



HAL
open science

Modélisation de l'initiation de fissures en fatigue de contact

Lucas Fourel

► **To cite this version:**

Lucas Fourel. Modélisation de l'initiation de fissures en fatigue de contact. Mécanique des structures [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2023. Français. NNT : 2023ISAL0070 . tel-04391278

HAL Id: tel-04391278

<https://theses.hal.science/tel-04391278>

Submitted on 12 Jan 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSA

N° d'ordre NNT : 2023ISAL0070

THESE de DOCTORAT DE L'INSA LYON, membre de l'Université de Lyon

**Ecole Doctorale N° 162
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

Spécialité : Génie Mécanique

Soutenue publiquement le 05/10/2023, par :
Lucas Fourel

Modélisation de l'initiation de fissures en fatigue de contact

Devant le jury composé de :

Pr. Rob DWYER-JOYCE	University of Sheffield	Président
Dr. HDR. Agnès FABRE	Arts et Métiers Sciences et Technologies - MSMP	Rapporteuse
Dr. HDR. Mathieu RENOUF	Université de Montpellier – LMGC	Rapporteur
Dr. Jean-Philippe NOYEL	ECAM LaSalle – LabECAM	Co-directeur
Pr. Xavier KLEBER	INSA Lyon – MATEIS	Encadrant
Pr. Fabrice VILLE	INSA Lyon – LaMCoS	Directeur

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> https://www.edchimie-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Stéphane DANIELE C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	<u>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> https://edeea.universite-lyon.fr Sec. : Stéphanie CAUVIN Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 secretariat.edeea@insa-lyon.fr	M. Philippe DELACHARTRE INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 philippe.delachartre@insa-lyon.fr
E2M2	<u>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</u> http://e2m2.universite-lyon.fr Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	Mme Sandrine CHARLES Université Claude Bernard Lyon 1 UFR Biosciences Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69622 Villeurbanne CEDEX sandrine.charles@univ-lyon1.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</u> http://ediss.universite-lyon.fr Sec. : Bénédicte LANZA Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie RICARD-BLUM Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	<u>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</u> http://edinfomaths.universite-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 infomaths@univ-lyon1.fr	M. Hamamache KHEDDOUCI Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr
Matériaux	<u>MATÉRIAUX DE LYON</u> http://ed34.universite-lyon.fr Sec. : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 yann.de-ordenana@ec-lyon.fr	M. Stéphane BENAYOUN Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 stephane.benayoun@ec-lyon.fr
MEGA	<u>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> http://edmega.universite-lyon.fr Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon mega@insa-lyon.fr	M. Jocelyn BONJOUR INSA Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69621 Villeurbanne CEDEX jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> https://edsciencessociales.universite-lyon.fr Sec. : Mélina FAVETON INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.77.79 melina.faveton@univ-lyon2.fr	M. Bruno MILLY Université Lumière Lyon 2 86 Rue Pasteur 69365 Lyon CEDEX 07 bruno.milly@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont rendu possible ce projet de thèse et qui ont contribué à ces travaux de recherche.

Merci à Agnès Fabre et Mathieu Renouf pour avoir lu et rapporté cette thèse. Merci à Rob Dwyer-Joyce pour avoir présidé le jury lors de la soutenance.

Merci à mon directeur de thèse Fabrice Ville pour sa confiance, son expertise et ses précieux conseils. Merci à mon co-directeur Jean-Philippe Noyel pour son accompagnement, sa rigueur et sa gentillesse. Merci à mes encadrants Xavier Kléber et Philippe Sainsot pour leurs nombreuses recommandations. Je suis profondément reconnaissant envers vous pour votre support scientifique, pour m'avoir transmis vos outils et vos méthodes de travail ainsi que pour vos nombreuses idées. Votre bonne humeur et votre motivation m'ont permis de travailler dans un climat agréable tout au long de ces trois années.

Merci à l'INSA Lyon, à l'ECAM LaSalle, à l'école doctorale MEGA et à INSA-VALOR pour leur accueil. Merci à l'ensemble du personnel des laboratoires LaMCoS, LabECAM et MATEIS. Merci en particulier à Etienne Bossy pour m'avoir introduit à ce sujet de recherche et à Sophie De Oliveira pour son accompagnement et son aide organisationnelle et administrative. Merci à mes collègues doctorants pour tous les bons moments passés ensemble. Merci à toutes les personnes de la communauté scientifique que j'ai rencontré pour avoir apporté un regard extérieur, pertinent et constructif sur nos travaux de recherche.

Merci à ma famille, mes amis et Victoria pour leur soutien au quotidien.

Résumé

La fatigue de contact engendre une dégradation de la surface des composants tels que les roulements à billes, les dentures d'engrenages ou encore les roues et rails ferroviaires. Ce phénomène est causé par l'initiation et la propagation de fissures et implique de multiples processus physiques à différentes échelles. Les approches empiriques sont majoritairement utilisées par les ingénieurs pour modéliser l'endommagement et dimensionner les composants concernés par la fatigue de contact.

Dans cette étude, un modèle numérique de l'initiation de fissures en fatigue de contact est développé afin de mieux comprendre ce phénomène qui est difficilement observable expérimentalement. Le déplacement d'un contact à la surface d'un solide polycristallin est simulé dans un volume élémentaire représentatif en 3D. La microstructure est générée par la méthode de Voronoi et les contraintes mécaniques sont calculées par la méthode Green-FFT. L'amplitude de variation des contraintes au cours du cycle de sollicitation est utilisée pour calculer la position, l'orientation et la durée d'initiation de fissures avec une approche inspirée des travaux de Tanaka et Mura. Cette approche est basée sur l'accumulation de dislocations dans les bandes de glissement des différents grains du matériau. Le caractère aléatoire de la géométrie des grains et de leurs orientations cristallines permet d'obtenir des distributions statistiques.

Deux scénarios d'initiation de fissures en fatigue de contact sont analysés : l'initiation en sous-surface en présence d'une inclusion et l'initiation en surface causée par un indent. Dans le premier scénario, différents sites d'initiation de fissures sont identifiés selon la rigidité de l'inclusion. Dans le second scénario, les fissures sont initiées en face de l'épaulement de l'indent et orientées à 45° de la surface. La taille d'inclusion, la taille d'indent et la taille de grains ont une influence importante sur la durée d'initiation moyenne.

Abstract

Rolling contact fatigue leads to surface degradation of components such as ball bearings, gear teeth and railway wheels and rails. This phenomenon is caused by the initiation and the propagation of cracks and involves multiple physical processes at different scales. Empirical approaches are mainly used by engineers to model the damage and design the components affected by contact fatigue.

In this study, a numerical model of crack initiation in rolling contact fatigue is developed in order to better understand this phenomenon, which is difficult to detect experimentally. The displacement of a contact on the surface of a polycrystalline solid is simulated in a 3D representative volume element. The microstructure is generated using the Voronoi method and the mechanical stresses are calculated using the Green-FFT method. The shear stress range during the loading cycle is used to compute the position, orientation and duration of crack initiation using an approach inspired by the work of Tanaka and Mura. This approach is based on the accumulation of dislocations in the slip bands of the various grains of the material. The random nature of the geometry of the grains and their crystalline orientations allows to obtain statistical distributions.

Two crack initiation scenarios in rolling contact fatigue are analysed : subsurface initiation in the presence of an inclusion and surface initiation caused by a dent. In the first scenario, crack initiation sites depend on whether the inclusion is softer or stiffer than the grains. In the second scenario, cracks are initiated in front of the dent shoulder and oriented with a 45° angle from the surface. Inclusion size, dent size and grain size have a significant influence on the mean initiation duration.

Table des matières

Remerciements	3
Résumé	4
Abstract	5
Table des matières	8
Liste des symboles	11
Table des figures	16
Liste des tableaux	17
Introduction	18
1 Revue de la littérature	20
1.1 Concepts scientifiques	20
1.1.1 Matériaux solides	21
1.1.2 Mécanique des solides déformables	22
1.1.3 Mécanique des contacts	26
1.1.4 Fatigue des matériaux	29
1.2 Caractérisation de la fatigue de contact	35
1.2.1 Endommagements de surface	35
1.2.2 Comparaison avec la fatigue structurelle	36
1.2.3 Sites d'initiation de fissures	37
1.2.4 Aciers de contact	37
1.2.5 Évolution du matériau	39
1.2.6 Amélioration des performances	39
1.3 Modèles de fatigue de contact	41
1.3.1 Modèles empiriques	41
1.3.2 Modèles physiques et numériques	43
1.3.3 Positionnement de l'étude	47

2	Modèle numérique du contact	50
2.1	Fonctionnement général	50
2.1.1	Objectif	50
2.1.2	Domaine d'analyse	51
2.1.3	Déplacement du contact	52
2.1.4	Échantillonnage aléatoire	52
2.1.5	Étapes de simulation	52
2.1.6	Domaines de simulation	53
2.2	Méthodes numériques	55
2.2.1	Méthode Green-FFT	55
2.2.2	Calcul de la pression de contact macroscopique	62
2.2.3	Calcul des contraintes macroscopiques	66
2.2.4	Calcul des contraintes mésoscopiques	69
2.3	Paramètres de modélisation	75
2.3.1	Propriétés élastiques	75
2.3.2	Taille d'éléments	77
2.3.3	Taille du domaine d'analyse	79
2.3.4	Position du contact	79
2.3.5	Discrétisation du déplacement du contact	80
2.3.6	Taille de la zone tampon	83
2.4	Synthèse	86
3	Modèle d'initiation de fissures	87
3.1	Approche physique de l'initiation de fissures	88
3.1.1	Critère de Tanaka-Mura	89
3.1.2	Variante de l'approche physique	92
3.1.3	Applications de l'approche physique	93
3.2	Implémentation numérique de l'approche physique	95
3.2.1	Géométrie des grains	95
3.2.2	Orientations cristallines	96
3.2.3	Systèmes de glissement	98
3.2.4	Géométrie des bandes de glissement	100
3.2.5	Contraintes résolues	102
3.2.6	Durée d'initiation de fissures	103
3.3	Application à une sollicitation uniaxiale	105
3.3.1	Paramètres d'initiation de fissures	105
3.3.2	Influence de la taille de domaine	106
3.3.3	Nombre d'échantillons	108
3.4	Synthèse	110

4	Compréhension de l'initiation de fissures en fatigue de contact	111
4.1	Paramètres de simulation	111
4.2	Initiation en sous-surface	115
4.2.1	Influence de la taille d'inclusion	119
4.2.2	Influence de la pression de contact	122
4.2.3	Influence de la taille de grains	125
4.3	Initiation en surface indentée	129
4.3.1	Influence de la taille d'indent	133
4.3.2	Influence de la pression de contact	137
4.3.3	Influence de la taille de grains	141
4.4	Discussions	144
4.5	Synthèse	146
	Conclusions et perspectives	148
	Bibliographie	172
A	Modèle analytique de Hills	173
B	Intégration d'une fonction de Green dans un domaine discret	175
C	Relation entre la pression et le déplacement en surface	176
D	Relation entre la pression en surface et les contraintes internes	178
E	Relation entre les contraintes de polarisation et les déformations libres	180
F	Coordonnées d'initiation de fissures	181

Liste des symboles

$(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$	Orientations des fissures
$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$	Angles d'Euler
(C_{11}, C_{12}, C_4)	Propriétés d'élasticité cubique
(hkl)	Indices de Miller
(x'', y'', z'')	Coordonnées locales du système de glissement
(x', y', z')	Coordonnées locales du grain
(x, y, z)	Coordonnées globales
(x_i, y_j, z_k)	Coordonnées discrètes
(Z_1, X, Z_2)	Matrices de rotation d'Euler
$[uvw]$	Indices de direction
ΔU	Énergie cyclique accumulée
Δx_c	Espacement des positions du contact
δ	Rapprochement des solides en contact
$\Delta \tau$	Amplitude de cisaillement
$\Gamma^{\sigma \rightarrow \tilde{\varepsilon}}$	Opérateur de Green contraintes de polarisation - déformations libres
λ	Premier coefficient de Lamé
λ_w	Paramètre d'échelle de Weibull
μ	Module de cisaillement
ν	Coefficient de Poisson
Ω_A	Domaine de calcul des contraintes mésoscopiques
Ω_B	Domaine de calcul des contraintes macroscopiques
Ω_C	Domaine de calcul de la pression de contact
σ	Contraintes

σ^M	Contraintes macroscopiques
τ_0	Cisaillement de Hertz
τ_c	Cisaillement critique
τ_{max}	Cisaillement maximal
$\tilde{\varepsilon}$	Déformations libres
\tilde{u}	Déplacement de fluctuation
ε	Déformations
ς	Contraintes de polarisation
a	Demi-largeur de contact selon x
b	Demi-largeur de contact selon y
C	Tenseur de rigidité
D_d	Diamètre d'indent
D_g	Diamètre équivalent moyen des grains
E	Module de Young
E^*	Module d'élasticité équivalent
e_b	Espacement des bandes de glissement
Er	Erreur
F_w	Fonction de répartition de Weibull
$G^{\varsigma \rightarrow \tilde{\varepsilon}}$	Fonction de Green contraintes de polarisation - déformations libres
$G^{p \rightarrow \sigma}$	Fonction de Green pression-contraintes
$G^{p \rightarrow u}$	Fonction de Green pression-déplacement
h	Séparation des surfaces
h_0	Séparation initiale des surfaces
$K^{p \rightarrow \sigma}$	Kernel de convolution pression-contraintes
$K^{p \rightarrow u}$	Kernel de convolution pression-déplacement
K_d	Paramètre d'épaulement d'indent
k_w	Paramètre de forme de Weibull
L_b	Longueur de bande de glissement
N	Nombre de cycles

n	Nombre de degrés de liberté
n_g	Nombre de grains
N_i	Durée d'initiation
p	Pression de contact
p_0	Pression de Hertz
R_e	Rayon de courbure du solide équivalent
R_g	Matrice de passage du repère global au repère local d'un grain
R_s	Matrice de passage du repère local d'un grain au repère local d'un système de glissement
u	Déplacement normal aux surfaces
U_b	Énergie accumulée dans une bande de glissement
U_c	Énergie élastique complémentaire
U_f	Énergie de rupture d'une bande de glissement
V	Volume
W	Charge
W_f	Énergie surfacique de rupture
W_L	Charge linéique
X_b	Coordonnées de la bande de glissement
x_c	Position du contact selon x
X_g	Coordonnées du grain
z_0	Profondeur de Hertz
Z_d	Profondeur d'indent

Table des figures

1.1	Échelles de description.	21
1.2	Matériau polycristallin, (a) schéma [1], (b) observation microscopique d'un acier [2].	22
1.3	Dislocation dans une structure cristalline [1].	24
1.4	Courbe contrainte-déformation d'un métal [1].	25
1.5	Modes de propagation de fissures [3].	26
1.6	Schéma représentant la nature multiphysique des interactions tribologiques [4].	27
1.7	Contact de Hertz.	28
1.8	Contrainte de cisaillement maximale, (a) contact linéique, (b) contact ponctuel pour un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$	29
1.9	Courbe de Wöhler : amplitude de déformation cyclique admissible en fonction du nombre de cycles (échelle logarithmique).	31
1.10	Initiation de fissures, (a) transgranulaire à l'interface d'une inclusion [5], (b) intergranulaire [6].	33
1.11	Principaux concepts scientifiques liés à la fatigue de contact.	34
1.12	Écaillages causés par la fatigue de contact, (a) sur une denture d'engrenage [7], (b) sur la piste d'un roulement, (c) coupe métallographique [2].	36
1.13	Endommagements par fatigue de contact, (a) initiation en sous-surface causée par une inclusion [8], (b) initiation en surface causée par un indent [9].	37
1.14	Orientations des grains d'un acier obtenues par imagerie EBSD (a) microstructure austénitique avant la trempe, (b) microstructure martensitique après la trempe [10].	38
1.15	Les différents comportements en sollicitation cyclique : (a) parfaitement élastique, (b) shakedown, (c) plasticité cyclique, (d) ratchetting [11].	39
1.16	Volume critique proposé par Lundberg et Palmgren [12, 13], illustré par Ioannides et Harris [14].	42

1.17	Modèles numériques de fatigue de contact, (a) modèle FEM d'endommagement continu de Lorenz et al. [15], (b) modèle FEM avec gradient de taille de grains de Liu et al. [16], modèle FEM utilisant le critère de Dang Van en présence d'une surface indentée et d'un gradient de propriétés [17].	47
1.18	Organigramme du modèle numérique d'initiation de fissures en fatigue de contact.	49
2.1	Domaine d'analyse à la surface d'un roulement à billes.	51
2.2	Domaines de simulations pour trois positions du contact : (a) $x_c < 0$, (b) $x_c = 0$, (c) $x_c > 0$	54
2.3	Calcul du déplacement normal u par convolution de la pression de contact p et la fonction de Green G	56
2.4	Discrétisation du domaine : (a) en 1D, (b) en 2D.	57
2.5	Produit de convolution par la méthode directe (en rouge) et par la méthode FFT (en bleu).	59
2.6	Gain de performance de la convolution fréquentielle sur la convolution directe en fonction du nombre de degrés de liberté.	60
2.7	Contact normal : séparation initiale des surfaces h_0 , rapprochement δ , déplacement élastique u , distance entre les surfaces déformées h	63
2.8	Pression de contact Green-FFT, (a) contact linéique, (b) contact ponctuel. Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle de Hertz en $y = 0$, (c) contact linéique, (d) contact ponctuel.	65
2.9	Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle de Hills avec un contact linéique.	67
2.10	Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle de Hills avec un contact ponctuel.	68
2.11	Modèle éléments finis 2D équivalent.	71
2.12	Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle FEM avec un contact lisse.	73
2.13	Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle FEM avec un contact indenté.	74
2.14	Volume élémentaire de 3000 grains, (a) visualisation des grains, (b) contrainte σ_{xx} normalisée par la déformation moyenne imposée ε_{xx}^M	75
2.15	Convergence des propriétés élastiques équivalentes en fonction du nombre de grains dans le domaine, (a) module de Young E , (b) coefficient de Poisson ν	77
2.16	Contrainte normale σ_{xx} moyennée par grain, (a) résolution = 3, (b) résolution = 10, (c) résolution = 20.	78
2.17	Erreur et coût de calcul relatifs à la résolution de référence.	78
2.18	Discrétisation du déplacement du contact à la surface du domaine d'analyse.	80

2.19	Influence de l'espacement des chargements statiques Δx_c , (a) $\Delta\tau_{xz}$ obtenu avec $\Delta x_c = 0.1a$, (b) $\Delta\tau_{xz}$ obtenu avec $\Delta x_c = 0.5a$, (c) erreur maximale obtenue avec $\Delta x_c = 0.1a$, (d) erreur maximale obtenue avec $\Delta x_c = 0.5a$	81
2.20	Influence de l'espacement entre les chargements sur l'erreur maximale et sur le coût de calcul.	82
2.21	Extension du domaine d'analyse avec une zone tampon.	83
2.22	Influence de la taille de zone tampon. (a) Contrainte σ_{zz} sans zone tampon. (b) Contrainte σ_{zz} avec un domaine étendu par une zone tampon de 25% dans chaque direction. (c) Différence entre les deux.	84
2.23	Influence de la taille de zone tampon sur l'erreur de périodicité maximale et sur le coût de calcul.	85
3.1	Accumulation de dislocations dans une bande de glissement.	88
3.2	Tesselation de Voronoi.	95
3.3	Passage du repère global (x, y, z) au repère local (x', y', z') en trois rotations successives avec les angles d'Euler-Bunge.	96
3.4	(a) Plans de glissement principaux et (b) directions de glissement principales du réseau cubique centré. (c) Plans de glissement principaux et (d) directions de glissement principales du réseau cubique à faces centrées.	99
3.5	Calcul des bandes de glissement dans un grain cubique centré pour les plans de glissement : (a) (110), (b) (101), (c) (0 $\bar{1}1$).	100
3.6	Calcul de la longueur de bande de glissement L_b	101
3.7	Longueur des bandes de glissement L_b	101
3.8	(a) Contrainte normale σ_{xx} , (b) amplitude de cisaillement résolu $\Delta\tau$ dans les bandes de glissement.	102
3.9	Bandes de glissement, (a) énergie linéique accumulée à chaque cycle ΔU , (b) durée d'initiation de fissures N_i , (c) fissure initiée.	103
3.10	Influence de la taille de domaine sur la durée d'initiation de fissures.	108
3.11	Influence de la taille de domaine sur le coefficient de variation de la durée d'initiation moyenne et sur le coût de calcul.	109
4.1	Coordonnées (x, y, z) et orientations $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ d'une fissure.	114
4.2	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ pour les inclusions de taille $D_i = 200 \mu\text{m}$, une pression de Hertz $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$ et une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$	116
4.3	Fissures initiées avec les inclusions de taille $D_i = 200 \mu\text{m}$, une pression de Hertz $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$ et une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$	117
4.4	Papillon de fatigue autour d'une inclusion [18].	118

4.5	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ pour les inclusions souples de différentes tailles, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$, (b) $D_i = 100 \mu\text{m}$	119
4.6	Fissures initiées avec différentes tailles d'inclusions, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) $D_i = 100 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (c) $D_i = 50 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$, (d) $D_i = 100 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$	120
4.7	Influence de la taille d'inclusion sur la durée d'initiation de fissures, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$	121
4.8	Fissures initiées avec différentes pressions de Hertz et une inclusion, (a) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$, (d) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$	123
4.9	Influence de la pression de Hertz sur la durée d'initiation de fissures, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$	124
4.10	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes tailles de grains et une inclusion souple, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$	125
4.11	Fissures initiées avec différentes tailles de grains et une inclusion, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (c) $D_g = 20 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$, (d) $D_g = 60 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$	127
4.12	Influence de la taille de grains sur la durée d'initiation de fissures, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$	128
4.13	Géométrie de l'indent dans le plan $(x, y = 0, z)$ pour un épaulement d'indent $K_d = 12$	129
4.14	Profils des indents de différentes tailles dans le plan $(x, y = 0, z)$, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 50 \text{ kg}$, (c) $W_d = 100 \text{ kg}$	130
4.15	Pression de contact pour la position de contact centré $x_c = 0$ avec l'indent $W_d = 50 \text{ kg}$ et une pression de Hertz $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$	131
4.16	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec l'indent $W_d = 50 \text{ kg}$, une pression de Hertz $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$ et une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$	131
4.17	Fissures initiées avec l'indent $W_d = 50 \text{ kg}$, une pression de Hertz $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$ et une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$	132
4.18	Pression de contact pour la position de contact centré $x_c = 0$ avec différentes tailles d'indents, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 100 \text{ kg}$	133
4.19	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes tailles d'indents, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 100 \text{ kg}$	134
4.20	Fissures initiées avec différentes tailles d'indents, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 50 \text{ kg}$, (c) $W_d = 100 \text{ kg}$	135
4.21	Influence de la taille d'indent sur la durée d'initiation de fissures.	136
4.22	Pression de contact avec différentes pressions de Hertz et une surface indentée, (a) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$	137
4.23	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes pressions de Hertz et une surface indentée, (a) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$	138
4.24	Fissures initiées avec différentes pressions de Hertz et une surface indentée, (a) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$	139

4.25	Influence de la pression de Hertz sur la durée d'initiation de fissures avec une surface indentée.	140
4.26	Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes tailles de grains et une surface indentée, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$	141
4.27	Fissures initiées avec différentes tailles de grains et une surface indentée, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$	142
4.28	Influence de la taille de grains sur la durée d'initiation de fissures avec une surface indentée.	143
F.1	Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$ de différentes tailles, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 100 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 200 \mu\text{m}$	182
F.2	Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$ de différentes tailles, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 100 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 200 \mu\text{m}$	183
F.3	Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$ et différentes pressions de Hertz, (a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$	184
F.4	Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$ et différentes pressions de Hertz, (a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$	185
F.5	Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$ et différentes tailles de grains, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 30 \mu\text{m}$, (c) $D_g = 60 \mu\text{m}$	186
F.6	Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$ et différentes tailles de grains, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 30 \mu\text{m}$, (c) $D_g = 60 \mu\text{m}$	187
F.7	Positions et orientations des fissures initiées avec un indet de différentes tailles, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 50 \text{ kg}$, (c) $W_d = 100 \text{ kg}$	188
F.8	Positions et orientations des fissures initiées avec un indet et différentes pressions de Hertz, (a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$	189
F.9	Positions et orientations des fissures initiées avec un indet et différentes tailles de grains, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 30 \mu\text{m}$, (c) $D_g = 60 \mu\text{m}$	190

Liste des tableaux

1.1	Paramètres du contact de Hertz.	29
2.1	Profondeurs auxquelles sont atteints les maximums de cisaillements pour un contact de Hertz linéique.	79
3.1	Systèmes de glissement principaux des réseaux cristallins cubiques centrés et cubiques à faces centrées.	98
3.2	Taille des côtés des domaines cubiques et nombre de grains correspondant avec une taille de grains de $D_g = 30 \mu\text{m}$	107
3.3	Nombre d'échantillons par groupe et nombre de groupes.	109
4.1	Paramètres numériques utilisés dans les simulations.	112
4.2	Propriétés du matériau utilisées dans les simulations.	112
4.3	Paramètres de la configuration de référence.	113
4.4	Paramètres d'indents.	130
4.5	Influences de la taille de défaut, de la pression de Hertz et de la taille de grains sur la durée d'initiation de fissures en fatigue de contact. . .	146

Introduction

Les contacts entre les pièces mécaniques sont nécessaires au fonctionnement de la plupart des véhicules et des équipements industriels. Ils rendent possible le mouvement relatif entre différents éléments. Les rails de chemin de fer, les engrenages et les roulements sont des exemples de composants de contact. Ces composants jouent un rôle important dans la performance des mécanismes. Dans de nombreux cas, c'est au niveau du contact que se concentrent la dissipation d'énergie ainsi que la dégradation des matériaux.

L'étude présentée dans ce document s'intéresse au principal type de dégradation limitant la durée de vie des composants de contact : la fatigue de contact. Ce phénomène intervient lorsque le composant subit une sollicitation cyclique. C'est le cas de la piste d'un roulement qui endure de nombreux passages de billes à sa surface. Une accumulation de défauts se produit dans le matériau et engendre l'initiation et la propagation de fissures ce qui entraîne une rupture partielle ou complète du composant.

La fatigue des matériaux ne concerne pas uniquement les composants de contact. Cependant, les spécificités de la sollicitation de contact rendent ce phénomène difficile à observer, à comprendre et à prédire. En particulier, la phase d'initiation de fissures implique de nombreux phénomènes physiques à des échelles comparables à la microstructure du matériau. L'initiation de fissures en fatigue de contact peut se produire en surface ou en profondeur du composant selon les conditions de contact et les propriétés des matériaux.

Pour ces différentes raisons, la modélisation numérique de l'initiation de fissures en fatigue est un enjeu majeur pour améliorer la sécurité et la durabilité des composants de contact.

Ce document présente les travaux de recherche qui ont mené au développement d'un nouveau modèle numérique d'initiation de fissures en fatigue de contact.

Une revue de la littérature est proposée dans le chapitre 1. Le premier objectif est de présenter les concepts scientifiques sur lesquels s'appuie cette étude. Le phénomène de fatigue de contact ainsi que les modèles existants sont ensuite présentés.

Dans le chapitre 2, un nouveau modèle numérique du contact est présenté. L'objectif de ce modèle est de calculer les contraintes mécaniques dans la microstructure du matériau au cours d'un cycle de sollicitation de contact.

Le chapitre 3 décrit le critère d'initiation de fissures basé sur l'accumulation d'énergie utilisé dans cette étude.

L'ensemble de ces outils sont utilisés dans le chapitre 4 afin d'analyser la fatigue de contact et de mieux comprendre l'influence de certains paramètres liés à la sollicitation et au matériau sur l'initiation de fissures.

Chapitre 1

Revue de la littérature

La fatigue de contact est une problématique industrielle importante et un objet d'étude scientifique majeur. De nombreux travaux de recherche ont permis de mieux comprendre les phénomènes à l'origine de la dégradation des composants de contact. Ces avancées ont également permis d'améliorer la conception de ces composants, ainsi que les matériaux et les procédés de fabrication.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les travaux de recherche sur lesquels se construit cette étude.

La première partie de ce chapitre présente les concepts scientifiques fondamentaux utilisés dans la suite du document. La deuxième partie propose une description du phénomène de fatigue de contact. La troisième partie présente une revue des modèles de fatigue de contact en soulignant leurs concepts principaux.

1.1 Concepts scientifiques

La fatigue de contact est un phénomène qui concerne les matériaux solides. Il est donc utile de rappeler les concepts scientifiques permettant de décrire ces matériaux.

Les théories scientifiques sont des outils qui permettent de faire des prédictions en accord avec des observations expérimentales. La description la plus précise de la matière est actuellement donnée par la mécanique quantique. Cependant, une description aussi fondamentale n'est souvent pas nécessaire, car de nombreuses informations ne sont pas utiles à plus grande échelle.

Il est alors possible de construire un ensemble de théories qui décrit le comportement de la matière à différentes échelles d'espace et de temps (figure 1.1).

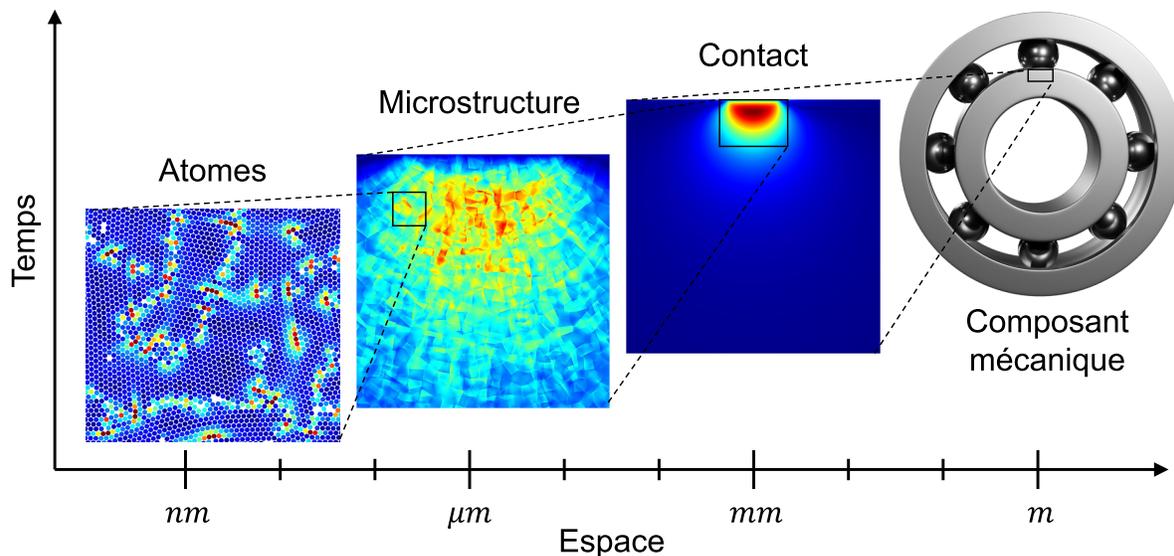


FIGURE 1.1 – Échelles de description.

1.1.1 Matériaux solides

Les matériaux solides sont généralement classés selon leur structure atomique. Les métaux, les polymères et les céramiques sont trois classes principales. Ces matériaux se différencient par leur composition et leurs liaisons atomiques, mais également par leurs propriétés mécaniques à l'échelle macroscopique.

Les métaux sont principalement utilisés pour constituer les composants de contact, en particulier l'acier qui représente la meilleure solution dans la plupart des applications. Cet alliage ainsi que la plupart des métaux ont une microstructure polycristalline : ils sont constitués de plusieurs grains possédant une structure atomique ordonnée et orientée. Comme l'illustre la figure 1.2.a, les joints de grains sont les discontinuités d'orientation cristalline qui séparent les grains. La taille de grains varie parmi les matériaux polycristallins. Pour les aciers des composants de contact, la taille de grains est de l'ordre de quelques dizaines de micromètres comme l'illustre la figure 1.2.b [2].

Bien qu'il soit théoriquement possible de décrire un matériau polycristallin en tenant compte de chacun des atomes qui le constituent, une description représentative de leur comportement collectif est généralement préférable. C'est l'objectif de la mécanique des solides déformables.

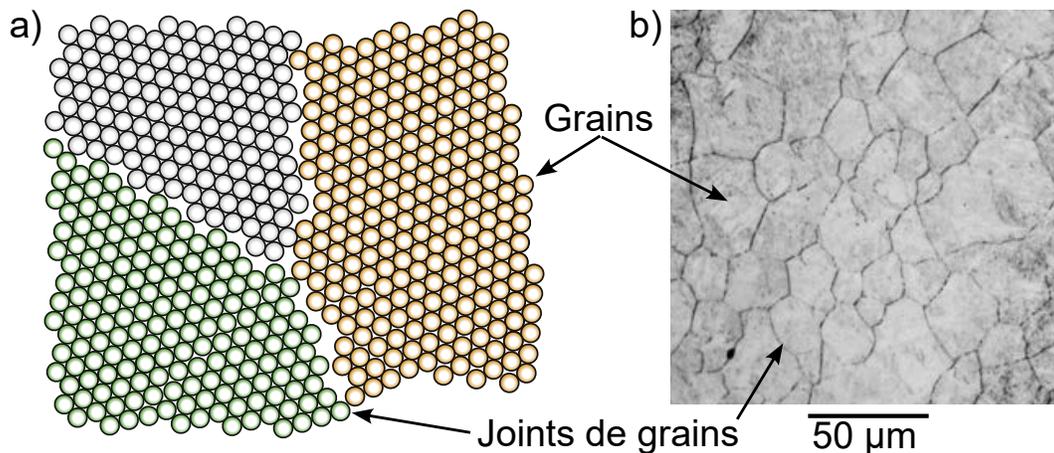


FIGURE 1.2 – Matériau polycristallin, (a) schéma [1], (b) observation microscopique d'un acier [2].

1.1.2 Mécanique des solides déformables

La mécanique des solides déformables décrit le matériau comme un milieu continu dans lequel sont définis des champs tels que les déplacements, les contraintes et les déformations. Le comportement et les interactions de ces grandeurs sont régis par des équations dont les fondements ont été décrits par Leonhard Euler [19], Augustin Louis Cauchy [20] ou encore George Green [21] :

- l'équation du mouvement, dérivée de la seconde loi de Newton et qui assure la conservation de la quantité de mouvement,
- la relation déformation-déplacement,
- l'équation de comportement, qui définit la relation entre les contraintes et les déformations.

Trois principaux types de comportements sont décrits ci-dessous : l'élasticité, la plasticité et la rupture.

1.1.2.1 Élasticité

L'élasticité caractérise la capacité d'un solide à se déformer de manière réversible. Un solide élastique se déforme lorsqu'il est sollicité par une action mécanique externe, mais grâce aux contraintes internes, il retrouve sa forme initiale lorsque la sollicitation cesse.

Si la réponse du solide est proportionnelle à la sollicitation, le comportement est élastique linéaire. De nombreux matériaux solides tels que les métaux, les céramiques ou les polymères ont un comportement élastique linéaire jusqu'à un certain seuil de déformation. Les composants et les structures mécaniques sont généralement conçus pour que les matériaux soient sollicités dans cet intervalle de déformation élastique afin de garantir la réversibilité.

La loi de Hook généralisée formalise le comportement d'un solide élastique linéaire en donnant la relation entre le tenseur des contraintes σ et le tenseur des déformations ε :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1.1)$$

Avec le tenseur de rigidité C .

La plupart des matériaux présentent des symétries de comportement élastique qui réduisent le nombre de constantes indépendantes du tenseur de rigidité C .

Élasticité isotrope Pour les matériaux isotropes, seuls deux paramètres sont nécessaires pour constituer le tenseur de rigidité C_0 et ainsi décrire le comportement. Le module de Young E et le coefficient de Poisson ν sont généralement utilisés. Le tenseur de rigidité isotrope C_0 est alors défini par :

$$C_0 = E \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Les coefficients de Lamé λ et μ (module de cisaillement) peuvent être utilisés de façon interchangeable avec les paramètres E et ν en utilisant les relations suivantes :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (1.3)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.4)$$

Élasticité cubique L'élasticité cubique est un second type de symétrie du tenseur de rigidité. Trois paramètres indépendants sont nécessaires pour décrire le comportement élastique cubique. Les constantes C_{11} , C_{12} et C_{44} sont généralement utilisées. Le tenseur de rigidité cubique C_c est alors défini par :

$$C_c = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

L'élasticité cubique est caractéristique des matériaux possédant une structure cristalline cubique.

Dans un matériau polycristallin, le tenseur de rigidité est orienté différemment en fonction de l'orientation cristalline propre à chaque grain.

Matériau homogène ou hétérogène Dans un matériau homogène, le tenseur de rigidité C est identique en tout point du matériau. En revanche, si le matériau est hétérogène, le tenseur de rigidité C dépend de la position. Un matériau polycristallin peut être décrit comme :

- hétérogène si les phénomènes d'intérêt se produisent à une échelle comparable à la taille de grains,
- homogène si les phénomènes d'intérêt se produisent à une échelle de taille supérieure à la taille de grains.

1.1.2.2 Plasticité

La plasticité est la capacité d'un matériau solide à se déformer de manière permanente. Lorsque la sollicitation cesse, le matériau présente des déformations résiduelles : les déformations plastiques. Dans les matériaux cristallins, la plasticité est liée aux mouvements de dislocations qui réarrangent les atomes sans provoquer d'endommagement (figure 1.3 [1]). Les dislocations se déplacent le long de systèmes de glissement qui sont des combinaisons de plans et de directions qui présentent une résistance minimale. Lors de leurs mouvements, les dislocations dissipent de l'énergie sous la forme de chaleur. La plasticité intervient seulement lorsque les contraintes sont supérieures à un seuil : la limite d'élasticité du matériau.

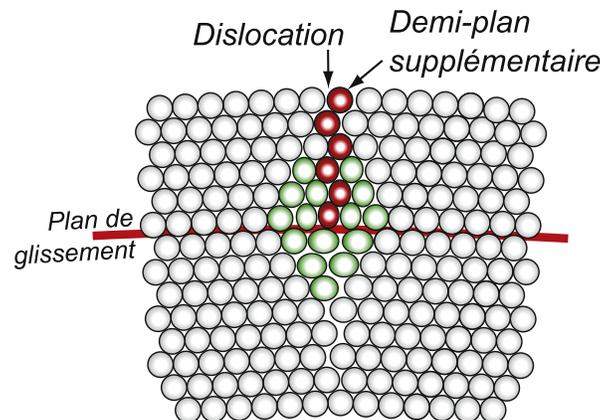


FIGURE 1.3 – Dislocation dans une structure cristalline [1].

Lorsqu'un matériau se déforme plastiquement, sa limite d'élasticité peut être modifiée : c'est le phénomène d'écrouissage. Ce phénomène s'explique par le changement du nombre de dislocations qui se gênent mutuellement dans leurs mouvements.

Le comportement plastique est non-linéaire, les contraintes ne sont plus proportionnelles aux déformations (figure 1.4 [1]).

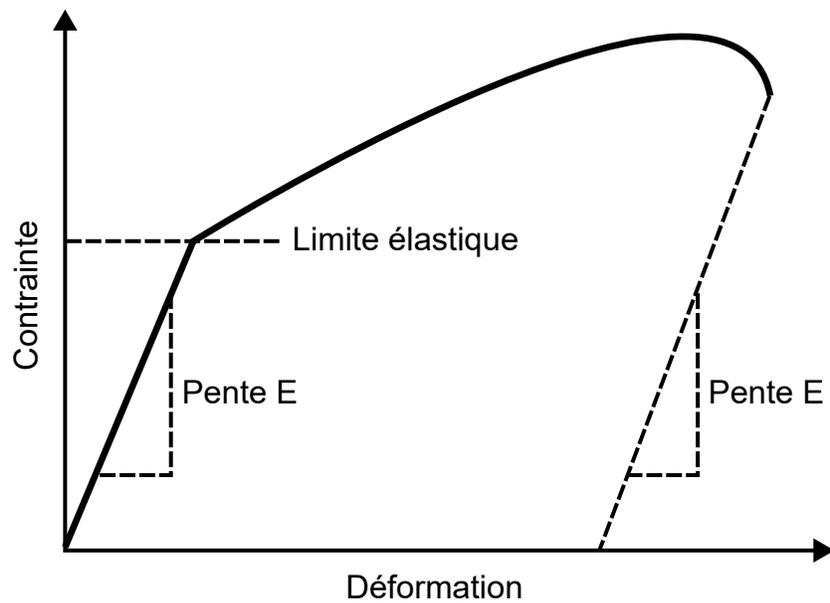


FIGURE 1.4 – Courbe contrainte-déformation d'un métal [1].

1.1.2.3 Rupture

La rupture est la séparation partielle ou complète d'un matériau en plusieurs parties. Les fissures sont les discontinuités qui se propagent dans le matériau lors de la rupture. Il existe trois modes de propagation de fissures (figure 1.5 [3]) :

- Mode I. L'ouverture se produit selon la normale au plan de la fissure.
- Mode II. L'ouverture se produit parallèle au plan de la fissure et perpendiculaire au front de la fissure.
- Mode III. L'ouverture se produit parallèle au plan de la fissure et parallèle au front de la fissure.

Les trois modes peuvent contribuer simultanément à la propagation d'une même fissure. La ténacité est une propriété du matériau qui caractérise sa capacité à résister à la propagation de fissures.

En sollicitation monotone, la rupture intervient après une phase de plasticité pour les matériaux ductiles, alors que pour les matériaux fragiles, la rupture intervient dans le domaine élastique.

Dans les années 1910, Griffith [22] a mis en évidence la dépendance de la vitesse de propagation de fissures à la taille de la fissure. Il propose également un critère de rupture pour les matériaux fragiles basé sur l'énergie élastique stockée et sur l'énergie de surface de la fissure.

Cette approche est ensuite étendue par Irwin [23] qui a proposé d'ajouter un terme d'énergie dissipée pour tenir compte de la plasticité dans les matériaux ductiles.

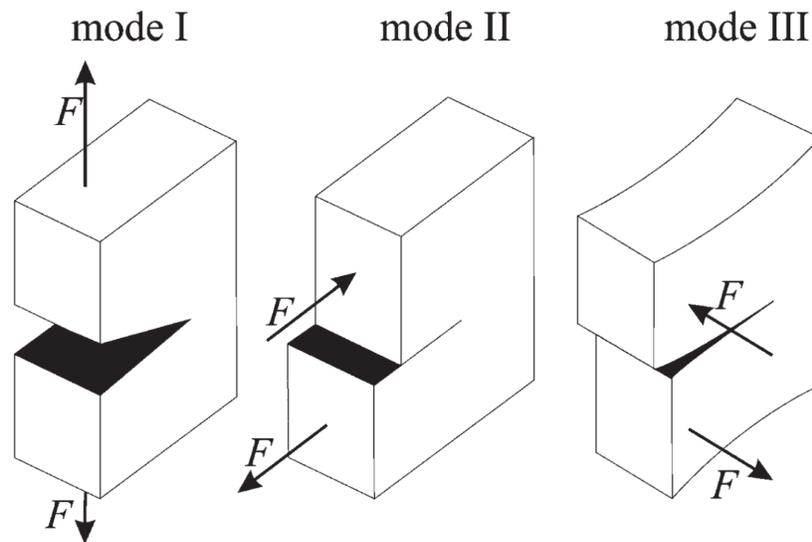


FIGURE 1.5 – Modes de propagation de fissures [3].

1.1.3 Mécanique des contacts

La mécanique des contacts caractérise les contraintes et les déformations induites par l'interaction de deux solides. Les deux solides peuvent être en mouvement l'un par rapport à l'autre et se transmettre des actions mécaniques telles que des forces ou des moments.

La pression de contact est une action mécanique normale aux surfaces et qui s'oppose à l'interpénétration des solides.

Le frottement est une action mécanique tangentielle aux surfaces et qui s'oppose au mouvement relatif des solides en contact. Il peut être causé par les interactions entre les aspérités des surfaces ou par le cisaillement de la matière visqueuse se trouvant à l'interface du contact. Cette matière visqueuse appelée 3^e corps peut être constituée de lubrifiants, mais également de particules d'usure générées dans le contact ou de particules polluantes extérieures au contact.

Un film lubrifiant sépare parfois les deux surfaces, c'est le cas des huiles et des graisses qui sont utilisés pour réduire le frottement et l'usure. L'interaction de contact est complexe et de multiples phénomènes physiques interviennent, tels que les déformations solides, les écoulements fluides, les transferts thermiques, l'endommagement, les réactions chimiques, etc. [4] (figure 1.6). La tribologie est la discipline qui regroupe l'étude des contacts mécaniques, du frottement, de l'usure et de la lubrification. Les travaux fondateurs de cette discipline sont les travaux de Duncan Dowson [24] sur la lubrification élastohydrodynamique ou encore les travaux de Maurice Godet [25] sur l'usure.

Les travaux de Heinrich Hertz [26] sont également des fondements de la mécanique des contacts. Le modèle analytique qu'il a développé décrit le contact entre deux solides élastiques homogènes isotropes dont les surfaces sont parfaitement lisses.

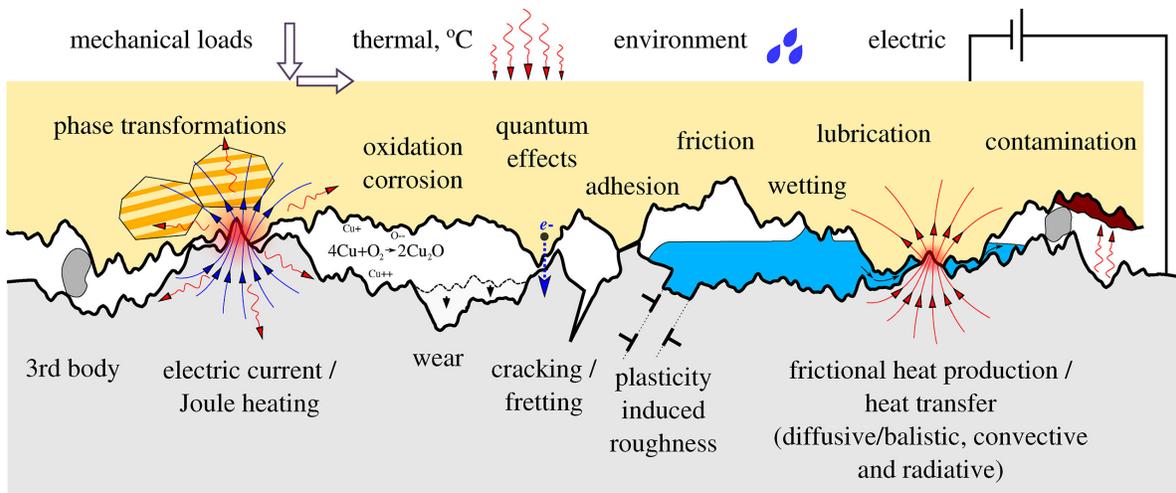


FIGURE 1.6 – Schéma représentant la nature multiphysique des interactions tribologiques [4].

Les rayons de courbures des solides 1 et 2 sont définis par $R_{x,1}$, $R_{y,1}$, $R_{x,2}$ et $R_{y,2}$ (figure 1.7). Par convention, x est la direction de roulement, y est la direction transversale et z est la direction normale au contact. Les propriétés élastiques des solides 1 et 2 sont les modules de Young E_1 et E_2 et les coefficients de Poisson ν_1 et ν_2 .

En considérant les solides significativement plus grands que la taille du contact, il est possible de transformer le problème initial en problème équivalent [27]. Dans le problème équivalent, le contact a lieu entre un solide élastique semi-infini de module de Young équivalent E^* , et un solide rigide de rayons de courbure équivalents $R_{x,e}$, $R_{y,e}$.

Ces paramètres équivalents sont définis par les formules suivantes [27] :

$$\frac{1}{R_{x,e}} = \frac{1}{R_{x,1}} + \frac{1}{R_{x,2}} \quad (1.6)$$

$$\frac{1}{R_{y,e}} = \frac{1}{R_{y,1}} + \frac{1}{R_{y,2}} \quad (1.7)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.8)$$

Les huit paramètres initiaux sont réduits à trois paramètres équivalents, ce qui permet une simplification et une généralisation de la théorie de Hertz.

Dans le cas général, l'aire de contact est une ellipse et la pression de contact $p(x, y)$ est donnée par :

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (1.9)$$

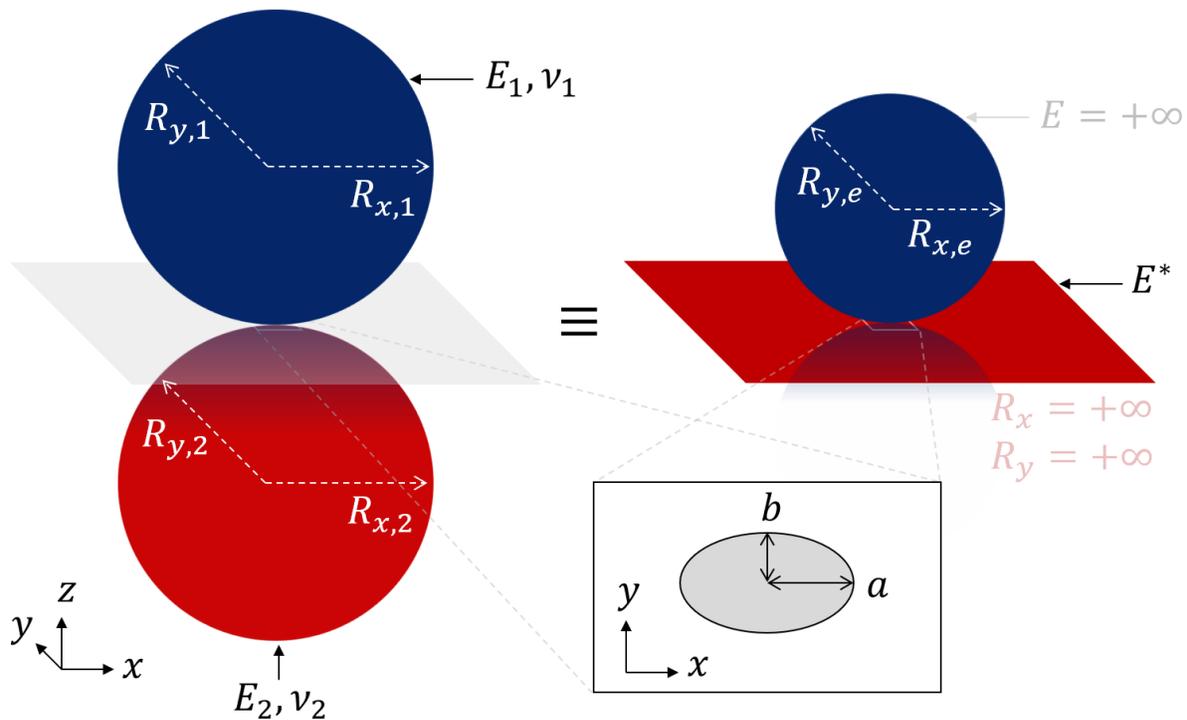


FIGURE 1.7 – Contact de Hertz.

Avec les deux demi-largeurs de contact a et b dans les directions x et y , et la pression maximale p_0 appelée pression de Hertz. Deux cas particuliers sont fréquemment utilisés :

- $R_{x,e} \neq R_{y,e} = +\infty$, contact linéique (ou cylindre-plan),
- $R_{x,e} = R_{y,e} \neq +\infty$, contact ponctuel (ou bille-plan).

Le contact entre deux solides élastiques engendre des contraintes mécaniques en surface (la pression de contact et éventuellement le frottement), mais également en profondeur. Les distributions de contraintes en sous-surface ont été exprimées analytiquement par Hills et al. [28] pour les contacts linéiques et ponctuels avec les hypothèses de Hertz. Ces expressions analytiques sont présentées dans l'annexe A.

La figure 1.8 présente la distribution de la contrainte de cisaillement maximal τ_{max} . Le maximum de $\tau_0 = \max(\tau_{max})$ est atteint à une profondeur caractéristique appelée profondeur de Hertz z_0 . Le cisaillement est particulièrement critique pour les phénomènes de plasticité et de fatigue. La sous-surface peut donc être endommagée sans que l'extrême surface du composant soit affectée.

Les formules analytiques permettant de calculer la demi-largeur de contact a ainsi que la pression de Hertz p_0 en fonction de la charge linéique W_L (pour le contact linéique) et de la charge totale W (pour le contact ponctuel) sont données dans le tableau 1.1. Les approximations de la profondeur de Hertz z_0 et du cisaillement maximal τ_0 sont données pour un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

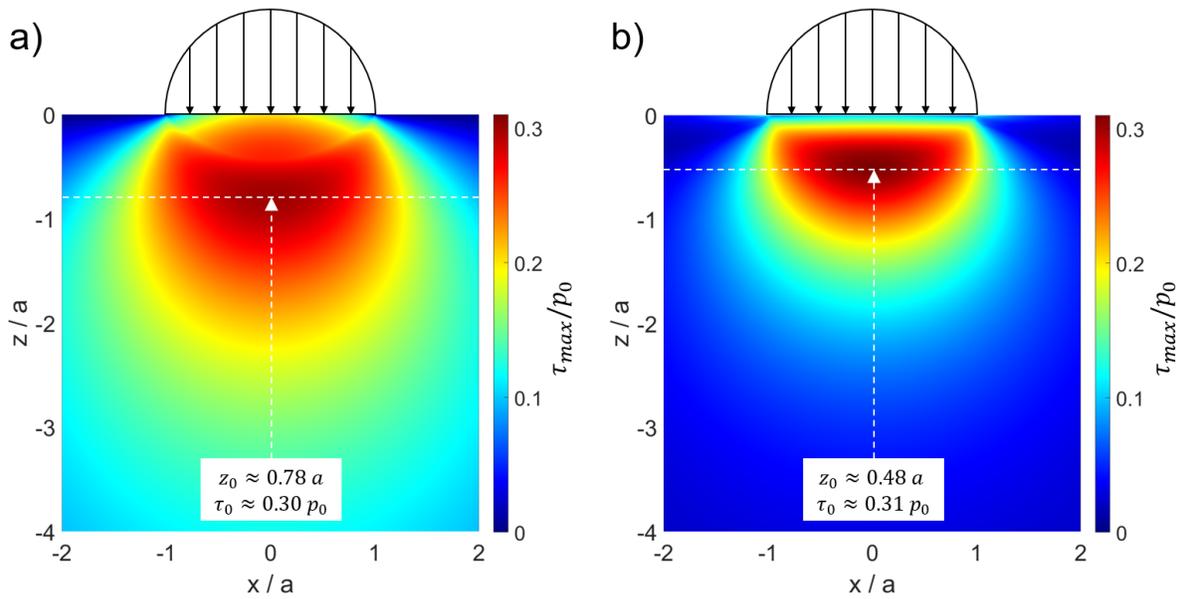


FIGURE 1.8 – Contrainte de cisaillement maximale, (a) contact linéique, (b) contact ponctuel pour un coefficient de Poisson $\nu = 0.3$.

Contact	p_0	a	b	z_0	τ_0
Linéique	$\frac{2W_L}{\pi a}$	$\sqrt{\frac{4R_{x,e}W_L}{\pi E^*}}$	$+\infty$	$\approx 0.78a$	$\approx 0.30p_0$
Ponctuel	$\frac{3W}{2\pi a^2}$	$\sqrt[3]{\frac{3R_{x,e}W}{4E^*}}$	a	$\approx 0.48a$	$\approx 0.31p_0$

TABLE 1.1 – Paramètres du contact de Hertz.

La théorie de Hertz suppose plusieurs hypothèses simplificatrices, mais constitue toutefois une approximation satisfaisante de la majorité des contacts dans les applications réelles. Cette théorie est largement employée, car elle permet d'obtenir des relations entre les caractéristiques des solides (courbures et rigidités) et les caractéristiques du contact (aire, pression, cisaillement maximal, etc.).

1.1.4 Fatigue des matériaux

Selon Subra Suresh, la fatigue des matériaux désigne les changements de propriétés résultant d'une sollicitation cyclique [29].

Bien qu'un composant mécanique puisse conserver sa fonction lorsque la sollicitation est monotone, la répétition d'une sollicitation cyclique du même niveau peut entraîner le phénomène de fatigue. Les propriétés du matériau se dégradent et le composant n'assure plus sa fonction. Une rupture en fatigue intervient lorsque la dégradation est rapide et brutale, ce qui peut représenter un danger selon les composants. Cette détérioration soudaine est le résultat de deux phases plus progressives :

l'initiation de fissures et la propagation de fissures. Durant la phase d'initiation, une accumulation de déformations plastiques locales se produit. Cette accumulation est à l'origine de la première fissure. Lors de la phase de propagation, la surface de la fissure augmente, ce qui cause généralement une augmentation locale des contraintes et une accélération de la dégradation. Toutefois, la transition entre la phase d'initiation et la phase de propagation n'est pas clairement définie et repose principalement sur la taille de la fissure limite qu'il est possible d'observer [29]. Bien qu'il n'y ait pas de consensus, la taille de grains est souvent utilisée comme seuil au-delà duquel la propagation de fissures débute.

1.1.4.1 Description générale

Les premiers travaux scientifiques concernant la fatigue des matériaux datent du milieu du 19^e siècle, époque à partir de laquelle l'utilisation de ressources énergétiques fossiles a permis l'industrialisation du transport et de la construction [3]. L'utilisation massive de matériaux métalliques, notamment ferreux, dans le secteur ferroviaire et dans la construction de ponts, permet un développement important de l'économie. L'accident ferroviaire de Meudon en 1842 est attribué à une rupture en fatigue d'un essieu et a soulevé le besoin grandissant de comprendre et de maîtriser la durée de vie des pièces métalliques [30]. Les essais de Wöhler [31, 32] sur les essieux des trains de la Prusse sont considérés comme les premiers travaux majeurs concernant la fatigue des matériaux. Ces travaux ont donné naissance aux concepts de courbe de Wöhler et de limite d'endurance qui sont encore utilisés aujourd'hui pour caractériser les performances en fatigue [29]. La courbe de Wöhler donne l'amplitude de sollicitation cyclique admissible en fatigue en fonction du nombre de cycles. Cette amplitude peut être donnée en contrainte ou en déformation. La limite d'endurance est l'amplitude en dessous de laquelle la durée de vie en fatigue est considérée comme infinie.

Lorsque la rupture en fatigue intervient à un nombre de cycles important ($> 10^5$), le composant subit généralement peu de déformation plastique. D'après le modèle de Basquin [33], il est alors possible d'établir une relation entre l'amplitude de la contrainte $\Delta\sigma$ et le nombre de cycles à rupture N :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_f (2N)^{b_f} \quad (1.10)$$

Avec le coefficient de résistance à la fatigue σ_f et l'exposant de résistance à la fatigue b_f .

Lorsque l'amplitude de la sollicitation cyclique est plus importante, la rupture en fatigue est plus rapide ($< 10^5$). D'après le modèle de Coffin [34] et Manson [35], il existe alors une relation entre l'amplitude de déformation plastique $\Delta\varepsilon_{pl}$ et le nombre

de cycles à rupture N :

$$\frac{\Delta\varepsilon_{pl}}{2} = \varepsilon_f (2N)^{c_f} \quad (1.11)$$

Avec le coefficient de fatigue ductile ε_f et l'exposant de fatigue ductile c_f .

La courbe de Wöhler de l'amplitude de déformation cyclique totale $\Delta\varepsilon$ est obtenue en superposant les contributions de la déformation élastique et de la déformation plastique (figure 1.9 [29]) :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f}{E} (2N)^{b_f} + \varepsilon_f (2N)^{c_f} \quad (1.12)$$

Avec le module de Young du matériau E .

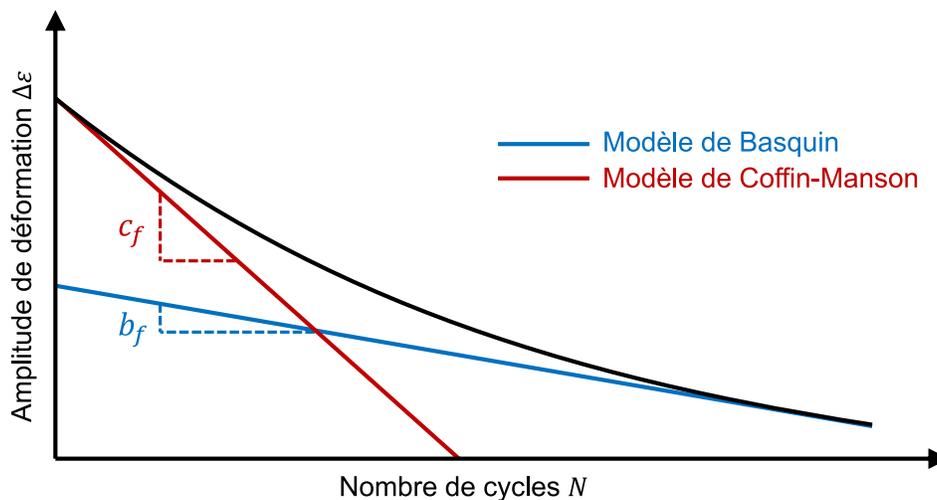


FIGURE 1.9 – Courbe de Wöhler : amplitude de déformation cyclique admissible en fonction du nombre de cycles (échelle logarithmique).

Bien que ces lois permettent de caractériser les durées de vie des composants, la fatigue est un phénomène fortement stochastique pour lequel les différentes incertitudes causent une dispersion des durées de vie [29]. Ces incertitudes sont notamment liées aux variations de géométries et de propriétés entre les échantillons testés et aux variations de la sollicitation, qui se produisent généralement à l'échelle microstructurale [29]. De ce fait, plusieurs essais de fatigue effectués dans les mêmes conditions ne provoquent pas toujours une rupture à un même nombre de cycles. Les outils statistiques tels que la distribution de probabilité de Weibull sont particulièrement utiles pour décrire la dispersion liée à la fatigue. En effectuant un nombre statistiquement significatif d'essais de fatigue, il est possible d'obtenir une estimation des paramètres de la distribution de probabilité de rupture en fatigue.

La communauté scientifique a commencé par adresser la problématique de la fatigue des matériaux métalliques, mais les études se sont ensuite étendues à d'autres matériaux tels que les céramiques et les polymères. La description générale du phénomène de fatigue reste valide dans la plupart des cas [29].

1.1.4.2 Initiation de fissures

L'initiation de fissures en fatigue résulte d'une accumulation cyclique de défauts à l'échelle microstructurale [36]. Dans les matériaux polycristallins, ces défauts sont des dislocations qui sont générées, se déplacent et s'accumulent dans les systèmes de glissement des différents grains. Ce comportement des dislocations est causé par les contraintes locales qui engendrent de faibles déformations plastiques irréversibles à chaque cycle. Bien que les déformations plastiques générées lors d'un cycle ne soient pas dommageables pour le matériau et pour le composant, leur accumulation est à l'origine du phénomène d'initiation de fissures en fatigue.

Les sites les plus favorables à cette accumulation de défauts sont ceux où l'amplitude des contraintes est maximale. Des élévations locales de contraintes peuvent être causées par la présence d'aspérités ou d'entailles à la surface du matériau ou encore par la présence d'inclusions ou de précipités plus souples ou plus rigides à l'intérieur du matériau (figure 1.10.a [5]). Les discontinuités d'orientations cristallines aux joints de grains causent également des concentrations de contraintes locales. Les joints de grains sont donc également des sites favorables à l'accumulation de défauts et à l'initiation de fissures en fatigue (figure 1.10.b [6]).

Les contraintes dépendent de la position dans le matériau, mais également de l'orientation des systèmes de glissement. Un grain peut être favorablement orienté pour l'initiation de fissures en fatigue lorsque l'un de ses systèmes de glissement correspond à l'orientation qui maximise les contraintes locales [36]. Pour cette raison, l'accumulation cyclique de dislocations se produit dans des bandes de glissement, couches parallèles qui recouvrent généralement toute la section d'un grain (figure 1.10 [5, 6]). Les bandes de glissement se forment dans les grains les plus critiques, le long des systèmes de glissement les plus critiques.

La fissure est transgranulaire lorsque l'initiation se produit dans le grain et intergranulaire lorsqu'elle se produit au joint de grains.

