

## Estimation de la vitesse par rapport au fond au travers d'un sondeur multifaisceaux

Laurent Verrier

#### ▶ To cite this version:

Laurent Verrier. Estimation de la vitesse par rapport au fond au travers d'un sondeur multifaisceaux. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2023. Français. NNT: 2023GRALT051. tel-04390311

## HAL Id: tel-04390311 https://theses.hal.science/tel-04390311v1

Submitted on 12 Jan2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Communauté UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE ALPES

Présentée par

## Laurent VERRIER

Thèse dirigée par **Cornel IOANA** et codirigée par **Nadège THIRION-MOREAU** 

préparée au sein du Laboratoire Grenoble, Images, Parole, Signal, Automatique (GIPSA-lab) dans l'Écolo Destarale d'Électronique, Électrotechnique, Automatique

dans l'École Doctorale d'Électronique, Électrotechnique, Automatique et Traitement du signal (EEATS)

## Estimation de la vitesse par rapport au fond au travers d'un Sondeur Multi-Faisceaux

Thèse soutenue publiquement le **20 septembre 2023**, devant le jury composé de :

#### M. Jérôme MARS

PR, Grenoble-INP, Président

M. Abdel BOUDRAA PR, École Navale à Brest, Rapporteur

**M. Serge REBOUL** PR, Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO), Rapporteur

Mme. Isabelle QUIDU MCF HDR, ENSTA Bretagne, Examinatrice

M. Cornel IOANA MCF-HDR, Grenoble-INP, Directeur de thèse

**Mme. Nadège THIRION-MOREAU** PR, Université de Toulon, Co-Directeur de thèse

**M. Marc PINTO** Ingénieur Ph.D, Exail Robotics (ex ECA GROUP), Co-Encadrant de thèse

M. Didier CHARLOT Ingénieur Ph.D, Exail (ex iXblue), Invité



## Remerciements

Je remercie premièrement mon directeur de thèse Cornel IOANA, pour avoir accepté de diriger la thèse. Je remercie également Marc PINTO et Nadège THIRION-MOREAU pour leur encadrement, pour leur disponibilité ainsi que pour leur expertise qui m'ont guidé tout au long de ce doctorat. J'ai tellement appris, je suis ravi d'avoir travaillé sous leur supervision.

Je voudrais remercier Jérôme MARS, Abdel BOUDRAA, Isabelle QUIDU, Serge REBOUL, et Didier CHARLOT qui ont accepté d'être membre du jury.

Je tiens à remercier l'équipe d'iXblue La Ciotat, en particulier Guillaume MATTE et Marie-Noëlle FABRE pour leur implication dans la production et le traitement de données réelles sur le SeapiX en piscine et en mer.

Je remercie mes collègues de Toulon pour leur compagnie, les pauses gourmandes et les activités sportives. Travailler avec eux fut un réel plaisir. J'exprime toute ma gratitude à Hervé OTT pour son management et je remercie Bastien LYONNET pour son soutien et ses conseils.

Je termine mes remerciements en remerciant Jérôme MARS une nouvelle fois, et Jean-Philippe METAXIAN qui m'ont mis en relation avec Marc PINTO pour ce projet de thèse et qui ont appuyé ma candidature. Merci.

## Table des matières

Remerciements	i
Table des matières	iii
Liste des figures	v
Liste des tableaux	vii
Liste des notations	viii

#### Introduction générale

1

1	La r	navigatio	on autonome sous-marine 5
	1.1	Les réf	érentiels pour la navigation
		1.1.1	Le référentiel inertiel (ECI)
		1.1.2	Le référentiel terrestre (ECEF)
		1.1.3	Le référentiel tangentiel (NED)
		1.1.4	Le référentiel de la plateforme et les angles d'attitude
	1.2	Le syst	tème de navigation inertielle (INS)
		1.2.1	L'accéléromètre
		1.2.2	Le gyroscope ou le gyromètre
		1.2.3	Bilan
	1.3	L'hybr	idation avec un filtre de Kalman
		1.3.1	Les systèmes de localisation sous-marine
		1.3.2	Le compas magnétique
		1.3.3	Le capteur de pression
	1.4	Le Dop	ppler Velocity Log (DVL)
	1.5	Conclu	usion
2	Loc	rannolc	nhysiques 13
4	2 1	Rappel	s d'acoustique sous-marine 14
	2.1	2 1 1	L'onde acoustique 14
		2.1.1	La gamme de fréquences
		2.1.2	La cálérité de l'onde acoustique sous l'equ
		2.1.3	L'affet Doppler
		2.1.4	Le trensducteur
		2.1.5	Le rivieu conore 17
		2.1.0	Les nortes de transmissions par propagation
		2.1.7	Les pertes de transmissions par propagation
		2.1.0	
		2.1.9	Le fiveau de reverbere
		2.1.10	
		2.1.11	Le bruit
		2.1.12	L'equation du sonar
		2.1.13	Bilan

	2.2	Le signal temporel en bande de base	20
		2.2.1 Le signal temporel complexe	20
		2.2.2 La transformée de Fourier et les relations de base	20
		2.2.3 Les fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélation	21
		2.2.4 La démodulation en bande de base	21
		2.2.5 Le retard ou le déphasage en bande de base	22
	2.3	Signaux utiles	22
		2.3.1 L'impulsion CW (Continuous Wave)	22
		2.3.2 Le chirp linéaire ou LFM (Linear Frequency Modulation)	23
		2.3.3 Le chirp hyperbolique ou HFM (Hyperbolic Frequency Modulation)	23
		2.3.4 Discussions sur l'énergie et la portée	24
	2.4	Conclusion	25
			-
3	Le s	imulateur de signaux DVL	27
	3.1	Simulateur pour un point brillant	28
		3.1.1 Géométrie du problème considéré et calcul des retards	28
		3.1.2 Signal temporel reçu au niveau du transducteur	29
		3.1.3 Effet Doppler intra-pulse	30
	3.2	Simulateur 2D	30
		3.2.1 Géométrie	30
		3.2.2 Modélisation du fond	31
		3.2.3 Calcul des retards	32
		3.2.4 Signal temporel recu au niveau du transducteur	33
	3.3	Simulateur 3D	33
		3.3.1 Géométrie	33
		3.3.2 Modélisation du fond	34
		3 3 3 Calcul des retards et signal temporel recu au niveau du transducteur	36
	34	Simulateur 3D sur plusieurs capteurs	37
	5.1	3.4.1 Géométrie et calcul des retards	37
		3.4.2 Signal temporel recu au niveau des transducteurs	37
	35	Conclusion	38
	0.0		20
4	Le b	viais acoustique	39
	4.1	Calcul de la phase Doppler et estimation de son biais	40
		4.1.1 Phase Doppler pour un point brillant	40
		4.1.2 Phase Doppler pour un faisceau (cas général)	41
		4.1.3 Biais sur la phase Doppler	43
	4.2	Modèle du biais 2D	44
		4.2.1 Différence de marche et déplacement radial	44
		4.2.2 Extraction du biais de l'espérance de la phase Doppler	45
		4.2.3 Biais géométrique et biais d'environnement	46
		4.2.4 Formule du biais total	47
		4.2.5 Validation du modèle par simulation	47
	4.3	Contributions théoriques pour réduire le biais	50
		4.3.1 Indroduction d'une fenêtre temporelle (range-gate)	50
		4.3.2 Interférométrie 2D	51
	44	Biais de diffraction ou modèle du biais 3D	53
		4 4 1 Modèle	53
		442 Application	54
		4 4 3 Interférométrie 3D	55
	45	Conclusion	56
			20

5	DVL	. interfé	érometrique	57
	5.1	DVL ii	nterférométrique (inDVL pour interferometric DVL)	58
		5.1.1	Matrice Doppler	58
		5.1.2	Estimation de la direction d'arrivée ou du vecteur d'onde	59
		5.1.3	Estimation du vecteur vitesse	61
		5.1.4	Effets dits « relativistes » (inDVL+)	62
		5.1.5	Bilan	69
	5.2	Résulta	ats des simulations numériques avec l'inDVL	70
		5.2.1	Environnement 2D XZ	70
		5.2.2	Environnement 3D XYZ	74
	5.3	DVL in	nterférométrique ajusté (TinDVL pour Tunable Interferometric DVL)	77
		5.3.1	Motivations	77
		5.3.2	La décorrélation de base	77
		5.3.3	Rappel du modèle	79
		5.3.4	Évolution de la phase Doppler dans la tranche	79
		5.3.5	Corrélation généralisée large bande (WAF)	80
		5.3.6	WAF en fréquence en bande de base	81
		5.3.7	Espérance de la phase Doppler à l'échelle temporelement ajustée	82
		5.3.8	Chirp Z-Transform	85
		5.3.9	Interférométrie	86
	5.4	Résulta	ats des simulations numériques sur le TinDVL	86
		5.4.1	Inter-pulse fixe et écart entre capteurs variable	87
		5.4.2	Inter-pulse variable et écart entre capteur fixe	90
	5.5	Conclu	ision	92
6	Valio	dation e	expérimentale	93
U	6.1	Fxnéri	mentation en piscine	94
	0.1	6 1 1	Directivité émission	94
		612	Doubles impulsions acoustiques	95
	62	Expéri	mentation en mer	96
	0.2	6.2.1	Description de l'expérimentation en mer	96
		622	Traitement des données de navigation	97
		6.2.3	Traitement des données du SeapiX en mode DVL classique	97
		624	Résultats du mode DVL classique	100
		625	Traitement des données du SeapiX pour l'inDVL	102
		6.2.6	Résultats du mode inDVL	104
		6.2.7	Comparaison avec le simulateur	104
	6.3	Conclu	ision	106
Co	onclus	ion gén	érale et perspectives	106
Bi	bliogr	aphie		109
Α	Calc	uls app	rofondis et démonstrations	113
	A.1	Dévelo	$ ppement de \gamma_b  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	113
	A.2	Dévelo	pppement de $\gamma_d$	114
	A.3	Démor	nstration de la Matrice Doppler non hermitienne	115
	A.4	Démor	nstration de l'interférométrie	116
	A.5	L'angle	e d'émission en fonction de l'angle de réception	116

## Table des figures

1 2	Équipements ECA GROUP	2 3
1.1 1.2 1.3 1.4 1.5	Référentiel terrestre et tangentielLes angles d'attitudeOrganigramme du couplage INS avec les autres capteursPiston DVL et les quatre faisceaux JanusComparaison des tailles des sonars Doppler pour une longueur d'onde donnée	6 7 9 11 11
<ul> <li>2.1</li> <li>2.2</li> <li>2.3</li> <li>2.4</li> <li>2.5</li> <li>2.6</li> <li>2.7</li> <li>2.8</li> </ul>	Incidence et RéfractionIllustration de l'effet DopplerLa fonction de directivitéComparaison entre le spectre sur porteuse par rapport au spectre en bande de basePorte centrée sur porteuseÉvolution de la fréquence au cours du temps pour une LFMÉvolution de la fréquence au cours du temps pour une HFMAuto-corrélations d'un CW court, d'un CW long, et d'une LFM	15 16 18 21 22 23 23 24
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8	Illustration du modèle 3D pour un diffuseur	28 30 31 33 34 35 35 37
4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 4.10 4.11	Module de l'auto-corrélation du signal reçu d'un diffuseurModule de l'auto-corrélation d'un fond aléatoireDéformation de la répartition des puissances entre l'émission et la réceptionIllustration du modèleÉvolution du biais en fonction de l'incidence et de l'orientation de la vitesseÉvolution du biais en fonction de l'altitude et de l'incidence d'émissionIllustration du principe de l'interférométrieIllustration du modèleDirectivité sur le fond avec le cercle de la case distanceÉvolution du biais en fonction de l'incidence et de l'orientation de la vitesseAntenne 3D en centre de phase	41 42 43 44 48 48 51 53 54 54 55
5.1 5.2 5.3 5.4 5.5	Corrélations croisées en fonction du temps pour une antenne de 4 capteurs Phases d'une matrice Doppler de 4 capteurs	58 59 61 62 62

5.6	Erreur sur le vecteur vitesse pour tout déplacement unitaire	64
5.7	Le triangle $T_1R_1S$ dans le plan engendré par les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{F}$	64
5.8	Comparaison des approximations de la phase Doppler	66
5.9	Erreur sur le vecteur vitesse pour tout déplacement unitaire	68
5.10	Bilan de l'inDVL	69
5.11	Illustration du modèle	70
5.12	Comparaison du DVL classique et de l'inDVL à deux incidences différentes	72
5.13	Prédictions du biais par calcul d'espérance de la matrice Doppler	73
5.14	Illustration du modèle	74
5.15	Comparaison entre le DVL classique et l'inDVL	75
5.16	Prédictions du biais par calcul d'espérance de la matrice Doppler	76
5.17	La décorrélation en fonction de la valeur de l'inter-pulse	78
5.18	Illustration de la décorrélation	78
5.19	Répartition de l'amplitude et de la phase d'une tranche d'un faisceau sur le fond .	79
5.20	Influence du paramètre $\beta$ sur les temps d'arrivée et sur la phase Doppler	80
5.21	Conséquence de $\beta$ et $t_0$ sur les temps d'arrivée et sur la phase Doppler	81
5.22	WAF d'un double écho décorrélé	82
5.23	Répartition de l'amplitude et de la phase d'une tranche d'un faisceau sur le fond .	83
5.24	Illustration de la déformation des signaux	84
5.25	Illustration du modèle	87
5.26	Évolutions moyennes des phases Doppler dans la tranche du faisceau	89
5.27	Comparaison de l'inDVL et du TinDVL	89
5.28	Performances de la WAF sur l'auto-corrélation classique	91
5.29	Comparaison du TinDVL avec l'inDVL et le DVL classique	92
6.1	Le SeapiX	94
6.2	Le SeapiX dans une piscine face à un hydrophone	95
6.3	Directivité du Seapix enregistrée par l'hydrophone	95
6.4	Erreur sur l'inter-pulse relevée par l'hydrophone	96
6.5	Photos du SeapiX et de la ROVINS fixés avant l'expérimentation	96
6.6	Directivité du SeapiX sur le fond en fonction du bras d'antenne émetteur	97
6.7	Directivité du SeapiX et formation de voie sur le fond	98
6.8	Signaux temporels en fonction de l'angle d'observation d'incidence	99
6.9	Auto-corrélation voie par voie	99
6.10	Phases Doppler à chaque séquence pour chaque voie	100
6.11	Configuration d'observation du Seapix pour reconstruire le vecteur vitesse	101
6.12	Comparaison entre les vitesses mesurées par le SeapiX et le RTK GNSS-IMU	101
6.13	Sous-antennes A et B sur l'antenne longitudinale	102
6.14	Empreinte effective sur le fond et formation de voies	103
6.15	Comparaison entre la vitesse mesurée par le SeapiX et le RTK GNSS-IMU	104
A.1	Le triangle <i>TRS</i>	116

## Liste des tableaux

2.1	Formulaires sur la directivité pour deux types de sources différentes	19
4.1	Les différents biais de l'utilisation du DVL	40
4.2	Paramètres physiques de l'environnement de la simulation	49
4.3	Résultats des simulations Monte-Carlo	49
4.4	Résultats des simulations Monte-Carlo avec Range-Gate	50
5.1	Angles d'incidences et d'azimuts pour un ensemble de 4 diffuseurs	63
5.2	Paramètres physiques de l'environnement de la simulation	70
5.3	Valeur du biais et de l'écart-type de la composante x du vecteur vitesse estimé	72
5.4	Norme du biais sur le vecteur vitesse et biais et variances sur chaque composante	76
5.5	Paramètres physiques de l'environnement de la simulation	87
5.6	Statistiques sur les phases Doppler	87
5.7	Statistiques sur $\beta$	88
5.8	Biais et écart-type sur la vitesse, et écart-type sur l'angle d'arrivée	88
5.9	Paramètres physiques de l'environnement de la simulation	90
5.10	Performances du DVL classique comparées à l'inDVL et au TinDVL	92
6.1	Tableau des biais et des écart-types des trois modes d'estimation de la vitesse	101
6.2	Paramètres physiques de l'environnement de l'expérimentation	105
6.3	Comparaison entre la simulation et le réel sur les phases Doppler	105

## Liste des notations

### Sigles et acronymes

AC	Auto-Corrélation	inDVL+	Interferometric DVL amélioré
ASM	Acoustique Sous-Marine	L	Longitudinale
AUV	Autonomous Underwater Vehicle	LBL	Long BaseLine
CC	Corrélation Croisée	LFM	Linear Frequency Modulation
CVL	Correlation Velocity Log	MBES	Multi Beam-Echo Sounder
CW	Continuous Wave	NED	Nord East Down
CZT	Chirp Z-Transform	PW	Pulse Width
DVL	Doppler Velocity Log	RADAR	RAdio Detection And Ranging
ECEF	Earth Centered Earth Fixed	RMS	Root Mean Square
ECI	Earth Centered Inertial	RTK	Real Time Kinematic
FV	Formation de voies	SBL	Short BaseLine
GNSS	Global Navigation Satellite System	SONAR	SOund Navigation and Ranging
GPS	Global Positioning System	SMF	Sondeur Multi-Faisceaux
HFM	Hyperbolic Frequency Modulation	Т	Transverse
IC	Inter-corrélation	TF	Transformée de Fourier
IMU	Inertial Measurement Unit	TinDVL	Tunable interferometric DVL
INS	Inertial Navigation System	USBL	Ultra-Short BaseLine
inDVL	Interferometric DVL	WAF	Wideband Ambiguity Function

## Notations et Opérateurs

- **M** Matrice
- opérateur conjugué
- $||\vec{\cdot}||$  norme vecteur
- $|\cdot\cdot|$  distance entre deux points
- $\langle \vec{\cdot}, \vec{\cdot} \rangle$  produit scalaire

## Symboles

λ	la longueur d'onde en mètre
$f_0$ ou $f_c$	la fréquence centrale en Hertz
С	la célérité de l'onde en mètre par seconde
k	le nombre d'onde en radian par mètre
а	coefficient d'absorption
$L_{\lambda}$	longueur de l'ouverture en longueur d'onde
i	nombre complexe
f	fréquence dans le domaine fréquentiel F
t	temps dans le domaine temporel T
s(t)	signal temporel
$\hat{s}(f)$	transformée de Fourier du signal temporel
$s_{x}(t)$	x est soit le numéro de l'écho soit le numéro du capteur soit un diffuseur
H(t)	impulsion temporelle
$\hat{H}(t)$	transformée de Fourier de l'impulsion temporelle
PW	durée de l'impulsion en seconde (Pulse Width)
В	largeur de bande
$T_1$	point de l'émission de la première impulsion
$T_2$	point de l'émission de la deuxième impulsion
$\vec{v}$	vecteur vitesse
v	norme du vecteur vitesse
S	point sur le fond, diffuseur
$\Delta t$	inter-pulse en seconde
$\Delta r$	distance entre capteur en mètre
$R_1$	point de réception de la première impulsion
$R_2$	point de réception de la deuxième impulsion
0	angle d'ouverture du faisceau
θ	angle d'incidence central du faisceau
α	angle d'incidence pour balayer le faisceau
h	la hauteur en mètre
В	fonction de directivité
$B_T$	fonction de directivité émission
$B_R$	fonction de directivité réception

$\chi(\alpha)$	absorption en fonction de l'angle d'incidence
A	fonction d'amplitude (discrète)
$ec{S_{ heta}}$	vecteur qui pointe vers le diffuseur du centre du faisceau
$\vec{S}$	vecteur qui pointe vers un diffuseur quelconque
$N_P$	nombre de points
$x/y/z_{S_n}$	composantes des coordonnées d'un diffuseur n
$N_C$	nombre de capteurs
$x/y/z_{C_a}$	composantes des coordonnées du capteur a
$\vec{r_a}$	vecteur position du capteur a par rapport à l'origine de l'antenne
$t_{R_p^a}^n$	temps d'arrivée de l'écho $p$ du diffuseur $n$ au capteur $a$ en seconde
$t_{oldsymbol{\phi}}$	temps du pic secondaire de l'auto-corrélation en seconde
$\Phi$ ou $\Phi_D$	phase Doppler
$\Phi_I$	phase Interféométrique
Г	matrice $N_C \times N_C$ des pics d'inter-corrélation (aléatoire ou espérance)
$C_1$ et $C_2$	centre de phase écho 1 écho2
γο	déplacement projeté sur l'axe du faisceau en mètre
$\eta_0$	déplacement projeté sur l'axe perpendiculaire à l'axe du faisceau en mètre
$\Delta \alpha_{rms}^2$	ouverture rms du faisceau
$\gamma_b$	biais 2D en mètre
$\gamma_d$	biais de diffraction en mètre
β	angle de déplacement vertical ou coefficient de dilatation/compression du signal
γ	angle de déplacement horizontal
$\Phi_{X_2Y_1}$	phase Doppler écho 2 capteur X écho 1 capteur Y
ρ	angle d'azimut du diffuseur ou distance entre capteur et diffuseur
$ec{k}$	le vecteur d'onde
$\psi_{x/y/z}$	composantes du vecteur d'onde $\vec{\Psi}$ retournées par l'interférométrie sans le nombre d'onde
D	application de l'interférométrie en fonction du vecteur d'onde
$v_{\parallel}$	projection de la vitesse sur l'axe de réception en mètre par seconde
$v_{oldsymbol{\psi}}$	projection de la vitesse sur l'axe de réception estimée par l'interférométrie faussée
J	application en fonction du vecteur vitesse pour estimer la vitesse plus finement
$t_0$	temps à l'origine de la dilation/compression pour le time scaling

## Introduction générale

La surface de la Lune est mieux connue que le fond des océans. Alors que l'espace s'explore à l'aide de la lumière, des ondes radio et de satellites rapides, les grandes profondeurs se sondent dans l'obscurité, en submersible privé des instruments les plus classiques de transmission et de communication comme le GPS et la radio. En effet, le milieu aquatique ne permet pas la propagation des ondes électromagnétiques à cause de sa forte conductivité. On déplore par conséquent une forte méconnaissance des océans qui occupent 71% de la surface de notre planète avec une profondeur moyenne évaluée à 3800 mètres (à côté des 800 mètres d'altitude moyenne des terres émergées). [1]

En revanche, les ondes sonores se propagent plutôt bien dans le milieu sous-marin. C'est avec le son que les cétacés se repèrent et chassent dans l'obscurité totale de l'océan. Les systèmes électromagnétiques de télécommunication doivent donc être repensés pour fonctionner avec des ondes acoustiques. Sous l'eau, le SONAR (SOund Navigation and Ranging) remplace le RADAR (RAdio Detection And Ranging) pour la détection et/ou la localisation de cibles et d'obstacles.

Que le son se propage dans l'eau se sait depuis longtemps : la simple écoute dans l'eau permettait de détecter l'approche de navires comme nous le rapporte Léonard de Vinci au XVe siècle dans ses écrits. Mais il faut attendre la technologie piézo-électrique du XXe siècle pour l'exploitation pratique de l'acoustique sous-marine, la science qui étudie la propagation des ondes sonores dans l'eau. Paul Langevin, physicien français, contribua à la réalisation des premiers sonars pendant la première guerre mondiale. C'est dans le contexte de la seconde guerre mondiale puis de la guerre froide que cette technologie se perfectionne. Ces avancées scientifiques étaient motivées par la lutte sous-marine et la guerre des mines.

Le domaine civil a profité de ces progrès théoriques et techniques en acoustique sous-marine, notamment pour la pêche, l'offshore et pour la recherche scientifique comme la bathymétrie (l'étude du relief du fond), la biologie, la courantologie, ou l'océanographie. L'acoustique sousmarine joue un rôle indispensable pour la maîtrise des océans. Les outils de navigation et l'imagerie sous-marine en dépendent. Les défis consistent à surpasser les imprévisions du milieu pour mieux contrôler les informations envoyées et mieux analyser les informations reçues.

Les sondeurs multi-faisceaux (SMF) sont des sonars composés de plusieurs émetteurs et récepteurs acoustiques, capables de balayer un grand volume d'eau grâce à leurs multiples faisceaux. De plus en plus perfectionnés pour répondre à ces défis, ils sont couramment utilisés pour la bathymétrie du fond et équipent de très nombreux navires de surface et véhicules sous-marins.

Les véhicules sous-marins autonomes (AUV), en développement depuis les années 70, explorent les environnements marins et fluviaux en collectant des données sonars au travers de ses sondeurs de plus en plus performants. Mais pour exploiter la qualité de ces données, pour l'établissement d'une carte bathymétrique la plus fidèle possible par exemple, il faut mesurer avec la même précision la position verticale de l'AUV par rapport à un zéro hydrographique ainsi que la position horizontale. En d'autres termes, les hautes performances des SMF sont limitées par l'impossibilité actuelle de les localiser géographiquement et précisément sous la surface.

La navigation et la localisation des véhicules sous-marins autonomes dans l'environnement sous-marin se compliquent pour les missions longues et les missions à grande profondeur. Pour se localiser, l'AUV utilise le DVL (Doppler Velocity Log). Ce sonar mesure la vitesse de déplacement du véhicule par rapport au fond en étudiant la déformation des échos réfléchis par le fond de ses impulsions émises. Ainsi, la position géographique du véhicule au cours du temps se déduit à partir de la vitesse ainsi mesurée. Pour limiter le cumul des erreurs de position, le DVL doit être le plus précis possible. Pour cela, il affine son faisceau acoustique en augmentant la fréquence des ondes émises, ce qui se fait au détriment de la portée puisque les ondes hautes fréquences sont plus fortement absorbées par le milieu aquatique.

Cette thèse vise à améliorer le positionnement d'un véhicule sous l'eau en améliorant le DVL, l'un des capteurs clef de la navigation sous-marine, par l'utilisation de sondeurs multi-faisceaux. Les traitements d'antennes des SMF estimant la direction d'arrivée des échos permettent d'accroitre la précision, tandis que les fréquences d'utilisations plus basses des SMF augmentent la portée.

Une meilleure précision des mesures et une meilleure portée permettent un positionnement toute profondeur plus précis pour une navigation sous-marine autonome plus longue et plus profonde.

Ces travaux de thèse effectués dans le cadre du contrat CIFRE ANRT 2019/1486, ont été réalisés à ECA GROUP (à Toulon), en partenariat avec le GIPSA-lab (à Grenoble) et le Laboratoire d'Informatique et des Systèmes (UMR CNRS 7020) (LIS) de l'université de Toulon. L'entreprise ECA GROUP, experte en robotique et en systèmes automatisés, exerce ses activités principalement dans les secteurs de la défense, du maritime, de l'aérospatiale, de la simulation, de l'énergie et des équipements industriels. Elle conçoit et fabrique en particulier des drones sous-marins sur son site de Toulon-La Garde. La société a récemment fusionné avec la société iXblue conceptrice notamment d'équipements acoustiques marins et de centrales inertielles, pour former la société Exail.



FIGURE 1 – Équipements ECA GROUP Crédit photo ECA GROUP

#### Contributions

Pour mesurer la vitesse, le DVL actuel tire deux impulsions acoustiques identiques, vers le fond, espacées temporellement d'un instant choisi et connu : l'inter-pulse. Les ondes se propagent dans l'eau, se réfléchissent sur le fond, et reviennent à l'émetteur en déplacement. À la réception, le retard du deuxième écho par rapport au premier est comparé à l'inter-pulse à l'aide de l'auto-corrélation du signal reçu.

L'allongement temporel entre les deux échos signifie que l'appareil s'est éloigné du fond. Dans le cas inverse, la diminution temporelle témoigne d'un rapprochement du fond du véhicule. Ce retard (ou cette avance) temporel, donne la vitesse radiale, autrement dit, la vitesse de déplacement dans l'axe de visée.

On effectue ces mesures dans plusieurs directions pour obtenir plusieurs vitesses radiales. Les directions de mesures sont fixées au montage, le vecteur vitesse se retrouve par inversion d'un système matriciel.

Le traitement actuel des DVL classiques décrits ci-dessus est résumé dans les encadrés noirs de l'organigramme figure 2. En bleu, sont listées les contributions apportées par la thèse.



FIGURE 2 – Contributions de la thèse sur le traitement actuel

Premièrement cette thèse propose et valide par simulation un modèle théorique de l'erreur moyenne que commet le DVL sur la mesure de la vitesse radiale. Le biais principal considéré dans ces travaux est le biais acoustique insuffisamment modélisé actuellement.

Ensuite, l'innovation majeure apportée par cette thèse est l'utilisation d'un réseau de capteurs à la réception pour estimer la direction d'arrivée (voire le vecteur d'onde) en plus du retard Doppler. Ce projet a été breveté [2]. Cette innovation nécessite la révision de chaque étape du traitement du DVL classique. Cette thèse revoit les paramètres à l'émission comme le type de signaux à émettre, la fréquence, la bande passante et la directivité. Pour l'auto-corrélation, elle propose deux amélio-rations : la fenêtre temporelle et surtout l'auto-corrélation large bande généralisée. Ensuite pour l'estimation de la vitesse radiale, cette thèse ajoute le traitement interférométrique pour estimer la direction d'arrivée ou le vecteur d'onde en fonction de la géométrie de l'antenne. Et pour terminer, pour reconstruire le vecteur vitesse, cette thèse soumet une façon optimisée plus fidèle à la physique, pour remonter au vecteur vitesse de façon plus précise.

Enfin, ces travaux de recherche se sont appuyés sur un simulateur de l'instrument complet développé pendant cette thèse.

#### Organisation du document

Ce document est divisé en 6 chapitres.

Le chapitre 1 explique plus en détail la problématique du positionnement sous-marin, et l'intérêt du DVL. Ce chapitre propose aussi un récapitulatif de l'état de l'art en matière de DVL.

Le chapitre 2 rappelle les fondamentaux nécessaires en acoustique sous-marine et en traitement du signal. Il se termine sur une comparaison en énergie et en portée des différents types de signaux en fonction de leur bande passante et de leur durée.

Le chapitre 3 décrit les modèles physiques employés 1D, 2D, 3D, mono-capteur et multicapteurs et les hypothèses faites. Ainsi, les formules implémentées dans le simulateur y sont expliquées.

Le chapitre 4 révèle l'origine du biais du DVL, le modélise en 2D et en 3D, et propose deux solutions théoriques pour le réduire : la fenêtre temporelle et l'interférométrie.

Le chapitre 5 concrétise les solutions théoriques pour éliminer le biais sous forme d'un nouveau DVL : le DVL interférométrique, un DVL avec un biais extrêmement réduit. Une extension est proposée dans le but de réduire la variance en revoyant la formule d'auto-corrélation. Les concepts seront accompagnés de simulations.

Le chapitre 6 expose l'expérimentation en piscine et en mer de l'estimation de la vitesse par rapport au fond au travers d'un sondeur multi-faisceaux.

#### Les publications

Dans l'ordre chronologique de publication :

- Low Bias Doppler Speed Over Ground Estimation using a Multi-Beam Echo Sounder [3] Cet article de conférence décrit l'expérimentation en mer de la mesure de la vitesse avec un sondeur multi-faisceaux et les résultats pour les modes DVL classique et DVL interférométrique
- Full Ocean Depth Unbiased Speed over Ground Estimation using a 3D Ultra Short Baseline Interferometric Doppler Velocity Sonar [4]

Cet article de conférence détaille le fonctionnement du DVL intérférométrique 1D et 2D pour montrer la performance du DVL intérférométrique 3D

 Interferometric Doppler Velocity Sonar for Low Bias Long Range Estimation of Speed Over Seabed [5]

Cet article de journal explique le biais des DVL et propose des solutions théoriques pour y remédier

- Mesure de la vitesse par rapport au fond avec un Sondeur Multi-Faisceaux [6]
   Cet article de conférence décrit l'expérimentation en mer de la mesure de la vitesse avec un sondeur multi-faisceaux et les résultats pour le mode DVL classique
- Simulations and Experiments with a 1D Interferometric Doppler Velocity Sonar [7]
   Cet article de conférence décrit le DVL interférométrique 1D (inDVL) et les résultats de l'expérimentation en mer pour l'inDVL

## La navigation autonome sous-marine

La navigation sous-marine autonome a besoin de capteurs et de repères pour se faire. La centrale inertielle mesure les accélérations et les angles d'attitude du véhicule et par double intégration, elle estime sa position. Mais seule, elle dérive car les erreurs se cumulent durant la mission. D'autres capteurs externes viennent l'aider, en particulier le DVL (Doppler Velocity Log).

#### Sommaire

1.1	Les réf	érentiels pour la navigation
	1.1.1	Le référentiel inertiel (ECI)
	1.1.2	Le référentiel terrestre (ECEF)
	1.1.3	Le référentiel tangentiel (NED)
	1.1.4	Le référentiel de la plateforme et les angles d'attitude
1.2	Le syst	ème de navigation inertielle (INS)
	1.2.1	L'accéléromètre
	1.2.2	Le gyroscope ou le gyromètre
	1.2.3	Bilan
1.3	L'hybr	idation avec un filtre de Kalman
	1.3.1	Les systèmes de localisation sous-marine
	1.3.2	Le compas magnétique
	1.3.3	Le capteur de pression
1.4	Le Dop	ppler Velocity Log (DVL)
1.5	Conclu	sion

#### Introduction

La navigation autonome sous-marine se fait à l'aide de plusieurs capteurs pour déterminer la position et l'orientation du véhicule selon des repères. Les différentes mesures des capteurs sont d'abord ramenées dans un référentiel commun puis un filtre de Kalman les combine afin d'estimer au mieux la position, la vitesse et l'orientation de l'engin.

Nous verrons dans ce chapitre les référentiels utilisés pour la navigation. Puis nous décrirons le système de navigation inertielle, qui comme son nom l'indique, fonctionne par inertie, autrement dit, qui est sensible aux accélérations. Ce système a ses limites. Nous les aborderons. Elles justifient le recours à divers capteurs pour ajuster le positionnement. En particulier, nous nous focaliserons sur le sonar DVL (Doppler Velocity Log) permettant de mesurer la vitesse, sonar qui fait l'objet de cette thèse.

#### 1.1 Les référentiels pour la navigation

Naviguer nécessite des repères. Dans l'espace, dans les airs, ou dans la mer, les besoins ne sont pas les mêmes. Un capteur fonctionne par rapport à un référentiel en 3 dimensions, selon trois axes orthogonaux. Il existe plusieurs référentiels [8]. Nous allons décrire les quatre qui nous intéressent plus particulièrement pour la navigation sous-marine : le référentiel inertiel, le référentiel terrestre, le référentiel tangentiel, et le référentiel de la plateforme.



FIGURE 1.1 – Référentiel terrestre et tangentiel extrait de [8]

#### 1.1.1 Le référentiel inertiel (ECI)

L'origine du référentiel ECI (Earth Centered Inertial) concorde avec le centre de masse de la Terre. Son axe z s'aligne sur l'axe de rotation de la Terre et son axe x pointe vers le point vernal. L'axe y est orthogonal aux deux autres axes. Ce référentiel est fixe par rapport aux étoiles, pour la durée de nos applications sous-marines qui sont courtes devant le lent mouvement de précession des équinoxes.

#### **1.1.2** Le référentiel terrestre (ECEF)

À la différence du référentiel inertiel, le référentiel ECEF (Earth Centered Earth Fixed), visible sur la figure 1.1, tourne avec la Terre. Son axe x pointe sur l'intersection du plan équatorial avec le premier méridien, celui de Greenwich. L'axe y est orthogonal aux deux autres axes et s'inscrit également sur le plan équatorial.

#### 1.1.3 Le référentiel tangentiel (NED)

Visible sur la figure 1.1, son origine est un point sur la surface de la Terre. Son axe z pointe vers le centre de la Terre, son axe x pointe vers le nord (le vrai nord, différent du nord magnétique), et par orthogonalité, son axe y pointe vers l'est. C'est pourquoi ce référentiel se nomme aussi NED (Nord East Down). Le référentiel tangentiel est souvent utilisé pour la navigation locale ce qui convient aux applications de robotique sous-marine. Il est donc supposé fixe, mais il tourne avec la Terre.

#### 1.1.4 Le référentiel de la plateforme et les angles d'attitude

Centré sur le centre de gravité du véhicule, l'axe x pointe vers l'avant, l'axe des z pointe vers le haut et l'axe y pointe sur le coté dirigé par l'orthogonalité avec les deux autres axes.

L'orientation de ses axes par rapport au référentiel tangentiel est décrite par les trois angles d'Euler, soient les angles d'attitude : l'angle de roulis (roll angle), l'angle de tangage (pitch angle), et l'angle de cap (yaw, heading, azimuth angle). Ces 3 angles sont visibles sur la figure 1.2 :



FIGURE 1.2 – Les angles d'attitude

#### **1.2** Le système de navigation inertielle (INS)

Cette partie s'appuie sur les références suivantes : [8-10]

Le système de navigation inertielle mesure le positionnement, la vitesse, et l'attitude de la plateforme mobile à partir d'une centrale inertielle (IMU : Inertial Measurement Unit) et d'un calculateur résolvant les équations de navigation. La centrale inertielle est composée de trois gyroscopes ou de trois gyromètres qui servent à mesurer l'attitude, et de trois accéléromètres qui mesurent l'accélération sur trois axes orthogonaux. Le calculateur intègre une première fois les mesures d'accélération pour obtenir la vitesse, et une deuxième fois pour remonter à la position.

Le tout est projeté dans le référentiel de choix extérieur à la plateforme (par exemple le référentiel NED) grâce aux mesures des gyromètres ou des gyroscopes qui renseignent l'attidude du véhicule.

Privée du positionnement par satellite, la centrale inertielle devient indispensable pour la navigation sous-marine. Elle a l'avantage d'être indépendante de l'environnement. Mais la double intégration fait que le moindre biais sur ses mesures élémentaires entraine de grandes erreurs de position qui se cumulent. À mesure que la durée de mission s'allonge, si les biais ne sont pas corrigés par l'algorithme de navigation, la position renvoyée par l'INS s'éloigne de la vraie position du véhicule.

#### 1.2.1 L'accéléromètre

Un accéléromètre est une masse connue suspendue à un ressort qui se déplace le long de l'axe par rapport à l'instrument lorsqu'il y a accélération. La contraction ou le relâchement du ressort quantifie l'accélération. Du point de vue inertiel, la déformation du ressort est provoquée par le déplacement de l'instrument vers la masse puisque cette dernière cherche à rester immobile. Trois accéléromètres placés orthogonalement sont donc nécessaires pour mesurer l'accélération 3D de la plateforme. [11]

Mais la masse est soumise à son propre poids. La force de gravité contracte elle aussi le ou les ressorts concernés. En conséquence la déduction de la vitesse se fait en retirant l'accélération de la pesanteur de la Terre g avant d'intégrer. Il est connu que  $g \approx 9,81m.s^{-2}$  à la surface de la Terre, mais g varie en fonction de l'altitude et de la position à laquelle on se situe puisque la Terre n'est pas une sphère mais un ellipsoïde.

En résumé, pour remonter à la position, il faut retirer la mesure de la gravité des accéléromètres qui dépend de la position. En plus, la gravité du Soleil et de la Lune se retrouvent dans les mesures, ce qui la rend également dépendante du temps. Il existe des modèles ou des tables de la gravité à utiliser en fonction de la précision des accéléromètres.

#### **1.2.2** Le gyroscope ou le gyromètre

Un gyroscope est un disque suspendu à des cardans qui, en tournant extrêmement vite, conserve son orientation initiale quelles que soient les manœuvres du navire. En d'autres termes, les axes de rotation des trois gyroscopes orthogonaux resteront fixes par rapport aux étoiles, donc fixes dans le référentiel inertiel. L'instrument mesure les angles d'attitude. [11]

Un gyromètre mesure la vitesse angulaire de rotation du véhicule selon un axe. En intégrant les mesures des trois gyromètres orthogonaux, on obtient les angles d'attitude. Les gyromètres laser et les gyromètres à fibre optique viennent remplacer les gyroscopes. Ils utilisent l'effet Sagnac : le déphasage entre deux rayons lumineux qui parcourent en sens inverse un même trajet dans un disque subissant une rotation. Le trajet devient plus court dans un sens que dans l'autre ce qui met en évidence la rotation. La vidéo [12] permet de visualiser l'effet Sagnac.

La Terre tourne sur elle même à la vitesse angulaire de 7,292115. $10^{-5}$  rad.sec<sup>-1</sup>. Les calculs de l'INS doivent extraire cette vitesse angulaire des mesures des gyroscopes et des gyromètres.

#### 1.2.3 Bilan

La performance de la centrale inertielle pour limiter sa dérive repose sur le degré de précision des éléments la composant et sur la justesse des algorithmes de navigation employés. En effet, les équations de navigation doivent épurer les mesures de l'IMU pour n'exploiter que les informations de mouvements de la plateforme par rapport au référentiel utilisé.

#### **1.3** L'hybridation avec un filtre de Kalman

Comme disposer d'une centrale inertielle constituée d'excellents composants est très onéreux, une autre solution moins coûteuse existe pour limiter sa dérive : l'hybridation avec d'autres capteurs extérieurs à l'aide d'un filtre de Kalman.

On peut facilement penser au GNSS (Global Navigation Satellite System) qui vient corriger les erreurs de positionnement de la centrale. Le GNSS et la centrale inertielle sont complémentaires puisque le GNSS ne peut pas fournir les informations d'attitude du véhicule. Mais en submersion, la liaison avec les satellites est coupée. D'autres capteurs, principalement acoustiques, sont développés pour venir aider la centrale inertielle. Le filtre de Kalman combine les différentes mesures renvoyées par les capteurs et l'INS pour estimer la position du véhicule le plus fidèlement possible et pour recaler la centrale inertielle. L'organigramme sur la figure 1.3 schématise ce couplage. Nous verrons trois catégories de capteurs et leur limites avant d'aborder dans la partie suivante le capteur qui mesure la vitesse : le DVL (Doppler Velocity log).



FIGURE 1.3 – Organigramme du couplage INS avec les autres capteurs extrait de [13]

#### 1.3.1 Les systèmes de localisation sous-marine

Reproduire le GNSS sous la mer est possible avec un système de balises acoustiques placées sur le fond marin ou sous la coque d'un bateau. Trois systèmes et leur limites sont décrits dans [14] :

#### Le système Long Baseline (LBL)

Des transpondeurs fixes placés sur le fond marin localisent un objet en comparant les temps d'arrivées d'un signal émis par cet objet. Avec connaissance des positions des transpondeurs, on replace dans un référentiel terrestre l'objet. La zone de travail est délimitée par ces transpondeurs placés sur le fond marin. Si l'objet sort de ce champ, le système de localisation n'est plus opérationnel.

#### Le système Short Baseline (SBL)

Au moins trois transpondeurs sont cette fois-ci placés sous la coque du navire. La méthode pour localiser l'objet reste la même. Cependant, la précision dépend de l'espacement entre les transpondeurs, lequel est contraint par les dimensions du bateau. De plus, la position de l'objet est estimée par rapport à celle du navire en mouvement. Le navire et donc le système restent tributaires de la localisation par satellites pour permettre le replacement de l'objet dans un référentiel terrestre.

