



**HAL**  
open science

# Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles par mesures d'auto-échauffement des aciers d'arbres de transmission pour application navale sous chargements cycliques complexes

Corentin Guellec

## ► To cite this version:

Corentin Guellec. Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles par mesures d'auto-échauffement des aciers d'arbres de transmission pour application navale sous chargements cycliques complexes. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. ENSTA Bretagne - École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne, 2023. Français. NNT : 2023ENTA0001 . tel-04400737

**HAL Id: tel-04400737**

**<https://theses.hal.science/tel-04400737>**

Submitted on 17 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE  
DE TECHNIQUES AVANCEES BRETAGNE

ECOLE DOCTORALE N° 648

*Sciences pour l'Ingénieur et le Numérique*

*Spécialité : Mécanique des Solides, des Matériaux, des Structures et des Surfaces*

Par

**Corentin GUELLEC**

**Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles par mesures d'auto-échauffement des aciers d'arbres de transmission pour application navale sous chargements cycliques complexes**

Thèse présentée et soutenue à Brest, le lundi 3 avril 2023

Unité de recherche : Institut de Recherche Dupuy de Lôme UMR CNRS 6027

## Rapporteurs avant soutenance :

Franck Morel	Professeur, ENSAM Angers, LAMPA
Habibou Maitournam	Professeur, ENSTA Paris, IMSIA

## Composition du Jury :

Président :	Thierry Palin-Luc	Professeur, ENSAM Bordeaux, I2M
-------------	-------------------	---------------------------------

Examineurs :	Catherine Mabru	Professeur, ISAE-SUPAERO, ICA
	Jean-Loup Heuzé	Ingénieur Docteur, DGA

Directeurs de thèse :	Cédric Doudard	Professeur, ENSTA Bretagne, IRDL
	Sylvain Calloch	Professeur, ENSTA Bretagne, IRDL

Encadrants :	Bruno Leveil	Maître de Conférences, ENSTA Bretagne, IRDL
	Ludovic Jian	Ingénieur de Recherche, Naval Group





*Huile : Ce que les sages versent sur les roues, les fous sur le feu [et le doctorant dans le hall d'essais].*

*Victor Hugo*



Je tiens tout d'abord à remercier, pour l'immense honneur qui m'a été fait, les examinateurs de ces travaux de thèse. Merci à Thierry Palin-Luc d'avoir accepté la présidence de mon jury de thèse. Merci à Franck Morel et Habibou Maitournam pour leur relecture attentive et pour les échanges qui ont suivi autour de ces travaux. Merci à Catherine Mabru d'avoir examiné mes travaux et merci également à Jean-Loup Heuzé expert des lignes d'arbres d'avoir évalué mes travaux ainsi que pour les échanges passionnants que l'on a eu.

J'aimerais ensuite remercier mon encadrement CIFRE, merci à Ludovic et Florent de m'avoir fait découvrir la recherche dans l'industrie. C'était une fierté d'avoir travaillé avec vous à Naval Group. Une attention particulière pour Ludovic qui en même temps que moi avons beaucoup progressé sur la thématique de la fatigue au cours de cette thèse.

Dans une formation (voire même une vie), il y a des rencontres pour lesquelles on se dit qu'on a beaucoup de chances. Alors, j'aimerais remercier de tout mon cœur pour cette aventure Cédric, Sylvain et Bruno. Merci d'avoir pris dans votre équipe un petit toulousain de l'UTT et de lui avoir montré une voie dans la recherche.

Merci énormément à toi Cédric, merci pour ton humanité, pour ta gentillesse, merci pour cette chance inestimable d'avoir travaillé à tes côtés. Grâce à toi j'ai pu progresser énormément autant scientifiquement qu'humainement. Merci Sylvain, je ne pourrais te remercier assez d'avoir élevé ma raison lors de cette thèse. J'ai adoré discuter de science et de sport avec toi. Merci pour ta disponibilité, tes enseignements et ta passion/mauvaise foi au baby. Enfin, Bruno merci pour beaucoup de choses, pour la débrouille, pour le bateau, pour les blagues (pas toutes toutes non plus). Merci sincèrement d'avoir participé à mon travail et ce n'était pas facile pour un de tes premiers encadrements de thèse.

À mes camarades loups de mer : Nicolas et Sylvain M. un grand merci pour avoir fait de moi un bon tocard sur l'eau. Je remercie Pierre d'avoir partagé ma passion du rugby et de la binouze, Lorenzo le moustachu roi des ondelettes et du dessins, les pros du baby de la discorde (Killian, Pierrick, Cédric B., Juju la pissette, VLS le thermographeur), Mathilde de m'avoir sauvé de l'administratif NG, Laure la best surfing buddy et Célia experte du badminton comme des discussions passionnantes. Il reste tant de monde à remercier, alors à tous mes brestois préférés (ne m'en voulez pas si je vous ai oublié, mais soyez en sûr que je vous remercie pleinement). Merci : Otavio, Yann, « Riri, Fifi et Loulou » (Théo, Mion, Jeanne & Anthony), Shabnam, Sébastien le Parigot (le seul non Brestois mais dans nos cœurs tout de même), MLS, Sébastien B., Julien, Raph, Eric & Christian, Fred, Didier, Nathalie, Mathieux, Skyounès, Georgios, Phillippe, Loïc, Vincent R., Dong, JB, Gauthier, Guillaume, Sarah, Victor...

Parmi eux (vous me voyez venir), bien sûr et surtout un grand merci à mes 4 Mousquetaires sur ces années communes de thèse : Enorapasdedessert bien entendu (Aramis), Vanechat la licorne T-rex motivée d'escalade (d'Artagnan), Ewann mon babe d'amour et champion du monde de l'IRDL baby (Porthos) et Cyrillou le pangollinou jamais avare en blagues et cuisine (Albert le 5ème mousquetaire). Avec vous, la thèse s'est passée en un clin d'œil, on aura bien rigolé, pleuré et appris accessoirement. À la fin, il reste des souvenirs mémorables.

Merci à Xavier qui m'a convaincu de poursuivre sur la voie du thésard.

Il ne me reste plus qu'à vous souhaiter à tous une bonne continuation ainsi qu'une bonne lecture de ce manuscrit.



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vi</b>
<b>Table des tableaux</b>	<b>xii</b>
<b>Tables des symboles et des notations</b>	<b>xiv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation des lignes d'arbres et de leur tenue en fatigue</b>	<b>7</b>
1.1 Présentation des lignes d'arbres de transmission navale . . . . .	8
1.1.1 Description de la structure et de son fonctionnement . . . . .	9
1.1.2 Ruptures en fatigue des lignes d'arbres . . . . .	11
1.1.3 Nature des chargements . . . . .	12
1.2 Le dimensionnement classique en fatigue à grand nombre de cycles . . . . .	14
1.2.1 Le dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles : les familles de critère . . . . .	14
1.2.2 Les essais de calibrations des critères d'endurance . . . . .	16
1.2.3 Les normes mises en place et leurs limites pour le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres . . . . .	20
1.2.4 Comparaison des performances d'une famille de critères de type "invariant" . . . . .	22
1.3 Objectifs du projet de thèse pour permettre une évolution de la méthode de dimensionnement des lignes d'arbres en fatigue à grand nombre de cycles . . . . .	32
<b>2 Modélisation du chargement pour un dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles des lignes d'arbres</b>	<b>35</b>
2.1 Objectifs . . . . .	36
2.2 Dimensionner en multiaxial et sous chargement variable . . . . .	36
2.2.1 Cas d'étude : données d'entrée . . . . .	37
2.2.2 Hypothèse d'endommagement . . . . .	39
2.2.3 Prise en compte de la variabilité du chargement . . . . .	40
2.2.4 Caractérisation d'un chargement équivalent . . . . .	46
2.3 Proposition d'une méthode paramétrique pour le dimensionnement . . . . .	52
2.4 Étude et sensibilité paramétrique dans le dimensionnement des lignes d'arbres . . . . .	54
2.4.1 Effet des paramètres structuraux sur l'évaluation de l'endommagement . . . . .	54
2.4.2 Effet des paramètres définissant l'histoire du chargement sur l'évaluation de l'endommagement . . . . .	54
2.4.3 Effet des paramètres matériaux sur l'évaluation de l'endommagement . . . . .	56
2.5 Validation de la méthode . . . . .	58
2.6 Conclusions et perspectives pour la méthode de dimensionnement . . . . .	63

<b>3</b>	<b>Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles à l'aide de mesures d'auto-échauffement sous chargements cycliques uniaxiaux</b>	<b>65</b>
3.1	Introduction du chapitre . . . . .	66
3.2	Les méthodes de caractérisation en fatigue par mesures d'auto-échauffement . . . . .	66
3.2.1	Évolution des études sur l'effet d'auto-échauffement . . . . .	66
3.2.2	Les différents axes de recherche en lien avec l'auto-échauffement : comprendre la source de l'auto-échauffement . . . . .	67
3.2.3	L'axe choisi par l'équipe de l'IRDL : essai - modélisation - prévision . . . . .	71
3.3	Introduction de l'essai . . . . .	73
3.4	Description de la courbe auto-échauffement . . . . .	74
3.4.1	Deux régimes d'auto-échauffement . . . . .	74
3.4.2	Résolution de l'équation de la chaleur pour l'auto-échauffement . . . . .	77
3.5	Modèle probabiliste à deux échelles . . . . .	80
3.5.1	Deux mécanismes à deux échelles . . . . .	81
3.5.2	Apparition probabiliste de la plasticité . . . . .	81
3.5.3	Durée de vie en fatigue . . . . .	85
3.6	Application de la méthode auto-échauffement aux aciers de la ligne d'arbres . . . . .	86
3.6.1	Caractérisation en fatigue par la méthode auto-échauffement de l'acier 16MND5 sous chargements simples . . . . .	87
3.6.2	Caractérisation en fatigue par la méthode auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 sous chargements simples . . . . .	97
3.7	Effet de l'entaille sur les propriétés en fatigue . . . . .	103
3.8	Vers la caractérisation par auto-échauffement en fatigue à grand nombre de cycles sous chargement multiaxial . . . . .	105
<b>4</b>	<b>Étude et modélisation du régime primaire d'auto-échauffement sous sollicitations complexes</b>	<b>107</b>
4.1	De l'intérêt de l'étude et de la modélisation du phénomène d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques de très faible amplitude (régime primaire) . . . . .	108
4.2	Détermination expérimentale dans le régime primaire de surfaces d'iso-auto-échauffement	109
4.2.1	Protocole d'essai . . . . .	109
4.2.2	Résultats d'essai : les surfaces d'iso-auto-échauffement . . . . .	111
4.3	Décrire le régime primaire en identifiant un modèle de contrainte équivalente dissipative	115
4.3.1	Identification des modèles de plasticité dans l'espace des contraintes . . . . .	115
4.3.2	Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur l'acier 16MND5 . . . . .	119
4.3.3	Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur l'acier 42CrMo4 . . . . .	121
4.3.4	Contrainte équivalente dissipative alternative . . . . .	123
4.4	Modéliser et simuler la dissipation dans le régime primaire . . . . .	123
4.4.1	Cadre générale de la surface de plasticité . . . . .	123
4.4.2	Modélisation par le modèle "Hexagone circonscrit" . . . . .	124
4.4.3	Modéliser avec un modèle "Tresca - von Mises" ou "Hexagone inscrit" au modèle de von Mises . . . . .	131
4.4.4	Identification des paramètres du modèle "Hexagone inscrit" pour simuler le régime primaire des deux aciers . . . . .	135
4.5	Régime primaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel	139
4.5.1	Protocole et résultats d'essais . . . . .	139
4.5.2	Simulation des chargements non proportionnels avec le modèle "Hexagone inscrit" . . . . .	140
4.5.3	Vérification des paramètres matériaux pour les chargements non proportionnels	143
4.6	Conclusion de l'étude du régime primaire sous chargement multiaxial . . . . .	146

<b>5</b>	<b>Étude et modélisation du régime secondaire d'auto-échauffement sous chargement cyclique multiaxial</b>	<b>149</b>
5.1	Introduction à l'étude du régime secondaire d'auto-échauffement . . . . .	150
5.2	Protocole d'essai pour l'étude des mesures d'auto-échauffement sous chargement multiaxial . . . . .	151
5.2.1	Protocole des essais d'iso-auto-échauffement adapté à l'étude du régime secondaire . . . . .	151
5.2.2	Surfaces d'iso-auto-échauffement du régime secondaire d'auto-échauffement : résultats des essais . . . . .	153
5.2.3	Protocole d'essai pour l'étude des courbes d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel . . . . .	159
5.3	Modélisation du régime secondaire d'auto-échauffement . . . . .	161
5.3.1	Prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes dans l'outil probabiliste . . . . .	161
5.3.2	Identification d'un modèle avec les surfaces d'iso-auto-échauffement . . . . .	166
5.3.3	Unification des courbes d'auto-échauffement sous chargement non proportionnel	171
5.3.4	Identification de l'effet de la contrainte moyenne . . . . .	172
5.4	Extension du modèle . . . . .	174
5.4.1	Décrire plus précisément les surfaces d'iso-auto-échauffement . . . . .	174
5.4.2	Proposition d'une contrainte équivalente couplée . . . . .	182
5.5	Conclusion de l'étude du régime secondaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial . . . . .	183
<b>6</b>	<b>Évaluer l'effet d'histoire du chargement sur la tenue en fatigue grâce aux mesures d'auto-échauffement</b>	<b>185</b>
6.1	Introduction à l'étude de l'effet d'histoire du chargement sur la tenue à la fatigue . .	185
6.2	Étude de l'effet d'un préchargement multiaxial cyclique sur les mesures d'auto-échauffement de l'acier 16MND5 . . . . .	187
6.2.1	Protocole d'essai : étudier l'effet d'histoire du chargement par mesures d'auto-échauffement . . . . .	187
6.2.2	Résultats d'auto-échauffement . . . . .	188
6.2.3	Évolution des paramètres des courbes d'auto-échauffement et de la tenue en fatigue dû aux préchargements cycliques multiaxiaux . . . . .	192
6.3	Conclusions sur l'étude de l'effet de préchargement cyclique par mesures d'auto-échauffement . . . . .	194
	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>197</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>203</b>
	<b>Annexes</b>	<b>215</b>
A	Formules de résistance des matériaux . . . . .	215
B	Modélisation du régime primaire avec le modèle de Berg . . . . .	216
B.a	Identification d'une contrainte équivalente dissipative en $I_1 - J_2$ . . . . .	216
B.b	Simulation du régime primaire d'auto-échauffement à l'aide du modèle de Berg	218
C	Plans . . . . .	223
D	Base de données en fatigue [Weber, 1999] . . . . .	226
E	Article paru dans Marine Structures sur le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres [Guellec et al., 2023] . . . . .	228



# Table des figures

1	Illustration schématique d'une ligne d'arbres . . . . .	3
1.1	Illustration d'un double système roue à aubes et hélice sur le <i>Great Eastern</i> (1859 - 1889) <i>source : science museum London</i> . . . . .	8
1.2	Vue des lignes d'arbres et de l'appareil propulsif équipant une FREMM, <i>source : NAVAL Group</i> . . . . .	9
1.3	Illustration des éléments d'une ligne d'arbres, <i>source : Thordon bearings</i> . . . . .	9
1.4	Exemple de l'importante longueur d'un arbre usiné sur tour par l'entreprise Marine-Shaft, <i>source : MarineShaft</i> . . . . .	10
1.5	Faciès de rupture d'une ligne d'arbres d'un paquebot (diamètre 470 mm) causé par le chargement de flexion rotative, [de Leiris, 1956] . . . . .	12
1.6	Schéma des forces et moments pris en compte dans le chargement de la ligne d'arbres	13
1.7	Principe de la méthode Locati, [Galtier et al., 2019] . . . . .	20
1.8	Représentation des invariants dans l'espace des contraintes . . . . .	24
1.9	Confrontation des critères à la base de données, (a) critère de Sines, (b) critère de Crossland, (c) critère de Marin et (d) critère d'Altenbach et Zolochenski . . . . .	29
1.10	Erreur des critères de l'étude sur le cas 4 de la base de données, P (bleu) : chargement proportionnel, NP (rouge) : chargement non proportionnel . . . . .	32
1.11	Illustration du type de trajet de chargement sur la dissipation et l'accumulation de plasticité,(a) chargement proportionnel, (b) chargement non proportionnel . . . . .	32
2.1	Données d'entrée, (a) signal du couple moteur, (b) vitesse de rotation de la ligne d'arbres et cumul des cycles de flexion . . . . .	38
2.2	Évolution du couple au sein de la ligne d'arbres mis en perspective avec la vitesse de rotation . . . . .	39
2.3	Illustration de la méthode "rainflow" . . . . .	41
2.4	Illustration de la méthode "rainflow 4 points" [Lee and Tjhung, 2012], (a) cycle A-B extrait, (b) cycle H-C extrait . . . . .	41
2.5	Répartition des cycles de torsion par classe d'amplitude . . . . .	42
2.6	Participation à l'endommagement des cycles de torsion par classe d'amplitude en fonction de la pente de Basquin . . . . .	42
2.7	Participation à l'endommagement des cycles de torsion par classe d'amplitude en fonction de la pente de Basquin . . . . .	43
2.8	Cumul du nombre de cycles de torsion en fonction de l'amplitude de torsion, méthode d'Heuler modifiée . . . . .	44
2.9	(a) Effet du paramètre $\alpha_\tau$ sur la représentation du chargement par la méthode de Heuler avec $\nu_\tau = 2, 0$ , (b) Effet du paramètre $\nu_\tau$ sur la représentation du chargement par la méthode de Heuler avec $\alpha_\tau = 0, 6$ . . . . .	45
2.10	Cumul du nombre de cycles de flexion en fonction du niveau de torsion, méthode d'Heuler modifiée . . . . .	45
2.11	(a) Cycle de torsion, (b) Composante de contrainte normale issue de la poussée, (c) Composante de contrainte normale issue de la flexion rotative . . . . .	46

2.12	Distribution des amplitudes de torsion $T_a$ en fonction du niveau de contrainte moyenne $T$ . . . . .	47
2.13	Cycle de flexion avec contrainte moyenne de torsion . . . . .	48
2.14	Détail des étapes de calcul du facteur $I_{NP}$ (2.15) sur les segments A-B et B-C . . . . .	49
2.15	Cas de chargements issus de [Anes et al., 2014c] avec l'indicateur $I_{NP}$ calculé avec (2.15), [Bercelli et al., 2019] . . . . .	49
2.16	Évolution de l'indicateur de non-proportionnalité en fonction de l'amplitude de torsion et de flexion . . . . .	50
2.17	Effet de la correction linéaire sur le critère de Crossland [Bercelli et al., 2019] avec l'application des trajets de chargement de la figure 2.15 . . . . .	50
2.18	Méthodologie pour l'évaluation de l'endommagement de l'ensemble des cycles de chargement au sein de la ligne d'arbres de transmission d'application navale . . . . .	53
2.19	Effet du paramètre $R_{\tau b}$ sur la répartition de l'endommagement . . . . .	54
2.20	(a) Effet de $\alpha_{\tau}$ sur la répartition de l'endommagement, (b) Effet de $\nu_{\tau}$ sur la répartition de l'endommagement, (c) Effet sur l'endommagement de la répartition des cycles entre la torsion et la flexion . . . . .	56
2.21	(a) Effet de $b$ sur la répartition de l'endommagement, (b) Effet de $a''$ sur la répartition de l'endommagement . . . . .	57
2.22	Effet de la contrainte moyenne sur l'endommagement . . . . .	57
2.23	(a) Répartition des cycles de flexion par niveau de torsion, (b) Répartition de l'endommagement par classe de cycles de flexion en fonction de l'amplitude de flexion . . . . .	58
2.24	Schéma de projection selon (2.22) . . . . .	59
2.25	Illustration comptage Wang-Brown, (a) chargement dans le temps de torsion et de traction, (b) représentation du chargement dans l'espace $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ et (c) décompte des cycles . . . . .	60
2.26	Illustration du décompte du premier cycle de l'exemple de la figure 2.25 . . . . .	60
2.27	Signal type ligne d'arbres et extraction de demi-cycles par la méthode Wang-Brown . . . . .	61
2.28	Signal avec une fréquence faible et extraction de demi-cycles par la méthode Wang-Brown . . . . .	61
2.29	Signal avec une amplitude de flexion faible et extraction de demi-cycles par la méthode Wang-Brown . . . . .	62
3.1	Nombre de publications par an sur l'étude de la fatigue par auto-échauffement, mot clé : <i>self-heating &amp; fatigue, thermographic &amp; dissipative aspect &amp; fatigue (source : scopus)</i> . . . . .	67
3.2	Représentation des approches thermiques dites "0D", "1D" et "2D", [Louge, 2019] . . . . .	68
3.3	Illustration de la procédure d'application des blocs de chargement avec suivi de la température . . . . .	70
3.4	Identification de la limite d'endurance en traction-compression pour un acier dual-phase (DP600), Doudard [Doudard, 2004] . . . . .	70
3.5	(a) Montage des thermocouples sur une éprouvette montée sur la MTS 250 kN, (b) séquence de chargement d'un essai d'auto-échauffement . . . . .	73
3.6	Courbe d'auto-échauffement, acier 16MND5 sollicité en traction-compression à $R = -1$ . . . . .	74
3.7	Observation EBSD sur acier HSLA de la désorientation intragranulaire moyenne, Munier [Munier, 2012] . . . . .	75
3.8	(a) Illustration d'une bande de glissement persistante ( <i>BGP</i> ) sur un acier <i>HSLA</i> , (b) Observations optiques de l'apparition progressive de bandes de glissement persistantes ( <i>BGP</i> ) en surface d'un acier <i>HSLA</i> , Munier [Munier, 2012] . . . . .	76
3.9	Identification des paramètres sur la courbe auto-échauffement. . . . .	77
3.10	Identification des paramètres de la solution de l'équation de la chaleur sur un palier d'auto-échauffement . . . . .	80
3.11	Volume Élémentaire Représentatif . . . . .	81
3.12	VER avec évolution progressive et aléatoire des sites plastiques . . . . .	82

3.13	Courbe de Wöhler en traction-compression à $R = -1$ , acier 16MND5 . . . . .	86
3.14	microstructure du 16MND5, observations <i>EBSD</i> . . . . .	87
3.15	(a) Essai de rupture 16MND5, (b) Essais élastiques en traction et torsion en fonction des directions principales, mesure par rosette de déformation, acier 16MND5 . . . . .	88
3.16	Courbes auto-échauffement en traction-compression à différent rapport de charge $R$ sur l'acier 16MND5 . . . . .	89
3.17	(a) Représentation bilogarithmique de la courbe auto-échauffement en traction - compression alternée avec l'identification déterministe de la limite d'endurance $\bar{\Sigma}_{\infty,-1}$ de l'acier 16MND5, (b) Observation du début d'élévation de la température du régime secondaire en traction - compression alternée pour l'acier 16MND5 . . . . .	90
3.18	Courbe de Wöhler en traction-compression à $R = -1$ , acier 16MND5 . . . . .	91
3.19	Courbe de Wöhler en traction-compression à $R = -0,3$ , acier 16MND5 . . . . .	92
3.20	Courbes d'auto-échauffement en torsion à différent rapport de charge $R$ sur l'acier 16MND5 . . . . .	93
3.21	Courbes d'auto-échauffement en traction-compression à différentes contraintes moyennes de torsion sur l'acier 16MND5 . . . . .	94
3.22	Diagramme de Haigh traction-compression de l'acier 16MND5 . . . . .	95
3.23	Diagramme de Haigh en torsion de l'acier 16MND5 . . . . .	96
3.24	Diagramme de Haigh en traction-compression alternée à différentes contraintes moyennes de torsion sur l'acier 16MND5 . . . . .	96
3.25	microstructure de l'acier 42CrMo4, observations <i>EBSD</i> . . . . .	97
3.26	(a) Essai de rupture de l'acier 42CrMo4, (b) Essai élastique multiaxial sur l'acier 42CrMo4 . . . . .	98
3.27	Courbes d'auto-échauffement en traction-compression à différent rapport de charge $R$ sur l'acier 42CrMo4 . . . . .	99
3.28	(a) Représentation bilogarithmique de la courbe auto-échauffement en traction - compression alternée avec l'identification déterministe de la limite d'endurance $\bar{\Sigma}_{\infty,-1}$ de l'acier 42CrMo4, (b) Observation du début d'élévation de la température du régime secondaire en traction - compression alternée pour l'acier 42CrMo4 . . . . .	99
3.29	Courbes d'auto-échauffement en torsion à différent rapport de charge $R$ sur l'acier 42CrMo4 . . . . .	100
3.30	courbe d'auto-échauffement en traction-compression avec un niveau de contrainte moyenne de torsion . . . . .	101
3.31	Diagrammes de Haigh de l'acier 42CrMo4(a) traction - compression, (b) torsion, (c) . . . . .	102
3.32	Courbe SN avec prévision des propriétés de fatigue de l'acier 16MND5 dans le cas d'une éprouvette entaillée . . . . .	105
4.1	Protocole d'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement pour le régime primaire . . . . .	110
4.2	Identification du modèle de von Mises sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement du 16MND5 à différentes contraintes moyennes à $\bar{\theta}_{off} = 0,15K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de compression et de torsion, (f) contrainte moyenne de compression et de torsion . . . . .	112
4.3	Identification du modèle de von Mises sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes à $\bar{\theta}_{off} = 0,2K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de traction, (f) contrainte moyenne de torsion . . . . .	114
4.4	(a) Représentation du modèle de von Mises dans l'espace des contraintes principales, (b) Coupe du modèle de von Mises dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . . . . .	115
4.5	(a) Représentation du modèle de Tresca dans l'espace des contraintes principales, (b) Projection du modèle de Tresca dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . . . . .	116

4.6	(a) "Critère <i>AMF</i> " décrit dans l'espace projeté des déviateurs, (b) "Critère <i>AMF</i> " décrit dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . . . . .	117
4.7	(a) Modèle Hexagone circonscrit à von Mises dans l'espace des contraintes principales, (b) Modèle Hexagone circonscrit à von Mises dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . . . . .	118
4.8	(a) Modèle "Hexagone circonscrit" concave dans l'espace des déviateurs avec un paramètre matériau $a = 1, 5$ , (b) Modèle "Hexagone circonscrit" concave dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ avec un paramètre matériau $a = 1, 5$ . . . . .	118
4.9	Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes à $\bar{\theta}_{off} = 0, 15K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de compression et de torsion, (f) contrainte moyenne de compression et de torsion . . . . .	120
4.10	Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes à $\bar{\theta}_{off} = 0, 2K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de traction, (f) contrainte moyenne de torsion . . . . .	122
4.11	Logigramme du calcul de la dissipation par un modèle $J_2 - J_3$ . . . . .	127
4.12	Réponse du modèle "Hexagone circonscrit à von Mises" en traction - compression simple . . . . .	128
4.13	Réponse du modèle "Hexagone circonscrit" en torsion uniaxiale . . . . .	129
4.14	Réponse du modèle "Hexagone circonscrit" en traction - torsion proportionnelle . . . . .	130
4.15	Effet du paramètre $a$ sur la réponse du modèle "Hexagone circonscrit" en torsion . . . . .	130
4.16	(a) Illustration des modèles de von Mises, Tresca et "Hexagone inscrit" dans l'espace projeté des déviateurs, (b) Illustration des modèles de von Mises, Tresca et "Hexagone inscrit" dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . . . . .	131
4.17	Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction-compression . . . . .	133
4.18	Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en torsion . . . . .	134
4.19	Effet du paramètre $a$ sur la réponse du modèle "Hexagone inscrit" en torsion . . . . .	134
4.20	Carte de paramètres $n$ et $\gamma'$ en fonction de la puissance dissipative $p$ du régime primaire pour $C = 1 \times 10^7$ MPa dans le cas d'un chargement uniaxial de torsion . . . . .	135
4.21	Carte de paramètres $n$ et $\gamma'$ donnant $p = 2$ pour différentes natures de chargement avec $C = 1 \times 10^7$ MPa . . . . .	136
4.22	Effet du module d'érouissage cinématique $C$ sur les paramètres $n$ et $\gamma'$ permettant une puissance dissipative $p = 2$ . . . . .	136
4.23	Effet du module $C$ sur la dissipation pour un même chargement de torsion . . . . .	137
4.24	Comparaison du régime primaire par simulation du modèle avec une surface d'iso-auto-échauffement pour l'acier 16MND5 . . . . .	138
4.25	Comparaison du régime primaire par simulation du modèle avec une surface d'iso-auto-échauffement pour l'acier 42CrMo4 . . . . .	139
4.26	Courbes d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux de traction - torsion (a) acier 16MND5, (b) acier 42CrMo4 . . . . .	140
4.27	Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction - torsion avec déphasage de $45^\circ$ entre les voies . . . . .	141
4.28	Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction - torsion avec déphasage de $90^\circ$ entre les voies . . . . .	142
4.29	Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction - torsion proportionnelle . . . . .	142
4.30	Comparaison du régime primaire par simulation du modèle "Hexagone inscrit" avec les essais d'auto-échauffement pour l'acier 16MND5 en traction - torsion non proportionnel $\varphi = 0$ , $\varphi = 45$ et $\varphi = 90$ . . . . .	143

4.31	Unification des régimes primaires des courbes d'auto-échauffement de l'acier 16MND5 sous chargement multiaxial non proportionnel . . . . .	145
4.32	Comparaison du régime primaire par simulation du modèle "Hexagone inscrit" avec les essais d'auto-échauffement pour l'acier 42CrMo4 en traction - torsion non proportionnel $\varphi = 0$ , $\varphi = 45$ et $\varphi = 90$ . . . . .	145
4.33	Unification des régimes primaires des courbes d'auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 sous chargement multiaxial non proportionnel . . . . .	146
5.1	Protocole d'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement pour le régime primaire . . . . .	152
5.2	Illustration de la définition des chargements traction-torsion en fonction de la direction de chargement $\phi$ . . . . .	153
5.3	Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 82K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle . . . . .	154
5.4	Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 82K$ , (a) contrainte moyenne de compression et torsion, (b) contrainte moyenne de compression et torsion, (c) contrainte moyenne de traction . . . . .	155
5.5	Surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 7K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion . . . . .	156
5.6	Surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 7K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion . . . . .	157
5.7	Courbes auto-échauffement liées à la surface 5.6a . . . . .	158
5.8	Courbes auto-échauffement liées à la surface 5.5a . . . . .	159
5.9	(a) Courbes d'auto-échauffement complètes sous chargement multiaxial de traction - torsion pour l'acier 16MND5, (b) régimes secondaires isolés des courbes . . . . .	160
5.10	(a) Courbes d'auto-échauffement complètes sous chargement multiaxial de traction - torsion pour l'acier 42CrMo4, (b) régimes secondaires isolés des courbes . . . . .	161
5.11	Évolution de l'hétérogénéité dans l'éprouvette tubulaire en fonction de la direction de chargement $\phi$ . . . . .	163
5.12	Logigramme de la simulation de la dissipation du régime secondaire . . . . .	165
5.13	Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 82K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle . . . . .	167
5.14	Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 82K$ , (a) contrainte moyenne de compression et torsion, (b) contrainte moyenne de compression et torsion, (c) contrainte moyenne de traction . . . . .	168
5.15	Surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes pour $\bar{\theta}_{off} = 0, 7K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de traction, (f) contrainte moyenne de torsion . . . . .	170
5.16	Comparaison des courbes d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels après prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes, (a) Courbes d'auto-échauffement complètes, (b) Régimes secondaires isolés, acier 16MND5 . . . . .	171
5.17	Comparaison des courbes d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels après prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes, (a) Courbes d'auto-échauffement complètes, (b) Régimes secondaires isolés, acier 42CrMo4 . . . . .	172
5.18	Identification de la contrainte équivalente (5.17) des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 . . . . .	175

5.19	Identification de la contrainte équivalente (5.17) sur des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 . . . . .	176
5.20	Identification de la contrainte équivalente (5.17) des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 . . . . .	178
5.21	Diagramme de Haigh pour l'acier 16MND5, (a) en traction-compression, (b) en torsion, (c) en traction-compression avec torsion moyenne . . . . .	180
5.22	Diagramme de Haigh pour l'acier 42CrMo4, (a) en traction-compression, (b) en torsion, (c) en traction-compression avec torsion moyenne . . . . .	181
6.1	Protocole d'essai de l'étude sur l'effet d'un préchargement . . . . .	187
6.2	Forme des préchargements cycliques multiaxiaux en fonction du rapport $R_{\tau b}$ . . . . .	188
6.3	Courbes d'auto-échauffement après application d'un préchargement cyclique multiaxial, acier 16MND5 . . . . .	190
6.4	Effet de l'amplitude du préchargement sur les courbes d'auto-échauffement . . . . .	191
6.5	Effet de la "forme" du préchargement sur les courbes d'auto-échauffement . . . . .	191
6.6	Indicateur du régime primaire d'auto-échauffement après préchargement, (a) Effet du préchargement sur l'intensité du régime primaire $\alpha$ , (b) Effet du préchargement sur la puissance dissipative du régime primaire $p$ . . . . .	193
6.7	Indicateur du régime secondaire d'auto-échauffement après préchargement . . . . .	194
B.1	(a) Représentation du modèle de Berg dans l'espace des contraintes principales, (b) Projection du modèle de Berg dans l'espace des contraintes $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . . . . .	216
B.2	Identification du modèle de Berg sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement du 16MND5 à différentes contraintes moyennes à $\bar{\theta}_{off} = 0, 15K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion . . . . .	217
B.3	Identification du modèle de Berg sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement du 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes à $\bar{\theta}_{off} = 0, 2K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion . . . . .	218
B.4	Réponse du modèle de Berg pour un chargement de traction - compression alternée .	221
B.5	Réponse du modèle de Berg pour un chargement non proportionnel de traction - torsion avec un déphasage de $90^\circ$ . . . . .	221
B.6	Réponse du modèle de Berg en traction ou torsion pour plusieurs paramètres $b^*$ . . .	222
C.7	Éprouvette de traction - torsion tubulaire pour MTS 250 kN, conception pour les aciers 16MND5 et 42CrMo4 . . . . .	223
C.8	Éprouvette de traction - compression pour vibrophore, conception pour l'acier 16MND5	224
C.9	Éprouvette pour vibrophore avec une entaille qualifiée avec un $K_t$ de 1,9, conception pour l'acier 16MND5 . . . . .	225
D.10	Base de données issue de [Weber, 1999], (a) cas 1 [Simbürger, 1975], (b) cas 2 [Issler, 1973], (c) cas 3 [Heidenreich et al., 1984], (d) cas 4 [Lempp, 1977] . . . . .	226
D.11	Base de données issue de [Weber, 1999], cas 5 [Baier, 1970] . . . . .	227

# Liste des tableaux

1.1	Ordre de grandeur des différentes sollicitations . . . . .	13
1.2	Base de données de l'étude sur les critères de fatigue [Weber, 1999] . . . . .	25
1.3	Paramètres des critères de chaque cas de la base de données et erreurs moyennes faites par chaque critère . . . . .	28
1.4	Synthèse de l'étude des critères . . . . .	30
1.5	Synthèse de l'étude des critères . . . . .	31
2.1	Paramètres pour l'étude des paramètres définissant l'histoire du chargement . . . . .	55
2.2	Paramètres pour l'étude des paramètres définissant les effets matériaux . . . . .	56
2.3	Paramètres testés pour la validation de la méthode . . . . .	62
2.4	Comparaison entre l'indicateur d'endommagement obtenu par un comptage Wang- Brown (WB) et la méthode simplifiée (MS) . . . . .	63
3.1	Composition chimique relative du 16MND5 exprimé en % en masse . . . . .	87
3.2	Paramètres du 16MND5 . . . . .	88
3.3	Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en traction-compression de la figure 3.16 et propriétés en fatigue de l'acier 16MND5 . . . . .	91
3.4	Acier 16MND5, <i>Staircase</i> réalisé à $R = -1$ pour $1 \times 10^7$ cycles, $\circ$ : survie, $\times$ : rompue	91
3.5	Acier 16MND5, <i>Staircase</i> réalisé à $R = -0,3$ pour $1 \times 10^7$ cycles, $\circ$ : survie, $\times$ : rompue	92
3.6	Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en torsion de la figure 3.20 . . . . .	93
3.7	paramètres identifiés des courbes auto-échauffement de la figure 3.21 . . . . .	94
3.8	paramètres des critères calibrés sur la figure 3.22 . . . . .	95
3.9	Composition chimique relative de l'acier 42CrMo4 exprimé en % en masse . . . . .	97
3.10	Paramètres de l'acier 42CrMo4 . . . . .	98
3.11	Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en traction-compression de la figure 3.27 et les paramètres en fatigue de l'acier 42CrMo4 . . . . .	99
3.12	Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en torsion de la figure 3.29 . . . . .	100
3.13	Paramètres des critères calibrés sur la figure 3.31 . . . . .	103
3.14	Synthèse des paramètres pour établir la limite d'endurance par la méthode maillon le plus faible . . . . .	104
3.15	Acier 16MND5 éprouvette avec $K_t = 1,9$ , <i>Staircase</i> réalisé à $R = -1$ pour $1 \times 10^7$ cycles, $\circ$ : survie, $\times$ : rompue . . . . .	104
4.1	Paramètres des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 4.2 . . . . .	111
4.2	Paramètres des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 4.3 . . . . .	113
4.3	Paramètres identifiés du critère "Hexagone circonscrit" identifié sur les résultats de la figure 4.9 . . . . .	119
4.4	Paramètres du critère "Hexagone circonscrit" identifiés sur les résultats de la figure 4.10 . . . . .	121
4.5	paramètres utilisés pour tester la réponse du modèle "Hexagone - von Mises" . . . . .	126
4.6	Paramètres utilisés pour tester la réponse du modèle "Hexagone inscrit" . . . . .	133
4.7	Paramètres matériaux du 16MND5 identifiés par simulation . . . . .	137
4.8	Paramètres matériaux du 42CrMo4 identifiés par simulation . . . . .	138

4.9	Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement de la figure 4.26a pour le 16MND5 et de la figure 4.26b pour le 42CrMo4 . . . . .	140
4.10	Paramètres utilisés pour tester la réponse du modèle "Hexagone inscrit" . . . . .	140
4.11	Densité d'énergie dissipée sur un cycle pour trois trajets de chargements multiaxiaux avec le modèle "Hexagone inscrit", P : proportionnel, NP : non proportionnel . . . . .	143
4.12	Densité d'énergie dissipée sur un cycle pour trois trajets de chargements multiaxiaux avec le modèle "Hexagone inscrit" et les facteurs de non-proportionnalité $G_{RP}^{NP}$ associés, P : proportionnel, NP : non-proportionnel, acier 16MND5 . . . . .	144
4.13	Densité d'énergie dissipée sur un cycle pour trois trajets de chargements multiaxiaux avec le modèle "Hexagone inscrit" et les facteurs de non-proportionnalité $G_{RP}^{NP}$ associés, P : proportionnel, NP : non-proportionnel, acier 42CrMo4 . . . . .	146
5.1	Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.3 et de la figure 5.4, acier 16MND5 . . . . .	153
5.2	Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.5 et de la figure 5.6, acier 42CrMo4 . . . . .	156
5.3	Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement de la figure 5.9, acier 16MND5	160
5.4	Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement de la figure 5.10, acier 42CrMo4	160
5.5	Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.3 et de la figure 5.4, acier 16MND5 . . . . .	166
5.6	Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.5, acier 42CrMo4 . . . . .	169
5.7	Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement unifiées de la figure 5.16, acier 16MND5 . . . . .	171
5.8	Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement unifiées de la figure 5.17, acier 42CrMo4 . . . . .	172
5.9	Écart entre l'identification du modèle (5.16) et les résultats issus des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 . . . . .	173
5.10	Écart entre l'identification du modèle (5.16) et les résultats issus des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 . . . . .	174
5.11	Identification de la contrainte équivalente (5.17) sur l'ensemble des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 . . . . .	176
5.12	Identification de la contrainte équivalente (5.17) sur l'ensemble des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 . . . . .	177
5.13	Identification du critère (5.18) sur les surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 . . . . .	182
5.14	Identification du critère (5.18) sur les surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 . . . . .	182
6.1	Paramètres des cycles de préchargement . . . . .	189
6.2	Paramètres des courbes d'auto-échauffement de la figure 6.3 . . . . .	190
A.1	Formules de résistance des matériaux pour un arbre plein ou creux . . . . .	215
B.2	Synthèse de l'erreur sur la description des résultats expérimentaux par le modèle de Mises et le modèle de Berg pour le 16MND5 . . . . .	217
B.3	Synthèse de l'erreur sur la description des résultats expérimentaux par le modèle de Mises et le modèle de Berg pour le 42CrMo4 . . . . .	218



# Tables des symboles et des notations

$\alpha$	intensité du régime primaire d'auto-échauffement	$E_d^{VER}$	densité d'énergie dissipée par le VER
$\underline{\underline{\alpha}}$	tenseur d'état associée à l'érouissage cinématique	$E_{crit}$	fonction des critères de fatigue
$\alpha_{norm}$	intensité normée du régime primaire	$f$	fonction seuil
$\alpha_{precharge}$	intensité du régime primaire après préchargement cyclique	$F$	pseudo-potentiel plastique
$\alpha_{vierge}$	intensité du régime primaire sans préchargement cyclique	$f_r$	fréquence de sollicitation cyclique
$\alpha$	intensité du régime primaire d'auto-échauffement	$G$	module d'élasticité en cisaillement
$\alpha_\tau$	coefficient de la fonction de forme d'Heuler en cisaillement	$G_{m+2}$	coefficient d'hétérogénéité dans le cas non proportionnel
$\alpha_b$	coefficient de la fonction de forme d'Heuler en flexion	$G_{RP}^{NP}$	coefficient d'hétérogénéité dans le cas non proportionnel pour le régime primaire
$\alpha, \beta$	paramètres matériaux des critères de fatigue	$h$	module d'érouissage instantané
$\beta$	intensité du régime secondaire d'auto-échauffement	$H(f)$	fonction d'Heaviside
$\beta_{norm}$	intensité normée du régime secondaire	$H_m,$ $H_{m+2}$	coefficient d'hétérogénéité à $m/m + 2$
$\beta_{precharge}$	intensité du régime secondaire après préchargement cyclique	$H_\tau$	nombre de cycles cumulés de torsion à l'amplitude $T_{a,i}$
$\beta_{vierge}$	intensité du régime secondaire sans préchargement cyclique	$H_{0\tau}$	nombre total de cycles cumulés de torsion
$\gamma, \gamma'$	paramètre de non linéarité de l'érouissage cinématique	$H_b$	nombre de cycles cumulés de flexion pour un cisaillement $T_i$
$\Gamma(x)$	fonction d'Euler	$H_{0b}$	nombre total de cycles cumulés de flexion
$\Delta$	dissiation intrinsèque	$I_{NP}$	degré de non-proportionnalité
$\Delta_t$	dissiation intrinsèque au temps $t$	$I_1$	premier invariant du tenseur des contraintes
$\bar{\Delta}$	dissiation intrinsèque stabilisée	$I_{1a}$	premier invariant du tenseur des contraintes en alternées
$\bar{\Delta}_N$	dissiation intrinsèque stabilisée pour $N$ cycles	$I_{1m}$	premier invariant du tenseur des contraintes moyennes
$\Delta E$	erreur des critères de fatigue	$J$	nombre d'avance
$\underline{\underline{\epsilon}}$	tenseur des déformations	$J_2$	deuxième invariant du tenseur déviatorique des contraintes

$\underline{\underline{\varepsilon}}^p$	tenseur des déformations plastiques	$J_{2a}$	deuxième invariant du tenseur déviatorique des contraintes alternées
$\underline{\underline{\varepsilon}}^e$	tenseur des déformations élastiques	$J_{2a}^{NP}$	deuxième invariant du tenseur déviatorique des contraintes alternées non proportionnelles
$\zeta$	constante d'Eshelby	$J_{2m}$	deuxième invariant du tenseur déviatorique des contraintes moyennes
$\theta$	température relative	$J_3$	troisième invariant du tenseur déviatorique des contraintes
$\theta$	angle de Lode	$J_{3a}$	troisième invariant du tenseur déviatorique des contraintes alternées
$\bar{\theta}$	température stabilisée	$K$	paramètre matériau du régime primaire
$\bar{\theta}_N$	température stabilisée pour $N$ cycles	$K_f$	concentration de contraintes effective
$\bar{\theta}_{off}$	température cible des surfaces iso-auto-échauffement	$K_t$	concentration de contraintes
$\bar{\theta}_{primaire}$	température stabilisée issue du régime primaire	$K_i$	facteurs d'influence globale en fatigue
$\bar{\theta}_{secondaire}$	température stabilisée issue du régime secondaire	$K_Q, K_T$	coefficient de coule et poussée de la loi d'hélice
$\kappa$	effet de la contrainte moyenne de la norme NF22 057	$m$	module de Weibull et puissance dissipative du régime secondaire
$\lambda$	intensité du processus d'activation des sites plastiques	$N, N_i, n_i$	nombre de cycles
$\lambda_i$	paramètres matériaux de l'effet de la contrainte alternée	$N(\Omega)$	nombre de sites plastiques actifs
$\dot{\lambda}$	multiplicateur plastique	$N_r, N_{r,i}$	nombre de cycles à rupture
$\mu_i$	paramètres matériaux de l'effet de la contrainte moyenne	$N_{ref}$	nombre de cycles de référence
$\nu$	coefficient de Poisson	$n$	exposant de la non linéarité de l'écroissage cinématique
$\nu_\tau$	exposant de la fonction de forme d'Heuler en cisaillement	$P_e, P_i,$ $P_{cal}$	puissance externe, interne, échange thermique
$\nu_b$	exposant de la fonction de forme d'Heuler en flexion	$P_f$	probabilité de rupture
$\xi$	norme du troisième invariant du tenseur des contraintes	$p$	pas de chargement d'un <i>staircase</i>
$\rho$	masse volumique	$p$	exposant du régime primaire d'auto-échauffement
$\bar{\Sigma}_\infty, \bar{\Sigma}_\infty^{AE}$	limite d'endurance médiane	$p_{norm}$	exposant normé du régime primaire
$\sigma_{D,tc,p}$	limite d'endurance en traction-compression d'une pièce	$p_{precharge}$	exposant du régime primaire après préchargement cyclique
$\bar{\Sigma}_\infty$	écart type sur la limite d'endurance	$p_{vierge}$	exposant du régime primaire sans préchargement cyclique
$\underline{\underline{\Sigma}}, \underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes	$\dot{p}$	plasticité cumulée
$\underline{\underline{\Sigma}}_{eq}, \underline{\underline{\sigma}}_{eq}$	contrainte équivalente	$Q$	couple

$\Sigma_{eq,diss},$ $\sigma_{eq,diss}$	contrainte équivalente dissipative	$\vec{q}$	transfert de chaleur
$\Sigma_{max},$ $\sigma_{max}$	contrainte maximale	$R$	rapport de charge
$\Sigma_{min},$ $\sigma_{min}$	contrainte minimale	$R_m$	limite à rupture
$\Sigma_a, \sigma_a$	amplitude des contraintes	$R_e, R_{p0,2}$	limite d'élasticité/ limite d'élasticité à 0,2% de déformation plastique
$\Sigma_{a,eq}, \sigma_{a,eq}$	amplitude des contraintes équivalentes	$R_{\tau b}$	rapport entre l'amplitude maximale de cisaillement et l'amplitude de flexion
$\Sigma_{a,eq,diss},$ $\sigma_{a,eq,diss}$	amplitude des contraintes équivalentes dissipatives	$R_{\tau c}$	rapport entre l'amplitude de cisaillement et l'amplitude de compression
$\Sigma_{a,off}^{eq}$	amplitude des contraintes équivalentes associée à $\bar{\theta}_{off}$	$r$	rayonnement
$\Sigma_m, \sigma_m$	contrainte moyenne normale	$r$	rayon
$\Sigma_{m,eq},$ $\sigma_{m,eq}$	contrainte moyenne équivalente	$r_e$	rayon extérieur
$\sigma_y,$ $sigma_0$	paramètre matériau des surfaces seuils	$r_i$	rayon intérieur
$\sigma_{err}$	écart d'identification sur les surfaces d'iso-auto-échauffement sur la composante normale	$r_{max}$	rayon maximal
$\sigma_{-1}$	limite d'endurance en traction-compression alternée ( $R = -1$ )	$r_{moy}$	rayon moyen
$\sigma_R$	limite d'endurance en traction-compression à R	$S_t$	terme source de l'auto-échauffement
$\tau_{-1}$	limite d'endurance en torsion alternée ( $R = -1$ )	$S_0$	paramètre de taille du modèle probabiliste à deux échelles
$\tau_R$	limite d'endurance en torsion à R	$s$	entropie
$\tau_m$	contrainte moyenne de cisaillement	$\underline{s}$	tenseur des contraintes dans l'espace déviatorique
$\tau_{max}$	cisaillement maximal	$T$	température
$\tau_{err}$	écart d'identification sur les surfaces d'iso-auto-échauffement sur la composante de cisaillement	$T$	niveau de cisaillement
$\tau_{eq}$	temps caractéristique d'échange thermique	$T_{max}$	niveau maximal de cisaillement
$\varphi$	déphasage des sollicitations	$T_a$	amplitude du cisaillement
$\phi$	direction du chargement dans l'espace des contraintes	$T_{a,max}$	amplitude maximale du cisaillement
$\psi$	potentiel d'énergie libre d'Helmholtz	$T_p$	poussée
$\omega$	vitesse de rotation	$t$	temps
$\Omega, \Omega_S$	domaine volumique/surfacique	$V$	volume
$a$	paramètre matériau des modèles $J_2 - J_3$	$V_k$	variables d'état génériques

$a''$	paramètre matériau sur l'effet de la non-proportionnalité	$V_s$	volume occupé par un site plastique
$A\%$	allongement à rupture	$V_{eff,m},$ $V_{eff,m+2}$	volume effectif à $m/m + 2$
$b$	exposant de la loi de Basquin	$V_0$	paramètre d'échelle du modèle probabiliste à deux échelles
$c$	chaleur spécifique	$w$	coefficient de sillage
$C$	paramètre de la loi de Basquin	$\underline{X}$	tenseur d'écrouissage cinématique
$C, \underline{C}$	module d'écrouissage cinématique		
$\dot{C}$	énergie cinétique		
$D$	diamètre		
$D$	dommage		
$D_{total}$	dommage total		
$D_{cycles\ multiaxiaux}$	dommage issu des cycles multiaxiaux		
$E, \underline{E}$	module d'élasticité		
$E, e$	énergie interne		
$E_d$	densité d'énergie dissipée		
$\bar{E}_d$	densité d'énergie dissipée stabilisée		
$E_d^{site}$	densité d'énergie dissipée par un site plastique		
$E_d^{sites}$	densité d'énergie dissipée par les sites plastiques		
$E_d^{matrice}$	densité d'énergie dissipée par la matrice		
0D, 1D, 2D	Approche considérée pour l'équation de la chaleur	MS	Méthode Simplifiée
AE	auto-échauffement	NP	Non Proportionnel
AMF	Alliage à Mémoire de Forme	P	Proportionnel
EBSD	Electron BackScatter Diffraction	PPP	Processus Ponctuel de Poisson
HC	Hexagone Circonscrit	VER	Volume Élémentaire Représentatif
isoAE	iso-auto-échauffement	VM	Von Mises
LA	Ligne d'arbres	WB	Wang-Brown
MEB	Microscope Électronique à Balayage		



# Introduction

## Préambule sur la fatigue

La ruine des structures est une problématique majeure industrielle. La performance des structures tient notamment à leur capacité à subir des chargements répétés tout en gardant leur intégrité, si bien que cette notion est personnifiée comme la fatigue des matériaux. Cette thématique de la durabilité est immense tant par la diversité des matériaux étudiés que par les gammes d'études (faible et grand nombre de cycles, multiaxialité, proportionnalité du chargement...) avec des conditions d'essai très variées (chargement, environnement...). Dans ce manuscrit, l'étude est focalisée sur la fatigue des matériaux métalliques soumis à un chargement multiaxial à grand nombre de cycles.

L'intérêt porté à ce domaine de la fatigue remonte au *XIX*<sup>ème</sup> siècle avec l'expansion industrielle. Au cours de cette révolution, le besoin en matériaux métalliques augmente fortement. Sur cette période, ces matériaux deviennent capitaux pour le développement de nombreux outils (trains, navires à vapeur, métiers à tisser...) dont le dimensionnement n'est pas encore maîtrisé, de sorte qu'ils rompent parfois sous des efforts répétés. Ainsi, de premiers travaux de grandes ampleurs (Poncelet, Wöhler, Basquin...) se penchent pour comprendre le lien entre la ruine du matériau et les conditions d'efforts qui lui sont appliquées. Ces premières études permettent de poser les bases de l'étude de la fatigue en reliant le chargement que subi une structure à son nombre de cycles avant la ruine. Cependant, ces études ne permettent pas d'expliquer l'ensemble des comportements d'autant que de nouveaux matériaux voient le jour. De ce fait, l'étude de la fatigue à grand nombre de cycles reste un sujet d'étude toujours d'actualité à cause de la complexité du phénomène [Bathias, 2013, Pineau et al., 2016].

Le phénomène de ruine en fatigue est un événement aléatoire complexe et piloté par de très nombreuses conditions [Suresh, 1998]. La ruine du matériau intervient lorsque le matériau sous l'action cyclique développe en son sein des phénomènes d'irréversibilité conduisant à l'amorçage de fissures. Cet amorçage des fissures dépend majoritairement du niveau et de la nature de l'effort appliqué au matériau. De plus, de multiples facteurs viennent influencer grandement le phénomène de fatigue. De manière non exhaustive, ces facteurs d'influence peuvent être liés à la mise en forme du matériau (modification de la réponse de la microstructure), à la géométrie de la structure (modification du champ de contraintes) ou encore à l'environnement dans lequel est sollicité le matériau.

Si la variété des conditions est une problématique complexe à relever en fatigue, les temps nécessaires pour évaluer ces effets accroissent cette difficulté. La fatigue à grand nombre de cycles est intrinsèquement un domaine d'étude long à étudier puisque la ruine intervient au bout de plusieurs centaines de milliers voire plusieurs dizaines de millions de cycles de chargement (un million de cycles à une fréquence de dix hertz requièrent plus de vingt-sept heures). Ainsi la caractérisation des matériaux pour l'immensité des configurations de chargement est un challenge de réalisation et de compréhension.

Par ailleurs, de nombreux projets de recherche sur la fatigue ont pour vocation finale de synthétiser le comportement en fatigue des matériaux étudiés au sein de critères généraux. Ces critères de fatigue ont pour but de définir pour le concepteur le caractère endommageant d'un chargement

pour le matériau tout en prenant en compte un ensemble de considérations telles que les facteurs d'influence ou la nature du chargement afin de guider le dimensionnement des structures. La définition des critères de fatigue est également un axe de recherche toujours en développement. En effet, les critères pour la fatigue reflètent l'avancement des travaux sur la compréhension du phénomène de fatigue.

### Cadre industriel de l'étude en fatigue

Les structures navales sont en majorité métalliques et une grande partie d'entre elles sont à dimensionner pour la fatigue à grand nombre de cycles. C'est le cas des lignes d'arbres (figure 1) qui subissent un chargement cyclique régulier lors de la transmission de la puissance du moteur au propulseur. La ruine de cette structure est critique pour un navire, la perte de la ligne d'arbres empêche toute manœuvre rendant le navire vulnérable aux éléments. Une ligne d'arbres endure un chargement multiaxial composé principalement de trois natures d'actions mécaniques : la flexion rotative (poids propre et rotation), la traction-compression (poussée du navire) et la torsion (couple moteur/hélice). Le dimensionnement des lignes d'arbres se fait par l'application de normes qui permettent de relier la criticité du chargement pour la tenue en fatigue sur 40 ans de service. Cependant, ces normes sont limitées dans leur approche des considérations pour la fatigue. Le dimensionnement est toujours réalisé à amplitude constante et soit pour des chargements uniaxiaux (flexion ou torsion) ou pour des chargements multiaxiaux, mais avec des critères peu adaptés au cas d'application. Or le chargement d'une ligne d'arbres est par nature multiaxial avec des efforts qui ne sollicitent pas la ligne d'arbres à la même fréquence et à une amplitude constante, de sorte qu'il est difficile de déterminer quel est le chargement ou la nature de cycles qui pilotera principalement la ruine.

Au cours des travaux, il sera montré que ce chargement peut être défini en deux classes de cycles : d'une part des cycles de flexion rotative avec une forte composante de contrainte moyenne et d'autre part des cycles multiaxiaux composés des trois sollicitations. Par choix de conception, les aciers doivent être dimensionnés en fatigue à grand nombre de cycles pour les deux catégories de cycles. La question qui en découle est de savoir comment prendre en compte dans un critère de fatigue : la multiaxialité du chargement, la non-affinité du chargement, la contrainte moyenne et la variabilité du chargement.

Bien que de très nombreux travaux se soient attachés à définir des critères de fatigue pour traiter les cas de chargements multiaxiaux non proportionnels, la complexité de l'étude de la fatigue nécessite d'identifier ou de définir un critère adapté à l'application des lignes d'arbres.

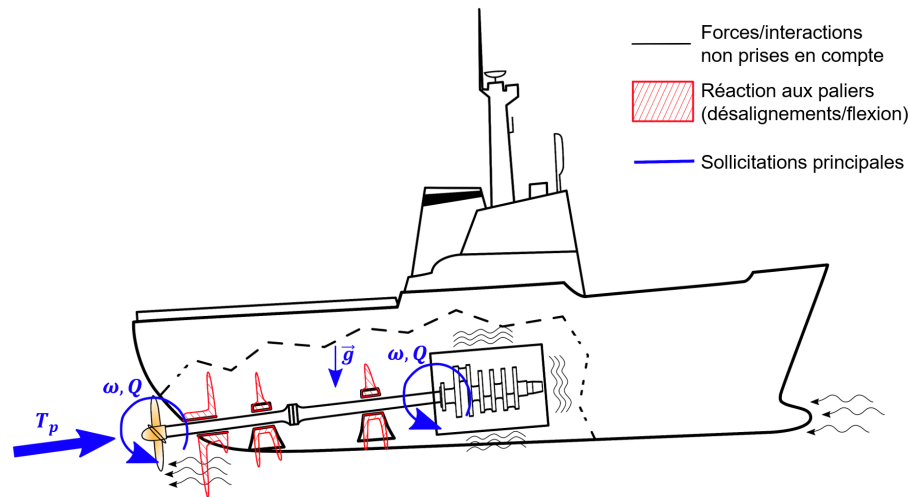


FIGURE 1 – Illustration schématique d'une ligne d'arbres

## Cadre des travaux de thèse

Afin de pouvoir apporter des solutions au besoin de dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres, Naval Group cherche à développer ses méthodes en se rapprochant d'équipes de recherche spécialisées sur les questions de durabilité. Ainsi dans le cadre d'une collaboration au sein du laboratoire commun Gustave Zédé entre Naval Group et l'IRD, un projet de thèse CIFRE sur la caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles des aciers de lignes d'arbres sous charge complexes a été monté. Deux aciers de lignes d'arbres sont retenus pour le projet : l'acier 16MnNiMo5-5 et l'acier 42CrMo4.

Cependant, comme il a été rappelé, l'étude de la fatigue est fastidieuse par méthode conventionnelle. Les temps nécessaires pour caractériser un chargement sont souvent très longs pour accéder à l'information en fatigue pour plusieurs millions de cycles. Or le nombre important de configurations de chargement (multiaxialité et contrainte moyenne) à tester pour l'application industrielle requiert d'avoir accès à des méthodes de caractérisation rapides pour limiter les coûts de temps et de développement. Ainsi, pour ce projet, la méthode de caractérisation par mesures d'auto-échauffement de l'IRD est utilisée afin de réduire les durées d'essai à quelques heures [Doudard, 2004].

Pour résumer la méthode, il est nécessaire de présenter le phénomène d'auto-échauffement. Sous un chargement cyclique, un matériau s'autoéchauffe du fait de l'activité microplastique en son sein. Lors d'un essai, un premier régime d'échauffement général du matériau intervient dès les très faibles amplitudes de chargement. Ce régime est appelé dans la méthode : régime primaire d'auto-échauffement [Munier, 2012]. Dans le matériau, au sein des grains, des mouvements de dislocation ont lieu. Ces mouvements résultent en une "friction" interne qui est responsable de l'échauffement global du matériau avec cependant un échauffement plus marqué au sein de certains grains [Maquin and Pierron, 2009, Munier et al., 2017]. À mesure que le chargement cyclique est augmenté, des phénomènes d'irréversibilités apparaissent aléatoirement dans la microstructure. Ces irréversibilités sont les marqueurs à l'origine de l'endommagement pour la fatigue à grand nombre de cycles [Mughrabi, 2015]. La conséquence de l'apparition de ces phénomènes dans le matériau est que l'auto-échauffement du matériau augmente de manière très importante. Ce régime est appelé régime secondaire.

Les deux mécanismes microplastiques associés aux deux régimes d'auto-échauffement sont modélisés par un modèle probabiliste à deux échelles. Le modèle permet de décrire précisément le comportement et l'évolution des mécanismes à l'origine de l'auto-échauffement sous chargement cyclique. La mesure d'auto-échauffement permet l'identification des paramètres du modèle, particulièrement



les paramètres associés au régime secondaire lié à la tenue en fatigue à grand nombre de cycles [Doudard, 2004]. Ainsi, pour accéder au régime secondaire d'auto-échauffement, la maîtrise de la mesure et du modèle doit permettre de séparer les quantités d'énergie dissipée associées aux deux régimes. Enfin, dans un second temps, le modèle est complété pour permettre le passage vers la prévision des propriétés en fatigue des aciers testés.

L'étude de la multiaxialité sur la tenue en fatigue par mesures d'auto-échauffement reste un sujet à défricher d'où la nécessité de monter un projet de recherche. Cependant, des travaux sur le sujet existent avec l'utilisation du modèle probabiliste à deux échelles. Deux principales études ont été menées, d'abord par Doudard [Doudard, 2004] puis par Poncelet [Poncelet, 2007]. Dans ces thèses, des études en fatigue sous des chargements multiaxiaux de traction-torsion et de traction biaxiale ont été réalisées. Ces premières études ont permis l'introduction d'un concept d'essai : la surface d'iso-auto-échauffement. Cet essai permet par la mesure d'auto-échauffement de comparer dans l'espace des contraintes la réponse du matériau pour un grand nombre de directions de chargements. Puis, lors du dépouillement, l'essai permet d'identifier des modèles de comportement mécanique adaptés à l'approche. Pour cet essai, il reste à améliorer la prise en compte des hétérogénéités du champ dissipatif pour avoir une meilleure identification des comportements du matériau. De plus, cet essai n'a jamais été utilisé pour étudier l'influence de la contrainte moyenne ni étudier les chargements de très faible amplitude (régime primaire d'auto-échauffement).

L'étude de la tenue en fatigue sous chargement multiaxial dans la littérature reste un sujet d'étude important même sous chargement proportionnel [Dantas et al., 2021]. Plusieurs dizaines de critères de fatigue existent, cependant il est encore très difficile d'obtenir un critère universel tant les configurations sont variées. Ainsi, définir un critère performant reste un défi majeur. De plus, certaines questions doivent être adressées, en particulier l'effet de la contrainte moyenne de torsion qui reste débattue dans la nécessité de sa prise en compte [Liu et al., 2019, Papuga and Halama, 2019]. Malgré tout, plusieurs revues de critères montrent l'intérêt de sa prise en compte [Papuga, 2011]. La compréhension du phénomène d'auto-échauffement dans des conditions de multiaxialité et de contraintes moyennes est un axe intéressant pour capter et comprendre la réponse du matériau, avec pour finalité l'identification et la justification d'un critère de fatigue.

## Objectifs du projet de thèse

Deux grandes problématiques sont à résoudre au travers des travaux de thèse. La première problématique concerne la définition du chargement. La complexité du chargement et le manque d'informations rendent complexe son exploitation. Ainsi l'objectif est de présenter une méthode permettant d'extraire des cycles de chargement pertinents pour une étude en fatigue. La méthode doit permettre le dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles des lignes d'arbres tout en incluant la prise en compte de la multiaxialité, de la non-affinité du trajet de chargement, de la variabilité du chargement, de la contrainte moyenne et de tout autre effet pertinent.

Le deuxième objectif est de définir pour cette méthode un critère permettant de synthétiser le comportement en fatigue des aciers sous chargements complexes. La définition de ce critère passe par la caractérisation de deux aciers sous différentes configurations de chargements multiaxiaux. De plus, la définition d'une base de données en fatigue sous chargements uniaxiaux et multiaxiaux avec ou sans contraintes moyennes est intéressante puisqu'il existe relativement peu de résultats en fatigue dans des conditions de multiaxialité ou de contraintes moyennes [Morettini et al., 2020]. Pour permettre la réalisation de cet objectif, des verrous scientifiques en lien avec les mesures d'auto-échauffement et le modèle probabiliste à deux échelles sont à lever. Ces verrous peuvent être résumés comme :

- La définition de l'essai multiaxial de surface d'iso-auto-échauffement pour permettre l'étude en même temps de plusieurs trajets de chargement de traction-torsion dans un même espace.

- L'étude précise du régime primaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial afin d'améliorer l'identification du régime secondaire d'auto-échauffement pour une prévision maîtrisée de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles.
- L'évaluation de l'effet de la contrainte moyenne de traction et de torsion sur le comportement dissipatif du matériau puis sur la tenue en fatigue.
- L'identification de modèles de contraintes équivalentes pour modéliser le comportement élastoplastique associé aux deux régimes d'auto-échauffement en présence d'un chargement multiaxial avec de la contrainte moyenne.
- La validation de la prise en compte dans le modèle probabiliste à deux échelles de la non-affinité du chargement et de l'effet d'entaille.

La réponse à ces questionnements dans ce manuscrit s'articule en six chapitres :

- Chapitre 1 : Le premier chapitre approfondit l'introduction sur le fonctionnement des lignes d'arbres. Lors de cette présentation, les natures de chargements sont présentées et les informations nécessaires pour une étude en fatigue sont définies. Puis dans une seconde partie de chapitre, la norme actuelle de dimensionnement est présentée afin d'évaluer les pistes d'amélioration. Ensuite, une présentation des critères de fatigue est effectuée avec une étude sur une base de données de fatigue. Le but est d'identifier un candidat valable pour l'étude. Le choix retenu est de justifier un critère de fatigue basé sur l'utilisation des invariants du tenseur des contraintes.
- Chapitre 2 : Dans ce chapitre, l'étude du chargement, notamment de sa variabilité, est réalisée en détail. À l'issue de l'introduction d'hypothèses sur celui-ci, une modélisation du chargement est proposée. Cette modélisation permet de définir deux classes de cycles qui ont un sens en fatigue. De plus, la modélisation permet de prendre en compte plusieurs effets comme la variabilité, la multiaxialité, la non-affinité et la contrainte moyenne du chargement. Cette modélisation permet de définir une méthode de dimensionnement. Cependant, il reste à caractériser les aciers de l'étude pour les cycles de chargement identifiés, puis, de justifier un critère de fatigue.
- Chapitre 3 : Le troisième chapitre a pour vocation de présenter la méthode de caractérisation par mesures d'auto-échauffement sous chargement cyclique uniaxial. Les principes du modèle probabiliste ainsi que les deux régimes d'auto-échauffement sont présentés. Cette méthode est ensuite appliquée à l'acier 16MND5 et à l'acier 42CrMo4. Enfin, une réponse est apportée sur la prise en compte des effets d'entaille dans le modèle de prévision en fatigue. La validation de la méthode est effectuée sur des éprouvettes entaillées qui sont sollicitées en traction-compression.
- Chapitre 4 : La caractérisation sous chargements multiaxiaux commence au chapitre 4. Deux régimes d'auto-échauffement sont mesurables lors des essais. Si le second régime est le régime d'intérêt pour accéder aux propriétés en fatigue à grand nombre de cycles, l'étude du premier régime est primordiale pour mesurer précisément le second régime, et ainsi, améliorer la prévision des propriétés en fatigue. Dans cette partie, un essai multiaxial de surface d'iso-auto-échauffement est développé pour permettre l'identification de deux contraintes équivalentes. Une première contrainte équivalente est identifiée pour décrire

la mesure d'énergie dissipée dans l'espace des contraintes en prenant en compte les spécificités du chargement à très faible amplitude. La seconde contrainte équivalente permet de définir le comportement élastoplastique du matériau conduisant au régime de dissipation observé.

Chapitre 5 : À la suite de l'étude du régime primaire d'auto-échauffement, le chapitre 5 pose l'étude du comportement du matériau sous sollicitations multiaxiales pour le second régime d'auto-échauffement. L'essai de surface d'iso-auto-échauffement est utilisé pour identifier des modèles permettant d'inclure l'effet de la multiaxialité et de la contrainte moyenne. Dans un premier temps, ces effets sont inclus pour décrire la mesure d'auto-échauffement avec une prise en compte des hétérogénéités liées au champ dissipatif. Puis dans un second temps, la contrainte équivalente identifiée est employée dans le modèle probabiliste afin d'utiliser l'essai de surface d'iso-auto-échauffement pour la caractérisation en fatigue des aciers de l'étude sous chargements multiaxiaux avec contrainte moyenne. Par ailleurs, la prise en compte de l'effet de la non-proportionnalité, sur la mesure d'auto-échauffement, est montrée au cours du chapitre. Enfin, l'ensemble des résultats de caractérisation permet de définir un critère de fatigue multiéchelle de type invariant.

Chapitre 6 : L'objectif du dernier chapitre est d'expérimentalement montrer l'intérêt d'utiliser les mesures d'auto-échauffement pour évaluer qualitativement l'effet d'un préchargement cyclique multiaxial sur les propriétés en fatigue d'un acier. Cette étape permet de considérer dans la caractérisation par mesures d'auto-échauffement un effet d'histoire du chargement.

# Chapitre 1

## Présentation des lignes d'arbres et de leur tenue en fatigue

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Présentation des lignes d'arbres de transmission navale . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1.1	Description de la structure et de son fonctionnement . . . . .	9
1.1.2	Ruptures en fatigue des lignes d'arbres . . . . .	11
1.1.3	Nature des chargements . . . . .	12
<b>1.2</b>	<b>Le dimensionnement classique en fatigue à grand nombre de cycles . .</b>	<b>14</b>
1.2.1	Le dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles : les familles de critère . . . . .	14
1.2.1.1	Les critères historiques : la méthode empirique . . . . .	15
1.2.1.2	Les critères de fatigue macroscopiques . . . . .	15
1.2.1.3	Les critères de fatigue multiéchelles . . . . .	16
1.2.2	Les essais de calibrations des critères d'endurance . . . . .	16
1.2.2.1	<i>staircase</i> . . . . .	18
1.2.2.2	<i>staircase</i> avec recharge . . . . .	19
1.2.2.3	La méthode Locati . . . . .	19
1.2.3	Les normes mises en place et leurs limites pour le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres . . . . .	20
1.2.4	Comparaison des performances d'une famille de critères de type "invariant" . . . . .	22
1.2.4.1	Définition des invariants du tenseur des contraintes . . . . .	22
1.2.4.2	Étude de sensibilité des critères de fatigue de type "invariants" . . . . .	25
1.2.4.3	Le critère de fatigue de Sines . . . . .	25
1.2.4.4	Le critère de fatigue de Crossland . . . . .	26
1.2.4.5	Le critère de Marin . . . . .	26
1.2.4.6	Le critère de fatigue d'Altenbach & Zolochenski . . . . .	27
1.2.4.7	Évaluation des critères "invariants" sur la base de données de fatigue . . . . .	27
<b>1.3</b>	<b>Objectifs du projet de thèse pour permettre une évolution de la méthode de dimensionnement des lignes d'arbres en fatigue à grand nombre de cycles . . . . .</b>	<b>32</b>

---

Dans ce chapitre, les lignes d'arbres de transmission navales sont présentées en détail. Le chargement subi par ces structures est décrit avec une attention particulière pour les chargements considérés pour l'étude en fatigue. Puis les différents modes de ruptures des lignes d'arbres sont présentés afin de préciser le contexte de l'étude en fatigue.

Le second objectif de cette partie est de présenter la méthode de dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres pour comprendre quels peuvent être les axes d'évolution de la méthodologie. Dans cette partie, une présentation des familles de critères de fatigue à grand nombre de cycles est réalisée. Dans cette étude, plusieurs critères de fatigue sont étudiés sur une base de données d'essais de fatigue pour comprendre la philosophie de conception des critères de fatigue. Enfin, le dernier objectif est de résumer les spécificités et les besoins relevés dans ce chapitre pour guider la construction et les objectifs de cette thèse.

## 1.1 Présentation des lignes d'arbres de transmission navale

L'utilisation des lignes d'arbres dans le domaine naval remonte à l'émergence du moteur à vapeur au  $XVIII^{\text{ème}}$  siècle. L'essor de l'industrialisation du monde au  $XIX^{\text{ème}}$  siècle a permis un changement rapide à l'échelle de l'humanité des moyens de déplacement particulièrement dans le domaine du ferroviaire et du naval. Le commerce maritime va dans ce contexte se développer rapidement en étant le cœur des échanges du commerce mondial, ce qui est toujours d'actualité. Au cours du  $XIX^{\text{ème}}$  siècle, l'utilisation des moteurs thermiques se fait d'abord en soutien de la voile, puis leurs performances permettront d'abandonner la voile (bien que son retour soit dans l'air du temps [Leloup et al., 2016, Lu and Ringsberg, 2020]). Deux systèmes concurrentiels vont apparaître. Le premier concept est l'introduction de l'hélice dès le début du  $XIX^{\text{ème}}$ . Cependant, bien que prometteuse, les premiers essais d'hélice sont peu concluants avec une difficulté importante de mise en œuvre. C'est donc un deuxième système plus facile à contrôler qui s'impose, le système de la roue à aubes. Si ce système équipe de très nombreux navires, sa vulnérabilité [Carlton, 2018] et sa faible tenue en service rendent rapidement la roue à aubes obsolète contrairement à l'hélice qui à partir de la moitié du  $XIX^{\text{ème}}$  siècle s'impose comme l'outil de propulsion des navires avec une fiabilisation des designs et des procédés de fonderie [Carlton, 2018]. On peut observer l'usage des deux systèmes sur un navire symbolique de la deuxième moitié du  $XIX^{\text{ème}}$  siècle le *Great Eastern* (figure 1.1). C'est un paquebot anglais présentant deux roues à aubes et une hélice. Sur ce navire, une ligne d'arbres de plusieurs dizaines de mètres est observable pour transmettre la puissance du moteur à vapeur au propulseur. L'usage de l'hélice nécessite de pouvoir transmettre la puissance de l'intérieur de la coque vers l'extérieur. Dès lors, on retrouve l'usage des premiers arbres de transmission ou arbre porte-hélice, puis avec l'allongement des navires l'apparition d'assemblage d'arbres de transmission donnant les lignes d'arbres.

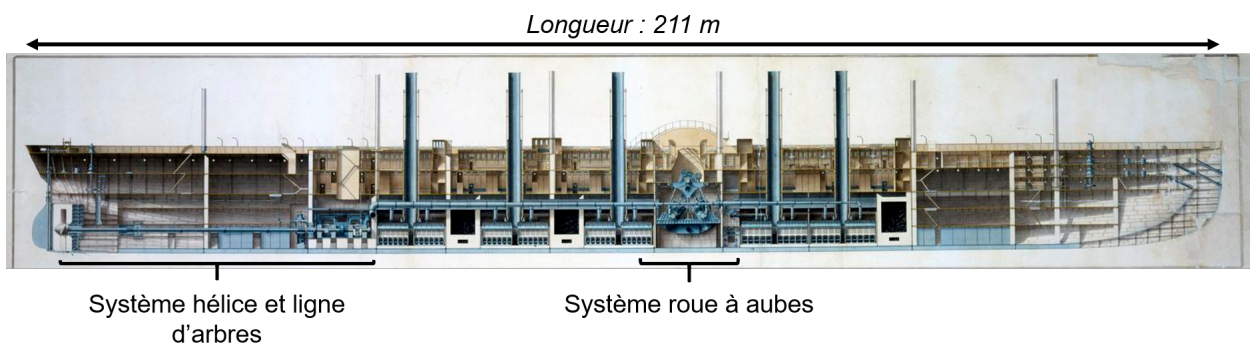


FIGURE 1.1 – Illustration d'un double système roue à aubes et hélice sur le *Great Eastern* (1859 - 1889) source : science museum London

### 1.1.1 Description de la structure et de son fonctionnement

Le principe de la ligne d'arbres de transmission est toujours le même, elle consiste à transmettre la puissance du moteur au propulseur qui la convertit en poussée. Avec l'évolution des motorisations et de la taille des navires, les puissances à transmettre sont croissantes avec des sections de lignes d'arbres plus conséquentes. Cette augmentation de la puissance entraîne la nécessité de maîtriser la conception de la chaîne de transmission ainsi que la tenue en service des matériaux la constituant. Les différentes motorisations impactent fortement la charge sur l'appareil propulsif. Les motorisations à piston, qui sont le principal mode de propulsion de la flotte mondiale, transmettent des vibrations pouvant être responsables de la ruine de la chaîne de transmission. Néanmoins, d'autres modes de propulsion plus "lisses" existent avec des propulsions électriques ou l'usage de turbine à gaz équipant par exemple les FREMM de la Marine nationale (figure 1.2) [Mazzuca and Torre, 2008].



FIGURE 1.2 – Vue des lignes d'arbres et de l'appareil propulsif équipant une FREMM, *source : NAVAL Group*

Les lignes d'arbres qui sont abordées dans ce document sont des chaînes de transmission équipant des navires de tailles importantes. Malgré la diversité de conceptions et de types de navire, certains éléments sont communs à l'ensemble des lignes d'arbres. Ces éléments sont illustrés en figure 1.3.

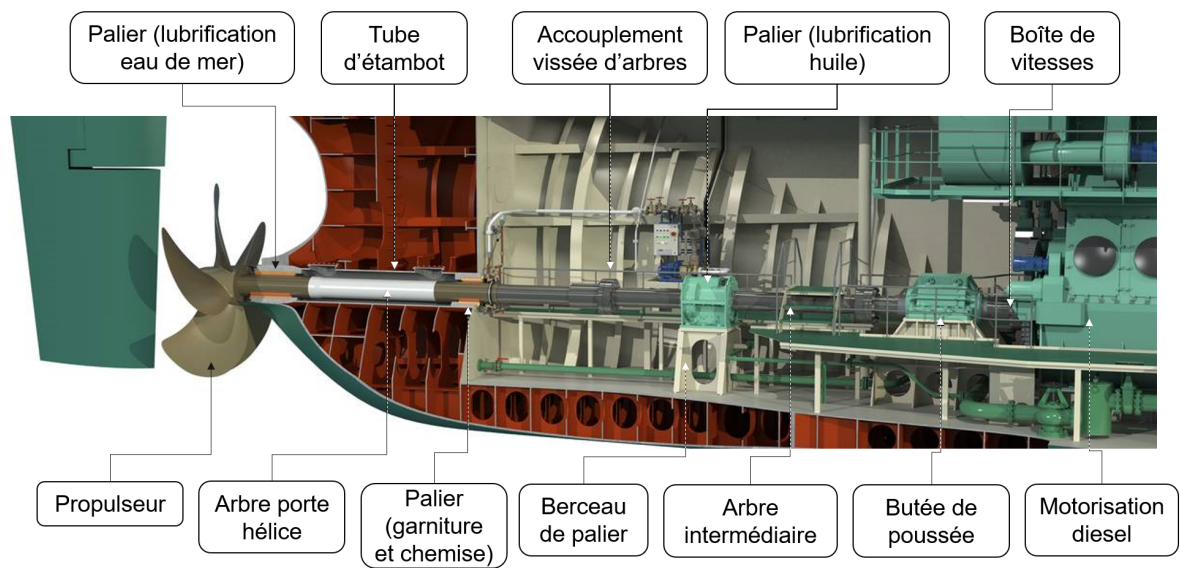


FIGURE 1.3 – Illustration des éléments d'une ligne d'arbres, *source : Thordon bearings*

La longueur de la ligne d'arbres et le nombre d'arbres intermédiaires dépendent directement de la taille du navire et de la position du moteur à l'intérieur de celui-ci. Les lignes d'arbres peuvent aller d'une dizaine de mètres jusqu'à une centaine de mètres. Deux technologies d'accouplement sont utilisées pour les lignes d'arbres. Pour les navires commerciaux, les accouplements sont toujours boulonnés alors que pour certaines applications militaires les arbres sont creux. L'accouplement est alors réalisé par une pièce frettée en leur centre. Le guidage des lignes d'arbres est réalisé par des paliers, l'alignement de ces structures demande une grande précision selon la performance du navire. Au cours de l'utilisation du navire, cet alignement évolue avec la flexion de la poutre navire [Nielsen et al., 2011, Seo et al., 2020] du fait des conditions de mer et des conditions environnementales (dilatation thermique et usure). Les paliers sur lesquels la ligne d'arbres repose sont lubrifiés selon leur position dans le navire. Les paliers intérieurs sont le plus souvent lubrifiés par de l'huile contrairement aux paliers situés dans le tube d'étambot qui sont généralement directement lubrifiés avec l'eau de mer. Sur les navires militaires comme la FREMM (figure 1.2) des paliers extérieurs appelés chaises d'arbres soutiennent la ligne d'arbres à l'extérieur de la coque. Les matériaux des paliers varient avec l'application. Sur certains navires, des chemises en bronze sont frettées sur les arbres pour limiter le frottement lors de la rotation de la ligne d'arbres. Pour limiter l'agression à l'environnement marin très corrosif, les lignes d'arbres sont recouvertes de peintures anticorrosion que ce soit pour les parties immergées ou à l'air.

La fabrication des lignes d'arbres suit un procédé standard en plusieurs étapes qui peuvent être résumées en quelques étapes clés :

1. Étape de fonderie de la pièce pour obtenir le brut
2. Mise en forme par forge de certaines zones de l'arbre
3. Usinage sur tour
4. Traitement thermique
5. Frettage des chemises de palier
6. Usinage de finition

On notera au vu de la longueur des pièces, la grande maîtrise des tourneurs usineurs capables de maintenir des précisions de rectitude inférieure au millimètre sur des pièces pouvant aller jusqu'à une trentaine de mètres (figure 1.4).



FIGURE 1.4 – Exemple de l'importante longueur d'un arbre usiné sur tour par l'entreprise Marine-Shaft, source : *MarineShaft*



### 1.1.2 Ruptures en fatigue des lignes d’arbres

De nombreuses lignes d’arbres finissent par atteindre un état de ruine empêchant le navire de manœuvrer. Plusieurs types de ruptures sont fréquentes pour ces structures. Ainsi trois grandes catégories regroupent l’essentiel des cas de rupture documentés dans la littérature [Hou et al., 2022].

- La première cause de rupture est due aux contextes hyper agressifs dans lesquels opèrent les navires. L’agression environnementale due à la salinité, aux chocs thermiques et aux phases de repos très longues des navires entraîne la majorité des ruptures de pièces sur un navire.
- La deuxième catégorie de rupture est liée aux ruptures par vibrations induites par la motorisation. Cette catégorie concerne surtout la propulsion diesel/fioul.
- La troisième catégorie de ruine des lignes d’arbres est la rupture en fatigue due aux chargements d’exploitation [Pantazopoulos and Papaefthymiou, 2015, Sitthipong et al., 2017, Hou et al., 2022]. Les cas de rupture en fatigue sont dus à la flexion rotative, à la torsion ou à un mode mixte de flexion-torsion [Hou et al., 2022].

Dans cette thèse, la problématique traitée ne concerne que les cas de rupture dus à la fatigue cyclique. La zone d’application se situe dans la partie courante des arbres en s’écartant des paliers et en ne prenant pas en compte l’agression de l’environnement. En effet, des causes multiples accélèrent le phénomène de fatigue. De nombreux cas de rupture en fatigue cyclique sont dus à un couplage entre un amorçage en corrosion suivi d’une propagation des fissures dues au chargement cyclique. Dans le projet global dans lequel s’intègre la thèse, d’autres études sont menées pour comprendre l’effet des interactions aux paliers tels que le phénomène de fatigue fretting sur la tenue en fatigue des lignes d’arbres [Dieu et al., 2021].

Il est difficile de trouver des cas de rupture dus au chargement cyclique pour deux raisons. Premièrement, l’information est en grande majorité inaccessible (secret militaire, confidentialité industrielle...). La seconde raison pour les cas documentés est que beaucoup de sources identifient partiellement les causes de la rupture. C’est souvent le cas pour les études couplant corrosion et chargement cyclique. Néanmoins, il est possible de trouver des cas de rupture par chargement cyclique. Par exemple, dans les années 60, le croiseur Jeanne d’Arc a perdu en mission sa ligne d’arbres tribord à cause de son chargement cyclique. De Leiris a également beaucoup documenté le sujet en présentant des faciès de rupture de lignes d’arbres (figure 1.5) dus à des chargements cycliques [de Leiris, 1956]. Plus récemment, Hellum [Hellum et al., 2021] décrit l’évolution de fissures dans la section d’une ligne d’arbres à partir d’un amorçage dû au chargement cyclique. Le chargement amenant à rupture, en fatigue à grand nombre de cycles, est défini par la torsion et la flexion rotative.



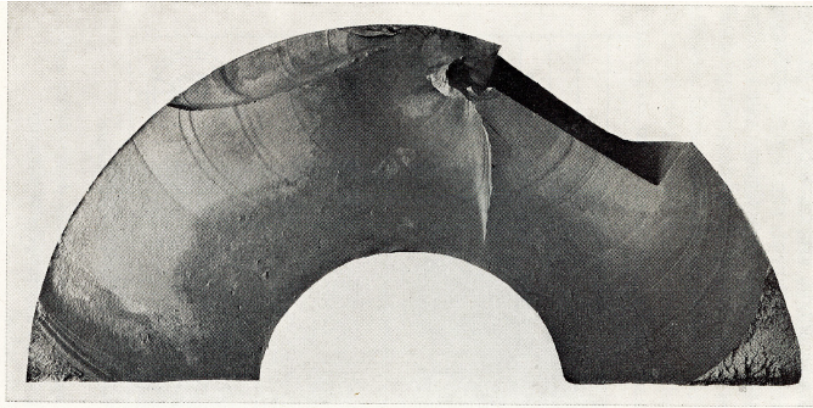


FIGURE 1.5 – Faciès de rupture d'une ligne d'arbres d'un paquebot (diamètre 470 mm) causé par le chargement de flexion rotative, [de Leiris, 1956]

### 1.1.3 Nature des chargements

Afin de comprendre la cause des ruptures de lignes d'arbres en fatigue, il est primordial de se pencher sur le chargement. Le chargement d'une ligne d'arbres repose sur trois sollicitations principales : le couple, la poussée et la flexion rotative (figure 1.6).

Le chargement de torsion résulte du couple résistant ( $Q$ ) entre le moteur et l'hélice du navire. Les variations associées à cette sollicitation sont dues principalement aux changements de régime du navire entre deux allures. Ces changements de régime moteur représentent les plus grandes amplitudes de variation à des fréquences très faibles (tableau 1.1). L'autre catégorie de variation du couple vient des vibrations induites par certains types de propulsion (comme les moteurs diesels) à des fréquences très importantes ( $>100\text{Hz}$ ), mais à une échelle bien plus faible en amplitude. Les problématiques de fatigue liées aux vibrations des moteurs ne sont pas considérées dans l'étude en fatigue, mais elles sont une thématique à part entière [Han et al., 2015].

Lié à la torsion par l'action de l'hélice, le chargement de poussée ( $T_p$ ) induit de la compression dans l'arbre à l'avance du navire et de la traction en marche arrière. En effet, l'hélice permet de transférer l'énergie de couple et de rotation en une action normale par l'effet d'appui des pales sur l'eau. La conception des hélices lie proportionnellement le chargement du couple avec celui de la poussée en régime stabilisé. En bureau d'étude, ces deux quantités sont associées par les lois d'hélice [Carlton, 2018, Pivano, 2008]. Les variations de poussée sont dues aux changements de régime et aux effets hydrodynamiques agissant sur la dynamique de l'hélice (turbulences du fluide, cavitation. . .) [Pivano, 2008, Taskar et al., 2016].

Le dernier chargement majeur agissant sur la tenue en fatigue de la structure est la flexion rotative. La flexion rotative est générée par le poids propre de la ligne d'arbres, le déséquilibre entraîné par le poids de l'hélice en extrémité d'arbres et la rotation de la ligne d'arbres ( $\omega$ ). La flexion rotative peut être amplifiée par les désalignements générés entre l'axe de la ligne d'arbres et les différents paliers porteurs [Murawski, 2005]. Les désalignements sont variables dans le temps et proviennent entre autres de la flexion de la poutre navire qui varie avec la houle [Murawski, 2005], de l'usure des paliers et des effets environnementaux (corrosion, dilatation. . .). Les variations du chargement de flexion sont principalement issues des problèmes attachés aux désalignements.

Enfin, plusieurs autres chargements et effets viennent s'ajouter à ces trois principales sollicitations, mais ils ne seront pas considérés dans l'étude. Dans ces chargements secondaires, les effets d'interface entre l'arbre tournant et les paliers sont parties prenantes de l'étude du comportement globale de la structure. Ces effets d'interfaces sont les frottements de l'arbre dans les paliers et les effets de fretting liés à l'assemblage de chemise en bronze permettant de faciliter la rotation de la

ligne d'arbres dans ces mêmes paliers. Les effets de l'état de mer ont une incidence sur les performances des hélices [Pivano, 2008, Taskar et al., 2016] et donc sur la variabilité des chargements de compression et torsion, mais ces variations sont faibles et par conséquent écartées de l'analyse. De plus, une étude fréquentielle par une analyse FFT (*Fast Fourier Transform*) sur des signaux navires n'a pas permis de mettre en évidence un quelconque effet de la houle (la fréquence de houle se situe autour de 0,1 Hz généralement) sur le chargement de la ligne d'arbres. Enfin, des efforts tranchants sont générés au niveau des paliers, mais ce chargement n'a pas d'effet sur la tenue en fatigue [Bennebach et al., 2018].

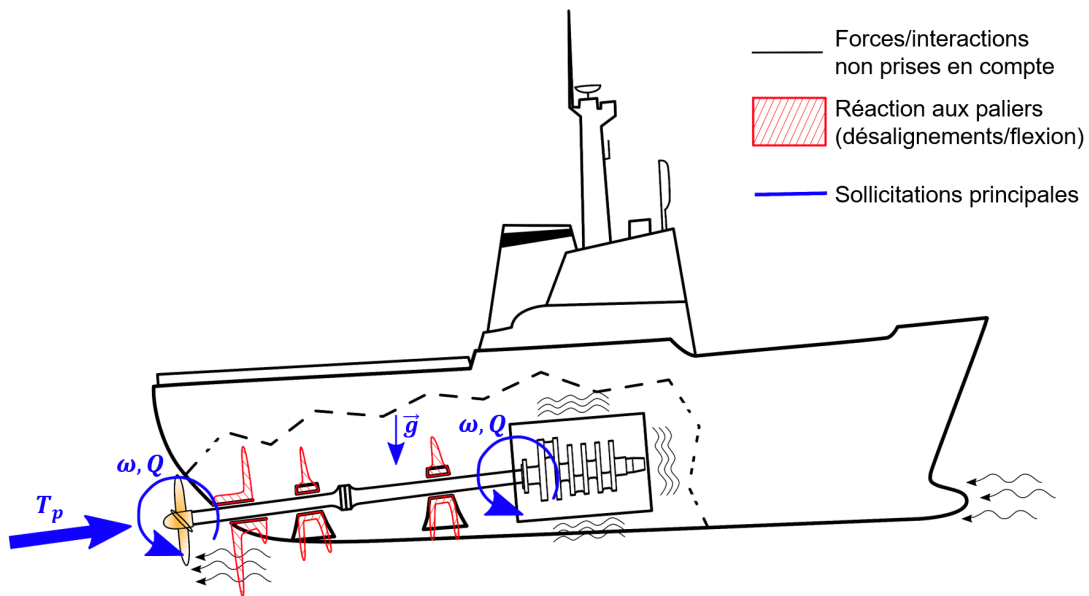


FIGURE 1.6 – Schéma des forces et moments pris en compte dans le chargement de la ligne d'arbres

Les chargements appliqués à la ligne d'arbres sont très divers par leur nature, mais également par leur fréquence de sollicitation (tableau 1.1). Pour la torsion, les variations sont issues majoritairement des changements de régime moteur. Sur la durée de vie du navire, cela représente entre  $10^4$  et  $10^5$  cycles, soit des fréquences de sollicitations comprises entre  $10^{-2}$  et  $10^{-3}$  Hz. Pour la compression, le chargement de poussée est proportionnel par l'hélice au chargement de torsion, par conséquent, les variations cycliques associées sont similaires à celles de la torsion. Enfin, pour la flexion rotative, le nombre de cycles associé est lié au nombre de tours de ligne d'arbres. L'ordre de grandeur de la vitesse de rotation est de 1 à 5 Hz soit un nombre de cycles de  $10^8$  jusqu'à  $10^9$  sur la durée d'utilisation d'un navire (>40 ans).

Nature du chargement	Fréquence	Nombre de cycles sur une durée de vie de 40 ans
vibration moteur	$10^2$ Hz	$10^{11}$
rotation d'arbres	$10^0$ Hz	$10^8 - 10^9$
houle	$10^{-1}$ Hz	$10^7$
manoeuvres et changement de régime	$10^{-3}$ Hz	$10^5$

TABLE 1.1 – Ordre de grandeur des différentes sollicitations

En résumé, le chargement observé sur la ligne d'arbres est un chargement multiaxial avec chacune des composantes variant dans le temps à une fréquence différente. Le problème qui découle de ce

constat est de savoir quelles sont les sollicitations les plus endommageantes et quel domaine d'étude en fatigue doit être considéré. En effet, les différentes échelles de temps des sollicitations montrent qu'il existe, au cours de la durée de vie de la ligne d'arbres, plusieurs catégories de cycles avec une différence de population, mais aussi de mode de ruine (tableau 1.1). Les cycles de flexion sont très nombreux, mais peuvent avoir une amplitude relative plus faible comparée aux cycles de torsion. Il est donc primordial de comprendre le mode d'endommagement régissant la durée de vie de la ligne d'arbre avec, soit d'un côté, une durée de vie régie par la flexion soit de l'autre par les changements de régime du navire. Il sera observé par la suite que les deux régimes d'endommagement coexistent et participent à la ruine.

La présentation des lignes d'arbres, de leurs chargements et de leurs modes de ruines illustre la nécessité de dimensionner ces structures en fatigue. Ainsi, pour la suite de l'étude, la méthode de dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres est présentée. Les méthodes de dimensionnement en fatigue sont très dépendantes dans leur approche des critères de fatigue employés. Ainsi, dans un premier temps, les familles de critères de fatigue sont présentées pour décrire leur approche, leurs avantages et inconvénients. En lien avec cette partie, une présentation des méthodes "classiques" de calibration des critères de fatigue est effectuée. Puis dans une deuxième partie, la méthode actuelle de dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres est détaillée. L'objectif est de montrer les axes de développement afin d'améliorer la prise en compte des effets d'influence en fatigue. Enfin dans une troisième partie, une étude de sensibilité est réalisée sur différents critères de fatigue. L'objectif est d'identifier un critère adapté au dimensionnement des lignes d'arbres et de montrer la nécessité de définir une base de données en fatigue permettant une identification robuste d'un critère de fatigue.

### 1.2 Le dimensionnement classique en fatigue à grand nombre de cycles

Dimensionner une structure en fatigue nécessite d'avoir des indicateurs fiables pour comprendre le comportement du matériau soumis aux chargements en service. Ces indicateurs sont des critères de fatigue permettant de discriminer le caractère endommageant d'un chargement. Les critères sont associés à des approches (énergétiques, déterministes, multiéchelles...) et ils ne renvoient pas forcément la même indication. Certains indicateurs ont pour but de rapidement montrer le caractère endommageant d'un chargement sur le matériau alors que d'autres permettent de déterminer le futur plan de fissuration. Le choix du critère est dépendant du domaine et de l'application. Dans certains cas, seule la question de l'amorçage définit la ruine du matériau ou de la structure, alors que dans d'autres cas, il est nécessaire d'avoir le scénario d'amorçage, puis de déterminer la direction de propagation avant de reconnaître la ruine de la structure (domaine aéronautique).

Dans une première partie, les différentes familles de critères sont présentées. Puis, les essais conventionnels permettant leur calibration sont présentés. Ces essais sont les méthodes classiques pour accéder à la limite d'endurance du matériau. À la suite de cette présentation, la méthode actuelle de dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres est présentée. L'objectif est de montrer les évolutions possibles en termes de choix de critères et de dimensionnement. Enfin, dans une dernière partie, plusieurs critères de fatigue sont testés sur une base de données de fatigue pour observer les différentes réponses des critères. Cette étude permet d'illustrer les outils nécessaires pour déterminer le critère de fatigue le plus adapté au projet.

#### 1.2.1 Le dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles : les familles de critère

L'étude des phénomènes de fatigue prend son origine au cours de la révolution industrielle initiée au XVIII<sup>ième</sup> siècle et prenant toute son ampleur au XIX siècle. C'est à Poncelet que nous devons en 1844 le terme de "fatigue". Par la suite, le progrès industriel va exiger une étude poussée de

la fatigue des matériaux comme en témoignent plusieurs drames dus à des ruptures en fatigue de pièces ferroviaires. Avec l'essor du train, des études plus poussées sur la fatigue voient le jour avec notamment les travaux de Rankine [Rankine, 1843] et surtout ceux de Wöhler [Wöhler, 1860]. Les travaux de Wöhler vont permettre d'introduire des notions comme l'endurance d'un matériau qui relie le niveau d'effort au nombre de cycles à rupture. Ce qui va amener à distinguer, par la suite, différents domaines d'étude en fatigue.

À partir de ces travaux, de nombreux modèles sont proposés pour traiter le phénomène de la fatigue dans son entièreté. Dans cette liste non exhaustive, les travaux de Basquin [Basquin, 1910] permettent d'avoir un modèle d'exploitation des courbes de Wöhler. Puis, on notera le travail de Miner [Miner, 1945] basé sur le travail de Palmgren [Palmgren, 1924] pour proposer un modèle d'accumulation de l'endommagement permettant de traiter le cas des chargements variables. Parallèlement, plusieurs autres travaux se sont concentrés sur l'identification des mécanismes de fatigue qui sont déterminants pour modéliser la complexité du phénomène de fatigue. On notera les travaux très importants d'Orowan. Ces études [Orowan and Oliphant, 1939] permettent d'identifier la localisation de la plasticité dans une matrice élastique amenant à l'amorçage d'une fissure.

Finalement, pour le concepteur, il est nécessaire d'avoir des indicateurs permettant de synthétiser ces différentes études. Pour cela, des critères de fatigue sont conçus pour relier le chargement subi par un matériau à une durée de vie. Les critères de fatigue peuvent être regroupés en plusieurs familles selon leur méthode d'estimation et leur philosophie de conception. Ainsi les critères de fatigue peuvent être "empiriques", "macroscopiques", "énergétiques", "plan critique", "multi-échelles" ou "invariants". Chacune de ces familles de critères est une approche différente visant au même objectif qui doit permettre de statuer sur le caractère endommageant d'un chargement sur un matériau.

### 1.2.1.1 Les critères historiques : la méthode empirique

Les critères dits "empiriques" sont les critères historiques définis par leur capacité à décrire fidèlement le comportement des matériaux observés expérimentalement, sans pour autant en expliquer les causes. De ce fait, ils ne sont utilisables que pour des cas identiques aux expérimentations ayant permis leur élaboration. Parmi cette famille on retrouve le critère historique de Gough et Pollard [Gough and Pollard, 1935, Gough et al., 1951].

### 1.2.1.2 Les critères de fatigue macroscopiques

Cette philosophie de critère regroupe plusieurs méthodes d'estimation. Ces critères reposent sur une modélisation du comportement matériau à une échelle macroscopique. Ils peuvent être de type "plan critique", par "invariants" ou "énergétique".

- Les critères "plan critique" se caractérisent par une recherche du plan supposé le plus favorable à l'apparition d'une fissure amenant à la ruine du matériau. Pour cette recherche, l'effet du chargement est généralement décrit par les composantes normales et tangentielles du tenseur des contraintes voire des invariants du tenseur des contraintes. L'avantage de cette méthode est qu'elle est transposable d'un chargement à un autre. De plus, elle repose sur une description physique en essayant de rechercher le plan d'amorce de la fissuration. Selon les critères, cette recherche peut être complexe et ambiguë. D'autant que l'amorce peut s'établir sur un ou plusieurs plans. Ces critères sont généralement les plus coûteux en temps de calcul. Pour cette famille, on peut citer les critères de Findley [Findley, 1953] et de McDiarmid [McDiarmid, 1991].
- Les critères énergétiques sont basés sur la définition des énergies issues des contraintes et déformations appliquées en fonction de paramètres matériaux. Cette approche physique n'est pas basée sur la recherche d'un plan critique, mais sur celui d'un volume critique qui permet

d'établir un indicateur d'endommagement. Pour cette famille, on retrouve notamment le critère de Froustey & Lasserre [Lasserre and Froustey, 1992].

- Enfin, la troisième famille concerne les critères de type « invariants ». Ces critères se définissent par leur approche globale donnant un indicateur d'endommagement tout en étant exemptée de rechercher un plan critique. Ces critères sont uniquement basés sur une compréhension du chargement synthétisée par les invariants du tenseur des contraintes et des paramètres matériaux (sensibilité à la nature du chargement). Comme pour les critères énergétiques et, à la différence des critères "plan critique", les critères "invariants" donnent une information uniquement sur l'amorçage pour un volume moyen. Parmi ces critères, on trouve les critères de Sines [Sines, 1955], Crossland [Crossland, 1956], Marin [Marin, 1956] et Altenbach [Altenbach and Zolochovsky, 1996] dont les réponses sont étudiées par la suite sur une base de données de fatigue.

### 1.2.1.3 Les critères de fatigue multiéchelles

Les critères multiéchelles ont les mêmes méthodes d'estimation que les critères macroscopiques (plan critique, énergétique et invariant). La différence vient de leur philosophie de conception. Comme leur nom l'indique, cette famille de critères repose sur une modélisation de la microstructure pour prévoir les propriétés de fatigue macroscopiques.

- Plusieurs critères de cette catégorie font une estimation par recherche du plan critique le plus endommageant. L'expression des critères par un plan critique est en réalité une conséquence des modèles mis en place. Ces critères font généralement intervenir à l'échelle des défauts microstructuraux des modélisations du comportement telles que des variables d'endommagement, des lois de localisation ou des systèmes préférentiels de bandes de glissement... Deux critères emblématiques sont notamment représentatifs de cette méthode, les critères de Dang Van [Dang Van et al., 1989] et de Papadopoulos [Papadopoulos, 1995].
- Les critères énergétiques multiéchelles font intervenir une modélisation des défauts amenant à rupture en fatigue avec une évaluation du travail sous chargement cyclique. Puis dans ces approches une brique supplémentaire permet de faire la passerelle entre cette modélisation et la prévision en fatigue. Un exemple de ce type de critère est le modèle probabiliste à deux échelles qui est présenté au chapitre 3.

Enfin, les critères par invariant sont rarement conçus à partir d'une modélisation multiéchelles. Cependant, il est possible de justifier leur forme par cette philosophie. C'est le cas du travail de Papadopoulos [Papadopoulos, 1987] qui permet de justifier partiellement le critère de Crossland avec une approche mésoscopique. Dans ce manuscrit, un choix similaire est fait. L'objectif est de proposer un critère simple et utilisable en bureau d'études reposant sur une expression du comportement matériau basée sur les invariants du tenseur des contraintes. Cependant, il sera montré au chapitre 5 que la justification du critère sera réalisée à partir d'une approche multiéchelle. Ainsi, tout au long du manuscrit, deux natures différentes de critères seront présentées.

## 1.2.2 Les essais de calibrations des critères d'endurance

Comme énoncé précédemment, les critères de fatigue sont calibrés par des essais de fatigue permettant de déterminer les paramètres matériaux, soit la sensibilité du matériau à la nature du chargement. La principale méthode d'essai en fatigue à grand nombre de cycles est l'essai cyclique pour une consigne de durée de vie. Les essais de fatigues dits "classiques" sont coûteux en temps puisqu'il s'agit de déterminer le comportement d'un matériau pour un chargement en lui appliquant entre  $10^6$  et  $10^7$  cycles. La fatigue à grand nombre de cycles est un phénomène dispersif important,

l'interprétation du comportement passe par une étude statistique nécessitant une importante population d'essais. L'avantage de ces méthodes est qu'elles sont intuitives et celles-ci sont adoptées et validées par la communauté scientifique. Leurs principaux défauts sont le temps nécessaire et les coûts en matière et en moyens d'essai. Ainsi, seuls les essais par mesure d'auto-échauffement offrent une alternative performante pour réduire ces coûts tout en permettant d'effectuer des essais sous chargements complexes. Cette méthode est présentée au chapitre 3.

Pour illustrer les méthodes conventionnelles, trois types d'essais sont retenus et présentés :

- l'essai du "*staircase*" qui est la méthode de caractérisation la plus utilisée dans la littérature ;
- l'essai du "*staircase avec recharge*" qui est une évolution de l'essai "*staircase*" ayant pour vocation de proposer un protocole d'accélération des temps de caractérisation ;
- l'essai *locati* qui est également un protocole ayant pour vocation d'accélérer les temps de caractérisation.

### 1.2.2.1 *staircase*

La méthode « *staircase* » (méthode de l'escalier) permet de déterminer la limite d'endurance médiane d'un matériau à  $N_{ref}$  cycles. Il est introduit par Dixon et Mood [Dixon and Mood, 1948] qui en font également l'analyse statistique permettant d'obtenir la limite d'endurance.

Le principe est de solliciter les éprouvettes à différentes amplitudes de chargement pour un nombre fixé de cycles  $N_{ref}$ . Dans le cas où l'éprouvette aurait rompu avant d'atteindre les  $N_{ref}$  cycles, l'amplitude de chargement de l'éprouvette suivante est diminuée d'un pas  $p$  fixé avant l'essai. Si l'éprouvette atteint, sans rompre, la consigne des  $N_{ref}$  cycles, l'éprouvette suivante est chargée à une amplitude de chargement augmentée du même pas  $p$ . À la fin de l'essai, une population d'éprouvettes rompues et non rompues est ainsi obtenue. Chaque éprouvette est caractérisée par son évènement et son amplitude de contrainte appliquée.

Les formules permettant de calculer la médiane et l'écart-type [Roué, 2020, Dixon and Mood, 1948] de la population sont définies suivant la méthode du maximum de vraisemblance. L'évènement le moins fréquent (survie ou rupture) de la population est retenu, puis pour chaque niveau de contrainte, le nombre de réalisations  $N_i$  est dénombré. Les  $N_i$  réalisations sont ensuite rangées par ordre croissant de contraintes avec  $i = 0$  pour le niveau à plus faible contrainte. Une fois toutes ces étapes effectuées, l'estimation de la limite d'endurance moyenne  $\bar{\Sigma}_{\infty}$  de la population est donnée [Dixon and Mood, 1948] par

$$\bar{\Sigma}_{\infty} = \Sigma_{a,i=0} + p \left( \frac{A}{N} \pm \frac{1}{2} \right) \quad (1.1)$$

avec  $p$  le pas du *staircase*,  $\Sigma_{a,i=0}$  le niveau de contrainte pour  $i = 0$  de l'évènement retenu et  $A$  et  $N$  sont définis par

$$N = \sum_i N_i \quad (1.2)$$

$$A = \sum_i i \cdot N_i \quad (1.3)$$

Dans l'équation (1.1), on applique  $+1/2$  si l'évènement retenu est la rupture et  $-1/2$  si l'évènement retenu est la survie.

L'écart-type  $\bar{\Sigma}_{\infty}$  est donné [Dixon and Mood, 1948] par

$$\bar{\Sigma}_{\infty} = 1,62p \left( \frac{N \cdot B - A^2}{N^2} + 0,29 \right) \quad (1.4)$$

avec  $B$  défini par

$$B = \sum_i i^2 \cdot N_i \quad (1.5)$$

Pour qu'un *staircase* soit valide selon [Dixon and Mood, 1948], deux conditions doivent être vérifiées, la première est

$$\frac{N \cdot B - A^2}{N^2} \leq 0,3. \quad (1.6)$$

La seconde condition à valider est de vérifier que le pas  $p$  soit du même ordre de grandeur que l'écart-type  $\bar{\Sigma}_{\infty}$  avec

$$2,0 > \frac{p}{\bar{\Sigma}_{\infty}} > 0,5 \quad (1.7)$$

Ces conditions sont généralement validées pour un *staircase* avec un grand nombre d'éprouvettes. Roué [Roué, 2020] montre numériquement l'influence du nombre d'éprouvettes d'un *staircase* sur la dispersion du résultat obtenu. En se basant, sur un très grand nombre de tirages « d'éprouvettes numériques », il montre qu'un *staircase* donne des résultats valables à partir d'une dizaine d'éprouvettes. La limite d'endurance, pour les aciers qui seront étudiés dans cette thèse, a un écart de  $\pm 5\%$  par rapport à la limite d'endurance réelle du matériau.

### 1.2.2.2 *staircase* avec recharge

Le *staircase* avec recharge est une variante de l'essai *staircase*, l'objectif est d'extraire plus d'information des éprouvettes. Le protocole de l'essai est repris, la différence vient sur les éprouvettes non rompues. Lorsqu'une éprouvette atteint le nombre visé de cycles, la "recharge" intervient. L'éprouvette non rompue est réutilisée dans la procédure, la charge est augmentée du pas  $p$  puis l'éprouvette est sollicitée pour un nombre de cycles cibles  $N_{ref}$ . Si l'éprouvette survit encore, elle est rechargée une nouvelle fois. Sinon, une nouvelle éprouvette est utilisée et la charge est diminuée du pas  $p$ .

Pour cet essai, la recherche de la limite d'endurance médiane ne passe plus par l'oscillation des essais de rupture autour de la limite d'endurance comme pour le *staircase* classique, mais plutôt par approcher la rupture des éprouvettes testées au plus près de la limite d'endurance. La subtilité du dépouillement de cet essai vient des hypothèses considérées. Sur cet essai, un choix peut être fait sur le cumul du dommage. Dans sa thèse, Roué [Roué, 2020] montre numériquement l'influence de la prise en compte ou non du cumul d'endommagement et la conséquence de ces hypothèses sur l'évolution de la limite d'endurance médiane à  $N_{ref}$  cycles. Dans le cas sans cumul, il est préférable de retenir un pas grand pour favoriser le nombre de niveaux différents entre les ruptures et les survies et ainsi limiter la dépendance à l'historique du chargement. Par contre, dans le cas où l'hypothèse de cumul du dommage est considérée, cet historique est inclus par une loi de Miner. La conséquence de la prise en compte du cumul sera très dépendante du pas choisi pour le *staircase*. Plus le pas est petit, plus le cumul sera important et la limite d'endurance supposée tendra à être sous-estimée à cause du dommage accumulé au palier précédant la rupture. Alors qu'un pas trop important peut faire sortir le dépouillement des conditions du *staircase* (équations (1.6) et (1.7)). En résumé, pour le *staircase avec recharge*, les limites de l'essai interviennent lorsque les conditions de l'hypothèse sur le cumul ou non du dommage ne sont plus valables. Néanmoins, cette méthode est intéressante, car il permet de réduire les incertitudes à même nombre d'éprouvettes pour l'estimation de la limite d'endurance médiane à  $N_{ref}$  cycles.

### 1.2.2.3 La méthode Locati

Quelques autres protocoles d'essai existent pour obtenir une limite d'endurance médiane. Parmi celles-ci, la méthode Locati [Locati, 1955] en est un exemple. Cette méthode basée sur le cumul d'endommagement des travaux de Miner [Miner, 1945] nécessite au préalable d'estimer (ou de connaître) la pente bilogarithmique de la courbe de Wöhler modélisée, par exemple, par une loi de Basquin. La stratégie d'essai est très similaire au *staircase* avec recharge. La différence pour l'éprouvette testée est que pour chaque palier de chargement espacé d'un pas  $p$  la sollicitation est appliquée pour  $N < N_{ref}$  cycles (figure 1.7). L'essai est conduit jusqu'à rupture du matériau. Puis la limite d'endurance de l'éprouvette est donnée par

$$\bar{\Sigma}_{\infty} = \left[ \sum_{i=1}^n \frac{n_i \sigma_{a,i}^b}{N_{ref}} \right]^{\frac{1}{b}} \quad (1.8)$$

$b$  est la puissance de la loi de Basquin,  $n_i$  est le nombre de cycles de chaque bloc de chargement (dont celui avec rupture de l'éprouvette),  $\sigma_{a,i}$  est l'amplitude de contraintes de chaque bloc. Sur l'exemple de la figure 1.7, quatre blocs de chargement de  $3 \times 10^5$  cycles sont appliqués pour trouver la limite en fatigue de l'éprouvette  $F_{eq}$  à  $2 \times 10^6$  cycles.



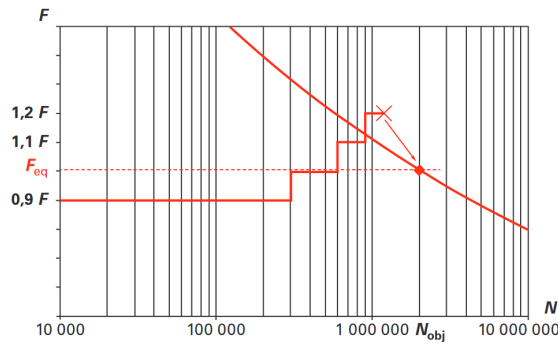


FIGURE 1.7 – Principe de la méthode Locati, [Galtier et al., 2019]

En répétant la procédure pour quelques éprouvettes, la limite d'endurance médiane du matériau est déterminée. La méthode Locati est, aujourd'hui, peu usitée pour l'analyse en fatigue des matériaux métalliques. Plusieurs remarques peuvent être faites. Premièrement, la supposition de la forme de la loi de Basquin impacte le résultat final et donc la capacité à "détecter" la courbe médiane réelle. Le second point pouvant être soulevé (comme pour la *staircase* avec recharge) concerne le cumul linéaire de l'endommagement. Le pas ainsi que le nombre de cycles par paliers doivent être mesurés afin qu'un palier de chargement influe modérément sur les propriétés mécaniques du matériau sur le palier suivant. Cependant, on relèvera que cette méthode est l'une des premières à proposer une méthode rapide de caractérisation en fatigue (sans mesures d'auto-échauffement) à coût modéré puisqu'elle maximise l'information par éprouvette.

### 1.2.3 Les normes mises en place et leurs limites pour le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres

Le dimensionnement des lignes d'arbres à Naval Group se fait suivant une méthodologie interne qui se rapproche de la norme NF22-057 (édition 2012) [NF22057-1, 2012, NF22057-2, 2012]. Cette norme permet de fournir aux équipes de bureau d'études des indicateurs, règles et formules à suivre pour le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres. D'autres normes similaires existent avec la même philosophie, notamment les normes de dimensionnement de DNV (Det Norske Veritas) [DNV, 2021].

Les normes utilisées sont conçues pour dimensionner la ligne d'arbres en fatigue vis-à-vis des natures de chargements décrites en partie 1.1.3. Dans le cas de la norme DNV [DNV, 2021], le dimensionnement est soit fait en cisaillement soit en flexion rotative. La multiaxialité du chargement n'est pas adressée. Dans le cas de la norme NF22-057 (édition 2012) [NF22057-1, 2012, NF22057-2, 2012], la question de la multiaxialité est abordée pour le dimensionnement à grand nombre de cycles, mais l'entièreté du chargement n'est pas vraiment considérée. Pour observer les limites de la norme NF22-057, celle-ci est détaillée.