En 1903, Ewing et Humfrey ont réalisé la première observation microscopique des bandes de glissement engendrées par la sollicitation cyclique [37]. Basinski et al. [38] ont montré que l'accumulation de dislocations dans les bandes de glissement permet de minimiser l'énergie du matériau cristallin en sollicitation cyclique et constitue donc la configuration la plus stable. Le rôle des bandes de glissement dans l'initiation de fissures en fatigue a été mis en évidence par les travaux de Mughrabi et al. [39, 40, 41, 42], Lukáš et al. [43, 44, 45], Polak et al. [46, 47, 48, 49]. Les interactions entre les bandes de glissement et les joints de grains ont été étudiées par Blochwitz et al. [50, 51] et Zhang et al. [52, 53, 54]. Les différents mécanismes physiques impliqués dans l'initiation de fissures en fatigue sont détaillés plus amplement dans le livre de

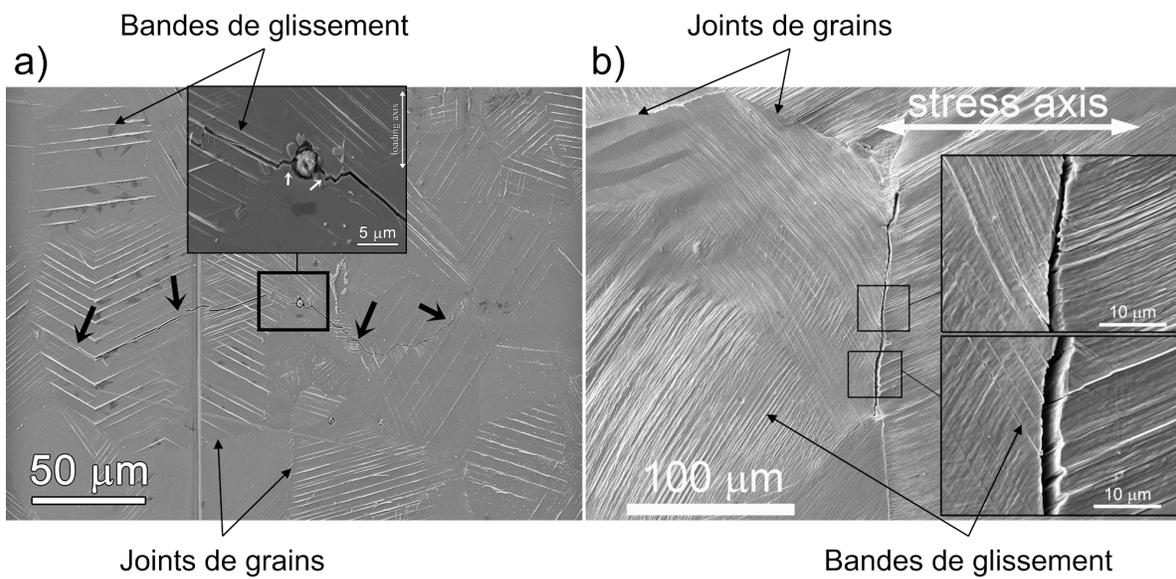


FIGURE 1.10 – Initiation de fissures, (a) transgranulaire à l'interface d'une inclusion [5], (b) intergranulaire [6].

Suresh [29] et dans l'article de revue de Sangid [36].

Les disciplines scientifiques que sont la mécanique des solides déformables, la mécanique des contacts et la fatigue des matériaux ont été présentées dans cette section. Les différents concepts abordés permettent de s'intéresser au phénomène de fatigue de contact qui est présenté dans la section suivante.

Les principaux concepts scientifiques liés à la fatigue de contact sont illustrés dans la figure 1.11.

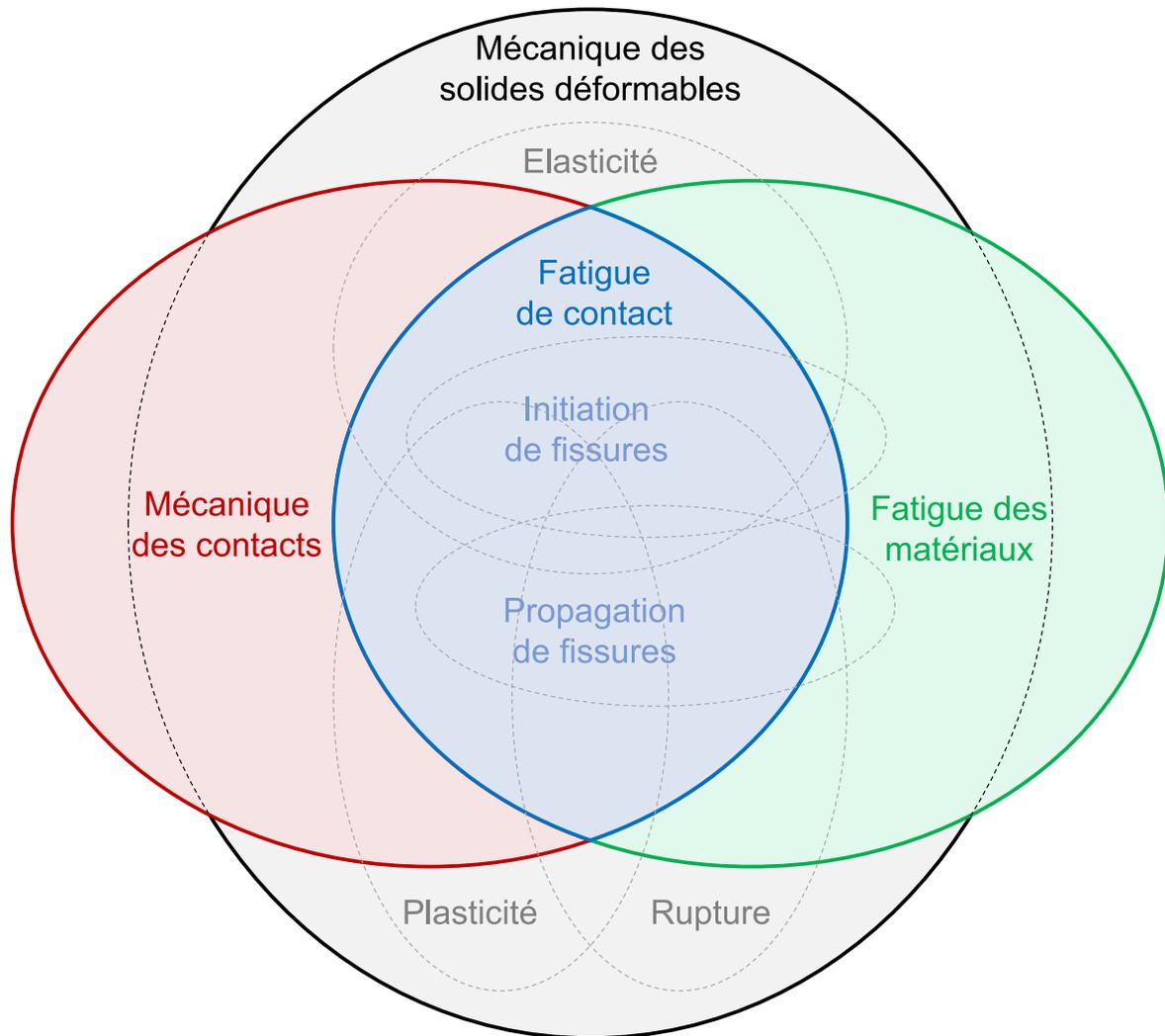


FIGURE 1.11 – Principaux concepts scientifiques liés à la fatigue de contact.

1.2 Caractérisation de la fatigue de contact

La fatigue de contact est une problématique majeure, car elle constitue la principale limite de la durée de vie des composants de contact en fonctionnement normal. Cette section décrit les principaux aspects de la fatigue de contact, tels que les différents sites d'initiation de fissures, ses spécificités en comparaison à la fatigue structurale ou encore l'évolution du matériau qui peut se produire durant la vie du composant. Dans un premier temps, les différents types d'endommagements de surface sont présentés.

1.2.1 Endommagements de surface

Les surfaces de contact peuvent être endommagées par différents phénomènes. Plusieurs classifications sont proposées [55, 56, 57], mais les principaux types d'endommagement de surface sont :

- **L'usure adhésive.** Elle est causée par les interactions physico-chimiques entre les matériaux des deux surfaces [58]. Si les deux surfaces adhèrent suffisamment, un transfert de matière se produit. À terme, ce phénomène peut causer un grippage. L'usure adhésive est favorisée par une faible lubrification et une faible dureté des matériaux.
- **L'usure abrasive.** Elle est causée par les interactions mécaniques entre les aspérités des surfaces qui provoquent une dégradation et une décohésion du matériau en surface [56]. La dureté des matériaux impacte directement le taux d'usure abrasive [59]. La perte de matière entraînée par ce phénomène peut causer une augmentation du jeu entre les composants en contact. L'usure abrasive peut être utilisée pour polir une surface.
- **La fatigue de contact.** Elle est causée par l'accumulation cyclique de défauts qui entraîne l'initiation et la propagation de fissures. À terme, ces fissures peuvent causer des arrachements de matière en surface tels que l'écaillage ou le microécaillage figure 1.12. Lorsque les surfaces sont séparées par un film de lubrifiant, le risque d'usure adhésive ou abrasive est réduit [56], le phénomène de fatigue de contact est alors prépondérant sur l'endommagement des surfaces.
- **Le fretting.** Il est causé par un glissement répété de faible amplitude.
- **Autres mécanismes :** érosion, corrosion, cavitation, etc. [56, 57].

Ces différents phénomènes peuvent intervenir simultanément et s'influencer. Par exemple, lorsque l'abrasion de la surface est plus rapide que la propagation des fissures, l'usure permet de retarder la fatigue. Ce principe est utilisé par le procédé de meulage pour prolonger la durée de vie des rails [60].

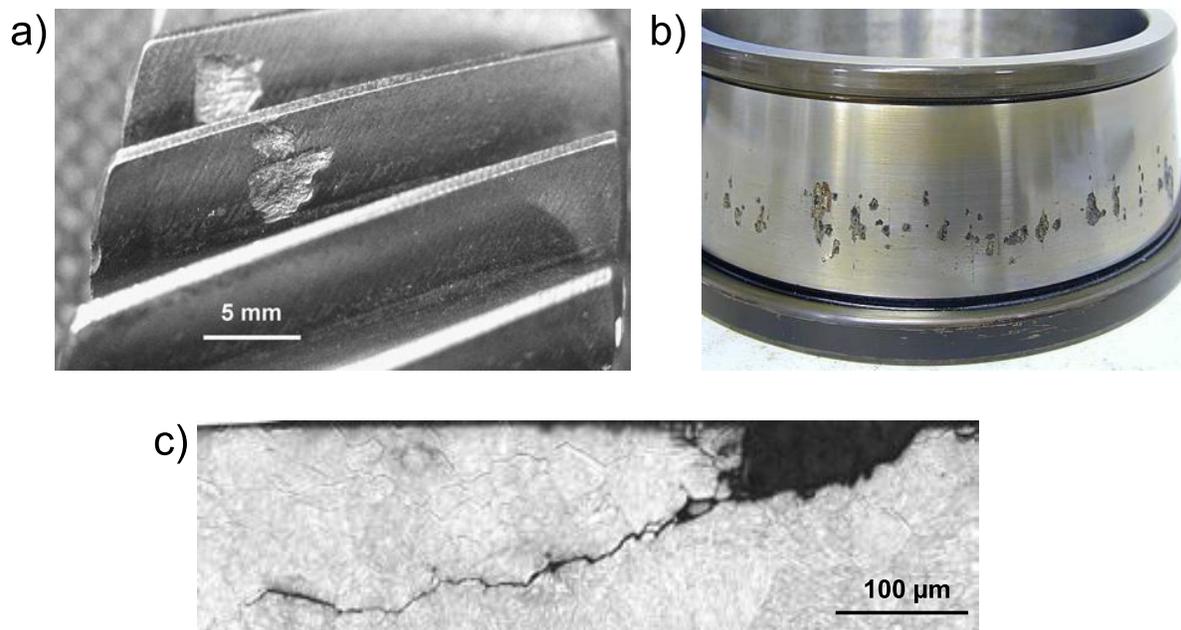


FIGURE 1.12 – Écaillages causés par la fatigue de contact, (a) sur une denture d’engrenage [7], (b) sur la piste d’un roulement, (c) coupe métallographique [2].

1.2.2 Comparaison avec la fatigue structurale

La fatigue de contact possède des similarités avec la fatigue structurale. Les deux phénomènes présentent une phase d’initiation de fissures et une phase de propagation de fissures. De plus, l’accumulation cyclique de défauts à l’échelle microstructurale est à l’origine de la fatigue dans les deux cas.

Cependant, la fatigue causée par une sollicitation de contact comporte plusieurs particularités par rapport à la fatigue structurale [7, 61] :

- Les contraintes sont **multiaxiales** (sous-section 1.1.3).
- Les contraintes sont **localisées** dans une zone dont la taille est comparable à celle du contact.
- Les contraintes normales sont principalement **compressives**.
- Les contraintes sont **non proportionnelles**, les différentes composantes ne varient pas proportionnellement les unes par rapport aux autres.
- Les contraintes maximales peuvent être atteintes en **profondeur**, sous la surface du matériau en contact.

Ces différences rendent la fatigue de contact particulièrement difficile à observer, à comprendre et à prédire. En particulier, les fissures courtes issues de la phase d’initiation sont difficilement détectables, car les contraintes de compression les maintiennent fermées. Toutefois, différents scénarios d’initiation de fissures ont été identifiés en fonction des conditions de contact et des matériaux.

1.2.3 Sites d'initiation de fissures

Les deux sites d'initiation de fissures identifiés en fatigue de contact [18, 7, 61] sont :

- L'initiation en **sous-surface** qui est engendrée par la contrainte de cisaillement à la profondeur de Hertz. La présence d'inclusions ou d'autres imperfections dans le matériau facilite l'initiation en sous-surface [62, 63, 18, 64] (figure 1.13.a).
- L'initiation en **surface** qui est engendrée par une rugosité élevée [65, 66, 67], par la présence de défauts géométriques en surface tels que les indents [68, 69, 70, 71, 72] qui sont causés par le passage de particules dans le contact [73, 74]. Un frottement important ou un régime de lubrification sec ou mixte permettant le contact direct entre les aspérités des surfaces facilite l'initiation en surface (figure 1.13.b).

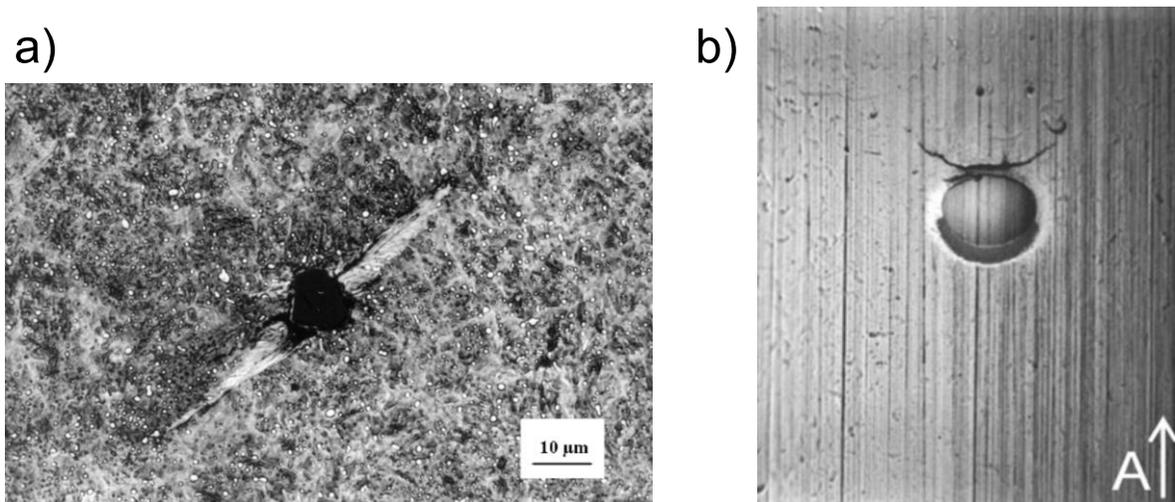


FIGURE 1.13 – Endommagements par fatigue de contact, (a) initiation en sous-surface causée par une inclusion [8], (b) initiation en surface causée par un indent [9].

Le site et la durée d'initiation sont donc fortement dépendants des conditions de contact et de lubrification, mais également de la qualité du matériau. Dans la plupart des applications, les aciers sont utilisés pour leur performance en fatigue.

1.2.4 Aciers de contact

Les aciers sont majoritairement utilisés dans les composants de contact en raison de leur rigidité, de leur résistance à l'usure et de leur performance en fatigue.

Dans les roulements, la dureté des aciers est généralement privilégiée à la ténacité afin d'obtenir les meilleures performances en fatigue. Les aciers d'engrenages sont généralement moins durs, mais présentent une meilleure ténacité afin de résister aux chocs.

La dureté d'un acier peut être améliorée en augmentant sa teneur en carbone, mais également grâce aux procédés de trempe, de cémentation ou de nitruration [75]. Les nuances 100Cr6 et M50 sont des exemples d'aciers particulièrement performants en fatigue de contact.

Les procédés de fabrication tels que le VIM-VAR (Vacuum Induction Melt Vacuum Arc Remelt) permettent de réduire considérablement les impuretés dans les aciers et ainsi réduire l'initiation en sous-surface [76].

Les procédés de finitions permettent de réduire l'initiation en surface en améliorant l'état des surfaces de contact [18].

Parmi les matériaux polycristallins, il existe une grande diversité de morphologies de microstructure. Certains matériaux possèdent une seule phase (un seul type de structure cristalline) et des grains distincts (figure 1.14.a [10]). D'autres matériaux sont constitués de plusieurs phases. Les aciers durcis par trempe utilisés dans les composants de contact ont généralement une microstructure martensitique relativement complexe (figure 1.14.b [10]).

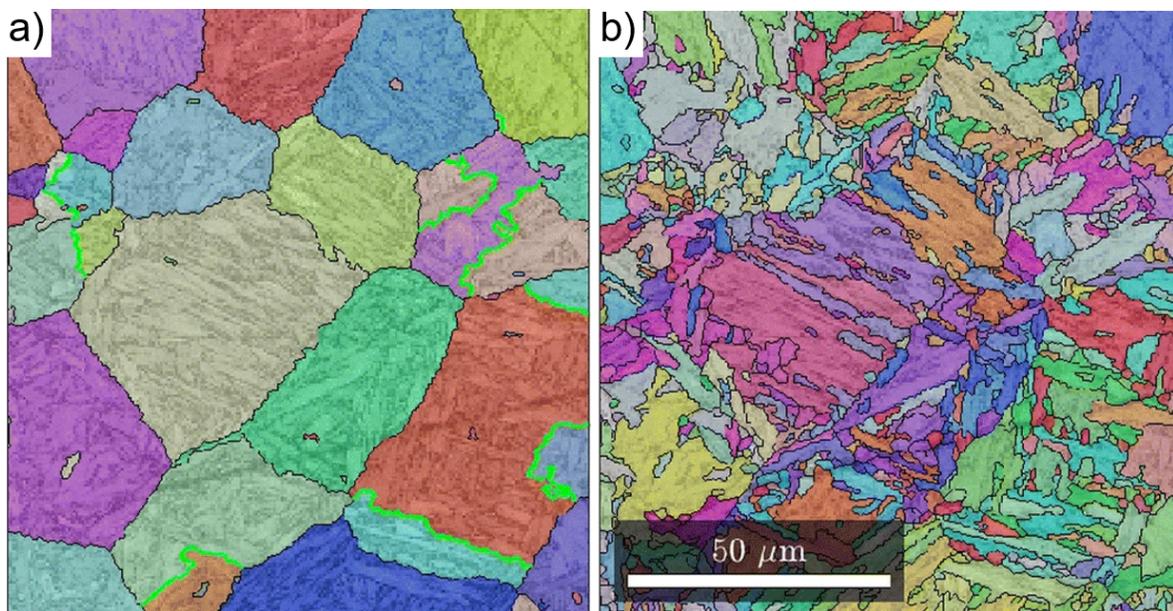


FIGURE 1.14 – Orientations des grains d'un acier obtenues par imagerie EBSD (a) microstructure austénitique avant la trempe, (b) microstructure martensitique après la trempe [10].

Bien que les matériaux soient conçus pour être les plus performants possibles, une évolution du matériau peut se produire durant la vie d'un composant.

1.2.5 Évolution du matériau

Si les contraintes ne dépassent pas la limite élastique du matériau, le comportement est purement élastique et le matériau évolue généralement très peu au cours des cycles. Le phénomène de fatigue peut tout de même se produire dans le domaine élastique. Si les contraintes excèdent la limite élastique, les premiers cycles entraînent le phénomène de la plasticité qui déforme la géométrie du composant de manière permanente. Le rodage du composant combiné à un éventuel écrouissage peut progressivement permettre aux contraintes de décroître sous la limite élastique après un certain nombre de cycles. Ce phénomène est appelé « shakedown » [77, 11, 78, 79]. Si les contraintes sont suffisamment élevées et dépassent la limite de shakedown élastique, la plasticité perdure tout au long de la durée de vie du composant (figure 1.15 [11]). Le ratchetting intervient lorsque l'accumulation de déformations plastiques cycliques macroscopiques est significative.

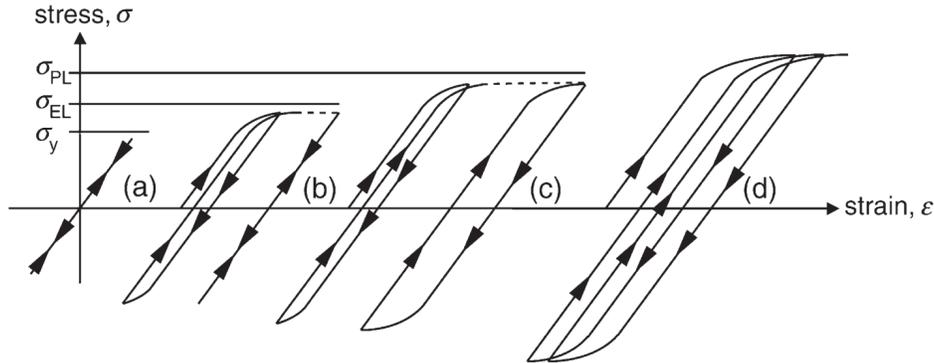


FIGURE 1.15 – Les différents comportements en sollicitation cyclique : (a) parfaitement élastique, (b) shakedown, (c) plasticité cyclique, (d) ratchetting [11].

Des changements microstructuraux peuvent être engendrés par ces déformations plastiques cycliques. Des zones blanches et des zones sombres apparaissent dans certaines conditions [79] et peuvent provoquer des fissures prématurées [80, 81, 82, 83, 84]. De nombreux facteurs influencent ces changements microstructuraux et les phénomènes physiques ne sont pas tous clairement identifiés.

1.2.6 Amélioration des performances

La dureté du matériau est identifiée comme un paramètre important pour la performance en fatigue de contact. La présence de contraintes résiduelles, la taille de grains ainsi que la morphologie de la microstructure influencent également la durée de vie du composant. Ces différents paramètres peuvent être contrôlés en modifiant la composition du matériau et le procédé de fabrication du composant.

De plus, différents traitements de surface permettent d'améliorer les performances en fatigue de contact :

- **Écrouissage** : grenailage, galetage, moletage. L'objectif est d'introduire des contraintes résiduelles compressives et d'augmenter la dureté du matériau par le phénomène de plasticité.
- **Thermochimie** : cémentation, nitruration, carbonituration. Diffusion de carbone ou d'azote dans l'acier.
- **Polissage** : par abrasion ou par électrolyse.
- **Revêtement** : ajout d'une couche de matériau en surface du composant.

Bien que ces traitements soient efficaces pour augmenter les performances d'un composant, la fatigue de contact reste un phénomène complexe dont certains aspects sont encore mal compris. Comme évoqué dans cette section, les mécanismes d'initiation et de propagation de fissures sont influencés par de nombreux facteurs tels que les conditions de contact et de lubrification, l'état des surfaces ou encore la microstructure du matériau.

Toutefois, des modèles ont été proposés afin de mieux comprendre et prédire la fatigue de contact. Certains de ces modèles sont présentés dans la section suivante.

1.3 Modèles de fatigue de contact

Comprendre et prédire la durée de vie des composants de contact est particulièrement critique pour des enjeux de sécurité, mais également pour dimensionner de manière pertinente ces composants lors de la conception de nouveaux produits. La section précédente illustre la complexité et la diversité des phénomènes physiques impliqués dans la fatigue de contact, rendant la prédiction difficile au vu du nombre important de paramètres influents.

La première approche qui a été utilisée pour prédire la durée de vie en fatigue de contact est l'approche empirique. Cette approche est basée sur la répétition d'essais expérimentaux et sur le recours à des lois de probabilité.

Les avancées concernant l'observation, la compréhension et la modélisation numérique des phénomènes physiques ont permis l'émergence d'une seconde classe de modèles : les modèles physiques.

1.3.1 Modèles empiriques

En 1901 et 1902, Stribeck a publié deux articles fondateurs [85, 86] qui présentent les résultats d'essais expérimentaux sur des roulements. Il introduit la courbe de frottement qui porte aujourd'hui son nom. Stribeck introduit également les premières formules, basées sur des essais d'endurance, permettant d'évaluer la charge admissible d'un roulement. Il utilise la théorie de Hertz [26], pour exprimer la charge admissible en fonction de la courbure des éléments roulants.

En 1912, Goodman a publié les principales tendances qu'il a mesurées et analysées pendant 15 ans d'études expérimentales sur différents types de roulements [87]. Il propose de nouvelles formules pour calculer la charge admissible d'un roulement en introduisant la vitesse de rotation, en plus des paramètres géométriques proposés par Stribeck. Bien que les formules de Goodman ne tiennent pas compte de l'aspect stochastique de la fatigue de contact, la quantité de résultats lui permet de constater une dispersion des charges admissibles.

Dans les années 1930 et 1940, Weibull a développé une représentation statistique de la fatigue des matériaux [88, 89] ainsi qu'une nouvelle distribution de probabilité associée [90]. Selon cette théorie, la non-défaillance d'un matériau dépend de l'intégrité de chaque sous-volume qui le compose. Cette représentation est analogue à une chaîne dont la non-défaillance dépend de l'intégrité de chaque maillon qui la compose.

En se basant sur ces travaux, Lundberg et Palmgren ont introduit le premier modèle probabiliste de durée de vie en fatigue de contact en 1947 [12, 13]. D'après le modèle de Lundberg et Palmgren, la probabilité de survie S d'un roulement après N cycles de sollicitations est donnée par :

$$\ln \frac{1}{S} = N^{k_w} \frac{A\tau_0^c V}{z_0^h} \quad (1.13)$$

Avec l'amplitude τ_0 et la profondeur z_0 du maximum de la contrainte de cisailment orthogonal, le volume surcontraint V , et les constantes déterminées expérimentalement A , c et h qui dépendent du matériau. La constante k_w correspondant au paramètre de forme (ou « pente ») de la distribution de Weibull qui est directement lié à la dispersion. Lundberg et Palmgren considèrent que le volume surcontraint V correspond au domaine entre la surface et la profondeur h_0 et de largeur a (figure 1.16).

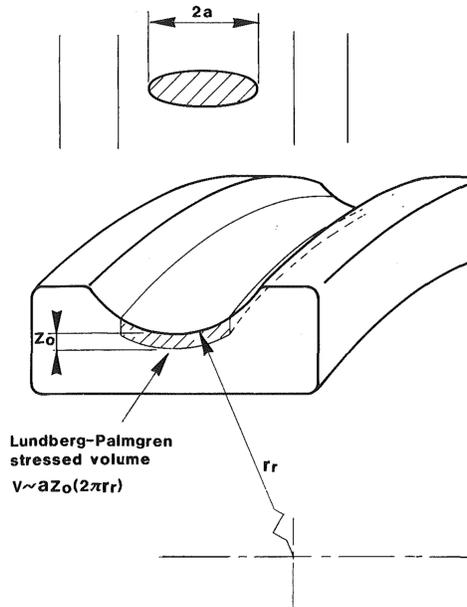


FIGURE 1.16 – Volume critique proposé par Lundberg et Palmgren [12, 13], illustré par Ioannides et Harris [14].

En 1985, Ioannides et Harris [14] ont proposé une variante du modèle de Lundberg et Palmgren [12, 13]. Ce nouveau modèle tient compte de la distribution des contraintes dans le volume surcontraint. Ils introduisent également la limite d'endurance σ_u , seuil en dessous duquel la contrainte σ n'impacte pas la probabilité de défaillance. D'après le modèle de Ioannides et Harris [14], la probabilité de survie S d'un roulement après N cycles de sollicitation est donnée par :

$$\ln \frac{1}{S} = N^e A \int_V \frac{(\sigma - \sigma_u)^c}{z^h} dV \quad (1.14)$$

Comme dans le modèle de Lundberg et Palmgren [12, 13], A , c et h sont des constantes déterminées expérimentalement qui dépendent du matériau et la constante e correspond au paramètre de forme (ou « pente ») de la distribution de Weibull.

Par la suite, de nombreuses variantes de cette approche ont été proposées. Schlicht et al. [91] ont proposé de tenir compte des contraintes résiduelles engendrées par la déformation plastique. Zaretsky [92, 93] a proposé de ne pas tenir compte de la

profondeur z car selon lui, la durée de propagation de fissures est souvent négligeable devant la durée d'initiation de fissures en fatigue de contact. Tallian [94] a proposé de tenir compte de la sévérité des défauts à l'origine de la défaillance en ajoutant des paramètres aléatoires. Kotzalas [95] a proposé d'utiliser une distribution de Weibull à trois paramètres afin d'introduire une durée sans défaillance pour modéliser la durée de vie des roulements à haute fiabilité.

L'approche empirique a été originellement développée pour la durée de vie des roulements, mais plusieurs études l'ont adaptée aux engrenages [96, 97, 98, 99].

Cette approche et le modèle de Lundberg et Palmgren [12, 13] sont à la base de la norme ISO 281 [100] pour le dimensionnement des roulements.

Des revues détaillées des différents modèles empiriques de fatigue de contact sont proposées par Tallian [94], Sadeghi et al. [61], Arakere [76] et Zaretsky [101].

Harris et McCool [102] ont compilé les durées de vie de nombreux roulements différents pour évaluer la prédictibilité des modèles de Lundberg et Palmgren [12, 13] et de Ioannides et Harris [14]. Les résultats montrent des écarts significatifs entre les prédictions des deux modèles et les durées de vie réelles. Néanmoins, de meilleures prédictions sont obtenues avec le modèle de Ioannides et Harris [14].

L'objectif de l'approche empirique est de pouvoir prédire la durée de vie d'un composant avec un certain degré de certitude. Cependant, la fiabilité de ces modèles repose essentiellement sur le nombre et la représentativité des essais de fatigue réalisés. Ces essais peuvent nécessiter beaucoup de ressources et de temps en fonction du nombre de cycles à réaliser jusqu'à la défaillance. De plus, les résultats obtenus pour des conditions et un matériau donnés sont difficilement transposables à de nouveaux cas, ce qui nécessite de réitérer les campagnes d'essais expérimentaux.

Pour finir, la modélisation empirique ne permet pas d'améliorer la compréhension du phénomène de fatigue de contact. Certaines défaillances prématurées ou, au contraire, des performances particulièrement bonnes dans certaines conditions restent inexplicables par l'approche empirique.

Pour ces différentes raisons, de nouvelles approches de modélisation basées sur de récentes avancées ont été proposées.

1.3.2 Modèles physiques et numériques

Les objectifs des nouvelles approches de modélisation de la fatigue de contact sont les suivants :

- Mieux comprendre les phénomènes physiques impliqués.
- Expliquer certaines observations expérimentales.
- Orienter la recherche sur les prochains matériaux et composants mécaniques.
- Remplacer éventuellement une partie des essais expérimentaux utilisés aujourd'hui pour caractériser de nouvelles conditions de contact ou de nouveaux matériaux.

Ces approches introduisent une première évolution qui concerne le calcul des contraintes. Des méthodes numériques peuvent être utilisées à la place des méthodes analytiques employées dans les modèles empiriques. Les méthodes analytiques présentent l'avantage de la rapidité et de la facilité de calcul, cependant, elles présentent l'inconvénient de ne donner que très peu d'information. Généralement, il s'agit de la valeur maximale des contraintes. De plus, les modèles analytiques sont limités à des conditions spécifiques comme le contact de Hertz (sous-section 1.1.3). Les méthodes numériques ont un coût de calcul supérieur, cependant, elles permettent d'accéder à la distribution spatiale des contraintes et d'analyser des conditions plus variées : surface rugueuse, indentée, lubrifiée, hétérogénéités du matériau, etc.

La seconde évolution par rapport aux modèles empiriques est l'utilisation de nouveaux critères de fatigue : les critères multiaxiaux tels que Dang Van [103, 104] ou Fatemi-Socie [105] ou encore les critères physiques tels que Tanaka-Mura [106]. L'intérêt des critères physiques est de ne pas faire intervenir des paramètres d'ajustement, mais uniquement des paramètres qui ont un sens physique. Ces paramètres peuvent être des propriétés du matériau qui sont connues ou facilement mesurables expérimentalement.

Un aperçu des différentes approches numériques et physiques est présenté ci-dessous.

Zhou et al. [107, 108], Fan et al. [109] ainsi que Cheng et al. [110, 111] ont utilisé le critère de Tanaka-Mura [106] combiné à des modèles de contraintes analytiques afin d'estimer la durée d'initiation de fissures en fatigue de contact. Ce critère est basé sur l'accumulation de dislocations dans les bandes de glissement du matériau. Cette accumulation est quantifiée par une énergie qui engendre l'initiation d'une fissure lorsqu'elle dépasse un seuil. Une description détaillée de ce critère est proposée dans la section 3.1. Ils ont obtenu de bonnes corrélations entre le critère de Tanaka-Mura et des essais expérimentaux [111] ainsi qu'avec le modèle de Ioannides-Harris [110].

Une deuxième approche physique a été proposée par Champaud [112], ensuite développée par Gosset [8], Lamagnère [113, 114], Champiot-Bayard [115], Vincent [63], Lormand [62, 116] et Piot [117]. Leur approche est également basée sur l'initiation de fissures dans les bandes de glissement [106]. Cependant, ils supposent que l'accumulation de dislocations se produit au voisinage d'une inclusion. En plus de la sollicitation de contact, ils supposent un champ de contraintes affecté par la présence d'une inclusion en sous-surface en utilisant le modèle analytique d'Eshelby [118, 119]. Ils ont également obtenu de bonnes corrélations avec le modèle de Ioannides-Harris [114] ainsi qu'avec les observations expérimentales. Ce modèle a aussi permis de déterminer la forme et la taille des papillons de fatigue autour des inclusions [63]

Ringsberg [120, 11] a proposé un modèle éléments finis (FEM) élastoplastique 2D pour calculer les contraintes et les déformations de contact. Il a utilisé le critère de fatigue de Dang Van qui est basé sur le plan critique afin d'étudier la durée d'ini-

tiation de fissures. Ce modèle a permis de mettre en évidence les comportements de shakedown et de ratchetting dans un contact roue-rail [120]. Liu et al. [121] ont proposé une approche similaire avec un modèle éléments finis 3D.

Raje et al. ont introduit une approche stochastique afin d'obtenir la dispersion de durée de vie en fatigue de contact [122]. Cette approche s'appuie sur un modèle éléments discrets (DEM) [123] dont la géométrie des éléments varie aléatoirement d'une simulation à l'autre. La distribution statistique des durées de vie peut être estimée en effectuant plusieurs simulations sur des Volumes Elémentaires Représentatifs (VER) différents. L'introduction d'endommagement continu leur a ensuite permis de modéliser la propagation de fissures [124].

Sadeghi [61] et ses collaborateurs ont ensuite continué à développer cette approche basée sur l'endommagement continu. Jalalahmadi et al. [125, 126] ont introduit la méthode des éléments finis et ont modélisé une inclusion en sous-surface [127]. Weinzapfel et al. [128] ont ensuite étendu ce modèle à trois dimensions afin de comparer un contact ponctuel et un contact linéique. Paulson et al. ont proposé un modèle FEM 2D d'élasticité cristalline [129] et un second modèle avec un contact lubrifié [130]. Vijay et al. ont ensuite proposé des modèles de fatigue de contact en élasticité cristalline 3D [131, 132], en élasticité cristalline 2D avec contact lubrifié [133] et en plasticité cristalline 2D [134]. Lorenz et al. ont utilisé un modèle FEM 2D afin d'étudier l'influence de la rugosité de surface avec différentes épaisseurs de film lubrifiant [67, 66], l'influence de la taille de grains [15] (figure 1.17.a) ainsi que pour déterminer le gradient de dureté optimal [135].

Jacq et al. [136, 72] ont développé un modèle semi-analytique (SAM) élastoplastique 3D afin de déterminer la durée de vie en fatigue de contact. Ce modèle a ensuite été utilisé par Bonetto [137] avec différents critères multiaxiaux, par Tonicello [138] avec un critère physique et par Beyer [64] avec de l'endommagement continu. Ils se sont particulièrement intéressés aux performances en fatigue des roulements avec des surfaces indentées.

Wang et al. [139, 140, 141, 142] ont modélisé l'endommagement en fatigue de contact avec une alternative à la mécanique des milieux continus : la périodynamique. Le matériau est représenté par des particules en interaction et les équations ont une formulation intégrale plutôt que locale. Ils ont notamment mis en évidence l'influence de la concentration d'hydrogène sur l'apparition de zones blanches [142].

Zhu et ses collaborateurs ont développé des modèles FEM 2D de contact en élasticité cristalline [143, 144, 145] et en plasticité cristalline [146, 16, 147, 148]. La fatigue est modélisée par le critère de Dang Van [103, 104], par le critère de Fatemi-Socie [105] ou par un endommagement continu. Ils se sont notamment intéressés à la modélisation d'un gradient de taille de grains en fonction de la profondeur dans les dentures d'engrenages [144, 16] (figure 1.17.b). Plus récemment, ils ont proposé une

modélisation complexe de la microstructure martensitique basée sur de l'apprentissage automatique [148].

D'autres auteurs ont également développé des modèles numériques de fatigue de contact qui tiennent compte de la microstructure du matériau [149, 150, 151, 152, 153].

Noyel et al. ont, quant à eux, proposé un modèle FEM 2D en élasticité cubique dont les grains sont séparés par des éléments cohésifs [154, 155]. Le phénomène de fatigue est modélisé par un endommagement continu de ces éléments cohésifs. Bossy et al. [156, 17] ont ensuite étendu ce modèle aux contacts indentés et ont utilisé le critère de Dang Van [103, 104] pour étudier la fatigue des aciers nitrurés. Ce modèle a permis de mettre en évidence une compétition entre l'initiation en surface et l'initiation en sous-surface qui se produit dans le cas d'une surface indentée et d'un gradient de propriétés dans le matériau [17] (figure 1.17.c). Vouaillat et al. [157, 65] ont utilisé une approche similaire pour étudier l'influence de la rugosité de surface, notamment en présence de glissement. Ils ont montré qu'un coefficient de frottement de 0.1 n'a que très peu d'influence sur la fatigue de contact de surfaces lisses ou rugueuses. Le modèle a également montré que dans un contact sec entre surfaces rugueuses, la présence de glissement a une importance majeure [65]. Fourel et al. [158] ont utilisé un modèle FEM 2D pour comparer différentes méthodes de calcul du cisaillement et montrer l'intérêt de simuler le mouvement du contact au long d'un cycle plutôt que d'effectuer un calcul pour une seule position statique du contact. Ils ont également implémenté un critère basé sur les bandes de glissement afin de montrer le rôle des joints de grains faiblement désorientés dans l'initiation de fissures en fatigue de contact [159].

Ces différents travaux théoriques et numériques sur la fatigue de contact ont permis d'améliorer la compréhension du phénomène. Une meilleure connaissance des sites d'initiations de fissures pour différentes conditions de contact a été acquise. L'influence de différents paramètres sur la durée de vie a également pu être évaluée.

Cependant, il reste de nombreux questionnements, en particulier concernant la phase d'initiation de fissures en fatigue de contact qui est difficilement observable expérimentalement.

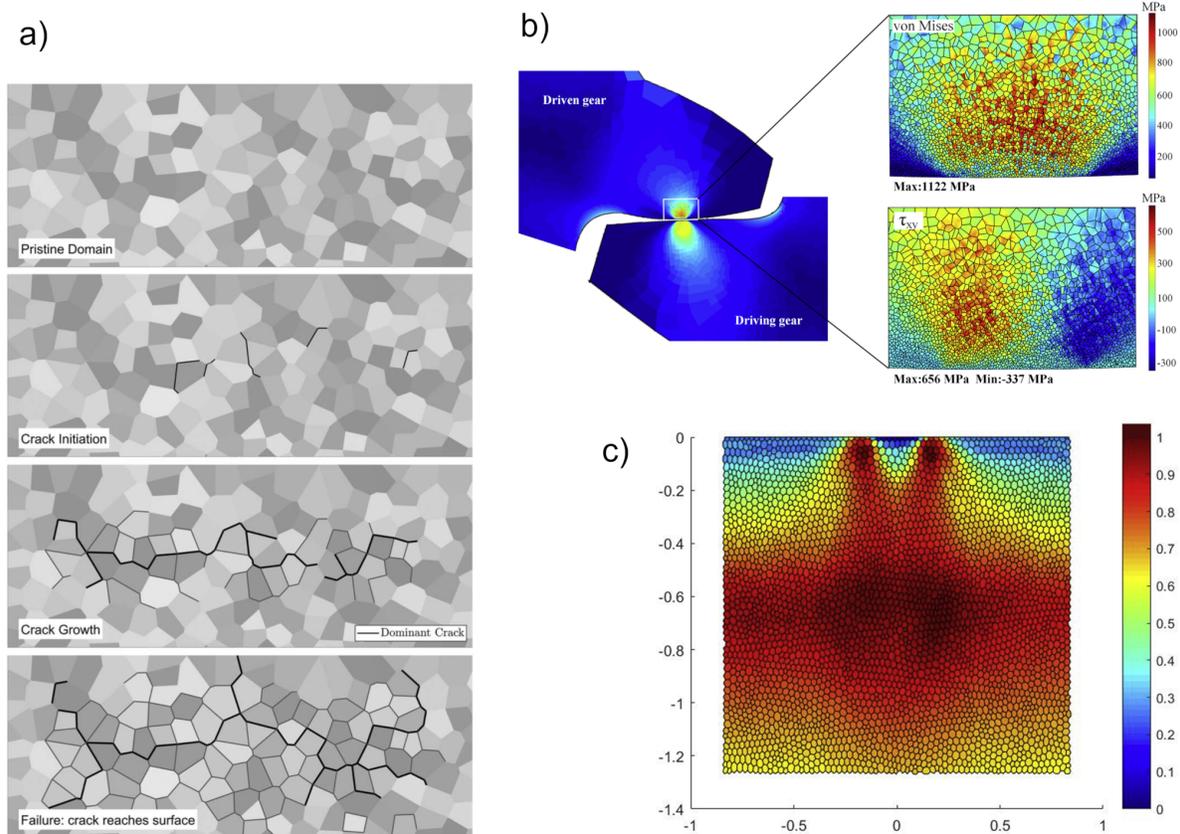


FIGURE 1.17 – Modèles numériques de fatigue de contact, (a) modèle FEM d’endommagement continu de Lorenz et al. [15], (b) modèle FEM avec gradient de taille de grains de Liu et al. [16], modèle FEM utilisant le critère de Dang Van en présence d’une surface indentée et d’un gradient de propriétés [17].

1.3.3 Positionnement de l’étude

Le modèle numérique d’initiation de fissures développé dans cette étude est inspiré de l’ensemble des modèles décrits dans la section précédente. Plusieurs améliorations potentielles ont été identifiées.

En raison de la nature multiaxiale et non proportionnelle de la sollicitation de contact, la simulation d’un cycle complet est d’une importance majeure [158]. Le déplacement du contact au cours d’un cycle nécessite alors d’être discrétisé en un certain nombre de pas de temps. Cependant, le coût de calcul est multiplié par le nombre de positions discrètes du contact en comparaison avec un chargement statique unique.

La modélisation 3D de la fatigue de contact présente également un intérêt significatif afin d’analyser une plus grande variété de conditions de contact et d’état de surface ainsi que pour modéliser une microstructure représentative. Cependant, les modèles 3D ont également un coût de calcul significativement supérieur à celui des

modèles 2D.

Pour finir, la simulation stochastique consistant à effectuer des simulations avec plusieurs échantillons aléatoires permet d'analyser statistiquement la fatigue de contact et ainsi d'évaluer la dispersion des résultats. Cependant, le coût de calcul est multiplié par le nombre d'échantillons en comparaison avec une simulation déterministe unique.

Pour ces différentes raisons, la simulation de la fatigue de contact est très coûteuse numériquement. Les modèles 3D existants sont limités à quelques centaines de grains [131, 151]. Or, dans la plupart des applications, la taille de contact est significativement plus élevée que la taille de grains, donc plusieurs dizaines ou centaines de milliers de grains seraient nécessaires à une analyse 3D représentative.

Le premier apport de cette étude porte donc sur l'implémentation de méthodes numériques plus performantes que les éléments finis afin d'augmenter significativement la résolution spatiale du calcul des contraintes de contact dans un solide polycristallin 3D.

De nombreux critères de fatigue sont proposés dans la littérature. L'approche proposée par Tanaka et Mura [106], basée sur l'accumulation de dislocations dans les bandes de glissement, tient compte des principaux phénomènes physiques impliqués dans l'initiation de fissures.

Cette approche a été appliquée à la fatigue de contact avec des modèles analytiques de contraintes [107, 108, 109, 110, 111] ainsi qu'avec un modèle analytique de contraintes d'une inclusion dans un solide homogène [112, 8, 114, 63, 62]. En revanche, ce type de critère n'a vraisemblablement pas été appliqué à la fatigue de contact avec un modèle numérique de contraintes tenant compte de la microstructure polycristalline du matériau.

Le second apport de cette étude porte sur l'application d'un critère d'initiation de fissures physique. L'application de ce critère est permise par le développement d'une méthode de calcul de la géométrie des bandes de glissement à partir de la géométrie de la microstructure et des orientations cristallines.

L'approche proposée est de combiner les fonctionnalités suivantes dans un nouveau modèle numérique :

- 3D,
- microstructure polycristalline,
- modélisation des défauts de surface tels que des indents ou la rugosité,
- modélisation des défauts de sous-surface tels que des inclusions,
- calcul des contraintes en élasticité cristalline,
- simulation cyclique (déplacement du contact au cours d'un cycle),
- calcul de la géométrie des bandes de glissement,
- critère d'initiation de fissures physique,
- résultats stochastiques (analyse statistique de plusieurs échantillons aléatoires).

Le modèle numérique d'initiation de fissures en fatigue de contact développé dans cette étude fonctionne en différentes étapes qui sont illustrées dans la figure 1.18. Le chapitre 2 de ce document présente les étapes permettant le calcul des contraintes engendrées par la sollicitation de contact. Le chapitre 3 de ce document présente les étapes de génération de la microstructure, de calcul des bandes de glissement ainsi que le critère d'initiation de fissures utilisé.

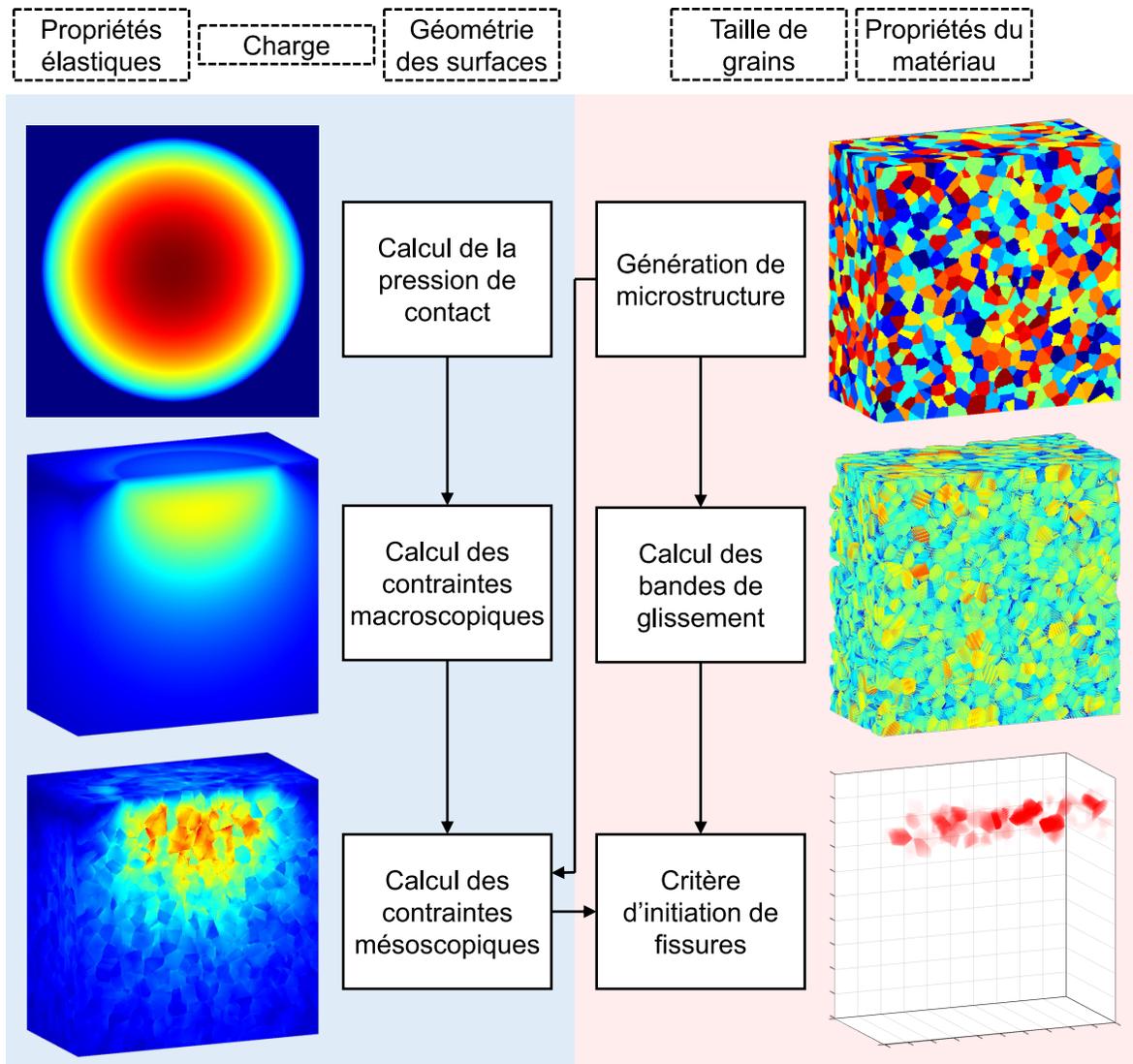


FIGURE 1.18 – Organigramme du modèle numérique d'initiation de fissures en fatigue de contact.

Chapitre 2

Modèle numérique du contact

Le modèle numérique du contact développé dans cette étude est présenté dans ce chapitre. Le fonctionnement général du modèle est décrit dans une première partie. Une deuxième partie présente les méthodes numériques implémentées en évaluant leur validité. Dans la troisième partie, les paramètres de modélisation utilisés sont définis.

2.1 Fonctionnement général

2.1.1 Objectif

L'objectif de ce modèle numérique est de calculer les contraintes mécaniques engendrées par un cycle de sollicitation de contact. Trois aspects principaux différencient ce modèle des modèles existants ayant le même objectif.

1. Le modèle tient compte de la **microstructure** du matériau afin de modéliser plus précisément les phénomènes physiques impliqués. Cela permet également d'intégrer la nature stochastique de l'initiation de fissures en fatigue.
2. Le modèle est **tridimensionnel** afin que les contraintes calculées soient représentatives des contraintes réelles.
3. Le modèle permet d'obtenir l'**évolution** des contraintes au cours d'un cycle de sollicitation de contact.

Ces trois aspects présentent un intérêt pour modéliser l'initiation de fissures en fatigue de contact. Les principaux choix de modélisation et hypothèses sont introduits dans les sections suivantes.

2.1.2 Domaine d'analyse

Comme illustré dans la figure 2.1, seul un des deux solides en contact est analysé. Le second solide est modélisé implicitement par une distribution de pression de contact appliquée à la surface du premier solide. La pression de contact permet ensuite de calculer les contraintes en profondeur du solide.

Le calcul des contraintes est limité à un domaine d'analyse significativement plus petit que le composant complet (figure 2.1). La plupart des modèles numériques de fatigue de contact utilisent ce principe (sous-section 1.3.2). En choisissant la taille et la position du domaine d'analyse avec pertinence (détail dans la sous-section 2.3.3 et dans la sous-section 2.3.4), il est possible d'obtenir la plupart des informations utiles à l'analyse de l'initiation de fissures de fatigue, tout en permettant :

- de réduire le coût de calcul qui aurait été nécessaire pour simuler les contraintes dans le composant complet à l'échelle de la microstructure,
- d'utiliser l'hypothèse de solide semi-infini ainsi que certaines méthodes numériques associées (détails dans la section 2.2).

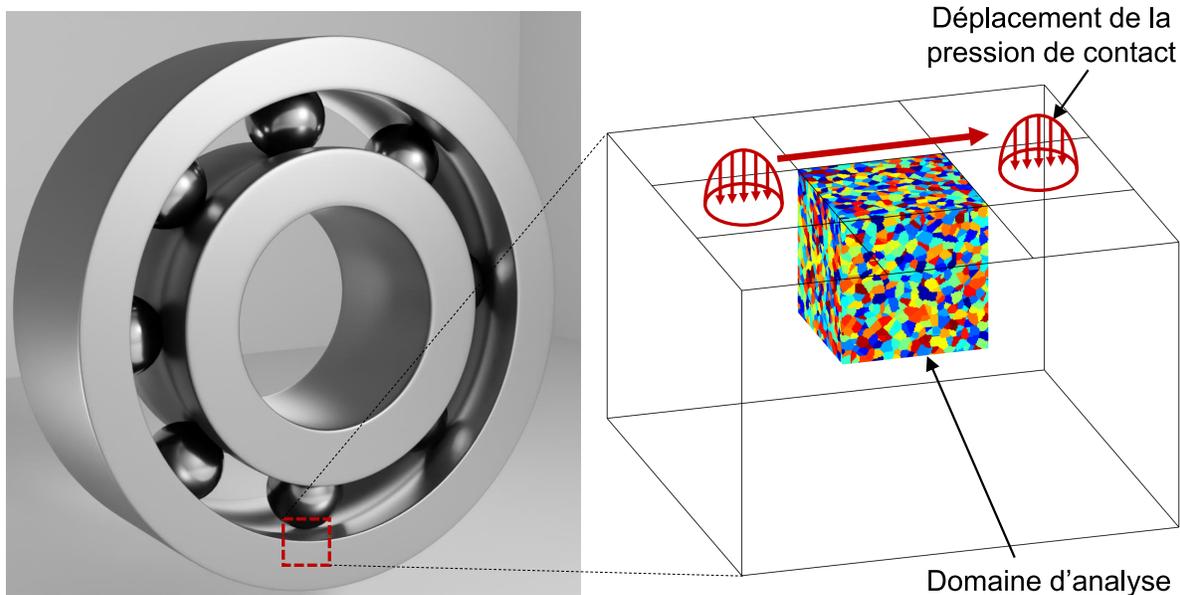


FIGURE 2.1 – Domaine d'analyse à la surface d'un roulement à billes.

2.1.3 Déplacement du contact

Afin de tenir compte de l'évolution des contraintes due au déplacement du contact au cours d'un cycle, le modèle procède à une succession de calculs statiques à différentes positions du contact (figure 2.1.b). L'espacement des chargements statiques est discuté dans la sous-section 2.3.5. Cette approche quasi statique est également utilisée par certains des modèles numériques de fatigue de contact [61, 155, 17, 65] (sous-section 1.3.2). Les effets dynamiques sont négligés, ce qui rend le modèle indépendant de la vitesse de déplacement du contact, et plus généralement, de la dimension temporelle.

2.1.4 Échantillonnage aléatoire

Comme évoqué dans le chapitre 1, la fatigue de contact est un phénomène stochastique. Cela signifie que pour des conditions initiales égales, les durées, positions et orientations d'initiation de fissures ne sont pas déterministes, mais varient aléatoirement selon des distributions de probabilités.

Afin de reproduire cet aspect stochastique dans le modèle, l'approche de l'échantillonnage aléatoire est utilisée. Plusieurs domaines d'analyse avec des microstructures différentes, mais statistiquement équivalentes sont générés : seules la moyenne et la dispersion de la taille des grains sont constantes parmi tous les échantillons. Des orientations cristallines aléatoires sont attribuées à chaque échantillon. Ensuite, les contraintes engendrées par une même sollicitation sont calculées dans chaque échantillon et les résultats sont analysés statistiquement.

Cette approche stochastique a été introduite par Raje et al. [124] pour analyser la fatigue de contact.

Le nombre d'échantillons par configuration est discuté dans la sous-section 3.3.3.

2.1.5 Étapes de simulation

Les contraintes sont obtenues à l'issue de trois étapes de calcul successives (figure 1.18) :

1. Calcul de la **pression de contact macroscopique** p à partir de la géométrie des surfaces et de la charge transmise par le contact.
2. Calcul des **contraintes macroscopiques** σ^M à partir de la pression de contact.
3. Calcul des **contraintes mésoscopiques** σ à partir des contraintes macroscopiques.

À l'échelle macroscopique, le matériau est considéré comme homogène. À l'échelle mésoscopique, les hétérogénéités liées à la microstructure sont modélisées. L'équivalence entre le comportement macroscopique et le comportement mésoscopique est définie dans la sous-section 2.3.1 afin d'assurer la compatibilité des échelles.

Le choix de diviser le modèle en trois étapes de calcul qui fonctionnent à deux échelles spatiales est justifié par une réduction significative du coût de calcul comparativement aux approches directes. Les hypothèses de solide homogène et semi-infini à l'échelle macroscopique permettent l'utilisation de méthodes numériques performantes. De plus, séparer les échelles permet de calculer une seule fois les contraintes macroscopiques et de les utiliser pour plusieurs échantillons aléatoires avec des microstructures différentes. Enfin, les contraintes mésoscopiques peuvent être considérées comme des variations locales des contraintes macroscopiques, ce qui permet de dédier les ressources de calcul exclusivement au calcul des fluctuations une fois que les contraintes macroscopiques sont connues.

2.1.6 Domaines de simulation

Les trois étapes de calcul présentées dans la section précédente pourraient être effectuées dans un même domaine spatial. Cependant, cela n'est pas nécessaire et mène à un coût de calcul inutilement élevé, en particulier lorsque le contact et le domaine d'analyse sont éloignés, en début et en fin de cycle. Pour cette raison, des domaines spécifiques sont définis pour chaque étape de calcul (figure 2.2) :

- Le domaine Ω_A correspond au domaine d'analyse mentionné dans la sous-section 2.1.2. C'est dans ce domaine que sont calculées les contraintes mésoscopiques σ .
- Le domaine Ω_C intègre la zone de contact uniquement. C'est le domaine dans lequel la pression de contact p est calculée.
- Le domaine Ω_B est défini par les bornes minimales et maximales des domaines Ω_A et Ω_C afin d'intégrer ces deux domaines dans le calcul des contraintes macroscopiques σ^M , car cette étape est l'intermédiaire des deux autres.

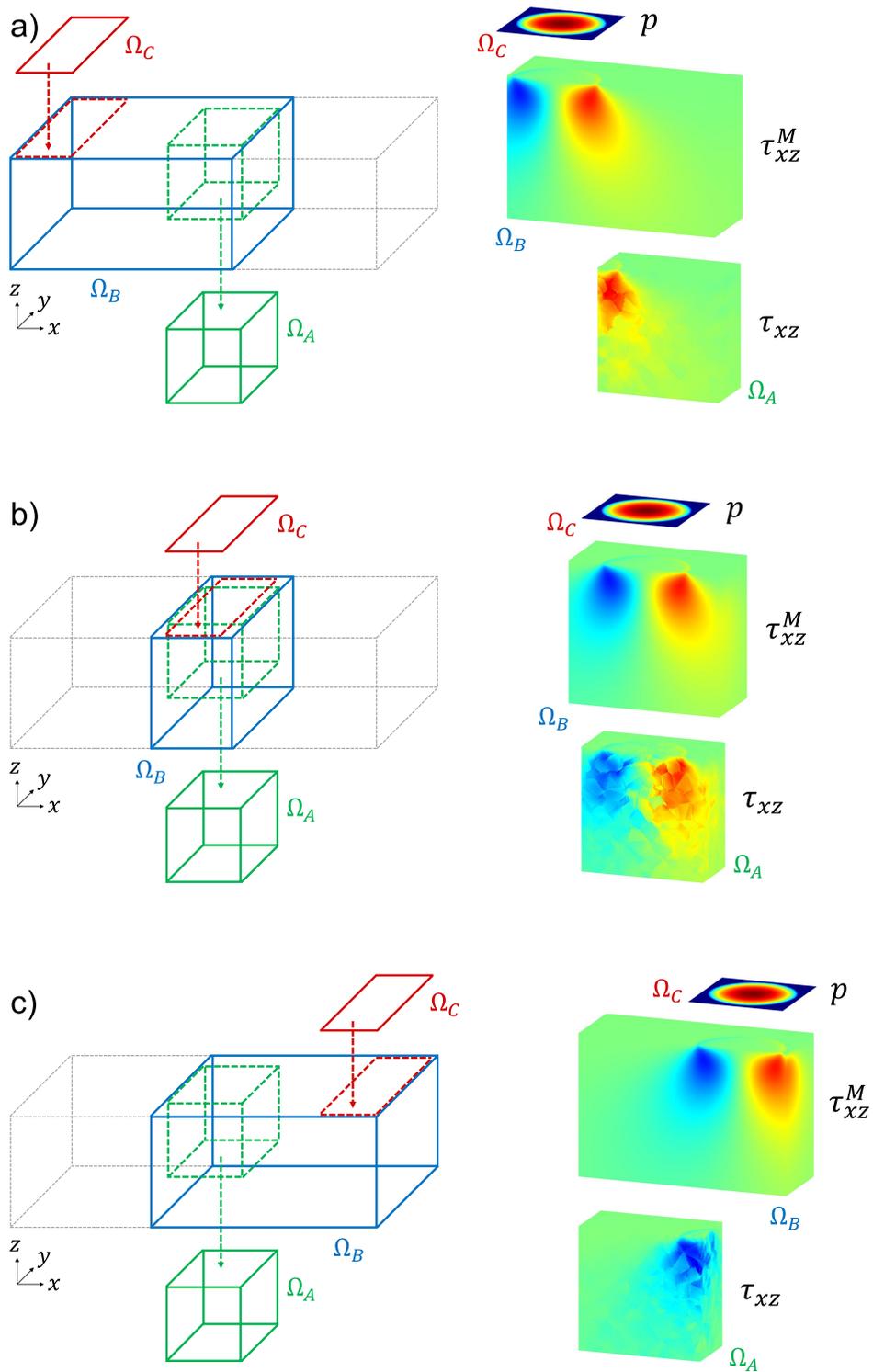


FIGURE 2.2 – Domaines de simulations pour trois positions du contact : (a) $x_c < 0$, (b) $x_c = 0$, (c) $x_c > 0$.

2.2 Méthodes numériques

Cette section décrit les méthodes numériques qui permettent de calculer les résultats du modèle présenté précédemment. La méthode Green-FFT est utilisée pour calculer la pression de contact, les contraintes macroscopiques et les contraintes mésoscopiques. Les principes de cette méthode sont présentés dans un premier temps. Ensuite, les spécificités de chacune des étapes sont détaillées. Cette méthode fait l'objet d'une publication dans lequel des détails supplémentaires sont fournis [160].

2.2.1 Méthode Green-FFT

La méthode Green-FFT est une méthode numérique qui permet d'obtenir la solution d'une équation différentielle. Cette méthode repose sur les concepts de fonction de Green, de produit de convolution et de domaine fréquentiel. Ces différents concepts sont introduits dans cette section et illustrés par l'exemple du contact 1D.

2.2.1.1 Fonctions de Green

Les fonctions de Green sont des outils mathématiques permettant notamment de résoudre des équations différentielles. Elles ont été introduites par George Green en 1828 [161]. Ces fonctions sont liées aux concepts de coefficients d'influences, de propagateurs, de solutions fondamentales ou de solutions élémentaires, qui, selon les domaines scientifiques et les auteurs, peuvent désigner les fonctions elles-mêmes ou des opérateurs qui en dérivent. Une fonction de Green G est une solution d'une équation différentielle donnée sous une source ponctuelle δ (aussi appelée impulsion ou distribution de Dirac) située à un point spécifique du domaine avec des conditions limites données.

Une équation différentielle linéaire est représentée par un opérateur différentiel linéaire L qui donne la relation entre la réponse u et la sollicitation p :

$$Lu = p \quad (2.1)$$

Dans le cas du contact 1D, u correspond au déplacement normal et p correspond à la pression de contact à la surface d'un solide élastique semi-infini.

Par définition, la fonction de Green G satisfait la relation précédente avec une sollicitation concentrée $p = \delta$:

$$LG = \delta \quad (2.2)$$

La fonction de Green peut parfois être déterminée analytiquement, comme dans le cas du contact 1D [162, 77] où elle dérive de la théorie des potentiels de Boussinesq [163] et Cerruti [164] :

$$G(x) = \frac{1}{\pi E^*} \ln |x| \quad (2.3)$$

Avec le module élastique équivalent E^* .