#### Le système Utra Short Baseline (USBL)

Les récepteurs sont cette fois très rapprochés sous la coque du navire : ce n'est plus la trilatération en temps mais l'estimation de l'angle d'arrivée du signal par comparaison de phase (interférométrie) qui localise l'objet de façon relative au navire.

#### Bilan

Ces systèmes sont dans l'ensemble contraignants puisqu'ils limitent le champ d'exploration.

#### **1.3.2** Le compas magnétique

Il s'agit d'une boussole qui indique le nord magnétique. Pour l'intégrer au filtre de Kalman pour apporter une contribution à l'estimation de l'angle de cap, il faut s'assurer d'après [8] que le capteur soit isolé du champs magnétique du véhicule. Il faudra alors compenser la déviation du champs magnétique de la Terre pour se caler sur le vrai nord.

#### **1.3.3** Le capteur de pression

La pression augmente en fonction de la profondeur. Avec connaissance du gradient, le capteur de pression convertit l'information de pression, en profondeur sous la surface de l'eau. Ainsi, il donnerait directement le positionnement vertical, sur l'axe z.

Cependant, ce capteur ne mesure que l'immersion instantanée qui est soumise à l'effet de la houle. Cette problématique est décrite dans [15]. Si un sondeur bathymétrique s'appuie sur la position verticale renvoyée par le capteur de pression, alors sa reconstitution du relief du fond sera faussée.

#### **1.4** Le Doppler Velocity Log (DVL)

Le Doppler Velocity Log (DVL) est le capteur qui mesure la vitesse de déplacement du véhicule marin ou sous-marin par rapport au fond. Il exploite l'effet Doppler de signaux acoustiques après réflexions sur le fond. La centrale inertielle doit intégrer deux fois ses mesures d'accélération pour estimer sa position quand le DVL, lui, n'intègre qu'une fois ses mesures de vitesse, réduisant ainsi le cumul des erreurs sur la position. Cela fait de lui le meilleur allié de la centrale pour la précision de navigation long-terme d'un AUV (Autonomous Underwater Vehicle). Il faut savoir que la fréquence de mesure d'une centrale inertielle peut être plus importante que celle des DVL qui est limitée par le temps de vol aller-retour des signaux acoustiques. [14]

Jerker Y. Taudien dans [16] relate l'histoire de l'évolution du DVL.

On peut considérer l'invention du DVL comme remontant à 1945 par le développement d'un compteur de vitesse du navire basé sur la rétrodiffusion Doppler par le laboratoire de recherche acoustique de l'Université d'Harvard [17], rapporté par Pinkel dans [18].

En 1969, Kritz et Lerner de la Sperry Rand Corporation ont breveté un sonar Doppler de configuration Janus [19]. Ce sonar se compose de quatre transducteurs acoustiques qui transmettent et reçoivent des impulsions dans les directions avant, arrière, bâbord et tribord. La configuration Janus est l'orientation de quatre faisceaux dans un cercle, séparés par un azimut de  $90^{\circ}$  et avec un angle d'incidence commun généralement autour de  $20^{\circ}$  à  $30^{\circ}$ . La figure 1.4 illustre les quatre faisceaux de disposition Janus et elle montre un piston DVL actuel de la société Teledyne RDI.



FIGURE 1.4 – Piston DVL (Teledyne RDI WHN 600kHz) et les quatre faisceaux Janus [20]

En 1979 Edward et Dickey ont travaillé sur le le Correlation Velocity Log (CVL) [21, 22]. De taille plus petite, au lieu de mesurer le décalage Doppler, il mesure le déplacement par corrélation spatiale entre ses différents recepteurs.

En 1995, Yu et Gordon ont inventé le DVL Phased Array [23]. Il s'agit d'un réseau phasé qui forme les quatre faisceaux Janus à partir d'une seule ouverture. Cela réduit considérablement la taille du DVL.

Ces innovations sur le DVL ont pour but commun de réduire l'encombrement du DVL. Le piston DVL en fonction de sa longueur d'onde utilisée peut atteindre un volume et un poids contraignant pour un AUV. En effet, la finesse des faisceaux acoustiques, indispensable pour le bon fonctionnement des sonars Doppler, s'obtient pour les grands rapports entre le diamètre d'ouverture et la longueur d'onde. Le DVL pour ne pas être trop gros doit privilégier les petites longueurs d'ondes. Mais la portée diminue en réduisant la longueur d'onde à cause de l'absorption par l'eau qui, elle augmente [24, 25]. Précision et portée sont liées et régies par la taille de l'instrument et la longueur d'onde employée.



FIGURE 1.5 – Comparaison des tailles relatives des sonars Doppler pour une longueur d'onde donnée extrait de [16]

La figure 1.5 issue de [16] illustre une comparaison de la taille relative des sonars Doppler. Le piston est le plus grand des trois. Le diamètre du transducteur détermine la taille de l'instrument pour les instruments à basse fréquence, mais la taille de l'électronique est généralement du même ordre ou plus grande que le transducteur pour les instruments à haute fréquence [25]. Un compromis taille/puissance/portée s'établit entre les pistons DVL, les CVL et les DVL à réseau phasé, et la longueur d'onde employée. Les DVL à piston et les DVL à réseau phasé sont tous les deux bien adaptés pour la navigation sur plateau continental, mais un problème de taille se pose pour atteindre les grandes profondeurs.

Il reste à discuter maintenant de la précision long-terme du DVL. La précision de l'instrument est mesurée sur un temps long et apparait donc comme un biais. Elle est difficile à évaluer puisqu'il est impossible de la dissocier des imprécisions liées à l'expérimentation. Ainsi, il faut minimiser le mauvais alignement au montage entre la centrale et le DVL. Aussi la vitesse du son dans l'eau doit être mesurée avec précision [26] pour isoler le biais de l'instrument. On peut penser que le biais intrinsèque de l'instrument peut se retirer après calibration. C'est inexact, iXblue a pu constater que le biais du DVL changeait en fonction de la profondeur.

La précision à long terme est méconnue et a été peu étudiée théoriquement. Pinkel dans [27] suggère brièvement que le biais intrinsèque pourrait être causé par une suppression insuffisante des lobes secondaires, par des artefacts de traitement du signal et par une utilisation incorrecte de l'instrument. Puis Taudien et Bilen se sont intéressés au biais acoustique du DVL [16, 28, 29]. Ils proposent un modèle 2D du biais qu'ils ont obtenu par simulation. Pinto a également proposé un modèle du biais dans [30]. Ces modèles viennent prouver que le biais dépend de l'environnement. Les travaux de cette thèse s'inscrivent dans la continuité de l'étude du biais réalisée par Marc Pinto pour enrichir et valider le modèle du biais.

#### 1.5 Conclusion

Parmi l'ensemble des sondeurs qui peuvent équiper un véhicule marin, le DVL (Doppler Velocity Log) est celui qui mesure la vitesse de déplacement par rapport au fond de la mer. Le DVL, en utilisant des ondes acoustiques, est donc indispensable pour la navigation sous-marine. En effet, la position géographique du véhicule au cours du temps se déduit à partir de la vitesse.

Cependant, le DVL mesure la vitesse dans le référentiel de l'instrument. Remonter à la vitesse dans un référentiel terrestre nécessite l'utilisation d'une centrale inertielle. La centrale inertielle mesure les accélérations et la vitesse de rotation du véhicule. En toute autonomie, elle serait donc capable de mesurer le positionnement de l'appareil par double intégration des accélérations orientées mesurées, à partir d'un point de départ. Mais au fil du temps les erreurs s'accumulent jusqu'à la dérive totale. Le DVL intervient alors pour recaler la centrale inertielle. Le filtre de navigation fusionne les mesures du DVL avec celles de la centrale inertielle pour obtenir la position géographique du véhicule la moins erronée possible.

On a vu que d'autres instruments comme le capteur de pression ou le compas magnétique, ou des systèmes de balisage acoustique peuvent rentrer dans le filtre de navigation pour limiter la dérive de la centrale inertielle et ainsi pour améliorer le positionnement du véhicule sous-marin. Mais ils s'avèrent contraignants pour les uns et insuffisants pour les autres.

Par conséquent, le biais et la portée du DVL sont des facteurs cruciaux pour une bonne navigation autonome sous-marine. Un biais plus faible et une meilleure portée permettent un positionnement toute profondeur plus précis pour une navigation sous-marine autonome plus longue et plus profonde.

C'est pourquoi, au chapitre 4, nous nous intéresserons à la compréhension de ce biais après avoir préalablement introduit au chapitre 2 tous les prérequis de traitement du signal et d'acoustique sous-marine dont nous avons besoin pour mener à bien les calculs.

# **2** Les rappels physiques

Ce chapitre rappelle les notions fondamentales nécessaires en acoustique sous-marine et en traitement du signal sur lesquels s'appuieront les développements proposés dans les chapitres suivants.

#### Sommaire

2.1	Rappels d'acoustique sous-marine    14		
	2.1.1	L'onde acoustique	14
	2.1.2	La gamme de fréquences	15
	2.1.3	La célérité de l'onde acoustique sous l'eau	15
	2.1.4	L'effet Doppler	16
	2.1.5	Le transducteur	16
	2.1.6	Le niveau sonore	17
	2.1.7	Les pertes de transmissions par propagation	17
	2.1.8	La rétrodiffusion	18
	2.1.9	Le niveau de réverbéré	18
	2.1.10	La directivité	18
	2.1.11	Le bruit	19
	2.1.12	L'équation du sonar	19
	2.1.13	Bilan	20
2.2	Le signal temporel en bande de base		20
	2.2.1	Le signal temporel complexe	20
	2.2.2	La transformée de Fourier et les relations de base	20
	2.2.3	Les fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélation	21
	2.2.4	La démodulation en bande de base	21
	2.2.5	Le retard ou le déphasage en bande de base	22
2.3	Signaux utiles		22
	2.3.1	L'impulsion CW (Continuous Wave)	22
	2.3.2	Le chirp linéaire ou LFM (Linear Frequency Modulation)	23
	2.3.3	Le chirp hyperbolique ou HFM (Hyperbolic Frequency Modulation)	23
	2.3.4	Discussions sur l'énergie et la portée	24
2.4	Conch	1 <b>sion</b>	25

#### Introduction

Une onde est une perturbation qui se propage dans l'espace à travers le temps. On différencie ces deux types d'ondes :

- Les ondes mécaniques qui ont besoin d'un support matériel pour se propager. Exemple, les ondes sismiques dans la croute terrestre, les ondes sonores dans l'air ou dans l'eau...
- Les ondes électromagnétiques, dont fait partie la lumière, qui sont majoritairement utilisées pour la transmission et la communication grande distance (radio, wifi, téléphone, GPS, RADAR).

L'acoustique sous-marine étudie la propagation des ondes sonores dans l'eau. Certaines limites et certaines difficultés sont liées au caractère imprévisible du milieu de propagation : d'abord, le son se déplace 200 000 fois plus lentement que la lumière. La célérité du son dans l'eau varie en fonction de la température, de la salinité et de la pression de l'eau. Ensuite, les mouvements du sonar et/ou de la cible modifient la fréquence du signal (effet Doppler). De plus, l'inhomogénéité du milieu dévie les signaux et cause des réflexions multiples. Enfin, les bruits liés à l'agitation de la mer, aux activités sismiques et volcaniques, aux organismes vivants, au véhicule lui-même etc, peuvent prendre le dessus sur le signal utile.

Le sonar se partage en deux modes de fonctionnement. D'une part, l'écoute simple des bruits dit « Sonar passif », permet une localisation seulement de direction. D'autre part, l'écoute d'échos d'un signal émis réfléchi par une cible, dit « Sonar actif », ajoute une information de distance. En effet, le temps écoulé entre l'émission et la réception permet d'estimer, avec la connaissance de la célérité du son, la distance séparant la cible du sonar.

Enfin, l'interprétation de ces ondes sonores enregistrées sous forme de signaux par un sonar requiert l'utilisation de méthodes de traitement du signal appliquées à l'acoustique sous-marine. Cette discipline met au point différents outils pour extraire au mieux l'information utile brouillée par les perturbations liées au milieu de propagation.

Nous commencerons par des rappels en acoustique sous marine. Puis nous poursuivrons sur des rappels en traitement du signal. Nous terminerons enfin sur les signaux utiles et leurs intérêts.

#### 2.1 Rappels d'acoustique sous-marine

Cette partie résume les notions utiles pour les travaux sur le DVL qui sont détaillées dans les références suivantes [31–33].

#### 2.1.1 L'onde acoustique

Le son est une vibration du milieu qui se propage sous forme d'onde longitudinale. La perturbation causée par les ondes sonores se caractérise par une alternance de compression et de relâchement dans le sens de la propagation. Les particules du milieu traversé se rapprochent et s'éloignent. Dans le vide, il n'y a pas de son. Nos oreilles captent ces vibrations.

Les paramètres des ondes sont :

- $-\lambda$ : la longueur d'onde en mètre, soit la distance spatiale entre deux sommets des oscillations
- f: la fréquence de l'onde en Hertz soit son nombre d'oscillations par seconde.
- T : la période de l'onde en seconde, soit l'écart temporel entre deux sommets des oscillations
- c : la célérité de l'onde en mètre par seconde, soit sa vitesse de propagation
- k: le nombre d'onde en radian par mètre, soit la norme du vecteur d'onde

Ces paramètres sont reliés par les relations suivantes :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$
 et  $\lambda = cT = \frac{c}{f}$  (2.1)

#### 2.1.2 La gamme de fréquences

Selon les applications en acoustique sous-marine, la plage des fréquences utilisée s'étend entre 10 Hz et 1 MHz. À titre de comparaison, l'oreille humaine n'est sensible qu'entre 20 Hz et 20 kHz. La fréquence d'émission d'un sonar est choisie par compromis. Il faut privilégier les basses fréquences pour les grandes distances. Mais les hautes fréquences apportent une meilleure résolution.

Les sondeurs multifaisceaux et les DVL fonctionnent sur une plage de fréquences allant de l'odre de 10kHz à 1000kHz.

#### 2.1.3 La célérité de l'onde acoustique sous l'eau

La vitesse de propagation du son dépend essentiellement de la masse volumique et de la compressibilité du milieu. Le son se propagera d'autant plus vite que le milieu est à faible inertie (faible masse volumique) et faiblement compressible (faible variation de volume en fonction de la pression). Ainsi, l'eau liquide a, certes, une masse volumique plus élevée que celle de l'air, mais elle reste infiniment moins compressible que ce dernier, ce qui donne une vitesse du son environ cinq fois plus élevée dans l'eau que dans l'air.

La célérité du son dans l'eau est d'environ  $1500m.s^{-1}$  et fluctue en fonction de la température, de la salinité et de la pression de l'eau d'après la formule de Medwin [34] :

$$c = 1449, 2+4, 6T - 0,55T^{2} + 0,00029T^{3} + (1,34 - 0,01T)(S - 35) + 0,016Z$$
(2.2)

*c* augmente avec *T* (température) par diminution de la masse volumique et avec *S* (salinité) et *Z* (profondeur) par diminution de la compressibilité. Ainsi, suivant les couches successives d'eau, la célérité du son n'est pas la même. Ceci engendre des déviations des rayons, illustrées par la loi de Snell Descarte. (fig 2.1)

$$\frac{\sin i_1}{c_1} = \frac{\sin i_2}{c_2}$$
(2.3)



(a) Réflexion et réfraction d'un rayon à l'interface de deux (b) Trajectoire déviée d'un rayon par les couches sucmilieux de célérité différente cessives de l'eau

#### FIGURE 2.1 – Incidence et Réfraction

On notera qu'à partir d'une certaine incidence (l'incidence critique), la réflexion est totale.

#### 2.1.4 L'effet Doppler

L'effet Doppler est une modification de la fréquence causée par le déplacement relatif sourcecible pendant la durée d'émission ou de réception du signal. La vitesse de déplacement des instruments, non négligeable à côté de celle du son dans l'eau, implique un décalage en fréquence courant dans le traitement des signaux acoustiques. L'effet Doppler peut être gênant, mais il offre la possibilité d'effectuer des mesures de vitesse de l'appareil, de vitesse de cibles en mouvement ou de vitesse de courants sous-marins.

Le décalage fréquentiel se calcule de la façon suivante pour un trajet aller-retour entre une source en déplacement et une cible fixe [33] :

$$f_R = f_T \frac{c \pm v_R}{c \pm v_T} \tag{2.4}$$

Avec  $f_T$  et  $f_R$  les fréquences à l'émission et à la réception,  $v_T$  et  $v_R$  les vitesses radiales source-cible et récepteur-cible, et c la célérité du son.



FIGURE 2.2 – Illustration de l'effet Doppler

Sur la figure 2.2, étape 1, l'appareil en déplacement selon le vecteur vitesse  $\vec{V}$  émet de T vers la cible S à la fréquence  $f_T$ . Un premier effet Doppler apparait : la fréquence est modifiée. Ensuite, étape 2, l'onde se réfléchit sur la cible. La cible est un point sur le fond, fixe et immobile. Par conséquent, il n'y a pas d'effet Doppler à la réflexion. Enfin, étape 3, les ondes reviennent à l'appareil toujours en déplacement, en R. Un deuxième effet Doppler se produit, la fréquence est à nouveau modifiée.

À l'étape 1, l'effet Doppler est causé par la source qui se déplace par rapport à la cible fixe. À l'étape 3, il faut considérer que le point sur le fond devient la source, et l'appareil, la cible. Alors, l'effet Doppler est cette fois ci causé par la cible qui se déplace par rapport à la source fixe.

Le décalage fréquentiel est d'autant plus grand que le rapport vitesse radiale et célérité du son est important. Ceci explique qu'en radar, l'effet Doppler est moins important.

#### 2.1.5 Le transducteur

Les transducteurs électroacoustiques sont capables d'émettre et de recevoir des signaux acoustiques. Comme leur nom l'indique, ils transforment l'énergie acoustique en énergie électrique, et inversement. Les transducteurs pour l'acoustique sous-marine sont couramment nommés « hydrophone ». Un ensemble d'hydrophones forme une antenne. Si les hydrophones sont alignés le long d'un axe, on parlera alors d'antenne linéaire.

#### 2.1.6 Le niveau sonore

L'intensité sonore notée I correspond au flux de puissance par unité de surface. Elle s'exprime en Watt par mètre carré. On imagine une source ponctuelle émettant un son d'une puissance de P Watt. Alors l'intensité sonore perçue à une distance R en mètre de l'émetteur sera :

$$I = \frac{P}{S} \tag{2.5}$$

avec *S* la surface de la sphère de propagation de rayon *R*. L'intensité sonore est difficilement mesurable et peu interprétable. En effet, les instruments et nos oreilles mesurent la pression acoustique liée à l'intensité sonore mais aussi au milieu. Autrement dit, un son de même intensité sonore ne sera pas perçu aussi fort qu'on l'entende dans l'eau ou dans l'air.

Le niveau d'intensité sonore noté L en décibel (dB) a été introduit pour mieux interpréter l'intensité sonore, ou la pression acoustique. Il s'agit du logarithme en base 10 du rapport de puissance. Une variation de 3dB correspond à un rapport d'énergie de 2. Le niveau d'intensité sonore, l'intensité sonore et la pression acoustique sont reliées par la relation suivante :

$$L = 10\log_{10}\left(\frac{I}{I_{ref}}\right) = 20\log_{10}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right)$$
(2.6)

 $I_{ref}$  et  $P_{ref}$  sont respectivement des constantes d'intensité sonore et de pression de référence. La pression P est ici l'amplitude de la variation rapide de la pression du milieu en Newton par mètre carré  $(N.m^2)$ , soit le Pascal (Pa).

La pression acoustique sous-marine de référence choisie pour mesurer le niveau d'intensité sonore est 1  $\mu Pa$ . Celle utilisée dans l'air est différente et vaut 20  $\mu Pa$  correspondant au seuil d'audition humaine.

#### 2.1.7 Les pertes de transmissions par propagation

L'onde subit sur son trajet une perte d'intensité provoquée par la divergence sphérique et par l'absorption de l'énergie par le milieu de propagation. Ces phénomènes importants contribuent à la portée du signal émis.

Premièrement, quand une onde se propage, son énergie s'étale sur la surface de sa sphère de propagation. L'augmentation du rayon implique une augmentation de la surface qui entraine une diminution du rapport de la puissance de départ avec la surface. C'est la divergence sphérique. La perte d'énergie à la distance R (en mètre) de la source en décibel vaut  $D_g = 20\log_{10}(R)$ . Cette égalité vient du rapport d'intensité  $\frac{I_2}{I_1}$  pour une intensité à R mètres de la source par rapport à l'intensité à un mètre de la source.

Deuxièmement, quand une onde se propage, son énergie se dissipe. Le milieu absorbe l'énergie et par conséquent il atténue les vibrations. La valeur du coefficient d'amortissement *a* donné en décibel par mètre  $(dB.m^{-1})$  dépend de la fréquence de l'onde et des propriétés suivantes du milieu : sa température, sa salinité, sa profondeur, et son ph. Il existe plusieurs formules donnant des valeurs différentes, comme celle de Fisher et de Simmons (1977) [35] ou celle de François et de Garrison (1982) [36, 37] ou encore celle de Ainslie et de McColm (1998) [38]. L'application suivante en ligne [39] permet de calculer ce coefficient d'absorption d'après ces trois formules. La perte d'énergie à la distance *R* (en mètre) de la source en décibel vaut  $D_a = aR$ .

Les deux effets se cumulent en se sommant. Ainsi, pour l'équation du sonar, la perte par transmission en décibel s'exprime :

$$TL = 20\log_{10}(R) + aR \tag{2.7}$$

#### 2.1.8 La rétrodiffusion

La plupart des systèmes actifs s'intéressent aux signaux renvoyés par le fond, la surface, ou les cibles. L'onde en frappant la cible ou l'interface est diffusée dans toutes les directions de l'espace, et une partie de l'énergie se retrouve rétrodiffusée vers l'émetteur. L'onde subit à nouveau une perte d'intensité.

Pour les échos de fond, on parle de l'indice de réverbération du fond. Il s'agit du rapport (en décibel) entre l'intensité sonore incidente et l'intensité sonore réfléchie par une surface de un mètre carré du fond à une distance de un mètre. Il dépend essentiellement de la granularité du fond et de la rasance. Il est négatif.

$$S = 10\log_{10}\left(\frac{I_{ref}}{I_{inc}}\right) \tag{2.8}$$

La cellule de résolution (ou la case distance) est l'étalement de l'onde sur le fond. Son aire intervient également dans la puissance retransmise. Elle est notée C.

#### 2.1.9 Le niveau de réverbéré

Le niveau de réverbéré correspond au niveau d'intensité de l'écho du fond reçu :

$$RL = SL - 2TL + S + 10\log_{10}C \tag{2.9}$$

L'onde émise part avec un niveau sonore émis SL en décibel. Son trajet aller et son trajet retour éliminent chacun TL décibels. Le rebond sur le fond occasionne une perte ou un gain de  $-S - 10\log_{10}C$  décibels supplémentaires.

#### 2.1.10 La directivité

La directivité consiste à concentrer, dans une direction précise, l'énergie à l'émission et à la réception. Elle se fait à partir de transducteurs directifs, ou d'une antenne grâce au traitement spatial. Elle permet de cibler une direction d'écoute et aussi d'isoler des échos parasites de trajets multiples.



FIGURE 2.3 – La fonction de directivité

La fonction de directivité est la répartition angulaire de puissance, centrée sur un axe appelé l'axe de directivité ou l'axe de tir (fig 2.3). Elle est maximale et symétrique en son centre. La finesse de son lobe principal et la faible amplitude de ses lobes secondaires évaluent sa qualité. La fonction de directivité idéale serait un pic d'énergie dans la direction souhaitée et rien dans les autres directions.

L'ouverture 2 $\theta$ 3 quantifie la finesse du faisceau. Il s'agit de l'angle duquel le niveau d'intensité passe sous la barre des -3dB. Une ouverture 2 $\theta$ 3 petite correspond à un lobe principal étroit, ce qui apporte une meilleure qualité de mesure. Elle dépend de la taille du transducteur ou de l'antenne par rapport à la longueur d'onde utilisée. Une antenne sera très directive quand sa taille par rapport à la longueur d'onde utilisée sera grande.

L'indice de directivité est le gain en énergie issu du rapport en dB de l'intensité directive avec l'intensité d'une répartition énergétique omnidirectionnelle. À l'émission, il est déjà compris dans SL (le niveau sonore de la source), mais à la réception, il intervient dans le niveau de bruit expliqué dans la partie suivante.

Dans le tableau 2.1, se trouvent les valeurs de ces variables en fonction de la géométrie de la source. On notera que dans ce tableau, *J* est la fonction de Bessel et  $s_{\theta}$  est le sinus de l'angle  $\theta$ .



TABLEAU 2.1 – Formulaires sur la directivité pour deux types de sources différentes

#### 2.1.11 Le bruit

En l'absence de signal utile, l'écoute est loin d'être silencieuse pour autant. Un bruit ambiant règne en fonction des fréquences d'écoute : le bruit de l'océan et le bruit de l'électronique. Dans les basses fréquences (< 100Hz), l'activité interne de la Terre et le trafic maritime gênent l'écoute. Dans les moyennes fréquences (entre 100Hz et 100kHz), l'agitation de la mer plus ou moins forte prend le dessus en terme de bruit. Dans les hautes fréquences (> 100kHz), on retrouve l'agitation moléculaire du bruit thermique. On interprète le bruit comme un signal aléatoire caractérisé par son niveau spectral isotrope  $N_{is}$ .

En concentrant l'écoute dans une direction précise, on corrige ce bruit de l'indice de la directivité DI. Par contre, la bande passante B en Hertz contribue également au bruit. Le niveau de bruit s'écrit alors :

$$NL = N_{is} - DI + 10\log_{10}B \tag{2.10}$$

#### 2.1.12 L'équation du sonar

La détection d'un signal en sonar repose sur l'inégalité suivante :

$$Signal - Bruit > Seuil (en dB)$$
(2.11)

En sonar passif, le signal est le niveau de rayonnement de la cible dont on soustrait les pertes de propagation aller simple. En sonar actif, pour un écho d'une cible, le signal est le niveau émis dont on soustrait les pertes de propagation aller-retour et l'indice de rétrodiffusion de la cible. En sonar actif, pour un écho du fond, le signal est le niveau de réverbéré.

En sonar actif, l'écho de fond est détectable quand :

$$RL - NL > DT$$

$$SL - 2TL + S + 10\log_{10}C - N_{is} + DI - 10\log_{10}B > DT$$
(2.12)

RL: Niveau de réverbéré, NL: Niveau de bruit, DT: Seuil de détection, SL: Niveau sonore de la source, TL: Pertes par transmission, S: Indice de réverbération de fond, C: Aire de la cellule de résolution,  $N_{is}$ : Niveau de bruit de l'environnement, DI: Indice de directivité (à la réception) et B: Bande passante (en Hertz).

#### 2.1.13 Bilan

Les notions d'acoustique sous-marine étudiées donnent une idée des perturbations rencontrées par l'onde sonore dans la configuration aller-retour. L'onde sonore reçue et convertie en signal électrique par le transducteur, contient une grande quantité d'information sur sa propagation qu'il faudra traiter.

#### 2.2 Le signal temporel en bande de base

#### 2.2.1 Le signal temporel complexe

Un capteur enregistre la perturbation acoustique en propagation dans le milieu. Le signal enregistré en temps se transcrit sous forme d'une fonction complexe  $s: T \to \mathbb{C}$  avec  $T \in \mathbb{R}$  le domaine temporel en seconde. Il dépend d'une amplitude  $A: T \to \mathbb{R}$  sans unité et d'une phase  $\phi: T \to \mathbb{R}$  en radian qui évoluent au cours du temps. L'amplitude A(t) est le module du signal et la phase  $\phi(t)$ est l'argument du signal à l'instant *t*. La forme exponentielle du signal *s* complexe s'écrit :

$$s(t) = A(t)e^{i\phi(t)}$$
(2.13)

Un signal mono-fréquentiel de fréquence  $f_0$  en Hertz réalise  $f_0$  tours de phase en une seconde. Il s'écrit, en prenant en compte une phase  $\phi_0$  à l'origine :

$$s(t) = A(t) e^{i(2\pi f_0 t + \phi_0)}$$
(2.14)

#### 2.2.2 La transformée de Fourier et les relations de base

La transformée de Fourier donne la représentation du signal dans le domaine des fréquences. Ainsi, la TF (Transformée de Fourier)  $\hat{s}$  d'un signal s s'exprime, à temps continu, dans le domaine F fréquentiel et elle est obtenue par l'intégration suivante :

$$\hat{s}(f) = TF\{s\} = \int_{T} s(t) e^{-2i\pi ft} dt$$
(2.15)

Son module est le spectre du signal.

La Transformée de Fourier inverse permet de revenir dans le domaine temporel :

$$s(t) = TF^{-1}\{\hat{s}\} = \int_{F} \hat{s}(f) e^{2i\pi ft} df$$
(2.16)

Quatre relations indispensables entre le signal temporel et sa TF :

— La modulation de fréquence : pour changer la fréquence du signal d'une fréquence  $f_0$ 

$$s(t)e^{2i\pi f_0 t} \Leftrightarrow \hat{s}(f - f_0) \tag{2.17}$$

— Le retard ou le déphasage (Time shift) : pour retarder ou déphaser le signal d'un délai  $t_0$ 

$$s(t-t_0) \Leftrightarrow \hat{s}(f) e^{-2i\pi f t_0}$$
 (2.18)

— Le changement d'échelle (Time scaling) : pour dilater ou comprimer le signal d'un facteur a

$$s(at) \Leftrightarrow \frac{1}{|a|} \hat{s}\left(\frac{f}{a}\right)$$
 (2.19)

— Le produit de convolution : pour deux signaux  $s_1$  et  $s_2$  temporels

$$(s_1 * s_2)(t) \Leftrightarrow \hat{s_1}(f) \hat{s_2}(f) \tag{2.20}$$

#### 2.2.3 Les fonctions d'auto-corrélation et d'inter-corrélation

Pour mesurer la ressemblance entre deux signaux  $s_1$  et  $s_2$ , on utilise la fonction d'intercorrélation :

$$IC\{s_2, s_1\}(t) = \int_T s_2(\tau) \overline{s_1(\tau - t)} d\tau$$
(2.21)

La barre est l'opérateur de conjugaison complexe.

On parle d'auto-corrélation (AC) lorsque l'on souhaite comparer un signal avec lui même, et d'inter-corrélation (IC) lorsque l'on souhaite comparer un signal avec un autre.

Dans le cas de l'inter-corrélation, la position en temps du maximum du module, s'il y en a un, et son argument donnent le retard entre les deux signaux en temps et en phase. L'amplitude de ce maximum, si les signaux sont normés, est le coefficient de corrélation dont la valeur est comprise entre 0 et 1. Si il vaut 1, alors les deux signaux comparés sont identiques.

On reconnait le produit de convolution dans la fonction de corrélation. Alors, d'après la relation (2.20), on effectue la corrélation dans le domaine fréquentiel pour la ramener ensuite dans le domaine temporel.

$$IC\{s_2, s_1\}(t) = \int_F \hat{s}_2(f) \overline{\hat{s}_1(f)} e^{2i\pi f t} df$$
(2.22)

#### 2.2.4 La démodulation en bande de base

Les traitements numériques se font sur des signaux discrets et non continus. On établit la fréquence d'échantillonnage  $f_s$  en Hertz qui correspond au nombre de points d'enregistrement du signal par seconde. Elle se choisit en fonction des fréquences des signaux liés au phénomène étudié. D'après le théorème de Nyquist-Shannon, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale des signaux pour ne pas perdre d'information.



FIGURE 2.4 – Comparaison entre le spectre sur porteuse (ici à la fréquence  $f_d$ ) par rapport au spectre en fréquence de base

Les fréquences utilisées pour des signaux acoustiques qui mesurent la vitesse sont de l'ordre de la centaine de kilohertz. La fréquence d'échantillonnage doit alors être élevée, ce qui induit un grand nombre de points d'enregistrement des signaux numériques. Or, l'information utile n'est contenue que sur une petite plage de fréquence comparée à la taille du domaine fréquentiel, comme on peut le constater sur le spectre de gauche figure 2.4. Il est donc possible de démoduler le signal d'une fréquence de démodulation  $f_d$  en Hertz, ce qui translate le spectre autour de l'origine. À droite, le spectre du signal démodulé peut rentrer sans repliement dans un domaine fréquentiel plus petit, impliquant une fréquence d'échantillonnage plus faible. C'est le passage en bande de base. Ramener le signal en bande de base permet de travailler sur des signaux hautes fréquences à bande limitée sans avoir à manipuler des données trop volumineuses.

Moduler le signal en bande de base par la fréquence de démodulation c'est ramener le signal sur porteuse.
#### 2.2.5 Le retard ou le déphasage en bande de base

Nous allons établir la formule qui permet d'appliquer un retard ou un déphasage d'un signal en bande de base, dans le domaine fréquentiel. Pour cela, considérons deux domaines fréquentiels :  $F_{bdb}$  petit pour les signaux en bande de base, et  $F_p$  grand pour les signaux sur porteuse.

Premièrement, il faut ramener le signal  $\hat{s}_{bdb} : F_{bdb} \to \mathbb{C}$  sur porteuse en le modulant d'une fréquence  $f_0$ . On obtient, en utilisant la relation (2.17),  $\hat{s}'_p : F_p \to \mathbb{C}$  tel que :

$$\hat{s}'_{p}(f) = \hat{s}_{bdb}(f - f_{0}) \tag{2.23}$$

Ensuite, on applique le retard ou le déphasage  $t_0$ . D'après la relation (2.18), on obtient :

$$\hat{s}_{p}^{\prime\prime}(f) = \hat{s}_{p}^{\prime}(f) e^{-2i\pi f t_{0}}$$
(2.24)

Enfin, on revient en bande de base en démodulant de  $f_0$  d'après (2.17) :

$$\hat{s}_{bdb}^{\prime\prime\prime}(f) = \hat{s}_{p}^{\prime\prime}(f+f_{0}) = \hat{s}_{bdb}(f) e^{-2i\pi(f+f_{0})t_{0}}$$
(2.25)

On a  $\hat{s}_{bdb}^{\prime\prime\prime}$  qui est la transformée de Fourier du signal en bande de base de  $\hat{s}_{bdb}$  retardée de  $t_0$ .

#### 2.3 Signaux utiles

Soient  $H: T \to \mathbb{C}$  le code émission et  $\hat{H}$  sa transformée de Fourier. Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux trois signaux utiles employés à l'émission puis nous les comparerons.

#### 2.3.1 L'impulsion CW (Continuous Wave)

Il s'agit d'un signal de plusieurs fréquences concentrées autour de la fréquence centrale  $f_0$ d'une largeur de bande *B* et d'une durée de PW = 2/B secondes (Pulse Width). On prend une porte de largeur de bande *B*, comme illustrée sur la figure 2.5. Cette porte est centrée sur la fréquence centrale d'émission  $f_0$  dans un domaine fréquentiel *F* centré en 0.



FIGURE 2.5 – Porte centrée sur porteuse  $f_0$ , en amplitude en fonction de la fréquence

La TF du code émission d'un CW s'écrit donc :

$$\hat{H}(f) = \mathbb{1}_{\left\{f_0 - \frac{B}{2} \le f < f_0 + \frac{B}{2}\right\}}$$
(2.26)

La TF inverse est un sinus cardinal dont le lobe principal est de longueur PW = 2/B secondes. Cela donne une impulsion de plus en plus courte au fur et à mesure que la largeur de bande est grande.

En bande de base, on choisit  $f_0$  comme fréquence de démodulation. Alors la TF du code émission d'un CW en bande de base est :

$$\hat{H}(f) = \mathbb{1}_{\left\{-\frac{B}{2} \le f < \frac{B}{2}\right\}}$$
(2.27)

#### 2.3.2 Le chirp linéaire ou LFM (Linear Frequency Modulation)

Le chirp linéaire ou la Linear Frequency Modulation se caractérise par une évolution linéaire de la fréquence au cours du temps au sein de l'impulsion. Ainsi, pour une fréquence centrale  $f_0$ , une largeur de bande *B* et une durée d'émission *PW*, la fréquence instantanée à t = -PW/2 sera  $f_0 - B/2$  et à t = PW/2,  $f_0 + B/2$  figure 2.6.



FIGURE 2.6 – Représentation temporelle à gauche et représentation temps-fréquence à droite pour un signal LFM (évolution linéaire de la fréquence au cours du temps)

Pour une LFM, la formule du code émission est :

$$H(t) = e^{2i\pi \left(\frac{B}{2PW}t^2 + f_0t\right)} \mathbb{1}_{\left\{-\frac{PW}{2} \le t < \frac{PW}{2}\right\}}$$
(2.28)

En bande de base, on choisit  $f_0$  comme fréquence de démodulation. On multiplie donc le signal temporel par  $e^{-2i\pi f_0 t}$  comme nous l'indique la relation (2.17). Alors, pour une LFM, la formule en bande de base du code émission est :

$$H(t) = e^{2i\pi \frac{B}{2PW}t^2} \mathbb{1}_{\left\{-\frac{PW}{2} \le t < \frac{PW}{2}\right\}}$$
(2.29)

#### **2.3.3** Le chirp hyperbolique ou HFM (Hyperbolic Frequency Modulation)

Le chirp hyperbolique ou la Hyperbolic Frequency Modulation se caractérise par une évolution hyperbolique de la fréquence au cours du temps au sein de l'impulsion [40]. Comme pour la LFM, pour une fréquence centrale  $f_0$ , une largeur de bande *B* et une durée d'émission *PW*, la fréquence instantanée à t = -PW/2 sera  $f_0 - B/2$  et à t = PW/2,  $f_0 + B/2$  figure 2.7.



FIGURE 2.7 – Représentation temporelle à gauche et representation temps-fréquence à droite pour un signal HFM (évolution hyperbolique de la fréquence au cours du temps)

Pour une HFM, la formule du code émission est :

$$H(t) = e^{-2i\pi \left(f_0^2 - \frac{B^2}{4}\right)\frac{PW}{B}\ln\left(1 - \frac{B}{f_0^{PW}t}\right)} \mathbb{1}_{\left\{-\frac{PW}{2} \le t < \frac{PW}{2}\right\}}$$
(2.30)

Démodulée de  $f_0$ , la formule de la HFM devient en bande de base :

$$H(t) = e^{-2i\pi \left(f_0^2 - \frac{B^2}{4}\right)\frac{PW}{B}\ln\left(1 - \frac{B}{f_0^{PW}t}\right)} e^{-2i\pi f_0 t} \mathbb{1}_{\left\{-\frac{PW}{2} \le t < \frac{PW}{2}\right\}}$$
(2.31)

#### 2.3.4 Discussions sur l'énergie et la portée

Les travaux de la thèse s'inscrivent dans le cadre du sonar actif. On s'intéresse aux échos reçus du fond des signaux émis et particulièrement à l'auto-corrélation du signal écho.

Il faut émettre puissamment pour recevoir un écho de bonne qualité. Le choix du code émission contribue à repousser les limites de puissance du transducteur. L'énergie E de l'impulsion H se mesure avec les intégrales suivantes aussi bien dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel comme le montre l'égalité de Parseval :

$$E = \int_{T} |H(t)|^{2} dt = \int_{F} |\hat{H}(f)|^{2} df$$
(2.32)

C'est la valeur du pic de l'auto-corrélation  $AC{H}(0)$ .

Sachant que l'auto-corrélation d'une porte de largeur PW en temps est une fonction triangle d'amplitude PW et de largeur 2PW, et comme  $AC\{H\}(0) = PW$  alors on note que pour augmenter l'énergie, il suffit d'augmenter la durée de la porte PW, mais cela entraine un élargissement du pic d'auto-corrélation. Réciproquement, si l'on considère un signal CW court en temps, on obtient un pic de largeur plus faible mais également d'amplitude plus faible (et donc d'énergie beaucoup plus faible).

Idéalement, on souhaiterait pouvoir avoir un pic de faible largeur mais d'amplitude importante. Les signaux LFM répondent à cette problématique. Grâce à la modulation de fréquence, bande et durée sont dissociées. On garde alors la largeur de bande du CW court et la durée du CW long pour un pic d'auto-corrélation fin et une énergie élevée.



FIGURE 2.8 – Auto-corrélations d'un CW court, d'un CW long, et d'une LFM

Toutefois, la fréquence centrale d'émission, la largeur de bande, et la durée de l'impulsion ont chacune des conséquences propres sur la portée. En effet, elles n'agissent pas sur les mêmes variables de l'équation du sonar actif (2.12). Reprenons les variables de l'équation sur lesquelles ces paramètres influent pour une distance R fixe :

$$W = SL - 2aR + 10\log_{10}C - 10\log_{10}B$$
(2.33)

Premièrement, monter la fréquence centrale d'émission augmente le coefficient d'absorption *a* [35–39], ce qui implique une diminution de *W* et donc une diminution de la portée. Ensuite, le raisonnement en pic d'auto-corrélation fait ajouter au niveau sonore de la source *SL*,  $10\log_{10}(BPW)$ , comme si on avait émis directement l'impulsion comprimée. Or, l'aire de la cellule de résolution *C* vaut C = c/(2B). Alors, le gain du niveau sonore que procure l'augmentation de la bande est annulé par la réduction de l'aire de la cellule de résolution. Par conséquent, l'augmentation de la bande bruite davantage le signal ce qui réduit la portée. Enfin, allonger la durée de l'impulsion augmente le niveau sonore effectif, et augmente donc la portée. Cependant, si allonger la durée d'émission s'avère un élément clef pour augmenter l'énergie et la portée du signal, il faut savoir que la déformation provoquée par l'effet Doppler est plus marquée sur un signal long que sur un signal court. Alors, la corrélation du signal reçu avec le signal émis (ce qui correspond au principe du filtrage adapté), ou la corrélation entre deux signaux qui n'ont pas subit le même effet Doppler est dégradée, d'où l'intérêt du chirp à modulation de fréquence hyperbolique. Une HMF qui subit l'effet Doppler n'est seulement retardé que d'un délai supplémentaire. [40]

En résumé, les CW courts sont des signaux simples à manipuler et précis pour les mesures, mais ils ne s'avèrent intéressants qu'en simulation, dans la mesure où dans un milieu océanique très bruité, leur énergie s'avère insuffisante. En conditions expérimentales réelles, les signaux LFM voire les signaux HFM seront donc à privilégier.

# 2.4 Conclusion

Dans ce premier chapitre nous avons rappelé les éléments d'Acoustique sous-marine essentiels à la suite de nos développements, de même que quelques définitions et propriétés élémentaires des principaux types de signaux utilisés en conditions opérationnelles. Nous allons maintenant pouvoir passer à nos contributions en commençant par le simulateur du DVL qui a été développé afin de controler, d'optimiser et de valider l'ajout du traitement interférométrique pour mesurer la vitesse.

# **3** Le simulateur de signaux DVL

Le simulateur de signaux DVL est construit à partir des lois physiques qui régissent la propagation des ondes acoustiques en milieu sous-marin. Il se fonde sur certaines hypothèses que nous allons détailler.

