des coefficients de distorsion. Les coefficients correcteurs obtenus dépendent peu du type de sollicitation (axiale, rotation), des propriétés matérielles et du nombre de broches. Enfin, un modèle a été proposé pour le coefficient correcteur.

Finalement pour les raideurs d'assemblages, on obtient les facteurs de similitude de la façon suivante : si il y a peu de distorsions géométriques les méthodes analytiques peuvent être utilisées, dans le cas contraire il convient d'utiliser les coefficients correcteurs de la partie 4.1.2. Toutefois,

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

les coefficients correcteurs établis ici sont limités aux assemblages bois / métal, à trois ou quatre broches. Pour d'autres types d'assemblages, ces coefficients peuvent être extrapolés, mais des simulations ou essais complémentaires aux échelles 1 et réduite peuvent être utiles.

Pour les efforts maximaux et l'amortissement des assemblages, nous ne disposons pas de résultats numériques. On obtient alors les facteurs par extrapolation des résultats expérimentaux de la partie 2.2. Des essais supplémentaires, aux échelles 1 et réduite, peuvent être nécessaires.

4.2 Modélisation du comportement monotone et cyclique de la structure bois

Un modèle numérique aux éléments finis est constitué pour déterminer le comportement monotone et cyclique de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Pour cela le code de calcul *Opensees* [PEE21] est utilisé. Les comportements calculés sont comparés à ceux obtenus expérimentalement. Ensuite, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques est évalué, pour différentes configurations de la structure.

4.2.1 Constitution du modèle et comparaison avec l'expérimental

4.2.1.1 Description du modèle

Le modèle de la structure (*Opensees*, figures 4.10, [Sou21]) est bidimensionnel et constitué d'éléments poutres. On suppose que lors des essais, le déplacement relatif ($u_{A1} - u_{A0}$) était négligeable devant ceux ($u_{A2} - u_{A0}$) et ($u_{A2} - u_{A1}$). Ainsi dans le modèle, les points *A0* et *A1* sont confondus. Pour les mêmes raisons, les points *B0* et *B1* sont confondus pour la structure à deux niveaux. Il est procédé de la même façon pour le côté droit de la structure. Les propriétés matérielles du modèle sont les mêmes pour chaque échelle, et données dans le tableau 4.3. Les dimensions de la structure sont celles présentées en 2.1.1. A partir de l'épaisseur e et de la largeur l des sections, on obtient une aire $S = e \cdot l$ et une inertie $I = e \cdot l^3/12$.

Bois, orthotrope		
module d'Young $E_b = E_{bL}$	11 GPa	bois <i>C24</i> [NE03]
poids volumique γ_b	4,5 kN/m ³	bois résineux [Dan87]
Acier, isotrope		
module d'Young E_a	210 GPa	acier non allié [NE00]
poids volumique γ_a	78,5 kN/m ³	

TABLEAU 4.3 – Propriétés matérielles des structures, à un ou deux niveaux

Les assemblages (figures 4.10*b* et 4.10*d*) sont modélisés par des éléments de taille nulle à trois degrés de liberté : deux translations et une rotation. Les lois de comportement axiale, transversale et rotationnelle sont indépendantes, selon l'hypothèse émise en 2.1.3. La structure comporte deux types d'assemblages : les assemblages des diagonales (trois broches), et les assemblages poteaux

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

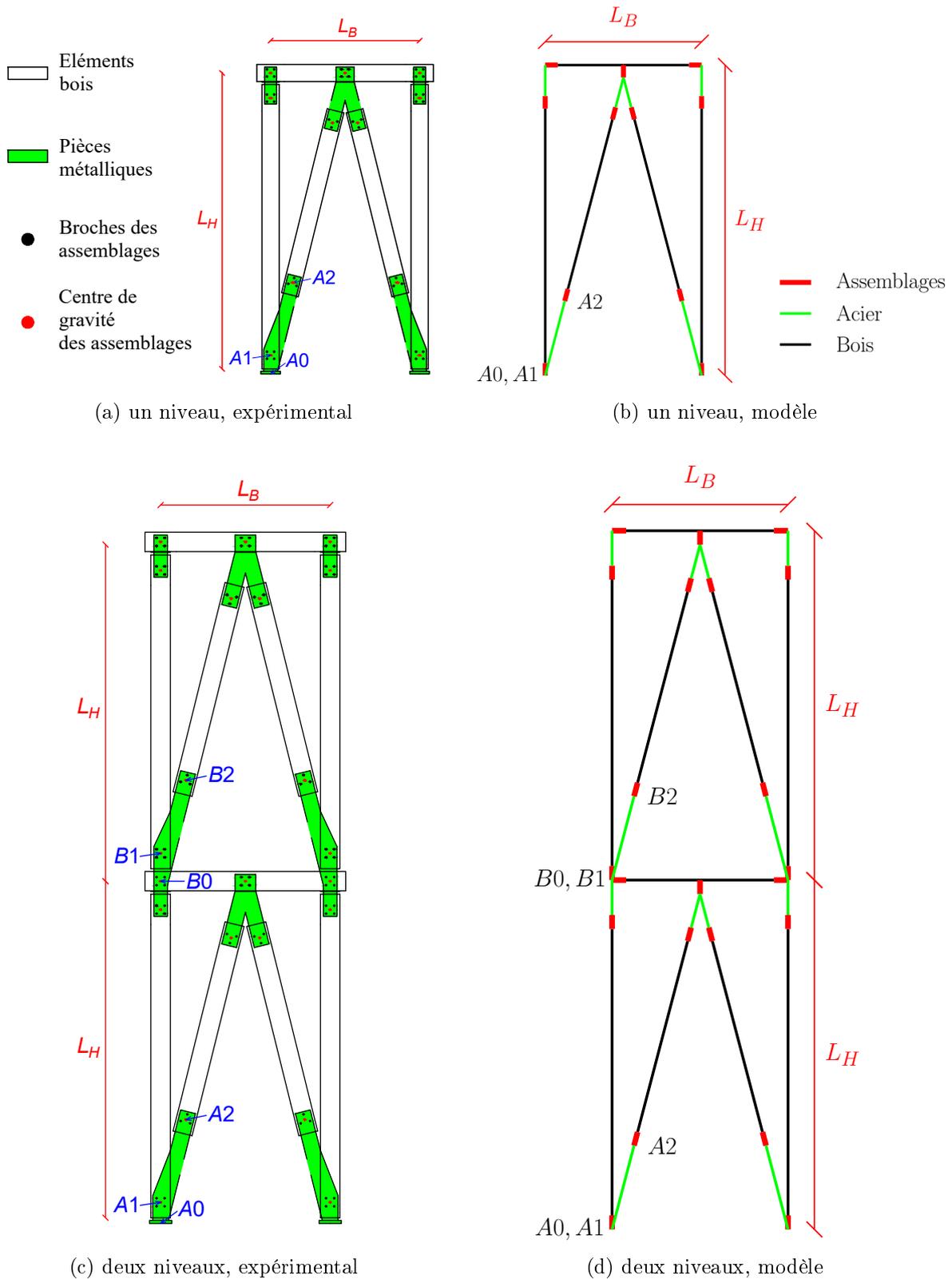


FIGURE 4.10 – Structure modélisée

/ poutres (quatre broches). Les caractéristiques de ces assemblages sont définies de la façon suivante.

— **Assemblages dans les diagonales, trois broches :**

- Comportements axial et rotationnel : le comportement modélisé est non linéaire et suit le modèle *Saws*. Les raideurs élastiques sont calculées avec *Cast3M* (partie 4.1). Les caractéristiques non linéaires n'ayant pas été déterminées avec *Cast3M*, les valeurs retenues sont issues des essais sur assemblages (partie 2.2). Pour l'amortissement hystérétique, des valeurs ont été obtenues avec les essais sur assemblages, mais aussi avec les essais sur la structure (à partir des déplacements et efforts mesurés par les LVDT et jauges de déformation). Les essais sur la structure apportent moins d'informations que les essais sur assemblages, mais elles indiquent des valeurs différentes. Les amortissements finalement retenus sont ceux issus des essais sur la structure.
- Comportement transversal : les assemblages des diagonales sont très peu sollicités en translation transversale. Leur comportement modélisé est pris élastique linéaire, dont la raideur est calculée avec *Cast3M*.
- **Assemblages poteaux / poutres, quatre broches :**
 - Comportements en translation : les assemblages poteaux / poutres sont peu sollicités en translation. Leur comportement modélisé est pris élastique linéaire, dont la raideur est déterminée avec *Cast3M*.
 - Comportement rotationnel : le comportement est non linéaire et suit le modèle *Saws*. La raideur élastique est calculée avec *Cast3M*. Pour les caractéristiques non linéaires, les données expérimentales disponibles concernent les assemblages à trois broches. Ce sont donc ces données qui sont prises en compte. Néanmoins pour le moment maximal M_{ma} , on suppose qu'il est proportionnel au nombre de broches. Ainsi pour tenir compte du passage de trois à quatre broches, on multiplie le moment par 4/3.

Les paramètres du modèle de la structure (assemblages, propriétés matérielles, dimensions,...) sont donnés en annexe D.1.1.

4.2.1.2 Comportement monotone et cyclique du modèle

Un déplacement horizontal u_s est imposé en haut de la structure (figure 4.11). Les liaisons au sol sont des articulations. Une charge verticale Q_{ad} est appliquée sur la poutre de chaque niveau, et donnée dans la partie 2.1.1. Une résolution par itérations est effectuée afin de tenir compte de la non-linéarité de comportement des assemblages. En revanche les non-linéarités géométriques (grands déplacements) ne sont pas prises en compte, du fait qu'expérimentalement les déplacements ne dépassent pas 5% des dimensions de la structure. Pour chaque incrément de déplacement u_s , on relève la force au point correspondant : F_s .

Pour une sollicitation monotone, le comportement de la structure est montré à la figure 4.12. La raideur élastique K_s est définie par la pente initiale de la courbe force - déplacement. On détermine aussi l'extremum (u_{ms}, F_{ms}) de la courbe. La densité de maillage n'a pas d'influence sur le comportement obtenu (annexe D.2).

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

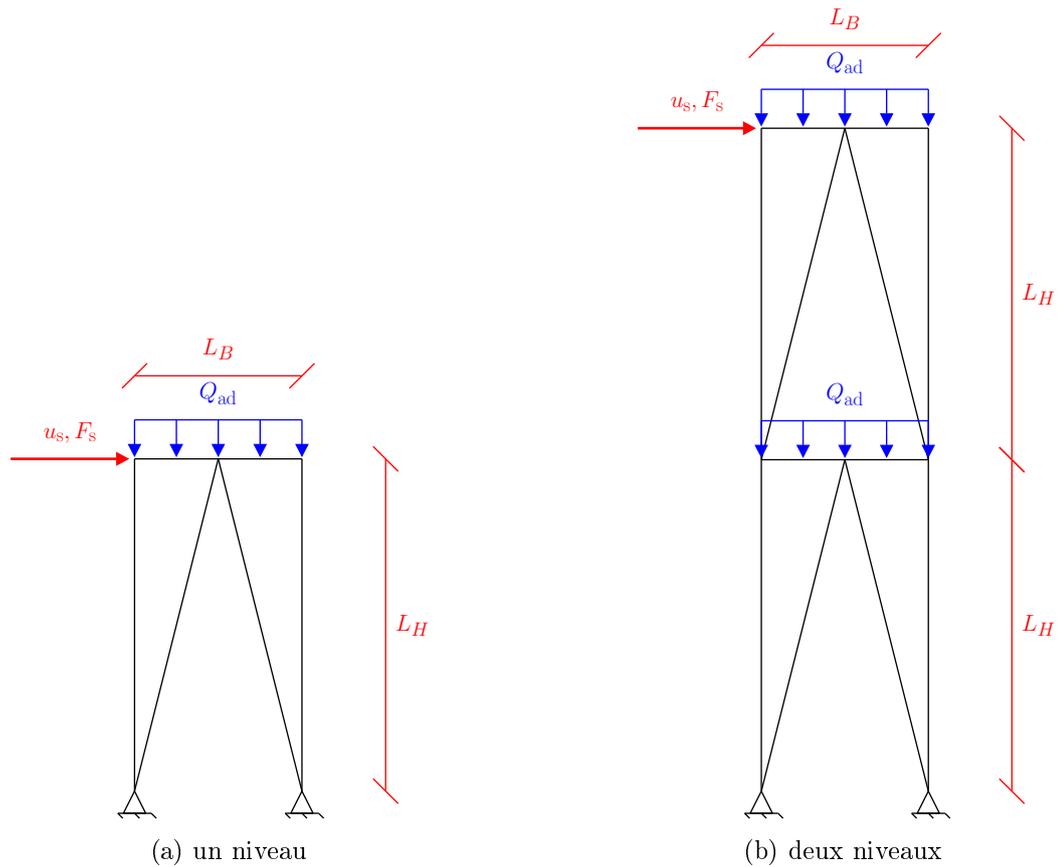


FIGURE 4.11 – Schéma simplifié du modèle de la structure (assemblages non représentés), sollicitation et conditions aux limites

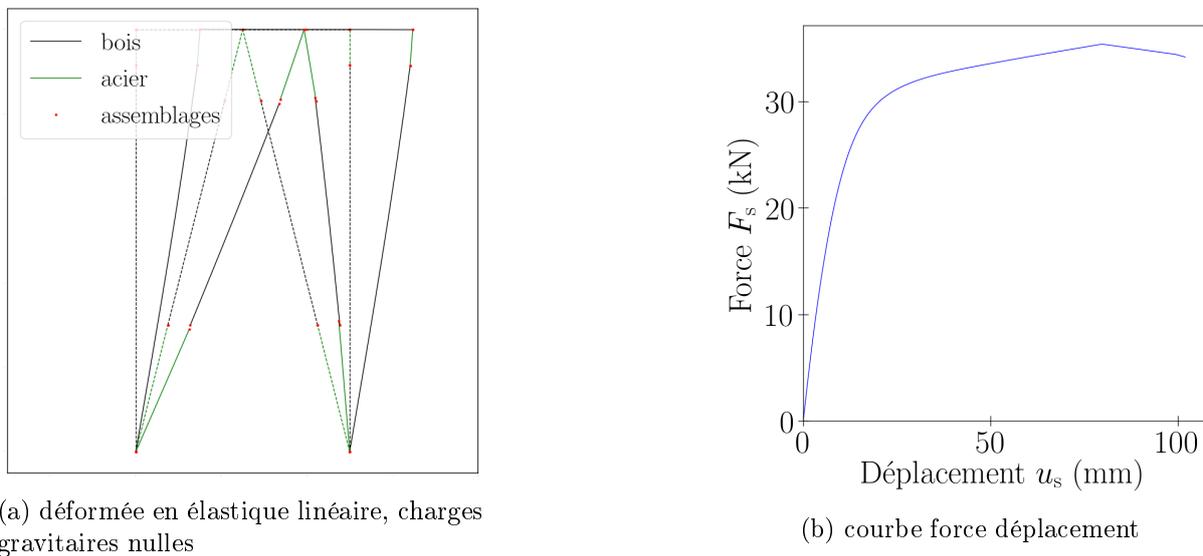


FIGURE 4.12 – Comportement monotone de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1

Pour une sollicitation cyclique, le modèle *Saws* des assemblages n'est pas en mesure de prendre en charge les différents jeux observés lors des essais (partie 2.2.3.2, figure 2.23). De ce fait, nous considérons que le déplacement global de la structure, u_s , peut être décomposé en deux parties :

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

$$u_s = u_{saws} + u_{jeu} \quad (4.9)$$

- u_{saws} est le déplacement calculé en utilisant le modèle *Saws*,
- u_{jeu} est obtenu par identification à partir des résultats expérimentaux.

La courbe résultante est présentée sur la figure 4.13. A partir de cette courbe, l'amortissement hystérétique ζ_{hs} est déterminé, selon la méthode de la partie 2.2.

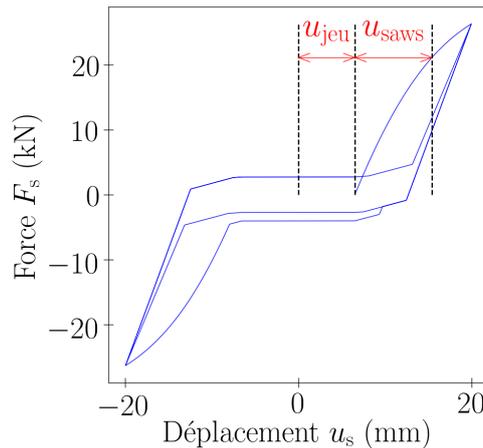


FIGURE 4.13 – Comportement cyclique de la structure à un niveau, simulation numérique, échelle 1

4.2.1.3 Comparaison avec l'expérimental

Pour chaque échelle, les comportements monotones et cycliques obtenus numériquement sont comparés à ceux expérimentaux, sur les figures 4.14 et 4.15. Les courbes numériques sont cohérentes avec celles expérimentales.

De même pour les variables d'intérêt, le numérique est comparé à l'expérimental, dans le tableau 4.4 et sur les figures 4.16 à 4.18. Le tableau 4.4 présente aussi l'écart entre le numérique et l'expérimental, rapporté à l'expérimental.

Pour la raideur K_s , les valeurs numériques sont différentes des moyennes expérimentales (tableau 4.4). De plus, les valeurs numériques ne sont pour la plupart pas comprises dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 4.16). L'écart entre le numérique et l'expérimental est dû à d'autres facteurs que la variabilité expérimentale. Les données disponibles actuellement ne suffisent cependant pas à identifier ces phénomènes. Néanmoins, les hypothèses suivantes peuvent être émises :

- La raideur expérimentale est liée à la méthode de calcul utilisée.
- Des défauts peuvent être présents dans les éléments en bois.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

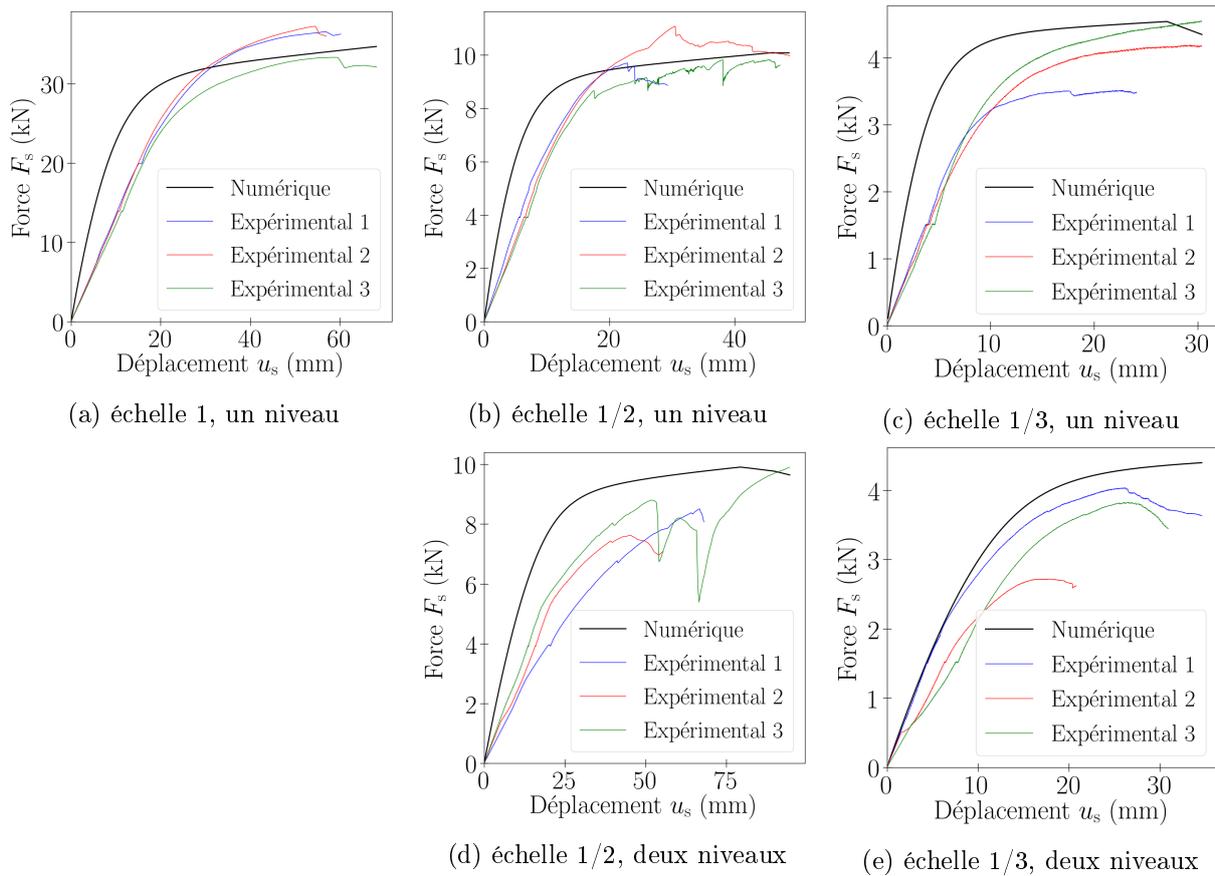


FIGURE 4.14 – Comportement monotone de la structure, expérimental et numérique

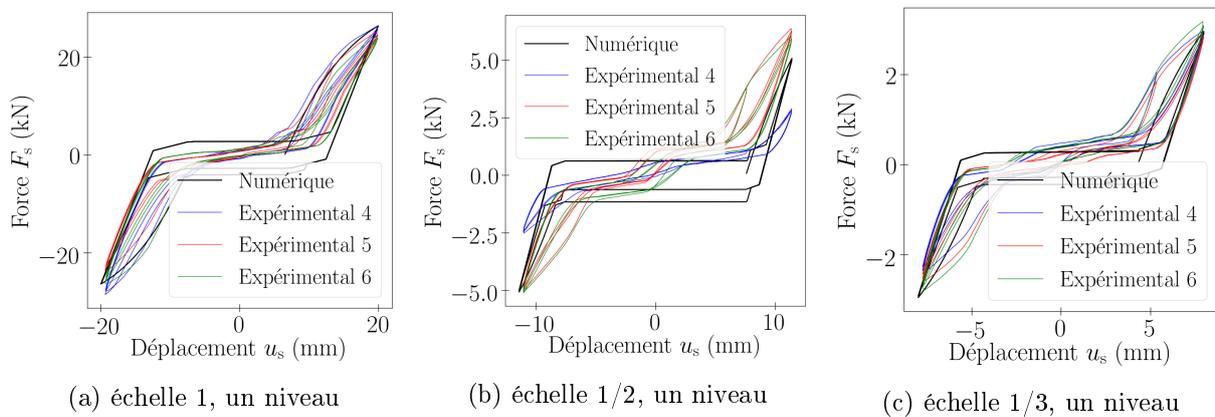


FIGURE 4.15 – Comportement cyclique de la structure, expérimental et numérique

— Le contact bois / broche dans les assemblages peut être incomplet, du fait de jeux de montage. Cela peut faire diminuer la raideur expérimentale de la structure. Or ces jeux de montage ne sont pas pris en compte dans le calcul de la raideur numérique.

Pour la force maximale F_{ms} , les valeurs numériques sont proches des moyennes expérimentales.

Pour l'amortissement ζ_{hs} , les valeurs numériques sont comprises pour une large part dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 4.17). On peut raisonnablement considérer que

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

Echelle 1, un niveau				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	3,29 kN/mm	35,4 kN	79,7 mm	0,0488
Moyenne expérimentale	1,29 kN/mm	35,7 kN	56,8 mm	0,0373
Ecart relatif (%)	154	0,925	40,4	30,7
Echelle 1/2, un niveau				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	1,67 kN/mm	10,1 kN	45,9 mm	0,0697
Moyenne expérimentale	0,632 kN/mm	10,2 kN	30,5 mm	0,0405
Ecart relatif (%)	164	1,1	50,4	72,2
Echelle 1/3, un niveau				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	1,11 kN/mm	4,54 kN	27 mm	0,0512
Moyenne expérimentale	0,377 kN/mm	4,16 kN	34 mm	0,0426
Ecart relatif (%)	194	9,2	20,6	20
Echelle 1, deux niveaux				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	1,12 kN/mm	34,7 kN	143 mm	0,0367
Moyenne expérimentale	Pas d'essais réalisés			
Ecart relatif (%)				
Echelle 1/2, deux niveaux				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	0,57 kN/mm	9,91 kN	79,5 mm	0,0516
Moyenne expérimentale	0,245 kN/mm	8,69 kN	69,2 mm	Pas d'essais réalisés
Ecart relatif (%)	133	14	14,8	
Echelle 1/3, deux niveaux				
	K_s	F_{ms}	u_{ms}	ζ_{hs}
Numérique	0,381 kN/mm	4,47 kN	45,6 mm	0,0387
Moyenne expérimentale	0,254 kN/mm	3,53 kN	23,5 mm	Pas d'essais réalisés
Ecart relatif (%)	49,9	26,9	93,7	

TABLEAU 4.4 – Comportement monotone et cyclique de la structure, comparaison entre le numérique et la moyenne expérimentale

l'écart entre le numérique et l'expérimental est principalement dû à la variabilité.

Pour le déplacement u_{ms} , aux échelles réduites, les valeurs numériques sont comprises dans les intervalles de confiance expérimentaux (figure 4.18). Donc on ne peut pas exclure que l'écart entre le numérique et l'expérimental soit dû à la variabilité.

Finalement, bien que le modèle numérique et l'expérimental sont différents pour la raideur élastique, ils sont relativement proches pour les autres variables d'intérêt (force maximale et déplacement associé, amortissement hystérétique).

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

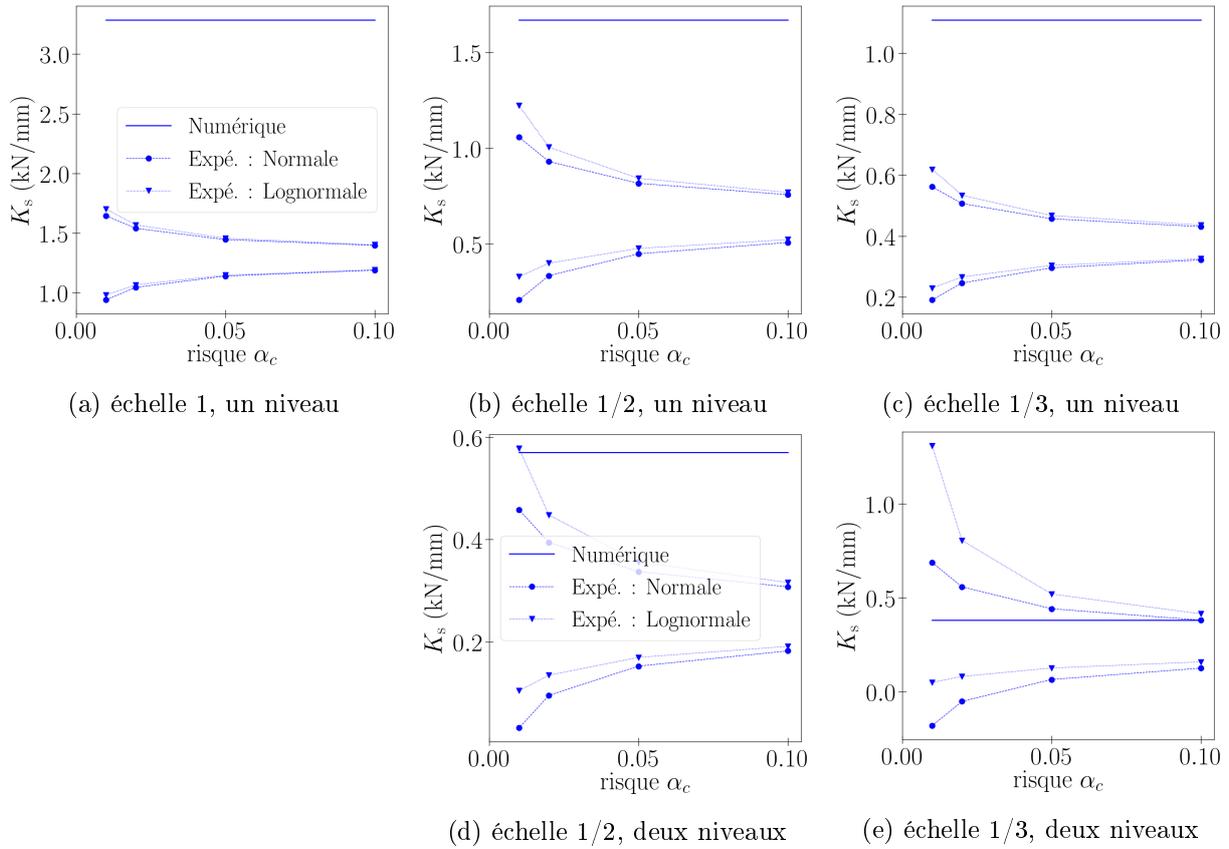


FIGURE 4.16 – Raideur K_s , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

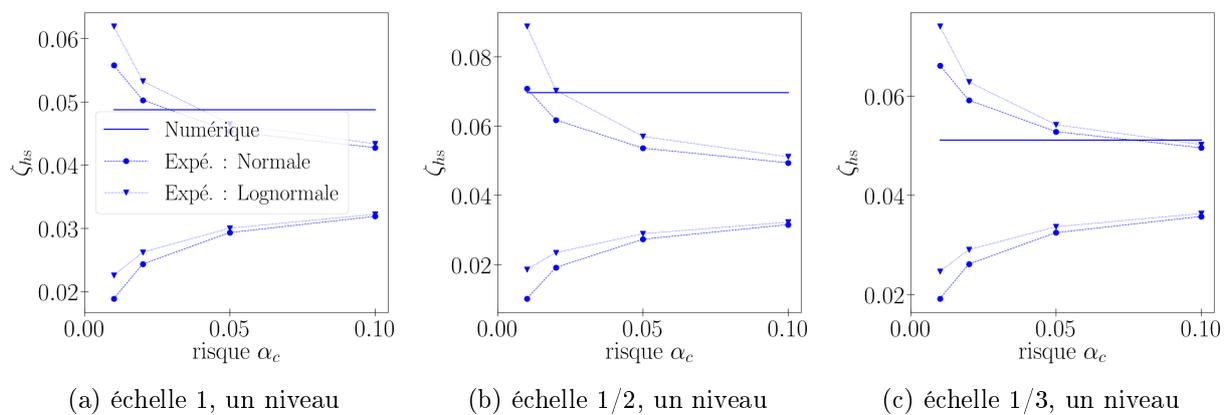


FIGURE 4.17 – Amortissement ζ_{hs} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

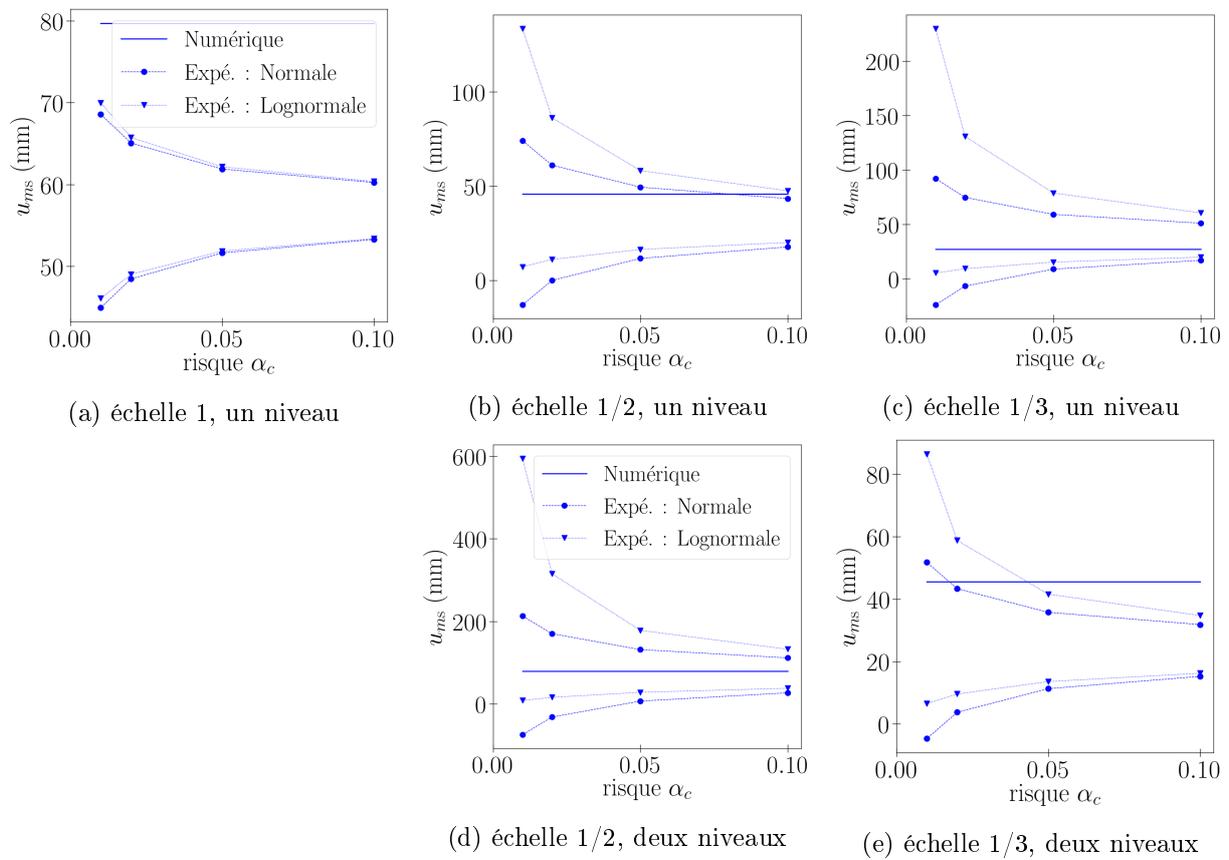


FIGURE 4.18 – Déplacement u_{ms} , comparaison entre le numérique et les intervalles de confiance expérimentaux

4.2.2 Exploitation du modèle pour étudier les facteurs de similitude numériques

A présent, on étudie les facteurs de similitude sur la relation force - déplacement monotone et l'amortissement hystérétique de la structure. Il s'agit d'évaluer l'écart entre les facteurs numériques et analytiques, pour différentes configurations de la structure aux trois échelles.