Une fonction de Green peut également être estimée numériquement, ce qui est souvent préférable lorsqu'une expression analytique n'est pas envisageable.

La linéarité de l'opérateur L permet la superposition des solutions de l'équation 2.1. Comme toute distribution de pression de contact $p(x)$ est une superposition de pressions concentrées en différents points, le déplacement $u(x)$ peut être obtenu en effectuant la même superposition de la fonction de Green G . La superposition est obtenue grâce au produit de convolution :

$$u = p * G \quad (2.4)$$

2.2.1.2 Produit de convolution

Le produit de convolution est défini par :

$$(p * G)(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x')G(x - x')dx' \quad (2.5)$$

Le produit de convolution permet de superposer les contributions d'une distribution $p(x)$ quelconque (figure 2.3).

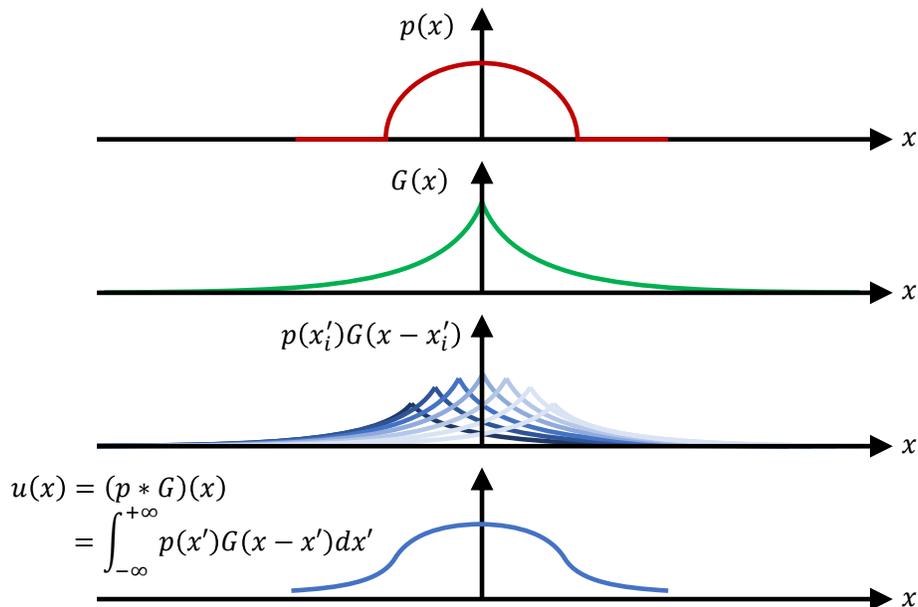


FIGURE 2.3 – Calcul du déplacement normal u par convolution de la pression de contact p et la fonction de Green G .

2.2.1.3 Discrétisation

Afin de calculer la réponse u numériquement, la distribution p et la fonction de Green G doivent être définies dans un domaine discret et fini avec un maillage structuré et une taille d'éléments constante (figure 2.4). Les fonctions sont définies et calculées aux centres des éléments x_i .

$$u(x) = u(x_i), \forall x \in \left[x_i - \frac{\Delta x}{2}, x_i + \frac{\Delta x}{2} \right] \quad (2.6)$$

Avec la taille d'élément Δx .

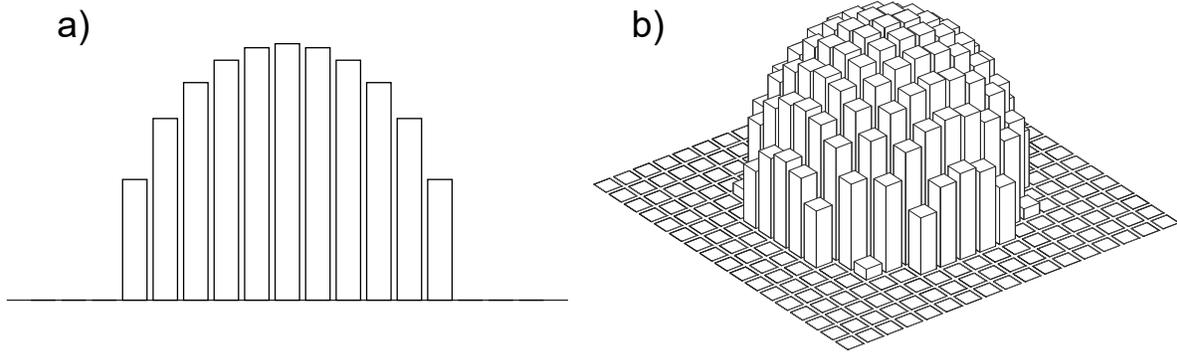


FIGURE 2.4 – Discrétisation du domaine : (a) en 1D, (b) en 2D.

L'intégrale de la convolution continue devient une somme dans le domaine discret. La convolution discrète est définie par :

$$u(x_i) = \sum_j p(x_j) K(x_i - x_j) \quad (2.7)$$

Avec le kernel de convolution discrète K défini par :

$$K(x_i - x_j) = \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}} G(x_i - x_j - x') dx' \quad (2.8)$$

Les détails de la discrétisation sont décrits en annexe B. Les composantes du kernel de convolution K correspondent à l'influence d'une sollicitation uniforme p sur un élément. Elles sont obtenues analytiquement ou numériquement en intégrant la fonction de Green G .

Le calcul numérique direct de l'équation 2.7 nécessite n^2 opérations, avec n le nombre d'éléments du domaine. Il est néanmoins possible de réduire le nombre d'opérations en effectuant la convolution dans le domaine fréquentiel plutôt que dans le domaine spatial.

2.2.1.4 Domaine fréquentiel

Une fonction u définie dans le domaine spatial de coordonnées x peut être exprimée dans le domaine fréquentiel de coordonnées ξ par la transformée de Fourier \mathcal{F} :

$$\mathcal{F}(u) : \xi \mapsto \hat{u}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x)e^{-i\xi x} dx \quad (2.9)$$

Le produit de convolution de fonctions exprimées dans le domaine spatial devient un produit algébrique dans le domaine fréquentiel :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(p * G) &= \mathcal{F}(p) \mathcal{F}(G) \\ \hat{u}(\xi) &= \hat{p}(\xi) \hat{G}(\xi) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dans un domaine discret et fini de coordonnées ξ_i , cette équation devient :

$$\hat{u}(\xi_i) = \hat{p}(\xi_i) \hat{K}(\xi_i) \quad (2.11)$$

Numériquement, ce calcul nécessite seulement n opérations, avec n le nombre d'éléments du domaine. La transformée de Fourier discrète peut être effectuée par l'algorithme de FFT (Fast Fourier Transform) qui requiert $n \log n$ opérations :

$$\hat{u}(\xi_i) = \text{FFT}(u(x_i)) \quad (2.12)$$

Et la transformée de Fourier discrète inverse peut être effectuée par l'algorithme de iFFT (inverse Fast Fourier Transform) qui requiert également $n \log n$ opérations :

$$u(x_i) = \text{iFFT}(\hat{u}(\xi_i)) \quad (2.13)$$

Le calcul de $u(x_i)$ à partir de $p(x_i)$ peut donc être effectué par deux méthodes (figure 2.5) :

- méthode directe (équation 2.7), complexité $o(n^2)$,
- méthode FFT (équation 2.12 + équation 2.11 + équation 2.13), complexité $o(n \log n + n + n \log n) = o(n \log n)$.

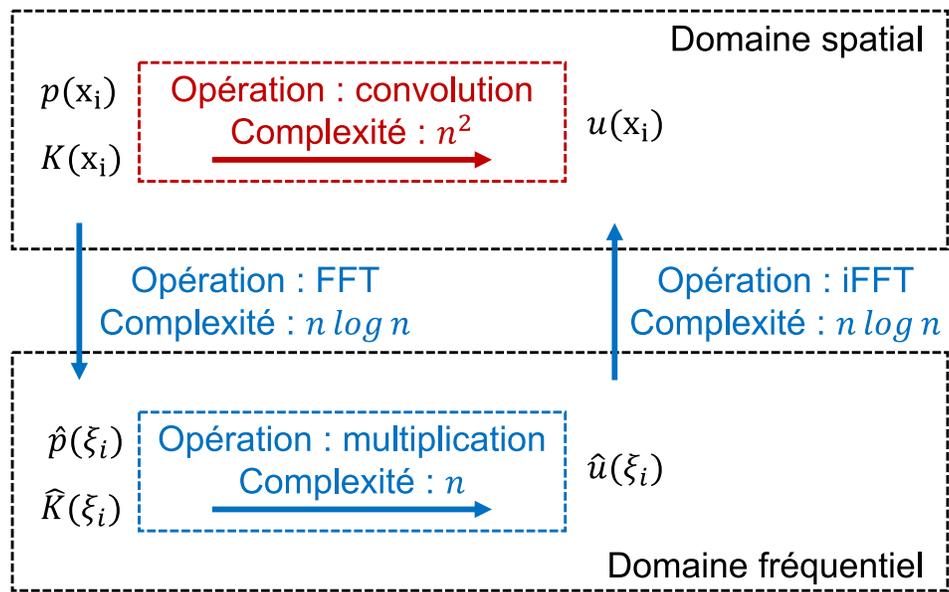


FIGURE 2.5 – Produit de convolution par la méthode directe (en rouge) et par la méthode FFT (en bleu).

Cependant, l'utilisation du domaine fréquentiel induit une périodisation du domaine spatial qui, dans certains cas, n'est pas souhaitée. Cette erreur de périodisation peut toutefois être minimisée en utilisant le zero-padding qui consiste à étendre le domaine spatial en doublant sa taille et en imposant une sollicitation nulle sur l'extension.

2.2.1.5 Performances

La complexité algorithmique inférieure de la méthode FFT lui confère une durée d'exécution inférieure pour un nombre de degrés de liberté suffisamment important. La figure 2.6 illustre le gain de performance de la convolution par la méthode FFT sur la méthode directe. Ce gain correspond au rapport des temps d'exécution des produits de convolution. Ces résultats sont indicatifs, ils peuvent varier en fonction de l'implémentation des méthodes et du matériel informatique utilisé. Les durées ont été obtenues pour un produit de convolution 1D, mais des résultats similaires sont obtenus pour un nombre de dimensions supérieur.

La méthode FFT est plus performante que la méthode directe à partir d'environ 1000 degrés de liberté pour l'implémentation utilisée dans cette étude. Pour 100 000 degrés de liberté, la méthode FFT est environ 20 fois plus performante que la méthode directe. Pour 2 000 000 degrés de liberté, un facteur 350 sépare les durées d'exécution des deux méthodes. Les simulations présentées dans le chapitre 4 sont effectuées avec 174 000 000 degrés de liberté. Le gain sur le coût de calcul est estimé à 15 000 pour cette taille de modèle.

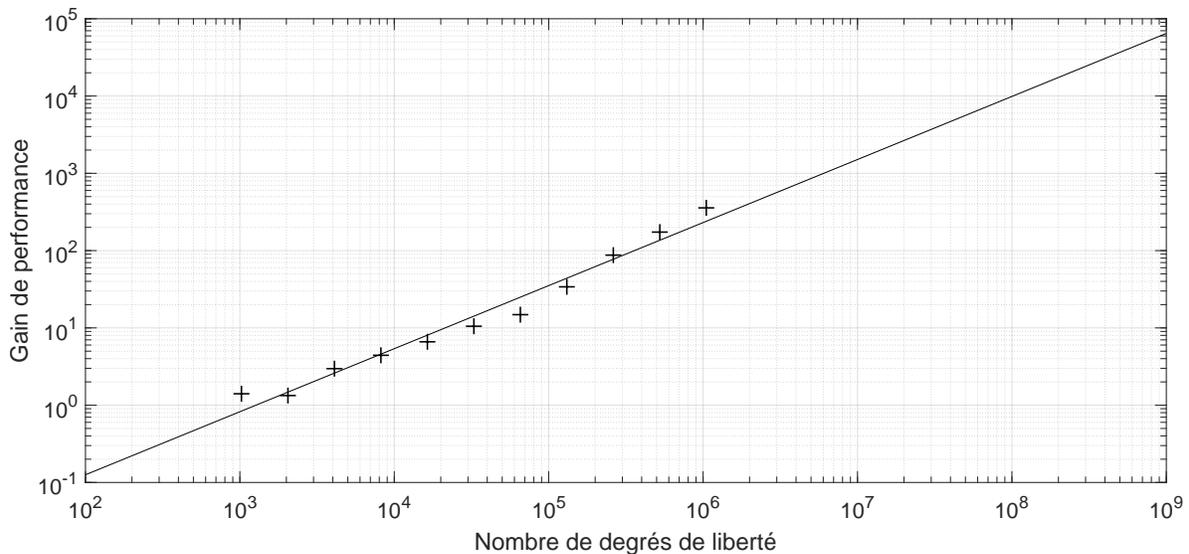


FIGURE 2.6 – Gain de performance de la convolution fréquentielle sur la convolution directe en fonction du nombre de degrés de liberté.

En résumé, la méthode Green-FFT consiste à :

1. Déterminer la fonction de Green G pour l'équation, le domaine et les conditions limites donnés.
2. Calculer le kernel de convolution discrète K en intégrant la fonction de Green G sur un élément.
3. Calculer la transformée de Fourier du kernel de convolution discrète \hat{K} .
4. Calculer la transformée de Fourier de la sollicitation \hat{p} .
5. Effectuer le produit algébrique de \hat{p} par \hat{K} pour obtenir la réponse dans le domaine fréquentiel \hat{u} .
6. Calculer la transformée de Fourier inverse pour obtenir la réponse dans le domaine spatial u .

Lorsque la sollicitation n'est pas connue, la solution est obtenue par itération des étapes 4 à 6 jusqu'à la convergence des résultats.

La méthode Green-FFT est limitée aux maillages structurés avec une taille d'éléments constante. Elle n'est donc pas adaptée aux problèmes avec des géométries complexes ou nécessitant une discrétisation adaptative. En revanche, l'efficacité numérique de la méthode Green-FFT la rend particulièrement intéressante pour les problèmes de contacts ou de matériaux hétérogènes pour lesquels un maillage structuré est envisageable.

2.2.2 Calcul de la pression de contact macroscopique

2.2.2.1 Description

La méthode de calcul de la pression de contact macroscopique utilisée dans le modèle numérique est présentée dans cette section. Cette méthode a été proposée, entre autres, par Sainsot [165], Polonsky et Keer [166] et Liu et al. [167]. La méthode est plus amplement détaillée dans les articles cités précédemment.

La résolution utilise la méthode Green-FFT présentée dans la sous-section 2.2.1 combinée à la méthode du gradient conjugué [168].

Les principales hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- matériau élastique, linéaire, homogène et isotrope,
- frottement nul,
- milieux semi-infinis (taille de contact \ll taille des solides).

La représentation du contact équivalent est utilisée dans cette analyse pour réduire le nombre de paramètres (sous-section 1.1.3). Le premier solide est donc semi-infini avec des propriétés élastiques équivalentes et le second solide est indéformable avec une géométrie équivalente (figure 2.7).

La pression de contact p est positive aux positions où la séparation des surfaces h est nulle et la pression est nulle aux positions où cette séparation est positive :

$$\begin{cases} \text{Si } h(x, y) > 0 \rightarrow p(x, y) = 0 \text{ séparation} \\ \text{Si } h(x, y) = 0 \rightarrow p(x, y) > 0 \text{ contact} \end{cases} \quad (2.14)$$

Lorsqu'une charge W est transmise par le contact, un rapprochement δ se produit. Les surfaces se déforment pour ne pas s'interpénétrer.

L'équilibre des forces implique que l'intégrale de la pression sur la surface soit égale à la charge W :

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x, y) dx dy \quad (2.15)$$

Il existe une relation entre la séparation des surfaces déformées h , la séparation initiale h_0 obtenue avec la géométrie initiale, le déplacement normal u et le rapprochement δ :

$$h(x, y) = h_0(x, y) + u(x, y) - \delta \quad (2.16)$$

Les conditions de contact (équation 2.14), l'équilibre des forces (équation 2.15) et la compatibilité de la déformation avec la géométrie initiale (équation 2.16) sont combinés pour exprimer l'énergie élastique complémentaire U_c définie par [169] :

$$U_c = \int_{\Omega_C} \left(\frac{1}{2} pu + ph_0 \right) dS \quad (2.17)$$

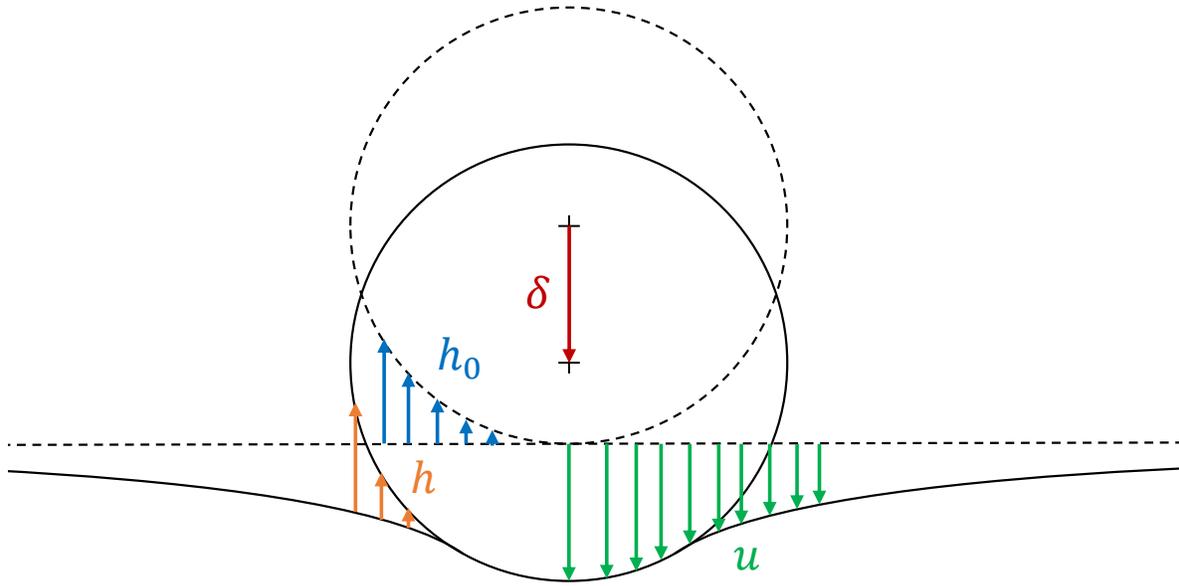


FIGURE 2.7 – Contact normal : séparation initiale des surfaces h_0 , rapprochement δ , déplacement élastique u , distance entre les surfaces déformées h .

Kalker [169] a montré que déterminer la pression de contact revient à trouver la distribution p qui minimise l'énergie élastique complémentaire U_c . L'unicité de la solution à ce problème a été montrée par Duvaut et Lions [170].

La solution est calculée itérativement avec une méthode de gradient conjugué proposé par Polonsky et Keer [166]. La méthode Green-FFT est utilisée à chaque itération pour obtenir le déplacement u engendré par la pression de contact p .

La fonction de Green $G^{p \rightarrow u}$ correspond au déplacement normal de la surface engendré par une pression concentrée au point $(x = 0, y = 0)$. Elle est définie par :

$$G^{p \rightarrow u}(x, y) = \frac{1}{\pi E^*} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (2.18)$$

Avec le module élastique équivalent E^* . Cette fonction est obtenue à partir de la théorie des potentiels de Boussinesq [163] et Cerruti [164] qui est plus amplement détaillée par Love [162] et Johnson [77].

La fonction de Green $G^{p \rightarrow u}$ est ensuite intégrée pour obtenir le kernel de convolution $K^{p \rightarrow u}$ permettant le calcul numérique de u par la méthode Green-FFT. L'expression analytique du kernel $K^{p \rightarrow u}$ est présentée en annexe C.

2.2.2.2 Validation

Afin de s'assurer de la validité de la méthode de calcul de la pression de contact macroscopique présentée précédemment, les résultats sont comparés aux solutions analytiques du contact de Hertz définies dans la sous-section 1.1.3.

L'erreur est définie comme la différence normalisée par la pression maximale :

$$Er(x, y) = \frac{|p_{\text{Green-FFT}}(x, y) - p_{\text{Hertz}}(x, y)|}{p_0} \quad (2.19)$$

Avec la pression de contact calculée par la méthode Green-FFT $p_{\text{Green-FFT}}$, la pression obtenue par le modèle analytique de Hertz p_{Hertz} et la pression maximale de Hertz p_0 .

Les comparaisons pour le contact linéique et pour le contact ponctuel sont illustrées dans la figure 2.8.

Les paramètres utilisés sont :

- Module de Young $E = 212$ GPa
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$
- Des domaines de dimensions
 - $3a \times 1a$ pour le contact linéique
 - $3a \times 3a$ pour le contact ponctuel
- Une taille d'éléments de $\Delta x = a/512$

Avec la demi-largeur de contact a .

L'erreur maximale est inférieure à 1%, ce qui confirme la validité de la méthode Green-FFT et le bon fonctionnement du code de calcul de pression de contact.

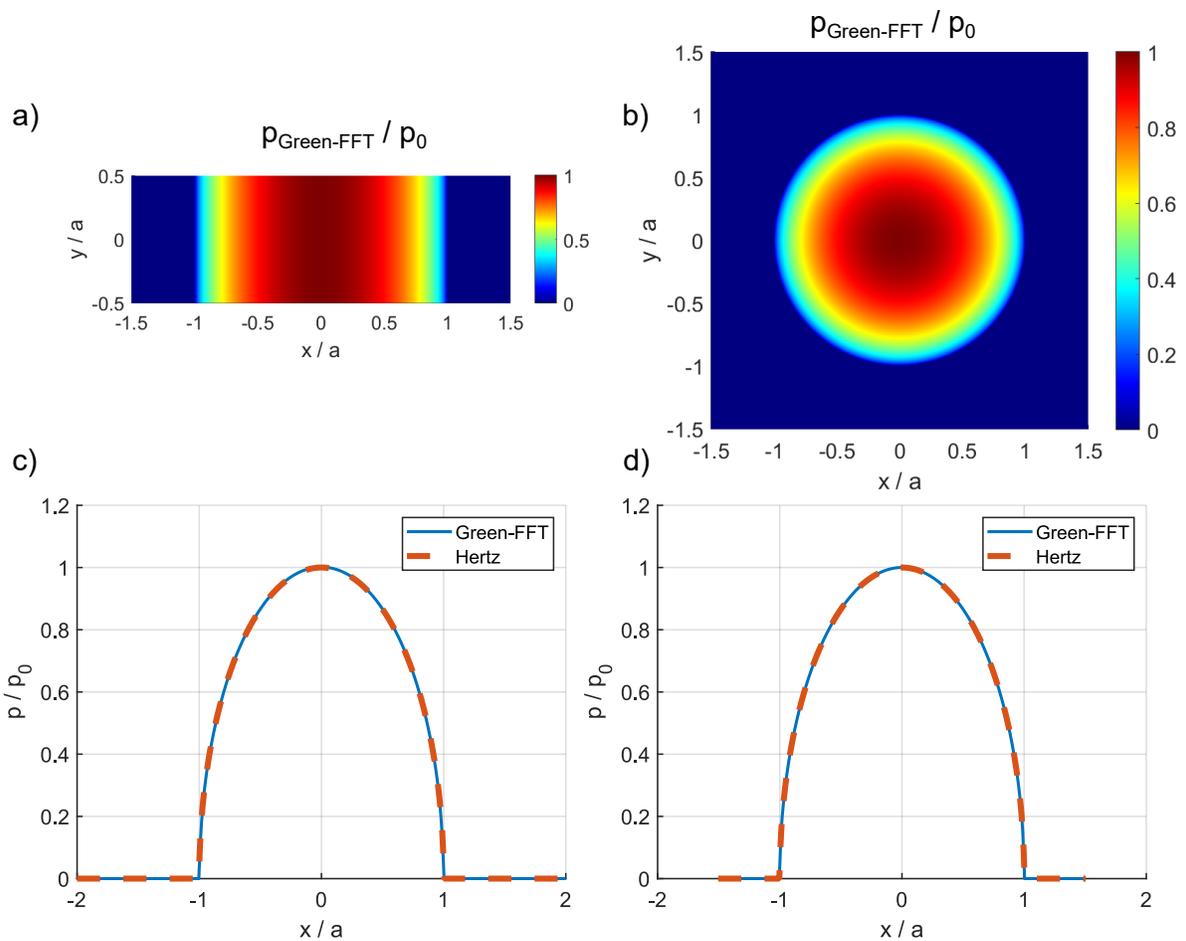


FIGURE 2.8 – Pression de contact Green-FFT, (a) contact linéique, (b) contact ponctuel. Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle de Hertz en $y = 0$, (c) contact linéique, (d) contact ponctuel.

2.2.3 Calcul des contraintes macroscopiques

2.2.3.1 Description

Les contraintes macroscopiques σ^M sont calculées par la méthode Green-FFT présentée dans la sous-section 2.2.1 en utilisant la pression de contact macroscopique p comme sollicitation. La fonction de Green $G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}$ ainsi que le kernel de convolution $K_{ij}^{p \rightarrow \sigma}$ issues des travaux de Love [162] et de Kalker [169] sont définis en annexe D. Cette méthode est également utilisée par d'autres auteurs [171, 172, 173, 174, 175, 176].

Le schéma de calcul est le suivant :

$$\begin{cases} \hat{K}_{ij}^{p \rightarrow \sigma} = \mathcal{F}(K_{ij}^{p \rightarrow \sigma}) \\ \hat{p} = \mathcal{F}(p) \\ \hat{\sigma}_{ij}^M = \hat{K}_{ij}^{p \rightarrow \sigma} \times \hat{p} \\ \sigma_{ij}^M = \mathcal{F}^{-1}(\hat{\sigma}_{ij}^M) \end{cases} \quad (2.20)$$

2.2.3.2 Validation

Afin de s'assurer de la validité de la méthode de calcul des contraintes macroscopique présentée précédemment, les résultats sont comparés aux solutions analytiques de Hills et al. [28] dans les conditions de contact de Hertz. Les expressions analytiques de Hills sont présentées dans l'annexe A.

L'erreur est définie comme la différence normalisée par la pression maximale :

$$Er(x, y, z) = \frac{|\sigma_{\text{Green-FFT}}^M(x, y, z) - \sigma_{\text{Hills}}^M(x, y, z)|}{p_0} \quad (2.21)$$

Avec les contraintes macroscopiques calculées par la méthode Green-FFT $\sigma_{\text{Green-FFT}}^M$, les contraintes macroscopiques obtenues par le modèle analytique de Hills σ_{Hills}^M et la pression maximale de Hertz p_0 .

Les comparaisons pour le contact linéique et pour le contact ponctuel sont illustrées respectivement dans la figure 2.9 et dans la figure 2.10.

Les paramètres utilisés sont :

- Module de Young $E = 212$ GPa
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$
- Des domaines de dimensions
 - $4a \times 2a \times 1a$ pour le contact linéique
 - $3a \times 3a \times 1a$ pour le contact ponctuel
- Une taille d'éléments de $\Delta x = a/512$

Avec la demi-largeur de contact a .

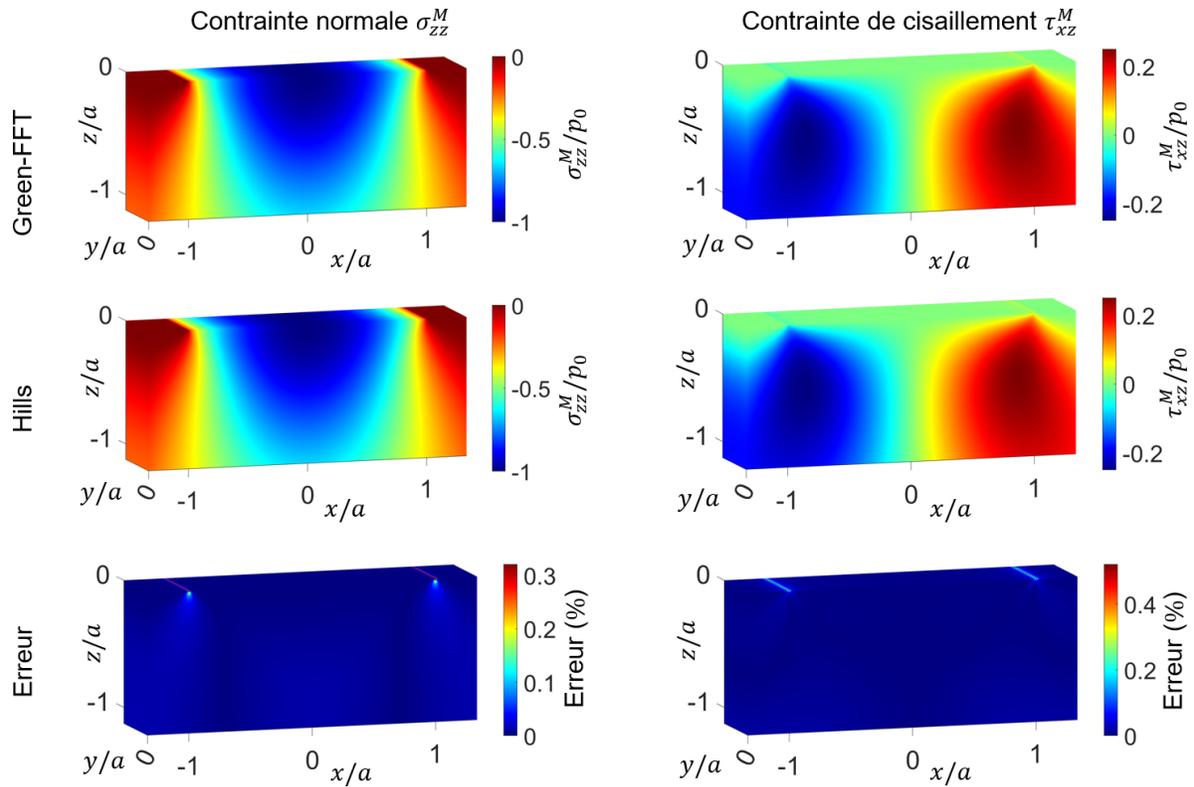


FIGURE 2.9 – Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle de Hills avec un contact linéique.

L'erreur maximale entre les contraintes macroscopiques calculées par la méthode Green-FFT et les contraintes macroscopiques obtenues analytiquement par le modèle de Hills est inférieure à 2%. Une nouvelle fois, cela confirme la validité de la méthode Green-FFT et le bon fonctionnement du code de calcul de contraintes macroscopiques.

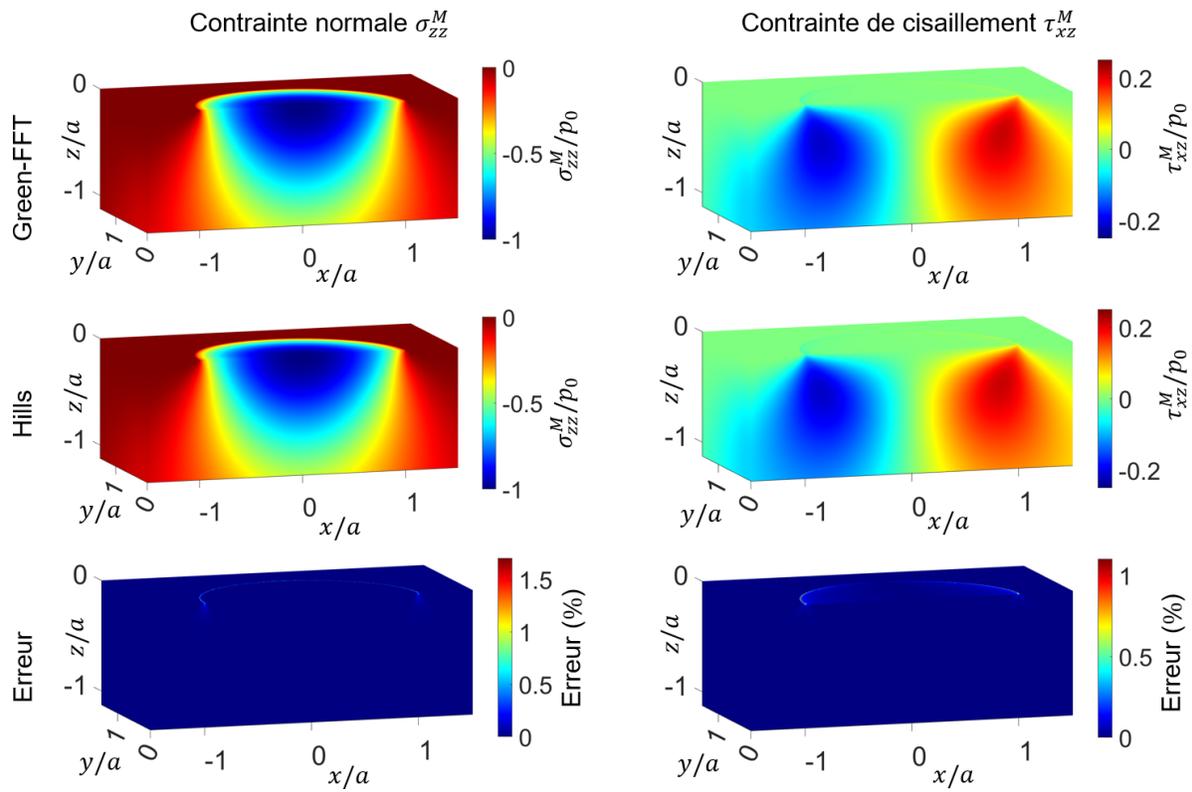


FIGURE 2.10 – Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle de Hills avec un contact ponctuel.

2.2.4 Calcul des contraintes mésoscopiques

2.2.4.1 Description

Les hétérogénéités telles que la microstructure, les différentes phases ou encore la présence d'inclusions ou de fibres entraînent des variations locales des contraintes.

Dans ce modèle, les contraintes mésoscopiques (en tenant compte des hétérogénéités) sont calculées à partir des contraintes macroscopiques (sans tenir compte des hétérogénéités). La méthode de calcul des contraintes mésoscopiques utilisée fait également appel à la méthode Green-FFT présentée dans la sous-section 2.2.1. Cette méthode appliquée aux matériaux hétérogènes a été introduite par Moulinec et Suquet [177, 178], elle repose sur les concepts de déformations libres et de contraintes de polarisation.

Le concept de déformations libres a été introduit par Eshelby [118, 119] puis développé par Mura [179]. Ce terme générique désigne les déformations inélastiques dues à la dilatation thermique et à la transformation de phase, les déformations initiales, les déformations plastiques et les déformations liées aux hétérogénéités. Dans ce modèle, les déformations mésoscopiques totale ε sont la somme des déformations macroscopiques ε^M et des déformations libres $\tilde{\varepsilon}$:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^M + \tilde{\varepsilon}_{ij} \quad (2.22)$$

Les contraintes de polarisation dans le contexte d'un matériau hétérogène ont été introduites par Kroner [180] pour désigner les contraintes induites par les hétérogénéités. Dans ce modèle, les contraintes de polarisation ς sont définies par :

$$\varsigma_{ij} = \Delta C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2.23)$$

Et :

$$\Delta C_{ijkl} = C_{ijkl} - C_{ijkl}^0 \quad (2.24)$$

Avec le tenseur d'élasticité du matériau hétérogène C qui varie en chaque point du domaine, en fonction des propriétés locales du matériau, et un tenseur d'élasticité homogène C^0 qui est constant pour tous les points du domaine.

L'opérateur de Green $\Gamma_{ijkl}^{\varsigma \rightarrow \tilde{\varepsilon}}$ est utilisé pour déterminer les déformations libres $\tilde{\varepsilon}$ engendrées par les contraintes de polarisation ς . Il est défini en annexe E.

Le schéma de résolution par point fixe proposé par Moulinec et Suquet [177, 178] est utilisé :

$$\begin{aligned}
\text{Initialisation : } \varepsilon_{ij}^M &= (C_{ijkl}^0)^{-1} \sigma_{kl}^M \\
\varepsilon_{ij}^{(0)} &= \varepsilon_{ij}^M \\
\text{Itération : } \varsigma_{ij} &= \Delta C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^{(n-1)} \\
\hat{\varsigma}_{ij} &= \mathcal{F}(\varsigma_{ij}) \\
\hat{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\hat{\Gamma}_{ijkl}^{\varsigma \rightarrow \varepsilon} + \hat{\Gamma}_{jikl}^{\varepsilon \rightarrow \varsigma} \right) \hat{\varsigma}_{kl} \\
\varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ij}^M + \mathcal{F}^{-1} \left(\hat{\varepsilon}_{ij} \right) \\
\text{Test de convergence} \\
\sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Test de convergence :

$$\frac{\langle \|\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^{(n-1)}\| \rangle}{\langle \|\varepsilon_{ij}^M\| \rangle} < \delta \tag{2.26}$$

Avec la norme L2 $\|\cdot\|$, la moyenne arithmétique spatiale $\langle \cdot \rangle$ et le seuil de convergence δ .

Cette méthode a également été appliquée à la simulation numérique des contraintes dans des matériaux polycristallins par plusieurs auteurs [181, 182, 183, 184].

Afin de permettre le calcul de contraintes et de déformations non périodiques, le domaine spatial Ω_A est étendu avec une zone tampon. Plusieurs chercheurs utilisent cette solution pour des problèmes non périodiques [181, 185, 186]. L'influence de la taille de la zone tampon sur l'erreur de périodicité est analysée dans la sous-section 2.3.6.

2.2.4.2 Validation

Afin de valider la méthode Green-FFT pour le calcul des contraintes mésoscopiques en conditions de contact, un modèle éléments finis (FEM) équivalent a été développé. La microstructure, les propriétés élastiques, le maillage et les conditions de contact utilisés sont identiques dans les deux méthodes pour faciliter la comparaison.

La méthode des éléments finis est trop coûteuse numériquement pour effectuer cette comparaison en 3D avec un maillage structuré suffisamment fin pour respecter la géométrie de la microstructure. Une variante du modèle Green-FFT en déformations planes 2D est donc utilisée pour être comparée avec un modèle FEM qui fonctionne également en déformations planes 2D. Le modèle FEM 2D est semblable à d'autres modèles existants [154, 156, 157, 158, 159].

Le modèle FEM est étendu par des domaines adjacents (figure 2.11). Cela permet également d'éloigner les bords du domaine de calcul afin de préserver les bords du domaine d'analyse de l'influence des conditions limites. Les domaines adjacents possèdent la même microstructure périodique que le domaine d'analyse. Des déplacements normaux nuls sont imposés aux bords du domaine de calcul FEM, sauf en surface ($z = 0$) où les contraintes de contact sont imposées : $\sigma_{zz} = -p$ et les autres composantes sont nulles. Des éléments polynomiaux d'ordre 1 sont utilisés.

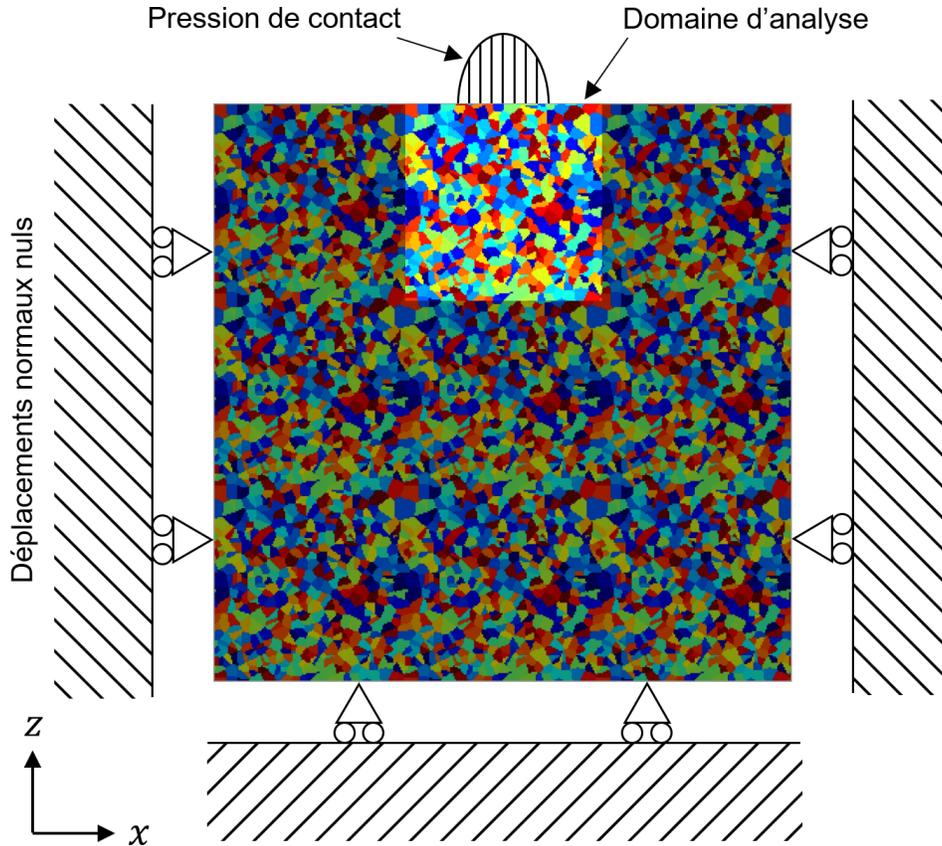


FIGURE 2.11 – Modèle éléments finis 2D équivalent.

L'erreur est définie comme la différence normalisée par la pression maximale :

$$Er(x, y, z) = \frac{|\sigma_{\text{Green-FFT}}(x, y, z) - \sigma_{\text{FEM}}(x, y, z)|}{p_0} \quad (2.27)$$

Avec les contraintes mésoscopiques calculées par la méthode Green-FFT $\sigma_{\text{Green-FFT}}$, les contraintes mésoscopiques obtenues par le modèle éléments finis σ_{FEM} et la pression maximale de Hertz p_0 .

La figure 2.12 présente la comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle FEM pour une charge centrée dans les conditions de contact de Hertz linéique. La microstructure est générée par tessellation de Voronoi (sous-section 3.2.1). Chaque

grain possède des propriétés d'élasticité cubique (sous-section 1.1.2.1) correspondant à ceux d'un acier classique [187] et des orientations cristallines aléatoires (sous-section 3.2.2).

Les paramètres utilisés sont :

- Propriétés élastiques cubiques
 - $C_{11} = 237GPa$
 - $C_{12} = 141GPa$
 - $C_{44} = 116GPa$
- Domaines d'analyse de dimensions $5a \times 5a$
- Une taille d'éléments de $\Delta x = 5a/512$

L'analyse de la contrainte normale σ_{zz} et de la contrainte de cisaillement τ_{xz} montre que les deux méthodes permettent d'obtenir des résultats similaires. L'erreur maximale est de 3% pour τ_{xz} . Les différences de valeurs sont concentrées aux joints de grains, car le maillage structuré n'est pas conforme à la géométrie de ces interfaces ce qui provoque de légères oscillations avec la méthode Green-FFT. Des solutions pour réduire cet effet ont été proposées dans la littérature [188], mais n'ont pas été implémentées dans ce modèle, car les résultats sont jugés satisfaisants.

Afin de s'assurer de la validité de la méthode Green-FFT dans des conditions plus complexes, une seconde analyse est effectuée. La pression appliquée correspond à un contact indenté et une charge excentrée du centre de l'indent. Une description de la géométrie de l'indent est effectuée dans la section 4.3.

La figure 2.13 montre que la méthode Green-FFT et la méthode des éléments finis fournissent des résultats très proches. L'erreur maximale est de 4% pour τ_{xz} .

Cette comparaison avec les éléments finis montre que la méthode numérique Green-FFT utilisée dans cette étude permet de calculer les contraintes mésoscopiques engendrées par une sollicitation de contact.

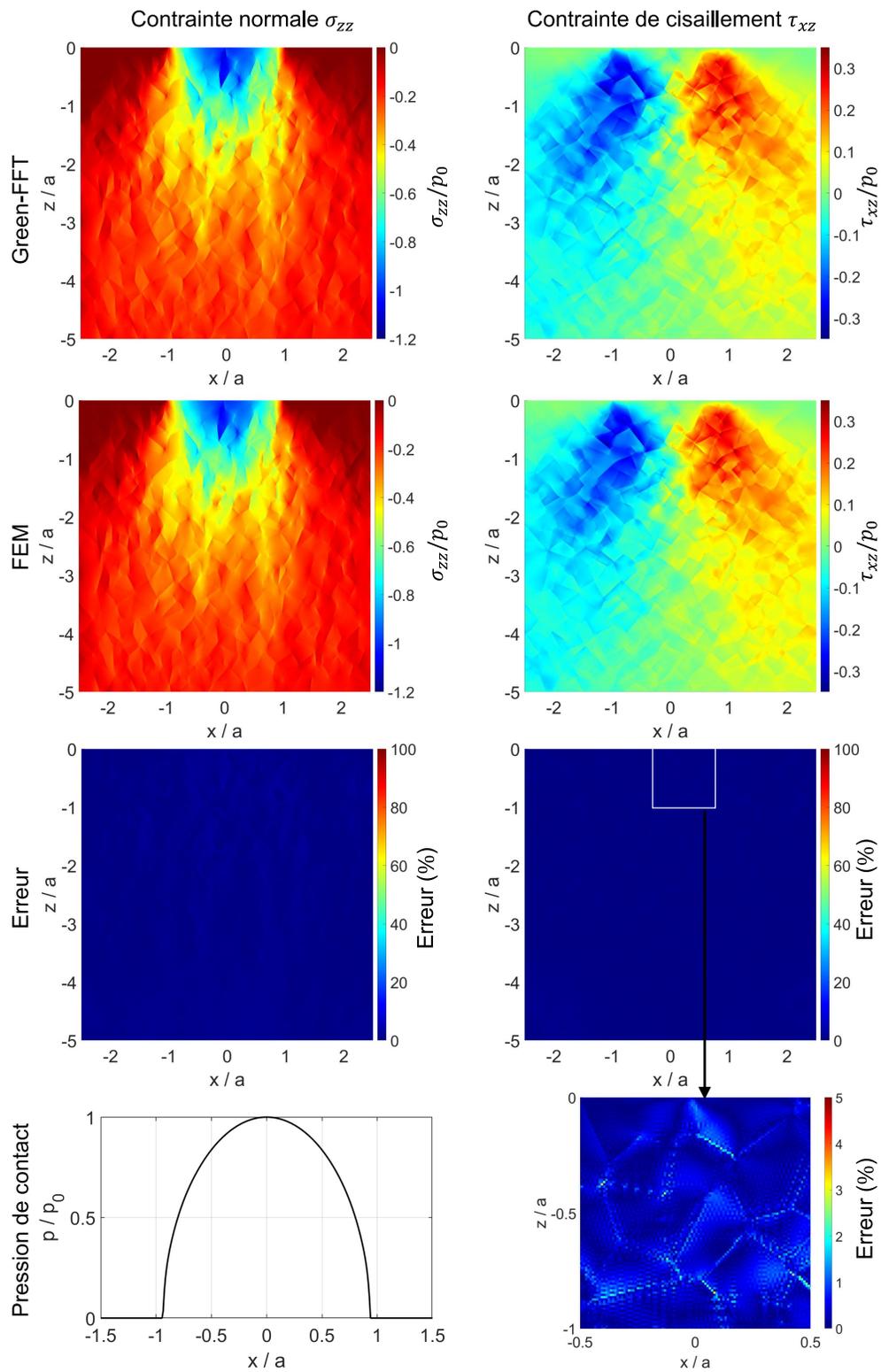


FIGURE 2.12 – Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle FEM avec un contact lisse.

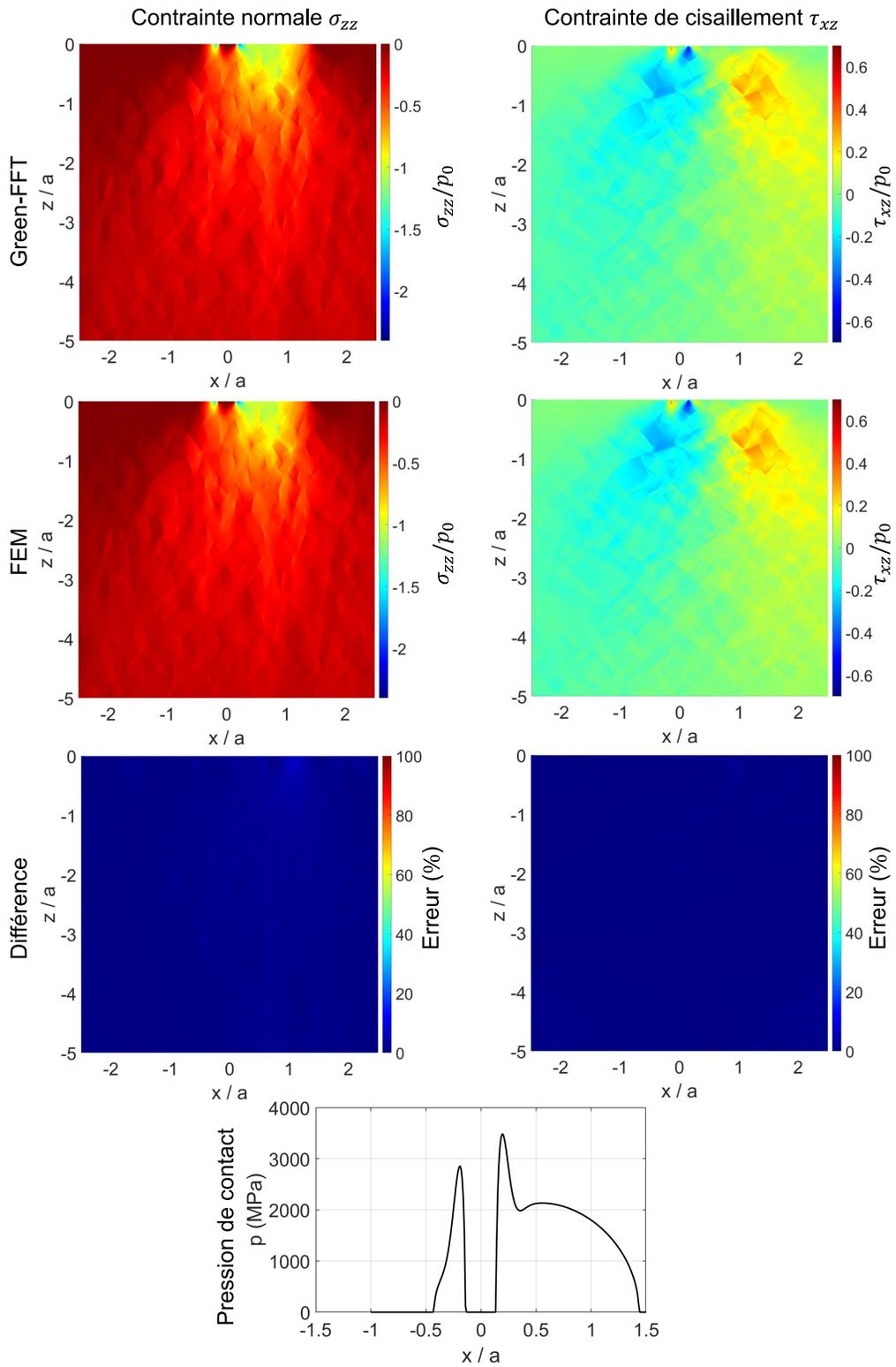


FIGURE 2.13 – Comparaison entre le modèle Green-FFT et le modèle FEM avec un contact indenté.

2.3 Paramètres de modélisation

2.3.1 Propriétés élastiques

Les calculs de pression de contact et de contraintes à l'échelle macroscopique considèrent le matériau comme homogène et isotrope : le module de Young E et le coefficient de Poisson ν sont utilisés pour caractériser le comportement élastique.

Lors du calcul des contraintes mésoscopiques, le matériau est considéré comme hétérogène avec des grains dont le comportement élastique cubique est décrit dans la sous-section 1.1.2.1. Les propriétés C_{11} , C_{12} et C_{44} données par Courtney [187] pour la ferrite sont utilisées :

- $C_{11} = 237$ GPa,
- $C_{12} = 141$ GPa,
- $C_{44} = 116$ GPa.

Afin que les propriétés soient compatibles aux deux échelles, il est nécessaire d'effectuer une analyse d'homogénéisation. Pour cela, une méthode consiste à imposer une déformation uniaxiale moyenne à un volume élémentaire (figure 2.14) et d'en déduire ses propriétés homogènes équivalentes en analysant les contraintes moyennes engendrées. Cette méthode de calcul des propriétés équivalentes est plus amplement décrite par Noyel [154].

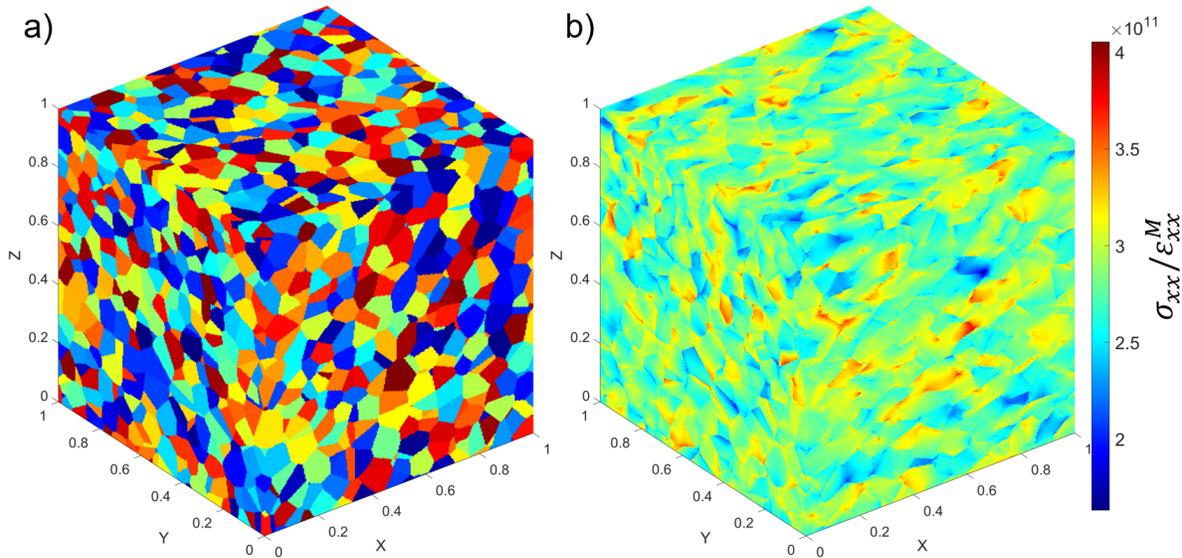


FIGURE 2.14 – Volume élémentaire de 3000 grains, (a) visualisation des grains, (b) contrainte σ_{xx} normalisée par la déformation moyenne imposée ε_{xx}^M .

La géométrie des grains est générée par tessellation de Voronoi présentée dans la sous-section 3.2.1 et les orientations cristallines sont générées aléatoirement avec la méthode présentée dans la sous-section 3.2.2. La taille de grains est définie par le

diamètre équivalent moyen D_g :

$$D_g = \left(\frac{6V}{\pi n_g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.28)$$

Avec n_g le nombre de grains et V le volume du domaine.

Les grandeurs spatiales sont adimensionnées par la taille du domaine afin d'obtenir des résultats sans dimension. Ainsi, augmenter le nombre de grains, augmenter la taille du domaine et diminuer la taille de grains sont équivalents. Le nombre de grains est progressivement augmenté de 30 à 30 000. Le domaine est discrétisé en $512 \times 512 \times 512$ éléments.

Une déformation macroscopique uniforme unitaire $\varepsilon_{xx}^M = 1$ est appliquée, les déformations macroscopiques dans les autres directions sont nulles. Les conditions limites ainsi que la géométrie sont périodiques dans les trois dimensions.

La méthode Green-FFT présentée dans la sous-section 2.2.4 est utilisée pour calculer les contraintes mésoscopiques. Ensuite, les propriétés élastiques homogènes équivalentes sont déterminées en utilisant la moyenne arithmétique spatiale $\langle \cdot \rangle$ des contraintes mésoscopiques σ_{xx} et σ_{yy} :

$$\nu = \frac{\langle \sigma_{yy} \rangle}{\langle \sigma_{xx} \rangle + \langle \sigma_{yy} \rangle} \quad (2.29)$$

$$E = \frac{\langle \sigma_{xx} \rangle (1 + \nu) (1 - 2\nu)}{\varepsilon_{xx}^M (1 - \nu)} \quad (2.30)$$

En effectuant des simulations de 100 échantillons aléatoires pour chaque nombre de grains, la figure 2.15 montre que les propriétés équivalentes convergent vers les valeurs suivantes :

- $E = 212$ GPa,
- $\nu = 0.296$.

Ces résultats sont en accord avec l'homogénéisation effectuée avec le modèle éléments finis proposé par Noyel [155]. Les propriétés élastiques macroscopiques et mésoscopiques mentionnées dans cette section sont utilisées dans le reste de l'étude.

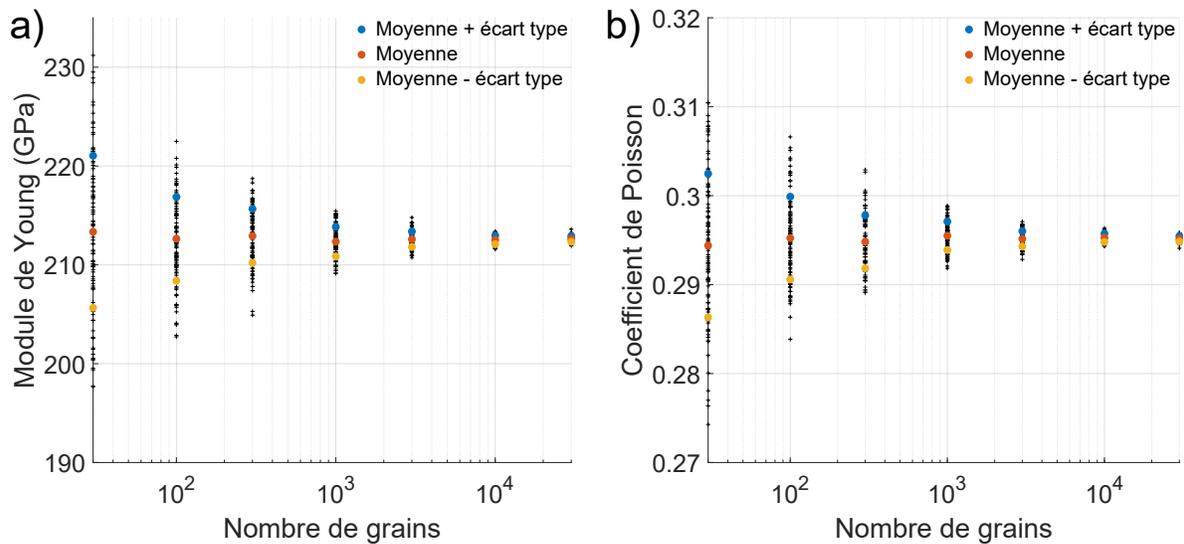


FIGURE 2.15 – Convergence des propriétés élastiques équivalentes en fonction du nombre de grains dans le domaine, (a) module de Young E , (b) coefficient de Poisson ν .

2.3.2 Taille d'éléments

La méthode Green-FFT requiert un maillage structuré avec une taille d'éléments fixe. La même taille d'éléments est choisie pour les différents domaines définis dans la sous-section 2.1.6 et associés aux trois étapes de calcul. Cela permet de faire coïncider les positions des éléments et ainsi d'éviter une interpolation.

L'analyse suivante consiste à faire varier la taille d'éléments dans un domaine d'analyse cubique de 3000 grains afin d'évaluer l'influence du maillage sur les résultats. Les grandeurs spatiales sont adimensionnées afin d'obtenir des résultats génériques. Une déformation macroscopique uniforme $\varepsilon_{xx}^M = 0.01$ est appliquée, les déformations macroscopiques dans les autres directions sont nulles. Les conditions limites ainsi que la géométrie sont périodiques dans les trois dimensions. Les propriétés d'élasticité cubique définies dans la section précédente sont utilisées.

La résolution est définie comme le rapport entre la taille de grains et la taille d'éléments. Lorsque la résolution augmente, la microstructure est décrite avec une précision plus importante. Cependant, cela entraîne également une augmentation du coût de calcul.

L'analyse est effectuée sur les contraintes moyennes dans chaque grain pour plusieurs raisons :

- L'initiation de fissures est un phénomène physique à l'échelle du grain. Il est donc plus pertinent d'utiliser une grandeur à cette échelle plutôt qu'une grandeur à l'échelle d'un élément comme le maximum des contraintes.
- Les moyennes par grains sont facilement comparables entre plusieurs tailles d'éléments.

- Les contraintes moyennes permettent de déceler si la géométrie de la microstructure est préservée. Lorsque la taille d'éléments est trop proche de la taille de grains, la description des joints de grains n'est plus suffisamment précise ce qui impacte directement les sollicitations externes au grain et affecte son état de contrainte.

Comme le montre la figure 2.16, différentes résolutions sont comparées à la résolution de référence fixée à 20. La figure 2.17 montre l'erreur maximale entre les contraintes moyennes pour les différentes résolutions et la résolution de référence ainsi que le coût de calcul relatif.

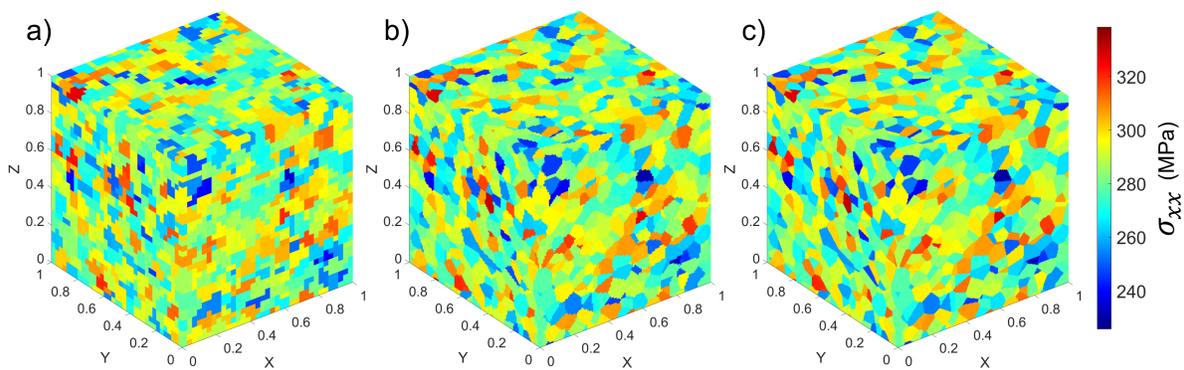


FIGURE 2.16 – Contrainte normale σ_{xx} moyennée par grain, (a) résolution = 3, (b) résolution = 10, (c) résolution = 20.

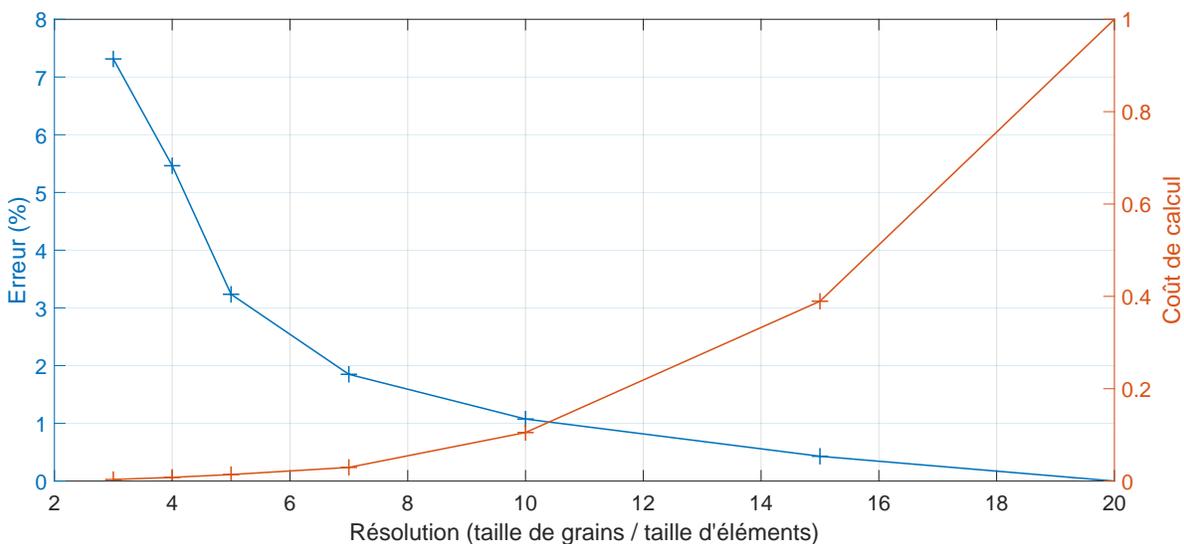


FIGURE 2.17 – Erreur et coût de calcul relatifs à la résolution de référence.

