



**HAL**  
open science

# Biréfringence magnétique du vide : un test optique de l'électrodynamique quantique

Jonathan Agil

► **To cite this version:**

Jonathan Agil. Biréfringence magnétique du vide : un test optique de l'électrodynamique quantique. Physique Quantique [quant-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2023. Français. NNT : 2023TOU30190 . tel-04405954

**HAL Id: tel-04405954**

**<https://theses.hal.science/tel-04405954>**

Submitted on 19 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du  
**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**  
Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier

---

Présentée et soutenue par  
**Jonathan AGIL**

Le 31 août 2023

**Biréfringence magnétique du Vide : un test optique de  
l'électrodynamique quantique**

---

Ecole doctorale : **SDM - SCIENCES DE LA MATIERE - Toulouse**

Spécialité : **Physique**

Unité de recherche :

**LNCMI - Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses**

Thèse dirigée par  
**Rémy BATTESTI**

Jury

Mme Mathilde HUGBART, Rapporteur  
M. Pierre-François COHADON, Rapporteur  
Mme Martina KNOOP, Examinatrice  
M. Dmitry BUDKER, Examineur  
M. Rémy BATTESTI, Directeur de thèse  
M. David GUÉRY-ODELIN, Président









# Remerciements

*Je tiens à remercier celles et ceux qui ont, directement ou indirectement, de près ou de loin, permis ou contribué à l'aboutissement de ce travail.*

*Tout d'abord mon laboratoire d'accueil, le Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses de Toulouse, ainsi que sa direction, Geert Rikken et Oliver Portugall puis Charles Simon, Florence Lecouturier-Dupouy et David Vignolles pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire et permis d'effectuer mes travaux dans les meilleures conditions.*

*Je remercie chaleureusement la Mission pour les Initiatives Transverses et Interdisciplinaires (MITI) du CNRS par laquelle nous avons pu obtenir le financement de mes trois années de thèse.*

*Je remercie les membres de mon jury de thèse pour le temps dédié à l'évaluation de mon travail. Merci à mes rapporteur.e.s Pierre-François Cohadon et Mathilde Hugbart, à mes examinateur.rice.s Martina Knoop et Dmitry Budker ainsi qu'à mon président de jury David Guéry-Odelin pour leur relecture de mon manuscrit et leurs remarques averties.*

*Mon travail s'est déroulé au sein de l'équipe BMV dont je remercie tous les membres présents comme passés car mon travail s'est construit sur le leur.*

*Je tiens donc à remercier tout d'abord son responsable et de jure chef, Carlo Rizzo, pour son soutien sans faille pendant ses trois belles années, pour toutes les discussions et conseils sur des domaines parfois bien au delà de la Physique et pour ta chaleur sicilienne.*

*Je tiens à remercier ensuite mon directeur de thèse et de facto chef, Rémy Battesti, ta rigueur et ta passion pour la physique expérimentale et l'enseignement sont flagrantes et contagieuses et m'ont certainement infecté. Merci pour tout ce que tu m'as donné.*

*Je tiens à remercier Michael Hartman, également membre de l'équipe lorsque je l'ai rejointe, et qui m'a inculqué beaucoup par rapport au peu de temps où nos chemins se sont rencontrés.*

*Je veux aussi remercier les étudiant.e.s dont la route a croisé la mienne, Angelo Charry, Othilie Barthe, Bastien Galaud et Nathan Berteloot, et qui ont eux aussi apportés leur pierre à l'édifice BMV.*

*Je remercie également mon parrain de thèse Benoît Chalopin pour son suivi soigneux du déroulement de ma thèse et pour ses précieux conseils.*

*Je veux bien sûr remercier chaleureusement tout le personnel du laboratoire qui en fait un lieu de travail si agréable et sans qui ce travail n'aurait pu aboutir.*

*Merci à Cécile Laroche, Séverine Bories et Catherine Chabot, pour leur soutien et leur expertise dans les toutes démarches administratives que j'ai pu leur soumettre, même les plus délicates ; surtout les plus délicates.*

*Merci à toutes les équipes techniques du LNCMI sans qui aucun champ magnétique ne serait produit. Merci notamment aux équipes bobines, informatique, instrumentation, mécanique et cryogénie. Même si nous avons pas fait appel à leurs services pendant mes travaux, je n'ai pu échapper à la chaleur de Marc Nardonne et Abdelaziz Zitouni qui n'a d'égale que la froideur de leurs cryostats. Un grand merci à Jérôme Béard, à Julien Billette, à Tristan Moraine et à Thierry Lemaire pour les bobines, les générateurs, les discussions en tous genres et les jeux de société. Merci encore à Julien Billette pour ton aide pour la conception et la planification de l'expérience. Merci Jean-Pierre Nicolin pour ta maîtrise de Linux que j'ai sollicité plus d'une fois et pour les innombrables occasions où nous t'avons interpellé pour que tu nous règles une erreur générateur. Merci à Nicolas Bruyant pour ta serviabilité et toutes les suggestions créatives à nos problèmes. Merci à Sylvie George autant pour son expertise sur les fibres et les éléments optiques que pour le travail sur les miroirs que tu as rendu possible avec Bruno Letourneur, que je remercie également chaleureusement pour la fabrication des miroirs et ce qu'il nous a permis d'accomplir. Merci à Jean-Marc Lagarrigue, Thierry Schiavo, Franck Giquel et Romain Martin pour avoir réalisé nos pièces en inox au prix de nombreux forets et de beaucoup de sueurs froides.*