## Sommaire

3.1	Simulateur pour un point brillant					
	3.1.1	Géométrie du problème considéré et calcul des retards	3			
	3.1.2	Signal temporel reçu au niveau du transducteur	)			
	3.1.3	Effet Doppler intra-pulse	)			
3.2	Simul	ateur 2D	)			
	3.2.1	Géométrie	)			
	3.2.2	Modélisation du fond	l			
	3.2.3	Calcul des retards	2			
	3.2.4	Signal temporel reçu au niveau du transducteur 33	3			
3.3	3 Simulateur 3D					
	3.3.1	Géométrie	3			
	3.3.2	Modélisation du fond	1			
	3.3.3	Calcul des retards et signal temporel reçu au niveau du transducteur 36	5			
3.4	Simul	ateur 3D sur plusieurs capteurs 37	7			
	3.4.1	Géométrie et calcul des retards	7			
	3.4.2	Signal temporel reçu au niveau des transducteurs	7			
3.5	Concl	usion	3			

# Introduction

Pour mesurer la vitesse de déplacement du véhicule marin, le DVL tire deux impulsions acoustiques identiques [41], vers le fond, espacées temporellement d'un instant choisi et connu : l'interpulse. Les ondes se propagent dans l'eau, se réfléchissent sur le fond, et reviennent à l'émetteur en déplacement. À la réception, le retard du deuxième écho par rapport au premier est comparé à l'inter-pulse. L'allongement temporel entre les deux échos signifie que l'appareil s'est éloigné du fond. Dans le cas inverse, la diminution temporelle témoigne d'un rapprochement par rapport au fond. Ce retard (ou cette avance) temporel, donne la vitesse de déplacement dans l'axe de visée, soit la vitesse radiale moyenne de l'émission à la réception.

La conception du simulateur de signaux DVL a donc tout son intérêt. Sans passer par la résolution de l'équation des ondes acoustiques, le simulateur nous permet de construire directement le signal temporel correspondant au double écho du fond. Il se fonde sur les notions d'acoustiques sous-marine rappelées dans la partie précédente pour ce qui est des variations d'amplitude des signaux reçus, et sur les notions de traitement du signal rappelées elles aussi dans la partie précédente en ce qui concerne les déphasages entre les signaux et la nature des signaux utilisés à l'émisson.

Le simulateur que nous avons élaboré dans les trois dimensions pour un capteur ou un réseau de capteurs à la réception. Nous détaillerons les formules physiques issues de l'acoustique sousmarine ou du traitement du signal, du cas le plus élémentaire, à savoir celui d'un point sur le fond pour un récepteur en déplacement, au cas le plus sophistiqué, à savoir celui d'une grille sur le fond pour une antenne constituée de plusieurs récepteurs en déplacement. Les hypothèses du modèle seront explicitées.

# 3.1 Simulateur pour un point brillant

Nous nous intéressons au cas de deux impulsions sonores tirées vers un point du fond depuis le transducteur en déplacement à la vitesse  $\vec{v}$ . Cette section explique comment on construit le signal temporel écho du fond, pour un fond constitué d'un seul point.

#### 3.1.1 Géométrie du problème considéré et calcul des retards



FIGURE 3.1 – Illustration du modèle 3D pour un diffuseur

La figure 3.1 illustre la configuration géométrique à laquelle nous nous intéressons et introduit les différents points et grandeurs considérés dans le calcul. Le transducteur se déplace selon le vecteur vitesse suivant  $\vec{v} = (v_x \ v_y \ v_z)$  avec  $||\vec{v}|| = v$ . On considère sa vitesse constante, et le milieu homogène avec la célérité du son *c* constante. On prendra  $c = 1500m.s^{-1}$ .

Comme illustré au niveau de la figure 3.1, au temps t = 0s, le transducteur est situé au point  $T_1 = (0 \ 0 \ h)$  avec h sa hauteur au dessus du fond marin. De  $T_1$  part la première impulsion en direction du diffuseur S de coordonnées ( $x_S \ y_S \ 0$ ).

La deuxième impulsion est envoyée à  $t = \Delta t$  en direction de S. Le transducteur se sera alors déplacé au point  $T_2 = (v_x \Delta t \ v_y \Delta t \ v_z \Delta t + h)$ . On pose  $\Delta t$  l'inter-pulse : il s'agit de l'écart temporel entre les deux émissions.

La première impulsion frappe le diffuseur au temps  $t_{M_1}$  et la deuxième, au temps  $t_{M_2}$ . On a :

$$t_{M_1} = \frac{|T_1S|}{c}$$
 et  $t_{M_2} = \frac{|T_2S|}{c} + \Delta t$  (3.1)

L'opérateur  $|\cdot|$  désigne la distance euclidienne entre deux points.

Les sphères de propagation centrées autour du diffuseur S, de l'écho p = 1 pour la première impulsion et p = 2 pour la deuxième impulsion suivent l'équation :

$$\begin{cases} (x - x_S)^2 + (y - y_S)^2 + z^2 = c^2 (t - t_{M_p})^2 \\ t \ge t_{M_p} \end{cases}$$
(3.2)

L'écho *p* croisera le transducteur en déplacement au temps  $t_{R_p}$  solution de l'équation temporelle avec p = 1 ou p = 2:

$$\begin{cases} (v_x t - x_S)^2 + (v_y t - y_S)^2 + (v_z t + h)^2 = c^2 (t - t_{M_p})^2 \\ t \ge t_{M_p} \end{cases}$$
(3.3)

Le transducteur se situe au point  $R_1$  (respectivement  $R_2$ ) à la réception de l'écho de la première (respectivement deuxième) impulsion, avec  $(v_x t_{R_p} \ v_y t_{R_p} \ v_z t_{R_p} + h)$  les coordonnées du point  $R_p$ , p valant 1 ou 2.

#### 3.1.2 Signal temporel reçu au niveau du transducteur

Ainsi, pour créer le signal écho du point de deux impulsions H, en bande de base démodulé de  $f_0$ , on déphase les impulsions H selon leurs temps d'arrivée au transducteur en déplacement, d'après l'équation (2.25). Les impulsions H peuvent être des CW, des LFM ou des HFM. L'expression du signal en fonction de  $t \in T$  est :

$$s(t) = \sum_{p=1}^{2} \int_{F} \hat{H}(f) e^{-2i\pi(f+f_0)t_{R_p}} e^{2i\pi ft} df$$
(3.4)

La transformée de Fourier de ce signal temporel s'écrit :

$$\hat{s}(f) = \sum_{p=1}^{2} \hat{H}(f) e^{-2i\pi(f+f_0)t_{R_p}}$$
(3.5)

L'intervalle T doit être pris suffisamment grand pour contenir les temps d'arrivée et éviter ainsi un repliement du signal temporel. Le déphasage s'effectue dans le domaine fréquentiel d'où l'utilisation de la Transformée de Fourier inverse pour revenir en temporel.

Pour pouvoir considérer des retards non entiers entre les signaux, on travaille dans le domaine fréquentiel et non pas directement dans le domaine temporel. Le retard s'exprime dans le domaine dual comme un déphasage. On revient ensuite au signal temporel par TF inverse.

#### 3.1.3 Effet Doppler intra-pulse

L'effet Doppler intervient à deux échelles différentes. Deux effets Doppler distincts coexistent. Le premier, l'effet inter-pulse, est celui qu'on modélise en calculant les temps d'arrivée des retours des deux impulsions. Le déplacement de l'instrument entre les deux émissions et les deux réceptions entrainent un rapprochement ou un éloignement des deux impulsions entre elles par rapport à l'inter-pulse de départ.

Le deuxième, l'effet intra-pulse, déforme le signal à cause de la vitesse de l'instrument non négligeable par rapport à la célérité du son. L'appareil se déplace pendant l'émission et la réception ce qui entraine une compression ou une dilatation du signal [42]. Or, les deux impulsions subissent le même effet Doppler. Comme nous ne nous intéresserons qu'au retard du deuxième écho par rapport au premier, l'effet Doppler intra-pulse similaire d'un écho à l'autre, n'a pas d'influence sur les résultats obtenus.

On notera que l'effet Doppler mesuré par un système émettant une seule impulsion (Doppler intra-pulse) est identique à l'effet Doppler mesuré par un systeme émettant deux impulsions (Doppler inter-pulse).

# 3.2 Simulateur 2D

On considère la même configuration géométrique que dans la section précédente, mais au lieu de considérer un seul point sur le fond, on considère maintenant une coupe 1D du fond.

Deux impulsions sonores sont tirées vers le fond depuis le transducteur en déplacement sur une coupe 2D y = 0. Cette partie explique comment on modélise le double écho d'une tranche d'un faisceau sur le fond, puis comment on construit le signal temporel correspondant à l'écho sur cette tranche du fond.

#### 3.2.1 Géométrie

On suppose que le fond est plat. On considère toujours la vitesse du transducteur comme constante, et le milieu homogène avec la célérité du son constante. Le transducteur se déplace selon le vecteur vitesse  $\vec{v}$  à partir d'une hauteur *h*. Ce modèle est 2D, si bien que  $v_y = 0$ . Il émet deux impulsions vers le fond, espacées d'un inter-pulse  $\Delta t$ , au travers d'un faisceau d'angle d'ouverture *o*, centré et pointé vers une direction d'angle d'incidence  $\theta$ . Les points sur le fond  $S_A$ ,  $S_{\theta}$ , et  $S_B$  ont pour incidence respective  $\theta - o/2$ ,  $\theta$ , et  $\theta + o/2$ . Les angles  $\widehat{S_A T_1 S_{\theta}}$  et  $\widehat{S_{\theta} T_1 S_B}$  sont donc égaux. La tranche du fond éclairée par le faisceau centré sur  $S_{\theta}$ , soit le segment  $[S_A S_B]$ , renvoie le double écho au transducteur.



FIGURE 3.2 – Illustration du modèle 2D pour une tranche de faisceau

#### 3.2.2 Modélisation du fond

Le signal reçu est constitué des échos lié à l'empreinte du faisceau. L'amplitude de ces échos au sein de la tranche évolue à cause des temps de parcours différents, et des rasances sur le fond différentes. De plus, la rugosité du sol entraine une variation aléatoire d'amplitude et de phase des échos. Le signal reçu en provenance de la zone de fond éclairée est donc la somme des signaux de toute incidence  $\alpha \in I = \left[\theta - \frac{o}{2}, \theta + \frac{o}{2}\right]$ :

$$s(t) = \int_{I} s_{\alpha}(t) A(\alpha) \xi_{\alpha} d\alpha$$
(3.6)

avec :

- $s: t \mapsto \mathbb{C}$ , le signal temporel total reçu du double écho de la tranche
- $-s_{\alpha}: t \mapsto \mathbb{C}$ , le signal temporel du double écho du point sur le fond situé à l'incidence  $\alpha$
- $\xi_{\alpha}$  une variable aléatoire complexe indépendante d'une incidence α pour modéliser la rugosité du sol. Son module suit une loi de Rayleigh et son argument suit une loi uniforme sur  $[-\pi, \pi[$  [43]
- $A: \left[0, \frac{\pi}{2}\right[ \to \mathbb{R}$  la fonction d'amplitude en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  dont on va déterminer l'expression.

Un premier constat est que physiquement, l'énergie du faisceau à l'émission se concentre sur l'axe de tir et décroit sur ses bords. C'est pourquoi les diffuseurs proches de l'axe doivent avoir une amplitude plus élevée que ceux qui sont plus éloignés. La fonction de directivité à l'émission  $B_T : [-1,1[ \rightarrow \mathbb{R}$  régit cette répartition énergétique en fonction de *u* le sinus de l'incidence. Son allure est donnée au niveau de la figure 3.3. Pour un piston DVL on utilise la fonction de Bessel notée  $J_1$ , tandis que pour un multi-faisceaux linéaire, on utilise le sinus-cardinal. La fonction sera maximale pour u = 0. [44]

$$B_T(u) = \begin{cases} \left| \frac{2J_1(u\pi L_\lambda)}{u\pi L_\lambda} \right| & \text{pour une antenne circulaire} \\ \left| \frac{\sin(u\pi L_\lambda)}{u\pi L_\lambda} \right| & \text{pour une antenne linéaire} \\ 1 & \text{sans prise en compte de la directivité} \end{cases}$$
(3.7)

avec  $L_{\lambda}$  la longueur (ou diamètre dans le cas circulaire) de l'instrument en longueur d'onde.



FIGURE 3.3 – Fonctions de directivité (3.7) en fonction de  $u \in [-1,1]$ Les lobes secondaires sont exagérés.

Ensuite, les temps de parcours transducteur-diffuseur-transducteur sont différents d'un diffuseur à l'autre, la perte d'énergie par propagation l'est donc également. De surcroit, l'angle sous le quel arrive l'onde diffère d'un diffuseur à l'autre. Alors la rétrodiffusion varie d'un diffuseur à l'autre. En partant de l'équation du niveau de réverbéré du sonar actif (2.9), on a le rapport réception/émission de puissance suivant pour une incidence donnée :

$$\frac{I_R}{I_T} = 10^{-\frac{2}{10}(20\log_{10}\rho + a\rho) + \frac{1}{10}S + \log_{10}C}$$
(3.8)

avec *a* le coefficient d'absorption,  $\rho$  la distance entre l'émetteur et le diffuseur placé à l'angle d'incidence  $\alpha$ , *S* la force de rétrodiffusion du fond amplifiée par l'aire de la cellule de résolution *C* du sonar.

La loi de Lambert donne l'égalité suivante [45] :

$$10^{\frac{1}{10}S} = \mu \cos^2 \alpha \tag{3.9}$$

Dans ce modèle 2D qui localise tous les diffuseurs le long de l'axe x, la longueur de la cellule de résolution est dr dont r est l'abscisse du diffuseur tel que tan  $\alpha = r/h$ . On obtient alors :

$$\frac{I_R}{I_T} = \rho^{-4} 10^{-\frac{2}{10}a\rho} \mu \cos^2 \alpha \, dr \tag{3.10}$$

On a les relations  $\cos \alpha = h/\rho$  et  $dr/d\alpha = h/\cos^2 \alpha$ . En retirant les termes scalaires constants en fonction de l'incidence, on pose  $\chi : [0, \frac{\pi}{2}[ \rightarrow \mathbb{R}]$  la fonction de variation d'amplitude liée à la propagation et à la réflexion sur le fond, en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$  à une hauteur *h* donnée. L'amplitude est la racine carrée de la puissance. On obtient finalement :

$$\chi(\alpha) d\alpha = 10^{\frac{-a\hbar}{10\cos\alpha}} \cos^2 \alpha \, d\alpha \tag{3.11}$$

Enfin, à la réception, la directivité va à nouveau s'appliquer, soit  $B_R : [-1, 1[ \rightarrow \mathbb{R} \text{ en fonction}]$ de *u* le sinus de l'incidence.

En conclusion, la fonction d'amplitude à la réception pour chaque diffuseur  $S_{\alpha}$  en fonction de son angle d'incidence  $\alpha$  est, pour un tir centré sur l'incidence d'angle  $\theta$ :

$$A(\alpha) d\alpha = B_T \left( \sin(\theta - \alpha) \right) \chi(\alpha) B_R \left( \sin(\theta - \alpha) \right) d\alpha$$
(3.12)

On remarque encore que  $\theta - \alpha$  est un dépointage mécanique. Il s'agit d'une inclinaison de l'instrument d'un angle d'incidence  $\theta$ .

#### Remarque

On négligera le déplacement du transducteur entre l'émission et la réception dans le calcul de l'amplitude. En effet, l'empreinte du faisceau sur le fond est de l'ordre de la dizaine de mètres tandis que le déplacement est de l'ordre du millimètre.

#### 3.2.3 Calcul des retards

On discrétise l'intervalle  $I = \left[\theta - \frac{o}{2}, \theta + \frac{o}{2}\right]$  en  $N_P$  angles équi-répartis d'incidence  $\alpha_n$ . Les diffuseurs sur le fond correspondant aux incidences  $\alpha_n$  sont notés  $S_n$ . Ils ont pour abscisse  $x_{S_n} = h \tan \alpha_n$ .

L'écho p (avec p = 1 ou p = 2) du diffuseur  $S_n$  croisera le transducteur en déplacement au temps  $t_{R_n}^n$  solution de l'équation temporelle :

$$\begin{cases} (v_{x}t - x_{S_{n}})^{2} + (v_{z}t + h)^{2} = c^{2} \left(t - t_{M_{p}}^{n}\right)^{2} \\ t_{M_{1}}^{n} = |T_{1}S_{n}|c^{-1} \\ t_{M_{2}}^{n} = |T_{2}S_{n}|c^{-1} + \Delta t \\ t \ge t_{M_{p}}^{n} \end{cases}$$

$$(3.13)$$

#### 3.2.4 Signal temporel reçu au niveau du transducteur

Le transducteur enregistre les doubles échos en provenance de l'ensemble des diffuseurs de la zone éclairée par le transducteur. Il faut donc sommer le signal reçu de chaque diffuseur pondéré par l'amplitude et la variable aléatoire associées au diffuseur d'incidence  $\alpha_n$ . On note  $A(\alpha_n) = A_n$  et  $\xi_{\alpha_n} = \xi_n$ . De manière similaire à ce qui a été donné au niveau de l'equation (3.4) dans le cas d'un unique diffuseur, l'équation (3.4) devient dans le cas de  $N_P$  diffuseurs :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N_P} \sum_{p=1}^{2} \int_{F} \hat{H}(f) A_n \xi_n e^{-2i\pi(f+f_0)t_{R_P}^n} e^{2i\pi ft} df$$
(3.14)

La transformée de Fourier de ce signal temporel s'écrit :

$$\hat{s}(f) = \sum_{n=1}^{N_P} \sum_{p=1}^{2} \hat{H}(f) A_n \xi_n e^{-2i\pi (f+f_0) t_{R_P}^n}$$
(3.15)

Au niveau de la figure 3.4, on a représenté le signal reçu au niveau du transducteur dans le cas d'un angle  $\theta = 30^{\circ}$  et d'un angle  $o = 5^{\circ}$  à une hauteur h = 200m avec  $N_P = 199$  points.



FIGURE 3.4 – Module d'un signal aléatoire d'une tranche d'un faisceau

# 3.3 Simulateur 3D

Dans cette partie, on considère toujours la même géométrie, mais cette fois-ci c'est l'écho d'une surface rectangulaire sur un fond plat qui est simulé. Deux impulsions sonores sont tirées vers le fond depuis le transducteur en déplacement. Nous allons expliquer comment nous modélisons un fond plan constitué d'un ensemble de points, puis comment nous construisons le signal temporel écho du fond.

#### 3.3.1 Géométrie

Le transducteur se déplace selon le vecteur vitesse suivant  $\vec{v} = (v_x \ v_y \ v_z)$  avec  $||\vec{v}|| = v$  en partant de  $T_1$  situé à une hauteur h. On suppose un fond plan, la vitesse du transducteur constante, et le milieu homogène avec la célérité du son c constante. On prend  $c = 1500m.s^{-1}$ .

L'appareil émet deux impulsions espacées de l'inter-pulse  $\Delta t$  selon sa fonction de directivité pointée à une incidence d'angle  $\theta$ . Le faisceau éclaire le fond selon la géométrie de l'antenne. Les deux impulsions se réfléchissent sur le fond et reviennent à l'appareil en déplacement.



FIGURE 3.5 – Illustration du modèle 3D

#### 3.3.2 Modélisation du fond

Le signal reçu est constitué des échos de l'empreinte du faisceau sur le fond. Le signal reçu est la somme de tous les échos provenant de la surface  $\Omega \in \mathbb{R}^2$ , d'une amplitude A liée à la distance et à l'angle d'incidence puis déformés aléatoirement par la rugosité du sol  $\xi$ .

$$s(t) = \int_{\Omega} s_{x,y}(t) A(x,y) \xi_{x,y} dx dy$$
(3.16)

La variable aléatoire  $\xi_{x,y}$  suit la même loi que dans le cas de l'équation (3.6). En revanche, il faut adapter la formule d'amplitude (3.12) à ce fond en 2 dimensions.

#### **Directivité 3D**

Les fonctions de directivité  $B_T$  et  $B_R$  en fonction de  $u \in [-1,1]$ , sont données au niveau de l'équation (3.7). Cependant, la paramétrisation u doit être étendue au fond 2D, et doit prendre en compte l'ouverture 3D différente selon la géométrie de l'antenne.

#### Directivité 3D d'une antenne circulaire

L'énergie se repartie angulairement symétriquement autour de l'axe de visée dans toutes les directions. On s'intéresse donc à l'angle  $\omega$  entre l'axe de tir d'incidence  $\theta$  selon le vecteur  $\vec{S_{\theta}} = (h \tan \theta \ 0 \ -h)$  et l'axe du diffuseur selon le vecteur  $\vec{S} = (x \ y \ -h)$  pour tout diffuseur sur le fond. L'énergie sera maximale sur l'axe de tir. La propriété du produit scalaire donne :

$$\cos \omega = \frac{\langle \vec{S}_{\theta}, \vec{S} \rangle}{\|\vec{S}_{\theta}\| \|\vec{S}\|} = \frac{x \sin \theta + h \cos \theta}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}$$
(3.17)

(avec  $\|\cdot\|$  l'opérateur norme)

La fonction de directivité dépend du sinus de l'angle, et non du cosinus. Alors on pose la fonction  $u: (] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [, \mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow [-1, 1]$  telle que :

$$u(\theta, x, y) = \sin \omega = \sqrt{\frac{y^2 + (x \cos \theta - h \sin \theta)^2}{x^2 + y^2 + h^2}}$$
(3.18)

La fonction *u* et la directivité qui dépend de *u* sont tracées au niveau de la figure 3.6.



FIGURE 3.6 – Directivité d'une antenne circulaire sur le fond La fonction u à gauche et à droite  $B \circ u$  normalisée, en fonction de x et y. La croix symbolise l'émetteur à une hauteur h du fond.

#### Directivité 3D d'une antenne linéaire

L'énergie maximale se situe sur un cône de centre  $T_1$ , d'axe l'axe de l'antenne le long de x, et d'ouverture  $\pi/2 - \theta$  avec  $\theta$  l'angle de directivité.

Un diffuseur *S* sur le fond est vu sous l'angle  $\alpha$  quand le cône intersecteur de révolution de centre  $T_1$ , d'axe l'axe de l'antenne le long de *x*, est d'ouverture  $\pi/2 - \alpha$ . D'après l'équation du cône, pour tout diffuseur (*x y* 0) sur le fond, on obtient la relation suivante :

$$y^{2} + h^{2} = x^{2} \tan^{2}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$
 (3.19)

Alors, l'angle  $\alpha$  du diffuseur *S* se détermine par :

$$\tan \alpha = \frac{x}{\sqrt{y^2 + h^2}} \tag{3.20}$$

La fonction de directivité dépend du sinus de la différence entre l'angle de tir  $\theta$  et l'angle du diffuseur  $\alpha$ . Par conséquent, on pose la fonction  $u: (] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [, \mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow [-1, 1]$  telle que, et on obtient :

$$u(\theta, x, y) = \sin\left(\theta - \alpha\right) = \frac{\sqrt{y^2 + h^2 \sin\theta - x \cos\theta}}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}$$
(3.21)

La fonction *u* et la directivité qui dépend de *u* sont tracées au niveau de la figure 3.7.



FIGURE 3.7 – Directivité d'une antenne linéaire sur le fond La fonction u à gauche et à droite  $B \circ u$  normalisée, en fonction de x et y. La croix symbolise l'émetteur à une hauteur h du fond.

#### Absorption et réflexion

On part du rapport réception/émission de puissance (3.8) du niveau de réverbéré de l'équation du sonar actif (2.9), pour l'appliquer à un point sur le fond. Dans ce modèle 3D qui localise tous les diffuseurs sur le plan xy, l'aire de la cellule de résolution est dxdy dont x et y sont les abscisses du diffuseur. On a, en utilisant la loi de Lambert (3.9), avec a le coefficient d'absorption et  $\rho$  la distance entre l'émetteur et le diffuseur pour un pas de dxdy:

$$\frac{I_R}{I_T} = \rho^{-4} 10^{-\frac{2}{10}a\rho} \mu \cos^2 \alpha \, dx dy \tag{3.22}$$

On a les relations géométriques  $\cos \alpha = h/\rho$  et  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$ . En retirant les termes scalaires constants, on pose  $\chi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$  la fonction de variation d'amplitude liée à la propagation et à la réflexion sur le fond a une hauteur *h* donnée. L'amplitude est la racine carrée de la puissance. On obtient finalement :

$$\chi(x,y) \, dx \, dy = 10^{\frac{-a}{10}\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}} \left(x^2 + y^2 + h^2\right)^{-\frac{3}{2}} \, dx \, dy \tag{3.23}$$

#### Bilan

En conclusion la fonction d'amplitude, à la réception, en fonction du diffuseur  $S_{x,y}$  de coordonnées cartésiennes sur le fond (x, y), est :

$$A(x,y) dxdy = B_T \left( u_T(\theta_T, x, y) \right) \chi(x, y) B_R \left( u_R(\theta_R, x, y) \right) dxdy$$
(3.24)

On remarque que  $\theta$  reste un dépointage simplifié. On remarque aussi qu'en permutant x et y dans la fonction u, la directivité pivotera de 90° sur le fond.

#### 3.3.3 Calcul des retards et signal temporel reçu au niveau du transducteur

Le fond est modélisé par une grille 2D de  $N_P$  points. Chaque diffuseur  $S_n$  a pour coordonnées  $(x_{S_n} \ y_{S_n} \ 0)$ . L'écho p du diffuseur  $S_n$  croisera l'appareil en déplacement au temps  $t_{R_p}^n$  solution de l'équation temporelle :

$$\begin{cases} (v_{x}t - x_{S_{n}})^{2} + (v_{y}t - y_{S_{n}})^{2} + (v_{z}t + h)^{2} = c^{2} \left(t - t_{M_{p}}^{n}\right)^{2} \\ t_{M_{1}}^{n} = |T_{1}S_{n}|c^{-1} \\ t_{M_{2}}^{n} = |T_{2}S_{n}|c^{-1} + \Delta t \\ t \ge t_{M_{p}}^{n} \end{cases}$$

$$(3.25)$$

Le capteur enregistre les doubles échos de tous les diffuseurs de la grille. Il faut donc sommer le signal reçu de chaque diffuseur pondéré par l'amplitude et la variable aléatoire associées au diffuseur *n*. On note  $A(x_{S_n}, y_{S_n}) = A_n$  et  $\xi_{x_{S_n}, y_{S_n}} = \xi_n$ . D'après (3.4), le signal temporel s'écrit :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N_P} \sum_{p=1}^{2} \int_{F} \hat{H}(f) A_n \xi_n e^{-2i\pi (f+f_0) t_{R_P}^n} e^{2i\pi f t} df$$
(3.26)

La transformée de Fourier de ce signal temporel s'écrit :

$$\hat{s}(f) = \sum_{n=1}^{N_P} \sum_{p=1}^{2} \hat{H}(f) A_n \xi_n e^{-2i\pi (f+f_0) t_{R_P}^n}$$
(3.27)

# 3.4 Simulateur 3D sur plusieurs capteurs

Dans cette partie, nous reprenons le même environement et nous rajoutons d'autres transducteurs à la réception. L'ensemble des transducteurs forme une antenne.

#### 3.4.1 Géométrie et calcul des retards

L'antenne se déplace selon le vecteur vitesse suivant  $\vec{v} = (v_x \ v_y \ v_z)$  avec  $||\vec{v}|| = v$  en partant de  $T_1$  situé à une hauteur *h*. On suppose un fond plan, la vitesse constante, et le milieu homogène avec la célérité du son constante avec  $c = 1500m.s^{-1}$ .



FIGURE 3.8 – Illustration du modèle 3D pour une antenne

L'appareil émet deux impulsions espacées de l'inter-pulse  $\Delta t$  vers le fond depuis  $T_1$  et  $T_2$ . Le faisceau éclaire le fond selon la géométrie de l'antenne. Les deux impulsions se réfléchissent sur le fond et viennent frapper tous les capteurs de l'antenne en déplacement. L'antenne est constituée de  $N_C$  capteurs à la réception et le capteur *a* a pour coordonnées ( $x_{C_a} \ y_{C_a} \ z_{C_a}$ ) par rapport à l'émetteur.

Le fond est modélisé par une grille 2D de  $N_P$  points. Chaque diffuseur  $S_n$  a pour coordonnées  $(x_{S_n} \ y_{S_n} \ 0)$ . L'écho p du diffuseur  $S_n$  croisera le capteur  $C_a$  en déplacement au temps  $t_{R_p^a}^n$  solution de l'équation temporelle :

$$(v_{x}t + x_{C_{a}} - x_{S_{n}})^{2} + (v_{y}t + y_{C_{a}} - y_{S_{n}})^{2} + (v_{z}t + z_{C_{a}} + h)^{2} = c^{2} \left(t - t_{M_{p}}^{n}\right)^{2}$$

$$t_{M_{1}}^{n} = |T_{1}S_{n}|c^{-1}$$

$$t_{M_{2}}^{n} = |T_{2}S_{n}|c^{-1} + \Delta t$$

$$t \ge t_{M_{n}}^{n}$$

$$(3.28)$$

#### 3.4.2 Signal temporel reçu au niveau des transducteurs

Chaque capteur enregistre les doubles échos de tous les diffuseurs de la grille. Il faut donc sommer le signal reçu de chaque diffuseur pondéré par l'amplitude et la variable aléatoire associées au diffuseur *n*. Les variables  $A_n$  et  $\xi_n$  ont été détaillées pour (3.26). Le signal temporel du capteur *a* s'écrit :

$$s_{a}(t) = \sum_{n=1}^{N_{P}} \sum_{p=1}^{2} \int_{F} \hat{H}(f) A_{n} \xi_{n} e^{-2i\pi(f+f_{0})t_{R_{p}}^{n}} e^{2i\pi ft} df$$
(3.29)

La transformée de Fourier de ce signal temporel s'écrit :

$$\hat{s}_{a}(f) = \sum_{n=1}^{N_{p}} \sum_{p=1}^{2} \hat{H}(f) A_{n} \xi_{n} e^{-2i\pi (f+f_{0})t_{R_{p}^{a}}^{n}}$$
(3.30)

# 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré comment il était possible de modéliser le signal reçu au niveau du transducteur. Ce signal reçu correspond au double écho de fond sous les hypothèses de la vitesse constante, du milieu de propagation uniforme, de l'effet Doppler intra-pulse inexistant et de l'amplitude de l'empreinte du faisceau fixe par rapport au premier point d'émission. Notre simulateur s'appuie sur les lois physiques régissant la propagation des ondes acoustiques en milieu marin. Il est flexible puisqu'il nous permet de modéliser aussi bien un fond ponctuel, qu'un segment ou qu'une grille et que l'on peut calculer les signaux reçus sur un seul capteur ou sur un ensemble de capteurs. Ces signaux sont exemptés du bruit aléatoire de l'environnement ce qui signifie qu'on n'abordera pas les problématiques de signal sur bruit pour la suite.

Comme tout simulateur, le notre est évolutif afin de permettre d'approcher au mieux la réalité. Parmi les évolutions possibles du simulateur, on pourrait considérer un vecteur vitesse de déplacement non uniforme et introduire des mouvements de rotations de la plateforme entre l'émission et la réception. On pourrait aussi déformer chaque écho par l'effet Doppler intra-pulse. On pourrait également calculer la variation de l'amplitude en fonction des temps de propagations. Enfin, on pourrait ajouter une option « fond en pente » ou une option « relief ». Ces améliorations ne sont pas forcement très utiles parce que ce qui compte est de reproduire le déphasage entre le premier et le deuxième écho dont est sensible le DVL.

# Le biais acoustique

Le biais acoustique est le biais sur la mesure du retard entre les deux échos. Nous montrerons dans ce chapitre que le biais acoustique est inhérent à l'environnement et au déplacement du véhicule et nous le quantifierons précisément. Nous montrerons ensuite comment les techniques d'interférométrie permettent de le réduire.

## Sommaire

4.1	Calcu	de la phase Doppler et estimation de son biais				
	4.1.1	Phase Doppler pour un point brillant				
	4.1.2	Phase Doppler pour un faisceau (cas général)				
	4.1.3	Biais sur la phase Doppler				
4.2	Modè	e du biais 2D				
	4.2.1	Différence de marche et déplacement radial				
	4.2.2	Extraction du biais de l'espérance de la phase Doppler				
	4.2.3	Biais géométrique et biais d'environnement				
	4.2.4	Formule du biais total 47				
	4.2.5	Validation du modèle par simulation				
4.3	Contributions théoriques pour réduire le biais					
	4.3.1	Indroduction d'une fenêtre temporelle (range-gate) 50				
	4.3.2	Interférométrie 2D				
4.4	<b>Biais</b> of	le diffraction ou modèle du biais 3D				
	4.4.1	Modèle				
	4.4.2	Application				
	4.4.3	Interférométrie 3D				
4.5	Concl	usion				

# Introduction

Parmi les biais pointés par l'utilisation du DVL tableau 4.1, le biais acoustique est le biais intrinsèque du DVL : il est propre à son fonctionnement interne. Pour le réduire voire l'éliminer, il faut le connaitre et le caractériser, d'où l'intérêt de ce chapitre.

Solution
Biais fixe - Calibration usine
Mesure
Tirer les pistons alternativement
Biais fortement variable

TABLEAU 4.1 – Les différents biais de l'utilisation du DVL

Pour rappel, pour mesurer la vitesse, le DVL tire deux impulsions acoustiques identiques [41], vers le fond, espacées temporellement d'un instant choisi et connu : l'inter-pulse. Les ondes se propagent dans l'eau, se réfléchissent sur le fond, et reviennent à l'émetteur en déplacement. L'écart temporel entre les deux échos à la réception informe du déplacement du véhicule dans l'axe de visée. Un biais sur cette mesure amène fatalement un biais sur l'estimation de la vitesse de déplacement du véhicule. Pour des questions de précision de la mesure, l'écart temporel est mesuré au moyen d'une phase que l'on appelle « la phase Doppler ».

Nous étudierons dans la première partie la phase Doppler et la phase Doppler moyenne qui révèle le biais. Puis, dans une deuxième partie, nous exprimerons le biais sur la phase Doppler en fonction des paramètres physiques de l'environnent pour le caractériser en 2D. Ensuite, nous proposerons dans la partie suivante, deux moyens pour réduire ce biais. Enfin, nous étendrons le modèle du biais en 3D dans la dernière partie.

*Ce chapitre a fait l'objet de la publication d'un article dans un journal international* [5]

## 4.1 Calcul de la phase Doppler et estimation de son biais

#### 4.1.1 Phase Doppler pour un point brillant

Pour mesurer l'écart temporel entre les deux échos d'un point brillant à la réception, on calcule l'auto-corrélation du signal reçu [46] sur un intervalle de temps T:

$$AC\{s\}(t) = \int_{T} s(\tau) \overline{s(\tau-t)} d\tau$$
(4.1)

On obtient une fonction à 3 pics (cf. figure (4.1)) : un pic maximal à t = 0s au centre qui correspond à la somme des corrélations de chacun des 2 échos et deux pics secondaires à  $t = -t_{\Phi}$  et  $t = t_{\Phi}$  avec  $t_{\Phi}$  proche de  $\Delta t$  qui correspondent à l'inter-corrélation d'un écho avec le second écho.

On s'intéresse à la phase au pic secondaire, ce que l'on appelle communément la phase Doppler  $\Phi$ . Elle résulte de la différence des temps d'arrivée des échos.

On a le signal *s* (en bande de base), somme des signaux des deux échos  $s_1$  et  $s_2$ , et  $s_2$  est  $s_1$  translaté de  $t_{\Phi} = t_{R_2} - t_{R_1}$ . Dans le domaine fréquentiel, cela donne, d'après l'équation (2.25) :

$$\begin{cases} \hat{s}(f) = \hat{s}_1(f) + \hat{s}_2(f) \\ \hat{s}_2(f) = \hat{s}_1(f) e^{-2i\pi(f+f_0)t_{\Phi}} \end{cases}$$
(4.2)



FIGURE 4.1 – Module de l'auto-corrélation (4.1) du signal reçu simulé lorsqu'il suit le modèle donné par l'équation (3.4)

Alors, l'auto-corrélation au temps  $t_{\Phi}$  se développe. D'après la relation (2.20), l'autocorrélation est la transformée de Fourier inverse du produit de la densité spectrale d'énergie, d'où :

$$\begin{aligned} AC\{s\}(t_{\Phi}) &= \int_{F} \hat{s}(f) \overline{\hat{s}(f)} e^{2i\pi f t_{\Phi}} df = \int_{F} \left( \hat{s}_{1}(f) + \hat{s}_{2}(f) \right) \left( \overline{\hat{s}_{1}(f) + \hat{s}_{2}(f)} \right) e^{2i\pi f t_{\Phi}} df \\ &= 2 \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} e^{2i\pi f t_{\Phi}} df + \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} e^{-2i\pi (f+f_{0})t_{\Phi}} e^{2i\pi f t_{\Phi}} df + \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} e^{2i\pi (f+f_{0})t_{\Phi}} e^{2i\pi f t_{\Phi}} df \\ &= 2 \int_{T} s_{1}(t) \overline{s_{1}(t-t_{\Phi})} dt + e^{-2i\pi f_{0}t_{\Phi}} \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} df + e^{2i\pi f_{0}t_{\Phi}} \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} e^{4i\pi f t_{\Phi}} df \\ &= 0 + e^{-2i\pi f_{0}t_{\Phi}} \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} df + \int_{T} s_{1}(t) \overline{s_{1}(t-2t_{\Phi})} dt \\ &= e^{-2i\pi f_{0}t_{\Phi}} \int_{F} \left| \hat{s}_{1}(f) \right|^{2} df + 0 \end{aligned}$$

$$\tag{4.3}$$

On obtient l'égalité suivante, modulo  $2\pi$ :

$$\Phi = \arg AC\{s\}(t_{\Phi}) = -2\pi f_0 t_{\Phi} = -2\pi f_0(t_{R_2} - t_{R_1})$$
(4.4)

La modulation en bande de base, nous impose de considérer la phase au pic secondaire correspondant aux temps t positifs ( $t_{\phi} > 0$ ) pour connaitre avec précision l'écart temporel entre le premier et le deuxième écho, modulo  $2\pi$ . Ceci est lié au fait que le pas de l'échantillonnage est trop grossier, la phase s'avère donc plus plus précise que le point temps. La position en temps du pic secondaire par rapport à la valeur de l'inter-pulse permet de connaître le nombre de tours de phase supplémentaires à ajouter à la phase Doppler, dans le cas ou l'écart absolue entre les deux échos est supérieur à 180° par rapport à l'inter-pulse.

La phase Doppler traduit le rapprochement, si elle est positive, ou l'éloignement, si elle est négative, du transducteur par rapport au point sur le fond durant l'inter-pulse  $\Delta t$  à l'émission comme à la réception.

#### 4.1.2 Phase Doppler pour un faisceau (cas général)

Pour mesurer l'écart temporel entre les deux échos du fond à la réception, on effectue le même traitement que dans le cas du point brillant : on calcule une nouvelle fois l'auto-corrélation du signal reçu. On a :

$$AC\{s\}(t) = \int_{F} \hat{s}(f) \overline{\hat{s}(f)} e^{2i\pi f t} df$$
(4.5)

On obtient à nouveau une fonction à 3 pics avec un pic central d'amplitude maximale, et deux pics secondaires de part et d'autre du pic central (cf. Figure 4.2). La phase au pic secondaire donne la phase Doppler. Il s'agit dans ce cas là d'un processus aléatoire car elle résulte de la sommation sur un ensemble de points brillants d'amplitude aléatoire :  $\Phi = \arg AC\{s\}(t_{\Phi})$ .



FIGURE 4.2 – Module de l'auto-corrélation du signal de la figure (3.4)

Cette phase est biaisée à cause de la variation d'amplitude liée aux distances de propagations et aux réflexions sur le fond de chaque point brillant situé sur le fond. En outre, nous verrons également que cette variation d'amplitude n'est pas symétrique par rapport à l'axe du faisceau. Nous allons calculer l'espérance de la phase Doppler pour prouver cette assertion.