Une résolution comprise entre 5 et 10 semble le meilleur compromis entre l'erreur

et le coût de calcul. Pour cet intervalle de résolution, l'erreur maximale est comprise entre 1% et 4% et l'erreur moyenne est comprise entre 0.1% et 0.5%.

Cette analyse permet d'estimer l'influence de la taille d'éléments. Cependant, des vérifications spécifiques ont été effectuées pour les simulations présentées dans le reste du document.

2.3.3 Taille du domaine d'analyse

La taille du domaine d'analyse nécessite d'être choisie avec pertinence afin que les zones critiques se situent à l'intérieur du domaine. Le domaine ne doit pas être trop grand pour ne pas augmenter inutilement le coût de calcul.

Sainot [165] a montré que les profondeurs critiques pour des contacts rugueux sont liées à la longueur d'onde des aspérités. Une surface lisse dans les conditions du contact de Hertz linéique est donc la configuration limite pour laquelle les maximums des contraintes sont atteints au plus profond (tableau 2.1).

Cisaillement	Profondeur du maximum
Orthogonal τ_{xz}	$-0.5a$
Maximal τ_{max}	$-0.78a$
Octaédrique τ_{oct}	$-0.67a$

TABLE 2.1 – Profondeurs auxquelles sont atteints les maximums de cisaillements pour un contact de Hertz linéique.

Une profondeur de domaine de $z = -1.5a$ est choisie afin que les maximums de cisaillement soient contenus dans le domaine d'analyse.

Les dimensions du domaine d'analyse dans les directions x et y tangentielles à la surface sont choisies en fonctions de la taille des défauts étudiés (chapitre 4).

2.3.4 Position du contact

La position de départ du contact est déterminée de façon similaire à la profondeur du domaine. Le contact de Hertz linéique est utilisé comme cas limite pour déterminer la distance maximale entre le domaine et le centre du contact.

La position de départ du centre du contact est fixée à $x_{c,0} = -2a - L_x/2$ et la position d'arrivée du centre du contact est fixée à $x_{c,L} = +2a + L_x/2$. Cela permet que chaque élément du domaine d'analyse subisse une sollicitation cyclique complète avec les états de contraintes limites. Le déplacement total du contact est de $4a$.

2.3.5 Discrétisation du déplacement du contact

Le déplacement du contact à la surface du domaine d'analyse est discrétisé en un nombre fini de chargements statiques (figure 2.18). L'analyse suivante permet de déterminer l'espacement minimal à respecter pour décrire de façon satisfaisante l'évolution des contraintes au cours du cycle.

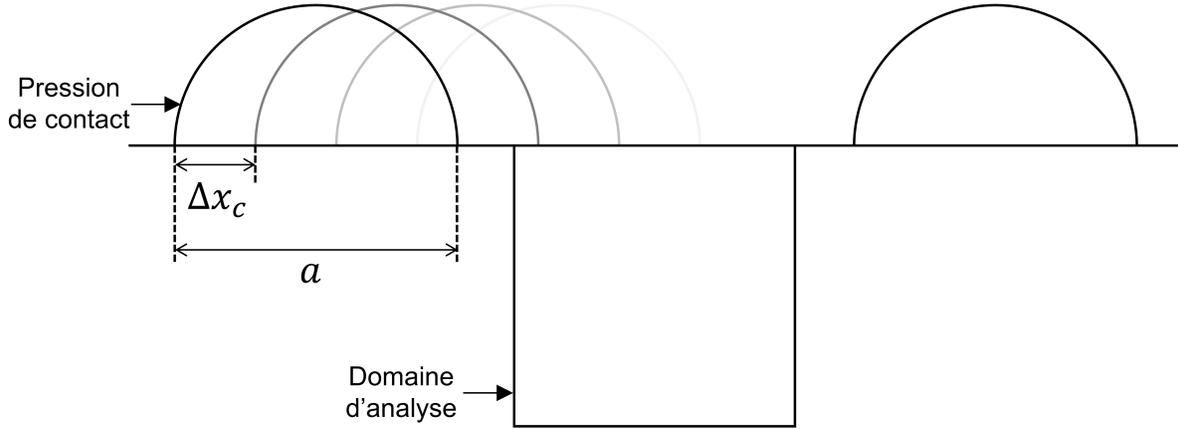


FIGURE 2.18 – Discrétisation du déplacement du contact à la surface du domaine d'analyse.

Le domaine d'analyse est un cube de côtés $L = 1$ mm, de $256 \times 256 \times 256$ éléments et une taille de grains $D_g = 30$ μm . Les propriétés élastiques définies dans la sous-section 2.3.1 sont utilisées. Afin d'analyser le cas plus critique de cette étude, une surface indentée est utilisée, car l'indent provoque des surpressions ainsi qu'un important gradient de contraintes. La géométrie de l'indent est présentée dans la section 4.3. Un indent de diamètre $D_d = 170$ μm et de profondeur $Z_d = 15$ μm est positionné au centre de la surface du domaine d'analyse en $(x, y) = (0, 0)$. Une demi-largeur de contact $a = 650$ μm et une pression de Hertz de $p_0 = 2.1$ GPa sont utilisées.

L'amplitude de variation du cisaillement orthogonal $\Delta\tau_{xz}$ est utilisée comme indicateur pour comparer les différents espacements. Un espacement minimal de $\Delta x_c = 0.05a$ est utilisé comme référence pour évaluer les résultats obtenus avec des espacements plus importants. Les valeurs de $\Delta\tau_{xz}$ sont moyennées dans chaque grain. L'erreur est définie par :

$$Er(x, y, z) = \frac{|\Delta\tau_{xz}(x, y, z) - \Delta\tau_{xz}^{ref}(x, y, z)|}{p_0} \quad (2.31)$$

Les amplitudes de variation de cisaillement orthogonal $\Delta\tau_{xz}$ ainsi que les erreurs obtenues avec un espacement $\Delta x_c = 0.1a$ et $\Delta x_c = 0.5a$ sont illustrées dans la figure 2.19.

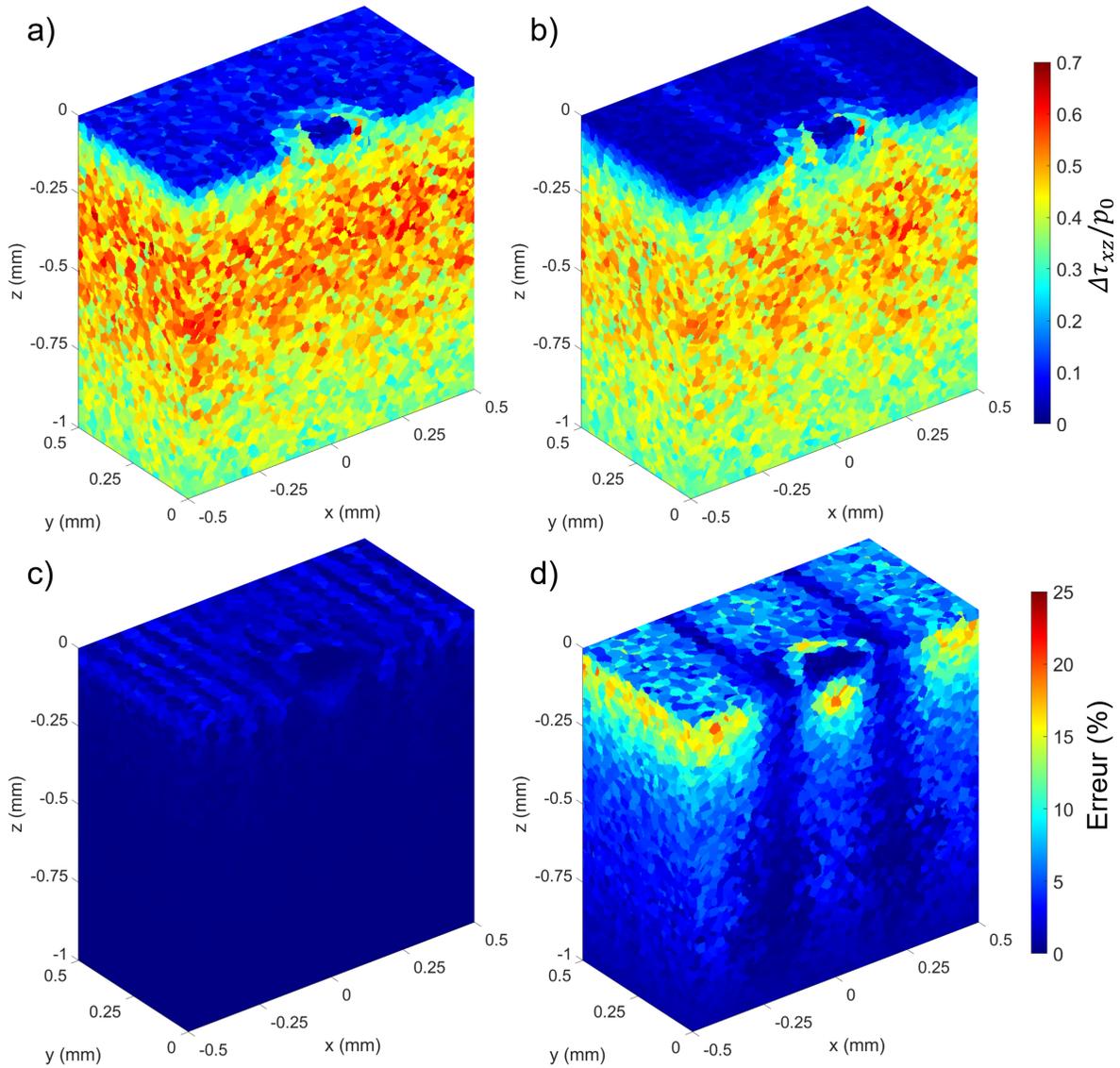


FIGURE 2.19 – Influence de l’espacement des chargements statiques Δx_c , (a) $\Delta\tau_{xz}$ obtenu avec $\Delta x_c = 0.1a$, (b) $\Delta\tau_{xz}$ obtenu avec $\Delta x_c = 0.5a$, (c) erreur maximale obtenue avec $\Delta x_c = 0.1a$, (d) erreur maximale obtenue avec $\Delta x_c = 0.5a$.

La figure 2.20 montre que la diminution de l'espacement des chargements statiques entraîne une diminution de l'erreur maximale, mais également une augmentation du coût de calcul. L'espacement $\Delta x_c = 0.1a$ permet d'obtenir une erreur maximale inférieure à 5% et un coût de calcul satisfaisant. Cette valeur est utilisée dans cette étude. Le déplacement total de $4a$ défini dans la section précédente ainsi que l'espacement de $0.1a$ nécessitent donc 41 chargements statiques afin de simuler le cycle de contact.

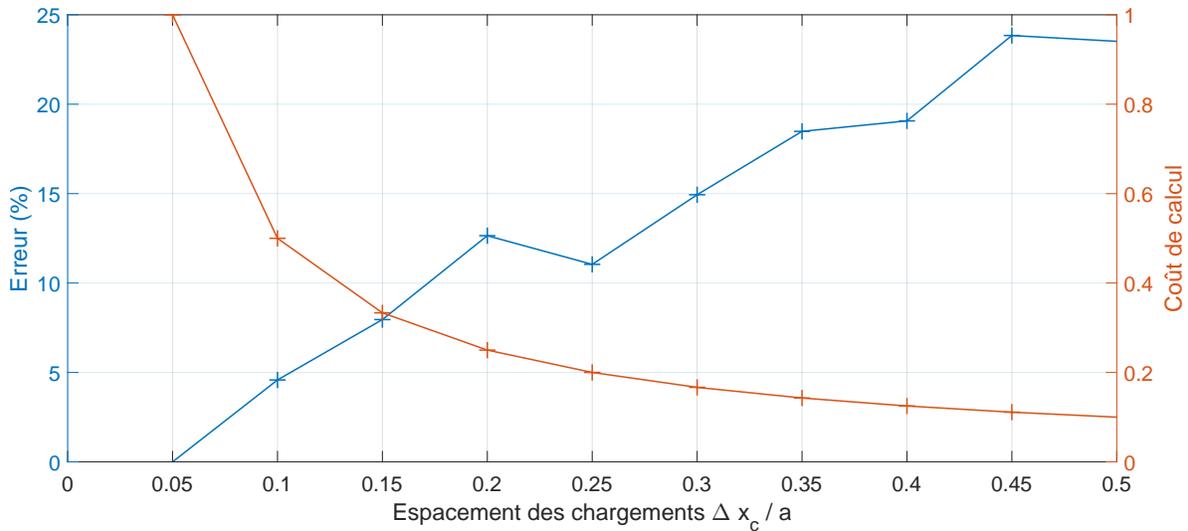


FIGURE 2.20 – Influence de l'espacement entre les chargements sur l'erreur maximale et sur le coût de calcul.

2.3.6 Taille de la zone tampon

Comme évoqué dans la sous-section 2.2.4, lors du calcul des contraintes mésoscopiques, l'expression fréquentielle du domaine d'analyse avec la méthode Green-FFT induit une périodisation. Or, pour un problème non périodique, cela n'est pas souhaité et résulte en une erreur de périodicité au bord du domaine. Comme illustré dans la figure 2.21, le domaine d'analyse est donc étendu par une zone tampon [181].

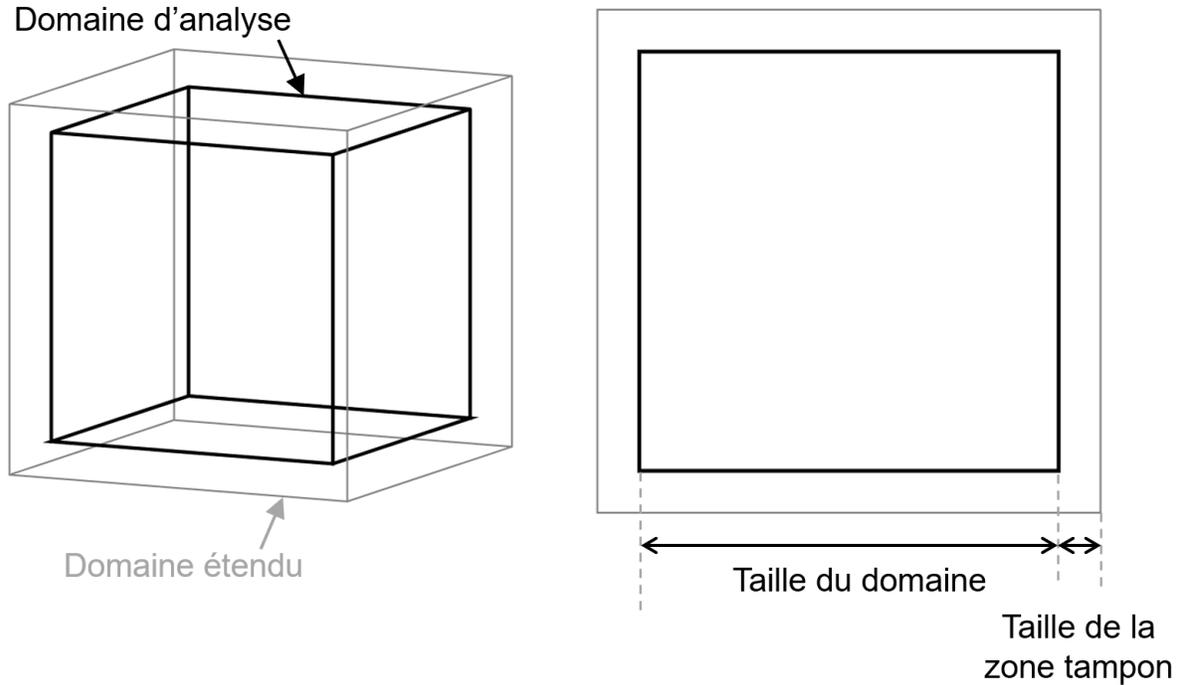


FIGURE 2.21 – Extension du domaine d'analyse avec une zone tampon.

Une analyse en sollicitation de contact linéique avec différentes tailles de zone tampon est réalisée. Le domaine d'analyse est un cube de côtés $L = 1$ mm, de $256 \times 256 \times 256$ éléments et une taille de grains $D_g = 30$ μm . Les propriétés élastiques définies dans la sous-section 2.3.1 sont utilisées. Une demi-largeur de contact $a = 650$ μm et une pression maximale unitaire de $p_0 = 1$ sont utilisées. L'erreur de périodicité est estimée en calculant la différence entre la contrainte normale σ_{zz} obtenue avec les différentes tailles de zone tampon et la contrainte obtenue avec un domaine étendu de 25% dans chaque direction (figure 2.22). L'augmentation de la taille de zone tampon permet de réduire l'erreur de périodicité, mais entraîne une augmentation du coût de calcul (figure 2.23).

Une extension du domaine d'analyse de 10% dans chaque direction limite l'erreur de périodicité maximale à 2% en augmentant le coût de calcul de 75%. Dans cette étude, une zone tampon de 10% est utilisée pour le calcul des contraintes mésoscopiques en sollicitation de contact.

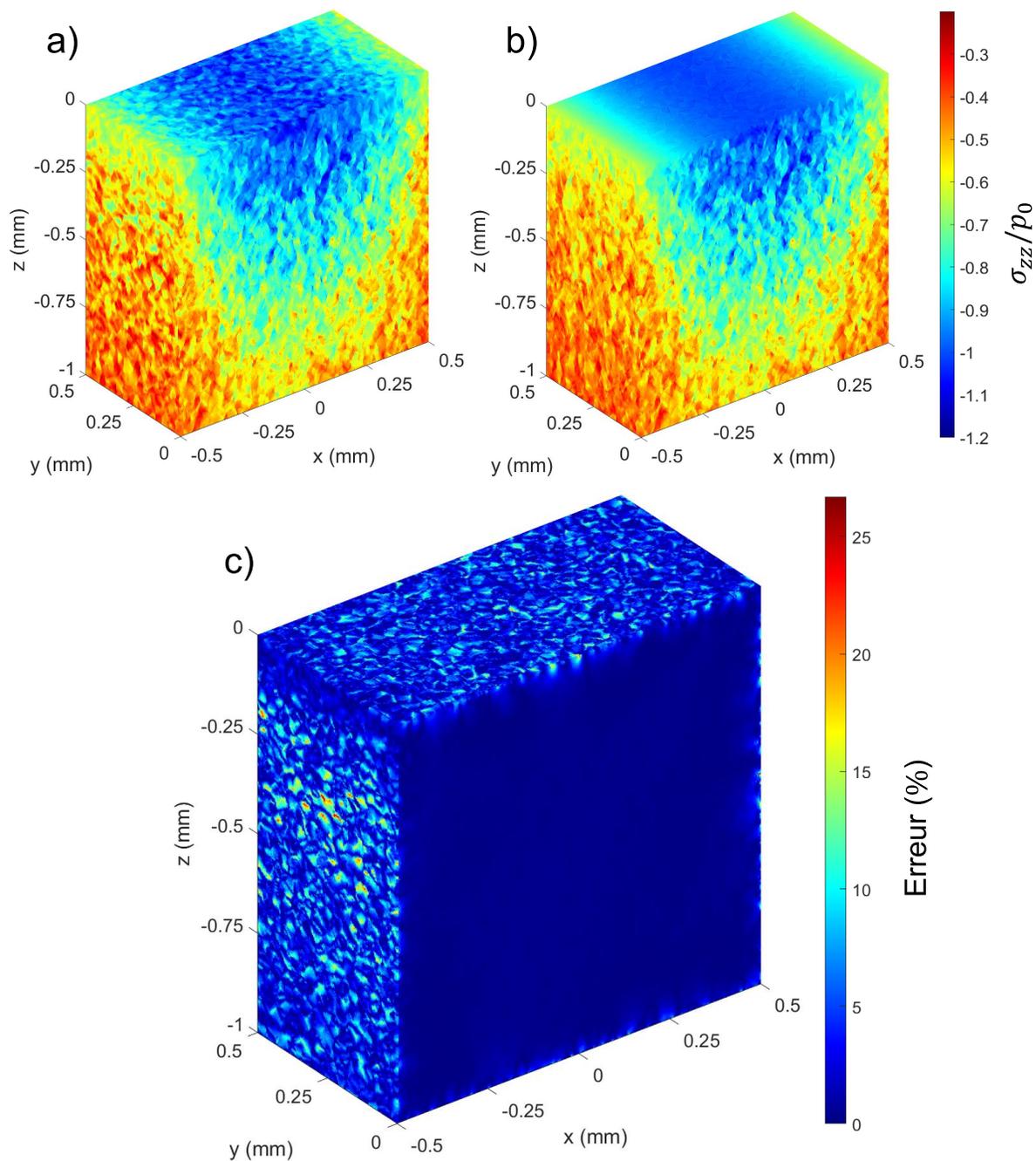


FIGURE 2.22 – Influence de la taille de zone tampon. (a) Contrainte σ_{zz} sans zone tampon. (b) Contrainte σ_{zz} avec un domaine étendu par une zone tampon de 25% dans chaque direction. (c) Différence entre les deux.

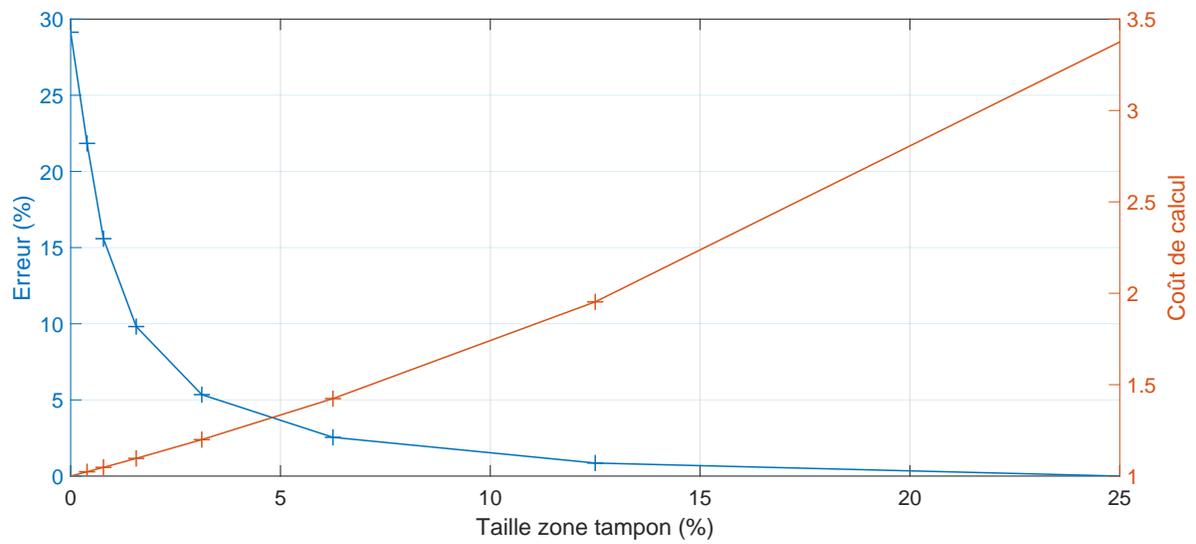


FIGURE 2.23 – Influence de la taille de zone tampon sur l’erreur de périodicité maximale et sur le coût de calcul.

2.4 Synthèse

Le modèle numérique présenté dans ce chapitre permet de calculer les contraintes de contact dans un solide élastique polycristallin. Ce modèle est tridimensionnel. Il a la capacité de simuler la présence de défauts de surface et de sous-surface tels que des indents ou des inclusions. De plus, il simule l'évolution des contraintes au cours d'un cycle de sollicitation de contact dans un volume élémentaire représentatif.

Ce modèle numérique utilise la méthode Green-FFT qui repose sur les fonctions de Green et leurs superpositions dans le domaine fréquentiel. Cette méthode est utilisée pour calculer la pression de contact macroscopique, les contraintes macroscopiques ainsi que les contraintes mésoscopiques.

Les performances de la méthode Green-FFT permettent un coût de calcul significativement plus faible que celui des éléments finis. Les comparaisons avec le modèle analytique de Hertz, avec le modèle analytique de Hills et avec un modèle éléments finis 2D équivalent montrent que la méthode Green-FFT est adaptée au calcul des contraintes de contact dans un solide élastique polycristallin.

L'analyse d'homogénéisation a permis de déterminer les propriétés homogènes équivalentes de la microstructure polycristalline générée par tessellation de Voronoi dont les grains ont des propriétés élastiques cubiques et des orientations cristallines aléatoires. L'analyse de la résolution du maillage en sollicitation uniaxiale a permis de déterminer un intervalle idéal dans lequel l'erreur due à la discrétisation et le coût de calcul sont satisfaisants. Pour finir, la taille et la position du domaine relative au contact ont été déterminées à partir d'une analyse du cas le plus critique : le contact linéique de Hertz. La discrétisation du cycle de sollicitation en 41 positions de contact et l'utilisation d'une zone tampon de 10% ont également été identifiées comme des compromis satisfaisants entre la précision et le coût de calcul.

Le chapitre suivant présente l'utilisation des contraintes mésoscopiques calculées par ce modèle numérique du contact pour déterminer l'initiation de fissures en fatigue.

Chapitre 3

Modèle d'initiation de fissures

Le modèle numérique d'initiation de fissures en fatigue de contact développé dans cette étude fonctionne en différentes étapes qui sont illustrées dans la figure 1.18 du chapitre 1.

Les étapes permettant le calcul des contraintes engendrées par une sollicitation de contact ont été présentées dans le chapitre 2.

Ce chapitre 3 présente les méthodes utilisées pour déterminer l'initiation de fissures en fatigue à partir des contraintes. La première partie de ce chapitre présente l'approche physique utilisée pour calculer la durée d'initiation de fissures. La deuxième partie présente les étapes permettant d'adapter cette approche physique à un solide polycristallin en trois dimensions. Pour finir, ces méthodes sont appliquées à une analyse statistique d'initiation de fissures en sollicitation uniaxiale dans la troisième partie.

3.1 Approche physique de l'initiation de fissures

La physique de l'initiation de fissures en fatigue est présentée dans la sous-sous-section 1.1.4.2 et plus détaillée dans l'article de revue de Sangid [36] et les livres de Suresh [29] et de Krupp [3].

En 1958, Mott [189] a proposé une théorie sur l'accumulation cyclique de défauts qui se produit à l'échelle de la microstructure et qui est responsable du phénomène d'initiation de fissures en fatigue. Il considère qu'au cours d'un cycle, des dislocations sont générées, se déplacent et s'accumulent dans un plan de glissement lors du chargement. Lors du déchargement, des dislocations de signe opposé s'accumulent dans un second plan de glissement proche du premier (figure 3.1). Ce phénomène est causé par les contraintes locales induites par les dislocations. En 1969, Lin et Ito [190] ont proposé un modèle basé sur cette théorie pour quantifier l'accumulation de dislocations dans une bande de glissement formée par ces deux plans de glissement. En 1981, Tanaka et Mura [106] suggèrent plusieurs améliorations, dont l'utilisation de la distribution de densité de dislocations dans un empilement obtenue par Head et Louat [191]. Le modèle de Tanaka et Mura est décrit dans la section suivante.

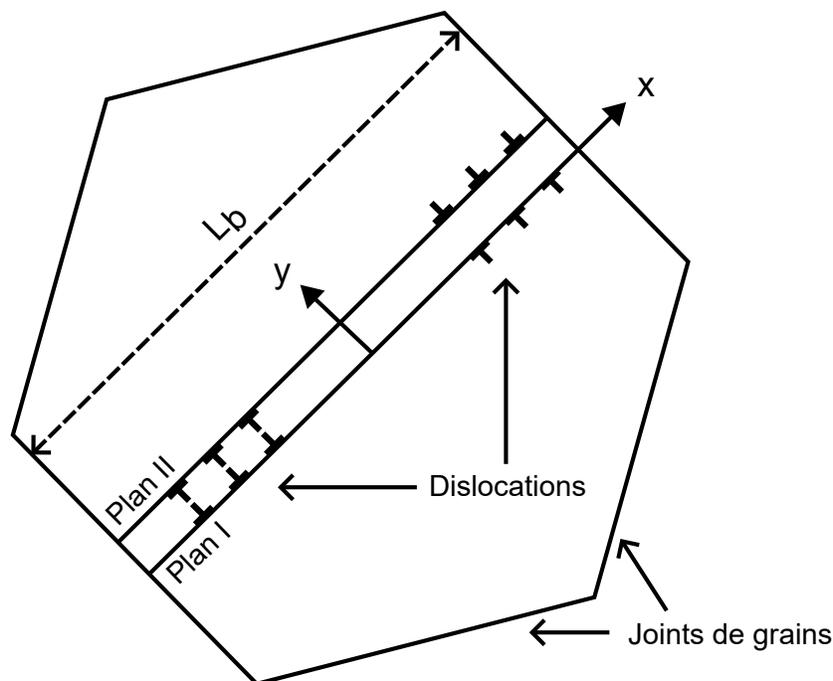


FIGURE 3.1 – Accumulation de dislocations dans une bande de glissement.

3.1.1 Critère de Tanaka-Mura

Lors du premier chargement, si la contrainte de cisaillement dans un système de glissement τ_1 dépasse la contrainte de cisaillement critique τ_c , alors une déformation plastique se produit. Des dislocations sont générées dans le plan I ce qui induit localement une contrainte de dislocations τ_1^D appelée back stress afin d'équilibrer les forces :

$$\tau_1^D + \tau_1 - \tau_c = 0 \quad (3.1)$$

La contrainte de dislocations τ_1^D est négative :

$$\tau_1^D = -(\tau_1 - \tau_c) \quad (3.2)$$

La solution de Head et Louat [191] décrit la densité de dislocations D_1 en fonction de la contrainte de dislocation τ_1^D . Les dislocations sont supposées distribuées dans une bande de glissement de taille L_b .

$$D_1(x) = -\frac{2(1-\nu)}{\mu b} \frac{\tau_1^D x}{\sqrt{(L_b/2)^2 - x^2}} \quad (3.3)$$

Avec le module de cisaillement μ et la norme du vecteur de Burgers b .

La déformation plastique γ_1 engendrée par la densité de dislocations D_1 est donnée par :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \int_{-L_b/2}^{L_b/2} bD_1(x)xdx \\ &= \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} L_b^2 \tau_1^D \end{aligned} \quad (3.4)$$

L'énergie linéique de dislocations U_1 est donnée par :

$$\begin{aligned} U_1 &= -\frac{1}{2} \int_{-L_b/2}^{L_b/2} \tau_1^D bD_1(x)xdx \\ &= \frac{1}{2} \tau_1^D \gamma_1 \\ &= \frac{\pi(1-\nu)}{8\mu} L_b^2 (\tau_1^D)^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Lors du déchargement, la déformation plastique se produit dans un plan II proche, mais différent du plan I. La contrainte de dislocations négative τ_1^D engendre de nouvelles dislocations de signe opposé dans le plan II. Si cette déformation plastique se produisait dans le plan I, les dislocations s'annuleraient ce qui rendrait le processus réversible et il n'y aurait pas d'accumulation cyclique. Cependant, les deux plans de glissement I et II doivent être suffisamment proches pour que les dislocations interagissent et que les contraintes soient équilibrées :

$$\tau_2^D + \tau_1^D + \tau_2 + \tau_c = 0 \quad (3.6)$$

Avec la valeur minimale du cisaillement τ_2 et la contrainte des dislocations τ_2^D présentes dans le plan II :

$$\begin{aligned}\tau_2^D &= \tau_1 - \tau_c - \tau_2 - \tau_c \\ &= \Delta\tau - 2\tau_c\end{aligned}\quad (3.7)$$

Avec l'amplitude de cisaillement $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2$.

La densité de dislocations D_2 , la déformation plastique γ_2 et l'énergie linéique de dislocations U_2 sont obtenues en appliquant la même méthode que pour le plan I :

$$D_2(x) = \frac{2(1-\nu)}{\mu b} \frac{\tau_2^D x}{\sqrt{(L_b/2)^2 - x^2}} \quad (3.8)$$

$$\gamma_2 = -\frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} L_b^2 \tau_2^D \quad (3.9)$$

$$U_2 = -\frac{1}{2} \tau_2^D \gamma_2 \quad (3.10)$$

Au cours des cycles suivants, le même mécanisme d'accumulation intervient : des dislocations sont accumulées dans le plan I lors des chargements et dans le plan II lors des déchargements. Les incréments de densité de dislocations ΔD , de déformation plastique $\Delta\gamma$ et d'énergie linéique de dislocations ΔU sont accumulés à chaque cycle dans chacun des deux plans de glissement :

$$\Delta D(x) = \frac{2(1-\nu)}{\mu b} \frac{(\Delta\tau - 2\tau_c)x}{\sqrt{(L_b/2)^2 - x^2}} \quad (3.11)$$

$$\Delta\gamma = \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} L_b^2 (\Delta\tau - 2\tau_c) \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}\Delta U &= \frac{1}{2} (\Delta\tau - 2\tau_c) \Delta\gamma \\ &= \frac{\pi(1-\nu)}{8\mu} L_b^2 (\Delta\tau - 2\tau_c)^2\end{aligned}\quad (3.13)$$

Le critère de Tanaka-Mura est dérivé dans des conditions de déformations planes donc seules deux dimensions sont considérées. L'énergie accumulée est donnée par unité de longueur de la troisième dimension.

L'énergie linéique totale U_b accumulée dans la bande de glissement après N cycles est la somme de l'énergie linéique de dislocations du plan I et du plan II :

$$\begin{aligned}U_b &= U_I + U_{II} \\ &= 2N\Delta U \\ &= N \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} L_b^2 (\Delta\tau - 2\tau_c)^2\end{aligned}\quad (3.14)$$

Tanaka et Mura considèrent l'initiation d'une fissure transgranulaire le long de la bande de glissement. L'énergie linéique de rupture U_f est nécessaire à la création de deux nouvelles surfaces au niveau de la bande de glissement de taille L_b :

$$U_f = 2L_b W_f \quad (3.15)$$

Avec l'énergie surfacique de rupture W_f qui est composée de l'énergie de surface et de l'énergie dissipée lors de la rupture du matériau.

L'initiation se produit lorsque l'énergie linéique de bande de glissement U_b atteint l'énergie linéique de rupture U_f . La durée d'initiation de fissures N_i est obtenue en considérant une égalité entre l'équation 3.14 et l'équation 3.15 :

$$U_b = U_f \quad (3.16)$$

$$N_i \frac{\pi(1-\nu)}{4\mu} L_b^2 (\Delta\tau - 2\tau_c)^2 = 2L_b W_f \quad (3.17)$$

$$N_i = \frac{8\mu W_f}{\pi(1-\nu)L_b(\Delta\tau - 2\tau_c)^2} \quad (3.18)$$

Dans ce modèle, la durée d'initiation est dépendante de la taille de bande de glissement L_b qui est directement liée à la taille de grains. Le critère de Tanaka-Mura met donc en évidence l'effet Hall-Petch [192, 193] selon lequel la taille de grains influence les performances du matériau en fatigue.

Le modèle est également conforme à l'équation empirique de Manson-Coffin [35, 34] selon laquelle la durée de vie en fatigue est inversement proportionnelle au carré de l'amplitude de déformation plastique pour la plupart des matériaux [36].

Seule la contrainte de cisaillement est prise en compte dans le modèle de Tanaka-Mura. Ce critère considère donc que les contraintes normales aux systèmes de glissement n'ont pas d'influence sur la durée d'initiation de fissures. Les contraintes normales auraient seulement un rôle sur la propagation de fissures.

De plus, seule l'amplitude de variation des contraintes au cours du cycle est prise en compte dans le modèle de Tanaka-Mura. Ce critère considère donc que les contraintes moyennes n'ont également pas d'influence sur la durée d'initiation de fissures. Ce phénomène serait expliqué par la présence des contraintes de dislocations qui s'accumulent localement et engendrent l'effet Bauschinger [194]. Cette hypothèse implique que les contraintes résiduelles engendrées par la fabrication du composant ou une éventuelle sollicitation statique influenceraient uniquement la phase de propagation de fissures.

Dans cette étude, le critère de Tanaka-Mura original est utilisé. Toutefois, plusieurs modifications ont été proposées dans la littérature, certaines d'entre elles sont présentées dans la section suivante.

3.1.2 Variantes de l'approche physique

Le modèle de Tanaka-Mura considère que la totalité de la déformation plastique est irréversible. Or, il est probable qu'une partie du mouvement des dislocations se produise dans le même plan lors du chargement et du déchargement, ce qui engendrerait une accumulation cyclique plus faible. Lin et al. [195] proposent d'ajouter un facteur d'irréversibilité pouvant varier de 0 à 1 en fonction de la sollicitation et du matériau. Différentes études ont ensuite utilisé ce facteur d'irréversibilité [107, 196, 197, 138, 198], cependant, ce facteur varie de plusieurs ordres de grandeur selon les études. Les modèles numériques de dynamique des dislocations sont des outils numériques qui pourraient permettre d'évaluer ce facteur [199]. En pratique, la proportion de réversibilité est difficile à mesurer expérimentalement et à simuler numériquement.

Le modèle de Tanaka-Mura ne tient pas compte des configurations complexes que peuvent prendre les dislocations au sein d'une bande de glissement. Les observations expérimentales [45, 49] ont montré que les dislocations peuvent former des structures en échelles ou en cellules qui sont des structures plus complexes que la distribution proposée par Head et Louat [191].

Wu [200] a proposé une méthode alternative à celle de Tanaka et Mura afin de dériver le critère à partir de la distribution de dislocations et a obtenu une bonne corrélation avec des résultats expérimentaux.

La taille de la fissure lors de l'initiation est considérée comme étant égale à la taille de la bande de glissement. Il n'y a pourtant pas de consensus sur la notion d'initiation qui est principalement liée à la taille minimale d'une fissure observable [29]. Or, cette taille minimale varie selon les époques et selon les applications. Le choix fait par Tanaka et Mura peut donc sembler arbitraire. Cependant, les mécanismes d'accumulation cyclique se produisent à l'échelle d'un grain, car les bandes de glissement parcourent généralement toute la section d'un grain. De plus, les joints de grains ont une forte influence sur le mouvement des dislocations et sur la propagation de fissures. Pour ces différentes raisons, un changement de comportement de la fissure se produit lorsqu'elle atteint la taille d'un grain [3]. Mura et Nakasone [196] ont proposé d'utiliser le principe d'accumulation de dislocations dans une bande de glissement avec un nouveau critère d'initiation basé sur l'évolution de l'énergie libre de Gibbs [201]. Ils considèrent que l'initiation intervient lorsque la variation cyclique de l'énergie libre atteint un maximum. Chan [202] a dérivé un critère similaire qui intègre la taille de la fissure en tant que nouveau paramètre.

La contrainte de cisaillement critique τ_c est supposée constante durant toute la durée d'initiation. Ainsi, aucun écrouissage n'est considéré malgré l'augmentation du nombre de dislocations dans la bande de glissement. Liu et Lu [198] proposent de faire varier la contrainte de cisaillement critique τ_c en fonction de la densité de

dislocations dans les différents systèmes de glissement. La loi d'écroutissage linéaire de Hill [203] est utilisée dans leur étude. Cependant, les essais expérimentaux et les simulations en plasticité cristalline montrent une stabilisation après une période qui est généralement courte en comparaison à la durée d'initiation [29, 204].

Le modèle de Tanaka-Mura est obtenu en faisant l'hypothèse que le matériau est élastique linéaire isotrope. Cependant, les structures cristallines nécessaires à l'existence même des dislocations sont souvent anisotropes. Wu [205] a proposé d'utiliser le formalisme de Stroh [206] afin de dériver un critère physique similaire dans un solide anisotrope. Pour certains systèmes de glissement cubiques, il obtient un très faible effet de l'anisotropie. Ce n'est pas le cas pour d'autres systèmes de glissement tels que les systèmes octaédriques.

Le modèle de Tanaka-Mura considère uniquement une initiation transgranulaire le long de la bande de glissement. Or, des initiations intergranulaires aux joints de grains ou encore à l'interface avec des inclusions sont également observées expérimentalement. Zhou et al. [107] ont proposé de modifier le modèle de Tanaka-Mura en multipliant l'équation 3.18 par un facteur qui dépend du site d'initiation.

Bien que ces différentes propositions permettent de corriger certaines limites, le modèle de Tanaka-Mura original tient compte des principaux phénomènes physiques liés à l'initiation de fissures en fatigue. De plus, le critère original comporte peu de paramètres. Pour ces différentes raisons, le modèle de Tanaka-Mura a été utilisé dans de nombreux travaux, notamment dans des études récentes. Une revue détaillée des modèles physiques d'initiation de fissures en fatigue est proposée par Sangid [36]. Dans la section suivante, une partie des travaux utilisant l'approche physique est présentée.

3.1.3 Applications de l'approche physique

Toshio Mura, l'un des deux fondateurs de l'approche physique de l'initiation de fissures a collaboré avec d'autres chercheurs de Northwestern University afin d'étudier différentes applications. Le modèle a été appliqué à l'étude de l'initiation de fissures en fatigue au niveau des inclusions [207] et des entailles [208]. Le modèle a également été appliqué à l'étude de la fatigue de contact [107, 109, 110] ainsi qu'à la fatigue due au fretting [209]. Cette approche a ensuite été appliquée à différentes nuances d'acier [210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218] et à d'autres alliages métalliques [219, 220, 221, 222, 223].

L'approche physique a permis de mettre en évidence le rôle prépondérant de la morphologie et de l'orientation des grains sur l'initiation de fissures [224]. Un modèle numérique utilisant le critère de Tanaka-Mura combiné à une loi de propagation de fissures a également mis en évidence un potentiel effet délétère de la soudure sur

les performances de l'acier en fatigue [225]. D'autres chercheurs ont proposé d'utiliser l'accumulation de dislocations dans les bandes de glissement combiné au modèle analytique d'inclusion d'Eshelby [118, 119] pour obtenir la taille et l'orientation des papillons de fatigue en sollicitation cyclique de contact [112, 8, 113, 114].

Sangid et al. [226, 227] ont proposé un autre critère d'initiation de fissures en fatigue basé sur l'accumulation d'énergie dans les bandes de glissement. Leur critère propose de tenir compte de l'énergie des joints de grains en incorporant des propriétés issues de simulations numériques en dynamique moléculaire. Ce critère a mis en évidence le rôle des orientations cristallines aux joints de grains sur l'initiation de fissures et a également montré une bonne corrélation avec des résultats expérimentaux.

Les modèles numériques de plasticité cristalline ont récemment été utilisés comme une approche alternative pour quantifier l'accumulation cyclique à l'origine de l'initiation de fissures en fatigue. Dunne et al. [228, 229, 230, 231] ont développé un modèle numérique de plasticité cristalline afin d'analyser l'initiation de fissures en fatigue. Ce modèle a notamment été utilisé afin de répliquer numériquement un essai de fatigue dans un matériau polycristallin [232]. La quantité d'énergie stockée [233] a été identifiée comme le meilleur indicateur de site d'initiation de fissures en comparaison à la densité de dislocation, aux contraintes et à l'énergie dissipée [232]. La plasticité cristalline a également été utilisée pour montrer que la réponse cyclique du matériau se stabilise après quelques cycles [204]. D'autres chercheurs ont mis en évidence que l'apparition de bandes de glissement émerge de ce type de modèles [234]. Ils ont obtenu des positions et des orientations de bandes de glissement similaires à celles qui se forment expérimentalement dans les matériaux polycristallins sollicités en fatigue.

Ces différentes études montrent que l'accumulation d'énergie à l'échelle de la microstructure semble la principale cause de l'initiation de fissures en fatigue.

L'approche basée sur les bandes de glissement est utilisée dans cette étude. Les méthodes permettant de déterminer l'énergie accumulée dans un solide polycristallin sont présentées dans la section suivante.

3.2 Implémentation numérique de l'approche physique

Plusieurs étapes sont nécessaires afin de calculer l'énergie accumulée dans les bandes de glissement d'un matériau polycristallin. Premièrement, la géométrie de la microstructure et les orientations cristallines sont générées. Ensuite, il est nécessaire de déterminer la position et l'orientation des bandes de glissement afin d'obtenir leurs caractéristiques géométriques ainsi que les contraintes dans les systèmes de glissement, dénommées par la suite contraintes résolues.

3.2.1 Géométrie des grains

La tessellation de Voronoi est une méthode qui permet de générer une géométrie polycristalline qui tient compte de la nature aléatoire des microstructures réelles. Une microstructure générée par la méthode de Voronoi possède une dispersion de taille et de forme de grains.

Un grain C_i généré par la méthode de Voronoi est défini comme l'ensemble des points du domaine qui sont plus proche du point source P_i que de tous les autres points sources :

$$C_i = \{x \in X \mid d(x, P_i) \leq d(x, P_j) \forall j \neq i\} \quad (3.19)$$

Avec une distance d qui est généralement la distance euclidienne. Un exemple de tessellation de Voronoi est illustré dans la figure 3.2.

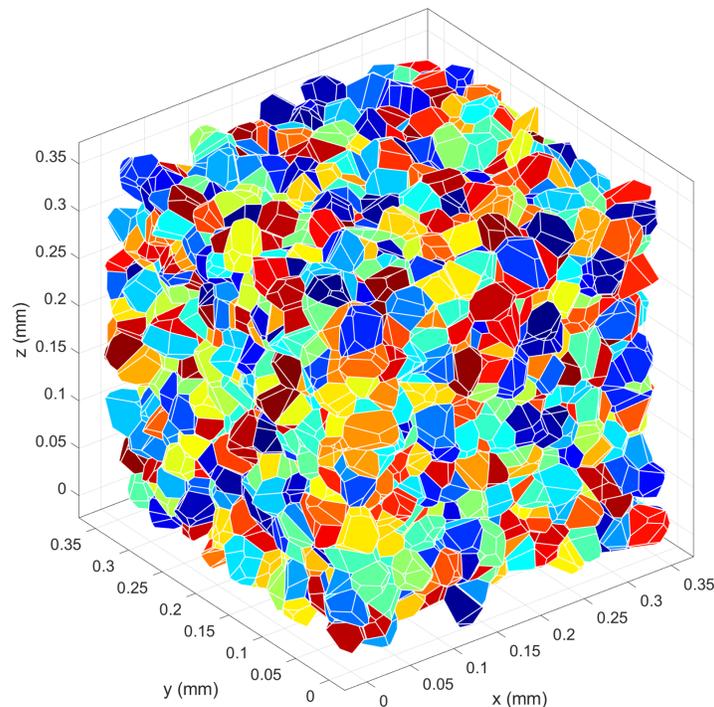


FIGURE 3.2 – Tessellation de Voronoi.

D'autres méthodes telles que les tessellations de Laguerre [235] ou les méthodes de champ de phase [236, 237] permettent d'obtenir différentes morphologies qui peuvent être plus représentatives de certains matériaux. Cependant, elles sont plus complexes et plus coûteuses numériquement. Le programme open source Neper [238] est utilisé dans cette étude pour générer les microstructures aléatoires avec la méthode de Voronoi.

3.2.2 Orientations cristallines

Chaque grain possède une orientation cristalline. Bien que certains procédés ou certains traitements tels que le laminage puissent engendrer une texture du matériau, les orientations cristallines sont généralement aléatoires et indépendantes.

Différents outils permettent de représenter les orientations cristallines en 3D : les angles d'Euler, les matrices de rotation, les quaternions ou encore les vecteurs de Rodrigues.

Les angles d'Euler en convention de Bunge sont utilisés dans cette étude :

- $\varphi_1 \in [0, 2\pi]$,
- $\phi \in [0, \pi]$,
- $\varphi_2 \in [0, 2\pi]$.

Ces angles représentent les trois angles de rotations successives nécessaires au passage du repère global du solide (x, y, z) au repère local (x', y', z') propre à chaque grain comme le montre la figure 3.3.

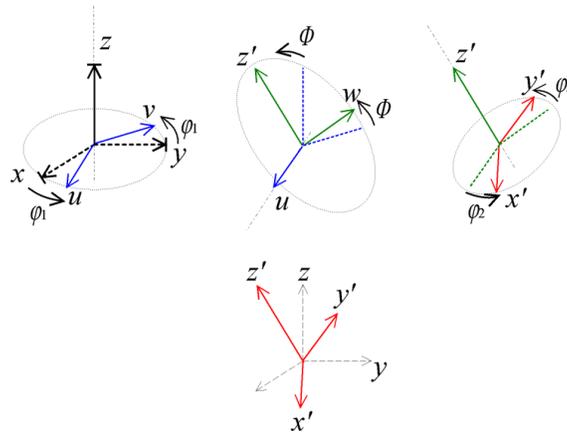


FIGURE 3.3 – Passage du repère global (x, y, z) au repère local (x', y', z') en trois rotations successives avec les angles d'Euler-Bunge.

Les matrices de rotations correspondant aux trois changements de repères successifs sont obtenues à partir des angles d'Euler-Bunge :

$$Z_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 & 0 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Le passage du repère global (x, y, z) au repère local (x', y', z') est effectué grâce à la matrice de rotation R_g :

$$R_g = Z_2 X Z_1 \quad (3.23)$$

Afin de générer des orientations cristallines parfaitement aléatoires, les angles d'Euler en convention Bunge sont obtenus à partir de trois nombres aléatoires qui respectent une distribution de probabilité uniforme entre 0 et 1. Les expressions suivantes donnent la relation entre les nombres aléatoires uniformes n_1, n_2 et n_3 et les angles d'Euler-Bunge φ_1, ϕ et φ_2 :

$$\begin{cases} \varphi_1 = 2\pi n_1 \\ \phi = \arccos(2n_2 - 1) \\ \varphi_2 = 2\pi n_3 \end{cases} \quad (3.24)$$

3.2.3 Systèmes de glissement

Un système de glissement est défini par la combinaison d'un plan de glissement représenté par des indices de Miller et d'une direction de glissement représentée par des indices de direction. Dans cette étude, deux réseaux cristallins sont considérés : le réseau cubique centré et le réseau cubique à faces centrées. Les systèmes de glissement principaux de ces réseaux cristallins sont présentés dans le tableau 3.1.

Réseau	Cubique centré	Cubique à faces centrées
Nombre	12	12
Famille [187]	$\{110\} \langle \bar{1}11 \rangle$	$\{111\} \langle 1\bar{1}0 \rangle$
Systèmes	$(110)[\bar{1}11]$ $(110)[1\bar{1}1]$ $(101)[\bar{1}11]$ $(101)[1\bar{1}\bar{1}]$ $(011)[1\bar{1}\bar{1}]$ $(011)[11\bar{1}]$ $(\bar{1}10)[111]$ $(\bar{1}10)[11\bar{1}]$ $(\bar{1}01)[111]$ $(\bar{1}01)[1\bar{1}\bar{1}]$ $(0\bar{1}1)[111]$ $(0\bar{1}1)[\bar{1}11]$	$(11\bar{1})[011]$ $(11\bar{1})[101]$ $(11\bar{1})[1\bar{1}0]$ $(1\bar{1}\bar{1})[01\bar{1}]$ $(1\bar{1}\bar{1})[101]$ $(1\bar{1}\bar{1})[110]$ $(\bar{1}\bar{1}1)[011]$ $(\bar{1}\bar{1}1)[10\bar{1}]$ $(\bar{1}\bar{1}1)[110]$ $(111)[01\bar{1}]$ $(111)[10\bar{1}]$ $(111)[1\bar{1}0]$

TABLE 3.1 – Systèmes de glissement principaux des réseaux cristallins cubiques centrés et cubiques à faces centrées.

Les plans de glissement principaux des réseaux cristallins cubiques centrés et cubiques à faces centrées sont illustrés dans la figure 3.4.

Le passage du repère du grain (x', y', z') au repère du système de glissement (x'', y'', z'') est effectué grâce à la matrice de rotation R_s . Cette matrice de rotation est obtenue à partir des indices de Miller (hkl) et des indices de direction $[uvw]$:

$$R_s = \begin{pmatrix} u/n & (kw - lv)/mn & h/m \\ v/n & (lu - hw)/mn & k/m \\ w/n & (hv - ku)/mn & l/m \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Avec :

$$m = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad (3.26)$$

$$n = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (3.27)$$

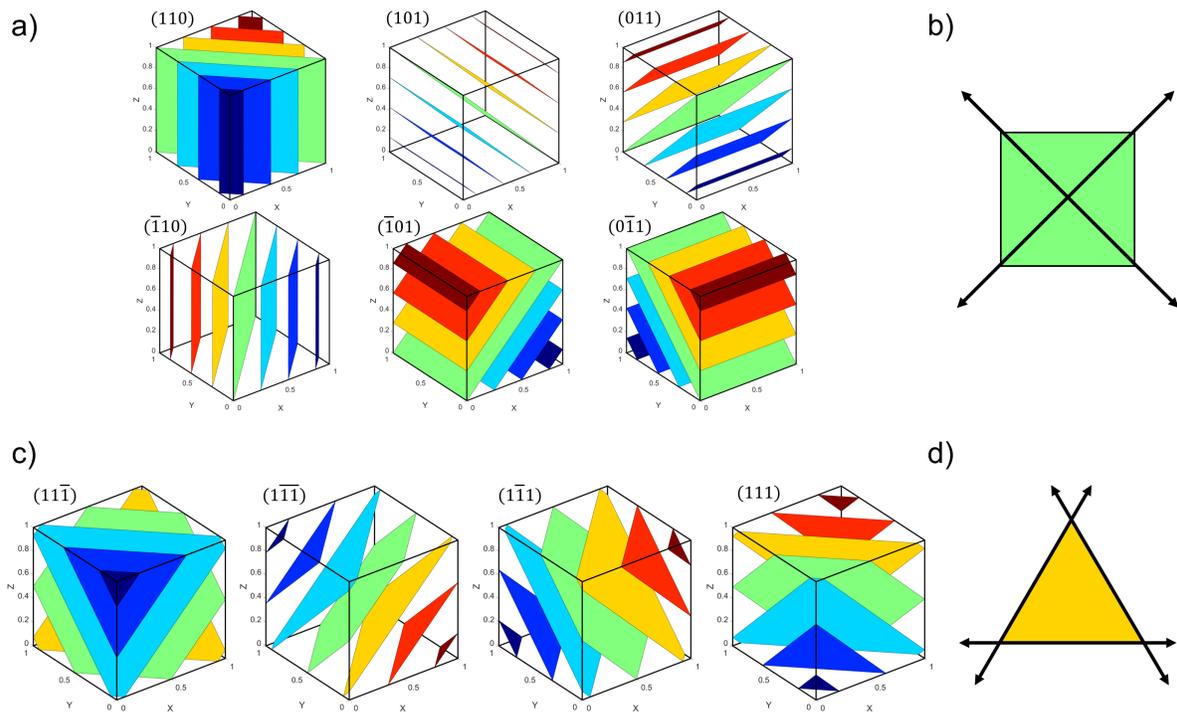


FIGURE 3.4 – (a) Plans de glissement principaux et (b) directions de glissement principales du réseau cubique centré. (c) Plans de glissement principaux et (d) directions de glissement principales du réseau cubique à faces centrées.

3.2.4 Géométrie des bandes de glissement

La géométrie des bandes de glissement est calculée pour chaque grain et pour chaque système de glissement à partir de la géométrie des grains (sous-section 3.2.1) et de leurs orientations (sous-section 3.2.2).

Premièrement, les coordonnées du grain X_g subissent une rotation pour être exprimées dans le repère du système de glissement (x'', y'', z'') :

$$X_g'' = R_s R_g X_g \quad (3.28)$$

Ensuite, les coordonnées du grain X_g'' subissent des translations successives selon l'axe vertical z'' de façon à ce que le plan horizontal $(x'', y'', z'' = 0)$ coupe le grain à différentes hauteurs. L'incrément de translation est fixé par le paramètre d'espace des bandes de glissement e_b .

Une fois que la rotation et la translation des coordonnées du grain sont effectuées, les points d'intersection entre les arêtes des grains et le plan horizontal $(x'', y'', z'' = 0)$ sont identifiés. Ces différents points sont ensuite ordonnés pour constituer un polygone de coordonnées X_b'' : la bande de glissement.

La transformation (rotation et translation) inverse est effectuée afin d'exprimer les coordonnées des bandes de glissement dans le repère global :

$$X_b = (R_s R_g)^{-1} X_b'' \quad (3.29)$$

Le calcul des bandes de glissement dans un grain est illustré dans la figure 3.5.

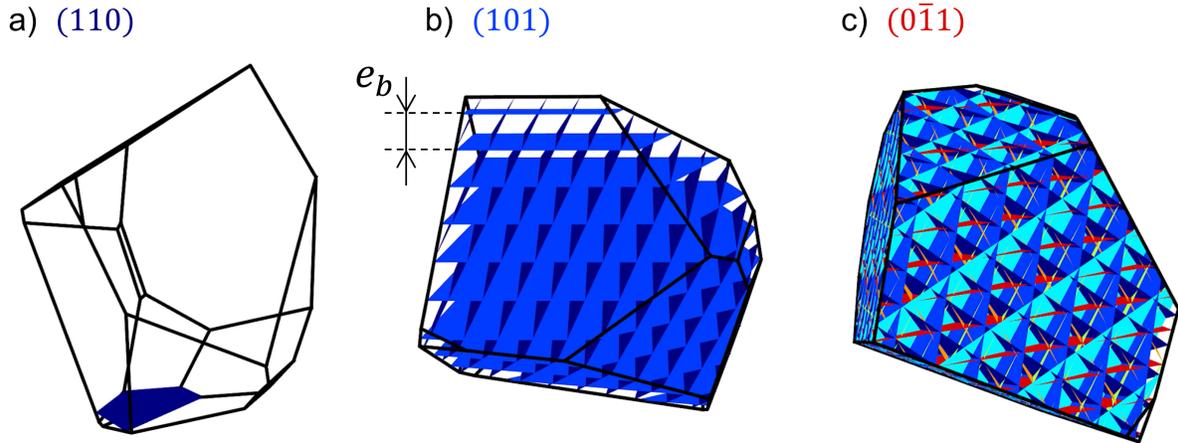


FIGURE 3.5 – Calcul des bandes de glissement dans un grain cubique centré pour les plans de glissement : (a) (110), (b) (101), (c) (011).

La longueur de bande de glissement L_b est calculée dans la direction de glissement en utilisant la coordonnée x_b'' de la bande de glissement dans le repère du système de glissement (figure 3.6) :

$$L_b = \max(x_b'') - \min(x_b'') \quad (3.30)$$

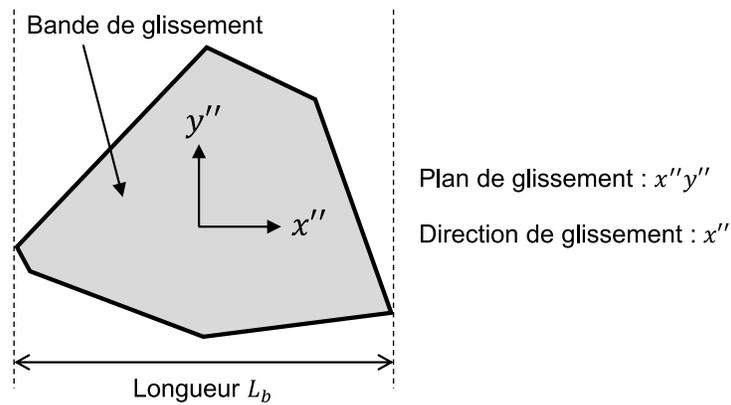


FIGURE 3.6 – Calcul de la longueur de bande de glissement L_b .

En itérant ce processus pour chaque système de glissement et pour chaque grain, la cartographie complète des bandes de glissement du solide polycristallin est obtenue (figure 3.7).

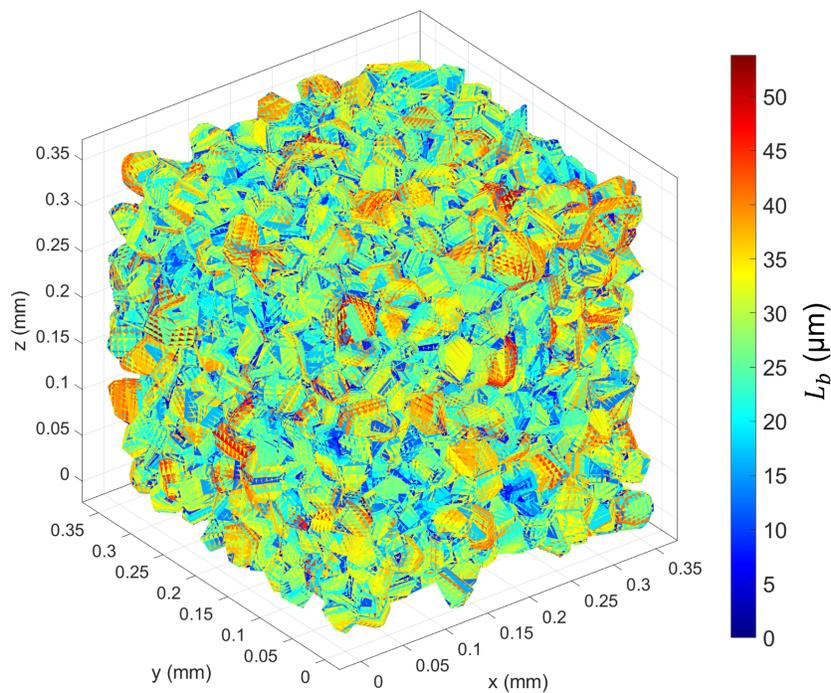


FIGURE 3.7 – Longueur des bandes de glissement L_b .

3.2.5 Contraintes résolues

Le critère d'initiation de fissures présenté dans la section 3.1 nécessite de calculer l'amplitude de cisaillement résolu $\Delta\tau$. Cette grandeur représente la différence entre le maximum et le minimum du cisaillement que subissent les dislocations dans la bande de glissement au cours d'un cycle.

L'amplitude de cisaillement résolu $\Delta\tau$ est obtenue à partir des contraintes mésoscopiques calculées avec le modèle numérique présenté dans le chapitre 2.

Lors du calcul des contraintes, la microstructure est discrétisée avec un maillage régulier composé d'éléments cubiques. Chaque grain est composé d'une multitude d'éléments, donc chaque bande de glissement traverse plusieurs éléments. La solution choisie afin d'obtenir un tenseur des contraintes σ_g unique pour chaque bande de glissement est de moyenner les tenseurs de contraintes des éléments qui composent un grain.

Le tenseur des contraintes d'un grain σ_g est exprimé dans le repère global (x, y, z) . Une rotation est effectuée afin d'exprimer ce tenseur dans le repère de la bande de glissement (x'', y'', z'') :

$$\sigma'' = R_s R_g \sigma_g (R_s R_g)^{-1} \quad (3.31)$$

Le cisaillement résolu τ correspond à la composante σ''_{xz} .

L'amplitude de variation cyclique du cisaillement résolu $\Delta\tau$ (figure 3.8) est obtenue en calculant la différence entre le maximum et le minimum de τ au cours d'un cycle :

$$\Delta\tau = \max \tau - \min \tau \quad (3.32)$$

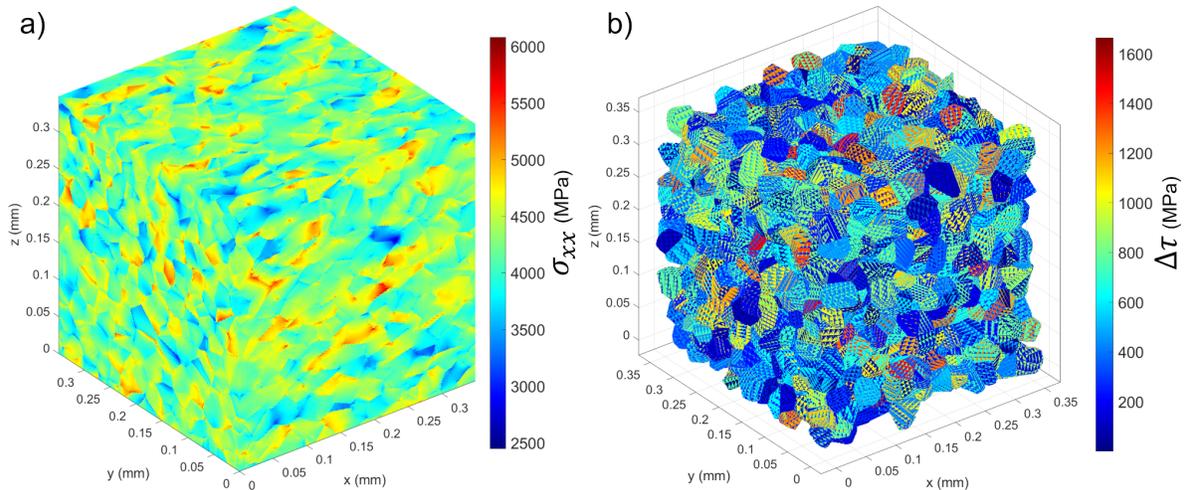


FIGURE 3.8 – (a) Contrainte normale σ_{xx} , (b) amplitude de cisaillement résolu $\Delta\tau$ dans les bandes de glissement.