*Je remercie également tous les chercheurs et enseignant-chercheurs du LNCMI pour les discussions passionnantes sur leurs travaux ou tous les autres sujets qui apparaissent spontanément aux abords de la cafétéria, épice centre névralgique du laboratoire.*

*Je n'oublie évidemment pas tous les doctorants et postdoctorants du laboratoire avec qui j'ai partagé un bout de mon chemin et qui par leur bonne humeur et leur présence ont pu rendre cette aventure plus douce. Merci donc à Tristan, Vincent, Maxime, Yimin, Sven, Nikodem, Shuli, Swaroop. J'espère moi aussi avoir pu rendre votre route ne serait-ce qu'un peu plus agréable.*

*Je remercie particulièrement Tristan mon camarade de bureau qui m'a fait relativiser sur l'état de rangement de mon propre espace de travail. Je reste perplexe à ce jour de ta faculté à faire proliférer des formes de vie étrangères sur ton bureau, le monde te remerciera un jour peut être pour une découverte sérendipienne du prochain antibiotique ; le magnétisme quantique attendra.*

*Je saisi cette occasion pour remercier tous les enseignants qui m'ont accompagné jusqu'ici et qui ont cultivé mon goût de la physique et des sciences.*

*Mes derniers remerciements se portent vers mes ami.e.s qui m'entourent et qui me*

---

*supportent depuis plus ou moins longtemps – pour certain depuis la maternelle ! – et qui m’ont permis de m’évader le temps d’une soirée, d’une randonnée ou d’un voyage. Merci en particulier à Quentin, Marc-Antoine, Romain, Théophile, Guilhem, Paul, Clémence, Nicolas, Séréna, Marilou, Simon, Bruno, Thomas, Martin, Sarah, Alexandra et Clara.*

*Je tiens également à remercier celles et ceux que je considère comme de la famille d’un autre sang, Jean, Josianne, Jean-Daniel, Magalie, Etienne, Benjamin, Ghislain, Milca, Sébastien et Caren.*

*Je veux finir en remerciant ma famille sans laquelle je ne pourrais écrire ces lignes. Merci pour son soutien indéfectible pendant toutes ses années.*

*Merci à mes oncles et tantes, tous les dix, et tous les cousin.e.s et petit.e.s cousin.e.s dans le nombre grandi chaque jour, il pourra bientôt remplir un livre aussi gros que celui-ci.*

*Merci à mes frères Clément et Daniel, grandir avec vous fut une joie, mes victoires sont les vôtres. (Merci également à Angélique et Lina !)*

*Merci à ma mère pour tout, pour ta patience intarissable envers nous trois, pour ton sacrifice perpétuel et pour être ce roc sur lequel je me suis construis.*

*Merci à mon père qui a arrosé tôt mon appétit de compréhension, et qui a nourrit ma curiosité, j’aurais seulement souhaité que tu sois là pour te réjouir de ses premiers fruits.*

*A mes parents,*



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction historique</b>	<b>1</b>
1.1	Temps anciens . . . . .	2
1.1.1	Histoire du vide . . . . .	5
1.2	Temps modernes . . . . .	8
1.2.1	L'enfant terrible des substances physiques . . . . .	8
1.2.1.1	Premières tentatives de mesures . . . . .	9
1.2.1.2	Disparition de l'éther . . . . .	10
1.2.2	Premières recherches d'effet magnéto-optique dans le vide . . . . .	13
1.2.3	Premières formulations théoriques d'un vide quantique . . . . .	17
1.2.4	Développement de l'électrodynamique quantique . . . . .	21
1.2.5	Nouvelles tentatives expérimentales . . . . .	22
1.3	Temps contemporains . . . . .	25
<b>2</b>	<b>L'expérience BMV</b>	<b>31</b>
2.1	Mesure de biréfringence par polarimétrie . . . . .	32
2.1.1	Ellipticité induite par un milieu biréfringent . . . . .	32
2.1.2	Méthodes de mesure d'ellipticité . . . . .	34
2.2	Polariseurs . . . . .	38
2.3	Cavité optique . . . . .	39
2.3.1	Cavité Fabry-Perot résonante . . . . .	40
2.3.1.1	Temps de vie des photons . . . . .	43
2.3.1.2	Facteur d'amplification de la cavité . . . . .	43
2.3.1.3	Cavité Fabry-Perot en optique Gaussienne . . . . .	44
2.3.1.4	Biréfringence de la cavité . . . . .	45
2.3.1.5	Filtrage d'une cavité Fabry-Perot . . . . .	48
2.4	Système d'asservissement . . . . .	50
2.4.1	Méthode de Pound-Drever-Hall . . . . .	50
2.4.2	Bruit du signal d'erreur . . . . .	55
2.5	Champ magnétique pulsé . . . . .	55
2.5.1	Bobines précédentes de l'expérience BMV . . . . .	57