On cherche  $\Gamma$ , l'espérance mathématique de l'auto-corrélation calculée au pic secondaire, càd à l'instant  $t = t_{\phi}$ . Le signal reçu s(t) à l'instant t est la somme du signal du premier écho  $s_1(t)$ avec celui du deuxième écho  $s_2(t)$ . Alors l'auto-corrélation s'écrit :

$$\Gamma = \mathbb{E}\left[AC\{s\}(t_{\Phi})\right] = \mathbb{E}\left[\int_{F} \left(\hat{s}_{1}\left(f\right) + \hat{s}_{2}\left(f\right)\right)\left(\overline{\hat{s}_{1}\left(f\right)} + \overline{\hat{s}_{2}\left(f\right)}\right)e^{2i\pi f t_{\Phi}}df\right] \\
= \mathbb{E}\left[\int_{F} \hat{s}_{1}\left(f\right)\overline{\hat{s}_{1}\left(f\right)}e^{2i\pi f t_{\Phi}}df\right] + \mathbb{E}\left[\int_{F} \hat{s}_{1}\left(f\right)\overline{\hat{s}_{2}\left(f\right)}e^{2i\pi f t_{\Phi}}df\right] \\
+ \mathbb{E}\left[\int_{F} \hat{s}_{2}\left(f\right)\overline{\hat{s}_{1}\left(f\right)}e^{2i\pi f t_{\Phi}}df\right] + \mathbb{E}\left[\int_{F} \hat{s}_{2}\left(f\right)\overline{\hat{s}_{2}\left(f\right)}e^{2i\pi f t_{\Phi}}df\right] \\
= \mathbb{E}\left[AC\{s_{1}\}(t_{\Phi})\right] + \mathbb{E}\left[IC\{s_{1}, s_{2}\}(t_{\Phi})\right] + \mathbb{E}\left[IC\{s_{2}, s_{1}\}(t_{\Phi})\right] + \mathbb{E}\left[AC\{s_{2}\}(t_{\Phi})\right] \\
= 0 + 0 + \mathbb{E}\left[\int_{F} \hat{s}_{2}\left(f\right)\overline{\hat{s}_{1}\left(f\right)}e^{2i\pi f t_{\Phi}}df\right] + 0 = \mathbb{E}\left[IC\{s_{2}, s_{1}\}(t_{\Phi})\right]$$
(4.6)

Ce développement montre que l'espérance de l'auto-corrélation est l'espérance de l'intercorrélation entre l'écho 2 et l'écho 1 au pic secondaire avant. Autrement dit, le pic secondaire avant de l'auto-corrélation est le pic d'inter-corrélation à  $t = t_{\phi}$ . On rappelle que la fonction d'intercorrélation *IC* est définie par :

$$IC\{s_2, s_1\}(t) = \int_F \hat{s_2}(f) \,\overline{\hat{s_1}(f)} e^{2i\pi f t} df$$
(4.7)

On s'intéresse alors au développement de l'inter-corrélation. On sait que les transformées de Fourier des deux échos sont, d'après (3.26), avec  $N_P$  le nombre de points sur la ligne ou sur la grille :

$$\begin{cases} \hat{s}_{1}(f) = \sum_{n=1}^{N_{P}} \hat{H}(f) e^{-2i\pi(f+f_{0})t_{R_{1}}^{n}} A_{n}\xi_{n} \\ \hat{s}_{2}(f) = \sum_{n=1}^{N_{P}} \hat{H}(f) e^{-2i\pi(f+f_{0})t_{R_{2}}^{n}} A_{n}\xi_{n} \end{cases}$$

$$(4.8)$$

L'inter-corrélation au pic se développe :

$$IC\{s_{2},s_{1}\}(t_{\phi}) = \sum_{n,m}^{N_{P} \times N_{P}} \xi_{n} \overline{\xi_{m}} A_{n} A_{m} e^{-2i\pi f_{0}\left(t_{R_{2}}^{n} - t_{R_{1}}^{m}\right)} \int_{F} \left|\hat{H}(f)\right|^{2} e^{-2i\pi f\left(t_{R_{2}}^{n} - t_{R_{1}}^{m} - t_{\phi}\right)} df$$
(4.9)

Comme  $\forall (n,m) \in [\![1,N_P]\!]^2 t_{R_2}^n - t_{R_1}^m - t_{\phi}$  est petit par rapport au pas d'échantillonnage temporel, alors  $t_{R_2}^n - t_{R_1}^m - t_{\phi} \simeq 0$ . L'intégrale ne varie plus en fonction des diffuseurs. À un scalaire près,

la double somme devient :

$$IC\{s_2, s_1\}\left(t_{\phi}\right) = \sum_{n,m}^{N_P \times N_P} \xi_n \overline{\xi_m} A_n A_m e^{-2i\pi f_0\left(t_{R_2}^n - t_{R_1}^m\right)}$$
(4.10)

L'inter-corrélation moyenne après un grand nombre de tirages est :

$$\Gamma = \mathbb{E}\left[IC\left(t_{\phi}\right)\right] = \sum_{n,m}^{N_{P} \times N_{P}} \mathbb{E}\left[\xi_{n}\overline{\xi_{m}}\right] e^{-2i\pi f_{0}\left(t_{R_{2}}^{n} - t_{R_{1}}^{m}\right)} A_{n}A_{m}$$
(4.11)

Or, les diffuseurs sont supposés être des processus aléatoires indépendants identiquement distribués et centrés (càd  $\xi_n$  a une espérance nulle). Donc  $\forall (n,m) \in [\![1,N_P]\!]^2$  avec  $n \neq m$ ,  $\mathbb{E}[\xi_n \overline{\xi_m}] = 0$  et  $\mathbb{E}[\xi_n \overline{\xi_n}] = 1$ . La double somme se ramène à une somme simple :

$$\Gamma = \sum_{n=1}^{N_P} e^{-2i\pi f_0 \left(t_{R_2}^n - t_{R_1}^n\right)} A_n^2$$
(4.12)

La phase Doppler moyenne pour un grand nombre de tirages est alors donnée par arg  $\Gamma$ .

#### 4.1.3 Biais sur la phase Doppler

Nous avons montré que le pic secondaire de l'auto-corrélation du signal reçu a pour moyenne  $\Gamma$ , qui est la moyenne complexe pondérée des différences de phases entre l'écho 2 et l'écho 1 pour chaque diffuseur du faisceau. Son argument, la phase Doppler moyenne, est biaisé car il ne correspond pas à la phase mesurée sur l'axe du faisceau. Autrement dit, il ne correspond pas à la phase qu'on obtiendrait si  $S_{\theta}$ , le diffuseur central du faisceau, était l'unique diffuseur considéré. Si la répartition des amplitudes des diffuseurs  $A_n$  était autant centrée à la réception qu'à l'émission autour de l'axe du faisceau, on aurait l'égalité suivante, et donc pas de biais :

$$\arg \Gamma = \arg \sum_{n=1}^{N_P} e^{-2i\pi f_0 \left(t_{R_2}^n - t_{R_1}^n\right)} A_n^2 = -2\pi f_0 \left(t_{R_2} - t_{R_1}\right)$$
(4.13)

On illustre, figure (4.3), le phénomène sur une tranche de faisceau 2D. On trace A la distribution angulaire d'amplitude à la réception et  $B_T$  la distribution angulaire d'amplitude à l'émission pour une incidence d'émission  $\theta$  et une ouverture de faisceau *o* données, sur la figure (4.3), en fonction de l'incidence  $\alpha$ . La répartition de l'énergie à la réception n'est plus symétrique. Son maximum a changé d'incidence à cause de l'absorption et de la réflectivité qui n'agissent pas de la même intensité pour les incidences plus fortes que pour les incidences plus faibles.



FIGURE 4.3 – Déformation de la répartition des puissances entre l'émission et la réception

# 4.2 Modèle du biais 2D

Pour une meilleure compréhension du biais sur la phase Doppler, l'objectif de cette partie est d'exprimer le biais 2D en fonction des paramètres physiques qui régissent l'émission et la réception au niveau du DVL. Tous ces paramètres apparaissent au niveau de la figure 4.4.



FIGURE 4.4 – Illustration du modèle

Nous considérons un déplacement conforme au vecteur vitesse  $\vec{v}$  de norme v et d'orientation  $\beta$ , et un faisceau centré à l'incidence  $\theta$  pointant sur le diffuseur  $S_{\theta}$ . On introduit l'angle d'incidence  $\alpha$  qui balaie l'ensemble des diffuseurs  $S_{\alpha}$  de la tranche du faisceau sur l'intervalle I centré en  $\theta$ . Les émissions de la première et de la deuxième impulsion se font respectivement en  $T_1$  et  $T_2$  et les réceptions de leurs échos se font en  $R_{1,\alpha}$  et  $R_{2,\alpha}$  pour chaque diffuseur de la tranche, à une altitude initiale h en  $T_1$ .

Le raisonnement suivant se fait en centre de phase. Soit  $C_1$  le point émission-réception de la tranche pour la première impulsion, et  $C_2$  pour la deuxième. En d'autres termes, on pose les points  $C_1 = (T_1 + R_{1,\theta})/2$  et  $C_2 = (T_2 + R_{2,\theta})/2$ . Les points  $C_1$  et  $C_2$  sont espacés d'une distance  $|C_1C_2| \simeq v\Delta t$  avec  $\Delta t$  l'inter-pulse.

#### 4.2.1 Différence de marche et déplacement radial

Relions la phase Doppler mesurée par rapport à un diffuseur d'incidence  $\alpha$  à la différence de marche notée  $\gamma(\alpha)$  des parcours de l'onde, avec *k* le nombre d'onde :

$$2k\gamma(\alpha) = -2\pi f_0 \left( t_{R_2}^{\alpha} - t_{R_1}^{\alpha} - \Delta t \right) \quad \left( \equiv -2\pi f_0 \left( t_{R_2}^{\alpha} - t_{R_1}^{\alpha} \right) [2\pi] \right) \\ = -k \left( |T_2 S_{\alpha}| + |R_{2,\alpha} S_{\alpha}| - |T_1 S_{\alpha}| - |R_{1,\alpha} S_{\alpha}| \right) \\ \simeq -2k \left( |C_2 S_{\alpha}| - |C_1 S_{\alpha}| \right)$$
(4.14)

On a l'approximation de la différence de marche connue, obtenue à l'aide du théorème d'Al-Kashi [47] et du développement limité de  $\sqrt{1+x}$  à l'ordre 2 : (on pose  $\rho = |C_1S_{\alpha}|$  et  $x = |C_1C_2|$ )

$$|C_2 S_{\alpha}| = \rho \sqrt{1 + \frac{x^2}{\rho^2} - 2\frac{x}{\rho} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)}$$
  
$$\simeq \rho - x \sin\left(\alpha - \beta\right) + \frac{x^2}{2\rho} \cos^2\left(\alpha - \beta\right)$$
(4.15)

Si l'on fait l'hypothèse de champ lointain, i.e. que l'on considère la distance  $\rho$  suffisamment grande devant la taille de l'antenne en longueur d'onde. Alors le terme  $\frac{x^2}{2\rho}\cos^2(\alpha - \beta)$  peut être

négligé. Par conséquent, on obtient :

$$\gamma(\alpha) = |C_1 S_\alpha| - |C_2 S_\alpha| \simeq |C_1 C_2| \sin(\alpha - \beta)$$
(4.16)

Nous venons donc de montrer que la phase Doppler par rapport à un diffuseur  $S_{\alpha}$  est la différence de marche en phase et aussi le déplacement projeté sur l'axe du diffuseur en phase.

Par ailleurs, visibles sur la figure 4.4, les variables  $\gamma_0$  et  $\eta_0$  sont les projections du déplacement  $\overrightarrow{C_1C_2}$  sur l'axe du faisceau d'incidence  $\theta$  et sur l'axe perpendiculaire à l'axe faisceau telles que :

$$\begin{cases} \gamma_0 = |C_1 C_2| \sin(\theta - \beta) = \gamma(\theta) \\ \eta_0 = |C_1 C_2| \cos(\theta - \beta) \end{cases}$$
(4.17)

Ainsi,  $\gamma_0$  est le déplacement radial, càd le déplacement le long de l'axe du faisceau. Il est donc proportionnel à la phase Doppler du facteur 2k de l'axe du faisceau, soit du diffuseur central du faisceau  $S_{\theta}$ . Il correspond également à la différence de marche pour le diffuseur central du faisceau.

La différence de marche se réécrit en fonction de l'angle  $\alpha$  faisant intervenir l'angle  $\theta$ :

$$\gamma(\alpha) = \gamma_0 \cos\left(\alpha - \theta\right) + \eta_0 \sin\left(\alpha - \theta\right) \tag{4.18}$$

En posant  $\Delta \theta = \alpha - \theta$ , la différence de marche en fonction de  $\alpha$  peut être approximée au second ordre par une expression de la forme suivante :

$$\gamma(\alpha) \simeq \gamma_0 - \gamma_0 \frac{\Delta \theta^2}{2} + \eta_0 \Delta \theta \tag{4.19}$$

#### 4.2.2 Extraction du biais de l'espérance de la phase Doppler

Alors pour tout faisceau 2D centré sur l'incidence  $\theta$  et balayé par l'angle d'incidence  $\alpha \in I$ ,  $\Gamma_{\theta}$  de (4.12) se réécrit, puis devient avec (4.19) :

$$\Gamma_{\theta} = \int_{I} e^{-2i\pi f_0 \left(t_{R_2}^{\alpha} - t_{R_1}^{\alpha}\right)} A_{\theta} \left(\alpha\right)^2 d\alpha \simeq e^{2ik\gamma_0} \int_{I} e^{2ik \left(\eta_0 \Delta \theta - \gamma_0 \frac{1}{2} \Delta \theta^2\right)} A_{\theta} \left(\alpha\right)^2 d\alpha$$
(4.20)

L'inter-pulse  $\Delta t$  n'intervient plus puisque passé en argument, il n'apporte que des tours entiers de phases. En effet il est choisi de telle sorte que  $2\pi f_0 \Delta t = 0$  modulo  $2\pi$ . La fonction  $A_{\theta} : I \to \mathbf{R}$  est la répartition angulaire d'amplitude dans le faisceau.

Il faut comprendre que  $2k\gamma_0$  est la phase Doppler du point dans l'axe du faisceau, soit, la phase Doppler du diffuseur  $S_{\theta}$ , la phase Doppler attendue, celle que l'on obtiendrait si l'énergie du faisceau se répartissait symétriquement autour de l'axe. On pose alors  $\gamma_b$  le biais sur le déplacement radial le long de  $\theta$  tel que :

$$\Gamma_{\theta} = |\Gamma_{\theta}| e^{2k(\gamma_0 + \gamma_b)} \tag{4.21}$$

Alors le biais s'exprime de la façon suivante :

$$\gamma_b = \frac{1}{2k} \arg \int_I e^{2ik \left(\eta_0 \Delta \theta - \gamma_0 \frac{1}{2} \Delta \theta^2\right)} A_\theta \left(\alpha\right)^2 d\alpha$$
(4.22)

On sépare la distribution angulaire de puissance en deux fonctions d'après (3.12):

$$A_{\theta}(\alpha)^{2} = B(\Delta\theta)X(\alpha) \quad \text{avec} \begin{cases} B(\Delta\theta) = B_{T}(\sin\Delta\theta)^{2}B_{R}(\sin\Delta\theta)^{2} \\ X(\alpha) = \chi(\alpha)^{2} \end{cases}$$
(4.23)

On peut, d'une part, linéariser la fonction de variation de puissance liée aux pertes par propagation et par réflexion sur le fond au voisinage de l'incidence  $\theta$ :

$$X(\alpha) \simeq X(\theta) + X'(\theta)(\alpha - \theta) = X_{\theta} + X'_{\theta} \Delta \theta$$
(4.24)

On définit, d'autre part, l'ouveture rms (Root Mean Square) du faisceau émission réception comme :

$$\Delta \alpha_{rms}^2 = \frac{\int_I \Delta \theta^2 B(\Delta \theta) \, d\alpha}{\int_I B(\Delta \theta) \, d\alpha} \quad \text{avec } \Delta \theta = \alpha - \theta \tag{4.25}$$

Ce coefficient nous permet de quantifier la qualité du faisceau. La finesse du lobe principal et la limitation des lobes secondaires donnent une faible ouverture rms, conditions réunies pour un bon faisceau.

En reportant (4.24) et (4.25) au niveau de (4.22), on obtient l'expression suivante du biais :

$$\gamma_b = -\left(\gamma_0 \frac{1}{2} - \eta_0 \frac{X_{\theta}'}{X_{\theta}}\right) \Delta \alpha_{rms}^2 \tag{4.26}$$

La démonstration de ce résultat est faite au niveau de l'annexe A.1.

Le biais est proportionnel à l'ouverture rms du faisceau, ce qui explique pourquoi les DVL existants ont besoin de fonctionner avec des faisceaux étroits. Non seulement le lobe principal doit être fin, mais les lobes secondaires ne doivent pas être expansifs.

#### 4.2.3 Biais géométrique et biais d'environnement

Le biais est la somme de deux biais : le biais géométrique  $\gamma_g$  proportionnel au déplacement projeté sur l'axe du faisceau et le biais d'environnement  $\gamma_e$  proportionnel au déplacement projeté sur l'axe perpendiculaire à l'axe du faisceau :

$$\begin{cases} \gamma_g = -\gamma_0 \frac{1}{2} \Delta \alpha_{rms}^2 \\ \gamma_e = \eta_0 \frac{X_{\theta}^2}{X_{\theta}} \Delta \alpha_{rms}^2 \end{cases}$$
(4.27)

Le terme intéressant est le biais d'environnement qui dépend de nombreux paramètres difficiles à prédire ou à mesurer. Il est lié à l'absorption, à la propagation et à la rétrodiffusion.

Développons le rapport  $X'_{\theta}/X_{\theta}$  à l'aide du logarithme népérien de la fonction de variation d'amplitude  $\chi$  (3.11) dans la relation (4.23) :

$$\ln(X(\alpha)) = 2\ln(\chi(\alpha)) = 4\ln(\cos\alpha) + 2\frac{-ah}{10\cos\alpha}\ln(10)$$
  

$$\Rightarrow \frac{X'(\alpha)}{X(\alpha)} = (\ln(X(\alpha)))' = -4\tan\alpha - 2\frac{\ln(10)}{10}\frac{ah\tan\alpha}{\cos\alpha}$$
(4.28)

Le biais d'environnement devient :

$$\gamma_e = -\eta_0 \left( 4\tan\theta + 2\frac{\ln(10)}{10}\frac{a\hbar\tan\theta}{\cos\theta} \right) \Delta\alpha_{rms}^2$$
(4.29)

Le biais d'environnement dépend premièrement dans ce modèle issu de la loi de Lambert (3.9), de l'angle d'incidence. Cependant, on a supposé l'angle d'incidence au sonar complémentaire à l'angle de rasance sur le fond. En réalité, le biais d'environnement dépend de l'angle de rasance sur le fond lié qu'en partie à l'angle d'incidence par rapport au sonar. L'angle de rasance varie en fonction de l'incidence mais il varie aussi en fonction de la réfraction durant la propagation et

de la pente du fond. (la figure 2.1(a) illustre la déviation de l'onde de son incidence initiale à sa rasance sur le fond.)

Ensuite, le biais augmente avec l'altitude au dessus du fond. En effet, la divergence du faisceau entraine un élargissement de l'empreinte du faisceau sur le fond. Cela complique fortement le maintien d'une haute précision à haute altitude.

Enfin, le biais dépend du coefficient d'absorption qui lui même dépend de la température, de la salinité, de la pression, de la profondeur et de la fréquence du signal [35–39]. Cela rendrait encore plus difficile le calcul du biais si le but était de le retirer en se servant du modèle.

#### 4.2.4 Formule du biais total

La formule du biais total sur le déplacement radial pour ce modèle 2D lambertien est la somme du biais géométrique et du biais d'environnement :

$$\gamma_b = -\gamma_0 \frac{1}{2} \Delta \alpha_{rms}^2 - \eta_0 \left( 4 \tan \theta + 2 \frac{\ln(10)}{10} \frac{ah \tan \theta}{\cos \theta} \right) \Delta \alpha_{rms}^2$$
(4.30)

#### 4.2.5 Validation du modèle par simulation

La figure 4.5 montre en haut la phase Doppler attendue et en bas, le biais sur la phase Doppler pour tout faisceau d'incidence  $\theta$  pour trois orientations  $\beta = -30^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$  et  $\beta = 30^\circ$  du vecteur vitesse unitaire dans un environnement régi par les paramètres inscrits dans le tableau 4.2.

Sur la figure 4.6, on reproduit l'expérience dans le même environnement décrit dans le tableau 4.2 en faisant varier l'altitude pour deux directions de faisceau  $\theta = 30^\circ$  et  $\theta = 60^\circ$  pour une vitesse unitaire horizontale.

Pour rappel, la phase Doppler attendue est  $\Phi_{\theta} = -2\pi f_0 \left( t_{R_2}^{\theta} - t_{R_1}^{\theta} \right)$  modulo  $2\pi$ . Le biais est calculé de trois façons différentes :

- Les points sont des mesures réalisées par simulation Monte-Carlo. On simule la phase Doppler estimée au moyen de 20000 réalisations de fonds pour chaque configuration. On calcule la moyenne des phases Doppler de ces 20000 auto-corrélations (4.5) pour chaque configuration. La différence entre la moyenne des phases Doppler et la phase attendue donne le biais. Ces simulations permettent de vérifier et de valider la formule de l'espérance de la phase Doppler pour un grand nombre de tirages (4.12). Les résultats, en plus d'être placés sur les figures, sont reportés dans le tableau 4.3.
- Les courbes pleines tracent le modèle du biais théorique pour chaque configuration, soit la différence entre l'espérance de la phase Doppler pour un grand nombre de tirages (4.12) et la phase Doppler attendue.
- les courbes pointillées donnent pour chaque configuration le modèle approximé du biais sur la phase Doppler  $2k\gamma_b$  (4.30) pour ainsi vérifier et valider la formule.

On peut apprécier une bonne fidélité entre le modèle approximé et le modèle théorique du biais. De façon générale, le biais augmente avec l'incidence  $\theta$  du faisceau et avec l'altitude h à cause de l'élargissement de l'empreinte. Cependant, on observe au voisinage de l'alignement de la vitesse sur l'axe de tir, quand  $\theta - \beta = 90^\circ$ , l'annulation du biais. Le modèle approximé explique parfaitement ce phénomène : le biais d'environnement est proportionnel à  $\eta_0$ , la projection du déplacement sur l'axe perpendiculaire au faisceau. Ainsi, cette projection tend vers 0 à mesure que la vitesse s'aligne sur l'axe du faisceau. Le biais total n'est pas nul pour autant puisqu'il est la somme du biais d'environnement nul dans cette configuration et du biais géométrique non nul.



FIGURE 4.5 – Évolution du biais en fonction de l'incidence du faisceau et de l'orientation de la vitesse

Les points sont les résultats des simulations Monte-Carlo.



FIGURE 4.6 – Évolution du biais en fonction de l'altitude et de l'incidence d'émission Les points sont les résultats des simulations Monte-Carlo.

Cependant, les biais estimés par les simulations Monte-Carlo sont légèrement sous-évalués. Le dixième de degré de différence entre le modèle théorique du biais et la simulation peut provenir du sous-échantillonnage de l'auto-corrélation. On remarque également que l'écart-type sur la phase Doppler varie avec la longueur de l'empreinte  $L_E$  car une empreinte plus large offre plus de diffuseurs indépendants. Un biais négatif indique une sous-estimation du déplacement radial; un biais positif indique une surestimation du déplacement radial. Une erreur de 1° sur la phase Doppler équivaut à une erreur de  $\lambda/720$  en mètre sur le déplacement radial et donc à une erreur de  $\lambda/(720\Delta t \sin(\theta - \beta))$  en mètre par seconde sur la vitesse. Dans cette simulation,  $\lambda = 0.005m$ , alors 1° d'erreur sur la phase Doppler donne une erreur sur la vitesse de  $6,9/\sin(\theta - \beta)mm.s^{-1}$ . Le biais sur la phase Doppler dégrade donc fortement les mesures de la vitesse.

Vitesse	$v = 1m.s^{-1}$
Inter-pulse	$\Delta t = 1ms$
Altitude	h = 300m
Célérité du son	$c = 1500 m.s^{-1}$
Fréquence centrale	$f_0 = 300 kHz$
Largeur de bande	B = 60 kHz
Coefficient d'absorption*	$a = 81 dB. km^{-1}$
Diamètre du piston circulaire	$L/\lambda = 16$
Intervalle de $\alpha$	$I = [\theta - 4, \theta + 4]^{\circ}$
Ouverture rms calculée (4.25)	$\Delta \alpha_{rms}^2 = 34, 8.10^{-5}$

TABLEAU 4.2 – Paramètres physiques de l'environnement de la simulation \*Garrison : Température 15°C, Profondeur 300m, Salinité 35ppt, Acidité ph = 8 [36, 37, 39]

θ	β	h	$L_E$	biais réel	biais MC	std
60°	$0^{\circ}$	300 <i>m</i>	170 <i>m</i>	$-1,10^{\circ}$	$-1,02^{\circ}$	1,23°
30°	$0^{\circ}$	300 <i>m</i>	56 <i>m</i>	$-0,43^{\circ}$	$-0,34^{\circ}$	$2,76^{\circ}$
$60^{\circ}$	$0^{\circ}$	100 <i>m</i>	56 <i>m</i>	$-0,51^{\circ}$	$-0,45^{\circ}$	$2,13^{\circ}$
30°	$0^{\circ}$	100 <i>m</i>	18 <i>m</i>	$-0,22^{\circ}$	$-0,18^{\circ}$	$4,51^{\circ}$
$60^{\circ}$	$-30^{\circ}$	300 <i>m</i>	170 <i>m</i>	$-0,04^{\circ}$	$-0,01^{\circ}$	$1,23^{\circ}$
$60^{\circ}$	$30^{\circ}$	300m	170m	$-1,86^{\circ}$	$-1,79^{\circ}$	$1,24^{\circ}$
40°	$-30^{\circ}$	300 <i>m</i>	71 <i>m</i>	$-0,29^{\circ}$	$-0,26^{\circ}$	$2,18^{\circ}$
50°	30°	300m	102 <i>m</i>	$-1,18^{\circ}$	$-1,14^{\circ}$	1,66°
$60^{\circ}$	$0^{\circ}$	450m	255m	$-1,50^{\circ}$	$-1,43^{\circ}$	$0,65^{\circ}$
30°	$0^{\circ}$	450m	84 <i>m</i>	$-0,60^{\circ}$	$-1,48^{\circ}$	$2,28^{\circ}$

TABLEAU 4.3 – Résultats des simulations Monte-Carlo (MC)

# 4.3 Contributions théoriques pour réduire le biais

Pour réduire le biais, deux stratégies peuvent être adoptées :

- Réduire l'empreinte du faisceau (range-gate) : un faisceau plus fin sera moins asymétrique à la réception
- Estimer la direction d'arrivée des échos (interférométrie) : l'angle d'incidence estimé concordera avec la phase Doppler mesurée

#### **4.3.1** Indroduction d'une fenêtre temporelle (range-gate)

Pour réduire la largeur du faisceau, à la place d'augmenter la fréquence d'émission au détriment de la portée, on peut appliquer une fenêtre temporelle. La réalisation de l'auto-corrélation sur un petit intervalle de temps revient à moyenner sur une petite partie de l'empreinte du faisceau. En simulation, il suffit de moyenner sur un intervalle angulaire *I* petit. Dans la réalité, l'interprétation du résultat est plus compliquée. La difficulté repose sur le centrage de la fenêtre temporelle. Il est donc indispensable d'avoir un réseau de capteurs pour effectuer un traitement de comparaison de phase.

On réalise les simulations Monte-Carlo dans le même environnement que celui décrit au niveau du tableau 4.2 en appliquant la range-gate. Pour cela, on réduit l'intervalle *I* tel que  $I = [\theta - 0.5, \theta + 0.5]^{\circ}$ . Par conséquent, l'ouverture rms du faisceau diminue et vaut  $\Delta \alpha_{rms}^2 = 2,51.10^{-5}$ . Les résultats obtenus figurent dans le tableau 4.4. Le biais étant proportionnel à l'ouverture rms, il a diminué d'un facteur 10. En revanche, l'écart type a augmenté puisque le nombre de points dans la tranche du faisceau a été réduit, si bien que les 20000 tirages ne sont pas suffisants pour converger vers le biais attendu. De plus, ces résultats ne sont pas exploitables car dans la réalité, le faisceau n'est pas tronqué de cette façon et il faut pouvoir localiser cette petite fenêtre temporelle.

θ	β	h	$L_E$	biais réel	biais MC	std
60°	$0^{\circ}$	300 <i>m</i>	21 <i>m</i>	$-0,083^{\circ}$	$-0,022^{\circ}$	4,49°
30°	$0^{\circ}$	300 <i>m</i>	7 <i>m</i>	$-0,032^{\circ}$	$-0,003^{\circ}$	$4,57^{\circ}$
$60^{\circ}$	$0^{\circ}$	100 <i>m</i>	7 <i>m</i>	$-0,037^{\circ}$	$-0,023^{\circ}$	4°
30°	$0^{\circ}$	100 <i>m</i>	2 <i>m</i>	$-0,016^{\circ}$	$-0,035^{\circ}$	$5^{\circ}$
$60^{\circ}$	$-30^{\circ}$	300 <i>m</i>	21 <i>m</i>	$-0,002^{\circ}$	$0,002^{\circ}$	$4,49^{\circ}$
$60^{\circ}$	$30^{\circ}$	300 <i>m</i>	21 <i>m</i>	$-0,143^{\circ}$	$-0,046^{\circ}$	$4,55^{\circ}$
$40^{\circ}$	$-30^{\circ}$	300 <i>m</i>	9 <i>m</i>	$-0,021^{\circ}$	$0,001^{\circ}$	$2,49^{\circ}$
50°	30°	300 <i>m</i>	12 <i>m</i>	$-0,087^{\circ}$	$-0,033^{\circ}$	$3,78^{\circ}$
$60^{\circ}$	$0^{\circ}$	450m	31 <i>m</i>	$-0,117^{\circ}$	$-0,054^{\circ}$	$0,42^{\circ}$
30°	$0^{\circ}$	450m	10 <i>m</i>	$-0,043^{\circ}$	$0,084^{\circ}$	$4,6^{\circ}$

TABLEAU 4.4 - Résultats des simulations Monte-Carlo (MC) avec Range-Gate

Bien qu'en théorie le biais soit réduit, la forte variance induite par cette méthode rend inutilisable la range-gate.

#### 4.3.2 Interférométrie 2D

Un réseau de capteurs offre des déplacements fictifs connus qui viennent compléter les mesures Doppler. Ces informations supplémentaires vont permettre de localiser l'écho et ainsi de compenser le biais.



FIGURE 4.7 – Illustration du principe de l'interférométrie

On considère maintenant une antenne de deux capteurs A et B à la réception. La première impulsion part de  $T_1$  et la deuxième de  $T_2$ . Le capteur A reçoit le premier écho du fond en  $R_{1,A}$  et le deuxième en  $R_{2,A}$ . Il en est de même pour le capteur B : le premier écho frappe B en  $R_{1,B}$  et le deuxième, en  $R_{2,B}$ .

On raisonne en centre de phase. Sur la figure 4.7, sont placés les 4 centres de phases du réseau de capteurs tels que :

$$A_1 = \frac{T_1 + R_{1,A}}{2} \qquad A_2 = \frac{T_2 + R_{2,A}}{2} \qquad B_1 = \frac{T_1 + R_{1,B}}{2} \qquad B_2 = \frac{T_2 + R_{2,B}}{2}$$
(4.31)

On a montré précédemment que la phase Doppler est la projection du déplacement dans l'axe du faisceau. On pose  $\vec{U}$  le vecteur unitaire de l'axe du faisceau pointant sur le diffuseur  $S_{\theta}$  d'incidence  $\theta$ . On a alors les relations suivantes sur les phases Doppler :

$$\begin{cases} \Phi_{A_2A_1} = 2k \langle \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{U} \rangle \\ \Phi_{B_2A_1} = 2k \langle \overrightarrow{A_1B_2}, \overrightarrow{U} \rangle \end{cases} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{U} = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{pmatrix}$$
(4.32)

Or, le déplacement mesuré entre  $A_1$  et  $B_2$  par la phase Doppler  $\Phi_{B_2A_1}$  n'est guère que la somme des déplacements de  $A_1$  à  $A_2$  puis de  $A_2$  à  $B_2$ . La phase Doppler  $\Phi_{B_2A_1}$  comporte le déplacement lié à la vitesse, et le déplacement lié au changement de capteur, ce qui donne :

$$\Phi_{B_2A_1} = \Phi_{A_2A_1} + \Phi_{B_2A_2} = 2k \langle \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{U} \rangle + 2k \langle \overrightarrow{A_2B_2}, \overrightarrow{U} \rangle$$
(4.33)

On pose  $\Phi_D$  la phase Doppler liée au déplacement de l'antenne et  $\Phi_I$  la phase interférométrique. Aussi, par définition des centres de phases, on a l'égalité  $2\overrightarrow{A_2B_2} = \overrightarrow{AB}$  si bien que :

$$\begin{cases} \Phi_D = \Phi_{A_2A_1} = 2k\langle \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{U} \rangle = 2k\Delta t \langle \overrightarrow{V}, \overrightarrow{U} \rangle \\ \Phi_I = \Phi_{B_2A_1} - \Phi_{A_2A_1} = 2k\langle \overrightarrow{A_2B_2}, \overrightarrow{U} \rangle = k\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{U} \rangle \end{cases}$$
(4.34)

La phase interférométrique  $\Phi_I$  permet d'estimer l'axe de l'écho puisque  $\overrightarrow{AB}$  est connu. Puis la phase Doppler  $\Phi_D$  permet de remonter à la vitesse à l'aide de l'axe estimé.

En réalité, à cause du faisceau, les phases sont biaisées. Leurs expressions sont donc, d'après l'équation (4.21) :

$$\begin{cases} \frac{1}{2k}\Phi_{A_{2}A_{1}} = \gamma_{0,A_{2}A_{1}} + \gamma_{b,A_{2}A_{1}} \\ \frac{1}{2k}\Phi_{B_{2}A_{1}} = \gamma_{0,B_{2}A_{1}} + \gamma_{b,B_{2}A_{1}} \\ \frac{1}{2k}\Phi_{B_{2}A_{2}} = \gamma_{0,B_{2}A_{2}} + \gamma_{b,B_{2}A_{2}} \end{cases} \quad \text{avec} \begin{cases} \gamma_{0,A_{2}A_{1}} = \langle \overrightarrow{A_{1}A_{2}}, \overrightarrow{U} \rangle \\ \gamma_{0,B_{2}A_{1}} = \langle \overrightarrow{A_{1}B_{2}}, \overrightarrow{U} \rangle \\ \gamma_{0,B_{2}A_{2}} = \langle \overrightarrow{A_{2}B_{2}}, \overrightarrow{U} \rangle \end{cases}$$
(4.35)

On développe d'une part,  $\Phi_{B_2A_2}$  à l'aide de (4.26) avec  $\eta_0$  la projection du déplacement sur l'axe perpendiculaire à l'axe du faisceau :

$$\frac{1}{2k}\Phi_{B_{2}A_{2}} = \gamma_{0,B_{2}A_{2}}\left(1 - \frac{1}{2}\Delta\alpha_{rms}^{2}\right) + \eta_{0,B_{2}A_{2}}\frac{X_{\theta}'}{X_{\theta}}\Delta\alpha_{rms}^{2}$$

$$= \left(|A_{2}B_{2}|_{x}\sin\theta - |A_{2}B_{2}|_{z}\cos\theta\right)\left(1 - \frac{1}{2}\Delta\alpha_{rms}^{2}\right) + \left(|A_{2}B_{2}|_{x}\cos\theta + |A_{2}B_{2}|_{z}\sin\theta\right)\frac{X_{\theta}'}{X_{\theta}}\Delta\alpha_{rms}^{2}$$

$$= \langle \overrightarrow{A_{2}B_{2}}, M\overrightarrow{Z} \rangle = \langle \overrightarrow{A_{2}B_{2}}, \overrightarrow{U}' \rangle$$
(4.36)

avec  $\overrightarrow{U}' = M\overrightarrow{Z}$  et :

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \begin{pmatrix} |A_1A_2|_x \\ |A_1A_2|_z \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{A_2B_2} = \begin{pmatrix} |A_2B_2|_x \\ |A_2B_2|_z \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{Z} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\Delta\alpha_{rms}^2 \\ \frac{X'_{\theta}}{X_{\theta}}\Delta\alpha_{rms}^2 \end{pmatrix}$$
(4.37)

On développe d'autre part,  $\Phi_{A_2A_1}$  selon le même procédé :

$$\frac{1}{2k}\Phi_{A_{2}A_{1}} = \gamma_{0,A_{2}A_{1}} \left(1 - \frac{1}{2}\Delta\alpha_{rms}^{2}\right) + \eta_{0,A_{2}A_{1}}\frac{X_{\theta}'}{X_{\theta}}\Delta\alpha_{rms}^{2} \\
= \langle \overrightarrow{A_{1}A_{2}}, M\overrightarrow{Z} \rangle = \langle \overrightarrow{A_{1}A_{2}}, \overrightarrow{U}' \rangle$$
(4.38)

Alors, la phase interférométrique biaisée permet d'estimer le vecteur  $\vec{U}'$ , le vecteur moyen de la tranche du faisceau. La phase Doppler biaisée correspond justement au déplacement projeté sur ce vecteur moyen. On remonte alors au vecteur vitesse sans biais.

$$\begin{cases} \Phi_D = \Phi_{A_2A_1} = 2k\langle \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{U'} \rangle = 2k\Delta t \langle \overrightarrow{V}, \overrightarrow{U'} \rangle \\ \Phi_I = \Phi_{B_2A_1} - \Phi_{A_2A_1} = 2k\langle \overrightarrow{A_2B_2}, \overrightarrow{U'} \rangle = k\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{U'} \rangle \end{cases}$$
(4.39)

On a montré que le biais se compense à l'aide d'un capteur supplémentaire en réception. L'interférométrie outrepasse le biais sur la phase Doppler. Cette démonstration confirme l'inutilité de la range-gate et de toute autre méthode de réduction de l'empreinte du faisceau.

# 4.4 Biais de diffraction ou modèle du biais 3D

#### 4.4.1 Modèle

On étend le modèle en 3D en ne considérant que la case distance de l'axe de visée pour ignorer les biais 2D évoqués précédemment. Cela signifie que l'on ne considère qu'uniquement les diffuseurs placés sur un cercle sur le fond plan d'incidence  $\theta$ , centré sous  $C_1$  le centre de phase de la première impulsion. On peut voir ce cercle comme la fenêtre temporelle la plus petite possible. Alors, on pose  $\omega$  l'angle entre l'axe du diffuseur placé sur ce cercle à l'azimut  $\rho$  et l'axe de visée. La figure 4.8 fournit une vision schématique de ce modèle.



FIGURE 4.8 – Illustration du modèle

On pose les vecteurs suivants : le vecteur qui pointe vers le centre du faisceau  $\overrightarrow{S_{\theta}} = (\sin \theta, 0, -\cos \theta)$ et le vecteur qui balaie tous les diffuseurs du cercle  $\overrightarrow{S_{\rho}} = (\sin \theta \cos \rho, \sin \theta \sin \rho, -\cos \theta)$ .

On pose fonction  $A_{\theta}: I \to \mathbf{R}$  comme étant la répartition angulaire d'amplitude sur le cercle d'incidence  $\theta$ . Sur le cercle, l'absorption et la rétrodiffusion sont constantes pour tout azimut  $\rho$ , il ne reste plus que  $B: ([0, \frac{\pi}{2}], I) \to \mathbf{R}$ , la directivité sur le fond.

Alors pour toute case distance sur l'incidence  $\theta$ , pour tout azimut d'angle  $\rho \in I$  centré en 0,  $\Gamma_{\theta}$  de (4.12) se réécrit puis devient avec (4.16) :

$$\Gamma_{\theta} = \int_{I} e^{-2i\pi f_{0}\left(t_{R_{2}}^{\theta,\rho} - t_{R_{1}}^{\theta,\rho}\right)} A_{\theta}\left(\rho\right)^{2} d\rho \simeq \int_{I} e^{2ik \langle \overrightarrow{C_{1}C_{2}}, \overrightarrow{S_{\rho}} \rangle} B(\theta,\rho) d\rho$$
(4.40)

La différence entre la phase moyenne sur le cercle et la phase au centre du faisceau n'est pas nulle. Le biais résultant est le biais de diffraction  $\gamma_d$ :

$$2k\gamma_d = \arg\Gamma_\theta - 2k\gamma_0 \tag{4.41}$$

Ce biais vaut après le développement en A.2 :

$$\gamma_d = -\frac{1}{2} \left( \gamma_0 + \frac{\eta_0}{\tan \theta} \right) \Delta \omega_{rms}^2 \quad \text{avec} \quad \Delta \omega_{rms}^2 = \frac{\int_{I'} \omega^2 B\left(\theta, \frac{\omega}{\sin \theta}\right) d\omega}{\int_{I'} B\left(\theta, \frac{\omega}{\sin \theta}\right) d\omega}$$
(4.42)

Le biais de diffraction est discuté dans [48]. Ce biais provient du déplacement de l'axe de visée moyen vers le centre de courbure de l'arc de cercle.

# 4.4.2 Application

Nous reprenons le même environnement que celui décrit dans le tableau 4.2 dorénavant sur un cercle et non plus sur une tranche de faisceau, en y intégrant deux différences : la première, l'ouverture rms n'est plus la même puisque l'intégration se fait sur le cercle sur le fond et plus sur la tranche du faisceau. La deuxième, on choisit cette fois-ci une directivité émission transverse 0° et réception longitudinale dépointée de  $\theta$ , d'une double antenne linéaire perpendiculaire l'une par rapport à l'autre. La figure 4.9 illustre le cercle sur le fond traversant l'empreinte du faisceau.



FIGURE 4.9 – Directivité L+T (Longitudinale à  $30^{\circ}$  + Transverse à  $0^{\circ}$ ) sur le fond avec le cercle de la case distance pour l'incidence  $\theta = 30^{\circ}$ 

Se référer au tableau 4.2 pour la hauteur, la longueur du sonar, et la longueur d'onde employées. La croix symbolise le sonar en altitude.



FIGURE 4.10 – Évolution du biais de diffraction en fonction de l'incidence et de l'orientation de la vitesse

Sur la figure 4.10, en haut, sont tracés les phases Doppler attendues si l'empreinte n'était qu'un point brillant, et en dessous, sont tracés les biais de diffraction en fonction de l'incidence  $\theta$ . Chacune des courbes correspond à une orientation du vecteur vitesse unitaire. En bleu,  $\beta = -30^{\circ}$ , en orange, le déplacement est le long de *x*, en en vert,  $\gamma = 20^{\circ}$ . En outre, la figure met en évidence la similitude entre le biais de diffraction calculé avec la formule d'espérance (4.41), et le modèle du biais de diffraction (4.42) pour toute incidence  $\theta$ .

Le biais de diffraction apparait faible, mais il est calculé dans cet exemple pour une case distance donnée, et non pour toute l'empreinte du faisceau.

#### 4.4.3 Interférométrie 3D

Soit une antenne de 4 capteurs : le capteur central O est les trois autres A, B et C dans les 3 directions orthogonales. Sur la figure 4.11, l'antenne est représentée en centre de phase pour les deux impulsions.



FIGURE 4.11 – Antenne 3D en centre de phase

Comme expliqué précédemment, la phase Doppler est la projection du déplacement sur l'axe de réception multipliée par le nombre d'onde 4.34. Alors, l'expression de la phase peut directement s'écrire comme la projection du déplacement sur le vecteur d'onde :

$$\Phi_D = \Phi_{O_2O_1} = 2\langle \overrightarrow{O_1O_2}, \overrightarrow{k} \rangle \tag{4.43}$$

Puis, les phases Doppler croisées obtenues grâce au réseau s'expriment au moyen du système d'équation suivant :

$$\begin{cases}
\Phi_{A_2O_1} - \Phi_{O_2O_1} = \langle \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{k} \rangle \\
\Phi_{B_2O_1} - \Phi_{O_2O_1} = \langle \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{k} \rangle \\
\Phi_{C_2O_1} - \Phi_{O_2O_1} = \langle \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{k} \rangle
\end{cases}$$
(4.44)

Ce système s'inverse. Ainsi, le vecteur d'onde moyen est calculé. L'estimation du déplacement, et donc de la vitesse du véhicule se fait à partir de ce vecteur d'onde moyen.

Estimer directement le vecteur d'onde fait que la direction moyenne d'arrivée n'a plus besoin d'être supposée le long de l'axe d'émission et qu'aucune mesure externe de la célérité du son *c* n'est requise.

# 4.5 Conclusion

Le DVL a un biais qui provient d'une mauvaise relation entre le déphasage Doppler et l'axe de mesure. L'émission concentre l'énergie dans un faible intervalle angulaire centré sur la direction de tir : l'axe du faisceau. À la réception, à cause des différentes trajectoires, l'énergie ne se répartie pas symétriquement autour de l'axe. La phase Doppler moyenne est donc biaisée puisqu'elle ne se fait plus sur le bon axe.

Pour réduire ce biais, le modèle développé montre que l'intuition stratégique historique qui consistait à affiner le faisceau pour avoir une dissymétrie moins marquée à la réception, est cohérente.