3.2.6 Durée d'initiation de fissures

L'énergie linéique d'accumulation cyclique ΔU ainsi que la durée d'initiation de fissures N_i sont calculées avec l'approche inspirée des travaux de Tanaka et Mura [106] présentés dans la section 3.1. La longueur de bande de glissement L_b définie dans la sous-section 3.2.4 et l'amplitude de cisaillement résolu $\Delta\tau$ définie dans la sous-section 3.2.5 sont utilisées dans ce critère.

La figure 3.9.a illustre l'énergie linéique d'accumulation cyclique ΔU obtenue avec l'équation 3.13. La figure 3.9.b illustre la durée d'initiation de fissures N_i associée à chaque bande de glissement obtenue avec l'équation 3.18. La figure 3.9.c illustre la bande de glissement la plus critique du domaine conduisant à l'initiation d'une fissure.

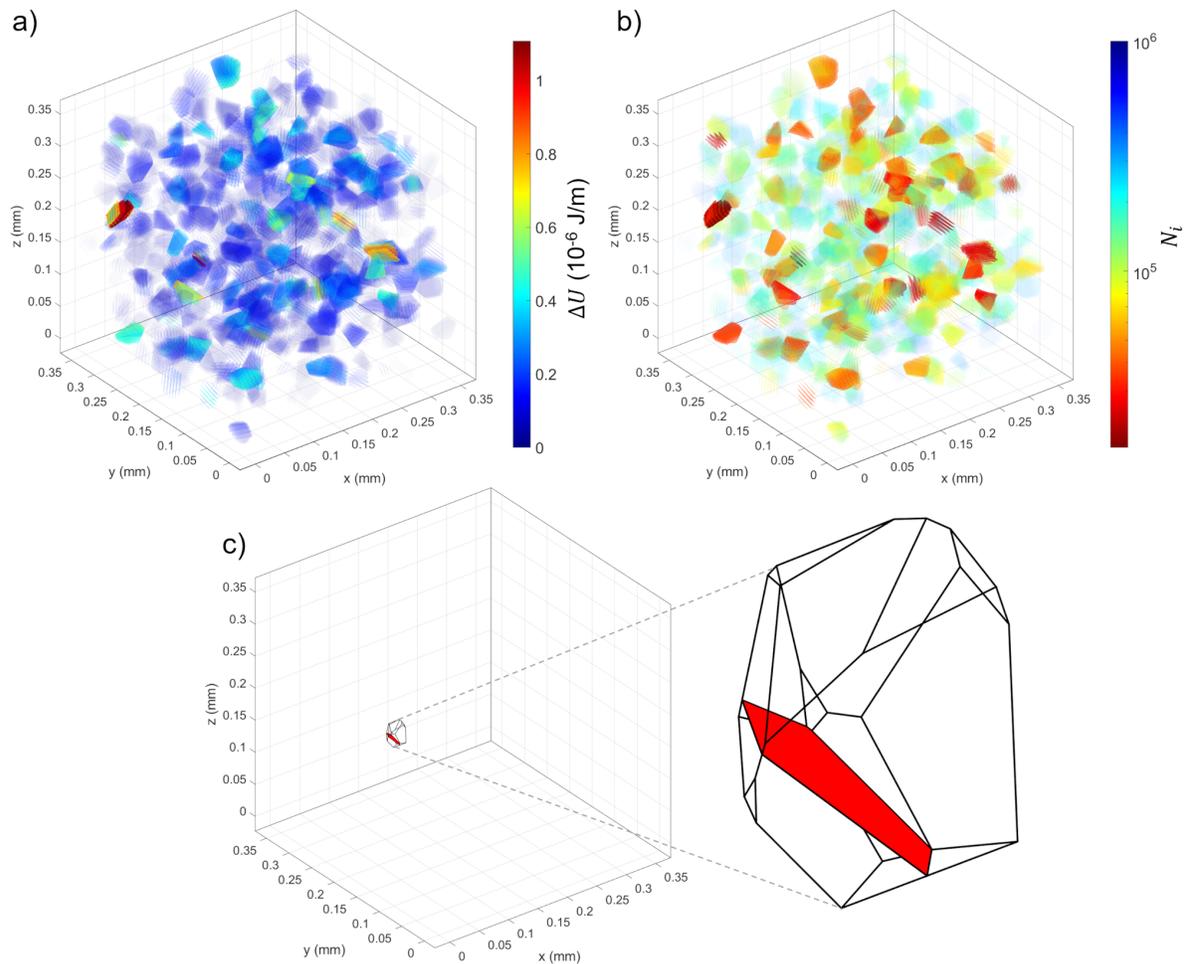


FIGURE 3.9 – Bandes de glissement, (a) énergie linéique accumulée à chaque cycle ΔU , (b) durée d'initiation de fissures N_i , (c) fissure initiée.

Les méthodes présentées dans cette section permettent d'évaluer :

- la durée d'initiation de fissures,
- la position de la fissure initiée,
- l'orientation de la fissure initiée.

Dans la section suivante, ces méthodes sont appliquées à l'initiation de fissures en sollicitation cyclique uniaxiale.

3.3 Application à une sollicitation uniaxiale

Le modèle d'initiation de fissures en fatigue décrit dans la section précédente est appliqué à une sollicitation uniaxiale. Les objectifs de cette analyse sont multiples :

- illustrer le fonctionnement du modèle d'initiation de fissures dans le cas d'une sollicitation simple,
- évaluer l'influence de la taille de domaine sur les statistiques liées à l'initiation de fissures,
- déterminer le nombre d'échantillons idéal pour l'analyse de la fatigue de contact présentée dans le chapitre 4.

Les valeurs des paramètres du critère utilisées sont présentées dans un premier temps.

3.3.1 Paramètres d'initiation de fissures

En plus des propriétés élastiques du matériau, le critère d'initiation de fissures en fatigue proposé dans cette étude comporte deux paramètres : le cisaillement critique τ_c et l'énergie surfacique de rupture W_f . Les valeurs utilisées dans cette étude correspondent à un acier de contact (sous-section 1.2.4).

Le cisaillement critique τ_c varie en fonction de la composition et des traitements de l'acier ainsi que de la température lors de la sollicitation. Toutefois, il est possible d'estimer cette propriété par différents moyens :

- en considérant une relation avec la limite élastique ou avec la limite d'endurance [239, 240],
- avec des essais de compression à l'échelle mésoscopique [241, 242, 243, 244],
- par la simulation numérique en dynamique moléculaire [245, 225, 246].

Différentes valeurs de contrainte de cisaillement critique de l'acier sont données dans la littérature [213, 138]. La valeur de $\tau_c = 600$ MPa obtenue par Tonicello [138] est utilisée dans cette étude, car elle correspond à un acier utilisé dans les roulements à billes. Cette valeur a été obtenue avec des essais de microindentation sur des éprouvettes tubulaires.

L'énergie surfacique de rupture W_f est également une propriété qui varie fortement selon les aciers. Cette énergie contient à la fois l'énergie de surface du matériau et l'énergie dissipée lors de la rupture. Toutefois, il est possible d'estimer cette propriété par différents moyens :

- en considérant une relation avec la ténacité [247, 248, 249, 250, 251] qui est mesurable expérimentalement à l'échelle macroscopique,
- par la simulation numérique en dynamique moléculaire [252, 253, 254].

Différentes valeurs d'énergie surfacique de rupture de l'acier sont données dans la littérature [213, 211]. La valeur de $W_f = 440$ kJ/m² proposée par Tryon et al. [211] est utilisée dans cette étude. Ce paramètre n'a, toutefois, pas d'influence sur la répar-

tition de l'énergie accumulée. L'énergie surfacique de rupture influence uniquement les durées d'initiation qui sont proportionnelles à sa valeur. En utilisant une valeur différente, les résultats présentés dans la suite de ce document seraient identiques, à la différence près que toutes les durées d'initiation seraient multipliées par un facteur constant.

L'espacement des bandes de glissement e_b est également un paramètre du modèle d'initiation de fissures présenté dans ce chapitre.

Un espacement régulier des bandes de glissement est observé expérimentalement : il varie généralement de $1 \mu\text{m}$ à $10 \mu\text{m}$ pour ce type de matériaux. Cependant, cet espacement change en fonction des matériaux et des sollicitations et les facteurs influents ne sont pas clairement identifiés.

Toutefois, les résultats de simulation sont faiblement impactés par ce paramètre lorsqu'au minimum trois bandes de glissement sont modélisées pour chaque système de glissement de chaque grain. En effet, seule la bande de glissement la plus critique est considérée, ce qui rend inutile le fait d'en ajouter un nombre important.

Une valeur de $e_b = 5 \mu\text{m}$ est utilisée afin de considérer le cas quasi critique pour les tailles de grains utilisées dans cette étude qui varient de $20 \mu\text{m}$ à $60 \mu\text{m}$.

Les valeurs de paramètres présentées ci-dessus sont utilisées dans l'analyse de l'influence de la taille de domaine présentée dans la section suivante.

3.3.2 Influence de la taille de domaine

Un des intérêts de la modélisation de la microstructure est de tenir compte de la part d'aléatoire dans l'initiation de fissures en fatigue. Cependant, le volume surcontraint, correspondant aux zones où l'amplitude des contraintes dépasse un seuil critique, peut avoir une influence sur la durée d'initiation moyenne ainsi que sur la dispersion des durées d'initiation [12, 13, 255].

En sollicitation uniaxiale sans défaut, le volume surcontraint est proportionnel à la taille du domaine d'analyse, car les contraintes sont réparties uniformément. En présence d'un défaut suffisamment critique, le volume surcontraint est limité au voisinage du défaut, donc l'augmentation de la taille du domaine n'a aucun effet sur les résultats.

La géométrie des grains est générée par tessellation de Voronoi présentée dans la sous-section 3.2.1 et les orientations cristallines sont générées aléatoirement (sous-section 3.2.2). Les propriétés d'élasticité cubique définies dans la sous-section 2.3.1 sont utilisées. Une déformation macroscopique uniforme $\varepsilon_{xx}^M = 0.02$ est appliquée, les autres composantes des déformations macroscopiques sont nulles. Les conditions limites ainsi que la géométrie sont périodiques dans les trois dimensions. La méthode Green-FFT présentée dans la sous-section 2.2.4 est utilisée pour calculer les contraintes mésoscopiques.

Le critère d'initiation de fissures en fatigue présenté dans la section 3.2 est utilisé pour déterminer la durée d'initiation à partir des contraintes mésoscopiques. Les paramètres d'initiation de fissures présentés dans la sous-section 3.3.1 sont utilisés.

Une taille de grains de $D_g = 30 \mu\text{m}$ telle que définie dans l'équation 2.28 est utilisée dans des domaines cubiques de différentes tailles de côté L présentées dans le tableau 3.2.

Taille du domaine L [μm]	Nombre de grains n_g
75	30
112	100
162	300
242	1000
349	3000
521	10000

TABLE 3.2 – Taille des côtés des domaines cubiques et nombre de grains correspondant avec une taille de grains de $D_g = 30 \mu\text{m}$.

Pour chaque taille de domaine, 100 échantillons aléatoires sont simulés afin d'obtenir une distribution statistique de la durée d'initiation. Les 100 durées d'initiation N_i obtenues sont utilisées conjointement afin d'estimer les paramètres de la fonction de répartition de Weibull F_w [90] la plus proche :

$$F_w(\lambda_w, k_w) = 1 - e^{-(N_i/\lambda_w)^{k_w}} \quad (3.33)$$

Avec le paramètre d'échelle λ_w et le paramètre de forme k_w . Ces paramètres sont estimés numériquement par la méthode de maximisation de la vraisemblance.

Les résultats sont présentés dans la figure 3.10. L'augmentation de la taille de domaine engendre une diminution de la durée d'initiation moyenne ainsi qu'une diminution de la dispersion des durées d'initiation. L'influence du volume surcontraint s'explique par le lien entre le nombre de grains surcontraints et le risque que l'un des grains possède une combinaison de position et d'orientation toujours plus critique. Afin d'éviter la dépendance à la taille du domaine, l'analyse présentée dans le chapitre 4 concerne uniquement l'initiation de fissures autour d'un défaut.

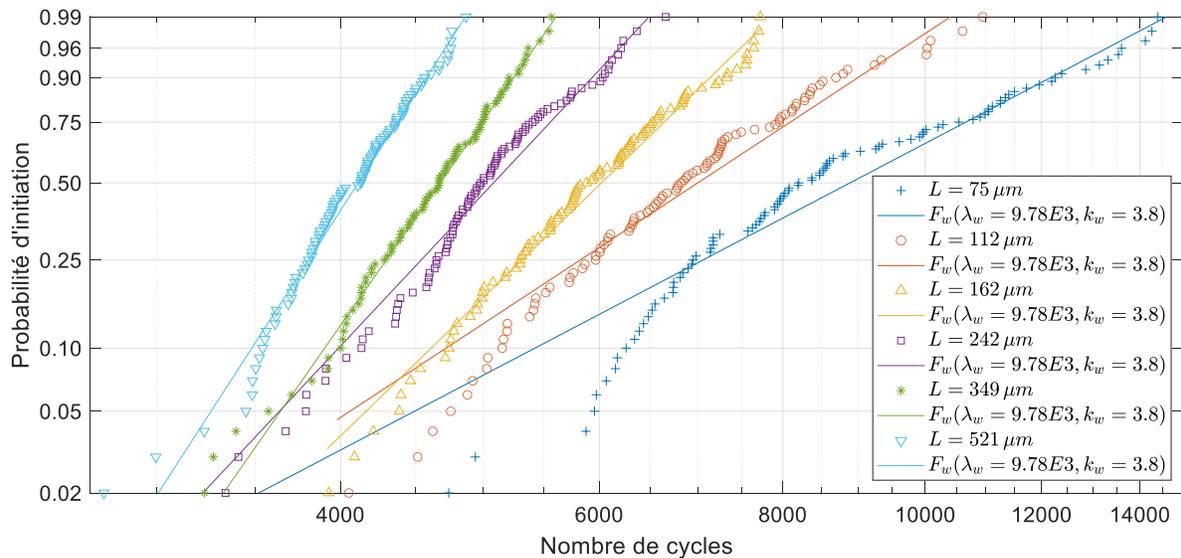


FIGURE 3.10 – Influence de la taille de domaine sur la durée d’initiation de fissures.

3.3.3 Nombre d’échantillons

Les résultats obtenus dans la section précédente et présentés dans la figure 3.10 montrent que la distribution de probabilité de Weibull est un outil utile pour analyser la durée d’initiation de fissures. Le nombre d’échantillons nécessaires à une estimation satisfaisante des paramètres de Weibull est déterminé dans cette section.

Les 100 échantillons sont répartis dans des groupes de différentes tailles et chaque groupe est ensuite utilisé individuellement afin d’estimer les paramètres de la distribution de Weibull la plus proche.

Un groupe contenant un nombre d’échantillons suffisant doit fournir des paramètres de Weibull suffisamment stables, quels que soient les échantillons aléatoires utilisés pour constituer ce groupe. Le coefficient de variation (ou écart type relatif) du paramètre d’échelle λ_w de Weibull obtenu avec les différents groupes de même taille est donc calculé. Un coefficient de variation important signifie que deux groupes contenant des échantillons aléatoires différents résultent en différentes distributions de Weibull. Dans ce cas, le nombre d’échantillons est trop faible.

Le tableau 3.3 présente le nombre d’échantillons de chaque groupe ainsi que le nombre de groupes utilisés pour calculer le coefficient de variation.

La figure 3.11 présente le coefficient de variation du paramètre d’échelle λ_w de Weibull en fonction du nombre d’échantillons par groupe. Ces résultats sont obtenus en utilisant les initiations de fissures dans les domaines de différentes tailles avec différents nombres de grains (sous-section 3.3.2).

Un nombre de 20 échantillons aléatoires semble être un bon compromis entre la qualité de l’estimation de la distribution de Weibull et le coût de calcul. Des groupes de 20 échantillons permettent d’obtenir moins de 5% de variation entre les groupes

Nombre d'échantillons	Nombre de groupes
5	20
10	10
15	6
20	5
25	4
33	3
50	2
100	1

TABLE 3.3 – Nombre d'échantillons par groupe et nombre de groupes.

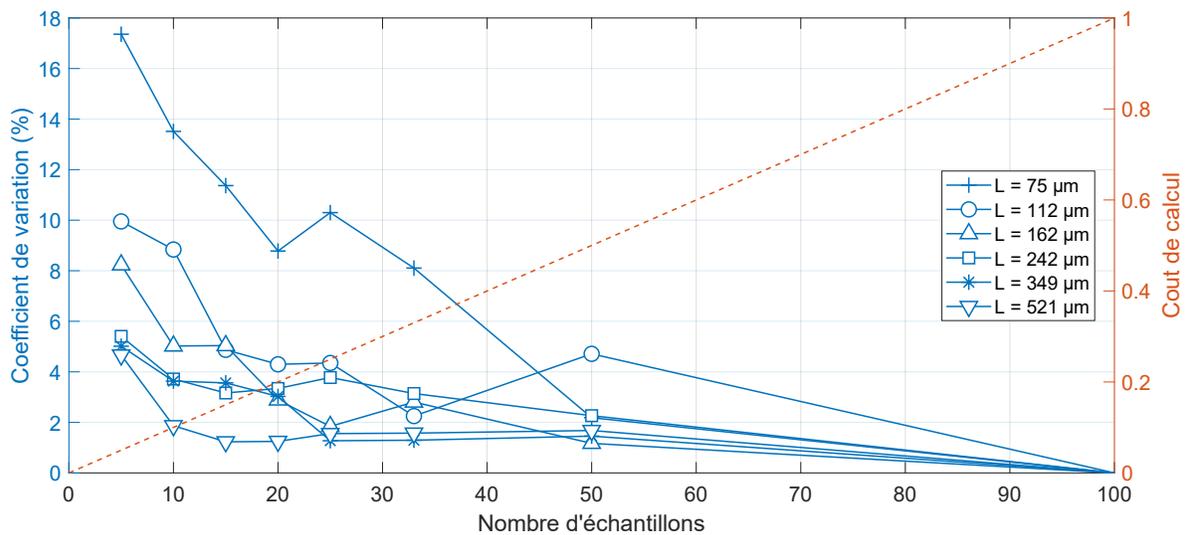


FIGURE 3.11 – Influence de la taille de domaine sur le coefficient de variation de la durée d'initiation moyenne et sur le coût de calcul.

pour un domaine contenant au moins 100 grains. Dans l'analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact présentée dans le chapitre 4, les simulations seront systématiquement effectuées avec 20 échantillons aléatoires par configuration.

3.4 Synthèse

Une approche physique de l'initiation de fissures en fatigue basée sur l'accumulation d'énergie de dislocations dans les bandes de glissement est présentée de ce chapitre. Cette approche permet d'évaluer la durée d'initiation dans un matériau polycristallin en fonction de la sollicitation, des caractéristiques microstructurales et d'autres paramètres du matériau.

Les méthodes permettant de générer la géométrie de la microstructure et les orientations cristallines aléatoires sont définies. Ces données sont ensuite utilisées pour obtenir la géométrie des bandes de glissement ainsi que les contraintes résolues dans les systèmes de glissement à partir des contraintes mésoscopiques calculées avec la méthode Green-FFT présentée dans le chapitre 2. Ces différentes étapes permettent de calculer l'énergie accumulée à chaque cycle dans chaque bande de glissement. La durée d'initiation de fissures en fatigue est obtenue en considérant que l'énergie accumulée dans une bande de glissement est convertie en énergie de rupture une fois qu'un seuil est atteint.

Ce modèle d'initiation de fissures est appliqué à l'analyse d'une sollicitation uniaxiale. L'analyse est effectuée avec plusieurs échantillons aléatoires afin d'étudier la distribution statistique de la durée d'initiation. L'influence de la taille du domaine d'analyse est étudiée. Le nombre d'échantillons idéal est ensuite déterminé en comparant des groupes d'échantillons de différentes tailles.

Le modèle d'initiation de fissures ainsi que les outils d'analyse statistique présentés dans ce chapitre sont utilisés dans le chapitre 4 afin d'analyser une sollicitation cyclique de contact.

Chapitre 4

Compréhension de l'initiation de fissures en fatigue de contact

Le modèle numérique présenté dans les chapitres précédents est capable de fournir des informations liées à la fatigue de contact qui sont difficilement accessibles expérimentalement. En effet, le modèle fonctionne à l'échelle de la microstructure du matériau, ce qui lui permet de tenir compte des phénomènes physiques impliqués dans l'initiation de fissures. De plus, ce modèle 3D tient compte de l'évolution des contraintes au cours du cycle de sollicitation de contact.

Dans ce chapitre, le modèle numérique est utilisé pour obtenir la durée d'initiation, la position et l'orientation de fissures initiées dans différentes configurations. Les paramètres des simulations sont définis dans une première partie. Ensuite, deux scénarios d'initiation de fissures sont étudiés : l'initiation en sous-surface au voisinage d'une inclusion et l'initiation en surface en présence d'un indente. Les résultats des simulations sont ensuite discutés et mis en perspective de résultats expérimentaux existants. Pour finir, les principaux résultats sont résumés dans une synthèse. Ces travaux de recherche font l'objet d'une publication dans laquelle des détails supplémentaires sont fournis [256].

4.1 Paramètres de simulation

Différentes méthodes numériques sont utilisées dans les simulations :

- la méthode de Voronoi pour la génération de microstructure présentée dans la sous-section 3.2.1,
- la méthode Green-FFT pour le calcul des contraintes présentée dans la section 2.2,
- la méthode des bandes de glissement présentée dans la sous-section 3.2.4.

Les paramètres numériques utilisés dans les simulations sont choisis afin de limiter leur influence sur les résultats tout en préservant un coût de calcul satisfaisant.

La taille d'éléments, la taille de domaine et le déplacement du contact sont présentés dans la section 2.3. Le nombre d'échantillons aléatoires par configuration utilisé est défini dans la sous-section 3.3.3. Les valeurs utilisées pour ces paramètres numériques dans les simulations sont présentées dans le tableau 4.1.

Paramètre	Valeur
Taille du domaine d'analyse	1 mm × 1 mm × 1 mm
Nombre d'éléments	256 × 256 × 256
Mouvement du contact	−1300 μm → 1300 μm
Espacement des positions du contact	65 μm
Nombre d'échantillons par configuration	20

TABLE 4.1 – Paramètres numériques utilisés dans les simulations.

Pour ces paramètres et avec le matériel informatique utilisé, chaque calcul (pour une position de contact d'un échantillon d'une configuration) nécessite environ 3 min pour résoudre les 174 millions de degrés de liberté du modèle avec un processeur. Cependant, une quantité de mémoire vive d'environ 32 Go est nécessaire et la quantité totale de données générées pour l'ensemble des simulations approche les 6 To.

Les propriétés utilisées dans les simulations correspondent notamment à un acier de contact tel que l'acier 100Cr6 (sous-section 1.2.4). Les propriétés élastiques macroscopiques E , ν et μ et les propriétés élastiques mésoscopiques C_{11} , C_{12} et C_{44} utilisés sont discutées et définies dans la sous-section 2.3.1. Les propriétés d'initiation de fissures τ_c , W_f et e_b sont discutées et définies dans la sous-section 3.3.1. Les valeurs de ces propriétés utilisées dans les simulations sont présentées dans le tableau 4.2.

Paramètre	Symbole	Unité	Valeur
Module de Young	E	[GPa]	212
Coefficient de Poisson	ν	[-]	0.296
Module de cisaillement	μ	[GPa]	81.8
Élasticité cubique	C_{11}	[GPa]	247
	C_{12}	[GPa]	141
	C_{44}	[GPa]	116
Contrainte de cisaillement critique	τ_c	[MPa]	600
Énergie surfacique de rupture	W_f	[kJ/m ²]	440
Espacement des bandes de glissement	e_b	[μm]	5

TABLE 4.2 – Propriétés du matériau utilisées dans les simulations.

Les configurations de simulation utilisées dans cette étude sont des variations d'une configuration de référence qui est un contact linéique de Hertz présenté dans

Paramètre	Symbole	Unité	Valeur
Demi-largeur de contact	a	[μm]	650
Pression de Hertz	p_0	[GPa]	2.1
Taille de grains	D_g	[μm]	30

TABLE 4.3 – Paramètres de la configuration de référence.

la sous-section 1.1.3. Les paramètres de contact ainsi que la taille de grains de la configuration de référence sont présentés dans le tableau 4.3.

Les valeurs des paramètres de la configuration de référence ont été choisies à partir de la disponibilité de résultats expérimentaux. En particulier, plusieurs séries d'essais de fatigue ont été réalisées avec des machines bi-disques dans des configurations d'essai proches de la configuration de simulation de référence [255, 2, 257].

Les configurations présentées dans la suite de ce chapitre possèdent différentes valeurs de pression de Hertz p_0 et de taille de grains D_g définie dans l'équation 2.28 afin d'analyser l'influence de ces paramètres. Lorsqu'un paramètre varie, les autres paramètres sont fixés à leur valeur de référence du tableau 4.3.

Trois pressions de Hertz p_0 sont utilisées afin d'analyser l'influence de la pression de contact sur l'initiation de fissures en fatigue de contact :

- $p_0 = 2.1$ GPa,
- $p_0 = 2.8$ GPa,
- $p_0 = 3.5$ GPa.

Ces valeurs sont dans l'intervalle des pressions de Hertz des conditions de fonctionnement et des conditions d'essai usuelles [255, 2].

Trois diamètres équivalents moyens de grains D_g sont utilisés afin d'analyser l'influence de la taille de grains sur l'initiation de fissures en fatigue de contact :

- $D_g = 20$ μm ,
- $D_g = 30$ μm ,
- $D_g = 60$ μm .

Ces valeurs de taille de grains correspondent approximativement aux indices 8, 7 et 5 de la norme ASTM [258]. Les essais expérimentaux de Le [2] visant notamment à évaluer l'influence de la taille de grains sur les performances en fatigue de contact ont été réalisés avec des valeurs similaires.

Différentes grandeurs sont analysées pour chacune des simulations. Premièrement, les coordonnées (x, y, z) de la fissure par rapport à l'origine du repère permettent de la situer dans le domaine d'analyse. La direction x est la direction de mouvement du contact. Ensuite, l'orientation de la fissure initiée est analysée avec les angles $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ qui séparent la normale du plan de la fissure et les axes x, y et z (figure 4.1).

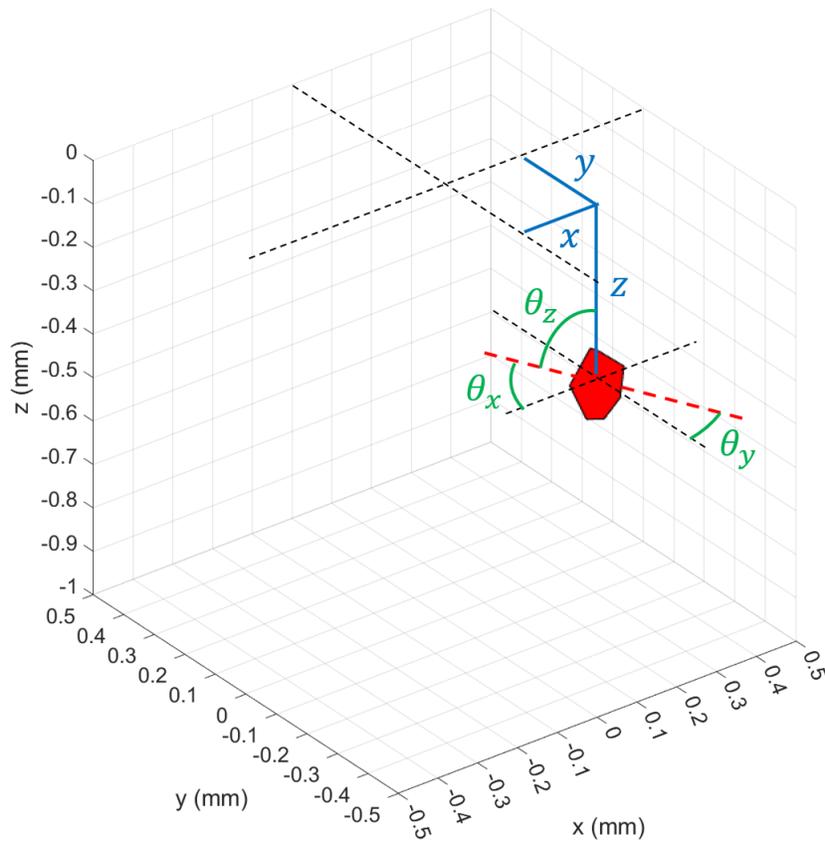


FIGURE 4.1 – Coordonnées (x, y, z) et orientations $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ d'une fissure.

Pour finir, la distribution de Weibull présentée dans l'équation 3.33 est estimée avec la méthode de maximisation de la vraisemblance en utilisant les durées d'initiation obtenues avec les différents échantillons aléatoires. Les paramètres des distributions de Weibull permettent de comparer les durées d'initiation moyenne et les dispersions de durées d'initiation obtenues avec les différentes configurations.

La section suivante présente les configurations et les résultats de simulations effectuées dans le cas d'une initiation de fissures en sous-surface au voisinage d'une inclusion. Les résultats principaux sont illustrés dans ce chapitre et l'ensemble des coordonnées de fissures sont disponibles dans l'annexe F.

4.2 Initiation en sous-surface

Les inclusions sont modélisées par des sphères dont les centres sont positionnés au point $(x = 0, y = 0, z = -0.5a)$, avec a la demi-largeur de contact linéique présenté dans la sous-section 1.1.3. Cette profondeur correspond au maximum de cisaillement orthogonal dans les conditions de Hertz.

Les inclusions ont un comportement élastique linéaire isotrope défini dans la sous-section 1.1.2.1. Deux rigidités sont utilisées :

- une inclusion rigide de module de Young $E_i = 420$ GPa,
- une inclusion souple de module de Young $E_i = 10$ GPa.

Le coefficient de Poisson des inclusions est de $\nu_i = 0.3$. Ces deux valeurs de module de Young ont été choisies à partir des mesures effectuées par Lamagnère et al. [114] qui montrent que les inclusions dans les aciers de composants de contact peuvent être jusqu'à deux fois plus rigides que la matrice.

L'inclusion souple est vingt fois moins rigide que le module de Young équivalent des grains. Son comportement se rapproche donc de celui d'une porosité.

Trois diamètres d'inclusions D_i sont utilisés afin d'analyser l'influence de la taille d'inclusion sur l'initiation de fissures en fatigue de contact :

- $D_i = 50$ μm ,
- $D_i = 100$ μm ,
- $D_i = 200$ μm .

Ces valeurs de diamètres d'inclusions ont été choisies à partir des mesures effectuées par Girodin et al. [259] qui montrent que la taille des inclusions varie de quelques dizaines de micromètres à quelques centaines de micromètres en fonction des traitements appliqués aux aciers.

Les amplitudes de cisaillement obtenues avec les inclusions de taille $D_i = 200$ μm , une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa et une taille de grains $D_g = 30$ μm sont présentées dans la figure 4.2. Dans cette figure, seule l'amplitude de cisaillement maximale parmi les 12 systèmes de glissement est représentée pour chaque grain. Des différences concernant la localisation et l'amplitude des surcontraintes sont observées entre l'inclusion rigide et l'inclusion souple. Pour l'inclusion rigide, les surcontraintes sont concentrées autour de l'inclusion dans le plan $(x, y = 0, z)$. Pour l'inclusion souple, les surcontraintes sont concentrées de chaque côté de l'inclusion dans le plan $(x = 0, y, z)$ et atteignent des amplitudes plus importantes que pour l'inclusion rigide avec les modules de Young utilisés.

Les fissures initiées dans cette configuration sont illustrées dans la figure 4.3. Les fissures sont localisées autour d'un arc de cercle qui entoure l'inclusion rigide dans le plan $(x, y = 0, z)$ et de chaque côté de l'inclusion souple sur l'axe $(x = 0, y, z = -0.5a)$. Ces résultats s'expliquent par la répartition de l'amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ discutée précédemment.

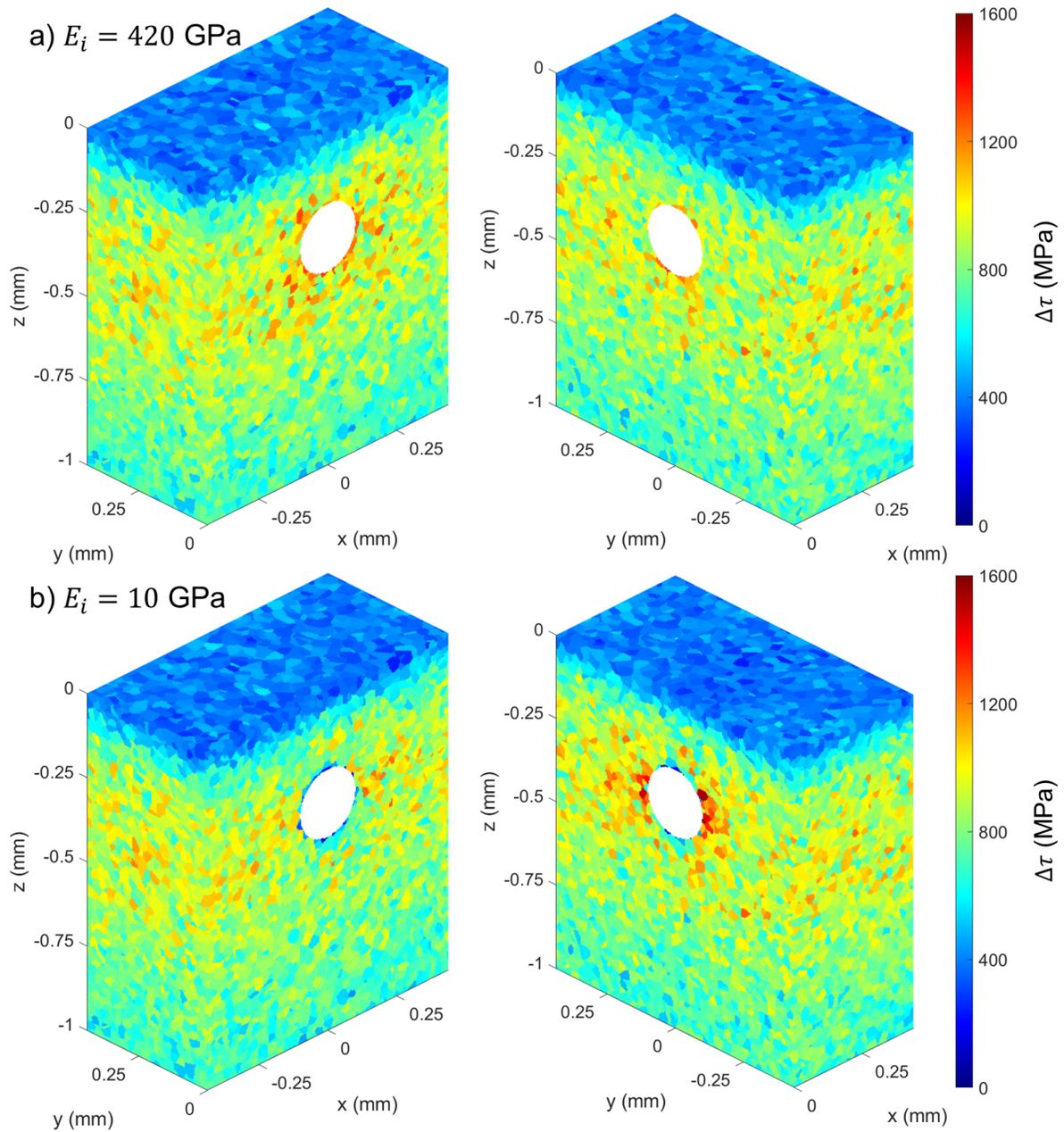


FIGURE 4.2 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ pour les inclusions de taille $D_i = 200 \mu\text{m}$, une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa et une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$, (a) inclusion rigide $E_i = 420$ GPa, (b) inclusion souple $E_i = 10$ GPa.

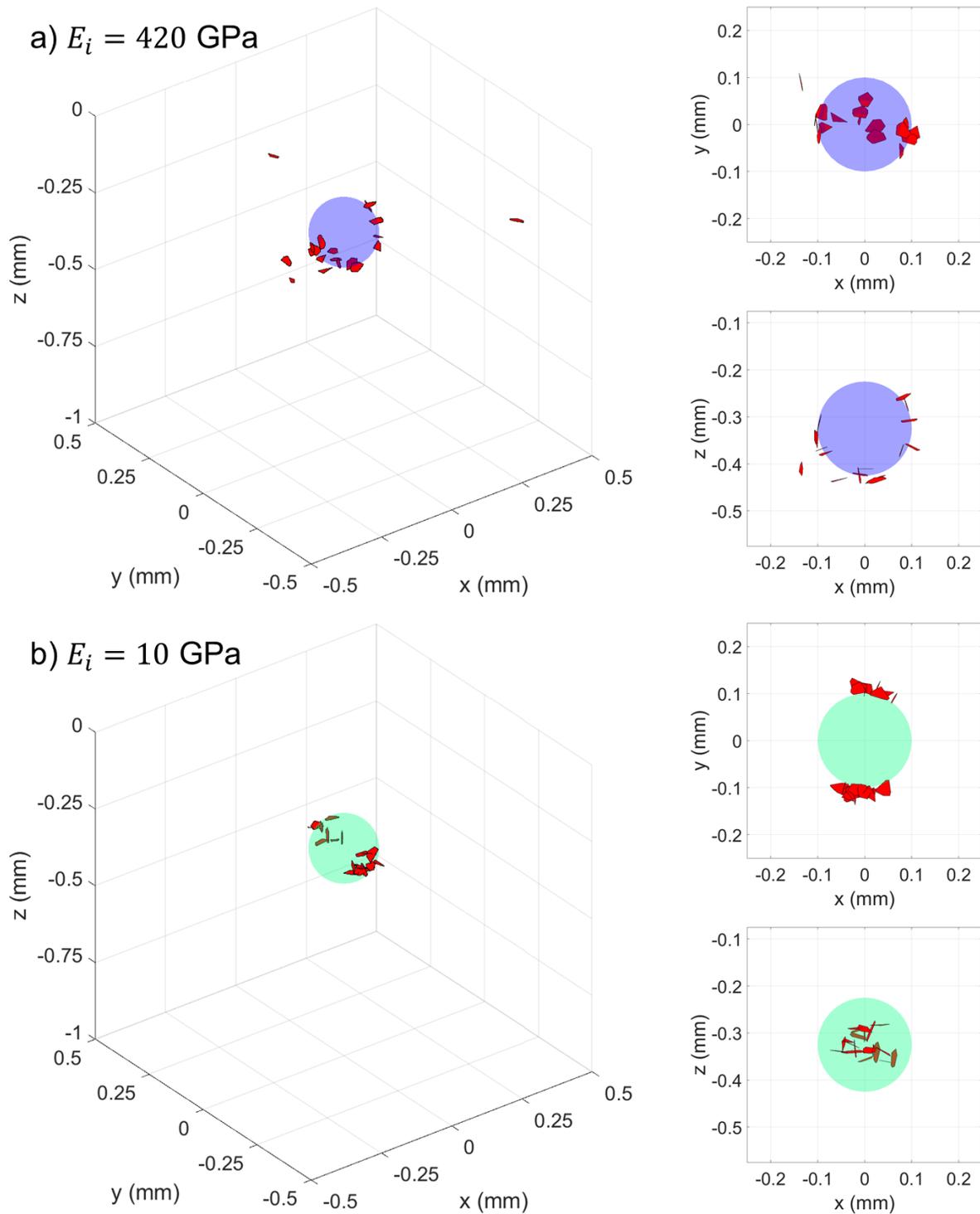


FIGURE 4.3 – Fissures initiées avec les inclusions de taille $D_i = 200 \mu\text{m}$, une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa et une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$, (a) inclusion rigide $E_i = 420$ GPa, (b) inclusion souple $E_i = 10$ GPa.

Deux orientations de fissures sont privilégiées :

- $(\theta_x = 0^\circ, \theta_y = 90^\circ, \theta_z = 90^\circ)$,
- $(\theta_x = 90^\circ, \theta_y = 90^\circ, \theta_z = 0^\circ)$.

Les fissures sont donc, soit parallèles à la surface (plan xy), soit parallèles au plan yz . Ces deux orientations sont équitablement représentées dans environ la moitié des échantillons.

Certaines observations [18] suggèrent que l'initiation de fissures se produit bien parallèlement à la surface et que la fissure se propage ensuite à 45° de la surface à l'interface avec le papillon de fatigue (figure 4.4). Ces résultats confortent l'hypothèse de l'initiation majoritairement pilotée par l'amplitude de cisaillement qui est maximale à 0° et à 90° de la surface.

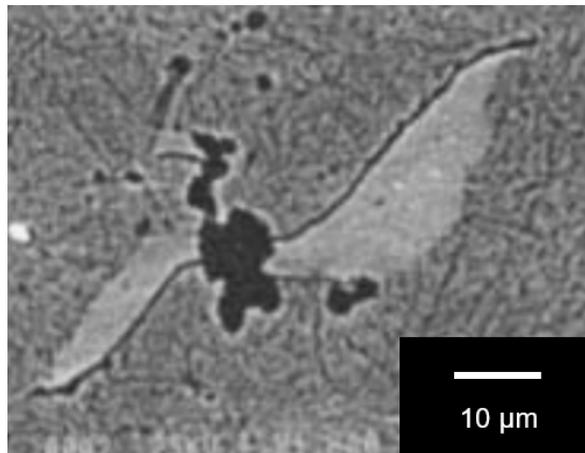


FIGURE 4.4 – Papillon de fatigue autour d'une inclusion [18].

4.2.1 Influence de la taille d'inclusion

Les amplitudes de cisaillement obtenues avec les inclusions souples de différentes tailles sont présentées dans la figure 4.5. Les surcontraintes induites par l'inclusion augmentent lorsque la taille d'inclusions augmente. Pour un diamètre d'inclusion $D_i = 50 \mu\text{m}$ comparable à la taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$, l'inclusion a peu d'influence sur l'amplitude du cisaillement.

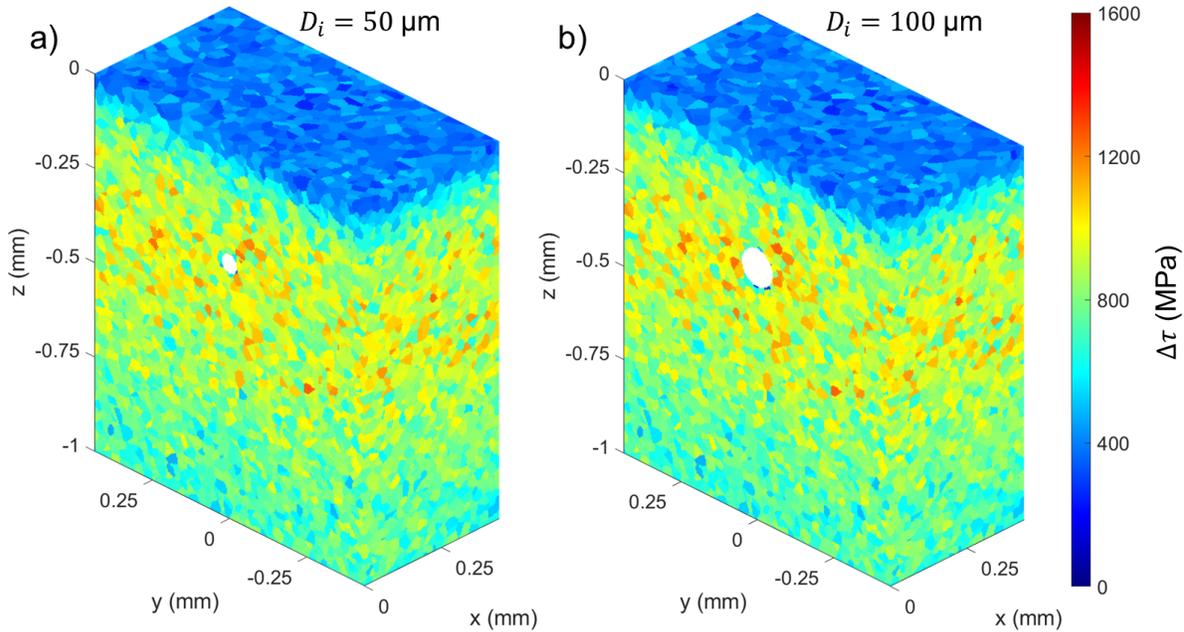


FIGURE 4.5 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ pour les inclusions souples de différentes tailles, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$, (b) $D_i = 100 \mu\text{m}$.

Cette faible influence des inclusions de taille comparable à la taille de grains est également observée dans la répartition des fissures initiées qui sont dispersées dans tout le domaine (figure 4.6).

Dans le cas des petites inclusions de diamètre $D_i = 50 \mu\text{m}$, la profondeur d'initiation moyenne est de $z = -325 \mu\text{m}$. Cette valeur est très proche de la profondeur qui maximise le cisaillement orthogonal d'un contact de Hertz linéique : $z = -0.5a = -325 \mu\text{m}$. Dans le cas d'une initiation éloignée de l'inclusion, la fissure est également, soit parallèle à la surface (plan xy), soit parallèle au plan yz . Ces résultats sont en accord avec de précédents résultats numériques obtenus pour un contact sans défaut de surface ou de sous-surface [158, 159].

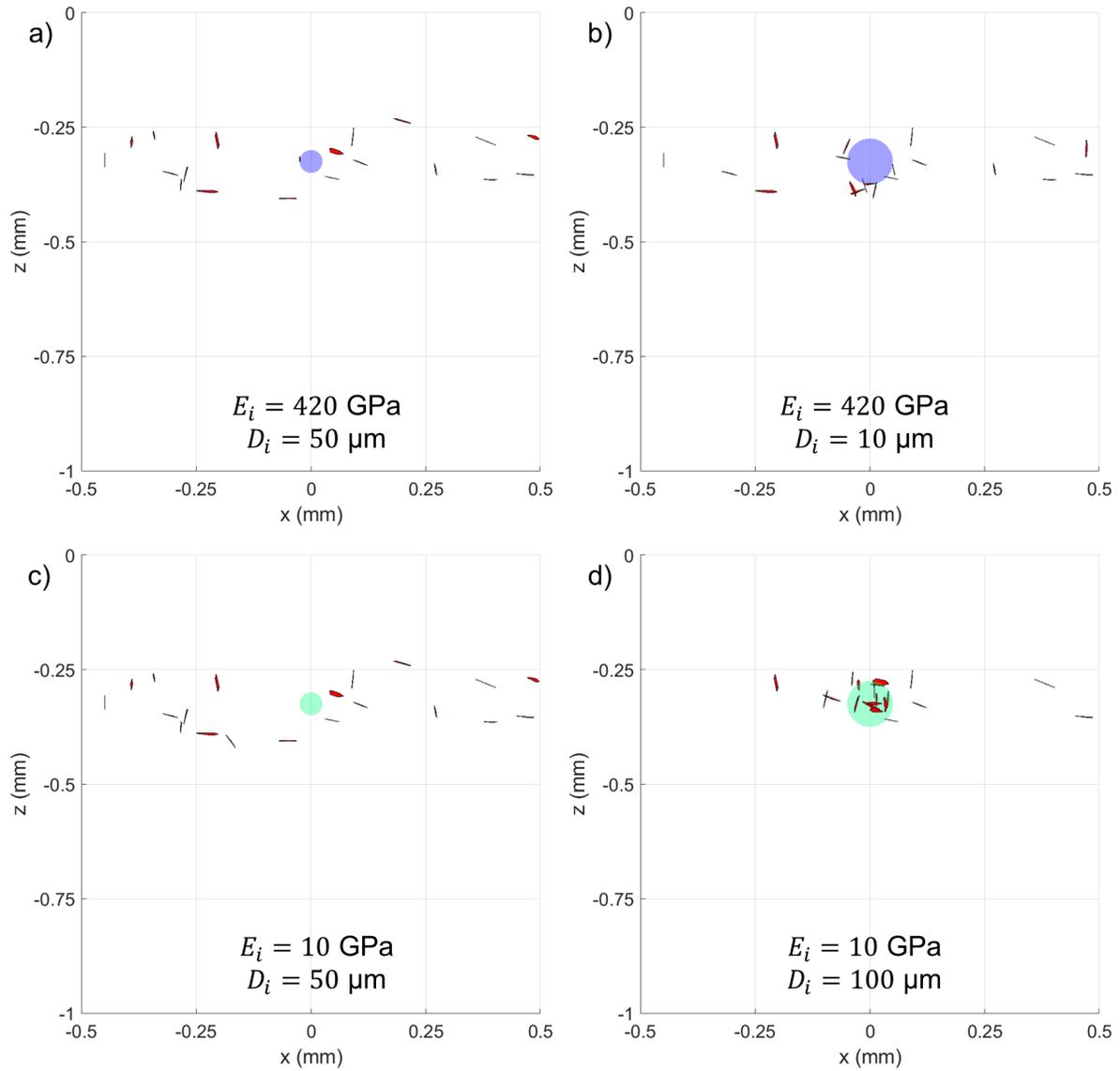


FIGURE 4.6 – Fissures initiées avec différentes tailles d'inclusions, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) $D_i = 100 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (c) $D_i = 50 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$, (d) $D_i = 100 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$.

Les durées d'initiation de fissures obtenues avec les inclusions de différentes tailles sont présentées dans la figure 4.7. L'augmentation de la taille d'inclusion engendre une plus forte diminution de la durée d'initiation moyenne pour une inclusion souple que pour une inclusion rigide. Cependant, pour les inclusions rigides et souples, la taille d'inclusion a une faible influence sur la dispersion des durées d'initiation.

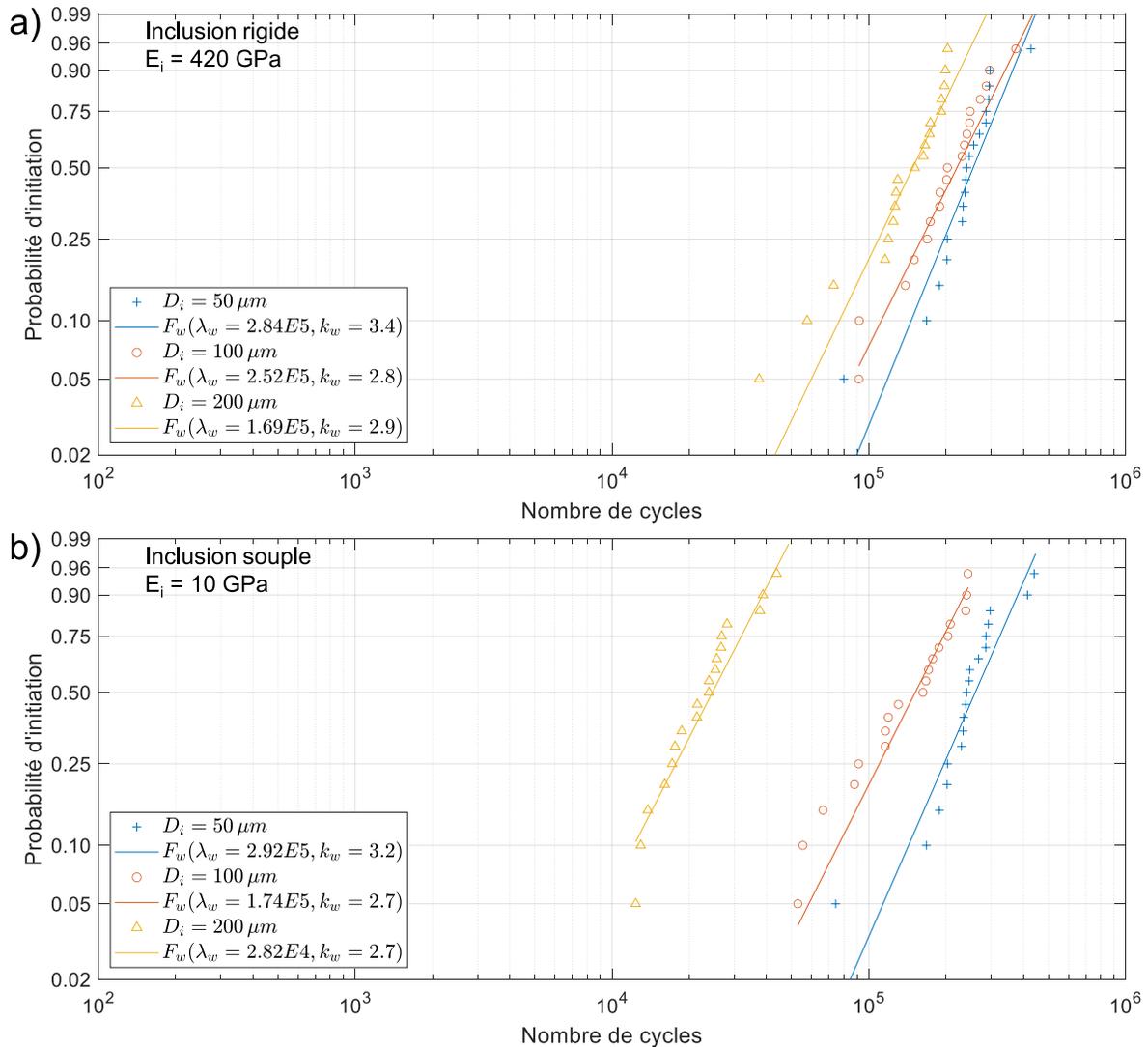


FIGURE 4.7 – Influence de la taille d'inclusion sur la durée d'initiation de fissures, (a) inclusion rigide $E_i = 420$ GPa, (b) inclusion souple $E_i = 10$ GPa.

4.2.2 Influence de la pression de contact

Les fissures initiées avec les différentes pressions de Hertz et une inclusion en sous-surface de taille fixée à $D_i = 200 \mu\text{m}$ sont illustrées dans la figure 4.8. Pour l'inclusion rigide, la dispersion des fissures dans tout le domaine augmente lorsque la pression de Hertz augmente. Pour l'inclusion souple, la pression de Hertz a une influence négligeable sur le site d'initiation de fissures.

En effet, l'inclusion rigide induit une élévation locale des contraintes moins fortes que l'inclusion souple pour les modules de Young utilisés dans cette étude (figure 4.2). Or, le critère d'initiation de fissures n'est pas proportionnel aux contraintes, mais possède un seuil dû au cisaillement critique τ_c . L'augmentation uniforme des contraintes engendrée par l'augmentation de la pression de contact éloigne les élévations locales du seuil. Le critère d'initiation devient alors moins sensible aux contraintes et donc comparativement plus sensible à la taille de bande de glissement. Certaines bandes de glissement éloignées de l'inclusion rigide deviennent alors plus critiques que celles qui sont situées à son voisinage. Ce phénomène n'est pas visible pour l'inclusion souple, car l'élévation de contrainte induite est significativement supérieure aux élévations de contraintes induites par l'hétérogénéité des grains.

Les durées d'initiation de fissures obtenues avec les différentes pressions de Hertz et une inclusion en sous-surface sont présentées dans la figure 4.9. L'augmentation de la pression de contact diminue à la fois la durée d'initiation moyenne et la dispersion des durées d'initiation. Ces effets sont observés pour l'inclusion rigide et pour l'inclusion souple.

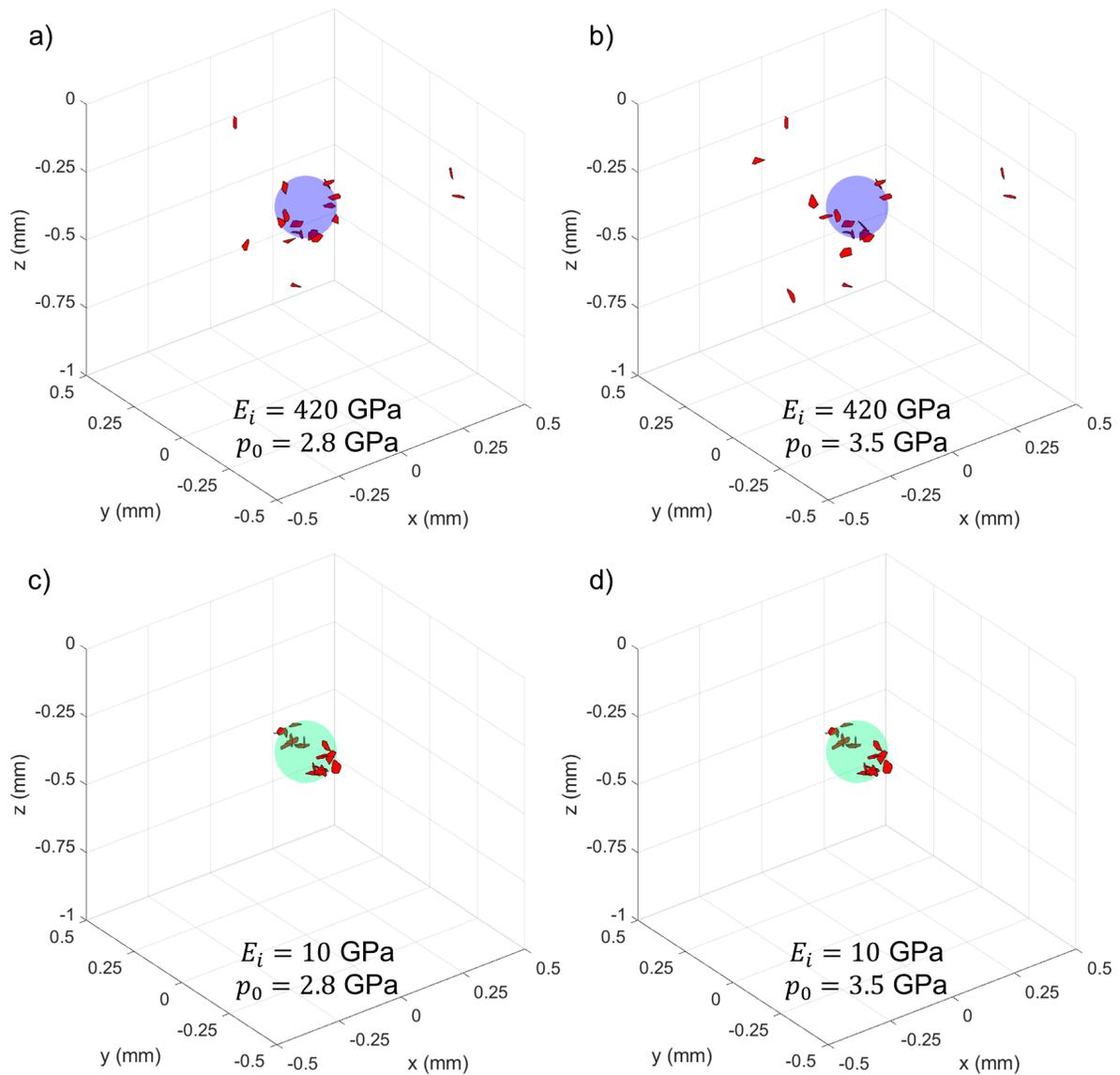


FIGURE 4.8 – Fissures initiées avec différentes pressions de Hertz et une inclusion, (a) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$, (d) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$.

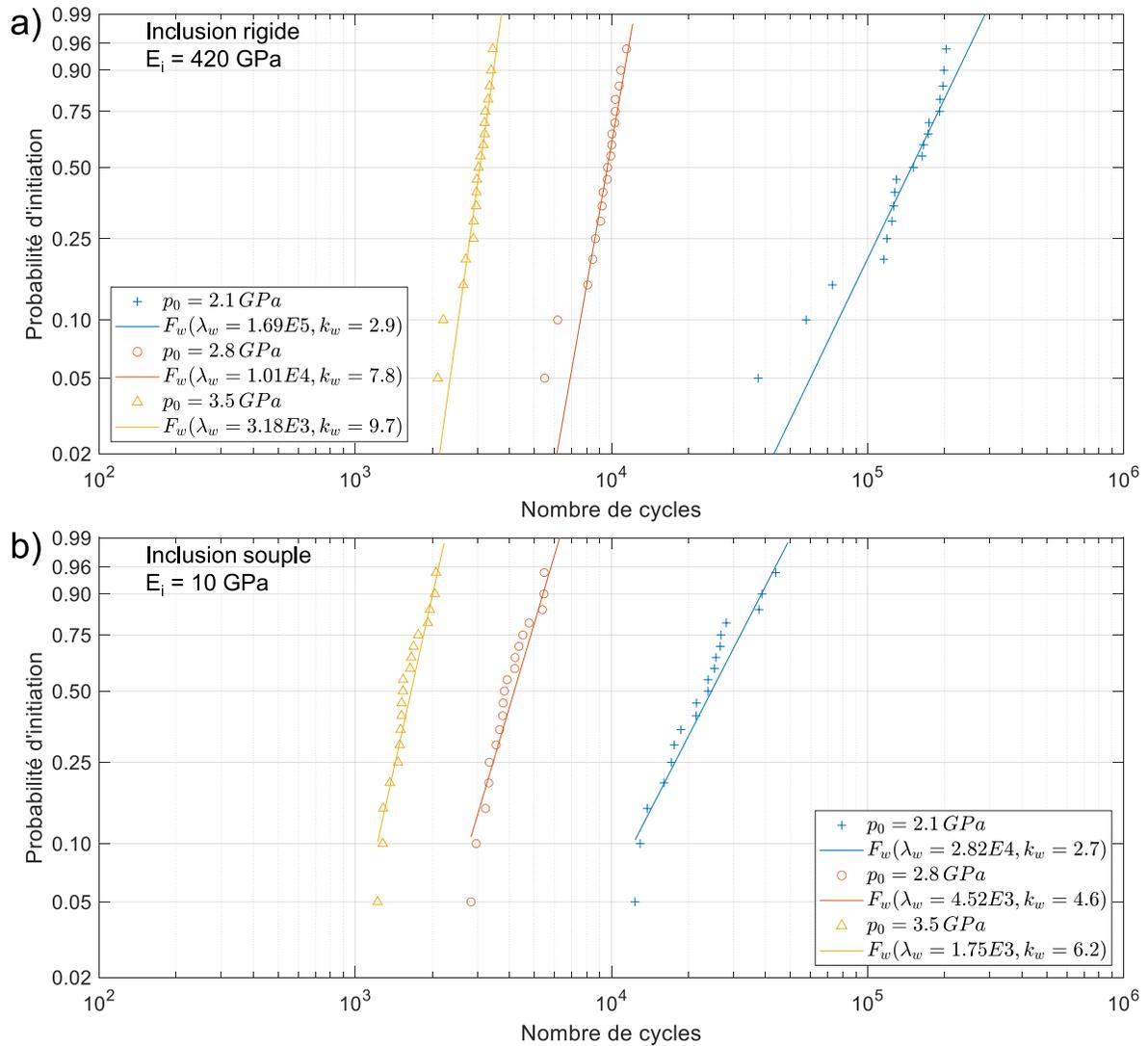


FIGURE 4.9 – Influence de la pression de Hertz sur la durée d’initiation de fissures, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$.

4.2.3 Influence de la taille de grains

Les amplitudes de cisaillement avec les différentes tailles de grains et des inclusions de taille $D_i = 200 \mu\text{m}$ en sous-surface sont présentées dans la figure 4.10. L'augmentation de la taille de grains entraîne une diminution du cisaillement moyen dans les grains proches des inclusions.

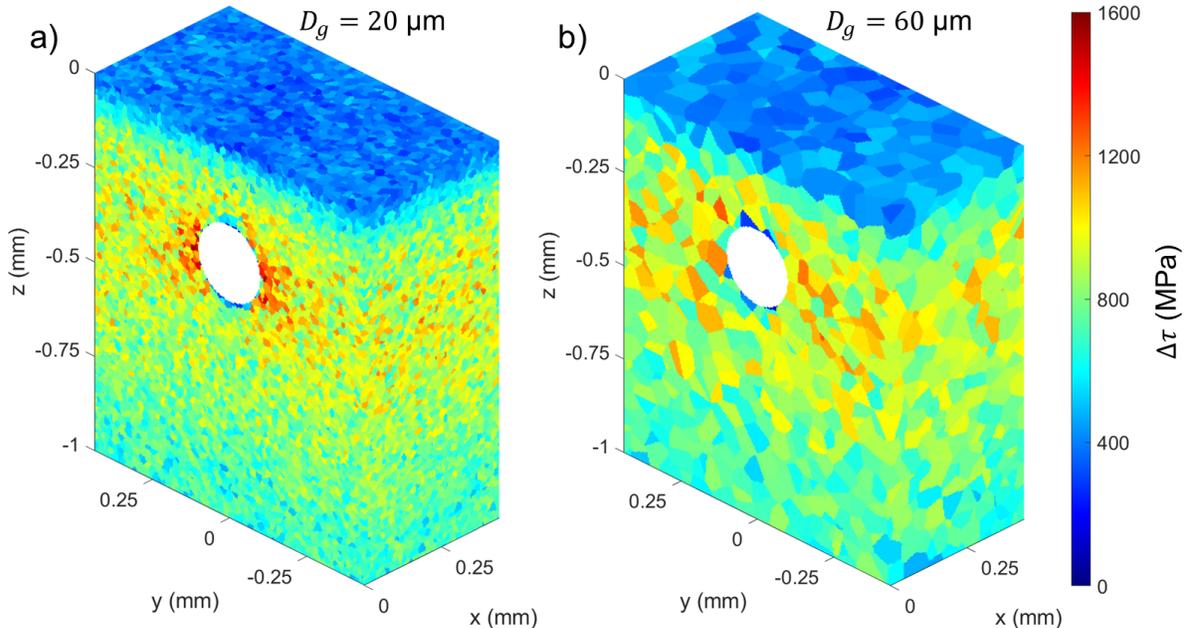


FIGURE 4.10 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes tailles de grains et une inclusion souple, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$.

