



**HAL**  
open science

# Contrôle de la transition et du transport d'un scalaire passif dans un écoulement en canal initialement laminaire

Benjamin Arrondeau

► **To cite this version:**

Benjamin Arrondeau. Contrôle de la transition et du transport d'un scalaire passif dans un écoulement en canal initialement laminaire. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2023. Français. NNT : 2023GRALI072 . tel-04382192

**HAL Id: tel-04382192**

**<https://theses.hal.science/tel-04382192v1>**

Submitted on 9 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

**École doctorale** : I-MEP2 - Ingénierie - Matériaux, Mécanique, Environnement, Énergétique, Procédés, Production

**Spécialité** : MEP - Mécanique des fluides Énergétique, Procédés

**Unité de recherche** : Laboratoire LEGI : Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels

### Contrôle de la transition et du transport d'un scalaire passif dans un écoulement en canal initialement laminaire

### Control of the transition and transport of a passive scalar in an initially laminar channel flow

Présentée par :

**Benjamin ARRONDEAU**

#### Direction de thèse :

**Sedat TARDU**

Maître de conférences, Université Grenoble Alpes

Directeur de thèse

**Olivier DOCHE**

Maître de conférences, Grenoble INP

Co-Encadrant de thèse

**Alain GIRARD**

Chercheur Senior, CEA Grenoble

Co-Encadrant de thèse

#### Rapporteurs :

**Éric LAMBALLAIS**

Professeur des universités, Université de Poitiers

**Pierre SAGAUT**

Professeur des universités, Université Aix Marseille

#### Thèse soutenue publiquement le **13 décembre 2023**, devant le jury composé de :

**Sedat TARDU**

Maître de conférences, Université Grenoble Alpes

Directeur de thèse

**Éric LAMBALLAIS**

Professeur des universités, Université de Poitiers

Rapporteur

**Henda DJERIDI**

Professeure des universités, Grenoble INP

Présidente

**Lionel ROSSI**

Directeur de recherche, CEA Centre de Cadarache

Examineur

#### Invités :

**Olivier DOCHE**

Maître de conférences, Grenoble INP

**Alain GIRARD**

Chercheur Senior, CEA Grenoble

**Nicolas LUCHIER**

Chercheur, CEA Grenoble





---

*À Huguette, partie trop tôt*

---

# REMERCIEMENTS

Ce manuscrit de thèse est le résultat de trois ans réalisés à Grenoble au LEGI entre décembre 2020 et novembre 2023. Il n'aurait pas pu voir le jour sans les nombreuses personnes qui y ont contribué d'une façon ou d'une autre et que j'aimerais remercier dans cette section.

Je tiens tout d'abord à remercier mes rapporteurs, Éric Lamballais et Pierre Sagaut d'avoir pris le temps, malgré leur emploi du temps chargé, d'examiner ce manuscrit et de me faire part de leurs précieux commentaires. Je voudrais aussi remercier mes examinateurs Henda Djeridi et Lionel Rossi d'avoir accepté d'être membre du jury. Enfin, je tiens à remercier Nicolas Luchier d'avoir accepté d'assister à la soutenance.

J'aimerais également remercier Pablo Rubiolo et Christophe Brun d'avoir fait partie de mon comité de suivi de thèse. Les échanges qu'on a pu avoir ont permis de rendre le travail ci présent meilleur.

Que serait une thèse sans les personnes qui la dirige ? J'exprime ma sincère gratitude à mon directeur de thèse et mes co-encadrants. Je remercie Sedat envers qui j'ai une dette inimaginable. C'est grâce à son enthousiasme, sa patience, son encadrement exceptionnel et surtout ses précieux conseils que ce travail peut voir le jour. Sedat m'a toujours soutenu (avant même que la thèse ne débute), et a réussi à me garder motivé tout au long de la thèse. Malgré son emploi du temps chargé, il a su se rendre disponible lorsque je rencontrais des difficultés ou quand j'avais une question concernant mon travail. Merci encore à lui de s'être autant investi dans ce travail et d'avoir fait que cette thèse puisse être effectuée dans les meilleures conditions. J'aurais beaucoup appris à ses côtés et la thèse n'aurait clairement pas été la même sans lui. Il m'a toujours orienté dans la bonne direction et j'espère avoir été à la hauteur de ses attentes. Je remercie Olivier qui a su m'orienter dans mon travail et m'aider pour toutes les questions liées au code. Nous avons réussi à dompter la méthode des frontières immergées et toutes les subtilités qui l'entoure. Enfin, je remercie Alain pour ses questions pertinentes qui auront amélioré la qualité de ce travail. Je le remercie aussi de m'avoir accordé sa confiance en me donnant l'opportunité de faire un séminaire au LRTH.

Je voudrais dire un grand **merci** à mes amis que j'ai rencontrés au LEGI dont les discussions et les débats ont rythmé mes journées : les anciens (Rémi, Quentin, Mathieu, Mohammad, Ivan, Christophe, Enzo, Antoine, Yann, Helder, Luis), les personnes ayant commencé leur aventure en même temps que moi (Umair, Amélie, Oliver, Thibault, Sarah, Arman, Christophe) et après moi (Alban, Al-Oualid, Sevan, Arash, Neda, Mathias, Axel, Yaël, Valentin, Quentin, Marie), les post-doc' et CDD (Alexandre, Thomas, Aurélie, Marine), les permanents du LEGI (Olivier, Gaby, Cyril, Pierre-Luc, Yves) et tous ceux que j'ai oubliés (désolé). Les pauses café, les repas, les barbecues, les goûters, les nombreux fous rires, les moments de doute, les foots, les volleys, les midis running (que j'ai un peu moins apprécié pour être honnête), les parties d'échecs, et j'en passe... ont rendu ce long et épuisant voyage qu'est la thèse un peu plus gaie.

Un petit mot pour l'équipe de foot du LEGI, mon équipe. Être votre capitaine aura été un réel plaisir et un honneur. Tout n'aura pas été parfait dans l'exécution, mais je trouve que nous avons beaucoup progressé. J'ai pris beaucoup de plaisir à jouer avec vous et j'espère que c'est réciproque ! L'année prochaine, le tournoi est pour vous, j'en suis sûr !  
*1, 2, 3 ... LEGI, c'est le S!*

Je tiens également à remercier tous mes amis nantais : les *Moriarty*. Les appels du jeudi, les soirées gaming et week-ends passés en votre compagnie m'ont grandement aidé à me détendre et à me changer les idées. J'ai beaucoup de chance de vous avoir connu et j'espère réussir à garder le contact malgré la distance qui nous sépare. Je réserve quelques mots à ma bande de correcteur : Clémence, Morgan et Solène, dont les remarques, questions et corrections orthographiques m'auront été très utiles.

Je suis également très reconnaissant envers ma mère dont la force mentale m'oblige à ne rien lâcher. Je tiens à remercier mes frères Bastien et Clément, mes grands-parents Paulette et François, mes oncles et tantes Jérôme, Aurore et Jonathan et mes cousins (trop nombreux pour être cité) qui m'ont soutenu – et me soutiennent encore – dans mes études et mon travail. Je sais que je n'ai pas été très disponible durant ces trois dernières années, mais je compte rattraper le temps perdu.

Un dernier *merci* à ma compagne Sandy, pour toutes ces années passées (et les futures) à tes côtés, son soutien et son amour.

# Table des matières

Remerciements . . . . .	i
Table des matières . . . . .	ii
Table des figures . . . . .	vii
Liste des tableaux . . . . .	xxii
Nomenclature . . . . .	xxiii
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Mise en contexte de l'étude</b>	<b>5</b>
1.1 Les différents chemins de la turbulence . . . . .	8
1.2 Écoulements rugueux turbulents . . . . .	12
1.2.1 Impact global des rugosités sur l'écoulement . . . . .	12
1.2.2 Impact local des rugosités sur l'écoulement . . . . .	17
1.2.3 Impact des rugosités sur le transfert convectif . . . . .	18
1.2.4 Influence de la forme des rugosités et de leur distribution spatiale . . . . .	21
1.2.5 Rôle des rugosités dans la transition . . . . .	23
1.3 La transition bypass . . . . .	26
1.4 Synthèse et objectifs de la thèse . . . . .	34
<b>2 Simulations numériques directes</b>	<b>35</b>
2.1 Présentation générale du code . . . . .	40
2.1.1 Équations gouvernant la physique . . . . .	40
2.1.2 Présentation de MULTIFAST . . . . .	41
2.1.2.1 Stratégie de parallélisation . . . . .	41
2.1.2.2 Domaine de calcul et arrangement des variables . . . . .	43
2.1.2.3 Maillage dans la direction normale à la paroi . . . . .	45
2.1.2.4 Discrétisation et schémas numériques . . . . .	47
2.1.2.4.1 Discrétisation spatiale . . . . .	48
2.1.2.4.2 Schémas temporels . . . . .	53
2.1.2.4.3 Comparaison entre les différentes méthodes . . . . .	55
2.1.2.5 Solveur du champ de vitesse . . . . .	58
2.1.2.6 Solveur de l'équation de Poisson . . . . .	59
2.1.2.7 Configuration pour le transport de scalaire passif . . . . .	61
2.2 Généralisation de MULTIFAST . . . . .	65

2.2.1	Gestion des conditions aux limites non-périodiques . . . . .	65
2.2.1.1	Conditions ouvertes . . . . .	65
2.2.1.2	Méthode dite de Fringe . . . . .	67
2.2.1.3	Choix des conditions aux limites et validation . . . . .	68
2.2.2	Méthode des frontières immergées . . . . .	70
2.2.2.1	Forçage et interpolation . . . . .	71
2.2.2.2	Conservation du débit . . . . .	76
2.2.2.3	Température dans la géométrie . . . . .	77
2.3	Validation et quelques résultats significatifs en canal turbulent développé à faible nombre de Reynolds . . . . .	80
2.3.1	Statistiques . . . . .	80
2.3.2	Structures cohérentes dans l'écoulement . . . . .	85
2.3.2.1	Identification . . . . .	85
2.3.2.2	Structures cohérentes et tourbillons quasi-longitudinaux (TQLs) . . . . .	87
2.3.3	Équations de transport . . . . .	90
2.4	Conclusions . . . . .	92
<b>3</b>	<b>Transition bypass dans un écoulement de Poiseuille</b>	<b>93</b>
3.1	Conditions initiales . . . . .	96
3.2	Spots transitionnels . . . . .	100
3.2.1	Structures du spot . . . . .	100
3.2.2	Détection et suivi temporel . . . . .	103
3.3	Résultats et discussion . . . . .	109
3.3.1	Développement spatio-temporel du spot transitionnel . . . . .	109
3.3.2	Statistiques au sein du spot transitionnel . . . . .	112
3.3.3	Équation de transport . . . . .	119
3.3.4	Mélange turbulent . . . . .	121
3.3.5	Nombre de Prandtl turbulent . . . . .	124
3.3.6	Structures cohérentes au sein du spot . . . . .	125
3.3.7	Densités spectrales . . . . .	131
3.4	Conclusions . . . . .	136
<b>4</b>	<b>Transition en écoulement rugueux</b>	<b>139</b>
4.1	Méthode des frontières immergées comparée à la méthode Lattice-Boltzmann	141
4.1.1	Comparaison des champs moyens et fluctuants . . . . .	143
4.1.2	Transport . . . . .	144
4.2	Présentation des simulations effectuées . . . . .	146
4.3	Objectifs . . . . .	147
4.4	Résultats et discussion . . . . .	148
4.4.1	Champs moyens . . . . .	149
4.4.2	Champs fluctuants . . . . .	155
4.4.3	Structures cohérentes . . . . .	164
4.4.4	Transferts . . . . .	172



4.4.4.1	Transfert turbulent effectif . . . . .	172
4.4.4.2	Transfert thermique pariétal . . . . .	174
4.4.4.3	Performance thermique . . . . .	175
4.5	Conclusions . . . . .	176
<b>5</b>	<b>Transition dans la zone de développement hydraulique</b>	<b>177</b>
5.1	Approche de sous-domaines interconnectés (ISA) . . . . .	179
5.1.1	Énoncé du problème et présentation de la méthode . . . . .	179
5.1.2	Informations supplémentaires sur la méthode ISA . . . . .	182
5.1.3	Efficacité de la méthode ISA . . . . .	183
5.1.3.1	Zone d'entrée laminaire lisse (EL) . . . . .	183
5.1.3.2	Canal lisse de contrôle (CC) . . . . .	186
5.1.3.3	Configurations . . . . .	188
5.2	Simulations . . . . .	190
5.3	Configurations . . . . .	191
5.4	Résultats et discussion . . . . .	192
5.4.1	Statistiques globales dans la configuration A . . . . .	192
5.4.2	Statistiques globales dans la configuration B . . . . .	197
5.4.3	Champs de vorticité et structures cohérentes . . . . .	199
5.4.4	Synthèse et discussion . . . . .	203
5.4.5	Relaxation . . . . .	205
5.4.6	Transfert pariétal . . . . .	210
5.5	Conclusions . . . . .	211
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>213</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>I</b>
<b>A</b>	<b>PyFast, un outil pour les post-traiter tous</b>	<b>XVII</b>
A.1	Schémas d'interpolation et de dérivation . . . . .	XIX
A.1.1	Schémas de dérivation . . . . .	XIX
A.1.2	Schémas de dérivation avec les frontières immergées . . . . .	XX
A.2	Calcul des statistiques . . . . .	XXI
A.2.1	Détection de structures cohérentes et TQLs . . . . .	XXI
A.2.2	Transformation de Fourier et fonction de fenêtrage . . . . .	XXIII
A.3	Sauvegarde et présentation des statistiques . . . . .	XXIII
<b>B</b>	<b>Complément à l'étude du bypass de la transition en écoulement de Poi-</b>	
	<b>seuille</b>	<b>XXIV</b>
B.1	Influence de la taille du domaine sur le spot . . . . .	XXV
B.2	Invariance temporelle des statistiques . . . . .	XXVII
<b>C</b>	<b>Publication <i>International Journal of Heat and Mass Transfer</i></b>	<b>XXXIV</b>
<b>D</b>	<b>Complément à l'étude de la transition en écoulement rugueux</b>	<b>XLVIII</b>



# Table des figures

1	Contrôle passif appliqué à la zone de développement hydraulique d'un écoulement en canal initialement laminaire. . . . .	3
1.1	Schéma illustrant les expériences de Reynolds (1883) dans une conduite cylindrique rectiligne qui ont mis en évidence les régimes laminaire et turbulent. . . . .	7
1.2	Schéma illustrant la cascade d'énergie de Richardson (1922). . . . .	8
1.3	Temps moyen $\tau$ d'un spot turbulent avant de mourir ( <b>loi à gauche</b> ) ou de se multiplier ( <b>loi à droite</b> ). L'intersection des deux lois donne $Re_{cr}$ . Ce graphique est tiré de Avila <i>et al.</i> (2011). $Re = UD/\nu$ dans leur étude. . . .	9
1.4	Les différents chemins menant à la turbulence. Schéma de Morkovin <i>et al.</i> (1994). . . . .	10
1.5	Profils de vitesse moyenne $\bar{U}^+$ obtenus en canal lisse (trait continu et trait en pointillé) et en canal rugueux (symboles) par Miyake <i>et al.</i> (2001). . . .	12
1.6	Schéma montrant l'impact des rugosités de type $D$ (ou $H$ ) et de type $k$ sur l'écoulement et le profil moyen de vitesse correspondant. Schéma tiré de Perry <i>et al.</i> (1969). . . . .	13
1.7	Représentation schématique de l'impact des rugosités sur le profil de vitesse moyenne en couche limite. Les rugosités ont un impact dans la sous-couche rugueuse. Schéma tiré de Kadivar <i>et al.</i> (2021). . . . .	15
1.8	Exemple de configuration asymétrique utilisée par Miyake <i>et al.</i> (2001) et la contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}$ associée. Cette dernière est décalée vers la paroi supérieure (lisse). . . . .	16
1.9	Contours des corrélations longitudinales en deux points dans des plans $x-y$ (longitudinal - vertical) montrant un échange de quantité de mouvement entre les cavités et l'écoulement. Cela montre également une inclinaison plus importante en canal rugueux comparé à un canal lisse. Résultats obtenus par Leonardi <i>et al.</i> (2015). . . . .	17
1.10	Profils de température moyenne $\bar{\theta}^+$ obtenus en canal lisse (trait continu et trait en pointillé) et en canal rugueux (symboles) par Miyake <i>et al.</i> (2001). . . . .	18
1.11	Panaches de températures obtenus en canal rugueux par Leonardi <i>et al.</i> (2015). . . . .	19

1.12	Exemple de géométries et configurations testées dans la littérature. Configuration régulière de rugosités triangulaires <b>(a)</b> et rectangulaires <b>(b)</b> . Configuration irrégulière de rugosités triangulaires <b>(c)</b> et rectangulaires <b>(d)</b> . Distribution gaussienne <b>(e)</b> et fractale <b>(f)</b> de rugosités triangulaires. Configuration de rugosités rectangulaires inclinés de $90^\circ$ <b>(g)</b> et $45^\circ$ <b>(h)</b> par rapport au sens de l'écoulement. <b>(a, b, c, d, e et f)</b> ont été utilisées par Guo <i>et al.</i> (2015). <b>(g et h)</b> ont été utilisées par Tachie <i>et al.</i> (2009). . . . .	22
1.13	<b>(à gauche)</b> Configuration de rugosités utilisée par Anika <i>et al.</i> (2020) pour l'étude de la transition en canal laminaire. <b>(à droite)</b> Contours de $\lambda_2 / \lambda_{2\min} = 0.0035$ obtenus dans la partie inférieure du canal ( $-1 < y/H < 0$ ). . . . .	24
1.14	Contours de vorticité <b>(en haut)</b> dans un plan $x - z$ à $y/\theta_0 = 20$ et <b>(au milieu)</b> dans un plan $x - y$ au milieu du domaine. <b>(en bas)</b> Iso-contours $Q (=200)$ (en couleurs) superposé aux contours des fluctuations de vitesses longitudinales $u'$ (en noir et blanc) pour le cas $k8$ . Ici, $\theta_0$ représente l'épaisseur de quantité de mouvement à la première rugosité. . . . .	25
1.15	Exemple de spots expérimentaux (proche de la source de perturbation) obtenus dans la littérature. . . . .	27
1.16	Exemple de spots expérimentaux (loin de la source de perturbation) obtenus dans la littérature. . . . .	28
1.17	Exemple de spots numériques obtenus dans la littérature. . . . .	29
1.18	Exemple de statistiques obtenues dans le cœur turbulent du spot via une simulation numérique de Henningson & Kim (1991). <b>(en haut)</b> RMS ( <i>Root-Mean-Square</i> ) des vitesses moyennes longitudinale, verticale et transversale représentées respectivement par les symboles carrés, triangles et losanges. <b>(en bas)</b> Contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}$ représentée par les symboles carrés. Les profils représentés en traits continus et en pointillés représentent les statistiques obtenues dans un canal turbulent par Kim <i>et al.</i> (1987). . . . .	31
2.1	Schéma illustrant la production, le transfert et la dissipation dans le spectre énergétique de la turbulence (Kolmogorov (1941)). Correspondance avec les différentes méthodes de simulations numériques. Les flèches en traits continus représentent les échelles de turbulence résolues, et les flèches en pointillés les échelles de turbulence modélisées. . . . .	37
2.2	Décomposition 1D, 2D ou 3D du domaine de calcul. Schéma tiré de la thèse de Bauer (2015) . . . . .	42
2.3	Accélération (à gauche) et efficacité (à droite) de MULTIFAST. Tests effectués sur la machine de calcul TURING (cluster de l'IDRIS) sur un maillage contenant $2048 \times 512 \times 512$ nœuds. Les traits en pointillés correspondent au cas théorique. Les graphiques sont tirés de la thèse de Bauer <i>et al.</i> (2015). . . . .	44
2.4	Vue d'ensemble du domaine de calcul dans MULTIFAST et système de coordonnées associé. . . . .	44
2.5	Positions des vitesses et de la pression sur un nœud de maillage dans MULTIFAST et discrétisation de l'espace physique $y$ et de l'espace uniforme $n$ . . . . .	45

2.6	Influence des paramètres $a$ et $\beta$ pour les transformations d'Orlandi ( <b>à gauche</b> ) et de Laizet & Lamballais ( <b>à droite</b> ) sur les maillages verticaux.	47
2.7	Exemple de discrétisation dans une direction homogène $x$ .	48
2.8	Étude de stabilité effectuée avec les différents schémas numériques disponibles dans MULTIFAST. Les graphes représentent les iso-contours de la vitesse de groupe normalisée par la vitesse de phase théorique. La zone entre pointillés représente la zone dans laquelle la propriété DRP est respectée. L'étude a été réalisée par Bauer (2015).	56
2.9	Présentation des deux configurations pour le transport de scalaire passif : ( <b>à gauche</b> ) températures constantes sur les parois ; ( <b>à droite</b> ) flux constant à la paroi.	61
2.10	Exemple de l'effet de la méthode Fringe dans un canal avec développement de couche limite.	67
2.11	Profils des RMS de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}^+$ ) ( <b>en bleu</b> ), verticale ( $v'_{RMS}^+$ ) ( <b>en orange</b> ), transversale ( $w'_{RMS}^+$ ) ( <b>en vert</b> ) et de température ( $T'_{RMS}^+$ ) ( <b>en noir</b> ) obtenus dans les deux canaux.	69
2.12	Exemple de maillage d'une géométrie complexe (un aileron avant de Formule 1) tiré de Arrondeau & Rana (2020).	70
2.13	Exemple d'agencement des mailles et des variables sur une grille de type « staggered » proche d'un objet. La partie en gris foncé représente l'objet et la partie en blanc représente le fluide.	71
2.14	Schéma d'interpolation linéaire pour la vitesse $U_C^n$ dans la direction $y$ dans le cas $0 < d \leq y_A$ ( <b>à gauche</b> ) et $y_A < d < y_B$ ( <b>à droite</b> ). Le point sur lequel la vitesse est imposée est le point C. Les points A et B sont respectivement le premier et le deuxième point dans le domaine fluide. La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de Kim <i>et al.</i> (2001).	73
2.15	Schéma d'interpolation bilinéaire pour la vitesse $U_1^n$ dans la direction normale $n$ . La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de Kim <i>et al.</i> (2001).	74
2.16	Équation de continuité locale et terme source $q^n$ pour une maille à cheval entre le domaine solide et le domaine fluide. La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de Kim <i>et al.</i> (2001).	75
2.17	Schéma d'interpolation linéaire pour la température $T_A^n$ dans la direction $y$ . Le point sur lequel la température est imposée est le point A. Les points A et B sont respectivement le premier et le deuxième point dans le domaine fluide. La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de Kim <i>et al.</i> (2001).	79

2.18	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ), de température moyenne $\bar{T}^+$ obtenu avec la configuration de température constantes à la paroi ( <b>en haut à droite</b> ) et de température moyenne $\bar{\theta}^+$ obtenu avec la configuration de flux constant à la paroi ( <b>bas</b> ) obtenus avec MULTIFAST. Ils sont comparés avec ceux obtenus par Vreman & Kuerten (2014) (pour la vitesse), Lyons <i>et al.</i> (1991) (pour la configuration de températures constantes à la paroi) et Kawamura <i>et al.</i> (1998) (pour la configuration de flux constant à la paroi). . . . .	81
2.19	Profils des RMS de vitesses $u_{i,RMS}^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ), des RMS de température $T_{RMS}^+$ pour la configuration de température constantes à la paroi ( <b>en haut à droite</b> ) et des RMS de température $\theta_{RMS}^+$ pour la configuration de flux constant à la paroi ( <b>en bas</b> ) obtenus avec MULTIFAST. Ils sont comparés avec ceux obtenus par Vreman & Kuerten (2014) (pour la vitesse), Lyons <i>et al.</i> (1991) (pour la configuration de températures constantes à la paroi) et Kawamura <i>et al.</i> (1998) (pour la configuration de flux constant à la paroi). . . . .	83
2.20	Profils des facteurs de dissymétrie ( <b>à gauche</b> ) et d'aplatissement ( <b>à droite</b> ) pour les fluctuations de vitesses obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Vreman & Kuerten (2014). . . . .	83
2.21	Profils des facteurs de dissymétrie ( <b>à gauche</b> ) et d'aplatissement ( <b>à droite</b> ) pour les fluctuations de température obtenus avec MULTIFAST. . . . .	84
2.22	Contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}$ ( <b>à gauche</b> ) et corrélations vitesses température ( <b>à droite</b> ) obtenus avec MULTIFAST. . . . .	85
2.23	Contours de $\lambda_2^+ = -0.02$ (en rouge) obtenus avec PyFast. ( <b>en haut</b> ) vue de haut sur la partie inférieure du canal $0 < y^* < 1$ ; ( <b>en bas</b> ) vue de côté sur le canal entier. . . . .	87
2.24	Schéma conceptuel du mécanisme de générations de stries à hautes (HSS) et basses (LSS) vitesses par les TQLs. . . . .	88
2.25	Profils RMS de vorticité $\omega'_x, \omega'_y$ et $\omega'_z$ ( <b>à gauche</b> ) et profils moyen et RMS de $-\lambda_2$ ( <b>à droite</b> ). Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Jeong <i>et al.</i> (1997). . . . .	89
2.26	Densité de probabilité des TQLs en fonction de leurs positions verticales. . . . .	89
2.27	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K$ obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Mansour <i>et al.</i> (1988). . . . .	90
2.28	Profils des termes de l'équation de transport de la variance des fluctuations de température $\overline{T'T'}$ obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Lyons <i>et al.</i> (1991). . . . .	91
3.1	Perturbation initiale sous la forme d'une paire de tourbillons contrarotatifs. Image tirée de Tardu & Nacereddine (2007). . . . .	97

3.2	Vitesse verticale initiale pour le cas de la perturbation forte. <b>(en haut)</b> contours espacés de $2.5 \times 10^{-3}$ sur un plan situé à $y^* = 0.44$ . <b>(en bas)</b> contours espacés de $5 \times 10^{-3}$ sur un plan situé au milieu du canal dans la direction transversale. . . . .	98
3.3	Évolution temporelle de l'énergie cinétique totale $E_{tot}$ pour les trois différents $\epsilon$ , normalisé par leur énergie cinétique initiale respective. Les symboles carrés représentent les valeurs obtenues par Henningson <i>et al.</i> (1993). . . . .	98
3.4	Évolution temporelle des fluctuations de vitesses longitudinale et verticale à $y^* = 0.44$ et $t^* = 10, 20, 30$ et $40$ pour le cas de la perturbation faible <b>(a et b)</b> et le cas de la perturbation modérée <b>(c et d)</b> . <b>(a)</b> $v'$ , espacement des contours de $1, 0 \times 10^{-6}$ , <b>(b)</b> $u'$ , espacement des contours de $2, 0 \times 10^{-5}$ , <b>(c)</b> $v'$ , espacement des contours de $2, 5 \times 10^{-3}$ , <b>(d)</b> $u'$ , espacement des contours de $2, 5 \times 10^{-2}$ . . . . .	99
3.5	Contours des fluctuations de vitesses et de température au sens Poiseuille obtenues à $t^* = 150$ et $t^* = 175$ au centre du canal ( $y^* = 1$ ). . . . .	101
3.6	Contours des fluctuations de vitesses et de température au sens Poiseuille obtenues à $t^* = 150$ et $t^* = 175$ en proche paroi ( $y^* = 0.1$ ). . . . .	102
3.7	Évolution longitudinale des fluctuations de vitesses et de température au sens Poiseuille obtenues à $t^* = 175$ au centre du canal ( $y^* = 1$ ), à différentes positions transversales ( $z^* = 0, 5$ et $10$ ). . . . .	104
3.8	Spot dynamique à $t^* = 175$ et à $y^* = 1$ , obtenus avec $\sigma = 6$ et $\alpha = 0.05$ . <b>(a)</b> Fluctuations de vitesse longitudinale; <b>(b)</b> Fluctuations de vitesse verticale. Contours : - - - spot dynamique basé sur le champ d'énergie cinétique, — spot dynamique basé sur le champ de vortacité. . . . .	106
3.9	Effet du filtrage et du seuil sur la détection du spot dynamique à $t^* = 110$ . <b>(a et d)</b> Contrainte de cisaillement à la paroi; <b>(b et e)</b> Fluctuations de vitesse longitudinale à $y^* = 0.3$ . <b>(c et f)</b> Fluctuations de vitesse longitudinale à $y^* = 1$ . Contours obtenus avec $\alpha = 0.05$ : <b>(a, b et c)</b> . . . . . $\sigma = 3$ , — $\sigma = 6$ , - - - sans filtrage. Contours obtenus avec $\sigma = 6$ : <b>(d, f et e)</b> . . . . . $\alpha = 0, 01$ , — $\alpha = 0, 2$ , - - - $\alpha = 0, 05$ . . . . .	107
3.10	Spots dynamique et thermique à $t^* = 110$ obtenus avec $\sigma = 6$ et $\alpha = 0.05$ . <b>(a)</b> Contrainte de cisaillement à la paroi; <b>(b)</b> Fluctuations de vitesse longitudinale à $y^* = 0.3$ ; <b>(c)</b> Fluctuations de vitesse longitudinale à $y^* = 1$ ; <b>(d)</b> Flux de température à la paroi; <b>(e)</b> Fluctuations de température à $y^* = 0.3$ ; <b>(f)</b> Fluctuations de température à $y^* = 1$ . Contours : <b>(a, b et c)</b> . . . . . spot dynamique détecté avec le champ d'énergie cinétique; — spot dynamique basé sur le champ de vortacité; <b>(d, f et e)</b> — spot thermique basé sur le champ de variance de température. . . . .	108
3.11	Évolution temporelle du spot dynamique à $t^* = 10$ <b>(a)</b> , $t^* = 80$ <b>(b)</b> et $t^* = 155$ <b>(c)</b> . . . . .	110
3.12	Évolution temporelle du spot thermique à $t^* = 10$ <b>(a)</b> , $t^* = 80$ <b>(b)</b> et $t^* = 155$ <b>(c)</b> . . . . .	110

3.13	Évolution temporelle de $Re_{\tau_S}$ ( <b>à gauche</b> ) et de $T_{\tau_S}$ ( <b>à droite</b> ). Les lignes continues noires représentent les valeurs obtenues dans le canal pleinement turbulent, qui sont respectivement $Re_{\tau} = 132.7$ et $T_{\tau} = 2.1 \times 10^{-2}$ . Les symboles ronds correspondent au spot entier et les symboles carrés à la partie turbulente du spot. . . . .	111
3.14	Évolution temporelle à la paroi inférieure et à $t^* = \{40, 50, 60, 70\}$ , montrant la rupture des TQLs pour le cas perturbation forte. <b>(a)</b> fluctuation de la contrainte de cisaillement $\tau'_w$ , <b>(b)</b> fluctuation du flux de température $q'_w$ . . . . .	111
3.15	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ), de température moyenne $\bar{T}^+$ ( <b>en haut à droite</b> ) et de température transformée moyenne $\bar{\theta}^+$ ( <b>en bas</b> ) obtenus à $t^* = 175$ . . . . .	113
3.16	Profils des RMS de vitesses $u_{i,RMS}^+$ ( <b>à gauche</b> ) et des RMS de température $T_{RMS}^+$ ( <b>à droite</b> ) obtenus à $t^* = 175$ . . . . .	113
3.17	Contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}$ ( <b>à gauche</b> ) et corrélations vitesses température ( <b>à droite</b> ) obtenus à $t^* = 175$ . . . . .	114
3.18	Contours du champ de vitesse verticale local et instantané au centre du canal ( <b>en haut à gauche</b> ) et à $y^+ = 10$ ( <b>en haut à droite</b> ). Champ de température local et instantané au centre du canal ( <b>en bas à gauche</b> ) et à $y^+ = 10$ ( <b>en bas à droite</b> ). Tous les champs sont obtenus à $t^* = 175$ . Le rectangle en pointillés représente le cœur turbulent, et les flèches montrent les longues ondes obliques en amont du spot. . . . .	115
3.19	Fonctions structurelles pour la vitesse longitudinale ( $u'_{RMS}/\bar{U}$ ) ( <b>à gauche</b> ) et la température transformée ( $\theta'_{RMS}/\bar{\theta}$ ) ( <b>à droite</b> ) obtenues à $t^* = 175$ . . . . .	117
3.20	Profils des facteurs de dissymétrie ( <b>à gauche</b> ) et d'aplatissement ( <b>à droite</b> ) pour les fluctuations de vitesses, obtenus à $t^* = 175$ . . . . .	118
3.21	Profils des facteurs de dissymétrie ( <b>à gauche</b> ) et d'aplatissement ( <b>à droite</b> ) pour les fluctuations de température, obtenus à $t^* = 175$ . . . . .	118
3.22	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K$ obtenus dans le spot total ( <b>à gauche</b> ) et dans le cœur turbulent du spot ( <b>à droite</b> ) à $t^* = 175$ . . . . .	120
3.23	Profils des termes de l'équation de transport de la variance des fluctuations de température $\overline{T'T'}$ obtenus dans le spot total ( <b>à gauche</b> ) et dans le cœur turbulent du spot ( <b>à droite</b> ) à $t^* = 175$ . . . . .	120
3.24	Rapport entre les dissipations $\epsilon_K^+$ et $\epsilon_T^+$ obtenues dans le spot total à $t^* = 175$ et celles obtenues dans l'écoulement canonique. . . . .	120
3.25	Panaches de température instantanée $T^* = -0.25$ au sein du spot thermique total à $t^* = 175$ . Les contours sont colorés en fonction de la position verticale $y^+$ dans le canal allant de 0 (paroi inférieure) à $Re_{\tau}$ (centre du canal). . . . .	122
3.26	Rapport des flux turbulents longitudinaux et verticaux obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ et ceux obtenus dans le canal turbulent. . . . .	122



3.27	Rapport surface/volume (ronds noirs, axe de gauche) et temps associé à la diffusion moléculaire (carrés blancs, axe de droite) obtenus dans le spot à $t^* = 175$ et normalisés par leurs équivalents respectifs obtenus en canal turbulent. . . . .	123
3.28	Nombres de Prandtl turbulent obtenus dans le spot total (rond rouge), son cœur turbulent (carrés bleus) à $t^* = 175$ et en canal turbulent (trait continu noir). . . . .	124
3.29	Profils RMS de vorticité $\omega'_x, \omega'_y$ et $\omega'_z$ obtenus dans le spot total ( <b>à gauche</b> ) et son cœur turbulent ( <b>à droite</b> ) à $t^* = 175$ . . . . .	125
3.30	Profils moyen et RMS de $-\lambda_2$ obtenus dans le spot total ( <b>à gauche</b> ) et son cœur turbulent ( <b>à droite</b> ) à $t^* = 175$ . . . . .	126
3.31	Distribution des TQLs au sein du spot total à $t^* = 175$ . Les structures cohérentes détectées par la méthode $\lambda_2$ avec le seuil $\lambda_2 = -0.02$ sont représentées en blanc. Les centres géométriques des TQLs sont représentés par des points rouges. Le cœur turbulent du spot est délimité par le contour noir. . . . .	126
3.32	Distribution des TQLs au sein du spot total en fonction de leurs positions verticales à $t^* = 175$ . . . . .	127
3.33	Vue de dessus des contours de la température fluctuante $T'^+$ au sein du spot à $y^+ = 15$ et $t^* = 175$ , avec les contours des structures cohérentes détectées avec $\lambda_2^+ = -0.02$ . Les structures cohérentes sont colorées par leur vorticité longitudinale $\omega'_x$ , en rouge pour $\omega'_x > 0$ , en bleu pour $\omega'_x < 0$ . Le cœur turbulent du spot est représenté par des pointillés noirs. Zoom sur la périphérie du cœur turbulent et du spot ( <b>en bas</b> ), spot total ( <b>au milieu</b> ), zoom sur le centre du cœur turbulent ( <b>en haut</b> ). . . . .	128
3.34	Contours des couches de vorticité longitudinale fluctuante $\omega'_x$ au sein du spot à $t^* = 175$ . . . . .	129
3.35	Contours de vitesses longitudinales fluctuantes $u'^+$ au sein du spot à $y^+ = 15$ et $t^* = 175$ , avec les contours des structures cohérentes détectées avec $\lambda_2^+ = -0.02$ . Le cœur turbulent du spot est représenté en blanc. . . . .	130
3.36	Densités spectrales $E_{u'u'}^+, E_{v'v'}^+, E_{w'w'}^+, E_{u'v'}^+$ et $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par $k_x^+$ et $k_z^+$ , obtenues dans un plan $x - z$ à $y^+ = 12$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du spot total ainsi que les grandes structures induites par le spot transitionnel à $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans Hoyas & Jiménez (2006) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieure à 0.625 du maximum de la densité spectrale $E_{max}$ et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à $0.125E_{max}$ . . . . .	132

3.37	Densités spectrales $E_{u'u'}^+$ , $E_{v'v'}^+$ , $E_{w'w'}^+$ , $E_{u'v'}^+$ et $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par $k_x^+$ et $k_z^+$ , obtenues dans un plan $x - z$ à $y^+ = 100$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du spot total ainsi que les grandes structures induites par le spot transitionnel à $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans Hoyas & Jiménez (2006) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale $E_{max}$ et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à $0.125E_{max}$ . . . . .	133
3.38	Densités spectrales $E_{u'u'}^+$ , $E_{v'v'}^+$ , $E_{w'w'}^+$ , $E_{u'v'}^+$ et $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par $k_x^+$ et $k_z^+$ , obtenues dans un plan $x - z$ à $y^+ = 12$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du cœur turbulent du spot à $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans Hoyas & Jiménez (2006) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale $E_{max}$ et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à $0.125E_{max}$ . . . . .	134
3.39	Densités spectrales $E_{u'u'}^+$ , $E_{v'v'}^+$ , $E_{w'w'}^+$ , $E_{u'v'}^+$ et $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par $k_x^+$ et $k_z^+$ , obtenues dans un plan $x - z$ à $y^+ = 100$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du cœur turbulent du spot à $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans Hoyas & Jiménez (2006) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale $E_{max}$ et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à $0.125E_{max}$ . . . . .	135
4.1	Évolution temporelle du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante $Re_b$ pour la simulation avec 16 rugosités et $Re_\tau = 125$ . Les symboles carrés représentent le début et la fin de la fenêtre temporelle utilisée pour calculer les statistiques. . . . .	142
4.2	Profil de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ (tracé à partir de la paroi inférieure) obtenu avec MULTIFAST en canal rugueux, comparé avec celui d'Anika <i>et al.</i> (2020). . . . .	143
4.3	Contraintes de Reynolds $\overline{u'_i u'_i}$ ( <b>à gauche</b> ) et $-\overline{u'v'}$ ( <b>à droite</b> ) obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont tracés à partir de la paroi inférieure ( <b>à gauche</b> ) et à partir de la crête de la rugosité ( <b>à droite</b> ). ( <b>en bleu</b> ) $\overline{u'u'}^+$ ( <b>en orange</b> ) $\overline{v'v'}^+$ ( <b>en vert</b> ) $\overline{w'w'}^+$ ( <b>en rouge</b> ) $\overline{u'v'}^+$ . Les profils sont comparés avec ceux d'Anika <i>et al.</i> (2020). . . . .	143
4.4	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K$ et l'équilibre de ces termes $\Sigma_K$ obtenus avec MULTIFAST pour un canal rugueux. Chaque terme est adimensionné par $u_\tau^3/H$ . Ces profils sont comparés avec ceux obtenus par Anika <i>et al.</i> (2020). Le trait en petits pointillés noirs représente 0. . . . .	144

4.5	Exemple de configuration avec des rugosités dans le domaine 3D ( <b>à gauche</b> ) et sur la paroi inférieure ( <b>à droite</b> ). L'écoulement est selon $x$ . . . . .	145
4.6	Profils des RMS de vitesses et de température obtenus pour le cas $s0p9$ . . . . .	147
4.7	Lignes de courant instantanées superposées aux contours de température instantané pour le cas $s0p9$ obtenus à $t^* = 800$ . Les rugosités sont représentées par des rectangles noirs. L'écoulement va de la gauche vers la droite. . . . .	148
4.8	Évolution temporelle du nombre de Reynolds $Re_b$ basé sur la vitesse débitante $u_b$ . Les symboles représentent le début et la fin des fenêtres temporelles utilisées pour calculer les statistiques de chaque cas. . . . .	150
4.9	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ ( <b>à gauche</b> ) et de vitesse longitudinale moyenne corrigée par la vitesse débitante $\bar{U}/\bar{u}_b$ ( <b>à droite</b> ). La fonction de rugosité $\Delta U^+$ est représentée pour la configuration $s^*/k^* = 12$ . . . . .	150
4.10	Profils de température moyenne $\bar{\theta}^+$ . . . . .	151
4.11	Schéma montrant la région définie au-dessus des rugosités ( <b>en vert</b> ). Les rugosités sont représentées en noir. La région définie entre les rugosités est le reste du domaine. . . . .	152
4.12	Moyennes locales de la vitesse longitudinale $\bar{U}_+$ ( <b>à gauche</b> ) et de la température $\bar{\theta}_+$ ( <b>à droite</b> ). . . . .	152
4.13	Évolution du nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement local $Re_\tau$ ( <b>à gauche</b> ) et du gradient de température local $\frac{1}{\Delta T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y^*}$ ( <b>à droite</b> ). . . . .	153
4.14	Évolution du coefficient de friction $D_\nu$ et du coefficient de traînée de forme $D_p$ normalisé par le coefficient de traînée global $D_{tot}$ . Ces coefficients normalisés sont tracés en fonction du décalage entre les rugosités $s^*/k^*$ ( <b>à gauche</b> ) et de la densité surfacique de rugosités à la paroi $\lambda_p$ ( <b>à droite</b> ). . . . .	154
4.15	Profils des RMS de vitesses et de température obtenus dans les différents cas. . . . .	155
4.16	Profils des corrélations vitesses température obtenus dans les différents cas. . . . .	156
4.17	Rapport entre les flux turbulents longitudinaux et verticaux obtenus dans les différentes configurations rugueuses et ceux obtenus dans en canal turbulent lisse. Le trait en pointillé représente 1. . . . .	157
4.18	Profils des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement obtenus pour la configuration $s^*/k^* = 9$ ( <b>en pointillés</b> ) comparés à ceux obtenus en canal turbulent lisse ( <b>en traits continus</b> ). . . . .	158
4.19	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K$ obtenus pour le cas $s9p18$ ( <b>en orange</b> ) comparés à ceux obtenus en canal turbulent lisse ( <b>en noir</b> ). . . . .	160
4.20	Profils des termes de l'équation de transport de la variance de température $\bar{T}'T'$ obtenus pour le cas $s9p18$ ( <b>en orange</b> ) comparés à ceux obtenus en canal turbulent lisse ( <b>en noir</b> ). . . . .	162
4.21	Lignes de courant superposées au champ de vitesse longitudinale instantané pour la configuration $s^*/k^* = 12$ . Les rugosités sont représentées en noir. ( <b>En haut</b> ) vue de dessus à $y^+ = 10$ , ( <b>en bas</b> ) vue de côté à $z^* = \pi/4$ . L'écoulement va de la gauche vers la droite. . . . .	163

4.22 Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus dans les différentes configurations dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^+$  et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. . . . . 164

4.23 Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus pour le cas *s9p18* localement autour d'une rugosité. Les rugosités sont représentées en noir et les contours sont colorés **(a et c)** en bleu et **(b et d)** par leur vorticité transversale  $\omega'_z$ . **(a et c)** vue de devant **(b et d)** vue isométrique. La direction de l'écoulement est selon  $x$ . . . . . 165

4.24 Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus pour le cas *s2p4* dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) entre les quatre premières rugosités. Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^+$  et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est selon  $x$ . . . . . 166

4.25 Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus dans les différentes configurations dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^+$  et les rugosités sont représentées en noir. Le canal indépendant entre deux rugosités consécutives est représenté en rouge. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. . . . . 167

4.26 Densités spectrales  $E_{TT'}^+$  prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ , obtenues dans un plan  $x - z$     $y^+ = 70$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales des configurations  $s^*/k^* = 3$  **(  gauche)** et  $s^*/k^* = 12$  **(  droite)**. Les contours noirs représentent les deux niveaux définis par Hoyas & Jiménez (2006) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ . . . . . 169

4.27 Schéma conceptuel et fortement simplifié de la superposition des effets des couches de cisaillement attachées (SL) aux crêtes et des TQLs sur  $(\theta_{RMS}^+)$  au point **L** situé à  $y^+ > k^+$ . Les surfaces effectives sont indiquées par  $S_{SL}$  et  $S_{TQL}$ . L'effet des SL au point **L** est noté formellement :  $\sum_{S_{SL}} E_{SL}$ , et celui des TQLs :  $\sum_{S_{TQL}} E_{TQL}$ . L'effet résultant induit au point **L** dans la configuration **B** s'écrit 
$$E_{L,B} = \frac{\sum_{S_{SL}} E_{SL} + \sum_{S_{TQL}} E_{TQL}}{S_{SL} + S_{TQL}} = \frac{E_{L,A}}{1+r} + \frac{r \sum_{S_{TQL}} E_{TQL}}{1+r},$$
 où  $r$  est le rapport des surfaces effectives  $r = \frac{S_{TQL}}{S_{SL}}$ . L'hypothèse est clairement que les effets SL et TQLs n'ont pas d'interactions entre eux et ne font que se superposer. L'effet des TQLs domine lorsque  $r \gg 1$ , i.e. aux grands décalages  $s^*$ . . . . . 170

4.28 Panaches de température instantanée  $T^* = -0.25$  pour les différentes configurations rugueuses. Les contours sont colorés en fonction de la position verticale  $y^+$  dans le canal allant de 0 (paroi inférieure, couleur bleu foncé)    $Re_\tau$  (centre du canal, couleur rouge). La couleur cyan correspond à  $y^+ = k^+$ . La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. . . . . 171

4.29	Profils des nombres de Prandtl turbulent $Pr_t$ et de Prandtl turbulent effectif $Pr_{t_{eff}}$ pour les configurations $s^*/k^* = \{3, 12\}$ . . . . .	173
4.30	Évolution du nombre de Nusselt $Nu$ en fonction du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante $Re_b$ . . . . .	174
4.31	Évolution des facteurs de performance thermiques $TPF_{lam}$ ( <b>en haut</b> ) et $TPF_{turb}$ ( <b>en bas</b> ) en fonction du décalage entre les rugosités $s^*/k^*$ ( <b>à gauche</b> ) et de la densité surfacique de rugosités $\lambda_p$ ( <b>à droite</b> ). . . . .	175
5.1	Exemple de configuration d'un canal avec développement de couche limite (représentée en bleu) et avec des rugosités placées dans le cisaillement pour contrôler passivement la transition à la turbulence. . . . .	179
5.2	Exemple de configuration couplée entre une entrée laminaire lisse (EL), une entrée initialement laminaire qui contient les rugosités (ER) et un canal lisse de contrôle (CC). . . . .	181
5.3	Logigramme représentant les étapes successives de la méthode ISA au cours d'une itération temporelle. . . . .	182
5.4	Schéma représentant les différentes configurations utilisées pour analyser l'efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux EL et ER. Seule la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) est représentée sans la région Fringe (même si elle est utilisée dans les simulations) pour des questions de lisibilité. La couche limite est représentée en rouge et les rugosités en noir pour chaque configuration. Les longueurs ne sont pas représentatives. . . . .	184
5.5	Schéma représentant les différentes configurations utilisées pour analyser l'efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux ER et CC. Seule la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) est représenté sans la région Fringe (même si elle est utilisée dans les simulations) pour des questions de lisibilité. Les rugosités sont représentées en noir pour chaque configuration. Les longueurs ne sont pas représentatives. . . . .	187
5.6	Schéma représentant une configuration utilisée pour analyser l'effet de rugosités placées à l'entrée d'un canal laminaire. . . . .	188
5.7	Rapports des temps de calcul en fonction des rapports du nombre de nœuds des maillages. Chaque rapport est défini comme la valeur pour la simulation n'utilisant pas la méthode ISA sur la valeur pour la simulation utilisant la méthode ISA. . . . .	189
5.8	Configurations des rugosités dans le canal ER pour la répartition <b>A</b> (grandes rugosités, $k^* = 0.27$ ) et la répartition <b>B</b> (petites rugosités, $k^* = 0.135$ ) dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. . . . .	191
5.9	Évolution temporelle du nombre de Reynolds $Re_b$ basé sur la vitesse débitante $u_b$ . Les symboles représentent le début et la fin des fenêtres temporelles utilisées pour calculer les statistiques de chaque cas. La flèche en pointillé gris montre dans quel sens évolue $\delta_0^*$ . . . . .	193
5.10	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ ( <b>à gauche</b> ) et de température moyenne $\bar{\theta}^+$ ( <b>à droite</b> ) obtenus pour la répartition <b>A</b> (grandes rugosités). . . . .	194

5.11	Profils des RMS de vitesses et de température obtenus pour la répartition <b>A</b> (grandes rugosités). . . . .	195
5.12	Profils des corrélations vitesses température obtenus pour la répartition <b>A</b> (grandes rugosités). . . . .	196
5.13	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ ( <b>à gauche</b> ) et de température moyenne $\bar{\theta}^+$ ( <b>à droite</b> ) obtenus pour la répartition <b>B</b> (petites rugosités). . . . .	197
5.14	Profils des RMS de vitesses et de température obtenus pour la répartition <b>B</b> (petites rugosités). . . . .	198
5.15	Profils RMS de vorticité $\omega'_x, \omega'_y$ et $\omega'_z$ obtenus pour la répartition <b>A</b> (grandes rugosité) ( <b>� gauche</b> ) et la répartition <b>B</b> (petites rugosité) ( <b>� droite</b> ) comparés à ceux obtenus en canal pleinement turbulent ( <b>en noir</b> ). . . . .	199
5.16	Contours de $\lambda_2^+ = -0.02$ obtenus avec $k^* = 0.27$ dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales $y^*$ et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. Canaux ER et CC ( <b>� gauche</b> ) Canal CC ( <b>� droite</b> ). . . . .	201
5.17	Contours de $\lambda_2^+ = -0.02$ obtenus avec $k^* = 0.135$ dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales $y^*$ et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. Canaux ER et CC ( <b>� gauche</b> ) Canal CC ( <b>� droite</b> ). . . . .	202
5.18	Lois de relaxation obtenues pour la répartition <b>A</b> (grandes rugosités). . . . .	206
5.19	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ , de température moyenne $\bar{\theta}^+$ et des RMS des fluctuations de température $(\theta'_{RMS})^+$ . Répartition <b>A</b> (grandes rugosités). . . . .	208
5.20	Lois de relaxation obtenues pour la répartition <b>B</b> (petites rugosités). . . . .	209
5.21	évolution du nombre de Nusselt $Nu$ en fonction du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante $Re_b$ . . . . .	210
A.1	Fonctionnement de l'outil de post-traitement PyFast. . . . .	XVIII
A.2	Passage du maillage <i>staggered</i> de MULTIFAST à un maillage <i>centré</i> pour PyFast. . . . .	XIX
A.3	Problème pour le calcul des dérivées avec la méthode des frontières immergées. ( <b>� gauche</b> ) vitesse longitudinale moyenne comportant une légère discontinuité à la crête des rugosités ; ( <b>au centre</b> ) profil du terme de production d'énergie cinétique sans correction du calcul de la dérivée ; ( <b>� droite</b> ) profil du terme de production d'énergie cinétique avec correction du calcul de la dérivée. Les termes de production sont normalisés par $u_\tau^3/H$ et comparés à celui obtenu par Anika <i>et al.</i> (2020). . . . .	XX
A.4	Exemple d'application de l'algorithme de détection des TQLs. Les contours des $\lambda_2 = -0.02$ sont tracés en cyan dans la partie inférieure du canal. ( <b>en haut</b> ) minimums locaux de $\lambda_2$ , ( <b>en bas</b> ) centres des TQLs détectés, tous deux représentés par des points rouges. . . . .	XXII

B.1	Contours des fluctuations de vitesse longitudinale au sens Poiseuille $u'_{PS}$ obtenues à $t^* = 175$ au centre du canal ( $y^* = 1$ ). Les pointillés correspondent aux positions auxquelles les profils suivants sont tracés. Contrairement au corps du manuscrit, ici la direction transversale n'est pas tronquée. . . . .	XXV
B.2	Profils des vitesses et température instantanés obtenus à $t^* = 175$ sur la paroi $z^* = 5\pi$ à différentes positions $x^*$ . . . . .	XXVI
B.3	Profils de vitesse longitudinale instantanés (normalisée par $u_c$ local) obtenus à $t^* = 175$ sur la paroi $z^* = 5\pi$ à différentes positions $x^*$ . . . . .	XXVI
B.4	Évolution temporelle de $Re_{\tau_S}$ ( <b>à gauche</b> ) et de $T_{\tau_S}$ ( <b>à droite</b> ). Les lignes continues noires représentent les valeurs obtenues dans le canal pleinement turbulent, qui sont respectivement $132.7$ et $2.1 \times 10^{-2}$ . Les symboles ronds correspondent au spot entier et les symboles carrés à la partie turbulente du spot. . . . .	XXVII
B.5	Profils de vitesse longitudinale moyenne $\bar{U}^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ), de température moyenne $\bar{T}^+$ ( <b>en haut à droite</b> ) et de température transformée moyenne $\bar{\theta}^+$ ( <b>en bas</b> ) obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ (en bleu), $t^* = 165$ (en rouge) et $t^* = 155$ (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent. . . . .	XXVIII
B.6	Profils des RMS de $u'_{RMS}$ ( <b>en haut à gauche</b> ), $v'_{RMS}$ ( <b>en haut à droite</b> ), $w'_{RMS}$ ( <b>en bas à gauche</b> ) et des RMS de température $T'_{RMS}$ ( <b>en bas à droite</b> ) obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ (en bleu), $t^* = 165$ (en rouge) et $t^* = 155$ (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent. . . . .	XXIX
B.7	Contrainte de Reynolds $-\overline{u'v'}^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ) et corrélations vitesses température $\overline{u'T'}^+$ ( <b>en haut à droite</b> ), $\overline{v'T'}^+$ ( <b>en bas à gauche</b> ) et $\overline{w'T'}^+$ ( <b>en bas à droite</b> ) obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ (en bleu), $t^* = 165$ (en rouge) et $t^* = 155$ (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent. . . . .	XXX
B.8	Profils RMS de vortacité $\omega'_x$ ( <b>en haut à gauche</b> ), $\omega'_y$ ( <b>en haut à droite</b> ) et $\omega'_z$ ( <b>en bas</b> ) obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ (en bleu), $t^* = 165$ (en rouge) et $t^* = 155$ (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent. . . . .	XXXI
B.9	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}$ : $P_K^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ), $Tr_K^+$ ( <b>en haut à droite</b> ), $\Pi_K^+$ ( <b>au milieu à gauche</b> ), $D_K^+$ ( <b>au milieu à droite</b> ) et $-\epsilon_K^+$ ( <b>en bas</b> ) obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ (en bleu), $t^* = 165$ (en rouge) et $t^* = 155$ (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent. . . . .	XXXII
B.10	Profils des termes de l'équation de transport de la variance des fluctuations de température $\overline{T'T'}$ : $P_T^+$ ( <b>en haut à gauche</b> ), $Tr_T^+$ ( <b>en haut à droite</b> ), $D_T^+$ ( <b>en bas à gauche</b> ) et $-\epsilon_T^+$ ( <b>en bas à droite</b> ) obtenus dans le spot total à $t^* = 175$ (en bleu), $t^* = 165$ (en rouge) et $t^* = 155$ (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent. . . . .	XXXIII

D.1	Moyennes locales de la vitesse longitudinale $\bar{U}_+$ ( <b>en haut</b> ) et de la température $\bar{\theta}_+$ ( <b>en bas</b> ) entre et au-dessus des rugosités. . . . .	XLIX
D.2	Profils des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement obtenus dans les différents cas. . . . .	L
D.3	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K$ obtenus dans les configurations $s^*/k^* = \{2, 3\}$ . . . . .	LII
D.4	Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique $K$ obtenus dans les configurations $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$ . . . . .	LII
D.5	Profils des termes de l'équation de transport de la variance de température $\overline{T'T'}$ obtenus dans les configurations $s^*/k^* = \{2, 3\}$ . . . . .	LIII
D.6	Profils des termes de l'équation de transport de la variance de température $\overline{T'T'}$ obtenus dans les configurations $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$ . . . . .	LIV
D.7	Profils RMS de vortacité $\omega'_x, \omega'_y$ et $\omega'_z$ obtenus dans les configurations $s^*/k^* = \{2, 3\}$ . . . . .	LV
D.8	Profils RMS de vortacité $\omega'_x, \omega'_y$ et $\omega'_z$ obtenus dans les configurations $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$ . . . . .	LV
D.9	Rapport des flux turbulents longitudinaux et verticaux obtenus dans les différentes configurations rugueuses et ceux obtenus dans le canal turbulent. . . . .	LVI





# Liste des tableaux

2.1	Performances parallèles du code. Tests effectués sur la machine de calcul TURING (cluster de l'IDRIS) un maillage contenant $2048 \times 512 \times 512$ nœuds. Les données sont tirées de la thèse de Bauer <i>et al.</i> (2015). . . . .	43
2.2	Nombre de sous-itérations et coefficients temporels des schémas disponibles dans MULTIFAST. . . . .	55
2.3	Différentes conditions de sortie testées dans la littérature. . . . .	66
3.1	Paramètres utilisés pour les simulations numériques de transition bypass dans un écoulement de Poiseuille. Pour les trois simulations $\theta = 0^\circ$ . . . . .	97
4.1	Paramètres utilisés pour les simulations sur l'effet du décalage dans le canal rugueux. . . . .	146
4.2	Paramètres utilisés pour les simulations sur l'effet du décalage dans le canal rugueux. . . . .	166
5.1	Paramètres utilisés dans les différentes configurations pour analyser l'efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux EL et ER. Les longueurs totales et les nombres totaux de mailles sont donnés dans ce tableau, c'est-à-dire avec la région Fringe. . . . .	185
5.2	Performances obtenues dans les différentes configurations pour le couplage ISA avec uniquement les canaux EL et ER. . . . .	185
5.3	Paramètres utilisés dans les différentes configurations pour analyser l'efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux ER et CC. Les longueurs totales et les nombres totaux de mailles sont donnés dans ce tableau, c'est-à-dire avec la région Fringe. . . . .	186
5.4	Performances obtenues dans les différentes configurations pour le couplage ISA avec uniquement les canaux ER et CC. Les temps correspondent à ceux obtenus respectivement dans les canaux ER et CC pour la configuration avec la technique de recyclage. . . . .	187

# Nomenclature

## Notations

$x, x_1$	Direction longitudinale
$y, x_2$	Direction verticale
$z, x_3$	Direction transversale
$t$	Temps
$u, u_1$	Composante longitudinale de la vitesse
$v, u_2$	Composante verticale de la vitesse
$w, u_3$	Composante transversale de la vitesse
$p$	Pression
$H$	Demi-hauteur du canal
$u_c$	Vitesse au centre du canal
$u_b$	Vitesse débitante
$u_\tau = \sqrt{\tau_p/\rho}$	Vitesse de frottement
$Re_c = (u_c H) / \nu$	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre du canal
$Re_b = (u_b H) / \nu$	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante
$Re_\tau = (u_\tau H) / \nu$	Nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement
$Re_{cr}$	Nombre de Reynolds critique
$Re_{bcr}$	Nombre de Reynolds critique basé sur la vitesse débitante
$L_h$	Longueur de développement hydraulique
$D_H$	Diamètre hydraulique
$k$	Hauteur de rugosité
$s$	Décalage entre les rugosités
$k_s$	Hauteur de rugosité en taille de grains de sable équivalent
$Nu$	Nombre de Nusselt
$Pr = \nu/\alpha$	Nombre de Prandtl
$C_f$	Coefficient de frottement à la paroi
$L_x, L_y, L_z$	Taille du canal
$n_x, n_y, n_z$	Nombres de nœuds du maillage
$i, j, k$	Indices du maillage
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Pas spatial du maillage
$\Delta t$	Pas de temps
$q_w$	Flux de température à la paroi
$T$	Température
$T_\tau$	Température de frottement
$\omega$	Vorticité

$k$	Nombre d'onde
$K = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}$	Energie cinétique
$P$	Terme de production dans les équations de transport
$Tr$	Terme de transport turbulent dans les équations de transport
$D$	Terme de diffusion moléculaire dans les équations de transport
$\Pi$	Terme de pression dans les équations de transport

### Symboles grecs

$\alpha$	Diffusivité thermique du fluide
$\epsilon$	Terme de dissipation dans les équations de transport
$\theta = T - T_{inf}$	Température transformée
$\theta_p$	Température transformée de frottement
$\rho$	Masse volumique du fluide
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide
$\tau_p$	Frottement à la paroi
$\eta$	Longueur de Kolmogorov
$\kappa$	Constante de Von Karman
$\delta$	Hauteur de couche limite
$\bar{\Pi}$	Gradient de pression imposé

### Abréviations

SND	Simulation Numérique Directe
LES	Simulation des grandes échelles de la turbulence
TPF	Facteur de performance thermique
TQL	Tourbillons quasi longitudinaux
IBM	Méthode des frontières immergées
ISA	Approche par sous-domaines interconnectés
EL	Entrée laminaire lisse
ER	Entrée laminaire rugueuse
CC	Canal lisse de contrôle

**Indices et exposants**

$\overline{(\ )}$	Quantité moyennée temporellement dans des plans $x - z$
$(\ )^*$	Quantité adimensionnée par $u_c$ et $H$
$(\ )^+$	Quantité adimensionnée par $u_\tau$ et $\nu$
$(\ )'$	Quantité fluctuante
$(\ )_{inf}, (\ )_{sup}$	Quantité sur la paroi inférieure, supérieure
$(\ )_K$	Termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique
$(\ )_T$	Termes de l'équation de transport de la variance de température
$(\ )_{RMS}$	Moyenne quadratique
$(\ )'_{PS}$	Fluctuations au sens Poiseuille du terme
$(\ )_S$	Quantité du spot transitionnel
$(\ )_R$	Quantité rugueuse
$(\ )^{CC}$	Quantité dans le canal lisse de contrôle



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

La turbulence est un état particulier d'un écoulement qui se caractérise par la formation, la régénération et la coexistence de structures tourbillonnaires dont la taille varie de l'échelle de Kolmogorov aux grandes structures énergétiques. Les écoulements turbulents s'observent partout, que ce soit lors de la cuisson des pâtes, en course automobile ou avec les courants atmosphériques. Ils ont un impact non négligeable d'un point de vue industriel. Par exemple, la puissance motrice vient combattre la force de traînée induite par les différentes échelles de la turbulence dans le secteur de l'aéronautique. Néanmoins, il existe des exemples dans lesquels la turbulence est bénéfique, car elle augmente significativement le mélange (Dimotakis (2005)) et le transfert thermique pariétal. Elle permet également de transporter rapidement de l'énergie et de la chaleur d'un endroit à un autre. Le micromélange turbulent d'un scalaire passif couvre toutes les échelles spatiotemporelles d'un écoulement turbulent (Eckart (1948); Yakhot (2008)). C'est le cas notamment pour la dispersion et le mélange de traceurs (polluant, fumée, nuage de petites particules, encre ou colorant alimentaires). Le mélange est actif et couplé à la dynamique dans les cas les plus complexes, comme pour le mélange de fluide de densités différentes dans les courants atmosphériques, le mélange de température (ou de salinité) dans les courants océaniques, ou le transport sédimentaire. Enfin, le mélange induit un changement des propriétés du fluide (densité, pression, enthalpie, etc.) dans les cas les plus extrêmes comme dans la combustion.

Le contrôle des écoulements relève d'un fort intérêt économique et de performance des systèmes et des procédés concernés. L'optimisation des processus reposant sur des principes de mélange ou de transferts thermiques permet, par exemple, d'améliorer la performance des échangeurs. L'amélioration des transferts thermiques revient alors à réduire la résistance thermique, soit en augmentant la surface effective du transfert, soit en manipulant intrinsèquement l'écoulement. Les échangeurs thermiques sont présents dans beaucoup de secteurs de l'industrie : microélectronique, nucléaire, médical, bâtiment, automobile, et bien d'autres (Mousa *et al.* (2021)). Les méthodes pour améliorer les échanges thermiques se distinguent en deux groupes : les méthodes actives et passives. Les méthodes actives requièrent de l'énergie pour contrôler, en temps réel, la turbulence et les transferts thermiques qui en découlent. C'est le cas, entre autres, des contrôles par

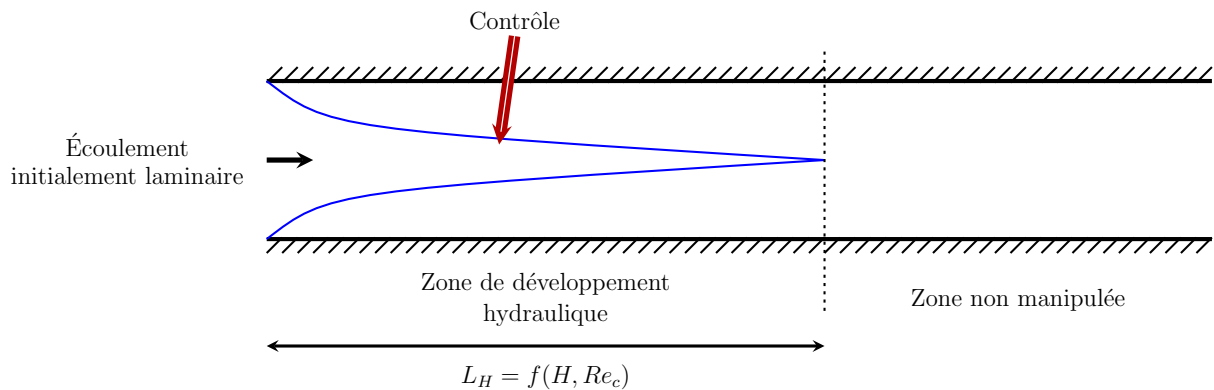
électrohydrodynamique (EHD) ou magnétohydrodynamique (MHD). Les méthodes passives ne requièrent pas d'énergie et consistent, par exemple, en une modification de la paroi ou l'ajout de dispositifs statiques dans l'écoulement. C'est le cas notamment des géométries torsadées ou hélicoïdales, des déflecteurs ou générateurs de tourbillons et des parois rugueuses. Le lecteur intéressé pourra se référer aux études bibliographiques de [Sheikholeslami \*et al.\* \(2015\)](#) et de [Maradiya \*et al.\* \(2018\)](#). L'optimisation des échangeurs thermiques peut mener à une réduction de l'utilisation des matériaux qui les composent ou des déchets qu'ils engendrent suite à une défaillance, voire à une réduction de l'énergie qu'ils consomment. Cela pourrait aussi les rendre plus compacts et donc augmenter leurs rendements surfaciques. En mettant de côté les transferts thermiques, l'augmentation du mélange d'un scalaire passif peut aussi trouver un intérêt dans le domaine médical comme le séquençage de l'ADN ou l'administration de médicaments dans le sang, ainsi que dans le domaine de la papeterie avec l'impression à jet d'encre. Enfin, avec les avancées constantes en microtechnologie, de plus en plus de systèmes biomédicaux, chimiques et électroniques sont miniaturisés. Les problématiques liées à la surchauffe des éléments, du matériel informatique (CPUs, GPUs, datacenters, puces électroniques) ou de systèmes micro-électromécaniques (MEMS) vont donc être de plus en plus primordiales. La génération de chaleur et la surchauffe des composants impactent de manière non négligeable leur durée de vie et les conséquences vont d'une baisse de performance à une défaillance totale.

La turbulence est un excellent mélangeur. Le mélange d'un scalaire passif dans un écoulement en présence de parois est meilleur dans le régime turbulent, comparé aux régimes laminaires et chaotiques ([Kadoch \*et al.\* \(2020\)](#)). Le processus de transfert de chaleur à la paroi est de même plus performant en écoulements turbulents qu'en écoulements chaotiques. Ce gain en performance est, en revanche, contrecarré par l'augmentation des pertes de charges. Il existe cependant des applications pour lesquelles le dernier point est moins important, et le mélange et le transfert thermique pariétal sont primordiaux. L'ingénieur a donc tout intérêt à travailler avec un écoulement turbulent lorsque ceci s'avère possible, voire à imiter la turbulence pariétale par un contrôle actif. Il existe en effet certains procédés dans lesquels les structures tourbillonnaires similaires à celles d'un écoulement turbulent développé sont provoquées en imposant un forçage spécifique et qui localement améliorent le mélange à des nombres de Reynolds particulièrement faible ([Tardu \(2012\)](#)).

Cette thèse a été, à l'origine, motivée par la problématique de refroidissement des lasers à ultra-haute intensité. En effet, cette technologie connaît un fort essor grâce à la maîtrise de la technique d'amplification d'impulsions à dérive de fréquence (CPA) mise au point par Gérard Mourou ([Strickland & Mourou \(1985\)](#)). Des lasers multi-pétawatts peuvent être utilisés à haute fréquence à condition de maîtriser le refroidissement des amplificateurs, car la répétition du laser en provoque leur surchauffe. Il est donc nécessaire d'évacuer l'accumulation de chaleur, par convection forcée. Le refroidissement s'opère donc avec un fluide passant entre deux amplificateurs, ce qui s'apparente à un écoulement en canal. Un point important à préciser et qu'un écoulement turbulent altère la qualité du faisceau du laser en brouillant sa phase ([Bellec \*et al.\* \(2019\)](#)). C'est pourquoi, le refroidissement par



convection forcée se fait, à présent, avec un écoulement laminaire, ce qui est nettement moins efficace au niveau échange thermique comparé à la convection forcée turbulente. Il faut envisager un dispositif (si possible) passif de contrôle afin d'améliorer le processus de transfert thermique et de piloter les caractéristiques du mélange. M. Alain Girard, du département des systèmes à basse température du CEA-Grenoble et co-encadrant de cette thèse, a organisé plusieurs réunions il y a maintenant quelques années sur la thématique du refroidissement des lasers à ultra-haute intensité. Lors d'une de ces réunions, le LEGI a proposé de répartir des rugosités avec une distribution spécifique et particulière dans la zone de développement hydraulique d'un écoulement en canal initialement laminaire (Figure 1). L'objectif serait alors de déclencher une transition de type bypass, rapide et efficace dans la zone d'entrée hydraulique pour améliorer le processus de transfert dans l'écoulement développé qui suit. La zone non manipulée de la Figure 1 représente l'amplificateur laser dans lequel aucune intervention n'est possible. Il est donc impératif d'agir en amont. Une autre particularité de la proposition fut que le nombre de Reynolds soit aux alentours du nombre de Reynolds critique  $Re_{cr}$  (nombre de Reynolds en dessous duquel la turbulence ne survit pas) et que l'écoulement initial soit laminaire. En effet, ce procédé pourrait alors trouver d'autres applications comme en microfluidique où le nombre de  $Re$  est faible.



**Figure 1** – Contrôle passif appliqué à la zone de développement hydraulique d'un écoulement en canal initialement laminaire.

La zone de développement hydraulique n'a pas reçu suffisamment d'attention dans la littérature. Mis à part l'étude de [Buffat \*et al.\* \(2014\)](#), il n'y a pas d'investigation sur la transition bypass dans cette région, et moins encore sur le transport d'un scalaire passif. La littérature sur la structure dynamique d'un spot transitionnel dans un écoulement de Poiseuille est très riche. Il y a cependant une carence en ce qui concerne le transport d'un scalaire passif au sein d'un spot dans la littérature. Une partie de cette recherche est donc dédiée à combler cette carence, ne serait-ce que partiellement. Ce thème paraît au premier abord découpé du reste du manuscrit qui se compose donc en deux parties plus ou moins indépendantes. Il faut souligner cependant que certaines étapes de la transition bypass déclenchée par des rugosités en quinconce contiennent des spots locaux similaires à ce qui est observé dans un écoulement de Poiseuille ([Anika \*et al.\* \(2020\)](#)). Le Chapitre 1 de cette thèse vise à poser le cadre du travail ci-présent à travers un exposé sur l'état de l'art sur la transition bypass et les écoulements rugueux. Le Chapitre 2 présente le code de simulations numériques directes (SND). Un temps non négligeable a été consacré à l'implémentation des méthodes comme celle de « Fringe » et des frontières immergées qui n'existaient pas dans le code initial. Le Chapitre 3 est consacré au transport d'un scalaire passif au sein d'un spot transitionnel. L'effet des rugosités en quinconce sur la transition bypass, la dynamique et le scalaire passif est analysé dans le Chapitre 4. Une étude paramétrique est menée dans ce dernier afin d'élucider l'effet de la distribution géométrique des rugosités sur l'établissement d'un régime pseudo-rugueux, dans un écoulement initialement laminaire à un nombre de  $Re$  particulièrement faible. Enfin, le Chapitre 5 s'intéresse à l'impact des rugosités dans la zone de développement hydraulique sur la zone développée, conformément à l'objectif principal de cette étude. Le lecteur remarquera qu'une nouvelle approche numérique de sous-domaines interconnectés a été mis en place afin d'effectuer des SND à coût raisonnable dans ce domaine particulièrement large.

# 1

## Mise en contexte de l'étude

---

*Le contexte de la transition à la turbulence est posé dans ce chapitre. Dans un premier temps, la notion du nombre de Reynolds critique et les différents chemins menant à la turbulence sont introduits. La transition à la turbulence se fait de manière passive via des rugosités distribuées en quinconce dans la thèse. La topologie et la structure des écoulements rugueux sont donc présentées dans un second temps. L'accent est ensuite mis sur la transition de type bypass, une transition se caractérisant par une échelle de temps courte. Les objectifs de la thèse sont élucidés à la fin.*

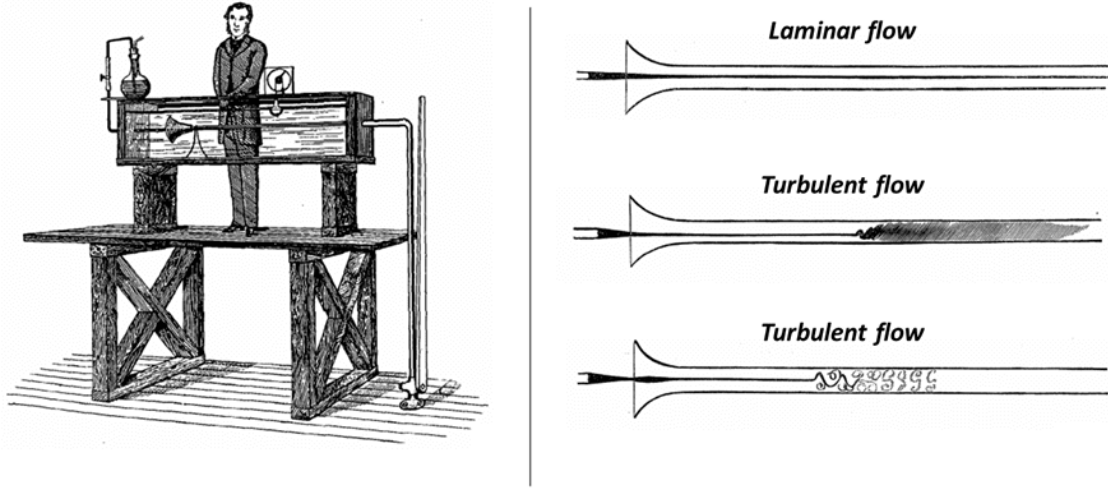
---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Les différents chemins de la turbulence</b>	<b>8</b>
<b>1.2</b>	<b>Écoulements rugueux turbulents</b>	<b>12</b>
1.2.1	Impact global des rugosités sur l'écoulement	12
1.2.2	Impact local des rugosités sur l'écoulement	17
1.2.3	Impact des rugosités sur le transfert convectif	18
1.2.4	Influence de la forme des rugosités et de leur distribution spatiale	21
1.2.5	Rôle des rugosités dans la transition	23
<b>1.3</b>	<b>La transition bypass</b>	<b>26</b>
<b>1.4</b>	<b>Synthèse et objectifs de la thèse</b>	<b>34</b>

---

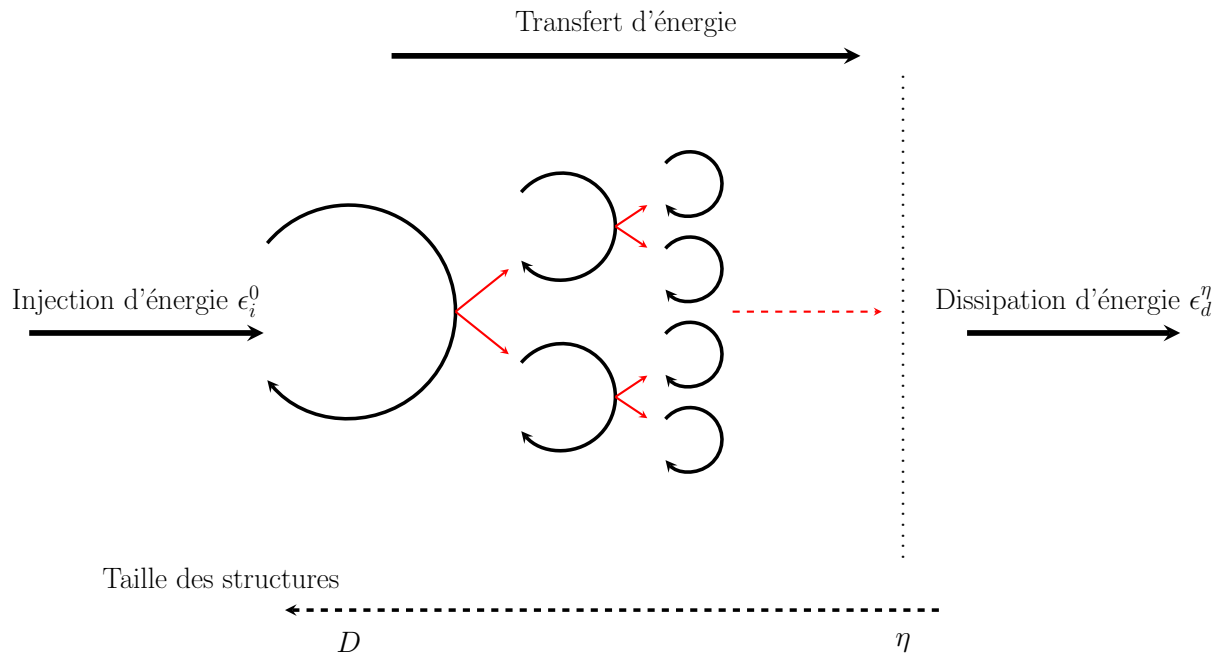


**Figure 1.1** – Schéma illustrant les expériences de **Reynolds (1883)** dans une conduite cylindrique rectiligne qui ont mis en évidence les régimes laminaire et turbulent.

D'un point de vue historique, la transition à la turbulence a été analysée pour la première fois par **Reynolds (1883)** à travers des expériences reconnues pour être minutieusement menées malgré la limitation des moyens évidents de l'époque (Figure 1.1). Reynolds a mis en évidence deux régimes d'écoulement en faisant varier le débit, et donc la vitesse dans la conduite : le régime laminaire et le régime turbulent. L'écoulement était laminaire pour de faibles vitesses et le colorant injecté ne se mélangeait pas. La turbulence apparaissait en augmentant la vitesse et le colorant commençait à se mélanger jusqu'à devenir diffus dans toute la conduite. Les deux régimes d'écoulement se caractérisent par un nombre adimensionnel appelé le nombre de Reynolds. Il est le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses du fluide :

$$Re = \frac{UD}{\nu}$$

avec  $U$  la vitesse dans la conduite,  $D$  le diamètre de la conduite et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Les forces visqueuses prédominent lorsque l'écoulement est laminaire alors que pour un écoulement turbulent, les forces inertielles dominent. Initialement, la conduite cylindrique est laminaire et l'énergie injectée dans celle-ci à travers le débit se caractérise par l'énergie  $\epsilon_i^0$  (**Bourgoin (2023)**). Cette dernière peut être dissipée par  $(\epsilon_d^0)^{max} = \nu^3/D^4$  qui dépend du diamètre de la conduite. Si l'énergie injectée peut se dissiper à l'échelle  $D$  ( $\epsilon_i^0 < (\epsilon_d^0)^{max}$ ), alors l'écoulement reste laminaire par équilibre énergétique. En revanche, si  $\epsilon_i^0 > (\epsilon_d^0)^{max}$ , l'énergie injectée dans la conduite ne peut plus être dissipée par la dissipation à sa propre échelle  $D$ . Il y a donc un transfert d'énergie vers de nouvelles échelles de taille  $k < D$  et l'écoulement transite à la turbulence. C'est la cascade de **Richardson (1922)** (Figure 1.2). L'énergie qui n'a pas pu être dissipée à l'échelle  $D$  devient l'énergie injectée pour la prochaine échelle. En d'autres termes, l'énergie dissipée pour chaque échelle  $k$  est  $\epsilon_d^k$  et l'énergie injectée est  $\epsilon_i^k = \epsilon_i^0 - \sum_{j=0}^{k-1} \epsilon_d^j$ . Le transfert d'énergie continu tant qu'à l'échelle  $k$ , l'équilibre entre l'énergie injectée et l'énergie dissipée n'est pas atteint. L'écoulement a fini de transiter lorsque  $\epsilon_i^k = \epsilon_d^k$  à l'« échelle de Kolmogorov », notée  $\eta$ .



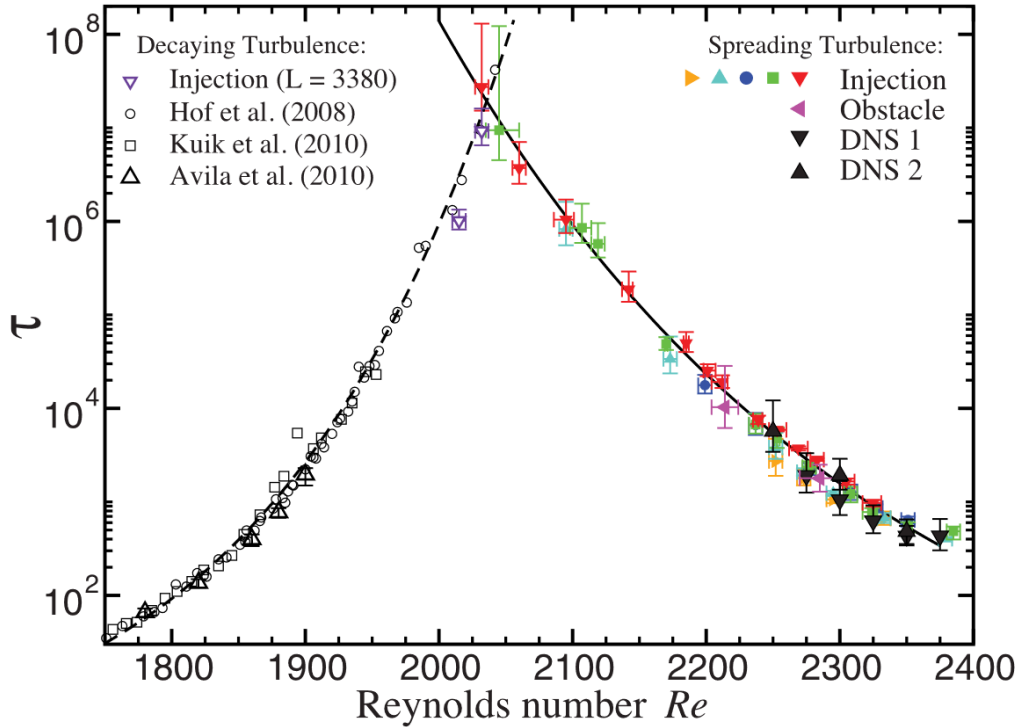
**Figure 1.2** – Schéma illustrant la cascade d'énergie de Richardson (1922).

## 1.1 Les différents chemins de la turbulence

La turbulence se développe lorsque le nombre de Reynolds est très grand devant 1. Contrôler ou transiter à un écoulement turbulent nécessite de connaître le nombre de Reynolds à partir duquel un écoulement, s'il est perturbé, peut transiter à la turbulence. Il est appelé nombre de Reynolds critique ou sub-critique  $Re_{cr}$ . Lorsque  $Re \approx Re_{cr}$ , la turbulence se manifeste comme une multitude de régions turbulentes localisées et entourées d'écoulement laminaire (Wyganski & Champagne (1973)). Ce nombre de Reynolds est aussi appelé « point de selle chaotique » dans la littérature (Eckhardt (2007)). Il a été le sujet de plusieurs études et les nombres de Reynolds  $Re_{cr}$  suivants sont basés sur la demi-hauteur  $H$  d'un canal ou le rayon  $R$  d'une conduite cylindrique. Orszag (1971) a trouvé  $Re_{cr} = 5772$  par stabilité linéaire en résolvant numériquement l'équation d'Orr-Sommerfeld. Stuart (1960) a trouvé  $Re_{cr} = 2800$  par stabilité non linéaire. Par la suite, Orszag & Kells (1980) ont mené des simulations numériques directes dans un canal et ont montré que  $Re_{cr} \approx 1000$ , et qu'à  $Re = 500$ , il était impossible de maintenir la turbulence dans le canal. Leurs simulations numériques directes ont été réalisées dans de petits domaines de calcul dû aux moyens limités de l'époque. Le nombre de Reynolds sous-critique n'est toujours pas clairement identifié de nos jours, car la transition dépend de l'amplitude de la perturbation dans le régime sous-critique. Les études récentes montrent cependant que le nombre  $Re_{bcr}$  (basé sur la vitesse débitante  $u_b$ ) est  $Re_{bcr} \approx 800$  (Yimprasert *et al.* (2021)).

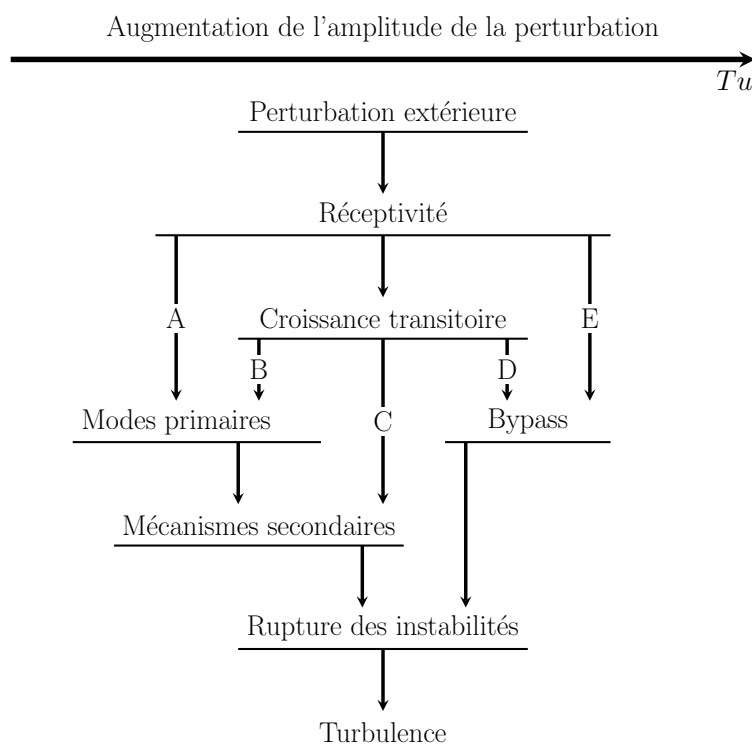
Les écarts observés dans la littérature pour les différents nombres de Reynolds critique s'expliquent par le fait qu'il existe une plage de nombres de Reynolds dans laquelle l'écoulement atteint un état bistable (ou métastable) caractérisé par la coexistence de patches laminaires et turbulents. Avila *et al.* (2010) ont réalisé des simulations numériques directes

afin d'analyser le temps de vie d'un spot turbulent dans des conditions propices à sa décroissance. Leur relaminarisation était définitive dans les simulations lorsque  $Re \leq 860$ , alors qu'au-dessus de cette valeur critique, la déstabilisation de l'écoulement causée par la relaminarisation mené à la formation d'un nouveau spot turbulent. Plus récemment, [Sano & Tamai \(2016\)](#) ont étudié expérimentalement la décroissance de la turbulence. L'écoulement était perturbé avec une grille à l'entrée d'un canal, ce qui engendrait la création de spots turbulents. L'intensité turbulente pouvait donc être analysée dans des sections  $y-z$  à différentes positions longitudinales dans le canal. Elle restait à peu près constante dans le canal jusqu'à  $Re \approx 850$  et décroissait avec la position longitudinale lorsque  $Re \leq 850$ , ce qui montrait que l'écoulement se relaminarisait. Les résultats obtenus ont supporté l'hypothèse que le temps de vie d'un spot transitionnel suit une loi super-exponentielle ([Hof et al. \(2008\)](#), [Avila et al. \(2010\)](#)). Elle dépend du nombre de Reynolds, de la taille du domaine et de la taille du spot ([Goldenfeld et al. \(2010\)](#), [Avila et al. \(2023\)](#)). Par la suite, [Avila et al. \(2011\)](#) ont continué leur étude via des expériences en conduites. Ils se sont focalisés sur la propagation de la turbulence, notamment la multiplication d'un spot turbulent. Le phénomène menant à la création d'un nouveau spot provient du détachement d'une couche de vorticit   suffisamment loin du spot principal. Le temps de multiplication suit   galement une loi super-exponentielle. L'intersection des lois que suivent les temps de vie et de multiplication permet d'avoir une estimation du  $Re_{cr}$  comme montr   sur la Figure 1.3. Ils ont montr   que  $Re_{cr} \approx 1020$  dans leur cas, ce qui est proche de la valeur obtenue en canal par [Orszag & Kells \(1980\)](#).



**Figure 1.3** – Temps moyen  $\tau$  d'un spot turbulent avant de mourir (**loi    gauche**) ou de se multiplier (**loi    droite**). L'intersection des deux lois donne  $Re_{cr}$ . Ce graphique est tir   de [Avila et al. \(2011\)](#).  $Re = UD/\nu$  dans leur   tude.

Cette thèse a pour but de déclencher la transition d'un écoulement laminaire à un écoulement turbulent. La transition nécessite la perturbation de l'écoulement initial de manière générale. La perturbation peut ensuite emprunter plusieurs « chemins » menant ou non à la turbulence, et le lecteur intéressé pourra se référer à [Morkovin, Reshotko & Herbert \(1994\)](#). Les « chemins » sont présentés sur la Figure 1.4. L'étape de réceptivité est primordiale pour un écoulement de couche limite. C'est elle qui définit les caractéristiques initiales de l'instabilité dans la couche limite lorsqu'une perturbation est placée en dehors de la couche limite ([Morkovin \(1969\)](#)). L'instabilité est par la suite amplifiée, que ce soit en couche limite ou dans un canal. Les interactions non linéaires et/ou tridimensionnelles mènent à une amplification rapide des perturbations, créant ainsi les instabilités secondaires. Ces dernières se rompent et créent de la turbulence qui se manifeste dans un premier temps sous la forme de spots transitionnels. C'est l'accroissement spatio-temporel, ainsi que la multiplication des spots qui mène à un canal pleinement turbulent, ou une couche limite pleinement turbulente.



**Figure 1.4** – Les différents chemins menant à la turbulence. Schéma de [Morkovin et al. \(1994\)](#).

Chaque chemin menant à la turbulence (Figure 1.4) a ses spécificités :

- **Chemin A** : La perturbation a une très faible amplitude (intensité turbulente  $Tu < 0.1\%$ ). L'instabilité engendrée par la perturbation subit une croissance modale exponentielle. Le déclenchement de la transition peut être corrélé à l'amplification modale qui dépend du taux de turbulence ([Mack \(1977\)](#)). L'exemple le plus connu est la croissance des ondes de Tollmien-Schlichting. Les instabilités de « crossflow » (pour les couches limites) et de « Görtler » (pour les couches limites sur une surface concave) suivent aussi ce chemin de transition à la turbulence. C'est le chemin qui a été le plus étudié dans la littérature.



- **Chemin B** : La perturbation a une faible amplitude ( $0.1\% < Tu < 0.7\%$ ). L'instabilité engendrée a une croissance transitoire lorsque l'amplitude de la perturbation augmente. L'amplitude de la perturbation reste assez faible pour qu'il y ait conjointement une croissance transitoire et une amplification de l'instabilité modale sur le chemin B. Cela a pour conséquence l'intensification de la croissance modale. En couche limite, [Kosorygin & Polyakov \(1990\)](#) avaient montré la coexistence des ondes de Tollmien-Schlichting et des modes de Klebanoff (instabilités associées à la croissance transitoire).
- **Chemin C** : La perturbation a une amplitude modérée ( $0.7\% < Tu < 1\%$ ). L'amplitude de la perturbation est suffisamment importante pour que la croissance transitoire remplace l'amplification modale.
- **Chemin D** : La perturbation a une grande amplitude ( $Tu > 1\%$ ). Elle est tellement importante qu'elle donne naissance à plusieurs autres perturbations qui interagissent entre elles, accélérant ainsi la croissance transitoire. L'amplitude de la perturbation permet de « bypasser » l'instabilité modale et les mécanismes secondaires. La croissance transitoire prédomine, ce qui se caractérise par une forte intensification de l'énergie. Cela se traduit par la formation de stries dans l'écoulement. Les perturbations empruntant ce chemin ont été étudiées en détail dans la littérature. Le lecteur intéressé pourra se référer à [Andersson \*et al.\* \(1999\)](#) et [Luchini \(2000\)](#) pour des cas en couche limite, et à [Henningson \*et al.\* \(1993\)](#) pour un cas en écoulement de Poiseuille. Les perturbations optimales ont la forme de paires de tourbillons contra-rotatives dans les deux cas.
- **Chemin E** : La perturbation a une très grande amplitude ( $Tu \gg 1\%$ ). L'amplitude est si importante que l'identification de la croissance transitoire n'est plus possible. La notion de transition est alors discutable.

Un des objectifs de la thèse est de contrôler passivement la transition d'un écoulement dans la région d'entrée d'un canal comme indiqué dans l'introduction. Deux couches limites se développent sur la paroi inférieure et supérieure dans cette région et la vitesse au centre du canal s'accélère ([Durst \*et al.\* \(2005\)](#)). Les deux couches se rejoignent dans la partie pleinement développée du canal. Il faut donc déstabiliser la couche limite à l'aide d'une perturbation extérieure, comme expliqué plus haut. Il existe deux méthodes pour perturber l'écoulement et transiter à la turbulence : les méthodes actives et passives. Les méthodes actives requièrent de l'énergie pour contrôler la turbulence. C'est le cas par exemple de l'utilisation des ultrasons ([Poncet \(2021\)](#)) ou d'actuateurs pariétaux ([Carlson \*et al.\* \(1982\)](#)). Les méthodes passives ne requièrent pas d'énergie. C'est le cas par exemple lorsque des rugosités sont utilisées pour déclencher la transition à la turbulence ([Anika \*et al.\* \(2020\)](#) ou [Vadlamani \*et al.\* \(2018\)](#)). La transition à la turbulence sera déclenchée par une méthode passive avec des rugosités rectangulaires de grandes tailles pour cette thèse. Il convient donc d'introduire la notion d'écoulement rugueux et de comprendre comment les rugosités impactent l'écoulement.

## 1.2 Écoulements rugueux turbulents

### 1.2.1 Impact global des rugosités sur l'écoulement

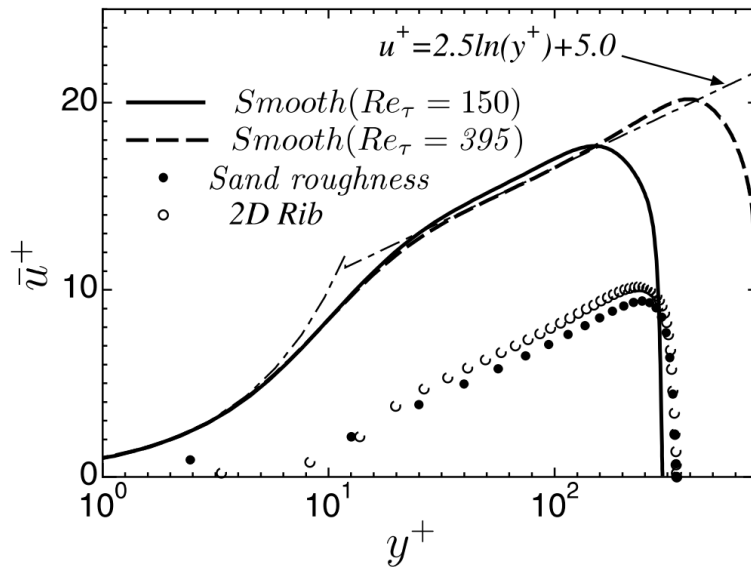
Le premier à avoir étudié des parois rugueuses a été [Nikuradse \(1933\)](#) en collant des grains de sable de différentes tailles  $k_s$  dans une conduite circulaire. L'ajout de rugosités sur la paroi a un impact sur la vitesse moyenne  $\bar{U}$ . En effet, à nombre de Reynolds constants, un décalage s'observe entre le profil  $\bar{U}$  de la conduite rugueuse et celui de la conduite lisse (Figure 1.5). Il se caractérise à travers la fonction de rugosité  $\Delta U^+$  :

$$\bar{U}^+ = \kappa^{-1} \ln(y^+) + C - \Delta U^+ \quad (1.2.1.1)$$

avec,

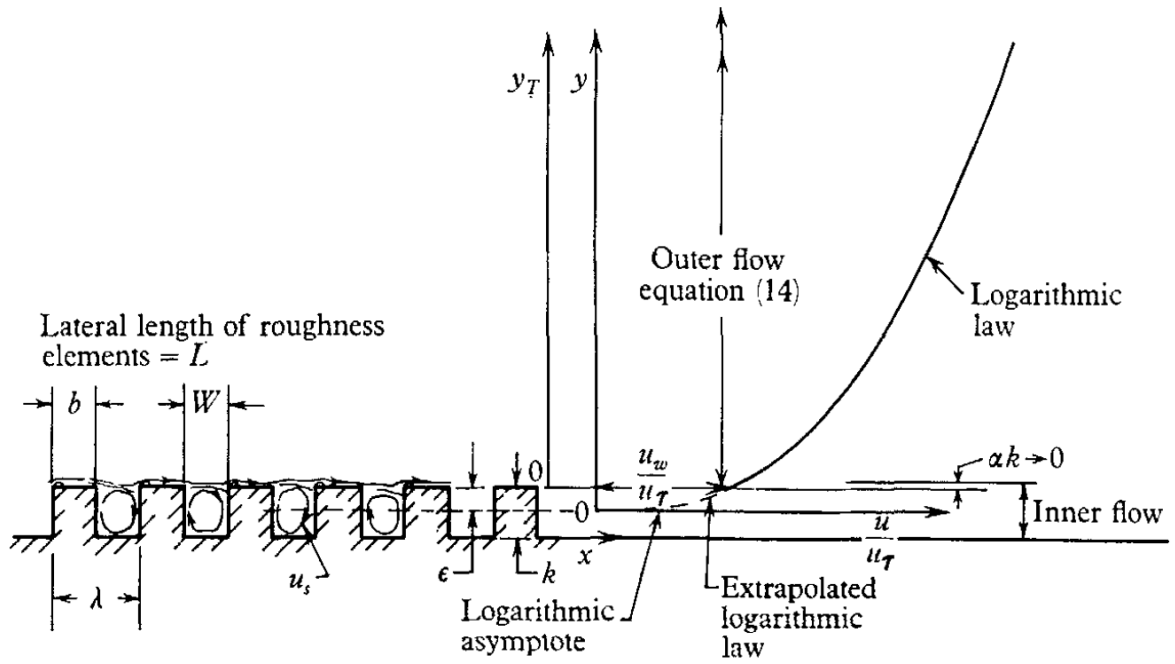
$$\Delta U^+ = \kappa^{-1} \ln(k_s^+) + A_k \quad (1.2.1.2)$$

où  $y$  est la position verticale,  $\kappa$  représente la constante de Von Karman,  $C$  une constante et  $A_k$  dépend des rugosités et de leurs distributions. Ici,  $( )^+$  représente une quantité en unité de paroi (adimensionnée par  $\nu$  et  $u_\tau$ ). Cette fonction permet de quantifier l'augmentation du frottement causée par l'ajout des rugosités. Elle se retrouve aussi dans les écoulements de couche limite sur plaque plane rugueuse comme l'a montré [Clauser \(1954\)](#).

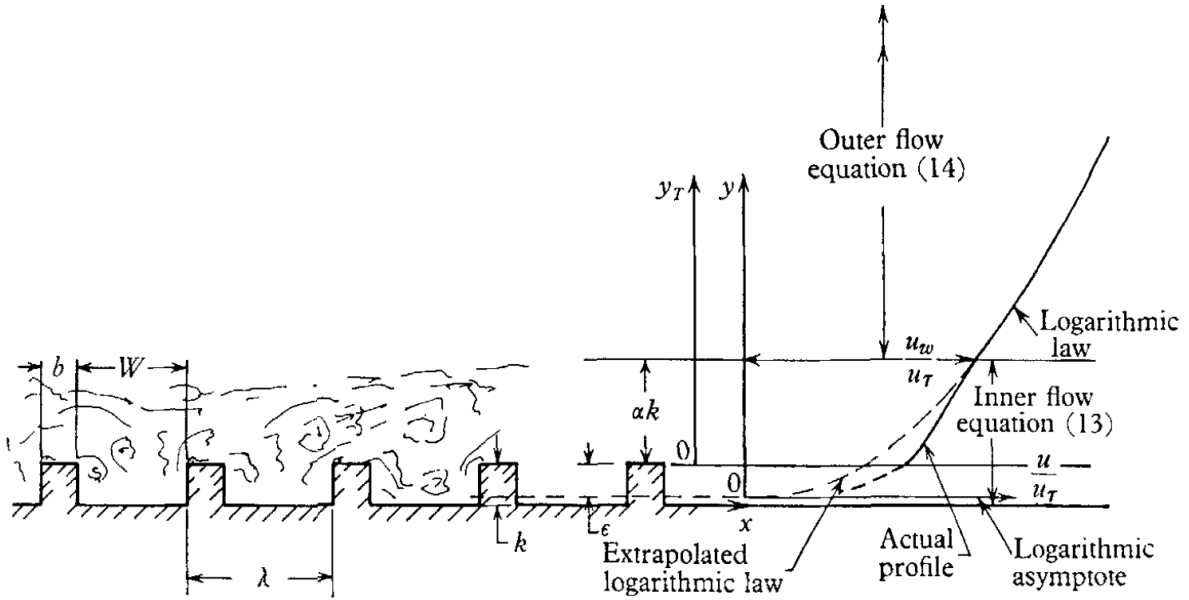


**Figure 1.5** – Profils de vitesse moyenne  $\bar{U}^+$  obtenus en canal lisse (trait continu et trait en pointillé) et en canal rugueux (symboles) par [Miyake et al. \(2001\)](#).

L'écoulement se classe en deux types suivant la géométrie utilisée : type  $k$  et type  $D$  (ou  $H$ ) ([Perry et al. \(1969\)](#)). La différenciation permet de caractériser l'impact des rugosités sur l'écoulement comme expliqué par [Leonardi et al. \(2007\)](#) (Figure 1.6).



(a) Rugosité de type  $D$  (ou  $H$ )



(b) Rugosité de type  $k$

**Figure 1.6** – Schéma montrant l'impact des rugosités de type  $D$  (ou  $H$ ) et de type  $k$  sur l'écoulement et le profil moyen de vitesse correspondant. Schéma tiré de [Perry et al. \(1969\)](#).

Les rugosités génèrent des structures tourbillonnaires de taille  $k$  qui se diffusent dans l'écoulement pour les rugosités de type  $k$ . La fonction de rugosité dépend alors de la taille des rugosités et s'écrit de la même manière que dans l'Équation (1.2.1.2). Il y a des tourbillons stables entre les rugosités pour les rugosités de type  $D$  (ou  $H$ ) et les phénomènes d'éjection de fluide sont moins importants. Dans ce cas, la fonction de rugosité dépend du diamètre  $D$  de la conduite ou de la hauteur  $H$  du canal et s'écrit :

$$\Delta U^+ = \kappa^{-1} \ln(D^+) + A_D \quad (1.2.1.3)$$

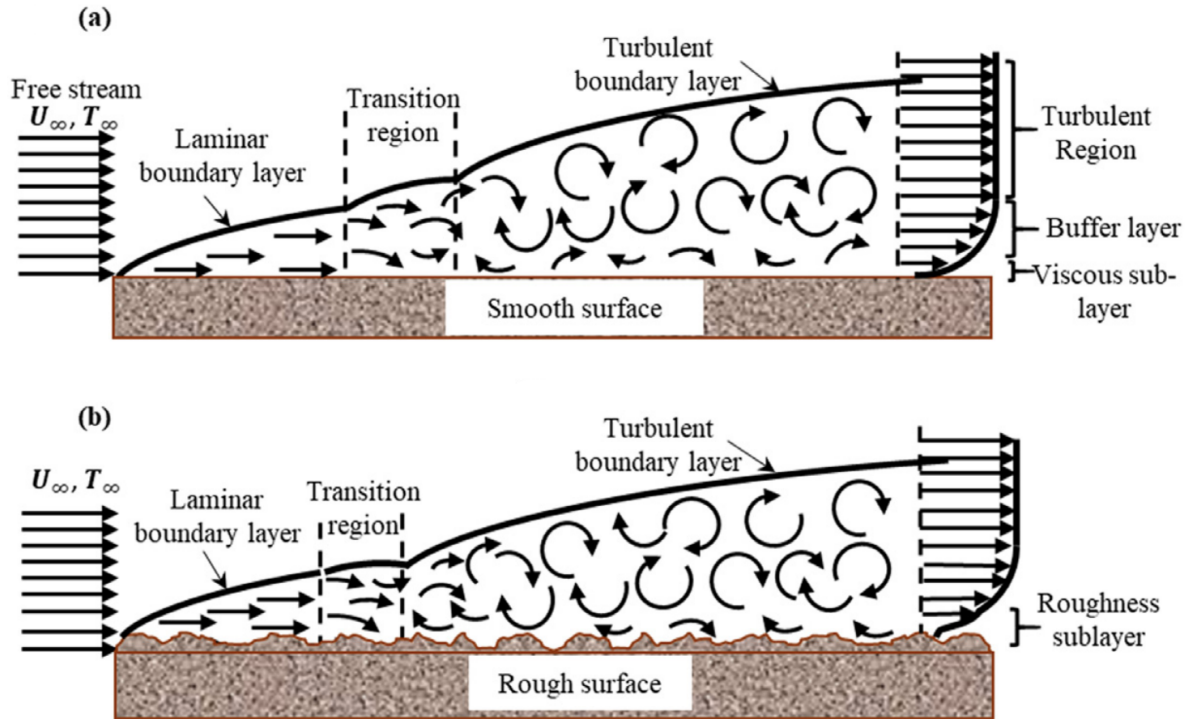
où  $A_D$  est une constante qui dépend des rugosités et de leur distribution.

Il n'existe pas de consensus pour déterminer a priori si l'écoulement sera de type  $k$  ou  $D$  avec la configuration et les rugosités utilisées. [Leonardi et al. \(2007\)](#) ont essayé de caractériser les types de rugosités avec des simulations SND et des rugosités rectangulaires et triangulaires couvrant la largeur du canal. Ils ont notamment montré que les rugosités de type  $D$  produisaient une traînée visqueuse nettement supérieure à la traînée de forme.

La fonction de rugosité  $\Delta U^+$  a longtemps été considéré comme suffisante pour caractériser une forme de rugosité et une configuration. Il est compliqué d'obtenir une prédiction exacte en proche rugosité d'un point de vue expérimental ([Bakken et al. \(2005\)](#)). Cela requiert de grands moyens de calcul d'un point de vue numérique, car il faut tester chaque rugosité et chaque configuration qui sont uniques. De ce fait, au lieu de caractériser la résistance hydraulique ou le coefficient de friction de chaque configuration, il est plus intéressant d'établir la taille de grain de sable équivalent  $k_s$  (en référence au travail de [Nikuradse \(1933\)](#)). Les diagrammes de [Moody \(1944\)](#) valable en conduite ou en canal, et ceux de [Prandtl \(1955\)](#) ou [Granville \(1958\)](#) valable en couche limite, peuvent ensuite être utilisés pour prédire le coefficient de friction de la configuration.

[Chung et al. \(2015\)](#) ont conduit des simulations numériques directes afin de quantifier l'impact de la dimension transversale du domaine sur la fonction de rugosité. Leur idée était de s'inspirer du travail de [Jiménez & Moin \(1991\)](#) et [Flores & Jiménez \(2010\)](#) sur les tailles minimales en canaux lisses et d'étendre leurs conclusions aux parois rugueuses. Ils ont développé une méthode numérique rapide et efficace pour caractériser la fonction de rugosité pour une configuration donnée. Elle permet notamment d'économiser des heures de calcul.

Un autre pionnier dans le domaine des écoulements rugueux est [Townsend \(1976\)](#) avec l'hypothèse de similarité de paroi stipulant l'existence d'une sous-couche rugueuse s'étendant jusqu'à  $y^* \sim 5k^*$ . Au-delà, les rugosités n'ont plus d'impact sur l'écoulement (Figure 1.7). Par conséquent, l'écoulement obtenu avec une paroi rugueuse est équivalent à celui obtenu avec une paroi lisse à haut  $Re$  en dehors de la sous-couche rugueuse.

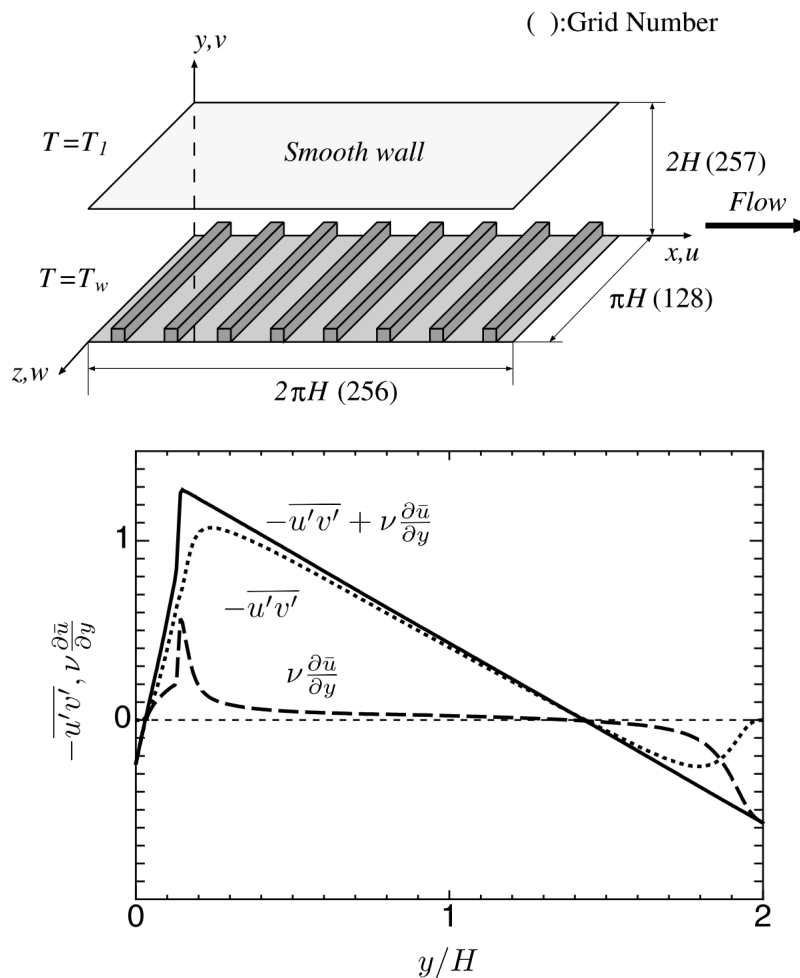


**Figure 1.7** – Représentation schématique de l’impact des rugosités sur le profil de vitesse moyenne en couche limite. Les rugosités ont un impact dans la sous-couche rugueuse. Schéma tiré de [Kadivar et al. \(2021\)](#).

La théorie de Townsend a été supportée et renforcée par les résultats expérimentaux de [Perry et al. \(1969\)](#) et [Raupach et al. \(1991\)](#). Les expériences des premiers ont permis de mettre en évidence l’existence d’écoulement rugueux de type  $k$  et  $D$  (ou  $H$ ). Les expériences des seconds ont renforcé la théorie de similarité de [Townsend \(1976\)](#) sur une large gamme de rugosités. Ils ont montré que les rugosités interagissaient fortement avec les tourbillons quasi longitudinaux (TQLs), mais que l’interaction entre la sous-couche rugueuse et la couche externe était faible. De ce fait, uniquement la sous-couche rugueuse diffère d’un écoulement obtenu sur parois lisses. Par la suite, [Jiménez \(2004\)](#) a étendu l’hypothèse de similarité de Townsend en spécifiant que pour éliminer les effets des rugosités dans la couche externe, il fallait vérifier la condition  $H/k > 40$ .

La théorie de similarité de [Townsend \(1976\)](#) a ensuite été confirmée et infirmée au fil des expériences et des simulations numériques. Si les rugosités sont placées sur les deux parois d’un canal, alors cette hypothèse est vérifiée quelles que soient les rugosités utilisées et leur distribution ([Lee \(2002\)](#), [Ashrafian et al. \(2004\)](#), [Bakken et al. \(2005\)](#), [Krogstad et al. \(2005\)](#)). De plus, il faut nécessairement une configuration de rugosités avec une distribution irrégulière lorsque celles-ci sont placées uniquement sur une seule paroi d’un canal, ou dans une couche limite. L’hypothèse de similarité de Townsend n’est pas vérifiée lorsque les rugosités couvrent la largeur du canal (barres transversales rectangulaires ou triangulaires ([Djenidi et al. \(1999\)](#), [Krogstad et al. \(2005\)](#), [Lee & Sung \(2007\)](#))) comme expliqué par [Antonia & Krogstad \(2001\)](#).

L'étude expérimentale de [Hanjalić & Launder \(1972\)](#) est aussi un travail important pour les écoulements rugueux et a inspiré de nombreuses études. Ils ont fourni de nombreuses statistiques, ainsi que les spectres et les termes de transport de l'énergie cinétique turbulente grâce à leur étude d'un écoulement turbulent dans un canal possédant une paroi lisse et une paroi rugueuse (Figure 1.8). Leur étude a été largement utilisée en simulations numériques comme validation (par exemple le groupe de recherche de Sapienza University of Rome (Orlandi et Leonardi)).

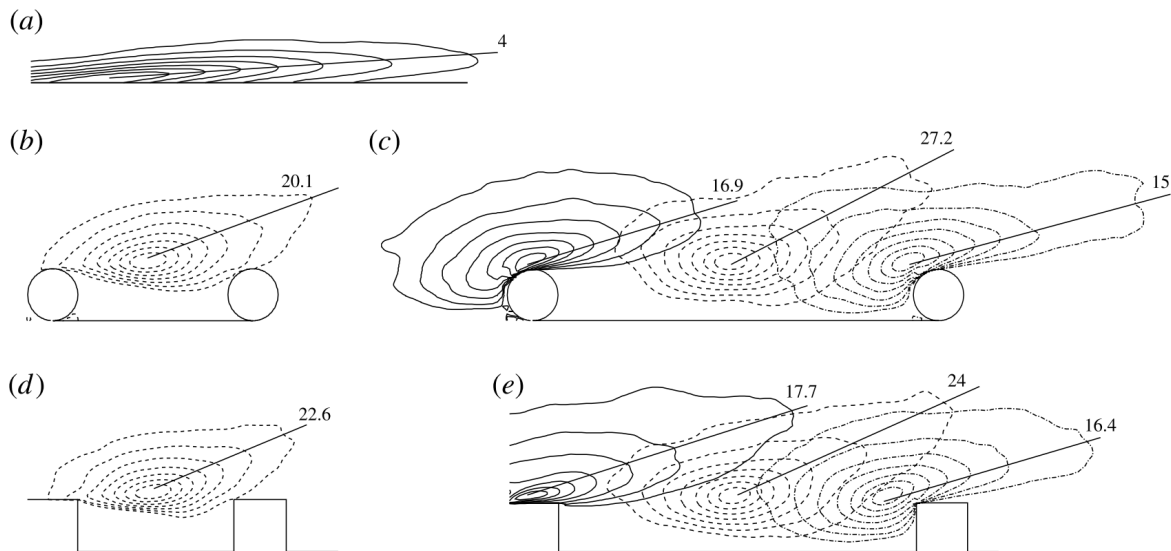


**Figure 1.8** – Exemple de configuration asymétrique utilisée par [Miyake \*et al.\* \(2001\)](#) et la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  associée. Cette dernière est décalée vers la paroi supérieure (lisse).

Les écoulements avec des rugosités placées sur une seule paroi sont différents de ceux avec des rugosités sur les deux parois ([Bakken \*et al.\* \(2005\)](#) ou [Krogstad \*et al.\* \(2005\)](#)). En effet, il y a un fort effet d'asymétrie qui décale la position du maximum de la vitesse longitudinale et du « 0 » de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  vers la paroi lisse (Figure 1.8). Cependant, les études restent intéressantes pour comprendre l'effet local des rugosités et sont donc citées par la suite.

### 1.2.2 Impact local des rugosités sur l'écoulement

Les rugosités modifient les stries de vitesses comme expliqué par [Grass \(1971\)](#). Il y a de violentes éjections provenant des cavités (espaces entre les rugosités) et le balayage est confiné en proche paroi. Les phénomènes d'éjection et de balayage sont aléatoires et associés au passage des tourbillons quasi longitudinaux ([Djenidi \*et al.\* \(1999\)](#)). Il y a donc un échange de quantité de mouvement entre les cavités et l'écoulement au-dessus de ces dernières (Figure 1.9). De plus, les structures cohérentes sont plus inclinées avec les rugosités ([Ashrafiyan \*et al.\* \(2004\)](#), [Krogstad \*et al.\* \(2005\)](#), [Bakken \*et al.\* \(2005\)](#)).



**Figure 1.9** – Contours des corrélations longitudinales en deux points dans des plans  $x - y$  (longitudinal - vertical) montrant un échange de quantité de mouvement entre les cavités et l'écoulement. Cela montre également une inclinaison plus importante en canal rugueux comparé à un canal lisse. Résultats obtenus par [Leonardi \*et al.\* \(2015\)](#).

[Lee \*et al.\* \(2011\)](#) ont analysé l'effet de rugosités rectangulaires couvrant la largeur du canal (configuration de type « 2D ») ou en quinconce (configuration de type « 3D ») sur une couche limite turbulente. Les deux configurations modifient les stries de vitesses qui sont plus courtes que celles d'un canal turbulent lisse. En revanche, elles sont plus larges et la distance transversale entre deux stries est plus importante. Les rugosités induisent un fort effet de blocage qui engendre localement un mouvement vertical et transversal. Ce phénomène a été observé par [Orlandi & Leonardi \(2006\)](#) avec des rugosités rectangulaires, et par [Chatzikyriakou \*et al.\* \(2015\)](#) avec des rugosités sphériques. Le transfert d'énergie de la composante longitudinale aux autres composantes de vitesse explique le pic moins élevé pour l'énergie cinétique turbulente en canaux rugueux comparé aux canaux lisses d'après ces derniers. Par ailleurs, [Anika \*et al.\* \(2020\)](#) ont montré qu'il y avait un pic de production d'énergie cinétique au niveau de la crête des rugosités rectangulaires ( $k/H = 0.27$ ) placées en quinconce. Ils ont également montré que les spectres énergétiques obtenus au centre du canal étaient équivalents à ceux obtenus en couche limite turbulente.

### 1.2.3 Impact des rugosités sur le transfert convectif

Dipprey & Sabersky (1963) ont analysé le transfert de chaleur dans des conduites avec des parois rugueuses et avec des parois lisses. Ils ont montré que les transferts thermiques (le nombre de Nusselt  $Nu$ ) étaient plus importants dans les conduites rugueuses que dans les conduites lisses.

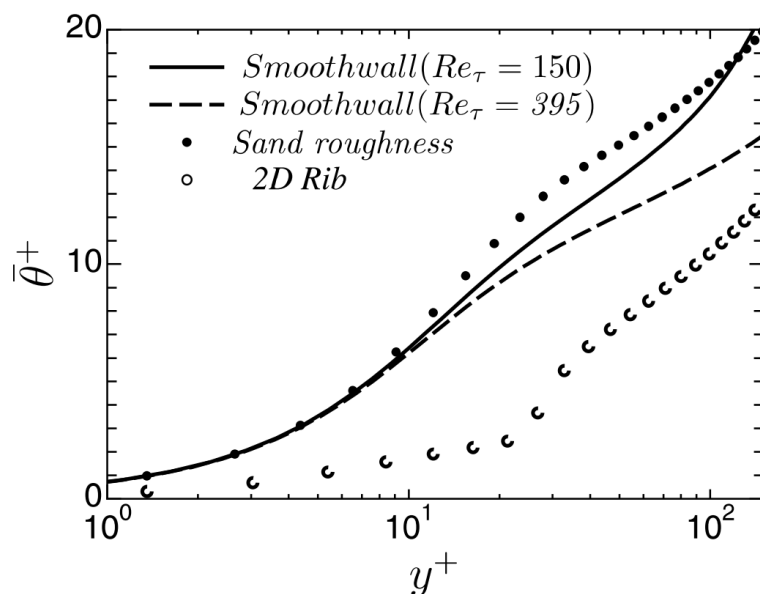
De manière analogue à la vitesse longitudinale, les rugosités induisent un décalage sur le profil de la température moyenne  $\bar{\theta}^+$  (Figure 1.10). Il existe donc une fonction de rugosités  $\Delta\theta^+$  :

$$\bar{\theta}^+ = A \ln(y^+) + B - \Delta\theta^+ \quad (1.2.3.1)$$

avec,

$$\Delta\theta^+ = A \ln(k_s^+) + C_k \quad (1.2.3.2)$$

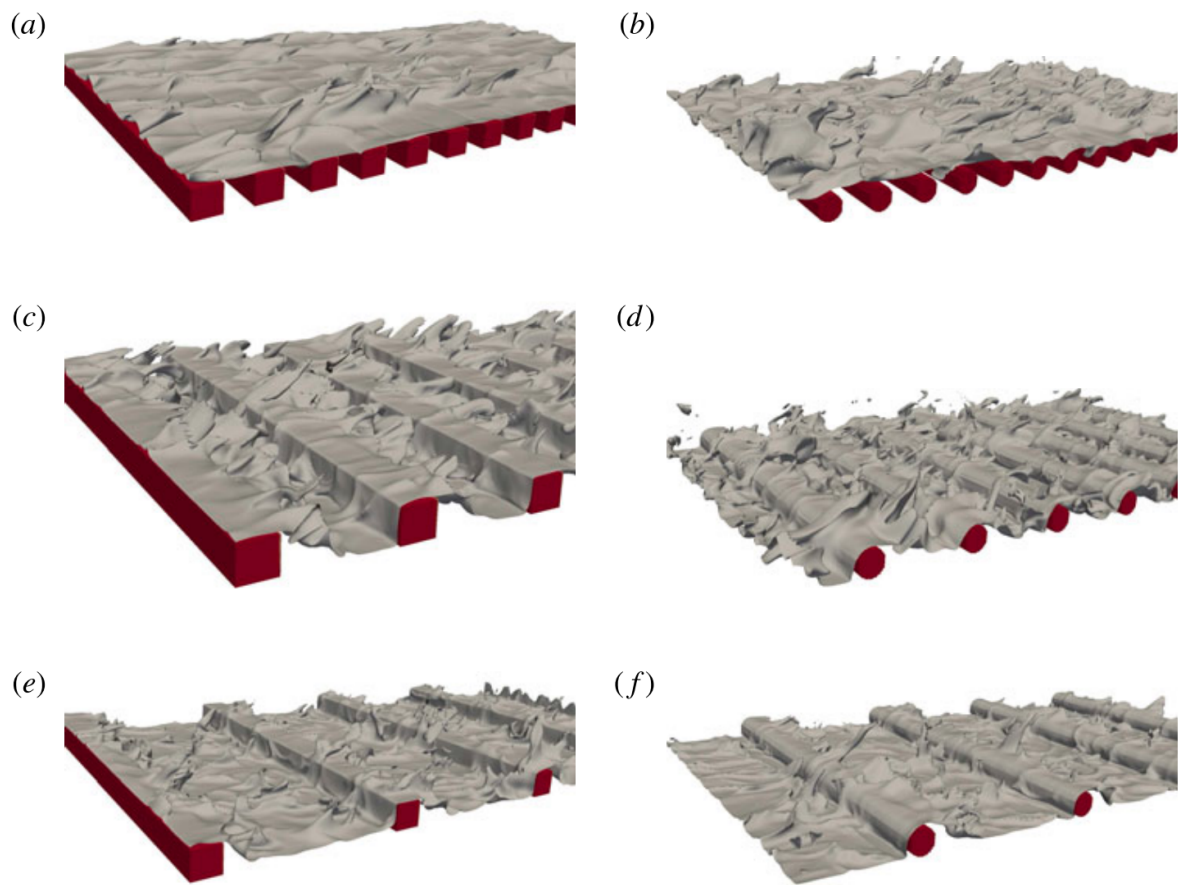
où  $A$  et  $B$  sont des constantes et  $C_k$  dépend des rugosités et de leur distribution.



**Figure 1.10** – Profils de température moyenne  $\bar{\theta}^+$  obtenus en canal lisse (trait continu et trait en pointillé) et en canal rugueux (symboles) par Miyake *et al.* (2001).

Orlandi *et al.* (2016) ont effectué des simulations numériques directes de transferts thermiques conjugués avec des rugosités rectangulaires et triangulaires dans différentes configurations et en testant différents types de matériaux. Ils ont montré qu'il y avait des événements extrêmes de balayage et d'éjection à partir de la crête des rugosités qui modifiaient les structures cohérentes et la distribution de température. Les rugosités triangulaires produisaient moins de traînée de forme. De plus, le coefficient de corrélation de température dépendait plus de la forme des rugosités que des matériaux utilisés aux parois.





**Figure 1.11** – Panaches de températures obtenus en canal rugueux par [Leonardi \*et al.\* \(2015\)](#).

Leonardi *et al.* (2015) ont montré que l'amélioration des transferts thermiques avec les rugosités se matérialise aussi par une inclinaison des panaches de température (Figure 1.11). Miyake *et al.* (1999, 2001) ont étudié des configurations asymétriques avec des barres rectangulaires uniquement sur la paroi inférieure d'un canal via des simulations SND. D'après eux, comme les transferts thermiques sont contrôlés par les grandes échelles, la zone de recirculation en amont des rugosités rectangulaires contribue à l'amélioration du mélange.

Bien que les rugosités améliorent le nombre de Nusselt, l'impact qu'elles ont sur la perte de charge est plus important (Croce *et al.* (2007)). Il faut donc trouver un équilibre qui se traduit par le coefficient de performance thermique (TPF pour *Thermal Performance Factor*) :

$$TPF = \frac{Nu/Nu_{ref}}{(Cf/Cf_{ref})^{1/3}} = \frac{Nu/Nu_{ref}}{(\Delta p/\Delta p_{ref})^{1/3}} \quad (1.2.3.3)$$

avec  $Nu$  ( $Nu_{ref}$ ) et  $C_D$  ( $C_{D\ ref}$ ) le nombre de Nusselt et le coefficient de traînée total d'une configuration rugueuse (configuration de référence). Aux côtés des rugosités, de nombreux systèmes pour améliorer les transferts thermiques ont été étudiés avec des géométries torsadées ou hélicoïdales, des déflecteurs ou des générateurs de vortex. Tous les systèmes ont été comparés dans les études bibliographiques de Sheikholeslami *et al.* (2015) et de Maradiya *et al.* (2018). Pour toutes les études référencées par ces auteurs, le nombre de Reynolds allait de  $5 \cdot 10^3$  à  $20 \cdot 10^3$  et le TPF était supérieur à 1, ce qui montrait l'efficacité des systèmes. Les rugosités, avec un TPF au voisinage de 2, faisaient partie des systèmes les plus efficaces avec les générateurs de vortex et les rugosités perforées.

Khezerloo *et al.* (2021) ont analysé l'effet de succion sur une rugosité rectangulaire placée dans un canal laminaire à des nombres de Reynolds de 50 et 100 avec des simulations numériques sur OpenFoam. La rugosité seule permet d'améliorer les transferts thermiques, mais la succion permet de réduire la traînée de forme de la rugosité et améliore donc le TPF.

En ce qui concerne les microcanaux, les rugosités semblent être le système pour améliorer les transferts thermiques. Lin & Kandlikar (2012) ont conduit des expériences dans un canal de dimension  $94.6 \times D_H \times 12.7$  mm, avec  $D_H$  le diamètre hydraulique, variant de 0.71 à 1.87 mm. Ils ont utilisé des rugosités sinusoïdales et différentes configurations en faisant varier la hauteur des rugosités et leur distance crête à crête. Chaque cas testé améliorait les transferts thermiques, mais la hauteur des rugosités avait un impact plus important que la distance crête à crête. Pour la meilleure configuration (avec  $k/D_H \approx 0.11$ ), un TPF d'environ 6 était atteint à  $Re \approx 1000$ .