Deux solutions pour réduire le biais ont été discutées. La première consiste à appliquer une fenêtre temporelle pour affiner le faisceau fictivement. Elle s'inscrit dans la continuité des pistes de recherche de la diminution de la taille du faisceau. En réalité, elle apporte plus de difficultés qu'elle n'en résout. De plus, elle nécessite l'utilisation de la deuxième solution : l'interférométrie, originale dans le domaine du DVL. L'axe ou le vecteur d'onde estimé par interférométrie correspond à celui de la phase Doppler biaisée, ce qui compense le biais pour l'estimation de la vitesse.

Ce chapitre a montré l'intérêt de l'utilisation de l'interférométrie pour estimer la vitesse radiale, celle dans l'axe de tir, sans biais. Il reste à mettre en place concrètement l'interférométrie pour l'estimation de la vitesse.

# **5** DVL interférometrique

Deux approches théoriques sont proposées pour remplacer les DVL existants. Nous les simulerons ensuite numériquement afin d'en évaluer les performances. Les deux approches proposées sont basées sur des traitements interférométriques. Nous nommerons la première inDVL (et sa variantes InDVL+) et la seconde, TinDV qui revisite l'autocorrélation en la généralisant.

#### Sommaire

5.1	DVL i	nterférométrique (inDVL pour interferometric DVL)	58
	5.1.1	Matrice Doppler	58
	5.1.2	Estimation de la direction d'arrivée ou du vecteur d'onde	59
	5.1.3	Estimation du vecteur vitesse	61
	5.1.4	Effets dits « relativistes » (inDVL+)	62
	5.1.5	Bilan	69
5.2	Résult	ats des simulations numériques avec l'inDVL	70
	5.2.1	Environnement 2D XZ	70
	5.2.2	Environnement 3D XYZ	74
5.3	DVL i	nterférométrique ajusté (TinDVL pour Tunable Interferometric DVL)	77
	5.3.1	Motivations	77
	5.3.2	La décorrélation de base	77
	5.3.3	Rappel du modèle	79
	5.3.4	Évolution de la phase Doppler dans la tranche	79
	5.3.5	Corrélation généralisée large bande (WAF)	80
	5.3.6	WAF en fréquence en bande de base	81
	5.3.7	Espérance de la phase Doppler à l'échelle temporelement ajustée	82
	5.3.8	Chirp Z-Transform	85
	5.3.9	Interférométrie	86
5.4	Résult	ats des simulations numériques sur le TinDVL	86
	5.4.1	Inter-pulse fixe et écart entre capteurs variable	87
	5.4.2	Inter-pulse variable et écart entre capteur fixe	90
5.5	Conch	usion	92
# Introduction

La phase Doppler traduit le rapprochement ou l'éloignement du véhicule dans l'axe d'émissionréception en une vitesse radiale. Quand on utilise un DVL classique, cette vitesse radiale est biaisée alors qu'elle ne l'est plus sur le DVL interférométrique. Il faut exploiter au maximum les informations que transmettent l'ensemble des récepteurs qui constituent le DVL interférométrique.

Nous verrons premièrement comment interpréter et combiner phase Doppler et phase interférométrique pour estimer au mieux la vitesse, dans la première partie consacrée à l'inDVL (Interferometric DVL). Puis nous affinerons en passant ensuite au TinDVL (Tunable interferometric DVL), ce qui nous amènera à revenir sur la fonction de corrélation qui mesure les phases Doppler et d'en proposer une généralisation. Une fois le principe de l'inDVL et du TinDVL détaillé, nous validerons ces deux prototypes au moyen de simulations numériques, puis nous les comparerons au DVL classique.

L'inDVL a fait l'objet des publications [4] et [7]

# 5.1 DVL interférométrique (inDVL pour interferometric DVL)

### 5.1.1 Matrice Doppler

On dispose d'une antenne de  $N_C$  capteurs à la réception. Chaque capteur enregistre le double écho du fond. On effectue les corrélations croisées entre capteur. On introduit la matrice de fonction  $N_C \times N_C$  telle que  $CC_{a,b} : T \to \mathbb{C}$  est l'inter-corrélation du capteur *a* avec le capteur *b*  $\forall (a,b) \in [[1,N_C]]^2$  telle que :

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}_{a,b}(t) = IC\{s_a, s_b\}(t) = \int_F \hat{s}_a(f) \,\overline{\hat{s}_b(f)} e^{2i\pi f t} df$$
(5.1)



FIGURE 5.1 – Corrélations croisées en fonction du temps pour une antenne de 4 capteurs

La corrélation pour tout couple de capteur conserve la forme classique comme on peut le voir sur la figure (5.1): un pic maximal proche du centre, et deux pics secondaires de part et d'autre du pic principal. La corrélation est décentrée puisque la différence de position géographique entre

deux capteurs engendre un retard. C'est à dire que son pic central n'est plus centré autour de t = 0s. La phase qu'on observe au deuxième pic secondaire (à  $t = t_{\Phi}^{a,b}$ ) correspond au retard qu'a le premier écho au capteur *b* sur le deuxième écho au capteur *a*.

La matrice Doppler  $\Gamma$  complexe de dimension  $N_C \times N_C$  recueille toutes les phases Doppler pour tous les couples de capteurs ainsi que leurs coefficients de corrélation tel que :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{a,b} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{C}_{a,b}\left(t_{\Phi}^{a,b}\right) \tag{5.2}$$

On observe sur la figure (5.2) les phases de la matrice Doppler aléatoire.



FIGURE 5.2 – Phases d'une matrice Doppler de  $N_C = 4$  capteurs

Pour un grand nombre de tirages, en appliquant la même démarche que pour obtenir (4.12), la matrice Doppler moyenne a pour expression :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{a,b} = \mathbb{E}\left[\boldsymbol{C}\boldsymbol{C}_{a,b}\left(\boldsymbol{t}_{\Phi}^{a,b}\right)\right] = \sum_{n=1}^{N_{P}} e^{-2i\pi f_{0}\left(\boldsymbol{t}_{R_{2}^{n}}^{n} - \boldsymbol{t}_{R_{1}^{b}}^{n}\right)} A_{n}^{2}$$
(5.3)

On utilise la même notation pour la matrice Doppler  $\Gamma$  qu'elle soit issue d'une réalisation aléatoire (cf. (5.2)), ou qu'elle soit obtenue par calcul de l'espérance pour un grand nombre de tirages (cf. (5.3)). En effet, le traitement qu'il va suivre sur cette matrice reste le même.

#### Non Propriétés

La matrice Doppler n'est ni symétrique ni hermitienne : il n'y a pas d'égalité entre  $\Gamma$  et sa transposée conjuguée  $\Gamma^{H}$ . La démonstration est au niveau de l'annexe A.3.

## 5.1.2 Estimation de la direction d'arrivée ou du vecteur d'onde

La goniométrie a pour objectif d'estimer la direction d'arrivée, voire le vecteur d'onde, d'une source à partir d'un réseau de capteurs [49]. Les méthodes de goniométrie vont du plus basique, l'interférométrie, au plus sophistiqué, les méthodes à Haute Résolution (HR) comme MUSIC [50] en passant par Capon, Propagateur et autres...

L'interférométrie compare les phases entre plusieurs couples de capteurs puisque le déphasage en champ lointain dépend de la direction d'arrivée de la source. En effet, d'un capteur *A* à un capteur *B*, la phase tourne, et ce déphasage est propre à la direction d'arrivée. Nous développerons une méthode inspirée de la formation de voies conventionnelle encore appelée « Bartlett Beamforming » [51] qui consiste à retrouver le maximum d'énergie en balayant toutes les directions. Le Bartlett beamforming est une méthode dite « super-résolutive », moins complexe que les méthodes HR. Notre méthode s'en inspire, mais elle diffère de cette méthode en ce sens qu'elle repose sur l'utilisation de la matrice Doppler et non de la matrice de corrélation classique.

On considère une antenne de  $N_C$  capteurs où chaque capteur *n* a pour coordonnées le vecteur  $\vec{r_n}$  par rapport au référentiel de l'antenne. On pose  $\vec{a}(\vec{k})$  la réponse du réseau (ou vecteur directeur) à

une source de vecteur d'onde  $\vec{k}$  défini par son nombre d'onde et ses trois composantes  $u_x u_y$  et  $u_z$ :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \qquad \vec{a} \left( \vec{k} \right) = \begin{pmatrix} e^{i\langle \vec{k}, \vec{r}_1 \rangle} \\ e^{i\langle \vec{k}, \vec{r}_2 \rangle} \\ \vdots \\ e^{i\langle \vec{k}, \vec{r}_N \rangle} \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_n = \begin{pmatrix} x_{C_n} \\ y_{C_n} \\ z_{C_n} \end{pmatrix}$$
(5.4)

Pour trouver le vecteur qui réaligne les phases de la matrice, on cherche les composantes du vecteur d'onde qui maximise le module de l'application suivante :

$$D: \vec{k} \mapsto \vec{a} \left( \vec{k} \right)^{H} \mathbf{\Gamma} \vec{a} \left( \vec{k} \right)$$
(5.5)

L'application D peut s'écrire aussi sous cette forme :

$$D: \vec{k} \mapsto \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} e^{i \langle \vec{k}, \vec{r_b} - \vec{r_a} \rangle} \Gamma_{a,b}$$
(5.6)

On pose  $\Phi$  la phase Doppler généralisée de l'antenne. Alors pour  $\vec{k}$  qui maximise |D|, on a l'égalité suivante :

$$\Phi = \arg D\left(\vec{k}\right) \tag{5.7}$$

La démonstration de ce résultat est donnée en annexe A.4.

On notera que le point de référence de la phase et du vecteur d'onde est le barycentre de l'antenne

#### Première remarque

La dimension de l'antenne limite l'estimation du nombre de composantes du vecteur d'onde. Une antenne de dimension 1 est agencée sur une droite, une antenne de dimension 2, sur un plan. Une antenne 3D est déployée dans l'espace 3D.

Une direction d'arrivée se matérialise à l'aide de deux angles : un angle d'incidence  $\theta$  et un angle d'azimut  $\rho$  (cf. figure 5.5). Le vecteur d'onde s'écrit alors, avec  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , et  $\rho \in [-\pi, \pi]$  :

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\rho\\ \sin\theta\sin\rho\\ -\cos\theta \end{pmatrix}$$
(5.8)

On comprend alors que ce n'est qu'à partir de l'antenne 2D que l'on peut estimer les deux angles de la direction d'arrivée en partant du principe que la longueur d'onde  $\lambda$  est connue. L'antenne 3D permet quant à elle d'estimer en plus la norme du vecteur d'onde, càd dans cette représentation, sa longueur d'onde  $\lambda$ .

#### Seconde remarque

La disposition des capteurs au sein de l'antenne a son importance. On distingue deux points : la distance maximale entre deux capteurs et l'échantillonnage spatial.

On a vu dans les rappels d'acoustique sous-marine qu'une grande antenne par rapport à la longueur d'onde utilisée est très directive. Une grande antenne aura donc un lobe de recherche très fin.



FIGURE 5.3 – Directivités selon la géométrie des antennes En haut, la géométrie des antennes, en dessous, les directivités

L'échantillonnage spatial de l'antenne contraint la zone de recherche. En effet, une antenne sous-échantillonnée ( $\langle \lambda/2 \rangle$ ) aura des lobes secondaires gênants [52]. Il faudra délimiter la zone de recherche de la cible puisqu'il peut y avoir plusieurs maxima.

La figure 5.3 illustre ce qui vient d'être expliqué. L'antenne de gauche de la figure 5.3 aura un unique lobe. Une antenne de même taille mais sous-échantillonnée (ici n'ayant que deux capteurs placés aux extrémités), présentera plusieurs lobes (cf. centre de la figure 5.3). En écartant les deux capteurs, les lobes s'affinent (cf. centre de la figure 5.3). La directivité affichée est la Transformée de Fourier spatiale de l'antenne.

#### 5.1.3 Estimation du vecteur vitesse

La phase Doppler traduit le déplacement dans la direction de tir. Pour pouvoir remonter au vecteur vitesse, il est nécessaire d'effectuer des mesures Doppler selon plusieurs directions. Le nombre de composantes du vecteur vitesse à déterminer précise le nombre minimal de mesure Doppler à réaliser. Il est intéressant d'effectuer plus de mesures que nécessaire pour assurer une stabilité de l'estimation de la vitesse dans le cas où l'une des mesures serait aberrante ou manquante.

L'article [53] détaille l'utilisation de la méthode des moindres carrées dans le but d'estimer le vecteur vitesse 3D à partir des mesures Doppler de 4 faisceaux agencés dans une configuration Janus comme celle présentée au niveau de la figure 5.4. Les DVL actuels classiques retrouvent le vecteur vitesse en calculant la pseudo-inverse du système matriciel suivant avec  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$  et  $\Phi_D$ les 4 phases Doppler sur les 4 empreintes des faisceaux avant, arrière, babord, et tribord :

$$\begin{pmatrix} \sin\theta & 0 & -\cos\theta \\ -\sin\theta & 0 & -\cos\theta \\ 0 & \sin\theta & -\cos\theta \\ 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \\ \Phi_D \end{pmatrix} \frac{\lambda}{4\pi\Delta t}$$
(5.9)

Remarque : par rapport à la figure 5.5, l'azimut  $\rho = 0^{\circ}$  pour l'empreinte A,  $\rho = 180^{\circ}$  pour l'empreinte B,  $\rho = 90^{\circ}$  pour l'empreinte C et  $\rho = -90^{\circ}$  pour l'empreinte D.

L'amélioration majeure qu'apporte le DVL interférométrique est l'ajustement de la matrice à inverser. Nous avons vu dans le chapitre précédent que le biais sur la phase Doppler était causé par la mauvaise relation phase-axe mais que l'interférométrie donnait le bon axe. Pour reconstruire le



FIGURE 5.4 – Configuration classique Janus utilisée pour reconstruire le vecteur vitesse

vecteur vitesse, on doit donc calculer la pseudo-inverse du système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} k_{xA} & k_{yA} & k_{zA} \\ k_{xB} & k_{yB} & k_{zB} \\ k_{xC} & k_{yC} & k_{zC} \\ k_{xD} & k_{yD} & k_{zD} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \\ \Phi_D \end{pmatrix} \frac{1}{2\Delta t}$$
(5.10)

# 5.1.4 Effets dits « relativistes » (inDVL+)

Application - vitesse au premier ordre



FIGURE 5.5 – Illustration du modèle

Appliquons l'equation (5.10) pour retrouver le vecteur vitesse dans un espace 3D en fonction des mesures d'une antenne dans le cas théorique et parfait d'un point brillant sur le fond. L'antenne de  $N_C$  capteurs, de géométrie quelconque 3D mais centrée, se déplace selon le vecteur vitesse suivant :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v\cos(\beta)\cos(\gamma) \\ v\cos(\beta)\sin(\gamma) \\ v\sin(\beta) \end{pmatrix}$$
(5.11)

avec  $||\vec{v}|| = v$  en  $m.s^{-1}$ ,  $\beta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , et  $\gamma \in [-\pi, \pi[$ Le point brillant S a pour coordonnées :

$$S = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h\tan(\theta)\cos(\rho) \\ h\tan(\theta)\sin(\rho) \\ 0 \end{pmatrix}$$
(5.12)

avec  $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$ , et  $\rho \in [-\pi, \pi[$  les angles verticaux et horizontaux de visés par rapport au point  $T_1$ . On construit directement la matrice Doppler à partir des temps d'arrivée des échos du point à

chaque capteur telle que :

$$\Gamma_{a,b} = e^{-2i\pi f_0 \left(t_{R_2^a} - t_{R_1^b}\right)}$$
(5.13)

On réalise le traitement interférométrique. On pose  $\vec{\Psi} = (\psi_x \ \psi_y \ \psi_z)$  contenant les composantes du vecteur d'onde  $\vec{k}$  qui maximisent le module de l'application D telle que :

$$D: \vec{U} \mapsto \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} e^{\frac{2i\pi}{\lambda} \langle \vec{U} , \vec{r_b} - \vec{r_a} \rangle} \mathbf{\Gamma}_{a,b}$$
(5.14)

Cette formule est une réécriture de (5.6) avec  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{U}$  de (5.4).

La phase Doppler est alors :  $\Phi = \arg D(\vec{\Psi})$ 

Pour retrouver le vecteur vitesse, on inverse le produit scalaire suivant, d'après (4.39) et (5.10):

$$\Phi = 2k\Delta t \langle \vec{v}, \vec{\Psi} \rangle \tag{5.15}$$

Mais le vecteur vitesse a trois composantes, il faut au moins deux autres directions de mesure pour avoir une équation complète.

Avec 3 autres points brillants le système à inverser s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \psi_{x_A} & \psi_{y_A} & \psi_{z_A} \\ \psi_{x_B} & \psi_{y_B} & \psi_{z_B} \\ \psi_{x_C} & \psi_{y_C} & \psi_{z_C} \\ \psi_{x_D} & \psi_{y_D} & \psi_{z_D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \\ \Phi_D \end{pmatrix} \frac{\lambda}{4\pi\Delta t}$$
(5.16)

On souhaite retrouver par la méthode décrite précédemment le vecteur vitesse de norme v = $1m.s^{-1}$  dans toutes les directions. Prenons l'exemple sur 4 points brillants  $S_A$ ,  $S_B$ ,  $S_C$  et  $S_D$  répartis sur le fond par leurs angles d'incidence et d'azimut précisés dans le tableau 5.1. On se place à une hauteur h = 300m au dessus du fond, la longueur d'onde est  $\lambda = 0.01m$  et on sépare les deux impulsions de  $\Delta t = 1ms$ . L'antenne 3D est centrée.

	$S_A$	$S_B$	$S_C$	$S_D$
θ	$30^{\circ}$	$50^{\circ}$	$40^{\circ}$	$60^{\circ}$
ρ	$0^{\circ}$	$-180^{\circ}$	90°	-90°

TABLEAU 5.1 – Angles d'incidences et d'azimuts pour un ensemble de 4 diffuseurs

La figure (5.6) montre le logarithme en base 10 de l'erreur commise sur l'estimation du vecteur vitesse à partir des quatre diffuseurs considérés pour tout vecteur unitaire  $\vec{v}$ . La couleur rose prédominante indique que l'erreur se situe entre  $0, 1mm.s^{-1}$  et  $1mm.s^{-1}$ , soit encore de l'ordre de



FIGURE 5.6 – Erreur sur le vecteur vitesse pour tout déplacement unitaire ERR =  $\log_{10} \left( ||\vec{v} - \vec{v_{est}}|| ||\vec{v}||^{-1} \right)$ 

0,01% à 0,1% de la vitesse. La couleur grise quant à elle indique une erreur entre  $1mm.s^{-1}$  et  $10mm.s^{-1}$ , soit encore de l'ordre de 0,1% à 1% de la vitesse.

La précision est finalement faible pour des cas de mesures parfaits. Or, nous avons vu dans le chapitre précédent que la mesure de phase Doppler sur un point brillant n'a, par définition, pas de biais. L'erreur observée sur la vitesse provient des approximations faites dans les formules pour remonter au vecteur vitesse à partir d'une phase Doppler parfaite. En effet, le vecteur  $\vec{\Psi}$  retourné par l'interférométrie ne correspond pas en réalité à l'axe de réception, et l'inversion de la projection du vecteur vitesse sur l'axe qui donne la phase Doppler est imprécise. Nous allons donc détailler des procédés de correction pour améliorer la qualité de l'inversion.

#### Phase en fonction de la vitesse et de l'axe

Pour rappel, nous avons montré au niveau de l'equation (4.14) que la phase Doppler pour un diffuseur *S* est la différence de marche en phase et qu'elle est donnée par l'équation suivante :

$$\Phi = -2\pi f_0 (t_{R_2} - t_{R_1} - \Delta t) \quad (\equiv -2\pi f_0 (t_{R_2} - t_{R_1}) [2\pi])$$
  
=  $-k (|T_2S| + |R_2S| - |T_1S| - |R_1S|)$  (5.17)

Il est impossible d'inverser algébriquement l'application qui donne la phase théorique (5.17) en fonction de la vitesse de l'antenne dans l'axe. La formule (5.15) n'est qu'une approximation. Il faut pouvoir approximer la phase le plus fidèlement possible avec une expression suffisamment simple pour être en mesure d'isoler le vecteur vitesse  $\vec{v}$  et l'axe. Mais il faut d'abord considérer deux axes : celui de l'émission et celui de la réception.

On s'intéresse au triangle  $T_1R_1S$  (cf. figure 5.7) sur le plan engendré par les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{F}$  ( $\vec{F}$  étant le vecteur unitaire pointant depuis  $T_1$  vers S). On note  $\vec{G}$  le vecteur unitaire pointant depuis  $R_1$  vers S. L'angle entre les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{F}$  est noté  $\varepsilon_T$  et l'angle entre  $\vec{v}$  et  $\vec{G}$ ,  $\varepsilon_R$ .



FIGURE 5.7 – Le triangle  $T_1R_1S$  dans le plan engendré par les vecteurs  $\vec{v}$  et  $\vec{F}$ 

Lorsque la deuxième impulsion part de l'antenne émettrice, sous hypothèse de champ lointain, on peut considérer que l'antenne a parcouru la distance  $|T_1T_2|\cos \varepsilon_T$  vers S. Ainsi, la deuxième

impulsion arrive à S avec le retard suivant :

$$\Delta t' = \Delta t - \frac{|T_1 T_2|}{c} \cos \varepsilon_T \tag{5.18}$$

Le point *S* retransmet vers le récepteur en déplacement les deux impulsions espacées temporellement de  $\Delta t'$ . Entre les réceptions du premier et du deuxième écho, l'antenne s'est déplacée de  $|R_1R_2|\cos \varepsilon_R$  vers *S*.

$$\Delta t'' = t_{R_2} - t_{R_1} = \Delta t' - \frac{|R_1 R_2|}{c} \cos \varepsilon_R$$
(5.19)

Or,  $|T_1T_2| = v\Delta t$  et  $|R_1R_2| = v\Delta t''$ . Alors :

$$\Delta t'' = t_{R_2} - t_{R_1} = \Delta t \frac{c - v \cos \varepsilon_T}{c + v \cos \varepsilon_R}$$
(5.20)

Donc, d'après (5.17) et (5.20), il vient que :

$$\Phi = 2\pi f_0 v \Delta t \frac{\cos \varepsilon_R + \cos \varepsilon_T}{c + v \cos \varepsilon_R}$$
(5.21)

On suppose inconnu l'axe d'émission et connu l'axe de réception grâce au traitement d'antenne. L'égalité suivante obtenue à l'aide du théorème d'Al-Kashi [47] permet d'exprimer l'angle d'émission en fonction de l'angle de réception :

$$\cos \varepsilon_T = \frac{2cv + (c^2 + v^2)\cos \varepsilon_R}{c^2 + v^2 + 2cv\cos \varepsilon_R}$$
(5.22)

Ce résultat est établi en annexe A.5.

En utilisant la définition du produit scalaire on pose :

$$v_{\parallel} = \langle \vec{v}, \vec{G} \rangle = v \cos \varepsilon_R \tag{5.23}$$

Il vient alors que :

$$\Phi = 2k\Delta t \frac{v_{\parallel}^2 c^2 + v_{\parallel} \left(v^2 + c^2\right) c + c^2 v^2}{2v_{\parallel}^2 c + v_{\parallel} \left(v^2 + 3c^2\right) + cv^2 + c^3}$$
(5.24)

À l'ordre 2, cela donne :

$$\Phi = 2k\Delta t \frac{cv_{\parallel}^2 + cv^2 + c^2v_{\parallel}}{2v_{\parallel}^2 + v^2 + 3cv_{\parallel} + c^2}$$
(5.25)

On a une expression de la phase en fonction de la vitesse de déplacement et de l'axe de réception. Cette expression approche plus finement la phase théorique (5.17) que l'expression (5.15) comme le montre la figure (5.8). Nous avons représenté les erreurs en échelle logarithmique à gauche, entre la phase théorique (5.17) et la phase approximative (5.15), et à droite, entre la phase théorique (5.17) et la phase approximative (5.25) pour toute direction du vecteur vitesse unitaire, pour h = 300m et  $\Delta t = 1ms$  pour un diffuseur d'angles  $\theta = 30^\circ$  et  $\rho = 0^\circ$ .

La couleur rouge indique une erreur située entre  $10^{-5}\%$  et  $10^{-4}\%$ . On peut constater une fidélité jusqu'à de l'ordre de  $10^{-6}\%$  avec la nouvelle formule de la phase Doppler en fonction de la vitesse et de l'axe de réception.



(a) Erreur de l'approximation de la phase (5.15) par (b) Erreur de l'approximation de la phase (5.25) par rapport à la phase Doppler théorique (5.17) rapport à la phase Doppler théorique (5.17)

FIGURE 5.8 – Comparaison des approximations de la phase Doppler  $ERR = \log_{10} \left( |\Phi_{th} - \Phi_{approx}| |\Phi_{th}|^{-1} \right)$ 

#### Influence de la vitesse dans le traitement d'antenne

L'antenne se déplace pendant la réception d'un écho si bien que les coordonnées utilisées dans la formule (5.14) ne correspondent pas aux positions exactes des capteurs lors de l'enregistrement des phases. L'antenne subit fictivement une contraction ou une dilatation non négligeable qui déforme l'axe retourné. Ainsi, pour retrouver le bon axe de réception (explicité par le vecteur unitaire  $\vec{G}$ ), il faut effectuer l'interférométrie sur l'antenne synthétique. On utilisera les positions des capteurs au passage du premier écho comme référence.

Le capteur n au passage du premier écho a pour coordonnées :

$$\begin{cases} x'_{C_n} = x_{C_n} + v_x t_{R_1^n} \\ y'_{C_n} = y_{C_n} + v_y t_{R_1^n} \\ z'_{C_n} = z_{C_n} + v_z t_{R_1^n} \end{cases}$$
(5.26)

On part de la formule de l'interférométrie (5.14). Alors,  $\vec{G}$  sera le vecteur qui maximisera le module de l'application Z telle que :

$$Z: \vec{U} \mapsto \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda} \langle \vec{U}, \begin{pmatrix} x'_{C_b} - x'_{C_a} \\ y'_{C_b} - y'_{C_a} \\ z'_{C_b} - z'_{C_a} \end{pmatrix} \rangle\right) \mathbf{\Gamma}_{a,b}$$
(5.27)

En combinant (5.26) et (5.27), on obtient :

$$Z: \vec{U} \mapsto \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda} \langle \vec{U}, \begin{pmatrix} x_{C_b} - x_{C_a} \\ y_{C_b} - y_{C_a} \\ z_{C_b} - z_{C_a} \end{pmatrix} \rangle + \frac{2i\pi}{\lambda} \begin{pmatrix} t_{R_1^b} - t_{R_1^a} \end{pmatrix} \langle \vec{U}, \vec{v} \rangle \right) \Gamma_{a,b}$$
(5.28)

Soit  $\vec{U} = (u_x \ u_y \ u_z)$  le vecteur unitaire de l'axe de propagation d'une onde écho venant du fond. L'onde est supposée plane. Son plan de propagation suit l'équation suivante :

$$\begin{cases} -u_{x}(x-x_{S}) - u_{y}(y-y_{S}) - u_{z}(z+h) = c(t-t_{M_{1}}) \\ t \ge t_{M_{1}} \end{cases}$$
(5.29)

Ainsi, le capteur *n* croise le premier écho de propagation plane au temps  $t_{R_1^n}$ . Alors d'après l'hypothèse de l'onde plane (5.29) :

$$t_{R_1^n} = -\frac{u_x(x_{C_n} - x_S) + u_y(y_{C_n} - y_S) + u_z(z_{C_n} + h) - ct_{M_1}}{c + u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z}$$
(5.30)

L'expression de  $t_{R_1^b} - t_{R_1^a}$  pour tout couple (a, b) de capteurs est :

$$t_{R_{1}^{b}} - t_{R_{1}^{a}} = -\frac{u_{x}(x_{C_{b}} - x_{C_{a}}) + u_{y}(y_{C_{b}} - y_{C_{a}}) + u_{z}(z_{C_{b}} - z_{C_{a}})}{c + u_{x}v_{x} + u_{y}v_{y} + u_{z}v_{z}} = -\frac{\langle \vec{U}, \begin{pmatrix} x_{C_{b}} - x_{C_{a}} \\ y_{C_{b}} - y_{C_{a}} \\ z_{C_{b}} - z_{C_{a}} \end{pmatrix}}{c + \langle \vec{v}, \vec{U} \rangle}$$
(5.31)

Le but est d'isoler la vitesse puisqu'elle est inconnue et recherchée. En utilisant (5.28) et (5.31), il vient que :

$$Z: \vec{U} \mapsto \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda} \frac{c}{c + \langle \vec{v}, \vec{U} \rangle} \langle \vec{U}, \vec{r_b} - \vec{r_a} \rangle\right) \mathbf{\Gamma}_{a,b}$$
(5.32)

Le vecteur  $\vec{G}$  maximise le module de l'application Z. On trouve alors le facteur de compression/dilatation de l'antenne suivant :  $c(c+v_{\parallel})^{-1}$ .

Il devient difficile de réaliser l'interférométrie Z puisqu'elle nécessite de connaitre en amont la vitesse. On a besoin d'estimer l'axe pour calculer la vitesse, mais l'estimation correcte de l'axe ne se fait pas sans la connaissance de la vitesse.

Cependant, on remarque qu'effectuer l'interférométrie sur l'antenne synthétique revient à effectuer l'interférométrie D (5.14) en interprétant autrement les résultats. On reprend  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  et  $\psi_z$  qui maximisent |D|. Il faut comprendre que les coefficients  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  et  $\psi_z$  ne sont pas les composantes du vecteur de l'axe de réception. Les composantes du vecteur de l'axe de réception  $\vec{G}$  se déterminent en résolvant le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} g_{x} = \Psi_{x} (v_{\parallel} + c) c^{-1} \\ g_{y} = \Psi_{y} (v_{\parallel} + c) c^{-1} \\ g_{z} = \Psi_{z} (v_{\parallel} + c) c^{-1} \\ v_{\parallel} = v_{x}g_{x} + v_{y}g_{y} + v_{z}g_{z} \end{cases}$$
(5.33)

Ce système s'inverse parfaitement : les composantes du vecteur réception s'expriment indépendamment les unes des autres.

$$\begin{cases} g_x = \psi_x \left( c - v_{\psi} \right)^{-1} c \\ g_y = \psi_y \left( c - v_{\psi} \right)^{-1} c \\ g_z = \psi_z \left( c - v_{\psi} \right)^{-1} c \\ v_{\psi} = v_x \psi_x + v_y \psi_y + v_z \psi_z \end{cases}$$
(5.34)

Les composantes de  $\vec{G}$  se calculent directement à partir du vecteur vitesse et des coefficients tirés de l'interférométrie D.

Le déplacement de l'antenne pendant la réception a pour conséquence le fait que le vecteur  $\vec{\Psi} = (\psi_x \ \psi_y \ \psi_z)$  soit non unitaire. Puisque par définition  $||\vec{G}|| = 1$ , le système (5.34) met en

évidence que  $||\vec{\Psi}|| = (c - v_{\psi})c^{-1}$ . La connaissance de la formule de la norme peut nous dispenser alors du recours à une antenne 3D. La composante manquante de l'antenne 2D  $\psi$  se calculera de façon à conserver l'égalité  $||\vec{\Psi}|| = (c - v_{\psi})c^{-1}$ . Ce qui donne par exemple l'expression de  $\psi_z$ suivante :

$$\psi_{z} = \frac{-v_{z}\left(c - v_{x}\psi_{x} - v_{y}\psi_{y}\right) - c\sqrt{\left(c - v_{x}\psi_{x} - v_{y}\psi_{y}\right)^{2} - \left(c^{2} - v_{z}^{2}\right)\left(\psi_{x}^{2} + \psi_{y}^{2}\right)}{c^{2} - v_{z}^{2}}$$
(5.35)

#### Résolution du système par la méthode des moindres carrés

Puisque  $v_{\parallel} = cv_{\psi} (c - v_{\psi})^{-1}$  d'après (5.33), la formule de phase (5.25) devient à l'ordre 2 :

$$\Phi = 2k\Delta t \frac{c^2 v_{\psi} + cv^2}{c^2 + v^2 + cv_{\psi}}$$
(5.36)

Cette formule exprime la phase Doppler en fonction du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et des informations retournées par l'interférométrie D (c'est à dire, un vecteur d'axe non unitaire et incorrect  $\vec{\Psi}$ ). Elle est équivalente à (5.25), avec l'avantage de ne plus dépendre de l'axe corrigé (le vecteur d'axe normalisé  $\vec{G}$ ). C'est un raccourci. En résumé, cette expression de la phase Doppler prend en compte le déplacement de l'antenne pendant la réception des échos.

Nous remontrons donc au vecteur vitesse par la méthode des moindres carrés. Il s'agit de déterminer le vecteur  $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$  qui minimise l'application  $J : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$  suivante pour  $K \ge 3$  diffuseurs avec  $\Phi_n$  la phase Doppler et  $\vec{\Psi}_n = (\psi_{x_n} \ \psi_{y_n} \ \psi_{z_n})$  le vecteur retourné par la comparaison de phase du diffuseur n:

$$J: V \mapsto \sum_{n}^{K} \left( \frac{c^{2} \langle \vec{v}, \vec{\Psi_{n}} \rangle + c \langle \vec{v}, \vec{v} \rangle}{c^{2} + c \langle \vec{v}, \vec{\Psi_{n}} \rangle + \langle \vec{v}, \vec{v} \rangle} - \frac{\Phi_{n}}{2k\Delta t} \right)^{2}$$
(5.37)

On peut difficilement optimiser cette fonction au moyen d'un méthode classique d'optimisation de type gradient en raison de la difficulté à calculer la dérivée de cette fonction. En effet, la composante  $\psi_{z_n}$  dépend de  $\vec{v}$  d'après l'équation (5.35). Nous calculerons J sur une grille 3D et chercherons le vecteur vitesse  $\vec{v}$  qui minimise J sur cette grille 3D.

On reprend la simulation réalisée précédemment qui avait conduit aux résultats présentés sur la figure 5.6. Mais cette fois-ci, nous intégrons la correction de la phase dans le calcul de l'erreur. Sur la figure 5.9, les couleurs violet et rouge prédominantes indiquent que nous obtenons maintenant une erreur comprise entre  $10^{-5}\%$  et  $10^{-3}\%$  de la vitesse, soit entre  $0, 1\mu m.s^{-1}$  à  $10\mu m.s^{-1}$ .

Le résultat pour une antenne 2D privée de la composante z est similaire au résultat pour une antenne 3D grâce à la connaissance de la formule de la norme de  $\vec{\Psi}$ .



FIGURE 5.9 – Erreur sur le vecteur vitesse pour tout déplacement unitaire ERR =  $\log_{10} \left( ||\vec{v} - \vec{v_{est}}|| \, ||\vec{v}||^{-1} \right)$ 

# Bilan

À partir de mesures de phases sur des empreintes de faisceaux sur le fond réduites à des points, il n'était pas acceptable d'avoir une précision si faible sur l'estimation de la vitesse, de l'ordre de  $10^{-1}$ %. Pour l'élaboration d'une méthode plus précise, la première difficulté réside dans l'impossibilité d'inverser algébriquement l'application donnant la phase Doppler en fonction du vecteur vitesse et de l'axe de visée. La première alternative présentée a consisté à simplifier (avec modération) la formule à l'aide de développements limités au second ordre. Ensuite, le déplacement des antennes pendant les réceptions des échos déforme la mesure de l'axe ce qui dégrade par conséquent l'estimation de la vitesse. L'alternative proposée corrige cette mesure de l'axe à l'aide d'un facteur de dilatation/compression dépendant de la vitesse recherchée et de l'axe lui même recherché également. On atteint alors des précisions de l'ordre de  $10^{-4}$ %, soit de l'odre du micromètre par seconde, qui sont tout à fait satisfaisantes.

# 5.1.5 Bilan

L'organigramme présenté figure 5.10 synthétise les similitudes et les différences entre les différentes approches que nous avons pu étudier : DVL classique, inDVL et inDVL+.



FIGURE 5.10 – *Bilan de l'inDVL* 

En DVL classique, l'unique capteur à la réception nous contraint à utiliser la valeur de l'axe d'émission pour reconstruire le vecteur vitesse. On obtient des résultats biaisés à cause de la dissymétrie de la répartition de l'energie sur l'empreinte du faisceau par rapport à son axe d'émission.

En inDVL, le réseau de capteurs permet de calculer de multiples phases Doppler que l'on range ensuite dans une matrice : la matrice Doppler. L'interférométrie extrait le vecteur d'onde (ou au moins la direction d'arrivée selon la dimension de l'antenne) et la phase Doppler moyenne mesurée par l'antenne, comme si l'antenne était réduite à un capteur unique et central. La matrice à inverser n'est plus la matrice Janus fixe du DVL classique mais une matrice actualisée des vecteurs d'ondes estimés. Le biais est réduit, mais on peut encore aller plus loin en matière d'améliorations possibles.

En inDVL+, on dissocie le trajet aller du trajet retour de l'onde et on tient compte du déplacement de l'antenne pendant la réception des échos. Cela nous conduit à optimiser une nouvelle application plus fidèle à la physique, même si celle-ci repose sur les mêmes informations extraites de la matrice Doppler que précédemment dans l'inDVL.

# 5.2 Résultats des simulations numériques avec l'inDVL

Les simulations se séparent en deux catégories :

- Des simulations 2D dans lesquelles on cherche à retrouver la vitesse 2D dans un espace 2D xz à partir de deux empreintes de faisceaux le long de x. On comparera les résultats obtenus avec un capteur central (DVL classique), avec une antenne 1D le long de x (inDVL et inDVL+) et avec une antenne 2D déployée en xz (inDVL et inDVL+). On présentera deux types de simulations : deux cas précis en simulant 4000 pings pour chaque faisceau, et une simulation générale en calculant directement les espérances des phases Doppler.
- Des simulations 3D dans lesquelles on cherche à retrouver la vitesse 3D dans un espace 3D xyz à partir de quatre empreintes de faisceaux. On comparera les résultats obtenus avec un capteur central (DVL classique), avec une antenne 2D xy (inDVL et inDVL+) et avec une antenne 3D xyz (inDVL et inDVL+). On présentera deux types de simulations : un cas précis en simulant 4000 pings pour chaque faisceau, et une simulation générale en calculant directement les espérances des phases Doppler.

Pour ces simulations nous utiliserons les paramètres suivants (tableau 5.2) dans notre simulateur afin de générer les signaux utilisés pour établir la comparaison entre les différentes approches suggérées. Le but est de montrer le gain en précision de l'inDVL sur le DVL classique, et de l'inDVL+ sur l'inDVL.

Vitesse	$v = 1m.s^{-1}$
Inter-pulse	$\Delta t = 8ms$
Altitude	h = 300m
Célérité du son	$c = 1500 m.s^{-1}$
Fréquence centrale	$f_0 = 150 kHz$
Largeur de bande	B = 20kHz
Coefficient d'absorption*	$a = 41 dB.km^{-1}$
Diamètre du piston circulaire	$L/\lambda = 16$
Espace entre capteur	$\Delta r = 0,04m$

```
TABLEAU 5.2 – Paramètres physiques de l'environnement de la simulation
*Garrison : Température 8°C, Profondeur 200m, Salinité 35ppt, Acidité ph = 8 [36, 37, 39]
```

# 5.2.1 Environnement 2D XZ



FIGURE 5.11 – Illustration du modèle

L'estimation d'une vitesse 2D nécessite au moins deux mesures Doppler sur deux empreintes différentes. Le cas classique dans cette configuration est un faisceau à l'avant, et un faisceau à l'arrière de mêmes incidences  $\theta$  en valeur absolue comme on peut le voir sur la figure 5.11. Les faisceaux sont de directivité circulaire à l'émission et à la réception. On considère un capteur central, coloré en rouge sur la figure, une antenne 1D horizontale constituée d'un couple centré de capteurs espacés d'une distance  $\Delta r$  sur l'axe x (colorés en jaune) et d'une antenne 1D verticale constituée d'un couple centré de capteurs espacés d'une distance  $\Delta r$  sur l'axe z (colorés en jaune). L'association des deux antennes 1D forme l'antenne 2D.

On appelle un « ping » l'aller-retour des deux impulsions. On appelle une « séquence » l'émission/réception d'un ping à l'avant, puis d'un ping à l'arrière. On simule alors  $2 \times 4000$  séquences à vitesse constante de direction  $\beta = 10^\circ$  à  $\theta = 30^\circ$  dans un premier temps puis dans un second temps à  $\theta = 60^\circ$  d'incidence. Pour simuler le DVL classique on s'intéresse au capteur central. Pour simuler l'inDVL 1D, on s'intéresse à l'antenne 1D horizontale. Enfin, pour simuler l'inDVL 2D, on s'intéresse à l'antenne 2D. Alors, pour chaque ping, on génère les signaux aléatoires double échos. Puis on réalise l'auto-corrélation pour extraire la phase Doppler du capteur central, et les corrélations croisées entre capteurs pour construire la matrice Doppler  $2 \times 2$  de l'antenne 1D ainsi que la matrice Doppler  $4 \times 4$  de l'antenne 2D.

Pour le DVL classique, l'estimation des deux composantes du vecteur vitesse  $v_x$  et  $v_z$  par séquence se fait à partir des phases Doppler de l'avant  $\Phi_A$  et de l'arrière  $\Phi_B$  du capteur central, de chaque séquence. L'angle d'incidence est considéré fixe, il suffit alors d'inverser directement le système suivant qui découle de celui donné au niveau de l'équation (5.9) :

$$\begin{pmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ -\sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix} \frac{\lambda}{4\pi\Delta t}$$
(5.38)

Pour l'inDVL 1D et l'inDVL+ 1D, il faut d'abord extraire la phase Doppler et l'axe de la matrice Doppler  $2\times 2$  pour chaque empreinte à chaque séquence. On cherche alors  $\psi_x$  qui maximise le module de l'application suivante selon la matrice Doppler avant ou arrière au voisinage de sin $\theta$ ou  $-\sin\theta$  d'après (5.6) :

$$D: u \mapsto \sum_{a,b}^{2 \times 2} e^{u \frac{2i\pi}{\lambda} (b-a)\Delta r} \Gamma_{a,b} \quad \text{avec } \Gamma \text{ la matrice Doppler avant ou arrière}$$
(5.39)

Et  $\Phi = \arg D(\psi_x)$ .