2.5.2	La Foil Coil . . . . .	58
2.5.2.1	Conception . . . . .	59
2.5.2.2	Réalisation . . . . .	60
2.5.2.3	Tests . . . . .	63
2.6	Chambre à vide . . . . .	66
2.6.1	Mesure de la longueur de la cavité . . . . .	70
2.7	Autres expériences de polarimétrie . . . . .	73
2.7.1	PVLAS . . . . .	73
2.7.2	OVAL . . . . .	75
2.7.3	Comparaison des différentes expériences . . . . .	76
2.8	Autres propositions expérimentales . . . . .	76
<b>3</b>	<b>Étude Monte Carlo des données BMV I</b>	<b>79</b>
3.1	Simulation des signaux en ellipticité . . . . .	80
3.1.1	Présentation des données à simuler . . . . .	80
3.1.1.1	Signal temporel . . . . .	80
3.1.1.2	Signal fréquentiel . . . . .	81
3.1.2	Méthode d'analyse de 2014 . . . . .	81
3.1.3	Discussion de la formule du rapport des intensités utilisée en 2014 . . . . .	82
3.1.4	Symétrie du signal . . . . .	85
3.1.5	Paramètre d'optimisation de la simulation . . . . .	85
3.1.6	Simulation des données pour $t < 0$ . . . . .	87
3.1.6.1	Modélisation du bruit en ellipticité . . . . .	87
3.1.6.2	Production des signaux temporels . . . . .	88
3.1.7	Simulation des données pour $t > 0$ . . . . .	90
3.1.8	Analyse . . . . .	92
3.1.9	Raffinement . . . . .	93
3.2	Perspectives de notre simulation . . . . .	94
3.3	Ajustement en présence d'un effet systématique . . . . .	95
3.3.1	Démonstration . . . . .	96
3.3.1.1	Ajustement de l'effet systématique . . . . .	96
3.3.1.2	Obtention des résidus . . . . .	96
3.3.1.3	Ajustement de l'effet recherché . . . . .	96
3.3.1.4	Discussion . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Mise en place de BMV II</b>	<b>101</b>
4.1	Éléments optiques . . . . .	102
4.2	Résultats . . . . .	104
4.2.1	Bruit magnétique . . . . .	107

4.3	Études supplémentaires sur le bruit magnétique . . . . .	110
4.3.1	Études acoustiques . . . . .	110
4.3.2	Origine du bruit acoustique . . . . .	113
4.4	Discussion de l'erreur sur le taux d'extinction . . . . .	114
4.4.1	Conséquence pour la méthode d'analyse . . . . .	114
4.4.2	Application à notre série de données . . . . .	118
4.5	Conclusion . . . . .	119
<b>5</b>	<b>Étude expérimentale du bruit optique</b>	<b>121</b>
5.1	Nouvel asservissement . . . . .	122
5.1.1	Description des systèmes d'asservissement . . . . .	122
5.1.1.1	Ancien asservissement . . . . .	122
5.1.1.2	Nouvel asservissement . . . . .	122
5.1.1.3	Réglage des PID du nouvel asservissement . . . . .	123
5.1.2	Comparaison des asservissements . . . . .	124
5.1.2.1	Comparaison avec le même signal d'erreur . . . . .	125
5.1.2.2	Calcul du gain mixeur du nouveau mixeur . . . . .	125
5.1.2.3	Comparaison de chaque système avec son propre mixeur . . . . .	126
5.1.2.4	Comportement dynamique, résistance à une perturbation . . . . .	126
5.2	Bruit optique . . . . .	129
5.2.1	Mesures . . . . .	131
5.2.2	Discussion . . . . .	134
5.3	Discussion sur le bruit de biréfringence thermique . . . . .	137
5.4	Collaboration industrielle . . . . .	140
5.4.1	Dispositif expérimental, principe de la mesure . . . . .	142
5.4.2	Résultats . . . . .	144
5.4.3	Discussion . . . . .	146
5.4.4	Résultats avec des couches interférentielles supplémentaires . . . . .	149
<b>6</b>	<b>Pistes d'amélioration du dispositif expérimental</b>	<b>155</b>
6.1	Compensateur d'ellipticité . . . . .	156
6.1.1	Lame de verre contrainte . . . . .	156
6.1.2	Modulateur piézoélectrique . . . . .	159
6.1.2.1	Conception . . . . .	159
6.1.2.2	Géométrie de la pièce . . . . .	161
6.1.2.3	Prototype imprimé en 3D . . . . .	161
6.1.2.4	Test de modulation avec le prototype imprimé en 3D . . . . .	162
6.1.2.5	Prototype en aluminium . . . . .	165
6.2	Foil Coil V2 . . . . .	168



6.2.1	Usinage de la nouvelle version . . . . .	169
6.2.2	Circuit de refroidissement . . . . .	171
6.2.3	Double amenée de courant . . . . .	171
6.3	Tube en verre . . . . .	172
6.4	Suspension de la cavité . . . . .	174
6.4.1	Mesures préliminaires . . . . .	175
6.4.2	Calculs analytique . . . . .	177
6.4.2.1	Calcul table cylindrique . . . . .	177
6.4.2.2	Cas table triangulaire . . . . .	182
6.4.2.3	Conclusion . . . . .	184
6.4.3	Simulation Monte Carlo . . . . .	185
6.4.4	Résultats . . . . .	185
6.4.4.1	Sans isolation . . . . .	186
6.4.4.2	Isolateur 15 Hz . . . . .	187
6.4.4.3	Isolateur 10 Hz . . . . .	187
6.4.5	Gain en sensibilité . . . . .	189
6.4.6	Filtrage passe-haut . . . . .	190
6.4.6.1	Résultats avec filtrage . . . . .	191
6.4.7	Conclusion . . . . .	193
<b>7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>195</b>
<b>A</b>	<b>Calcul de la combinaison de deux lames biréfringentes</b>	<b>199</b>
<b>B</b>	<b>Monte Carlo study of the BMV vacuum linear magnetic birefringence experiment</b>	<b>201</b>
<b>C</b>	<b>A novel pulsed magnet for magnetic linear birefringence measurements</b>	<b>213</b>
<b>D</b>	<b>Vacuum birefringence experiments : optical noise</b>	<b>225</b>
<b>E</b>	<b>On the speed of light in a vacuum in the presence of a magnetic field</b>	<b>233</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>253</b>