Li *et al.* (2011) ont étudié en profondeur le transfert thermique par convection turbulente. Ils ont notamment montré que le nombre de Nusselt ne croît pas nécessairement avec la hauteur de rugosité  $k$ . Si elle est inférieure à la hauteur de la sous-couche visqueuse, alors le transfert thermique n'est pas amélioré. De manière similaire, de trop grandes ru-

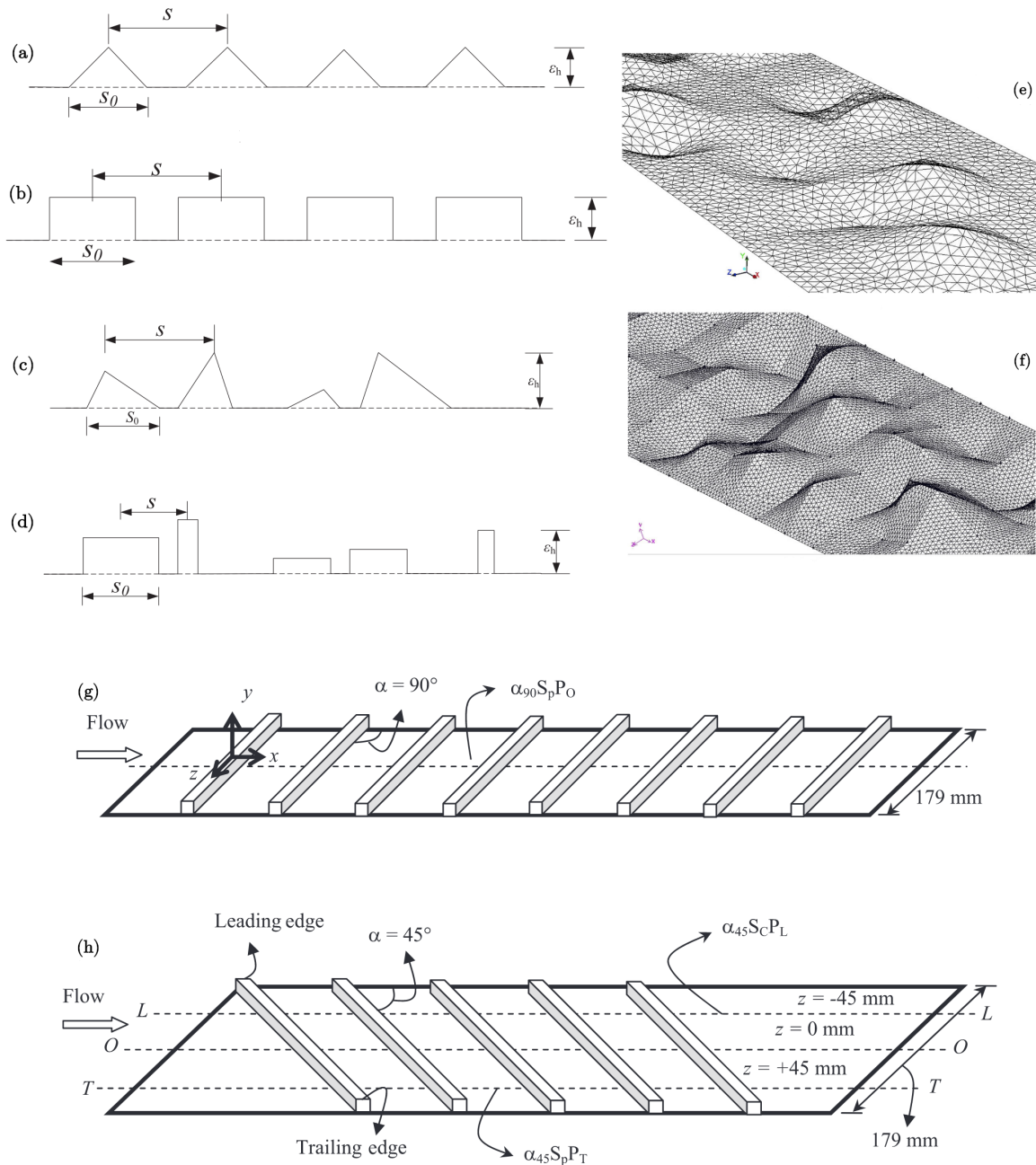
gosités nuisent à la performance globale, car la perte de charge importante fait chuter le TPF. D'après leur étude, la taille de rugosité idéale (maximisant le TPF) serait de trois fois l'épaisseur de la sous-couche visqueuse. Ils estiment également que le transfert thermique serait encore meilleur avec  $Pr > 1$ .

### 1.2.4 Influence de la forme des rugosités et de leur distribution spatiale

Beaucoup de formes de rugosités ont été testées dans la littérature : en forme de grains de sable (pour reproduire les expériences de [Nikuradse \(1933\)](#)); rectangulaires (largement utilisées dans la littérature); triangulaires; sphériques; ondulées ([Bhaganagar et al. \(2004\)](#)).

[Guo et al. \(2015\)](#) ont testé plusieurs types de configurations via des simulations numériques avec Fluent : patterns réguliers (ou irréguliers) avec des rugosités triangulaires ou rectangulaires et distributions gaussiennes (ou fractales) de patterns irréguliers avec des rugosités triangulaires (Figure 1.12). Celle qui a donné le meilleur TPF parmi toutes les configurations était la distribution gaussienne. L'inconvénient des rugosités rectangulaires dans leurs simulations était la forte traînée de forme qu'ils induisent, ce qui faisait chuter le TPF. Cela avait déjà été remarqué par [Zhang et al. \(2010\)](#) via des simulations numériques 2D avec Fluent. Seuls trois types de rugosités (triangulaires, rectangulaires et sphériques) étaient utilisés dans leurs simulations et les rugosités rectangulaires produisaient les TPF les plus faibles. Ces conclusions se retrouvent aussi d'un point de vue expérimental. [Promvong & Thianpong \(2008\)](#) ont testé plusieurs rugosités (triangulaires, rectangulaires et rampes) dans deux configurations (verticalement alignés ou décalés). Ils ont montré que les rugosités triangulaires décalées verticalement produisaient le meilleur TPF ( $\approx 1.1$ ), suivi des rampes, puis des rugosités rectangulaires pour  $4.10^3 < Re_{D_H} < 16.10^3$ . Dans l'ensemble de leurs résultats, les TPF étaient inférieurs à 1 à cause du blocage important causé par les rugosités rectangulaires de grandes tailles ( $k/D_H = 0.3$ ).

La forme des rugosités a une directe influence sur le gradient de pression moyen  $\partial\bar{p}/\partial x$  comme expliqué par [Krogstad & Skåre \(1995\)](#) ou [Tachie et al. \(2000\)](#). Les rugosités triangulaires, produisant moins de traînée de forme, ont donc un meilleur facteur de performance thermique. L'orientation des rugosités a également un impact sur les mouvements secondaires entre les rugosités et donc sur le gradient de pression moyen  $\partial\bar{p}/\partial x$ . [Tachie et al. \(2009\)](#) ont conduit des expériences avec des rugosités rectangulaires perpendiculaires et inclinés de  $45^\circ$  par rapport au sens de l'écoulement (Figure 1.12). Les rugosités inclinées produisaient moins de traînée, ce qui présume un meilleur TPF.



**Figure 1.12** – Exemple de géométries et configurations testées dans la littérature.

Configuration régulière de rugosités triangulaires (a) et rectangulaires (b). Configuration irrégulière de rugosités triangulaires (c) et rectangulaires (d). Distribution gaussienne (e) et fractale (f) de rugosités triangulaires. Configuration de rugosités rectangulaires inclinés de  $90^\circ$  (g) et  $45^\circ$  (h) par rapport au sens de l'écoulement. (a, b, c, d, e et f) ont été utilisées par Guo *et al.* (2015). (g et h) ont été utilisées par Tachie *et al.* (2009).

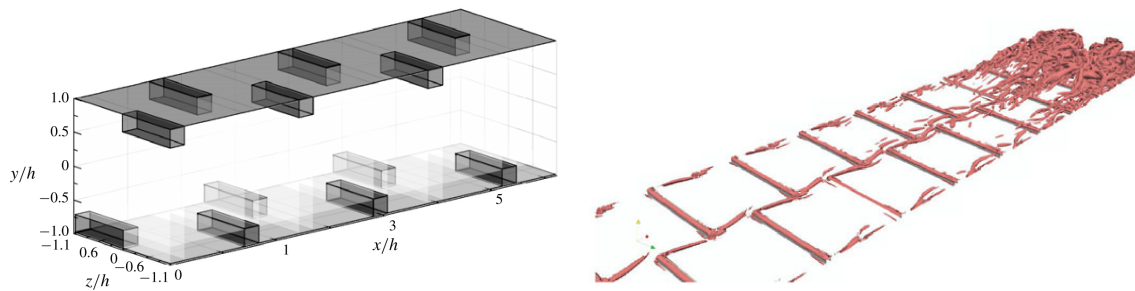
La configuration des rugosités est également importante pour maximiser les transferts thermiques et le TPF. [Kharati-Koopae & Zare \(2015\)](#) ont étudié des rugosités sinusoïdales dans les microcanaux (de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$ ) avec Fluent. Leur étude portait sur l'effet de l'alignement ou du décalage des crêtes en configuration  $2D$  dans un écoulement initialement laminaire. Augmenter la distance entre les rugosités réduit le coefficient de frottement, ce qui a un effet bénéfique sur le TPF. [Chatzikyriakou et al. \(2015\)](#) ont effectué une étude paramétrique sur la hauteur et le décalage de rugosités sphériques en canal via des simulations SND et LES. L'augmentation du décalage entre les rugosités change le point de rattachement de la couche limite en amont de la rugosité, ce qui diminue légèrement le coefficient de frottement. La taille de recirculation est de l'ordre du décalage lorsque celui-ci est faible (l'écoulement rugueux est de type  $D$  ou  $H$ ).

Concernant les rugosités rectangulaires, [Leonardi et al. \(2003\)](#) ont étudié la distance  $s$  entre deux barres rectangulaires à l'aide de simulations SND. La configuration à laquelle un minimum de traînée visqueuse et un maximum de traînée de forme était atteint correspond à  $s/k = 7$ . C'est également pour cette configuration que l'écoulement est le plus isotrope ([Leonardi et al. \(2006\)](#)). Le coefficient de frottement global change assez peu entre  $s/k = 5$  et  $s/k = 19$ . [Leonardi et al. \(2015\)](#) ont ensuite analysé l'effet de l'espacement  $s$  des rugosités sur le transfert thermique en utilisant des barres rectangulaires et sphériques. Le transfert thermique est amélioré quel que soit le décalage, et est maximum lorsque  $s/k = 7.5$  (quand la traînée de forme est maximum). Il y a un point de stagnation en amont des rugosités qui provoque des phénomènes d'éjection depuis la crête des rugosités et améliore le flux thermique. [Leonardi & Castro \(2010\)](#) ont montré que l'écoulement dans la sous-couche rugueuse dépendait de la densité de rugosités  $\lambda_p$  en étudiant des distributions de rugosités cubiques placées en quinconce.

Enfin, [Hu et al. \(2003\)](#) ont mené des simulations numériques dans des microcanaux avec des rugosités rectangulaires. Ils ont montré que les rugosités provoquaient l'extension et la compression des lignes de courant et qu'elles obstruaient l'écoulement pour des nombres de Reynolds de  $0.001$  à  $10$ . L'obstruction de l'écoulement est importante et une configuration symétrique engendre plus de perte énergétique pour les petites rugosités. L'effet d'extension de compression des lignes de courant est prépondérant et une configuration asymétrique engendre plus de perte énergétique pour les rugosités de grandes tailles.

### 1.2.5 Rôle des rugosités dans la transition

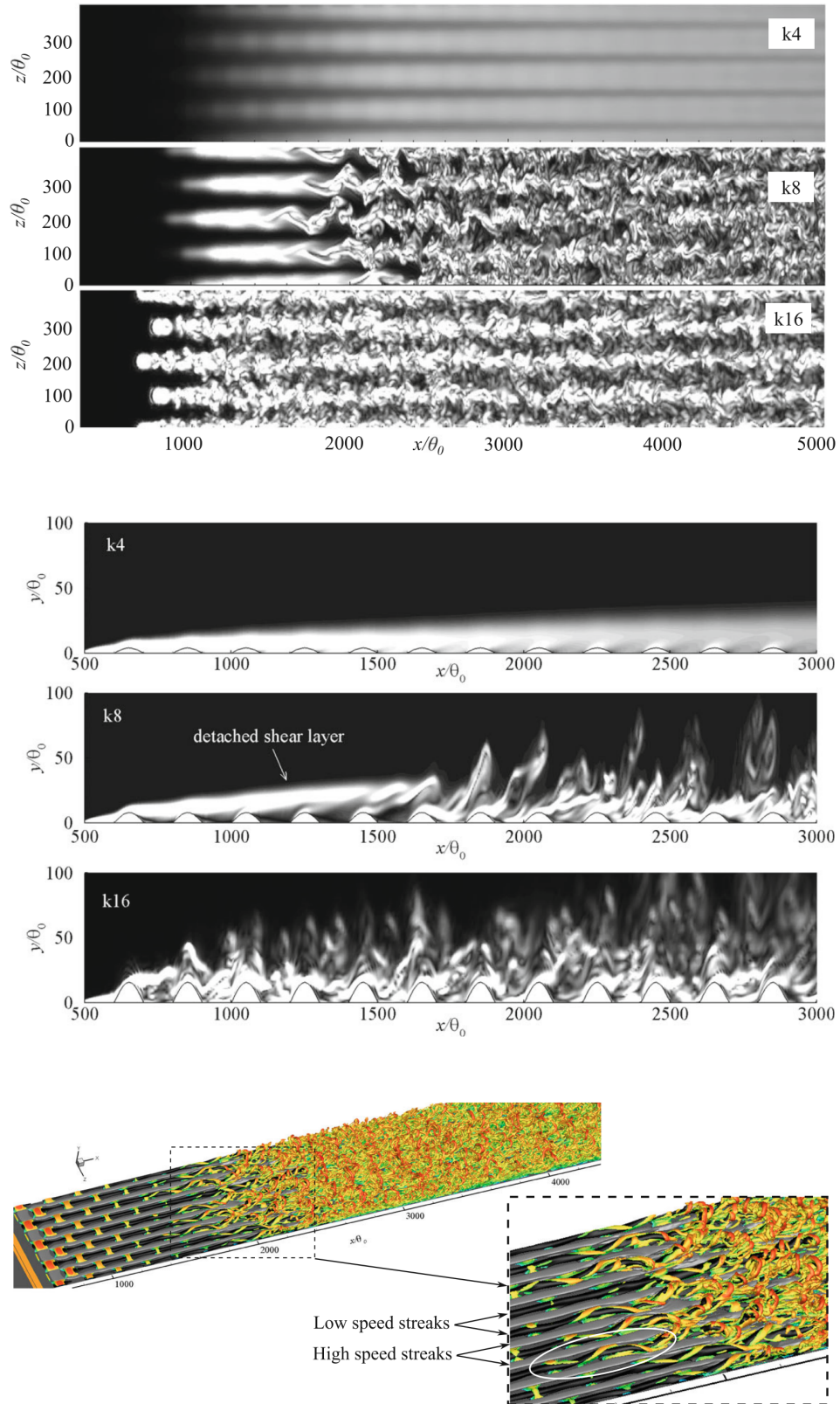
D'une part, les rugosités permettent de maintenir la turbulence. [Anika et al. \(2018\)](#) ont étudié la transition bypass en canal rugueux avec des barres rectangulaires via la méthode Lattice-Boltzmann. La turbulence générée initialement par une paire de tourbillons contrarotatifs à  $Re = 1000$  était maintenue. [Lammers et al. \(2011\)](#) ont également montré le maintien d'une turbulence initialement générée avec du bruit dans un canal rugueux à  $Re_c = (2Hu_c)/\nu = 1000$  via la méthode Lattice-Boltzmann. Leurs rugosités étaient des barres rectangulaires décalées verticalement.



**Figure 1.13** – (à gauche) Configuration de rugosités utilisée par Anika *et al.* (2020) pour l'étude de la transition en canal laminaire. (à droite) Contours de  $\lambda_2/\lambda_{2min} = 0.0035$  obtenus dans la partie inférieure du canal ( $-1 < y/H < 0$ ).

D'autre part, les rugosités permettent de déclencher la transition à la turbulence. Lin & Kandlikar (2012) l'ont montré lors d'expériences dans des microcanaux avec des rugosités sinusoïdales de grandes tailles ( $k/D_H = 0.11$ ) à  $Re = 1000$ . Hao *et al.* (2006) ont montré avec des expériences dans les microcanaux que des rugosités rectangulaires placées sur une seule paroi déclenchaient la transition à la turbulence à partir d'un écoulement laminaire à des nombres de Reynolds compris entre 900 et 1100. Anika *et al.* (2020) ont réussi à déclencher une transition à partir d'un écoulement laminaire (Figure 1.13) avec des rugosités rectangulaires de grandes tailles ( $k/H = 0.27$ ) placées en quinconce à  $Re_b = 2093$  et  $Re_b = 880$  (nombre de Reynolds basée sur la vitesse débitante). Auparavant, Anika *et al.* (2018) avaient montré que des barres rectangulaires ne déclenchaient pas de transition. Il faut donc casser la symétrie transverse pour déclencher la transition à la turbulence.

Vadlamani *et al.* (2018) ont montré l'impact de la hauteur des rugosités sur le déclenchement de la transition via des simulations SND compressible (Figure 1.14). Trois hauteurs de rugosités ont été testées dans leurs simulations :  $k4 = 0.44\delta$ ,  $k8 = 0.88\delta$  et  $k16 = 1.76\delta$  (avec  $\delta$  la hauteur de couche limite à la première rugosité). Les rugosités utilisées étaient des demi-ellipsoïdes placés régulièrement en quinconce (la symétrie transverse était donc cassée). Aucune transition n'était observée pour le cas  $k4$ , alors que pour le cas  $k8$ , une croissance de type Tollmien-Schlichting était observée. Les rugosités provoquaient alors l'instabilité des stries menant à la turbulence. Enfin, la transition était de type by-pass pour le cas  $k16$ , et le lâcher tourbillonnaire des rugosités jouaient un rôle actif dans la transition. L'écoulement était accéléré entre les rugosités et décéléré fortement en amont et aval de celles-ci comme pour l'étude faite par Muppidi & Mahesh (2012). D'après ces derniers, les successions de zones d'accélération et décélérations mènent à la formation des stries de vitesses qui sont ensuite déstabilisées avec les instabilités secondaires. De plus, de petites rugosités déstabilisent suffisamment l'écoulement pour déclencher la transition à la turbulence à grands nombres de Reynolds (pour les nombres de Mach supérieurs à 1) (Muppidi & Mahesh (2012)).



**Figure 1.14** – Contours de vorticité (**en haut**) dans un plan  $x - z$  à  $y/\theta_0 = 20$  et (**au milieu**) dans un plan  $x - y$  au milieu du domaine. (**en bas**) Iso-contours  $Q$  ( $=200$ ) (en couleurs) superposé aux contours des fluctuations de vitesses longitudinales  $u'$  (en noir et blanc) pour le cas  $k8$ . Ici,  $\theta_0$  représente l'épaisseur de quantité de mouvement à la première rugosité.

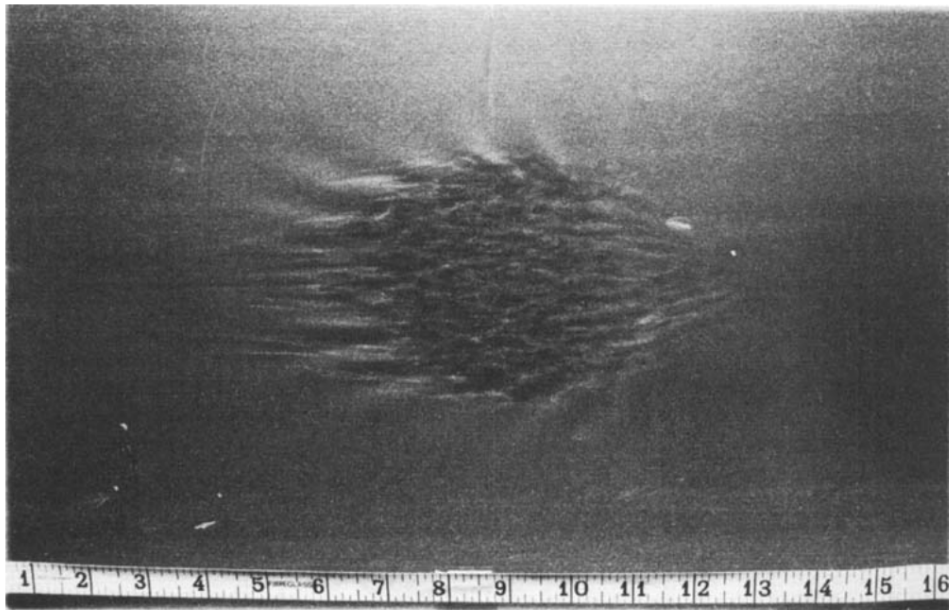
Ces observations sont en accord avec celles de [Reshotko \(2001\)](#), [Corke \*et al.\* \(1986\)](#) et [Klebanoff & Tidstrom \(1972\)](#). De petites rugosités modifient la réceptivité de l'écoulement à la perturbation et déclenchent la transition à la turbulence par amplification linéaire (ce qui s'est produit pour le cas  $k8$  de [Vadlamani \*et al.\* \(2018\)](#)). Des rugosités de grandes tailles déclenchent une transition de type bypass en déformant suffisamment l'écoulement avec des zones de recirculation et des régions localement turbulentes, qui deviennent ensuite de nouvelles perturbations (ce qui s'est produit pour le cas  $k16$  de [Vadlamani \*et al.\* \(2018\)](#)). La forme, la taille et la distribution des rugosités ont donc une influence sur le niveau de perturbation de l'écoulement et la rapidité de la transition.

### 1.3 La transition bypass

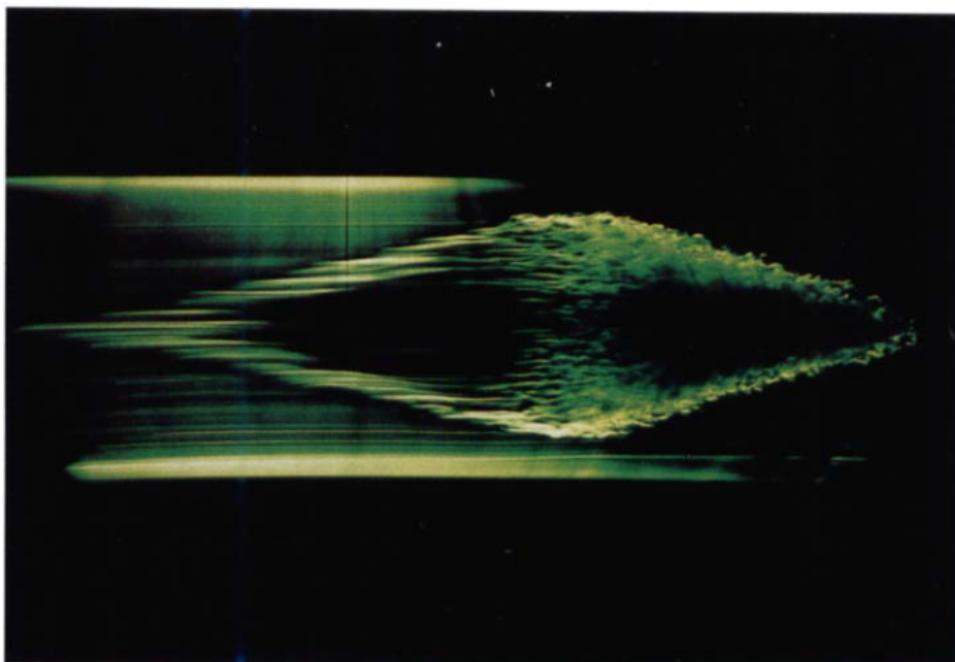
L'idée principale de la thèse est de déclencher la transition à la turbulence avec des rugosités rectangulaires de grandes tailles, ce qui va déclencher une transition de type bypass, terme initialement introduit par [Morkovin \(1969\)](#). Un point important à préciser est que la transition bypass se caractérise par des échelles de temps nettement plus courtes que les ondes typiques de Tollmien-Schlichting, ce qui peut être bénéfique pour la transition dans un canal de longueur finie.

Le premier à avoir rapporté une transition bypass a été [Emmons \(1951\)](#) lors d'une étude sur les nappes phréatiques. De nombreuses études expérimentales et numériques, ont ensuite été consacrées à la transition bypass en couche limite et en écoulement de Poiseuille. Expérimentalement, un spot transitionnel peut se déclencher à l'aide de jets pariétaux injectant du fluide dans l'écoulement initialement laminaire. Numériquement, des paires de tourbillons contrarotatives sont utilisées. Les spots ainsi obtenus croissent spatio-temporellement (Figure 1.15). La Figure 1.16 montrent les spots transitionnels loin de la source de perturbation de l'écoulement. Ils peuvent se multiplier en plusieurs petits spots (sous certaines conditions) et interagir entre eux. Ils peuvent aussi mourir, ce qui entraîne une relaminarisation de l'écoulement. Les spots obtenus en couche limite ou en écoulement de Poiseuille sont similaires lorsqu'ils sont proches de la source de perturbation de l'écoulement. Leur majeure différence réside dans la partie amont : la tête. Elle ressemble à une flèche qui est pointée dans le sens de l'écoulement comme rapporté par [Carlson, Widnall & Peeters \(1982\)](#) pour un spot en écoulement de Poiseuille. La tête se caractérise aussi par de longues ondes obliques situées aux extrémités dans la direction transversale pour les deux types de spots. Les ondes se déplacent ensuite vers le centre spatial du spot et se rompent, générant ainsi le cœur turbulent. La région d'onde est d'autant plus visible avec la vitesse verticale (Figure 1.17 en bas).



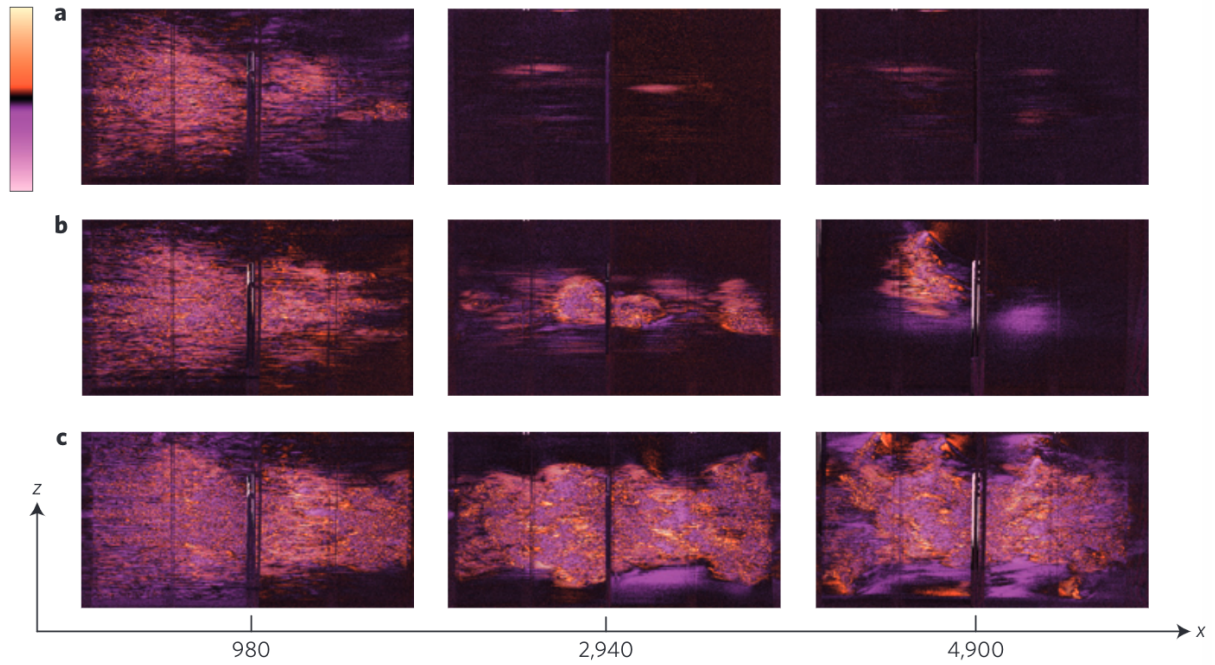


(a) Spot obtenu en écoulement de Poiseuille par *Carlson et al.* (1982).



(b) Spot obtenu en écoulement de couche limite par *Gad-El-Hak et al.* (1981)

**Figure 1.15** – Exemple de spots expérimentaux (proche de la source de perturbation) obtenus dans la littérature.

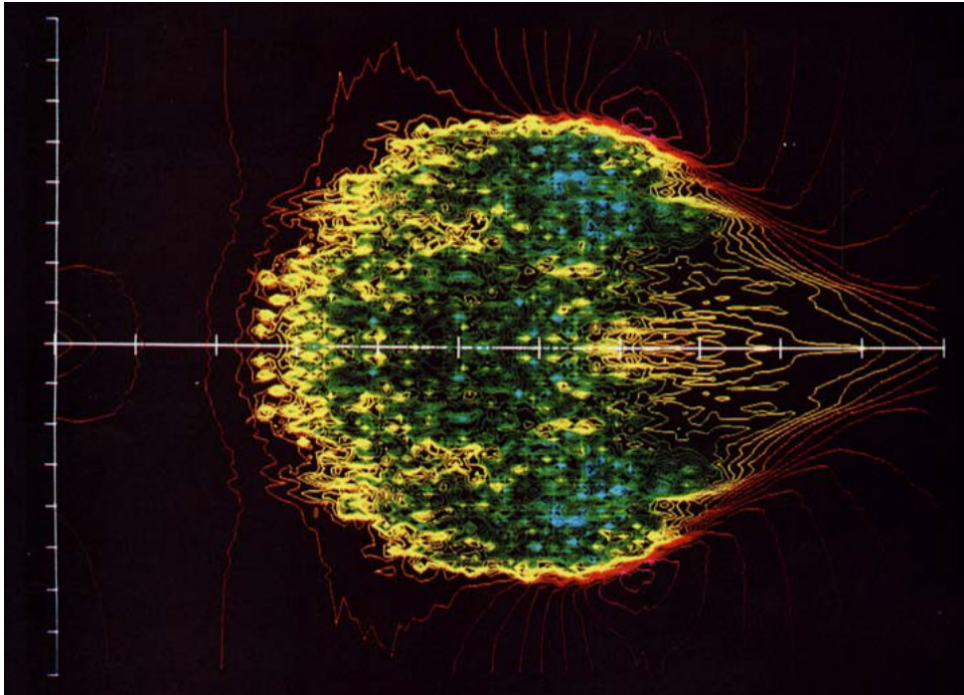


(a) Spot obtenu en écoulement de Poiseuille tiré de [Sano & Tamai \(2016\)](#).

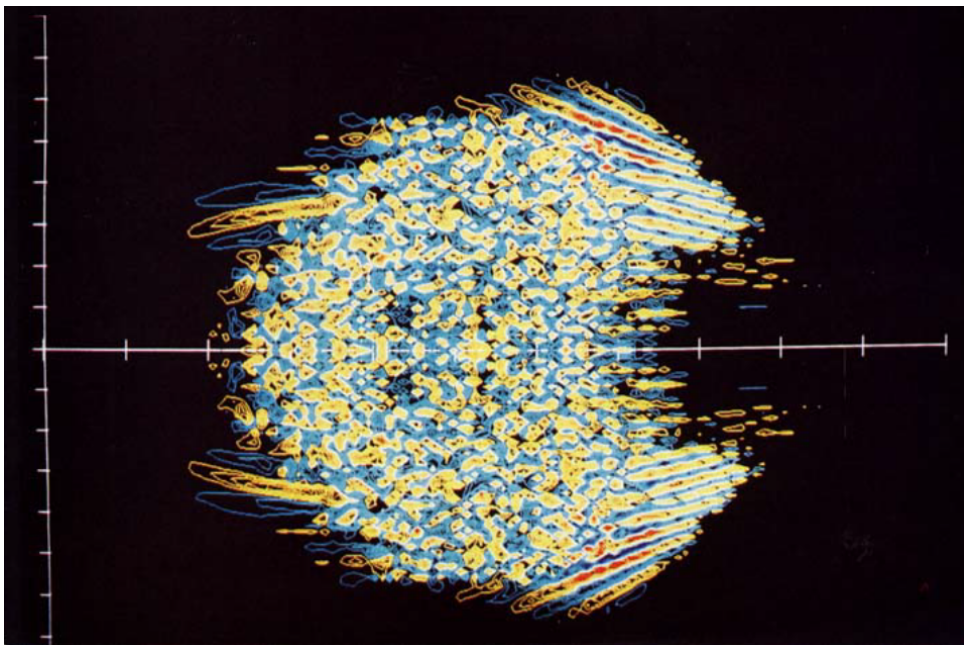


(b) Spot obtenu en écoulement de couche limite par [Lundell \*et al.\* \(2009\)](#)

**Figure 1.16** – Exemple de spots expérimentaux (loin de la source de perturbation) obtenus dans la littérature.



(a) Contours de la vitesse longitudinale obtenus au centre d'un canal via une simulation numérique de Henningson & Kim (1991).

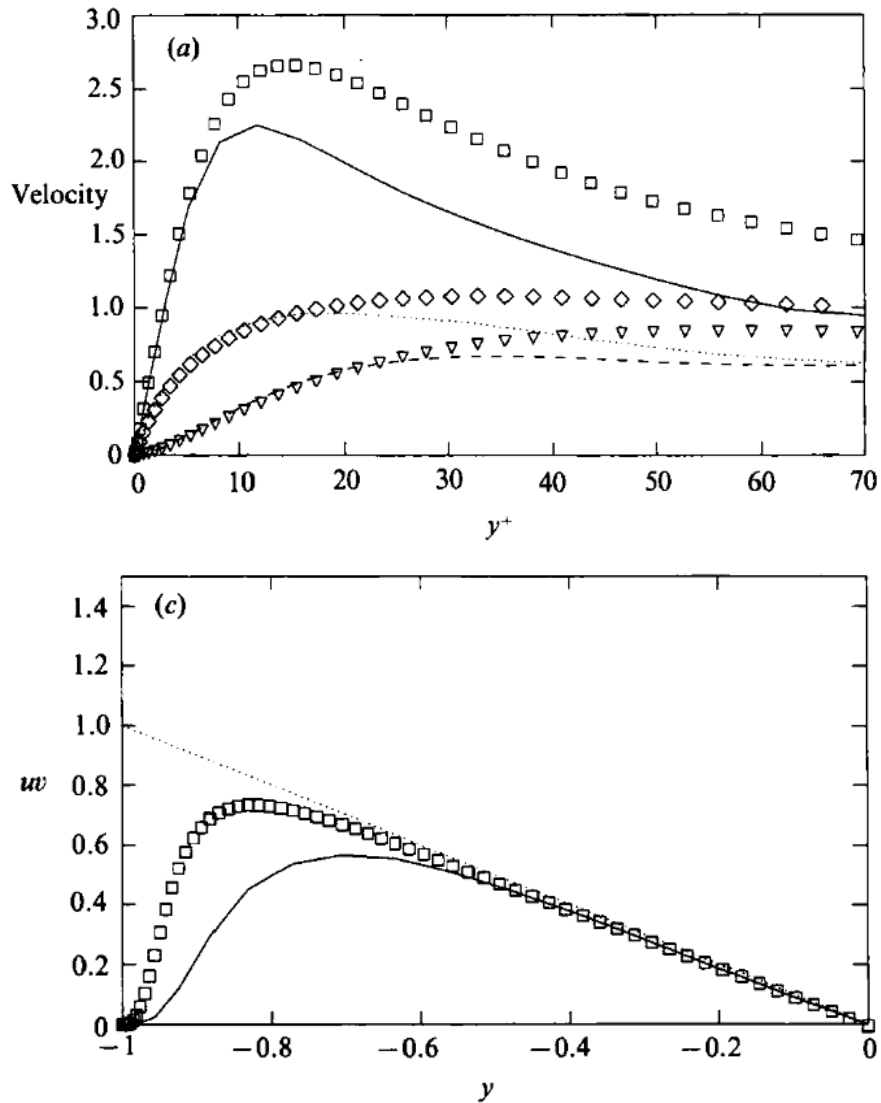


(b) Contours de la vitesse verticale obtenus au centre d'un canal via une simulation numérique de Henningson & Kim (1991).

**Figure 1.17** – Exemple de spots numériques obtenus dans la littérature.

Les deux types de spots se développent spatio-temporellement avec un demi-angle d'environ  $10^\circ$ , rapporté initialement par [Schubauer & Klebanoff \(1955\)](#) en couche limite et confirmé plus tard par [Alavyoon, Henningson & Alfredsson \(1986\)](#) en écoulement de Poiseuille. Ils ont également une vitesse de convection inférieure à la vitesse de l'écoulement laminaire qui les entoure. Elle est de l'ordre de 90% de la vitesse laminaire pour l'amont du spot, et de 50% de la vitesse laminaire pour l'aval du spot en couche limite ([Schubauer & Klebanoff \(1955\)](#)). La vitesse de convection varie de 50 à 80% de la vitesse laminaire en écoulement de Poiseuille ([Henningson & Kim \(1991\)](#)). Le spot fait donc office de blocage comme il a une vitesse de convection plus faible que l'écoulement laminaire qui l'entoure en écoulement de Poiseuille. Il existe donc une vitesse longitudinale et transversale moyenne non nulle, en amont du spot, à l'extérieur de celui-ci. De plus, la distribution de fluctuations de vitesses longitudinale et verticale est symétrique en amont, et celle de fluctuations de vitesse transversale est antisymétrique ([Henningson & Kim \(1991\)](#), [Henningson & Alfredsson \(1987\)](#), ou [Lagha \(2007\)](#)). La vitesse transversale moyenne est à l'origine de la région d'onde d'après [Henningson \(1989\)](#). Il parle d'instabilité de "cross-flow", provenant de l'existence d'un point d'inflexion pour la vitesse transversale à l'interface du spot. Elle ressemble à l'instabilité décrite par [Gad-El-Hak et al. \(1981\)](#) dans le cas d'écoulement de couche limite, i.e. la "croissance par la déstabilisation". [Gad-El-Hak et al. \(1981\)](#) ont aussi expliqué que la turbulence au sein du spot entraîne une déstabilisation de la couche limite laminaire à l'extérieur de celui-ci, qui croît rapidement et se rompt, engendrant de nouveau de la turbulence. [Glezer, Katz & Wygnanski \(1989\)](#) ont ensuite expliqué que les ondes provenant de l'interface du spot peuvent être soit passives, soit actives, et par conséquent participer à la génération de la turbulence, à la croissance du spot et à la déstabilisation de la couche limite environnante.

Les caractéristiques dynamiques du spot transitionnel ont également été le sujet de nombreuses études. Tout d'abord, [Wygnanski, Sokolov & Friedman \(1976\)](#) ont montré que la vitesse longitudinale moyenne avait un profil log dans le cœur turbulent pour un spot obtenu en couche limite. Par la suite, [Johansson, Her & Haritonidis \(1987\)](#) ont complété ces observations en montrant que les structures turbulentes et les statistiques dans la partie turbulente étaient similaires à celle d'une turbulence de couche limite pleinement développée. Les mêmes conclusions ont été tirées par [Henningson & Kim \(1991\)](#) lors de leur étude sur le cœur turbulent des spots obtenus en écoulement de Poiseuille (Figure 1.18). Enfin, la région d'onde induit de fortes oscillations sur les trois composantes de vitesse, allant jusqu'à 15% de la vitesse au centre du canal pour la vitesse verticale, pour un spot obtenu en écoulement de Poiseuille ([Henningson \(1989\)](#) ou [Lagha \(2007\)](#)).



**Figure 1.18** – Exemple de statistiques obtenues dans le cœur turbulent du spot via une simulation numérique de [Henningson & Kim \(1991\)](#). (**en haut**) RMS (*Root-Mean-Square*) des vitesses moyennes longitudinale, verticale et transversale représentées respectivement par les symboles carrés, triangles et losanges. (**en bas**) Contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  représentée par les symboles carrés. Les profils représentés en traits continus et en pointillés représentent les statistiques obtenues dans un canal turbulent par [Kim et al. \(1987\)](#).

L'amplitude initiale de la perturbation joue un rôle très important dans la réponse de l'écoulement, comme expliqué en Section 1.1. En ce sens, [Henningson, Lundbladh & Johansson \(1993\)](#) ont consacré une étude numérique en écoulement de Poiseuille en testant plusieurs amplitudes de perturbation initiale :  $\epsilon = 1 \times 10^{-5}$ ,  $7 \times 10^{-2}$  et 0.14. Pour ce faire, ils ont utilisé une paire de tourbillons contrarotatifs placée initialement au centre du canal. Les différents niveaux de perturbation ont permis d'isoler les étapes d'amplification linéaire, non linéaire et de type bypass de la transition. Seul le cas  $\epsilon = 0.14$  a mené à une transition bypass dans leur étude. La perturbation initiale a engendré une paire de tourbillons quasi longitudinaux (TQLs) qui s'est rompu et a généré ensuite la turbulence initiale dans un processus similaire au maintien de la turbulence dans le spot. Il y a eu une série d'articles sur les perturbations optimales en couche limite par la suite. Le but était de trouver les paramètres optimaux pour obtenir une transition bypass. Le lecteur intéressé pourra se référer à [Andersson, Berggren & Henningson \(1999\)](#) ou [Luchini \(2000\)](#).

Seuls [Carlson \*et al.\* \(1982\)](#) et [Alavyoon \*et al.\* \(1986\)](#) ont obtenu des spots dans des canaux en écoulement de Poiseuille à des nombres de Reynolds respectifs de 1000 et de 1100. Pour rappel, les spots ont été obtenus expérimentalement pour ces deux études. La perturbation initiale provenait d'un jet normal au sens de l'écoulement activé à l'aide d'un solénoïde. Les nombres de Reynolds étaient plus importants que le Reynolds critique pour les autres études. Dans un cas plus extrême, [Tardu \(2012\)](#) a montré numériquement qu'il était possible de générer des structures synthétiques semblables aux structures turbulentes à un nombre de Reynolds faible ( $Re_c = 10$ ) à l'aide d'un contrôle actif. Il a montré que les tourbillons quasi longitudinaux (TQLs) résultant des paires de tourbillons contrarotatifs injectées périodiquement en quinconce, interagissaient entre eux pour former de nouvelles structures similaires à de la turbulence pariétale à bas Reynolds. En ce sens, le mécanisme observé était semblable aux observations de [Henningson, Lundbladh & Johansson \(1993\)](#) pour les premiers instants de vie du spot. [Tardu \(2012\)](#) a aussi montré que les structures avaient une haute capacité de mélange d'un scalaire passif, tel que la température, à un nombre de Prandtl de 10. D'après lui, utiliser une telle configuration est techniquement faisable, avec une paire d'actionneurs pariétaux placés en quinconce. Plusieurs paires d'actionneurs pariétaux peuvent aussi être envisagées, ce qui améliorerait davantage le mélange turbulent.

La transition bypass dans la zone d'entrée hydraulique d'un canal lisse a été étudiée à travers des simulations numériques directes (SND) par [Buffat \*et al.\* \(2014\)](#). Il est important de préciser que deux couches limites se forment à l'entrée du canal et que la vitesse s'accélère au centre. La configuration est par conséquent différente d'une couche limite sur plaque plane. Leur travail a consisté à perturber localement l'écoulement dans la couche limite supérieure dans une situation où elle est linéairement stable. Ils ont utilisé une perturbation optimale au sens de la stabilité linéaire locale, ce qui donne lieu à la formation rapide des stries et résulte en une transition rapide vers la turbulence. La couche limite inférieure transite à son tour par interaction. Il faut indiquer qu'une SND d'une telle configuration (la longueur du canal était de  $150H$ ) a demandé des ressources importantes.

Enfin, il n'existe que peu d'études portant sur les transferts thermiques induits par un spot transitionnel. [Antonia \*et al.\* \(1981\)](#) et [Chong & Zhong \(2005\)](#) ont étudié les transferts pariétaux causés par un spot dans une couche limite via des études expérimentales. Les transferts observés sont semblables à leurs homologues en couche limite turbulente dans la région turbulente. En effet, il y a des tourbillons quasi longitudinaux qui apparaissent et qui contribue aux transferts thermiques. De plus, l'étude expérimentale de [Sabatino & Smith \(2008\)](#) a permis de montrer que le transfert pariétal était maximal dans cette région, et que l'intensité du transfert dépendait de la maturité du spot. En revanche, les transferts pariétaux dans la partie amont du spot sont semblables à ceux observés en couche limite laminaire. Dans cette région, du fluide à la température de la paroi se retrouve confiné entre le spot et la paroi, ce qui limite le gradient de température à la paroi et donc les transferts thermiques. Les structures du spot ne sont pas suffisamment proches de la paroi pour avoir un effet bénéfique sur les transferts thermiques ([Sabatino & Smith \(2008\)](#)).

## 1.4 Synthèse et objectifs de la thèse

Bien que les spots transitionnels aient été largement étudiés dans la littérature, il n'y a pas d'étude qui analyse le mélange d'un scalaire passif au sein d'un spot transitionnel en écoulement de Poiseuille, ni le potentiel impact de la région d'onde sur le mélange. En effet, les seules études traitant des transferts thermiques au sein des spots ont été réalisées en couche limite. Pour rappel, les spots obtenus en couche limite et en écoulement de Poiseuille sont structurellement différents, il est donc intéressant de revisiter ce cas académique en écoulement de Poiseuille avec l'ajout du transport d'un scalaire passif. C'est l'objet du Chapitre 3.

Il est important de rappeler que le but de la recherche ci-présente est de déclencher la turbulence ou la pseudo-turbulence dans un écoulement interne initialement laminaire. Le nombre de Reynolds est particulièrement faible et proche de la valeur critique  $Re_c = 1000$  (Orszag & Kells (1980) et Nishioka & Asai (1985)). La transition nécessite alors des perturbations d'amplitude suffisamment importantes, sinon la pseudo-turbulence induite par la transition bypass se détruit rapidement par viscosité. Une méthode passive a été retenue pour déclencher la transition comme indiqué précédemment. Elle consiste en des rugosités rectangulaires de grandes tailles distribuées en quinconce. La raison de ce choix sera explicitée dans le Chapitre 4. En effet, il faut casser la symétrie transversale comme montré par Anika *et al.* (2020) pour déclencher la transition bypass avec des rugosités rectangulaires de grandes tailles. Cependant, l'impact du décalage entre les rugosités sur la transition n'a pas encore été traité dans la littérature. Une tâche est donc de comprendre comment le décalage des rugosités influe sur l'état (pseudo)turbulent et le mécanisme de transfert convectif induit.

Il n'est pas possible d'intervenir dans la partie du canal où l'écoulement est développé pour de nombreuses applications en microfluidique et en particulier pour le refroidissement des lasers à ultra-haute intensité (Introduction générale). Or, tout système impliquant un écoulement en canal quel qu'il soit possède une zone d'entrée hydraulique. Il est dommage de ne pas se servir de cette zone pour modifier les structures de l'écoulement dans la partie développée. L'effet des rugosités distribuées en quinconce dans la zone de développement hydraulique sur la dynamique et les mécanismes de transport scalaire fait l'objet du Chapitre 5. La taille du domaine peut être un problème pour réaliser ce type de simulations, car cela augmente le nombre de nœuds de maillage et demande plus de ressources calculatoires. Une nouvelle méthode pour optimiser efficacement le temps de calcul pour des simulations est, entre autres, présentée dans le dernier chapitre.



# 2

## Simulations numériques directes

---

*L'ensemble des outils numériques utilisés pendant la thèse sont introduits dans ce chapitre. Le code SND (Simulation Numérique Directe) MULTIFAST est présenté en détails dans une première section. En second temps, les implémentations additionnelles faites durant la thèse sont explicitées. Enfin, dans une troisième section, MULTIFAST est validé en reproduisant un cas académique. Quelques résultats significatifs d'un écoulement pleinement turbulent en canal sont également présentés en guise de validation.*

---

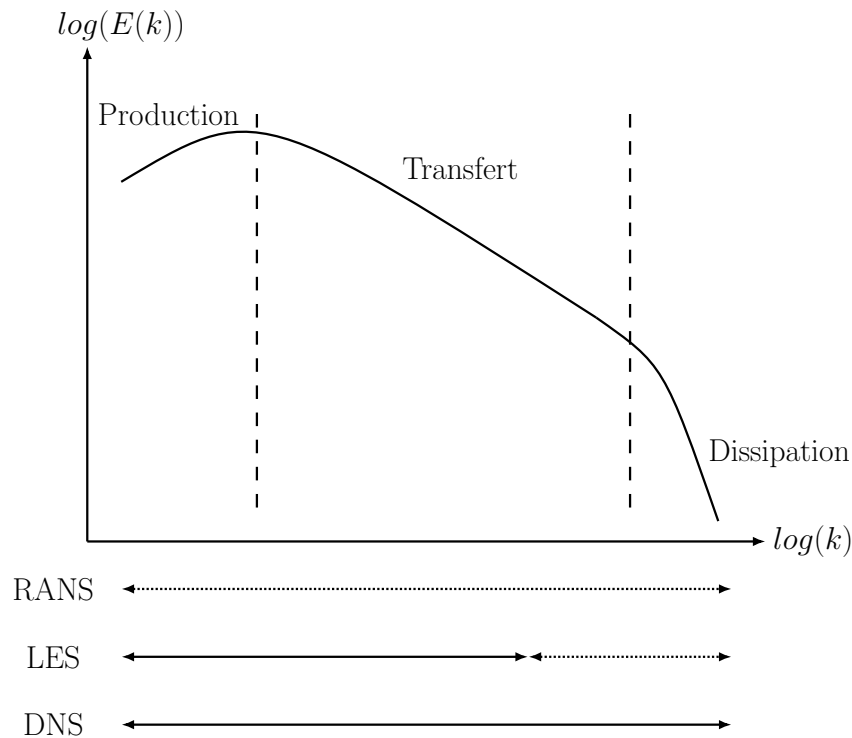
## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Présentation générale du code</b> . . . . .	<b>40</b>
2.1.1	Équations gouvernant la physique . . . . .	40
2.1.2	Présentation de MULTIFAST . . . . .	41
<b>2.2</b>	<b>Généralisation de MULTIFAST</b> . . . . .	<b>65</b>
2.2.1	Gestion des conditions aux limites non-périodiques . . . . .	65
2.2.2	Méthode des frontières immergées . . . . .	70
<b>2.3</b>	<b>Validation et quelques résultats significatifs en canal turbu-</b> <b>lent développé à faible nombre de Reynolds</b> . . . . .	<b>80</b>
2.3.1	Statistiques . . . . .	80
2.3.2	Structures cohérentes dans l'écoulement . . . . .	85
2.3.3	Équations de transport . . . . .	90
<b>2.4</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>92</b>

---

Historiquement, les plus grandes avancées dans la compréhension et la modélisation de la mécanique des fluides ont été réalisées de manière expérimentale. Cependant, les expériences peuvent être difficiles à mettre en place ou à reproduire, elles sont sensibles à divers paramètres et coûteuses d'un point de vue matériel. Davantage d'études sont donc réalisées dans le domaine de la mécanique des fluides numérique (CFD). Cependant, bien que les équations de Navier-Stokes soient connues depuis longtemps, l'existence et l'unicité d'une solution aux équations n'ont pas encore été prouvées, et cela constitue même un des problèmes du millénaire<sup>1</sup>.



**Figure 2.1** – Schéma illustrant la production, le transfert et la dissipation dans le spectre énergétique de la turbulence (Kolmogorov (1941)). Correspondance avec les différentes méthodes de simulations numériques. Les flèches en traits continus représentent les échelles de turbulence résolues, et les flèches en pointillés les échelles de turbulence modélisées.

La turbulence est un état particulier d'un écoulement. Elle se caractérise par la formation, la régénération et la coexistence de structures tourbillonnaires de plusieurs tailles. Chaque structure tourbillonnaire transporte sa propre énergie qu'elle transmet à une structure tourbillonnaire de plus petite taille par diffusion turbulente, jusqu'à atteindre une taille minimale appelée *échelle de Kolmogorov* (Kolmogorov (1941)). L'énergie transportée par les structures tourbillonnaires se dissipe par frottement dû à la viscosité du fluide pour les plus petites tailles. Il faut garder en mémoire que la méthode numérique employée doit être capable de simuler et/ou capturer tous les phénomènes et tous les tourbillons lorsque l'on veut résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes. Plusieurs méthodes ont été envisagées, chacune ayant son propre coût numérique et sa propre précision. Les 3 principales méthodes sont :

1. <https://www.claymath.org/millennium-problems>

- **RANS** pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes* qui se base sur la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées en temps ou en espace. Elle nécessite un modèle de fermeture pour les équations dont les principaux sont le  $k - \epsilon$ ,  $k - \omega$  et  $k - \omega SST$ . Il faut comprendre que la méthode RANS permet de résoudre l'écoulement moyen. De plus, le modèle de fermeture peut différer suivant le type d'écoulement à résoudre. À titre d'exemple, les simulations numériques effectuées en Formule 1 sont basées sur le modèle  $k - \omega SST$ .
- **LES** pour *Large-Eddy Simulation* qui résout les grandes échelles de turbulence et modélise les plus petites échelles (Sagaut (2005)). L'idée est de filtrer les plus petites échelles de la turbulence et de les modéliser. C'est une méthode qui propose un compromis entre la méthode RANS et la méthode SND.
- **SND** pour *Simulation Numérique Directe* résout intégralement les équations de Navier-Stokes sans aucune modélisation.

La différence majeure entre les trois méthodes réside dans ce qui est résolu et/ou modélisé. En effet, une partie (voire la totalité) des échelles est modélisée pour les simulations RANS et LES. Cela a pour conséquence qu'un maillage moyen ou grossier peut être utilisé avec de telles simulations. En revanche, le maillage utilisé doit être aussi fin que l'échelle de Kolmogorov pour une simulation SND comme toutes les échelles de la turbulence sont résolues. Bien qu'une simulation SND résolve directement les équations de Navier-Stokes, il faut davantage de ressources numériques pour mener à bien un calcul en des temps raisonnables. Une 4<sup>ème</sup> méthode a récemment vu le jour : la méthode Lattice-Boltzmann (LBM). Elle est basée sur une approche lagrangienne et statistique de l'écoulement. Ce ne sont pas les équations de Navier-Stokes qui sont résolues, mais l'équation de Boltzmann qui simule les collisions et la propagation des particules dans l'espace. Le lecteur intéressé peut se référer à Chen & Doolen (1998), Mohamad (2011) et Teschner (2019).

Des simulations SND ont été choisies dans le cadre de la thèse, car les écoulements étudiés sont soit des écoulements de transition, soit des écoulements dans des canaux rugueux. La nature de l'écoulement va être modifiée au cours de la simulation dans les deux cas. Aucune approximation ni aucun modèle ne peuvent être tolérés et il faut capturer chaque échelle de la turbulence. Le rapport entre les plus grandes échelles et les plus petites échelles de la turbulence augmente avec le nombre de Reynolds ( $\sim Re^{3/4}$ ) comme expliqué par Pope (2000). La mémoire nécessaire pour le calcul est proportionnelle à  $Re^3$  et le temps de simulation à  $Re^4$  pour des écoulements dans des canaux. Bien que la puissance de calcul ait doublé chaque année depuis les années 1970, une simulation SND à très haut nombre de Reynolds  $Re$  n'est pas possible d'un point de vue matériel. Il y a eu une course à la simulation répliquant le nombre de Reynolds le plus élevé depuis que Kim *et al.* (1987) ont montré une concordance entre une simulation SND et des expériences dans un canal à  $Re_\tau = 180$  (Reynolds basé sur la vitesse de frottement). À ce jour, la plus grande simulation SND réalisée est la simulation de Yamamoto & Tsuji (2018), avec un  $Re_\tau$  atteint de 8000. Ils ont utilisé  $N_x = 8640$ ,  $N_y = 4096$  et  $N_z = 6144$  modes de Fourier, respectivement dans les directions longitudinale, verticale et transversale. Cela correspond à un nombre de modes environ 2 fois plus important que la simulation de

---

Lee & Moser (2015) dont  $Re_\tau = 5200$ . Il est important de préciser que la simulation de Lee & Moser (2015) avait tourné sur le cluster **Mira** du laboratoire national d'Argonne (ANL) sur 786000 processeurs pour se rendre compte du défi numérique que représentent ces simulations. Un champ instantané sauvegardé correspondait à 1.8 TB de données, ce qui montre également le challenge relatif au post-traitement de telles simulations. Le code utilisé par Lee & Moser (2015) avait subi une optimisation importante pour que l'efficacité soit maximale sur un si grand nombre de processeurs (Lee *et al.* (2013), Lee *et al.* (2014)).

De tels nombres de Reynolds ne seront pas atteints pour la thèse, mais il faut garder en mémoire qu'une simulation SND requiert un maillage très fin (comparé à des simulations RANS et LES), et que cela a un impact direct sur le temps de simulation, la mémoire nécessaire au calcul et le stockage des champs instantanés. Il faut donc que les simulations SND soient basées sur un code robuste et optimisé.

## 2.1 Présentation générale du code

Les simulations présentées dans la thèse ont été effectuées via simulations numériques directes (SND) avec MULTIFAST, un code de différences finies développé au LEGI. Initialement, MULTIFAST provient du code d’Orlandi (2000) qui a été rendu public avec le livre *Fluid flow phenomena : a numerical toolkit*. Il a ensuite été modifié en profondeur et optimisé avec les thèses de Bouillon (2004) et de Doche (2006) puis rendu massivement parallèle grâce au travail de Bauer (2015). Aujourd’hui, ce code est utilisé pour diverses études. Il subit de constantes implémentations et la mise en open source du code devrait se faire sous peu. MULTIFAST permet de simuler :

- des écoulements laminaires ou turbulents (Tardu (2017a), Tardu & Bauer (2017) et Tardu (2017b), Tardu (2022)),
- des écoulements avec transport de scalaire passif (Arrondeau *et al.* (2022), Arrondeau *et al.* (2023)),
- des écoulements rugueux, grâce à la méthode des frontières immergées (IBM),
- des écoulements contrôlés activement avec de la magnétohydrodynamique (MHD) (Doche *et al.* (2021), Capogna *et al.* (2023)), ou avec oscillations de parois (Umair *et al.* (2022)),
- du transport lagrangien (Schillings *et al.* (2017)).

### 2.1.1 Équations gouvernant la physique

Le code MULTIFAST est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles. En utilisant la notation conventionnelle d’Einstein pour les coordonnées spatiales et les composantes de la vitesse (pour lesquelles les indices 1, 2, 3 se réfèrent respectivement aux composantes longitudinale  $x$ , verticale  $y$  et transversale  $z$ ), les équations sont :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2} \quad (2.1.1.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (2.1.1.2)$$

avec  $p$  la pression,  $\rho$  la masse volumique et  $\nu$  la viscosité cinématique. Les équations sont adimensionnées avec la demi-hauteur  $H$  du canal et la vitesse  $u_c$  au centre du canal dans MULTIFAST. Ces quantités permettent de définir le nombre de Reynolds  $Re_c = u_c H / \nu$ . En introduisant la notation  $( )^*$  pour désigner une quantité adimensionnée par  $H$  et  $u_c$ , les équations 2.1.1.1 et 2.1.1.2 deviennent :

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_i^* u_j^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_c} \frac{\partial^2 u_j^*}{\partial x_j^{*2}} \quad (2.1.1.3)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = 0 \quad (2.1.1.4)$$

## 2.1.2 Présentation de MULTIFAST

MULTIFAST simule des écoulements dans des boîtes rectangulaires de taille  $L_x \times L_y \times L_z$ , respectivement, dans les directions longitudinale, verticale et transversale. Elle est discrétisée avec un maillage cartésien constitué de  $n_x \times n_y \times n_z$  nœuds, respectivement, dans les directions longitudinale, verticale et transversale. Plusieurs schémas temporels, ainsi que plusieurs schémas numériques de discrétisation, allant de l'ordre 2 à des schémas répliquant une précision quasi spectrale (DRP), sont disponibles dans MULTIFAST pour résoudre les équations 2.1.1.3 et 2.1.1.4. Ils seront présentés dans les prochaines sous-sections, tout comme la stratégie de résolution employée pour résoudre l'ensemble des équations. Au cours des dernières années, de nombreux modules ont été implémentés dans MULTIFAST, permettant l'utilisation de transport de scalaire passif, de la méthode des frontières immergées (IBM), de la magnétohydrodynamique (MHD), du transport Lagrangien de particules, etc ... Seuls les deux premiers points seront détaillés dans le manuscrit.

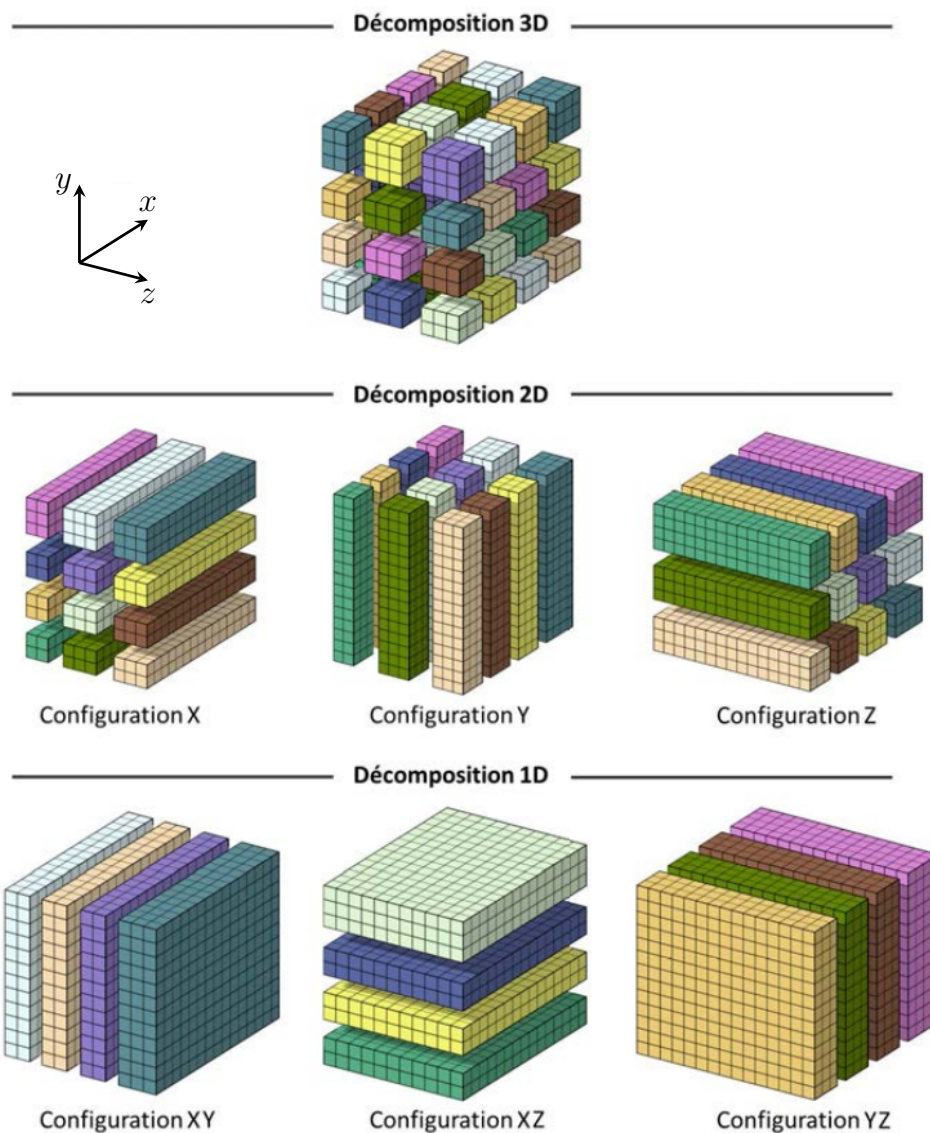
Le code a été rendu massivement parallèle grâce aux bibliothèques *OpenMP* (Open Multi-Processing) et *2decomp&FFT* (Li & Laizet (2010)). Les bibliothèques *blas* et *lapack* sont utilisées pour les calculs dans l'espace physique, et la bibliothèque *fftw* est utilisée pour les calculs dans l'espace de Fourier. La sauvegarde de données est gérée par les bibliothèques *zlib* et *hdf5*. Enfin, les bibliothèques *gfortran/gcc/g++* sont nécessaires pour compiler le code comme celui-ci est écrit en FORTRAN90. Le code est disponible sur le dépôt git suivant : [github.com/multifast](https://github.com/multifast). Une notice est disponible pour l'installation du code ainsi que pour le lancement des premières simulations.

### 2.1.2.1 Stratégie de parallélisation

Il est nécessaire d'utiliser un code parallélisé lorsque l'écoulement étudié implique un nombre de mailles important, sans quoi la simulation d'un tel écoulement ne peut être menée dans un temps acceptable sur un ordinateur classique. La parallélisation d'un code consiste à diviser le domaine de calcul en plusieurs sous-domaines. Par exemple, l'utilisation de  $n_{procs}$  processeurs implique une division du domaine en  $n_{procs}$  sous-domaines. Chaque processeur va alors effectuer la tâche qui lui est attribuée, à savoir résoudre les équations 2.1.1.3 et 2.1.1.4, sur un domaine bien plus petit que le domaine global. Les processeurs doivent communiquer entre eux dans le cas de la résolution des équations de Navier-Stokes.

La stratégie de parallélisation dans MULTIFAST a été mise en place par Bauer (2015). Elle consiste en la division de la boîte rectangulaire de calcul en plusieurs sous-boîtes rectangulaires. Plusieurs décompositions, 1D, 2D et 3D, sont possibles (Figure 2.2). La décomposition 1D offre un calcul simplifié des dérivées nécessaires à la résolution directe des équations de Navier-Stokes. Cependant, elle n'est pas efficace lorsqu'un grand nombre de processeurs est utilisé. La décomposition 3D est l'opposé de la décomposition 1D. Elle reste efficace quel que soit le nombre de processeurs utilisés, mais nécessite une communication accrue entre les sous-domaines pour calculer toutes les dérivées. Finalement, la

décomposition retenue a été la décomposition 2D, qui présente le meilleur compromis entre, temps de communication et calcul des dérivées. Chaque variable peut être présente sous trois configurations ( $x, y$  et  $z$ ) suivant la direction dans laquelle le calcul se fait. La librairie *2decomp&FFT* de [Li & Laizet \(2010\)](#) gère la décomposition du domaine de calcul dans MULTIFAST, ainsi que les transpositions des variables dans chaque configuration.



**Figure 2.2** – Décomposition 1D, 2D ou 3D du domaine de calcul. Schéma tiré de la thèse de [Bauer \(2015\)](#)

Il existe des nombres pour quantifier et qualifier la stratégie de parallélisation employée, à savoir l'accélération  $Acc$  et l'efficacité  $Eff$  ([Tsoutsanis & Antoniadis \(2019\)](#)). L'accélération mesure le rapport des temps de calculs obtenus avec  $n_{ref}$  (nombre de processeurs de référence) par rapport à  $n_{procs}$ , tel que  $Acc(n_{procs}) = T(n_{ref})/T(n_{procs})$ . Sans tenir compte de la communication entre les cœurs, et en notant  $\Delta T_1$  le temps nécessaire à la réalisation d'une itération,  $T(n_{procs}) = n_{procs} \times \Delta T_1$ . De même,  $T(n_{ref}) = n_{ref} \times \Delta T_1$ . Cela définit l'accélération idéale telle que  $Acc_{idéal} = n_{ref}/n_{procs}$ . En réalité, le temps de



communication a un grand impact sur le temps de calcul et devient prépondérant pour un très grand nombre de cœurs, ce qui fait chuter l'accélération. C'est pour cela que l'efficacité est généralement calculée. Elle est définie comme le produit entre l'accélération réelle et l'accélération idéale,  $Eff(n_{procs}) = Acc(n_{procs})/Acc_{idéal}$ . Plus le produit est proche de 1, plus cela montre que la stratégie de parallélisation est efficace pour  $n_{procs}$ . Le code est alors extensible jusqu'à  $n_{procs}$  cœurs en parallèle.

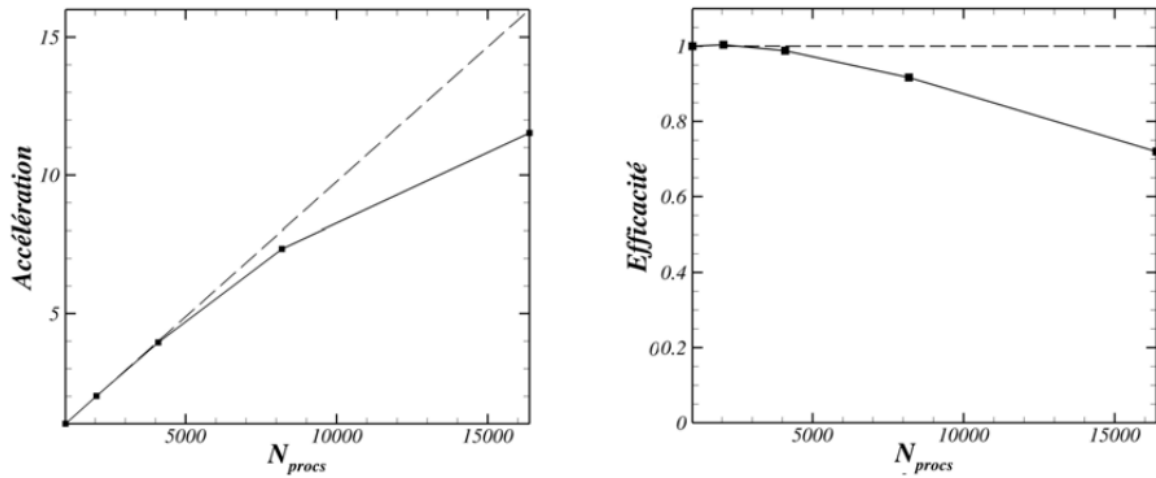
Les performances de parallélisation ont été mesurées sur la machine de calcul TURING du cluster de l'IDRIS lors de la thèse de [Bauer \(2015\)](#). Chaque nœud de calcul de la machine était composé (lorsque les tests ont été effectués) de 16 cœurs de calcul possédant chacun 16 Go de RAM. La communication inter-nœuds était assurée par un réseau dont le débit était de 20 Go/s. Des tests simulant 1000 itérations sur un maillage de  $2048 \times 512 \times 512$  nœuds ont été effectuées sur un nombre de cœurs variant de 1024 à 16384. Les temps de calculs, les accélérations et les efficacités sont recensés dans le [Tableau 2.1](#). Les courbes d'accélération et d'efficacité sont disponibles en [Figure 2.3](#). MULTIFAST est extensif jusqu'à  $\approx 5000$  cœurs.

$N_{procs}$	Temps par itération (s)	Accélération	Efficacité
1024	2.789		
2048	1.389	2.000	1.004
4096	0.706	3.950	0.988
8192	0.380	7.339	0.917
16384	0.242	11.525	0.720

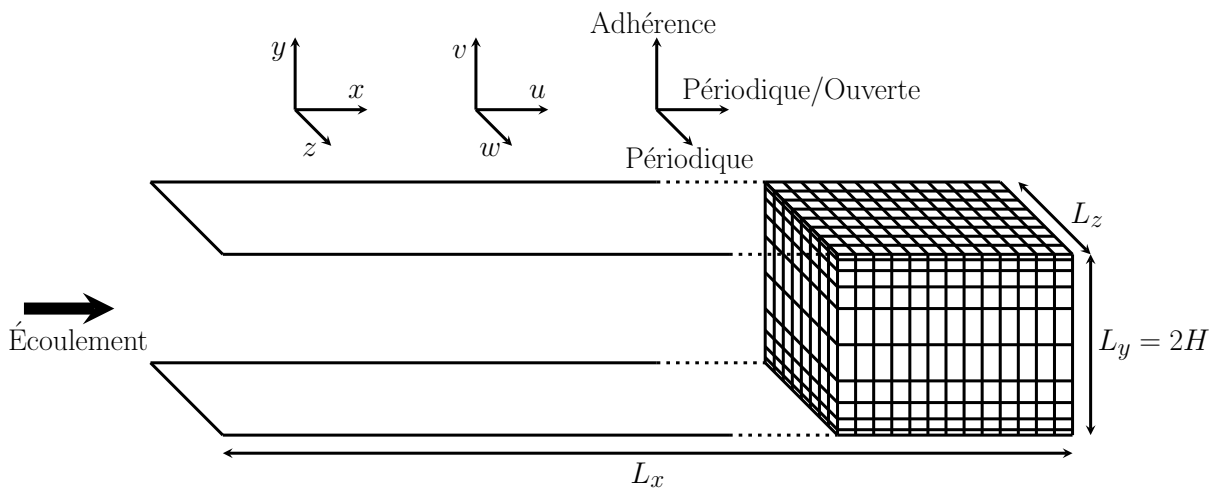
**Tableau 2.1** – Performances parallèles du code. Tests effectués sur la machine de calcul TURING (cluster de l'IDRIS) un maillage contenant  $2048 \times 512 \times 512$  nœuds. Les données sont tirées de la thèse de [Bauer et al. \(2015\)](#).

### 2.1.2.2 Domaine de calcul et arrangement des variables

La [Figure 2.4](#) montre le système de coordonnées utilisé dans MULTIFAST, ainsi que les vitesses et les conditions aux limites correspondantes. MULTIFAST simule des écoulements dans des boîtes rectangulaires de taille  $L_x \times L_y \times L_z$  comme écrit plus haut.  $x, y$  et  $z$  (ou  $u, v$  et  $w$ ) désignent respectivement les directions (ou les vitesses) longitudinale, verticale et transversale. L'écoulement est considéré infini dans la direction transversale, d'où l'utilisation d'une condition de périodicité. Les parois sont matérialisées par une condition d'adhérence dans la direction verticale, i.e. avec une vitesse nulle sur la paroi ( $u_i = 0$ ). La condition utilisée est soit de type périodique, soit de type « ouverte » (cf. [Section 2.2.1](#)) dans la direction longitudinale suivant les simulations.

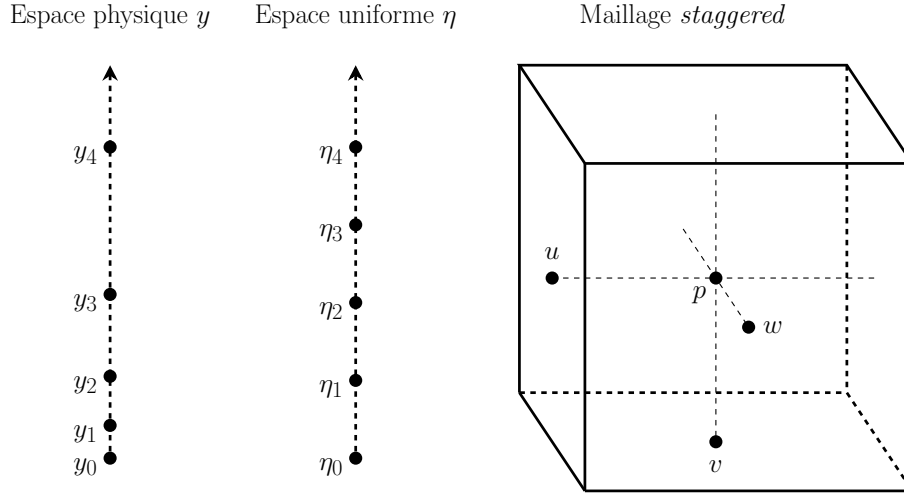


**Figure 2.3** – Accélération (à gauche) et efficacité (à droite) de MULTIFAST. Tests effectués sur la machine de calcul TURING (cluster de l’IDRIS) sur un maillage contenant  $2048 \times 512 \times 512$  nœuds. Les traits en pointillés correspondent au cas théorique. Les graphiques sont tirés de la thèse de [Bauer \*et al.\* \(2015\)](#).



**Figure 2.4** – Vue d’ensemble du domaine de calcul dans MULTIFAST et système de coordonnées associé.

Un exemple de maillage généré par MULTIFAST est représenté sur la Figure 2.4, à droite. Il est cartésien et est constitué de  $n_x \times n_y \times n_z$  cellules. Les cellules sont distribuées uniformément dans les directions longitudinale et transversale. Une transformation tangentielle hyperbolique est utilisée permettant un raffinement près des parois dans la direction verticale. Deux types de transformations sont disponibles dans MULTIFAST. Elles seront présentées dans la sous-section 2.1.2.3.



**Figure 2.5** – Positions des vitesses et de la pression sur un nœud de maillage dans MULTIFAST et discrétisation de l'espace physique  $y$  et de l'espace uniforme  $n$ .

La Figure 2.5 montre l'arrangement des vitesses,  $u, v$  et  $w$ , et de la pression  $p$  sur un nœud de maillage dans MULTIFAST dans l'espace physique  $y$  et l'espace uniforme  $\eta$ . Placer les vitesses,  $u, v$  et  $w$ , et la pression à la même position dans la cellule provoque une amplification des modes les plus élevés du maillage ( $kh \approx \pi$ ) comme expliqué par Ferziger & Peric (2002). Cela génère donc des oscillations factices dans l'écoulement. Il est donc nécessaire d'utiliser une approche de type « *staggered* » pour éviter le problème. Les vitesses sont donc placées sur les centres des faces et la pression est placée au centre de la cellule.

### 2.1.2.3 Maillage dans la direction normale à la paroi

Il existe deux types de transformations de maillage dans la direction verticale dans MULTIFAST comme écrit dans le paragraphe précédent : la transformation dite d'*Orlandi* et la transformation dite de *Laizet & Lamballais*. Dans la suite de cette section :

- la direction  $y$  est discrétisée par  $n_y$  points,
- l'indice  $j$ ,  $1 < j < n_y$ , est utilisé pour se déplacer le long des points,
- les positions  $y(j)$ ,  $0 < y(j) < 2$ , représentent le maillage physique, i.e. les positions réelles des points dans la direction  $y$ ,
- les positions  $s(j) = \frac{j-1}{n_y-1}$  représentent le maillage uniforme.

### Transformation d’Orlandi

La transformation d’Orlandi est la transformation qui était présente à l’origine du code (Orlandi (2000)). Elle est la plus utilisée dans MULTIFAST et toutes les simulations présentées par la suite utilise cette transformation. Les positions  $y(j)$  des points dans le maillage sont définies par :

$$y(j) = 1 + \frac{\tanh(a[s(j) - 0.5])}{\tanh\left(\frac{a}{2}\right)} \quad (2.1.2.1)$$

Le paramètre  $a$  permet de contrôler la déformation du maillage.

### Transformation de Laizet & Lamballais

La transformation de Laizet & Lamballais est une transformation permettant d’étendre une résolution spectrale de l’équation de Poisson dans une direction non homogène. Le lecteur peut se référer à Laizet & Lamballais (2009) pour plus d’informations sur la transformation. Elle a été implémentée dans MULTIFAST pendant la thèse de Bauer (2015). Les positions  $y(j)$  des points dans le maillage sont définies par :

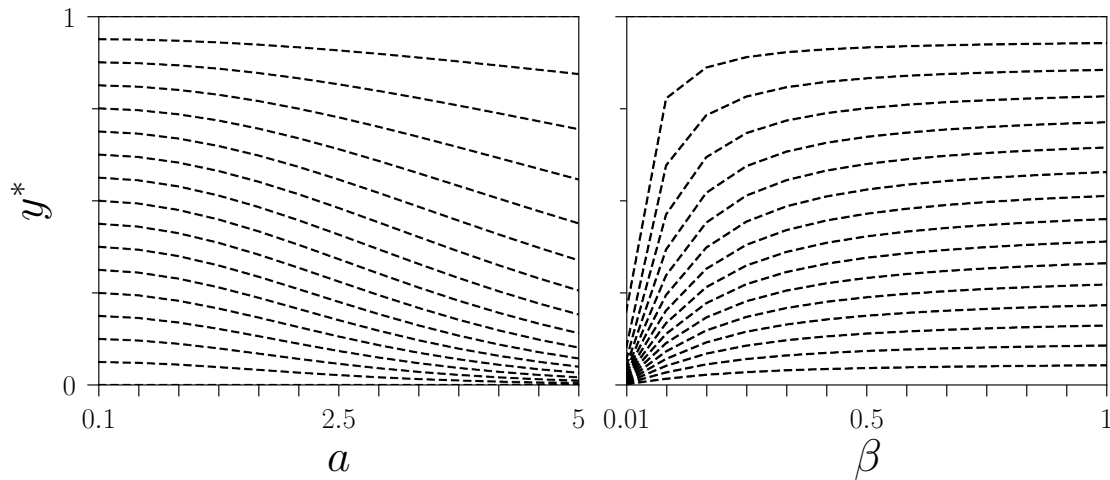
$$y(j) = \frac{L_y \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha} \sqrt{\alpha\beta + 1}} \left[ \arctan\left(\frac{\sqrt{\alpha\beta + 1} \tan(\pi(s(j) + \frac{1}{2}))}{\sqrt{\alpha\beta}}\right) + \pi(H(s(j)) - H(s(j) - 1)) \right] - 1 \quad (2.1.2.2)$$

avec  $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\beta^2 \pi^2}}{2\beta}$  et  $H$  la fonction d’Heaviside. Le paramètre  $\beta$  contrôle la déformation du maillage pour la transformation.

### Comparaison entre les deux transformations

La Figure 2.6 montre l’évolution des maillages physiques obtenus en fonction des paramètres  $a$  pour la transformation d’Orlandi (à gauche) et  $\beta$  pour la transformation de Laizet & Lamballais (à droite) pour  $n_y = 64$ . Bauer (2015) a montré que les mailles obtenues à la paroi et au centre du canal étaient équivalentes pour les transformations d’Orlandi et de Laizet & Lamballais avec les valeurs  $\beta = 0.21$  (avec  $n_y = 217$ ) et  $a = 3.8$  (avec  $n_y = 129$ ). Cependant, la transformation de Laizet & Lamballais engendre un nombre de mailles 1.7 fois supérieur à celle d’Orlandi. De plus, les tailles des mailles étant globalement plus petites en proche paroi pour la transformation de Laizet & Lamballais, cela implique également une augmentation de l’ordre de 50% du CFL et peut mener à une instabilité dans le calcul. Une réduction de l’ordre de 30% du pas de temps  $\Delta t$  est nécessaire pour pallier au problème, ce qui rallonge le calcul lorsque cette transformation est utilisée.

Néanmoins, la transformation de Laizet & Lamballais, couplé à l’extension du solveur de Poisson à des directions non périodiques, permet de résoudre des écoulements avec des conditions de type « ouverte » (cf. Section 2.2.1).



**Figure 2.6** – Influence des paramètres  $a$  et  $\beta$  pour les transformations d’Orlandi (à gauche) et de Laizet & Lamballais (à droite) sur les maillages verticaux.

#### 2.1.2.4 Discrétisation et schémas numériques

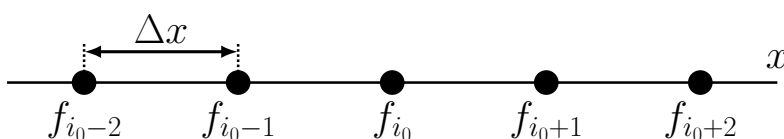
Les équations 2.1.1.3 et 2.1.1.4 sont des équations aux dérivées partielles. Il faut discrétiser spatialement et temporellement le problème qui est initialement continu pour résoudre numériquement de telles équations. Le domaine de calcul est discrétisé par un maillage contenant  $n_x \times n_y \times n_z$  nœuds, respectivement dans les directions  $x, y$  et  $z$ , et est parcouru respectivement par les indices  $i, j$  et  $k$ . L’intervalle de temps est quant à lui discrétisé en  $n_k$  sous-itérations, et est parcouru par l’indice  $n$ . Il existe plusieurs approches pour résoudre un problème discrétisé :

- **Volumes finis** : les nœuds du maillage sont considérés comme des « petits » volumes. Les valeurs discrétisées correspondent alors aux moyennes volumiques des volumes et la conservation des différents flux (vitesses, température, etc) est appliquée entre les différents petits volumes.
- **Éléments finis** : une solution approximative des inconnues du problème peut être obtenue.
- **Différences finies** : les valeurs discrétisées correspondent aux valeurs sur les nœuds du maillage.

Les schémas présentés par la suite sont des schémas de différences finies, car MULTIFAST est un code intégralement basé sur cette approche. Les schémas numériques ont été successivement développés et améliorés, passant de simples schémas d’ordre 2 à des schémas répliquant une précision quasi spectrale. Il faut distinguer les schémas de discrétisation spatiale qui dépendent en grande partie de l’espacement du maillage ( $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ), aux schémas temporels qui dépendent en grande partie du pas de temps  $\Delta t$ . Chaque type de schéma possède ses propres propriétés qui sont (Toro (1997) et Chung (2002)) :

- **Précision** : les erreurs générées par les approximations (comme l’erreur de troncation) ne doivent pas influencer sur la solution.
- **Convergence** : la solution numérique doit tendre vers une solution théorique et/ou expérimentale lorsque que les paramètres de discrétisation deviennent infinitésimaux.
- **Stabilité** : si une erreur est introduite dans le calcul, elle ne doit pas faire diverger le calcul.
- **Conservation** : les propriétés des lois conservatrices doivent être conservées par l’approximation numérique, quelle que soit la taille du maillage.

### 2.1.2.4.1 Discrétisation spatiale



**Figure 2.7** – Exemple de discrétisation dans une direction homogène  $x$ .

L’exemple de la Figure 2.7 est pris pour expliquer les différents schémas numériques présents dans MULTIFAST. La direction homogène  $x$  est discrétisée. Une variable  $f$  à la position  $(x_0)$  s’écrit  $f(i_0) = f_{i_0}$  pour  $f(i_0 \times \Delta x)$ . La dérivée  $\partial f / \partial x$  peut s’exprimer sous la forme d’une combinaison linéaire des différentes valeurs de  $f$  à différents indices :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(i) = \frac{\sum_{p=1}^m \alpha_p f(i_p)}{\Delta x} = \sum_{p=1}^m \beta_p f(i_p) \quad (2.1.2.3)$$

avec  $m$ , le nombre total de points qui est utilisé pour le calcul de la dérivée (aussi appelé « stencil » de points), et  $\alpha_p$  et  $i_p$  les coefficients et indices correspondants ( $\beta_p = \alpha_p / \Delta x$ ). Dans les schémas numériques usuels, i.e. les schémas explicites et compacts, les coefficients  $\alpha_p$  s’obtiennent par développement de Taylor. Ils peuvent ensuite être optimisés de façon à minimiser leur erreur dans l’espace de Fourier. Ils sont alors appelés schémas numériques optimisés.

### Schéma explicite

Les types de schémas les plus connus sont les schémas explicites. Les coefficients  $\alpha_p$  de la relation 2.1.2.3 s’obtiennent par développement de Taylor direct. Par exemple, le schéma O2 utilise les développements de Taylor d’ordre 2 aux points  $(x_0 - \Delta x)$  et  $(x_0 + \Delta x)$  :

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x \times \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2} \times \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (L1)$$

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \times \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2} \times \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (L2)$$

En soustrayant les 2 équations ((L2) – (L1)), on obtient :

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x) &= 2\Delta x \times \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \\ \iff \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} &= \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \end{aligned}$$

En passant en notation indicielle, la dérivée selon  $x$  à l'indice ( $i_0$ ) s'exprime alors :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0} = \frac{f(i_0 + 1) - f(i_0 - 1)}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (2.1.2.4)$$

Pour obtenir la dérivée seconde selon  $x$ , il suffit d'additionner (L1) et (L2) :

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) &= 2f(x_0) + \Delta x^2 \times \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \\ \iff \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} &= \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \end{aligned}$$

ou, en notation indicielle :

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i_0} = \frac{f(i_0 + 1) - 2f(i_0) + f(i_0 - 1)}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (2.1.2.5)$$

Les dérivées première et seconde obtenues par la méthode sont d'ordre 2. Bien évidemment, elle est généralisable avec plus de points dans le stencil.

### Schéma compact

Les schémas compacts sont des schémas numériques impliquant les dérivées de  $f$  au voisinage de  $x_0$ . Les schémas se distinguent en deux catégories : les schémas compacts classiques, introduits par [Hirsh \(1975\)](#), n'impliquant que les dérivées du même ordre, et les schémas compacts combinés, introduit par [Mahesh \(1998\)](#), impliquant les dérivées de plusieurs ordres. Le schéma compact implémenté dans MULTIFAST est un schéma compact classique.

En reprenant l'exemple précédent, les développements de Taylor aux points ( $x_0 - \Delta x$ ) et ( $x_0 + \Delta x$ ) peuvent s'étendre à l'ordre 4 :

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x \times \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2} \times \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} - \frac{\Delta x^3}{6} \times \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^4}{24} \times \left. \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (L3)$$

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \times \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^2}{2} \times \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^3}{6} \times \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x^4}{24} \times \left. \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (\text{L4})$$

En soustrayant (L4) par (L3), on obtient :

$$\begin{aligned} f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x) &= 2\Delta x \times \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} + \frac{2\Delta x^3}{6} \times \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^4) \\ \Leftrightarrow \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} &= \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{6} \times \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{x_0} + \mathcal{O}(\Delta x^4) \end{aligned}$$

En passant en notation indicielle, la dérivée selon  $x$  à l'indice  $(i_0)$  s'exprime alors :

$$2 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0} = \frac{f(i_0 + 1) - f(i_0 - 1)}{\Delta x} - \frac{\Delta x^2}{3} \times \left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{i_0} + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (2.1.2.6)$$

Un terme contenant la dérivée troisième de  $f$  à l'indice  $(i_0)$  apparaît. L'idée derrière les schémas compacts réside dans l'expression du terme qui peut être discrétisé avec des dérivées premières aux points  $(i_0 - 1)$ ,  $(i_0)$  et  $(i_0 + 1)$  à l'aide d'un schéma explicite  $O2$  comme suit :

$$\left. \frac{\partial^3 f}{\partial x^3} \right|_{i_0} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0} \right) = \frac{1}{\Delta x^2} \left( \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0+1} - 2 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0} + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0-1} \right) + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (2.1.2.7)$$

En combinant avec l'Équation (2.1.2.6), cela donne :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0+1} - 4 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0} + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{i_0-1} = \frac{3}{\Delta x} (f(i_0 + 1) - f(i_0 - 1)) + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (2.1.2.8)$$

Un système linéaire est donc obtenu pour la résolution de la dérivée première de  $f$ . Le système linéaire pour la dérivée seconde s'obtient de la même manière (non présentée ici) et s'écrit :

$$\frac{1}{12} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i_0+1} + \frac{10}{12} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i_0} + \frac{1}{12} \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{i_0-1} = \frac{f(i_0 + 1) - 2f(i_0) + f(i_0 - 1)}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^4) \quad (2.1.2.9)$$

Les systèmes linéaires peuvent ensuite se mettre sous forme matricielle. Par exemple, le système suivant est obtenu pour la dérivée première :

$$\mathcal{A}_1 F^{(1)} = \mathcal{B}_1 F \quad (2.1.2.10)$$



avec :

$$\mathcal{A}_1 = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & 1 & -4 & 1 & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}, \mathcal{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & -1 & 0 & 1 & \\ & & & & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$F = (f_1, f_2, \dots, f_{n_x})^T, \text{ et } F^{(1)} = \left( \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_1, \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_2, \dots, \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{n_x} \right)^T$$

Le système linéaire obtenu pour la dérivée seconde peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{A}_2 F^{(2)} = \mathcal{B}_2 F \quad (2.1.2.11)$$

avec,  $F^{(2)} = \left( \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_1, \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_2, \dots, \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{n_x} \right)^T$ , et  $\mathcal{A}_2$  et  $\mathcal{B}_2$  non explicitées ici.

Les systèmes linéaires peuvent être résolus en inversant la matrice  $\mathcal{A}_1$  ou  $\mathcal{A}_2$ , ce qui permet d'obtenir les coefficients  $\alpha_p$  de l'Équation (2.1.2.3) :

$$\mathcal{A}_1 F^{(1)} = \mathcal{B}_1 F \iff F^{(1)} = \mathcal{A}_1^{-1} \mathcal{B}_1 f \quad (2.1.2.12)$$

$$\mathcal{A}_2 F^{(2)} = \mathcal{B}_2 F \iff F^{(2)} = \mathcal{A}_2^{-1} \mathcal{B}_2 f \quad (2.1.2.13)$$

En pratique, l'inversion matricielle est effectuée grâce à une décomposition LU (non présentée ici, le lecteur intéressé peut se référer à [Bauer \(2015\)](#)). Il faut néanmoins garder en mémoire qu'elle représente un coût calculatoire supplémentaire à chaque calcul de dérivée.

### Schéma optimisé

Il existe une autre approche que celle utilisée pour obtenir des schémas explicites et compacts. L'idée est de minimiser l'erreur de troncation dans l'espace de Fourier en partant d'un schéma explicite ou compact. La décomposition en série de Fourier de la fonction  $f$  à la position  $x_0$  s'écrit :

$$f_{x_0} = \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \hat{f}_l \exp\left(\frac{\iota 2\pi l x_0}{n_x}\right) = \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \hat{f}_l \exp(\iota k_l x_0) \quad (2.1.2.14)$$

avec  $k_l = (2\pi l) / n_x$ . En prenant l'exemple d'une dérivée première, la relation 2.1.2.3 peut être utilisée pour le mode  $f = \exp(\iota k x_0)$  :

$$\left. \frac{\delta f}{\delta x} \right|_{x_0} = \sum_{p=1}^m \beta_p \exp(\iota k \Delta x i_p) = \exp(\iota k x_0) \sum_{p=1}^m \beta_p \exp(\iota k [x_p - x_0]) = -\iota k^{(\delta)} \exp(\iota k x_0) \quad (2.1.2.15)$$

où  $\delta/\delta x$  représente l'opérateur de discrétisation spatiale, i.e. la manière de calculer la dérivée avec le schéma de discrétisation, et le nombre d'onde modifié est  $k^{(\delta)} = \sum_{p=1}^m \beta_p \exp(\iota k [x_p - x_0])$  (ou  $k^{(\delta)} = \sum_{p=1}^m \beta_p \exp(\iota k \Delta x [i_p - i_0])$ ), avec  $\Delta x$  l'espacement entre deux nœuds du maillage). La valeur numérique de la dérivée peut alors être comparée à la valeur exacte de la dérivée  $\partial f / \partial x = \iota k f$  et l'erreur dans l'espace de Fourier s'exprime alors :

$$\epsilon = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i - \left. \frac{\delta f}{\delta x} \right|_i = \left(1 - \frac{k^{(\delta)}}{k}\right) \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i \quad (2.1.2.16)$$

Le nombre d'onde modifié, dépendant du schéma de discrétisation, dépend également du paramètre  $k\Delta x$  et donc du maillage. Plus le maillage contient de points (i.e. plus  $n_x$  est grand), plus le mode contient de points par longueur d'onde et donc, plus le mode a de faibles valeurs de  $k\Delta x$ . C'est donc un paramètre important pour la précision des schémas. L'idée derrière les schémas optimisés est de minimiser  $\epsilon$  sur un intervalle  $[0, k_{max}\Delta x]$  aussi grand que possible. Pour ce faire, deux méthodes existent. D'une part, dans l'optique d'optimiser un schéma compact, [Lele \(1992\)](#) a proposé d'imposer une précision parfaite sur un nombre  $n_m$  de modes :

$$\frac{k^{(\delta)}}{k_l} = 1 \quad l = 1, \dots, n_m \quad (2.1.2.17)$$

Cela permet d'obtenir  $n_m$  équations lors de l'obtention des coefficients  $\alpha_p$  (ou  $\beta_p$ ) du schéma numérique. D'autre part, avec le but d'optimiser un schéma explicite, [Tam & Webb \(1993\)](#) avaient proposé de minimiser l'erreur sur l'intervalle  $[0, k_{max}\Delta x]$ , de sorte à répartir la précision sur des modes choisis :

$$\begin{cases} E = \int_0^{k_{max}\Delta} \left| 1 - \frac{k^{(\delta)}}{k_l} \right|^2 dk \\ \frac{\partial E}{\partial \beta_p} = 0 \end{cases} \quad p = 1, \dots, m \text{ et } l = 1, \dots, n_m$$

Le schéma optimisé est un schéma initialement explicite dans MULTIFAST. Il a été développé par [Bauer \*et al.\* \(2015\)](#) et est appelé par la suite schéma DRP (pour Dispersive Relation Preserving).

### Extension dans les directions non homogènes

L'exemple pris est basé sur une direction homogène, i.e. avec un espacement constant entre les nœuds du maillage. La direction  $y$  est non homogène et les espacements entre les nœuds ne sont pas constants dans MULTIFAST comme vu dans la Section 2.1.2.3. La discrétisation se fait donc à l'aide d'une approche jacobienne. En d'autres termes, la dérivée dans l'espace physique  $y$  (avec un espacement non constant) est exprimée à l'aide de la dérivée dans l'espace uniforme  $\eta$  et à l'aide d'un jacobien comme suit :

$$\frac{\delta f}{\delta y} = \frac{ds}{dy} \times \frac{\delta f}{\delta s} \quad (2.1.2.18)$$

$$\frac{\delta^2 f}{\delta y^2} = \frac{d^2 s}{dy^2} \times \frac{\delta f}{\delta s} + \left( \frac{ds}{dy} \right)^2 \times \frac{\delta^2 f}{\delta s^2} \quad (2.1.2.19)$$

avec  $\delta/\delta s$  et  $d/dy$  représentant respectivement les dérivées évalués par le schéma de discrétisation et la dérivée exacte des transformations d'Orlandi et de Laizet & Lamballais. Les dérivées  $\delta f/\delta s$  ou  $\delta^2 f/\delta s^2$  sont évaluées avec les schémas numériques présentés plus haut.

#### 2.1.2.4.2 Schémas temporels

Il faut aussi discrétiser la dérivée temporelle pour avancer la solution en temps en plus des schémas de discrétisation permettant de calculer les dérivées spatiales. Là encore, il existe différentes méthodes qui seront détaillées grâce à l'exemple suivant :

$$\frac{df}{dt} = L(f) + N_L(f) \quad (2.1.2.20)$$

avec  $L(f)$  qui regroupe les termes linéaires et  $N_L(f)$  les termes non-linéaires. En discrétisant l'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$  en  $n_k$  sous-itérations, tel que  $t_1 = t$  et  $t_{n_k} = t + \Delta t$ , la solution à la sous-itération  $(n+1)$  est obtenu en intégrant l'Équation (2.1.2.20) :

$$f^{n+1} = f^n + R_f = f^n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} [L(f) + N_L(f)] dt \quad (2.1.2.21)$$

Le terme  $R_f$  peut être exprimé comme combinaison linéaire de  $L(f)$  et  $N_L(f)$  à différents instants temporels.

$$R_f = \alpha_n \Delta t [L(f) + N_L(f)]_n + \beta_n \Delta t [L(f) + N_L(f)]_{n-1} \quad (2.1.2.22)$$

$$R_f = \alpha_n \Delta t [L(f) + N_L(f)]_{n+1} + \beta_n \Delta t [L(f) + N_L(f)]_n \quad (2.1.2.23)$$

L'approche explicite consiste à évaluer les termes à l'aide de la solution au pas de temps actuel  $n$  (Équation (2.1.2.22)), alors que l'approche implicite consiste à les évaluer à l'aide de la solution au pas de temps suivant  $n + 1$  (Équation (2.1.2.23)). Les deux approches sont possibles lorsque les termes à droite de l'Équation (2.1.2.20) sont linéaires. L'équation devient un système linéaire qui peut être résolu par inversion matricielle pour l'approche implicite. Cette dernière est connue pour offrir une meilleure stabilité numérique, et le pas de temps utilisé peut être bien supérieur à celui utilisé pour une approche explicite. Cependant, la résolution du système matriciel à chaque itération est très coûteuse d'un point de vue calculatoire. Une approche semi-implicite est préférable lorsqu'il y a des termes non-linéaires. Elle consiste à exprimer les termes non-linéaires de manière explicite et les termes linéaires de manière implicite (Équation (2.1.2.24)). Là encore, le système final obtenu peut se mettre sous forme matricielle, et un surcoût de calcul est à prévoir.

$$R_f = \alpha_n \Delta t N_L(f)|_n + \beta_n N_L(f)|_{n-1} + \frac{\gamma_n \Delta t}{2} [L(f)|_{n+1} + L(f)|_n] \quad (2.1.2.24)$$

avec  $\gamma_n = \alpha_n + \beta_n$ . Dans la version initiale du code (Orlandi (2000)), l'approche retenue était une approche semi-implicite, i.e. les termes d'advection des équations de Navier-Stokes étaient discrétisés selon l'approche explicite et les termes de diffusion, selon l'approche implicite. Le schéma temporel utilisé était alors le schéma Crank-Nicholson (Crank & Nicolson (1947)), un schéma d'ordre 2. Bauer (2015) a mis en lumière que cette approche était particulièrement inadaptée avec l'utilisation de schémas de discrétisation à grand stencil de points (comme les schémas compacts et explicitement optimisés). Deux schémas temporels basés sur une approche explicite ont alors été implémentés dans MULTIFAST, le schéma Adams-Bashforth comportant une seule sous-itération, et le schéma Runge-Kutta 3, comportant trois sous-itérations. Les différents coefficients temporels des schémas sont disponibles dans le Tableau 2.2.

Schéma	Nombre de sous-itérations	Coefficients temporels
Adams-Bashforth	$n_k = 1$	$\alpha_1 = \frac{3}{2}$ $\beta_1 = -\frac{1}{2}$
Runge-Kutta 3	$n_k = 3$	$\alpha_{1,2,3} = [\frac{8}{15}, \frac{5}{12}, \frac{3}{4}]$ $\beta_{1,2,3} = [0, -\frac{17}{60}, -\frac{5}{12}]$

**Tableau 2.2** – Nombre de sous-itérations et coefficients temporels des schémas disponibles dans MULTIFAST.

### 2.1.2.4.3 Comparaison entre les différentes méthodes

Plusieurs critères et méthodes existent pour évaluer la qualité d'un schéma. [Bauer \(2015\)](#) a réalisé une étude spectrale basée sur une équation d'onde répliquant le comportement des équations de Navier-Stokes. Cela se rapproche de la méthode proposée par [Sengupta et al. \(2003\)](#). Dans le cas d'une onde qui se propage à la vitesse  $c$ , ayant pour nombre d'onde  $k$  et pour pulsation  $\omega$ , l'équation d'onde dans un milieu non dispersif s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (2.1.2.25)$$

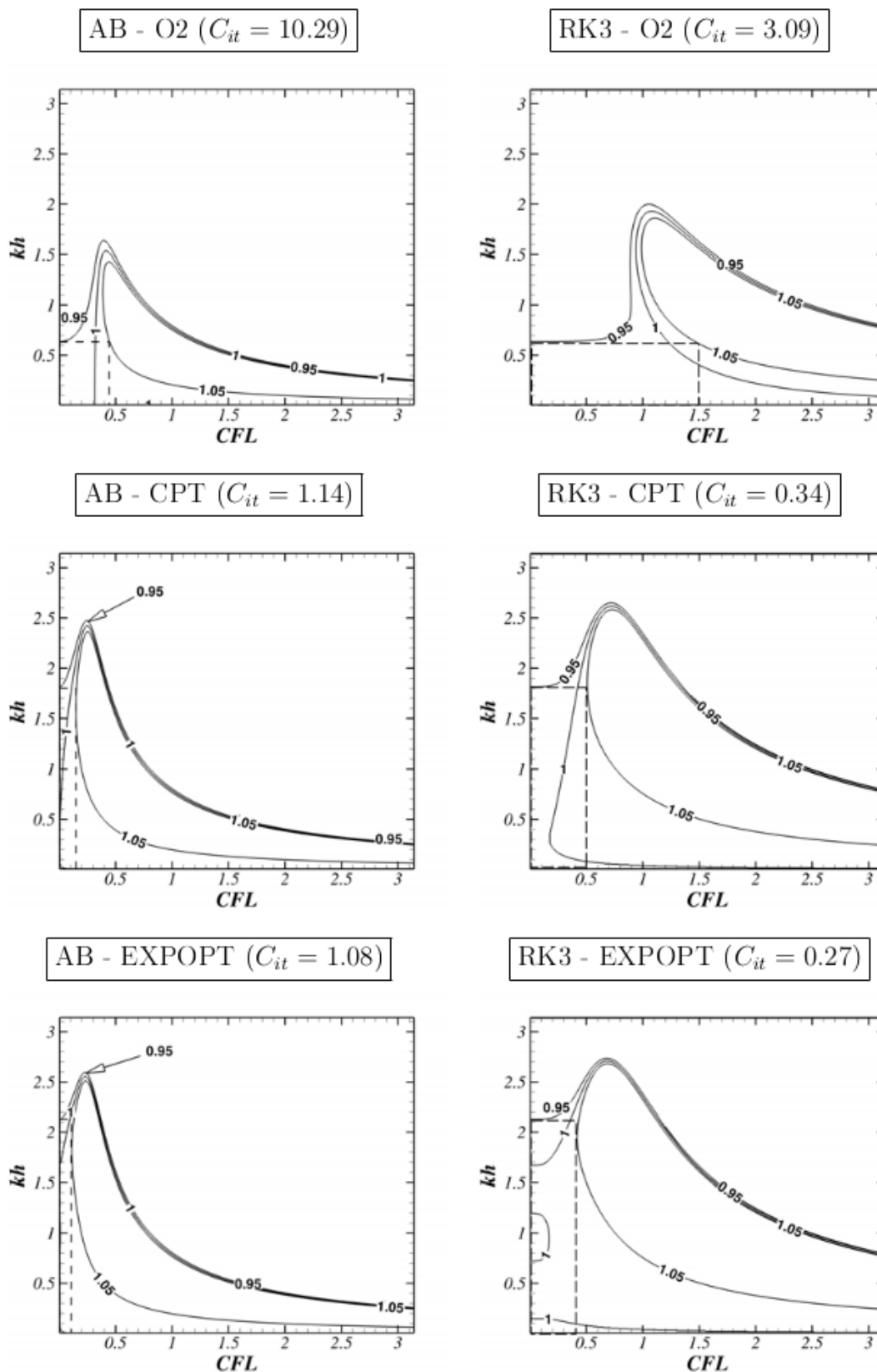
Les solutions numériques obtenues à partir des différents schémas temporels et des schémas de discrétisation disponibles dans MULTIFAST sont analysées en fonction du produit  $kh$  et du nombre CFL pour Courant-Friedrich-Levy. Ce dernier est un critère répandu liant le pas spatial  $h$  au pas de temps  $\Delta t$  par la relation :

$$\text{CFL} = \frac{c\Delta t}{h} = \frac{\omega\Delta t}{kh} \quad (2.1.2.26)$$

Le critère retenu pour l'étude de stabilité est le respect de la relation de dispersion (DRP). Le lecteur intéressé par une étude plus approfondie peut se référer à la thèse de [Bauer \(2015\)](#). Il faut respecter deux conditions pour respecter la propriété DRP :

- la vitesse de phase numérique  $c_{num}$  doit être proche de la vitesse de phase analytique  $c_{theo}$ ,  $c_{num}/c_{theo} \approx 1$ .
- la vitesse de groupe  $V_g$  doit être proche de la vitesse de phase analytique  $c_{theo}$ ,  $V_g/c_{theo} \approx 1$ .

Bien évidemment, les deux vitesses dépendent de la résolution spatiale (pilotée par le schéma de discrétisation et le pas spatial  $h$ ), et de la résolution temporelle (pilotée par le schéma temporel et le pas de temps  $\Delta t$ ). En général, la propriété DRP est respectée si les vitesses de phase numérique et de groupe normalisées par la vitesse de phase analytique est comprise entre 0.95 et 1.05.



**Figure 2.8** – Étude de stabilité effectuée avec les différents schémas numériques disponibles dans MULTIFAST. Les graphes représentent les iso-contours de la vitesse de groupe normalisée par la vitesse de phase théorique. La zone entre pointillés représente la zone dans laquelle la propriété DRP est respectée. L'étude a été réalisée par [Bauer \(2015\)](#).

La Figure 2.8 montre les vitesses de groupes obtenues par combinaison entre les schémas temporels (Adams-Bashforth et Runge-Kutta 3) et les schémas de discrétisation ( $O2$ , compact et explicitement optimisé). 3 iso-contours sont tracés, représentant respectivement  $V_g/c_{theo} = 0.95, 1$  et  $1.05$ . La zone délimitée par les pointillés est la région garantissant le respect de la condition DRP. Par exemple, les modes faiblement résolus par le maillage,  $kh > 0.6$ , sont instables en prenant cette zone pour le schéma temporel Runge-Kutta 3 et le schéma de discrétisation  $O2$ . A contrario, les modes jusqu'à  $kh \approx 2.1$  sont stables avec un schéma de discrétisation explicitement optimisé. Un maillage plus grossier peut être utilisé pour le schéma explicitement optimisé contrairement au schéma  $O2$  à CFL fixé. Le  $(kh)_{max}$  et  $CFL_{max}$  permettent d'évaluer le coût par itération de calcul et par taille de domaine à travers la relation  $C_{it} = 1 / (CFL_{max} \times (kh)_{max}^3)$  pour un domaine ayant trois dimensions. Plusieurs conclusions peuvent donc être tirées de la Figure 2.8 :

- Bien que le schéma temporel Runge-Kutta possède 3 sous-itérations, il possède une plage de fonctionnement plus importante que le schéma Adams-Bashforth, garantissant un meilleur coût par itération.
- Il y a peu de différences entre le coût par itération d'un schéma compact et celui d'un schéma explicitement optimisé.
- Du fait de la résolution spectrale élevée des schémas compact et explicitement optimisé, le coût par itération est environ 10 fois inférieur à celui obtenu pour un schéma  $O2$ .

Bien qu'il soit difficilement imaginable qu'une méthode instable pour le problème de l'équation d'onde 2.1.2.25 puisse être stable pour la résolution des équations Navier-Stokes, le fait qu'elle soit stable pour l'Équation (2.1.2.25) ne garantit pas la stabilité pour les équations de Navier-Stokes. Il faudrait en effet une validation avec une simulation d'écoulement turbulent dans MULTIFAST par exemple. Néanmoins, les tests permettent d'avoir une idée générale de la qualité des méthodes. Par conséquent, le schéma temporel Runge-Kutta 3 et le schéma de discrétisation explicitement optimisé seront donc retenus pour effectuer la plupart des simulations présentées dans la thèse. Le schéma  $O2$  sera utilisé lorsque la méthode des frontières immergées (présentée en Section 2.2.2) sera utilisée.

### 2.1.2.5 Solveur du champ de vitesse

La résolution directe des équations de Navier-Stokes incompressible demande d'intégrer la condition de continuité dans le processus de résolution. En effet, une étape supplémentaire est nécessaire pour que les champs de vitesse résolus soient continus comme l'équation de continuité ne contient pas de dérivée temporelle. Pour ce faire, la méthode du pas fractionné, introduite par [Kim & Moin \(1985\)](#), est utilisée. Elle consiste à diviser la résolution en 2 étapes : la première étape va consister à prédire une vitesse  $\tilde{u}_i$ , à l'aide des termes d'advection, de diffusion et de gradient de pression moyen ; la deuxième étape consiste à corriger la vitesse, avec le gradient des fluctuations de pression, pour qu'elle ait une divergence nulle.

En discrétisant l'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$  en  $n_k$  sous-itérations, tel que  $t_1 = t$  et  $t_{n_k} = t + \Delta t$ , la solution à la sous-itération  $(n + 1)$  est obtenu explicitement en intégrant l'Équation (2.1.1.3) :

$$u_i^{n+1} = u_i^n + R_{p \text{ mean}} + R_{p \text{ fluct}} + R_{adv} + R_{diff} \quad (2.1.2.27)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{p \text{ mean}} \\ R_{p \text{ fluct}} \\ R_{adv} \\ R_{diff} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} dt \right) \\ - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{\partial p'}{\partial x_i} dt \right) \\ - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} dt \right) \\ \frac{1}{Re} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} dt \right) \end{array} \right.$$

$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}$  et  $\frac{\partial p'}{\partial x_i}$  représentent respectivement le gradient de pression moyen et le gradient des fluctuations de pression.  $R_{p \text{ mean}}$  est obtenu en vérifiant la condition de conservation du débit. L'intégrale volumétrique selon  $x$  de l'Équation (2.1.1.3) à la sous-itération  $n$  conduit à :

$$\int \frac{\partial u}{\partial t} dV = \int \left( - \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2} \right) dV \quad (2.1.2.28)$$

$\frac{\partial q}{\partial t} = \int \frac{\partial u}{\partial t} dV = 0$  comme le débit est conservé. En utilisant aussi l'équation de continuité (vérifiée à la sous-itération  $n$ ), cela conduit à :

$$\int \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)_n dV = \int \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2} \right)_n dV \iff \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)_n = \frac{1}{V Re} \times \int \left( \frac{\delta^2 u_j}{\delta x_j^2} \right)_n dV \quad (2.1.2.29)$$



Finalement,  $R_{p\ mean}$ , tout comme les termes d'advection et de diffusion, respectivement  $R_{adv}$  et  $R_{diff}$ , est estimé explicitement à partir du champ de vitesse à la sous-itération  $n$  et  $n - 1$  :

$$\begin{aligned}
 R_{adv} + R_{diff} + R_{p\ mean} = & \alpha_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_j u_i}{\delta x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_i^2} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)_n + \\
 & \beta_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_j u_i}{\delta x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_i^2} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)_{n-1}
 \end{aligned} \tag{2.1.2.30}$$

avec  $\frac{\delta}{\delta x_i}$  et  $\frac{\delta^2}{\delta x_i^2}$  les opérateurs de discrétisation spatiale,  $\alpha_n$  et  $\beta_n$  les coefficients du schéma temporel utilisé. Le gradient des fluctuations de pression  $R_{p\ fluct}$  est évalué de telle sorte que le champ de vitesse  $u_i^{n+1}$  respecte l'équation de continuité. En effet, le champ de vitesse  $\tilde{u}_i$  n'est pas, *a priori*, à divergence nulle. L'Équation (2.1.2.27) peut être réécrite sous la forme :

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i - (\alpha_n + \beta_n) \Delta t \frac{\delta \tilde{p}}{\delta x_i} \tag{2.1.2.31}$$

avec  $\tilde{u}_i = u_i^n + R_{p\ mean} + R_{adv} + R_{diff}$  qui est la prédiction de la vitesse. La pseudo-pression  $\tilde{p}$ , est calculé en appliquant l'opérateur divergence à l'Équation (2.1.2.31) et en résolvant l'équation de Poisson qui en découle :

$$\frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta x_i^2} = \frac{1}{\Delta t (\alpha_n + \beta_n)} \frac{\delta \tilde{u}_i}{\delta x_i} \tag{2.1.2.32}$$

### 2.1.2.6 Solveur de l'équation de Poisson

L'Équation (2.1.2.32) est résolue dans l'espace de Fourier. Le terme de droite étant connu et calculable, il est désormais noté  $RHS$ . L'équation devient donc :

$$\frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta x_i^2} = RHS \tag{2.1.2.33}$$

Pour l'exemple, les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont considérées homogènes et périodiques, et le schéma de discrétisation est le schéma  $O2$ . Pour rappel, la décomposition en série de Fourier dans la direction périodique et homogène  $x$  d'un terme  $f_{i,j,k}$  donnerait :

$$f_{i,j,k} = \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \hat{f}_{l,j,k} \exp\left(\frac{i2\pi li}{n_x}\right) \tag{2.1.2.34}$$

En la reliant avec l'expression de la dérivée seconde dans la direction  $x$  (par exemple), cela donne :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta^2 f}{\delta x^2} \Big|_{i,j,k} &= \frac{f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k} + f_{i+1,j,k}}{\Delta x^2} \\
 &= \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \widehat{f}_{l,j,k} \exp\left(\frac{\iota 2\pi l i}{n_x}\right) \left(\frac{\exp\left(\frac{-\iota 2\pi l}{n_x}\right) - 2 + \exp\left(\frac{\iota 2\pi l}{n_x}\right)}{\Delta x^2}\right) \\
 &= \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \widehat{f}_{l,j,k} \exp\left(\frac{\iota 2\pi l i}{n_x}\right) \left(-\left(k_x^{(O2)}\right)^2\right)
 \end{aligned} \tag{2.1.2.35}$$

avec  $\left(k_x^{(O2)}\right)^2 = -\frac{2\left(\cos\left(\frac{2\pi l}{n_x}\right) - 1\right)}{\Delta x^2}$ , le nombre d'onde modifié. De manière analogue, les nombres d'onde modifiés dans la direction  $y$  et  $z$  sont respectivement  $\left(k_y^{(O2)}\right)^2 = -\frac{2\left(\cos\left(\frac{2\pi m}{n_y}\right) - 1\right)}{\Delta y^2}$  et  $\left(k_z^{(O2)}\right)^2 = -\frac{2\left(\cos\left(\frac{2\pi n}{n_z}\right) - 1\right)}{\Delta z^2}$ . L'Équation (2.1.2.33) devient en combinant les précédentes relations et en appliquant une transformée de Fourier dans chaque direction :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta x_i^2} - RHS &= \frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta z^2} - RHS \\
 &= \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \sum_{m=-n_y/2}^{n_y/2-1} \sum_{n=-n_z/2}^{n_z/2-1} \exp\left(\frac{\iota 2\pi l i}{n_x}\right) \exp\left(\frac{\iota 2\pi m j}{n_y}\right) \exp\left(\frac{\iota 2\pi n k}{n_z}\right) \times \\
 &\quad \left[-\left(\left(k_x^{(O2)}\right)^2 + \left(k_y^{(O2)}\right)^2 + \left(k_z^{(O2)}\right)^2\right) \widehat{p}_{l,m,n} - \widehat{RHS}_{l,m,n}\right] = 0
 \end{aligned} \tag{2.1.2.36}$$

En pratique, la direction  $y$  n'est ni homogène, ni périodique. Elle est alors traitée de manière physique, et l'Équation (2.1.2.33) est résolue avec une approche hybride. La dérivée seconde de  $\tilde{p}$  selon  $y$  devient alors :

$$\frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta y^2} = \mathcal{M}_y^{(\delta)} \tilde{p}_{i,j,k} \tag{2.1.2.37}$$

De plus, les nombres d'onde modifiés dépendent des schémas de discrétisation, ils seront donc notés  $\left(k_x^{(\delta)}\right)^2$ . La généralisation de la résolution de l'Équation (2.1.2.33) dans MULTIFAST peut s'écrire finalement :

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta^2 \tilde{p}}{\delta x_i^2} - RHS &= \sum_{l=-n_x/2}^{n_x/2-1} \sum_{n=-n_z/2}^{n_z/2-1} \exp\left(\frac{\iota 2\pi l i}{n_x}\right) \exp\left(\frac{\iota 2\pi n k}{n_z}\right) \times \\
 &\quad \left[\left(-\left(k_x^{(\delta)}\right)^2 + \mathcal{M}_y^{(\delta)} - \left(k_z^{(\delta)}\right)^2\right) \widehat{p}_{l,j,n} - \widehat{RHS}_{l,j,n}\right] = 0
 \end{aligned} \tag{2.1.2.38}$$

L'équation se réduit à un système matriciel à résoudre pour obtenir les  $\hat{p}_{l,j,n}$ . La résolution se fait avec les bibliothèques *blas* et *lapack* dans MULTIFAST. Ensuite, la transformée de Fourier inverse est effectuée pour obtenir  $\tilde{p}$  et donc  $\frac{\delta\tilde{p}}{\delta x_i}$ , ce qui permet de corriger la vitesse intermédiaire  $\tilde{u}$  pour obtenir un champ de vitesse  $u^{n+1}$  à divergence nulle à travers l'Équation (2.1.2.31).

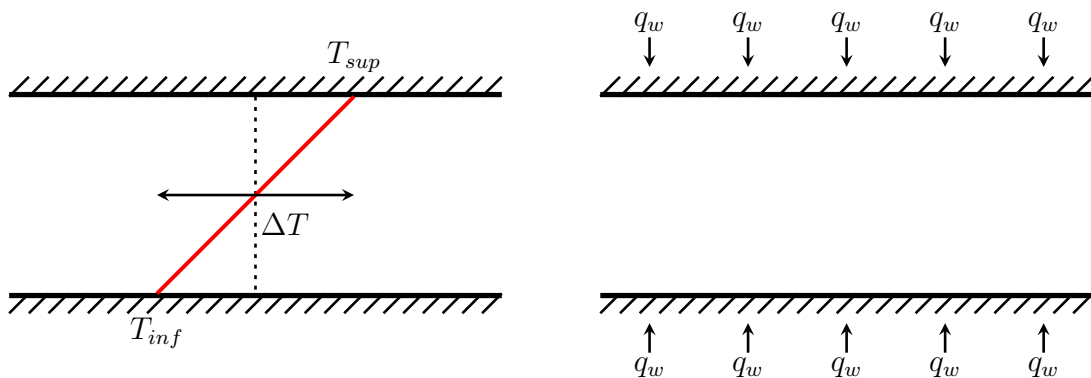
Une seconde manière de résoudre l'Équation (2.1.2.32) est disponible dans MULTIFAST : l'approche de Laizet & Lamballais (2009). Elle est basée sur l'extension de la décomposition de Fourier dans des directions non homogènes, comme la direction  $y$ . Étant très peu utilisée dans MULTIFAST, elle ne sera pas détaillée ici. Néanmoins, le lecteur intéressé peut se référer à Laizet & Lamballais (2009) et à la thèse de Bauer (2015).

### 2.1.2.7 Configuration pour le transport de scalaire passif

Il est intéressant d'étudier le transport d'un scalaire pour certaines simulations. S'il a un impact sur la dynamique de l'écoulement, comme en convection naturelle par exemple, il est désigné comme étant actif. S'il n'a pas d'impact sur la dynamique, alors il est désigné comme passif. La température peut être considérée comme un scalaire passif dans le cadre d'une convection forcée. Dans MULTIFAST, le transport d'un scalaire passif, la température  $T$  en l'occurrence, est implémenté par le biais de l'équation :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial u_i T}{\partial x_i} + \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} \quad (2.1.2.39)$$

avec  $\alpha$  la diffusivité thermique du fluide. Comme pour les équations de Navier-Stokes, les équations sont adimensionnées.



**Figure 2.9** – Présentation des deux configurations pour le transport de scalaire passif : (**à gauche**) températures constantes sur les parois ; (**à droite**) flux constant à la paroi.

### Problème de températures constantes sur les parois

Le problème à résoudre sera un problème à températures constantes sur les parois dans la plupart des simulations présentées dans la thèse, i.e.  $T_{inf}$  sur la paroi inférieure, et  $T_{sup}$  sur la paroi supérieure. C'est le problème de [Lyons et al. \(1991\)](#) (Figure 2.9, à gauche). Dans MULTIFAST la température est alors adimensionnée par la relation  $T^* = (T - T_c) / \Delta T$ , avec  $T_c = (T_{inf} + T_{sup}) / 2$  la température au centre du canal dans le cadre d'une pure conduction, et  $\Delta T = T_{inf} - T_{sup}$  la différence de température entre les parois supérieure et inférieure. Il est important de préciser que l'adimensionnalisation utilisée ici est différente de celle introduite par [Lyons et al. \(1991\)](#). L'Équation (2.1.2.39) devient :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial u_i^* T^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re_c Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_i^{*2}} \quad (2.1.2.40)$$

avec  $Pr$  le nombre de Prandtl. Pour rappel, la notation  $( )^*$  est utilisée pour désigner une quantité adimensionnée par  $H$  et  $u_c$ .

### Problème de flux constant à la paroi

Certaines simulations présentées dans la thèse seront basées sur le problème du flux constant, i.e. qu'il y a un flux entrant dans le canal au niveau des deux parois. Le problème est celui de [Kasagi et al. \(1992\)](#) et [Kawamura et al. \(1998\)](#) (Figure 2.9, à droite). La température varie linéairement avec la position longitudinale ([Nellis & Klein \(2008\)](#)) comme suit :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{T}_p}{\partial x} = \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial x} \quad (2.1.2.41)$$

avec  $T_p$  la température de paroi,  $T_b$  la température débitante et la notation  $\bar{(\ )}$  représentant la moyenne transversale.  $\bar{T}_p$  et  $\bar{T}_b$  varient donc linéairement avec  $x$ . En considérant l'écoulement homogène dans les directions  $x$  et  $z$ , l'Équation (2.1.2.39) devient :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \bar{u} \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} - \frac{\partial v \bar{T}}{\partial y} \quad (2.1.2.42)$$

La relation peut ensuite être intégrée entre  $y = 0$  et  $y = H$  :

$$\frac{\partial \bar{T}_b}{\partial x} \int_0^H \bar{u} dy = \alpha \left[ \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right]_0^H - [\bar{v} \bar{T}]_0^H \iff \frac{\partial \bar{T}_b}{\partial x} H u_b = \alpha \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right|_0 \quad (2.1.2.43)$$

En introduisant le flux de température à la paroi  $\bar{q}_p = -k \left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right|_0$ , cela mène à :

$$\frac{\partial \bar{T}_b}{\partial x} = \frac{1}{u_b} \frac{\alpha \bar{q}_p}{kH} = \frac{1}{u_b} \frac{\bar{q}_p}{\rho c H} \quad (2.1.2.44)$$

Le changement de variable  $\theta = T - T_p$  dans l'Équation (2.1.2.39) fait alors apparaître un terme source dans l'équation de transport de  $\theta$  :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial u_i \theta}{\partial x_i} + \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2} + u \frac{dT_p}{dx} \iff \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial u_i \theta}{\partial x_i} + \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2} + \frac{u}{u_b} \frac{\bar{q}_p}{\rho c h} \quad (2.1.2.45)$$

Enfin, en introduisant la notation  $( )^+$  pour désigner une quantité adimensionnée par  $\nu$  et  $\theta_\tau = \bar{q}_p / (\rho c u_\tau)$ , et en reprenant la notation  $( )^*$ , cela devient :

$$\frac{\partial \theta^+}{\partial t^*} = -\frac{\partial u_i^* \theta^+}{\partial x_i^*} + \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 \theta^+}{\partial x_i^{*2}} - \frac{u^*}{\langle u^* \rangle} \frac{Re_\tau}{Re} \quad (2.1.2.46)$$

L'aspect attirant de la formulation (2.1.2.46) est la transformation d'une condition aux limites de type Newman ( $q_p = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_p = \text{cte}$ ) à une condition aux limites de type Dirichlet ( $\theta^+|_p = 0$ ). De plus, la formulation offre la possibilité d'utiliser les conditions aux limites périodiques pour la résolution de l'Équation (2.1.2.46) ce qui représente des avantages considérables. Cependant, il faut insister sur le fait que l'application de cette procédure est limitée seulement aux cas où la température atteint un régime développé. En d'autres termes, la température adimensionnelle ( $T - T_p$ ) ne doit dépendre que de  $y^*$  et pas de  $x^*$ . Si ce n'est pas le cas, la résolution « aveugle » de l'Équation (2.1.2.46) résulterait en un flux à la paroi  $q_p(x^*) \neq \text{cte}$ . Un temps considérable a été consacré pour essayer de réarranger l'Équation (2.1.2.46) en calculant attentivement le dernier terme localement dans les écoulements non-homogènes (ce qui représente l'étude entière), mais sans succès. La condition de Newman peut évidemment être prise en compte dans les SND, mais elle pose des problèmes additionnels à la fois dans l'inhomogénéité d'un spot transitionnel (Chapitre 3) et surtout dans la mise au point des frontières immergées (Chapitres 4 et 5). La formulation de Kawamura *et al.* (1998) est donc uniquement présentée dans un but de validation du code numérique ci-après. La température à la paroi est imposée dans les chapitres suivants.

### Avancement temporel de la solution

L'intervalle de temps  $[t, t + \Delta t]$  peut être discrétisé en  $n_k$  sous-itérations, tel que  $t_1 = t$  et  $t_{n_k} = t + \Delta t$ . La solution à la sous-itération  $(n+1)$  est obtenue explicitement en intégrant l'Équation (2.1.2.40) :

$$T^{n+1} = T^n + R_{advT} + R_{diffT} \quad (2.1.2.47)$$

avec :

$$R_{advT} = - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{\partial u_i T}{\partial x_i} dt \right) \quad \text{et} \quad R_{diffT} = \frac{1}{PrRe} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} dt \right)$$

Là encore, les termes d'advection et de diffusion thermique, respectivement,  $R_{advT}$  et  $R_{diffT}$ , sont estimés explicitement à partir du champ de température à la sous-itération  $(n)$  et  $(n-1)$  :

$$R_{advT} + R_{diffT} = \alpha_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_i T}{\delta x_i} + \frac{1}{PrRe} \frac{\delta^2 T}{\delta x_i^2} \right)_n + \beta_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_i T}{\delta x_i} + \frac{1}{PrRe} \frac{\delta^2 T}{\delta x_i^2} \right)_{n-1} \quad (2.1.2.48)$$

Il suffit de remplacer  $T$  par  $\theta^+$  et d'ajouter le terme  $R_{sourceT} = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left( \frac{u}{\langle u \rangle} \frac{Re_\tau}{Re} dt \right)$  à l'Équation (2.1.2.47) pour la résolution de l'Équation (2.1.2.46). Là encore, il est estimé explicitement à partir du champ de température à la sous-itération  $(n)$  et  $(n-1)$ .

## 2.2 Généralisation de MULTIFAST

L'idée principale de l'étude est d'étudier la région d'entrée hydraulique d'un canal laminaire et d'y optimiser les transferts thermiques avec des rugosités ([Introduction générale](#)). MULTIFAST est un code SND qui a déjà fait ses preuves et été utilisé dans de nombreuses études. Cependant, il ne permettait pas de mener à bien cette tâche. Il a été nécessaire de développer de nouveaux outils dans MULTIFAST. Les implémentations réalisées au cours de la thèse sont présentées par la suite, à savoir :

- l'extension de l'utilisation de MULTIFAST à des écoulements non-périodiques dans la direction longitudinale avec la méthode Fringe,
- la méthode des frontières immergées permettant l'utilisation de rugosités dans le canal.

### 2.2.1 Gestion des conditions aux limites non-périodiques

L'utilisation de conditions périodiques n'est pas possible pour certains écoulements ou certaines études. C'est le cas par exemple, de l'étude de la transition à partir de rugosités ([Anika et al. \(2020\)](#), [Vadlamani et al. \(2018\)](#)), de l'analyse de la transition bypass ([Tardu & Nacereddine \(2007\)](#), [Tardu \(2012\)](#), [Henningson & Kim \(1991\)](#)), ou plus simplement lors des études portant sur les couches limites ([Buffat et al. \(2014\)](#)). L'état turbulent de l'écoulement évolue avec sa position longitudinale pour toutes les études. Par conséquent, l'état de l'écoulement en entrée du canal est différent de celui en sortie, et une condition de périodicité dans la direction longitudinale ne peut pas être utilisée. Dans la littérature, deux différentes approches peuvent être trouvées : les conditions dites ouvertes et la méthode Fringe.