Ensuite, la composante z du vecteur d'axe se déduit simplement de la formule suivante :

$$\psi_z = -\sqrt{1 - {\psi_x}^2} \tag{5.40}$$

Finalement, l'estimation du vecteur vitesse par séquence se fait en inversant le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \psi_{x_A} & \psi_{z_A} \\ \psi_{x_B} & \psi_{z_B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix} \frac{\lambda}{4\pi\Delta t}$$
(5.41)

Le traitement de l'inDVL+ 1D se différencie à l'étape de la déduction de la deuxième composante  $\psi_z$  du vecteur d'axe, puisqu'elle s'exprime en fonction de la vitesse que l'on recherche à cause de l'effet de contraction/dilatation. On cherche alors les composantes du vecteur vitesse pour une séquence qui minimise l'application J donnée par l'équation (5.37) dont  $\psi_z$  vaut d'après (5.35) puisque dans ce cas  $\psi_v = 0$ :

$$\psi_z = \frac{-v_z(c - v_x\psi_x) - c\sqrt{(c - v_x\psi_x)^2 - (c^2 - v_z^2)\psi_x^2}}{c^2 - v_z^2}$$
(5.42)

Pour l'inDVL 2D et l'inDVL+ 2D, l'ajout de la deuxième dimension à l'antenne nous épargne d'avoir à déduire la composante z à partir de la composante x de l'axe. On estime  $\psi_x$  et  $\psi_z$  directement au moyen de l'interférométrie. Ils maximisent le module de l'application suivante, déduite de (5.6), au voisinage de  $(\sin \theta - \cos \theta)$  pour la matrice Doppler avant, et au voisinage de  $(-\sin \theta - \cos \theta)$  pour la matrice Doppler arrière :

$$D: u_x, u_z \mapsto \sum_{a,b}^{4 \times 4} \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda} \left\langle \begin{pmatrix} u_x \\ u_z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_{C_b} - x_{C_a} \\ z_{C_b} - z_{C_a} \end{pmatrix} \right\rangle \right) \mathbf{\Gamma}_{a,b}$$
(5.43)

Et  $\Phi = \arg D(\psi_x, \psi_z)$ .

Alors, l'estimation du vecteur vitesse pour une séquence se fait en inversant le système (5.41) pour l'inDVL 2D et en minimisant *J* de (5.37) pour l'inDVL+ 2D.

Sur la figure 5.12 sont tracées pour chaque séquence l'erreur sur les composantes  $v_x$  estimées à gauche pour l'incidence 30° et à droite pour l'incidence 60°, en rouge dans le cas du DVL classique, et en bleu dans le cas de l'inDVL 1D.



FIGURE 5.12 – Comparaison du biais du DVL classique avec celui de l'inDVL en mm.s<sup>-1</sup> à deux incidences différentes

Les lignes continues rouges et bleus sont les biais respectifs du DVL classique et de l'inDVL et les lignes noirs sont l'axe d'origine à 0.

	Biais	std $v_x$	Biais	std $v_x$
	$\theta = 30^{\circ}$	$\theta = 30^{\circ}$	$\theta = 60^{\circ}$	$\theta = 60^{\circ}$
DVL classique	$4,01 mm.s^{-1}$	$8,03 mm.s^{-1}$	$6,48 mm.s^{-1}$	$3,08mm.s^{-1}$
inDVL 1D	$0,52mm.s^{-1}$	$7,78 mm.s^{-1}$	$0,70 mm.s^{-1}$	$3,08mm.s^{-1}$
inDVL+1D	$0, 14 mm.s^{-1}$	$7,77 mm.s^{-1}$	$0,26mm.s^{-1}$	$3,08mm.s^{-1}$
inDVL 2D	$0,47 mm.s^{-1}$	$7,80 mm.s^{-1}$	$0,53 mm.s^{-1}$	$3, 10 mm. s^{-1}$
inDVL+2D	<b>0</b> ,17 <i>mm.s</i> <sup>-1</sup>	$7,80 mm.s^{-1}$	<b>0</b> ,15 <i>mm</i> . <i>s</i> <sup>-1</sup>	$3,09 mm.s^{-1}$

TABLEAU 5.3 – Valeur du biais et de l'écart-type de la composante x du vecteur vitesse estimé

On observe que le biais du DVL classique est visible à l'œil nu tellement il est important contrairement à celui de l'inDVL. On peut également remarquer une diminution de la variance à 60°. D'une part l'empreinte est plus grande, et d'autre part, la division par sin $\theta$  est plus forte quand  $\theta = 60^\circ$ , ce qui écrase par conséquent la variance de la phase Doppler lors des inversions des systèmes matriciels (5.38) et (5.41).

Les valeurs des biais sur le vecteur vitesse et des écart-types sur la composante  $v_x$  sont précisées dans le tableau 5.3 selon l'incidence et la méthode employée. Ce tableau permet de comparer les performances des différentes méthodes d'estimation de la vitesse entre elles et par rapport au DVL classique pour ces deux simulations.

Ainsi, le biais est presque divisé par 10 en passant du DVL classique à l'inDVL tandis que la variance reste inchangée. L'inDVL+ réduit davantage le biais.

Le biais est calculé de la façon suivante : on calcule l'erreur moyenne sur chaque composante puis on calcule la norme de ce vecteur erreur, soit le biais. Dans notre exemple, ici,  $v_y = 0$ .

$$\begin{cases} Err\{v_x\} = \frac{1}{N} \sum_{n}^{N} v_{xn} - v_{xvraie} \\ Err\{v_y\} = \frac{1}{N} \sum_{n}^{N} v_{yn} - v_{yvraie} \\ Err\{v_z\} = \frac{1}{N} \sum_{n}^{N} v_{zn} - v_{zvraie} \end{cases} \qquad Err\{\vec{v}\} = \sqrt{Err\{v_x\}^2 + Err\{v_y\}^2 + Err\{v_z\}^2} \qquad (5.44)$$



FIGURE 5.13 – Prédictions du biais par calcul d'espérance de la matrice Doppler La couleur rose correspond à un biais compris entre  $0, 1mm.s^{-1}$  et  $1mm.s^{-1}$  (soit entre 0,01% et 0,1%) et la violette, à un biais entre  $1\mu m.s^{-1}$  et  $10\mu m.s^{-1}$ .

Les figures 5.13 sont des prédictions du biais sur la vitesse en échelle logarithmique pour une vitesse unitaire en fonction de sa direction  $\beta$  et de l'incidence  $\theta$  des faisceaux de l'avant et de l'arrière. On calcule les espérances des matrices Doppler (Cf. formule (5.3)) au lieu de simuler des signaux aléatoires. Puis, on effectue les interférométries et les inversions et les optimisations directement à partir des ces espérances des matrices Doppler.

Ces prédictions montrent que l'inDVL réduit le biais par rapport au DVL classique et que l'inDVL+ contribue encore à diminuer davantage le biais. L'idéal est l'antenne complète (antenne 2D dans un espace 2D) comme nous le confirme la figure 5.13(e) (et le fait qu'elle apparaisse majoritairement en violet) puisqu'elle apporte une mesure supplémentaire au système. Le biais y est inférieur à  $10\mu m.s^{-1}$ . Les résultats du DVL classique et des inDVL 1D et 2D obtenus par simulation concordent avec les prédictions. En revanche, c'est moins le cas pour ceux des inDVL+. Ceci est lié au fait que l'erreur moyenne n'est plus la moyenne des erreurs à cause du processus interférométrique.

## 5.2.2 Environnement 3D XYZ

L'estimation de la vitesse 3D nécessite au moins trois mesures Doppler sur trois empreintes différentes. Le cas classique, dans cette configuration, est l'utilisation de quatre faisceaux (un à l'avant, un à l'arrière, un à bâbord, et un à tribord) de mêmes incidences  $\theta$ , comme on peut le voir sur la figure 5.14. Comme pour les simulations 2D, les faisceaux sont de directivité circulaire à l'émission et à la réception et les paramètres des simulations figurent dans le tableau 5.2. Le fond est plan, en conséquence, les empreintes sont 2D.



FIGURE 5.14 – Illustration du modèle

On considère un capteur central, coloré en rouge sur la figure puis trois antennes 1D :

- le couple centré de capteurs espacés d'une distance  $\Delta r$  sur l'axe *x* (colorés en jaune) constituant l'antenne 1Dx
- le couple centré de capteurs espacés d'une distance  $\Delta r$  sur l'axe y (colorés en jaune) constituant l'antenne 1Dy
- le couple centré de capteur espacés d'une distance  $\Delta r$  sur l'axe z (colorés en jaune) constituant l'antenne 1Dz

Ainsi, l'antenne 2Dxy de 4 capteurs est l'association de l'antenne 1Dx avec l'antenne 1Dy. Et l'antenne 3D de 6 capteurs, est l'association de l'antenne 2Dxy avec l'antenne 1Dz.

On simule 4000 séquences à l'incidence  $\theta = 30^{\circ}$  pour une vitesse  $v = 1m.s^{-1}$  dans la direction donnée par  $\beta = 10^{\circ}$  et  $\gamma = 10^{\circ}$ . On notera qu'une séquence est ici la succession de quatre pings : un ping à l'avant, un ping à l'arrière, un ping à bâbord et un ping à tribord.

Pour estimer la vitesse en DVL classique, pour chaque séquence, il faut inverser le système donné par l'équation (5.9) à partir des quatre phases Doppler  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$ , et  $\Phi_D$  mesurées sur le capteur central dans les 4 directions respectives : avant, arrière, bâbord et tribord.

Pour l'inDVL 2D et l'inDVL+ 2D, pour chaque séquence, on extrait les phases Doppler et les axes des 4 matrices Doppler 4×4 en cherchant les composantes du vecteur d'onde  $\psi_x$  et  $\psi_y$  qui maximisent le module de l'application suivante (de (5.6)) dans leurs voisinages respectifs  $(\sin\theta\cos\rho \ \sin\theta\sin\rho)$ . L'angle  $\rho$  est l'angle d'azimut, il vaut 0° à l'avant,  $-180^\circ$  à l'arrière, 90° à bâbord, et  $-90^\circ$  à tribord.

$$D: u_x, u_y \mapsto \sum_{a,b}^{4 \times 4} \exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda} \left\langle \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_{C_b} - x_{C_a} \\ y_{C_b} - y_{C_a} \end{pmatrix} \right\rangle \right) \mathbf{\Gamma}_{a,b}$$
(5.45)

Et  $\Phi = \arg D(\psi_x, \psi_y)$ .

Pour l'inDVL 2D, on déduit les valeurs des composantes  $\psi_z$ :

$$\psi_z = -\sqrt{1 - \psi_x^2 - \psi_y^2} \tag{5.46}$$

Le vecteur d'onde  $\vec{k}$  se déduit du vecteur  $\vec{\Psi}$  de l'équation :  $\vec{k} = 2\pi \vec{\Psi}/\lambda$ . Alors, les composantes du vecteur vitesse s'obtiennent en inversant le système matriciel (5.10).

Pour l'inDVL+ 2D, on cherche pour chaque séquence, le vecteur vitesse qui minimise l'application J donnée en (5.37) dont les  $\psi_z$  sont déduits avec la formule (5.35).

Enfin, l'inDVL 3D est le cas général. Pour chaque séquence, pour chaque empreinte, l'interférométrie donnée par l'équation (5.6) permet d'estimer les composantes du vecteur d'onde  $k_x$ ,  $k_y$ et  $k_z$  et la phase Doppler au voisinage de  $2\pi(\sin\theta\cos\rho \ \sin\theta\sin\rho \ -\cos\theta)/\lambda$ . L'estimation du vecteur vitesse se fait en inversant le système (5.10). Quant à l'inDVL+ 3D, pour chaque séquence, la minimisation de l'équation (5.37) permet d'estimer le vecteur vitesse.



FIGURE 5.15 – Comparaison entre le DVL classique et l'inDVL en  $mm.s^{-1}$ Les lignes continues rouges et bleus sont les biais respectifs du DVL classique et de l'inDVL et les lignes noirs sont l'axe d'origine à 0.

Sur la figure 5.15 est tracée pour chaque séquence l'erreur sur les trois composantes estimées du vecteur vitesse à gauche en rouge pour le DVL classique, et à droite en bleu pour l'inDVL

2D. Le biais du DVL classique est visible sur la composante x et il l'est moins sur les autres composantes. En effet, nous avons montré que le biais était proportionnel à la vitesse dans le chapitre précédent, et ici, les vitesses  $v_y$  et  $v_z$  sont petites comparées à  $v_x$ . On remarque également que l'écart-type a diminué sur  $v_z$  à cause de la division par  $\cos(30^\circ)$  à l'inversion, facteur qui écrase davantage le résultat que la division par  $\sin(30^\circ)$ . Mais l'écart-type reste le même du DVL classique à l'inDVL.

	Biais Norme	Biais $v_x$	std $v_x$	Biais $v_y$	std $v_y$	Biais $v_z$	std $v_z$
DVL classique	3,42	-3,25	7,83	-0,52	7,95	0,93	3,15
inDVL 2D	0,85	0,48	7,59	0,13	7,70	-0,68	3,05
inDVL+2D	0,18	0,16	7,59	0,08	7,69	-0,05	3,05
inDVL 3D	0,73	0,35	7,60	0, 10	7,70	-0,63	3,05
inDVL+3D	0,17	0,16	7,60	0,07	7,70	0,03	3,05

TABLEAU 5.4 – Valeur du biais sur la norme du vecteur vitesse et biais et variances sur chacune des composantes du vecteur vitesse en  $mm.s^{-1}$ 

Les valeurs des biais et des écart-types sur le vecteur vitesse sont précisées dans le tableau 5.4 composante par composante pour chaque méthode employée. Ce tableau permet de comparer les performances des différentes méthodes d'estimation de la vitesse entre elles et par rapport au DVL classique pour cette simulation. Comme dans les cas 2D, l'inDVL et l'inDVL+ fournissent d'excellents résultats alors que le DVL classique affiche un biais supérieur à 1%.



FIGURE 5.16 – Prédictions du biais par calcul d'espérance de la matrice Doppler La couleur rose correspond à un biais compris entre  $0, 1mm.s^{-1}$  et  $1mm.s^{-1}$  (soit entre 0,01% et 0,1%) et la violette, à un biais entre  $1\mu m.s^{-1}$  et  $10\mu m.s^{-1}$ .

Les prédictions du biais affichées sur les figures 5.16 en fonction des directions du vecteur vitesse unitaire  $\beta$  et  $\gamma$  montrent le gain qu'apportent les inDVL sur le DVL classique. Les résultats du DVL classique et des inDVL 2D et 3D obtenus par simulation concordent avec les prédictions

comme dans le cas 2D. Et comme dans le cas 2D, c'est moins le cas pour ceux des inDVL+ toujours pour la même raison.

Ces prédictions nous montrent que l'inDVL+ 2D admet un optimum pour les déplacements horizontaux, mais qu'il reste toutefois inférieur en précision à l'inDVL+ 3D. L'inDVL+ 2D est moins bon que l'inDVL+ 3D car la norme du vecteur d'onde n'est plus  $2\pi ||\vec{\Psi}||/\lambda = 2\pi(c - v_{\psi})/(c\lambda)$  à cause de l'étalement de l'empreinte du faisceau. Cette formule n'est exacte que pour un point brillant. Elle permet néanmoins une meilleure estimation de la composante  $\psi_z$  que l'égalité  $2\pi ||\vec{\Psi}||/\lambda = 2\pi/\lambda$ .

Enfin, les prédictions du biais de l'inDVL+ 3D annoncent un biais de l'ordre du micro mètre comme nous le confirme la couleur violette recouvrant totalement la figure 5.16(e).

En conclusion, on voit que les simulations sont concluantes. L'inDVL et sa version améliorée sont plus précises que le DVL classique. Aussi, une antenne 3D sera plus performante qu'une antenne 2D pour l'inDVL.

# 5.3 DVL interférométrique ajusté (TinDVL pour Tunable Interferometric DVL)

# 5.3.1 Motivations

Les résultats de l'inDVL concernant le biais sont très bons. Cependant, l'objectif du TinDVL (Tunable interferometric DVL) est d'également réduire la variance. Un moyen connu et efficace d'agir sur la variance est d'augmenter la bande passante. Ainsi, multiplier par 4 la largeur de bande permet de diminuer d'un facteur 2 l'écart-type [54]. Mais cette dernière reste un paramètre intrinsèque au sonar. Nous allons nous intéresser aux paramètres flexibles et externes du sonar qui permettent d'agir sur la variance.

# 5.3.2 La décorrélation de base

D'une part, nous avons vu précédemment que l'augmentation de la distance entre les capteurs affinait le lobe de recherche du vecteur d'onde. D'autre part, la phase Doppler est divisée par l'interpulse pour calculer la vitesse. La variance de la phase Doppler est donc écrasée par l'interpulse. En augmentant l'inter-pulse et/ou l'écart entre les capteurs, on diminuerait la variance sur la vitesse et sur l'axe estimés.

On appelle « longueur de base », la distance  $|C_1C_2|$  ou  $C_1$  et  $C_2$  sont les centres de phases pour un couple de capteurs ou pour un capteur unique (cf. Eq. (4.31)). La longueur de base dépend de l'inter-pulse  $\Delta t$ , de l'écart entre les capteurs  $\Delta r$  et de la vitesse  $\vec{v}$  de déplacement de l'antenne.

La figure 5.17 illustre l'évolution de l'écart-type sur la vitesse estimée sur 1000 pings pour une vitesse horizontale de  $v = 6m.s^{-1}$  en fonction de l'inter-pulse  $\Delta t$ . L'écart-type diminue jusqu'à ce que le coefficient de corrélation visible sur les pics secondaires des auto-corrélations moyennes du dessus, franchisse un seuil. Nous reviendrons sur cette simulation dans la partie simulation du TinDVL.

Augmenter la longueur de base par l'augmentation de l'inter-pulse et/ou de l'écart entre les capteurs réduit la variance sur la vitesse et/ou sur le vecteur d'onde jusqu'à une certaine limite. En effet à partir d'une certaine longueur de base, la corrélation entre les 2 échos se dégrade et le coefficient de corrélation chute alors.

L'article [5] en citant [55] anticipe la décorrélation en abordant une solution possible appelée le « time-scaling ». En effet, entre la réception du premier écho sur un capteur et la réception du deuxième écho sur le même capteur ou un autre capteur, l'instrument s'est déplacé en plus de



FIGURE 5.17 – La décorrélation en fonction de la valeur de l'inter-pulse

la distance entre les capteurs. Le deuxième écho n'est pas identique au premier écho du fait du rapprochement ou de l'éloignement par rapport au fond. Le deuxième écho subit une compression ou une dilatation. L'objectif avec le TinDVL est de corriger cette déformation afin d'améliorer la corrélation. Ce phénomène n'est pas à confondre avec l'effet Doppler intra-pulse.

![](_page_92_Figure_4.jpeg)

FIGURE 5.18 – Illustration de la décorrélation

La figure 5.18 illustre en centre de phase l'origine du phénomène de décorrelation. Depuis  $C_2$ , l'écho de la tranche  $S_A S_B$  arrive plus condensé en temps que depuis  $C_1$ . En effet, le front d'onde traverse plus rapidement la tranche de distance d depuis  $C_2$  que depuis  $C_1$ . Le deuxième écho sera donc plus compressé que le premier.

Il est possible d'avoir une idée de la valeur du coefficient de dilatation/compression. On pose  $\beta$  ce coefficient proche de 0. Supposons deux points  $S_A$  et  $S_B$  sur le fond espacés d'une distance d, à une profondeur h suffisamment grande pour être en hypothèse de champ lointain. On raisonne en centre de phase, la différence d'angle d'observation entre le premier et le deuxième écho du point  $S_A$  est  $\varepsilon_0$ . Le point  $S_A$  est vu à une incidence  $\theta$ . Alors, les deux points sont espacés en distance oblique de  $d \sin \theta$  pour le premier écho, et de  $d \sin (\theta - \varepsilon_0)$  pour le deuxième écho. D'autre part, l'angle  $\varepsilon_0$  est supposé petit puisque h est grand. On obtient alors l'approximation suivante :  $\varepsilon_0 = \eta_0/\rho_0$  avec  $\eta_0$  la projection du déplacement sur l'axe transverse de visée, et  $\rho_0$  la distance entre  $C_1$  et  $S_A$ . On a donc, pour l'estimation de  $\beta$ , pour des angles  $\varepsilon_0$  petits, la relation suivante :

$$1 + \beta = \frac{d\sin\theta}{d\sin(\theta - \varepsilon_0)} \simeq \frac{\sin\theta}{\sin\theta - \varepsilon_0\cos\theta} \simeq 1 + \frac{\varepsilon_0}{\tan\theta}$$
(5.47)

Dans le cas d'un déplacement horizontal, la formule de  $\beta$  devient alors :

$$\beta = \frac{|C_1 C_2| \cos^2 \theta}{h \tan \theta} \tag{5.48}$$

# 5.3.3 Rappel du modèle

On suppose une tranche d'un faisceau centré sur l'angle d'incidence  $\theta$ , d'ouverture d'angle *o* comme au niveau de la figure 3.2. On suppose également le milieu homogène avec une célérité du son constante égale à *c*. On suppose un fond plat et horizontal. La déformation liée à l'effet Doppler est suffisamment identique d'une impulsion à l'autre à l'émission comme à la réception pour négliger l'effet Doppler intra-pulse.

## 5.3.4 Évolution de la phase Doppler dans la tranche

On a montré précédemment que la phase Doppler pour un grand nombre de tirages était l'argument de  $\Gamma$  donné par l'équation (4.12) tel que :

$$\Gamma = \sum_{n=1}^{N_P} e^{-2i\pi f_0 \left( t_{R_2}^n - t_{R_1}^n \right)} A_n^2$$
(5.49)

On a représenté au niveau de la figure 5.19 l'évolution de l'amplitude, de la phase du premier écho, de la phase du deuxième écho et de la phase Doppler en fonction de l'incidence. On peut remarquer que l'évolution de la différence de phase est pratiquement linéaire par rapport au fond. Cette évolution est responsable de la décorrélation de base si elle est trop pentue. Si on corrige l'évolution de phase en la rendant constante, l'asymétrie de la répartition de l'amplitude n'aura plus de conséquence sur le biais de la phase Doppler d'une part, mais d'autre part, on améliorera la corrélation entre le premier et le deuxième écho. Cette correction nécessite l'utilisation de fonctions d'auto-corrélations généralisées.

![](_page_93_Figure_9.jpeg)

FIGURE 5.19 – Répartition de l'amplitude et de la phase d'une tranche d'un faisceau sur le fond En haut : L'amplitude  $A_n$  colorée selon la différence de phase  $\phi_n$ . En bas : en noir la différence de phase entre  $2i\pi f_0 t_{R_1}^n$  l'écho en orange, et  $2i\pi f_0 t_{R_2}^n$  en vert. La ligne verticale en pointillé marque le centre du faisceau à l'émission à l'incidence  $\theta = 30^\circ$ . Pour une vitesse horizontale  $v_x = 1m.s^{-1}$  à une hauteur h = 100m et un inter-pulse  $\Delta t = 8ms$ .

## 5.3.5 Corrélation généralisée large bande (WAF)

Nous proposons d'utiliser une nouvelle corrélation généralisée large bande : la WAF (Wideband Ambiguity Function) inspirée des travaux de [56, 57], adaptée à notre cas de figure, en fonction du temps t, d'un coefficient  $\beta$  de dilatation/compression proche de 0, et d'un temps  $t_0$ fixe et arbitraire.

$$WAF(t,\beta,t_0) = \int_T s(\tau) \overline{s_{\beta,t_0}(\tau-t)} d\tau$$
(5.50)

L'expression de  $s_{\beta,t_0}(t)$  sur porteuse est la suivante :

$$s_{\beta,t_0}(t) = s((1+\beta)(t-t_0)+t_0) = s((1+\beta)t-\beta t_0)$$
(5.51)

On dira que  $s_{\beta,t_0}$  est *s* remis à l'échelle temporellement.

#### Introduction de la variable $\beta$

![](_page_94_Figure_8.jpeg)

FIGURE 5.20 – Influence du paramètre  $\beta$  sur les temps d'arrivée et sur la phase Doppler

Sur la figure 5.20 sont placés les temps d'arrivée de 4 diffuseurs sur des lignes de temps. La première ligne correspond au premier écho  $t_{R_1}^n$ , la deuxième, au deuxième écho  $t_{R_2}^n$ . On voit que les temps d'arrivée du deuxième écho sont plus éloignés les uns des autres à cause de la dilatation. La différence de temps entre les deux échos est schématisée par la double flèche jaune. Il s'agit de l'écart temporel mesuré par la corrélation, si elle se fait, entre le premier et le deuxième écho.

Sur la troisième ligne, on a les temps d'arrivée des diffuseurs du premier écho dilatés par le coefficient  $\beta : (1+\beta)t_{R_1}^n$ . Enfin sur la quatrième, sont reportées les temps d'arrivée du deuxième écho  $t_{R_2}^n$  comme sur la deuxième ligne. Les échos sont semblables au décalage temporel près. Le coefficient de corrélation devient maximal mais l'écart temporel entre les deux échos a changé. Il ne correspond plus à celui qui permet de remonter au vecteur vitesse.

La dilatation/compression du signal écarte les échantillons temporels les uns des autres. Cela induit un décalage temporel qui vient s'ajouter ou se soustraire à la phase Doppler. L'étirement du premier écho fait reculer son temps d'arrivée. Seul un échantillon temporel reste fixe dans le temps. Ici, l'échantillon t = 0 reste à sa position initiale. Une variable supplémentaire pour fixer la dilatation s'impose.

## Introduction de la variable t<sub>0</sub>

Sur la figure 5.21, comme sur la figure 5.20, les temps d'arrivée des diffuseurs sont reportés sur des lignes de temps. la première : les temps du premier écho  $t_{R_1}^n$ . La deuxième et la quatrième : les temps du deuxième écho  $t_{R_2}^n$ . Et la troisième : les temps du premier écho dilatés par  $\beta$  avec un temps  $t_0$  à l'origine, formule (5.52).

$$(1+\beta)\left(t_{R_1}^n - t_0\right) + t_0 \tag{5.52}$$

![](_page_95_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.21 – Conséquence de  $\beta$  et t<sub>0</sub> sur les temps d'arrivée et sur la phase Doppler

La variable  $t_0$  est un temps d'origine choisi. Elle permet de rendre un échantillon temporel fixe dans le temps. La figure 5.21 prend en exemple le temps d'arrivée du deuxième diffuseur. Son retard entre l'écho 2 et l'écho 1 reste le même malgré la dilatation grâce à la variable  $t_0$ . Grâce à la dilatation, la corrélation devient maximale. La phase Doppler vaudra la phase Doppler du deuxième diffuseur.

Il faudra pour la suite localiser le diffuseur choisi par  $t_0$  à l'aide d'un second capteur, par interférométrie, pour remonter à la vitesse de déplacement.

#### Passage en bande de base

On cherche l'expression de  $s_{\beta,t_0}$  en bande de base. Nous reproduisons la démarche employée au niveau des rappels sur l'application d'un retard en bande de base. Pour cela, la première étape consiste à moduler le signal en bande de base, s(t), par la fréquence de démodulation  $f_0$ , pour le ramener sur porteuse. On pose alors :

$$s'(t) = s(t) e^{2i\pi f_0 t}$$
(5.53)

Puis on effectue le décalage de  $\beta t_0$  puis la compression ou la dilatation d'un facteur  $(1 + \beta)$ . On pose alors :

$$s''(t) = s'((1+\beta)t - \beta t_0)$$
(5.54)

Or,  $s_{\beta,t_0}$  en bande de base est la démodulation du signal déphasé et comprimé :

$$s_{\beta,t_0}(t) = s''(t) e^{-2i\pi f_0 t}$$
(5.55)

Alors, on obtient  $s_{\beta,t_0}$  en bande de base à partir de *s* en bande de base :

$$s_{\beta,t_0}(t) = s((1+\beta)t - \beta t_0)e^{2i\pi f_0\beta(t-t_0)}$$
(5.56)

# 5.3.6 WAF en fréquence en bande de base

Il est plus pratique de manipuler la Wideband Ambiguity Function dans le domaine fréquentiel. Il vient, par la propriété du produit de convolution rappelée au niveau de l'équation (2.20) :

$$WAF(t,\beta,t_0) = \int_F \hat{s}(f) \,\overline{\hat{s}_{\beta,t_0}(f)} e^{2i\pi f t} df$$
(5.57)

L'expression de la transformée de Fourier  $\hat{s}_{\beta,t_0}$  de  $s_{\beta,t_0}$  (5.56) en bande de base est :

$$\hat{s}_{\beta,t_0}(f) = \int_T s((1+\beta)t - \beta t_0) e^{2i\pi f_0\beta(t-t_0)} e^{-2i\pi ft} dt$$
  

$$= \frac{1}{1+\beta} e^{-2i\pi (f+f_0)\beta t_0(1+\beta)^{-1}} \int_T s(t) e^{-2i\pi t (f-\beta f_0)(1+\beta)^{-1}} dt$$

$$= \hat{s} \left(\frac{f-\beta f_0}{1+\beta}\right) \frac{1}{1+\beta} e^{-2i\pi (f+f_0)\beta t_0(1+\beta)^{-1}}$$
(5.58)

![](_page_96_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.22 – WAF d'un double écho décorrélé

Pour un  $t_0$  choisi arbitrairement, on cherche pour tout  $\beta$  proche de 0 et pour tout t proche de l'inter-pulse  $\Delta t$  le pic secondaire de l'auto-corrélation généralisée, soit le pic d'inter-corrélation généralisée du deuxième écho sur le premier écho remis à l'échelle temporellement.

Un exemple de WAF est représenté sur la figure 5.22. On peut y apercevoir le pic central d'auto-corrélation, puis les deux pics secondaires de part et d'autre en diagonal. Les deux échos ont besoin du changement de fréquence pour être corrélés au maximum. La ligne  $\beta = 0$  correspond à l'auto-corrélation classique qui rend moins visible l'inter-corrélation écho 2 écho 1.

La phase Doppler est la phase au pic d'inter-corrélation du deuxième écho sur le premier écho remis à l'échelle temporellement.

#### Remarque

La Fonction d'Ambiguïté [58] décale les fréquences. Le traitement est dit alors bande-étroite. Comme la fréquence est grande, la légère homothétie ressemble à une translation de la porteuse et dans ce cas, on néglige la compression de l'enveloppe. Mais le traitement dit large-bande est plus précis puisque l'homothétie translate la porteuse en compressant l'enveloppe. La WAF est large-bande tandis que la fonction d'ambiguïté est bande-étroite.

# 5.3.7 Espérance de la phase Doppler à l'échelle temporelement ajustée

Cherchons à calculer l'espérance de la phase Doppler remis à l'échelle temporellement, en reproduisant la démarche du chapitre précédent. On s'intéresse alors à la WAF entre les deux échos séparés sur un même capteur ou sur un couple de capteurs :

WAF{
$$s_2, s_1$$
}  $(t, \beta, t_0) = \int_F \hat{s}_2(f) \overline{\hat{s}_{1\beta, t_0}(f)} e^{2i\pi f t} df$  (5.59)

On sait que les transformées de Fourier des deux échos sont, pour une tranche de faisceau constituée de  $N_P$  diffuseurs d'après (3.14), en mettant en évidence les réflectivités du fond  $R_1$  et  $R_2$  écho 1 écho 2 en fonction de la fréquence :

$$\begin{cases} \hat{s}_{1}(f) = \hat{H}(f)R_{1}(f) = \hat{H}(f)\sum_{n=1}^{N_{P}} A_{n}\xi_{n}e^{-2i\pi(f+f_{0})t_{R_{1}}^{n}} \\ \hat{s}_{2}(f) = \hat{H}(f)R_{2}(f) = \hat{H}(f)\sum_{n=1}^{N_{P}} A_{n}\xi_{n}e^{-2i\pi(f+f_{0})t_{R_{2}}^{n}} \end{cases}$$
(5.60)

Alors, en combinant avec (5.58), on obtient :

$$\hat{s}_{1\beta,t_0}(f) = \frac{1}{1+\beta} e^{-2i\pi(f+f_0)\beta t_0(1+\beta)^{-1}} \hat{H}\left(\frac{f-\beta f_0}{1+\beta}\right) \sum_{n=1}^{N_P} A_n \xi_n e^{-2i\pi(f+f_0)(1+\beta)^{-1} t_{R_1}^n}$$
(5.61)

En injectant cette équation au niveau de l'éq. (5.59), on trouve que :

$$WAF\{s_{2}, s_{1}\}(t, \beta, t_{0}) = \frac{1}{1+\beta} e^{2i\pi f_{0}\beta t_{0}(1+\beta)^{-1}} \sum_{n,m}^{N_{P} \times N_{P}} \xi_{n} \overline{\xi_{m}} A_{n} A_{m} e^{-2i\pi f_{0}\left(t_{R_{2}}^{n} - t_{R_{1}}^{m}(1+\beta)^{-1}\right)} \int_{F} \hat{H}(f) \overline{\hat{H}\left(\frac{f-\beta f_{0}}{1+\beta}\right)} e^{-2i\pi f\left(t_{R_{2}}^{n} - \left(t_{R_{1}}^{m} + \beta t_{0}\right)(1+\beta)^{-1} - t\right)} df$$
(5.62)

L'intégrale ne varie plus en fonction des diffuseurs pour la même raison que dans le chapitre précédent. Ensuite, les diffuseurs sont indépendants entre eux, alors, l'espérance du pic d'intercorrélation se ramène à la somme simple suivante, à la norme près :

 $\Gamma = \sum_{n=1}^{N_P} A_n^2 \exp\left(-2i\pi f_0\left(t_{R_2}^n - \frac{1}{1+\beta}t_{R_1}^n - \frac{\beta}{1+\beta}t_0\right)\right)$ 

![](_page_97_Figure_4.jpeg)

(5.63)

FIGURE 5.23 – Répartition de l'amplitude et de la phase d'une tranche d'un faisceau sur le fond En haut : L'amplitude  $A_n$  colorée selon la différence de phase  $\phi_n$ .

En bas : en noir la différence de phase entre  $2i\pi f_0 t_{R_1}^n$  déformée par  $\beta$  et  $t_0$  en orange, et  $2i\pi f_0 t_{R_2}^n$ en vert.

La ligne verticale en pointillé marque le centre du faisceau à l'émission à l'incidence  $\theta = 30^{\circ}$ . Pour une vitesse horizontale  $v_x = 1m.s^{-1}$  à une hauteur h = 100m et un inter-pulse  $\Delta t = 8ms$ .

On trace sur la figure 5.19 l'évolution de l'amplitude, de la phase du premier écho time-scalé, de la phase du deuxième écho et de la phase Doppler time-scalée en fonction de l'incidence. Le  $\beta$  utilisé a été calculé à l'aide de la formule (5.47). Les différences de phase sont les mêmes pour tout point *n* de la tranche. Le deuxième écho est semblable au premier à un retard près. La variable  $\beta$  maximise le coefficient de corrélation. La fonction d'amplitude  $A_n$  peut avoir n'importe quelle forme, la phase Doppler moyenne arg  $\Gamma$  sera cette phase constante par rapport à *n*.

Avec le bon couple  $\beta$  et  $t_0$ , la différence de phase est constante pour tous les diffuseurs de la tranche et elle vaut la phase Doppler de l'échantillon temporel  $t_0$  choisi qui n'est plus forcement la phase Doppler attendue pour l'axe d'incidence  $\theta$ . Sur la figure 5.23, le  $t_0$  choisi est celui du temps d'arrivée du premier écho du point central. On peut cibler arbitrairement n'importe quel point de l'empreinte puisque l'on compte sur l'interférométrie pour trouver l'axe de ce point.

## Limites

Simplifions l'écriture de la corrélation généralisée entre deux échos par la recherche du t et du  $\beta$  qui maximisent l'intégrale suivante :

WAF{
$$s_2, s_1$$
} $(t, \beta) = \int_F \hat{s}_2(f) \overline{\hat{s}_1(\beta f)} e^{2i\pi ft} df$  (5.64)

Alors en développant en fonction des réflectivités du fond de l'écho 1 et de l'écho 2, on est confronté à l'intégrale suivante :

WAF{
$$s_2, s_1$$
} $(t, \beta) = \int_F \hat{H}(f) \overline{\hat{H}(\beta f)} R_2(f) \overline{R_1(\beta f)} e^{2i\pi ft} df$  (5.65)

En considérant le produit  $R_2(f)\overline{R_1(\beta f)}$  responsable de la corrélation, on a ignoré les conséquences du produit  $\hat{H}(f)\overline{\hat{H}(\beta f)}$  sur la corrélation. La figure 5.24 illustre ce problème pour un code émission réduit à une sinusoïde de fréquence donnée. On place sur des lignes de temps les temps d'arrivée de trois diffuseurs sur le fond ainsi que leurs sinusoïdes retournées pour chaque diffuseur dans 3 cas : pour l'écho 1, pour l'écho 1 après dilatation du facteur  $\beta$ , et pour l'écho 2. Ces diffuseurs, à cause du déplacement du capteur, sont vus de façon plus éloignée les uns des autres à l'instant de l'écho 2 qu'à l'instant de l'écho 1. La corrélation entre l'écho 1 et l'écho 2 ne peut pas se faire. Alors, on dilate l'écho 1 de telle sorte que les temps d'arrivée des diffuseurs de l'écho 1 se superposent parfaitement avec ceux de l'écho 2. Mais la corrélation ne se fait pas non plus, à cause des sinusoïdes qui ont changé de fréquence.

![](_page_98_Figure_7.jpeg)

FIGURE 5.24 – Illustration de la déformation des signaux

Supposons que la bande passante de  $\hat{H}(f)$  soit  $(f_{\min}, f_{\max})$ , alors celle de  $\hat{H}(\beta f)$  est  $(\beta f_{\min}, \beta f_{\max})$ . Ces deux bandes passantes ne se recouvrant que partiellement, il faut les filtrer dans une bande commune. Pour qu'il y ait une bande commune, on a intérêt à utiliser un signal H le plus large bande possible. Ou alors, on peut deviner à l'avance la valeur de  $\beta$  avec un modèle et changer le code émis entre les impulsions pour que la bande commune reste grande. Sinon, on peut également utiliser un code émission « Doppler-tolérant », c'est à dire, un code émission insensible à une dilatation fréquentielle : le HFM (Hyperbolic Frequency Modulation). Il faudra en plus retirer le déphasage supplémentaire induit par la « dopplérisation » de la HFM. [40, 56]

# 5.3.8 Chirp Z-Transform

Pour cette partie, les notations de  $f_0$  et  $t_0$  deviennent  $f_c$  et  $\tau$ . On discrétise le temps T et la fréquence F en N points. Soit  $f_s$  la fréquence d'échantillonnage. Alors, pour tout k et  $n \in [0; N-1]$ , on a :

$$\begin{cases} t_n = \frac{n}{f_s} \\ f_k = f_s \left(\frac{k}{N} - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$
(5.66)

La TF discrète de (5.58) se calcule à partir de  $s_n = s(t_n)$  par la formule suivante :

$$\hat{s}_{\beta,\tau,k} = \frac{1}{1+\beta} e^{-2i\pi(f_k+f_c)\beta\tau(1+\beta)^{-1}} \sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-2i\pi(f_k-\beta f_c)(1+\beta)^{-1}t_n} = \frac{1}{1+\beta} e^{-2i\pi(f_c+k\frac{f_s}{N}-\frac{f_s}{2})\beta\tau(1+\beta)^{-1}} \sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-2i\pi\frac{nk}{N(1+\beta)}} e^{i\pi n\frac{f_s+2\beta f_c}{(1+\beta)f_s}}$$
(5.67)

Le calcul de  $\hat{s}_{\beta,\tau,k}$  pour un  $\beta$  pour tout k est d'une complexité algorithmique de  $O(N^2)$ . De plus, la WAF se calcule sur un ensemble de  $\beta$ . Le calcul de la WAF peut donc être très couteux. Pour optimiser le temps de calcul, on a recours à l'algorithme de la CZT (Chirp Z-Transform) décrit dans [59]. Il s'applique pour la transformation suivante en fonction de k, de x en fonction de n avec A et  $W \in \mathbb{C}$ :

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n A^{-n} W^{nk}$$
(5.68)

Dans notre configuration, on rajoute la suite C en fonction de k en facteur de la somme. Par identification, on a :

$$\hat{s}_{\beta,\tau,k} = C_k \sum_{n=0}^{N-1} s_n A^{-n} W^{nk} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} C_k = \frac{1}{1+\beta} \exp\left(-2i\pi \frac{\beta\tau}{1+\beta} \left(f_c + k\frac{f_s}{N} - \frac{f_s}{2}\right)\right) \\ A = \exp\left(-i\pi \frac{f_s + 2\beta f_c}{(1+\beta) f_s}\right) \\ W = \exp\left(-2i\pi \frac{1}{N(1+\beta)}\right) \end{cases}$$
(5.69)

L'algorithme repose sur la réécriture par Bluestein [60] de l'exposant de W :

$$nk = \frac{n^2 + k^2 - (k - n)^2}{2}$$
(5.70)

On obtient alors :

$$\hat{s}_{\beta,\tau,k} = C_k W^{\frac{k^2}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} s_n A^{-n} W^{\frac{n^2}{2}} W^{\frac{-(k-n)^2}{2}}$$
(5.71)

On pose  $y_n = s_n A^{-n} W^{\frac{n^2}{2}}$  et  $v_n = W^{\frac{-n^2}{2}}$ , ce qui donne :

$$\hat{s}_{\beta,\tau,k} = C_k W^{\frac{k^2}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} y_n v_{k-n}$$
(5.72)

La somme devient un produit de convolution (2.20) qui se calcule très rapidement grâce à la FFT (Fast Fourier Transform). Le calcul de  $\hat{s}_{\beta,\tau,k}$  par CZT pour un  $\beta$  pour tout k passe d'une complexité algorithmique de  $O(N^2)$  à une complexité de  $O(N \ln N)$ .

## 5.3.9 Interférométrie

L'utilisation de la variable  $t_0$  rend indispensable l'estimation de la direction d'arrivée avec l'incorporation d'un autre capteur à la réception. En effet, la phase Doppler retournée par la WAF est la phase Doppler du diffuseur duquel son premier écho arrive au temps  $t_0$ .

Il n'est pas possible de construire une matrice Doppler à cause du temps d'arrivée du premier écho du diffuseur différent d'un capteur à l'autre. Conserver le même  $t_0$  pour construire la matrice revient à calculer la matrice sur plusieurs diffuseurs différents, ce qui est absurde. Il est compliqué d'ajuster  $t_0$  pour rester sur le même diffuseur. L'interférométrie se fait alors de façon basique.