Les mêmes sites d'initiation préférentiels sont observés : autour de l'inclusion rigide dans le plan $(x, y = 0, z)$ et autour de deux points de chaque côté de l'inclusion souple sur l'axe $(x = 0, y, z = -0.5a)$ (figure 4.11). Cependant, l'augmentation de la taille de grains conduit à une augmentation de la dispersion des fissures dans le domaine d'analyse.

Le rapport entre le diamètre d'inclusion et le diamètre équivalent moyen des grains D_i/D_g semble donc être un indicateur important de la criticité d'une inclusion. En effet, lorsque l'inclusion est d'une taille comparable aux grains, l'initiation de fissures se produit dans tout le domaine (figure 4.6). Ce phénomène se produit malgré le contraste de rigidité important entre le module de Young de l'inclusion E_i et le module de Young équivalent des grains E .

Cependant, l'initiation de fissures au voisinage d'une inclusion est certainement plus complexe dans la réalité que le modèle numérique. En effet, la différence entre la composition de l'inclusion et la composition des grains peut conduire à une diminution de l'énergie surfacique de rupture à l'interface. Cela expliquerait également

les observations expérimentales d'initiation au voisinage d'inclusion de taille comparable à la taille de grains.

Une augmentation de la taille de grains semble induire une augmentation de la durée d'initiation moyenne uniquement dans le cas de l'inclusion souple (figure 4.12). Cette différence entre inclusion rigide et inclusion souple rejoint l'effet constaté avec l'augmentation de la pression de Hertz. Dans les deux cas, l'augmentation de la taille de grains engendre une augmentation de la dispersion des durées d'initiation.

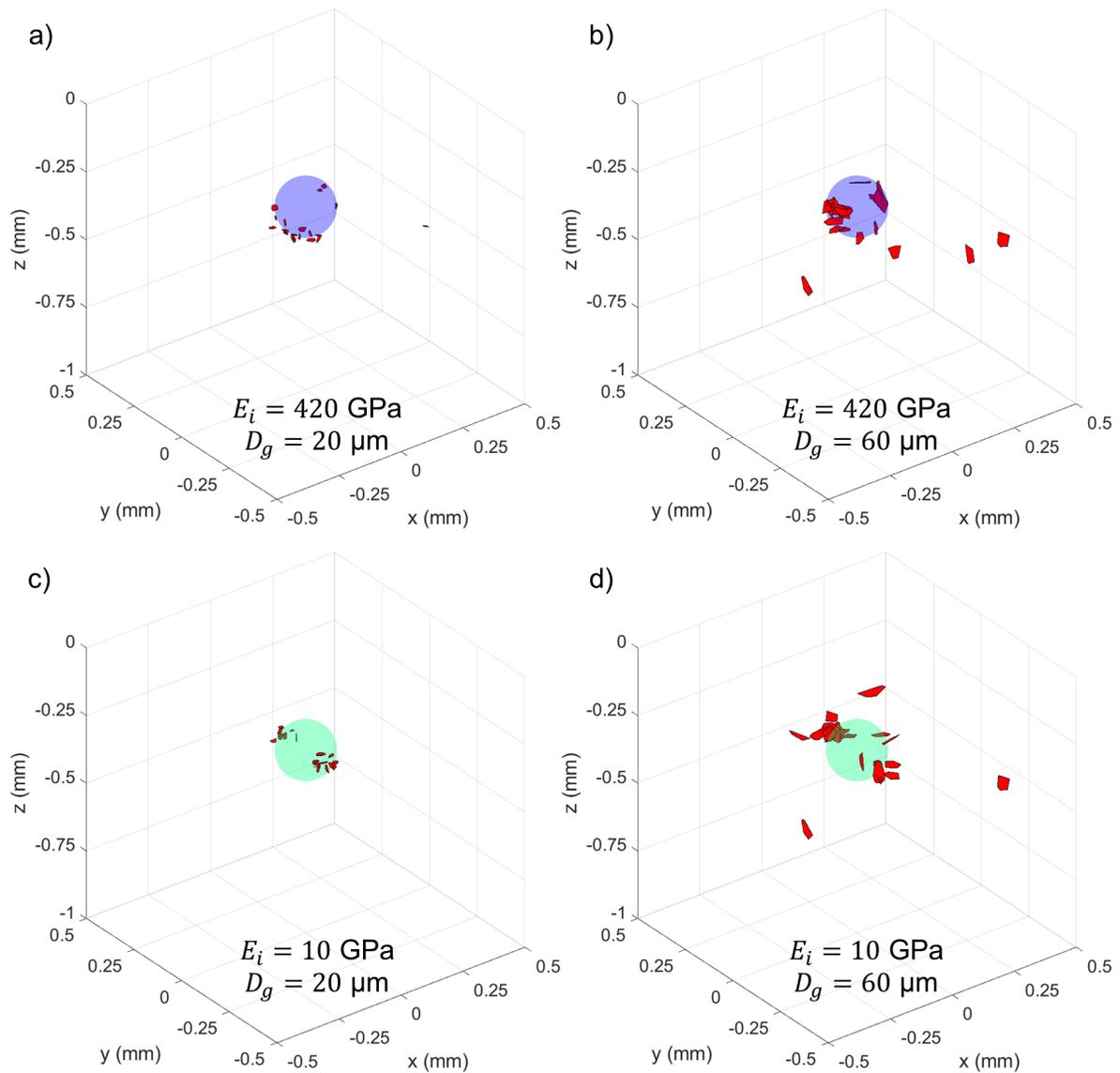


FIGURE 4.11 – Fissures initiées avec différentes tailles de grains et une inclusion, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$ et $E_i = 420 \text{ GPa}$, (c) $D_g = 20 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$, (d) $D_g = 60 \mu\text{m}$ et $E_i = 10 \text{ GPa}$.

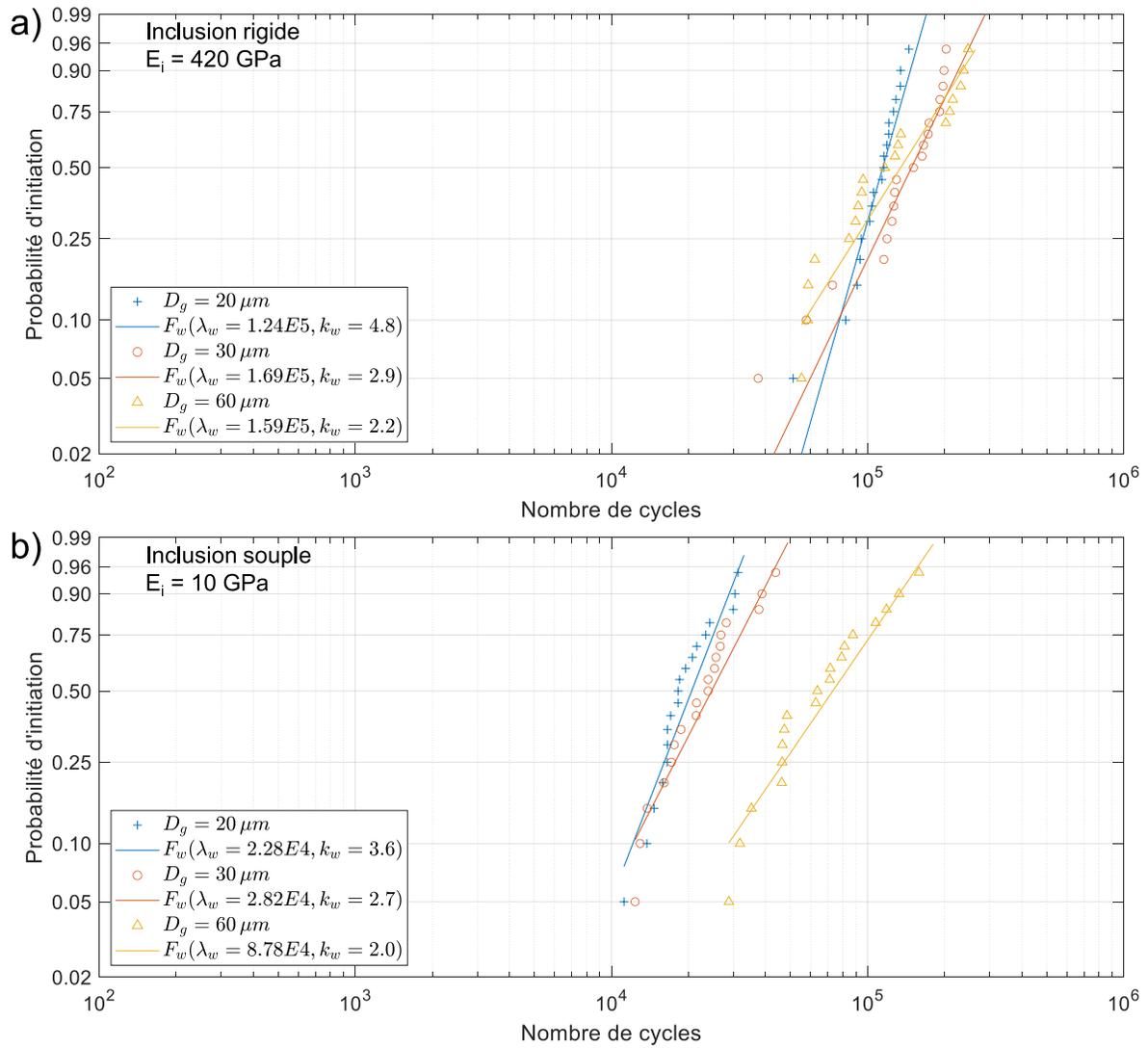


FIGURE 4.12 – Influence de la taille de grains sur la durée d’initiation de fissures, (a) inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$, (b) inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$.

4.3 Initiation en surface indentée

L'indent est modélisé par une modification de la surface de contact opposée à la surface du solide analysé. L'expression analytique de Coulon et al. [70] est utilisée pour décrire le profil de l'indent circulaire :

$$z(r) = Z_d \exp\left(-K_d \frac{r^2}{4D_d^2}\right) \cos\left(\frac{\pi r}{D_d}\right) \quad (4.1)$$

Avec,

$$r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (4.2)$$

Et la profondeur maximale d'indent Z_d , le diamètre d'indent D_d et le paramètre d'épaulement d'indent K_d . La géométrie de l'indent est illustrée dans la figure 4.13.

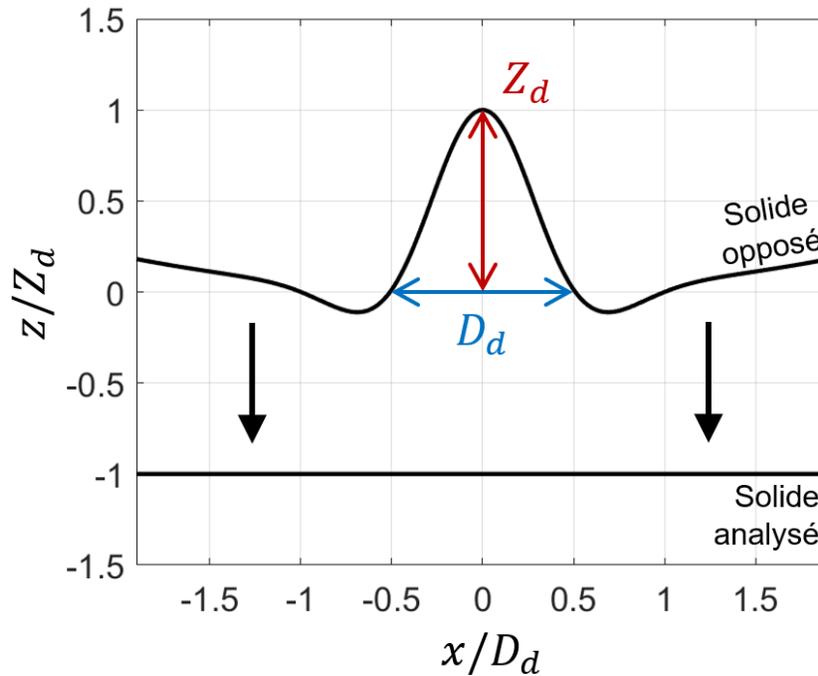


FIGURE 4.13 – Géométrie de l'indent dans le plan $(x, y = 0, z)$ pour un épaulement d'indent $K_d = 12$.

Les géométries d'indents simulées correspondent à l'indentation d'une surface d'acier 100Cr6 avec un indenteur Rockwell à pointe sphérique de rayon de 200 μm . Trois géométries d'indents correspondant à trois charges d'indentation sont utilisées afin d'analyser l'influence de la taille d'indent sur l'initiation de fissures en fatigue de contact (tableau 4.4).

Ces valeurs sont proches des mesures effectuées expérimentalement par Coulon [255], Le [2] et Bossy [156] sur différents aciers de contact.

Charge d'indentation W_d	Profondeur Z_d	Diamètre D_d	Épaulement K_d
20 kg	15 μm	170 μm	12
50 kg	35 μm	250 μm	12
100 kg	70 μm	320 μm	12

TABLE 4.4 – Paramètres d'indents.

Les trois tailles d'indents sont illustrées dans la figure 4.14. Les autres paramètres sont constants. Les valeurs de la configuration de référence sont utilisées (tableau 4.3).

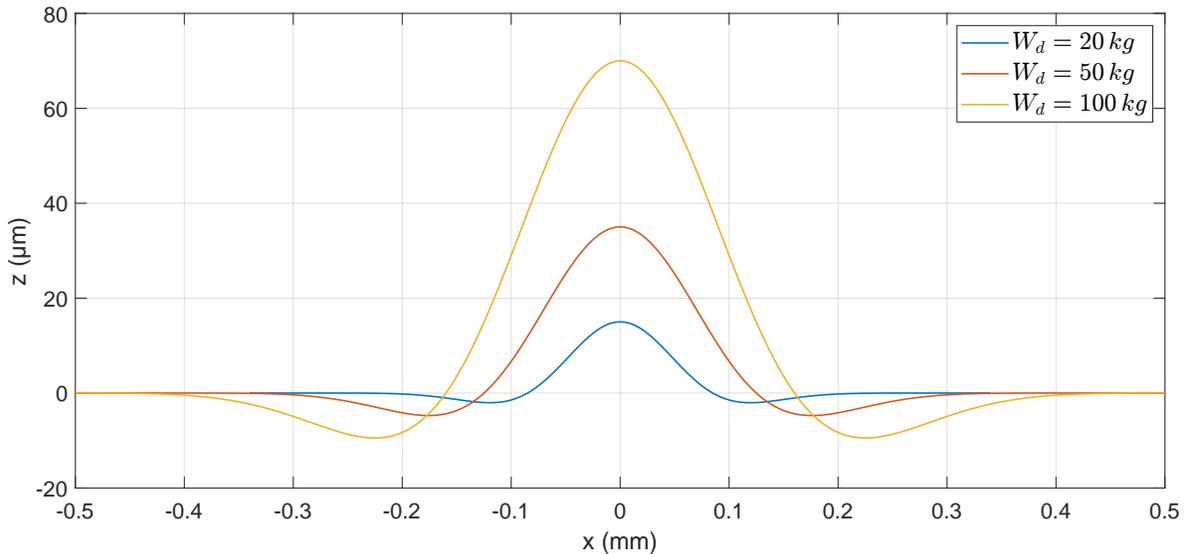


FIGURE 4.14 – Profils des indents de différentes tailles dans le plan $(x, y = 0, z)$, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 50 \text{ kg}$, (c) $W_d = 100 \text{ kg}$.

La pression de contact obtenue à la position de contact centré $x_c = 0$ avec l'indent $W_d = 50 \text{ kg}$ et une pression de Hertz $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$ est présentée dans la figure 4.15. L'amplitude de cisaillement obtenue dans cette configuration avec une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$ est illustrée dans la figure 4.16. Des surpressions et des surcontraintes sont engendrées par l'épaulement de l'indent.

La figure 4.17 montre que les fissures sont systématiquement initiées en face de l'épaulement de l'indent, proche de la surface et de manière préférentielle au niveau des côtés de l'indent. En effet, peu de fissures semblent s'initier au centre du contact le long de l'axe x . Expérimentalement, les fissures peuvent être initiées dans le plan $(x = 0, y, z)$, du côté où le contact quitte l'indent [18, 255]. Comme le mentionne Coulon, les effets hydrodynamiques du lubrifiant qui ne sont pas considérés dans cette étude pourraient être la raison d'une initiation dans l'axe x de déplacement du contact en provoquant une pression du fluide [255]. L'absence de frottement

dans ce modèle n'est probablement pas l'explication, car d'autres études numériques constatent peu d'écart entre un frottement nul et un coefficient de frottement de 0.1 [137, 157].

L'inclinaison de la normale aux plans de fissures par rapport à la surface est proche de $\theta_z = 45^\circ$. De plus, θ_x est systématiquement proche de 90° . Les fissures sont donc inclinées à 45° de la surface, soit d'un côté, soit de l'autre de la direction de roulement x , les deux étant équitablement représentés.

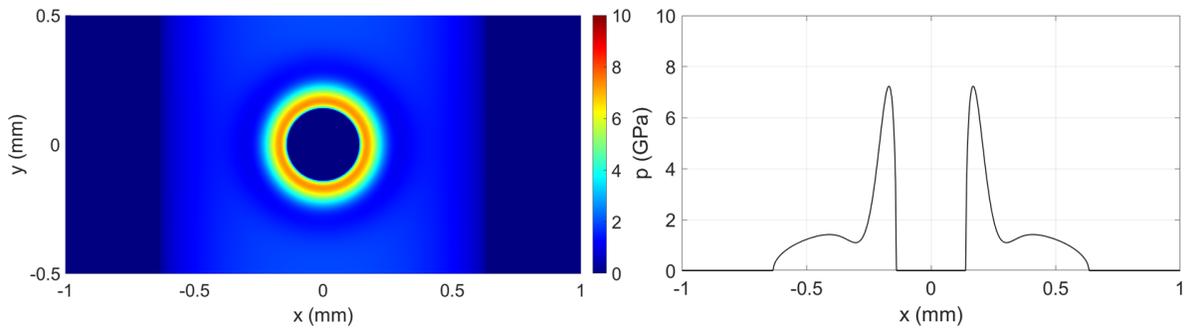


FIGURE 4.15 – Pression de contact pour la position de contact centré $x_c = 0$ avec l'indent $W_d = 50$ kg et une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa.

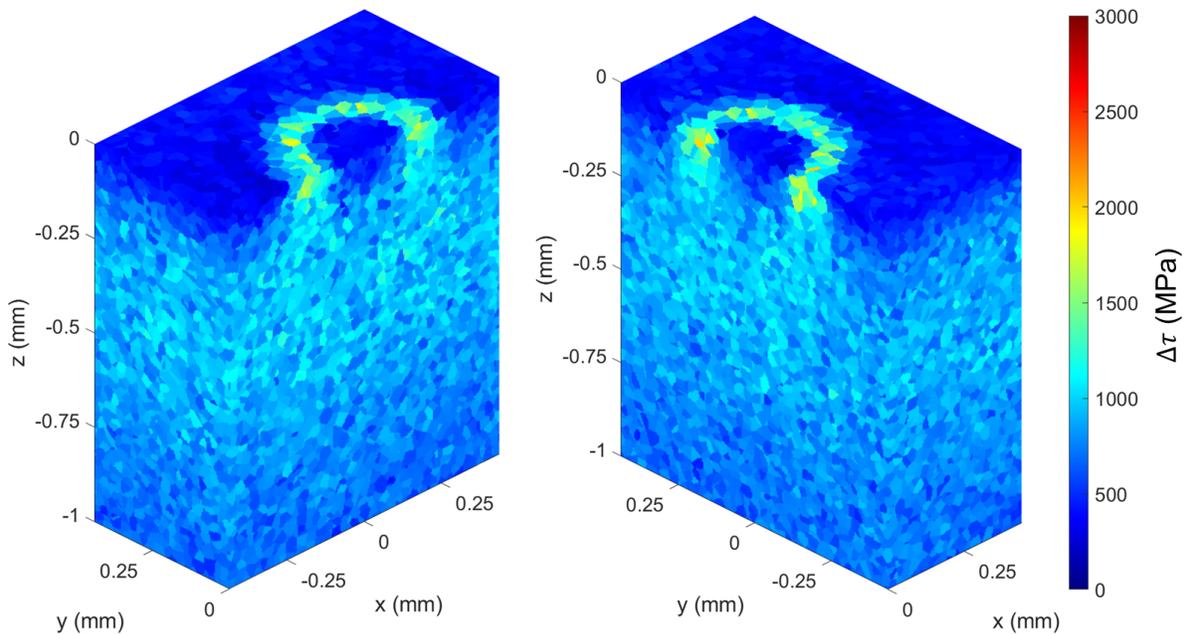


FIGURE 4.16 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec l'indent $W_d = 50$ kg, une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa et une taille de grains $D_g = 30$ μm .

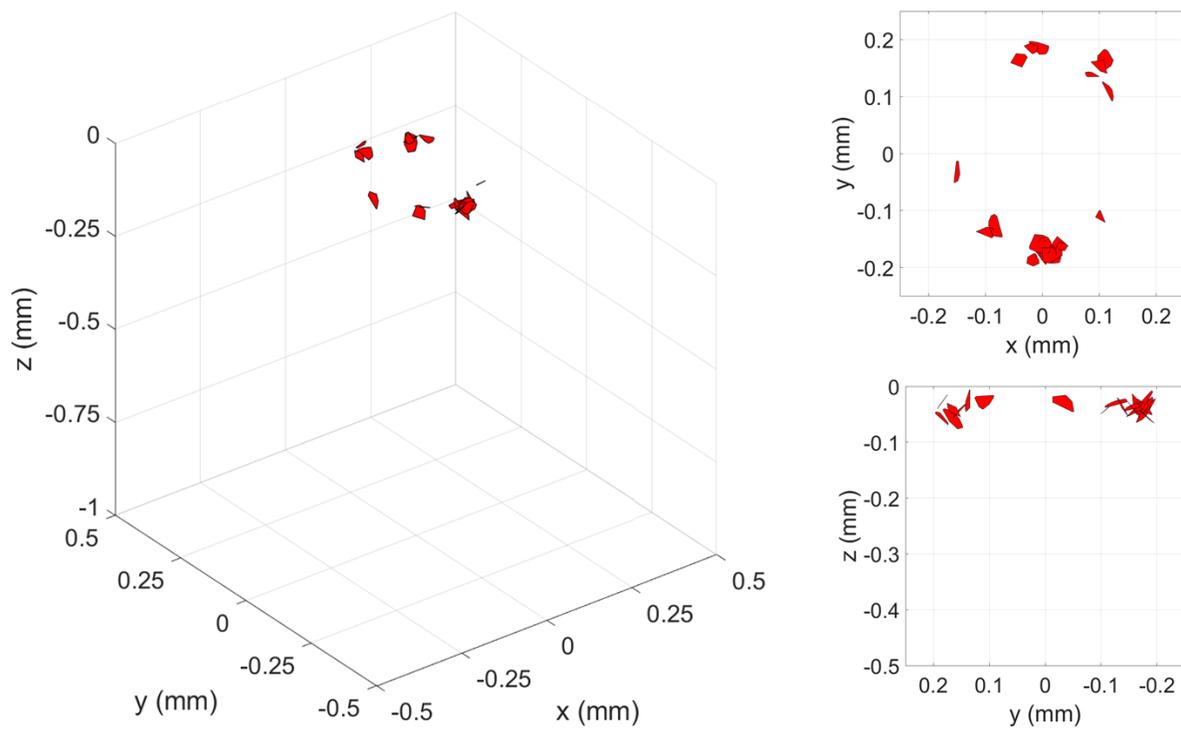


FIGURE 4.17 – Fissures initiées avec l’indent $W_d = 50$ kg, une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa et une taille de grains $D_g = 30$ μm .

4.3.1 Influence de la taille d'indent

Les pressions de contact obtenues à la position de contact centré $x_c = 0$ avec les indents de différentes tailles et une pression de Hertz $p_0 = 2.1$ GPa sont présentées dans la figure 4.18. Les amplitudes de cisaillement obtenues dans ces configurations avec une taille de grains $D_g = 30 \mu\text{m}$ sont illustrées dans la figure 4.19. L'augmentation de la taille d'indent engendre principalement une augmentation des surpressions et des surcontraintes en face de l'épaule de l'indent. Cependant, les contraintes en sous-surface sont peu affectées.

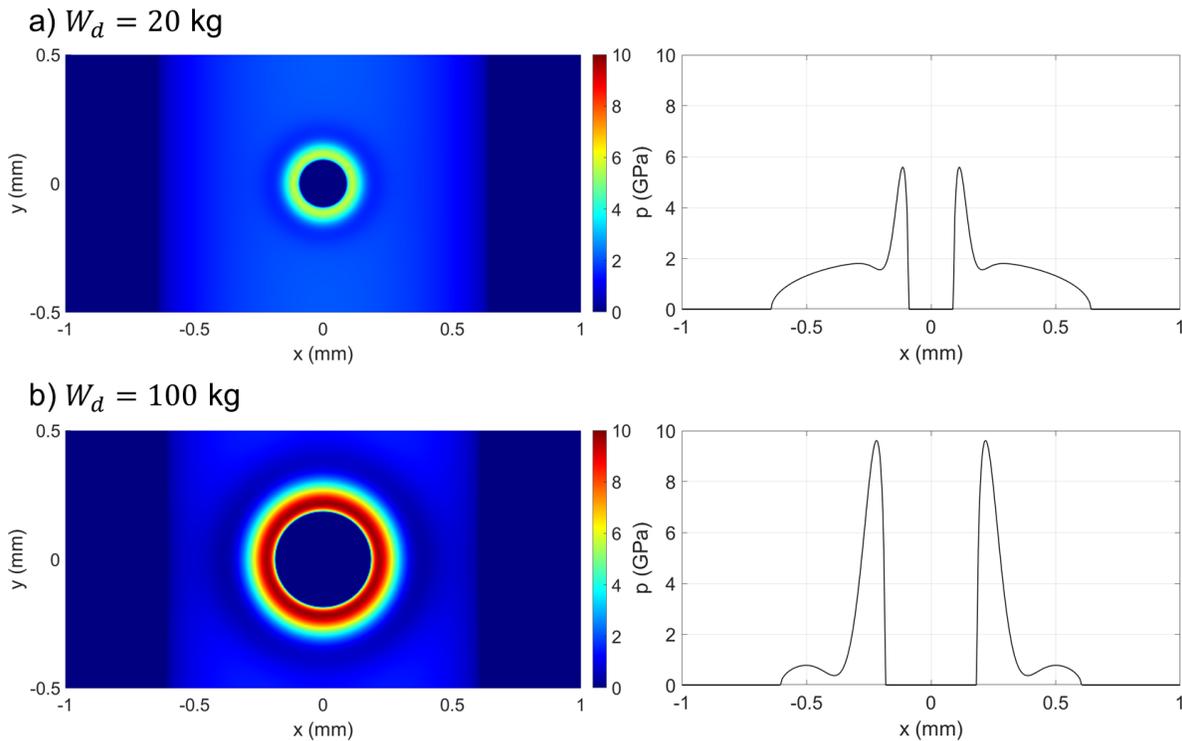


FIGURE 4.18 – Pression de contact pour la position de contact centré $x_c = 0$ avec différentes tailles d'indents, (a) $W_d = 20$ kg, (b) $W_d = 100$ kg.

La figure 4.20 montre que la taille d'indent n'a pas d'influence significative sur les sites d'initiation préférentiels et sur les orientations de fissures. Toutefois, la profondeur d'initiation moyenne est de :

- $z = -29.2 \mu\text{m}$ pour l'indent de 20 kg,
- $z = -38.5 \mu\text{m}$ pour l'indent de 50 kg,
- $z = -41.5 \mu\text{m}$ pour l'indent de 100 kg.

La taille d'indent a donc une influence sur la profondeur d'initiation. Ce résultat s'explique par la différence de courbure de l'épaule des indents. En effet, l'influence de la longueur d'onde des aspérités sur la profondeur des contraintes maximales a

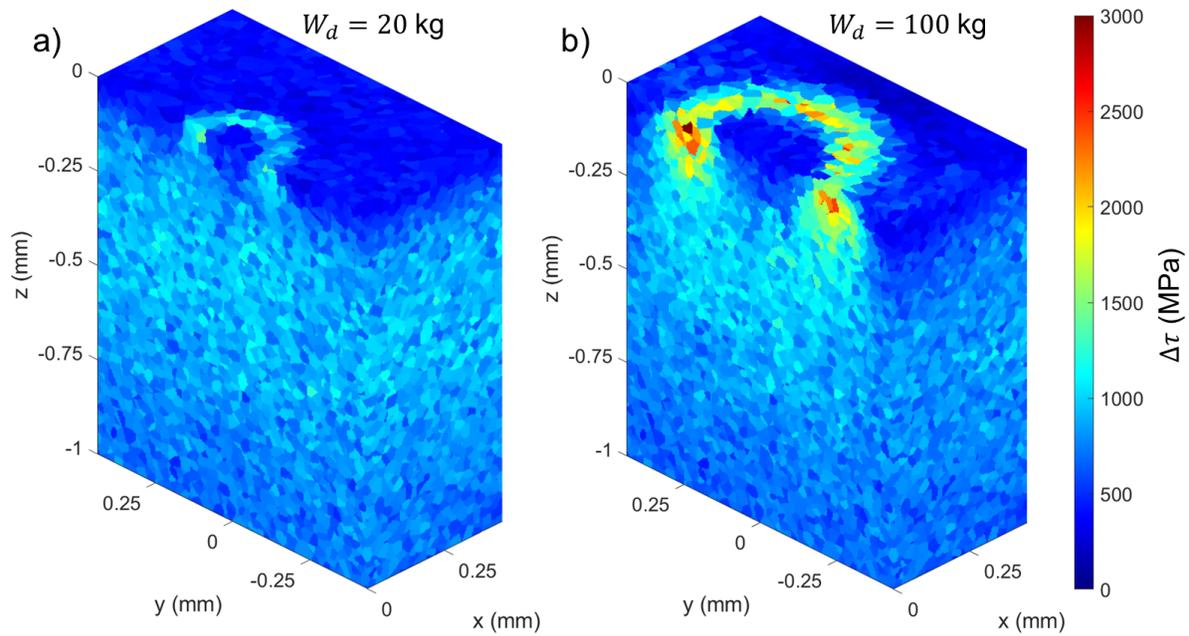


FIGURE 4.19 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes tailles d’indents, (a) $W_d = 20$ kg, (b) $W_d = 100$ kg.

été mise en évidence par Sainsot [260].

Les durées d’initiation de fissures obtenues avec les indents de différentes tailles sont présentées dans la figure 4.21. L’augmentation de la taille d’indenter engendre une diminution significative de la durée d’initiation moyenne et également une diminution de la dispersion des durées d’initiation.

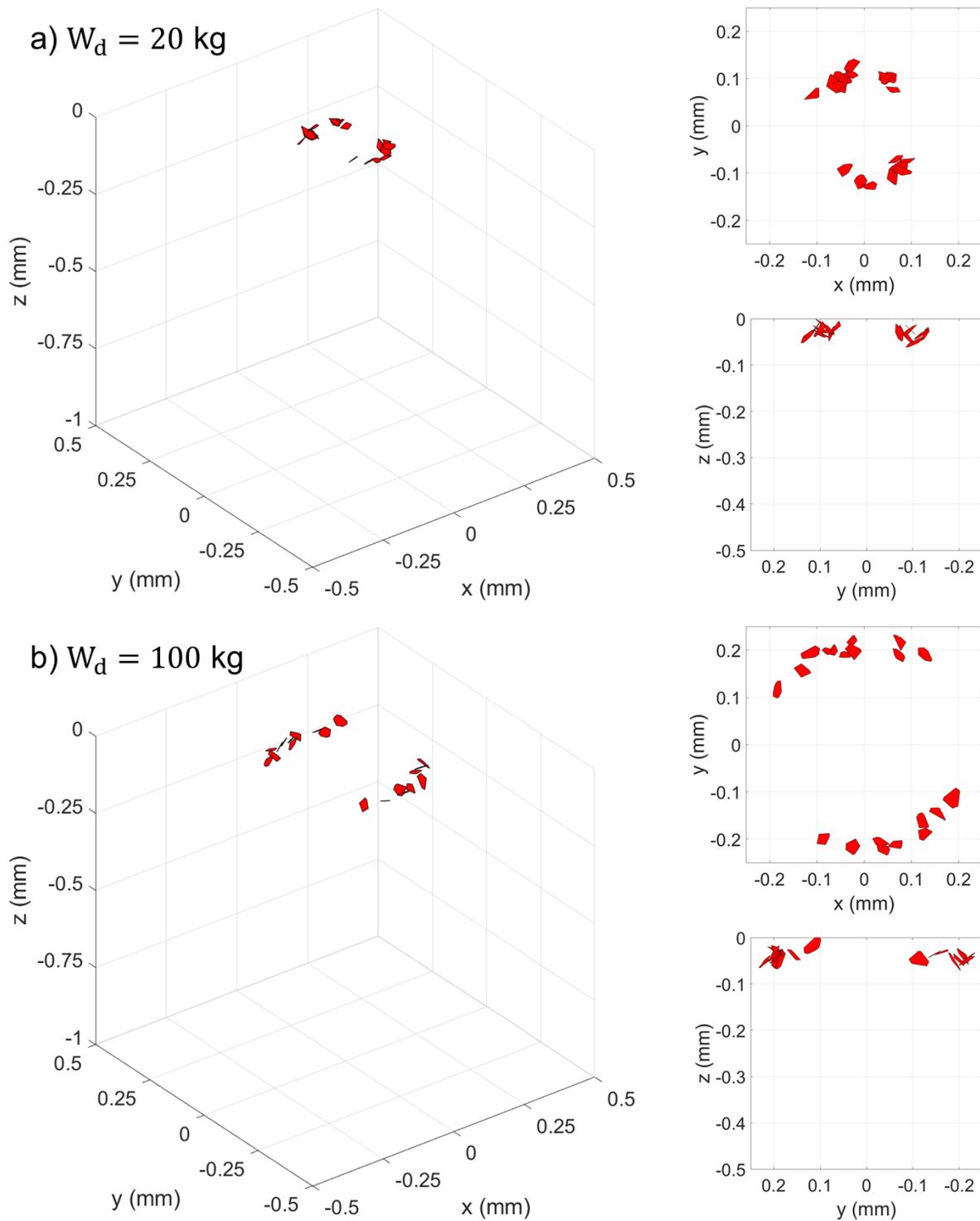


FIGURE 4.20 – Fissures initiées avec différentes tailles d’indents, (a) $W_d = 20$ kg, (b) $W_d = 50$ kg, (c) $W_d = 100$ kg.

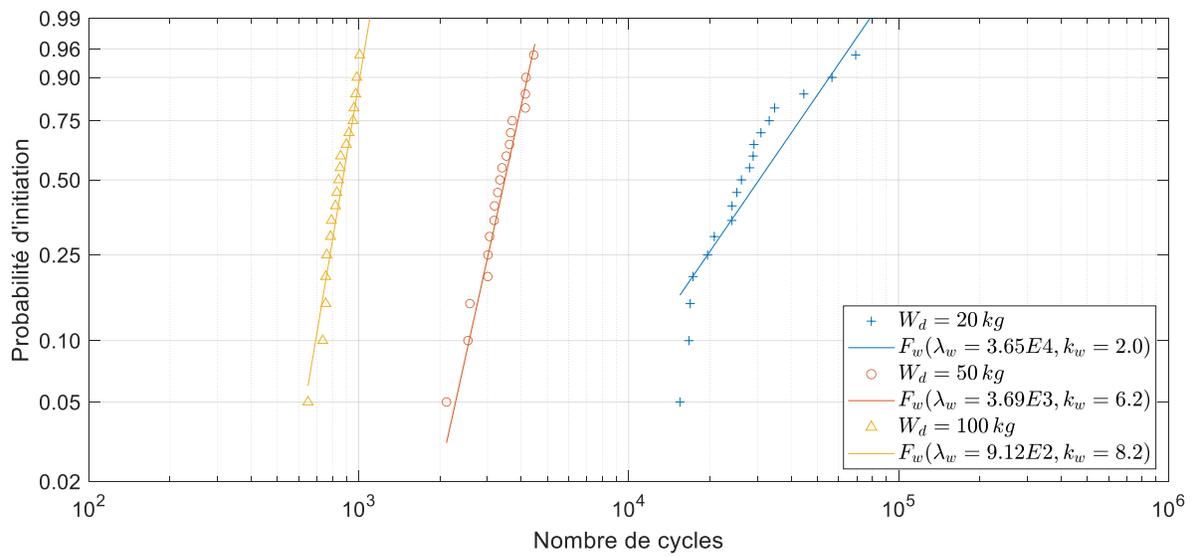


FIGURE 4.21 – Influence de la taille d’indent sur la durée d’initiation de fissures.

4.3.2 Influence de la pression de contact

L'augmentation de la pression de Hertz avec l'indent intermédiaire $W_d = 50$ kg engendre une légère augmentation de la pression maximale au niveau de l'épaule-ment de l'indent et entraîne surtout une augmentation de la charge totale transmise entre les deux surfaces (figure 4.22).

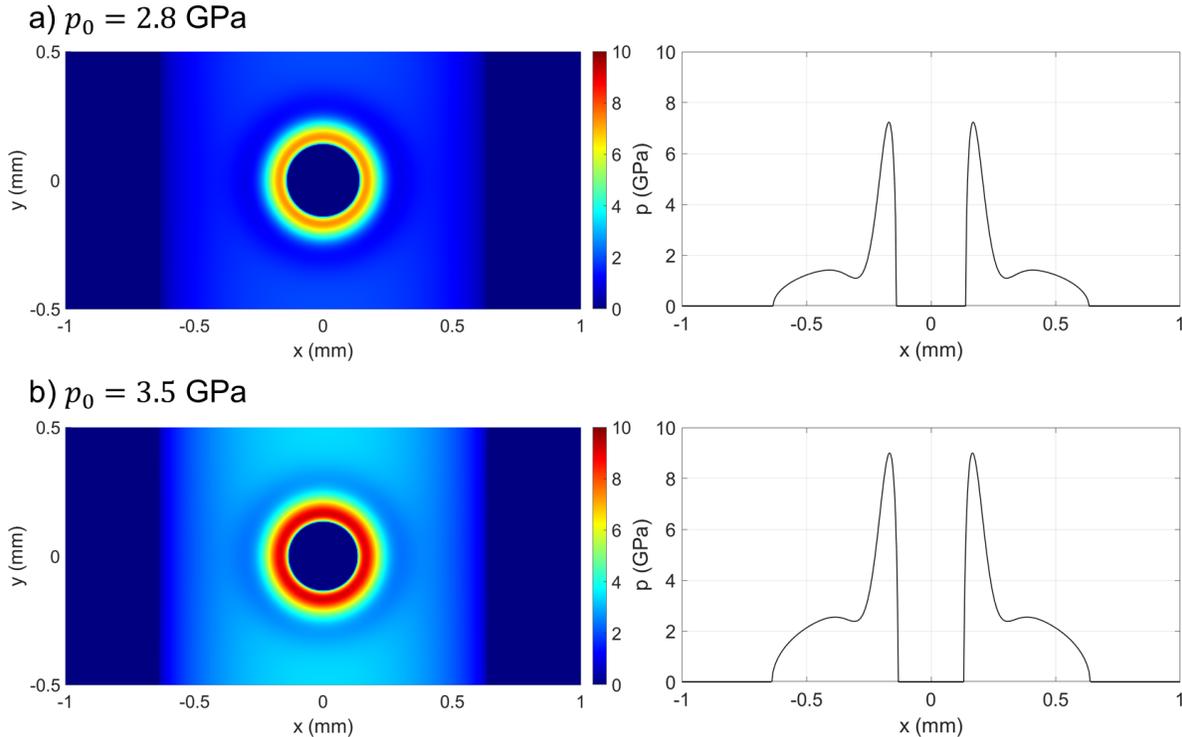


FIGURE 4.22 – Pression de contact avec différentes pressions de Hertz et une surface indentée, (a) $p_0 = 2.8$ GPa, (b) $p_0 = 3.5$ GPa.

Les contraintes en surface et en sous-surface augmentent lorsque la pression de Hertz augmente (figure 4.23) contrairement à la taille d'indent qui a surtout un effet sur les contraintes en surface (figure 4.19).

Cependant, la figure 4.20 montre que la pression de Hertz n'a pas d'influence significative sur les sites d'initiation préférentiels et sur les orientations de fissures.

Une augmentation de la pression de Hertz entraîne une diminution de la durée de vie moyenne et également une légère diminution de la dispersion des durées d'initiation (figure 4.25).

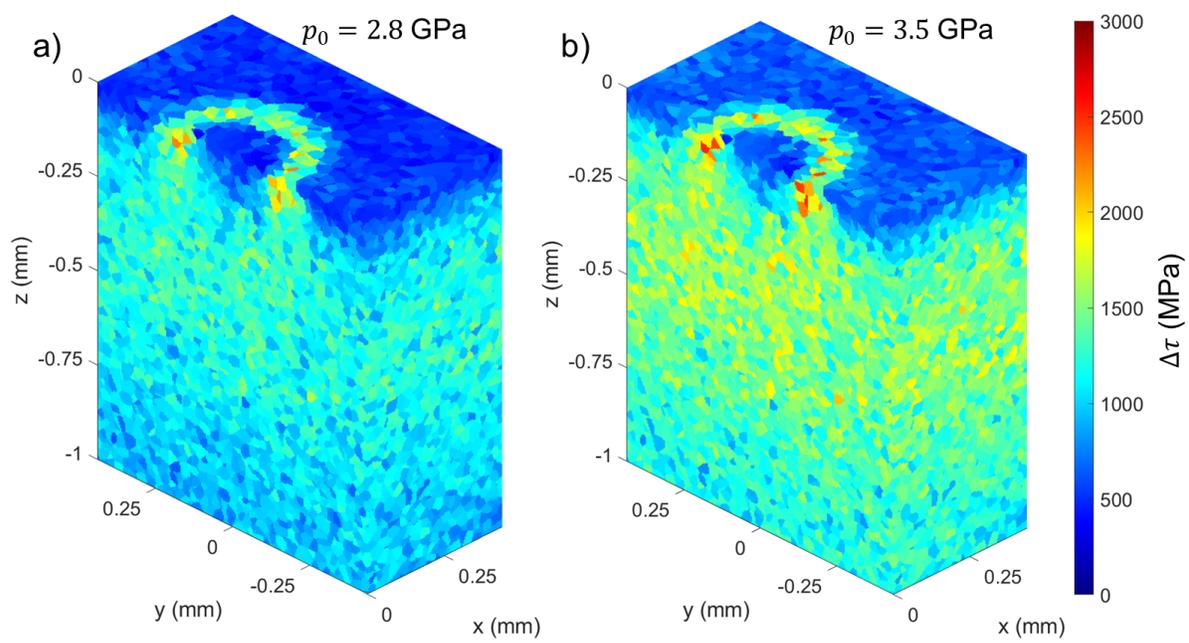


FIGURE 4.23 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes pressions de Hertz et une surface indentée, (a) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$.

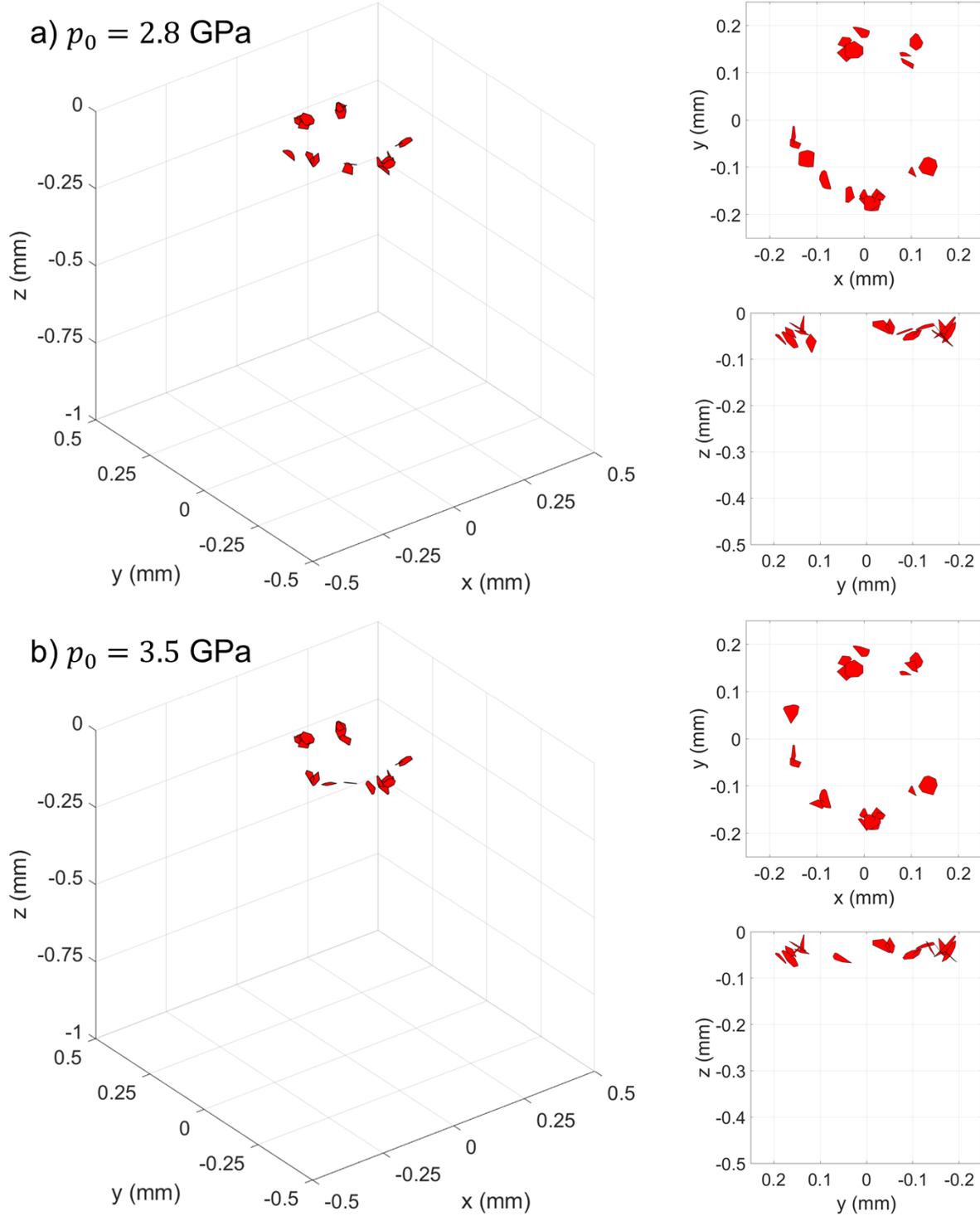


FIGURE 4.24 – Fissures initiées avec différentes pressions de Hertz et une surface indentée, (a) $p_0 = 2.8$ GPa, (b) $p_0 = 3.5$ GPa.

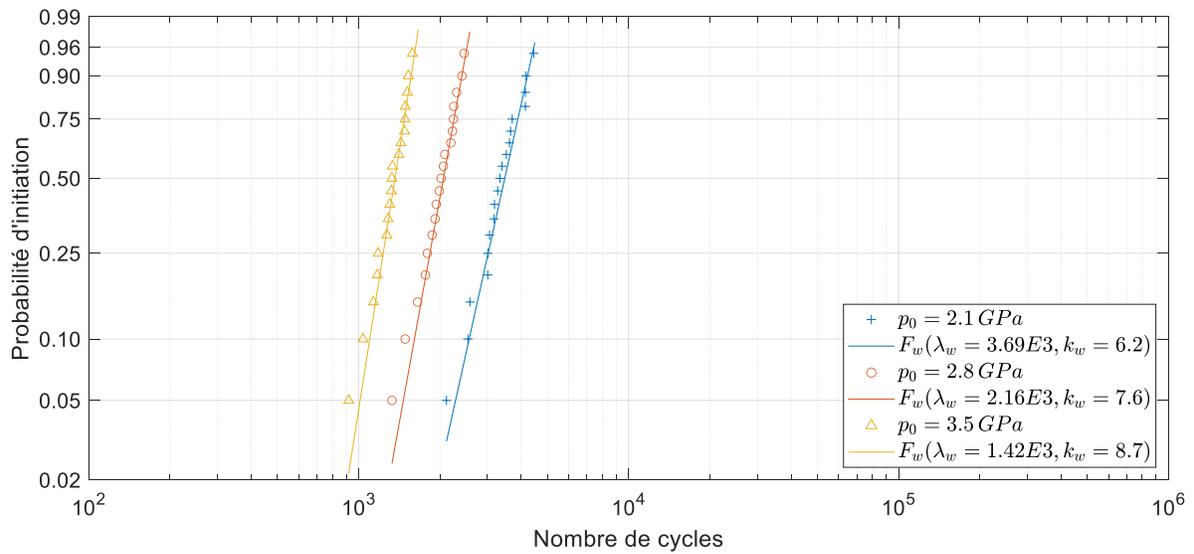


FIGURE 4.25 – Influence de la pression de Hertz sur la durée d’initiation de fissures avec une surface indentée.

4.3.3 Influence de la taille de grains

Les amplitudes de cisaillement avec les différentes tailles de grains et une surface indentée $W_d = 50$ kg sont présentées dans la figure 4.10. De façon similaire à l'initiation en sous-surface, l'augmentation de la taille de grains entraîne une diminution du cisaillement moyen dans les grains proches de l'indent.

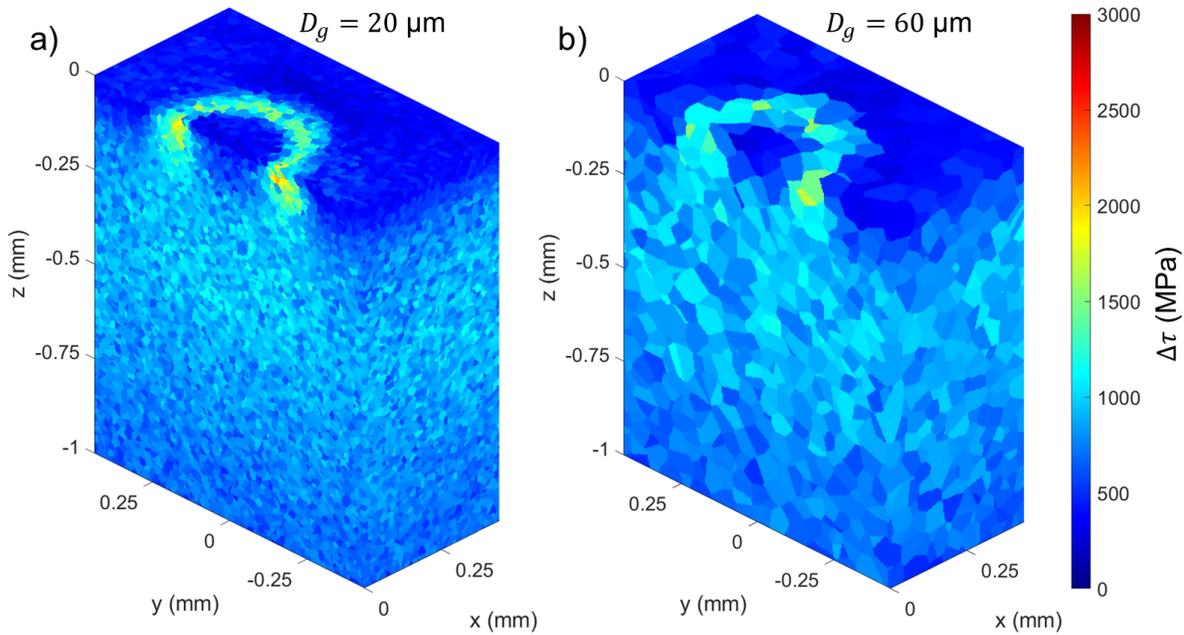


FIGURE 4.26 – Amplitude de cisaillement $\Delta\tau$ avec différentes tailles de grains et une surface indentée, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$.

La taille de grains a peu d'influence sur la position et l'orientation des fissures initiées pour les configurations simulées (figure 4.27). Cependant, les fissures sont plus grandes et atteignent donc des profondeurs plus importantes.

Pour les tailles de grains de $D_g = 20 \mu\text{m}$ et de $D_g = 30 \mu\text{m}$, les durées d'initiation sont semblables (figure 4.28). Cependant, pour la taille de grains la plus importante $D_g = 60 \mu\text{m}$, une légère augmentation de la durée d'initiation moyenne ainsi qu'une augmentation significative de la dispersion des durées d'initiation sont constatées. Bien que trois tailles de grains ne soient pas suffisantes pour confirmer cette hypothèse, une explication sur un éventuel seuil de taille de grains est proposée dans la section suivante.

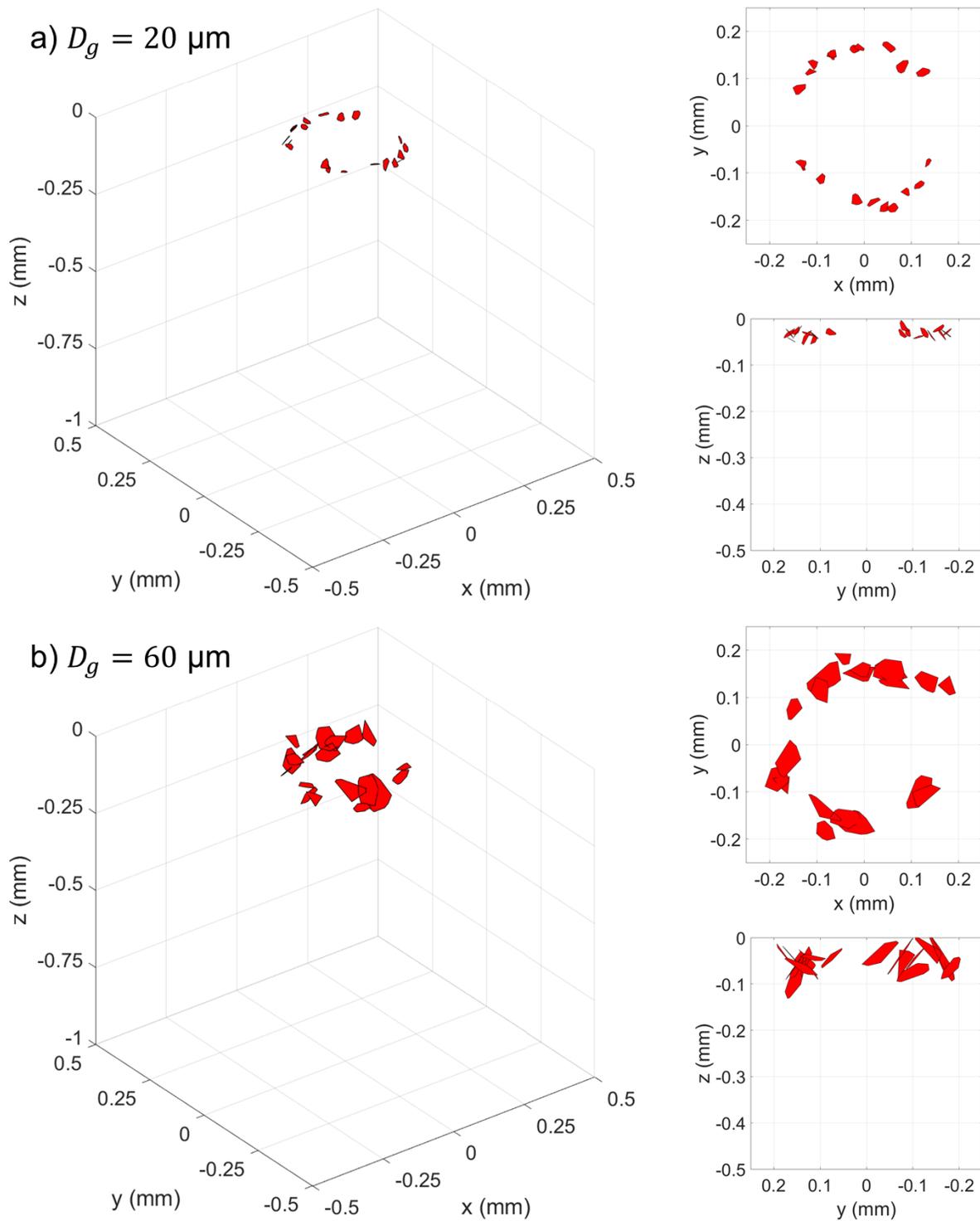


FIGURE 4.27 – Fissures initiées avec différentes tailles de grains et une surface indentée, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 60 \mu\text{m}$.

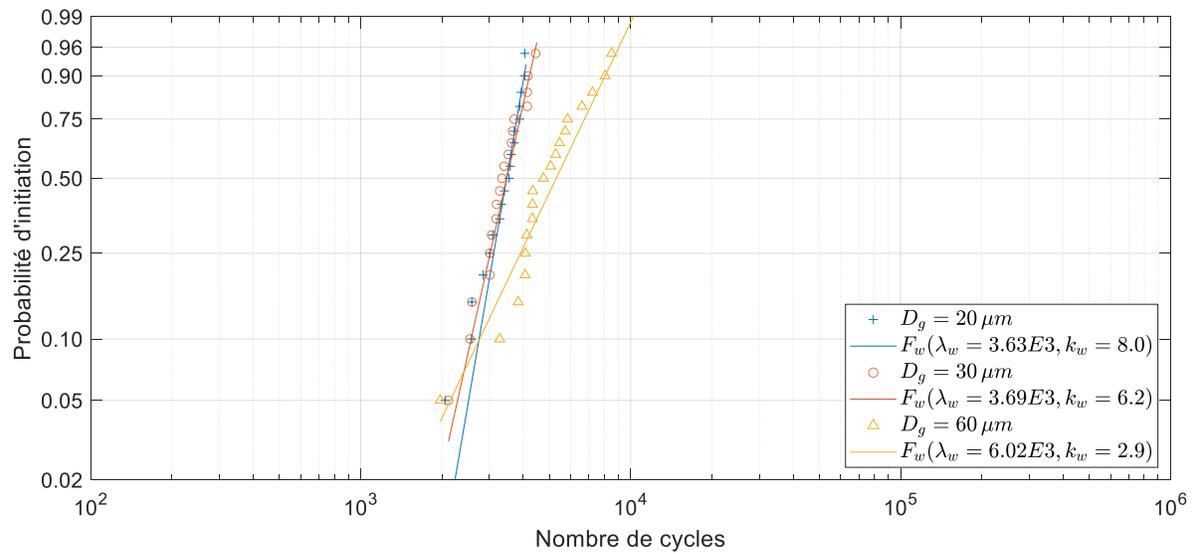


FIGURE 4.28 – Influence de la taille de grains sur la durée d’initiation de fissures avec une surface indentée.

4.4 Discussions

Les résultats de simulations décrits précédemment mènent à plusieurs éléments de discussion.

Comme évoqué dans la sous-section 3.3.2, la distribution statistique des durées d'initiation est liée au volume surcontraint. En effet, une augmentation du nombre de grains dans le volume sollicité engendre une augmentation du risque que l'un des grains possède une position et une orientation toujours plus critiques.

La notion de volume surcontraint était déjà prise en compte dans le modèle empirique de Lundberg et Palmgren [12, 13] basé sur le principe de maillon faible de Weibull [88, 89]. Le facteur de risque d'endommagement pour les surfaces indentées proposé par Coulon et al. [255] est également basé sur la notion de volume surcontraint.

Dans cette étude, une diminution de la dispersion des durées d'initiation est constatée dans deux scénarios :

- lorsque le volume surcontraint augmente (figure 4.9 et figure 4.21),
- lorsque la taille de grains diminue (figure 4.12 et figure 4.28).

L'indicateur important concernant la dispersion des durées d'initiation semble donc le nombre de grains contenus dans le volume surcontraint.

Cependant, plusieurs nuances sont à apporter sur les statistiques obtenues dans cette étude. Les distributions statistiques présentées dans les sections précédentes considèrent uniquement l'initiation de fissures à l'échelle d'un défaut. Or, à l'échelle d'un composant, le nombre de défauts joue un rôle important dans les distributions de durée d'initiation ou de durée de vie. Les tendances obtenues à l'échelle d'un défaut donnent toutefois des informations intéressantes sur leur criticité. De plus, la dispersion des durées de propagation s'ajoute à la dispersion des durées d'initiation lorsqu'on s'intéresse à la durée de vie totale. Or, la durée de propagation est probablement différente pour une initiation en surface et pour une initiation en sous-surface en raison de la distance qui sépare la fissure et la surface.

La figure 4.12.b et la figure 4.28 montrent une augmentation de la durée d'initiation moyenne pour la taille de grains la plus élevée. Ce résultat est expliqué par la diminution de la contrainte $\Delta\tau$ entraînée par la moyenne des contraintes dans un plus grand volume lorsque l'on augmente la taille de grains comme le montrent la figure 4.10 et la figure 4.26. Cet effet est observé malgré l'augmentation de la taille de bande de glissement L_b entraînée par l'augmentation de la taille de grains et qui participe à une diminution de la durée d'initiation (équation 3.18). Deux phénomènes sont donc en compétition, mais pour les tailles de grains et les conditions de contact analysées, la diminution des contraintes moyennes est prépondérante.

Toutefois, les fissures initiées pour la taille de grains $D_g = 60 \mu\text{m}$ sont significativement plus grandes que pour la taille de grains $D_g = 20 \mu\text{m}$. Bien que la durée d'initiation soit plus longue pour les grains de grande taille, la durée de propagation

pourrait être plus courte.

Également, l'augmentation de la taille de bande de glissement pourrait devenir prédominante sur la diminution des contraintes moyennes à partir d'un certain seuil de taille de grains. Un plus large intervalle de taille de grains permettrait d'analyser cette hypothèse.

Les essais expérimentaux menés par Le et al. [2] avec une machine bi-disques ont également mis en évidence le rôle complexe de la taille de grains sur la fatigue de contact d'une surface lisse en présence d'un contre-galet indenté. La plus faible taille de grains testée $D_g = 10 \mu\text{m}$ a permis de retarder le début de l'endommagement en fatigue de contact. Cependant, pour les grains de tailles supérieures, les tailles de fissures en surface sont semblables. Ces essais ont également montré que l'influence de la taille de grains est prédominante dans la phase de propagation de fissures, dans le cas des aciers traités en surface. Ces résultats expérimentaux en présence de surfaces indentées sont donc plutôt en accord avec les résultats numériques obtenus dans cette étude.

4.5 Synthèse

Une analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact a été proposée dans ce chapitre. La position et l'orientation des fissures initiées ainsi que la durée d'initiation ont été étudiées.

Le premier scénario d'initiation de fissures qui a été envisagé est l'initiation en sous-surface au voisinage d'une inclusion. Deux rigidités d'inclusion sphériques ont été considérées. Le second scénario d'initiation de fissures qui a été envisagé est l'initiation en surface au voisinage d'un indent. Une géométrie d'indent analytique a été considérée.

Les principaux sites d'initiations de fissures sont :

- autour de l'arc de cercle qui entoure l'inclusion rigide dans le plan $(x, y = 0, z)$,
- autour de deux points de chaque côté de l'inclusion souple sur l'axe $(x = 0, y, z = -0.5a)$,
- en face de l'épaulement de l'indent, en particulier sur les côtés, excentré de l'axe de roulement $(x, y = 0, z = 0)$.

Les principales orientations de fissures sont :

- pour l'inclusion, des fissures parallèles à la surface ou parallèles au plan yz ,
- pour l'indent, des fissures inclinées de 45° par rapport à la surface.

Les principales influences de la taille de défaut, de la pression de Hertz et de la taille de grains sur la durée d'initiation moyenne et sur la dispersion des durées d'initiation sont présentées dans le tableau 4.5.

	Défaut	Augmentation de la taille de défaut	Augmentation de la pression de Hertz	Augmentation de la taille de grains
Durée d'initiation moyenne	Inclusion rigide	–	– – –	±
	Inclusion souple	– –	– – –	±
	Indent	– – – –	–	±
Dispersion des durées d'initiation	Inclusion rigide		– –	+
	Inclusion souple		– –	+
	Indent	– –	–	+

TABLE 4.5 – Influences de la taille de défaut, de la pression de Hertz et de la taille de grains sur la durée d'initiation de fissures en fatigue de contact.