# Chapitre 1

## Introduction historique

Les travaux de la thèse résumés dans ce mémoire ont pour but de répondre à une question faisant intervenir la lumière, le magnétisme et la notion de vide. Elle est peut être formulée ainsi :

## *La vitesse de la lumière dans le vide change-t-elle en présence d'un champ magnétique ?*

Avant de développer tous les aspects techniques ainsi que mes contributions visant à obtenir une réponse expérimentale à cette question, pour comprendre l'importance de la recherche de l'influence d'un champ magnétique sur la vitesse de la lumière, retraçons l'origine des concepts physiques fondamentaux que les scientifiques utilisent pour décrire la nature de la lumière, des champs magnétiques et du vide. En effet, certains aspects de cette question, comme l'existence du vide, trouvent racines dans des écrits philosophiques anciens. Ce chapitre est découpé en parties détaillant les différentes époques, les temps anciens, qui courent jusqu'à la découverte du vide pneumatique par Torricelli, puis les temps modernes se développent jusqu'à la proposition expérimentale de 1979 qui est à la source de toutes les expériences actuelles tentant de répondre à cette question. Finalement, la dernière partie évoque les derniers développements, continuant jusqu'à ce jour, et dont ce travail de thèse fait partie.

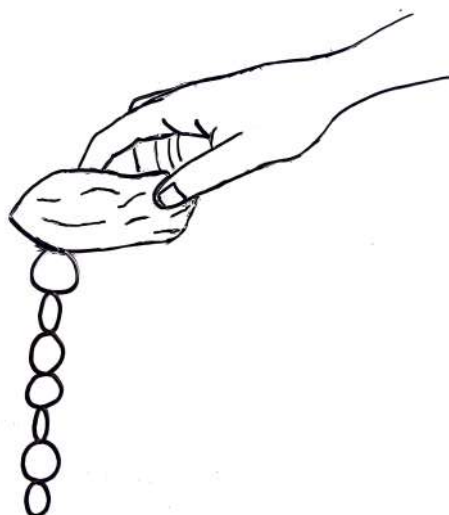
Ce chapitre est en grande partie inspiré par une de nos publication [1].

### 1.1 Temps anciens

La lumière et le magnétisme sont connus depuis les temps préhistoriques.

La lumière car elle est évidemment importante dans la vie de tous les jours d'une grande partie des êtres humains. Le premier traité à son propos et détaillant ses propriétés a été écrit par Euclide aux alentours de  $-300$ . Il a résumé les savoirs fondamentaux de son époque sur la réflexion et la diffusion de la lumière ainsi que sur la vision dans un livre appelé *Optique* [2].

Le magnétisme car il a été découvert l'existence d'une pierre ayant l'étrange capacité d'attirer d'autres pierres de même nature ainsi que des minerais de fer. Ces effets sont dit magnétiques, mot provenant du grec ancien μαγνήτις λίθος (*magnētis lithos*) signifiant littéralement pierre de Magnésie, la région de la Grèce antique où ces pierres auraient été découvertes. Une des premières traces écrites d'un phénomène magnétique peut être trouvée dans un dialogue de Platon, *Ion*, écrit autour de  $-400$  : « *Cette pierre non seulement attire les anneaux de fer, mais leur communique la vertu de produire le même effet, et d'attirer d'autres anneaux ; en sorte qu'on voit quelquefois une longue chaîne de morceaux de fer et d'anneaux suspendus les uns aux autres, qui tous empruntent leur vertu de cette*

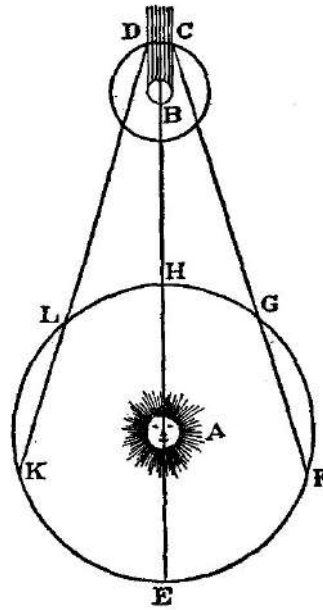


**FIGURE 1.1** – L'expérience des anneaux de Platon. Une pierre possédant des propriétés magnétiques à la capacité d'attirer des anneaux de fer et de leur donner la même aptitude. Cependant, si on enlève la pierre originelle les anneaux tombent comme ils ne s'attirent plus.

*pierre.* » [3], comme illustré dans la Fig. 1.1. En fait, Platon n'écrivait pas à propos de ce phénomène dans le but de l'expliquer mais plutôt pour illustrer la poésie, en effet il continue : « *De même la muse inspire elle-même le poète ; celui-ci communique à d'autres l'inspiration, et il se forme une chaîne inspirée.* » [3].

N'y a t-il pas de liens entre optique et magnétisme ? Jusqu'au 19<sup>e</sup> siècle la réponse est simple, aucuns ! Par exemple, en 1600 dans le livre qui peut être considéré comme le fondateur du magnétisme, *De magnete*, William Gilbert affirme que « *comme la lumière vient en un instant (comme l'enseignent les opticiens) la vigueur magnétique se manifeste d'autant plus rapidement dans les limites de sa force ; et comme son activité est beaucoup plus subtile que celle de la lumière, et qu'elle ne consent pas avec une substance non magnétique, elle n'a aucun rapport avec l'air, l'eau, ou tout autre élément non magnétique ; [...]* Et de même que la lumière ne reste pas dans l'air au-dessus des vapeurs et des effluves, et n'est pas réfléchi par ces espaces, de même le rayon magnétique n'est pas retenu dans l'air ou dans l'eau. [...] En cela, toutefois, le pouvoir magnétique surpasse la lumière, car il n'est entravé par aucune substance opaque ou solide, mais il agit librement et étend ses forces de tous côtés. » [4]. Pour Gilbert, les seuls points communs entre la lumière et le pouvoir magnétique sont leur instantanéité et leur action à distance au travers même de certains matériaux. Pour lui, leurs actions s'étendent dans l'espace sans interagir.