La norme est conçue à partir d'un critère de fatigue multiaxial avec une approche locale au point supposé le plus critique permettant de calculer, à partir du tenseur des contraintes, l'aspect endommageant du chargement sur le matériau. Le critère de la norme est basé sur le critère de Marin [Marin, 1956]. Cette approche est très pratique en ingénierie puisque ce critère appartient à la famille des critères de types "invariants" (l'aspect critère de fatigue est abordé plus en détail par la suite 1.2.4). L'avantage de ce critère est qu'il est applicable facilement et qu'il ne repose que sur la connaissance du chargement et de deux paramètres matériaux. Suivant la philosophie du critère de Marin, le critère est calibrable avec uniquement deux informations matériaux : la limite d'endurance en traction/compression alternée  $\sigma_{-1}$  et la limite à rupture  $R_m$ .

Afin de pouvoir appliquer le critère à une structure et non au matériau, une série de paramètres peuvent être appliqués pour prendre en compte l'influence de la géométrie et celle du procédé. En complément, pour assurer un dimensionnement robuste, un coefficient de sécurité  $S$  peut être

ajouté. Ce paramètre consiste à réduire la plage de fonctionnement en introduisant un abattement. Le critère défini par la norme est donné par

$$\sigma_{a,eq} + \kappa\sigma_{m,eq} \leq \frac{\sigma_{D,tc,p}}{S} \quad (1.9)$$

avec  $\sigma_{a,eq}$  la contrainte équivalente de von Mises en amplitude (1.15),  $\sigma_{m,eq}$  la contrainte moyenne équivalente de von Mises (1.14),  $\kappa$  un paramètre matériau caractéristique de l'influence de la contrainte moyenne et  $\sigma_{D,tc,p}$  la limite d'endurance en traction - compression de la pièce à dimensionner (1.11).

Dans la norme, la limite d'endurance de la pièce  $\sigma_{D,tc,p}$  est établie à partir d'une formule empirique (formule du CETIM) permettant d'estimer la limite d'endurance du matériau en traction-compression alterné à partir de la limite à rupture  $R_m$  et d'une série de paramètres géométriques et procédés regroupés au sein du paramètre  $K_\sigma$ .  $K_\sigma$  est appelé le "facteur global d'influence du procédé" en fatigue, il prend en compte la rugosité, le traitement thermique, le durcissement... Il est calculé avec

$$K_\sigma = \frac{1}{K_1 K_V} \left( \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_S} - 1 \right) \quad (1.10)$$

où  $K_1$  est un paramètre d'ordre technologique prenant en compte les effets de traitement thermique,  $K_2$  est un paramètre prenant en compte les effets géométriques,  $K_S$  correspond à la rugosité et  $K_V$  traduit les effets de durcissement et de contraintes résiduelles. L'ensemble de ces facteurs est calculé soit au moyen de formule dépendant des géométries de pièces et des matériaux, soit au moyen d'abaques. La norme NF22-057-2 [NF22057-2, 2012] regroupe l'ensemble de ces facteurs spécifiques.

La limite d'endurance de la pièce est calculée lorsque  $800 \text{ MPa} < R_m < 1300 \text{ MPa}$  par

$$\sigma_{D,tc,p} = \frac{0,9 f_{fiab} R_m (0,57 - 1,2 \cdot 10^{-4} R_m)}{K_\sigma} \quad (1.11)$$

sinon

$$\sigma_{D,tc,p} = \frac{0,9 f_{fiab} R_m (0,56 - 1,4 \cdot 10^{-4} R_m)}{K_\sigma} \quad (1.12)$$

$\sigma_{D,tc,p}$  est une valeur empirique conservative d'autant plus qu'elle est définie à partir d'une donnée statique (la limite à rupture  $R_m$ ) afin d'obtenir un comportement de fatigue. Le paramètre  $f_{fiab}$  est un facteur d'abattement pour prendre en compte la probabilité de rupture acceptable (égal à 1 pour une probabilité de rupture de 50% et égal à 0,85 pour une probabilité de rupture de 0,1%). Le paramètre  $\kappa$  est un facteur de sensibilité du matériau à la contrainte moyenne. Ce paramètre est basé sur la limite à rupture  $R_m$  et défini par

$$\kappa = \frac{\sigma_{D,tc,p}}{2K_1 R_m - \sigma_{D,tc,p}} \quad (1.13)$$

Dans un diagramme de Haigh [Haigh, 1917] (représentation uniaxiale du domaine de fatigue d'un matériau entre la contrainte en amplitude et la contrainte moyenne), cette valeur de  $\kappa$  permet de limiter l'utilisation du critère à partir d'un niveau de contrainte moyenne. Dans la méthodologie Naval Group, le domaine de fonctionnement est défini, de manière conservative, pour être dans le domaine élastique. Ainsi, le paramètre  $\kappa$  limite le critère de Marin par la limite d'élasticité conventionnelle  $R_{p0,2}$  et non la limite à rupture  $R_m$  dans le diagramme de Haigh.

Une première critique faite à l'utilisation de ce critère (1.9) est que les paramètres matériaux sont définis uniquement par des données effectuées en traction monotone alors qu'une ligne d'arbres est sollicitée par des chargements cycliques plus complexes.

Néanmoins, un des avantages de la méthode est l'approche locale couplée à un critère de fatigue de type "invariants". Ainsi, par l'introduction de facteurs, certains effets en fatigue sont facilement

intégrés à la démarche de dimensionnement. Le calcul des contraintes équivalentes  $\sigma_{eq}$  de von Mises en amplitude  $\sigma_{eq,a}$  et en moyenne  $\sigma_{eq,m}$ , intègre dans la norme les particularités géométriques de la structure avec l'introduction des concentrations de contraintes effectives  $K_f$ . Elles sont définies pour chaque nature de sollicitation selon des abaques ( $\sigma_{tc}$  : traction - compression,  $\sigma_b$  : flexion et  $\tau_t$ ). Ainsi elles sont données par

$$\sigma_{eq,m} = \sqrt{[K_{f,tc}\sigma_{tc,m}]^2 + 3[K_{f,\tau}\tau_{t,m}]^2} \quad (1.14)$$

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{[K_{f,tc}\sigma_{tc,a} + K_{f,b}\sigma_{b,a}]^2 + 3[K_{f,\tau}\tau_{t,a}]^2} \quad (1.15)$$

Il faut garder à l'esprit que les choix effectués dans cette norme sont des choix pragmatiques par manque de connaissances précises sur l'évolution du chargement. Ces choix pragmatiques doivent permettre une utilisation fiable dans des bureaux d'études lors du dimensionnement de structures tournantes. Les formules utilisées doivent être utilisables « facilement », être compréhensibles et justifiées. Cependant, certaines évolutions pourraient être faites et c'est ce qui est notamment proposé par ce projet.

La deuxième critique concerne le choix du critère, car le critère de Marin [Marin, 1956] est réputé pour être un critère très conservateur qui ne permet pas de modéliser fidèlement un comportement de fatigue sous chargement multiaxial. Son choix repose assurément dans son aspect sécuritaire.

Dans l'optique de proposer une évolution du critère permettant le dimensionnement des lignes d'arbres en fatigue, plusieurs pistes peuvent être évoquées. L'objectif du projet est de proposer une évolution de la méthode de calcul pour un usage en bureau d'études ainsi le choix de la famille des critères "invariants" est retenu. Un choix de critère doit être effectué pour modéliser plus fidèlement le chargement multiaxial cyclique des lignes d'arbres. De plus, un des intérêts des critères "invariants" est qu'ils sont des approches locales permettant d'intégrer à moindre coût des effets ayant une incidence en fatigue supplémentaire sous la forme de facteur comme les concentrateurs de contraintes ou les effets surfaciques (facteur  $K_\sigma$  de la norme (1.10)).

## 1.2.4 Comparaison des performances d'une famille de critères de type "invariant"

Pour améliorer la méthodologie de dimensionnement, une étude préliminaire de la performance des critères de fatigue de type "invariant" est menée sur une base de données. Ces critères ne reposent que sur la définition du chargement local (tenseur des contraintes) et ne nécessitent que quelques résultats de fatigue (limites d'endurance) lors de la phase d'identification des paramètres associés. De plus, le coût numérique des critères "invariants" est très inférieur aux critères "plan critique".

Afin d'évaluer l'intérêt d'utiliser cette famille de critères dans le dimensionnement de structure en fatigue, quatre critères sont confrontés à une base de données pour évaluer leur capacité à prévoir un résultat de fatigue pour plusieurs sollicitations multiaxiales variées. Les quatre critères de fatigue retenus sont les critères de Sines [Sines, 1959] et Crossland [Crossland, 1956], le critère de Marin [Marin, 1956] et le critère plus complexe d'Altenbach-Zolochenski [Altenbach and Zolochenski, 1996]. Ces critères ont été confrontés à la même base de données regroupant divers résultats de fatigue obtenus par plusieurs études sur plusieurs aciers avec des chargements multiaxiaux variés de par leur nature [Weber, 1999].

### 1.2.4.1 Définition des invariants du tenseur des contraintes

La façon de définir le chargement est un point crucial de l'utilisation des critères de fatigue et particulièrement des critères de fatigue de type "invariant". Une définition des invariants et de la notation du tenseur des contraintes est donnée ici afin de servir de référence pour l'ensemble du document.

Le tenseur des contraintes et les valeurs qu'il porte ont plusieurs façons d'être représentés. On considère donc un tenseur des contraintes quelconques  $\underline{\underline{\Sigma}}(t)$  avec ses propriétés propres (symétrie

...) décrivant un trajet de chargement au cours du temps, il est exprimé dans une base orthonormée  $(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\sigma}_3)$ . Ce tenseur s'écrit donc

$$\underline{\underline{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{11}(t) & \sigma_{12}(t) & \sigma_{13}(t) \\ & \sigma_{22}(t) & \sigma_{23}(t) \\ Sym & & \sigma_{33}(t) \end{pmatrix}_{(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \vec{\sigma}_3)}$$

Grâce aux propriétés du tenseur, il est possible de le réécrire dans une seconde base orthonormée  $(\vec{\sigma}_I, \vec{\sigma}_{II}, \vec{\sigma}_{III})$  dite des contraintes principales

$$\underline{\underline{\Sigma}}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_I(t) & & 0 \\ & \sigma_{II}(t) & \\ Sym & & \sigma_{III}(t) \end{pmatrix}_{(\vec{\sigma}_I, \vec{\sigma}_{II}, \vec{\sigma}_{III})}$$

Le premier invariant  $I_1$  du tenseur des contraintes correspond à la partie sphérique du tenseur. Il se définit comme la trace du tenseur

$$I_1 = trace(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (1.16)$$

Ce premier invariant est généralement appelé pression hydrostatique  $P_h = \frac{1}{3}I_1$ . L'axe hydrostatique (figure 1.8) impose la condition  $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ . La partie complémentaire à la partie sphérique d'un tenseur est la partie déviatorique. Dans l'espace déviatorique, le tenseur déviatorique des contraintes est donné par

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}trace(\underline{\underline{\sigma}})\underline{\underline{I}} \quad (1.17)$$

L'espace déviatorique peut être défini par un hyperplan. Les contraintes principales du tenseur sont isométriquement projetées dans le plan normal à l'axe hydrostatique (figure 1.8). Il est possible de définir une hypersphère de plus petit rayon englobant le trajet de chargement. Dans le plan déviatorique, l'hypersphère est un cercle dont le rayon est le second invariant du tenseur déviatorique des contraintes  $J_2$  (figure 1.8). Cet invariant est plus souvent connu sous le nom de la contrainte équivalente de von Mises [Mises, 1913]. Il se calcule par

$$J_2 = \sqrt{\frac{3}{2}\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}} \quad (1.18)$$

Pour pouvoir décrire tout point dans le plan des déviateurs, un paramètre polaire est défini, l'angle de Lode  $\theta$  (figure 1.8). C'est un paramètre lié au troisième invariant du tenseur déviatorique des contraintes  $J_3$ . L'angle de Lode permet de décrire une différence de comportement du matériau pour différentes sollicitations. Par exemple, il est utilisé pour traduire un effet croisé entre deux chargements ou pour exprimer une différence de courbe d'écrouissage en traction pure et torsion pure [Mirone et al., 2016]. Le troisième invariant du tenseur déviatorique des contraintes est défini par

$$J_3 = det(\underline{\underline{s}}) \quad (1.19)$$

Généralement, le troisième invariant est plus souvent présenté sous sa forme normée  $\xi$  qui se définit comme

$$\xi = \frac{27}{2} \frac{J_3}{J_2^3} = \cos(3\theta) \quad (1.20)$$

Ce paramètre est dépendant de l'angle de Lode défini entre  $[0; \pi/3]$ .

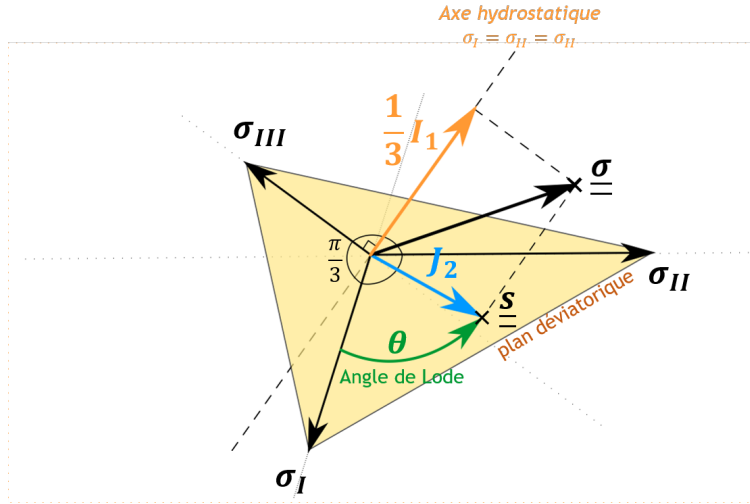


FIGURE 1.8 – Représentation des invariants dans l'espace des contraintes

Si le trajet de chargement est affine dans l'espace des contraintes, le tenseur des contraintes défini dans le temps peut être décomposé entre une partie en amplitude appelée contrainte alternée et définie entre la contrainte maximale  $\underline{\underline{\Sigma}}_{max} = \max(\underline{\underline{\Sigma}}(t))$  et minimale  $\underline{\underline{\Sigma}}_{min} = \min(\underline{\underline{\Sigma}}(t))$  dans le temps par

$$\underline{\underline{\Sigma}}_a = \frac{\underline{\underline{\Sigma}}_{max} - \underline{\underline{\Sigma}}_{min}}{2}, \quad (1.21)$$

et une composante moyenne, appelée contrainte moyenne et définie par

$$\underline{\underline{\Sigma}}_m = \frac{\underline{\underline{\Sigma}}_{max} + \underline{\underline{\Sigma}}_{min}}{2} \quad (1.22)$$

L'intérêt d'utiliser ce formalisme sur le tenseur des contraintes est de dissocier en fatigue l'effet de la contrainte alternée (ou contrainte "cyclique") de la contrainte moyenne (ou statique). De plus, dans l'étude des critères de fatigue de type invariants, cette décomposition est toujours utilisée. Ainsi pour le chargement en amplitude, on définit les trois invariants  $I_{1a} = I_1(\underline{\underline{\Sigma}}_a)$ ,  $J_{2a} = J_2(\underline{\underline{\Sigma}}_a)$  et  $J_{3a} = J_3(\underline{\underline{\Sigma}}_a)$ . Pour la composante moyenne, les invariants sont définis sur le même principe par  $I_{1m} = I_1(\underline{\underline{\Sigma}}_m)$ ,  $J_{2m} = J_2(\underline{\underline{\Sigma}}_m)$  et  $J_{3m} = J_3(\underline{\underline{\Sigma}}_m)$ .

Si le chargement n'est pas affine alors  $\underline{\underline{\Sigma}}_a$  ne peut pas être défini. Pour les critères de fatigue reposant sur l'utilisation du premier et second invariant du tenseur des contraintes, un problème se pose donc. Ainsi, pour remédier à ce problème, une deuxième définition des invariants est donnée. Pour un trajet de chargement quelconque dans l'espace des contraintes, il est possible de définir une plus petite hypersphère englobant le trajet de chargement. Le centre de cette hypersphère dans le plan déviatorique permet de définir le déviateur de la contrainte moyenne. De même, sur l'axe hydrostatique, le centre permet de définir la pression hydrostatique moyenne. Pour la composante alternée du tenseur des contraintes, les invariants sont définis par

$$J_{2a} = \max_t J_2(\underline{\underline{\Sigma}}(t) - \underline{\underline{\Sigma}}_m)$$

$J_{2a}$  définit également le rayon de l'hypersphère circonscrit au trajet de chargement. Le premier invariant est donné par

$$I_{1a} = \max_t I_1(\underline{\underline{\Sigma}}(t) - \underline{\underline{\Sigma}}_m)$$

### 1.2.4.2 Étude de sensibilité des critères de fatigue de type "invariants"

Un résultat de fatigue est décrit par rapport à la tenue en fatigue du matériau pour un chargement. On définit en fatigue la limite d'endurance conventionnelle pour les chargements affines comme le chargement maximal en amplitude pour lequel le matériau est sujet à une probabilité de rupture de 50% entre  $10^6$  et  $10^7$  cycles. Dans la limite d'endurance, la contrainte moyenne des chargements affines est incluse au travers du rapport de charge défini par

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (1.23)$$

Ainsi la contrainte en amplitude correspondante à la limite d'endurance est notée sous la forme  $\sigma_R$  (par exemple en traction alternée symétrique :  $R = -1$ , la limite d'endurance est notée  $\sigma_{-1}$ ). Pour les sollicitations de torsion, la limite d'endurance est notée  $\tau_R$ .

Par souci de formalisme, les critères de fatigue sont présentés sous la forme d'une fonction  $E$  représentative de l'endommagement et dépendante des paramètres matériaux (limites d'endurance) et du chargement (invariants du tenseur des contraintes), comme suit

$$E_{critère} = f(\sigma_{-1}, \sigma_x, J_2, I_1 \dots) \quad (1.24)$$

La valeur donnée par  $E$  est soit  $E < 1$  signifiant que le chargement appliqué au matériau n'est pas considéré comme endommageant soit l'indicateur  $E \geq 1$  indique que le chargement appliqué est endommageant vis-à-vis de la fatigue.

Afin de juger de leur pertinence, les quatre critères sélectionnés sont confrontés à plusieurs campagnes expérimentales de fatigue sous sollicitations cycliques multiaxiales à amplitudes constantes pour différents aciers référencés dans [Weber, 1999]. Les matériaux sélectionnés pour l'étude de sensibilité des critères sont des aciers appartenant à une classe d'acier ductile faiblement allié proche des matériaux étudiés dans ce manuscrit (acier 16MND5 et acier 42CrMo4).

La variété des cas sélectionnés permet de tester avec plusieurs configurations les différents critères pour déceler les cas où leur utilisation est pertinente, mais aussi leurs lacunes. Les cinq cas d'études retenus sont résumés dans le tableau 1.2. Le détail des chargements est en annexe D.10.

Étude	Auteur	Date de parution	Matériau	Caractéristique du chargement
cas 1	Simbürger	1975	XC48	Flexion - torsion Peu de contrainte moyenne
cas 2	Issler	1973	St35	Traction + pression interne Traction - torsion Peu de contrainte moyenne
cas 3	Heidenreich	1983	34Cr4	Traction biaxiale - torsion
cas 4	Lempp	1977	42CrMo4	Flexion - torsion
cas 5	Baier	1970	34CrMo4	Traction - torsion Contrainte moyenne très importante

TABLE 1.2 – Base de données de l'étude sur les critères de fatigue [Weber, 1999]

Les données issues de chacune de ces études sont des résultats de fatigues obtenues pour des limites d'endurance entre  $10^6$  et  $10^7$  cycles. Le nombre d'essais varie selon les études. Les sollicitations sont à amplitudes constantes, mais peuvent être en phase ou déphasées.

### 1.2.4.3 Le critère de fatigue de Sines

Le critère de Sines [Sines, 1959] est l'un des plus usités, par son côté historique, sa relative facilité à identifier ses paramètres matériaux et sa fiabilité à décrire correctement de nombreux résultats

de fatigue. Il est défini par

$$E_{SI} = \frac{J_{2a} + \alpha I_{1m}}{\beta} \quad (1.25)$$

Dans sa conception, ce critère se base sur deux invariants  $J_{2a}$  et  $I_{1m}$ . De ce fait le critère exclut par exemple l'influence de la torsion moyenne. L'importance de l'effet de la torsion moyenne est encore largement débattue, cependant, il est généralement montré que sa prise en compte permet d'améliorer la précision d'un critère de fatigue multiaxial. Les paramètres du critère de Sines sont généralement identifiés en utilisant deux résultats de fatigue, une limite d'endurance en traction répétée  $\sigma_0$  et une limite d'endurance en torsion alternée  $\tau_{-1}$ . Par calibration, les paramètres matériaux pour le critère de Sines sont

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2\sqrt{3}\tau_{-1}}{\sigma_0} - 1, \\ \beta &= \sqrt{3}\tau_{-1}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Il est possible d'identifier les paramètres du critère avec deux autres résultats de fatigue, comme ce sera le cas pour cette étude, à savoir avec  $\sigma_{-1}$  et  $\sigma_0$ , ce qui donne les relations suivantes

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_0} - 1, \\ \beta &= \sigma_{-1}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Le critère de Sines suivant la méthode d'identification utilisée fournira donc des résultats possiblement différents. Le critère identifié avec  $\sigma_0$  et  $\tau_{-1}$  est noté Sines v1. Celui avec la seconde identification ( $\sigma_0, \sigma_{-1}$ ) est noté Sines v2. L'utilisation du critère de Sines est conditionnée par  $\alpha > 0$  si un matériau ne respecte pas cette relation alors le critère de Sines n'est pas valable.

#### 1.2.4.4 Le critère de fatigue de Crossland

Le critère de Crossland [Crossland, 1956] est très similaire au critère de Sines. La valeur ajoutée de ce critère est de considérer la valeur maximale du premier invariant, soit  $I_{1max} = I_{1a} + I_{1m}$ . Il est défini par

$$E_{CR} = \frac{J_{2a} + \alpha(I_{1a} + I_{1m})}{\beta} \quad (1.28)$$

Le domaine de validité du critère est conditionné par  $\frac{\sqrt{3}\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > 1$ . Comme pour le critère de Sines, deux identifications sont faites avec le critère de Crossland v1 et le critère de Crossland v2. Pour Crossland v1, l'identification est faite avec  $\sigma_0$  et  $\tau_{-1}$ , ce qui donne pour les paramètres matériaux

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\sqrt{3}\tau_{-1}}{\sigma_0} - \frac{1}{2}, \\ \beta &= \sqrt{3}\tau_{-1}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

et pour la deuxième identification du critère, le calage se fait par  $\sigma_{-1}$  et  $\tau_{-1}$

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\sqrt{3}\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1, \\ \beta &= \sqrt{3}\tau_{-1}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

#### 1.2.4.5 Le critère de Marin

Le critère de Marin [Marin, 1956] défini par les invariants  $J_{2a}$  et  $J_{2m}$

$$E_{MA} = \frac{J_{2a} + \alpha J_{2m}}{\beta} \quad (1.31)$$

C'est le critère sur lequel se base la norme NF22-057 présentée en partie 1.2.3. Il fait appel à deux invariants, mais cette fois seulement basés sur l'utilisation du second invariant. Dans sa conception, le critère n'est identifié que par deux essais, une limite de fatigue en traction  $\sigma_{-1}$  et un essai de traction ( $R_m$  ou  $R_{p0,2}$  pour empêcher une plastification). Par sa philosophie, le critère n'a qu'une méthode de calibration basée sur un essai de fatigue unique, les paramètres du critère sont donnés par

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\sigma_{-1}}{R_m}, \\ \beta &= \sigma_{-1}.\end{aligned}\tag{1.32}$$

#### 1.2.4.6 Le critère de fatigue d'Altenbach & Zolochenski

Le critère d'Altenbach & Zolochenski [Altenbach and Zolochenski, 1996] est un critère complet. Il fait appel à quatre invariants et donc à la nécessité d'avoir quatre résultats de fatigue pertinents pour la phase d'identification des paramètres. Cette calibration peut être coûteuse à obtenir avec des méthodes conventionnelles de fatigue. Ce critère est défini par

$$E_{AZ} = \frac{\lambda_1 J_{2a} + \lambda_2 I_{1a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m}}{\sigma_{-1}}.\tag{1.33}$$

Pour ce critère, ses auteurs ont fait le choix de ne négliger aucune influence parmi les quatre invariants utilisés dans les précédents critères. Ainsi ils sont pondérés par des constantes matériaux afin de mieux rendre compte de leurs effets. Pour identifier ce critère, quatre résultats de fatigue sont nécessaires :  $\sigma_{-1}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\tau_{-1}$  et  $\tau_0$ . Ce qui donne pour les paramètres matériaux

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt{3}\tau_{-1}}, \\ \lambda_2 &= 1 - \lambda_1, \\ \mu_1 &= \frac{2\sigma_{-1}}{\sqrt{3}\tau_0} - \lambda_1, \\ \mu_2 &= \frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_0} - 1 - \mu_1.\end{aligned}\tag{1.34}$$

#### 1.2.4.7 Évaluation des critères "invariants" sur la base de données de fatigue

Les quatre critères présentés sont confrontés à la base de données présentée au tableau 1.2. Tous les résultats sont présentés par une comparaison essais-calculs traduits sous forme d'erreurs  $\Delta E$  entre l'endommagement prédit par le critère ( $E_{calcul}$ ) et l'endommagement réel de l'essai ( $E_{essai}$ ), par définition égal à 1

$$\Delta E = \frac{E_{essai} - E_{calcul}}{E_{essai}} = 1 - E_{calcul}\tag{1.35}$$

Un résultat négatif montre un comportement conservatif du critère et inversement un résultat positif s'interprète comme une sous-estimation par le critère du seuil d'endommagement. Le test des quatre critères est présenté sur la figure 1.9. Les paramètres des critères sur chaque cas d'étude sont regroupés au tableau 1.3. Enfin, une synthèse de l'étude et une comparaison des critères sont effectuées au tableau 1.4 et au tableau 1.5.



Critère	Paramètres	cas 1	cas 2	cas 3	cas 4	cas 5
Sines v1	$\alpha (\tau_{-1}, \sigma_0)$	0,19	0,26	0,33	0,45	0,62
	$\beta (\tau_{-1})$	476,3	213,0	353,3	450,3	491,9
	moyenne des erreurs $\Delta E$ absolues (%)	5%	8%	18%	9%	28%
Sines v2	$\alpha (\sigma_{-1}, \sigma_0)$	0,16	0,22	0,29	0,28	0,26
	$\beta (\sigma_{-1})$	463	206	343	398	382
	moyenne des erreurs $\Delta E$ absolues (%)	4%	7%	17%	9%	18%
Crossland v1	$\alpha (\tau_{-1}, \sigma_0)$	0,09	0,13	0,17	0,23	0,31
	$\beta (\tau_{-1})$	476,3	213,0	353,3	450,3	491,9
	moyenne des erreurs $\Delta E$ absolues (%)	7%	20%	17%	8%	12%
Crossland v2	$\alpha (\tau_{-1}, \sigma_{-1})$	0,16	0,03	0,03	0,13	0,29
	$\beta (\tau_{-1})$	476,3	213,0	353,3	450,3	491,9
	moyenne des erreurs $\Delta E$ absolues (%)	5%	7%	10%	11%	12%
Marin	$\alpha (\tau_{-1}, R_m)$	0,54	0,52	0,48	0,39	0,42
	$\beta (\sigma_{-1})$	463	206	343	398	382
	moyenne des erreurs $\Delta E$ absolues (%)	31%	12%	22%	20%	53%
Altenbach	$\lambda_1 (J_{2a})$	0,97	0,97	0,97	0,88	0,78
	$\lambda_2 (I_{1a})$	0,03	0,03	0,03	0,12	0,22
	$\lambda_3 (J_{2m})$	0,05	0,14	0,16	0,11	0,09
	$\lambda_4 (I_{1m})$	0,10	0,08	0,13	0,17	0,17
	moyenne des erreurs $\Delta E$ absolues (%)	3%	7%	9%	7%	7%

TABLE 1.3 – Paramètres des critères de chaque cas de la base de données et erreurs moyennes faites par chaque critère

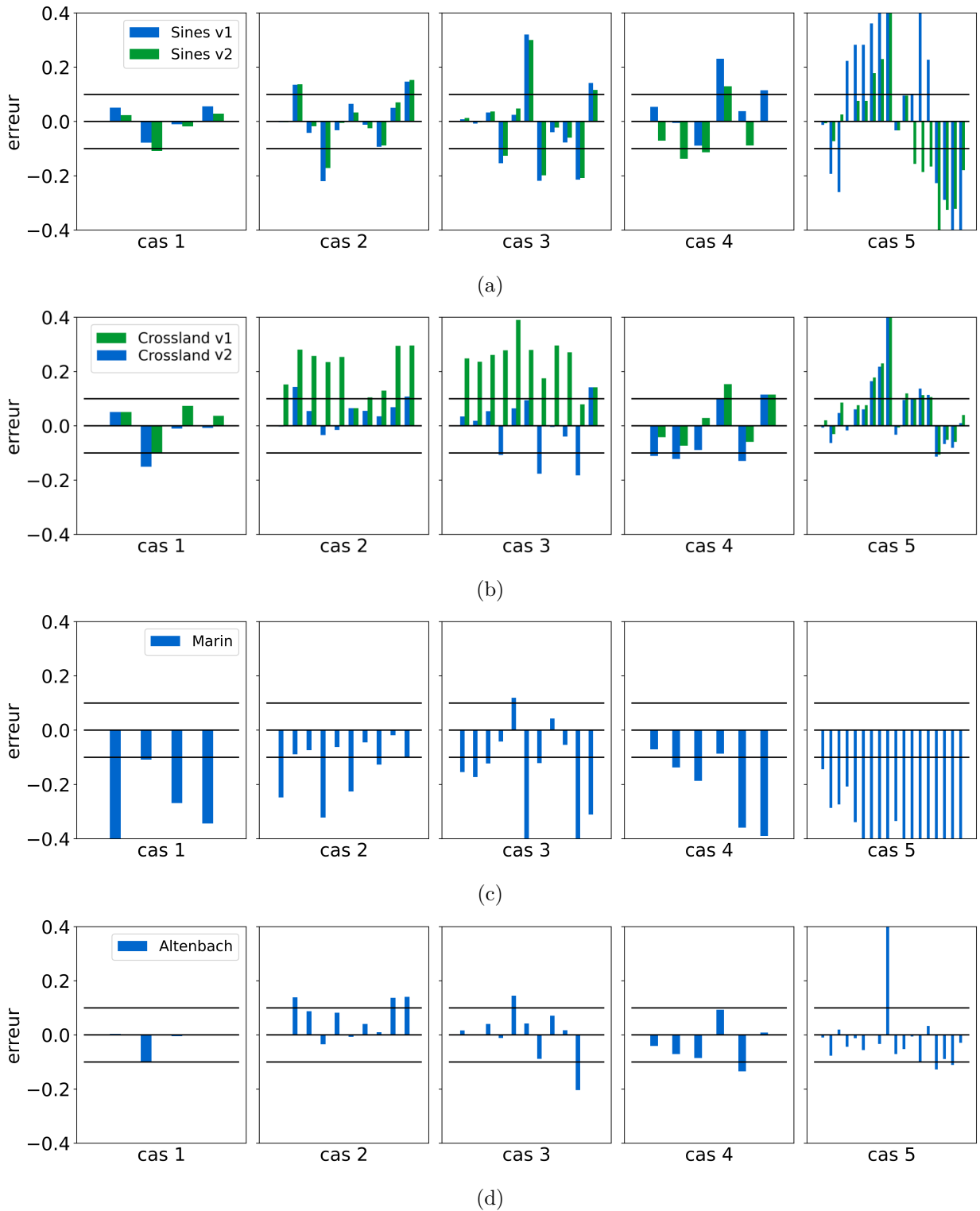


FIGURE 1.9 – Confrontation des critères à la base de données, (a) critère de Sines, (b) critère de Crossland, (c) critère de Marin et (d) critère d’Altenbach et Zolochenski

Critère	Mis en défaut par	Commentaires
Sines v1	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Contraintes moyennes de traction élevées</li> <li>— Contraintes moyennes de torsion</li> <li>— Traction biaxiale avec contrainte moyenne</li> </ul>	Le cas 1 est typiquement un cas d'étude pour lequel le critère de Sines est conçu. Les résultats du critère sont très bons. Les cas 2 et 4 sont également bien représentés. Les cas 3 et 5 mettent à défaut le critère particulièrement en présence de contraintes moyennes de torsion. Il serait intéressant d'ajouter $J_{2m}$ pour traiter ces cas. L'ajout de $I_{1a}$ peut être bénéfique pour traiter plus fidèlement la biaxialité.
Sines v2	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Mêmes remarques que pour Sines v1</li> </ul>	La seconde calibration permet de montrer que le choix des essais influe sur la réponse du critère. La seconde calibration semble pour cette étude rendre le critère plus robuste.
Crossland v1	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Contraintes moyennes élevées</li> <li>— Contraintes moyennes de torsion</li> <li>— Biaxialité importante</li> </ul>	Le critère de Crossland ne permet pas une amélioration très importante sur la représentation des essais. Il est à noter que l'ajout de $I_{1a}$ permet un meilleur traitement du cas 5. Cependant, dans ce cas de figure, les essais à contrainte moyenne de torsion mettent à défaut le critère. Les essais de calibration illustre pour Crossland v1, l'importance de leur choix. En effet, pour les cas 2 et 3, le critère ne permet pas de représenter ces cas avec la contrainte de traction biaxiale malgré $I_{1a}$ .
Crossland v2	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Contraintes moyennes élevées</li> <li>— Contraintes moyennes de torsion</li> </ul>	Le choix d'une calibration différente permet d'améliorer grandement la robustesse du critère. Cependant, l'ajout de $J_{2m}$ permettrait de représenter les cas de torsion moyenne.

TABLE 1.4 – Synthèse de l'étude des critères

Critère	Mis en défaut par	Commentaires
Marin	— Critère très conservateur	Le critère de Marin est un critère sécuritaire d'où son utilisation en bureau d'étude. Ce critère ne permet pas de faire la différence entre la traction moyenne et la torsion moyenne. De plus, la méthode de calibration avec la limite à rupture $R_m$ ne permet pas de capter un effet en fatigue.
Altenbach & Zolochenski	— Cas de torsion moyenne supérieur à $R = 0$	La construction autour de 4 invariants permet de modéliser fidèlement un très grand nombre de configurations particulièrement de traction-torsion avec ou sans contrainte moyenne. Le critère est très satisfaisant pour décrire cette base de données. L'ajout de $J_{2m}$ est bénéfique particulièrement pour les chargements se rapprochant d'un cas comme le chargement d'une ligne d'arbres.

TABLE 1.5 – Synthèse de l'étude des critères

L'étude a permis de tester différents critères macroscopiques de la famille des "invariants" via l'utilisation d'une base de données avec des sollicitations cycliques et des matériaux divers. Cette étude montre que le critère de Marin est utilisé non par sa possibilité de donner une modélisation fidèle, mais par son aspect sécuritaire ou conservatif. Les critères de fatigue de Sines et de Crossland sont adaptés aux chargements pouvant être décrits par les invariants de ces critères et pour des cas de chargements proches des conditions de leur conception. De plus, ces critères sont très sensibles à la méthode de calibration montrant que la conception d'un critère de fatigue repose à la fois sur la capacité à représenter le chargement d'intérêt, mais aussi sur le choix de calibration des paramètres matériaux. Ces problèmes ne sont pas présents pour un critère comme celui d'Altenbach & Zolochenski. Même si le critère est plus coûteux à mettre en œuvre par des méthodes conventionnelles de caractérisation en fatigue, il est très intéressant dans sa capacité à décrire de très nombreuses configurations sans négliger d'effets en particulier la torsion moyenne qui est très présente dans le chargement des lignes d'arbres. Cependant, il est important de noter que cette étude est réalisée pour des chargements multiaxiaux à amplitudes constantes dans le cas de trajets affines (sollicitations en phase ou déphasées de  $180^\circ$ ).

En figure 1.10, les mêmes critères (Sines, Crossland, Marin et Altenbach & Zolochenski) sont confrontés à des trajets non proportionnels (en rouge sur la figure) issus de la même base de données. Seule l'étude du cas 4 y est représentée, mais la tendance est similaire pour les quatre autres cas. Il en résulte qu'aucun critère ne permet de décrire une sollicitation déphasée avec très fort non-conservatisme. Ce problème s'explique facilement et montre une des faiblesses de la famille de critère de type "invariants". Ces critères ne prennent pas en compte la potentielle accumulation microplastique que voit le matériau lors d'un chargement cyclique. Pour se rendre compte (illustration figure 1.11, sollicitation de traction-torsion), pour un chargement équivalent à la limite d'élasticité du matériau  $R_{p0,2}$ , l'accumulation microplastique sur un cycle sera moins importante pour un trajet proportionnel (sollicitations en phase, figure 1.11a) que pour un trajet non proportionnel (déphasage des sollicitations, figure 1.11b déphasage de  $90^\circ$  entre la traction et la torsion). Dans le cas du trajet proportionnel ou trajet affine dans le plan des contraintes, la frontière du domaine élastique est atteinte ponctuellement générant peu de microplasticité. Pour un trajet non proportionnel, le déphasage implique que l'état de contrainte reste continuellement à la limite du domaine élastique générant donc continuellement de la microplasticité. Or cette différence de potentiel d'accumula-

tion de microplasticité à isocontraintes entre tous chargements similaires explique une ruine plus précoce du matériau en présence d'un fort déphasage. Et c'est bien ce défaut de représentativité de ce phénomène par les critères présentés qui est mis en exergue via la confrontation à ces trajets multiaxiaux déphasés. Des solutions existent pour permettre d'utiliser les critères de fatigue de type "invariant" dans le cas de chargements non proportionnels. Ces solutions sont basées sur l'utilisation d'indicateurs de non-proportionnalité. Une présentation de ces méthodes est effectuée au chapitre 2.

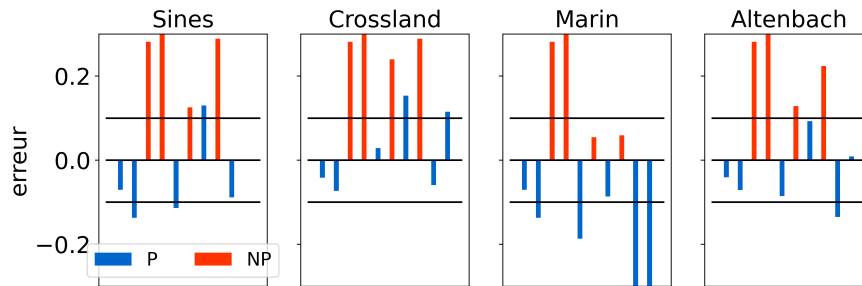


FIGURE 1.10 – Erreur des critères de l'étude sur le cas 4 de la base de données, P (bleu) : chargement proportionnel, NP (rouge) : chargement non proportionnel

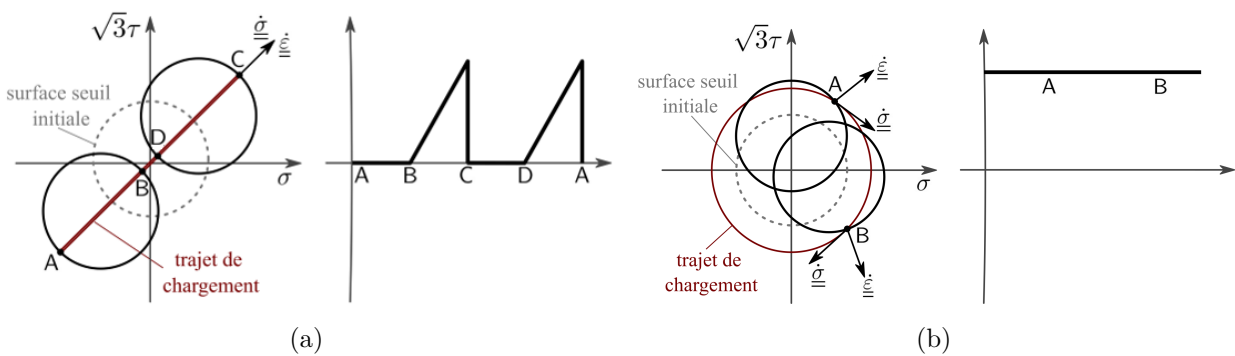


FIGURE 1.11 – Illustration du type de trajet de chargement sur la dissipation et l'accumulation de plasticité,(a) chargement proportionnel, (b) chargement non proportionnel

### 1.3 Objectifs du projet de thèse pour permettre une évolution de la méthode de dimensionnement des lignes d'arbres en fatigue à grand nombre de cycles

Dans ce chapitre, le cadre de l'étude en fatigue est posé avec une description des lignes d'arbres et de leur chargement. Une présentation des méthodes de dimensionnement en fatigue ainsi que des critères de fatigue a été réalisée. L'objectif étant de présenter l'ensemble des conditions en vue d'une évolution de la méthode de dimensionnement des lignes d'arbres. Cependant deux problèmes doivent être résolus pour permettre une évolution.

Le premier problème concerne la prise en compte du chargement des lignes d'arbres dans le dimensionnement. Le chargement est multiaxial du fait des trois sollicitations principales (flexion rotative, torsion et compression). Il est également variable, les différentes fréquences de variation entre les trois sollicitations induisent différents groupes de cycles qui peuvent être considérés dans l'endommagement. Ainsi, un des objectifs de l'étude est de définir une représentation du chargement permettant de définir clairement les modes d'endommagement de la ligne d'arbres tout en

définissant le domaine d'étude en fatigue. Pour les lignes d'arbres, deux domaines peuvent être considérés : la fatigue à grand nombre de cycles ou la fatigue à très grand nombre de cycles. Dans le chapitre 2, une méthode de modélisation du chargement est introduite afin de définir un ensemble de cycles de chargement pertinent pour une étude en fatigue.

Le second problème est la caractérisation du comportement des aciers des lignes d'arbres en fatigue. Pour cela, une stratégie d'étude basée sur la caractérisation par mesures d'auto-échauffement est introduite. Ce travail doit permettre de répondre à plusieurs enjeux liés aux problématiques illustrées dans ce chapitre comme l'accès à des bases de données pertinentes pour l'application étudiée. En premier lieu, il est nécessaire de caractériser sous sollicitations uniaxiales les aciers des lignes d'arbres pour fournir une première base de données en fatigue à grand nombre de cycles. Ce travail est effectué au chapitre 3 avec au préalable une présentation du modèle probabiliste à deux échelles permettant d'obtenir rapidement les propriétés en fatigue des aciers à partir des mesures d'auto-échauffement. Puis la méthode est étendue à la caractérisation des aciers de l'étude sous chargements multiaxiaux aux chapitres 4 et 5. La caractérisation permet d'établir une base de données en fatigue adaptée à l'application des lignes d'arbres avec une étude poussée de l'effet de la contrainte moyenne. Cette étape est primordiale puisqu'il existe relativement peu de résultats de fatigue sous chargement multiaxial dans la littérature [Morettini et al., 2020]. Enfin, à partir de l'étude sur les mesures d'auto-échauffement un critère de fatigue multiéchelle de type "invariant" est justifié et calibré grâce aux bases de données définies dans cette étude.

L'ensemble de ces étapes permet de définir une méthode de dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles des lignes d'arbres. Cette méthode de dimensionnement est alimentée par des données de fatigue pertinente et un critère de fatigue calibré par des procédures robustes afin d'être utilisé par la suite dans un contexte industriel.



## Chapitre 2

# Modélisation du chargement pour un dimensionnement en fatigue à grand nombre de cycles des lignes d'arbres

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Objectifs . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>2.2</b>	<b>Dimensionner en multiaxial et sous chargement variable . . . . .</b>	<b>36</b>
2.2.1	Cas d'étude : données d'entrée . . . . .	37
2.2.2	Hypothèse d'endommagement . . . . .	39
2.2.3	Prise en compte de la variabilité du chargement . . . . .	40
2.2.4	Caractérisation d'un chargement équivalent . . . . .	46
2.2.4.1	Définition de cycles de chargement . . . . .	46
2.2.4.2	Prise en compte de la non-proportionnalité . . . . .	48
2.2.4.3	Définition de la contrainte équivalente en fatigue . . . . .	51
<b>2.3</b>	<b>Proposition d'une méthode paramétrique pour le dimensionnement . .</b>	<b>52</b>
<b>2.4</b>	<b>Étude et sensibilité paramétrique dans le dimensionnement des lignes d'arbres . . . . .</b>	<b>54</b>
2.4.1	Effet des paramètres structurels sur l'évaluation de l'endommagement . . .	54
2.4.2	Effet des paramètres définissant l'histoire du chargement sur l'évaluation de l'endommagement . . . . .	54
2.4.3	Effet des paramètres matériaux sur l'évaluation de l'endommagement . . .	56
<b>2.5</b>	<b>Validation de la méthode . . . . .</b>	<b>58</b>
<b>2.6</b>	<b>Conclusions et perspectives pour la méthode de dimensionnement . . .</b>	<b>63</b>

---



## 2.1 Objectifs

Ce deuxième chapitre a pour but de définir une modélisation du chargement au travers de la présentation d'une méthode paramétrique de dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres de transmission pour application navale. La méthode présentée se base sur les remarques et observations faites au chapitre 1 sur les normes et les critères de fatigue mis en place dans l'étude en fatigue des lignes d'arbres. Les trois objectifs du chapitre sont :

- Définition de cycles de chargement pertinent pour une étude en fatigue passant par la modélisation adaptée du chargement des lignes d'arbres ;
- Définition d'une méthode paramétrique permettant de calculer l'endommagement d'une ligne d'arbres selon son chargement. La méthode doit prendre en compte plusieurs facteurs d'influence en fatigue tels que la contrainte moyenne, la multiaxialité, la variabilité et la non-proportionnalité du chargement ;
- Évaluation du mode d'endommagement selon le profil d'emploi du navire.

Dans ce chapitre, un cadre est mis en place pour définir des cycles de chargement pertinents pour l'étude en fatigue avec la définition d'un chargement équivalent. Puis, à l'aide de paramètres décrivant à la fois les effets de la structure, du chargement et du matériau, une méthode est définie pour évaluer l'endommagement vu par une ligne d'arbres. Enfin, une validation des choix de la méthode est réalisée par comparaison de celle-ci avec la méthode de comptage de cycles de Wang-Brown et avec une étude de sensibilité des différents paramètres.

## 2.2 Dimensionner en multiaxial et sous chargement variable

De nombreux facteurs d'influence en fatigue doivent être pris en compte dans une méthode de dimensionnement. Or les normes actuelles présentées au chapitre 1 [NF22057-1, 2012, NF22057-2, 2012, DNV, 2021] ont une approche limitée pour traiter la fatigue sous chargement variable multiaxial avec contraintes moyennes. Pour faire évoluer ces méthodes de manière fiable et robuste, il est premièrement nécessaire de définir des critères de fatigue pertinents et facilement intégrables dans des méthodes de calculs. Ainsi, le choix retenu est de faire appel à un critère de fatigue par "invariants". Un deuxième point primordial est de limiter le nombre d'informations nécessaires aux calculs tout en restant pertinent. Pour cela, une méthode paramétrique est définie pour adapter la méthode à tout type de ligne d'arbres. Enfin, une évolution majeure des méthodes de dimensionnement est d'inclure les effets du chargement des lignes d'arbres en fatigue. Ces facteurs d'influence sont :

- la multiaxialité du chargement
- la variabilité du chargement
- la non-proportionnalité du chargement
- l'effet de la contrainte moyenne

Le caractère multiaxial du chargement n'est pas forcément bien exploité par les normes de dimensionnement [NF22057-1, 2012, NF22057-2, 2012, DNV, 2021]. Il est connu qu'un chargement multiaxial peut être plus endommageant pour une structure qu'un chargement équivalent formé d'une séquence de chargements uniaxiaux [Weber, 1999, Cristofori et al., 2008]. Or c'est le problème pour l'instant des normes, elles découplent les sollicitations de flexion et torsion dans l'endommagement et ainsi elles ne prennent pas en compte un chargement réellement multiaxial.

La notion de variabilité du chargement n'est également pas exploitée par ces normes. Les chargements variables sont complexes à étudier en fatigue [Anes et al., 2017] et ont une influence importante sur la tenue en fatigue. Ainsi, des choix de modélisation doivent être faits pour représenter

et exploiter le chargement variable. Des méthodes de représentation spectrale des chargements variables, telle que la méthode d'Heuler [Heuler et al., 2005, Heuler and Klätschke, 2005], permettent de définir le chargement variable en fonction de paramètres reliant le nombre de cycles aux amplitudes de chargement. Combinée à une définition des cycles de chargements, cette méthode au travers d'hypothèses d'endommagement, permet de calculer le dommage vu par les lignes d'arbres.

L'effet de la non-proportionnalité est à prendre en compte, du fait des différences de fréquences entre la torsion et la flexion, le chargement des lignes d'arbres est non proportionnel. Cet effet est critique en fatigue pour les aciers ductiles et affecte grandement la durée de vie des structures [Cristofori et al., 2008, Anes et al., 2017, Anes et al., 2014b]. Cependant des méthodes, présentées dans ce chapitre, existent [Pejkowski, 2017, Bercelli et al., 2019] pour permettre de traiter les cas de chargement non proportionnel avec des critères par invariants.

Enfin, des études montrent un effet de la contrainte moyenne en fatigue à prendre en compte pour les aciers des lignes d'arbres. Cet effet est aussi bien présent en traction moyenne [Pallarés-Santasmartas et al., 2018a] qu'en torsion moyenne [Pallarés-Santasmartas et al., 2018b]. Ainsi, dans le chargement variable, il est nécessaire de définir les contraintes moyennes imposées par le chargement.

Pour mettre en place la méthode de dimensionnement en fatigue, un cas d'étude réel est fourni afin de définir les paramètres et les outils nécessaires au calcul du dommage tout en incluant les effets cités.

### 2.2.1 Cas d'étude : données d'entrée

Idéalement, les signaux des chargements sur la ligne d'arbres peuvent être obtenus par instrumentation de la ligne d'arbres, néanmoins certaines données sont complexes à obtenir par la mise en œuvre des moyens de mesures. Le chargement de flexion est le plus difficile à obtenir. L'utilisation de jauges de déformation permet de connaître l'état de contrainte locale, mais l'inclusion de l'appareillage sur la ligne d'arbres demande une réflexion particulière. Dans le cas de la torsion, des capteurs angulaires et des couplemètres permettent d'obtenir l'information sur le couple souvent en sortie du moteur. Généralement, sur de très nombreux navires, seuls les signaux du couple moteur et de la vitesse de rotation de la ligne d'arbres sont accessibles. La vitesse exacte d'avance du navire est par exemple assez difficile à obtenir. Or cette information est pratique pour remonter à la poussée de l'hélice.

Pour la construction de la méthode, un cas d'étude est fourni (figure 2.1). Les enregistrements d'une mission sont fournis, ils comportent le signal de la vitesse de rotation  $\omega$  d'une ligne d'arbres (figure 2.1b) et le signal du couple moteur  $Q$  du navire (figure 2.1a) sur une mission d'une certaine durée. Les signaux sont normés par la valeur de couple maximal  $Q_{max}$  ou par la vitesse de rotation maximale  $\omega_{max}$ . Ces signaux (figure 2.1) permettent d'observer les cinq périodes d'utilisation du navire, les changements d'allures et les phases d'avance stabilisées du navire.

Sur ces enregistrements, le taux d'échantillonnage ne permet pas d'observer par analyse fréquentielle (par exemple par FFT : Fast Fourier Transform) d'effet particulier sur la ligne d'arbres. Par conséquent, seuls les changements de régime seront considérés dans la variabilité du chargement. Dans cette étude, le chargement de flexion rotative sera considéré comme un chargement cyclique à amplitude constante. En réalité, certains paramètres, comme l'usure des paliers, sont de nature à faire évoluer ce chargement de flexion. Conformément aux études de conception, une valeur majorant est considérée. Dans l'analyse du chargement, le niveau de chargement de flexion rotative est défini à partir d'un rapport d'amplitude  $R_{\tau b} = \frac{T_{a,max}}{\sigma_{flexion,a}}$  entre l'amplitude de torsion maximale  $T_{a,max}$  et l'amplitude constante de flexion  $\sigma_{flexion,a}$ .

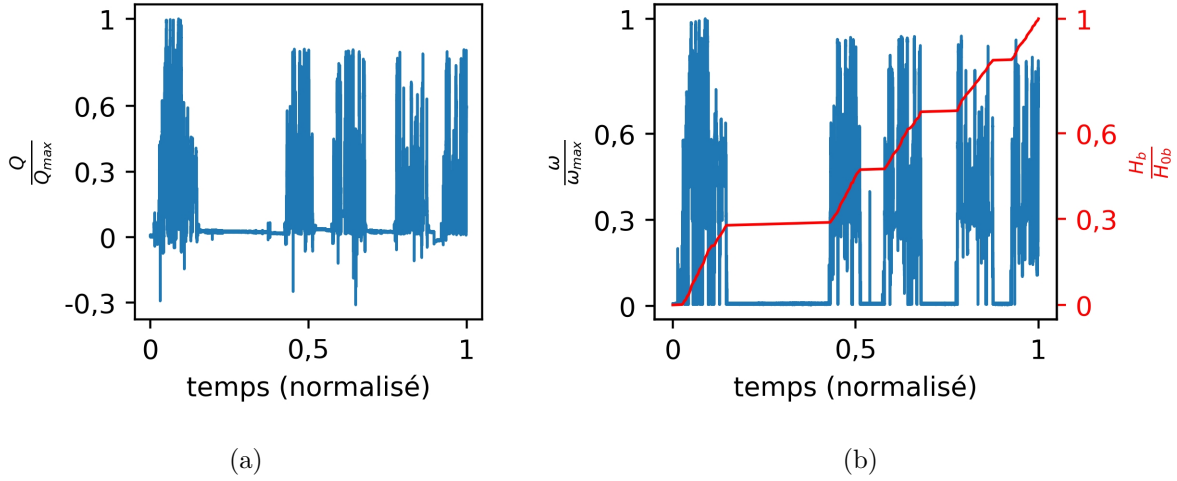


FIGURE 2.1 – Données d'entrée, (a) signal du couple moteur, (b) vitesse de rotation de la ligne d'arbres et cumul des cycles de flexion

À partir des données du chargement et du plan de la structure de la ligne d'arbres, certains paramètres peuvent être définis au sein d'un groupe de paramètres dépendants de la géométrie de la ligne d'arbres :

- $T_{a,max}$ , l'amplitude de contrainte maximale de cisaillement
- $T_{max}$ , le niveau maximal de contrainte de cisaillement
- $R_{\tau b}$ , le rapport entre l'amplitude maximale de cisaillement et l'amplitude de contrainte normale induite par la flexion rotative
- $R_{\tau c}$ , le rapport entre l'amplitude de cisaillement et l'amplitude de contrainte normale induite par la compression

L'évolution de la contrainte de cisaillement est connue avec le signal du couple moteur (figure 2.1a) et les formules de résistance des matériaux classiques (annexe A). Le rapport  $R_{\tau b}$ , entre le cisaillement maximal en amplitude et l'amplitude de flexion rotative, est connu par la géométrie de la ligne d'arbres. L'amplitude de flexion comme précisée est fixée par manque d'informations. Enfin, pour l'évolution de la contrainte normale due à la poussée, celle-ci est définie grâce aux lois d'hélice [Carlton, 2018, Pivano, 2008, Aucher, 1996]. Ces lois sont définies selon la géométrie des pales du propulseur marin. Elles permettent au concepteur de relier le couple  $Q$  imposé à l'hélice avec la vitesse de rotation  $\omega$  de celle-ci pour définir la poussée résultante  $T_p$ . Cette relation est donnée par les paramètres  $K_Q$  et  $K_T$  qui sont définis comme

$$\begin{aligned} K_Q &= Q \frac{4\pi^2}{\rho |\omega| \omega D^5} \\ K_T &= T_p \frac{4\pi^2}{\rho |\omega| \omega D^4} \end{aligned} \quad (2.1)$$

où  $\rho$  est la densité de l'eau et  $D$  est le diamètre du propulseur. En parallèle de ces coefficients, le nombre d'avance  $J$  est calculé

$$J = \frac{2\pi(1-w)u}{\omega D} \quad (2.2)$$

avec  $w$  le coefficient de sillage du navire et  $u$  sa vitesse d'avance. Ces relations d'hélice sont adaptées au calcul de poussée en mer et en régime moteur établi. D'autres coefficients existent sur le même principe pour définir le fonctionnement de l'hélice sur des plages de comportement plus complexes [Smogeli, 2006, Pivano et al., 2009]. Cependant, pour l'application, les lois d'hélice (2.1) sont très bien adaptées. Des abaques permettent de relier  $J$  avec  $K_Q$  et  $K_T$  [Carlton, 2018] et on observe

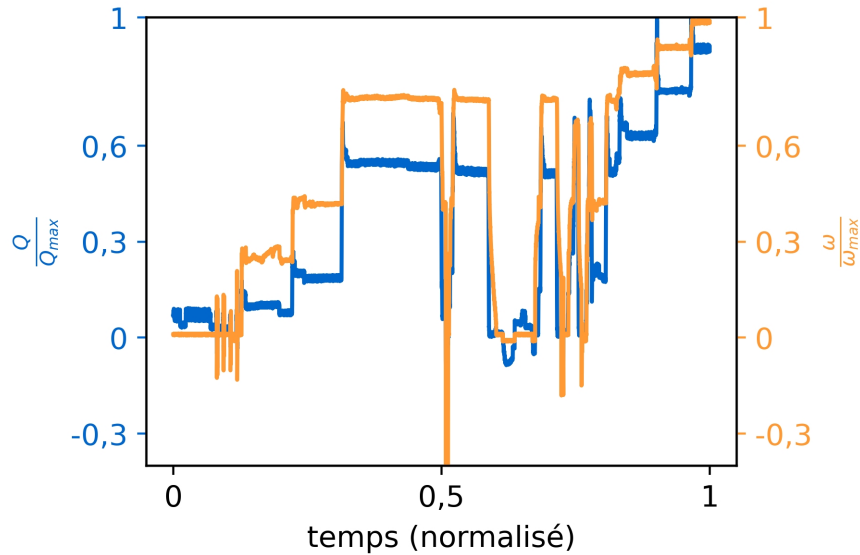


FIGURE 2.2 – Évolution du couple au sein de la ligne d'arbres mis en perspective avec la vitesse de rotation

que le couple évolue toujours (pour les régimes moteurs sans variations trop brusques) proportionnellement à la poussée. Ainsi, un coefficient  $R_{\tau c}$  peut être établi entre ces deux chargements. Sur les signaux de références de la figure 2.1, on observe bien cette proportionnalité en régime stabilisée sur la figure 2.2 qui est un focus temporel sur une partie des signaux de références.

### 2.2.2 Hypothèse d'endommagement

Dans l'optique de discriminer quels sont les régimes participant le plus à l'endommagement, plusieurs hypothèses sont considérées. Habituellement, pour établir la durée de vie d'un matériau, des courbes de Wöhler [Wöhler, 1860] (appelées aussi courbes S-N) sont utilisées. Ces courbes permettent de relier, pour un critère de rupture donné, un nombre de cycles à rupture  $N_{r,i}$  et une amplitude de chargement constante  $\sigma_{a,i}$ . Cette relation, entre amplitudes de chargement et nombre de cycles à rupture, peut être décrite par plusieurs lois telles que la relation de Bastenaire pour la fatigue oligocyclique ou les lois de Stromeyer et Basquin pour la fatigue à grand nombre de cycles. Pour les métaux, la loi de Basquin [Basquin, 1910] permet de bien décrire le comportement du matériau entre  $10^4$  et  $10^7$  cycles et présente l'avantage de décrire la courbe de Wöhler par une droite dans une représentation logarithmique. La formulation de la loi de Basquin se définit comme

$$C = N_r (\sigma_a)^b \quad (2.3)$$

avec  $C$  une constante matériau et  $b$  une propriété matériau définissant la pente de la loi de Basquin dans le diagramme bilogarithmique de la courbe de Wöhler,  $N_r$  le nombre de cycles à rupture et  $\sigma_a$  l'amplitude du chargement. Le paramètre  $b$  dépend à la fois du matériau, mais aussi du procédé employé. Pour une application sur un joint soudé, les valeurs de  $b$  oscillent typiquement autour de 3 alors que pour un même matériau à l'état brut, la valeur de  $b$  sera autour de 8.

Il est à noter, bien que la loi de Basquin est conçue initialement pour la fatigue à grand nombre de cycles, qu'elle sera utilisée pour traiter la fatigue à très grand nombre de cycles. Dans la conclusion de ce chapitre, cet aspect est discuté plus en détail. D'autres méthodes pourraient remplacer la loi de Basquin sans changer la philosophie de la méthode de dimensionnement. Pour la fatigue à très grand nombre de cycles, des paramètres  $C$  et  $b$  de la loi de Basquin peuvent être considérés pour ce régime définissant une loi de Basquin bilinéaire.

Le chargement est un chargement variable, il est nécessaire de recourir à une loi d'accumulation

du dommage de tous les cycles. Ainsi, et en gardant un aspect méthodologie, la règle de cumul de Miner-Palmgren est retenue [Palmgren, 1924, Miner, 1945]

$$D_{total} = \sum_i^k d_i = \sum_i^k \frac{n_i}{N_{r,i}} \quad (2.4)$$

avec  $D_{total}$  l'endommagement cumulé sur la structure,  $d_i$  l'endommagement induit par les  $n_i$  cycles d'amplitude  $\sigma_{a,i}$ .

Dans l'application présentée, toutes les valeurs sont normées ou adimensionnées que ce soit pour les amplitudes ou pour les paramètres matériaux. Ainsi, l'endommagement calculé est un indicateur du niveau de consommation de la durée de vie totale initiale et non un endommagement mécanique. Le but de l'étude est de faire une comparaison des différentes sollicitations mécaniques dans leur apport à l'endommagement.

### 2.2.3 Prise en compte de la variabilité du chargement

Le chargement disponible montrant le plus de variabilité est le chargement de torsion. Les cycles de torsion sont extraits du spectre de la figure 2.1a par la méthode de comptage "*rainflow*".

La méthode usuelle permettant l'extraction de cycles dans un signal d'un chargement mécanique uniaxial est la méthode dite "*rainflow*" ou "comptage *rainflow*" [Matsuishi and Endo, 1968] (*RFC* : Rainflow Counting Method) introduite en 1968 par Matsuishi et Endo. Le "*rainflow*" ou ruissèlement en français est une analogie faite entre la méthode de comptage et l'écoulement d'une goutte de pluie glissant sur les toits inclinés des pagodes du Japon d'où sont originaires les deux auteurs. La méthode "*rainflow*" et tous les algorithmes de comptage issus de cette méthode permettent d'extraire des cycles de contrainte ou de déformation dans un signal de chargement uniaxial. La méthode de Matsuishi et Endo suit les règles suivantes pour réaliser l'extraction des cycles (figure 2.3) :

1. Le signal est renversé à 90° avec l'axe du temps pointant vers le bas pour former le "toit de la pagode".
2. Puis, une "goutte" commence à partir de chaque extrema local.
3. Le trajet des "gouttes" définit des demi-cycles et chaque "goutte" peut continuer son trajet jusqu'à ce :
  - (a) Qu'elle tombe en face d'un extrema (trajet A – D) ;
  - (b) Qu'elle rencontre un autre trajet d'une autre "goutte" (trajet C-B) ;
  - (c) Qu'elle tombe du "toit" (trajet D-A).
4. Enfin les demi-cycles sont appairés pour former l'ensemble des cycles extraits et ainsi fermer les boucles d'hystérésis contrainte-déformation.

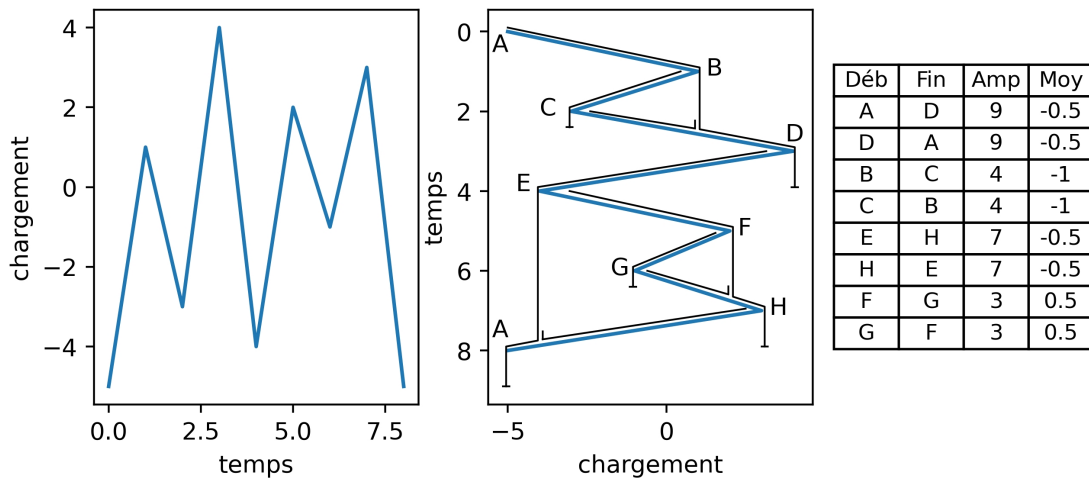


FIGURE 2.3 – Illustration de la méthode "rainflow"

Actuellement, l'algorithme utilisé pour réaliser un rainflow diverge légèrement de cette première conception. Cet algorithme est la méthode dite rainflow "4 points", elle repose sur la comparaison entre les segments issus des 4 points définissant la succession de crête et vallée dans un signal. La méthode "4 points" est l'évolution de la méthode "3 points" [Amzallag et al., 1994] qui nécessite la connaissance de tout l'historique du signal contrairement à la méthode "4 points". Ces deux méthodes restent équivalentes pour un même signal complet donné [McInnes and Meehan, 2008]. Le comptage par l'algorithme "rainflow 4 points" peut se résumer [Lee and Tjhung, 2012] (figure 2.4) par :

1. Soit la succession de 4 pics/vallées définis comme P1, P2, P3 et P4. Avec  $X = |P4 - P3|$ ,  $Y = |P3 - P2|$  et  $Z = |P2 - P1|$
2. Un cycle est retiré/compté du signal si  $X \geq Y$  et  $Z \geq Y$  sinon le compte reprend à P2 avec l'introduction de P5
3. Les points non extraits du signal sont appelés le résidu. Ce résidu est dupliqué à la suite du signal puis le comptage est recommencé sur le résidu formé jusqu'à l'extraction du plus grand nombre de cycles entiers possible. Les méthodes diffèrent généralement sur l'analyse du résidu.

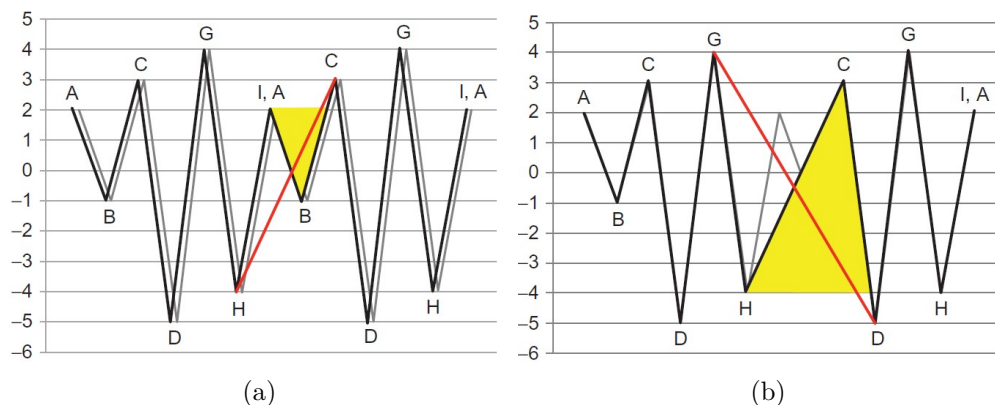


FIGURE 2.4 – Illustration de la méthode "rainflow 4 points" [Lee and Tjhung, 2012], (a) cycle A-B extrait, (b) cycle H-C extrait

La méthode rainflow est appliquée au signal de torsion, les cycles extraits sont ensuite regroupés par classe d'amplitude en figure 2.5. La répartition des cycles est hétérogène dans le signal avec 90% des cycles ayant une amplitude relative inférieure à 0,2. Il est à noter qu'un cycle extrait par le comptage "rainflow" ne correspond pas directement à une manœuvre ou à un changement de

régime, mais à une différence entre deux niveaux de torsion.

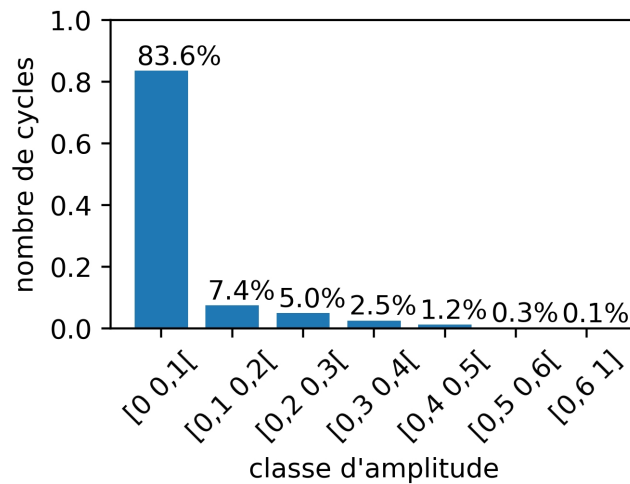


FIGURE 2.5 – Répartition des cycles de torsion par classe d'amplitude

L'endommagement est établi par classe d'amplitude en figure 2.6 avec les hypothèses de Miner-Palmgren pour le cumul d'endommagement et avec une pente unique de Basquin. Afin d'évaluer qualitativement, l'endommagement induit par les cycles de torsion, trois hypothèses de valeur de  $b$  ont été testées : 3, 8 et 16. Un  $b = 3$  est proche d'une application d'assemblage soudé alors que  $b = 8$  sera représentatif d'une application du matériau en fatigue à grand nombre de cycles et  $b = 16$  sera représentatif en fatigue à très grand nombre de cycles. Ce balayage est qualitatif et non directement associé à l'application de la ligne d'arbres. L'analyse de l'endommagement par classe d'amplitude (figure 2.6) montre que les cycles, identifiés dans les classes d'amplitudes entre  $[0, 0,2]$ , ne participent pas à l'endommagement de la structure quel que soit le paramètre matériau considéré. Or ces cycles représentent 90% de la population des cycles. Par conséquent, seuls les changements de régime de grandes amplitudes (supérieures à 0,2), correspondant à moins de 10% du nombre total de cycles, participent à l'endommagement de la structure sous sollicitation de torsion.

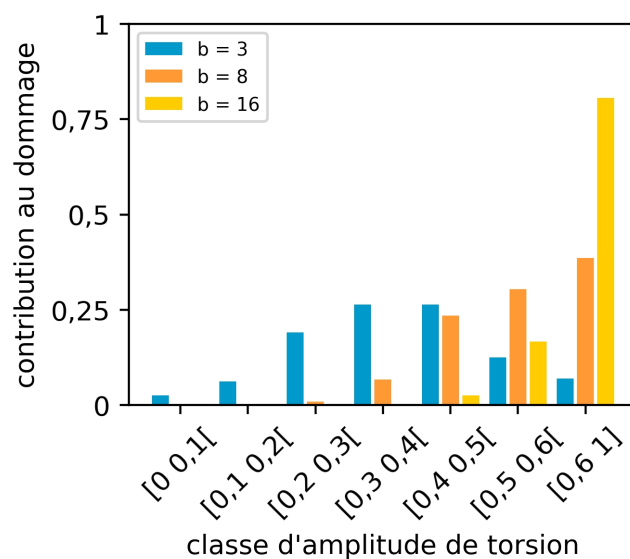


FIGURE 2.6 – Participation à l'endommagement des cycles de torsion par classe d'amplitude en fonction de la pente de Basquin

En se basant sur ce constat, il est possible de définir un chargement constant équivalent en termes d'endommagement au chargement variable. Ce chargement équivalent est défini à partir d'une amplitude constante, l'iso-endommagement entre le chargement variable et cette équivalence est défini pour une application matériau donnée (i.e une pente de Basquin) par

$$\sum \frac{n_i}{N_{r,i}} = D_{total}(b) = \frac{n_{eq}}{N_{r,eq}} \quad (2.5)$$

Le chargement équivalent est constitué de deux inconnues : l'amplitude constante équivalente  $\sigma_{const\ amp}^{eq}$  et le nombre de cycles iso-endommageant  $N_{r,eq}$ . Le choix d'une des deux variables conditionne la deuxième par la loi de Basquin

$$\left(\sigma_{const\ amp}^{eq}\right)^b N_{r,eq} = C \quad (2.6)$$

En figure 2.7, trois courbes d'iso-endommagement sont établies pour les trois pentes de Basquin utilisées ( $b = [3, 8, 16]$ ). Les cycles d'iso-endommagement des courbes sont extrapolés pour une durée de vie du navire à cinquante ans. Selon la distribution des cycles participant à l'endommagement la contrainte équivalente à amplitude constante à considérer pour un niveau de chargement participant réellement à l'endommagement varie selon la pente de Basquin. Pour un  $b = 3$ , l'amplitude équivalente sera choisie entre des amplitudes de  $[0,2\ 0,5]$  donnant des durées de sollicitation pour un iso-endommagement au chargement variable réel de quelques  $10^3$  cycles à quelques  $10^5$  cycles. Pour  $b = 8$  et  $b = 16$ , les amplitudes équivalentes à considérer sont comprises respectivement entre  $[0,4\ 0,7]$  et  $[0,5\ 0,7]$  soit des durées de sollicitations comprises entre  $10^3$  et  $10^5$  pour  $b = 8$  et quelques  $10^2$  cycles et  $10^5$  cycles pour  $b = 16$ .

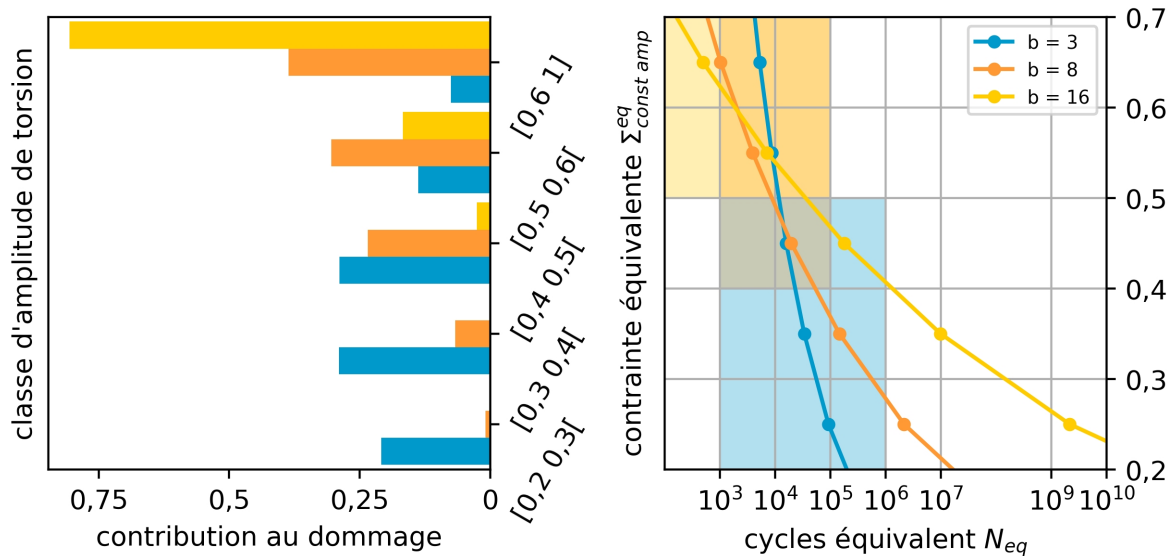


FIGURE 2.7 – Participation à l'endommagement des cycles de torsion par classe d'amplitude en fonction de la pente de Basquin

La figure 2.7 permet, pour un paramètre matériau  $b$ , de définir le domaine de fatigue à considérer pour le matériau dans le cas de la torsion seule. Pour  $b = 8$ , le domaine d'étude en fatigue est le nombre de cycles limité avec une gamme de cycles compris entre  $10^3$  et  $10^5$  cycles. Ainsi, pour cette gamme, il est possible de définir une contrainte équivalente en termes d'iso-endommagement. Cette contrainte peut être choisie pour travailler avec soit les hypothèses de la fatigue oligocyclique ( $10^3$  cycles) soit de la fatigue à grand nombre de cycles ( $10^5$  cycles).

Il est possible de synthétiser, avec la méthode modifiée d'Heuler, le spectre de chargement de manière moins simpliste que celle consistant à considérer un chargement équivalent d'amplitude



constante. Dans cette méthode, le caractère variable des amplitudes est conservé. De plus, cette méthode permet d'être moins dépendant de la taille de signal disponible et de représenter le chargement de manière adimensionnelle tout en y associant un profil lié à la nature d'utilisation de la structure considérée ici la ligne d'arbres.

Le comptage "rainflow" permet de distribuer et ranger les cycles extraits du signal par classe d'amplitude. Puis, le résultat du rainflow peut être modélisé par la méthode d'Heuler modifiée [Heuler and Klätschke, 2005, Heuler et al., 2005, Bellec et al., 2021] afin de représenter la distribution des amplitudes en fonction de l'occurrence de cycles cumulés par une fonction de forme (2.7). Cette méthode est appliquée au signal de torsion, la fonction de forme pour la torsion est donnée par

$$\frac{\log(H_\tau)}{\log(H_{0\tau})} = 1 - \alpha_\tau \left( \frac{T_a}{T_{a,max}} \right)^{\nu_\tau} \quad (2.7)$$

avec  $H$  l'occurrence de cycles cumulés en allant des plus grandes amplitudes vers les plus petites amplitudes,  $H_0$  le nombre total de cycles du spectre de chargement,  $T_a$  l'amplitude de chargement de cisaillement,  $T_{a,max}$  l'amplitude de chargement maximale de cisaillement. Les paramètres de formes  $\alpha_\tau$  et  $\nu_\tau$  sont les paramètres décrivant le chargement variable de torsion. L'avantage de cette méthode est de donner une représentation adimensionnelle du chargement tout en conservant le profil d'emploi du navire. La représentation d'Heuler modifiée de la torsion est donnée en figure 2.8.

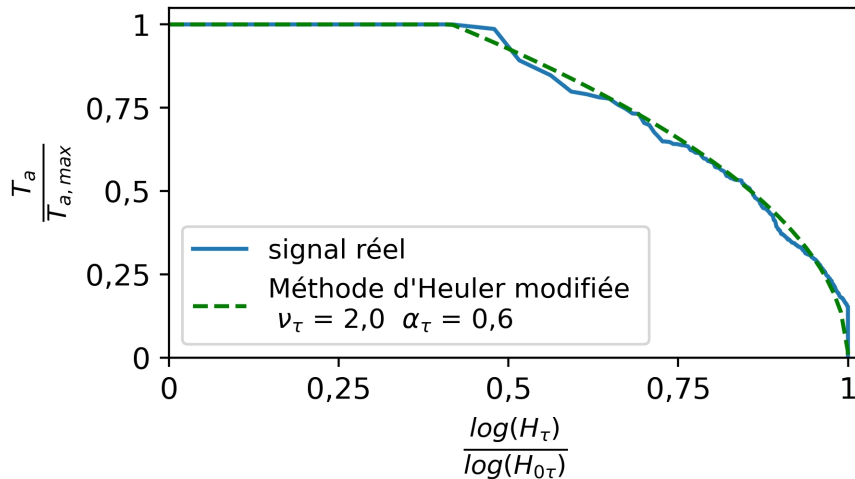


FIGURE 2.8 – Cumul du nombre de cycles de torsion en fonction de l'amplitude de torsion, méthode d'Heuler modifiée

Cette représentation nécessite donc un signal d'entrée post-traité à l'aide d'un comptage "rainflow" pour établir les paramètres de forme du signal. Une fois la fonction de forme ajustée, elle présente l'avantage par la paramétrisation des coefficients de faciliter la comparaison de différents signaux et de synthétiser en quelques paramètres la richesse de mesures en service tout en conservant la variabilité du signal. Ainsi, dans une phase de conception, il est possible de jouer sur les paramètres de forme pour modifier le signal d'entrée. Le but est de pouvoir tester l'effet, sur l'endommagement de la ligne d'arbres, d'un plus grand nombre de manœuvres ou de modifier la répartition entre grands et petits cycles en termes d'amplitude. Pour illustrer cet effet en considérant plusieurs plages de mission possible pour un navire, le paramètre  $\alpha_\tau$  est testé en figure 2.9a. Ce paramètre a un effet sur le nombre de cycles à l'amplitude maximale  $T_{max}$ . Une augmentation de  $\alpha_\tau$  vers 1 diminue le nombre de cycles de très grande amplitude alors que la diminution de  $\alpha_\tau$  vers 0 va renforcer le nombre de cycles à très grande amplitude. Le paramètre  $\nu_\tau$  (figure 2.9b) est un paramètre de forme affectant principalement la distribution des cycles entre les moyennes et faibles amplitudes de chargement. Un paramètre  $\nu_\tau$  proche de 5 augmente le nombre de cycles de grandes amplitudes alors qu'un  $\nu_\tau$  bas à l'effet inverse.

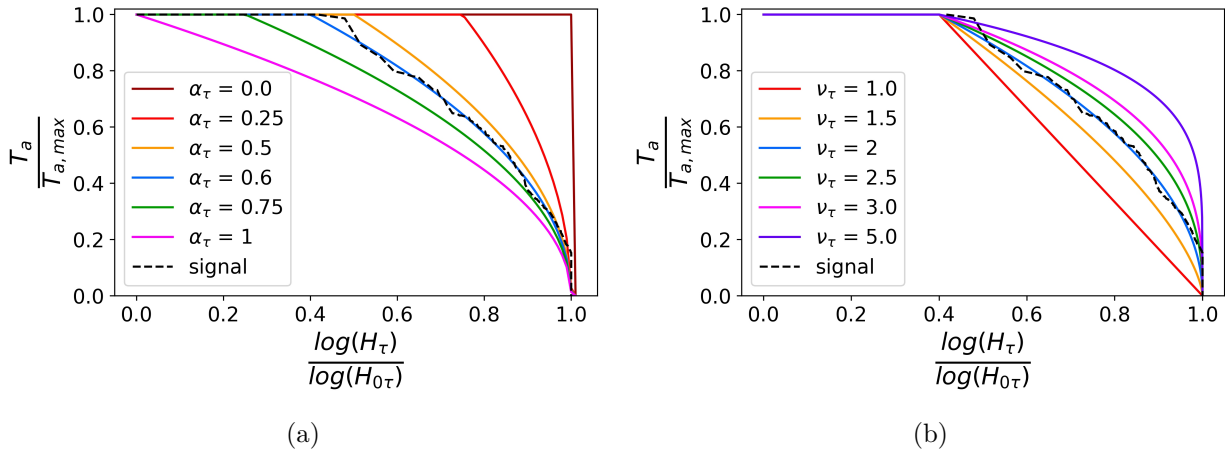


FIGURE 2.9 – (a) Effet du paramètre  $\alpha_\tau$  sur la représentation du chargement par la méthode de Heuler avec  $\nu_\tau = 2, 0$ , (b) Effet du paramètre  $\nu_\tau$  sur la représentation du chargement par la méthode de Heuler avec  $\alpha_\tau = 0, 6$

Pour la suite, la flexion rotative et la compression sont considérées dans l'étude en fatigue avec la torsion. En effet, il serait trop restrictif (et non conservatif) de considérer chaque chargement séparément dans l'analyse de l'endommagement.

Le chargement de compression est proportionnel au chargement de torsion par la loi d'hélice. Pour le chargement de flexion, les amplitudes sont constantes. Cependant, à l'échelle de la fréquence de la flexion rotative, le cisaillement est considéré comme un chargement moyen avec une évolution lente dans le temps. Ainsi, la méthode d'Heuler (2.7) est réappliquée pour définir l'accumulation de cycles de flexion rotative  $H_b$  en fonction du niveau de cisaillement  $T$ . La représentation de ce chargement obtenue par la méthode d'Heuler modifiée avec les signaux d'entrée figure 2.1 donne la figure 2.10

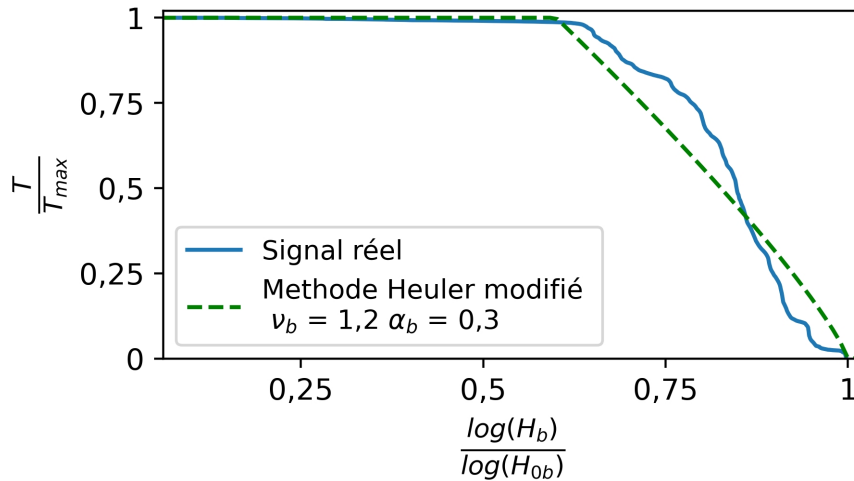


FIGURE 2.10 – Cumul du nombre de cycles de flexion en fonction du niveau de torsion, méthode d'Heuler modifiée

Le chargement flexion-cisaillement est défini à partir des paramètres de forme  $\alpha_b$  et  $\nu_b$ .  $H_{0b}$  est le nombre total de cycles de flexion rotative obtenu avec la vitesse de rotation de la ligne d'arbre (figure 2.1b).

En résumé, dans la définition du problème de dimensionnement de la ligne d'arbres, un deuxième

jeu de paramètres est défini pour décrire l'histoire du chargement et sa variabilité :

- $H_{0\tau}$ , le nombre total de cycles de cisaillement
- $H_{0b}$ , le nombre total de cycles de flexion rotative
- $\alpha_\tau$  et  $\nu_\tau$ , les paramètres définissant le spectre de chargement liant amplitude de torsion avec nombre de cycles de torsion
- $\alpha_b$  et  $\nu_b$ , les paramètres définissant le spectre de chargement liant niveau de torsion avec nombre de cycles de flexion rotative

## 2.2.4 Caractérisation d'un chargement équivalent

### 2.2.4.1 Définition de cycles de chargement

Le chargement de la ligne d'arbres est multiaxial avec des sollicitations agissant à des fréquences différentes, ce qui rend la lecture du chargement difficile dans l'espace des contraintes. Cette différence de fréquences dans la variation entre flexion et torsion a un effet sur la définition des cycles de chargement. Ainsi, deux groupes de cycles de chargement sont définis.

Le premier groupe de cycles est formé par les cycles de chargement associés aux manœuvres du navire qui engendrent un nombre de cycles de torsion  $H_{0\tau}$ . Dans l'espace des contraintes, ces cycles sont des cycles multiaxiaux que l'on pourrait schématiquement reconstruire en fonction, à l'échelle de la variation de torsion, des trois sollicitations de la ligne d'arbres. Ainsi, un cycle se compose de la contrainte en amplitude et en moyenne de torsion (figure 2.11a), de la contrainte normale issue de la poussée (figure 2.11b) et de l'amplitude de la contrainte normale issue de la flexion rotative (figure 2.11c).

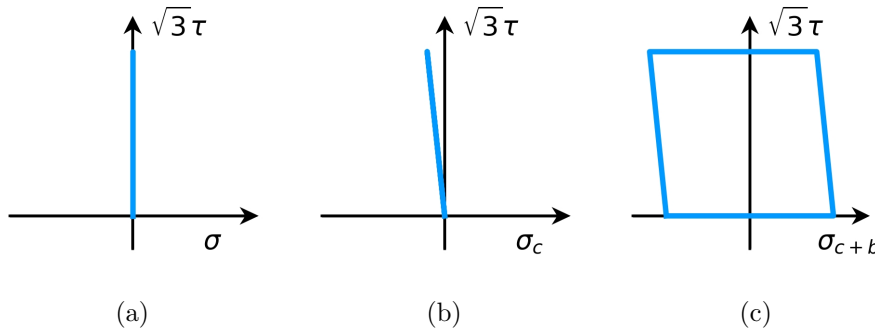


FIGURE 2.11 – (a) Cycle de torsion, (b) Composante de contrainte normale issue de la poussée, (c) Composante de contrainte normale issue de la flexion rotative

Pour ce groupe de cycles, les informations de chaque cycle peuvent être définies au moyen de contraintes équivalentes. Ces dernières permettent de définir les effets des natures de sollicitations sur la tenue en fatigue et de représenter la partie amplitude des contraintes et contraintes moyennes. Pour l'amplitude, la contrainte équivalente de von Mises [Mises, 1913] est retenue. Ainsi, en fonction des paramètres de la ligne d'arbres, la contrainte équivalente en amplitude se définit comme

$$J_{2a} = \sqrt{\left(\frac{T_{a,max}}{R_{\tau b}} + \frac{T_a}{R_{\tau c}}\right)^2 + 3(T_a)^2} \quad (2.8)$$

avec  $T_a$  l'amplitude de cisaillement,  $R_{\tau b}$  le rapport entre la contrainte maximale en amplitude de torsion et la contrainte normale en amplitude de flexion,  $R_{\tau c}$  le rapport exprimant l'évolution proportionnelle entre le couple moteur (cisaillement) et la poussée (contrainte normale).

Pour la contrainte moyenne de ces cycles, deux invariants sont nécessaires pour décrire cet effet. En effet, selon les matériaux, l'effet de la contrainte moyenne normale et de la contrainte moyenne de cisaillement peut être très différent sur la tenue en fatigue [Pallarés-Santasmartas et al., 2018a, Pallarés-Santasmartas et al., 2018b]. L'application du comptage "rainflow" sur le signal de torsion

(figure 2.1a) montre que le rapport de charge pouvant être retenu au premier ordre (figure 2.12) est un rapport de charge de  $R = 0$  ( $\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ ). Ainsi à  $R = 0$ , la contrainte moyenne est égale à la contrainte en amplitude.

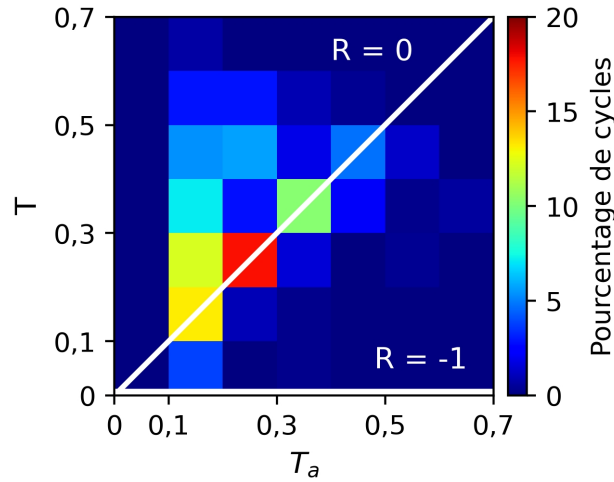


FIGURE 2.12 – Distribution des amplitudes de torsion  $T_a$  en fonction du niveau de contrainte moyenne  $T$

Pour cette catégorie, en fonction des paramètres de la ligne d'arbres, la contrainte moyenne est synthétisée par

$$J_{2m} = \sqrt{\left(\frac{T_a}{R_{\tau c}}\right)^2 + 3(T_a)^2} \quad (2.9)$$

$$I_{1m} = \frac{T_a}{R_{\tau c}} \quad (2.10)$$

La seconde catégorie de cycle est dépendante des cycles de flexion rotative. La fréquence de la flexion étant bien plus importante, à cette échelle, seule la flexion "cycle" réellement et les autres sollicitations sont considérées comme de la contrainte moyenne (figure 2.13). Cette catégorie de cycles est appelée le régime établi du navire. Pour ces cycles la contrainte équivalente en amplitude correspond à l'amplitude de flexion

$$J_{2a} = \frac{T_{a,max}}{R_{\tau b}} \quad (2.11)$$

Pour la contrainte équivalente moyenne, les invariants donnent

$$J_{2m} = \sqrt{\left(\frac{T}{R_{\tau c}}\right)^2 + 3(T)^2} \quad (2.12)$$

$$I_{1m} = \frac{T}{R_{\tau c}} \quad (2.13)$$

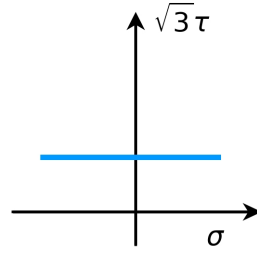


FIGURE 2.13 – Cycle de flexion avec contrainte moyenne de torsion

### 2.2.4.2 Prise en compte de la non-proportionnalité

Une partie du chargement appliqué aux lignes d'arbres est un chargement non proportionnel et évaluer l'endommagement issu des cycles multiaxiaux n'est pas aisé. Plusieurs études [Weber, 1999, Cristofori et al., 2008, Pejkowski, 2017, Papuga, 2011] montrent que les critères de fatigue multiaxiaux représentent mal le dommage réel en présence d'un trajet de chargement non proportionnel dans l'espace des contraintes. Cinq paramètres correctifs existent dans la littérature pour permettre la prise en compte de la non-proportionnalité par les critères de fatigue. Ces paramètres sont de natures et philosophies diverses avec des indicateurs basés sur des approches scalaires et d'autres sur des approches « plan critique ». Une synthèse de plusieurs de ces paramètres est faite dans [Pejkowski, 2017].

Pour prendre en compte ce type de phénomène dans un calcul d'endommagement, des solutions efficaces et implémentables dans une démarche utilisant des invariants existent. Dans les travaux de Bercelli [Bercelli et al., 2019], on trouve l'utilisation d'un indicateur  $I_{NP}$  de non-affinité du chargement pour évaluer le degré de non-proportionnalité du chargement. L'indicateur de non-affinité est une méthode simple pour étendre l'utilisation des critères comme celui de Sines illustré dans l'article [Bercelli et al., 2019]. L'indicateur retenu dans cette étude [Bercelli et al., 2019, Pejkowski, 2017] est basé sur un produit scalaire et s'adapte particulièrement aux critères de type "invariant". L'indicateur traduit une perte de linéarité dans le trajet du chargement et donc une non-affinité en exprimant la variation des directions de contraintes par rapport à un point  $M$  de référence (état de contrainte moyenne). L'indicateur s'écrit comme

$$I_{NP} = 1 - \frac{1}{L} \int_{t_0}^{t_n} \frac{\left| \left( \underline{s}(t_i) - \underline{s}_M \right) : \frac{ds}{dt} \right|}{\sqrt{\left( \underline{s}(t) - \underline{s}_M \right) : \left( \underline{s}(t) - \underline{s}_M \right)}} dt \quad (2.14)$$

avec le tenseur déviatorique des contraintes  $\underline{s}(t) = \underline{\sigma}(t) - \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\sigma}(t)) \underline{I}$  et  $\underline{s}_M$  la contrainte moyenne déviatorique.  $L$  est la longueur du trajet de chargement entre  $t_0$  et  $t_n$ . Au final, on adoptera la forme discrète de l'indicateur plus facile à utiliser. Cette forme discrète est donnée par

$$I_{NP} = 1 - \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{1}{n_{inc}} \sum_{j=0}^{n_{inc}-1} \frac{\left| \left( \underline{s}_j(t_i) - \underline{s}_M \right) : \left( \underline{s}_j(t_{i+1}) - \underline{s}_j(t_i) \right) \right|}{\sqrt{\left( \underline{s}_j(t_i) - \underline{s}_M \right) : \left( \underline{s}_j(t_i) - \underline{s}_M \right)}} \right) \quad (2.15)$$

avec  $\underline{s}_j(t_i) = \frac{(2j+1)\underline{s}(t_{i+1}) + (2n_{inc}-2j-1)\underline{s}(t_i)}{2n_{inc}}$  défini entre  $\underline{s}_j(t_i)$  et  $\underline{s}_j(t_{i+1})$

et  $L = \sum_{i=0}^{n-1} \left\| \underline{s}(t_{i+1}) - \underline{s}(t_i) \right\|$ . Le calcul de  $I_{NP}$  est illustré sur cas pratique avec un chargement similaire aux cycles multiaxiaux de l'étude (figure 2.14). Le chargement suit le trajet multiaxial  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  avec de la contrainte normale et de cisaillement. Le degré de non-proportionnalité est évalué avec (2.15). Par souci de clarté, un segment du chemin est discrétisé

avec seulement  $n_{inc} = 3$  incréments. Bien sûr, une discrétisation plus élevée donne des résultats plus précis, dans cet exemple  $I_{NP} = 0,54$ .

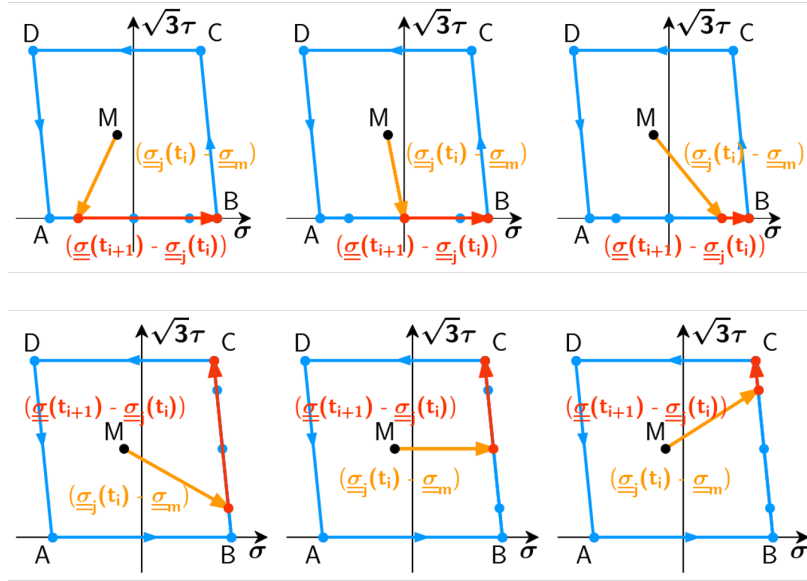


FIGURE 2.14 – Détail des étapes de calcul du facteur  $I_{NP}$  (2.15) sur les segments A-B et B-C

Le degré de non-proportionnalité (2.15) est calculé sur des trajets types en figure 2.15.

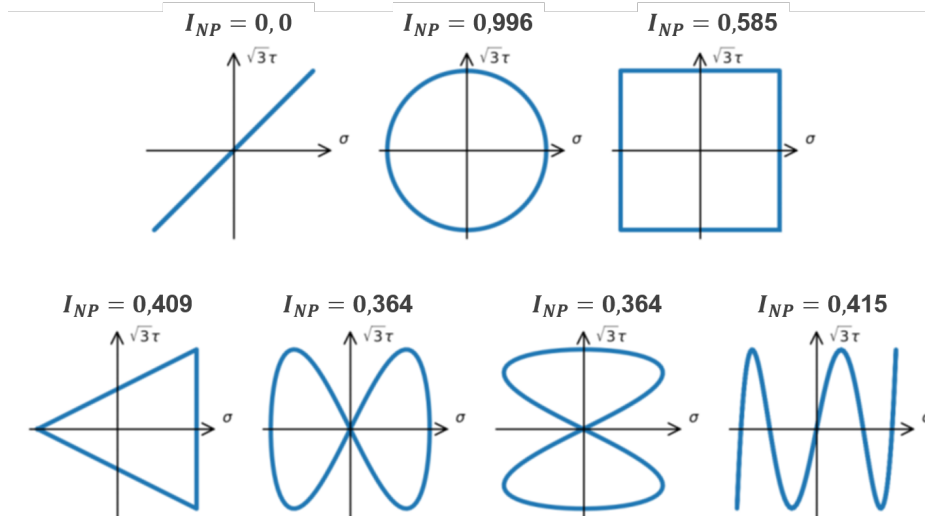


FIGURE 2.15 – Cas de chargements issus de [Anes et al., 2014c] avec l'indicateur  $I_{NP}$  calculé avec (2.15), [Bercelli et al., 2019]

Ainsi, une valeur de  $I_{NP}$  proche de 0 indique que le chargement est affine, au contraire, un indicateur  $I_{NP}$  proche de 1 indique un caractère de non-proportionnalité du chargement très marqué. Dans le cas des cycles multiaxiaux de l'étude, cet indicateur dépend à la fois de l'amplitude de cisaillement  $T_a$  et de l'amplitude de la flexion définie par  $R_{\tau b}$  illustré figure 2.16. Le degré de non-proportionnalité n'est pas forcément le plus fort pour l'amplitude de cisaillement et de flexion la plus forte, cela dépend de la forme du trajet.

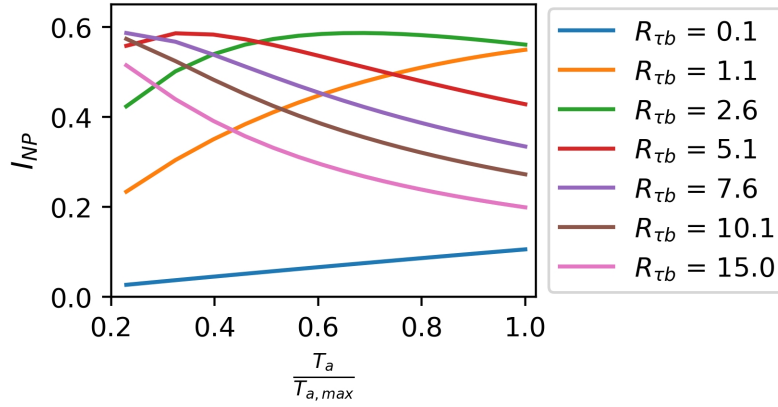


FIGURE 2.16 – Évolution de l'indicateur de non-proportionnalité en fonction de l'amplitude de torsion et de flexion

À ce stade, l'indicateur  $I_{NP}$  ne permet que d'évaluer le degré de non-affinité. Pour pouvoir en rendre compte dans un calcul d'endommagement, une correction linéaire est introduite sur les critères de fatigue. Dans l'article [Bercelli et al., 2019], celle-ci est réalisée sur le critère de Sines et de Crossland (1.28)  $E_{CR}$  en introduisant une fonction  $f(I_{NP})$ . La correction est faite par un paramètre  $a''$  appliqué tel que  $E_{CR}(1 - a''I_{NP})$ . Dans [Bercelli et al., 2019], la fonction de correction linéaire est calibrée pour le critère de Sines avec  $a'' = 0,28$  et pour le critère de Crossland  $a'' = 0,21$ . Un exemple du critère est illustré en figure 2.17, les données de fatigue proviennent de [Anes et al., 2014a, Anes et al., 2014c].

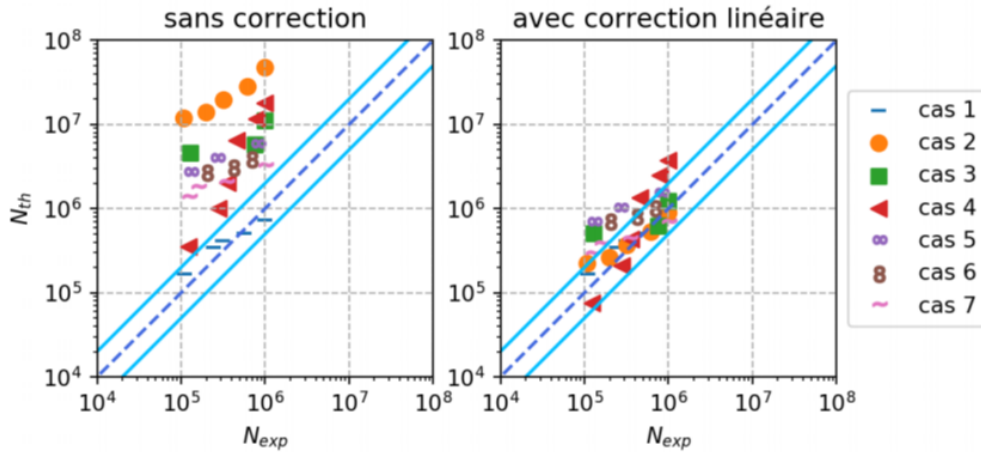


FIGURE 2.17 – Effet de la correction linéaire sur le critère de Crossland [Bercelli et al., 2019] avec l'application des trajets de chargement de la figure 2.15

Afin d'intégrer la correction linéaire de l'effet de non-proportionnalité dans l'évaluation de l'endommagement des cycles multiaxiaux, la démarche est appliquée sur la contrainte équivalente en amplitude. Ainsi pour les cycles multiaxiaux,  $J_{2a}$  (2.8) est modifié tel que

$$J_{2a}^{NP} = J_{2a} (1 - a''I_{NP})^{-1} \quad (2.16)$$

Des essais de fatigue permettent de calibrer  $a''$  en conséquence. Cette calibration peut être faite par des méthodes rapides comme l'auto-échauffement.

### 2.2.4.3 Définition de la contrainte équivalente en fatigue

L'ensemble des effets sont établis, il reste cependant à synthétiser ces effets et prendre en compte l'effet de contrainte moyenne. L'analyse des critères en partie 1.2.4 a révélé l'intérêt d'utiliser un critère prenant en compte la torsion moyenne dans des chargements de type ligne d'arbres, le critère le plus prometteur est celui d'Altenbach et Zolochenski [Altenbach and Zolochenski, 1996]. Pour chaque cycle, une contrainte équivalente (assimilée à un critère de fatigue) est définie selon un critère proche de celui d'Altenbach et Zolochenski :

$$\sigma^{eq} = J_{2a}^{NP} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} \quad (2.17)$$

Les paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont introduits pour pondérer l'effet de contrainte moyenne. La contrainte moyenne des cycles multiaxiaux  $J_{2m}$  et  $I_{1m}$  sont obtenues avec (2.9) et (2.10). Les paramètres  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont calibrables par des essais de fatigue ou par la méthode auto-échauffement développée au chapitre 5.  $\mu_1$  pondère l'effet de contrainte moyenne issu du cisaillement et de la contrainte normale alors que  $\mu_2$  pondère uniquement l'effet de contrainte normale moyenne. Pour l'évaluation de l'endommagement des cycles uniaxiaux, la contrainte équivalente est quasiment identique

$$\sigma^{eq} = J_{2a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} \quad (2.18)$$

avec  $J_{2a}$  (2.11),  $J_{2m}$  (2.12) et  $I_{1m}$  (2.13).

L'évaluation de l'endommagement est réalisée en utilisant les hypothèses de Basquin (2.3) et de Miner (2.4). Dans le cas de la loi de Basquin, celle-ci est utilisée avec la contrainte équivalente  $\sigma^{eq}$  définie soit pour les cycles uniaxiaux (2.18), soit pour les cycles multiaxiaux (2.17). La loi de Basquin devient

$$C = N_r (\sigma^{eq})^b \quad (2.19)$$

La règle de cumul de l'endommagement de Miner-Palmgren donne l'indicateur

$$D_{total} = \sum_i^N \frac{n_i}{C \cdot (\sigma_i^{eq})^{-b}} \quad (2.20)$$

Pour les cycles multiaxiaux,  $n_i$  donne  $N_{\tau,i}$  le nombre de cycles effectués à l'amplitude  $T_{a,i}$ .  $N_{\tau,i}$  ne doit pas être confondu avec  $H_{\tau,i}$  qui est le nombre de cycles cumulés jusqu'à l'amplitude  $T_{a,i}$  (figure 2.9). Pour les cycles uniaxiaux,  $n_i$  donne  $N_{b,i}$  le nombre de cycles de flexion effectués au niveau de torsion  $T_i$ . De la même manière,  $N_{b,i}$  ne doit pas être confondu avec le nombre de cycles cumulés de flexion  $H_{b,i}$  (figure 2.10).

Finalement, un troisième jeu de paramètres est défini pour le problème de dimensionnement de la ligne d'arbres. Ce jeu de paramètres regroupe les effets matériaux influençant la fatigue :

- $b$ , la puissance de la loi de Basquin
- $C$ , le paramètre de calage matériau de la loi de Basquin
- $a$ , la correction linéaire de la contrainte équivalente due à l'effet de non-proportionnalité du trajet de chargement
- $\mu_1$  et  $\mu_2$ , les paramètres pondérant l'effet de la contrainte moyenne normale et la contrainte moyenne de cisaillement



## 2.3 Proposition d'une méthode paramétrique pour le dimensionnement

Dans la méthode développée ici, l'objectif est de considérer l'endommagement de l'ensemble des cycles identifiés. Deux mécanismes sont à l'œuvre dans la ruine de la ligne d'arbres :

- D'une part un des mécanismes d'endommagement provient des cycles multiaxiaux des "manœuvres" avec  $10^4$  et  $10^5$  cycles. Ce mécanisme est un mécanisme lié à la fatigue à grand nombre de cycles, ce type de ruine est le cœur de l'étude des chapitres suivants.
- L'autre mode de ruine vient des cycles de flexion du "régime permanent" avec  $10^8$  et  $10^9$  cycles. Cette seconde nature d'endommagement est liée à la fatigue à très grand nombre de cycles. L'intérêt de la méthode est de considérer les deux mécanismes tout en définissant un domaine de travail de la ligne d'arbres pour une tenue en fatigue d'une ou de l'autre nature d'endommagement au regard des deux populations de cycles.

Si la méthode a pour vocation d'être utilisée pour le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres, elle peut aussi être utilisée pour l'étude des lignes d'arbres en service. L'avantage de sa construction est d'avoir synthétisé un maximum d'informations au sein d'un groupe limité de quinze paramètres (répartis en trois catégories) permettant de définir complètement et précisément le cadre de travail pour l'analyse en fatigue. Cette approche paramétrique permet d'aisément déterminer la sensibilité d'une ligne d'arbre à certains paramètres qu'ils soient matériaux, structurels ou dépendants de la mission du navire (histoire du chargement). Le processus d'évaluation de l'endommagement est résumé en figure 2.18. La méthode intègre un grand nombre d'effets en fatigue comme la contrainte moyenne et l'aspect non proportionnel de certains cycles. D'autres effets peuvent être pris en compte grâce au caractère local de la méthode. Les effets de surfaces (entailles, traitement surfacique, effet technologique...) très critiques pour la tenue en fatigue comme les effets de volumes (structure de grande taille) peuvent être facilement implémentable. Une partie de ces effets est notamment abordée au chapitre 3 pour la prise en compte de l'entaille dans l'évaluation de la tenue en fatigue par la méthode auto-échauffement (méthode locale).

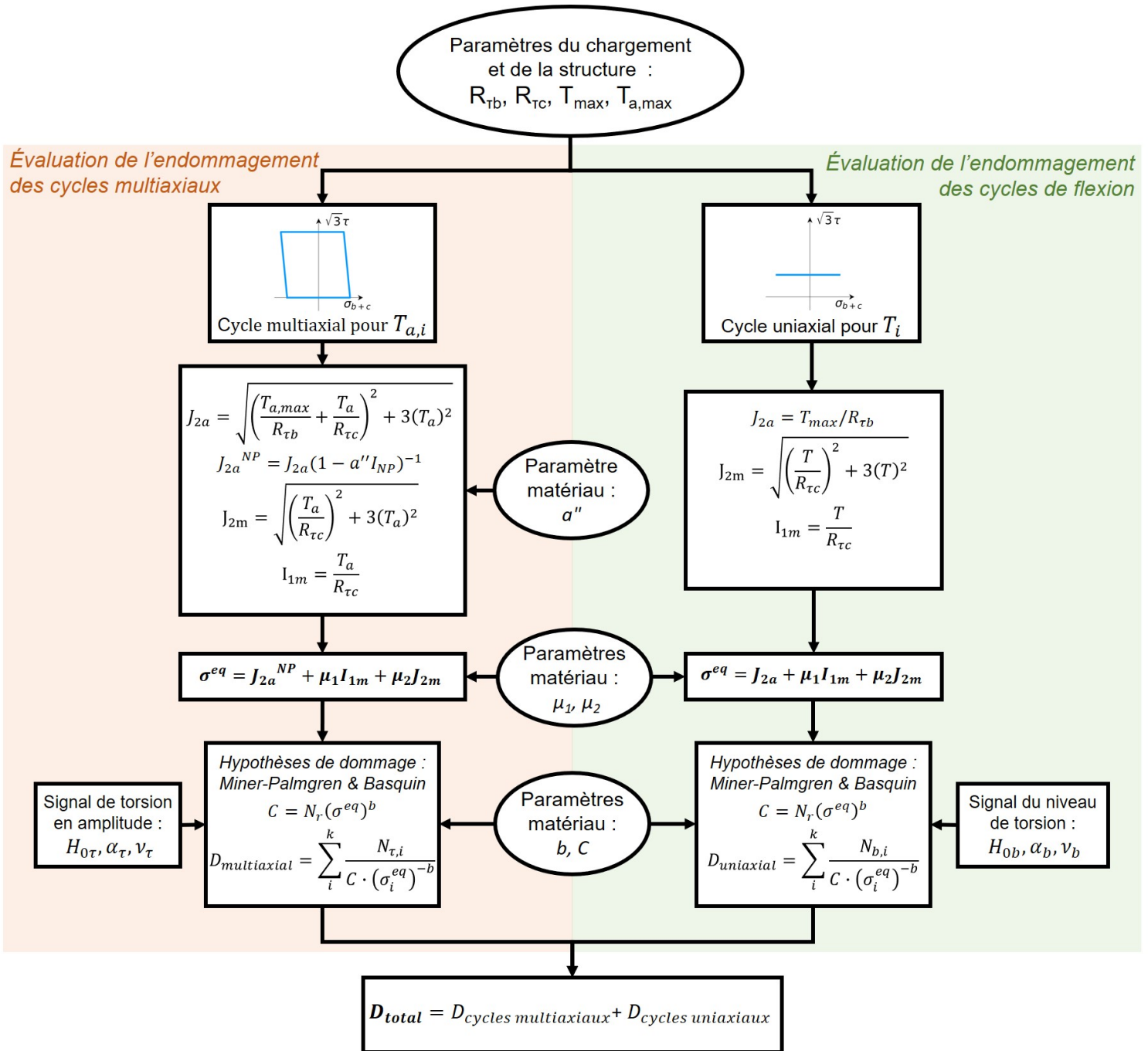


FIGURE 2.18 – Méthodologie pour l'évaluation de l'endommagement de l'ensemble des cycles de chargement au sein de la ligne d'arbres de transmission d'application navale

## 2.4 Étude et sensibilité paramétrique dans le dimensionnement des lignes d'arbres

La méthode paramétrique est appliquée pour étudier la sensibilité des différentes classes de paramètres dans une étude en fatigue. Pour cela les trois catégories de paramètres sont étudiées une par une. Les données d'entrées sont issues du cas d'étude décrit en partie 2.2.1. La sensibilité aux paramètres pour la tenue en fatigue aide le concepteur à positionner sa structure vers un type d'endommagement. Ainsi, l'étude de la sensibilité est définie par rapport à la part de l'endommagement des cycles multiaxiaux ("manœuvres")  $D_{cycles\ multiaxiaux}$  dans l'endommagement général de la ligne d'arbres  $D_{total}$ .

### 2.4.1 Effet des paramètres structurels sur l'évaluation de l'endommagement

La première catégorie de paramètres regroupe les facteurs dépendant de la géométrie de la structure. Le paramètre ayant l'influence la plus grande sur la tenue en fatigue est le rapport d'amplitude entre torsion et flexion  $R_{\tau b}$ . En effet, il influe très fortement sur la "taille" des cycles des deux populations et donc sur l'effet d'endommagement de chaque cycle. Pour cela, le paramètre  $R_{\tau b}$  est observé en figure 2.19 vis-à-vis de la part dans l'endommagement global des cycles de flexion.