Tout d'abord une configuration sans distorsions est modélisée. Cette configuration est conforme aux conditions de similitude imposées par les méthodes analytiques. Puis c'est la configuration réelle (partie 4.2.1) qui est considérée. On évalue l'écart entre les facteurs numériques et analytiques. Ensuite, des modifications sont effectuées sur la géométrie, les propriétés matérielles, les sections, et les assemblages. De nouveau, l'écart entre le numérique et l'analytique est évalué.

4.2.2.1 Relation force - déplacement monotone

On souhaite déterminer le facteur de similitude sur la force, pour l'ensemble de la courbe force - déplacement. Pour les trois échelles de la structure, différentes configurations sont étudiées.

— **Configuration sans distorsions :**

Il s'agit d'une configuration dans laquelle les paramètres vérifient les conditions de similitude ((3.70a) à (3.70e), partie 3.2.2). Aussi, les paramètres adimensionnels des assemblages sont conservés par changement d'échelle. De cette façon d'après *DA*, les équations (3.69c) et (3.69e) sur les raideurs sécantes sont complètement vérifiées. Cette configuration sans distorsions est détaillée en annexe *D.1.2*.

Le facteur sur la force, λ_{F_s} , est obtenu selon les deux approches suivantes (figure 4.19) :

- Dans l'approche numérique, des valeurs $\lambda_{F_s}^\bullet$ sont obtenues directement à partir des courbes numériques force - déplacement. En fixant le facteur λ_{us} , une valeur $\lambda_{F_s}^\bullet$ est obtenue pour chaque déplacement de l'échelle 1 ($u_s^{(F)}$). Le facteur λ_{us} a été établi dans la partie 3.2, avec la relation (3.70f) : $\lambda_{us} = \lambda_{F_{ma}}/\lambda_{K_{ua}}$. Seulement ici, les valeurs $\lambda_{F_{ma}}, \lambda_{K_{ua}}$ sont basées sur les paramètres du modèle numérique, elles sont notés $\lambda_{F_{ma}}^\circ, \lambda_{K_{ua}}^\circ$ et données en annexe *D.1.2* (tableau *D.13*).
- Selon l'approche analytique (partie 3.2.2), une valeur $\lambda_{F_s}^\circ$ est estimée par la relation (3.70g) : $\lambda_{F_s}^\circ = \lambda_{F_{ma}}^\circ$.

Les valeurs λ_{F_s} issues des différentes approches sont données sur la figure 4.20. L'écart entre les valeurs numériques et analytiques est nul. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par λ_{us} et $\lambda_{F_s}^\circ$, alors la courbe « projetée » résultante correspond parfaitement à celle de l'échelle 1 (figure 4.21). Cette comparaison permet de valider la méthode analytique établie en 3.2.2.

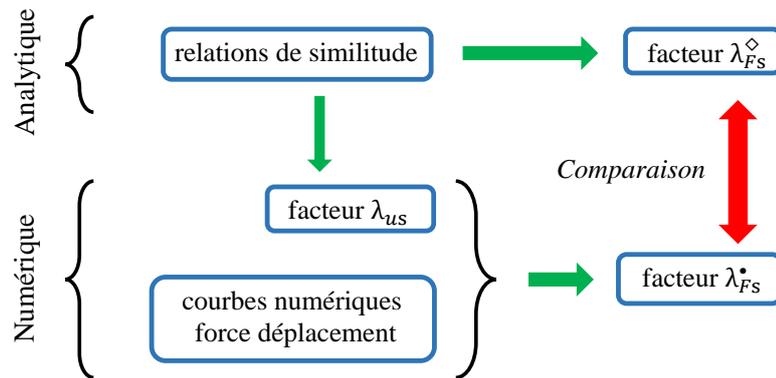
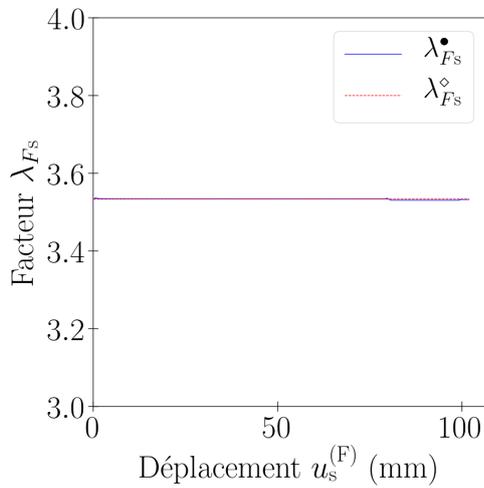
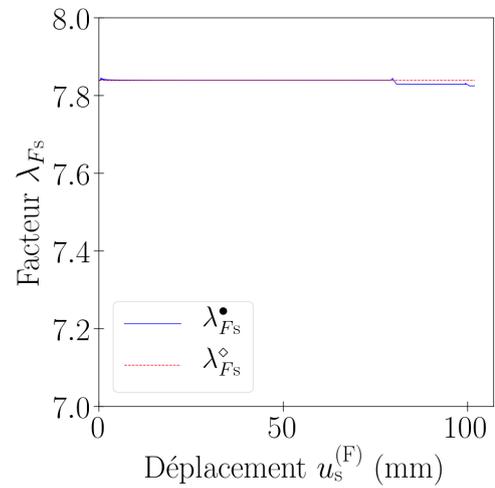


FIGURE 4.19 – Facteur λ_{Fs} , principe de comparaison des approches numérique et analytique

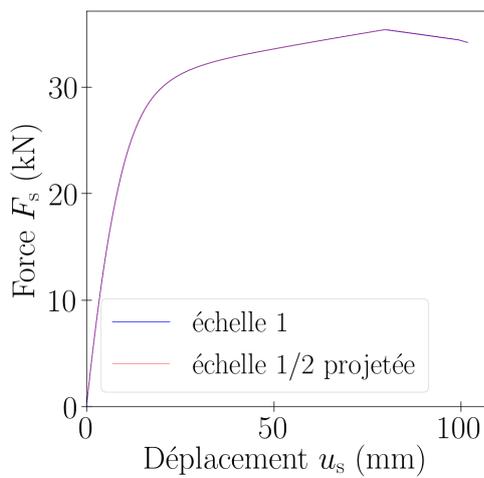


(a) 1/2 \rightarrow 1, structure à un niveau

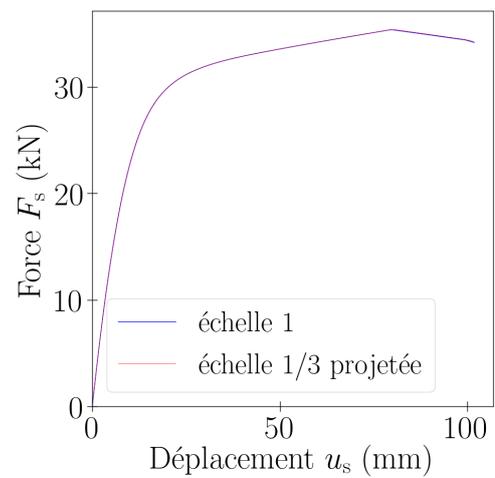


(b) 1/3 \rightarrow 1, structure à un niveau

FIGURE 4.20 – Configuration sans distorsions de la structure, facteur λ_{Fs}



(a) échelle 1/2 projetée et échelle 1, structure à un niveau



(b) échelle 1/3 projetée et échelle 1, structure à un niveau

FIGURE 4.21 – Configuration sans distorsions de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

— Configuration réelle :

Il s'agit de la configuration réelle de la structure (partie 4.2.1). Les paramètres ne vérifient pas complètement les conditions de similitude. Pour le facteur λ_{Fs} , des valeurs numériques et analytiques sont obtenues (figure 4.22), selon la démarche détaillée précédemment. L'écart entre l'analytique et le numérique est faible. Autrement dit, si à l'échelle réduite on multiplie le déplacement et la force par λ_{us} et λ_{Fs}^\diamond , alors la courbe « projetée » résultante avoisine celle de l'échelle 1 (figure 4.23). Un écart faible signifie que les erreurs sur les conditions de similitude sont faibles et / ou concernent des paramètres peu influents.

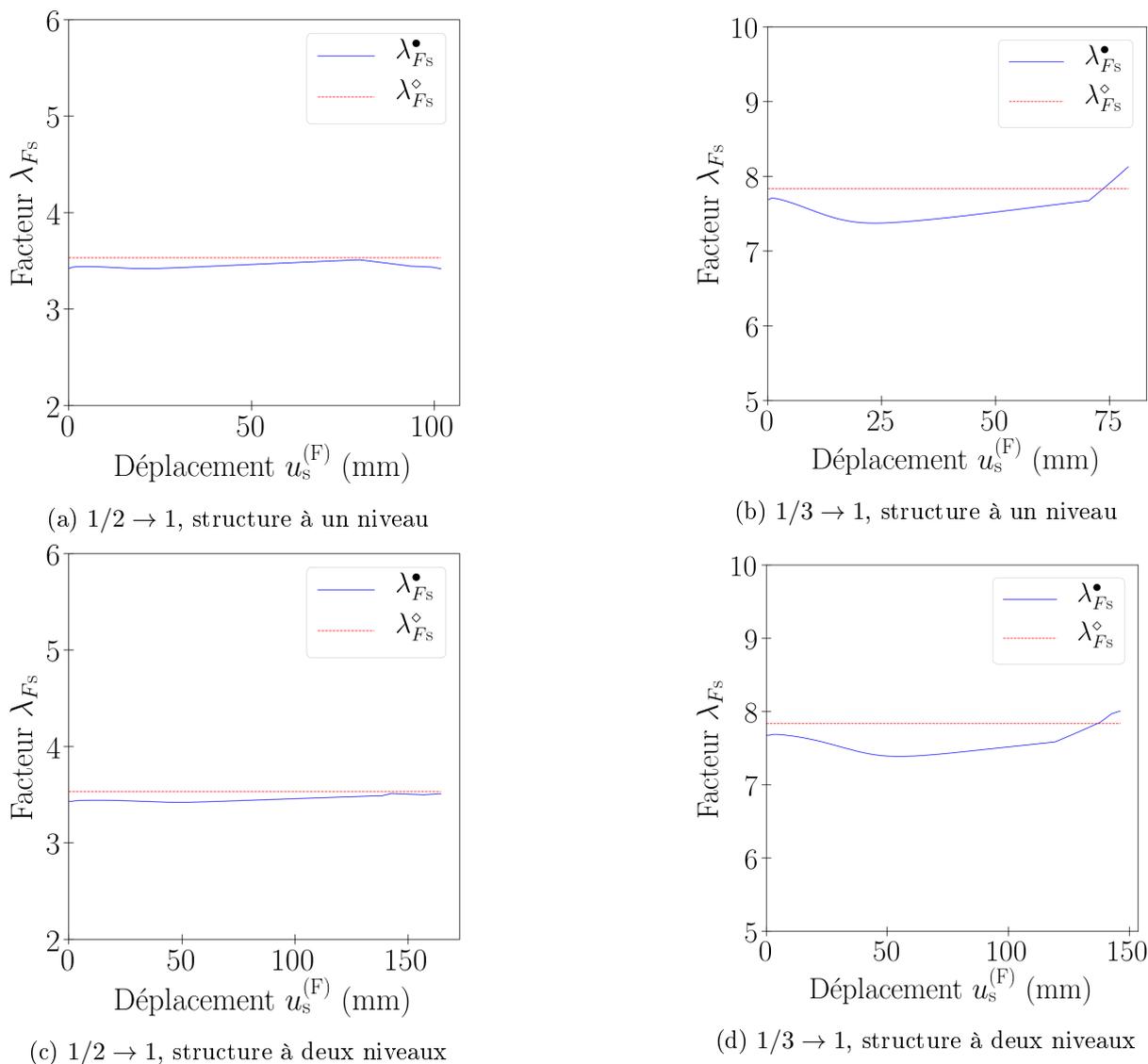
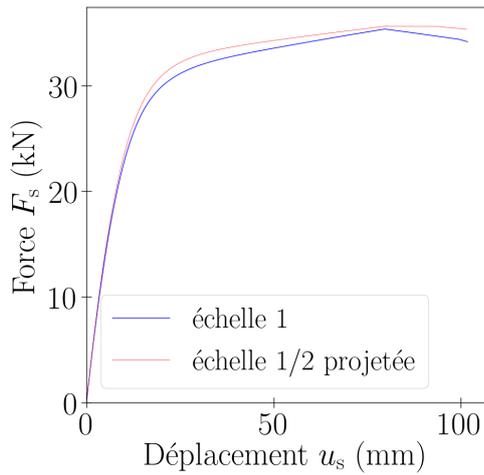


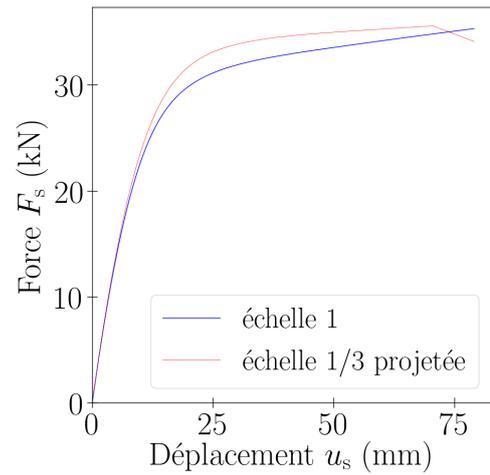
FIGURE 4.22 – Configuration réelle de la structure, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\diamond / \lambda_{Kua}^\diamond$, $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Fma}^\diamond$

Pour rappel, le facteur sur le déplacement est $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\diamond / \lambda_{Kua}^\diamond$ et le facteur analytique sur la force est $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Fma}^\diamond$. Si en revanche le facteur sur le déplacement est $\lambda_{us} = \lambda_{uma}^\diamond$ et le facteur analytique sur la force est $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Kua}^\diamond \lambda_{uma}^\diamond$, alors l'écart analytique / numérique

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS



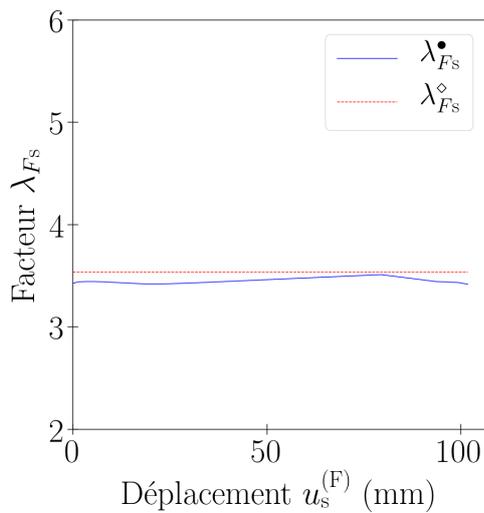
(a) échelle 1/2 projetée et échelle 1, structure à un niveau



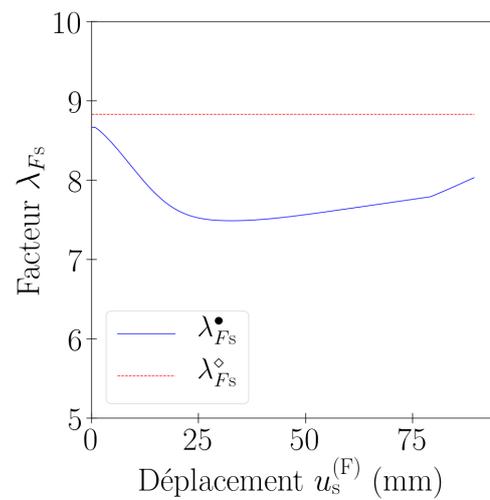
(b) échelle 1/3 projetée et échelle 1, structure à un niveau

FIGURE 4.23 – Configuration réelle de la structure : échelle réduite « projetée » et échelle 1

augmente considérablement (figure 4.24). Cette observation conforte le choix des facteurs de similitude fait au paragraphe précédent.



(a) 1/2 → 1, structure à un niveau



(b) 1/3 → 1, structure à un niveau

FIGURE 4.24 – Configuration réelle de la structure, facteur λ_{F_s} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{uma}^\circ$, $\lambda_{F_s}^\circ = \lambda_{Kua}^\circ \lambda_{uma}^\circ$

— Modification de la géométrie et des propriétés matérielles :

A présent, des modifications sont effectuées sur la géométrie et les propriétés matérielles, pour les trois échelles de la structure. Les figures 4.25 et 4.26 montrent qu'en modifiant le rapport L_B/L_H (figure 4.10) ou le module du bois E_b , l'écart entre les facteurs λ_{F_s} numériques et analytiques reste faible.

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

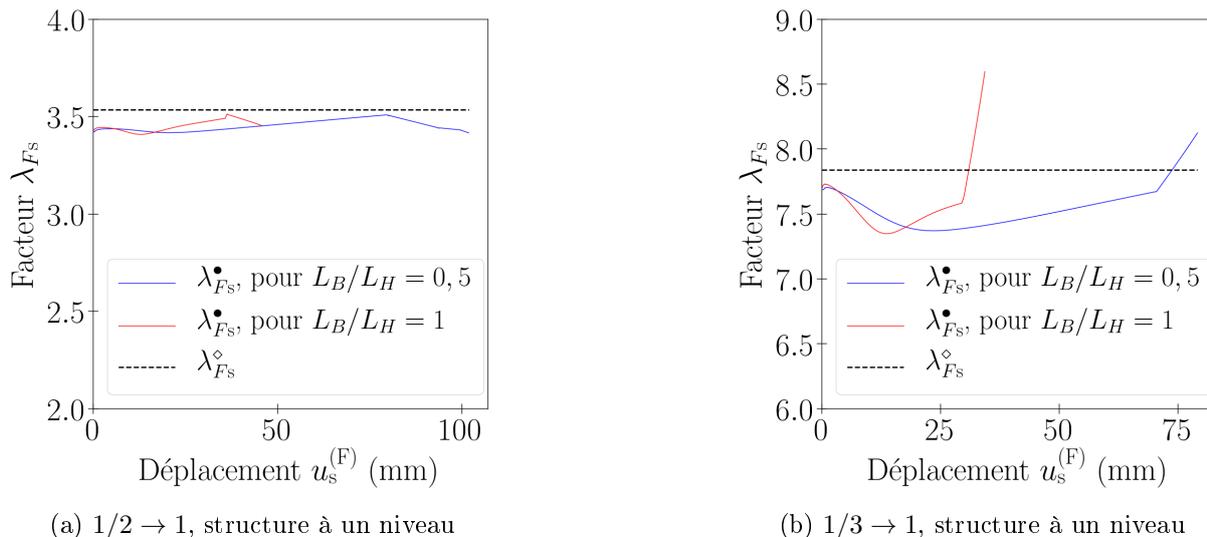


FIGURE 4.25 – Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur λ_{F_s}

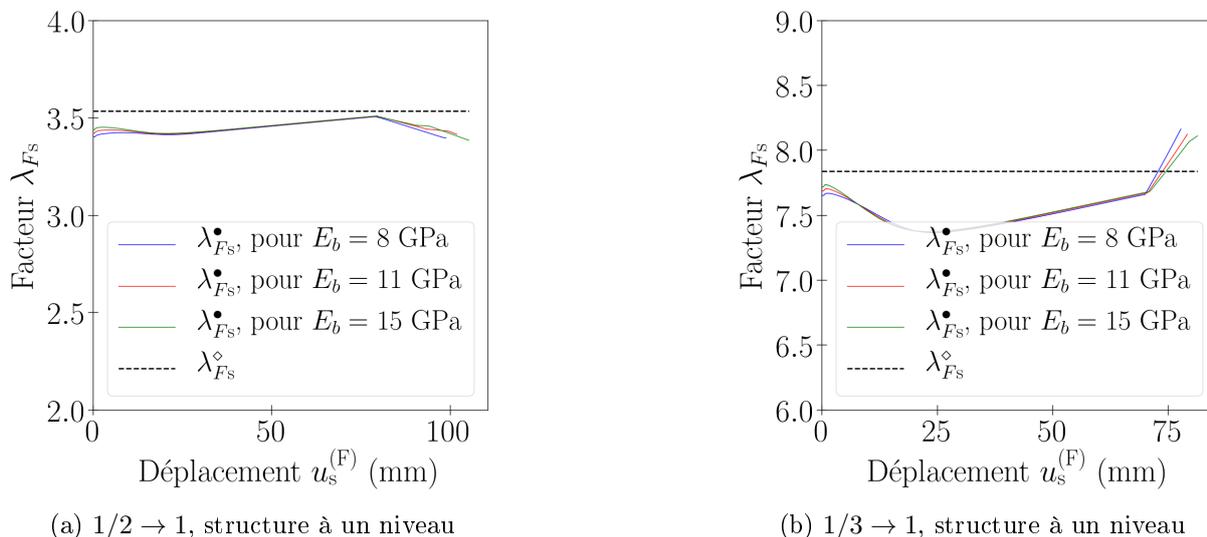


FIGURE 4.26 – Modification du module d'Young E_b du bois, facteur λ_{F_s}

— Distorsions sur les sections et raideurs d'assemblages :

Des modifications sont effectuées sur les assemblages et les sections d'éléments, pour les échelles réduites uniquement. A l'échelle 1, ces paramètres sont inchangés.

- L'épaisseur e_a des pièces métalliques n'est désormais pas diminuée à l'échelle réduite. Une telle situation pourrait être rencontrée par de futurs expérimentateurs, pour des contraintes pratiques.
- La longueur t de contact bois / broche est inchangée, donc l'épaisseur des éléments bois $e_b = e_a + 2t$ diffère de celle initiale.
- Le comportement des assemblages dépend de l'épaisseur des pièces métalliques, donc il diffère de celui initial. Les raideurs sont calculées avec *Cast3M*. Les caractéristiques non linéaires sont issues des seules données expérimentales disponibles.

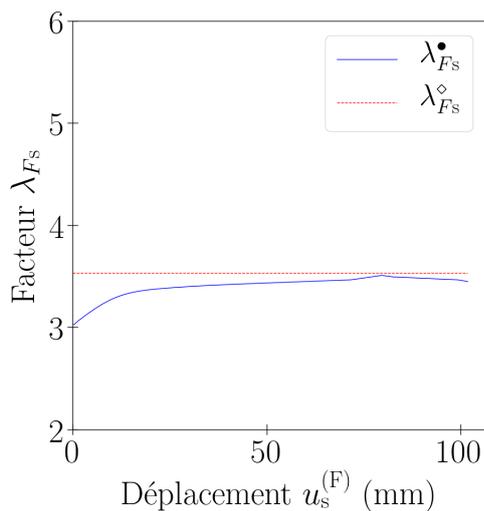
4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

Finalement, les facteurs relatifs aux sections et aux raideurs d'assemblages sont donnés dans le tableau 4.5. Ils comportent des distorsions importantes, par rapport à la condition de similitude (3.70b) (partie 3.2.2).

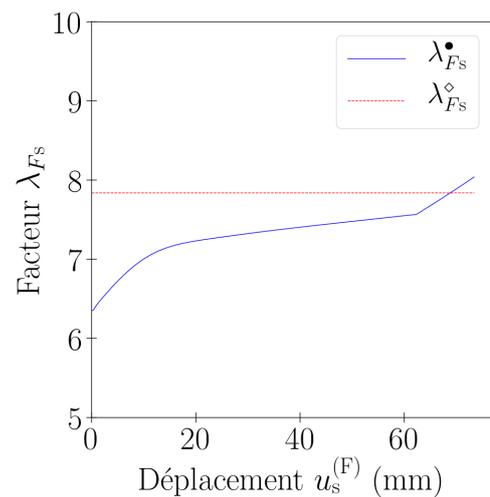
	1/2 → 1	1/3 → 1
λ_{ea}°	1	
λ_{eb}°	1,68	2,18
λ_{Kua}° (assemblages des diagonales)	2,2	3,4

TABLEAU 4.5 – Modification des facteurs sur les sections et raideurs d'assemblages

Pour le facteur λ_{Fs} (figure 4.27), l'écart entre l'analytique et le numérique est significatif, en particulier dans le domaine linéaire (pour des valeurs $u_s^{(F)}$ faibles). Cela est dû aux distorsions importantes dans les sections et raideurs d'assemblages.



(a) 1/2 → 1, structure à un niveau



(b) 1/3 → 1, structure à un niveau

FIGURE 4.27 – Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$, $\lambda_{Fs}^\circ = \lambda_{Fma}^\circ$

Néanmoins, si on adopte un facteur $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Ks}^\bullet$, au lieu de $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$ comme précédemment, alors pour λ_{Fs} l'écart analytique / numérique diminue nettement (figure 4.28). λ_{Ks}^\bullet est le facteur sur la raideur de la structure, déterminé numériquement.

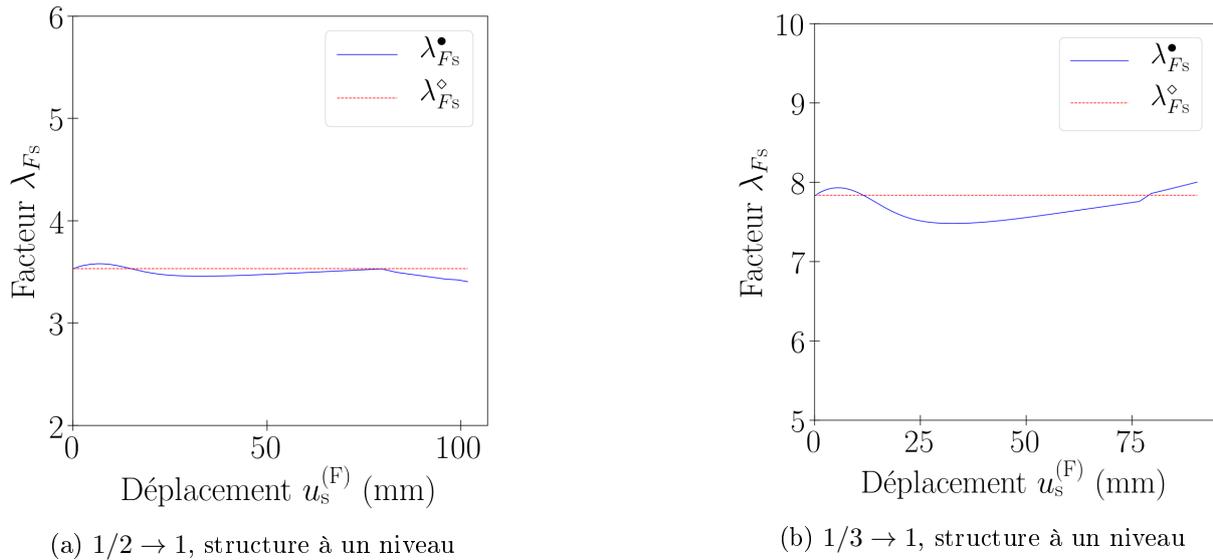


FIGURE 4.28 – Distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, facteur λ_{Fs} , avec : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\diamond / \lambda_{Ks}^\bullet$, $\lambda_{Fs}^\diamond = \lambda_{Fma}^\diamond$

En conclusion, le facteur de similitude sur la force a été étudié pour différentes configurations de la structure. Pour une configuration sans distorsions, les facteurs numériques correspondent à ceux analytiques, ainsi les méthodes analytiques sont validées. Pour la configuration réelle, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques est faible, autrement dit les méthodes analytiques sont acceptables. La même constatation est obtenue lorsqu'on modifie les propriétés matérielles et la géométrie de la structure, aux trois échelles. Cependant, lorsque des distorsions importantes sont introduites dans les sections et raideurs d'assemblages, l'écart analytique / numérique devient comme attendu élevé. Pour réduire cet écart, il est nécessaire de déterminer le facteur numérique sur la raideur de la structure.

4.2.2.2 Amortissement hystérétique

Il s'agit d'étudier le facteur de l'amortissement hystérétique de la structure. Pour les trois échelles de la structure, différentes configurations sont étudiées.

— Configuration sans distorsions :

Dans cette configuration (annexe D.1.2), les paramètres de la structure et la sollicitation u_s vérifient les conditions de similitude (3.70a) à (3.70f). Le facteur $\lambda_{\zeta hs}$ sur l'amortissement hystérétique de la structure est obtenu selon les deux façons suivantes :

- Selon l'approche numérique, une valeur $\lambda_{\zeta hs}^\bullet$ est calculée à partir des courbes numériques force - déplacement.
- Dans l'approche analytique (partie 3.2.4), une valeur $\lambda_{\zeta hs}^\diamond$ est estimée par la relation de similitude (3.89) : $\lambda_{\zeta hs}^\diamond = \lambda_{\zeta ha}^\diamond$, avec ici $\lambda_{\zeta ha}^\diamond = 1$.

Les deux approches aboutissent à la même valeur $\lambda_{\zeta hs} = 1$, pour la structure à un niveau, quelles que soient les échelles considérées. Ainsi la méthode analytique établie en 3.2.4 est

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

validée.

— Configuration réelle :

Il s'agit de la configuration réelle de la structure et de la sollicitation (partie 4.2.1). Des facteurs $\lambda_{\zeta hs}$ numériques et analytiques sont obtenus (tableau 4.6), selon la démarche précédente. Le numérique est très proche de l'analytique. Cela signifie que les phénomènes suivants sont peu impactant :

- Les paramètres de la structure et la sollicitation u_s ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.70a) à (3.70f) (partie 3.2.2). Par conséquent, les relations (3.88) ne sont pas complètement vérifiées. Il en est donc de même pour (3.89).
- Dans la relation (3.89), le facteur sur l'amortissement des assemblages ($\lambda_{\zeta ha}$) est supposé indépendant de la sollicitation. Or cela n'est pas complètement le cas dans le modèle numérique.

	$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$		$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$
	structure à un niveau	structure à deux niveaux	
1/2 → 1	0,699	0,711	0,706
1/3 → 1	0,953	0,949	0,947
1/3 → 1/2	1,36	1,33	1,34

TABLEAU 4.6 – Configuration réelle de la structure, facteur $\lambda_{\zeta hs}$

— Modification de la géométrie et des propriétés matérielles :

A présent, la géométrie et les propriétés matérielles sont modifiées, aux trois échelles de la structure. D'après les tableaux 4.7 et 4.8, l'écart entre les facteurs $\lambda_{\zeta hs}$ numériques et analytiques reste faible lorsqu'on modifie le rapport L_B/L_H (figure 4.10) ou le module du bois E_b .

4.2. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MONOTONE ET CYCLIQUE DE LA STRUCTURE BOIS

	$E_b = 8 \text{ GPa}$	$E_b = 11 \text{ GPa}$ (configuration réelle)	$E_b = 15 \text{ GPa}$
1/2 → 1			
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,711	0,699	0,75
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,706		
1/3 → 1			
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,937	0,953	0,996
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,947		
1/3 → 1/2			
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	1,32	1,36	1,33
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	1,34		

TABLEAU 4.7 – Modification du module d'Young E_b du bois, facteur $\lambda_{\zeta hs}$, structure à un niveau

	$L_B/L_H = 0,5$ (configuration réelle)	$L_B/L_H = 1$
1/2 → 1		
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,699	0,762
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,706	
1/3 → 1		
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	0,953	1,03
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	0,947	
1/3 → 1/2		
$\lambda_{\zeta hs}^\bullet$	1,36	1,36
$\lambda_{\zeta hs}^\diamond$	1,34	

TABLEAU 4.8 – Modification du rapport L_B/L_H (en conservant L_H), facteur $\lambda_{\zeta hs}$, structure à un niveau

4.2.3 Conclusion

Tout d'abord, un modèle numérique du comportement monotone et cyclique de la structure a été constitué, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Le modèle a été comparé à l'expérimental. Ensuite, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques a été évalué, pour différentes configurations de la structure aux trois échelles.

Les facteurs ont été étudiés pour la relation force - déplacement monotone et l'amortissement hystérétique. Pour la configuration réelle, l'écart entre les facteurs numériques et analytiques est faible, autrement dit les méthodes analytiques restent acceptables. Le même constat est obtenu lorsqu'on modifie les propriétés matérielles et la géométrie de la structure aux trois échelles. En revanche, lorsque des distorsions importantes sont introduites dans les sections et raideurs d'assemblages, l'écart analytique / numérique devient significatif.