Le fait que la lumière et le pouvoir magnétique sont instantanés, *i.e.* en d'autres termes, que leur vitesse est infinie, était considéré évident pour beaucoup de penseurs. Descartes, par exemple, écrit en 1634 dans une lettre à Isaac Beeckman que « *La propagation instantanée de la lumière est pour moi si certaine que si l'on pouvait démontrer sa fausseté, je serais prêt à admettre mon ignorance totale de la philosophie.* » [5,6].



**FIGURE 1.2** – Au 17<sup>e</sup> siècle, Ole C. Rømer observa des variations du temps entre deux éclipses de Io, un satellite de Jupiter, selon la position de la Terre dans son orbite. À cause du changement de la distance entre la Terre et Jupiter, il conclut une vitesse finie de la lumière. Image issue d’une reproduction de [7] dans [8].

La première observation d’une vitesse finie de la lumière remonte à 1676 [7]. Elle a été réalisée par Ole C. Rømer en observant les éclipses d’un satellite de Jupiter – Io – à différentes périodes de l’année, et donc à différentes positions de la Terre dans son orbite, comme illustré dans la Fig. 1.2. Il impute l’irrégularité de l’apparition des éclipses de Io à la variation de la distance Terre-Jupiter et à une vitesse finie de la lumière. Il arrive à prédire avec succès la prochaine éclipse : *« La nécessité de cette nouvelle Equation du retardement de la lumiere, est établie par toutes les observations qui ont été faites à l’Academie Royale, & à l’Observatoire depuis 8. ans, & nouvellement elle a été confirmée par l’Emersion du premier Satellite observée à Paris le 9. Novembre dernier à 5 h. 35.’ 45.” du soir, 10. minutes plus tard qu’on ne l’eût deû attendre, en la déduisant de celles qui avoient été observées au mois d’Aoust, lors que la terre estoit beaucoup plus proche de Iupiter ; ce que Mr Rømer avoit prédit à l’Academie dès le commencement de Septembre. »* [7].

Rømer était à cette époque à Paris en tant qu’assistant de Cassini et Picard, deux astronomes de l’« Académie royale des sciences ». Cassini, en particulier, avait publié une table détaillée des mouvements des satellites de Jupiter. Son but était d’utiliser leurs observations pour déterminer la longitude d’un point à la surface de la Terre. Cette idée, venant de Galilée, le premier observateur des satellites de Jupiter, était de les utiliser comme une horloge étalon. La longitude étant calculée en comparant l’observation du satellite à Paris, par exemple, et n’importe quelle autre position sur Terre. La détermination de la longitude était un problème majeur pour la navigation en mer à cette époque alors

que les européens étaient occupés avec leurs explorations [9].

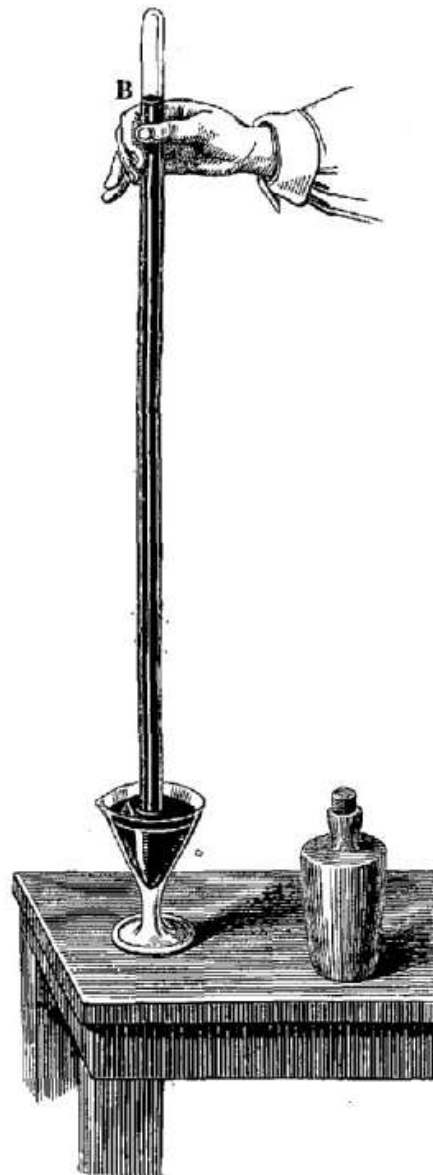
À la fin du 17<sup>e</sup> siècle, la finitude de la vitesse de la lumière était toujours questionnée [6]. La confirmation finale a été apportée en 1729 par Bradley qui a observé l'aberration stellaire, *i.e.* le mouvement apparent de la position d'une étoile, qui ne peut être expliquée qu'avec la combinaison du mouvement de la Terre et d'une vitesse finie de la lumière [10].