Pour des rapports  $R_{\tau b}$  inférieur à 5, les cycles multiaxiaux ne participent pas activement à l'endommagement général, ce qui signifie que cet endommagement est essentiellement issu des cycles de flexion rotative. Ainsi, le régime de fatigue prédominant est la fatigue à très grand nombre de cycles. Dans les cas où  $R_{\tau b}$  est supérieur à 7, l'endommagement est principalement dû aux cycles multiaxiaux et le mode de fatigue principal est associé aux grands nombres de cycles.

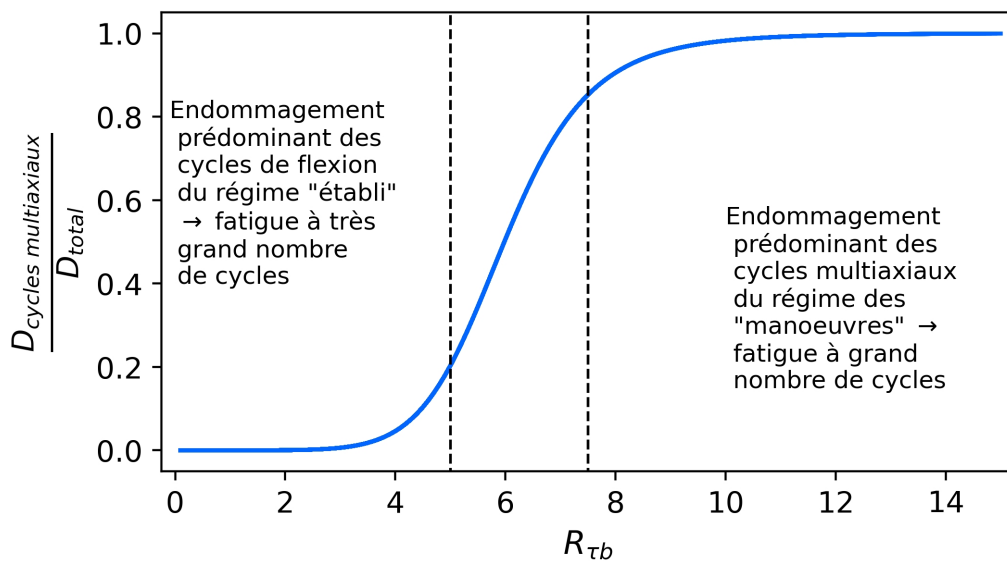


FIGURE 2.19 – Effet du paramètre  $R_{\tau b}$  sur la répartition de l'endommagement

Pour le reste de l'étude, les résultats sont présentés en fonction du paramètre  $R_{\tau b}$  et la participation à l'endommagement des cycles multiaxiaux. Cette représentation rend l'étude indépendante des paramètres  $C$  et  $T_{max}$  du fait de la proportionnalité existante par l'effet de normalisation.

### 2.4.2 Effet des paramètres définissant l'histoire du chargement sur l'évaluation de l'endommagement

Cette section se concentre sur l'effet des paramètres caractérisant le chargement à savoir  $H_{0b}$  le nombre de cycles de flexion,  $\alpha_b$  et  $\nu_b$  définissant la distribution des cycles de flexion par niveau de

torsion  $T$ ,  $H_{0\tau}$  le nombre de cycles de torsion et  $\alpha_\tau$  et  $\nu_\tau$  définissant la distribution des cycles de torsion par amplitude de torsion  $T_a$ . Les paramètres de l'étude sont fixés au tableau 2.1.

Paramètres	$R_{\tau c}$	$\frac{H_{0\tau}}{H_{0b}}$	$\alpha_\tau$	$\nu_\tau$	$\alpha_b$	$\nu_b$	$b$	$\mu_1$	$\mu_2$	$a''$	$\frac{T_{a,max}}{T_{max}}$
Valeur de référence	-2	$2 \times 10^{-5}$	0,6	2,0	0,3	1,2	8	0	0	0	0,65
Plage d'observation	-	$[10^{-8}, 1]$	$[0, 25; 1]$	$[1, 5]$	-	-	-	-	-	-	-

TABLE 2.1 – Paramètres pour l'étude des paramètres définissant l'histoire du chargement

L'avantage d'utiliser une méthode spectrale repose sur la possibilité de définir une plage de mission du navire par  $\nu_\tau$  et  $\alpha_\tau$ . La modification de ces paramètres modifie les manœuvres avec une évolution du nombre de cycles par classe d'amplitude.

Le paramètre  $\alpha_\tau$  modifie le spectre d'entrée (figure 2.9a) qui influe sur le domaine de fatigue (figure 2.20a). Ce paramètre joue sur le nombre de cycles à l'amplitude maximale de torsion  $T_{a,max}$ . Pour  $\alpha_\tau$  proche de 1, le paramètre diminue la proportion de cycles de très grande amplitude et donc le nombre de cycles multiaxiaux très endommageant. Dans ce cas la ruine sera essentiellement due aux cycles de flexion, soit le domaine de fatigue à très grand nombre de cycles (figure 2.20a). Inversement,  $\alpha_\tau$  proche de 0 renforce dans le spectre le nombre de cycles de très grande amplitude. Ainsi, le domaine de fatigue à considérer sera la fatigue à grand nombre de cycles avec un endommagement issu des cycles multiaxiaux.

Cependant  $\alpha_\tau$  n'est jamais défini seul, il l'est toujours avec  $\nu_\tau$  puisqu'ils définissent le profil du spectre navire. Le paramètre  $\nu_\tau$  modifie le spectre d'entrée (figure 2.9b) en modifiant la distribution des cycles surtout de moyennes et faibles amplitudes. Pour  $\nu_\tau = 5$  (figure 2.20b), le nombre de cycles de plus grande amplitude est renforcé alors qu'un  $\nu_\tau = 1$  à l'effet opposé. Ce paramètre a un effet plus faible sur la définition du domaine de fatigue que  $\alpha_\tau$ .

Le nombre de manœuvres soit le nombre de cycles de torsion  $H_{0\tau}$  modifie la définition du domaine de fatigue (figure 2.20c). Dans un cadre de conception, la question revient à se demander quelle est la conséquence s'il existe un écart de manœuvres par rapport au nombre prédéfini. Ainsi, en modifiant la proportion  $\frac{H_{0\tau}}{H_{0b}}$  entre le nombre de cycles de torsion et celui de flexion, il est possible de connaître l'influence de ce choix sur le mode de ruine. En figure 2.20c, on constate alors que l'ordre de grandeur des nombres de manœuvres influe énormément sur le domaine de fatigue.

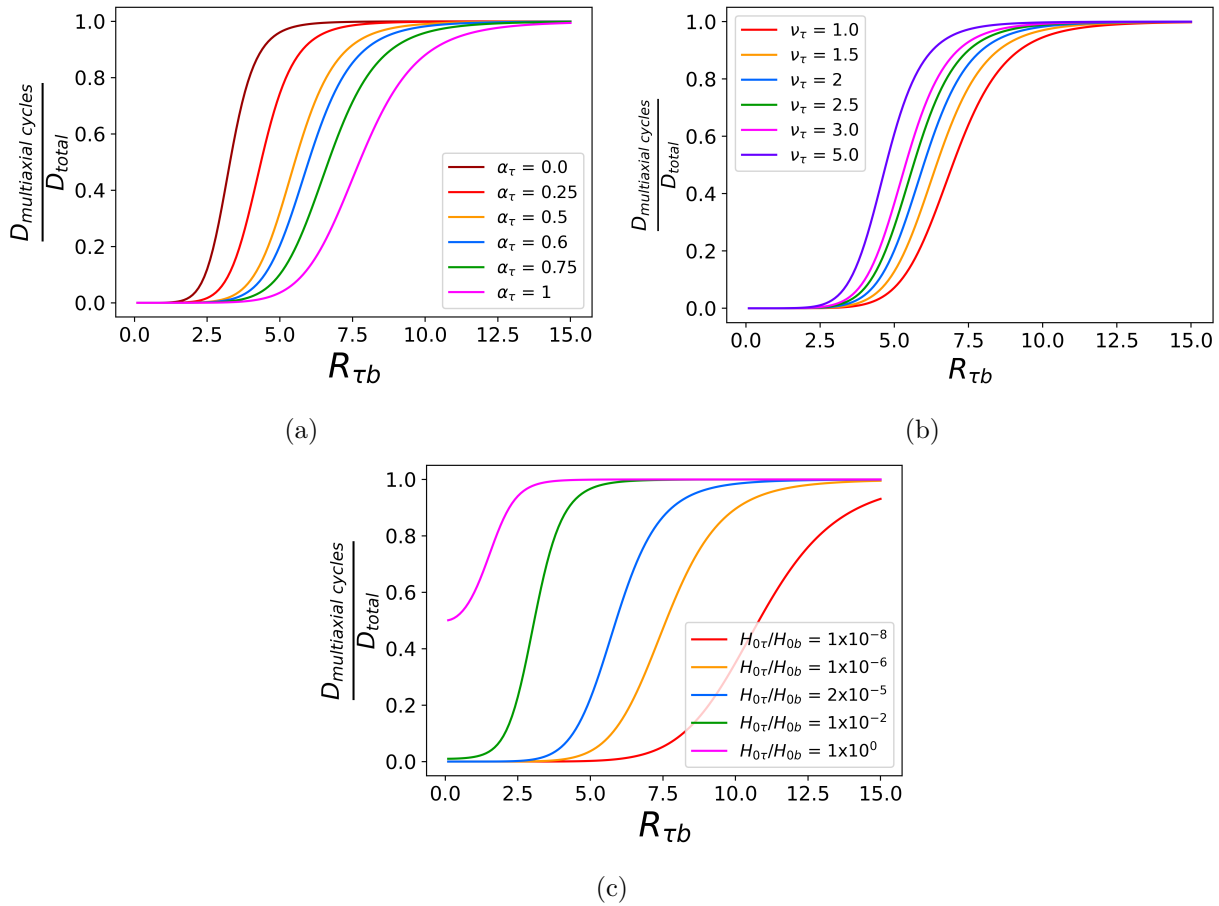


FIGURE 2.20 – (a) Effet de  $\alpha_\tau$  sur la répartition de l'endommagement, (b) Effet de  $\nu_\tau$  sur la répartition de l'endommagement, (c) Effet sur l'endommagement de la répartition des cycles entre la torsion et la flexion

### 2.4.3 Effet des paramètres matériaux sur l'évaluation de l'endommagement

Dans cette partie, l'effet matériau est observé avec le paramètre  $b$  de la loi de Basquin,  $a''$  pour la non-proportionnalité et  $\mu_1$  et  $\mu_2$  pour la contrainte moyenne.

Paramètres	$R_{\tau c}$	$\frac{H_{0\tau}}{H_{0b}}$	$\alpha_\tau$	$\nu_\tau$	$\alpha_b$	$\nu_b$	$b$	$\mu_1$	$\mu_2$	$a''$	$\frac{T_{a,max}}{T_{max}}$
Valeur de référence	-2	$2.10^{-5}$	0,6	2,0	0,3	1,2	8	0	0	0	0,65
Plage d'observation	-	-	-	-	-	-	[3, 16]	[0; 0, 4]	[0; 0, 4]	[0; 0, 35]	-

TABLE 2.2 – Paramètres pour l'étude des paramètres définissant les effets matériaux

Le premier paramètre d'intérêt est la puissance de la loi de Basquin  $b$  qui a une grande influence dans le positionnement du domaine de fatigue. Contrairement aux autres paramètres résultant du chargement sur la ligne d'arbres et de la conception du navire,  $b$  est un paramètre matériau. Son effet est observé sur la figure 2.21a, il est montré que la définition de ce paramètre est cruciale dans la définition de la fatigue.

Si cette étude,  $b$  est le même pour les deux catégories de cycles. Les différents chargements agissent dans des domaines différents de la fatigue, la pente de Basquin n'est potentiellement pas la même. Pour relativiser, une loi de Basquin à double pente peut être envisagée pour différencier les dommages causés par les cycles « uniaxiaux » et les dommages émis par les cycles multiaxiaux. Cela

revient à identifier  $b$  et  $C$  pour les deux catégories de cycles.

L'effet de la non-proportionnalité du trajet de chargement est observé dans l'évaluation de l'endommagement en figure 2.21b. Les cycles multiaxiaux participent plus dans l'endommagement au fur et à mesure que la correction  $a''$  sur l'amplitude de contrainte équivalente augmente.

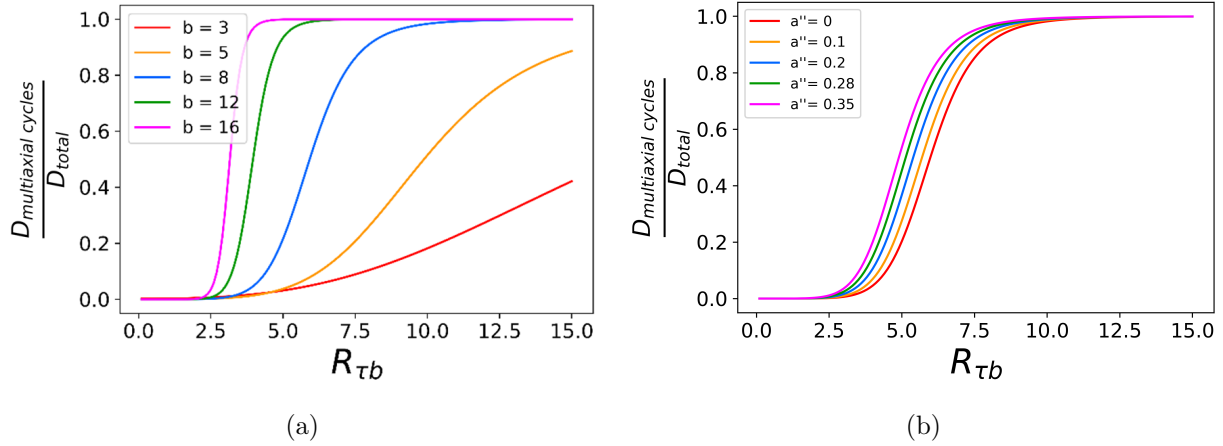


FIGURE 2.21 – (a) Effet de  $b$  sur la répartition de l'endommagement, (b) Effet de  $a''$  sur la répartition de l'endommagement

Le dernier effet à observer est l'effet de la contrainte moyenne. Par souci d'illustration, l'effet de contrainte moyenne est choisi pour être plus prononcé en contrainte moyenne normale qu'en contrainte moyenne de cisaillement (ce qui est souvent le cas [Pallarés-Santasmartas et al., 2018a]) ainsi dans la contrainte équivalente (2.17) et (2.18) :  $\mu_1 = \mu_2$ .

À mesure que l'effet de contrainte moyenne prend de l'ampleur (figure 2.22), la participation à l'endommagement total des cycles de flexion augmente. L'application de la contrainte moyenne augmente le pouvoir endommageant de ces cycles. La contrainte moyenne étant très dépendante du niveau de torsion, celle-ci devient très déterminante pour  $\mu = 0, 2$ . Cela signifie que dans de nombreux cas, l'endommagement des cycles de flexion vient essentiellement de la composante de contrainte moyenne de ces cycles plus que du rapport d'amplitude torsion/flexion.

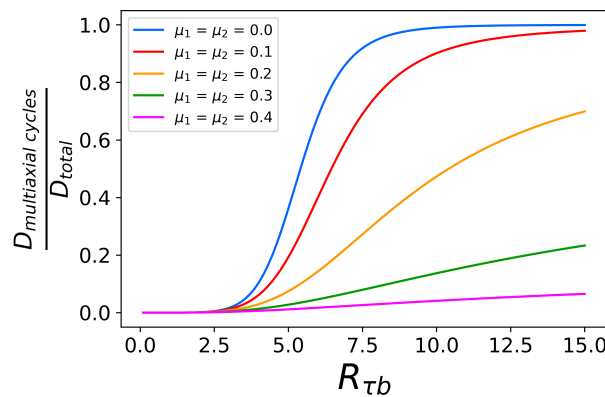


FIGURE 2.22 – Effet de la contrainte moyenne sur l'endommagement

Un effet intéressant à observer avec la contrainte moyenne est la répartition des cycles de flexion par niveau de torsion en figure 2.23a. Cette répartition a un impacte dans la participation à l'endommagement de chacune des classes de cycles de flexion par niveau de torsion. En figure 2.23b, pour plusieurs niveaux de rapport d'amplitude torsion-flexion  $R_{\tau b}$ , la participation à l'endommagement de chacune des classes est mesurée en fonction de l'effet de contrainte moyenne. Deux effets peuvent

être observés.

Le premier est qu'avec l'accroissement de l'effet de contrainte moyenne, la distribution du dommage n'est plus équivalente au nombre de cycles de flexion de chaque classe.

Le second effet, en lien avec le premier, est que lorsque  $R_{\tau b}$  augmente (diminution de l'amplitude de flexion par rapport à la torsion) l'endommagement des cycles à fort niveau de torsion augmente bien qu'ils soient moins nombreux. En effet la torsion moyenne prend le pas dans l'endommagement général avec des amplitudes de flexion relativement plus faibles.

Ces deux effets montrent qu'en présence de contraintes moyennes des sous-classes de cycles de flexion ont une participation plus importante au dommage général. Si initialement le chargement de flexion est considéré pour un mode de ruine de la fatigue à très grand nombre de cycles, il pourrait être plus juste de le considérer comme participant à la ruine sous les hypothèses de la fatigue à grand nombre de cycles. Ainsi, en dimensionnement, le nombre de cycles de flexion à considérer n'est plus égale au nombre de rotations de la ligne d'arbres.

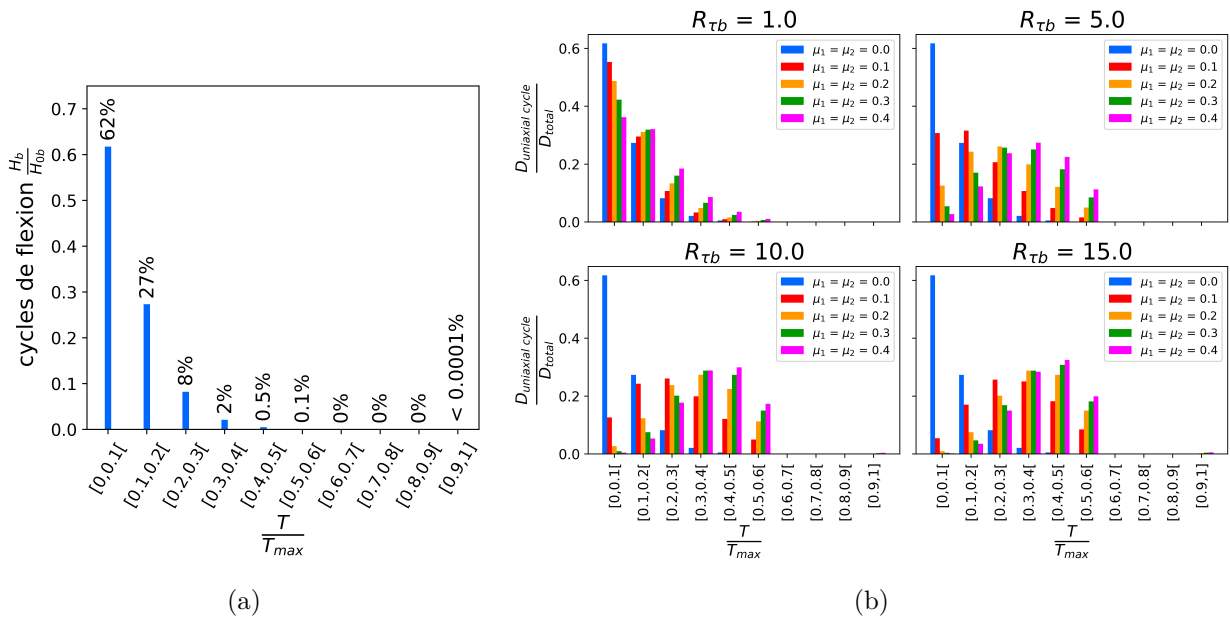


FIGURE 2.23 – (a) Répartition des cycles de flexion par niveau de torsion, (b) Répartition de l'endommagement par classe de cycles de flexion en fonction de l'amplitude de flexion

## 2.5 Validation de la méthode

La méthode présentée jusqu'ici permet un dimensionnement pertinent et rapide des lignes d'arbres. Néanmoins, un choix est fait sur la distinction des cycles de chargement en deux catégories. Afin de valider ce choix fort, une validation s'impose. Dans la littérature pour extraire des cycles de chargement dans un chargement multiaxial, la méthode la plus communément admise et validée est la méthode de comptage de Wang-Brown de 1996 [Wang and Brown, 1996].

La méthode de comptage introduite par C.H. Wang et M.W. Brown en 1996 [Wang and Brown, 1996] est une généralisation du comptage "rainflow" au cas des chargements multiaxiaux quelconques. Dans le cas uniaxial, les comptages Wang-Brown et "rainflow" donnent les mêmes résultats au traitement du résidu près. Cette méthode est aussi bien applicable aux chargements proportionnels qu'aux chargements non proportionnels. L'algorithme de comptage, retenu pour l'étude, est une méthode de Wang-Brown modifiée par Meggiolaro et présentée dans [Meggiolaro and de Castro, 2014]. L'algorithme repose sur la définition de demi-cycles qui sont décomptés géométriquement sur le signal dans l'espace  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . La méthodologie du comptage suit une maximisation du second

invariant du déviateur des contraintes relatif au point de départ  $J_{2,relatif}$ , le comptage d'un demi-cycle s'effectue le long du chargement tant que le  $J_{2,relatif}$  est maximisé, la particularité de cette méthode est la projection du comptage sur une autre partie du chargement lorsque le  $J_{2,relatif}$  peut continuer d'être maximisé. Une fois qu'un demi-cycle est extrait, le comptage reprend à partir du prochain point disponible. Le comptage s'arrête une fois que l'ensemble des points du chargement ont été utilisés. Le  $J_{2,relatif}$  se définit entre un point de départ  $P_1$  et un point à évaluer  $P_2$  par

$$J_{2,relatif\grave{a}P_1}(P_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\sigma_{11} - \Delta\sigma_{22})^2 + (\Delta\sigma_{22} - \Delta\sigma_{33})^2 + (\Delta\sigma_{33} - \Delta\sigma_{11})^2 + 6(\Delta\sigma_{12}^2 + \Delta\sigma_{23}^2 + \Delta\sigma_{31}^2)} \quad (2.21)$$

avec pour  $i, j = [1, 2, 3]$ ,  $\Delta\sigma_{ij} = \sigma_{ij,P_1} - \sigma_{ij,P_2}$ .

Le point de départ du comptage est positionné sur l'hypersphère englobant le chargement dans l'espace  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . Comme précisé précédemment, le comptage est géométrique et nécessite de projeter certains points si la configuration l'exige afin de continuer le comptage sur un autre morceau du chargement afin de maximiser le  $J_{2,relatif}$ . Pour ce faire, la projection se fait en suivant le théorème d'Apollonius selon un paramètre  $\alpha_j$

$$\alpha_j = \frac{(|P_{j+1}P_j|^2 + |P_iP_j|^2 - |P_iP_{j+1}|^2)}{2|P_{j+1}P_j|^2} \pm \frac{\sqrt{(|P_{j+1}P_j|^2 + |P_iP_j|^2 - |P_iP_{j+1}|^2)^2 - 4|P_{j+1}P_j|^2(|P_iP_j|^2 - |P_iP_{j+1}|^2)^2}}{2|P_{j+1}P_j|^2} \quad (2.22)$$

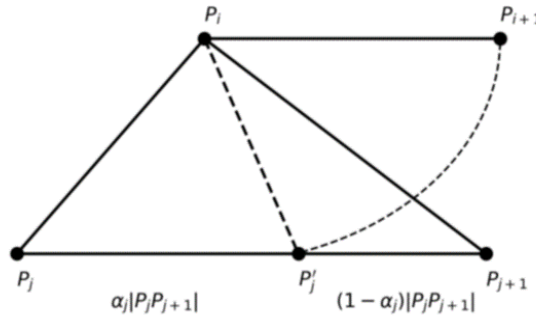


FIGURE 2.24 – Schéma de projection selon (2.22)

Le comptage Wang-Brown est illustré par un exemple avec la figure 2.25 et la figure 2.26. Le chargement est composé de contraintes de flexion et de torsion variant dans le temps (figure 2.25a), en figure 2.25b ce même chargement multiaxial est positionné dans l'espace  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . En figure 2.25c les demi-cycles sont représentés avec 4 demi-cycles extraits par l'algorithme de comptage.

Sur la figure 2.26, les étapes de comptage du premier demi-cycle sont détaillées. Le point A est le point de départ du comptage. Le  $J_{2,relatif}$  à A est maximisé jusqu'en B (a), puis le  $J_{2,relatif}$  à A peut être encore maximisé en projetant le comptage sur B' suivant la règle d'Apollonius (26) (étapes (b) et (c)). Ensuite le comptage reprend en suivant le chargement jusqu'à F le dernier point maximisant  $J_{2,relatif}$  à A (étapes (d) et (e)).



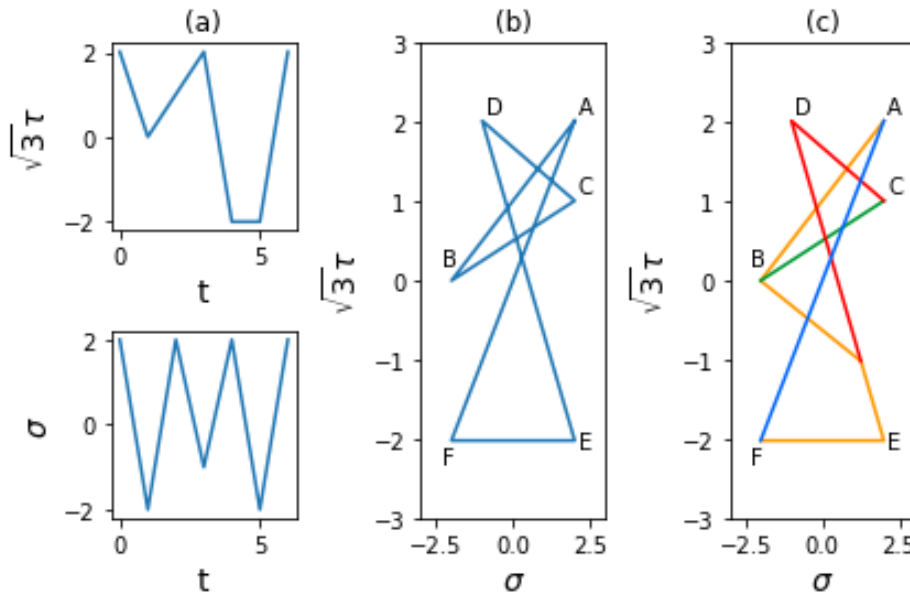


FIGURE 2.25 – Illustration comptage Wang-Brown, (a) chargement dans le temps de torsion et de traction, (b) représentation du chargement dans l'espace  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$  et (c) décompte des cycles

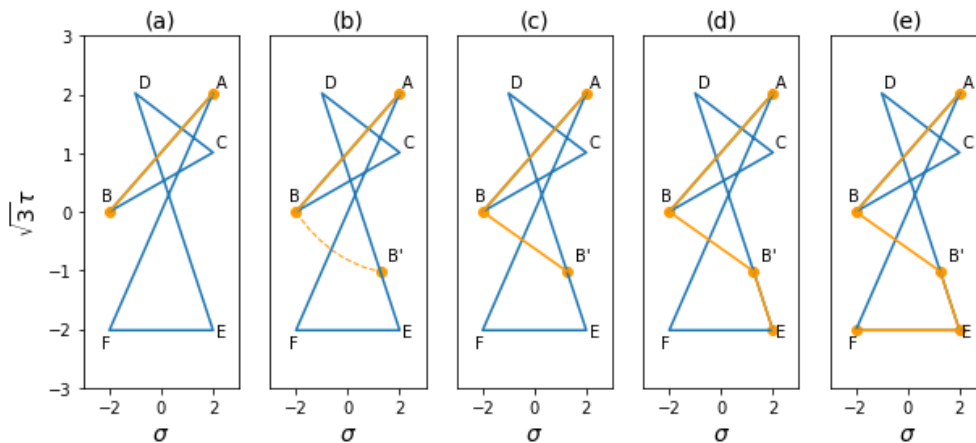


FIGURE 2.26 – Illustration du décompte du premier cycle de l'exemple de la figure 2.25

La validation de la méthode paramétrique passe par la comparaison avec l'évaluation de l'endommagement par la méthode de Wang-Brown sur le cas d'application. Cette validation va être faite pour plusieurs paramètres en conservant les mêmes hypothèses d'endommagement (loi de Basquin et règle de Miner).

Pour commencer, la forme des cycles extraits par la méthode Wang-Brown est observée sur des signaux types. Le premier signal type (figure 2.27) est composé de flexion, torsion et compression. Pour la torsion et la compression, un seul cycle est retenu et la fréquence de flexion est 40 fois supérieure. Le rapport torsion-flexion  $R_{\tau b}$  est fixé à 0,5. Le comptage Wang-Brown est ensuite appliqué à ce signal dans lequel 4 "grands" demi-cycles sont extraits et un certain nombre de "petits" cycles. On retrouve un parallèle entre les cycles multiaxiaux et les "grands" cycles extraits par la méthode Wang-Brown. De même, le parallèle est établi entre les "petits" cycles et les cycles de flexion définis dans la méthode de dimensionnement. Il est à noter que pour la méthode Wang-Brown 2 cycles correspondent à 1 cycle multiaxial. La méthode Wang-Brown définit une enveloppe du chargement pour chaque demi-cycle de torsion.

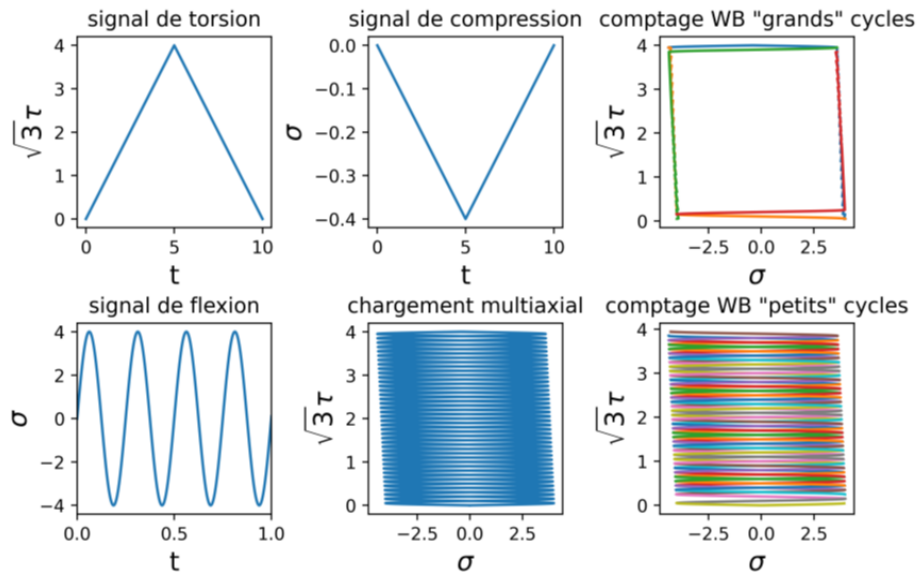


FIGURE 2.27 – Signal type ligne d'arbres et extraction de demi-cycles par la méthode Wang-Brown

Si le signal type de la figure 2.27 permet la validation du chargement équivalent, une étude de quelques paramètres est faite pour observer les limites de la discrétisation des cycles de chargement en deux catégories. Pour ce faire, deux autres cas de figure sont considérés avec, en figure 2.28, un signal avec une fréquence faible de flexion et en figure 2.29, un signal avec une faible amplitude de flexion.

Dans le cas d'une fréquence faible de flexion (figure 2.28), l'approche de grands cycles englobant le chargement reste une bonne approche tout comme la définition des cycles de flexion uniaxiale. Cependant, cet exemple illustre le fait que le choix de discrétisation en catégories est dépendant de la fréquence. Dans le cas d'une ligne d'arbres, la fréquence de rotation est toujours très grande devant le nombre de manœuvres, ainsi, ce cas de figure ne sera pas rencontré dans un dimensionnement.

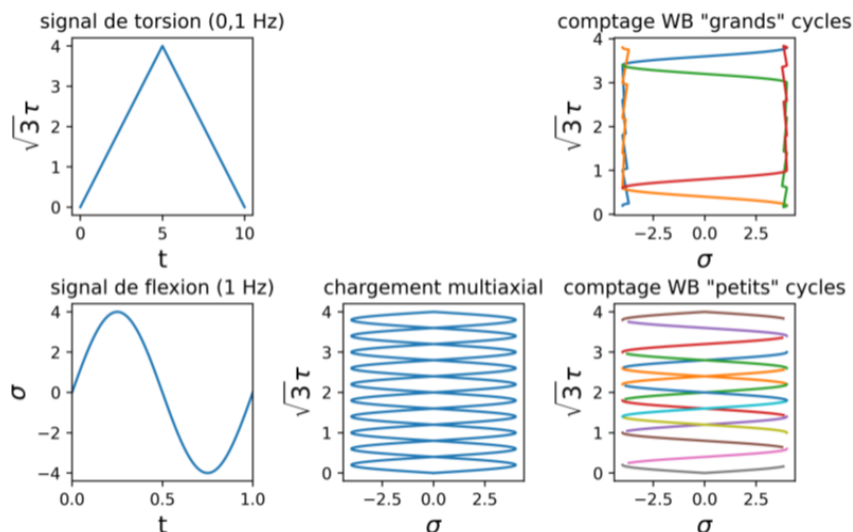


FIGURE 2.28 – Signal avec une fréquence faible et extraction de demi-cycles par la méthode Wang-Brown

Dans le cas d'une faible amplitude de flexion (figure 2.29), l'amplitude de la flexion tend vers 0. De même, le chargement dans l'espace des contraintes tend vers un ligne. Ce cas critique s'approche

d'un chargement uniaxial. Ainsi, pour une faible amplitude de flexion l'application de l'algorithme de comptage de Wang-Brown ne permet pas de distinguer des catégories de cycles. Pour utiliser l'équivalence de chargement avec deux catégories, le chargement doit impérativement montrer un caractère multiaxial établi en quel cas le chargement revient à un dimensionnement pour un chargement uniaxial.

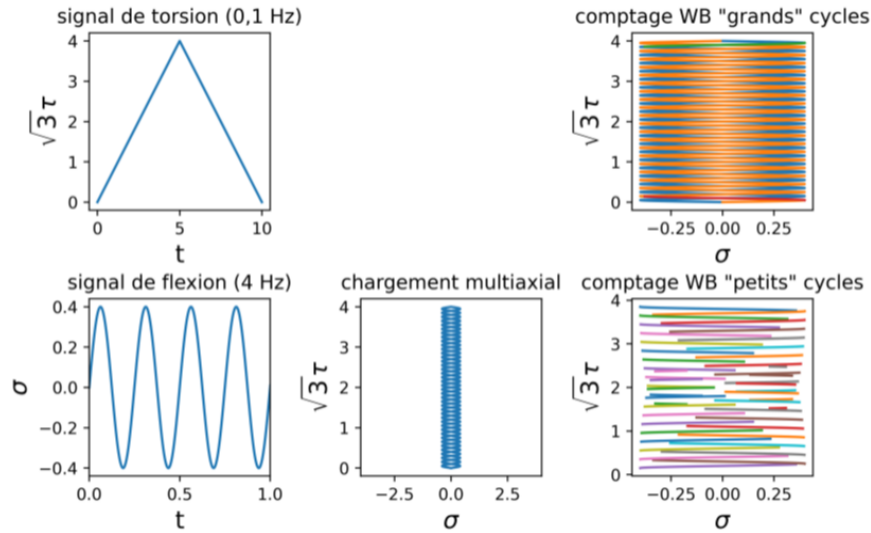


FIGURE 2.29 – Signal avec une amplitude de flexion faible et extraction de demi-cycles par la méthode Wang-Brown

Pour la dernière étape de la validation de la méthode paramétrique de dimensionnement, la méthode introduite est comparée à la méthode de Wang-Brown avec les mêmes hypothèses d'endommagement. Les paramètres de comparaison sont regroupés au tableau 2.3.

Paramètres	$b$	$\frac{H_{0\tau}}{H_{0b}}$	$R_{\tau b}$	$R_{\tau c}$	$T_{max}$
Valeur de référence	8	$2 \times 10^{-3}$	6	-2	1
Plage d'observation	-	-	[2, 6, 10]	[-1, -2, -5]	-
Paramètres	$\mu_1$	$\mu_2$	$a''$	$C$	
Valeur de référence	0,15	0,05	0	1	
Plage d'observation	[0, 0, 0, 15, 0, 3]	[0, 0, 0, 05, 0, 1]	-	-	
Paramètres	$\alpha_\tau$	$\nu_\tau$	$\alpha_b$	$\nu_b$	
Valeur de référence	0,6	2,0	0,3	1,2	

TABLE 2.3 – Paramètres testés pour la validation de la méthode

La méthode Wang-Brown (*WB*) et la méthode proposée ou méthode simplifiée (*MS*) sont appliquées aux signaux de l'étude. Les indicateurs de dommage obtenus en fonction des paramètres étudiés sont reportés au tableau 2.4. Cette étude est menée sur une partie restreinte du signal réel, l'utilisation d'un comptage Wang-Brown est très coûteuse numériquement avec des temps de

calculs longs. L'algorithme Wang-Brown nécessite de passer par tous les points plusieurs fois pour extraire l'ensemble des cycles.

Les deux méthodes permettent d'obtenir les mêmes tendances sur les indicateurs de chargements. De plus, les résultats sont très proches, ce qui valide complètement la modélisation proposée par un chargement équivalent. Les écarts peuvent être expliqués par une différence de taille entre les cycles multiaxiaux extraits par les deux méthodes. Il est à noter que la méthode proposée ne requière que quelques secondes pour réaliser le calcul contre plusieurs dizaines d'heures pour le calcul Wang-Brown. Comme précisé, le calcul est réalisé sur une partie restreinte du signal, l'augmentation de la taille du signal tend à réduire les écarts.

$R_{\tau b}$	2	6	10
Indicateur endommagement (WB)	50,5	8,1	7,5
Indicateur endommagement (MS)	47,7	6,9	5,9
$R_{\tau c}$	-1	-2	-5
Indicateur endommagement (WB)	17,0	8,1	7,7
Indicateur endommagement (MS)	15,9	6,9	5,1
$\mu = \mu_1 + \mu_2$	0	0,2	0,4
Indicateur endommagement (WB)	3,5	8,1	38,7
Indicateur endommagement (MS)	2,4	6,9	38,1

TABLE 2.4 – Comparaison entre l'indicateur d'endommagement obtenu par un comptage Wang-Brown (WB) et la méthode simplifiée (MS)

## 2.6 Conclusions et perspectives pour la méthode de dimensionnement

L'objectif du chapitre est de présenter une méthode innovante et originale sur le dimensionnement en fatigue des lignes d'arbres pour application navale. Le choix retenu ici est d'utiliser une approche paramétrique pour limiter le nombre d'informations nécessaires au dimensionnement tout en gardant une précision dans la définition du chargement. De plus, un choix de critère de fatigue a été fait pour permettre une utilisation en bureau d'études. Le choix du critère sera notamment étudié et justifié plus en détail dans sa définition au chapitre 5. La proposition de cette méthode a donné lieu à une publication dans *Marine Structures* [Guellec et al., 2023] (annexe E).

Pour l'étude en fatigue, la séparation en deux groupes de chargements cycliques permet de montrer et considérer deux modes d'endommagement. D'une part, un mode d'endommagement est relié aux cycles multiaxiaux pouvant être associés aux manœuvres du navire. Le mode de ruine de ces cycles appartient à la fatigue à grand nombre de cycles. D'autre part, un second groupe de cycles est lié aux cycles de flexion rotative avec une contrainte moyenne. Ce groupe selon l'effet de la contrainte moyenne peut être associé à la fatigue à grand nombre de cycles ou à très grand nombre de cycles. Selon la prédominance de l'un des deux groupes dans l'endommagement, l'étude de la tenue en fatigue des aciers de la ligne d'arbres peut être guidée pour l'un ou l'autre mode de ruine. La méthode a pu être testée sur différentes configurations de Naval Group. Au cours de l'analyse, il a pu être montré que les deux modes d'endommagement pouvaient être rencontrés sur des cas pratiques.

Cette première version de la méthode offre plusieurs axes de développement :

- Un choix fort de l'étude a été, par manque d'informations, de considérer un chargement de

flexion rotative constant avec une valeur maximisée de l'amplitude par souci de conservatisme. Ainsi, un axe de progression important est d'évaluer plus précisément la variabilité du chargement de flexion en considérant par exemple l'évolution du désalignement des paliers porteur de la ligne d'arbres dans le temps [Murawski, 2005].

- La méthode est à la fois applicable pour des lignes d'arbres en phase de conception comme pour des lignes d'arbres étudiées en service. Dans le cas d'une étude en service, il serait intéressant d'introduire un effet du séquençement des cycles sur l'évaluation de l'endommagement. En effet, il est connu que la succession d'un "grand" cycle puis d'un "petit" est plus endommageant que la succession d'un "petit" cycle et un "grand" cycle. Ainsi, la règle de cumul de Miner peut être remplacée par des règles considérant le séquençage comme celles présentées par Fatemi [Fatemi and Yang, 1998] ou plus récemment par Hectors [Hectors and De Waele, 2021]. Des évolutions sur la représentation du chargement sont alors nécessaires puisque la méthode d'Heuler modifiée supprime tout effet de séquençage.
- La méthode présentée dans ce chapitre est une approche locale pour évaluer l'endommagement. Ainsi, de nombreux autres effets peuvent être inclus facilement comme des effets volumiques (considération du proche voisinage), des effets de surface ou des effets technologiques (traitements thermiques...). Par l'introduction de paramètre tel que le volume effectif ou la concentration de contrainte, les effets dus à l'entaille ou à un très grand volume peuvent être considérés sur la tenue en fatigue.

Pour la suite de l'étude, la méthode de caractérisation rapide par mesures d'auto-échauffement est mise en place pour pouvoir évaluer la tenue en fatigue des nombreuses configurations de chargement introduites. Dans un premier temps, le modèle probabiliste à deux échelles (méthode de caractérisation par auto-échauffement) est présenté pour les cas de chargements uniaxiaux au chapitre 3. Puis, au chapitre 5, les aciers des lignes d'arbres sont caractérisés par cette méthode pour des cas de chargements multiaxiaux de traction-torsion. Lors de cette étape, les mesures d'auto-échauffement sont également utilisées pour justifier un critère de fatigue applicable à la méthode de dimensionnement des lignes d'arbres. Enfin, au chapitre 6, la méthode de caractérisation par auto-échauffement est également utilisée pour comprendre l'effet des cycles multiaxiaux sur la tenue en fatigue d'un acier caractérisé par rapport aux cycles de flexion. Cet effet est appelé histoire du chargement avec l'intérêt d'observer l'effet du séquençement du chargement sur les propriétés en fatigue du matériau.

## Chapitre 3

# Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles à l'aide de mesures d'auto-échauffement sous chargements cycliques uniaxiaux

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction du chapitre</b>	<b>66</b>
<b>3.2</b>	<b>Les méthodes de caractérisation en fatigue par mesures d'auto-échauffement</b>	<b>66</b>
3.2.1	Évolution des études sur l'effet d'auto-échauffement	66
3.2.2	Les différents axes de recherche en lien avec l'auto-échauffement : comprendre la source de l'auto-échauffement	67
3.2.3	L'axe choisi par l'équipe de l'IRDL : essai - modélisation - prévision	71
<b>3.3</b>	<b>Introduction de l'essai</b>	<b>73</b>
<b>3.4</b>	<b>Description de la courbe auto-échauffement</b>	<b>74</b>
3.4.1	Deux régimes d'auto-échauffement	74
3.4.2	Résolution de l'équation de la chaleur pour l'auto-échauffement	77
<b>3.5</b>	<b>Modèle probabiliste à deux échelles</b>	<b>80</b>
3.5.1	Deux mécanismes à deux échelles	81
3.5.2	Apparition probabiliste de la plasticité	81
3.5.3	Durée de vie en fatigue	85
<b>3.6</b>	<b>Application de la méthode auto-échauffement aux aciers de la ligne d'arbres</b>	<b>86</b>
3.6.1	Caractérisation en fatigue par la méthode auto-échauffement de l'acier 16MND5 sous chargements simples	87
3.6.2	Caractérisation en fatigue par la méthode auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 sous chargements simples	97
<b>3.7</b>	<b>Effet de l'entaille sur les propriétés en fatigue</b>	<b>103</b>
<b>3.8</b>	<b>Vers la caractérisation par auto-échauffement en fatigue à grand nombre de cycles sous chargement multiaxial</b>	<b>105</b>

---

## 3.1 Introduction du chapitre

La robustesse, la pertinence et la vitesse de caractérisation en fatigue des matériaux sont des problématiques fondamentales pour la fiabilité et les enjeux des applications industrielles. La méthode employée doit permettre d'évaluer la tenue en fatigue à grand nombre de cycles d'un acier pour une large gamme de chargements. Ainsi, cette méthode doit permettre de retranscrire le comportement du matériau en fatigue. De plus, associé à la volonté d'accéder aux caractéristiques en fatigue d'un matériau, la méthode employée doit être répétable et à même de prendre en compte la dispersion inhérente au phénomène de fatigue.

Pour cerner le comportement d'un matériau en fatigue à grand nombre de cycles, de très nombreuses configurations de chargement doivent être testées. Du fait du nombre de configurations et de la dispersion en fatigue, les problématiques de temps et de coûts des essais de fatigue se posent. Une réponse à cette problématique a été l'introduction de la méthode de caractérisation rapide par mesures d'auto-échauffement. Cette méthode repose sur un modèle permettant à la fois d'interpréter les mesures d'auto-échauffement puis d'assurer la passerelle entre les essais d'auto-échauffement et les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. L'utilisation de cette méthode permet de réduire à la fois le temps d'essai à quelques heures contre plusieurs jours pour un *staircase* mais aussi de réduire le nombre d'éprouvettes comme le nombre de machines d'essais (et leur temps/coûts d'occupation). Dans ce chapitre l'objectif est d'introduire la méthode de caractérisation en fatigue par mesures d'auto-échauffement proposée par l'IRDL : le modèle probabiliste à deux échelles, et également de présenter les essais d'auto-échauffement.

Ce chapitre commence par un historique des méthodes de caractérisation en fatigue faisant appel aux mesures d'auto-échauffement pour montrer les différentes philosophies autour de ces modèles ainsi que leur évolution. Puis, le modèle probabiliste à deux échelles est présenté en détail avec l'ensemble des concepts clés pour comprendre l'étude qui sera menée sur la fatigue sous chargements multiaxiaux. Enfin, cette méthode est appliquée pour des chargements cycliques uniaxiaux à deux aciers utilisés dans la fabrication des lignes d'arbres de transmission navales.

## 3.2 Les méthodes de caractérisation en fatigue par mesures d'auto-échauffement

### 3.2.1 Évolution des études sur l'effet d'auto-échauffement

La fin du *XVIII*<sup>ème</sup> jusqu'au début du *XX*<sup>ème</sup> siècle voient une quantité importante de travaux de recherches en fatigue accompagner l'essor industriel. Beaucoup de travaux se concentrent sur l'étude des mécanismes de rupture et l'exploitation de modèles permettant de relier un niveau de chargement à la tenue en fatigue. Ainsi, en 1914, Stromeyer [Stromeyer, 1914], reprend, les travaux de Wöhler de 1860 [Wöhler, 1860] afin d'améliorer les connaissances en fatigue pour différents chargements (flexion rotative et torsion). Lors de son étude, il constate qu'il est possible, par une mesure différenciée de la température dissipée au cours d'un essai cyclique, de faire le lien entre l'auto-échauffement et la limite d'endurance des aciers testés par Wöhler. Stromeyer relie la limite d'endurance sous chargements cycliques d'un matériau au premier niveau de chargement cyclique entraînant une élévation de température non négligeable. Ce premier travail est très prometteur et son auteur déclare à ce sujet : "*the calorimetric method of determining fatigue limits is not only simple and expeditious, [...], [the method is] also reliable, and may possible help to throw new light on several as yet unsolved problems of mechanics*". À cette conclusion, quelques études vont reprendre ce concept. En 1921, Moore et Kommers [Moore and Kommers, 1921] introduisent les essais d'auto-échauffement avec des paliers croissants de chargements cycliques avec suivi de température. Ils affinent la détection de la limite d'endurance en considérant la limite d'endurance lorsqu'un changement brusque de la température est observé au cours des paliers. Mais c'est en 1926, avec les travaux de Lehr [Lehr, 1926] qu'il est observé réellement un changement de régime

d'auto-échauffement avec l'ouverture des boucles d'hystérésis autour de la limite d'endurance. Ce premier travail préfigure les essais d'auto-échauffement actuels. Par la suite, quelques travaux sont entrepris (Welter 1937 et Cazaud 1948), cependant, il faudra attendre les années 80 et 90 avec la fiabilisation des moyens de mesures thermiques, et notamment avec l'essor de l'imagerie infrarouge, pour que les études de fatigue sous chargement cyclique par analyse de l'auto-échauffement reprennent activement.

Aujourd'hui, la recherche sur l'apport des mesures d'auto-échauffement au service de la fatigue est en pleine croissance (figure 3.1 tous matériaux confondus) avec cinq principaux pourvoyeurs (France, Italie, États-Unis d'Amérique, Chine et Allemagne). Dans ces travaux, deux axes complémentaires de recherche sur l'auto-échauffement existent et vont être présentés par la suite. Dans les deux cas, les études s'attèlent à comprendre les mécanismes sous-jacents à l'auto-échauffement et leur lien avec la fatigue. L'ensemble de ces méthodes sont en rupture avec les méthodes classiques d'études de la fatigue (voir chapitre 1), elles permettent des temps de caractérisation très réduits combinés à une étude très comportementale des matériaux en reliant obligatoirement la mesure aux effets qui l'induit (mécanismes de dissipations ...).

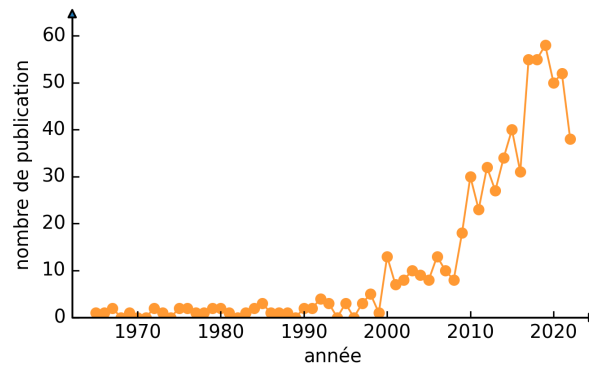


FIGURE 3.1 – Nombre de publications par an sur l'étude de la fatigue par auto-échauffement, mot clé : *self-heating & fatigue, thermographic & dissipative aspect & fatigue* (source : scopus)

### 3.2.2 Les différents axes de recherche en lien avec l'auto-échauffement : comprendre la source de l'auto-échauffement

Avec l'introduction de moyens fiables de mesures thermiques, le but est la compréhension du terme source à l'origine de l'auto-échauffement. Le passage de la mesure thermique au terme source est effectué par la résolution de l'équation de la chaleur. Pour obtenir une solution à cette équation, il est nécessaire d'évaluer tous les termes de production ou de transfert de chaleur (rayonnement, convection ...) pour extraire uniquement une information liée à l'auto-échauffement. Le terme source de l'auto-échauffement étant originaire des mécanismes responsables de la fatigue sous chargement cyclique. On peut ainsi regrouper, dans un premier axe, l'ensemble des travaux d'études ayant pour vocation d'améliorer la mesure de l'auto-échauffement et ceux reliant cette mesure à la fatigue de manière déterministe.

Dans cette grande catégorie de la maîtrise de la mesure thermique, les premiers travaux de Chrysochoos en 1985 et 1989 [Chrysochoos, 1985, Chrysochoos et al., 1989] donnent un cadre thermodynamique permettant de quantifier l'évolution de température obtenue par la thermographie infrarouge ainsi que des couplages thermodynamiques résultant d'une sollicitation cyclique. À l'issue de ce travail, Luong [Luong, 1995] montre la pertinence de la thermographie pour évaluer la limite en fatigue à grand nombre de cycles sur des structures en acier. Puis, toute une vague d'étude a permis de populariser la méthode pour tester une grande gamme de matériaux métalliques. La Rosa et Risitano [La Rosa and Risitano, 2000] et Krapez et Pacou [Krapez and Pacou, 2002] par des essais de mesure de champs thermique permettent d'étoffer l'inventaire de matériau en fatigue



et ils ouvrent la voie à une étude plus diversifiée des matériaux métalliques (alliages d'aluminium, fontes ...). Pour l'ensemble de ces matériaux métalliques, c'est l'analyse thermique permettant d'accéder au terme source qui est l'élément clé pour accéder aux propriétés matériaux. Du fait des différents moyens de mesures (caméra IR, thermocouples ...), plusieurs approches de l'évolution de la température au cours d'un essai ont été mises en place afin de pouvoir exploiter les mesures thermiques effectuées en surface. Selon la configuration d'essai, les approches sont appelées "0D", "1D" et "2D". Ces approches se rapportent aux hypothèses qui sont considérées lors de l'analyse des échanges thermiques entre un spécimen et son environnement (figure 3.2). Ce sont ces hypothèses qui dictent la forme de l'équation de la chaleur.

- Approche 0D : dans cette approche, la température est moyennée sur un volume. Les échanges de chaleur sont proportionnels à la différence de température entre l'environnement et le volume considéré. La vision moyenne de la mesure, dans cette approche, ne donne accès qu'à un terme source constant moyen dans le volume étudié. De ce fait, la température dépend seulement du temps.
- Approche 1D : La température dans cette approche est moyennée sur une tranche. Elle dépend dans ce cas du temps et de la direction d'intégration pour obtenir la température du volume. Pour pouvoir être adoptée, la longueur du volume doit être grande devant les dimensions de la tranche moyennée. Les échanges thermiques se font par conduction dans la matière et par échanges avec l'extérieur suivant la direction considérée.
- Approche 2D : l'approche "2D" est le cas le plus générique. La mesure est faite en surface d'un échantillon avec une certaine épaisseur. Cette épaisseur doit être de plus petite devant les autres dimensions. Les échanges se font donc dans les deux directions autour de l'élément considéré par conduction dans la matière. La température dépend des directions du plan et du temps.

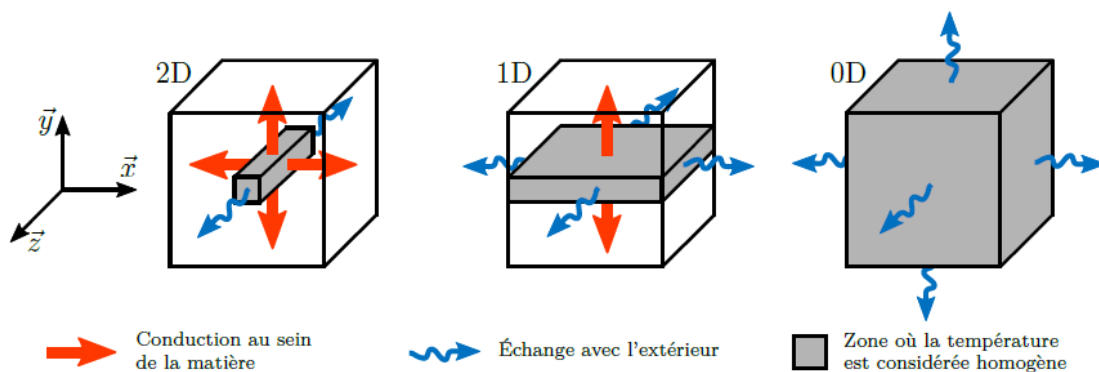


FIGURE 3.2 – Représentation des approches thermiques dites "0D", "1D" et "2D", [Louge, 2019]

Selon le matériau d'intérêt et l'équipement de mesure, une des approches est préférée. Les matériaux hétérogènes macroscopiquement et plus largement les matériaux étudiés au moyen de caméras infrarouges (*IR*) nécessitent de recourir le plus souvent à l'approche "2D" afin d'exploiter la solution de l'équation de la chaleur. Les travaux de Chrysochoos [Chrysochoos and Louche, 2000] puis avec Louche [Louche, 1999] ont permis de fournir une base d'exploitation de cette approche et ainsi ils ont permis de populariser l'utilisation de ce moyen d'essai. Des démarches de résolution de l'équation de la chaleur pour les cas hétérogènes peuvent être trouvées dans les thèses de Boulanger [Boulanger, 2004] et de Munier [Munier, 2012].

Il est possible dans de nombreux cas, toujours dans l'étude par caméra *IR*, de moyenniser la solution "2D". Dans l'approche "1D", la température est moyennée, généralement dans la largeur de l'éprouvette. Des solutions "1D" de l'équation de la chaleur sont fournies dans plusieurs travaux [Berthel et al., 2008, Fraux et al., 2009, Doudard et al., 2010, Connesson et al., 2011, Munier et al., 2012].

Si les approches "2D" et "1D" nécessitent l'exploitation des solutions thermiques mesurées par thermographie, l'approche dite "0D" permet d'utiliser les thermocouples. Ainsi, la température est moyennée dans la zone de mesure.

La diversification des matériaux métalliques caractérisés en fatigue à grand nombre de cycles s'accompagne d'études pour caractériser les matériaux vis-à-vis de chargements spécifiques et surtout de la recherche des mécanismes responsables de la ruine en fatigue. Ainsi, la thèse de Galtier [Galtier, 1993] est un exemple des travaux d'importance réalisés sur la caractérisation de chargement multiaxial et la mise en évidence de marqueurs d'endommagement responsable de la ruine en fatigue. Les marqueurs d'endommagement mis en évidence en fatigue à grand nombre de cycles sont l'activité localisée de microplasticité au sein de la matière, cette activité résultant en surface par l'apparition de bandes de glissement (*BGP*). Les *BGP* ont, auparavant, été remarquées par Mughrabi en 1983 [Mughrabi, 1983a, Mughrabi, 1983b]. Plusieurs autres études plus récentes confirment le lien entre l'apparition de *BGP* et la fatigue à grand nombre de cycles ([Lukáš and Kunz, 2004], [Cugy and Galtier, 2002], [Munier et al., 2017]). Puis, des études ont été faites pour comprendre les mécanismes sous-jacents à l'auto-échauffement pour des sollicitations de très faibles amplitudes [Mareau, 2007, Mareau et al., 2012]. Pour les très faibles amplitudes, la dissipation est due principalement à des mécanismes de friction interne liés aux déplacements des dislocations [Maquin and Pierron, 2009, Munier et al., 2017]. L'étude des mécanismes responsables de l'auto-échauffement a permis de distinguer deux différentes causes à cet échauffement pour les matériaux métalliques. Ces deux mécanismes cohabitent et leur identification au travers des mesures thermiques permet d'obtenir des propriétés en fatigue des matériaux étudiés.

Si les mécanismes en fatigue à grand nombre de cycles pour les matériaux métalliques courants commencent à être mieux cernés tels que les aciers, il reste encore à mieux comprendre les causes de la fatigue pour des matériaux plus spécifiques (alliage à mémoire de forme *AMF*...), pour des conditions spéciales influençant l'apparition des mécanismes de ruine (chargements variés, faibles et hautes températures...) ou encore pour mieux comprendre les différents mécanismes en jeu associés aux différents domaines de fatigue (très grand nombre de cycles, très faibles amplitudes de chargement...).

Pour un très grand nombre d'études, le lien entre la fatigue à grand nombre de cycles et l'étude de l'auto-échauffement est un lien empirique. Il s'agit de savoir quand apparait le régime d'auto-échauffement correspondant à la limite d'endurance. Classiquement, le processus d'un essai d'auto-échauffement peut se résumer comme l'application d'une séquence de paliers de chargements cycliques d'amplitude graduellement croissante d'un palier à l'autre (figure 3.3). Cette séquence de chargement est constituée de blocs ou paliers qui sont effectués à une même fréquence pour un même nombre de cycles. Ces chargements sont espacés par une phase de retour à l'équilibre thermique, généralement de même durée que la phase de sollicitation cyclique. Lors de chaque palier de chargement, l'évolution de la température issue de l'activité cyclique est relevée jusqu'à la stabilisation dans le cas de l'approche "0D" (figure 3.3). Puis sur un graphe, les couples d'amplitude de chargement et de température de chaque bloc sont reportés pour former la courbe d'auto-échauffement (figure 3.4). Sur cette courbe, deux régimes s'observent avec un premier régime avec peu d'échauffement, puis à mesure que l'amplitude augmente, l'apparition d'un second régime plus intense rentre en jeu. Ce second régime étant le mécanisme relié à l'amorçage en fatigue à grand nombre de cycles pour une grande gamme de matériau [Munier et al., 2014].

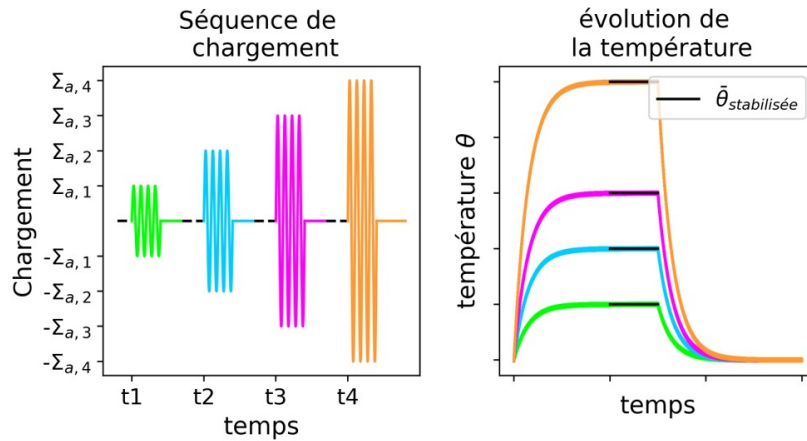


FIGURE 3.3 – Illustration de la procédure d'application des blocs de chargement avec suivi de la température

Dans une approche empirique, la limite d'endurance du matériau est déduite avec l'activation du régime associé aux mécanismes d'endommagement en fatigue. Un exemple d'identification de la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_{\infty}$  est donné en figure 3.4, l'essai est réalisé sur un acier dual-phase DP600 caractérisé en fatigue par mesures d'auto-échauffement en traction-compression alternée [Doudard, 2004].

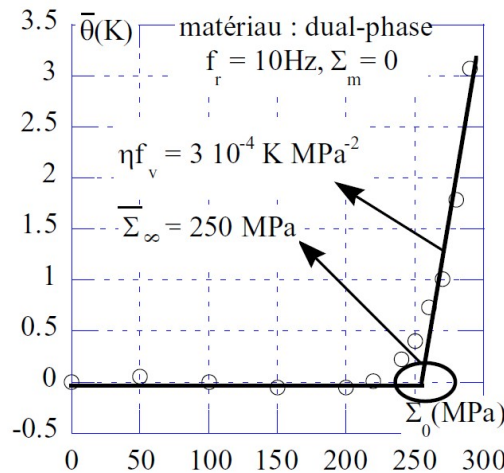


FIGURE 3.4 – Identification de la limite d'endurance en traction-compression pour un acier dual-phase (DP600), Doudard [Doudard, 2004]

Afin de continuer à progresser dans l'étude de la fatigue par mesures d'auto-échauffement, l'évolution des techniques et des moyens de mesure reste primordiale pour accéder aux mécanismes d'endommagement par une évaluation de la dissipation. En évaluant la dissipation globale d'un matériau soumis à une sollicitation cyclique l'enjeu est d'identifier le plus précisément les hétérogénéités du champ mesuré. Cette identification permet d'accéder aux hétérogénéités associées à la microstructure soit les sites plastiques amenant la ruine du matériau en fatigue à grand nombre de cycles. Plus cette mesure est précise et maîtrisée plus la propriété en fatigue estimée sera pertinente. L'amélioration de l'interprétation du champ dissipatif reste actuellement un sujet d'étude sur lequel de nombreuses équipes de recherche travaillent. Cependant, la grande majorité des études restent déterministes. Leur but est d'évaluer précisément le champ dissipatif d'un matériau pour remonter aux propriétés matériaux par comparaison de modèles [Jirandehi and Khonsari, 2021, Douellou et al., 2022].

En parallèle, de nouvelles techniques apparaissent pour l'étude de la fatigue à très grand nombre de cycles grâce à l'émergence des machines gigacycliques permettant des sollicitations de plus de 20 kHz. Ces essais à haute fréquence permettent d'accéder à des nombres de cycles jusqu'ici difficilement accessibles ( $10^9 - 10^{10}$  cycles en quelques heures/jours). Le développement de ces moyens d'essai autorise la caractérisation pour une plus grande gamme de sollicitations (traction et torsion [Costa et al., 2017], traction biaxiale [Reis et al., 2022]). Lors de ces sollicitations de haute fréquence, le phénomène d'auto-échauffement est très présent avec des élévations de température à maîtriser. Cependant, la mesure thermique est possible et des équipes cherchent à relier ces mesures aux mécanismes de ruine de la fatigue à très grand nombre de cycles [Favier et al., 2013].

### 3.2.3 L'axe choisi par l'équipe de l'IRDL : essai - modélisation - prévision

Un second axe ou groupe de solutions sur la caractérisation par mesures d'auto-échauffement sont les méthodes proposant un cadre permettant de dépasser l'approche empirique de l'approche initiale de Stromeier. Le principe de ces solutions est de réaliser une mesure du terme source dissipatif en moyenne sur un volume. En parallèle, un modèle est proposé pour modéliser l'hétérogénéité au sein du volume à l'échelle microscopique. Ce modèle est ensuite utilisé pour remonter aux propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. L'identification du modèle est réalisée par la mesure moyennée du terme source. Le besoin de coupler la mesure thermique à un modèle vient du fait que la mesure à des échelles fines de l'hétérogénéité des champs dissipatifs reste délicate à cause de la conduction de la chaleur très élevée dans les matériaux métalliques.

Lors de la recherche des mécanismes, plusieurs études [Cugy and Galtier, 2002, Doudard, 2004, Munier, 2012] observent lors des essais cycliques que l'apparition des marqueurs de microplasticité amenant à rupture est aléatoirement répartie dans un volume. De ce constat, cette dispersion des sites plastiques est modélisée dans la thèse de Doudard [Doudard, 2004]. Le principe est de proposer un outil probabiliste permettant de faire le lien entre la mesure d'auto-échauffement et la modélisation des mécanismes afin de permettre la prévision en fatigue. Ce point de départ a été suivi par un nombre de travaux autour de l'équipe de Calloch et Doudard dans le but de développer et améliorer leur modèle probabiliste à deux échelles pour la prévision en fatigue du plus grand nombre de configurations de matériaux et de chargements possibles. Parmi ces travaux, chacun a pu apporter sa pierre à l'édifice. Ainsi, plusieurs thèses ont permis d'éprouver cette méthode sur une plus grande gamme de matériaux métalliques issus de divers procédés. Le modèle a été utilisé pour des pièces en alliage de bronze de fonderie [Ezanno, 2011, Ezanno et al., 2013], des tôles laminées [Munier et al., 2014] ou des aciers cémentés [Graux, 2017]. Parallèlement, le modèle s'est aussi construit sur les possibilités de caractériser en fatigue les matériaux sous divers chargements et pour diverses structures. C'est le cas lors de la thèse de Poncelet [Poncelet, 2007] qui a permis d'introduire, dans l'équipe, l'étude de la dissipation sous chargements multiaxiaux quelconques. La méthode a été étendue au cas des structures soudées [Florin et al., 2013, Florin, 2015, Facchinetti et al., 2015] qui présentent un état particulier de contrainte, pour le chargement spécifique du cisaillement et des effets d'histoire du chargement dans la thèse de Louge [Louge, 2019]. Puis, la thèse de Roué [Roué, 2020] en 2020 a ouvert la voie à la caractérisation d'alliage de titane et de nickel à très haute température (500 °C à 950 °C).

Au sein des évolutions successives du modèle et de l'apport de chaque travail, le travail de Munier [Munier, 2012] a été une pièce de plus dans la constitution du modèle actuel de l'équipe avec une étude approfondie du régime primaire (étude de l'auto-échauffement sous très faibles amplitudes). Enfin, les travaux présentés dans ce document ont pour vocation à s'inscrire dans cette thématique de recherche.

Il est important de noter que tous ces travaux s'inscrivent dans une thématique d'utilisation de la mesure thermique afin de prévoir l'amorçage. Dans le cas de la fissuration, un certain nombre

d'études de l'équipe ont été menées parallèlement. Les travaux de Carteron [Carteron, 2020, Carteron et al., 2020] et de Bercelli [Bercelli, 2021, Bercelli et al., 2023] en sont l'illustration. Ces travaux utilisent les mesures de champ pour suivre et prévoir l'évolution de la fissuration au sein d'assemblages soudés (coques de navires, fabrication additive, arc-fil...).

Le modèle probabiliste à deux échelles est une méthode de caractérisation en fatigue spécifique à l'IRDL. Plusieurs autres équipes font le choix d'introduire des modèles avec des approches similaires pour décrire les hétérogénéités de la microstructure et son évolution au cours du chargement cyclique.

Dans cette catégorie, les modèles remontant aux origines du modèle probabiliste à deux échelles peuvent être cités avec pour point de départ les travaux de Dang Van [Dang Van, 1973]. L'auteur propose un modèle multiéchelle permettant de décrire l'hétérogénéité microstructurale du matériau avec l'introduction d'inclusions plastiques au sein d'une matrice élastique. L'expression la plus connue de ce modèle est le critère plan critique de Dang Van [Dang Van, 1973] pour lequel l'ensemble du comportement mésoscopique est dépendant des variables macroscopiques.

Par la suite, des modèles à deux échelles ont été définis avec notamment le modèle de Lemaitre et Doghri [Lemaitre and Doghri, 1994]. Ce modèle est la base d'une ligne de modèle de prévision en fatigue avec l'introduction de variables d'endommagement. Ces variables permettent de considérer une évolution forte du matériau dans le cadre thermodynamique [Lemaitre and Desmorat, 2006]. Une différence de validation est présente entre les modèles basés sur l'endommagement et le modèle probabiliste à deux échelles. Pour le modèle probabiliste à deux échelles, les mesures thermiques, par l'évaluation de la dissipation intrinsèque, sont les seuls moyens de valider précisément l'ensemble des variables d'état introduites et leur évolution pour décrire le comportement élastoplastique du matériau. Dans le cas des modèles avec variables d'endommagement, la mesure thermique peut permettre de valider une partie des variables du modèle. Cependant, elle ne permet pas d'accéder aux variables de l'endommagement. Pour celles-ci, le moyen de vérification reste l'essai de rupture en fatigue. Les modèles de Morel et Flacelière [Flacelière and Morel, 2004, Morel and Huyen, 2008] appartiennent à cette famille de modèles multiéchelles à variables d'endommagement. Une particularité intéressante de leurs approches est de considérer des outils probabilistes pour gérer la répartition statistique des défauts au sein de la microstructure. Les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles sont reliées à la dispersion de l'activité microplastique interne au volume sollicité.

D'autres modèles basés sur des outils probabilistes existent avec des approches macroscopiques. Au lieu d'introduire une modélisation multiéchelles, ces approches proposent une évaluation volumique du travail des déformations (approche énergétique) en fonction des natures de chargement. La densité d'énergie est ensuite reliée à une contribution à l'endommagement. La validation est effectuée par comparaison avec des essais de rupture en fatigue. Les modèles énergétiques de Froustey et Lasserre [Lasserre and Froustey, 1992] puis de Palin-Luc [Palin-Luc, 2004] sont à l'origine de plusieurs modèles énergétiques avec une approche globale.

Dans la littérature, un des modèles de Charkaluk [Charkaluk and Constantinescu, 2009] présente des approches comparables aux modèles probabilistes à deux échelles. Dans ce modèle, l'auteur fait le choix de modéliser l'hétérogénéité de la microstructure par un modèle multiéchelles. Aucune variable d'endommagement n'est introduite, l'évaluation par une mesure thermique permet de remonter aux propriétés du modèle qui est réutilisé pour la prévision en fatigue. Plusieurs autres modèles peuvent être associés à ce modèle dans la forme comme le modèle de Monchiet [Monchiet et al., 2008]. Ce modèle inclut une sensibilité à la contrainte moyenne, mais nécessite d'introduire, dans le comportement des inclusions, une variable d'endommagement. Ce modèle ne permet pas une identification uniquement par mesures d'auto-échauffement.

Cette présentation des divers modèles permet de montrer qu'il n'existe pas une seule méthode

basée sur les mesures d'auto-échauffement pour permettre une prévision des propriétés en fatigue des matériaux. Pour l'étude, le modèle probabiliste à deux échelles est retenu. Afin d'en faire une présentation complète, la méthode de caractérisation est introduite dans un premier temps par le protocole d'obtention des mesures d'auto-échauffement. Puis, dans un second temps le modèle est présenté en détail pour décrire le lien entre l'auto-échauffement et la fatigue.

### 3.3 Introduction de l'essai

Le processus d'obtention d'une courbe d'auto-échauffement suit une procédure similaire pour tous les chargements uniaxiaux, seules les hypothèses varient.

L'application des blocs de chargement (figure 3.5b) reprend la procédure décrite en partie 3.2.2. Le couple amplitude de chargement/élévation de température stabilisée de chaque bloc de chargement est ensuite reporté sur un graphe pour former la courbe d'auto-échauffement (figure 3.6) qui est ensuite exploitée à partir d'un modèle pour déterminer les propriétés en fatigue du matériau métallique étudié.

Pour les essais d'auto-échauffement, des éprouvettes tubulaires (annexe C.7) de traction-torsion sont sollicitées sur une machine servohydraulique à une fréquence de 10 Hz (figure 3.5a). Les blocs de chargements sont effectués pour 3000 cycles suivis d'une période de retour à l'équilibre de 300s. L'élévation de température est suivie au moyen de trois thermocouples de type K à une fréquence d'acquisition de 1 Hz. Un des thermocouples est directement fixé sur la surface de la zone utile de l'éprouvette. Les deux autres thermocouples sont fixés sur chacun des mors de la machine de sollicitation afin de retrancher les échanges de chaleur transmis du moyen d'essai à l'éprouvette, polluant la mesure d'auto-échauffement. Pour s'astreindre de l'environnement et conserver une atmosphère ambiante stable autour de l'éprouvette, un drap épais est positionné autour de l'essai pour isoler le montage. La mesure par thermocouple est une mesure de température ponctuelle locale dite "0D", où le champ de source thermique mesuré est considéré comme homogène à l'échelle macroscopique (moyenne de la zone utile).

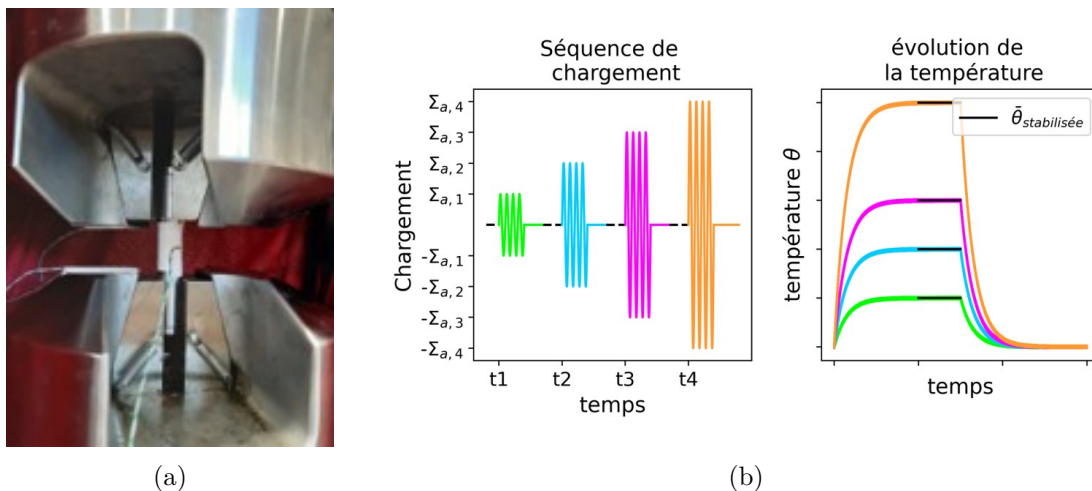


FIGURE 3.5 – (a) Montage des thermocouples sur une éprouvette montée sur la MTS 250 kN, (b) séquence de chargement d'un essai d'auto-échauffement

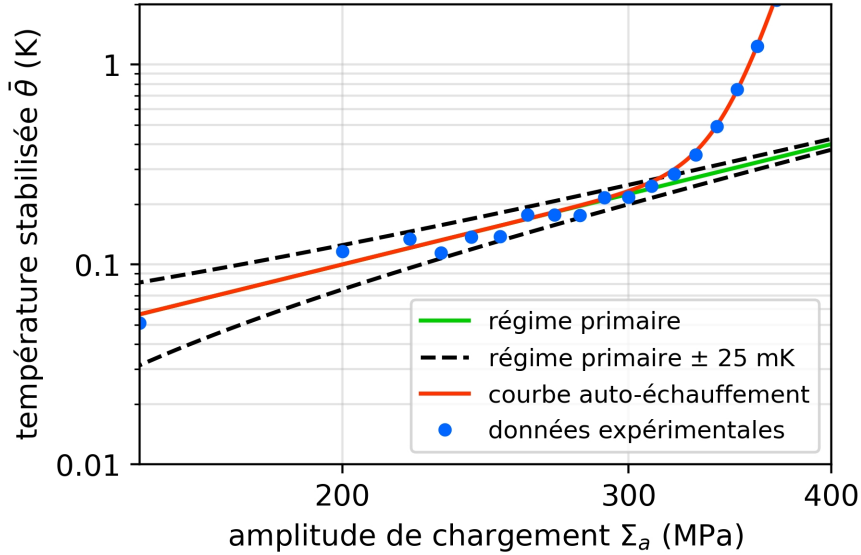


FIGURE 3.6 – Courbe d'auto-échauffement, acier 16MND5 sollicité en traction-compression à  $R = -1$

Sur la courbe auto-échauffement en figure 3.6 avec l'augmentation de l'amplitude, la contrainte l'élévation de température change de cinétique. Deux régimes de dissipation sont observés, dans la partie suivante la description des deux régimes est réalisée avec une présentation des mécanismes liés à la microstructure agissant lors de l'application d'une sollicitation cyclique.

## 3.4 Description de la courbe auto-échauffement

### 3.4.1 Deux régimes d'auto-échauffement

Sur la courbe d'auto-échauffement de la majorité des aciers, deux régimes dissipatifs sont observables distinctement en échelle logarithmique. Ces régimes dissipatifs ont été associés et identifiés expérimentalement à des mécanismes de deux natures. Afin de représenter cette dualité de régimes dissipatifs, une expression de la courbe d'auto-échauffement est adoptée afin de relier l'amplitude de chargement  $\Sigma_a$  à la température dissipée  $\bar{\theta}$  (ou énergie dissipée  $\bar{E}_d = \frac{\rho c}{f_r \tau_{eq}} \bar{\theta}$ )<sup>1</sup> dans une même équation

$$\bar{\theta} = \alpha \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_{max}} \right)^p + \beta \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_{max}} \right)^{m+2} \quad (3.1)$$

avec  $\alpha$  et  $p$  deux paramètres associés au régime primaire d'auto-échauffement (partie 3.4.1.1),  $\beta$  et  $m$  deux paramètres associés au régime secondaire d'auto-échauffement (partie 3.4.1.2) et  $\Sigma_{max}$  une contrainte normative généralement égale à l'amplitude du dernier bloc de chargement de l'essai d'auto-échauffement. La formulation ainsi adoptée permet de décrire au moyen de puissances dissipatives les deux régimes dissipatifs observés. Les deux régimes sont appelés : régime primaire et régime secondaire. Ces régimes dissipatifs ont pu par exemple être mis en évidence expérimentalement dans les travaux de Cugy [Cugy and Galtier, 2002] et Munier [Munier, 2012].

#### 3.4.1.1 Le régime primaire d'auto-échauffement

Pour de très faibles amplitudes (contraintes très inférieures à la limite d'endurance) de sollicitations cycliques, des mécanismes opèrent au sein du matériau induisant une dissipation. Plusieurs descrip-

1. cette relation est explicitée lors de l'adaptation de l'équation de la chaleur au problème de l'auto-échauffement en partie 3.4.2 qui est valable dans le cas où l'énergie dissipée cyclique est constante



tions de ces mécanismes sont faites par Galtier [Galtier et al., 2002], Maquin [Maquin and Pierron, 2009] et Castelluccio [Castelluccio et al., 2016]. Le résumé de ces travaux indique que la dissipation à ces niveaux de contraintes est due à de la viscoélasticité ou "friction" interne avec le déplacement des dislocations au sein des grains (désorientation locale). Sous un effort, les mouvements des dislocations du réseau cristallin depuis leur position d'équilibre entraînent une dissipation. Plusieurs causes anélastiques sont responsables de ce changement de la position d'équilibre des atomes. Ces causes viennent des mouvements réversibles de dislocations ou de défauts locaux dans le réseau cristallin comme la diffusion d'atome interstitiel et la substitution d'atome [Maquin and Pierron, 2009]. Lors du retour à l'équilibre des dislocations, le mouvement (énergie cinétique) entraîne une libération d'énergie responsable de l'auto-échauffement du matériau [Gurrutxaga-Lerma, 2017]. De plus, une corrélation existe entre la densité initiale de dislocation et l'intensité de l'auto-échauffement [Mareau et al., 2012, Munier, 2012]. Munier montre par exemple qu'une prédéformation initiale tend à augmenter la dissipation du régime primaire alors qu'un recuit aura l'effet inverse avec la redistribution des dislocations. Pour le régime primaire, Louge [Louge, 2019] montre que l'intensité de dissipation n'est pas sensible à l'effet d'histoire du chargement si le préchargement cyclique a une amplitude de chargement de l'ordre des amplitudes du régime primaire.

Au sein du matériau, les mouvements peuvent être obstrués par divers obstacles comme des joints de grains, des précipités, des phases cristallines différentes... Tous ces obstacles finissent par limiter les mouvements. La densité d'obstacle impose un seuil de contrainte ou d'énergie nécessaire pour la démultiplication des dislocations. Tant que le niveau de contrainte locale n'excède pas ce niveau critique, les mécanismes anélastiques restent constants. Au-delà de ce seuil critique, d'autres mécanismes se mettent en place.

L'activité microplastique source de dissipation du régime primaire a été observée par Munier [Munier, 2012] sous *MEB* (Microscope Électronique à Balayage) par *EBSD* (Electron BackScatter Diffraction). Ces mécanismes de microplasticité diffus dans la matière sont observés au travers de la désorientation intragranulaire sur un acier HSLA (figure 3.7).

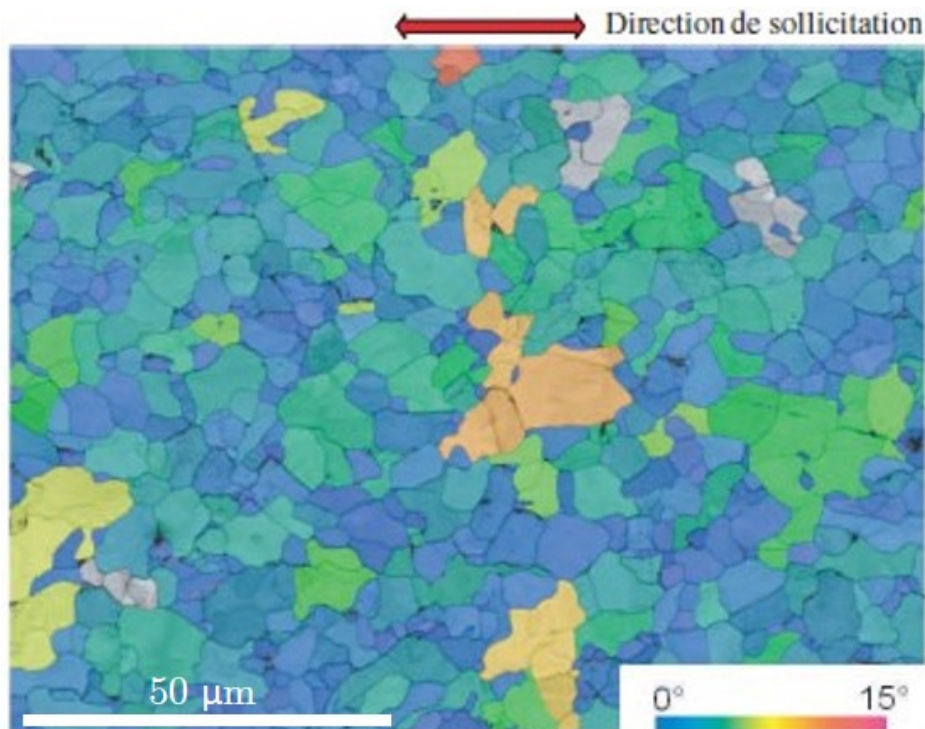


FIGURE 3.7 – Observation EBSD sur acier HSLA de la désorientation intragranulaire moyenne, Munier [Munier, 2012]



La description du régime primaire sur la courbe d'auto-échauffement (3.1) est définie par

$$\bar{\theta}_{\text{primaire}} = \alpha \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_{\text{max}}} \right)^p \quad (3.2)$$

avec  $p$  la puissance dissipative et  $\alpha$  le paramètre exprimant l'intensité du régime primaire. Expérimentalement, la puissance dissipative  $p$  du régime primaire est égale à 2. Cette pente (dans l'échelle logarithmique de la courbe d'auto-échauffement) a été observée pour une très grande famille d'acier et de matériaux métalliques [Munier, 2012, Louge, 2019].

### 3.4.1.2 Le régime secondaire d'auto-échauffement

À mesure que l'amplitude de chargement augmente, un second régime dissipatif apparaît. Ce régime se caractérise par une dissipation accrue liée à un mécanisme microplastique activé lorsque la contrainte induite dans le matériau dépasse la limite d'élasticité  $R_{p0,2}$  locale (échelle du plan de glissement des systèmes cristallins) alors que le chargement macroscopique appliqué à l'ensemble de la structure est largement inférieur à la limite élastique  $R_{p0,2}$  macroscopique. Cette activité plastique plus intense a pour conséquence l'apparition de *BGP* (Bande de Glissement Persistante) en surface. Or l'apparition de ce phénomène est considérée comme un marqueur d'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles. Plusieurs études ont permis d'observer plus précisément l'activité plastique localisée. L'apparition des *BGP* a pu être observée en surface d'un acier *HSLA* dans la thèse de Munier [Munier, 2012] en figure 3.8a. L'apparition des *BGP* est un phénomène *a priori* progressif et aléatoire sur la surface du matériau (exemple figure 3.8b) laissant envisager que l'activité microplastique au sein du matériau suit la même constatation.

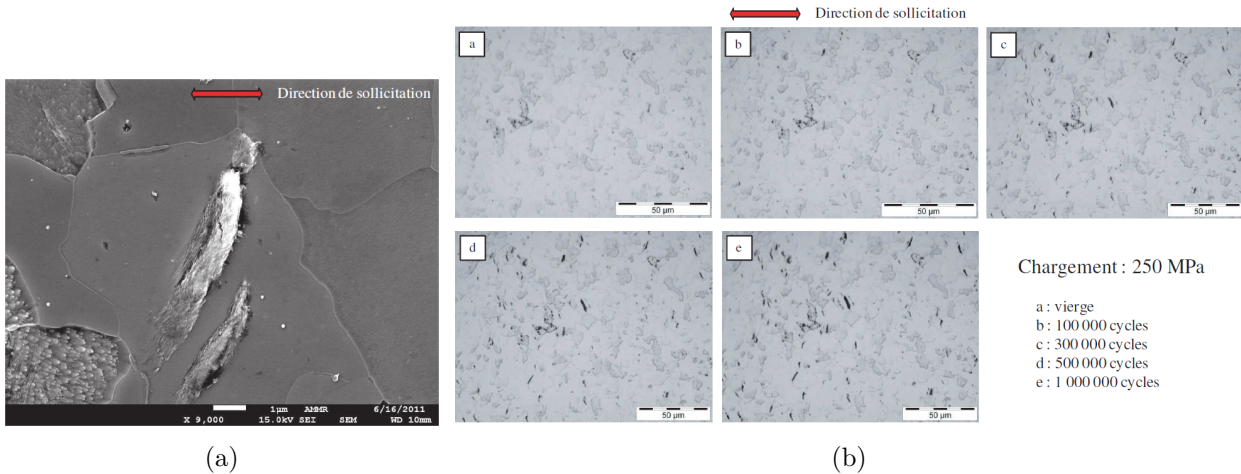


FIGURE 3.8 – (a) Illustration d'une bande de glissement persistante (*BGP*) sur un acier *HSLA*, (b) Observations optiques de l'apparition progressive de bandes de glissement persistantes (*BGP*) en surface d'un acier *HSLA*, Munier [Munier, 2012]

Le régime secondaire est décrit par l'équation (3.3). Le régime primaire est retranché à la température dissipée pour obtenir ce second régime.

$$\bar{\theta}_{\text{secondaire}} = \bar{\theta} - \bar{\theta}_{\text{primaire}} = \beta \left( \frac{\Sigma_a}{\Sigma_{\text{max}}} \right)^{m+2} \quad (3.3)$$

En résumé, la connaissance des deux régimes permet de décrire la courbe d'auto-échauffement précisément. Le régime secondaire nécessite la connaissance du régime primaire afin de décrire uniquement la dissipation due au mécanisme de microplasticité marquant l'endommagement associé à la fatigue à grand nombre de cycles. En pratique, les paramètres de la courbe d'auto-échauffement sont identifiés comme sur la figure 3.9.

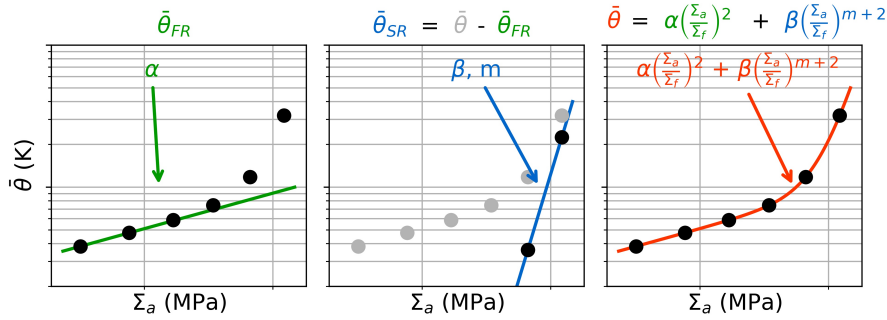


FIGURE 3.9 – Identification des paramètres sur la courbe auto-échauffement.

En cas de non-stabilisation de la température lors des paliers de chargement, la procédure d'identification est adaptée. L'expérimentateur fixe des limites d'élévation de température et de nombre de cycles pour garantir la validité des courbes d'auto-échauffement. Par ailleurs la procédure d'identification est aussi modifiée lorsqu'un effet d'histoire du chargement est présent.

Néanmoins, pour tous les cas de figure de courbe d'auto-échauffement, la mesure est une mesure thermique. Il est impératif de résoudre l'équation de la chaleur pour déterminer dans le signal thermique la part due au terme source dissipatif. La solution de cette équation permet de comprendre le lien entre la température stabilisée mesurée sur un volume moyen et la dissipation due aux mécanismes de microplasticité.

### 3.4.2 Résolution de l'équation de la chaleur pour l'auto-échauffement

Le phénomène d'auto-échauffement est un processus thermodynamique irréversible. La description du cadre thermodynamique [Maitournam, 2013] est primordiale pour pouvoir interpréter la courbe d'auto-échauffement. De manière générale, les milieux continus sont définis par des caractéristiques physiques et physico-chimiques. Ces caractéristiques peuvent être décrites finement par un très grand nombre de champs de grandeurs physiques indépendantes. Cependant, chaque problème considéré permet de réduire le nombre de grandeurs physiques ou variables d'état nécessaires à la description du milieu continu. Les variables d'état décrivent l'état et l'évolution du milieu observé. Dans le cas de l'auto-échauffement, il est possible de choisir un nombre limité de variables pour décrire fidèlement le système. Pour ce cas particulier, les variables d'états considérées sont le tenseur des déformations  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  composé du tenseur des déformations élastiques  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  et plastiques  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  tel que  $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\varepsilon}}^e + \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ , la température  $T$  (puis par la suite  $\theta = T - T_0$  car les mesures sont réalisées par différentiation de température) et des variables d'état  $V_k$ . Ces variables  $V_k$  regroupent par exemple les variables d'écrouissage et toute autre évolution du milieu nécessitant une description particulière selon le choix du modélisateur. Enfin, pour compléter cette description de l'évolution du système thermodynamique, un certain nombre de forces thermodynamiques associées aux variables d'état sont également introduites par la suite comme le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  ou le tenseur d'écrouissage cinématique  $\underline{\underline{X}}$ .

L'équilibre énergétique du système est établi par le bilan d'énergie ou premier principe de la thermodynamique. Cet équilibre s'écrit

$$\dot{E} + \dot{C} = P_e + P_{cal} \quad (3.4)$$

où  $\dot{E}$  est l'évolution de l'énergie interne du système,  $\dot{C}$  est l'évolution de l'énergie cinétique,  $P_e$  est la puissance des efforts extérieurs et  $P_{cal}$  sont les quantités de chaleur échangées par le système. Ce principe postule que les variations d'énergie d'un système sont dues aux échanges de travail et de chaleurs avec l'extérieur.

Localement l'évolution de l'énergie interne avec la conservation de la masse se définit pour un

domaine  $\Omega(t)$  comme

$$\dot{E} = \int_{\Omega(t)} \rho \dot{e} d\Omega \quad (3.5)$$

avec  $e$  l'énergie interne spécifique et  $\rho$  la masse volumique. La puissance des efforts extérieurs  $P_e$  se définit par

$$P_e = -P_i + \dot{C}. \quad (3.6)$$

La puissance des efforts internes  $P_i$  s'écrit localement

$$P_i = - \int_{\Omega(t)} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} d\Omega \quad (3.7)$$

L'énergie cinétique est définie par

$$C = \int_{\Omega(t)} \frac{1}{2} \underline{v} \cdot \underline{v} d\Omega \quad (3.8)$$

avec  $\underline{v}$  la vitesse des points du système. Enfin, la puissance des échanges thermiques  $P_{cal}$  est définie par

$$P_{cal} = \int_{\Omega(t)} r d\Omega - \int_{\partial\Omega(t)} \vec{q}_e d\Omega_S \quad (3.9)$$

où  $r$  est la densité d'énergie volumique reçue (rayonnement par exemple) et  $q_e$  la densité d'énergie surfacique échangée (flux de chaleur).  $\vec{q}$  est la résultante normale à la surface où  $q_e$  est établie. L'énergie interne se définit par (3.4) et (3.6) comme

$$\dot{E} = -P_i + P_{cal} \quad (3.10)$$

En considérant toutes ces définitions vraies pour tout sous-ensemble  $\Omega$  et en réécrivant le bilan énergétique, le premier principe de la thermodynamique se définit localement par

$$\rho \dot{e} = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + r - \text{div}(\vec{q}) \quad (3.11)$$

Les transformations étudiées sont des processus irréversibles et dissipatifs. Le deuxième principe de la thermodynamique ou inégalité de Clausius-Duheim en est l'expression avec la production d'entropie du système toujours positive. L'inégalité de Clausius-Duheim s'écrit localement avec

$$\rho \dot{s} - \frac{r}{T} + \text{div} \left( \frac{\vec{q}}{T} \right) \geq 0 \quad (3.12)$$

$$\rho \dot{s} - r + \text{div}(\vec{q}) - \frac{\vec{q} \cdot \vec{\nabla}(T)}{T^2} \geq 0 \quad (3.13)$$

Le potentiel d'énergie choisi est l'énergie libre d'Helmoltz  $\psi$ . Ce potentiel est particulièrement adapté au cadre d'étude des processus thermodynamiques irréversibles. L'énergie libre d'Helmoltz en fonction de l'entropie  $s$  est définie par

$$\psi(T, \underline{\underline{\varepsilon}}, V_k) = e - sT \quad (3.14)$$

et

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} + \frac{\partial \psi}{\partial T} : \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (3.15)$$

Ainsi en considérant  $\underline{\underline{\sigma}}$  comme étant la force thermodynamique associée à  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et  $s = -\frac{\partial \psi}{\partial T}$ , le second principe impose que la dissipation totale soit positive. La dissipation du système s'exprime sous deux formes, avec d'une part la dissipation thermique liée aux flux de chaleur et au rayonnement, et d'autre part la dissipation intrinsèque  $\Delta$ , donné par

$$\Delta = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \dot{V}_k \quad (3.16)$$

En combinant tous les ingrédients du cadre thermodynamique, soit l'énergie libre d'Helmoltz et les deux principes de la thermodynamique, la forme locale de l'équation de la chaleur associée au cadre thermodynamique de l'auto-échauffement s'écrit

$$\rho c \dot{T} + \text{div}(\vec{q}) - r = \Delta + \rho T \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e + \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial V_k} \dot{V}_k \right) = \rho c S_t \quad (3.17)$$

avec la chaleur spécifique  $c = T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial T}$ . L'intérêt de cette formulation est de mettre en évidence une propriété matérielle : le terme source  $S_t$  de l'auto-échauffement. De plus avec cette formulation, il y a d'un côté les termes liés à la production interne de chaleur et qui compose le terme source, ces termes sont  $\Delta$  la dissipation intrinsèque et des termes de couplage thermodynamique  $\rho T \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e + \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial V_k} \dot{V}_k \right)$ . Et de l'autre, les termes liés aux flux thermiques avec  $r$  le rayonnement et  $\text{div}(\vec{q})$  le flux thermique.

L'équation de la chaleur adoptée (3.17) peut être simplifiée par des hypothèses applicables généralement au domaine d'étude de l'auto-échauffement [Doudard, 2004, Chrysochoos and Louche, 2000, Boulanger et al., 2004]. Ainsi, la chaleur spécifique  $c$  est considérée indépendante de la température et le rayonnement  $r$  est établi comme constant dans le temps [Roué, 2020]. La convection interne est négligeable, par conséquent  $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dT}{dt}$ . De plus, pour les matériaux métalliques considérés dans cette étude, les termes de couplage avec les variables internes  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial V_k} \dot{V}_k$  sont négligeables devant la grandeur des autres termes [Doudard, 2004].

Afin de résoudre l'équation de la chaleur locale (3.17), un type d'approche (i.e. 0D, ou 1D ou 2D) pour l'analyse thermique doit être fait pour aborder les problèmes d'homogénéité dans le volume et donc des sources de chaleur. Dans le cas des essais de la thèse, une approche 0D de la mesure de la température est retenue (partie 3.2.2), c'est-à-dire qu'une approche moyenne du champ dissipatif est faite lors de l'essai d'auto-échauffement (un modèle différent est nécessaire pour modéliser l'hétérogénéité à l'échelle de la microstructure). Cette approche permet de procéder à des mesures par thermocouples avec lesquels les essais d'auto-échauffement sont réalisés dans cette thèse. Les thermocouples permettent une mesure de la température ponctuelle et moyennée dans le temps sur une zone. Par ailleurs, l'approche 0D permet de réécrire le terme d'échange des flux thermiques comme  $\frac{1}{V} \int \text{div}(\vec{q}) dV = \frac{\theta \rho c}{\tau_{eq}}$  avec  $\theta = T - T_0$  la mesure de la température différentielle par rapport au milieu ambiant  $T_0$ . Le temps caractéristique d'échange thermique  $\tau_{eq}$  définit le temps d'échange thermique entre le milieu ambiant et le volume, dans lequel la mesure de la température est moyennée. Dans le cas de l'essai d'auto-échauffement, ce temps correspond à l'échange entre le volume de l'éprouvette où est réalisé la mesure thermique et le milieu extérieur, qui est composé de l'atmosphère ambiant et des mors hydrauliques rattachant le volume d'étude à la machine d'essai. Après simplification, l'équation de la chaleur à résoudre pour une approche "0D" est la suivante

$$\dot{\theta}^{0D}(t) + \frac{\theta^{0D}(t)}{\tau_{eq}^{0D}} = S_t^{0D}(t) \quad (3.18)$$

par la suite, la notation "0D" est abandonnée, car l'ensemble des configurations de la thèse font appel à l'approche "0D".  $\tau_{eq}$  dépend des conditions limites et une solution analytique existe [Louge, 2019].

Concernant la mesure par thermocouples, celle-ci est réalisée avec une réponse lente de l'ordre de 1 Hz alors que les éprouvettes dans cette étude sont soumises à une sollicitation cyclique de fréquence plus importante de 10 Hz. Il en résulte que le moyen d'essai permet uniquement de mesurer la chaleur issue de la dissipation intrinsèque (or c'est ce terme qui est recherché pour évaluer la propriété matériau responsable de l'auto-échauffement). Avec la différence de fréquences entre l'acquisition du moyen de mesure et la sollicitation cyclique imposée au matériau, le terme de couplage thermoélastique  $\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e$  s'annule sur un cycle [Boulanger et al., 2004]. Le couplage thermoélastique est un effet dû à la variation de volume de la déformation élastique du réseau d'atomes

constituant le cristal (déformation volumique). Le terme de couplage peut s'écrire [Lemaitre and Chaboche, 1990]

$$\rho T \frac{\partial^2 \psi}{\partial T \partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e = -\lambda' T_0 \dot{\sigma}(t) \quad (3.19)$$

de sorte que si on considère une sollicitation cyclique de type  $\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \sin(2\pi f_r t)$ , sur un cycle complet, la moyenne est nulle.

Enfin, l'hypothèse de la dissipation constante des sites plastiques est introduite (cas particulier observable sur les aciers de l'étude et bon nombre d'aciers), ce qui permet de réécrire la solution de l'équation de la chaleur en fonction du nombre de cycles  $N$  et non plus en fonction du temps

$$\bar{\theta}_N = \tau_{eq} \bar{S}_t = \tau_{eq} \frac{\bar{\Delta}_N}{\rho c} \quad (3.20)$$

où  $\bar{\theta}_N$  est la température stabilisée à  $N$  cycles. Puis par la suite, le terme source moyen recherché dans l'approche développée est réécrit  $\bar{\theta}$ . La solution de l'équation de la chaleur obtenue permet de lier la mesure au terme source (propriété matérielle recherchée) de l'auto-échauffement. En pratique les paramètres de la solution retenue (3.21) sont identifiés sur les paliers de sollicitation de la courbe auto-échauffement (figure 3.10). L'identification se fait sur la composante moyenne. Du fait de la stabilisation des paliers (équilibre thermique entre le terme source et les pertes thermiques) et tant que l'activité plastique n'atteint pas une échelle macroscopique, la solution de l'équation de la chaleur en fonction du temps est de la même forme que (3.20). Cette solution est donnée par

$$\theta(t) = \bar{\theta} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{eq}}} \right) \quad (3.21)$$

Le temps caractéristique d'échange thermique  $\tau_{eq}$  est plus généralement identifié sur la phase de refroidissement entre deux paliers de sollicitations au cours d'un essai (figure 3.10). La solution de la température au cours du refroidissement est donnée par

$$\theta(t) = \bar{\theta} e^{-\frac{t}{\tau_{eq}}} \quad (3.22)$$

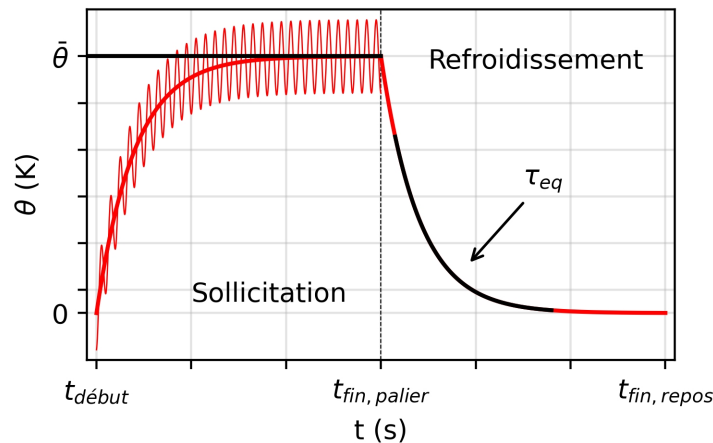


FIGURE 3.10 – Identification des paramètres de la solution de l'équation de la chaleur sur un palier d'auto-échauffement

### 3.5 Modèle probabiliste à deux échelles

La mesure thermique réalisée ne permet d'avoir comme seule information qu'une information moyennée sur le volume d'étude du champ dissipatif. Ainsi pour exploiter cette mesure, un modèle

est proposé pour modéliser l'hétérogénéité du champ dissipatif à l'échelle de la microstructure. Deux outils sont utilisés pour ce faire, le modèle initial de Lemaître & Doghri [Lemaitre and Doghri, 1994] est repris pour modéliser le comportement des deux mécanismes dissipatifs observés sur la courbe d'auto-échauffement. Puis un modèle probabiliste est employé pour donner un scénario d'apparition des sites microplastiques. Pour finir, le modèle est réemployé pour la prévision des résultats en fatigue.

### 3.5.1 Deux mécanismes à deux échelles

Conformément aux observations des deux mécanismes de dissipation observés, il est nécessaire d'introduire un modèle permettant d'interpréter la dissipation du matériau à deux échelles. L'introduction d'un volume élémentaire représentatif (*VER*) (figure 3.11) permet de considérer les deux échelles du matériau. Le VER est composé d'une matrice élastoplastique, définie par son propre comportement mécanique et ses propres variables internes, et d'une inclusion élastoplastique ou site plastique défini aussi par son propre comportement mécanique et ses propres variables internes. Le site ou inclusion du VER est considéré actif lorsque le chargement appliqué localement excède la limite élastique du site plastique  $\sigma_y$ .

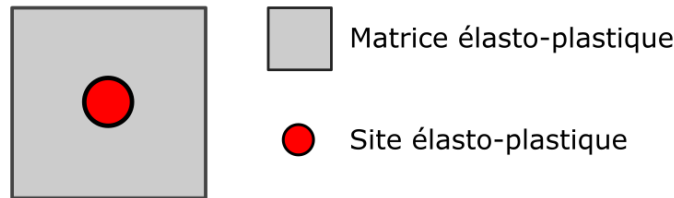


FIGURE 3.11 – Volume Élémentaire Représentatif

Avec un modèle à deux échelles, l'approche considérée est dite mésoscopique. Afin de faire le lien entre la matrice (échelle macroscopique) et les sites (échelle microscopique), il faut utiliser une loi de localisation qui permet de connaître le chargement local au site en fonction du chargement globale appliqué à la matrice. La loi de localisation (3.23) utilisée est similaire à celle d'Eshelby [Eshelby and Peierls, 1957], elle permet de faire le lien entre le champ local  $(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p)$  et le champ mésoscopique  $(\underline{\underline{\Sigma}}, \underline{\underline{E}}^p)$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\Sigma}} - 2G(1 - \zeta)(\underline{\underline{\varepsilon}}^p - \underline{\underline{E}}^p) \quad (3.23)$$

où  $G$  est le module de cisaillement et  $\zeta$  une constante, dite d'Eshelby, liée au coefficient de Poisson.

### 3.5.2 Apparition probabiliste de la plasticité

La dissipation du régime secondaire est liée à la contribution de l'ensemble des sites plastiques apparus dans le matériau au cours du chargement cyclique. Or l'apparition de la microplasticité suit une distribution aléatoire et progressive. Il est important de souligner qu'il n'existe pas de corrélation spatiale dans l'activation des différents sites. Par conséquent et afin de décrire ce phénomène, l'apparition aléatoire et progressive des sites plastiques est pilotée par un Processus Ponctuel de Poisson (*PPP*) schématisé sur la figure 3.12.

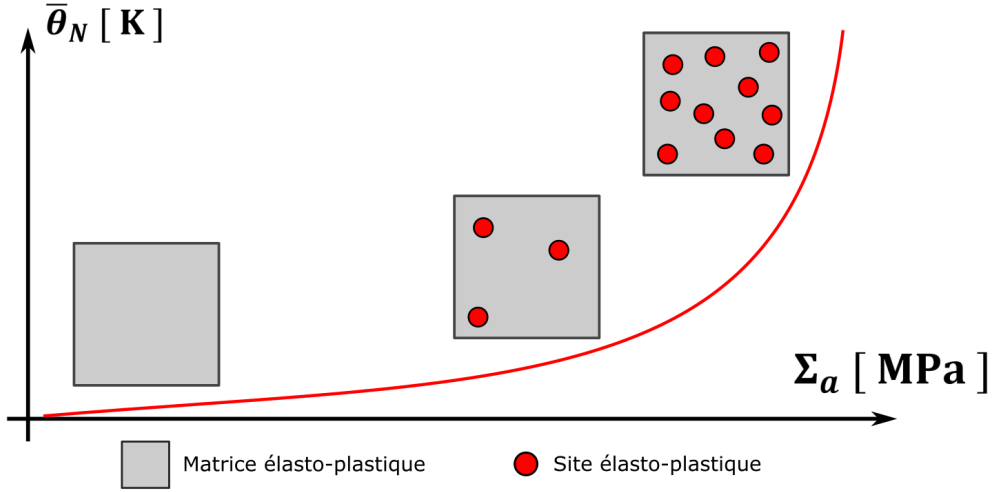


FIGURE 3.12 – VER avec évolution progressive et aléatoire des sites plastiques

Dans le cadre du *PPP*, pour un domaine  $\Omega$ , le nombre moyen  $N$  de sites actifs dans un volume  $V$  est donné par

$$N(\Omega) = \int_V \lambda dV \quad (3.24)$$

avec  $\lambda$  l'intensité du processus qui exprime l'apparition progressive des sites plastiques en fonction de l'amplitude des contraintes  $\Sigma_a$ . L'intensité du processus est exprimée par une équation constitutive du modèle sous la forme d'une loi puissance par

$$\lambda = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\Sigma_a}{S_0} \right)^m \quad (3.25)$$

avec  $V_0$  le paramètre de taille,  $S_0$  le paramètre d'échelle et  $m$  la puissance du processus.

La réponse du modèle est déterminée en utilisant le cadre de la thermodynamique des milieux continus ainsi que par les hypothèses adoptées pour le modèle. Dans ce cadre thermodynamique, l'énergie libre spécifique de Helmholtz  $\psi$  pour chaque site plastique est définie par

$$\rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, \underline{\underline{\alpha}}) = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{E}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{1}{3} \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (3.26)$$

avec des variables d'états choisies pour décrire fidèlement le système. Ces variables d'états sont le tenseur des déformations  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ , le tenseur des déformations plastiques  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  et le tenseur variable d'état de l'écroutissage cinématique  $\underline{\underline{\alpha}}$ . L'écroutissage isotrope peut tout aussi bien être considéré si cette variable est nécessaire pour décrire l'état du matériau. Dans la définition de l'énergie libre spécifique, les autres variables sont des paramètres matériaux avec  $\underline{\underline{E}}$  le tenseur d'élasticité d'ordre 4 et  $\underline{\underline{C}}$  le tenseur d'écroutissage cinématique d'ordre 4.  $\underline{\underline{C}}$  se réduit généralement à une variable scalaire dans le cas de l'écroutissage cinématique linéaire pour un matériau isotrope.

À partir des lois d'états, les forces thermodynamiques sont dérivées du potentiel thermodynamique par rapport aux variables d'état. Elles se définissent comme le tenseur des contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$  et le tenseur d'écroutissage cinématique  $\underline{\underline{X}}$  données par

$$\underline{\underline{\sigma}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p} = \underline{\underline{E}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (3.27)$$

$$\underline{\underline{X}} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} = \frac{2}{3} \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (3.28)$$

Afin de définir l'évolution des variables internes du système, il est nécessaire d'introduire dans un premier temps la surface de plasticité ou domaine élastique par une fonction seuil de plasticité définie par le modèle de von Mises

$$f(\underline{\sigma}, \underline{X}) = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - \sigma_y \leq 0 \quad (3.29)$$

avec  $J_2$  le second invariant du déviateur du tenseur des contraintes

$$J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{s} - \underline{X}) : (\underline{s} - \underline{X})}$$

où  $\underline{s}$  est la projection du tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$  dans le plan déviatorique et  $\underline{s} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}\text{trace}(\underline{\sigma})\underline{I}$ . Afin de décrire plus précisément l'évolution du domaine élastique, un pseudopotential plastique est introduit pour décrire l'écoulement plastique en fonction de l'écroissage cinématique, et par extension les variables d'états

$$F(\underline{\sigma}, \underline{X}) = f(\underline{\sigma}, \underline{X}) + \frac{3}{4} \frac{\gamma}{C} \underline{X} : \underline{X} \quad (3.30)$$

L'évolution des variables d'états introduites est pilotée par l'application des lois de normalité au pseudopotential de plasticité

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda} \frac{3(\underline{s} - \underline{X})}{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X})} \quad (3.31)$$

$$\underline{\dot{\alpha}} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{X}} \quad (3.32)$$

avec  $\dot{\lambda}$  le multiplicateur plastique. Par construction à partir de (3.32), l'évolution du tenseur d'écroissage cinématique est définie comme la loi d'Armstrong-Frederick [Armstrong and Frederick, 1966],

$$\underline{\dot{X}} = \frac{2}{3} C \underline{\dot{\varepsilon}}^p - \gamma \underline{X} \dot{p}. \quad (3.33)$$

On montre alors que le multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$  et la vitesse de déformation plastique cumulée  $\dot{p}$  sont égaux,

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\dot{\varepsilon}}^p : \underline{\dot{\varepsilon}}^p} = \dot{\lambda}. \quad (3.34)$$

La détermination du multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$  est obtenue à partir de la condition de cohérence sur le domaine d'élasticité  $\dot{f} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\dot{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{X}} : \underline{\dot{X}} = 0$ . L'expression du multiplicateur plastique est exprimée (avec inclusion de la condition de localisation du chargement à l'inclusion (3.23)) par

$$\dot{\lambda} = \frac{H(f)}{h} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\dot{\Sigma}} \quad (3.35)$$

où  $h$  est le module d'écroissage instantané défini tel que  $h = C + 3\mu(1 - \xi) - \gamma \frac{3}{2} \frac{(\underline{s} - \underline{X}) : \underline{X}}{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X})}$ . La fonction de Heaviside  $H(f)$  permet de garder la condition  $f = 0$ ,  $H(f) = 0$  si  $f < 0$  sinon  $H(f) = 1$  pour  $f = 0$ . Le système ne cumule de plasticité que si la surface seuil est atteinte soit pour  $f = 0$ .

La dissipation intrinsèque  $\Delta_t$  générée par un site plastique au temps  $t$  se calcul avec

$$\Delta_t = \underline{\sigma} : \underline{\dot{\varepsilon}}^p - \underline{X} : \underline{\dot{\alpha}} = (\underline{\sigma} - \underline{X}) : \underline{\dot{\varepsilon}}^p + \dot{\lambda} \frac{3}{2} \frac{\gamma}{C} \underline{X} : \underline{X} \quad (3.36)$$

La densité d'énergie dissipée par un site plastique sur un cycle est donc obtenue comme

$$E_d^{site} = \int_{cycle} \Delta_t dt \quad (3.37)$$



ainsi pour une sollicitation de traction-compression et en considérant un écrouissage cinématique linéaire ( $\gamma = 0$ ), l'énergie dissipée s'écrit

$$E_d^{site} = \frac{4V_s\sigma_y}{h} \langle \Sigma_a - \sigma_y \rangle \quad (3.38)$$

avec  $\langle \cdot \rangle$  les crochets de Macaulay et  $V_s$  le volume occupé par un site plastique. L'avantage de cette écriture (3.38) est qu'elle représente de manière intuitive le phénomène de dissipation du second régime. Le site plastique dissipe si le chargement global est supérieur à sa limite d'élasticité locale  $\sigma_y$ . Ainsi, l'approche déterministe consistant à détecter la limite d'endurance d'un matériau au démarrage du régime secondaire, prends tout son sens et la limite élastique locale  $\sigma_y$  est assimilée à cette limite d'endurance.