Finalement, les facteurs sur le comportement monotone et cyclique de la structure peuvent être déterminés de la façon suivante : les méthodes analytiques peuvent être utilisées si il y a peu de distorsions dans les sections et raideurs d'assemblages, dans le cas contraire il faut déterminer numériquement le facteur sur la raideur de la structure.

4.3 Modélisation du comportement dynamique de la structure

A partir du modèle numérique (*Opensees*) de la partie 4.2, le comportement dynamique de la structure est déterminé, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Le modèle est d'abord comparé à l'analyse modale expérimentale. Des relations de similitude ont été proposées en dynamique, au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils permettent de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Néanmoins des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui « réel ». Le modèle numérique est alors utilisé pour évaluer et interpréter ces erreurs de prévision.

4.3.1 Comparaison du modèle avec l'analyse modale expérimentale, puis calcul du comportement dynamique

Le modèle est comparé à l'analyse modale expérimentale (partie 2.3.2) puis on étudie comment se comporte la structure en situation sismique.

4.3.1.1 Analyse modale

Une masse additionnelle m_{ad} est attribuée à la poutre de chaque niveau, et donnée dans la partie 2.1.1. La masse des éléments bois et acier est prise en compte. Des modes de vibration sont obtenus, chacun associé à une fréquence propre f et une déformée modale. Cette dernière est définie par un vecteur propre $\vec{\Phi}$. Aussi pour chaque mode, on définit la masse modale effective relative $\tilde{m}^{(rel)}$ [Irv13]. Elle représente la contribution du mode au déplacement global de la structure, dans une direction donnée. La masse $\tilde{m}_i^{(rel)}$ d'un mode i est calculée par

$$\tilde{m}_i^{(rel)} = \frac{1}{m_{tot}} \frac{(\vec{\Phi}_i \mathbf{M} \vec{U})^2}{\vec{\Phi}_i \mathbf{M} \vec{\Phi}_i} \quad (4.10)$$

m_{tot} est la masse totale de la structure, \mathbf{M} est la matrice de masse, et \vec{U} est le vecteur d'influence lié à la sollicitation. En considérant une sollicitation horizontale répartie, les composantes de \vec{U} sont égales à 1 pour les déplacements horizontaux, et 0 pour les autres déplacements / rotations. Notons que $\tilde{m}^{(rel)}$ ne dépend pas de la normalisation des vecteurs propres. Enfin, $\tilde{m}^{(rel)}$ mesurant une contribution relative, elle vérifie

$$\sum_i \tilde{m}_i^{(rel)} = 1 \quad (4.11)$$

Les propriétés modales sont présentées dans les tableaux 4.9 et 4.10. Les observations sont les suivantes :

4.3. MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE

- D'après le tableau 4.9, la fréquence du premier mode est proche de celle donnée par l'expression

$$f^{(\text{th})} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s}{m_{\text{ad}}}} \quad (4.12)$$

K_s est la raideur élastique de la structure (numérique, partie 4.2).

- D'après le tableau 4.10, seul le premier mode contribue significativement au comportement dynamique, dans le cas d'une sollicitation horizontale répartie.
- Pour chaque échelle, la déformée du premier mode est très proche de celle statique (figure 4.12a, partie 4.2).

D'après les trois observations précédentes, on peut considérer que la structure à un niveau se comporte comme un système masse / ressort à un degré de liberté, tel qu'il est considéré dans la partie 3.3.3.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Equation (4.12)	7,45	10,6	13
Mode 1	7,41	10,6	13
Mode 2	30	42,7	52,3
Mode 3	32,4	46,3	56,8

TABLEAU 4.9 – Fréquences propres f (Hz) de la structure à un niveau, simulations numériques

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Mode 1	0,98	0,985	0,987
Modes 2 à 5	inférieures à 1 %		

TABLEAU 4.10 – Masses modales effectives $\tilde{m}^{(\text{rel})}$ de la structure à un niveau, simulations numériques

Nous comparons ci-après le modèle numérique à l'expérimental. Pour la fréquence propre du premier mode, le tableau 4.11 montre qu'à l'échelle 1 la valeur numérique est proche de celle expérimentale (vue en partie 2.3.2). Concernant la déformée du premier mode, les valeurs MAC sont calculées entre le numérique et l'expérimental, selon l'équation (2.37) de la partie 2.3.2. A l'échelle 1, les valeurs MAC sont très proches de 1 (tableau 4.12), on en déduit que le numérique est proche de l'expérimental. Enfin dans le modèle numérique, la prédominance du premier mode est cohérente avec les observations expérimentales.

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Numérique	7,41	10,6	13
Moyenne expérimentale	7,07	15	20

TABLEAU 4.11 – Fréquence f (Hz) du premier mode de la structure à un niveau, comparaison entre le numérique et l'expérimentation (« \emptyset » : données expérimentales non exploitables)

	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3
Numérique et éprouvette 7	\emptyset	\emptyset	
Numérique et éprouvette 8	0,977		
Numérique et éprouvette 9	0,977		

TABLEAU 4.12 – Déformée du premier mode de la structure à un niveau, valeurs MAC entre le numérique et l'expérimental (« \emptyset » : données expérimentales non exploitables)

4.3.1.2 Détermination du comportement sous une sollicitation sismique

Une accélération $a(t)$ est appliquée à la base de la structure. A l'échelle 1, l'accélérogramme attribué (figure 4.29a) est un signal sismique de Guadeloupe, amplifié 3,5 fois pour mobiliser le comportement non linéaire des assemblages. Un amortissement visqueux réduit $\zeta_v = 3\%$ [EF18] est attribué à la structure, pour les trois échelles. La matrice d'amortissement est définie par un amortissement de type *Rayleigh*. Celui-ci vérifie la relation [GGG18]

$$\mathbf{C} = \alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K} \quad (4.13)$$

\mathbf{M} est la matrice de masse, \mathbf{K} est la matrice de rigidité, et α_r, β_r sont des coefficients à définir.

Pour la structure à un niveau, on souhaite avoir $\zeta_v = 3\%$ sur le premier mode uniquement, du fait que celui-ci est prédominant. Ainsi, avec f et $\vec{\Phi}$ la fréquence et le vecteur propre du premier mode, les coefficients α_r, β_r doivent vérifier une seule équation :

$$\zeta_v = \frac{\vec{\Phi} \mathbf{C} \vec{\Phi}}{4\pi f (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})} = \frac{\vec{\Phi} (\alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K}) \vec{\Phi}}{4\pi f (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})} \quad (4.14)$$

On peut fixer $\beta_r = 0$, puis α_r est donné par

$$\zeta_v = \frac{\alpha_r (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})}{4\pi f (\vec{\Phi} \mathbf{M} \vec{\Phi})} = \frac{\alpha_r}{4\pi f} \Leftrightarrow \alpha_r = 4\pi f \zeta_v \quad (4.15)$$

Pour la structure à deux niveaux, on souhaite avoir $\zeta_v = 3\%$ sur les deux premiers modes. En notant f_i et $\vec{\Phi}_i$ la fréquence et le vecteur propre du mode i , les coefficients α_r, β_r doivent vérifier :

$$\left\{ \begin{aligned} \zeta_v &= \frac{\vec{\Phi}_1 \mathbf{C} \vec{\Phi}_1}{4\pi f_1 (\vec{\Phi}_1 \mathbf{M} \vec{\Phi}_1)} = \frac{\vec{\Phi}_1 (\alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K}) \vec{\Phi}_1}{4\pi f_1 (\vec{\Phi}_1 \mathbf{M} \vec{\Phi}_1)} = \frac{\alpha_r}{4\pi f_1} + \beta_r \pi f_1 \end{aligned} \right. \quad (4.16a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \zeta_v &= \frac{\vec{\Phi}_2 \mathbf{C} \vec{\Phi}_2}{4\pi f_2 (\vec{\Phi}_2 \mathbf{M} \vec{\Phi}_2)} = \frac{\vec{\Phi}_2 (\alpha_r \mathbf{M} + \beta_r \mathbf{K}) \vec{\Phi}_2}{4\pi f_2 (\vec{\Phi}_2 \mathbf{M} \vec{\Phi}_2)} = \frac{\alpha_r}{4\pi f_2} + \beta_r \pi f_2 \end{aligned} \right. \quad (4.16b)$$

d'où

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_r &= 4\pi \frac{\zeta_v f_1 f_2}{f_1 + f_2} \end{aligned} \right. \quad (4.17a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_r &= \frac{1}{\pi} \frac{\zeta_v}{f_1 + f_2} \end{aligned} \right. \quad (4.17b)$$

En utilisant le schéma d'intégration de *Newmark* (celui d'accélération moyenne), la réponse dynamique de la structure est obtenue sur les figures 4.29b et 4.29c.

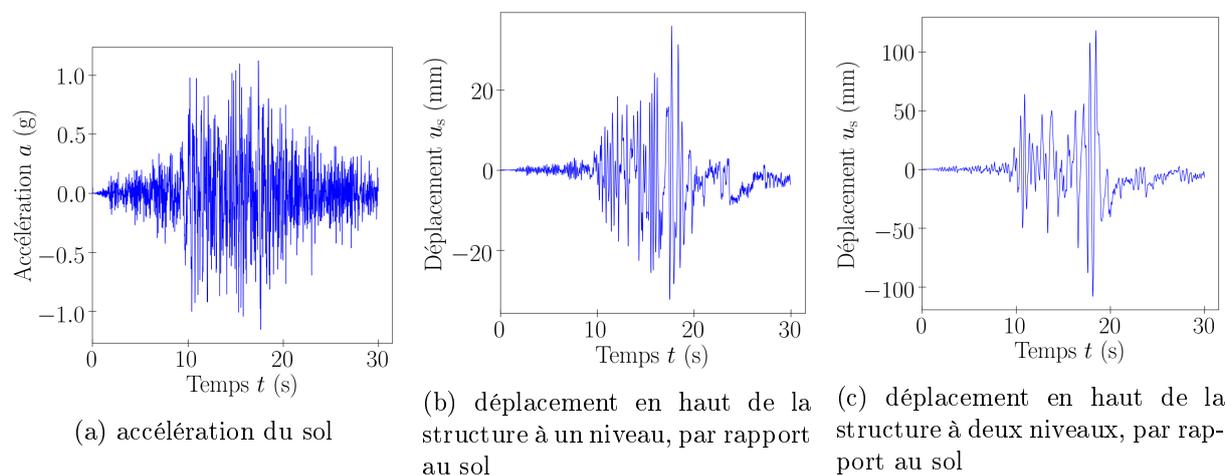


FIGURE 4.29 – Sollicitation et comportement dynamique de la structure, simulation numérique, échelle 1

4.3.2 Exploitation du modèle pour évaluer les erreurs de prévision du comportement dynamique

Des relations de similitude ont été proposées en dynamique, au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils permettent de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui réel. Le modèle numérique est utilisé pour évaluer les erreurs de prévision. Pour les trois échelles de la structure, une configuration sans distorsions est d'abord modélisée. Puis c'est la configuration réelle (partie 4.3.1) qui est considérée. Pour les facteurs de similitude sur la sollicitation et la réponse, plusieurs choix sont considérés. Chacun de ces choix définit une loi de similitude. Les erreurs de prévision du comportement, associées aux différentes lois, sont comparées. Enfin, des modifications sont attribuées à la géométrie et aux propriétés matérielles de la structure, aux différentes échelles. Les erreurs de prévision sont de nouveau évaluées.

4.3.2.1 Configuration sans distorsions

Dans cette configuration (annexe D.1.2), les paramètres de la structure vérifient les conditions de similitude (équations (3.120a) à (3.120g), partie 3.3.2).

Concernant la sollicitation, les facteurs sont λ_t pour le temps et λ_a pour l'accélération. Ces facteurs sont issus des relations de similitude (3.120h) et (3.120i) :

$$\begin{cases} \lambda_a = \frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_{mad}} & (4.18a) \\ \lambda_t = \sqrt{\frac{\lambda_{Fma}}{\lambda_a \lambda_{Kua}}} & (4.18b) \end{cases}$$

Ici, les valeurs $\lambda_{Fma}, \lambda_{Kua}, \lambda_{mad}$ sont basées sur les paramètres du modèle numérique, elles sont notés $\lambda_{Fma}^\circ, \lambda_{Kua}^\circ, \lambda_{mad}^\circ$ et données en annexe D.1.2. L'accélérogramme à l'échelle réduite (figure 4.30a) est alors obtenu à partir de celui à l'échelle 1, de la façon suivante :

- les accélérations a sont réduites d'un facteur λ_a ,
- le temps t est comprimé par un facteur λ_t .

Concernant la réponse, les facteurs sont λ_t pour le temps et λ_u pour le déplacement. Ce dernier est déduit des relations de similitude (3.120j) et (3.120k), soit :

$$\lambda_u = \lambda_a \lambda_t^2 \tag{4.19}$$

Le comportement dynamique est calculé à l'échelle réduite (figure 4.30b). Ensuite sur la réponse à l'échelle réduite, le temps t et le déplacement u_s sont multipliés par leurs facteurs de similitude respectifs. On obtient ainsi la réponse prévue de l'échelle 1 (figure 4.30c). Parallèlement, le comportement dynamique à l'échelle 1 est calculé numériquement. Il est alors possible d'évaluer l'erreur de prévision, par les facteurs de similitude, du comportement à l'échelle 1. On constate que l'erreur de prévision est presque nulle, cela valide les relations de similitude établies en 3.3.2.

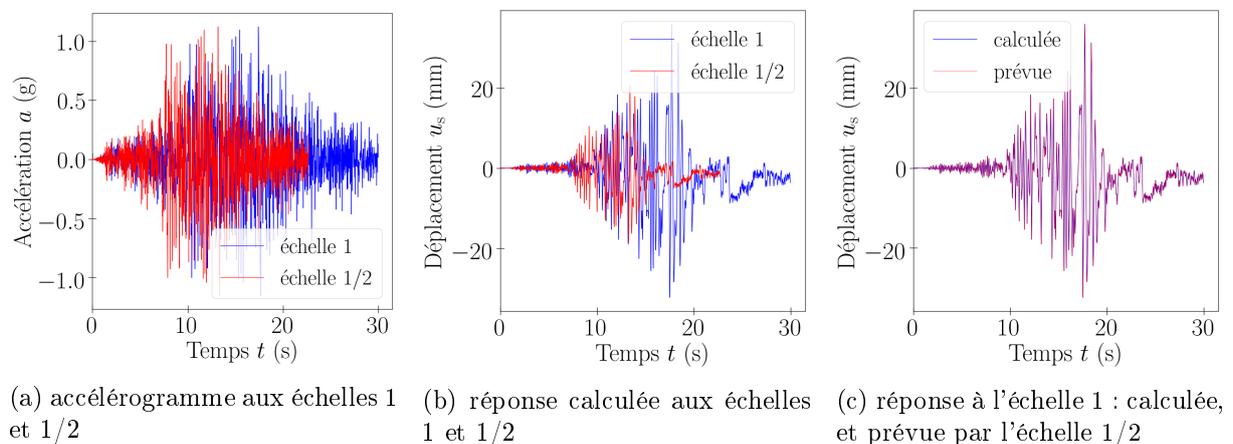


FIGURE 4.30 – Prédiction de la réponse dynamique de la structure à un niveau, application

4.3.2.2 Configuration réelle

Il s'agit de la configuration réelle de la structure. Les paramètres ne vérifient pas complètement les conditions de similitude (3.120a) à (3.120g).

Pour déterminer les facteurs sur la sollicitation et la réponse $(\lambda_t, \lambda_a, \lambda_{us})$, on choisit d'utiliser les relations de similitude (3.125) (partie 3.3.3). Pour rappel, ces relations considèrent le comportement monotone et cyclique de chaque niveau de la structure, au lieu de ses propriétés locales (dimensions, assemblages,...). Plus particulièrement, ces relations (3.125) intègrent les facteurs $\lambda_{us}, \lambda_{Fs}$ du comportement monotone. Pour les valeurs $\lambda_{us}, \lambda_{Fs}$, on utilise les expressions analytiques (3.70f) et (3.70g) (partie 3.2) : $\lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$ et $\lambda_{Fs} = \lambda_{Fma}^\circ$. La loi de similitude résultante (dite loi *S0*) est présentée au tableau 4.13. Les lois alternatives *S1* et *S2* (tableau 4.13) seront considérées ultérieurement.

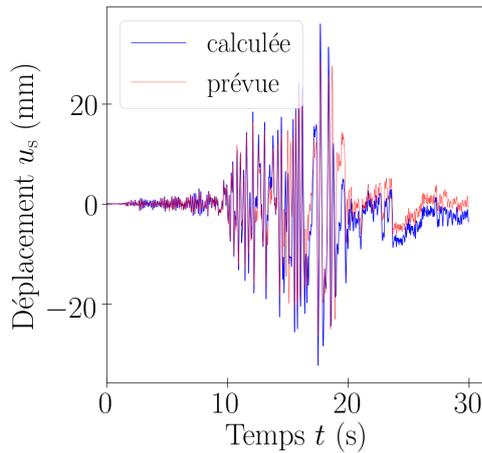
	Loi <i>S0</i>, issue des relations (3.125) et $\lambda_{Fs} = \lambda_{Fma}^\circ, \lambda_{us} = \lambda_{Fma}^\circ / \lambda_{Kua}^\circ$	Loi <i>S1</i>, issue des relations (3.125) et $\lambda_{Fs} = \lambda_{Kua}^\circ \lambda_{uma}^\circ, \lambda_{us} = \lambda_{uma}^\circ$	Loi <i>S2</i>, issue de la littérature (partie 3.3.1.1)
facteurs entre échelles 1 et 1/2			
λ_t	1,41	1,41	$\sqrt{2} \approx 1,414$
λ_a	0,883	0,884	1
λ_{us}	1,75	1,75	2
facteurs entre échelles 1 et 1/3			
λ_t	1,73	1,73	$\sqrt{3} \approx 1,732$
λ_a	0,871	0,981	1
λ_{us}	2,61	2,94	3

TABLEAU 4.13 – Lois de similitude considérées pour le comportement dynamique : facteurs associés

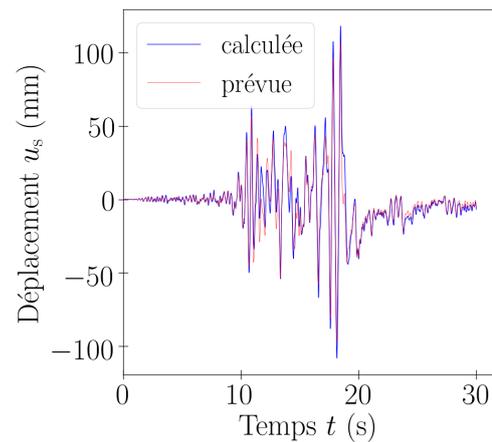
L'erreur de prévision du comportement à l'échelle 1 est évaluée, sur la figure 4.31. L'erreur est aussi évaluée pour la réponse maximale en déplacement u_s :

- En utilisant l'échelle 1/2, l'erreur relative est de 21 % pour la structure à un niveau, et de 11 % pour la structure à deux niveaux.
- En utilisant l'échelle 1/3, l'erreur relative est de 4 % pour la structure à un niveau, et de 12 % pour la structure à deux niveaux.

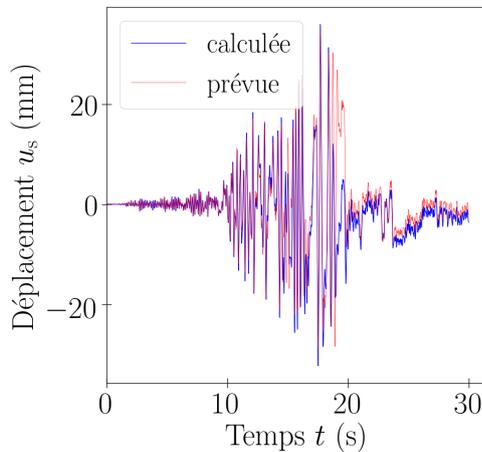
L'erreur de prévision est relativement faible pour l'échelle 1/3, mais plus significative pour l'échelle 1/2. Cette erreur est probablement due à l'amortissement hystérétique ζ_{hs} : le facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$ n'est pas égal à 1, comme imposé par la condition (3.125a). Cela est plus prononcé pour l'échelle 1/2 que pour l'échelle 1/3. En effet, le facteur $\lambda_{\zeta_{hs}}$ vaut, d'après l'expression (3.89) (partie 3.2) : $\lambda_{\zeta_{hs}}^\circ = \lambda_{\zeta_{ha}}^\circ = 0,706$ pour l'échelle 1/2, et $\lambda_{\zeta_{hs}}^\circ = \lambda_{\zeta_{ha}}^\circ = 0,947$ pour l'échelle 1/3. C'est pourquoi l'erreur de prévision est plus importante pour l'échelle 1/2 que pour l'échelle 1/3.



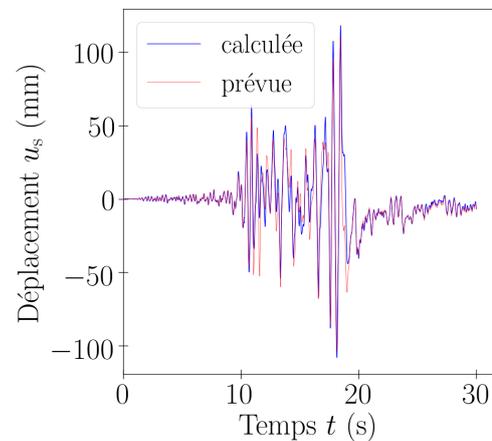
(a) calculée, et prévue par l'échelle 1/2 avec la loi $S0$ (tableau 4.13), (structure à un niveau)



(b) calculée, et prévue par l'échelle 1/2 avec la loi $S0$, (structure à deux niveaux)



(c) calculée, et prévue par l'échelle 1/3 avec la loi $S0$, (structure à un niveau)



(d) calculée, et prévue par l'échelle 1/3 avec la loi $S0$, (structure à deux niveaux)

FIGURE 4.31 – Réponse dynamique à l'échelle 1

A présent, les lois de similitude alternatives $S1$ et $S2$ sont considérées (tableau 4.13), en plus de celle $S0$ (initiale). La loi $S1$ est aussi basée sur les relations (3.125), mais sur des expressions différentes de λ_{us} , λ_{Fs} . La loi $S2$ est issue de la littérature (*Acceleration Based*, partie 3.3.1.1). Les erreurs de prévision sont données au tableau 4.14, selon la loi de similitude utilisée. Les erreurs sont globalement plus élevées pour les lois $S1$ et $S2$ que pour la loi $S0$. Cela montre que la loi de similitude $S0$ est celle optimale.

		en utilisant la loi de similitude (tableau 4.13)		
		$S0$	$S1$	$S2$
en utilisant l'échelle réduite	1/2	21 %	21 %	33 %
	1/3	4 %	25 %	29 %

TABLEAU 4.14 – Erreur relative sur la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau.

4.3.2.3 Modification de la géométrie et des propriétés matérielles

Des modifications sont effectuées aux différentes échelles de la structure. Elles concernent :

- le module d'Young du bois E_b ,
- le rapport L_B/L_H (L_B et L_H étant respectivement la largeur et la hauteur de la structure).

Les erreurs de prévision sont données au tableau 4.15. On constate que la loi de similitude $S0$ reste globalement celle optimale.

en utilisant l'échelle réduite 1/3			
	en utilisant la loi de similitude (tableau 4.13)		
	$S0$	$S1$	$S2$
pour $E_b = 11$ GPa et $L_B/L_H = 0,5$ (configuration réelle)	4 %	25 %	29 %
pour $E_b = 15$ GPa et $L_B/L_H = 0,5$	2 %	23 %	32 %
pour $E_b = 11$ GPa et $L_B/L_H = 1$	3 %	1 %	0 %

TABLEAU 4.15 – Erreur relative sur la réponse maximale en déplacement à l'échelle 1. Structure à un niveau. Modification de E_b et de L_B/L_H .

4.3.3 Conclusion

Dans un premier temps, un modèle numérique du comportement dynamique de la structure a été constitué, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Le modèle a été comparé à l'analyse modale expérimentale. Ensuite, des relations de similitude avaient été proposées en dynamique, au chapitre 3. Des facteurs de similitude peuvent être issus de ces relations. Ils permettent de prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Néanmoins des erreurs de prévision peuvent se produire entre le comportement prévu et celui réel. Le modèle numérique a alors été utilisé pour évaluer ces erreurs de prévision. A l'échelle 1/3, les erreurs de prévision sont relativement faibles. En revanche à l'échelle 1/2, les erreurs de prévision sont élevées. Cela peut s'expliquer par le fait que l'amortissement hystérétique n'est pas conservé entre les échelles 1 et 1/2. Ensuite, pour les facteurs sur la sollicitation et la réponse, des choix alternatifs ($S1$ et $S2$) ont été considérés, en plus de celui initial ($S0$). Chaque choix définit une loi de similitude. Les lois $S1$ et $S2$ ont été comparées à la loi $S0$, par rapport aux erreurs de prévision qu'elles induisent. Il apparaît que la loi de similitude $S0$ est celle optimale. Enfin, des modifications ont été attribuées à la géométrie et aux propriétés matérielles de la structure, aux différentes échelles. Dans ce cas, la loi de similitude $S0$ reste celle optimale.

Au vu des faibles erreurs de prévision lors des simulations, on pourra procéder de la façon suivante pour prévoir le comportement dynamique d'une structure à l'échelle 1. Des facteurs de similitude sont définis pour la sollicitation et la réponse dynamique. Pour cela, il est préférable d'utiliser la loi de similitude $S0$. A partir des facteurs établis, on définit la sollicitation à appliquer sur la structure réduite. On réalise les essais dynamiques sur l'échelle réduite. Puis les

facteurs de similitude permettent d'en déduire le comportement dynamique à l'échelle 1. Pour éviter des erreurs de prévision importantes, il est souhaitable que l'amortissement (hystérétique, visqueux,...) soit conservé par changement d'échelle.

4.4 Prise en compte de l'incertain dans les lois de similitude, influence de l'échelle de réduction

Les propriétés de la structure et des assemblages sont incertaines et présentent de la variabilité. Cela peut amener à des erreurs de prévision, par les facteurs de similitude, du comportement de la structure. Pour cela, la propagation de l'incertitude est étudiée au niveau de l'assemblage, du comportement monotone de la structure, puis de son comportement dynamique. Des simulations numériques sont réalisées aux trois échelles, à partir des modèles établis dans les parties 4.1 à 4.3. Des études de sensibilité en vue d'études probabilistes sont menées.

4.4.1 Présentation des méthodes probabilistes et d'études de sensibilité

Des études de sensibilité sont d'abord réalisées, pour identifier les paramètres influents du modèle utilisé. Puis les méthodes probabilistes sont employées afin de déterminer la variabilité de la réponse du modèle.

4.4.1.1 Etudes de sensibilité

Plusieurs méthodes sont disponibles dans la littérature pour effectuer des études de sensibilité. Elles consistent à faire varier les paramètres d'entrée, puis à en déduire l'influence sur la réponse du modèle. Parmi ces méthodes, on note par exemple celles *Taguchi* [Par16], *OAT* [SRA⁺08a], et *Sobol* [ZTLS15]. Il existe aussi la méthode de criblage de *Morris* [Mor91, SRA⁺08b, IL15, Ioo11] (figure 4.32), qui consiste à reproduire plusieurs fois une expérience *OAT* aléatoire. Elle est retenue par la suite.

Tout d'abord un plan d'expériences est établi. Il s'agit d'un ensemble de configurations. Chaque configuration i est définie par des valeurs (x_{i1}, \dots, x_{ik}) associées respectivement aux paramètres (x_1, \dots, x_k) . Par la suite le plan d'expériences est représenté par une matrice \mathbf{x} , où x_{ij} est la valeur du paramètre x_j pour la configuration i . Dans la méthode de *Morris*, un plan d'expériences d'abord normalisé X est défini par

$$\mathbf{X} = \left(\mathbf{J}_{\mathbf{k}+1, \mathbf{1}} \mathbf{x}^* + \frac{\delta}{2} ((2\mathbf{B} - \mathbf{J}_{\mathbf{k}+1, \mathbf{k}}) \mathbf{D}^* + \mathbf{J}_{\mathbf{k}+1, \mathbf{k}}) \right) \mathbf{P}^* \quad (4.20)$$

Autrement dit ce plan d'expériences est défini de la façon suivante :

- Tout d'abord on définit un plan d'expériences initial

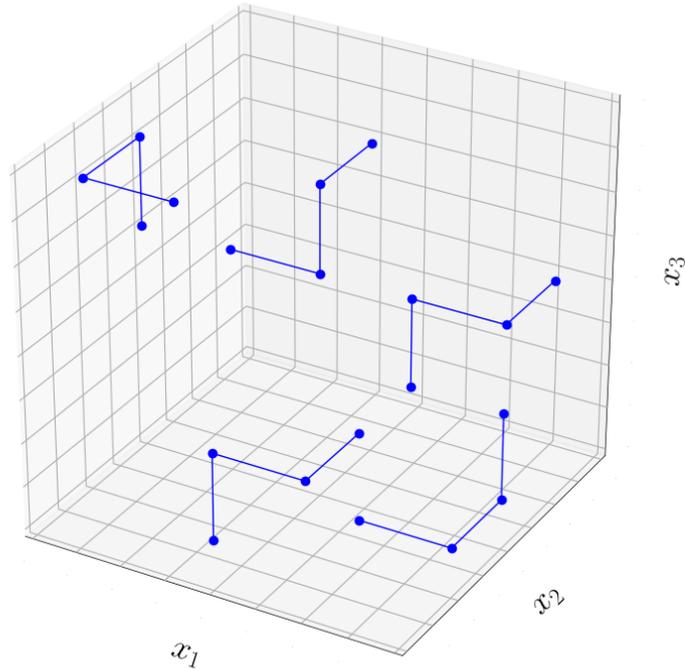


FIGURE 4.32 – Exemple d'un plan d'expériences de *Morris*, avec trois paramètres x_1, x_2, x_3

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

dans lequel les paramètres varient l'un après l'autre. L'avantage de ce plan d'expériences est que les différents paramètres ne varient pas depuis une même configuration.

- \mathbf{D}^* est une matrice diagonale de taille k , dans laquelle les termes ont pour valeur $+1$ ou -1 avec probabilité égale. $\mathbf{J}_{k+1,k}$ est une matrice de taille $(k+1) \times k$, constituée de valeurs 1. Ainsi le terme $(1/2)((2\mathbf{B} - \mathbf{J}_{k+1,k})\mathbf{D}^* + \mathbf{J}_{k+1,k})$ modifie \mathbf{B} de la façon suivante : pour chaque colonne, soit les valeurs sont inchangées, soit les valeurs 0 et 1 sont remplacées respectivement par 1 et 0, avec probabilité égale.
- Les valeurs 1 du plan d'expériences sont remplacées par une valeur δ à définir.
- \mathbf{x}^* est un vecteur de taille $1 \times k$, dans lequel chaque composante est attribuée d'une valeur aléatoire parmi $\{0, 1/(p-1), 2/(p-1), \dots, 1-\delta\}$, avec p un entier à définir. $\mathbf{J}_{k+1,1}$ est une matrice de taille $(k+1) \times 1$, constituée de valeurs 1. Avec l'ajout du terme $\mathbf{J}_{k+1,1}\mathbf{x}^*$, le plan d'expériences part d'une configuration de base aléatoire : \mathbf{x}^* .
- \mathbf{P}^* est une matrice aléatoire de taille $k \times k$: chaque colonne contient une fois la valeur 1 et $(k-1)$ fois la valeur 0, deux colonnes ne doivent pas être identiques. La multiplication du

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

plan d'expériences par \mathbf{P}^* revient à permuter les colonnes de façon aléatoire. Cela équivaut à définir un ordre aléatoire dans lequel les différents paramètres varient.

- Notons qu'il est recommandé d'adopter $p = 4$ et $\delta = 0,5p/(p - 1) = 2/3$. De cette façon dans le plan d'expériences, pour un paramètre donné, les valeurs potentielles $(0, 1/(p - 1), \dots, 1)$ ont la même probabilité d'être sélectionnées.

Enfin le plan d'expériences effectif (non normalisé) est obtenu par

$$x_{ij} = (\bar{x}_j - 2,5s_{xj}) + X_{ij}(5s_{xj}) \quad (4.22)$$

\bar{x}_j et s_{xj} sont respectivement la moyenne et l'écart type de x_j .

De cette façon, les paramètres sont bornés entre $\bar{x}_j - 2,5s_{xj}$ et $\bar{x}_j + 2,5s_{xj}$, au lieu de 0 et 1. La valeur $2,5s_{xj}$ est adoptée car elle correspond (approximativement) au quantile 99% de la loi Normale.

Une fois le plan d'expériences établi, la réponse Y du modèle numérique est calculée pour chaque configuration. L'effet du paramètre x_j sur Y est déterminé de la façon suivante. On relève deux configurations a et b telles que de a vers b , x_j varie positivement, les autres paramètres étant inchangés. L'effet de x_j est représenté par I_j :

$$I_j = \frac{Y_b - Y_a}{\delta} \quad (4.23)$$

Enfin il est recommandé de reproduire un tel plan d'expériences 10 fois. Ainsi on obtient pour chaque paramètre x_j :

- une moyenne de $|I_j|$, notée $\mu_{I_j}^*$,
- un écart type de I_j , noté s_{I_j} .