### 1.1.1 Histoire du vide

En réalité, la question concernant ce travail de thèse aurait été considéré comme une absurdité. Pas seulement parce qu'il est question de la vitesse de la lumière mais aussi car elle suppose l'existence d'un vide, chose qui a été considéré impossible au cours des siècles précédents suivant les enseignements d'Aristote. En effet, Aristote considérait le vide comme un concept fondamental de la science et il a écrit autour de -350 dans son traité nommé *Physique* qu'« *il appartient au physicien d'examiner, au sujet du vide, s'il est ou non, et à quel titre, et quelle est son essence ;* » [11]. La nature de la matière et par extension de son absence est le sujet d'opinions de penseurs de l'Antiquité. Démocrite par exemple pensait que la matière était composée d'atomes, des corps minuscules et insécables, entourés de vide permettant leur mouvement [12]. Les thèses de Démocrite datant d'autour de -400 séduiront d'autres penseurs comme Épicure et bien plus tard le poète Lucrèce qui écrira dans son livre *De rerum natura* en -100 :

*« Sans vide, tu le sais, il n'est dans la nature  
Ni rencontre, ni choc, ni chute, ni rupture ;  
Sans vide, l'eau, le feu, le froid, agents mortels,  
N'entreraient point au cœur des êtres corporels ;  
Et plus de vide en elle enferme chaque chose,  
Plus vite et plus à fond elle se décompose :  
Or si l'atome est plein, inaltérable, il faut  
Que l'éternité siège en ce corps sans défaut. »* [13]

Pour Aristote, au contraire, il ne peut y avoir de mouvement dans le vide. En effet, il écrit, « *Outre, les projectiles se meuvent en fait hors de la main de celui qui les a poussés, soit par le retour en contrecoup, selon certaines théories, soit par la poussée de l'air poussé qui imprime au projectile un mouvement plus rapide que son transport vers le lieu naturel. Mais, dans le vide, rien de cela ne peut se passer, et un transport n'est possible que par un véhicule* ». Pour lui sans une substance, aucun mouvement n'est possible, c'est par l'action du milieu que les corps peuvent continuer leur mouvement une fois séparés de la source de leur impulsion. Il conclut ainsi sur la non-existence du vide « *Or, étant donné, notre théorie du lieu et que nécessairement le vide est, s'il existe, un lieu privé de corps ; comme, d'autre part, on a dit en quel sens le lieu existe, en quel sens il n'existe pas, on voit qu'ainsi le vide n'existe pas* » [11] et il aura le dernier mot pendant près de 2000 ans.



**FIGURE 1.3** – L'expérience de Torricelli. Un tube rempli de mercure est retourné dans un réservoir contenant le même liquide. On observe que le niveau du mercure dans le tube diminue et s'arrête à une hauteur fixe. L'espace au sommet du tube de verre ne contient plus de mercure. Est-ce du vide? Illustration reproduite depuis [14].

Le vide n'est devenu un objet physique qu'en 1644 grâce à Evangelista Torricelli et sa fameuse expérience [15], illustrée dans la Fig. 1.3, où du mercure remplissant un tube qui, une fois retourné dans un réservoir, voit son niveau baisser et laisse place à un vide apparent. Le but de Torricelli était « *de ne pas simplement créer un vide, mais de construire un instrument pour montrer les changements de l'air, tantôt plus lourd et épais, tantôt plus léger et subtil* » [15]. Blaise Pascal reproduisit cette expérience avec succès et l'étudia en profondeur [16], il demanda notamment à son beau-frère Périers de la reproduire à différentes altitudes au Puy-de-Dôme. Ce dernier rapporta que la place prise par le vide apparent diminue avec l'altitude, découvrant ainsi la pression atmosphérique. Bien que l'expérience de Torricelli relança le débat de l'existence du vide à mesure qu'elle se propageait en Europe, Pascal ne s'avança pas sur la nature du vide apparent. Ce n'est cependant pas le cas de René Descartes qui pensait que si l'on pouvait enlever tous les attributs d'un corps comme la dureté, couleur, pesanteur, chaleur, il resterait « *vne substance estenduë en longueur, largeur & profondeur : or cela mesme est compris en l'idée que nous avons de l'espace, non seulement de celui qui est plein de corps, mais encore de celui qu'on appelle vuide.* » [17]. Il pensait ainsi que le vide apparent de l'expérience de Torricelli et des autres expériences sur le vide de Pascal était constitué d'une matière subtile capable de passer à travers les pores du verre. Il exposa son point de vue à Pascal lorsqu'il le visita dans un échange rapporté par Jacqueline Pascal dans une lettre de 1647 : « *Ensuite on se mit sur le vide, et M. Descartes avec un grand sérieux, comme on lui contait une expérience et qu'on lui demanda ce qu'il croyait qui fût entré dans la seringue, dit que c'était de sa matière subtile* » [18].

Descartes ne s'appuyait pas seulement sur des arguments philosophiques, en effet sa matière subtile fut aussi introduite pour expliquer la propagation de la lumière, de la même manière qu'Aristote pour le déplacement des corps. Le fait que la matière subtile, ou comme on l'appellera bientôt l'éther, est nécessaire à la propagation de la lumière « *donnera lieu à ceux qui croient la possibilité du vuide, de remarquer qu'il n'y en a point au haut du tuyau [de Torricelli] & que l'espace que quitte le Mercure est rempli de quelque matiere, puisque les objets visibles qui sont au delà, agissent encore sur nos yeux pour nous faire sentir, tout de mesme qu'ils faisoient auparavant ; ce qu'ils ne pourroient faire si c'estoit un vuide, par ce que leur action seroit interrompuë ; Et mesme, quand on a l'œil tout contre le tuyau, on ne devoit voir non plus que dans les tenebres, ou comme s'il y avoit un corps opaque au devant ; ce qui n'arrive pas.* » [19]. C'est ce que l'on peut lire sur un traité du 17<sup>e</sup> siècle écrit par Rohault, un des disciples de Descartes.