Pour l'extension à des chargements multiaxiaux proportionnels, l'introduction d'une contrainte équivalente [Poncelet, 2007] permet de réécrire l'énergie dissipée par un site plastique avec

$$E_d^{site} = \frac{4V_s\sigma_y}{h} \langle \Sigma_a^{eq} - \sigma_y \rangle \quad (3.39)$$

où  $\Sigma_a^{eq}$  est la contrainte équivalente de von Mises pour la composante alternée du chargement.

De la même manière que pour le site plastique, il est possible de définir l'énergie dissipée par la matrice. Celle-ci peut être approximée par une fonction quadratique fonction de l'amplitude des contraintes [Munier, 2012]

$$E_d^{matrice} = K\Sigma_a^2 \quad (3.40)$$

Ainsi l'énergie, que dissipe le VER, provient de la matrice et de l'ensemble des sites plastiques. Cette densité d'énergie dissipée est donnée par

$$E_d^{VER} = K(\Sigma_a^{eq})^2 + \int_0^{\Sigma_a^{eq}} E_d^{sites}(\underline{\Sigma}) dN \quad (3.41)$$

avec  $dN$  le nombre de sites plastiques qui sont activés pour un chargement entre  $\Sigma$  et  $\Sigma + d\Sigma$ . Ainsi  $dN = \int_V \frac{d\lambda}{d\Sigma} d\Sigma dV$ . Par ailleurs, le champ de contrainte n'est pas homogène dans le volume pour de très nombreuses configurations, et notamment pour les éprouvettes tubulaires utilisées lors des essais en torsion. L'hétérogénéité du champ de contrainte influence le champ dissipatif. La solution est d'introduire un volume effectif  $V_{eff}$  qui permet d'intégrer facilement l'hétérogénéité du champ de contrainte. Le principe du volume effectif est donné par Hild [Hild et al., 1992], il se définit comme  $V_{eff,m} = V \times H_m$  où  $H_m$  est le facteur d'hétérogénéité défini comme

$$H_m = \frac{1}{V} \int_V \left( \frac{\Sigma_a^{eq}}{\max(\Sigma_a^{eq})} \right)^m dV \quad (3.42)$$

Le volume effectif est un volume équivalent dans lequel on considèrerait une contrainte uniforme égale à l'amplitude de contrainte équivalente maximale. La densité d'énergie dissipée du volume devient donc

$$E_d^{volume} = K\max(\Sigma_a^{eq})^2 + \frac{4V_s m}{Vh(m+1)(m+2)V_0 S_0^m} V_{eff,m+2} \max(\Sigma_a^{eq})^{m+2} \quad (3.43)$$

Pour les essais sous chargement uniaxial, la question de l'hétérogénéité du champ de contraintes n'est pas abordée pour le régime primaire. Le paramètre  $K$  est considéré comme porteur de cet effet. La question de la prise en compte de l'hétérogénéité dans le régime primaire est particulièrement abordée au chapitre 4 portant sur l'étude précise du régime primaire. La question de l'hétérogénéité du champ de contrainte pour le régime secondaire est, elle aussi plus largement détaillée avec l'étude sous chargement multiaxial du chapitre 5.

Avec l'équation (3.43) et l'équation de la courbe d'auto-échauffement (3.1) définie en 3.4.1, le lien entre les paramètres pilotant le modèle  $(V_0, S_0^m, m)$  et les paramètres descriptifs de la courbe d'auto-échauffement  $(\alpha, \beta, m)$  est immédiat. Pour rappel, l'équation décrivant la courbe d'auto-échauffement est définie par

$$\bar{\theta} = \frac{f_r \tau_{eq}}{\rho c} E_d^{volume} = \alpha \left( \frac{\Sigma_a^{eq}}{\Sigma_f} \right)^2 + \beta \left( \frac{\Sigma_a^{eq}}{\Sigma_f} \right)^{m+2} \quad (3.44)$$

Le modèle permet de donner une interprétation thermodynamique des phénomènes en jeu sous sollicitations cycliques. La dernière étape est d'établir les durées de vie illimitées dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles et les durées de vie limitées.

### 3.5.3 Durée de vie en fatigue

#### 3.5.3.1 Durée de vie illimitée

Grâce aux hypothèses faites dans le modèle probabiliste, il est possible d'établir la limite d'endurance d'un matériau (*i.e.*, la limite conventionnelle à  $10^7$  cycles) à partir des paramètres identifiés sur les courbes d'auto-échauffement. Dans le modèle, l'hypothèse du maillon le plus faible est retenue : la rupture du matériau sera effective à partir du moment où un site est rompu. Or, le modèle considère un processus ponctuel de Poisson (PPP) pour régir le scénario d'activation des sites plastiques (l'activation des sites n'est pas corrélée dans le temps et l'espace). De plus, l'intensité du processus ou la densité d'activation des sites est sous la forme d'une loi puissance. L'ensemble de ces hypothèses permet d'écrire la probabilité de rupture  $P_f$  de la structure sous la forme d'une distribution de Weibull [Weibull, 1951]

$$P_f = 1 - \exp \left[ - \int_V \frac{1}{V_0} \left( \frac{\Sigma_a^{eq}}{S_0} \right)^m \right] = 1 - \exp \left[ - \frac{V_{eff,m}}{V_0} \left( \frac{\max(\Sigma_a^{eq})}{S_0} \right)^m \right] \quad (3.45)$$

avec  $V_0$ ,  $S_0$  et  $m$  les paramètres du modèle probabiliste et  $V_{eff,m}$  le volume effectif.

À partir de l'expression de la probabilité de rupture et grâce au modèle de Weibull, la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_{\infty}^{AE}$  du matériau (classiquement des gammes de durée de vie comprise entre  $10^6$  et  $10^7$  cycles) s'écrit

$$\bar{\Sigma}_{\infty}^{AE} = \left( \frac{V_0 S_0^m}{V_{eff,m}} \right)^{\frac{1}{m}} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \quad (3.46)$$

et l'écart-type associé est

$$\bar{\Sigma}_{\infty}^{AE} = \left( \frac{V_0 S_0^m}{V_{eff,m}} \right)^{\frac{1}{m}} \sqrt{\Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)} \quad (3.47)$$

avec la fonction gamma d'Euler :  $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ .

La présence du volume effectif dans le modèle probabiliste permet de prendre en compte l'effet de volume dans l'estimation de la limite d'endurance. De plus, l'effet de concentration de contrainte est aussi pris en compte permettant de déterminer la limite d'endurance du matériau d'un point de vue structure comme cela peut être le cas dans une approche bureau d'études. Cet effet est revu en détail par la suite.

#### 3.5.3.2 Durée de vie limitée

Pour décrire le comportement en durée de vie limitée, il est possible d'introduire un critère énergétique pour régir la ruine du matériau à partir d'une certaine énergie dissipée. Ce critère énergétique permet de relier une énergie critique  $E_c$  en fonction d'une énergie volumique dissipée par  $E_d^{sites}$  à un nombre de cycles  $N$  donné

$$E_c = N E_d^{sites} \quad (3.48)$$

Or l'énergie dissipée pour ce site critique est donnée par

$$E_d(P_f) = \frac{4V_s \bar{\Sigma}_\infty^{AE}(P_f)}{h} \langle \Sigma_a^{eq} - \bar{\Sigma}_\infty^{AE}(P_f) \rangle \quad (3.49)$$

où  $\bar{\Sigma}_\infty^{AE}(P_f)$  est la limite d'endurance pour la probabilité de rupture  $P_f$ . Enfin, il est possible d'exprimer le nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de chargement par

$$N_R = \frac{A}{\bar{\Sigma}_\infty^{AE}(P_f) \langle \Sigma_a^{eq} - \bar{\Sigma}_\infty^{AE}(P_f) \rangle} \quad (3.50)$$

avec  $A = \frac{h E_c}{4V_s}$  un paramètre matériau à déterminer. L'identification de  $A$  se fait à partir d'une amplitude de contrainte amenant à une rupture ainsi, il est possible de tracer les courbes de Wöhler ou courbes SNP comme sur la figure 3.13.

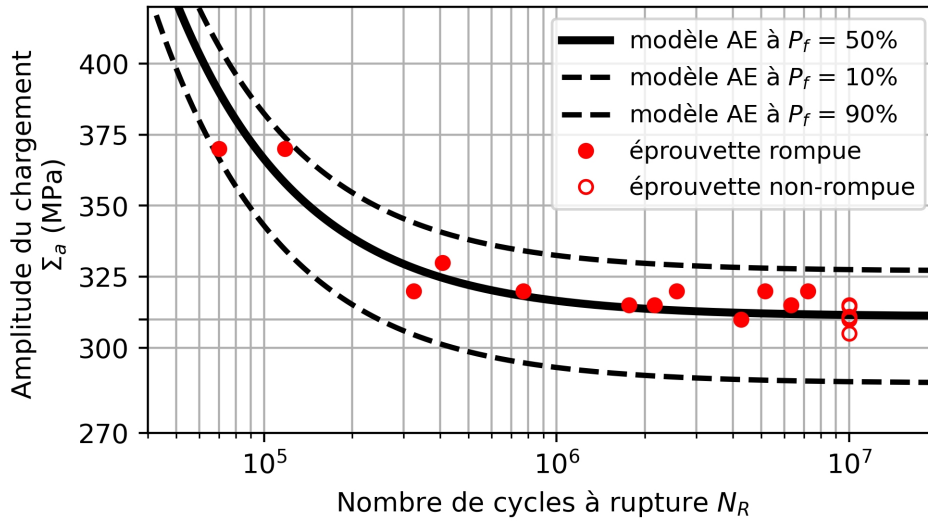


FIGURE 3.13 – Courbe de Wöhler en traction-compression à  $R = -1$ , acier 16MND5

La limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_{\infty, P_f}$  des courbes de Wöhler pour une probabilité de rupture  $P_f$  différente de 50% sont données par

$$\bar{\Sigma}_{\infty, P_f} = \bar{\Sigma}_\infty \left( \frac{\log_{10}(1 - P_f)}{\log_{10}(1 - 0,5)} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3.51)$$

### 3.6 Application de la méthode auto-échauffement aux aciers de la ligne d'arbres

Plusieurs familles d'aciers sont retenues pour la construction des lignes d'arbres. Ces aciers sont généralement sélectionnés pour avoir une bonne tenue en fatigue, ainsi qu'une bonne formabilité afin d'obtenir des pièces de plusieurs mètres, voire d'une dizaine de mètres. Dans le cas de l'étude, deux aciers sont caractérisés : l'acier 16MND5 et l'acier 42CrMo4. Pour les deux matériaux, des observations de la microstructure et des essais de caractérisation du comportement mécanique sont réalisés puis les deux aciers sont caractérisés en fatigue à grand nombre de cycles par la méthode auto-échauffement sous des sollicitations cycliques uniaxiales. Ces chargements sont soit de nature traction-compression avec contraintes moyennes, soit de torsion avec différentes contraintes moyennes.

### 3.6.1 Caractérisation en fatigue par la méthode auto-échauffement de l'acier 16MND5 sous chargements simples

#### 3.6.1.1 Acier 16MND5 : Comportement mécanique et composition

L'acier 16MND5 (16MnMoNi5-5) utilisé dans l'étude est un matériau prélevé sur une ligne d'arbres retirée du service. Il s'agit d'un acier faiblement allié présentant peu d'éléments d'addition (tableau 3.1). Sa microstructure, observée par *EBS*D (*Electron BackScatter Diffraction*) avec le *MEB* (*Microscope Électronique à Balayage*) de l'*ENSTA*, présente essentiellement deux populations de taille de grain (figure 3.14). La première population majoritaire est composée par d'anciens grains d'austénite de taille  $> 40\mu\text{m}$ . La seconde population de grains est moins nombreuse, elle présente des lattes de bainite de quelques  $\mu\text{m}$ . Ce résultat est attendu aux vues des traitements thermiques appliqués aux arbres de transmission. Dans ces conditions l'acier 16MND5 peut former une phase de bainite. Par ailleurs, l'observation de la microstructure ne semble pas montrer de texture cristallographique prononcée au sein du matériau d'étude.

<i>C</i>	<i>Si</i>	<i>Mn</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>Ni</i>	<i>Mo</i>	<i>Fe</i>
0,2	0,4	1,15 – 1,55	0,025	0,015	0,5 – 0,8	0,5	balance

TABLE 3.1 – Composition chimique relative du 16MND5 exprimé en % en masse

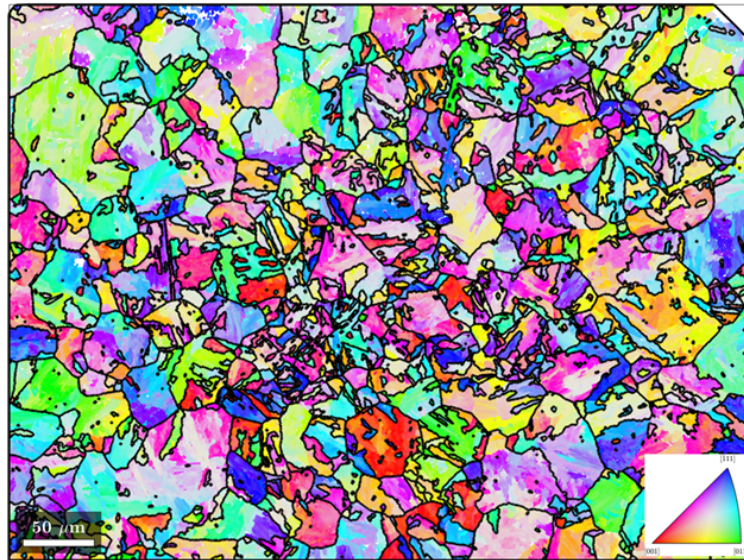


FIGURE 3.14 – microstructure du 16MND5, observations *EBS*D

Des essais mécaniques "classiques" ont été réalisés pour établir la limite à rupture en traction du matériau. De même, des essais de traction et de torsion ont été faits pour établir le comportement du matériau dans le domaine élastique. Le tableau 3.2 regroupe l'ensemble de ces informations. L'acier 16MND5 présente des propriétés mécaniques macroscopiques moyennes standards (figure 3.15a) avec une limite élastique autour des 475 MPa sachant que cette valeur varie légèrement au sein de la section d'une ligne d'arbres avec une limite d'élasticité plus importante en peau qu'en cœur de section. Des essais de traction-torsion ont été faits dans le domaine élastique du matériau avec un suivi par rosette de déformation à  $45^\circ$ . Ces essais sont affichés en figure 3.15b en fonction de la contrainte équivalente de von Mises et de la déformation équivalente de von Mises. Les essais semblent montrer que le matériau a un comportement élastique isotrope (variation de  $\pm 1,5\%$ ) bien qu'il ait subi des étapes de forge et de traitement thermique lors de la fabrication de la ligne d'arbres.

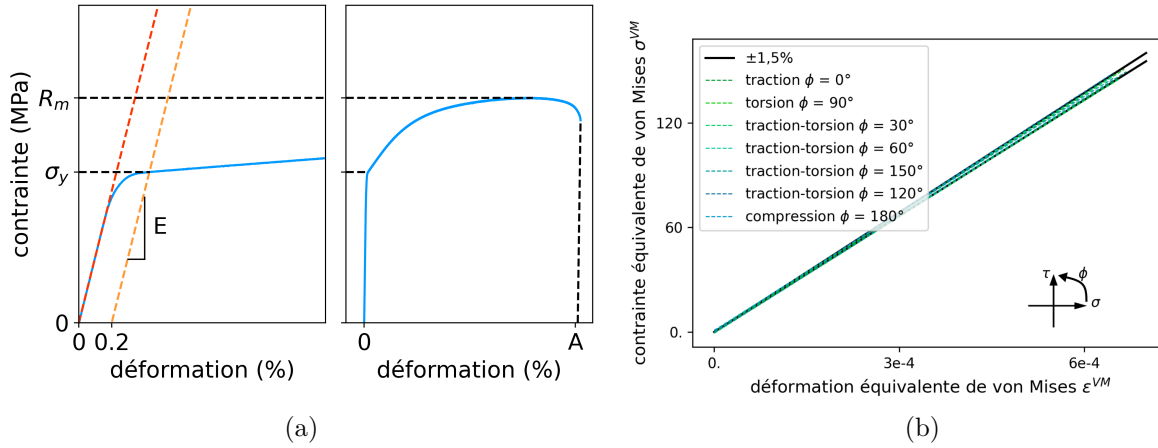


FIGURE 3.15 – (a) Essai de rupture 16MND5, (b) Essais élastiques en traction et torsion en fonction des directions principales, mesure par rosette de déformation, acier 16MND5

$E$ (GPa)	$\nu$	$G$ (GPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	$A$ %
207	0,298	79,7	475	709	23

TABLE 3.2 – Paramètres du 16MND5

### 3.6.1.2 Acier 16MND5 : Comportement en fatigue sous chargements de traction et chargements de torsion par mesures d'auto-échauffement

#### a) Caractérisation par mesures d'auto-échauffement en traction-compression

Le protocole de caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles par mesures d'auto-échauffement (partie 3.3) est appliqué à la caractérisation de l'acier 16MND5. Dans un premier temps, le matériau est évalué en fatigue vis-à-vis du chargement de traction-compression avec différents niveaux de contraintes moyennes. Le niveau de contrainte moyenne est défini par le rapport de charge

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (3.52)$$

où  $\sigma_{min}$  est le niveau de contrainte minimale de la sollicitation cyclique et à l'opposé  $\sigma_{max}$  est le niveau maximal. Pour l'application des lignes d'arbres, cinq rapports de charges  $R$  sont retenus :  $R = -1$ ,  $R = -0,5$ ,  $R = -0,3$ ,  $R = -2$  et  $R = -3$ . Les courbes d'auto-échauffement obtenues pour les cinq rapports de charges sont tracées en figure 3.16. Les paramètres identifiés sur les courbes sont regroupés dans le tableau 3.3.

Les courbes d'auto-échauffement de la figure 3.16 sont tracées en fonction de l'amplitude de contraintes  $\Sigma_a$  et de la densité d'énergie dissipée  $\bar{E}_d$ . L'énergie dissipée permet de comparer plus fidèlement les courbes d'auto-échauffement entre-elles. Le temps caractéristique d'échange thermique  $\tau_{eq}$  est divisé à la température stabilisée  $\bar{\theta}$  afin de limiter au maximum l'effet des conditions d'essai. L'équation décrivant la courbe d'auto-échauffement est inchangée. Elle conserve la description des deux régimes d'auto-échauffement avec les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  donnant leur intensité, et est donnée par

$$\frac{f_r}{\rho c} \bar{E}_d = \frac{1}{\tau_{eq}} \bar{\theta} = \alpha \left( \frac{\Sigma_a}{\max(\Sigma_a)} \right)^2 + \beta \left( \frac{\Sigma_a}{\max(\Sigma_a)} \right)^{m+2}. \quad (3.53)$$

Dans l'équation précédente, le paramètre  $\max(\Sigma_a)$  est fixé pour l'ensemble des courbes d'auto-échauffement, c'est un paramètre de normalisation permettant de comparer les paramètres d'inten-

sités des régimes primaires et secondaires des diverses courbes. La valeur de  $\max(\Sigma_a)$  pour l'acier 16MND5 est fixé à 360 MPa.

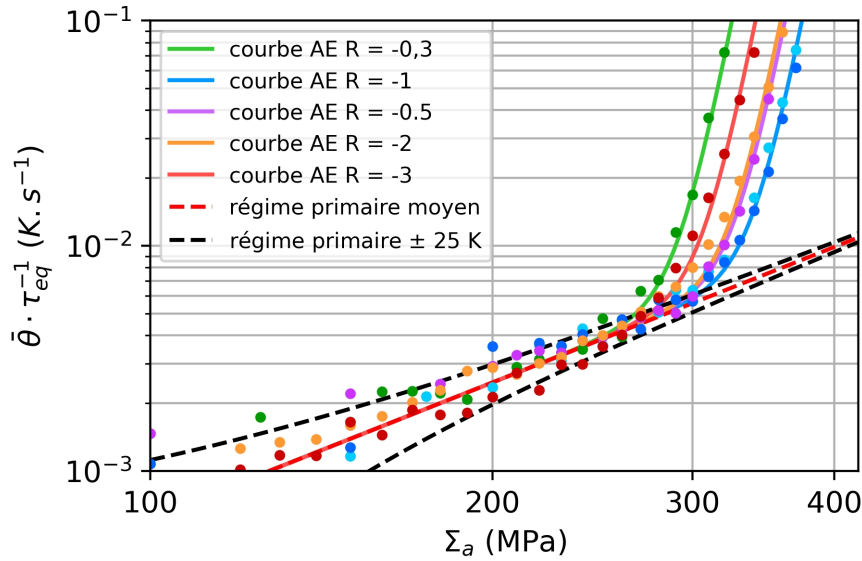


FIGURE 3.16 – Courbes auto-échauffement en traction-compression à différent rapport de charge  $R$  sur l'acier 16MND5

De manière empirique (transition entre régime primaire et secondaire, méthode introduite dans la section 3.2.1), la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_{\infty}^{AE}$  de l'acier 16MND5 est identifiée sur les courbes d'auto-échauffement au rapport de charge  $R = -1$  (contrainte moyenne nulle) sur la figure 3.17. Cette limite se situe, dans un diagramme en logarithme, à l'intersection entre la droite décrivant le régime secondaire (pente de  $m+2$ ) avec la droite horizontale d'ordonnée 50 mK. Cette droite est positionnée pour correspondre à l'élévation minimale d'énergie que peut détecter un thermocouple. Ainsi, la limite d'endurance du 16MND5 identifiée, en traction-compression, est égale à  $\bar{\Sigma}_{\infty, -1} = 313 MPa$  (figure 3.17a). D'un point de vue mécanique, la limite d'endurance correspond à l'activation du régime secondaire et des zones de microplasticité amenant à rupture à  $10^6 - 10^7$  cycles. La limite d'endurance peut être estimée au premier point où l'élévation de température du régime secondaire commence à être significative (figure 3.17b). L'obtention de plusieurs courbes d'auto-échauffement en traction-compression à  $R = -1$  (figure 3.16 et tableau 3.3) montre la très bonne répétabilité de la méthode pour obtenir une courbe d'auto-échauffement.

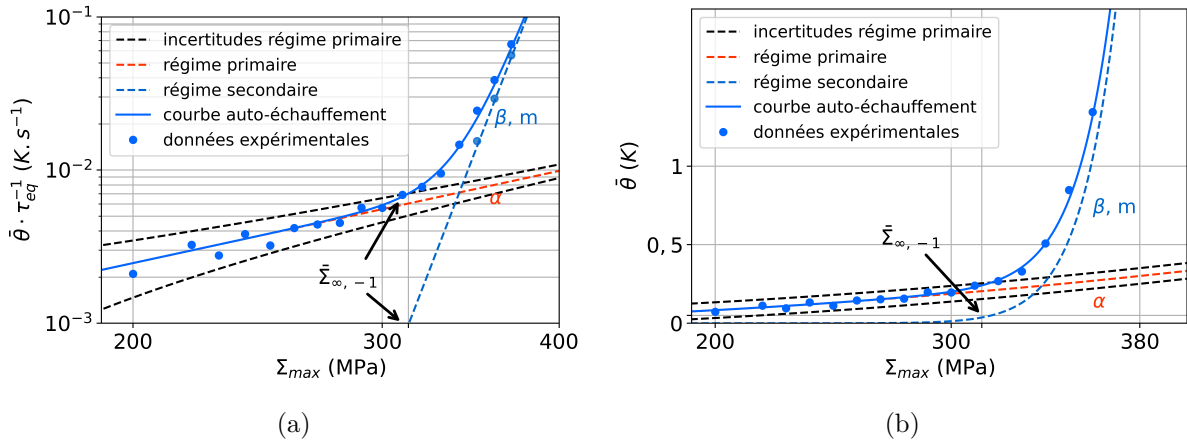


FIGURE 3.17 – (a) Représentation bilogarithmique de la courbe auto-échauffement en traction - compression alternée avec l'identification déterministe de la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_{\infty, -1}$  de l'acier 16MND5, (b) Observation du début d'élévation de la température du régime secondaire en traction - compression alternée pour l'acier 16MND5

Par la suite, l'obtention des limites d'endurance d'un matériau pour les différents rapports de charge  $R$  se fait par comparaison des courbes d'auto-échauffement et de leur régime secondaire.

Cette comparaison est préférable, car elle vient faire le lien entre deux propriétés physiques et non deux façons d'identifier des limites de fatigue. Le rapport entre des limites d'endurance est rendu possible par le modèle en partant de l'équation définissant la limite d'endurance pour une sollicitation (3.46) et des équations permettant de calculer analytiquement la densité d'énergie dissipée  $\bar{E}_d$ . Or ces énergies dissipées  $\bar{E}_d$  sont reliées aux paramètres  $\beta$  décrivant l'intensité du régime secondaire des courbes d'auto-échauffement. En résumé, Le paramètre  $\beta$  est directement relié au paramètre  $V_0 S_0^m$  du modèle thermodynamique probabiliste avec les équations (3.43) et (3.44). Or ce sont ces paramètres qui permettent d'obtenir les propriétés en fatigue du matériau.

Il est à noter qu'il est important de vérifier, à quel endroit du volume, est prise la contrainte équivalente. Dans le cas des éprouvettes tubulaires, la contrainte peut être définie au rayon moyen ou au rayon extérieur, ce qui a une influence en torsion. Cependant, de manière générale, le rapport entre deux limites d'endurance, à même rayon de contrainte équivalente, se fait avec

$$\frac{\bar{\Sigma}_{\infty, 2}}{\bar{\Sigma}_{\infty, 1}} = \left( \frac{\beta_1 V_{eff, m, 1} V_{eff, m+2, 2}}{\beta_2 V_{eff, m, 2} V_{eff, m+2, 1}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3.54)$$

où les volumes effectifs  $V_{eff}$  sont établis avec les coefficients  $H_m$  (3.42) évalués à  $m$  et  $m + 2$ .

En partant de l'équation (3.54), les limites d'endurances à  $R = -0,5$ ,  $R = -0,3$ ,  $R = -2$  et  $R = -3$  sont obtenues (tableau 3.3). La méthode permet de constater l'effet de contrainte moyenne en traction ( $R = -0,5$  et  $R = -0,3$ ) et en compression ( $R = -2$  et  $R = -3$ ).



	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$ (s)	$\frac{\Sigma_{\infty,x}}{\Sigma_{\infty,-1}}$	Limite d'endurance $\Sigma_{\infty,x}(MPa)$
$\sigma_{-1}$	0,009	0,035	24	31	1	313
$\sigma_{-1}$	0,009	0,03	24	33	1	313
$\sigma_{-0,5}$	0,009	0,08	24	48	0,96	300
$\sigma_{-0,3}$	0,008	1,33	24	34	0,87	270
$\sigma_{-2}$	0,009	0,10	24	39	0,96	300
$\sigma_{-3}$	0,007	0,38	24	40	0,91	285

TABLE 3.3 – Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en traction-compression de la figure 3.16 et propriétés en fatigue de l'acier 16MND5

Dans un but de validation, les résultats du modèle auto-échauffement sont comparés, avec des courbes de Wöhler, aux résultats de fatigue obtenus par un modèle de fatigue de type *staircase* (partie 1.2.2.1). Ces comparaisons entre modèles ont été faites à  $R = -1$  et  $R = -0,3$ . Pour  $R = -1$ , la courbe de fatigue correspondante est en figure 3.18 et les résultats du *staircase* sont synthétisés dans le tableau 3.4. Pour les éprouvettes du *staircase*, celles-ci sont sollicitées à l'aide d'un vibrophore à 130 Hz environ. L'éprouvette vibrophore est donc légèrement différente (voir Annexe C.8). La comparaison des résultats de fatigue entre les éprouvettes tubulaires utilisées pour la méthode auto-échauffement et les éprouvettes lisses utilisées pour le *staircase* est rendue possible avec la prise en compte des volumes effectifs  $V_{eff,m}$ .

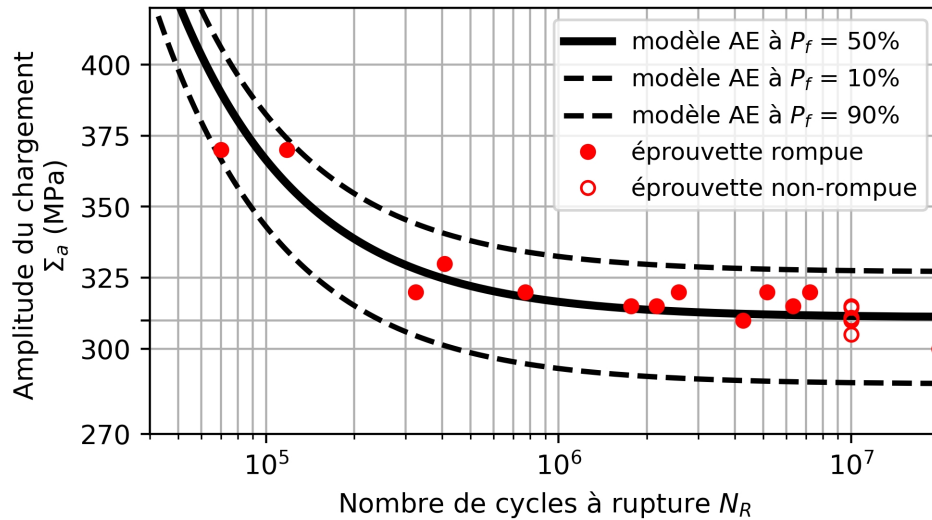


FIGURE 3.18 – Courbe de Wöhler en traction-compression à  $R = -1$ , acier 16MND5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
320	×								×				×
315		×				×		○		×		○	
310			×		○		○				○		
305				○									

TABLE 3.4 – Acier 16MND5, *Staircase* réalisé à  $R = -1$  pour  $1 \times 10^7$  cycles, ○ : survie, × : rompue

Les formules de Dixon-Mood (partie 1.2.2.1) sont appliquées au *staircase* du tableau 3.4. La limite d'endurance calculée  $\bar{\Sigma}_{\infty,-1}$  est de 313,3 MPa avec un écart-type de 6,2 MPa. De plus, les



conditions de validité de la méthode (1.6) et (1.7) sont vérifiées pour ce *staircase*. Le résultat du modèle *staircase* est comparable aux résultats du modèle auto-échauffement. La courbe de Wöhler figure 3.18 illustre bien la capacité de la méthode auto-échauffement à prévoir une durée de vie pour les grands nombres de cycles pour l'acier 16MND5. Par ailleurs, si ces deux méthodes donnent des résultats similaires, il est important de noter que le *staircase* a mobilisé les moyens d'essai pendant 13 jours contre 6 heures pour la méthode auto-échauffement.

Un second *staircase* est réalisé afin de vérifier la capacité de la méthode auto-échauffement à prévoir un résultat de fatigue avec contrainte moyenne non nulle. Pour cela, les résultats entre les deux modèles sont comparés pour un rapport de charge  $R = -0,3$ . La courbe de Wöhler tracée figure 3.19 et le *staircase* correspondant est synthétisé au tableau 3.5. La limite d'endurance moyenne du *staircase* du tableau 3.5 s'établit à 279 MPa avec un écart-type de 5,73. Les conditions du *staircase* (1.6) et (1.7) sont valides.

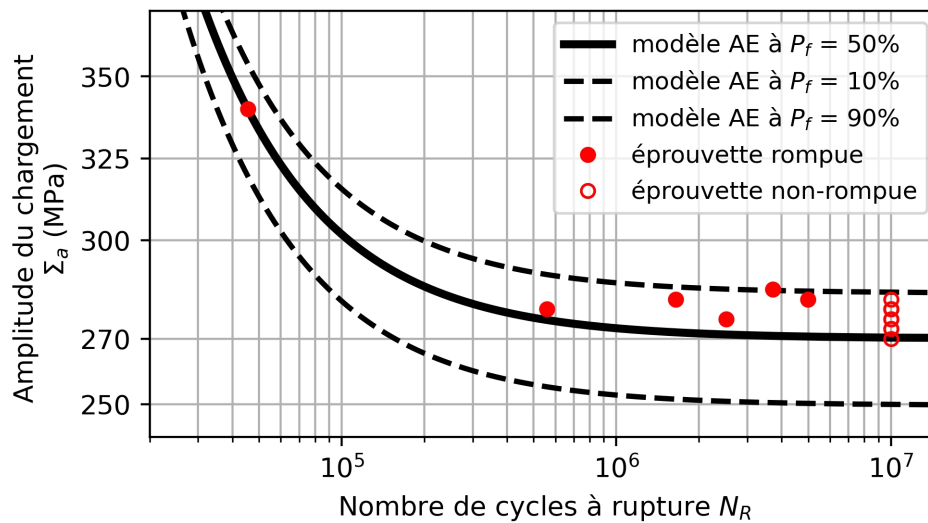


FIGURE 3.19 – Courbe de Wöhler en traction-compression à  $R = -0,3$ , acier 16MND5

Les deux modèles donnent des résultats comparables en présence de contraintes moyennes de traction avec une limite d'endurance comparable entre le modèle auto-échauffement ( $\bar{\Sigma}_{\infty,-0,3}^{AE} = 270 \text{ MPa}$ ) et le modèle *staircase* ( $\bar{\Sigma}_{\infty,-0,3} = 279 \text{ MPa}$ ).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
282										×					
282									○		×		×		×
279				×				○				○		○	
276			○		×		○								
273		○				○									
270	○														

TABLE 3.5 – Acier 16MND5, *Staircase* réalisé à  $R = -0,3$  pour  $1 \times 10^7$  cycles, ○ : survie, × : rompue

Pour la réalisation des deux *staircase*, l'évaluation des contraintes résiduelles est effectuée par diffraction de rayons X (*DRX*) sur les éprouvettes utilisées. Le protocole d'usinage employé introduit sur le lot d'éprouvettes une contrainte résiduelle axiale inférieure à 150 MPa en compression. Ce niveau de contraintes n'est pas suffisant pour avoir une influence sur le *staircase* et confirme les résultats obtenus.

## b) Caractérisation par mesures d'auto-échauffement en torsion

Similairement au travail effectué pour caractériser l'acier 16MND5 en traction - compression, le matériau est caractérisé en fatigue à grand nombre de cycles en torsion. Pour cette sollicitation, trois rapports de charge (3.52) sont retenus :  $R = -1$ ,  $R = -0,5$  et  $R = -0,3$ . Les courbes d'auto-échauffement associées sont tracées en figure 3.20 et les paramètres identifiés sur ces courbes sont compilés dans le tableau 3.6. La comparaison entre les régimes secondaires d'auto-échauffement de différentes sollicitations (traction et torsion) est rendue possible par l'équation des rapports de limites d'endurance (3.54). Il est à noter que les courbes d'auto-échauffement en torsion de la figure 3.20 sont exprimées avec la contrainte équivalente en amplitude au rayon moyen  $\Sigma_{a,r=moyen}^{eq}$ . Par conséquent, le rapport entre une limite d'endurance de torsion et une limite d'endurance de contrainte normale se réécrit au rayon maximal avec

$$\frac{\bar{\Sigma}_{\infty,\tau}}{\bar{\Sigma}_{\infty,\sigma}} = \left( \frac{\beta_{\sigma} V_{eff,m,\sigma} V_{eff,m+2,\tau}}{\beta_{\tau} V_{eff,m,\tau} V_{eff,m+2,\sigma}} \left( \frac{\Sigma_{a,r=max}^{eq}}{\Sigma_{a,r=moy}^{eq}} \right)_{\tau}^{(m+2)} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (3.55)$$

Comme le montre la figure 3.20, la méthode utilisée fait preuve d'une très bonne répétabilité (rapport de charge à  $R = -1$ ) en torsion.

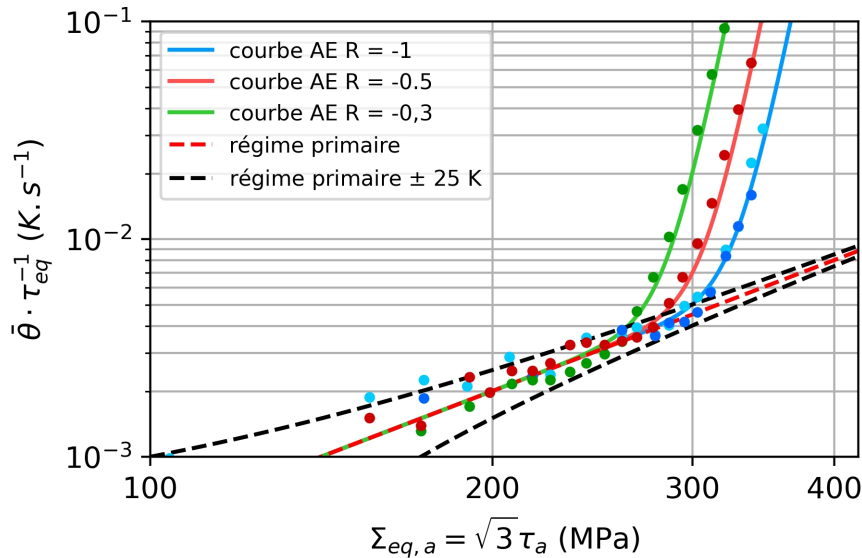


FIGURE 3.20 – Courbes d'auto-échauffement en torsion à différent rapport de charge  $R$  sur l'acier 16MND5

	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$ (s)	$\frac{\tau_x}{\tau_{-1}}$	$\frac{\sqrt{3}\tau_x}{\sigma_{-1}}$	Limite d'endurance $T_{\infty,x}(MPa)$
$\tau_{-1}$	0,006	0,06	24	38	1	1,07	193
$\tau_{-1}$	0,007	0,06	24	46	1	1,07	193
$\tau_{-0,5}$	0,007	0,29	24	39	0,94	1,00	184
$\tau_{-0,3}$	0,006	1,95	24	36	0,87	0,92	168

TABLE 3.6 – Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en torsion de la figure 3.20

## c) Caractérisation par mesures d'auto-échauffement en traction-compression avec torsion moyenne

Même si ce chapitre est centré sur l'utilisation de la méthode et la caractérisation des matériaux sous chargement constant uniaxial, une première caractérisation multiaxiale est entreprise. Une des

caractéristiques du chargement des lignes d'arbres est le chargement en amplitude de contrainte normale couplée à une contrainte moyenne de torsion. Ainsi, l'acier 16MND5 est caractérisé pour des chargements de traction - torsion alternée avec des niveaux de contraintes moyennes de torsion. Les courbes d'auto-échauffement ainsi obtenues sont tracées en figure 3.21 et les paramètres associés sont synthétisés au tableau 3.7.

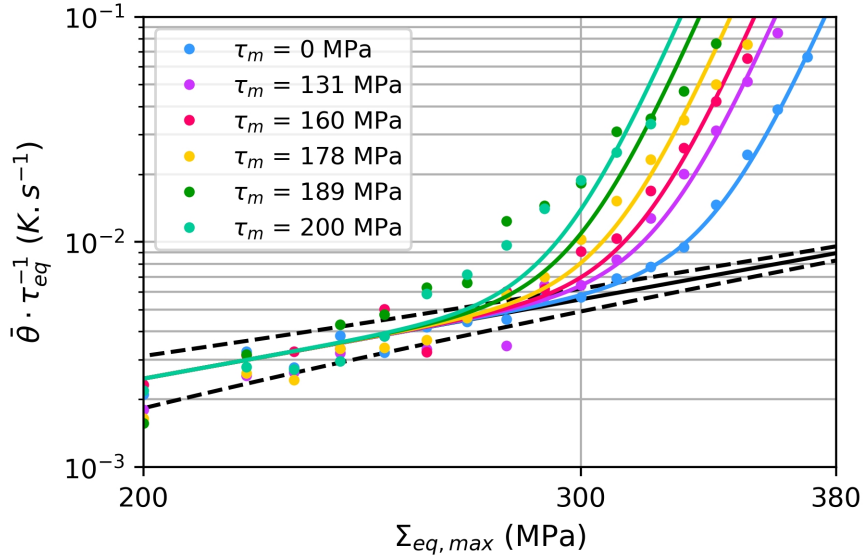


FIGURE 3.21 – Courbes d'auto-échauffement en traction-compression à différentes contraintes moyennes de torsion sur l'acier 16MND5

$\tau_m$ (MPa)	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$ (s)	$\frac{\sigma_x}{\sigma_{-1}}$	Limite d'endurance $\Sigma_{\infty,x}$ (MPa)
0	0,008	0,03	24	35	1	313
131	0,007	0,10	24	31	0,95	297
160	0,008	0,16	24	30	0,93	291
178	0,008	0,29	24	38	0,91	285
189	0,008	0,61	24	30	0,88	275
200	0,007	0,96	24	39	0,86	269

TABLE 3.7 – paramètres identifiés des courbes auto-échauffement de la figure 3.21

La limite d'endurance est affectée par la présence de contrainte moyenne de torsion (tableau 3.7). Le niveau de contrainte par rapport à l'amplitude doit être assez élevé pour affecter significativement la limite d'endurance. Cependant, à  $\tau_m = 131$  MPa, la limite en fatigue est réduite de 5% et pour des chargements où la contrainte moyenne de torsion ( $\tau_m = 200$ ) est supérieure à la limite d'endurance de torsion ( $\tau_{-1,\infty} = 191$ ), mais toujours loin de la limite d'élasticité ( $R_{e,\tau} = 275$  MPa), cette baisse de la limite en fatigue peut atteindre 14%. Pour l'application des lignes d'arbres, la contrainte moyenne de torsion dépasse souvent peu les 100 MPa dans les zones géométriques. La baisse en fatigue attendue ne dépasse pas alors les 4 à 5%.

### 3.6.1.3 Acier 16MND5 : diagrammes de Haigh identifiés sous sollicitations cycliques uniaxiales

#### a) Calibration des critères de fatigue en traction-compression

Les résultats de fatigue obtenus sont utilisés pour calibrer les critères de fatigue du chapitre 1. Les quatre critères retenus sont les critères de Sines, de Crossland, de Marin et d'Altenbach. Ces

critères sont affichés dans un diagramme de Haigh en traction-compression (figure 3.22). Le but est d'observer les différentes réponses des critères pour observer leur précision dans la représentation du comportement en fatigue de l'acier 16MND5. Les paramètres matériaux de chaque critère sont regroupés au tableau 3.8.

Sur le diagramme de la figure 3.22, les différences de modélisation sont flagrantes entre les critères. Le critère d'Altenbach étant le plus détaillé (utilisation d'un nombre plus important de résultats de limite d'endurance), il est celui qui modélise parfaitement le comportement du matériau pour cette sollicitation. Cela montre, l'intérêt d'un tel critère pour modéliser fidèlement le comportement d'un matériau en fatigue pour les critères de type invariant. Les critères de Sines et de Crossland se montrent non conservatifs. Mais celui de Crossland est pertinent pour les niveaux de contraintes moyennes faibles. Enfin, le critère de Marin est très conservateur d'où son utilisation dans des normes industrielles. On notera pour cet acier que l'introduction de contraintes moyennes de compression induit, de la même manière que pour les contraintes moyennes de traction, une réduction de la durée de vie (figure 3.22).

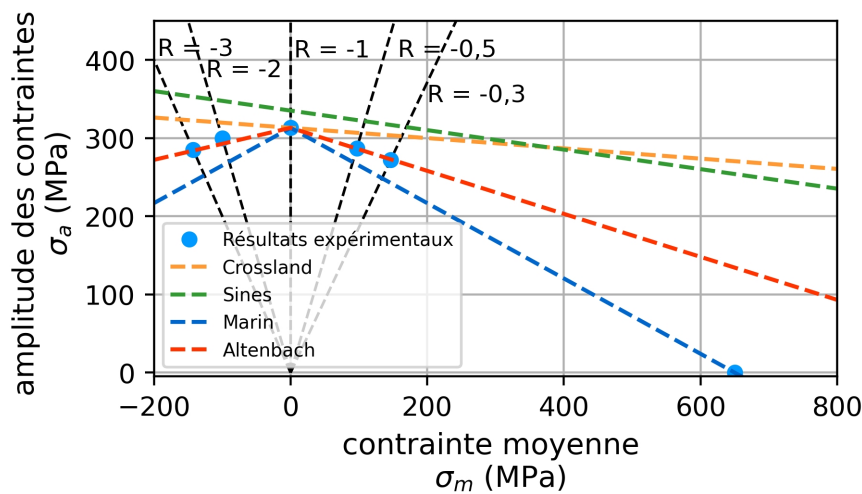


FIGURE 3.22 – Diagramme de Haigh traction-compression de l'acier 16MND5

critère	paramètres				
	$\alpha$	$\beta$			
Sines $J_{2a} + \alpha I_{1m} = \beta$	0,12	329			
Crossland $J_{2a} + \alpha I_{1,max} = \beta$	0,06	329			
Marin $J_{2a} + \alpha J_{2m} = \beta$	0,48	310			
Altenbach $\lambda_1 J_{2a} + \lambda_2 I_{1a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} = \sigma_{-1}$	0,94	0,06	0,24	0,04	313

TABLE 3.8 – paramètres des critères calibrés sur la figure 3.22

#### b) Diagramme de Haigh en torsion

Le diagramme de Haigh en torsion de l'acier 16MND5 est obtenu figure 3.23, les paramètres des critères identifiés sont ceux du tableau 3.8. Le même constat est établi en torsion, le critère de Marin par sa philosophie et définition reste un critère très conservateur du fait de sa calibration par  $R_m$  pour l'influence de la contrainte moyenne. En torsion, les critères de Sines et Crossland sont des

bonnes approximations pour décrire le comportement du matériau. Enfin, le critère d'Altenbach est celui qui permet la meilleure description grâce à l'utilisation de quatre invariants.

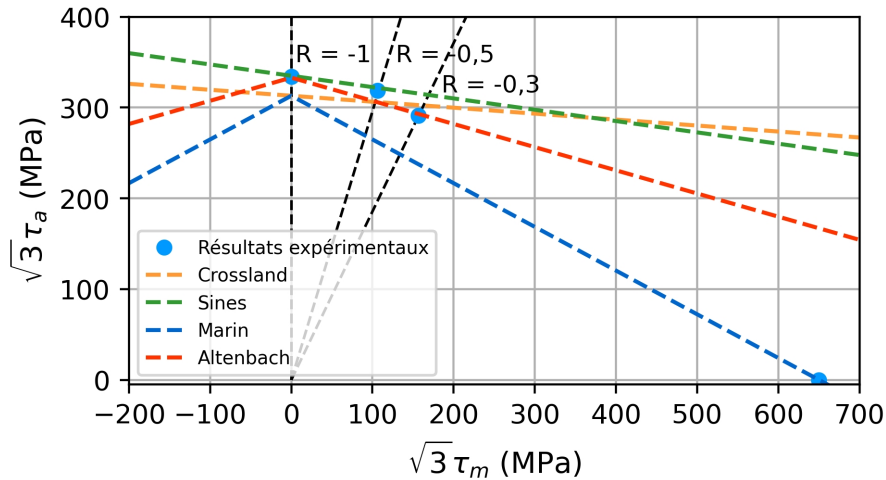


FIGURE 3.23 – Diagramme de Haigh en torsion de l'acier 16MND5

c) Diagramme de Haigh en traction-compression avec torsion moyenne

Dans le dernier diagramme de Haigh associé à cette application (figure 3.24), le critère le plus descriptif reste celui d'Altenbach. Cependant, la calibration par des essais "1D" introduit un léger écart pour ce chargement pseudo-multiaxial. La calibration "1D" ne prend pas en compte de couplage entre les diverses sollicitations. Pour ce qui est des autres critères, le critère de Marin est conservatif et restrictif. Les critères de Sines et Crossland sont, par contre, non conservatifs et donc non applicables en bureaux d'études pour cette application.

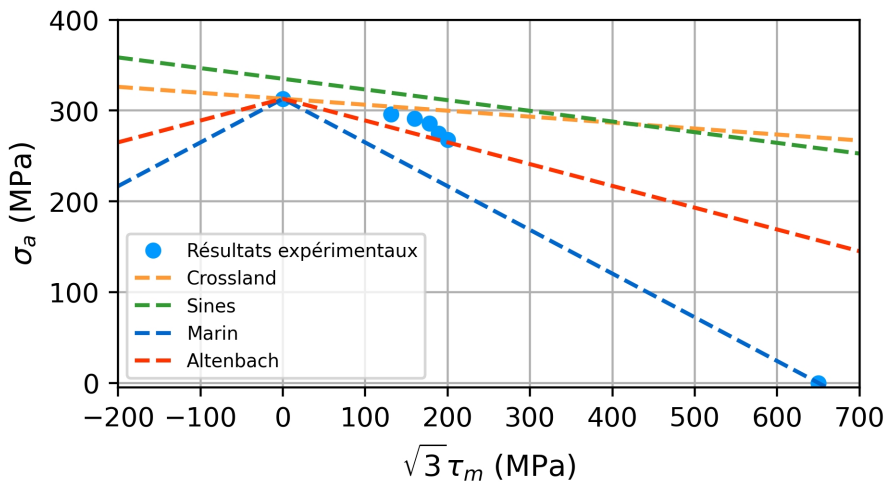


FIGURE 3.24 – Diagramme de Haigh en traction-compression alternée à différentes contraintes moyennes de torsion sur l'acier 16MND5

### 3.6.2 Caractérisation en fatigue par la méthode auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 sous chargements simples

#### 3.6.2.1 Acier 42CrMo4 : Comportement mécanique et composition

Un second matériau des lignes d'arbres est caractérisé dans cette étude, il s'agit de l'acier 42CrMo4 venant d'une ligne d'arbres non mise en service. C'est un acier qui présente des performances vis-à-vis d'essais mécaniques "classiques" plus importantes que l'acier 16MND5. l'acier 42CrMo4 est un acier relativement peu allié (tableau 3.9), et du point de vue de sa microstructure (figure 3.25), deux types de grains sont présents au sein du matériau. La majorité de ces grains sont composés d'une phase de ferrite d'une taille  $> 20\mu m$ , alors que la seconde population forme, comme dans le cas de l'acier 16MND5, des grains de bainite issus des traitements thermiques appliqués à la ligne d'arbres. Ces lattes de bainite sont peu nombreuses et de faible taille, mais elles permettent une amélioration des propriétés mécaniques à la rupture.

<i>C</i>	<i>Si</i>	<i>Mn</i>	<i>P</i>	<i>S</i>	<i>Cr</i>	<i>Mo</i>	<i>Fe</i>
0,38 – 0,45	0,4	0,6 – 0,9	0,035	0,035	0,9 – 1,2	0,15 – 0,3	balance

TABLE 3.9 – Composition chimique relative de l'acier 42CrMo4 exprimé en % en masse

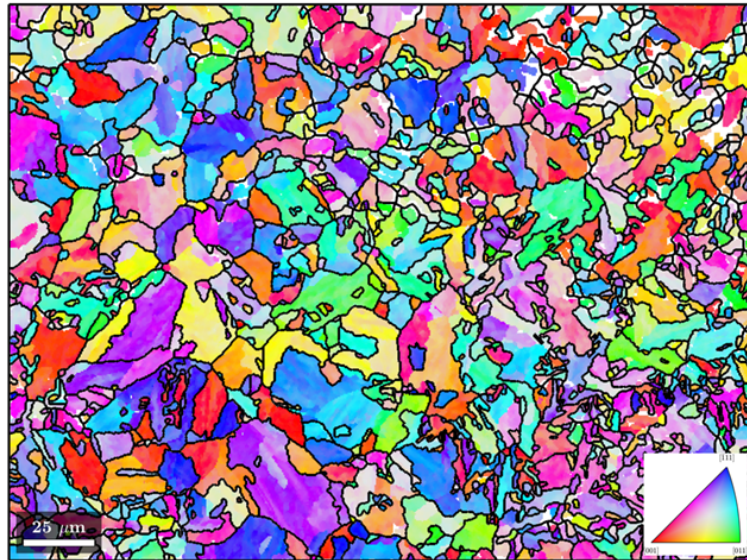


FIGURE 3.25 – microstructure de l'acier 42CrMo4, observations *EBS*D

De la même manière que pour l'acier 16MND5, les propriétés mécaniques de l'acier sont obtenues par un essai de traction à rupture et des essais de traction et torsion dans le domaine élastique. Le tableau 3.10 résume ces informations.



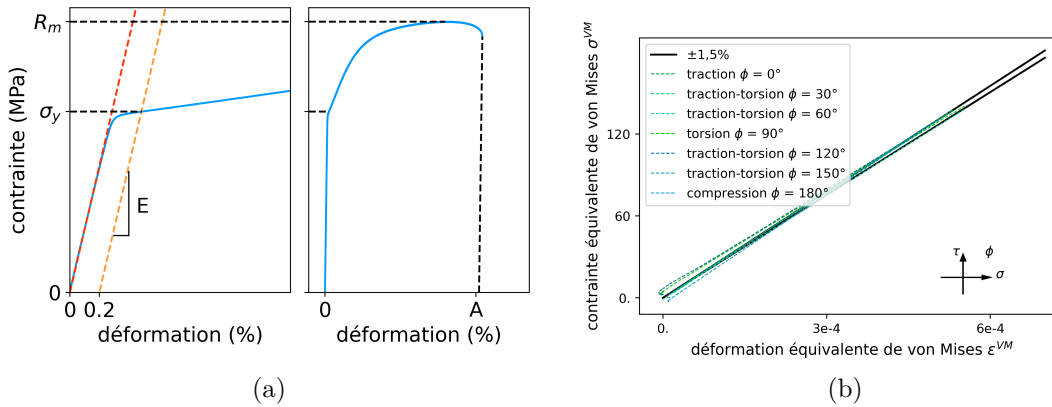


FIGURE 3.26 – (a) Essai de rupture de l'acier 42CrMo4, (b) Essai élastique multiaxial sur l'acier 42CrMo4

$E$ (GPa)	$\nu$	$G$ (GPa)	$\sigma_y$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	$A\%$
213	0,31	81	635	935	18

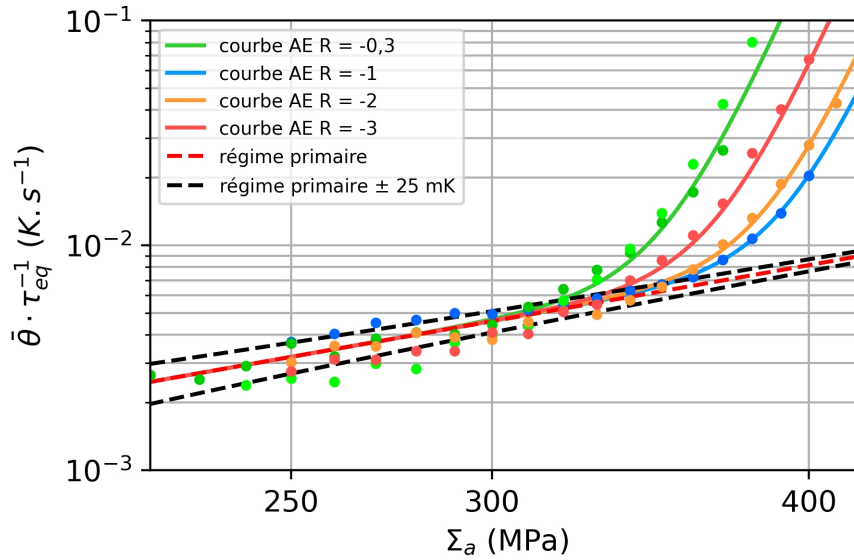
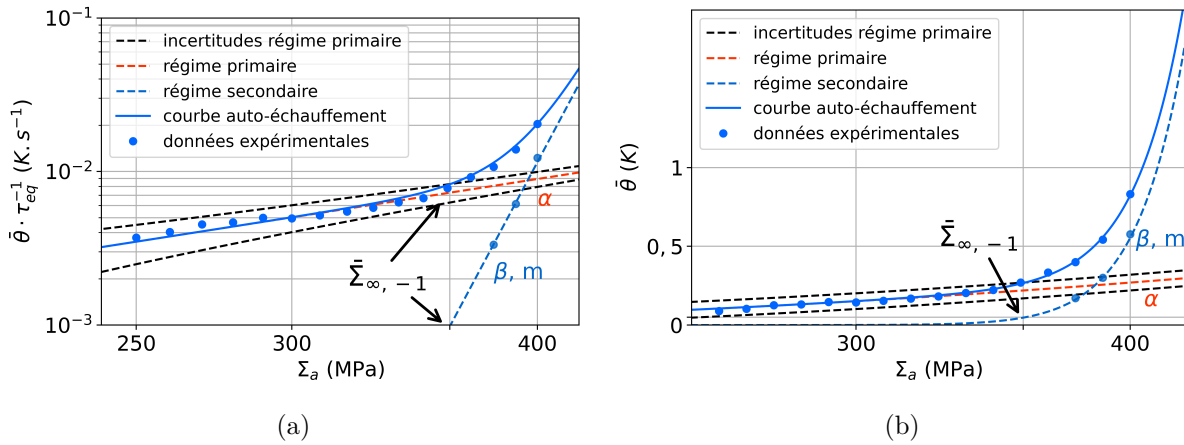
TABLE 3.10 – Paramètres de l'acier 42CrMo4

### 3.6.2.2 Acier 42CrMo4 : Comportement en fatigue sous chargements de traction et chargements de torsion

a) Caractérisation par mesures d'auto-échauffement en traction-compression

Le protocole auto-échauffement de caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles de l'acier 16MND5 sous chargements de traction - compression et sous chargements de torsion (partie 3.6.1.2) est renouvelé sur l'acier 42CrMo4. Quatre rapports de charge en lien avec l'application sont retenus :  $R = -1$ ,  $R = -0,3$ ,  $R = -2$  et  $R = -3$ . Les courbes d'auto-échauffement associées sont sur la figure 3.27 avec les paramètres de ces courbes regroupés dans le tableau 3.11. L'essai au rapport de charge  $R = -0,3$  est doublé, il montre la bonne répétabilité de la méthode entre deux essais.

La limite d'endurance en traction - compression alternée est obtenue de manière déterministe. Pour l'acier 42CrMo4, cette limite s'établit à  $\bar{\Sigma}_{-1,\infty} = 360$  MPa (figure 3.28). Les autres limites d'endurance avec de la contrainte moyenne sont obtenue par comparaison de l'intensité des régimes secondaires (paramètre  $\beta$ ) avec l'équation (3.55).


 FIGURE 3.27 – Courbes d'auto-échauffement en traction-compression à différent rapport de charge  $R$  sur l'acier 42CrMo4

 FIGURE 3.28 – (a) Représentation bilogarithmique de la courbe auto-échauffement en traction - compression alternée avec l'identification déterministe de la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_{\infty, -1}$  de l'acier 42CrMo4, (b) Observation du début d'élévation de la température du régime secondaire en traction - compression alternée pour l'acier 42CrMo4

	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$ (s)	$\frac{\Sigma_{\infty, x}}{\Sigma_{\infty, -1}}$	Limite d'endurance $\Sigma_{\infty, x}(MPa)$
$\sigma_{-1}$	0,009	0,04	22	44	1	360
$\sigma_{-0,3}$	0,009	0,41	22	50	0,89	320
$\sigma_{-0,3}$	0,009	0,69	22	48	0,88	317
$\sigma_{-2}$	0,008	0,07	22	44	0,97	349
$\sigma_{-3}$	0,008	0,20	22	41	0,93	335

TABLE 3.11 – Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en traction-compression de la figure 3.27 et les paramètres en fatigue de l'acier 42CrMo4



## b) Caractérisation par mesures d'auto-échauffement en torsion

Le matériau est ensuite caractérisé en torsion par la méthode auto-échauffement pour trois rapports de charges :  $R = -1$ ,  $R = -0,3$  et  $R = 0$ . Les courbes d'auto-échauffement sont tracées en figure 3.29 avec leurs paramètres respectifs au tableau 3.12. La répétition des essais à  $R = -1$  et  $R = -0,3$  montre la répétabilité de la méthode pour la torsion. L'analyse de la courbe d'auto-échauffement à  $R = 0$  diverge légèrement des deux autres rapports de charge. En effet, le niveau d'effort appliqué à chaque bloc de chargement lors du protocole d'essai induit rapidement une contrainte maximale supérieure à la limite d'élasticité. C'est un résultat classique avec un écrouissage important du matériau sur le premier quart de cycle [Louge, 2019]. L'identification est effectuée au point de température à 1 K. Pour les autres courbes d'auto-échauffement, l'identification du régime secondaire est privilégiée sur les deux derniers points de l'essai. Ces deux points sont autour de 1 K d'élévation en température. Ainsi, les limites d'endurance sont obtenues grâce à l'utilisation du rapport des intensités du régime secondaire avec l'équation (3.55).

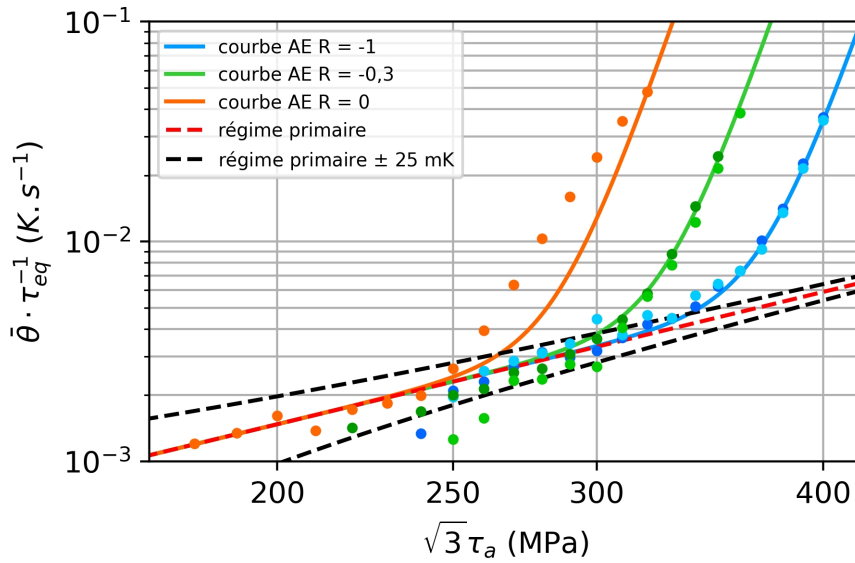


FIGURE 3.29 – Courbes d'auto-échauffement en torsion à différent rapport de charge  $R$  sur l'acier 42CrMo4

	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$ (s)	$\frac{\tau_x}{\tau_{-1}}$	$\frac{\sqrt{3}\tau_x}{\sigma_{-1}}$	Limite d'endurance $T_{\infty,x}(MPa)$
$\tau_{-1}$	0,006	0,10	22	40	1	1,04	216
$\tau_{-1}$	0,007	0,09	22	46	1	1,04	216
$\tau_{-0,3}$	0,006	1,62	22	48	0,88	0,92	191
$\tau_{-0,3}$	0,006	1,39	22	43	0,89	0,93	193
$\tau_0$	0,007	46,40	22	44	0,76	0,79	164

TABLE 3.12 – Paramètres identifiés des courbes auto-échauffement en torsion de la figure 3.29

## c) Caractérisation par mesures d'auto-échauffement en traction-compression avec torsion moyenne

Un essai est réalisé sur l'acier 42CrMo4 en traction - compression avec une contrainte moyenne de torsion de  $\tau_m = 165$  MPa (figure 3.30). Cette contrainte moyenne est inférieure au niveau de la limite d'endurance de torsion alternée  $\bar{T}_{-1,\infty} = 216$  MPa. La limite d'endurance, pour cet essai, est établie à 334 MPa soit une réduction de la limite d'endurance de 7%. L'acier 42CrMo4 semble donc plus sensible que l'acier 16MND5 à la présence d'un état de contrainte moyenne de torsion non nulle.

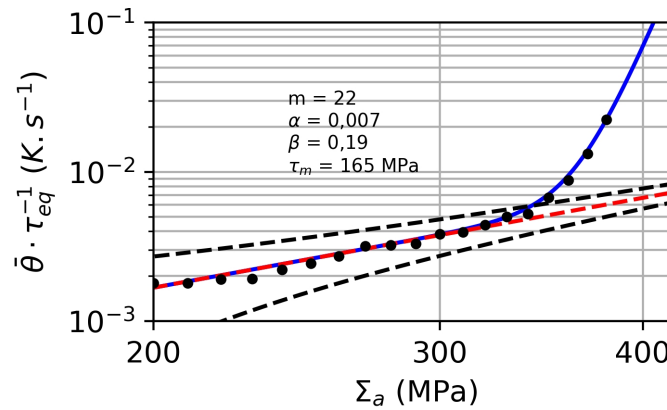
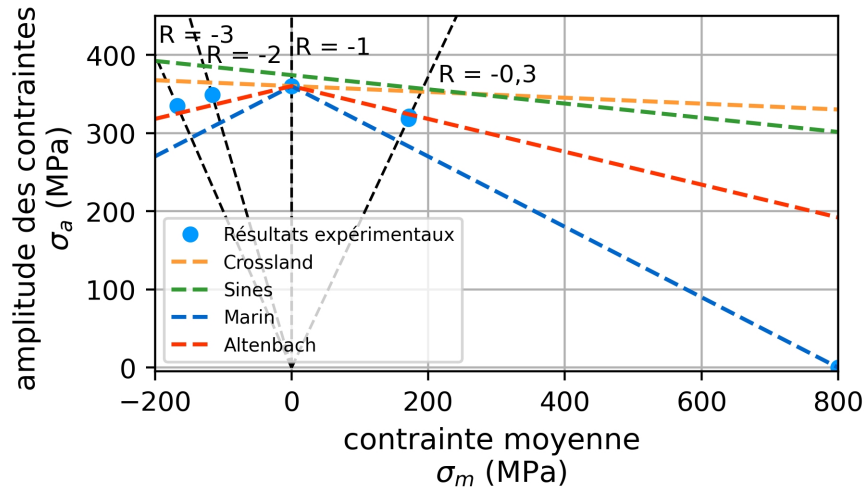


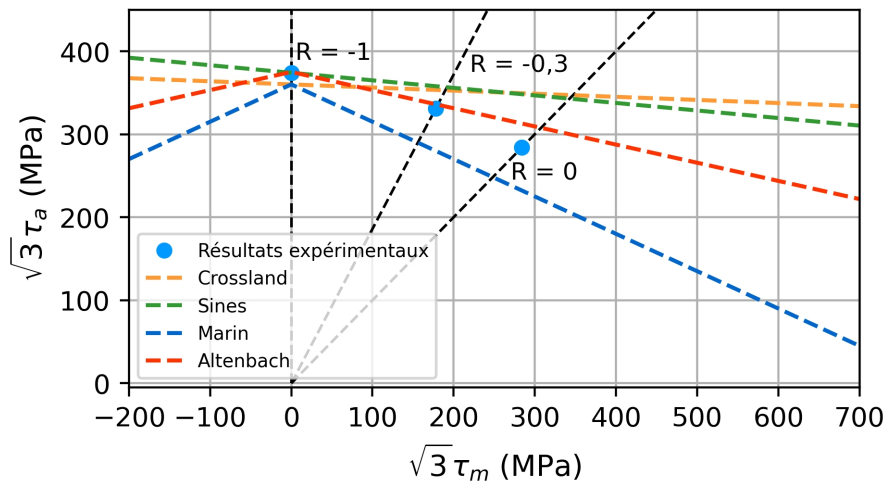
FIGURE 3.30 – courbe d'auto-échauffement en traction-compression avec un niveau de contrainte moyenne de torsion

### 3.6.2.3 Acier 42CrMo4 : diagrammes de Haigh identifiés sous sollicitations cycliques uniaxiales

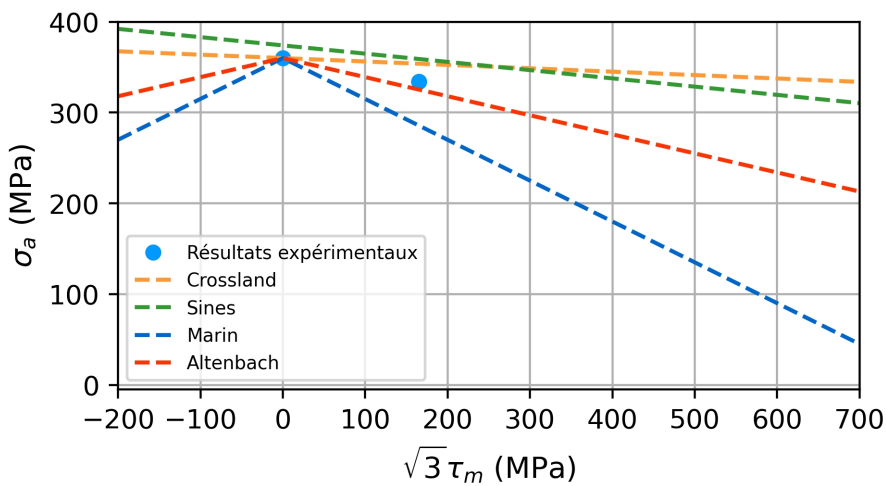
À l'issue de ces caractérisations, les diagrammes de Haigh pour l'acier 42CrMo4 sont tracés en figure 3.31. Les paramètres des critères de Sines, Crossland, Marin et Altenbach sont résumé au tableau 3.13. Sans surprises, pour l'acier 42CrMo4, le critère de Marin est conservatif et seul le critère d'Altenbach en raison de sa complexité relative permet de décrire les différentes configurations. Sur le diagramme de Haigh en torsion (figure 3.31b), le résultat à  $R = 0$  est assez mal décrit par le critère d'Altenbach. Comme l'ont montré Pallarés et Santasmartas dans leurs travaux sur l'effet de la contrainte moyenne [Pallarés-Santasmartas et al., 2018b], les sollicitations avec une contrainte maximale dépassant, même légèrement, la limite élastique réduisent drastiquement la limite d'endurance. Pour décrire ces cas extrêmes, il est nécessaire d'adopter d'autres représentations. De manière pratique et dans les normes, les critères de fatigue dans les diagrammes de Haigh sont généralement tronqués à la limite d'élasticité.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.31 – Diagrammes de Haigh de l'acier 42CrMo4(a) traction - compression, (b) torsion, (c) traction - compression avec contrainte moyenne de torsion

critère	paramètres				
Sines $J_{2a} + \alpha I_{1m} = \beta$	$\alpha$	$\beta$			
	0,09	374			
Crossland $J_{2a} + \alpha I_{1,max} = \beta$	$\alpha$	$\beta$			
	0,04	374			
Marin $J_{2a} + \alpha J_{2m} = \beta$	$\alpha$	$\beta$			
	0,38	360			
Altenbach $\lambda_1 J_{2a} + \lambda_2 I_{1a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} = \sigma_{-1}$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\sigma_{-1}$
	0,96	0,04	0,21	0,0	360

TABLE 3.13 – Paramètres des critères calibrés sur la figure 3.31

### 3.7 Effet de l'entaille sur les propriétés en fatigue

Dans cette partie, l'objectif est de valider que le modèle probabiliste à deux échelles permet de prendre en compte les effets d'entailles et de volumes dans la prévision des propriétés en fatigue. En effet, les particularités géométriques amplifient localement les contraintes voire changent la nature du chargement. Sur une éprouvette entaillée et sollicitée en traction - compression, à l'entaille, la nature du chargement sera multiaxiale. Quant aux effets de volume, un plus grand volume impliquera statistiquement une probabilité accrue d'y trouver un défaut nocif pour la durée de vie en fatigue. Un certain nombre de méthodes existent pour prendre en compte l'effet d'entaille et de volume. Les méthodes historiques de Neuber [Neuber, 1961] et Peterson [Peterson, 1959] permettent de relier empiriquement la contrainte effective (et donc la réduction en fatigue) à la sensibilité à l'entaille et au rayon d'entaille. Cette sensibilité à l'entaille étant basée sur l'expérience, généralement sur un groupe statistique, cette sensibilité est choisie pour minimiser le coefficient de variation de la population (rapport de l'écart-type sur la moyenne) [Härkegård and Halleraker, 2010].

Actuellement, d'autres méthodes plus précises et générales sont considérées [Flaceliere and Morel, 2004, Delahay and Palin-Luc, 2006]. Ces méthodes sont des méthodes volumiques et non strictement locales puisqu'elles considèrent le champ de contraintes environnant pour établir la contrainte effective locale. Ces méthodes sont aussi bien utiles pour la prévision en fatigue des éléments entaillés et des éléments de grand volume. Une des méthodes permettant de traiter ce problème est la méthode de rupture par maillon le plus faible (*weakest-link*) [Wormsen et al., 2007, Härkegård and Halleraker, 2010]. Pour rappel, ce concept est directement intégré à la définition de la probabilité de rupture (équation (3.45)) de l'approche adoptée pour faire la passerelle entre les mesures d'auto-échauffement et le comportement en fatigue à grand nombre de cycles.

À partir de probabilité de rupture du modèle probabiliste et des paramètres  $(V_0, S_0, m)$  identifiés par mesures d'auto-échauffement, la limite d'endurance d'une éprouvette entaillée va être estimée grâce à la limite d'endurance de l'acier 16MND5 ( $\bar{\Sigma}_{\infty,-1} = 313 \text{ MPa}$  obtenue par mesures d'auto-échauffement, figure 3.17). Puis cette valeur est comparée à un essai de référence *staircase* pour valider la prise en compte par le modèle probabiliste des effets géométriques (entaille et volume). La comparaison est réalisée sur des éprouvettes en acier 16MND5 (annexe C.9) pour un  $K_t$  qualifié à 1,9 par calcul numérique comme le rapport entre la contrainte maximale et la contrainte nominale à la section du point critique.

La limite d'endurance médiane se définit comme la contrainte nominale à appliquer pour obtenir une probabilité de rupture de 50% pour  $10^7$  cycles (3.51). Ainsi, dans le cas de l'éprouvette entaillée, la probabilité de rupture est donnée par

$$P_f = 1 - \exp \left[ -\frac{V_{eff,m}}{V_0} \left( \frac{\max(\Sigma_a^{eq})}{S_0} \right)^m \right] = 1 - \exp \left[ -\frac{V_{eff,m}}{V_0} \left( \frac{K_t \bar{\Sigma}_{\infty, P_f}}{S_0} \right)^m \right] \quad (3.56)$$

- La contrainte équivalente utilisée dans ce modèle est la contrainte du modèle de von Mises.
- Le paramètre  $V_0$  s'il est associé à un volume de référence dans lequel un nombre représentatif de défauts existe, ce paramètre est plus souvent une variable d'ajustement devant être calibré sur des essais de références avant d'être utilisé. Il est fixé en accord avec le volume de l'éprouvette de référence de cette étude soit  $1000mm^3$ .
- Le paramètre  $S_0$  est calculé à partir de l'équation (3.46) reliant dans le modèle de Weibull la limite d'endurance avec la probabilité de rupture médiane. Ainsi à partir de l'essai d'auto-échauffement,  $S_0 = 319$  MPa. Ce paramètre est vérifié avec l'essai du *staircase* et l'éprouvette vibrophore.
- Le paramètre  $m$  est identifié comme la puissance dissipative du régime secondaire des courbes d'auto-échauffement, pour l'acier 16MND5  $m = 24$ . Ce paramètre peut tout aussi bien être obtenu à partir d'une base statistique d'essai de rupture [Härkegård and Halleraker, 2010].
- Le volume effectif  $V_{eff,m}$  est obtenu par un calcul éléments finis, réalisé sur les modèles numériques des zones utiles des trois éprouvettes de l'étude.

En appliquant (3.56) pour  $P_f = 0,5$  avec les paramètres du tableau 3.14, on obtient  $\bar{\Sigma}_{\infty,-1}(K_t = 1,9) = 241,2$  Mpa. Cette estimation est obtenue à partir de l'essai d'auto-échauffement. Elle est comparée avec les résultats du *staircase* sur éprouvette entaillée sont synthétisés au tableau 3.15.

Désignation éprouvette	$V$ ( $mm^3$ )	$V_0$ ( $mm^3$ )	$V_{eff,m}$ ( $mm^3$ )	m	$S_0$ (MPa)	$\bar{\Sigma}_{\infty,-1}$
tubulaire	842	1000	842	24	319	313
vibrophore	1026	1000	1026	24	319	313,3
entaillée $K_t = 1,9$	592	1000	0,08	24	319	241,2

TABLE 3.14 – Synthèse des paramètres pour établir la limite d'endurance par la méthode maillon le plus faible

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
247		×		×								×	
244			○		×						○		○
241						×		×		○			
238							○		○				

TABLE 3.15 – Acier 16MND5 éprouvette avec  $K_t = 1,9$ , *Staircase* réalisé à  $R = -1$  pour  $1 \times 10^7$  cycles, ○ : survie, × : rompue

Finalement la courbe S-N (figure 3.32) en traction - compression de l'acier 16MND5, permet de montrer la pertinence du modèle utilisé pour la prévision en fatigue de n'importe quelle nature de structure. Ce passage valide bien la prise en compte intrinsèque au modèle de l'effet d'entaille. Une étude de l'effet de volume pourrait être menée au besoin de l'application. Cependant, cet effet est aussi inclus dans la définition de la probabilité de rupture (3.56).

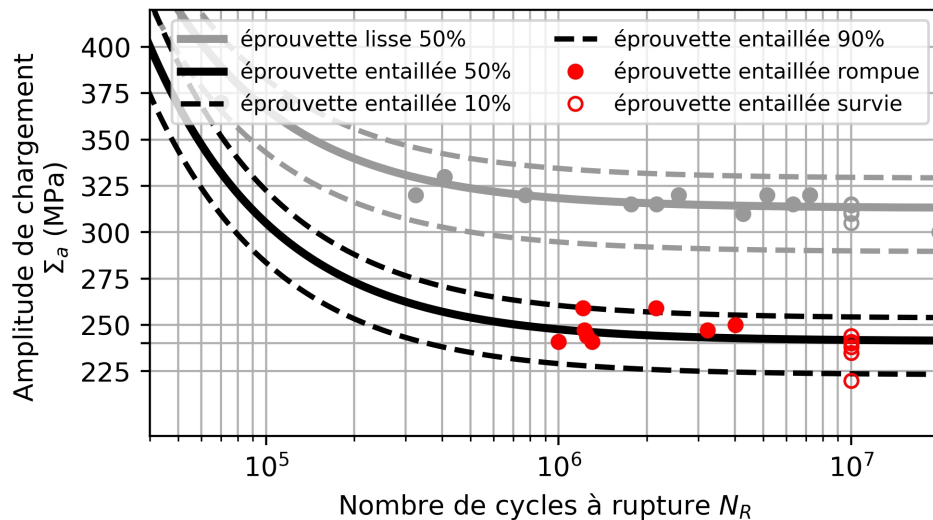


FIGURE 3.32 – Courbe SN avec prévision des propriétés de fatigue de l'acier 16MND5 dans le cas d'une éprouvette entaillée

La méthode "maillon le plus faible" n'est pas l'unique façon de traiter le problème de volume et d'entaille. Il existe plusieurs autres méthodes volumiques basées sur les volumes de plus grandes concentrations de contraintes [Sandberg and Olsson, 2016]. Cependant, toutes ces méthodes restent des méthodes nécessitant un paramètre d'ajustement (comme le  $V_0$  du modèle "maillon le plus faible").

### 3.8 Vers la caractérisation par auto-échauffement en fatigue à grand nombre de cycles sous chargement multiaxial

La compréhension des mécanismes sous-jacents à l'auto-échauffement est essentiel pour faire la passerelle entre les phénomènes dissipatifs et les propriétés de fatigue. La proposition du modèle probabiliste à deux échelles est une clé importante puisque ce modèle permet à la fois la modélisation du matériau en prenant en compte différents états de la matière et il permet de définir un scénario d'apparition de la microplasticité avant de relier ces éléments à des propriétés en fatigue. La caractérisation des deux aciers de l'étude est une étape majeure pour la validation du modèle pour obtenir rapidement et efficacement les propriétés en fatigue sous chargement uniaxial. Naturellement pour l'application aux lignes d'arbres, la caractérisation des deux aciers doit être impérativement faite pour des chargements multiaxiaux de contraintes normales et de cisaillement. Néanmoins, la transposition du modèle à la caractérisation sous chargement multiaxial nécessite de valider dans ces configurations des hypothèses fondamentales du modèle probabiliste à deux échelles.

Ainsi, un premier point du modèle à vérifier concerne l'activation du scénario probabiliste d'apparition des sites plastiques permettant de relier l'auto-échauffement à la limite d'endurance. Le passage à un chargement multiaxial nécessite l'utilisation et la justification d'une contrainte équivalente en amplitude dans la loi puissance pilotant l'intensité du processus d'apparition des sites plastiques. La contrainte équivalente doit être justifiée par rapport à la sensibilité du matériau, en termes d'activation des mécanismes, pour différentes natures de sollicitations. Un autre point du modèle à éprouver est la capacité d'évaluer l'effet de contrainte moyenne dans des conditions de chargements multiaxiaux et d'observer l'effet sur la dissipation. Enfin, comme la démarche doit être la plus générique possible, des essais doivent être menés pour observer si la non-proportionnalité du chargement a un effet sur les propriétés dissipatives des deux aciers de l'étude.

Pour parvenir à ces objectifs, plusieurs leviers d'action sont possibles. Le premier objectif majeur est de capter le comportement matériau global. Pour ce faire la stratégie d'étude doit évoluer d'un passage procédural d'étude des courbes d'auto-échauffement l'une indépendamment des autres à une stratégie d'analyse plus globale permettant directement de mettre en perspective l'ensemble des courbes d'auto-échauffement. Cette méthode existe dans des précédents travaux avec les essais de surface d'iso-auto-échauffement [Doudard, 2004, Poncelet et al., 2010, Ezanno, 2011]. Cependant, l'objectif est d'améliorer le protocole et la lecture de l'essai pour permettre une meilleure justification de la contrainte équivalente essentielle aux hypothèses d'utilisation du modèle auto-échauffement. De plus, cet essai est pour la première fois utilisé pour identifier l'effet de la contrainte moyenne.

La caractérisation en fatigue des deux aciers sous chargement multiaxial s'inscrit dans le processus d'exploitation des courbes d'auto-échauffement présentées dans ce chapitre, ainsi la maîtrise de la lecture du régime secondaire associé aux propriétés en fatigue recherchées passe d'abord par une meilleure connaissance du régime primaire. Pour rappel, il est nécessaire de retrancher le régime primaire d'auto-échauffement au régime secondaire pour accéder aux propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. Ainsi pour pouvoir étudier le régime primaire, les surfaces d'iso-auto-échauffement sont mises en pratique et exploitées pour la première fois pour l'observation de ce régime.

## Chapitre 4

# Étude et modélisation du régime primaire d'auto-échauffement sous sollicitations complexes

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>De l'intérêt de l'étude et de la modélisation du phénomène d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques de très faible amplitude (régime primaire)</b>	<b>108</b>
<b>4.2</b>	<b>Détermination expérimentale dans le régime primaire de surfaces d'iso-auto-échauffement</b>	<b>109</b>
4.2.1	Protocole d'essai	109
4.2.2	Résultats d'essai : les surfaces d'iso-auto-échauffement	111
<b>4.3</b>	<b>Décrire le régime primaire en identifiant un modèle de contrainte équivalente dissipative</b>	<b>115</b>
4.3.1	Identification des modèles de plasticité dans l'espace des contraintes	115
4.3.2	Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur l'acier 16MND5	119
4.3.3	Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur l'acier 42CrMo4	121
4.3.4	Contrainte équivalente dissipative alternative	123
<b>4.4</b>	<b>Modéliser et simuler la dissipation dans le régime primaire</b>	<b>123</b>
4.4.1	Cadre générale de la surface de plasticité	123
4.4.2	Modélisation par le modèle "Hexagone circonscrit"	124
4.4.3	Modéliser avec un modèle "Tresca - von Mises" ou "Hexagone inscrit" au modèle de von Mises	131
4.4.4	Identification des paramètres du modèle "Hexagone inscrit" pour simuler le régime primaire des deux aciers	135
<b>4.5</b>	<b>Régime primaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel</b>	<b>139</b>
4.5.1	Protocole et résultats d'essais	139
4.5.2	Simulation des chargements non proportionnels avec le modèle "Hexagone inscrit"	140
4.5.3	Vérification des paramètres matériaux pour les chargements non proportionnels	143
<b>4.6</b>	<b>Conclusion de l'étude du régime primaire sous chargement multiaxial</b>	<b>146</b>

---



## 4.1 De l'intérêt de l'étude et de la modélisation du phénomène d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques de très faible amplitude (régime primaire)

Les aciers sous sollicitations cycliques présentent deux régimes d'auto-échauffement. Chaque régime est lié à un mécanisme responsable de l'auto-échauffement. Ainsi, un premier régime appelé régime primaire est associé aux faibles niveaux de dissipation. Cette dissipation est due à un mécanisme de friction interne causé par les mouvements des dislocations au sein du matériau. À partir d'un niveau d'énergie, correspondant à la limite d'endurance conventionnelle en fatigue à grand nombre de cycles, un second régime s'active. Ce régime est caractéristique d'une dissipation bien plus importante due à l'apparition de sites microplastiques irréversibles. Ces sites microplastiques sont reliés à la fatigue à grand nombre de cycles. Ainsi, l'identification du régime secondaire donne accès aux propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. Néanmoins, pour identifier qualitativement le régime secondaire, il est nécessaire de lui soustraire le régime primaire dans l'auto-échauffement global. D'où la nécessité d'étudier également le régime primaire.

Peu de travaux ont été réalisés pour étudier la dissipation sous très faibles amplitudes de chargement cycliques et aucun sous chargement multiaxial. Ainsi, les objectifs du chapitre sont :

- Mise en place d'un protocole expérimental de détermination des surfaces d'iso-auto-échauffement sous chargement de traction-torsion.
- Identification et proposition d'un modèle de contrainte équivalente dissipative permettant de décrire les surfaces d'iso-auto-échauffement.
- Proposition d'un modèle de comportement thermomécanique permettant de "simuler" l'auto-échauffement du régime primaire sous sollicitation de traction-torsion.
- Étendre le modèle à l'étude du cas général des sollicitations multiaxiales non proportionnelles.

Le régime primaire a été étudié par Munier [Munier, 2012] uniquement sous des chargements cycliques uniaxiaux. Dans son étude, l'auteur a permis d'améliorer la compréhension de l'ensemble de la courbe d'auto-échauffement avec l'étude des mécanismes de dissipation à l'échelle microscopique. Dans ce chapitre, le but n'est pas de reprendre l'étude à cette échelle, mais d'interpréter l'auto-échauffement dans un cadre multiaxial. Pour cela, une démarche expérimentale spécifique est proposée pour identifier qualitativement et quantitativement le régime primaire. Elle consiste à appliquer sur une même éprouvette plusieurs trajets de chargements multiaxiaux proportionnels, puis, pour une unique valeur de dissipation de comparer, dans l'espace des contraintes, le comportement du matériau. Ainsi le comportement du matériau peut être approché par un modèle (similaire aux surfaces de plasticité) pour un iso-auto-échauffement. Par conséquent, la procédure est appelée essai de surface d'iso-auto-échauffement. Plusieurs autres travaux de thèses [Doudard, 2004, Poncelet, 2007, Ezanno, 2011, Bercelli, 2021] ont adopté cet essai pour l'étude du comportement multiaxial d'acier, mais uniquement pour le régime secondaire. Dans la thèse d'Ezanno l'essai de surface d'iso-auto-échauffement a été utilisé pour pouvoir modéliser un mécanisme spécifique. L'essai a permis d'introduire un modèle permettant de prendre en compte la sensibilité à la pression hydrostatique des alliages cupro-aluminium en fatigue.

La première partie du chapitre introduit l'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement. Puis dans une deuxième partie, un modèle de contrainte équivalente de dissipation est introduit et identifié pour relier la mesure du champ dissipatif au chargement. Ensuite, dans une troisième partie, un modèle élastoplastique est proposé pour étendre l'approche proposée par Munier [Munier, 2012]

aux chargements multiaxiaux. Enfin, dans une dernière partie, l'aptitude du modèle à décrire le régime primaire d'auto-échauffement sous chargements cycliques non proportionnels est illustrée.

## 4.2 Détermination expérimentale dans le régime primaire de surfaces d'iso-auto-échauffement

### 4.2.1 Protocole d'essai

L'essai d'iso-auto-échauffement est un essai multiaxial permettant une identification globale du comportement du matériau dans l'espace des contraintes. Contrairement au dépouillement classique des courbes d'auto-échauffement qui est réalisé de manière indépendante, l'essai d'iso-auto-échauffement permet de faire un lien dans la réponse du matériau pour un grand nombre de directions de chargement. Pour cela, des trajets de chargements proportionnels successifs de traction et de torsion sont appliqués à une éprouvette dans le but de capter le comportement dissipatif moyen du matériau sous des sollicitations de très faibles amplitudes. La démarche est inspirée des essais permettant de rechercher une surface de seuil de plasticité [Khan et al., 2009]. Ces essais permettent de représenter dans le plan des contraintes la forme des surfaces seuils afin de justifier la forme d'un modèle.

Le protocole d'essai d'iso-auto-échauffement est décrit figure 4.1. Le principe est de réduire le nombre d'éprouvettes pour obtenir le plus d'information matériau possible. Pour cela, une série d'essais est conduite sur une seule éprouvette.

Chaque série est un essai d'auto-échauffement réduit. Cet essai réduit est défini par une direction de chargement  $\phi$  et par cinq blocs de chargement cyclique d'amplitude croissante exécutés suivant le protocole d'auto-échauffement du chapitre 3. La direction du chargement  $\phi$  est définie telle que pour un niveau de contrainte  $\Sigma_a^{eq}$ , la contrainte en traction est donnée par  $\sigma_a = \Sigma_a^{eq} \cos(\phi)$  et la contrainte en torsion par  $\sqrt{3}\tau_a = \Sigma_a^{eq} \sin(\phi)$ . L'ordre d'application des trajets de chargement est choisi pour limiter l'effet d'histoire lié à l'activité plastique induite par la contrainte cyclique. Cet ordre suit  $\phi = [0, 90, 30, 150, 60, 120, 0]$ . Le dernier trajet permet de suivre l'évolution de la microstructure au cours de l'essai. Chaque trajet est sollicité avec les mêmes niveaux de contraintes équivalentes sur chaque bloc de chargement.

Une fois l'ensemble des essais effectués, le régime primaire de chaque branche est identifié. Puis, pour une température cible commune  $\bar{\theta}_{off}$ , l'amplitude des contraintes  $\Sigma_{off,a}$  est identifiée sur chaque trajet. Cette "contrainte" donne deux points ( $\Sigma_{off,max}$  et  $\Sigma_{off,min}$ ) qui sont reportés dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$  permettant par la suite d'identifier un modèle descriptif. Il est à noter que le choix de  $\bar{\theta}_{off}$  est arbitrairement effectué par l'expérimentateur pour correspondre à un niveau de dissipation cohérent vis-à-vis du régime primaire.

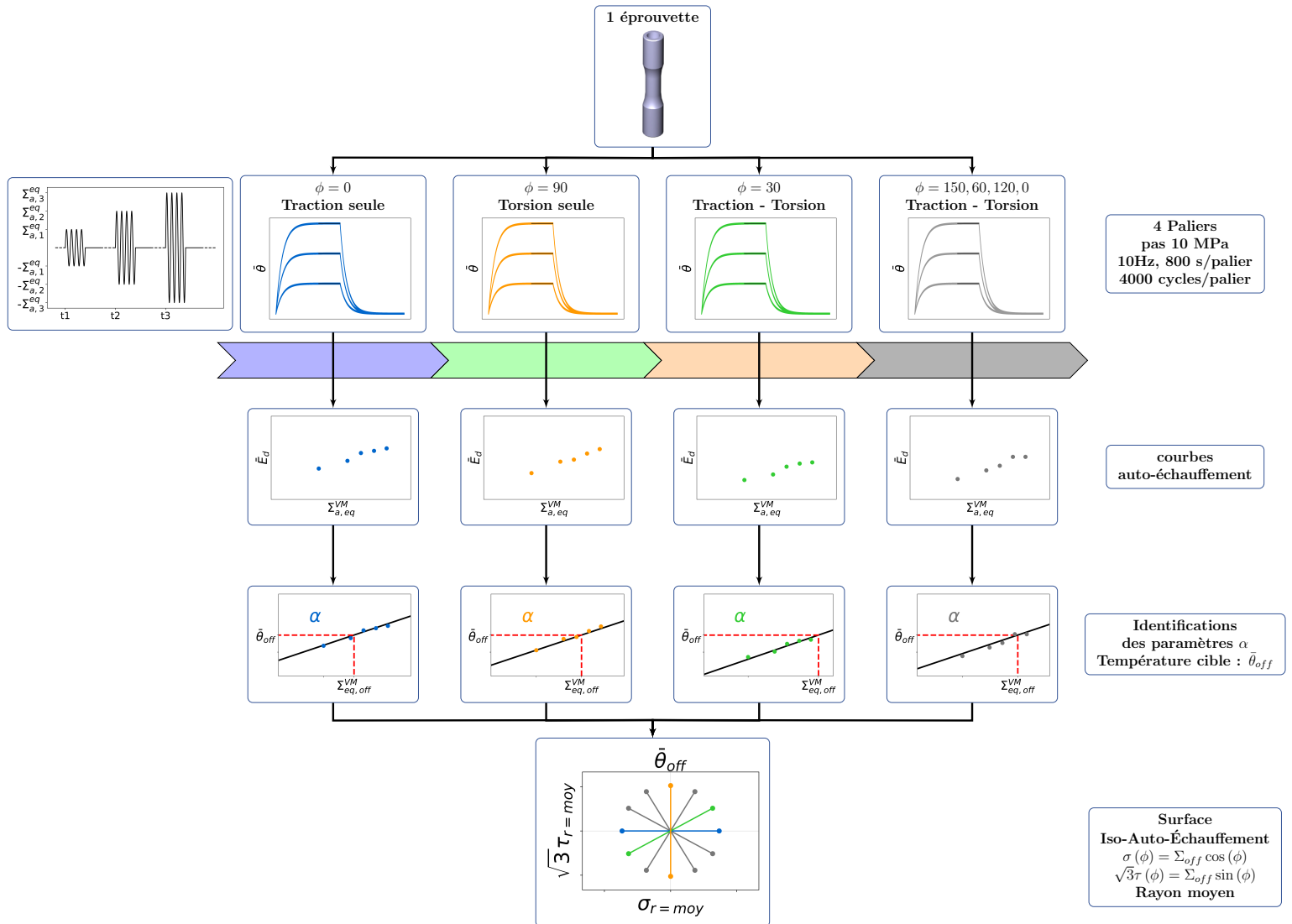


FIGURE 4.1 – Protocole d'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement pour le régime primaire

## 4.2.2 Résultats d'essai : les surfaces d'iso-auto-échauffement

### 4.2.2.1 Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

Le protocole des surfaces d'iso-auto-échauffement est appliqué tout d'abord à l'étude du régime primaire de l'acier 16MND5. Ainsi, six surfaces d'iso-auto-échauffement en traction-torsion sont établies pour différents niveaux et natures de contraintes moyennes. Les surfaces sont tracées en figure 4.2 et les paramètres sont au tableau 4.1. L'iso-auto-échauffement est établi pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,15K$ . Pour les chargements uniaxiaux, ce niveau permet d'assurer une étude dans le régime primaire. La bonne répétabilité des résultats permet de valider leur utilisation comme base d'identification de modèles.

Un premier modèle de contrainte équivalente est identifié sur ces résultats. Il s'agit du modèle de von Mises qui est défini par  $\Sigma_{eq}^{VM} = J_{2a}$ . La description des résultats par ce modèle n'est pas précise. En effet, l'étape d'identification permet de révéler une différence très importante de la dissipation entre la traction et la torsion. Sur l'ensemble des résultats avec ou sans contraintes moyennes, l'écart de dissipation entre la traction et la torsion est entre 16% et 28%. Ce résultat montre que la forme des surfaces d'iso-auto-échauffement du régime primaire est dépendante de l'étude sous très faible amplitude. Ainsi, pour pouvoir décrire ces résultats, un modèle plus complexe de contrainte équivalente dissipative est nécessaire.

Il est à noter que les contraintes moyennes ont un effet très faible sur le niveau de dissipation, cet effet est exprimé par la faible dispersion des rayons des surfaces ( $\Sigma_{eq}^{VM}$ ). La contrainte normale semble amplifier un peu l'effet dissipatif en traction-compression alors que la contrainte moyenne de torsion a un effet nul voire un effet inverse. Dans le cas d'une présence de compression et cisaillement, les effets semblent s'annuler avec des rayons similaires au cas sans contrainte moyenne.

Figure	nombre de directions de chargement	$\sigma_m$ (MPa)	$\tau_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq}^{VM}$ (MPa)	Écart max sur $\tau$ (%) modèle von Mises
4.2a	7	0	0	233	27,9
4.2b	7	145	0	218	26,8
4.2c	7	0	145	248	16,3
4.2d	7	0	0	231	18,3
4.2e	7	-107	107	231	23,7
4.2f	7	-107	107	236	20,2

TABLE 4.1 – Paramètres des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 4.2

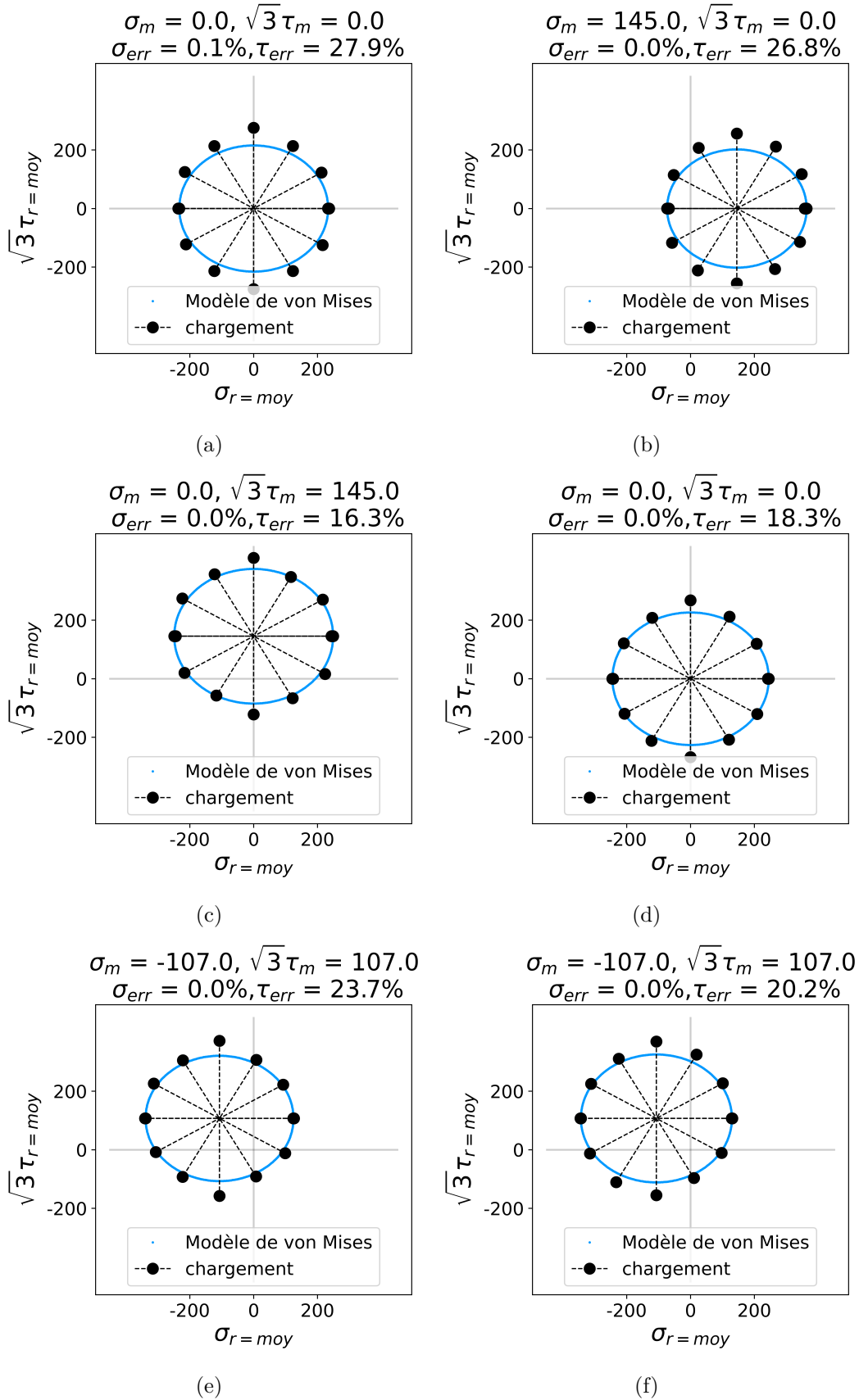


FIGURE 4.2 – Identification du modèle de von Mises sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement du 16MND5 à différentes contraintes moyennes à  $\bar{\theta}_{off} = 0, 15K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de compression et de torsion, (f) contrainte moyenne de compression et de torsion

#### 4.2.2.2 Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4

Le protocole est répété pour l'acier 42CrMo4 sur six surfaces iso-auto-échauffement en figure 4.3 avec les paramètres associés au tableau 4.2. L'iso-auto-échauffement est établi pour  $\bar{\theta}_{off} = 0, 20K$ . Les essais uniaxiaux valident ce niveau de dissipation pour étudier le régime primaire. Comme pour l'acier 16MND5, la bonne répétabilité des essais confirme la possibilité d'utiliser les essais comme base d'identification.

Le choix d'une contrainte équivalente dissipative, basée sur le modèle de von Mises, n'est pas satisfaisant pour décrire le comportement dissipatif. Sur l'ensemble des surfaces, l'écart de dissipation entre traction et torsion varie entre 19% et 29%. Ces résultats montrent, comme pour l'acier 16MND5, que le facteur jouant au premier ordre sur la forme de la surface est le fait que l'étude soit conduite pour des amplitudes de chargement très faible. L'effet de la contrainte moyenne est également assez faible. De manière surprenante, la contrainte moyenne sur cet acier diminue la dissipation avec des rayons de surface  $\Sigma_{eq}^{VM}$  plus grand que sans contrainte moyenne.

Comme pour l'acier 16MND5, un autre modèle de contrainte équivalente dissipative est indispensable pour décrire plus fidèlement les surfaces d'iso-auto-échauffement en traction-torsion.

Figure	$\sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}\tau_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq}^{VM}$ (MPa)	Écart max sur $\tau$ (%) modèle von Mises
4.3a	0	0	248	28,1
4.3b	165	0	254	28,3
4.3c	0	165	301	26,9
4.3d	0	0	241	20,6
4.3e	165	0	255	23,6
4.3f	0	165	266	19,4

TABLE 4.2 – Paramètres des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 4.3

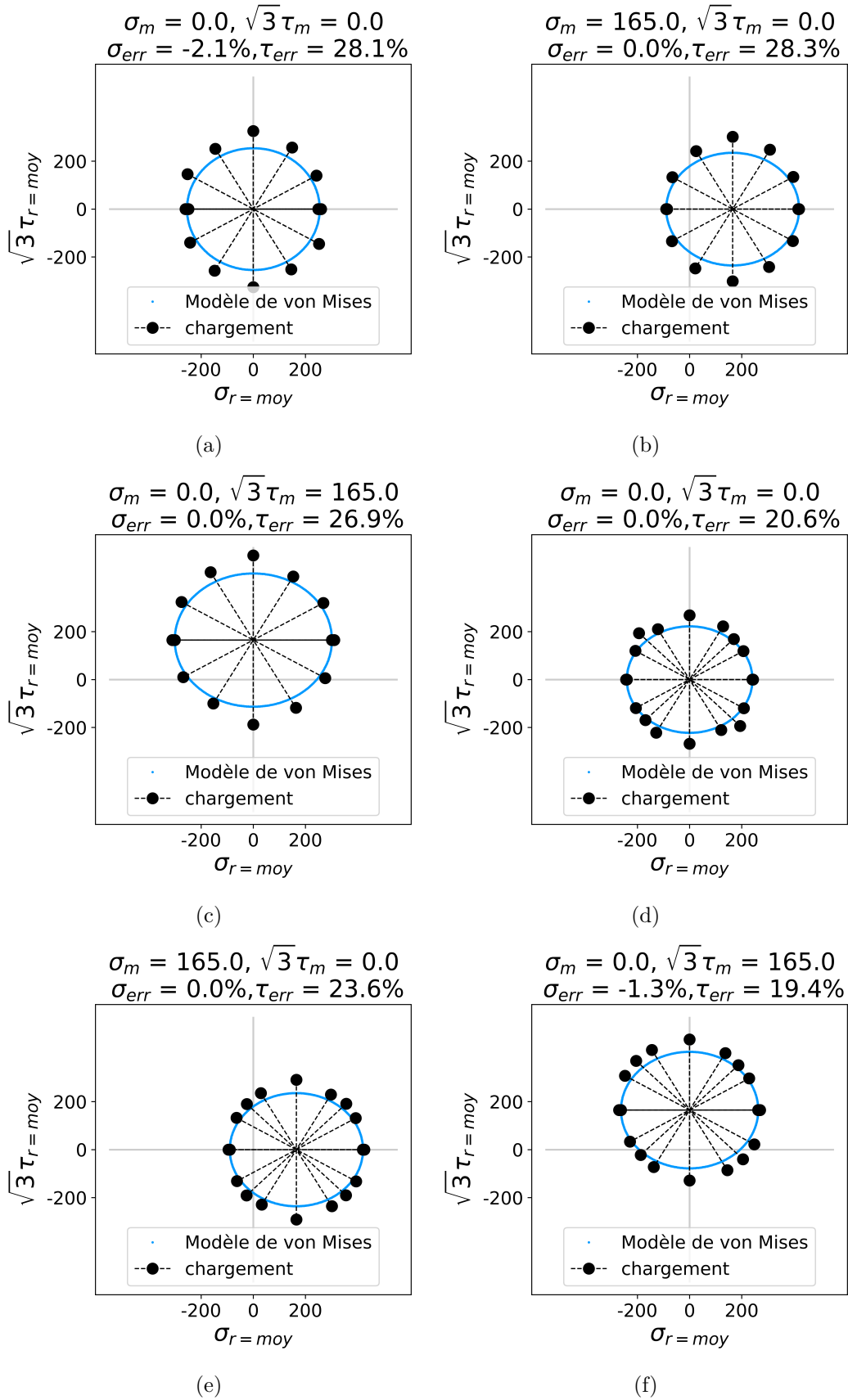


FIGURE 4.3 – Identification du modèle de von Mises sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes à  $\bar{\theta}_{off} = 0, 2K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de traction, (f) contrainte moyenne de torsion

### 4.3 Décrire le régime primaire en identifiant un modèle de contrainte équivalente dissipative

Dans cette partie, l'objectif est de décrire plus fidèlement les résultats issus des essais de surface d'iso-auto-échauffement. Pour cela un modèle inspiré des surfaces seuils en  $J_2 - J_3$  est proposé comme contrainte équivalente dissipative à même d'unifier la lecture des régimes primaires de toutes les courbes d'auto-échauffement sous chargements cycliques proportionnels de traction-torsion.

#### 4.3.1 Identification des modèles de plasticité dans l'espace des contraintes

Comme annoncé lors de la définition du protocole d'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement, la comparaison du comportement dissipatif du matériau est réalisée dans l'espace des contraintes. Pour cela, la recherche d'une contrainte dissipative équivalente doit permettre l'unification des résultats. La contrainte équivalente est définie par des modèles de surface qui font appel aux invariants du tenseur des contraintes. Le plus souvent, cette méthode permet de synthétiser l'information de la contrainte vue par le matériau et de pouvoir comparer rapidement différentes surfaces/modèles entre eux.

Le modèle le plus connu, bien qu'il soit un cas particulier, est celui de von Mises [Mises, 1913]. Ce modèle est défini autour d'un unique invariant  $J_2$  et d'un unique paramètre matériau  $\sigma_0$ . Une surface de plasticité décrite par ce modèle se définit, dans l'espace des déviateurs (figure 4.4a) comme

$$J_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_0 \quad (4.1)$$

Dans le plan des déviateurs, ce modèle est un cercle (figure 4.4a) de rayon  $\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_0$  avec la projection isométrique de  $\sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_0$  étant la limite d'élasticité en traction). Ainsi, dans un plan des contraintes adapté à l'étude (plan  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ ), la surface reste un cercle (figure 4.4b) d'équation

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \quad (4.2)$$

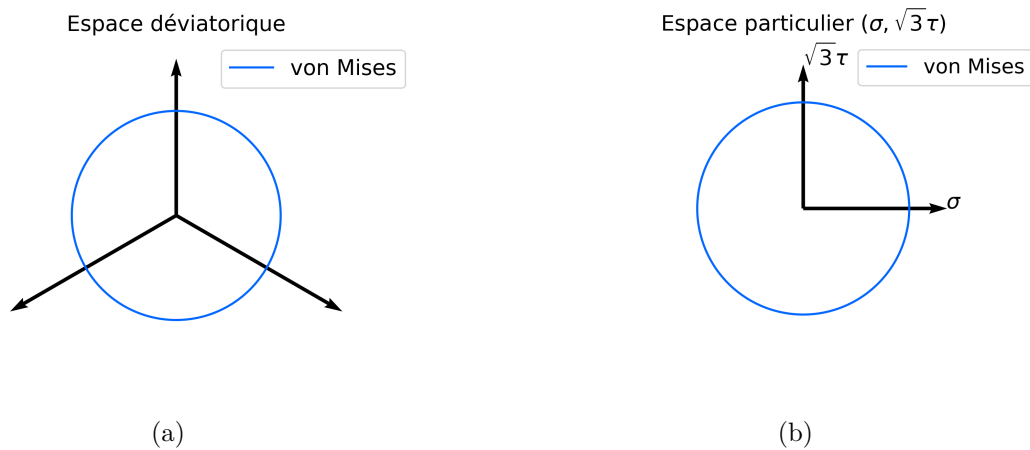


FIGURE 4.4 – (a) Représentation du modèle de von Mises dans l'espace des contraintes principales, (b) Coupe du modèle de von Mises dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$

Dans le monde de la plasticité, le second critère souvent présenté est le critère de Tresca [Tresca, 1869] (figure 4.5a). C'est un critère à deux invariants écrit en " $J_2 - J_3$ " avec un paramètre matériau. Cependant, la forme la plus connue de ce critère est définie par l'écart maximal entre les contraintes principales

$$\tau_{max} = \max(|\sigma_I - \sigma_{II}|, |\sigma_{II} - \sigma_{III}|, |\sigma_{III} - \sigma_I|) \quad (4.3)$$



Dans le plan traction-torsion (figure 4.5b), le critère se redéfinit analytiquement comme

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (4.4)$$

Pour être plus facilement utilisée, la contrainte équivalente de Tresca est définissable par une fonction des invariants  $J_2$  et  $J_3$ . Il est possible de retrouver cette fonction par construction géométrique. Pour cela, la droite (AB) dans le plan (xy) (figure 4.5a) est définie par l'équation  $x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}\sigma_0 = 0$  et  $\sigma_0$  un paramètre matériau. Un passage en coordonnée polaire  $(r, \theta)$  permet de récrire (AB) tel que  $\sqrt{2}r \cos(\theta - \frac{\pi}{6})$  avec l'angle de Lode :  $\theta \in [0; \frac{\pi}{3}]$ . Dans le plan des contraintes principales, le paramètre polaire  $r$  correspond au rayon de l'hypersphère, soit le second invariant du tenseur des contraintes  $J_2$ . Finalement, avec l'écriture de l'angle de Lode  $\theta$  défini par  $\xi$  (1.20), le critère de Tresca s'écrit

$$\sigma_0 = \sqrt{2}J_2 \cos \left[ \frac{\arccos(\sqrt{1 - \xi^2})}{3} \right]. \quad (4.5)$$

Dans le plan des contraintes principales (figure 4.5a), le critère de Tresca forme l'"hexagone inscrit" au modèle de von Mises.

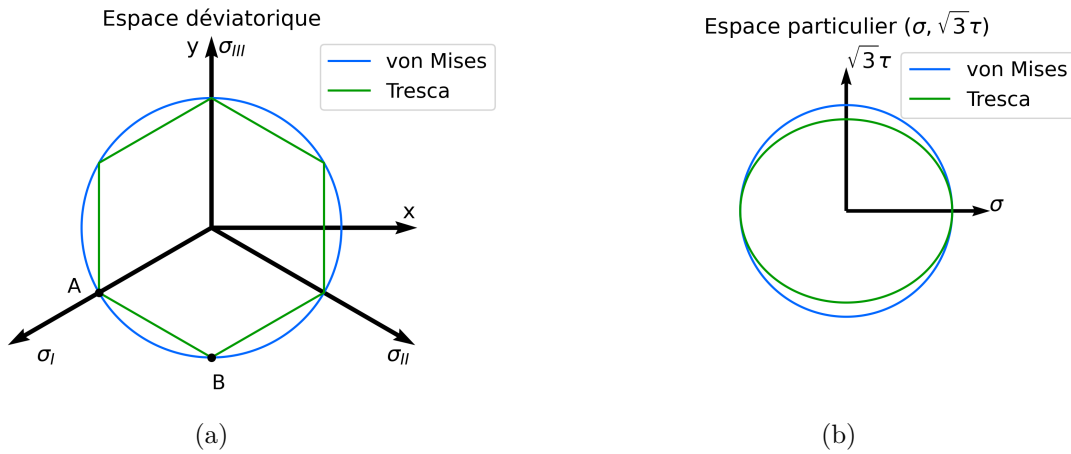


FIGURE 4.5 – (a) Représentation du modèle de Tresca dans l'espace des contraintes principales, (b) Projection du modèle de Tresca dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$

Cette manière d'écrire les critères de plasticité, de type " $J_2 - J_3$ ", est peu commune dans la littérature, mais quelques autres définitions existent [Kroon and Faleskog, 2013]. La forme trigonométrique adoptée permet une écriture analytique facilitant leur manipulation pour définir les équations d'évolution des variables d'état. Cependant, l'implémentation numérique de ces fonctions trigonométriques est plus complexe comme le décrit Souza Neto dans son ouvrage sur les méthodes numériques pour simuler les modèles de plasticité [Souza Neto et al., 2008].

Afin de décrire le régime primaire, un modèle de contrainte équivalente dissipative doit être introduit pour pouvoir décrire la différence en dissipation entre la traction et la torsion. Phénoménologiquement, les mécanismes microstructuraux sont en plasticité décrits par des modèles de plasticité de type " $J_2 - J_3$ ". Pour la description du phénomène d'auto-échauffement du régime primaire, ces modèles sont retenus. D'autant plus que les mécanismes sous-jacents au régime primaire des deux aciers ne semblent pas montrer de spécificités particulières.

Dans la littérature, les modèles " $J_2 - J_3$ " sont utilisés pour décrire le comportement des alliages à mémoire de forme (AMF). L'invariant du tenseur  $J_3$  permet d'exprimer différentes réponses d'un matériau. C'est par exemple le cas pour un alliage cupro-aluminium étudié par Bouvet [Bouvet et al., 2002]. Ce matériau présente une différence très marquée entre la traction et la compression

(figure 4.6b) qui n'est exprimable que par  $J_3$  (avec  $J_2$ , il n'y a pas de différence entre la traction et la compression).