Ces grandeurs peuvent être interprétées de la façon suivante. Plus $\mu_{I_j}^*$ est élevée, plus les effets de x_j sur Y sont importants. Plus s_{I_j} est élevé, plus les effets de x_j sur Y ont un caractère non linéaire, et / ou plus il y a des interactions avec les autres paramètres.

4.4.1.2 Etudes probabilistes

Dans l'étude probabiliste, les paramètres influents identifiés précédemment sont considérés comme des variables aléatoires, les autres paramètres restent constants. Un échantillonnage est constitué. Il s'agit d'un ensemble de configurations des paramètres. Chaque configuration i est définie par des valeurs (x_{i1}, \dots, x_{ik}) associées respectivement aux paramètres (x_1, \dots, x_k) . Par la suite l'échantillonnage de taille n_e est représenté par une matrice \mathbf{x} , où x_{ij} est la valeur du paramètre x_j pour la configuration i .

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Pour constituer un tel échantillonnage, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. La méthode *Monte Carlo* [PIAL10] (figure 4.33a) est une des plus courantes et simples : elle consiste à générer aléatoirement les paramètres d'entrée suivant leur loi de distribution. La méthode *LHS* (*Latin Hypercube Sampling*) [PIAL10] est plus optimisée, car les variables générées sont réparties « équitablement » selon leur loi de distribution (figure 4.33b). C'est cette dernière qui est employée par la suite.

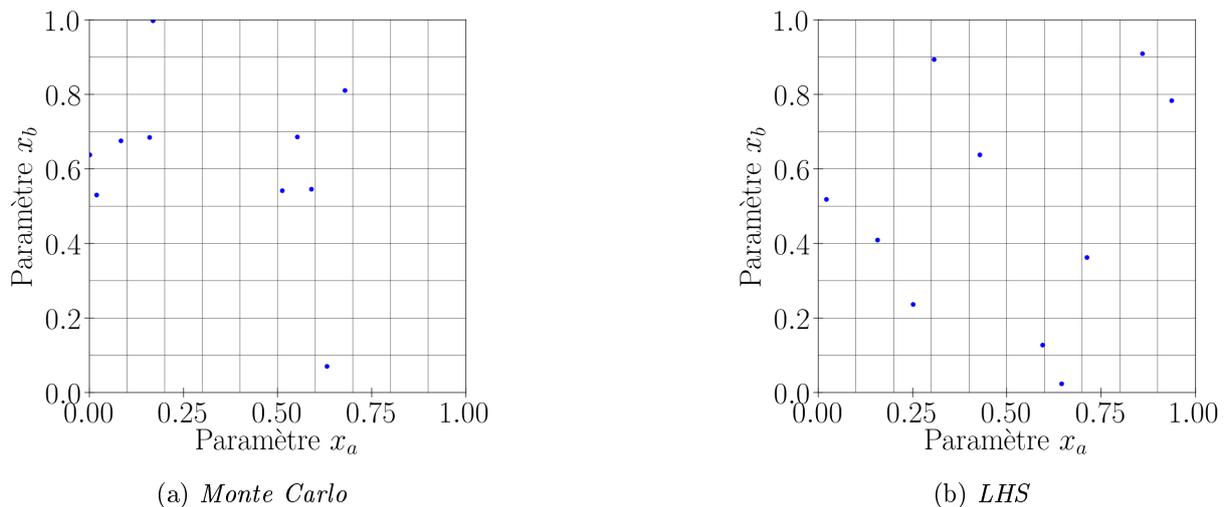


FIGURE 4.33 – Exemples de plans d'expériences *Monte Carlo* et *LHS*

Cette méthode définit d'abord n_e intervalles

$$e_m = \left[\frac{m}{n_e}, \frac{m+1}{n_e} \right] \quad (4.24)$$

avec $0 \leq m < n_e$. Puis, dans chaque intervalle e_m et pour chaque paramètre x_j , une valeur u_{mj} est générée aléatoirement suivant une loi Uniforme. L'échantillonnage \mathbf{x} est ensuite obtenu par

$$x_{ij} = F_p^{-1}(u_{mj}) \quad (4.25)$$

F_p est la fonction de répartition de la loi de distribution de x_j , m est un entier aléatoire, et u_{mj} a été établi précédemment. Pour x_j donné, une valeur m ne peut pas être sélectionnée pour deux configurations i différentes.

Une fois l'échantillonnage \mathbf{x} établi, la réponse Y du modèle est calculée pour chaque configuration i . On pourra ainsi obtenir une distribution de la réponse Y , pour chaque échelle 1, 1/2 et 1/3.

L'approche probabiliste présentée précédemment est adoptée par la suite. On génère des variables centrées qui seront utilisées aux échelles 1, 1/2, 1/3. De cette façon la réponse Y est impactée de la même manière à des fins de comparaison ultérieure. On pourra également intégrer la corrélation si on le souhaite.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Pour intégrer la corrélation, on définit d'abord $\rho_{ab} = \rho_{ba}$ le coefficient de corrélation entre deux paramètres x_a et x_b . Ce coefficient est compris entre -1 et 1 , et est d'autant plus élevé que les paramètres sont corrélés. Ensuite la méthode suivante permet d'intégrer la corrélation dans l'échantillonnage. Cette méthode dépend du type de loi de distribution pour les paramètres.

— **Si les paramètres suivent une loi Normale.**

Dans ce cas, la méthode est la suivante [LCM10]. Une matrice de corrélation **Cor** est définie par $\text{Cor}(a, b) = \rho_{ab}$, puis on détermine la matrice **L** vérifiant

$$\mathbf{L}\mathbf{L}^T = \mathbf{Cor} \quad (4.26)$$

Ensuite on effectue une transformation des variables indépendantes X_j , suivant la relation

$$(X'_1 \ \dots \ X'_k) = (X_1 \ \dots \ X_k) \mathbf{L}^T \quad (4.27)$$

Ainsi le nouvel échantillonnage est obtenu par

$$\mathbf{X}' = \mathbf{X}\mathbf{L}^T \quad (4.28)$$

Ces nouvelles variables aléatoires présentent les propriétés suivantes, d'après les équations (4.26) et (4.27) :

— Leurs moyennes sont

$$\forall a : \overline{X'_a} = \sum_j \overline{X_j} L_{aj} = 0 \quad (4.29)$$

En effet $\overline{X_j} = 0$ si X_j suit une loi Normale $(0, 1)$. Ainsi on a :

$$\overline{X'_a} = \overline{X_a} \quad (4.30)$$

— Leurs écart types vérifient

$$\forall a : s_{X'_a}^2 = \sum_j s_{X_j}^2 L_{aj}^2 = \sum_j L_{aj}^2 = \text{Cor}_{aa} = \rho_{aa} = 1 \quad (4.31)$$

En effet, $s_{X_j} = 1$ si X_j suit une loi Normale $(0, 1)$. Donc on a :

$$s_{X'_a} = s_{X_a} \quad (4.32)$$

— Leurs coefficients de corrélation sont

$$\begin{aligned}
 \forall (a, b) : \frac{\frac{1}{n_e} \sum_i (X_{ia'} - \bar{X}'_a) (X_{ib'} - \bar{X}'_b)}{s_{Xa'} s_{Xb'}} &= \frac{\text{COV}(X'_a, X'_b)}{s_{Xa'} s_{Xb'}} = \text{COV}(X'_a, X'_b) \\
 &= \text{COV}\left(\sum_j X_j L_{aj}, \sum_l X_l L_{bl}\right) = \sum_j \sum_l L_{aj} L_{bl} \text{COV}(X_j, X_l) \\
 &= \sum_j L_{aj} L_{bj} \text{COV}(X_j, X_j) = \sum_j L_{aj} L_{bj} s_{Xj}^2 = \sum_j L_{aj} L_{bj} = \text{Cor}(a, b) = \rho_{ab}
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

En effet, $\text{COV}(X_j, X_l) = 0$ pour $l \neq j$, car X_j et X_l sont indépendantes.

- Si les variables X_j suivent une loi Normale, alors celles X'_j suivent aussi une loi Normale.

Finalement, la transformation des variables aléatoires conserve leurs moyennes, écart types et lois de distribution, tout en leur affectant un coefficient de corrélation.

- **Si les paramètres suivent une loi Lognormale.**

Dans ce cas, la méthode est la suivante [LCM10] :

- Les variables X_j , qui suivent une loi Lognormale, sont transformées par

$$X_j^{(N)} = \ln X_j \tag{4.34}$$

Ainsi les variables $X_j^{(N)}$ suivent une loi Normale $(0, 1)$.

- On constitue des variables $X_j^{(N) \prime}$ corrélées et qui suivent une loi Normale $(0, 1)$. Pour cela, la méthode détaillée précédemment s'applique. Toutefois, c'est un coefficient de corrélation modifié ρ'_{ab} à prendre en compte, défini par :

$$\frac{\rho'_{ab}}{\rho_{ab}} = \frac{\ln(1 + \rho_{ab} \text{CV}_{xa} \text{CV}_{xb})}{\rho_{ab} \sqrt{\ln(1 + \text{CV}_{xa}^2) + \ln(1 + \text{CV}_{xb}^2)}} \tag{4.35}$$

CV_{xj} est le coefficient de variation de x_j .

- Puis on obtient des variables X'_j corrélées et qui suivent une loi Lognormale :

$$X'_j = \exp\left(X_j^{(N) \prime}\right) \tag{4.36}$$

Désormais l'échantillonnage normalisé et corrélé est noté \mathbf{X} . L'échantillonnage effectif \mathbf{x} est obtenu de la façon suivante, pour chaque échelle.

- Si x_j suit une loi Uniforme :

$$x_{ij} = \bar{x}_j - s_{xj} \sqrt{3} + X_{ij} s_{xj} \sqrt{12} \tag{4.37}$$

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

— Si x_j suit une loi Normale :

$$x_{ij} = \bar{x}_j + X_{ij}s_{xj} \quad (4.38)$$

Après la transformation (4.37) ou (4.38) : la variable générée x_j a respectivement pour moyenne et écart type \bar{x}_j et s_{xj} , le coefficient de corrélation entre les variables générées x_a et x_b reste égal à ρ_{ab} .

— Si x_j suit une loi Lognormale :

$$\ln(x_{ij}) = \overline{\ln(x_j)} + \ln(X_{ij}) s_{\ln(x_j)} \quad (4.39)$$

avec [AM11d] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\ln(x_j)} = \ln \left(\frac{(\bar{x}_j)^2}{\sqrt{(\bar{x}_j)^2 + (s_{xj})^2}} \right) \end{array} \right. \quad (4.40a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (s_{\ln(x_j)})^2 = \ln \left(1 + \left(\frac{s_{xj}}{\bar{x}_j} \right)^2 \right) \end{array} \right. \quad (4.40b)$$

Après cette transformation : la variable générée x_j a respectivement pour moyenne et écart type \bar{x}_j et s_{xj} , le coefficient de corrélation entre les variables générées x_a et x_b passe de ρ'_{ab} à ρ_{ab} .

En général, les paramètres liés aux matériaux suivent une loi Normale ou Lognormale.

4.4.2 Comportement des assemblages

La propagation d'incertitude est déterminée dans un premier temps au niveau des assemblages. La réponse étudiée du modèle numérique est la raideur axiale K_{ua} . Les coefficients de variation des paramètres d'entrée sont définis dans le tableau 4.16. Pour l'ensemble des paramètres, les valeurs moyennes sont celles de la partie 4.1.1.1.

Paramètre	CV (%)
modules d'élasticité du bois	21 [RdLEO+93]
module d'élasticité de l'acier	3 [Vro97]
dimensions	1 (forfaitaire)

TABLEAU 4.16 – Coefficients de variation (CV) adoptés pour les paramètres d'assemblages, aux échelles 1, 1/2, 1/3

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

A partir de la méthode de *Morris*, les effets des paramètres suivants sont présentés sur la figure 4.34 :

- E_{abro} est le module d'Young de l'acier des broches,
- E_{apla} est le module d'Young de l'acier de la plaque,
- E_{bL}, E_{bR}, E_{bT} sont les modules d'Young du bois,
- $G_{bLT}, G_{bLR}, G_{bRT}$ sont les modules de cisaillement du bois.

Pour le bois, L est la direction parallèle au fil, et R, T sont les directions perpendiculaires (partie 4.1.1.1). Les paramètres influents apparaissent en rouge sur la figure 4.34. Pour les trois échelles, les paramètres influents sont principalement E_{bL} et G_{bLR} .

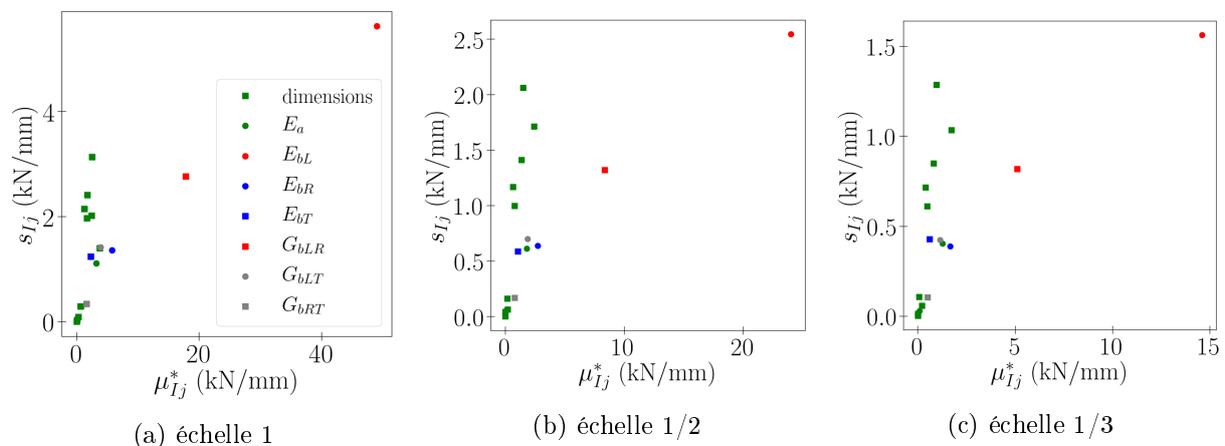


FIGURE 4.34 – Etude de sensibilité de *Morris* sur la raideur K_{ua} des assemblages (calculs *Cast3M*). $\mu_{I_j}^*$ et s_{I_j} sont respectivement la moyenne et l'écart type de l'influence I_j .

Seuls ces paramètres sont considérés comme des variables aléatoires. Ils suivent une loi Lognormale [RdLEO+93]. Le coefficient de corrélation est égal à 0,6 [Vro97]. Un échantillonnage *LHS* de taille $n_e = 1\,000$ est alors généré (figure 4.35). La distribution de la réponse K_{ua} aux trois échelles est montrée à la figure 4.36.

Les moyennes et coefficients de variation (CV) de K_{ua} sont donnés dans le tableau 4.17.

	Moyenne (kN/mm)	CV (%)
Echelle 1	106	11,1
Echelle 1/2	51,7	11
Echelle 1/3	32,5	10,6

TABLEAU 4.17 – Moyennes et CV obtenus pour la raideur K_{ua} des assemblages (calculs *Cast3M*)

Ces CV sont proches et s'expliquent par le fait que les CV des paramètres d'entrée sont conservés par changement d'échelle (tableau 4.16). En effet en notant Y la réponse du modèle et x_j les paramètres d'entrée, le CV de Y est défini à l'échelle 1 par [AM11e]

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE,
INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

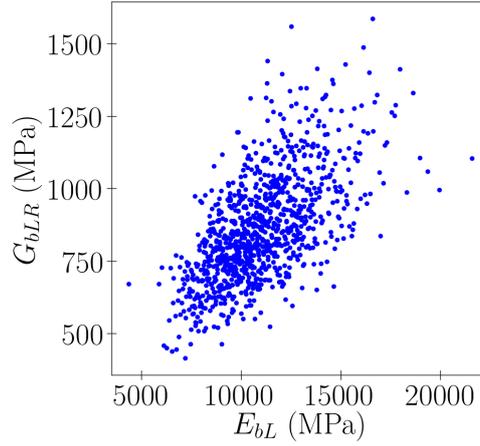


FIGURE 4.35 – Echantillonnage généré pour les assemblages à l'échelle 1

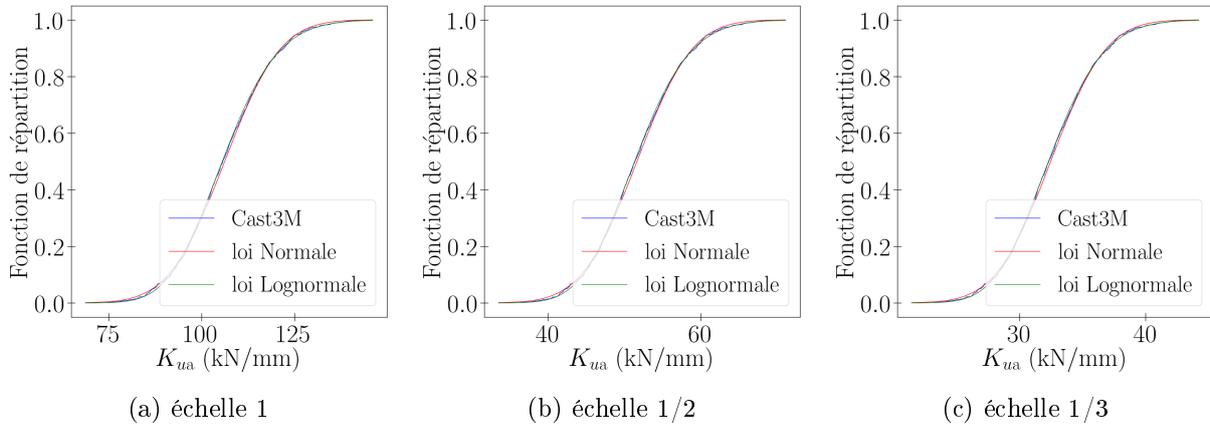


FIGURE 4.36 – Distribution de la raideur K_{ua} des assemblages

$$\begin{aligned}
 (s_{Y^{(F)}})^2 &= \sum_j \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (s_{x_j^{(F)}})^2 \\
 \Rightarrow (CV_{Y^{(F)}})^2 &= \left(\frac{1}{\overline{Y^{(F)}}} \right)^2 \sum_j \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (s_{x_j^{(F)}})^2 \\
 \Rightarrow (CV_{Y^{(F)}})^2 &= \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(F)}}}{\overline{Y^{(F)}}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 (CV_{x_j^{(F)}})^2
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

\overline{Y} et $\overline{x_j}$ sont respectivement les moyennes de Y et x_j , s_Y et s_{x_j} sont respectivement les écarts types de Y et x_j , « F » signifie *Full scale* ou « échelle 1 ». De même, le CV de Y à l'échelle réduite est défini par

$$(CV_{Y^{(R)}})^2 = \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(R)}}}{\overline{Y^{(R)}}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(R)}}{\partial x_j^{(R)}} \right)^2 (CV_{x_j^{(R)}})^2 \tag{4.42}$$

avec « R » signifiant *Reduced scale* ou « échelle réduite ». Ensuite, en admettant

$$\frac{\partial Y^{(R)}}{\partial x_j^{(R)}} = \frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \frac{\lambda_{xj}}{\lambda_Y} \quad (4.43)$$

et en notant

$$\kappa = \frac{CV_{xj^{(R)}}}{CV_{xj^{(F)}}} \quad (4.44)$$

on a

$$\begin{aligned} (CV_{Y^{(R)}})^2 &= \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(F)}}}{Y^{(F)}} \frac{\lambda_Y}{\lambda_{xj}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \frac{\lambda_{xj}}{\lambda_Y} \right)^2 \left(\kappa CV_{xj^{(F)}} \right)^2 \\ &= \kappa \sum_j \left(\frac{\overline{x_j^{(F)}}}{Y^{(F)}} \right)^2 \left(\frac{\partial Y^{(F)}}{\partial x_j^{(F)}} \right)^2 \left(CV_{xj^{(F)}} \right)^2 \end{aligned} \quad (4.45)$$

soit

$$\frac{CV_{Y^{(R)}}}{CV_{Y^{(F)}}} = \kappa \quad (4.46)$$

D'après le tableau 4.16 et compte tenu de l'équation (4.44), on a $\kappa = 1$. Ainsi d'après l'équation (4.46), on a :

$$CV_{Y^{(R)}} = CV_{Y^{(F)}} \quad (4.47)$$

Cette dernière relation est cohérente avec les résultats numériques du tableau 4.17.

Enfin, d'après un test de loi de distribution khi-deux [AM11c], on ne peut rejeter l'hypothèse que la raideur K_{ua} suit aussi bien une loi Normale qu'une loi Lognormale (figure 4.36).

4.4.3 Comportement monotone de la structure

Les réponses étudiées du modèle numérique sont : la raideur élastique K_s , la force maximale F_{ms} et le déplacement associé u_{ms} . Les CV des paramètres d'entrée sont définis dans le tableau 4.18. Pour les dimensions et les propriétés matérielles, les CV sont les mêmes que pour les assemblages (partie 4.4.2). Pour les raideurs d'assemblages, les CV sont ceux déterminés dans la partie 4.4.2. Pour les efforts et déformations maximaux des assemblages, les CV sont ceux expérimentaux de la partie 2.2.2.1. Pour l'ensemble des paramètres, les valeurs moyennes sont celles de la partie 4.2.1.

Les effets des paramètres sont présentés sur les figures 4.37 à 4.39, selon l'étude de sensibilité de *Morris*. Pour les raideurs d'assemblages en translation, les indices x et y correspondent respectivement aux directions axiale et transversale. Les indices « diag » et « po » désignent respectivement les assemblages des diagonales (trois broches) et les assemblages poteaux / poutres (quatre broches). Les observations qu'on peut faire, quelle que soit l'échelle 1, 1/2, ou 1/3, sont :

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Paramètre	CV (%)			Nombre de variables associées
	Echelle 1	Echelle 1/2	Echelle 1/3	
dimensions	1 (forfaitaire)			7
module d'Young du bois, $E_b = E_{bL}$	21 [RdLEO+93]			5 ¹
module d'Young de l'acier, E_a	3 [Vro97]			6
raideurs des assemblages en translation, K_{ua}	11	11	11	22 ²
raideurs des assemblages en rotation, $K_{\theta a}$				11
force maximale (axiale) des assemblages (des diagonales), F_{ma}	8	7	6	4
déplacement à force maximale, u_{ma}	11	18	12	4
moment maximal des assemblages, M_{ma}	10	12	14	11
rotation des assemblages à moment maximal, θ_{ma}	18	29	37	11
poids volumique du bois, γ_b	9 [RdLEO+93]			5
poids volumique de l'acier, γ_a	nul ³			6
charge verticale, Q_{ad}	1 ⁴			1

¹ car 5 éléments bois

² car 11 assemblages et 2 directions

³ car liée à la masse volumique du fer

⁴ forfaitaire

TABLEAU 4.18 – CV adoptés pour les paramètres de la structure, aux échelles 1, 1/2, 1/3

- Pour la raideur K_s , les paramètres influents sont principalement : les modules d'Young des diagonales en bois ($E_{b,diag}$), et les raideurs axiales des assemblages des diagonales ($K_{ua,x,diag}$).
- Pour la force F_{ms} , les paramètres influents sont principalement les forces F_{ma} des assemblages des diagonales.
- Pour le déplacement u_{ms} , les paramètres influents sont principalement les déplacements u_{ma} des assemblages des diagonales.

Les paramètres considérés comme variables aléatoires ne sont pas les mêmes selon la grandeur d'intérêt considérée (K_s , F_{ms} ou u_{ms}). L'échantillonnage de type *LHS* est de taille $n_e = 1\ 000$. Les modules d'Young du bois et les caractéristiques d'assemblages suivent une loi Lognormale. Aucune corrélation n'est introduite entre les paramètres.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

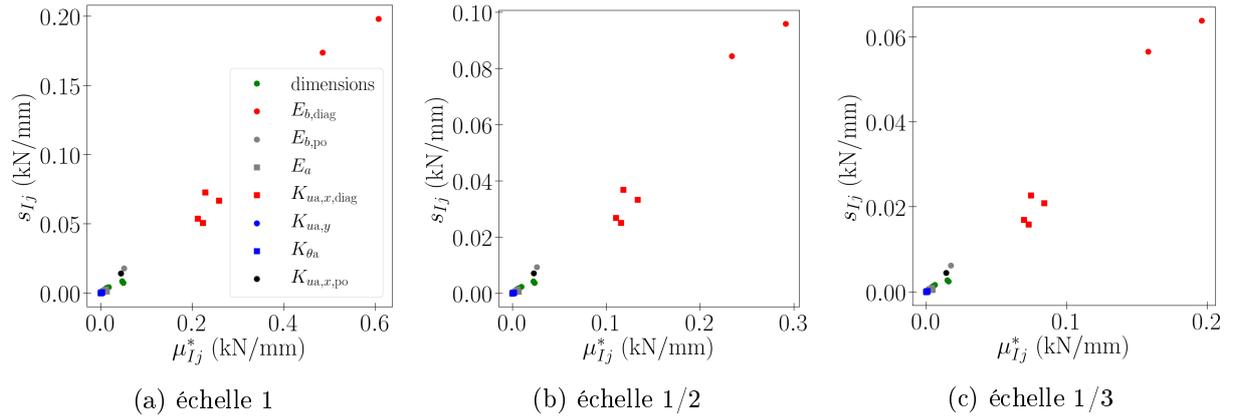


FIGURE 4.37 – Etude de sensibilité de *Morris* sur la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

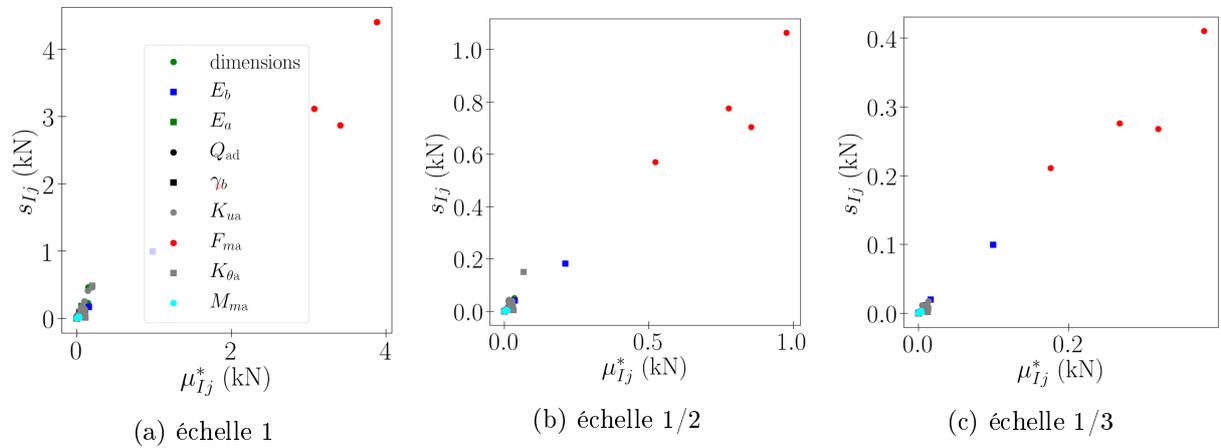


FIGURE 4.38 – Etude de sensibilité de *Morris* sur la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

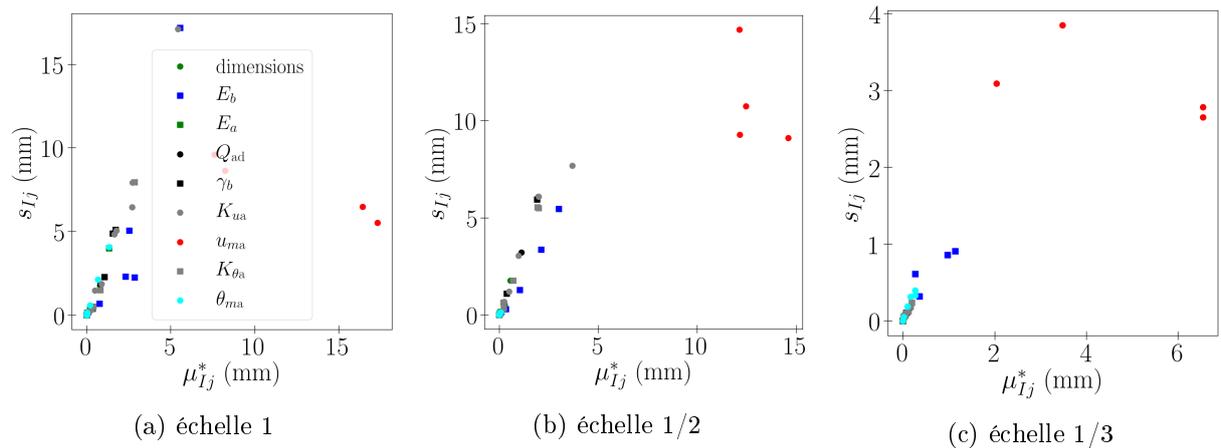


FIGURE 4.39 – Etude de sensibilité de *Morris* sur le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

Les moyennes et CV des variables d'intérêt sont donnés dans les tableaux 4.19 à 4.21. Ces valeurs sont cohérentes avec l'équation (4.46) ($CV_{Y(R)}/CV_{Y(F)} = \kappa$), comme le montre le tableau 4.22.

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

	Moyenne (kN/mm)	CV (%)
Echelle 1	3,23	5,4
Echelle 1/2	1,64	5,22
Echelle 1/3	1,09	5,16
Rapport entre échelles 1/2 et 1	0,508	0,968
Rapport entre échelles 1/3 et 1	0,338	0,955

TABLEAU 4.19 – Moyennes et CV obtenus pour la raideur K_s de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

	Moyenne (kN)	CV (%)
Echelle 1	33,1	5,17
Echelle 1/2	9,49	4,48
Echelle 1/3	4,32	3,59
Rapport entre échelles 1/2 et 1	0,286	0,866
Rapport entre échelles 1/3 et 1	0,13	0,694

TABLEAU 4.20 – Moyennes et CV obtenus pour la force F_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

	Moyenne (mm)	CV (%)
Echelle 1	80,5	6,79
Echelle 1/2	45,6	10,2
Echelle 1/3	27,3	7,68
Rapport entre échelles 1/2 et 1	0,567	1,51
Rapport entre échelles 1/3 et 1	0,339	1,13

TABLEAU 4.21 – Moyennes et CV obtenus pour le déplacement u_{ms} de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

	K_s	F_{ms}	u_{ms}
entre échelles 1/2 et 1	1	0,887	1,72
entre échelles 1/3 et 1	1	0,71	1,14

TABLEAU 4.22 – Rapports de CV estimés par l'équation (4.46), pour le comportement monotone de la structure à un niveau

A présent on évalue l'erreur de prévision, par les facteurs de similitude, du comportement monotone à l'échelle 1, plus particulièrement l'effet de la variabilité sur ces erreurs. La réponse du modèle K_s , F_{ms} ou u_{ms} est désormais notée Y . L'erreur est définie par :

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

$$\eta = \frac{\lambda_Y Y^{(R)} - Y^{(F)}}{Y^{(F)}} \quad (4.48)$$

$Y^{(F)}$ est la réponse à l'échelle 1 calculée, $(\lambda_Y Y^{(R)})$ est la réponse à l'échelle 1 prévue, λ_Y est le facteur de similitude sur la réponse, et $Y^{(R)}$ est la réponse calculée à l'échelle réduite. Ensuite pour l'erreur de prévision, seuls les effets de la variabilité sont étudiés. Pour cela on fixe $\lambda_Y = \overline{Y^{(F)}}/\overline{Y^{(R)}}$. Cela implique une moyenne de η nulle, et un écart type

$$(s_\eta)^2 = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y^{(F)}} s_{Y^{(F)}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y^{(R)}} s_{Y^{(R)}} \right)^2 = \frac{(s_{Y^{(F)}})^2 + \lambda_Y^2 (s_{Y^{(R)}})^2}{(\overline{Y^{(F)}})^2} \quad (4.49)$$

Les facteurs de similitude utilisés sont donnés au tableau 4.23, et les erreurs de prévisions obtenues sont présentées dans le tableau 4.24.

Variable d'intérêt Y	K_s	F_{ms}	u_{ms}
Facteur λ_Y pour l'échelle 1/2	1,97	3,5	1,74
Facteur λ_Y pour l'échelle 1/3	2,96	7,79	2,95

TABLEAU 4.23 – Facteurs de similitude utilisés pour prévoir le comportement monotone de la structure à un niveau

	K_s	F_{ms}	u_{ms}
en utilisant l'échelle 1/2	0,0751	0,0687	0,121
en utilisant l'échelle 1/3	0,0747	0,0634	0,102

TABLEAU 4.24 – Ecart type s_η des erreurs de prévision du comportement monotone de la structure à un niveau

Pour la raideur K_s , on constate que la valeur de s_η pour l'échelle 1/2 est très proche de celle pour l'échelle 1/3. Cela est démontré de la façon suivante. D'après l'équation (4.49), l'écart type s_η peut s'écrire

$$(s_\eta)^2 = \frac{\left(CV_{Y^{(F)}} \overline{Y^{(F)}} \right)^2 + \lambda_Y^2 \left(CV_{Y^{(R)}} \overline{Y^{(R)}} \right)^2}{\left(\overline{Y^{(F)}} \right)^2} = (CV_{Y^{(F)}})^2 + (CV_{Y^{(R)}})^2 \quad (4.50)$$

Autrement dit, s_η dépend seulement du CV de la variable d'intérêt à l'échelle 1 ($CV_{Y^{(F)}}$) et de celui à l'échelle réduite ($CV_{Y^{(R)}}$). Or d'après le tableau 4.19, le CV à l'échelle réduite 1/2 est proche de celui à l'échelle réduite 1/3. C'est pourquoi l'écart type s_η pour l'échelle 1/2 est proche de celui pour l'échelle 1/3.