Le concept d'éther provient de temps anciens mais avant Descartes il était un objet philosophique. Descartes peut être considéré comme le premier à faire entrer l'éther dans la science moderne [20].



## 1.2 Temps modernes

### 1.2.1 L'enfant terrible des substances physiques

Mais quelle est la nature de cette substance remplissant tout le cosmos ? Quelles sont ses propriétés ? Se déplace-t-elle ? Comment interagit-elle avec les autres corps matériels ?

Du point de vue de la philosophie classique, le vide est plus simple à définir que l'éther, un vide est par définition rien, il n'a pas de propriétés physiques. Du point de vue de la gravitation Newtonienne, comme nous n'observons pas de friction de l'éther sur les corps célestes, un vide ou un éther sans interaction sont identiques d'un point de vue phénoménologique [20].

Les choses se compliquent quand la lumière entre en jeu. Des siècles de théories et d'expériences ont été nécessaires pour explorer tous les aspects concernant l'éther [20]. En ce qui concerne la lumière, on supposait qu'elle était une vibration de l'éther tout comme le son est une vibration d'un corps matériel [6].

Étienne L. Malus a découvert que la lumière peut être polarisée [21], et en 1845, Faraday [22, 23] observa que la polarisation rectiligne de la lumière tourne quand elle se propage dans un milieu en présence d'un champ magnétique parallèle à sa direction de propagation. Cela fut considéré comme une indication claire d'un lien entre lumière et magnétisme [20]. En effet, Faraday était convaincu « *que les diverses formes sous lesquelles les forces de la matière se manifestent ont une origine commune ; ou, en d'autres termes, sont si directement liées et mutuellement dépendantes, qu'elles sont convertibles, pour ainsi dire, les unes dans les autres, et possèdent des pouvoirs équivalents dans leur action.* » [22, 23] (voir aussi [24]). La découverte de ce que l'on appelle maintenant l'effet Faraday consistait pour lui en « *magnétiser et électrifier un rayon de lumière* » en « *illuminant une ligne de force magnétique.* » [22, 23].

Ainsi, en 1873 dans son traité fondateur *A Treatise on Electricity and Magnetism*, James C. Maxwell écrit : « *Dans la théorie des ondulations, il y a un milieu matériel qui remplit tout l'espace compris entre les deux corps, et c'est par l'action des parties contiguës de ce milieu que l'énergie se transmet de proche en proche, jusqu'à ce qu'elle atteigne le corps éclairé. Donc, pendant le passage de la lumière, le milieu lumineux renferme de l'énergie. Dans la théorie ondulatoire, telle que l'ont développée Huygens, Fresnel, Young, Green, etc., on suppose que cette énergie est en partie potentielle, en partie cinétique. On suppose que l'énergie potentielle est due à la déformation des parties élémentaires du milieu, ce qui entraîne que ce milieu comme élastique [sic], et que l'énergie cinétique est due au mouvement vibratoire du milieu, d'où la conséquence que ce milieu a une densité finie.* » [25].

### 1.2.1.1 Premières tentatives de mesures

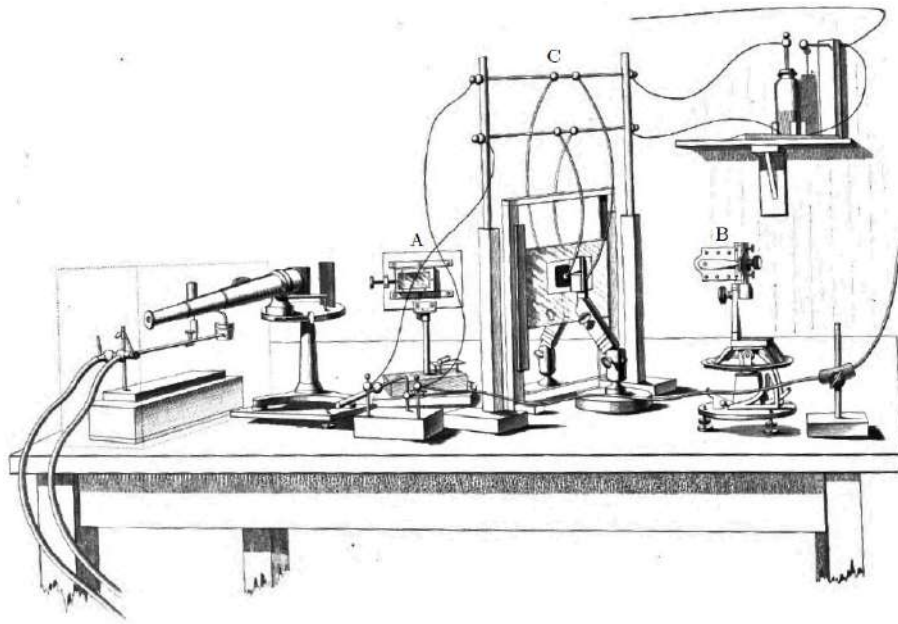
Sans éther, pas d'ondes électromagnétiques, mais *quid* de l'électricité et du magnétisme? Ils peuvent être expliqués par des translations ou des rotations de l'éther [20]. Maintenant, si un champ électrique ou magnétique peut être vu comme une perturbation de l'éther, et que de la lumière se propage à travers ce dernier, la célérité de la lumière doit également être affectée et changer.