#### 2.2.1.1 Conditions ouvertes

Les conditions ouvertes reproduisent une condition ouverte artificielle en imposant l'écoulement en entrée à chaque itération et en calculant l'écoulement en sortie à travers des conditions radiatives. Le profil en entrée peut être un profil uniforme, de couche limite ou de Poiseuille dans le cas d'un écoulement laminaire. En revanche, il y a deux manières de faire pour un écoulement turbulent. La première est d'utiliser un écoulement synthétique en entrée, (se référer à [Jarrin \(2008\)](#) pour plus de détails). La deuxième manière de faire consiste à recycler des champs provenant d'un canal turbulent périodique tournant en parallèle du canal ouvert. Un champ 2D du canal turbulent périodique est donc sauvegardé et utilisé comme entrée du canal ouvert à chaque pas de temps.

L'utilisation d'une condition de type Neumann en sortie de canal :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$

n'est pas recommandée en écoulement turbulent. En effet, elle engendre des oscillations factices sur le champ de pression et donc des instabilités dans le canal comme montré par

Miyauchi *et al.* (1996). C’est pourquoi des conditions de type radiatives sont utilisées. Elles peuvent être vues comme des approximations des équations de Navier-Stokes. Plusieurs conditions radiatives ont été testées dans la littérature (Tableau 2.3) mais aucun consensus n’existe. Les conditions radiatives les plus simples sont des équations d’ondes (Ol’shanskii & Staroverov (2000), Craske & Van Reeuwijk (2013)) et les plus complexes font intervenir tous les termes des équations de Navier-Stokes (Jin & Braza (1993), Craske & Van Reeuwijk (2013)). L’utilisation d’une condition de type ouverte nécessite une modification du solveur de Poisson de MULTIFAST comme expliqué dans la section précédente. Une manière de procéder pourrait être de résoudre l’équation de Poisson dans l’espace physique, ce qui représenterait un coût calculatoire très important comparé au coût de la résolution dans l’espace de Fourier ( $\mathcal{O}(N^2)$  contre  $\mathcal{O}(N \log(N))$ ). Laizet & Lamballais (2009) ont proposé une extension au solveur de Poisson spectrale à des directions non homogènes et non-périodiques. C’est l’approche qui a été implémentée dans MULTIFAST. Bauer (2015) a testé différentes conditions de sortie de type radiatives :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + c_m(y, z) \frac{\partial u_i}{\partial x} = a_m \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \right] + \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} \quad (2.2.1.1)$$

avec  $c_m(y, z)$  la vitesse de phase, et  $a_m$  un coefficient égal à 0 si les termes diffusifs ne sont pas pris en compte et égal à 1 s’ils sont pris en compte. Bauer (2015) avait notamment montré que dans MULTIFAST, une condition équivalente à celle de Craske & Van Reeuwijk (2013) était plus stable que toutes les autres conditions testées.

Références	Conditions de sortie
Halpern & Schatzman (1989)	$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \nabla u_i = 0$
Jin & Braza (1993)	$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u^0 \frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{1}{Re} \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \right] = 0$
Ol’shanskii & Staroverov (2000)	$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u^0 \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0$
Craske & Van Reeuwijk (2013)	$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0$
Li <i>et al.</i> (2016)	$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i^2}{\partial x} = 0$
Alvarado-Rodríguez <i>et al.</i> (2017)	$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u^0 \frac{\partial u_i}{\partial x} - \nu \left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} \right] = 0$

Tableau 2.3 – Différentes conditions de sortie testées dans la littérature.



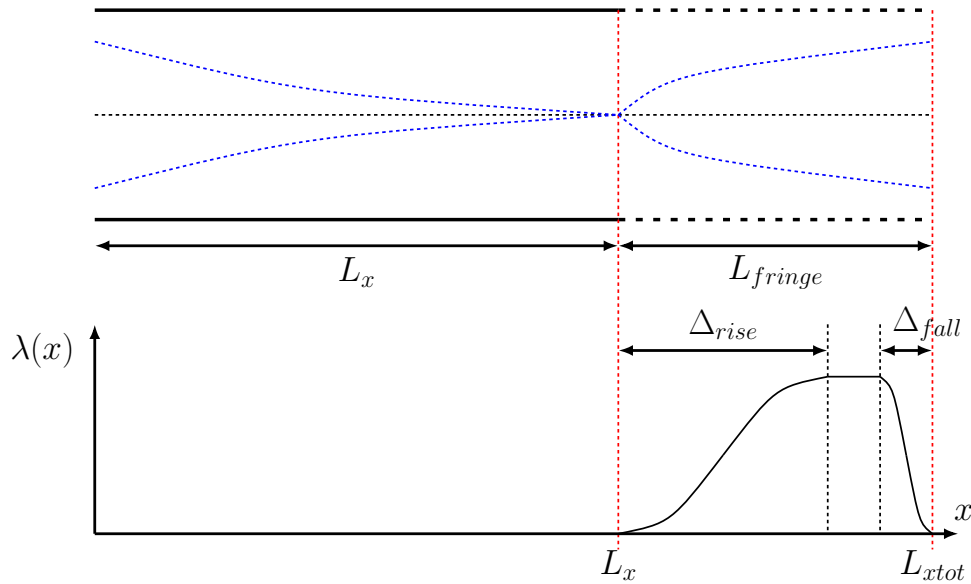
### 2.2.1.2 Méthode dite de Fringe

L'écoulement est rendu périodique dans la direction longitudinale lorsque la méthode Fringe est utilisée. [Lundbladh \*et al.\* \(1999\)](#) ont été les premiers à proposer la méthode. L'idée générale est de corriger toutes déviations des profils de vitesse par rapport à un profil de référence dans la région Fringe placée soit à l'entrée du canal, soit à la sortie. La correction se fait avec une force de rappel qui s'exprime sous la forme :

$$F_i = \lambda(x)(\tilde{u}_i - u_i) \quad (2.2.1.2)$$

avec  $\tilde{u}_i$  le profil de vitesse de référence,  $u_i$  le champ de vitesse instantanée et  $\lambda(x)$  une fonction définie comme :

$$\lambda(x) = \bar{\lambda} \left[ S \left( \frac{x - x_{start}}{\Delta_{rise}} \right) - S \left( \frac{x - x_{end}}{\Delta_{fall}} \right) \right] \quad (2.2.1.3)$$



**Figure 2.10** – Exemple de l'effet de la méthode Fringe dans un canal avec développement de couche limite.

avec,  $\bar{\lambda}$  l'amortissement maximal,  $x_{end} - x_{start} = L_{fringe}$  la longueur de la région Fringe,  $\Delta_{rise}$  et  $\Delta_{fall}$  les distances de croissance et décroissance dans la région Fringe. Un exemple de fonction  $\lambda(x)$  est donné à titre indicatif en Figure 2.10.  $S(x)$  est une fonction de lissage ayant des valeurs comprises entre 0 (hors de la région Fringe) et 1, jouant le rôle d'activation de la force de rappel. Elle est définie de la même manière que [Lundbladh \*et al.\* \(1999\)](#) :

$$S(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}\right)} & \text{si } 0 < x < 1, \\ 1 & \text{si } x \geq 1. \end{cases} \quad (2.2.1.4)$$

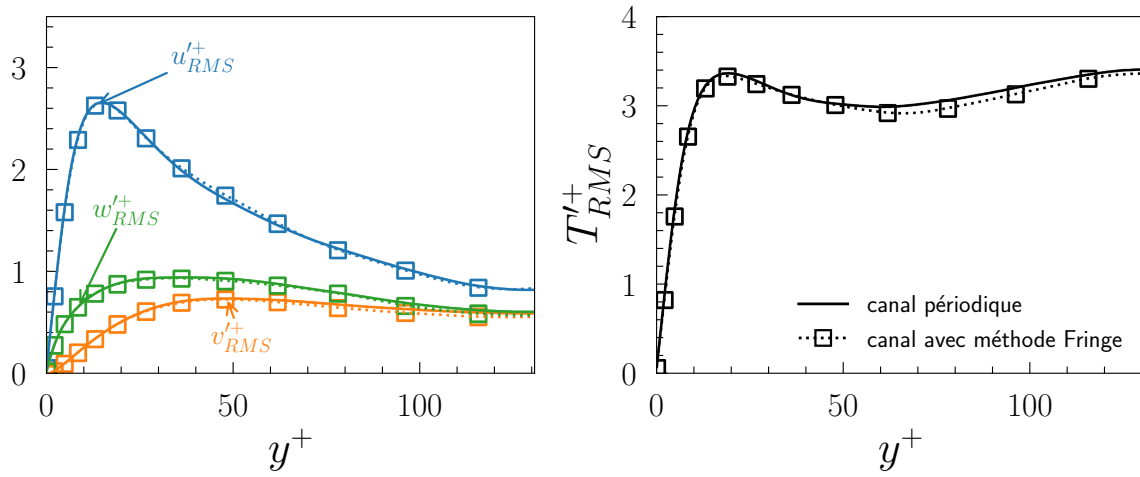
Une étude paramétrique sur la longueur de la région Fringe  $L_{fringe}$  et l'amortissement maximal  $\bar{\lambda}$  a été faite par [Lundbladh \*et al.\* \(1999\)](#) et [Nordström \*et al.\* \(1999\)](#). Ils ont notamment montré que la longueur  $L_{fringe}$  avait assez peu d'impact sur l'amortissement. Par conséquent, une petite région Fringe peut être utilisée pour optimiser le temps de calcul. En pratique, la longueur de la région Fringe est d'environ 10 à 20% de la longueur totale du domaine comme expliqué par [Canuto \*et al.\* \(2007\)](#). L'amortissement maximal a un réel impact sur l'amortissement et la réflexion du forçage dans le domaine physique. [Schlatter \*et al.\* \(2005\)](#) a montré par analyse temporelle linéaire que lors de l'utilisation du schéma temporel Runge-Kutta 3, il faut  $\bar{\lambda} \times \Delta t \leq 2.51$ . Dans toutes les simulations présentées par la suite,  $\bar{\lambda} \times \Delta t = 0.05$ ,  $\Delta_{rise}$  et  $\Delta_{fall}$  sont fixés à 50 and 15% de  $L_{fringe}$ . La longueur de la région Fringe varie de 25 à 50% de  $L_x$ .

### 2.2.1.3 Choix des conditions aux limites et validation

MULTIFAST est un code qui a été conçu et validé avec l'utilisation de conditions périodique. Par conséquent, c'est la méthode Fringe qui est retenue pour traiter les conditions non-périodiques dans la thèse.

Deux simulations sont faites simultanément pour valider l'implémentation de la méthode Fringe. La première simulation consiste en un canal périodique classique de taille  $4\pi H$ ,  $2H$  et  $4/3\pi H$ , respectivement pour  $L_x^*$ ,  $L_y^*$  et  $L_z^*$ . Le domaine est discrétisé en  $256 \times 128 \times 128$  nœuds, ce qui correspond, en unité de paroi (normalisé par  $\nu$  et  $u_\tau$ ), à  $\Delta x^+ = 6.4$  et  $\Delta z^+ = 4.3$ . La méthode Fringe est utilisée dans la seconde simulation. Les profils de vitesse obtenus en sortie du premier canal sont utilisés comme vitesses de référence dans la force de rappel de la région Fringe à chaque sous-itération. La longueur du domaine est de  $5\pi H$  avec l'ajout de la région Fringe, et est discrétisée par 320 nœuds pour garantir une taille de maille et une taille de domaine physique équivalente. L'écoulement initial est un écoulement de Poiseuille dans les deux canaux. Néanmoins, la transition à la turbulence est déclenchée par l'ajout de bruit aléatoire et de perturbations sinusoïdales dans le canal périodique. Le nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl sont  $Re_c = 3000$  et  $Pr = 1$  pour les deux simulations.

La Figure [2.11](#) montre les profils RMS de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}^+$ ), verticale ( $v'_{RMS}^+$ ), transversale ( $w'_{RMS}^+$ ) et de température ( $T'_{RMS}^+$ ) obtenus dans les deux canaux. Les statistiques ont été calculées à partir de 20 champs temporellement indépendants (c'est-à-dire séparés d'au moins le temps mis par une particule pour parcourir la longueur du canal). Les profils des RMS coïncident dans les deux cas, ce qui valide l'implémentation de la méthode Fringe.

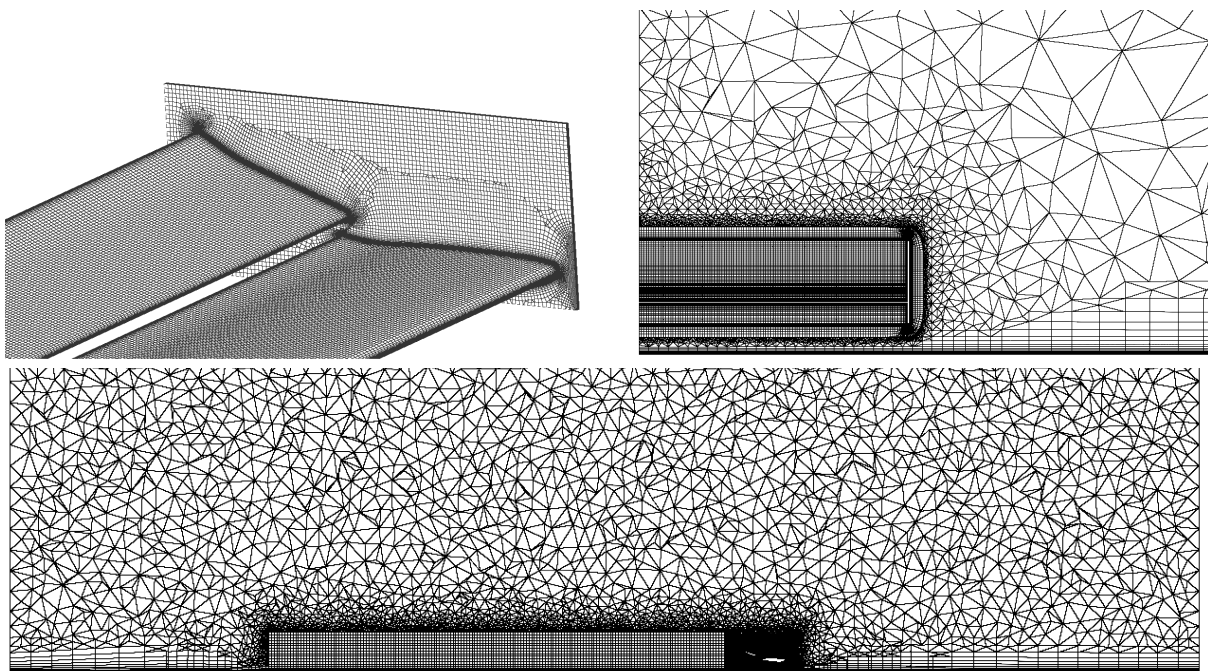


**Figure 2.11** – Profils des RMS de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}+$ ) (en bleu), verticale ( $v'_{RMS}+$ ) (en orange), transversale ( $w'_{RMS}+$ ) (en vert) et de température ( $T'_{RMS}+$ ) (en noir) obtenus dans les deux canaux.

## 2.2.2 Méthode des frontières immergées

Simuler numériquement des écoulements turbulents au sein et/ou avec des géométries complexes n'est jamais un problème simple à résoudre, même en utilisant un code RANS ou LES. Il existe deux manières de traiter un tel problème. Si la géométrie est prise en compte lors du maillage, alors elle est traitée comme une paroi du domaine. Dans ce cas, la géométrie peut bénéficier d'un raffinement local dans les zones d'intérêts, i.e. où il y aurait un décollement de couche limite ou un point de stagnation par exemple. Plusieurs types de maillage sont utilisés dans la plupart des cas, avec un maillage fin près de la géométrie et des parois et un maillage plus grossier « loin » de ceux-ci. Un exemple est donné en Figure 2.12, mêlant maillage structuré et non structuré. Les maillages nécessitent plus de temps lors de la génération, mais aussi lors du calcul, à cause des interpolations de points pour calculer les dérivées. C'est la méthode utilisée dans les codes commerciaux.

Si la géométrie est prise en compte après le maillage, alors la méthode des frontières immergées (IBM) est utilisée. Elle repose sur l'application d'une force externe sur certaines mailles du domaine (à proximité de/dans l'objet) et présente l'avantage de pouvoir être utilisée sur n'importe quel maillage, dont des maillages cartésiens structurés. Chaque fois qu'une nouvelle géométrie doit être testée, elle est facilement simulée, car le même maillage peut être utilisé. C'est aussi la méthode qui est préconisée lorsque les objets sont en mouvement dans la simulation.



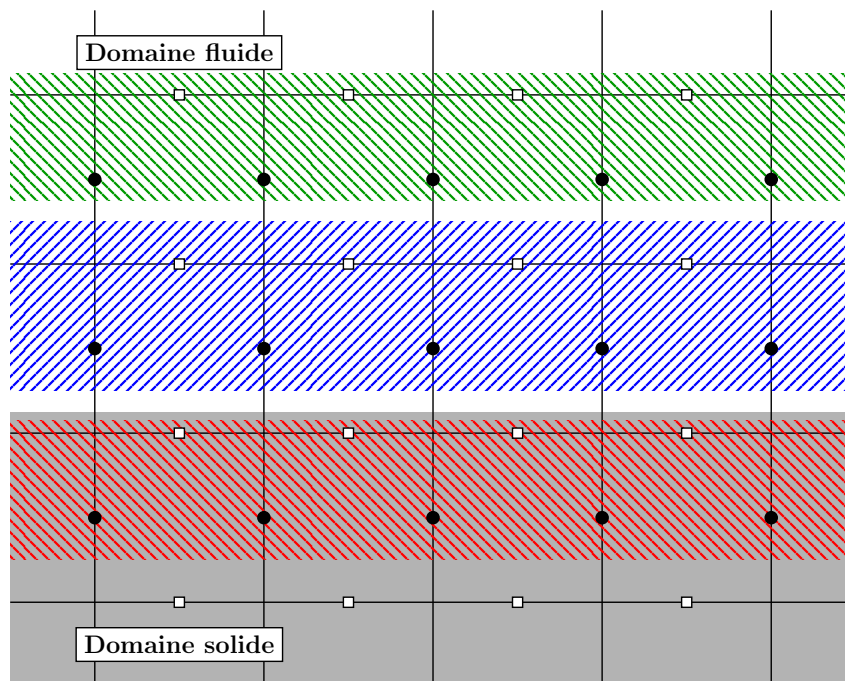
**Figure 2.12** – Exemple de maillage d'une géométrie complexe (un aileron avant de Formule 1) tiré de [Arrondeau & Rana \(2020\)](#).

### 2.2.2.1 Forçage et interpolation

La méthode des frontières immergées a été introduite par [Peskin \(1982\)](#), pour simuler le flux sanguin dans les valves du cœur. [Peskin \(1982\)](#) avait utilisé un forçage de type « feedback » dans son étude :

$$F_i^{(n)} = \alpha_f \int_{t_n}^{t_{n+1}} [u_i - u_i^{IBM}] dt + \beta_f (u_i^n - u_i^{IBM}) \quad (2.2.2.1)$$

avec  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  deux constantes négatives dont les dimensions sont respectivement  $s^{-2}$  et  $s^{-1}$ ; et  $u_i^{IBM}$  la vitesse sur les parois de la géométrie. Le forçage « feedback » s'est répandu avec les travaux de [Goldstein \*et al.\* \(1993\)](#) et de [Ye \*et al.\* \(1999\)](#). Cependant, les constantes  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  ne sont pas universelles et dépendent des géométries et de l'écoulement étudié. De plus, bien que menant à une vitesse nulle sur la paroi des géométries, il engendre des oscillations factices dans le domaine comme reporté par [Fadlun \*et al.\* \(2000\)](#).



**Figure 2.13** – Exemple d'agencement des mailles et des variables sur une grille de type « staggered » proche d'un objet. La partie en gris foncé représente l'objet et la partie en blanc représente le fluide.

L'exemple de la Figure 2.13 est pris pour simplifier les explications. Il traite avec deux dimensions mais les méthodes détaillées plus bas sont généralisables en trois dimensions. Les deux vitesses  $u$  et  $v$  sont représentées respectivement par les cercles noirs et les carrés blancs dans un arrangement de type « staggered ». La géométrie est représentée en gris, et est appelée « domaine solide ». De même, le « domaine fluide » est défini en blanc.

Mohd-Yusof (1997) a été le premier à introduire le forçage de type « direct », qui est maintenant le type de forçage le plus utilisé avec l'IBM. Il vient imposer localement la vitesse  $u_i^{IBM}$  sur les nœuds hachurés en rouge dans la Figure 2.13, en annulant les termes calculés de l'équation de Navier-Stokes :

$$F_i^{(n)} = \frac{u_i^{IBM} - u_i^n}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta t} (R_{p\ mean} + R_{adv} + R_{diff}) \quad (2.2.2.2)$$

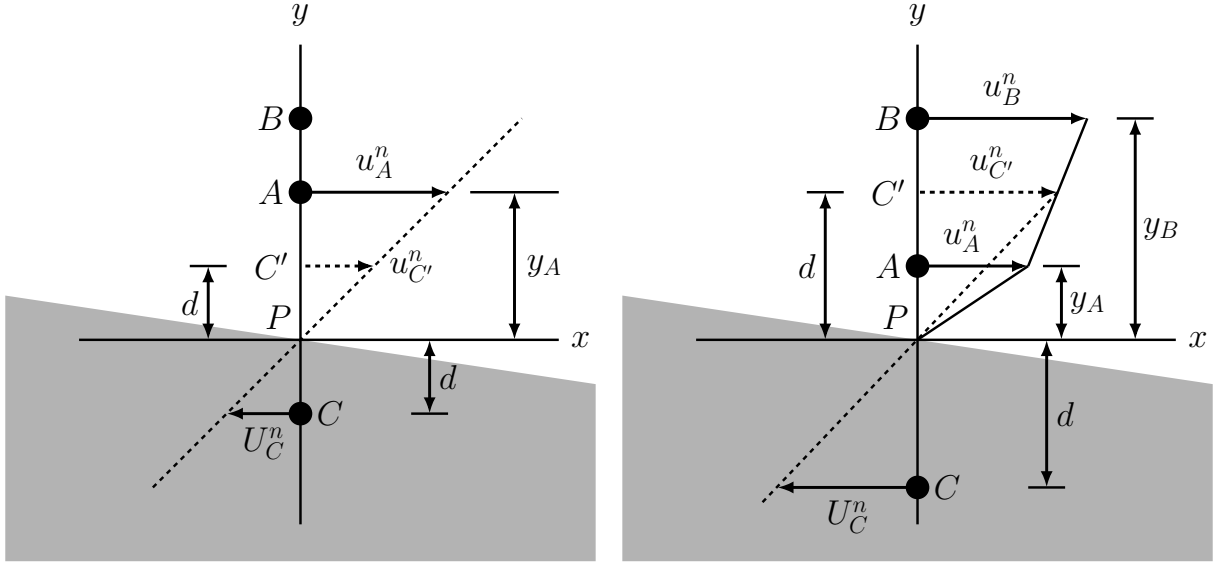
avec, pour rappel :

$$R_{adv} + R_{diff} + R_{p\ mean} = \alpha_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_j u_i}{\delta x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_i} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)_n + \beta_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_j u_i}{\delta x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\delta^2 u_i}{\delta x_i} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \right)_{n-1} \quad (2.2.2.3)$$

Bien que ce soit une manière efficace d'imposer la vitesse  $u_i^{IBM}$  sur certains nœuds du maillage, il ne se suffit pas à lui-même. La position de la géométrie ne coïncide pas totalement avec la position des variables dans un nœud pour la plupart des cas, comme dans l'exemple en Figure 2.13. Cela est d'autant plus vrai lorsqu'un maillage de type « staggered » est utilisé. Il faut donc un travail supplémentaire pour s'assurer que la vitesse est bien nulle sur les parois de la géométrie. Encore une fois, plusieurs techniques existent.

Fadlun *et al.* (2000) avaient proposé d'imposer une vitesse interpolée sur les premières mailles dans le domaine fluide (zone hachurée en bleu dans la Figure 2.13) en plus d'imposer une vitesse nulle sur les premières mailles dans le domaine solide (zone hachurée en rouge dans la Figure 2.13). L'interpolation d'ordre 1 est basée sur la position réelle de la géométrie dans le domaine, sur la vitesse à la paroi, ainsi que sur la vitesse calculée deux mailles à partir de la paroi dans le domaine fluide (zone hachurée en vert sur la Figure 2.13). Elle se suffit à elle-même d'après Fadlun *et al.* (2000), mais Ye *et al.* (1999) et Orlandi & Leonardi (2006) ont proposé une amélioration en corrigeant en plus les dérivées des termes de l'équation de Navier-Stokes sur les premières mailles dans le domaine fluide (zone hachurée en bleu dans la Figure 2.13).

Kim *et al.* (2001) ont proposé d'imposer une vitesse interpolée dans la géométrie plutôt que dans le domaine fluide. L'idée est d'obtenir une vitesse nulle sur la paroi de l'objet en utilisant une vitesse opposée à celle du domaine fluide comme montré en Figure 2.14. Utiliser une telle interpolation offre une meilleure stabilité lorsqu'un solveur spectral est utilisé (que ce soit pour résoudre le champ de vitesse ou résoudre l'équation de Poisson) d'après Mohd-Yusof (1997).



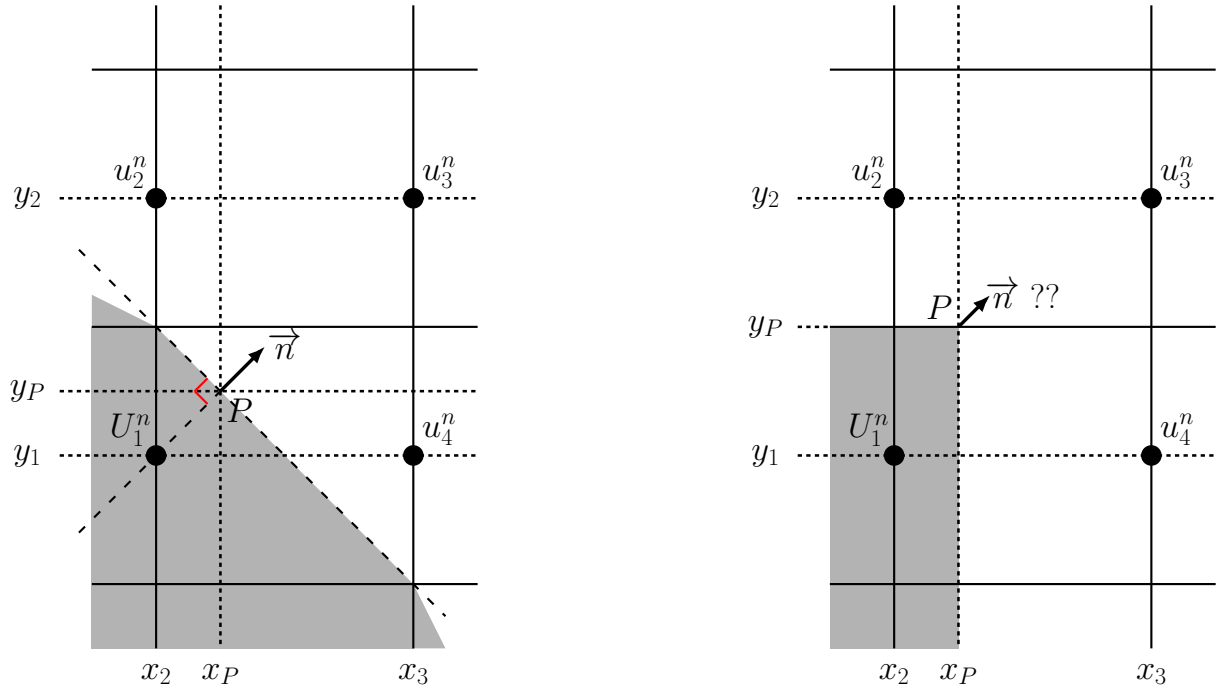
**Figure 2.14** – Schéma d'interpolation linéaire pour la vitesse  $U_C^n$  dans la direction  $y$  dans le cas  $0 < d \leq y_A$  (**à gauche**) et  $y_A < d < y_B$  (**à droite**). Le point sur lequel la vitesse est imposée est le point  $C$ . Les points  $A$  et  $B$  sont respectivement le premier et le deuxième point dans le domaine fluide. La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de [Kim et al. \(2001\)](#).

[Kim et al. \(2001\)](#) ont proposé deux types d'interpolations basés sur la distance entre le nœud à interpoler et la surface de la géométrie. Le schéma d'interpolation est d'ordre 2, et fait intervenir 1 à 2 points. Avec les notations de la Figure 2.14, la condition sur la vitesse imposée  $U_C^n$  dans la direction  $y$  est  $U_C^n = -u_{C'}^n$ , soit :

$$U_C^n = \begin{cases} -\frac{d}{y_A} u_A^n & \text{pour } 0 < d \leq y_A \\ -\frac{(y_B - d)u_A^n + (d - y_A)u_B^n}{y_B - y_A} & \text{pour } y_A < d < y_B \end{cases}$$

avec les vitesses en lettres minuscules et majuscules signifiant respectivement une vitesse calculée par résolution des équations de Navier-Stokes et une vitesse interpolée pour les frontières immergées. Il est important de noter que la vitesse interpolée dépend de la distance entre la paroi ( $P$ ) et le premier point dans le domaine fluide ( $A$ ). Si la distance est plus petite que  $d$  (représentant la distance entre la paroi ( $P$ ) et le point à interpoler ( $C$ )), alors il peut y avoir une déviation de la vitesse. C'est pour cela que lorsque  $y_A < d$ , la vitesse au point ( $B$ ) est également utilisée.

Les objets à placer dans le canal étant des rugosités rectangulaires dans la thèse, la condition a été implémentée au niveau de toutes leurs faces. Bien entendu, la condition est généralisable pour  $U_C^n$  dans les directions  $x$  et  $z$  (non montré ici), et est aussi généralisable pour les vitesses  $V_C^n$  et  $W_C^n$  (non montré ici).



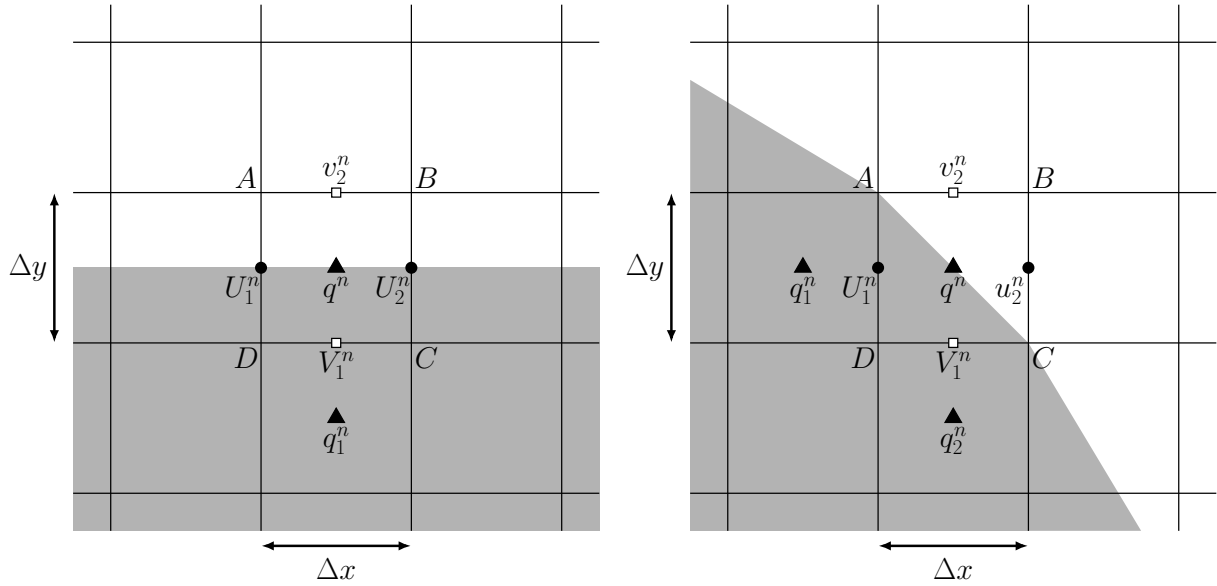
**Figure 2.15** – Schéma d’interpolation bilinéaire pour la vitesse  $U_1^n$  dans la direction normale  $n$ . La partie en gris foncé représente l’objet. Les deux schémas sont inspirés de [Kim et al. \(2001\)](#).

Un schéma d’interpolation bilinéaire faisant intervenir plus de points est nécessaire pour des cas plus complexes, comme ceux de la Figure 2.15 au niveau des arêtes et des coins d’une rugosité rectangulaire. [Kim et al. \(2001\)](#) avaient proposé le schéma suivant :

$$U_1^n = -[\alpha(1 - \beta)u_2^n + (1 - \alpha)(1 - \beta)u_3^n + (1 - \alpha)\beta u_4^n] / \alpha\beta \quad (2.2.2.4)$$

avec  $\alpha = (x_3 - x_P) / (x_3 - x_1)$  et  $\beta = (y_2 - y_P) / (y_2 - y_1)$ , et avec les mêmes notations que pour la Figure 2.14. Cependant, il induisait une accumulation de vitesses au niveau des arêtes lors des premiers tests effectués dans MULTIFAST. Le même constat a été fait avec le schéma trilinéaire proposé par [Kim et al. \(2001\)](#) pour les coins (non montré ici). Cela est dû au fait que la normale d’une arête et d’un coin est mal définie pour une géométrie rectangulaire en particulier comme montré sur la Figure 2.15 (à droite). Le choix a été fait de considérer un point au niveau d’une arête comme appartenant à deux faces distinctes. Il y a donc deux interpolations faites dans deux directions différentes, puis la moyenne des deux interpolations est prise pour donner la vitesse interpolée au niveau d’une arête. En d’autres termes, en prenant l’exemple de la Figure 2.15 à droite,  $U_1$  est obtenu en faisant la moyenne des interpolations faites dans la direction  $x$  et  $y$ . Le point appartient à trois faces distinctes pour un coin, menant à la moyenne de trois interpolations faites dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ .





**Figure 2.16** – Équation de continuité locale et terme source  $q^n$  pour une maille à cheval entre le domaine solide et le domaine fluide. La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de [Kim \*et al.\* \(2001\)](#).

Le fait d'avoir une vitesse non nulle à l'intérieur de l'objet fait apparaître un terme source de masse noté  $q^n$ . En prenant l'exemple en Figure 2.16 (à droite), l'équation de continuité pour la maille définie par les points  $A, B, C$  et  $D$  devrait s'écrire :

$$u_2^n \Delta y + v_2^n \Delta x = 0 \quad (2.2.2.5)$$

Elle correspond à l'équation de continuité dans le domaine fluide. Cependant, l'équation s'écrit, à cause des schémas numériques utilisés pour le calcul des dérivées :

$$u_2^n \Delta y + v_2^n \Delta x = U_1^n \Delta y + V_1^n \Delta x + q^n \Delta x \Delta y \quad (2.2.2.6)$$

Il est nécessaire d'annuler les termes  $U_1^n \Delta y + V_1^n \Delta x$  pour vérifier l'équation de continuité sur la maille, ce qui se fait grâce au terme source  $q^n$  :

$$q^n = -\frac{U_1^n}{\Delta x} - \frac{V_1^n}{\Delta y} \quad (2.2.2.7)$$

Il faut noter que les vitesses interpolées impliquent aussi l'apparition de termes sources  $q_1^n$  et  $q_2^n$  pour les mailles adjacentes à la maille contenant  $q^n$  (seulement dans l'objet) :

$$q_1^n = \frac{U_1^n}{\Delta x} \quad q_2^n = \frac{V_1^n}{\Delta y}$$

Deux mailles voisines, ayant une face commune, ont la même magnitude pour le flux, mais avec un signe opposé. La somme de tous les  $q^n$  du domaine est donc nulle, et l'équation de continuité est bien satisfaite. Les termes sources n'affectent que localement la

condition de continuité (en faisant en sorte que l'équation de continuité soit valable dans le domaine fluide), mais n'affecte pas la continuité globale du domaine.

Seul le cas de la Figure 2.16 (à gauche) a été implémenté étant donné que dans la thèse uniquement des rugosités rectangulaires ont été utilisées. La figure représente un cas particulier où  $U_1^n$  et  $U_2^n$  sont placées sur la paroi de l'objet et sont donc nulles. En reprenant la maille définie par les points  $A, B, C$  et  $D$ , le terme source s'écrit :

$$q^n = -\frac{V_1^n}{\Delta y} \quad (2.2.2.8)$$

La relation est généralisable en trois dimensions, dans les trois directions  $x, y$  et  $z$ .

Il faut veiller à ce que chaque calcul de dérivées ne fasse pas intervenir le champ de vitesse dans l'objet. En d'autres termes, l'utilisation d'un schéma  $O2$  est privilégiée. Utiliser un schéma compact ou le schéma DRP, crée des oscillations factices dans le domaine en plus d'utiliser des points non-physiques lors du calcul des dérivées. Les schémas utilisant un grand stencil de points impliquent des gradients forts en proche paroi des géométries comme reporté par [Sjögreen & Yee \(2017\)](#). Seul le code Incompact3d ([Laizet & Lamballais \(2009\)](#)) allie l'utilisation d'un schéma compact avec les frontières immergées dans la littérature. Cela est dû notamment à une reconstruction de la vitesse dans la géométrie, une condition qui se rapproche de la solution présentée par [Kim et al. \(2001\)](#) sur plusieurs points dans la géométrie. La reconstruction de la vitesse est couplée à une fonction de modulation pour assurer une vitesse nulle sur les parois et au centre de l'objet.

Pour finir, il faut garder en mémoire que si des géométries plus complexes sont utilisées dans le futur, avec des normales non colinéaires aux directions  $x, y$  et  $z$ , alors il faudra généraliser le code. Le lecteur intéressé peut se référer à [Zhu et al. \(2016\)](#) qui avait présenté un algorithme de recherche de points dans une direction normale à une géométrie. Plus récemment, [Billo, Belliard & Sagaut \(2022\)](#) ont comparé plusieurs méthodes d'interpolation pour reconstruire les vitesses dans la géométrie. Il faut tout de même préciser que l'opération de recherche de points représente un coût calculatoire non négligeable et que, dans le cas de géométries en mouvement, il faut répéter l'opération à chaque itération.

### 2.2.2.2 Conservation du débit

Il reste tout de même quelques points pratiques à aborder lors de l'utilisation d'une telle méthode. [Bauer \(2015\)](#) avait utilisé une version des frontières immergées où la vitesse imposée était nulle dans tout l'objet. L'implémentation avait été validée en répliquant les simulations de [Sohankar et al. \(1998\)](#) et [Chatterjee & Mondal \(2011\)](#) à  $Re = 20$  et  $Re = 40$ . Il va sans dire que pour ces nombres de Reynolds, la traînée visqueuse est prépondérante devant la traînée de forme. Le gradient de pression moyen se calcule de la manière suivante pour assurer la conservation du débit (comme présenté dans la Section 2.1.2.5) :

$$\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}\right)_n = \frac{1}{V} \int \left(\frac{1}{Re} \frac{\delta^2 u_j}{\delta x_j^2}\right)_n dV \quad (2.2.2.9)$$

Or, ceci n'est pas vrai lorsque les frontières immergées sont utilisées. En effet, la relation ne fait qu'apparaître la traînée visqueuse comme expliqué par [Arenas \*et al.\* \(2019\)](#). L'ajout de géométries dans le domaine doit aussi faire apparaître la traînée de forme qui se calcule avec le champ de pression. Or, c'est un champ de pseudo-pression qui est calculé dans MULTIFAST pour la correction de la vitesse par l'hypothèse de continuité. Calculer la traînée de forme n'est donc pas possible. Deux solutions existent pour remédier à la chute de débit qui arriverait en ne calculant que la traînée visqueuse. D'une part, le débit peut être imposé. Le gradient de pression moyen est donc calculé pour maintenir le débit constant au cours du temps. D'autre part, le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement  $Re_\tau$  peut être imposé. Cela revient à imposer le gradient de pression moyen  $\partial \bar{p} / \partial x$ . De faibles oscillations en temps sont observées sur le gradient de pression dans le premier cas, et sur le débit dans le second cas. Le choix a été fait d'imposer le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement  $Re_\tau$  et donc le gradient de pression moyen qui sont reliés par la relation :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{h}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}} \iff u_\tau^2 = u_c^2 \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x^*} \quad (2.2.2.10)$$

Pour une question de clarté, lorsque que le gradient de pression moyen est imposé, il est noté  $\bar{\Pi}$  et est défini comme suit :

$$\bar{\Pi} = \left(\frac{Re_\tau}{Re_c}\right)^2 \quad (2.2.2.11)$$

### 2.2.2.3 Température dans la géométrie

Il faut là aussi prendre en compte les objets dans la résolution des équations [2.1.2.40](#) si le transport d'un scalaire doit être résolu. Bien que plusieurs problèmes puissent être résolus (scalaire passif, scalaire actif, température constante sur les parois ou flux constant aux parois), cela se traduit par une implémentation similaire. Une température  $T^{IBM}$  doit être imposée sur les parois de l'objet lorsque la méthode des frontières immergées est utilisée. Plusieurs types de problèmes peuvent être résolus dans l'objet même : champ de température imposé, non résolu, ou transfert de chaleur conjugué (avec le transport dans le domaine fluide et de la conduction au sein de l'objet). Les méthodes présentées précédemment peuvent être utilisées quel que soit le cas.

Récemment, [Orlandi \*et al.\* \(2016\)](#) ont résolu un transfert de chaleur conjugué en testant plusieurs types de géométries et de configuration. Dans leur cas, la température était maintenue au niveau des parois supérieure et inférieure du domaine. Le transport de la température était ensuite résolu dans le domaine fluide et la diffusion de la température était résolue dans les géométries. Aucun traitement spécifique n'était fait au niveau des géométries pour garder une température constante au niveau des parois. [Narváez \*et al.\* \(2021\)](#) et [Vicente Cruz & Lamballais \(2023\)](#) ont aussi résolu un transfert de chaleur

conjugué. Dans leur cas, ils ont utilisé la même technique qu'ils avaient présentée pour la vitesse (Laizet & Lamballais (2009)). Comme un schéma compact d'ordre 6 est utilisé, la température dans l'objet est « reconstruite » sur trois nœuds. En d'autres termes, une température est imposée dans l'objet *via* un forçage direct. Les conditions pour la reconstruction de la température proviennent du problème à résoudre, i.e. soit un problème de température constante au niveau des surfaces de l'objet, soit un problème de flux constant au niveau des parois de l'objet. Sur le reste des nœuds dans l'objet, l'équation de diffusion de température est résolue. Enfin, Kim & Choi (2004) avaient aussi proposé une manière de résoudre le champ de température avec la méthode des frontières immergées sur la lancée de leur méthode proposée pour la résolution du champ de vitesse. Dans leur cas, seul le champ de température dans le domaine fluide est correctement résolu et une température est imposée dans la géométrie. Ils ont résolu un problème de convection naturelle, mais leur méthode est généralisable à un problème de convection forcée. Leur méthode se base sur l'annulation locale des termes de convection et de diffusion via un terme de forçage direct  $h^{(n)}$  ajouté à l'Équation (2.1.2.47) :

$$T^{n+1} = T^n + R_{advT} + R_{diffT} + h^n \quad (2.2.2.12)$$

avec,

$$h^{(n)} = \frac{T^{IBM} - T^n}{\Delta t} - (R_{advT} + R_{diffT})$$

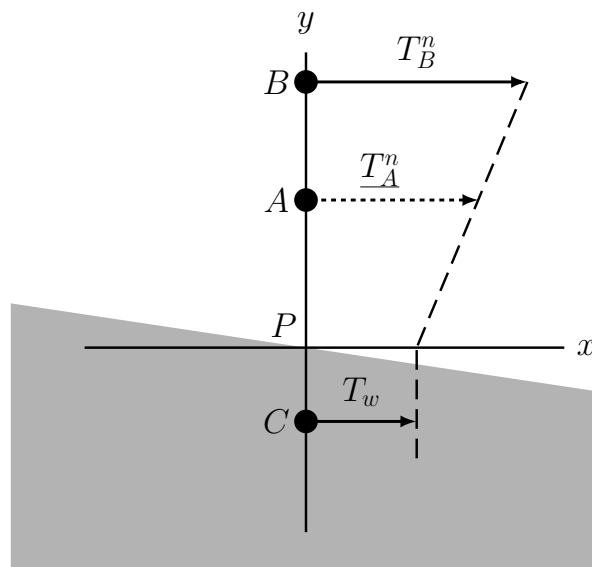
$$R_{advT} + R_{diffT} = \alpha_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_i T}{\delta x_i} + \frac{1}{PrRe} \frac{\delta^2 T}{\delta x_j^2} \right)_n + \beta_n \Delta t \left( -\frac{\delta u_i T}{\delta x_i} + \frac{1}{PrRe} \frac{\delta^2 T}{\delta x_j^2} \right)_{n-1} \quad (2.2.2.13)$$

Une température  $T^{IBM}$  est imposée sur les premiers nœuds dans l'objet (zone hachurée en rouge dans l'Figure 2.13). La température imposée provient d'une interpolation pour avoir une température aux surfaces de l'objet égale à  $T_\Omega$ . Cependant, un problème d'accumulation est apparu près des parois de l'objet lors des simulations réalisées pour valider l'approche dans MULTIFAST. Il provient de l'écriture du terme de convection  $T_{advT} = \frac{\partial u_i T}{\partial x_i}$ . En effet, si le terme est dérivé :

$$T_{advT} = u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} + T \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} + Tq \neq u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.2.2.14)$$

Un champ de vitesse résiduel non physique existe dans l'objet comme la méthode de Kim *et al.* (2001) est utilisée pour la résolution du champ de vitesse. Le champ de vitesse va « surestimer » le gradient  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  et par conséquent  $\frac{\partial u_i T}{\partial x_i}$ . Dans leur papier, Kim & Choi (2004) ne parlent pas de la surestimation provenant du champ de vitesse et donc du problème d'accumulation. Le choix a donc été fait de passer à la forme non conservative des termes de convection  $T_{advT} = u_i \frac{\partial T}{\partial x_i}$ .

Cela ne change pas la nature du problème pour le domaine fluide. La condition de continuité est vérifiée (grâce notamment au terme source de masse  $q^n$ ), ainsi que l'équivalence  $\frac{\partial u_i T}{\partial x_i} = u_i \frac{\partial T}{\partial x_i}$ . En revanche, la résolution de l'Équation (2.1.2.40) est fautive dans le domaine solide. La température est donc imposée à la température de paroi  $T_\Omega$  dans tout l'objet. La méthode de Kim & Choi (2004) n'est pas utilisable avec cette formulation du problème, il faut donc imposer la température sur le premier nœud du maillage dans le domaine fluide (Figure 2.17). Une interpolation linéaire est donc faite entre la température  $T_\Omega$  sur la surface de l'objet et la température du deuxième nœud du maillage dans le domaine fluide (zone hachurée en vert dans la Figure 2.13). L'interpolation est similaire à celle proposée par Fadlun *et al.* (2000) pour la vitesse.



**Figure 2.17** – Schéma d'interpolation linéaire pour la température  $T_A^n$  dans la direction  $y$ . Le point sur lequel la température est imposée est le point A. Les points A et B sont respectivement le premier et le deuxième point dans le domaine fluide. La partie en gris foncé représente l'objet. Les deux schémas sont inspirés de Kim *et al.* (2001).

## 2.3 Validation et quelques résultats significatifs en canal turbulent développé à faible nombre de Reynolds

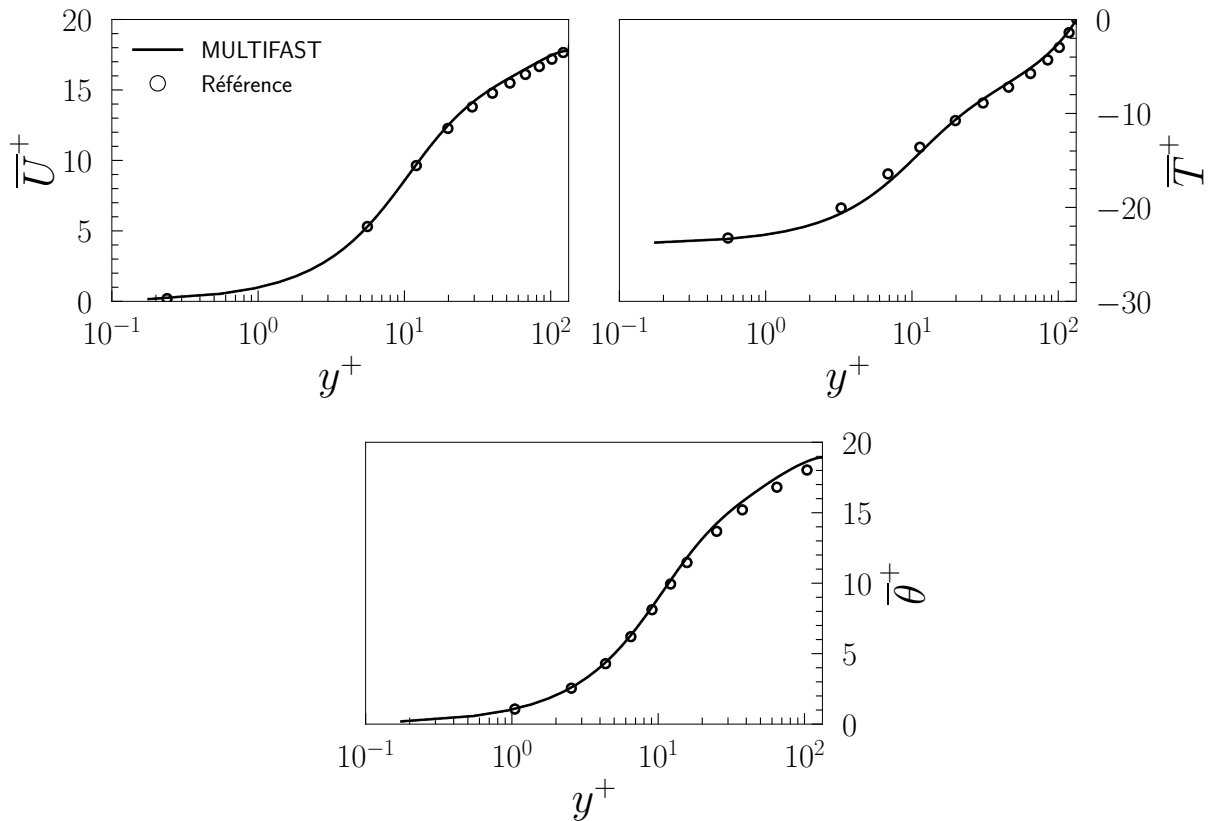
Une simulation académique est reproduite pour valider le code MULTIFAST. Elle permettra également de présenter les résultats importants obtenus dans un canal turbulent développé. Pour ce faire, un écoulement de Poiseuille est initialement perturbé par l'ajout de bruit aléatoire et de perturbations sinusoidales, afin de forcer la transition à la turbulence. Concernant le transport de scalaire passif, les problèmes de Lyons *et al.* (1991) et Kawamura *et al.* (1998) sont résolus. Les températures de paroi sont fixées à  $T_{inf} = -0.5$  et  $T_{sup} = 0.5$  pour le premier, avec un champ de température initial qui est un profil de conduction. Le champ de température initial est donné par  $\theta^+ = PrU^+$  pour le second. L'écoulement et le transport de scalaire passif sont résolus dans un canal de taille  $12\pi, 2$  et  $4\pi$ , respectivement pour  $L_x^*, L_y^*$  et  $L_z^*$ . Le domaine est discrétisé en  $768 \times 128 \times 384$  nœuds, ce qui correspond, en unité de paroi, à  $\Delta x^+ = 7.3$  et  $\Delta z^+ = 4.9$ . Le nombre de Reynolds utilisé pour l'étude est fixé à  $Re_c = 3000$ , et le nombre de Prandtl à  $Pr = 1$ .

Les statistiques présentées ci-après sont obtenues via l'outil de post-traitement PyFast (Annexe A). Quarante champs instantanés temporellement indépendants ont été moyennés. Deux champs sont considérés comme temporellement indépendants s'ils sont séparés par une fenêtre temporelle équivalente au temps mis par une particule pour parcourir la longueur du canal. La fenêtre temporelle est  $\Delta t^* \approx 50$  pour le canal de référence. Les champs obtenus sont également moyennés dans les directions longitudinale et transversale en plus d'être moyenné temporellement. Cela permet d'améliorer significativement la convergence des statistiques. L'hypothèse faite est l'homogénéité des directions  $x$  et  $z$ , qui sera vérifiée avec les équations de transports.

### 2.3.1 Statistiques

Tous les profils montrés ci-après sont en unité de paroi. Ils sont donc adimensionnés par la vitesse de frottement  $u_\tau$  et la température de frottement  $T_\tau$ .  $u_\tau = \sqrt{\bar{\tau}}/\rho$  est calculée directement à la paroi, avec  $\bar{\tau}$  la contrainte de cisaillement à la paroi et  $\rho$  la densité du fluide. De manière similaire, la température de frottement est  $T_\tau = \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} / Re_\tau Pr$ .

La Figure 2.18 montre les profils moyens de la vitesse longitudinale  $\bar{U}^+$ , de température moyenne  $\bar{T}^+$  et  $\bar{\theta}^+$  obtenus pour les deux configurations pour le transport d'un scalaire passif. Les traits continus représentent les profils obtenus avec MULTIFAST et les symboles ronds représentent les mêmes profils obtenus par Vreman & Kuerten (2014), Lyons *et al.* (1991) et Kawamura *et al.* (1998) respectivement pour la vitesse et la température (dans le cadre de températures constantes et de flux constant à la paroi).



**Figure 2.18** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (**en haut à gauche**), de température moyenne  $\bar{T}^+$  obtenu avec la configuration de température constantes à la paroi (**en haut à droite**) et de température moyenne  $\bar{\theta}^+$  obtenu avec la configuration de flux constant à la paroi (**bas**) obtenus avec MULTIFAST. Ils sont comparés avec ceux obtenus par [Vreman & Kuerten \(2014\)](#) (pour la vitesse), [Lyons \*et al.\* \(1991\)](#) (pour la configuration de températures constantes à la paroi) et [Kawamura \*et al.\* \(1998\)](#) (pour la configuration de flux constant à la paroi).

Il faut distinguer deux régions pour la vitesse longitudinale moyenne. Le profil suit une loi linéaire  $\bar{U}^+ \propto y^+$  pour  $y^+ < 5$ , car la viscosité prédomine dans la sous-couche visqueuse. Le profil suit une loi logarithmique  $\bar{U}^+ \propto y^+$  pour  $y^+ > 30$ , car l'inertie domine dans la couche log. Le profil de la température moyenne  $\bar{T}^+$  suit également une loi linéaire pour  $y^+ < 5$ . La température atteint une valeur nulle au centre du canal pour la configuration avec les températures constantes à la paroi, du fait de la dissymétrie de la condition. Le profil de température  $\bar{\theta}^+$  pour la configuration avec le flux constant à la paroi possède une sous-couche visqueuse et une couche log, ce qui montre une similitude avec la vitesse. Elle se remarque également avec la température transformée  $\theta$  (non montré ici) pour la configuration avec les températures constantes à la paroi :

$$\theta = T - T_{inf} \quad (2.3.1.1)$$

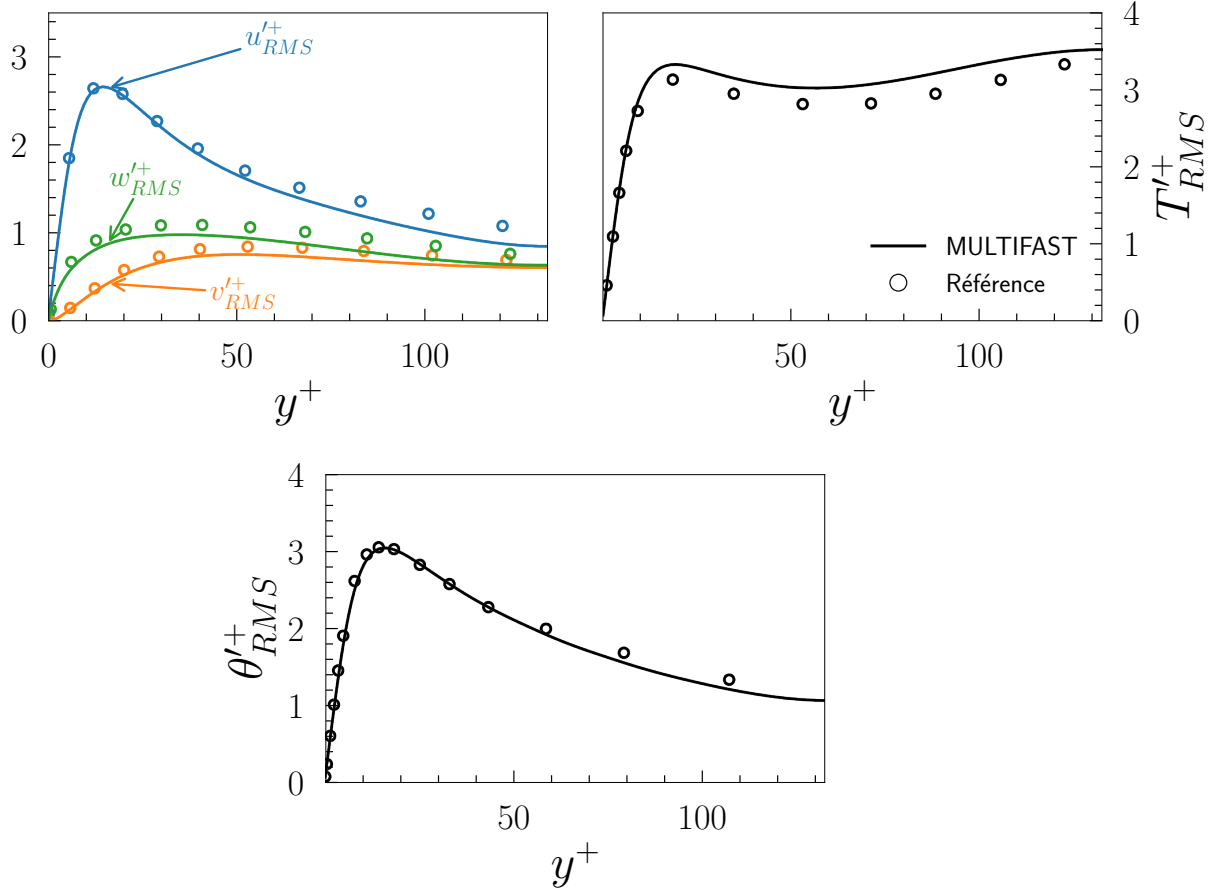
Les résultats obtenus avec MULTIFAST sont en accord avec ceux de la littérature pour les profils de vitesse longitudinale et de température moyenne. Les différences observées proviennent principalement des conditions initiales utilisées. Le Reynolds utilisé est de  $Re = 4200$  et la direction verticale est discrétisée par deux fois plus de nœuds pour les simulations de [Vreman & Kuerten \(2014\)](#). Le maillage utilisé ne comportait que 64 nœuds de maillage dans la direction verticale pour les simulations de [Lyons \*et al.\* \(1991\)](#) et [Kawamura \*et al.\* \(1998\)](#).

La Figure 2.19 montre les profils RMS (*Root-Mean-Square*) des fluctuations de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}^+$ ), verticale ( $v'_{RMS}^+$ ) et transversale ( $w'_{RMS}^+$ ), et des fluctuations de température ( $T'_{RMS}^+$ ) et ( $\theta'_{RMS}^+$ ) pour les deux configurations de transport d'un scalaire passif. Pour rappel, les RMS sont le moment d'ordre 2 des fluctuations et sont définis par  $q'_{RMS} = \sqrt{q'^2}$  pour une quantité  $q$ . Les profils obtenus avec MULTIFAST coïncident avec ceux de [Vreman & Kuerten \(2014\)](#) (pour la vitesse), de [Lyons \*et al.\* \(1991\)](#) et [Kawamura \*et al.\* \(1998\)](#) (pour la température). Là encore, les différences observées, notamment pour les RMS de vitesses, proviennent des conditions initiales utilisées. Les positions des maximums de ( $u'_{RMS}^+$ ), de ( $T'_{RMS}^+$ ) et de ( $\theta'_{RMS}^+$ ) concordent avec ceux de la littérature. Le maximum de ( $u'_{RMS}^+$ ) est situé à  $y^+ \approx 12$  et est lié à la production turbulente (qui sera détaillée plus tard dans cette section). Le premier maximum de ( $T'_{RMS}^+$ ) et le maximum de ( $\theta'_{RMS}^+$ ) est situé à  $y^+ \approx 20$ . ( $T'_{RMS}^+$ ) ne diminue pas jusqu'au centre du canal contrairement à ( $\theta'_{RMS}^+$ ) et ( $u'_{RMS}^+$ ). Le profil atteint même un second maximum au centre du canal. Là encore, les maximums sont liés à la production turbulente.

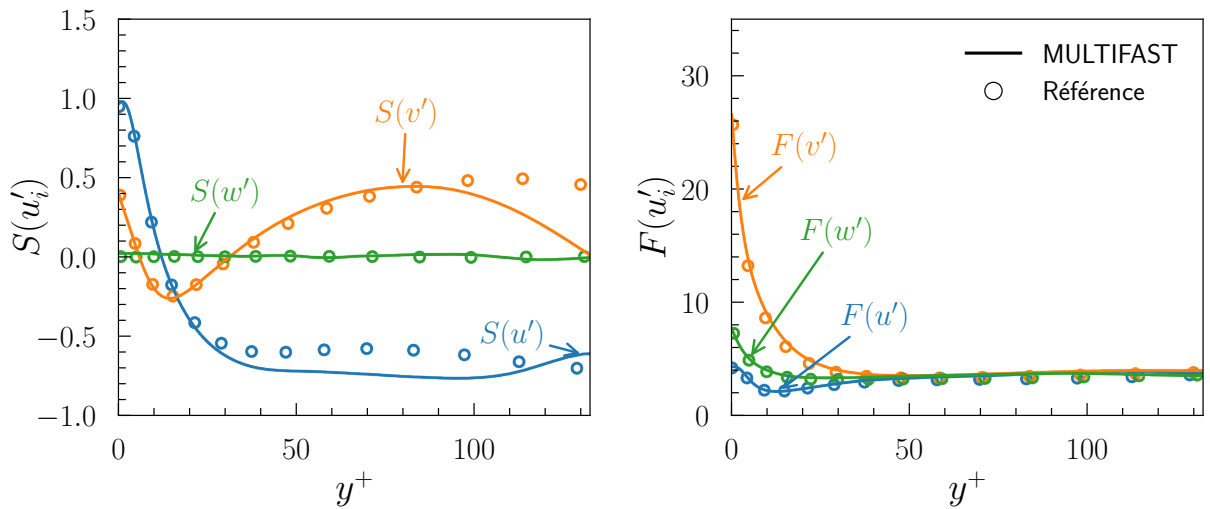
Les Figures 2.20 et 2.21 montrent les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement respectivement pour les fluctuations de vitesses et de température pour la configuration avec les températures constantes à la paroi. Pour rappel, le facteur de dissymétrie est défini par  $S_{q'} = \bar{q}'^3 / (q'_{RMS})^{3/2}$  et le facteur d'aplatissement par  $F_{q'} = \bar{q}'^4 / (q'_{RMS})^2$  pour une quantité  $q$ . Ils représentent les moments d'ordre 3 et 4 des fluctuations.  $S(u')$  est positif en proche paroi et négatif dans la région intérieure du canal. Il s'annule pour  $y^+ \approx 12$ , suggérant une distribution symétrique des fluctuations de vitesses longitudinale dans la



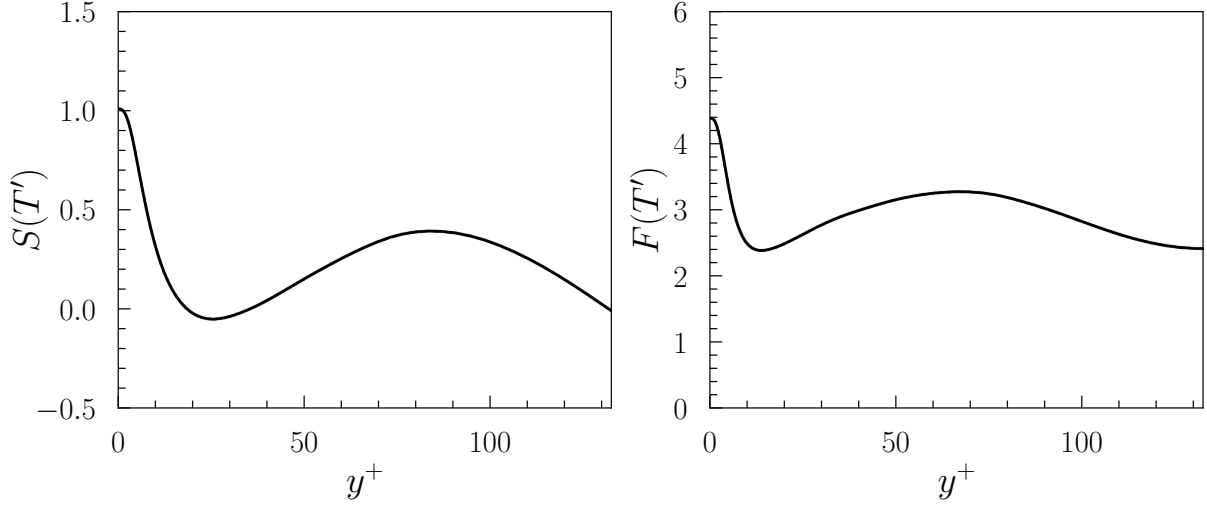
2.3. VALIDATION ET QUELQUES RÉSULTATS SIGNIFICATIFS EN CANAL TURBULENT DÉVELOPPÉ À FAIBLE NOMBRE DE REYNOLDS



**Figure 2.19** – Profils des RMS de vitesses  $u'_{RMS}+$  (en haut à gauche), des RMS de température  $T'_{RMS}+$  pour la configuration de température constantes à la paroi (en haut à droite) et des RMS de température  $\theta'_{RMS}+$  pour la configuration de flux constant à la paroi (en bas) obtenus avec MULTIFAST. Ils sont comparés avec ceux obtenus par Vreman & Kuerten (2014) (pour la vitesse), Lyons *et al.* (1991) (pour la configuration de températures constantes à la paroi) et Kawamura *et al.* (1998) (pour la configuration de flux constant à la paroi).



**Figure 2.20** – Profils des facteurs de dissymétrie (à gauche) et d'aplatissement (à droite) pour les fluctuations de vitesses obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Vreman & Kuerten (2014).

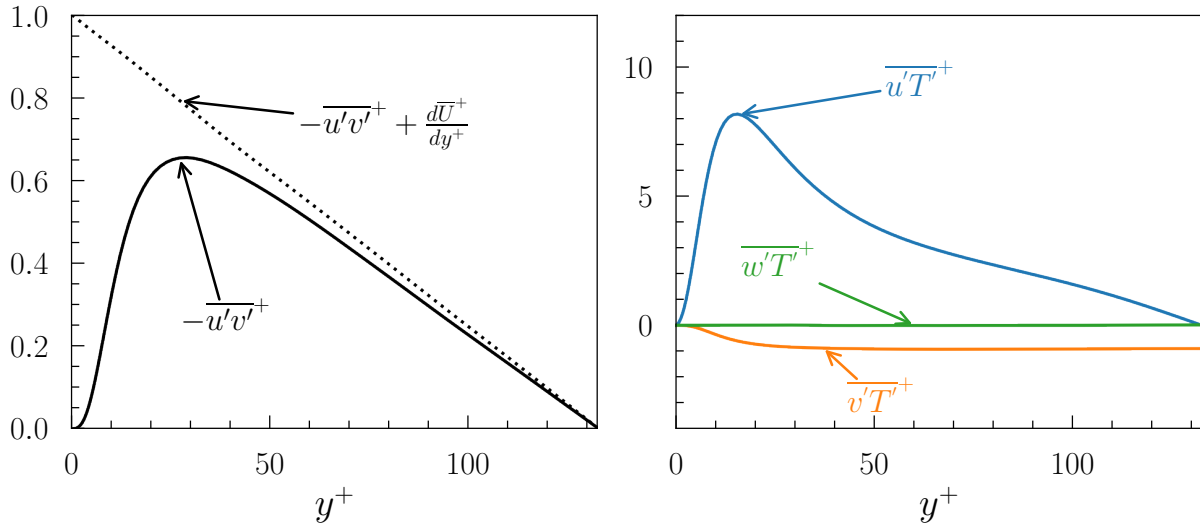


**Figure 2.21** – Profils des facteurs de dissymétrie (à gauche) et d’aplatissement (à droite) pour les fluctuations de température obtenus avec MULTIFAST.

zone du maximum de production turbulente. Enfin,  $S(w')$  est à peu près nul dans tout le canal, suggérant une distribution symétrique de  $w$ . Les facteurs d’aplatissement des trois composantes de la vitesse ont tous un maximum au niveau de la paroi inférieure avec  $F(u') \approx 4$ ,  $F(v') \approx 26$  et  $F(w') \approx 8$ . Ils se stabilisent à approximativement 4 à partir de la couche tampon haute  $y^+ = 40$ . Les facteurs de dissymétrie et de d’aplatissement sont similaires à ceux obtenus par [Vreman & Kuerten \(2014\)](#). L’écart observé pour  $S(v')$  provient de la différence de Reynolds entre les deux simulations ( $Re_\tau \approx 130$  pour la simulation avec MULTIFAST et  $Re_\tau = 180$  pour les simulations de [Vreman & Kuerten \(2014\)](#)). Le facteur de dissymétrie des fluctuations de température est globalement positif dans la partie inférieure du canal, avec  $S(T') \approx 0$  en haut de la région tampon ( $y^+ \approx 20$ ) et au centre du canal où la densité de probabilité des fluctuations de température devient symétrique. Les positions coïncident encore une fois avec les zones de production turbulente. L’aplatissement est égal à 4 au niveau de la paroi inférieure, tout comme l’aplatissement des fluctuations de vitesse longitudinale. Le profil de dissymétrie  $S(\theta')$  est similaire à  $S(u')$  pour la configuration avec le flux constant à la paroi (non montré ici). De plus,  $F(\theta')$  est identique à  $F(T')$ . Les observations sont en accord avec les résultats de [Handler et al. \(1999\)](#) (non montré ici car  $Re = 4200$  et  $Pr = 2$  dans leur cas).

La Figure 2.22 montre la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  et les corrélations vitesses température pour la configuration avec les températures constantes à la paroi.  $-\overline{u'v'}$  est nul à la paroi, du fait de la condition d’adhérence, et atteint un maximum à  $y^+ \approx 30$ . La contrainte totale moyenne  $\tau_{tot}^+$  peut se déterminer de manière analytique dans un écoulement turbulent :

$$\tau_{tot}^+ = -\overline{u'v'}^+ + \frac{d\overline{U}^+}{dy^+} = 1 - \frac{y^+}{h^+} \quad (2.3.1.2)$$



**Figure 2.22** – Contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  (à gauche) et corrélations vitesses température (à droite) obtenus avec MULTIFAST.

La contrainte totale moyenne est représentée en ligne pointillée dans la Figure 2.22. Outre la similitude avec le profil théorique, le profil est une bonne indication de la convergence des statistiques obtenus. La corrélation  $\overline{w'T'}$  est nul dans tout le canal et  $\overline{u'T'}$  atteint un maximum à  $y^+ \approx 20$  puis décroît jusqu'à atteindre une valeur nulle au centre du canal. La corrélation  $\overline{v'T'}$  est négatif et est égale à  $-1$  dans la partie intérieure du canal. Les profils obtenus pour la configuration avec le flux constant à la paroi (non montrés ici) sont identiques aux profils de la Figure 2.22. Seul le profil  $\overline{v'\theta'}$  est différent car il tend vers 0 au centre du canal.

## 2.3.2 Structures cohérentes dans l'écoulement

Les structures tourbillonnaires sont une part inhérente de la turbulence en canal et parmi celles-ci se trouvent des structures qui jouent un rôle fondamental pour le maintien de la turbulence et le transport. C'est pourquoi, être capable de détecter et d'identifier les structures tourbillonnaires permet d'enrichir la compréhension de la turbulence.

### 2.3.2.1 Identification

Il n'existe pas de consensus sur la définition mathématique d'une structure tourbillonnaire dans un écoulement. Les méthodes intuitives d'identification (comme la détection d'un minimum de pression, la détection des trajectoires fermées ou en spirales, ou les isocontours de vorticité) ne détectent pas les structures tourbillonnaires de manière robuste à bas nombre de Reynolds comme expliqué par Jeong & Hussain (1995). C'est pourquoi, Jeong & Hussain (1995) avaient proposé leur méthode de détection pour un écoulement incompressible, la méthode  $\lambda_2$ . En utilisant les parties symétrique  $S$  et antisymétrique  $\Omega$  du tenseur de déformation :

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\Omega = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

le tenseur  $(S^2 + \Omega^2)$  peut être défini. Le tenseur est symétrique, à valeurs réelles. Il possède donc des valeurs propres réelles. En les notant  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  tel que  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ , la méthode  $\lambda_2$  consiste à détecter les valeurs négatives de la seconde valeur propre du tenseur. De plus, en prenant le gradient des équations des Navier-Stokes (2.1.1.1) et en négligeant la déformation irrotationnelle instationnaire et les effets visqueux, la partie symétrique de l'équation est :

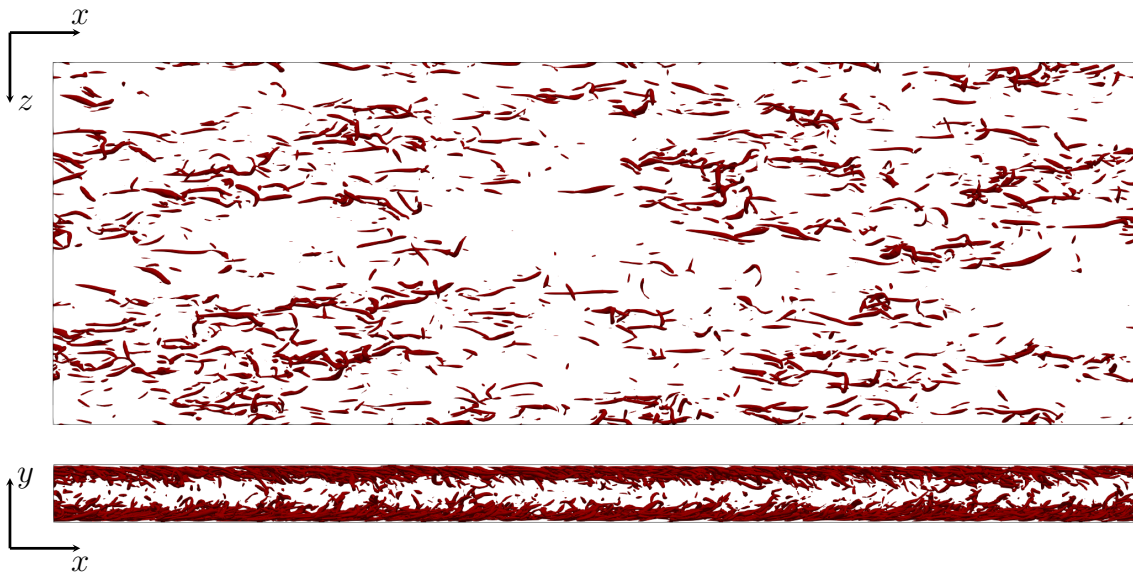
$$S^2 + \Omega^2 = -\frac{1}{\rho} \mathbf{H}(p)$$

avec  $\mathbf{H}(p)$  la matrice hessienne de la pression. L'équation montre que le tenseur  $(S^2 + \Omega^2)$  permet de détecter l'existence d'un minimum local de pression dû à un mouvement de rotation. Dans leur papier, [Jeong & Hussain \(1995\)](#) avaient testé plusieurs méthodes de détection :

- leur méthode  $\lambda_2$  ;
- le critère  $Q$  positif, basé sur la somme des valeurs propres du tenseur  $S^2 + \Omega^2$ , qui a une définition similaire à la méthode proposée par [Hunt \*et al.\* \(1988\)](#) ;
- les iso-contours de vorticité avec un certain seuil  $\alpha$  ;
- la méthode  $\Delta$ , basée sur la détection des contours de valeurs propres complexes du tenseur  $\left(\frac{1}{3}Q^3\right) + \left(\frac{1}{2}R^2\right)$  avec  $R = \det \left| \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right|$ , qui est une définition similaire à celle proposée par [Chong \*et al.\* \(1990\)](#).

La méthode  $\lambda_2$  et le critère  $Q$  sont les plus utilisés dans la littérature quel que soit le type d'écoulement étudié. [Pierce \*et al.\* \(2013\)](#) ont même montré que les deux méthodes étaient équivalentes pour une transition en couche limite en choisissant correctement les seuils. Cela montre l'importance du seuil dans les méthodes de détection ([Jiang \*et al.\* \(2005\)](#)). Utiliser un seuil trop élevé va masquer certaines structures, alors qu'au contraire, utiliser un seuil trop faible va détecter de « fausses » structures tourbillonnaires. C'est pour cela que [Dong \*et al.\* \(2016\)](#) ont proposé une nouvelle méthode de détection basée sur la vorticité et la déformation.

Avec PyFast, la détection des structures tourbillonnaires se fait avec la méthode  $\lambda_2$  du fait de sa simplicité d'implémentation. Le seuil utilisé est celui le plus utilisé dans la littérature,  $\lambda_2^+ = -0.02$ . Un exemple de structures détectées par la méthode  $\lambda_2$  est montré sur la Figure 2.23.

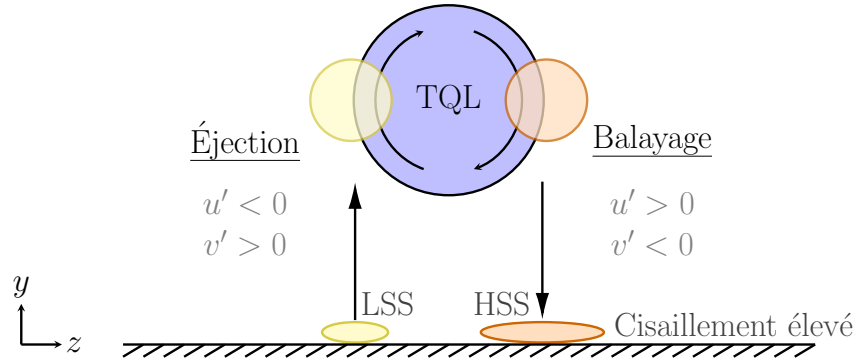


**Figure 2.23** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  (en rouge) obtenus avec PyFast. **(en haut)** vue de haut sur la partie inférieure du canal  $0 < y^* < 1$ ; **(en bas)** vue de côté sur le canal entier.

### 2.3.2.2 Structures cohérentes et tourbillons quasi-longitudinaux (TQLs)

Les structures tourbillonnaires qui ont un temps de vie supérieure à leur temps de rotation sont appelées structures cohérentes. Elles jouent un rôle fondamental dans le transport de quantité de mouvement et de scalaire passif comme elles se répètent en temps et en espace. En canal turbulent développé, elles prennent la forme de tourbillons quasi longitudinaux (TQLs). Ce sont des structures tourbillonnaires très peu inclinées et allongées dans le sens de l'écoulement. Dans un plan  $y - z$ , les TQLs vont faire descendre du fluide par le phénomène de balayage, et faire remonter du fluide par le phénomène d'éjection comme présenté en Figure 2.24. Le balayage se caractérise par une vitesse longitudinale positive ( $u' > 0$ ) et une vitesse verticale négative ( $v' < 0$ ). La vitesse longitudinale est négative ( $u' < 0$ ) et la vitesse verticale positive ( $v' > 0$ ) pour l'éjection. Il y a donc la présence de stries positives et négatives de vitesse en proche paroi, qui sont la conséquence directe du passage des TQLs. Les stries positives de vitesses contribuent à une augmentation locale du cisaillement et sont, d'après Robinson (1991), plus larges que les stries négatives. Les phénomènes de balayage et d'éjection sont responsables des valeurs importantes d'aplatissement pour les fluctuations de vitesses en Figure 2.20. De plus, les TQLs ont un rôle actif dans la génération d'énergie cinétique turbulente, car la contrainte de Reynolds  $-u'v'$  est positive dans ces deux zones du fait de la définition des phénomènes.

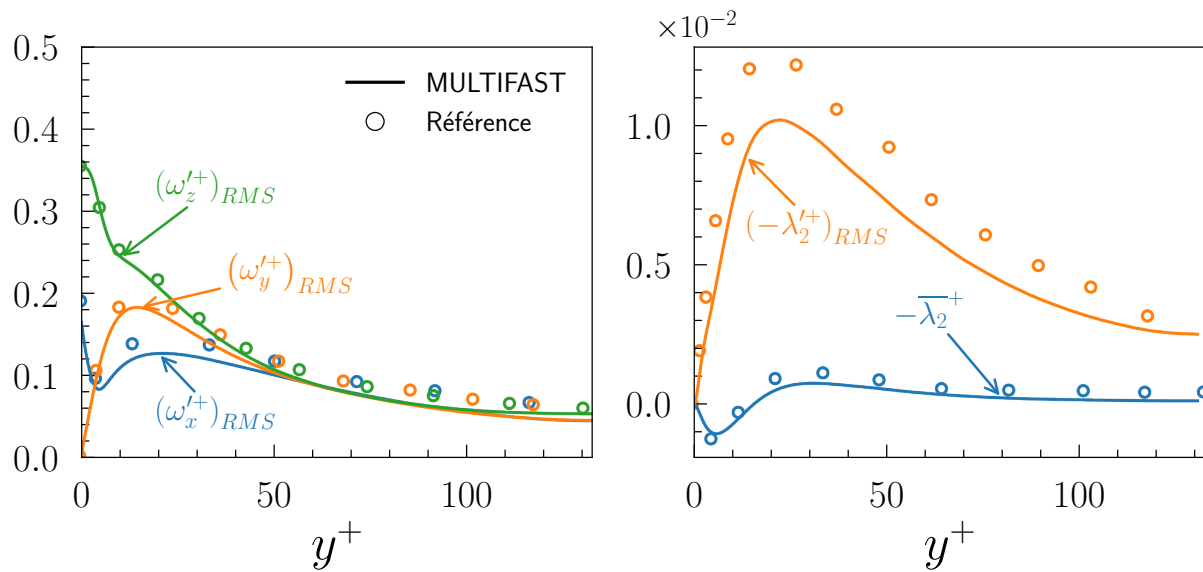
Il est important d'analyser les profils des intensités du champ de vorticit   pr  sentes en Figure 2.25 pour caract  riser les structures coh  rentes dans un   coulement. Les distributions des RMS de la vorticit   longitudinale  $\omega'_x$  poss  de deux maximums. Le premier est situ       $y^+ \approx 5$  et serait caus   par la pr  sence de couches de vorticit    $\omega_x$  de signe oppos   pr  sentes entre les TQLs et la paroi inf  rieure d'apr  s Moser (1984). Le second est caus   par la pr  sence des TQLs et appara  t dans la couche tampon  $y^+ \approx 20$ . Le maximum observ   pour  $\omega'_y$  est d      la pr  sence de stries longitudinales de hautes et basses vitesses



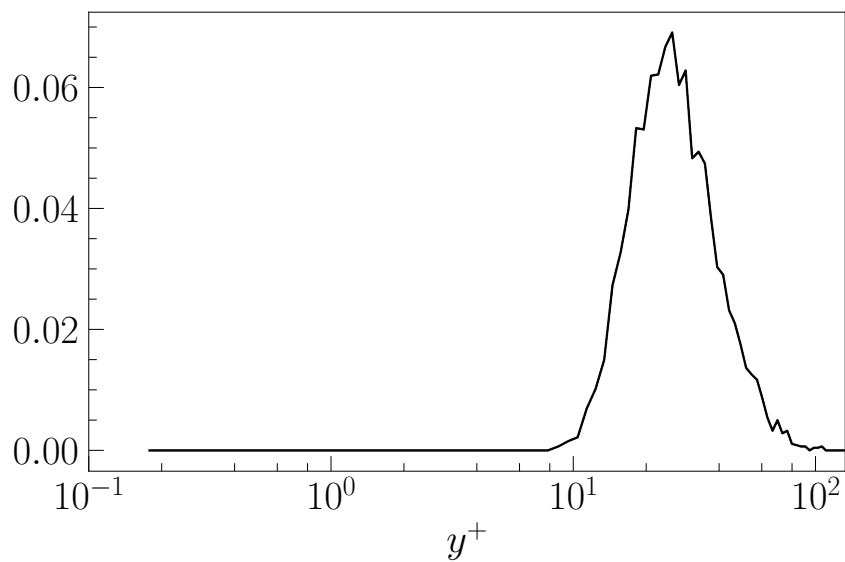
**Figure 2.24** – Schéma conceptuel du mécanisme de générations de stries à hautes (HSS) et basses (LSS) vitesses par les TQLs.

longitudinales, ce qui entraîne de forts gradients de  $u$  dans la direction transversale. La valeur observée à la paroi pour  $\omega'_z$  est systématiquement plus importante que  $\omega'_x$  et  $\omega'_y$  car  $\omega'_z \sim \frac{\partial u'}{\partial y} \Big|_{y=0}$  à la paroi. Les deux maximums observés avec  $\omega'_x$  permettent d'obtenir des informations sur les TQLs dans l'écoulement d'après [Kim \*et al.\* \(1987\)](#). La position verticale du second maximum serait celle à laquelle la majorité des TQLs se trouveraient dans l'écoulement, son amplitude serait la force des TQLs, et la différence de position entre les deux maximums de  $\omega'_x$  serait le diamètre des TQLs. Les TQLs seraient donc situés majoritairement à  $y^* \approx 20$  et auraient un diamètre 15. Leur force serait de  $|\omega'_x| \approx 0.13$ , soit légèrement moins important que les TQLs étudiés par [Jeong \*et al.\* \(1997\)](#) dans un canal turbulent à bas nombre de Reynolds. Il faut analyser les profils moyens et les RMS de  $-\lambda_2^+$  pour déterminer la position des TQLs dans l'écoulement, d'après [Jeong \*et al.\* \(1997\)](#). En effet, une des particularités de la méthode de détection  $\lambda_2$  est le fait que  $\lambda_2^+$  est positif en dehors des cœurs des tourbillons. Autrement dit, une valeur négative pour  $\overline{\lambda_2^+}$  signifie seulement que les structures tourbillonnaires sont plus probables. Il est donc nécessaire d'analyser les RMS de  $-\lambda_2^+$  dont le maximum est atteint à la position à laquelle les structures cohérentes sont les plus présentes. Les profils moyens et les RMS de  $-\lambda_2^+$  sont présentés sur la [Figure 2.25](#). Bien que  $(-\lambda_2^+)_{RMS}$  soit systématiquement inférieur au profil obtenu [Jeong \*et al.\* \(1997\)](#), ils sont qualitativement similaires. Le maximum de  $(-\lambda_2^+)_{RMS}$  est atteint à  $y^+ \approx 20$  présumant que les structures tourbillonnaires sont plus présentes à cette position verticale, ce qui coïncide avec la position verticale trouvée avec l'approche de [Moser \(1984\)](#).

Les TQLs et leur centre géométrique peuvent être détectés pour valider la position verticale. La [Figure 2.26](#) montre la densité de probabilité de présence des TQLs par rapport à la position verticale dans le canal. Les centres géométriques ont été obtenus via un script Python détaillé en [Annexe A](#) grâce à une méthode similaire à celle employée par [Jeong \*et al.\* \(1997\)](#) et [Gallorini \*et al.\* \(2022\)](#). La densité de probabilité est qualitativement semblable à celle obtenue par [Gallorini \*et al.\* \(2022\)](#). De plus, la densité de probabilité maximum est atteinte pour  $y^+ \approx 25$ , contre  $y^+ \approx 20$  et  $y^+ \approx 22$ , respectivement pour [Jeong \*et al.\* \(1997\)](#) et [Gallorini \*et al.\* \(2022\)](#). Les différences avec les résultats de la littérature s'expliquent avec les critères utilisés pour la détection des TQLs.



**Figure 2.25** – Profils RMS de vorticité  $\omega'_x, \omega'_y$  et  $\omega'_z$  (à gauche) et profils moyen et RMS de  $-\lambda_2$  (à droite). Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Jeong *et al.* (1997).



**Figure 2.26** – Densité de probabilité des TQLs en fonction de leurs positions verticales.

### 2.3.3 Équations de transport

Les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente et de la variance des fluctuations de température proviennent respectivement des équations de Navier-Stokes (Équation (2.1.1.3)) et de transport d'un scalaire passif (Équation (2.1.2.40)) qui sont moyennées au sens Reynolds. Les équations de transport de l'énergie cinétique  $K = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}$ , dans le cas d'une turbulence homogène (dans les directions  $x$  et  $z$ ), s'écrivent :

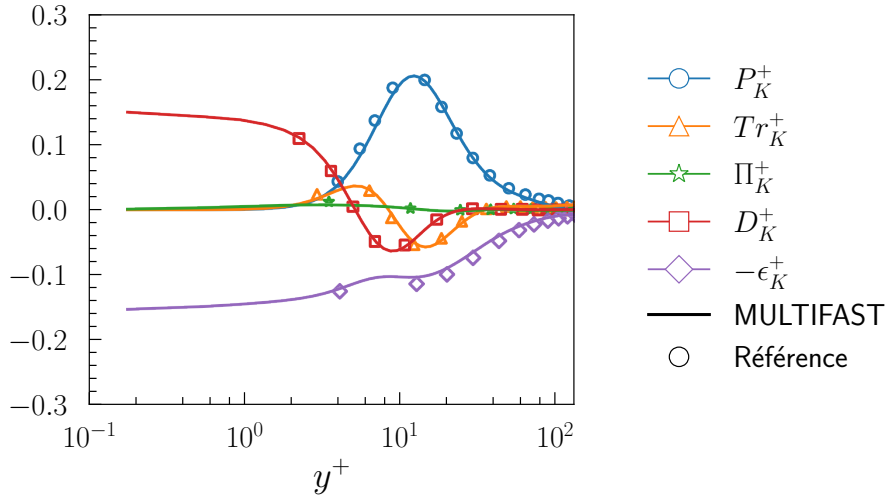
$$\Sigma_K = 0 = P_K^+ + Tr_K^+ + \Pi_K^+ + D_K^+ - \epsilon_K^+ \quad (2.3.3.1)$$

où  $P_K^+ = -\overline{u'v'}^+ (d\overline{U}^+/dy^+)$  est le terme de production,  $Tr_K^+ = -\partial\overline{v'K}^+/\partial y^+$  est le terme de transport turbulent,  $\Pi_K^+ = -\overline{u'_i (\partial p'/\partial x_i)^+}$  est le terme de pression,  $D_K^+ = (1/2)\partial^2\overline{K}^+/\partial y^{+2}$  est le terme de diffusion moléculaire et  $\epsilon_K^+ = \overline{(\partial u'_i/\partial x_k)(\partial u'_i/\partial x_k)^+}$  est le terme de dissipation.

Les équations de transport de la variance des fluctuations de température  $\overline{T'T'}$  pour la configuration avec les températures constantes à la paroi, toujours sous les mêmes hypothèses, s'écrivent :

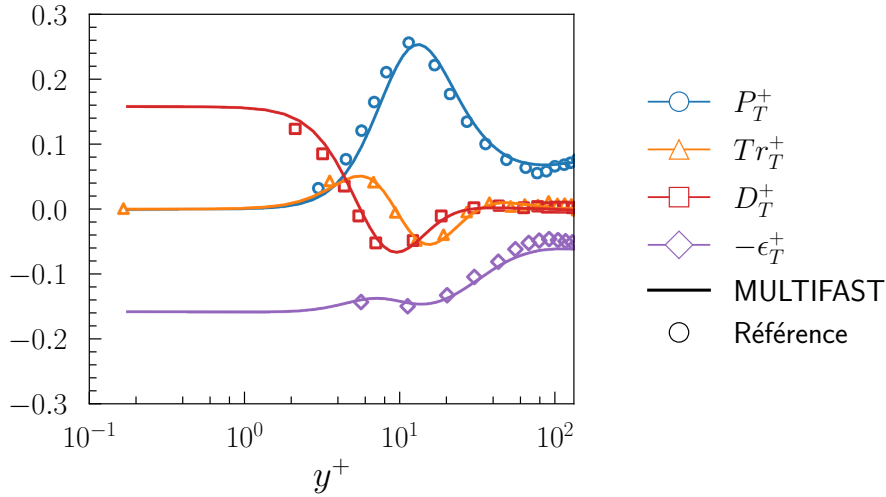
$$\Sigma_T = 0 = P_T^+ + Tr_T^+ + D_T^+ - \epsilon_T^+ \quad (2.3.3.2)$$

où  $P_T^+ = -\overline{v'T'}^+ (d\overline{T}^+/dy^+)$  est le terme de production,  $Tr_T^+ = (1/2)\partial\overline{v'T'T'}^+/\partial y^+$  est le terme de transport turbulent,  $D_T^+ = (1/2P_r)\partial^2\overline{T'T'}^+/\partial y^{+2}$  est le terme de diffusion moléculaire et  $\epsilon_T^+ = \overline{(\partial T'T'/\partial x_i)(\partial T'T'/\partial x_i)^+}$  est le terme de dissipation.



**Figure 2.27** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Mansour *et al.* (1988).





**Figure 2.28** – Profils des termes de l'équation de transport de la variance des fluctuations de température  $\overline{T'T'}$  obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont comparés avec ceux obtenus par Lyons *et al.* (1991).

Les Figures 2.27 et 2.28 montrent respectivement les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  et de la variance des fluctuations de température  $\overline{T'T'}$  pour la configuration avec les températures constantes à la paroi. L'apport énergétique est effectué par les termes de production  $P_K^+$  et  $P_T^+$  dans la quasi-totalité du canal. Ils atteignent un maximum en  $y^+ \approx 12$ , ce qui explique les maximums obtenus précédemment pour  $(u_{RMS}^+)$  et  $(T_{RMS}^+)$ .  $P_T^+$  est non nul au centre du canal contrairement à  $P_K^+$ . En effet, la température moyenne a un profil antisymétrique, donc  $\frac{d\overline{T}^+}{dy^+} \neq 0$  au centre du canal. Ce sont les diffusions moléculaires  $D_K^+$  et  $D_T^+$  qui sont responsables de l'apport énergétique en proche paroi. Elles compensent les dissipations  $-\epsilon_K^+$  et  $-\epsilon_T^+$  à la paroi. Les termes de transport turbulent  $Tr_K^+$  et  $Tr_T^+$  atteignent successivement un maximum et un minimum local dans la région  $y^+ < 30$  et sont nuls à la paroi et dans la région  $y^+ > 50$ . Les termes de diffusion moléculaire  $D_K^+$  et  $D_T^+$  atteignent également un minimum local pour  $y^+ \approx 10$ . Les extremums (pour  $P_K^+$ ,  $Tr_K^+$ ,  $D_K^+$ ,  $P_T^+$ ,  $Tr_T^+$  et  $D_T^+$ ) interviennent dans la région où les tourbillons quasi-longitudinaux (TQLs) naissent et vivent. Les TQLs ont un fort impact sur la dynamique de l'écoulement et le transport d'un scalaire comme expliqué en Section 2.3.2. Il n'est donc pas anodin de constater des extremums de production turbulente, transport turbulent et diffusion moléculaire. La corrélation vitesse fluctuante-gradient de pression  $\Pi_K^+$  est quasiment nul dans tout le canal. Tous les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique sont quasiment nuls au centre du canal. Les profils obtenus avec MULTIFAST sont en accord avec ceux obtenus par Mansour *et al.* (1988) pour l'énergie cinétique, et par Lyons *et al.* (1991) pour la variance des fluctuations de température. Enfin, il est important de remarquer que la somme des termes des équations de transport est nul. Ce résultat permet donc de valider l'hypothèse d'homogénéité utilisée dans les directions longitudinale et transversale.

## 2.4 Conclusions

- Le code SND MULTIFAST est présenté en détail dans un premier temps. Il est basé sur une forme adimensionnelle des équations de Navier-Stokes et du transport de scalaire passif. Le fonctionnement du code, ainsi que les différents schémas numériques disponibles, sont explicités.
- Les développements réalisés au cours de la thèse sont détaillés dans un second temps. Il a fallu implémenter la méthode Fringe afin de simuler les écoulements non-homogènes dans la direction longitudinale, tout en gardant les conditions aux limites périodiques. De plus, un module reposant sur la méthode des frontières immergées a été développé pour les simulations sur parois rugueuses.
- Enfin, MULTIFAST est validé à travers un cas académique dans un troisième temps : un écoulement en canal turbulent développé à bas nombre de Reynolds avec transport d'un scalaire passif. Les résultats obtenus ont été post-traité grâce à l'outil PyFast (développé au cours de la thèse) et comparés à la littérature.

# 3

## Transition bypass dans un écoulement de Poiseuille

---

*Une paire de tourbillons contrarotatifs est introduite dans un écoulement de Poiseuille pour déclencher une transition bypass. L'étude se penche sur le transport d'un scalaire passif à l'intérieur du spot turbulent qui en résulte. Ce dernier est identifié et suivi temporellement à l'aide des champs de vorticité et de température qu'il induit. Les statistiques de vitesse et de température sont déterminées localement au sein du spot et sont adimensionnées avec les échelles internes, liées à la vitesse de frottement et au flux de température à la paroi induit par le spot. Elles sont ensuite comparées à celles d'un canal turbulent pleinement développé à un nombre de Reynolds équivalent afin de déterminer le degré de similarité entre la structure interne du spot et celle d'une turbulence développée en canal. L'étude comprend l'analyse de la structure fine du champ de température fluctuant, son transport et l'effet des structures cohérentes à l'intérieur du spot. Le cœur turbulent est similaire à un écoulement turbulent en canal, tant pour les champs dynamiques que pour les champs de scalaire passif. Les RMS des fluctuations de température sont presque deux fois plus importantes dans la couche externe au sein du spot total qu'en canal turbulent. Le transport est amélioré et les flux turbulents sont plus importants. Cela est dû, en majeure partie, à la région d'onde qui contient les structures provenant de la rupture des longues stries obliques en amont du spot. Elles augmentent l'efficacité du mélange turbulent à petites échelles avec d'importantes fluctuations de température en périphérie du spot, ce qui peut être intéressant d'un point de vue applicatif.*

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Conditions initiales</b>	<b>96</b>
<b>3.2</b>	<b>Spots transitionnels</b>	<b>100</b>
3.2.1	Structures du spot	100
3.2.2	Détection et suivi temporel	103
<b>3.3</b>	<b>Résultats et discussion</b>	<b>109</b>
3.3.1	Développement spatio-temporel du spot transitionnel	109
3.3.2	Statistiques au sein du spot transitionnel	112
3.3.3	Équation de transport	119
3.3.4	Mélange turbulent	121
3.3.5	Nombre de Prandtl turbulent	124
3.3.6	Structures cohérentes au sein du spot	125
3.3.7	Densités spectrales	131
<b>3.4</b>	<b>Conclusions</b>	<b>136</b>

---

---

Pour rappel, un des objectifs de la thèse est d'améliorer les mécanismes de transferts pariétaux à travers une distribution spécifique de rugosités dans la région d'entrée d'un canal dans un régime sub-critique avec des nombres de Reynolds particulièrement faibles ([Introduction générale](#)). L'idée principale est de déclencher une transition de type bypass, rapide et efficace dans la zone d'entrée hydraulique d'un canal pour améliorer les transferts thermiques. De nombreux travaux ont étudié la transition bypass en canal et en couche limite ([Chapitre 1](#)). Cependant, les seules études portant sur le transport d'un scalaire passif au sein d'un spot transitionnel ont été réalisées expérimentalement en couche limite. Bien que le chapitre puisse paraître quelque peu à part du reste de la thèse, il a pour but d'élucider ce point dans un écoulement de Poiseuille à travers un cas académique bien défini. Les résultats du chapitre ont mené à la publication d'un article ([Arrondeau \*et al.\* \(2023\)](#)) fourni en [Annexe C](#).

La transition bypass et les spots transitionnels qui en résultent sont donc revisités avec l'ajout du transport d'un scalaire passif dans le chapitre. Dans une première partie, la fonction de courant introduite par [Henningson & Kim \(1991\)](#) est implémentée dans MUL-TIFAST, puis validée et utilisée. Les spots transitionnels résultant d'une telle condition initiale se développent spatio-temporellement. Il y a donc la nécessité d'identifier de manière robuste le spot transitionnel à chaque instant. Cela se fera grâce à sa structure et ses caractéristiques, et sera détaillé dans une seconde partie. Une fois le spot détecté et suivi temporellement, les statistiques associées seront présentées dans la troisième partie. Les statistiques obtenues dans le spot total, i.e. avec la partie turbulente et la région d'onde, sont d'abord discutées. Puis, la similitude entre les statistiques obtenues dans le cœur turbulent et celles obtenues en canal turbulent est présentée. Cette comparaison permet de comprendre l'impact de la région d'onde induite par le spot. Ce point sera élucidé par la suite avec le transport d'énergie cinétique turbulente et de la variance de température au sein du spot, ainsi que le mélange turbulent. Enfin, les structures cohérentes au sein du spot seront analysées ainsi que leurs impacts sur le champ de scalaire passif.

### 3.1 Conditions initiales

La structure d'un spot transitionnel pour des temps longs dépend peu de la nature des conditions initiales (Henningson & Kim (1991)). Une paire de tourbillons contrarotatifs est initialement placée au centre du canal de manière similaire à ces auteurs. La fonction de courant de la perturbation initiale correspondante est :

$$\psi = \epsilon f(y^*) \left( \frac{x'}{l_x^*} \right) z' \exp \left[ - \left( \frac{x'}{l_x^*} \right)^2 - \left( \frac{z'}{l_z^*} \right)^2 \right] \quad (3.1.0.1)$$

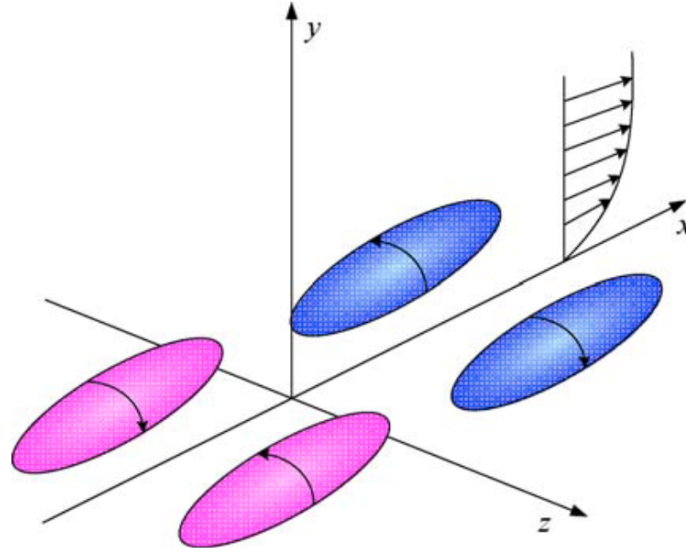
avec  $x' = x^* \cos(\theta) - z^* \sin(\theta)$  et  $z' = x^* \sin(\theta) + z^* \cos(\theta)$ ,  $\theta$  et  $\epsilon$  représentant respectivement l'angle et l'amplitude de la perturbation, puis  $l_x^*$  et  $l_z^*$  étant deux paramètres contrôlant l'étendue spatiale de cette perturbation. Pour rappel,  $(\ )^*$  représente une quantité adimensionalisée par rapport aux échelles externes ( $H$ ,  $u_c$ ) où  $H$  est la demi hauteur du canal et  $u_c$  sa vitesse au centre. La position verticale de la perturbation ( $y_c^*$ ) est contrôlée par la relation  $f(y^*) = y^{*p}(2 - y^*)^q$  avec  $p$  et  $q$  deux entiers non nuls tels que  $y_c^* = \frac{2p}{p+q}$ . Il faut noter que la relation  $f(y^*)$  est différente de celle utilisée par Henningson & Kim (1991). En posant  $\hat{x} = x'/l_x^*$  et  $\hat{z} = z'/l_z^*$ , le champ de vitesse correspondant s'obtient par :

$$(u_0^*, v_0^*, w_0^*) = (-\psi_y \sin(\theta), \psi_{z'}, -\psi_y \cos(\theta)) \quad (3.1.0.2)$$

avec :

$$\begin{cases} u_0^* = & -\sin(\theta) [p(2 - y^*) - qy^*] \epsilon y^{*p-1} (2 - y^*)^{q-1} \hat{x} z' \exp [-\hat{x}^2 - \hat{z}^2], \\ v_0^* = & [1 - 2\hat{z}^2] \epsilon y^{*p} (2 - y^*)^q \hat{x} \exp [-\hat{x}^2 - \hat{z}^2], \\ w_0^* = & -\cos(\theta) [p(2 - y^*) - qy^*] \epsilon y^{*p-1} (2 - y^*)^{q-1} \hat{x} z' \exp [-\hat{x}^2 - \hat{z}^2]. \end{cases} \quad (3.1.0.3)$$

Il est important de préciser que l'Équation (3.1.0.1) a été largement utilisée pour des écoulements de Poiseuille (Henningson & Kim (1991), Henningson *et al.* (1993), Tardu & Nacereddine (2007, 2008) et Tardu (2012)) mais aussi pour des couches limites (Andersson *et al.* (1999), Luchini (2000)). Les simulations de Henningson *et al.* (1993) sont reproduites pour valider l'implémentation de cette paire de tourbillons contrarotatifs dans MULTIFAST. Pour ce faire, les perturbations sont placées dans un écoulement de Poiseuille, au centre vertical ( $y_c^* = 1$ , correspondant à  $p = q = 2$ ) et transversal, ainsi qu'à une distance  $x^* = 5$  de l'entrée du canal. Les paramètres  $l_x^*$  et  $l_z^*$  sont fixées à 2 comme dans les études de Henningson *et al.* (1993), Tardu & Nacereddine (2007, 2008) et Tardu (2012). Les paramètres utilisés pour  $\epsilon$  et  $\theta$  sont les mêmes que ceux utilisés par Henningson *et al.* (1993). La configuration avec températures constantes aux parois (Section 2.1.2.7) est utilisée dans le chapitre. Le nombre de Reynolds est fixé à  $Re_c = 3000$ , et le nombre de Prandtl à  $Pr = 1$ . L'ensemble des paramètres utilisés, ainsi que la taille des canaux et du maillage, sont regroupés dans le Tableau 3.1. Un exemple de vitesse verticale per-



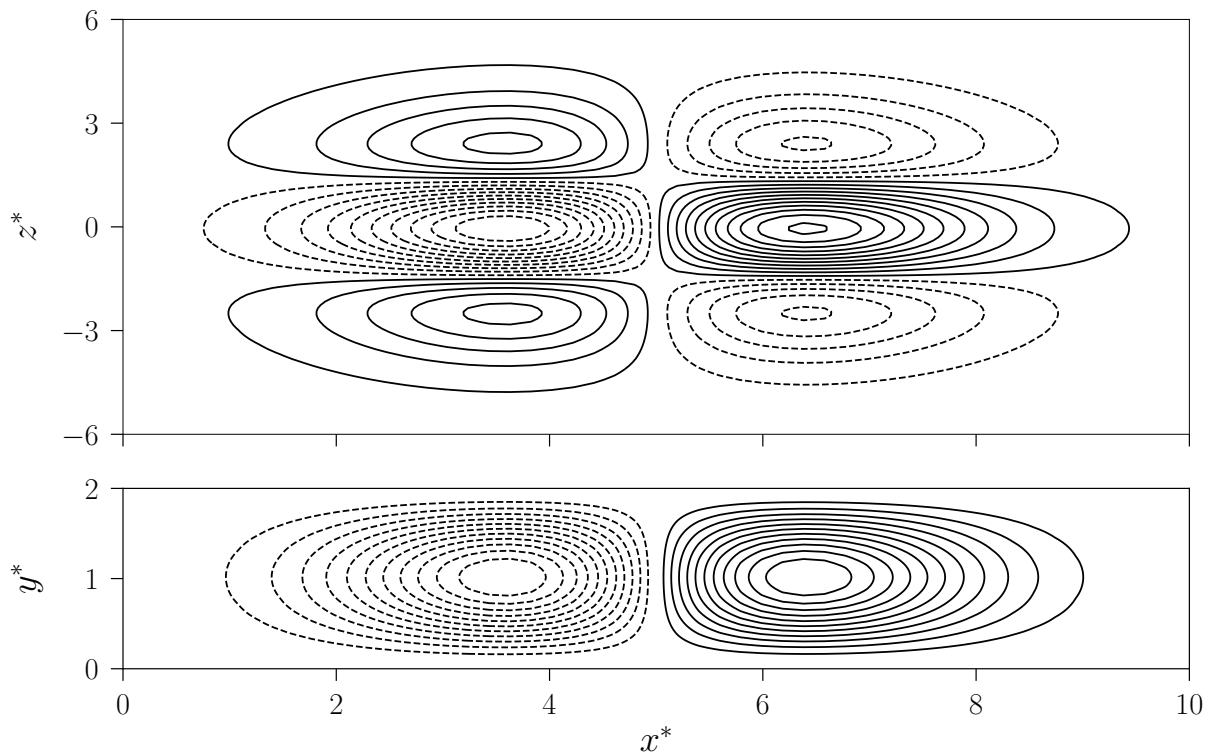
**Figure 3.1** – Perturbation initiale sous la forme d’une paire de tourbillons contrarotatifs.  
Image tirée de [Tardu & Nacereddine \(2007\)](#).

turbée obtenue avec les paramètres est présenté sur la Figure 3.2. Les contours de vitesse verticale initiale sont similaires à ceux obtenus par [Henningson \*et al.\* \(1993\)](#) (leur Figure 1).

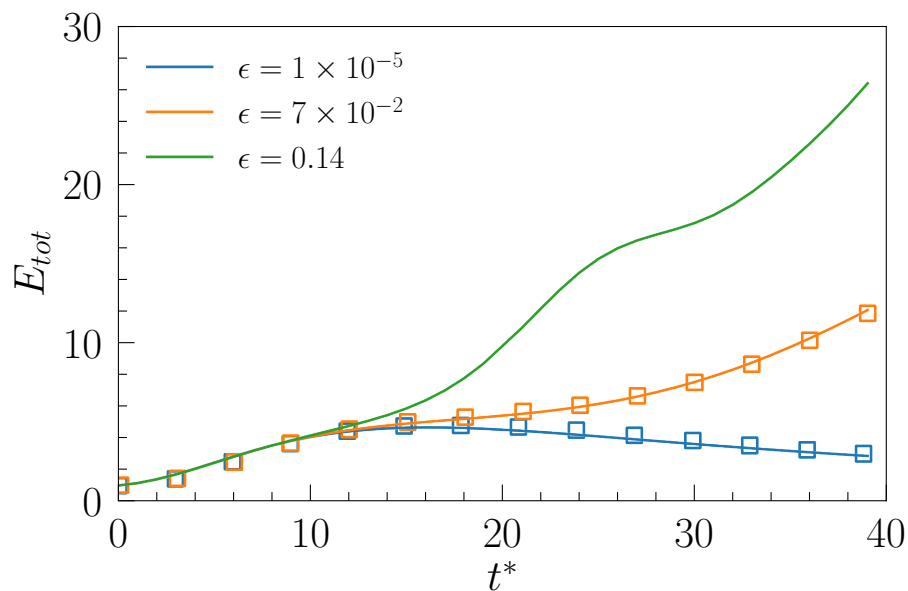
Nom de référence	$\epsilon$	Taille de domaine	Nombres de noeuds
		$L_x^* \times L_y^* \times L_z^*$	$n_x \times n_y \times n_z$
Perturbation initiale faible	$1 \times 10^{-5}$	$32\pi \times 2 \times 8\pi$	$512 \times 128 \times 256$
Perturbation initiale modérée	$7 \times 10^{-2}$	$32\pi \times 2 \times 8\pi$	$512 \times 128 \times 256$
Perturbation initial forte	0.14	$50\pi \times 2 \times 20\pi$	$1584 \times 128 \times 1256$

**Tableau 3.1** – Paramètres utilisés pour les simulations numériques de transition bypass dans un écoulement de Poiseuille. Pour les trois simulations  $\theta = 0^\circ$ .

La Figure 3.4 montre l’évolution temporelle des fluctuations de vitesses longitudinale et verticale à  $y^* = 0.44$  et  $t^* = \{10, 20, 30, 40\}$  pour les cas de perturbations faible et modérée. En prenant les mêmes espacements de contours que [Henningson \*et al.\* \(1993\)](#), la perturbation obtenue est similaire à celle présentée dans leur Figure 2. L’évolution temporelle de l’énergie cinétique totale est calculée et comparée à leurs résultats pour le cas de la perturbation faible (leur Figure 5) et le cas de la perturbation modérée (leur Figure 11). L’énergie cinétique obtenue par [Henningson \*et al.\* \(1993\)](#) est qualitativement et quantitativement semblable à celle obtenue avec MULTIFAST, ce qui valide l’implémentation et l’approche utilisée. Seul le cas de la perturbation forte sera étudié dans la suite du chapitre, car il déclenche une transition bypass rapide : l’énergie cinétique croît rapidement et exponentiellement à partir de  $t^* > 30$  (courbe verte dans la Figure 3.3).

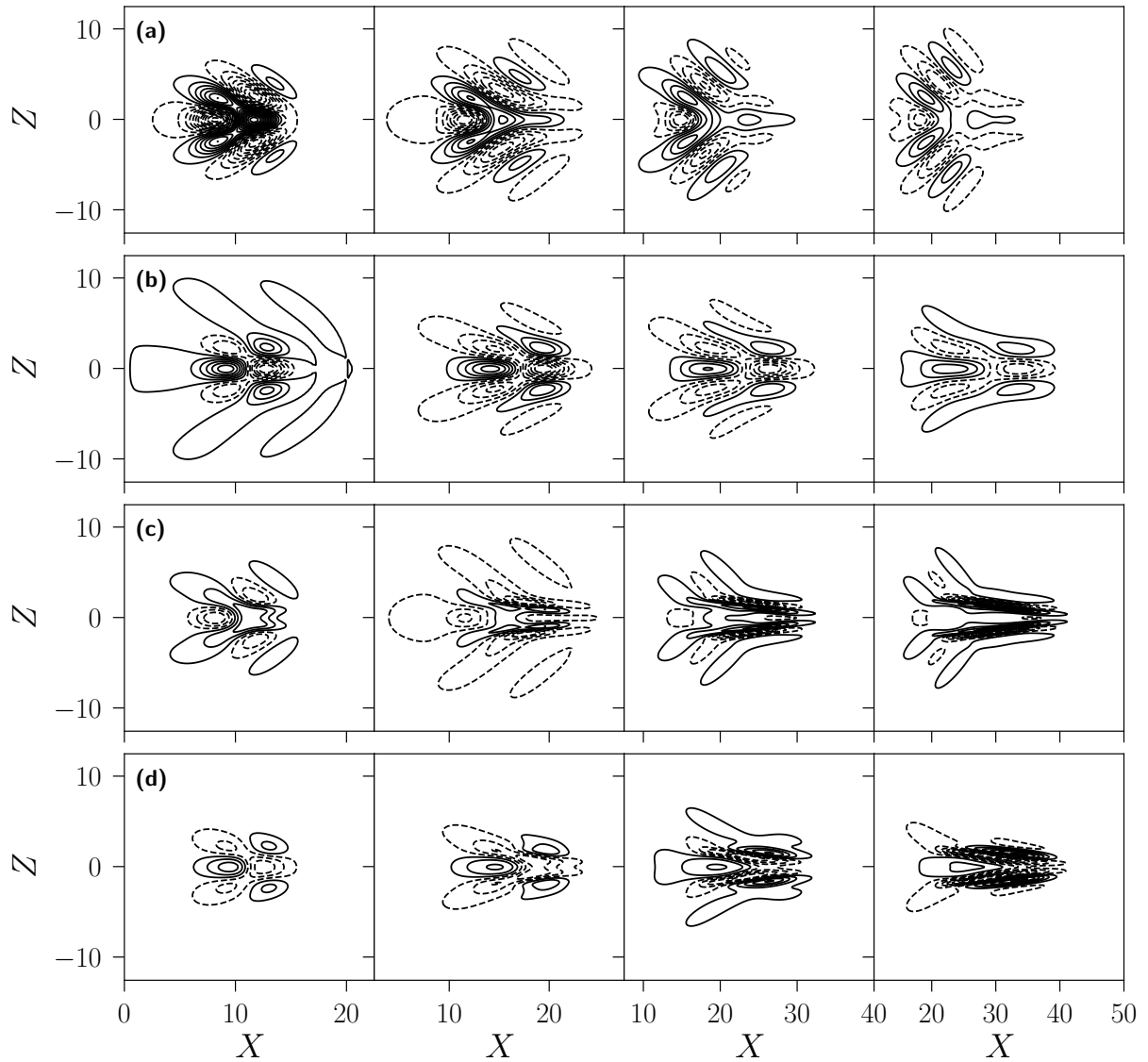


**Figure 3.2** – Vitesse verticale initiale pour le cas de la perturbation forte. **(en haut)** contours espacés de  $2.5 \times 10^{-3}$  sur un plan situé à  $y^* = 0.44$ . **(en bas)** contours espacés de  $5 \times 10^{-3}$  sur un plan situé au milieu du canal dans la direction transversale.



**Figure 3.3** – Évolution temporelle de l'énergie cinétique totale  $E_{tot}$  pour les trois différents  $\epsilon$ , normalisé par leur énergie cinétique initiale respective. Les symboles carrés représentent les valeurs obtenues par Henningson *et al.* (1993).





**Figure 3.4** – Évolution temporelle des fluctuations de vitesses longitudinale et verticale à  $y^* = 0.44$  et  $t^* = 10, 20, 30$  et  $40$  pour le cas de la perturbation faible (**a et b**) et le cas de la perturbation modérée (**c et d**). (**a**)  $v'$ , espacement des contours de  $1,0 \times 10^{-6}$ , (**b**)  $u'$ , espacement des contours de  $2,0 \times 10^{-5}$ , (**c**)  $v'$ , espacement des contours de  $2,5 \times 10^{-3}$ , (**d**)  $u'$ , espacement des contours de  $2,5 \times 10^{-2}$ .

## 3.2 Spots transitionnels

Dans cette section, les structures des spots transitionnels obtenus sont discutées et comparées à celles présentes dans la littérature. Puis, la méthode utilisée pour la détection et le suivi temporel des spots transitionnels est présentée et validée.

### 3.2.1 Structures du spot

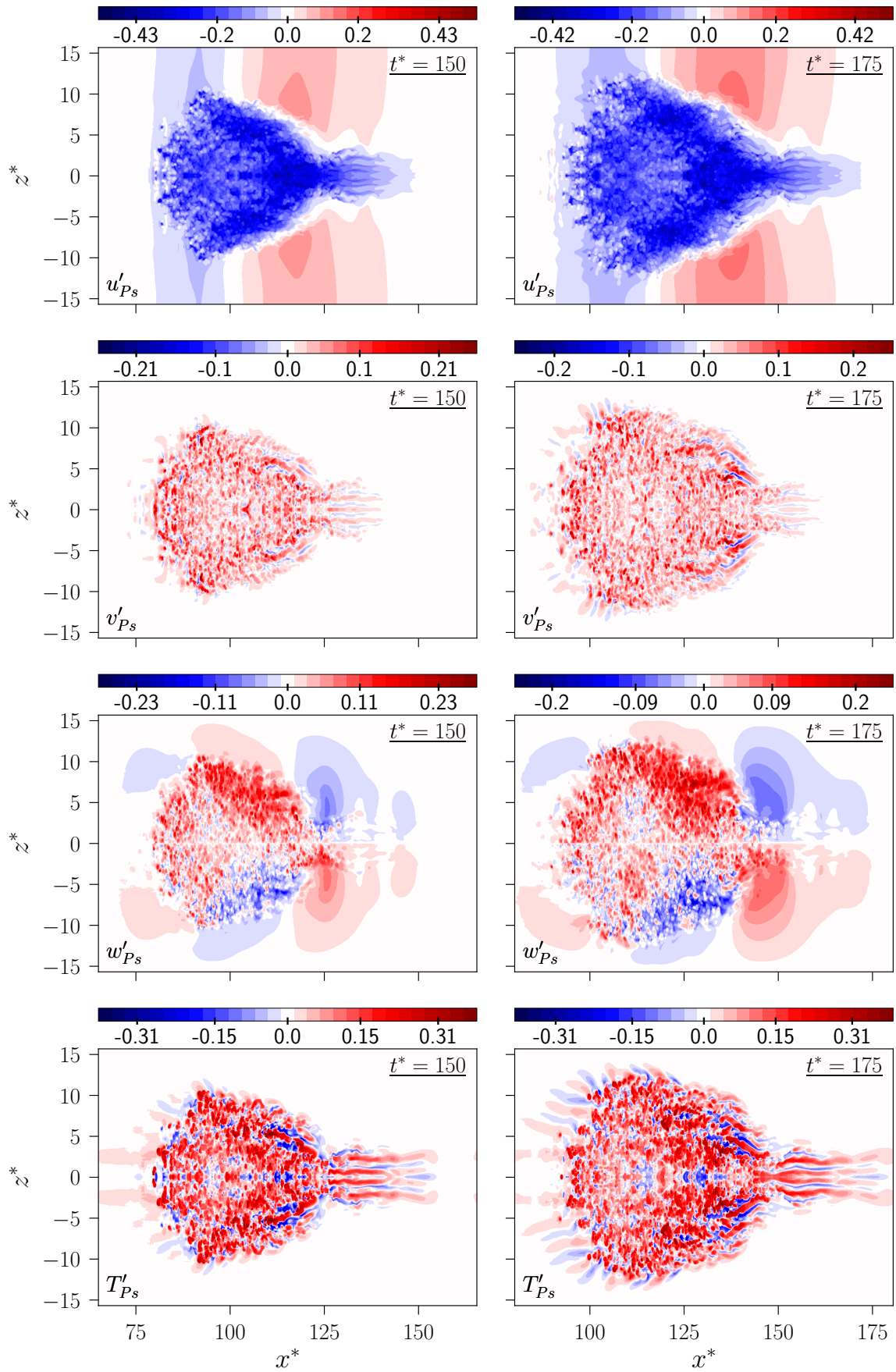
Il est possible de définir un champ de vitesse fluctuant comme l'écart au champ de vitesse moyenne d'un écoulement de Poiseuille. Le champ de vitesse fluctuant au sens Poiseuille noté  $(u'_i)_{PS}$  est obtenu en notant  $u_i$  le champ instantané et  $(\bar{U}_i)_{PS}$  le champ moyen d'un écoulement de Poiseuille tel que :

$$(u'_i)_{PS} = u_i - (\bar{U}_i)_{PS} \quad (3.2.1.1)$$

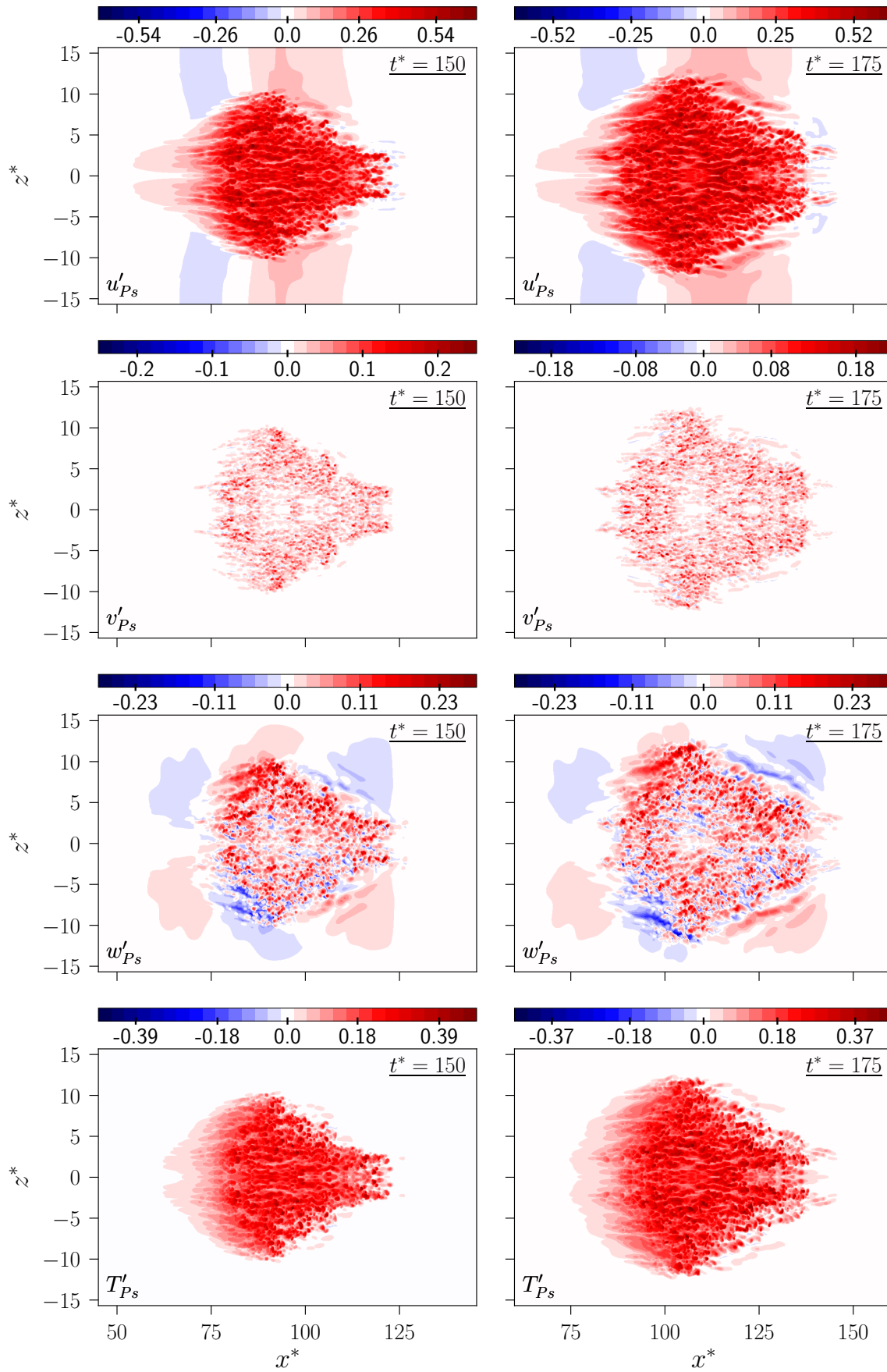
ce qui donne  $u'_{PS} = u - \bar{U}_{PS}$ ,  $v'_{PS} = v$  et  $w'_{PS} = w$ . De la même façon, un champ de température fluctuant  $T'_{PS}$  est défini à partir du champ de température instantanée  $T$  et du champ moyen  $\bar{T}_C$  correspondant au cas d'une conduction pure entre deux plaques chauffées à deux températures différentes comme dans le problème de [Lyons \*et al.\* \(1991\)](#) :

$$T'_{PS} = T - \bar{T}_C \quad (3.2.1.2)$$

La structure d'un spot transitionnel est analysée à partir des champs fluctuants. La Figure 3.5 montre les champs fluctuants obtenus à  $t^* = 150$  et  $t^* = 175$  au centre du canal ( $y^* = 1$ ), et la Figure 3.6 en proche paroi ( $y^* = 0.1$ ). Les deux champs montrent que le spot transitionnel croît en temps et en espace, mais que sa structure reste similaire. La Figure 3.7 montre l'évolution longitudinale des champs fluctuants obtenus à  $t^* = 175$  au centre du canal ( $y^* = 1$ ), à différentes positions transversales ( $z^* = \{0, 5, 10\}$ ). La vitesse longitudinale  $u'_{PS}$  est négative au sein du spot, au centre du canal, comme le montre la Figure 3.5. Sa vitesse de convection est plus faible que celle de l'écoulement laminaire qui l'entoure. La vitesse  $u'_{PS}$  augmente localement en amont du spot. Elle est positive au sein du spot en proche paroi comme le montre la Figure 3.6. Les observations sont en accord avec celles de [Henningson & Kim \(1991\)](#) et les contours obtenus ressemblent à leur Figure 1. La région d'onde en amont du spot est clairement visible dans les contours de la vitesse normale à la paroi  $v'_{PS}$  au centre du canal. Elle est formée de longues stries obliques pouvant atteindre jusqu'à  $x^* = 10$ , qui interagissent entre elles et se rompent, générant ainsi de la turbulence au centre du spot ( $100 \leq x^* \leq 125$  et  $-10 \leq z^* \leq 10$ ). Il est important de noter que les stries obliques ne se retrouvent pas en proche paroi, où la vitesse  $v'_{PS}$  est très irrégulière. La vitesse transversale  $w'_{PS}$  possède des points d'inflexion en amont et en périphérie du spot, que ce soit au centre du canal ou en proche paroi, comme rapporté par [Henningson \(1989\)](#) et par [Lagha \(2007\)](#).



**Figure 3.5** – Contours des fluctuations de vitesses et de température au sens Poiseuille obtenues à  $t^* = 150$  et  $t^* = 175$  au centre du canal ( $y^* = 1$ ).



**Figure 3.6** – Contours des fluctuations de vitesses et de température au sens Poiseuille obtenues à  $t^* = 150$  et  $t^* = 175$  en proche paroi ( $y^* = 0.1$ ).