4.4.4 Comportement dynamique de la structure

La sollicitation dynamique a été définie dans la partie 4.3.1. La réponse étudiée du modèle numérique est l'accélération (absolue) maximale $\ddot{u}_{s,\max}^t$ en haut de la structure. Compte tenu du nombre élevé de simulations, on adopte un modèle élastique linéaire. Les masses et l'amortissement visqueux réduit sont à prendre en compte. La masse volumique des éléments bois est notée ρ_b . Pour la masse additionnelle m_{ad} , le *CV* est pris forfaitairement égal à 1 %. Pour le *CV* de l'amortissement visqueux ζ_v , peu d'informations sont disponibles dans la littérature. Le *CV* finalement retenu est celui de l'amortissement hystérétique, obtenu dans la partie 2.2, soit 10 %. Quant à la sollicitation dynamique, aucune variabilité n'est considérée.

Les influences des paramètres sont montrées à la figure 4.40. Pour les trois échelles, la masse volumique ρ_b (en rouge) est un paramètre non influent.

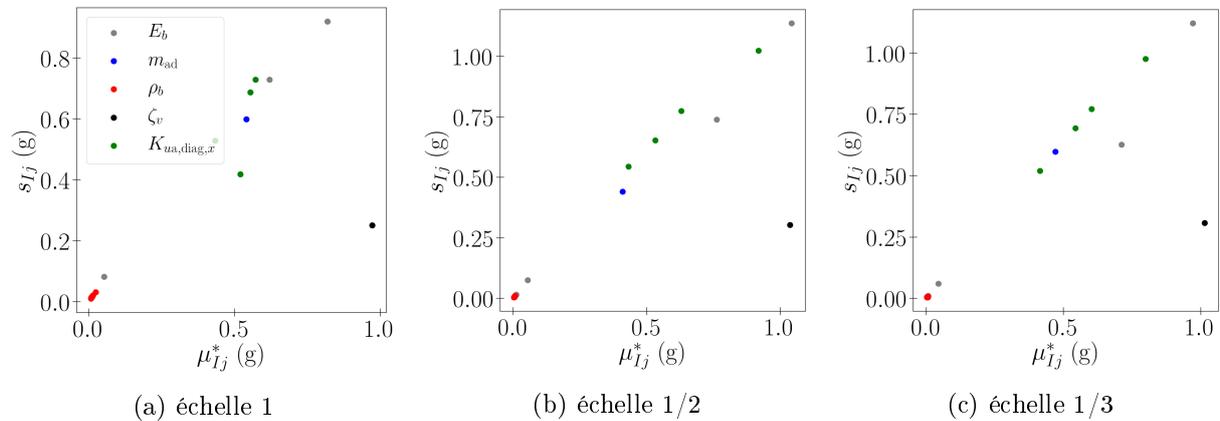


FIGURE 4.40 – Etude de sensibilité de *Morris* sur l'accélération $\ddot{u}_{s,\max}^t$ de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

Dans l'étude probabiliste, la masse additionnelle suit une loi Uniforme. Concernant l'amortissement, peu d'informations sont disponibles dans la littérature. La loi finalement retenue est Lognormale. Un échantillonnage *LHS* de taille $n_e = 1\,000$ est généré. Les moyennes et *CV* de la variable d'intérêt sont donnés dans le tableau 4.25. Les *CV* de $\ddot{u}_{s,\max}^t$ sont proches. Cela est cohérent avec l'équation (4.46) et les *CV* des paramètres influents.

	Moyenne (g)	CV (%)
Echelle 1	4,12	9,35
Echelle 1/2	4,53	7,95
Echelle 1/3	4,59	8,33

TABLEAU 4.25 – Moyennes et *CV* obtenus pour l'accélération $\ddot{u}_{s,\max}^t$ de la structure à un niveau (calculs *Opensees*)

4.4. PRISE EN COMPTE DE L'INCERTAIN DANS LES LOIS DE SIMILITUDE, INFLUENCE DE L'ÉCHELLE DE RÉDUCTION

Enfin on évalue l'erreur de prévision, par les facteurs de similitude, de la réponse $\ddot{u}_{s,\max}^t$. Pour l'échelle 1/2, le facteur de similitude utilisé est $\lambda_Y = 0,93$ et l'écart type de l'erreur de prévision est de $s_\eta = 0,124$. Pour l'échelle 1/3, le facteur de similitude utilisé est $\lambda_Y = 0,91$ et l'écart type de l'erreur de prévision est de $s_\eta = 0,126$. La valeur de s_η pour l'échelle 1/2 est proche de celle pour l'échelle 1/3. Cela est dû au fait que le CV de la variable d'intérêt à l'échelle 1/2 est proche de celui à l'échelle 1/3 (tableau 4.25).

4.4.5 Conclusion

A l'aide de simulations numériques, la propagation de l'incertitude a été étudiée : au niveau de l'assemblage, du comportement monotone de la structure, puis du comportement dynamique. L'influence du changement d'échelle sur la dispersion du comportement a été relevée. Cette influence a pu être montrée analytiquement. Ensuite, pour le comportement statique et dynamique, l'erreur de prévision par les facteurs de similitude a été calculée. Cette erreur est induite par la variabilité des propriétés de la structure et des assemblages. Le seul moyen de réduire l'erreur de prévision est de faire diminuer cette variabilité. Cette étude a permis de montrer que l'erreur dépend peu du choix de l'échelle réduite (1/2 ou 1/3).

Conclusion générale, démarche à suivre, perspectives

L'objectif de cette thèse était de constituer des lois de similitude, qui permettraient d'estimer le comportement mécanique de bâtiments en bois de grande hauteur sur la base d'essais à échelle réduite. Les lois de similitude sont constituées de facteurs de similitude à établir. Ces travaux de thèse ont permis d'élaborer ces facteurs de similitude pour un système de contreventement utilisé dans les bâtiments en bois de grande hauteur à partir d'approches expérimentales, analytiques puis numériques. Pour mieux comprendre les différences entre ces approches, une démarche bi-niveaux a été menée. Ainsi les facteurs ont été établis au niveau des assemblages, puis celui de la structure, vis-à-vis du comportement monotone, cyclique et dynamique.

Les essais monotones et cycliques ont été réalisés aux échelles 1, 1/2, 1/3. Les comportements obtenus présentent une dispersion, du fait de la variabilité des propriétés du bois et des caractéristiques des assemblages. Par conséquent des intervalles de confiance ont été établis sur les propriétés (rigidité, charge ultime...) aussi bien des assemblages que de la structure. Les facteurs de similitude expérimentaux constitués présentent eux aussi une dispersion. Les propriétés dynamiques au niveau de la structure (fréquences propres, modes...) et aux trois échelles ont pu être obtenues grâce à des essais au marteau de choc. Les facteurs de similitude expérimentaux associés ont également pu être établis. Enfin des essais dynamiques sur table vibrante ont été réalisés.

A partir des méthodes analytiques, des facteurs de similitude ont été produits pour des configurations plus générales. Ces méthodes analytiques imposent des relations et des exigences fortes entre les paramètres des assemblages ou de la structure difficilement assurées du fait de contraintes techniques. Deux approches ont été utilisées et comparées, l'analyse dimensionnelle et la méthode STAGE. Au niveau des assemblages, ces deux approches sont plus ou moins équivalentes. En revanche au niveau de la structure, la méthode STAGE a été privilégiée. La comparaison entre les facteurs obtenus analytiquement et ceux expérimentaux montre des différences (pour les assemblages et la structure). Elles sont dues notamment à la variabilité expérimentale, aux distorsions de similarité, et à une méconnaissance ou connaissance partielle de certaines propriétés mécaniques. Les limites des méthodes analytiques sont identifiées.

Compte tenu de ces limites, des modèles numériques ont été établis, aux échelles 1, 1/2, 1/3. Les différences entre les facteurs de similitude numériques et analytiques ont été étudiées, pour différentes configurations. Au niveau de l'assemblage, les écarts obtenus entre le numérique et l'analytique dépendent peu du type de sollicitation (axiale, rotation), des propriétés matérielles et du nombre de broches. Au niveau de la structure, lorsque des distorsions de similarité sont introduites dans les sections et raideurs d'assemblages, l'écart analytique / numérique devient significatif. Concernant le comportement dynamique, des lois de similitude ont été proposées au chapitre 3. Les écarts entre le comportement prévu par les lois de similitude et celui « numérique » sont importants si l'amortissement hystérétique de la structure n'est pas conservé par changement d'échelle. Dans la mesure où les propriétés de la structure et des assemblages sont incertaines et présentent de la variabilité une analyse de la propagation de l'incertitude a été conduite aux deux niveaux (assemblages puis structure). L'influence du changement d'échelle sur la dispersion des comportements a été relevée. Il a été montré que l'erreur de prévision est peu impactée par le choix de l'échelle réduite utilisée (1/2 ou 1/3).

Afin de prévoir le comportement statique ou dynamique d'une structure bois complexe, les résultats présentés dans cette thèse peuvent être utilisés selon la démarche basée sur les lois de similitude, et offrent une alternative aux essais à taille réelle, en suivant la démarche consistant à :

— **Etablir les facteurs de similitude au niveau des assemblages.**

- Pour les raideurs d'assemblages, on obtient les facteurs de la façon suivante : si il y a peu de distorsions de similarité géométriques les méthodes analytiques peuvent être utilisées, dans le cas contraire il convient d'utiliser les coefficients correcteurs de la partie 4.1. Des simulations ou essais complémentaires, aux échelles 1 et réduite, peuvent être utiles.
- Pour les efforts maximaux et l'amortissement des assemblages, ne disposant pas de résultats numériques, les facteurs sont obtenus par extrapolation des résultats expérimentaux de la partie 2.2. Des essais supplémentaires, aux échelles 1 et réduite, peuvent être nécessaires.

— **Etablir les facteurs sur le comportement monotone et cyclique de la structure.**

Les facteurs des assemblages établis à l'étape précédente doivent être considérés. On obtient alors les facteurs sur la structure, de la façon suivante : les méthodes analytiques peuvent être utilisées si il y a peu de distorsions de similarité dans les sections et raideurs d'assemblages, dans le cas contraire il faut déterminer numériquement le facteur sur la raideur de la structure.

— **Etablir les facteurs sur le comportement dynamique de la structure.**

Des facteurs sont définis pour la sollicitation et la réponse dynamique. Pour cela, les facteurs sur le comportement monotone et cyclique, établis à l'étape précédente, doivent être considérés.

— Prévoir le comportement dynamique de la structure à l'échelle 1.

A partir des facteurs de similitude établis au paragraphe précédent, on définit la sollicitation à appliquer sur la structure réduite. On réalise les essais dynamiques sur l'échelle réduite. Puis les facteurs de similitude permettent d'en déduire le comportement dynamique à l'échelle 1. Pour éviter des erreurs de prévision importantes, il est souhaitable que l'amortissement (hystérétique, visqueux,...) soit conservé par changement d'échelle. Des erreurs de prévision peuvent aussi se produire du fait de la variabilité des propriétés de la structure et des assemblages. Néanmoins elles sont peu impactées par le choix de l'échelle réduite utilisée (1/2 ou 1/3).

Il nous semble intéressant à moyen terme que des études complémentaires soient menées. Au niveau de l'assemblage, nous avons étudié les facteurs de similitude sur la force maximale ainsi que l'évolution par changement d'échelle du mode de déformation. Pour cela, des méthodes analytiques et expérimentales ont été employées. La connaissance des effets d'échelle sur la résistance à l'enfoncement du bois devra être améliorée pour mieux comprendre les écarts entre l'analytique et l'expérimental. Concernant la raideur expérimentale des assemblages, elle a été obtenue sur la base d'une seule méthode. Mais il existe plusieurs méthodes pour déterminer la raideur. Elles pourront être étudiées et comparées, en particulier leur impact sur les facteurs de similitude. Pour la raideur des assemblages, des facteurs ont aussi été établis au moyen de modèles numériques. En incluant dans le modèle numérique l'hétérogénéité du bois ainsi que les jeux et des modèles non linéaires matériaux, les différences entre le numérique et l'expérimental pourraient être réduites. Des écarts ont aussi été constatés entre les facteurs de similitude numériques et ceux estimés analytiquement, du fait des distorsions de similarité géométriques. Des coefficients correcteurs ont alors été établis. L'approche analytique pourra être développée afin de réduire les différences entre l'analytique et le numérique. Au niveau de la structure, des modèles numériques ont permis d'évaluer les facteurs de similitude sur le comportement monotone et cyclique. La généralité des résultats numériques pourra être consolidée. Pour la rigidité et l'amortissement d'hystérésis, des essais complémentaires permettront de déterminer si la variabilité expérimentale suffit à expliquer les écarts entre l'expérimental et le numérique. L'influence des conditions aux limites sur le modèle numérique pourra aussi être étudiée davantage. Pour le comportement dynamique de la structure, des lois de similitude ont été constituées. Il s'agira d'y intégrer les jeux constatés expérimentalement (dûs au montage, à l'écrasement local du bois), qui semblent avoir une influence sur le comportement d'après les essais dynamiques (table vibrante, marteau de choc). Ces lois devront également être adaptées pour le cas où l'amortissement (visqueux, hystérétique) n'est pas conservé par changement d'échelle.

Bibliographie

- [AM11a] Bilal M Ayyub and Richard H. McCuen. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*, chapter 12. CRC Press, 3th edition, 2011.
- [AM11b] Bilal M Ayyub and Richard H. McCuen. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*, chapter 3. CRC Press, 3th edition, 2011.
- [AM11c] Bilal M Ayyub and Richard H. McCuen. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*, chapter 9. CRC Press, 3th edition, 2011.
- [AM11d] Bilal M Ayyub and Richard H. McCuen. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*, chapter 5. CRC Press, 3th edition, 2011.
- [AM11e] Bilal M Ayyub and Richard H. McCuen. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*, chapter 6. CRC Press, 3th edition, 2011.
- [Avi01] Peter Avitabile. Experimental modal analysis - a simple non-mathematical presentation. *Sound and Vibration*, 35 :20–31, 01 2001.
- [BB15] Nouredine Bourahla and Anthony Blakeborough. Similitude distortion compensation for a small scale model of a knee braced steel frame. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 8 :481–488, 04 2015.
- [BFG⁺16] Melina Bosco, E. Ferrara, A. Ghersi, Edoardo Marino, and Pier Paolo Rossi. Improvement of the model proposed by menegotto and pinto for steel. *Engineering Structures*, 124 :442–456, 10 2016.
- [BK21] Bruel and Kjaer. Bk connect. <https://bkconnect.bksv.com/fr/>, 2021.
- [Ble00] Laurent Bleron. *Contribution à l'optimisation des performances d'assemblages bois en structure. Analyse de la portance dans les assemblages de type tige*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, 2000.
- [BLL95] J. D. Barrett, F. Lam, and W. Lau. Size effects in visually graded softwood structural lumber. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 7(1) :19–30, 1995.
- [BSH⁺15] Thomas K. Bader, Michael Schweigler, Georg Hochreiner, Erik Serrano, Bertil Enquist, and Michael Dorn. Dowel deformations in multi-dowel lvl-connections under moment loading. *Wood Material Science and Engineering*, 10 :216 – 231, 2015.

- [BWD91] Wilfred E. BAKER, Peter S. WESTINE, and Franklin T. DODGE. *Similarity Methods in Engineering Dynamics : Theory and Practice of Scale Modeling*, volume 12 of *Fundamental Studies in Engineering*, chapter 7, pages 127–160. Elsevier, 1991.
- [CBR16] Cristiano Coutinho, António Baptista, and J. Rodrigues. Reduced scale models based on similitude theory : A review up to 2015. *Engineering Structures*, 119 :81–94, 07 2016.
- [CBR18] Cristiano P. Coutinho, António J. Baptista, and José Dias Rodrigues. Modular approach to structural similitude. *International Journal of Mechanical Sciences*, 135 :294–312, 2018.
- [CEA21] CEA. Cast3m. <http://www-cast3m.cea.fr/>, 2021.
- [CN07] Y. Chui and C. Ni. Load-embedment response of timber to reversed cyclic load. *Wood and Fiber Science*, 29 :148–160, 2007.
- [Cou17] C. Coutinho. *Structural reduced scale models based on similitude theory*. PhD thesis, Faculty of Engineering of the University of Porto, 2017.
- [CPFDR19] Alessandro Casaburo, Giuseppe Petrone, Francesco Franco, and Sergio De Rosa. A review of similitude methods for structural engineering. *Applied Mechanics Reviews*, 71, 2019.
- [Dan87] Guitard Daniel. *Mécanique du matériau bois et composites*, chapter 4. Collection Naba. Cépaduès-Editions, 1987.
- [DRDM94] P. Drazetic, Y. Ravalard, F. Dacheux, and B. Marguet. Applying non-direct similitude technique to the dynamic bending collapse of rectangular section tubes. *International Journal of Impact Engineering*, 15(6) :797–814, 1994.
- [DRFCM16] Sergio De Rosa, Francesco Franco, E. Ciappi, and V. Meruane. Analysis of distorted similitudes for the frequency response of composite plates. *The Journal of Aerospace Science, Technology and Systems*, 95, 01 2016.
- [EC505] EC5. Eurocode 5. design of timber structures. part 1.1 general rules, general rules and rules for buildings, en 1995-1-2., 2005.
- [EF18] Elioth and FCBA. Etude de benchmarking sur l’amortissement des bois de grande hauteur, 2018.
- [ENSA15a] Mo Eydani, Christopher Niezrecki, James Sherwood, and Peter Avitabile. Predicting the vibration response in subcomponent testing of wind turbine blades. volume 6, 02 2015.
- [ENSA15b] Mo Eydani, Christopher Niezrecki, James Sherwood, and Peter Avitabile. Similitude analysis of composite i-beams with application to subcomponent testing of wind turbine blades. 06 2015.
- [ENSA17a] Mo Eydani, C. Niezrecki, James Sherwood, and P. Avitabile. Experimental and theoretical similitude analysis for flexural bending of scaled-down laminated i-beams. *Composite Structures*, 176, 06 2017.

- [ENSA17b] Mo Eydani, Christopher Niezrecki, James Sherwood, and Peter Avitabile. Similitude analysis of thin-walled composite i-beams for subcomponent testing of wind turbine blades. *Wind Engineering*, 41 :297 – 312, 2017.
- [ENSA17c] Mo Eydani, Christopher Niezrecki, James Sherwood, and Peter Avitabile. Vibration prediction of thin-walled composite i-beams using scaled models. *Thin-Walled Structures*, 113 :151–161, 2017.
- [Far00] Angelo Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. 11 2000.
- [FBVSSA19] Sugeily Flores-Bonano, Juan Vargas, Oscar Suárez, and Walter Silva Araya. Tortuosity index based on dynamic mechanical properties of polyimide foam for aerospace applications. *Materials*, 12, 06 2019.
- [FF02a] Bryan Folz and André Filiatrault. *A Computer Program for Cyclic Analysis of Shearwall in Woodframe Structures*, chapter 1. Department of Structural Engineering, University of California, San Diego, 2002.
- [FF02b] Bryan Folz and André Filiatrault. *A Computer Program for Seismic Analysis of Woodframe Buildings*, chapter 1. Report (Structural Systems Research Project). Department of Structural Engineering, University of California, San Diego, 2002.
- [FFR18] Bridget K. Fryer, Robert M. Foster, and Michael H. Ramage. Size effect of large scale timber columns. In *World Conference on Earthquake Engineering*, Seoul, Korea, 2018.
- [Gee05] Sara Geer. Least squares estimation. *Encyclopedia of Statistics in Behavioral Science*, 2, 10 2005.
- [GGG18] Vitaliy Geraschenko, Andrey Grishin, and Nataly Gartung. Approaches for the calculation of rayleigh damping coefficients for a time–history analysis. *Structures Under Shock and Impact XV*, pages 227–237, 06 2018.
- [GJETG18] Hector Guerrero, Tianjian Ji, J. Alberto Escobar, and Amador Teran-Gilmore. Effects of buckling-restrained braces on reinforced concrete precast models subjected to shaking table excitation. *Engineering Structures*, 163 :294–310, 05 2018.
- [GLGQ19] Zhongguo Guan, JianZhong Li, Wei Guo, and Hongya Qu. Design and validation of a shaking-table test model on a long-span cable-stayed bridge with inverted-y-shaped towers. *Engineering Structures*, 201, 2019.
- [GMZ08] Xun Guo, Qingli Meng, and Minzheng Zhang. Nonlinear similitude law used for structural seismic test. In *World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, China, 2008.
- [GSK12] Ivan Glišović, Bosko Stevanovic, and Tatjana Kocetov. Embedment test of wood for dowel-type fasteners. *Wood Research*, 57 :639–650, 01 2012.
- [Gé13] Jean-Michel Génevaux. Dynamique des structures : méthodes approchées, cinématiques; analyse modale; recalage de modèle, July 2013. Lecture.

- [HLL⁺18] Minjuan He, Qi Luo, Zheng Li, Hanlin Dong, and Minghao Li. Seismic performance evaluation of timber-steel hybrid structure through large-scale shaking table tests. *Engineering Structures*, 175 :483–500, 2018.
- [HRS01] Mark Hilburger, Cheryl Rose, Starnes, and James H. Nonlinear analysis and scaling laws for noncircular composite structures subjected to combined loads. 02 2001.
- [Hum12a] Jagmohan L. Humar. *Dynamics of Structures*, chapter 10. Third edition. edition, 2012.
- [Hum12b] Jagmohan L. Humar. *Dynamics of Structures*, chapter 20. Third edition. edition, 2012.
- [IL15] Bertrand Iooss and Paul Lemaître. A review on global sensitivity analysis methods. *arXiv : Statistics Theory*, pages 101–122, 2015.
- [Ioo11] Bertrand Iooss. Revue sur l’analyse de sensibilité globale de modèles numériques. *Journal de la Societe Française de Statistique*, 152(1) :1–23, 2011.
- [Irv13] Tom Irvine. Effective modal mass modal participation factors revision h, 2013.
- [KBFCV12] Georges Kouroussis, Lassaad Ben Fekih, Calogero Conti, and O Verlinden. Easy-mod. <https://hosting.umons.ac.be/html/mecara/EasyMod/index.html>, 2012.
- [KKC04] Nam-Sik Kim, Young-Hak Kwak, and Sung-Pil Chang. Pseudodynamic tests on small-scale steel models using the modified similitude law. In *World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada, 2004.
- [KLC09] Nam-Sik Kim, Jiho Lee, and Sung-Pil Chang. Equivalent multi-phase similitude law for pseudodynamic test on small scale reinforced concrete models. *Engineering Structures*, 31 :834–846, 04 2009.
- [KM81] H. Krawinkler and P. Moncarz. Theory and application of experimental model analysis in earthquake engineering. Technical report, 1981.
- [KT09] Chiu Jen Ku and Yukio Tamura. Rational fraction polynomial method and random decrement technique for force-excited acceleration responses. *Journal of Structural Engineering*, 135(9) :1134–1138, 2009.
- [Lap06] Karine Laplanche. *Etude du comportement au feu des assemblages de structures bois : approche expérimentale et modélisation*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2006.
- [LCM10] Maurice Lemaire, Alaa Chateaufneuf, and Jean-Claude Mitteau. *Structural Reliability*, chapter 4. 1 2010.
- [LFL12] Minghao Li, Ricardo Foschi, and Frank Lam. Modeling hysteretic behavior of wood shear walls with a protocol-independent nail connection algorithm. *Journal of Structural Engineering*, 138 :99–108, 01 2012.
- [LHR05] J. V. D. Lindt, J. Huart, and D. Rosowsky. Strength-based seismic reliability of wood shear walls designed according to af pa/asce 16. *Journal of Structural Engineering*, 131 :1307–1312, 2005.

- [LWZ⁺15] Zhong Luo, You Wang, Yunpeng Zhu, Xueyan Zhao, and Deyou Wang. The similitude design method of thin-walled annular plates and determination of structural size intervals. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 230, 06 2015.
- [LXY⁺19] Sisi Lu, Ping Xu, Kaibo Yan, Shuguang Yao, and Benhuai Li. A force/stiffness equivalence method for the scaled modelling of a high-speed train head car. *Thin-Walled Structures*, 137 :129–142, 2019.
- [LY06] Lam LY. *Développement de modèles analytiques pour la prédiction du comportement élastique des assemblages mécaniques à broches dans la construction en bois*. PhD thesis, Université de Liège, 2006.
- [LYP08] Yulong Li, Zhang Yongkang, and Xue Pu. Study of similarity law for bird impact on structure. *Chinese Journal of Aeronautics*, 21 :512–517, 12 2008.
- [LZZW14] Zhong Luo, Yunpeng Zhu, Xueyan Zhao, and DY Wang. Determination method of dynamic distorted scaling laws and applicable structure size intervals of a rotating thin-wall short cylindrical shell. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 229, 03 2014.
- [LZZW15] Zhong Luo, Yunpeng Zhu, Xueyan Zhao, and De Wang. High-order vibrations' dynamic scaling laws of distorted scaled models of thin-walled short cylindrical shells. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 43, 10 2015.
- [MB86] B. Madsen and A. Buchanan. Size effects in timber explained by a modified weakest link theory. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 13 :218–232, 1986.
- [MK08] Quincy Ma and MH Khan. Free vibration tests of a scale model of the south rangitikei railway bridge. 01 2008.
- [Mor91] Max D. Morris. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics*, 33(2) :161–174, 1991.
- [MZ11] Qing Meng and Min Zhang. Nonlinear performance simulation of rc structures with small-scaled model in earthquake simulation test. *Advanced Materials Research*, 243-249 :3717–3729, 05 2011.
- [NE91] NF-EN-26891. Structures en bois. assemblages réalisés avec des éléments mécaniques de fixation. afnor., 1991.
- [NE00] NF-EN-10020. Définition et classification des nuances d'acier, 2000.
- [NE02] NF-EN-12512. Structures en bois. méthodes d'essai. essais cycliques d'assemblages réalisés par organes mécaniques, 2002.
- [NE03] NF-EN-338. Structural timber. strength classes, 2003.
- [NK17] J.P. Noël and G. Kerschen. Nonlinear system identification in structural dynamics : 10 more years of progress. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 83 :2–35, 2017.

- [NS19] Swaral Naik and Desai Satish. Diagrid building model : Design, fabrication and 1 :75 scale testing for experimental seismic analysis. *Disaster Advances*, 12, 07 2019.
- [OA09] R.E. Oshiro and M. Alves. Scaling of structures subject to impact loads when using a power law constitutive equation. *International Journal of Solids and Structures*, 46(18) :3412–3421, 2009.
- [Par16] Scott A. Pardo. *Empirical Modeling and Data Analysis for Engineers and Applied Scientists*, chapter 15. 2016.
- [PBH12] Miroslav Pastor, Michal Binda, and Tomáš Harčarik. Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48 :543–548, 2012. Modelling of Mechanical and Mechatronics Systems.
- [PC14] Jamin Park and Jae-Yeol Cho. Dynamic analysis using similitude law considering strain distortion. volume 102, pages 285–292, 09 2014.
- [PEE21] PEER. Opensees. <https://opensees.berkeley.edu/>, 2021.
- [PIAL10] Matthieu Petelet, Bertrand Iooss, Olivier Asserin, and Alexandre Loredo. Latin hypercube sampling with inequality constraints. *ASTA Advances in Statistical Analysis*, 94 :325–339, 12 2010.
- [Pit10] J. C. Piter. Size effect on bending strength in sawn timber of fast-growing argentinean eucalyptus grandis. analysis according to the criterion of european standards. *European Journal of Wood and Wood Products*, 70 :17–24, 2010.
- [PRA⁺07] Weichiang Pang, D. Rosowsky, M Asce, Shiling Pei, and John Lindt. Evolutionary parameter hysteretic model for wood shear walls. *Journal of Structural Engineering*, 133, 08 2007.
- [PWR17] Merle C Potter, D. C Wiggert, and Bassem Ramadan. *Mechanics of fluids*, chapter 6. Cengage Learning, fifth edition. edition, 2017.
- [Raj09] S. Rajasekaran. *Structural Dynamics of Earthquake Engineering*, chapter 10. 2009.
- [RdLEO⁺93] Frédéric Rouger, Christian de Lafond, Amel El Ouadrani, Jean-Denis Lanvin, Saoum Thao, and Rémy Cholat. Etude sapin - epicea france entière. Technical report, Centre Technique du Bois et de l’Ameublement, 1993.
- [Ros02] David Rosowsky. Reliability-based seismic design of wood shear walls. *Journal of Structural Engineering*, 128, 11 2002.
- [RS95] Jalil Rezaeepazhand and George John Simitzes. Use of scaled-down models for predicting vibration response of laminated plates. *Composite Structures*, 30(4) :419–426, 1995.
- [SBH18] Michael Schweigler, Thomas Bader, and Georg Hochreiner. Engineering modeling of semi-rigid joints with dowel-type fasteners for nonlinear analysis of timber structures. *Engineering Structures*, 171, 09 2018.

- [SEC⁺19] Yann Sousseau, Sidi Mohammed Elachachi, Myriam Chaplain, Thomas Catterou, and Patrice Garcia. Lois de similitude et modélisation du comportement mécanique des bâtiments bois multi-niveaux. In *Rencontres Universitaires de Génie Civil*, Nice, France, 19-21 Juin 2019.
- [SEC⁺20] Yann Sousseau, Sidi Mohammed Elachachi, Myriam Chaplain, Thomas Catterou, Carole Faye, and Patrice Garcia. Application des lois de similitude à la caractérisation expérimentale et numérique du comportement des assemblages de bâtiments bois. *Academic Journal of Civil Engineering*, 38 :153–156, 2020.
- [SEC⁺21] Yann Sousseau, Sidi Mohammed Elachachi, Myriam Chaplain, Thomas Catterou, Carole Faye, and Patrice Garcia. Characterisation of timber connection behaviour from reduced scaled experiments based on similitude laws. In *World Conference Timber Engineering*, Santiago, Chile, 9-12 Août 2021.
- [SG18] Carmen Sandhaas and Rainer Görlacher. Analysis of nail properties for joint design. *Engineering Structures*, 173 :231–240, 2018.
- [SJML09] Cristóvão L. Santos, Abílio M.P. De Jesus, José J.L. Morais, and José L.P.C. Lousada. Quasi-static mechanical behaviour of a double-shear single dowel wood connection. *Construction and Building Materials*, 23 :171–182, 01 2009.
- [Sou21] Yann Sousseau. Caractérisation des propriétés mécaniques de systèmes constructifs bois pour essais à échelle réduite- lois de similitude. *Academic Journal of Civil Engineering*, 39 :277–284, 2021.
- [SR93a] G.J. Simitses and J. Rezaeepazhand. Structural similitude and design of scaled down laminated models. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1993.
- [SR93b] G.J. Simitses and J. Rezaeepazhand. Structural similitude for laminated structures. *Composites Engineering*, 3(7) :751–765, 1993. Use of Composites in Aircraft.
- [SR99] Brian J. Schwarz and Mark H. Richardson. Experimental modal analysis. In *CSI Reliability Week*, 1999.
- [SRA⁺08a] Andrea Saltelli, M. Ratto, Terry Andres, Francesca Campolongo, Jessica Cariboni, Debora Gatelli, Michaela Saisana, and Stefano Tarantola. *Global sensitivity analysis : the primer*, chapter 2. John Wiley, 2008.
- [SRA⁺08b] Andrea Saltelli, M. Ratto, Terry Andres, Francesca Campolongo, Jessica Cariboni, Debora Gatelli, Michaela Saisana, and Stefano Tarantola. *Global sensitivity analysis : the primer*, chapter 3. John Wiley, 2008.
- [TJN08] Shahab Torkamani, A.A. Jafari, and Mohammad Navazi. Scaled down models for free vibration analysis of orthogonally stiffened cylindrical shells using similitude theory. volume 2, pages 3458–3469, 01 2008.