Le critère de transformation de Bouvet est défini par deux invariants ( $J_2$  et  $\xi$ ) et deux paramètres matériaux ( $\sigma_0$  et  $a$ ). Ce critère est illustré pour  $a = 1$  en figure 4.6a, et est donné par

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} J_2 \cos \left[ \frac{\arccos(1 - a(1 - \xi))}{3} \right] \quad (4.6)$$

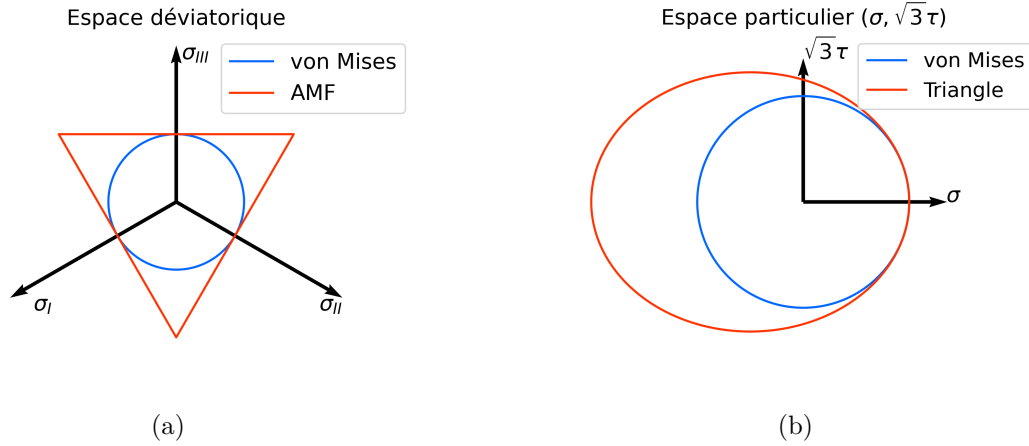


FIGURE 4.6 – (a) "Critère *AMF*" décrit dans l'espace projeté des déviateurs, (b) "Critère *AMF*" décrit dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$

Les matériaux de l'étude (l'acier 16MND5 et l'acier 42CrMo4) présentent également une différence traction-torsion, mais pas de différence en contrainte normale. Ainsi, un critère est proposé pour symétriser l'effet traction-compression. Ce critère par sa forme est référencé comme le critère "hexagone circonscrit" à la sphère de von Mises (figure 4.7). Il présente deux invariants ( $J_2$  et  $\xi$ ) et deux paramètres matériaux ( $\sigma_0$  et  $a$ ).

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} J_2 \cos \left[ \frac{\arccos(1 - a(1 - |\xi|))}{3} \right] \quad (4.7)$$

Dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$  de l'étude 4.7b et en présence de contraintes moyennes de traction ( $\sigma_m$ ) ou de cisaillement ( $\tau_m$ ), l'équation de la surface d'iso-auto-échauffement est donné par

$$\Sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma - \sigma_m)^2 + 3(\tau - \tau_m)^2} \times \dots \cos \left( \frac{1}{3} \arccos \left( 1 - a \left( 1 - \left| \frac{(\sigma - \sigma_m)^3 + \frac{9}{2}(\sigma - \sigma_m)(\tau - \tau_m)^2}{\sqrt{(\sigma - \sigma_m)^2 + 3(\tau - \tau_m)^2}} \right| \right) \right) \right) \quad (4.8)$$

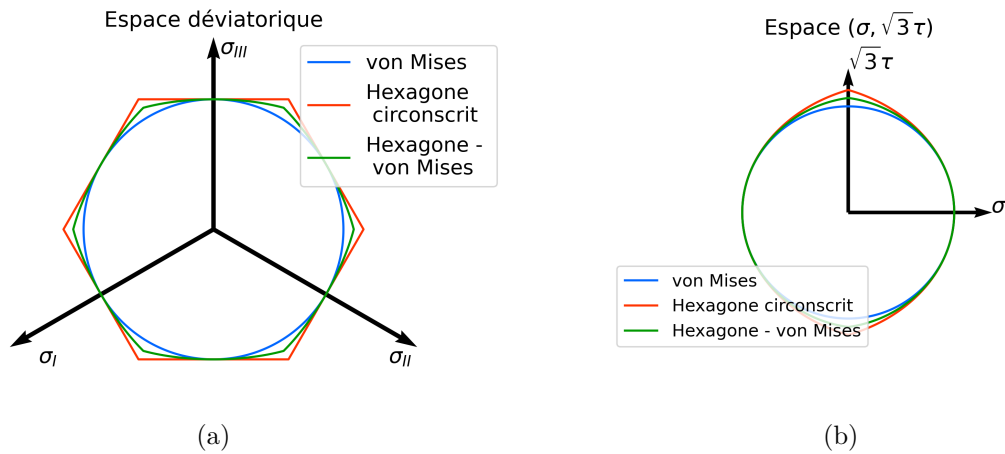


FIGURE 4.7 – (a) Modèle Hexagone circonscrit à von Mises dans l'espace des contraintes principales, (b) Modèle Hexagone circonscrit à von Mises dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$

Le critère (4.7) est limité par  $a \in [0; 1]$ . Pour  $a > 1$ , le critère devient non-convexe entraînant une incompatibilité avec les choix de modèles développés par la suite dans le chapitre. Un exemple est donné en figure 4.8 où pour  $a = 1,5$ , la surface seuil obtenue est concave dans l'espace déviatorique (figure 4.8a). Dans l'espace des contraintes (figure 4.8b), il n'est pas possible d'observer la différence entre une surface concave et convexe. L'effet sur l'écoulement plastique ne peut pas être estimé dans ce cas.

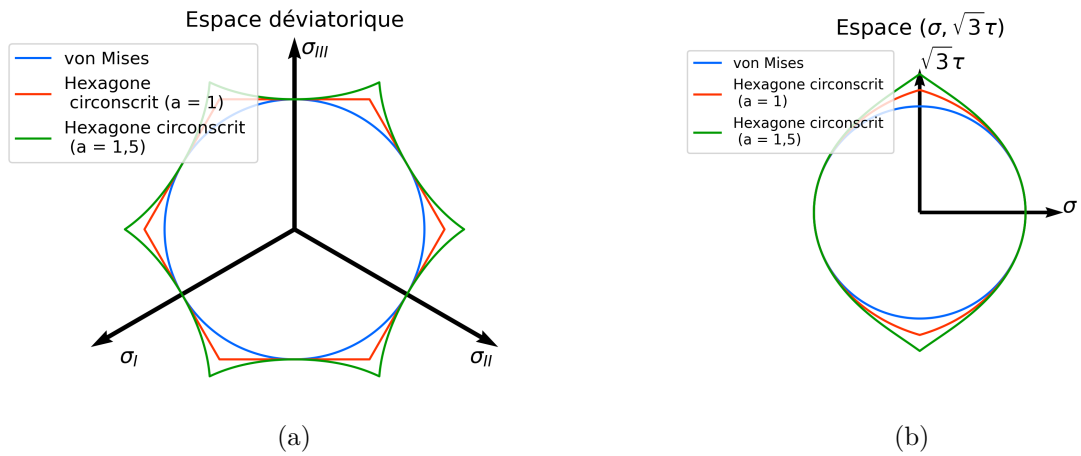


FIGURE 4.8 – (a) Modèle "Hexagone circonscrit" concave dans l'espace des déviateurs avec un paramètre matériau  $a = 1,5$ , (b) Modèle "Hexagone circonscrit" concave dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$  avec un paramètre matériau  $a = 1,5$

### 4.3.2 Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur l'acier 16MND5

Le critère "Hexagone circonscrit" est identifié comme contrainte équivalente dissipative sur les surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5. L'identification est réalisée sur la figure 4.9 avec les paramètres donnés dans le tableau 4.3.

Le modèle (4.8) permet une bonne description des résultats expérimentaux de l'acier 16MND5 sous sollicitations cycliques dans l'espace des contraintes traction-torsion  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . L'apport du modèle "Hexagone circonscrit" dans la description des surfaces iso-auto-échauffement est visible sur la réduction de l'écart entre le modèle et les résultats expérimentaux par rapport à la description par le modèle de von Mises (tableau 4.3).

La forme des surfaces est une conséquence des niveaux de chargement associés à l'étude du régime primaire. De plus, l'effet de la contrainte moyenne est modéré et n'affecte pas la forme. La seule surface avec un effet particulier est la surface présentant une contrainte moyenne de cisaillement (figure 4.9c). La dissipation du régime primaire est minimisée par rapport à un essai sans contrainte moyenne à amplitude similaire de contrainte. La forme de la surface est aussi la seule à être affectée. Dans le cas des surfaces avec torsion et compression moyenne (figure 4.9e), l'effet s'annule par rapport au cisaillement moyen seul.

Le paramètre  $a$  du modèle "Hexagone circonscrit" illustre parfaitement cette différence traction-torsion puisqu'il pondère l'importance du comportement entre le modèle de von Mises et de l'hexagone circonscrit. Plus ce paramètre est fort, plus l'écart entre torsion et traction est marqué. De plus, il permet aussi de traduire dans son ordre de grandeur les observations faites sur l'effet de la contrainte moyenne. On trouve un ordre de grandeur de  $a$  similaire entre les surfaces ne présentant pas de contrainte moyenne et celles avec une composante de contrainte moyenne normale.

Figure	$\sigma_m$ (MPa)	$\tau_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq}$ (MPa)	$a$	Écart max (%) sur $\sigma$	Écart max (%) sur $\tau$
4.9a	0	0	243	0,86	-3,9	0,8
4.9b	145	0	232	0,75	-6	-0,4
4.9c	0	145	250	0,54	-0,5	-0,1
4.9d	0	0	237	0,85	3,3	0,5
4.9e	-107	107	227	0,99	1,8	1,1
4.9f	-107	107	237	0,76	-0,1	0,1

TABLE 4.3 – Paramètres identifiés du critère "Hexagone circonscrit" identifié sur les résultats de la figure 4.9

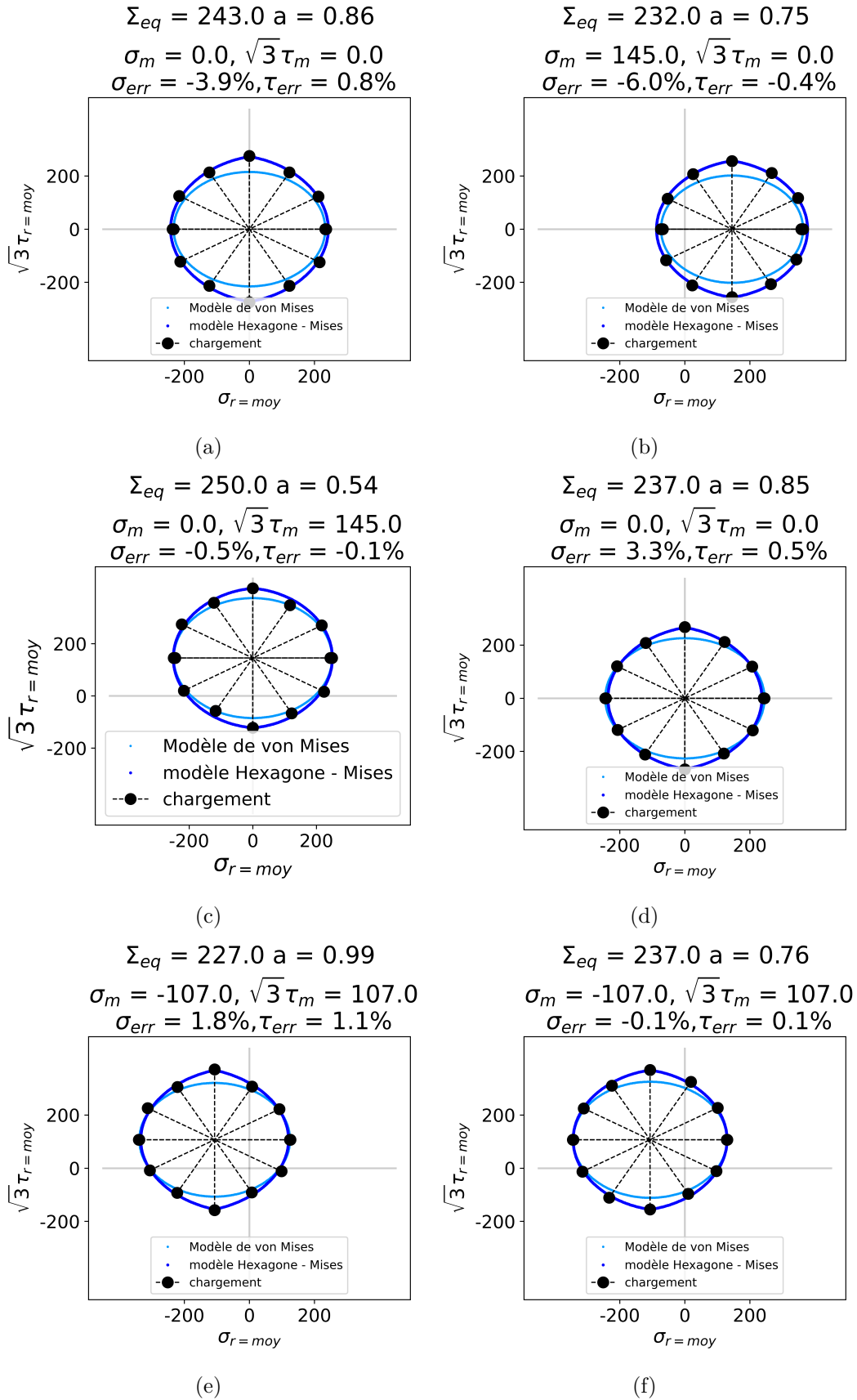


FIGURE 4.9 – Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes à  $\theta_{off} = 0, 15K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de compression et de torsion, (f) contrainte moyenne de compression et de torsion

### 4.3.3 Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur l'acier 42CrMo4

À l'image de l'acier 16MND5, le modèle "Hexagone circonscrit" (4.8) est identifié sur l'acier 42CrMo4. L'identification est faite en figure 4.10 et les paramètres sont synthétisés au tableau 4.4.

Le modèle permet une bonne description des résultats expérimentaux avec une bonne représentation de la forme des surfaces. Sur l'acier 42CrMo4, comme pour l'acier 16MND5, la contrainte moyenne a un effet très modéré avec une tendance difficilement observable. Seule la nature du chargement affecte le niveau de dissipation. Cet effet est quantifié par le paramètre  $a$  de chaque surface.

Figure	$\sigma_m$ (MPa)	$\tau_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq}$ (MPa)	$a$	Écart max (%) sur $\sigma$	Écart max (%) sur $\tau$
4.10a	0	0	283	0,97	-12,2	0,1
4.10b	165	0	270	0,86	-5,6	-0,5
4.10c	0	165	308	0,94	-2,2	0,4
4.10d	0	0	244	0,73	-1,4	-0,3
4.10e	165	0	262	0,80	-2,5	0,0
4.10f	0	165	266	0,80	-1,2	-0,8

TABLE 4.4 – Paramètres du critère "Hexagone circonscrit" identifiés sur les résultats de la figure 4.10

Dans la comparaison entre les deux matériaux, celle-ci révèle que l'acier 42CrMo4 semble, à faible amplitude de chargement, marquer un effet plus prononcé sur le niveau de dissipation entre la traction et la torsion que l'acier 16MND5. Les écarts entre surfaces d'une même nuance de matière sont à interpréter avec une certaine incertitude existante sur les mesures du régime primaire. En effet, celles-ci sont plus à même d'impacter la différence traction - torsion. Néanmoins, sur l'ensemble des résultats et dans le cas des essais uniaxiaux (chapitre 3), une tendance est clairement observable. L'intensité du régime primaire de traction est plus importante que l'intensité du régime primaire de torsion traduisant bien une sensibilité du matériau à la nature de la sollicitation sous très faible amplitude.

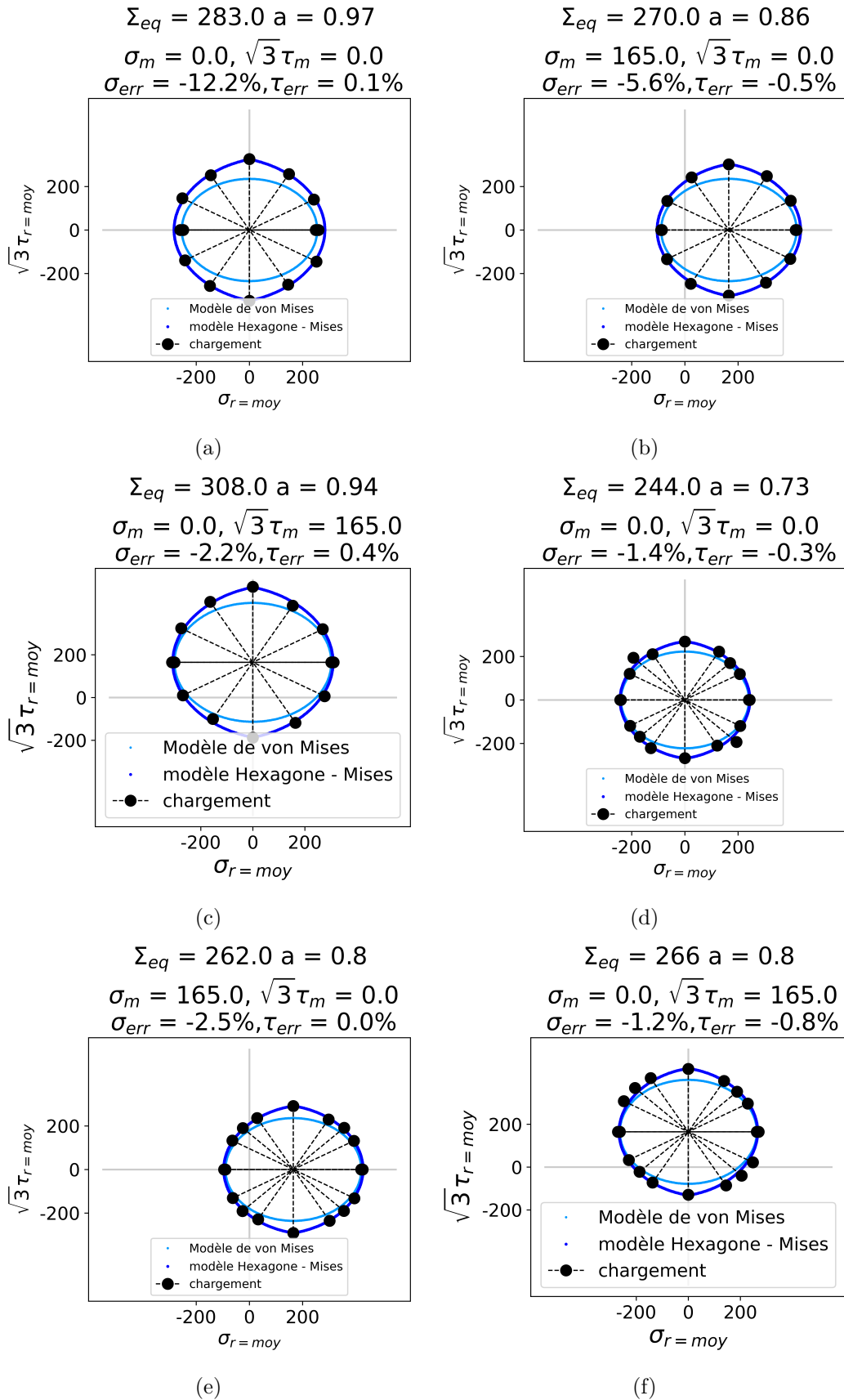


FIGURE 4.10 – Identification du modèle "Hexagone circonscrit" sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes à  $\bar{\theta}_{off} = 0, 2K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de traction, (f) contrainte moyenne de torsion

#### 4.3.4 Contrainte équivalente dissipative alternative

Bien que la solution du modèle de contrainte équivalente en dissipation par le modèle "Hexagone circonscrit" soit très intéressante pour décrire cette gamme de résultats expérimentaux, d'autres modèles d'invariant pourraient être utilisés à la place de  $J_3$ . Une solution pratique pour cibler un effet dissipatif plus important de la contrainte normale est l'utilisation du premier invariant  $I_1$ . En annexe B, une solution alternative est donnée avec l'introduction du modèle de Berg [Berg, 1970]. Ce modèle permet d'apporter une autre méthode de contrainte équivalente dissipative pour décrire les surfaces d'iso-auto-échauffement des deux aciers. Néanmoins, l'utilisation du premier invariant est associée à la description de mécanismes très particuliers. C'est par exemple le cas pour les alliages de fonderie ou les matériaux obtenus par fabrication additive. Ces derniers présentent des porosités introduisant une sensibilité des matériaux à la pression hydrostatique ( $I_1$ ).

Comme les deux aciers de l'étude ne présentent pas de mécanismes microplastiques particuliers, le modèle en  $J_2$  et  $J_3$  est conservé pour la suite. Il est à noter que les essais utilisés dans ce chapitre ne permettent pas de discriminer un unique modèle dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ .

### 4.4 Modéliser et simuler la dissipation dans le régime primaire

La contrainte équivalente dissipative "Hexagone circonscrit" a permis de fournir un modèle descriptif des surfaces d'iso-auto-échauffement. Par ce modèle, l'hétérogénéité du champ dissipatif est reliée à la nature et au niveau du chargement. L'étape suivante est d'utiliser ce modèle comme contrainte équivalente permettant de simuler le comportement élastoplastique du matériau. Dans cette partie, il sera montré que le modèle "Hexagone circonscrit" n'est pas adapté pour modéliser le comportement des deux aciers et qu'un second modèle en  $J_2$  et  $J_3$  doit être introduit.

#### 4.4.1 Cadre générale de la surface de plasticité

L'identification des modèles capables de décrire le comportement multiaxial par la dissipation mène à l'enjeu principal de pouvoir montrer les capacités du modèle à modéliser et simuler le régime primaire d'un matériau métallique. Pour cela, le cadre thermodynamique est adapté pour intégrer le modèle "Hexagone circonscrit" en  $J_2$  et  $J_3$ . De manière générale, la surface seuil de plasticité d'un modèle  $J_2$  et  $J_3$  est définie par

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = g(J_2, \xi) - \sigma_y \leq 0 \quad (4.9)$$

avec  $\underline{\underline{\sigma}}$  le tenseur des contraintes,  $\underline{\underline{X}}$  le tenseur de l'érouissage cinématique et  $g$  une fonction dépendante des invariants du tenseur déviatorique des contraintes  $\underline{\underline{s}}$  et  $\xi$  (1.20) un paramètre proportionnel à l'angle de Lode  $\theta$  et normant  $J_3$ .

$$\xi(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{27 \det(\underline{\underline{s}})}{2 J_2(\underline{\underline{\sigma}})^3} = \cos(3\theta)$$

Le cadre adopté ici est considéré pour le régime primaire, la surface seuil délimite le niveau à partir duquel le chargement entraîne une activité microplastique et donc une dissipation. Cette activité microplastique est de la plasticité diffuse apparaissant au sein des grains et qui se manifeste par le mouvement des dislocations dû au chargement cyclique. À partir d'un seuil d'effort représenté par le paramètre  $\sigma_y$ , le mouvement des dislocations peut être considéré comme assez important pour générer une dissipation. Cette limite est arbitrairement fixée très basse à une valeur de 15 MPa. La direction de l'écoulement plastique est définie par le pseudopotential de plasticité  $F$ . Le terme de non-linéarité est inclus afin de permettre l'ouverture des boucles d'hystérésis pour générer une dissipation. L'ouverture est contrôlée par le module d'érouissage  $C$  qui permet de simuler un comportement du matériau toujours dans un contexte d'élasticité macroscopique lié au contexte du régime primaire d'auto-échauffement. Le pseudopotential prend donc la forme



$$F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) + \frac{1}{2} \gamma'(\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}})^n \quad (4.10)$$

Le terme de non-linéarité  $\gamma'(\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}})^n$  lié à l'écroissage cinématique permet d'"ouvrir" les boucles d'hystérésis permettant ainsi une dissipation. Cependant, la condition primordiale à respecter pour le régime primaire est que l'activité plastique doit être bien inférieure à l'activité élastique. Ainsi  $\varepsilon^e \gg \varepsilon^p$ . À noter, lorsque  $n = 1$ , le pseudopotential de plasticité impose l'évolution de l'écroissage cinématique d'Armstrong-Fredericks [Armstrong and Fredericks, 1966].

Les forces thermomécaniques  $\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{\underline{X}}$  sont dérivée du potentiel d'énergie libre d'Helmholtz  $\psi$  défini par

$$\rho\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, \underline{\underline{\alpha}}) = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{E}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{1}{3} \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (4.11)$$

et

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}} &= \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}} \\ \underline{\underline{X}} &= \rho \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} \end{aligned}$$

L'évolution des variables d'état  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  et  $\underline{\underline{\alpha}}$  sont déterminées à partir des lois de normalité sur le potentiel de plasticité  $F$ .

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p &= \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \\ \dot{\underline{\underline{\alpha}}} &= -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}} \end{aligned}$$

avec  $\dot{\lambda}$  le multiplicateur plastique.

#### 4.4.2 Modélisation par le modèle "Hexagone circonscrit"

Le modèle "Hexagone circonscrit" identifié en contrainte équivalente de dissipation est utilisé pour modéliser l'état du matériau sous chargement cyclique de très faible amplitude. La surface seuil du modèle est définie par

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) \cos\left(\frac{\arccos\left(1 - a\left(1 - \left|\xi(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})\right|\right)\right)}{3}\right) - \sigma_y \leq 0 \quad (4.12)$$

L'évolution de la déformation plastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  donne

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p &= \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \\ &= \frac{3(\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})}{2J_2(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}})} \cos\left(\frac{\arccos(\chi)}{3}\right) \cdot \\ &\cdot \left[ \underline{\underline{I}} + \frac{a \operatorname{sign}(\xi) \xi}{\sqrt{1 - \chi^2}} \tan\left(\frac{\arccos(\chi)}{3}\right) \times \left( \frac{2J_2(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}})^2}{9} (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})^{-1} \cdot (\underline{\underline{s}} - \underline{\underline{X}})^{-T} - \underline{\underline{I}} \right) \right] \quad (4.13) \end{aligned}$$

où  $\chi = 1 - a(1 - |\xi|)$ . Les conditions de dérivation sur l'équation (4.13) font intervenir une dérivation sur la valeur absolue et sur l'arccosinus. Ces conditions de validité sont  $\xi \neq 0$  pour la valeur absolue et  $-1 < \chi < 1$  pour l'arccosinus. Cependant dans ces cas de figure des simplifications interviennent

permettant le calcul et la continuité sur la frontière de la surface seuil. Dans le cas  $\xi = 0$ , la surface seuil (4.12) se simplifie, ainsi

$$\text{Pour } \xi = 0 : f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) \cos\left(\frac{\arccos(1-a)}{3}\right) - \sigma_y$$

ce qui autorise une dérivée et donc une direction d'écoulement. De la même manière si la condition  $|\chi| = 1$  intervient, la surface seuil se simplifie en

$$\text{Pour } |\chi| = 1 : f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = J_2(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - \sigma_y.$$

Dans ce cas, la dérivée existe aussi. Il est à noter que la dérivée  $\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$  nécessite de vérifier que les dérivées de  $J_2$  et  $J_3$  restent dans l'espace déviatorique. Ainsi,  $\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{s}}} : \frac{\partial \underline{\underline{s}}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$  est le projecteur sur l'espace déviatorique. La dérivée du déterminant (dérivée de  $J_3$ ) donne

$$\frac{\partial \det|\underline{\underline{s}}|}{\partial \underline{\underline{s}}} = \det|\underline{\underline{s}}| (\underline{\underline{s}}^{-1})^T : \frac{\partial \underline{\underline{s}}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (4.14)$$

L'évolution de la variable d'état  $\underline{\underline{\alpha}}$  suit des similitudes avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$ .

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \dot{\lambda} \gamma' n \underline{\underline{X}} (\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}})^{n-1} \quad (4.15)$$

L'écroissance cinématique évolue donc selon

$$\dot{\underline{\underline{X}}} = \frac{2}{3} C \dot{\underline{\underline{\alpha}}} \quad (4.16)$$

L'évolution du multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$  est obtenue par la condition de cohérence sur la surface seuil qui impose  $f = 0$  &  $\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \Rightarrow \dot{f} = 0$

$$\begin{aligned} \dot{f} = 0 &\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{X}}} : \dot{\underline{\underline{X}}} = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \dot{\lambda} \frac{2}{3} C \left[ \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \gamma' n \underline{\underline{X}} (\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}})^{n-1} \right] \\ &\Rightarrow \frac{H(f)}{h} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \dot{\lambda} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$H(f)$  est la fonction de Heaviside. Elle permet de garder la condition  $f = 0$ ,  $H(f) = 0$  si  $f < 0$  sinon  $H(f) = 1$  pour  $f = 0$ . Le module d'écroissance instantané  $h$  se définit par

$$h = \frac{2}{3} C \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} - \gamma' n \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{X}} (\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}})^{n-1} \right) \quad (4.18)$$

La dissipation intrinsèque qui découle de ce formalisme prend la forme suivante

$$\begin{aligned} \Delta_t &= \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \underline{\underline{X}} : \dot{\underline{\underline{\alpha}}} \geq 0 \\ &= \dot{\lambda} (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \dot{\lambda} \gamma' n (\underline{\underline{X}} : \underline{\underline{X}})^n \geq 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

La densité d'énergie dissipée par la matrice sur un cycle est égale à l'intégration de la dissipation intrinsèque sur ce cycle.

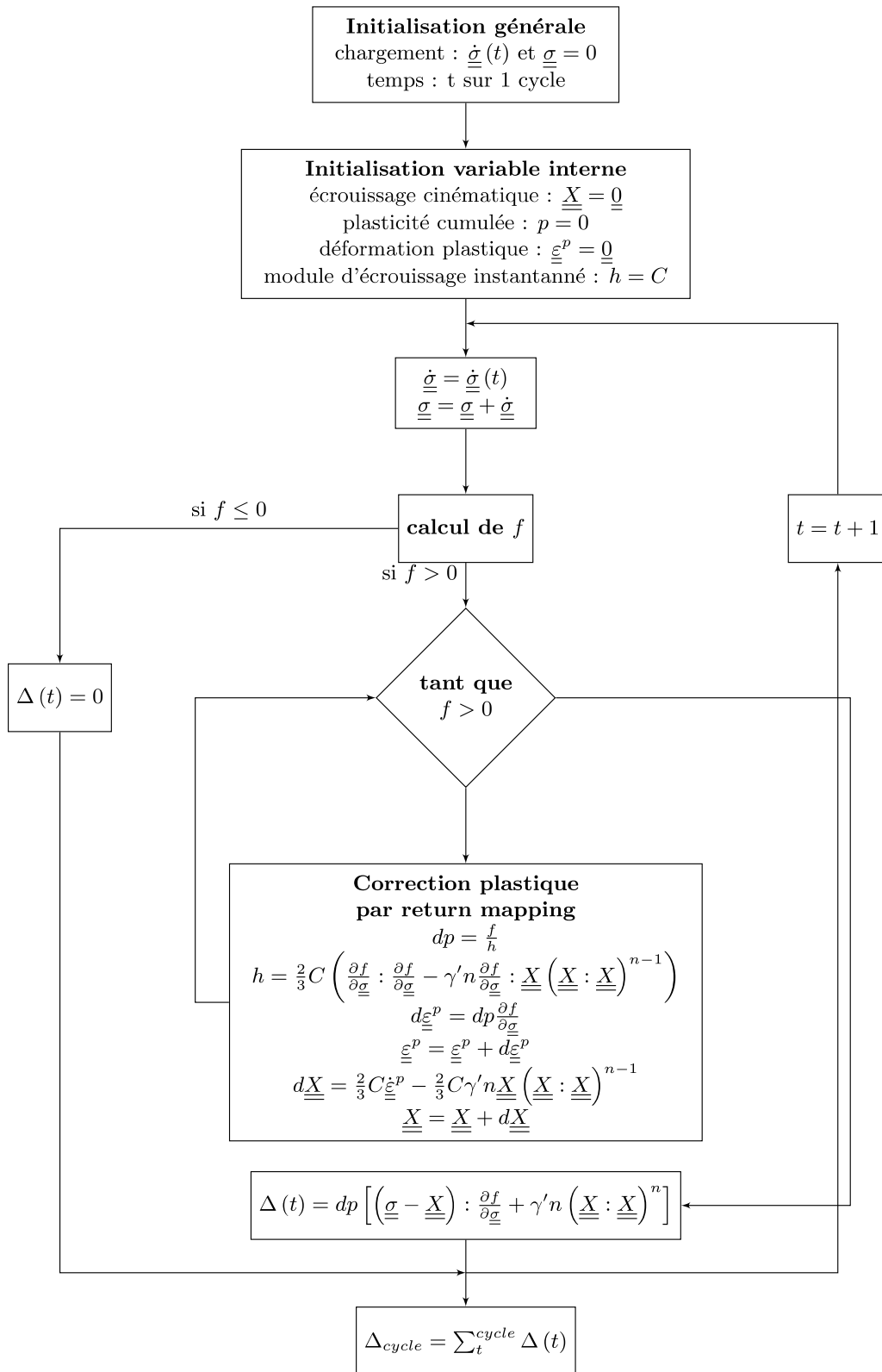
$$\bar{E}_{d,matrice} = \int_{cycle} \Delta_t dt \quad (4.20)$$

La réponse du modèle "Hexagone circonscrit" est simulée en adoptant une intégration de type "return mapping" suivant le schéma de la figure 4.11. Le modèle est simulé pour un chargement de traction (figure 4.12), un chargement de torsion (figure 4.13) et un chargement proportionnel de traction-torsion (figure 4.14). Ces simulations sont réalisées à une contrainte équivalente de von Mises de 100 MPa avec les variables définies pour le modèle "Hexagone circonscrit". Les paramètres du tableau 4.5 sont retenus pour la comparaison entre simulations. Les déformations sont comparées selon la déformation équivalente du modèle de von Mises tel que

$$\varepsilon_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}}^p : \underline{\underline{\varepsilon}}^p} \quad (4.21)$$

$\Sigma_{eq}$ (MPa)	C (MPa)	$\gamma'$	n	a	$\sigma_y$ (MPa)
200	$1 \times 10^7$	0	1	0,8	15

TABLE 4.5 – paramètres utilisés pour tester la réponse du modèle "Hexagone - von Mises"


 FIGURE 4.11 – Logigramme du calcul de la dissipation par un modèle  $J_2 - J_3$

La réponse du modèle en traction - compression cyclique est équivalente à la réponse du modèle de von Mises, car sur cet axe de la surface seuil (4.12), la normale sont les mêmes que pour le modèle de von Mises.

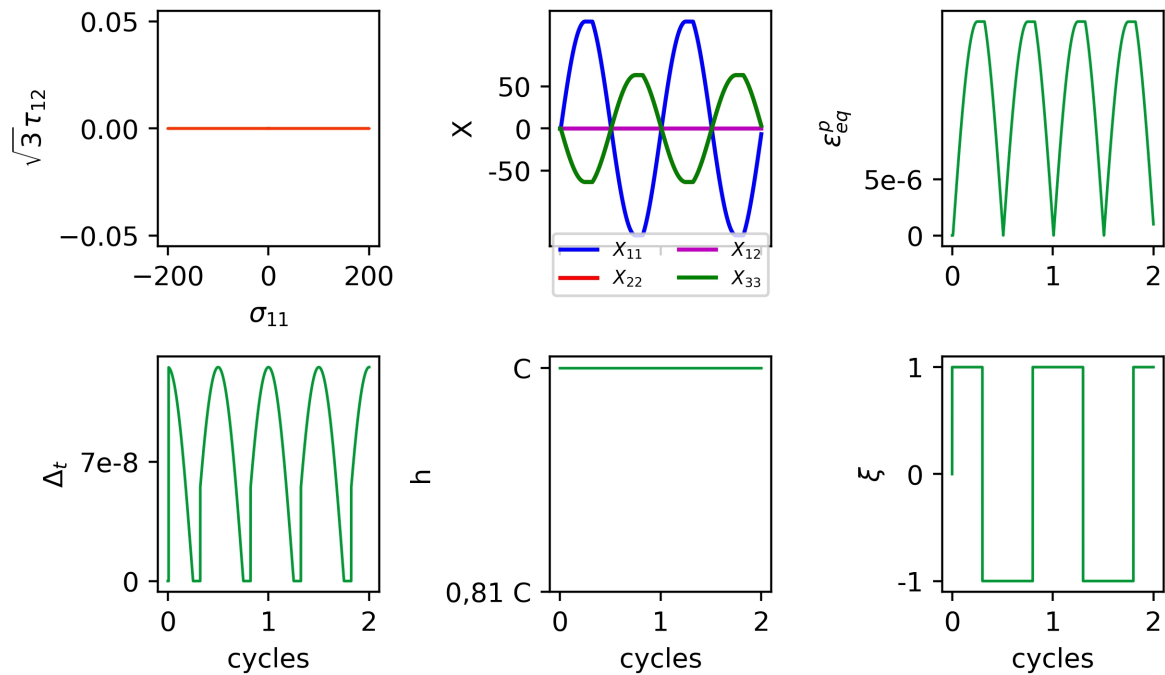


FIGURE 4.12 – Réponse du modèle "Hexagone circonscrit à von Mises" en traction - compression simple

Le modèle diffère du modèle de von Mises sur la torsion. En torsion simple, la surface seuil du modèle se simplifie en

$$f(\underline{\sigma}, \underline{X}) = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) \cos\left(\frac{\arccos(1-a)}{3}\right) - \sigma_y \leq 0$$

L'effet du paramètre  $a$ , marquant l'écart d'effet entre la traction et la torsion, s'observe sur la forme du module d'érouissage instantané  $h$  (figure 4.13).

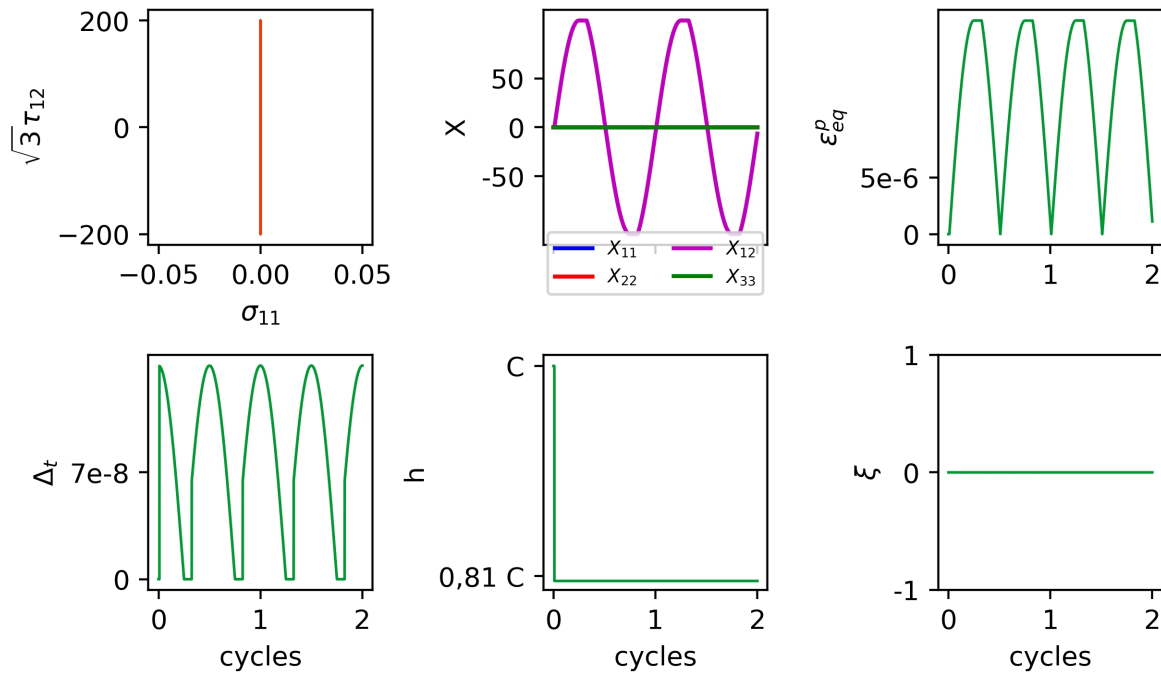


FIGURE 4.13 – Réponse du modèle "Hexagone circonscrit" en torsion uniaxiale

La réponse du modèle est ensuite observée pour un chargement multiaxial proportionnel (figure 4.14). La dissipation augmente avec l'activation de la torsion, ce qui est espéré. L'influence du paramètre  $a$  sur le module d'écrouissage instantané  $h$  est marqué et suit le "déplacement" du domaine élastique concomitant au trajet de chargement. La dissipation est bien nulle lorsque l'état de contrainte passe dans le domaine d'élasticité. La particularité la plus visible de la réponse du modèle est le comportement de l'état d'écrouissage cinématique porté par le tenseur  $\underline{X}$ . Ce tenseur est déviatorique, le modèle impose bien cette condition puisque la trace reste en permanence nulle. Cependant, dans l'espace déviatorique, si les composantes  $X_{22}$  et  $X_{33}$  suivent bien la même cinétique opposée à la cinétique de  $X_{11}$  (axe de sollicitation en traction), les deux composantes ne sont pas égales.

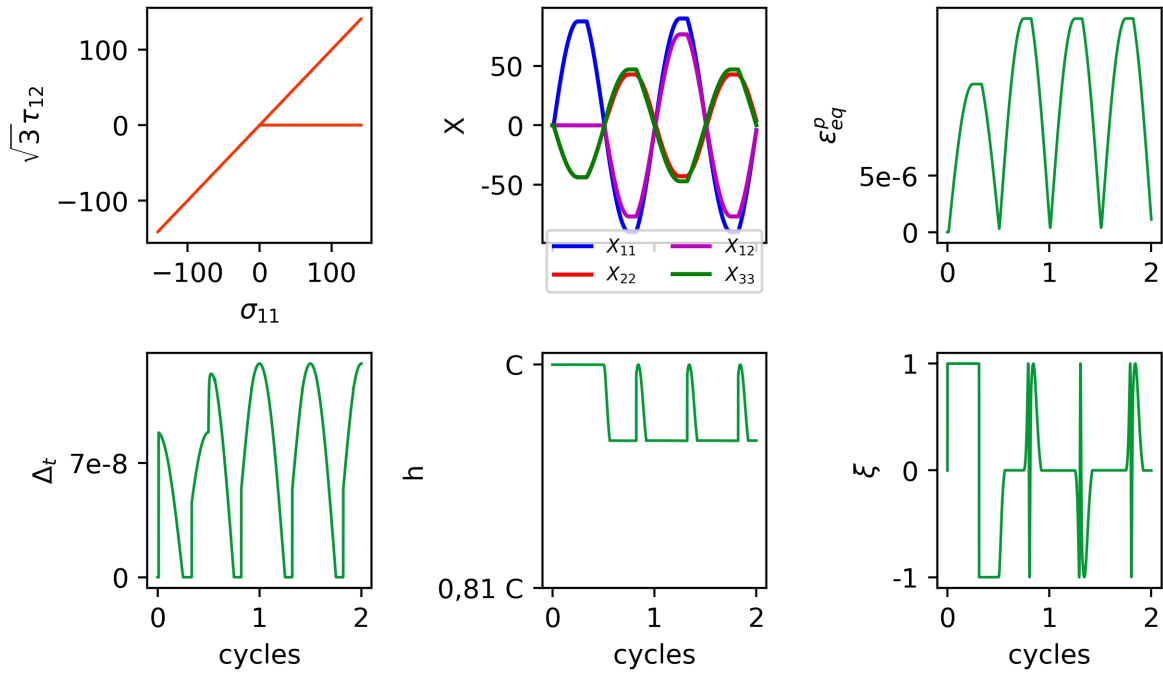


FIGURE 4.14 – Réponse du modèle "Hexagone circonscrit" en traction - torsion proportionnelle

La dernière étape test du modèle est l'observation du paramètre  $a$ . Pour cela trois essais de torsion à isocontrainte sont réalisés pour trois valeurs du paramètre  $a$  (figure 4.15). Puis ces essais sont comparés à un essai de traction toujours à isocontrainte. Les paramètres d'essai du tableau 4.5 sont repris.

La figure 4.15 montre que le modèle Hexagone permet de simuler un comportement différent entre la traction et la torsion. Cependant, le comportement simulé est en opposition avec les résultats expérimentaux des surfaces d'iso-auto-échauffement avec une dissipation plus importante en torsion qu'en traction. Ce résultat illustre la différence entre la contrainte équivalente et la contrainte équivalente dissipative. Le modèle "Hexagone circonscrit" n'est pas adapté pour servir comme contrainte équivalente. Néanmoins, le modèle permet de comprendre l'hétérogénéité du champ dissipatif en fonction du chargement en tant que contrainte équivalente dissipative. Pour simuler le comportement, un deuxième modèle est nécessaire.

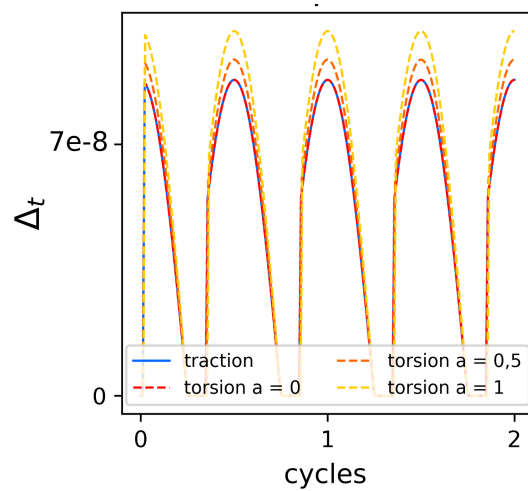


FIGURE 4.15 – Effet du paramètre  $a$  sur la réponse du modèle "Hexagone circonscrit" en torsion

#### 4.4.3 Modéliser avec un modèle "Tresca - von Mises" ou "Hexagone inscrit" au modèle de von Mises

La description des surfaces d'iso-auto-échauffement par un modèle " $J_2 - J_3$ " semble bien adaptée traduisant le fait que la surface seuil doit être définie avec ces invariants. Ainsi, au lieu de prendre une surface extérieure à la surface de von Mises, le choix est fait de prendre une surface intérieure à l'image du modèle de Tresca (4.5). La surface seuil construite à partir des modèles de von Mises et de Tresca est définie par

$$f(\underline{\sigma}, \underline{X}) = \sqrt{\frac{4}{3}} J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) \cos \left[ \frac{a \arccos \left( \sqrt{1 - \xi (\underline{\sigma} - \underline{X})^2} \right)}{3} \right] - \sigma_y \leq 0 \quad (4.22)$$

Dans l'espace des déviateurs, le modèle "Tresca - von Mises" ou "Hexagone inscrit" au modèle de von Mises est tracé en figure 4.16.

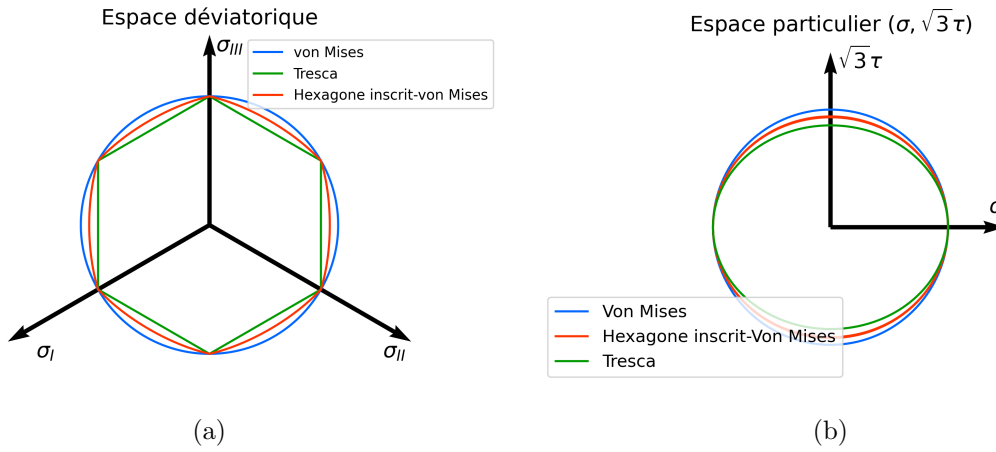


FIGURE 4.16 – (a) Illustration des modèles de von Mises, Tresca et "Hexagone inscrit" dans l'espace projeté des déviateurs, (b) Illustration des modèles de von Mises, Tresca et "Hexagone inscrit" dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$

La normale à cette surface seuil (4.22) se définit comme

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \underline{s}} = \sqrt{3} \frac{(\underline{s} - \underline{X})}{J_2(\underline{s}, \underline{X})} \cos \left( \frac{\arccos(a\sqrt{1 - \xi^2})}{3} \right) - \frac{a\xi^2 \sqrt{\frac{4}{3}} J_2(\underline{s} - \underline{X})}{3\sqrt{(1 - \xi)(1 + \xi)}(a^2\xi^2 - a^2 + 1)} \\ \dots \left( (\underline{s} - \underline{X})^{-T} - \frac{9}{2} \frac{(\underline{s} - \underline{X})}{J_2(\underline{s} - \underline{X})^2} \right) \sin \left( \frac{\arccos(a\sqrt{1 - \xi^2})}{3} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Une écriture différente de la normale à la surface seuil est proposée. Cette écriture est seulement valable pour un calcul dans l'espace déviatorique pour ne pas recourir à la dérivée du déterminant. Dans l'espace déviatorique, le déterminant s'écrit en fonction de la trace selon

$$\det |\underline{s} - \underline{X}| = \frac{1}{3} \text{trace} \left( [\underline{s} - \underline{X}]^3 \right) \quad (4.24)$$



La dérivée du déterminant avec cette forme (4.24) est donnée en notation indicielle par

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial \underline{s}} \text{trace} \left( \left[ \underline{s} - \underline{X} \right]^3 \right) &= \frac{\partial}{\partial S_{mn}} (S_{ij} - X_{ij}) (S_{jk} - X_{jk}) (S_{ki} - X_{ki}) \\
 &= \delta_{mi} \delta_{nj} (S_{jk} - X_{jk}) (S_{ki} - X_{ki}) + \\
 &\delta_{mj} \delta_{nk} (S_{ij} - X_{ij}) (S_{ki} - X_{ki}) + \\
 &\delta_{km} \delta_{ni} (S_{ij} - X_{ij}) (S_{jk} - X_{jk}) \\
 &= (S_{kn} - X_{kn}) (S_{km} - X_{km}) + (S_{im} - X_{im}) (S_{ni} - X_{ni}) + \\
 &(S_{nj} - X_{nj}) (S_{jm} - X_{jm}) \\
 &= 3 \left( \underline{s} - \underline{X} \right)^2
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

La notation indicielle adoptée ici est pratique pour montrer que le calcul reste un calcul dans l'espace déviatorique, ainsi à partir de  $\frac{\partial \underline{s}}{\partial \underline{\sigma}}$ , le projecteur déviatorique sous sa forme d'ordre 2 est retrouvé par

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \underline{s}}{\partial \underline{\sigma}} &\Rightarrow \frac{\partial S_{kl}}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}} \left( \sigma_{kl} - \frac{1}{3} \sigma_{mn} \delta_{mn} \right) \\
 &= \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{mi} \delta_{mj} \delta_{kl} \\
 &= \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Avec l'ensemble de ces outils, on trouve que

$$\frac{\partial J_2 \left( \underline{s} - \underline{X} \right)}{\partial \underline{s}} : \frac{\partial \underline{s}}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\underline{s} - \underline{X}}{J_2 \left( \underline{s} - \underline{X} \right)} = \frac{3}{2} \underline{N} \tag{4.27}$$

En utilisant le même principe que pour (4.25) et (4.26),

$$\left( \underline{s} - \underline{X} \right)^2 : \frac{\partial \underline{s}}{\partial \underline{\sigma}} = \left( \underline{s} - \underline{X} \right)^2 - \frac{1}{3} \text{trace} \left( \left[ \underline{s} - \underline{X} \right]^2 \right) \underline{I} \tag{4.28}$$

et  $\text{trace} \left( \left[ \underline{s} - \underline{X} \right]^2 \right) = \frac{2}{3} J_2 \left( \underline{s} - \underline{X} \right)^2$ . La dérivée de  $\xi$  (1.20) devient donc

$$\frac{\partial \xi \left( \underline{\sigma} - \underline{X} \right)}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{9}{2} \frac{1}{J_2} \left[ 3 \underline{N}^2 - \xi \underline{N} - \frac{2}{3} \underline{I} \right] \tag{4.29}$$

Avec cet ensemble d'écriture, la normale à la surface seuil  $\frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}$  prend une forme plus réduite à

$$\begin{aligned}
 \text{manipuler, avec } g(\xi) &= \sqrt{\frac{4}{3}} \cos \left[ \frac{a \arccos \left( \frac{\sqrt{1 - \xi (\underline{\sigma} - \underline{X})^2}}{3} \right)}{3} \right], \text{ ainsi} \\
 \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} &= \frac{3}{2} g(\xi) \underline{N} + \frac{9}{2} g'(\xi) \left[ 3 \underline{N}^2 - \xi \underline{N} - \frac{2}{3} \underline{I} \right]
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Pour modifier la surface, il suffit de modifier la fonction  $g$  pour adapter celle-ci. La dérivée de la surface seuil par les deux forces thermomécaniques  $\underline{\sigma}$  et  $\underline{X}$  vérifie que  $\frac{\partial f}{\partial \underline{s}} = -\frac{\partial f}{\partial \underline{X}}$ . L'écoulement plastique, en reprenant le pseudopotential de plasticité de (4.10), impose une évolution de l'écoulement cinématique et de la déformation plastique telle que

$$\underline{\dot{\epsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}}$$

$$\underline{\dot{X}} = -\frac{2}{3}C\lambda \frac{\partial F}{\partial \underline{X}} = \frac{2}{3}C\lambda \left( \frac{\partial f}{\partial \underline{\sigma}} - \gamma' n \underline{X} (\underline{X} : \underline{X})^{n-1} \right)$$

Les évolutions des différentes variables internes étant définies, le modèle ainsi décrit est simulé pour divers chargement en reprenant le schéma d'intégration de type "return mapping" décrit en figure 4.11. Les paramètres utilisés pour ces simulations sont fixés au tableau 4.6.

$\Sigma_{eq}$ (MPa)	C (MPa)	$\gamma'$	n	a	$\sigma_y$ (MPa)
200	$1 \times 10^7$	0	1	0,8	15

TABLE 4.6 – Paramètres utilisés pour tester la réponse du modèle "Hexagone inscrit"

Les chargements tests sont repris pour ce modèle avec un chargement de traction (figure 4.17) et un chargement de torsion (figure 4.18). Pour la traction, le modèle "Hexagone inscrit" n'affecte pas cet axe, ainsi la dissipation simulée n'est pas différente de celle simulée avec le modèle de von Mises ou du modèle "Hexagone circonscrit". La différence est effective pour le cas de la torsion. En effet, la définition du modèle modifie l'effet de l'écroutissage cinématique. Le paramètre  $h$  (module d'écroutissage instantané) est plus important.

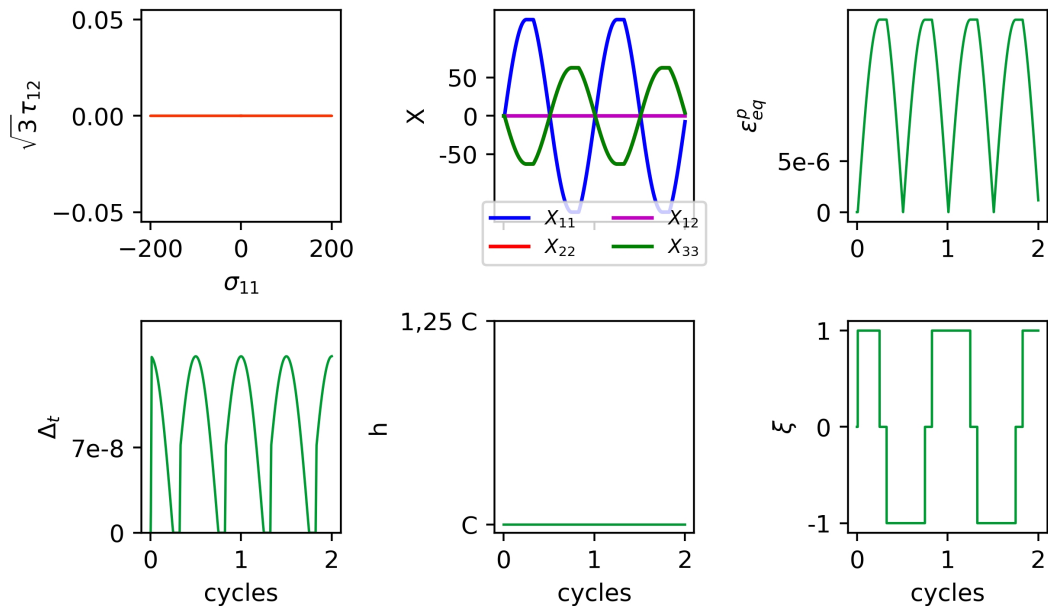


FIGURE 4.17 – Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction-compression

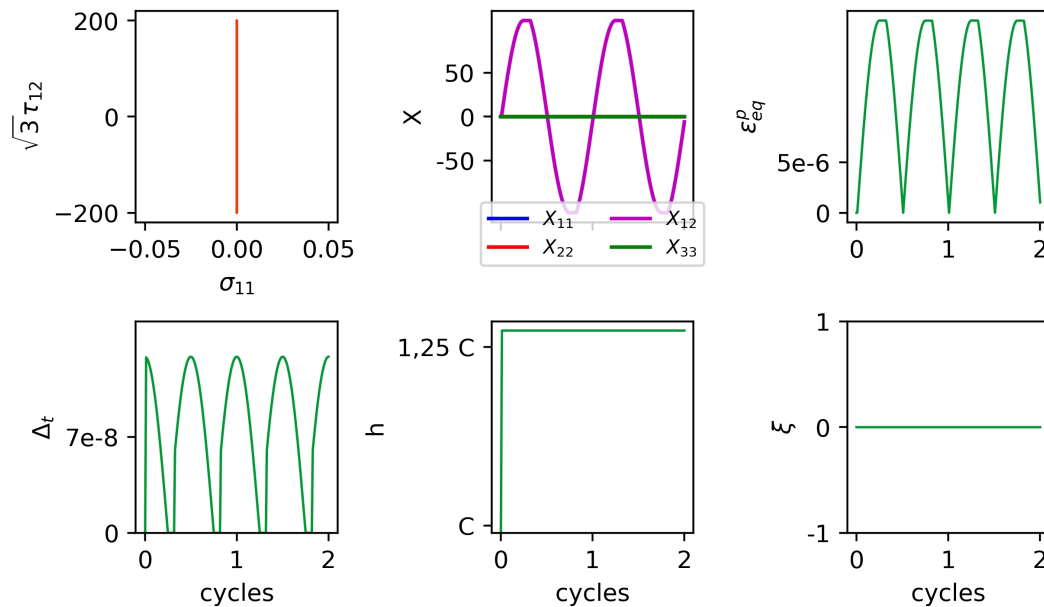
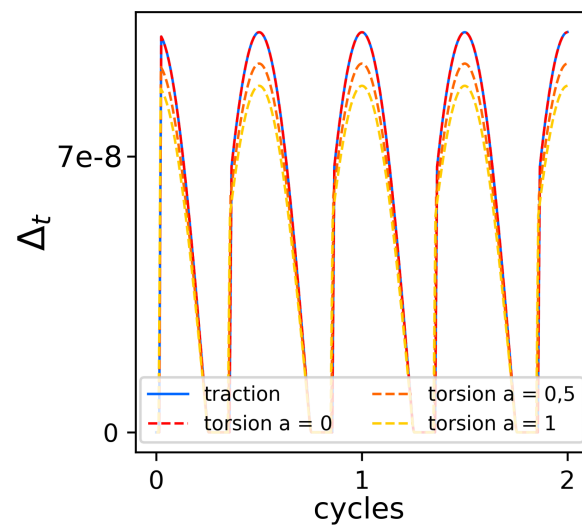


FIGURE 4.18 – Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en torsion

L'effet du paramètre  $a$  est observé sur la torsion de la même manière que pour le critère "Hexagone circonscrit". Cet effet est tracé en figure 4.19 avec la comparaison de la dissipation au cours du temps. Trois paramètres sont testés,  $a = 0$  correspondant au modèle de von Mises,  $a = 0,5$  correspondant à un modèle "von Mises - Tresca" et  $a = 1$  pour un modèle de "Tresca". Plus le paramètre  $a$  est important, plus une partie importante de l'énergie est portée par l'écroutissage (augmentation de l'écroutissage instantané  $h$ ) avec pour conséquence une diminution de la dissipation intrinsèque. Avec ce résultat, l'apport du modèle "Hexagone inscrit" permet de rendre compte de l'effet moins dissipatif de la torsion par rapport à la traction à isocontrainte équivalente de von Mises.


 FIGURE 4.19 – Effet du paramètre  $a$  sur la réponse du modèle "Hexagone inscrit" en torsion

Cette partie de modélisation permet de conclure qu'une contrainte équivalente dissipative est différente d'une contrainte équivalente. La première permet d'associer l'hétérogénéité du champ dissipatif au chargement alors que la seconde modélise le comportement élastoplastique. Les deux concepts de contraintes sont liés par l'application et permettent de quantifier le phénomène d'auto-échauffement du régime primaire. À première vue, il n'est pas évident de montrer que le modèle

"Hexagone circonscrit", identifié sur l'essai d'iso-auto-échauffement, ne permet pas la modélisation du comportement élastoplastique du matériau sous très faible amplitude de chargement multiaxial.

Pour le besoin de l'étude, la démarche de modélisation a été aussi conduite avec le modèle de Berg. Celle-ci est illustrée en annexe B. Ce modèle peut être utile pour des cas spécifiques où les matériaux étudiés présentent des défauts comme des porosités nécessitant l'utilisation de  $I_{1a}$ . Les applications concernées sont par exemple la fonderie ou la fabrication additive pour lesquelles l'utilisation du modèle de Berg est adaptée.

#### 4.4.4 Identification des paramètres du modèle "Hexagone inscrit" pour simuler le régime primaire des deux aciers

##### 4.4.4.1 Démarche d'identification

La réponse du modèle "Hexagone inscrit" pour les différentes configurations de chargements réalisées jusqu'ici est satisfaisante. Pour conclure sur l'étude du régime primaire dans le cadre de cette étude, il reste à décrire précisément les résultats expérimentaux. Pour cela, une identification des paramètres est menée par une comparaison essais-calculs. Une caractéristique importante des régimes primaires observés expérimentalement pour les aciers 16MND5 et 42CrMo4 est la puissance dissipative de 2 (pente de 2 dans le graphe bilogarithme des courbes d'auto-échauffement). Pour retrouver cette caractéristique, un nombre important de simulations est réalisé pour divers chargements afin de trouver les combinaisons de paramètre matériau  $[C, \gamma', n]$  qui permettent de donner une puissance dissipative de 2. Le paramètre  $a$  est fixé par matériau.

Pour chaque simulation du modèle "Hexagone inscrit" avec plusieurs configurations de chargements, cinq niveaux de chargement sont simulés puis la pente  $p$  dans une représentation bilogarithme du régime primaire est identifiée. Le résultat des diverses simulations est regroupé en fonction du module d'écrouissage cinématique  $C$  et des termes de rappel de non-linéarité de l'écrouissage cinématique  $n$  et  $\gamma'$ . Plusieurs chargements uniaxiaux de torsion sont simulés à partir du modèle et une carte de paramètres  $[C, \gamma', n]$  est établie en figure 4.20. Cette carte donne la puissance dissipative  $p$  en fonction de la combinaison  $[C, \gamma', n]$ . La ligne rouge correspond à une valeur de  $p = 2$ , soit la puissance de dissipation du régime primaire recherchée.

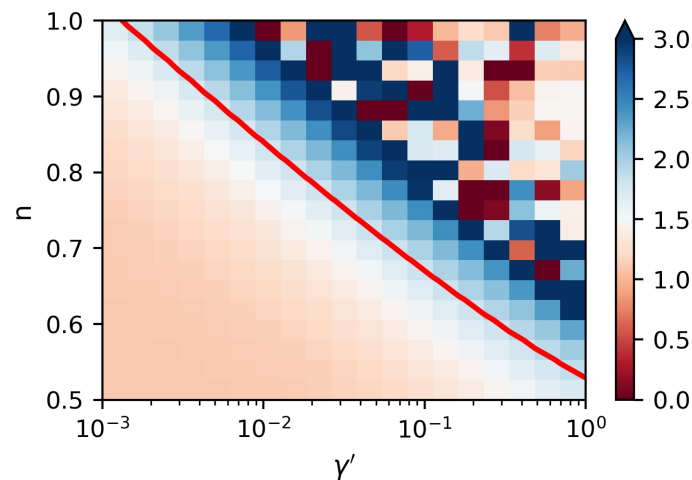


FIGURE 4.20 – Carte de paramètres  $n$  et  $\gamma'$  en fonction de la puissance dissipative  $p$  du régime primaire pour  $C = 1 \times 10^7$  MPa dans le cas d'un chargement uniaxial de torsion

Par la suite, ce procédé d'obtention des cartes de paramètres est réalisé pour différents chargements représentatifs de l'étude avec de la traction uniaxiale et un chargement proportionnel multiaxial de traction - torsion. Les couples de paramètres permettant la puissance dissipative de 2 du régime primaire sont mis en perspectives en figure 4.21 à un niveau unique de module d'écrouissage  $C$ .

Sur la figure 4.21, la réponse du modèle indique qu'il existe pour les chargements proportionnels des combinaisons uniques et communes permettant de simuler une réponse du matériau pour une puissance dissipative de 2.

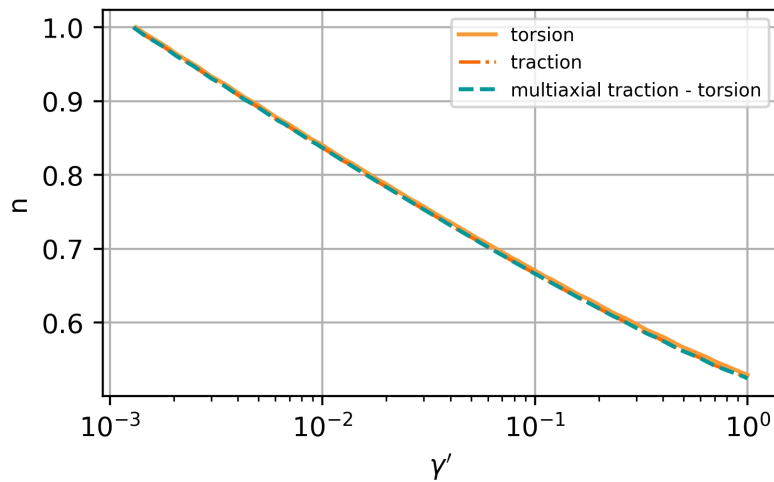


FIGURE 4.21 – Carte de paramètres  $n$  et  $\gamma'$  donnant  $p = 2$  pour différentes natures de chargement avec  $C = 1 \times 10^7$  MPa

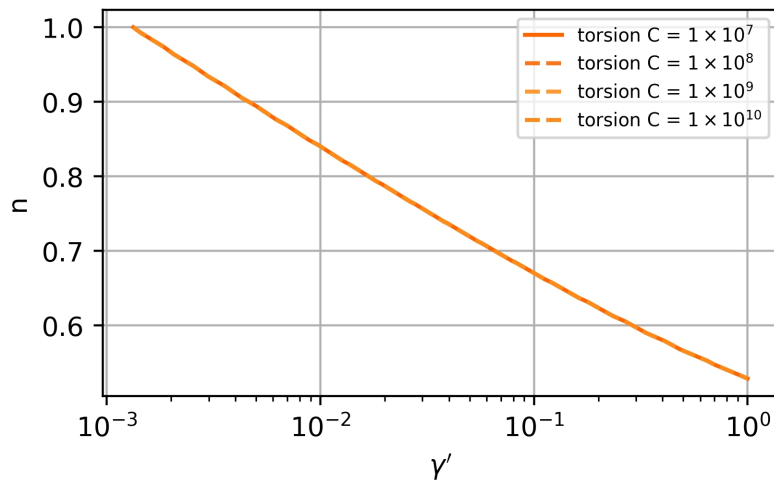
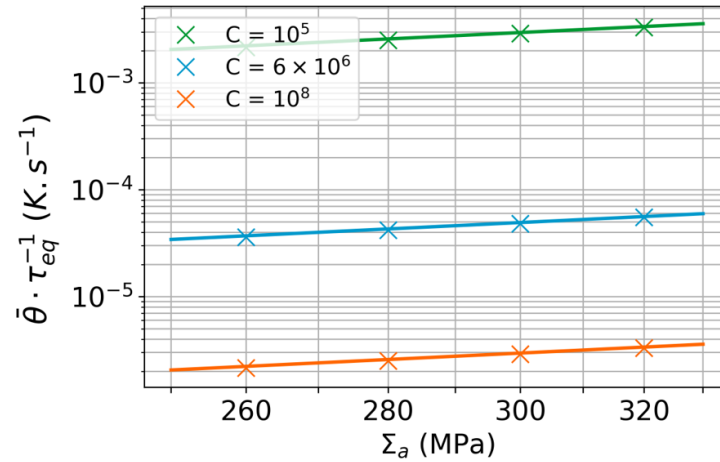


FIGURE 4.22 – Effet du module d'écroissage cinématique  $C$  sur les paramètres  $n$  et  $\gamma'$  permettant une puissance dissipative  $p = 2$

L'effet du module d'écroissage est ensuite observé en torsion en figure 4.22. Plusieurs niveaux de  $C$  sont retenus avec pour finalité que le module d'écroissage n'influe pas directement sur la variation de la puissance dissipative puisque les possibilités de paramètres  $n$  et  $\gamma'$  ne varient pas. Ce résultat est attendu, le module d'écroissage cinématique  $C$  est proportionnel au module d'écroissage instantané  $h$  (4.18). Néanmoins, le module d'écroissage cinématique  $C$  affecte directement le niveau d'énergie dissipée, car la dissipation intrinsèque est inversement proportionnelle (4.17) à  $h$  et donc  $C$ . En figure 4.23, pour un même chargement de torsion, l'énergie dissipée est tracée pour plusieurs valeurs de module  $C$  avec  $\gamma'$  et  $n$  constant.


 FIGURE 4.23 – Effet du module  $C$  sur la dissipation pour un même chargement de torsion

#### 4.4.4.2 Identification des paramètres matériaux du régime primaire de l'acier 16MND5

En appliquant le schéma de simulation de la dissipation pour l'acier 16MND5, un jeu de paramètres (tableau 4.7) est identifié sur une surface d'iso-auto-échauffement simulée. La comparaison essais - simulations est faite figure 4.24. Le paramètre  $a$  pour l'acier 16MND5 est fixé à  $a = 0,9$  (ordre de grandeur représentatif des surfaces d'iso-auto-échauffement 4.9a, 4.9b et 4.9c).

Les résultats de simulations sont pertinents lors de la comparaison avec le résultat expérimental. L'utilisation du modèle "Hexagone inscrit" pour simuler le comportement du matériau est satisfaisante avec un jeu de paramètre en adéquation (tableau 4.7).

$C$ (MPa)	$\gamma'$	$n$	$m$	$a$	$\Sigma_y$ (MPa)
400 000	0,4	0,57	24	0,9	15

TABLE 4.7 – Paramètres matériaux du 16MND5 identifiés par simulation

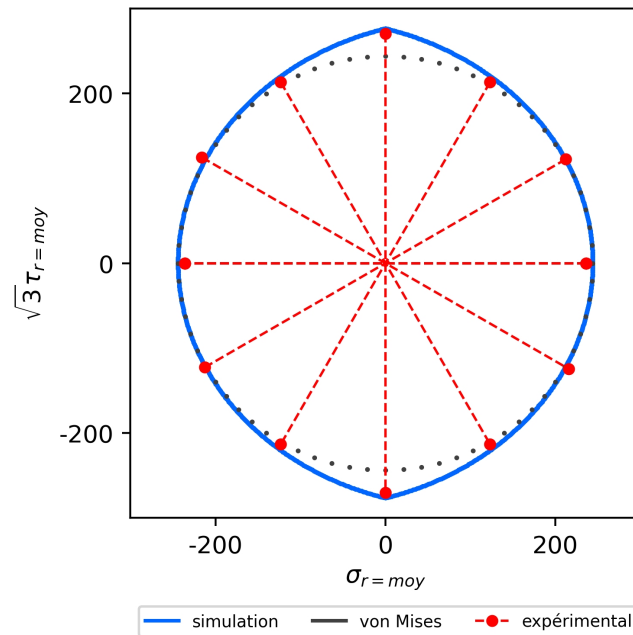


FIGURE 4.24 – Comparaison du régime primaire par simulation du modèle avec une surface d'iso-auto-échauffement pour l'acier 16MND5

#### 4.4.4.3 Identification des paramètres matériaux du régime primaire de l'acier 42CrMo4

Pour l'acier 42CrMo4, le paramètre  $a$  est pris à  $a = 0,85$  selon une valeur moyenne des surfaces d'iso-auto-échauffement identifiées avec la contrainte équivalente dissipative (figure 4.10). La réponse du matériau est simulée avec le modèle "hexagone inscrit" pour plusieurs chargements multiaxiaux de traction et torsion. Cette simulation permet de définir une surface d'iso-auto-échauffement simulée qui est comparée au résultat expérimental en figure 4.25. Lors de la comparaison, les paramètres matériaux de l'acier sont identifiés et regroupés au tableau 4.8.

La corrélation entre l'essai et la surface simulée est très bonne. Le seul écart d'importance est sur la direction de traction, néanmoins cet écart est acceptable. La mesure de la dissipation pour les faibles contraintes cycliques est sujette à une dispersion même si elle reste mesurée. La cohérence des autres points de mesures montre un résultat de simulation fiable. Ainsi, la simulation permet de confirmer la pertinence du modèle "Hexagone inscrit" pour représenter le comportement mécanique du matériau avec la définition d'une contrainte équivalente. Par ailleurs, ces simulations permettent de retrouver les formes des surfaces d'iso-auto-échauffement identifiées par la contrainte équivalente dissipative (modèle "Hexagone circonscrit").

$C$ (MPa)	$\gamma'$	$n$	$m$	$a$	$\Sigma_y$ (MPa)
630 000	0,5	0,57	22	0,85	15

TABLE 4.8 – Paramètres matériaux du 42CrMo4 identifiés par simulation

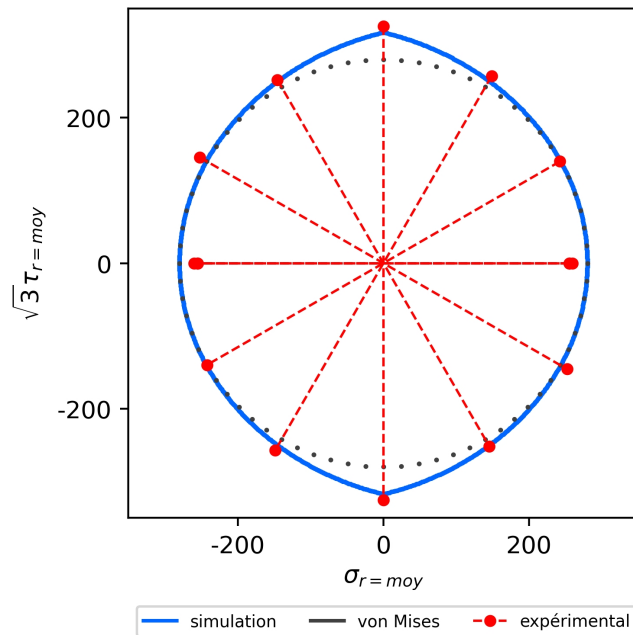


FIGURE 4.25 – Comparaison du régime primaire par simulation du modèle avec une surface d'iso-auto-échauffement pour l'acier 42CrMo4

## 4.5 Régime primaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel

### 4.5.1 Protocole et résultats d'essais

Les configurations de chargements avec des sollicitations en phase ne sont pas représentatives de cas généraux, les structures peuvent subir plus généralement des chargements avec des natures de sollicitations déphasées. Pour observer cet effet, les deux aciers de l'étude sont caractérisés pour des chargements non proportionnels par des mesures d'auto-échauffement. Dans ce chapitre, seule la réponse du régime primaire est étudiée. Le protocole d'auto-échauffement suit la même structure qu'au chapitre 3, le matériau subi une succession de bloc de chargements cycliques d'amplitude croissante avec suivie de la température. Le chargement imposé est composé de deux signaux sinusoïdaux de traction et de torsion avec un déphasage imposé  $\varphi$  entre les voies. La construction de la courbe d'auto-échauffement n'est pas modifiée.

Pour les deux aciers de l'étude, deux chargements multiaxiaux non proportionnels sont appliqués. Ces chargements ont un déphasage entre la voie de traction et la voie de torsion soit de  $\varphi = 45^\circ$  soit de  $\varphi = 90^\circ$ . Pour la comparaison entre ces chargements, un cas de chargement multiaxial proportionnel ( $\varphi = 0^\circ$ ) est positionné en référence. Ces chargements, au rayon moyen, ont une amplitude de contrainte équivalente entre la traction et la torsion à un rapport  $\sqrt{3}$ . Pour l'acier 16MND5, les courbes expérimentales d'auto-échauffement sont tracées figure 4.26a et les paramètres identifiés sont donnés dans le tableau 4.9. Pour l'acier 42CrMo4, les courbes sont tracées en figure 4.26b, les paramètres associés à ces courbes sont regroupés au tableau 4.9.

L'analyse des résultats expérimentaux des deux aciers montre que le régime primaire d'auto-échauffement est affecté par la non-proportionnalité du chargement. L'accumulation d'effet de microplasticité joue sur la dissipation. Le chargement le plus critique est le chargement déphasé à  $\varphi = 90^\circ$  qui à isocontrainte maximale de von Mises dissipe le plus. Par ailleurs, la lecture des courbes d'auto-échauffement n'est pas unifiée avec un écart important entre les intensités des régimes primaires des différentes courbes d'auto-échauffement (tableau 4.9). Pour pouvoir exploiter



les courbes d'auto-échauffement, deux objectifs doivent être remplis à partir des modèles identifiés dans ce chapitre. Le premier est de montrer que le modèle "Hexagone inscrit" permet de simuler les courbes d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel. Le second objectif est d'unifier, dans le régime primaire, les courbes d'auto-échauffement par l'utilisation de la contrainte équivalente dissipative ("Hexagone circonscrit").

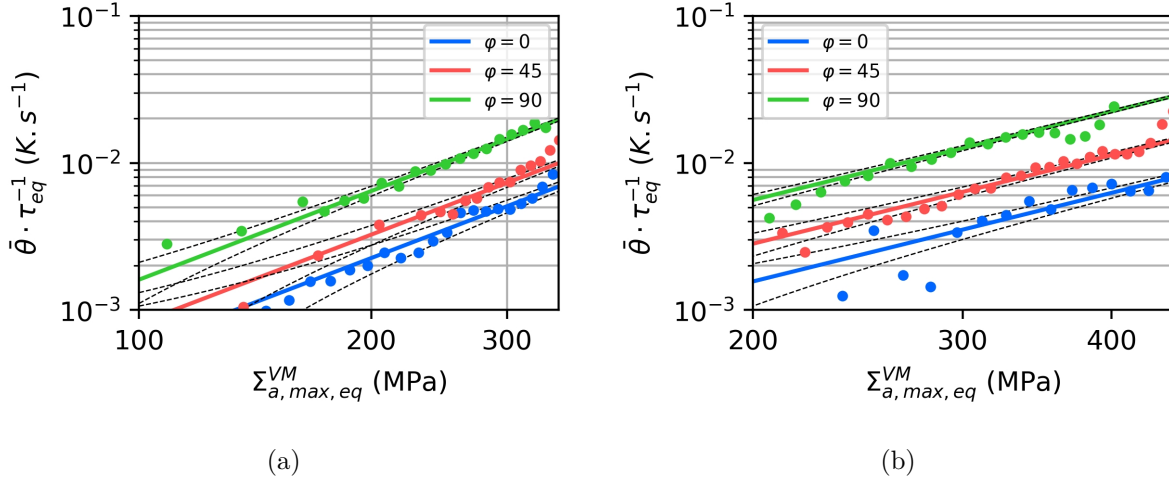


FIGURE 4.26 – Courbes d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux de traction - torsion (a) acier 16MND5, (b) acier 42CrMo4

Paramètres 16MND5			Paramètres 42CrMo4	
$\varphi$	$\alpha$	$\tau_{eq}$	$\alpha$	$\tau_{eq}$
0	0,007	30	0,007	30
45	0,010	32	0,012	30
90	0,021	31	0,025	38

TABLE 4.9 – Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement de la figure 4.26a pour le 16MND5 et de la figure 4.26b pour le 42CrMo4

#### 4.5.2 Simulation des chargements non proportionnels avec le modèle "Hexagone inscrit"

Une des questions est de savoir si le modèle "Hexagone circonscrit" proposé est capable de représenter la dissipation du régime primaire des chargements non proportionnels ou si le caractère non proportionnel du chargement induit l'activation d'un mécanisme dissipatif supplémentaire. Pour éprouver le modèle, trois chargements multiaxiaux sont simulés : un chargement proportionnel de traction - torsion ( $\varphi = 0^\circ$ ) et deux chargements non proportionnels de traction - torsion ( $\varphi = 45^\circ$  et  $\varphi = 90^\circ$ ). Les paramètres utilisés pour les simulations sont résumés au tableau 4.10.

$\Sigma_{eq}$ (MPa)	C (MPa)	$\gamma'$	n	a	$\sigma_y$ (MPa)
200	$1 \times 10^7$	0	1	0,8	15

TABLE 4.10 – Paramètres utilisés pour tester la réponse du modèle "Hexagone inscrit"

Le modèle "Hexagone inscrit" permet de simuler aussi bien les chargements multiaxiaux proportionnels (figure 4.29) et non proportionnels (figures 4.27 et 4.28). Pour les trois chargements, les

conditions sur l'écroûissage cinématique sont respectées, le tenseur associé  $\underline{X}$  reste toujours dans l'espace déviatorique. De plus, l'observation des évolutions des différentes variables montre, dans les deux cas, une différence de comportement traction - torsion à mesure que l'espace des contraintes est balayé lors du chargement.

La dissipation sur un cycle des trois chargements est comparée au tableau 4.11. Le caractère plus dissipatif dans le cas du chargement déphasé de  $90^\circ$  est bien observé. Le modèle donne bien un accroissement de la dissipation à isocontrainte avec le déphasage, il permet donc de représenter l'étalement de dissipation observé sur les résultats expérimentaux.

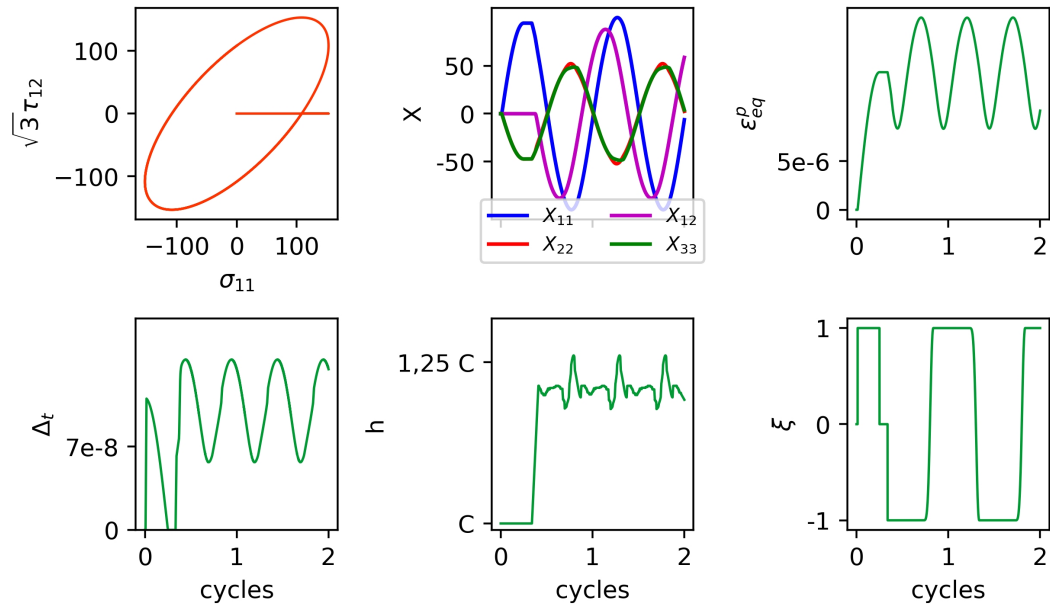


FIGURE 4.27 – Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction - torsion avec déphasage de  $45^\circ$  entre les voies

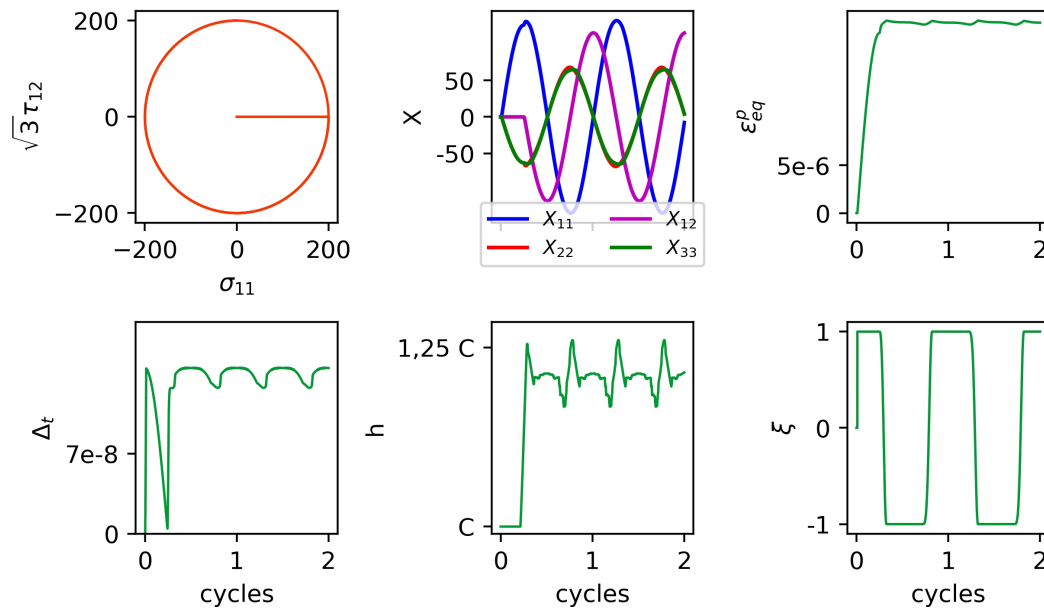


FIGURE 4.28 – Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction - torsion avec déphasage de  $90^\circ$  entre les voies

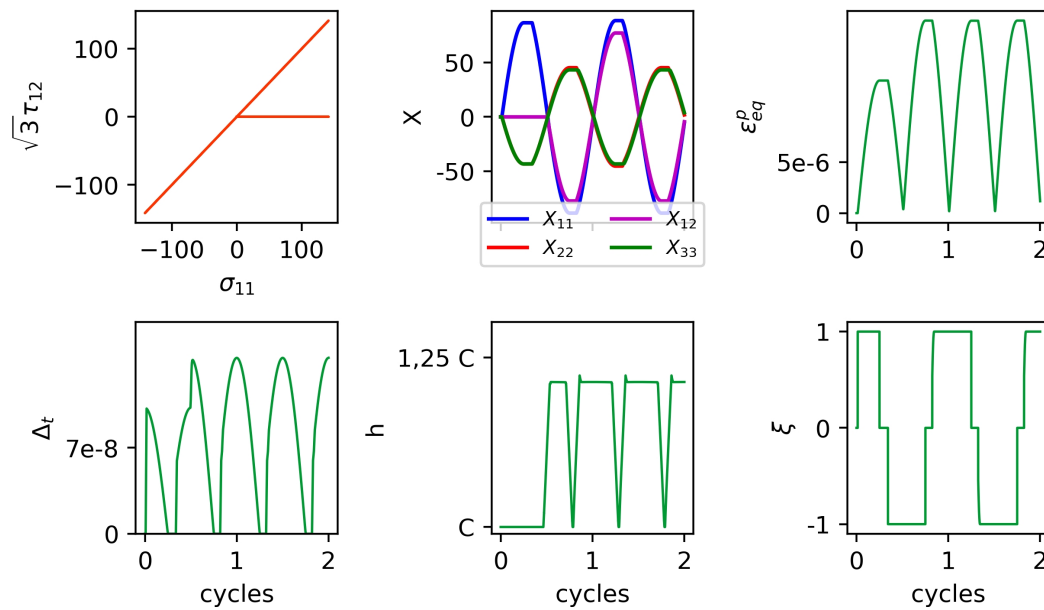


FIGURE 4.29 – Réponse du modèle "Hexagone inscrit" en traction - torsion proportionnelle

traction - torsion déphasage	P	NP	NP
	0°	45°	90°
$\bar{\Delta}_{t,cycle}$ ( $J \cdot mm^{-3}$ )	$8,58 \times 10^{-9}$	$10,31 \times 10^{-9}$	$14,00 \times 10^{-9}$

TABLE 4.11 – Densité d'énergie dissipée sur un cycle pour trois trajets de chargements multiaxiaux avec le modèle "Hexagone inscrit", P : proportionnel, NP : non proportionnel

### 4.5.3 Vérification des paramètres matériaux pour les chargements non proportionnels

L'aptitude du modèle "Hexagone inscrit" à représenter le comportement du matériau sous chargement multiaxial est vérifiée, l'étape suivante est de montrer que les paramètres matériaux identifiés pour les chargements proportionnels permettent de retrouver les résultats expérimentaux sous chargements non proportionnels. Enfin, on utilise le modèle "Hexagone circonscrit" pour unifier totalement la lecture du régime primaire des essais d'auto-échauffement sous chargements non proportionnels.

#### 4.5.3.1 Unification du régime primaire pour l'acier 16MND5

Les paramètres matériaux de l'acier 16MND5 identifié sur les chargements proportionnels (tableau 4.7) sont réutilisés pour simuler la réponse du matériau sous chargements non proportionnels. On vérifie en figure 4.30 que pour les chargements de traction-torsion à  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45$  et  $\varphi = 90$ , la simulation avec ce jeu de paramètres permet de retrouver correctement le régime primaire.

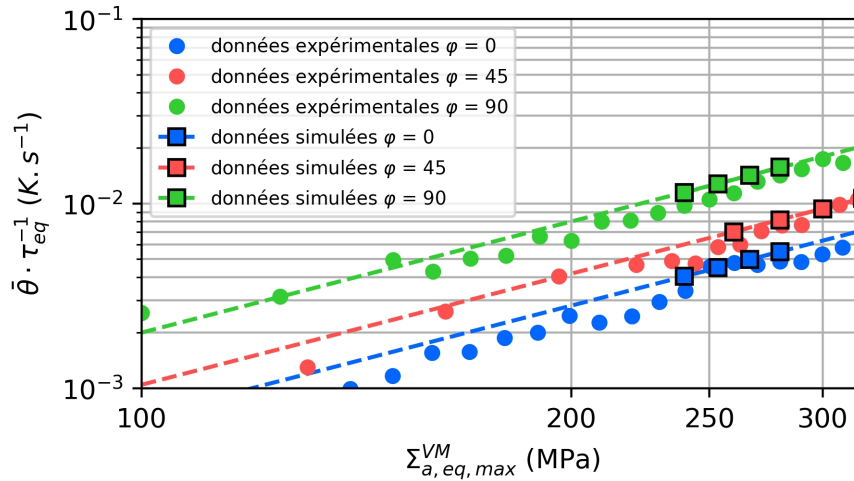


FIGURE 4.30 – Comparaison du régime primaire par simulation du modèle "Hexagone inscrit" avec les essais d'auto-échauffement pour l'acier 16MND5 en traction-torsion non proportionnel  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45$  et  $\varphi = 90$

La dernière étape est de montrer grâce à l'utilisation de la contrainte équivalente de dissipation qu'il est possible d'unifier la lecture des régimes primaires des différentes courbes et ainsi maîtriser complètement l'interprétation des résultats expérimentaux. Cependant, il est nécessaire de prendre en compte l'hétérogénéité du champ de contrainte liée à la non-proportionnalité. Pour pouvoir la prendre en compte, un facteur de non-proportionnalité  $G_{RP}^{NP}$  est défini comme le rapport entre la dissipation sur un cycle d'un chargement non proportionnel  $\bar{\Delta}_{t,cycle}^{NP}$  et la dissipation du chargement proportionnel équivalent  $\bar{\Delta}_{t,cycle}^P$  tel que

$$G_{RP}^{NP} = \frac{\bar{\Delta}_{t,cycle}^{NP}}{\bar{\Delta}_{t,cycle}^P}. \quad (4.31)$$

Ainsi, la dissipation est simulée au moyen du modèle "Hexagone inscrit" et des paramètres matériaux identifiés (tableau 4.7). Les coefficients  $G_{RP}^{NP}$  ainsi calculés par simulation sont regroupés au tableau 4.12.

traction - torsion déphasage	P 0°	NP 45°	NP 90°
$\bar{\Delta}_{t,cycle}$ ( $J \cdot mm^{-3}$ )	$8,31 \times 10^{-7}$	$13,46 \times 10^{-7}$	$26,34 \times 10^{-7}$
$G_{RP}^{NP}$	1,00	1,63	3,17

TABLE 4.12 – Densité d'énergie dissipée sur un cycle pour trois trajets de chargements multiaxiaux avec le modèle "Hexagone inscrit" et les facteurs de non-proportionnalité  $G_{RP}^{NP}$  associés, P : proportionnel, NP : non-proportionnel, acier 16MND5

La contrainte équivalente dissipative est définie à partir de celle utilisée pour les chargements multiaxiaux proportionnels. Pour rappel, elle est définie avec le modèle "Hexagone circonscrit" comme

$$\Sigma_{a,eq,diss,P}^{HC} = J_{2a} \left( \underline{\Sigma}_a \right) \cos \left( \frac{1 - a \left( 1 - \left| \xi \left( \underline{\Sigma}_a \right) \right| \right)}{3} \right) \quad (4.32)$$

Pour l'adapter au cas non proportionnel, la contrainte équivalente dissipative générale, à l'état de contrainte maximale, donne

$$\Sigma_{a,eq,diss,max}^{HC} = \left( G_{RP}^{NP} \right)^{\frac{1}{2}} \Sigma_{a,eq,diss,max,P}^{HC}, \quad (4.33)$$

où le facteur de non-proportionnalité  $G_{RP}^{NP}$  est calculé après simulation avec (4.31). L'équation décrivant le régime primaire sur les courbes d'auto-échauffement se récrit

$$\bar{\theta}_{primaire} = \alpha \left( \frac{\Sigma_{a,eq,diss,max}^{HC}}{\max \left( \Sigma_{a,eq,diss,max}^{HC} \right)} \right)^2 \quad (4.34)$$

Le principe de contrainte équivalente dissipative est appliqué figure 4.31 aux résultats expérimentaux de la figure 4.26a. La démarche permet d'unifier la lecture du régime primaire validant l'approche descriptive avec le modèle "Hexagone circonscrit" et la démarche de modélisation du comportement avec le modèle "Hexagone inscrit". De ce fait, l'acier 16MND5 ne présente pas de mécanismes particuliers dus au caractère non proportionnel du chargement.

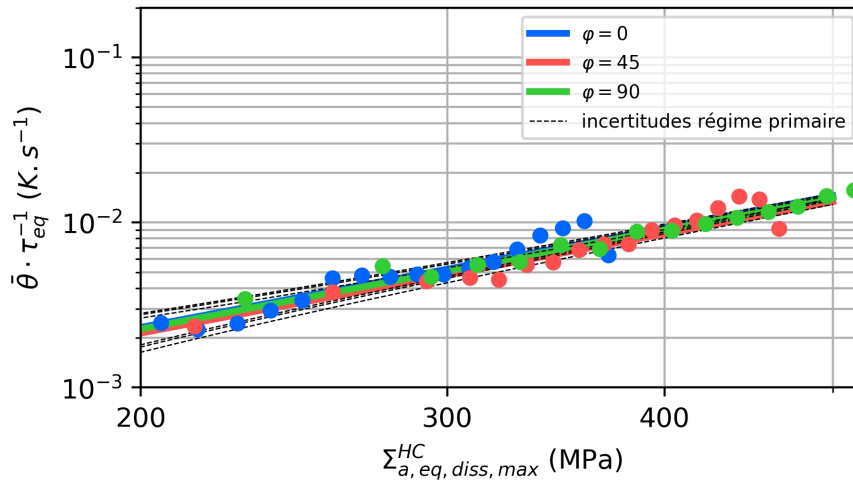


FIGURE 4.31 – Unification des régimes primaires des courbes d'auto-échauffement de l'acier 16MND5 sous chargement multiaxial non proportionnel

#### 4.5.3.2 Unification du régime primaire pour l'acier 42CrMo4

De la même manière que pour l'acier 16MND5, la compatibilité des paramètres matériaux de l'acier 42CrMo4 (tableau 4.8) est vérifiée sur les résultats expérimentaux obtenus pour les chargements multiaxiaux non proportionnels ( $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45$  et  $\varphi = 90$  entre la traction et la torsion) en figure 4.32.

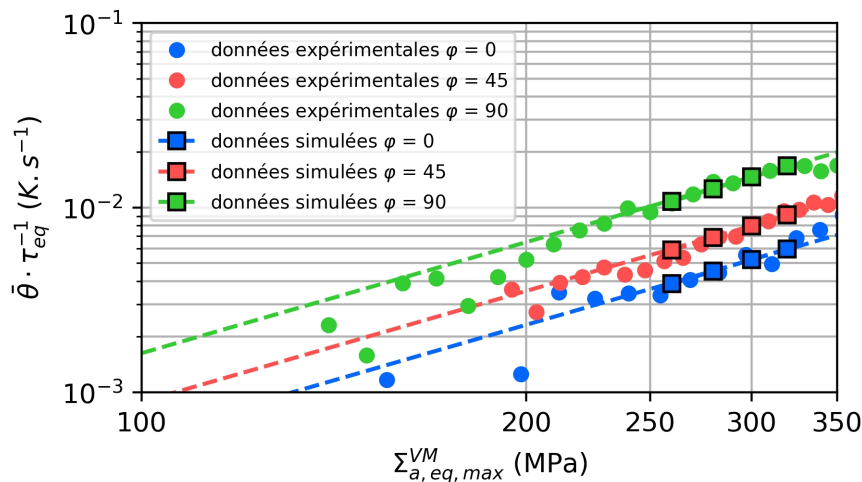


FIGURE 4.32 – Comparaison du régime primaire par simulation du modèle "Hexagone inscrit" avec les essais d'auto-échauffement pour l'acier 42CrMo4 en traction - torsion non proportionnel  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45$  et  $\varphi = 90$

Enfin, on vérifie aussi pour l'acier 42CrMo4, la pertinence des modèles utilisés dans ce chapitre en appliquant la démarche de la lecture des courbes d'auto-échauffement sous chargement non proportionnel de la figure 4.26b avec le principe de la contrainte équivalente dissipative (4.33). L'application est donnée en figure 4.33 avec l'équation du régime primaire donné par (4.34).

Il est à noter dans le cas de l'acier 42CrMo4 que les paramètres matériaux ne sont pas identiques à ceux de l'acier 16MND5, ainsi il est nécessaire de recalculer les facteurs de non-proportionnalité  $G_{RP}^{NP}$  pour les trois chargements. Ces derniers sont obtenus par simulation et regroupés au tableau 4.13.

traction - torsion déphasage	P 0°	NP 45°	NP 90°
$\bar{\Delta}_{t,cycle}$ ( $J \cdot mm^{-3}$ )	$6,25 \times 10^{-7}$	$10,29 \times 10^{-7}$	$20,38 \times 10^{-7}$
$G_{RP}^{NP}$	1,00	1,66	3,29

TABLE 4.13 – Densité d'énergie dissipée sur un cycle pour trois trajets de chargements multiaxiaux avec le modèle "Hexagone inscrit" et les facteurs de non-proportionnalité  $G_{RP}^{NP}$  associés, P : proportionnel, NP : non-proportionnel, acier 42CrMo4

Comme précédemment, l'unification de la lecture des courbes d'auto-échauffement permet de justifier la démarche du chapitre en montrant la pertinence des deux modèles.

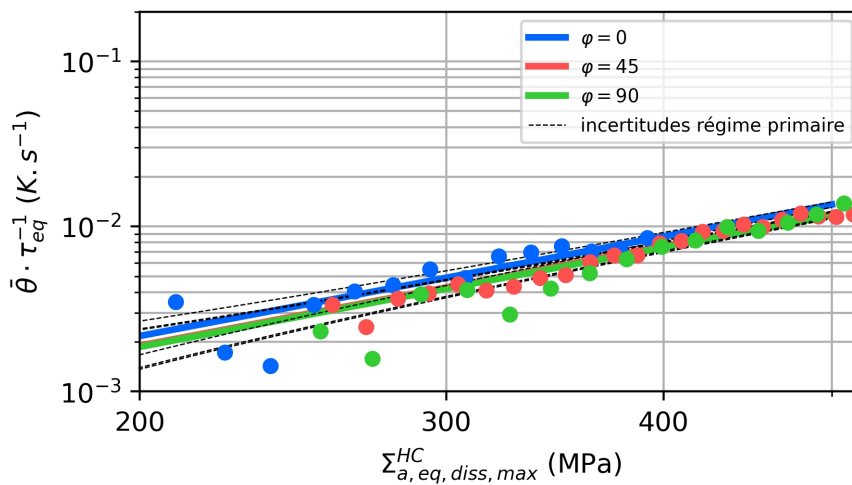


FIGURE 4.33 – Unification des régimes primaires des courbes d'auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 sous chargement multiaxial non proportionnel

## 4.6 Conclusion de l'étude du régime primaire sous chargement multiaxial

L'étude réalisée dans ce chapitre répond à un objectif principal de la thèse sur la modélisation du régime primaire sous chargement multiaxial. Cette thématique n'avait jusqu'ici pas été abordée dans les travaux sur la méthode du modèle probabiliste à deux échelles. Ainsi pour développer la méthode, un essai multiaxial spécifique a été mis en place et maîtrisé afin de pouvoir comparer dans l'espace des contraintes le comportement d'un matériau en fonction de la dissipation : l'essai d'iso-auto-échauffement. Les premières observations de surfaces d'iso-auto-échauffement ont montré qu'une description avec le modèle de von Mises n'est pas satisfaisante. En effet, pour des chargements de très faibles amplitudes, les aciers de l'étude ont un comportement dissipatif bien plus important en contrainte normale qu'en cisaillement dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . La forme des surfaces d'iso-auto-échauffement est liée au niveau de chargement de l'étude du régime primaire. De plus, l'effet de la contrainte moyenne influence peu la forme et la taille des surfaces d'iso-auto-échauffement. De ce constat, un modèle élastoplastique en  $J_2 - J_3$  est introduit pour répondre à un premier besoin qui est de pouvoir unifier la lecture des régimes primaires d'auto-échauffement des résultats de traction et de torsion. Cette unification de la lecture est utile pour dissocier le régime secondaire et le régime primaire dans une lecture globale de la dissipation sous

chargement multiaxial. Le modèle  $J_2 - J_3$  est un modèle inspiré des surfaces seuils de plasticité. Par construction, dans l'espace déviatorique formé par les contraintes principales, ce modèle forme un "Hexagone circonscrit" au modèle de von Mises. Il est défini par deux invariants et deux paramètres. L'utilisation du modèle permet la définition d'une contrainte équivalente dissipative (description du résultat d'auto-échauffement) adaptée au régime primaire. Cependant, la modélisation élastoplastique du comportement du matériau montre que le modèle "Hexagone circonscrit" ne permet pas de retrouver le résultat expérimental. Ainsi, un second modèle est introduit : le modèle "Hexagone inscrit" au modèle de von Mises. Dans sa construction, ce modèle est un mixte entre les modèles de von Mises et Tresca. L'utilisation du modèle permet de simuler le comportement des deux aciers et de retrouver les résultats expérimentaux. Le modèle "Hexagone inscrit" définit une contrainte équivalente pour le régime primaire. Enfin, l'utilisation des deux modèles a permis d'unifier la lecture des courbes d'auto-échauffement sous chargements proportionnels et non proportionnels.

Le premier intérêt de ce travail est d'améliorer la lecture du régime primaire pour améliorer la compréhension du régime secondaire indispensable pour remonter aux propriétés matériaux associées à la fatigue à grand nombre de cycles. Pour atteindre cet objectif, l'étude permet une meilleure quantification de la contribution du régime primaire à l'auto-échauffement global du matériau sous chargement multiaxial et ainsi le modèle permet de distinguer plus précisément le régime secondaire du régime primaire. Un deuxième intérêt important est d'avoir pu montrer les possibilités de l'essai d'iso-auto-échauffement et sa pertinence pour identifier des modèles. L'avantage de la mesure thermique est de pouvoir capter un comportement moyen du matériau, au contraire d'essais plus conventionnels de fatigue, et ainsi de pouvoir proposer un essai complet permettant d'avoir le comportement du matériau dans un espace défini des contraintes. Enfin une utilisation possible de la démarche présentée dans ce chapitre est l'étude en fatigue sous chargement de très faible amplitude avec le lien entre faible dissipation et comportement élastoplastique du matériau.

La suite naturelle du chapitre est de poursuivre l'étude des deux aciers dans le régime secondaire sous chargement multiaxial. Avec l'augmentation de la contrainte cyclique, des mécanismes se mettent en place induisant l'apparition de sites plastiques au sein de la matière. La modification du comportement du matériau sous plus hautes amplitudes est étudiée avec le prolongement des essais d'iso-auto-échauffement pour l'étude du régime secondaire sous chargement multiaxial.





## Chapitre 5

# Étude et modélisation du régime secondaire d'auto-échauffement sous chargement cyclique multiaxial

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction à l'étude du régime secondaire d'auto-échauffement . . .</b>	<b>150</b>
<b>5.2</b>	<b>Protocole d'essai pour l'étude des mesures d'auto-échauffement sous chargement multiaxial . . . . .</b>	<b>151</b>
5.2.1	Protocole des essais d'iso-auto-échauffement adapté à l'étude du régime secondaire . . . . .	151
5.2.2	Surfaces d'iso-auto-échauffement du régime secondaire d'auto-échauffement : résultats des essais . . . . .	153
5.2.3	Protocole d'essai pour l'étude des courbes d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel . . . . .	159
<b>5.3</b>	<b>Modélisation du régime secondaire d'auto-échauffement . . . . .</b>	<b>161</b>
5.3.1	Prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes dans l'outil probabiliste . . . . .	161
5.3.2	Identification d'un modèle avec les surfaces d'iso-auto-échauffement . . . . .	166
5.3.3	Unification des courbes d'auto-échauffement sous chargement non proportionnel . . . . .	171
5.3.4	Identification de l'effet de la contrainte moyenne . . . . .	172
<b>5.4</b>	<b>Extension du modèle . . . . .</b>	<b>174</b>
5.4.1	Décrire plus précisément les surfaces d'iso-auto-échauffement . . . . .	174
5.4.2	Proposition d'une contrainte équivalente couplée . . . . .	182
<b>5.5</b>	<b>Conclusion de l'étude du régime secondaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial . . . . .</b>	<b>183</b>

---

## 5.1 Introduction à l'étude du régime secondaire d'auto-échauffement

L'étude du phénomène d'auto-échauffement est poursuivie avec l'analyse du régime secondaire pour accéder aux propriétés en fatigue sous chargements multiaxiaux. Dans ce chapitre, les six objectifs de l'étude sont :

- Mise en place du protocole expérimental d'obtention des surfaces d'iso-auto-échauffement pour l'étude du régime secondaire. L'obtention des surfaces est réalisée sous sollicitation de traction-torsion avec ou sans contrainte moyenne. Le protocole est appliqué aux deux aciers étudiés ;
- Étude expérimentale de l'auto-échauffement pour des chargements multiaxiaux non proportionnels ;
- Définition et introduction du concept de contrainte équivalente dissipative au cas des chargements multiaxiaux avec ou sans contrainte moyenne. La contrainte équivalente dissipative doit permettre de prendre en compte l'hétérogénéité du champ de contrainte modifiant le champ dissipatif pour interpréter les mesures d'auto-échauffement ;
- Extension du concept de contrainte équivalente dissipative aux cas des chargements non proportionnels ;
- Utilisation des surfaces d'iso-auto-échauffement pour l'identification d'une contrainte équivalente du comportement élastoplastique des sites plastiques associés à l'approche probabiliste à deux échelles utilisée pour modéliser le comportement thermomécanique des matériaux étudiés ;
- Proposition d'un critère de fatigue basé sur les invariants en lien avec la contrainte équivalente et le résultat expérimental.

L'étude du régime secondaire d'auto-échauffement avec le modèle probabiliste à deux échelles repose sur deux principes : des hypothèses de modélisation du comportement matériau et des hypothèses de prévision des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. L'étude sous chargements multiaxiaux nécessite de justifier les modèles de contraintes équivalentes de comportement et de dissipation.

Concernant la modélisation du comportement thermomécanique des matériaux, les essais d'iso-auto-échauffement sont utilisés pour montrer la pertinence d'une contrainte équivalente représentative du comportement élastoplastique des sites plastiques sous chargements multiaxiaux. Cette contrainte est également utilisée pour l'activation des sites plastiques (Processus Ponctuel de Poisson). Cependant, des précautions sur la mesure du champ dissipatif doivent être prises. Il s'agit d'introduire des modèles de contraintes équivalentes dissipatives permettant de relier les spécificités du chargement (multiaxialité et contraintes moyennes) et de l'éprouvette (section tubulaire) à la mesure d'auto-échauffement.

L'utilisation des essais d'iso-auto-échauffement, comme justification du comportement du matériau dans le cadre du modèle probabiliste, a été effectuée principalement dans deux thèses [Doudard, 2004, Poncelet et al., 2010]. Dans ces travaux, les comportements d'aciers sous chargements de traction-torsion ou de traction biaxiale sont établis par cet essai. Dans ce chapitre, l'essai est amélioré pour prendre en compte l'hétérogénéité du champ dissipatif grâce aux contraintes équivalentes dissipatives. De plus, l'essai est réalisé pour la première fois sous contraintes moyennes.

La caractérisation en fatigue sous chargement multiaxial avec contraintes moyennes est également obtenue grâce aux surfaces d'iso-auto-échauffement. Un des intérêts de l'essai est le traitement simultané d'un grand nombre de courbes d'auto-échauffement. Ce traitement établit un lien entre

la tenue en fatigue des différentes directions de chargement. De ce fait, avec quelques surfaces d'iso-auto-échauffement, la réponse du matériau est rapidement déterminée avec comme finalité l'identification d'un critère de fatigue. Dans cette partie, les essais permettent d'obtenir l'influence de la contrainte moyenne de traction et de la contrainte moyenne de torsion.

La prise en compte de la contrainte moyenne de torsion dans les critères de fatigue est débattue au sein de la communauté de la fatigue. Néanmoins, contrairement au postulat initial de Sines [Sines, 1955] plusieurs études montrent, pour des matériaux ductiles tels que les aciers de l'étude, que la prise en compte de la contrainte moyenne de torsion améliore les capacités de prévisions des critères de fatigue [Papuga, 2011]. Des résultats de fatigue [Papuga and Halama, 2019] corroborent pour divers matériaux ductiles (acier 34CrMo4 [Baier, 1970], aluminium 76S-T61 [Findley, 1953]) une influence de la torsion moyenne dans le domaine élastique de la fatigue à grand nombre de cycles. Dans le cadre des études des propriétés en fatigue à partir de mesures d'auto-échauffements via un modèle probabiliste à deux échelles, l'effet de la contrainte moyenne a uniquement été étudié pour des chargements uniaxiaux. La prise en compte de l'effet de la contrainte moyenne de traction a été réalisée et montre de bons accords avec les essais classiques de fatigue [Munier, 2012] alors que la contrainte moyenne de torsion n'a été observée qu'au chapitre 3. Dans le chapitre de ce manuscrit, l'influence de la contrainte moyenne est pour la première fois étudiée sous des conditions de chargements multiaxiaux.

Afin de répondre aux problématiques soulevées, la première partie du chapitre est basée sur la poursuite de l'essai d'iso-auto-échauffement pour l'étude du régime secondaire. Des essais sous chargements non proportionnels sont également présentés pour servir de base de validation pour le cas général. La deuxième partie est une étape de modélisation. Dans un premier temps, une proposition de contrainte équivalente de dissipation est présentée pour permettre de décrire la forme des surfaces d'iso-auto-échauffement. Puis dans un second temps, l'effet de la contrainte moyenne est ajouté au modèle pour décrire complètement les résultats expérimentaux. Finalement, un lien est établi entre ce modèle et les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. Ce lien permet la définition et la justification d'un critère de fatigue multiéchelle.

## 5.2 Protocole d'essai pour l'étude des mesures d'auto-échauffement sous chargement multiaxial

Dans cette partie, l'essai de surface d'iso-auto-échauffement est adapté à l'étude du régime secondaire sous chargement multiaxial avec ou sans contrainte moyenne. L'application d'un protocole permet de fournir une base d'essais pour les deux aciers sur laquelle des modèles de contrainte équivalente sont étudiés. Puis, la base d'essais est complétée par des essais sous chargements non proportionnels afin de valider le cas général.

### 5.2.1 Protocole des essais d'iso-auto-échauffement adapté à l'étude du régime secondaire

Le protocole d'essai présenté au chapitre 4 est poursuivi pour être adapté à l'étude du régime secondaire, à savoir le régime dissipatif associé aux mécanismes à l'origine de l'endommagement de la fatigue à grand nombre de cycles pour les matériaux de l'étude. L'éprouvette tubulaire (annexe C.7) utilisée pour identifier le régime primaire et réutilisée pour conduire une nouvelle série d'essais. Pour cela, des blocs de chargements sont appliqués successivement sur l'éprouvette suivant le protocole d'auto-échauffement. Cette série de blocs est ensuite répétée pour les sept directions de chargement définies lors de l'étude du régime primaire. À l'issue de cette étape, des courbes d'auto-échauffement sont obtenues pour chaque direction. Puis, le régime secondaire de chaque courbe est identifié (le régime primaire étant au préalable retiré). Une température cible  $\theta_{off}$  est ensuite choisie. Sur chaque trajet de chargement, elle permet d'identifier une contrainte équivalente dissipative (contrainte équivalente de von Mises  $\Sigma_{eq,off}^{VM}$ ) correspondant à l'élévation de température

$\bar{\theta}_{off}$ . Ces contraintes sont ensuite reportées dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . Finalement, un modèle est identifié dans cet espace en accord avec le résultat expérimental. Le protocole est résumé en figure 5.1.

Il est à noter que l'obtention du résultat dépend de trois paramètres d'essai :

- $\bar{\theta}_{off}$  le niveau d'énergie dissipée étudié pour être dans le régime secondaire
- le nombre de directions de chargement ( $\phi$ , figure 5.2) appliquées à l'éprouvette
- le nombre de paliers de chargement par direction de chargement

Le choix de  $\bar{\theta}_{off}$  doit être fait par l'expérimentateur pour s'assurer que la majeure partie de l'énergie dissipée soit issue du régime secondaire. De plus,  $\bar{\theta}_{off}$  ne doit pas être trop haut pour prévenir l'apparition d'un effet d'histoire. La connaissance précise du régime primaire permet ensuite d'être peu dépendant d'une valeur de  $\bar{\theta}_{off}$  précise. L'effet du nombre de paliers de chargement et de direction est abordé pour l'acier 42CrMo4 en partie 5.2.2.3.