Les contours des fluctuations de température  $T'_{PS}$  forment, au centre du canal et en amont du spot, de longues stries obliques qui se rompent pour générer un champ très irrégulier comme pour la vitesse  $v'_{PS}$ . Les structures ne se retrouvent pas en proche paroi où la température est similaire à la vitesse  $u'_{PS}$  au sein du spot. Enfin, le sillage du spot est visible en proche paroi, seulement pour la vitesse longitudinale  $u'_{PS}$  et la température  $T'_{PS}$ . Ces deux observations suggèrent une forte corrélation entre  $u'_{PS}$  et  $T'_{PS}$  en proche paroi, et une forte corrélation entre  $v'_{PS}$  et  $T'_{PS}$  au centre du canal. Les observations seront quantitativement validées dans les sections suivantes.

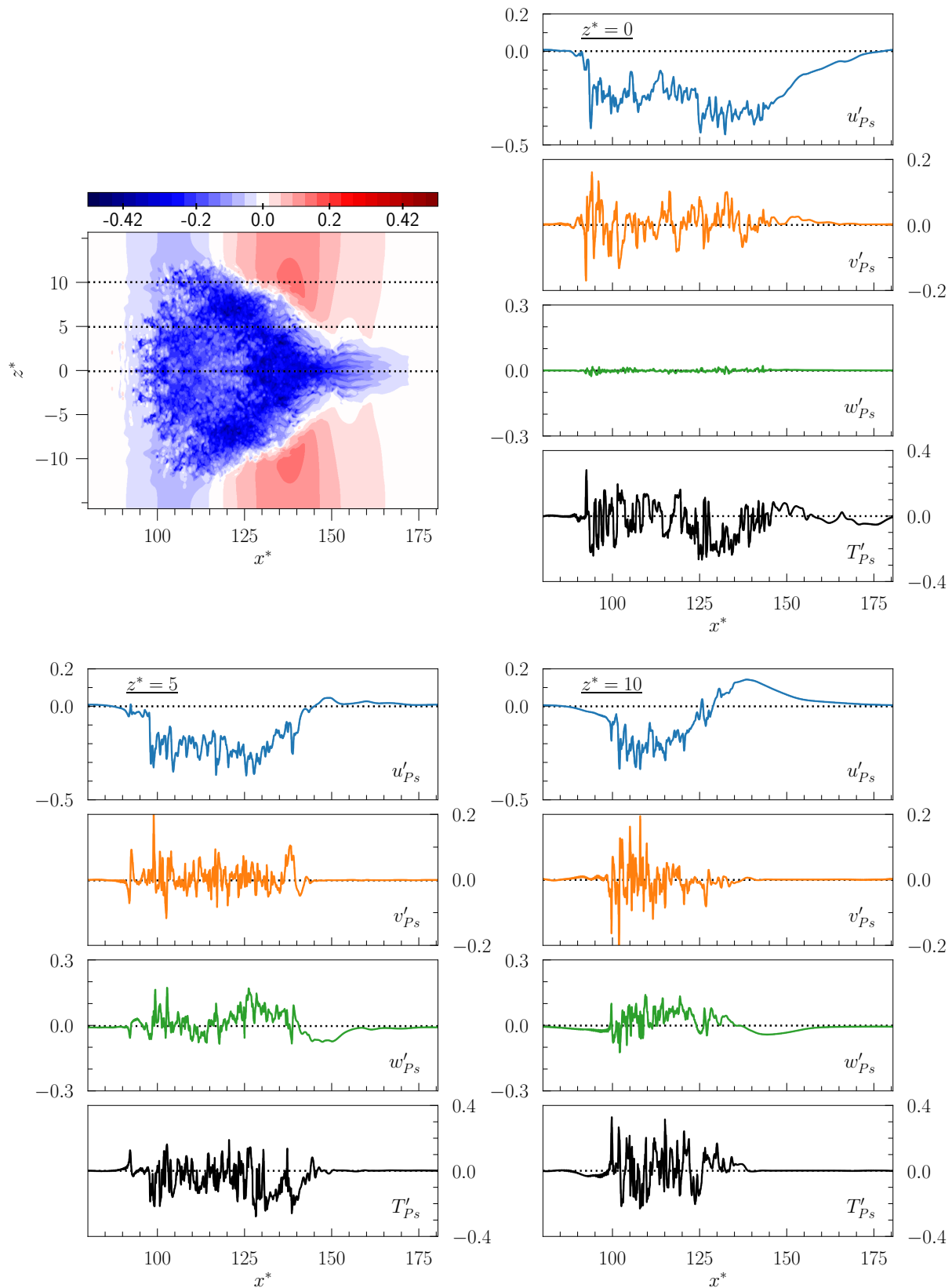
Le champ de vitesse longitudinale (et uniquement celui-ci) induit par le spot atteint inévitablement les parois transversales du domaine du calcul malgré sa taille particulièrement grande de  $L_z^* = 20\pi$ . Il est important de préciser que cela s'observe aussi chez [Henningson & Kim \(1991\)](#) dont la taille du domaine de calcul est de  $L_z^* = 25\pi$  (avec une résolution numérique moindre). Le champ induit est symétrique et par conséquent l'utilisation de la condition de périodicité dans la direction  $z$  n'a pas d'influence sur le spot. Les profils de vitesse et de température sur la paroi latérale à  $z^* = 10\pi$  sont fournis en Annexe B. Ils sont strictement laminaires, bien que faiblement différents d'un écoulement de Poiseuille. La taille du domaine dans la direction transversale et la condition de périodicité utilisée sont donc pertinentes. Néanmoins, il convient de préciser que la simulation peut difficilement atteindre des temps  $t^* \gg 175$ . En effet, le spot atteindrait les parois latérales et y induirait de fortes fluctuations (notamment avec la région d'onde, ou avec l'écoulement induit par le spot sur la vitesse transversale). Il y aurait donc une interaction du spot avec lui-même due à la condition de périodicité en  $z$ .

### 3.2.2 Détection et suivi temporel

Il est nécessaire de détecter le spot qui se développe spatio-temporellement pour déterminer les statistiques au sein de celui-ci. Il est possible de déterminer les frontières de la perturbation qui se développe, étant donné que l'écoulement initial est laminaire. Les champs de fluctuations précédemment définis (Section 3.2.1) sont utilisés pour la détection. Le spot « dynamique » lié au champ de vitesse, et le spot « thermique » englobant le champ fluctuant local du scalaire passif, ne sont pas identiques *a priori*.

Le champ de vortacité  $\Gamma = (\omega'_x)^2 + (\omega'_y)^2 + (\omega'_z)^2$  est utilisé pour détecter le spot dynamique. Les différentes composantes du vecteur  $\omega$  sont :

$$\omega'_x = \frac{\partial w'_{PS}}{\partial y} - \frac{\partial v'_{PS}}{\partial z}, \quad \omega'_y = \frac{\partial u'_{PS}}{\partial z} - \frac{\partial w'_{PS}}{\partial x}, \quad \omega'_z = \frac{\partial v'_{PS}}{\partial x} - \frac{\partial u'_{PS}}{\partial y} \quad (3.2.2.1)$$



**Figure 3.7** – Évolution longitudinale des fluctuations de vitesses et de température au sens Poiseuille obtenues à  $t^* = 175$  au centre du canal ( $y^* = 1$ ), à différentes positions transversales ( $z^* = 0, 5$  et  $10$ ).

Le maximum  $\Gamma_j^{max}$  est identifié dans les plans  $x - z$ , à une position normale à la paroi  $y$  donnée. L'interface entre l'écoulement laminaire environnant et l'écoulement perturbé dans le spot est déterminée à travers  $\Gamma \geq \alpha \times \Gamma_j^{max}$ . Le spot dynamique est par conséquent une zone compacte entourant les fluctuations qui dépassent un certain seuil. Une procédure similaire est utilisée pour identifier le spot thermique en utilisant le champ de variance de température  $\sigma_T = (T'_{PS})^2$ .

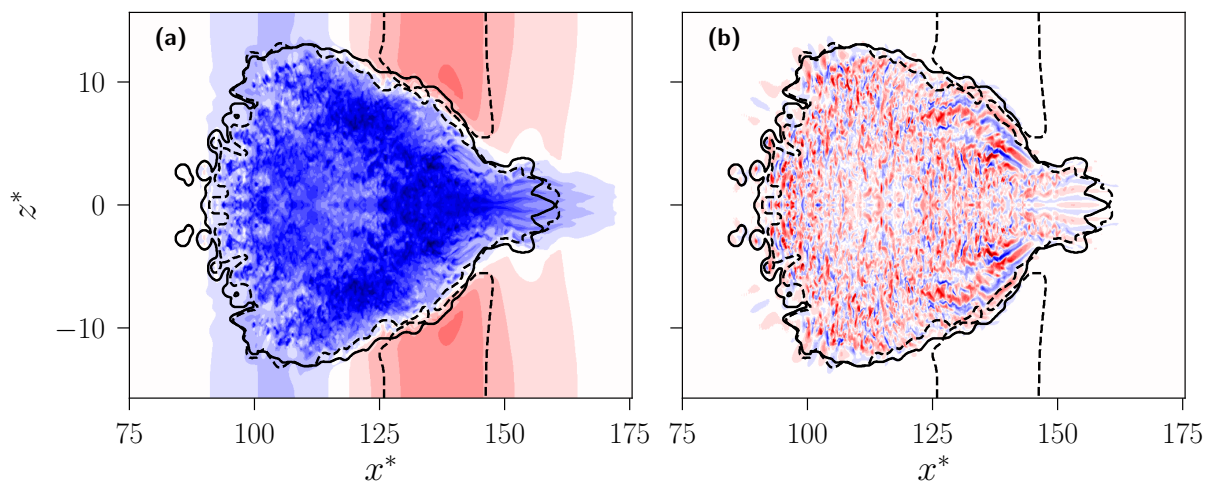
Seules les structures ayant une variance de vorticité ou de température importante sont détectées, ce qui donne les spots définis par des traits pointillés en Figure 3.9. Il est possible que des « trous » apparaissent dans le spot compact, car le critère de détection n'est localement pas vérifié. Une étape supplémentaire est donc nécessaire pour obtenir une interface unique contenant les structures de faible intensité qui font tout de même partie du spot global. Le choix a été fait de filtrer les champs  $\Gamma$  et  $\sigma_T$  via un filtre gaussien pour lisser ces derniers. Les champs filtrés sont temporairement utilisés dans l'unique but de détection des spots dynamique et thermique. Pour  $\Gamma$  et  $\sigma_T$ , les minimums et les maximums sont par conséquent atténués. La procédure peut être comparée à l'ajout de *flou* sur une image pour rendre une détection d'interface plus simple. Le filtre gaussien utilisé est celui disponible dans la librairie Python *scipy*, de la forme :

$$G(\Delta x, \Delta y, \Delta z) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.2.2.2)$$

avec  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  qui représentent les distances par rapport aux origines des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  et  $\sigma$  la déviation standard. Une étude préliminaire a été effectuée pour déterminer l'effet des paramètres  $\sigma$  et  $\alpha$  sur la détection des spots (Figure 3.9). Il apparaît clairement que plusieurs structures indépendantes sont détectées dans les cas où il n'y a pas de filtrage ou quand la déviation standard est faible ( $\sigma \leq 3$ ). En revanche, le spot détecté devient une seule structure bien définie lorsque  $\sigma = 6$ . En ce qui concerne le choix du paramètre  $\alpha$ , les spots sont similaires à partir du moment où les champs sont filtrés avec  $\sigma = 6$ . Il faut noter tout de même qu'avec un seuil trop bas ( $\alpha = 0.01$ ) détecte davantage que le nécessaire et que des *trous* apparaissent lorsque le seuil est grand ( $\alpha = 0.2$ ). La valeur  $\alpha = 0.05$  a donc été retenue, comme dans le travail de [Tardu & Baerenzung \(2011\)](#), avec  $\sigma = 6$  pour le spot dynamique et le spot thermique. Un exemple des spots détectés est disponible sur la Figure 3.10.

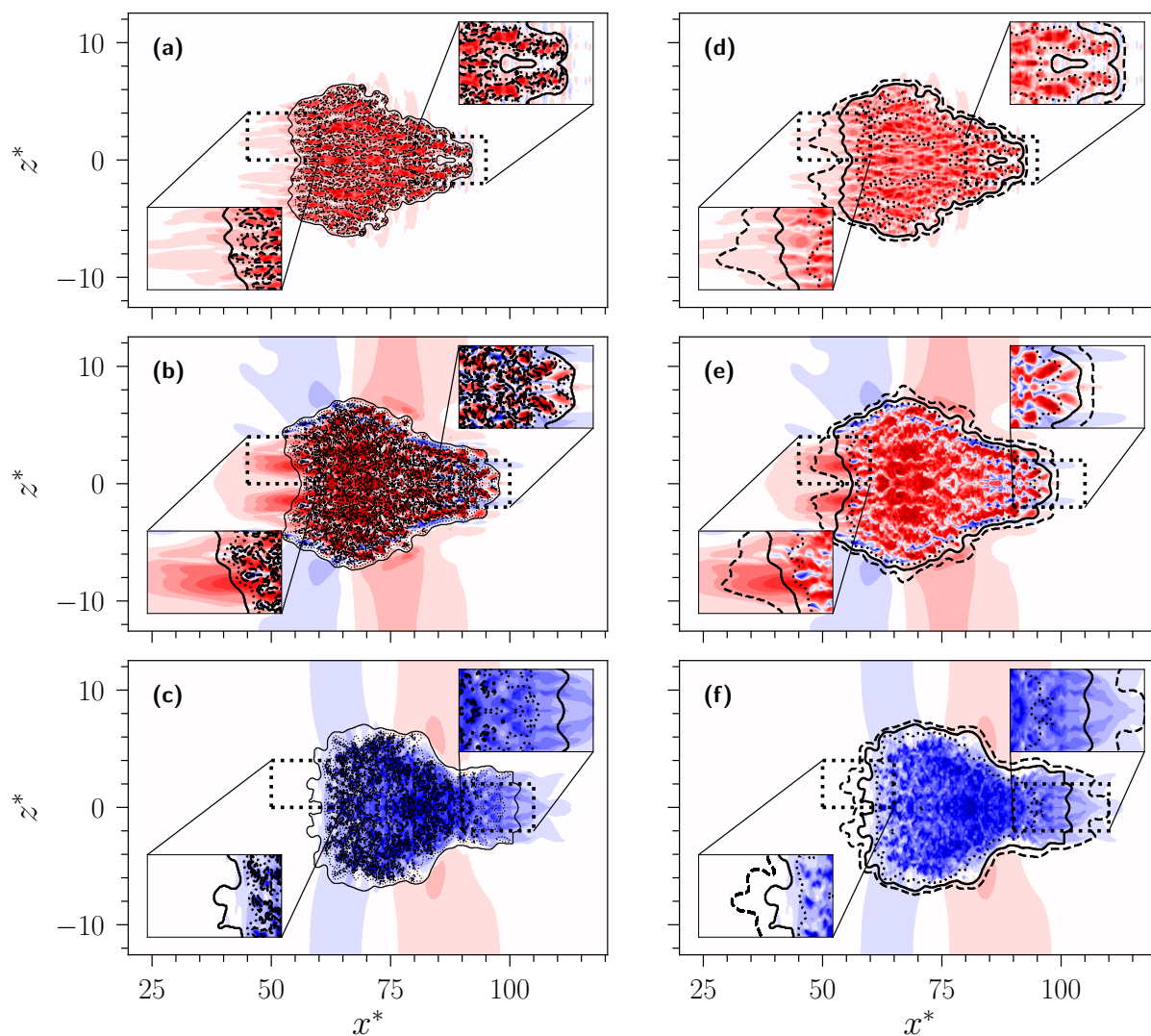
Il est important de préciser que la méthode de détection utilisée ici ne détecte évidemment pas les zones d'ondes induites par le spot transitionnel (par exemple les zones en rouges dans la Figure 3.8). Les spots obtenus sont similaires à ceux obtenus par [Tardu & Baerenzung \(2011\)](#).   noter que leur détection était basée sur le champ d'énergie cinétique  $E_k = (u'_{PS})^2 + (v'_{PS})^2 + (w'_{PS})^2$ . L'utilisation du champ d'énergie cinétique a également été envisagée dans cette étude, mais le champ de vorticité s'est avéré plus robuste, notamment près du centre du canal. En effet, il y a localement une vitesse moyenne longitudinale et transversale non nulle lorsque la région d'onde est établie aux extrémités amonts du spot transitionnel (voir Figure 3.5) comme rapporté par [Henningson et al. \(1993\)](#), [Henningson & Alfredsson \(1987\)](#) et [Lagha \(2007\)](#). Il y a un champ d'énergie cinétique non nul (mais

négligeable) dans cette région lorsque les fluctuations de vitesse au sens Poiseuille  $(u'_i)_{PS}$  sont utilisées. Elle est alors incluse dans le spot dynamique lors de la détection avec le champ d'énergie cinétique, alors qu'elle ne fait pas partie du spot transitionnel, comme illustré sur la Figure 3.8. Néanmoins, il convient de mentionner que les spots obtenus à partir du champ d'énergie cinétique ou du champ de vorticité sont similaires aux temps courts ( $t^* < 110$ ).

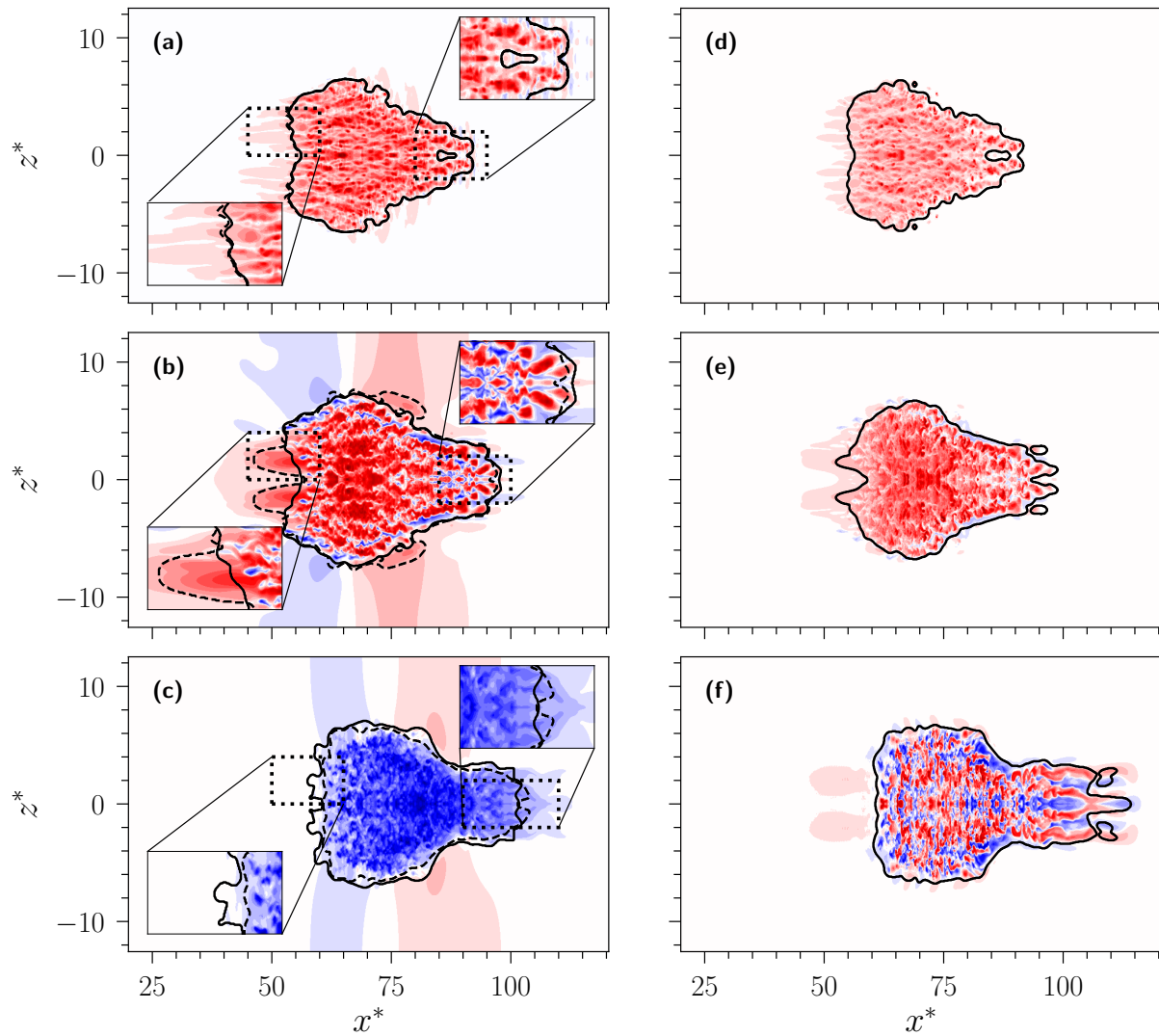


**Figure 3.8** – Spot dynamique à  $t^* = 175$  et à  $y^* = 1$ , obtenus avec  $\sigma = 6$  et  $\alpha = 0.05$ . **(a)** Fluctuations de vitesse longitudinale; **(b)** Fluctuations de vitesse verticale. Contours : --- spot dynamique basé sur le champ d'énergie cinétique, — spot dynamique basé sur le champ de vorticité.





**Figure 3.9** – Effet du filtrage et du seuil sur la détection du spot dynamique à  $t^* = 110$ . **(a et d)** Contrainte de cisaillement à la paroi; **(b et e)** Fluctuations de vitesse longitudinale à  $y^* = 0.3$ . **(c et f)** Fluctuations de vitesse longitudinale à  $y^* = 1$ . Contours obtenus avec  $\alpha = 0.05$  : **(a, b et c)** .....  $\sigma = 3$ , —  $\sigma = 6$ , - - - sans filtrage. Contours obtenus avec  $\sigma = 6$  : **(d, f et e)** .....  $\alpha = 0,01$ , —  $\alpha = 0,2$ , - - -  $\alpha = 0,05$ .



**Figure 3.10** – Spots dynamique et thermique à  $t^* = 110$  obtenus avec  $\sigma = 6$  et  $\alpha = 0.05$ . **(a)** Contrainte de cisaillement à la paroi; **(b)** Fluctuations de vitesse longitudinale à  $y^* = 0.3$ ; **(c)** Fluctuations de vitesse longitudinale à  $y^* = 1$ ; **(d)** Flux de température à la paroi; **(e)** Fluctuations de température à  $y^* = 0.3$ ; **(f)** Fluctuations de température à  $y^* = 1$ . Contours : **(a, b et c)** ..... spot dynamique détecté avec le champ d'énergie cinétique; — spot dynamique basé sur le champ de vorticité; **(d, f et e)** — spot thermique basé sur le champ de variance de température.

### 3.3 Résultats et discussion

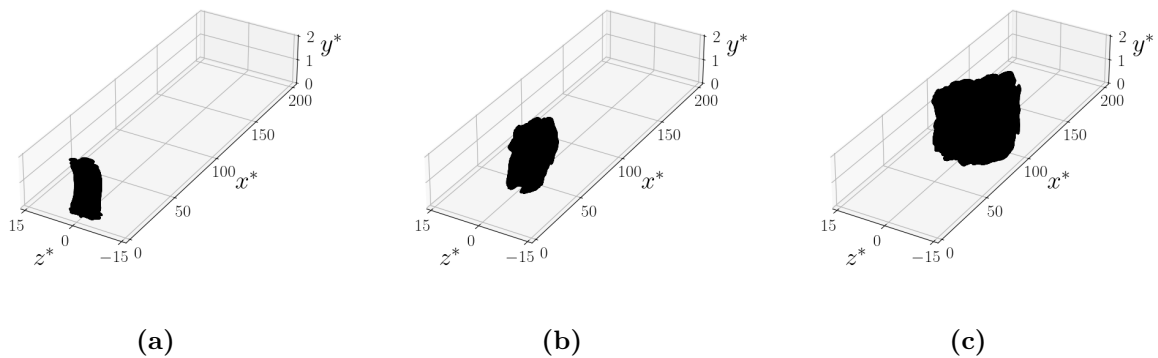
Les résultats obtenus pour la simulation à perturbation initiale forte ( $\epsilon = 0.14$ ) sont présentés dans cette section. Le spot transitionnel croît spatialement et temporellement. Son impact sur le frottement à la paroi est présenté dans la première sous-section. Dans la seconde sous-section, les statistiques déterminées au sein du spot total à partir du champ obtenu à  $t^* = 175$  sont discutées et comparées à celles obtenues dans un canal pleinement turbulent. Cela met en lumière les différences induites par la région d'onde du spot transitionnel. Par ailleurs, toutes les statistiques montrées ci-après ont été calculées à différents  $t^*$  en Annexe B. Dans la troisième sous-section, le transport de l'énergie cinétique turbulente et de la variance de la température sont analysées. L'impact de la région d'onde sur le mélange turbulent est examiné en détails. Les structures cohérentes au sein du spot ainsi que son contenu spectral font l'objet de la dernière section.

#### 3.3.1 Développement spatio-temporel du spot transitionnel

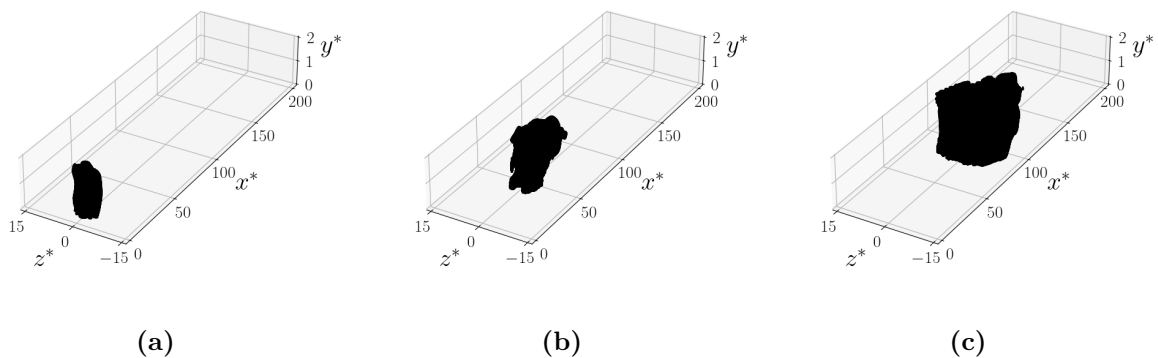
Les spots dynamique et thermique sont des objets tridimensionnels compacts et bien définis. Ils sont donc suivis temporellement et spatialement. Ils se développent de manière similaire (3.11 et 3.12). Les statistiques relatives à l'écoulement et au scalaire passif sont calculées à l'intérieur des spots. Elles sont normalisées par la vitesse de frottement  $u_{\tau_S}$  induite par le spot dynamique, ainsi que la température de frottement  $T_{\tau_S}$  reliée au spot thermique. Ici,  $u_{\tau_S} = \sqrt{\overline{\tau_S}/\rho}$  est la vitesse de frottement au sein du spot dynamique, où  $\overline{\tau_S}$  est la contrainte de cisaillement à la paroi et  $\rho$  la densité du fluide. Dorénavant, la notation  $(\ )_S$  indique une quantité calculée au sein du spot. De manière analogue, la température de frottement est définie comme  $T_{\tau_S} = \left(\frac{\partial T_S}{\partial y}\right)_{y=0} / Re_{\tau_S} Pr$ , avec  $Re_{\tau_S} = (u_{\tau_S} H) / \nu$  le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement  $u_{\tau_S}$  du spot dynamique. Chaque quantité relative à l'écoulement et au champ de scalaire passif est moyennée dans des plans  $x - z$  à chaque position verticale  $y$  du canal. L'hypothèse faite ici est celle d'homogénéité dans les directions longitudinale et transversale au sein des spots dynamique et thermique. L'équilibre des budgets énergétiques associés aux contraintes de Reynolds et à la variance de température a été vérifié, et l'hypothèse est validée pour des temps longs ( $t^* > 100$ ). Les budgets énergétiques seront discutés plus en détail dans la Section 3.3.3.

La perturbation initiale engendre une paire de tourbillons quasi longitudinaux (TQLs) dans les premiers instants de la vie du spot (Henningson, Lundbladh & Johansson (1993)). Lorsque la perturbation initiale est forte ( $\epsilon = 0.14$ ), la paire de TQLs croît temporellement et spatialement jusqu'à ce qu'elle se rompe à  $t^* \approx 40$ , générant ainsi la turbulence initiale du spot transitionnel. Le phénomène est visible à travers l'évolution de la contrainte de cisaillement à la paroi et du flux pariétal de température (Figure 3.14). Le spot transitionnel se développe pour atteindre des longueurs longitudinale et transversale de  $x^* > 50$  et  $z^* > 20$  respectivement, à des temps  $t^* > 100$ . La taille, relativement grande, permet de déterminer les statistiques au sein du spot, bien que les moyennes d'ensemble soient inévitablement calculées avec un seul champ instantané.

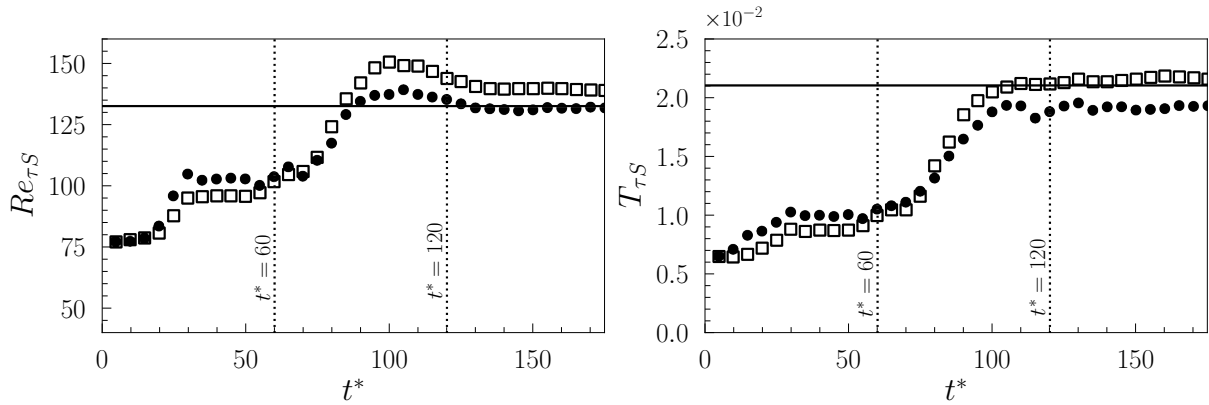
La Figure 3.13 montre l'évolution temporelle de  $Re_{\tau_S}$  et de  $T_{\tau_S}$ . Les lignes continues correspondent au cas d'un canal turbulent à un nombre de Reynolds équivalent, les symboles ronds correspondent au spot entier et les symboles carrés à la partie turbulente du spot. La définition de la partie turbulente sera discutée plus tard. Le nombre de Reynolds  $Re_{\tau_S}$  atteint une valeur plateau qui est quasiment identique à la valeur de  $Re_{\tau}$  obtenue dans le cas d'un canal turbulent développé à  $t^* > 120$ . La température de frottement  $T_{\tau_S}$  atteint également une valeur plateau légèrement inférieure à la valeur obtenue en canal turbulent pour  $t^* > 120$ . Les variables de paroi,  $Re_{\tau_S}$  et  $T_{\tau_S}$ , deviennent comparables avec leurs équivalents respectifs en canal turbulent dès  $t^* > 100$ . Cela montre que les structures pariétales au sein du spot s'installent relativement rapidement et que la région d'onde a un effet limité en proche paroi.



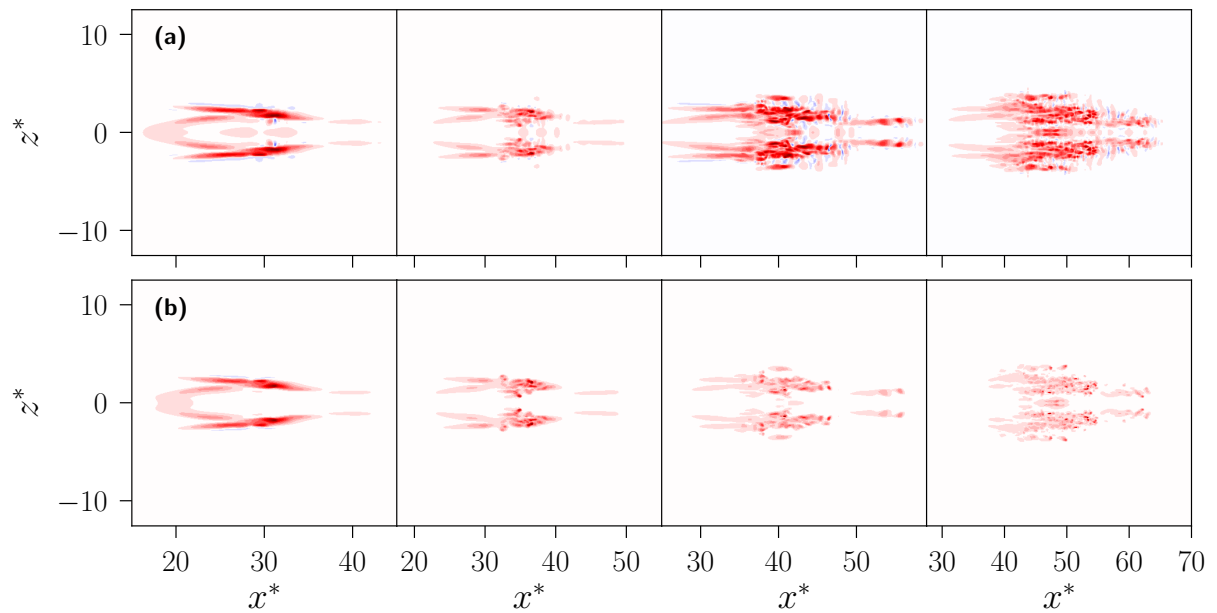
**Figure 3.11** – Évolution temporelle du spot dynamique à  $t^* = 10$  (a),  $t^* = 80$  (b) et  $t^* = 155$  (c).



**Figure 3.12** – Évolution temporelle du spot thermique à  $t^* = 10$  (a),  $t^* = 80$  (b) et  $t^* = 155$  (c).



**Figure 3.13** – Évolution temporelle de  $Re_{\tau_S}$  (à gauche) et de  $T_{\tau_S}$  (à droite). Les lignes continues noires représentent les valeurs obtenues dans le canal pleinement turbulent, qui sont respectivement  $Re_{\tau} = 132.7$  et  $T_{\tau} = 2.1 \times 10^{-2}$ . Les symboles ronds correspondent au spot entier et les symboles carrés à la partie turbulente du spot.



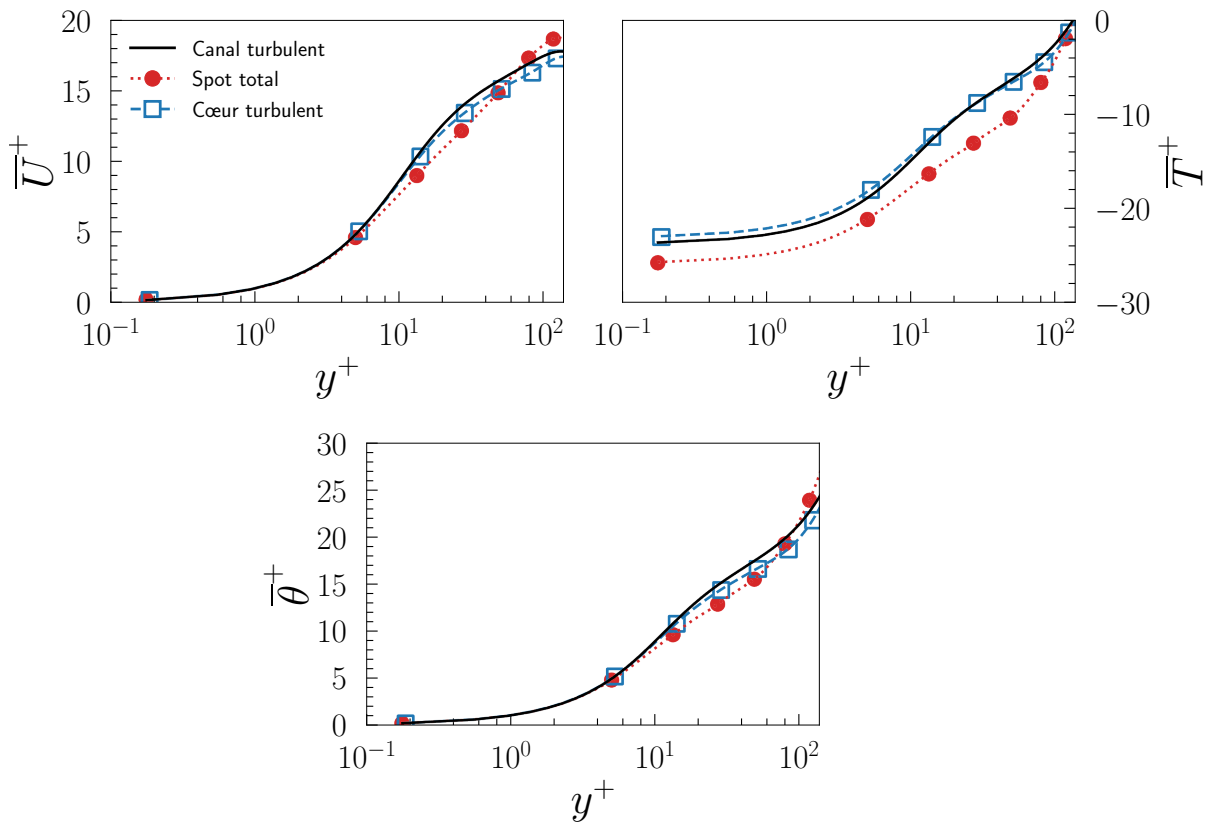
**Figure 3.14** – Évolution temporelle à la paroi inférieure et à  $t^* = \{40, 50, 60, 70\}$ , montrant la rupture des TQLs pour le cas perturbation forte. (a) fluctuation de la contrainte de cisaillement  $\tau'_w$ , (b) fluctuation du flux de température  $q'_w$ .

### 3.3.2 Statistiques au sein du spot transitionnel

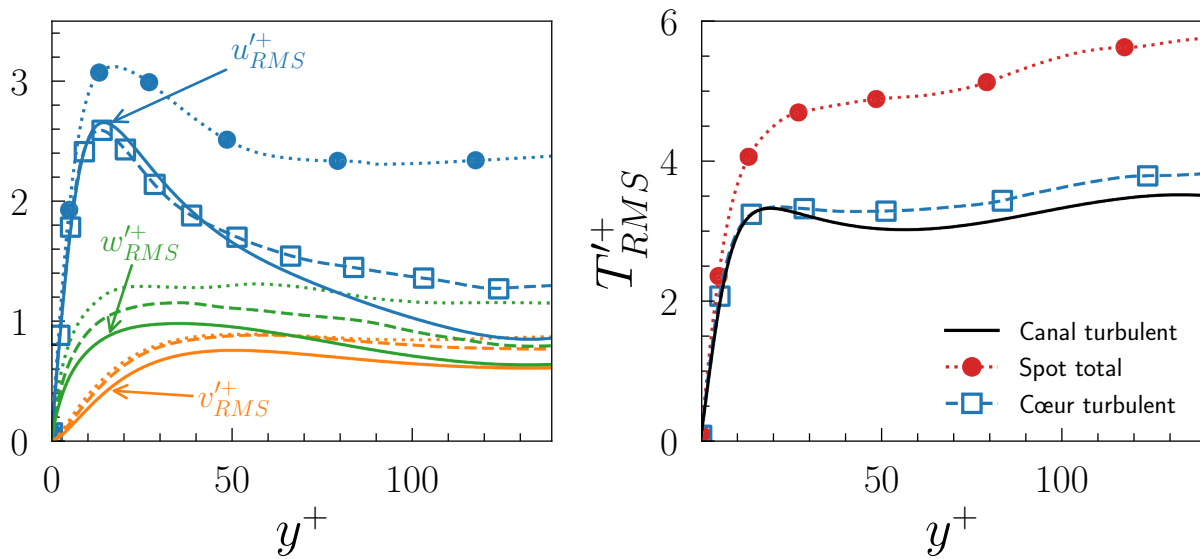
Dès à présent et jusqu'à la fin du chapitre, la notation  $( )^+$  désignera une quantité adimensionnée par les variables  $\nu$ ,  $u_\tau$  (ou  $u_{\tau S}$ ) et  $T_\tau$  (ou  $T_{\tau S}$ ). Dans l'ensemble des résultats présentés dans cette section, les traits continus représentent les statistiques de référence obtenues dans un canal turbulent avec le même nombre de Reynolds et de Prandtl, i.e.  $Re_c = 3000$  et  $Pr = 1$ . L'écoulement de référence (qui sera dorénavant appelé écoulement canonique) est simulé à part dans un domaine de calcul de taille de  $12\pi H \times 2H \times 4\pi H$ , discrétisé en  $768 \times 128 \times 386$  nœuds, ce qui correspond à  $\Delta x^+ = 7.3$  et  $\Delta z^+ = 4.9$ . Les statistiques de référence ont été obtenues en moyennant quarante champs instantanés temporellement indépendants. Pour rappel, deux champs sont considérés comme temporellement indépendants s'ils sont séparés par une fenêtre temporelle équivalente au temps mis par une particule pour parcourir la longueur du canal. Elle est de  $\Delta t^* \approx 50$  pour le canal de référence. Dans les figures qui sont présentées dans cette section, les symboles ronds et carrés correspondent aux statistiques obtenues respectivement dans le spot total et dans le cœur turbulent du spot (il sera explicité par la suite) obtenues avec un seul champ instantané à  $t^* = 175$ . Les fluctuations dans le spot sont déterminées à partir du champ instantané et du profil moyen dans le spot.

La Figure 3.15 montre les profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (en haut à gauche), de température moyenne  $\bar{T}^+$  (en haut à droite) et de température transformée moyenne  $\bar{\theta}^+$  (en bas) calculés au sein du spot à  $t^* = 175$ . Pour rappel, la température transformée est définie par  $\theta = T - T_{inf}$ . Les profils  $\bar{U}^+$ ,  $\bar{T}^+$  et  $\bar{\theta}^+$  obtenus dans leurs spots respectifs (i.e. dynamique et thermique) et les profils obtenus en canal turbulent sont qualitativement proches. Ils diffèrent quantitativement au-dessus de la sous-couche tampon basse ( $y^+ > 10$ ) et sont tous inférieurs à leurs équivalents obtenus en canal turbulent. Il est aussi important de préciser que  $\bar{U}^+ \propto \log(y^+)$  dans une grande partie du canal ( $20 < y^+ < 130$ ), même si un profil log établi requiert des conditions difficilement imaginables au sein du spot.

La Figure 3.16 montre respectivement les profils RMS (*Root-Mean-Square*) des fluctuations de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}^+$ ), verticale ( $v'_{RMS}^+$ ) et transversale ( $w'_{RMS}^+$ ), et des fluctuations de température ( $T'_{RMS}^+$ ). L'intensité des fluctuations dans le spot total est plus importante que celles d'un canal turbulent et les profils commencent à différer à partir de la couche externe basse ( $y^+ = 10$ ). Les écarts deviennent ensuite plus importants jusqu'à atteindre un facteur 2.5 pour ( $u'_{RMS}^+$ ) et un facteur 2 pour ( $T'_{RMS}^+$ ) au centre du canal. Cela suggère que le mélange turbulent au sein du spot est meilleur qu'en canal turbulent (ce point sera détaillé par la suite dans la Section 3.3.4). Les différences sont moins notables en ce qui concerne les intensités des fluctuations de vitesses normale à la paroi et transversale.



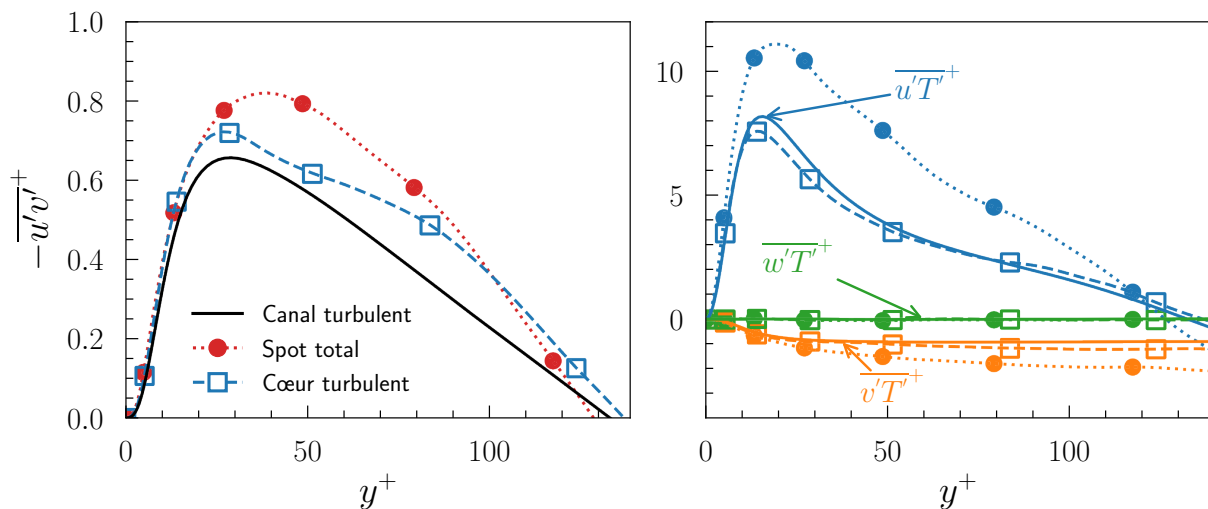
**Figure 3.15** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (en haut à gauche), de température moyenne  $\bar{T}^+$  (en haut à droite) et de température transformée moyenne  $\bar{\theta}^+$  (en bas) obtenus à  $t^* = 175$ .



**Figure 3.16** – Profils des RMS de vitesses  $u_i'^+$  (à gauche) et des RMS de température  $T'^+$  (à droite) obtenus à  $t^* = 175$ .

La Figure 3.17 montre le profil de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  (à gauche) et les corrélations vitesses-température (à droite). La différence entre le profil de la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  obtenu dans le spot et celui obtenu dans un canal turbulent n'est pas significative, suggérant une décorrélation entre la vitesse longitudinale et la vitesse verticale dans la région d'onde. Encore une fois, l'intensité des corrélations vitesses-température est plus importante au sein du spot que celle obtenue en canal turbulent, avec un facteur 2 pour la corrélation  $\overline{v'T'}$  et un facteur  $\approx 1.5$  pour la corrélation  $\overline{u'T'}$ . Il y a également une forte corrélation entre la vitesse longitudinale et la température en proche paroi et une forte corrélation entre la vitesse verticale et la température au centre du canal comme suggéré en Section 3.2.1. Cela explique pourquoi les longues stries obliques se retrouvent dans le champ de température au centre du canal.

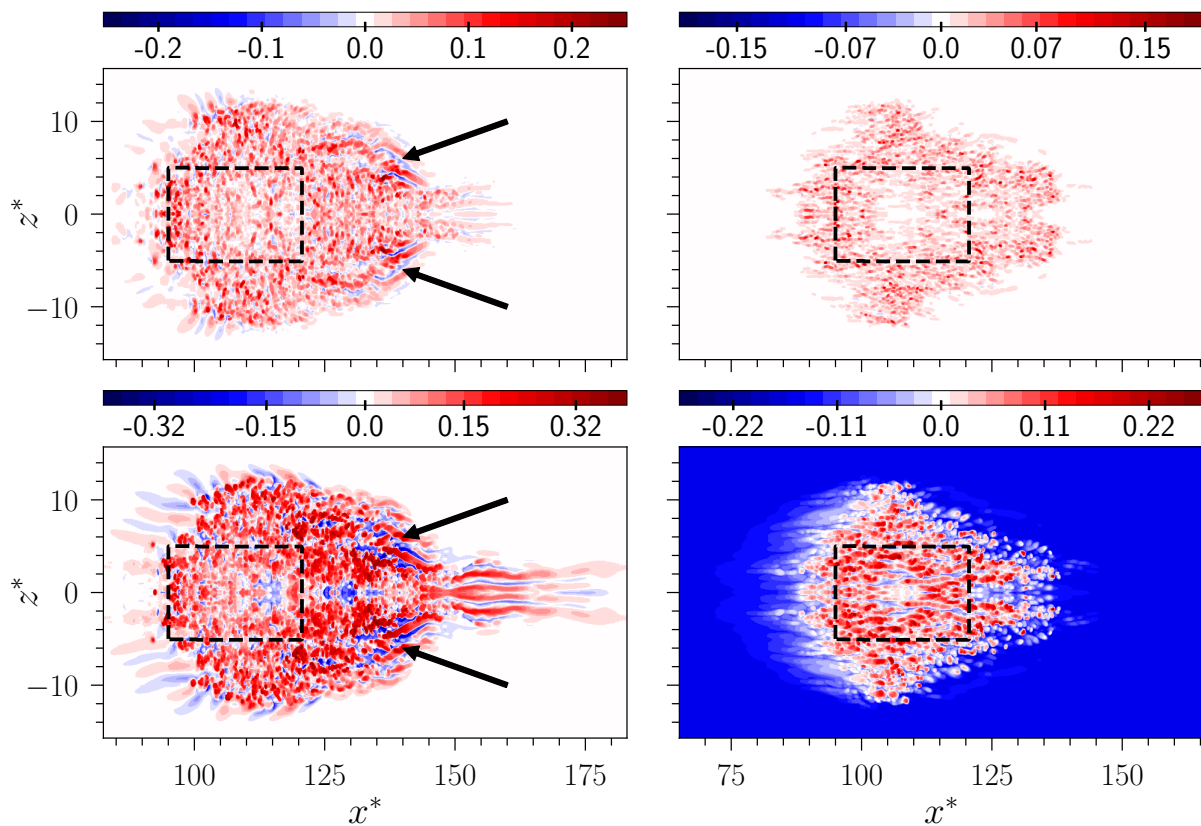
Les résultats discutés jusqu'à présent sont ceux obtenus dans le spot total, donc en prenant en compte la partie turbulente du spot et la région d'onde en amont. La Figure 3.18 (en haut à gauche) montre les fluctuations de vitesse verticale  $v'_S$  au centre du canal à  $t^* = 175$ . Elles sont obtenues en retirant au champ instantané la moyenne de la vitesse verticale  $\overline{V_S}$  obtenue dans le spot total. Les fluctuations de température  $T'_S$  dans le spot sont déterminées de la même manière. Ce sont donc les fluctuations relatives au spot qui sont montrées. Les champs sont structurellement similaires à ceux discutés dans la Section 3.2.1. Pour rappel, la longueur des stries présentes dans la région d'onde peut atteindre jusqu'à  $10H$ . Elles sont responsables de l'intensité importante des fluctuations (Lagha (2007) et Henningson & Kim (1991)). Cela entraîne l'augmentation de l'intensité des statistiques, mais affecte modérément la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$ .



**Figure 3.17** – Contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  (à gauche) et corrélations vitesses température (à droite) obtenus à  $t^* = 175$ .



Contrairement à l'identification du spot total présentée en Section 3.2.2, il n'existe pas de critère objectif pour définir et détecter le cœur turbulent. Dans la littérature, [Lagha \(2007\)](#) et [Henningson & Kim \(1991\)](#) ont tous deux défini (sans justification) le cœur turbulent du spot comme une boîte rectangulaire excluant la région d'onde de manière quelque peu arbitraire. Dans l'étude présentée ici, le cœur turbulent est détecté de manière itérative pour être le plus précis possible. Il est d'abord considéré comme une boîte rectangulaire englobant le spot en entier. Par la suite, la taille de la boîte a été diminuée de manière progressive jusqu'à ce que les statistiques obtenues dans celle-ci soient le plus proche possible des statistiques obtenues en canal turbulent. Le cœur turbulent ainsi détecté est représenté en pointillé sur la Figure 3.18. Il est similaire à ceux définis par [Lagha \(2007\)](#) et [Henningson & Kim \(1991\)](#).



**Figure 3.18** – Contours du champ de vitesse verticale local et instantané au centre du canal (**en haut à gauche**) et à  $y^+ = 10$  (**en haut à droite**). Champ de température local et instantané au centre du canal (**en bas à gauche**) et à  $y^+ = 10$  (**en bas à droite**). Tous les champs sont obtenus à  $t^* = 175$ . Le rectangle en pointillés représente le cœur turbulent, et les flèches montrent les longues ondes obliques en amont du spot.

La Figure 3.18 (droite) montre les cœurs turbulents obtenus en proche paroi ( $y^+ = 10$ ). Les ondes, bien que présentes majoritairement au centre du canal, induisent néanmoins des effets en proche paroi. Cela se remarque davantage sur la courbe de l'évolution temporelle de la température de frottement  $T_{\tau S}$  présentée en Figure 3.13 où la valeur atteinte est environ 10% inférieure à celle obtenue en écoulement canonique. La température de frottement calculée au sein du cœur turbulent est quasiment identique à celle obtenue en

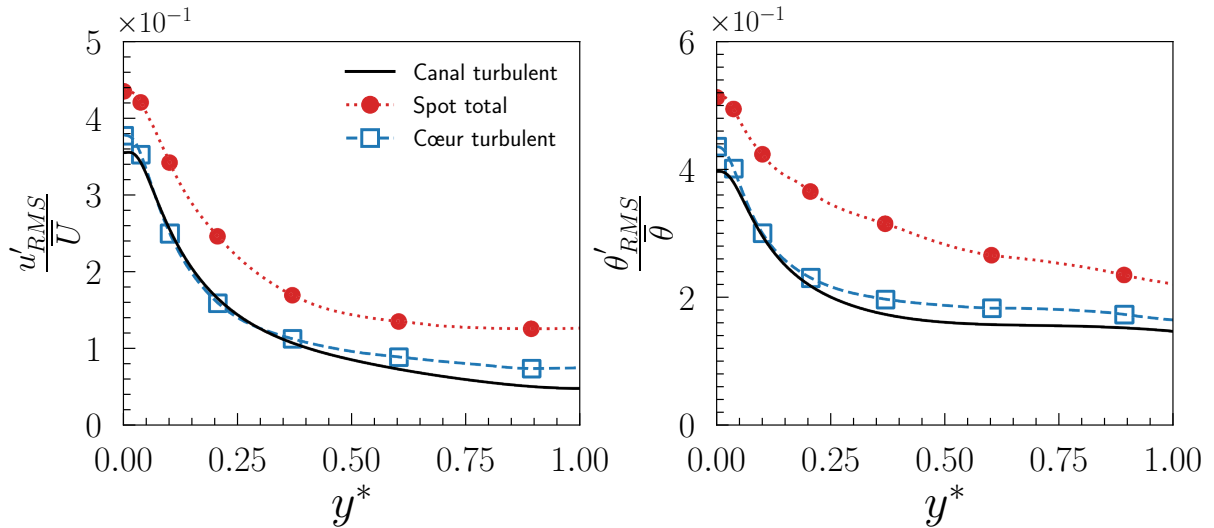
canal turbulent. Le cœur turbulent correspond donc à une région au sein du spot où les effets des ondes obliques sont fortement atténués.

Un point important à préciser est que le cœur turbulent du spot thermique et celui du spot dynamique coïncident. Sa taille est de  $L_x^* \approx 8\pi$  et  $L_z^* \approx 3\pi$ . Le canal de référence (de taille  $12\pi H \times 2H \times 4\pi H$ ) et le cœur turbulent occupe donc un espace quasiment identique dans les directions longitudinale et transversale.

Les statistiques obtenues dans le cœur turbulent du spot sont représentées avec les symboles carrés dans les Figures 3.15 à 3.17. Elles sont adimensionnées avec la vitesse de frottement et la température de frottement du cœur turbulent (région en pointillé sur la Figure 3.18). Les profils de la vitesse et de la température moyenne dans le cœur turbulent et en écoulement canonique sont maintenant presque identiques (Figure 3.15). Il y a une concordance quasiment parfaite entre le profil des RMS de fluctuations de température obtenu dans le cœur turbulent du spot et celui obtenu en écoulement canonique (Figure 3.16). Les profils de l'intensité turbulente des fluctuations de vitesse longitudinale ( $u_{RMS}^+$ ) sont également similaires dans le cœur turbulent et l'écoulement de référence dans la couche interne. Cependant, un écart relativement faible subsiste dans la couche externe. Les différences entre les profils de ( $v_{RMS}^+$ ) et ( $w_{RMS}^+$ ) dans le cœur turbulent et l'écoulement canonique sont marginales.

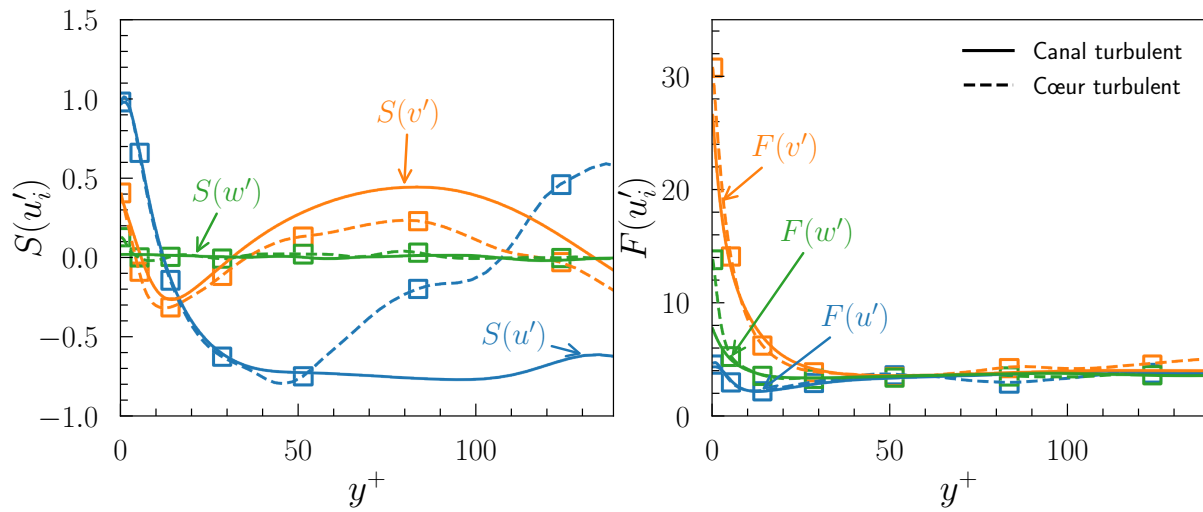
Les corrélations (flux turbulents)  $\overline{v'T'^+}$  et  $\overline{u'T'^+}$  dans le cœur turbulent et l'écoulement canonique sont presque identiques (Figure 3.17). Il est également important de noter qu'il y a peu de différence entre la contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}$  dans les deux cas (Figure 3.17 à gauche). La région d'onde affecte peu ( $v_{RMS}^+$ ) et  $-\overline{u'v'}$ . Elle est caractérisée par de longues stries obliques et joue donc un rôle similaire (mais absolument pas identiques) aux Mouvements à Grandes Échelles (MGE pour « Large Scale Motions ») d'un écoulement canonique (Townsend (1976)). Les MGE résultent de l'alignement cohérent des groupes de structures dans la couche tampon et log dans les écoulements turbulents. Ils sont passifs dans la mesure où ils contribuent à l'intensité turbulente de la vitesse longitudinale et transversale, mais pas à la contrainte de Reynolds. Ils ont un impact aux nombres de Reynolds modérés et grands tel que  $Re_\tau > 700$ . Ce point sera éclairci dans la Section 3.3.6. Le lecteur intéressé par ces aspects est invité à se référer à Tardu (2014). Les structures induites par la région d'onde et les MGE de l'écoulement canonique sont bien sûr structurellement différents et proviennent de mécanismes distincts.

Les quantités désignées par structurelles, comme  $q'_{RMS}/\bar{q}$  d'une quantité  $q$ , sont indépendantes de l'adimensionnalisation et donc des valeurs locales de vitesse de frottement et de température de frottement. La Figure 3.19 montre ( $u'_{RMS}/\bar{U}$ ) et ( $\theta'_{RMS}/\bar{\theta}$ ). Les profils dans le cœur turbulent coïncident avec leurs homologues en écoulement canonique.

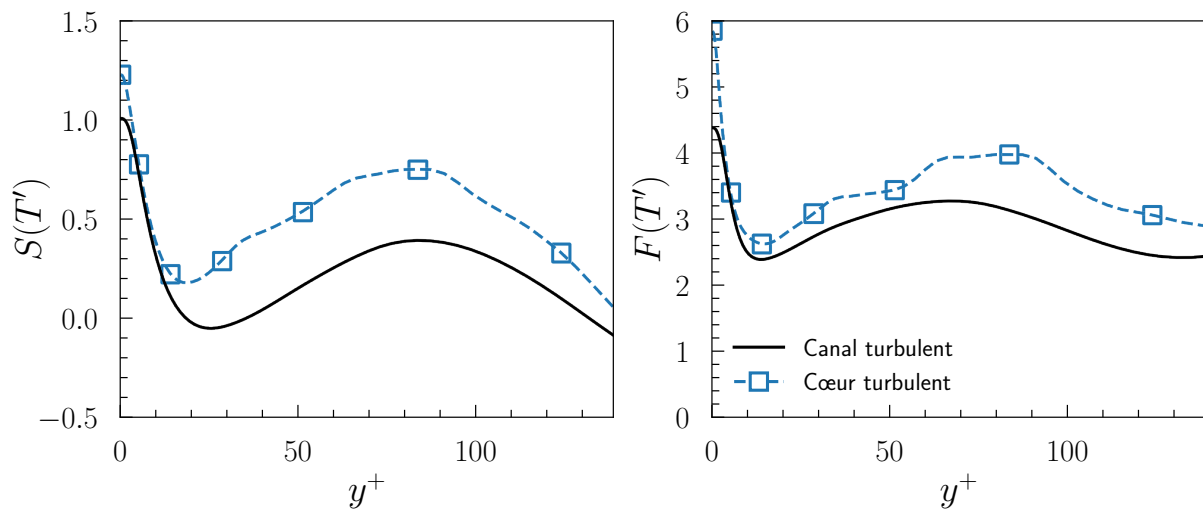


**Figure 3.19** – Fonctions structurales pour la vitesse longitudinale ( $u'_{RMS}/\bar{U}$ ) (à gauche) et la température transformée ( $\theta'_{RMS}/\bar{\theta}$ ) (à droite) obtenues à  $t^* = 175$ .

Les Figures 3.20 et 3.21 montrent les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement des fluctuations de vitesses et de température. Pour rappel, le facteur de dissymétrie est défini par  $S(q') = \overline{q'^3}/(q'_{RMS})^{3/2}$  et le facteur d'aplatissement par  $F(q') = \overline{q'^4}/(q'_{RMS})^2$  pour une quantité  $q$ . Elles requièrent un grand nombre de champs instantanés temporellement indépendant pour converger. À titre d'exemple, un total de quarante champs instantanés couvrant un temps de 1000 ( $u_c/H$ ) a été utilisé pour obtenir les statistiques en écoulement turbulent canonique. Globalement, la structure fine du champ fluctuant de la vitesse et du scalaire du cœur turbulent est qualitativement similaire à l'écoulement canonique, et ce, malgré le fait que  $S$  et  $F$  soient déterminés dans un sous-domaine d'un seul champ instantané. La seule différence notable est la valeur positive de  $S(u')$  obtenu dans le cœur turbulent près du centre du canal, alors que  $S(u') < 0$  dans la couche externe en écoulement canonique. Ce point reste énigmatique et aucune explication tangible n'a été trouvée. La convergence peut être améliorée en se basant sur plusieurs ensembles statistiquement indépendants (Lesieur (2014)). L'idée est de changer légèrement les conditions initiales, comme l'amplitude de la perturbation  $\epsilon_p$  dans l'Équation (3.1.0.1) et de procéder à des moyennes sur les ensembles à  $t^*$  donné. La procédure est cependant couteuse en temps de calcul.



**Figure 3.20** – Profils des facteurs de dissymétrie (à gauche) et d'aplatissement (à droite) pour les fluctuations de vitesses, obtenus à  $t^* = 175$ .



**Figure 3.21** – Profils des facteurs de dissymétrie (à gauche) et d'aplatissement (à droite) pour les fluctuations de température, obtenus à  $t^* = 175$ .

### 3.3.3 Équation de transport

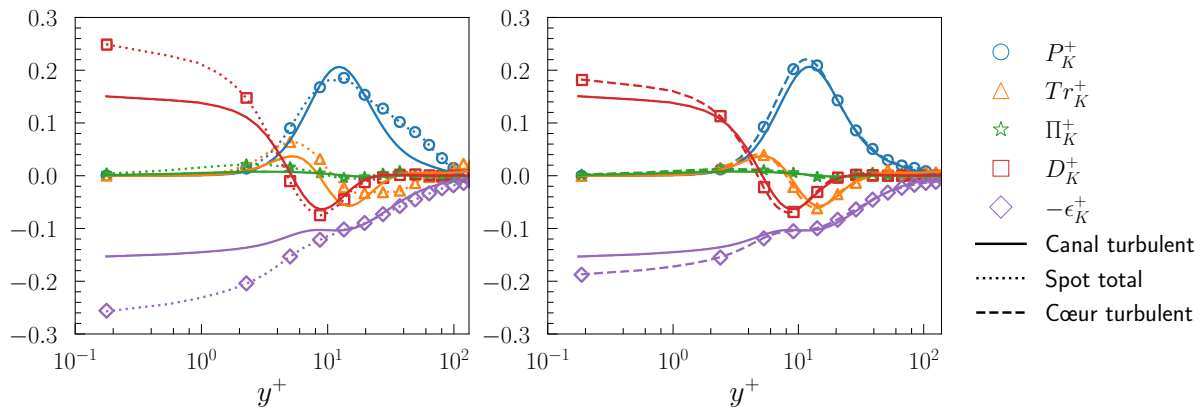
Les équations de transport de l'énergie cinétique  $K$  et de la variance des fluctuations de température  $\overline{T'T'}$  sont discutées dans la Section 2.3.3. Pour rappel, la notation  $( )^+$  désigne l'adimensionnalisation basée sur les échelles internes de l'écoulement, i.e. basée sur la viscosité cinématique  $\nu$ , la vitesse de frottement  $u_\tau$  et la température de frottement  $T_\tau$ . Les échelles internes sont déterminées de manière indépendante, soit dans le spot total, soit dans le cœur turbulent du spot (Figure 3.13).

Les traits en continu dans les Figures 3.23 et 3.22 correspondent aux termes de transport obtenus dans le canal turbulent. Les équations de transport 2.3.3.1 et 2.3.3.2 sont valides pour un écoulement canonique, homogène dans les directions longitudinales et transversales. Le spot « total » n'est évidemment pas homogène dans ces directions. Il y a donc des effets dispersifs dus à la distribution non uniforme des moyennes dans les directions  $x$  et  $z$ . Les quantités  $\Sigma_K$  et  $\Sigma_T$  ne sont pas nulles, car les moyennes dans les plans  $x - z$  ne tiennent pas compte des variations longitudinale et transversale locales.

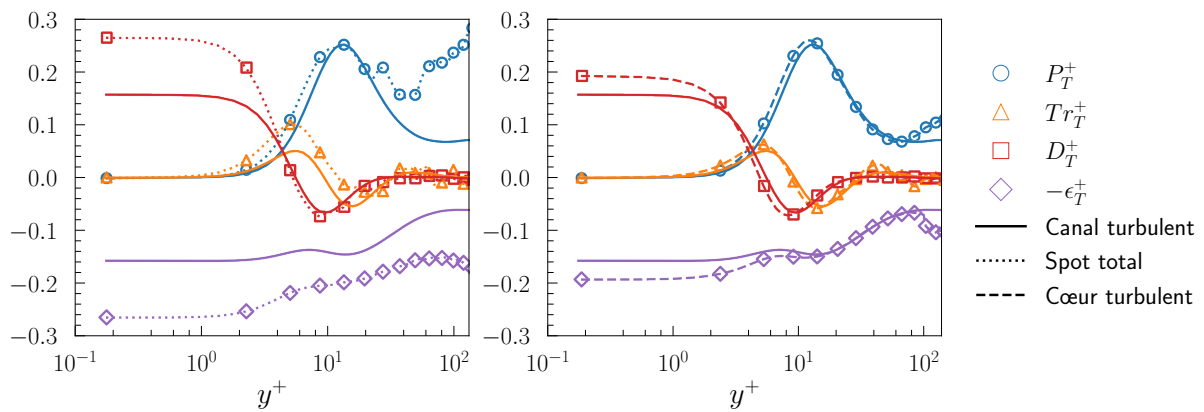
Les Figures 3.22 et 3.23 comparent les termes de transport dans le spot total à leurs équivalents respectifs en canal turbulent. Les effets dispersifs sont particulièrement visibles dans la région externe, notamment au centre du canal où  $\Sigma_T \approx 0.1 \neq 0$ . Ils sont néanmoins peu importants, ce qui suggère que la région d'onde occupe un espace limité au sein du spot et a un faible impact sur l'homogénéité. Un des effets de la région d'onde est l'augmentation de la production  $P_K^+$  et  $P_T^+$  à partir de  $y^+ \approx 20$  jusqu'au centre du canal. Cela est nettement plus visible sur la Figure 3.23 (à gauche). L'augmentation de production, comparée à celle obtenue en canal turbulent, pourrait expliquer les intensités importantes obtenues de  $u'_{RMS}$  et  $T'_{RMS}$  dans cette région (Figure 3.16). De plus, la région d'onde a un impact en proche paroi, comme en témoignent les termes de diffusion moléculaire et de dissipation qui sont systématiquement plus importants que leurs équivalents obtenus en canal turbulent.

De manière quelque peu surprenante, les directions longitudinale et transversale sont homogènes au sein du cœur turbulent. Il n'y a plus d'effets dispersifs et  $\Sigma_K \approx 0$ , ainsi que  $\Sigma_T \approx 0$  comme en témoignent les Figures 3.22 et 3.23. Les différents termes des équations de transport 2.3.3.1 et 2.3.3.2 coïncident avec leurs équivalents respectifs obtenus en canal turbulent, mis à part quelques différences mineures au centre du canal.

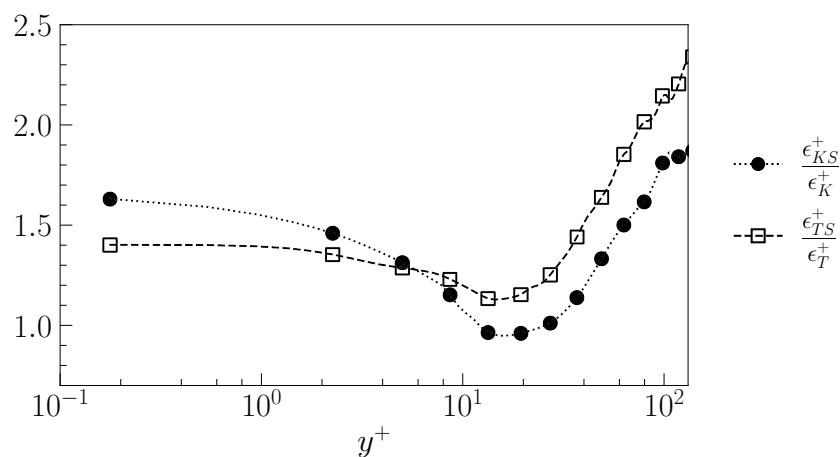
Un point à aborder est le mélange turbulent à petite échelle, qui sera détaillé dans la Section 3.3.4 et qui est lié au terme de dissipation  $\epsilon_K^+$ . La Figure 3.24 montre les rapports de  $\epsilon_K^+$  et  $\epsilon_T^+$  du spot total et ceux de l'écoulement canonique. Les dissipations de l'énergie cinétique et de la variance des fluctuations de température obtenues sont systématiquement plus importantes dans le spot total, atteignant un rapport d'un facteur deux au centre du canal.



**Figure 3.22** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  obtenus dans le spot total (à gauche) et dans le cœur turbulent du spot (à droite) à  $t^* = 175$ .



**Figure 3.23** – Profils des termes de l'équation de transport de la variance des fluctuations de température  $\overline{T'T'}$  obtenus dans le spot total (à gauche) et dans le cœur turbulent du spot (à droite) à  $t^* = 175$ .



**Figure 3.24** – Rapport entre les dissipations  $\epsilon_K^+$  et  $\epsilon_T^+$  obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  et celles obtenues dans l'écoulement canonique.

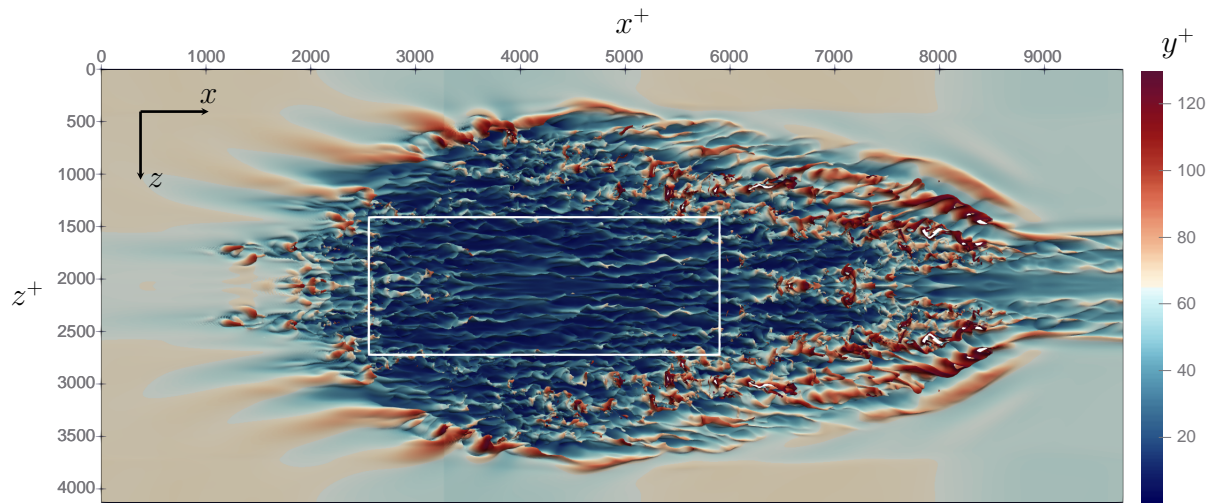
### 3.3.4 Mélange turbulent

La région d'onde a un impact considérable sur la dynamique de l'écoulement et le transport de scalaire comme ce fut montré dans les sous-sections précédentes. Les fluctuations et les RMS de vitesses et de température sont plus importantes dans le spot total que dans un canal turbulent. Cela pourrait donc avoir un effet avantageux du point de vue du mélange turbulent à petite échelle qui serait alors amélioré. Celui-ci comporte trois étapes principales comme expliqué par [Yakhot \(2008\)](#) :

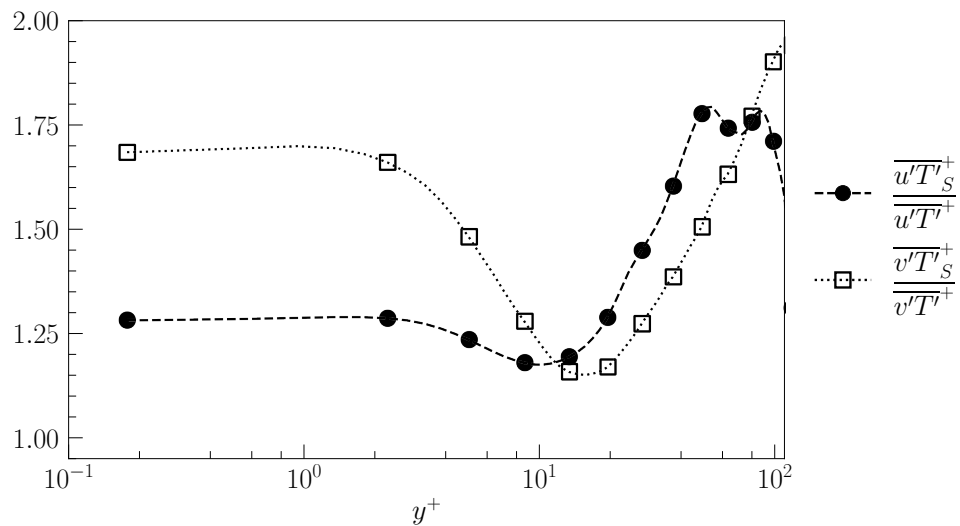
- (i) l'entraînement,
- (ii) l'advection et l'étirement menant à la formation de fines couches, i.e. le mélange par brassage aléatoire,
- (iii) la diffusion moléculaire à travers des couches de dissipation.

L'entraînement est la formation de poches d'une substance B, dans un écoulement turbulent qui est enrichi en substance A. Dans la situation actuelle, les panaches de température ( $T^* = -0.25$  par exemple) représenteraient la substance B, bien que la "poche" soit plutôt associée à une "blob" (Figure 1 [Sreenivasan \(2019\)](#)). La région d'onde est à l'origine de panaches de température de grandes tailles, s'étendant jusqu'à la demi-hauteur du canal. La Figure 3.25 montre les contours de température instantanée  $T^* = -0.25$  à  $t^* = 175$  dans le spot thermique total. Seule la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) est montrée dans la figure. La présence de panaches de température froide qui s'élèvent jusqu'au centre du canal se remarque en périphérie du spot. Ils sont plus présents dans la région d'onde où ils prennent la forme de structures torsadées. Bien que les ondes obliques s'étendent jusqu'à  $10H$  (Figure 3.18), les panaches de températures sont présents entre  $4500 < x^+ < 8500$ , soit une longueur d'environ  $30H$ . Cela montre que l'auto-interaction des ondes obliques, qui s'étend au-delà de la région d'onde, contribue également aux fluctuations importantes. De plus, les contours de température  $T^* = -0.25$  sont représentés par une fine couche  $y^+ < 20$  dans le cœur turbulent du spot (délimité par un contour blanc en Figure 3.25), ce qui présume de son caractère turbulent (ce qui a été confirmé avec l'étude des statistiques de la partie précédente). Bien évidemment, le même comportement pour  $T^*$  est observable sur la partie supérieure du canal (non montré ici), où des panaches de température chaude atteignent le centre du canal. Des panaches s'étendent jusqu'au centre du canal en aval du cœur turbulent. Cela pourrait expliquer les écarts observés au centre du canal entre les statistiques obtenues dans le cœur turbulent et celles d'un écoulement canonique.

La Figure 3.26 montre les rapports entre les flux  $\overline{u'T'_S^+}$  et  $\overline{v'T'_S^+}$  du spot total aux flux dans l'écoulement canonique. Les rapports sont systématiquement plus grands que 1 et le flux vertical est, en moyenne, 50% plus important dans le spot total. Le responsable de la croissance des flux turbulents est la région d'ondes obliques en amont du spot.



**Figure 3.25** – Panaches de température instantanée  $T^* = -0.25$  au sein du spot thermique total à  $t^* = 175$ . Les contours sont colorés en fonction de la position verticale  $y^+$  dans le canal allant de 0 (paroi inférieure) à  $Re_\tau$  (centre du canal).



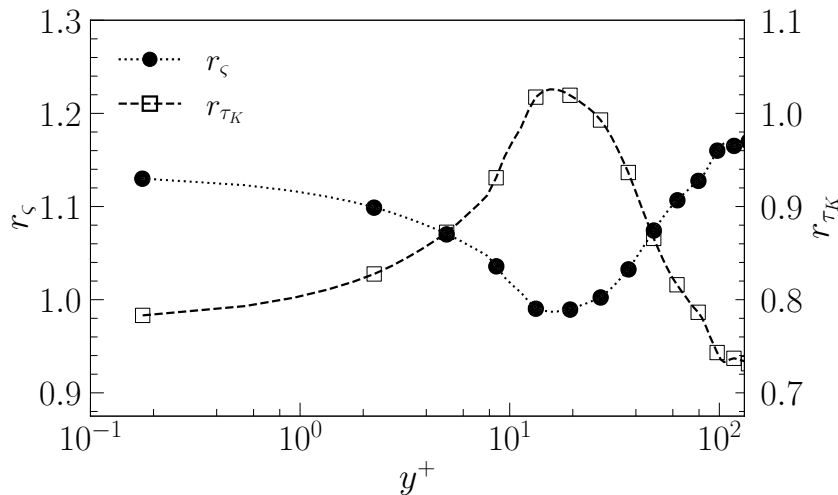
**Figure 3.26** – Rapport des flux turbulents longitudinaux et verticaux obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  et ceux obtenus dans le canal turbulent.



Le temps typique associé au mélange par brassage aléatoire est égal au temps de retournement d'une structure  $t_K \propto \tau_{\text{eddy}} \sim \frac{L}{w'_{RMS}}$  où  $L$  est une grande échelle associée à un blob (poche locale) de température. Pour rappel, l'intensité des fluctuations de vitesse est environ deux fois plus importante dans le spot total qu'en son cœur turbulent (Figure 3.16). Par conséquent, le temps de brassage devrait être environ deux fois plus court au sein du spot total comparé à écoulement canonique, ce qui renforce la seconde étape du mélange turbulent.

Enfin, le temps associé à la diffusion moléculaire est plus court que  $t_K$ . Le mélange turbulent est piloté par l'échelle de Kolmogorov  $\eta_K = (\nu^3/\epsilon_K)^{1/4}$  qui est égale ici à l'échelle de Batchelor du scalaire  $\eta_T = \eta_K Pr^{-1/2}$ , car  $Pr = 1$ . Le temps associé aux échelles de dissipation ou temps de mélange à petites échelles est  $\tau_K = (\nu/\epsilon_K)^{1/2}$  (Sreenivasan (2019) et Warhaft (2000)). Le rapport entre les temps associés aux échelles de dissipation obtenus dans le spot et dans le canal turbulent est alors défini comme  $r_{\tau_K} = \tau_{KS}/\tau_K = (\epsilon_K/\epsilon_{KS})^{1/2}$ . Une autre quantité à analyser est le rapport surface/volume défini comme  $\varsigma \sim 1/\eta_K$  (Dimotakis (2005)). Le rapport  $r_\varsigma = \varsigma_S/\varsigma = (\epsilon_{KS}/\epsilon_K)^{1/4}$  est déterminé afin d'estimer l'impact de la région d'onde sur le rapport surface/volume.

La Figure 3.27 montre les profils de  $r_{\tau_K}$  et  $r_\varsigma$  représentés respectivement par des ronds noirs et carrés blancs. L'influence de la région d'onde et de l'auto-interaction des ondes obliques qui génèrent de la turbulence s'étend dans tout le canal. Le rapport  $r_\varsigma$  est systématiquement plus grand que 1 et atteint un maximum de 1.16 au centre du canal, ce qui montre que le rapport surface/volume est amélioré dans le spot total. La quantité  $r_{\tau_K}$  est inférieure à 1 sur presque l'ensemble du canal, montrant que le mélange à petites échelles est environ 25% plus rapide au centre.



**Figure 3.27** – Rapport surface/volume (ronds noirs, axe de gauche) et temps associé à la diffusion moléculaire (carrés blancs, axe de droite) obtenus dans le spot à  $t^* = 175$  et normalisés par leurs équivalents respectifs obtenus en canal turbulent.

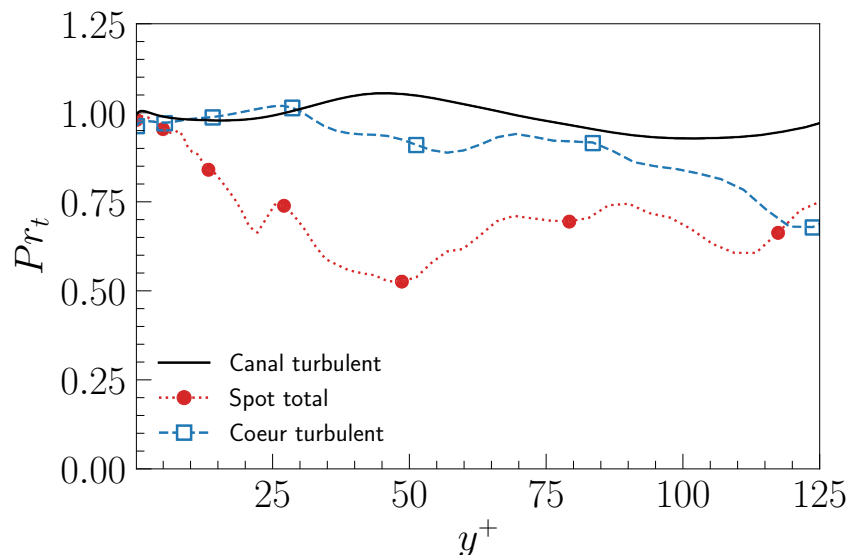
### 3.3.5 Nombre de Prandtl turbulent

Le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  est défini comme le rapport de la viscosité turbulente  $\nu_t$  à la diffusion turbulente  $\alpha_t$  :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} = \frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'T'}} \frac{\partial \overline{T} / \partial y}{\partial \overline{U} / \partial y} \quad (3.3.5.1)$$

Le nombre  $Pr_t$  est une propriété de l'écoulement et dépend des échelles turbulentes (Nellis & Klein (2008), Pope (2000)). Il est généralement admis à travers l'analogie de Reynolds que  $Pr_t$  est constant dans la sous-couche logarithmique d'un écoulement turbulent en canal canonique, lorsque  $Pr \approx 1$  (Kays (1994), Yakhot *et al.* (1987)).

La Figure 3.28 montre  $Pr_t$  dans le spot total, en son cœur turbulent et dans un canal turbulent. En canal turbulent,  $Pr_t$  est proche de l'unité. Le nombre  $Pr_t$  est similaire à son équivalent en écoulement canonique dans le cœur turbulent, mais il atteint des valeurs autour de 0.7 dans la zone centrale. En revanche,  $Pr_t$  est systématiquement et significativement plus faible dans le spot total. En d'autres termes, il y a une forte dissimilitude entre le transport de quantité de mouvement et de scalaire passif au sein du spot. Le transfert du scalaire passif par diffusion turbulente domine largement le transport de la quantité de mouvement par la viscosité turbulente. Il va sans dire que  $Pr_t < 1$  est bénéfique en termes de transfert de chaleur turbulent. Il y a donc tout intérêt à maintenir un écoulement proche de la transition avec des spots, bien que cela soit difficile en pratique.

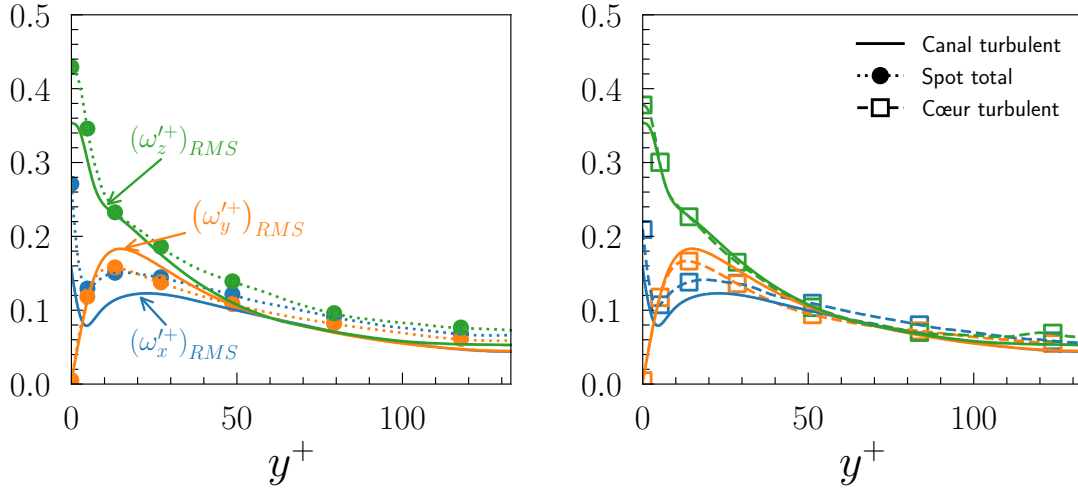


**Figure 3.28** – Nombres de Prandtl turbulent obtenus dans le spot total (rond rouge), son cœur turbulent (carrés bleus) à  $t^* = 175$  et en canal turbulent (trait continu noir).

Ces estimations ne sont pas négligeables, mais devraient être confirmées avec une étude dédiée, en déposant un blob de température dans un spot transitionnel et en étudiant successivement les étapes du mélange turbulent : l'étirement, le repliement et la fragmentation (Sreenivasan (2019)).

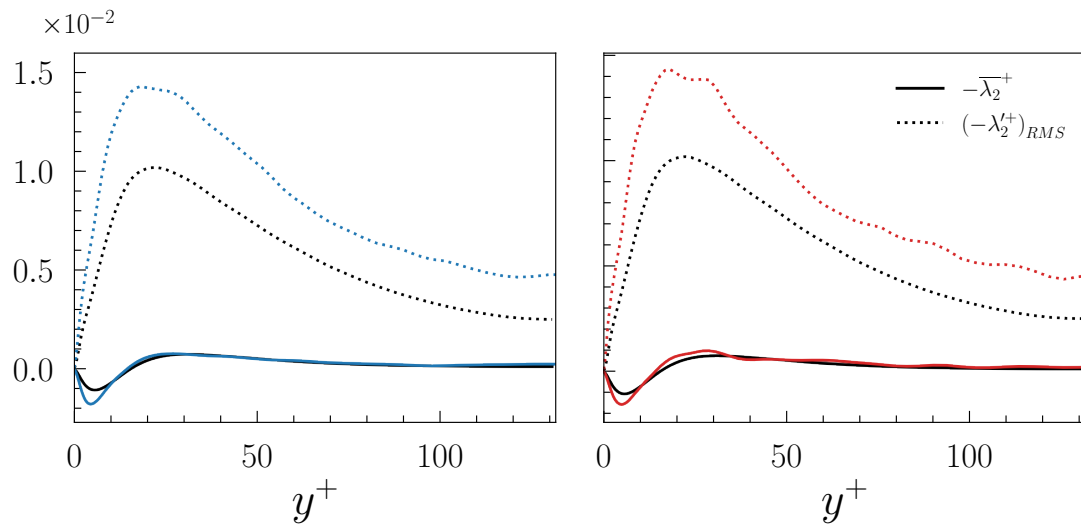
### 3.3.6 Structures cohérentes au sein du spot

La Figure 3.29 montre les profils des intensités du champ de vorticité. Le minimum et le maximum local observés dans les distributions des RMS de la vorticité longitudinale  $\omega'_x$  permettent d'estimer les caractéristiques des tourbillons quasi-longitudinaux (TQLs)   travers un modèle de tourbillon de Rankine (Kim *et al.* (1987), Moser (1984)). Les TQLs sont donc situés majoritairement à  $y^* \approx 16$  et  $y^* \approx 20$  et ont un diamètre d'environ 11 et 15, respectivement pour le spot total et son cœur turbulent. Leur intensité est de  $|\omega'_x| \approx 0.12$ , soit légèrement inférieur que les TQLs en canal turbulent pleinement développé. Les profils moyens et les RMS de  $-\lambda_2^+$  peuvent également être analysés pour déterminer la position des TQLs (Jeong *et al.* (1997)). Pour rappel, le maximum local des RMS de  $-\lambda_2^+$  est atteint à la position à laquelle les structures cohérentes sont majoritairement présentes. Les profils moyens et les RMS de  $-\lambda_2^+$  obtenus au sein du spot total et de son cœur turbulent sont présentés sur la Figure 3.30. Ils sont qualitativement similaires à ceux obtenus en canal turbulent. Que ce soit pour le spot total ou son cœur turbulent, les deux profils diff rent peu et le maximum de  $(-\lambda_2^+)_{RMS}$  est atteint à  $y^+ \approx 20$ .

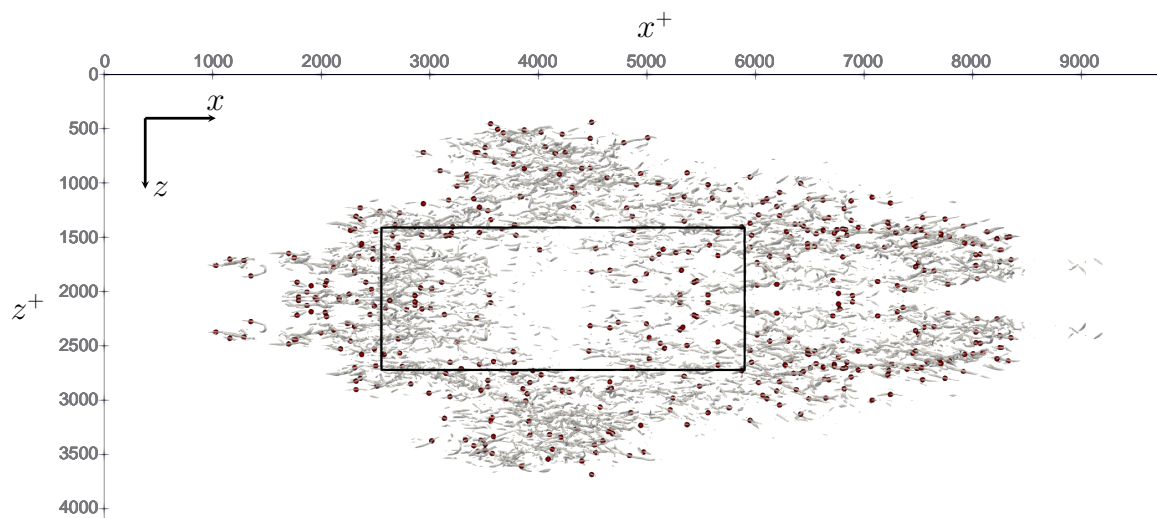


**Figure 3.29** – Profils RMS de vorticité  $\omega'_x$ ,  $\omega'_y$  et  $\omega'_z$  obtenus dans le spot total (**  gauche**) et son cœur turbulent (**  droite**)    $t^* = 175$ .

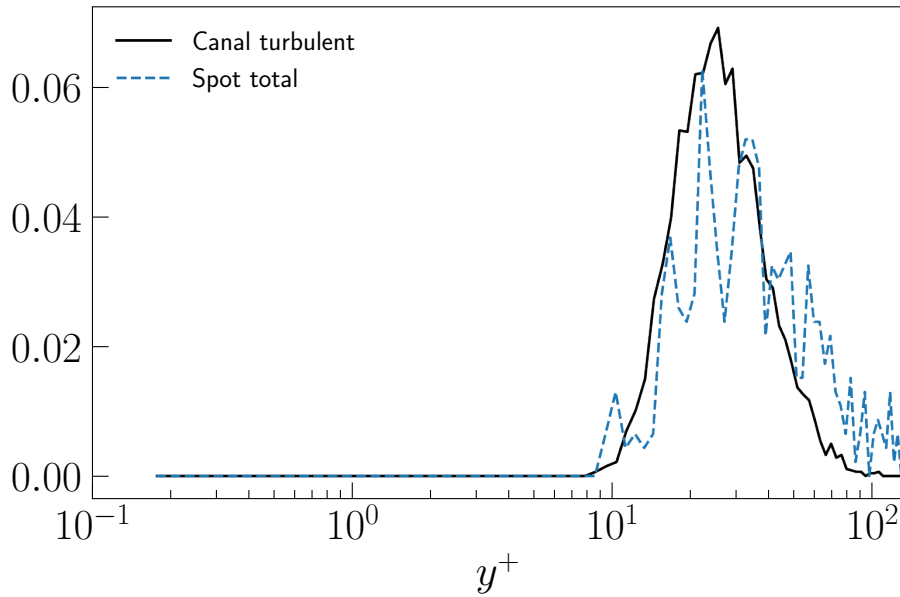
La Figure 3.31 montre la distribution spatiale des TQLs au sein du spot, avec les contours de  $\lambda_2^+ \leq -0.02$  représentés en noir, et les centres géométriques des TQLs (dont la longueur  $l_x^+$  est d'au moins 150) représentés par des points rouges. Les TQLs sont distribués de manière aléatoire au sein du spot, avec néanmoins une organisation en groupes de structures en périphérie du spot et dans la région d'onde. Le cœur turbulent, délimité par les traits bleus dans la Figure 3.31, semble être moins actif, notamment en son centre. La Figure 3.32, montre la densité de probabilité de présence des TQLs en fonction de  $y^+$ . Bien qu'il y ait un manque évident de convergence dû au nombre limité de structures identifiées sur le champ instantané (seulement  $\approx 300$ ), la densité de probabilité est qualitativement semblable à celle d'un canal turbulent.



**Figure 3.30** – Profils moyen et RMS de  $-\lambda_2$  obtenus dans le spot total (**à gauche**) et son cœur turbulent (**à droite**) à  $t^* = 175$ .



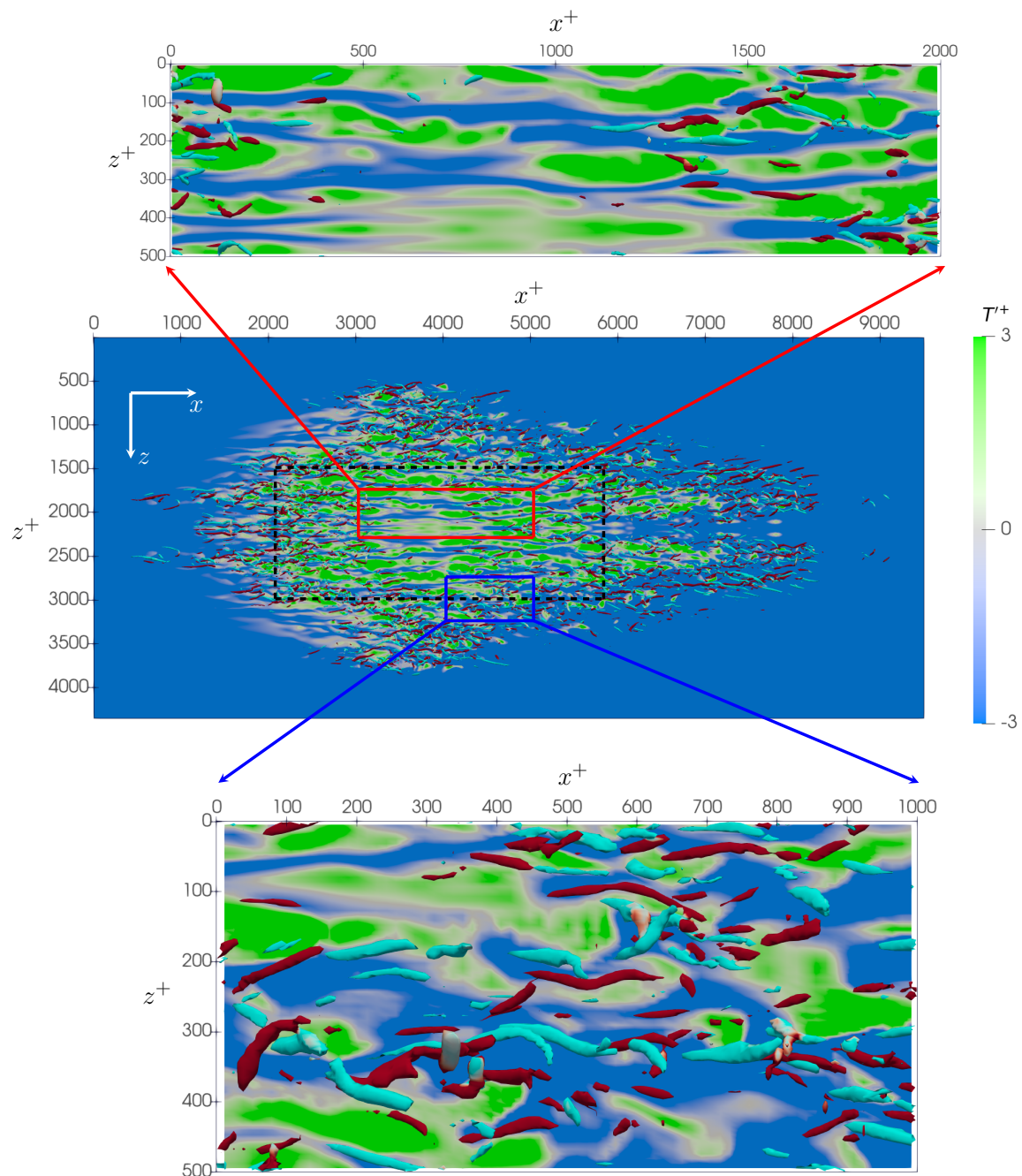
**Figure 3.31** – Distribution des TQLs au sein du spot total à  $t^* = 175$ . Les structures cohérentes détectées par la méthode  $\lambda_2$  avec le seuil  $\lambda_2 = -0.02$  sont représentées en blanc. Les centres géométriques des TQLs sont représentés par des points rouges. Le cœur turbulent du spot est délimité par le contour noir.



**Figure 3.32** – Distribution des TQLs au sein du spot total en fonction de leurs positions verticales à  $t^* = 175$ .

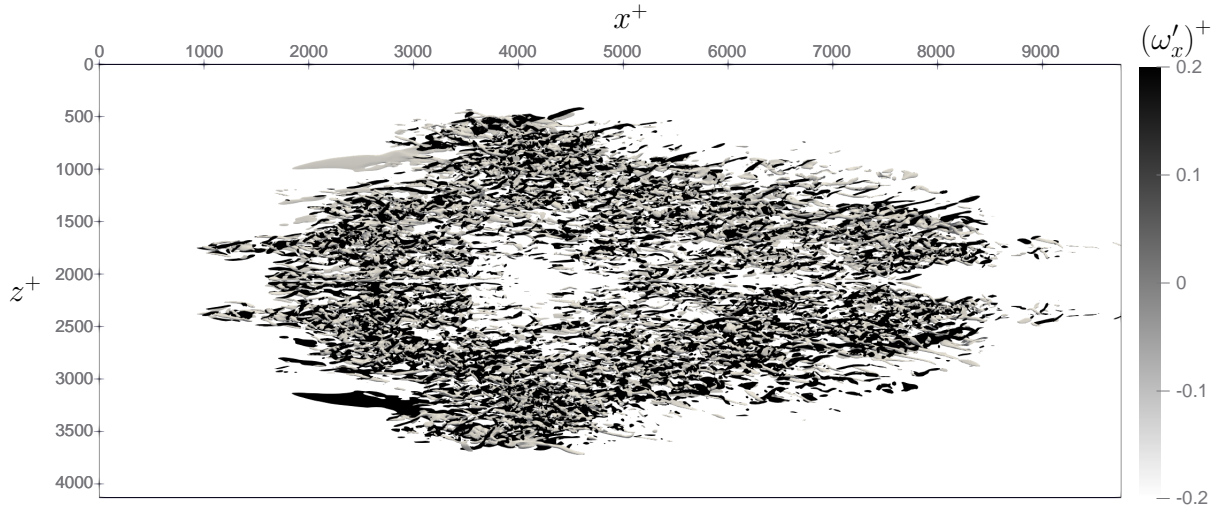
La Figure 3.33 montre le champ des fluctuations de température  $T'^+$  à  $y^+ = 15$  auquel sont superposés les contours des structures cohérentes (détectées avec  $\lambda_2^+ = -0.02$ ) entre la paroi inférieure et le centre du canal. Les TQLs sont colorées en fonction de leur magnitude de vorticité, bleu ou rouge, pour une intensité respectivement négative ou positive. Un zoom sur la périphérie du cœur turbulent, présent en bas de la figure, montre que les TQLs ont une taille qui s'étend de 150 (critère utilisé lors de la détection) à 300 unités de paroi, ce qui est en accord avec Kim *et al.* (1987). Des groupes de structures cohérentes inclinées et de vorticité de signe opposé que Jeong *et al.* (1997) ont également observés, sont visibles. Le zoom dans le cœur turbulent (en haut de la figure) montre que les stries positives et négatives de température fluctuante sont similaires aux stries de la vitesse longitudinale fluctuante. Elles sont très longues, peuvent s'étendre jusqu'à 2000 – 3000 unités de paroi dans la direction longitudinale, et sont séparées de 100 unités de paroi dans la direction transversale. Elles sont les empreintes des TQLs à la paroi (Tardu (2014)).

Les structures  $\lambda_2^+ = -0.02$  représentées sur les Figures Figure 3.33 et 3.31 proviennent de l'enroulement des couches de vorticité longitudinale  $\omega'_x$ . L'enroulement requiert deux conditions (Jiménez & Orlandi (1993)) : une vorticité locale importante et une forte discontinuité aux bords des couches de vorticité. La Figure 3.34 montre les zones  $\omega'_x \leq -0.2$  (en blanc) et  $\omega'_x \geq 0.2$  (en noir). Les régions réunissant les deux conditions sont la périphérie du spot, ainsi que sa région d'onde. Il n'est donc pas surprenant d'observer dans les deux régions des amas de TQLs qui interagissent avec le cœur turbulent. Les clusters régénèrent localement des mouvements à grandes échelles qui s'étendent dans la couche externe. Ce point sera éclairé dans la section suivante (Section 3.3.7).



**Figure 3.33** – Vue de dessus des contours de la température fluctuante  $T'^+$  au sein du spot à  $y^+ = 15$  et  $t^* = 175$ , avec les contours des structures cohérentes détectées avec  $\lambda_2^+ = -0.02$ .

Les structures cohérentes sont colorées par leur vorticité longitudinale  $\omega'_x$ , en rouge pour  $\omega'_x > 0$ , en bleu pour  $\omega'_x < 0$ . Le cœur turbulent du spot est représenté par des pointillés noirs. Zoom sur la périphérie du cœur turbulent et du spot (**en bas**), spot total (**au milieu**), zoom sur le centre du cœur turbulent (**en haut**).

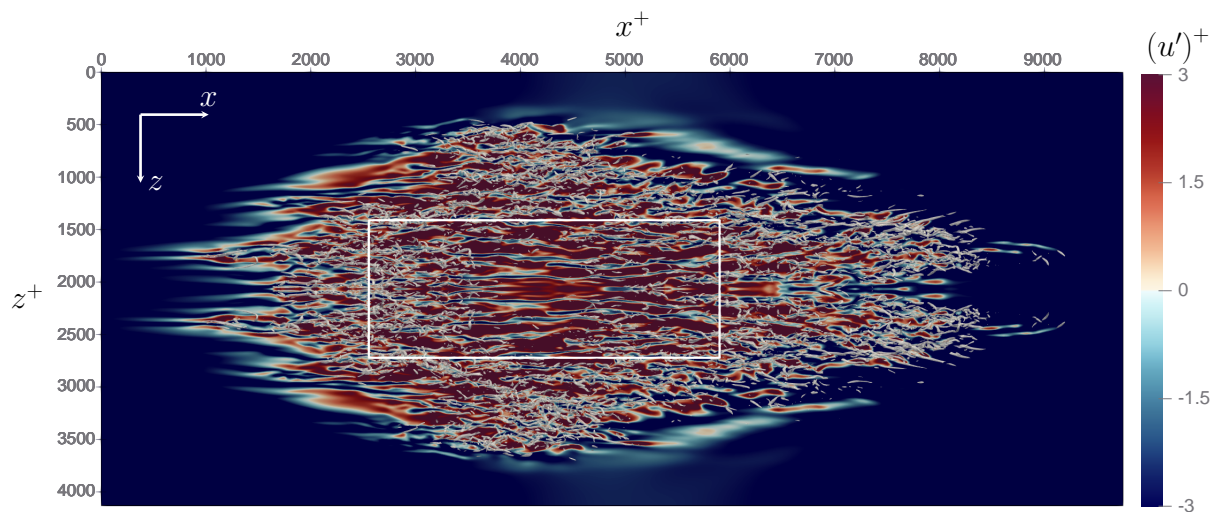


**Figure 3.34** – Contours des couches de vorticité longitudinale fluctuante  $\omega'_x$  au sein du spot à  $t^* = 175$ .

Il est intéressant de noter que le centre du cœur turbulent est structurellement différent de la périphérie du spot et de la région d'onde, et ce, sur tous les champs instantanés entre  $145 < t^* < 175$ . Le centre du cœur turbulent apparaît moins actif avec moins de TQLs sur les Figures 3.31 et 3.33. De plus, les couches de vorticité  $\omega'_x$  sont significativement moins intenses (Figure 3.34). La présence de structures cohérentes en amont du cœur turbulent s'explique par l'auto-interaction des structures provenant de la région d'onde. Le zoom du centre du cœur turbulent en haut de la Figure 3.33 montre de longues et fines stries de température positives et négatives alternées qui ne sont pas entourées de TQLs à  $400 < x^+ < 1300$ . Les stries ont la forme de méandres et s'enroulent plus tard en structures cohérentes vers l'aval du spot transitionnel. La Figure 3.33 est intéressante, car elle montre les étapes précurseurs de la régénération des structures cohérentes en turbulence de paroi. Ce processus est largement discuté dans la littérature (Tardu (2014)) et fait encore l'objet de recherches intensives. Les stries en forme de méandres sont en fait liées au processus de la croissance transitoire de leur instabilité (Schoppa & Hussain (2002)). Les détails sont en dehors du contexte de l'étude ci présente.

Les structures cohérentes en amont et dans la région d'onde du spot proviennent majoritairement de l'enroulement des couches de vorticité dû à la discontinuité entre l'écoulement au sein du spot et l'écoulement laminaire. Les TQLs du cœur turbulent du spot ont besoin d'espace pour s'établir et de se régénérer. Le maintien de la turbulence de paroi requiert un espace minimum de typiquement de 350 unités de paroi dans la direction longitudinale et 100 dans la direction transversale (Jiménez & Moin (1991), Jiménez (1994) et Jiménez (2018)). Les stries d'une longueur  $500 < l_x^+ < 1000$  peuvent interagir entre elles et se concaténer pour former de nouvelles structures (Jimenez & Kawahara (2013)). Jiménez & Pinelli (1999) ont montré qu'en retirant les stries ayant une longueur  $l_x^+ > 600$  d'un écoulement via un filtrage, la turbulence ne se maintenait pas dans le canal. Le processus de régénération de structures cohérentes, nécessaire au maintien de

la turbulence en canal, fait donc intervenir des stries de vitesse particulièrement longues. Le centre du cœur turbulent qui est dépourvu de structures cohérentes a une longueur de  $500 < l_x^+ < 1000$  à  $t^* = 175$ , où les calculs ont dû être arrêtés pour des raisons liées à leur coût. Il est légitime de s'attendre à ce que le cœur turbulent atteigne un régime pleinement développé à  $t^* \gg 175$ , auquel cas sa structure interne différerait peu de l'écoulement canonique. D'autres phénomènes peuvent également se produire pour des temps longs. Un spot peut se séparer en plusieurs spots transitionnels, notamment lorsque qu'une couche de vorticité se détache en amont (Avila *et al.* (2011)).



**Figure 3.35** – Contours de vitesses longitudinales fluctuantes  $u'^+$  au sein du spot à  $y^+ = 15$  et  $t^* = 175$ , avec les contours des structures cohérentes détectées avec  $\lambda_2^+ = -0.02$ . Le cœur turbulent du spot est représenté en blanc.

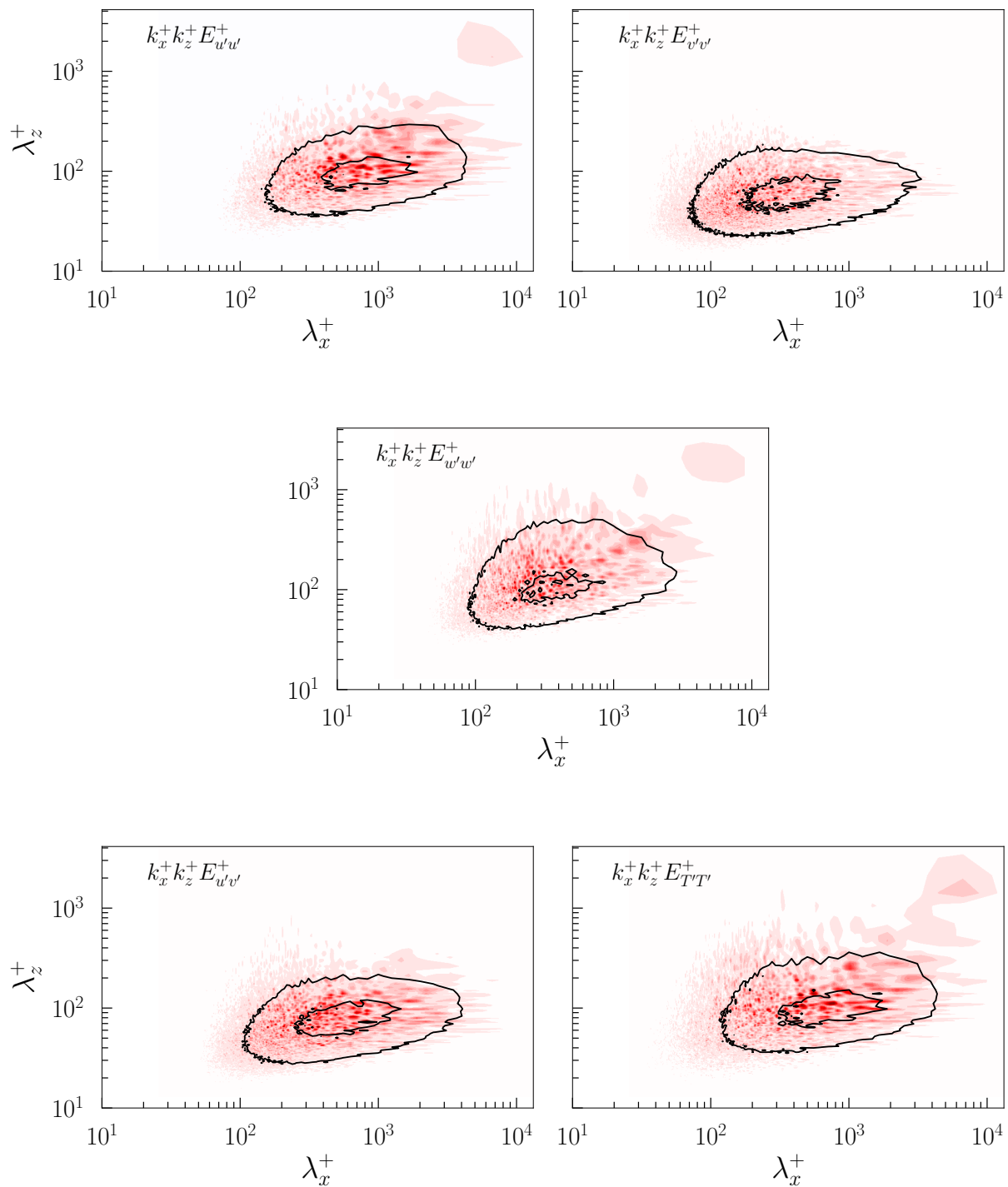


### 3.3.7 Densités spectrales

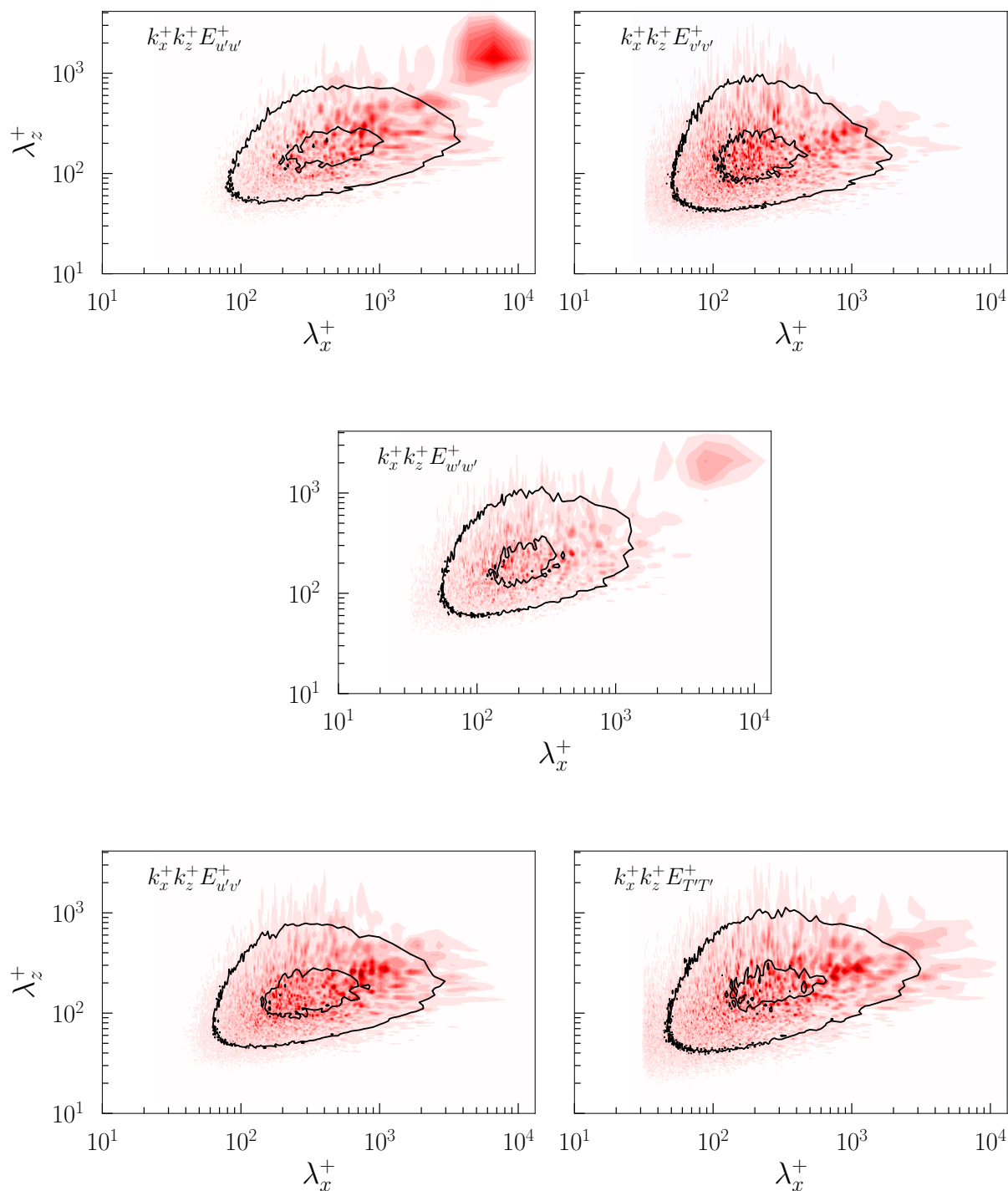
Les Figures 3.36 à 3.39 montrent les densités spectrales  $E_{u'u'}^+$ ,  $E_{v'v'}^+$ ,  $E_{w'w'}^+$ ,  $E_{u'v'}^+$  et  $E_{T'T'}^+$ , adimensionnées par rapport aux échelles internes du spot total et de son cœur turbulent, et prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ . Elles sont obtenues dans un plan  $x - z$  à  $y^+ = 12$ , position verticale correspondant au maximum atteint pour  $P_K^+$  et  $P_T^+$ , et  $y^+ = 100$ , position verticale vers le centre du canal. Les spectres pour le spot sont représentés en couleur rouge et les spectres obtenus en canal turbulent à  $Re = 3000$  sont en trait continu noir. Deux niveaux de contours sont indiqués (comme dans Hoyas & Jiménez (2006)) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ .

Les densités spectrales dans le cœur turbulent sont similaires à leurs homologues de l'écoulement canonique à toutes les positions  $y^+$  (Figures 3.38 et 3.39). La situation dans le spot total est différente. Les TQL se regroupent et s'alignent de manière cohérente dans la région d'onde et sur la périphérie du spot. Ils forment des longs amas et induisent des mouvements à grandes échelles (MGE). Leur impact est clair dans la sous-couche log externe à  $y^+ = 100$  (Figure 3.37). Une zone énergétique intense se remarque sur le spectre de  $u'$  à grandes longueurs d'onde ( $10^3 < \lambda_z^+ < 3 \times 10^3$  et  $3 \times 10^3 < \lambda_x^+ < \times 10^4$ ). La trace des grandes échelles se fait également remarquer dans le spectre de  $w'$  et dans une moindre mesure dans la densité spectrale des fluctuations de la température  $T'$ . Il n'y a aucun effet des MGE sur les densités spectrales des fluctuations de la vitesse normale à la paroi, ni sur la contrainte de Reynolds. L'impact des MGE disparaît près de la paroi à  $y^+ = 12$  (Figure 3.38).

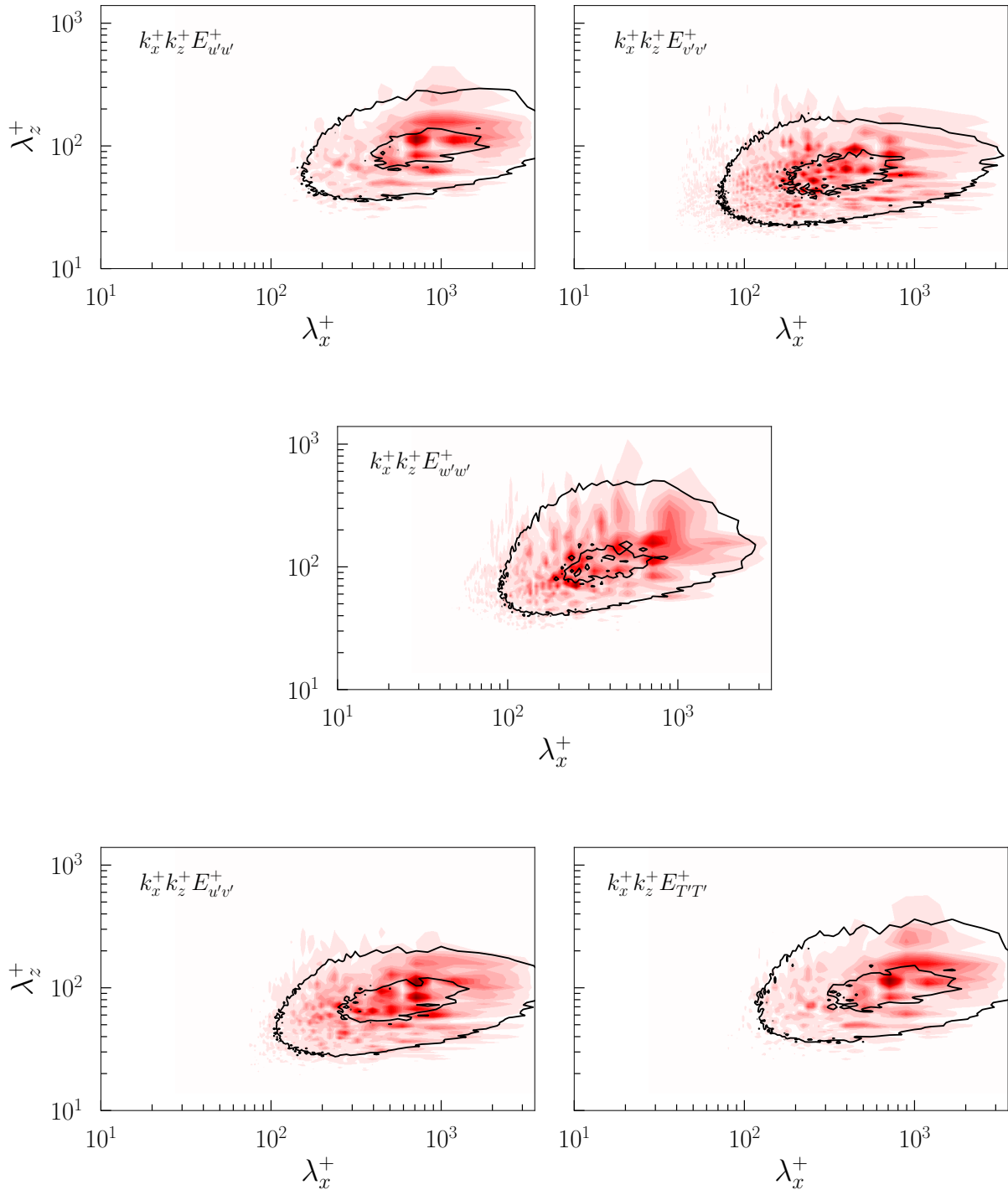
Les structures passives (SP) de Townsend (1976) ont été évoquées à plusieurs reprises, ce qui a éventuellement étonné le lecteur. Elles jouent un rôle en turbulence de paroi à grands nombres de Reynolds ( $Re_\tau > 1000$ ) alors que nous analysons un écoulement en transition. Les SP sont irrotationnelles et contribuent à  $(u'_{RMS})^+$  et  $(w'_{RMS})^+$  dans la sous-couche log. En revanche, elles ne contribuent pas à  $(v'_{RMS})^+$  (par imperméabilité) ni à  $\overline{u'v'}^+$ . Elles proviennent des MGE établis par l'alignement cohérent des amas de TQL dans la sous-couche log (Tardu (2014)). Les MGE sont provoqués par les chaînes de TQL dans la périphérie du spot. Leur impact sur les densités spectrales sont comparables à celui des structures passives. La comparaison ne peut aller plus loin et s'arrête évidemment là.



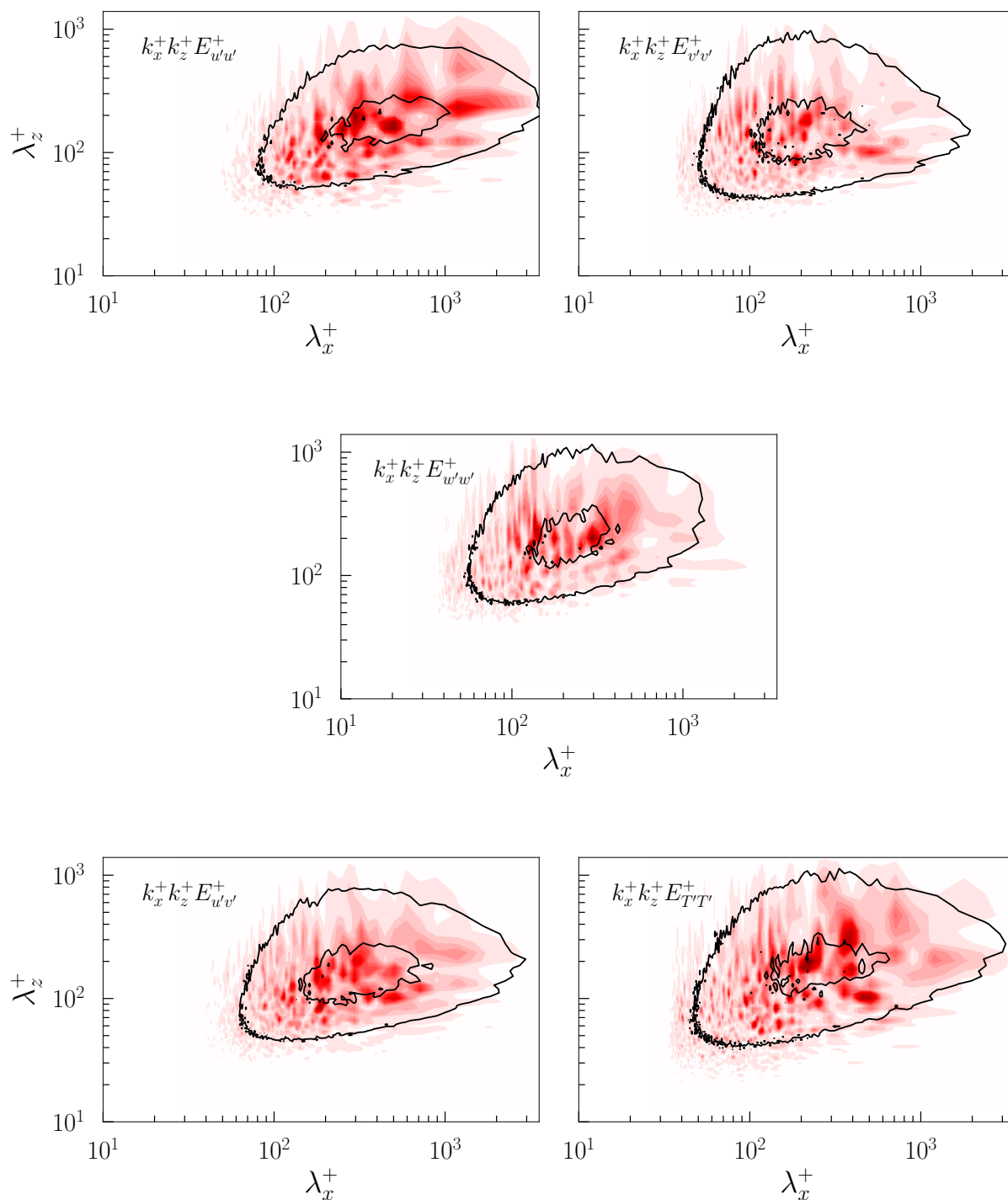
**Figure 3.36** – Densités spectrales  $E_{u'u'}^+$ ,  $E_{v'v'}^+$ ,  $E_{w'w'}^+$ ,  $E_{u'v'}^+$  et  $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ , obtenues dans un plan  $x - z$  à  $y^+ = 12$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du spot total ainsi que les grandes structures induites par le spot transitionnel à  $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans [Hoyas & Jiménez \(2006\)](#) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ .



**Figure 3.37** – Densités spectrales  $E_{u'u'}^+$ ,  $E_{v'v'}^+$ ,  $E_{w'w'}^+$ ,  $E_{u'v'}^+$  et  $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ , obtenues dans un plan  $x - z$  à  $y^+ = 100$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du spot total ainsi que les grandes structures induites par le spot transitionnel à  $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans [Hoyas & Jiménez \(2006\)](#) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ .



**Figure 3.38** – Densités spectrales  $E_{u'u'}^+$ ,  $E_{v'v'}^+$ ,  $E_{w'w'}^+$ ,  $E_{u'v'}^+$  et  $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ , obtenues dans un plan  $x - z$  à  $y^+ = 12$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du cœur turbulent du spot à  $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans [Hoyas & Jiménez \(2006\)](#) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ .



**Figure 3.39** – Densités spectrales  $E_{u'u'}^+$ ,  $E_{v'v'}^+$ ,  $E_{w'w'}^+$ ,  $E_{u'v'}^+$  et  $E_{T'T'}^+$ , prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ , obtenues dans un plan  $x - z$  à  $y^+ = 100$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales du cœur turbulent du spot à  $t^* = 175$ . Les densités spectrales du canal turbulent ( $Re = 3000$ ) sont représentées en noirs par deux niveaux comme dans [Hoyas & Jiménez \(2006\)](#) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ .

### 3.4 Conclusions

Les caractéristiques d'un spot transitionnel dans un écoulement de Poiseuille ont été revisitées. L'accent a été mis sur le transport d'un scalaire passif au sein du spot, un point qui n'avait pas été abordé dans la littérature. L'objectif était de déterminer le degré de similitude entre les structures dynamiques et thermiques internes au spot transitionnel et celles d'un écoulement turbulent pleinement développé en canal. Une paire de tourbillons contrarotatifs a été injectée dans un écoulement de Poiseuille de sorte à déclencher une transition bypass. Le spot transitionnel résultant est détecté et suivi en temps. Bien qu'à priori non identiques, les spots dynamique et thermique croissent en temps et en espace de manière similaire. Les statistiques sont déterminées au sein du spot et adimensionnées par la vitesse et la température de frottement induites par le spot.

Le spot est un objet compact qui bloque l'écoulement laminaire qui l'entoure. Il y a une accélération sur les côtés, et un écoulement transverse est engendré dans la partie amont. Des points d'inflexion apparaissent dans les profils locaux de la vitesse transversale, ce qui engendre des ondes obliques aux extrémités amonts. Les ondes interagissent entre elles, se rompent et génèrent de la turbulence. Un spot transitionnel est structurellement composé : d'une région d'onde, située en amont et contenant les ondes obliques ; et d'un cœur turbulent, situé en aval et caractérisé par une homogénéité longitudinale et transversale et une forte similitude avec un écoulement turbulent canonique au même nombre de Reynolds.

- Les statistiques de l'écoulement et de température dans le cœur turbulent du spot coïncident avec leurs homologues en canal turbulent pleinement développé. Les structures fines, représentées par les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement, coïncident avec celles d'un canal turbulent.
- Il y a une nette différence entre les statistiques obtenues dans le spot total et celles obtenues dans son cœur turbulent. La périphérie et la région d'onde du spot induisent d'importantes fluctuations de vitesses et de température dans la région centrale.
- La région d'onde est un atout pour le mélange turbulent. D'une part, elle génère des panaches de températures sur les deux parois qui s'étendent jusqu'à la demi-hauteur du canal. Les flux turbulents du transport scalaire sont plus importants dans le spot total comparés à ceux d'un canal turbulent pleinement développé. Le temps de brassage est divisé par deux. Des estimations basées sur la dissipation de l'énergie cinétique  $\epsilon_K^+$  montrent que le mélange turbulent est plus rapide de 25% et que le rapport surface/volume est 16% plus important dans le spot total comparé à de la turbulence de paroi canonique.
- Le nombre de Prandtl turbulent est significativement plus faible que 1 dans le spot total. Le transfert du scalaire passif par diffusion turbulente domine largement le transport de la quantité de mouvement par la viscosité turbulente.

- Le spot transitionnel est peuplé de tourbillons quasi longitudinaux (TQLs) dont la taille, la position verticale et l'intensité sont similaires à celles observées en canal turbulent pleinement développé. Les stries positives et négatives de vitesse induites à la paroi par les TQLs sont visibles dans le cœur turbulent du spot.
- Les TQLs se regroupent et s'alignent de manière cohérente sur la périphérie du spot. Par conséquent, ils engendrent des mouvements à grandes échelles. Ces derniers sont passifs dans le sens où ils contribuent aux intensités des fluctuations de la vitesse longitudinale et transversale, et dans une moindre mesure du scalaire passif dans la couche externe. Ils n'ont pas d'impacts ni sur l'intensité des fluctuations de la vitesse normale à la paroi, ni sur la contrainte de Reynolds.





# 4

## Transition en écoulement rugueux

---

*Des rugosités rectangulaires de grandes tailles sont placées dans un écoulement initialement laminaire pour déclencher une transition bypass. L'étude porte sur le maintien de la turbulence induite par les rugosités et le transport d'un scalaire passif en écoulement rugueux. Il faut casser la symétrie transversale à l'aide d'une distribution en quinconce des rugosités pour déclencher la transition auquel cas un régime pseudo-rugueux est atteint à des nombres de Reynolds particulièrement faibles. Les statistiques obtenues pour les différentes configurations sont comparées à celles d'un canal turbulent lisse afin de souligner les différences entre ces deux types d'écoulements. L'étude comprend l'analyse de la structure fine, des structures cohérentes entre les rugosités et du transport du champ de vitesse et de température. Le transport est amélioré et les flux turbulents sont plus importants qu'en canal turbulent lisse. Cela est dû, en majeure partie, aux couches de cisaillement attachées à la crête des rugosités. Localement, le gradient de température à la crête est deux fois supérieur à sa valeur déterminée à la paroi entre les rugosités. L'ensemble de ces éléments contribue à l'amélioration du transfert thermique pariétal.*

---

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Méthode des frontières immergées comparée à la méthode Lattice-Boltzmann</b>	<b>141</b>
4.1.1	Comparaison des champs moyens et fluctuants	143
4.1.2	Transport	144
<b>4.2</b>	<b>Présentation des simulations effectuées</b>	<b>146</b>
<b>4.3</b>	<b>Objectifs</b>	<b>147</b>
<b>4.4</b>	<b>Résultats et discussion</b>	<b>148</b>
4.4.1	Champs moyens	149
4.4.2	Champs fluctuants	155
4.4.3	Structures cohérentes	164
4.4.4	Transferts	172
<b>4.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>176</b>

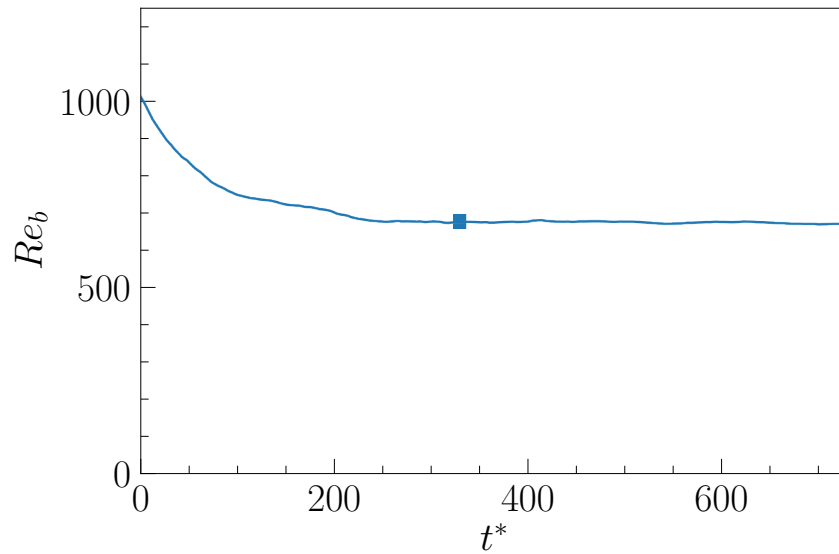
---

Pour rappel, l’objectif principal de cette thèse est de déterminer dans quelles mesures il est possible de déclencher une transition de type bypass à travers une distribution spécifique de rugosités dans la zone d’entrée hydraulique d’un canal initialement laminaire à des nombres de Reynolds particulièrement faibles. Il est important de préciser que pour déclencher une transition, il faut impérativement casser la symétrie transversale (Anika *et al.* (2018), Vadlamani *et al.* (2018), Anika *et al.* (2020)). En revanche, l’effet du décalage entre des rugosités distribuées en quinconce n’a pas été élucidé dans la littérature, d’autant plus que son impact sur les transports d’un scalaire passif n’a pas été étudié auparavant. Une publication qui va paraître dans les comptes rendus du 10<sup>ème</sup> Symposium *Turbulence, Heat and Mass Transfer* est fournie en Annexe E et contient les éléments essentiels de l’étude ci-présente.

Dans une première partie, l’implémentation de la méthode des frontières immergées réalisée dans MULTIFAST est validée en reproduisant les simulations numériques de Anika *et al.* (2020) qui a procédé par des simulations numériques de Lattice-Boltzmann. Dans une seconde partie, plusieurs configurations avec différents décalages entre les rugosités sont analysées. Les statistiques obtenues dans les différents cas sont comparées à celles d’un canal turbulent lisse à  $Re_\tau$  équivalent. Cette analyse comporte les profils moyens de vitesse longitudinale et de température, les moments d’ordre 2,3 et 4 du champ de vitesse et de température, ainsi que les flux turbulents et le transport. L’impact des structures cohérentes sur le transport d’un scalaire passif fait l’objet d’une section à part. Pour finir, le processus de transfert thermique pariétal et du nombre de Prandtl turbulent effectif sont analysés.

## 4.1 Méthode des frontières immergées comparée à la méthode Lattice-Boltzmann

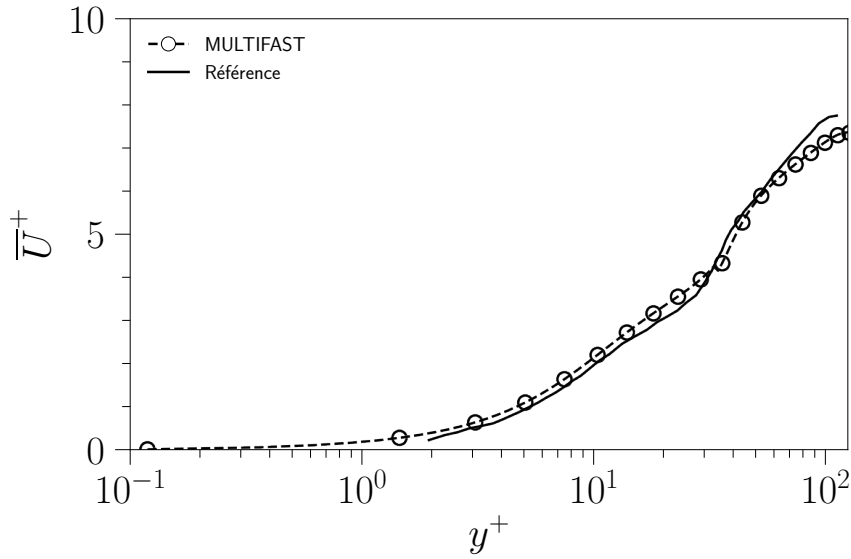
Nous entamons ce chapitre en comparant les simulations numériques directes combinées avec la méthode des frontières immergées, avec Anika *et al.* (2020). Ces auteurs ont mené des simulations numériques basées sur la méthode Lattice-Boltzmann. Nous sommes conscients du fait que cette procédure ne valide réellement ni les simulations LBM de Anika *et al.* (2020) ni les SND de cette thèse. Cependant, la situation serait préoccupante au cas où des écarts importants existent entre les deux méthodes. Les simulations LBM consistent en l’ajout de rugosités rectangulaires de grandes tailles ( $k^* = 0.27$ ) en quinconce dans un canal soumis initialement à un écoulement de Poiseuille. Le canal ne peut pas être aussi long que dans leur simulation, car le maillage est très fin dans le cas d’une simulation SND ( $\Delta x^+ \approx 0.8$  avec les IBM). Seules 16 rugosités de hauteur  $k^* = 0.27$  sont présentes dans le canal dans cette étude. Elles sont placées en quinconce, espacées de  $s^*/k^* = 9$  et sont aussi larges que la demi-largeur du canal comme chez Anika *et al.* (2020). Par conséquent, les dimensions  $L_x^*$ ,  $L_y^*$  et  $L_z^*$  du canal sont fixées respectivement à 19.44, 2 et  $\pi$ . Le domaine est discrétisé en  $3072 \times 180 \times 128$  nœuds, ce qui correspond, en unité de paroi, à  $\Delta x^+ = 0.8$  et  $\Delta z^+ = 3$ . Le nombre de Reynolds (basé sur la vitesse de frottement) est  $Re_\tau = 125$ .



**Figure 4.1** – Évolution temporelle du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante  $Re_b$  pour la simulation avec 16 rugosités et  $Re_\tau = 125$ . Les symboles carrés représentent le début et la fin de la fenêtre temporelle utilisée pour calculer les statistiques.

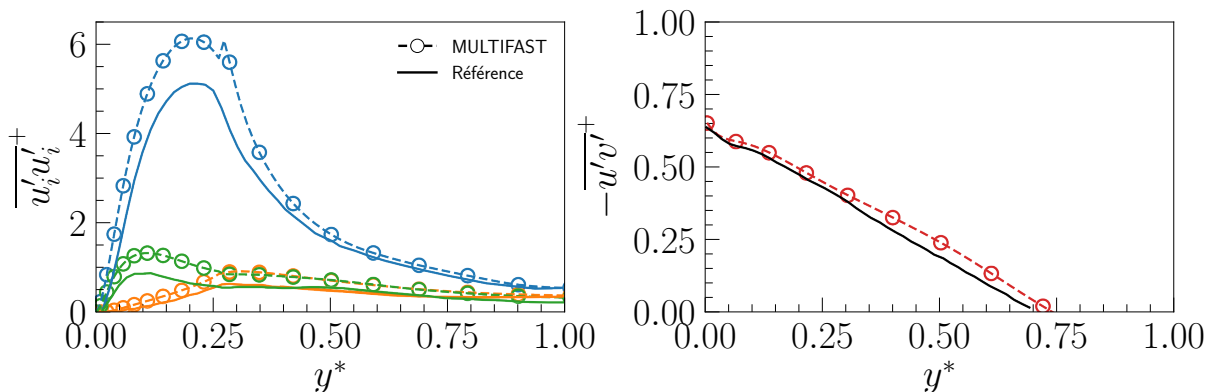
La Figure 4.1 montre l'évolution temporelle du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante  $Re_b$ . En fixant le gradient de pression moyen, le débit converge vers un état stationnaire comme attendu (Section 2.2.2). Le nombre de Reynolds  $Re_b$  converge au bout de  $t^* \approx 250 - 300$  vers une valeur de  $Re_b \approx 675$ . Les statistiques présentées ci-après sont obtenues via l'outil de post-traitement PyFast (Annexe A). Au niveau des crêtes des rugosités, les dérivées sont calculées suivant un schéma numérique explicité en Annexe A. Dix-sept champs instantanés temporellement indépendants ont été moyennés à partir de  $t^* = 330$ . Les champs obtenus sont moyennés dans les directions longitudinale et transversale en plus d'être moyennés temporellement, ce qui permet d'améliorer significativement la convergence des statistiques.

### 4.1.1 Comparaison des champs moyens et fluctuants



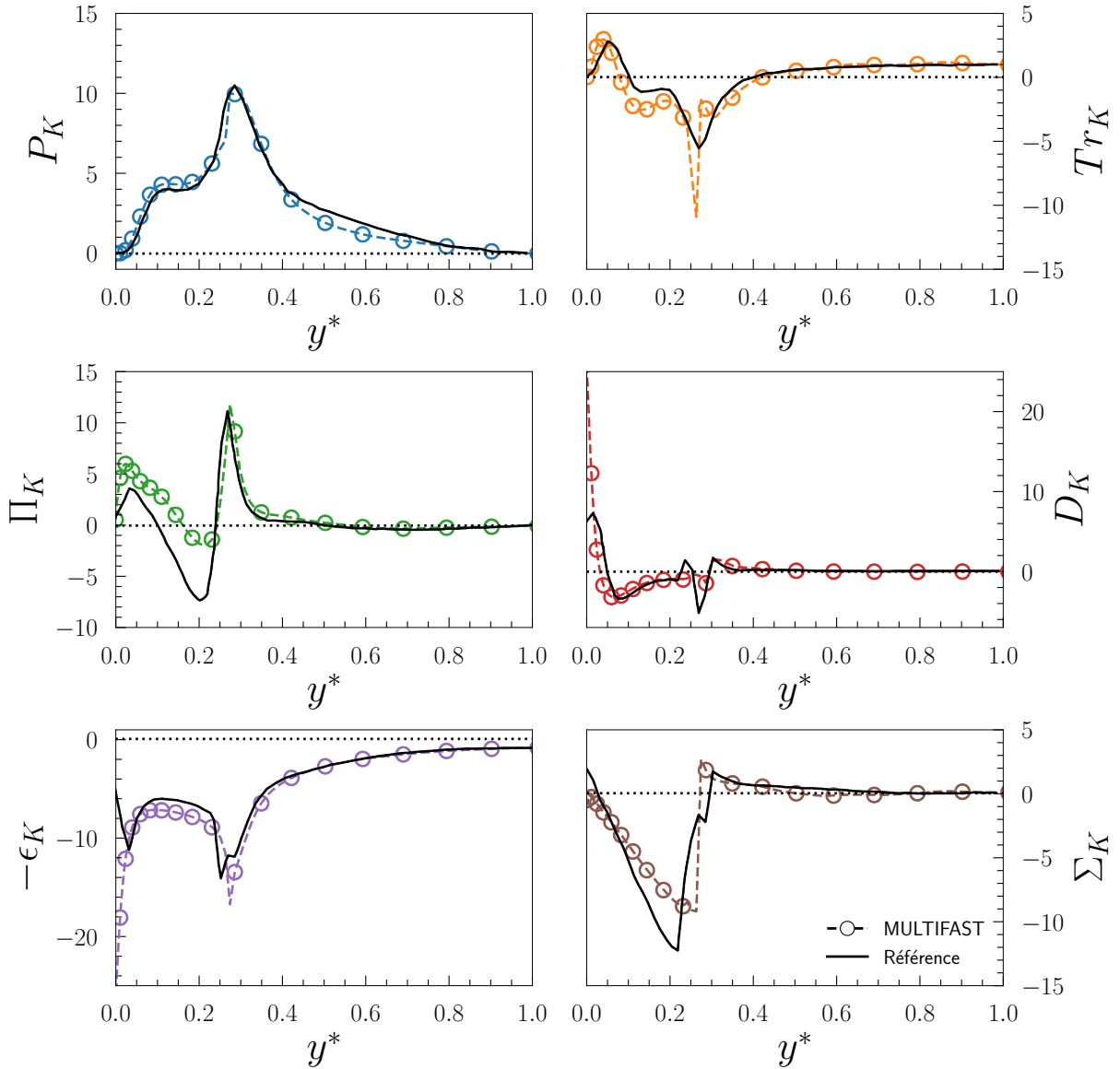
**Figure 4.2** – Profil de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (tracé à partir de la paroi inférieure) obtenu avec MULTIFAST en canal rugueux, comparé avec celui d'Anika *et al.* (2020).

Tous les profils de cette section sont adimensionnés en unité de paroi par les variables globales  $\nu$  et  $u_\tau = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)}$ . La Figure 4.2 montre le profil moyen de la vitesse longitudinale  $\bar{U}^+$ . Dans les figures suivantes, les traits continus et les traits en pointillés noirs avec les symboles ronds représentent respectivement les profils d'Anika *et al.* (2020) et ceux obtenus avec MULTIFAST. Le profil de vitesse obtenu avec MULTIFAST diffère peu de celui d'Anika *et al.* (2020) et ceci malgré une différence légère entre les nombres de Reynolds ( $Re_b = 675$  dans cette étude contre  $Re_b = 880$  chez Anika *et al.* (2020)). La Figure 4.3 montre les profils des contraintes de Reynolds  $\overline{u'_i u'_j}$  obtenus avec MULTIFAST, comparés à ceux d'Anika *et al.* (2020). Tous les profils sont qualitativement similaires bien que ceux obtenus avec MULTIFAST sont légèrement supérieurs.



**Figure 4.3** – Contraintes de Reynolds  $\overline{u'_i u'_i}$  (à gauche) et  $-\overline{u'v'}$  (à droite) obtenus avec MULTIFAST. Les profils sont tracés à partir de la paroi inférieure (à gauche) et à partir de la crête de la rugosité (à droite). (en bleu)  $\overline{u'u'^+}$  (en orange)  $\overline{v'v'^+}$  (en vert)  $\overline{w'w'^+}$  (en rouge)  $\overline{u'v'^+}$ . Les profils sont comparés avec ceux d'Anika *et al.* (2020).

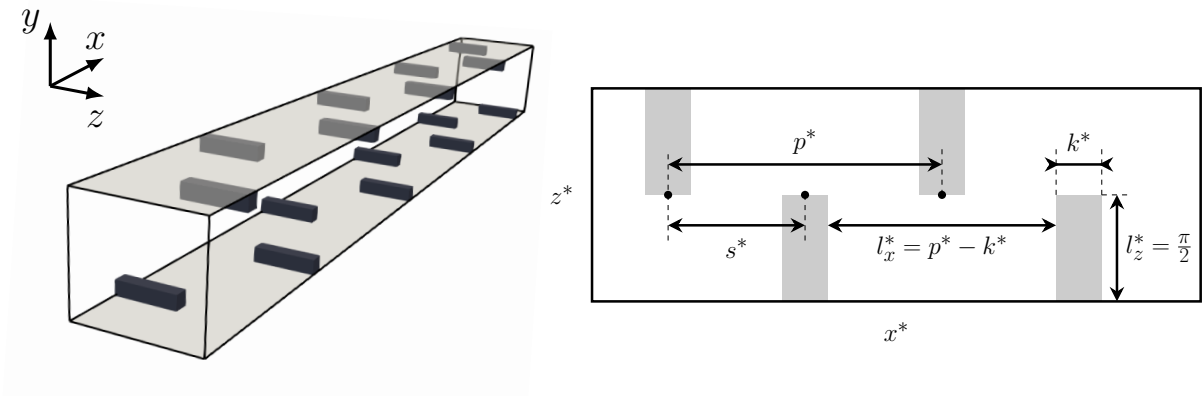
## 4.1.2 Transport



**Figure 4.4** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  et l'équilibre de ces termes  $\Sigma_K$  obtenus avec MULTIFAST pour un canal rugueux. Chaque terme est adimensionné par  $u_7^3/H$ . Ces profils sont comparés avec ceux obtenus par [Anika et al. \(2020\)](#). Le trait en petits pointillés noirs représente 0.

L'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  est rappelée dans la Section 2.3.3. La Figure 4.4 montre les termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  et le déséquilibre  $\Sigma_K$  qui résulte de l'inhomogénéité dans les directions longitudinales et transversales. Le terme de production  $P_K$  est maximal à la crête des rugosités et est quasiment identique au profil obtenu par [Anika et al. \(2020\)](#). Le profil du terme de transport turbulent  $Tr_K$  est également similaire sauf à la discontinuité que représente la crête. Le terme de pression  $\Pi_K$  obtenu par SND (Simulation Numérique Directe) est qualitativement équivalent à celui obtenu par LBM (Lattice-Boltzmann Method) avec cependant certaines différences notables dans la zone non-homogène en-dessous des crêtes. Il faut néanmoins

noter que la diffusion moléculaire s'équilibre avec la dissipation à la paroi dans les simulations SND, i.e.  $D_K = \epsilon_K$ , comme ça devrait être le cas, ce qui augmente la confiance dans les simulations SND menées pour l'étude. Ce n'est pas le cas dans les simulations LBM. La distribution  $\Sigma_K$  montre l'étendue de la zone non homogène en conformité avec [Anika \*et al.\* \(2020\)](#). En conclusion, les SND sont comparables avec les LBM ne serait-ce que qualitativement.



**Figure 4.5** – Exemple de configuration avec des rugosités dans le domaine  $3D$  (**à gauche**) et sur la paroi inférieure (**à droite**). L'écoulement est selon  $x$ .

## 4.2 Présentation des simulations effectuées

Des configurations semblables à celle représentée en Figure 4.5 sont simulées pour étudier l'effet du décalage  $s^*$  entre les rugosités. Des rugosités de hauteur  $k^* = 0.27$  sont placées dans un canal initialement laminaire et différents décalages  $s^*$  sont étudiés. La méthode des frontières immergées est utilisée. Le transport d'un scalaire passif est résolu via la résolution du problème de Lyons *et al.* (1991), c'est-à-dire en fixant les températures de paroi  $T_{inf} = -0.5$  et  $T_{sup} = 0.5$  (Section 2.1.2.7). Le nombre de Reynolds (basé sur la vitesse de frottement) est fixé à  $Re_\tau = 125$ , et le nombre de Prandtl à  $Pr = 1$ . Le maillage dans les directions longitudinales et transversales est de  $\Delta x^+ \approx 0.8$  et  $\Delta z^+ = 3$ . Des conditions de périodicité sont imposées dans les directions  $x$  et  $z$ . Le schéma temporel Runge-Kutta combiné avec la discrétisation  $O2$  sont utilisés. Pour plus de clarté, les différents cas testés seront nommés  $sXpY$  avec  $X$  et  $Y$  correspondant respectivement aux valeurs  $s^*/k^*$  et  $p^*/k^*$ . Les différents paramètres utilisés pour ces simulations sont disponibles en Tableau 4.1. Une multitude de configurations est envisageable, car  $s^*$  et  $p^*$  peuvent être choisis de manière indépendante ( $k^*$  est fixé à 0.27). Le choix a été fait d'opter pour avoir une configuration de type « académique » en prenant la paire  $(s^*, p^*)$  géométriquement semblable (en faisant référence à un rectangle semblable de côté  $s^*$  et  $p^*$ ). En d'autres mots, le rapport  $p^*/s^*$  est constant et égal à 2. Le cas  $s0p9$  est particulier et sera détaillé par la suite.

Nom de référence	Taille de domaine $L_x^* \times L_y^* \times L_z^*$	Nombre de nœuds $n_x \times n_y \times n_z$	Nombre de champs indépendants
$s0p9$	$9.72 \times 2 \times \pi$	$1550 \times 180 \times 128$	29
$s2p4$	$9.72 \times 2 \times 3\pi$	$1550 \times 180 \times 392$	29
$s3p6$	$9.72 \times 2 \times 3\pi$	$1550 \times 180 \times 392$	29
$s6p12$	$9.72 \times 2 \times \pi$	$1550 \times 180 \times 128$	29
$s9p18$	$19.44 \times 2 \times \pi$	$3072 \times 180 \times 128$	17
$s12p24$	$12.96 \times 2 \times \pi$	$2076 \times 180 \times 128$	29

**Tableau 4.1** – Paramètres utilisés pour les simulations sur l'effet du décalage dans le canal rugueux.

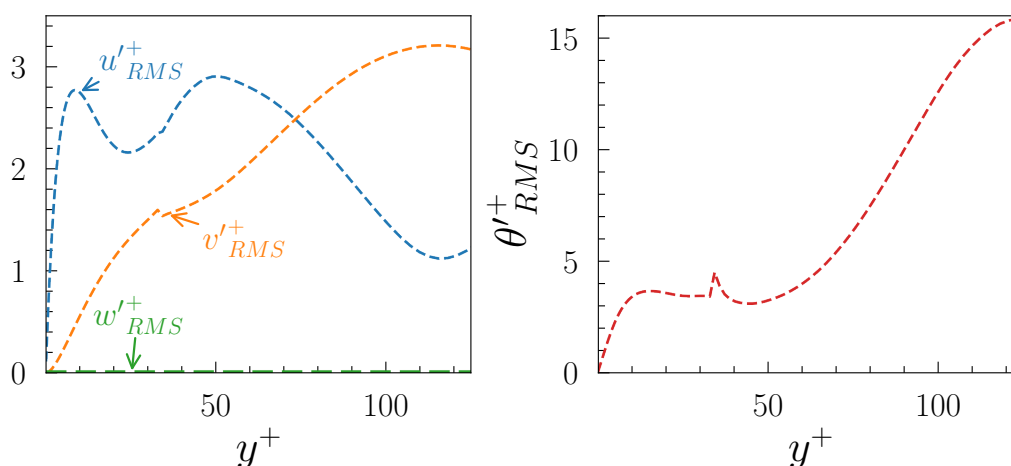
Le gradient de pression moyen est fixé grâce à l'utilisation de la méthode des frontières immergées. Par conséquent, le débit va converger vers une valeur constante, mais peut varier d'une itération à l'autre. Des champs indépendants sont donc sauvegardés sur un intervalle de temps où le débit peut être considéré comme constant. Le Tableau 4.1 référence également le nombre de champs indépendants utilisés pour calculer les statistiques.



Les statistiques ne sont calculées que lorsque  $Re_b$  atteint une valeur constante. Toutes les simulations présentées dans ce chapitre ont été lancées sur un cluster méso-échelle (Gricad). Chaque simulation a nécessité 14 – 16 jours de calcul sur 128 processeurs.

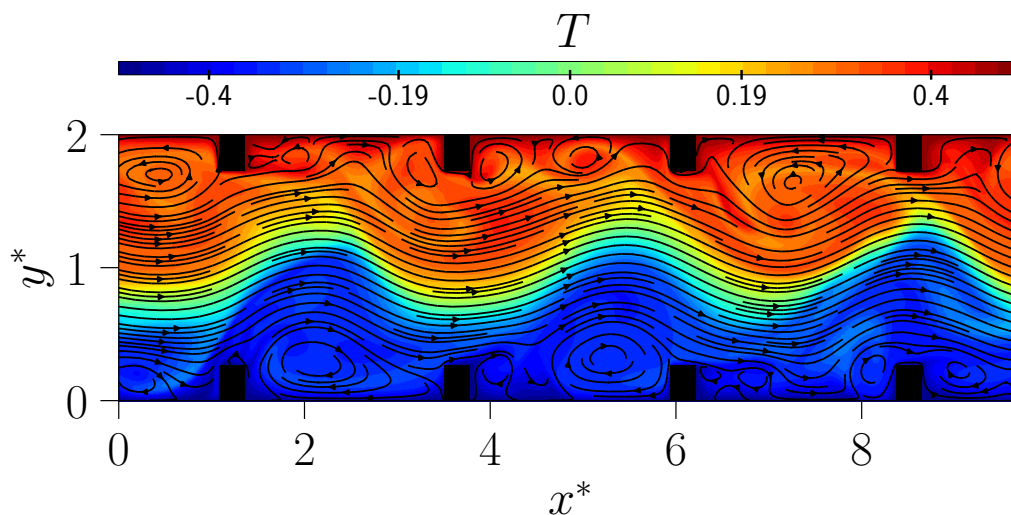
### 4.3 Objectifs

Il est important de rappeler que l'écoulement initial est laminaire. Le nombre de Reynolds est particulièrement faible ici, comme c'est réellement le cas dans un certain nombre d'applications, dont en microfluidique ([Introduction générale](#)). Si les rugosités font la largeur totale du canal, comme pour le cas *s0p9*, alors l'écoulement reste  $2D$ . L'écoulement consiste alors en des zones de recirculations oscillantes entre les rugosités et les fluctuations de vitesse transversale sont strictement nulles (Figure 4.6). De plus, la contrainte de Reynolds  $\overline{u'u'}$  n'alimente que  $\overline{v'v'}$  et les corrélations vitesse transversale-pression sont nulles. Il faut provoquer une asymétrie dans l'écoulement (donc induire localement  $w' \neq 0$ ), pour alimenter le transfert inter-composante de  $\overline{u'u'}$  vers  $\overline{w'w'}$ . Si l'écoulement initial est turbulent, la question de la transition ne se pose évidemment pas ([Miyake et al. \(2001\)](#) ou [Leonardi et al. \(2003\)](#)).



**Figure 4.6** – Profils des RMS de vitesses et de température obtenus pour le cas *s0p9*.

Les distributions  $v'^+_{RMS}$  et  $\theta'^+_{RMS}$  atteignent des valeurs avec des amplitudes importantes au centre du canal (Figure 4.6). L'analyse des champs instantanés a révélé que de grandes oscillations avaient lieu entre les crêtes des rugosités. La Figure 4.7 montre les lignes de courant instantané superposées aux contours de température instantanée obtenus à  $t^* = 800$ . Les oscillations ont un impact direct sur le champ de vitesse verticale et de température. [Anika et al. \(2018\)](#) avaient également obtenu ce type d'écoulement oscillant lors de leur étude (leur Figure 6). Il est important de souligner que dans leur cas, l'écoulement n'était pas périodique dans la direction longitudinale. Par conséquent, l'écoulement (et donc les oscillations) n'était pas totalement établi. Cela explique en partie les différences entre leurs profils de  $(u'^+_{RMS})$  (Fig. 11 de [Anika et al. \(2018\)](#)) et ceux obtenus dans le cadre de cette étude pour le cas *s0p9*.



**Figure 4.7** – Lignes de courant instantanées superposées aux contours de température instantané pour le cas *s0p9* obtenus à  $t^* = 800$ . Les rugosités sont représentées par des rectangles noirs. L'écoulement va de la gauche vers la droite.

L'asymétrie transversale était imposée par des jets pariétaux locaux décalés dans la direction transversale chez [Anika \*et al.\* \(2018\)](#). Elle est provoquée de manière passive par des rugosités rectangulaires en quinconce par [Anika \*et al.\* \(2020\)](#). Des éléments clés de transition pour expliquer le phénomène sont fournis dans [Anika \*et al.\* \(2020\)](#). Pour être bref, l'asymétrie transversale provoque la régénération de la composante  $\partial w/\partial x$  et déclenche la formation de couche de cisaillement longitudinale par un mécanisme assez similaire à celui de [Tardu & Nacereddine \(2008\)](#) (Annexe E).

Il y a trois questions essentielles auxquelles nous tentons de répondre :

- i) Quel doit être le décalage transversal minimum  $s^*/k^*$  pour déclencher la transition ?
- ii)  $s^*/k^*$  joue-t-il un rôle dans la topologie structurelle de l'écoulement ?
- iii) Comment se comporte le transport d'un scalaire passif avec la répartition spatiale des rugosités ?

## 4.4 Résultats et discussion

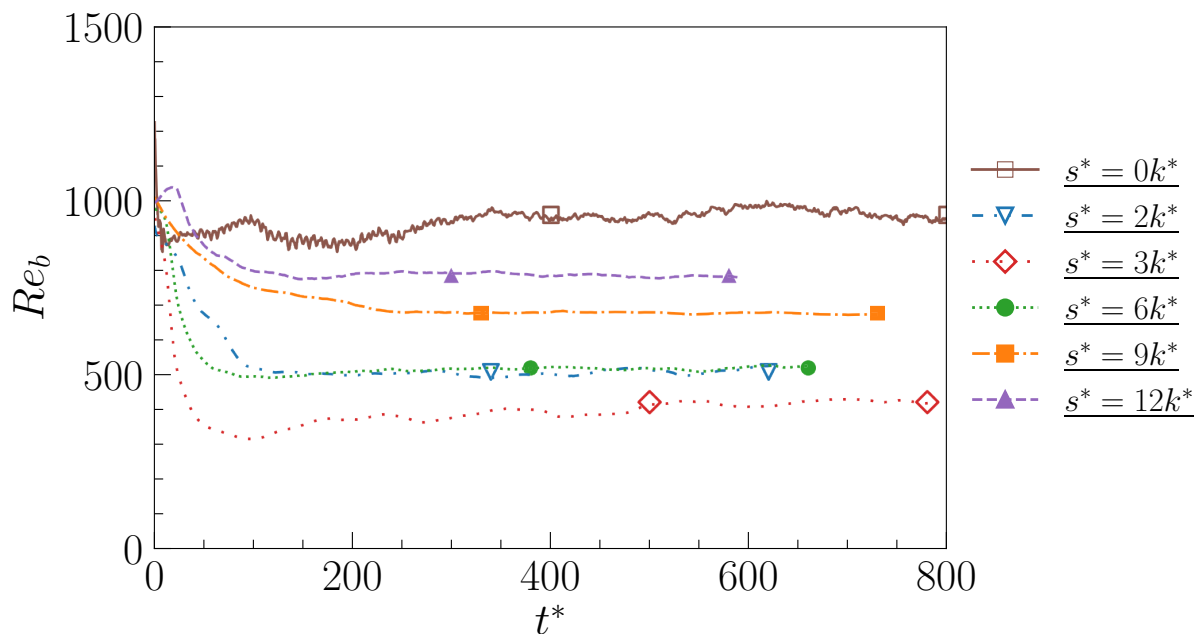
Les résultats obtenus dans les différentes configurations sont présentés dans cette section. Les statistiques obtenues dans les différents cas font l'objet des sections [4.4.1](#) et [4.4.2](#). Elles sont comparées à celles obtenues dans un canal turbulent lisse à  $Re_\tau$  équivalent. Cela permet de mettre en lumière l'effet du décalage entre les rugosités sur l'état de l'écoulement. Par ailleurs, seuls certains cas seront présentés pour des questions de clarté. Les statistiques de tous les cas sont fournies en Annexe D. Les structures cohérentes sont étudiées pour chaque configuration dans la Section [4.4.3](#). Finalement, l'impact des rugosités sur le transfert pariétal est discuté dans la Section [4.4.4](#).

### 4.4.1 Champs moyens

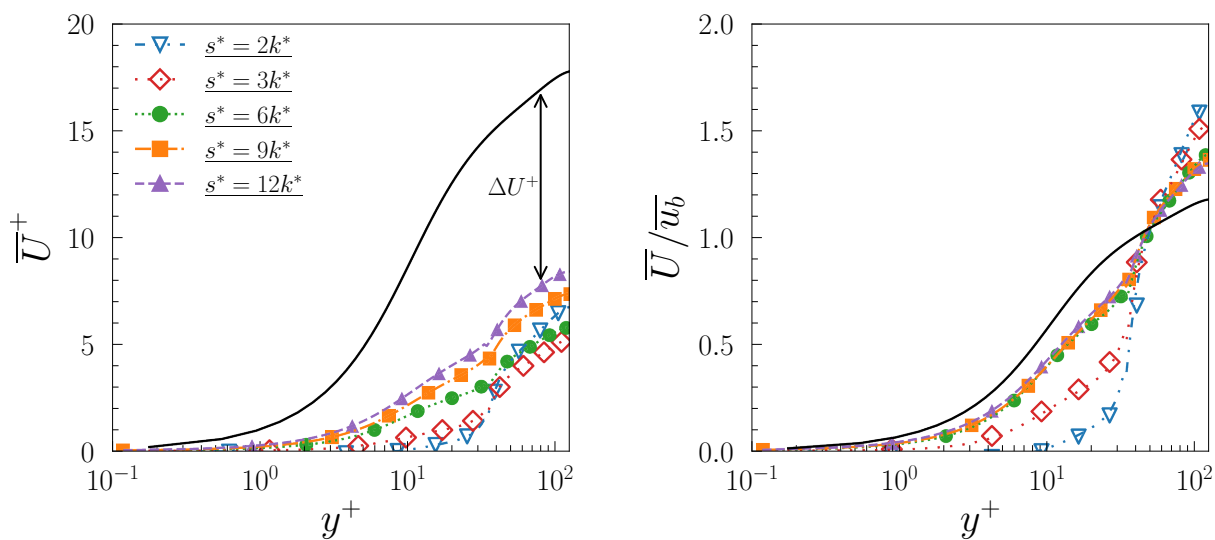
Dès à présent et jusqu'à la fin de ce chapitre, la notation  $( )^+$  désignera une quantité adimensionnée par les variables globales  $\nu$ ,  $u_\tau = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)}$  et  $T_\tau$ . Pour rappel, la température de frottement est  $T_\tau = \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0} / Re_\tau Pr$ . Elle est calculée à la paroi entre les rugosités et à la crête, comme dans l'étude de [Miyake et al. \(2001\)](#). La notation  $( )_R$  pourra être utilisée pour certaines discussions pour désigner une quantité rugueuse. Enfin, la notation  $( )_+$  désignera une quantité adimensionnée par les variables locales  $\nu$ ,  $u_\tau$  et  $T_\tau$  au-dessus des crêtes ou entre les rugosités. L'adimensionnalisation locale sera utile pour des points abordés ultérieurement dans ce chapitre. Dans les figures qui sont présentées dans cette section, les traits continus noirs représentent les statistiques de référence obtenues dans un canal turbulent lisse à  $Re_\tau$  et nombre de Prandtl équivalents, i.e.  $Re_\tau \approx 132$  et  $Pr = 1$ . Le canal de référence a une taille de  $12\pi H \times 2H \times 4\pi H$ , discrétisé en  $768 \times 128 \times 386$  nœuds, ce qui correspond à  $\Delta x^+ = 7.3$  et  $\Delta z^+ = 4.9$ . Les statistiques de référence ont été obtenues en moyennant quarante champs instantanés temporellement indépendants. La décomposition de Reynolds est également utilisée pour calculer les statistiques en canal rugueux et tous les termes sont moyennés en temps et en espace dans les directions  $x$  et  $z$ . De ce fait, l'inhomogénéité spatiale n'est pas prise en compte (sauf pour le nombre de Prandtl effectif qu'on discutera en détails). Par conséquent, les statistiques présentées dans ce chapitre montrent l'effet global des rugosités sur l'écoulement.

La Figure 4.8 montre l'évolution temporelle du nombre de Reynolds  $Re_b$ . La chute de débit dans les premiers instants de la simulation est une conséquence du fait d'imposer le gradient de pression moyen pour tous les cas où les rugosités sont décalées ( $s^*/k^* > 0$ ). Néanmoins, le débit se stabilise rapidement ( $200 < t^* < 300$ ). Le débit est constant en moyenne et subit de faibles variations d'une itération à l'autre comme c'était souligné en Section 2.2.2 pour chaque cas  $s^*/k^* > 0$ . Il oscille fortement pour  $t^* < 300$  et se stabilise sans converger lorsque les rugosités ne sont pas décalées dans la direction transverse (cas  $s_0p9$ ). En effet, les variations du débit sont plus importantes que celles observées dans les autres configurations à partir de  $t^* = 400$ .

La Figure 4.9 montre les profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  et de vitesse longitudinale moyenne en échelle externe, i.e. rapporté à la vitesse débitante  $\bar{U}/\bar{u}_b$  pour les différents cas. Les distributions de la vitesse moyenne  $\bar{U}^+$  sont similaires à partir de  $s^*/k^* = 6$ , ainsi que  $\bar{U}/\bar{u}_b$  (Figure 4.9 à droite). Les profils de vitesse moyenne pour  $s^*/k^* = \{2, 3\}$  sont systématiquement inférieurs aux cas  $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$  pour  $y^+ \geq k^+$  et systématiquement supérieur au centre du canal. Le régime est pleinement rugueux et la fonction de rugosité de [Clauser \(1954\)](#)  $\Delta U^+$  (Équation (1.2.1.2)) est une fonction de trainée de forme : plus la trainée de forme est importante, plus  $\Delta U^+$  est large.

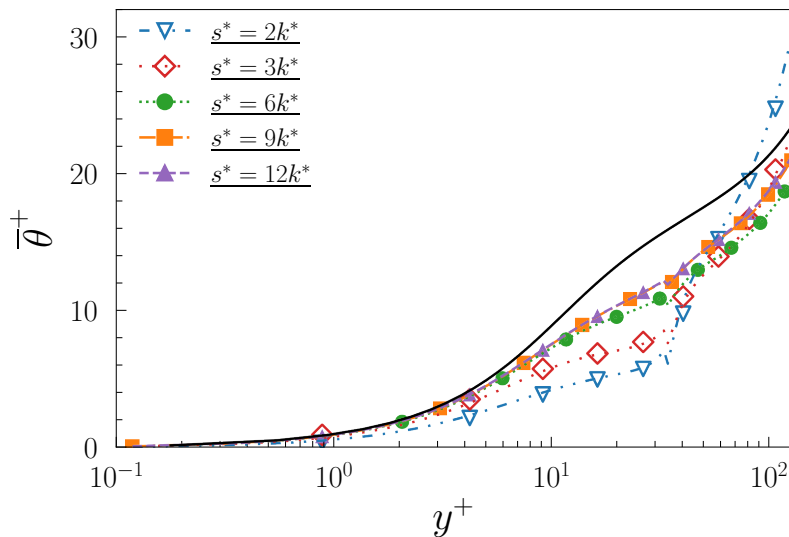


**Figure 4.8** – Évolution temporelle du nombre de Reynolds  $Re_b$  basé sur la vitesse débitante  $u_b$ . Les symboles représentent le début et la fin des fenêtres temporelles utilisées pour calculer les statistiques de chaque cas.



**Figure 4.9** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (à gauche) et de vitesse longitudinale moyenne corrigée par la vitesse débitante  $\bar{U}/\bar{u}_b$  (à droite). La fonction de rugosité  $\Delta U^+$  est représentée pour la configuration  $s^*/k^* = 12$ .

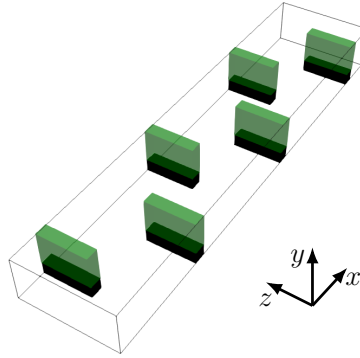
La Figure 4.10 montre le profil de température transformée  $\bar{\theta}^+$  obtenu dans les différents cas. Pour rappel, la température transformée est définie par  $\theta = T - T_{inf}$ . Encore une fois, des déviations sont observées sur les profils des cas  $s^*/k^* = \{2, 3\}$  par rapport aux autres profils. Leurs profils dépendent nettement de la topologie de l'écoulement. Ce point sera développé plus tard dans le chapitre. Les profils obtenus pour les cas  $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$  sont similaires (comme ceux obtenus pour  $\bar{U}^+$ ). Par ailleurs, ils ressemblent qualitativement à ceux obtenus par Miyake *et al.* (2001) avec des barres rectangulaires où la turbulence était initialement forcée. Il est important de souligner la différence entre les profils de vitesse  $\bar{U}^+$  et de température  $\bar{\theta}^+$  obtenus en canal rugueux. Il n'est pas possible de définir une fonction de rugosité pour la température moyenne similaire à la fonction  $\Delta U^+$  de Clauser (1954). La température moyenne est indépendante de la trainée de forme, donc de la fonction de rugosité pour  $s^* \geq 6k^*$ . Les différences des profils  $\bar{\theta}^+$  dans les configurations  $s^* \leq 3k^*$  sont dues aux caractéristiques du régime transitionnel. Ce point sera également éclairci plus loin dans le chapitre.



**Figure 4.10** – Profils de température moyenne  $\bar{\theta}^+$ .

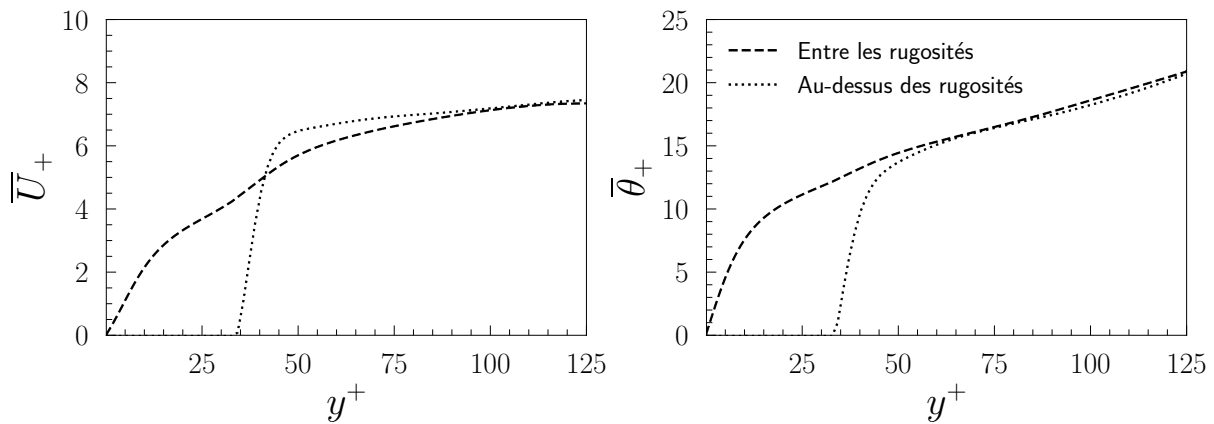
Des moyennes locales peuvent aussi être calculées comme chez Anika *et al.* (2020) pour montrer l'effet de la non-homogénéité de l'écoulement sur les profils moyens de vitesse et de température. Le domaine global est alors divisé en deux régions : une région définie entre les rugosités, et une région définie au-dessus des rugosités (Figure 4.11).

Les distributions de la vitesse et de la température moyennes ainsi obtenues sont montrées sur la Figure 4.12. Seul le cas  $s^*/k^* = 9$  est représenté dans cette figure pour plus de clarté (voir l'Annexe D pour les autres configurations). Les profils moyens de vitesse et de température dans les deux régions définies ci-dessus deviennent similaires au-dessus de la crête. Cependant, la similarité s'établit plus proche de la crête pour  $\bar{\theta}_+$  ( $y^+ \approx 60$ ) que pour  $\bar{U}_+$  ( $y^+ \approx 90$ ). La distance entre la crête et la position à laquelle les profils deviennent similaires augmente avec le décalage  $s^*$  pour  $\bar{U}_+$  et semble être constante pour  $\bar{\theta}_+$ . La vitesse moyenne  $\bar{U}_+$  obtenue entre les rugosités possède deux points d'inflexion.



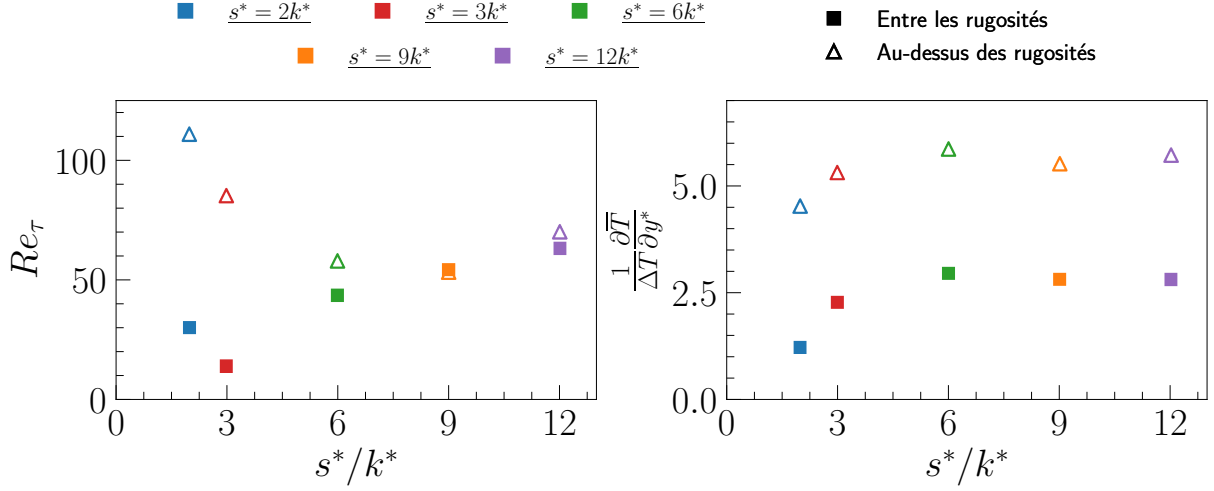
**Figure 4.11** – Schéma montrant la région définie au-dessus des rugosités (**en vert**). Les rugosités sont représentées en noir. La région définie entre les rugosités est le reste du domaine.

Un autre point important à souligner est que les gradients de vitesse et de température à la crête des rugosités sont plus importants que ceux à la paroi entre les rugosités.



**Figure 4.12** – Moyennes locales de la vitesse longitudinale  $\bar{U}_+$  (**à gauche**) et de la température  $\bar{\theta}_+$  (**à droite**).

La Figure 4.13 montre l'évolution du nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement local  $Re_\tau$  et l'évolution du gradient de température local  $(1/\Delta T) (\partial \bar{T} / \partial y^*)$ . Indiquons tout d'abord que les résultats pour  $Re_\tau$  permettent de renforcer les discussions menées sur les Figures 4.9 et 4.10. On note en effet que  $Re_\tau$  est maximal au-dessus des rugosités et minimal entre les rugosités pour  $s^*/k^* \leq 3$ . L'écart entre les  $Re_\tau$  diminue, pour  $6 < s^*/k^* < 12$ , jusqu'à ce qu'ils deviennent équivalents. Le gradient de température à la paroi augmente avec le décalage pour  $s^*/k^* \leq 6$ , avant d'atteindre un palier. Il est dissimilaire à  $Re_\tau$  avec des différences notables et systématiques au-dessus et entre les rugosités quel que soit  $s^*/k^*$ . Le gradient local  $(1/\Delta T) (\partial \bar{T} / \partial y^*)$  est deux fois plus important sur la crête comparé à la zone entre les rugosités pour  $s^*/k^* \geq 6$ .



**Figure 4.13** – Évolution du nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement local  $Re_\tau$  (à gauche) et du gradient de température local  $\frac{1}{\Delta T} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y^*}$  (à droite).

Les coefficients de frottement visqueux et de traînée de forme peuvent s'exprimer en utilisant une procédure similaire à [Arenas \*et al.\* \(2019\)](#). Pour plus de clarté, la notation  $( )^*$  est temporairement retirée des équations suivantes, mais toutes les quantités sont adimensionnées par  $H$  et  $u_c$ . En reprenant l'Équation (2.1.1.3) projetée sur la direction  $x$  et en moyennant en temps :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{Re_c} \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_j^2} \quad (4.4.1.1)$$

Cette équation peut ensuite être intégrée sur le volume fluide  $V_0$  (volume total privé des rugosités), ce qui donne :

$$\int_{V_0} \left( \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \right) dV = \int_{V_0} \left( -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{Re_c} \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_j^2} \right) dV \quad (4.4.1.2)$$

L'écoulement est établi en temps, périodique dans les directions  $x$  et  $z$ , et il est assujéti à une condition d'adhérence à la paroi. Par conséquent :

$$0 = \int_{V_0} \left( -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{1}{Re_c} \frac{\partial^2 \bar{u}_j}{\partial x_j^2} \right) dV \quad (4.4.1.3)$$

Le terme  $\partial \bar{p} / \partial x$  peut être décomposé comme la somme du gradient de pression imposé  $\bar{\Pi}$  et du gradient de pression de forme induit par les rugosités  $\partial \tilde{p} / \partial x$ . L'équation devient donc :

$$\begin{aligned} \bar{\Pi} V_0 &= \int_S \tilde{p} \vec{n} \cdot \vec{x} dS + \frac{1}{Re_c} \left[ \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=0} dS + \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=k} dS \right]_{paroi \ inf.} \\ &\quad - \frac{1}{Re_c} \left[ \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=2} dS + \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=2-k} dS \right]_{paroi \ sup.} \end{aligned} \quad (4.4.1.4)$$

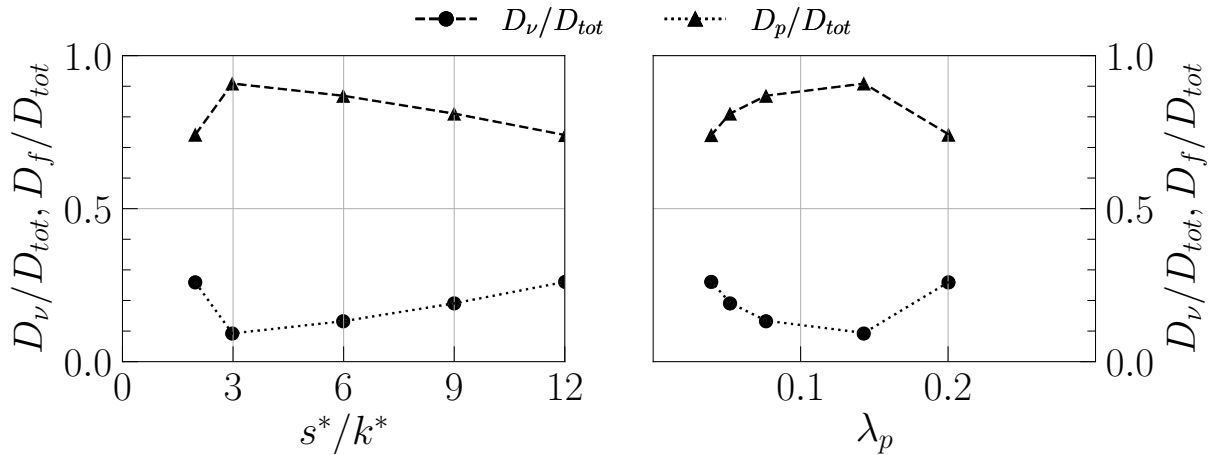
Soit :

$$D_{tot} = \bar{\Pi} \frac{V_0}{S_0} = D_p + D_\nu \quad (4.4.1.5)$$

avec  $S_0 = L_x \times L_z$  et :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_p = \int_S \tilde{p} \vec{n} \cdot \vec{x} dS \\ D_\nu = \frac{1}{Re_c} \left[ \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=0} dS + \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=k} dS \right]_{paroi\ inf.} \\ \quad - \frac{1}{Re_c} \left[ \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=2} dS + \int_S \frac{d\bar{U}}{dy} \Big|_{y=2-k} dS \right]_{paroi\ sup.} \end{array} \right. \quad (4.4.1.6)$$

La Figure 4.14 montre l'évolution du coefficient de traînée visqueuse  $D_\nu$  et du coefficient de traînée de forme  $D_p$  normalisé par le coefficient de traînée global  $D_{tot}$  pour les différents cas. Les rapports  $D_\nu/D_{tot}$  et  $D_p/D_{tot}$  atteignent respectivement un minimum et un maximum local pour le cas *s3p6*. Ces quantités sont également exprimées en fonction de la densité surfacique à la paroi  $\lambda_p$  (aire totale des rugosités à la paroi / aire totale de la paroi) d'une manière similaire à [Leonardi & Castro \(2010\)](#). Le minimum local pour  $D_\nu/D_{tot}$  (et maximum local pour  $D_p/D_{tot}$ ) est atteint pour  $\lambda_p \approx 0.15$ . Ce résultat avait déjà été obtenu par [Leonardi & Castro \(2010\)](#) avec une géométrie similaire, mais une distribution et une taille de rugosités différentes.

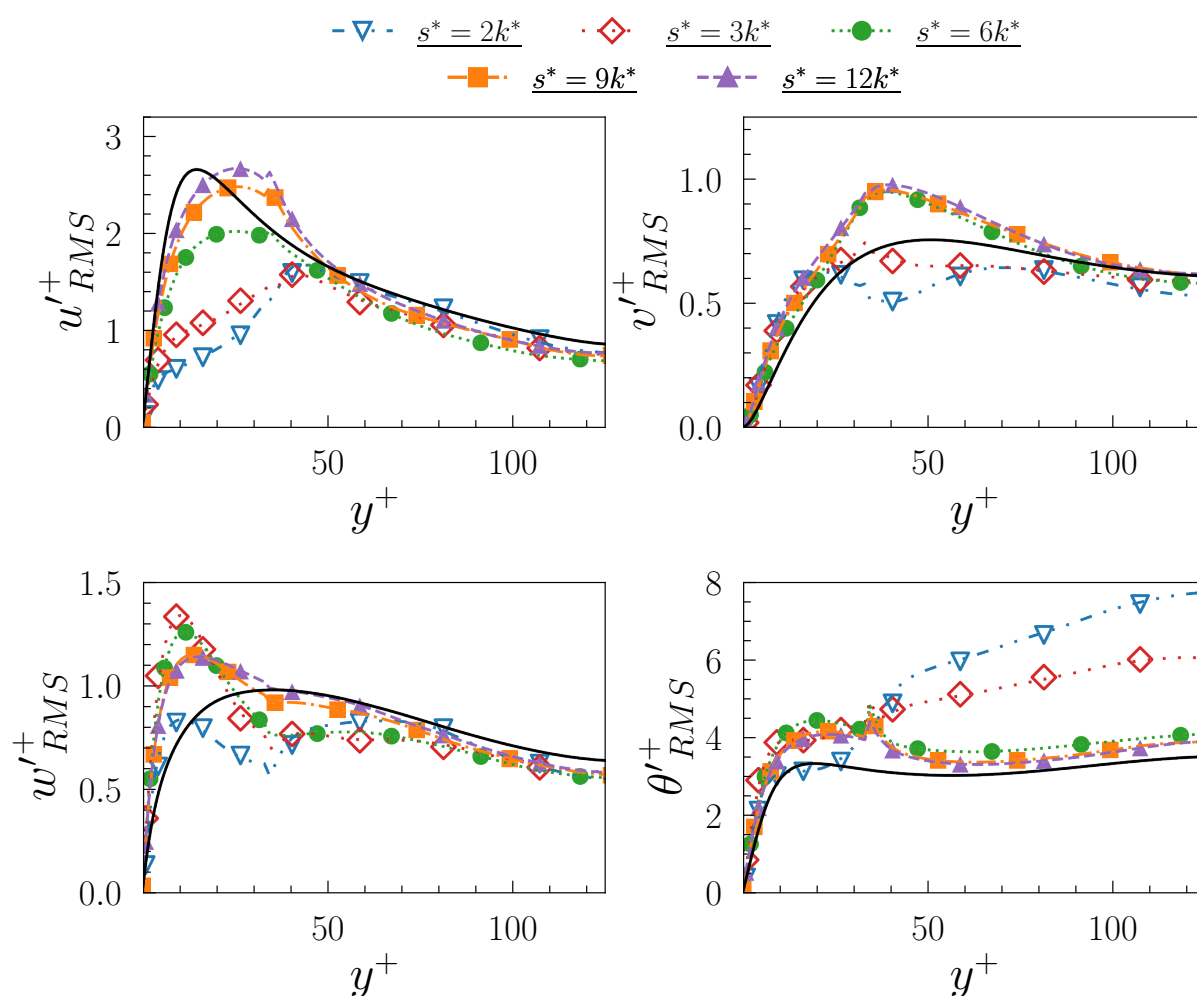


**Figure 4.14** – Évolution du coefficient de friction  $D_\nu$  et du coefficient de traînée de forme  $D_p$  normalisé par le coefficient de traînée global  $D_{tot}$ . Ces coefficients normalisés sont tracés en fonction du décalage entre les rugosités  $s^*/k^*$  (**à gauche**) et de la densité surfacique de rugosités à la paroi  $\lambda_p$  (**à droite**).



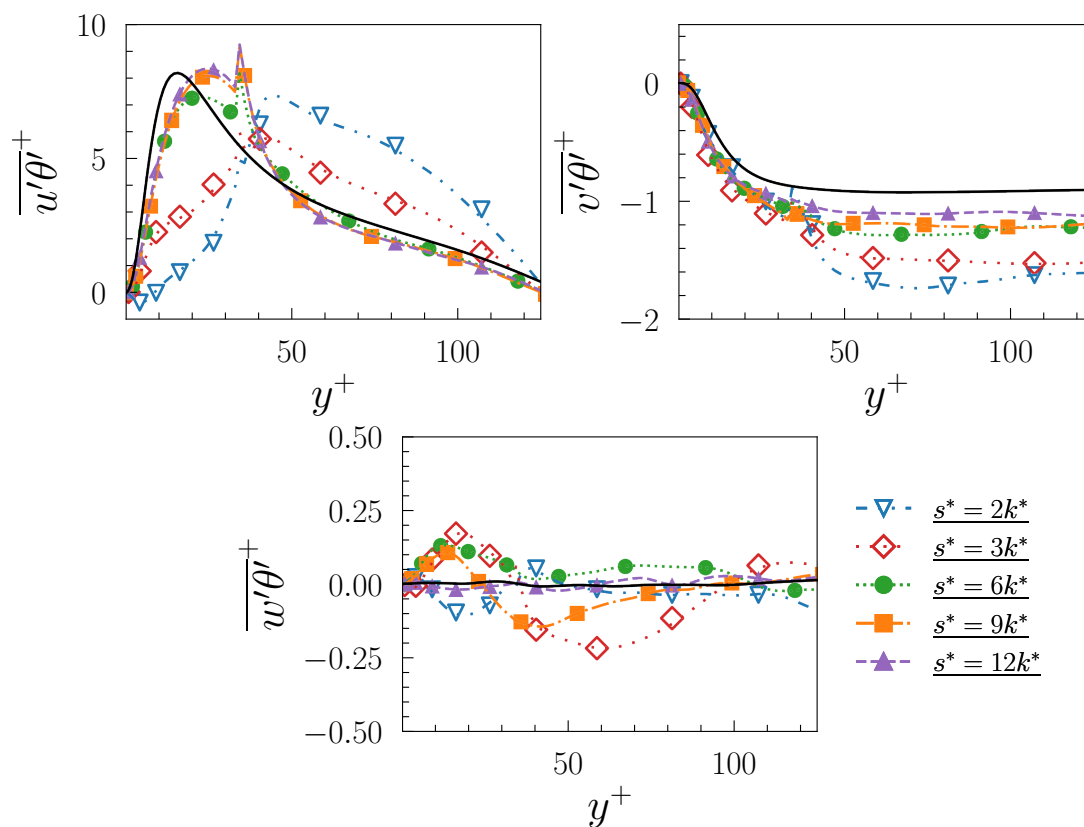
### 4.4.2 Champs fluctuants

La Figure 4.15 montre respectivement les profils RMS des fluctuations de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}$ ), verticale ( $v'_{RMS}$ ) et transversale ( $w'_{RMS}$ ), ainsi que les fluctuations de température ( $\theta'_{RMS}$ ). Toutes les distributions se superposent pour de grands décalages  $s^*/k^* \geq 6$ . Il y a, encore une fois, une nette différence entre les cas  $s^*/k^* \leq 3$  et les cas  $s^*/k^* \geq 6$ . Les profils de ( $v'_{RMS}$ ) pour  $s^*/k^* \geq 6$  coïncident remarquablement bien et sont systématiquement supérieurs à leur homologue en canal turbulent lisse. Les profils ( $w'_{RMS}$ ) s'établissent dès  $s^*/k^* = 2$ , et coïncident pour  $s^*/k^* \geq 9$ . Enfin, les variations d'un cas à l'autre de ( $\theta'_{RMS}$ ) s'estompent pour des décalages modérés ( $s^*/k^* \geq 6$ ). L'intensité des fluctuations de température au centre sont importantes pour les décalages faibles ( $s^*/k^* \leq 3$ ). L'interprétation de ces comportements est délicate et nous en discuterons davantage dans la Section 4.4.3. L'intensité des fluctuations de température reste élevée par rapport au canal turbulent lisse dans toutes les configurations. Un tel comportement fut également observé par Miyake *et al.* (2001) avec des barres rectangulaires (leur Figure 14).



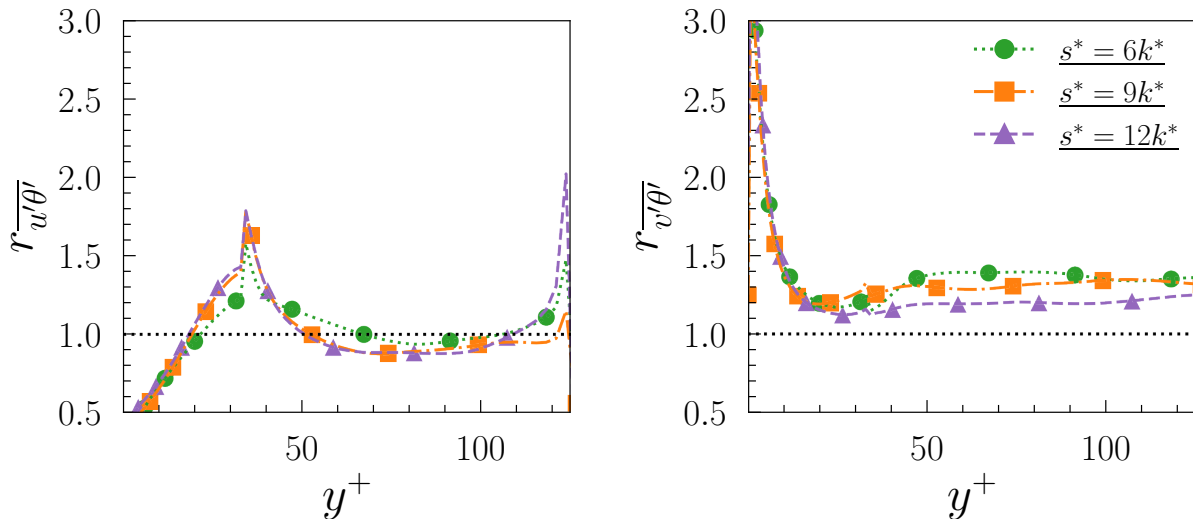
**Figure 4.15** – Profils des RMS de vitesses et de température obtenus dans les différents cas.

La Figure 4.16 montre les profils des corrélations vitesse-température ( $\overline{u_i'\theta'^+}$ ). Globalement, les distributions de flux turbulent longitudinal ( $\overline{u'\theta'^+}$ ) et vertical ( $\overline{v'\theta'^+}$ ) se confondent là aussi lorsque le décalage est  $s^*/k^* \geq 6$ . Elles ne diffèrent que marginalement des profils correspondant à l'écoulement turbulent canonique. En revanche, ( $\overline{u'\theta'^+}$ ) et ( $\overline{v'\theta'^+}$ ) atteignent des valeurs considérables, en particulier dans la couche externe pour les faibles décalages  $s^*/k^* \leq 3$ . Ce comportement sera discuté en détails dans la Section 4.4.3. En quelques mots, la topologie de l'écoulement est particulièrement différente pour les faibles décalages  $s^*$ , et les couches de cisaillement sur les crêtes dominant alors la dynamique. En revanche, la dynamique est partagée entre les couches de cisaillement sur les crêtes et les tourbillons quasi-longitudinaux engendrés entre les rugosités lorsque  $s^*/k^* \geq 6$ .



**Figure 4.16** – Profils des corrélations vitesses température obtenus dans les différents cas.

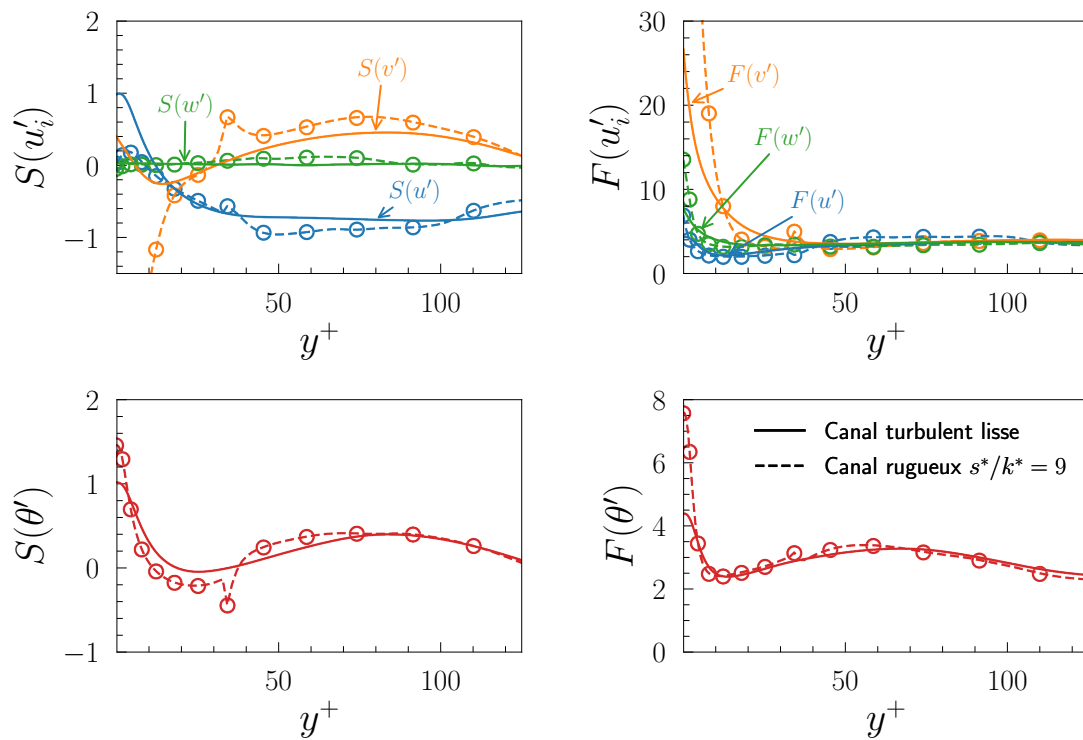
La Figure 4.17 montre les rapports  $r_{\overline{u'\theta'}} = \left(\overline{u'\theta'}\right)_R / \left(\overline{u'\theta'}\right)$  et  $r_{\overline{v'\theta'}} = \left(\overline{v'\theta'}\right)_R / \left(\overline{v'\theta'}\right)$  des flux longitudinaux et verticaux dans l'écoulement rugueux (indice  $(\ )_R$ ) et l'écoulement turbulent canonique. Le flux turbulent longitudinal n'est amélioré qu'au voisinage de la crête des rugosités ( $20 < y^+ < 50$ ) et au centre du canal. Le flux turbulent normal dans le canal rugueux est meilleur comparé à son homologue lisse.



**Figure 4.17** – Rapport entre les flux turbulents longitudinaux et verticaux obtenus dans les différentes configurations rugueuses et ceux obtenus dans en canal turbulent lisse. Le trait en pointillé représente 1.

La Figure 4.18 montre les profils des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement des champs fluctuants de la vitesse et de la température. Seul le cas  $s^*/k^* = 9$  est montré pour alléger la figure. Les facteurs de dissymétrie et d'aplatissement pour les autres configurations sont disponibles en Annexe D. La structure fine du champ fluctuant de la température est marginalement affectée par les rugosités, sauf à la paroi où le champ  $\theta'$  devient plus intermittent par rapport à l'écoulement canonique. C'est également le cas pour le champ fluctuant de vitesse. Il est important de remarquer la forte dissymétrie de  $v'$  proche paroi, où les balayages avec  $S(v') < -1$  dominent.

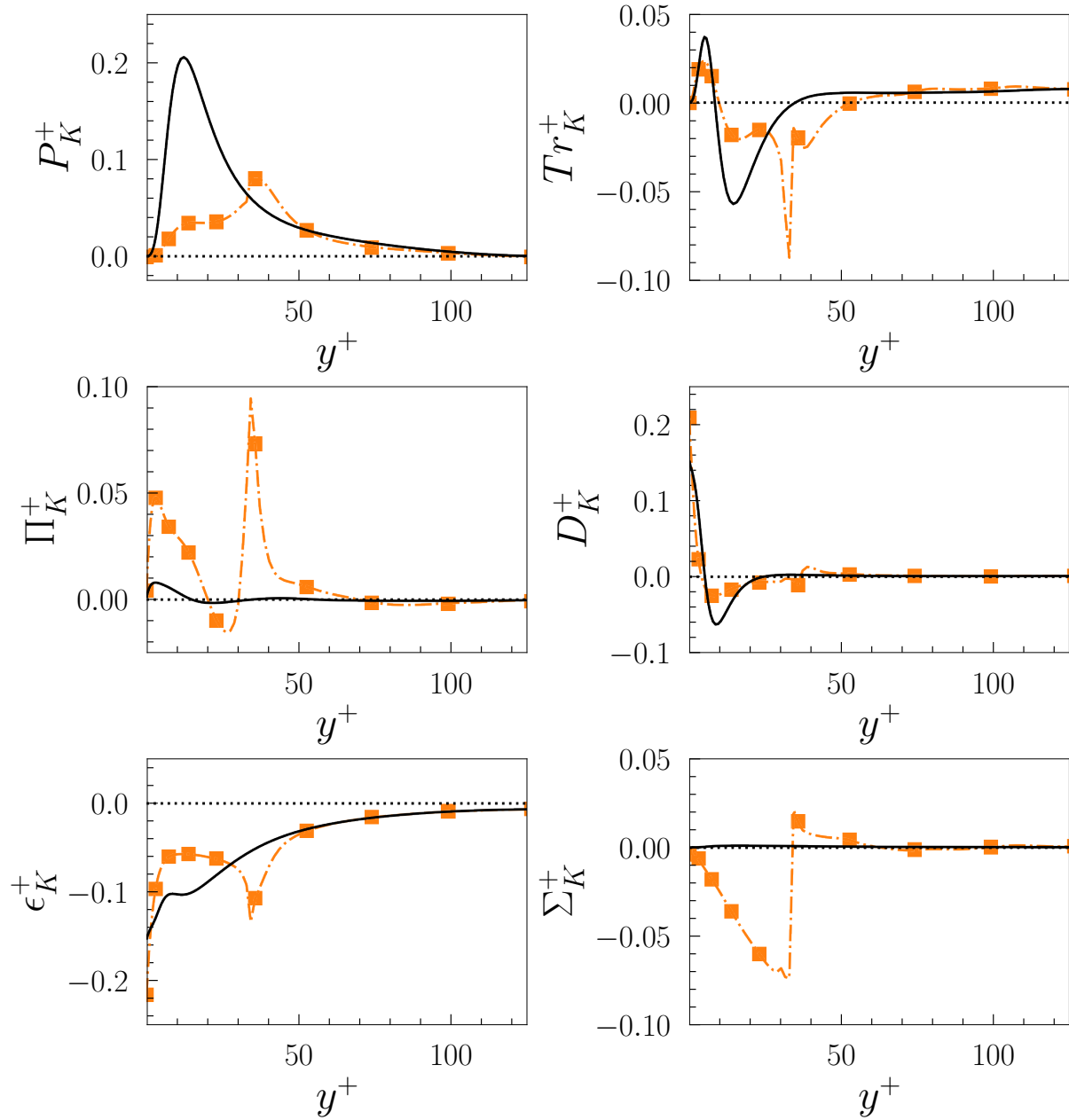
La structure fine de la turbulence est finalement assez peu affectée par la présence des rugosités pour  $y^* > k^*$  et  $s^*/k^* \geq 6$ . En revanche, il y a de grandes déviations entre les profils rugueux établis et ceux obtenus en canal turbulent lisse pour  $y^* < k^*$  et surtout en proche paroi. Encore une fois, ce point sera élucidé dans la Section 4.4.3.



**Figure 4.18** – Profils des facteurs de dissymétrie et d’aplatissement obtenus pour la configuration  $s^*/k^* = 9$  (en pointillés) comparés à ceux obtenus en canal turbulent lisse (en traits continus).

L'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  est rappelée dans la Section 2.3.3. Tous les termes sont moyennés en temps et en espace dans les directions  $x$  et  $z$  et les effets dispersifs induits par les rugosités ne sont pas pris en compte. Il faudrait utiliser une décomposition triple (Hantsis & Piomelli (2020)) pour prendre en compte les variations locales dans les directions  $x$  et  $z$  de l'énergie cinétique turbulente  $\overline{K}$ . Cependant, cela requiert un grand nombre de champs indépendants et donc un temps de simulation très important pour assurer la convergence de chaque terme.

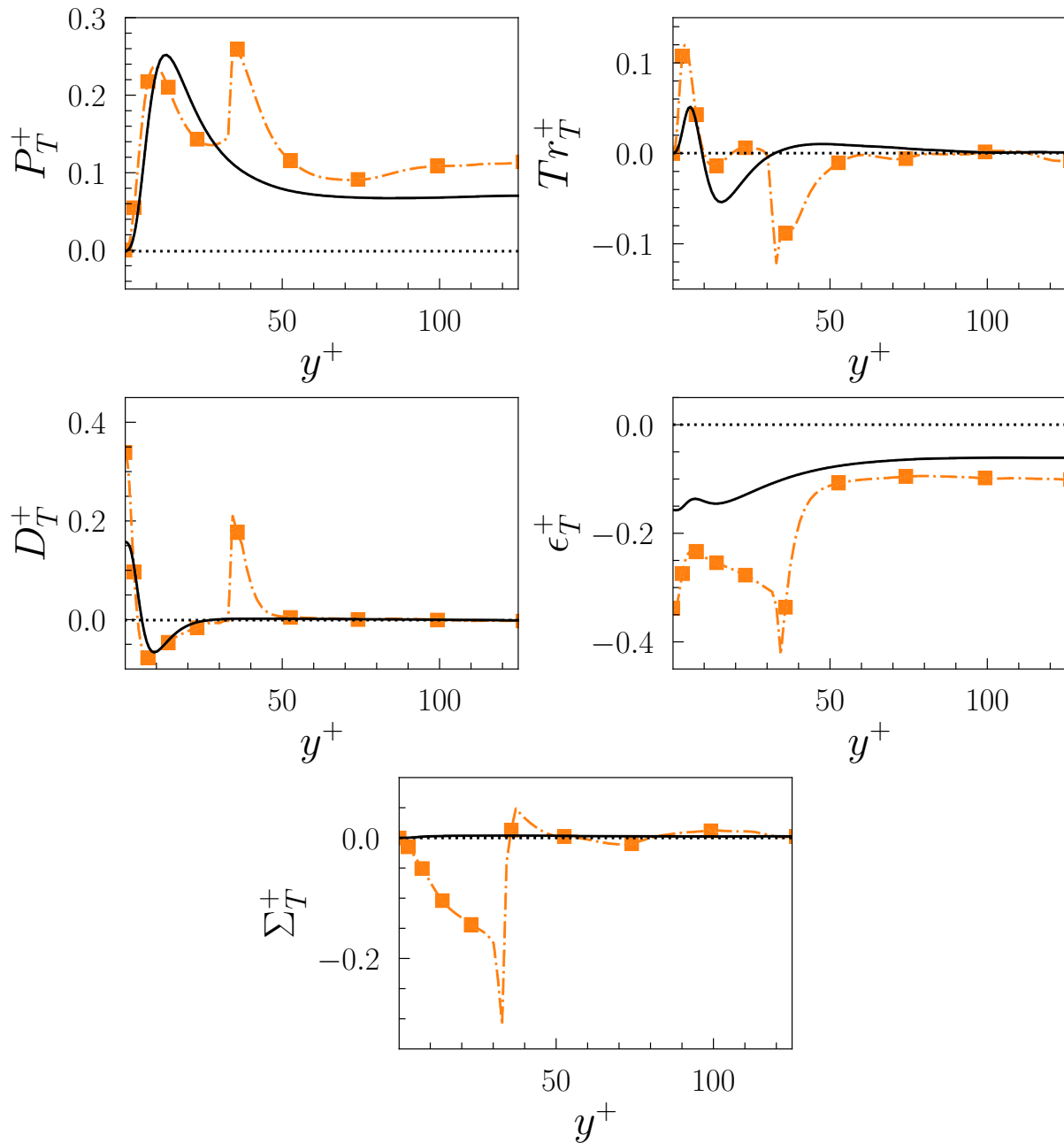
La Figure 4.19 montre les différents termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique. Là encore, seuls les résultats du cas  $s^* = 9$  sont montrés. Tous les cas sont représentés en Annexe D pour montrer notamment la superposition des profils dès  $s^* = 6$ . La production  $P_K^+$  possède deux maximums locaux : un à  $y^+ \approx 10 - 15$  (comme en canal lisse), et un à  $y^+ = k^+$ . L'amplitude maximale se situe à la crête des rugosités. Il est intéressant de noter qu'elle est inférieure au maximum de production obtenu en canal lisse ( $P_K^+ = 0.1$  et  $P_K^+ = 0.2$  respectivement). La corrélation vitesse fluctuante-gradient de pression  $\Pi_K^+$  est fondamentalement différent de son homologue obtenu en canal turbulent lisse. Un maximum local est d'abord atteint en proche paroi où  $\Pi_K^+ = 0.05$  à  $y^+ \approx 7 - 8$ . Par la suite,  $\Pi_K^+$  change de signe sous la crête où elle atteint successivement un minimum à  $y^+ = 30$ , puis un maximum à  $y^+ = 34$ . Cela montre que les rugosités induisent un transfert d'énergie entre les composantes de vitesse. Les profils de  $Tr_K^+$  et  $D_K^+$  sont similaires à ceux obtenus en canal turbulent lisse. Leurs maximums et minimums locaux sont atteints aux mêmes positions  $y^+$  avec des intensités inférieures pour les profils rugueux. Les profils de  $Tr_K^+$  et  $D_K^+$  possèdent respectivement un minimum et un maximum local à la crête des rugosités. La diffusion  $D_K^+$  est plus importante pour le profil rugueux que pour le profil lisse à la paroi. Enfin, la dissipation  $-\epsilon_K^+$  possède deux minimums locaux : à la paroi et à la crête. Ils sont respectivement plus importants (en valeur absolue) et identique au minimum de dissipation obtenu en canal lisse. Cependant, il est intéressant de noter que pour  $0 < y^+ < k^+$ , la dissipation est inférieure à celle obtenue en canal turbulent lisse. La dissipation s'équilibre avec la diffusion à la paroi et avec le transport turbulent au centre du canal comme il se doit. Les effets dispersifs représentés par  $\Sigma_K^+$  sont importants autour des rugosités, pour  $10 < y^+ < 30$ .



**Figure 4.19** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  obtenus pour le cas  $s9p18$  (en orange) comparés à ceux obtenus en canal turbulent lisse (en noir).

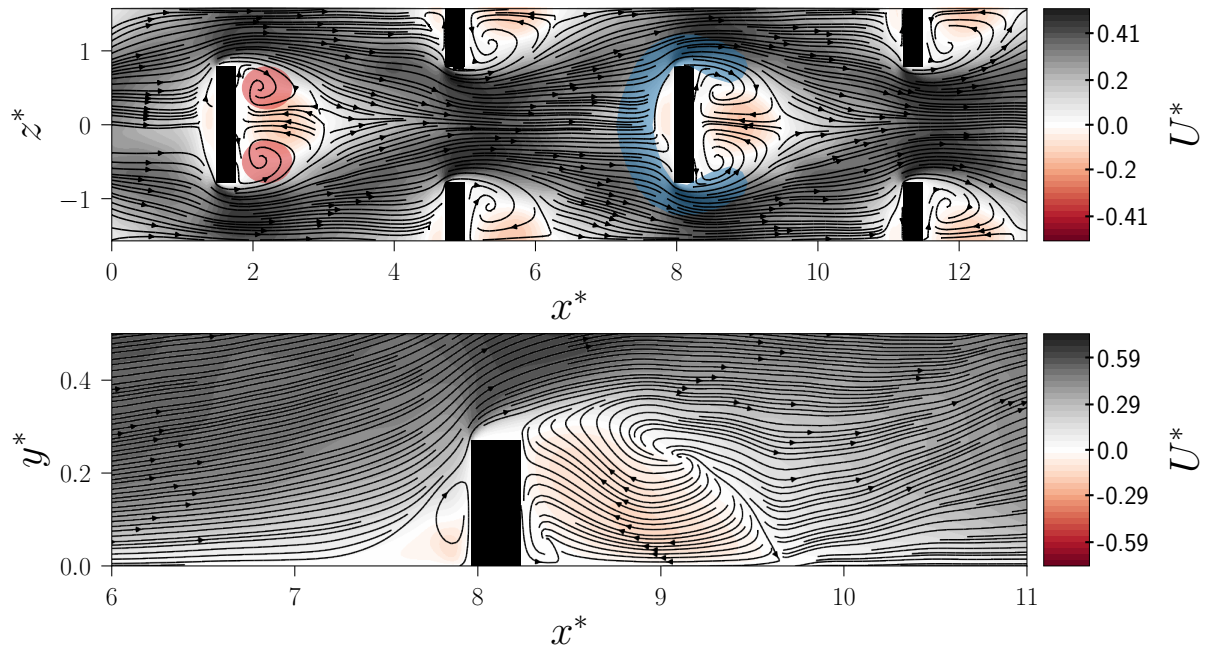
L'équation de transport de la variance de température  $\overline{T'T'}$  est rappelée dans la Section 2.3.3. La Figure 4.20 montre les différents termes de transport de la variance des fluctuations de température pour  $s^*/k^* = 9$ . Les résultats des autres configurations sont fournis en Annexe D. Malheureusement, les effets dispersifs dus à l'inhomogénéité sont trop importants (en particulier par rapport à l'énergie cinétique  $K$ ) en dessous de la crête des rugosités ( $y^+ < 34$ ) pour tirer des conclusions claires dans cette zone. Il y a néanmoins quelques éléments significatifs à rapporter dans la zone homogène  $y^+ > 40$  où  $\Sigma_T^+ \approx 0$ . La production  $P_T^+$  atteint des valeurs importantes immédiatement au-dessus des crêtes dans une sous-couche fine localisée à  $40 < y^+ < 50$  où les effets dispersifs deviennent négligeables. Le transport turbulent  $Tr_T^+$  atteint de fortes valeurs négatives en conséquence, alors qu'il est négligeable en écoulement canonique. La dissipation  $\epsilon_T^+$  est également importante dans la sous-couche immédiatement au-dessus des crêtes.

L'écoulement induit par les rugosités est inhomogène. De ce fait,  $\Sigma_K$  et  $\Sigma_T$  ne sont pas nuls dans tout le canal. Néanmoins, les effets dispersifs sont confinés pour  $y^+ < k^+$  avec un minimum de  $\Sigma_K \approx -0.1$  et de  $\Sigma_T \approx -0.3$  atteint à  $y^+ = 34$  comme montré sur les Figures 4.19 et 4.20. Par conséquent, l'écoulement peut être considéré comme homogène au-dessus des rugosités, car  $\Sigma_K \approx 0$  et  $\Sigma_T \approx 0$ . La topologie d'un écoulement autour d'un cube en canal a été étudiée par [Martinuzzi & Tropea \(1993\)](#). Dans leur étude, le nombre de Reynolds était grand ( $\propto 10^4$ ) et la géométrie de rugosités était totalement différente, mais certaines caractéristiques sont communes avec l'étude ci-présente. Les lignes de courant superposées à la vitesse instantanée du cas *s12p24* sont représentées sur la Figure 4.21. Des zones de recirculation sont présentes en amont et en aval de chaque rugosité (représentée en rouge). La déviation globale en fer à cheval de l'écoulement est également visible (représentée en bleu). Ce sont les zones de recirculations situées sous la crête des rugosités qui sont à l'origine de l'inhomogénéité de l'écoulement et donc de  $\Sigma_K \neq 0$  et  $\Sigma_T \neq 0$ . Il faudrait faire une décomposition triple pour prendre en compte les variations longitudinales et transversales de l'énergie cinétique turbulente induite par les recirculations. [Hantsis & Piomelli \(2020, 2022\)](#) ont réalisé une telle décomposition en étudiant des rugosités de type « grains de sable ». Ils ont notamment montré qu'en réécrivant les équations de transport avec la décomposition triple, une contribution induite par la forme (noté par  $( )^{fi}$  dès à présent) apparaissait pour chaque terme. Concernant la production, une différence majeure était observée entre  $P_K^{fi}$  et  $P_T^{fi}$ . En effet,  $P_T^{fi} \sim 2P_K^{fi}$  à la crête des rugosités dans leur étude. Il est intéressant de noter que pour la configuration utilisée ici, ce rapport est similaire à celui observé entre  $\Sigma_K$  et  $\Sigma_T$  à la crête.



**Figure 4.20** – Profils des termes de l'équation de transport de la variance de température  $\overline{T'T'}$  obtenus pour le cas *s9p18* (en orange) comparés à ceux obtenus en canal turbulent lisse (en noir).

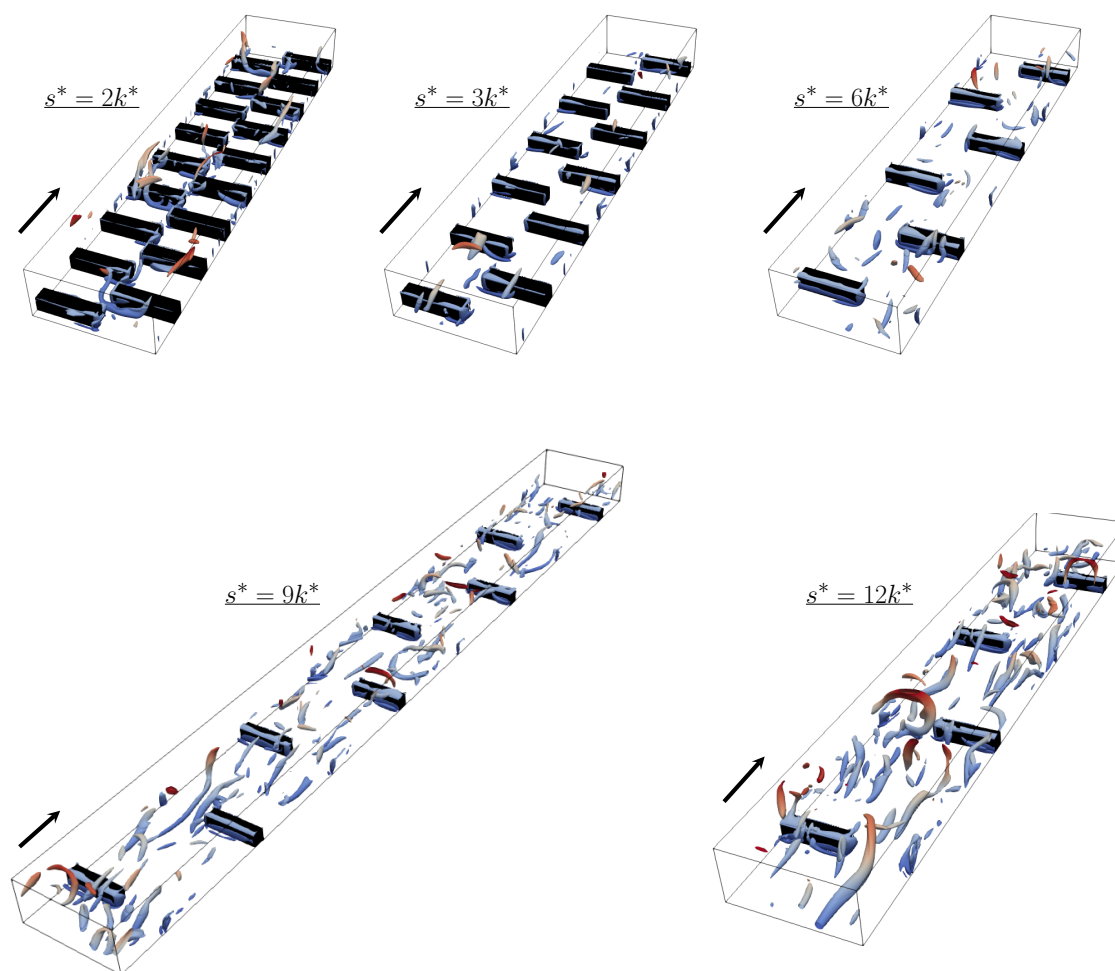




**Figure 4.21** – Lignes de courant superposées au champ de vitesse longitudinale instantané pour la configuration  $s^*/k^* = 12$ . Les rugosités sont représentées en noir. **(En haut)** vue de dessus à  $y^+ = 10$ , **(en bas)** vue de côté à  $z^* = \pi/4$ . L'écoulement va de la gauche vers la droite.

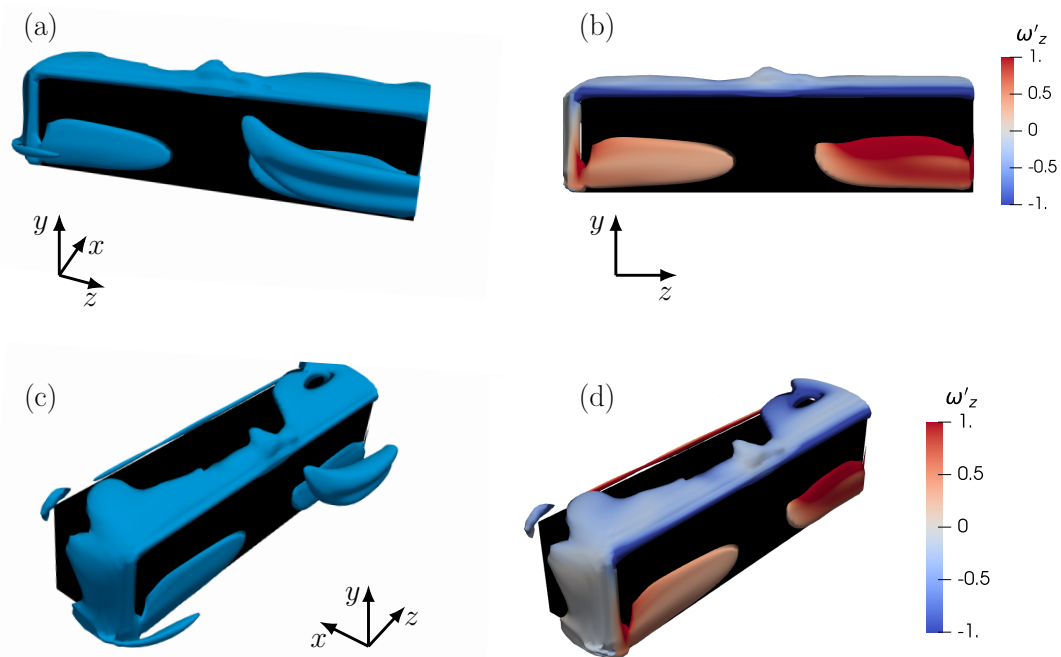
### 4.4.3 Structures cohérentes

La Figure 4.22 montre la distribution spatiale des structures  $\lambda_2^+ = -0.02$  pour différentes configurations. Des tourbillons quasi-longitudinaux (TQLs) sont présents entre les rugosités pour chaque cas  $s^*/k^* \geq 2$ , mais ils deviennent plus nombreux et atteignent leur maturité pour  $s^*/k^* \geq 9$ . En effet, les structures sont courtes et peu nombreuses pour les décalages les plus faibles ( $s^*/k^* = \{2, 3\}$ ), alors qu'elles prennent la forme de TQLs développés dont la longueur est similaire à ce qui est observé en canal turbulent lisse pour les décalages  $s^*/k^* = \{9, 12\}$ . Des films ont été réalisés pour les configurations  $s^*/k^* = \{3, 6, 9\}$  pour mieux comprendre la formation, le temps de vie et la régénération des structures cohérentes. Ils sont disponibles sur ce [lien](#).



**Figure 4.22** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus dans les différentes configurations dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^+$  et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche.

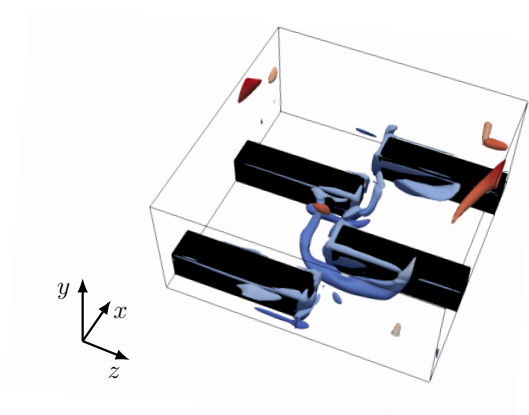
Le transport du scalaire passif au-dessus des rugosités est piloté par des couches de cisaillement attachées aux crêtes qui sont présentes quel que soit le décalage (Figure 4.22). Elles contiennent principalement la composante transversale de la vorticité  $\omega'_z \sim -\partial u'/\partial y$  à la crête des rugosités. Les couches de cisaillement s'enroulent ensuite en structures cohérentes, car elles remplissent les deux principales conditions de Jiménez & Orlandi (1993). En effet, elles sont intenses et situées dans une zone de discontinuité spatiale induite grâce aux rugosités. Le visionnage des films a révélé qu'elles se soulèvent de manière occasionnelle (quoi que rare) pour induire une vorticité verticale  $\omega'_y$ , puis s'incliner en couches de vorticité longitudinale  $\omega'_x$  pour enfin s'enrouler en TQL. Ce processus se retrouve en canal turbulent lisse (Tardu (2014)). De fines couches de vorticité transverse composées de  $\partial v'/\partial x$  apparaissent de manière intermittente sur les faces amonts. Enfin, il y a de fines couches de vorticité verticale  $\omega'_y$  sur les faces latérales. Elles sont principalement formées de  $\partial w'/\partial x$ , sont moins intenses que les couches présentes à la crête, et se détachent rarement. Les couches de cisaillement en amont et sur les faces latérales ne jouent pas un rôle important dans le transport du scalaire passif.



**Figure 4.23** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus pour le cas *s9p18* localement autour d'une rugosité. Les rugosités sont représentées en noir et les contours sont colorés (a et c) en bleu et (b et d) par leur vorticité transversale  $\omega'_z$ . (a et c) vue de devant (b et d) vue isométrique. La direction de l'écoulement est selon  $x$ .

Le transport et le mélange du scalaire passif entre les rugosités sont majoritairement gérés par les TQLs qui apparaissent à  $s^*/k^* \geq 6$ . En revanche, les structures émanant de l'enroulement des couches de cisaillement attachées sur les rugosités et qui sont présentes dans toutes les configurations, dominent le transfert pour les faibles décalages  $s^*/k^* \leq 3$  (Figure 4.24). La régénération de ces structures se fait principalement au niveau des arêtes verticales des rugosités. C'est dans cette région que des couches  $-\partial w'/\partial x$  sont générées et

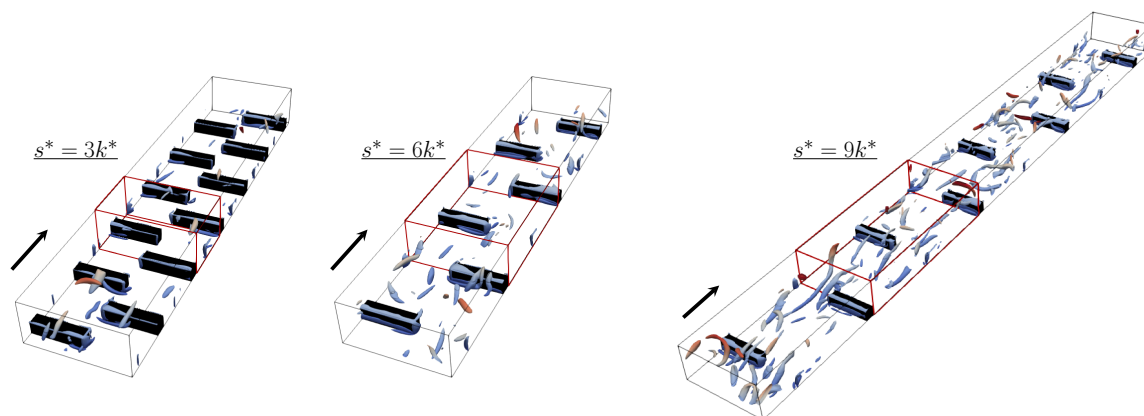
alimente le terme  $\Pi_{w'w'}$  pour le transfert inter-composante de  $\overline{u'u'}$  vers  $\overline{w'w'}$  d'après [Anika et al. \(2018\)](#). Les TQLs matures entre les rugosités apparaissent seulement dans certaines configurations, un point qui reste à être élucidé. Le concept du « minimum channel » de [Jiménez & Moin \(1991\)](#) est utilisé pour tenter d'apporter une explication. La taille minimum d'un canal lisse nécessaire pour que la turbulence se régénère et se maintienne dans la sous-couche interne est  $l_x^+ = 250 - 350$  dans la direction longitudinale et  $l_z^+ = 100$  suivant la direction transversale. La taille  $l_x^+$  est la longueur typique d'un TQL et  $l_z^+$  est l'espacement des stries de hautes et basses vitesses. De manière similaire, la génération de la turbulence interne et des TQLs sont liés à un espace minimal entre les rugosités. Il faut remarquer sur la Figure 4.22 que les TQLs sont inexistantes et peu matures pour les cas  $s^*/k^* = \{2, 3\}$ , car la taille de la région entre deux rugosités consécutives n'est pas suffisante pour permettre aux TQLs de se développer spatio-temporellement et de se maintenir.



**Figure 4.24** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus pour le cas  $s2p4$  dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) entre les quatre premières rugosités. Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^+$  et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est selon  $x$ .

$s^*/k^*$	$(l_x)^+$	$(l_z)^+$	$(l_x)_+$	$(l_z)_+$
2	101	1178	24	198
3	169	1178	20	132
6	371	393	130	138
9	574	393	249	170
12	776	393	392	198

**Tableau 4.2** – Paramètres utilisés pour les simulations sur l'effet du décalage dans le canal rugueux.



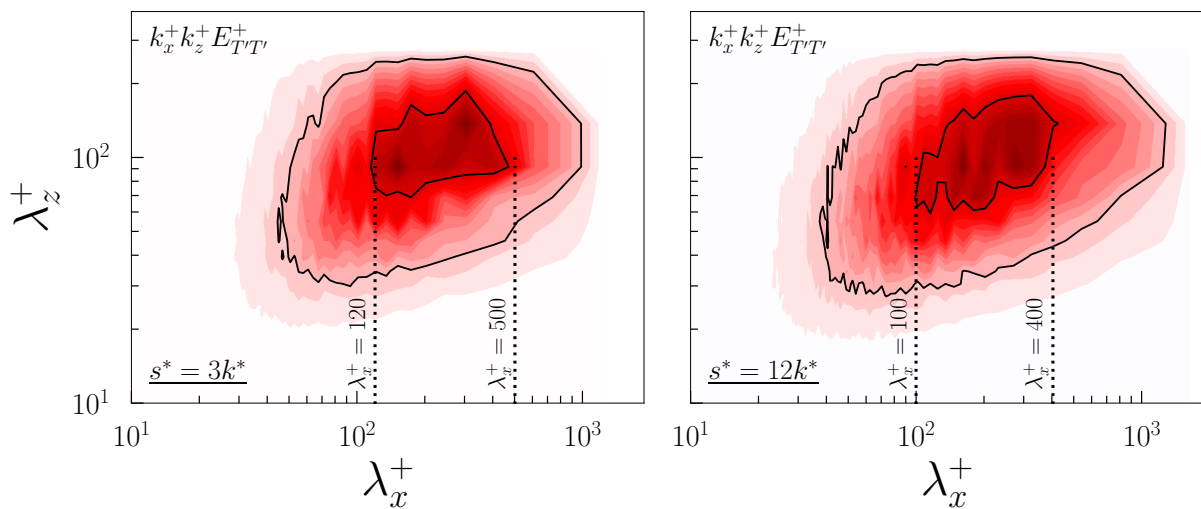
**Figure 4.25** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus dans les différentes configurations dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^+$  et les rugosités sont représentées en noir. Le canal indépendant entre deux rugosités consécutives est représenté en rouge. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche.

Il faut considérer la région entre deux rugosités consécutives comme un canal indépendant dans lequel les structures peuvent (ou pas) atteindre leur maturité avant d'interagir avec la prochaine rugosité pour élucider le processus de développement et de maintien de la turbulence dans cette zone. Cette zone est indiquée en trait rouge sur la Figure 4.25. Il faut noter que les structures peuvent se développer librement dans la direction transversale sur toute l'étendue du domaine de calcul entre deux rugosités en quinconce consécutives. Par conséquent, l'étendue transversale du canal minimum ainsi défini est  $l_z^* = L_z^*$ . L'effet local induit par la prochaine rugosité en quinconce est négligé. L'étendue longitudinale du domaine est la distance entre deux rugosités successives  $l_x^* = p^* - k^*$ . Là aussi, l'effet de la prochaine rugosité en quinconce est négligé, car il est local, d'autant plus que les couches de cisaillement attachées aux crêtes se détachent rarement pour engendrer des TQLs. La taille du canal indépendant doit être normalisée en unité de paroi basée sur la vitesse de frottement local calculée entre les rugosités, et pas avec l'échelle interne globale liée à  $d\bar{p}/dx$ . Le Tableau 4.2 regroupe les tailles des canaux indépendants pour les différentes configurations. Les notations  $( )^+$  et  $( )_+$  réfèrent respectivement à l'adimensionalisation par l'échelle interne globale et locale. Il est important de préciser qu'il ne faut tenir compte que de  $( )_+$  pour l'interprétation des résultats. La largeur du canal indépendant  $l_z^* = \pi$  est suffisante pour satisfaire la condition  $l_z^+ \geq 100$  pour  $s^*/k^* \geq 6$ . La traînée visqueuse est faible pour  $s^*/k^* \leq 3$ , ce qui induit un  $Re_\tau$  faible comme montré sur la Figure 4.13. Des simulations supplémentaires, coûteuses en temps de calcul, ont été effectuées pour  $s^*/k^* \leq 3$  avec une largeur de canal de  $l_z^* = 3\pi$  pour assurer  $l_z^+ \geq 100$ . Les statistiques obtenues pour  $l_z^* = \pi$  et  $l_z^* = 3\pi$  sont similaires. Par conséquent, la longueur du canal indépendant  $l_x^*$  pilote entièrement la régénération des TQLs entre les rugosités. La taille du canal indépendant, adimensionnée par les variables locales, est clairement trop courte pour permettre aux structures cohérentes de se développer et de se maintenir pour les cas  $s^*/k^* \leq 3$ . Les cas  $s^*/k^* = \{9, 12\}$  remplissent les conditions du « minimum channel » (Jiménez & Moin (1991)) alors que le cas  $s^*/k^* = 6$  est un cas intermédiaire. Cela peut

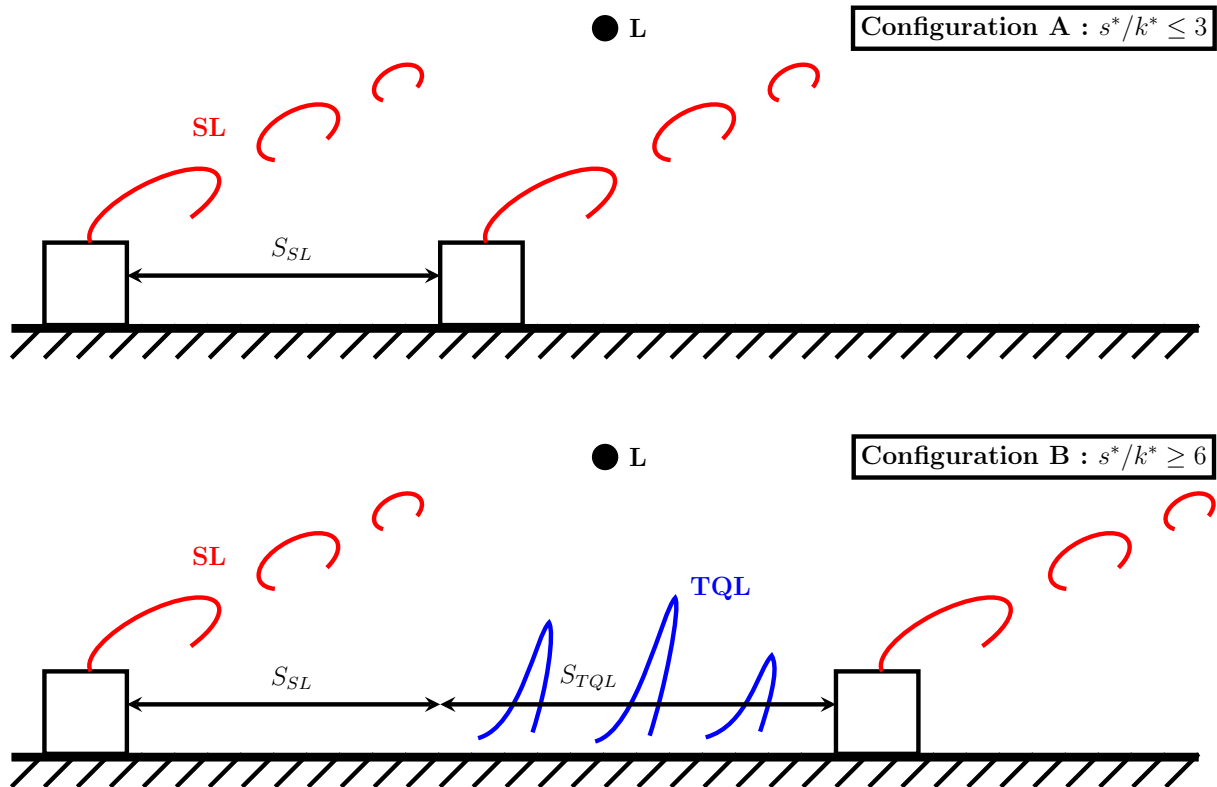
notamment expliquer pourquoi il y a peu de structures développées pour ce dernier cas sur la Figure 4.22. Il est également important de préciser que pour les grands décalages  $s^*/k^* \geq 9$ , les tailles des TQLs observés varient entre 200 et 300 unités de paroi (normalisées par la vitesse de frottement locale) comme en écoulement canonique. La tentative d'explication ne tient pas compte des interactions et effets locaux. Elle permet cependant de fournir une image simplifiée de la topologie de l'écoulement entre les rugosités.

Les couches de cisaillement attachées à la crête des rugosités dominent l'écoulement pour de faibles décalages entre les rugosités  $s^*/k^* \leq 3$ . Les larges  $(\theta_{RMS}^+)$  observées dans la couche externe pour  $s^*/k^* \leq 3$  ont d'abord été attribuées aux mouvements à grandes échelles susceptibles d'être induites par les couches de cisaillement sur les crêtes. Or, ce n'est pas le cas. La Figure 4.26 montre les densités spectrales  $E_{T'T'}^+$  prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ . Elles sont obtenues dans un plan  $x - z$  à  $y^+ = 70$  (au-dessus des rugosités) dans les configurations  $s^*/k^* = \{3, 12\}$  pour lesquelles  $(\theta_{RMS}^+)$  ont un comportement différent (Figure 4.15). Deux niveaux de contours sont tracés (comme dans Hoyas & Jiménez (2006)) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ . Bien que  $E_{max}$  soit trois fois plus important dans la configuration  $s^*/k^* = 3$ , les densités spectrales sont strictement similaires, et aucun effet n'est remarqué sur les échelles caractéristiques de la densité spectrale. L'explication des larges  $(\theta_{RMS}^+)$  dans la couche externe à faible  $s^*$  est donc ailleurs.

La Figure 4.28 montre les panaches de température  $T^* = -0.25$  dans les différentes configurations. Un entrelacement clair des panaches qui s'étendent jusqu'au centre du canal se remarque dans les configurations à faible décalage  $s^*/k^* \leq 3$ . Les panaches induits par les couches de cisaillement sur les crêtes sont bel et bien présents pour  $s^*/k^* \geq 6$  mais ils ne s'entrelacent pas. Pour rappel, la paire  $(s^*, p^*)$  est semblable par choix et  $p^* = 2s^*$ . Les faibles décalages  $s^*$  entraînent des faibles  $p^*$ . La clé n'est autre que géométrique. La Figure 4.27 montre un schéma conceptuel de la superposition des effets des couches de cisaillements (SL) et des TQLs qui ne sont présents qu'aux grands décalages (configuration B). En d'autres mots, les panaches induits par les couches de cisaillement s'entrelacent à faible décalage  $s^*$ , et il n'y a pas de TQL entre les rugosités, car  $p^*$  n'est pas suffisamment grand pour leur permettre de se former et de se maintenir. Les panaches induits par les crêtes sont toujours présents aux grands décalages  $s^*$ , mais il n'y a pas d'entrelacement. La topologie entre les rugosités est dominée par les TQLs. Ils lissent l'effet des couches de cisaillement sur les crêtes dans les moyennes d'ensemble.



**Figure 4.26** – Densités spectrales  $E_{T'T'}^+$  prémultipliées par  $k_x^+$  et  $k_z^+$ , obtenues dans un plan  $x-z$  à  $y^+ = 70$ . Les contours en couleurs représentent les densités spectrales des configurations  $s^*/k^* = 3$  (**à gauche**) et  $s^*/k^* = 12$  (**à droite**). Les contours noirs représentent les deux niveaux définis par [Hoyas & Jiménez \(2006\)](#) : le noyau spectral, contenant les intensités spectrales supérieures à 0.625 du maximum de la densité spectrale  $E_{max}$  et la limite extérieure du spectre, contenant les intensités spectrales supérieures à  $0.125E_{max}$ .

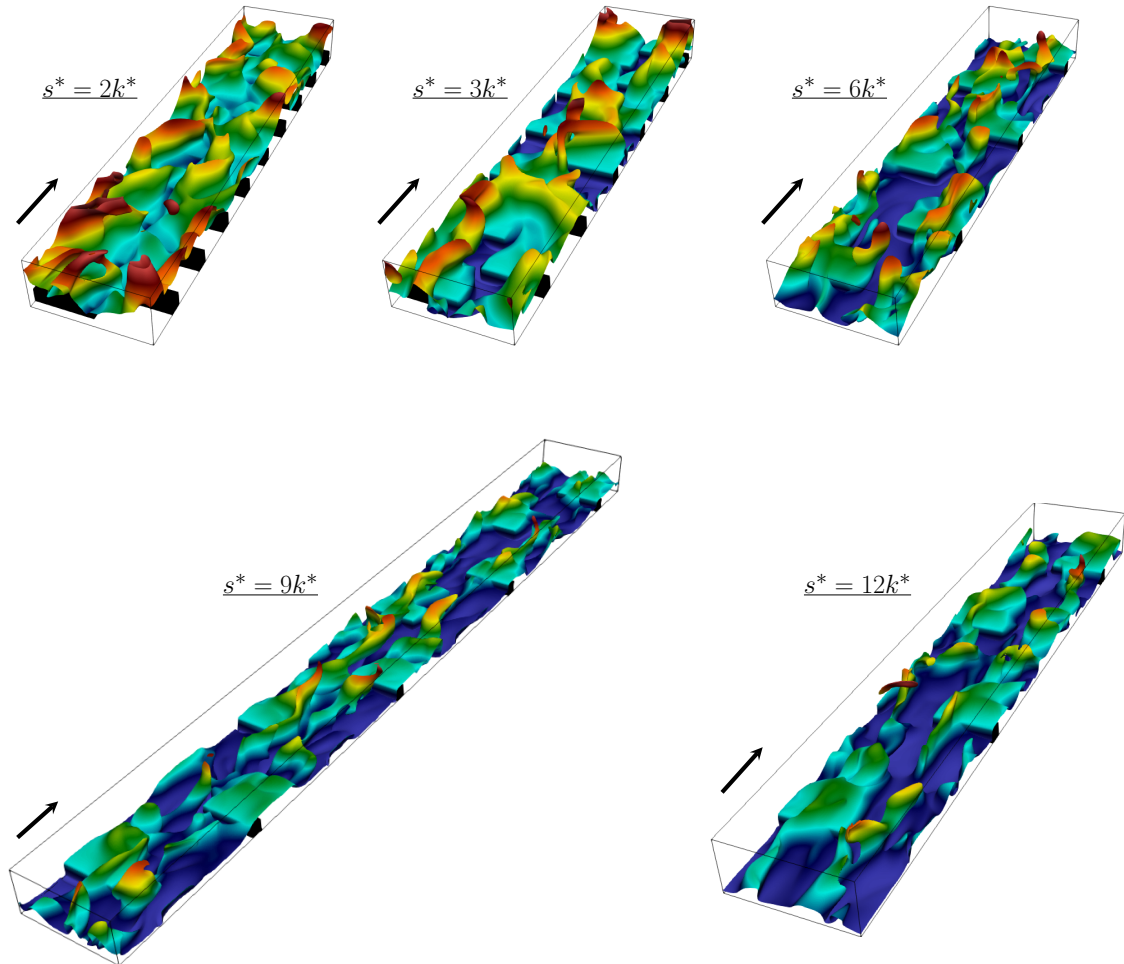


**Figure 4.27** – Schéma conceptuel et fortement simplifié de la superposition des effets des couches de cisailment attachées (SL) aux crêtes et des TQLs sur  $(\theta'_{RMS})$  au point **L** situé à  $y^+ > k^+$ . Les surfaces effectives sont indiquées par  $S_{SL}$  et  $S_{TQL}$ . L'effet des SL au point **L** est noté formellement :  $\sum_{S_{SL}} E_{SL}$ , et celui des TQLs :  $\sum_{S_{TQL}} E_{TQL}$ . L'effet résultant induit au point **L** dans la configuration **B** s'écrit

$$E_{L,B} = \frac{\sum_{S_{SL}} E_{SL} + \sum_{S_{TQL}} E_{TQL}}{S_{SL} + S_{TQL}} = \frac{E_{L,A}}{1+r} + \frac{r \sum_{S_{TQL}} E_{TQL}}{1+r}, \text{ où } r \text{ est le rapport des surfaces}$$

effectives  $r = \frac{S_{TQL}}{S_{SL}}$ . L'hypothèse est clairement que les effets SL et TQLs n'ont pas d'interactions entre eux et ne font que se superposer. L'effet des TQLs dominant lorsque  $r \gg 1$ , i.e. aux grands décalages  $s^*$ .





**Figure 4.28** – Panaches de température instantanée  $T^* = -0.25$  pour les différentes configurations rugueuses. Les contours sont colorés en fonction de la position verticale  $y^+$  dans le canal allant de 0 (paroi inférieure, couleur bleu foncé) à  $Re_\tau$  (centre du canal, couleur rouge). La couleur cyan correspond à  $y^+ = k^+$ . La direction de l'écoulement est représentée par la flèche.

#### 4.4.4 Transferts

##### 4.4.4.1 Transfert turbulent effectif

Le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$  est le rapport de la viscosité turbulente à la diffusivité turbulente :

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\alpha_t} = \frac{\overline{u'v'}}{\overline{v'T'}} \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \bigg/ \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right) \quad (4.4.4.1)$$

Les quantités sont moyennées dans l'espace en supposant que l'écoulement est homogène. La prise en compte des effets dispersifs, résultant de la non-homogénéité, nécessite une décomposition triple qui fait intervenir des moyennes d'ensembles temporelles et spatiales (Hantsis & Piomelli (2022)) :

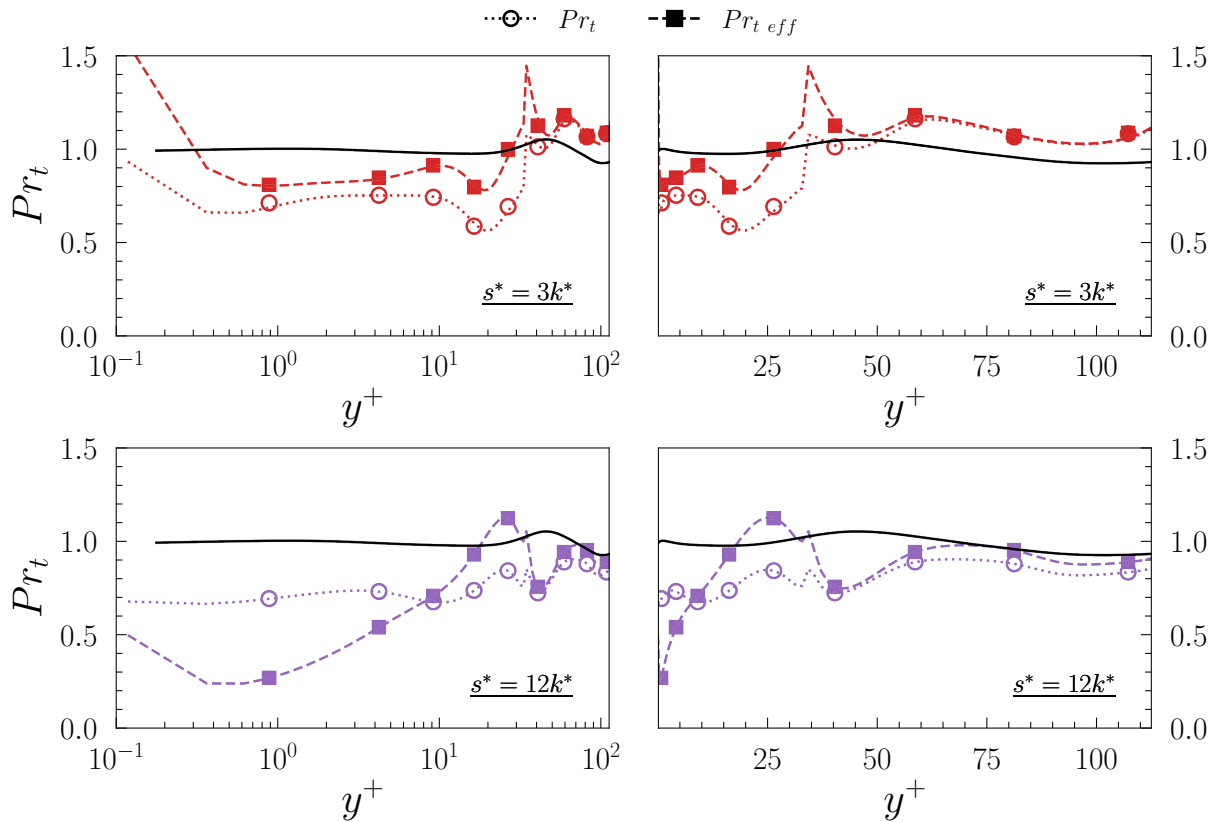
$$f(x, y, z, t) = \langle f \rangle(x, y, z) + f''(x, y, z, t) = \overline{\langle f \rangle}(y) + \tilde{f}(x, y, z) + f''(x, y, z, t) \quad (4.4.4.2)$$

avec  $\langle f \rangle$  la moyenne temporelle,  $\overline{\langle f \rangle}$  la moyenne spatiale dans les plans  $x - z$  de la moyenne temporelle  $\langle f \rangle$ ,  $\tilde{f}$  les variations spatiales de la moyenne temporelle et  $f''$  les fluctuations instantanées. La quantité  $\tilde{f}$  est aussi appelé « variations induites par la forme » dans la littérature, et représente les effets non-homogènes induits par les rugosités. Il est important de préciser que la réalisation de telles simulations est très coûteuse d'un point de vue calculatoire, car il est nécessaire d'obtenir la moyenne temporelle des champs 3D :  $\langle f \rangle$ . Néanmoins, une simulation a été effectuée uniquement dans le but obtenir les statistiques requises au calcul du nombre  $Pr_t$  pour les configurations  $s^*/k^* = \{3, 12\}$ . Deux nombres de Prandtl turbulent peuvent alors être définis en reprenant les notations de Hantsis & Piomelli (2020, 2022) :

$$\begin{aligned} Pr_t &= \frac{\overline{u''v''}}{\overline{v''T''}} \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \bigg/ \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right) \\ Pr_{t\ eff} &= \frac{\nu_{eff}}{\alpha_{eff}} = \frac{\overline{u''v''} + \tilde{u}\tilde{v}}{\overline{v''T''} + \tilde{v}\tilde{T}} \left( \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \bigg/ \frac{\partial \overline{U}}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (4.4.4.3)$$

$Pr_t$  est donc calculé à partir des champs fluctuants instantanés comme en turbulence homogène.  $Pr_{t\ eff}$  est le nombre de Prandtl effectif qui tient compte des effets dispersifs induits par les rugosités. Lorsque les effets locaux dispersifs sont négligeables,  $Pr_{t\ eff} \rightarrow Pr_t$ . Si localement  $Pr_{t\ eff} > 1$ , la viscosité turbulente effective est plus grande que la diffusivité turbulente effective, auquel cas la zone locale agit comme une résistance thermique (Peeters & Sandham (2019)). C'est pour l'instant le cas dans la zone de recirculation derrière un cube monté dans un canal (Meinders *et al.* (1999)). En revanche, si  $Pr_{t\ eff} < 1$ , alors la diffusivité turbulente est plus effective et les effets dispersifs ont un impact positif sur l'échange du scalaire passif.

La Figure 4.29 montrent les profils de  $Pr_t$  et  $Pr_{t\,eff}$  pour  $s^*/k^* = 3$  et  $s^*/k^* = 12$ . Les effets dispersifs deviennent négligeables dès la crête et  $Pr_t \approx Pr_{t\,eff}$  pour  $y^+ > 35$ . Il est important de préciser que le comportement de  $Pr_t$  et  $Pr_{t\,eff}$  dans la zone non-homogène dépend de la forme et de la distribution des rugosités (Peeters & Sandham (2019), Kuwata (2021), Hantsis & Piomelli (2022)). Dans la situation actuelle,  $Pr_{t\,eff} \approx 0.5$  est significativement plus petit que 1 sous la crête dans le cas  $s^*/k^* = 12$ . La diffusivité turbulente est par conséquent plus effective, avec un impact positif sur le transport du scalaire passif. Le  $Pr_{t\,eff}$  est également plus petit que 1 pour le cas  $s^*/k^* = 3$  dans une large zone sous la crête ( $1 < y^+ < 20$ ).



**Figure 4.29** – Profils des nombres de Prandtl turbulent  $Pr_t$  et de Prandtl turbulent effectif  $Pr_{t\,eff}$  pour les configurations  $s^*/k^* = \{3, 12\}$ .

## 4.4.4.2 Transfert thermique pariétal

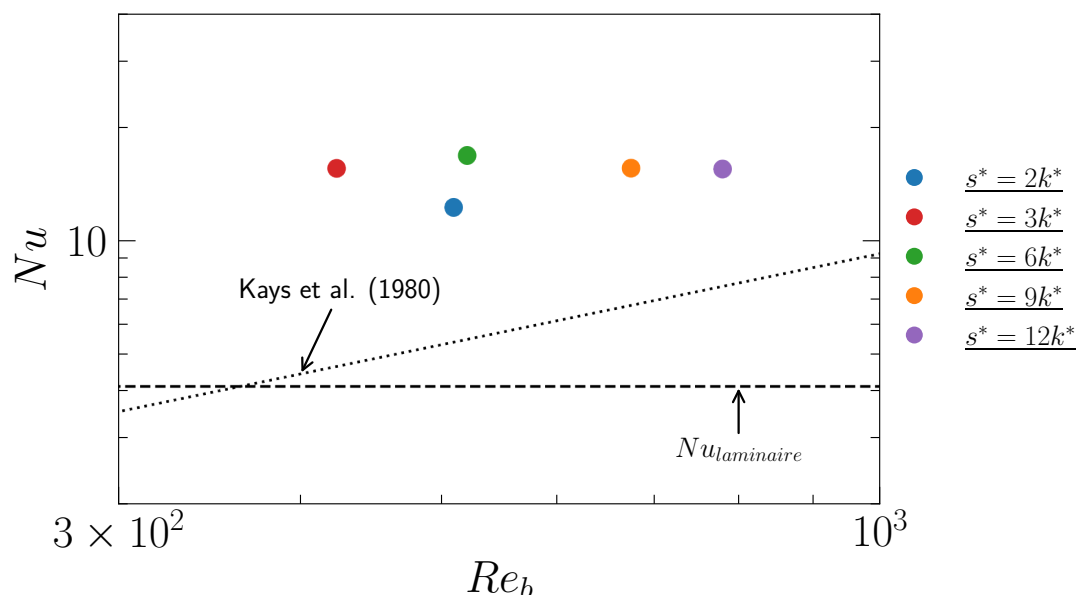
Pour rappel, le nombre de Nusselt est défini par :

$$Nu = \frac{2Re_\tau Pr}{\theta_b^+} \quad (4.4.4.4)$$

avec  $\theta_b$  la température de mélange :

$$\theta_b = \frac{\int_0^H \bar{U}(\bar{T} - T_{inf})dy}{\int_0^H \bar{U}dy} \quad (4.4.4.5)$$

La Figure 4.30 montre l'évolution du nombre de Nusselt avec le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante. Les résultats obtenus sont comparés à la loi de *Kays et al. (1980)* valable pour un écoulement turbulent sur parois lisses. L'amélioration des transferts thermiques est claire quel que soit le cas. La topologie de l'écoulement est différente dans les cas  $s^*/k^* \leq 3$  et il n'y a pas de TQLs entre les rugosités (Figure 4.22). Néanmoins, le nombre de Nusselt obtenu reste supérieur à *Kays et al. (1980)* car le régime est toujours pleinement rugueux. Ceci est dû à la présence des couches de cisaillement et des panaches de température qui sont constamment attachés à la crête des rugosités, induisant des gradients de température deux fois supérieurs à la paroi sur la crête des rugosités (Figure 4.13). Le nombre de Nusselt est constant et ne dépend globalement pas du nombre de Reynolds  $Re_b$  (sauf pour  $s^*/k^* = 2$  qui est particulier), comme ça devrait être dans un régime pleinement rugueux.