- [Ves73] André Vessereau. Intervalles de confiance et tests dans le cas de changement de variable cas de la loi log-normale. *Revue de Statistique Appliquée*, 21(1) :59–66, 1973.
- [Vro97] Ton Vrouwenvelder. The jess probabilistic model code. *Structural Safety*, 19(3) :245–251, 1997. Devoted to the work of the Joint Committee on Structural Safety.
- [Wis68] J. W. Wissmann. Dynamic stability of space vehicles. Technical report, National Aeronautics and Space Administration, 1968.
- [WYSS19] Di Wu, Y. Yamazaki, Sayoko Sawada, and Hiroyasu Sakata. Experiment-based numerical simulation of hybrid structure consisting of wooden frame and rigid core. *Engineering Structures*, 182 :473–486, 2019.
- [Xu09] Bohan Xu. *Modélisation du comportement mécanique d’assemblages bois avec prise en compte de critères de rupture*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2009.
- [XX18] Jianyang Xue and Dan Xu. Shake table tests on the traditional column-and-tie timber structures. *Engineering Structures*, 175 :847–860, 2018.
- [YWZS10] Haifeng Yu, Zhang Wenyan, Yaochun Zhang, and Yusong Sun. Shaking table test and numerical analysis of a 1 :12 scale model of a special concentrically braced steel frame with pinned connections. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 9 :51–63, 2010.
- [ZLG⁺19] Wendi Zhang, Zhong Luo, Xiao Ge, Yong Zhang, and Si Guo. Determination method of scaling laws based on least square method and applied to rectangular thin plates and rotor-bearing systems. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, pages 1–25, 09 2019.
- [ZM16] Filip Zdraveski and Hristijan Mickoski. Application of similitude laws for experimental investigations of dynamic properties of tall prototype steel structure. *International Journal of Engineering*, 2016.
- [Zoh15] Bahman Zohuri. *Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists*, chapter 2, pages 93–193. 2015.
- [ZRhJ16] Y. Zhong, H. Ren, and Ze hui Jiang. Experimental and statistical evaluation of the size effect on the bending strength of dimension lumber of northeast china larch. *Materials*, 9, 2016.
- [ZTLS15] X-Y Zhang, Mirjam Trame, Larry Lesko, and Stephan Schmidt. Sobol sensitivity analysis : A tool to guide the development and evaluation of systems pharmacology models. *CPT : Pharmacometrics Systems Pharmacology*, 4, 02 2015.

Annexes

Annexe A

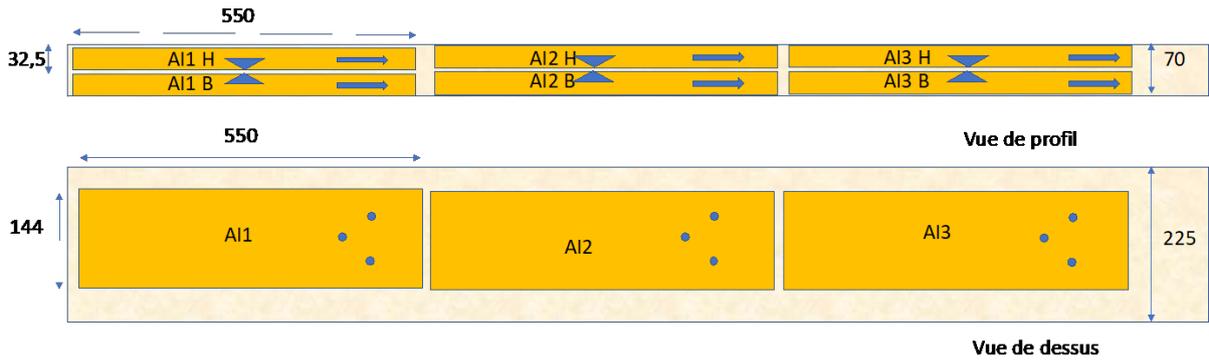
Expérimental

A.1 Dénomination des éprouvettes pour les essais sur assemblages

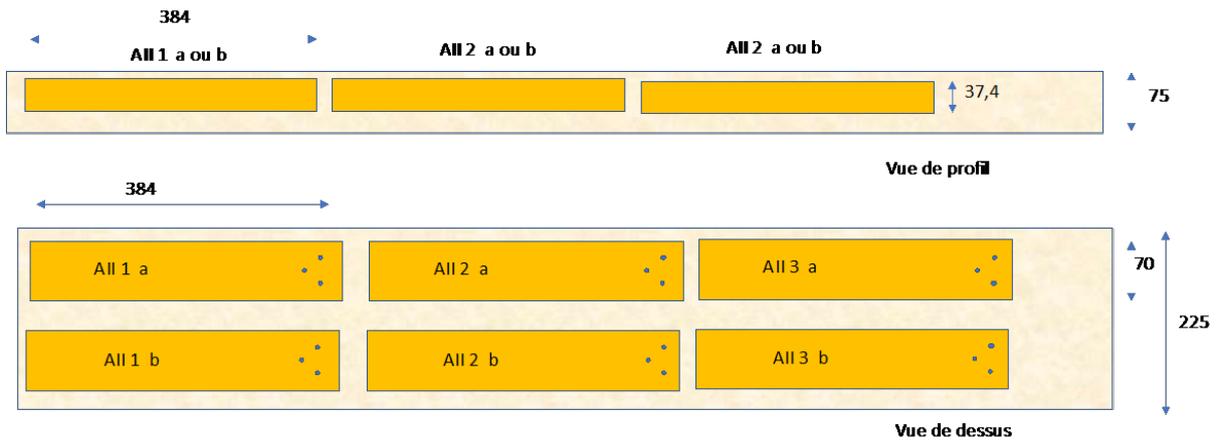
Les éprouvettes sont nommées selon leur position dans la poutre mère (figure *C.3*). Plus particulièrement, les noms d'éprouvettes sont constitués des notations suivantes (dans l'ordre) :

- une lettre majuscule désignant la poutre mère,
- un chiffre romain indiquant l'échelle (1, 1/2 ou 1/3),
- un chiffre arabe précisant la position de l'éprouvette dans la poutre mère, suivant la longueur,
- une lettre minuscule, « a », « b », « c » ou « d », indiquant la position de l'éprouvette, suivant la largeur (pour les échelles 1/2 et 1/3),
- une lettre minuscule, « i » ou « s », indiquant la position de l'éprouvette, suivant l'épaisseur (pour l'échelle 1/3).

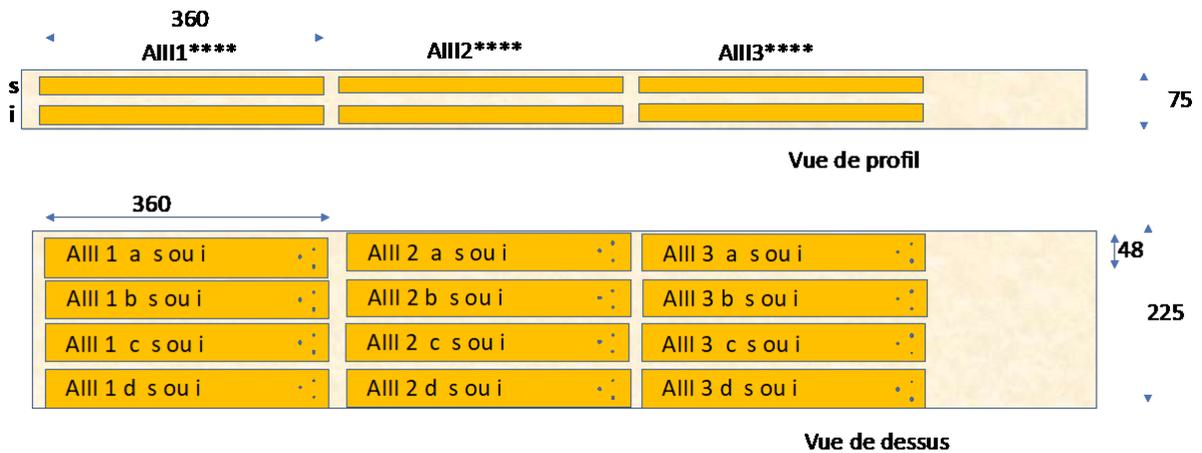
A.2. PROFILS DE RUPTURE DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES



(a) échelle 1



(b) échelle 1/2



(c) échelle 1/3

FIGURE A.1 – Plan de découpe des éprouvettes pour les essais sur assemblages

A.2 Profils de rupture des essais monotones et cycliques

A.2.1 Assemblages

Pour les essais cycliques sur assemblages, à l'échelle 1, les profils de rupture sont présentés au tableau A.1.

Eprouvette	Mode déformation
<i>AI2</i>	1
<i>AI5a</i>	2
<i>AI5b</i>	
<i>CI1</i>	1
<i>CI3</i>	2
<i>DI2</i>	1
<i>DI3</i>	2
<i>EI1</i>	
<i>MI5</i>	
<i>BI2</i>	
<i>MI4</i>	

TABLEAU A.1 – Profils de rupture des essais cycliques axiaux sur assemblages, échelle 1

A.2.2 Structure

Pour les essais monotones sur la structure à un niveau, les profils de rupture sont présentés aux tableaux A.2 à A.4.



(a) éprouvette 1 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de poteau



(b) éprouvette 1 : rupture de bloc en pied de diagonale

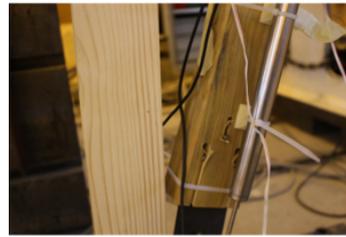


(c) éprouvette 2 : rupture par traction perpendiculaire au fil en tête des diagonales



(d) éprouvette 3 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de diagonale

FIGURE A.2 – Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1



(a) éprouvette 1 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de diagonale

(b) éprouvette 2 : rupture par traction perpendiculaire au fil en pied de diagonale

FIGURE A.3 – Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2



(a) éprouvette 1 : flexion hors plan de la pièce métallique en pied de diagonale

(b) éprouvette 2 : flexion hors plan de la pièce métallique en pied de diagonale

FIGURE A.4 – Profils de rupture des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3

A.3 Variables d'intérêt des essais monotones et cycliques

A.3.1 Valeurs par éprouvette

A.3.1.1 Assemblages

Pour les essais sur assemblages, les variables d'intérêt et paramètres *Saws* sont donnés dans les tableaux A.2 à A.7, et sur la figure A.5.

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES

		K_{ua} (kN/mm)	F_{ma} (kN)	u_{ma} (mm)	$u_{lim,a}$ (mm)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
Eprouvette	Testée en						
<i>BI4</i>	Traction	72,7	66,7	11,4	13,3	0,905	-3,44
<i>DI1</i>	Traction	80,4	73,6	9,67	12,5	0,879	-1,32
<i>DI5</i>	Traction	89,5	69,2	9,78	14,6	0,915	-18
<i>MI1</i>	Traction	78,1	81,2	9	14	0,887	-21,6
<i>EI6</i>	Traction	94,9	68,6	10,4	16,4	0,893	-7,01
<i>AI1</i>	Compression	68,2	61,7	9,4	18,4	0,925	-9,62
<i>BI3</i>	Compression	77,2	67,2	11,1	15,3	0,892	-7,68
<i>DI4</i>	Compression	86,1	67,7	8,27	10,2	0,904	-8,19
Moyenne		80,9	69,5	9,87	14,3	0,9	-9,61
CV (%)		11	8	11	17	2	72

TABLEAU A.2 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1

		K_{ua} (kN/mm)	F_{ma} (kN)	u_{ma} (mm)	$u_{lim,a}$ (mm)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
Eprouvette	Testée en						
<i>CII1a</i>	Traction	32,8	19,1	3,94	8,28	0,999	-9,71
<i>CII2a</i>	Traction	50,5	19,7	5,14	9,24	0,965	-6,48
<i>DII2a</i>	Traction	37,6	18,6	6,11	10,3	0,936	-10,3
<i>DII3a</i>	Traction	40,3	19	6,43	12,1	0,9	-6,67
<i>BII2a</i>	Traction	37,3	18,2	5,53	9,49	0,948	-9,26
<i>BII2b</i>	Traction	37,4	18	4,18	8,88	0,978	-8,13
<i>MII1a</i>	Traction	26,8	20,9	6,49	9,98	0,999	-16,8
<i>MII3b</i>	Traction	54,3	21,7	6,24	9,93	0,896	-5,75
<i>MII1b</i>	Compression	46,5	21,7	6,78	9,42	0,87	-4,91
Moyenne		40,4	19,7	5,65	9,74	0,943	-8,66
CV (%)		21	7	18	11	5	41

TABLEAU A.3 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/2

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES

		K_{ua} (kN/mm)	F_{ma} (kN)	u_{ma} (mm)	$u_{lim,a}$ (mm)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
Eprouvette	Testée en						
<i>BIII1as</i>	Traction	10,4	7,81	2,87	5,01	0,999	-32,6
<i>BIII1ds</i>	Traction	9,62	8,16	3,26	5,15	0,999	-40,1
<i>CIII1bi</i>	Traction	21,1	9,39	3,24	5,03	0,999	-11,9
<i>CIII1ci</i>	Traction	21	8,97	3,73	5,22	0,936	-19,5
<i>MIII1ai</i>	Traction	14,8	8,98	3,13	6,13	0,999	-15,7
<i>MIII1di</i>	Traction	23,4	9,03	3,4	7,05	0,999	-7,94
<i>MIII1ds</i>	Traction	27	8,77	2,97	5,49	0,992	-12
<i>AIII1bi</i>	Compression	25,2	9,3	3,43	6,37	0,999	-11,4
<i>DIII1ai</i>	Compression	15,8	9,41	3,26	5,23	0,999	-17,7
<i>MIII1bs</i>	Compression	20,1	8,85	4,28	6,43	0,966	-11,2
Moyenne		18,8	8,87	3,36	5,71	0,989	-18
CV (%)		32	6	12	13	2	58

TABLEAU A.4 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones axiaux sur assemblages, échelle 1/3

		$K_{\theta a}$ (Nm/degrés)	M_{ma} (Nm)	θ_{ma} (degrés)	$\theta_{lim,a}$ (degrés)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
Eprouvette							
<i>EI2</i>		2458	2293	6,86	6,93	0,821	-19,8
<i>EI3</i>		2155	2516	10,7	10,7	0,808	-115
<i>EI4</i>		1729	2558	8,77	8,78	0,901	-1,57e + 03
<i>EI5</i>		2348	2690	10,5	12,1	0,817	-15,9
<i>FI1</i>		1555	2340	9,16	9,33	0,888	-133
<i>FI4</i>		1287	1982	11,6	11,8	0,929	-155
<i>FI6</i>		800,2	2231	7,24	7,29	0,999	582
<i>MI2</i>		1219	2666	10,6	10,9	0,999	-3,44
Moyenne		1694	2409	9,42	9,74	0,895	-73,8
CV (%)		35	10	18	20	9	92

TABLEAU A.5 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES

	$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	M_{ma} (Nm)	θ_{ma} (deg)	$\theta_{lim,a}$ (deg)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
Eprouvette						
<i>BII4b</i>	297,7	406,2	11,3	11,4	0,658	-312
<i>BII3a</i>	176,4	374,4	16,2	17,7	0,866	-30,7
<i>AII1a</i>	124,7	327,3	7,31	9,83	0,999	-31,4
<i>BII1a</i>	209,4	404,7	14,3	15,3	0,754	-141
<i>CII3a</i>	130,2	454,5	23,5	23,5	0,752	-232
<i>CII4c</i>	224,1	422,6	18	18,8	0,762	-98
<i>CII5b</i>	246	487,5	18,3	18,3	0,653	-7,05e + 03
<i>DII1a</i>	239,2	401,7	15,3	19	0,783	-16,3
<i>DII1b</i>	281,8	387,4	13,3	13,4	0,761	-2,17e + 03
<i>MII2a</i>	143,9	434,5	10,5	10,8	0,999	-21,6
<i>MII2b</i>	214,7	503,3	18,7	20,1	0,703	-26,3
<i>MII3a</i>	207	467,8	12,4	15,3	0,809	-43,2
<i>MII4a</i>	151,2	471,5	19,7	19,8	0,885	-31,4
Moyenne	203,6	426,4	15,3	16,4	0,799	-89,5
CV (%)	27	12	29	25	14	111

TABLEAU A.6 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/2

	$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	M_{ma} (Nm)	θ_{ma} (deg)	$\theta_{lim,a}$ (deg)	r_f (-)	r_2 (10^{-3})
Eprouvette						
<i>AIII1ci</i>	49,45	157,9	24,8	25,1	0,5	-327
<i>AIII1cs</i>	55,92	153,7	13,4	15,3	0,88	-73,9
<i>AIII1di</i>	54,27	136,7	17	18,3	0,81	-65,7
<i>AIII1ds</i>	76,9	127,4	14,3	16,6	0,852	-10,6
<i>BIII1ai</i>	73,56	101,1	9,96	17,2	0,794	-2,6
<i>BIII1bs</i>	44,69	120,6	17,5	17,8	0,719	-535
<i>BIII1ci</i>	58,12	129,4	17,3	17,4	0,821	1,9e + 03
<i>BIII1cs</i>	40,77	105,7	13	13,1	0,712	-1,95e + 03
<i>DIII1as</i>	61,48	137,1	18,1	23,3	0,774	-14,7
<i>DIII1ci</i>	47,14	124,4	10,2	10,5	0,999	-264
<i>DIII1cs</i>	104,9	138,2	14,2	15,1	0,749	-23,8
<i>MIII1cs</i>	70,49	112,2	9,66	13,3	0,999	-9,68
<i>DIII1bi 1</i>	52,43	93,43	3,75	6,12	0,999	-22,2
<i>DIII1bi 2</i>	71,99	137,4	13,7	13,8	0,843	-298
<i>DIII1bs 1</i>	79,02	117,9	9,24	9,34	0,999	-588
<i>DIII1bs 2</i>	93,84	117,1	8,77	8,78	0,975	-1,26e + 04
Moyenne	64,68	125,6	13,4	15,1	0,839	-172
CV (%)	28	14	37	33	16	122

TABLEAU A.7 – Variables d'intérêt et paramètres *Saws* des essais monotones de rotation sur assemblages, échelle 1/3

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES

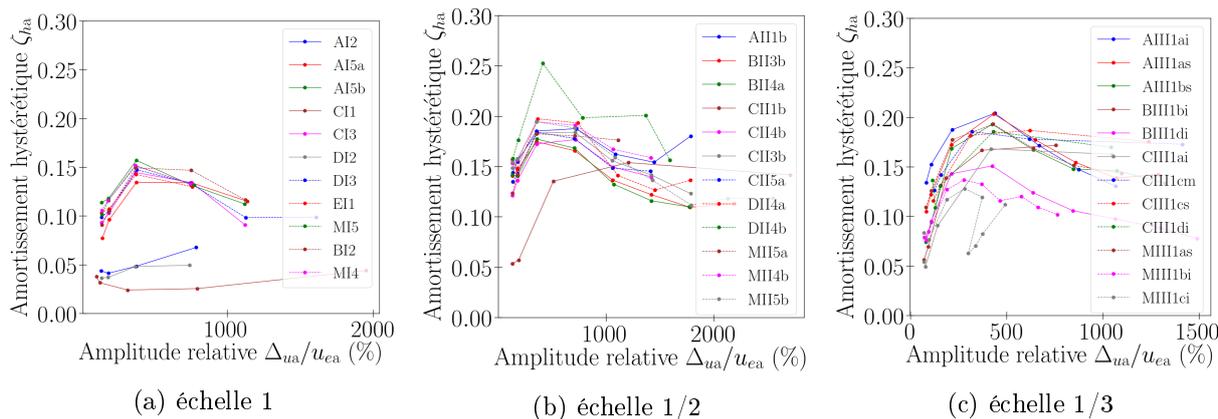


FIGURE A.5 – Amortissement hystérique des essais cycliques axiaux sur assemblages

A.3.1.2 Structure

Pour les essais sur la structure, les variables d'intérêt sont données dans les tableaux A.8 à A.12, et sur la figure A.6.

	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
Eprouvette			
1	1,35	36,5	57
2	1,31	37,2	54,6
3	1,22	33,3	58,7
Moyenne	1,29	35,7	56,8
CV (%)	5	6	4

TABLEAU A.8 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1

	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
Eprouvette			
1	0,716	9,7	22,9
2	0,608	11,1	30,5
3	0,574	9,82	38,1
Moyenne	0,632	10,2	30,5
CV (%)	12	7	25

TABLEAU A.9 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/2

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES

	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
Eprouvette			
1	0,408	3,51	22,6
2	0,379	4,21	37,6
3	0,343	4,75	41,8
Moyenne	0,377	4,16	34
CV (%)	9	15	30

TABLEAU A.10 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à un niveau, échelle 1/3

	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
Eprouvette			
1	0,213	8,51	66,8
2	0,236	7,63	45,5
3	0,286	9,94	95,5
Moyenne	0,245	8,69	69,2
CV (%)	15	13	36

TABLEAU A.11 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/2

	K_s (kN/mm)	F_{ms} (kN)	u_{ms} (mm)
Eprouvette			
1	0,34	4,04	26,2
2	0,224	2,72	17,9
3	0,198	3,83	26,6
Moyenne	0,254	3,53	23,5
CV (%)	30	20	21

TABLEAU A.12 – Variables d'intérêt des essais monotones sur la structure à deux niveaux, échelle 1/3

A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES

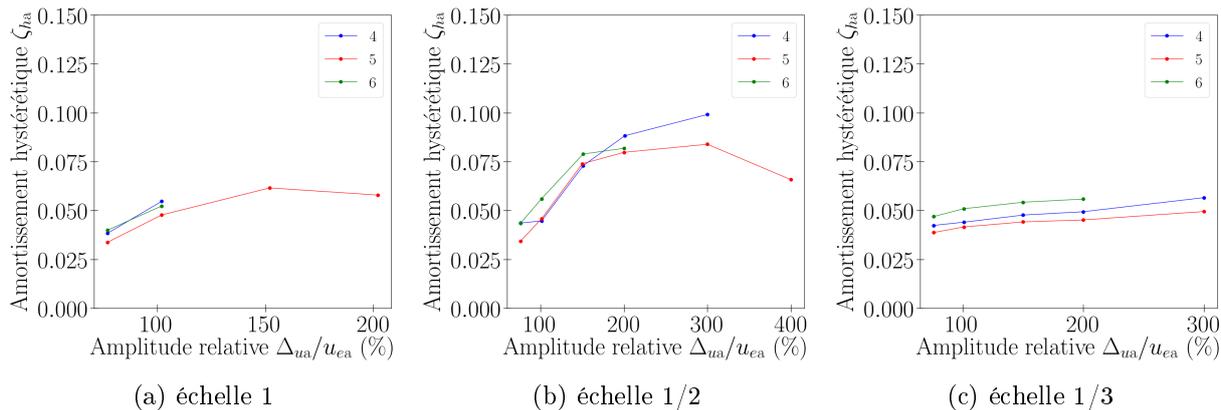
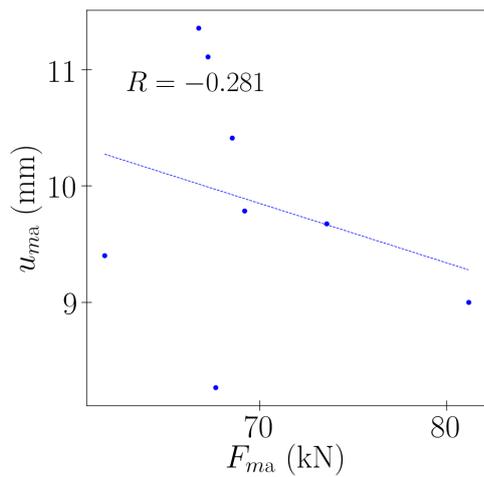


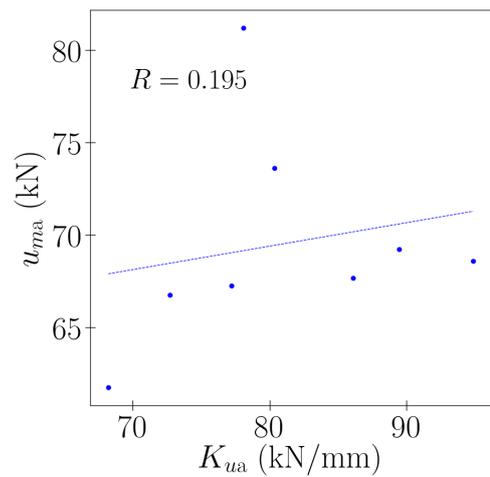
FIGURE A.6 – Amortissement hystérétique des essais cycliques sur la structure à un niveau

A.3.2 Corrélation entre les variables d'intérêt et les propriétés physiques

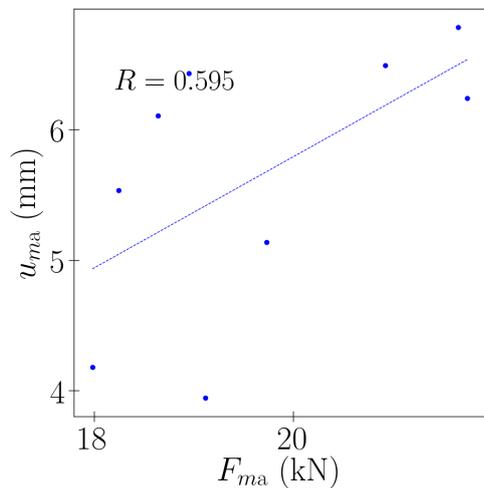
La corrélation entre la masse volumique du bois et les variables d'intérêt des essais sur assemblages est illustrée aux figures A.7 et A.8.



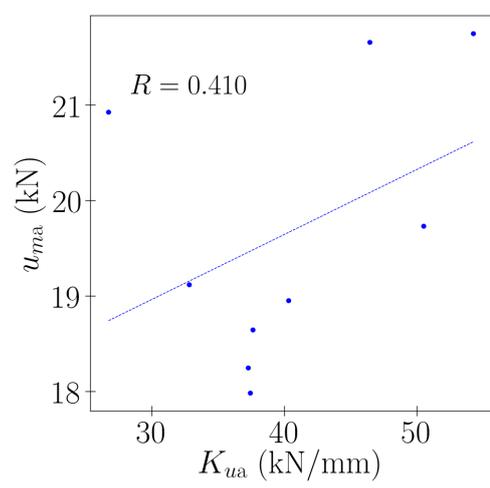
(a) u_{ma} et F_{ma} , échelle 1



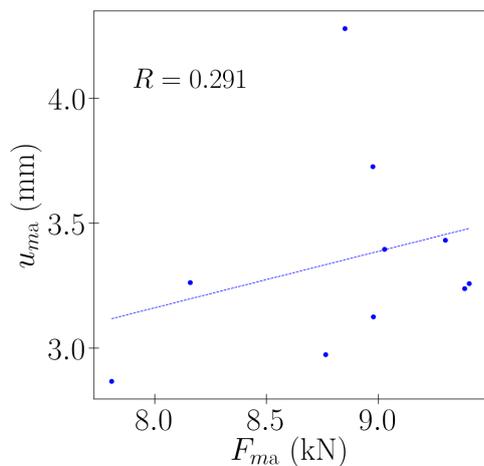
(b) u_{ma} et K_{ua} , échelle 1



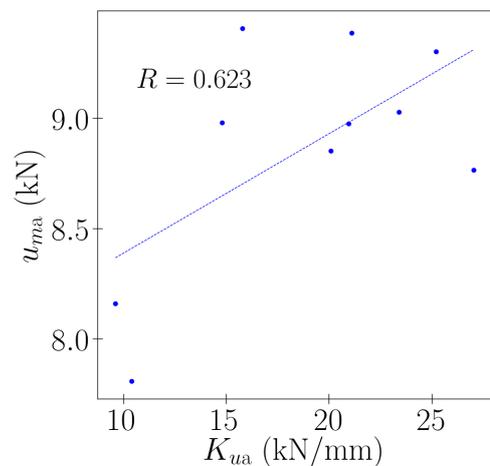
(c) u_{ma} et F_{ma} , échelle 1/2



(d) u_{ma} et K_{ua} , échelle 1/2



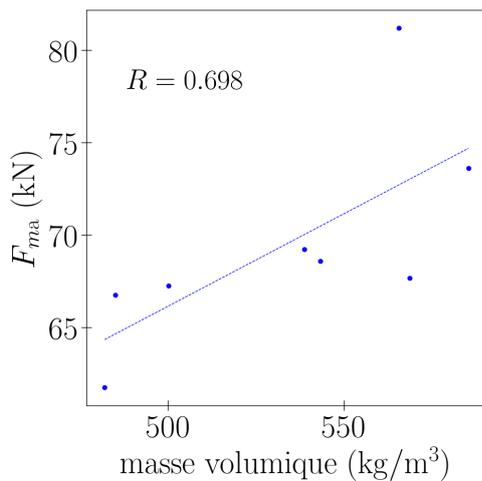
(e) u_{ma} et F_{ma} , échelle 1/3



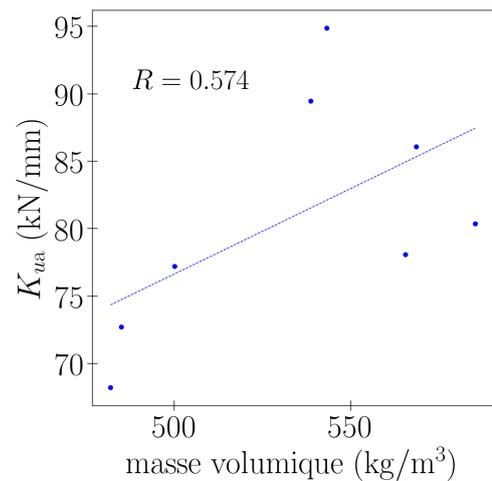
(f) u_{ma} et K_{ua} , échelle 1/3

FIGURE A.7 – Coefficient de corrélation R entre les variables d'intérêt des essais sur assemblages

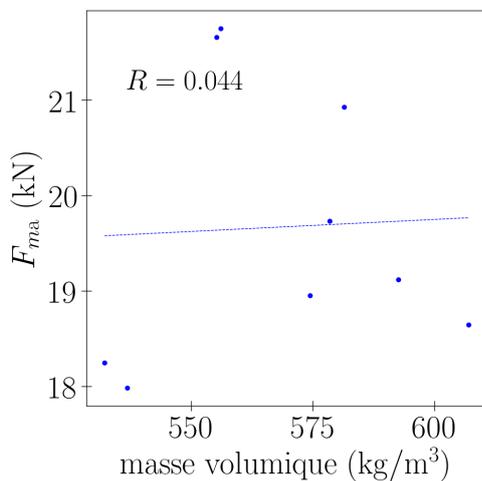
A.3. VARIABLES D'INTÉRÊT DES ESSAIS MONOTONES ET CYCLIQUES



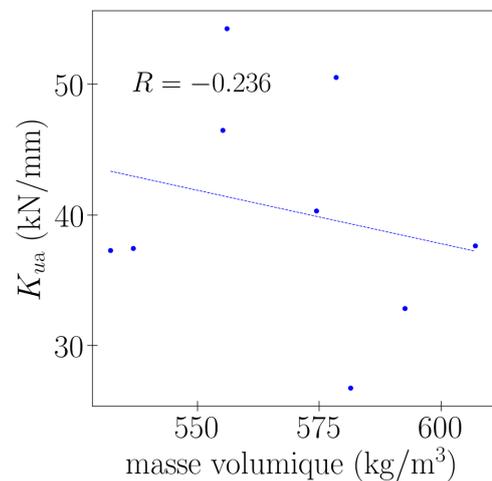
(a) masse volumique et F_{ma} , échelle 1



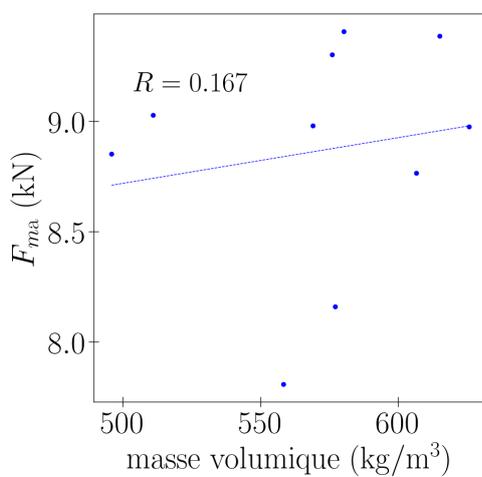
(b) masse volumique et K_{ua} , échelle 1



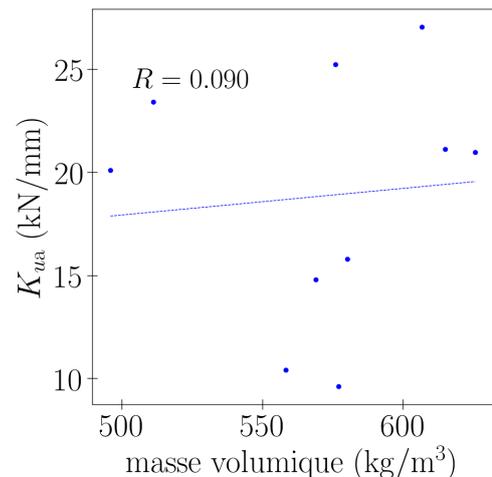
(c) masse volumique et F_{ma} , échelle 1/2



(d) masse volumique et K_{ua} , échelle 1/2



(e) masse volumique et F_{ma} , échelle 1/3

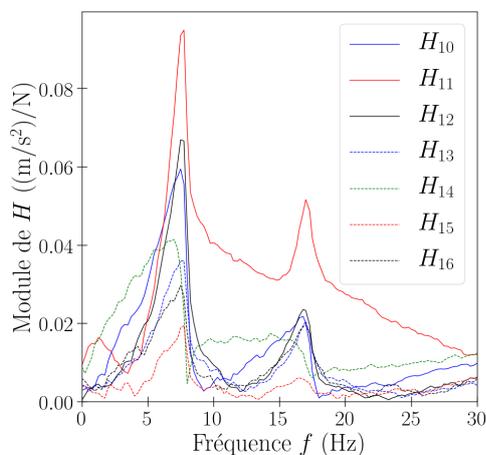


(f) masse volumique et K_{ua} , échelle 1/3

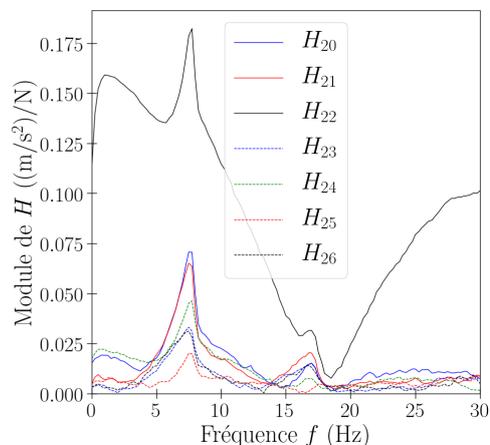
FIGURE A.8 – Coefficient de corrélation R entre la masse volumique du bois et les variables d'intérêt des essais sur assemblages

A.4 Analyse modale expérimentale

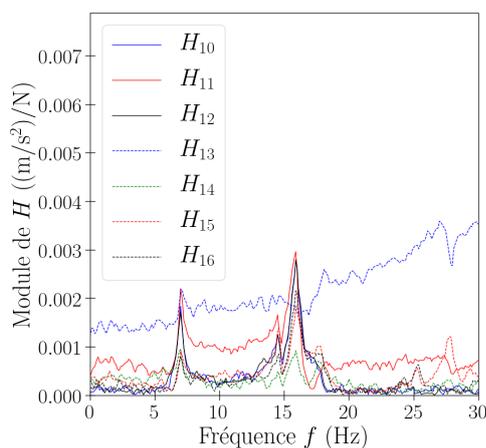
Les fonctions de transfert obtenues expérimentalement sont présentées aux figures A.9 à A.11.