L'augmentation de la taille du défaut et de la pression de Hertz engendre généralement une diminution de la durée d'initiation moyenne. Le nombre de grains contenus dans le volume fortement sollicité est identifié comme un facteur majeur de la dispersion des durées d'initiation.

Plusieurs tendances obtenues numériquement dans cette étude rejoignent des résultats expérimentaux. Notamment concernant le rôle complexe de la taille de grains en fatigue de contact ou concernant l'orientation et la position des fissures initiées en fatigue de contact.

Conclusions et perspectives

Un modèle numérique d'initiation de fissures en fatigue de contact a été développé dans cette étude.

L'approche consiste à simuler le passage d'un contact à la surface d'un volume élémentaire représentatif afin de tenir compte de l'évolution des contraintes au cours d'un cycle. La microstructure polycristalline du domaine d'analyse est générée par la méthode de Voronoi et les orientations cristallines sont générées aléatoirement.

Les contraintes engendrées par le contact sont calculées par la méthode Green-FFT. Dans un premier temps, la pression de contact macroscopique est calculée en fonction de la géométrie des surfaces et de la charge. Ensuite, les contraintes macroscopiques induites en profondeur sont déterminées. Elles permettent d'obtenir les contraintes mésoscopiques en fonction de la géométrie des grains et de leurs propriétés d'élasticité cubique.

Les résultats obtenus par la méthode Green-FFT sont comparés aux modèles analytiques de Hertz et de Hills ainsi qu'à un modèle équivalent utilisant la méthode des éléments finis. Ces comparaisons montrent que la méthode Green-FFT permet d'obtenir les contraintes mésoscopiques en sollicitation de contact avec une précision et un coût de calcul satisfaisant.

La géométrie des bandes de glissement est calculée à partir de la géométrie des grains et de leurs orientations cristallines en procédant à des rotations et des translations de coordonnées. Les contraintes dans chaque bande de glissement sont également obtenues par la rotation du tenseur des contraintes. Cela permet de calculer l'amplitude de variation du cisaillement résolu au cours d'un cycle.

Le critère d'initiation de fissures en fatigue est basé sur l'approche physique d'accumulation d'énergie de dislocations dans les bandes de glissement. L'initiation se produit lorsque l'énergie accumulée atteint le seuil d'énergie de rupture d'une bande de glissement.

Plusieurs analyses en sollicitation uniaxiale ont permis de déterminer :

- l'équivalence des propriétés macroscopiques et mésoscopiques,
- la taille d'éléments,
- l'influence de la taille du domaine d'analyse,
- le nombre d'échantillons aléatoires pertinent.

Le modèle numérique est ensuite utilisé pour analyser l'initiation de fissures en fatigue de contact.

Les simulations sont effectuées pour un cycle de sollicitation de contact complet ce qui permet de calculer l'amplitude cyclique des contraintes qui est identifiée comme un facteur prépondérant sur le processus d'initiation de fissures.

De plus, la simulation de plusieurs échantillons avec des microstructures et des orientations cristallines aléatoires différentes permet d'analyser les distributions des résultats plutôt que des valeurs uniques. Cela permet notamment d'obtenir des informations sur la variabilité attendue pour une configuration donnée.

Deux scénarios d'initiation sont considérés : l'initiation en sous-surface au voisinage d'une inclusion et l'initiation en surface au voisinage d'un indente.

Les principaux résultats sont les suivants :

1. La taille d'inclusion impacte directement sa criticité. Lorsque la taille d'inclusion est comparable à la taille de grains, l'inclusion n'a pas d'effet majeur sur l'initiation de fissures. Les fissures sont initiées autour de l'inclusion lorsqu'elle est suffisamment grande.
2. Les propriétés élastiques de l'inclusion ont une influence sur le site d'initiation. Une inclusion significativement plus rigide que la matrice provoque une initiation autour de l'arc de cercle qui entoure l'inclusion dans le plan $(x, y = 0, z)$. Une inclusion significativement plus souple que la matrice provoque une initiation autour de deux points de chaque côté de l'inclusion sur l'axe $(x = 0, y, z = -0.5a)$.
3. Les fissures initiées en sous-surface avec ou sans une inclusion sont généralement parallèles à la surface ou parallèles au plan yz .
4. Dans le cas d'une surface indentée, les fissures sont initiées principalement en face de l'épaulement de l'indente.
5. Les fissures initiées sous l'indente sont inclinées à 45° par rapport à la surface.
6. L'augmentation de la taille d'indente engendre une diminution de la durée d'initiation moyenne et une diminution de la dispersion des durées d'initiation.
7. L'augmentation de la pression de Hertz engendre une diminution de la durée d'initiation moyenne et une diminution de la dispersion des durées d'initiation. Ce résultat est obtenu pour l'initiation en sous-surface et en surface.
8. La taille de grains relative au gradient de contraintes semble avoir une importance sur la durée d'initiation en impactant à la fois les contraintes moyennes dans les bandes de glissement, mais également l'énergie totale accumulée.
9. Le nombre de grains dans le volume surcontraint influence significativement la dispersion des durées d'initiation. Une augmentation de ce nombre entraîne

une augmentation du risque d'une combinaison critique de position, d'orientation et de longueur de bande de glissement.

La position des fissures initiées au voisinage d'une inclusion souple et l'orientation des fissures initiées au voisinage d'un indente montrent la nécessité d'un modèle 3D. En effet, un modèle 2D dans le plan médian ($x, y = 0, z$) n'aurait pas permis d'obtenir les mêmes résultats dans ces configurations.

De nombreuses perspectives concernant le modèle numérique proposé ont été identifiées, notamment en ce qui concerne la détermination des paramètres et la validation du modèle en utilisant des résultats expérimentaux.

Évaluations expérimentales

L'acquisition de résultats expérimentaux concernant l'initiation de fissures en fatigue de contact est difficile. En effet, l'initiation se produit souvent en profondeur et les contraintes de compressions maintiennent la fissure fermée, ce qui rend la détection compliquée. La validation des résultats obtenus avec le modèle numérique proposé serait plus aisée dans des conditions où l'initiation se produit en surface et avec un matériau dont la microstructure est simple.

L'amélioration des techniques de détection de fissures courtes telles que les mesures thermiques ou ultrasonores peuvent permettre d'améliorer la qualité des comparaisons avec des résultats expérimentaux. Les techniques de visualisation de fissures en 3D telles que la tomographie X ou l'EBSD 3D sont également des outils utiles pour améliorer la compréhension de l'initiation de fissures en fatigue de contact et pour évaluer les résultats numériques.

La détermination expérimentale du cisaillement critique τ_c et de l'énergie surfacique de rupture W_f est également un enjeu important.

Amélioration du modèle numérique

Une première partie des perspectives concernent la modélisation de la microstructure.

L'utilisation de la tessellation de Laguerre à la place de la tessellation de Voronoi permettrait de faire varier la distribution de la taille de grains et la distribution de la sphéricité des grains. Ces distributions pourraient être estimées à partir de mesures expérimentales afin que la microstructure du modèle numérique soit plus proche des microstructures réelles. Une variation de la taille de grains en fonction de la profondeur est également envisageable.

Modéliser plusieurs phases permettrait de tenir compte de l'austénite résiduelle présente dans les aciers ou encore de tenir compte des précipités qui se forment dans les grains ou aux joints de grains. Les lattes martensitiques pourraient également être modélisées en effectuant un découpage des grains après l'étape de tessellation.

En plus de ces perspectives concernant la complexification de la méthode de génération de microstructures artificielles, une seconde approche pourrait être d'utiliser directement une microstructure réelle issue d'une image 3D en EBSD ou en tomographie X. Cela permettrait d'effectuer une comparaison plus complète et plus directe du modèle numérique avec des données expérimentales.

Dans cette étude, les surfaces sont lisses ou indentées. Cependant, il est possible de modéliser différentes aspérités telles que la rugosité. La rugosité d'une surface peut être générée par différentes méthodes telles que la combinaison de fonctions sinusoïdales.

Ajouter une part d'aléatoire dans la génération d'indents ou de rugosités permettrait de prendre en compte un plus grand nombre de sources de dispersion, en plus de la microstructure polycristalline.

La géométrie de surfaces réelles peut également être utilisée dans le modèle numérique à la place des géométries de surfaces générées artificiellement. Cela permettrait de considérer des conditions de surface plus complexes et plus proches des conditions réelles.

Modéliser le glissement en présence de multiples aspérités de surfaces permettrait de mettre en évidence la présence de plusieurs cycles de fatigue au sein d'un passage de contact.

Le calcul de la pression de contact est effectué dans des conditions de contact sec. Modéliser l'effet du lubrifiant en couplant le modèle numérique proposé avec un modèle élastohydrodynamique permettrait de tenir compte de l'influence du lubrifiant dans l'initiation de fissures en fatigue de contact, notamment dans le cas d'une surface indentée.

Le calcul de la pression de contact pourrait être effectué à l'échelle mésoscopique afin de prendre en compte l'effet de la microstructure en extrême surface. Cette amélioration peut être implémentée en utilisant une zone tampon périodique sur la surface de contact et la méthode de zero-padding hors de la zone de contact. Modéliser le frottement est également une modification envisageable.

D'autres perspectives concernent le calcul des contraintes mésoscopiques. Afin de limiter les effets d'oscillations induits par l'utilisation de la méthode Green-FFT, un opérateur de Green modifié pourrait être utilisé. De plus, l'utilisation de voxels composites aux interfaces des hétérogénéités permettrait de réduire les erreurs de discrétisation non conforme des interfaces telles que les joints de grains.

Un modèle de plasticité cristalline plutôt que le modèle d'élasticité cristalline utilisé serait significativement plus coûteux numériquement, mais constituerait une alternative pour le calcul de l'énergie accumulée.

Amélioration du critère d'initiation de fissures en fatigue

Concernant l'initiation de fissures, plusieurs améliorations ou alternatives peuvent être mises en place.

Une variation spatiale du cisaillement critique permettrait de modéliser le gradient de propriétés engendré par un traitement thermochimique par exemple. Une variation temporelle du cisaillement critique durant la phase d'initiation permettrait de modéliser l'écrouissage engendré par l'augmentation du nombre de dislocations.

Au lieu de considérer l'initiation de fissures le long d'une bande de glissement complète, il serait possible de considérer l'initiation d'une fissure de taille constante. Cela permettrait de comparer un critère d'initiation de fissures relatif à la taille de grains et un critère d'initiation de fissures de taille fixe.

En plus de l'initiation transgranulaire, il serait intéressant de mettre en place différents types d'initiation avec différentes énergies surfaciques de rupture : initiation intergranulaire, initiation à l'interface avec une inclusion, etc.

Le formalisme de Stroh pourrait être implémenté afin de dériver l'accumulation d'énergie dans un milieu anisotrope et ainsi ajuster la durée d'initiation.

Pour finir, il serait intéressant d'effectuer une analyse comparative de l'approche physique d'accumulation d'énergie dans les bandes de glissement avec d'autres critères de fatigue tels que le critère de Dang Van, le critère de Fatemi-Socie ou encore l'énergie de déformation plastique en plasticité cristalline. Une autre alternative serait d'utiliser le critère de Dang Van en cherchant le plan critique parmi les systèmes de glissement.

Extension du modèle

Dans cette étude, l'analyse statistique est effectuée à l'échelle d'un seul défaut. Afin d'obtenir des résultats pertinents à l'échelle d'un composant, il serait nécessaire d'intégrer des paramètres tenant compte de la quantité de défauts et éventuellement de la dispersion de leurs propriétés.

Le modèle proposé dans cette étude s'intéresse uniquement à la phase d'initiation de fissures, mais il serait pertinent de combiner ce modèle avec un modèle de propagation de fissures afin d'obtenir des résultats sur la durée de vie totale en fatigue de contact. Cependant, ces deux phases ne sont pas clairement définies et une troisième phase de transition est probablement nécessaire pour décrire l'évolution d'une fissure de façon satisfaisante. Une faible désorientation de joint de grains peut permettre l'initiation de fissures sur plusieurs grains. Les joints de grains ont également un rôle dans la propagation de fissures de taille comparable à la taille de grains. Cette phase de transition doit donc prendre en compte l'influence de la microstructure, des joints de grains et des bandes de glissement sur la vitesse et l'orientation de propagation de fissures.

Les modèles d'endommagement continu et les modèles de champ de phase semblent adaptés à la propagation de fissures aux différentes échelles.

Bibliographie

- [1] M. F. ASHBY, H. SHERCLIFF et D. CEBON, *Materials : engineering, science, processing and design*. Kidlington, Oxford, United Kingdom ; Cambridge, MA, United States Amsterdam : Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, fourth edition éd., 2019. OCLC : on1097951622.
- [2] M. LE, *Influence des liserés de carbures induits par la nitruration gazeuse sur les mécanismes de fissuration de fatigue de contacts roulants*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2015.
- [3] U. KRUPP, *Fatigue crack propagation in metals and alloys : microstructural aspects and modelling concepts*. Weinheim : Wiley-VCH, 2007.
- [4] A. VAKIS, V. YASTREBOV, J. SCHEIBERT, L. NICOLA, D. DINI, C. MINFRAY, A. ALMQVIST, M. PAGGI, S. LEE, G. LIMBERT, J. MOLINARI, G. ANCIAUX, R. AGHABABAEI, S. ECHEVERRI RESTREPO, A. PAPANGELO, A. CAMMARATA, P. NICOLINI, C. PUTIGNANO, G. CARBONE, S. STUPKIEWICZ, J. LENGIEWICZ, G. COSTAGLIOLA, F. BOSIA, R. GUARINO, N. PUGNO, M. MÜSER et M. CIAVARELLA, « Modeling and simulation in tribology across scales : An overview », *Tribology International*, vol. 125, p. 169–199, sept. 2018.
- [5] V. MAZÁNOVÁ et J. POLÁK, « Initiation and growth of short fatigue cracks in austenitic Sanicro 25 steel », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 41, no. 7, p. 1529–1545, 2018.
- [6] A. CHLUPOVÁ, I. ŠULÁK, T. BABINSKÝ et J. POLÁK, « Intergranular fatigue crack initiation in polycrystalline copper », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 848, p. 143357, juil. 2022.
- [7] A. V. OLVER, « The Mechanism of Rolling Contact Fatigue : An Update », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 219, p. 313–330, mai 2005.
- [8] L. GOSSET, *Contribution à l'analyse et à la modélisation de l'amorçage des fissures dans l'acier 100 Cr6 soumis à la fatigue de roulement*. These de doctorat, INSA Lyon, 1993.
- [9] G. E. MORALES-ESPEJEL et A. GABELLI, « The Progression of Surface Rolling Contact Fatigue Damage of Rolling Bearings with Artificial Dents », *Tribology Transactions*, vol. 58, p. 418–431, mai 2015.

- [10] T. NYSSÖNEN, P. PEURA et V.-T. KUOKKALA, « Crystallography, Morphology, and Martensite Transformation of Prior Austenite in Intercritically Annealed High-Aluminum Steel », *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 49, p. 6426–6441, déc. 2018.
- [11] J. RINGSBERG, « Life prediction of rolling contact fatigue crack initiation », *International Journal of Fatigue*, vol. 23, p. 575–586, août 2001.
- [12] G. LUNDBERG et A. PALMGREN, « Dynamic Capacity of Rolling Bearings », *Acta Polytech. Scand., Mech. Eng. Ser.*, no. 3, p. 1–52, 1947.
- [13] G. LUNDBERG et A. PALMGREN, « Dynamic Capacity of Rolling Bearings », *Acta Polytech. Scand., Mech. Eng. Ser.*, no. 4, p. 96–127, 1952.
- [14] E. IOANNIDES et T. A. HARRIS, « A New Fatigue Life Model for Rolling Bearings », *Journal of Tribology*, vol. 107, p. 367–377, juil. 1985.
- [15] S. J. LORENZ, F. SADEGHI, H. K. TRIVEDI, M. S. KIRSCH et C. WANG, « Effects of Grain Refinement on Rolling Contact Fatigue in Bearing Contacts », *Journal of Tribology*, vol. 143, sept. 2021.
- [16] H. LIU, W. WANG, C. ZHU, C. JIANG, W. WU et R. G. PARKER, « A microstructure sensitive contact fatigue model of a carburized gear », *Wear*, vol. 436–437, p. 203035, oct. 2019.
- [17] E. BOSSY, J. NOYEL, X. KLEBER, F. VILLE, C. SIDOROFF et S. THIBAUT, « Competition between surface and subsurface rolling contact fatigue failures of nitrided parts : A Dang Van approach », *Tribology International*, vol. 140, p. 105888, déc. 2019.
- [18] D. NELIAS, M. L. DUMONT, F. CHAMPIOT, A. VINCENT, D. GIRODIN, R. FOUGÈRES et L. FLAMAND, « Role of Inclusions, Surface Roughness and Operating Conditions on Rolling Contact Fatigue », *Journal of Tribology*, vol. 121, p. 240–251, avril 1999.
- [19] L. EULER, *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*. A. F. Röse, 1765.
- [20] A. L. CAUCHY, « De la pression ou tension dans un corps solide », in *Exercices de mathématiques*, Paris : De Bure Frères, 1827.
- [21] G. GREEN, « On the laws of the reflexion and refraction of light at the common surface of two non-crystallized media », *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1838.
- [22] A. A. GRIFFITH, « The phenomena of rupture and flow in solids », *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 221, p. 163–198, jan. 1921.
- [23] G. R. IRWIN, « Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 24, no. 3, p. 361–364, 1957.
- [24] D. DOWSON et G. R. HIGGINSON, « A Numerical Solution to the Elasto-Hydrodynamic Problem », *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 1, p. 6–15, juin 1959. Publisher : IMECHE.

- [25] M. GODET, « The third-body approach : A mechanical view of wear », *Wear*, vol. 100, p. 437–452, déc. 1984.
- [26] H. HERTZ, « Über die Berührung fester elastischer Körper », *Zeitung Reine und Angewandte Mathematik*, vol. 92, p. 156–171, 1882.
- [27] K. L. JOHNSON, *Contact mechanics*. Cambridge : Cambridge University Press, 1987.
- [28] D. A. HILLS, D. NOWELL et A. SACKFIELD, *Mechanics of elastic contacts*. Oxford [England] ; Boston : Butterworth-Heinemann, 1993.
- [29] S. SURESH, *Fatigue of materials*. Cambridge ; New York : Cambridge University Press, 2nd ed éd., 1998.
- [30] R. A. SMITH et S. HILLMANSEN, « A brief historical overview of the fatigue of railway axles », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F : Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 218, p. 267–277, juil. 2004. Publisher : IMECHE.
- [31] A. WÖHLER, « Versuche über die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen », *Zeitschrift für Bauwesen*, vol. 10, no. 1860, p. 160–161, 1860.
- [32] A. WÖHLER, *Über die festigkeitsversuche mit eisen und stahl*. Ernst & Korn, 1870.
- [33] O. H. BASQUIN, « The exponential law of endurance tests », *Proc Am Soc Test Mater*, vol. 10, p. 625–630, 1910.
- [34] L. F. COFFIN, « A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal », *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, New York*, vol. 76, p. 931–950, 1954.
- [35] S. S. MANSON, *Behavior of materials under conditions of thermal stress*, vol. 2933. National Advisory Committee for Aeronautics, 1953.
- [36] M. D. SANGID, « The physics of fatigue crack initiation », *International Journal of Fatigue*, vol. 57, p. 58–72, déc. 2013.
- [37] J. A. EWING et J. C. W. HUMFREY, « The Fracture of Metals under Repeated Alternations of Stress », *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 71, p. 79, 1902.
- [38] Z. BASINSKI et S. BASINSKI, « Fundamental aspects of low amplitude cyclic deformation in face-centred cubic crystals », *Progress in Materials Science*, vol. 36, p. 89–148, jan. 1992.
- [39] H. MUGHRABI, « Microscopic Mechanisms of Metal Fatigue », in *Strength of Metals and Alloys* (P. HAASEN, V. GEROLD et G. KOSTORZ, édés), p. 1615–1638, Pergamon, jan. 1979.
- [40] U. ESSMANN et H. MUGHRABI, « Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities », *Philosophical Magazine A*, vol. 40, p. 731–756, déc. 1979.
- [41] U. ESSMANN, U. GÖSELE et H. MUGHRABI, « A model of extrusions and intrusions in fatigued metals I. Point-defect production and the growth of extrusions », *Philosophical Magazine A*, vol. 44, p. 405–426, août 1981.

- [42] H. MUGHRABI, « Microstructural mechanisms of cyclic deformation, fatigue crack initiation and early crack growth », *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 373, p. 20140132, mars 2015.
- [43] P. LUKÁŠ, M. KLESNIL et J. KREJČÍ, « Dislocations and Persistent Slip Bands in Copper Single Crystals Fatigued at Low Stress Amplitude », *Physica Status Solidi (b)*, vol. 27, no. 2, p. 545–558, 1968.
- [44] P. LUKÁŠ et M. KLESNIL, « Dislocation Structures in Fatigued Cu-Zn Single Crystals », *physica status solidi (b)*, vol. 37, no. 2, p. 833–842, 1970.
- [45] P. LUKÁŠ et L. KUNZ, « Role of persistent slip bands in fatigue », *Philosophical Magazine*, vol. 84, p. 317–330, jan. 2004.
- [46] J. POLÁK, « On the role of point defects in fatigue crack initiation », *Materials Science and Engineering*, vol. 92, p. 71–80, août 1987.
- [47] J. POLÁK et P. LIŠKUTÍAN, « Nucleation and Short Crack Growth in Fatigued Polycrystalline Copper », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 13, no. 2, p. 119–133, 1990.
- [48] J. POLÁK et J. MAN, « Experimental evidence and physical models of fatigue crack initiation », *International Journal of Fatigue*, vol. 91, p. 294–303, oct. 2016.
- [49] J. POLÁK, V. MAZÁNOVÁ, M. HECZKO, I. KUBĚNA et J. MAN, « Profiles of persistent slip markings and internal structure of underlying persistent slip bands : Profiles of PSMs and structure of PSBs », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 40, p. 1101–1116, juil. 2017.
- [50] G. DÖRR et C. BLOCHWITZ, « Microcracks in fatigued FCC polycrystals by interaction between persistent slip bands and grain boundaries », *Crystal Research and Technology*, vol. 22, no. 1, p. 113–121, 1987.
- [51] C. BLOCHWITZ, J. BRECHBÜHL et W. TIRSCHLER, « Misorientation measurements near grain boundary cracks after fatigue tests », *Strength of Materials*, vol. 27, p. 3–13, jan. 1995.
- [52] Z. ZHANG et Z. WANG, « Comparison of fatigue cracking possibility along large- and low-angle grain boundaries », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 284, p. 285–291, mai 2000.
- [53] Z. ZHANG et Z. WANG, « Dependence of intergranular fatigue cracking on the interactions of persistent slip bands with grain boundaries », *Acta Materialia*, vol. 51, p. 347–364, jan. 2003.
- [54] Z. ZHANG et Z. WANG, « Grain boundary effects on cyclic deformation and fatigue damage », *Progress in Materials Science*, vol. 53, p. 1025–1099, sept. 2008.
- [55] J. F. ARCHARD, W. HIRST et T. E. ALLIBONE, « The wear of metals under unlubricated conditions », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 236, no. 1206, p. 397–410, 1956.

- [56] D. TABOR, « Wear—A Critical Synoptic View », *Journal of Lubrication Technology*, vol. 99, p. 387–395, oct. 1977.
- [57] M. VARENBERG, « Towards a unified classification of wear », *Friction*, vol. 1, p. 333–340, déc. 2013.
- [58] F. P. BOWDEN, A. J. W. MOORE et D. TABOR, « The Ploughing and Adhesion of Sliding Metals », *Journal of Applied Physics*, vol. 14, p. 80–91, avril 2004.
- [59] M. M. KHRUSCHOV, « Principles of abrasive wear », *Wear*, vol. 28, p. 69–88, avril 1974.
- [60] E. E. MAGEL, « Rolling Contact Fatigue : a comprehensive review », Rap. tech. DOT/FRA/ORD-11/24, Centre for Surface Technology. Federal Railroad Administration. Office of Railroad Policy and Development., United States, 2011.
- [61] F. SADEGHI, B. JALALAHMADI, T. S. SLACK, N. RAJE et N. K. ARAKERE, « A Review of Rolling Contact Fatigue », *Journal of Tribology*, vol. 131, p. 041403, oct. 2009.
- [62] G. LORMAND, P. MEYNAUD, A. VINCENT, G. BAUDRY, D. GIRODIN et G. DUDRAGNE, « From cleanliness to rolling fatigue life of bearings - a new approach », *Bearing Steels : into the 21th century*, vol. 1327, p. 55–69, 1998.
- [63] A. VINCENT, G. LORMAND, P. LAMAGNERE, L. GOSSET, D. GIRODIN, G. DUDRAGNE et R. FOUGÈRES, « From white etching areas formed around inclusions to crack nucleation in bearing steels under rolling contact fatigue », *Bearing Steels : into the 21th century*, vol. 1327, p. 109–123, 1998.
- [64] T. BEYER, F. SADEGHI, T. CHAISE, J. LEROUX et D. NELIAS, « A coupled damage model and a semi-analytical contact solver to simulate butterfly wing formation around nonmetallic inclusions », *International Journal of Fatigue*, vol. 127, p. 445–460, oct. 2019.
- [65] G. VOUAILLAT, J.-P. NOYEL, F. VILLE, X. KLEBER et S. RATHERY, « From Hertzian contact to spur gears : analyses of stresses and rolling contact fatigue », *Mechanics & Industry*, vol. 20, no. 6, p. 626, 2019.
- [66] S. J. LORENZ, F. SADEGHI, H. K. TRIVEDI, L. ROSADO, M. S. KIRSCH et C. WANG, « A continuum damage mechanics finite element model for investigating effects of surface roughness on rolling contact fatigue », *International Journal of Fatigue*, vol. 143, p. 105986, fév. 2021.
- [67] S. J. LORENZ, F. SADEGHI, H. K. TRIVEDI, L. ROSADO, M. S. KIRSCH et C. WANG, « An approach for predicting failure mechanism in rough surface rolling contact fatigue », *Tribology International*, vol. 158, p. 106923, juin 2021.
- [68] F. VILLE et D. NELIAS, « Early Fatigue Failure Due to Dents in EHL Contacts », *Tribology Transactions*, vol. 42, p. 795–800, jan. 1999.
- [69] D. NELIAS et F. VILLE, « Detrimental Effects of Debris Dents on Rolling Contact Fatigue », *Journal of Tribology*, vol. 122, p. 55–64, jan. 2000.

- [70] S. COULON, F. VILLE, and et A. A. LUBRECHT, « Effect of a Dent on the Pressure Distribution in Dry Point Contacts », *Journal of Tribology*, vol. 124, p. 220–223, jan. 2002.
- [71] Y. DIAB, S. COULON, F. VILLE et L. FLAMAND, « Experimental investigations on Rolling Contact Fatigue of dented surfaces using artificial defects : subsurface analyses », *Tribology series*, vol. 41, p. 359–366, 2003.
- [72] D. NELIAS, C. JACQ, G. LORMAND, G. DUDRAGNE et A. VINCENT, « New Methodology to Evaluate the Rolling Contact Fatigue Performance of Bearing Steels With Surface Dents : Application to 32CrMoV13 (Nitrided) and M50 Steels », *Journal of Tribology*, vol. 127, p. 611–622, mars 2005.
- [73] F. VILLE et D. NELIAS, « Influence of the nature and size of solid particles on the indentation features in EHL contacts », in *Tribology Series*, vol. 34, p. 399–409, Elsevier, 1998.
- [74] F. VILLE et D. NELIAS, « An Experimental Study on the Concentration and Shape of Dents Caused by Spherical Metallic Particles in EHL Contacts© », *Tribology Transactions*, vol. 42, p. 231–240, jan. 1999.
- [75] T. A. HARRIS, *Rolling bearing analysis*. New York : Wiley, 4 éd., 2001.
- [76] N. K. ARAKERE, « Gigacycle rolling contact fatigue of bearing steels : A review », *International Journal of Fatigue*, vol. 93, p. 238–249, déc. 2016.
- [77] K. JOHNSON, « Contact mechanics and the wear of metals », *Wear*, vol. 190, p. 162–170, déc. 1995.
- [78] J. WILLIAMS, « The influence of repeated loading, residual stresses and shake-down on the behaviour of tribological contacts », *Tribology International*, vol. 38, p. 786–797, sept. 2005.
- [79] M. EL LAITHY, L. WANG, T. J. HARVEY, B. VIERNEUSEL, M. CORRENS et T. BLASS, « Further understanding of rolling contact fatigue in rolling element bearings - A review », *Tribology International*, vol. 140, p. 105849, déc. 2019.
- [80] A. RUELLAN, F. VILLE, X. KLEBER, A. ARNAUDON et D. GIRODIN, « Understanding white etching cracks in rolling element bearings : The effect of hydrogen charging on the formation mechanisms », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 228, p. 1252–1265, nov. 2014. Publisher : IMECHE.
- [81] A. RUELLAN, X. KLEBER, F. VILLE, J. CAVORET et B. LIATARD, « Understanding white etching cracks in rolling element bearings : Formation mechanisms and influent tribochemical drivers », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 229, p. 886–901, août 2015. Publisher : IMECHE.
- [82] A. RUELLAN, J. CAVORET, F. VILLE, X. KLEBER et B. LIATARD, « Understanding white etching cracks in rolling element bearings : State of art and multiple driver

- transposition on a twin-disc machine », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 231, p. 203–220, fév. 2017. Publisher : IMECHE.
- [83] A. D. RICHARDSON, M.-H. EVANS, L. WANG, R. J. K. WOOD, M. INGRAM et B. MEUTH, « The Evolution of White Etching Cracks (WECs) in Rolling Contact Fatigue-Tested 100Cr6 Steel », *Tribology Letters*, vol. 66, p. 6, nov. 2017.
- [84] A. RUELLAN, K. STADLER, J. JELITA RYDEL et H. RYAN, « The influence of lubricant formulation on early thrust and radial bearing damage associated with white etching cracks », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 235, p. 1047–1059, mai 2021. Publisher : IMECHE.
- [85] R. STRIBECK, « Kugellager für beliebige Belastungen (Ball Bearings for any Stress) », *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, vol. 45, no. 3, p. 73–79, 1901.
- [86] R. STRIBECK, « Die wesentlichen eigenschaften der gleit-und rollenlager (Characteristics of Plain and Roller Bearings) », *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, vol. 46, p. 1341–1348, 1902.
- [87] J. GOODMAN, « Roller and ball bearings », *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. 189, p. 82–127, jan. 1912.
- [88] W. WEIBULL, « A Statistical Theory of the Strength of Materials », *Inginiors Vetenskaps Adademien*, vol. 151, 1939.
- [89] W. WEIBULL, « A statistical representation of fatigue failures in solids », *Acta Polytech., Mech. Eng., Royal Swedish Acad.*, vol. 9, no. 49, 1949.
- [90] W. WEIBULL, « A statistical distribution function of wide applicability », *Journal of applied mechanics*, vol. 18, no. 3, p. 292–297, 1951.
- [91] H. SCHLICHT, E. SCHREIBER et O. ZWIRLEIN, « Fatigue and failure mechanism of bearings », in *Fatigue of engineering materials and structures*, vol. 1 in IMechE conference publication, (Sheffield), p. 85–90, 1986.
- [92] E. V. ZARETSKY, « Fatigue criterion to system design, life, and reliability », *Journal of Propulsion and Power*, vol. 3, no. 1, p. 76–83, 1987.
- [93] E. V. ZARETSKY, « Design for Life, Plan for Death », *Machine Design*, vol. 66, no. 15, p. 57–59, 1994.
- [94] T. E. TALLIAN, « Simplified Contact Fatigue Life Prediction Model—Part II : New Model », *Journal of Tribology*, vol. 114, p. 214–220, avril 1992.
- [95] M. N. KOTZALAS, « Statistical Distribution of Tapered Roller Bearing Fatigue Lives at High Levels of Reliability », *Journal of Tribology*, vol. 127, p. 865–870, oct. 2005.
- [96] J. J. COY, D. P. TOWNSEND et E. V. ZARETSKY, « Dynamic Capacity and Surface Fatigue Life for Spur and Helical Gears », *Journal of Lubrication Technology*, vol. 98, p. 267–274, avril 1976.

- [97] D. P. TOWNSEND, J. J. COY et E. V. ZARETSKY, « Experimental and Analytical Load-Life Relation for AISI 9310 Steel Spur Gears », *Journal of Mechanical Design*, vol. 100, p. 54–60, jan. 1978.
- [98] D. G. LEWICKI, J. D. BLACK, M. SAVAGE et J. J. COY, « Fatigue Life Analysis of a Turboprop Reduction Gearbox », *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 108, p. 255–262, juin 1986.
- [99] I. I. KUDISH et K. W. BURRIS, « Modern State of Experimentation and Modeling in Contact Fatigue Phenomenon : Part II—Analysis of the Existing Statistical Mathematical Models of Bearing and Gear Fatigue Life. New Statistical Model of Contact Fatigue », *Tribology Transactions*, vol. 43, p. 293–301, jan. 2000.
- [100] ISO, *Rolling bearings - Dynamic load ratings and rating life*. Geneva, Switzerland : Draft International Standard ISO/DIS 281, 1989.
- [101] E. V. ZARETSKY, « Rolling Bearing Life Prediction, Theory, and Application », mars 2013. NTRS Author Affiliations : NASA Glenn Research Center NTRS Report/Patent Number : NASA/TP-2013-215305 NTRS Document ID : 20130011515 NTRS Research Center : Glenn Research Center (GRC).
- [102] T. A. HARRIS et J. I. MCCOOL, « On the Accuracy of Rolling Bearing Fatigue Life Prediction », *Journal of Tribology*, vol. 118, p. 297–309, avril 1996.
- [103] K. D. VAN, A. LE DOUARON et H. P. LIEURADE, « Multiaxial fatigue limit : a new approach », in *Fracture* (S. R. VALLURI, D. M. R. TAPLIN, P. R. RAO, J. F. KNOTT et R. DUBEY, édés), vol. 84, p. 1879–1885, Pergamon, jan. 1984.
- [104] K. D. VAN et B. GRIVEAU, « On a new multiaxial fatigue limit criterion - Theory and application », *Biaxial and multiaxial fatigue (A 90-16739 05-39)*. London, Mechanical Engineering Publications, Ltd., p. 479–496, 1989.
- [105] A. FATEMI et D. F. SOCIE, « A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 11, no. 3, p. 149–165, 1988.
- [106] K. TANAKA et T. MURA, « A Dislocation Model for Fatigue Crack Initiation », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 48, p. 97–103, mars 1981.
- [107] R. S. ZHOU, H. S. CHENG et T. MURA, « Micropitting in Rolling and Sliding Contact Under Mixed Lubrication », *Journal of Tribology*, vol. 111, p. 605–613, oct. 1989.
- [108] R. S. ZHOU, « Surface Topography and Fatigue Life of Rolling Contact Bearing », *Tribology Transactions*, vol. 36, p. 329–340, jan. 1993.
- [109] H. FAN, L. M. KEER et T. MURA, « Near Surface Crack Initiation Under Contact Fatigue », *Tribology Transactions*, vol. 35, p. 121–127, jan. 1992.
- [110] W. CHENG, H. S. CHENG, T. MURA et L. M. KEER, « Micromechanics Modeling of Crack Initiation Under Contact Fatigue », *Journal of Tribology*, vol. 116, p. 2–8, jan. 1994.

- [111] W. W. CHENG et H. S. CHENG, « Semi-Analytical Modeling of Crack Initiation Dominant Contact Fatigue Life for Roller Bearings », *Journal of Tribology*, vol. 119, p. 233–240, avril 1997.
- [112] P. CHAMPAUD, *Contribution à l'étude de la fatigue d'un alliage Fe-C-Cr (100 C 6) soumis a un champ de contrainte de Hertz*. These de doctorat, INSA Lyon, 1988.
- [113] P. LAMAGNERE, *Etude et modélisation de l'amorçage des fissures de fatigue de roulement au voisinage des microhétérogénéités dans l'acier M50 (80 Mo Cr V 4 1 1)*. These de doctorat, INSA Lyon, 1996.
- [114] P. LAMAGNERE, R. FOUGERES, G. LORMAND, A. VINCENT, D. GIRODIN, G. DUDRAGNE et F. VERGNE, « A Physically Based Model for Endurance Limit of Bearing Steels », *Journal of Tribology*, vol. 120, p. 421–426, juil. 1998.
- [115] F. CHAMPIOT BAYARD, *Etude et modélisation de la propagation des fissures de fatigue de roulement amorcées en sous-couche dans l'acier M50(80 Mo Cr V 42)*. These de doctorat, INSA Lyon, jan. 1997.
- [116] G. LORMAND, D. PIOT, A. VINCENT, G. BAUDRY, P. DAGUIER, D. GIRODIN et G. DUDRAGNE, « Application of a new physically based model to determine the influence of inclusion population and loading conditions on the distribution of bearing fatigue life. », in *Bearing Steel Technology*, p. 16, 2002.
- [117] D. PIOT, *Prévision de la distribution des durées de vie en fatigue de roulement à partir des caractéristiques mécaniques et inclusionnaires de l'acier*. These de doctorat, INSA Lyon, jan. 2000.
- [118] J. D. ESHELBY, « The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 241, no. 1226, p. 376–396, 1957. Publisher : Royal Society.
- [119] J. D. ESHELBY, « The elastic field outside an ellipsoidal inclusion », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 252, no. 1271, p. 561–569, 1959. Publisher : Royal Society.
- [120] J. RINGSBERG, « Prediction of fatigue crack initiation for rolling contact fatigue », *International Journal of Fatigue*, vol. 22, p. 205–215, mars 2000.
- [121] Y. LIU, B. STRATMAN et S. MAHADEVAN, « Fatigue crack initiation life prediction of railroad wheels », *International Journal of Fatigue*, vol. 28, p. 747–756, juil. 2006.
- [122] N. RAJE, F. SADEGHI, R. G. RATEICK et M. R. HOEPRICH, « A Numerical Model for Life Scatter in Rolling Element Bearings », *Journal of Tribology*, vol. 130, p. 011011, jan. 2008.
- [123] N. RAJE, F. SADEGHI et R. G. RATEICK, « A discrete element approach to evaluate stresses due to line loading on an elastic half-space », *Computational Mechanics*, vol. 40, p. 513, août 2007.
- [124] N. RAJE, F. SADEGHI et R. G. RATEICK, « A Statistical Damage Mechanics Model for Subsurface Initiated Spalling in Rolling Contacts », *Journal of Tribology*, vol. 130, p. 042201, oct. 2008.

- [125] B. JALALAHMADI et F. SADEGHI, « A Voronoi Finite Element Study of Fatigue Life Scatter in Rolling Contacts », *Journal of Tribology*, vol. 131, mars 2009.
- [126] B. JALALAHMADI et F. SADEGHI, « A Voronoi FE Fatigue Damage Model for Life Scatter in Rolling Contacts », *Journal of Tribology*, vol. 132, mars 2010.
- [127] B. JALALAHMADI, F. SADEGHI et V. BAKOLAS, « Material Inclusion Factors for Lundberg-Palmgren–Based RCF Life Equations », *Tribology Transactions*, vol. 54, p. 457–469, mars 2011.
- [128] N. WEINZAPFEL, F. SADEGHI, V. BAKOLAS et A. LIEBEL, « A 3D Finite Element Study of Fatigue Life Dispersion in Rolling Line Contacts », *Journal of Tribology*, vol. 133, oct. 2011.
- [129] N. R. PAULSON, J. A. R. BOMIDI, F. SADEGHI et R. D. EVANS, « Effects of crystal elasticity on rolling contact fatigue », *International Journal of Fatigue*, vol. 61, p. 67–75, avril 2014.
- [130] N. R. PAULSON, F. SADEGHI et W. HABCHI, « A coupled finite element EHL and continuum damage mechanics model for rolling contact fatigue », *Tribology International*, vol. 107, p. 173–183, mars 2017.
- [131] A. VIJAY, N. PAULSON et F. SADEGHI, « A 3D finite element modelling of crystalline anisotropy in rolling contact fatigue », *International Journal of Fatigue*, vol. 106, p. 92–102, jan. 2018.
- [132] A. VIJAY et F. SADEGHI, « A continuum damage mechanics framework for modeling the effect of crystalline anisotropy on rolling contact fatigue », *Tribology International*, vol. 140, p. 105845, déc. 2019.
- [133] A. VIJAY et F. SADEGHI, « Rolling contact fatigue of coupled EHL and anisotropic polycrystalline materials », *Tribology International*, vol. 169, p. 107479, mai 2022.
- [134] A. VIJAY et F. SADEGHI, « A crystal plasticity and cohesive element model for rolling contact fatigue of bearing steels », *Tribology International*, vol. 173, p. 107607, sept. 2022.
- [135] S. J. LORENZ, F. SADEGHI et C. WANG, « Effect of spatial hardness distribution in rolling contact fatigue performance of bearing contacts », *Tribology International*, vol. 171, p. 107550, juil. 2022.
- [136] C. JACQ, *Limite d'endurance et durée de vie en fatigue de roulement du 32CrMoV13 nitruré en présence d'indentations*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2001.
- [137] A. BONETTO, *Etude de l'indentation et de la fatigue des contacts roulants*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2020.
- [138] E. TONICELLO, *Etude et modélisation de la fatigue de contact en présence d'indentation dans le cas de roulements tout acier et hybrides*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2012.
- [139] L. WANG, X. SHENG et J. LUO, « A peridynamic frictional contact model for contact fatigue crack initiation and propagation », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 264, p. 108338, avril 2022.

- [140] L. WANG, X. SHENG et J. LUO, « A peridynamic damage-cumulative model for rolling contact fatigue », *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 121, p. 103489, oct. 2022.
- [141] L. WANG, X. SHENG et J. LUO, « A peridynamic study on the effects of surface topography on rolling contact fatigue », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 277, p. 109022, jan. 2023.
- [142] L. WANG, X. SHENG, Z. YAO et J. LUO, « Peridynamic modeling of hydrogen-assisted white etching cracks in bearing steel under rolling contact fatigue », *International Journal of Fatigue*, vol. 173, p. 107698, août 2023.
- [143] H. ZHOU, P. WEI, H. LIU, C. ZHU et W. WANG, « Crystal elasticity analysis of contact fatigue behavior of a wind turbine gear », *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 33, p. 4791–4802, oct. 2019.
- [144] P. WEI, H. ZHOU, H. LIU, C. ZHU, W. WANG et G. DENG, « Modeling of contact fatigue damage behavior of a wind turbine carburized gear considering its mechanical properties and microstructure gradients », *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 156, p. 283–296, juin 2019.
- [145] H. ZHOU, P. WEI, H. LIU, C. ZHU, C. LU et G. DENG, « Roles of microstructure, inclusion, and surface roughness on rolling contact fatigue of a wind turbine gear », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 43, no. 7, p. 1368–1383, 2020.
- [146] W. WANG, H. LIU, C. ZHU, P. WEI et J. TANG, « Effects of microstructure on rolling contact fatigue of a wind turbine gear based on crystal plasticity modeling », *International Journal of Fatigue*, vol. 120, p. 73–86, mars 2019.
- [147] W. WANG, P. WEI, H. LIU, Y. YU et H. ZHOU, « Damage behavior due to rolling contact fatigue and bending fatigue of a gear using crystal plasticity modeling », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 44, no. 10, p. 2736–2750, 2021.
- [148] W. WANG, P. WEI, H. LIU, C. ZHU, G. DENG et H. LIU, « A micromechanics-based machine learning model for evaluating the microstructure-dependent rolling contact fatigue performance of a martensitic steel », *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 237, p. 107784, jan. 2023.
- [149] E. S. ALLEY et R. W. NEU, « Microstructure-sensitive modeling of rolling contact fatigue », *International Journal of Fatigue*, vol. 32, p. 841–850, mai 2010.
- [150] A. BEVAN, P. MOLYNEUX-BERRY, B. EICKHOFF et M. BURSTOW, « Development and validation of a wheel wear and rolling contact fatigue damage model », *Wear*, vol. 307, p. 100–111, sept. 2013.
- [151] M. GHODRATI, M. AHMADIAN et R. MIRZAEIFAR, « Three-dimensional study of rolling contact fatigue using crystal plasticity and cohesive zone method », *International Journal of Fatigue*, vol. 128, p. 105208, nov. 2019.

- [152] J. PARK, K. LEE, J.-H. KANG, J.-Y. KANG, S. HONG, S. KWON et M.-G. LEE, « Hierarchical microstructure based crystal plasticity-continuum damage mechanics approach : Model development and validation of rolling contact fatigue behavior », *International Journal of Plasticity*, vol. 143, p. 103025, août 2021.
- [153] W. GUO, T. MA, H. CAO, Y. ZI et X. WEI, « Numerical analysis of rolling contact fatigue crack initiation Considering material microstructure », *Engineering Failure Analysis*, vol. 138, p. 106394, août 2022.
- [154] J.-P. NOYEL, *Analyse de l'initiation de fissures en fatigue de contact : approche méso-scopique*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2015.
- [155] J.-P. NOYEL, F. VILLE, P. JACQUET, A. GRAVOUIL et C. CHANGENET, « Development of a Granular Cohesive Model for Rolling Contact Fatigue Analysis : Crystal Anisotropy Modeling », *Tribology Transactions*, vol. 59, p. 469–479, mai 2016.
- [156] E. BOSSY, *Influence des caractéristiques de microstructures nitrurées sur l'initiation d'écaillage en surface par fatigue de contact*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2019.
- [157] G. VOUAILLAT, *Analyse de la fatigue de contact d'engrenages aéronautiques*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2020.
- [158] L. FOUREL, J.-P. NOYEL, E. BOSSY, X. KLEBER, P. SAINOT et F. VILLE, « Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue - Part 1 : Shear stress considerations », *Tribology International*, vol. 164, p. 107224, déc. 2021.
- [159] L. FOUREL, J.-P. NOYEL, E. BOSSY, X. KLEBER, P. SAINOT et F. VILLE, « Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue - Part 2 : Persistent slip band modeling », *Tribology International*, vol. 163, p. 107173, nov. 2021.
- [160] L. FOUREL, J.-P. NOYEL, X. KLEBER, P. SAINOT et F. VILLE, « Green-FFT model for 3D contacts considering microstructure and defects », *Article en préparation*, 2023.
- [161] G. GREEN, *An Essay on the Application of mathematical Analysis to the theories of Electricity and Magnetism*. Nottingham : T. Wheelhouse, 1828.
- [162] A. E. H. LOVE, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*. Cambridge University Press, 4 éd., 1927.
- [163] J. BOUSSINESQ, *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Paris : Gauthier-Villars, 1885. Google-Books-ID : 7vZYAAAAYAAJ.
- [164] V. CERRUTI, *Ricerche intorno all'equilibrio de'corpi elastici isotropi*. Roma : Reale Accademia dei Lincei, 1882.
- [165] P. SAINOT et A. A. LUBRECHT, « Efficient solution of the dry contact of rough surfaces : a comparison of fast Fourier transform and multigrid methods », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 225, p. 441–448, juin 2011.

- [166] I. POLONSKY et L. KEER, « A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques », *Wear*, vol. 231, p. 206–219, juil. 1999.
- [167] S. LIU, Q. WANG et G. LIU, « A versatile method of discrete convolution and FFT (DC-FFT) for contact analyses », *Wear*, vol. 243, p. 101–111, août 2000.
- [168] M. HESTENES et E. STIEFEL, « Methods of conjugate gradients for solving linear systems », *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, vol. 49, p. 409, déc. 1952.
- [169] J. J. KALKER, *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, vol. 2 in *Solid Mechanics and Its Applications*. Dordrecht : Springer Netherlands, 1990.
- [170] G. DUVAUT et J. LIONS, « Les inéquations en mécanique et en physique. 1972 », *Dunod, Paris*, 1972.
- [171] C. MAYEUR, P. SAINOT et L. FLAMAND, « A Numerical Elastoplastic Model for Rough Contact », *Journal of Tribology*, vol. 117, p. 422–429, juil. 1995.
- [172] C. JACQ, D. NELIAS, G. LORMAND et D. GIRODIN, « Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic-Plastic Contact Code », *Journal of Tribology*, vol. 124, p. 653–667, sept. 2002.
- [173] F. WANG et L. M. KEER, « Numerical Simulation for Three Dimensional Elastic-Plastic Contact with Hardening Behavior », *Journal of Tribology*, vol. 127, p. 494–502, mars 2005.
- [174] K. ZHOU, W. W. CHEN, L. M. KEER et Q. J. WANG, « A fast method for solving three-dimensional arbitrarily shaped inclusions in a half space », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 198, p. 885–892, fév. 2009.
- [175] J. LEROUX, B. FULLERINGER et D. NELIAS, « Contact analysis in presence of spherical inhomogeneities within a half-space », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, p. 3034–3049, nov. 2010.
- [176] K. ZHOU, W. WAYNE CHEN, L. M. KEER, X. AI, K. SAWAMIPHAKDI, P. GLAWS et Q. JANE WANG, « Multiple 3D inhomogeneous inclusions in a half space under contact loading », *Mechanics of Materials*, vol. 43, p. 444–457, août 2011.
- [177] H. MOULINEC et P. SUQUET, « A fast numerical method for computing the linear and nonlinear mechanical properties of composites », *Comptes rendus de l'Académie des sciences. Série II. Mécanique, physique, chimie, astronomie.*, p. 1417–1423, 1994.
- [178] H. MOULINEC et P. SUQUET, « A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 157, p. 69–94, avril 1998.
- [179] T. MURA, *Micromechanics of defects in solids*. No. 3 de Mechanics of elastic and inelastic solids, Dordrecht, Netherlands ; Boston : Hingham, MA, USA : M. Nijhoff ; Distributors for the U.S. and Canada, Kluwer Academic Publishers, 2 éd., 1987.

- [180] E. KRÖNER, « Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten des Einkristalls », *Zeitschrift für Physik*, vol. 151, p. 504–518, août 1958.
- [181] R. A. LEBENSOHN, R. BRENNER, O. CASTELNAU et A. D. ROLLETT, « Orientation image-based micromechanical modelling of subgrain texture evolution in polycrystalline copper », *Acta Materialia*, vol. 56, p. 3914–3926, sept. 2008.
- [182] P. SUQUET, H. MOULINEC, O. CASTELNAU, M. MONTAGNAT, N. LAHELLEC, F. GRENNERAT, P. DUVAL et R. BRENNER, « Multi-scale modeling of the mechanical behavior of polycrystalline ice under transient creep », *Procedia IUTAM*, vol. 3, p. 76–90, jan. 2012.
- [183] J.-B. GASNIER, F. WILLOT, H. TRUMEL, B. FIGLIUZZI, D. JEULIN et M. BIESSY, « A Fourier-based numerical homogenization tool for an explosive material », *Matériaux & Techniques*, vol. 103, no. 3, p. 308, 2015. Number : 3 Publisher : EDP Sciences.
- [184] A. SCHMIDT, C. GIERDEN, J. WAIMANN, B. SVENDSEN et S. REESE, « Two-scale FE-FFT-based thermo-mechanically coupled modeling of elasto-viscoplastic polycrystalline materials at finite strains », *PAMM*, vol. 22, no. 1, p. e202200172, 2023.
- [185] R. A. LEBENSOHN et A. D. ROLLETT, « Spectral methods for full-field micromechanical modelling of polycrystalline materials », *Computational Materials Science*, vol. 173, p. 109336, fév. 2020.
- [186] N. B. NKOUMBOU KAPTCHOUANG et L. GELEBART, « Extension des solveurs FFT aux conditions aux limites non périodiques et aux méthodes multi-grilles locales », in *15ème colloque national en calcul des structures*, (83400 Hyères-les-Palmiers, France), Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF], mai 2022.
- [187] T. H. COURTNEY, *Mechanical behavior of materials*. Long Grove, Illinois : Waveland Press, 2. ed éd., 2005.
- [188] F. WILLOT, « Fourier-based schemes for computing the mechanical response of composites with accurate local fields », *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 343, p. 232–245, mars 2015.
- [189] N. MOTT, « A theory of the origin of fatigue cracks », *Acta Metallurgica*, vol. 6, p. 195–197, mars 1958.
- [190] T. LIN et Y. ITO, « Mechanics of a fatigue crack nucleation mechanism », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 17, p. 511–523, déc. 1969.
- [191] A. HEAD et N. LOUAT, « The Distribution of Dislocations in Linear Arrays », *Australian Journal of Physics*, vol. 8, no. 1, p. 1, 1955.
- [192] E. O. HALL, « The Deformation and Ageing of Mild Steel : III Discussion of Results », *Proceedings of the Physical Society. Section B*, vol. 64, p. 747–753, sept. 1951.

- [193] N. PETCH, « The cleavage strength of polycrystals », *J. Iron Steel Inst.*, vol. 174, p. 25–28, 1953.
- [194] J. BAUSCHINGER, « Ueber die Veränderung der elasticitätsgrenze und der festigkeit des eisens und stahls durch strecken und quetschn, durch erwärmen und abkühlen und durch oftmal wiederholte beanspruchung », *Mitteilungen aus dem Mechanisch-Technischen Laboratorium der K. Technischen Hochschule in München*, vol. 13, 1886.
- [195] M. LIN, M. FINE et T. MURA, « Fatigue crack initiation on slip bands : Theory and experiment », *Acta Metallurgica*, vol. 34, p. 619–628, avril 1986.
- [196] T. MURA et Y. NAKASONE, « A Theory of Fatigue Crack Initiation in Solids », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 57, p. 1–6, mars 1990.
- [197] T. MURA, « A theory of fatigue crack initiation », *Materials Science and Engineering*, vol. A176, p. 61–70, 1994.
- [198] X. LIU et S. LU, « A micro-crack initiation life simulation method by improving the Tanaka-Mura's model of slip behavior », *International Journal of Fatigue*, vol. 145, p. 106108, avril 2021.
- [199] C. DÉPRÉS, C. F. ROBERTSON et M. C. FIVEL, « Crack initiation in fatigue : experiments and three-dimensional dislocation simulations », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 387-389, p. 288–291, déc. 2004.
- [200] X. WU, « On Tanaka-Mura's fatigue crack nucleation model and validation », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 41, no. 4, p. 894–899, 2018.
- [201] J. W. A. d. t. GIBBS, *Elementary principles in statistical mechanics developed with especial reference to the rational foundation of thermodynamics*. New York : C. Scribner's sons, 1902.
- [202] K. S. CHAN, « A microstructure-based fatigue-crack-initiation model », *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 34, p. 43–58, jan. 2003.
- [203] R. HILL, « Generalized constitutive relations for incremental deformation of metal crystals by multislip », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 14, p. 95–102, mars 1966.
- [204] S. L. WONG et P. R. DAWSON, « Evolution of the crystal stress distributions in face-centered cubic polycrystals subjected to cyclic loading », *Acta Materialia*, vol. 59, p. 6901–6916, oct. 2011.
- [205] X. WU, « A fatigue crack nucleation model for anisotropic materials », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 42, p. 387–393, jan. 2019.
- [206] A. N. STROH, « Dislocations and Cracks in Anisotropic Elasticity », *Philosophical Magazine*, vol. 3, p. 625–646, juin 1958.
- [207] K. TANAKA et T. MURA, « A theory of fatigue crack initiation at inclusions », *Metallurgical Transactions A*, vol. 13, p. 117–123, jan. 1982.

- [208] K. TANAKA et T. MURA, « A micromechanical theory of fatigue crack initiation from notches », *Mechanics of Materials*, vol. 1, p. 63–73, jan. 1982.
- [209] N. YAMASHITA et T. MURA, « Contact fatigue crack initiation under repeated oblique force », *Wear*, vol. 91, p. 235–250, nov. 1983.
- [210] R. G. TRYON, « Probabilistic Mesomechanical Fatigue Model », rap. tech., NASA, 1997.
- [211] R. G. TRYON et T. A. CRUSE, « Probabilistic Mesomechanics for High Cycle Fatigue Life Prediction », *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 122, p. 209–214, avril 2000.
- [212] A. BRÜCKNER-FOIT et X. HUANG, « Numerical simulation of micro-crack initiation of martensitic steel under fatigue loading », *International Journal of Fatigue*, vol. 28, p. 963–971, sept. 2006.
- [213] A. BRUCKNER-FOIT et X. HUANG, « On the determination of material parameters in crack initiation laws », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 31, no. 11, p. 980–988, 2008.
- [214] S. TOYODA, H. KIMURA, Y. KAWABATA, S. HASHIMOTO, N. YOSHIHARA et J. SAKAI, « Numerical Simulation of Fatigue Crack Initiation in Thin-walled High Strength Steel as Modeled by Voronoi-polygons », *ISIJ International*, vol. 50, no. 11, p. 1695–1701, 2010.
- [215] N. JEZERNIK, J. KRAMBERGER, T. LASSEN et S. GLODEZ, « Numerical modelling of fatigue crack initiation and growth of martensitic steels », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 33, no. 11, p. 714–723, 2010.
- [216] M. MLIKOTA, K. DOGAHE, S. SCHMAUDER et Z. BOZIC, « Influence of the grain size on the fatigue initiation life curve », *International Journal of Fatigue*, vol. 158, p. 106562, mai 2022.
- [217] B. DÖNGES, A. GIERTLER, U. KRUPP, C. P. FRITZEN et H. J. CHRIST, « Significance of crystallographic misorientation at phase boundaries for fatigue crack initiation in a duplex stainless steel during high and very high cycle fatigue loading », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 589, p. 146–152, jan. 2014.
- [218] P.-M. HILGENDORFF, A. C. GRIGORESCU, M. ZIMMERMANN, C.-P. FRITZEN et H.-J. CHRIST, « Cyclic deformation behavior of austenitic Cr-Ni-steels in the VHCF regime : Part II – Microstructure-sensitive simulation », *International Journal of Fatigue*, vol. 93, p. 261–271, déc. 2016.
- [219] F. BRIFFOD, T. SHIRAIWA et M. ENOKI, « Numerical investigation of the influence of twinning/detwinning on fatigue crack initiation in AZ31 magnesium alloy », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 753, p. 79–90, avril 2019.
- [220] V. GAUR, F. BRIFFOD et M. ENOKI, « Micro-mechanical investigation of fatigue behavior of Al alloys containing surface/superficial defects », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 775, p. 138958, fév. 2020.

- [221] F. BRIFFOD, T. SHIRAIWA et M. ENOKI, « Nucleation and propagation modeling of short fatigue crack in rolled bi-modal Ti–6Al–4V alloy », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 790, p. 139710, juil. 2020.
- [222] F. BRIFFOD, T. SHIRAIWA, M. ENOKI et S. EMURA, « Effect of macrozones on fatigue crack initiation and propagation mechanisms in a forged ti-6Al-4V alloy under fully-reversed condition », *Materialia*, vol. 22, p. 101401, mai 2022.
- [223] T. SHIRAIWA, F. BRIFFOD et M. ENOKI, « Prediction of Fatigue Crack Initiation of 7075 Aluminum Alloy by Crystal Plasticity Simulation », *Materials*, vol. 16, p. 1595, jan. 2023. Number : 4 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- [224] F. BRIFFOD, T. SHIRAIWA et M. ENOKI, « Microstructure modeling and crystal plasticity simulations for the evaluation of fatigue crack initiation in α -iron specimen including an elliptic defect », *Materials Science and Engineering : A*, vol. 695, p. 165–177, mai 2017.
- [225] Z. BOZIC, S. SCHMAUDER, M. MLIKOTA et M. HUMMEL, « Multiscale fatigue crack growth modelling for welded stiffened panels », *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 37, no. 9, p. 1043–1054, 2014.
- [226] M. D. SANGID, H. J. MAIER et H. SEHITOGLU, « A physically based fatigue model for prediction of crack initiation from persistent slip bands in polycrystals », *Acta Materialia*, vol. 59, p. 328–341, jan. 2011.
- [227] M. D. SANGID, H. J. MAIER et H. SEHITOGLU, « The role of grain boundaries on fatigue crack initiation – An energy approach », *International Journal of Plasticity*, vol. 27, p. 801–821, mai 2011.
- [228] A. MANONUKUL et F. P. E. DUNNE, « High– and low–cycle fatigue crack initiation using polycrystal plasticity », *Proceedings of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 460, p. 1881–1903, juil. 2004. Publisher : Royal Society.
- [229] F. P. E. DUNNE, D. RUGG et A. WALKER, « Lengthscale-dependent, elastically anisotropic, physically-based hcp crystal plasticity : Application to cold-dwell fatigue in Ti alloys », *International Journal of Plasticity*, vol. 23, p. 1061–1083, juin 2007.
- [230] D. L. McDOWELL et F. P. E. DUNNE, « Microstructure-sensitive computational modeling of fatigue crack formation », *International Journal of Fatigue*, vol. 32, p. 1521–1542, sept. 2010.
- [231] S. LUCARINI, F. P. E. DUNNE et E. MARTÍNEZ-PAÑEDA, « An FFT-based crystal plasticity phase-field model for micromechanical fatigue cracking based on the stored energy density », *International Journal of Fatigue*, vol. 172, p. 107670, juil. 2023.
- [232] B. CHEN, J. JIANG et F. P. E. DUNNE, « Is stored energy density the primary meso-scale mechanistic driver for fatigue crack nucleation? », *International Journal of Plasticity*, vol. 101, p. 213–229, fév. 2018.

- [233] V. V. C. WAN, D. W. MACLACHLAN et F. P. E. DUNNE, « A stored energy criterion for fatigue crack nucleation in polycrystals », *International Journal of Fatigue*, vol. 68, p. 90–102, nov. 2014.
- [234] M. ZHANG, F. BRIDIER, P. VILLECHAISE, J. MENDEZ et D. L. MCDOWELL, « Simulation of slip band evolution in duplex Ti–6Al–4V », *Acta Materialia*, vol. 58, p. 1087–1096, fév. 2010.
- [235] R. QUEY et L. RENVERSADE, « Optimal polyhedral description of 3D polycrystals : Method and application to statistical and synchrotron X-ray diffraction data », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 330, p. 308–333, mars 2018.
- [236] C. E. KRILL III et L. Q. CHEN, « Computer simulation of 3-D grain growth using a phase-field model », *Acta Materialia*, vol. 50, p. 3059–3075, juil. 2002.
- [237] G. ABRIVARD, E. BUSSO, S. FOREST et B. APPOLAIRE, « Phase field modelling of grain boundary motion driven by curvature and stored energy gradients. Part II : Application to recrystallisation », *Philosophical Magazine*, vol. 92, p. 3643–3664, oct. 2012.
- [238] R. QUEY, P. DAWSON et F. BARBE, « Large-scale 3D random polycrystals for the finite element method : Generation, meshing and remeshing », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 200, p. 1729–1745, avril 2011.
- [239] Q. Y. WANG, R. M. PIDAPARTI et M. J. PALAKAL, « Comparative Study of Corrosion-Fatigue in Aircraft Materials », *AIAA Journal*, vol. 39, p. 325–330, fév. 2001.
- [240] Q. WANG, C. BATHIAS, N. KAWAGOISHI et Q. CHEN, « Effect of inclusion on sub-surface crack initiation and gigacycle fatigue strength », *International Journal of Fatigue*, vol. 24, p. 1269–1274, déc. 2002.
- [241] G. MONNET et M. A. POUCHON, « Determination of the critical resolved shear stress and the friction stress in austenitic stainless steels by compression of pillars extracted from single grains », *Materials Letters*, vol. 98, p. 128–130, mai 2013.
- [242] H.-H. JIN, E. KO, J. KWON, S. S. HWANG et C. SHIN, « Evaluation of critical resolved shear strength and deformation mode in proton-irradiated austenitic stainless steel using micro-compression tests », *Journal of Nuclear Materials*, vol. 470, p. 155–163, mars 2016.
- [243] N. L. OKAMOTO, S. FUJIMOTO, Y. KAMBARA, M. KAWAMURA, Z. M. T. CHEN, H. MATSUNOSHITA, K. TANAKA, H. INUI et E. P. GEORGE, « Size effect, critical resolved shear stress, stacking fault energy, and solid solution strengthening in the CrMnFeCoNi high-entropy alloy », *Scientific Reports*, vol. 6, p. 35863, oct. 2016. Number : 1 Publisher : Nature Publishing Group.
- [244] J. Y. WANG, N. LI, R. ALIZADEH, M. A. MONCLÚS, Y. W. CUI, J. M. MOLINA-ALDAREGUÍA et J. LLORCA, « Effect of solute content and temperature on the

- deformation mechanisms and critical resolved shear stress in Mg-Al and Mg-Zn alloys », *Acta Materialia*, vol. 170, p. 155–165, mai 2019.
- [245] A. POTY, J.-M. RAULOT, H. XU, J. BAI, C. SCHUMAN, J.-S. LECOMTE, M.-J. PHILIPPE et C. ESLING, « Classification of the critical resolved shear stress in the hexagonal close-packed materials by atomic simulation : Application to α -zirconium and α -titanium », *Journal of Applied Physics*, vol. 110, p. 014905, juil. 2011.
- [246] Y. CAI, H. A. WU et S. N. LUO, « A loading-dependent model of critical resolved shear stress », *International Journal of Plasticity*, vol. 109, p. 1–17, oct. 2018.
- [247] J. R. WILLIS, « Fracture mechanics of interfacial cracks », *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 19, p. 353–368, nov. 1971.
- [248] M. ICHIKAWA et S. TANAKA, « A critical analysis of the relationship between the energy release rate and the stress intensity factors for non-coplanar crack extension under combined mode loading », *International Journal of Fracture*, vol. 18, p. 19–28, jan. 1982.
- [249] K.-C. WU, « Stress Intensity Factor and Energy Release Rate for Interfacial Cracks Between Dissimilar Anisotropic Materials », *Journal of Applied Mechanics*, vol. 57, p. 882–886, déc. 1990.
- [250] T. MATSUMOTO, M. TANAKA et R. OBARA, « Computation of stress intensity factors of interface cracks based on interaction energy release rates and BEM sensitivity analysis », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 65, p. 683–702, avril 2000.
- [251] T. L. ANDERSON, *Fracture mechanics : fundamentals and applications*. Boca Raton : CRC Press/Taylor & Francis, fourth edition éd., 2017.
- [252] J. SWADENER, M. BASKES et M. NASTASI, « Molecular Dynamics Simulation of Brittle Fracture in Silicon », *Physical Review Letters*, vol. 89, p. 085503, août 2002.
- [253] Y. ZHANG, P. C. MILLETT, M. R. TONKS, X.-M. BAI et S. B. BENER, « Molecular dynamics simulations of intergranular fracture in UO₂ with nine empirical interatomic potentials », *Journal of Nuclear Materials*, vol. 452, p. 296–303, sept. 2014.
- [254] L. WEI, F. ZHOU, S. WANG, W. HAO, Y. LIU et J. ZHU, « Molecular dynamics simulation-based representation of intergranular fracture processes in austenitic steel », *Journal of Materials Research*, vol. 37, p. 4153–4168, déc. 2022.
- [255] S. COULON, *Prédiction de la durée de vie des contacts ponctuels lubrifiés en présence d'indentations*. Thèse doctorat, INSA Lyon, 2001.
- [256] L. FOUREL, J.-P. NOYEL, X. KLEBER, P. SAINOT et F. VILLE, « Numerical analysis of 3D crack initiation under rolling contact fatigue in polycrystals with surface dents and subsurface inclusions », *Article en préparation*, 2023.
- [257] M. LE, F. VILLE, X. KLEBER, J. CAVORET, M. C. SAINTE-CATHERINE et L. BRIANCON, « Influence of grain boundary cementite induced by gas nitriding on the rolling contact fatigue of alloyed steels for gears », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J : Journal of Engineering Tribology*, vol. 229, p. 917–928, août 2015.