**Figure 4.30** – Évolution du nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante  $Re_b$ .

## 4.4.4.3 Performance thermique

Bien que les rugosités améliorent le nombre de Nusselt, l'impact qu'elles ont sur la perte de charge est important (Chapitre 1, [Croce et al. \(2007\)](#)). Il est donc nécessaire de déterminer le Facteur de Performance Thermique (TPF) pour comparer le canal rugueux avec le canal lisse à  $Re_b$  équivalent. Le TPF est défini comme :

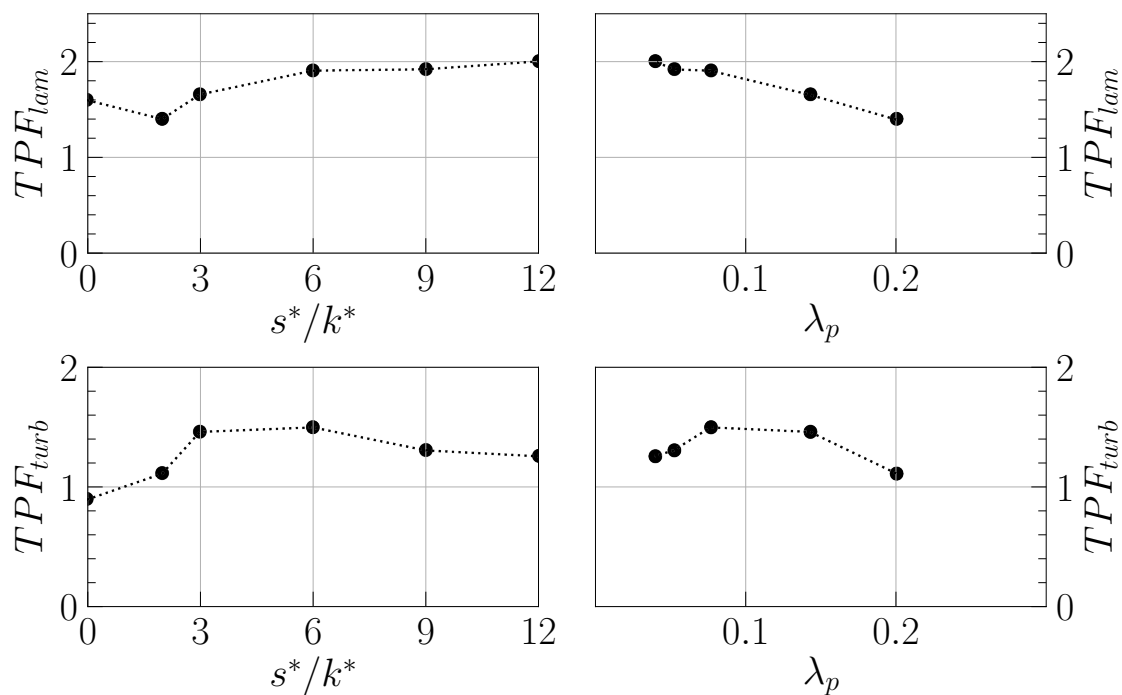
$$TPF = \frac{Nu/Nu_{ref}}{(C_D/C_{D\ ref})^{1/3}} \quad (4.4.4.6)$$

avec  $Nu$  et  $C_D$  le nombre de Nusselt et le coefficient de traînée total de la configuration rugueuse, et  $Nu_{ref}$  et  $C_{D\ ref}$  les mêmes quantités pour la configuration de référence. Le TPF peut être déterminé à partir de deux cas de référence. Dans un premier temps, l'écoulement initial peut être laminaire. Dans ce cas,  $C_{D\ ref} = 6/Re_b$  et  $Nu_{ref} = 4.12$ . Dans le deuxième cas de référence,  $TPF_{turb}$  est déterminé en utilisant les corrélations de [Kays et al. \(1980\)](#), [Wei \(2019\)](#) et [Dean \(1978\)](#) :

$$Nu_{ref} = 0.021 \times 2^{0.8} \times (Re_b)^{0.8} \quad (4.4.4.7)$$

$$C_{D\ ref} = 0.073 \times 2^{-0.25} \times (Re_b)^{-0.25} \quad (4.4.4.8)$$

La Figure 4.31 montre l'évolution du  $TPF_{lam}$  et  $TPF_{turb}$  dans les différentes configurations. Dès que la symétrie transversale est rompue (pour  $s^* \geq 2$ ), les  $TPF_{lam}$  et  $TPF_{turb}$  augmentent avec le décalage avant d'atteindre des plateaux  $TPF_{lam} \approx 2$  et  $TPF_{turb} \approx 1.5$ . Il y a donc une amélioration effective des transferts pariétaux en présence des rugosités.



**Figure 4.31** – Évolution des facteurs de performance thermiques  $TPF_{lam}$  (en haut) et  $TPF_{turb}$  (en bas) en fonction du décalage entre les rugosités  $s^*/k^*$  (à gauche) et de la densité surfacique de rugosités  $\lambda_p$  (à droite).

## 4.5 Conclusions

Des rugosités rectangulaires de grande taille ( $k^* = 0.27$ ) sont placées dans un écoulement en canal initialement laminaire dans le but de déclencher une transition bypass. Le nombre de Reynolds est proche du  $Re_{cr}$  de transition. La transition bypass ne peut pas s'établir lorsque les rugosités s'étendent sur toute la largeur du canal, auquel cas les fluctuations de la vitesse transversale sont strictement nulles. Il faut « casser » la symétrie transversale pour induire  $w' \neq 0$ , ce qui est fait en divisant les rugosités rectangulaires en deux et en les décalant dans la direction transversale. Ceci résulte en une configuration en quinconce. Un faible décalage  $s^*$  est suffisant pour déclencher les fluctuations locales de la vitesse transversale et la transition bypass. Par la suite, une étude paramétrique a été menée en modifiant la géométrie de la distribution. Parmi une multitude de choix, la géométrie retenue est « semblable », le rapport entre le pas des rugosités  $p^*$  et le décalage  $s^*$  est maintenu, tout comme la hauteur des rugosités.

- Le régime est rugueux dans toutes les configurations comme le montre les distributions de la vitesse et température moyenne. Les intensités des fluctuations de température sont élevées dans la zone externe pour les configurations dont le décalage  $s^*$  (et par conséquent  $p^*$ ) est faible.
- Des couches de cisaillement transversales de forte intensité s'enroulent sur les crêtes, mais y restent attachées. Elles dominent le transport du scalaire passif dans les configurations à faible  $s^*$ . Les TQLs classiques apparaissent entre les rugosités uniquement dans les situations où il y a suffisamment d'espace entre les rugosités. Dans ce cas, ils se développent spatio-temporellement et se maintiennent. Une estimation des conditions nécessaires au maintien des TQLs a été obtenue en se basant sur le concept de « minimum channel ».
- Les couches de cisaillement intenses attachées sur les crêtes dominent et augmentent considérablement l'activité turbulente ( $\theta_{RMS}^{++}$ ) dans la couche externe, lorsque  $s^*$  est faible. Leur signature est masquée par les TQLs entre les rugosités, ce qui dilue l'effet des couches de cisaillement aux grands décalages  $s^*$ .
- Le nombre de Nusselt ne dépend pas du nombre de  $Re_b$ , puisque le régime est rugueux. Il est considérablement plus grand que  $Nu$  correspondant à un régime pleinement turbulent en canal lisse.

Pour résumer, les transferts thermiques sont améliorés à des nombres de  $Re$  proche de  $Re_{cr}$  en plaçant un dispositif de contrôle passif de la turbulence dans un écoulement initialement laminaire. Les rugosités en quinconce ont fait l'objet de très peu d'études. Par conséquent, la géométrie et la distribution de ces dernières ne sont certainement pas optimales. La configuration a permis l'étude séparée de l'impact du contrôle passif autour des rugosités (faible décalage  $s^*$ ) et de la topologie de l'écoulement entre les rugosités (grand décalage  $s^*$ ). L'étude ci-présente se poursuivra à travers les décompositions triples utilisées pour déterminer  $Pr_{t\,eff}$ , appliquées aux autres quantités, en particulier aux corrélations pression-vitesse  $\Pi$ , pour élucider davantage le mécanisme de transition bypass.

# 5

## Transition dans la zone de développement hydraulique

---

*Des rugosités rectangulaires sont placées dans la zone d'entrée hydraulique d'un écoulement en canal initialement laminaire pour déclencher une transition bypass. L'étude se porte sur le transport d'un scalaire passif et sur le maintien de la turbulence en aval de la partie rugueuse. La turbulence générée dans la partie rugueuse grâce à la distribution de rugosités a un effet de mémoire en aval. Les écoulements obtenus dans cette région sont comparables à un écoulement pleinement turbulent à faible nombre de Reynolds. Néanmoins, l'écoulement se relaxe, les structures cohérentes se raréfient et perdent en intensité. Chaque quantité varie avec la position longitudinale  $x$  et suit une loi en puissance. Le transfert pariétal obtenu en aval des rugosités est équivalent à celui d'un canal pleinement turbulent, ce qui peut être intéressant d'un point de vue applicatif.*

---

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Approche de sous-domaines interconnectés (ISA)</b>	<b>179</b>
5.1.1	Énoncé du problème et présentation de la méthode	179
5.1.2	Informations supplémentaires sur la méthode ISA	182
5.1.3	Efficacité de la méthode ISA	183
<b>5.2</b>	<b>Simulations</b>	<b>190</b>
<b>5.3</b>	<b>Configurations</b>	<b>191</b>
<b>5.4</b>	<b>Résultats et discussion</b>	<b>192</b>
5.4.1	Statistiques globales dans la configuration A	192
5.4.2	Statistiques globales dans la configuration B	197
5.4.3	Champs de vorticité et structures cohérentes	199
5.4.4	Synthèse et discussion	203
5.4.5	Relaxation	205
5.4.6	Transfert pariétal	210
<b>5.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>211</b>

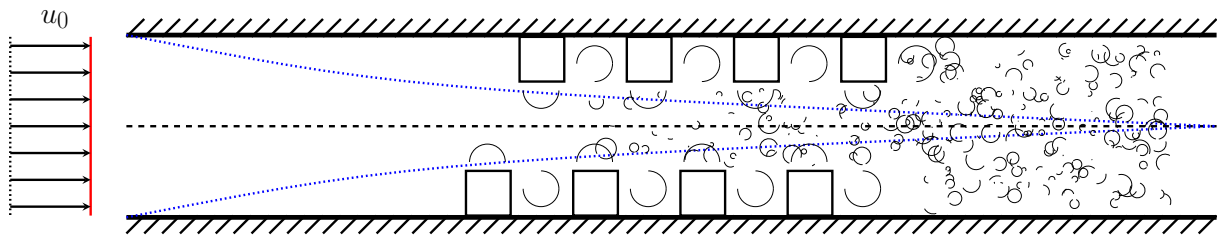
---



Maintenant que l'effet du décalage entre les rugosités sur l'état de l'écoulement a été élucidé, l'étude peut se consacrer à la zone d'entrée hydraulique d'un canal laminaire. L'objectif est de déclencher une transition de type bypass à travers une distribution spécifique de rugosités dans cette zone. Par conséquent, l'écoulement se divise en trois parties : une zone d'entrée laminaire lisse dans laquelle deux couches limites se développent, une zone d'entrée rugueuse initialement laminaire dans laquelle la transition sera déclenchée et un canal lisse de contrôle qui succède les rugosités. Il est important de rappeler que la zone de développement hydraulique n'a pas reçu suffisamment d'attention dans la littérature et qu'aucune étude n'a été trouvée sur le transport de scalaire passif.

## 5.1 Approche de sous-domaines interconnectés (ISA)

### 5.1.1 Énoncé du problème et présentation de la méthode



**Figure 5.1** – Exemple de configuration d'un canal avec développement de couche limite (représentée en bleu) et avec des rugosités placées dans le cisaillement pour contrôler passivement la transition à la turbulence.

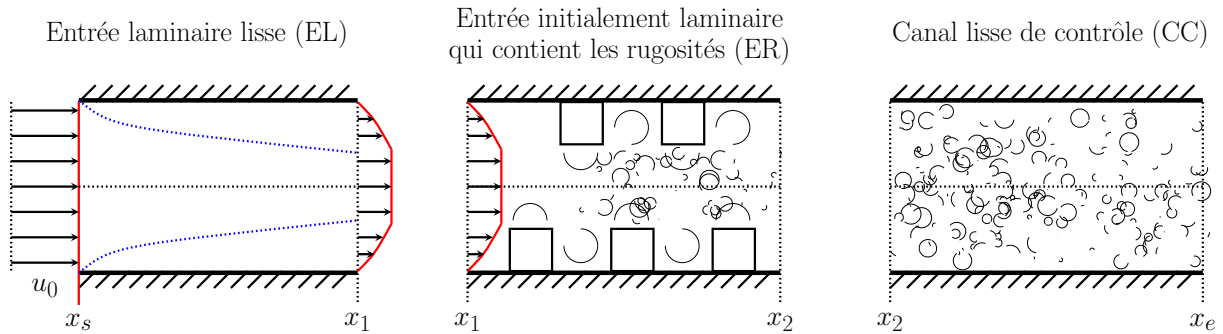
Le dernier objectif de la thèse est d'examiner l'impact des rugosités placées à l'entrée d'un canal ([Introduction générale](#)). Pour ce faire, des rugosités sont placées à différentes positions dans la zone de développement hydraulique initialement laminaire. La méthode des frontières immergées et la méthode Fringe sont utilisées dans les simulations pour gérer respectivement les rugosités et l'écoulement dans la direction longitudinale étant donné que la condition aux limites périodique suivant la direction de l'écoulement n'est plus valable. Un exemple de configuration étudiée est donné sur la [Figure 5.1](#) pour montrer la complexité d'une telle simulation numérique. L'écoulement est initialement laminaire et le profil de vitesse en entrée du canal est uniforme. Deux couches limites de hauteur  $\delta$  se développent sur les parois inférieure et supérieure et se rejoignent à une distance  $L_h$  à partir de laquelle l'écoulement est considéré comme développé. La longueur de développement hydraulique  $L_h$  dépend du nombre de Reynolds et du diamètre hydraulique  $D_H$ . La solution analytique de [Sparrow \(1955\)](#) et la solution numérique de [Durst et al. \(2005\)](#) de  $L_h$  pour un canal sont :

$$L_h/D_H \approx 0.04Re_{D_H} \quad \text{Sparrow (1955)}$$

$$L_h/D_H = \left[ (0.631)^{1.6} + (0.0442Re_{D_H})^{1.6} \right]^{1/1.6} \quad \text{Durst et al. (2005)}$$

avec  $D_H = 2H$  et  $Re_{D_H} = 2Re_c$  pour un canal. Pour rappel,  $H$  est la demi-hauteur du canal et  $Re_c = \frac{u_c H}{\nu}$ . La configuration présentée sur la Figure 5.1 peut alors être divisée en trois parties distinctes : i) la région laminaire, en amont des rugosités, ii) la région rugueuse et iii) la région lisse, en aval des rugosités. La région laminaire peut être très grande comparée aux autres régions selon la position des rugosités dans la couche limite. À titre d'exemple, les positions  $x_0$  pour lesquelles  $\delta^* = 0.3$  et  $\delta^* = 0.8$  sont respectivement  $x_0^* \approx 8.5$  et  $x_0^* \approx 71$  pour  $Re_c = 1500$ . Les longueurs de la région rugueuse et de la région lisse sont respectivement  $14.58H$  et  $4\pi H$ . La taille des mailles dans les régions lisses dépend de celle de la région rugueuse du fait de l'utilisation d'un maillage homogène dans les directions  $x$  et  $z$ . Pour rappel,  $\Delta x^+ \approx 0.8$  et  $\Delta z^+ \approx 3$  lorsque la méthode des frontières immergées est utilisée (Section 2.2.2). Les régions lisses ne nécessitent pas un tel raffinement en  $x$ , et utiliser le même maillage dans l'ensemble de l'écoulement augmente inutilement le temps et le coût de calcul. À titre de comparaison, les tailles de mailles sont de  $\Delta x^+ = 12.7$  et  $\Delta z^+ = 6.4$  pour une des plus grandes simulations SND (Lee & Moser (2015) à  $Re_\tau = 5200$ ). Les mêmes tailles ont été utilisées pour l'étude sur le spot transitionnel en écoulement de Poiseuille (Chapitre 3). De ce fait, l'utilisation de la méthode des frontières immergées entraîne au minimum un facteur  $\sim 30$  sur le nombre total de mailles dans le domaine, et ce, sans prendre en compte le raffinement dans la direction normale à la paroi.

Il existe plusieurs méthodes dans la littérature pour pallier ce problème, dont l'approche d'un maillage zonal (Manhart (2004)) qui consiste à utiliser plusieurs maillages superposés avec un raffinement différent. Le coeur de la méthode réside dans la communication entre les différents niveaux de maillage. Cependant, la taille des mailles ne peut être que divisée par 2 dans chaque direction d'un niveau à un autre. Il faut nécessairement plusieurs niveaux de maillage pour atteindre une taille de  $\Delta x^+ \approx 0.8$  et  $\Delta z^+ \approx 3$  à partir d'un maillage de taille  $\Delta x^+ = 12.7$  et  $\Delta z^+ = 6.4$ . Par conséquent, son implémentation dans MULTIFAST aurait été lourde, surtout pour sa généralisation autour des rugosités. Une autre méthode présente dans la littérature consisterait à utiliser un maillage non homogène avec un raffinement local autour des rugosités. Celle-ci présume d'une refonte totale du fonctionnement de MULTIFAST et empêche l'utilisation de l'approche par transformée de Fourier pour résoudre l'équation de Poisson. Il faudrait donc utiliser la technique de Gauss-Seidel pour résoudre le système matriciel de l'équation de Poisson, ou implémenter les méthodes NUFFT (pour transformée de Fourier non-uniforme). La première solution est très coûteuse d'un point de vue calculatoire et la deuxième, en plus de nécessité une reformulation du problème, n'a pas encore été implémenté dans un code SND.



**Figure 5.2** – Exemple de configuration couplée entre une entrée laminaire lisse (EL), une entrée initialement laminaire qui contient les rugosités (ER) et un canal lisse de contrôle (CC).

La solution choisie a été de développer une nouvelle méthode basée sur une approche de sous-domaines interconnectés (ISA). La configuration de la Figure 5.1 est alors divisée en trois canaux différents (Figure 5.2) pour optimiser le temps de calcul global de la simulation. Chaque canal possède son propre maillage et est résolu comme un canal classique dans MULTIFAST. L’approche permet de contrôler l’erreur numérique (qui provient uniquement des schémas de discrétisation) contrairement aux autres méthodes reposant sur des maillages irréguliers ou zonaux.

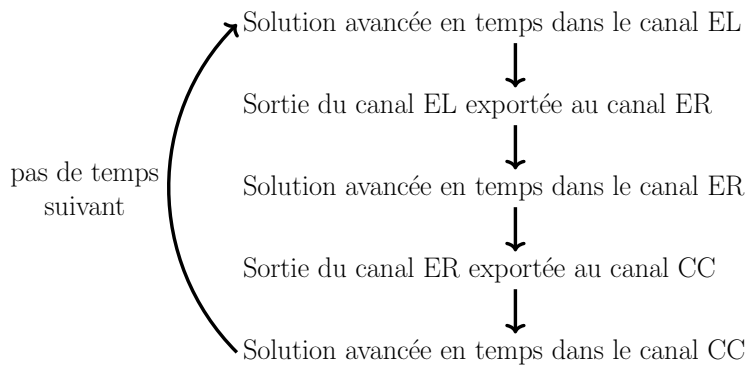
Pour une question de clarté, les abréviations suivantes sont introduites :

- la zone d’entrée laminaire lisse : **EL**,
- la zone d’entrée initialement laminaire qui contient les rugosités : **ER**,
- le canal lisse de contrôle qui suit : **CC**. C’est la zone d’écoulement développé dans l’écoulement initialement laminaire. Elle constitue la zone de contrôle du scalaire passif dont l’objectif est l’amélioration des transferts pariétaux.

La direction longitudinale de chaque canal est traitée avec la méthode Fringe (non représentée sur la Figure 5.2 pour des raisons de lisibilité). Les tailles de maille dans les canaux EL et CC peuvent être bien plus grandes que celles dans le canal ER, ce qui optimise le temps de calcul. La décomposition du canal initial en trois canaux fait que les positions  $x_1$  et  $x_2$  de la Figure 5.2 représentent respectivement les interfaces entre les canaux EL et ER, et entre les canaux ER et CC. Bien que chaque canal soit indépendant au niveau du maillage et des variables, les trois canaux sont alors couplés.

Le couplage de la solution globale au cours d’une itération temporelle est expliqué dans le logigramme sur la Figure 5.3. Dans un premier temps, la solution est avancée en temps dans le canal EL. Les profils de vitesse obtenus à la position  $x_1$  sont ensuite exportés dans le canal ER. Ils sont utilisés comme profils de référence dans la fonction Fringe. Puis, la solution est avancée en temps dans le canal ER, et les profils de vitesse à la position  $x_2$  sont exportés au canal CC. Enfin, la solution est avancée en temps dans le canal CC, ce qui termine une itération temporelle. Les mêmes schémas temporels et de discrétisation, ainsi que le même pas de temps sont utilisés dans les trois canaux pour être cohérent dans la simulation. Bien que le maillage puisse être relâché dans la direction

longitudinale, les directions verticale et transversale nécessitent une attention particulière. La méthode implémentée dans MULTIFAST repose sur le même nombre de mailles dans les directions  $y$  et  $z$  pour les trois canaux. Cette solution a été retenue pour simplicité d'implémentation. Néanmoins, il est envisageable d'utiliser des maillages complètement découplés (avec un nombre de mailles différent dans les trois directions) si les flux sont conservés aux interfaces définies par les positions  $x_1$  et  $x_2$ . Par conséquent, les forces principales de l'approche ISA sont la facilité d'implémentation, le contrôle de l'erreur et la dilatation du maillage dans la direction  $x$  des canaux EL et CC.



**Figure 5.3** – Logigramme représentant les étapes successives de la méthode ISA au cours d'une itération temporelle.

### 5.1.2 Informations supplémentaires sur la méthode ISA

Le gradient de pression moyen  $\bar{\Pi}$  est imposé lorsque la méthode des frontières immergées est utilisée. Cela signifie que le gradient de pression est imposé uniquement dans le canal ER, alors qu'il est calculé dans les canaux EL et CC pour assurer un débit constant (Section 2.1.2.5). De plus, le débit dans le canal ER va converger vers une valeur constante, mais peut varier d'une itération à l'autre. Il faut obligatoirement refléter les variations temporelles du débit en entrée du canal pour être cohérent dans l'ensemble de la simulation. Par conséquent, la vitesse débitante est calculée à la position  $x_2$  dans le canal ER (cf Figure 5.2), puis exportée dans le canal EL. En procédant ainsi, la position pour laquelle  $\delta_0^*$  est atteinte dans le canal EL va changer légèrement d'une itération à l'autre. Cette position est calculée à chaque itération pour s'assurer qu'un écoulement de couche limite de hauteur  $\delta_0^*$  débute bien le canal ER.

De plus, si la méthode Fringe est couplée à la méthode des frontières immergées, alors le gradient de pression moyen  $\partial\bar{p}/\partial x$  doit être calculé dans la région Fringe et imposé ailleurs (là où se trouvent les rugosités). La région Fringe est alors stationnarisée. Dans ce cas, la relation du gradient de pression moyen peut être trouvée en prenant l'intégrale volumétrique selon  $x$  de l'équation Équation (2.1.1.3) et en utilisant l'hypothèse d'un débit constant :

$$\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x}\right)_n = \frac{1}{V} \times \int_{V_{fringe}} \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2} + F_x\right)_n dV + \bar{\Pi} \quad (5.1.2.1)$$

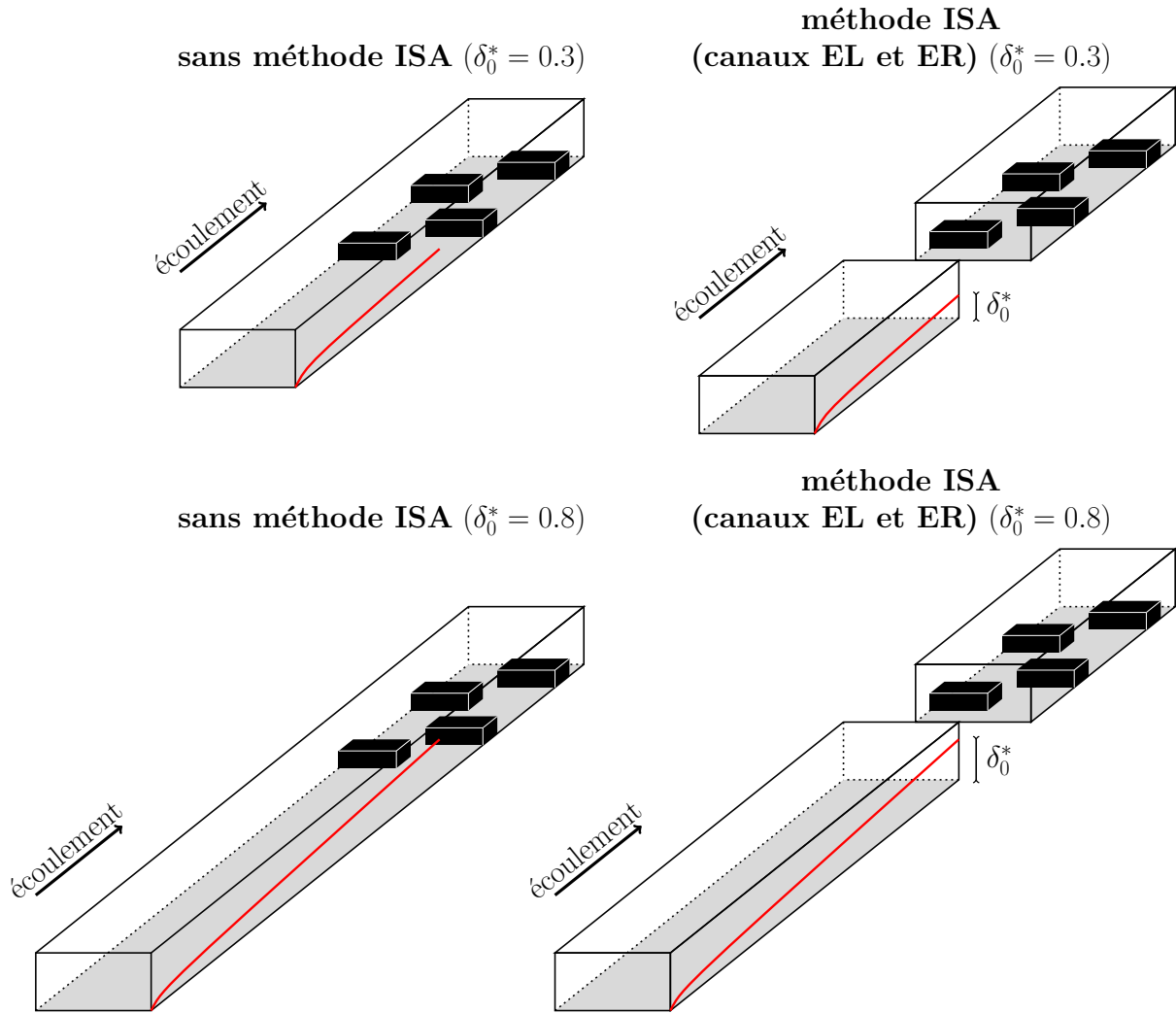
### 5.1.3 Efficacité de la méthode ISA

Les performances de la méthode ISA sont examinées dans cette section. L'analyse se focalise sur le temps de calcul, le temps d'écriture et le taille des champs  $3D$  sauvegardés.

#### 5.1.3.1 Zone d'entrée laminaire lisse (EL)

Quatre configurations ont été étudiées sur un cluster mésoéchelle (Gricad) sur 128 processeurs pour mesurer l'efficacité du couplage avec uniquement les canaux EL et ER. Les simulations consistent à tester deux hauteurs de couche limite différentes  $\delta_0^*$  à l'entrée du canal ER. La région rugueuse de chaque configuration a une longueur de  $14.58H$  et est composée de 12 rugosités rectangulaires de hauteur  $k^* = 0.27$ . Le gradient de pression moyen  $y$  est imposé pour atteindre  $Re_\tau^{ER} = 125$ . Les canaux ont une hauteur de  $2H$  et une largeur de  $\pi H$  pour chaque configuration, discrétisés respectivement par 180 et 128 nœuds. Un schéma représentant chaque configuration est présenté dans la Figure 5.4 et les informations relatives à la longueur et au nombre de mailles discrétisant la direction longitudinale sont rassemblées dans le Tableau 5.1.

Chaque simulation consiste en 100 itérations temporelles à partir du même état initial. Les temps de calcul et d'écriture sont rassemblés dans le Tableau 5.2. L'efficacité du couplage EL est liée à la taille de la région laminaire dans les simulations. C'est pourquoi les performances pour le cas  $\delta_0^* = 0.3$  avec et sans canal EL sont relativement proches (seulement 30% de différence pour une partie laminaire qui représente 37% du canal total). La partie laminaire représente 73% du canal total pour le cas  $\delta_0^* = 0.8$ . Ceci a un impact important sur le temps de calcul et la taille des champs  $3D$  qui sont plus de cinq fois plus important dans le cas où aucun couplage n'est utilisé. De plus, il est intéressant de souligner que le temps de calcul est principalement déterminé par la taille du maillage dans le canal ER. En d'autres termes, la taille du maillage dans le canal EL a peu d'impact sur le temps de calcul total. Son utilisation permet aussi de réduire la taille des champs  $3D$ , car moins de mailles sont consacrées à la région laminaire du canal. Néanmoins, il faut noter que le temps d'écriture est plus important lorsque le canal EL est utilisé. Cela peut s'expliquer par le fait que deux champs  $3D$  indépendants doivent être écrits et que la mémoire doit être accédée deux fois successivement. Les champs  $3D$  sont écrits toutes les 5 – 10000 itérations, donc le temps d'écriture a peu d'impact sur la performance globale de la méthode. Outre sa simplicité d'implémentation, le canal EL permet d'optimiser le temps de calcul et de réduire la taille des champs  $3D$  sauvegardés.



**Figure 5.4** – Schéma représentant les différentes configurations utilisées pour analyser l’efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux EL et ER. Seule la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) est représentée sans la région Fringe (même si elle est utilisée dans les simulations) pour des questions de lisibilité. La couche limite est représentée en rouge et les rugosités en noir pour chaque configuration. Les longueurs ne sont pas représentatives.

Nom de référence	Longueur du canal ER	Nombres de noeuds canal ER $n_x$	Longueur du canal EL	Nombres de noeuds canal EL $n_x$
	$L_x^*$		$L_x^*$	
sans méthode ISA ( $\delta_0^* = 0.3$ )	$30H$	4412	$\emptyset$	$\emptyset$
méthode ISA (canaux EL et ER) ( $\delta_0^* = 0.3$ )	$18.954H$	3072	$30H$	256
sans méthode ISA ( $\delta_0^* = 0.8$ )	$124.9H$	18368	$\emptyset$	$\emptyset$
méthode ISA (canaux EL et ER) ( $\delta_0^* = 0.8$ )	$18.954H$	3072	$150H$	512

**Tableau 5.1** – Paramètres utilisés dans les différentes configurations pour analyser l’efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux EL et ER. Les longueurs totales et les nombres totaux de mailles sont donnés dans ce tableau, c’est-à-dire avec la région Fringe.

	Temps de calcul (sec./it.)	Temps d’écriture (sec.)	Taille champ 3D
sans méthode ISA ( $\delta_0^* = 0.3$ )	6.2	5.4	790 Mo
méthode ISA (canaux EL et ER) ( $\delta_0^* = 0.3$ )	4.7	22.5	550 + 45 Mo
sans méthode ISA ( $\delta_0^* = 0.8$ )	27.4	16.1	3.2 Go
méthode ISA (canaux EL et ER) ( $\delta_0^* = 0.8$ )	5.2	15.7	550 + 90 Mo

**Tableau 5.2** – Performances obtenues dans les différentes configurations pour le couplage ISA avec uniquement les canaux EL et ER.

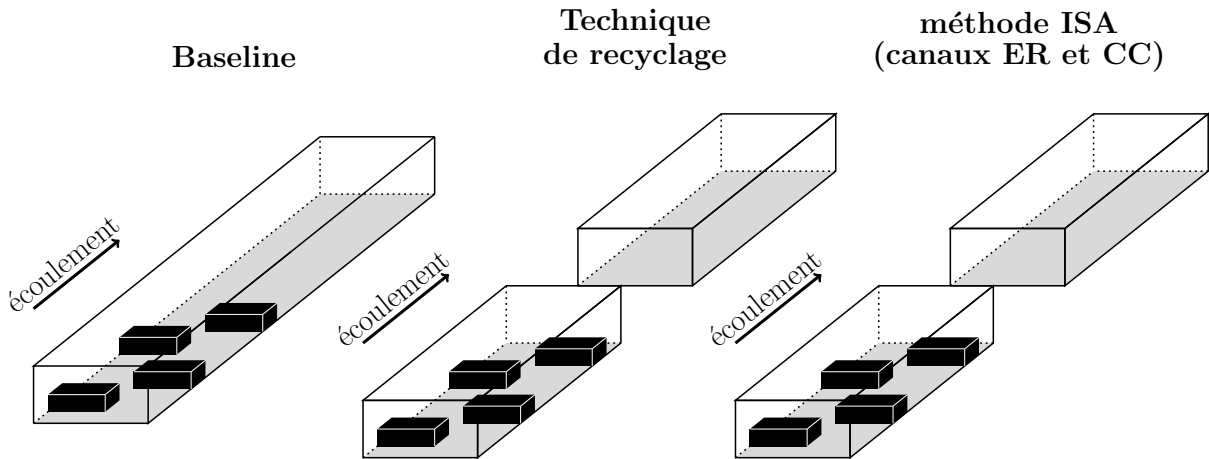
### 5.1.3.2 Canal lisse de contrôle (CC)

Trois configurations ont été étudiées sur le cluster mésoéchelle (Gricad) sur 128 processeurs pour mesurer l'efficacité du couplage avec uniquement les canaux ER et CC. La région rugueuse de chaque configuration a une longueur de  $14.58H$  et est composée de 12 rugosités rectangulaires de hauteur  $k^* = 0.27$ . Le gradient de pression moyen y est imposé pour atteindre  $Re_{\tau}^{ER} = 125$ . Les canaux ont une hauteur de  $2H$  et une largeur de  $\pi H$  pour chaque configuration, discrétisés respectivement par 180 et 128 nœuds. La première configuration consiste en un grand canal avec la région rugueuse et la région lisse en aval de longueur  $4\pi H$ . Elle sera désormais appelée « baseline ». Les canaux ER et CC sont utilisés dans deux simulations différentes pour la seconde configuration. En d'autres termes, les champs de vitesse à la sortie du canal ER sont exportés et sauvegardés à chaque sous-itération dans la première simulation. Ils sont ensuite importés et utilisés comme vitesses de référence dans la méthode Fringe du canal CC pour la seconde simulation. La technique, aussi appelée « technique de recyclage », est souvent utilisée dans la littérature lorsqu'un état d'écoulement turbulent réaliste est voulu à l'entrée d'un canal. La dernière configuration consiste à coupler les canaux ER et CC par l'intermédiaire de la méthode ISA. Un schéma représentant chaque configuration est présenté dans la Figure 5.5 et les informations relatives à la longueur et au nombre de mailles discrétisant la direction longitudinale sont rassemblées dans le Tableau 5.3.

Nom de référence	Longueur du canal		Nombres de noeuds	
	ER $L_x^*$	canal ER $n_x$	CC $L_x^*$	canal CC $n_x$
Baseline	$34.554H$	5608	$\emptyset$	$\emptyset$
Technique de recyclage	$18.954H$	3072	$16H$	256
méthode ISA (canaux ER et CC)	$18.954H$	3072	$16H$	256

**Tableau 5.3** – Paramètres utilisés dans les différentes configurations pour analyser l'efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux ER et CC. Les longueurs totales et les nombres totaux de mailles sont donnés dans ce tableau, c'est-à-dire avec la région Fringe.





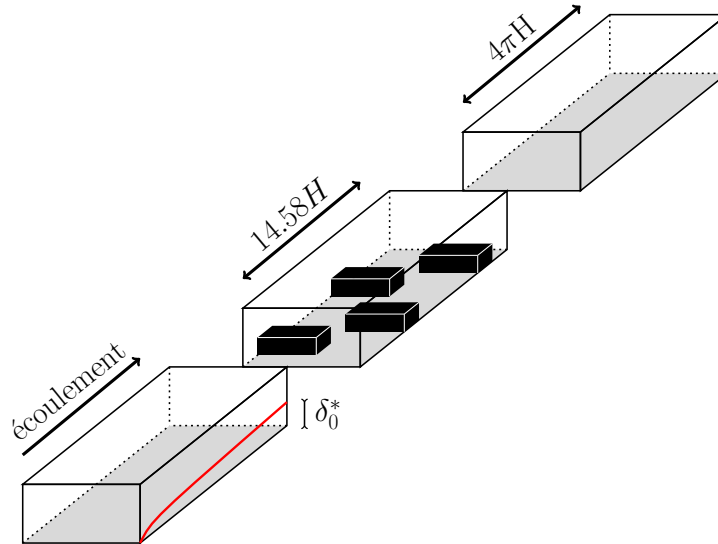
**Figure 5.5** – Schéma représentant les différentes configurations utilisées pour analyser l'efficacité du couplage ISA avec uniquement les canaux ER et CC. Seule la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ) est représentée sans la région Fringe (même si elle est utilisée dans les simulations) pour des questions de lisibilité. Les rugosités sont représentées en noir pour chaque configuration. Les longueurs ne sont pas représentatives.

Chaque simulation consiste en 100 itérations temporelles à partir du même état initial. Les temps de calcul et d'écriture sont rassemblés dans le Tableau 5.4. Le couplage CC offre un gain de performance important. Le temps de calcul par itération est réduit de 40% par rapport à la configuration « baseline ». Cela suggère que pour des canaux CC plus longs, les gains de performance seraient similaires à ceux présentés dans la sous-section 5.1.3.1. En ce qui concerne la configuration avec la technique de recyclage, le stockage et l'accès à la mémoire pour écrire et lire les champs 2D affectent le temps de calcul. Dans ce cas, il est important de souligner que le temps de calcul total est légèrement supérieur à celui obtenu pour la configuration « baseline », et ce, même si un maillage plus grossier est utilisé pour la seconde simulation. Le temps de calcul augmente de 80% par rapport au couplage CC. En ce qui concerne les temps d'écriture, il n'y a pas de différences notables entre les trois cas testés. Enfin, le temps de calcul obtenu pour le cas avec la technique de recyclage montre qu'une optimisation peut être réalisée en utilisant la méthode ISA.

	Temps de calcul (sec./it.)	Temps d'écriture (sec.)
Baseline	8.2	5.9
Technique de recyclage	6.5 + 2.4	4.7 + 1.9
méthode ISA (canaux ER et CC)	4.9	5.9

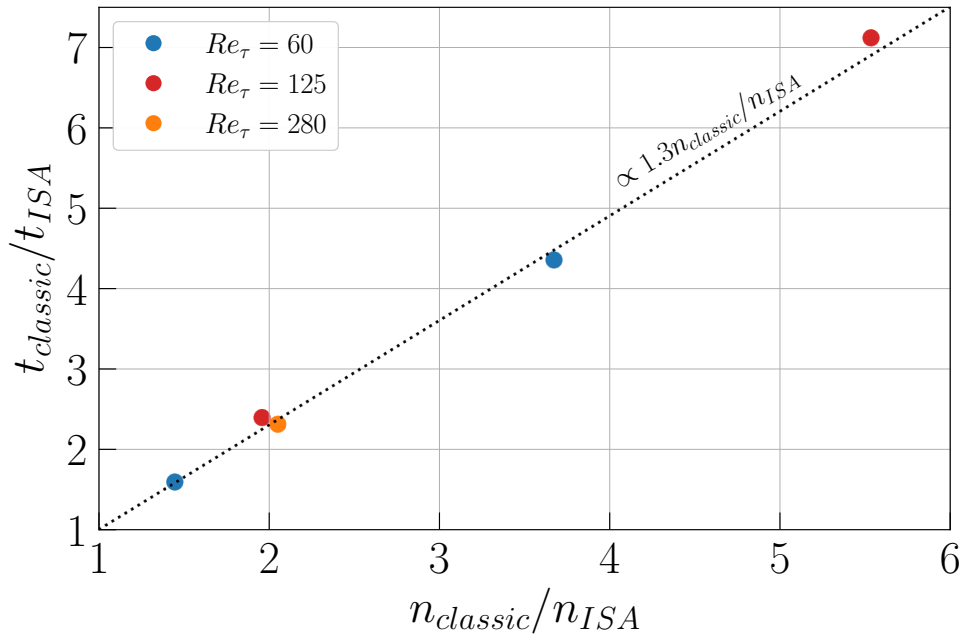
**Tableau 5.4** – Performances obtenues dans les différentes configurations pour le couplage ISA avec uniquement les canaux ER et CC. Les temps correspondent à ceux obtenus respectivement dans les canaux ER et CC pour la configuration avec la technique de recyclage.

### 5.1.3.3 Configurations



**Figure 5.6** – Schéma représentant une configuration utilisée pour analyser l’effet de rugosités placées à l’entrée d’un canal laminaire.

Des simulations supplémentaires ont été effectuées sur le cluster mésoéchelle (Gridcad) sur 128 processeurs pour évaluer les gains en performance pour les configurations complètes. La Figure 5.6 montre les configurations qui seront utilisées dans la suite du chapitre. Elles utilisent toute la méthode ISA avec les trois canaux définis en sous-section 5.1.1. Chaque configuration consiste à changer la hauteur de couche limite  $\delta_0^*$  à l’entrée du canal ER et le gradient de pression moyen à imposer dans la région rugueuse. Deux simulations sont lancées pour chaque configuration : une avec la méthode ISA, une sans la méthode ISA (c’est-à-dire en ne divisant pas le canal). La partie rugueuse a une longueur de  $14.58H$  et est composée de 12 rugosités rectangulaires de hauteur  $k^* = 0.27$  dans chaque simulation. De plus, la partie lisse en aval des rugosités a une longueur de  $4\pi H$ . Les canaux ont une hauteur de  $2H$  et une largeur de  $\pi H$  pour chaque configuration, discrétisés respectivement par 180 et 128 nœuds. Lorsque la méthode ISA est utilisée, les tailles de mailles (calculées avec  $Re_\tau^{ER}$  imposé dans la partie rugueuse) dans la direction longitudinale sont imposées à  $\Delta x^+ = 18.8$ ,  $\Delta x^+ = 0.8$  et  $\Delta x^+ = 8.8$  respectivement dans les canaux EL, ER et CC. Par conséquent, la taille de la partie laminaire et le nombre total de mailles varient pour chaque configuration. La gamme de hauteurs de couche limite testées est  $\delta_0^* = \{0.3, 0.8\}$  et celle de nombres de Reynolds basé sur la vitesse de frottement est  $Re_\tau^{ER} = \{60, 125, 280\}$ .



**Figure 5.7** – Rapports des temps de calcul en fonction des rapports du nombre de nœuds des maillages. Chaque rapport est défini comme la valeur pour la simulation n'utilisant pas la méthode ISA sur la valeur pour la simulation utilisant la méthode ISA.

Chaque simulation consiste en 100 itérations temporelles à partir du même état initial. Les temps de calculs obtenus sont comparés pour une même configuration. Celui pour la simulation n'utilisant pas la méthode ISA est noté  $t_{classic}$ , et celui pour la simulation utilisant la méthode ISA est noté  $t_{ISA}$ . De manière analogue,  $n_{classic}$  et  $n_{ISA}$  représentent le nombre total de mailles pour les deux simulations. La Figure 5.7 montre le rapport des temps de calcul  $t_{classic}/t_{ISA}$  en fonction du rapport du nombre de mailles  $n_{classic}/n_{ISA}$  pour chaque configuration testée. Il est important de souligner que les rapports suivent une loi linéaire de coefficient 1.3. Plus le rapport du nombre de nœuds est important, plus la méthode est efficace. De plus, la méthode ISA est bénéfique même lorsque le rapport du nombre de nœuds est faible. Les simulations présentées dans la section suivante utilisent les paramètres  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$  et  $Re_\tau^{ER} = 125$ . Les résultats de la Figure 5.7 montrent que l'utilisation de la méthode ISA permet de diviser le temps de calcul par 2.5 (pour  $\delta_0^* = 0.3$ ) et 6 (pour  $\delta_0^* = 0.7$ ).

Le nombre total de mailles et le temps de calcul peuvent être réduits si les trois maillages sont entièrement découplés (dans les directions  $y$  et  $z$ ). Pour rappel, la méthode présentée ici repose sur le même nombre de mailles dans les directions  $y$  et  $z$  dans les trois canaux pour des soucis de facilité d'implémentation. Néanmoins, si les flux aux interfaces entre les canaux sont conservés, alors un maillage entièrement découplé peut être utilisé dans chaque canal, ce qui augmenterait encore l'efficacité de la méthode. De plus, les résultats obtenus en Figure 5.7 suggèrent que les gains en performance de la méthode ISA soient meilleurs lorsque le nombre de mailles initial est plus élevé, donc à haut  $Re$  et  $Pr$ .

## 5.2 Simulations

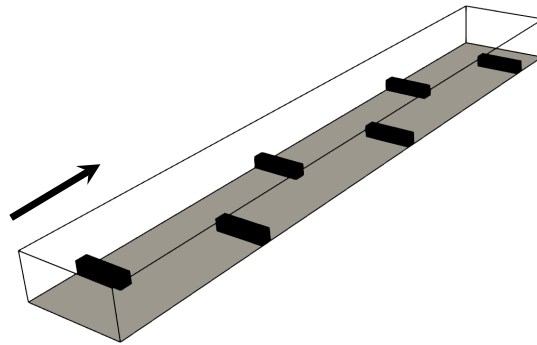
Des configurations semblables à celle représentée sur la Figure 5.6 sont simulées afin d'examiner l'effet des rugosités placées à l'entrée d'un canal. L'effet du décalage  $s^*$  entre les rugosités sur la régénération de la turbulence en paroi en canal périodique a été élucidé dans le chapitre précédent (Chapitre 4). Par conséquent, les rugosités sont décalées de  $s^*/k^* = 9$  pour tenter de déclencher une transition à la turbulence, permettre à la turbulence de se régénérer près de la paroi et affecter le processus de transfert dans le canal CC. La méthode ISA (présentée en Section 5.1.1) est utilisée pour mener les calculs en des temps raisonnables. Le transport du scalaire passif est formulé suivant Lyons *et al.* (1991), c'est-à-dire en fixant les températures de paroi à  $T_{inf} = -0.5$  et  $T_{sup} = 0.5$  (Section 2.1.2.7) dans les trois canaux EL, ER et CC. Le nombre de Reynolds (basé sur la vitesse de frottement) utilisé pour cette étude est fixé dans la région rugueuse à  $Re_\tau^{ER} = (Hu_\tau^{ER})/\nu = 125$  (pour rappel,  $u_\tau^{ER} = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)^{ER}}$ ), et le nombre de Prandtl est  $Pr = 1$  dans les trois canaux. Il est important de souligner encore une fois que le nombre de Reynolds est particulièrement faible. Les canaux ont une hauteur de  $2H$  et une largeur de  $\pi H$  pour chaque configuration, discrétisés respectivement par 180 et 128 nœuds. Les tailles des canaux ER et CC (sans la région Fringe) sont respectivement de  $14.58H$  et de  $4\pi H$ . Rappelons que  $\delta_0^*$  indique l'épaisseur de la couche limite à la fin de la zone d'entrée où l'écoulement est laminaire et qui précède la zone rugueuse. Cette dernière est déplacée suivant la direction longitudinale à trois positions différentes correspondant respectivement à  $\delta_0^* = \{0, 0.3, 0.7\}$ . Les différents cas analysés par la suite seront labellisés par les valeurs de  $\delta_0^*$ . De ce fait, la taille du canal EL (sans la région Fringe) est de  $20H$  et  $60H$  respectivement pour  $\delta_0^* = 0.3$  et  $\delta_0^* = 0.7$ . Les tailles de mailles (calculées avec  $Re_\tau^{ER}$ ) dans la direction longitudinale sont imposées à  $\Delta x^+ = 18.8$ ,  $\Delta x^+ = 0.8$  et  $\Delta x^+ = 8.8$  respectivement dans les canaux EL, ER et CC. Concernant les paramètres de simulations, le schéma temporel Runge-Kutta 3 est utilisé ainsi que le schéma de discrétisation  $O2$ .

Le gradient de pression moyen est fixé dans la région rugueuse. Le débit va converger vers une valeur constante, mais peut varier d'une itération à l'autre. Des champs indépendants sont sauvegardés sur un intervalle de temps où le débit peut être considéré comme constant de la même manière que dans le chapitre précédent (Chapitre 4). En d'autres termes, les statistiques ne sont calculées que lorsque  $Re_b$  atteint une valeur constante. Toutes les simulations présentées dans ce chapitre ont été effectuées sur un cluster méso-échelle (Gricad). Chaque simulation a nécessité 16 – 20 jours de calcul sur 128 processeurs, et les maillages des configurations variaient entre 77 et 90 millions de cellules.

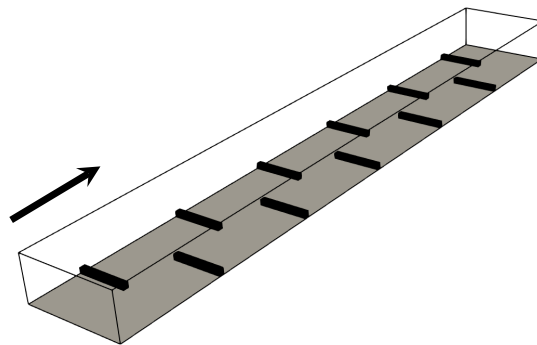
### 5.3 Configurations

Deux configurations sont étudiées pour la hauteur des rugosités :  $k^* = \{0.135, 0.27\}$ , qui seront appelées, « petites » (PR) et « grandes » (GR) rugosités par la suite, les deux adjectifs se référant à leur hauteur  $k^*$ . Les répartitions **A** et **B** se réfèrent aux configurations  $k^* = 0.27$  et  $k^* = 0.135$  par la suite. La longueur du canal ER et le décalage  $s^*$  entre les rugosités est fixé. Par conséquent, les configurations sont composées de 12 grandes rugosités ou 22 petites rugosités (Figure 5.8). La répartition des grandes rugosités débute à différentes positions dans la couche limite : immergés dans le cisaillement (avec  $\delta_0^* \approx 2 \times k^*$ ), à moitié immergé dans le cisaillement (avec  $\delta_0^* \approx k^*$ ) ou dans une zone où le cisaillement est très faible (avec  $\delta_0^* \approx 0$ ). En revanche, les petites rugosités ne débutent que dans le cisaillement (avec  $\delta_0^* \geq 2 \times k^*$ ), et dans une zone où le cisaillement est très faible (avec  $\delta_0^* \approx 0$ ).

#### Configuration A : grandes rugosités ( $k^* = 0.27$ )



#### Configuration B : petites rugosités ( $k^* = 0.135$ )



**Figure 5.8** – Configurations des rugosités dans le canal ER pour la répartition **A** (grandes rugosités,  $k^* = 0.27$ ) et la répartition **B** (petites rugosités,  $k^* = 0.135$ ) dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). La direction de l'écoulement est représentée par la flèche.

## 5.4 Résultats et discussion

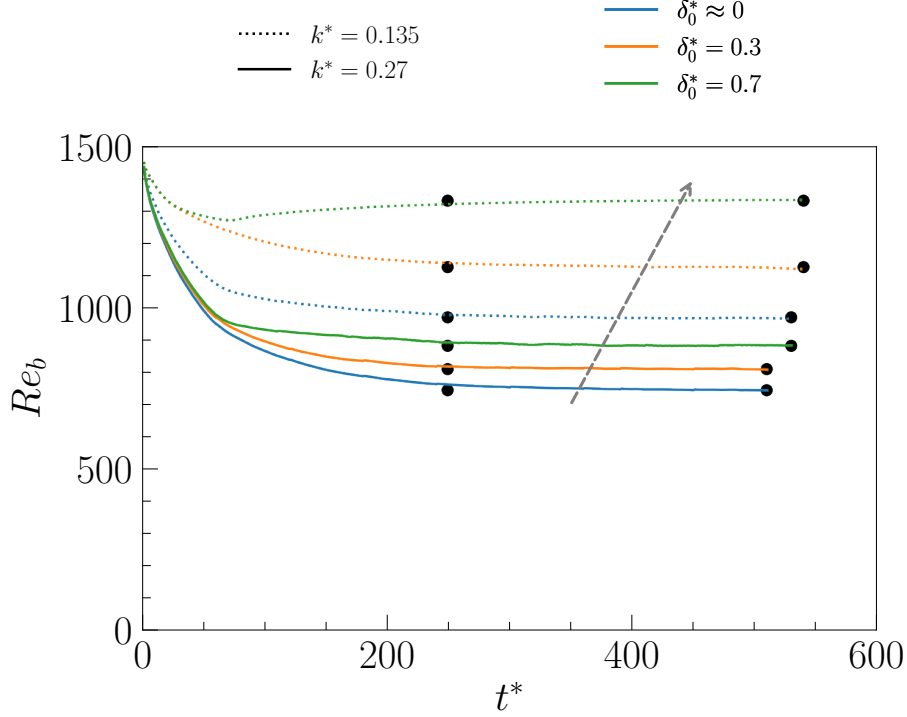
Les résultats obtenus dans les différentes configurations sont présentés dans cette section. Les statistiques obtenues dans les configurations **A** et **B** sont analysées dans les Sections 5.4.1 et 5.4.2. Elles sont comparées à celles obtenues dans un canal pleinement turbulent lisse à  $Re_\tau$  équivalent. Les structures cohérentes sont ensuite étudiées pour chaque distribution de rugosités dans la Section 5.4.3. L'analyse montre que l'écoulement se relaxe en aval des rugosités. La variation longitudinale des statistiques peut alors être approchée par des lois en puissance dans la Section 5.4.5. Finalement, le transfert pariétal dans le canal de contrôle est discuté dans la Section 5.4.6.

La Figure 5.9 montre l'évolution temporelle du nombre de Reynolds  $Re_b$ . La diminution de débit dans les premiers instants de la simulation est une conséquence du gradient de pression moyen imposé dans le canal ER. Néanmoins, le débit s'établit plutôt rapidement ( $200 < t^* < 300$ ). Il est bien constant en moyenne et subit de faibles variations d'une itération à l'autre pour chaque cas comme indiqué en Section 2.2.2. Il est intéressant de s'attarder sur les nombres de Reynolds  $Re_\tau^{CC}$  atteint dans le canal CC. Quelle que soit la hauteur de couche limite  $\delta_0^*$  à partir de laquelle les rugosités sont distribuées dans le canal ER,  $78 < Re_\tau^{CC} < 85$  dans la configuration **A** (grandes rugosités) et  $88 < Re_\tau^{CC} < 106$  dans la configuration **B** (petites rugosités). On insiste sur le fait que  $Re_\tau^{CC}$  est particulièrement faible. L'écoulement est proche de la limite sous-critique dans laquelle la transition a lieu que si l'amplitude de la perturbation est suffisamment importante.

### 5.4.1 Statistiques globales dans la configuration A

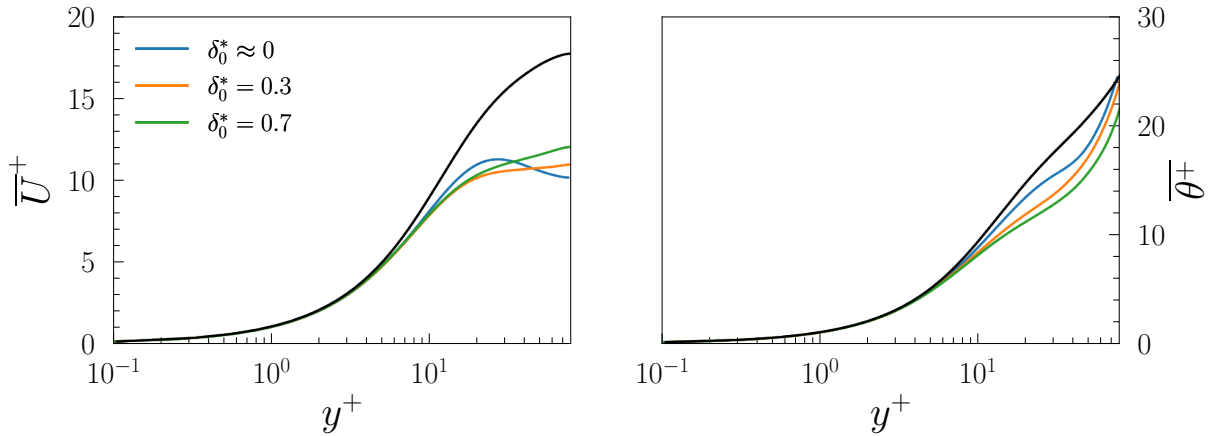
La notation  $( )^+$  désignera une quantité adimensionnée par les variables globales  $\nu$ ,  $u_\tau^{CC} = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)^{CC}}$  et  $T_\tau^{CC} = \left(\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right)_{y=0}^{CC} / Re_\tau^{CC} Pr$ , déterminés dans le canal CC. Toutes les statistiques obtenues sont moyennées en temps et en espace dans les directions  $x$  et  $z$ . Les traits continus noirs représentent les statistiques de référence dans un écoulement turbulent pleinement développé en canal lisse à  $Re_\tau \approx 78$  et  $Pr = 1$ . Les valeurs de  $Re_\tau^{CC}$  pour les grandes rugosités sont similaires à celle de la simulation de référence d'un canal pleinement turbulent sur parois lisses à  $Re_c = 1700$  (ou  $Re_b = 1135$ ). Le canal de la simulation de référence a une taille de  $4\pi H \times 2H \times (4/3)\pi H$ , discrétisé en  $256 \times 128 \times 64$  nœuds, ce qui correspond à  $\Delta x^+ = 3.8$  et  $\Delta z^+ = 5.1$ . Les statistiques de référence ont été obtenues en moyennant quarante champs instantanés temporellement indépendants.

La Figure 5.10 montre les profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  et de température transformée moyenne  $\bar{\theta}^+ = (\bar{T} - T_{inf}) / T_\tau^{CC}$ . Les profils  $\bar{U}^+$  et  $\bar{\theta}^+$  sont similaires pour  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ . Ils sont systématiquement en dessous de leur homologue en canal pleinement turbulent.



**Figure 5.9** – Évolution temporelle du nombre de Reynolds  $Re_b$  basé sur la vitesse débitante  $u_b$ . Les symboles représentent le début et la fin des fenêtres temporelles utilisées pour calculer les statistiques de chaque cas. La flèche en pointillé gris montre dans quel sens évolue  $\delta_0^*$ .

Le comportement des profils montrés sur la Figure 5.10 s'explique par le fait que les champs de vitesse et de température moyennes dans le canal CC garde en mémoire l'état rugueux imposé dans la zone de développement. Les profils de vitesse moyenne  $\bar{U}^+$  et de température transformée  $\bar{\theta}^+$  sont fortement similaires aux profils correspondants dans un canal pleinement rugueux analysé dans le Chapitre 4. La turbulence a une longue mémoire (Hinze (1975), Chapitre 5), qui se matérialise dans ce cas précis dans le développement spatio-temporel suivant la direction longitudinale des profils moyens. En revanche, le champ fluctuant répond différemment, comme nous allons montrer immédiatement après. La relaxation dans le canal CC sera davantage discutée dans la Section 5.4.5. Le lecteur aura néanmoins remarqué des différences (marginales) entre les profils du Chapitre 4 et ceux du canal CC qui s'expliquent partiellement par le fait que l'adimensionnalisation est différente. Pour rappel, les statistiques du Chapitre 4 ont été adimensionnées par  $u_\tau = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)}$  et  $T_\tau = \left(\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right)_{y=0}/Re_\tau Pr$ . Les statistiques du canal CC sont adimensionnées par les variables globales du canal CC, i.e.  $u_\tau^{CC} = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)^{CC}}$  et  $T_\tau^{CC} = \left(\frac{\partial\bar{T}}{\partial y}\right)_{y=0}^{CC}/Re_\tau^{CC} Pr$ . Les nombres de  $Re_\tau$  étant différents, il est par conséquent naturel d'observer des différences sur les profils adimensionnés du canal CC. Il est important de rappeler que l'utilisation de la méthode ISA implique que la sortie du canal ER soit l'entrée du canal CC. En d'autres termes, les champs dynamique  $U_i^*$  et scalaire  $T^*$  en sortie du canal ER sont identiques aux champs en entrée du canal CC.

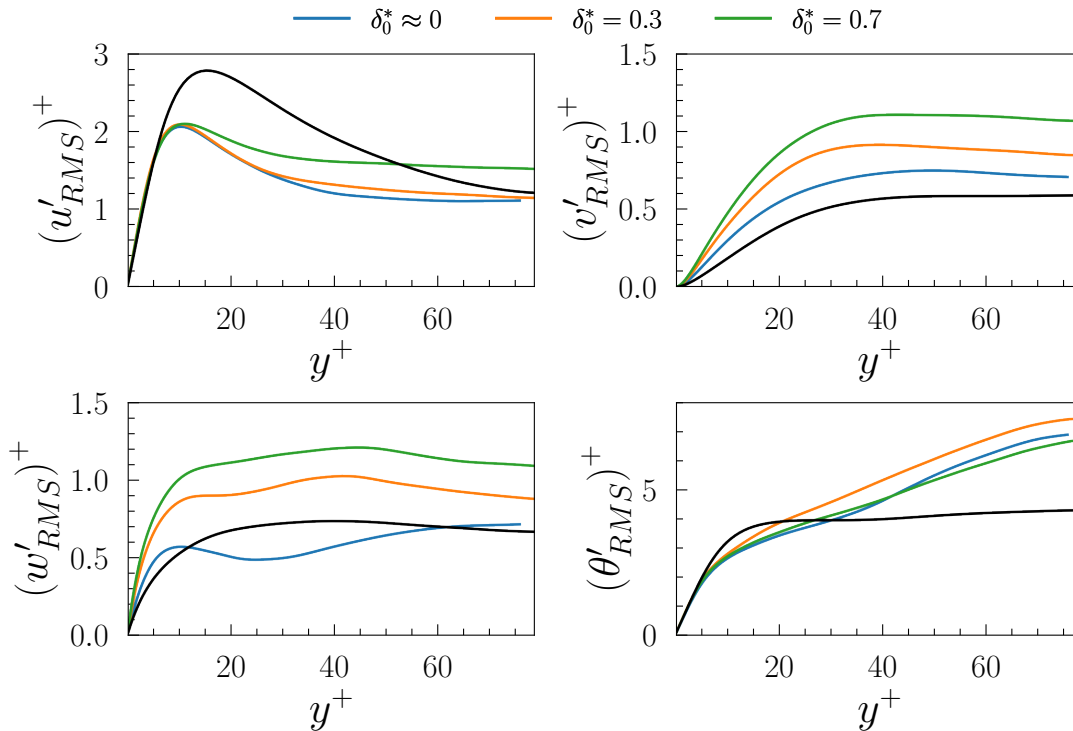


**Figure 5.10** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (**à gauche**) et de température moyenne  $\bar{\theta}^+$  (**à droite**) obtenus pour la répartition **A** (grandes rugosités).

La Figure 5.11 montre respectivement les profils RMS des fluctuations de vitesses longitudinale ( $u'_{RMS}^+$ ), verticale ( $v'_{RMS}^+$ ), transversale ( $w'_{RMS}^+$ ) et de température ( $\theta'_{RMS}^+$ ). Les profils ( $u'_{RMS}^+$ ) sont similaires quelle que soit  $\delta_0^*$ . Ils atteignent un maximum légèrement inférieur et plus proche de la paroi comparé à leur homologue pleinement turbulent. Les distributions ( $v'_{RMS}^+$ ) et ( $w'_{RMS}^+$ ) dépendent de  $\delta_0^*$ . Elles sont systématiquement au-dessus du profil de référence, à l'exception de ( $w'_{RMS}^+$ ) pour  $\delta_0^* \approx 0$ . Les intensités des fluctuations de température ( $\theta'_{RMS}^+$ ) restent similaires, dépendent assez peu de  $\delta_0^*$  et atteignent des valeurs particulièrement importantes dans la zone centrale.

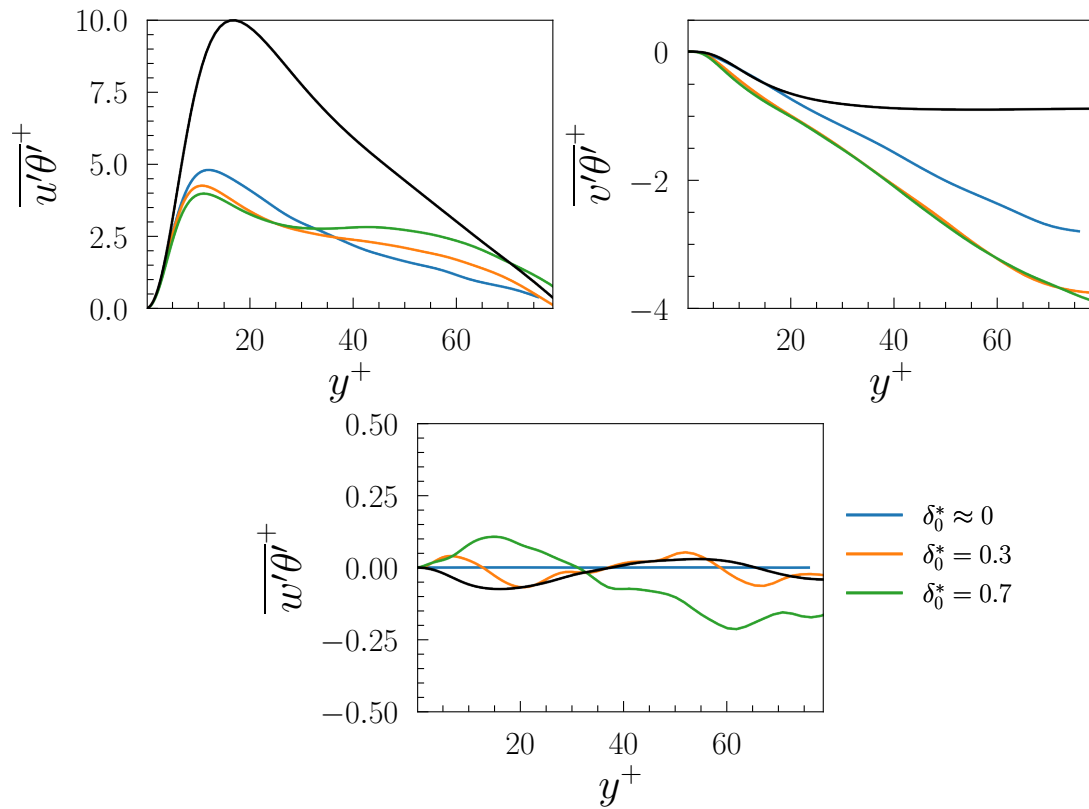
La relaxation de l'effet des rugosités dans la zone d'entrée se fait particulièrement remarquer sur les fluctuations de vitesse normale et transversale avec un effet moindre sur ( $u'_{RMS}^+$ ) dans la Figure 5.11 comparé à la Figure 4.15 du canal pleinement rugueux pour  $s^*/k^* = 9$ . Le comportement du champ fluctuant du scalaire passif est fondamentalement différent. Les profils de ( $\theta'_{RMS}^+$ ) sont similaires, quel que soit  $\delta_0^*$ , et ressemblent de manière surprenante à ceux du régime turbulent pleinement rugueux à faibles décalages ( $s^*/k^* \leq 3$ , Figure 4.15 du Chapitre 4). Là encore, l'effet de mémoire est indéniable. Il faut cependant noter les différences flagrantes entre le cas de rugosités en canal (Chapitre 4) et celui des rugosités dans la zone d'entrée qui se trouvent partiellement dans la zone sans cisaillement près du centre du canal. Bien que les couches limites laminaires disparaissent rapidement dès les premières rugosités, l'écoulement a besoin d'une certaine distance longitudinale pour s'établir dans la région centrale. Toutes les quantités statistiques varient suivant  $x$  dans, et en aval de la zone rugueuse.





**Figure 5.11** – Profils des RMS de vitesses et de température obtenus pour la répartition **A** (grandes rugosités).

La Figure 5.12 montre les corrélations vitesse températures  $\overline{u'_i \theta'^+}$ . Les profils obtenus dépendent assez peu de  $\delta_0^*$  pour  $\overline{u' \theta'^+}$  et  $\overline{w' \theta'^+}$ . Le flux  $\overline{w' \theta'^+}$  est globalement nul dans le canal CC comme l'est son homologue pleinement turbulent. Les profils obtenus pour  $\overline{v' \theta'^+}$  sont systématiquement supérieurs au profil de référence, avec une intensité qui est multipliée par quatre au centre du canal pour les cas  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ . Le flux  $\overline{u' \theta'^+}$  atteint un maximum local pour  $y^+ = 10$  comme pour  $(u'_{RMS})^+$ . L'intensité du maximum est plus de deux fois inférieur comparé à un écoulement pleinement turbulent. Enfin,  $\overline{u' \theta'^+}$  est systématiquement inférieur au profil de référence quelle que soit la configuration. La croissance en intensité du flux turbulent  $\overline{v' \theta'^+}$ , combinée avec celle de  $(v'_{RMS})^+$  est en accord avec les valeurs particulièrement importantes de  $(\theta'_{RMS})^+$  à  $y^+ > 30$  (Figure 5.11)

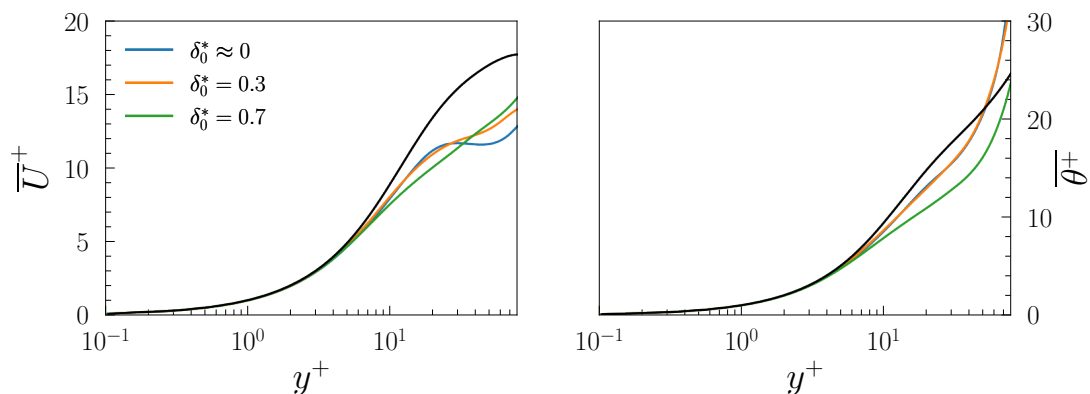


**Figure 5.12** – Profils des corrélations vitesses température obtenus pour la répartition **A** (grandes rugosités).

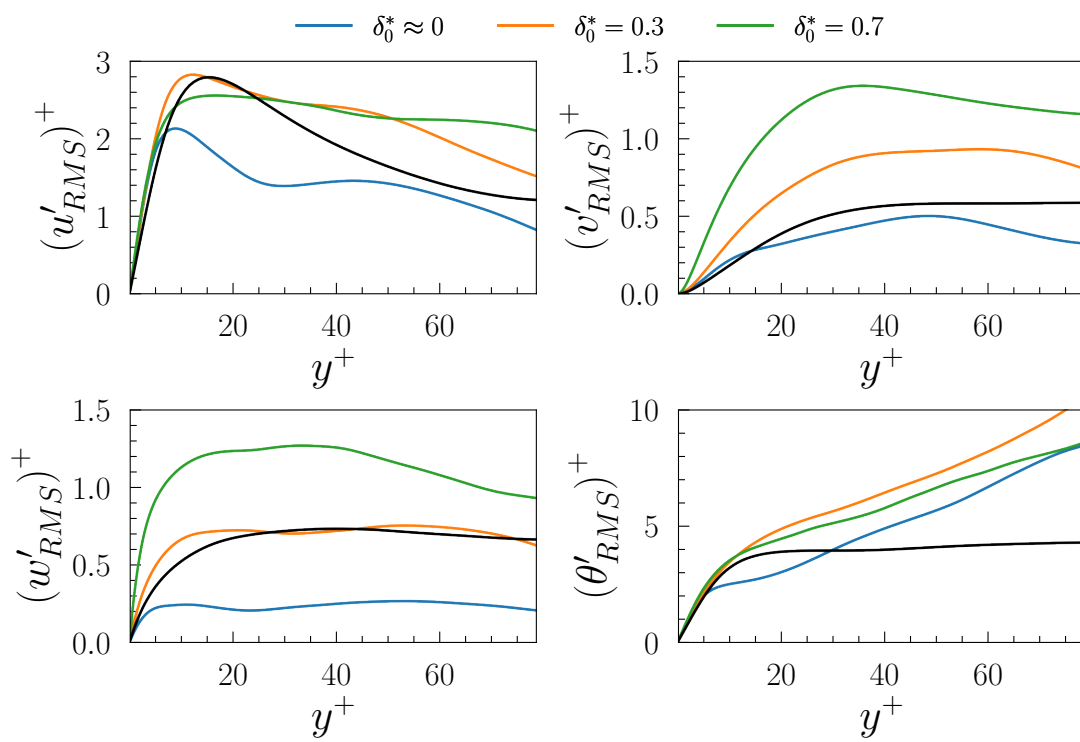
### 5.4.2 Statistiques globales dans la configuration B

Les Figures 5.13 et 5.14 montrent respectivement les profils moyens  $\bar{U}^+$  et  $\bar{\theta}^+$  et les RMS des fluctuations de vitesse et de température obtenus dans la répartition **B** des rugosités de « petite » hauteur ( $k^* = 0.135$ ). Il va sans dire que les rugosités de petites tailles génèrent moins de traînée de forme, comme en témoigne le décalage moins important entre les profils  $\bar{U}^+$  du canal CC et celui de l'écoulement canonique. Les champs dynamique et thermique garde encore en mémoire l'écoulement pleinement rugueux induit dans le canal ER. En revanche, la perturbation locale qui est une fonction, entre autres, de  $k^*$  est plus faible dans le canal ER par rapport à la répartition **A**. Ce point sera éclairci dans la Section 5.4.3. Nous nous contentons de présenter les résultats dans un premier temps. Nous ferons une synthèse accompagnée d'une discussion détaillée dans la Section 5.4.4.

La relaxation de l'effet des rugosités dans la zone d'entrée se fait particulièrement remarquer sur les profils du champ dynamique. Le profil  $(w'_{RMS})^+$  est nettement en dessous du profil canonique lorsque les rugosités recouvrent entièrement la zone d'entrée, i.e.  $\delta_0^* \approx 0$ , ce qui montre que la transition n'a pas été efficacement déclenchée dans le canal ER pour des raisons qui seront élucidées dans la Section 5.4.4. De manière surprenante, l'intensité des fluctuations de la température  $(\theta'_{RMS})^+$  atteint des valeurs importantes dans la couche externe, de manière similaire à la répartition A (Figure 5.11).



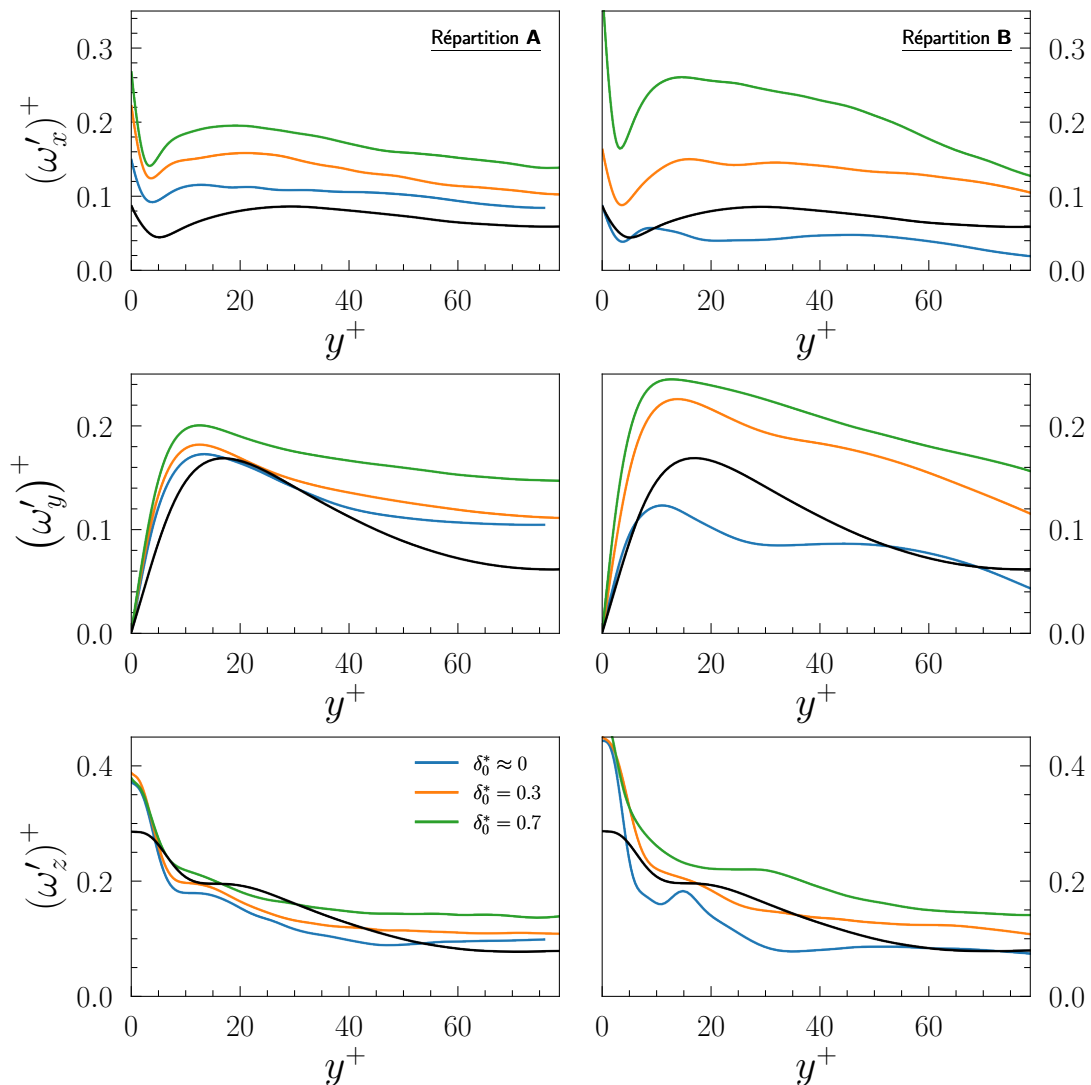
**Figure 5.13** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (à gauche) et de température moyenne  $\bar{\theta}^+$  (à droite) obtenus pour la répartition **B** (petites rugosités).



**Figure 5.14** – Profils des RMS de vitesses et de température obtenus pour la répartition **B** (petites rugosités).

### 5.4.3 Champs de vorticité et structures cohérentes

La Figure 5.15 montre les RMS des différentes composantes du champ de vorticité fluctuant pour les répartitions **A** et **B**. Les distributions des intensités de la vorticité transversale  $(\omega'_z)^+$  se regroupent comparablement bien dans les deux répartitions. C'est également le cas pour les distributions  $(\omega'_y)^+$  dans la répartition **A** (Figure 5.15, à gauche). En revanche, l'intensité des fluctuations de la vorticité longitudinale  $(\omega'_x)^+$  dépend fortement à la fois de la taille ( $k^*$ ) et de la répartition ( $\delta_0^*$ ) des rugosités dans le canal ER. Il faut noter sur la Figure 5.15 (à droite) que  $(\omega'_x)^+$  est particulièrement faible dans la zone externe lorsque  $k^* = 0.135$  et que la région d'entrée est entièrement recouverte par des rugosités.

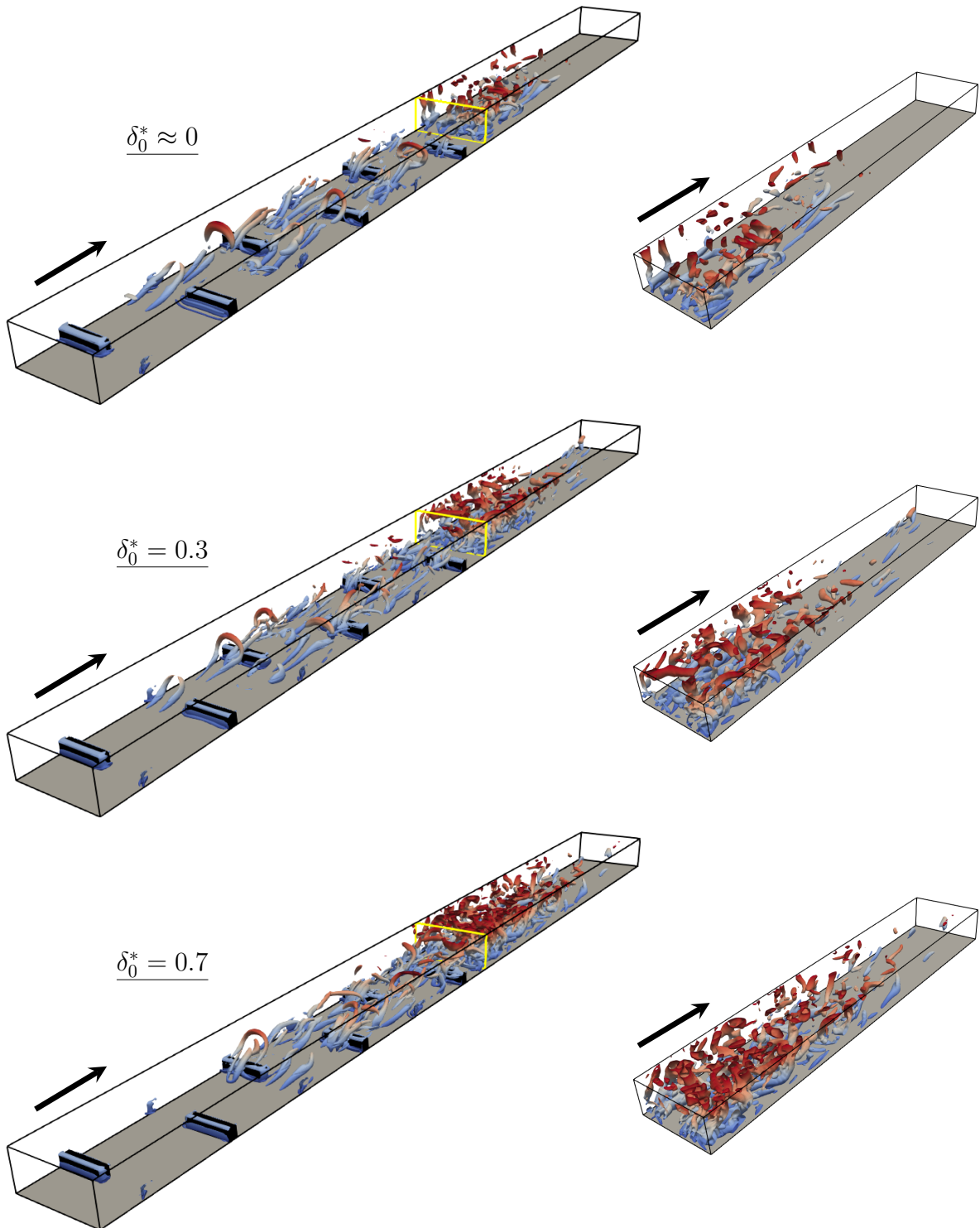


**Figure 5.15** – Profils RMS de vorticité  $\omega'_x, \omega'_y$  et  $\omega'_z$  obtenus pour la répartition **A** (grandes rugosités) (**à gauche**) et la répartition **B** (petites rugosités) (**à droite**) comparés à ceux obtenus en canal pleinement turbulent (**en noir**).

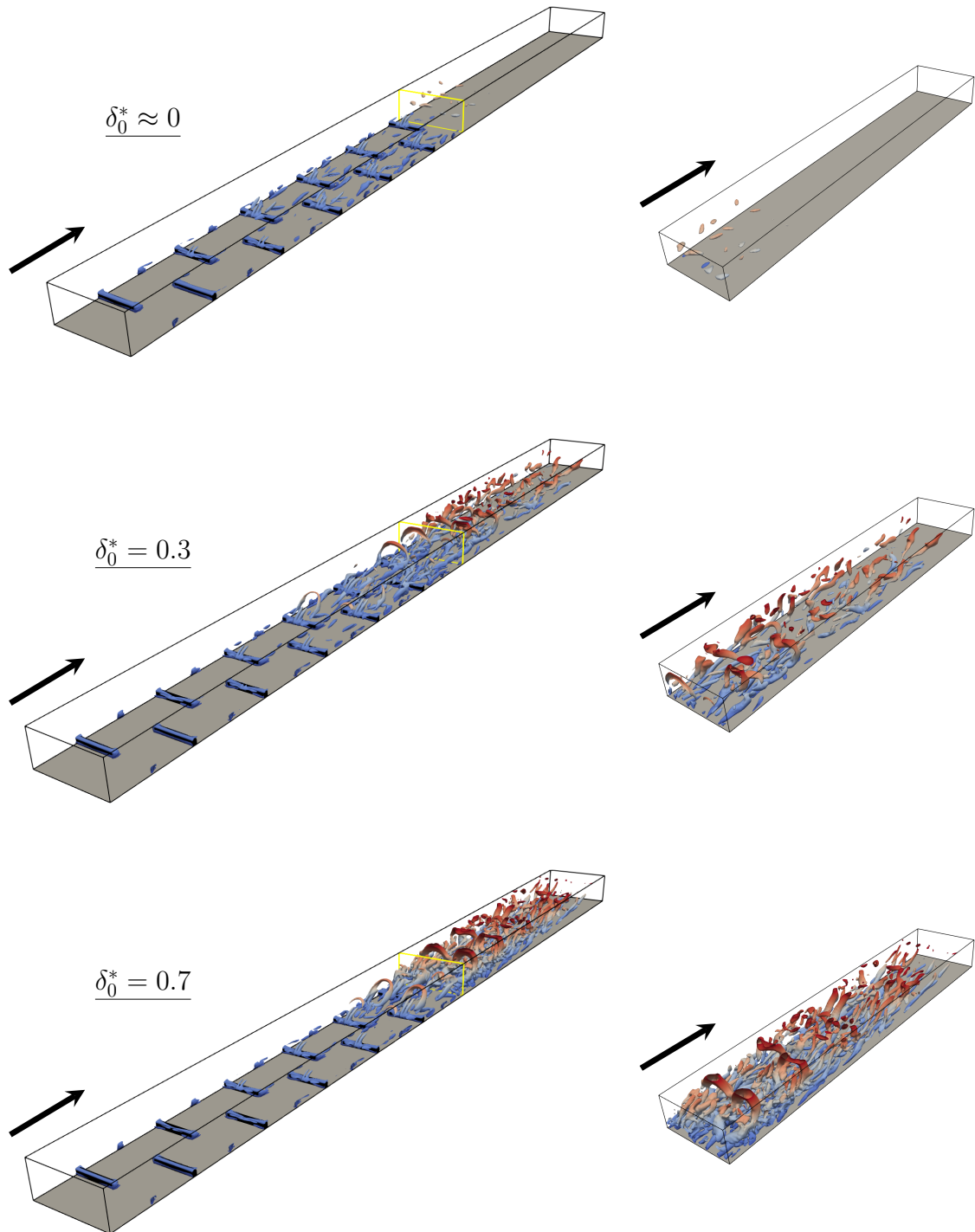
Les Figures 5.16 et 5.17 montrent les structures  $\lambda_2^+ = -0.02$  dans les deux répartitions. Les canaux ER et CC sont combinés dans les figures pour montrer l'impact de la configuration de rugosités sur l'écoulement dans le canal lisse de contrôle (CC). Les quantités sont adimensionnées par rapport aux échelles internes locales dans chaque partie de l'écoulement. Pour rappel,  $Re_\tau^{ER} = 125$  alors que  $Re_\tau^{CC} \approx 78 - 85$  pour la répartition **A** et  $Re_\tau^{CC} \approx 88 - 105$  pour la répartition **B**.

La répartition **A** avec les rugosités de grandes tailles distribuées dans le canal ER permet de déclencher une transition à la turbulence quelle que soit la distribution caractérisée par  $\delta_0^*$ . Le mécanisme responsable du déclenchement de la transition et du maintien de la turbulence analysé dans le Chapitre 4 se retrouve ici. On retrouve les couches de cisaillement attachées sur les crêtes ainsi que les TQL qui se forment entre les rugosités. La hauteur de couche limite  $\delta_0^*$  à l'entrée du canal laminaire rugueux a un impact sur la densité de population de structures cohérentes en sortie du canal ER et dans le canal CC. En revanche, la transition est plus lente dans la répartition **B** avec les rugosités de petite taille ( $k^* = 0.135$ ). Les TQLs ne sont détectés que proche de la sortie du canal ER et se retrouvent dans la première moitié du canal CC pour les configurations avec  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ . Peu de TQL se forment dans le canal ER lorsque les rugosités recouvrent toute la zone d'entrée, i.e. lorsque  $\delta_0^* \approx 0$ , et on ne trouve que quelques débris de vorticités longitudinales dans le canal de contrôle lisse. Cependant, l'activité turbulente régénérée dans le canal ER persiste dans le canal de contrôle bien qu'elle soit amortie fortement (Figure 5.14) en particulier en ce qui concerne ( $w_{RMS}^+$ ). De manière générale, plus la surface des rugosités dans la zone d'entrée est étendue (i.e. plus  $\delta_0^*$  est faible), moins les TQL qui affectent le canal de contrôle sont nombreux et intenses, aussi bien dans la répartition **B** que **A**. Ceci constitue un résultat inattendu et étonnant difficile à expliquer au premier abord. Nous analysons la situation en détails dans la section suivante en y apportant une réponse plausible.

Bien que des tourbillons quasi longitudinaux se forment et entrent dans le canal CC pour certaines configurations, ceux-ci se raréfient avec la position longitudinale  $x$  par relaxation et viscosité. La raréfaction des structures cohérentes dépend de la configuration avec  $\delta_0^*$  et de la hauteur des rugosités. Les caractéristiques des structures  $\lambda_2$  dans le canal CC sont adimensionnées avec  $u_\tau^{CC} = \sqrt{(h/\rho) (\partial\bar{p}/\partial x)^{CC}}$ . Le manque de structures à la sortie du canal CC montre que celles-ci perdent en intensité. L'écoulement est en train de se relaxer et  $u_\tau^{CC}$  varie avec la position longitudinale. Les moyennes d'ensemble présentées ici ne prennent pas en compte l'inhomogénéité longitudinale. Elles sont analysées telles quelles pour avoir une vision globale. La relaxation et la dépendance suivant  $x$  des caractéristiques de l'écoulement et du transport du scalaire passif sont analysées dans la Section 5.4.5.



**Figure 5.16** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus avec  $k^* = 0.27$  dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^*$  et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. Canaux ER et CC (à gauche) Canal CC (à droite).



**Figure 5.17** – Contours de  $\lambda_2^+ = -0.02$  obtenus avec  $k^* = 0.135$  dans la partie inférieure du canal ( $0 < y^* < 1$ ). Ces contours sont colorés par leurs positions verticales  $y^*$  et les rugosités sont représentées en noir. La direction de l'écoulement est représentée par la flèche. Canaux ER et CC (à gauche) Canal CC (à droite).



### 5.4.4 Synthèse et discussion

La zone d'entrée est entièrement recouverte de rugosités lorsque  $\delta_0^* \approx 0$ , aussi bien dans la répartition **A** que **B** alors qu'elle ne l'est que partiellement pour  $\delta_0^* = 0.3$  et  $0.7$ . Il est donc quelque peu naturel de s'attendre au premier abord à ce que la transition dans la zone rugueuse soit plus élaborée et efficace dans le cas  $\delta_0^* \approx 0$ . Ce n'est pas le cas, bien au contraire et l'explication n'est pas simple.

Rappelons que le gradient de pression  $(\partial\bar{p}/\partial x)^{ER}$  et par conséquent  $Re_\tau^{ER} = (Hu_\tau^{ER})/\nu = 125$  (pour rappel,  $u_\tau^{ER} = \sqrt{(h/\rho)(\partial\bar{p}/\partial x)^{ER}}$ ) est imposé dans la zone d'entrée rugueuse et il est fixé dans toutes les configurations. C'est en effet la situation physique réelle. Or, la trainée de forme globale est évidemment plus importante lorsque les rugosités recouvrent entièrement la zone d'entrée ( $\delta_0^* \approx 0$ ) que quand elles s'y étendent partiellement ( $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ ). Ainsi, plus  $\delta_0^*$  est faible, plus la trainée de forme est grande, et plus le nombre de  $Re_b$  est faible (Figure 5.9). Dans le cas de rugosités de grandes tailles ( $k^* = 0.27$ ) et  $\delta_0^* \approx 0$ ,  $Re_b = 745$  et ce nombre est très proche du nombre de Reynolds sous critique  $Re_{bcr} \approx 800$  (Chapitre 1). La perturbation locale induite par les rugosités de grande taille est intense et les structures se maintiennent malgré tout dans le canal ER, mais le « spot » résultant dans le canal CC se relaxe et disparaît rapidement. Le nombre de  $Re_b$  croît lorsque  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ , car le canal ER n'est que partiellement recouvert par les rugosités et la trainée de forme globale diminue. Pour  $\delta_0^* = 0.7$ ,  $Re_b$  atteint 900 (Figure 5.9) et on se trouve plus proche des conditions de formation et du maintien des structures entre les rugosités discutées dans la Section 4.4.3 du Chapitre 4. Le mécanisme de régénération des structures actives est par conséquent davantage dynamisée par rapport au cas  $\delta_0^* \approx 0$ .

Les structures cohérentes apparaissent bel et bien lorsque les rugosités recouvrent entièrement le canal ER dans la répartition **B** (Figure 5.17,  $\delta_0^* \approx 0$ ). Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante est  $Re_b \approx 1000$  (Figure 5.9) dans cette situation et il n'est pas loin de  $Re_{bcr}$ . Cependant, la perturbation locale induite par les rugosités de taille moindre ( $k^* = 0.135$ ) n'est pas suffisamment intense comparée à la répartition **A**. D'autre part, l'écoulement est toujours proche du régime sous-critique et la transition aura lieu si l'amplitude de la perturbation est importante. On ne retrouve par conséquent que des débris de vorticité longitudinale dans le canal CC (Figure 5.17). En revanche,  $Re_b$  atteint des valeurs importantes pour  $\delta_0^* = 0.7$ , proche de 1300 (Figure 5.9). La transition devient évidemment plus rapide puisque  $Re_b > Re_{cr}$ , et on s'éloigne de la situation sous-critique. La conséquence est une intensification des structures cohérentes qui arrivent alors à pénétrer dans le canal CC (Figure 5.17,  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ ).

Pour résumer :

- Le régime est sous-critique ou proche dans toutes les configurations et la transition dépend de l'amplitude de la perturbation. La dernière est forte dans la répartition **A**. Les effets transitionnels subsistent malgré le fait que  $Re_b$  soit proche de  $Re_{bcr}$  lorsque les rugosités recouvrent toute la zone de développement hydraulique.
- L'amplitude de la perturbation est faible dans la répartition **B**. Bien que  $Re_b$  soit légèrement supérieur à  $Re_{bcr}$ , le régime est toujours proche de l'état sous-critique. La transition ne se maintient pas à la sortie du canal ER lorsque les rugosités sont réparties dans toute la zone d'entrée.
- $Re_b$  est relativement plus grand dans chaque répartition, lorsque les rugosités couvrent partiellement la zone d'entrée. La situation est comparablement plus favorable au maintien des effets transitionnels.

Notons finalement que la première conséquence aberrante de l'anéantissement de l'activité pseudo-turbulente est la décroissance des intensités des fluctuations transversales du champ de vitesse ( $w'_{RMS}$ ) (Figure 5.14), qui se traduit par une diminution significative de l'intensité de la vorticité longitudinale près de la paroi où  $\omega'_x \sim \partial w' / \partial y$ . Ces résultats montrent, entre autres, l'importance de la direction transversale dans la structure dynamique de la turbulence pariétale.

### 5.4.5 Relaxation

L'écoulement initialement laminaire dans le canal ER est énergisé avec les rugosités. Les structures cohérentes et les tourbillons quasi longitudinaux qui sont engendrés dans la zone d'entrée rugueuse perdent leur intensité dans le canal CC dans les deux répartitions **A** et **B**. L'écoulement dans le canal CC est non homogène suivant  $x$ . Nous menons dans cette section une analyse pour quantifier la relaxation suivant la direction longitudinale des différentes quantités de l'écoulement.

À notre connaissance, la seule étude qui se rapproche de la nôtre est celle de [Ding & Smits \(2021\)](#) qui considèrent la relaxation d'un écoulement turbulent perturbé par des barres rectangulaires dans une conduite. Leurs expériences ont permis de mettre en évidence trois étapes de réponse de l'écoulement. La première étape, notée *I*, consiste au développement d'une couche de cisaillement qui perturbe l'écoulement. L'étape *II* consiste en la redistribution de la turbulence et en son déclin. Enfin, l'étape *III* consiste en un long processus oscillatoire de recouvrement de l'état non perturbé. Bien que leurs expériences aient été menées à haut nombre de Reynolds ( $Re = 165000$ ), certaines observations permettent d'expliquer ce qu'il se passe dans les configurations étudiées ici. L'étape *I* de la réponse de l'écoulement se produit dans le canal ER où les rugosités déclenchent une transition rapide à la turbulence avec l'apparition de structures cohérentes. L'étape *II* se produit dans le canal CC où les structures cohérentes s'affaiblissent (Figure 5.16).

Les variations spatiales de plusieurs quantités sont calculées pour caractériser la réponse de l'écoulement. La notation  $\langle \rangle_x$  désigne une quantité  $f$  moyennée temporellement dans des plans  $y - z$  telle que :

$$\langle f \rangle_x = \frac{1}{(T_e - T_s) 2HL_z} \int_{T_s}^{T_e} \int_0^{2H} \int_0^{L_z} f(x, y, z, t) dz dy dt \quad (5.4.5.1)$$

avec  $T_e$  et  $T_s$  le début et la fin de la fenêtre temporelle,  $H$  et  $L_z$  la demi-hauteur et la largeur du canal. De même, la notation  $[ ]_x$  désigne une quantité  $f$  moyennée temporellement dans la direction  $z$  et évaluée à la paroi telle que :

$$[f]_x = \frac{1}{(T_e - T_s) L_z} \int_{T_s}^{T_e} \int_0^{L_z} f(x, z, t) dz dt \quad (5.4.5.2)$$

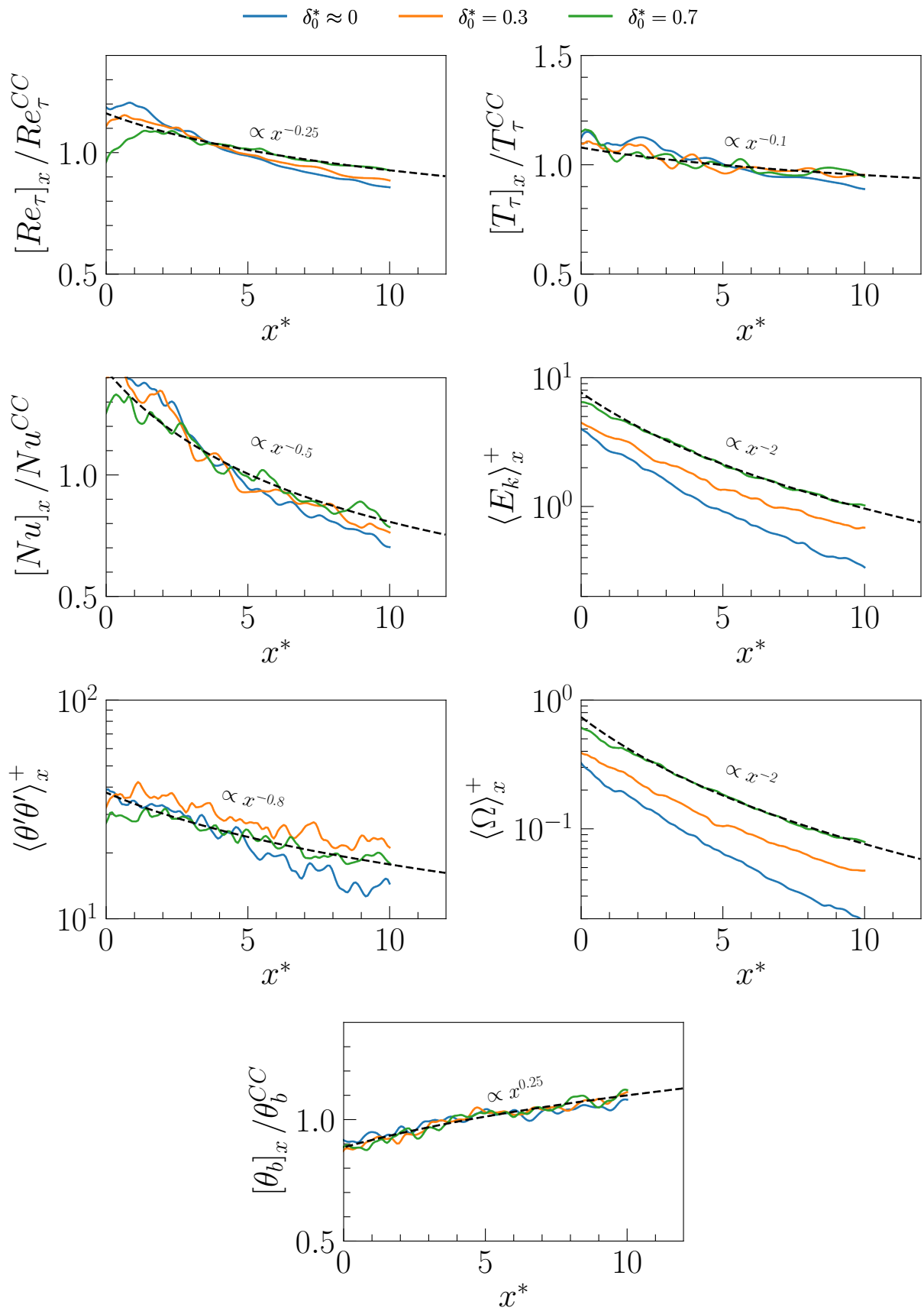


Figure 5.18 – Lois de relaxation obtenues pour la répartition **A** (grandes rugosités).

Les moyennes d'ensembles  $\langle f \rangle_x$  qui portent sur les plans  $y - z$  permettent d'avoir une vue globale et rapide de la relaxation, alors que  $[f]_x$  fournissent des caractéristiques plus précises. La Figure 5.18 montre les profils de  $[Re_\tau]_x$ ,  $[T_\tau]_x$ ,  $[Nu]_x$ ,  $[\theta_b]_x$ ,  $\langle E_k \rangle_x^+$ ,  $\langle \theta' \theta' \rangle_x^+$  et  $\langle \Omega \rangle_x^+$  obtenus dans les configurations avec les grandes rugosités. Ici,  $\Omega = (1/2) [(\omega'_x)^2 + (\omega'_y)^2 + (\omega'_z)^2]$  est l'enstrophie totale. Chaque profil  $[ ]_x$  est adimensionné par rapport aux variables locales (dépendant de  $x$ ), alors que les profils  $\langle \rangle_x$  sont rapportés aux variables globales, c'est-à-dire avec  $\nu$ ,  $u_\tau^{CC}$  et  $T_\tau^{CC}$ . Les distributions décroissent avec la position longitudinale  $x$ , due à la relaxation. Par conséquent, des lois en puissance peuvent être déterminées sous la forme :

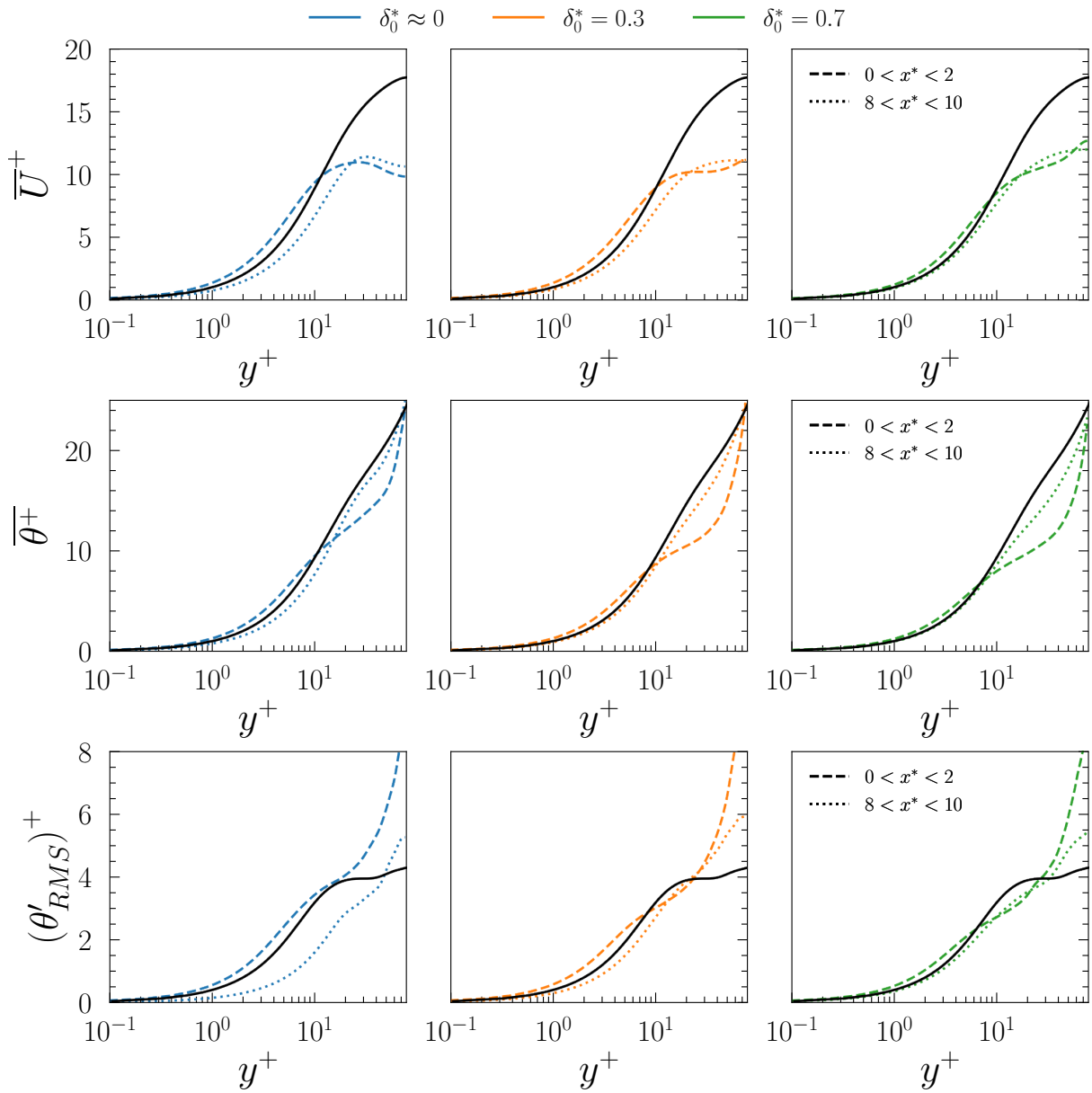
$$\langle f \rangle_x = \alpha_f x^{\beta_f} \quad \text{ou} \quad [f]_x = \alpha_f x^{\beta_f} \quad (5.4.5.3)$$

avec  $\alpha_f$  et  $\beta_f$  deux coefficients. Ils dépendent nécessairement du nombre de Reynolds  $Re_b$ , de la géométrie de rugosité et de sa distribution, ainsi que de la hauteur de couche limite  $\delta_0^*$  à l'entrée du canal laminaire rugueux. Lors de l'étape *I* de la réponse (voir ci-dessus),  $\beta_f > 0$ . En revanche,  $\beta_f < 0$  lors de l'étape *II*, car les processus de transport de quantité de mouvement et de scalaire se relaxent. Les lois en puissance sont indiquées dans la Figure 5.18 en pointillés noirs pour la configuration  $\delta_0^* = 0.7$ .

Le nombre de  $[Re_\tau]_x$  suit une loi de décroissance plus rapide que  $[T_\tau]_x$ . La loi de décroissance de  $[Nu]_x$  est directement liée à celles de  $[Re_\tau]_x$ ,  $[T_\tau]_x$  et  $[\theta_b]_x$ , car  $Nu = (2Re_\tau Pr) / \theta_b^+$ . Il est intéressant de noter que  $\langle \theta' \theta' \rangle_x^+$  décroît suivant une loi en  $x^{-0.8}$ . Il décroît donc moins rapidement que  $\langle E_k \rangle_x^+$  et  $\langle \Omega \rangle_x^+$  qui varient en  $x^{-2}$ . Le champ de scalaire a donc une échelle de longueur de réponse (ou de relaxation) qui est relativement plus longue. L'explication physique reste à être élucidée.

La Figure 5.19 montre les profils moyens de vitesse  $\bar{U}^+$  et de température transformée  $\bar{\theta}^+$ , ainsi que les profils RMS de température  $(\theta'_{RMS})^+$  obtenus dans deux régions distinctes du canal CC dans la répartition **A** : pour  $0 < x^* < 2$  et pour  $8 < x^* < 10$ . L'analyse des profils montre que la relaxation a majoritairement un effet dans la couche interne  $y^+ < 30$  pour  $\bar{U}^+$ , et dans la couche externe  $y^+ > 30$  pour  $\bar{\theta}^+$  et  $(\theta'_{RMS})^+$ . Il est important de remarquer que les profils  $\bar{\theta}^+$  pour  $8 < x^* < 10$  sont semblables au profil canonique. La relaxation de l'intensité des fluctuations de température  $(\theta'_{RMS})^+$  est similaire lorsque les rugosités recouvrent partiellement le canal ER, i.e. pour  $\delta_0^* = \{0.3, 0.7\}$ .

La relaxation est disparate dans la répartition **B** (Figure 5.20). Le cas  $\delta_0^* \approx 0$ , qui correspond au canal ER qui est entièrement rugueux, et qui a été précédemment discuté en détails dans la Section 5.4.4 est évidemment à part. Mis à part une décroissance en  $x^{-1.5}$  clairement identifiable dans  $\langle E_k \rangle_x^+$  et  $\langle \Omega \rangle_x^+$ , les autres quantités varient relativement peu dans la direction longitudinale. Le nombre de Reynolds  $[Re_\tau]_x$  reste par exemple relativement constant.



**Figure 5.19** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$ , de température moyenne  $\bar{\theta}^+$  et des RMS des fluctuations de température  $(\theta'_{RMS})^+$ . Répartition **A** (grandes rugosités).

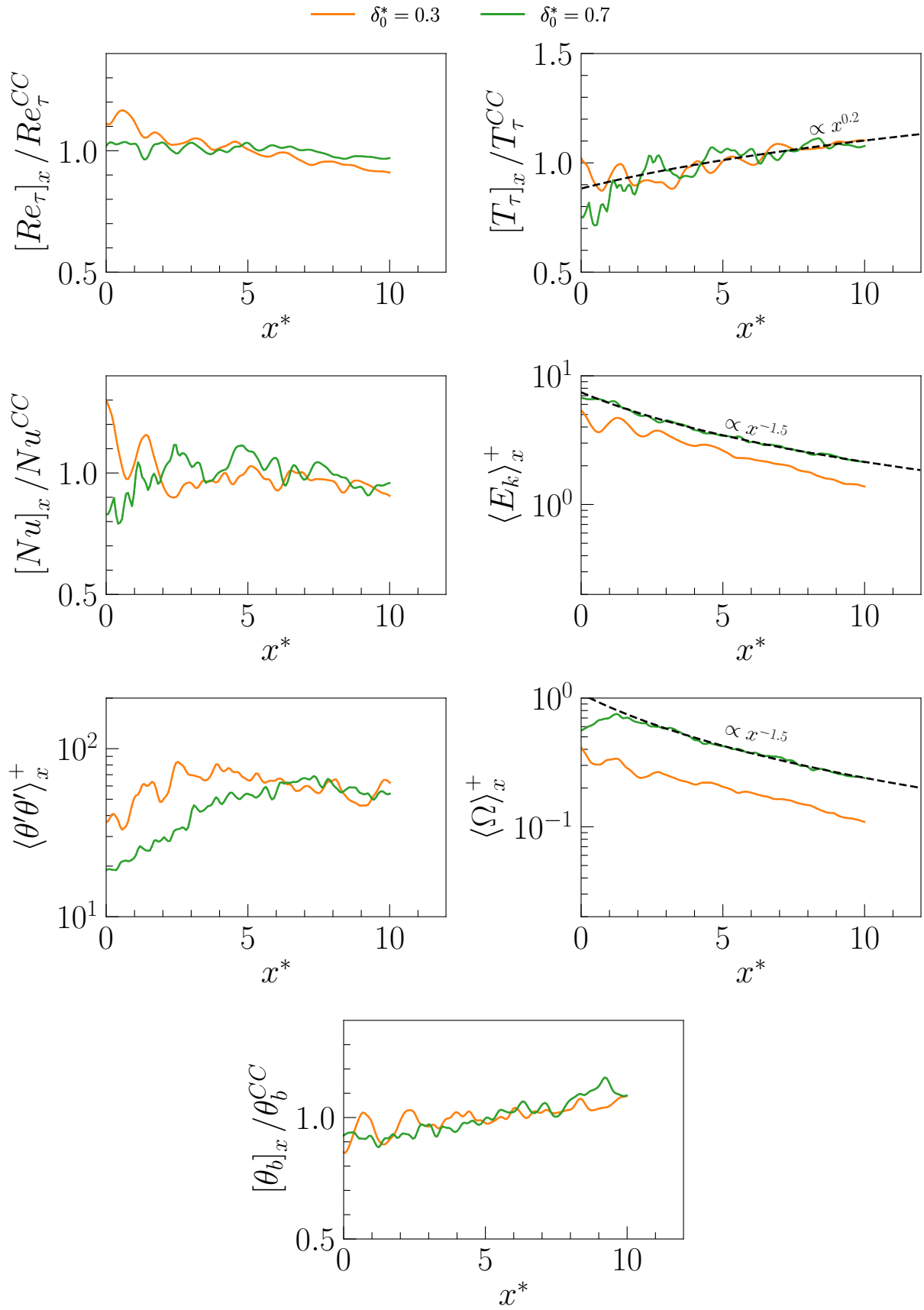


Figure 5.20 – Lois de relaxation obtenues pour la répartition **B** (petites rugosités).

### 5.4.6 Transfert pariétal

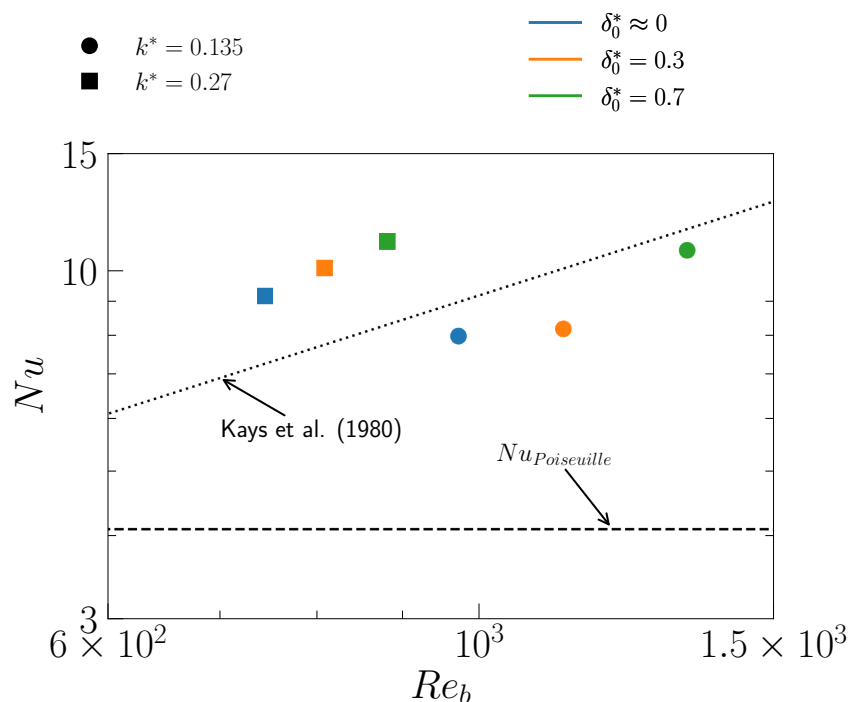
Le nombre de Nusselt dans le canal CC est défini comme :

$$Nu = \frac{2Re_{\tau}^{CC} Pr}{\theta_b^+} \quad (5.4.6.1)$$

où  $\theta_b^+$  la température de mélange :

$$\theta_b^+ = \frac{\int_0^H \overline{U} \theta^+ dy}{\int_0^H \overline{U} dy} \quad (5.4.6.2)$$

La Figure 5.21 montre l'évolution du nombre de Nusselt obtenus dans le canal CC en fonction du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante. La comparaison porte sur la corrélation de *Kays et al. (1980)* valable pour un écoulement turbulent sur parois lisses. Les points carrés et les ronds sur la Figure 5.21 correspondent respectivement à la répartition **A** et **B**. Le premier point remarquable est la forte intensification du transfert pariétal dans la configuration **A**. On remarque en effet que  $Nu$  est d'un facteur deux à trois fois supérieur à  $Nu_{Poiseuille}$ . On note même un gain par rapport à un écoulement pleinement développé turbulent de 20 à 30%. Bien que le régime de relaxation domine,  $Nu \propto (Re_b)^\alpha$  de manière similaire à l'écoulement canonique. Le bénéfice par rapport à l'écoulement laminaire est identique dans le cas de la répartition **B** avec  $k^* = 0.135$ . L'efficacité de transfert pariétal est légèrement moindre comparé à l'écoulement turbulent canonique, mais l'échange thermique à la paroi est spectaculairement amélioré. L'amélioration du transfert pariétal est claire quelles que soient les répartitions et les configurations.



**Figure 5.21** – Évolution du nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction du nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante  $Re_b$ .



## 5.5 Conclusions

Des rugosités rectangulaires sont placées dans la zone d'entrée hydraulique d'un écoulement en canal initialement laminaire. Nous distinguons que l'écoulement obtenu se divise en trois régions : une zone d'entrée laminaire lisse, une zone d'entrée rugueuse et le canal lisse de contrôle en aval des rugosités. Les champs des écoulements obtenus via des simulations numériques directes ont été analysés afin d'étudier le transport d'un scalaire passif en aval des rugosités. Les statistiques obtenues dans les différentes configurations ont été comparées à celles d'un canal pleinement turbulent lisse à  $Re_\tau$  équivalent.

- Une méthode numérique basée sur une approche de sous-domaines interconnectés (ISA) a été développée. Elle ne requiert pas de reformulation du code et est simple à implémenter. Les performances ont été mesurées et ont montré que le temps de calcul était divisé par 6 pour certaines simulations de l'étude.
- Deux répartitions, l'une avec des rugosités de grande hauteur ( $k^* = 0.27$ ) et l'autre avec  $k^* = 0.135$  ont été analysées, dans trois configurations dans lesquelles les rugosités couvrent entièrement ou partiellement la zone d'entrée. Le nombre de  $Re_b$  est faible, il est proche de  $Re_{bcr}$  et le régime est quasiment sous-critique dans les deux répartitions.
- La transition bypass dans la zone d'entrée du canal est déclenchée dans les situations où  $Re_b$  est suffisamment grand par rapport à  $Re_{bcr}$  et/ou la perturbation imposée ( $k^*$ ) est intense.
- Les structures actives arrivent à pénétrer dans le canal de contrôle dans la majorité des cas, où elles relaxent suivant la direction longitudinale. Les caractéristiques de la relaxation dépendent de la quantité en question, de son « histoire » dans la zone d'entrée rugueuse, et de l'effet mémoire induit par la turbulence localisée dans la même zone.
- Finalement, une amélioration nette du transfert pariétal est obtenue dans un écoulement initialement laminaire à de faibles nombres de Reynolds. Le contrôle est passif, réalisable et robuste. La distribution des rugosités est maniable et peut être optimisée pour atteindre des objectifs bien définis tel que, par exemple : i) la modification des caractéristiques de mélange turbulent, ou ii) la maximisation du transfert pariétal en aval des rugosités. L'objectif principal de la recherche ci présente a donc été atteint.



# CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'objectif de cette thèse était de déclencher une transition de type bypass, rapide et efficace dans la zone d'entrée hydraulique d'un écoulement initialement laminaire dans un canal pour améliorer le processus de transfert dans l'écoulement développé qui suit. Pour atteindre cet objectif, plusieurs étapes ont été nécessaires.

Le Chapitre 1 dresse un état de l'art de la transition bypass et les écoulements rugueux. D'une part, la transition bypass se caractérise par des échelles de temps nettement plus courtes que les ondes typiques de Tollmien-Schlichting, ce qui est bénéfique pour la transition dans un canal de longueur finie. Des spots transitionnels se forment lors d'une transition bypass, comme on en retrouve dans certaines étapes de la transition déclenchée par des rugosités en quinconce. La transition bypass dans un écoulement initialement laminaire peut être déclenchée en distribuant les rugosités de manière à casser la symétrie transversale. La forme, la taille et la distribution des rugosités ont une influence sur le déclenchement et la rapidité de la transition.

Le code de Simulations Numériques Directes (SND) utilisé pendant la thèse est détaillé dans le Chapitre 2. MULTIFAST est un code de différences finies développé au LEGI et basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles. Le transport d'un scalaire passif, comme la température, se fait via la résolution d'une équation de transport. Bien que MULTIFAST possède de nombreux modules, des implémentations supplémentaires ont été nécessaires pour répondre à la problématique de cette thèse. La méthode dite de Fringe a été implémentée pour traiter les conditions non-périodiques dans la direction longitudinale. Elle consiste à corriger toutes déviations des profils de vitesse par rapport à un profil de référence via une force de rappel dans une région placée soit à l'entrée du canal, soit à la sortie. De plus, la méthode des frontières immergées a été implémentée pour les simulations sur parois rugueuses. Elle repose sur un forçage direct pour assurer une vitesse nulle ou une température constante aux parois des rugosités.

Le transport d'un scalaire passif au sein d'un spot transitionnel dans un écoulement de Poiseuille a été analysé dans le Chapitre 3. Ce point n'avait pas été abordé dans la littérature. La transition bypass a été déclenchée grâce à une paire de tourbillons contrarotatifs placée dans un écoulement de Poiseuille. Le spot résultant de la transition a été détecté et suivi en temps, ce qui a permis de déterminer les statistiques au sein de celui-ci.

Structurellement, un spot est composé d'une région d'onde en amont ; et d'un cœur turbulent en aval. Il a une vitesse de convection inférieure à l'écoulement laminaire qui l'entoure. Par conséquent, il y a une accélération locale et un écoulement transverse est engendré en amont. Des points d'inflexion s'établissent dans les profils locaux et instantanés de la vitesse transversale aux extrémités amonts. Ils déstabilisent l'écoulement et sont à l'origine des ondes obliques qui constituent la région d'onde. Ces dernières interagissent entre elles, se rompent et génèrent la turbulence qui constitue le cœur turbulent.

Le spot est peuplé de tourbillons quasi-longitudinaux (TQLs) qui se rassemblent et s'alignent de manière cohérente sur la périphérie. Ils engendrent des mouvements passifs à grandes échelles. Ils contribuent aux intensités des fluctuations de la vitesse longitudinale et transversale, et dans une moindre mesure du scalaire passif dans la couche externe, mais n'ont pas d'impacts ni sur l'intensité des fluctuations de la vitesse normale à la paroi, ni sur la contrainte de Reynolds.

Le cœur turbulent se caractérise par une homogénéité longitudinale et transversale et une forte similitude avec un écoulement turbulent canonique au même nombre de Reynolds. En revanche, la région d'onde est responsable d'importantes fluctuations de vitesse et de température. Elle est donc un atout pour le mélange turbulent. Les flux turbulents du transport scalaire sont plus importants, le temps de brassage est divisé par deux, et des estimations basées sur la dissipation de l'énergie cinétique montrent que le mélange est plus rapide et que le rapport surface/volume est plus important dans le spot total comparé à de la turbulence de paroi canonique. Enfin, le nombre de Prandtl turbulent est significativement plus faible que 1 dans le spot total, ce qui montre que le transfert du scalaire passif par diffusion turbulente domine le transport de la quantité de mouvement par la viscosité turbulente.

Des rugosités rectangulaires de grande taille ( $k^* = 0.27$ ) ont été placées dans un écoulement en canal initialement laminaire dans le but de déclencher une transition bypass dans le Chapitre 4.

La transition à la turbulence n'est déclenchée que lorsque les rugosités sont décalées en quinconce. Il est nécessaire de casser la symétrie transversale pour induire des fluctuations de la vitesse transversale  $w' \neq 0$ . Un régime totalement rugueux est alors atteint même dans le cas où le décalage entre les rugosités est faible.

Des couches de cisaillement transversales de forte intensité s'enroulent sur les crêtes, mais y restent attachées. Des TQLs apparaissent entre les rugosités uniquement lorsqu'ils peuvent se développer spatio-temporellement et se maintenir. Notre analyse concernant les conditions nécessaires de la régénération et du maintien des TQLs entre les rugosités, et qui est basée sur le concept de « minimum channel » donne des estimations en accord avec les SND.

Les couches de cisaillement attachées sur les crêtes dominent le transport du scalaire passif et augmentent considérablement l'activité turbulente ( $\theta_{RMS}^+$ ) dans la couche externe pour les configurations à faibles décalages. Les TQLs entre les rugosités masquent la signature et les effets des couches de cisaillement pour les grands décalages. Les nombres de Nusselt dans les différentes configurations sont considérablement plus grands que  $Nu$  correspondant à un régime pleinement turbulent en canal lisse. Ils ne dépendent pas du nombre de  $Re_b$ , puisque le régime est totalement développé rugueux.

L'effet d'une distribution en quinconce des rugosités placées dans la zone de développement hydraulique d'un canal fait l'objet du Chapitre 5. L'écoulement se divise en trois régions : une zone d'entrée laminaire lisse (EL), une zone d'entrée rugueuse (ER) et le canal lisse de contrôle en aval des rugosités (CC).

Une méthode numérique basée sur une approche de sous-domaines interconnectés (ISA) a été développée pour mener les SND en des temps raisonnables. Les performances ont été mesurées et ont montré que le temps de calcul est divisé par 6 pour certaines simulations de l'étude.

Deux répartitions, l'une avec des rugosités de grande hauteur ( $k^* = 0.27$ ) et l'autre avec  $k^* = 0.135$  ont été analysées, dans trois configurations dans lesquelles les rugosités couvrent entièrement ou partiellement la zone d'entrée. Le nombre de  $Re_b$  est faible, il est proche de  $Re_{bcr}$  et le régime est sous-critique dans les deux répartitions. Un gradient de pression est imposé dans la zone rugueuse, et  $Re_b$  dépend de la distribution des rugosités.

La transition bypass est déclenchée dans les situations où  $Re_b$  est suffisamment grand par rapport à  $Re_{bcr}$  et/ou la perturbation imposée est intense. Lorsque ces deux conditions sont établies, les structures actives arrivent à pénétrer dans le canal de contrôle dans lequel la turbulence locale se relaxe et se désintègre suivant la direction longitudinale. En effet, l'écoulement dans le canal lisse de contrôle est également sous-critique.

La longueur de relaxation est cependant suffisamment grande pour forcer le transfert pariétal vers un régime pseudo-turbulent. Le nombre de Nusselt qui résulte est alors significativement plus grand que  $Nu$  d'un écoulement turbulent développé équivalent. L'objectif principal de la recherche ci présente a donc été atteint.

Les rugosités de grandes tailles placées en quinconce ont fait l'objet de peu d'études. Par conséquent, la géométrie, la hauteur et la distribution de ces dernières ne sont pas optimisées. Il serait intéressant de procéder à une étude géométrique en canal périodique pour souligner les différences entre les formes de rugosités et leurs distributions. De plus, l'étude réalisée avec les rugosités distribuées dans la zone de développement hydraulique semble être la première. Le point important à retenir est que l'écoulement dans le canal de contrôle se manipule grâce à la distribution de rugosités dans le canal laminaire rugueux. Par conséquent, des études paramétriques peuvent être réalisées afin d'atteindre des objectifs précis dans le canal de contrôle. On peut penser notamment à une maximisation du nombre de Nusselt, une intensification du mélange turbulent, ou un compromis entre l'amélioration des transferts pariétaux et le niveau de turbulence.