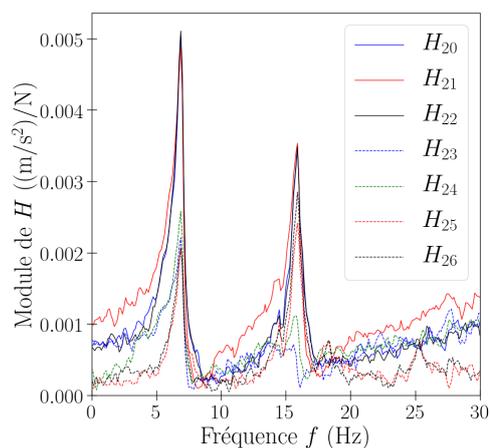
(a) éprouvette 7, impact en 1



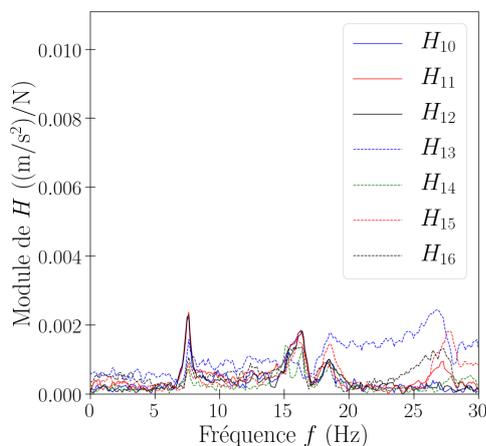
(b) éprouvette 7, impact en 2



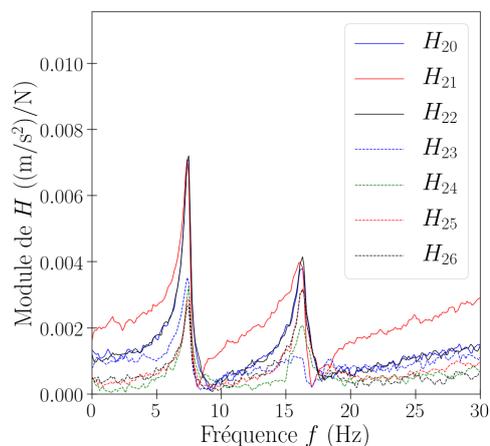
(c) éprouvette 8, impact en 1



(d) éprouvette 8, impact en 2

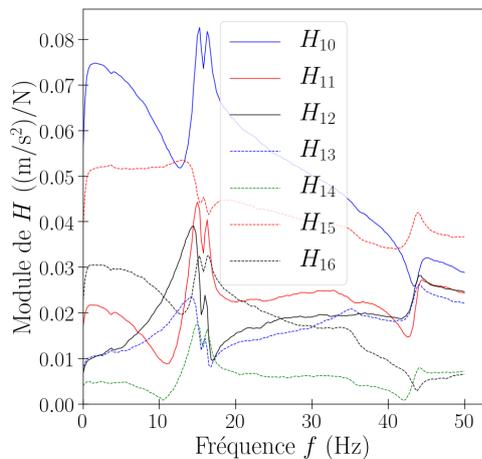


(e) éprouvette 9, impact en 1

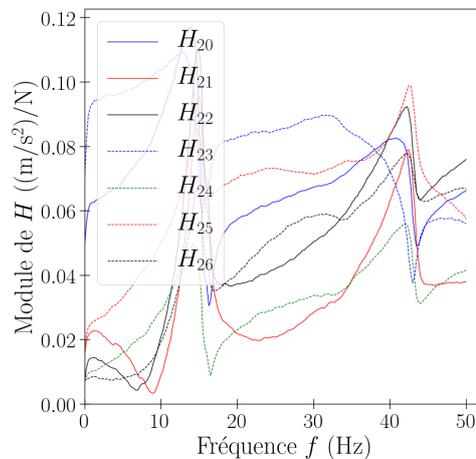


(f) éprouvette 9, impact en 2

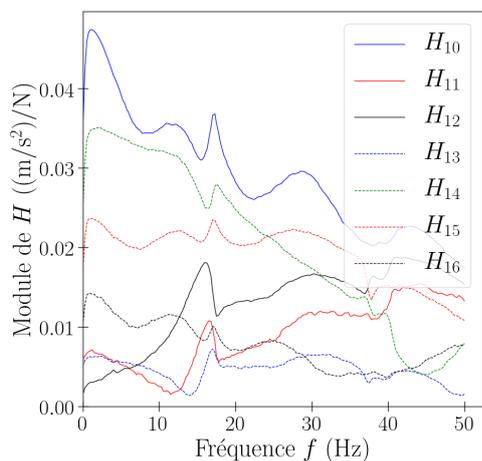
FIGURE A.9 – Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, échelle 1



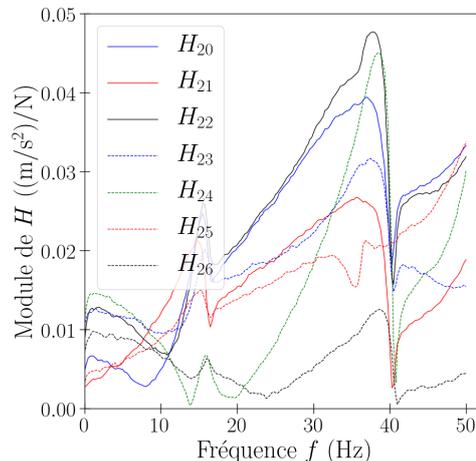
(a) éprouvette 7, impact en 1



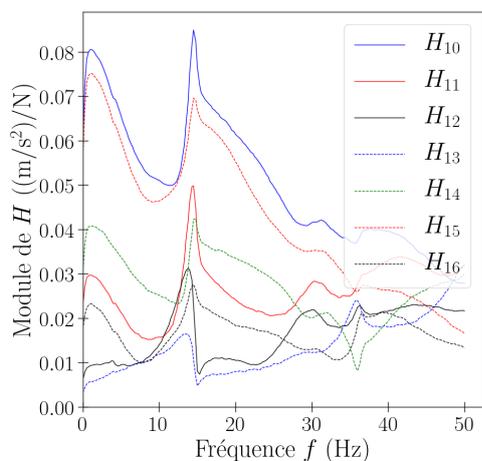
(b) éprouvette 7, impact en 2



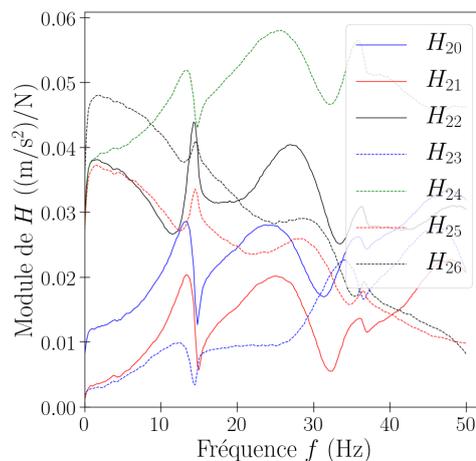
(c) éprouvette 8, impact en 1



(d) éprouvette 8, impact en 2

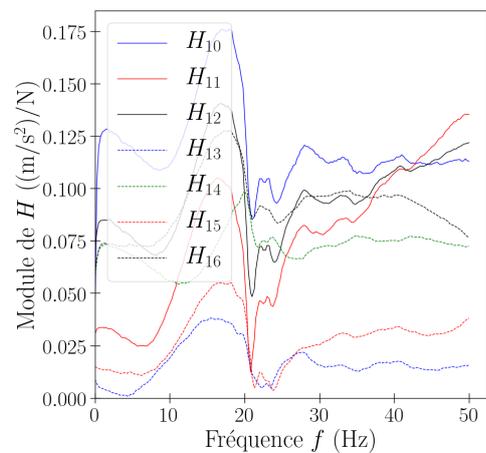


(e) éprouvette 9, impact en 1

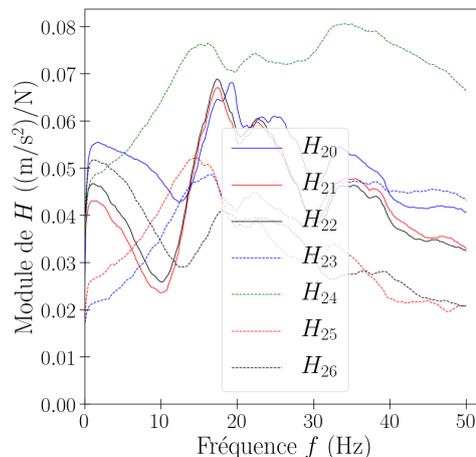


(f) éprouvette 9, impact en 2

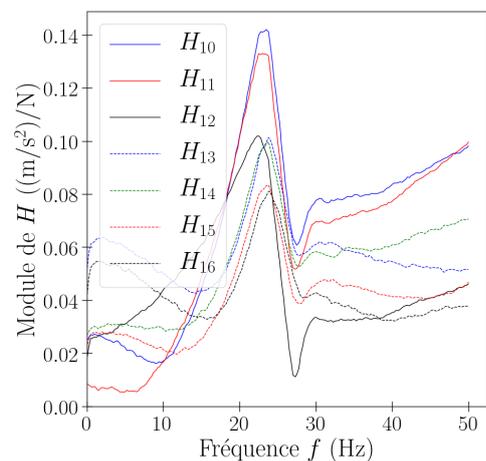
FIGURE A.10 – Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, échelle 1/2



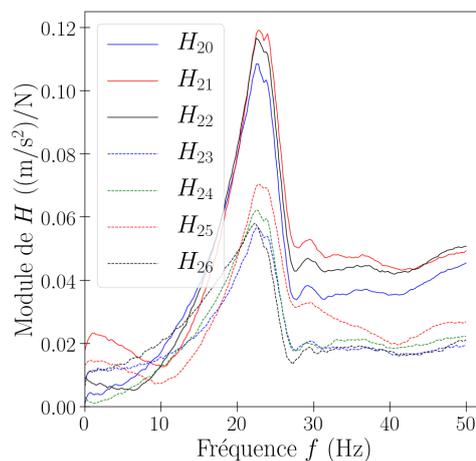
(a) éprouvette 7, impact en 1



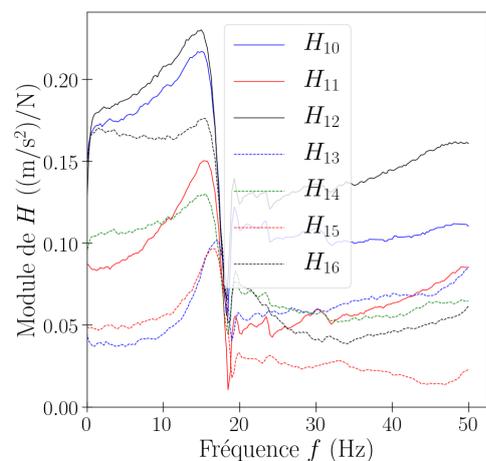
(b) éprouvette 7, impact en 2



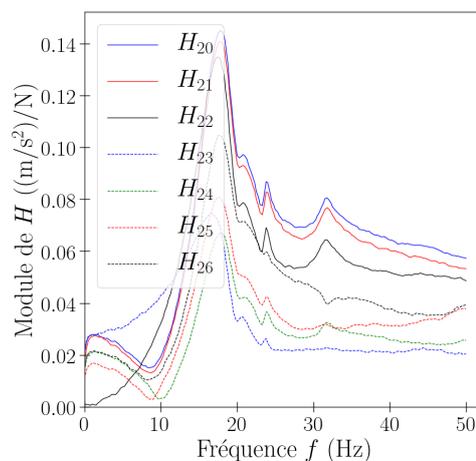
(c) éprouvette 8, impact en 1



(d) éprouvette 8, impact en 2



(e) éprouvette 9, impact en 1



(f) éprouvette 9, impact en 2

FIGURE A.11 – Essais au marteau de choc, module des fonctions de transfert, échelle 1/3

Annexe B

Constitution des facteurs de similitude sur les raideurs d'assemblages, par la méthode STAGE

Pour les raideurs d'assemblages, les facteurs de similitude sont établis par la méthode *STAGE*. Les broches (figure *B.1a*) sont considérées selon le modèle simplifié de la figure *B.1b*. Ce type de modèle, initialement développé dans la littérature pour des assemblages bois / bois [LY06, Xu09, Ble00], est utilisé ici pour des assemblages bois / métal. Notons que la différence ne réside que dans le matériau de la pièce centrale. Dans ce modèle, la broche est une poutre d'*Euler Bernoulli*. Cela revient à considérer que la broche a un élanement important. L'interaction broche / bois est représentée par un appui continu de raideur k_b (en (N/m)/m) entre la broche et le bois (immobile). De même l'interaction broche / plaque est représentée par un appui continu de raideur k_a (en (N/m)/m) entre la broche et la plaque. La plaque est représentée par une barre infiniment rigide sur laquelle s'exerce une force F_{br} . Un repère local (O_b, x_b) est utilisé au niveau du bois, de même un repère (O_a, x_a) est adopté au niveau de la plaque. L'enfoncement de la broche dans le bois est noté u_b , et la rotation est $\theta_b = \partial u_b / \partial x_b$. De même l'enfoncement de la broche dans la plaque est noté u_a , et la rotation est $\theta_a = \partial u_a / \partial x_a$.

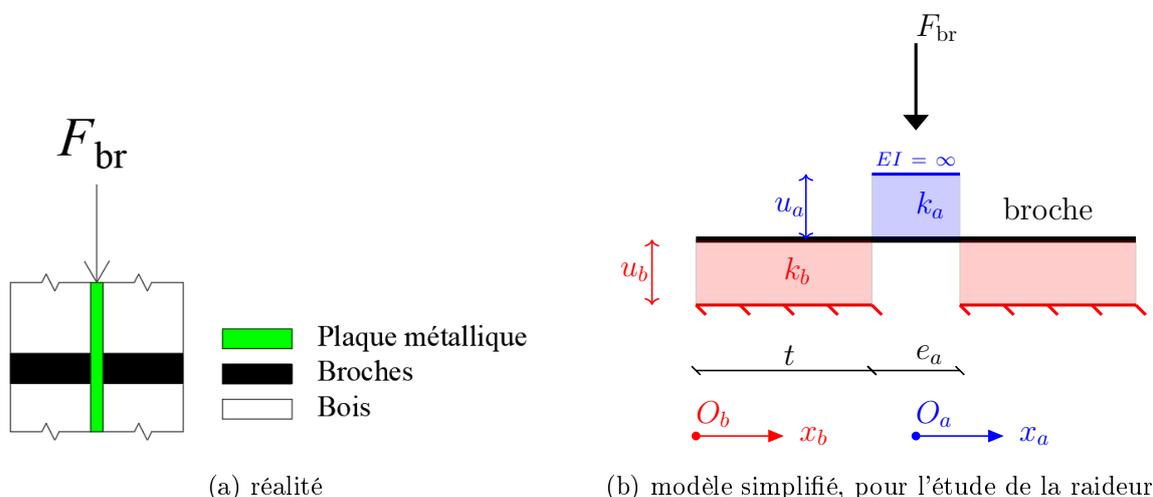


FIGURE B.1 – Sollicitation d'une broche

Compte tenu de la symétrie, les équations d'équilibre sont établies pour une moitié du modèle. Aussi la broche étant une poutre d'*Euler Bernoulli*, les déformations de cisaillement sont négligées. Ainsi au niveau du bois les équations d'équilibre sont

$$\begin{cases} \frac{\partial M_b}{\partial x_b} + F_b = 0 \\ \frac{\partial F_b}{\partial x_b} - k_b u_b = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(B.1a)} \\ \text{(B.1b)} \end{matrix}$$

soit

$$\begin{cases} \frac{\partial M_b}{\partial x_b} + F_b = 0 \\ \frac{\partial^2 M_b}{\partial x_b^2} + k_b u_b = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(B.2a)} \\ \text{(B.2b)} \end{matrix}$$

avec F_b l'effort tranchant et M_b le moment.

Avec

$$M_b = E_a I \frac{\partial \theta_b}{\partial x_b} = E_a I \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \quad \text{(B.3)}$$

(I étant l'inertie des sections, E_a le module d'Young de la broche), on obtient

$$\begin{cases} F_b = -E_a I \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \\ E_a I \frac{\partial^4 u_b}{\partial x_b^4} + k_b u_b = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(B.4a)} \\ \text{(B.4b)} \end{matrix}$$

De la même façon, au niveau de la plaque, on obtient

$$\begin{cases} F_a = -E_a I \frac{\partial^3 u_a}{\partial x_a^3} \\ E_a I \frac{\partial^4 u_a}{\partial x_a^4} + k_a u_a = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(B.5a)} \\ \text{(B.5b)} \end{matrix}$$

Puis les conditions suivantes sont prises en compte.

— Les continuités en rotation, effort tranchant et moment se traduisent respectivement par

$$\theta_b(t) = \theta_a(-e_a/2) \Rightarrow \frac{\partial u_b}{\partial x_b} \Big|_{x_b=t} = \frac{\partial u_a}{\partial x_a} \Big|_{x_a=-e_a/2} \quad \text{(B.6)}$$

$$F_b(t) = F_a(-e_a/2) \Rightarrow \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big|_{x_b=t} = \frac{\partial^3 u_a}{\partial x_a^3} \Big|_{x_a=-e_a/2} \quad \text{(B.7)}$$

$$M_b(t) = M_a(-e_a/2) \Rightarrow \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big|_{x_b=t} = \frac{\partial^2 u_a}{\partial x_a^2} \Big|_{x_a=-e_a/2} \quad \text{(B.8)}$$

— Les conditions aux limites sont

$$M_b(0) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big|_{x_b=0} = 0 \quad (\text{B.9})$$

$$F_b(0) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big|_{x_b=0} = 0 \quad (\text{B.10})$$

— La symétrie du modèle impose

$$\theta_a(0) = 0 \quad (\text{B.11})$$

Ensuite la force extérieure F_{br} est prise en compte avec

$$F_b(t) = -F_{\text{br}}/2 \Rightarrow E_a I \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big|_{x_b=t} = F_{\text{br}}/2 \quad (\text{B.12})$$

Le déplacement relatif entre la plaque et le bois est

$$u_{\text{br}} = u_a(-e_a/2) - u_b(t) \quad (\text{B.13})$$

La raideur de la broche est obtenue par

$$K_{\text{br}} = \frac{F_{\text{br}}}{u_{\text{br}}} \quad (\text{B.14})$$

La raideur en translation de l'assemblage [SBH18] vaut

$$K_{u_a} = n_{\text{br}} K_{\text{br}} \quad (\text{B.15})$$

et celle en rotation est [SBH18]

$$K_{\theta_a} = \sum_{i=1}^{n_{\text{br}}} K_{\text{br},i} r_{\text{br},i}^2 \quad (\text{B.16})$$

Pour chaque broche i : $K_{\text{br},i}$ est la raideur, $r_{\text{br},i}$ est la distance au centre de rigidité O des broches (figure B.2).

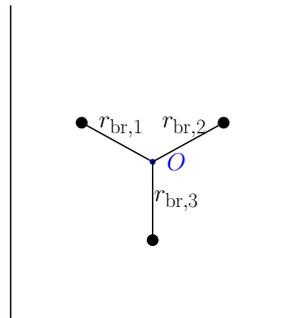


FIGURE B.2 – Illustration de la raideur en rotation d'un assemblage

En utilisant les équations (B.5) à (B.16) puis la méthode *STAGE*, les relations de similitude sont données dans le tableau B.1. Pour cela on considère :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{xa} = \lambda_{ea} \\ \lambda_{xb} = \lambda_t \\ \lambda_I = \lambda_d^4 \\ \lambda_{kb} = \lambda_{\sigma b} \\ \lambda_{ka} = \lambda_{\sigma a} \\ \lambda_{Ea} = \lambda_{\sigma a} \\ \lambda_{rbr} = \lambda_a \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(B.17a)} \\ \text{(B.17b)} \\ \text{(B.17c)} \\ \text{(B.17d)} \\ \text{(B.17e)} \\ \text{(B.17f)} \\ \text{(B.17g)} \end{array}$$

Equations utilisées	Relations de similitude obtenues
$E_a I \frac{\partial^4 u_a}{\partial x_a^4} + k_a u_a = 0$ (B.18)	$\lambda_{\sigma a} \lambda_d^4 \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}^4} = \lambda_{\sigma a} \lambda_{ua}$ (B.19)
$E_a I \frac{\partial^4 u_b}{\partial x_b^4} + k_b u_b = 0$ (B.20)	$\lambda_{\sigma a} \lambda_d^4 \frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^4} = \lambda_{\sigma b} \lambda_{ub}$ (B.21)
$\frac{\partial u_b}{\partial x_b} \Big _{xb=t} = \frac{\partial u_a}{\partial x_a} \Big _{xa=-ea/2}$ (B.22)	$\frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t} = \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}}$ (B.23)
$\frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big _{xb=t} = \frac{\partial^3 u_a}{\partial x_a^3} \Big _{xa=-ea/2}$ (B.24)	$\frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^3} = \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}^3}$ (B.25)
$\frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big _{xb=t} = \frac{\partial^2 u_a}{\partial x_a^2} \Big _{xa=-ea/2}$ (B.26)	$\frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^2} = \frac{\lambda_{ua}}{\lambda_{ea}^2}$ (B.27)
$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_b}{\partial x_b^2} \Big _{xb=0} = 0 \\ \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big _{xb=0} = 0 \\ \theta_a(0) = 0 \end{cases}$ (B.28)	Pas de relations de similitude
$E_a I \frac{\partial^3 u_b}{\partial x_b^3} \Big _{xb=t} = F_{br}/2$ (B.29)	$\lambda_{Fbr} = \lambda_{\sigma a} \lambda_d^4 \frac{\lambda_{ub}}{\lambda_t^3}$ (B.30)
$u_{br} = u_a(-e_a/2) - u_b(t)$ (B.31)	$\lambda_{ubr} = \lambda_{ua} = \lambda_{ub}$ (B.32)
$K_{br} = \frac{F_{br}}{u_{br}}$ (B.33)	$\lambda_{Kbr} = \frac{\lambda_{Fbr}}{\lambda_{ubr}}$ (B.34)
Centre de rigidité des broches conservé avec le changement d'échelle, d'où $\lambda_{rbr} = \lambda_a$	
$K_{ua} = n_{br} K_{br}$ (B.35)	$\lambda_{Kua} = \lambda_{Kbr}$ (B.36)
$K_{\theta a} = \sum_{i=1}^{n_{br}} K_{br,i} r_{br,i}^2$ (B.37)	$\lambda_{K\theta a} = \lambda_{Kbr} \lambda_a^2$ (B.38)

TABLEAU B.1 – Relations de similitude issues de *STAGE*, pour les raideurs d'assemblages

Finalement d'après les relations du tableau B.1, on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{ea} = \lambda_d = \lambda_t \\ \lambda_{\sigma a} = \lambda_{\sigma b} \\ \lambda_{Kua} = \lambda_{\sigma b} \lambda_t \\ \lambda_{K\theta a} = \lambda_a^2 \lambda_{\sigma b} \lambda_t \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{(B.39a)} \\ \text{(B.39b)} \\ \text{(B.39c)} \\ \text{(B.39d)} \end{array}$$

Annexe C

Modèle numérique des assemblages

C.1 Influence des conditions aux limites

Le tableau C.1 montre que l'influence des conditions aux limites (figure C.1) sur la raideur K_{ua} est négligeable.

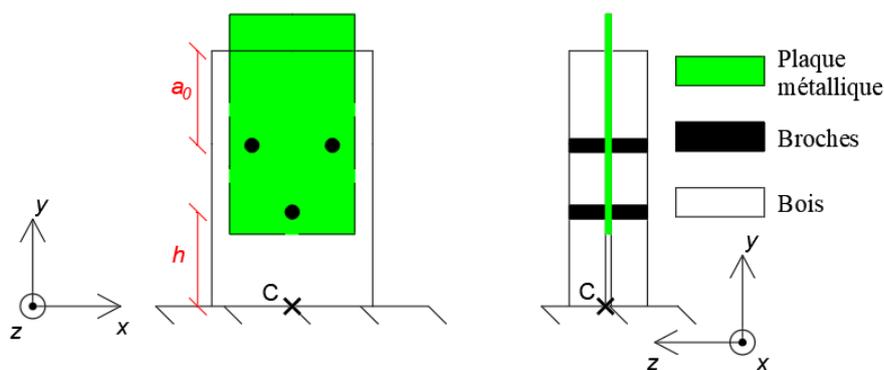


FIGURE C.1 – Conditions aux limites dans le modèle d'assemblage

Blocage des déplacements suivant x, y, z sur la section inférieure du bois (configuration initiale)	$K_{ua} = 93,659 \text{ kN/mm}$
Blocage des déplacements suivant y sur la section inférieure du bois, blocage des déplacements suivant x, y, z en C	$K_{ua} = 93,782 \text{ kN/mm}$

TABLEAU C.1 – Influence des conditions aux limites sur la raideur des assemblages (échelle 1)

C.2 Influence de la densité de maillage

La figure C.2 montre l'influence de la densité de maillage sur le calcul de la raideur K_{ua} . Cette densité de maillage est caractérisée par le nombre N de nœuds. Les rapports de tailles entre

C.3. EVALUATION DES EFFETS DE BORD

les éléments sont inchangés. La densité de maillage retenue est telle qu'elle a peu d'effets sur la raideur, avec un temps de calcul raisonnable.

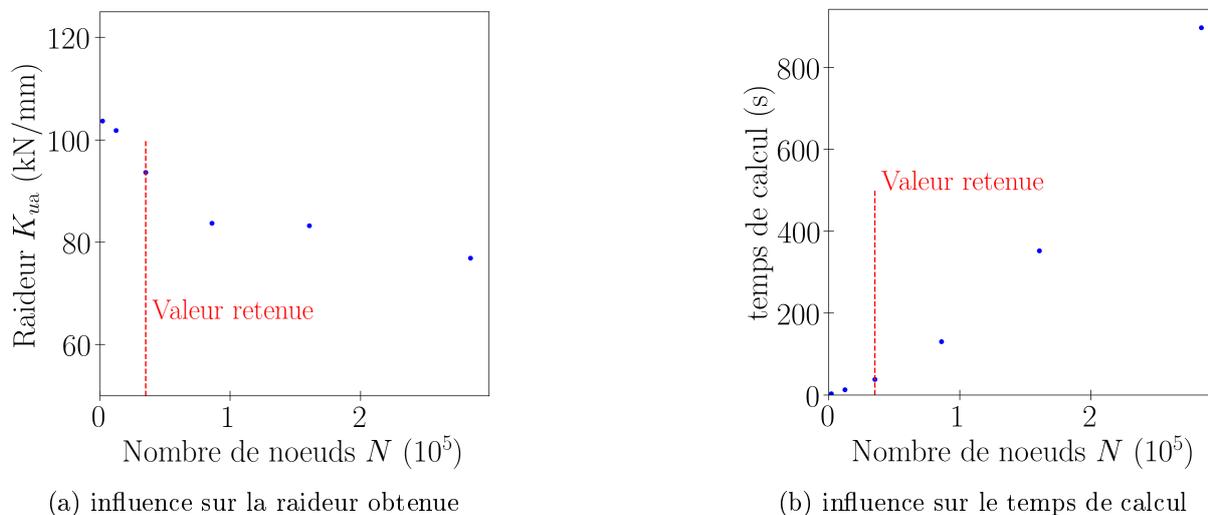


FIGURE C.2 – Influence de la densité de maillage sur le calcul de la raideur des assemblages (échelle 1)

C.3 Evaluation des effets de bord

Il s'agit ici d'évaluer les effets de bord. La figure C.3 montre que lorsque h et a_0 dépassent les valeurs réelles, la raideur K_{ua} est peu impactée. Autrement dit, les valeurs réelles de a_0 et h sont telles que les effets de bord sont faibles.

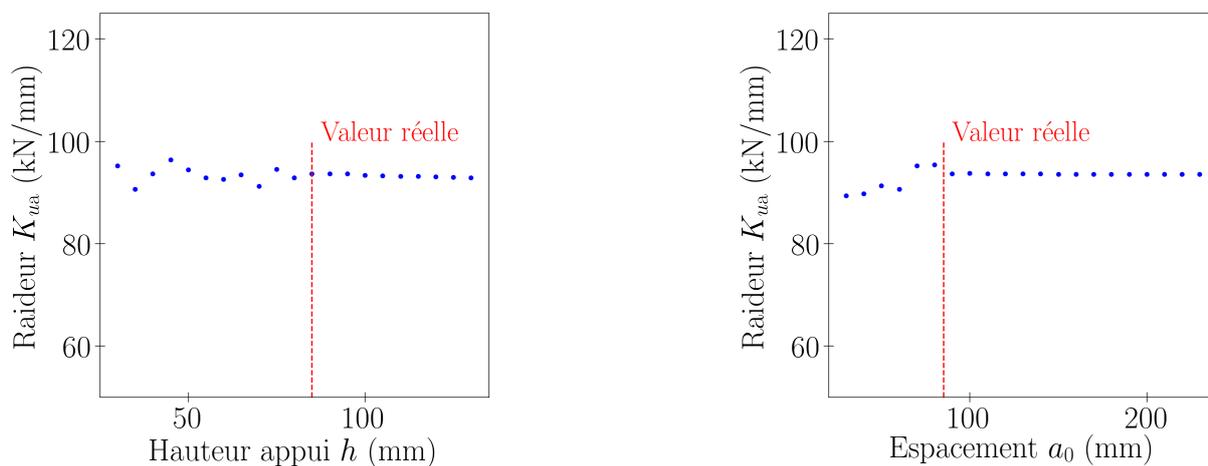


FIGURE C.3 – Effets de bord sur la raideur des assemblages (échelle 1)

Annexe D

Modèle numérique de la structure

D.1 Paramètres du modèle

D.1.1 Configuration réelle

Pour chaque paramètre, les valeurs aux trois échelles et les facteurs de similitude associés sont présentés. Pour les facteurs, les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

D.1.1.1 Dimensions

Les dimensions des structures sont données sur la figure *D.1* et au tableau *D.1*.