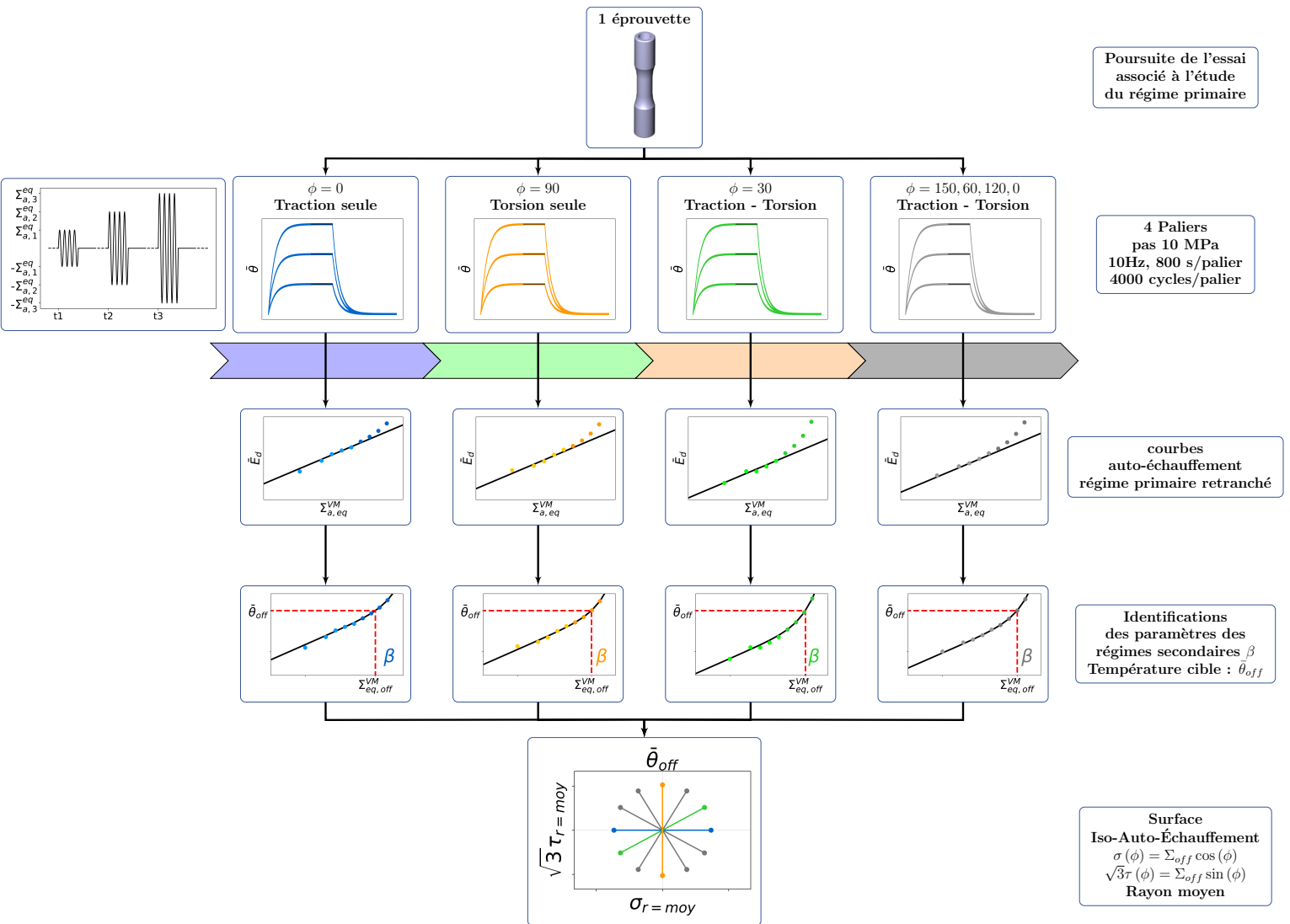


FIGURE 5.1 – Protocole d'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement pour le régime primaire

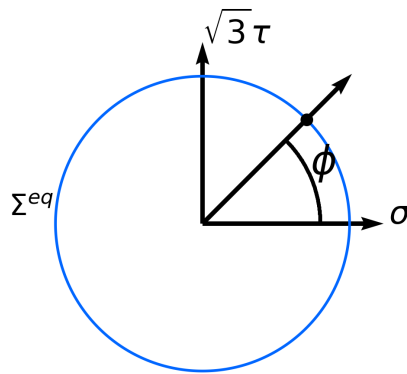


FIGURE 5.2 – Illustration de la définition des chargements traction-torsion en fonction de la direction de chargement  $\phi$

## 5.2.2 Surfaces d'iso-auto-échauffement du régime secondaire d'auto-échauffement : résultats des essais

### 5.2.2.1 Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

Pour l'acier 16MND5, sept surfaces d'iso-auto-échauffement réalisées pour différentes contraintes moyennes sont obtenues pour le régime secondaire (dissipation du régime primaire retranchée) en figure 5.3 et en figure 5.4. La température cible  $\bar{\theta}_{off}$  est prise à 0,82 K, les essais uniaxiaux sur l'acier 16MND5 confirment que le régime secondaire est établi à cette élévation de température.

Pour évaluer le comportement du matériau, une première identification du modèle de von Mises  $\Sigma_{eq}^{VM}$  est faite. Les écarts associés sont donnés au tableau 5.1. La première observation de ces résultats montre que le modèle de von Mises est, au premier ordre, adapté à décrire la forme des surfaces. Cependant, la géométrie des éprouvettes tubulaires employées pour ces essais induit un champ de contraintes hétérogène en cisaillement. Ainsi avant de pouvoir exploiter ces résultats d'essais, il est nécessaire de définir une contrainte équivalente de dissipation permettant de traiter les mesures d'auto-échauffement pour des cas de champ hétérogène de contraintes (partie 5.3.1).

Sur l'obtention des surfaces d'iso-auto-échauffement, la répétabilité des mesures est très bonne lorsqu'on compare les tailles et les formes des surfaces à même contrainte moyenne. Cette reproductibilité des essais valide la possibilité d'utiliser ces résultats comme base d'identification.

Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq,a}^{VM}$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.3a	0	0	352	0,0	-4,6
5.3b	145	0	306	0,0	5,1
5.3c	0	145	332	0,0	-9,6
5.3d	0	0	350	0,0	-3,4
5.4a	-102	107	326	0,0	-4,9
5.4b	-102	107	327	0,0	-5,0
5.4c	165	0	311	0,0	1,7

TABLE 5.1 – Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.3 et de la figure 5.4, acier 16MND5

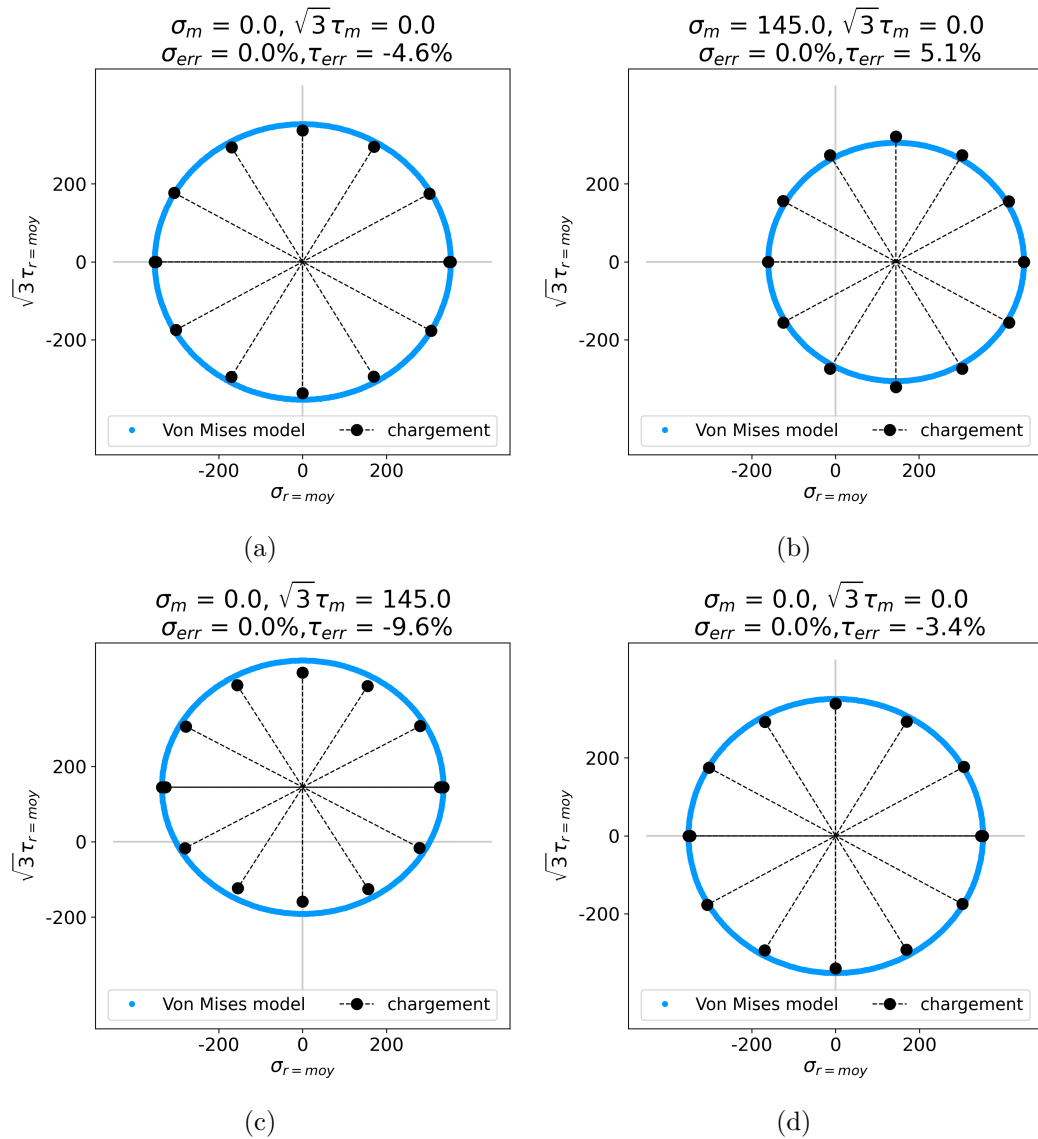


FIGURE 5.3 – Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0, 82K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle

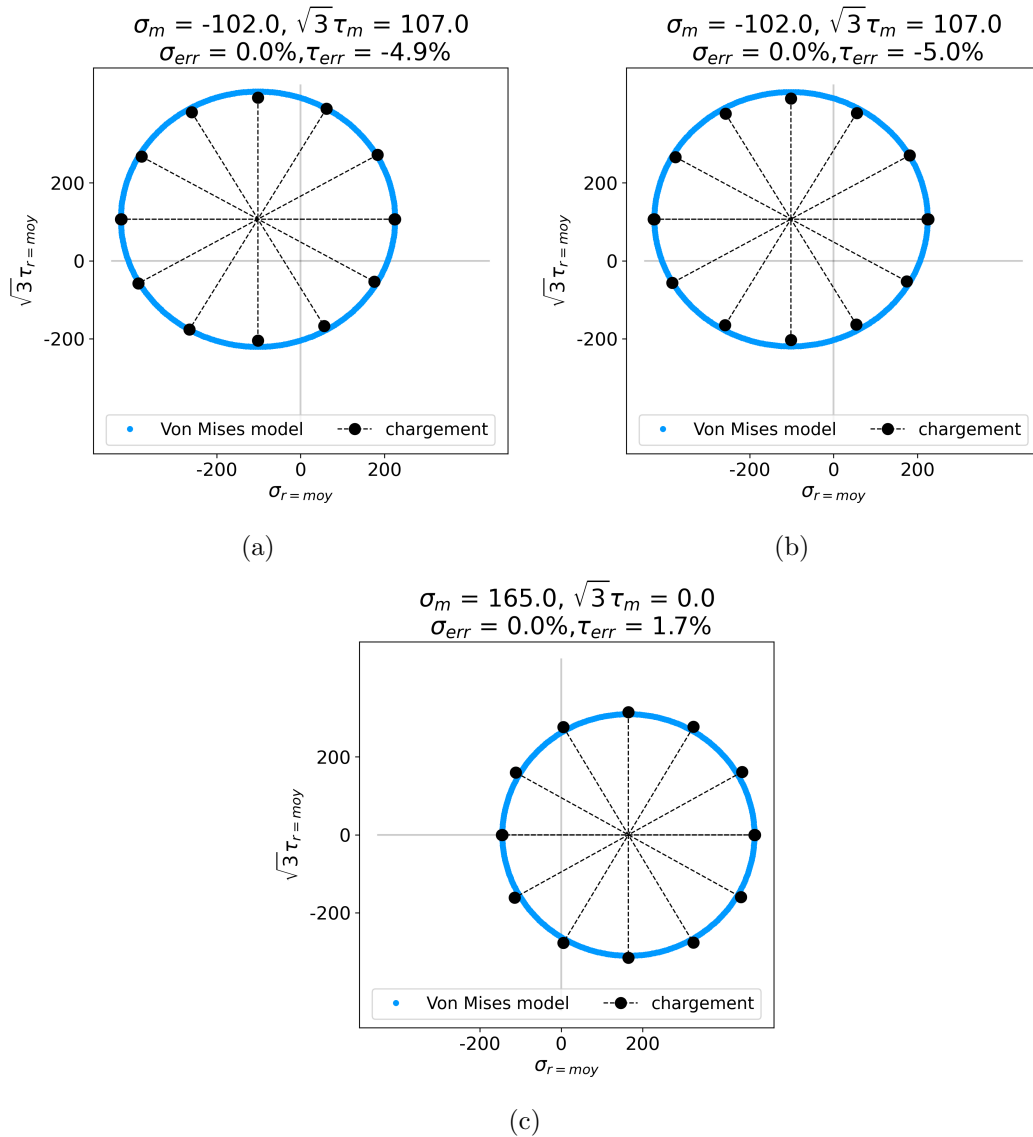


FIGURE 5.4 – Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,82K$ , (a) contrainte moyenne de compression et torsion, (b) contrainte moyenne de compression et torsion, (c) contrainte moyenne de traction

### 5.2.2.2 Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4

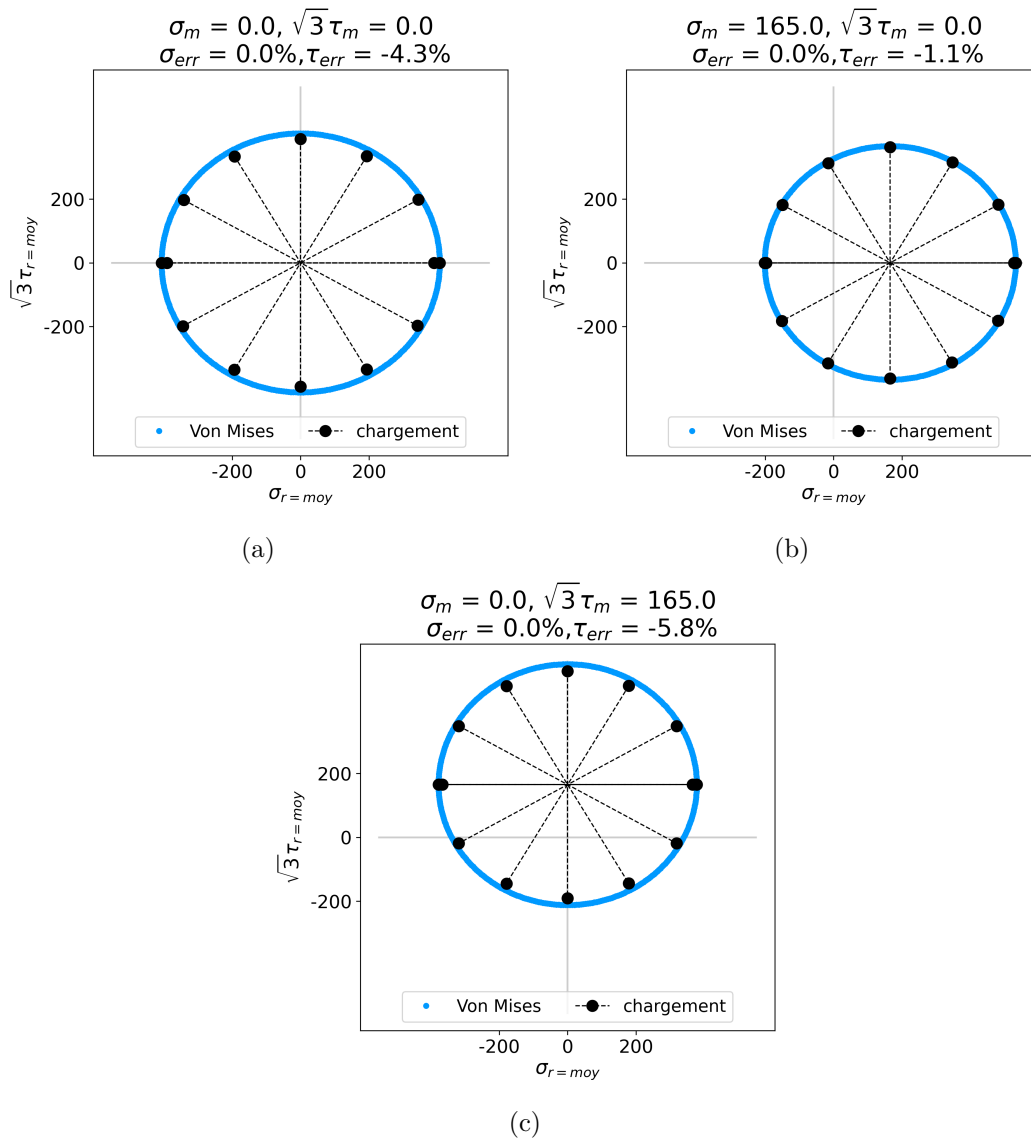
Le protocole d'essai des surfaces d'iso-auto-échauffement est appliqué à l'acier 42CrMo4 pour différents états de contraintes moyennes. Les surfaces sont affichées en figure 5.5 et en figure 5.6. La température cible  $\bar{\theta}_{off}$  est prise à 0,7 K. Les essais uniaxiaux montrent que le régime secondaire est bien établi pour une élévation de 0,7 K.

L'analyse des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 indique, comme pour l'acier 16MND5, que l'utilisation du modèle de von Mises permet une bonne description de la forme des surfaces (tableau 5.2). Cependant, la prise en compte de l'hétérogénéité de l'éprouvette est à inclure pour pouvoir identifier le comportement réel du matériau. La répétabilité des surfaces justifie la pertinence de l'essai pour servir de base d'identification.



Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq,a}^{VM}$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.5a	0	406	0	0,0	-4,3
5.5b	165	366	0	0,0	-1,1
5.5c	0	377	165	0,0	-5,8
5.6a	0	397	0	0,0	-3,1
5.6b	165	364	0	0,0	-1,7
5.6c	0	383	165	0,0	-6,1

TABLE 5.2 – Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.5 et de la figure 5.6, acier 42CrMo4


 FIGURE 5.5 – Surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,7K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion

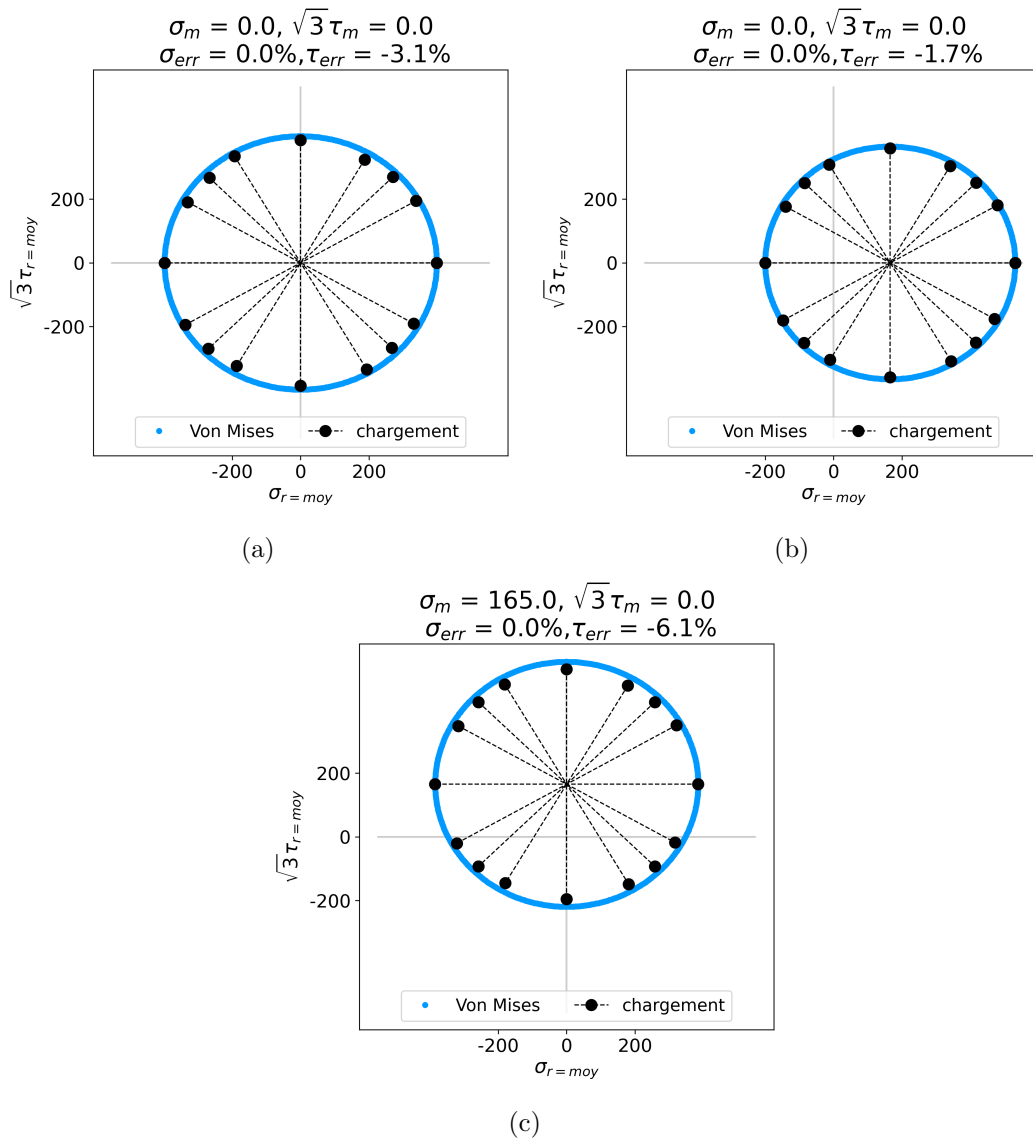


FIGURE 5.6 – Surfaces iso-auto-échauffement de l’acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,7K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion

### 5.2.2.3 Étude de l’effet du nombre de paliers et de directions de chargement sur le protocole d’essai d’iso-auto-échauffement

Comme énoncé lors du protocole d’essai, l’obtention d’une surface d’iso-auto-échauffement dépend de trois paramètres d’essais : la température cible, le nombre de directions de chargement et le nombre de blocs de chargement par direction. Une des questions en lien avec les deux derniers paramètres d’essais se rapporte à l’évaluation de l’influence du nombre de chargements sur la surface d’iso-auto-échauffement obtenue. En effet, la démultiplication des blocs de chargements implique l’accumulation de déformation plastique dans le matériau (sites plastiques) ainsi que de potentiels effets d’histoire du chargement. Les directions de chargement précédemment réalisées peuvent avoir une influence sur le résultat obtenu pour une direction donnée. Pour illustrer ce phénomène et montrer l’importance de maîtriser l’essai, deux protocoles d’iso-auto-échauffement sont proposés sur l’acier 42CrMo4. Les protocoles suivent la démarche de la figure 5.1, seuls les nombres de directions et de blocs de chargement changent.

Le premier protocole correspond aux surfaces d’iso-auto-échauffement de la figure 5.5. Pour celui-ci,

sept directions de chargement  $\phi = [0, 90, 30, 150, 60, 120, 0]$  de neuf paliers sont appliquées à l'éprouvette. Le second protocole est associé aux surfaces de la figure 5.6. Pour ce protocole, neuf directions de chargement  $\phi = [0, 90, 30, 120, 45, 135, 60, 150, 0]$  de onze paliers sont appliquées à l'éprouvette. Uniquement pour l'étude de l'effet de chargement sur les surfaces, les blocs de chargement sont effectués en trois étapes. D'abord un groupe de palier est effectué pour identifier le régime primaire. Puis, une première série de paliers est appliquée pour le régime secondaire suivi d'une seconde série à plus hautes amplitudes. La modification du nombre de chargements affecte l'état du matériau qui se répercute directement sur la réponse de l'auto-échauffement. Ainsi, pour observer cet effet, les deux protocoles sont comparés au travers des courbes d'auto-échauffement d'une surface de chaque protocole. Le premier protocole à sept directions est illustré avec les courbes d'auto-échauffement de la surface 5.5a en figure 5.8. Le second protocole à neuf branches est illustré avec la surface 5.6a en figure 5.7.

La comparaison permet d'observer une différence d'effet du chargement sur les courbes d'auto-échauffement des deux protocoles. Sur les courbes du protocole à neuf branches (figure 5.7), un "saut" est observé entre le premier groupe de paliers du régime secondaire et le second groupe de paliers. Sur chaque groupe de palier est identifié l'intensité du régime secondaire,  $\beta_{int}$  pour le premier et  $\beta_{ext}$  pour le second. L'écart des intensités du régime secondaire est caractéristique d'un effet d'histoire trop important sur l'état du matériau qui fausse la caractérisation si ce dernier n'est pas pris en compte. Ainsi, le nombre de chargements doit être diminué pour conserver un résultat cohérent avec la caractérisation recherchée par l'essai.

Pour le protocole à sept branches (figure 5.8), l'effet d'accumulation de plasticité est maîtrisé avec l'absence du "saut". Il est à noter que les surfaces à neuf branches peuvent être exploitées avec une identification sur le premier groupe de paliers du régime secondaire.

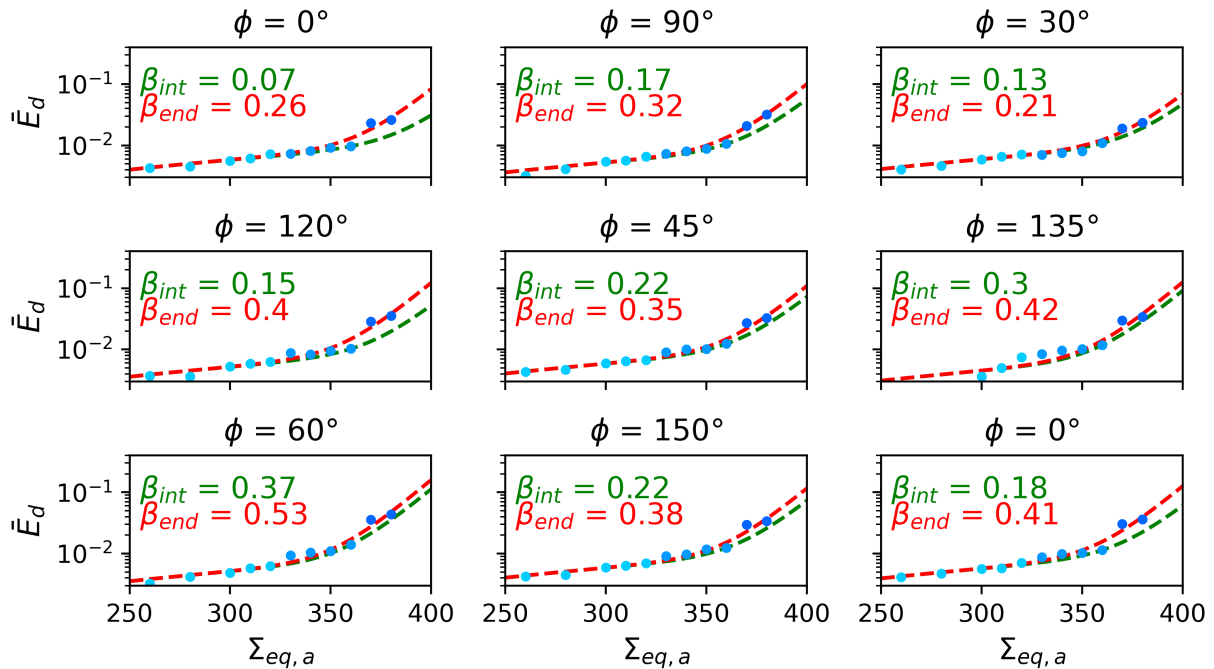


FIGURE 5.7 – Courbes auto-échauffement liées à la surface 5.6a

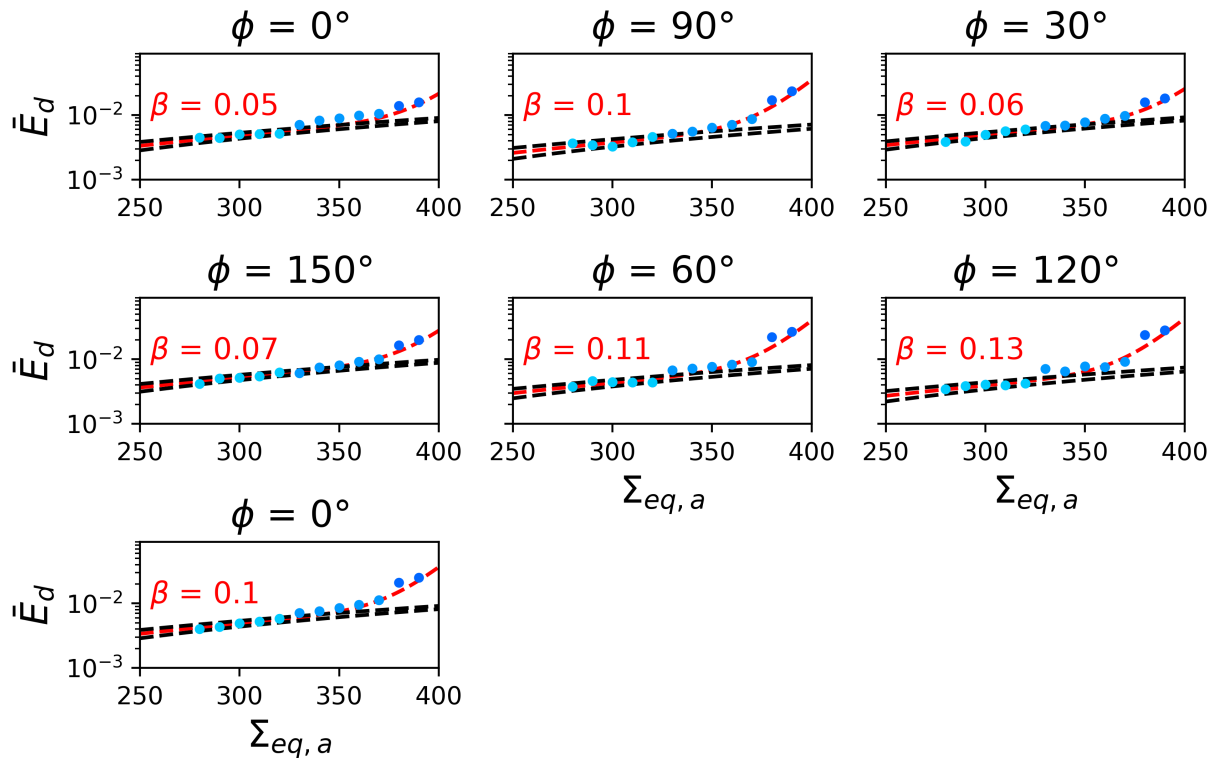


FIGURE 5.8 – Courbes auto-échauffement liées à la surface 5.5a

### 5.2.3 Protocole d'essai pour l'étude des courbes d'auto-échauffement sous chargement multiaxial non proportionnel

L'application d'un trajet de chargement multiaxial peut impliquer un dommage plus important qu'un trajet uniaxial de même contrainte équivalente [Weber, 1999]. C'est particulièrement le cas pour un trajet non proportionnel (déphasage des sollicitations). Le problème de la prise en compte de la non-proportionnalité sur la tenue en fatigue peut être traité de plusieurs façons. Dans le chapitre 2, la solution retenue est de recourir à une correction linéaire des critères de fatigue avec le calcul d'un indicateur de non-linéarité du cycle de chargement [Bercelli et al., 2019]. Dans ce chapitre, l'objectif est de montrer l'intérêt des essais d'auto-échauffement sous sollicitations multiaxiales non proportionnelles pour étudier directement les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles. Pour cela, il faut préalablement montrer que le modèle permet d'interpréter les mesures d'auto-échauffement sous sollicitations non proportionnelles.

Dans le but d'obtenir une base d'essais permettant de valider un modèle de contrainte équivalente adapté au régime secondaire, les essais sous chargements non proportionnels du chapitre 4 sont prolongés pour l'étude du régime secondaire. Le protocole d'essai d'auto-échauffement est repris pour les trois chargements multiaxiaux déphasés ( $\varphi = 0$ ,  $\varphi = 45$  et  $\varphi = 90$ ). Pour ce régime, l'amplitude des blocs de chargement est accrue pour étudier l'apparition des sites plastiques. L'effet de la non-proportionnalité est ainsi observé sur les courbes d'auto-échauffement de l'acier 16MND5 en figure 5.9 et de l'acier 42CrMo4 en figure 5.10. Les paramètres des courbes d'auto-échauffement sont donnés pour l'acier 16MND5 au tableau 5.3 et pour l'acier 42CrMo4 au tableau 5.4.

L'observation du régime primaire pour les chargements non proportionnels montre déjà un effet de la non-proportionnalité avec une accumulation de déformation plastique plus importante expliquant l'étagement des courbes d'auto-échauffement. Pour le régime secondaire, cet effet de la non-proportionnalité sur la dissipation est très marqué.

$\phi$	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$
0	0,007	0,01	24	30
45	0,010	0,03	24	32
90	0,021	0,30	24	31

TABLE 5.3 – Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement de la figure 5.9, acier 16MND5

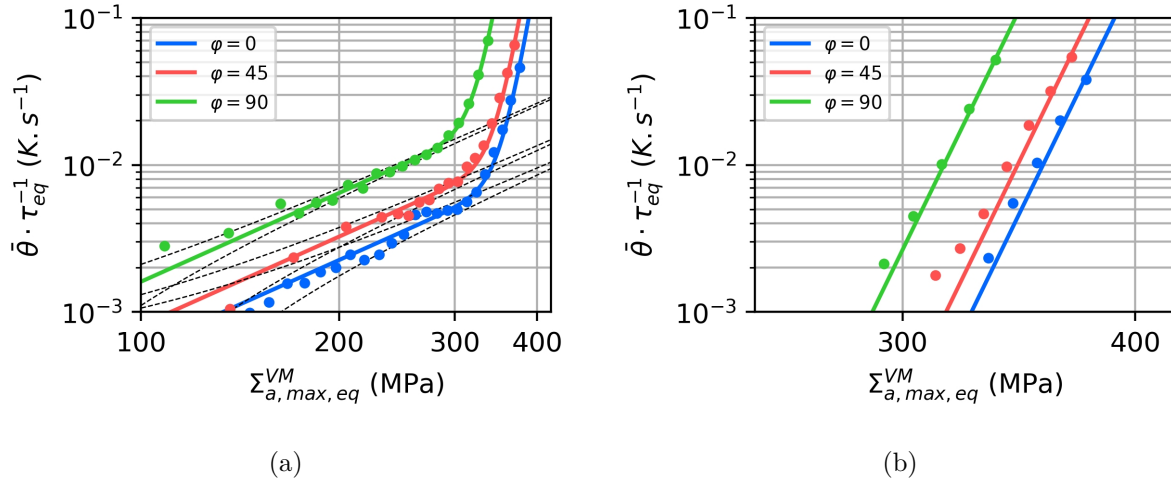


FIGURE 5.9 – (a) Courbes d'auto-échauffement complètes sous chargement multiaxial de traction - torsion pour l'acier 16MND5, (b) régimes secondaires isolés des courbes

$\phi$	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$
0	0,007	0,01	22	30
45	0,012	0,015	22	30
90	0,025	0,20	22	38

TABLE 5.4 – Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement de la figure 5.10, acier 42CrMo4

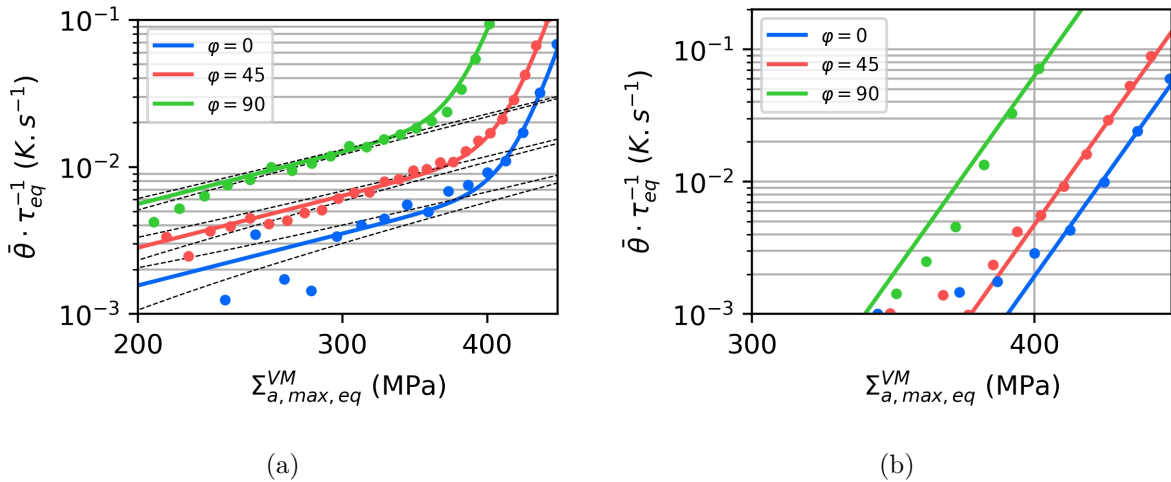


FIGURE 5.10 – (a) Courbes d'auto-échauffement complètes sous chargement multiaxial de traction - torsion pour l'acier 42CrMo4, (b) régimes secondaires isolés des courbes

### 5.3 Modélisation du régime secondaire d'auto-échauffement

À l'image de la démarche appliquée au chapitre 4, un modèle est identifié sur les bases d'essais des surfaces d'iso-auto-échauffement. Le premier objectif est d'identifier un modèle de contrainte équivalente permettant d'interpréter la mesure de la dissipation en la reliant aux spécificités du chargement (multiaxialité, contrainte moyenne, non-proportionnalité) tout en considérant l'hétérogénéité du champ de dissipation. Le second objectif est de réutiliser ce modèle pour simuler le comportement élastoplastique des sites plastiques. Puis, ce modèle est utilisé dans le modèle probabiliste pour l'obtention des propriétés en fatigue.

#### 5.3.1 Prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes dans l'outil probabiliste

##### 5.3.1.1 Définir le Processus Ponctuel de Poisson dans un cadre multiaxial proportionnel

Dans le cas d'un chargement multiaxial proportionnel de traction - torsion, le champ de contraintes de la zone d'étude est hétérogène à cause de la section circulaire de l'éprouvette tubulaire utilisée lors des essais d'iso-auto-échauffement (annexe C.7). Cette hétérogénéité doit être prise en compte dans le scénario d'activation des sites plastiques pour refléter la dissipation réelle du volume étudié. De plus, dans le modèle d'activation des sites plastiques, le choix de la contrainte équivalente est primordial puisqu'elle définit le comportement du matériau selon la nature du chargement. Pour le choix de la contrainte équivalente, les observations expérimentales sur les surfaces d'iso-auto-échauffement (partie 5.2.2) montrent qu'au premier ordre la forme des surfaces est bien décrite par le modèle de von Mises. Ainsi, le choix est fait de retenir le modèle de von Mises comme contrainte équivalente en amplitude  $\Sigma_a^{eq}$ . Cette contrainte équivalente est utilisée dans le scénario d'activation des sites plastiques défini par le Processus Ponctuel de Poisson (*PPP*). L'intensité du processus d'activation des sites plastiques est, dans un cadre multiaxial, définie par

$$\lambda(\Sigma_a^{eq}) = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\Sigma_a^{eq}}{S_0} \right)^m \quad (5.1)$$

Les paramètres  $V_0$ ,  $S_0$  et  $m$  sont les paramètres classiques du modèle probabiliste à deux échelles développé au chapitre 3. Dans le modèle, la dissipation d'un site plastique intervient lorsque le chargement est supérieur à la limite élastique locale  $\sigma_y$ , la dissipation d'un site plastique sous chargement multiaxial [Poncelet, 2007] est donnée par

$$E_d^{site}(\sigma_y) = \frac{4V_s\sigma_y}{h} \langle \Sigma_a^{eq} - \sigma_y \rangle \quad (5.2)$$

avec les crochets de Macauley  $\langle \cdot \rangle$  le résultat est nul si  $\Sigma_a^{eq} < \sigma_y$ .

Le nombre de sites plastiques ayant une limite d'élasticité locale comprise entre  $\Sigma$  et  $\Sigma + d\Sigma$  est donné par

$$dN(\Sigma) = V\lambda(\Sigma + d\Sigma) - V\lambda(\Sigma) = V \frac{d\lambda}{d\Sigma} d\Sigma \quad (5.3)$$

L'introduction du champ hétérogène de contraintes impose dans le cas d'une section tubulaire une contrainte en cisaillement dépendante du rayon. Ainsi, la dissipation des sites plastiques actifs impose une intégration dans le volume de l'activation des sites plastiques actifs. La densité d'énergie dissipée de l'ensemble des sites plastiques actifs est donnée par

$$\begin{aligned} E_d^{sites} &= \frac{1}{V} \int_V \int_0^{\Sigma_a^{eq}} E_d^{site}(\Sigma_a^{eq}) dN dV \\ &= \frac{1}{V} \int_V \int_0^{\Sigma_a^{eq}(r)} E_d^{site}(\Sigma_a^{eq}(r)) \frac{d\lambda}{d\Sigma} d\Sigma dV \\ &= \frac{4mV_s}{VhV_0S_0^m} \int_V \int_0^{\Sigma_a^{eq}(r)} (\Sigma_a^{eq}\Sigma^m - \Sigma^{m+1}) d\Sigma dV \\ &= \frac{4mV_s}{(m+1)(m+2)VhV_0S_0^m} \int_V (\Sigma_a^{eq}(r))^{m+2} dV \end{aligned} \quad (5.4)$$

La contrainte étant dépendante de la position dans la section, on introduit un coefficient d'hétérogénéité  $H_{m+2}$  [Hild et al., 1992]. Ce coefficient permet, une fois appliqué au volume, de définir une zone équivalente dans laquelle la contrainte peut être considérée comme homogène. Ce principe est appliqué au chargement dissipatif pour exprimer la dissipation des sites plastiques en fonction du chargement équivalent maximal.

$$E_d^{sites} = \frac{4mV_s}{(m+1)(m+2)hV_0S_0^m} H_{m+2} (\Sigma_{a,max}^{eq})^{m+2} \quad (5.5)$$

Le coefficient d'hétérogénéité  $H_{m+2}$  est dépendant du module  $m+2$  et se calcul avec

$$H_{m+2} = \frac{1}{V} \int_V \left( \frac{\Sigma_a^{eq}(r)}{\Sigma_{a,max}^{eq}} \right)^{m+2} dV \quad (5.6)$$

### 5.3.1.2 Définition de la contrainte équivalente dissipative

Dans l'interprétation des mesures de dissipation avec les courbes d'auto-échauffement, l'élévation de température du régime secondaire est reliée à la contrainte équivalente dissipative par

$$\bar{\theta}_{secondaire} = \frac{f_r \tau_{eq}}{\rho c} \bar{E}_{d,secondaire} = \beta' \left( \frac{\Sigma_{eff,diss}}{\max(\Sigma_{eff,diss})} \right)^{m+2} \quad (5.7)$$

La contrainte équivalente dissipative pour les chargements proportionnels est ainsi donnée par

$$\Sigma_{eff,diss} = (H_{m+2})^{\frac{1}{m+2}} \Sigma_{a,max}^{eq} \quad (5.8)$$

Cette contrainte effective permet d'unifier la lecture des courbes d'auto-échauffement en considérant l'hétérogénéité. Dans le cas de l'éprouvette utilisée, il existe une solution analytique du coefficient d'hétérogénéité pour un chargement de traction-torsion. Pour rappel, la répartition traction-torsion est définie par la direction du chargement  $\phi$  (figure 5.2). Le coefficient d'hétérogénéité  $H_{m+2}$  est donné par

$$H_{m+2} = \frac{1}{V} \int_V \left( \frac{1 + \tan(\phi)^2 \left(\frac{r}{r_{max}}\right)^2}{1 + \tan(\phi)^2} \right)^{m+2} dV \quad (5.9)$$

En figure 5.11, le coefficient d'hétérogénéité est calculé pour différentes directions de chargement  $\phi$ . Pour l'éprouvette, l'hétérogénéité augmente pour les chargements où le champ de contrainte est majoritairement en cisaillement. Pour différents modules  $m$ , dépendant du matériau, le coefficient évolue également.

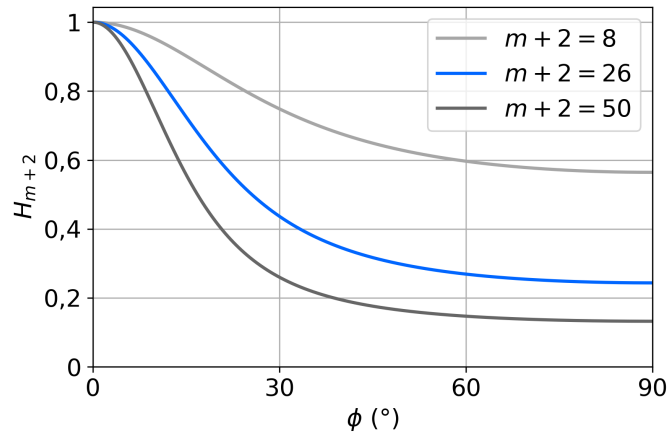


FIGURE 5.11 – Évolution de l'hétérogénéité dans l'éprouvette tubulaire en fonction de la direction de chargement  $\phi$

Pour les surfaces d'iso-auto-échauffement, une des questions est de savoir quel est l'écart de dissipation entre la direction de traction (parfaitement homogène) et la direction de torsion (très hétérogène). Puis par extension, le but est de savoir comment cet écart peut être représenté pour remonter aux propriétés en fatigue. Ainsi, pour comprendre le lien dissipatif entre les différents trajets de la surface d'iso-auto-échauffement, un chargement de traction indicé  $\odot$  est considéré. Il est comparé à un chargement de torsion indicé  $\otimes$ . Le rapport des énergies dissipées (5.5) pour ces deux chargements, donne

$$\frac{\bar{E}_{d_{\otimes}}}{\bar{E}_{d_{\odot}}} = \frac{H_{m+2_{\otimes}} (V_0 S_0^m)_{\otimes}}{H_{m+2_{\odot}} (V_0 S_0^m)_{\odot}} \left( \frac{\Sigma_{a,r=max_{\otimes}}^{eq}}{\Sigma_{a,r=max_{\odot}}^{eq}} \right)^{m+2} \quad (5.10)$$

La limite d'endurance du matériau  $\bar{\Sigma}_{\infty}$  pour un chargement choisi est donnée par

$$\bar{\Sigma}_{\infty} = \left( \frac{V_0 S_0^m}{H_m V} \right)^{1/m} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right) \quad (5.11)$$

L'identification du modèle de von Mises  $\Sigma_a^{eq}$  à partir de la contrainte équivalente dissipative  $\Sigma_{a,diss}^{eq}$  nécessite un facteur correctif pour prendre en compte la différence de dissipation entre la traction et la torsion. Ainsi, au rayon moyen de l'éprouvette sur lequel l'état de contraintes des surfaces d'iso-auto-échauffement a été défini, l'identification du modèle donne

$$\Sigma_{a,diss,r=moy}^{eq} = c' \Sigma_{a,r=moy}^{eq} \quad (5.12)$$

où  $c'$  est un facteur d'hétérogénéité de l'éprouvette tubulaire en fonction de la direction de chargement  $\phi$  (figure 5.2). Il se définit comme

$$c' = \left( \frac{H_m}{H_{m+2}} \right)^{\frac{1}{m+2}} \frac{1}{\sqrt{\cos(\phi)^2 + \sin(\phi)^2 \left( \frac{r_{max}}{r_{moy}} \right)^2}} \quad (5.13)$$



### 5.3.1.3 Inclusion de l'effet de non-proportionnalité dans la définition de la contrainte équivalente dissipative

Dans le cas proportionnel, l'hétérogénéité du chargement est facilement intégrable analytiquement avec  $H_{m+2}$  puisque cette hétérogénéité n'a qu'une dépendance spatiale. Dans le cas d'un chargement non proportionnel, il est beaucoup plus difficile d'arriver aux mêmes types de solutions. L'hétérogénéité n'est plus seulement spatiale, mais aussi temporelle dans la répartition des zones de contraintes. Ainsi le but est d'introduire à l'image de  $H_{m+2}$  un coefficient  $G_{m+2}$  pour les chargements non proportionnels. Pour cela, la dissipation du chargement est simulée selon le schéma d'intégration de la figure 5.12. Le principe est de simuler la réponse des sites plastiques soumis à un chargement cyclique multiaxial non proportionnel. La méthode adoptée pour le calcul de la dissipation du régime secondaire reprend le formalisme introduit au chapitre 3. La contrainte équivalente ou le modèle élastoplastique utilisée (surface seuil) est le modèle de von Mises. Le schéma d'intégration suit un processus de *return mapping*.

Pour établir le coefficient d'hétérogénéité non proportionnel  $G_{m+2}$ , la dissipation sur un cycle établi d'un chargement non proportionnel  $\bar{E}_{d,NP}$  est comparée à la dissipation d'un chargement proportionnel homogène de même nature à isocontrainte maximale  $\bar{E}_{d,P}$ . Ainsi,  $G_{m+2}$  est défini par

$$G_{m+2} = \frac{\bar{E}_{d,NP}}{\bar{E}_{d,P}} \quad (5.14)$$

La contrainte effective dissipative est définie avec  $G_{m+2}$  pour les chargements non proportionnels

$$\Sigma_{eff,diss} = (G_{m+2})^{\frac{1}{m+2}} \Sigma_{a,max}^{eq} \quad (5.15)$$

Il est à noter que la définition de  $G_{m+2}$  englobe les effets déjà pris en compte par  $H_{m+2}$ . Ainsi avec la contrainte équivalente dissipative, il est possible de comparer les régimes secondaires des courbes d'auto-échauffement des chargements proportionnels avec ceux des chargements non proportionnels.

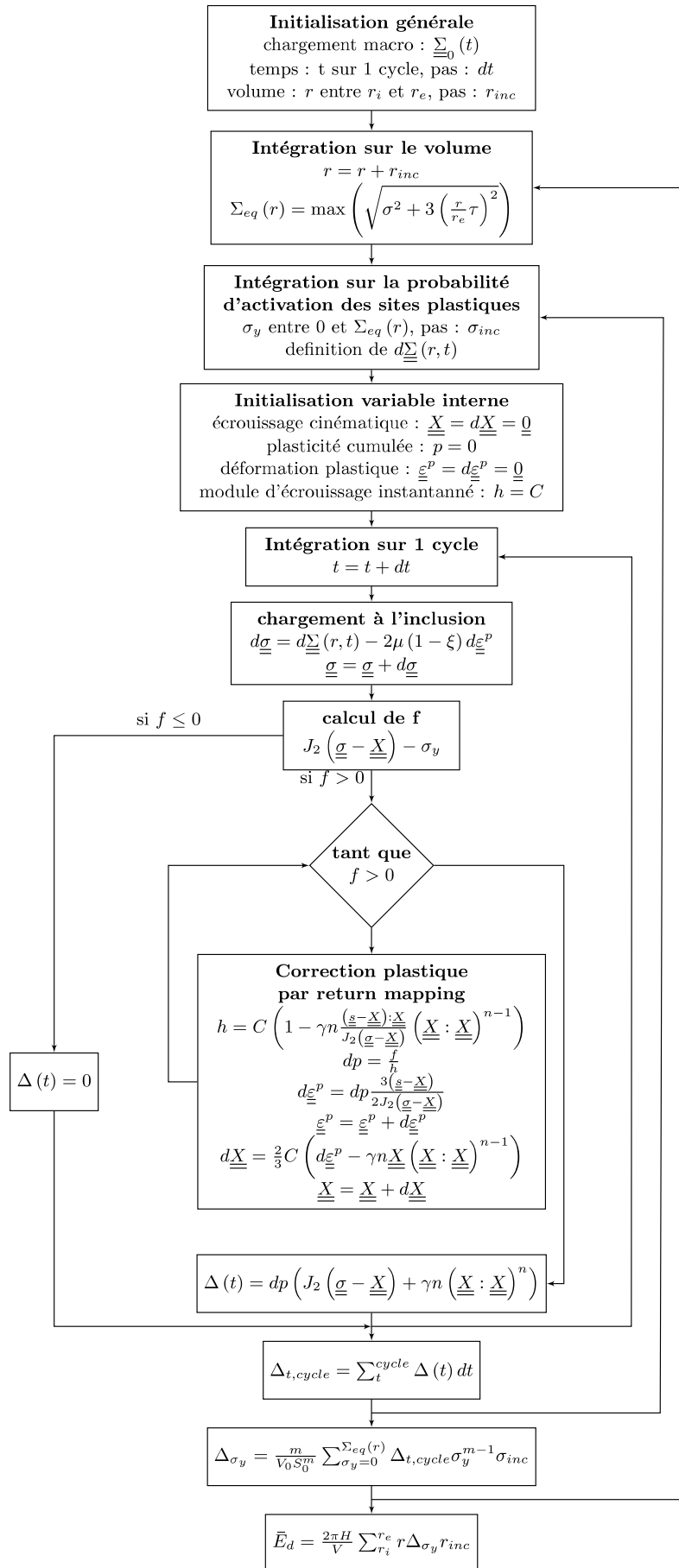


FIGURE 5.12 – Logigramme de la simulation de la dissipation du régime secondaire

### 5.3.2 Identification d'un modèle avec les surfaces d'iso-auto-échauffement

La prise en compte de l'hétérogénéité dans la description des courbes d'auto-échauffement avec la contrainte équivalente dissipative est étudiée dans un premier temps dans le cas des chargements multiaxiaux proportionnels.

#### 5.3.2.1 Identification pour l'acier 16MND5

L'identification du modèle de von Mises par la contrainte équivalente dissipative adaptée est réalisée pour l'acier 16MND5 en figure 5.13 et en figure 5.14. Les écarts entre la modélisation adoptée et les résultats expérimentaux sont regroupés au tableau 5.5.

L'identification par la contrainte équivalente dissipative (5.12) est importante dans le traitement d'un essai par mesures d'auto-échauffement. En effet, sur l'acier 16MND5, le traitement par la contrainte équivalente dissipative permet d'inclure les effets dissipatifs liés à l'hétérogénéité du champ de contraintes. Les surfaces identifiées aux figures 5.13 et 5.14 avec  $\Sigma_{eq,a,diss}$  sont mieux décrites qu'initialement avec la contrainte équivalente de von Mises sans correctif (figures 5.3 et 5.4). L'identification sur les surfaces d'iso-auto-échauffement montrent qu'au premier ordre l'utilisation du modèle de von Mises avec considération de l'hétérogénéité du champ de contrainte est pertinent. En effet, les écarts lors de l'identification sont très faibles dans la majorité des cas. Contrairement au régime primaire, la forme de la surface est plutôt bien décrite avec un effet dissipatif proche en traction et en torsion à isocontrainte de von Mises. Cette forme identifiée confirme le choix du modèle de von Mises pour traiter le comportement dissipatif du matériau dans le régime secondaire.

Quelques nuances sont apportées sur la forme des surfaces. Si le comportement en amplitude est globalement bien décrit par  $J_{2a}$ , la nature de la contrainte moyenne affecte le niveau de dissipation, donc le rayon de la surface ( $\Sigma_{eq,a}^{VM}$ ). Dans le régime secondaire, la contrainte moyenne de traction (figures 5.13b et 5.14c) a un effet fort sur la dissipation. L'écart au modèle identifié sur l'axe de torsion est très important ( $>10\%$ ) indiquant une nécessité d'inclure l'effet de la contrainte moyenne dans la définition de la contrainte équivalente. La contrainte moyenne de torsion n'affecte pas la forme de la surface comme en témoigne un écart faible. Néanmoins, l'essai à contrainte moyenne de torsion (figure 5.13c) a une dissipation accrue qui se traduit par un rayon plus faible de la surface quand elle est comparée aux cas sans contraintes moyennes (figures 5.13a et 5.13d). Ainsi, l'effet de la contrainte moyenne de torsion doit aussi être considéré dans la définition de la contrainte équivalente. Enfin, la contrainte moyenne de compression et torsion (figures 5.14a et 5.14b) n'influe pas sur la forme de la surface avec sûrement un effet s'annulant entre la contrainte moyenne normale et la contrainte moyenne de cisaillement. Par contre, cette contrainte moyenne multiaxiale influe sur la dissipation avec un rayon de surface réduit.

Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq,a}^{VM}$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.13a	0	0	352	0,0	3,2
5.13b	145	0	306	0,0	13,7
5.13c	0	145	332	0,0	-2,1
5.13d	0	0	350	0,0	4,6
5.14a	-102	107	326	0,0	3,0
5.14b	-102	107	327	0,0	2,8
5.14c	165	0	311	0,0	10,1

TABLE 5.5 – Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.3 et de la figure 5.4, acier 16MND5

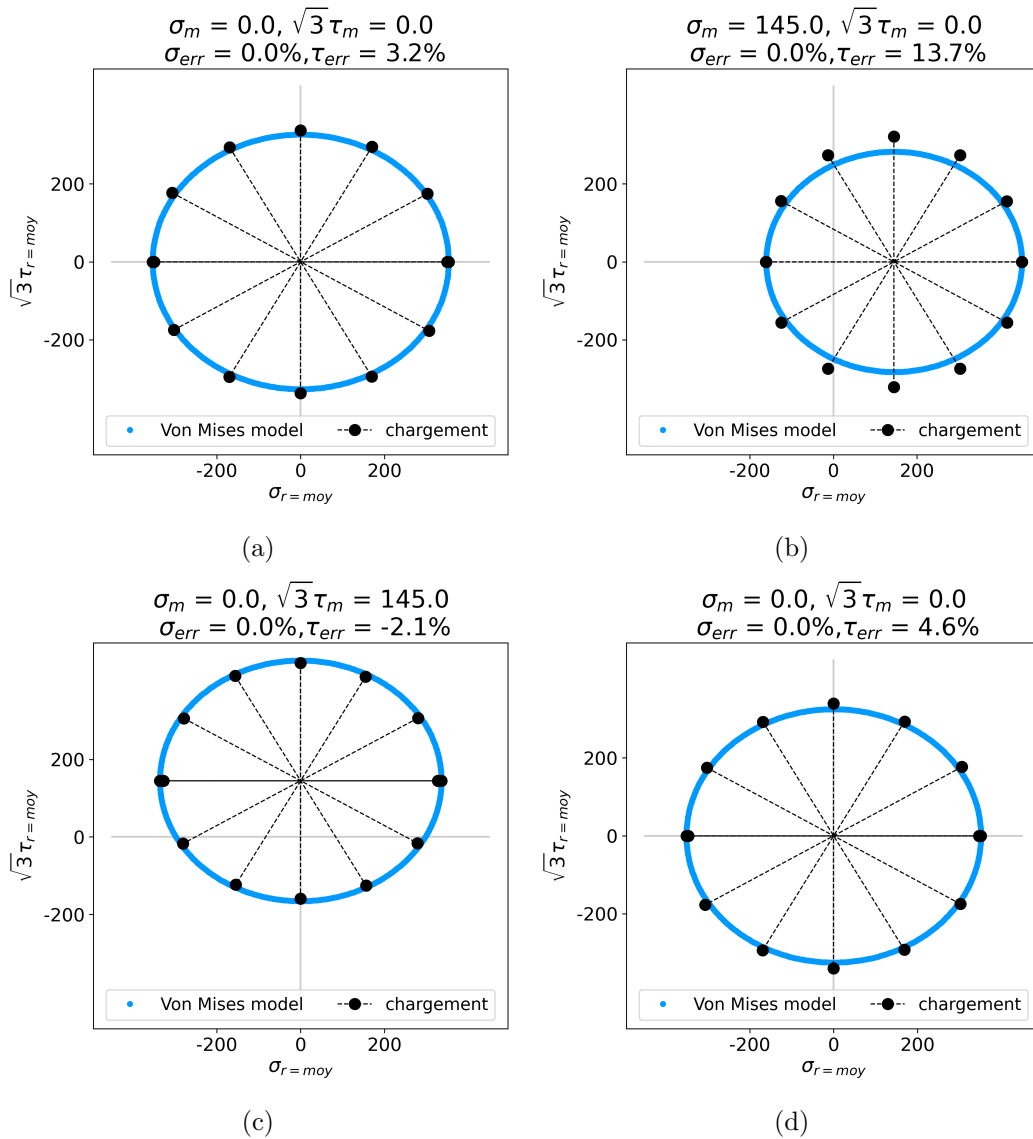


FIGURE 5.13 – Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,82K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle

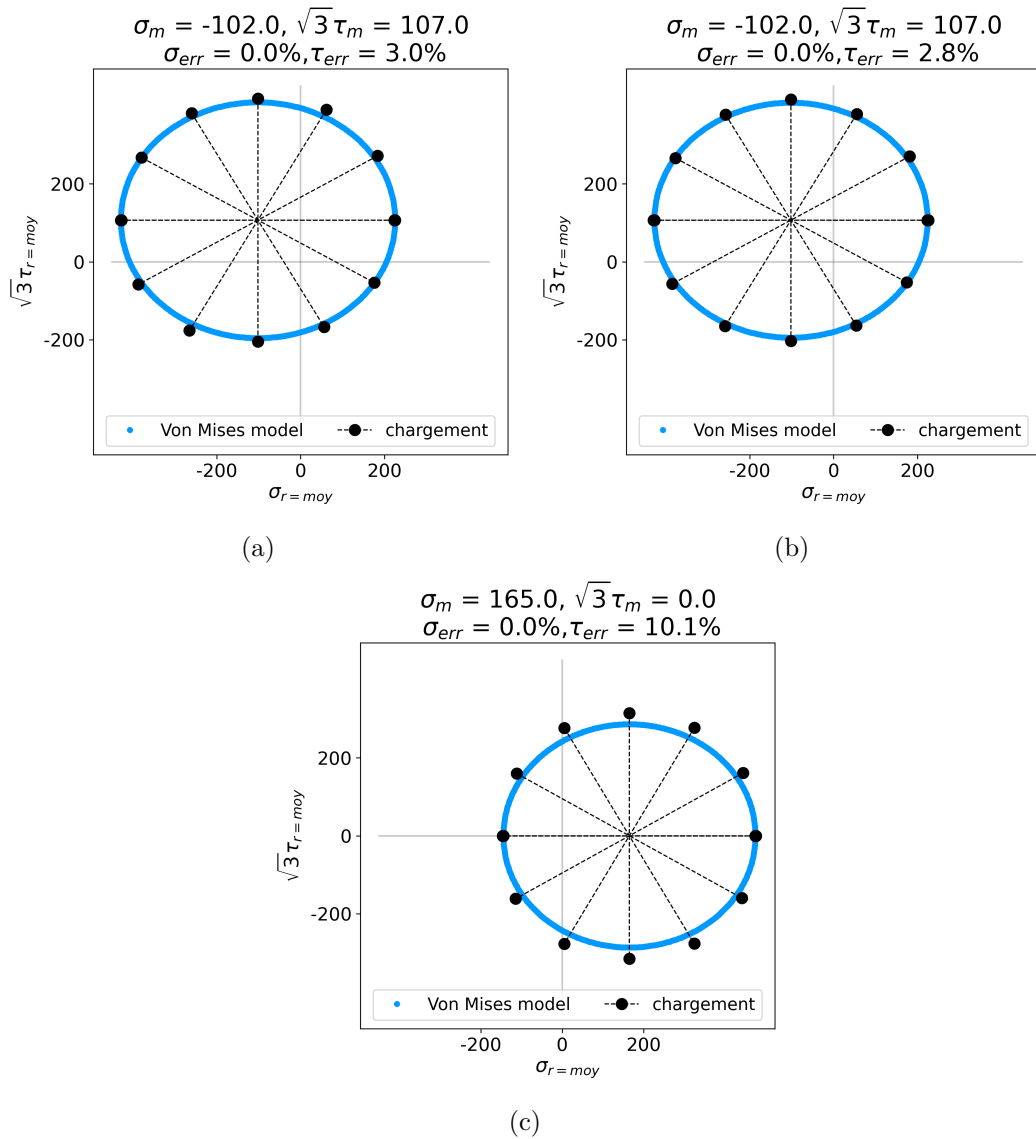


FIGURE 5.14 – Surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,82K$ , (a) contrainte moyenne de compression et torsion, (b) contrainte moyenne de compression et torsion, (c) contrainte moyenne de traction

### 5.3.2.2 Identification pour l'acier 42CrMo4

L'identification de la contrainte équivalente dissipative de von Mises montre que sur l'acier 42CrMo4 ce modèle est adapté pour décrire la forme des surfaces d'iso-auto-échauffement (figure 5.15). Les conclusions sont similaires à celles faites pour l'acier 16MND5 sur la forme des surfaces et sur l'effet de la contrainte moyenne de traction sur la différence de dissipation traction-torsion. De même, l'effet de la contrainte moyenne peut être inclus pour retranscrire la taille des surfaces et leur donner un sens en termes d'effet de contrainte moyenne.

Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	$\Sigma_{eq,a}^{VM}$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.15a	0	0	406	0,0	3,5
5.15b	165	0	366	0,0	7,1
5.15c	0	165	377	0,0	2,0
5.15d	0	0	397	0,0	4,9
5.15e	165	0	365	0,0	6,4
5.15f	0	165	384	0,0	1,6

TABLE 5.6 – Écarts de représentation avec le modèle de von Mises sur les axes de traction et de torsion des surfaces iso-auto-échauffement de la figure 5.5, acier 42CrMo4

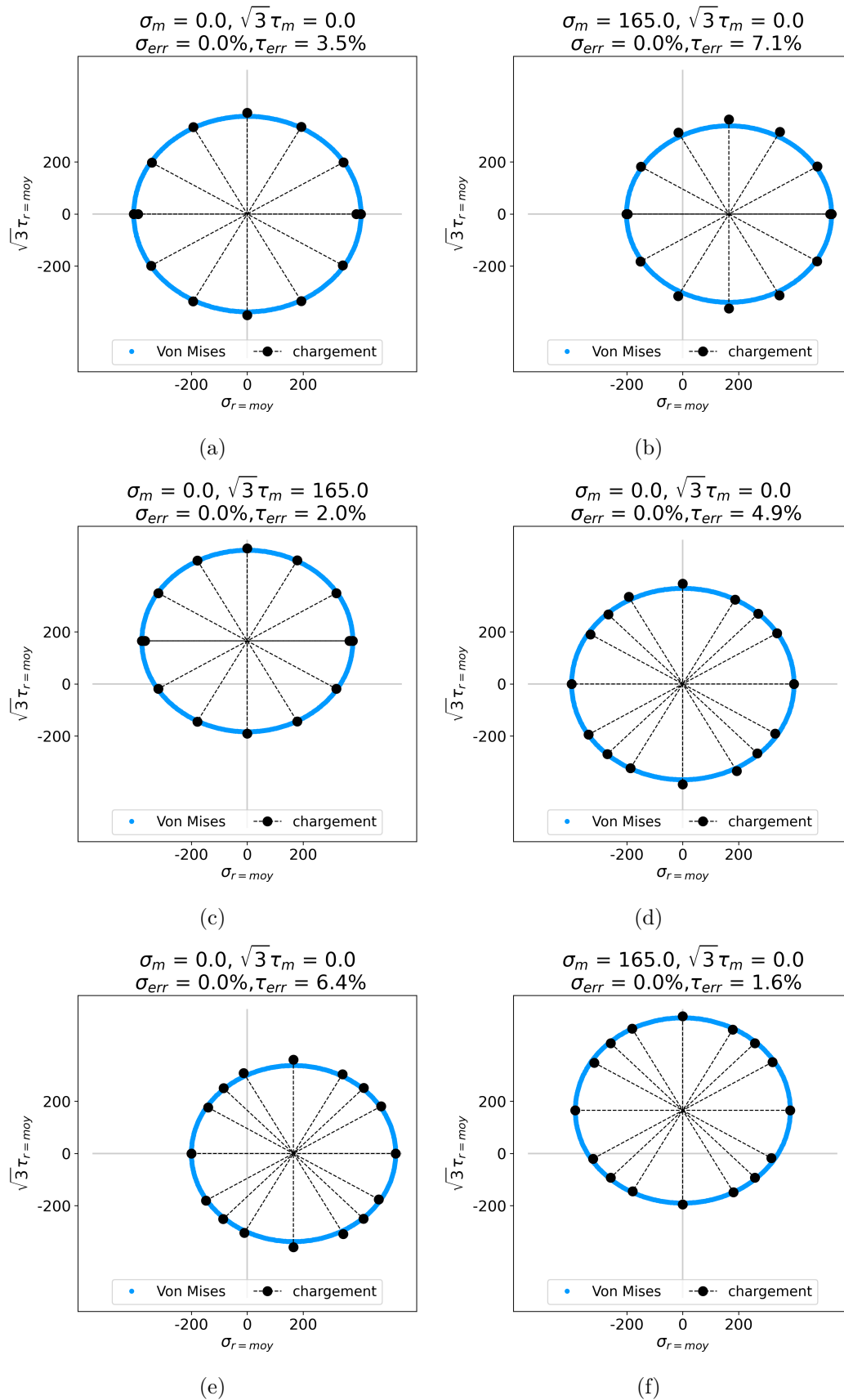


FIGURE 5.15 – Surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes pour  $\bar{\theta}_{off} = 0,7K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion, (d) contrainte moyenne nulle, (e) contrainte moyenne de traction, (f) contrainte moyenne de torsion

### 5.3.3 Unification des courbes d'auto-échauffement sous chargement non proportionnel

La description des courbes d'auto-échauffement avec la contrainte équivalente dissipative  $\Sigma_{eff,diss}$  (5.15) est effectuée sur les cas de chargements non proportionnels pour les deux aciers. L'intégration de l'hétérogénéité avec la contrainte effective est appliquée d'abord aux courbes d'auto-échauffement de l'acier 16MND5 en figure 5.16, les paramètres sont donnés au tableau 5.7 avec notamment le facteur d'hétérogénéité  $G_{m+2}$  simulé pour les chargements non proportionnels.

La contrainte effective de dissipation  $\Sigma_{eff,diss}$  (5.15) permet l'unification des régimes secondaires pour les trois chargements multiaxiaux (figure 5.16b). Les intensités du régime secondaire  $\beta'$  deviennent équivalentes (tableau 5.7). Cela montre que la caractéristique de non-proportionnalité est bien couverte par le modèle puisqu'il est possible de décrire les courbes à  $\varphi = 45$  et  $\varphi = 90$  sans recourir à l'introduction d'un mécanisme supplémentaire.

De plus, la bonne description obtenue des courbes d'auto-échauffement sous tout type de chargements permet d'estimer la limite d'endurance de ces chargements grâce au modèle probabiliste à deux échelles.

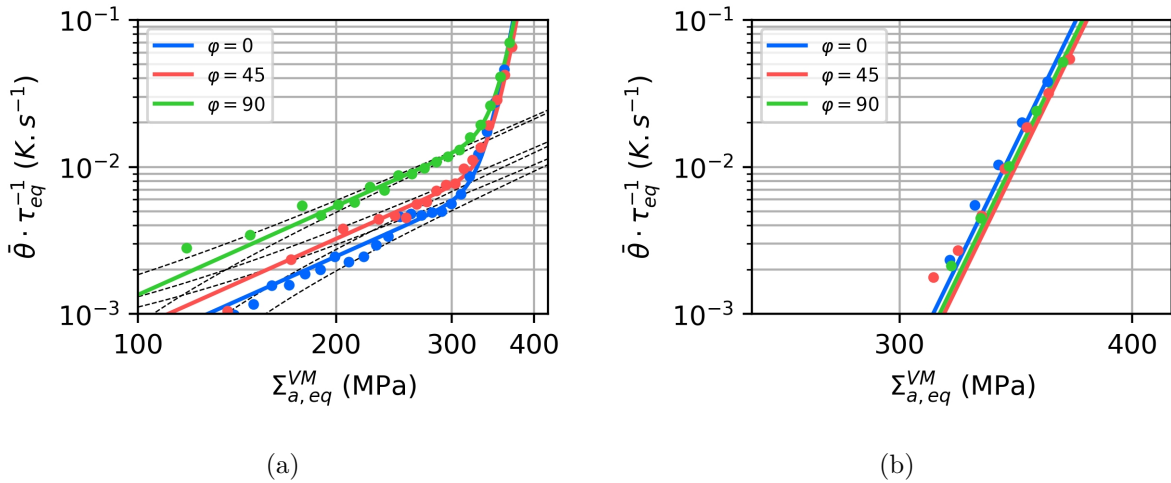


FIGURE 5.16 – Comparaison des courbes d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels après prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes, (a) Courbes d'auto-échauffement complètes, (b) Régimes secondaires isolés, acier 16MND5

$\varphi$	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$	$\alpha'$	$\beta'$	$H_{m+2}/G_{m+2}$
0	0,007	0,01	24	30	0,008	0,04	0,32
45	0,010	0,03	24	32	0,010	0,03	1,03
90	0,021	0,30	24	31	0,0117	0,03	9,56

TABLE 5.7 – Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement unifiées de la figure 5.16, acier 16MND5

Comme pour l'acier 16MND5, les courbes d'auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 sous chargements multiaxiaux sont étudiées, sous le prisme de la contrainte équivalente dissipative  $\Sigma_{eff,diss}$  (5.15). Les mêmes conclusions sont tirées de l'intégration de l'hétérogénéité du champ de contraintes puisque les régimes secondaires sont unifiés. De la même manière que pour l'acier 16MND5, l'étude des chargements non proportionnels ne requière pas la modélisation d'un mécanisme spécifique.



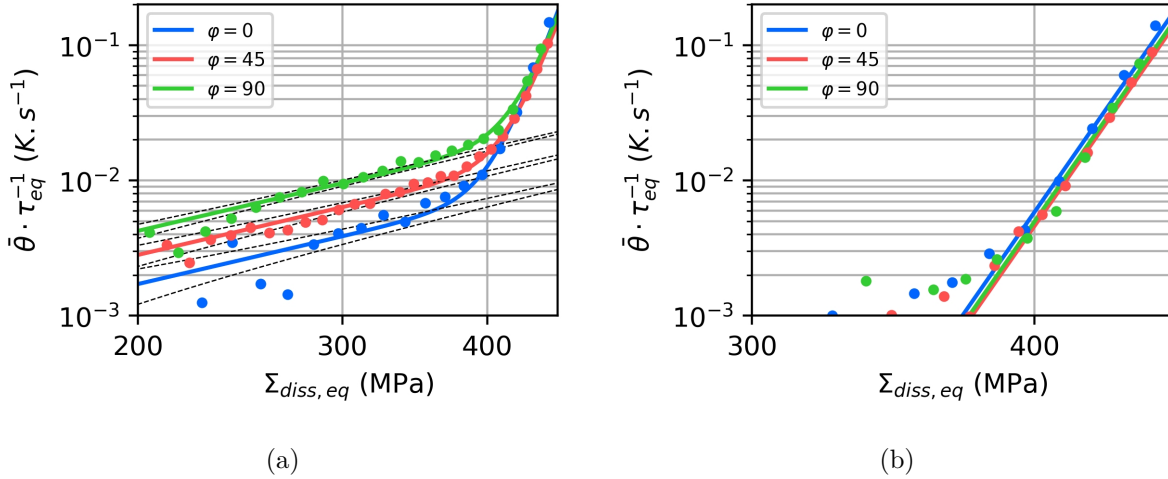


FIGURE 5.17 – Comparaison des courbes d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels après prise en compte de l'hétérogénéité du champ de contraintes, (a) Courbes d'auto-échauffement complètes, (b) Régimes secondaires isolés, acier 42CrMo4

$\varphi$	$\alpha$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$	$\alpha'$	$\beta'$	$H_{m+2}/G_{m+2}$
0	0,007	0,01	22	30	0,007	0,02	0,34
45	0,012	0,015	22	30	0,012	0,015	1,02
90	0,025	0,20	22	38	0,019	0,02	9,36

TABLE 5.8 – Paramètres associés aux courbes d'auto-échauffement unifiées de la figure 5.17, acier 42CrMo4

### 5.3.4 Identification de l'effet de la contrainte moyenne

L'observation des courbes d'auto-échauffement et plus particulièrement des surfaces d'iso-auto-échauffement montre que la partie cyclique est bien décrite par le modèle de von Mises. Ces observations permettent de confirmer le choix de la contrainte équivalente de von Mises. Ainsi l'utilisation de cette contrainte équivalente est justifiée dans l'application du modèle probabiliste pour piloter l'intensité du processus d'activation des sites plastiques.

Cependant, la description des surfaces d'iso-auto-échauffement montre qu'il est possible d'inclure l'effet de la contrainte moyenne dans le modèle de contrainte équivalente. Cette inclusion permet de décrire le résultat expérimental et par extension l'effet de la contrainte moyenne sur la durée de vie. En effet, la contrainte moyenne affecte le niveau de dissipation qui est caractérisé par la taille des surfaces d'iso-auto-échauffement.

Les régimes secondaires sont, dans un dépouillement des surfaces d'iso-auto-échauffement, comparés directement entre eux. Lorsque différentes surfaces à différents états de contraintes moyennes sont comparées, il est possible d'identifier l'effet de la contrainte moyenne sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles. Les résultats expérimentaux montrent une différence en dissipation entre la traction moyenne et la torsion moyenne. Pour intégrer cette différence, la contrainte équivalente dissipative intègre deux invariants du tenseur des contraintes moyennes  $J_{2m}$  et  $I_{1m}$

$$\Sigma_{eq,diss} = \Sigma_{eq,diss,a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} \quad (5.16)$$

Les paramètres matériaux  $\mu_i$  permettent de pondérer les effets de la contrainte moyenne selon la nature de la sollicitation. Pour rappel,  $\Sigma_{eq,diss,a}$  est la contrainte équivalente dissipative définie en (5.12).

### 5.3.4.1 Identification de l'effet de la contrainte moyenne sur l'acier 16MND5

La contrainte équivalente dissipative  $\Sigma_{eq,diss}$  est identifiée sur les sept surfaces d'iso-auto-échauffement disponibles pour l'acier 16MND5 (figures 5.13 et 5.14). Le résultat de l'identification est donné au tableau 5.9.

L'introduction de la contrainte moyenne permet d'obtenir une description plus performante des résultats d'auto-échauffement, l'écart entre le modèle et les résultats expérimentaux est réduit par la prise en compte de la contrainte moyenne. L'identification des paramètres  $\mu_i$  donne l'effet de la contrainte moyenne pour l'acier 16MND5, l'effet de la traction moyenne ( $\mu_1 + \mu_2 = 0,18$ ) est à peine plus important qu'en torsion ( $\mu_1 = 0,16$ ), ce qui est conforme aux observations faites sur la taille des surfaces. Les valeurs des paramètres  $\mu_i$  sont relativement faibles. Elles montrent que l'acier 16MND5 est un matériau modérément sensible à l'effet de contrainte moyenne, c'est le cas des aciers ductiles de la même catégorie que cet acier [Pallarés-Santasmartas et al., 2018a].

Avec ces résultats, un effet de la contrainte moyenne de torsion est clairement montré contrairement au postulat de certains critères de fatigue [Sines, 1959, Papuga, 2011]. Dans la littérature, des résultats récents montrent un effet similaire de la contrainte moyenne en traction et en torsion sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles [Pallarés-Santasmartas et al., 2018a]. Dans cet article, des diagrammes de Haigh permettent d'observer que l'effet de la contrainte moyenne de traction sur des matériaux ductiles donne une réduction de la tenue en fatigue avec l'augmentation de la contrainte moyenne du même ordre de grandeur que les aciers étudiés ici. Pour l'effet de contrainte moyenne de torsion à partir des valeurs en fatigue obtenues dans [Pallarés-Santasmartas et al., 2018b] pour un acier 34CrNiMo6, le paramètre  $\mu_1$  du critère (5.16) donne 0,13 soit un ordre de grandeur similaire aux aciers de cette étude.

De cette étude, il semblerait que les aciers moyennement sensibles à la contrainte moyenne ont cet effet porté principalement par  $J_{2m}$  avec peu d'effet de  $I_{1m}$  (faible différence entre traction et torsion). Ce n'est par exemple pas le cas pour d'autres classes de matériaux telles que les fontes. Ces matériaux sont très sensibles à la contrainte moyenne avec un effet principalement de la traction moyenne (valeurs très importantes du coefficient associé à  $I_{1m}$ ) [Iben Houria et al., 2015].

$\Sigma_{eq}$ (MPa)	$\mu_1$	$\mu_2$		
354	0,16	0,02		
Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.18a	0	0	-0,1	3,1
5.18b	145	0	-6,8	6,6
5.18c	0	145	-1,7	1,8
5.18d	0	0	-0,7	3,9
5.19a	-102	107	-1,7	1,8
5.19b	-102	107	-2,0	1,3
5.19c	165	0	-4,6	5,8

TABLE 5.9 – Écart entre l'identification du modèle (5.16) et les résultats issus des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

### 5.3.4.2 Identification de l'effet de la contrainte moyenne sur l'acier 42CrMo4

De la même manière la contrainte équivalente dissipative  $\Sigma_{eq,diss}$  (5.16) intégrant la contrainte moyenne est identifiée sur les surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4 (figure 5.15). Les résultats de l'identification sont donnés au tableau 5.10.

L'identification de la contrainte équivalente sur l'acier 42CrMo4 améliore la description et montre

un effet de la contrainte moyenne. Comme pour l'acier 16MND5, l'acier 42CrMo4 appartient à une classe d'acier ductile modérément sensible à l'effet de contrainte moyenne. L'effet de la contrainte moyenne de traction ( $\mu_1 + \mu_2 = 0,21$ ) est légèrement plus marqué que celui de la torsion ( $\mu_1 = 0,15$ ). Les remarques faites sur l'acier 16MND5 sont similaires pour l'acier 42CrMo4. Un écart faible subsiste sur l'axe de torsion des surfaces d'iso-auto-échauffement en présence de contraintes moyennes de traction. Ainsi, une légère modification du modèle peut être proposée pour améliorer la précision du modèle.

$\Sigma_{eq}$ (MPa) 405	$\mu_1$ 0,15		$\mu_2$ 0,06	
Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.15a	0	0	0,7	4,3
5.15b	165	0	-0,5	7,1
5.15c	0	165	-0,3	2,2
5.15d	0	0	-0,2	4,7
5.15e	165	0	0,4	7,5
5.15f	0	165	2,9	5,1

TABLE 5.10 – Écart entre l'identification du modèle (5.16) et les résultats issus des surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4

La prise en compte de la contrainte moyenne dans la contrainte équivalente améliore la description des résultats expérimentaux pour les deux aciers. Cependant, des écarts subsistent de sorte qu'il est envisageable de faire évoluer légèrement le critère afin de représenter au mieux le comportement des deux matériaux.

## 5.4 Extension du modèle

Dans la partie précédente, un modèle de contrainte équivalente est défini avec une inclusion de l'effet de la contrainte moyenne. Dans cette partie, les évolutions du critère sont présentées avec une mise en lumière des performances de l'essai d'iso-auto-échauffement pour la calibration et l'identification des critères de fatigue.

### 5.4.1 Décrire plus précisément les surfaces d'iso-auto-échauffement

La forme des surfaces du régime secondaire est principalement décrite par le modèle de von Mises contrairement au régime primaire. Néanmoins, des écarts entre le modèle et les résultats expérimentaux subsistent sur certaines configurations. Ainsi, pour ajouter un effet un peu plus marqué sur la dissipation de la traction cyclique, un invariant est ajouté dans la contrainte équivalente. Un modèle est ainsi obtenu avec quatre invariants  $J_{2a}$ ,  $I_{1a}$ ,  $J_{2m}$  et  $I_{1m}$  avec quatre paramètres matériaux. Deux paramètres  $\lambda_i$  définissent l'effet de forme de la surface, soit la dépendance à la part alternée de la contrainte, et deux paramètres  $\mu_i$  définissent l'influence de la contrainte moyenne. La contrainte équivalente dissipative à identifier sur les surfaces d'iso-auto-échauffement donne

$$\Sigma_{eq,diss} = \lambda_1 J_{2a} + \lambda_2 I_{1a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} \quad (5.17)$$

Cette forme de contrainte équivalente est similaire à la définition du critère à quatre invariants d'Altenbach [Altenbach and Zolochovsky, 1996].

Dans l'identification de cette contrainte équivalente dissipative, l'effet d'hétérogénéité est inclus dans la démarche d'identification. L'hétérogénéité du champ de contraintes n'a un effet que sur la partie cyclique, la contrainte moyenne a un effet sur la tenue en fatigue, mais pas sur le mécanisme de

dissipation. Ainsi, dans l'identification de la contrainte équivalente dissipative, l'effet d'hétérogénéité est à considérer sur l'identification de  $J_{2a}$ , pour  $I_{1a}$  le champ de contrainte de traction est homogène.

#### 5.4.1.1 Identification du critère à quatre invariants sur l'acier 16MND5

La contrainte équivalente dissipative (5.17) est identifiée sur les surfaces d'iso-auto-échauffement. Le résultat de l'identification est donné au tableau 5.11, les surfaces identifiées sont tracées en figures 5.18 et 5.19.

L'identification de cette contrainte équivalente permet d'inclure à la fois l'effet de la contrainte moyenne et l'effet de la forme des surfaces. Le fait que le paramètre  $\lambda_2(I_{1a})$  soit non nul indique que pour l'acier 16MND5, la dissipation est un peu plus prononcée en traction qu'en torsion. Néanmoins, sa faible valeur montre que le choix d'adopter une modélisation du comportement des sites plastiques par le modèle de von Mises reste une approche représentative du comportement du matériau.

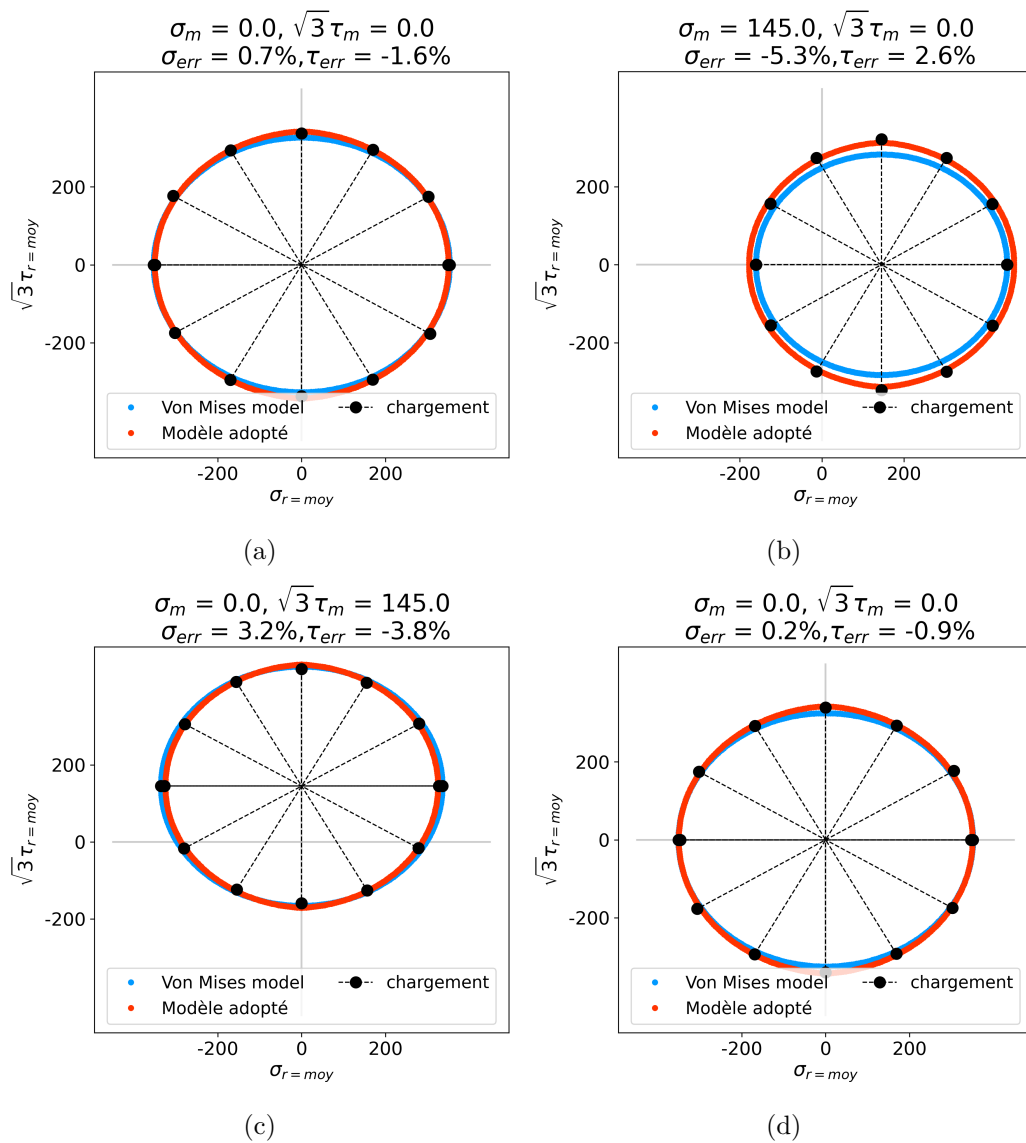


FIGURE 5.18 – Identification de la contrainte équivalente (5.17) des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

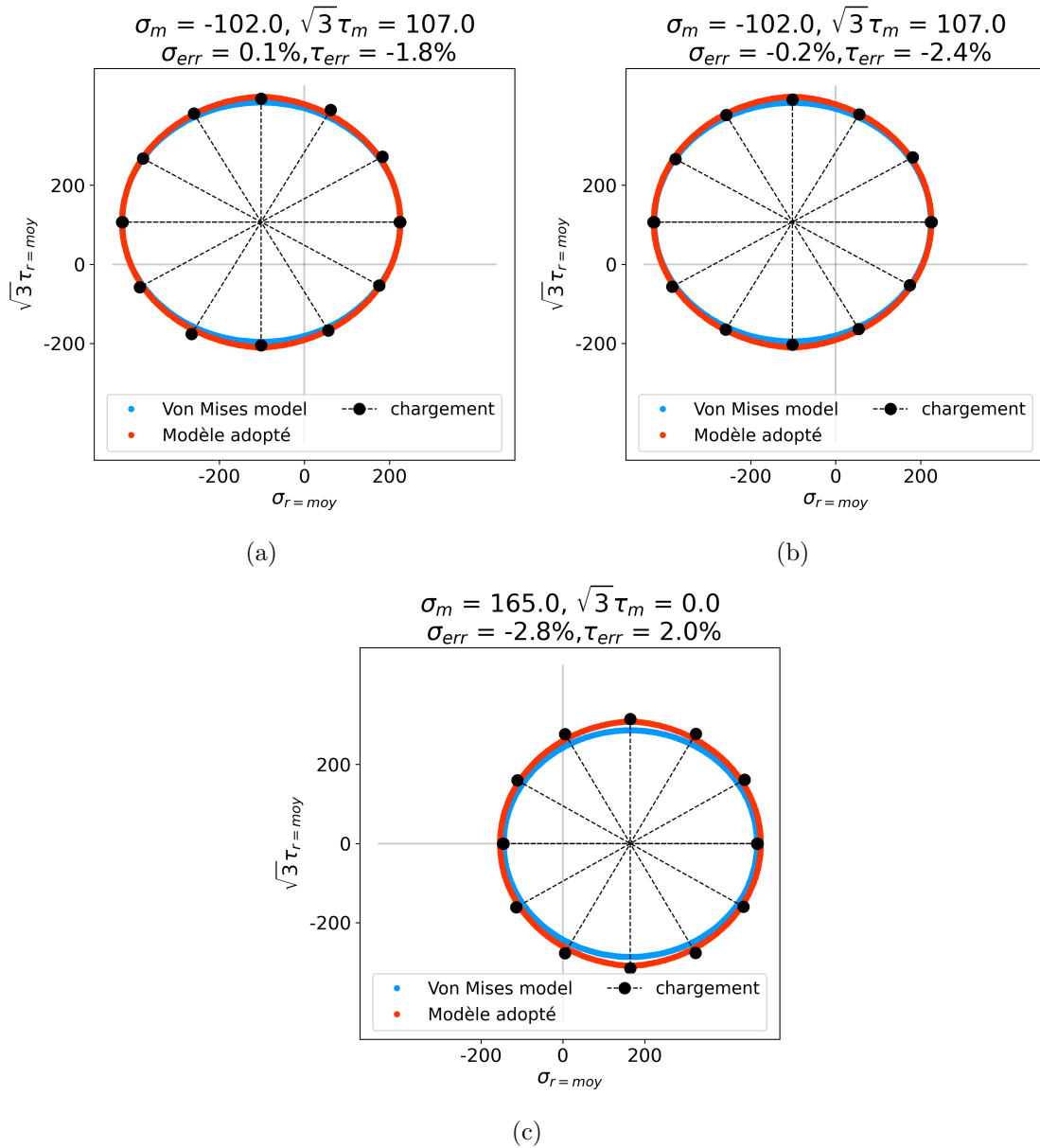


FIGURE 5.19 – Identification de la contrainte équivalente (5.17) sur des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

$\Sigma_{eq}$ (MPa)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\mu_1$	$\mu_2$
354	0,95	0,05	0,17	0,02
Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.18a	0	0	-0,2	-1,6
5.18b	145	0	-5,3	2,6
5.18c	0	145	3,2	-3,8
5.18d	0	0	0,2	-0,9
5.19a	-102	107	0,1	-1,8
5.19b	-102	107	-0,2	-2,4
5.19c	165	0	-2,8	2,0

TABLE 5.11 – Identification de la contrainte équivalente (5.17) sur l'ensemble des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

### 5.4.1.2 Identification du critère à quatre invariants sur l'acier 42CrMo4

La contrainte équivalente (5.17) est identifiée sur les résultats expérimentaux de l'acier 42CrMo4 en figure 5.20 et au tableau 5.12.

L'identification donne dans le cas de l'acier 42CrMo4 de meilleurs résultats en termes de précision. L'effet de contrainte moyenne est conservé et l'influence sur la forme des surfaces est captée par ce modèle de contrainte équivalente. Comme pour l'acier 16MND5, la forme est essentiellement décrite par  $J_{2a}$  donc par le modèle de von Mises. Pour cet acier, le choix d'utiliser la contrainte équivalente de von Mises pour modéliser le comportement élastoplastique est également valable. L'ajout de l'invariant  $I_{1a}$  permet d'améliorer la précision et de représenter correctement la forme de la surface d'iso-auto-échauffement. De plus l'ajout de cet invariant montre un léger écart en tenue à la fatigue à isocontrainte de von Mises entre la traction et la torsion.

$\Sigma_{eq}$ (MPa)	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\mu_1$	$\mu_2$
400	0,95	0,05	0,15	0,06
Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.20a	0	0	0,7	-0,9
5.20b	165	0	-0,5	1,8
5.20c	0	165	-0,3	-2,9
5.20d	0	0	-0,2	-0,5
5.20e	165	0	0,4	2,1
5.20f	0	165	2,9	-0,1

TABLE 5.12 – Identification de la contrainte équivalente (5.17) sur l'ensemble des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4

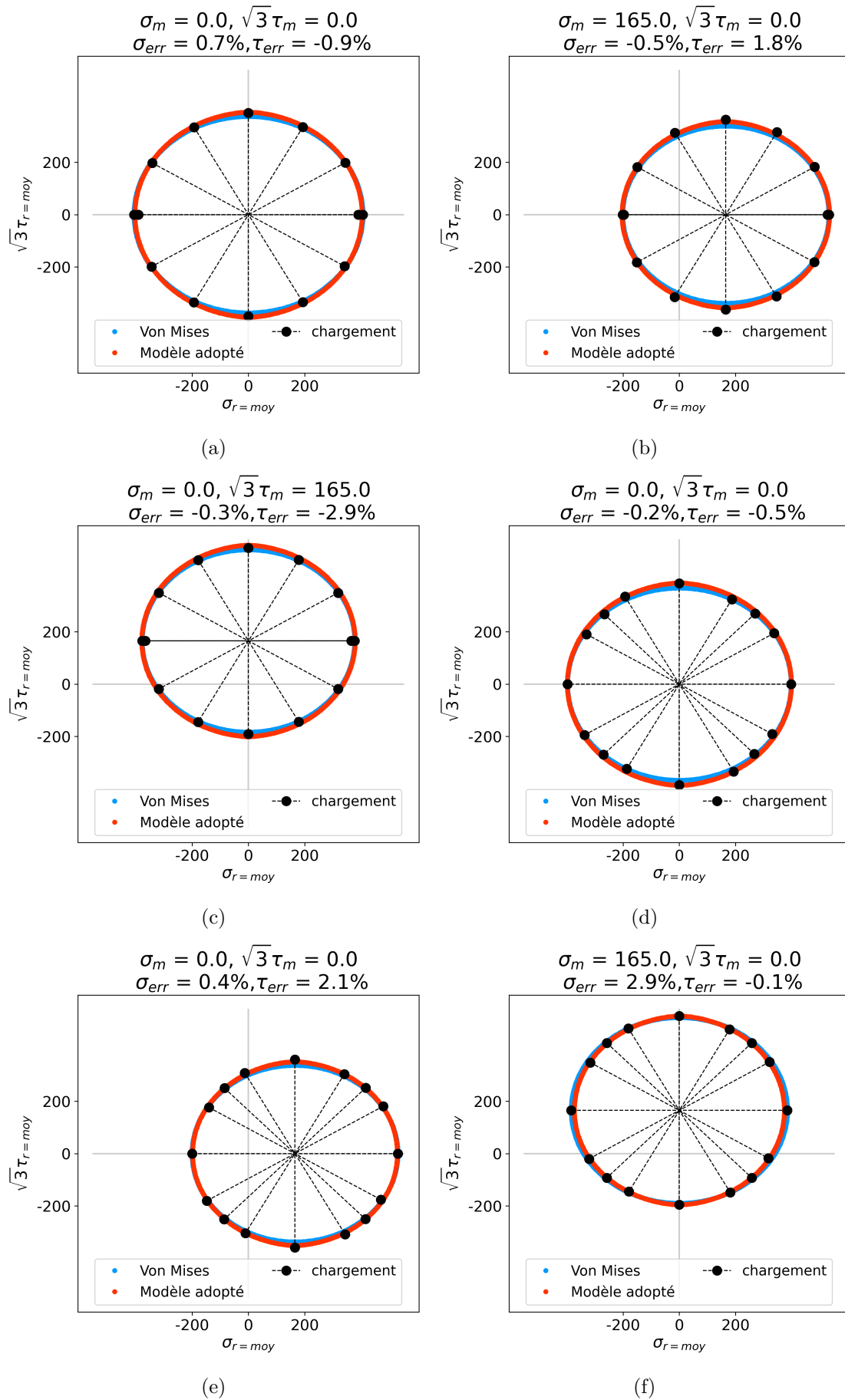


FIGURE 5.20 – Identification de la contrainte équivalente (5.17) des surfaces iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4

### 5.4.1.3 Utilisation de la contrainte équivalente comme critère de fatigue

Les surfaces d'iso-auto-échauffement pour les deux aciers sont des outils très intéressants pour, en premier lieu, identifier des modèles de contraintes équivalentes dissipatives qui permettent d'exploiter les mesures d'auto-échauffement sous chargements multiaxiaux. Puis avec ces essais, il est montré que le choix de la contrainte équivalente permet d'également définir le comportement élastoplastique des sites plastiques. Ainsi, la compréhension des mesures couplées au modèle de comportement des sites plastiques permet d'utiliser le modèle probabiliste à deux échelles pour passer des mesures d'auto-échauffement aux propriétés en fatigue.

En pratique, l'essai d'iso-auto-échauffement est une démarche généralisée permettant de comparer un grand nombre de courbes d'auto-échauffement et donc un grand nombre d'effets du chargement (pour peu d'éprouvettes). L'identification de la contrainte équivalente à quatre invariants (5.17) est l'expression directe de ces effets sur la tenue à la fatigue. Dans le modèle probabiliste, ces effets inclus dans la contrainte équivalente sont directement liés au paramètre  $S_0$  définissant la limite d'endurance médiane du matériau. Ainsi, la contrainte équivalente (5.17) est assimilée à un critère de fatigue.

L'étape de validation du critère de fatigue est réalisée au moyen de diagrammes de Haigh. Pour l'acier 16MND5, les diagrammes de Haigh utilisés sont définis en figure 5.21 et pour l'acier 42CrMo4, les diagrammes sont définis en figure 5.22.

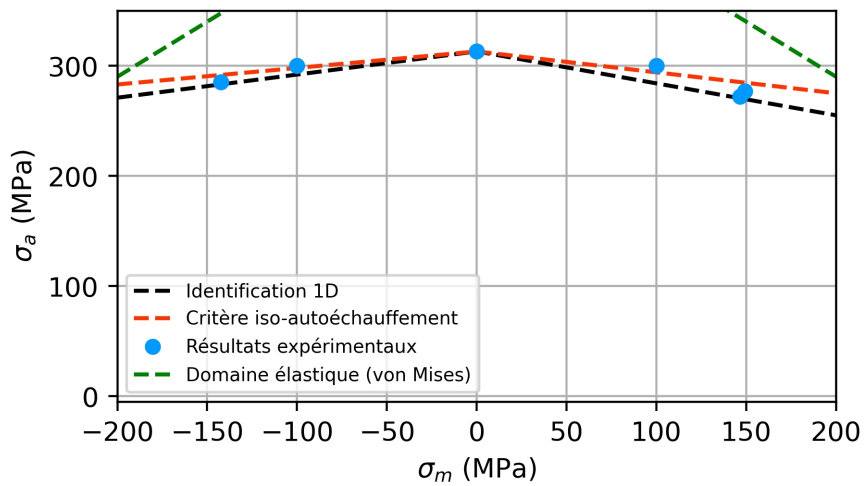
Sur les deux aciers, le choix d'utiliser le critère de fatigue à quatre invariants montre tout son intérêt avec une bonne représentation du comportement des deux aciers. La démarche de calibration plus globale des essais d'iso-auto-échauffement montre que le comportement du matériau sous chargement multiaxial est mieux capté qu'avec un dépouillement courbe par courbe d'auto-échauffement (identification "1D"). Si la base d'identification comporte plusieurs surfaces d'iso-auto-échauffement par matériau, seules trois surfaces sont suffisantes pour arriver au même résultat. La condition est de pouvoir avoir à disposition des essais permettant "d'activer" les quatre invariants.

De plus, les essais d'iso-auto-échauffement permettent de justifier la forme et le choix d'un critère de fatigue très rapidement (quelques heures) tout en étant très précis dans l'identification du comportement moyen du matériau. Cette procédure d'essai présente un réel avantage pour la calibration et la définition de critère de fatigue lorsqu'elle est comparée à des études nécessitant des essais de fatigue dits "classiques" (généralement plusieurs jours ou/et un important parc de machines).

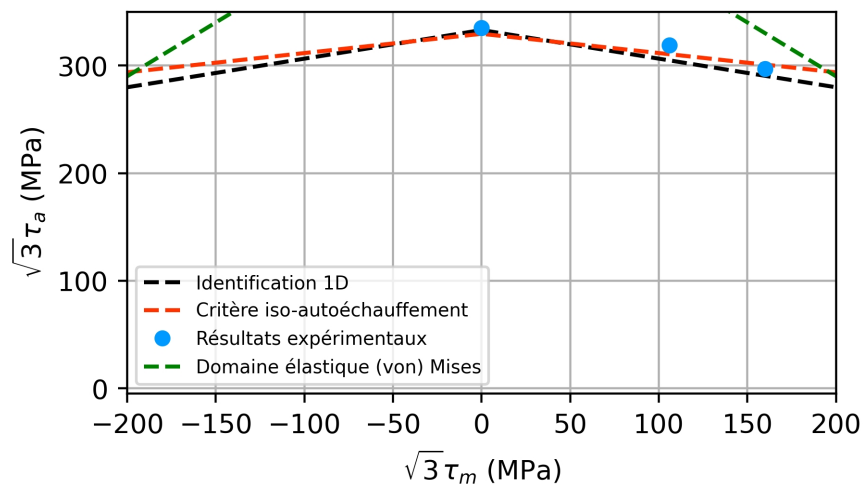
Sur la description de l'effet de la contrainte moyenne, la pente des diagrammes de Haigh (paramètre matériau  $\mu$ ) est faible indiquant que pour ces deux matériaux l'effet de la contrainte moyenne est modéré. Les deux aciers de l'étude appartiennent à une même classe de matériau vis-à-vis de l'effet de la contrainte moyenne. C'est une caractéristique en traction-compression observée pour plusieurs aciers ductiles dans la partie du domaine élastique des diagrammes de Haigh. Les travaux de Pallarès-Santasmartas [Pallarès-Santasmartas et al., 2018a] synthétisent des résultats de fatigue de plusieurs études montrant cet effet sur des matériaux comparables.

Dans le cas de l'acier 42CrMo4, pour la traction-compression (figure 5.22a) l'effet de la contrainte moyenne de traction donne une pente  $\mu_1 + \mu_2 = 0,21$ . Cette valeur est cohérente avec des résultats trouvés dans la littérature, par exemple dans l'article de Pallarès-Santasmartas [Pallarès-Santasmartas et al., 2018a], il est fait mention d'essais de fatigue (issus de [Klubberg et al., 2001]) sur un acier 25CrMo4 avec des caractéristiques proches de l'acier 42CrMo4 de cette étude. Pour cet acier et avec le critère de fatigue développé dans cette partie (5.17), le paramètre  $\mu$  trouvé est de 0,20. De plus le comportement trouvé pour cet acier 25CrMo4 est sensiblement le même en traction-compression que celui estimé par la méthode auto-échauffement pour l'acier 42CrMo4.

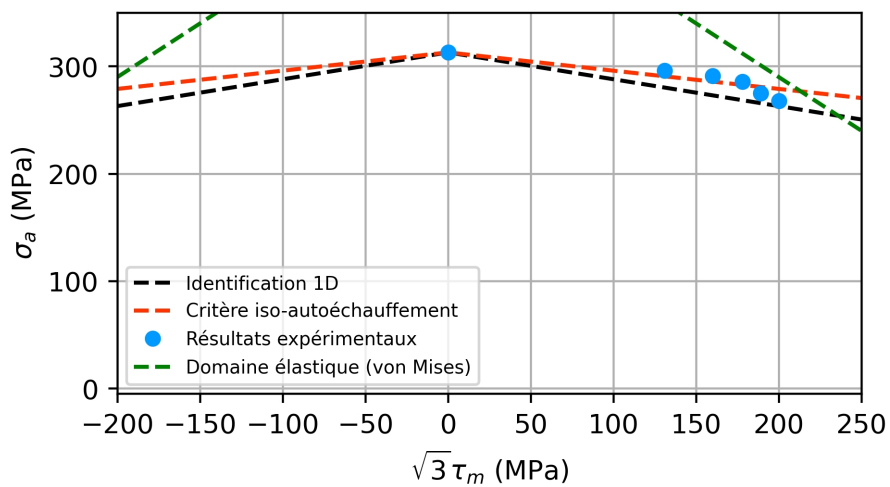




(a)

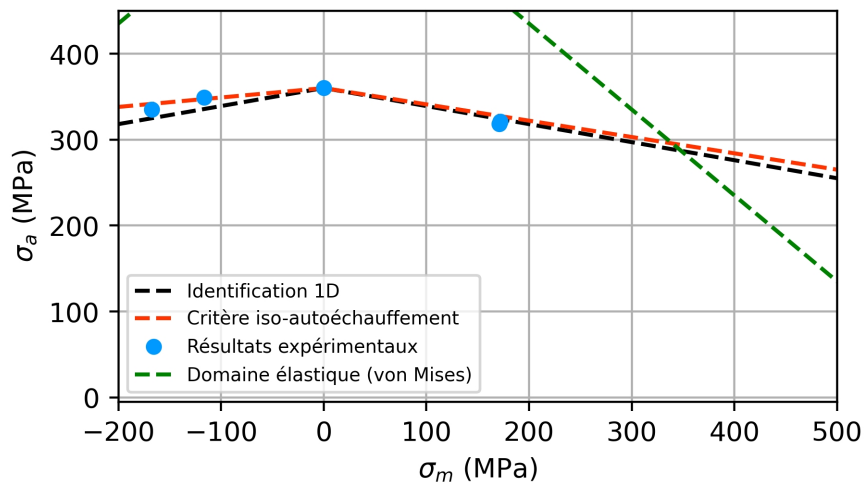


(b)

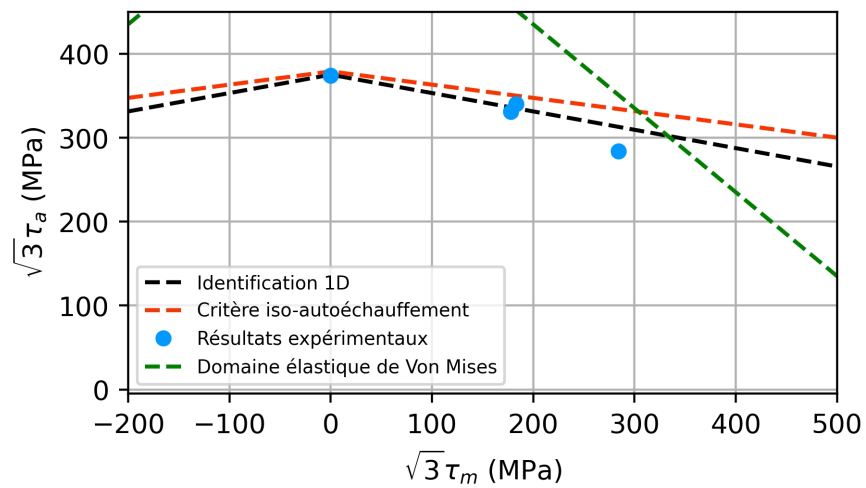


(c)

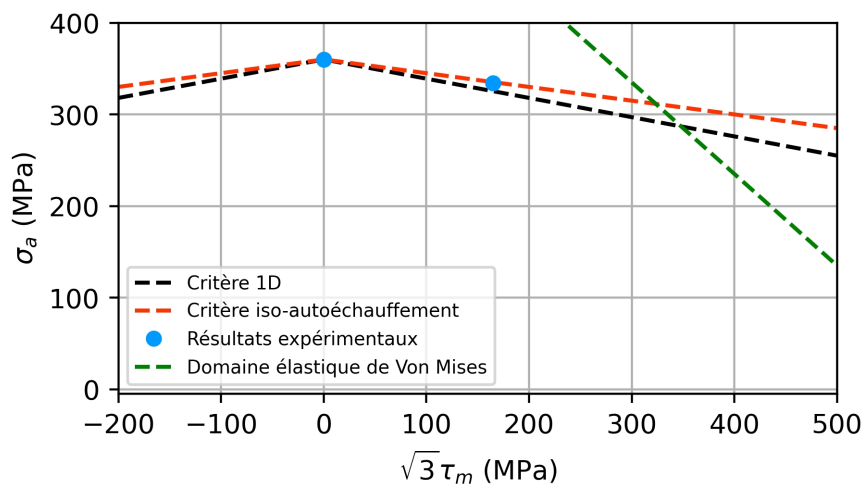
FIGURE 5.21 – Diagramme de Haigh pour l'acier 16MND5, (a) en traction-compression, (b) en torsion, (c) en traction-compression avec torsion moyenne



(a)



(b)



(c)

FIGURE 5.22 – Diagramme de Haigh pour l'acier 42CrMo4, (a) en traction-compression, (b) en torsion, (c) en traction-compression avec torsion moyenne

### 5.4.2 Proposition d'une contrainte équivalente couplée

Les modèles de contraintes équivalentes dissipatives identifiées permettent une bonne description des surfaces d'iso-auto-échauffement. Cependant, de légers écarts subsistent lors de l'identification sur les surfaces d'iso-auto-échauffement, ces écarts peuvent indiquer des effets non pris en compte par l'ensemble des invariants introduits. Afin de montrer les capacités de l'essai d'iso-auto-échauffement pour justifier des critères de fatigue complets, un critère modifié est introduit tel que

$$\Sigma_{eq,diss} = \lambda_1 J_{2a} + \lambda_2 I_{1a} + \mu_1 J_{2m} + \mu_2 I_{1m} + \mu_3 \frac{I_{1a} I_{1m}}{J_{2a}} \quad (5.18)$$

Les observations expérimentales montrent pour les deux aciers un effet accru de la dissipation en traction-torsion avec contrainte moyenne de traction ainsi pour représenter cet effet, un couplage  $\frac{I_{1a} I_{1m}}{J_{2a}}$  est introduit.

Le critère (5.18) est identifié sur les surfaces d'iso-auto-échauffement. Le résultat de l'identification est au tableau 5.13 pour l'acier 16MND5 et au tableau 5.14 pour l'acier 42CrMo4. L'intérêt du couplage n'est pas aussi intéressant pour les deux matériaux. Si de manière générale l'erreur est diminuée, les résultats sont surtout améliorés dans le cas de l'acier 16MND5 particulièrement sur la surface avec de la contrainte moyenne de traction. Le but de la démarche est de montrer que l'essai d'iso-auto-échauffement permettent de justifier des critères complexes.

$\Sigma^{eq}$ (MPa)	$\lambda_1(J_{2a})$	$\lambda_2(I_{1a})$	$\mu_1(J_{2m})$	$\mu'_2(I_{1m} + \frac{I_{1a}I_{1m}}{J_{2a}})$
351	0,95	0,05	0,17	0,06
Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.18a	0	0	0,7	-0,2
5.18b	145	0	-3,7	0,7
5.18c	0	145	3,0	-2,6
5.18d	0	0	0,2	0,6
5.19a	-102	107	1,4	1,6
5.19b	-102	107	-1,7	1,0
5.19c	165	0	-1,0	-0,4

TABLE 5.13 – Identification du critère (5.18) sur les surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 16MND5

$\Sigma^{eq}$ (MPa)	$\lambda_1(J_{2a})$	$\lambda_2(I_{1a})$	$\mu_1(J_{2m})$	$\mu'_2(I_{1m} + \frac{I_{1a}I_{1m}}{J_{2a}})$
399	0,95	0,05	0,17	0,03
Surfaces iso-auto-échauffement (figure)	$\Sigma_m$ (MPa)	$\sqrt{3}T_m$ (MPa)	Écart sur $\sigma$ %	Écart sur $\tau$ %
5.20a	0	0	1,6	0,3
5.20b	165	0	0,0	-1,0
5.20c	0	165	1,6	-0,6

TABLE 5.14 – Identification du critère (5.18) sur les surfaces d'iso-auto-échauffement de l'acier 42CrMo4

## 5.5 Conclusion de l'étude du régime secondaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial

L'étude du régime secondaire d'auto-échauffement sous chargement multiaxial a permis de valider plusieurs modèles permettant la caractérisation en fatigue sous chargements multiaxiaux complexes des aciers de l'étude. Cette étape valide un objectif majeur de la thèse avec une synthèse sous la forme d'un critère de fatigue.

La mise en place de l'essai d'iso-auto-échauffement pour l'étude du régime secondaire a permis, dans la continuité du chapitre 4, d'identifier un modèle de contrainte équivalente de dissipation. Ce modèle permet d'interpréter la mesure d'auto-échauffement du régime secondaire en prenant en compte l'hétérogénéité du champ de contraintes. La contrainte équivalente identifiée permet également de mesurer le comportement dissipatif des deux aciers sous chargements non proportionnels sans avoir à recourir à la modélisation de mécanismes supplémentaires.

Puis, la description de la forme des surfaces d'iso-auto-échauffement valide l'usage du modèle de von Mises comme contrainte équivalente en amplitude d'activation des sites plastiques du modèle probabiliste. Cette contrainte équivalente est adaptée au comportement élastoplastique des sites plastiques pour les chargements proportionnels et non proportionnels. Ce traitement valide que le modèle probabiliste à deux échelles est adapté pour la prévision en fatigue de tout type de chargement.

Par la suite, afin de compléter l'étude de la dissipation avec les surfaces d'iso-auto-échauffement, l'outil descriptif est prolongé pour inclure les effets de contraintes moyennes et décrire encore plus précisément la partie alternée de la contrainte. Pour cela, un modèle à quatre invariants a été introduit permettant de décrire les surfaces d'iso-auto-échauffement en fonction de la composante cyclique ( $J_{2a}$  et  $I_{1a}$ ) et moyenne ( $J_{2m}$  et  $I_{1m}$ ) du chargement. Ensuite, grâce au travail amont permettant de lier, par le modèle probabiliste, la mesure de l'auto-échauffement aux propriétés en fatigue, la contrainte équivalente est assimilée à un critère de fatigue. En pratique, les surfaces d'iso-auto-échauffement permettent de comparer, pour un très faible nombre d'éprouvettes, un grand nombre de courbes d'auto-échauffement et donc d'effets du chargement. Cette démarche justifie complètement la forme de la contrainte équivalente qui est directement reliée au niveau de dissipation et à la fatigue. Pour l'ensemble de ces raisons, le critère défini dans ce chapitre est un critère multiéchelle de type "invariant".