Cependant, il faut obligatoirement généraliser la méthode des frontières immergées (IBM) qui n'a été implémentée que pour les rugosités cubique et rectangulaire dans MULTIFAST. Il faut revoir la création des masques de rugosités et repenser l'interpolation des vitesses. Les routines permettant les interpolations bi-linéaire et tri-linéaire ont déjà été implémentées, mais un travail supplémentaire est nécessaire. Un autre point intéressant serait l'optimisation du temps de calcul concernant les IBM. Pendant la thèse, plusieurs « expérimentations numériques » ont été réalisées : couplage de schémas de discrétisation, maillages zonaux, ... Du temps pourrait être consacré à la généralisation de ces méthodes dans MULTIFAST pour voir les gains à en tirer. L'implémentation serait lourde, mais elle en vaut peut-être le coup. Concernant la méthode ISA, du temps pourrait être consacré au découplage total des maillages dans les différents canaux avec la conservation du flux aux interfaces.

L'étude réalisée au cours de cette thèse pourrait se poursuivre avec une condition de flux constant aux parois. Il a été montré à plusieurs reprises dans la littérature que les différences entre une condition de température constante et de flux constant était marginale dans le processus du transport de scalaire passif pour les écoulements développés, notamment en ce qui concerne le transfert pariétal. Il serait néanmoins intéressant d'étudier le niveau de similitude entre ces deux configurations pour des écoulements en transition.

Enfin, il faudrait poursuivre l'étude sur les rugosités placées dans un canal périodique pour mieux comprendre le mécanisme de transition bypass. Les décompositions triples pourraient être généralisées à d'autres quantités, en particulier aux corrélations pression-vitesse  $\Pi$ , ou aux termes de transport du champ scalaire et de l'énergie cinétique turbulente.







# Bibliographie

- ALAVYOON, F., HENNINGSON, D. S. & ALFREDSSON, P. H. 1986 Turbulent spots in plane poiseuille flow—flow visualization. *Physics of Fluids* **29**, 1328.
- ALVARADO-RODRÍGUEZ, C. E., KLAPP, J., SIGALOTTI, L., DOMÍNGUEZ, J. M. & DE LA CRUZ SÁNCHEZ, E. 2017 Nonreflecting outlet boundary conditions for incompressible flows using sph. *Computers & Fluids* **159**, 177–188.
- ANDERSSON, P., BERGGREN, M. & HENNINGSON, D. S. 1999 Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers. *Physics of Fluids* **11**.
- ANIKA, N. N., DJENIDI, L. & TARDU, S. 2018 Bypass transition mechanism in a rough wall channel flow. *Physical Review Fluids* **3**, 084604.
- ANIKA, N. N., DJENIDI, L. & TARDU, S. 2020 Roughness effect in an initially laminar channel flow. *Journal of Fluid Mechanics* **892**, A34.
- ANTONIA, R. A., CHAMBERS, A. J., SOKOLOV, M. & VAN ATTA, C. W. 1981 Simultaneous temperature and velocity measurements in the plane of symmetry of a transitional turbulent spot. *Journal of Fluid Mechanics* **108**, 317–343.
- ANTONIA, R. A. & KROGSTAD, P.-Å. 2001 Turbulence structure in boundary layers over different types of surface roughness. *Fluid Dynamics Research* **28** (2), 139.
- ARENAS, I., GARCÍA, E., FU, M. K., ORLANDI, P., HULTMARK, M. & LEONARDI, S. 2019 Comparison between super-hydrophobic, liquid infused and rough surfaces : a direct numerical simulation study. *Journal of Fluid Mechanics* **869**, 500–525.
- ARRONDEAU, B. & RANA, Z.A. 2020 Computational aerodynamics analysis of non-symmetric multi-element wing in ground effect with humpback whale flipper tubercles. *Fluids* **5**.
- ARRONDEAU, B., TARDU, S. & DOCHE, O. 2022 Thermal and dynamic similarity between a transitional spot and fully developed turbulent wall flow. *Proceedings of CONVECT 22 : Int. Symp. on Convective Heat and Mass Transfer June 5 – 10, 2022, Turkey* pp. 623–630.
- ARRONDEAU, B., TARDU, S. & DOCHE, O. 2023 Passive scalar transport in a turbulent spot within a poiseuille flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **206**, 123930.

- ASHRAFIAN, A., ANDERSSON, H. I. & MANHART, M. 2004 Dns of turbulent flow in a rod-roughened channel. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **25**, 373–383.
- AVILA, K., MOXEY, D., DE LOZAR, A., AVILA, M., BARKLEY, D. & HOF, B. 2011 The onset of turbulence in pipe flow. *Science* **333**, 192–196.
- AVILA, M., BARKLEY, D. & HOF, B. 2023 Transition to turbulence in pipe flow. *Annual Review of Fluid Mechanics* **55**, 575–602.
- AVILA, M., WILLIS, A. P. & HOF, B. 2010 On the transient nature of localized pipe flow turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **646**, 127–136.
- BAKKEN, O. M., KROGSTAD, P-Å, ASHRAFIAN, A. & ANDERSSON, H. I. 2005 Reynolds number effects in the outer layer of the turbulent flow in a channel with rough walls. *Physics of Fluids* **17**, 065101.
- BAUER, F. 2015 Transport et production dans les écoulements turbulents à des nombres de reynolds modérés.
- BAUER, F., TARDU, S. & DOCHE, O. 2015 Efficiency of high accuracy drp schemes in direct numerical simulations of incompressible turbulent flows. *Computers & Fluids* **107**, 123–140.
- BELLEÇ, M., LUCHIER, N., BALARAC, G., BIEDER, U. & GIRARD, A. 2019 Numerical study of the cryogenic cooling of amplifiers for high power lasers. *The 14th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics (HEFAT)* .
- BHAGANAGAR, K., KIM, J. & COLEMAN, G. 2004 Effect of roughness on wall-bounded turbulence. *Flow, Turbulence and Combustion formerly 'Applied Scientific Research'* **72**, 463–492.
- BILLO, G., BELLIARD, M. & SAGAUT, P. 2022 Comparison of several interpolation methods to reconstruct field data in the vicinity of a finite element immersed boundary. *Computers & Mathematics with Applications* **123**, 123–135.
- BOUILLON, F. 2004 Simulations numériques directes du contrôle électromagnétique.
- BOURGOIN, M. 2023 A brief introduction to fluid turbulence.
- BUFFAT, M., LE PENVEN, L., CADIOU, A. & MONTAGNIER, J. 2014 Dns of bypass transition in entrance channel flow induced by boundary layer interaction. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* **43**, 1–13.
- CANUTO, C., HUSSAINI, M. Y., QUARTERONI, A. & ZANG, T. A. 2007 *Spectral methods : evolution to complex geometries and applications to fluid dynamics*. Springer Science & Business Media.
- CAPOGNA, A., DOCHE, O., SCHILLINGS, J., DAVOUST, L. & TARDU, S. 2023 Influence of streamwise and spanwise wall magnet arrays on near-wall mhd turbulence. *Journal of Turbulence* pp. 1–22.

- CARLSON, D. R., WIDNALL, S. E. & PEETERS, M. F. 1982 A flow-visualization study of transition in plane poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics* **121**, 487.
- CHATTERJEE, D. & MONDAL, B. 2011 Effect of thermal buoyancy on vortex shedding behind a square cylinder in cross flow at low reynolds numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **54** (25-26).
- CHATZIKYRIAKOU, D., BUONGIORNO, J., CAVIEZEL, D. & LAKEHAL, D. 2015 Dns and les of turbulent flow in a closed channel featuring a pattern of hemispherical roughness elements. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **53**, 29–43.
- CHEN, S. & DOOLEN, G. D. 1998 Lattice boltzmann method for fluid flows. *Annual review of fluid mechanics* **30** (1), 329–364.
- CHONG, M. S., PERRY, A. E. & CANTWELL, B. J. 1990 A general classification of three-dimensional flow fields. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics* **2** (5), 765–777.
- CHONG, T. P. & ZHONG, S. 2005 On the Momentum and Thermal Structures of Turbulent Spots in a Favorable Pressure Gradient. *Journal of Turbomachinery* **128** (4), 689–698.
- CHUNG, D., CHAN, L., MACDONALD, M., HUTCHINS, N. & OOI, A. 2015 A fast direct numerical simulation method for characterising hydraulic roughness. *Journal of Fluid Mechanics* **773**, 418–431.
- CHUNG, T. J. 2002 *Computational fluid dynamics*. Cambridge university press.
- CLAUSER, F. H. 1954 Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *Journal of the Aeronautical Sciences* **21**, 91–108.
- CORKE, T. C., BAR-SEVER, A. & MORKOVIN, M. V. 1986 Experiments on transition enhancement by distributed roughness. *The Physics of fluids* **29** (10), 3199–3213.
- CRANK, J. & NICOLSON, P. 1947 A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **43**, 50–67.
- CRASKE, J. & VAN REEUWIJK, M. 2013 Robust and accurate open boundary conditions for incompressible turbulent jets and plumes. *Computers & Fluids* **86**, 284–297.
- CROCE, G., D’AGARO, P. & NONINO, C. 2007 Three-dimensional roughness effect on microchannel heat transfer and pressure drop. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **50** (25-26), 5249–5259.
- DEAN, R. B. 1978 Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *Journal of Fluids Engineering* **100**, 215–223.
- DIMOTAKIS, P. E. 2005 Turbulent mixing. *Annual Review of Fluid Mechanics* **37**, 329–356.

- DING, L. & SMITS, A. J. 2021 Relaxation of turbulent pipe flow downstream of a square bar roughness element. *Journal of Fluid Mechanics* **922**, A34.
- DIPPREY, D. F. & SABERSKY, R. H. 1963 Heat and momentum transfer in smooth and rough tubes at various prandtl numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **6**, 329–353.
- DJENIDI, L., ELAVARASAN, R. & ANTONIA, R. A. 1999 The turbulent boundary layer over transverse square cavities. *Journal of Fluid Mechanics* **395**, 271–294.
- DOCHE, O. 2006 Contrôle actif dual des écoulements turbulents pariétaux. expériences et simulations numériques directes.
- DOCHE, O., TARDU, S., SCHILLINGS, J. & CAPOGNA, A. 2021 Transportation and coherent structures in mhd turbulent channel flow subject to uniform streamwise and spanwise magnetic fields. *Physical Review Fluids* **6**, 094605.
- DONG, Y., YAN, Y. & LIU, C. 2016 New visualization method for vortex structure in turbulence by lambda2 and vortex filaments. *Applied Mathematical Modelling* **40**, 500–509.
- DURST, F., RAY, S., ÜNSAL, B. & BAYOUMI, O. A. 2005 The development lengths of laminar pipe and channel flows. *Journal of Fluids Engineering* **127** (6), 1154–1160.
- ECKART, C. 1948 An analysis of the stirring and mixing processes in incompressible fluids. *Journal of Marine Research* **7**.
- ECKHARDT, B. 2007 Turbulence transition in pipe flow : some open questions. *Nonlinearity* **21** (1), T1.
- EMMONS, H. W. 1951 The laminar-turbulent transition in a boundary layer-part i. *Journal of the Aeronautical Sciences* **18**, 490–498.
- FADLUN, E.A., VERZICCO, R., ORLANDI, P. & MOHD-YUSOF, J. 2000 Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *Journal of Computational Physics* **161**.
- FERZIGER, J. H. & PERIC, M. 2002 Computational methods for fluid dynamics (3rd edition). *Springer* .
- FLORES, O. & JIMÉNEZ, J. 2010 Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer. *Physics of Fluids* **22**, 071704.
- GAD-EL-HAK, M., BLACKWELDERF, R. F. & RILEY, J. J. 1981 On the growth of turbulent regions in laminar boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics* **110**, 73–95.
- GALLORINI, E., QUADRIO, M. & GATTI, D. 2022 Coherent near-wall structures and drag reduction by spanwise forcing. *Physical Review Fluids* **7**, 114602.

- GLEZER, A., KATZ, Y. & WYGNANSKI, I. 1989 On the breakdown of the wave packet trailing a turbulent spot in a laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics* **198**, 1.
- GOLDENFELD, N., GUTTENBERG, N. & GIOIA, G. 2010 Extreme fluctuations and the finite lifetime of the turbulent state. *Physical Review E* **81** (3), 035304.
- GOLDSTEIN, D., HANDLER, R. & SIROVICH, L. 1993 Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. *Journal of Computational Physics* **105**, 354–366.
- GRANVILLE, P. S. 1958 The frictional resistance and turbulent boundary layer of rough surfaces. *Journal of ship research* **2** (04), 52–74.
- GRASS, A. J. 1971 Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries. *Journal of fluid Mechanics* **50** (2), 233–255.
- GUO, L., XU, H. & GONG, L. 2015 Influence of wall roughness models on fluid flow and heat transfer in microchannels. *Applied Thermal Engineering* **84**, 399–408.
- HALPERN, L. & SCHATZMAN, M. 1989 Artificial boundary conditions for incompressible viscous flows. *SIAM Journal on Mathematical Analysis* **20**.
- HANDLER, R. A., SAYLOR, J. R., LEIGHTON, R. I. & ROVELSTAD, A. L. 1999 Transport of a passive scalar at a shear-free boundary in fully developed turbulent open channel flow. *Physics of Fluids* **11**, 2607–2625.
- HANJALIĆ, K. & LAUNDER, B. E. 1972 Fully developed asymmetric flow in a plane channel. *Journal of Fluid Mechanics* **51**, 301–335.
- HANTSIS, Z. & PIOMELLI, U. 2020 Roughness effects on scalar transport. *Physical Review Fluids* **5**, 114607.
- HANTSIS, Z. & PIOMELLI, U. 2022 Effects of roughness on the turbulent prandtl number, timescale ratio, and dissipation of a passive scalar. *Physical Review Fluids* **7**, 124601.
- HAO, P.-F., YAO, Z.-H., HE, F. & ZHU, K.-Q. 2006 Experimental investigation of water flow in smooth and rough silicon microchannels. *Journal of Micromechanics and Microengineering* **16**, 1397–1402.
- HENNINGSON, D. S. 1989 Wave growth and spreading of a turbulent spot in plane poiseuille flow. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics* **1**, 1876–1882.
- HENNINGSON, D. S. & ALFREDSSON, P. H. 1987 The wave structure of turbulent spots in plane poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics* **178**, 405–421.
- HENNINGSON, D. S. & KIM, J. 1991 On turbulent spots in plane poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive* **228**, 183.
- HENNINGSON, D. S., LUNDBLADH, A. & JOHANSSON, A. V. 1993 A mechanism for bypass transition from localized disturbances in wall-bounded shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* **250**.

- HINZE, J. O. 1975 *Turbulence*, , vol. Second Edition. McGraw-Hill Inc.
- HIRSH, R. S. 1975 Higher order accurate difference solutions of fluid mechanics problems by a compact differencing technique. *Journal of Computational Physics* **19**, 90–109.
- HOF, B., DE LOZAR, A., KUIK, D. J. & WESTERWEEL, J. 2008 Repeller or attractor? selecting the dynamical model for the onset of turbulence in pipe flow. *Physical review letters* **101** (21), 214501.
- HOYAS, S. & JIMÉNEZ, J. 2006 Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to  $re_\tau = 2003$ . *Physics of Fluids* **18**, 011702.
- HU, Y., WERNER, C. & LI, D. 2003 Influence of three-dimensional roughness on pressure-driven flow through microchannels. *J. Fluids Eng.* **125** (5), 871–879.
- HUNT, J. C. R., WRAY, A. A. & MOIN, P. 1988 Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows. *Studying turbulence using numerical simulation databases, 2. Proceedings of the 1988 summer program* .
- JARRIN, N. 2008 Synthetic in ow boundary conditions for the numerical simulation of turbulence. PhD thesis, University of Manchester.
- JEONG, J. & HUSSAIN, F. 1995 On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics* **285**, 69–94.
- JEONG, J., HUSSAIN, F., SCHOPPA, W. & KIM, J. 1997 Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics* **332**, 185–214.
- JIANG, M., MACHIRAJU, R. & THOMPSON, D. 2005 Detection and visualization of vortices. *The visualization handbook* **295**.
- JIMÉNEZ, J. 2004 Turbulent flows over rough walls. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36**, 173–196.
- JIMENEZ, J. & KAWAHARA, G. 2013 *Dynamics of wall-bounded turbulence*. Cambridge University Press.
- JIMÉNEZ, J. 1994 On the structure and control of near wall turbulence. *Physics of Fluids* **6**, 944–953.
- JIMÉNEZ, J. 2018 Coherent structures in wall-bounded turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **842**, P1.
- JIMÉNEZ, J. & MOIN, P. 1991 The minimal flow unit in near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **225**, 213–240.
- JIMÉNEZ, J. & ORLANDI, P. 1993 The rollup of a vortex layer near a wall. *Journal of Fluid Mechanics* **248**, 297–313.
- JIMÉNEZ, J. & PINELLI, A. 1999 The autonomous cycle of near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **389**, 335–359.

- 
- JIN, G. & BRAZA, M. 1993 A nonreflecting outlet boundary condition for incompressible unsteady navier-stokes calculations. *Journal of Computational Physics* **107**.
- JOHANSSON, A. V., HER, J.-Y. & HARITONIDIS, J. H. 1987 On the generation of high-amplitude wall-pressure peaks in turbulent boundary layers and spots. *Journal of Fluid Mechanics* **175**, 119.
- KADIVAR, M., TORMEY, D. & MCGRANAGHAN, G. 2021 A review on turbulent flow over rough surfaces : Fundamentals and theories. *International Journal of Thermo fluids* **10**, 100077.
- KADOCH, B., BOS, W. J. T. & SCHNEIDER, K. 2020 Efficiency of laminar and turbulent mixing in wall-bounded flows. *Phys. Rev. E* **101**, 043104.
- KASAGI, N., TOMITA, Y. & KURODA, A. 1992 Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow. *Journal of Heat Transfer* **114**, 598–606.
- KAWAMURA, H., OHSAKA, K., ABE, H. & YAMAMOTO, K. 1998 Dns of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high prandtl number fluid. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **19**, 482–491.
- KAYS, W. M. 1994 Turbulent prandtl number—where are we? *Journal of Heat Transfer* **116** (2), 284–295.
- KAYS, W. M., CRAWFORD, M. E. & WEIGAND, B. 1980 *Convective heat and mass transfer*, , vol. 4. McGraw-Hill New York.
- KHARATI-KOOPAEE, M. & ZARE, M. 2015 Effect of aligned and offset roughness patterns on the fluid flow and heat transfer within microchannels consist of sinusoidal structured roughness. *International Journal of Thermal Sciences* **90**, 9–23.
- KHEZERLOO, M., DJENIDI, L. & TARDU, S. 2021 Combined effect of roughness and suction on heat transfer in a laminar channel flow. *International Communications in Heat and Mass Transfer* **126**, 105377.
- KIM, J. & CHOI, H. 2004 An immersed-boundary finite-volume method for simulation of heat transfer in complex geometries. *KSME International Journal* **18**, 1026–1035.
- KIM, J., KIM, D. & CHOI, H. 2001 An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *Journal of Computational Physics* **171**, 132–150.
- KIM, J. & MOIN, P. 1985 Application of a fractional-step method to incompressible navier-stokes equations. *Journal of Computational Physics* **59**, 308–323.
- KIM, J., MOIN, P. & MOSER, R. 1987 Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics* **177**, 133–166.
-

- KLEBANOFF, P. S. & TIDSTROM, K. D. 1972 Mechanism by which a two-dimensional roughness element induces boundary-layer transition. *The Physics of Fluids* **15** (7), 1173–1188.
- KOLMOGOROV, A. N. 1941 The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Cr Acad. Sci. URSS* **30**, 301–305.
- KOSORYGIN, V. S. & POLYAKOV, N. PH. 1990 *Laminar Boundary Layers in Turbulent Flows*. Springer Berlin Heidelberg.
- KROGSTAD, P.-Å., ANDERSON, H. I., BAKKEN, O. M. & ASHRAFIAN, A. 2005 An experimental and numerical study of channel flow with rough walls. *Journal of Fluid Mechanics* **530**, 327–352.
- KROGSTAD, P.-Å. & SKÅRE, P. E. 1995 Influence of a strong adverse pressure gradient on the turbulent structure in a boundary layer. *Physics of Fluids* **7** (8), 2014–2024.
- KUWATA, Y. 2021 Direct numerical simulation of turbulent heat transfer on the reynolds analogy over irregular rough surfaces. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **92**, 108859.
- LAGHA, M. 2007 Turbulent spots and waves in a model for plane poiseuille flow. *Physics of Fluids* **19**, 124103.
- LAIZET, S. & LAMBALLAIS, E. 2009 High-order compact schemes for incompressible flows : A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. *Journal of Computational Physics* **228**, 5989–6015.
- LAMMERS, P., JOVANOVIĆ, J. & DELGADO, A. 2011 Persistence of turbulent flow in microchannels at very low reynolds numbers. *Microfluidics and Nanofluidics* **11**, 129–136.
- LEE, C. 2002 Large-eddy simulation of rough-wall turbulent boundary layers. *AIAA journal* **40** (10), 2127–2130.
- LEE, J. H., SUNG, H. J. & KROGSTAD, P.-Å. 2011 Direct numerical simulation of the turbulent boundary layer over a cube-roughened wall. *Journal of Fluid Mechanics* **669**, 397–431.
- LEE, M., MALAYA, N. & MOSER, R. D. 2013 Petascale direct numerical simulation of turbulent channel flow on up to 786k cores. *Proceedings of the International Conference on High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis* pp. 1–11.
- LEE, M. & MOSER, R. D. 2015 Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $re_\tau = 5,200$ . *Journal of Fluid Mechanics* **774**, 395–415.
- LEE, M., ULERICH, R., MALAYA, N. & MOSER, R. D. 2014 Experiences from leadership computing in simulations of turbulent fluid flows. *Computing in Science & Engineering* **16**, 24–31.



- 
- LEE, S.-H. & SUNG, H. J. 2007 Direct numerical simulation of the turbulent boundary layer over a rod-roughened wall. *Journal of Fluid Mechanics* **584**, 125–146.
- LELE, S. K. 1992 Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics* **103**, 16–42.
- LEONARDI, S. & CASTRO, I. P. 2010 Channel flow over large cube roughness : a direct numerical simulation study. *Journal of Fluid Mechanics* **651**, 519–539.
- LEONARDI, S., ORLANDI, P. & ANTONIA, R. A. 2007 Properties of d- and k-type roughness in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids* **19**, 125101.
- LEONARDI, S., ORLANDI, P., DJENIDI, L. & ANTONIA, R. A. 2006 Guidelines for modeling a 2d rough wall channel flow. *Flow, Turbulence and Combustion* **77**, 41–57.
- LEONARDI, S., ORLANDI, P., DJENIDI, L. & ANTONIA, R. A. 2015 Heat transfer in a turbulent channel flow with square bars or circular rods on one wall. *Journal of Fluid Mechanics* **776**, 512–530.
- LEONARDI, S., ORLANDI, P., SMALLEY, R. J., DJENIDI, L. & ANTONIA, R. A. 2003 Direct numerical simulations of turbulent channel flow with transverse square bars on one wall. *Journal of Fluid Mechanics* **491**, 229–238.
- LESIEUR, M. 2014 *Turbulence (Edition 2013)*. EDP sciences.
- LI, N. & LAIZET, S. 2010 2decomp & fft-a highly scalable 2d decomposition library and fft interface. In *Cray user group 2010 conference*, pp. 1–13.
- LI, X.-W., MENG, J.-A. & LI, Z.-X. 2011 Roughness enhanced mechanism for turbulent convective heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **54**, 1775–1781.
- LI, Y., CHOI, J. I., CHOIC, Y. & KIM, J. 2016 A simple and efficient outflow boundary condition for the incompressible navier–stokes equations. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* **11** (1), 69–85.
- LIN, T.-Y. & KANDLIKAR, S. G. 2012 An experimental investigation of structured roughness effect on heat transfer during single-phase liquid flow at microscale. *Journal of Heat Transfer* **134**.
- LUCHINI, P. 2000 Reynolds-number-independent instability of the boundary layer over a flat surface : optimal perturbations. *Journal of Fluid Mechanics* **404**, 289–309.
- LUNDBLADH, A., BERLIN, S., SKOTE, M., HILDINGS, C. & HENNINGSON, D. S. 1999 An efficient spectral method for simulation of incompressible flow over a flat plate. Technical report TRITA-MEK. Department of Mechanics, Royal Institute of Technology, KTH.

- LUNDELL, F., MONOKROUSOS, A. & BRANDT, L. 2009 Feedback control of boundary layer bypass transition : Experimental and numerical progress. *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition* .
- LYONS, S. L., HANRATTY, T. J. & MCLAUGHLIN, J. B. 1991 Direct numerical simulation of passive heat transfer in a turbulent channel flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **34** (4), 1149–1161.
- MACK, L. M. 1977 Transition prediction and linear stability theory. In *AGARD Laminar-Turbulent Transition* .
- MAHESH, K. 1998 A family of high order finite difference schemes with good spectral resolution. *Journal of Computational Physics* **145**, 332–358.
- MANHART, M. 2004 A zonal grid algorithm for dns of turbulent boundary layers. *Computers & Fluids* **33**, 435–461.
- MANSOUR, N. N., KIM, J. & MOIN, P. 1988 Reynolds-stress and dissipation rate budgets in a turbulent channel flow. *Tech. Rep.*. NASA Ames Research Center.
- MARADIYA, C., VADHER, J. & AGARWAL, R. 2018 The heat transfer enhancement techniques and their thermal performance factor. *Beni-Suef University Journal of Basic and Applied Sciences* **7**, 1–21.
- MARTINUZZI, R. & TROPEA, C. 1993 The flow around surface-mounted, prismatic obstacles placed in a fully developed channel flow (data bank contribution). *Journal of Fluids Engineering* **115**.
- MEINDERS, E. R., HANJALIC, K. & MARTINUZZI, R. J. 1999 Experimental study of the local convection heat transfer from a wall-mounted cube in turbulent channel flow. *Journal of Heat Transfer* **121** (3), 564–573.
- MIYAKE, G., HIRATA, M. & KASAGI, N. 1999 Two-dimensional jet impinging on a wall with roughness elements. *Experimental heat transfer an international journal* **7** (1), 1–17.
- MIYAKE, Y., TSUJIMOTO, K. & NAKAJI, M. 2001 Direct numerical simulation of rough-wall heat transfer in a turbulent channel flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **22**, 237–244.
- MIYAUCHI, T., TANAHASHI, M. & SUZUKI, M. 1996 Inflow and outflow boundary conditions for direct numerical simulations. *JSME International Journal Series B* **39** (2).
- MOHAMAD, A. A. 2011 *Lattice boltzmann method*, , vol. 70. Springer.
- MOHD-YUSOF, J. 1997 Combined immersed-boundary/b-spline methods for simulations of flow in complex geometries. *Tech. Rep.*. Annual Research Briefs.
- MOODY, L. F. 1944 Friction factors for pipe flow. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **66** (8), 671–678.

- 
- MORKOVIN, M. V. 1969 On the many faces of transition. *Viscous Drag Reduction* pp. 1–31.
- MORKOVIN, M. V., RESHOTKO, E. & HERBERT, T. 1994 Transition in open flow systems—a reassessment. *Bull. Am. Phys. Soc.* **39**.
- MOSER, R. 1984 *Direct numerical simulation of curved turbulent channel flow*. Stanford University.
- MOUSA, M. H., MILJKOVIC, N. & NAWAZ, K. 2021 Review of heat transfer enhancement techniques for single phase flows. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **137**, 110566.
- MUPPIDI, S. & MAHESH, K. 2012 Direct numerical simulations of roughness-induced transition in supersonic boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics* **693**, 28–56.
- NARVÁEZ, G. F., LAMBALLAIS, E. & SCHETTINI, E. B. 2021 Simulation of turbulent flow subjected to conjugate heat transfer via a dual immersed boundary method. *Computers & Fluids* **229**.
- NELLIS, G. & KLEIN, S. 2008 *Heat transfer*. Cambridge university press.
- NIKURADSE, J. 1933 Stromungsgesetze in rauhem rohren. (laws of turbulent pipe flow in smooth pipes.). *Tech. Rep.*. Translated in NACA Tech. Memo. No. 1292, 1050.
- NISHIOKA, M. & ASAI, M. 1985 Some observations of the subcritical transition in plane poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics* **150**, 441–450.
- NORDSTRÖM, J., NORDIN, N. & HENNINGSON, D. 1999 The fringe region technique and the fourier method used in the direct numerical simulation of spatially evolving viscous flows. *SIAM Journal on Scientific Computing* **20** (4), 1365–1393.
- OL'SHANSKII, M. A. & STAROVEROV, V. M. 2000 On simulation of outflow boundary conditions in finite difference calculations for incompressible fluid. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **33** (4).
- ORLANDI, P. 2000 *Fluid flow phenomena : a numerical toolkit*, , vol. 55. Springer Science & Business Media.
- ORLANDI, P. & LEONARDI, S. 2006 Dns of turbulent channel flows with two- and three-dimensional roughness. *Journal of Turbulence* **7**, N73.
- ORLANDI, P., SASSUN, D. & LEONARDI, S. 2016 Dns of conjugate heat transfer in presence of rough surfaces. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **100**, 250–266.
- ORSZAG, S. A. 1971 Accurate solution of the orr–sommerfeld stability equation. *Journal of Fluid Mechanics* **50**, 689–703.

- ORSZAG, S. A. & KELLS, L. C. 1980 Transition to turbulence in plane poiseuille and plane couette flow. *Journal of Fluid Mechanics* **96**, 159 – 205.
- PEETERS, J. W. R. & SANDHAM, N. D. 2019 Turbulent heat transfer in channels with irregular roughness. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **138**, 454–467.
- PERRY, A. E., SCHOFIELD, W. H. & JOUBERT, P. N. 1969 Rough wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics* **37** (2), 383–413.
- PESKIN, C. S. 1982 The fluid dynamics of heart valves : Experimental, theoretical, and computational methods. *Annual Review of Fluid Mechanics* **14**, 235–259.
- PIERCE, B., MOIN, P. & SAYADI, T. 2013 Application of vortex identification schemes to direct numerical simulation data of a transitional boundary layer. *Physics of Fluids* **25**, 015102.
- PONCET, C. 2021 Etude de l'influence des paramètres opératoires sur l'intensification du transfert de chaleur en présence d'ultrasons.
- POPE, S. B. 2000 *Turbulent flows*. Cambridge university press.
- PRANDTL, L. 1955 The resistance law for rough plates. *David W. Taylor Model Basin, Navy Department, Washington DC, Translation 258* .
- PROMVONGE, P. & THIANPONG, C. 2008 Thermal performance assessment of turbulent channel flows over different shaped ribs. *International Communications in Heat and Mass Transfer* **35**, 1327–1334.
- RAUPACH, M. R., ANTONIA, R. A. & RAJAGOPALAN, S. 1991 Rough-wall turbulent boundary layers. *Applied Mechanics Reviews* **44**, 1–25.
- RESHOTKO, E. 2001 Transient growth : a factor in bypass transition. *Physics of Fluids* **13** (5), 1067–1075.
- REYNOLDS, O. 1883 Xxix. an experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **174**, 935–982.
- RICHARDSON, L. F. 1922 *Weather prediction by numerical process*. University Press.
- ROBINSON, S. K. 1991 Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics* **23**, 601–639.
- SABATINO, D. R. & SMITH, C. R. 2008 Turbulent spot flow topology and mechanisms for surface heat transfer. *Journal of Fluid Mechanics* **612**, 81–105.
- SAGAUT, PIERRE 2005 *Large eddy simulation for incompressible flows : an introduction*. Springer Science & Business Media.

- 
- SANO, M. & TAMAI, K. 2016 A universal transition to turbulence in channel flow. *Nature Physics* **12**, 249–253.
- SCHILLINGS, J., DOCHE, O., RETAMALES, M. T., BAUER, F., DESEURE, J. & TARDU, S. 2017 Four-way coupled eulerian–lagrangian direct numerical simulations in a vertical laminar channel flow. *International Journal of Multiphase Flow* **89**, 92–107.
- SCHLATTER, P., ADAMS, N. A. & KLEISER, L. 2005 A windowing method for periodic inflow/outflow boundary treatment of non-periodic flows. *Journal of Computational Physics* **206**, 505–535.
- SCHOPPA, W. & HUSSAIN, F. 2002 Coherent structure generation in near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* **453**, 57–108.
- SCHUBAUER, G. B. & KLEBANOFF, P. S. 1955 Contributions on the mechanics of boundary layer transition. *NACA TN-3489* .
- SENGUPTA, T. K., GANERIWAL, G. & DE, S. 2003 Analysis of central and upwind compact schemes. *Journal of Computational Physics* **192**, 677–694.
- SHEIKHOLESLAMI, M., GORJI-BANDPY, M. & GANJI, D. D. 2015 Review of heat transfer enhancement methods : Focus on passive methods using swirl flow devices. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **49**, 444–469.
- SJÖGREEN, B. & YEE, H. C. 2017 Accuracy consideration by drp schemes for dns and les of compressible flow computations. *Computers & Fluids* **159**.
- SOHANKAR, A., NORBERG, C. & DAVIDSON, L. 1998 Low-reynolds-number flow around a square cylinder at incidence : study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition. *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **26** (1).
- SPARROW, E. M. 1955 Analysis of laminar forced-convection heat transfer in entrance region of flat rectangular ducts. *National Advisory Committee for Aeronautics* .
- SREENIVASAN, K. R. 2019 Turbulent mixing : A perspective. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **116**, 18175–18183.
- STRICKLAND, D. & MOUROU, G. 1985 Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications* **55**, 447–449.
- STUART, J. T. 1960 On the non-linear mechanics of wave disturbances in stable and unstable parallel flows part 1. the basic behaviour in plane poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics* **9**, 353–370.
- TACHIE, M. F., BERGSTROM, D. J. & BALACHANDAR, R. 2000 Rough wall turbulent boundary layers in shallow open channel flow. *J. Fluids Eng.* **122** (3), 533–541.
- TACHIE, M. F., PAUL, S. S., AGELINCHAAB, M. & SHAH, M. K. 2009 Structure of turbulent flow over 90° and 45° transverse ribs. *Journal of Turbulence* **10**, N20.
-

- TAM, C. K. W. & WEBB, J. C. 1993 Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of Computational Physics* **107**, 262–281.
- TARDU, S. 2012 Forcing a low reynolds number channel flow to generate synthetic turbulent-like structures. *Computers & Fluids* **55**, 101–108.
- TARDU, S. 2014 *Transport and coherent structures in wall turbulence*. John Wiley & Sons.
- TARDU, S. 2017a Near wall dissipation revisited. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **67**, 104–115.
- TARDU, S. 2017b On the topology of wall turbulence in physical space. *Physics of Fluids* **29**, 020713.
- TARDU, S. 2022 Multiscale analysis of some shear layers in a fully developed turbulent channel flow. *Computers & Fluids* **240**, 105459.
- TARDU, S. & BAERENZUNG, J. 2011 Time and space development of anisotropy in a spanwise rotating channel. *7th Turbulence Shear Flow Phenomena Symposium* pp. 1–6.
- TARDU, S. & BAUER, F. 2017 Fine structure of the production in low to medium reynolds number wall turbulence. *Computers & Fluids* **148**, 82–102.
- TARDU, S. & NACEREDDINE, R. 2007 Bypass transition through interactions of localized disturbances in wall-bounded flows. *Nonlinear Dynamics* **50** (4), 767–779.
- TARDU, S. F. & NACEREDDINE, R. 2008 Towards efficient micromixing by synthetic vortical structures. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science* **222**.
- TESCHNER, T.-R. 2019 Cfd for micro and nano flows - an introduction to molecular dynamics and the lattice-boltzmann method, lecture notes.
- TORO, E. F. 1997 *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics : a practical introduction*. Springer Science & Business Media.
- TOWNSEND, A. A. R. 1976 *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge university press.
- TSOUTSANIS, T. & ANTONIADIS, A. 2019 High performance computing, lecture notes.
- UMAIR, M., TARDU, S. & DOCHE, O. 2022 Reynolds stresses transport in a turbulent channel flow subjected to streamwise traveling waves. *Physical Review Fluids* **7**, 054601.
- VADLAMANI, N. R., TUCKER, P. G. & DURBIN, P. 2018 Distributed roughness effects on transitional and turbulent boundary layers. *Flow, Turbulence and Combustion* **100**, 627–649.
- VICENTE CRUZ, R. & LAMBALLAIS, E. 2023 A versatile immersed boundary method for high-fidelity simulation of conjugate heat transfer. *Journal of Computational Physics* **488**, 112182.

- VREMAN, A. W. & KUERTEN, J. G. M. 2014 Comparison of direct numerical simulation databases of turbulent channel flow at  $re_\tau = 180$ . *Physics of Fluids* **26** (1).
- WARHAFT, Z. 2000 Passive scalars in turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics* **32**, 203–240.
- WEI, T. 2019 Heat transfer regimes in fully developed plane-channel flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **131**, 140–149.
- WYGNANSKI, I., SOKOLOV, M. & FRIEDMAN, D. 1976 On a turbulent ‘spot’ in a laminar boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics* **78**, 785.
- WYGNANSKI, I. J. & CHAMPAGNE, F. H. 1973 On transition in a pipe. part 1. the origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug. *Journal of Fluid Mechanics* **59** (2), 281–335.
- YAKHOT, V. 2008 Dissipation-scale fluctuations and mixing transition in turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics* **606**, 325–337.
- YAKHOT, V., ORSZAG, S. A. & YAKHOT, A. 1987 Heat transfer in turbulent fluids—i. pipe flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **30** (1), 15–22.
- YAMAMOTO, Y. & TSUJI, Y. 2018 Numerical evidence of logarithmic regions in channel flow at  $re_\tau = 8000$ . *Physical Review Fluids* **3**, 012602.
- YE, T., MITTAL, R., UDAYKUMAR, H.S. & SHYY, W. 1999 An accurate cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries. *Journal of Computational Physics* **156**, 209–240.
- YIMPRASERT, S., KVICK, M., ALFREDSSON, P. H. & MATSUBARA, M. 2021 Flow visualization and skin friction determination in transitional channel flow. *Experiments in Fluids* **62**, 1–16.
- ZHANG, C., CHEN, Y. & SHI, M. 2010 Effects of roughness elements on laminar flow and heat transfer in microchannels. *Chemical Engineering and Processing : Process Intensification* **49**, 1188–1192.
- ZHU, C., LUO, H. & LI, G. 2016 High-order immersed-boundary method for incompressible flows. *AIAA Journal* **54** (9).







## PyFast, un outil pour les post-traiter tous

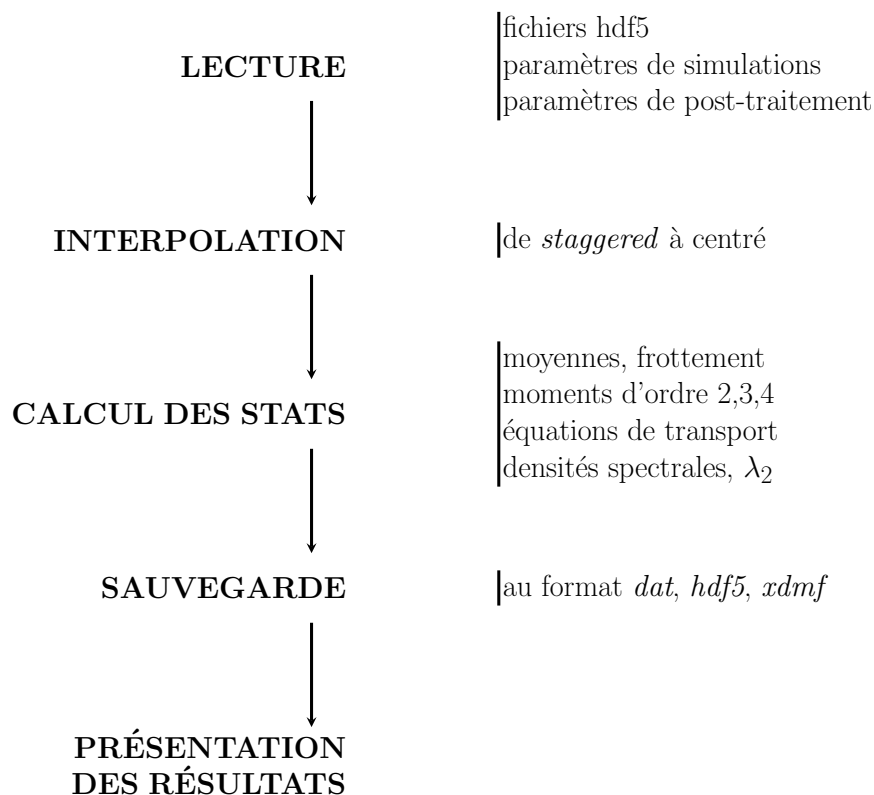
---

*Cette annexe présente l'outil de post-traitement développé pendant la thèse : PyFast. Son fonctionnement est détaillé avec une attention toute particulière portée sur les schémas d'interpolation et de dérivation, la méthode de détection des tourbillons quasi longitudinaux et la manière d'obtenir les densités spectrales.*

---

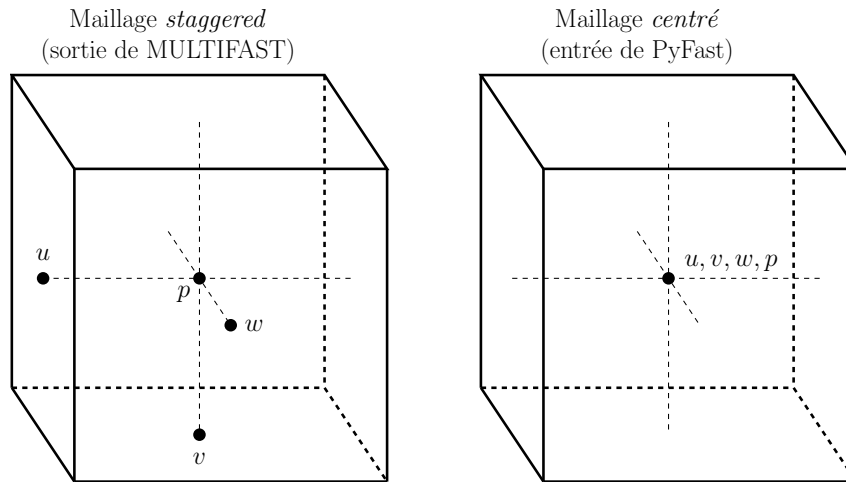
Un outil a été développé par Bouillon (2004) lors de sa thèse, et enrichi avec les thèses de Doche (2006) et Bauer (2015) pour post traiter les résultats de MULTIFAST. Cet outil de post-traitement permet de calculer des statistiques telles que les vitesses moyennes, les RMS, les facteurs de dissymétrie, etc ; des statistiques d'ordre plus élevé, telles que les termes de transport des contraintes de Reynolds ou de la variance d'un scalaire passif ; allant jusqu'à l'identification des structures tourbillonnaires et l'obtention des densités spectrales. Les statistiques sont ensuite sauvegardées et il faut un outil supplémentaire pour les tracer.

Bien que l'outil soit robuste, car validé au cours de plusieurs thèses, il possédait plusieurs défauts liés en grande majorité à la direction utilisée par défaut pour calculer toutes les statistiques. De plus, l'outil aurait nécessité une refonte totale pour qu'il soit utilisé dans la thèse avec le spot transitionnel (Chapitre 3) ou avec la méthode des frontières immergées (Chapitres 4 et 5). Au lieu de modifier le code, le choix a été fait de développer un nouvel outil de post-traitement en Python : PyFast. Il permet de calculer les mêmes statistiques que l'outil Fortran déjà existant sans les limitations évoquées plus haut ainsi que de tracer toutes les statistiques dans un framework personnalisé. De plus, l'outil est compatible avec l'application de visualisation open-source Paraview. Cet outil a été codé en orienté objet et est organisé en plusieurs classes. Le code développé au cours de la thèse est disponible sur le dépôt git : [github.com/PyFast](https://github.com/PyFast). Un schéma présentant le fonctionnement du code est disponible en Figure A.1.



**Figure A.1** – Fonctionnement de l'outil de post-traitement PyFast.

## A.1 Schémas d'interpolation et de dérivation



**Figure A.2** – Passage du maillage *staggered* de MULTIFAST à un maillage *centré* pour PyFast.

Les vitesses  $u, v$  et  $w$  et la pression  $p$  sont arrangées sur un nœud de maillage de type « *staggered* » dans MULTIFAST comme expliqué en Section 2.1.2.2. Dans PyFast, le maillage de type « *staggered* » est d'abord transformé en maillage centré de telle sorte que toutes les vitesses et la pression soient situées au centre du nœud de maillage (Figure A.2) pour faciliter le calcul des différentes dérivées nécessaires aux statistiques. La transformation s'effectue grâce à des schémas d'interpolation d'ordre 2. En reprenant la notation introduite dans Section 2.1.2.4, l'interpolation de la variable  $f$  dans une direction uniforme  $x$  avec le pas spatial  $\Delta x$  s'écrit :

$$f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) = \frac{f(x_0) + f(x_0 + \Delta x)}{2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{A.1.0.1})$$

### A.1.1 Schémas de dérivation

Des schémas d'ordre 2 de type centré sont utilisés pour la dérivation. Toujours avec la notation introduite en Section 2.1.2.4, la dérivée première de la variable  $f$  dans une direction uniforme  $x$  avec le pas spatial  $\Delta x$  s'écrit :

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{A.1.1.1})$$

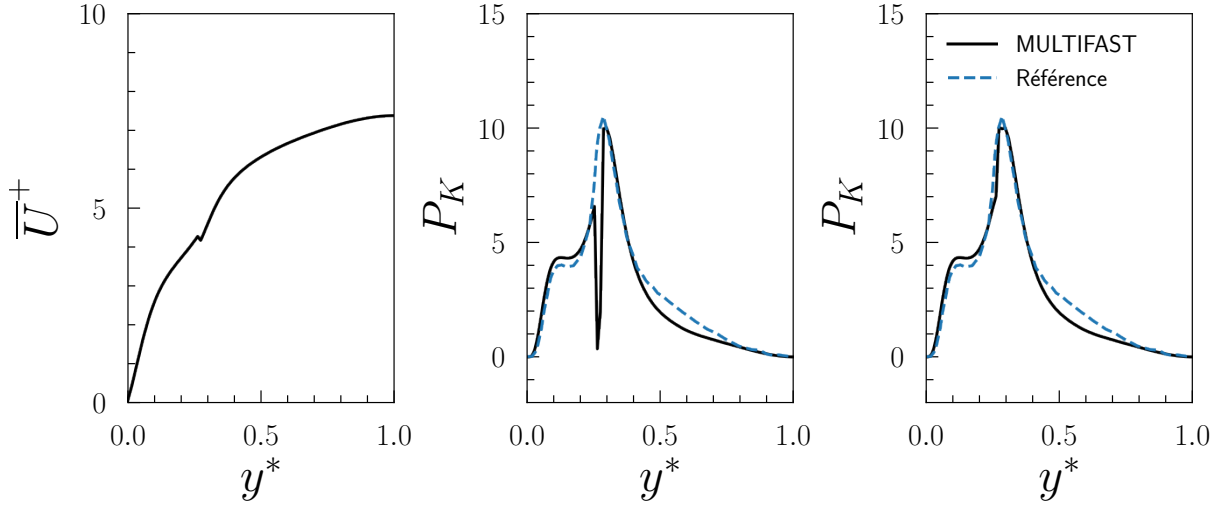
et sa dérivée seconde :

$$\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right|_{x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2) \quad (\text{A.1.1.2})$$

Les dérivées sont calculées grâce à la fonction *gradient* de la librairie Python *numpy* dans PyFast, ce qui présente l'avantage de pouvoir calculer les dérivées dans des directions non homogènes.

### A.1.2 Schémas de dérivation avec les frontières immergées

Il faut modifier les schémas de dérivation précédemment introduits au niveau de la crête des rugosités pour les simulations avec la méthode des frontières immergées. En effet, il y a localement au niveau de la crête une discontinuité des profils moyens (notamment du profil moyen de la vitesse longitudinale) comme la moyenne est calculée en considérant les directions  $x$  et  $z$  homogènes. La discontinuité est amplifiée en utilisant les schémas de dérivées précédemment introduits (Figure A.3).



**Figure A.3** – Problème pour le calcul des dérivées avec la méthode des frontières immergées. **(à gauche)** vitesse longitudinale moyenne comportant une légère discontinuité à la crête des rugosités ; **(au centre)** profil du terme de production d'énergie cinétique sans correction du calcul de la dérivée ; **(à droite)** profil du terme de production d'énergie cinétique avec correction du calcul de la dérivée. Les termes de production sont normalisés par  $u_\tau^3/H$  et comparés à celui obtenu par [Anika et al. \(2020\)](#).

La correction des schémas de dérivées s'effectue sur deux nœuds du maillage au niveau de la crête uniquement en post-traitement. Localement, les points utilisés pour le calcul des dérivées sont changés. En notant  $x_0$  la position de la crête des rugosités, la dérivée d'ordre 1 corrigée s'écrit :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0+\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{A.1.2.1})$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0} = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x) \quad (\text{A.1.2.2})$$

## A.2 Calcul des statistiques

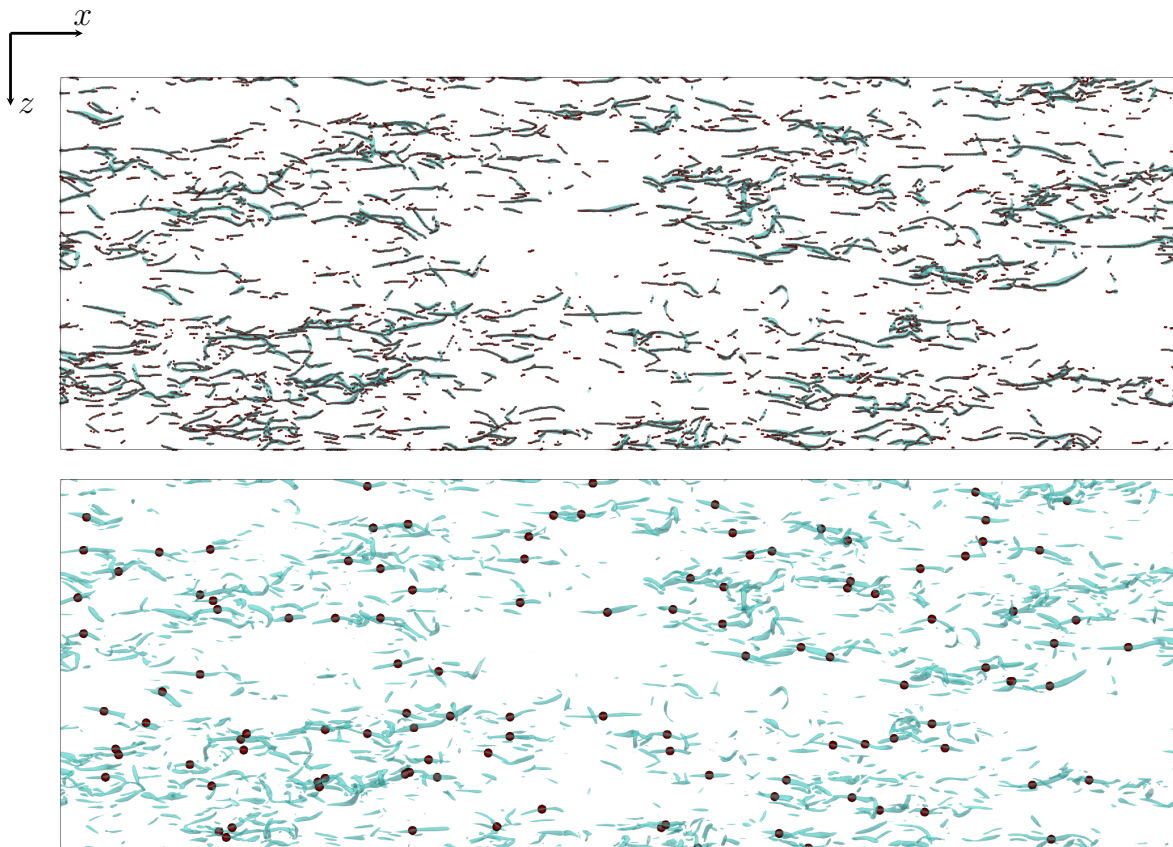
Toutes les statistiques sont calculées dans un volume de contrôle, en considérant les directions  $x$  et  $z$  homogènes. Utiliser un volume de contrôle permet d'exclure certaines parties du canal, et de ne calculer les statistiques que localement. Cela est surtout utilisé pour les simulations avec le spot transitionnel, ainsi que celles avec les frontières immergées. Bien entendu, pour un canal turbulent classique, le volume de contrôle est le canal entier.

Les statistiques peuvent être moyennées uniquement en espace (dans le cadre de l'étude du spot transitionnel) ou en temps et en espace (pour les canaux turbulents classiques ou les simulations avec les frontières immergées). Toutes les fonctions créées pour calculer les statistiques se trouvent dans la classe *CFD stats*.

### A.2.1 Détection de structures cohérentes et TQLs

Parmi toutes les statistiques calculées avec PyFast, la détection de structures cohérentes et de TQLs demande plus d'attention et d'explication. Les structures cohérentes dans l'écoulement sont détectées avec la méthode  $\lambda_2$  de [Jeong & Hussain \(1995\)](#) comme expliqué en Section 2.3.2. Des tourbillons quasi longitudinaux (TQLs) se trouvent parmi ces structures cohérentes. Il y a également la nécessité de les détecter. Pour ce faire, les  $\lambda_2$  de l'écoulement sont tout d'abord calculés avec les fluctuations de vitesse. Ensuite, les minimums locaux de  $\lambda_2$  sont détectés dans des plans  $y - z$ , pour chaque  $x$  grâce à la librairie Python *scipy* et la fonction *filters*. Chaque structure cohérente, et donc chaque TQL, est alors représenté par une ligne unique de minimums locaux. Un point important à préciser est que la détection des minimums locaux ne garde que les structures étant dans le sens longitudinal. Pour détecter les TQLs, il suffit de parcourir chaque ligne unique de minimums locaux et de calculer sa longueur et son inclinaison. Pour rappel, un TQL est une structure tourbillonnaire très peu inclinée et allongée dans le sens de l'écoulement. Bien entendu, dans le code la ligne unique de minimum locaux est discrétisée entre  $i_s$  et  $i_e$ , ce qui change légèrement l'algorithme de détection des TQLs.

Pour chaque point ( $i_0$ ) de la ligne, en commençant par  $i_s$ , le prochain point ( $i_0 + 1$ ) de la ligne est identifié. Si ce point respecte le critère d'inclinaison, alors il est retenu et l'opération est répétée avec le prochain voisin. Lorsque la condition d'inclinaison n'est plus respectée, il faut calculer la taille de structure entre les points  $i_s$  (début de la structure cohérente) et ( $i_0$ ) (dernier point respectant le critère d'inclinaison). Si la taille est supérieure à  $l_x^+ = 150$  alors le centre de la structure cohérente est sauvegardé dans la liste des TQLs. Si tous les points de la ligne unique de minimums locaux respectent le critère d'inclinaison, alors la taille de la structure est calculée entre  $i_s$  et  $i_e$ .



**Figure A.4** – Exemple d'application de l'algorithme de détection des TQLs. Les contours des  $\lambda_2 = -0.02$  sont tracés en cyan dans la partie inférieure du canal. **(en haut)** minimums locaux de  $\lambda_2$ , **(en bas)** centres des TQLs détectés, tous deux représentés par des points rouges.

La Figure A.4 montre un exemple d'application de l'algorithme sur un champ instantané de la simulation utilisée pour valider MULTIFAST. Les contours de  $\lambda_2 = -0.02$  sont tracés en cyan et les minimums locaux, ainsi que les centres des TQLs détectés, sont représentés par des points rouges. La densité de probabilité des TQLs a été tracé pour le cas d'un canal turbulent en Figure 2.26 pour valider l'approche utilisée pour détecter les TQLs. La courbe obtenue est semblable à celle de Gallorini *et al.* (2022), et le maximum de la courbe est atteint à une position similaire que celle trouvée par Jeong *et al.* (1997). La technique de détection est donc validée, mais reste néanmoins sensible aux paramètres initiaux (taille minimale et inclinaison maximum des TQLs).

### A.2.2 Transformation de Fourier et fonction de fenêtrage

Les transformées de Fourier 2D sont calculées grâce à la librairie Python *numpy* et sa fonction *fft2*. Elle est ensuite multipliée par son conjugué, et prémultipliée par  $k_x$  et  $k_z$  pour obtenir les densités spectrales présentées dans le manuscrit. Dans le cas d'un canal turbulent développé, les densités spectrales sont similaires à celles obtenues par Bauer (2015).

Les fonctions de fenêtrage permettent d'isoler une partie du champ global. Du bruit artificiel serait ajouté aux transformées de Fourier calculées sans fonction de fenêtrage. Elles sont donc nécessaires dans le cadre de l'étude du spot transitionnel où les densités spectrales ont été calculées dans le cœur turbulent grâce à une fonction de type Hann :

$$h(t) = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \times \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) & \text{si } t \in [0, T], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{A.2.2.1})$$

La fonction de fenêtrage est multipliée au champ brut au moment de calculer la transformée de Fourier dans PyFast.

## A.3 Sauvegarde et présentation des statistiques

Le calcul et la présentation des statistiques sous forme de graphes est effectué dans deux parties différentes, comme pour le code de post-traitement initial. Une fois les statistiques calculées, elles sont sauvegardées au format *csv* dans un fichier *dat* comportant une description du fichier en entête. La sauvegarde des densités spectrales est effectuée dans un fichier *hdf5*. Enfin, les champs  $\lambda_2$  ou les éventuels champs à visualiser avec Paraview, sont sauvegardés conjointement dans un fichier *hdf5* (pour les données brutes) et dans un fichier *xdmf* (pour décrire la structure des données).

Finalement, la librairie Python *matplotlib* a été instanciée pour tracer les statistiques. Toutes les fonctions aidant à l'obtention de graphes se trouvent dans la classe *CFD plot*.

# B

## Complément à l'étude du bypass de la transition en écoulement de Poiseuille

---

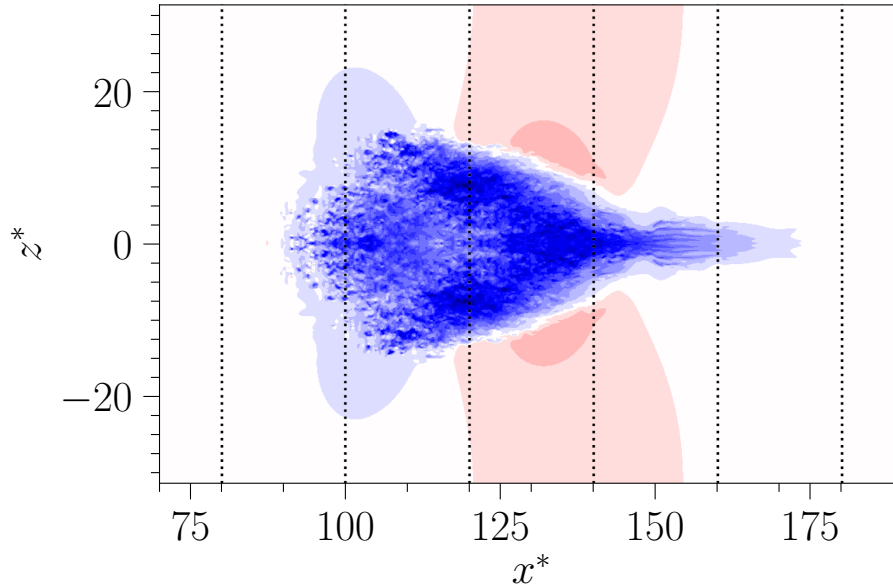
*Cette annexe contient des graphes complémentaires à l'étude de la transition bypass en écoulement de Poiseuille*

---

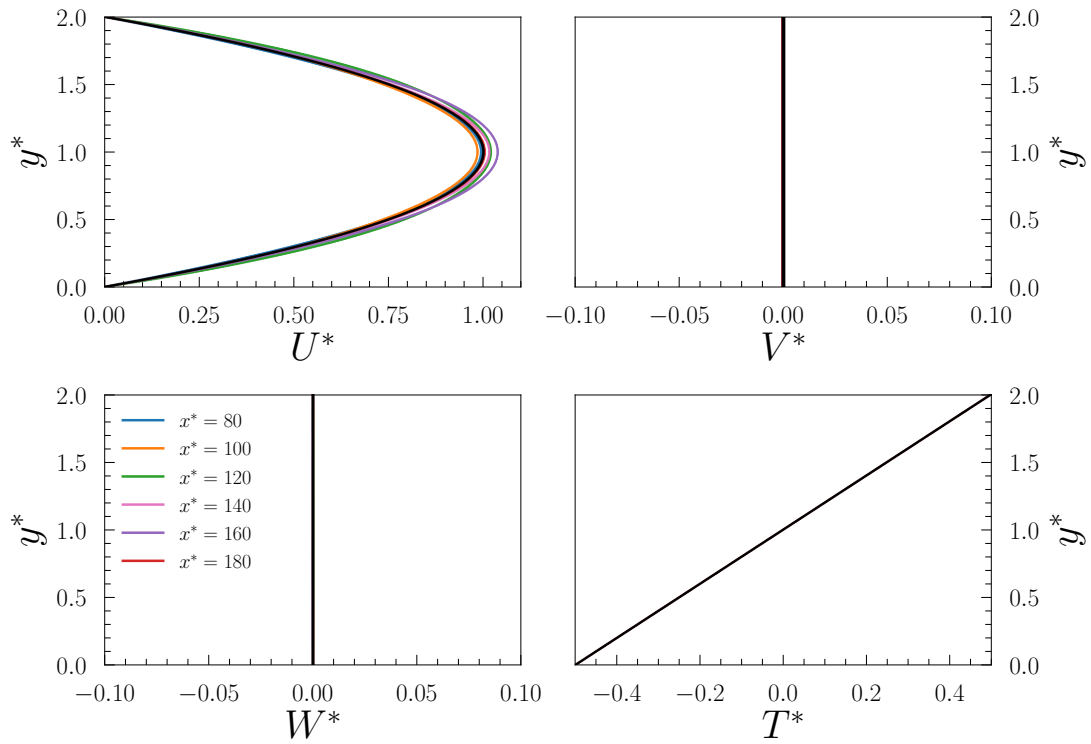


## B.1 Influence de la taille du domaine sur le spot

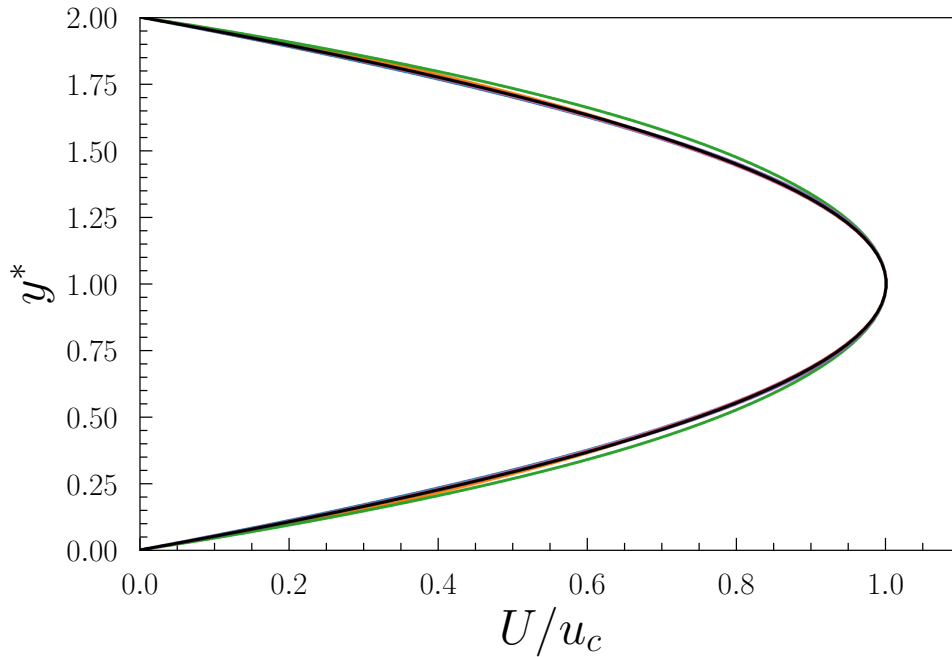
Les champs de vitesses et de température sont montrés sur la paroi latérale à  $z^* = 10\pi$  à différentes positions  $x^*$  en Figure B.2 pour montrer que la largeur du canal n'a pas d'influence sur l'écoulement dans le spot transitionnel. Les profils sont tous laminaires et l'erreur maximum constatée entre les profils laminaires et les profils obtenus dans la simulation avec le spot transitionnel est de 4%. Cela montre que la taille du domaine dans la direction transversale et la condition de périodicité utilisées sont pertinentes.



**Figure B.1** – Contours des fluctuations de vitesse longitudinale au sens Poiseuille  $u'_{PS}$  obtenues à  $t^* = 175$  au centre du canal ( $y^* = 1$ ). Les pointillés correspondent aux positions auxquelles les profils suivants sont tracés. Contrairement au corps du manuscrit, ici la direction transversale n'est pas tronquée.



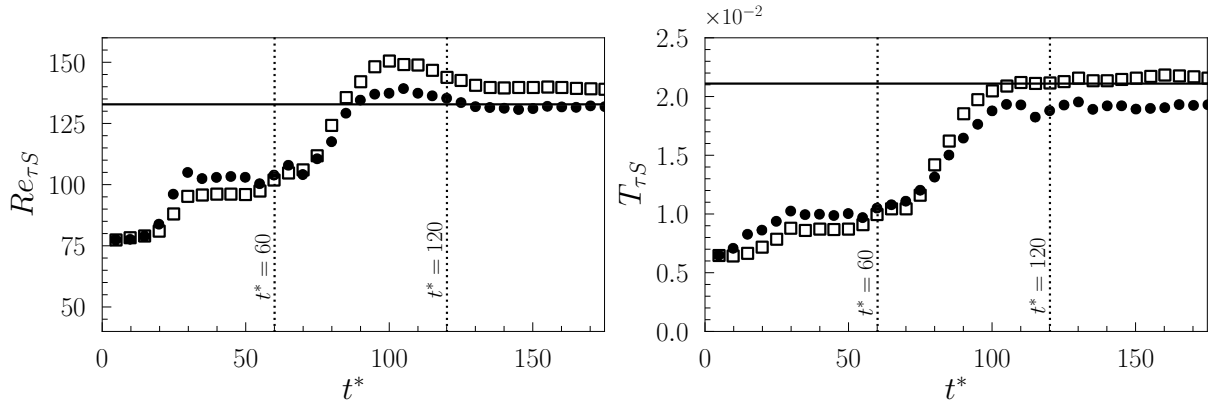
**Figure B.2** – Profils des vitesses et température instantanés obtenus à  $t^* = 175$  sur la paroi  $z^* = 5\pi$  à différentes positions  $x^*$ .



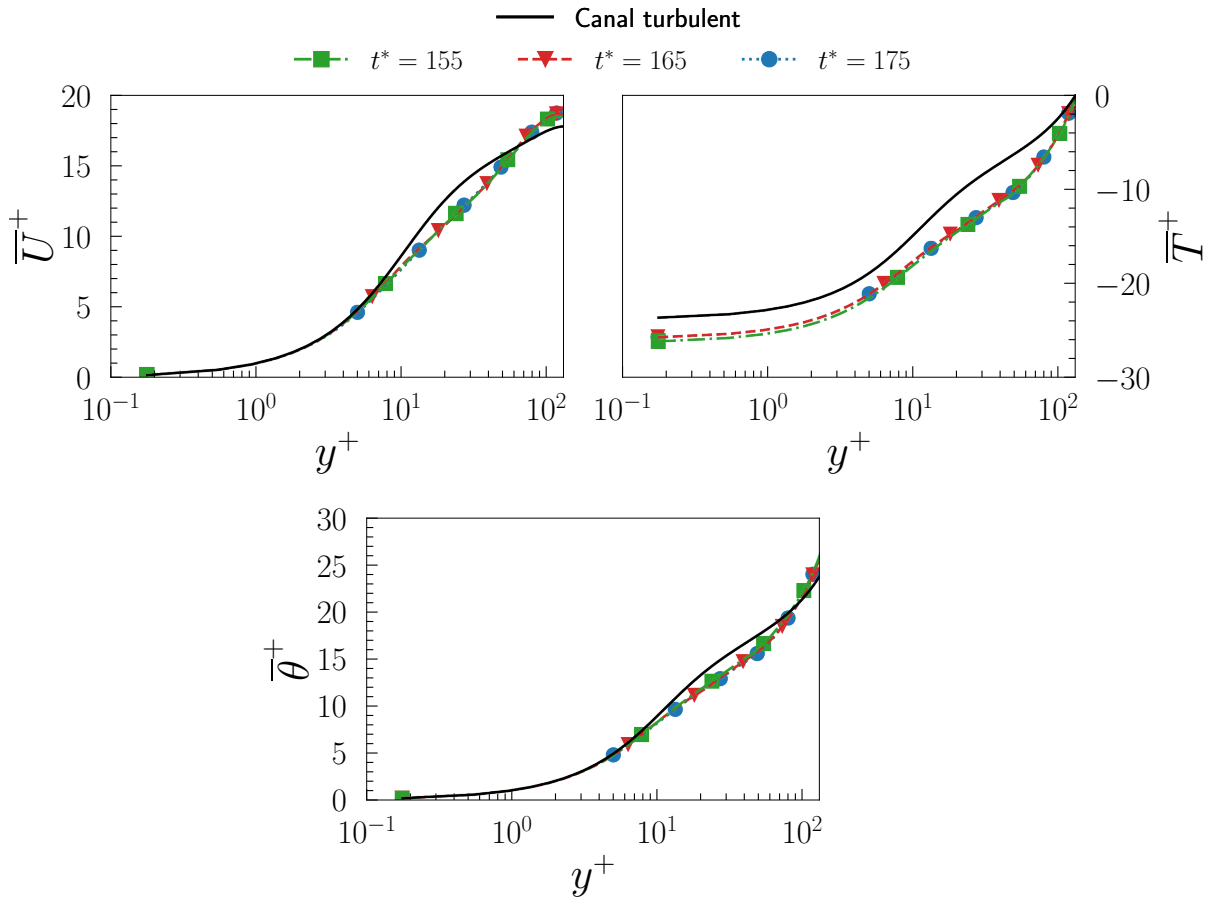
**Figure B.3** – Profils de vitesse longitudinale instantanés (normalisée par  $u_c$  local) obtenus à  $t^* = 175$  sur la paroi  $z^* = 5\pi$  à différentes positions  $x^*$ .

## B.2 Invariance temporelle des statistiques

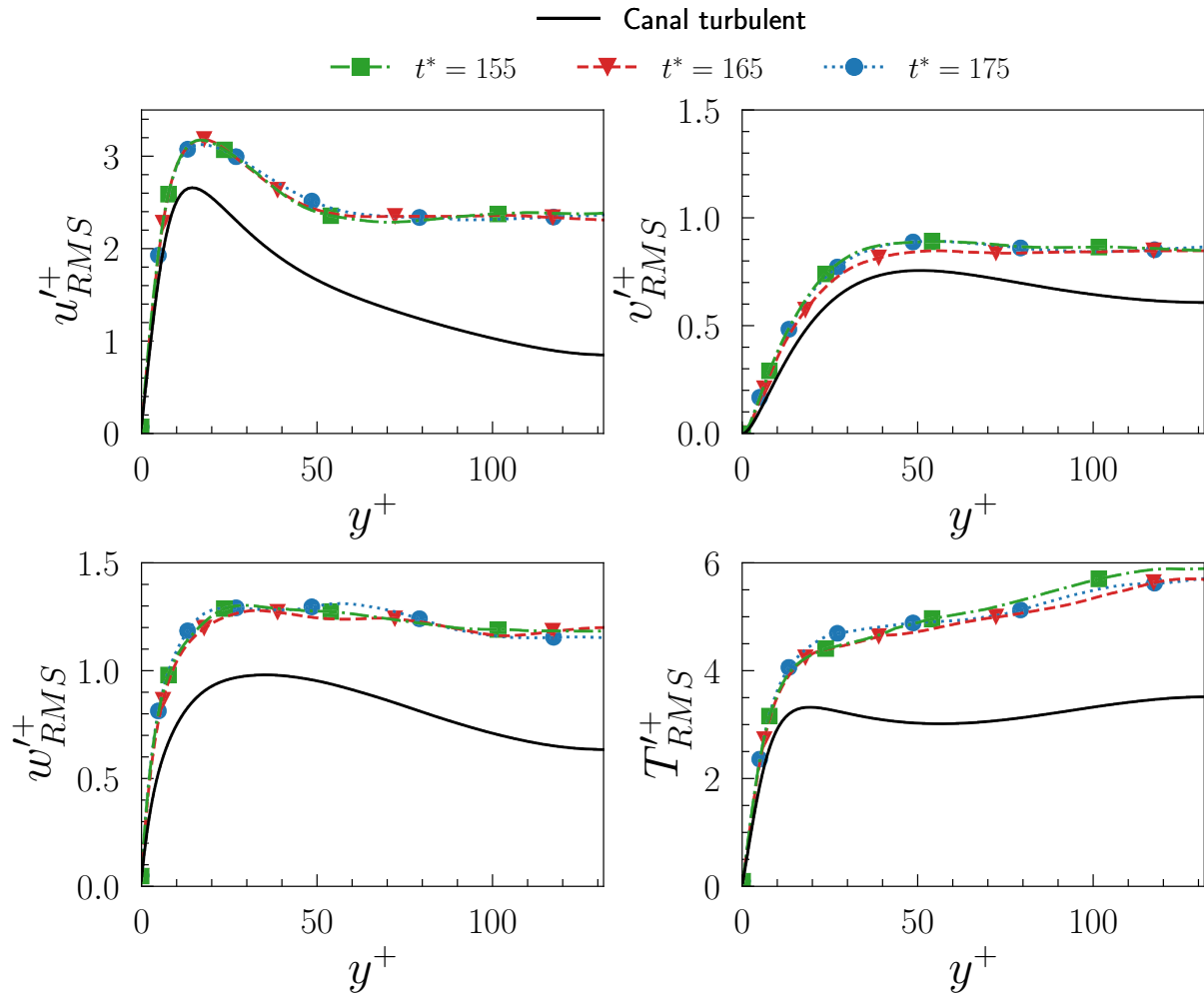
Trois champs instantanés sont choisis quand le spot transitionnel atteint un état de stabilité, c'est-à-dire quand  $Re_{\tau_S}$  et  $T_{\tau_S}$  atteignent un plateau dans la Figure B.4 pour montrer l'invariance temporelle des statistiques obtenues dans le spot. Les champs instantanés retenus sont ceux à  $t^* = 155, 165$  et  $175$ . Seules les statistiques dans le spot total sont montrées ici. Les résultats sont discutés dans le corps du manuscrit en Section 3.3. Les Figures suivantes montrent donc l'invariance temporelle de statistiques obtenues dans le spot total.



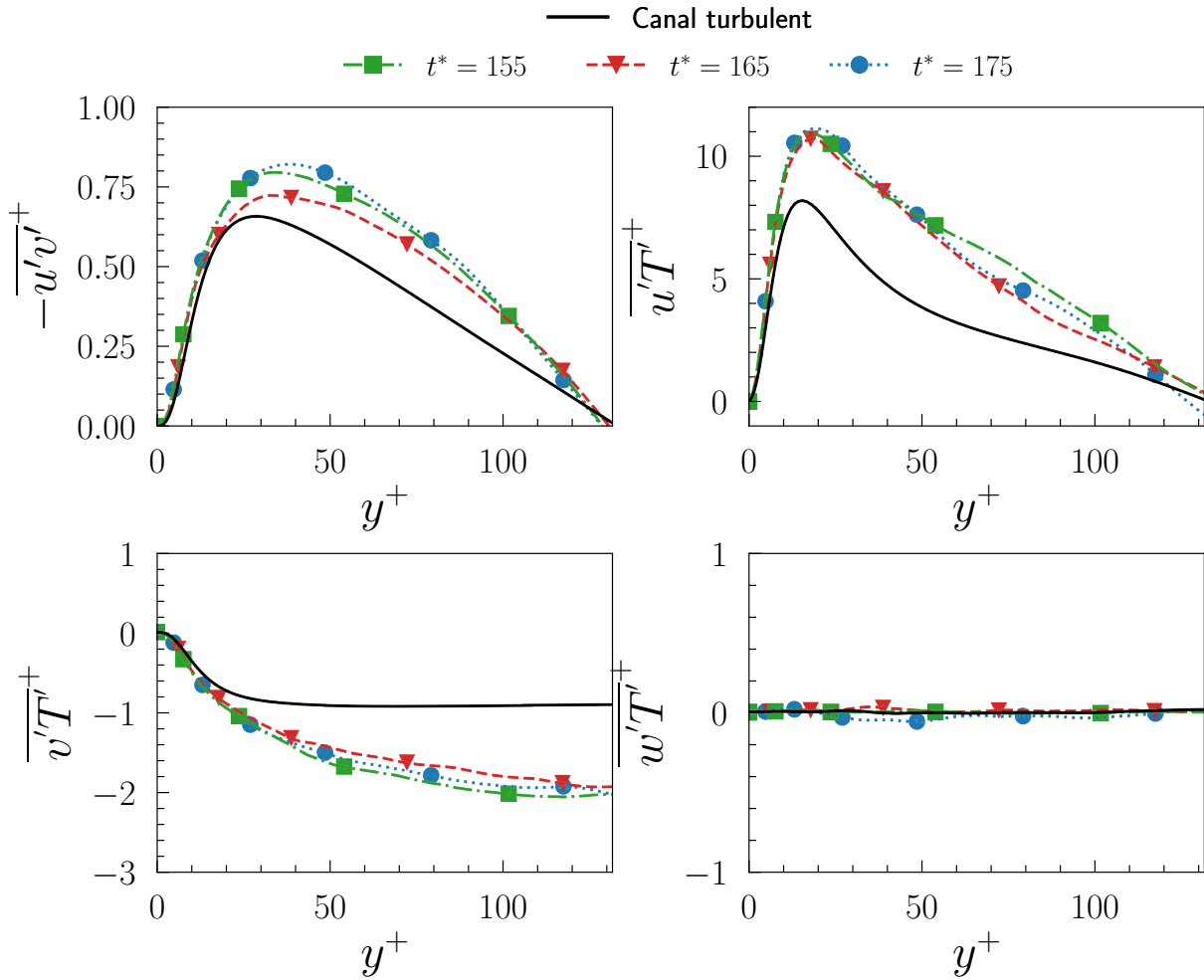
**Figure B.4** – Évolution temporelle de  $Re_{\tau_S}$  (à gauche) et de  $T_{\tau_S}$  (à droite). Les lignes continues noires représentent les valeurs obtenues dans le canal pleinement turbulent, qui sont respectivement 132.7 et  $2.1 \times 10^{-2}$ . Les symboles ronds correspondent au spot entier et les symboles carrés à la partie turbulente du spot.



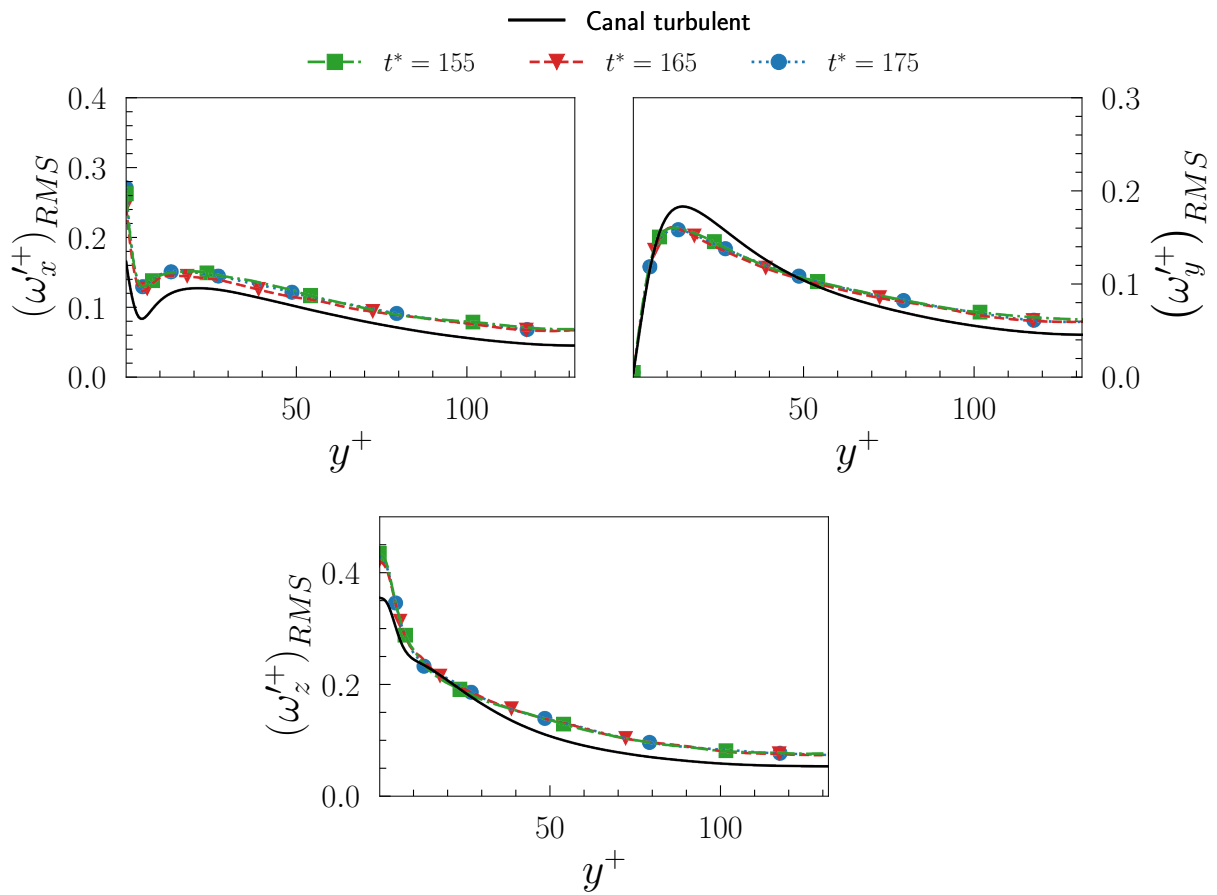
**Figure B.5** – Profils de vitesse longitudinale moyenne  $\bar{U}^+$  (en haut à gauche), de température moyenne  $\bar{T}^+$  (en haut à droite) et de température transformée moyenne  $\bar{\theta}^+$  (en bas) obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  (en bleu),  $t^* = 165$  (en rouge) et  $t^* = 155$  (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent.



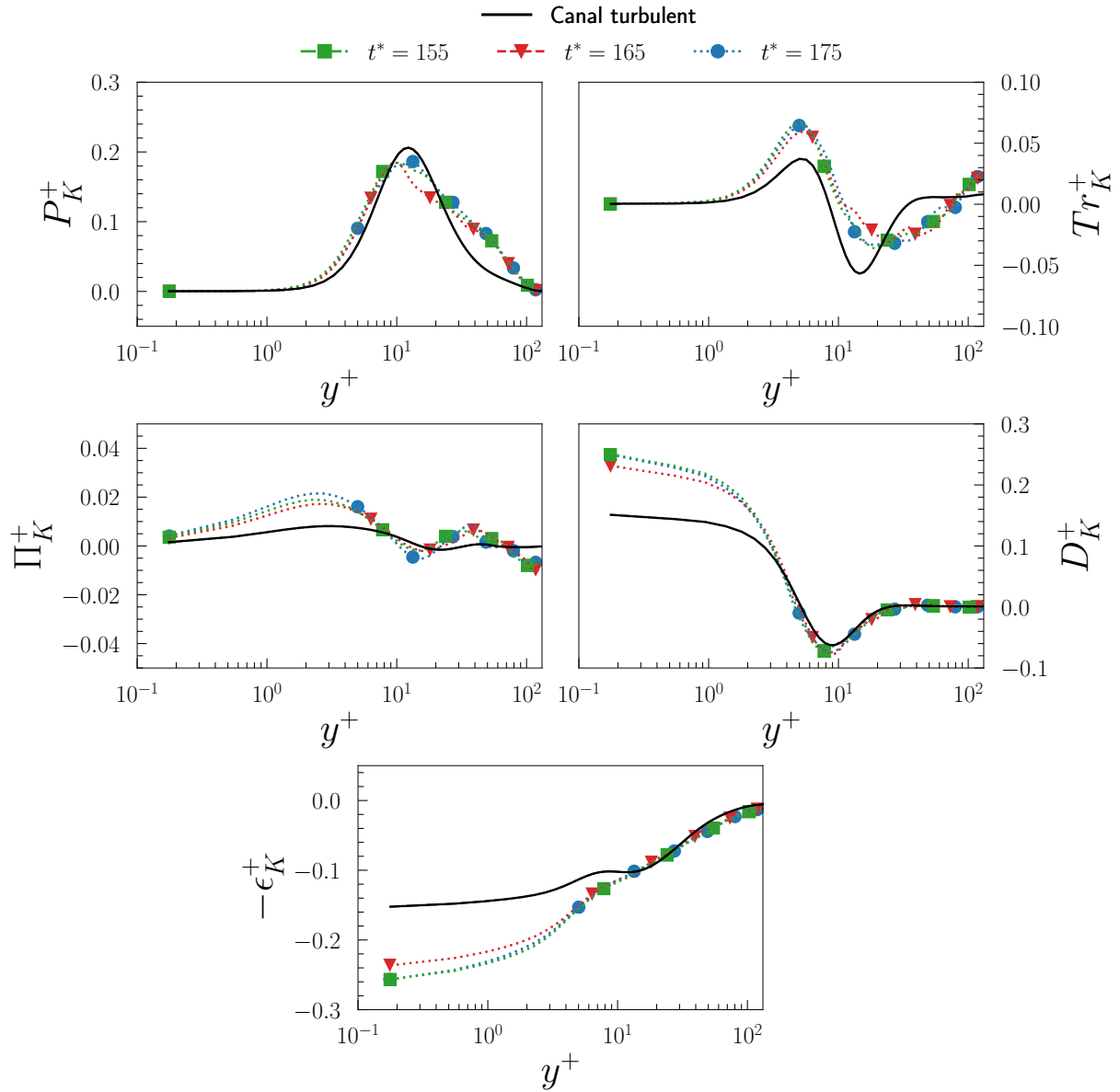
**Figure B.6** – Profils des RMS de  $u'_{RMS}+$  (en haut à gauche),  $v'_{RMS}+$  (en haut à droite),  $w'_{RMS}+$  (en bas à gauche) et des RMS de température  $T'_{RMS}+$  (en bas à droite) obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  (en bleu),  $t^* = 165$  (en rouge) et  $t^* = 155$  (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent.



**Figure B.7** – Contrainte de Reynolds  $-\overline{u'v'}^+$  (en haut à gauche) et corrélations vitesses température  $\overline{w'T'}^+$  (en haut à droite),  $\overline{v'T'}^+$  (en bas à gauche) et  $\overline{w'T'}^+$  (en bas à droite) obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  (en bleu),  $t^* = 165$  (en rouge) et  $t^* = 155$  (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent.

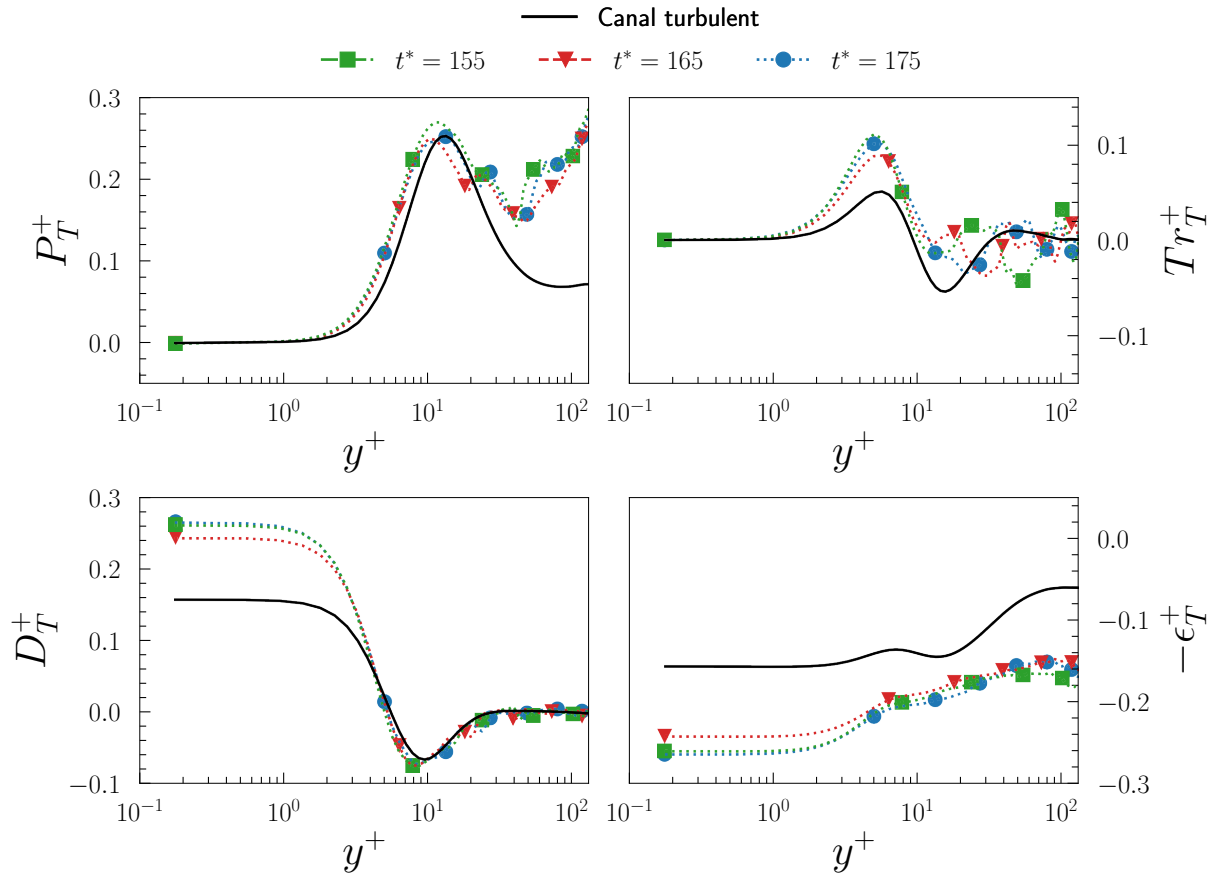


**Figure B.8** – Profils RMS de vorticité  $\omega'_x$  (en haut à gauche),  $\omega'_y$  (en haut à droite) et  $\omega'_z$  (en bas) obtenus dans le spot total    $t^* = 175$  (en bleu),  $t^* = 165$  (en rouge) et  $t^* = 155$  (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent.



**Figure B.9** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}$  :  $P_K^+$  (en haut à gauche),  $Tr_K^+$  (en haut à droite),  $\Pi_K^+$  (au milieu à gauche),  $D_K^+$  (au milieu à droite) et  $-\epsilon_K^+$  (en bas) obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  (en bleu),  $t^* = 165$  (en rouge) et  $t^* = 155$  (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent.





**Figure B.10** – Profils des termes de l'équation de transport de la variance des fluctuations de température  $\overline{T'T'}$  :  $P_T^+$  (en haut à gauche),  $Tr_T^+$  (en haut à droite),  $D_T^+$  (en bas à gauche) et  $-\epsilon_T^+$  (en bas à droite) obtenus dans le spot total à  $t^* = 175$  (en bleu),  $t^* = 165$  (en rouge) et  $t^* = 155$  (en vert). Le trait continu noir représente les profils obtenus en canal turbulent.



Publication *International Journal of Heat  
and Mass Transfer*

---

*Cette annexe contient une publication parue dans la revue International  
Journal of Heat and Mass Transfer.*

---



# Passive scalar transport in a turbulent spot within a poiseuille flow

Benjamin Arrondeau<sup>a,\*</sup>, Sedat Tardu<sup>a</sup>, Olivier Doche<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Laboratoire des Ecoulements Geophysiques et Industriels (LEGI), Grenoble-INP, Domaine Universitaire, 38058, Grenoble CEDEX 9, France

<sup>b</sup>Laboratoire SIMaP/EPM, Grenoble Institute of Technology, Phelma-Campus, 1130 rue de la Piscine, BP75 38402, Saint Martin d'Heres, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 2 August 2022

Revised 17 November 2022

Accepted 1 February 2023

### Keywords:

Passive scalar

Heat transfer

Transitional spot

Poiseuille flow

## ABSTRACT

A pair of counter-rotating vortices are introduced in a Poiseuille flow to trigger the by-pass transition. The accent is put on the passive scalar transport within the resulting transitional spot. The latter is identified and tracked in time and space using the fluctuating vorticity and temperature fields it induces. The velocity and temperature statistics are determined strictly within the spot. They are scaled by the inner variables, related to the shear velocity and the wall temperature flux induced by the spot. The statistics are compared with those of the corresponding fully developed turbulent channel flow, in order to determine the degree of similarity between the internal structure of the spot and the fully developed wall turbulence. The analysis includes the fine structure of the fluctuating temperature field, its transport equations and the effect of the coherent structures within the spot. It is found that the turbulent part of the spot is closely similar to the turbulent wall flow, both for the fluctuating flow, and the passive scalar fields. The root-mean-square of the temperature fluctuations determined in the entire spot is nearly twice larger than that in the fully developed wall turbulence in the outer part of the flow. The transport is enhanced and the turbulent fluxes increase compared to the fully developed turbulent channel flow. This is due to the wave area of the spot that contains, in their great majority, the structures coming from the breakdown process of waves. The latter is responsible for the increase of the small-scale mixing and of the large peripheral temperature fluctuations, which is rather good news from an application point of view.

© 2023 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

The transition scenario related to the disturbance growth on time scales significantly shorter than typical Tollmien–Schlichting (TS) waves that “bypass” the spatial and temporal development of the two-dimensional disturbances and their inherent secondary instabilities have been considered for long time. Temptations to mimic the by-pass mechanism by specifically forcing low Reynolds numbers flows were encouraging in their capacity to create synthetic wall turbulence and enhance mixing (Tardu [1]). It was also found recently that the by-pass transition type scenario of this kind applies to the transition process triggered by large roughness elements (Anika et al. [2]).

A turbulent spot develops from a localised disturbance initiating the bypass process, as one of several routes to the transition (Herbert [3]). There is a huge literature on this subject going from the early 1980s (Wyganski et al. [4]) until now (Wu et al. [5]). The turbulent spots in boundary layers differ from those found in a plane Poiseuille flow, but the wave packets upstream

of the wingtips of the spots are a common feature in both cases. The wave packet is attached to the spot and follows the spot in a Poiseuille flow, while it is separated and becomes independent of the spot in boundary layers (Alavyoon et al. [6], Henningson and Alfredsson [7] and Chambers and Thomas [8]). The wave zone is mostly detectable by the wall normal velocity field that appears as long oblique streaks at the tip periphery. The longitudinal and wall normal velocities are symmetrical, while the spanwise velocity is asymmetrical (Henningson and Kim [9], Henningson and Alfredsson [7] or Laha [10]). The spot moves slower than the surrounding flow and its convection velocity is 50 to 80% of the base flow (Alavyoon et al. [6]). Therefore, it acts as a blockage. The laminar flow outside is consequently altered and may be subject to the cross-flow instability (Gad-El-Hak et al. [11], Glezer et al. [12]).

The growth of the large amplitude oblique wave packets leads to the breakdown of turbulence, and there is a turbulent core within the spot close to the trailing edge. The degree of similarity of the fluctuating velocity field in the turbulent region of the spot with the fully developed wall turbulence has been addressed in different investigations. The adequately scaled statistics within the turbulent core of the spot, compare quantitatively well with the fully developed turbulent flow either in boundary layers (Wyganski

\* Corresponding author.

E-mail address: [benjamin.arrondeau@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:benjamin.arrondeau@univ-grenoble-alpes.fr) (B. Arrondeau).

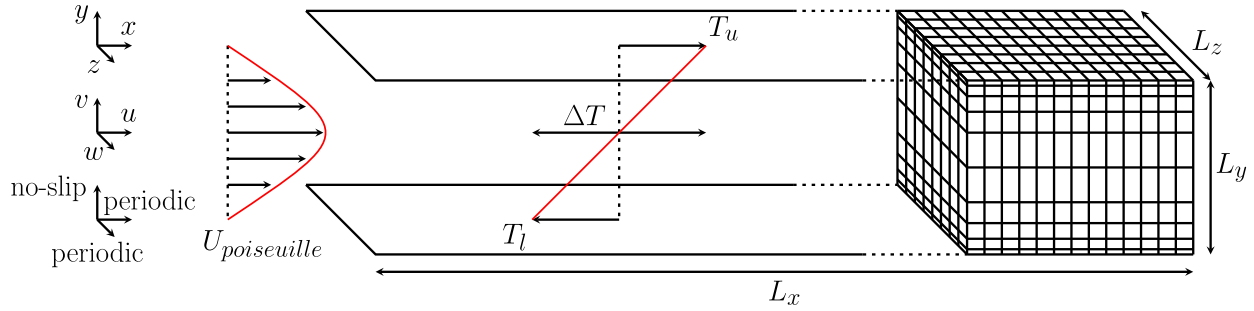


Fig. 1. Overview of the domain used for the numerical simulations and the configuration for the passive scalar analysis.

ski et al. [13], Johansson et al. [14]) or in channel flows (Henningson and Kim [9]). Despite the marginal spatial resolution Henningson and Kim [9] achieved at that time, they could provide statistics by adequately scaling the flow quantities within the turbulent region of the spot and showed quantitative and structural similarity with the fully developed turbulent channel flow. The wave region, in return, induces large extra velocity fluctuations according to Henningson [15] and Lagha [10].

We revisit this problem here by including the passive scalar transport within the spot, a point that has not been considered before to our best knowledge. We use well resolved direct numerical simulations with high resolution. Firstly, we consider the spot in its entirety as a compact object without separating the turbulent and wave areas. To be clear, the wave area is the part of the spot that is mostly influenced by the breakdown of waves. The reader is referred to the related discussion in Henningson and Kim [9] (p. 197). We deal therefore with adequately scaled velocity-temperature statistics connected to this compact object and compare them with the fully developed wall turbulence. Secondly, we discuss velocity-temperature results obtained in the turbulent area of the spot and show an almost perfect collapse with the fully developed wall turbulence. We attempt to elucidate some of the key questions on the degree of similarity between the turbulent spot and fully developed wall turbulence that remained unclear in this area. We believe that the analysis presented here on the fluctuating temperature field in the turbulent spot brings some new key elements on the passive scalar transport within a turbulent spot.

The paper is divided into three main sections. In Section 2, we briefly present the numerical methodology used for the direct numerical simulation (DNS) along with the initial conditions prescribed to trigger the bypass transition. This is followed by a detailed description of the method we used to detect and track the turbulent spot in time and space. Here, we also describe the method we used to separate the core region of the turbulent spot from the wave area. In Section 3, a detailed discussion is provided on the statistics of the temperature field within the entire spot and its turbulent core. This includes the analysis of the fine structures of the temperature fluctuations, their transport equations, together with the effect of the coherent structures, and their impact on the passive scalar within the spot. Finally, the concluding remarks are provided in Section 4.

## 2. Direct numerical simulations and methodology

### 2.1. Direct numerical simulations and computational details

MULTIFAST which is a direct numerical simulation (DNS) code of high accuracy developed at LEGI is used here. The DNS code has so far been used in different situations, such as in the investigations of large-scale eddies in a fully developed turbulent channel flow at moderate Reynolds numbers, in active wall turbulence

control including the analysis of magnetohydrodynamic wall turbulence characteristics. The non-dimensional Navier-Stokes and continuity equations read for:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u_i^* u_j^*}{\partial x_j^*} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^*}{\partial x_j^{*2}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_j^*} = 0 \quad (2)$$

Here  $( )^*$  denotes quantities normalised by the centerline velocity  $U_c$  and half channel height  $H$ , and  $Re = (U_c H)/\nu$  stands for the Reynolds number. The time integration is performed using a 3<sup>rd</sup> order Runge-Kutta scheme. Explicit optimised schemes combined with a structured cartesian grid, that is homogeneous in the streamwise and in the spanwise directions and non-homogeneous along the wall-normal direction, enabling a refinement near the walls, are used (Fig. 1). More details can be found in Bauer et al. [16] and they are shortly presented in the Appendix A.

The passive scalar problem is investigated in the configuration shown in Fig. 1, in a way similar to Lyons et al. [17]. The temperature is held constant at  $T_u$  on the upper wall and  $T_l$  on the lower wall. The non-dimensional temperature is defined as  $T^* = (T - \bar{T}_c)/\Delta T$ , where  $\bar{T}_c = (T_u + T_l)/2$  and  $\Delta T = T_u - T_l$ . The local transport equation solved by the DNS code is:

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial u_i^* T^*}{\partial x_i^*} + \frac{1}{RePr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial x_i^{*2}} \quad (3)$$

where  $Pr$  stands for the Prandtl number.

### 2.2. By-pass transition, initial conditions, counter-rotating vortex pairs

A counter-rotating vortex pair is injected in the channel (as initial conditions) with the stream function:

$$\psi = \epsilon_p f(y^*) \left( \frac{x'}{l_x^*} \right) z' \times \exp \left[ -\left( \frac{x'}{l_x^*} \right)^2 - \left( \frac{z'}{l_z^*} \right)^2 \right] \quad (4)$$

with  $x' = x^* \cos(\theta) - z^* \sin(\theta)$  and  $z' = x^* \sin(\theta) + z^* \cos(\theta)$ . Here,  $\theta$  and  $\epsilon_p$  represent the angle and the amplitude of the perturbation, respectively. The vertical position of the perturbation ( $y_c^*$ ) is controlled by the function  $f(y^*) = y^{*p} (2 - y^*)^q$ , where  $p$  and  $q$  are integers, such that  $y_c^* = \frac{2p}{p+q}$ . The perturbed flow field is then determined from the stream function as:

$$(u_0, v_0, w_0) = (-\psi_y \sin(\theta), \psi_z, -\psi_y \cos(\theta)) \quad (5)$$

Hereafter, the streamwise, wall-normal and spanwise velocity components are denoted by  $u, v$  and  $w$ , respectively, and  $( )_0$  in the Eq. (5) refers to the initial flow field. Basically, the procedure is the same as in Henningson et al. [18] and Tardu and Nacereddine [19,20]. One has, furthermore,  $p = q = 2$ , and  $l_x^* = l_z^* = 2$  as in Tardu

and Nacereddine [19]. The perturbation parameter is  $\epsilon_p = 0.14$ , ensuring the bypass transition after short periods of time. The  $Re$  used in the present study is fixed at 3,000, and  $Pr=1$ .

Periodic boundary conditions are used in the streamwise and spanwise directions. Thus, the initial counter-rotating vortices are placed at the centerline of a Poiseuille flow, and at a streamwise distance  $x^* = 5$  from the channel entry. By doing so, the initial perturbation is far enough from the inlet to cancel any effects on the inflow. Moreover, in order to avoid the re-entry of the spot in the channel, the size of the computational domain chosen here is particularly large with an extent of  $64\pi H \times 2H \times 10\pi H$  along the streamwise  $x$ , wall-normal  $y$  and spanwise  $z$  directions, respectively. This is important since periodic conditions are used here in the streamwise and spanwise directions. Similarly, the spots have never touched the lateral computational walls. Thus, the spot is not affected by any self-interaction of the periodic boundary conditions. Instantaneous local velocity and temperature profiles at the lateral walls delimiting the computational domain differ by less than 4% compared to the Poiseuille velocity and conduction temperature profiles of the base flow. The number of computational nodes extends to  $2048 \times 128 \times 640$  along  $x, y$  and  $z$ , respectively. In order to appreciate the computational effort done here, note that this particular configuration, which deals with a particularly long channel of length  $201H$ , leads to mesh sizes as fine as  $\Delta x^+ = 12.9$  and  $\Delta z^+ = 6.5$  ( $( )^+$  stands for inner or wall units, i.e. scaled with the shear velocity and the viscosity) if the flow is considered fully developed and turbulent. This resolution is twice finer than in Henningson and Kim [9].

Fully developed solutions at  $Re = 3,000$  were obtained as benchmark results in a  $4\pi H \times 2H \times \frac{4}{3}\pi H$  channel through  $256 \times 128 \times 128$  computational nodes, corresponding to  $\Delta x^+ = 7.3$  and  $\Delta z^+ = 4.9$ . This simulation provide all the statistics that will be taken as reference for the fully developed turbulent regime thereafter in this paper. The flow statistics are determined in the homogeneous planes of 40 independent fields. Two fields are considered as independent if they are separated by a time larger than the time required for a particle at the channel center to cross the length of the computational domain in the streamwise direction. This means there is at least one large eddy turnover time between two consecutive samples and 40 of them are used here.

### 2.3. Detection and tracking of the dynamic and thermal spots

As the base flow is laminar, we could, therefore, determine the frontiers of the developing perturbation simply by sweeping the instantaneous fluctuating vorticity field using a threshold method, at fixed  $y$  positions. The base laminar Poiseuille flow with the velocity profile denoted by  $U_p$  is first subtracted from the local and instantaneous velocity field  $\vec{u}_{Loc}$ , to give a pseudo-fluctuating velocity field  $\vec{u}'_{Loc}$ , wherein the streamwise component is  $u'_{ps} = u_{Loc} - U_p$ , and the wall-normal and spanwise components are denoted by  $v'_{ps} = v_{Loc}$  and  $w'_{ps} = w_{Loc}$ , respectively. Therefore, the fluctuating vorticity field  $\vec{\omega}'_{Loc}$  is directly related to the spot. Next, we determine the components of the pseudo vorticity field  $\omega'_{xLoc} = \frac{\partial w'_{ps}}{\partial y} - \frac{\partial v'_{ps}}{\partial z}$ ,  $\omega'_{yLoc} = \frac{\partial u'_{ps}}{\partial z} - \frac{\partial w'_{ps}}{\partial x}$  and  $\omega'_{zLoc} = \frac{\partial v'_{ps}}{\partial x} - \frac{\partial u'_{ps}}{\partial y}$  in the  $x - z$  planes at every wall-normal distance  $y$ . Let the local pseudo enstrophy be denoted by  $\Gamma = (\omega'_{xLoc})^2 + (\omega'_{yLoc})^2 + (\omega'_{zLoc})^2$ . The interface between the spot and the laminar flow is the curve based on the criteria  $\Gamma \geq \alpha \Gamma_{max}$ , where  $\alpha$  is an assigned threshold and  $\Gamma_{max}$  is the maximum of the local pseudo enstrophy on the  $x - z$  plane. Several trials have been conducted to determine the convenient value of the threshold by monitoring the spot detected by the aforementioned criteria and through visual inspections of the pseudo fluctuating fields within the spots. The threshold  $\alpha = 0.05$  was found

to adequately separate the fluctuating field from the laminar base flow. This procedure was already used, but in another context, in Tardu and Baerenzung [21]. In their study, the local pseudo kinetic energy  $E = (u'_{ps})^2 + (v'_{ps})^2 + (w'_{ps})^2$  was interfaced through the expression  $E \geq \alpha E_{max}$ , with the same threshold  $\alpha = 0.05$ .

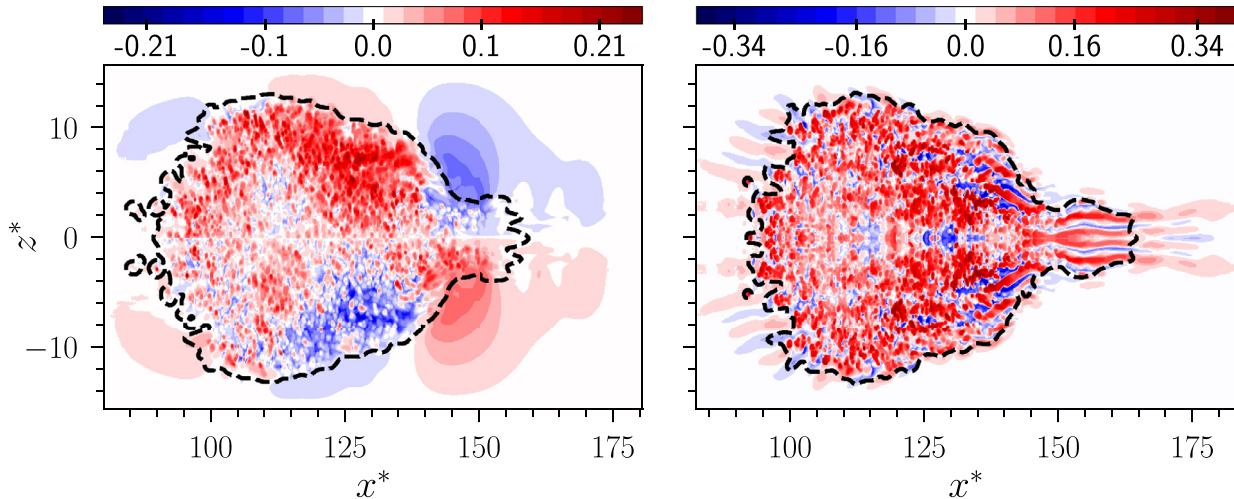
The fluctuating temperature field serves as a basis to determine the passive scalar spot, which is not a priori identical to the dynamic one. By “dynamic”, we mean the spot defined by the velocity field, while “thermal spot” refers to the local and instantaneous fluctuating temperature field. The thermal spot is identified through the pseudo temperature fluctuations in a similar way to the dynamic spot. The base conduction temperature profile  $T_C$  is subtracted from the local  $T$  field defining the pseudo fluctuating temperature  $T'_{ps} = T - T_C$ . The thermal spot is derived from the criteria  $\sigma_T \geq \beta \sigma_{max}$ , where  $\sigma_T = (T'_{ps})^2$ . Again, the threshold  $\beta = 0.05$  was found to adequately define the thermal spot. Both spots are found to be well defined, compact three-dimensional objects. They are consequently tracked in time and space. All the flow and passive scalar statistics are computed solely and strictly inside the spots.

Fig. 2 shows the dynamic and thermal spots at the centerline at  $t^* = 175$  (hereafter,  $t^*$  is scaled by the outer variable  $t_0 = H/U_c$ ). The pseudo fluctuations of the spanwise velocity ( $w'_{ps}$ ) are shown inside the spot in Fig. 2 (left). The waves at the wing tips of the spot and behind, in the form of a large amplitude wave packet, can be clearly depicted. They are quite similar to those reported in the previous publications and compare well with Fig. 4 of Lagha [10]. It is important to note that the detection scheme used in the present study discards the outer wave region at  $x^* > 140$  and identifies adequately the frontiers of the spot shown by broken lines. The dynamical characteristics of the localised spots in a Poiseuille flow are well established by now and will not be detailed here. Our results are in global agreement with previous investigations. To be short, the streamwise mean velocity is lower inside the spot compared to the outside region, near the centerline, and higher close to the wall, in agreement with (for example) Henningson and Kim [9]. The mean total spanwise velocity profiles (not shown here) are inflexional at different locations and are potentially unstable to oblique waves as in Henningson [15] and Lagha [10]. The separation of the spot into a turbulent core and wave region will be discussed later. In this investigation, we are mainly concerned with the characteristics of the passive scalar field within the spot. Fig. 2 (right) shows the contour of the thermal spot and the pseudo fluctuating temperature field ( $T'_{ps}$ ) at the centerline. Long strips of ( $T'_{ps}$ ) induced by breaking waves at and near the wing tip have direct impacts on the mixing, as discussed in the next section in detail.

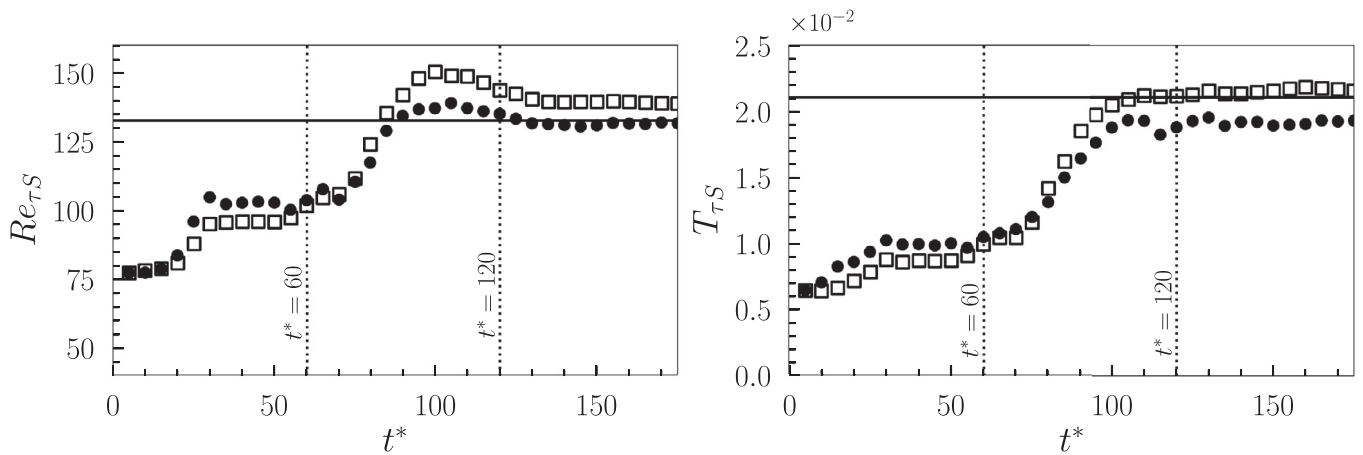
## 3. Results

### 3.1. Time-space development of the transitional spot, scaling and notations

Hereafter,  $( )_S$  denotes a quantity within the spot. The transitional spot is viewed as a compact object developing in time and space. The ensemble of the quantities related to the flow and passive scalar fields are determined within the spot, and are properly scaled by the inner variables determined within the spot. To be clear, the mean shear velocity  $\overline{u}_{\tau_S} = \sqrt{\overline{\tau_{wS}}/\rho}$ , where  $\overline{\tau_{wS}}$  stands for the averaged wall shear stress and  $\rho$  for the fluid density, is computed directly at the wall within the spot. Similarly, the mean wall temperature within the spot is expressed as  $T_{\tau_S} = \left[ \left( \frac{\partial T_S}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} \right] / Re_{\tau_S} Pr$ . Here,  $Re_{\tau_S} = \overline{u}_{\tau_S} H / \nu$  is the friction Reynolds number related to the spot. The quantities related to the flow and



**Fig. 2.** Spots at  $t^* = 175$ . The coloured contours represent the pseudo fluctuating velocity field (left) and the pseudo fluctuating temperature field (right) at the centerline. The dashed lines represent the dynamic spot (left) and the thermal spot (right).  $x^*$  and  $z^*$  correspond to the streamwise and spanwise distances scaled by the half height of the channel  $H$ .



**Fig. 3.** Temporal evolution of  $Re_{\tau S}$  (left) and  $T_{\tau S}$  (right). The solid black line represents the values obtained in a fully turbulent channel at equivalent  $Re$ , which are respectively 132.7 and 0.021. The circles correspond to the entire spot, and the squares to the turbulent core (see the text for details).

passive scalar fields are averaged in the  $x - z$  planes at fixed wall-normal positions. The hypothesis is clearly the homogeneity in the streamwise and spanwise planes within the spot. It is recalled that the quantities scaled by the viscosity and the shear velocity (or the wall temperature) are denoted by  $( )^+$ . The quasi-equilibrium of the budget in the transport equations of the Reynolds stresses and temperature shows that this hypothesis is acceptably well established at times  $t^* > 100$  starting from the set-up of the perturbations. This point will be clarified later. The streamwise and spanwise extents of the spot at  $t^* > 100$  reach  $x^* \approx 50$  and  $z^* \approx 20$  respectively, which are large enough to perform the statistics, even though the averaging process is inevitably performed over a single instantaneous field.

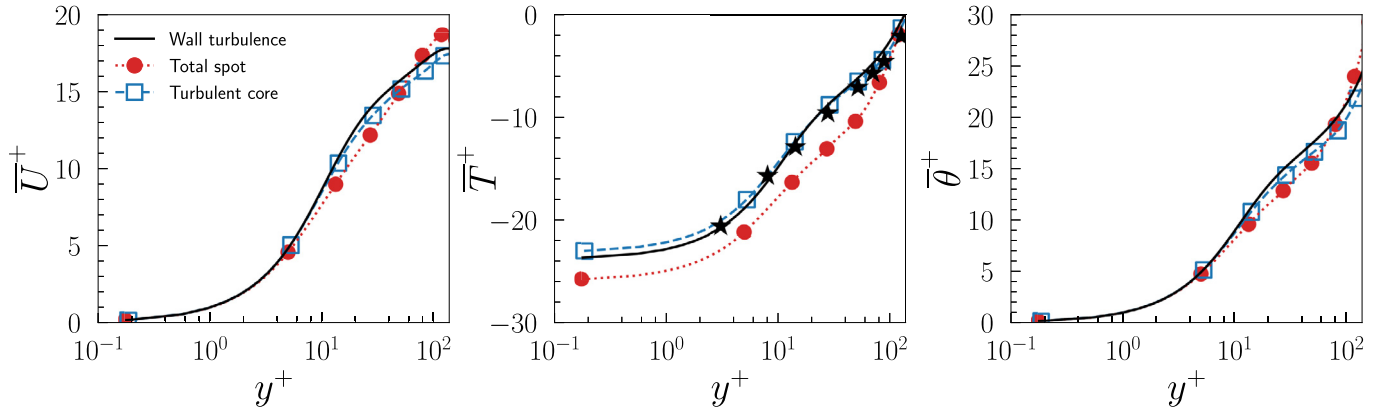
### 3.2. Flow quantities and their statistics within the spot compared to fully developed wall turbulence

Fig. 3 shows the time evolutions of  $Re_{\tau S}$  and  $T_{\tau S}$ . The continuous lines correspond to the fully developed flow. The scatter in Fig. 3 is a consequence of using a single spot, with a limited volume, at small  $t^*$ . It is seen that  $Re_{\tau S}$  reaches a plateau region at  $t^* > 120$  and attains a value which is nearly identical to  $Re_{\tau}$  of the fully developed flow. A quick increase is observed in the spot

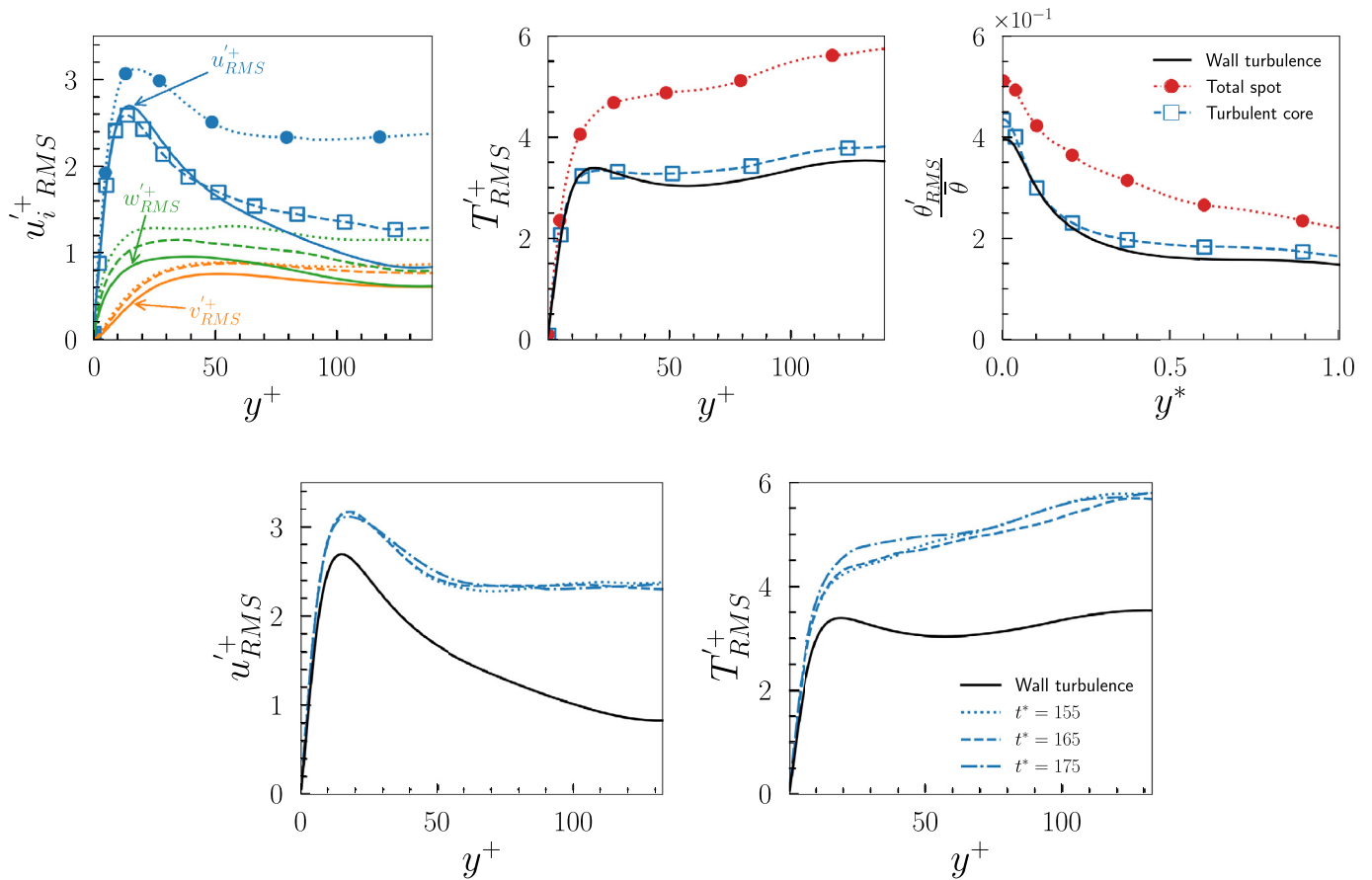
wall temperature  $T_{\tau S}$  at  $t^* > 60$  which also reaches a plateau region when  $t^* > 120$  by staying slightly below the fully developed  $T_{\tau S}$ . Surprisingly enough, the inner variables become comparable with their fully developed counterparts only after roughly a period of 100 outer units, showing that the inner structure of the spot settles rather quickly. The thermal and dynamic spots are further tracked. It is found that, both of them develop quite similarly in time and space (not shown).

Fig. 4 shows, respectively, the mean velocity  $\bar{U}^+$  (left) versus the wall-normal distance  $y^+$  and the mean temperature  $\bar{T}^+$  (at the center) computed within the spot at  $t^* = 175$  and compared with the fully developed turbulent flow. Hereafter,  $( )^+$  denotes a quantity scaled by the inner variables  $\nu$ ,  $\bar{u}_{\tau}^+$  and  $T_{\tau}^+$ , or  $\nu$ ,  $\bar{u}_{\tau S}$  and  $T_{\tau S}$  within the spots. We discuss only the solid circles in these figures, since the open squares correspond to a different averaging procedure (in the turbulent area of the spot), as will be discussed later in this section.

There is an astonishing qualitative similarity between both  $\bar{U}^+$  and  $\bar{T}^+$  obtained in their respective spot compared to the fully developed wall turbulence. It is without saying that the statistics of the fully developed velocity and passive scalar fields collapse perfectly well with previous investigations at similar Reynolds numbers and configurations (solid lines in Fig. 4 and Fig. 5) as for



**Fig. 4.** Mean streamwise velocity profile  $\bar{U}^+$  (left), the mean temperature profile  $\bar{T}^+$  (center) and the mean transformed temperature (right) at  $t^* = 175$ . The stars represent the values obtained by Lyons et al. [17] in a fully turbulent channel at  $Re_\tau = 150$ .

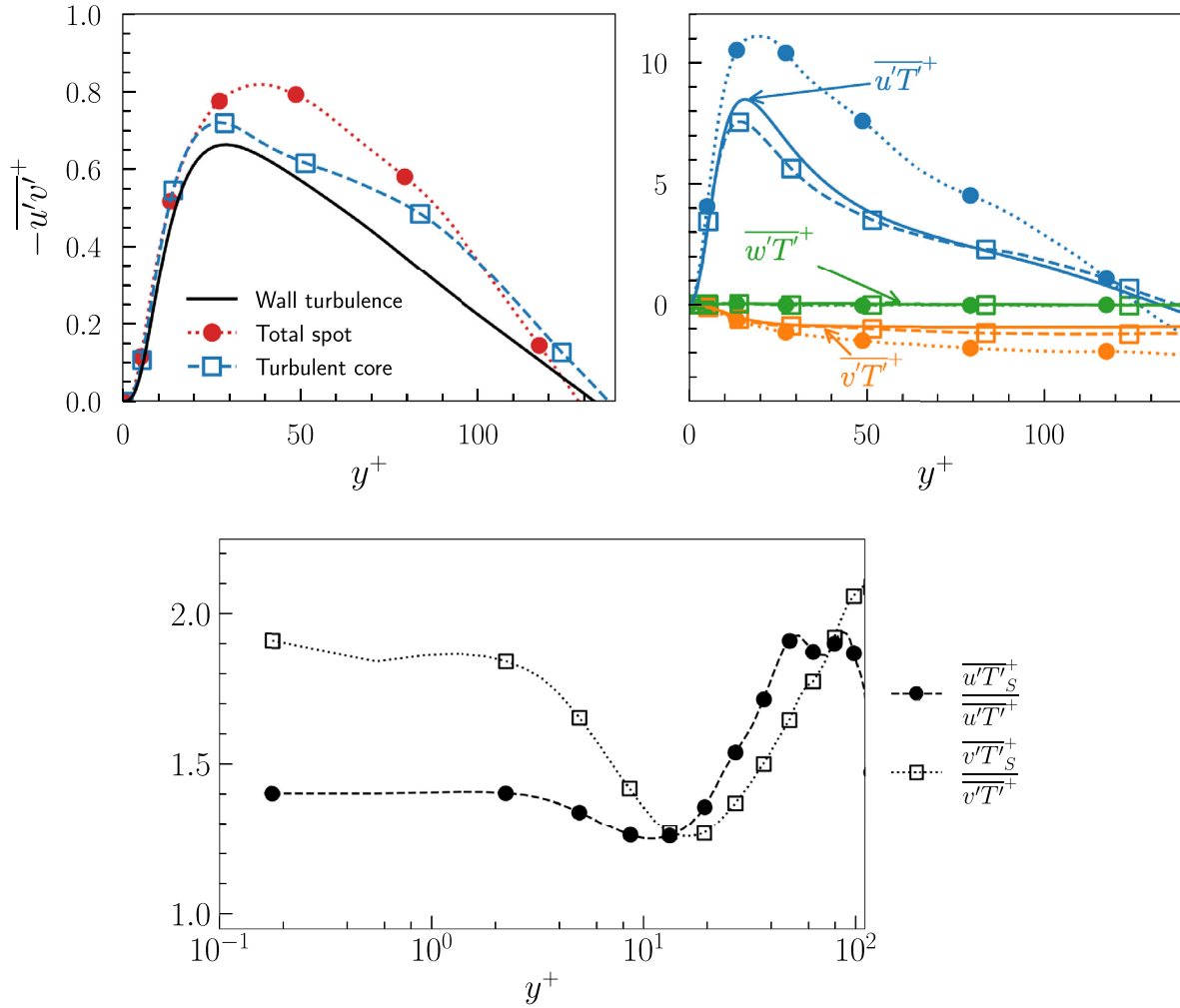


**Fig. 5.** Velocities RMS profile (top left), temperature RMS profile ( $T_{RMS}^{'+}$ ) (top center) and the ratio of the modified temperature RMS to the mean modified temperature (top right) at  $t^* = 175$ , and fluctuating streamwise velocities (bottom left) and temperature intensities (bottom right) within the spot at different  $t^*$  within the steady state.

example with Lyons et al. [17]. The mean velocity and temperature profiles quantitatively differ above the low buffer layer  $y^+ > 10$ , and both  $\bar{U}_s^+$  and  $\bar{T}_s^+$  are somewhat systematically below their fully-developed equivalents. It is also interesting to note that  $\bar{U}_s^+ \propto \log(y^+)$  in a large proportion of the channel, even though an established log-layer, that requires some severe conditions, can hardly be established within the spot.

Fig. 5 (left and center) shows, respectively, the root-mean-square (RMS) profiles of the streamwise ( $u_{RMS}^{'+}$ ), wall-normal ( $v_{RMS}^{'+}$ ), spanwise velocity ( $w_{RMS}^{'+}$ ) fluctuations, and temperature ( $T_{RMS}^{'+}$ ) fluctuations.

The profiles with circles in Fig. 5 correspond to the profiles obtained by averaging over the entire spot. It is clearly seen that, the intensities of the fluctuating quantities related to the spot are significantly larger than the fully developed distributions, especially in the outer layer, wherein they nearly differ by a factor of two. Despite this, there is no glaring difference between the Reynolds shear stresses  $-\overline{u'v'}_s^+$  (shown in Fig. 6 (left)) and the fully developed  $-\overline{u'v'}^+$  pointing presumably at a local decorrelation between  $u'$  and  $v'$  in the wave region of the spot. The statistics converge rapidly when the steady state is reached at  $t^* > 120$  (Fig. 3). Fig. 5 (bottom) shows respectively the fluctuating stream-



**Fig. 6.** Reynolds shear stress (top left), velocity-temperature correlations (top right) and ratio of the turbulent fluxes determined in the entire spot to their homologues in the fully developed turbulent channel (bottom) at  $t^* = 175$ .

wise velocity and temperature intensities within  $155 < t^* < 175$ , determined and scaled the way we discussed before. It is clearly seen that these profiles and (and those related to other statistics that are not shown here) collapse reasonably well in the steady state phase.