Considérons une antenne de  $N_C$  capteurs dont le premier capteur, est le capteur central O. L'antenne enregistre le double écho du fond. On choisit un temps  $t_0$  dans le signal. La phase Doppler time-scalée est  $\Phi_{O_2O_1}^{TS}$  la phase au pic secondaire de la WAF  $t_{\Phi}$ :

$$\Phi_{O_2O_1}^{TS} = \arg \int_F \hat{s}_0(f) \,\overline{\hat{s}_{0\beta,t_0}(f)} e^{2i\pi f t_{\Phi}} df$$
(5.73)

Le vecteur des phases interférométriques  $\vec{\Gamma}$  de taille  $N_C - 1$  contient comme son nom l'indique les phases interférométriques. Par analogie, il correspond à une colonne de la matrice Doppler sans la phase à l'intersection de la diagonale et de la colonne. Pour chaque capteur n > 0, on calcule la phase Doppler time-scalée  $\Phi_{X_2O_1}^{TS}$  qui est la phase au pic secondaire de la WAF à  $t_{\Phi_n}$ . Ce qui donne :

$$\Gamma_n = \Phi_{X_2O_1}^{TS} - \Phi_{O_2O_1}^{TS} = \arg \int_F \hat{s_n}(f) \,\overline{\hat{s_{0\beta,t_0}}(f)} e^{2i\pi f t_{\Phi_n}} df - \Phi_{O_2O_1}^{TS}$$
(5.74)

D'après (4.34), le calcul des trois composantes du vecteur d'onde  $\vec{k}$  se fait en calculant la pseudo inverse du système suivant. La matrice  $\Delta R$  est constituée des coordonnées des capteurs par rapport au capteur central :

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{1} \\ \Gamma_{1} \\ \vdots \\ \Gamma_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{C_{1}} - x_{C_{0}} & y_{C_{1}} - y_{C_{0}} & z_{C_{1}} - z_{C_{0}} \\ x_{C_{2}} - x_{C_{0}} & y_{C_{2}} - y_{C_{0}} & z_{C_{2}} - z_{C_{0}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{C_{n}} - x_{C_{0}} & y_{C_{n}} - y_{C_{0}} & z_{C_{n}} - z_{C_{0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_{x} \\ k_{y} \\ k_{z} \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \vec{\Gamma} = \Delta \mathbf{R} \, \vec{k}$$
(5.75)

Selon la dimension de la vitesse, il faut recommencer dans plusieurs autres directions, et inverser le système (5.10) actualisé pour reconstruire le vecteur vitesse.

# 5.4 Résultats des simulations numériques sur le TinDVL

Expérimentons le TinDVL sur des simulations 1D selon la géométrie schématisée au niveau de la figure 5.25. On dispose d'une antenne 1Dx, constituée de 2 capteurs A et B, espacés d'une distance  $\Delta r$ . L'émission se fait en A, et la réception en A et en B. Nous allons séparer en deux parties les simulations. La première étudiera les performances du TinDVL pour un inter-pulse  $\Delta t$  fixe et un écart entre capteurs  $\Delta r$  variable. La deuxième, en poursuivant le problème exposé sur la décorrélation de base, étudiera les performances du TinDVL en faisant varier l'inter-pulse  $\Delta t$  pour un écart entre capteurs  $\Delta r$  fixe.

Pour les deux scénarios de simulations nous comparerons les résultats sur l'estimation de la vitesse que renvoit le DVL classique en ne considérant que le capteur A à la réception, avec ceux renvoyés par l'inDVL et le TinDVL à partir de l'antenne.

![](_page_101_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.25 – Illustration du modèle

## 5.4.1 Inter-pulse fixe et écart entre capteurs variable

Dans le cadre donné par le tableau 5.5, nous allons simuler  $2 \times 8000$  pings pour une antenne 1Dx en déplacement à une vitesse horizontale unitaire. Dans la première simulation, on a  $\Delta r = 0,04m$  et dans la deuxième on a  $\Delta r = 0,64m$ .

Vitesse 1D	$v_x = 1m.s^{-1}$
Inter-pulse	$\Delta t = 8ms$
Altitude	h = 300m
Incidence	$\theta = 30^{\circ}$
Célérité du son	$c = 1500 m.s^{-1}$
Fréquence centrale	$f_0 = 150 kHz$
Largeur de bande	B = 20kHz
Coefficient d'absorption*	$a = 41 dB. km^{-1}$
Diamètre du piston circulaire	$L/\lambda = 16$

TABLEAU 5.5 – Paramètres physiques de l'environnement de la simulation \*Garrison : Température 8°C, Profondeur 200m, Salinité 35ppt, Acidité ph = 8 [36, 37, 39]

À la suite de ces 2 × 8000 pings, nous nous intéressons dans un premier temps aux phases Doppler  $\Phi_{A_2A_1}$  et  $\Phi_{B_2A_1}$ . Pour rappel, elles sont respectivement les phases au pic secondaire de l'auto-corrélation  $CC_{1,1}$  et de la corrélation croisée  $CC_{2,1}$  formule (5.1). Puis nous nous intéresserons aux phases Doppler time-scalées  $\Phi_{A_2A_1}^{TS}$  et  $\Phi_{B_2A_1}^{TS}$  pour  $t_0$  correspondant au diffuseur du centre du faisceau.

	$\Delta r = 0,04m$			$\Delta r = 0,64m$		
	CoefCorr	std	Phase moy vs att	CoefCorr	std	Phase moy vs att
$\Phi_{A_2A_1}$	0,49	$3,28^{\circ}$	$-73,46^\circ$ / $-73,49^\circ$	0,49	$3,24^{\circ}$	$-73,49^\circ$ / $-73,49^\circ$
$\Phi_{B_2A_1}$	0,43	$4,10^{\circ}$	$-77,97^\circ$ / $-78,01^\circ$	0,07	$103,80^{\circ}$	$137,78^{\circ}$ / $-133,36^{\circ}$
$\Phi_{A_2A_1}^{TS}$	0,50	$3,24^{\circ}$	$-72,68^\circ$ / $-72,70^\circ$	0,50	$3,22^{\circ}$	$-72,70^\circ$ / $-72,70^\circ$
$\Phi_{B_2A_1}^{TS}$	0,50	$3,09^{\circ}$	$-75,30^\circ$ / $-75,24^\circ$	0,48	$1,99^{\circ}$	$-127,24^{\circ}$ / $-127,85^{\circ}$

TABLEAU 5.6 – Statistiques sur les phases Doppler

Dans le tableau 5.6 sont reportés les moyennes des coefficients de corrélations, les écart-types et les moyennes des phases, et la phase moyenne attendue (5.3) et (5.63).

Tout d'abord, la décorrélation est nettement visible du petit  $\Delta r$  au grand  $\Delta r$  pour la phase  $\Phi_{B_2A_1}$  comme nous l'indique la baisse du coefficient de corrélation. Il s'en suit une explosion de l'écarttype pour le grand déplacement fictif. Ensuite, les coefficients de corrélations des phases timescalées nous montrent que cette décorrélation a été rattrapée grâce à la WAF. En conséquence, les phases  $\Phi_{B_2A_1}^{TS}$  gagnent en stabilité comme en témoignent leurs écart-types. Enfin, les phases moyennes sont assez fidèles aux phases attendues à l'exception de la moyenne des  $\Phi_{B_2A_1}$  pour  $\Delta r = 0,64m$  incohérente à cause de la très forte variance.

	$\Delta r = 0$	0,04m	$\Delta r = 0,64m$		
	$\beta$ moy	vs $\beta$ att	$\beta$ moy	vs $\beta$ att	
$\Phi_{A_2A_1}^{TS}$	3,47	3,43	3,46	3,43	
$\Phi^{TS}_{B_2A_1}$	12,12	12,02	143,30	141,06	

TABLEAU 5.7 – Statistiques sur  $\beta$  donné en  $10^{-5}$ 

On s'intéresse également au coefficient  $\beta$  dans le tableau 5.7. Il nous permet de vérifier que la moyenne des  $\beta$  correspond bien au  $\beta$  attendu (5.47).

Pour chaque ping, on va estimer la vitesse en mode DVL classique, en mode inDVL et en mode TinDVL. En 1D, la vitesse s'obtient en fonction de la phase Doppler et de l'angle d'incidence  $\theta$ :

$$v_x = \Phi_{A_2A_1} \frac{\lambda}{4\pi\Delta t \sin\theta} \quad \text{d'après (5.9)}$$
(5.76)

Pour le DVL classique, l'angle d'incidence est fixe :

$$\sin \theta_1 = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad v_{x1} = \Phi_{A_2 A_1} \frac{\lambda}{2\pi \Delta t} \tag{5.77}$$

Pour l'inDVL, on a, d'après (5.10):

$$\sin\theta_2 = (\Phi_{B_2A_1} - \Phi_{A_2A_1}) \frac{\lambda}{2\pi\Delta r} \quad \Rightarrow \quad v_{x2} = \frac{\Phi_{A_2A_1}}{\Phi_{B_2A_1} - \Phi_{A_2A_1}} \frac{\Delta r}{2\Delta t} \tag{5.78}$$

Pour le TinDVL, on a, d'après (5.75) :

$$\sin \theta_3 = \left(\Phi_{B_2A_1}^{TS} - \Phi_{A_2A_1}^{TS}\right) \frac{\lambda}{2\pi\Delta r} \quad \Rightarrow \quad v_{x3} = \frac{\Phi_{A_2A_1}^{TS}}{\Phi_{B_2A_1}^{TS} - \Phi_{A_2A_1}^{TS}} \frac{\Delta r}{2\Delta t}$$
(5.79)

Remarque : il faut rajouter les tours de phases  $(2\pi)$  nécessaires aux phases dans les formules pour correctement remonter à l'angle et à la vitesse.

	$\Delta r = 0,04m$			$\Delta r = 0,64m$		
	std $\theta$	std $v_x$	biais $v_x$	std $\theta$	std $v_x$	biais $v_x$
DVL classique	$0^{\circ}$	$11, 4mm.s^{-1}$	0,51%	$0^{\circ}$	$11, 3mm.s^{-1}$	0,52%
inDVL	$0,090^{\circ}$	$11, 3mm.s^{-1}$	0,12%	$0,424^{\circ}$	$9,7 mm.s^{-1}$	0,07%
TinDVL	$0,047^{\circ}$	$11, 8mm.s^{-1}$	0,13%	$0,008^{\circ}$	$11,4mm.s^{-1}$	0,23%

TABLEAU 5.8 – Biais et écart-type sur la vitesse, et écart-type sur l'angle d'arrivée

Les résultats des écart-types sur l'angle d'incidence et sur la vitesse, et du biais sur la vitesse sont reportés dans le tableau (5.8). Pour commencer, on rappelle que la distance entre les capteurs  $\Delta r$  n'influe pas les résultats du DVL classique puisque le DVL classique n'utilise que le premier

![](_page_103_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.26 – Évolution moyenne de la phase Doppler dans la tranche du faisceau En haut l'amplitude du faisceau En dessous les phases  $\Phi_{B_2A_1}$  (en bleu) et  $\Phi_{B_2A_1}^{TS}$  (en jaune)

![](_page_103_Figure_3.jpeg)

FIGURE 5.27 – Comparaison de l'inDVL (en bleu) et du TinDVL (en jaune)

capteur, le *A*. Ensuite, comme attendu du TinDVL, pour le petit et le grand écart entre capteurs, la variance sur la vitesse reste presque constante. C'est la preuve que rattraper la décorrélation de base assure une meilleure stabilité des mesures. Mais le biais sur la vitesse augmente à cause de l'évolution moyenne parabolique résiduelle des phases Doppler time-scalées de la tranche du faisceau moyen, plus importante pour les grands déplacements, visible sur la figure 5.26. Avec

l'auto-corrélation classique, l'évolution moyenne des phases de la tranche est pratiquement linéaire modulo  $2\pi$ . La généralisation de l'auto-corrélation annihile l'évolution linéaire pour la rendre parabolique. La courbure de la parabole est directement liée à la longueur de la base.

En revanche, contre toute attente, malgré la forte variance de la phase interférométrique, l'inDVL surpasse le TinDVL en biais comme en écart-type. Les phases  $\Phi_{A_2A_1}$  et  $\Phi_{B_2A_1}$  sont liées et l'interférométrie rattrape le désaxage dû au fond aléatoire.

La figure 5.27 montre pour 500 pings la comparaison étape par étape entre l'inDVL en bleu et le TinDVL en jaune, à gauche pour  $\Delta r = 0,04m$  et à droite pour  $\Delta r = 0,64m$ . À l'étage  $\Phi_{A_2A_1}$  qui ne dépend pas de  $\Delta r$ , les phases Doppler issues de l'auto-corrélation et de la WAF sont semblables. La généralisation de l'auto-corrélation n'apporte aucun gain pour des petits déplacements. L'étage du dessous  $\Phi_{B_2A_1}$  nous le confirme : les phases Doppler issues de l'auto-corrélation varient beaucoup plus quand  $\Delta r$  est grand. On notera qu'il faut rajouter 33 tours de phase pour  $\Delta r = 0,64m$  contre 3 pour  $\Delta r = 0,04m$ . L'étage  $\theta$  montre la conséquence des fluctuations des phases sur l'estimation de l'incidence. Enfin, à l'étage  $v_x$ , que l'angle d'incidence fluctue fortement ou non n'influe pas sur la fluctuation de la vitesse. Cependant, les vitesses obtenues par l'inDVL ou par le TinDVL pour le petit  $\Delta r$  sont similaires contrairement aux vitesses pour le grand  $\Delta r$ . Les coefficients de corrélations suivants le prouvent : la corrélation pour mesurer la similitude entre  $v_{x2}$  et  $v_{x3}$  sur les 8000 pings pour  $\Delta r = 0,04m$  vaut 0,997 tandis que pour  $\Delta r = 0,64m$  elle vaut 0,244.

En conclusion, le TinDVL n'apporte pas le gain souhaité en variance pour l'utilisation des grandes antennes.

#### 5.4.2 Inter-pulse variable et écart entre capteur fixe

Nous allons simuler  $9 \times 1000$  pings pour une antenne 1Dx en déplacement à une vitesse horizontale plus rapide, avec les paramètres donnés au niveau du tableau 5.9. On testera ainsi le TinDVL pour 9 inter-pulses allant de  $\Delta t = 1mms$  à  $\Delta t = 9mms$ . Pour les neuf simulations de 1000 pings, nous allons comparer les résultats sur l'estimation de la vitesse que renvoient le DVL classique, l'inDVL et le TinDVL.

Vitesse 1D	$v_x = 6m.s^{-1}$
Espace entre capteur	$\Delta r = 0.04m$
Altitude	h = 100m
Incidence	$\theta = 30^{\circ}$
Célérité du son	$c = 1500 m.s^{-1}$
Fréquence centrale	$f_0 = 150 kHz$
Largeur de bande	B = 40 kHz
Coefficient d'absorption*	$a = 41 dB. km^{-1}$
Diamètre du piston circulaire	$L/\lambda = 8$

TABLEAU 5.9 – Paramètres physiques de l'environnement de la simulation \*Garrison : Température 8°C, Profondeur 200m, Salinité 35ppt, Acidité ph = 8 [36, 37, 39]

Dans cette simulation, la vitesse, visible dans le tableau des paramètres 5.9 est élevée pour une altitude plus faible, pour volontairement accélérer le phénomène de la décorrélation. D'autre part, en diminuant  $L_{\lambda}$ , le faisceau s'élargit ce qui permet d'obtenir un signal plus long en temps dans le but de maintenir un recouvrement suffisamment important des deux échos lors de l'autocorrélation pour les grands inter-pulses. Enfin, la bande passante est augmentée elle aussi, pour favoriser la variance sur la phase Doppler, pour obtenir des résultats interprétables.

On suit la même démarche que pour le scénario précédent. On s'intéresse d'abord aux phases

Doppler  $\Phi_{A_2A_1}$  et  $\Phi_{A_2A_1}^{TS}$  pour  $t_0$  correspondant au diffuseur du centre du faisceau. Mais on ne s'attardera pas sur  $\Phi_{B_2A_1}$  et  $\Phi_{B_2A_1}^{TS}$  puisque la décorrélation liée à l'écart entre capteurs a été étudiée dans la simulation précédente.

![](_page_105_Figure_2.jpeg)

FIGURE 5.28 – Performances de la WAF (en jaune) sur l'auto-corrélation classique (en bleu)

Dans les graphiques 5.28 on reporte la moyenne des  $\beta$  avec les  $\beta$  attendus, l'écart en valeur absolue entre la moyenne des  $\Phi_{A_2A_1}^{TS}$  et la moyenne des  $\Phi_{A_2A_1}$ , les moyennes des coefficients de corrélations, et les écart-types sur les phases Doppler en fonction de l'inter-pulse.

Premièrement, la moyenne des  $\beta$  correspond bien aux  $\beta$  attendus (5.47) tracés en pointillé. De plus, la faible différence des phases moyennes nous confirme donc la cohérence des résultats. En effet, que la phase Doppler time-scalée ne soit pas semblable à la phase Doppler est normale puisque la phase Doppler time-scalée est la phase Doppler d'un point de la tranche alors que la phase Doppler est la phase de l'empreinte. Ensuite, la décorrélation est nettement visible à mesure que  $\Delta t$  augmente comme nous l'indique la baisse du coefficient de corrélation, ce qui implique l'augmentation de l'écart-type de  $\Phi_{A_2A_1}$ . En revanche, les coefficients de corrélations des phases Doppler time-scalées nous montrent que cette décorrélation a été rattrapée grâce à la WAF. En conséquence, les phases  $\Phi_{A_2A_1}^{TS}$  gagnent en stabilité comme en témoignent leurs écart-types légèrement décroissants.

Pour chaque ping, on estime la vitesse en mode DVL classique et en mode TinDVL, en utilisant les formules décrites pour le premier scénario de simulation (5.77) et (5.79). Pour l'inDVL, il a fallu utiliser la matrice Doppler 2x2 pour estimer l'axe (5.39) à cause du manque de stabilité. Les phases  $\Phi_{B_2A_1}$  et  $\Phi_{B_2B_1}$  supplémentaires viennent stabiliser l'estimation de la vitesse par l'inDVL.

On reporte les biais et les écart-types dans le graphique 5.29 et le tableau 5.10. Alors, l'écarttype sur la vitesse estimée par le TinDVL continue de décroitre à mesure que l'inter-pulse augmente, contrairement à l'écart-type sur la vitesse estimée par l'inDVL et par le DVL classique. Cependant, en biais, l'inDVL reste plus intéressant. Le biais du TinDVL provient de la phase Doppler et de la phase interférométrique time-scalées qui sont biaisées à cause de l'évolution parabolique résiduelle des différences de phases écho 1 écho 2.

En conclusion, le TinDVL permet de repousser l'explosion de la variance pour des grands inter-pulses. Mais cela se fait au détriment du biais.

![](_page_106_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.29 – Comparaison du TinDVL (en jaune) avec l'inDVL (en bleu) et le DVL classique (en rouge)

	std $v_x$			biais $v_x$		
	DVL classique	inDVL	TinDVL	DVL classique	inDVL	TinDVL
$\Delta t = 1 ms$	$117 mm.s^{1}$	$121 mm.s^1$	$116mm.s^1$	1,72%	0,64%	0,62%
$\Delta t = 2ms$	$65mm.s^1$	$55mm.s^1$	$60mm.s^1$	1,57%	0,72%	0,78%
$\Delta t = 3ms$	$44mm.s^{1}$	$33mm.s^1$	$39mm.s^1$	1,74%	0,57%	0,61%
$\Delta t = 4ms$	$38mm.s^1$	$40mm.s^1$	$32mm.s^1$	1,65%	0,58%	0,67%
$\Delta t = 5ms$	$34mm.s^1$	$52mm.s^1$	$26mm.s^1$	1,69%	0,57%	0,64%
$\Delta t = 6ms$	$35 mm.s^1$	$72mm.s^1$	$24mm.s^1$	1,7%	0,58%	0,64%
$\Delta t = 7ms$	$51 mm.s^1$	$119mm.s^1$	$21 mm.s^1$	1,65%	0,46%	0,65%
$\Delta t = 8ms$	$179 mm.s^{1}$	$199 mm.s^{1}$	$17 mm.s^1$	1,34%	0,32%	0,64%
$\Delta t = 9ms$	$256 mm.s^1$	$242mm.s^1$	$15mm.s^1$	1,96%	0,36%	0,65%

TABLEAU 5.10 – Performances du DVL classique comparées à l'inDVL et au TinDVL

# 5.5 Conclusion

Le DVL interférométrique se démarque par l'ajout du traitement d'estimation de la direction d'arrivée de l'écho du fond au traitement Doppler. Cela donne la naissance de l'inDVL, poussé jusqu'à l'inDVL+ plus fidèle à la physique, dans le but de construire un DVL sans biais. Puis, en généralisant le calcul de l'autocorrélation, une version plus sophistiquée de l'inDVL voit le jour : le TinDVL, avec la perspective de réduire en plus du biais, la variance également sur la mesure.

Les résultats des simulations confirment la réduction massive du biais en passant du DVL classique à n'importe lequel des DVL interférométriques introduits dans ce chapitre : L'inDVL+ permet d'obtenir les meilleures performances suuivi par l'inDVL et le TinDVL. Le biais du TinDVL provient de l'évolution parabolique des phases Doppler dans la tranche moyenne du faisceau. Cela peut s'améliorer en développant une fonction d'auto-corrélation généralisée qui déforme de manière quadratique le signal.

Cependant, le TinDVL assure en contrepartie une meilleure stabilité des mesures, mais seulement pour de grands inter-pulses. Or, si les simulations reposent sur l'hypothèse que la vitesse est constante pendant tout le ping, ce n'est pas le cas dans la réalité. Prendre un inter-pulse grand nous expose au risque de mesurer une vitesse trop moyenne.

# **6** Validation expérimentale

Le SeapiX est le sondeur multi-faisceaux développé par la société iXBlue. C'est le SMF avec lequel nous allons mettre en oeuvre les extensions que nous proposons pour le DVL.

# Sommaire

6.1	Expéri	mentation en piscine
	6.1.1	Directivité émission
	6.1.2	Doubles impulsions acoustiques
6.2	Expéri	mentation en mer
	6.2.1	Description de l'expérimentation en mer
	6.2.2	Traitement des données de navigation
	6.2.3	Traitement des données du SeapiX en mode DVL classique 97
	6.2.4	Résultats du mode DVL classique 100
	6.2.5	Traitement des données du SeapiX pour l'inDVL
	6.2.6	Résultats du mode inDVL 104
	6.2.7	Comparaison avec le simulateur
6.3	Conclu	ision
#### Introduction

Les sondeurs multi-faiseaux (SMF) ou Multi-Beam Echo Sounder (MBES) sont des sonars composés de plusieurs transducteurs. Ces capteurs seuls ne sont pas directifs. Mais un ensemble de ces capteurs peut l'être grâce aux traitements numériques de formation de voies. Les SMF offrent la souplesse de pouvoir balayer en même temps toutes les directions de façon numérique. Les premiers SMF datent de la fin des années 1970. Ils sont majoritairement employés pour la bathymétrie; les temps de vols aller-retour des signaux acoustiques renseignent sur la profondeur. De plus, sensible à l'intensité de le réflectivité du fond, ils peuvent en déduire la nature du fond. Enfin, les SMF peuvent fournir une imagerie acoustique de la totalité de la colonne d'eau, ce qui peut être utile pour la pêche par exemple mais également pour la détection de sources de gaz. [61]

Dans ce chapitre, il est question d'employer un SMF comme un DVL. Le SeapiX [62] est un sonar multi-faisceaux fabriqué par la société iXblue. Le réseau est agencé en croix de Mills, chaque bras est une antenne linéaire de 64 capteurs espacés de d = 5,5mm. Il présente l'avantage suivant par rapport à d'autres SMF : chaque bras peut émettre et recevoir.



FIGURE 6.1 – Le SeapiX - Crédit photo iXblue

Les expériences DVL seront réalisées sur le SeapiX, sonar déjà existant et commercialisé. Nous verrons dans une première partie des résultats de mesure en piscine, et dans la suivante l'expérimentation en mer qui a été réalisée en automne 2020 dans la baie de La Ciotat en petit fond.

#### 6.1 Expérimentation en piscine

Le SeapiX est placé dans une piscine (cf. figure 6.2), face à un hydrophone pour enregistrer directement les signaux émis par le SMF. Les dimensions de la piscine sont de 5m de longs, sur 2m de largeur, et sur 2m de profondeur. L'hydrophone et le SeapiX sont espacés de 2m.

#### 6.1.1 Directivité émission

C'est un moyen de connaître sa fonction de directivité à l'émission. La perche qui maintient le sondeur peut tourner sur elle-même. L'hydrophone, fixe quant à lui, enregistre sous tous les angles la directivité du SeapiX qui émet continuellement durant sa rotation.

On peut noter sur la figure 6.3 la directivité du SeapiX. Le lobe principal est net et symétrique d'une ouverture  $2\theta 3$  de  $1,6^{\circ}$ . Au niveau des lobes secondaires, à 20dB plus bas, on observe une dissymétrie causée par la dispersion des transducteurs : ils n'ont pas tous la même efficacité à 30% près.



FIGURE 6.2 – Le SeapiX dans une piscine face à un hydrophone



FIGURE 6.3 – Directivité du Seapix enregistrée par l'hydrophone

#### 6.1.2 Doubles impulsions acoustiques

Nous avons testé dans la piscine, l'émission de deux impulsions de durée PW = 0, 1ms espacées d'un inter-pulse  $\Delta t$  variable allant de 0, 1ms à 1, 2ms. On peut voir sur le haut de la figure 6.4, les pings enregistrés par l'hydrophone. On y voit les deux impulsions espacées de 0, 1ms à 1, 2mspar pas de 0, 1ms une trentaine de fois pour chaque pas. On remarque également la présence des échos dans la piscine, après 0, 5ms. Dans certain cas, l'écho et la deuxième impulsion frappent en même temps l'hydrophone.

On mesure à chaque ping le retard de la deuxième impulsion sur la première à l'aide de l'auto-corrélation du signal enregistré par l'hydrophone. Comme ni le SeapiX ni l'hydrophone ne bougent, on s'attendrait à retrouver l'écart programmé à l'émission. Ce n'est toutefois pas ce qu'il se produit : on constate sur le deuxième graphique de la figure 6.4 qui donne l'erreur, un écart de  $0, 2\mu s$  entre les deux impulsions, quand la deuxième impulsion est clairement distincte. Dans les cas de superposition avec un écho, la mesure n'est pas exploitable.

La fréquence de l'impulsion est de 150kHz, l'inter-pulse se retrouve en réalité rallongé de  $0, 2\mu s$ , ce qui représente un déphasage d'une dizaine de degrés. Il est important de savoir que même pour un déplacement nul, on observe déjà un déphasage de  $10^{\circ}$ . Ce déréglage provient de l'électronique du système et plus spécifiquement de l'échantillonnage temporel de l'horloge interne du SeapiX.



FIGURE 6.4 – Erreur sur l'inter-pulse relevée par l'hydrophone

#### 6.2 Expérimentation en mer

Cette partie décrit l'expérimentation en mer qui a été réalisée pour l'acquisition de véritables signaux Doppler de rétrodiffusion du fond marin. Puis cette partie décrit les traitements numériques et les résultats pour le mode DVL classique. Enfin, elle décrit les traitements numériques et les résultats pour le mode inDVL.

L'exploitatoin des données issues de cette expérimentation en mer a fait l'objet de trois publications dans des conférences internationales : [3], [6] et [7]

#### 6.2.1 Description de l'expérimentation en mer

Cette expérimentation en mer a requis l'utilisation d'une centrale inertielle ROVINS et du SMF SeapiX fixés sur une perche (fig. 6.5), et d'un RTK-GNSS, le tout embarqué sur un bateau GG9 de la division Survey d'iXblue. Nous en profitons pour remercier la société iXblue pour la préparation et le bon déroulement de cette mission en mer.



FIGURE 6.5 – Photos du SeapiX et de la ROVINS fixés avant l'expérimentation

Dans cette expérimentation, le bateau navigue presque en ligne droite, dans la baie de La Ciotat, à la vitesse de  $v = 2m \cdot s^{-1}$  en suivant l'isobathe h = 15m de profondeur.

Le code émission employé se compose de deux impulsions CW (Continuous Wave) à  $f_0 = 150kHz$  espacées de  $\Delta t = 1ms$  (inter-pulse) avec une largeur de bande de B = 10kHz.

On définit un ping comme l'émission des deux impulsions et la réception du double écho. On définit une séquence comme la paire de ping suivante : le premier ping généré par l'antenne linéaire le long de l'axe du navire (L comme longitudinale) est reçu par l'antenne linéaire perpendiculaire (T comme transverse), le deuxième ping émis par l'antenne T à la suite de la réception du premier ping est reçu par l'antenne L (voir fig. 6.6). Cette alternance permet de balayer l'ensemble des directions.



FIGURE 6.6 – Directivité du SeapiX sur le fond en fonction du bras d'antenne émetteur, en décibel

#### 6.2.2 Traitement des données de navigation

Le RTK-GNNS aidé de la centrale inertielle Rovins donne la vitesse dans le repère NED et l'attitude à une fréquence de 5Hz. La vitesse calculée avec le SeapiX sera dans le repère du SeapiX. Pour effectuer la comparaison, il faut donc ramener la vérité terrain dans le repère du SeapiX à l'aide des angles d'attitude donnés par la centrale : l'angle de roulis, de tangage et de cap.

Soient  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\gamma$  les angles respectifs de roulis, de tangage et de cap (cf. figure 1.2). La matrice de rotation [63] pour passer du repère NED au repère du SeapiX qui est aussi le repère de la plateforme est :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha} & -s_{\alpha} \\ 0 & s_{\alpha} & c_{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\beta} & 0 & s_{\beta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{\beta} & 0 & c_{\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{\gamma} & -s_{\gamma} & 0 \\ s_{\gamma} & c_{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(6.1)

avec  $c_x = \cos x$  et  $s_x = \sin x$ 

#### 6.2.3 Traitement des données du SeapiX en mode DVL classique

Pour chaque ping, nous disposons des 64 enregistrements sur les 64 capteurs du bras récepteur. Chaque ping dure environ 80ms. Le double écho du fond est reçu entre 20 et 40ms.

#### Formation de voies

Pour exploiter l'effet Doppler pour mesurer la vitesse, il faut sélectionner une partie de l'écho du fond. La formation de voie (FV) agit comme s'il y avait de la directivité à la réception. En effet, la formation de voie réduit l'antenne à un capteur unique directif. Elle résulte de la somme des signaux de tous les capteurs déphasés dans le but d'amplifier l'énergie dans une directivité réception (la FV) sur le fond donne une empreinte effective fine comme cela peut être observé au niveau de la figure 6.7.



FIGURE 6.7 – Directivité du SeapiX sur le fond à l'émission à gauche, Formation de voie à la réception au centre, et somme émission-réception à droite, en décibel

Pour  $N_C$  capteurs, l'expression du signal temporel d'une voie d'incidence  $\theta$  est :

$$S(t,\theta) = \sum_{n}^{N_{C}} W_{n} s_{n}(t) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda} x_{C_{n}} \sin \theta}$$
(6.2)

avec  $W_n$  une fenêtre de pondération (de Hanning) sur  $N_C$  points,  $s_n$  et  $x_{C_n}$  (ou  $y_{C_n}$ ) le signal et les coordonnées du capteur n et  $c = 1515m.s^{-1}$  la célérité du son mesurée à l'aide d'un capteur spécifique pendant l'expérimentation. Pour rappel :  $\lambda = c/f_0$ . La longueur d'onde employée dépend de la mesure externe de la vitesse du son.

L'antenne mesure  $32\lambda = 32cm$  de long. Par conséquent, le son met au plus court 0, 2ms pour traverser l'antenne. La durée de l'impulsion est de l'ordre de PW = 0.1ms, il est donc nécessaire de réaliser la formation de voie en large bande, c'est à dire, en sommant les signaux décalés temporellement. De plus, à une altitude de h = 15m par rapport à la dimension de l'antenne, l'hypothèse de champ lointain n'est plus valide. Il faut réaliser la formation de voie large bande en champ proche Eq. (4.15). Pour N<sub>C</sub> capteurs, l'expression de la TF dans une direction  $\theta$  devient :

$$\hat{S}(f,\theta) = \sum_{n}^{N_{C}} W_{n} \hat{s}_{n}(f) \exp\left(-2i\pi \frac{f+f_{0}}{c} \left(x_{C_{n}} \sin \theta - \frac{x_{C_{n}}^{2} \cos^{3} \theta}{2h}\right)\right)$$
(6.3)

La figure 6.8 montre le résultat de la formation des voies sur les 64 capteurs  $S(t, \theta)$  (TF inverse de  $\hat{S}(f, \theta)$  de l'equation (6.3)) pour des directions comprises entre  $-60^{\circ}$  et  $60^{\circ}$  en fonction du temps. Le double écho du fond est mis en évidence pour chaque voie de réception. La forme hyperbolique du tracé énergétique vient du fait que le premier écho du fond qui a le trajet le plus court, arrive de l'incidence  $0^{\circ}$ . Plus l'incidence augmente, plus le temps de parcours est long, plus les échos arrivent tard.



FIGURE 6.8 – Signaux temporels en fonction de l'angle d'observation d'incidence, l'amplitude étant donnée en décibel

#### Auto-corrélation et estimation de la phase Doppler

On réalise l'auto-corrélation de chacune des voies :

$$AC(t,\theta) = \int_{F} \hat{S}(f,\theta) \overline{\hat{S}(f,\theta)} e^{2i\pi ft} df$$
(6.4)

Sur la figure 6.9, on observe bien le pic d'inter-corrélation entre le premier écho et le deuxième à t = 1ms, le temps d'inter-pulse. La phase au pic est la phase Doppler, qui donne précisément le décalage temporel en phase entre le temps de réception du premier écho, et celui du deuxième. Il est à comparer avec l'écart d'origine (l'inter-pulse), pour analyser le déplacement.



FIGURE 6.9 – Auto-corrélation voie par voie La couleur indique l'amplitude normalisée voie par voie

Pour chaque séquence, on extrait les phases Doppler de toutes les voies. Il est intéressant de remarquer sur la figure 6.10 que les phases Doppler sur l'antenne réceptrice transverse sont presque constantes et nulles pour toutes les voies. En effet, le véhicule se déplace le long de l'axe x, perpendiculairement à l'antenne T. En revanche, les phases Doppler sur l'antenne réceptrice longitudinale évoluent en fonction de la direction d'observation. Les phases sur le devant sont positives puisque le véhicule va vers l'avant, il se rapproche du fond. Les phases sur l'arrière sont négatives, puisque le véhicule avance, et s'éloigne donc du fond.



FIGURE 6.10 – Phases Doppler à chaque séquence pour chaque voie en haut : de l'antenne T en bas : de l'antenne L La couleur est représentative de la valeur de la phase Doppler donnée en degré

Le tangage et le roulis provoqués par la houle expliquent les variations périodiques de la phase Doppler en fonction du temps. À profondeur égale, à vitesse constante, et à angle d'observation donnée, on devrait obtenir des phases Doppler constantes en fonction du temps.

#### Reconstruction du vecteur vitesse

À partir des phases Doppler mesurées dans les quatre directions, on estime le vecteur vitesse en inversant le système suivant, d'après l'équation (5.9) :

$$\begin{pmatrix} \sin\theta & 0 & -\cos\theta \\ -\sin\theta & 0 & -\cos\theta \\ 0 & \sin\theta & -\cos\theta \\ 0 & -\sin\theta & -\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{\theta A} \\ \Phi_{\theta B} \\ \Phi_{\theta C} \\ \Phi_{\theta D} \end{pmatrix} \frac{\lambda}{4\pi\Delta t}$$
(6.5)

avec  $\Phi_{\theta A}$ ,  $\Phi_{\theta B}$ ,  $\Phi_{\theta C}$  et  $\Phi_{\theta D}$  les 4 phases Doppler sur les 4 empreintes des voies d'incidence  $\theta$  avant, arrière, babord, et tribord (cf. figure 6.11) et  $v_x$ ,  $v_y$  et  $v_z$  les composantes x, y et z du vecteur vitesse  $\vec{V}$ .

#### 6.2.4 Résultats du mode DVL classique

La vitesse du SeapiX selon une voie de réception constante  $\theta$  donnée est comparée à la vitesse du filtre de navigation que nous considérons comme la vérité terrain (Centrale inertielle + GNSS) ramenée dans le référentiel du SeapiX et synchronisée temporellement (voir fig. 6.12). La moyenne des différences est le biais. L'écart moyen est l'écart-type.

Nous comparons trois manières d'estimer la vitesse dans le tableau 6.1. Dans le mode 1, nous considérons la vitesse estimée en travaillant à un seul angle  $\theta = 30^{\circ}$  car classiquement les DVL travaillent à cette incidence de 30°. Dans le mode 2, nous moyennons les vitesses obtenues pour



FIGURE 6.11 – Schéma du SeapiX en déplacement selon le vecteur vitesse  $\vec{V}$  quand on observe le fond selon un angle d'incidence  $\theta$ 

Les ronds rouges représentent les empreintes des faisceaux à l'avant, à l'arrière, à bâbord et à tribord, qui résultent de la combinaison de la directivité aux émissions, et des formations de voies à la réception.



FIGURE 6.12 – Comparaison entre les vitesses  $v_x$  mesurées par le SeapiX des trois modes (bleu) et le RTK GNSS-IMU (rouge) dans le plan du SeapiX

Mode	Biais sur $v_x$	Écart-type sur $v_x$	Biais sur $v_y$	
1	$-6,7mm.s^{-1}$	$260 mm.s^{-1}$	$-68, 1 mm. s^{-1}$	
2	$-6, 3mm.s^{-1}$	<b>164</b> <i>mm.s</i> <sup>-1</sup>	$-68, 8mm.s^{-1}$	
3	$-31, 1mm.s^{-1}$	$72,5mm.s^{-1}$	$-75, 2mm.s^{-1}$	

TABLEAU 6.1 – Tableau des biais et des écart-types des trois modes d'estimation de la vitesse

des angles compris entre  $28^{\circ}$  et  $32^{\circ}$ . Enfin, dans le mode 3 nous moyennons les vitesses estimées sur une plage plus grande d'angles allant de  $16^{\circ}$  à  $60^{\circ}$ .

Nous nous intéressons principalement au biais et à l'écart-type de la composante x de la vitesse  $(v_x)$ , puisque le bateau se déplace en ligne droite le long de l'axe x. Nous nous intéressons secondairement au biais sur la composante y de la vitesse  $(v_y)$ . La vitesse y devrait être nulle en moyenne comme son biais. Il s'agit d'un indicateur du mauvais alignement entre le SeapiX et la centrale inertielle. Premier constat : moyenner les vitesses sur un intervalle d'angles trop grand (mode 3) a multiplié le biais sur  $v_x$  par 5. En effet, on observe un biais plus important aux incidences plus fortes et plus faibles. Ainsi, la moyenne de ces vitesses plus ou moins fortement biaisées donne une moyenne plus biaisée. Les DVL classiques travaillent en général à 30° d'incidence [16].

Deuxième constat : moyenner les vitesses sur un intervalle plus grand diminue l'écart-type sur  $v_x$ . Cela s'explique par le fait que la vitesse est obtenue à partir d'un nombre plus important de points sur le fond. L'écart-type diminue quand l'incidence augmente. En effet, l'étalement du faisceau devient plus important sur le fond, la vitesse est estimée alors sur un plus grand nombre de points.

Troisième constat : Le biais sur  $v_y$  est élevé, alors que la vitesse le long de l'axe y est censée être nulle. Un mauvais alignement entre la centrale inertielle et le SeapiX provoque une mauvaise séparation des vitesses  $v_x$  et  $v_y$ .

#### Bilan

L'empreinte du faisceau sur le fond est petite en raison de la faible profondeur. Ce qui est la raison pour laquelle le biais est faible. Passons au mode inDVL.

#### 6.2.5 Traitement des données du SeapiX pour l'inDVL

Pour chaque ping, comme pour le cas du mode DVL classique nous disposons des 64 enregistrements des 64 capteurs du bras récepteur. Cependant, nous nous intéresserons qu'au ping reçu par l'antenne longitudinale, soit le deuxième ping de chaque séquence, pour ne mesurer que la composante x de la vitesse, soit  $v_x$ .

Les mêmes signaux sont utilisés. Seul le traitement de ces signaux change.

#### Voies sur sous-antenne

Bien que le SeapiX possède 128 capteurs, il n'est pas question de construire une matrice Doppler 128x128. Un capteur seul n'est pas directif, il reçoit le double écho de toute la fauchée sans pouvoir dissocier ce qui arrive de l'avant de ce qui arrive de l'arrière. Par conséquent, il est nécessaire de former des voies, pour sélectionner une partie de l'écho, sur des sous antennes, pour réaliser le traitement interférométrique.



FIGURE 6.13 – Sous-antennes A et B sur l'antenne longitudinale

On construit deux sous-antennes A et B chacune composée de 13 capteurs, décalée l'une par rapport à l'autre de deux capteurs. La sous-antenne A somme les capteurs de l'antenne longitudinale du numéro 40, au numéro 52, et la sous-antenne B, du numéro 42 au 54. Elles sont schématisées sur la figure 6.13.

Ces valeurs ont été choisies pour satisfaire trois conditions :

- Les sous-antennes ne doivent pas traverser le centre de l'antenne L. En effet, cette dernière est discontinue en son centre entre ses capteurs 31 et 32 pour laisser la place à l'antenne transverse continue.
- En raison de la faible profondeur, l'écart entre les sous-antennes ne doit pas être trop important pour éviter de se retrouver confronté à la décorrélation de base.

 Il faut un nombre minimum de capteurs pour obtenir des voies exploitables. Néanmoins, l'intérêt reste pour nous de faire fonctionner l'inDVL avec les plus petites sous-antennes possibles.

Le signal d'une sous-antenne de *N* capteurs est la somme des signaux de ses *N* capteurs décalés temporellement. Ainsi, pour les sous-antennes *A* et *B* de chacune N = 13 capteurs, l'expression de leur TF respective est :

$$\begin{cases} \hat{S}_{A}(f,\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} W_{n} \hat{s}_{n_{A}}(f) e^{-2i\pi \frac{f+f_{0}}{c} \left(n-\frac{N-1}{2}\right) d\sin\theta} \\ \hat{S}_{B}(f,\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} W_{n} \hat{s}_{n_{B}}(f) e^{-2i\pi \frac{f+f_{0}}{c} \left(n-\frac{N-1}{2}\right) d\sin\theta} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} n_{A} = n+40 \\ n_{B} = n+42 \end{cases}$$
(6.6)

avec  $W_n$  une fenêtre de pondération (de Hanning) sur N points.



FIGURE 6.14 – Empreinte effective sur le fond et formation de voies

La figure 6.14(a) donne un aperçu de la forme de l'empreinte sur le fond. La directivité à l'émission par l'antenne T n'a pas changé. Les  $32\lambda$  de longueur permettent d'avoir l'empreinte fine en y. En revanche, à la réception, la sous-antenne ne mesure plus que  $6,5\lambda$ , ce qui allonge fortement l'empreinte en x. Cela donne des voies de moins bonnes qualités sur les sous-antennes comme on peut le voir 6.14(b). Mais comme vu précédemment, la forme de l'empreinte du faisceau n'a pas d'importance pour le DVL interférométrique. On peut se permettre d'avoir une empreinte large puisque le fait que la phase Doppler soit très biaisée sera compensé par l'estimation de l'axe moyen.