- [258] A. E112-13, « Standard Test Methods for Determining Average Grain Size », 2021.
- [259] D. GIRODIN, G. DUDRAGNE, J. COURBON et A. VINCENT, « Statistical analysis of non metallic inclusions for the estimation of rolling contact fatigue range and quality control of bearing steel », in *Journal of ASTM International*, vol. 3, p. 85–100, 2005.
- [260] P. SAINOT, « Analytical stresses in rough contacts », *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 225, p. 274–279, fév. 2011.

Annexe A

Modèle analytique de Hills

Hills et al. [28] ont développé des expressions analytiques qui décrivent les contraintes en sous-surface engendrées par une sollicitation de contact à la surface d'un solide semi-infini, élastique, linéaire, isotrope et homogène. Deux cas présentés dans la sous-section 1.1.3 sont considérés : le contact de Hertz linéique (cylindre-plan) et le contact de Hertz ponctuel (bille-plan).

Contact linéique

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(1 - x^2 - z^2)^2 + 4z^2} - (1 - x^2 - z^2)} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\sigma_{xx}}{p_0} = z \left(2 - \frac{s}{\sqrt{1 + s^2}} - \frac{\sqrt{1 + s^2}}{s} - \frac{x^2 s^3}{(\sqrt{1 + s^2})^3 (s^4 + z^2)} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\sigma_{yy}}{p_0} = -2\nu z \left(\frac{\sqrt{1 + s^2}}{s} - 1 \right) \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{p_0} = -\frac{z^3 \sqrt{1 + s^2}}{s (s^4 + z^2)} \quad (\text{A.4})$$

$$\sigma_{yz} = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\sigma_{xz}}{p_0} = -\frac{x z^2 s}{\sqrt{1 + s^2} (s^4 + z^2)} \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_{xy} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Avec les coordonnées (x, y, z) adimensionnées par la demi-largeur de contact a , la pression de contact maximale p_0 et le coefficient de Poisson ν .

Contact ponctuel

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (\text{A.8})$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(1 - r^2 - z^2)^2 + 4z^2} - (1 - r^2 - z^2)} \quad (\text{A.9})$$

$$J = \frac{xy}{3r^4} \left(\frac{z^3}{s^3} - 3\frac{z}{s} + 2 \right) \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{xx}}{p_0} = & (1 - 2\nu) \frac{x^2 - y^2}{3r^4} \left(1 - \frac{z^3}{s^3} \right) \\ & + \frac{z}{s} \left((1 + \nu)s \arctan\left(\frac{1}{s}\right) - 2\nu - (1 - \nu) \frac{s^2}{1 + s^2} \right. \\ & \left. - (1 - 2\nu) \frac{x^2}{r^2(1 + s^2)} - \frac{x^2 s^4}{(1 + s^2)^2 (s^4 + z^4)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{yy}}{p_0} = & (1 - 2\nu) \frac{x^2 - y^2}{3r^4} \left(1 - \frac{z^3}{s^3} \right) \\ & + \frac{z}{s} \left((1 + \nu)s \arctan\left(\frac{1}{s}\right) - 2\nu - (1 - \nu) \frac{s^2}{1 + s^2} \right. \\ & \left. - (1 - 2\nu) \frac{y^2}{r^2(1 + s^2)} - \frac{y^2 s^4}{(1 + s^2)^2 (s^4 + z^2)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{p_0} = -\frac{z^3}{s(s^4 + z^2)} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\sigma_{yz}}{p_0} = -\frac{yz^2 s}{(1 + s^2)(s^4 + z^2)} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\sigma_{xz}}{p_0} = -\frac{xz^2 s}{(1 + s^2)(s^4 + z^2)} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\sigma_{xy}}{p_0} = (1 - 2\nu)J - \frac{xyzs^3}{(1 + s^2)^2 (s^4 + z^2)} \quad (\text{A.16})$$

Avec les coordonnées (x, y, z) adimensionnées par la demi-largeur de contact a , la pression de contact maximale p_0 et le coefficient de Poisson ν .

Annexe B

Intégration d'une fonction de Green dans un domaine discret

Dans un domaine discret Ω , la sollicitation p et la réponse u sont supposés constants sur chaque élément. La convolution de la sollicitation p avec la fonction de Green continue G nécessite une intégration sur chaque élément du domaine.

Les expressions suivantes décrivent l'intégration de la fonction de Green G dans un espace à une dimension :

$$\begin{aligned}u(x_i) &= \int_{\Omega} p(x')G(x_i - x') dx' \\u(x_i) &= \sum_j \int_{x_j - \frac{\Delta x}{2}}^{x_j + \frac{\Delta x}{2}} p(x')G(x_i - x') dx' \\u(x_i) &= \sum_j p(x_j) \int_{x_j - \frac{\Delta x}{2}}^{x_j + \frac{\Delta x}{2}} G(x_i - x') dx' \\u(x_i) &= \sum_j p(x_j) \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}} G(x_i - x_j - x'') dx'' \\u(x_i) &= \sum_j p(x_j)K(x_i - x_j)\end{aligned} \tag{B.1}$$

Avec la taille d'élément Δx et le kernel de convolution discrète K :

$$K(x_i - x_j) = \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}} G(x_i - x_j - x') dx' \tag{B.2}$$

Les termes du kernel K représentent l'influence d'une sollicitation constante sur un élément du domaine discret.

Annexe C

Relation entre la pression et le déplacement en surface

Boussinesq [163] et Cerruti [164] ont utilisé la théorie des potentiels afin d'obtenir la réponse d'un solide semi-infini, élastique, linéaire, isotrope et homogène sollicité en surface. Cette théorie est détaillée par Love [162] et Johnson [77]. Ces potentiels permettent notamment d'obtenir la fonction de Green $G^{p \rightarrow u}$ qui représente le déplacement normal de la surface engendré par une pression concentrée en $(x = 0, y = 0)$:

$$G^{p \rightarrow u}(x, y) = \frac{1}{\pi E^*} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (\text{C.1})$$

Avec le module élastique équivalent E^* .

Dans un domaine discret, la fonction de Green $G^{p \rightarrow u}$ est intégrée sur chaque élément rectangulaire de longueur Δx dans la direction x et de longueur Δy dans la direction y afin d'obtenir le kernel de convolution discrète $K^{p \rightarrow u}$:

$$K^{p \rightarrow u}(x_i - x_k, y_j - y_l) = \frac{1}{\pi E^*} \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}} \int_{-\frac{\Delta y}{2}}^{\frac{\Delta y}{2}} \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_k - x'')^2 + (y_j - y_l - y'')^2}} dx'' dy'' \quad (\text{C.2})$$

La solution analytique du kernel $K^{p \rightarrow u}$ est [162] :

$$\begin{aligned}
K^{p \rightarrow u}(x_i - x_k, y_j - y_l) &= \frac{1}{\pi E^*} \\
&\left[\left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} \right) \ln \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \right. \\
&+ \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} \right) \ln \left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \\
&+ \left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} \right) \ln \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \\
&+ \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} \right) \ln \left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \\
&- \left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} \right) \ln \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \\
&- \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} \right) \ln \left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k + \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l - \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \\
&- \left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} \right) \ln \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \\
&\left. - \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} \right) \ln \left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} + \sqrt{\left(x_i - x_k - \frac{\Delta x}{2} \right)^2 + \left(y_j - y_l + \frac{\Delta y}{2} \right)^2} \right) \right] \tag{C.3}
\end{aligned}$$

Annexe D

Relation entre la pression en surface et les contraintes internes

Les contraintes σ_{ij} sont obtenues à partir de la pression de contact p par convolution avec les fonctions de Green $G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}$ [162, 169] :

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}(x, y, z) &= (p * G_{ij}^{p \rightarrow \sigma})(x, y, z) \\ \sigma_{ij}(x, y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(x', y') G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x - x', y - y', z) dx' dy'\end{aligned}\quad (\text{D.1})$$

Les fonctions de Green $G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}$ sont définies par :

$$\begin{aligned}G_{xx}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1 - 2\nu}{r^2} \left(\left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{x^2 - y^2}{r^2} + \frac{zy^2}{\rho^3} \right) - \frac{3zx^2}{\rho^5} \right) \\ G_{yy}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1 - 2\nu}{r^2} \left(\left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{y^2 - x^2}{r^2} + \frac{zx^2}{\rho^3} \right) - \frac{3zy^2}{\rho^5} \right) \\ G_{zz}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= -\frac{3z^3}{2\pi\rho^5} \\ G_{yz}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= -\frac{3yz^2}{2\pi\rho^5} \\ G_{xz}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= -\frac{3xz^2}{2\pi\rho^5} \\ G_{xy}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1 - 2\nu}{r^2} \left(\left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{xy}{r^2} - \frac{xyz}{\rho^3} \right) - \frac{3xyz}{\rho^5} \right)\end{aligned}\quad (\text{D.2})$$

Avec le coefficient de Poisson ν et :

$$\begin{aligned}r &= \sqrt{x^2 + y^2} \\ \rho &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\end{aligned}\quad (\text{D.3})$$

Dans un domaine discret de coordonnées (x_i, y_j, z_k) où les champs σ_{ij} et p sont constants sur chaque élément de longueur Δx dans la direction x et de longueur Δy dans

la direction y :

$$\begin{aligned}
\sigma_{ij}(x_i, y_j, z_k) &= \sum_k \sum_l \int_{x_k - \frac{\Delta x}{2}}^{x_k + \frac{\Delta x}{2}} \int_{y_l - \frac{\Delta y}{2}}^{y_l + \frac{\Delta y}{2}} p(x', y') G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x_i - x', y_j - y', z_k) dx' dy' \\
\sigma_{ij}(x_i, y_j, z_k) &= \sum_k \sum_l p(x_k, y_l) \int_{x_k - \frac{\Delta x}{2}}^{x_k + \frac{\Delta x}{2}} \int_{y_l - \frac{\Delta y}{2}}^{y_l + \frac{\Delta y}{2}} G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x_i - x', y_j - y', z_k) dx' dy' \\
\sigma_{ij}(x_i, y_j, z_k) &= \sum_k \sum_l p(x_k, y_l) \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}} \int_{-\frac{\Delta y}{2}}^{\frac{\Delta y}{2}} G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x_i - x_k - x'', y_j - y_l - y'', z_k) dx'' dy'' \\
\sigma_{ij}(x_i, y_j, z_k) &= \sum_k \sum_l C_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x_i - x_k, y_j - y_l, z_k) p(x_k, y_l)
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Avec le kernel $C_{ij}^{p \rightarrow \sigma}$ défini par :

$$C_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x_i - x_k, y_j - y_l, z_k) = \int_{-\frac{\Delta x}{2}}^{\frac{\Delta x}{2}} \int_{-\frac{\Delta y}{2}}^{\frac{\Delta y}{2}} G_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x_i - x_k - x'', y_j - y_l - y'', z) dx'' dy'' \tag{D.5}$$

Les composantes du kernel $C_{ij}^{p \rightarrow \sigma}$ peuvent être obtenues analytiquement en calculant l'expression précédente :

$$\begin{aligned}
C_{ij}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= S_{ij}^{p \rightarrow \sigma}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z\right) + S_{ij}^{p \rightarrow \sigma}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z\right) \\
&\quad - S_{ij}^{p \rightarrow \sigma}\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y - \frac{\Delta y}{2}, z\right) - S_{ij}^{p \rightarrow \sigma}\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y + \frac{\Delta y}{2}, z\right)
\end{aligned} \tag{D.6}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
S_{xx}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right) + \frac{1 - 2\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{\rho - y + z}{x}\right) + \frac{xyz}{2\pi\rho(x^2 + z^2)} \\
S_{yy}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right) + \frac{1 - 2\nu}{\pi} \arctan\left(\frac{\rho - x + z}{y}\right) + \frac{xyz}{2\pi\rho(y^2 + z^2)} \\
S_{zz}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \arctan\left(\frac{z^2 + y^2 - y\rho}{zx}\right) - \frac{xyz}{2\pi\rho} \left(\frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2}\right) \\
S_{yz}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{xz^2}{2\pi\rho(y^2 + z^2)} \\
S_{xz}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= \frac{yz^2}{2\pi\rho(x^2 + z^2)} \\
S_{xy}^{p \rightarrow \sigma}(x, y, z) &= -\frac{z}{2\pi\rho} - \frac{1 - 2\nu}{2\pi} \ln(\rho + z)
\end{aligned} \tag{D.7}$$

Annexe E

Relation entre les contraintes de polarisation et les déformations libres

L'opérateur de Green $\hat{\Gamma}_{ijkl}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}}$ donne la relation entre les contraintes de polarisation ς_{ij} et les déformations libres $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ [179, 185] :

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\hat{\Gamma}_{ijkl}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}} + \hat{\Gamma}_{jikl}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}} \right) \hat{\varsigma}_{kl} \quad (\text{E.1})$$

Avec :

$$\hat{\Gamma}_{ijkl}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}} = \hat{G}_{ik,lj}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}} = - \left(C_{ijkl}^0 \xi_j \xi_l \right)^{-1} \Big|_{ik} \xi_j \xi_l \quad (\text{E.2})$$

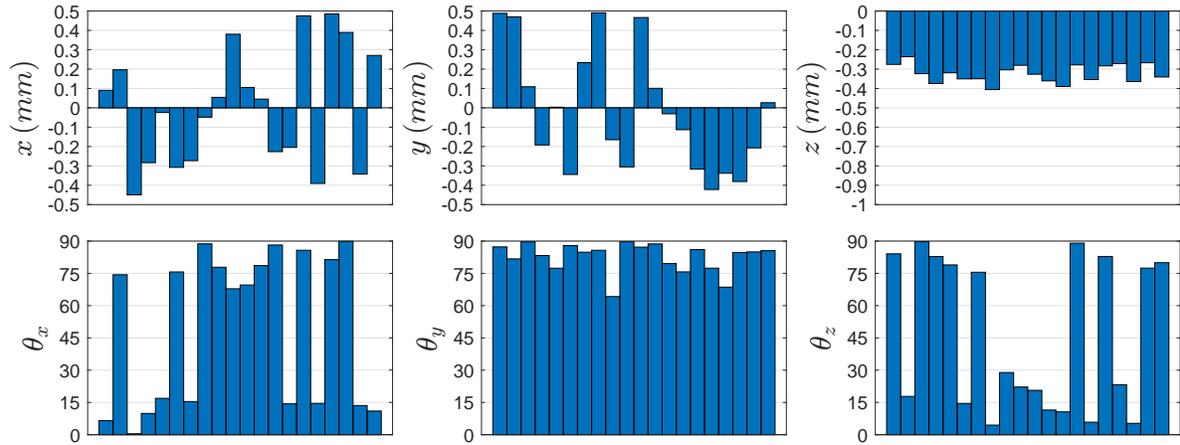
Avec les coordonnées fréquentielles ξ_i le tenseur d'élasticité homogène C_{ijkl}^0 et la fonction de Green $G_{ik}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}}$ défini par :

$$\hat{G}_{ik}^{\zeta \rightarrow \tilde{\varepsilon}} = \left(C_{ijkl}^0 \xi_j \xi_l \right)^{-1} \quad (\text{E.3})$$

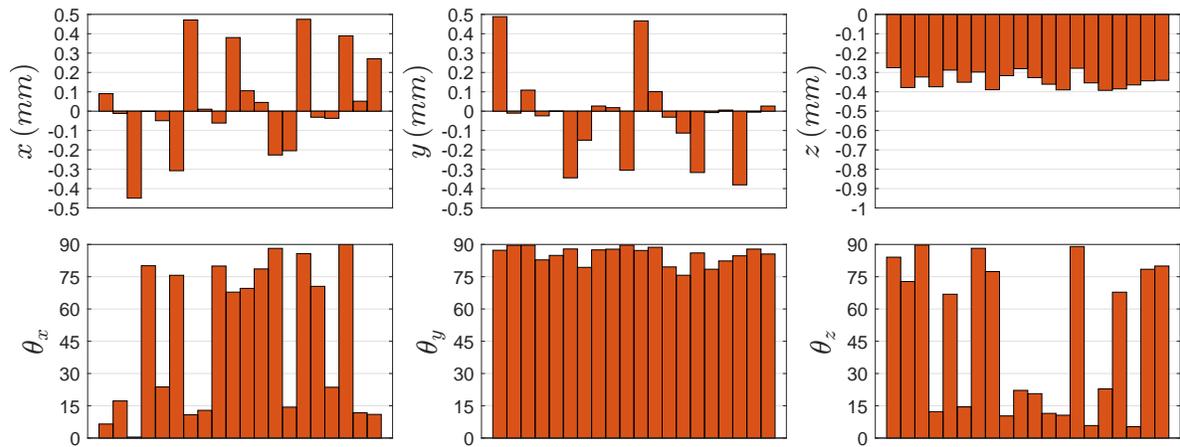
Annexe F

Coordonnées d'initiation de fissures

a) $D_i = 50 \mu\text{m}$



b) $D_i = 100 \mu\text{m}$



c) $D_i = 200 \mu\text{m}$

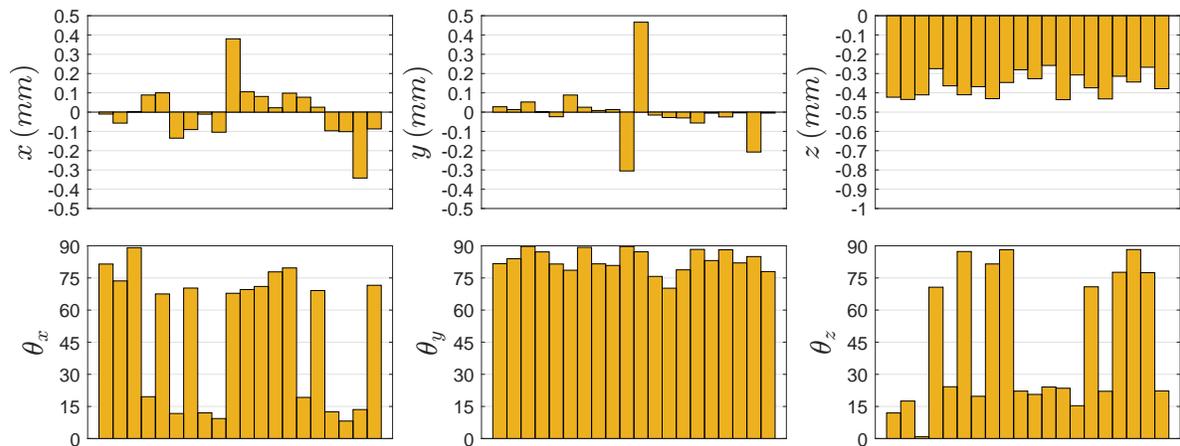
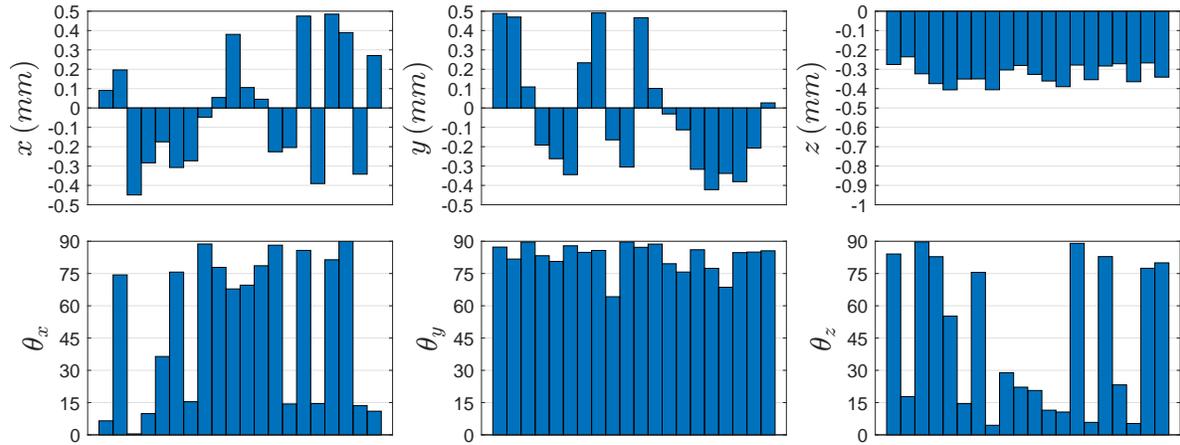
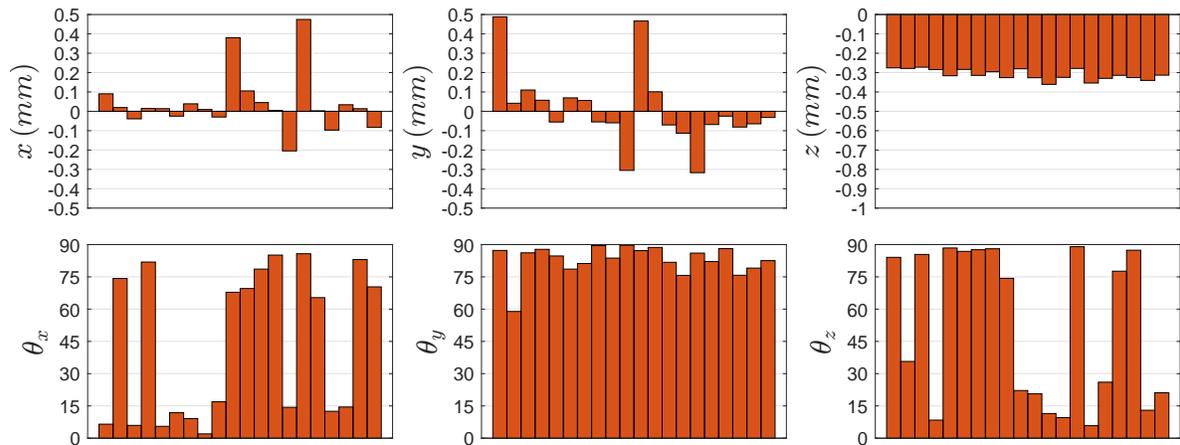


FIGURE F.1 – Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$ de différentes tailles, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 100 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 200 \mu\text{m}$.

a) $D_i = 50 \mu\text{m}$



b) $D_i = 100 \mu\text{m}$



c) $D_i = 200 \mu\text{m}$

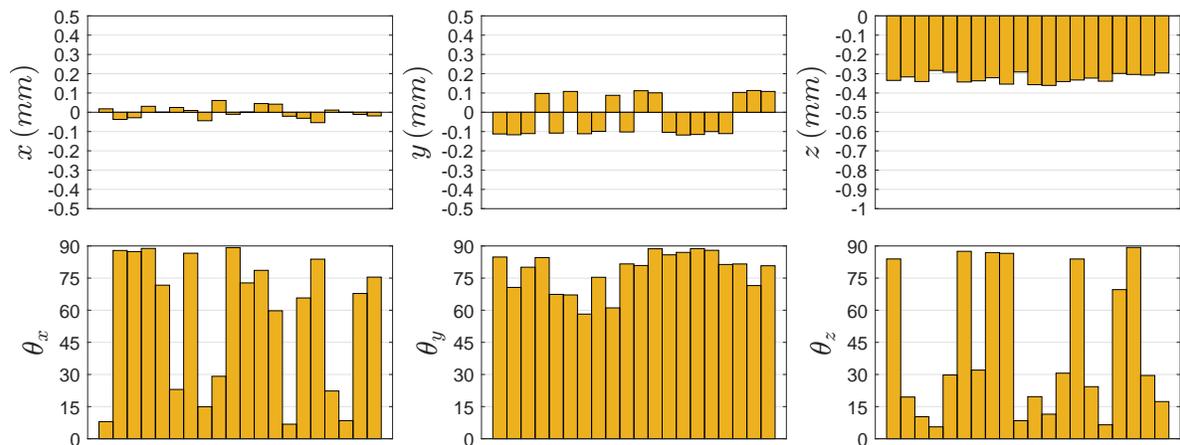
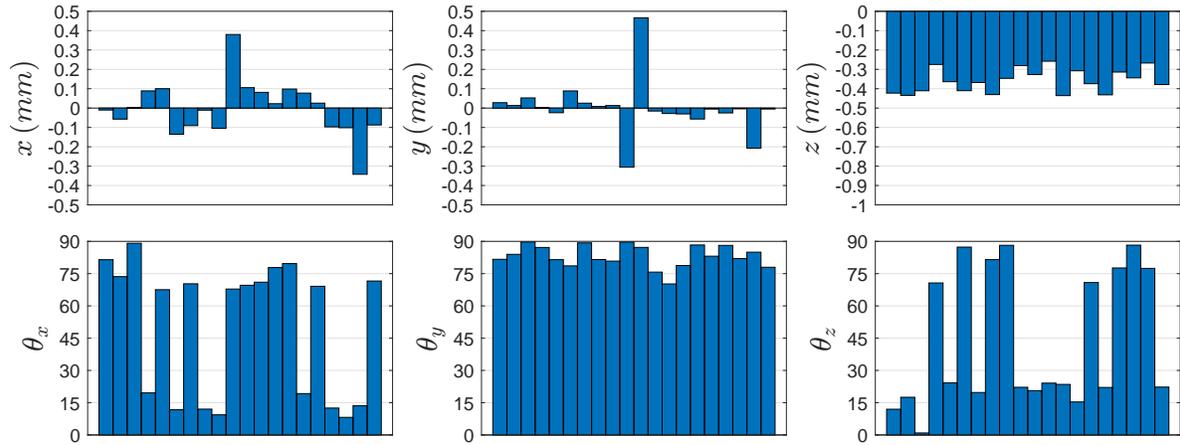
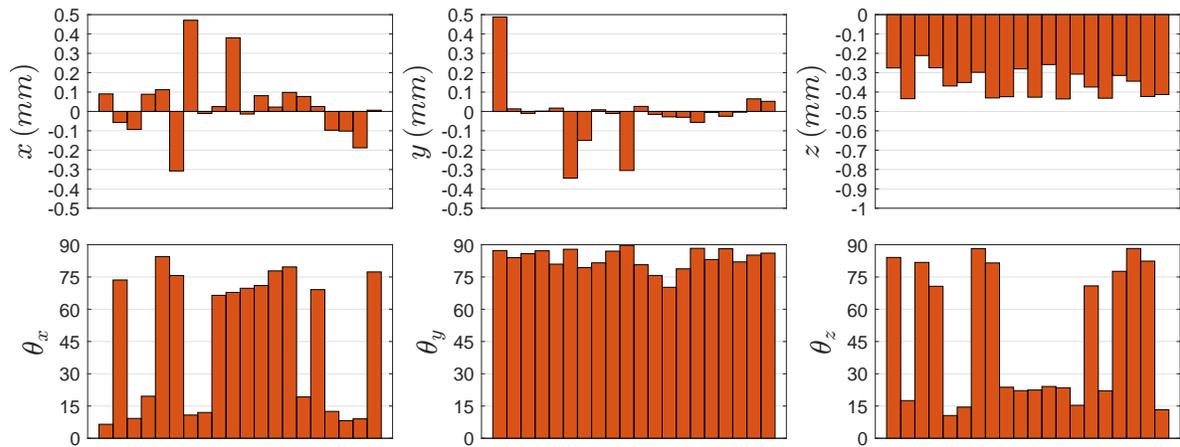


FIGURE F.2 – Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$ de différentes tailles, (a) $D_i = 50 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 100 \mu\text{m}$, (a) $D_i = 200 \mu\text{m}$.

a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$



b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$



c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$

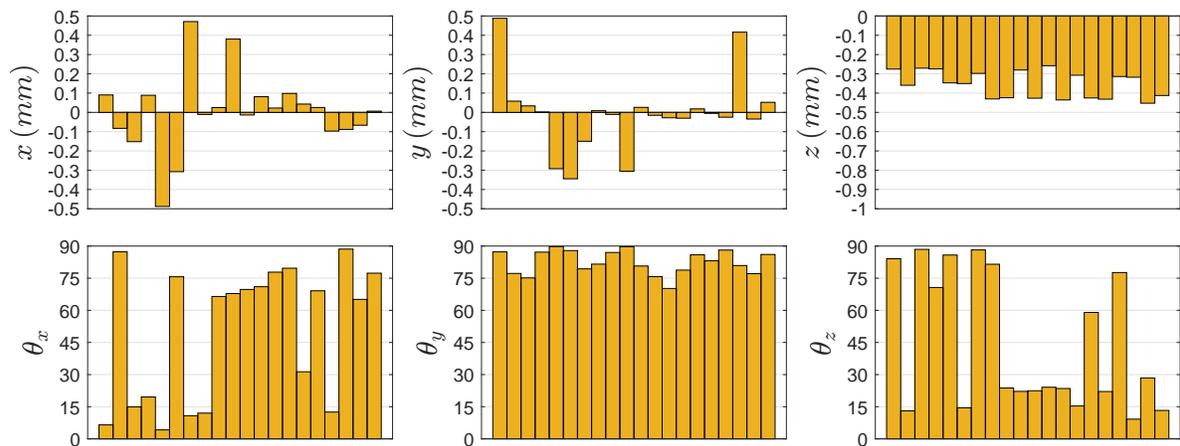
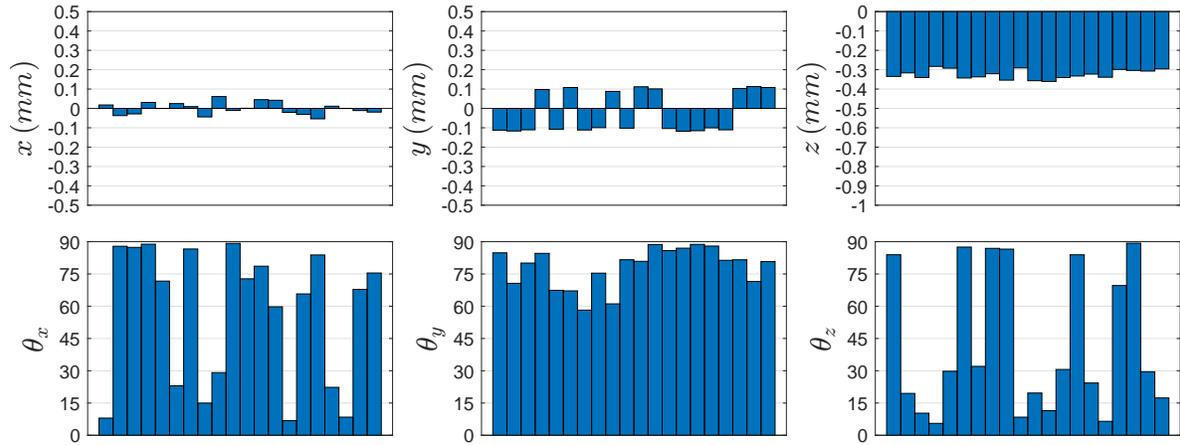
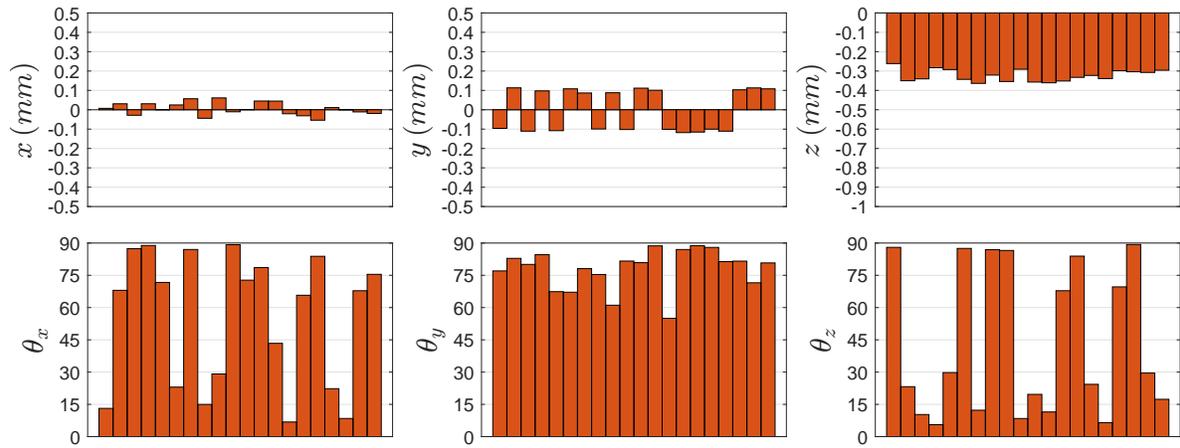


FIGURE F.3 – Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$ et différentes pressions de Hertz, (a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$.

a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$



b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$



c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$

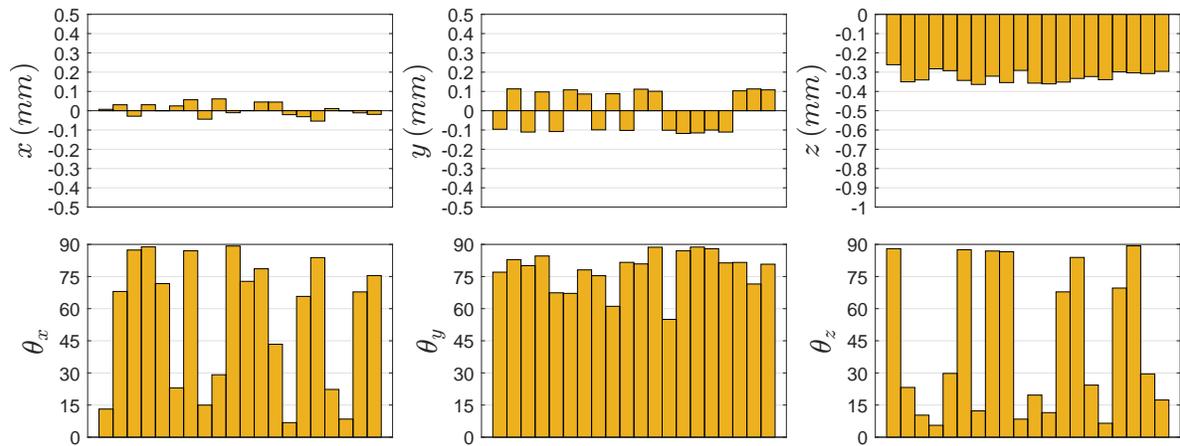


FIGURE F.4 – Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$ et différentes pressions de Hertz, (a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$.

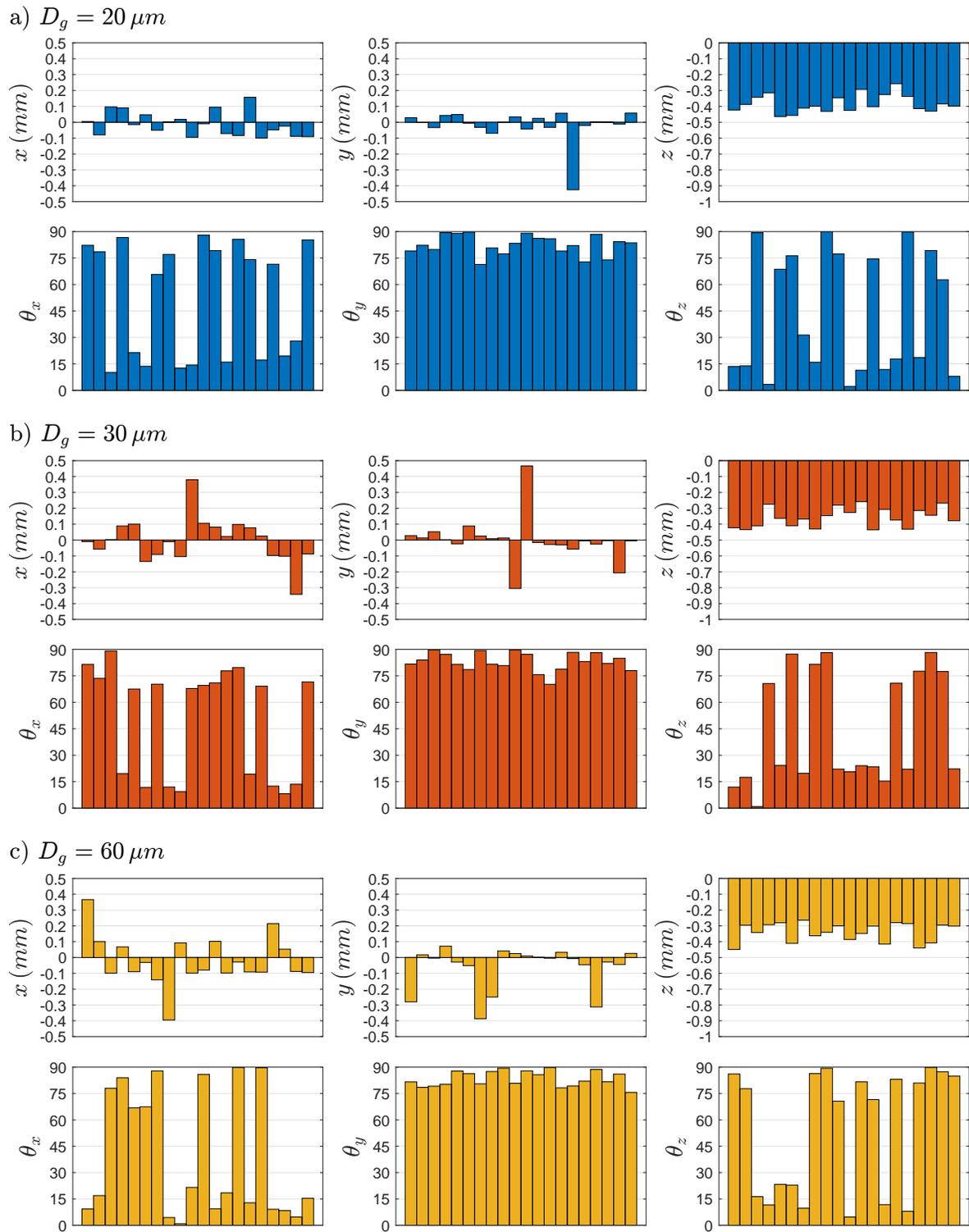
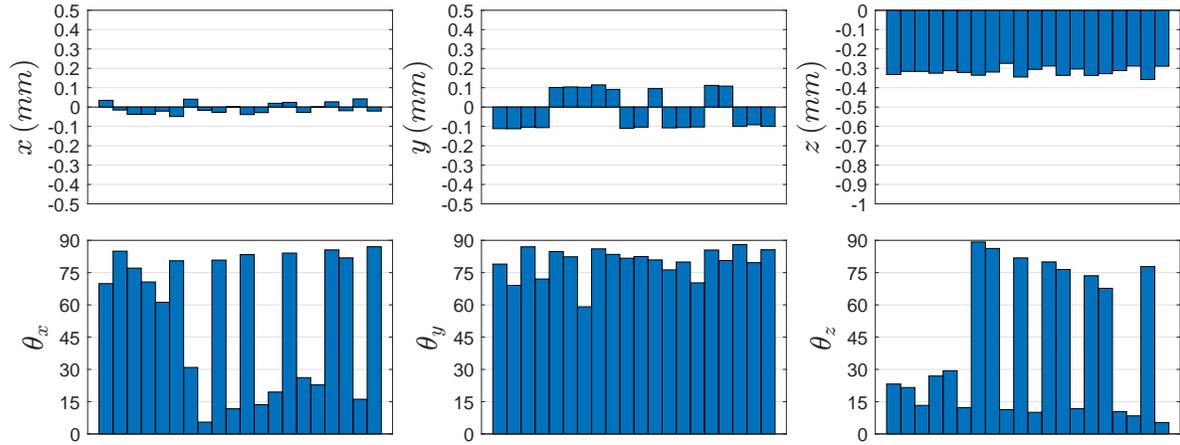
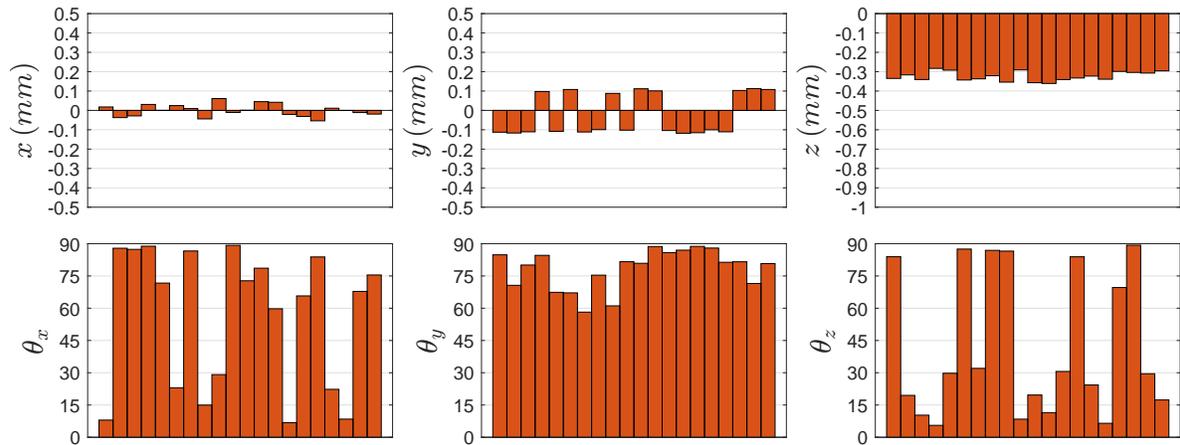


FIGURE F.5 – Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion rigide $E_i = 420 \text{ GPa}$ et différentes tailles de grains, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 30 \mu\text{m}$, (c) $D_g = 60 \mu\text{m}$.

a) $D_g = 20 \mu\text{m}$



b) $D_g = 30 \mu\text{m}$



c) $D_g = 60 \mu\text{m}$

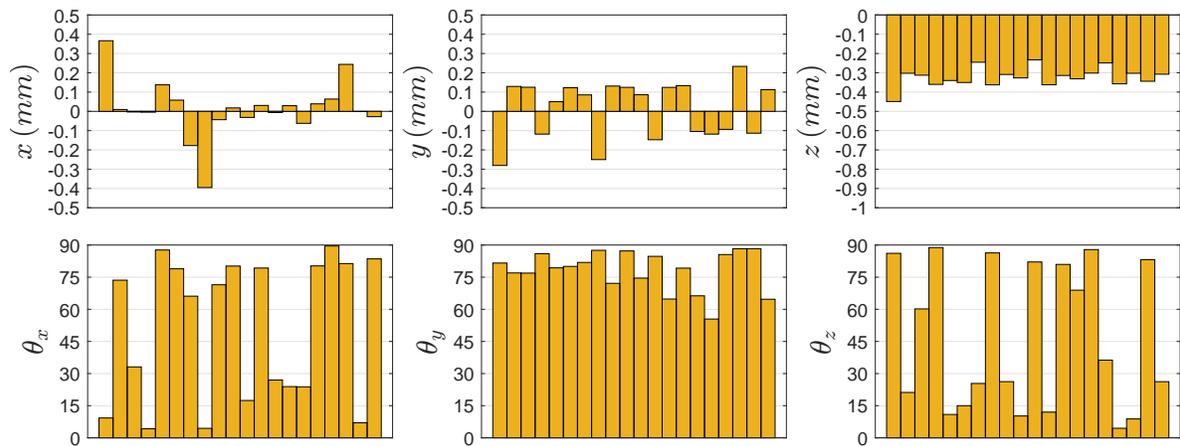


FIGURE F.6 – Positions et orientations des fissures initiées avec une inclusion souple $E_i = 10 \text{ GPa}$ et différentes tailles de grains, (a) $D_g = 20 \mu\text{m}$, (b) $D_g = 30 \mu\text{m}$, (c) $D_g = 60 \mu\text{m}$.

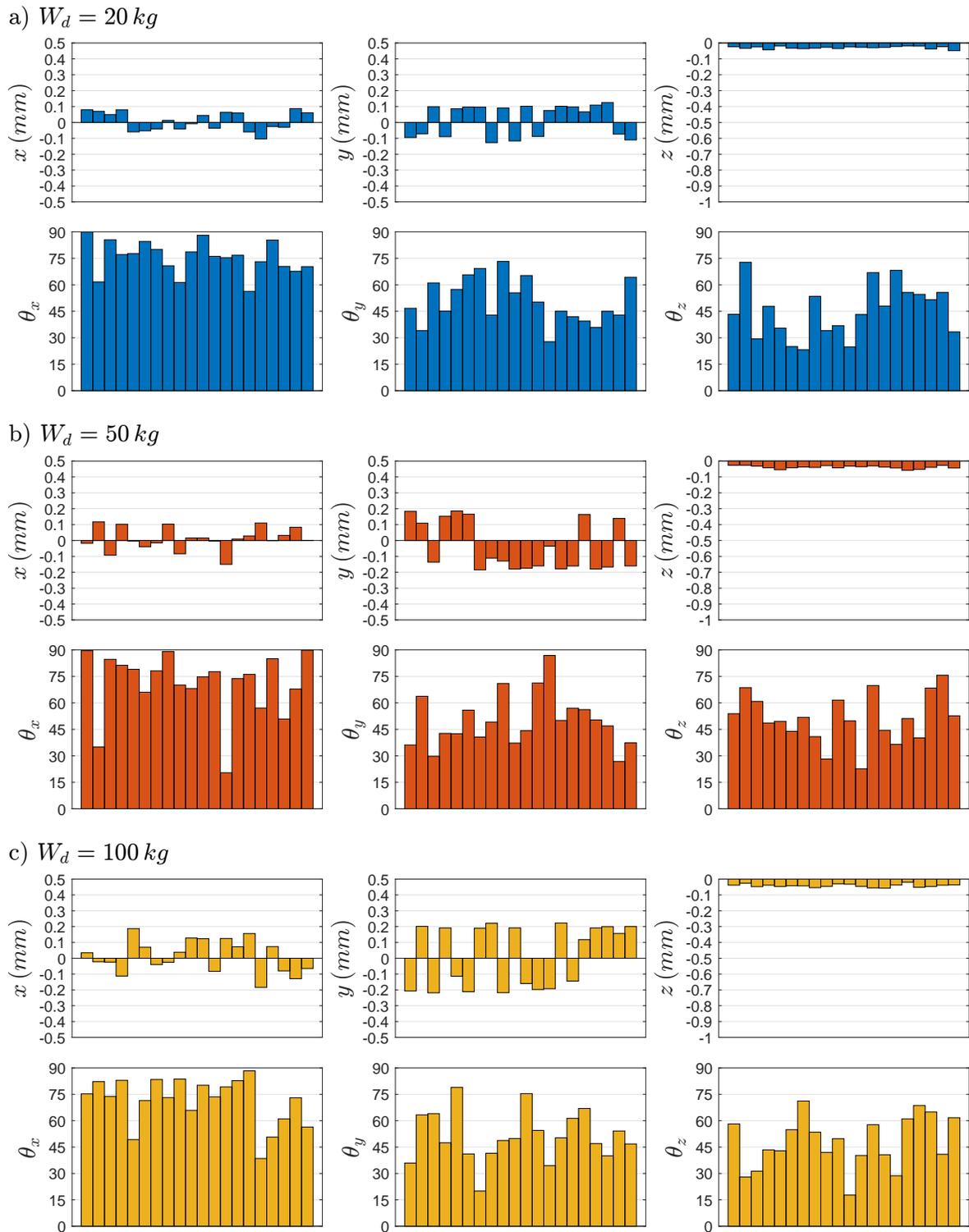
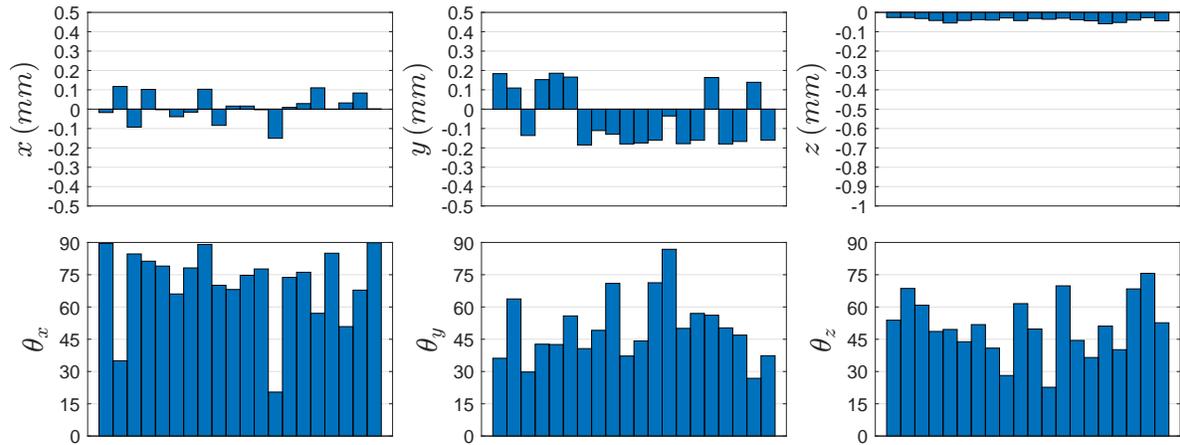
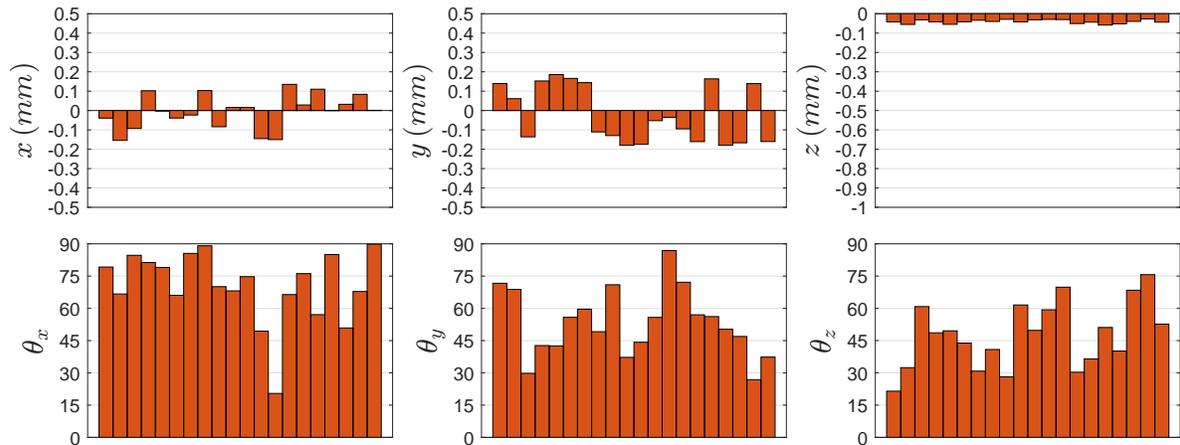


FIGURE F.7 – Positions et orientations des fissures initiées avec un indente de différentes tailles, (a) $W_d = 20 \text{ kg}$, (b) $W_d = 50 \text{ kg}$, (c) $W_d = 100 \text{ kg}$.

a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$



b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$



c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$

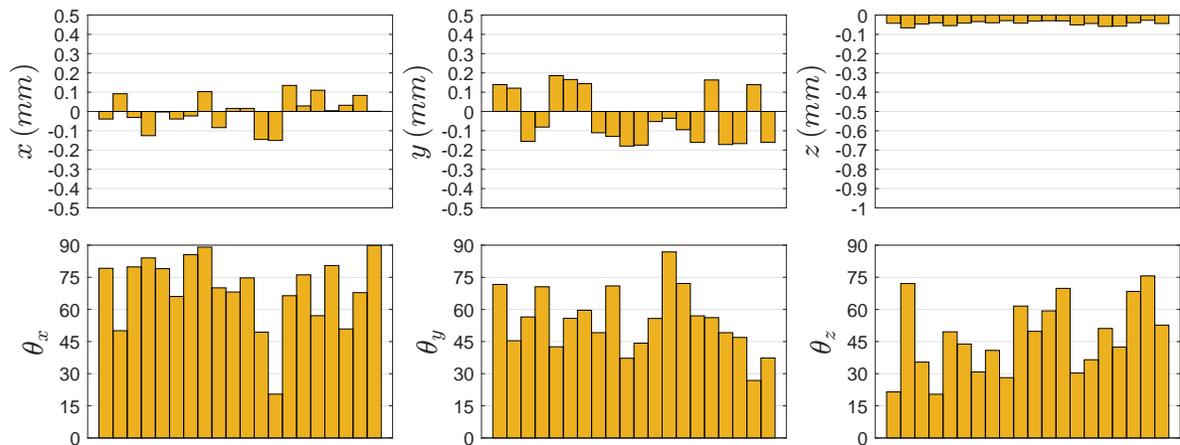


FIGURE F.8 – Positions et orientations des fissures initiées avec un indente et différentes pressions de Hertz, (a) $p_0 = 2.1 \text{ GPa}$, (b) $p_0 = 2.8 \text{ GPa}$, (c) $p_0 = 3.5 \text{ GPa}$.

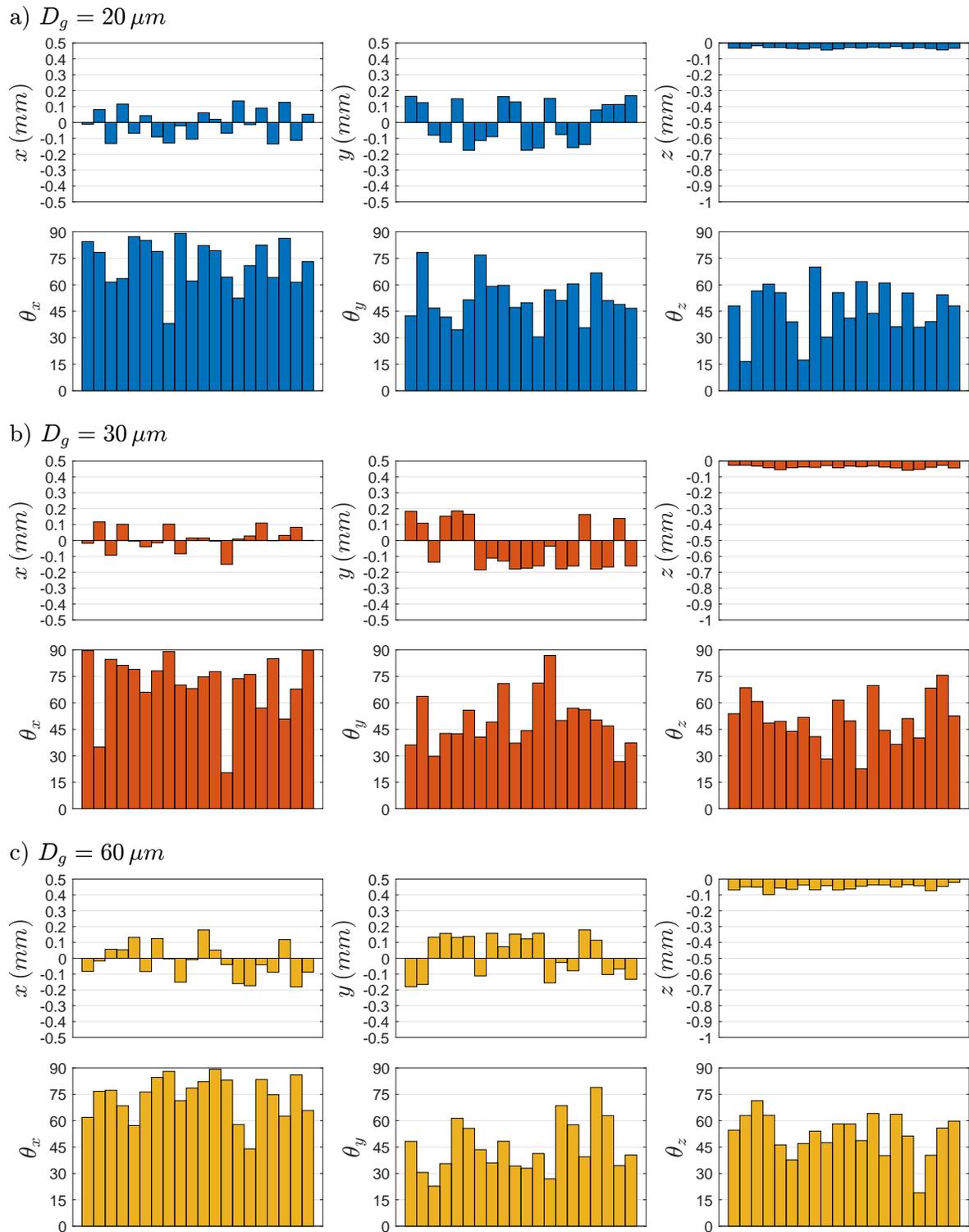


FIGURE F.9 – Positions et orientations des fissures initiées avec un indenteur et différentes tailles de grains, (a) $D_g = 20 \mu m$, (b) $D_g = 30 \mu m$, (c) $D_g = 60 \mu m$.

Publications

- L. Fourel, J.P. Noyel, E. Bossy, X. Kleber, P. Sainsot, F. Ville.
“Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue - Part 1 : Shear stress considerations”.
Tribology International, 164, 107224 (2021).
DOI : 10.1016/j.triboint.2021.107224
- L. Fourel, J.P. Noyel, E. Bossy, X. Kleber, P. Sainsot, F. Ville.
“Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue - Part 2 : Persistent slip band modeling”.
Tribology International, 163, 107173 (2021).
DOI : 10.1016/j.triboint.2021.107173
- L. Fourel, J.P. Noyel, X. Kleber, P. Sainsot, F. Ville.
“Green-FFT model for 3D contacts considering microstructure and defects”.
Article en préparation.
- L. Fourel, J.P. Noyel, X. Kleber, P. Sainsot, F. Ville.
“Numerical analysis of 3D crack initiation under rolling contact fatigue in polycrystals with surface dents and subsurface inclusions”. Article en préparation.

Conférences

- Journées des Transmissions Mécaniques, Lyon, France, 11-12 juillet 2023, présentation orale. “Études expérimentales et numériques de la fatigue de contact”.
- SF2M 39e Journées de Printemps, Paris, France, 24-25 mai 2023, présentation orale. “Modélisation de l’amorçage de fissure en fatigue de contact : approche physique à l’échelle des grains”.
- ELGI-STLE Tribology Exchange Workshop, Amsterdam, Pays-Bas, 26-27 octobre 2022, présentation orale. “Experiments and modelling on rolling contact fatigue”.
- Congrès Français de Mécanique 2022, Nantes, France, 29 août - 2 septembre 2022, présentation orale. “Modélisation de l’amorçage de fissure en fatigue de contact : approche physique”.
- 7th World Tribology Congress, Lyon, France, 10-15 juillet 2022, présentation orale. “Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue”.
- STLE 76th Annual Meeting and Exhibition, Orlando, Etats-Unis, 15-19 mai 2022, présentation orale. “Towards a grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue”.
- Porto-Lyon Tribology Seminar, Lyon, France, 23-25 février 2022, présentation orale. “Grain-scale modeling of crack initiation in rolling contact fatigue”. DOI : 10.24840/978-972-752-293-4.

Référence : TH1007_FOUREL Lucas

L'INSA Lyon a mis en place une procédure de contrôle systématique via un outil de détection de similitudes (logiciel Compilatio). Après le dépôt du manuscrit de thèse, celui-ci est analysé par l'outil. Pour tout taux de similarité supérieur à 10%, le manuscrit est vérifié par l'équipe de FEDORA. Il s'agit notamment d'exclure les auto-citations, à condition qu'elles soient correctement référencées avec citation expresse dans le manuscrit.

Par ce document, il est attesté que ce manuscrit, dans la forme communiquée par la personne doctorante à l'INSA Lyon, satisfait aux exigences de l'Etablissement concernant le taux maximal de similitude admissible.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'INSA LYON, MEMBRE DE L'UNIVERSITE DE LYON.

NOM : FOUREL

DATE de SOUTENANCE : 05/10/2023

Prénom : Lucas

TITRE : Modélisation de l'initiation de fissures en fatigue de contact

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2023ISAL0070

Ecole doctorale : MEGA (Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique)

Spécialité : Génie Mécanique

RESUME :

La fatigue de contact engendre une dégradation de la surface des composants tels que les roulements à billes, les dentures La fatigue de contact engendre une dégradation de la surface des composants tels que les roulements à billes, les dentures d'engrenages ou encore les roues et rails ferroviaires. Ce phénomène est causé par l'initiation et la propagation de fissures et implique de multiples processus physiques à différentes échelles. Les approches empiriques sont majoritairement utilisées par les ingénieurs pour modéliser l'endommagement et dimensionner les composants concernés par la fatigue de contact.

Dans cette étude, un modèle numérique de l'initiation de fissures en fatigue de contact est développé afin de mieux comprendre ce phénomène qui est difficilement observable expérimentalement. Le déplacement d'un contact à la surface d'un solide polycristallin est simulé dans un volume élémentaire représentatif en 3D. La microstructure est générée par la méthode de Voronoi et les contraintes mécaniques sont calculées par la méthode Green-FFT. L'amplitude de variation des contraintes au cours du cycle de sollicitation est utilisée pour calculer la position, l'orientation et la durée d'initiation de fissures avec une approche inspirée des travaux de Tanaka et Mura. Cette approche est basée sur l'accumulation de dislocations dans les bandes de glissement des différents grains du matériau. Le caractère aléatoire de la géométrie des grains et de leurs orientations cristallines permet d'obtenir des distributions statistiques.

Deux scénarios d'initiation de fissures en fatigue de contact sont analysés : l'initiation en sous-surface en présence d'une inclusion et l'initiation en surface causée par un indent. Dans le premier scénario, différents sites d'initiation de fissures sont identifiés selon la rigidité de l'inclusion. Dans le second scénario, les fissures sont initiées en face de l'épaulement de l'indent et orientées à 45° de la surface. La taille d'inclusion, la taille d'indent et la taille de grains ont une influence importante sur la durée d'initiation moyenne.

MOTS-CLÉS : fatigue de contact, initiation de fissures, modèle numérique, microstructure, Green-FFT, bandes de glissement, indent, inclusion

Laboratoires de recherche :

Univ Lyon, INSA Lyon, CNRS, LaMCoS, UMR5259, 69621 Villeurbanne, France

Univ Lyon, ECAM Lyon, LabECAM, 69005 Lyon, France

Univ Lyon, INSA Lyon, MATEIS, UMR CNRS 5510, 69621 Villeurbanne, France

Directeur de thèse : Fabrice Ville

Président de jury : Rob Dwyer-Joyce

Composition du jury : Agnès Fabre, Mathieu Renouf, Rob Dwyer-Joyce, Jean-Philippe Noyel, Xavier Kleber, Fabrice Ville