The global scaling takes into account the whole spot that includes both the wave area over the outskirts and near the wing tips, and the turbulent region (Henningson and Kim [9], Lagha [10]). The wave region induces large fluctuations, originating from the growth of oblique waves and their subsequent break down to turbulence. This results in an increase of all the turbulent quantities including the Reynolds shear stress  $-\overline{u'v'}$ , although moderately, but also the velocity-temperature correlations (Fig. 6 (top)).

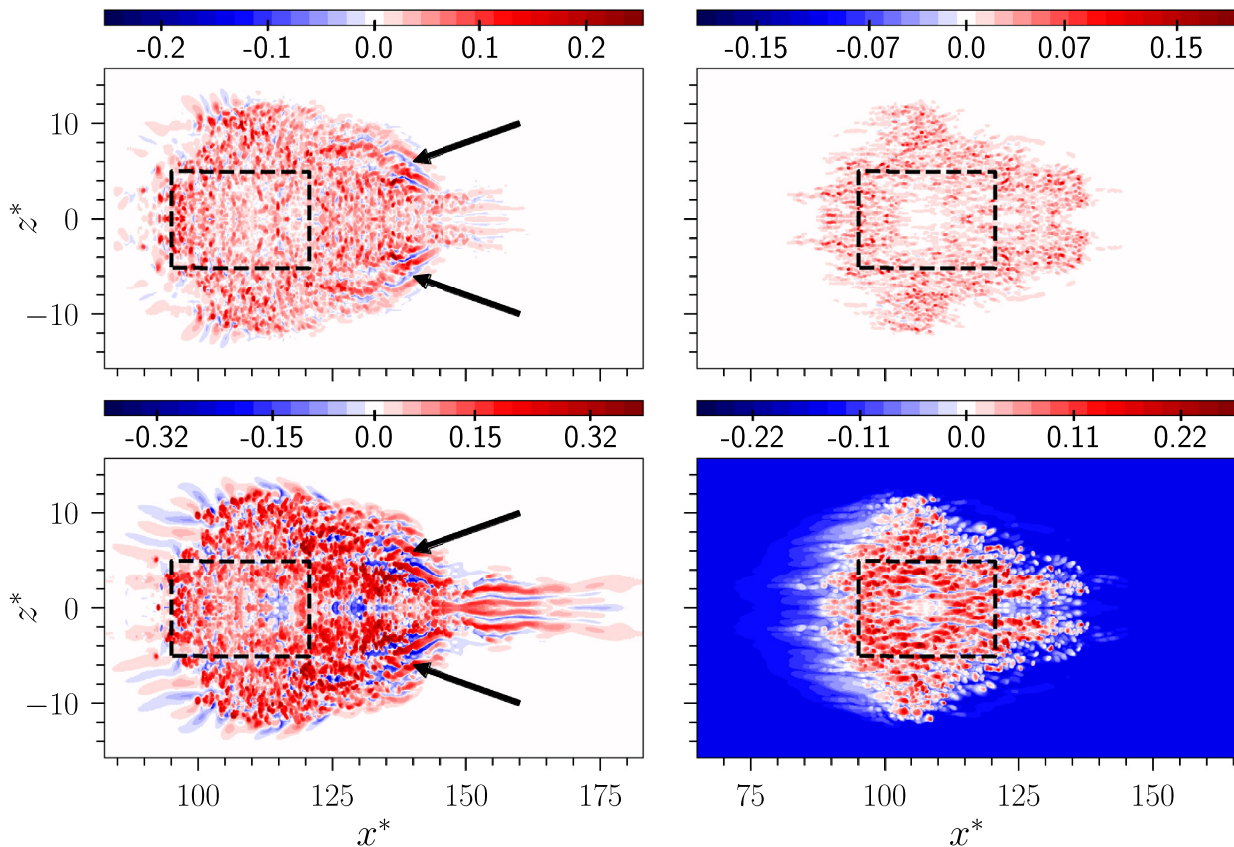
The turbulent mixing has three main steps: i) Entertainment, ii) Advection and stretching leading to formation of thin sheets, i.e. mixing by random stirring, iii) Molecular diffusion across the dissipation sheets (Yakhot [22]). The typical time of the random stirring scales as the eddy turnover time  $t_K \propto \tau_{\text{eddy}} \sim \frac{L}{u_{\text{rms}}}$  where  $L$  is the large scale associated with a blob. Since the turbulent intensity of the fluctuating velocity field increases within the spot, the stirring time is expected to be roughly twice shorter in the outer part of the spot. This suggests that the second step of the mixing by random stirring is enhanced within the spot, compared to the fully developed wall turbulence. The time scale related to the dif-

fusion across dissipation sheets is much smaller than  $t_K$ . The third step of the mixing process is analyzed later, in Section 3.3.

The increase of the turbulent fluxes, in particular of the wall normal flux  $\overline{v'T'}$ , is more clearly seen in Fig. 6 (bottom) that shows the ratios of  $\overline{u'T'_S}$  and  $\overline{v'T'_S}$  determined in the entire spot, to their homologues in the fully developed turbulent flow. It is seen that both ratios are systematically larger than one and that, the wall normal turbulent flux is, on average, roughly 50% larger than in the fully developed turbulence, across the whole channel. The responsible for this increase is the wave area. Consequently, the breaking waves near the wingtips significantly enhance the transport of the scalar due to the turbulent fluctuations.

Fig. 7 (top left) shows the local fluctuating wall-normal velocity field  $v'$  at the centerline at  $t^* = 175$ , obtained by subtracting the mean wall-normal velocity computed over the spot. The ensemble of the fields presented in Fig. 7 correspond to the real fluctuations in the spot. The wave area is on the wing tip on the right side. The main characteristic of this area is the set-up of large-scale wall-normal velocity appearing as long oblique streaks as on the spot frontier at the wing tips (arrows in Fig. 7 (top left)). The lengths of these streaks reach almost  $10H$ . Despite the differences in the perturbation fields and flow conditions, there is a close similarity between these figures and the Fig. 1b of Henningson and Kim [9]. Note that the topology within the turbulent area of the spot is entirely different and the wall-normal velocity is rather spotty as in





**Fig. 7.** Contours of local and instantaneous wall-normal velocity at the centerline (top left) and at  $y^+ = 10$  (top right) at  $t^* = 175$ . Local instantaneous fluctuating temperature field at the centerline (bottom left) and at  $y^+ = 10$  (bottom right) at  $t^* = 175$ . The rectangle in broken lines shows the turbulent core.  $x^*$  and  $z^*$  correspond to the streamwise and spanwise distances scaled by the half height of the channel  $H$ .

the fully developed wall turbulence. There is a large correlation between the wall-normal velocity and temperature fluctuations. Consequently, long streaks of fluctuating temperature also appear in the wave area, as shown by the arrows in Fig. 7 (bottom left). The turbulent area is on the left hand side towards the leading edge of the spot and the temperature fluctuations in the turbulent area are structurally different from the wave area.

A very simple check to detect the turbulent region is to consider the core of the spot sufficiently far from the wing tips as in Lagna [10]. A precise determination of the turbulent core is hardly conceivable and the existing literature on these aspects is rather unclear. We opted here for an iterative procedure to determine as closely as possible the turbulent core. The wave region is mostly effective at the channel centerline. Thus, we considered a zone limited by a rectangle at the core expanding from the leading edge to the wing tips of the spot in which we performed the flow statistics. The streamwise extent of the rectangle was progressively decreased up to the point at which the statistics we obtained collapsed at the best with those of the fully developed turbulent channel flow. This resulted in the turbulent core shown by the broken lines in Fig. 7. The same procedure applied to the homogeneous planes from the centerline to the wall lead to the same domain depicted at the centerline, at all  $y$  positions. Henningson and Kim [9] also projected the centerline turbulent core to the wall but without any justification. Fig. 7 (top right) shows precisely that the turbulent core next to the wall at  $y^+ = 10$  is satisfactorily detected. The wave induced effects are significantly damped near the wall, in agreement with previous investigations, but they do not entirely disappear. The turbulent core of the thermal spot is simi-

larly depicted and collapsed perfectly with the core of the dynamic spot (Fig. 7 (right)).

It is important to precise that the turbulent core occupy a significantly large area at  $t^* = 175$ . Its length is  $8\pi H$  in the streamwise direction with a spanwise extent of  $3\pi H$ . In comparison, the reference fully developed turbulent channel flow simulations were obtained in a computational domain of dimensions  $4\pi H \times 2H \times \frac{4}{3}\pi H$ . Hence, the turbulent core of the spot is roughly twice larger.

The results coming from the averaging over the turbulent core of the spot are shown by the open symbols in Fig. 4 to Fig. 6. They are scaled by the shear velocity and wall temperature determined in the turbulent core, shown by open squares in Fig. 3. It is seen that there is now an almost perfect correspondence of the velocity and temperature statistics obtained in the turbulent region of the spot in comparison with the fully developed wall turbulence. Two points have to be shortly underlined. First, averaging over the turbulent area of the spot or the entire spot significantly alter the turbulent velocity and temperature intensities (Fig. 5), but not as significantly the Reynolds shear stress  $-\overline{u'v'^+}$  (Fig. 6 (left)). Yet, averaging over the turbulent area decreases the  $v'T'^+$  correlations by a factor of 2 (and  $\overline{u'T'^+}$  by a factor of 1.5), resulting in an almost perfect collapse with the fully-developed turbulent channel flow profiles. The breaking waves appearing as long oblique streaks of wall-normal velocity (Fig. 7 (top left)) have clearly different impacts on the flow and the temperature fields.

Closer analysis of Fig. 5 and Fig. 6 (both left) reveals that the wave region affects mostly the turbulent intensities of the streamwise and spanwise velocity components, and that the wall-normal fluctuating velocity ( $v'_{RMS}$ ) and the Reynolds shear stress  $-\overline{u'v'^+}$

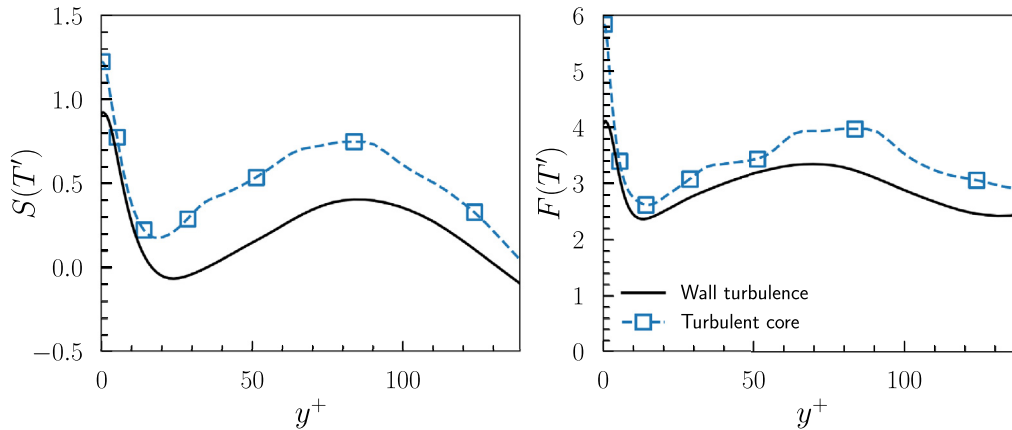


Fig. 8. Skewness (left) and flatness (right) of the temperature fluctuations.

are relatively spared by the elongated oblique structures of the wave area (Fig. 7). Curiously enough, the latter play a role similar to the Townsend [23] passive eddies occurring in a fully developed wall turbulent flows. The passive eddies are large (and/or very large) scale motions (LSM) resulting from the clustering of coherent structures in the buffer and log layers. A detailed review on these aspects can be found in Tardu [24]. The wave region induced structures and the passive eddies in a fully developed wall turbulence are of course structurally dissimilar and they result from entirely different mechanisms.

Structural quantities such as the ratio of the turbulent streamwise intensity to the local mean velocity  $u'_{RMS}/\bar{U}$  versus the wall-normal distance in outer units  $y^* = y/H$  are independent of the inner scaling. Thus, they provide convenient diagnostic functions to determine whether the turbulent core is similar to the fully developed turbulent field since they are independent of the local value of the shear velocity or the wall flux, and consequently of the way the latter are determined. It is interesting to note from Fig. 5 (right) how the  $\theta'_{RMS}/\bar{\theta}$  distributions computed in the turbulent core collapse well with the fully developed wall turbulence. Here,  $\theta = (T - T_l)/(T_u - T_l)$  is the transformed temperature. Large departures from the fully developed turbulent  $\theta'_{RMS}/\bar{\theta}$  profile persist once more in the entire spot.

The solid lines in Fig. 8 show the skewness  $S_{T'} = \overline{T'^3}/T'^3_{RMS}$  and the flatness  $F_{T'} = \overline{T'^4}/T'^4_{RMS}$  factors of the temperature fluctuations in the fully developed turbulent channel flow. Large numbers of statistically independent snapshots are needed to have statistical convergence of quantities dealing with high-order moments. We used 40 full 3D snapshots covering a time window of 1,000 ( $U_c/H$ ), separated by 25 ( $U_c/H$ ) in the fully developed turbulent channel similarly to the other statistics related to this configuration as we pointed at before. It is seen in Fig. 8 (left) that  $S_{T'} > 0$  globally in the channel, with  $S_{T'} \approx 0$  at the high buffer layer  $y^+ \approx 20$  where, consequently, the probability density function of the temperature fluctuations becomes roughly symmetric. The kurtosis is  $F_{T'} = 4$  at the wall, similarly to  $F_{u'}$  (not shown), thus slightly larger than 3 of a Gaussian distribution (Fig. 8 (right)). The higher order moments determined at a given time within the spot are based on only one instantaneous field of limited extent in space, occupying a partial part of the whole channel, as by the way the ensemble of the other statistics related to the spot. There is a surprisingly good qualitative and quantitative agreement between the skewness and flatness factors distributions within the turbulent core of the spot and the fully developed turbulent channel flow (Fig. 8). Even though,  $S_{T'}$  and  $F_{T'}$  are somewhat systematically (but not significantly) larger within the spot, the fine structure of the tempera-

ture fluctuations in the turbulent core is, on the whole, comparable to the turbulent wall flow. One way to improve the statistical convergence would be to generate independent statistical fields with slightly different initial conditions by modifying just a little the perturbation parameter  $\epsilon_p$  in the Eq. (4), and to subsequently perform ensemble averages. That would, however, tremendously increase the computational time in view of the particularly large computational domain used here.

The transport equation of the variance of the fluctuating temperature in a fully developed turbulent channel flow is given by:

$$\Sigma_T = 0 = P_T^+ + Tr_T^+ + D_T^+ - \epsilon_T^+ \quad (6)$$

where the production term is:

$$P_T^+ = -\overline{v'T'^+} \frac{dT'^+}{dy^+}, \quad (7)$$

the turbulent transport reduces to:

$$Tr_T^+ = \frac{1}{2} \frac{d}{dy^+} \overline{v'T'T'^+}, \quad (8)$$

the molecular diffusion and the dissipation are expressed as:

$$D_T^+ = \frac{1}{2Pr} \frac{d^2 \overline{T'T'^+}}{dy^{+2}} \quad (9)$$

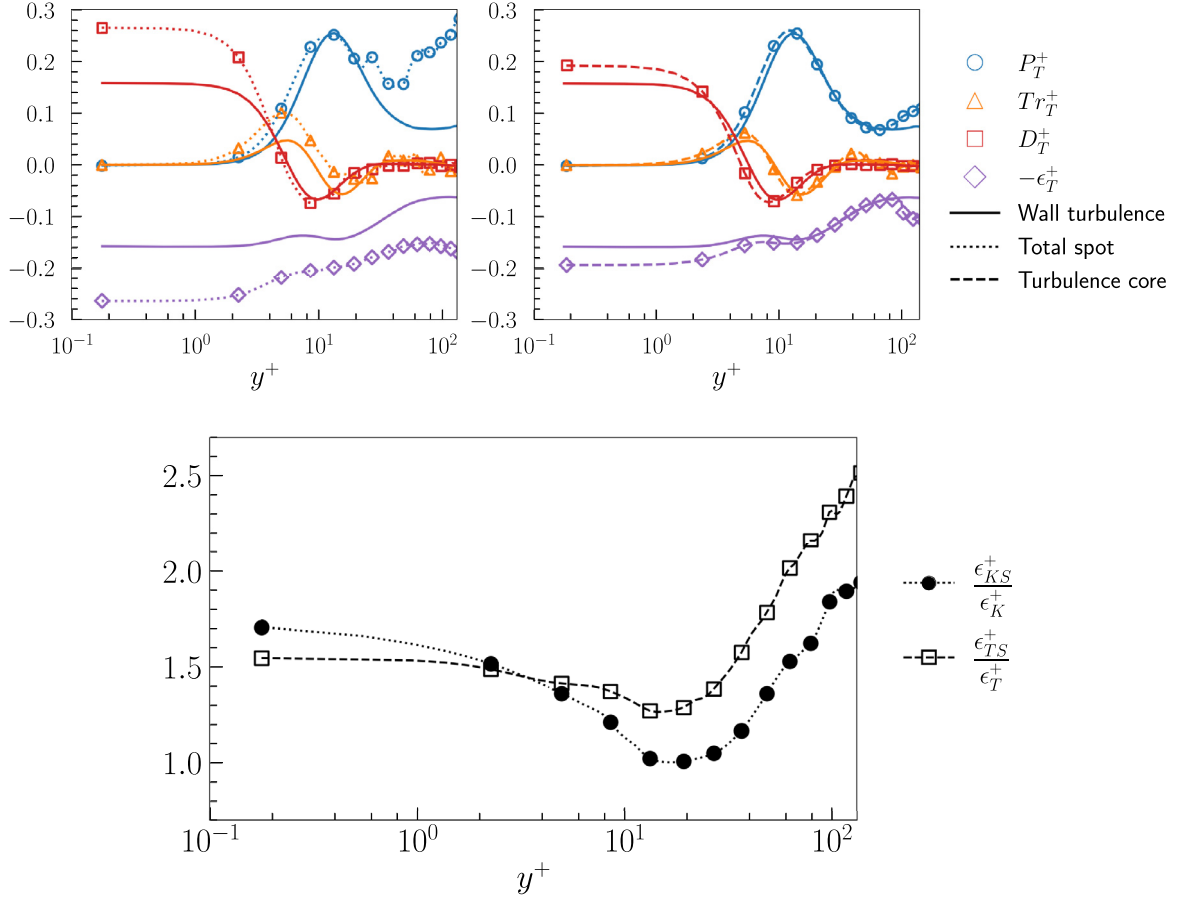
and:

$$\epsilon_T^+ = \frac{1}{Pr} \left[ \left( \frac{\partial T'^+}{\partial x^+} \right)^2 + \left( \frac{\partial T'^+}{\partial y^+} \right)^2 + \left( \frac{\partial T'^+}{\partial z^+} \right)^2 \right], \quad (10)$$

respectively. It is recalled here, that  $( )^+$  denotes the inner scaling based on the shear velocity and the wall temperature, and that the inner scales are determined independently, i.e. for the total spot, and for its turbulent core (Fig. 3).

The solid lines in Fig. 9 correspond to the transport terms in the fully developed turbulent channel flow. It is seen that the production  $P_T^+$  reaches its maximum at  $y^+ \approx 12$  as does the production of the turbulent kinetic energy (not shown). The turbulent transport is significant in the buffer layer and the dissipation equals the diffusion at the wall (as expected). Note that the production  $P_T^+ \neq 0$  and it is exactly balanced by the dissipation, i.e.,  $P_T^+ = \epsilon_T^+$  at the centerline because the temperature is anti-symmetric and the gradient  $\frac{\partial T'^+}{\partial y^+} \neq 0$ . These results are in perfect agreement with Lyons et al. [17], their Fig. 8.

The transport equation Eq. (6) is valid in a fully developed turbulent flow, homogeneous in the streamwise and spanwise directions, wherein the modified temperature  $\theta$  satisfies the homogeneous boundary conditions at the upper and lower walls. The



**Fig. 9.** Temperature transport terms in the total spot (top left) and in its turbulent core (top right), and ratio of the kinetic energy and temperature dissipations determined in the entire spot (with subscript S) and fully developed turbulent channel (bottom, see the text).

entire spot is obviously not homogeneous in the streamwise and spanwise directions. That results in dispersive effects due to the non-uniform distribution of mean quantities along  $x$  and  $z$ . This behaviour is also observed over rough walls in the vicinity of the roughness elements as in Leonardi et al. [25] and Anika et al. [2]. The terms in the transport equation Eq. (6) do not account for any local streamwise and spanwise variations and, therefore, the terms at the right hand side do not balance. Fig. 9 (left) compares the transport terms determined within the entire spot with their equivalents in the fully developed turbulent channel. Dispersive effects are particularly important in the outer region, especially near the centerline, where  $\Sigma_T \approx 0.1 \neq 0$ . This deviation is, however, not spectacularly large, pointing at the fact that the wave region has a rather limited spatial extent and a limited impact on the homogeneity. It is seen that the main influence of the wave region is to increase the production at  $y^+ > 10$ . In the outer region,  $P_T^+$  is roughly in equilibrium with the dissipation within the entire spot. Near the centerline, the production is significantly large compared to the fully developed turbulent flow explaining the significant increase of  $T'_{RMS}$  in this region (Fig. 5 (center)).

The streamwise and spanwise homogeneity is surprisingly well established within the turbulent core of the spot. Consequently, there are no dispersive effects and  $\Sigma_T \approx 0$  in the turbulent core, as can be seen in Fig. 9 (right). Different terms of the transport equation Eq. (6) compare well with the fully developed flow, except that there are relatively slight differences next to the centerline. Once again, these slight discrepancies can partly be attributed to the inevitable lack of statistical convergence on one hand, and to the difficulty to precisely demarcate the wave re-

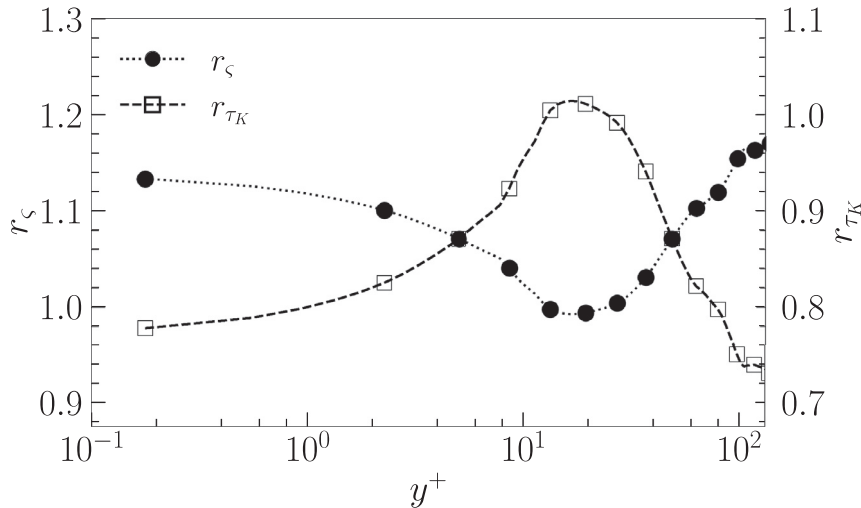
gion and its resulting impact over the turbulent core, on the other.

Similar results are obtained for the turbulent kinetic energy  $K = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$  transport equation (not shown here). One point, related the small-scale mixing which is discussed next, has however to be underlined here. The fluctuating temperature field dissipation  $\epsilon_T$  and the turbulent kinetic energy dissipation  $\epsilon_K = \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$  are enhanced both in the entire spot compared to the fully developed turbulence (Fig. 9 bottom). It is first seen that  $\epsilon_K^+$  is qualitatively similar to  $\epsilon_T^+$ . Note second that the dissipation in the entire spot is almost twice larger near the centerline compared to the fully developed flow.

### 3.3. Mixing

Although the mixing is somewhat out of scope of the present investigation, some elements showing the beneficial effects of the wave region on the passive scalar mixing at small scales can be mentioned here. The mixing is driven by the Kolmogorov scale  $\eta_K = (\nu^3 / \epsilon_K)^{1/4}$  which is equal here to the scalar (Batchelor) scale  $\eta_T = \eta_K Pr^{-1/2}$ , since  $Pr = 1$ . The time scale of the dissipation range eddies is  $\tau_K = (\nu / \epsilon_K)^{1/2}$  (Sreenivasan [26] and Warhaft [27]). The surface to-volume-ratio  $\zeta$  of the interface between mixing species scales as  $\zeta \sim 1 / \eta_K$ . The reader is referred to Dimotakis [28] for a comprehensive review.

The closed circles in Fig. 10 show the distribution of the ratio of the surface to volume rate in the spot to that of the fully developed turbulent channel, i.e.  $r_\zeta = \zeta_S / \zeta$ , where it is recalled that the



**Fig. 10.** Ratio of the surface to volume rate in the spot to its homologue in the fully developed turbulent channel (closed circles and left axis). Ratio of the mixing time scales (squares and right axis).

subindex  $S$  stands for the entire spot (and not its turbulent core) and that the quantities without subindices refer to the fully developed turbulent channel flow. One has clearly  $r_\zeta = \left(\frac{\epsilon_{KS}}{\epsilon_K}\right)^{1/4}$ . It is first seen in Fig. 10 that the influence of breaking wave induced turbulence extend into the whole channel, i.e. from the wall to the outer layer, and that  $r_\zeta \geq 1$  systematically across the spot. The surface-to-volume ratio is therefore enhanced in the turbulent spot with the  $r_\zeta$  ratio reaching  $r_\zeta \approx 1.16$  near the centerline, somewhat moderately but not negligibly.

The squares in Fig. 10 show the ratio of the mixing time-scale  $r_{\tau_K} = \frac{\tau_{KS}}{\tau_K} = \left(\frac{\epsilon_K}{\epsilon_{KS}}\right)^{1/2}$  over the whole spot compared to the fully developed channel. Note that  $r_{\tau_K} = r_\zeta^{-2}$ . Fig. 10 clearly shows that the small-scale mixing is roughly 25% faster near the centerline, in the turbulent spot. This is not a negligible effect either. These estimations have to be confirmed by a detailed investigation of the mixing process, by depositing a blob of a passive scalar within the spot and analyzing the different steps of the mixing process, such as the stretching, folding and the fragmentation (Sreenivasan [26]).

### 3.4. Coherent structures and their impact on the passive scalar field within the spot

Coherent structures play a fundamentally important role in the transport of momentum and passive scalar. They take the form of quasi-streamwise vortices (QSV's) in the fully developed wall turbulence. There is a large literature on this topic and the reader is referred to Tardu [24] for a review. Similar coherent structures (CS) are found in transitional flows (Wu et al. [5]). The CS associated with an isolated spot have some peculiar properties as we will discuss now.

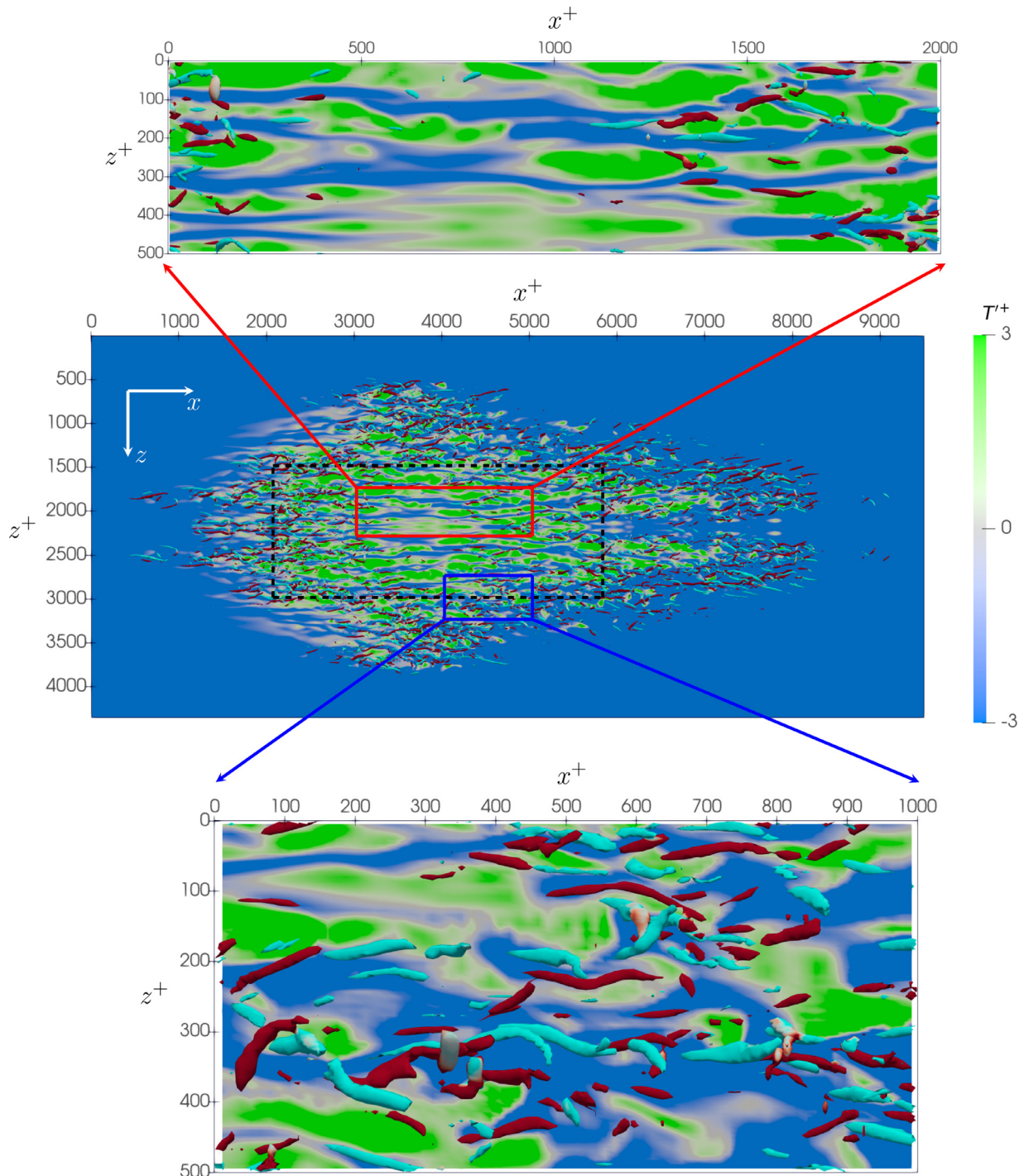
The quasistreamwise vortices (QSVs) are detected using the classical  $\lambda_2$  technique introduced by Jeong and Hussain [29]. The parameter  $\lambda_2$  is the second largest negative eigenvalue of the tensor  $S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}$ , where  $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$  and  $\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$  are the symmetric and anti-symmetric parts of the velocity gradient tensor. Note that we use by now the indicial notation  $u_1, u_2, u_3$  for  $u', v'$  and  $w'$  respectively.

Fig. 11 shows the fluctuating temperature field  $T'^+$  at  $y^+ = 15$  together with the top view of the  $\lambda_2^+ = -0.02$  quasi-streamwise structures detected in the entire spot from the centerline to the wall. The structures are coloured by their streamwise vorticity in-

tensity  $\omega'_x$  of either negative (blue) or positive (red) values. The strength of the QSV's is roughly  $|\omega'_x| \approx 0.12$  in good agreement with low Reynolds number turbulent channel flow data (Kim et al. [30]). Again, all the quantities are normalised with respect to the inner scales corresponding to the spot. The enlarged view given at the bottom of Fig. 11 shows that the QSV's are about 150 to 300 wall units long, which is once more in agreement with the low Reynolds number fully developed wall turbulence. Their diameters are roughly 15, and they are mostly populated at  $y^+ \approx 20$ . Arrays of inclined coherent structures of opposite sign similar to those analysed in Jeong et al. [31] are visible at the bottom of Fig. 11. The positive and negative  $T'$  streaks, shown in the zoomed view at the bottom, are similar to the well-known high and low speed  $u'$  streaks which are the footprints of the QSV's (Tardu [24]). They can extend up to 2000 to 3000 wall units in the streamwise direction. The spanwise spacing of alternating  $T' > 0$  and  $T' < 0$  layers is roughly 100 wall units as in the fully developed turbulent channel flow.

This snapshot has been chosen on purpose, because it shows another interesting phenomena that takes place in the centre of the turbulent core. The zoomed view of this zone is shown on the top. Long  $T' < 0$  alternated by thicker  $T' > 0$  streaks appear again. These streaks are meandering and are not surrounded by the QSV's in the range  $500 < x^+ < 1400$  near the center at the top of Fig. 11. They roll up later at  $x^+ > 1400$  into QSV's, at the right. Thus, they are not the footprints of the buffer layer active eddies. They are the precursor of the streak instability process mechanism which is the primary step in the near wall active eddies regeneration process. The transient growth and the related streak instability has been investigated through physical models by different authors, particularly by Schoppa and Hussain [32]. The detailed analysis of the spot dynamics may provide a more realistic situation in which the streaks stability can be analysed, instead of more or less realistic physical models. This point is out of scope of the present investigation but deserves further attention in the future.

The QSV's are randomly distributed everywhere but clusters of QSV's appear mostly on the outskirts of the spot. Fig. 11 gives the impression that the center of the turbulent core is less active in terms of the coherent structures population. This is only an impression in this particular snapshot. Careful analysis of QSV's population between  $140 < t^* < 175$  (not shown here) revealed that the center of the turbulent core is equally active. But, clusters of QSV's, that are closely separated and regrouped in the streamwise direc-



**Fig. 11.** Top view of the quasi-streamwise vortices (with positive streamwise vorticity in red, and negative streamwise vorticity in blue) detected by the  $\lambda_2^+ = -0.02$  contours. Superposed is the fluctuating temperature field at  $y^+ = 15$ . (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

tion, appear most of the time on the outskirts of the turbulent spot. They are somewhat mostly generated in the wave area and interact subsequently with the turbulent core. There are mainly two preliminary conditions for the streamwise vorticity layers to roll-up into coherent vortices (Jiménez and Orlandi [33]). Firstly, the vorticity has to be intense and concentrated, and secondly a strong discontinuity is needed at the edges of the vorticity layers to trigger the roll-up. The periphery of the spot is in essence discontinuous, explaining presumably the concentration of vortex clusters in this region.

#### 4. Conclusion

The flow and temperature fields are investigated inside a turbulent spot imposed on a Poiseuille flow. The aim is to determine the degree of thermal and dynamic similarity of the internal-structure of the transitional spot with the fully developed turbulent regime. Direct numerical simulations of high accuracy and resolution are used for this purpose. The results are compared with fully developed turbulent channel flow statistics, obtained in situ at the same Reynolds number of the base flow. The velocity and temper-

ature statistics are computed within the spot and they are properly scaled by the shear velocity and the wall temperature induced by the spot. The flow and temperature statistics in the turbulent area of the spot collapse well with the statistics of the fully developed turbulent channel flow. The turbulent core is surprisingly well homogeneous in the streamwise and spanwise directions, as verified by the budget of the temperature fluctuations transport equations. Even the fine structures, defined as the skewness and flatness of the temperature fluctuations, collapse well with the fully developed wall turbulence in the turbulent core. The wave area of the spot induces large velocity and temperature fluctuations at the wing tips, but alters only moderately the Reynolds shear stress. The large temperature fluctuations observed in the wave area result from large streamwise fluctuations in the same regions, since the temperature-streamwise correlations dominate the passive scalar field. The role played by the large-scale structures in the wave region is similar (but not identical) to the role played by the passive eddies in the fully developed wall turbulence. The spot is populated by the quasi-streamwise vortices, whose length scales are comparable to the buffer layer active eddies of the fully developed wall turbulence. The QSV's induce low and high temperature streaks, and some precursors of the streak instability process are visible in the central portion of the turbulent core. The clusters or groups of QSV's, which in the fully developed turbulence, lead to the large-scale-motions, appear mostly on the outskirts of the spot.

The small-scale motions resulting from the wave breakdown process have some benefic effects on the mixing. The turbulent fluxes of the scalar transport process increase in the spot compared to the fully developed wall turbulence. The stirring time is shortened by a factor of two. Some reasonable estimations based on the dissipation of the turbulent kinetic energy show that the mixing is 25% more rapid in the spot, and the surface to volume ratio is about 16% larger. These results have to be confirmed by a specific study on mixing in the transitional spot. Thus, we have any interest in maintaining the transition as long as we can in low Reynolds number flows, contrarily to the idea that the fully developed wall turbulence is more efficient in terms of transport and mixing. The by-pass transition can for instance be triggered in the entry region of a channel flow, through small amplitude perturbations such as passing wakes, blowing or suction and roughness. The triggering mechanism is entirely passive in the latter case. The turbulent spots can also be generated continuously in time and space. The analysis of the interactions of the wave areas of multiple transitional spots in the latter configuration would then be of some interest.

## 5. Acknowledgments

Most of the computations presented in this paper were performed using the GRICAD infrastructure (<https://gricad.univ-grenoble-alpes.fr>), which is supported by Grenoble research communities. LEGI is member of Labex TEC21 ("Investissements d'Avenir" Grant Agreement ANR-11-LABX-0030) and Labex Osug@2020 ("Investissements d'Avenir" Grant Agreement ANR-10-LABX-0056).

## 6. Funding

The authors would like to acknowledge the financial support from Labex TEC21 ("Investissements d'Avenir" Grant Agreement ANR-11-LABX-0030).

## Declaration of Competing Interest

The authors report no conflict of interest.

## CRedit authorship contribution statement

**Benjamin Arrondeau:** Software, Data curation, Investigation, Validation, Visualization, Formal analysis. **Sedat Tardu:** Project administration, Conceptualization, Supervision, Resources, Writing – original draft. **Olivier Doche:** Resources, Software.

## Data availability

Data will be made available on request.

## Appendix A. Computational Details

The Navier-Stokes equation scaled by the channel half height  $H$  and the centerline velocity  $U_C$  together with the continuity equation read for:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j^2} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Here,  $u_i$  is the  $i^{\text{th}}$  velocity component,  $p$  is the pressure and the Reynolds number is  $Re = (U_C H)/\nu$ . The computational domain is a  $L_x \times L_y \times L_z$  rectangular box discretized by a structured mesh of  $n_x \times n_y \times n_z$  mesh nodes. The boundary conditions are the no-slip at the wall and periodicity in the streamwise  $x$  and spanwise  $z$  directions. The mesh nodes are distributed uniformly along  $x$  and  $z$  and refined near the wall in the  $y$  direction through a hyperbolic tangent distribution. The  $y$  coordinate for the  $j^{\text{th}}$  node is deduced from a uniform nodes' distribution  $s(j) = (j-1)/n_y$ , modified through the following expression:

$$y(j) = 1 + \frac{\tanh(a(s(j) - 0.5))}{\tanh\left(\frac{a}{2}\right)} \quad (\text{A.3})$$

where  $\alpha = 0.38$  controls the intensity of the refinement near the boundaries. A Jacobian approach is used to evaluate the derivatives along the  $y$  direction. The first and second derivatives used for convective and diffusive terms are then given by:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial s}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial s}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \frac{\partial f}{\partial s} + \left(\frac{\partial s}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} \quad (\text{A.4})$$

where  $\delta$  denotes spatial derivatives estimations obtained through an explicit optimised (EO) numerical scheme. The coefficients related to the mesh geometry,  $ds/dy$  and  $(ds/dy)^2$ , found in Eq. (A.4) are evaluated analytically from the relation Eq. (A.3). Considering the temporal flow evolution, the solution at the next time (sub)iteration  $k+1$  is explicitly obtained by integrating Eq. (A.1). The time interval  $[t, t + \Delta t]$  is then divided into  $n_k$  sub-steps ( $t_1 = t, t_2, \dots, t_{n_k} = t + \Delta t$ ).

By applying the fractional step method, the velocity is corrected to become solenoidal for each time iteration. Making use of the conventional Einstein notation for spatial coordinate and velocity components (for which subscripts 1,2,3 refer respectively to the spanwise  $z$ , wall-normal  $y$ , and streamwise  $x$  component), the temporal advancement of Eq. (A.1) can be expressed as:

$$U^{k+1} = U^k + R_p \text{ mean} + R_p \text{ fluct} + R_{adv} + R_{diff} \quad (\text{A.5})$$

where:

$$R_p \text{ mean} = - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} dt \right)$$

$$R_p \text{ fluct} = - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\partial p'}{\partial x_i} dt \right)$$

$$R_{adv} = - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} dt \right)$$

$$R_{diff} = \frac{1}{Re} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} dt \right)$$

$\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}$  and  $\frac{\partial p'}{\partial x_i}$  stand, respectively, for the mean pressure gradient and the pressure gradient fluctuation.  $R_p$  mean is evaluated through the global flow rate conservation.

The advection and diffusion terms, respectively,  $R_{adv}$  and  $R_{diff}$  are estimated explicitly from the previous and the current fields as:

$$R_{adv} + R_{diff} = \alpha_k \Delta t \left( -\frac{\widehat{\partial u_j u_i}}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\widehat{\partial^2 u_i}}{\partial x_i^2} \right)_k + \beta_k \Delta t \left( -\frac{\widehat{\partial u_j u_i}}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\widehat{\partial^2 u_i}}{\partial x_i^2} \right)_{k-1} \quad (A.6)$$

where  $\widehat{\phantom{x}}$  denotes spatially discretized operators. In this study, the spatial numerical operators are expressed by using 5th order explicit optimised (EO) finite differences scheme. EO schemes are derived from the dispersion-relation-preserving (DRP) schemes (see Bauer et al. [16] for technical details). In contrast to compact scheme discretization, an explicit scheme requires only the function value at the neighbouring points in order to approximate the derivatives. Hence, the derivative estimations are direct while it necessarily implies a matrix inversion in the compact schemes.

The time advancement is performed by a Runge-Kutta third order (RK3) scheme in which the coefficients involved in the three iteration steps are  $\alpha_{1,2,3} = [8/15; 5/12; 3/4]$  and  $\beta_{1,2,3} = [0; -17/60; -5/12]$ .

$R_p$  fluct is the fluctuating pressure gradient evaluated from the pressure at  $(k+1)$ . Indeed, the Eq. (A.5) can be reformulated as:

$$U^{k+1} = \tilde{U}^{k+1} - (\alpha_k + \beta_k) \Delta t \widehat{\nabla \tilde{p}^{k+1}} \quad (A.7)$$

where  $\tilde{U}^{k+1} = U^k + R_p$  mean +  $R_{adv}$  +  $R_{diff}$  is a first estimation of the velocity field, based on terms known at the current time iteration. The quantity  $\tilde{p}^{k+1}$  is then calculated by applying the divergence free operator to Eq. (A.7) and solving the resulting Poisson equation:

$$\widehat{\nabla^2 \tilde{p}^{k+1}} = \frac{1}{\Delta t (\alpha_k + \beta_k)} \widehat{\nabla \tilde{U}^{k+1}} \quad (A.8)$$

The Poisson equation for the pressure is solved in the Fourier domain (through FFT decomposition) at each  $x-z$  plane.

For the temporal evolution of the passive scalar  $T$ , the same method is used as for the flow. The temporal advancement can be expressed as:

$$T^{k+1} = T^k + R_{adv} T + R_{diff} T \quad (A.9)$$

where:

$$R_{adv} T = - \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\partial u_i T}{\partial x_i} dt \right)$$

$$R_{diff} T = \frac{1}{Re} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} dt \right)$$

Those two terms are estimated explicitly from the previous and the current fields as:

$$R_{adv} T + R_{diff} T = \alpha_k \Delta t \left( -\frac{\widehat{\partial u_i T}}{\partial x_i} + \frac{1}{PrRe} \frac{\widehat{\partial^2 T}}{\partial x_j^2} \right)_k + \beta_k \Delta t \left( -\frac{\widehat{\partial u_i T}}{\partial x_i} + \frac{1}{PrRe} \frac{\widehat{\partial^2 T}}{\partial x_j^2} \right)_{k-1} \quad (A.10)$$

## References

- [1] S. Tardu, Forcing a low Reynolds number channel flow to generate synthetic turbulent-like structures, *Comput. Fluids* 55 (2012) 101–108, doi:10.1016/j.compfluid.2011.11.005.
- [2] N.N. Anika, L. Djenidi, S. Tardu, Roughness effect in an initially laminar channel flow, *J. Fluid Mech.* 892 (2020) A34, doi:10.1017/jfm.2020.207.
- [3] T. Herbert, Secondary instability of boundary layers, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 20 (1988) 487–526, doi:10.1146/annurev.fl.20.010188.002415.
- [4] I. Wygnanski, J.H. Haritonidis, R.E. Kaplan, On a Tollmien-Schlichting wave packet produced by a turbulent spot, *J. Fluid Mech.* 92 (1979) 505–528, doi:10.1017/S0022112079000756.
- [5] X. Wu, P. Moin, J.M. Wallace, J. Skarda, A. Lozano-Durán, J.-P. Hickey, Transitional-turbulent spots and turbulent-turbulent spots in boundary layers, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 114 (2017), doi:10.1073/pnas.1704671114.
- [6] F. Alavayoon, D.S. Henningson, P.H. Alfredsson, Turbulent spots in plane poiseuille flow—flow visualization, *Phys. Fluids* 29 (1986) 1328, doi:10.1063/1.865884.
- [7] D.S. Henningson, P.H. Alfredsson, The wave structure of turbulent spots in plane poiseuille flow, *J. Fluid Mech.* 178 (1987) 405–421, doi:10.1017/S0022112087001289.
- [8] F.W. Chambers, A.S.W. Thomas, Turbulent spots, wave packets, and growth, *Phys. Fluids* 26 (1983) 1160, doi:10.1063/1.864276.
- [9] D.S. Henningson, J. Kim, On turbulent spots in plane poiseuille flow, *J. Fluid Mech. Digit. Arch.* 228 (1991) 183, doi:10.1017/S0022112091002677.
- [10] M. Lagha, Turbulent spots and waves in a model for plane poiseuille flow, *Phys. Fluids* 19 (2007) 124103, doi:10.1063/1.2821912.
- [11] M. Gad-El-Hak, R.F. Blackwelder, J.J. Riley, On the growth of turbulent regions in laminar boundary layers, *J. Fluid Mech.* 110 (1981) 73–95, doi:10.1017/S002211208100061X.
- [12] A. Glezer, Y. Katz, I. Wygnanski, On the breakdown of the wave packet trailing a turbulent spot in a laminar boundary layer, *J. Fluid Mech.* 198 (1989) 1, doi:10.1017/S0022112089000017.
- [13] I. Wygnanski, M. Sokolov, D. Friedman, On a turbulent 'spot' in a laminar boundary layer, *J. Fluid Mech.* 78 (1976) 785, doi:10.1017/S0022112076002747.
- [14] A.V. Johansson, J.-Y. Her, J.H. Haritonidis, On the generation of high-amplitude wall-pressure peaks in turbulent boundary layers and spots, *J. Fluid Mech.* 175 (1987) 119, doi:10.1017/S0022112087000326.
- [15] D.S. Henningson, Wave growth and spreading of a turbulent spot in plane poiseuille flow, *Phys. Fluids A* 1 (1989) 1876–1882, doi:10.1063/1.857512.
- [16] F. Bauer, S. Tardu, O. Doche, Efficiency of high accuracy DRP schemes in direct numerical simulations of incompressible turbulent flows, *Comput. Fluids* 107 (2015) 123–140, doi:10.1016/j.compfluid.2014.10.009.
- [17] S.L. Lyons, T.J. Hanratty, J.B. McLaughlin, Direct numerical simulation of passive heat transfer in a turbulent channel flow, *Int. J. Heat Mass Transf.* 34 (4) (1991) 1149–1161, doi:10.1016/0017-9310(91)90024-9.
- [18] D.S. Henningson, A. Lundbladh, A.V. Johansson, A mechanism for bypass transition from localized disturbances in wall-bounded shear flows, *J. Fluid Mech.* 250 (1993), doi:10.1017/S0022112093001429.
- [19] S. Tardu, R. Nacereddine, Bypass transition through interactions of localized disturbances in wall-bounded flows, *Nonlinear Dyn.* 50 (4) (2007) 767–779, doi:10.1007/s11071-007-9233-2.
- [20] S.F. Tardu, R. Nacereddine, Towards efficient micromixing by synthetic vortical structures, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C: J. Mech. Eng. Sci.* 222 (2008), doi:10.1243/09544062JMES714.
- [21] F.S. Tardu, J. Baerenzung, Time and space development of anisotropy in a spanwise rotating channel, *7th Turbulence Shear Flow Phenomena Symposium* (2011) 1–6.
- [22] V. Yakhot, Dissipation-scale fluctuations and mixing transition in turbulent flows, *J. Fluid Mech.* 606 (2008) 325–337, doi:10.1017/S0022112008001791.
- [23] A.A.R. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge University Press (1980).
- [24] S. Tardu, *Transport and Coherent Structures in Wall Turbulence*, John Wiley & Sons (2014).
- [25] S. Leonardi, P. Orlandi, L. Djenidi, R.A. Antonia, Guidelines for modeling a 2d rough wall channel flow, *Flow Turbul. Combust.* 77 (2006) 41–57, doi:10.1007/s10494-006-9036-4.
- [26] K.R. Sreenivasan, Turbulent mixing: a perspective, *Proc. Natl. Acad. Sci.* 116 (2019) 18175–18183, doi:10.1073/pnas.1800463115.
- [27] Z. Warhaft, Passive scalars in turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 32 (2000) 203–240, doi:10.1146/annurev.fluid.32.1.203.
- [28] P.E. Dimotakis, Turbulent mixing, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 37 (2005) 329–356, doi:10.1146/annurev.fluid.36.050802.122015.
- [29] J. Jeong, F. Hussain, On the identification of a vortex, *J. Fluid Mech.* 285 (1995) 69–94, doi:10.1017/S0022112095000462.
- [30] J. Kim, P. Moin, R. Moser, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number, *J. Fluid Mech.* 177 (1987) 133–166, doi:10.1017/S0022112087000892.
- [31] J. Jeong, F. Hussain, W. Schoppa, J. Kim, Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.* 332 (1997) 185–214, doi:10.1017/S0022112096003965.
- [32] W. Schoppa, F. Hussain, Coherent structure generation in near-wall turbulence, *J. Fluid Mech.* 453 (2002) 57–108, doi:10.1017/S002211200100667X.
- [33] J. Jiménez, P. Orlandi, The rollup of a vortex layer near a wall, *J. Fluid Mech.* 248 (1993) 297–313, doi:10.1017/S0022112093000783.

# D

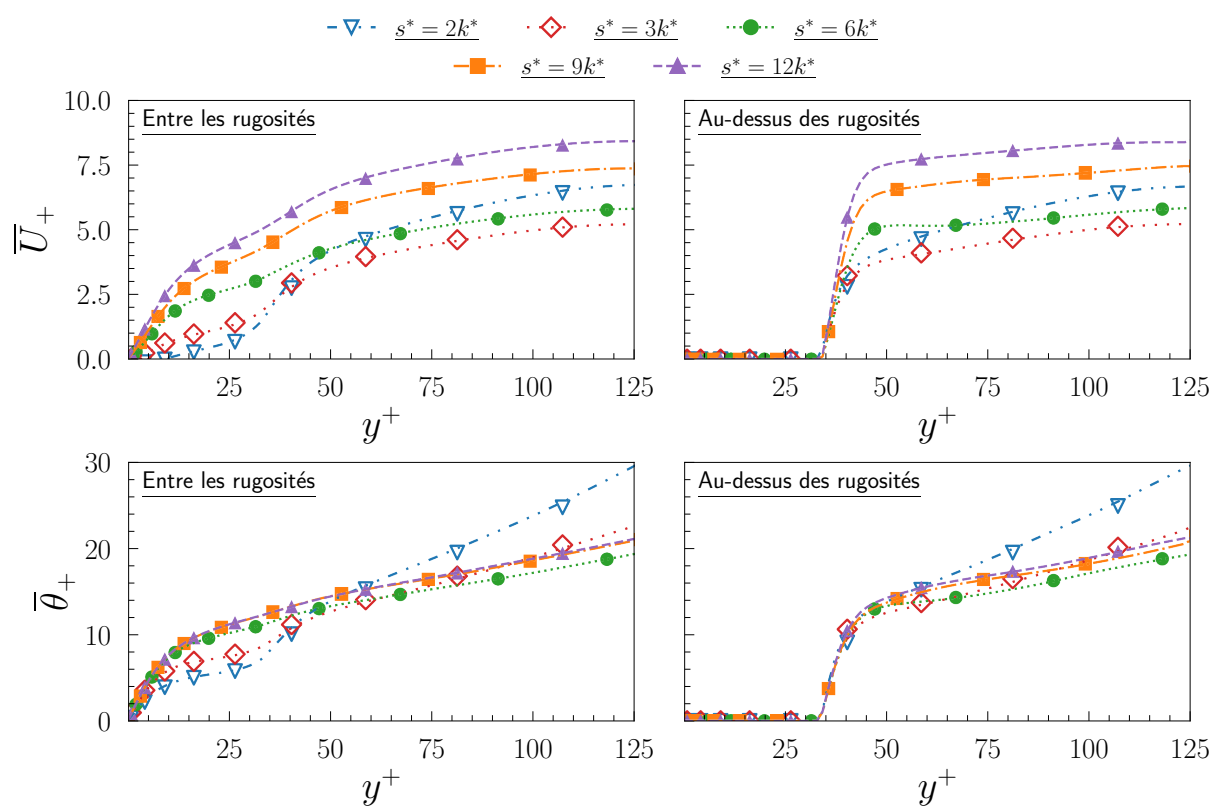
## Complément à l'étude de la transition en écoulement rugueux

---

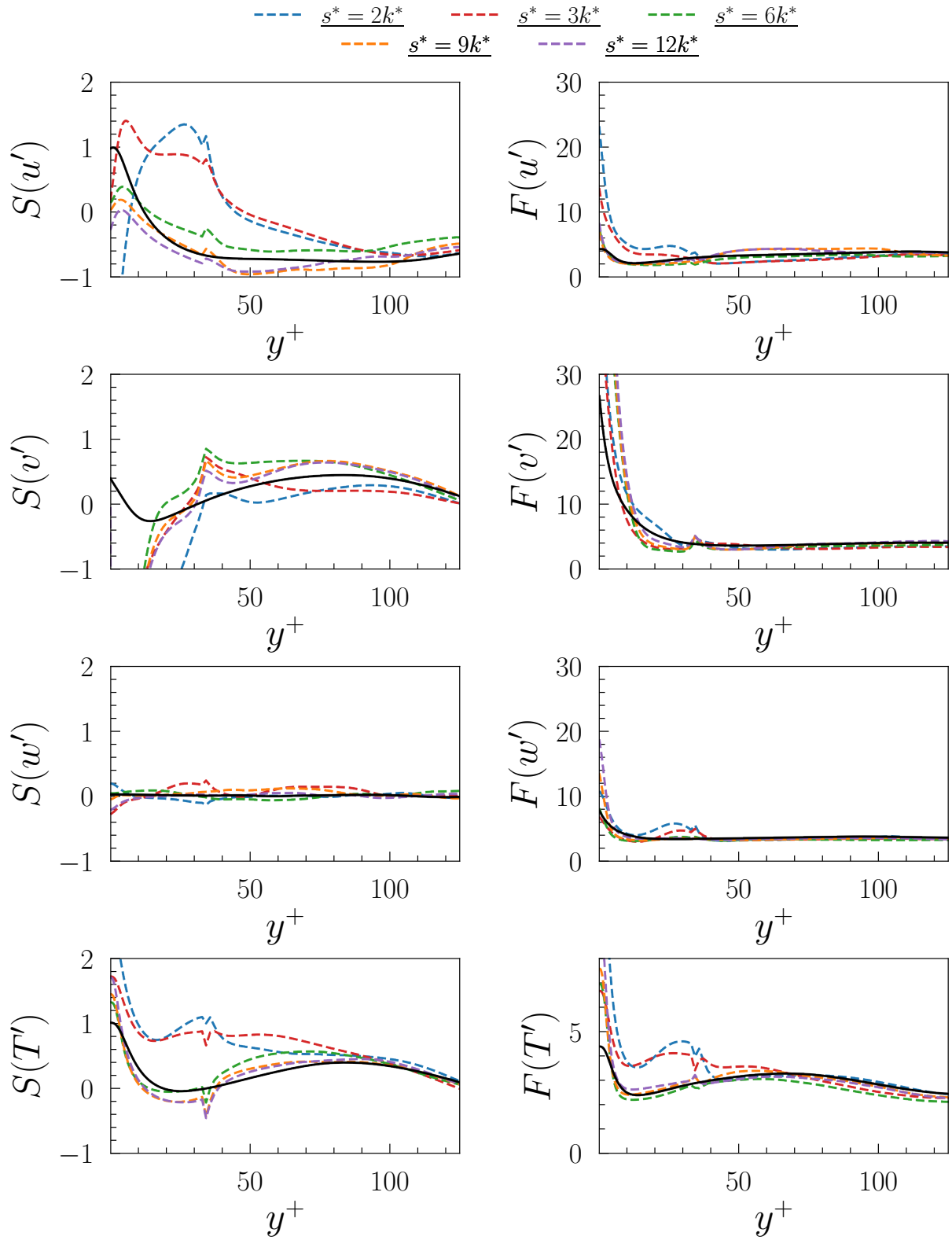
*Cette annexe contient des graphes complémentaires à l'étude de la transition en écoulement rugueux. Tous les cas étudiés sont représentés sur ces graphes.*

---

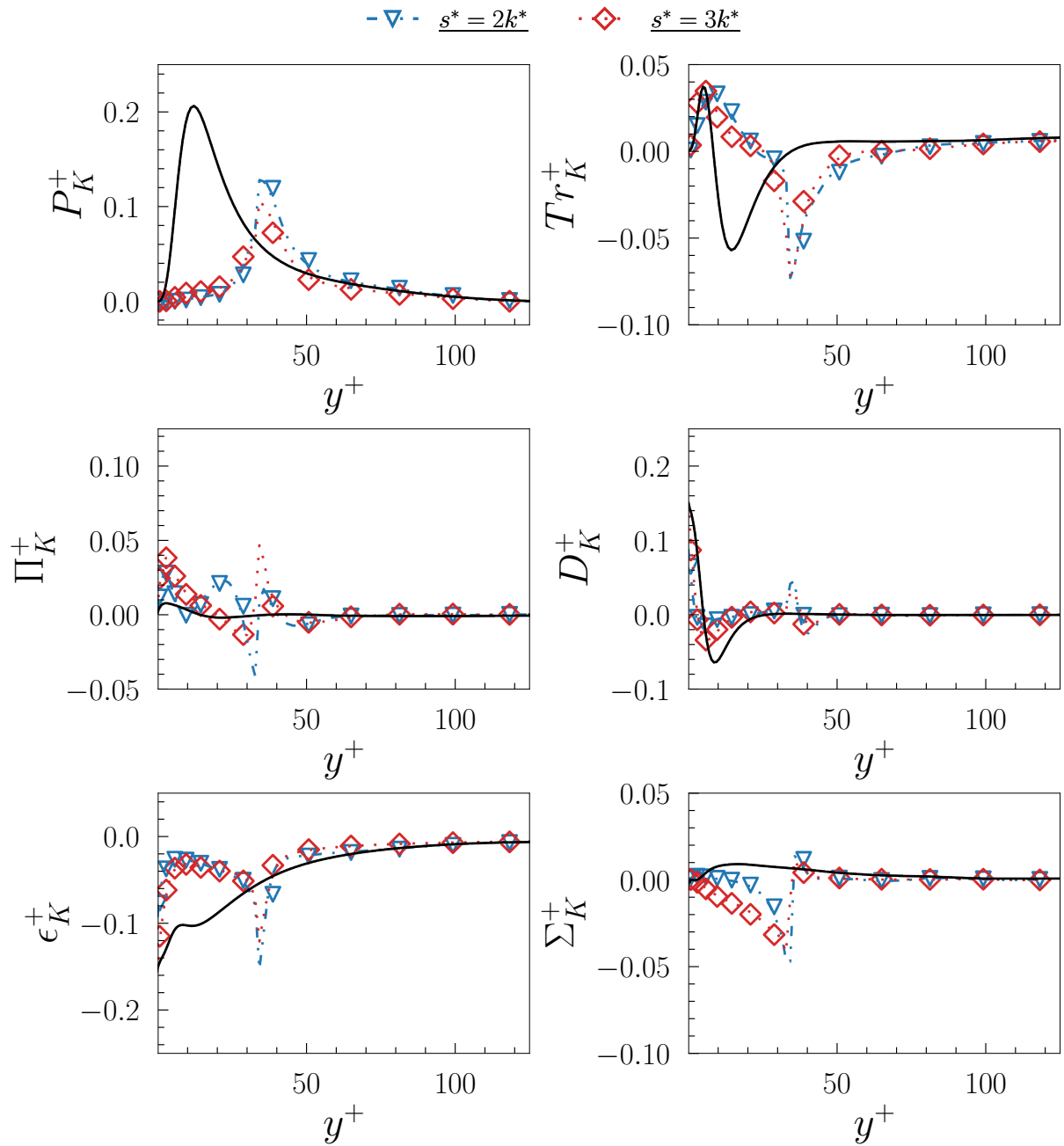




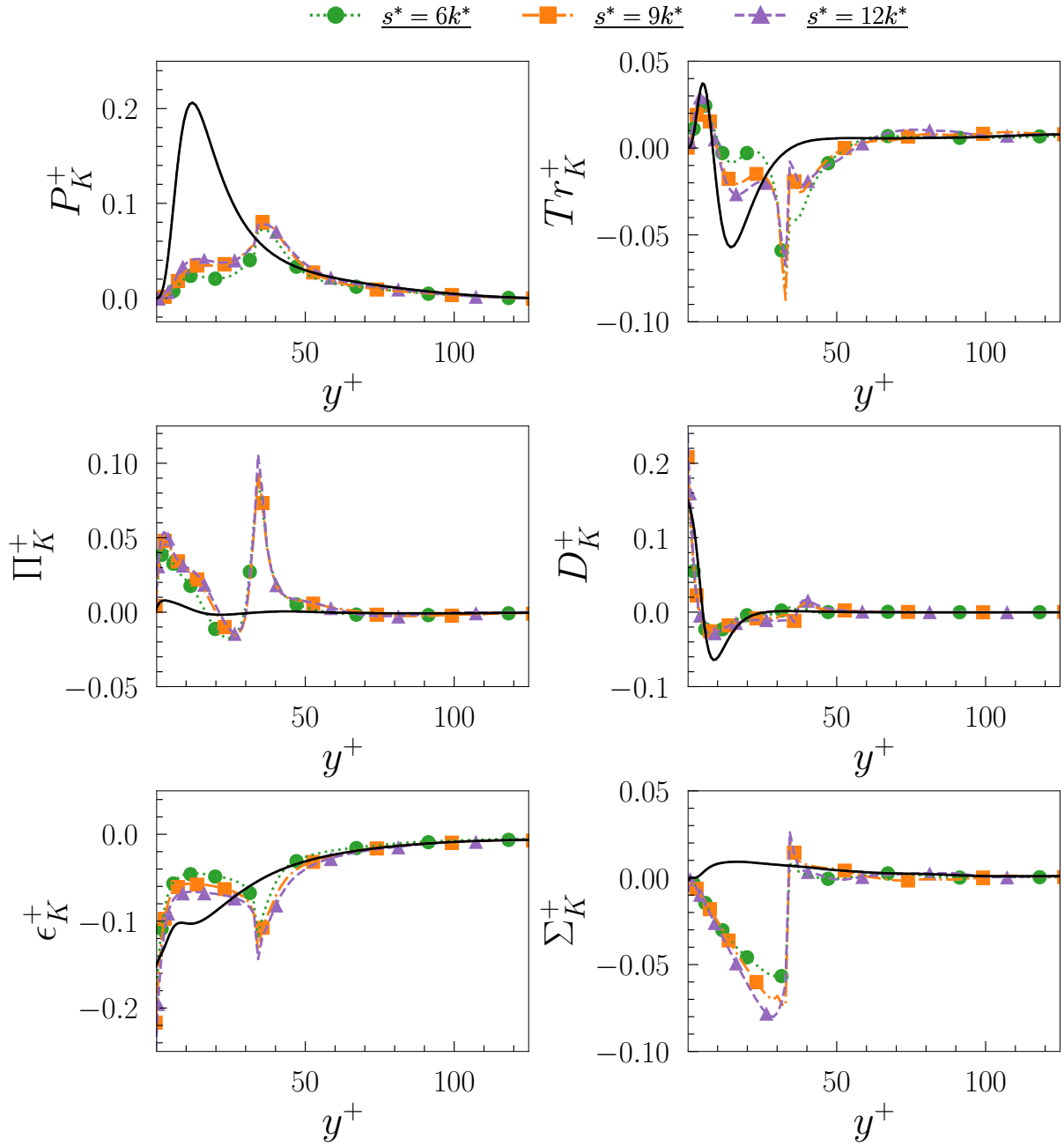
**Figure D.1** – Moyennes locales de la vitesse longitudinale  $\bar{U}_+$  (**en haut**) et de la température  $\bar{\theta}_+$  (**en bas**) entre et au-dessus des rugosités.



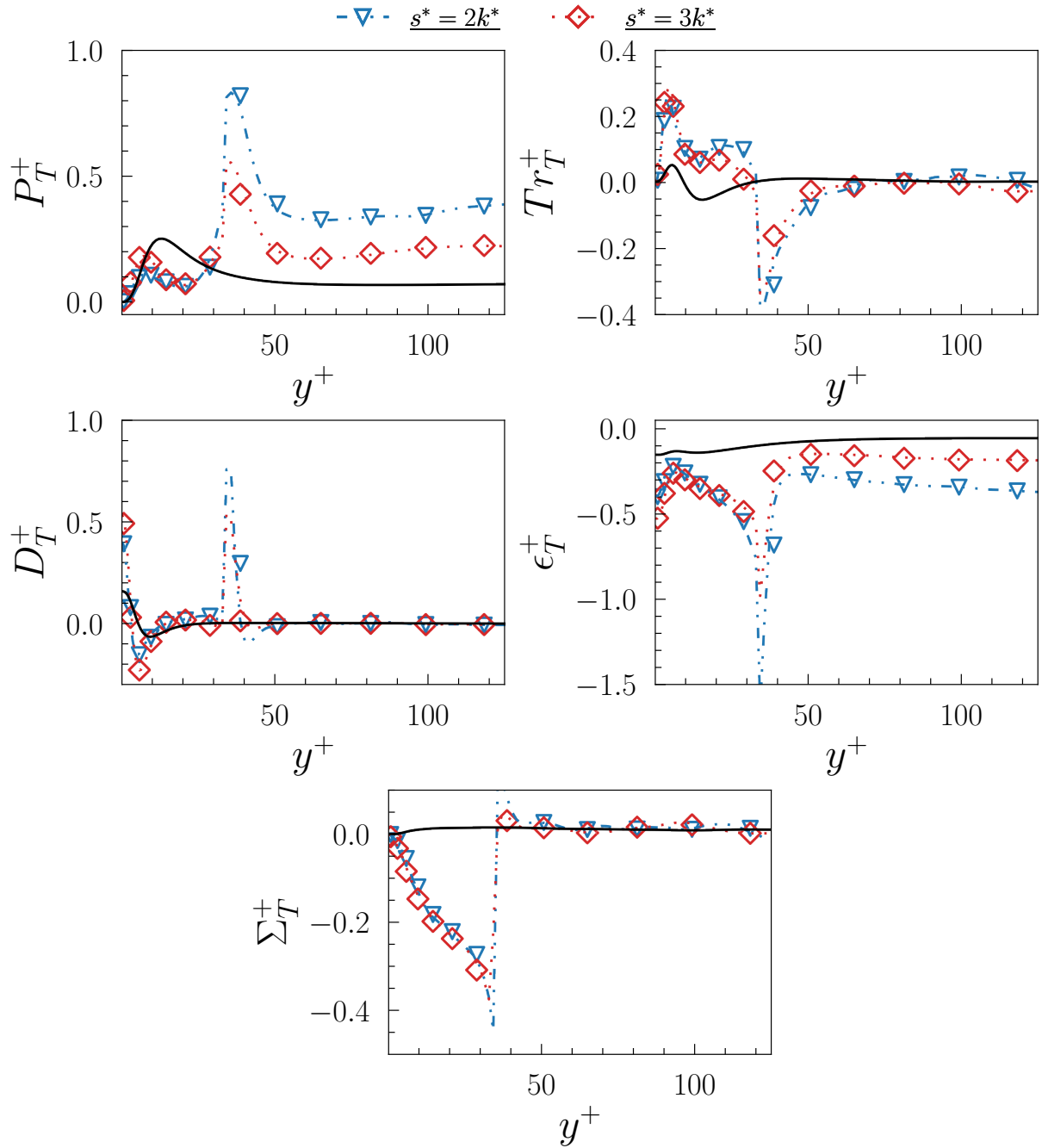
**Figure D.2** – Profils des facteurs de dissymétrie et d'aplatissement obtenus dans les différents cas.



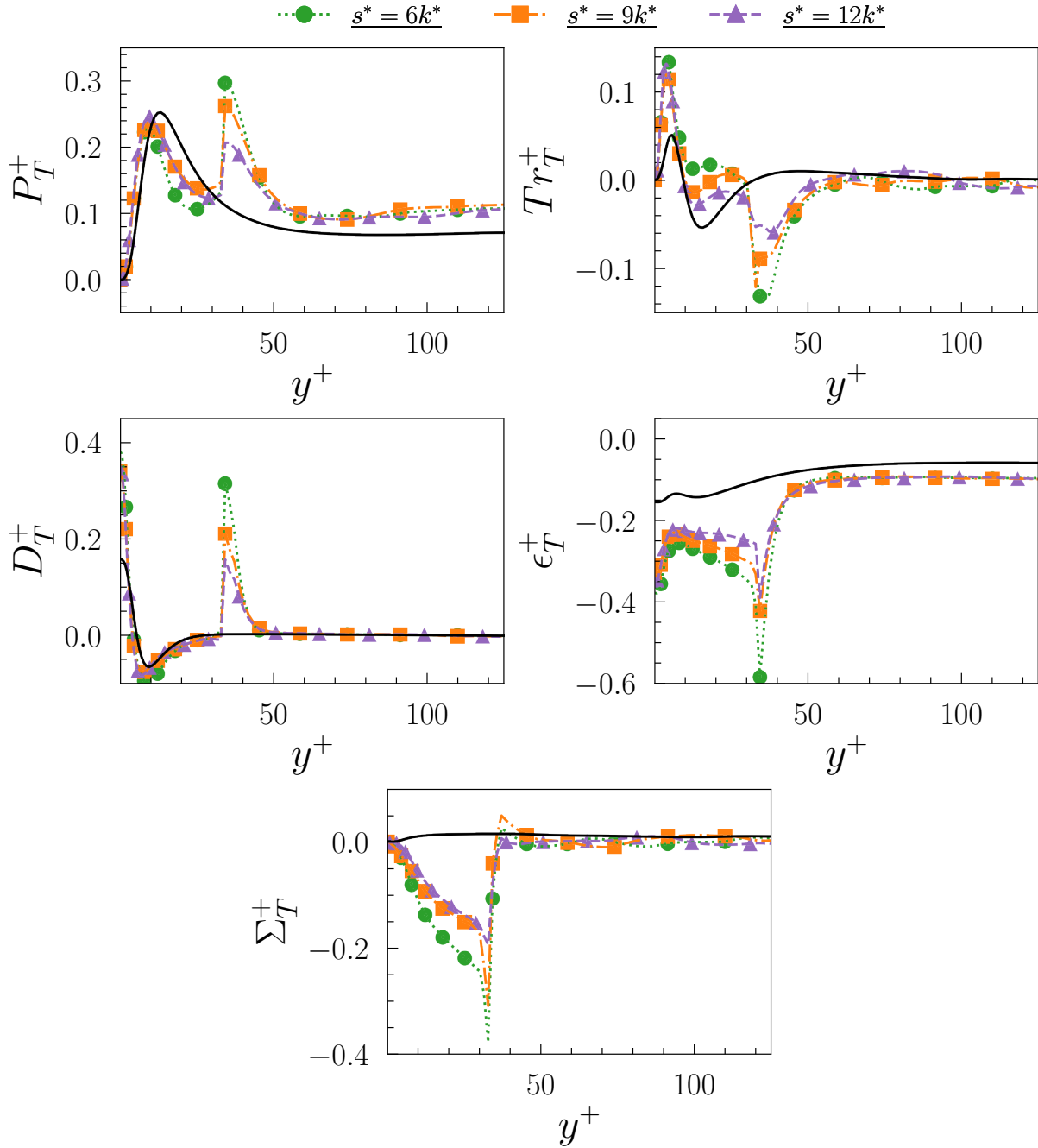
**Figure D.3** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  obtenus dans les configurations  $s^*/k^* = \{2, 3\}$ .



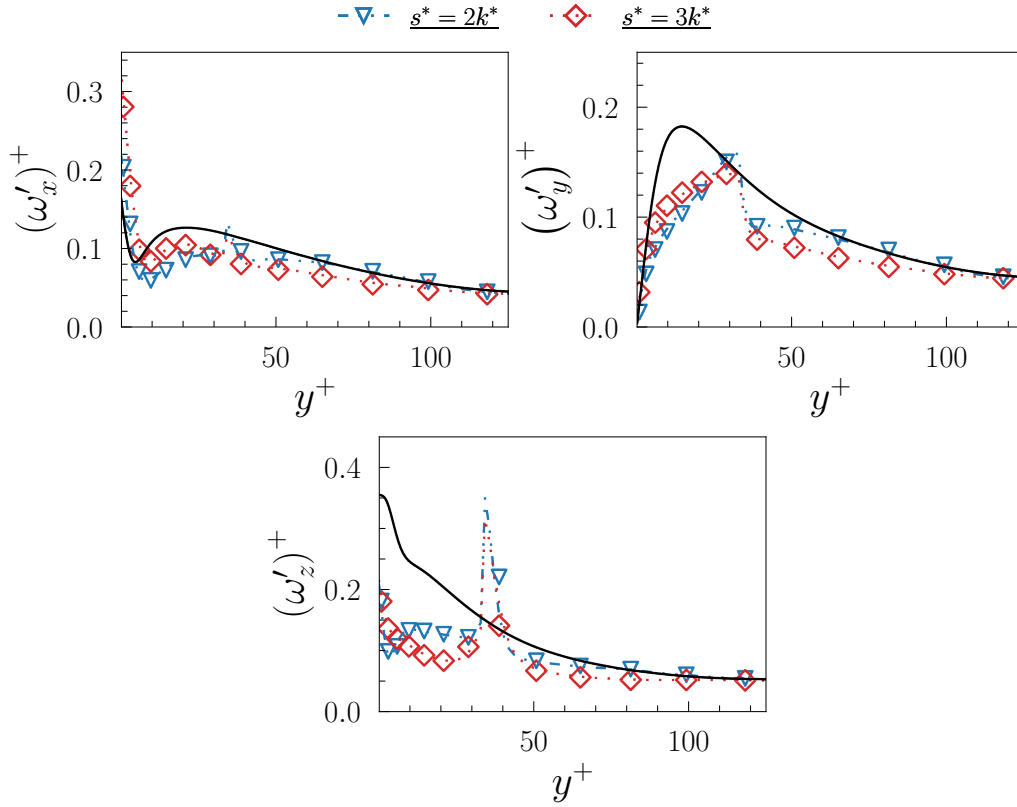
**Figure D.4** – Profils des termes de l'équation de transport de l'énergie cinétique  $K$  obtenus dans les configurations  $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$ .



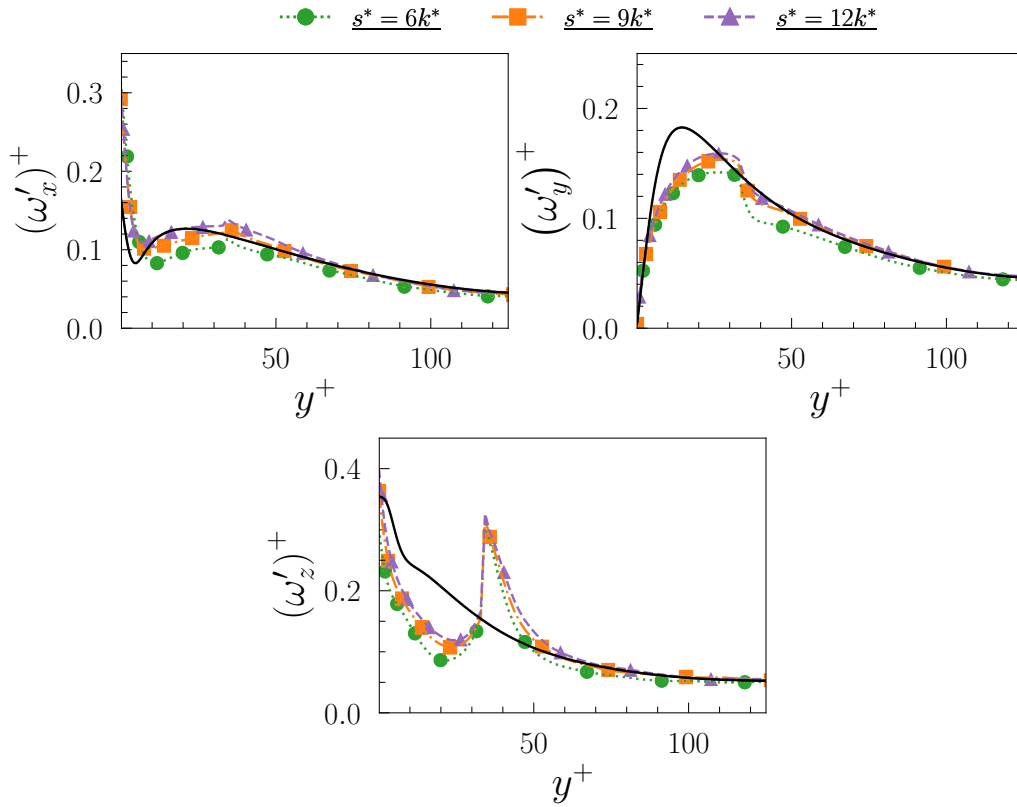
**Figure D.5** – Profils des termes de l'équation de transport de la variance de température  $\overline{T'T'}$  obtenus dans les configurations  $s^*/k^* = \{2, 3\}$ .



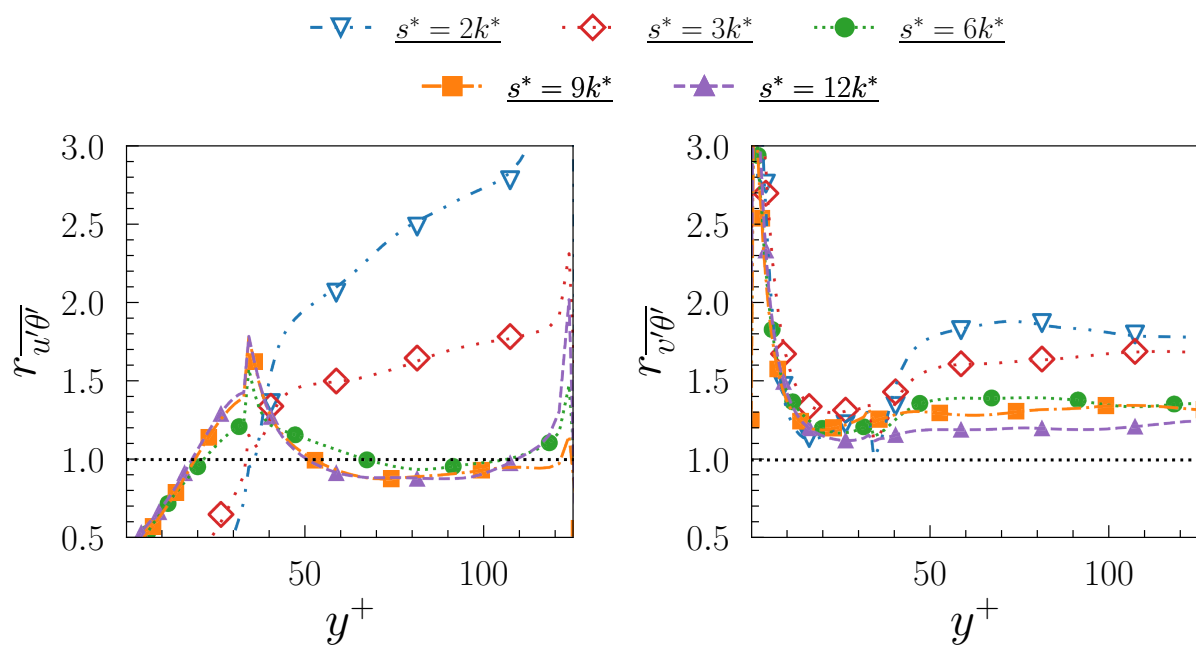
**Figure D.6** – Profils des termes de l'équation de transport de la variance de température  $\overline{T'T'}$  obtenus dans les configurations  $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$ .



**Figure D.7** – Profils RMS de vorticité  $\omega'_x$ ,  $\omega'_y$  et  $\omega'_z$  obtenus dans les configurations  $s^*/k^* = \{2, 3\}$ .



**Figure D.8** – Profils RMS de vorticité  $\omega'_x$ ,  $\omega'_y$  et  $\omega'_z$  obtenus dans les configurations  $s^*/k^* = \{6, 9, 12\}$ .



**Figure D.9** – Rapport des flux turbulents longitudinaux et verticaux obtenus dans les différentes configurations rugueuses et ceux obtenus dans le canal turbulent.





Publication 10<sup>ème</sup> Symposium *Turbulence,*  
*Heat and Mass Transfer*

---

*Cette annexe contient la publication qui va apparaître dans les comptes rendus du 10<sup>ème</sup> Symposium Turbulence, Heat and Mass Transfer.*

---

# Effect of staggered roughness on the heat transfer in an initially laminar channel flow

B. Arrondeau<sup>1</sup>, S. Tardu<sup>1</sup>, L. Djenidi<sup>2</sup> and O. Doche<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *Grenoble Alpes University, Laboratoire LEGI, Domaine Universitaire CS 40700, 38058, Grenoble Cedex 9, France, [benjamin.arrondeau@univ-grenoble-alpes.fr](mailto:benjamin.arrondeau@univ-grenoble-alpes.fr), [Sedat.Tardu@legi.grenoble-inp.fr](mailto:Sedat.Tardu@legi.grenoble-inp.fr)*

<sup>2</sup> *Mech. Eng. Dept., IIT Bombay Powai, Mumbai, 400076, India [lyazid.djenidi@newcastle.edu.au](mailto:lyazid.djenidi@newcastle.edu.au)*

<sup>3</sup> *Grenoble Alpes University, Laboratoire SIMaP/EPM, Phelma-Campus 1130 rue de la Piscine BP75 38402 Saint Martin d'Hères, France, [olivier.doche@grenoble-inp.fr](mailto:olivier.doche@grenoble-inp.fr)*

**Abstract** – By-pass transition and heat transfer in an initially laminar low Reynolds number channel flow with rough walls are investigated using direct numerical simulations. The aim is to determine whether or not the turbulence can be triggered and maintained under these circumstances. The roughness elements are square rod bars of large heights. Three-dimensional pseudo-turbulence cannot be triggered when the roughness elements extend the width of the channel. A staggered configuration is necessary to break up the spanwise symmetry, in which case a pseudo-fully developed rough regime sets up even at very low Reynolds numbers, leading to large Nusselt numbers over the crests. There is a dissimilarity between the fluctuating temperature and the velocity fields.

## 1. Introduction

There is a huge literature on the passive scalar transport over rough walls, but limited research has been done on the by-pass transition mechanism induced by the roughness elements and the resulting flow and scalar fields so far. Two dimensional roughness such as, transverse square bars spanning the whole width of the channel and mounted on both walls of the channel, do not lead to the by-pass transition in a low Reynolds laminar flow. Break-up of the spanwise symmetry by either imposing spanwise asymmetric local perturbations (Anika et al., 2018) or redistributing the roughness elements in a staggered way (Anika et al. 2020) is necessary to achieve transition. Once the symmetry is broken, the flow becomes fully turbulent with strong similarities to fully rough wall turbulent channel flows at much higher Reynolds numbers.

Past research on this topic has been concentrated on the flow and by-pass mechanism characteristics, dealing basically with only one roughness distribution configuration. One of the questions that arises is whether there is an optimum repartition of the staggered roughness elements, particularly of the streamwise shift between the latters, to achieve rapid transition. The second crucial point is on the behavior of the heat transfer and scalar transport processes in these somewhat original configurations. Both points constitute the main contributions of the present investigation. The main target is the mixing enhancement in microfluidics.

## 2. Direct numerical simulations, flow configuration and notations

Direct numerical simulations (DNS) of the flow  $u_i$  and the temperature  $T$  fields are

conducted in a way similar to Arrondeau et al. (2023). This is combined with the Immersed Boundary Method (IBM) described in Fadlun et al. (2000). The direct forcing technique of Kim et al. (2001) is used for the velocity field, while the interpolation technique of Fadlun et al. (2000) is used for the temperature field. The passive scalar problem is investigated in a way similar to Lyons et al. (1991). The temperature is held constant over the lower rough wall at  $T_l = -T_w$  and at  $T_u = T_w$  at the upper rough wall. Here  $\Delta T$  denotes  $\Delta T = T_u - T_l$  and  $\theta = T - T_l$ . The streamwise, wall normal and spanwise coordinates are denoted by  $x$ ,  $y$  and  $z$ , along which the local velocity components are  $u$ ,  $v$  and  $w$  respectively. The fluctuating

fields are denoted by  $(\quad)'$ . The shear velocity is  $u_\tau = \sqrt{\frac{H(\frac{d\bar{p}}{dx})}{\rho}}$  where  $H$  is the channel half height,  $d\bar{p}/dx$  is the imposed pressure gradient, and  $\rho$  is the density. The Reynolds (Karman) number is particularly low and it is kept constant at  $Re_\tau = \frac{u_\tau H}{\nu} = 125$  in all the

cases. The wall temperature is defined as  $T_\tau = \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} \right] / Pr Re_\tau$  and the Prandtl number is  $Pr = 1$ . Hereafter  $(\quad)^*$  denotes quantities scaled by  $H$ , and  $(\quad)^+$  by the inner variables  $u_\tau$ ,  $T_\tau$  and the kinematic viscosity  $\nu$ . The Nusselt number is expressed as  $Nu = 2Re_\tau Pr / \theta_b^+$ , where the bulk temperature is  $\theta_b = \int_0^H \bar{U}\theta dy / \int_0^H \bar{U} dy$  and  $\bar{U}$  stands for the mean streamwise velocity. The inner scaling is based on overall  $\bar{d\bar{p}}/dx$ . But, scaling based on local shear velocity, such as over the crests, or the surface between the roughness elements is useful for some aspects, and that will be clearly precised in the manuscript. The quantities scaled by the local inner variables defined this way will be denoted by  $(\quad)_+$ . The IBM method requires fine meshes near the roughness elements. This is why the streamwise and spanwise mesh sizes are as fine as  $\Delta x^+ = 0.8$  and  $\Delta z^+ = 3.06$  here. The sizes of the computational domain are  $6\pi H \times 2H \times \pi H$  in the  $x$ ,  $y$  and  $z$  directions with  $3072 \times 180 \times 128$  computational nodes in most of the cases. The spanwise extend of the domain is increased to  $3\pi H$  by keeping the same resolution for a few cases.

The roughness elements are square bars of large height  $k^* = \frac{k}{H} = 0.27$ . The roughness geometry is shown in Fig. 1a. The staggering parameter characterizing the streamwise shift between the roughness elements is denoted by  $s^*$ . The latter is varied from  $s^* = 0$  (transverse bars spanning the whole channel width) to  $s^* = 12k^*$  in six distinct cases investigated so far. Only significant results will be presented. The pitch is  $p^* = 2s^*$  in all the cases.

The configuration  $s^* = 9k^*$  is identical to Anika et al., (2020) who used the Lattice Boltzman method. The DNS results obtained here are in close agreement with these authors, as a whole. Fig. 1b shows for instance that this is the case for the turbulent intensities profiles of the fluctuating velocity field.

Fig. 2a shows the repartition of the contribution of viscous and form drags denoted respectively by  $\frac{D_v}{D_{tot}}$  and  $\frac{D_f}{D_{tot}}$  for different  $\frac{s^*}{k^*}$  investigated so far. The same results are expressed versus the plan area density  $\lambda_p$  of the roughness distribution in 2b. The plan area density  $\lambda_p$  is defined as the plan area of the square bars divided by the total plan area in

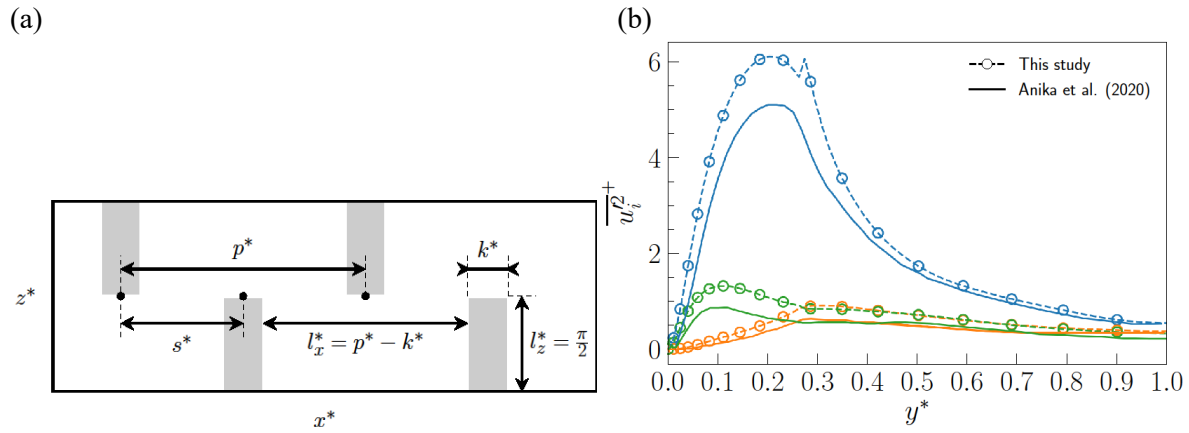


Figure 1 a: Roughness characteristics; b: comparison of turbulent shear stresses profiles with [2] for the case  $s^* = 9k^*$ ; are shown the profiles of the streamwise turbulent intensity  $\overline{u'u'^+}$  (blue), the wall normal intensity  $\overline{v'v'^+}$  (orange), the spanwise turbulent intensity  $\overline{w'w'^+}$  (green).

a way similar to Leonardi and Castro (2010). It is globally seen that the form drag contribution largely overcomes  $\frac{D_v}{D_{tot}}$  particularly at small  $\frac{s^*}{k^*}$ . Furthermore, the frictional drag is negligible at sufficiently large  $\lambda_p$  as already mentioned in Leonardi and Castro (2010).

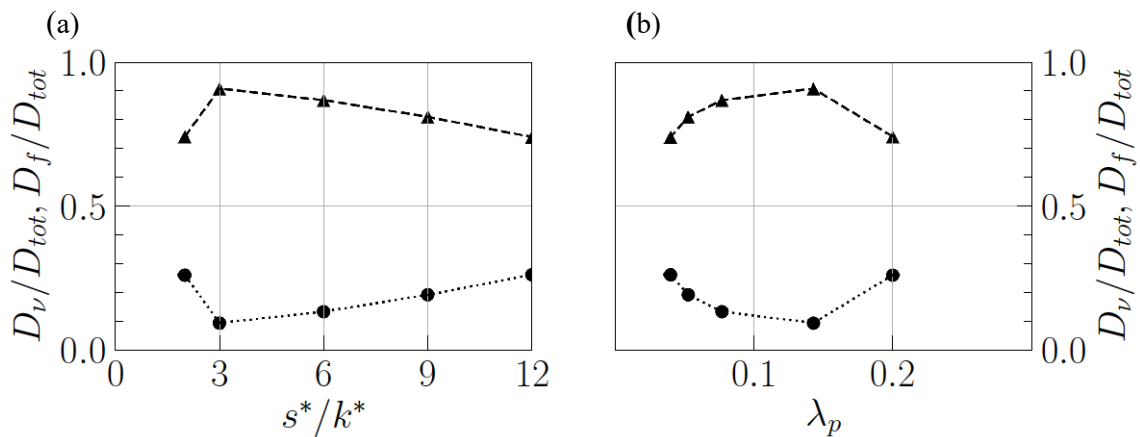


Figure 2 Contribution of the viscous and form drags denoted respectively by  $\frac{D_v}{D_{tot}}$  and  $\frac{D_f}{D_{tot}}$ ; a) repartition for different shifts  $s^*/k^*$ ; b) repartition for different plan area density  $\lambda_p$ .

### 3. Results

It has to be emphasized here again that the flow is initially laminar, with no background turbulence. It remains two-dimensional when transverse square bars span the whole width of the channel i.e, when the shift parameter is  $s^* = 0$ . Under these circumstances, the flow consists of secondary motions in the canopies and the spanwise velocity fluctuations are strictly  $w' = 0$ . This is confirmed in our simulations and the results are in close agreement with Anika et al. (2018). Fig. 3a shows the streamlines and the instantaneous contours of the

temperature field at  $s^* = 0$ . It is seen that strong oscillations of the streamwise and wall normal velocity field are accompanied by large local temperature variations. This case alone is interesting and some key elements that already have been discussed in detail in Anika et al. (2018) have to be reminded here. In the lack of  $w$  the major production term in the streamwise vorticity  $\omega_x$  transport equation, namely the tilting of the wall normal vorticity that reduces to  $-\frac{\partial w'}{\partial x} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ , is missing. This term is responsible of the generation of intense  $\omega_x$  layers that roll-up into the Reynolds shear stress producing eddies in the low buffer layer in the canonical wall turbulence (Tardu, 2022). Therefore, breaking-up the spanwise asymmetry is necessary to generate local  $w'$  and  $-\frac{\partial w'}{\partial x}$  that, in return, can feed the velocity- pressure gradient term  $\Pi_{w'w'} = -\frac{2}{\rho} \overline{w' \frac{\partial p'}{\partial z}}$  allowing the inter-component transport  $\overline{u'u'} \rightarrow \overline{w'w'}$  to set-up (Tardu, 2012.). The spanwise symmetry is broken-up by spanwise asymmetric pulsed wall-jets in Anika et al. (2018) to trigger  $w'$ . In the passive by-pass transition mechanism investigated here, a small shift  $s^*$  between the roughness elements is large enough to break-up the spanwise symmetry and trigger the three dimensional turbulent field. Fig. 3b shows the structures depicted by the  $\lambda_2$  technique (Jeong et al. 1997) in the case  $s^* = 2k^*$  which is nearly five times smaller than in Anelka et al. (2020). Note that the vortical structures regenerate in their great majority at the edges of the square bars and within the small gaps between, wherein the  $-\frac{\partial w'}{\partial x}$  shear layers are primarily set-up. We will discuss these points in more details later.

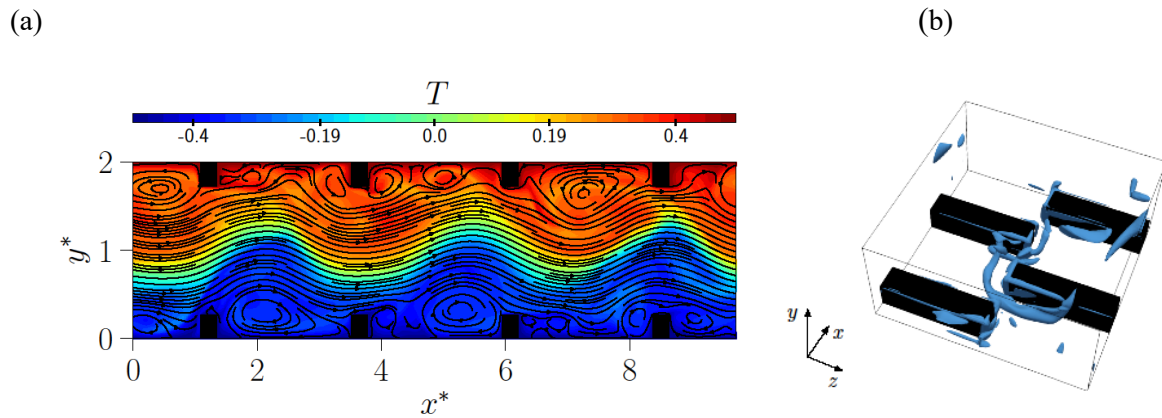


Figure 3 a: Large oscillations of the streamwise and wall normal velocity fluctuations and the associated temperature field for the transverse square bars spanning the whole width of the channel ( $s^* = 0$ ); b: The three dimensional fluctuating field set up rapidly for small shifts  $s^* = 2k^*$  with vortical structures directly induced by the roughness elements.

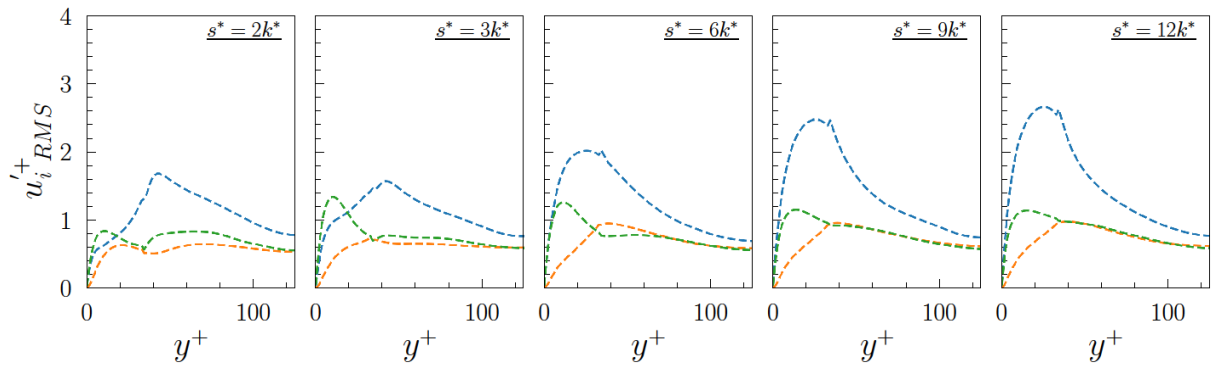


Figure 4 Turbulent intensities of the fluctuating velocity field in inner scales for the staggered rough wall; streamwise turbulent intensity  $\overline{u'u'^+}$  (blue), the wall normal turbulent intensity  $\overline{v'v'^+}$  (orange), the spanwise velocity fluctuations intensity  $\overline{w'w'^+}$  (green). The vertical bars denote the location of the crests of the roughness elements.

Fig. 4 shows the turbulent intensities of the fluctuating velocity field for the cases investigated so far. The spanwise velocity fluctuations are set-up already at  $s^* = 2k^*$ , and the  $\overline{w'w'^+}$  profiles differ only slightly in the larger  $s^*$  configurations. The  $s^* = 9k^*$  case is close to  $s^* = 6k^*$  except that, there is a relative increase in streamwise velocity intensity  $\overline{u'u'^+}$  next to the wall. Basically, the spanwise velocity fluctuations are set-up at small shifts  $s^*$ , and the intercomponent transfer between the streamwise and wall normal fluctuations settles down at larger  $s^*$ .

Only some significant results are shown, for the velocity and scalar fields statistics so as not to overload the figures. The mean velocity profiles  $\overline{U}^+$  are shown in Fig 5. It is interesting to note that the velocity profiles are similar with an apparent logarithmic region in all cases. The downward shift defined as  $\Delta\overline{U}^+ = \overline{U}_r^+ - \overline{U}_s^+$  where the subindices  $r$  and  $s$  refer respectively to the rough and smooth channels decreases with increasing  $s^*$ . The large values of  $\Delta\overline{U}^+$  reflect the large values of the form drag in agreement with Fig. 2.

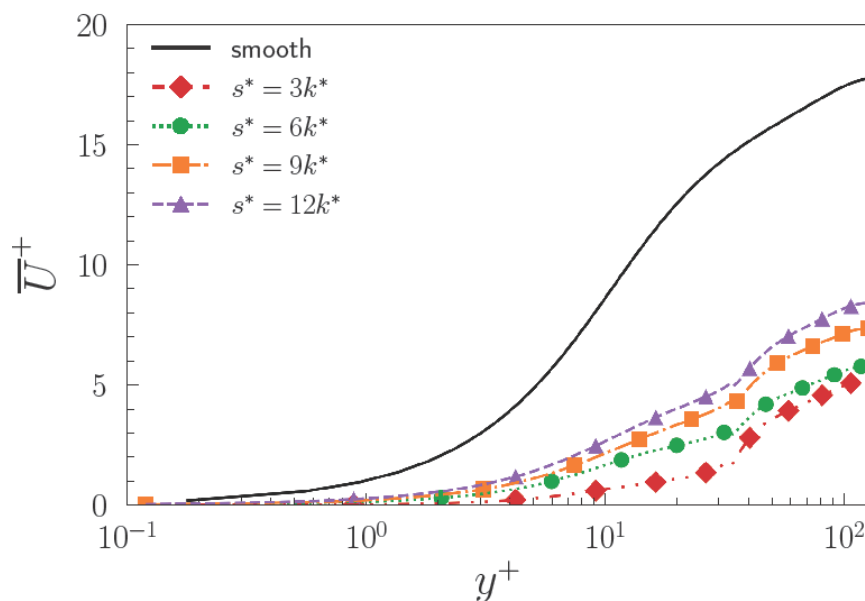


Figure 5 Mean velocity profiles in different roughness configurations

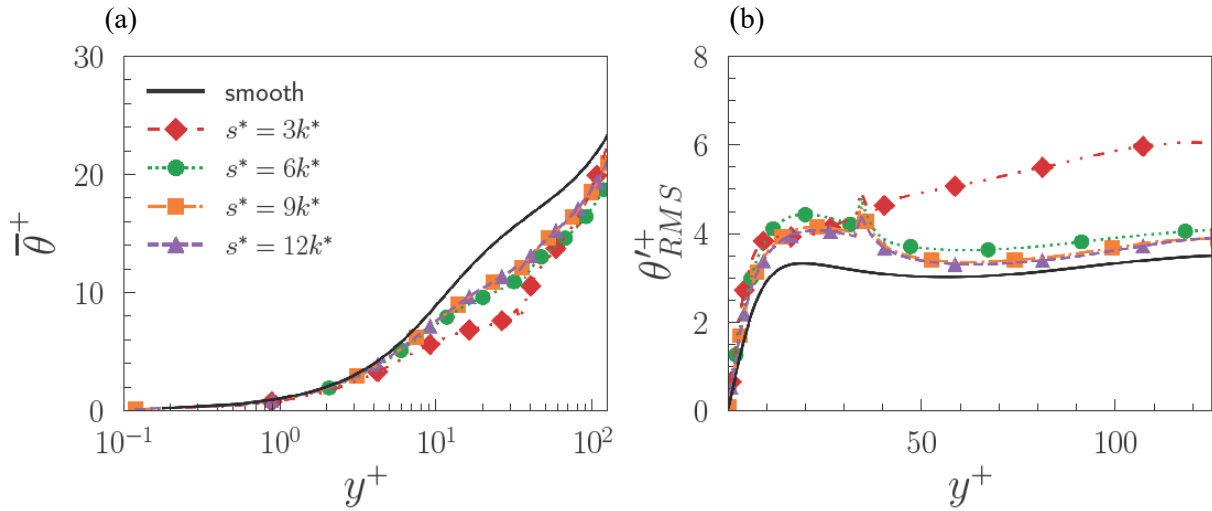


Figure 6 Profiles of the mean temperature (a) and of the rms of temperature fluctuations (b).

The mean temperature and the root mean square of the temperature fluctuations scaled by the wall temperature are shown in Fig. 6. Contrarily to the fluctuating velocity field (Fig.4),  $\theta'_{RMS}^+$  and the mean temperature  $\bar{\theta}^+$  collapse quite well once  $s^* \geq 6k^*$ . The mean temperature over the rough wall is below the smooth one similarly to  $\bar{U}^+$  as expected, but the form drag seems to effect  $\bar{\theta}^+$  less than it does  $\bar{U}^+$ , because the mean temperature profiles collapse at  $s^* \geq 3$ . Nevertheless,  $\bar{\theta}^+$  at small  $s^*/k^*$  are in a good qualitative agreement with the 2D ribs roughness study case of Miyake et al. (2001).

The rms of the temperature fluctuations collapse also well for  $s^* \geq 6k^*$  (Fig. 6b). The temperature turbulent activity is substantial compared to the smooth wall in all the configurations. It has to be noted that  $\theta'_{RMS}^+$  at  $s^* = 3k^*$  is significantly larger immediately above the crests compared to  $s^* \geq 6k^*$ , and it reaches high values near the centerline. The explanation is not straightforward and we will come back to this point later. Even larger  $\theta'_{RMS}^+$  is obtained at a smaller shift  $s^* = 2k^*$  (not shown for the sake of clarity). Similar  $\theta'_{RMS}^+$  profiles are reported in Fig. 14 of Miyake et al. (2001), who dealt with 2D ribs and sand roughness configurations. In their case, however, the flow was either previously perturbed or, the roughness elements were inserted in a flow that was initially turbulent, while the flow is initially laminar here.

The quasi-streamwise vortices (QSV) detected by the  $\lambda_2$  technique (Jeong et al., 1997) are clearly there between the roughness elements even at the small staggering shifts, but the coherent eddies reach their maturity with a higher population density only at larger  $s^* = 9k^*$  (Fig. 7). In the case  $s^* = 3k^*$ , for instance, immature and significantly small patches of streamwise vorticity are observed, while at  $s^* \geq 9k^*$ , the quasi-streamwise vortices reach their maturity.

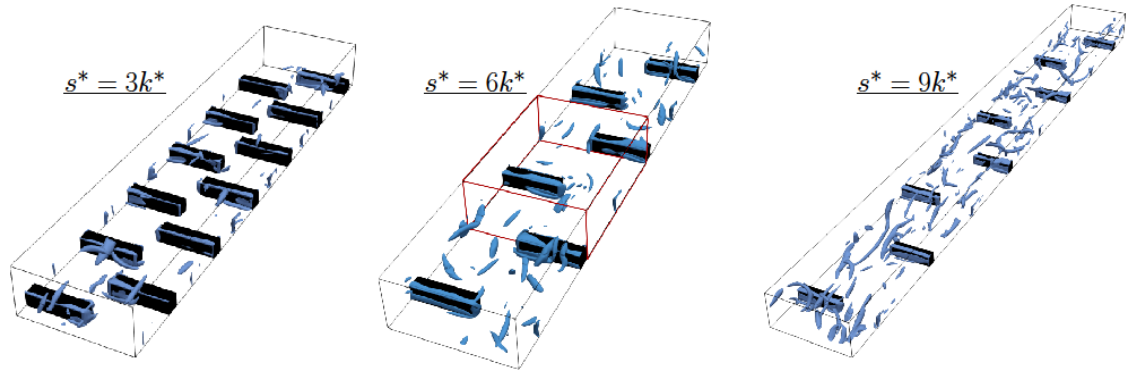


Figure 7 Snapshots of  $\lambda_2 = -0.02$  contours in the lower part of the channel ( $0 < y^* < 1$ ). The roughness elements are shown in black. From left to the right:  $s^* = 3k^*$ ,  $s^* = 6k^*$  and  $s^* = 9k^*$ .

The quasi-streamwise vortices (QSV) manage the mixing process basically between the roughness elements. Yet, the scalar transfer over the crests is mostly governed by the attached shear layers which are present in all the cases as it is clearly seen in Fig. 7. These layers contain mostly intense spanwise vorticity  $\omega_z$ , and appear essentially at the top of the roughness elements (8c and 8d). They are dominated by the  $-\frac{\partial u}{\partial y}$  component of  $\omega_z$ . These shear layers roll up into  $\lambda_2$  structures, because they are intense on one hand and there is a natural vorticity discontinuity physically induced by the roughness element on the other. These are some basic conditions for that a vorticity layer rollups (Jiménez and Orlandi, 1993). The shear layers concentrated over the crests are occasionally first lifted up to give local wall normal vorticity which subsequently tilted up giving raise to patches of streamwise vorticity that roll-up into QSV's. However, they remain essentially attached structures as revealed by a careful analysis of the movies that we will be shown in the symposium. Patches of thin spanwise vorticity layers marked by  $\frac{\partial v}{\partial x}$  component of  $\omega_z$ , appear also times to times, quite intermittently, at the bottom of the lateral facets as seen in Fig. 7 and Fig. 8a and 8b. They do not play an imminent role in the passive scalar transport. Overall the flow visualisations nicely shows the regeneration of some hairpin vortices that break to one-legged vortices (or QSV) under the effect of spanwise asymmetry. It is always interesting to have access to the coherent structure regeneration process near the wall even if the Reynolds number is particularly low in this investigation.

The near wall turbulence can be sustained in “minimal flow units” of spanwise extend  $l_z^+ = 100$  which is the streak spacing, and of streamwise length  $l_x^+ = 250 - 350$  that is the typical length of a single quasi-streamwise vortex (Jiménez and Moin, 1991). These boxes are however too small to represent the turbulent flow field in the logarithmic and outer layers. We have already seen that there are only few QSV regenerated between the roughness elements for small  $s^*$  (Fig. 7) and that the flow topology at  $s^* = 3k^*$  is rather governed by the structures regenerated near the roughness elements. The reason is that there is not enough space between the roughness elements to allow the QSV's to spatio-temporally develop and sustain. The idea is clearly to consider this region as a minimal flow unit in which the structures reach their maturity before interacting with consecutive roughness elements. This zone has therefore a



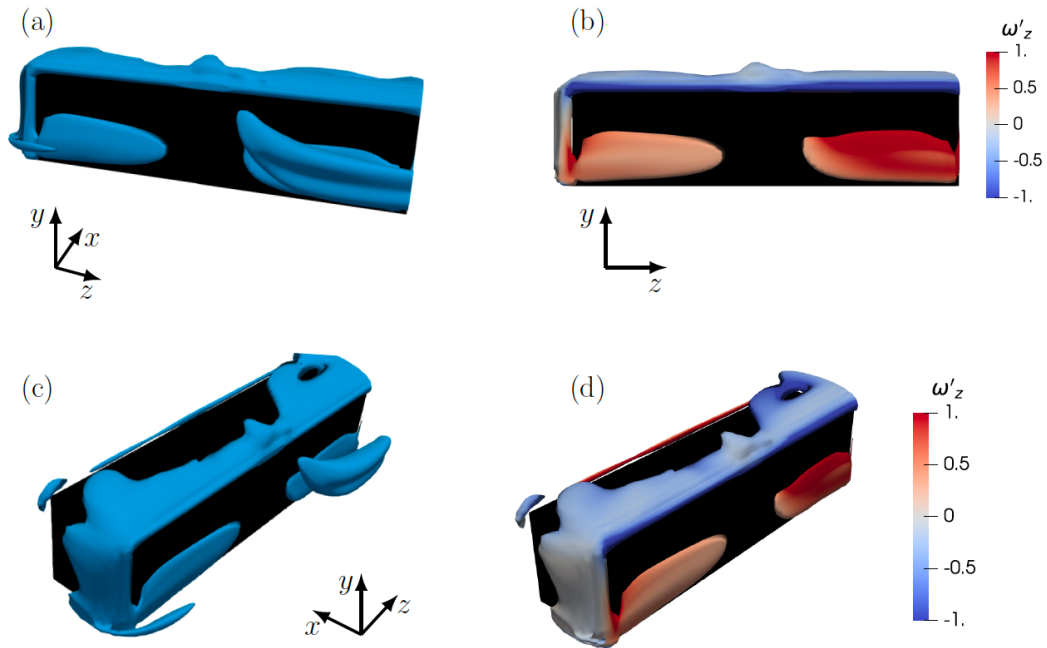


Figure 8 Attached spanwise shear layers over the roughness elements ( $s^* = 9k^*$ ). The  $\lambda_2$  structures (a) and the spanwise vorticity (b) over the upstream front-side. The  $\lambda_2$  structures (c) and the spanwise vorticity (d) over the crest.

streamwise extend  $l_x^* = p^* - k^*$  which is the distance between two consecutive square bars, and the spanwise length  $l_z^*$  of the computational domain. This is schematically shown by the box in red in Fig. 7 for  $s^* = 6k^*$ . The structures can indeed develop freely over the whole span between two consecutive staggered roughness elements provided that they have enough space in the streamwise direction, i.e that  $l_x^*$  is large enough. To further emphasize this point and to be rigorous, the scaling has to be adequate and based on the local shear velocity determined

between consecutive square bars instead of  $u_\tau = \sqrt{\frac{H(\frac{dp}{dx})}{\rho}}$ . The last two columns of Table 1

show these length scales scaled by the local shear velocity  $u_\tau = \sqrt{\frac{\bar{\tau}_w}{\rho}}$  where the wall shear

stress stands for  $\bar{\tau}_w = \mu \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)_{y=0}$  computed over the smooth wall between the roughness

elements. The spanwise extend  $l_z^* = \pi$  of the computational domain was large enough to fulfill the condition  $l_{z+} \geq 100$  for most of the cases, except for  $s^* = 2k^*$  and  $s^* = 3k^*$ . The viscous drag for these two cases is comparatively small. We performed additional (expansive) simulations for these two cases. Thus, the computational domain was increased to  $l_z^* = 3\pi$  by keeping the same resolution to insure  $l_{z+} \geq 100$ , on one hand, and to determine the effect of the computational domain size on the results, on the other. The results were closely similar for both  $l_z^* = \pi$  and  $l_z^* = 3\pi$ . Thus, the streamwise extend of the minimal flow units (MFU) we defined above is primarily crucial for the development of the QSV's. Table 1 shows that the spanwise length scaled by the local shear  $l_{z+}$  of MFU is larger than 100 in all the cases. It is clearly seen, however that the flow units of the cases  $s^* = 2k^*$  and  $s^* = 3k^*$  with  $l_{x+} \approx 20$  are too small to allow the coherent structures to regenerate and self-sustain in the streamwise direction. The only cases which strictly fulfill the Jiménez and Moin (1991) conditions are  $s^* = 9k^*$  and  $s^* = 12k^*$ , and the case  $s^* = 6k^*$  is somewhat intermediary. This explains the

lack of well developed coherent structures between the roughness elements in the latter case (Fig. 7, middle). The streamwise length of the QSV's scaled by the local inner variables varies roughly between 200 and 300 at  $s^* \geq 9k^*$ . The model we introduce here is obviously approximate but it has the merit to provide satisfactory and simple explanations of the flow topology within the canopies of different configurations.

We have shown that a small spanwise shift with  $s^* \approx 2k^*$  is enough to break-up the spanwise symmetry, trigger the velocity-pressure gradient terms and set up the spanwise velocity fluctuations. However, the necessary conditions to reach a pseudo-turbulent flow in the present configuration necessitates much larger shifts as suggested by the rough model we opted for here.

Table 1: Configuration of the minimal flow units. See the text for details.

$s^*/k^*$	$l_x^+$	$l_z^+$	$l_{x+}$	$l_{z+}$
2	101	1178	24	198
3	169	1178	20	132
6	371	392	130	138
9	574	392	250	170
12	776	392	392	198

The attached shear layers over the crests largely dominate the flow topology for  $s^* \leq 3k^*$  as it has been discussed above. It has to be recalled that the roughness elements are high and the crests are located at  $y^+ = 34$ . The shear layers at the crests implies large-scale motions at  $y^+ \geq 50$  for small  $s^*$  the limiting case being  $s^* = 0$  for which case large oscillations of the temperature occur (Fig. 3a). This explains, at least partly, the larger rms temperature fluctuations  $\theta'_{RMS}$  depicted in Fig. 6b for  $s^* = 3k^*$ . The somewhat conventional quasi-streamwise vortices sustaine in their majority in the buffer layer at  $y^+ = 20$  (Tardu, 2014), for progressively larger  $s^*$  in which case the contribution of these structures to the log-layer and outer layer temperature fluctuations are comparatively less than the attached shear layers over the crests. Consequently the temperature fluctuations result from the combination of these two effects. For very large  $s^*$ , the passive scalar transport is mainly dominated by the active eddies between the roughness elements and consequently the  $\theta'_{RMS}$  profiles in Fig. 6b collapse reasonably well for  $s^* \geq 9k^*$ . The 2D spectra of the temperature fluctuations at  $y^+ > 70$  confirm these arguments (not shown here).

The profiles of the turbulent fluxes  $\overline{u'_i \theta'}$  (velocity-temperature correlations) in the case  $s^* = 3k^*$  are compared with those at  $s^* = 9k^*$  in Fig. 9. The spanwise flux  $\overline{w' \theta'}$  is zero by reflexional symmetry as in a smooth turbulent channel flow. The wall normal fluxes  $\overline{v' \theta'}$  are comparable in both cases. The streamwise flux  $\overline{u' \theta'}$ , however, varies comparatively more rapidly above the crests in the case  $s^* = 9k^*$  than in the case  $s^* = 3k^*$  before reaching  $\overline{u' \theta'} = 0$  at the channel centerline. Thus, the fluctuating streamwise velocity fluctuations significantly correlate with  $\theta'$  in a wider zone above the roughness elements for small  $s^*$ . This effect too, can be attributed to the large-scales induced by the shear layers on the crests.

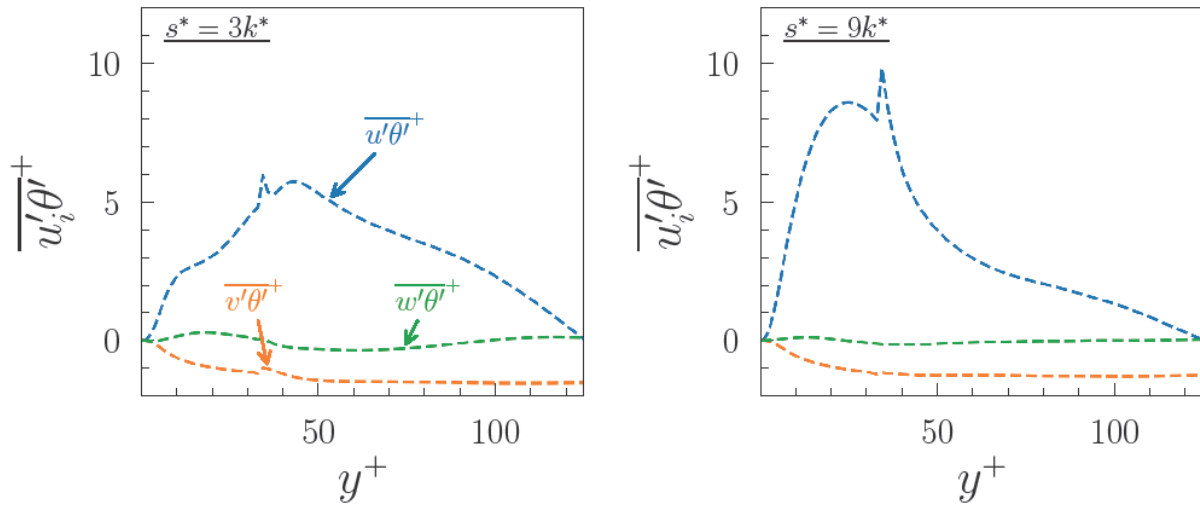


Figure 9 Turbulent fluxes  $\overline{u_i'\theta'}$  in the case  $s^* = 3k^*$  (left) compared to  $s^* = 9k^*$  (right); blue: streamwise flux  $\overline{u'\theta'}$ ; red: wall normal flux  $\overline{v'\theta'}$ ; green: spanwise flux  $\overline{w'\theta'}$ .

Fig. 10 shows the Nusselt number based on the bulk temperature as defined in section 2, as a function of the bulk Reynolds number  $Re_b = \frac{H\bar{U}_b}{\nu}$  where  $\bar{U}_b = \frac{1}{H} \int_0^H \bar{u} dy$ . It is compared with the Kays and Crawford correlation over a smooth wall in the turbulent regime. The global heat transfer enhancement in all the cases is clear. The configuration  $s^* < 6k^*$  deserves a specific comment. We have shown that there is not enough space to allow the coherent structures to spatio-temporally develop at small  $s^*$ . Yet the structures directly induced by the roughness elements are so intense that the global  $Nu$  number is still significantly large in these cases.

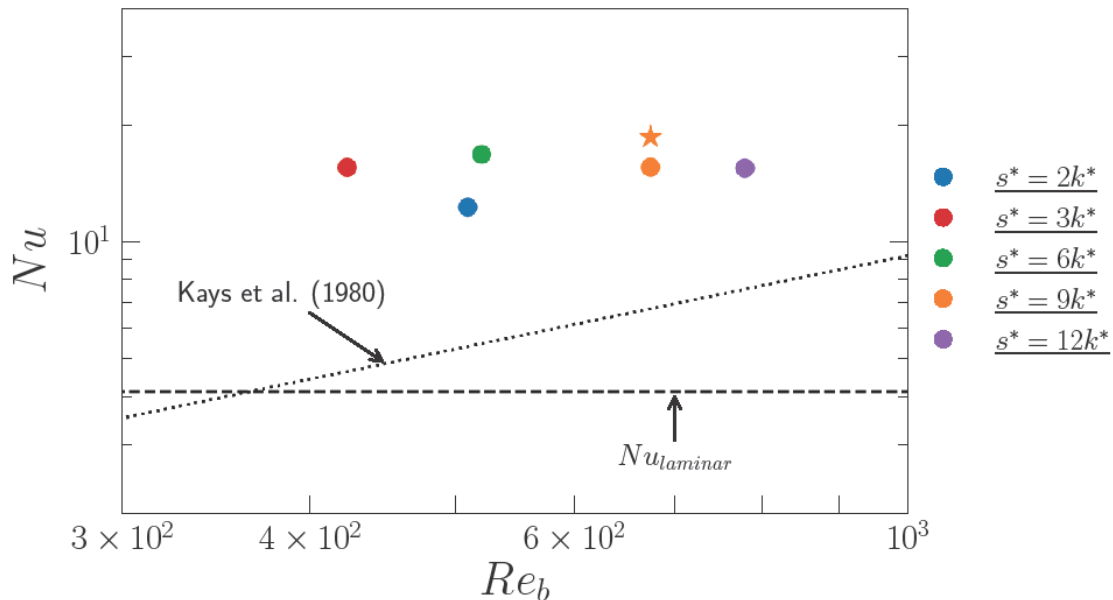


Figure 10 Nusselt number for different  $s^*/k^*$  as a function of  $Re_b$ .

It is recalled that the scalar field is resolved here in the configuration of Lyons et al. (1991, i.e. with constant temperature imposed at the walls). We performed some additional computations to determine whether the temperature boundary conditions affect the results or not. The symbol “star” in Fig. 10 corresponds to the Nusselt number obtained through uniform

heating from both walls. The problem is formulated in the same way as Kawamura et al. (1998). The scalar transport statistics were basically and consistently similar under constant heat flux and constant temperature at the wall (not shown).

The local temperature gradient at the wall  $\frac{1}{\Delta T} \left( \frac{\partial T}{\partial y^*} \right)_{y^*=0}$  is shown in Fig. 11b. To be clear the wall gradient is locally computed over the crests and between the roughness elements separately. It is clearly seen that  $\frac{1}{\Delta T} \left( \frac{\partial T}{\partial y^*} \right)_{y^*=0}$  is twice larger over the crests independently of  $\frac{s^*}{k^*}$ . The wall gradient locally increases because of intense shear layers over the crests quoted to and discussed before. The Karman number  $Re_\tau$  based on the local shear velocity is similarly computed. Fig. 11c shows that  $Re_\tau$  is particularly small between the roughness elements at  $s^* < 6k^*$ . This is in perfect agreement with the fact that the wall shear stress is mainly governed by the shear stress producing eddies (QSV). Since the latter are absent or weak at small  $s^*$  the turbulent wall shear they induce is low.

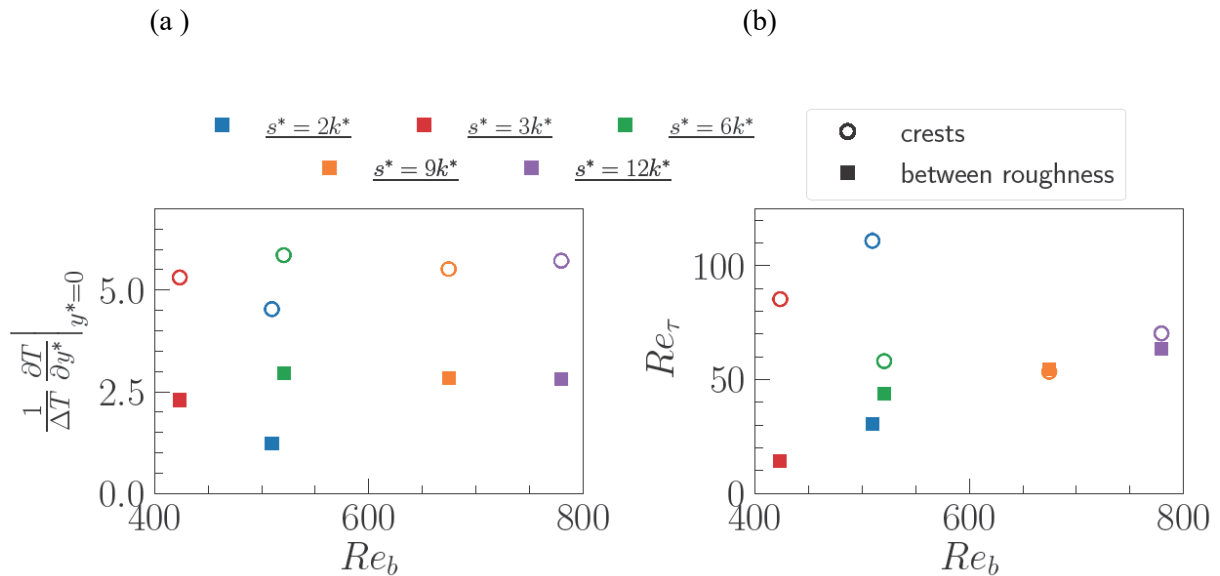


Figure 11 Local temperature gradient (a) and local Karman number (b) on the crests and between the roughness elements.

## 4. Conclusion

Direct numerical simulations are conducted in an initially laminar channel flow with rough walls at a low Reynolds number. The roughness elements are staggered square bars. First the accent is put on the by-pass transition mechanism to elucidate the effect of the shift parameter between two consecutive roughness elements. In case when the square bars span the whole channel in the spanwise direction (i.e. when the shift parameter  $s^*$  is zero) there are large oscillations of the streamwise and wall normal velocity components, but the spanwise velocity is strictly zero. A spanwise shift is necessary to break-up the symmetry and establish a turbulent flow field. A small  $\frac{s^*}{k^*} \approx 2$  is large enough to trigger the turbulent flow and turbulent scalar fields.

The topology of the turbulent flow field is dominated by the attached shear layers over the crests of the roughness elements at small  $\frac{s^*}{k^*} \leq 6$ . Only when there is enough space in the

streamwise direction that the conventional quasi-streamwise vortices set-up and sustain between the staggered roughness elements. The scalar transport phenomena is governed by the structures directly generated by the roughness at small  $\frac{s^*}{k^*}$ , in which case they induce large-scale motions resulting in an increase of the temperature fluctuations intensity towards the centerline. All the configurations lead to a significative increase of the Nusselt number compared to the fully developed turbulent channel flow over a smooth wall, as a consequence of the established fully rough regime.

## 5. Acknowledgment

Most of the computations presented in this paper were performed using the GRICAD infrastructure (<https://gricad.univ-grenoble-alpes.fr>), which is supported by Grenoble research communities. Financial support of Labex TEC21 (“Investissements d’Avenir” Grant Agreement ANR-11-LABX-0030) is also acknowledged.

## References

1. N.N. Anika, L. Djenidi, S. Tardu. By pass transition mechanism in a rough wall channel flow. *Phys. Rev. Fluids*, 3, 084604, 2018.
2. N.N. Anika, L. Djenidi, S. Tardu. Roughness effect in an initially laminar channel flow. *J. Fluid Mech.*, 892, A 34-1, 2020.
3. B. Arrondeau, S. Tardu, O. Doche. Passive scalar transport in a turbulent spot within a Poiseuille flow. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 206, 123930, 2023.
4. E.A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, J. Mohd-Yusof. Combined immersed-boundary finite difference methods for three-dimensional complex flow simulations. *Journal of Computational Physics*, 161, 2000.
5. Jeong, J., Hussain, F., Schoppa, W. & Kim, J. Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics* 332, 185–214, 1997.
6. Jiménez J., Moin P. The minimal flow unit in wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, 225, 213-24, 1991.
7. J. Jiménez, P. Orlandi. The rollup of a vortex layer near a wall. *J. Fluid Mechanics*, 248, 297-313, 1993.
8. Kawamura H., Ohsaka K., Abe H., Yamamoto K. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 19, 482-491, 1998.
9. W.M. Kays, M.E. Crawford. *Convective Heat and Mass Transfer*, second edition, McGraw-Hill, New York, 1980.
10. J. Kim, D. Kim, H. Choi. An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *Journal of Computational Physics*, 171, 2001.
11. S. Leonardi, I.P. Castro. Channel flow over large cube roughness: a direct numerical simulation study. *J. Fluid Mech.*, 651, 519-539, 2010.
12. S.L. Lyons, T.J. Hanratty, J.B. McLaughlin. Direct numerical simulation of passive heat transfer in a turbulent channel flow. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 34(4), 1149-1161, 1991.
13. Y. Miyake, K. Tsujimoto, M. Nakaji. Direct numerical simulation of rough-wall heat transfer in a turbulent channel flow. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 22, 237-244, 2001.
14. Tardu S. Multiscale analysis of some shear layers in a fully developed turbulent channel flow. *Comp. Fluids*, 240, 105459, 2022.
15. Tardu S. *Transport and coherent structures in wall turbulence* John Wiley & Sons, ISTE, ISBN-10: 1848213956, 459 p., 2014.