Pour les deux aciers, le critère de fatigue a été validé par confrontation sur des diagrammes de Haigh. L'étude de la réponse du critère montre un effet, pour les deux aciers, plus important de la contrainte moyenne de traction que de la contrainte moyenne de torsion. Si l'effet de la contrainte moyenne est mesuré pour la famille des aciers étudiés, la prise en compte de la contrainte moyenne de torsion est nécessaire pour la prévision en fatigue.

Enfin, la dernière étape a été de montrer les performances de l'essai d'iso-auto-échauffement dans la définition et la calibration de critère de fatigue de type invariant. Des critères plus complets ont permis d'affiner la description des surfaces d'iso-auto-échauffement en introduisant des invariants et couplages supplémentaires. En conclusion, le critère identifié dans ce chapitre, en plus de caractériser les deux aciers de l'étude, répond au besoin soulevé par la méthode de dimensionnement définie au chapitre 2.

Malgré les points validés dans ce chapitre, plusieurs axes de développement peuvent être menés. La première étude à prolonger concerne l'observation de la tenue en fatigue en présence de contraintes moyennes multiaxiales (par exemple compression-torsion). Cette étude peut permettre de comprendre plus précisément le couplage entre les invariants du tenseur des contraintes moyennes. Dans ce chapitre, l'espace d'identification des modèles est l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ . Une étude intéressante est de proposer des essais d'iso-auto-échauffement permettant d'agréer l'es-

pace d'identification des modèles. Le choix de sollicitations de natures différentes comme la traction biaxiale ou la traction-torsion-pression interne permettrait d'avoir plusieurs espaces permettant soit de valider pour un cas plus général le critère identifié, soit d'améliorer le critère pour être plus complets.

Dans ce chapitre, un choix de contraintes équivalentes par invariant a été retenu pour obtenir un critère de fatigue linéaire. Cependant, une question intéressante à explorer, au besoin de l'application, est de proposer d'autres formes de critères (paraboliques, par parties...) pour observer leur capacité de description des résultats expérimentaux.

Pour la suite de l'étude, l'effet d'histoire du chargement est observé. Pour cela, une modification de l'état initial du matériau est réalisée par un préchargement cyclique multiaxial. L'incidence de ce préchargement sur les propriétés en fatigue est observée par mesures d'auto-échauffement.

## Chapitre 6

# Évaluer l’effet d’histoire du chargement sur la tenue en fatigue grâce aux mesures d’auto-échauffement

### Sommaire

<b>6.1</b>	<b>Introduction à l’étude de l’effet d’histoire du chargement sur la tenue à la fatigue</b>	<b>185</b>
<b>6.2</b>	<b>Étude de l’effet d’un préchargement multiaxial cyclique sur les mesures d’auto-échauffement de l’acier 16MND5</b>	<b>187</b>
6.2.1	Protocole d’essai : étudier l’effet d’histoire du chargement par mesures d’auto-échauffement	187
6.2.2	Résultats d’auto-échauffement	188
6.2.3	Évolution des paramètres des courbes d’auto-échauffement et de la tenue en fatigue dû aux préchargements cycliques multiaxiaux	192
<b>6.3</b>	<b>Conclusions sur l’étude de l’effet de préchargement cyclique par mesures d’auto-échauffement</b>	<b>194</b>

## 6.1 Introduction à l’étude de l’effet d’histoire du chargement sur la tenue à la fatigue

Dans ce dernier chapitre, l’objectif est de quantifier, de façon expérimentale, l’effet d’histoire du chargement sur la tenue en fatigue de l’acier 16MND5 par mesures d’auto-échauffement. Ce chapitre permet de montrer l’intérêt d’utiliser la thermométrie pour accéder à l’influence des effets d’histoire du chargement sur les propriétés en fatigue. Cependant, le travail expérimental présenté est une première étude sur l’effet d’histoire dans un contexte de chargement multiaxial. L’étude débouche sur un plus grand nombre de perspectives que de réponses sur la modélisation des effets observés.

Le terme d’histoire du chargement désigne l’influence du séquençement du chargement sur la tenue en fatigue du matériau. Si l’idée initiale de Miner est de proposer un cumul linéaire de l’endommagement quelque soit l’ordonnancement des cycles d’un chargement variable, il a été montré par la suite [Fatemi and Yang, 1998] que la séquence des cycles joue sur le cumul du dommage. Des études ont montré qu’un chargement de grandes amplitudes suivies par de plus petites amplitudes est plus critique en fatigue que le séquençement inverse [Kamaya and Kawakubo, 2015]. Ainsi, dans le cas des lignes d’arbres, il est intéressant d’observer l’effet du chargement variable. Au chapitre 2, deux populations de cycles ont été identifiées dans le chargement des lignes d’arbres avec d’un côté

des cycles multiaxiaux associés aux manœuvres et de l'autre des cycles de flexion rotative associés au régime établi. Une question légitime est de se demander quelle est l'influence des cycles de manœuvres (plus grandes amplitudes de chargement) sur la tenue en fatigue du matériau caractérisé pour les cycles de flexion rotative (majorité des cycles). Cela revient à se demander quel est l'effet des manœuvres (l'histoire du chargement) sur la tenue en fatigue du régime établi. Pour étudier cet effet, les mesures d'auto-échauffement et le modèle probabiliste à deux échelles sont utilisés. Ainsi, les deux objectifs du chapitre sont :

- Évaluation expérimentale de l'effet d'un préchargement cyclique multiaxial sur les propriétés dissipatives de l'acier 16MND5
- Détermination de la tenue en fatigue du matériau sous chargement uniaxial de traction-compression en fonction du niveau d'effort du préchargement cyclique multiaxial appliqué

Pour étudier l'effet d'histoire, une solution est d'appliquer un chargement spécifique puis de constater son influence sur les propriétés en fatigue du matériau pour un chargement nominal. Dans la littérature, deux types de préchargements, avec des objectifs d'étude différents, peuvent être appliqués pour étudier un effet d'histoire du chargement. Le premier type de chargement consiste à appliquer une prédéformation plastique modifiant macroscopiquement le matériau, alors que le second type de chargement consiste à appliquer un préchargement cyclique inférieur à la limite d'élasticité.

La première solution est de constater l'influence d'une prédéformation plastique initiale. Cette méthode a été mise en pratique dans plusieurs travaux [Doudard, 2004, Saintier et al., 2011, Walker et al., 2017], elle permet d'étudier l'influence d'une surcharge plastique, d'un procédé ou d'un changement de la microstructure après prédéformation plastique [Amini et al., 2020] sur la tenue en fatigue. La prédéformation plastique peut selon le matériau avoir des effets opposés sur la durée de vie avec des matériaux comme des alliages d'aluminium peu impactés sur éprouvette lisse, mais avec un effet néfaste en présence d'un concentrateur de contrainte [Saintier et al., 2011]. L'étude de l'effet de la prédéformation plastique peut aussi avoir pour but d'explorer l'effet bénéfique d'un surécrouissage comme le grenailage pour une structure en lui permettant de fonctionner dans un domaine élastique adapté au chargement et donc d'améliorer la durée de vie [Walker et al., 2017]. Cet effet de la prédéformation plastique a été aussi étudié par mesures d'auto-échauffement [Doudard, 2004, Munier, 2012, Louge, 2019]. Le but est d'observer l'effet de la prédéformation plastique sur les propriétés dissipatives du matériau puis d'en déduire son impact sur la durée de vie. Les comparaisons entre la méthode auto-échauffement et des essais classiques sont très satisfaisantes, une base de données très intéressantes est disponible dans la thèse de Munier [Munier, 2012] pour valider la méthode. L'application d'une prédéformation plastique a plusieurs conséquences sur les différents régimes d'auto-échauffement. Pour le régime primaire d'auto-échauffement, l'application de la prédéformation plastique modifie l'état initial du matériau donc la densité initiale de dislocations. L'augmentation de cette densité augmente le nombre d'interactions lors du chargement cyclique et induit alors une augmentation de l'élévation de température du régime primaire. Pour le régime secondaire, la puissance dissipative reste la même, les mécanismes ne changeant pas de nature. Cependant, la prédéformation plastique peut introduire des marqueurs d'endommagement qui vont induire une intensité du régime secondaire plus importante et donc une réduction de la tenue en fatigue.

La seconde solution pour l'étude de l'effet d'histoire est l'application d'un préchargement cyclique. Cette seconde solution sera celle retenue pour l'étude dans le cadre des mesures d'auto-échauffement étant donné l'application. Elle permet de faire le lien avec l'application des lignes d'arbres en permettant d'observer l'influence de "grands" cycles (cycles de manœuvres, chapitre 2) peu nombreux sur la tenue en fatigue d'un acier sollicité sous contrainte normale (régime permanent, chapitre 2). Cette approche est une méthode pour prendre en compte l'effet de variabilité du chargement en

considérant un séquençement du chargement. Dans la littérature, de nombreux travaux s'intéressent à l'effet de séquençement en imposant un préchargement cyclique [Fatemi and Yang, 1998, Kamaya and Kawakubo, 2015]. D'un point de vue du préendommagement, quelques travaux existent [Chou et al., 2015, Louge, 2019] dans lesquels une précharge cyclique est imposée pour observer un historique de vie du matériau sur la tenue en fatigue du matériau sous son chargement nominal. L'étude d'un préchargement cyclique, par mesures d'auto-échauffement, a surtout été menée par Louge [Louge, 2019, Louge et al., 2022a, Louge et al., 2022b] pour des préchargements uniaxiaux. L'auteur a pu validé l'utilisation des mesures d'auto-échauffement pour la prévision de résultat en fatigue après préchargement cyclique en validant les prévisions par comparaison avec des résultats conventionnels (*staircase*). Un des objectifs du chapitre est de prolonger cette démarche d'études du préchargement cyclique par essais d'auto-échauffement en adaptant le protocole à l'étude de l'effet d'un préchargement cyclique multiaxial.

Ainsi, dans un premier temps, le protocole d'essai pour l'étude de l'effet du préchargement cyclique multiaxial est présenté. Lors de cette étape, les indicateurs permettant d'évaluer son influence sur les propriétés dissipatives sont présentés. Puis le protocole d'essai est appliqué pour différents niveaux de préchargement. Enfin, la relation entre le préchargement cyclique multiaxial et la tenue en fatigue de l'acier 16MND5 est établie à partir de cette base expérimentale.

## 6.2 Étude de l'effet d'un préchargement multiaxial cyclique sur les mesures d'auto-échauffement de l'acier 16MND5

### 6.2.1 Protocole d'essai : étudier l'effet d'histoire du chargement par mesures d'auto-échauffement

Le but de l'essai suit le même objectif que l'essai d'auto-échauffement mis en place au chapitre 3. Les propriétés en fatigue recherchées restent obtenues par analyses de la courbe d'auto-échauffement avec la recherche des paramètres du régime secondaire. Pour étudier l'effet du préchargement multiaxial cyclique sur la tenue en fatigue, la première étape est de définir un niveau de chargement  $J_{2a}$  et une forme de cycle soit le rapport  $R_{\tau b}$  entre le cisaillement et la contrainte normale (figure 6.2). Puis ce cycle défini est appliqué à l'éprouvette test pour un nombre  $N$  de cycles. À l'issue de cette étape de préchargement, un essai d'auto-échauffement classique est conduit sur cette même éprouvette en traction-compression alternée pour obtenir une courbe d'auto-échauffement. Enfin à partir du modèle développé au cours de cette thèse les propriétés en fatigue sont déterminées. Les différentes étapes de l'essai sont résumées en figure 6.1.

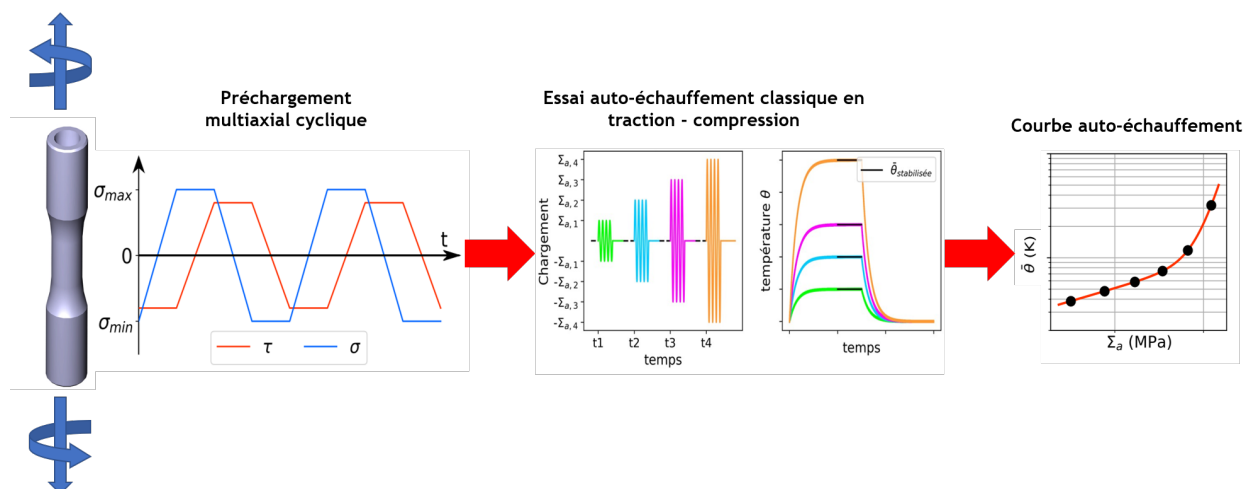
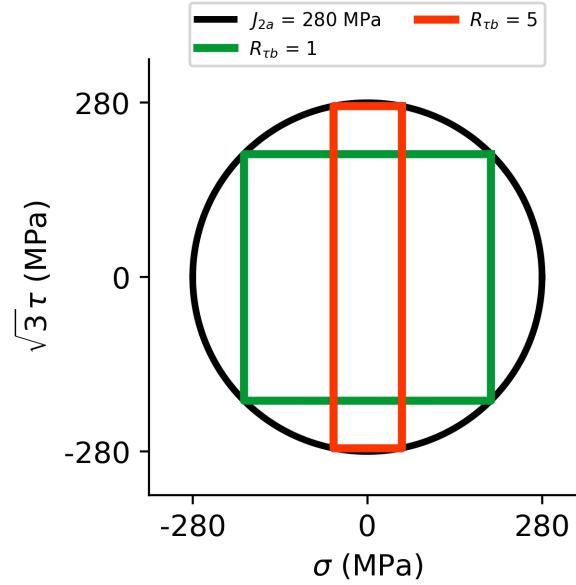


FIGURE 6.1 – Protocole d'essai de l'étude sur l'effet d'un préchargement




 FIGURE 6.2 – Forme des préchargements cycliques multiaxiaux en fonction du rapport  $R_{\tau b}$ 

Pour observer l'incidence du préchargement cyclique multiaxial, des indicateurs sont utilisés pour observer à la fois l'évolution du régime primaire et du régime secondaire en termes d'intensité (paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  des courbes d'auto-échauffement) et d'exposant pour le régime primaire (la puissance dissipative est définie comme  $p$ ). Les courbes d'auto-échauffement sont décrites par

$$\frac{\bar{\theta}}{\tau_{eq}} = \alpha \left( \frac{\Sigma_a}{\max(\Sigma_a)} \right)^p + \beta \left( \frac{\Sigma_a}{\max(\Sigma_a)} \right)^{m+2} \quad (6.1)$$

Les indicateurs sont définis par comparaison avec un état de référence à savoir les courbes d'auto-échauffement en traction - compression à  $R = -1$  non préchargées. Pour le régime primaire, l'évolution de l'intensité est comparée avec

$$\alpha_{norm} = \frac{\alpha_{precharge}}{\alpha_{vierge}} \quad (6.2)$$

L'évolution de l'exposant du régime primaire est donnée par

$$p_{norm} = \frac{p_{precharge}}{p_{vierge}} \quad (6.3)$$

Pour le régime secondaire, l'exposant  $m$  n'évolue pas puisqu'il est supposé que le préchargement cyclique ne modifie pas l'apparition des mécanismes d'endommagement liés à la fatigue à grand nombre de cycles. Ainsi, seule l'évolution de l'intensité du régime secondaire est comparée. De plus cette comparaison permet d'accéder directement à l'évolution de la tenue en fatigue (chapitre 3 (3.54)). L'indicateur est défini par

$$\beta_{norm} = \left( \frac{\beta_{vierge}}{\beta_{precharge}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (6.4)$$

Pour rappel, il existe un lien direct entre  $\beta$  et la limite d'endurance du matériau. Ainsi,  $\beta_{norm}$  exprime un rapport de limites d'endurance.

## 6.2.2 Résultats d'auto-échauffement

Le protocole d'étude de l'effet d'histoire est appliqué à l'acier 16MND5. Pour ce faire, plusieurs formes et niveaux de cycles de préchargements multiaxiaux sont retenus au tableau 6.1. L'objectif est

d'observer expérimentalement l'effet du niveau de chargement, mais aussi la différence d'effet entre un cycle avec un ratio de contrainte égale en torsion et en traction et un cycle avec une composante de torsion majoritaire. La forme du cycle a une influence sur le degré de non-proportionnalité du cycle  $I_{NP}$  (2.15).

Pour réaliser le préchargement, 10 000 cycles sont appliqués aux éprouvettes de chaque essai. Une des éprouvettes est préchargée avec 50 000 cycles pour observer un effet du nombre de cycles. Des essais avec des préchargements supérieurs à 360 MPa ont été menés cependant la consigne de 10 000 cycles n'a jamais pu être atteinte à cause d'une rupture des éprouvettes.

Amplitude $J_{2a}$	$R_{\tau b}$	$I_{NP}$	cycles ( $\times 10^3$ )
280	1	0,58	10
280	10	0,11	10
300	1	0,58	10
300	1	0,58	50
320	1	0,58	10
320	1	0,58	10
320	5	0,33	10
340	1	0,58	10
360	1	0,58	10
360	5	0,33	10

TABLE 6.1 – Paramètres des cycles de préchargement

Les essais sont réalisés en suivant les conditions du tableau 6.1, les courbes d'auto-échauffement sont tracées en figure 6.3 et les paramètres associés sont donnés au tableau 6.2.

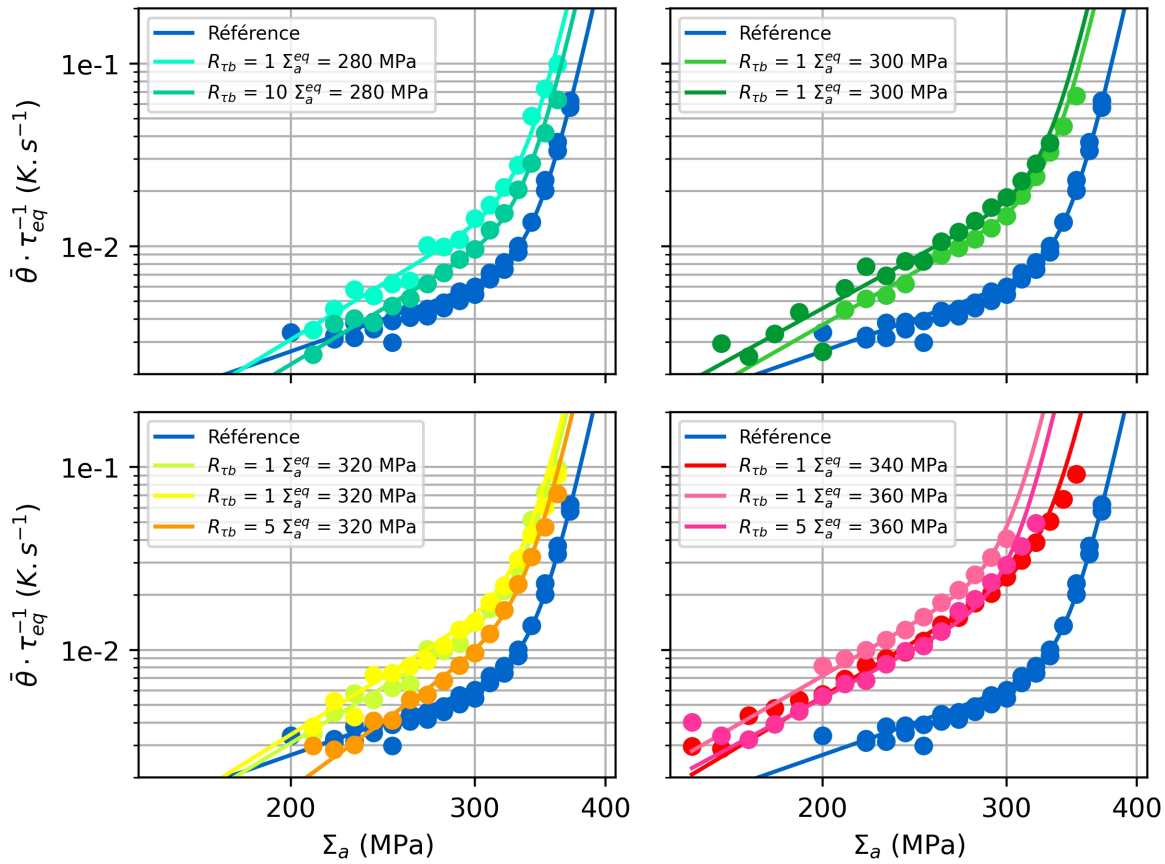


FIGURE 6.3 – Courbes d'auto-échauffement après application d'un préchargement cyclique multiaxial, acier 16MND5

Amplitude $J_{2a}$ (MPa)	$R_{\tau b}$	$\alpha$	$p$	$\beta$	$m$	$\tau_{eq}$
0 (référence)	0	0,008	2,0	0,03	24	35
0 (référence)	0	0,008	2,0	0,03	24	36
280	1	0,023	3,5	0,10	24	33
280	10	0,017	3,4	0,07	24	35
300	1	0,025	3,3	0,13	24	35
300	1	0,029	3,1	0,19	24	47
320	1	0,031	4,1	0,11	24	36
320	1	0,028	3,6	0,12	24	36
320	5	0,020	4,2	0,07	24	35
340	1	0,041	3,4	0,25	24	32
360	1	0,050	3,3	2,25	24	42
360	5	0,033	3,1	1,28	24	38

TABLE 6.2 – Paramètres des courbes d'auto-échauffement de la figure 6.3

Le premier constat issu de l'ensemble de ces courbes est que le préchargement cyclique a un effet sur la dissipation. Plus l'amplitude est élevée, plus le niveau de dissipation est important dans les deux régimes d'auto-échauffement. Pour illustrer cet effet, deux courbes avec deux niveaux de préchargement et les courbes de références sont tracées en figure 6.4. Pour le régime primaire, la dissipation est plus importante avec le niveau de préchargement. On constate également un changement de pente du régime primaire. L'exposant du régime primaire n'est plus égal à 2, le préchargement modifie l'état initial du matériau avant l'essai d'auto-échauffement. Pour le régime secondaire, l'intensité est également plus importante avec le niveau de préchargement puisque ce dernier introduit de la microplasticité avant l'essai d'auto-échauffement.

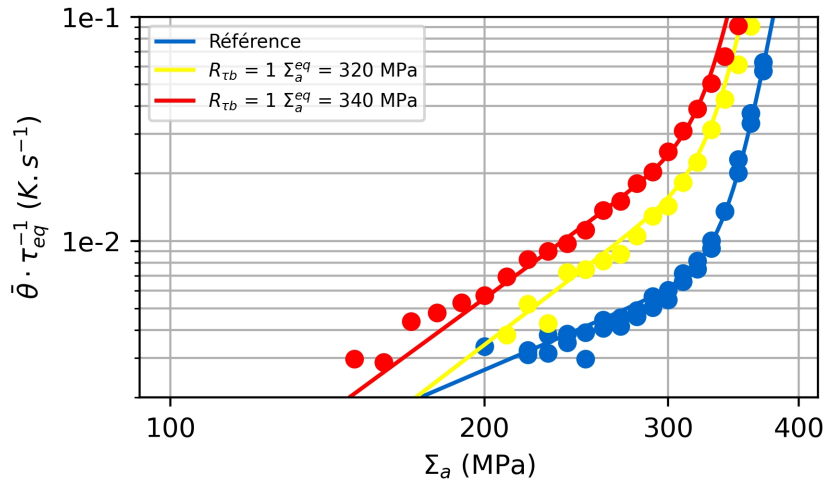


FIGURE 6.4 – Effet de l'amplitude du préchargement sur les courbes d'auto-échauffement

Un deuxième constat peut être tiré de l'analyse des courbes d'auto-échauffement, la forme du cycle de préchargement influe sur la dissipation. Cet effet est illustré pour deux formes de cycles de préchargement à même  $J_{2a}$  en figure 6.5.

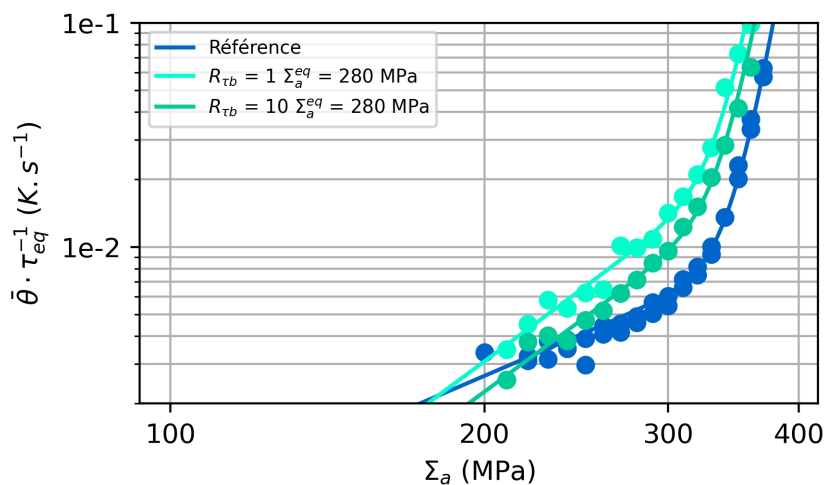


FIGURE 6.5 – Effet de la "forme" du préchargement sur les courbes d'auto-échauffement

### 6.2.3 Évolution des paramètres des courbes d’auto-échauffement et de la tenue en fatigue dû aux préchargements cycliques multiaxiaux

Les essais d’auto-échauffement ont montré que les propriétés dissipatives de l’acier 16MND5 évoluent avec l’application d’un préchargement. Afin de mesurer qualitativement ces évolutions, les indicateurs d’évolution des paramètres sont tracés en fonction du préchargement et de la forme des cycles de préchargement. L’évolution du régime primaire est tracée en figure 6.6 et l’évolution du régime secondaire en figure 6.7.

Pour le régime primaire, les courbes d’auto-échauffement sont comparées sur l’intensité du régime primaire avec  $\alpha_{norm}$  (6.2) et sur l’exposant  $p_{norm}$  (6.3). Pour l’exposant  $p_{norm}$  (figure 6.6b), le préchargement cyclique accroît la dissipation du régime primaire avec une augmentation de 75% de la valeur de l’exposant  $p$  par rapport à l’état de référence. Le préchargement modifie l’état initial du matériau en augmentant la densité de dislocation, ce qui s’observe avec l’augmentation de la dissipation du régime primaire. À l’exception de deux essais, il semblerait que le préchargement modifie l’exposant  $p$  autour d’une valeur de 3,2.

L’intensité du régime primaire  $\alpha_{norm}$  est également accrue avec l’augmentation du niveau de chargement. Les cycles avec un rapport  $R_{\tau b}$  supérieur à 1 affectent moins le régime primaire. Cet effet est à relier avec la forme du cycle puisque pour de grands rapports  $R_{\tau b}$  les cycles sont majoritairement en cisaillement et donc ont un degré de proportionnalité du chargement plus important (nocivité en fatigue plus faible que les cycles fortement non proportionnels).

Sur des essais avec préchargement cyclique uniaxial menés par Louge [Louge, 2019], il est montré qu’un préchargement cyclique uniaxial dont l’amplitude est inférieure à la limite d’endurance conventionnelle du matériau n’a pas d’effet sur la dissipation du régime primaire. Dans le cas des préchargements multiaxiaux appliqués, des préchargements d’amplitudes ( $J_{2a} = 280$  MPa) inférieures à la limite d’endurance à  $1 \times 10^7$  cycles de l’acier 16MND5 en traction-compression ( $\Sigma_{\infty} = 313$  MPa) ont un effet sur le niveau de dissipation du régime primaire. Cet effet est sûrement dû à la nature du préchargement qui est un chargement cyclique multiaxial non proportionnel. Or au chapitre 4, il est montré qu’à isocontrainte de Von Mises un chargement non proportionnel induit une dissipation plus importante du régime primaire qu’un chargement proportionnel. Le chargement non proportionnel implique que plus de dislocations vont être en mouvement avec un balayage plus important des différents plans de glissement.

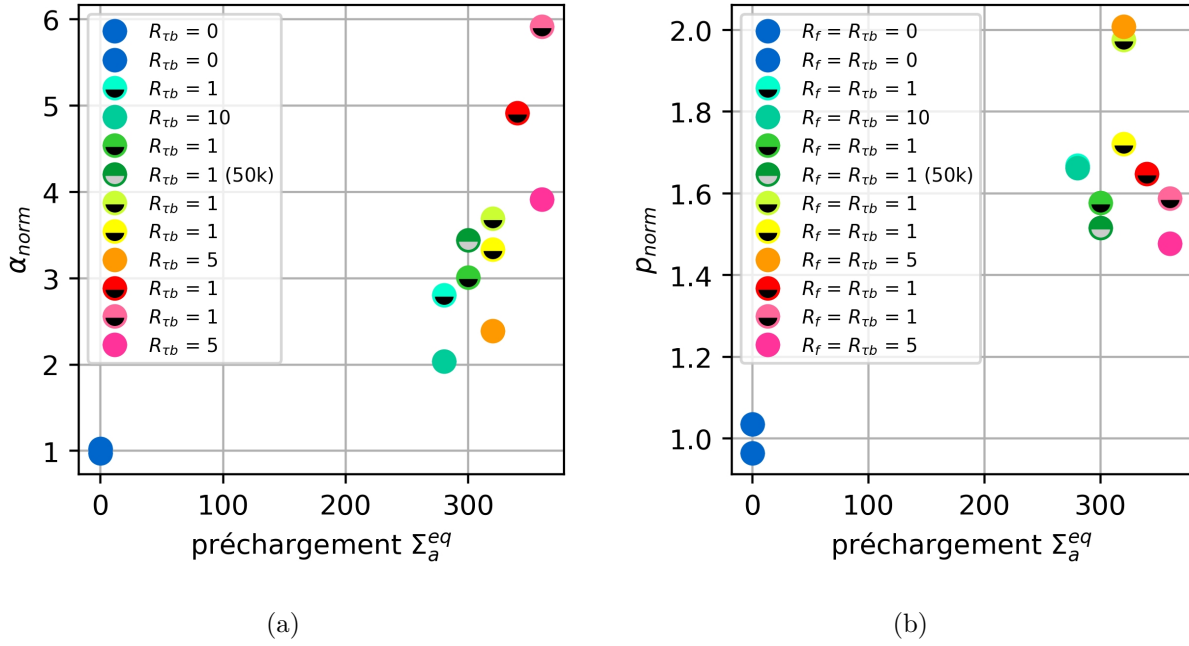


FIGURE 6.6 – Indicateur du régime primaire d’auto-échauffement après préchargement, (a) Effet du préchargement sur l’intensité du régime primaire  $\alpha$ , (b) Effet du préchargement sur la puissance dissipative du régime primaire  $p$

Pour le régime secondaire, les courbes d’auto-échauffement sont comparées sur l’intensité du régime secondaire avec  $\beta_{norm}$  (6.4). La comparaison des intensités des régimes secondaires permet de comparer différentes tenues en fatigue. Ainsi, lorsque les régimes secondaires sont comparés à l’état de référence avec (6.4), le résultat donne accès directement à la modification de la tenue en fatigue en traction-compression en fonction du préchargement.

Le niveau du préchargement cycles joue au premier ordre sur la baisse de la tenue en fatigue. Plus le niveau est important, plus la consommation de durée de vie initiale est marquée et donc la limite d’endurance baisse d’autant. Pour un préchargement à 360 MPa pour 10 000 cycles, la baisse de durée de vie peut atteindre 15%, pour des niveaux plus faibles à 280 MPa, cette baisse est autour de 5%. Par ailleurs, plus le cycle de préchargement est non proportionnel ( $R_{\tau b} = 1$ ) plus l’effet du préchargement est important sur la baisse de la tenue en fatigue. L’effet de la non-proportionnalité joue au second ordre par rapport à l’effet du niveau de l’amplitude du préchargement.

Un essai a été mené pour 50 000 cycles de préchargement à 300 MPa. On constate alors que l’augmentation du nombre de cycles accroît l’accumulation de microplasticité initialement présente dans l’éprouvette et affecte de manière plus importante la tenue en fatigue. Cependant, cet effet joue au second ordre puisque la majorité de l’évolution de l’état du matériau est effectuée sur les premiers cycles du préchargement. En comparant les deux essais réalisés pour un préchargement à 300 MPa pour 10 000 cycles et 50 000 cycles, on observe que la baisse est modérée avec l’augmentation du nombre de cycles. L’effet du nombre de cycles de préchargement a été montré sous chargement uniaxial avec une validation effectuée par *staircase* dans les travaux de Louge [Louge, 2019, Louge et al., 2022a, Louge et al., 2022b].

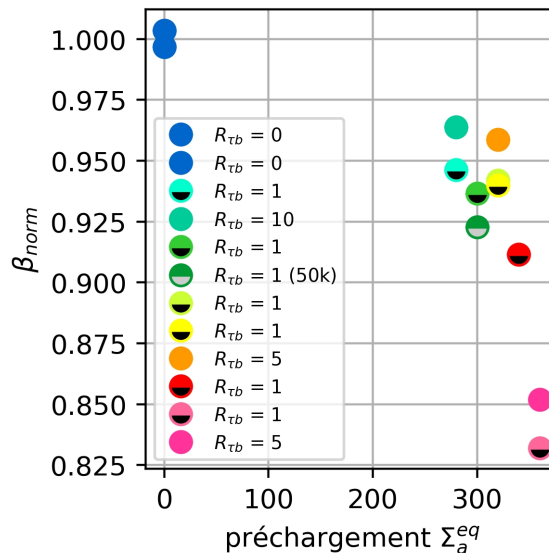


FIGURE 6.7 – Indicateur du régime secondaire d’auto-échauffement après préchargement

### 6.3 Conclusions sur l’étude de l’effet de préchargement cyclique par mesures d’auto-échauffement

L’objectif du chapitre était d’étudier expérimentalement l’effet du préchargement cyclique par mesures d’auto-échauffement. Pour cela plusieurs chargements ont été appliqués à des éprouvettes en acier 16MND5. Ces cycles de préchargements ont une différence d’influence selon leur amplitude, la forme du cycle ou le nombre de cycles. Le paramètre jouant au premier ordre pour quelques dizaines de cycles de préchargement est l’amplitude du chargement. Il a été montré que même pour des amplitudes de chargement inférieur à la limite d’endurance, le caractère multiaxial des cycles induit une modification des propriétés dissipatives de l’acier en traction-compression. Le caractère plus ou moins proportionnel du trajet de préchargement a aussi une incidence sur le régime secondaire d’auto-échauffement, les cycles fortement non proportionnels modifient de manière plus importante l’état initial du matériau avant essai d’auto-échauffement. Enfin, grâce au modèle probabiliste à deux échelles et avec l’hypothèse que les mécanismes du régime secondaires ne dépendent pas du préchargement, la modification de la tenue en fatigue selon le préchargement a pu être établie. On notera que le régime primaire évolue fortement du fait de la modification de l’état initiale du matériau et par conséquent, la mesure du régime primaire est essentielle pour être retirée dans l’étude du régime secondaire.

Dans un cadre pratique ou un processus de conception, la notion d’histoire du chargement est intéressante à inclure. Elle permet de prendre en compte une modification de l’état du matériau due à un groupe de cycles de chargement particulier. Dans le cas des lignes d’arbres, si ces dernières sont dimensionnées en fatigue uniquement pour des cycles de chargement de flexion rotative, il est intéressant de prendre en compte une réduction de la limite d’endurance due aux cycles de chargement liés aux manœuvres.

Plusieurs pistes sont à considérer pour prolonger l’étude réalisée ici. Une des thématiques autour de l’effet d’histoire concerne l’effet du séquençage des cycles dans un chargement variable. L’étude par les mesures d’auto-échauffement permettrait de tester un grand nombre de configurations rapidement pour étudier des modèles d’accumulation du dommage en les comparant avec des modèles de la littérature. La règle de cumul linéaire de Miner est pratique pour son application cependant il est connu qu’elle n’est pas suffisante pour beaucoup de chargements à amplitudes variables. Des modèles de cumul non linéaire ont été proposés comme rapportés par Fatemi [Fatemi and Yang, 1998].

Dans la littérature, il est possible de trouver des essais utilisant des mesures d’auto-échauffement pour valider des méthodes de cumul linéaire de dommage sous amplitudes variables [Risitano and Risitano, 2013]. Les mesures dans ces cas servent à valider une partie du modèle mis en place.

D’un point de vue modèle, une question non exploitée dans ce chapitre est la réflexion sur la prise en compte de la modification de l’état initial du matériau post-préchargement et de son influence sur le comportement matériau au régime secondaire et primaire. Avec le travail de Louge [Louge, 2019], une modification du modèle a été apportée sur le processus d’activation des sites plastiques du modèle probabiliste. La solution apportée est de définir le paramètre  $S_0$  (homogène à une contrainte seuil dans le processus d’activation des sites plastiques) comme une fonction permettant de suivre l’état du matériau au moyen de variables d’histoire du chargement. Ces variables sont la plasticité et la déformation plastique cumulée qui permettent de suivre l’état du matériau. Cette solution donne de bons résultats en prévision de fatigue pour des chargements dont le premier bloc de chargement est d’amplitude plus grande que le second bloc. Les résultats sont moins précis pour le séquençement inverse, sûrement du fait que la cinétique de cumul de plasticité est décroissante lors du passage d’un bloc à l’autre.





# Conclusions et Perspectives

## Conclusions

### Conclusions globales des travaux de thèse

Les travaux de thèse effectués apportent une réponse aux problématiques globales du projet. Ainsi, trois thématiques principales ont été abordées.

Le premier volet des travaux met en place une méthode paramétrique permettant de classifier le chargement des lignes d'arbres. Cette classification passe par la proposition d'une méthode de modélisation permettant de représenter le chargement en deux classes de cycles. Lors de cette étape, des cycles de fatigue pertinents sont définis pour permettre une étude en fatigue.

Le deuxième volet abordé dans ces travaux de thèse propose une démarche expérimentale et de modélisation basée sur les mesures d'auto-échauffement et le modèle probabiliste à deux échelles. Cette démarche permet la prévision des propriétés en fatigue des aciers sous des chargements cycliques multiaxiaux avec ou sans contraintes moyennes. Les outils développés lors de cette étude permettent de quantifier et qualifier aussi bien le régime secondaire, associé à l'endommagement en fatigue à grand nombre de cycles, que le régime primaire, associé à la dissipation sous très faibles amplitudes de chargement. L'étude du régime secondaire a été l'occasion de proposer et justifier un critère de fatigue multiéchelle de type "invariant" adapté à l'application industrielle du projet de thèse.

Enfin, le troisième volet abordé introduit une base de données en fatigue. Cette base de données est établie pour les deux aciers de l'étude grâce aux travaux effectués lors du deuxième volet. Elle contient des résultats obtenus pour des chargements uniaxiaux et surtout des résultats sous chargements multiaxiaux. Or dans la littérature, il n'est pas évident de trouver des résultats de fatigue pour les chargements multiaxiaux avec notamment la présence de contraintes moyennes.

Ces travaux et résultats établissent une méthode originale pour dimensionner en fatigue les lignes d'arbres de transmission. Cette méthode est définie pour être applicable en bureau d'études.

### Conclusions spécifiques

Pour chaque étape des travaux, des conclusions spécifiques peuvent être établies. Ainsi, au chapitre 1, la présentation de l'état de l'art et des méthodes de dimensionnement ont permis d'identifier les besoins du projet. Pour ce projet, il est montré que la méthode de dimensionnement en fatigue doit évoluer et qu'il est nécessaire de fournir une base de données adaptée permettant la calibration d'un critère de fatigue pour l'application. Ce dernier point est primordial puisqu'il existe relativement peu de données pouvant convenir à l'étude.

Au chapitre 2, la classification du chargement a amené une modélisation définissant deux catégories de cycles de chargements. Ces deux catégories définissent deux modes d'endommagement pour les lignes d'arbres avec, d'une part, des cycles multiaxiaux associés aux manœuvres du navire et, d'autre part, des cycles de flexion associés aux régimes permanents. Le domaine de fatigue des

cycles de manœuvres est le domaine des grands nombres de cycles alors que les cycles du régime permanent sont associés à la fatigue à très grand nombre de cycles. Selon le mode d'emploi des lignes d'arbres, ces dernières peuvent tout aussi bien être dimensionnées pour l'un ou l'autre de ces deux domaines de la fatigue. Pour cela, une méthode a été proposée pour dimensionner en fatigue les lignes d'arbres. Cette méthode repose sur un nombre restreint de paramètres permettant de considérer un grand nombre de facteurs d'influence en fatigue (multiaxialité, non-proportionnalité et contrainte moyenne). Ce chapitre permet également de conclure qu'un chargement de plusieurs milliards de cycles n'est pas forcément à interpréter pour un endommagement lié à la fatigue à très grand nombre de cycles alors que seule une partie des cycles du chargement variable sont réellement endommageant.

L'étude du phénomène de fatigue par le prisme de la thermométrie a été présentée au chapitre 3 avec également l'introduction du modèle probabiliste à deux échelles permettant de faire le lien entre les propriétés de fatigue et les mesures de l'auto-échauffement. À l'issue de cette présentation, les aciers de l'étude ont été caractérisés par cette méthode pour construire une première base de données en fatigue pour des chargements uniaxiaux de traction et de torsion. Dans ce chapitre, la prise en compte des effets d'entaille dans la prévision des propriétés en fatigue a été validée.

Le développement de la méthode de prévision des propriétés en fatigue sous chargements multiaxiaux est scindé en deux parties. La première est abordée au cours du chapitre 4. Elle se concentre sur l'étude du phénomène d'auto-échauffement sous chargement multiaxial de très faible amplitude. La seconde partie est traitée au cours du chapitre 5. Elle étudie le phénomène d'auto-échauffement sous de plus grandes amplitudes faisant apparaître les sites microplastiques. Pour ces deux études, les surfaces d'iso-auto-échauffement sont présentées. Cet essai complet permet l'identification de modèles élastoplastiques dans l'espace des contraintes. Bien que cet essai soit déjà existant, il a été développé dans ce projet pour aborder plus finement l'hétérogénéité du champ dissipatif. Ainsi, pour la première fois, les régimes primaires et secondaires d'auto-échauffement, sont traités lors d'un essai unique dans un cadre multiaxial. Grâce aux surfaces d'iso-auto-échauffement, le principe de contraintes équivalentes a pu être défini pour plusieurs concepts. D'une part, des modèles de contraintes équivalentes dissipatives sont définis pour décrire le résultat thermique en fonction du chargement, tout en incluant les aspects d'hétérogénéité du champ dissipatif. D'autre part, d'autres modèles de contraintes équivalentes sont utilisés pour modéliser le comportement élastoplastique du matériau à chaque échelle (matrice et sites plastiques). Il est à noter que pour chaque régime, l'approche diffère du fait de la différence des mécanismes en jeu.

Pour l'étude du régime primaire, l'utilisation des surfaces d'iso-auto-échauffement permet d'identifier un comportement matériau et un comportement dissipatif très différent du régime secondaire. Le comportement observé exhibe une différence importante entre la traction et la torsion pour les très faibles amplitudes de chargement. Dans ce cadre, il a été nécessaire d'introduire deux modèles de contraintes équivalentes en  $J_2 - J_3$ . Le modèle élastoplastique (le modèle "Hexagone circonscrit") décrit le résultat thermique du régime primaire. Le second modèle élastoplastique (le modèle "Hexagone inscrit") permet de modéliser le comportement mécanique. Ces deux modèles de contraintes équivalentes permettent pour la première fois de quantifier et de qualifier le régime primaire pour identifier plus précisément le régime secondaire améliorant ainsi les capacités de prévision des propriétés en fatigue de la méthode. L'étude du régime primaire est réalisable par ces outils pour les chargements multiaxiaux proportionnels et non proportionnels.

Pour l'étude du régime secondaire, des modèles de contraintes équivalentes ont également été identifiés au travers des surfaces d'iso-auto-échauffement. L'utilisation du modèle de von Mises, pour la partie cyclique du chargement, permet dans ce régime de décrire le résultat d'auto-échauffement et fait office de contrainte d'activation des sites plastiques dans la loi probabiliste. L'innovation majeure vient de l'inclusion de la contrainte moyenne dans les modèles de contraintes équivalentes. La prise en compte de la contrainte moyenne dans les modèles de contrainte équivalente a deux in-

térêts. Le modèle permet de décrire fidèlement le niveau d'énergie dissipée. Il permet également de considérer l'effet de la contrainte moyenne dans l'activation des sites plastiques. Cette modification permet d'utiliser le modèle de prévision en fatigue pour toutes les configurations de chargements multiaxiaux. Lors de cette étape, l'intérêt de considérer la torsion moyenne a été montré. Le modèle est validé lors de la prise en compte de l'effet de non-proportionnalité. Pour les aciers de l'étude, la non-proportionnalité du chargement n'introduit pas de mécanismes d'écrouissage supplémentaires.

L'ensemble des étapes du chapitre 5 justifient la définition d'un critère de fatigue multiéchelle à quatre invariants. Si l'utilisation de méthodes conventionnelles de caractérisation rend l'identification de ce critère complexe, l'emploi des mesures d'auto-échauffement facilite la démarche. La forme du critère définie est pratique pour une mise en œuvre en bureau de conception.

Finalement, l'effet d'un préchargement cyclique multiaxial sur la tenue en fatigue a pu être évalué expérimentalement par mesures d'auto-échauffement. L'intérêt des mesures d'auto-échauffement est de pouvoir suivre l'évolution de l'état de la microstructure au cours d'un chargement cyclique avec à la clé une évaluation de la tenue en fatigue.

## Perspectives

Si les objectifs globaux de la thèse sont atteints, il reste une volonté d'approfondir ou développer la plupart des thèmes abordés au cours de ce manuscrit. Ainsi, les différentes perspectives à l'issue de ce travail peuvent être classées pour différents degrés de réalisation en termes de temps d'études.

### Perspectives à court terme

Un point important du travail effectué concerne l'identification de modèles. Le cadre imposé dans cette thèse par le chargement est un travail dans l'espace des contraintes formé par la traction et la torsion. Cependant, les modèles élastoplastiques développés ici ont une approche universelle. Par conséquent, pour les deux régimes d'auto-échauffement, il serait intéressant d'étendre la base d'identification des modèles proposés pour des sollicitations différentes comme la traction biaxiale ou la torsion couplée à la pression interne. Ces sollicitations offrent un nouvel espace d'identification.

Le critère de fatigue développé dans ces travaux repose sur une approche en amorçage avec une utilisation des invariants du tenseur des contraintes assez pratique dans ce cas-ci. Un axe d'étude serait de proposer, par l'utilisation des surfaces d'iso-auto-échauffement, des modèles différents (parabolique, par parties...). Pour aller plus loin, l'idée serait de faire évoluer le modèle pour accéder à une approche amorçage-propagation. La mesure par thermocouple ne permet d'accéder qu'à l'information de la dissipation intrinsèque et donc de ne remonter qu'à une information moyennée dans le volume de l'endommagement initiant une fissure. Ainsi, en passant à des moyens de mesures de champs thermiques qui permettent d'accéder à la fois aux termes de dissipation et aux termes de couplages thermoélastiques, il est possible d'estimer l'amorçage (dissipation intrinsèque) puis de faire un suivi (couplage thermoélastique) de la propagation de fissure. En liant les deux informations, les modèles développés peuvent être définis par une approche amorçage puis direction de propagation comme les critères dits "plan critique".

Les travaux initiés au chapitre 6 montrent qu'il est possible d'étudier l'influence de l'état initial de la microstructure du matériau sur le phénomène d'auto-échauffement. Ainsi, après application de prédéformations, il serait intéressant d'observer le comportement dissipatif multiaxial du matériau pour les deux régimes d'auto-échauffement. L'objectif est de montrer une influence sur les différents modèles de contraintes équivalentes des deux régimes et d'observer si les modèles développés restent

adaptés après modification initiale du matériau.

Quelques perspectives existent également sur la méthode de modélisation du chargement des lignes d'arbres. En effet, tout travail d'études de la fatigue repose sur la définition du chargement. Dans le cas des lignes d'arbres, l'amélioration majeure concerne la modélisation du chargement de flexion et de son évolution. Par manque d'information, ce chargement est considéré comme constant. Or ce chargement a une importance dans la participation à l'endommagement. Ainsi, au lieu de prendre une valeur constante maximale, la variabilité de la flexion rotative suivant une représentation spectrale d'Heuler permettrait de déterminer plus précisément la ruine liée à la flexion. Cette prise en compte accroît potentiellement les endommagements issus des cycles multiaxiaux de manœuvres. Dans ce cas, la modélisation des cycles multiaxiaux doit également évoluer pour coupler l'information de la torsion et de la flexion. Un travail supplémentaire à faire sur cette méthode est la multiplication des études sur différents navires variables en taille pour définir des gammes de paramètres permettant lors de la conception de définir un chargement adapté selon l'utilisation du navire. Enfin, la dernière perspective, mais non des moindres, est d'intégrer la méthode dans un processus de norme de conception en fatigue des lignes d'arbres.

### Perspectives à moyen et long terme

D'autres perspectives demanderaient plus de temps à mettre en œuvre soient parce qu'elles demandent de réaliser des études plus poussées soient parce qu'elles sortent du cadre de l'application de la thèse.

Les effets d'histoire et la notion de séquençement du chargement sont cruciaux pour traiter les chargements variables. Le chapitre 6 montre qu'il est possible expérimentalement de suivre une évolution des propriétés de fatigue et de la microstructure par thermométrie. L'étape suivante est la proposition d'une modélisation permettant de prendre en compte les évolutions de la microstructure dans le cas de chargements multiaxiaux. L'intérêt par la suite est de faire évoluer, dans la méthode de dimensionnement, la définition du cumul d'endommagement puisque l'ordonnancement des cycles n'a pas la même influence en fatigue selon que la séquence soit des "grandes" amplitudes de cycles suivies de "petites" amplitudes de cycles ou inversement.

La question de l'observation de la microstructure reste un point de progression important à développer pour valider les différents modèles mis en place. L'observation à l'échelle microscopique des mécanismes d'auto-échauffement, bien qu'elle soit complexe, permettrait de mieux qualifier et quantifier les mécanismes pour les deux régimes. Pour le régime primaire (chargement de très faible amplitude), l'enjeu est de modéliser le mouvement des dislocations, puis d'arriver à remonter au modèle  $J_2 - J_3$  identifié au chapitre 4.

Dans le cadre des chargements de très faible amplitude, il serait intéressant de voir comment utiliser les modèles développés pour le régime primaire afin d'étudier les propriétés des aciers en fatigue à très grand nombre de cycles sous chargements multiaxiaux.

L'étude réalisée pour cette thèse a été effectuée pour deux aciers et des configurations de chargement restreintes. Ce travail doit être prolongé pour étendre la base de données en fatigue à un plus grand nombre de chargements multiaxiaux avec des sollicitations supplémentaires. Cette base doit également être étendue à une plus grande gamme de matériaux obtenus par divers procédés. Dans ce cadre, l'étude des matériaux obtenus par fabrication additive serait très intéressante pour observer des effets de la microstructure sur la réponse dissipative du matériau. Comme énoncé, l'usage des surfaces d'iso-auto-échauffement permet l'identification et la modélisation de comportements complexes du matériau. Cette étude est valable pour les deux régimes d'auto-échauffement, les matériaux obtenus par fabrication additive présentent des mécanismes et des sensibilités microstructurales à l'échelle du VER. Ainsi, pour obtenir les propriétés en fatigue, l'identification du modèle du comportement du matériau dans le régime secondaire est primordiale pour accéder aux

propriétés de fatigue. Ce principe a par exemple été développé pour des alliages de fonderie dans la thèse d'Ezanno [Ezanno, 2011].

Si les travaux permettent d'obtenir rapidement et fiablement les propriétés en fatigue à grand nombre de cycles des aciers pour des chargements multiaxiaux, les résultats obtenus doivent être validés par comparaison avec des essais de fatigue dits "classiques". Cette validation sur un grand nombre de chargements multiaxiaux conforterait un plus grand nombre d'industriels d'utiliser les méthodes basées sur les mesures d'auto-échauffement afin de réaliser leurs campagnes de caractérisation en fatigue. Cependant, la validation proposée est un processus coûteux en temps et en moyens comme il l'a été rappelé tout au long de ce manuscrit. En effet, il s'agit de tester à la fois plusieurs configurations de chargement de traction-torsion pour des trajets proportionnels et non proportionnels.



# Bibliographie

- [DNV, 2021] (2021). Calculation of shafts in marine applications. norme DNV-CG-0038, DNV.  
2 citations pages 20 et 36
- [Altenbach and Zolochovsky, 1996] Altenbach, H. and Zolochovsky, A. (1996). A generalized fatigue limit criterion and a unified theory of low-cycle fatigue damage. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 19 :1207–1219. 5 citations pages 16, 22, 27, 51 et 174
- [Amini et al., 2020] Amini, B., Demmouche, Y., Barati, M., Helbert, G., Chirani, S. A., and Calloch, S. (2020). Self-heating of metastable 304L austenitic stainless steel under cyclic loading : Influence of initial martensite volume fraction, testing temperature and pre-strain. *Mechanics of Materials*, 151 :103596. Cité page 186
- [Amzallag et al., 1994] Amzallag, C., Gerey, J. P., Robert, J. L., and Bahuaud, J. (1994). Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. *International Journal of Fatigue*, 16(4) :287–293. Cité page 41
- [Anes et al., 2017] Anes, V., Caxias, J., Freitas, M., and Reis, L. (2017). Fatigue damage assessment under random and variable amplitude multiaxial loading conditions in structural steels. *International Journal of Fatigue*, Volume 100, Part 2 :591–601. 2 citations pages 36 et 37
- [Anes et al., 2014a] Anes, V., Reis, L., Li, B., and de Freitas, M. (2014a). New cycle counting method for multiaxial fatigue. *International Journal of Fatigue*, 67 :78–94. Cité page 50
- [Anes et al., 2014b] Anes, V., Reis, L., Li, B., Fonte, M., and de Freitas, M. (2014b). New approach for analysis of complex multiaxial loading paths. *International Journal of Fatigue*, 62 :21–33. Cité page 37
- [Anes et al., 2014c] Anes, V., Reis, L., Li, B., and Freitas, M. d. (2014c). New approach to evaluate non-proportionality in multiaxial loading conditions. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 37(12) :1338–1354. \_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/ffe.12192>. 3 citations pages vii, 49 et 50
- [Armstrong and Fredericks, 1966] Armstrong, P. and Fredericks, C. (1966). A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect. Technical Report G.E.G.B., Report RD/B/N. 3 citations pages 83, 124 et 219
- [Aucher, 1996] Aucher, M. (1996). Hélices marines. *Techniques de l'ingénieur Transport fluvial et maritime*, base documentaire : TIP604WEB.(ref. article : b4360). Publisher : Editions T.I. Type : base documentaire \_eprint : base documentaire : TIP604WEB. Cité page 38
- [Baier, 1970] Baier, F.-J. (1970). *Zeit-und Dauerfestigkeit bei überlagerter statischer und schwingender Zug-, Druck-und Torsionsbeanspruchung*. PhD thesis, Staatl. Materialprüfungsanst. 3 citations pages xi, 151 et 227
- [Basquin, 1910] Basquin, O. (1910). The exponential law of endurance tests. *Proc ASTM*, 10 (II) :625–30. 2 citations pages 15 et 39
- [Bathias, 2013] Bathias, C. (2013). *Fatigue Limit in Metals*. John Wiley & Sons. Google-Books-ID : zGNKAgAAQBAJ. Cité page 1
- [Bellec et al., 2021] Bellec, E., Facchinetti, M. L., Doudard, C., Calloch, S., Moyne, S., and Silvestri, M. P. (2021). Modelling and identification of fatigue load spectra : Application in the automotive industry. *International Journal of Fatigue*, 149 :106222. Cité page 44



- [Bennebach et al., 2018] Bennebach, M., Palin-Luc, T., and Messenger, A. (2018). Effect of mean shear stress on the fatigue strength of notched components under multiaxial stress state. *Procedia Engineering*, 213 :25 – 35. *Cité page 13*
- [Bercelli, 2021] Bercelli, L. (2021). *Étude des propriétés en fatigue polycyclique des matériaux et des structures obtenus par le procédé de fabrication additive arc-fil*. These de doctorat, Brest, École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne. *2 citations pages 72 et 108*
- [Bercelli et al., 2023] Bercelli, L., Doudard, C., Calloch, S., Le Saux, V., and Beaudet, J. (2023). Thermometric investigations for the characterization of fatigue crack initiation and propagation in Wire and Arc Additively Manufactured parts with as-built surfaces. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 46(1) :153–170. *eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/ffe.13854*. *Cité page 72*
- [Bercelli et al., 2019] Bercelli, L., Doudard, C., and Moyne, S. (2019). Taking into account the non-proportional loading effect on high cycle fatigue life predictions obtained by invariant-based approaches. *MATEC Web of Conferences*, 300 :12003. *6 citations pages vii, 37, 48, 49, 50 et 159*
- [Berg, 1970] Berg, C. (1970). Plastic dilatation and void interaction in in-inelastic behaviour of solids. *Plastic dilatation and void interaction in in-inelastic Behaviour of solids*, pages 171–210. *Cité page 123*
- [Berthel et al., 2008] Berthel, B., Chrysochoos, A., Wattrisse, B., and Galtier, A. (2008). Infrared image processing for the calorimetric analysis of fatigue phenomena. *Experimental Mechanics*, 48(1) :79–90. Publisher : Society for Experimental Mechanics. *Cité page 68*
- [Boulanger, 2004] Boulanger, T. (2004). *Analyse par thermographie infrarouge des sources de chaleur induites par la fatigue des aciers*. These de doctorat, Montpellier 2. *Cité page 68*
- [Boulanger et al., 2004] Boulanger, T., Chrysochoos, A., Mabru, C., and Galtier, A. (2004). Calorimetric analysis of dissipative and thermoelastic effects associated with the fatigue behavior of steels. *International Journal of Fatigue*, 26(3) :221–229. Number : 3. *Cité page 79*
- [Bouvet et al., 2002] Bouvet, C., Calloch, S., and LExcellent, C. (2002). Mechanical Behavior of a Cu-Al-Be Shape Memory Alloy Under Multiaxial Proportional and Nonproportional Loadings. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124(2) :112–124. *Cité page 116*
- [Carlton, 2018] Carlton, J. (2018). *Marine Propellers and Propulsion*. Butterworth-Heinemann, 4th edition. *3 citations pages 8, 12 et 38*
- [Carteron, 2020] Carteron, L. (2020). *De l'apport des mesures de champs de température sous sollicitations cycliques pour la caractérisation et la modélisation des propriétés en fatigue des assemblages soudés*. These de doctorat, Brest, École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne. *Cité page 72*
- [Carteron et al., 2020] Carteron, L., Doudard, C., Calloch, S., Levieil, B., Beaudet, J., and Bridier, F. (2020). Naval welded joints local stress assessment and fatigue cracks monitoring with quantitative thermoelastic stress analysis. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 110 :102792. *Cité page 72*
- [Castelluccio et al., 2016] Castelluccio, G. M., Musinski, W. D., and McDowell, D. L. (2016). Computational micromechanics of fatigue of microstructures in the HCF–VHCF regimes. *International Journal of Fatigue*, 93 :387–396. *Cité page 75*
- [Charkaluk and Constantinescu, 2009] Charkaluk, E. and Constantinescu, A. (2009). Dissipative aspects in high cycle fatigue. *Mechanics of Materials*, 41(5) :483–494. Number : 5. *Cité page 72*
- [Chou et al., 2015] Chou, L.-H., Chiou, Y.-C., and Huang, Y.-J. (2015). The effects of pre-cycle damage on subsequent material behavior and fatigue resistance of SUS 304 stainless steel. *Materials Science and Engineering : A*, 636 :320–325. *Cité page 187*
- [Chrysochoos, 1985] Chrysochoos, A. (1985). Bilan énergétique en élastoplasticité grandes déformations. 4(5) :589–614. *Cité page 67*

- [Chrysochoos et al., 1989] Chrysochoos, A., Chezeaux, J.-C., and Caumon, H. (1989). Analyse thermomécanique des lois de comportement par thermographie infrarouge. *Revue de Physique Appliquée*, 24(2) :215–225. Publisher : Société Française de Physique. *Cité page 67*
- [Chrysochoos and Louche, 2000] Chrysochoos, A. and Louche, H. (2000). An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *International Journal of Engineering Science*, 38(16) :1759–1788. *2 citations pages 68 et 79*
- [Connesson et al., 2011] Connesson, N., Maquin, F., and Pierron, F. (2011). Experimental Energy Balance During the First Cycles of Cyclically Loaded Specimens Under the Conventional Yield Stress. *Experimental Mechanics*, 51(1) :23–44. *Cité page 68*
- [Costa et al., 2017] Costa, P., Vieira, M., Reis, L., Ribeiro, A., and de Freitas, M. (2017). New specimen and horn design for combined tension and torsion ultrasonic fatigue testing in the very high cycle fatigue regime. *International Journal of Fatigue*, 103 :248–257. *Cité page 71*
- [Cristofori et al., 2008] Cristofori, A., Susmel, L., and Tovo, R. (2008). A stress invariant based criterion to estimate fatigue damage under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 30(9) :1646–1658. *3 citations pages 36, 37 et 48*
- [Crossland, 1956] Crossland, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. pages 138–149, London. Institution of Mechanical Engineers. *3 citations pages 16, 22 et 26*
- [Cugy and Galtier, 2002] Cugy, P. and Galtier, A. (2002). Microplasticity and temperature increase in low carbon steel. *8th international fatigue conference*, 1. *3 citations pages 69, 71 et 74*
- [Dang Van, 1973] Dang Van, K. (1973). Sur la résistance ala fatigue des métaux. *Extrait de sciences et techniques de l’armement. Mémoires de l’artillerie. Troisième fascicule*. *Cité page 72*
- [Dang Van et al., 1989] Dang Van, K., Griveau, B., and Message, O. (1989). On a new multiaxial fatigue criterion : theory and application. Biaxial and Multiaxial Fatigue. London : Mechanical Engineering Publications, pages 479–496. *Cité page 16*
- [Dantas et al., 2021] Dantas, R., Correia, J., Lesiuk, G., Rozumek, D., Zhu, S.-P., de Jesus, A., Susmel, L., and Berto, F. (2021). Evaluation of multiaxial high-cycle fatigue criteria under proportional loading for S355 steel. *Engineering Failure Analysis*, 120 :105037. *Cité page 4*
- [de Leiris, 1956] de Leiris, H. (1956). *L’Analyse morphologique des cassures*. Imprimerie nationale edition. *3 citations pages vi, 11 et 12*
- [Delahay and Palin-Luc, 2006] Delahay, T. and Palin-Luc, T. (2006). Estimation of the fatigue strength distribution in high-cycle multiaxial fatigue taking into account the stress–strain gradient effect. *International Journal of Fatigue*, 28(5) :474–484. *Cité page 103*
- [Dieu et al., 2021] Dieu, B., Fouvry, S., Bridier33, F., and Ménard, C. (2021). Fretting fatigue of shrink fitted assembly under rotating bending loading : a numerical and experimental study to compare crossland fatigue stress analysis and ruiz contact stress approach. In *4ème Colloque Assemblages Mécaniques*, page 54. *Cité page 11*
- [Dixon and Mood, 1948] Dixon, W. J. and Mood, A. M. (1948). A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data. *Journal of the American Statistical Association*, 43(241) :109–126. Publisher : Taylor & Francis \_eprint : <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/01621459.1948.10483254>. *Cité page 18*
- [Doudard, 2004] Doudard, C. (2004). *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir d’essais d’échauffement*. thesis, Cachan, Ecole normale supérieure. Publication Title : <http://www.theses.fr>. *10 citations pages vii, 3, 4, 70, 71, 79, 106, 108, 150 et 186*
- [Doudard et al., 2010] Doudard, C., Calloch, S., Hild, F., and Roux, S. (2010). Identification of heat source fields from infrared thermography : Determination of ‘self-heating’ in a dual-phase steel by using a dog bone sample. *Mechanics of Materials*, 42(1) :55–62. *Cité page 68*
- [Douellou et al., 2022] Douellou, C., Balandraud, X., and Duc, E. (2022). Fatigue characterization by heat source reconstruction under continuously varying stress amplitude. *International Journal of Fatigue*, 159 :106782. *Cité page 70*

- [Eshelby and Peierls, 1957] Eshelby, J. D. and Peierls, R. E. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 241(1226) :376–396. Number : 1226  
Publisher : Royal Society. Cité page 81
- [Ezanno, 2011] Ezanno, A. (2011). *Caractérisation rapide des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycles des matériaux de fonderie à partir d’essais d’auto-échauffement : application aux alliages d’hélices marines*. Sciences pour l’ingénieur, Université Bretagne Occidentale, Brest.  
5 citations pages 71, 106, 108, 201 et 216
- [Ezanno et al., 2013] Ezanno, A., Doudard, C., Calloch, S., and Heuzé, J.-L. (2013). A new approach to characterizing and modeling the high cycle fatigue properties of cast materials based on self-heating measurements under cyclic loadings. *International Journal of Fatigue*, 47 :232–243.  
Cité page 71
- [Facchinetti et al., 2015] Facchinetti, M., Florin, P., Doudard, C., and Calloch, S. (2015). Identification of Self-Heating Phenomena Under Cyclic Loadings Using Full-Field Thermal and Kinematic Measurements : Application to High-Cycle Fatigue of Seam Weld Joints. *Experimental Mechanics*, 55(4) :681–698.  
Cité page 71
- [Fatemi and Yang, 1998] Fatemi, A. and Yang, L. (1998). Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey of the state of the art for homogeneous materials. *International Journal of Fatigue*, 20(1) :9–34.  
4 citations pages 64, 185, 187 et 194
- [Favier et al., 2013] Favier, V., Phung, N.-L., Ranc, N., Bretheau, T., Gros Lafaiage, J., Roger, G., Seiler, W., Valès, F., Wagner, D., Wang, C., Bathias, C., Cédelle, J., Ranc, I., Chrysochoos, A., Blanche, A., Wattrisse, B., Camp, G., Clary, A., Kaïm, Y. E., Jourdan, F., Grégori, F., Bacroix, B., Galtier, A., Thoquenne, G., and Mughrabi, H. (2013). Microplasticity and energy dissipation in very high cycle fatigue. page 9.  
Cité page 71
- [Findley, 1953] Findley, W. N. (1953). Combined-stress fatigue strength of 76s-t61 aluminum alloy with superimposed mean stresses and corrections for yielding. Technical report, National Aeronautics and Space Administration Washington DC.  
2 citations pages 15 et 151
- [Flaceliere and Morel, 2004] Flaceliere, L. and Morel, F. (2004). Probabilistic approach in high-cycle multiaxial fatigue : volume and surface effects. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 27(12) :1123–1135.  
\_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1460-2695.2004.00823.x>.  
2 citations pages 72 et 103
- [Florin, 2015] Florin, P. (2015). *Caractérisation rapide des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycle des assemblages métalliques soudés de type automobile : vers une nouvelle approche basée sur des mesures thermométriques*. These de doctorat, Brest.  
Cité page 71
- [Florin et al., 2013] Florin, P., Facchinetti, M., Doudard, C., and Calloch, S. (2013). Fast Fatigue Properties Identification by “Self-heating” Method : Application to Automotive Welded Joints. *Procedia Engineering*, 66 :676–683.  
Cité page 71
- [Fraux et al., 2009] Fraux, D., Pron, H., Laloue, P., Bissieux, C., and Maitournam, H. (2009). Caractérisation par thermographie infrarouge du comportement d’éprouvettes en acier sollicitées en fatigue. In Mécanique, A. F. d., editor, *CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique*, Congrès français de mécanique, Marseille, France. AFM, Maison de la Mécanique, 39/41 rue Louis Blanc - 92400 Courbevoie.  
Cité page 68
- [Galtier, 1993] Galtier, A. (1993). *Contribution à l’étude de l’endommagement des aciers sous sollicitations uni ou multi-axiales*. These de doctorat, Paris, ENSAM.  
Cité page 69
- [Galtier et al., 2002] Galtier, A., Bouaziz, O., and Lambert, A. (2002). Influence de la microstructure des aciers sur leur propriétés mécaniques. *Mécanique & Industries*, 3(5) :457–462.  
Cité page 75

- [Galtier et al., 2019] Galtier, A., Munier, R., PHILIPPOT, A., and WEBER, B. (2019). Essais de fatigue Domaine des grands nombres de cycles. *Techniques de l'ingénieur Essais mécaniques sur les métaux et alliages*, base documentaire : TIB531DUO.(ref. article : m4170). Publisher : Editions T.I. Type : base documentaire \_\_eprint : base documentaire : TIB531DUO.  
2 citations pages vi et 20
- [Gough and Pollard, 1935] Gough, H. and Pollard, H. (1935). The strength of metals under combined alternating stresses. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 131(3) :1–103.  
Cité page 15
- [Gough et al., 1951] Gough, H., Pollard, H., and Clenshaw, W. (1951). Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses. Report and Memoranda 2522, Aeronautical Research Council, London.  
Cité page 15
- [Graux, 2017] Graux, N. (2017). *Caractérisation et modélisation des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycles des aciers cimentés à partir d'essais d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques*. These de doctorat, Brest.  
Cité page 71
- [Guellec et al., 2023] Guellec, C., Doudard, C., Leveil, B., Jian, L., Ezanno, A., and Calloch, S. (2023). Parametric method for the assessment of fatigue damage for marine shaft lines. *Marine Structures*, 87 :103325.  
2 citations pages v et 63
- [Gurrutxaga-Lerma, 2017] Gurrutxaga-Lerma, B. (2017). How strong is the temperature increase due to a moving dislocation? *International Journal of Solids and Structures*, 108 :263–274.  
Cité page 75
- [Haigh, 1917] Haigh, B. P. (1917). Experiments on the fatigue of brasses. *Journal of the Institute of Metals*, 18(2) :55–86.  
Cité page 21
- [Han et al., 2015] Han, H., Lee, K., and Park, S. (2015). Estimate of the fatigue life of the propulsion shaft from torsional vibration measurement and the linear damage summation law in ships. *Ocean Engineering*, 107 :212–221.  
Cité page 12
- [Hectors and De Waele, 2021] Hectors, K. and De Waele, W. (2021). Cumulative Damage and Life Prediction Models for High-Cycle Fatigue of Metals : A Review. *Metals*, 11(2) :204. Number : 2  
Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.  
Cité page 64
- [Heidenreich et al., 1984] Heidenreich, R., Richter, I., and Zenner, H. (1984). Schubspannungsintensitätshypothese—weitere experimentelle und theoretische untersuchungen. *Konstruktion*, 36(3) :99–104.  
2 citations pages xi et 226
- [Hellum et al., 2021] Hellum, V., Lassen, T., and Spagnoli, A. (2021). Crack growth models for multi-axial fatigue in a ship's propeller shaft. *Engineering Failure Analysis*, 127 :105470. Cité page 11
- [Heuler et al., 2005] Heuler, P., Bruder, T., and Klätschke, H. (2005). Standardised load-time histories – a contribution to durability issues under spectrum loading. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 36(11) :669–677. \_\_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/mawe.200500936>.  
2 citations pages 37 et 44
- [Heuler and Klätschke, 2005] Heuler, P. and Klätschke, H. (2005). Generation and use of standardised load spectra and load–time histories. *International Journal of Fatigue*, 27(8) :974–990.  
2 citations pages 37 et 44
- [Hild et al., 1992] Hild, F., Billardon, R., and Marquis, D. (1992). Hétérogénéité des contraintes et rupture des matériaux fragiles. *Comptes Rendus de l'Academie des Sciences Serie II*, 315 :1293–1298.  
2 citations pages 84 et 162
- [Hou et al., 2022] Hou, N., Ding, N., Qu, S., Guo, W., Liu, L., Xu, N., Tian, L., Xu, H., Chen, X., Zaïri, F., and Lawrence Wu, C.-M. (2022). Failure modes, mechanisms and causes of shafts in mechanical equipment. *Engineering Failure Analysis*, 136 :106216.  
Cité page 11
- [Härkegård and Halleraker, 2010] Härkegård, G. and Halleraker, G. (2010). Assessment of methods for prediction of notch and size effects at the fatigue limit based on test data by Böhm and Magin. *International Journal of Fatigue*, 32(10) :1701–1709.  
2 citations pages 103 et 104

- [Iben Houria et al., 2015] Iben Houria, M., Nadot, Y., Fathallah, R., Roy, M., and Maijer, D. M. (2015). Influence of casting defect and SDAS on the multiaxial fatigue behaviour of A356-T6 alloy including mean stress effect. *International Journal of Fatigue*, 80 :90–102. *Cité page 173*
- [Issler, 1973] Issler, L. (1973). *Festigkeitsverhalten metallischer Werkstoffe bei mehrachsiger phasenverschobener Schwingbeanspruchung*. PhD thesis, Staatl. Materialprüfungsanst. *2 citations pages xi et 226*
- [Jirandehi and Khonsari, 2021] Jirandehi, A. P. and Khonsari, M. M. (2021). Microstructure-sensitive estimation of fatigue life using cyclic thermodynamic entropy as an index for metals. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 112 :102854. *Cité page 70*
- [Kamaya and Kawakubo, 2015] Kamaya, M. and Kawakubo, M. (2015). Loading sequence effect on fatigue life of Type 316 stainless steel. *International Journal of Fatigue*, 81 :10–20. *2 citations pages 185 et 187*
- [Khan et al., 2009] Khan, A. S., Kazmi, R., Pandey, A., and Stoughton, T. (2009). Evolution of subsequent yield surfaces and elastic constants with finite plastic deformation. Part-I : A very low work hardening aluminum alloy (Al6061-T6511). *International Journal of Plasticity*, 25(9) :1611–1625. *Cité page 109*
- [Klubberg et al., 2001] Klubberg, F., Schafer, H., Hempen, M., and Beiss, P. (2001). Mittelspannungsempfindlichkeit metallischer werkstoffe bei schwingender beanspruchung. *Cité page 179*
- [Krapez and Pacou, 2002] Krapez, J.-C. and Pacou, D. (2002). Thermography detection of early thermal effects during fatigue tests of steel and aluminum samples. *AIP Conference Proceedings*, 615(1) :1545–1552. Publisher : American Institute of Physics. *Cité page 67*
- [Kroon and Faleskog, 2013] Kroon, M. and Faleskog, J. (2013). Numerical implementation of a J2 and J3 dependent plasticity model based on a spectral decomposition of the stress deviator. *Computational Mechanics*, 52(5) :1059–1070. *Cité page 116*
- [La Rosa and Risitano, 2000] La Rosa, G. and Risitano, A. (2000). Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components. *International Journal of Fatigue*, 22(1) :65–73. *Cité page 67*
- [Lasserre and Froustey, 1992] Lasserre, S. and Froustey, C. (1992). Multiaxial fatigue of steel - Testing out of phase and in blocks -Validity and applicability of some criteria. *International Journal of Fatigue*, 14 :113–120. *2 citations pages 16 et 72*
- [Lee and Tjhung, 2012] Lee, Y.-L. and Tjhung, T. (2012). Chapter 3 - Rainflow Cycle Counting Techniques. In Lee, Y.-L., Barkey, M. E., and Kang, H.-T., editors, *Metal Fatigue Analysis Handbook*, pages 89–114. Butterworth-Heinemann, Boston. *2 citations pages vi et 41*
- [Lehr, 1926] Lehr, E. (1926). Die dauerfestigkeit, ihre bedeutung für die praxis und ihre kurzfristige ermittlung mittels neuartiger prüfmaschinen. *Glaser's Annalen*, pages 109–114. *Cité page 66*
- [Leloup et al., 2016] Leloup, R., Roncin, K., Behrel, M., Bles, G., Leroux, J. B., Jochum, C., and Parlier, Y. (2016). A continuous and analytical modeling for kites as auxiliary propulsion devoted to merchant ships, including fuel saving estimation. *Renewable Energy*, 86 :483–496. *Cité page 8*
- [Lemaitre and Chaboche, 1990] Lemaitre, J. and Chaboche, J.-L. (1990). *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press. *Cité page 80*
- [Lemaitre and Desmorat, 2006] Lemaitre, J. and Desmorat, R. (2006). *Engineering Damage Mechanics : Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Springer Science & Business Media. Google-Books-ID : SLyUINayQEoC. *Cité page 72*
- [Lemaitre and Doghri, 1994] Lemaitre, J. and Doghri, I. (1994). Damage 90 : a post processor for crack initiation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 115(3) :197–232. *2 citations pages 72 et 81*
- [Lempp, 1977] Lempp, W. (1977). *Festigkeitsverhalten von Stählen bei mehrachsiger Dauerschwingbeanspruchung durch Normalspannungen mit überlagerten phasengleichen und phasenverschobenen Schubspannungen*. PhD thesis, Staatl. Materialprüfungsanst. *2 citations pages xi et 226*

- [Liu et al., 2019] Liu, T., Shi, X., Zhang, J., and Fei, B. (2019). Multiaxial high-cycle fatigue failure of 30CrMnSiA steel with mean tension stress and mean shear stress. *International Journal of Fatigue*, 129 :105219. *Cité page 4*
- [Locati, 1955] Locati, L. (1955). Le prove di fatica come ausilio alla progettazione ed alla produzione. *Metallurgia Italiana*, 47(9) :301–308. *Cité page 19*
- [Louche, 1999] Louche, H. (1999). *Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers*. These de doctorat, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc. *Cité page 68*
- [Louge, 2019] Louge, J. (2019). *Apports des mesures d'auto-échauffement pour l'étude de la fatigue des aciers : effets d'histoire et cisaillement pur*. phdthesis, École Nationale Supérieure de Techniques Avancées Bretagne. *12 citations pages vii, 68, 71, 75, 76, 79, 100, 186, 187, 192, 193 et 195*
- [Louge et al., 2022a] Louge, J., Moyne, S., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B., and Munier, R. (2022a). Self-heating measurements under cyclic loading to identify history effects on HCF properties of high-strength low-alloy steel : Part I—Experimental investigations. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 45(n/a). *\_eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/ffe.13855.* *2 citations pages 187 et 193*
- [Louge et al., 2022b] Louge, J., Moyne, S., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B., and Munier, R. (2022b). Self-heating measurements under cyclic loading to identify history effects on HCF properties of high-strength low-alloy steel : Part II—Modeling. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 45(12) :3524–3534. *\_eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/ffe.13827.* *2 citations pages 187 et 193*
- [Lu and Ringsberg, 2020] Lu, R. and Ringsberg, J. W. (2020). Ship energy performance study of three wind-assisted ship propulsion technologies including a parametric study of the Flettner rotor technology. *Ships and Offshore Structures*, 15(3) :249–258. Publisher : Taylor & Francis *\_eprint : https://doi.org/10.1080/17445302.2019.1612544.* *Cité page 8*
- [Lukáš and Kunz, 2004] Lukáš, P. and Kunz, L. (2004). Role of persistent slip bands in fatigue. *Philosophical Magazine*, 84(3-5) :317–330. Publisher : Taylor & Francis *\_eprint : https://doi.org/10.1080/14786430310001610339.* *Cité page 69*
- [Luong, 1995] Luong, M. P. (1995). Infrared thermographic scanning of fatigue in metals. *Nuclear Engineering and Design*, 158(2) :363–376. *Cité page 67*
- [Maitournam, 2013] Maitournam, H. (2013). Mécanique des structures anélastiques. *Editions de l'Ecole Polytechnique*, page 260 pages. *Cité page 77*
- [Maquin and Pierron, 2009] Maquin, F. and Pierron, F. (2009). Heat dissipation measurements in low stress cyclic loading of metallic materials : From internal friction to micro-plasticity. *Mechanics of Materials*, 41(8) :928–942. *3 citations pages 3, 69 et 75*
- [Mareau, 2007] Mareau, C. (2007). *Modélisation micromécanique de l'échauffement et de la microplasticité des aciers sous sollicitations cycliques*. phdthesis, Arts et Métiers ParisTech. *Cité page 69*
- [Mareau et al., 2012] Mareau, C., Favier, V., Weber, B., Galtier, A., and Berveiller, M. (2012). Micromechanical modeling of the interactions between the microstructure and the dissipative deformation mechanisms in steels under cyclic loading. *International Journal of Plasticity*, 32-33 :106–120. *2 citations pages 69 et 75*
- [Marin, 1956] Marin, J. (1956). Interpretation of fatigue strengths for combined stresses. pages 184–194, London. Institution of Mechanical Engineers, London. *4 citations pages 16, 20, 22 et 26*
- [Matsuishi and Endo, 1968] Matsuishi, M. and Endo, T. (1968). Fatigue of metals subjected to varying stress. In *Presented to the Japan Society of Mechanical Engineers*, Fukuoka, Japan. *Cité page 40*
- [Mazzuca and Torre, 2008] Mazzuca, T. and Torre, M. (2008). The FREMM architecture : A first step towards innovation. In *Automation and Motion 2008 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives*, pages 574–579. *Cité page 9*

- [McDiarmid, 1991] McDiarmid, D. L. (1991). A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure. *Cité page 15*
- [McInnes and Meehan, 2008] McInnes, C. H. and Meehan, P. A. (2008). Equivalence of four-point and three-point rainflow cycle counting algorithms. *International Journal of Fatigue*, 30(3) :547–559. *Cité page 41*
- [Meggiolaro and de Castro, 2014] Meggiolaro, M. A. and de Castro, J. T. P. (2014). Prediction of non-proportionality factors of multiaxial histories using the Moment Of Inertia method. *International Journal of Fatigue*, 61 :151–159. *Cité page 58*
- [Miner, 1945] Miner, M. A. (1945). Cumulative Damage in Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12(3) :A159–A164. *3 citations pages 15, 19 et 40*
- [Mirone et al., 2016] Mirone, G., Barbagallo, R., and Corallo, D. (2016). A new yield criteria including the effect of lode angle and stress triaxiality. *Procedia Structural Integrity*, 2 :3684–3696. *Cité page 23*
- [Mises, 1913] Mises, R. v. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch- deformablen Zustand. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1913 :582–592. *3 citations pages 23, 46 et 115*
- [Monchiet et al., 2008] Monchiet, V., Charkaluk, E., and Kondo, D. (2008). A micromechanical explanation of the mean stress effect in high cycle fatigue. *Mechanics Research Communications*, 35(6) :383–391. Number : 6. *Cité page 72*
- [Moore and Kommers, 1921] Moore, H. F. and Kommers, J. B. (1921). Fatigue of metals under repeated stress. *Chemical and Metallurgical Engineering*, 25 :1141–1144. *Cité page 66*
- [Morel and Huyen, 2008] Morel, F. and Huyen, N. (2008). Plasticity and damage heterogeneity in fatigue. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 49(1) :98–127. *Cité page 72*
- [Morettini et al., 2020] Morettini, G., Braccresi, C., Cianetti, F., Razavi, S. M. J., Solberg, K., and Capponi, L. (2020). Collection of experimental data for multiaxial fatigue criteria verification. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 43(1) :162–174. *2 citations pages 4 et 33*
- [Mughrabi, 1983a] Mughrabi, H. (1983a). Dislocation wall and cell structures and long-range internal stresses in deformed metal crystals. *Acta Metallurgica*, 31(9) :1367–1379. *Cité page 69*
- [Mughrabi, 1983b] Mughrabi, H. (1983b). Fatigue crack initiation by cyclic slip irreversibilities in high cycle fatigue. *Fatigue Mechanisms : Advances in Quantitative Measurement of Physical Damage*. *Cité page 69*
- [Mughrabi, 2015] Mughrabi, H. (2015). Microstructural mechanisms of cyclic deformation, fatigue crack initiation and early crack growth. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 373(2038) :20140132. Publisher : Royal Society. *Cité page 3*
- [Munier, 2012] Munier, R. (2012). *Etude de la fatigue des aciers laminés à partir de l'auto-échauffement sous sollicitation cyclique : essais, observations, modélisation et influence d'une pré-déformation plastique*. PhD thesis, ENSTA Bretagne. *11 citations pages vii, 3, 68, 71, 74, 75, 76, 84, 108, 151 et 186*
- [Munier et al., 2014] Munier, R., Doudard, C., Calloch, S., and Weber, B. (2014). Determination of high cycle fatigue properties of a wide range of steel sheet grades from self-heating measurements. *International Journal of Fatigue*, 63 :46–61. *2 citations pages 69 et 71*
- [Munier et al., 2017] Munier, R., Doudard, C., Calloch, S., and Weber, B. (2017). Identification of the micro-plasticity mechanisms at the origin of self-heating under cyclic loading with low stress amplitude. *International Journal of Fatigue*, 103 :122–135. *2 citations pages 3 et 69*
- [Munier et al., 2012] Munier, R., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B., and Facchinetti, M. (2012). Contribution of Kinematical and Thermal Full-field Measurements for Mechanical Properties Identification : Application to High Cycle Fatigue of Steels. *Experimental Mechanics*, 52(7) :743–756. *Cité page 68*

- [Murawski, 2005] Murawski, L. (2005). Shaft line alignment analysis taking ship construction flexibility and deformations into consideration. *Marine Structures*, 18(1) :62–84. *2 citations pages 12 et 64*
- [Neuber, 1961] Neuber, H. (1961). Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law. *Journal of Applied Mechanics*, 28(4) :544–550. *Cité page 103*
- [NF22057-1, 2012] NF22057-1 (2012). Mechanical transmissions - shafts and axles, calculation of load capacity - part 1 : general. norme NFE 22 057-1 : 2012, Association Francaise de Normalisation. *2 citations pages 20 et 36*
- [NF22057-2, 2012] NF22057-2 (2012). Mechanical transmissions - shafts and axles, calculation of load capacity part 2 : influence factors. norme NFE 22 057-2 : 2012, Association Francaise de Normalisation. *3 citations pages 20, 21 et 36*
- [Nielsen et al., 2011] Nielsen, U. D., Jensen, J. J., Pedersen, P. T., and Ito, Y. (2011). Onboard monitoring of fatigue damage rates in the hull girder. *Marine Structures*, 24(2) :182–206. *Cité page 10*
- [Orowan and Oliphant, 1939] Orowan, E. and Oliphant, M. L. E. (1939). Theory of the fatigue of metals. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 171(944) :79–106. Publisher : Royal Society. *Cité page 15*
- [Palin-Luc, 2004] Palin-Luc, T. (2004). *Approche énergétique et volumique de la fatigue multiaxiale des métaux*. Habilitation à diriger des recherches, Université Bordeaux I. *Cité page 72*
- [Pallarés-Santasmartas et al., 2018a] Pallarés-Santasmartas, L., Albizuri, J., Avilés, A., and Avilés, R. (2018a). Mean Stress Effect on the Axial Fatigue Strength of DIN 34CrNiMo6 Quenched and Tempered Steel. *Metals*, 8(4) :213. Number : 4 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute. *5 citations pages 37, 46, 57, 173 et 179*
- [Pallarés-Santasmartas et al., 2018b] Pallarés-Santasmartas, L., Albizuri, J., Avilés, A., Saintier, N., and Merzeau, J. (2018b). Influence of mean shear stress on the torsional fatigue behaviour of 34CrNiMo6 steel. *International Journal of Fatigue*, 113 :54–68. *4 citations pages 37, 46, 101 et 173*
- [Palmgren, 1924] Palmgren, A. (1924). Die Lebensdauer von Kugellagern - The fatigue life of ball-bearings. *Zeitschrift des vereins Deutscher Ingenieure*, 68 :339–41. *2 citations pages 15 et 40*
- [Pantazopoulos and Papaefthymiou, 2015] Pantazopoulos, G. and Papaefthymiou, S. (2015). Failure and Fracture Analysis of Austenitic Stainless Steel Marine Propeller Shaft. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 15(6) :762–767. *Cité page 11*
- [Papadopoulos, 1987] Papadopoulos, I. V. (1987). *Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche*. PhD thesis, Ecole nationale des ponts et chaussées (France). *Cité page 16*
- [Papadopoulos, 1995] Papadopoulos, I. V. (1995). A High-Cycle Fatigue Criterion Applied in Biaxial and Triaxial Out-of-Phase Stress Conditions. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 18(1) :79–91. *Cité page 16*
- [Papuga, 2011] Papuga, J. (2011). A survey on evaluating the fatigue limit under multiaxial loading. *International Journal of Fatigue*, 33(2) :153 – 165. *4 citations pages 4, 48, 151 et 173*
- [Papuga and Halama, 2019] Papuga, J. and Halama, R. (2019). Mean stress effect in multiaxial fatigue limit criteria. *Archive of Applied Mechanics*, 89(5) :823–834. *2 citations pages 4 et 151*
- [Pejkowski, 2017] Pejkowski, u. (2017). On the material’s sensitivity to non-proportionality of fatigue loading. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 17(3) :711–727. *2 citations pages 37 et 48*
- [Peterson, 1959] Peterson, R. (1959). Notch sensivity. *Metal Fatigue*, pages 293–306. *Cité page 103*
- [Pineau et al., 2016] Pineau, A., McDowell, D. L., Busso, E. P., and Antolovich, S. D. (2016). Failure of metals II : Fatigue. *Acta Materialia*, 107 :484–507. *Cité page 1*
- [Pivano, 2008] Pivano, L. (2008). *Thrust Estimation and Control of Marine Propellers in Four-Quadrant Operations*. PhD thesis, NTNU. *3 citations pages 12, 13 et 38*



- [Pivano et al., 2009] Pivano, L., Johansen, T., and Smogeli, O. (2009). A Four-Quadrant Thrust Estimation Scheme for Marine Propellers : Theory and Experiments. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 17 :215–226. *Cité page 38*
- [Poncelet, 2007] Poncelet, M. (2007). *Multiaxialité, hétérogénéités intrinsèques et structurales des essais d'auto-échauffement et de fatigue à grand nombre de cycles*. thesis, Cachan, Ecole normale supérieure. *5 citations pages 4, 71, 84, 108 et 161*
- [Poncelet et al., 2010] Poncelet, M., Doudard, C., Calloch, S., Weber, B., and Hild, F. (2010). Probabilistic multiscale models and measurements of self-heating under multiaxial high cycle fatigue. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 58(4) :578–593. *2 citations pages 106 et 150*
- [Rankine, 1843] Rankine, W. J. M. (1843). On the causes of the unexpected breakage of the journals of railway axles ; and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction. *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 2(1843) :105–107. Publisher : ICE Publishing. *Cité page 15*
- [Reis et al., 2022] Reis, L., Da Costa, P. R., Pereira, R., Montalvão, D., and Freitas, M. (2022). Crack path and fracture surface analysis of ultrasonic fatigue testing under multiaxial loadings. *Engineering Failure Analysis*, 142 :106785. *Cité page 71*
- [Risitano and Risitano, 2013] Risitano, A. and Risitano, G. (2013). Cumulative damage evaluation in multiple cycle fatigue tests taking into account energy parameters. *International Journal of Fatigue*, 48 :214–222. *Cité page 195*
- [Roué, 2020] Roué, V. (2020). *Détermination rapide des propriétés en fatigue à grand nombre de cycles à partir de mesures d'auto-échauffement sous sollicitations cycliques : application aux alliages métalliques pour turboréacteurs aéronautiques*. phdthesis, ENSTA Bretagne - École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne. *4 citations pages 18, 19, 71 et 79*
- [Saintier et al., 2011] Saintier, N., Palin-Luc, T., Bidonard, H., el Dsoki, C., Kaufmann, H., Dumas, C., Völlmecke, F. J., and Sonsino, C. M. (2011). Overload effects on a ferritic-bainitic steel and a cast aluminium alloy : two very different behaviours. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 42(10) :845–854. *eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/mawe.201100868>*. *Cité page 186*
- [Sandberg and Olsson, 2016] Sandberg, D. and Olsson, M. (2016). An investigation of the prediction accuracy for volume based HCF models using scaled geometries and scaled loading. *International Journal of Fatigue*, 82 :317–324. *Cité page 105*
- [Seo et al., 2020] Seo, C.-O., Jeong, B., Kim, J.-R., Song, M., Noh, J.-H., and Lee, J.-u. (2020). Determining the influence of ship hull deformations caused by draught change on shaft alignment application using FE analysis. *Ocean Engineering*, 210 :107488. *Cité page 10*
- [Simbürger, 1975] Simbürger, A. (1975). *Festigkeitsverhalten zäher Werkstoffe bei einer mehrachsigen, phasenverschobenen Schwingbeanspruchung mit körperfesten und veränderlichen Hauptspannungseinrichtungen*. Fraunhofer-Gesellschaft. *2 citations pages xi et 226*
- [Sines, 1955] Sines, G. (1955). Failure of Materials Under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses. Technical Report NACA-TN-3495, National Advisory Committee for Aeronautics. *2 citations pages 16 et 151*
- [Sines, 1959] Sines, G. (1959). In *Metal Fatigue*, pages 145–169, New York. McGraw-Hill. *3 citations pages 22, 25 et 173*
- [Sitthipong et al., 2017] Sitthipong, S., Towatana, P., and Sitticharoenchai, A. (2017). Failure analysis of metal alloy propeller shafts. *Materials Today : Proceedings*, 4(5, Part 2) :6491–6494. *Cité page 11*
- [Smogeli, 2006] Smogeli, y. N. (2006). *Control of Marine Propellers From Normal to Extreme Conditions*. PhD thesis, NTNU, Trondheim. *Cité page 38*
- [Souza Neto et al., 2008] Souza Neto, E., Peric, D., and Owen, D. (2008). *Computational Methods for Plasticity : Theory and Applications*. Wiley. *Cité page 116*

- 
- [Stromeyer, 1914] Stromeyer, C. E. (1914). The determination of fatigue limits under alternating stress conditions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 90(620) :411–425. Publisher : Royal Society. *Cité page 66*
- [Suresh, 1998] Suresh, S. (1998). *Fatigue of Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 2 edition. *Cité page 1*
- [Taskar et al., 2016] Taskar, B., Yum, K. K., Steen, S., and Pedersen, E. (2016). The effect of waves on engine-propeller dynamics and propulsion performance of ships. *Ocean Engineering*, 122 :262–277. *2 citations pages 12 et 13*
- [Tresca, 1869] Tresca, H. E. (1869). *Mémoire sur l'écoulement des corps solides*. Imprimerie impériale. *Cité page 115*
- [Walker et al., 2017] Walker, J., Thomas, D. J., and Gao, Y. (2017). Effects of shot peening and pre-strain on the fatigue life of dual phase Martensitic and Bainitic steels. *Journal of Manufacturing Processes*, 26 :419–424. *Cité page 186*
- [Wang and Brown, 1996] Wang, C. H. and Brown, M. W. (1996). Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue—Part 1 : Theories. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 118(3) :367–370. *Cité page 58*
- [Weber, 1999] Weber, B. (1999). *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque*. thesis, Lyon, INSA. Publication Title : <http://www.theses.fr>. *10 citations pages v, xi, xii, 22, 25, 36, 48, 159, 226 et 227*
- [Weibull, 1951] Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *ASME J. Appl. Mech.*, 18 :293–297. *Cité page 85*
- [Wöhler, 1860] Wöhler, A. (1860). Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagenachsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit des Wagen-Achsen. *Zeitschrift für Bauwesen*, 10 :583–616. *3 citations pages 15, 39 et 66*
- [Wormsen et al., 2007] Wormsen, A., Sjödin, B., Härkegård, G., and Fjeldstad, A. (2007). Non-local stress approach for fatigue assessment based on weakest-link theory and statistics of extremes. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 30(12) :1214–1227. Number : 12 \_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1460-2695.2007.01190.x>. *Cité page 103*



# Annexes

## A Formules de résistance des matériaux

Natures de la sollicitation	Contrainte	Aire/Moment quadratique	Paramètres
torsion $\tau$	$\tau = \frac{Qr}{I_z}$	$I_z = \frac{\pi}{2}(r^4 - r_i^4)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— <math>\tau</math> (MPa)</li> <li>— <math>Q</math> : couple (N.mm)</li> <li>— <math>r</math> : rayon (mm)</li> <li>— <math>r_i</math> : rayon interne (mm)</li> <li>— <math>I_z</math> : moment quadratique (mm<sup>4</sup>)</li> </ul>
flexion $\sigma_b$	$\sigma_b = \frac{M_b r}{I_{xy}}$	$I_{xy} = \frac{\pi}{4}(r^4 - r_i^4)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— <math>\sigma_b</math> (MPa)</li> <li>— <math>M_b</math> : Moment de flexion (N.mm)</li> <li>— <math>r</math> : rayon (mm)</li> <li>— <math>r_i</math> : rayon interne (mm)</li> <li>— <math>I_{xy}</math> : moment quadratique (mm<sup>4</sup>)</li> </ul>
traction-compression $\sigma_{tc}$	$\sigma_{tc} = \frac{F}{S}$	$S = \pi(r^2 - r_i^2)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>— <math>\sigma_{tc}</math> (MPa)</li> <li>— <math>F</math> force (MPa)</li> <li>— <math>S</math> surface (mm<sup>2</sup>)</li> </ul>

TABLE A.1 – Formules de résistance des matériaux pour un arbre plein ou creux

## B Modélisation du régime primaire avec le modèle de Berg

### B.a Identification d'une contrainte équivalente dissipative en $I_1 - J_2$

L'introduction du critère de Berg est initialement inspirée du travail d'Ezanno [Ezanno, 2011] dans lequel il s'intéresse aux alliages de fonderie ; or ces alliages présentent des porosités rendant le comportement du matériau sensible à certaines directions de chargement et à la pression hydrostatique. Ezanno [Ezanno, 2011] utilise donc ce modèle pour rendre compte de ces effets. Ici, le but est différent puisqu'il s'agit non pas de lier un modèle à un mécanisme particulier, mais de fournir un critère permettant de décrire fidèlement les surfaces d'iso-auto-échauffement du régime primaire. Le critère de Berg se définit dans l'espace projeté des déviateurs (figure B.1a) comme

$$J_2^* (\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{1 + b^*} \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_0 \quad (\text{B.1})$$

où l'introduction du critère de Berg donne pour  $J_2^*$

$$J_2^* (\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{B.2})$$

avec  $\underline{\underline{B}}$  le projecteur de Berg d'ordre 4. Cet opérateur se définit comme  $\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{J}} + 2b^* \underline{\underline{K}}$ .  $\underline{\underline{J}}$  est le projecteur d'ordre 4 sur l'espace déviatorique et  $\underline{\underline{K}}$  est le projecteur d'ordre 4 sur l'espace sphérique.  $b^*$  est le paramètre de Berg, il permet de donner le poids de l'effet de la pression hydrostatique. Ce paramètre permet de modifier le rapport d'équivalence entre la traction et la torsion au contraire du modèle de von Mises (figure B.1b). Dans l'espace des déviateurs (figure B.1a), ce critère donne une sphère plus restreinte que le critère de von Mises, car l'effet de  $I_1$  n'est pas représenté.

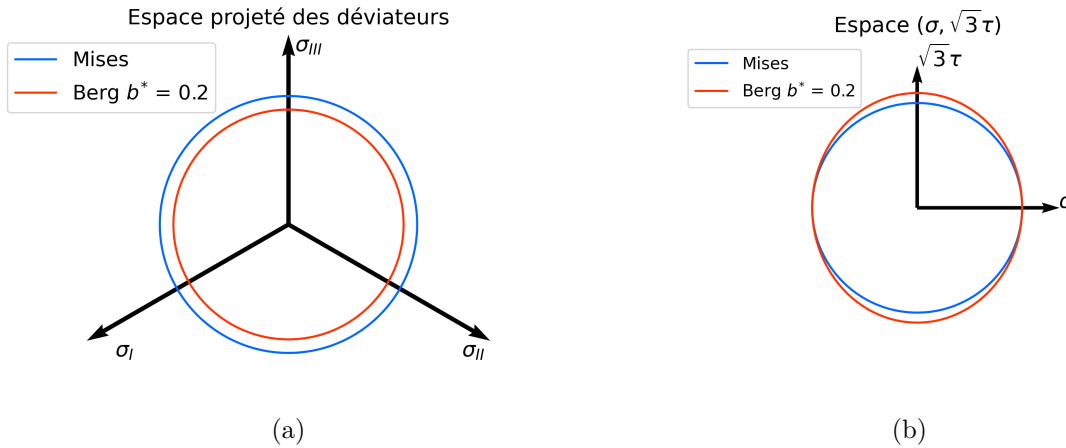


FIGURE B.1 – (a) Représentation du modèle de Berg dans l'espace des contraintes principales, (b) Projection du modèle de Berg dans l'espace des contraintes  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$

Le modèle de Berg est identifié sur les surfaces d'iso-auto-échauffement des deux matériaux en figure B.2 pour l'acier 16MND5 et en figure B.3 pour l'acier 42CrMo4. Pour les deux matériaux, l'introduction du modèle permet une description plus fidèle des résultats d'auto-échauffement aussi bien pour la traction que la torsion. L'apport du modèle de Berg dans la description des surfaces iso-auto-échauffement est visible sur la réduction de l'écart entre le modèle et le résultat expérimental (tableau B.2 pour l'acier 16MND5 et tableau B.3 pour l'acier 42CrMo4). Ce choix de contraintes équivalentes dissipatives peut être une bonne alternative à utiliser dans le cas de métaux présentant des sensibilités à certains mécanismes. Cependant, dans l'étude, on ne conservera ce modèle qu'à titre d'illustration des possibilités d'identification de l'essai de surface d'iso-auto-échauffement. Comme pour le modèle "Hexagone extérieur", l'utilisation du modèle de Berg comme contrainte équivalente dissipative permet de montrer que la forme des surfaces d'iso-auto-échauffement des

deux matériaux est caractéristique des niveaux de contraintes appliquées. Le paramètre de Berg  $b^*$  porte cet effet. Les observations sur l'effet de la contrainte moyenne sont similaires pour les deux matériaux aux observations faites lors de l'identification du modèle "Hexagone extérieur". Pour les deux matériaux, le modèle de Berg montre un effet de la contrainte moyenne de cisaillement qui modifie légèrement la forme de la surface d'iso-auto-échauffement avec un rapport de contrainte traction/torsion plus faible que sans contrainte moyenne.

Dans un cas général, pour pouvoir discriminer parfaitement le choix d'un modèle, il est nécessaire d'effectuer des essais complémentaires (ex. traction biaxiale) pour obtenir l'effet du matériau sur l'entièreté de l'espace des déviateurs.

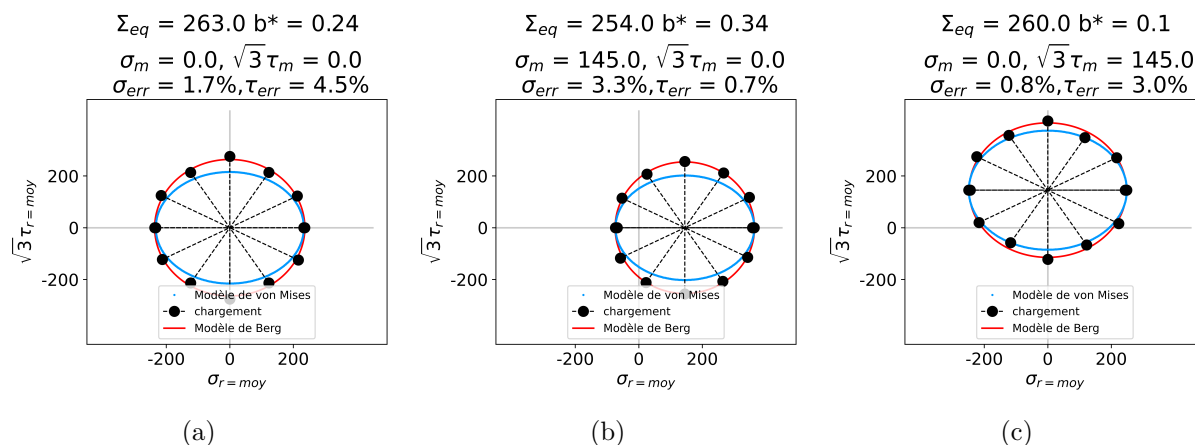


FIGURE B.2 – Identification du modèle de Berg sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement du 16MND5 à différentes contraintes moyennes à  $\theta_{off} = 0,15K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion

Matériaux Figures Contrainte moyenne	16MND5		
	B.2a $\sigma_m = 0$	B.2b $\sigma_m = 145$	B.2c $\sqrt{3}\tau_m = 145$
Erreur absolue maximale Résultat XP - modèle de Mises	28%	26,8%	16,3%
Erreur absolue maximale Résultat XP - modèle de Berg	4,5%	3,3%	3,0%
Paramètre $b^*$	0,24	0,34	0,10

TABLE B.2 – Synthèse de l'erreur sur la description des résultats expérimentaux par le modèle de Mises et le modèle de Berg pour le 16MND5

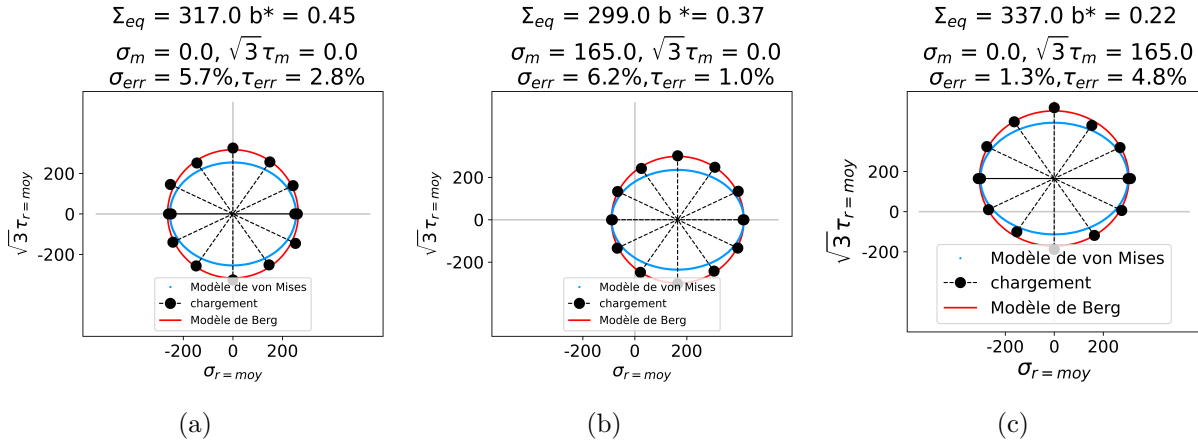


FIGURE B.3 – Identification du modèle de Berg sur le régime primaire des surfaces d'iso-auto-échauffement du 42CrMo4 à différentes contraintes moyennes à  $\bar{\theta}_{off} = 0,2K$ , (a) contrainte moyenne nulle, (b) contrainte moyenne de traction, (c) contrainte moyenne de torsion

Matériaux	42CrMo4			
	Figures	B.3a	B.3b	B.3c
Contrainte moyenne	$\sigma_m = 0$	$\sigma_m = 165$	$\sqrt{3}\tau_m = 165$	
Erreur absolue maximale				
Résultat XP - modèle de Mises	38,7%	28,3%	26,9%	
Erreur absolue maximale				
Résultat XP - modèle de Berg	5,7%	6,2%	4,8%	
Paramètre $b^*$	0,45	0,37	0,22	

TABLE B.3 – Synthèse de l'erreur sur la description des résultats expérimentaux par le modèle de Mises et le modèle de Berg pour le 42CrMo4

## B.b Simulation du régime primaire d'auto-échauffement à l'aide du modèle de Berg

Dans la base de Berg, les projecteurs sphériques  $\underline{\underline{K}}$  et déviatoriques  $\underline{\underline{J}}$  peuvent être définis par

$$\underline{\underline{K}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\underline{I}} \otimes \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{\underline{I}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\underline{\underline{J}} = \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{K}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Le tenseur des contraintes projeté dans les deux espaces donne, pour la partie sphérique  $\underline{\underline{K}}$  :  $\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}}$ , et pour la partie déviatorique  $\underline{\underline{J}}$  :  $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} = \underline{\underline{s}}$ .

La première étape a été d'identifier un modèle capable de décrire le résultat multiaxial par la dissipation. Cependant, l'enjeu principal est de pouvoir montrer les capacités à modéliser et simuler le régime primaire par un modèle. Pour cela, dans un premier temps, le cadre thermodynamique est adapté pour intégrer le modèle de Berg (B.1) et son opérateur à la place du modèle de von Mises. La surface de plasticité intègre désormais le critère de Berg, ce qui donne :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = J_2^* (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) - \sqrt{1 + b^*} \sigma_y \quad (\text{B.5})$$

Cette surface seuil pour le régime primaire délimite le niveau à partir duquel le chargement entraîne une activité plastique et donc une dissipation. L'activité plastique est une plasticité diffuse apparaissant au sein des grains et qui se manifeste par le mouvement des dislocations dû au chargement cyclique. Ainsi, le paramètre  $\sigma_y$  n'est pas la limite d'élasticité locale comme pour l'inclusion, mais une limite à partir de laquelle le mouvement des dislocations est assez important pour générer une dissipation. Cette limite est fixée très basse à une valeur de 15 MPa.

De la même manière que pour la surface seuil, le potentiel énergétique est affecté par l'utilisation du modèle de Berg. L'énergie libre d'Helmholtz  $\psi$  est définie

$$\psi(\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\varepsilon}}^p, \underline{\underline{\alpha}}) = \frac{1}{2} (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) : \underline{\underline{E}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) + \frac{1}{2} \underline{\underline{\alpha}} : \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (\text{B.6})$$

avec  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  le tenseur des déformations,  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  le tenseur des déformations plastiques,  $\underline{\underline{\alpha}}$  le tenseur associé à l'écroissage cinématique,  $\underline{\underline{E}}$  le tenseur d'élasticité d'ordre 4 et  $\underline{\underline{C}}$  le tenseur d'écroissage cinématique aussi d'ordre 4. La particularité est que le tenseur  $\underline{\underline{C}}$  se décompose en une partie sphérique et une partie déviatorique. Ainsi le tenseur se décrit avec

$$\underline{\underline{C}} = \frac{2}{3} C_j \underline{\underline{J}} + \frac{1}{3b^*} C_k \underline{\underline{K}} \quad (\text{B.7})$$

où,  $C_j$  est un paramètre d'écroissage pour la partie sphérique et  $C_k$  est un paramètre d'écroissage pour la partie déviatorique. La définition des forces thermodynamiques reste inchangée avec

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^e} = \underline{\underline{E}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (\text{B.8})$$

$$\underline{\underline{X}} = \frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\alpha}}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\alpha}} \quad (\text{B.9})$$

La direction d'écoulement plastique ou pseudopotential de plasticité est adaptée à l'écriture du modèle et des conditions du régime primaire. Le pseudopotential de plasticité est défini par la surface seuil (B.5) et un terme de non-linéarité.

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) = f(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{X}}) + \frac{1}{2} \gamma' \left[ \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{J}} : \underline{\underline{X}} + 2b^* \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{X}} \right]^n \quad (\text{B.10})$$

Le terme de non-linéarité  $\gamma' \left[ \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{J}} : \underline{\underline{X}} + 2b^* \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{X}} \right]^n$  lié à l'écroissage cinématique permet d'"ouvrir" les boucles d'hystérésis permettant ainsi une dissipation. Cependant, la condition primordiale à respecter pour le régime primaire est que l'activité plastique doit être bien inférieure à l'activité élastique. Ainsi  $\varepsilon^e \gg \varepsilon^p$ . À noter, lorsque  $n = 1$ , le pseudopotential de plasticité impose l'évolution de l'écroissage cinématique d'Armstrong-Fredericks [Armstrong and Fredericks, 1966]. La plasticité cumulée  $\dot{p}$  avec le modèle de Berg est égale au multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$

$$\dot{p} = \dot{\lambda} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p : \underline{\underline{B}} : \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p} \quad (\text{B.11})$$

Les lois de normalité et d'écoulement plastique imposent l'évolution des variables internes

$$\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \dot{\lambda} \frac{3\underline{\underline{B}} : (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})}{2J_2^* (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \quad (\text{B.12})$$

$$\dot{\underline{\underline{\alpha}}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{X}}} = \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}^p - \dot{\lambda} \gamma' n \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{X}} \left\| \underline{\underline{X}} \right\|_B^{n-1} \quad (\text{B.13})$$



avec  $\|\underline{\underline{X}}\|_B = \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{X}}$ . L'évolution de l'écroissage cinématique non linéaire suit donc

$$\underline{\underline{\dot{X}}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\alpha}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \dot{\lambda} \gamma' n \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{B}} : \underline{\underline{X}} \|\underline{\underline{X}}\|_B^{n-1} \quad (\text{B.14})$$

L'évolution de multiplicateur plastique est déterminée à partir de la condition de cohérence imposant  $\dot{f} = 0$ , ainsi

$$f = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{X}}} : \underline{\underline{\dot{X}}} = 0 \Rightarrow \dot{\lambda} = \frac{H(f)}{h} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \quad (\text{B.15})$$

avec  $H(f)$  la fonction d'Heaviside,  $H(f) = 0$  si  $f < 0$  sinon  $H(f) = 1$  pour  $f = 0$ . Le module d'écroissage instantané  $h$  est défini par

$$h = C \left( 1 - \frac{2}{3} n \gamma' \frac{\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{J}} : \underline{\underline{X}} + 3b^* (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}}) : \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{X}}}{J_2^* (\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{X}})} \|\underline{\underline{X}}\|_B^{n-1} \right) \quad (\text{B.16})$$

Le calcul impose sur les paramètres d'écroissage la relation  $C_j = C_k = C$ . La dissipation intrinsèque avec le modèle de Berg se définit avec

$$\Delta = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p - \underline{\underline{X}} : \underline{\underline{\dot{\alpha}}} \geq 0 \Rightarrow \Delta = \frac{H(f)}{h} \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \underline{\underline{\dot{\sigma}}} \left[ \sqrt{1 + b^* \sigma_y} + \gamma' n \|\underline{\underline{X}}\|_B^n \right] \quad (\text{B.17})$$

L'intégration du critère de Berg, même si elle oblige une réécriture et l'ajout d'un paramètre  $b^*$ , permet au modèle de conserver le formalisme déjà adopté pour le cas uniaxial. La réponse du modèle ainsi formalisé est simulée, dans un premier temps, afin de trouver des jeux de paramètres  $(C, \gamma', n)$  permettant d'obtenir une puissance dissipative de 2 comme observée expérimentalement pour le régime primaire. Dans cette simulation, le choix est fait de faire une correction plastique en adoptant une intégration de type "return mapping".