Dimension	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
Largeur structure L_B (mm)	1 250	625	417	2	3
Hauteur structure L_H (mm)	2 500	1 250	833		
Longueur L_{1i} (mm)	772	409	272	1,9 (2)	2,8 (3)
Longueur L_{1s} (mm)	434	240	159	1,8 (2)	2,7 (3)
Longueur L_2 (mm)	212	146	126	1,5 (2)	1,7 (3)
Épaisseur éléments bois e_b (mm)	80	41	27	2	3
Épaisseur pièces acier e_a (mm)	15	8	5	1,9 (2)	3
Largeur éléments bois l_b (mm)	144	72	48	2	3
Largeur pièces acier l_a (mm)	112	56	37		

TABLEAU D.1 – Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

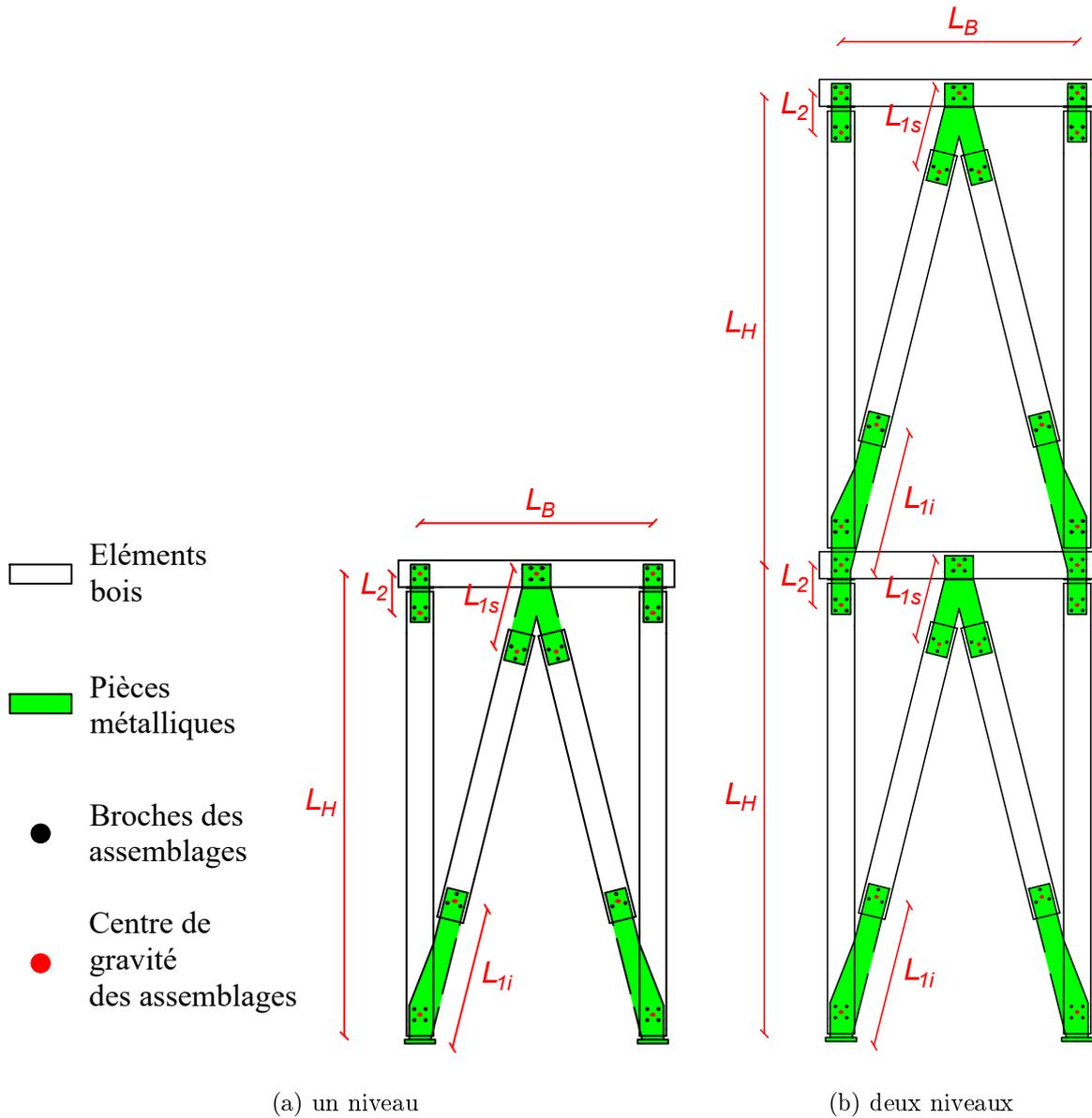


FIGURE D.1 – Dimensions des structures

D.1.1.2 Propriétés matérielles

Les propriétés matérielles des structures sont données au tableau D.2.

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Propriété	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
Bois, orthotrope					
module d'Young E_b (GPa)	11 (bois $C24$ [NE03])			1	
masse volumique ρ_b (kg/m ³)	450 (bois résineux [Dan87])			1 (0, 437)	1 (0, 29)
poids volumique γ_b (kN/m ³)	4,5 (bois résineux [Dan87])				
Acier, isotrope					
module d'Young E_a (GPa)	210 (acier non allié [NE00])			1	
masse volumique ρ_a (kg/m ³)	7 850 (acier non allié [NE00])			1 (0, 437)	1 (0, 29)
poids volumique γ_a (kN/m ³)	78,5 (acier non allié [NE00])				

TABLEAU D.2 – Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

D.1.1.3 Masse additionnelle et coefficient d'amortissement

La masse additionnelle et le coefficient d'amortissement des structures sont donnés au tableau D.3.

Paramètre	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
Amortissement visqueux réduit ζ_v (-)	3%			1	
Masse additionnelle m_{ad} (kg)	1 500	375	167	4 (3, 53)	9 (7, 84)
Charge verticale induite Q_{ad} (kN)	15	3,75	1,67		

TABLEAU D.3 – Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

D.1.1.4 Caractéristiques des assemblages

Les caractéristiques d'assemblages du modèle sont données aux tableaux D.4 à D.9. Comme évoqué dans la partie 4.2.1.1, les raideurs sont calculées avec *Cast3M*, et les autres caractéristiques sont issues de l'expérimental. Pour les caractéristiques obtenues expérimentalement :

- ¹ correspond aux essais sur assemblages (trois broches), axiaux monotones,
- ² correspond aux essais sur assemblages (trois broches), en rotation monotones,
- ³ correspond aux essais sur la structure.

Les lois de comportement des assemblages du modèle sont illustrées aux figures D.2 à D.4.

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
					1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	98,3	48,6	32,7	2	3
F_{ma} (kN)	Exp. ¹	69,5	19,7	8,87	3,53	7,84
u_{ma} (mm)	Exp. ¹	9,87	5,65	3,36	1,75	2,94
r_f (-)	Exp. ¹	0,9	0,943	0,989	0,954	0,91
r_2 (10^{-3})	Exp. ¹	-9,61	-8,66	-18	1,11	0,534
r_3 (-)	Exp. ³	1,2	1,4	1,3	0,857	0,923
r_4 (-)		0,01	0,01	0,01	1	1
r_i (-)		0,08	0,09	0,07	0,889	1,14
α (-)		0,08	0,25	0,18	0,32	0,444
β (-)		1	1,03	1,02	0,971	0,98
ζ_{ha} (-)		0,0529	0,0749	0,0559	0,706 (1)	0,947 (1)

TABLEAU D.4 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

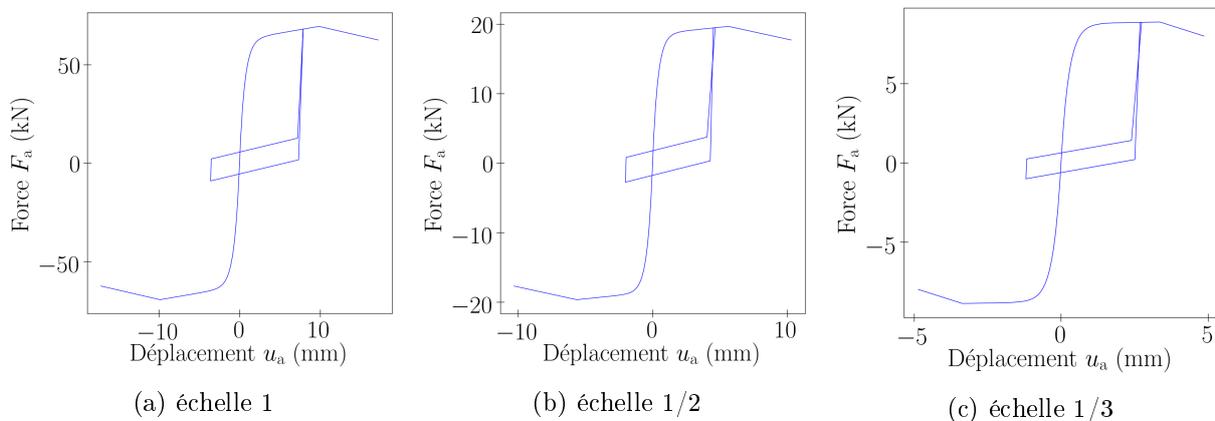


FIGURE D.2 – Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement axiale, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
					1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	40	19,9	13,3	2	3

TABLEAU D.5 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration réelle

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
					1/2 → 1	1/3 → 1
K_{θ_a} (Nm/degres)	<i>Cast3M</i>	2004	252	75,31	8	27
M_{ma} (Nm)	Exp. ²	2409	426,4	125,6	5,65 (7,07)	19,2 (23,5)
θ_{ma} (degres)		9,42	15,3	13,4	0,616	0,702
r_f (-)		0,895	0,799	0,839	1,12	1,07
r_2 (10^{-3})	Exp. ³	-73,8	-89,5	-172	0,825	0,429
r_3 (-)		1,2	1,4	1,3	0,857	0,923
r_4 (-)		0,01	0,01	0,01	1	1
r_i (-)		0,08	0,09	0,07	0,889	1,14
α (-)		0,08	0,25	0,18	0,32	0,444
β (-)		1	1,03	1,02	0,971	0,98
ζ_{ha} (-)		0,0529	0,0749	0,0559	0,706 (1)	0,947 (1)

TABLEAU D.6 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

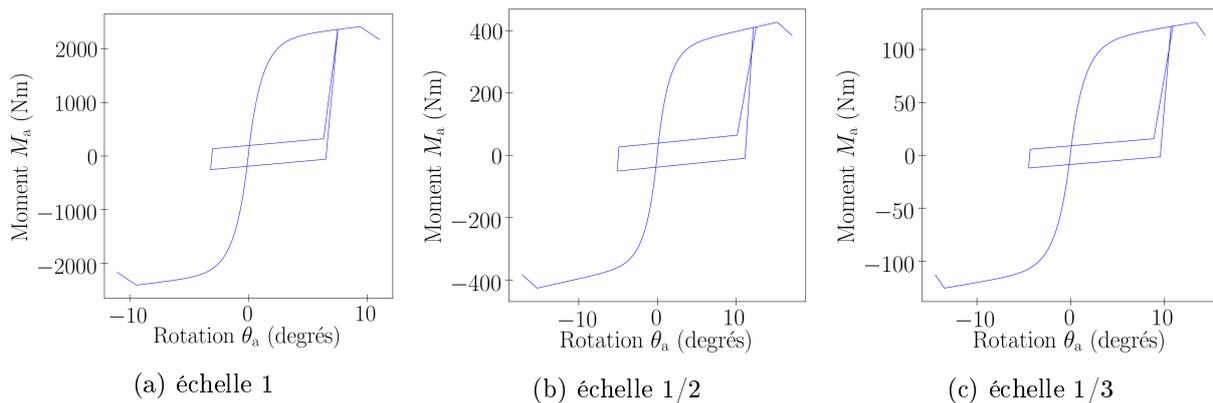


FIGURE D.3 – Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement rotationnelle, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
					1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	121	60	40,4	2	3

TABLEAU D.7 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration réelle

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
					1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	<i>Cast3M</i>	57,3	28,5	19,1	2	3

TABLEAU D.8 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration réelle

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Caractéristique	Source	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
					1/2 → 1	1/3 → 1
K_{θ_a} (Nm/degrés)	<i>Cast3M</i>	2709	340,9	102,3	7,9 (8,1)	26 (27)
M_{ma} (Nm)	Exp. ²	$\frac{4}{3} \times 2409$	$\frac{4}{3} \times 426,4$	$\frac{4}{3} \times 125,6$	5,65 (7,07)	19,2 (23,5)
θ_{ma} (degrés)		9,42	15,3	13,4	0,616	0,702
r_f (-)		0,895	0,799	0,839	1,12	1,07
r_2 (10^{-3})		-73,8	-89,5	-172	0,825	0,429
r_3 (-)		1,2	1,4	1,3	0,857	0,923
r_4 (-)	Exp. ³	0,01	0,01	0,01	1	1
r_i (-)		0,08	0,09	0,07	0,889	1,14
α (-)		0,08	0,25	0,18	0,32	0,444
β (-)		1	1,03	1,02	0,971	0,98
ζ_{ha} (-)		0,0529	0,0749	0,0559	0,706 (1)	0,947 (1)

TABLEAU D.9 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration réelle. Les valeurs entre parenthèses sont celles qu'il faudrait pour vérifier les conditions de similitude (3.70) et (3.120).

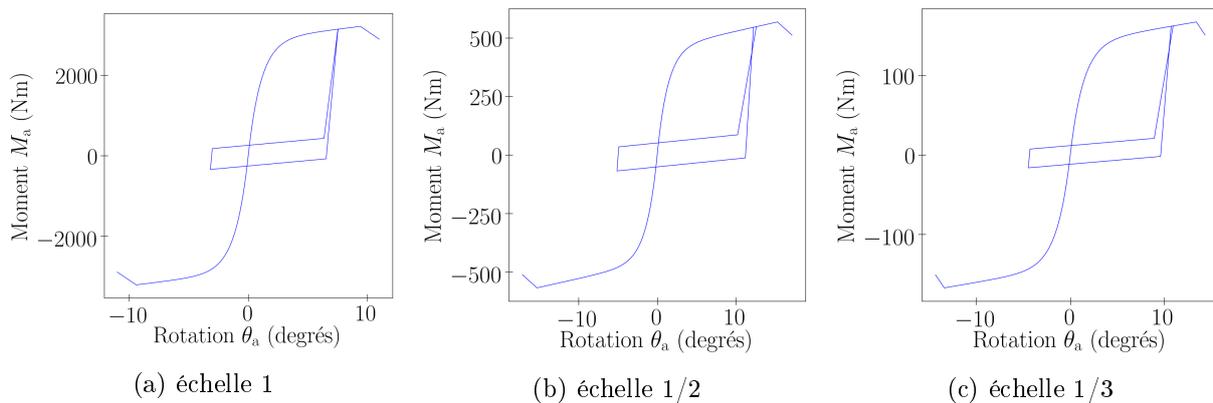


FIGURE D.4 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), loi de comportement rotationnelle, configuration réelle

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

D.1.2 Configuration sans distorsions

La configuration sans distorsions des structures est définie de la façon suivante. A l'échelle 1, les paramètres sont les mêmes que pour la configuration réelle. Aux échelles réduites :

- certains paramètres (en vert) sont choisis identiques à ceux de la configuration réelle,
- les autres (en orange) sont imposés par les conditions de similitude (3.70), (3.120), et par la conservation par changement d'échelle des caractéristiques adimensionnelles des assemblages.

D.1.2.1 Dimensions

Les dimensions du modèle sans distorsions sont données au tableau D.10.

Dimension	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
Largeur structure L_B (mm)	1 250	625	417	2	3
Hauteur structure L_H (mm)	2 500	1 250	833		
Longueur L_{1i} (mm)	772	386	257		
Longueur L_{1s} (mm)	434	217	145		
Longueur L_2 (mm)	212	106	71		
Epaisseur éléments bois e_b (mm)	80	40	27	2	3
Epaisseur pièces acier e_a (mm)	15	7	5		
Largeur éléments bois l_b (mm)	144	72	48	2	3
Largeur pièces acier l_a (mm)	112	56	37		

TABLEAU D.10 – Dimensions des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

D.1.2.2 Propriétés matérielles

Les propriétés matérielles du modèle sans distorsions sont données dans le tableau D.11.

Propriété	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
Bois, orthotrope					
module d'Young E_b (GPa)	11			1	
masse volumique ρ_b (kg/m ³)	450	1031	1551	0,437	0,29
poids volumique γ_b (kN/m ³)	4,5	10,3	15,5		
Acier, isotrope					
module d'Young E_a (GPa)	210			1	
masse volumique ρ_a (kg/m ³)	7 850	17983	27049	0,437	0,29
poids volumique γ_a (kN/m ³)	78,5	180	270		

TABLEAU D.11 – Propriétés matérielles des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

D.1.2.3 Masse additionnelle et coefficient d'amortissement

La masse additionnelle et le coefficient d'amortissement du modèle sans distorsions sont donnés au tableau D.3.

Paramètre	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
Amortissement visqueux réduit ζ_v (-)	3%			1	
Masse additionnelle m_{ad} (kg)	1 500	425	191	3,53	7,84
Charge verticale induite Q_{ad} (kN)	15	4,25	1,91		

TABLEAU D.12 – Masse additionnelle et coefficient d'amortissement des structures (un et deux niveaux), configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

D.1.2.4 Caractéristiques des assemblages

Les caractéristiques d'assemblages du modèle sans distorsions sont données aux tableaux D.13 à D.18.

Les lois de comportement des assemblages du modèle sont illustrées aux figures D.5 à D.7.

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	98,3	48,6	32,7	2	3
F_{ma} (kN)	69,5	19,7	8,87	3,53	7,84
u_{ma} (mm)	9,87	5,66	3,78	1,75	2,61
r_f (-)	0,9			1	
r_2 (10^{-3})	-9,61				
r_3 (-)	1,2				
r_4 (-)	0,01				
r_i (-)	0,08				
α (-)	0,08				
β (-)	1				
ζ_{ha} (-)	0,0529				

TABLEAU D.13 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement axial, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	40	19,8	13,3	2	3

TABLEAU D.14 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement transversal, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

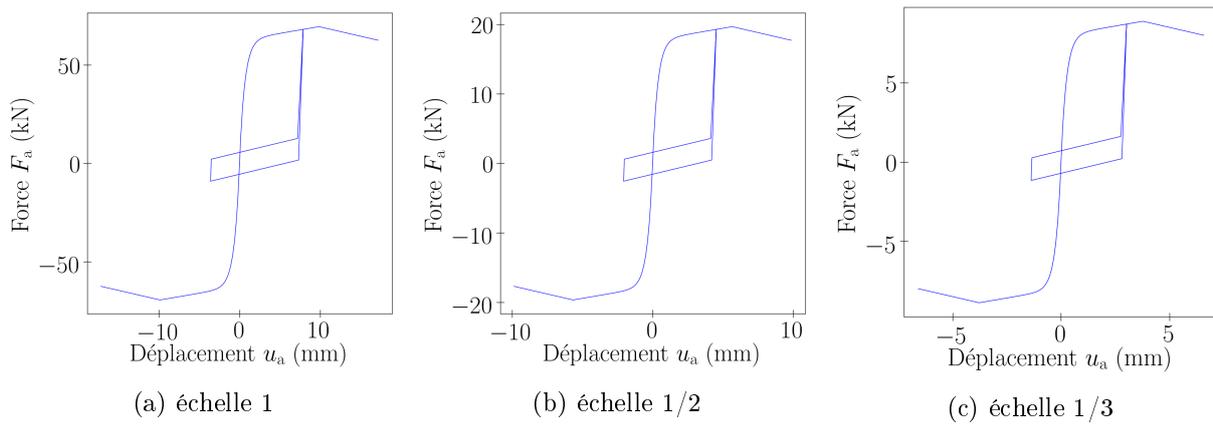


FIGURE D.5 – Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement axiale, configuration sans distorsions

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
K_{θ_a} (Nm/degrés)	2004	248	74,2	8,1	27
M_{ma} (Nm)	2409	341	102	7,07	23,5
θ_{ma} (degrés)	9,42	10,8	10,8	0,873	0,871
r_f (-)	0,895			1	
r_2 (10^{-3})	-73,8				
r_3 (-)	1,2				
r_4 (-)	0,01				
r_i (-)	0,08				
α (-)	0,08				
β (-)	1				
ζ_{ha} (-)	0,0529				

TABLEAU D.15 – Assemblages des diagonales (trois broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

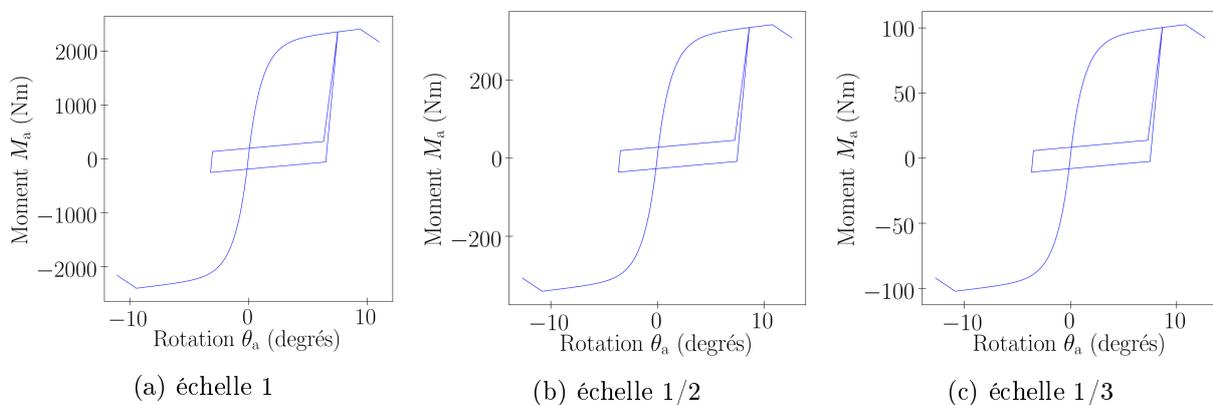


FIGURE D.6 – Assemblages des diagonales (trois broches), loi de comportement rotationnelle, configuration sans distorsions

D.1. PARAMÈTRES DU MODÈLE

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	121	60	40,4	2	3

TABLEAU D.16 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement axial, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
K_{ua} (kN/mm)	57,3	28,3	19,1	2	3

TABLEAU D.17 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement transversal, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

Caractéristique	Ech. 1	Ech. 1/2	Ech. 1/3	Facteur	
				1/2 → 1	1/3 → 1
$K_{\theta a}$ (Nm/deg)	2709	335	100	8,1	27
M_{ma} (Nm)	$\frac{4}{3} \times 2409$	$\frac{4}{3} \times 341$	$\frac{4}{3} \times 102$	7,07	23,5
θ_{ma} (deg)	9,42	10,8	10,8	0,873	0,871
r_f (-)	0,895			1	
r_2 (10^{-3})	-73,8				
r_3 (-)	1,2				
r_4 (-)	0,01				
r_i (-)	0,08				
α (-)	0,08				
β (-)	1				
ζ_{ha} (-)	0,0529				

TABLEAU D.18 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), comportement en rotation, configuration sans distorsions (paramètres choisis en vert, paramètres imposés en orange)

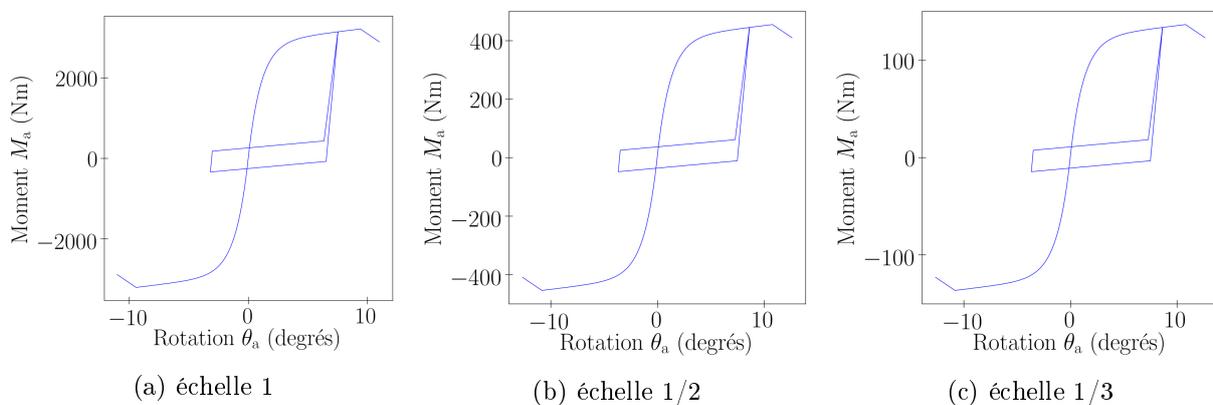


FIGURE D.7 – Assemblages poteaux / poutres (quatre broches), loi de comportement rotationnelle, configuration sans distorsions

D.2 Influence de la densité de maillage

D.2.1 Influence sur la raideur élastique

Pour le calcul de la raideur K_s , les charges verticales ne sont pas introduites dans le modèle. La figure D.8 montre que la raideur est indépendante du nombre N d'éléments. Cela est dû au fait que dans le modèle, la raideur est obtenue de la façon suivante.

Dans les éléments *Timoshenko* constituant le modèle, les déplacements et la rotation sont définis par :

$$\begin{cases} u_x = a_1x + a_2 & \text{(D.1a)} \\ u_y = b_1x^3 + b_2x^2 + b_3x + b_4 & \text{(D.1b)} \\ \theta = \frac{EI}{GS_r} \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^3} + \frac{\partial u_y}{\partial x} & \text{(D.1c)} \end{cases}$$

x est la position dans l'élément, u_x est le déplacement axial, u_y est le déplacement transversal, θ est la rotation, E est le module d'Young, G est le module de cisaillement, S est l'aire des sections, S_r est l'aire des sections réduites, I est l'inertie des sections, et a, b des coefficients imposés par les déplacements nodaux de l'élément. Ainsi les déplacements et rotations vérifient l'équilibre des sections :

$$\begin{cases} GS_r \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \theta \right) = 0 & \text{(D.2a)} \\ EI \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + GS_r \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \theta \right) = 0 & \text{(D.2b)} \\ ES \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0 & \text{(D.2c)} \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \theta = \frac{EI}{GS_r} \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^3} + \frac{\partial u_y}{\partial x} & \text{(D.3a)} \\ \frac{\partial^4 u_y}{\partial x^4} = 0 & \text{(D.3b)} \\ \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} = 0 & \text{(D.3c)} \end{cases}$$

Les déplacements nodaux sont imposés par l'équilibre efforts internes / efforts externes, et par les conditions aux limites. Puis la raideur est le rapport entre la force appliquée et le déplacement en haut de la structure.

Ainsi avec cette méthode de calcul, l'équilibre de la structure est complètement vérifié, quel que soit le nombre N d'éléments.

D.3. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LA COURBE FORCE - DÉPLACEMENT DE LA STRUCTURE

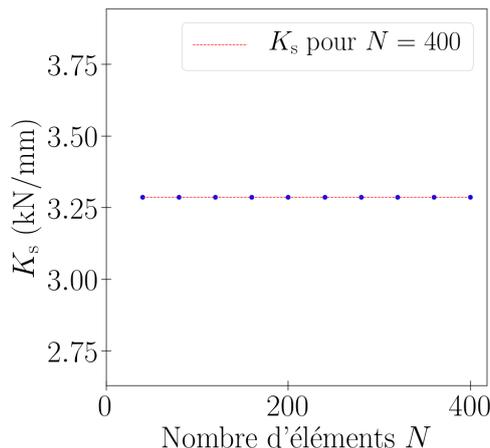


FIGURE D.8 – Influence du nombre d'éléments sur la raideur de la structure

D.2.2 Influence sur le comportement non linéaire

Pour le calcul du comportement non linéaire, les charges gravitaires sont prises en compte. La figure *D.9* montre que l'influence du nombre N d'éléments sur le comportement non linéaire est négligeable. Les raisons sont les mêmes que pour la raideur élastique. Notons néanmoins que pour le comportement non linéaire, le nombre d'éléments peut avoir une influence à travers la répartition des charges gravitaires.

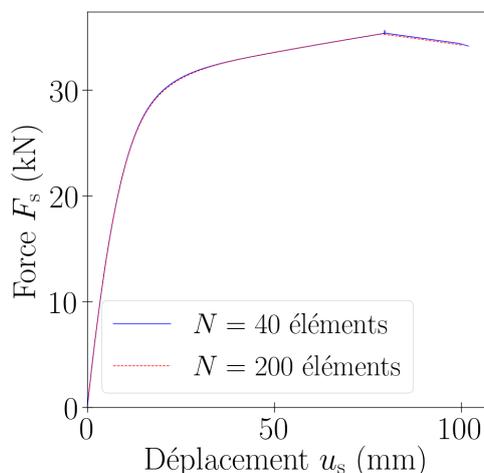


FIGURE D.9 – Influence du nombre d'éléments sur le comportement non linéaire de la structure

D.3 Facteurs de similitude sur la courbe force - déplacement de la structure

Les relations de similitude (3.64) sont évaluées par le modèle numérique de la structure (partie 4.2.1), avec des lois de comportement d'assemblages non linéaires. Les échelles considérées sont 1 et 1/3. Les simplifications suivantes sont attribuées au modèle numérique :

- Les longueurs des pièces métalliques et les dimensions globales de la structure ont le même facteur de similitude.

D.3. FACTEURS DE SIMILITUDE SUR LA COURBE FORCE - DÉPLACEMENT DE LA STRUCTURE

- Seul le déplacement axial des assemblages des diagonales est libéré. Les autres degrés de liberté d'assemblages sont bloqués.
- Les charges gravitaires ne sont pas introduites. De cette façon, il n'est plus nécessaire de faire varier le facteur λ_Q en fonction de la sollicitation horizontale, et les assemblages des diagonales ont des déformations u_a identiques.

La figure D.10 présente, en fonction du déplacement $u_s^{(R)}$ de la structure :

- la déformation $u_a^{(R)}$,
- le facteur λ_{ua} imposé de sorte que $\lambda_{\widehat{K}ua}$ vérifie la condition (3.64b),
- puis le facteur $\lambda_{F_s}^\diamond$ estimé par la relation de similitude (3.64g).

Le facteur estimé $\lambda_{F_s}^\diamond$ est comparé au facteur $\lambda_{F_s}^\bullet$ obtenu numériquement. L'estimation correspond exactement au numérique. Ainsi les relations de similitude (3.64) sont vérifiées.

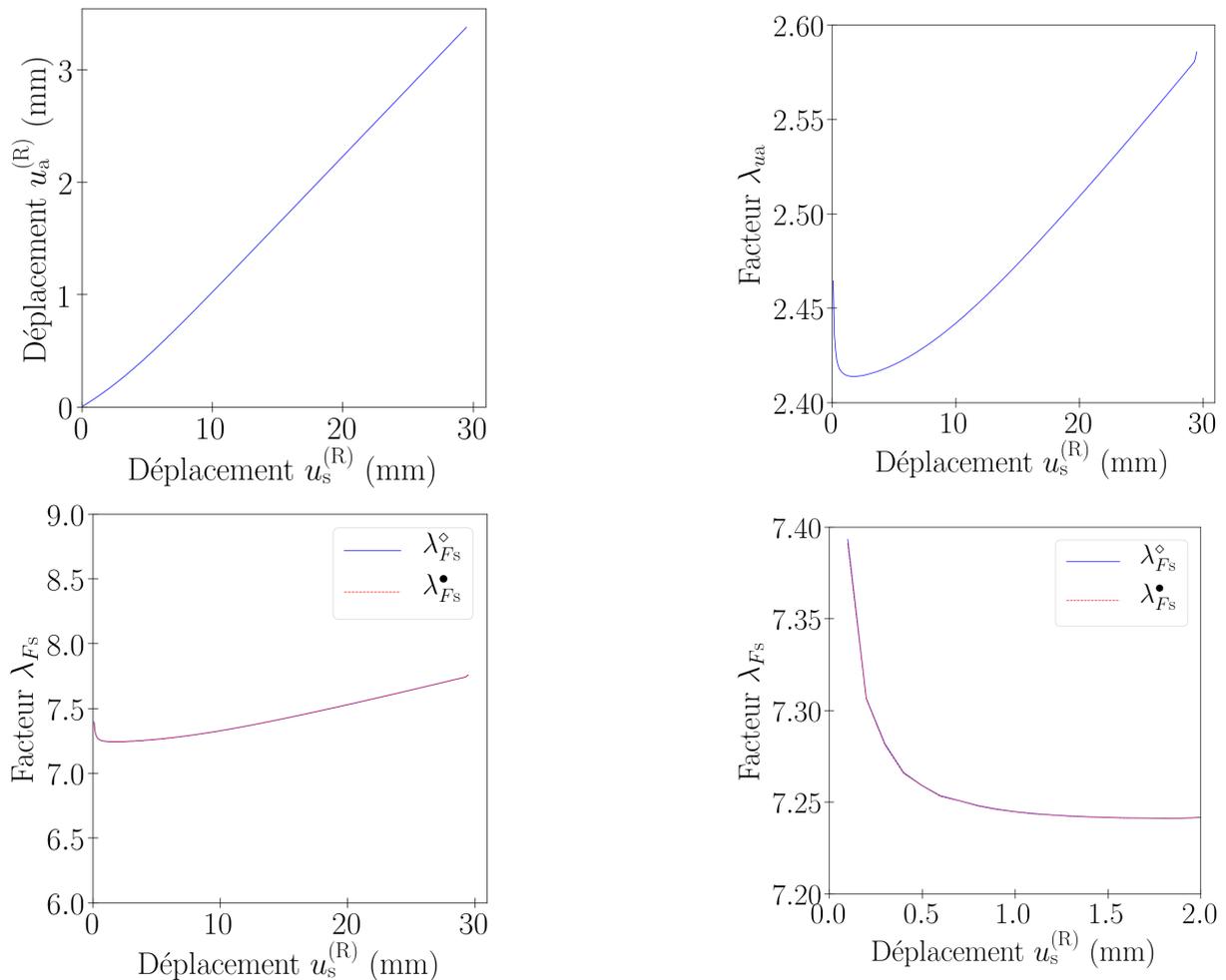


FIGURE D.10 – Facteur variable λ_{F_s} , $1/3 \rightarrow 1$