#### Matrice Doppler et interférométrie

Pour chaque séquence, on construit la matrice Doppler de dimension 2x2 pour les voies choisies à l'arrière  $\theta = -30^\circ$  et à l'avant  $\theta = 30^\circ$ . L'expression de la matrice Doppler  $\Gamma$  pour toute voie  $\theta$  s'obtient en recherchant le maximum des corrélations croisées entre couple de capteurs :

$$\Gamma^{\theta}_{a,b} = \max_{t \in \nu(\Delta t)} \int_{F} \hat{S}_{a}(f,\theta) \,\overline{\hat{S}_{b}(f,\theta)} e^{2i\pi f t} df$$
(6.7)

On réalise pour chacune des matrices Doppler l'interférométrie en maximisant l'application *D* décrite ci-dessous au voisinage de  $\alpha = 30^{\circ}$  pour la matrice Doppler avant, et au voisinage de  $\alpha = -30^{\circ}$  pour la matrice Doppler arrière. Cela permet de déterminer la direction d'arrivée  $\theta_{-}$  et la phase Doppler  $\phi_{-}$  arrière, et la direction d'arrivée  $\theta_{+}$  et la phase Doppler  $\phi_{+}$  avant. Les positions longitudinales des sous-antennes  $A x_a$  et  $B x_b$  employées dans l'interférométrie sont respectivement celles du capteur 46 et celles du capteur 48 de l'antenne L, centres des sous-antennes. On rappelle qu'il a été montré au niveau de l'équation (5.6) et de l'annexe A.4 que pour tout  $\theta$  l'application *D* à maximiser est, avec N = 2:

$$D: \alpha \mapsto \sum_{a,b}^{N \times N} e^{ik(x_b - x_a)\sin\alpha} \Gamma^{\theta}_{a,b}$$
(6.8)

#### Reconstruction du vecteur vitesse

À partir des phases Doppler mesurées dans les deux directions, on estime le vecteur vitesse en inversant le système suivant dans le quel on a reporté les directions estimées, d'après (5.10) :

$$\begin{pmatrix} \sin \theta_{-} & -\cos \theta_{-} \\ \sin \theta_{+} & -\cos \theta_{+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{x} \\ v_{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{-} \\ \Phi_{+} \end{pmatrix} \frac{\lambda}{4\pi \Delta t}$$
(6.9)

#### 6.2.6 Résultats du mode inDVL

Comme on peut constater au niveau de la figure 6.15, la vitesse horizontale est assez biaisée. Le biais est de  $65mm.s^{-1}$  (soit environ un peu plus de 3%) et l'écart-type de  $274mm.s^{-1}$ . Le biais est anormalement supérieur au biais du mode DVL classique tableau 6.1.



FIGURE 6.15 – Comparaison entre la vitesse  $v_x$  mesurée par le SeapiX en mode inDVL (bleu) et le RTK GNSS-IMU (rouge) dans le plan du SeapiX

#### 6.2.7 Comparaison avec le simulateur

On remplace les signaux du SeapiX par des signaux générés par le simulateur reprenant les paramètres physiques de l'expérimentation en mer, décrits dans le tableau 6.2. Une différence est à noter : pour les simulations nous prenons une bande passante de 60kHz au lieu de 10kHz pour une meilleure stabilité. Pour rappel, la bande n'influe pas sur le biais mais la bande influe sur la variance.

Ainsi, les 3000 pings simulés donnent un biais sur la vitesse  $v_x$  de 2,  $2mm.s^{-1}$  avec un écarttype de  $98mm.s^{-1}$ . Ce résultat prouve que l'implémentation des traitements sur les signaux est correcte.

On compare les statistiques des phases Doppler obtenues sur les signaux simulés avec celles obtenues sur les signaux du SeapiX. On s'intéresse dans le tableau 6.3 aux coefficients de corrélations moyens, aux écart-types, et aux phases Doppler moyennes.

Premièrement, les coefficients de corrélations suivent la même tendance sur données simulées et sur données réelles expérimentales. Ils sont corrects, ce qui signifie que les corrélations fonctionnent. Ensuite, on observe une similitude entre les phases Doppler, mais une forte différence entre les phases croisées. Enfin, l'écart-type des phases des simulations est plus faible d'un facteur

Vitesse	$v_x = 2m.s^{-1}$
Inter-pulse	$\Delta t = 1,0002 ms$
Altitude	h = 15m
Célérité du son	$c = 1515 m.s^{-1}$
Fréquence centrale	$f_0 = 150 kHz$
Largeur de bande	B = 60 kHz
Coefficient d'absorption*	$a = 42 dB. km^{-1}$
Longueur de l'antenne à l'émission	$L/\lambda = 32$
Espace entre capteur	d = 0,0055m

```
TABLEAU 6.2 – Paramètres physiques de l'environnement de l'expérimentation
*Garrison : Température 8°C, Profondeur 2m, Salinité 35ppt, Acidité ph = 8 [36, 37, 39]
```

3 voire 4 par rapport à l'écart-type des phases du cas expérimental. Cela s'explique par l'augmentation par 6 de la bande passante pour la simulation, et aussi par l'absence de bruit externe en simulation.

	Simulation			Réel		
	CoefCorr	std	Phase moy	CoefCorr	std	Phase moy
$\Phi_{A_2A_1}$	0,49	$5,23^{\circ}$	$-79,77\circ$	0,44	$16,32^{\circ}$	$-81,84^{\circ}$
$\Phi_{B_2A_1}$	0,36	$8,98^{\circ}$	$89,09^{\circ}$	0,33	$35,84^\circ$	$77,15^{\circ}$
$\Phi_{A_2B_1}$	0,47	$5,73^{\circ}$	$111,57^{\circ}$	0,42	$24,62^{\circ}$	$123,11^{\circ}$
$\Phi_{B_2B_1}$	0,49	$5,12^{\circ}$	$-79,75^{\circ}$	0,44	$16,54^{\circ}$	$-80,12^{\circ}$
$\Phi_{A_2A_1}$	0,49	$4,82^{\circ}$	$59,22^{\circ}$	0,42	$20,55^\circ$	$61,17^{\circ}$
$\Phi_{B_2A_1}$	0,36	$8,57^{\circ}$	$-109,70^{\circ}$	0,33	$46,29^{\circ}$	$-93,96^{\circ}$
$\Phi_{A_2B_1}$	0,47	$5,46^{\circ}$	$-131,96^{\circ}$	0,41	$57,48^{\circ}$	$-141,69^{\circ}$
$\Phi_{B_2B_1}$	0,49	$4,87^{\circ}$	$59,23^{\circ}$	0,43	$19,89^{\circ}$	$62,38^{\circ}$

TABLEAU 6.3 – Comparaison entre des résultats obtenus au moyen des données simulées et ceux obtenus sur les données réelles enregistrées lors de l'expérimentation en mer

Les angles moyens d'incidence de directions d'arrivées de l'arrière et de l'avant valent en simulation  $\theta_{-} = -29,20^{\circ}$  et  $\theta_{+} = 29,17^{\circ}$  et valent sur les signaux réels  $\theta_{-} = -31,16^{\circ}$  et  $\theta_{+} = 31,35^{\circ}$ .

Les angles de la simulation ont une valeur de l'ordre de  $29^{\circ}$  en valeur absolue quant ils ont une valeur estimée de l'ordre de  $31^{\circ}$  en valeur absolue sur les données expérimentales. Ce n'est pas un résultat cohérent. En effet, on a vu qu'en théorie, la non symétrie de la répartition de l'énergie du faisceau décalait l'incidence moyenne vers une incidence plus faible que celle de l'émission. Pour des voies à  $30^{\circ}$  en valeur absolue, il ne semble donc pas normal que l'interférométrie renvoie un angle d'incidence supérieur en valeur absolue à  $30^{\circ}$ .

Il faudrait certainement mieux comprendre l'impact du roulis et du tangage sur le traitement interférométrique. Aussi, il faudrait également mieux prendre en compte le fait que la centrale inertielle et le SeapiX ne sont pas parfaitement alignés. Enfin, le SeapiX n'a pas été calibré, c'est à dire qu'on ne connait pas exactement la position précise des capteurs de l'antenne.

### 6.3 Conclusion

Nous avons pu montrer expérimentalement après quelques tests en piscine, qu'il était possible, en mer, d'estimer la vitesse d'un véhicule sous marin en déplacement grâce à l'utilisation d'un SMF en remplacement d'un DVL classique. Les résultats du mode DVL classique sont très bons, alors que ceux du mode inDVL le sont moins.

Cette expérimentation petit fond a permis de valider les modèles, de mettre au point les algorithmes, de travailler sur des signaux réels et surtout d'anticiper des difficultés pour préparer la prochaine expérimentation qui sera réalisée en plus grand fond (300m de profondeur).

# Conclusion générale et perspectives

Le DVL (Doppler Velocity Log) est le capteur qui mesure la vitesse par rapport au fond de la mer, en utilisant des ondes acoustiques. Il est indispensable pour la navigation sous-marine, en particulier pour la précision de localisation géographique. Ces travaux de thèse ont eu pour but d'améliorer ce sonar.

Pour proposer des améliorations, il faut d'abord comprendre les limites actuelles de l'instrument. Le sonar est biaisé dans son fonctionnement. Ce biais est fortement lié à l'amplitude des lobes secondaires de ses faisceaux acoustiques. Ainsi, l'absorption et la rétrodiffusion détériorent la répartition symétrique de l'énergie du faisceau. Alors, l'auto-corrélation fait la moyenne des phases Doppler de chaque diffuseur, sur un axe légèrement décalé vers des incidences plus faibles. La phase Doppler mesurée ne colle pas avec l'axe du faisceau émission supposé connu, ce qui engendre un biais sur la vitesse.

L'interférométrie est un traitement d'antenne qui permet d'estimer la direction d'arrivée ou le vecteur d'onde d'une source. Dans ce cas de figure, la source est l'écho du fond. Il a été prouvé dans la thèse que l'axe déterminé par le traitement d'antenne est l'axe de la phase Doppler moyenne de l'empreinte du faisceau sur le fond. Ceci rectifie alors l'erreur de projection.

La thèse élabore le DVL interférométrique : un DVL équipé de plusieurs récepteurs pour effectuer des traitements d'antennes pour localiser l'écho. L'objectif qui a été atteint, est de combiner cette direction d'arrivée, soit ce vecteur d'axe de réception, avec la phase Doppler mesurée pour reconstruire au mieux le vecteur vitesse. La thèse revoit également le modèle physique liant la vitesse à la phase Doppler et à l'axe de réception de l'écho. Enfin, la thèse developpe une variante : le DVL interférométrique ajusté qui généralise l'autocorrélation pour ajuster temporellement l'écho. Cette généralisation permet d'améliorer la corrélation entre les deux échos dans le but de réduire la variance sur la vitesse.

Les simulations ont montré que les performances du DVL interférométrique sont grandement supérieures à celles des DVL actuels. De surcroît, le DVL interférométrique peut travailler sur des fréquences plus basses, ce qui permet d'atteindre les grands fonds. Ainsi, la portée et la précision sont améliorées par rapport au DVL classique.

L'expérimentation en mer que nous avons réalisée a permis de développer les algorithmes pour mesurer la vitesse à partir d'un sondeur multi-faisceaux existant : le SeapiX. Elle est malheureusement pour le moment non concluante pour le mode inDVL pour des raisons certaines de mauvaises prises en compte du tangage sur l'interférométrie et de mauvaises calibrations.

Les travaux futurs sur le DVL interférométrique porteront sur deux points. Le premier : améliorer le couplage avec la centrale inertielle pour dissocier l'estimation de la vitesse à l'émission de l'estimation de la vitesse à la réception. La vitesse évolue entre l'émission et la réception, en particulier pendant les longs temps de vols aller-retour de l'onde dans le cas des grandes profondeurs. Le deuxième : concevoir un sonar DVL interférométrique. L'idéal serait de créer un réseau minimaliste optimisé sous forme d'un mini SeapiX, ou d'une dalle, capable de mettre en œuvre les principes d'un DVL interférométrique.

# Bibliographie

- Pérèz. Océans et mers (eaux marines) propriétés https://www.universalis.fr/ encyclopedie/ocean-et-mers-eaux-marines-proprietes/.
- [2] Pinto. Method and sonar device for determining the speed of movement of a naval vehicle in relation to the sea bed, Septembre 11 2018. US Patent 10,073,175.
- [3] Verrier, Pinto, Ioana, et Thirion-Moreau. Low bias doppler speed over ground estimation using a multi-beam echo sounder. In OCEANS 2021 : San Diego–Porto, pages 1–5. IEEE, 2021.
- [4] Verrier, Pinto, Ioana, et Thirion-Moreau. Full ocean depth unbiased speed over ground estimation using a 3d ultra short baseline interferometric doppler velocity sonar. In OCEANS 2022-Chennai, pages 1–5. IEEE, 2022.
- [5] Pinto et Verrier. Interferometric doppler velocity sonar for low bias long range estimation of speed over seabed. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2022.
- [6] Verrier, Pinto, Ioana, et Thirion-Moreau. Mesure de la vitesse par rapport au fond avec un sondeur multi-faisceaux. In *GRETSI 2022*, 2022.
- [7] Verrier, Pinto, Ioana, et Thirion-Moreau. Simulations and experiments with a 1d interferometric doppler velocity sonar. In *OCEANS 2023-Limerick*, pages 1–5. IEEE, 2023.
- [8] Farrell. Aided navigation : GPS with high rate sensors. McGraw-Hill, Inc., 2008.
- [9] Flacelière. Le positionnement inertiel et ses applications terrestres, souterraines et sousmarines. *Revue XYZ*, 125 :48–54, 2010.
- [10] Gade. Integrering av treghetsnavigasjon i en autonom undervannsfarkost. *Institutt for teknisk kybernetikk, Norwegian University of Science and Technology*, 1997.
- [11] Lawrence. *Modern inertial technology : navigation, guidance, and control.* Springer Science & Business Media, 2001.
- [12] Schmidt. The sagnac effect https://www.youtube.com/watch?v=Fk0RvzaHq\_Q.
- [13] Gade. Navlab, a generic simulation and post-processing tool for navigation. 2004.
- [14] Paull, Saeedi, Seto, et Li. Auv navigation and localization : A review. IEEE Journal of oceanic engineering, 39(1):131–149, 2013.
- [15] Schmidt, Raineault, Skarke, Trembanis, et Mayer. Correction of bathymetric survey artifacts resulting from apparent wave-induced vertical position of an auv. 2010.
- [16] Taudien. *Doppler velocity log algorithms : detection, estimation, and accuracy.* The Penn-sylvania State University, 2018.
- [17] Watson et Ahern. *Acoustic Marine Speedometer*. Underwater Sound Laboratory, Harvard University, 1944.
- [18] Pinkel. Acoustic doppler techniques. *Air-Sea Interaction : Instruments and Methods*, pages 171–199, 1980.
- [19] Kritz et Lerner. Digital sonar doppler navigator, Mars 7 1972. US Patent 3,648,225.
- [20] Tal, Klein, et Katz. Inertial navigation system/doppler velocity log (ins/dvl) fusion with partial dvl measurements. *Sensors*, 17(2) :415, 2017.

- [21] Edward. Remote measurement of water currents using correlation sonar. 1979.
- [22] Dickey et Edward. Velocity measurement using correlation sonar. In *Proceedings of the IEEE Conference on Position Location and Navigation, San Diego, USA*, volume 255, page 264, 1978.
- [23] Yu et Gordon. 38 khz broadband phased array acoustic doppler current profiler. In Proceedings of the IEEE Fifth Working Conference on Current Measurement, pages 53–57. IEEE, 1995.
- [24] Urick. Principles of underwater sound : Peninsula. Los Altos, 1983.
- [25] Young, Rowe, Brumley, et Bradley. Trends in acoustic velocity log technology at rd instruments. In Proceedings of the 1998 Workshop on Autonomous Underwater Vehicles (Cat. No. 98CH36290), pages 89–101. IEEE, 1998.
- [26] Jalving, Gade, Svartveit, Willumsen, et Sørhagen. Dvl velocity aiding in the hugin 1000 integrated inertial navigation system. *ffi-publikasjoner.archive.knowledgearc.net*.
- [27] Pinkel. On estimating the quality of doppler sonar data. In *Proceedings of the 1982 IEEE Se*cond Working Conference on Current Measurement, volume 2, pages 113–116. IEEE, 1982.
- [28] Taudien et Bilén. Quantifying long-term accuracy of sonar doppler velocity logs. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 43(3):764–776, 2017.
- [29] Taudien, Rivalan, et Bilén. Field validation of long-term accuracy model with phased array dvls. In OCEANS 2017-Anchorage, pages 1–6. IEEE, 2017.
- [30] Pinto. Split-beam range-gated doppler velocity sonar for operations at high altitude above the seabed. In *OCEANS 2018 MTS/IEEE Charleston*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [31] Lurton. Acoustique sous-marine : présentation et applications. Editions Quae, 1998.
- [32] Jensen. Sonar Acoustics Handbook. NURC, La Spezia, 2008.
- [33] Marage et Mori. Sonar and underwater acoustics. John Wiley & Sons, 2013.
- [34] Medwin. Speed of sound in water : A simple equation for realistic parameters. *The Journal* of the Acoustical Society of America, 58(6) :1318–1319, 1975.
- [35] Fisher et Simmons. Sound absorption in sea water. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 62(3):558–564, 1977.
- [36] Francois et Garrison. Sound absorption based on ocean measurements : Part i : Pure water and magnesium sulfate contributions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 72(3) :896–907, 1982.
- [37] Francois et Garrison. Sound absorption based on ocean measurements. part ii : Boric acid contribution and equation for total absorption. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 72(6) :1879–1890, 1982.
- [38] Ainslie et McColm. A simplified formula for viscous and chemical absorption in sea water. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(3):1671–1672, 1998.
- [39] NPL (National Physical Laboratory). Calculation of absorption of sound in seawater http: //resource.npl.co.uk/acoustics/techguides/seaabsorption/.
- [40] Song, Willett, et Zhou. Range bias modeling for hyperbolic-frequency-modulated waveforms in target tracking. *IEEE journal of Oceanic Engineering*, 37(4):670–679, 2012.
- [41] Lhermitte et Serafin. Pulse-to-pulse coherent doppler sonar signal processing techniques. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 1(4) :293–308, 1984.
- [42] Schmitt, Abda, Fischer, et Pallares. Utilisation de l'effet doppler dans la mesure par ultrasons pulses de profils de vitesses. *La Houille Blanche*, (3) :108–114, 2009.

- [43] Tomasi, Zappa, McCoy, Casari, et Zorzi. Experimental study of the space-time properties of acoustic channels for underwater communications. In OCEANS'10 IEEE SYDNEY, pages 1–9. IEEE, 2010.
- [44] Homicz et Lordi. A note on the radiative directivity patterns of duct acoustic modes. *Journal* of Sound and Vibration, 41(3):283–290, 1975.
- [45] Gensane. A statistical study of acoustic signals backscattered from the sea bottom. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 14(1):84–93, 1989.
- [46] Miller et Rochwarger. A covariance approach to spectral moment estimation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 18(5):588–596, 1972.
- [47] Al-Kashi. Formule d'al-kashi, loi des cosinus https://www.bibmath.net/dico/index. php?action=affiche&quoi=./a/alkashi.html.
- [48] Pinto. Long term accuracy of synthetic aperture sonar micronavigation using a displaced phase centre antenna. In *OCEANS 2018 MTS/IEEE Charleston*, pages 1–6. IEEE, 2018.
- [49] Ferréol. *Radio-goniométrie : modélisation, algorithmes, performances.* Thèse de Doctorat, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2005.
- [50] Marcos. Les méthodes à haute résolution Traitement d'antenne et analyse spectrale. Hermes, 1998.
- [51] Richmond. Capon and bartlett beamforming : Threshold effect in direction-of-arrival estimation error and on the probability of resolution. Technical report, MASSACHUSETTS INST OF TECH LEXINGTON LINCOLN LAB, 2005.
- [52] Van Trees. Optimum array processing : Part IV of detection, estimation, and modulation theory. John Wiley & Sons, 2002.
- [53] Brokloff et Ned. Matrix algorithm for doppler sonar navigation. In *Proceedings of OCEANS'94*, volume 3, pages III-378. IEEE, 1994.
- [54] Bellettini et Pinto. Theoretical accuracy of synthetic aperture sonar micronavigation using a displaced phase-center antenna. *IEEE journal of oceanic engineering*, 27(4):780–789, 2002.
- [55] Cervenka. Geometric decorrelation in acoustic tools for surveying the seafloor. In *Acoustics* 2012, 2012.
- [56] Balleri et Farina. Ambiguity function and accuracy of the hyperbolic chirp : comparison with the linear chirp. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 11(1):142–153, 2017.
- [57] Kelly et Wishner. Matched-filter theory for high-velocity, accelerating targets. *IEEE Transactions on Military Electronics*, 9(1):56–69, 1965.
- [58] Thirion-Moreau et Arques. Analyses temps-fréquence linéaires et quadratiques. Techniques de l'ingénieur. Télécoms, (TE5240):TE5240–1, 2002.
- [59] Rabiner, Schafer, et Rader. The chirp z-transform algorithm. *IEEE transactions on audio and electroacoustics*, 17(2):86–92, 1969.
- [60] Bluestein. A linear filtering approach to the computation of discrete fourier transform. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 18(4) :451–455, 1970.
- [61] Abadie et Viala. Le sondeur multifaisceaux en hydrographie : utilisations actuelles et futures. *XYZ*, 157 :17–27, 2018.
- [62] Matte, Charlot, Lerda, N'Guyen, Giovanni, Rioblanc, et Mosca. Seapix : an innovative multibeam multiswath echosounder for water column and seabed analysis. In *Hydro17 Conference Proceedings*, pages 21–23, 2017.
- [63] Phillips, Hailey, et Gebert. A review of attitude kinematics for aircraft flight simulation. In *Modeling and Simulation Technologies Conference*, page 4302, 2000.
- [64] Van Veen et Buckley. Beamforming : A versatile approach to spatial filtering. *IEEE assp* magazine, 5(2) :4–24, 1988.

# A

# Calculs approfondis et démonstrations

Cette annexe approfondit, développe et démontre les formules sur lesquelles reposent les développements des chapitres 4 et 5.

# A.1 Développement de $\gamma_b$

On part de :

$$\gamma_{b} = \frac{1}{2k} \arg \int_{I} e^{2ik \left(\eta_{0} \Delta \theta - \gamma_{0} \frac{1}{2} \Delta \theta^{2}\right)} B(\Delta \theta) X(\alpha) d\alpha$$
(A.1)

avec :

$$\begin{cases} \Delta \theta = \alpha - \theta \\ X(\alpha) \simeq X_{\theta} + X'_{\theta} \Delta \theta \end{cases} \quad \text{et } \Delta \alpha^{2}_{rms} = \frac{\int_{I} \Delta \theta^{2} B(\Delta \theta) d\alpha}{\int_{I} B(\Delta \theta) d\alpha} \tag{A.2}$$

On utilise le développement limité de l'exponentiel au premier ordre :

$$\begin{split} &\int_{I} e^{2ik\left(\eta_{0}\Delta\theta-\gamma_{0}\frac{1}{2}\Delta\theta^{2}\right)} B\left(\Delta\theta\right) X\left(\alpha\right) d\alpha \simeq \int_{I} \left(1+2ik\eta_{0}\Delta\theta-ik\gamma_{0}\Delta\theta^{2}\right) B\left(\Delta\theta\right) \left(X_{\theta}+X_{\theta}'\Delta\theta\right) d\alpha \\ &= \int_{I} X_{\theta} B\left(\Delta\theta\right) d\alpha + \int_{I} B\left(\Delta\theta\right) \Delta\theta \left(2ik\eta_{0}X_{\theta}+X_{\theta}'\right) d\alpha + \int_{I} B\left(\Delta\theta\right) \Delta\theta^{2} \left(2ik\eta_{0}X_{\theta}'-ik\gamma_{0}X_{\theta}\right) d\alpha \\ & \text{La deuxième intégrale est nulle puisque } B\left(\Delta\theta\right) \Delta\theta \text{ est impaire.} \\ &= X_{\theta} \int_{I} B\left(\Delta\theta\right) d\alpha + 2ik\left(\eta_{0}X_{\theta}'-\frac{1}{2}\gamma_{0}X_{\theta}\right) \int_{I} B\left(\Delta\theta\right) \Delta\theta^{2} d\alpha \\ &= \left(X_{\theta}+2ik\left(\eta_{0}X_{\theta}'-\frac{1}{2}\gamma_{0}X_{\theta}\right) \Delta\alpha_{rms}^{2}\right) \int_{I} B\left(\Delta\theta\right) d\alpha \end{split}$$
(A.3)

Alors :

$$\gamma_b = \frac{1}{2k} \arg \int_I \left( X_\theta + 2ik \left( \eta_0 X_\theta' - \frac{1}{2} \gamma_0 X_\theta \right) \Delta \alpha_{rms}^2 \right) B(\Delta \theta) \, d\alpha$$

or, argument  $\simeq$  partie imaginaire / partie réelle, donc :

$$\gamma_b \simeq \frac{1}{2k} 2k \left( \eta_0 X'_{\theta} - \frac{1}{2} \gamma_0 X_{\theta} \right) \Delta \alpha_{rms}^2 \frac{1}{X_{\theta}}$$

$$= - \left( \gamma_0 \frac{1}{2} - \eta_0 \frac{X'_{\theta}}{X_{\theta}} \right) \Delta \alpha_{rms}^2$$
(A.4)

# A.2 Développement de $\gamma_d$

On développe l'intégrale suivante :

$$\Gamma_{\theta} = \int_{I} e^{2ik \langle \overrightarrow{C_{1}C_{2}}, \overrightarrow{S_{\rho}} \rangle} B(\theta, \rho) d\rho$$
(A.5)

avec :

$$\overrightarrow{C_1C_2} = \begin{pmatrix} |C_1C_2|_x \\ |C_1C_2|_y \\ |C_1C_2|_z \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{S_{\theta}} = \begin{pmatrix} \sin\theta \\ 0 \\ -\cos\theta \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{S_{\rho}} = \begin{pmatrix} \sin\theta\cos\rho \\ \sin\theta\sin\rho \\ -\cos\theta \end{pmatrix} \qquad \Delta\rho_{rms}^2 = \frac{\int_I \rho^2 B(\theta,\rho) d\rho}{\int_I B(\theta,\rho) d\rho}$$
(A.6)

Cela donne :

$$\begin{split} \Gamma_{\theta} &\simeq \int_{I} \left( 1 + 2ik \left\langle \overrightarrow{C_{1}C_{2}}, \overrightarrow{S_{\rho}} \right\rangle \right) B(\theta,\rho) d\rho \\ &= \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho + 2ik |C_{1}C_{2}|_{x} \sin \theta \int_{I} \cos \rho B(\theta,\rho) d\rho \\ &+ 2ik |C_{1}C_{2}|_{y} \sin \theta \int_{I} \sin \rho B(\theta,\rho) d\rho - 2ik |C_{1}C_{2}|_{z} \cos \theta \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho \\ &\text{L'intégrale en facteur de } |C_{1}C_{2}|_{y} \text{ est nulle car impaire} \\ &= \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho + 2ik |C_{1}C_{2}|_{x} \int_{I} (\sin \theta + \sin \theta (\cos \rho - 1)) B(\theta,\rho) d\rho \\ &- 2ik |C_{1}C_{2}|_{z} \cos \theta \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho \\ &= \left(1 + 2ik \langle \overrightarrow{C_{1}C_{2}}, \overrightarrow{S_{\theta}} \rangle\right) \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho + 2ik |C_{1}C_{2}|_{x} \sin \theta \int_{I} (\cos \rho - 1) B(\theta,\rho) d\rho \\ &\simeq \left(1 + 2ik \langle \overrightarrow{C_{1}C_{2}}, \overrightarrow{S_{\theta}} \rangle\right) \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho - ik |C_{1}C_{2}|_{x} \sin \theta \int_{I} \rho^{2} B(\theta,\rho) d\rho \\ &= \left(1 + 2ik \langle \overrightarrow{C_{1}C_{2}}, \overrightarrow{S_{\theta}} \rangle\right) \int_{I} B(\theta,\rho) d\rho - ik |C_{1}C_{2}|_{x} \sin \theta \int_{I} \rho^{2} B(\theta,\rho) d\rho \end{aligned}$$
(A.7)

Cherchons  $\gamma_d$  le biais de diffraction tel que arg  $\Gamma_{\theta} = 2k(\gamma_0 + \gamma_d)$ :

$$\Rightarrow 2k(\gamma_0 + \gamma_d) = \arg \Gamma_{\theta} = 2k \left( \langle \overrightarrow{C_1 C_2}, \overrightarrow{S_{\theta}} \rangle - \frac{1}{2} |C_1 C_2|_x \sin \theta \Delta \rho_{rms}^2 \right)$$
(A.8)

Or  $\gamma_0 = |C_1 C_2|_x \sin \theta - |C_1 C_2|_z \cos \theta$  et  $\eta_0 = |C_1 C_2|_x \cos \theta + |C_1 C_2|_z \sin \theta$ 

$$\Rightarrow \gamma_d = -\frac{1}{2} |C_1 C_2|_x \sin \theta \Delta \rho_{rms}^2 \tag{A.9}$$

Cherchons à exprimer  $|C_1C_2|_x$  en fonction de  $\gamma_0$ ,  $\eta_0$  et  $\theta$ :

$$|C_{1}C_{2}|_{x}\sin\theta = \gamma_{0} + |C_{1}C_{2}|_{z}\cos\theta = \gamma_{0} + \frac{\eta_{0} - |C_{1}C_{2}|_{x}\cos\theta}{\sin\theta}\cos\theta = \gamma_{0} + \frac{\eta_{0}}{\tan\theta} - |C_{1}C_{2}|_{x}\frac{\cos^{2}\theta}{\sin\theta}$$
  
$$\Leftrightarrow |C_{1}C_{2}|_{x}\frac{\sin^{2}\theta + \cos^{2}\theta}{\sin\theta} = \gamma_{0} + \frac{\eta_{0}}{\tan\theta} \qquad \Leftrightarrow \qquad |C_{1}C_{2}|_{x} = \left(\gamma_{0} + \frac{\eta_{0}}{\tan\theta}\right)\sin\theta$$
(A.10)

On injecte dans (A.9) :

$$\Rightarrow \gamma_d = -\frac{1}{2} \left( \gamma_0 + \frac{\eta_0}{\tan \theta} \right) \sin^2 \theta \Delta \rho_{rms}^2$$
(A.11)

Cherchons à exprimer  $\rho$  en fonction de  $\omega$  :

$$\cos \omega = \langle \overrightarrow{S_{\theta}}, \overrightarrow{S_{\rho}} \rangle = \sin^2 \theta \cos \rho + \cos^2 \theta = \sin^2 \theta (\cos \rho - 1) + 1$$
  

$$\Rightarrow 1 - \frac{\omega^2}{2} = \sin^2 \theta \left( 1 - \frac{\rho^2}{2} - 1 \right) + 1$$

$$\Rightarrow \omega = \rho \sin \theta$$
(A.12)

Alors :

$$\Delta \rho_{rms}^2 = \frac{\int_I \rho^2 B(\theta, \rho) d\rho}{\int_I B(\theta, \rho) d\rho} = \frac{\frac{1}{\sin^3 \theta} \int_{I'} \omega^2 B\left(\theta, \frac{\omega}{\sin \theta}\right) d\omega}{\frac{1}{\sin \theta} \int_{I'} B\left(\theta, \frac{\omega}{\sin \theta}\right) d\omega} = \frac{1}{\sin^2 \theta} \Delta \omega_{rms}^2$$
(A.13)

On injecte dans (A.9), on obtient alors :

$$\gamma_d = -\frac{1}{2} \left( \gamma_0 + \frac{\eta_0}{\tan \theta} \right) \Delta \omega_{rms}^2 \tag{A.14}$$

#### A.3 Démonstration de la Matrice Doppler non hermitienne

#### Preuve par l'absurde :

Supposons que la Matrice Doppler  $\Gamma$  présente une symétrie hermitienne. Alors on a l'égalité arg  $\Gamma_{a,b} = -\arg \Gamma_{b,a}$  pour tout couple de capteurs *a* et *b*. On pose les phases Doppler suivantes :  $\Phi_{A_2B_1} = \arg \Gamma_{a,b}$  et  $\Phi_{B_2A_1} = \arg \Gamma_{b,a}$ . On a  $\Phi_{A_2B_1}$  qui correspond au retard de l'écho 2 sur le capteur A qu'a l'écho 1 sur le capteur B par rapport à l'inter-pulse, et  $\Phi_{B_2A_1}$ , le retard de l'écho 2 sur le capteur B qu'a l'écho 1 sur le capteur A par rapport à l'inter-pulse.

Or, d'après l'équation (4.14), la phase Doppler pour un point brillant, correspond à la différence de marche, c'est à dire, en temps de parcours :  $\Phi_{X_2Y_1} = -2\pi f_0 \left( t_{R_2^X} - t_{R_1^Y} - \Delta t \right)$  si bien que :

$$\arg\Gamma_{a,b} = -\arg\Gamma_{b,a} \implies t_{R_2^A} - t_{R_1^B} - \Delta t + t_{R_2^B} - t_{R_1^A} - \Delta t = 0$$
(A.15)

On pose t' le temps qu'il faut à l'écho pour traverser l'antenne du capteur A au capteur B. Alors, pour  $p = 1, 2, t_{R_p^B} = t_{R_p^A} + t'$ . Cela donne :

$$\arg\Gamma_{a,b} = -\arg\Gamma_{b,a} \Rightarrow t_{R_2^A} - t_{R_1^A} - t' - \Delta t + t_{R_2^A} + t' - t_{R_1^A} - \Delta t = 0 \Rightarrow t_{R_2^A} - t_{R_1^A} = \Delta t \quad (A.16)$$

L'égalité n'est donc vraie que si l'écart entre les deux échos reste inchangé de l'émission, reste l'inter-pulse. Autrement dit, l'égalité n'est vraie que si la phase Doppler est nulle. Absurde.

#### A.4 Démonstration de l'interférométrie

On va montrer que le vecteur d'onde  $\vec{k}$  maximise *D* si il est le vecteur d'onde moyen de l'écho du fond.

On part alors de la fonction D:

$$D\left(\vec{k}\right) = \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} e^{i\langle \vec{k}, \vec{r_b} - \vec{r_a} \rangle} \Gamma_{a,b}$$
(A.17)

Les modules des composantes de la matrice pondèrent les phases dans la double somme. On va prendre le cas simple : chaque composante est de norme 1. Cela nous permet de ne raisonner qu'en phase. Alors la double somme devient :

$$D\left(\vec{k}\right) = \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} \exp\left(i\langle \vec{k}, \vec{AB} \rangle + i\Phi_{A_2B_1}\right)$$
(A.18)

D'après (4.34), si  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde de l'écho, alors le produit scalaire se décompose de la façon suivante :

$$D\left(\vec{k}\right) = \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} \exp\left(i\Phi_{B_2A_1} - i\Phi_{A_2A_1} + i\Phi_{A_2B_1}\right)$$
(A.19)

Et par relation de Chasles, la double somme se ramène à une somme simple :

$$D(\vec{k}) = \sum_{a,b}^{N_C \times N_C} \exp(i\Phi_{B_2B_1}) = \sum_{b}^{N_C} N_C \exp(i\Phi_{B_2B_1})$$
(A.20)

On comprend alors qu'en balayant un ensemble de vecteurs d'ondes, le vecteur d'onde qui correspond au plus au vecteur d'onde de l'écho réaligne les phases, ce qui maximise le module.

On pose  $\Phi$  la phase Doppler généralisée de l'antenne. Alors pour  $\vec{k}$  qui maximise |D|, on a bien l'égalité suivante :

$$\Phi = \arg D\left(\vec{k}\right) \tag{A.21}$$

La phase Doppler généralisée de l'antenne est donc la moyenne de la diagonale de la matrice Doppler.

#### A.5 L'angle d'émission en fonction de l'angle de réception



FIGURE A.1 – Le triangle TRS

On rappelle, figure A.1, que  $t_M$  est le temps qu'il faut à l'onde pour parcourir la distance |TS| du transducteur à l'émission T au diffuseur S, et que  $t_R$  est le temps qu'il faut à l'onde pour

parcourir la distance |TS| + |RS|, soit les distances du transducteur à l'émission T au diffuseur S et du diffuseur S au transducteur en déplacement à la réception R. Le transducteur se déplace à la vitesse v et l'onde sonore, à la vitesse c.

D'une part, on développe  $\cos \varepsilon_T$  à l'aide du théorème d'Al-Kashi :

$$\cos\varepsilon_{T} = \frac{|TS|^{2} + |TR|^{2} - |RS|^{2}}{2|TS||TR|} = \frac{c^{2}t_{M}^{2} + v^{2}t_{R}^{2} - c^{2}(t_{R} - t_{M})^{2}}{2ct_{M}vt_{R}} = \frac{v^{2}t_{R}^{2} - c^{2}t_{R}^{2} + 2c^{2}t_{R}t_{M}}{2ct_{M}vt_{R}}$$
(A.22)

D'autre part, on développe  $\cos \omega$  à l'aide du théorème d'Al-Kashi :

$$\cos\omega = \frac{|TR|^2 + |RS|^2 - |TS|^2}{2|TR||RS|} = \frac{v^2 t_R^2 + c^2 (t_R - t_M)^2 - c^2 t_M^2}{2v t_R c (t_R - t_M)} = \frac{v^2 t_R^2 + c^2 t_R^2 - 2c^2 t_R t_M}{2v t_R c (t_R - t_M)}$$
(A.23)

On isole  $t_M$  de (A.23) pour obtenir son expression en fonction de  $\cos \omega$  et de  $t_R$ :

$$\Rightarrow (t_R - t_M) \cos \omega + \frac{2c^2 t_R}{2v t_R c} t_M = \frac{v^2 t_R^2 + c^2 t_R^2}{2v t_R c} \Rightarrow t_M \left(\frac{c}{v} - \cos \omega\right) = t_R \left(\frac{v^2 + c^2}{2v c} - \cos \omega\right)$$

$$\Rightarrow t_M = \frac{v^2 + c^2 - 2vc \cos \omega}{c - v \cos \omega} \frac{v}{2v c} t_R = \frac{v^2 + c^2 - 2vc \cos \omega}{2c^2 - 2cv \cos \omega} t_R = K t_R$$

$$(A.24)$$

On injecte  $t_M$  dans (A.22) :

$$\cos \varepsilon_{T} = \frac{v^{2}t_{R}^{2} - c^{2}t_{R}^{2} + 2Kc^{2}t_{R}^{2}}{2Kcvt_{R}^{2}} = \frac{v^{2} - c^{2} + 2Kc^{2}}{2Kcv}$$

$$= \frac{(v^{2} - c^{2})(2c^{2} - 2cv\cos\omega) + 2c^{2}(v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega)}{2cv(v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega)}$$

$$= \frac{(v^{2} - c^{2})(c - v\cos\omega) + c(v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega)}{v(v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega)}$$

$$= \frac{v^{2}c - c^{3} - v^{3}\cos\omega + c^{2}v\cos\omega}{v(v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega)}$$

$$= \frac{2v^{2}c - v^{3}\cos\omega - c^{2}v\cos\omega}{v(v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega)} = \frac{2vc - (v^{2} + c^{2})\cos\omega}{v^{2} + c^{2} - 2cv\cos\omega}$$
(A.25)

Or  $\cos \varepsilon_R = -\cos \omega$ , ce qui donne :

$$\cos \varepsilon_T = \frac{2cv + (c^2 + v^2)\cos \varepsilon_R}{c^2 + v^2 + 2cv\cos \varepsilon_R}$$
(A.26)

# Estimation de la vitesse par rapport au fond au travers d'un Sondeur Multi-Faisceaux

# Résumé

Parmi l'ensemble des sondeurs qui peuvent équiper un véhicule marin, le DVL (Doppler Velocity Log) est celui qui mesure la vitesse de déplacement par rapport au fond de la mer. Comme la localisation par satellites est impossible sous l'eau, le DVL devient indispensable pour la navigation et la précision de localisation géographique sous-marine. Pour mesurer la vitesse, le DVL émet une paire d'impulsions acoustiques similaires vers le fond. Les ondes se propagent dans l'eau, se réfléchissent sur le fond et reviennent à l'instrument en déplacement. Le déphasage causé par l'effet Doppler entre les échos est calculé à l'aide de l'auto-corrélation. Cela revient à moyenner la phase Doppler sur toute l'empreinte du faisceau sur le fond. Cette moyenne est biaisée à cause de la répartition non symétrique de l'énergie du faisceau autour de son axe. Le biais diminue en affinant le faisceau en augmentant la fréquence, ce qui se fait au détriment de la portée. Les travaux présentés dans cette thèse visent à caractériser premièrement ce biais et proposent ensuite l'innovation suivante pour réduire le biais : l'ajout d'un traitement interférométrique pour coupler l'estimation de la direction d'arrivée des échos avec la mesure Doppler. Ce DVL interférométrique, équipé d'un réseau de capteurs à la réception, réduit d'un facteur 10 à 20 le biais d'après les simulations numériques qui ont été réalisées. Pour valider expérimentalement l'approche proposée, la méthode est mise en œuvre sur un sondeur multifaisceaux. Leur fréquence d'utilisation plus basse permet d'augmenter la portée. Cette thèse propose également une nouvelle formule d'auto-corrélation large bande dans le but de réduire la variance. Le biais, la variance et la portée du DVL sont des facteurs cruciaux pour une bonne navigation autonome sous-marine. Un biais plus faible, une mesure plus stable, et une meilleure portée permettent un positionnement toute profondeur plus précis pour une navigation sous-marine autonome plus longue et plus profonde.

**Mots-clés**: SONAR, Navigation sous-marine, DVL (Doppler Velocity Log), Interférométrie

# Abstract

The DVL (Doppler Velocity Log) is the sensor which measures the speed over ground of underwater vehicles. The satellite location is unavailable underwater, so the DVL becomes essential for the navigation underwater and for the geographic location accuracy underwater. To measure the speed, the DVL emits a acoustic similar pair pulse towards the seabed. Waves spread in the water, they are reflected on the seabed, and come back to the emitter which keeps on moving. The phase shift caused by the Doppler effect between echoes is calculed with the autocorrelation. It is equivalent to mean the Doppler phase on all footprint of beam on the seabed. This mean is biased because the energy of beam is not symmetrical at the reception. To reduce this bias, the current strategy consists of refining the beam on transmission while increasing the frequency of the transmitted signals which degrades the range. Firstely, this thesis characterizes this bias and then it proposes the next innovation to reduce the biase : the add of interferometric processing to couple the estimation of the direction of arrival of the echoes with the Doppler measurement. This interferometric DVL, with his sensors array at the reception, reduces by between 10 and 20 the bias according to simulations. This method is employed on a multibeam echo sounder. His lower frequency allows to increase the range. Also, this thesis proposes a new wideband autocorrelation to reduce the variance. The bias, the variance and the range of DVL are very important for a good underwater autonomous navigation. A smaller bias, a more stable measurement, and a better range alow more precise all-depth positioning for longer and deeper autonomous underwater navigation.



**Keywords**: SONAR, Underwater navigation, DVL (Doppler Velocity Log), Interferometry