La réponse du matériau est simulée pour un chargement uniaxial de traction (figure B.4) et pour un chargement multiaxial de traction - torsion déphasée à  $\varphi = 90^\circ$  (figure B.5). Les paramètres matériaux sont fixés pour la comparaison dans un premier temps. Les paramètres d'écroissage permettent de simuler une dissipation tout en limitant l'activité microplastique, la déformation plastique est de l'ordre de  $10^{-7}$  confirmant bien que le comportement du matériau pour les faibles amplitudes est macroscopiquement élastique. De plus, les boucles d'hystérésis sont très faiblement ouvertes. Dans la simulation de l'énergie intrinsèque dissipée des deux types de chargements, le modèle donne une cohérence, pour la traction seule, cette dissipation est bien dépendante du déplacement de la surface seuil avec une dissipation nulle lorsque le trajet de chargement repasse dans le domaine élastique. Pour le trajet multiaxial, le déphasage de  $90^\circ$  entre les deux voies de sollicitations implique bien une dissipation constante puisque le trajet de chargement dans cette configuration reste toujours à la frontière du domaine élastique. La dissipation fluctue avec l'alternance entre la traction et la torsion du fait du paramètre  $b^*$ .

$$C = 2e9, \gamma' = 0.03, n = 0.7, b = 0.2$$

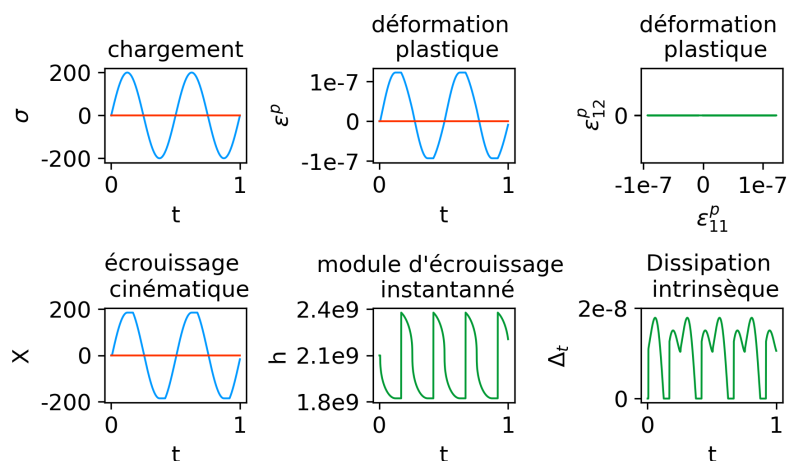


FIGURE B.4 – Réponse du modèle de Berg pour un chargement de traction - compression alternée

$$C = 2.1e9, \gamma' = 0.03, n = 0.7, b = 0.2, \phi = 90^\circ$$

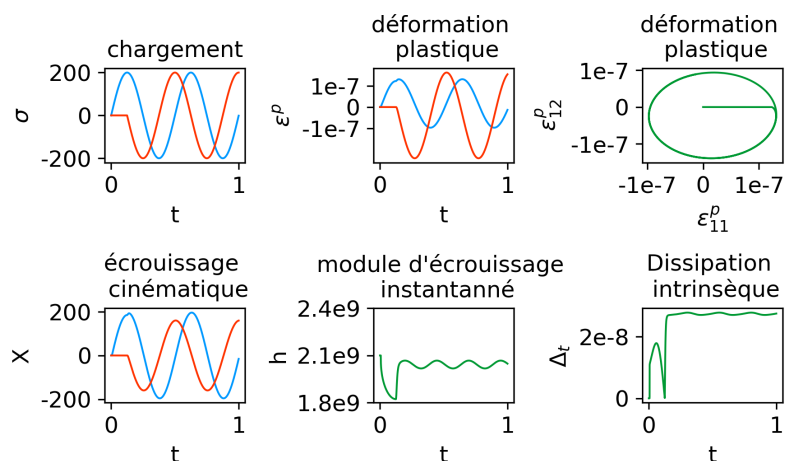
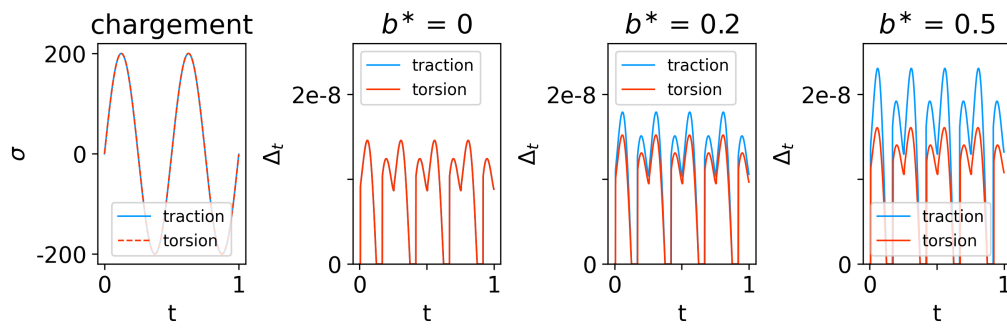


FIGURE B.5 – Réponse du modèle de Berg pour un chargement non proportionnel de traction - torsion avec un déphasage de  $90^\circ$

L'influence du paramètre de Berg  $b^*$  est illustrée en figure B.6. Le modèle permet de retrouver le modèle de von Mises pour  $b^* = 0$  avec un comportement dissipatif équivalent entre traction et torsion. Puis lorsque  $b^*$  devient non-nulle, l'intérêt d'introduire le modèle de Berg est perceptible. Le modèle permet à isocontrainte de von Mises ( $\sigma_{traction} = \sqrt{3}\tau_{torsion}$ ) de traduire un comportement dissipatif plus important en traction qu'en torsion comme sur les surfaces iso-auto-échauffement des figures B.2 et B.3.

FIGURE B.6 – Réponse du modèle de Berg en traction ou torsion pour plusieurs paramètres  $b^*$

## C Plans

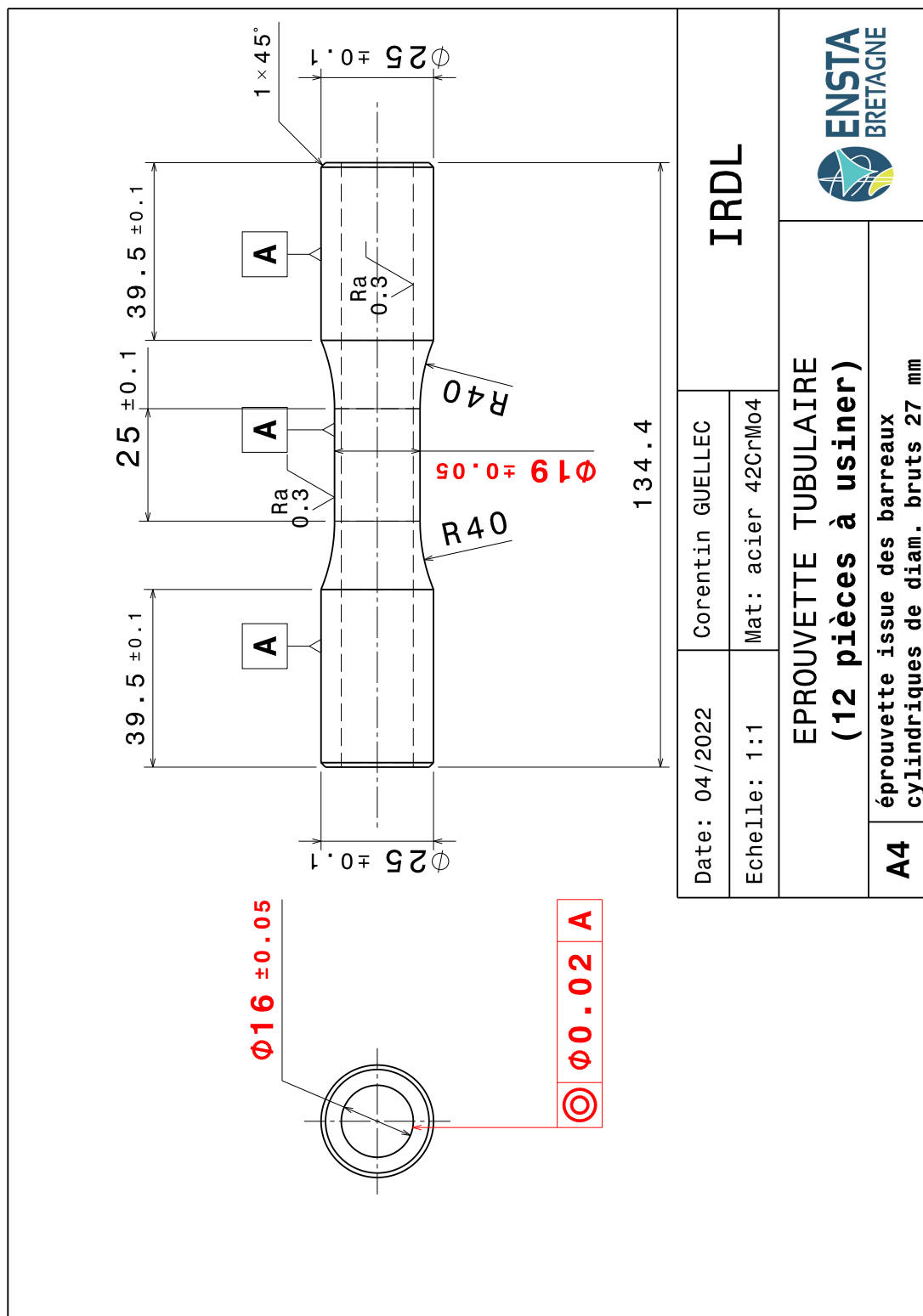


FIGURE C.7 – Éprouvette de traction - torsion tubulaire pour MTS 250 kN, conception pour les aciers 16MND5 et 42CrMo4

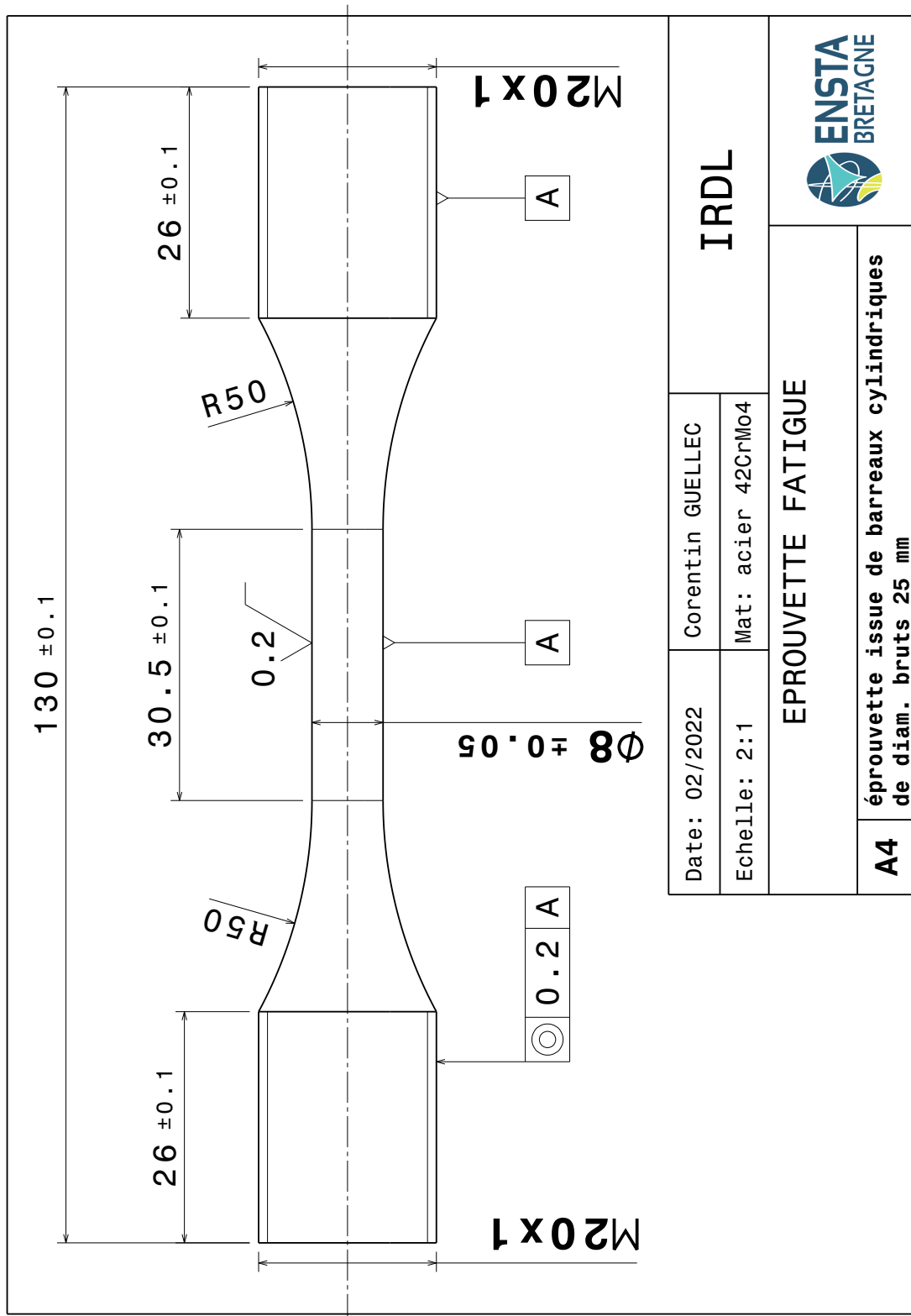


FIGURE C.8 – Éprouvette de traction - compression pour vibrophore, conception pour l'acier 16MND5

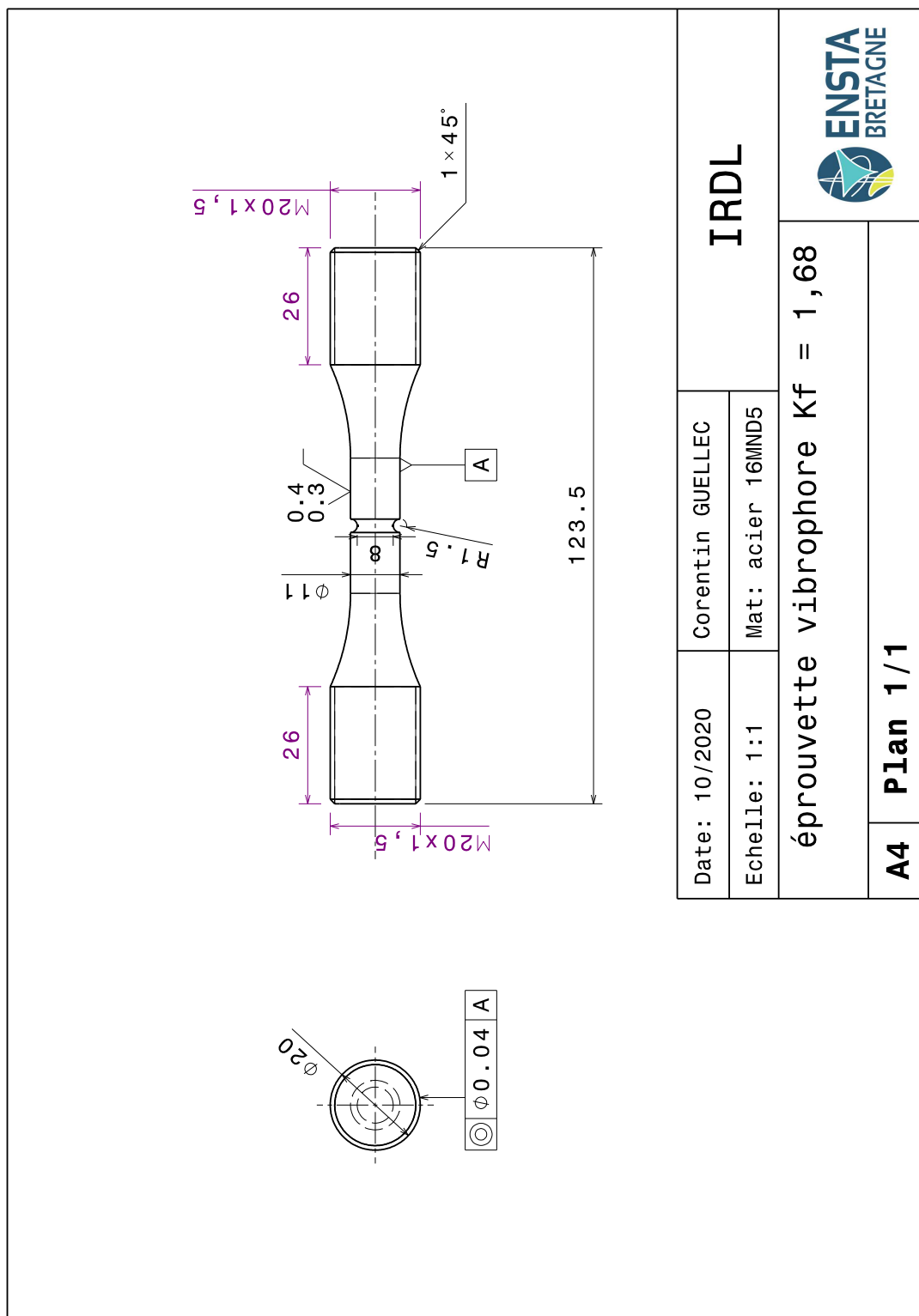


FIGURE C.9 – Épreuve pour vibrophore avec une entaille qualifiée avec un  $K_t$  de 1,9, conception pour l'acier 16MND5

## D Base de données en fatigue [Weber, 1999]

• **Auteur :** Simbürger

Références		Caractéristiques de fatigue	Caractéristiques mécaniques						
<ul style="list-style-type: none"> <li>Année : 1975</li> <li>Essais : Flexion-Torsion</li> <li>Matériau : XC48</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma_{-1} = 463</math> MPa</li> <li><math>\sigma_0 = 800</math> MPa</li> <li><math>\tau_{-1} = 275</math> Mpa</li> <li><math>N = 10^6</math> cycles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>R_m = 850</math> MPa</li> </ul>						
Essais	$\sigma_{11m}$	$\sigma_{11a}$	$\sigma_{22m}$	$\sigma_{22a}$	$\sigma_{12m}$	$\sigma_{12a}$	$\phi_{11}$	$\phi_{12}$	$\phi_{22}$
0101					261	261			
0102		364				209			
0103		332				191		30°	
0104		315				181		60°	
0105		328				189		90°	
0106	300	300				173			
0107	268	268				154		90°	
0108		319			183	183			
0109		294			169	169		90°	

(a)

• **Auteur :** Issler

Références		Caractéristiques de fatigue	Caractéristiques mécaniques						
<ul style="list-style-type: none"> <li>Année : 1973</li> <li>Essais : Traction-Pression intérieure</li> <li>Traction-Torsion-Pression intérieure</li> <li>Matériau : St35</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma_{-1} = 206</math> MPa</li> <li><math>\sigma_0 = 337</math> MPa</li> <li><math>\tau_{-1} = 123</math> MPa</li> <li><math>N = 1,5 \cdot 10^6</math> cycles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>R_m = 395</math> MPa</li> <li><math>R_{e0,2} = 245</math> MPa</li> </ul>						
Essais	$\sigma_{11m}$	$\sigma_{11a}$	$\sigma_{22m}$	$\sigma_{22a}$	$\sigma_{12m}$	$\sigma_{12a}$	$\phi_{11}$	$\phi_{12}$	$\phi_{22}$
0701	169			169					
0702	156	143							
0703	156	143	143						
0704	156	143	286						
0705	153	139	153	139					
0706					59	115			
0707	54		54			108			
0708	103		103			103			
0709	169	154	92	77					
0710	173	157		79					
0711	162	147	162	147					60°
0712	142	129	142	129					90°
0713	121	110	121	110					120°
0714	110	100	110	100					180°
0715	164	149	89	75					60°
0716	156	142	85	71					90°
0717	135	123	74	62					180°
0718	160	145		73					90°
0719	130	118		59					180°

(b)

• **Auteur :** Heidenreich

Références		Caractéristiques de fatigue	Caractéristiques mécaniques						
<ul style="list-style-type: none"> <li>Année : 1983</li> <li>Essais : Traction biaxiale -Torsion</li> <li>Matériau : 34Cr4</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma_{-1} = 343</math> MPa</li> <li><math>\sigma_0 = 530</math> MPa</li> <li><math>\tau_{-1} = 204</math> MPa</li> <li><math>N = 2 \cdot 10^6</math> cycles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>R_m = 710</math> MPa</li> <li><math>R_{e0,2} = 550</math> MPa</li> </ul>						
Essais	$\sigma_{11m}$	$\sigma_{11a}$	$\sigma_{22m}$	$\sigma_{22a}$	$\sigma_{12m}$	$\sigma_{12a}$	$\phi_{11}$	$\phi_{12}$	$\phi_{22}$
0901	304	249							
0902			309	253					
0903			290	245					
0904	274	225	274	225					
0905	274	225	274	225			60°		
0906	232	190	232	190			180°		
0907	-293	240	293	240					
0908	250	205	250	205		96			
0909	213	175	213	175		82	180°		
0910	221	181	221	181	85	85			
0911	226	195	226	195	92	92		90°	
0912	220	180	220	180	85	85	180°	90°	
0913	234	192	234	192	90	90	60°	90°	
0914		305	372						
0915					175	175			

(c)

• **Auteur :** Lempp

Références		Caractéristiques de fatigue	Caractéristiques mécaniques						
<ul style="list-style-type: none"> <li>Année : 1977</li> <li>Essais : Flexion-Torsion</li> <li>Matériau : 42CrMo4</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma_{-1} = 398</math> MPa</li> <li><math>\sigma_0 = 620</math> MPa</li> <li><math>\tau_{-1} = 260</math> MPa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>R_m = 1025</math> MPa</li> <li><math>R_{e0,2} = 888</math> MPa</li> </ul>						
Essais	$\sigma_{11m}$	$\sigma_{11a}$	$\sigma_{22m}$	$\sigma_{22a}$	$\sigma_{12m}$	$\sigma_{12a}$	$\phi_{11}$	$\phi_{12}$	$\phi_{22}$
1001		328				157			
1002		233				224			
1003		286				137		90°	
1004		213				205		90°	
1005	280	280				134			
1006	271	271				130		90°	
1007		266			128	128			
1008		283			136	136		90°	
1009		333			160	160		180°	
1010					230	230			

(d)

FIGURE D.10 – Base de données issue de [Weber, 1999], (a) cas 1 [Simbürger, 1975], (b) cas 2 [Issler, 1973], (c) cas 3 [Heidenreich et al., 1984], (d) cas 4 [Lempp, 1977]

• Auteur : Baier									
Références				Caractéristiques de fatigue			Caractéristiques mécaniques		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Année : 1970</li> <li>Essais : Traction-Torsion</li> <li>Matériau : 34CrMo4</li> </ul>				<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\sigma_{-1} = 382</math> MPa</li> <li><math>\sigma_0 = 608</math> MPa</li> <li><math>\tau_{-1} = 284</math> MPa</li> </ul>			<ul style="list-style-type: none"> <li><math>R_m = 902</math> MPa</li> <li><math>R_{e0,2} = 706</math> MPa</li> </ul>		
Essais	$\sigma_{11m}$	$\sigma_{11a}$	$\sigma_{22m}$	$\sigma_{22a}$	$\sigma_{12m}$	$\sigma_{12a}$	$\phi_{11}$	$\phi_{12}$	$\phi_{22}$
1201	314	304							
1202	490	284							
1203	686	196							
1204		382			108				
1205		353			216				
1206		353			324				
1207		314			431				
1208		294			647				
1209		88			794				
1210	314	314			196				
1211	275	275			490				
1212					255	255			
1213	-549					343			
1214	-181					284			
1215	181					284			
1216	353					240			
1217	510					216			
1218	696					157			

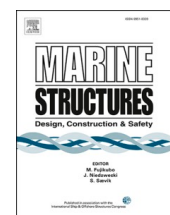
FIGURE D.11 – Base de données issue de [Weber, 1999], cas 5 [Baier, 1970]





Contents lists available at ScienceDirect

## Marine Structures

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/marstruc](http://www.elsevier.com/locate/marstruc)

# Parametric method for the assessment of fatigue damage for marine shaft lines

Corentin Guellec<sup>a,b,\*</sup>, Cédric Doudard<sup>b</sup>, Bruno Levieil<sup>b</sup>, Ludovic Jian<sup>a</sup>, Anthony Ezanno<sup>c</sup>, Sylvain Calloch<sup>b</sup><sup>a</sup> NAVAL Group, France<sup>b</sup> IRDL – UMR CNRS 6027, France<sup>c</sup> DGA Naval Systems Center, France

## ARTICLE INFO

## Keywords:

Marine shaft-line  
Fatigue design  
HCF  
VHCF  
Multiaxial loadings  
Non-proportionality of the loading path  
Mean stress  
Invariant base fatigue criteria

## ABSTRACT

An original parametric method is introduced for the assessment of the fatigue life of marine shaft lines. The particularity of the method lies in the fact it introduces a relevant load modelling around a limited number of parameters specific to marine shaft lines while depicting the loading complexity (multiaxiality, mean stress effect, non-proportionality of the loading path). The method is designed to allow for assessments, in both in-use and pre-design phase shafts, towards a particular fatigue damage mode. The observations made in this study show two damage modes. On one hand, a damage mode issued from multiaxial cycles and associated with ship maneuvers, corresponding to HCF regime. On the other hand, there is a damage mode in the VHCF regime resulting from bending stress cycles due to the structure rotary bending.

## 1. Introduction

Marine shaft line propellers (Fig. 1) are structures which transmit power from a unit to the propeller, that undergo long service life (>20 years). Over this time, shafts reach between  $10^9$  and  $10^{10}$  rotations (*i.e.* rotary bending loading cycles) in service. A standard method [1–3] used to design these structures, regarding fatigue resistance, is to consider, as a first option, only bending with a fatigue domain defined for a large number of bending cycles (referred to as very high cycle fatigue [VHCF]) but with relatively low amplitudes. A second option is to consider only torque variation effect and in this case the design is defined for a fewer number of shear cycles (high cycle fatigue [HCF]). The problem when considering the damage resulting from only one loading is that the damage suffered by the structure is misrepresented and, in some cases, it can result in an unpredicted failure of the shaft. As the damage endured by the structure is a combination of both loadings. Moreover, it is well-known that a multiaxial loading can be more damaging [4–6] than the same equivalent loading composed by sequential uniaxial loadings. The damage assessment of such structures requires a more complete consideration of all effects such as the multiaxiality of the loading [4,7], the variable aspect of the loading [6], the non-proportionality of the loading path [7–10] and the mean stress [4]. All these effects lead to complex implications in the decrease of the fatigue life.

\* Corresponding author. 2 rue François de Verny, 29200, Brest, France.

E-mail address: [corentin.guellec@ensta-bretagne.org](mailto:corentin.guellec@ensta-bretagne.org) (C. Guellec).

<https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2022.103325>

Received 12 May 2022; Received in revised form 26 September 2022; Accepted 25 October 2022

Available online 14 November 2022

0951-8339/© 2022 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### Nomenclature

$\sigma^{eq}$	Equivalent stress
$N_f$	Number of cycles to failure
$D_{total}$	Damage induced by all cycles
$D_{multiaxial\ cycles}$	Damage induced by the multiaxial cycles
$b$	Basquin's power law parameter
$C$	Basquin's material parameters
$H_{0\tau}, H_{0b}$	Number of torsion cycles and bending cycles
$T_{a,max}$	Maximum shear stress amplitude
$T_{max}$	Maximum shear stress level
$R_{\tau b}$	Ratio between maximal shear stress amplitude and normal stress amplitude induced by the bending at the local point considered
$R_{\tau c}$	Ratio between shear stress amplitude (induced by torque) and normal stress amplitude (compression) induced by the propeller thrust
$\alpha_{\tau}, \nu_{\tau}$	Modified Heuler's form parameters for shear stress amplitude/shear cycles spectrum
$\alpha_b, \nu_b$	Modified Heuler's form parameters for shear stress state/bending cycles spectrum
$I_{np}$	Indicator of non-proportionality in the loading path
$a''$	Linear correction factor
$J_{2a}$	Second invariant of the amplitude stress tensor
$J_{2m}$	Second invariant of the mean stress tensor
$I_{1m}$	First invariant of the mean stress tensor
$\mu_1, \mu_2$	Parameters pondering mean stress effect

The practical choice of designing shafts under uniaxial loadings (*i.e.*, a loading nature) results from the lack of information on the loading history endured by marine shafts. This standard calculation is applied regardless of the variations to which the structure is submitted during its service life, and hence it might not reflect the actual fatigue domain for a large range of shaft configurations, as loading effects (multiaxiality, variability, mean stress, etc.) are not often coupled or not taken into consideration.

To solve these shortcomings, the original method proposed in this study aims to handle the overall loading complexity of marine shaft lines for fatigue life assessment. For the record, experienced failure may also occur from torsion and rotary bending [11–13]. Hence, this novel process concept stands in the consideration of all loading natures and load effects, implemented in a relevant and simple load modelling for marine shaft line fatigue analysis.

A methodology to assess the fatigue life of a marine shaft propeller is presented in this paper, in line with the flowchart shown in Fig. 2. The aim is to introduce a method enabling either the analysis or design of a marine shaft working towards fatigue damage mode. This method is designed to be as simple and parametric as possible, while also considering all fatigue effects.

In this paper, firstly, the nature of a shaft's loading is analyzed. Secondly, observations are made, and a methodology for cycle counting is introduced, in order to define a proper fatigue framework. Then, based on the loading analysis, an equivalent loading is introduced to differentiate cycle categories as the time domain varies from one loading nature to another. The time domain difference results in a different damage assessment, considering a more complex relationship between loadings. This equivalent loading is justified with the help of fatigue cycle counting method such as Wang-Brown's method [14]. Then, using the loading analysis, the specific characteristics of marine shafts and the material effects, a fatigue design method is introduced allowing to define the fatigue domain and to assess the damage of any marine shaft, based on a number of parameters that completely define the shaft use. After the

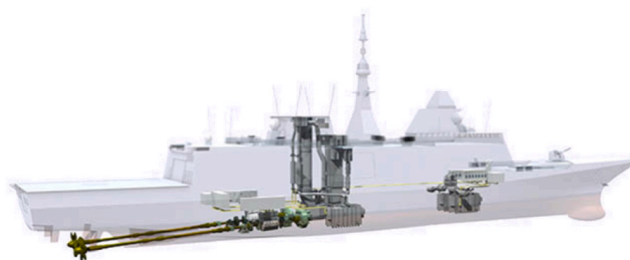


Fig. 1. Ship with its propulsion systems including the shaft line transmitting power to propeller<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> <https://www.naval-group.com/en/four-centuries-young>.

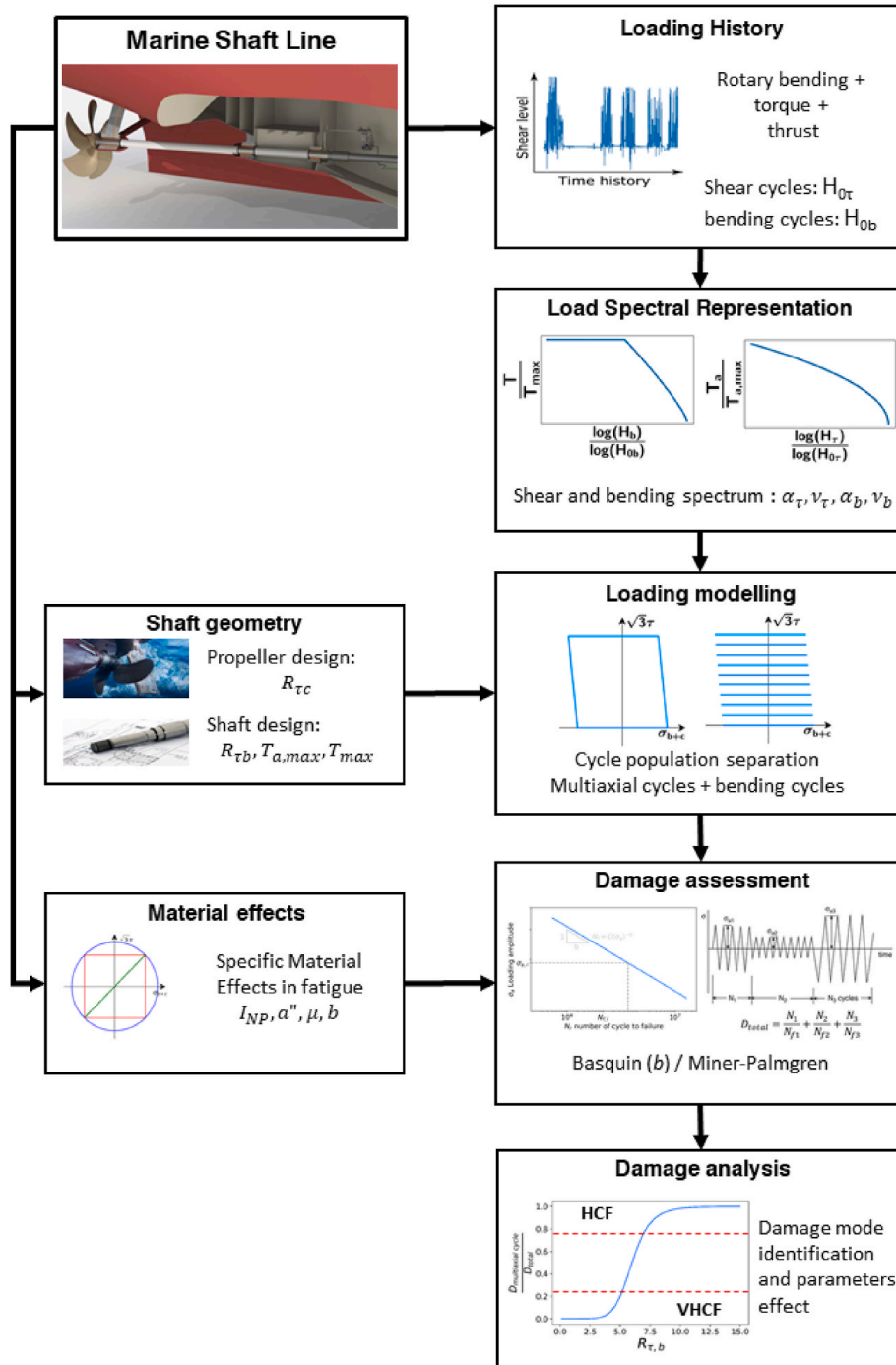


Fig. 2. Shaft line fatigue assessment methodology.

model definition, a parameter sensitivity analysis is carried out.

Marine shafts fatigue design depends on three parameter categories. The first set of parameters results from the shaft design:

- $T_{a,max}$ , maximal shear stress amplitude
- $T_{max}$ , maximal level of shear stress
- $R_{\tau b}$ , ratio between maximal shear stress amplitude and normal stress amplitude induced by the bending at the local point considered
- $R_{\tau c}$ , ratio between shear stress amplitude (induced by torque) and normal stress amplitude (compression) induced by the propeller thrust

The second set depends on the shaft load history:

- $H_{0b}$ , number of rotating cycles (i.e., bending cycles)
- $H_{0\tau}$ , number of shear stress cycles
- $\alpha_{\tau}, \nu_{\tau}$ , parameters defining the shear stress spectrum in function of the shear stress cycles
- $\alpha_b, \nu_b$ , parameters defining the shear state spectrum in function of the rotating cycles (i.e., bending cycles)

The third set of parameters defines materials' effect in fatigue:

- $b$ , Basquin's law power
- $C$ , Basquin's material parameter
- $a''$ , linear correction of the equivalent stress due to non-proportionality
- $\mu_1$  and  $\mu_2$ , mean stress effect

## 2. Shaft loading analysis

In this section, the shaft loading is defined by its nature and characteristics. Then, a case application is presented with a specific torque signal on which modified Heuler's spectral representation [15–17] is adapted to define maneuver profiles and a distribution of the shear loading.

### 2.1. Marine shaft loading nature components

A closer analysis of the loading nature reveals that marine shafts endure three different main loading natures. The first loading of importance is the rotary bending. Rotary bending is due to the nature of the structure utilization. It mainly results from the shaft weight, the propeller weight and bearing misalignments [18] that evolve during the ship's lifetime. In this study, as a first hypothesis, the rotary bending amplitude is considered constant, as this information is difficult to access. The rotary bending frequency for shaft lines is much higher than the torque and thrust variation frequency as it is a main shaft characteristic (Table 1).

The second significant load is the torque loading that induces shear stresses in the shaft. This loading is produced by the water-resistant effect of the ship's propeller and the torque generated by the power unit. The torque level changes as the ship maneuvers at different speeds. Hence, the variation of the torque occurs at a low frequency but at relatively high amplitude. At a given speed level, the torque is considered to be a mean value under the bending frequency scope. In this study, the shear stress is extracted over a torque time signal associated with a real case application.

The final significant load is the propeller thrust, which is induced by the propeller action. This load varies at the same frequency as the shear loading since these two quantities are linked by the propeller design [19,20]. The propeller's function is to convert the torque action in a propulsive normal force (thrust).

Many other, less significant loadings for the study exist among the complexity of the marine shaft loading [21,22]. In this study, they are not considered given the lack of information or because they do not participate in the damage in HCF or in VHCF. In this category of loadings, vibration effect due to diesel propulsion are not considered but can result in some specific failures of the shaft line [1,21,23]. Wave effects have been tested using FFT (Fast Fourier Transform) on the reference loading signal without exhibiting any effect on the shaft's signals. Nevertheless, some influence has been demonstrated for some cases in the literature. On the one hand, the hull-shaft relationship affects the misalignment of the shaft line [18], and therefore, increases the damage caused by bending, mostly in strong sea conditions. On the other hand, waves affect the inflow seen by the propeller and has a direct effect on torque and compression variability [20,24,25]. Moreover, the fatigue life of marine shaft line is affected by fretting phenomenon in the bearings [25] or corrosion phenomenon due to the marine environment [21].

### 2.2. Shaft configuration

The loading analysis is based on two real time-signals from a naval ship (Fig. 3) and the ship's characteristics parameters defining the loading and material effects. These time-signals are representative of the ship's use and have been recorded over a number of months. The signals have been normalized in time by the total duration of the naval ship's mission. The motor loading history (Fig. 3a) enables to access the torque information  $Q$ . The rotation speed history,  $\omega$  (Fig. 3b), of the shaft enables access to the number of bending

**Table 1**

Nature of loadings endured by marine shafts and frequency order.

Loading nature	Frequency order	Number of cycles issued
Motor vibrations	$10^2$ Hz	$10^{11}$
Shaft rotation	1–10 Hz	$10^9$
Sea conditions (ocean waves)	$10^{-1}$ Hz	$10^7$
Maneuvers and speed regime change	$10^{-3}$ Hz	$10^5$

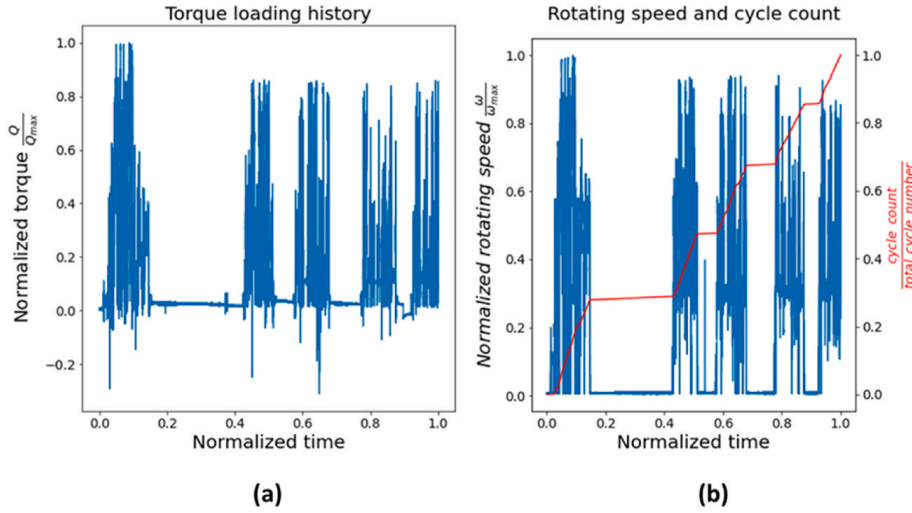


Fig. 3. (a) torque loading history, (b) shaft rotating speed and bending cycle count.

cycles,  $H_{Ob}$ , and the thrust state. Thanks to the propeller's design characteristics, the use of propeller laws [19,20] enables the determination of the compression loading from the 2 signals.

The propeller laws link the torque state  $Q$  and the thrust state  $T_p$  with the shaft rotating speed  $\omega$  through propeller design parameters  $K_T$  and  $K_Q$ . With abacus [19], the propeller thrust coefficient  $K_T$  and the propeller torque coefficient  $K_Q$  are known and defined through the advance parameter  $J$  given by

$$J = \frac{2\pi(1-w)u}{\omega D}. \quad (1)$$

In practice, the advance number  $J$  depends on  $w$  the wake coefficient of the ship,  $D$  the propeller diameter and  $u$  the ship speed. In this study,  $J$  is defined with abacus and from the knowledge on the torque ( $Q$ ,  $\omega$  and  $K_Q$ ). Then with the abacus of the propeller, the thrust coefficient  $K_T$  is obtained and thus the thrust is known. Then the thrust state defines the compression state in the shaft section. It has to be noted that both quantities (thrust and torque) are evolving, in first instance, proportionally and can be expressed as a coefficient  $R_{\tau c}$ .

Marine shaft structures have specific characteristics depending on the category of vessels, such as the frequency ratio between loadings. The ratio,  $R_{tb}$ , between bending amplitude and maximum shear stress is ship/shaft design-dependent as well as the ratio,  $R_{\tau c}$ ,

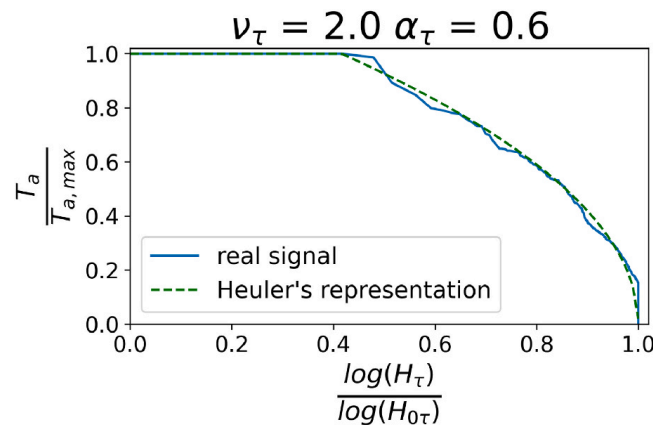


Fig. 4. Modified Heuler's spectral representation applied on the normalized torsion signal.

between torsion and compression is propeller design-dependent.

The signal loading levels are normalized in this study, which allows for the loading data to be directly linked to the local stress state, as the structures induces a linear relationship between these two quantities. The normalization does not affect the conclusions on the fatigue domain of this study as the damage assessment hypotheses are still effective. The damage assessed in this study is therefore a relative damage indicator rather than an absolute damage level.

### 2.3. Spectral representation

In order to have the most parametric representation of the load, a modified Heuler's model is introduced [15–17] to represent, in the form of a linked amplitude-cycle, the shear stress spectrum of Fig. 3. The modified Heuler's spectral representation is obtained from a "rainflow" counting algorithm [26], then the cycles are ranked in descending amplitude order and the cycles are cumulated at each amplitude step. In this study, the "rainflow" counting method is applied to the torque signal of Fig. 3. a (with normalization, shear stress and torque are equivalent with the linearity it exists between them) and then this signal is expressed as a Heuler's spectrum (Fig. 4). The analytical description of Heuler's diagram is formulated by

$$\frac{\log H_\tau}{\log H_{0\tau}} = 1 - \alpha_\tau \left( \frac{T_a}{T_{a,max}} \right)^{\nu_\tau} \quad (2)$$

whereby  $H_\tau$  is the number of cumulated cycles at a loading amplitude  $T_a$  (the cycles are cumulated in descending order of amplitude).  $H_{0\tau}$  is the total number of cycles,  $T_{a,max}$  is the maximum loading amplitude and  $\alpha_\tau$  and  $\nu_\tau$  are two form parameters.

The interest of having such a representation lies in the benefitting from access to the shear stress information without having to apply a time-consuming method on a large signal, in order to access the number of shear cycles. Moreover, the definition of the shear stress distribution using the two Heuler's parameters  $\alpha_\tau$  and  $\nu_\tau$  can define, for a ship, a range of possible missions or possible maneuvers. The effect of  $\alpha_\tau$  and  $\nu_\tau$  on the Heuler's signal representation is depicted on Fig. 5. In Fig. 5. a, parameter  $\alpha_\tau$  is asserted. Parameter  $\alpha_\tau$  has an influence on the number of cycles at the maximum loading amplitude  $T_{a,max}$ . The increase of  $\alpha_\tau$  to 1 diminishes the number of cycles with high amplitude, whereas a decrease of  $\alpha_\tau$  to 0 reinforces the number of high amplitude cycles in the spectrum. As for the  $\alpha_\tau$  parameter of the modified Heuler's model, the effect of  $\nu_\tau$  is asserted in Fig. 5. b. Parameter  $\nu_\tau$  is a form parameter which principally affects the cycle distribution between middle- and low-amplitude loading. A  $\nu_\tau$  close to 5 increases the number of cycles for higher amplitudes, whereas a low  $\nu_\tau$  has the opposite effect.

Under the bending frequency scope of a marine shaft, the torque state is considered to be stable. Shear frequency is lower than the bending frequency and compression is linked to the shear state by the propeller laws [19,20]. Then, in order to consider the true equivalent stress when considering the damage from rotating cycles, access to mean stress state will be required. As for the shear stress amplitude spectrum, a second representation is needed to establish the link between shear state and rotating cycles. The aim is to access the mean shear stress state. The rotating cycles are then linked to shear (Fig. 6) through Heuler's modified method [15–17] via equation (2) and the torque signal in Fig. 3. The parameters describing the signal are  $\alpha_b$  and  $\nu_b$ .

It should be noted that the representation in Fig. 6 links rotating cycles with shear stress state at the local considered point  $T/T_{max}$  and not shear stress amplitudes.

### 3. Method proposal for modelling the shaft's multiaxial variable amplitude loading

The shaft loading is a multiaxial time varying loading with multiple loading entries. The first step is to introduce a method for defining fatigue-significant cycles. The aim is to provide a simple method which is able to model the complexity of the shaft's cycle nature without the use of a time-costly counting method directly used on a signal. However, in order to serve as a reference, Wang-Brown's multiaxial counting method [14] is initially introduced and applied on typical shaft loading signals. Then, fatigue assumptions

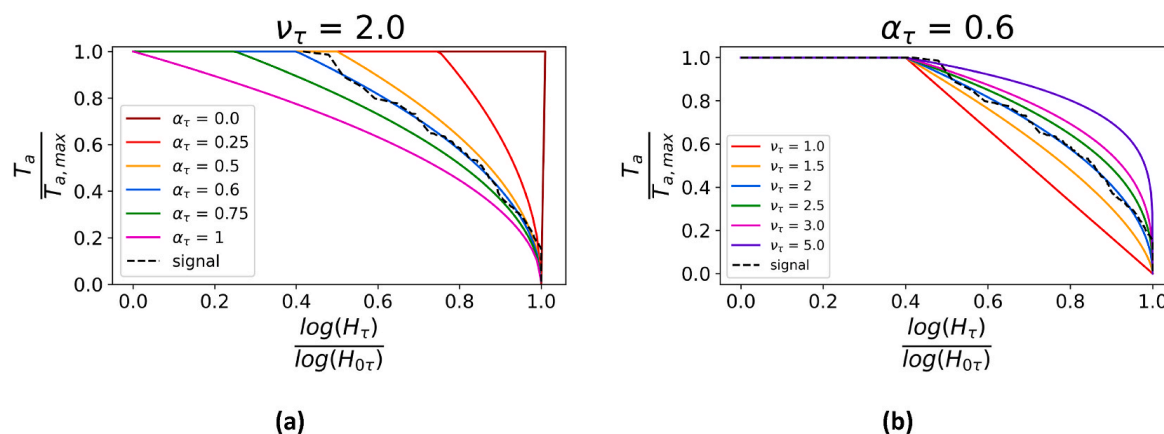


Fig. 5. (a) effect of  $\alpha_\tau$  on the spectral representation (b) effect of  $\nu_\tau$  on the spectral representation.



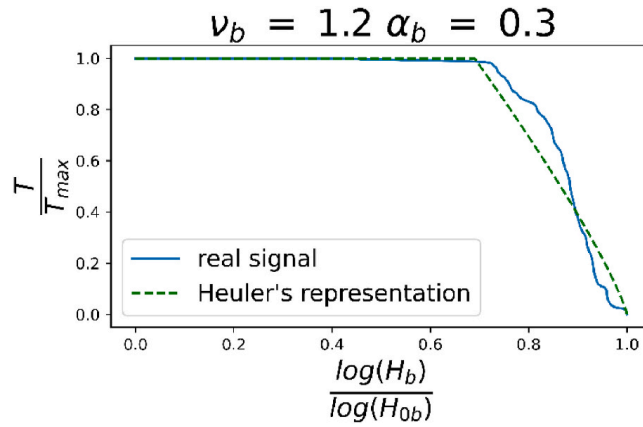


Fig. 6. Heuler's spectral representation linking rotating cycles with shear stress state.

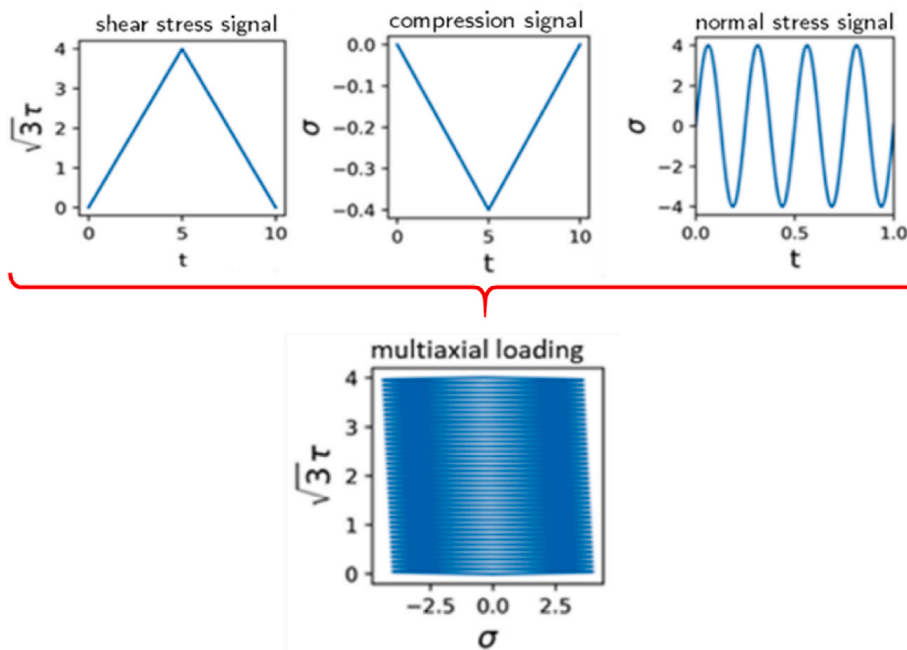


Fig. 7. Typical shaft loading composed by three loadings. On the left, the loading signals decomposed between shear induced by the torque, compression induced by the thrust and normal stress induced by the rotary bending. On the right, the overall signal represented in the stress space formed by  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ .

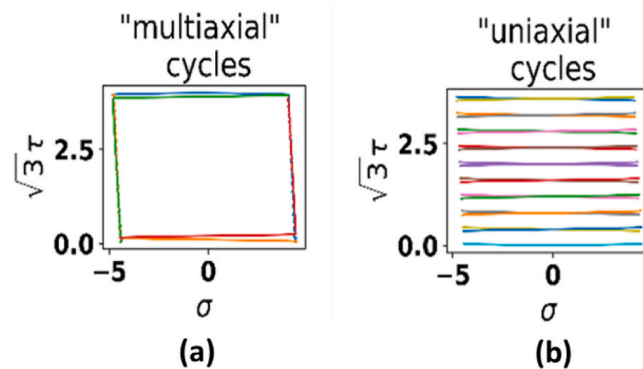


Fig. 8. Identified cycle population in the reference shaft loading (Fig. 7). (a) Non-proportional multiaxial cycles. (b) Part of the uniaxial cycles.

are introduced, in order to assert the damage induced by the identified fatigue cycles. Finally, the material effects are presented in detail and included in the method.

### 3.1. Multiaxial counting method

Wang-Brown's counting algorithm [14] is applied on reference loadings with specific marine shaft loading characteristics. Wang-Brown's counting method allows for the extraction of loading cycles in a signal. This method is an extension of the well-known "rainflow" counting (RFC) method [26] but adapted for proportional and non-proportional multiaxial loading cases (RFC method is recalled in Annex 1.a). The principle of the algorithm [27] is to extract half-cycles inside the signal over the deviatoric stress space. The algorithm extracts the largest possible cycle each time it runs through the signal by maximizing a relative second invariant of the stress tensor centered on the start point.

In order to illustrate the method, the Wang-Brown algorithm (a comprehensive description of which can be found in Annex 1.b) is applied to a reference loading composed of shear and normal stresses (Fig. 7). These stresses are induced by the torque for shear stress. For normal stresses, one part comes from the thrust, the other part comes from the rotary bending solicitation. The overall loading has a frequency and a loading amplitudes ratio in accordance with a possible shaft line and the compression stress signal vary as the shear stress signal accordingly to the propeller laws [19]. Applying Wang-Brown's counting method on the overall loading reveals two categories of cycles (Fig. 8):

- Multiaxial cycles with "parallelogram" shape
- Uniaxial cycles

The multiaxial cycles are associated with the ship maneuvers. They are defined both by a shear stress and normal stress amplitude plus a mean stress component. These cycles are non-proportional loadings because of their shape in the deviatoric stress space. The multiaxial cycle over the life span of the shafts stands at around  $10^4$ - $10^5$  cycles [22]. As for the "uniaxial" cycles (*i.e.* unique varying load nature), they are defined by the rotary bending loading amplitude and a level of mean shear stress and mean compressive stress. These cycles are higher in number because of the rotating frequency, and reach around  $10^8$ - $10^{10}$  cycles over the shaft's lifespan [22].

### 3.2. Proposal of an equivalent multiaxial variable amplitude marine shaft loading

Based on the observations made on the reference loading, a simplification of the problem is introduced in order to define an equivalent loading without using a time-consuming method like Wang-Brown's method for assessing the damage seen by the structures when considering signal recording months of data.

The first step of the method is to reconstruct the multiaxial cycles using the shaft load characteristic parameters ( $R_{tb}$ ,  $R_{tc}$ ,  $H_{0\tau}$ ,  $H_{0\sigma}$ ,  $\alpha_\tau$ ,  $\nu_\tau$ ,  $\alpha_b$ ,  $\nu_b$  and  $T_{a,max}$ ). First, for each multiaxial cycle, the shear stress amplitude  $T_a$  is given either by a classical counting method such as the rainflow [26] directly on a signal or by Heuler's model distribution (Fig. 4). A shear stress cycle is defined (Fig. 9a). Then, thanks to parameter  $R_{tc}$ , the normal stress component resulting from the thrust is added (Fig. 9b). The normal stress resulting from the thrust varies with the same frequency as the shear stress issued by the torque. Finally, the bending stress amplitude is introduced with  $R_{tb}$  (Fig. 9c) giving the multiaxial cycle a parallelogram shape in the stress space formed with  $(\sigma, \sqrt{3}\tau)$ .

The equivalent stress amplitude for the multiaxial cycle is defined as Von Mises' definition of the equivalent stress amplitude which is also the second invariant of the deviatoric stress tensor  $J_{2a}$ . In this paper, the equivalent stress amplitude is defined with the characteristic parameters as

$$J_{2a} = \sqrt{\left(\frac{T_{a,max}}{R_{tb}} + \frac{T_a}{R_{tc}}\right)^2 + 3(T_a)^2} \quad (3)$$

with  $T_a$  the shear amplitude,  $R_{tb}$  the ratio between the highest values of the shear stress amplitude over the normal stress amplitude

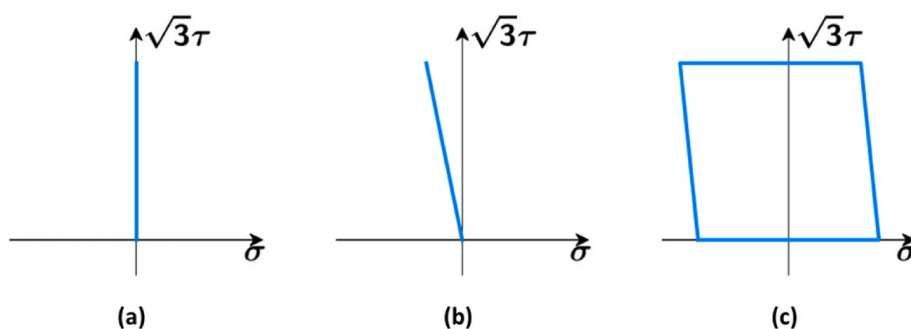


Fig. 9. (a) first step "rise" and "drop" of a shear stress cycle, (b) second step adding the compression state, (c) third step adding the bending amplitude.



induced by the bending (bending is considered amplitude constant in this study). Similarly,  $R_{\tau\sigma}$  is the ratio between the highest value of the shear and normal stress amplitudes induced by the thrust. As these two quantities evolves proportional, it can also be calculated as the ratio between shear and normal stress at any time.

The second step is to determine the uniaxial cycles. They are given by the number of shaft rotations and the amplitudes are given by a maximized constant bending stress amplitude with  $T_{a,max}/R_{\tau b}$ .

With the modelling of both cycles' category, an equivalent cyclic loading is thus modeled without requiring Wang-Brown's algorithm, which would have required to have access to recorded loading signal in compression, torque and bending and a very time-consuming computing cost. The model has the advantage of representing both types of cycles present in the shaft's true stress state, thanks to few parameters defining the shaft and knowledge on the torque history. Even with the simplification of the problem, the complexity of the loading is kept with the multiaxiality of the loading, the non-proportionality of the loading path and mean stress. These effects are addressed in the next section.

### 3.3. Fatigue-specific effects

Assessing the damage issued from multiaxial cycles is not easy as many effects tend to influence the damage. Many studies [4,7,9,28] have shown that multiaxial fatigue criteria tend to misrepresent the real damage when non-proportionality of the loading path is present. The multiaxial cycles identified in the study are non-proportional loadings. In order to assess the real damage seen by the structure, a practical choice is to consider a factor of non-proportionality  $I_{NP}$  [9,10] and a function of this factor which affects the damage calculation. The indicator of non-proportionality is based on an invariant of the stress tensor definition, and the correction used is a linear correction of fatigue criteria such as Sines [29] and Crossland [30] criteria. The function and the indicator are defined in Berceili's work [10]. The indicator indicates a loss of linearity in the loading path, and it is defined as

$$I_{NP} = 1 - \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{n-1} \left( \frac{1}{n_{inc}} \sum_{j=0}^{n_{inc}-1} \frac{\left| \left( \underline{\underline{\sigma}}_j(t_i) - \underline{\underline{\sigma}}_M \right) : \left( \underline{\underline{\sigma}}(t_{i+1}) - \underline{\underline{\sigma}}_j(t_i) \right) \right|}{\sqrt{\left( \underline{\underline{\sigma}}_j(t_i) - \underline{\underline{\sigma}}_M \right) : \left( \underline{\underline{\sigma}}_j(t_i) - \underline{\underline{\sigma}}_M \right)}} \right) \quad (4)$$

with  $\underline{\underline{\sigma}}_j(t_i) = \frac{(2j+1)\sigma(t_{i+1}) + (2n_{inc}-2j-1)\sigma(t_i)}{2n_{inc}}$  defined between  $\underline{\underline{\sigma}}(t_i)$  and  $\underline{\underline{\sigma}}(t_{i+1})$ ,  $\underline{\underline{\sigma}}_M$  is the mean stress tensor,  $L = \sum_{i=0}^{n-1} \left\| \underline{\underline{\sigma}}(t_{i+1}) - \underline{\underline{\sigma}}(t_i) \right\|$ .

The calculus of  $I_{NP}$  is then illustrated on a practical example, with a loading similar to the multiaxial cycles of the study (Fig. 10). The loading is a multiaxial loading path A→B→C→D→A with shear stress and normal stress. In order, to evaluate the degree of non-proportionality of this loading, equation (4) is applied on the load. An explanation of the equation is given in Fig. 10 for two segments of the loading (A-B and B-C). For the sake of clarity, a segment of the path is discretized with only  $n_{inc} = 3$  increments. Of course, a higher discretization results in better precision. For this loading the indicator  $I_{NP}$  equals 0.54.

An  $I_{NP}$  value close to 0 means that the loading is proportional, whereas a value close to 1 indicates a strong non-proportional effect of the loading path.  $I_{NP}$  is calculated with (4) for multiaxial cycles at different  $R_{\tau b}$  ratios in Fig. 11. For a given shear stress amplitude  $T_a$ , the loading path depends on the  $R_{\tau b}$  parameter (ratio between the maximum shear stress amplitude and the normal stress amplitude induced by the bending). Then, it is possible to find a combination of  $T_a$  and  $R_{\tau b}$  maximizing the non-proportionality of the loading path meaning the highest  $I_{NP}$ . A high  $I_{NP}$  value implies a more pronounced "parallelogram" shape of the loading path in the stress space

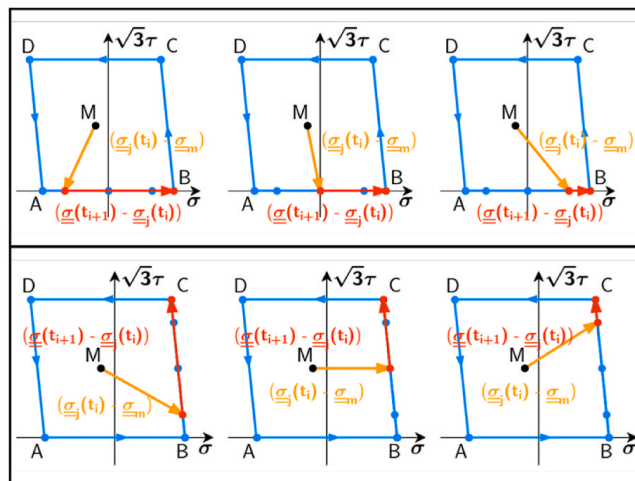


Fig. 10. Detail of the steps in the calculation of  $I_{NP}$  factor for segment A-B and segment B-C by equation (4).

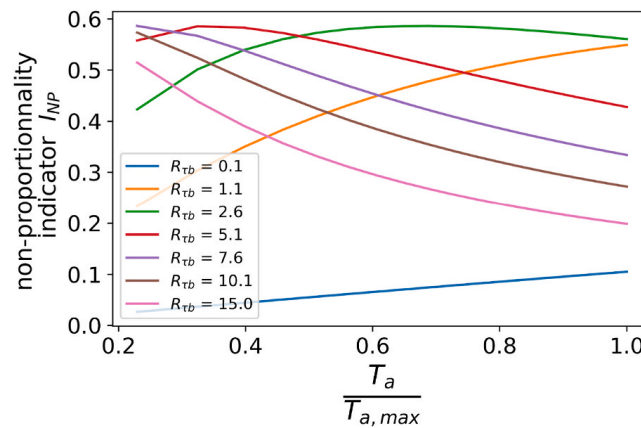


Fig. 11. Evolution of INP factor in function of the bending and the torsion amplitude.

whereas a low value of  $I_{NP}$  would mean that the path would look like as a line in the stress space.

As the non-proportionality of the loading path has been assessed for the multiaxial cycles, a correction function is applied, as in Ref. [10], to calculate the damage. The fatigue equivalent stress amplitude for non-proportional loading path  $J_{2a}^{NP}$  is defined with the correction by

$$J_{2a}^{NP} = J_{2a}(1 - a'' I_{NP})^{-1} \quad (5)$$

with  $J_{2a}$  the equivalent stress amplitude defined in (3) of the multiaxial loading cycle considered and  $a''$  a linear corrective coefficient calibrated on experimental results (e.g.,  $a'' = 0.28$  for Sines' criterion in Ref. [10]).

Finally, the last effect to consider is the mean stress effect. The importance of this loading parameter depends on the material, especially for the mean shear stress effect, which is unclear in the literature [31,32]. For mean shear stress level below the torsional yield strength, the effect is moderated over the fatigue life decrease [32]. Nevertheless, including this effect is possible through the use of an equivalent stress including mean stress (10). The equivalent stress is defined based on the invariants of the mean stress tensor, which are expressed in function of the model parameters. For the two cycle populations, the definition is not the same, as the data is extracted from different distributions. For multiaxial cycles, the Von Mises equivalent mean stress,  $J_{2m}$ , and the mean first invariant,  $I_{1m}$ , are obtained by

$$J_{2m} = \sqrt{\left(\frac{T_a}{R_{\tau c}}\right)^2 + 3(T_a)^2} \quad (6)$$

$$I_{1m} = \frac{T_a}{R_{\tau c}} \quad (7)$$

whereby  $T_a$  is the shear stress amplitude from the shear distribution (Fig. 6). As the load ratio  $R = 0$  the mean shear stress is equal to the shear stress amplitude. For bending cycles, the Von Mises equivalent mean stress,  $J_{2m}$ , and the mean first invariant,  $I_{1m}$ , are obtained by

$$J_{2m} = \sqrt{\left(\frac{T}{R_{\tau c}}\right)^2 + 3(T)^2} \quad (8)$$

$$I_{1m} = \frac{T}{R_{\tau c}}. \quad (9)$$

It is worth noting that, due to the time frequency difference between bending and torsion, the shear stress state is required. Therefore,  $T$  is the shear level obtained from the bending distribution (Fig. 6).

As mean stress effect is often more critical under normal mean stress, the use of the invariants  $J_{2m}$  and  $I_{1m}$  allows to discern a more pronounced effect of normal mean stress with  $I_{1m}$ . Each invariant is pondered by their effect through the material constant  $\mu_i$ . The equivalent stress is then defined as a fatigue criterion such as Altenbach & Zolochenski's [33] criterion

$$\sigma^{eq} = J_{2a}^{NP} + \mu_1 I_{1m} + \mu_2 J_{2m} \quad (10)$$

### 3.4. Damage assessment hypothesis

In order to define which cycle population participates the most in the overall damage and therefore defines the fatigue domain of design interest, damage calculation hypotheses are introduced. Generally, fatigue life assessment at a loading level is determined by the use of Wöhler's curve [34] which need to be exploited using an appropriated law depending on the fatigue domain considered. For

high cycle fatigue (HCF), Basquin’s law [35] gives the relationship between loading amplitude  $\sigma_a$  and number of cycle to failure  $N_f$ . Moreover, Basquin’s formula presents the advantage to be defined with only two material parameters  $C$  and  $b$

$$C = N_f(\sigma_a)^b \tag{11}$$

Including the equivalent stress  $\sigma^{eq}$  redefines the Basquin’s law as

$$C = N_f(\sigma^{eq})^b \tag{12}$$

It is worth to note that, although Basquin’s law was primarily designed for HCF, it is extended to VHCF for practical reasons in this study. In a practical way, the Basquin’s law parameter might be defined differently for both cycle categories with their own parameter  $b$  and  $C$ . However, a more complex law such as a bilinear model damage could be used to deal with the VHCF domain without changing the method’s philosophy.

Since the loading applied on the structure is variable, the total damage of the structure induced by the overall cycles is calculated using Palmgren-Miner’s rule [36,37]:

$$D_{total} = \sum_i^k d_i = \sum_i^k \frac{n_i}{N_{f,i}} \tag{13}$$

with  $D_{total}$  the damage cumulated by the structure,  $d_i$  the damage induced by a number of cycles  $n_i$  at one amplitude class. As the values in the study are normalized, the Palmgren-Miner’s rule gives a damage indicator rather than an absolute damage calculation. The damage indicator when using (8) and (13) is then defined as

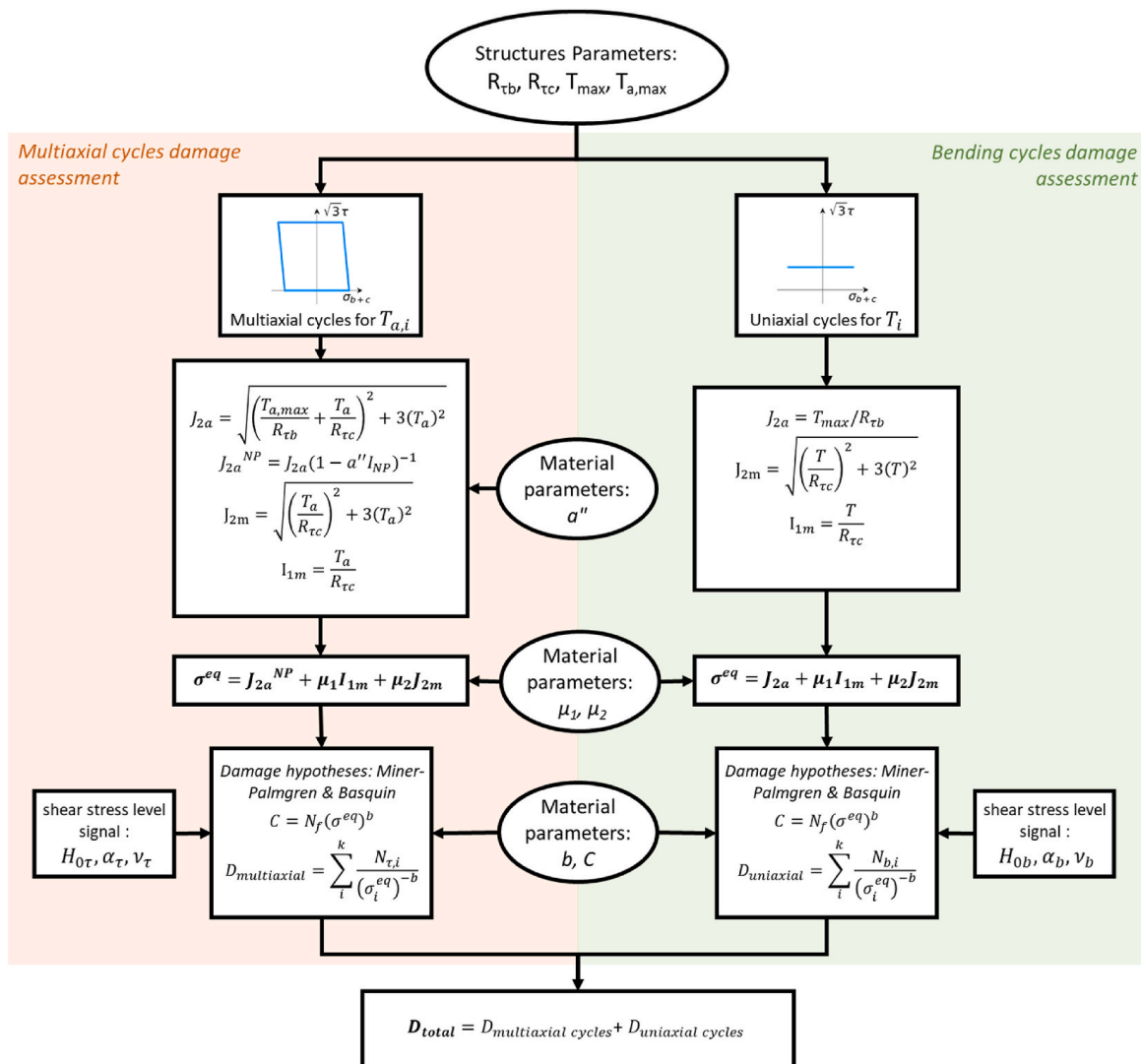


Fig. 12. Damage assessment method for marine shaft.

$$D_{total} = \sum_i^N \frac{n_i}{(\sigma_i^{eq})^{-b}} \quad (14)$$

For shear stress cycles,  $n_i$  would be  $N_{\tau,i}$ : a number of shear stress cycles performed at a given amplitude range  $T_{a,i}$ . It can be confused with  $H_{\tau,i}$  which is the number of cumulated cycles until the given amplitude range  $T_{a,i}$  obtained with the spectral representation of Fig. 4. In the same way, for normal stress cycles (issued by rotary bending),  $n_i$  would be  $N_{b,i}$ , a number of bending stress cycles performed at a given shear stress state  $T_i$ , which is obtained from  $H_{b,i}$  issued itself from Fig. 6.

In this study, Miner's rule is introduced for the fatigue analysis of variable amplitude loading because of its convenience and its ease for a practical implementation. Moreover, this linear damage cumulation rule is implement in many standards and design codes. However, reviews of different cumulative damage model have been conducted by Fatemi [38] or more recently by Hectors [39]. They provide multiple models considering the load sequence in order to define more accurately the damage. Such methods still require the loading history which depends on the ship class. The use of such methods is possible for analyzing in fatigue an in-use shaft. For shafts in design phase, it is difficult to evaluate the future loading history, therefore, Miner's rule is used under this consideration.

### 3.5. Model discussion

The interests of the method are multiple. The method introduced defines an accurate equivalent shaft loading requiring less data and computing performance than a direct cycle assessment on a real signal as long as the shear distribution is obtained through, for example Heuler's spectral representations. The aim of this method is to be used to analyze the fatigue modes of an in-use shaft or to be applied in a pre-design phase in order to design the shaft toward a particular damage mode regarding the existence of two cycle populations.

The parametric approach defined in this section allows the definition of the fatigue domain that should be considered for fatigue design by means of a set of ship-dependent parameters and a mission profile. The parameter effects are assessed in the next section as long as the way to position a shaft use toward a fatigue damage mode. Moreover, a strength of the approach is to consider all fatigue effects such as the non-proportionality of the loading path and the mean stress effect. Parameters are therefore distinguished in three categories, with a set for shaft design dependent parameters ( $T_{max}$ ,  $T_{a,max}$ ,  $R_{\tau b}$  and  $R_{\tau c}$ ), shaft loading dependency ( $H_{0\tau}$ ,  $H_{0b}$ ,  $\alpha_{\tau}$ ,  $\nu_{\tau}$ ,  $\alpha_b$  and  $\nu_b$ ) and for material fatigue effect ( $b$ ,  $C$ ,  $a''$ ,  $\mu_1$  and  $\mu_2$ ). The process for assessing damage is summarized with Fig. 12. In Table 2, a comparison is provided between the damage computed by the model and by an approach with Wang-Brown's algorithm. The damage calculation is performed on the reference signals (Fig. 3a) with two different bending ratios ( $R_{\tau b}$ ). For both configurations, the equivalent modelling proposition is validated as the error are very low. The damage indicator for a fixed shear amplitude level would result in a decrease as the augmentation of  $R_{\tau b}$  is inversely proportional to the bending amplitude. It is worth noting that the use of the Wang-Brown's algorithm took several hours, whereas, the equivalent method presented here took a few seconds for the same analysis.

## 4. Parameter effects and fatigue domain assessment

The parameters sensitivity of the method is interesting when designing a shaft as it acquaints the designer on which parameters are the most critical. In this part, the sensitivity toward shaft's characteristic parameters is addressed, as well as specific fatigue effects such as mean stress and non-proportionality of the loading path. The results are obtained by applying the method of the equivalent variable multiaxial loading with the signals of Fig. 3.

The sensitivity of the three group parameters is assessed in this part. First, the shaft-design dependent parameters are presented ( $R_{\tau b}$ ,  $R_{\tau c}$ ,  $T_{a,max}$  and  $T_{max}$ ). Then, the parameters defining the loading are presented ( $H_{0\tau}$ ,  $H_{0b}$ ,  $\alpha_{\tau}$ ,  $\nu_{\tau}$ ,  $\alpha_b$  and  $\nu_b$ ). Finally, the parameters expressing material effects are studied ( $b$ ,  $C$ ,  $a''$ ,  $\mu_1$  and  $\mu_2$ ). The fatigue domain definition is determined based on the partition on the damage between the damage issued by the multiaxial cycles and the bending cycles. These two categories are two distinct damage modes which can be defined as HCF for multiaxial cycles and VHCF for bending cycles. In this paper, the effects of parameters are expressed on the participation of the multiaxial cycles in overall damage thus positioning a shaft use toward a damage mode is intuitive.

### 4.1. Effect of the shaft design parameters on the fatigue damage assessment

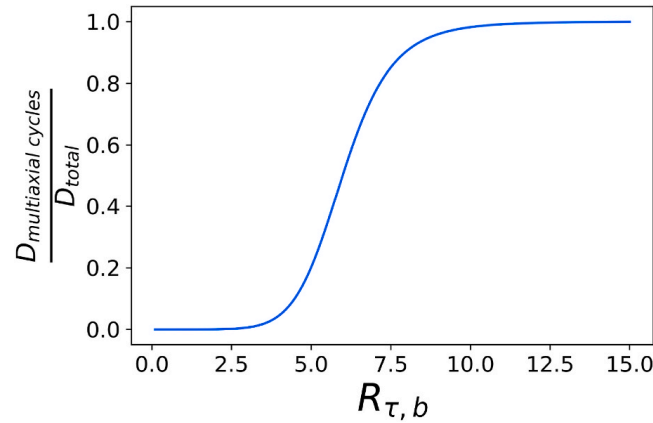
Among the parameters related to the shaft design, the parameter  $R_{\tau b}$  plays a major role to position the shaft use toward a damage mode. This parameter is the ratio of amplitude between shear stress and bending stress. The effect of  $R_{\tau b}$  on the fatigue domain determination is given in Fig. 13. For  $R_{\tau b}$  ratio below 6, the multiaxial cycles do not actively contribute to the overall damage meaning that the damage is due to the rotary bending, which is a relatively high frequency loading. Therefore, the fatigue domain in this case is the VHCF domain. For cases whereby  $R_{\tau b}$  is above 7, the damage is principally due to the multiaxial cycles. The fatigue domain is then the HCF domain.

For the rest of the study, the results are presented in function of the parameter  $R_{\tau b}$  and the participation of the multiaxial cycles in the overall damage as in Fig. 13. This representation makes the study independent of  $C$  and  $T_{max}$  as a proportionality exists by means of the normalization.

**Table 2**

Damage indicator performed with the model's load equivalency and with Wang-Brown's algorithm.

"bending ratio" $R_{tb}$	Damage indicator with the model's load equivalency	Damage indicator with Wang-Brown's algorithm	error
1	751.95	789.80	4.79%
10	3.57	3.59	0.56%

**Fig. 13.** Effect of ratio  $R_{tb}$  on the fatigue domain definition.**Table 3**

Reference parameters used for the parameter sensitivity study.

Parameters	$R_{tc}$	$\frac{H_{0r}}{H_{0b}}$	$\alpha_r$	$\nu_r$	b	$\mu_1$	$\mu_2$	a''	$\frac{T_{a,max}}{T_{max}}$
Reference value	-2	$2 \times 10^{-5}$	0.6	2.0	8	0	0	0	0,65
Span values when observed	-	$[10^{-8}, 1]$	$[0.25, 1]$	$[1, 5]$	-	-	-	-	-

#### 4.2. Sensitivity of the parameters defining the load

This section focuses on parameters issued by the load history ( $H_{0r}$ ,  $H_{0b}$ ,  $\alpha_r$ ,  $\nu_r$ ), the parameter definition for the study case is summarized in Table 3.

The advantage of using a spectral representation such as Heuler's model lies in the definition of a range of possible missions described with a span of  $\alpha_r$  and  $\nu_r$  parameters. The effect of  $\alpha_r$  on the fatigue domain definition is first asserted on Fig. 14. a. As a reminder, this parameter acts on the number of cycles at the maximal amplitude  $T_{max}$ . For  $\alpha_r$  close to 1, the parameter diminishes the number of cycles with high amplitude, whereas,  $\alpha_r$  close to 0 reinforce the number of high amplitude cycles in the spectrum. For the fatigue domain definition (Fig. 14a), the effect of  $\alpha_r$  is important for extreme values as for  $\alpha_r = 0$  the HCF domain is more significant since it implies more multiaxial cycles with a greater torque amplitude. For  $\alpha_r = 1$ , the effect is the opposite. It implies less multiaxial cycles with high torsion amplitude, which induces a damage mode coming principally from the bending cycles and thus, that the VHCF domain should be considered. However,  $\alpha_r$  is never defined alone, as parameter  $\nu_r$  should be define at the same time, since both parameters define the spectrum profile of the ship. As for the  $\alpha_r$  parameter of the Heuler's method, the effect of  $\nu_r$  is asserted in Fig. 14. b. The parameter  $\nu$  is a form parameter affecting principally the cycle repartition between middle and low amplitude loading. A  $\nu_r$  close to 5 reinforce the number of cycles for higher amplitudes whereas a low  $\nu_r$  has the opposed effect. The parameter has a lower effect on the fatigue domain definition than the parameter  $\alpha_r$ .

Among the parameter of the method, the number of maneuvers or the number of torsion cycles  $H_{0r}$  affects the fatigue domain definition. For pre-design perspective, a number of maneuvers can be defined, asserting a range of motor regime change is essential to validate the use of the shaft in a fatigue domain where the shaft is design to endure a particular nature of loading cycles. In Fig. 14.c, the proportion between the total number of shear stress cycles  $H_{0r}$  and the total number of bending stress cycles  $H_{0b}$  is modified. The ratio  $H_{0r}/H_{0b}$  defines the proportion of multiaxial cycles, when it diminishes the number of shear stress cycles, it is then low, and therefore, these cycles have a lesser contribution to the overall damage implying that most of the damage is issued from uniaxial cycles and the fatigue domain of interest is VHCF. On the contrary, when the ratio  $H_{0r}/H_{0b}$  increases, the multiaxial cycles start to more and more present issuing a damage mostly coming from the maneuvers and therefore a fatigue domain in the HCF regime.

#### 4.3. Sensitivity of the parameters defining fatigue and material effects

In this section, material effects ( $b$ ,  $C$ ,  $a''$ ,  $\mu_1$  and  $\mu_2$ ) are considered in detail, and the parameters from the case application are

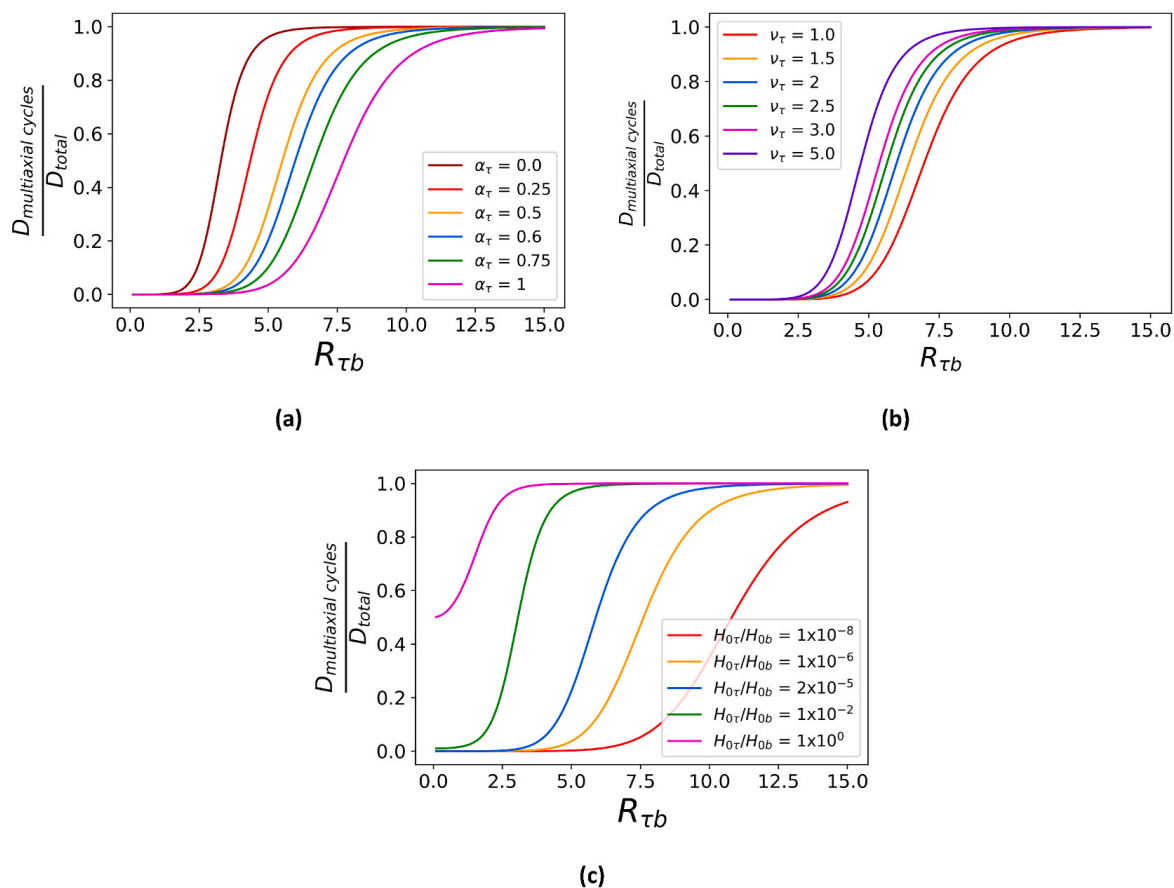


Fig. 14. Geometric parameters effect on fatigue damage mode assessment, (a) effect of the parameter  $\alpha_{\tau}$  on the fatigue domain definition, (b) effect of the parameter  $\nu_{\tau}$  on the fatigue domain definition, (c) effect of the proportion between shear stress cycles  $H_{0\tau}$  and bending stress cycles  $H_{0b}$  on the fatigue domain definition.

Table 4

Reference parameter of the sensitivity study for material parameters.

Parameters	$R_{rc}$	$\frac{H_{0\tau}}{H_{0b}}$	$\alpha_{\tau}$	$\nu_{\tau}$	b	$\mu_1$	$\mu_2$	$\alpha_b$	$\nu_b$	$a''$	$\frac{T_{a,max}}{T_{max}}$
Reference value	-2	$2 \times 10^{-5}$	0.6	2.0	8	0	0	0.3	1.2	0	0,65
Span values when observed	-	-	-	-	[3, 16]	[0, 0.4]	[0, 0.4]	-	-	[0, 0.35]	-

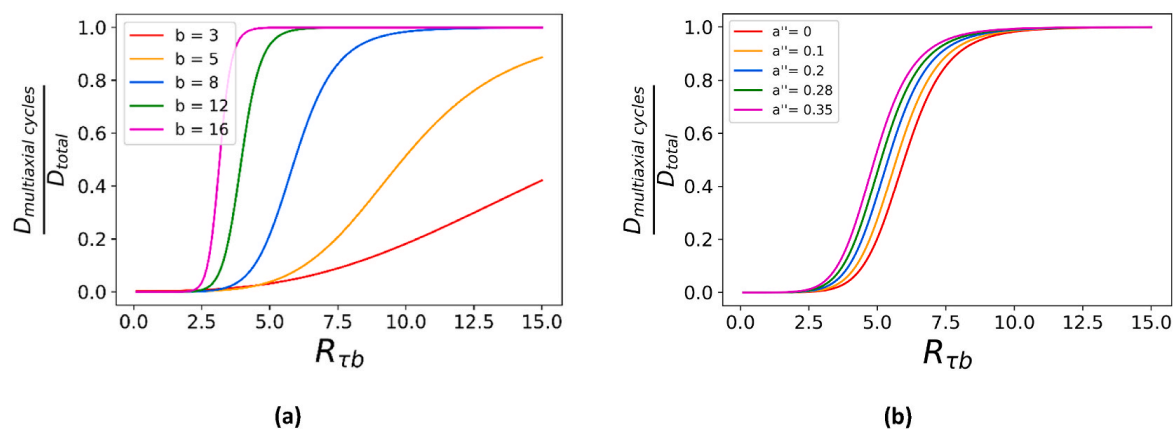
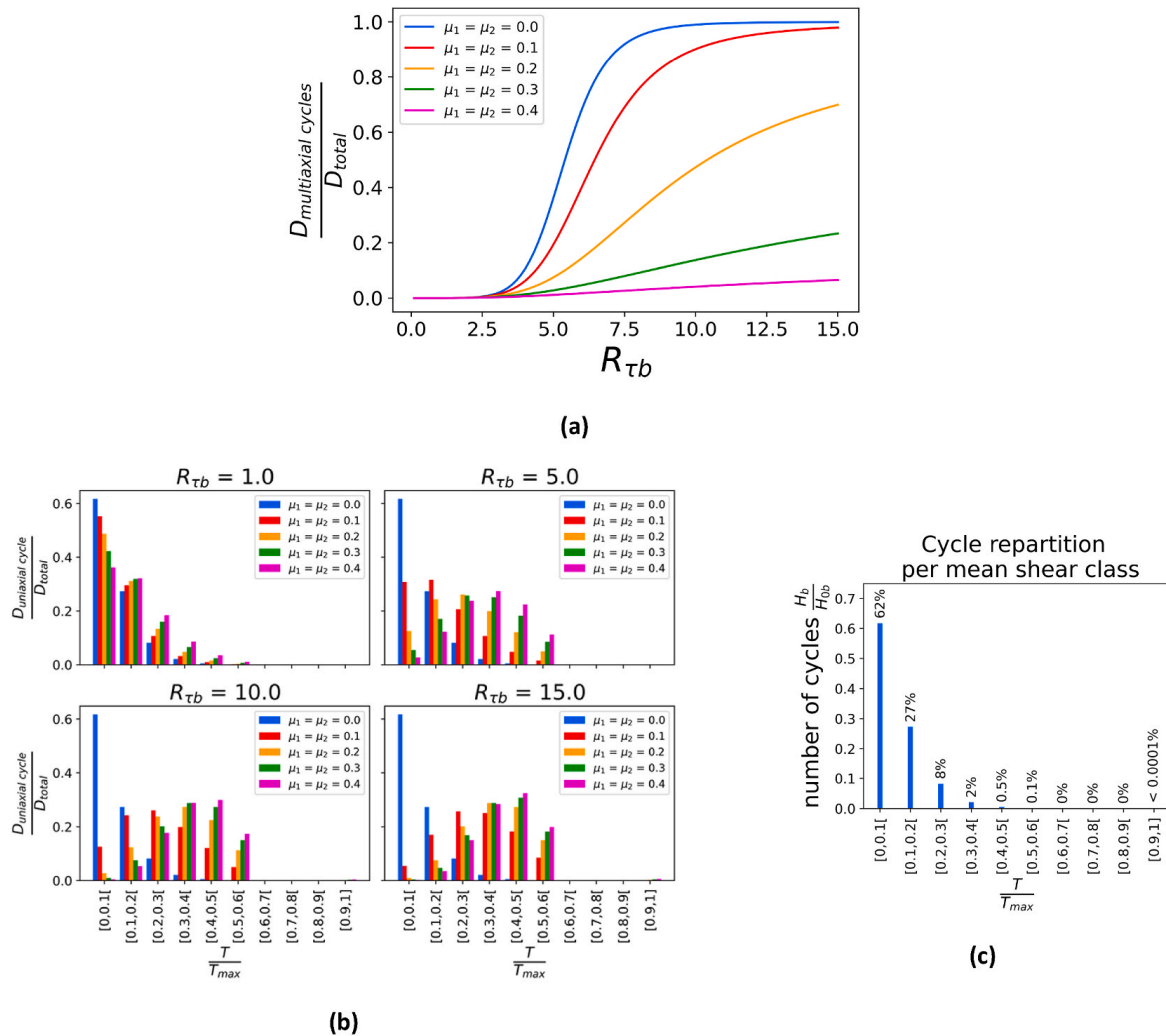


Fig. 15. (a) effect of the material parameter b on the fatigue domain definition, (b) inclusion of the  $I_{NP}$  factor in the fatigue domain definition.





**Fig. 16.** (a) Effect of mean stress consideration on the fatigue domain definition, (b) Effect of mean stress consideration on the fatigue damage participation of bending cycles (c) Repartition of bending cycles per mean shear class.

maintained. The parameter values are defined in Table 4.

The first parameter of interest is the Basquin's slope coefficient  $b$  which has a great influence in the positioning of the fatigue domain. Contrary to the other parameters resulting from the shaft load and ship design,  $b$  is a material parameter. For this study,  $b$  is the same for both cycle categories which might not reflect the reality and the way the different cycles are damaging the structures. The effect of  $b$  is observed in Fig. 15.a, and it shows that the definition of this parameter is crucial in the fatigue definition. To give perspective, a dual-slope Basquin's law can be considered to differentiate the damage caused by the "uniaxial" cycles and the damage issued by the multi-axial cycles. Then effect of the non-proportionality of the loading path is observed in the damage assessment, the effect on the fatigue domain (Fig. 15b) is that the multi-axial cycles weight more in the damage and it tends therefore to strengthen the damage issued by the multi-axial cycles as the correction  $a''$  on the equivalent stress amplitude increases.

Finally, the last effect to observe is the effect of mean stress. For illustration purpose, the effect of mean stress is chosen to create a more pronounced effect under normal stress so  $\mu_1 = \mu_2$  within the equivalent stress defined in (10). The mean stress for the bending cycle population is obtained from the distribution of bending cycles in function of the shear stress level  $T$  (Fig. 6). For the multi-axial cycles, the mean shear stress is considered for a load ratio of  $R = 0$  meaning that the mean shear stress is equal to the shear stress amplitude. The effect of considering mean stress in fatigue damage assessment is illustrated in Fig. 16. a. The inclusion of the mean stress in the damage assessment results in a higher contribution to the overall damage of the bending cycles, as the effect of mean stress is more pronounced (higher values of  $\mu_1$  and  $\mu_2$ ). For materials significantly affected by mean shear stress, the bending cycle population would have to be redefined in multiple classes defined by a number of bending cycles at a given shear stress level (Fig. 16c). Therefore, the bending cycles with medium-high levels of mean stress would contribute more actively to the overall damage (Fig. 16b). Therefore, for this case, the fatigue damage mode would be composed by the multi-axial cycles in an HCF domain and by the different bending cycle classes, each in an HCF domain.

## 5. Conclusions

The aim was to present an original and innovative parametric methodology to position a marine shaft in a fatigue frame considering all fatigue effects. The method is presented for the first time in this article. The method allows to evaluate the fatigue damage mode of a marine shaft line based on few specific marine shaft line parameters regrouped in three categories. The first category defines parameters depending on the shaft design ( $R_{\tau b}$ ,  $R_{\tau c}$ ,  $T_{\max}$  and  $T_{a,\max}$ ), while the second category regroups the parameters defined by the load history ( $H_{0\tau}$ ,  $H_{0b}$ ,  $\alpha_{\tau}$ ,  $\nu_{\tau}$ ,  $\alpha_b$  and  $\nu_b$ ) and the third group of parameters categorizes the material effects ( $b$ ,  $C$ ,  $a''$ ,  $\mu_1$  and  $\mu_2$ ). The method has been directly evaluated based on real case application using the shaft's torque and rotation signals.

In order to assess the fatigue mode of a marine shaft line, the method is built with three axes providing three different groups of parameters needed for the damage assessment:

- The first axis concerns the loading history. To assess the damage of an in-use shaft line, the monitoring of the torque history and the shaft rotation history is required to access the number of shear stress cycles  $H_{0\tau}$  and bending stress cycles  $H_{0b}$ . Then, with the help of Heuler's model, spectral representations are obtained. It respectively links the cumulated number of shear stress cycles  $H_{\tau}$  to the corresponding shear stress amplitude  $T_a$  thanks to the form parameters  $\alpha_{\tau}$  and  $\nu_{\tau}$ . And the cumulated bending stress cycles  $H_b$  with the corresponding shear stress state  $T$  with the parameters  $\alpha_b$  et  $\nu_b$ . When pre-designing a shaft line, Heuler's spectral representation can be directly used knowing a given range of  $\alpha_{\tau}$ ,  $\nu_{\tau}$ ,  $\alpha_b$  et  $\nu_b$  that corresponds to the possible ship maneuvers.
- The second axis refers directly to the shaft design. The geometry of the structure enables to compute the stress state at the local point considered. Moreover, it provides the ratio between shear stress and bending stress  $R_{\tau b}$ , the maximal shear amplitude  $T_{a,\max}$  and the maximal shear level  $T_{\max}$ . The ratio between the shear stress and the stress issued from the thrust is obtained through the propeller design under the parameter  $R_{\tau c}$ .
- Finally, the third axis regroups the material effects. From specific fatigue tests, the Basquin's parameters  $b$  and  $C$ , the correction of the effect of non-proportionality of the loading path  $a''$  and the mean stress sensitivity  $\mu_1$  and  $\mu_2$  can be defined.

Once the entry parameters are defined, the equivalent multiaxial variable loading can be distinguished into two cycle categories: multiaxial cycles and bending cycles. Multiaxial cycles are linked with ship maneuvers, whereas bending cycles are cycles while the ship steadily advances. Each cycle category is defined by an equivalent stress including the equivalent stress amplitude, the mean stress and the correction due to non-proportionality of the loading path. Then, with help of classic fatigue damage hypotheses: Miner-Palmgren's cumulative damage rule and Basquin's law, the damage of each cycle family can be asserted. The two damage modes can indicate a fatigue domain for the shaft line in the HCF domain if the maneuvers induce more damage with the multiaxial cycles or a VHCF domain if the bending cycles participate more in the overall damage.

There are numerous interests in using such method. Firstly, the method relies on a certain number of parameters to assess the damage induced in a shaft line while maintaining accuracy and considering most fatigue effects (multiaxiality, variability, non-proportionality and mean stress). The method for designing shafts is one of the first to aim the design for the complete multiaxial loading that faces marine shafts. The computing time-cost when using this method is very low compared with the use of counting algorithm such as Wang-Brown's algorithm, which is only used in this study to justify the separation between the cycle population. Moreover, the method can be applied either to analyze an in-use shaft loading or in a pre-design phase if hypotheses regarding the torsion loading distribution are introduced in pre-design phase. However, some improvements can be made to the method. A unique Basquin's law has been considered for HCF damage and VHCF damage while Basquin's law has been designed only for HCF. A simple way to resolve this issue would be to consider a double slope law (in the logarithm representation of the law) with two parameters  $b$ , one for HCF and the other one for VHCF. Concerning the damage cumulation rule, if the loading sequence is accessible, different laws instead of Miner's rule could be implement to depict more precisely the damage, particularly for in-use shafts. The second angle for improvements requires further knowledge on the bending stress amplitude variability to carry this effect into the method.

### Declaration of competing interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

### Data availability

The data that has been used is confidential.

### Annex 1. Cycle counting method

#### a. "Rainflow" counting method

The usual method for cycle extraction within an uniaxial stress signal is the so-called "rainflow" counting method (RFC) introduced by Matsuishi and Endo in 1968 [26]. The method's name is an analogy between the extraction pattern and the rain drop flow over the pagodas where the authors are originated.

The "rainflow" algorithm is illustrated in Fig. 17. The algorithm rules are summarized:



1. First the signal is reversed at 90° so the time axis is vertical and the stress signal is forming a “pagoda roof”
2. Then a “rain drop” start to flow from an extremum
3. The “rain drop” path defines half-cycles and each “rain drop” goes down until it either:
  - a. “Falls” from one extremum (path A-D)
  - b. Encounters a previous “rain drop” path (path C-D)
  - c. “Falls from the “roof” (path D-A)
4. At last, the half-cycles are evened to form all extracted cycles

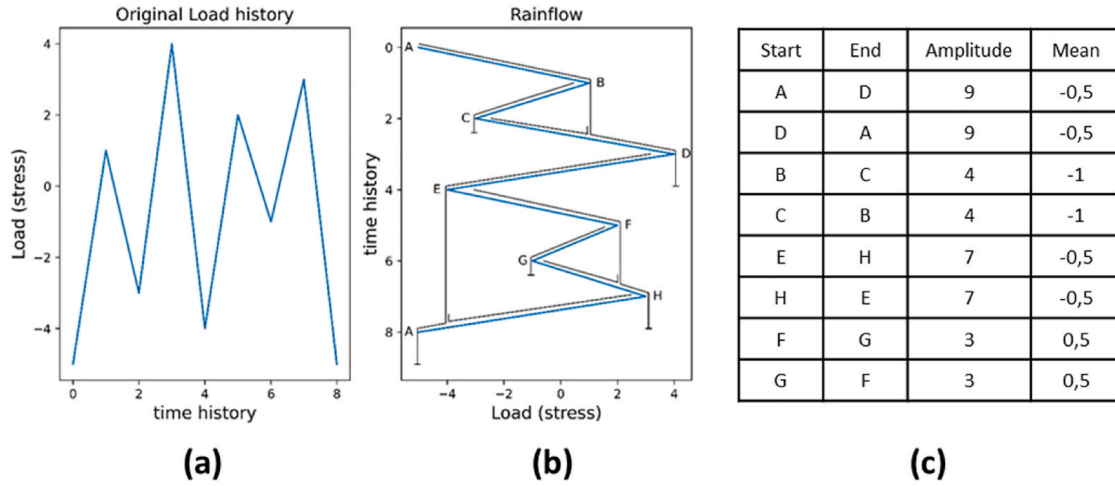


Fig. 17. (a) Initial stress history, (b) reversed signal to apply the algorithm, (c) table of the extracted half-cycle in signal (b).

#### b. Wang-Brown counting method

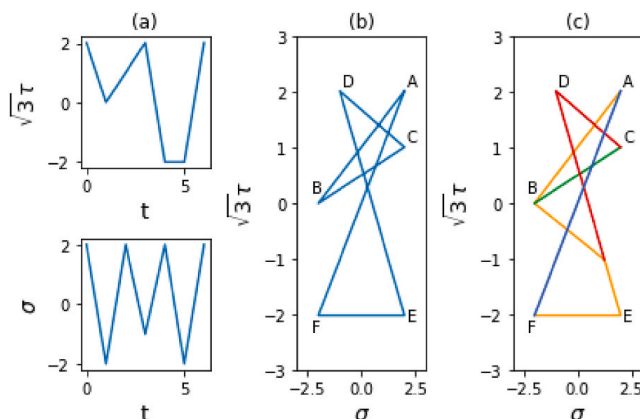
The counting method [14] has been introduced by C.H. Wang and M.W. Brown in 1996. The algorithm is a generalization of the “rainflow” counting method to any multiaxial loading cases. For uniaxial signal (only one loading) the result given by Wang-Brown’s method or the “rainflow” method is equivalent. Wang-Brown’s method is either applicable to proportional and non-proportional loading path. The algorithm [27] implemented in this study is illustrated with Figs. 18 and 19. The principle of Wang-Brown algorithm is to count half-cycles following the loading history and a geometrical count in the stress space (formed with shear stress and normal stress in the specific case of the study or in Fig. 18.b). The method’s main rule to count a half-cycle is to maximize a relative second invariant  $J_{2,rel}$  of the stress tensor centered on the start point using (15).

$$J_{2,rel \text{ to } P_1}(P_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\Delta\sigma_{11} - \Delta\sigma_{22})^2 + (\Delta\sigma_{22} - \Delta\sigma_{33})^2 + (\Delta\sigma_{33} - \Delta\sigma_{11})^2 + 6(\Delta\sigma_{12}^2 + \Delta\sigma_{23}^2 + \Delta\sigma_{31}^2)} \quad (15)$$

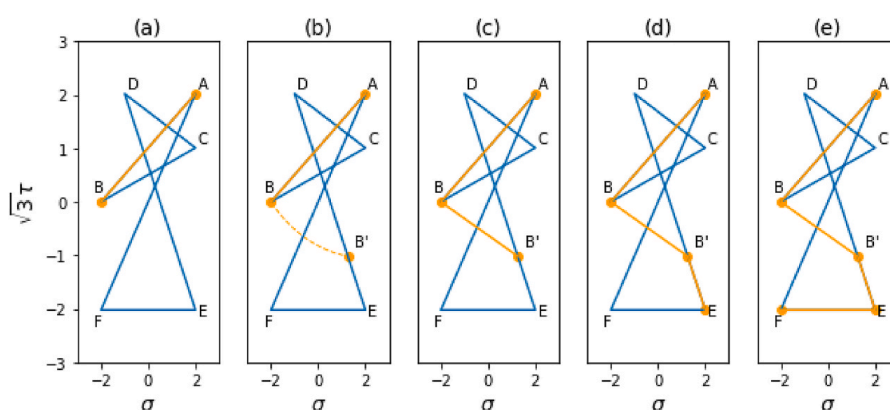
with  $i, j = [1-3]$ ,  $\Delta\sigma_{ij} = \sigma_{ij,P_1} - \sigma_{ij,P_2}$

In the stress space the algorithm counts a half-cycle along the time variation of the multiaxial loading until  $J_{2,rel}$  cannot be anymore maximized. The particularity is that during the maximization, the count can “jump” to another section of the signal considering only the stress space representation but the time flow must be kept meaning that the projection cannot occurs on a loading segment previously browsed. Once the maximization is made and no further projection can be made, the count restart to the next available point and the half-cycle is extracted/removed from the signal.

In order to give a better explanation of the algorithm, the method is illustrated [27] with an example (Figs. 18 and 19). A multiaxial loading decomposed between a time-varying shear stress signal and a time-varying normal stress signal (Fig. 18.a). This same loading is plotted in the stress space (Fig. 18.b). Then Wang-Brown’s method is applied and 4 half-cycles are extracted. A focus is made on the first extracted half-cycle with Fig. 19. The count starts at the first point A, this point is the first in the loading history. Then, the count follows the time variation until B point (Fig. 19.a). At B, instead of following toward C, the particularity of the algorithm appears. The first rule of the algorithm is to maximize  $J_{2,rel,A}$  to do so, the count in B is projected on another section in B’ (Fig. 19.b and Fig. 19.c). Then the count restarts along the time variation in E (Fig. 19.d). After that the cycle count reaches point F in which  $J_{2,rel,A}$  cannot be maximized anymore, implying that the longest half-cycle has been extracted (Fig. 19.e). The count restart to the next point available along the time variation B until C keeping the rule to maximized  $J_{2,rel,B}$ . The half-cycle extracted is formed by B-C. The C-D-B’ is obtained and finally the last cycle F-A is detected (Fig. 18.c).



**Fig. 18.** (a) decomposition of the multiaxial loading between two uniaxial loading time-varying signal, (b) the multiaxial loading expressed in the stress space, (c) half-cycles extracted in the loading following Wang-Brown's method.



**Fig. 19.** Decomposition of the steps used to extract the first half-cycle of the loading in Fig. 18 illustrating the particularity of Wang-Brown's counting method.

## References

- [1] Calculation of shafts in marine applications. DNV; 2021.
- [2] Mechanical transmissions - shafts and axles, calculation of load capacity - part 2: influence factors. Association Francaise de Normalisation; 2012.
- [3] Mechanical transmissions - shafts and axles, calculation of load capacity - part 1: general. Association Francaise de Normalisation; 2012.
- [4] Weber B. Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque. thesis. Lyon: INSA; 1999.
- [5] Fojtik F, Papuga J, Fusek M, Halama R. Validation of multiaxial fatigue strength criteria on specimens from structural steel in the high-cycle fatigue region. *Materials* 2021;14:116. <https://doi.org/10.3390/ma14010116>.
- [6] Anes V, Caxias J, Freitas M, Reis L. Fatigue damage assessment under random and variable amplitude multiaxial loading conditions in structural steels. *Int J Fatig* 2017;100(2):591–601. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.12.009>.
- [7] Cristofori A, Susmel L, Tovo R. A stress invariant based criterion to estimate fatigue damage under multiaxial loading. *Int J Fatig* 2008;30:1646–58. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.11.006>.
- [8] Anes V, Reis L, Li B, Freitas M de. New approach to evaluate non-proportionality in multiaxial loading conditions. *Fatig Fract Eng Mater Struct* 2014;37:1338–54. <https://doi.org/10.1111/ffe.12192>.
- [9] Pejkowski L. On the material's sensitivity to non-proportionality of fatigue loading. *Arch Civ Mech Eng* 2017;17:711–27. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2016.09.010>.
- [10] Bercelli L, Doudard C, Moyne S. Taking into account the non-proportional loading effect on high cycle fatigue life predictions obtained by invariant-based approaches. *MATEC Web of Conf* 2019;300:12003. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201930012003>.
- [11] Pantazopoulos G, Papaefthymiou S. Failure and fracture analysis of austenitic stainless steel marine propeller shaft. *J Fail Anal Prev* 2015;15:762–7. <https://doi.org/10.1007/s11668-015-0024-7>.
- [12] Sitthipong S, Towatana P, Sitticharoenchai A. Failure analysis of metal alloy propeller shafts. *Mater Today Proc* 2017;4:6491–4. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.06.158>.
- [13] Hou N, Ding N, Qu S, Guo W, Liu L, Xu N, et al. Failure modes, mechanisms and causes of shafts in mechanical equipment. *Eng Fail Anal* 2022;136:106216. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106216>.
- [14] Wang CH, Brown MW. Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue—Part 1: theories. *J Eng Mater Technol* 1996;118:367–70. <https://doi.org/10.1115/1.2806821>.
- [15] Bellec E, Facchinetti ML, Doudard C, Calloch S, Moyne S, Silvestri MP. Modelling and identification of fatigue load spectra: application in the automotive industry. *Int J Fatig* 2021;149:106222. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106222>.
- [16] Heuler P, Bruder T, Klätschke H. Standardised load-time histories – a contribution to durability issues under spectrum loading. *Mater Werkst* 2005;36:669–77. <https://doi.org/10.1002/mawe.200500936>.
- [17] Heuler P, Klätschke H. Generation and use of standardised load spectra and load-time histories. *Int J Fatig* 2005;27:974–90. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.09.012>.

- [18] Murawski L. Shaft line alignment analysis taking ship construction flexibility and deformations into consideration. *Mar Struct* 2005;18:62–84. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2005.05.002>.
- [19] Carlton J. *Marine propellers and propulsion*. fourth ed. Butterworth-Heinemann; 2018.
- [20] Pivano L. *Thrust estimation and control of MarinePropellers in four-quadrant operations*. NTNU; 2008.
- [21] Vizentin G, Vukelic G, Murawski L, Recho N, Orović J. Marine propulsion system failures—a review. *J Mar Sci Eng* 2020;8:662. <https://doi.org/10.3390/jmse8090662>.
- [22] Vizentin G, Vukelic G, Srok M. Common failures of ship propulsion shafts. *Sci J of Marit Res* 2017;31:85–90.
- [23] Han H, Lee K, Park S. Estimate of the fatigue life of the propulsion shaft from torsional vibration measurement and the linear damage summation law in ships. *Ocean Eng* 2015;107:212–21. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.07.023>.
- [24] Taskar B, Yum KK, Steen S, Pedersen E. The effect of waves on engine-propeller dynamics and propulsion performance of ships. *Ocean Eng* 2016;122:262–77. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.06.034>.
- [25] Dubbioso G, Ortolani F. Analysis of fretting inception for marine propeller by single blade loads measurement in realistic operating conditions. Straight ahead and turning circle maneuver. *Mar Struct* 2020;71:102720. <https://doi.org/10.1016/j.marstruc.2020.102720>.
- [26] Matsuishi M, Endo T. *Fatigue of metals subjected to varying stress*. Fukuoka, Japan: Presented to the Japan Society of Mechanical Engineers; 1968.
- [27] Meggiolaro MA, de Castro JTP. An improved multiaxial rainflow algorithm for non-proportional stress or strain histories – Part II: the Modified Wang–Brown method. *Int J Fatig* 2012;42:194–206. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.10.012>.
- [28] Papuga J. A survey on evaluating the fatigue limit under multiaxial loading. *Int J Fatig* 2011;33:153–65. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.08.001>.
- [29] Sines G, Waisman JL. *Metal fatigue*. New York: McGraw-Hill; 1959. p. 145–69.
- [30] Crossland B. *Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel*. London: Institution of Mechanical Engineers; 1956. p. 138–49.
- [31] Pallarés-Santasmartas L, Albizuri J, Avilés A, Avilés R. Mean stress effect on the axial fatigue strength of DIN 34CrNiMo6 quenched and tempered steel. *Metals* 2018;8:213. <https://doi.org/10.3390/met8040213>.
- [32] Pallarés-Santasmartas L, Albizuri J, Avilés A, Saintier N, Merzeau J. Influence of mean shear stress on the torsional fatigue behaviour of 34CrNiMo6 steel. *Int J Fatig* 2018;113:54–68. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.04.008>.
- [33] Altenbach H, Zolochovsky A. A generalized fatigue limit criterion and a unified theory of low-cycle fatigue damage. *Fatig Fract Eng Mater Struct* 1996;19:1207–19. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1996.tb00944.x>.
- [34] Wöhler A. Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagenachsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit des Wagen-Achsen. *Zeitschrift Für Bauwesen* 1860;10:583–616.
- [35] Basquin OH. The exponential law of endurance tests. *Proc ASTM* 1910;10(II):625–30.
- [36] Palmgren A. Die Lebensdauer von Kugellagern - the fatigue life of ball-bearings. *Zeitschrift des vereins Deutscher Ingenieure* 1924;68:339–41.
- [37] Miner MA. Cumulative damage in fatigue. *J Appl Mech* 1945;12:A159–64. <https://doi.org/10.1115/1.4009458>.
- [38] Fatemi A, Yang L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *Int J Fatig* 1998;20:9–34. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(97\)00081-9](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(97)00081-9).
- [39] Hectors K, De Waele W. Cumulative damage and life prediction models for high-cycle fatigue of metals: a review. *Metals* 2021;11:204. <https://doi.org/10.3390/met11020204>.





**Titre :** Caractérisation en fatigue à grand nombre de cycles par mesures d'auto-échauffement des aciers d'arbres de transmission pour application navale sous chargements cycliques complexes.

**Mots clés :** Multiaxial ; non-proportionnalité ; chargement variable ; contrainte moyenne ; mesures d'auto-échauffement ; fatigue à grand nombre de cycles (*HCF*)

**Résumé :** Les lignes d'arbres de transmission navale sont soumises à des chargements cycliques complexes. Afin de caractériser en fatigue ces lignes d'arbres, deux objectifs complémentaires sont achevés. Dans un premier temps, les chargements des lignes d'arbres sont caractérisés afin d'identifier des cycles de fatigue pertinents. Lors de cette étape, une méthode paramétrique originale de dimensionnement en fatigue est mise en place. Cette méthode repose sur une modélisation des chargements avec une prise en compte de leur variabilité, de la contrainte moyenne et de la non-proportionnalité. Cette méthode montre qu'il existe deux modes d'endommagement avec un mode associé au régime cyclique établi de la flexion rotative et un mode associé aux manœuvres du navire. Dans un second temps, une méthode de caractérisation rapide est mise en place afin d'étudier le comportement des aciers des lignes d'arbres en fatigue pour un grand nombre de configurations de chargements.

Un modèle permettant d'identifier le comportement en fatigue à grand nombre de cycles, à partir des mesures d'auto-échauffement, est employé. Les aciers de l'étude sont caractérisés en traction-torsion pour diverses configurations de contraintes moyennes et de non-proportionnalité du chargement. Dans ce cadre, la notion de surface d'iso-auto-échauffement est introduite. Elle permet, pour une éprouvette, de modéliser le comportement élastoplastique et dissipatif du matériau dans l'espace dédié des contraintes. Leur utilisation permet de définir un critère de fatigue multiéchelle basé sur les invariants du tenseur des contraintes. Dans l'étude, une modélisation du comportement du matériau est proposée pour les chargements de très faible amplitude (fatigue à très grand nombre de cycles VHCF) montrant une différence forte de dissipation par rapport au régime d'amplitudes plus importantes (i.e. le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles HCF).

**Title :** High cycle fatigue properties assessment of marine shaft line's steel under complex loading using self-heating measurement

**Keywords :** Multiaxial; non-proportionality; variable loading; mean stress; self-heating; high cycle fatigue (HCF)

**Abstract :** Marine shaft lines undergo complex cyclic loadings. In order to characterize these structures in fatigue, two complementary objectives are achieved. Firstly, the marine shaft's loads are characterized in order to identify relevant fatigue cycles. During this step, an original parametric fatigue design method is implemented. This method is based on the definition of an equivalent load considering multiaxiality, variability, non-proportionality and mean stress. This method allows to distinguish two damage modes with a mode associated with the established cyclic regime of rotary bending and a mode associated with the ship's maneuvers. Secondly, a rapid characterization method is implemented to characterize in fatigue the marine shafts' steels for a large number of loading configurations.

The method is based on a model which enables fatigue identification behaviors from self-heating measurements. The steels of the study are characterized in tension-torsion for various configurations of mean stress and non-proportionality of the loading. In this context, the notion of iso-self-heating surfaces is introduced. It allows, for a specimen, to model the elastoplastic and dissipative behavior of the material in the dedicated stress space. Their use makes it possible to define a multiscale fatigue criterion based on the invariants of the stress tensor. In the study, a modeling of the behavior of the material is proposed for very low amplitude loads (VHCF) exhibiting a strong difference in dissipation compared to the regime of higher amplitudes (i.e. HCF domain).