À notre connaissance, la plus ancienne tentative expérimentale de mesure de variation de l'indice de réfraction de la lumière, *i.e.* de sa vitesse, aux abords de corps chargés électriquement a été rapporté par H. Wild en 1864 [26]. L'auteur explique les motivations de sa publication ainsi « *Récemment, plusieurs physiciens ont directement ou indirectement supposé que l'éther luminifère et le fluide électrique sont la même chose suivant une vision unitaire de la nature de l'électricité. Une conséquence immédiate est que la densité de l'éther dans un corps positivement électrisé doit être plus grande ou plus petite que dans un corps négativement électrisé. Depuis novembre 1860, j'ai fait quelques expériences pour tester expérimentalement les conséquences de cette hypothèse. Comme toutes ont donné un résultat négatif, et que pour certaines d'entre elles j'ai employé un appareil quelque peu inadéquat, j'ai évité de les publier. Depuis, des discussions avec des physiciens, des amis à moi, m'ont montré que d'autres personnes ont également testé expérimentalement cette hypothèse avec aussi peu de succès que moi. J'ai donc pensé qu'il valait la peine de faire part au public de mes recherches sur ce point, que j'ai quelque peu terminées cet automne, même si elles n'ont fait que confirmer mes résultats négatifs précédents.* »

Quelques années plus tard en 1873, A. Roiti testa expérimentalement une autre hypothèse *i.e.* qu'un courant électrique est un courant d'éther [27, 28]. Si tel est le cas, de la lumière se propageant dans la direction du courant électrique aura sa vitesse augmentée à cause de la sommation de sa vélocité avec celle de l'éther. Aucune variation de la vitesse de la lumière fut observée, de sorte que la vitesse de l'éther a été évaluée comme étant inférieure à 200 m/s, ce qui est bien plus lent que la vitesse de propagation de l'électricité dans un circuit.

Notons également qu'en 1884, Lecher reporta [29] une répétition de l'expérience de Roiti, avec un résultat négatif, mais aussi une recherche d'un courant induit dans un solénoïde par le passage d'une lumière polarisée circulairement. La motivation était « *de savoir si la rotation du plan de polarisation de la lumière par un courant électrique est un phénomène réversible ou non.* ». Le résultat fut négatif également.

Pour la vitesse de l'éther, un résultat plus précis que celui de Roiti, 41 m/s, fut obtenu par Wilberforce en 1887 [30] en utilisant une technique plus avancée d'interférométrie et un condensateur pour créer un courant de déplacement dans un diélectrique dans lequel la lumière se propageait. Le dispositif expérimental est illustré dans la Fig. 1.4. Comme le dit l'auteur, « *selon la conception du champ électromagnétique adoptée par Maxwell, il*



**FIGURE 1.4** – L'appareil de Wilberforce qu'il utilisa pour améliorer les résultats de Rioti. Le dispositif interférométrique est composé d'un miroir épais (A dans l'illustration) et deux miroirs en angle droit (B), entre les deux un courant de déplacement peut être appliqué dans un diélectrique (C). Les franges d'interférences étaient observées à l'aide d'un télescope. Illustration extraite de [30].

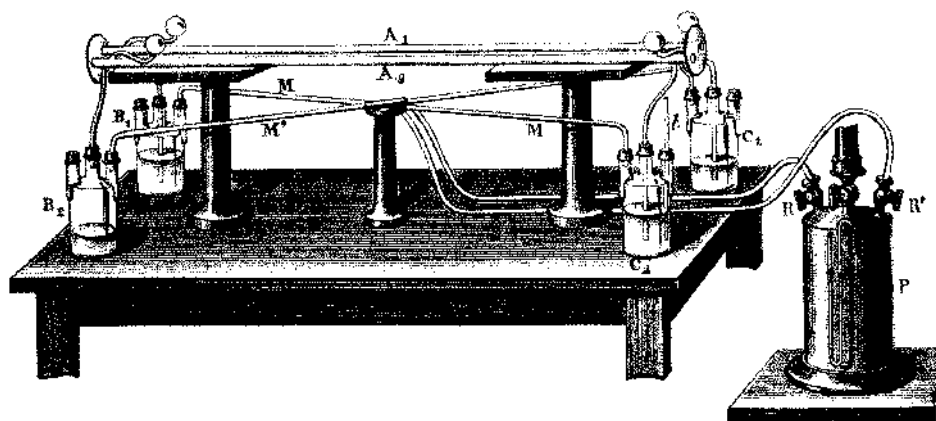
*existe un certain éther ou milieu qui imprègne tout l'espace, avec lequel les molécules de la matière ordinaire sont de la même manière associées ou connectées, et qui est le siège de toutes les forces électriques et électromagnétiques. [...] nous devons supposer en même temps que si une partie quelconque de la matière conductrice est en mouvement, le milieu qui lui est associé se déplacera avec la même vitesse.* ». Le résultat étant négatif, ce n'est pas le cas.

L'effet d'un champ magnétique et, de nouveau, d'un champ électrique sur l'éther a aussi été testé par Lodge en 1897 [31]. Voici les conclusions de l'auteur, « *sans plus tarder, je conclus que ni un champ électrique ou magnétique transversal ne confère de viscosité à l'éther, ni ne permet à la matière en mouvement de l'agripper et de le déplacer par rotation.* ».

Toutes ces expériences ont été réalisées à l'aide de techniques interférométriques et, en un sens, leur but était en fait la détection du mouvement de l'éther grâce aux phénomènes électromagnétiques plus que l'observation d'une variation de la célérité de la lumière qui était considérée comme une simple conséquence directe du mouvement de l'éther.

### 1.2.1.2 Disparition de l'éther

En l'absence de champ, des expériences similaires ont été effectuées en observant des variations de la vitesse de la lumière dans des milieux en mouvement. Les physiciens savaient que la vitesse de la lumière dans un milieu matériel est  $c/n$ , où  $c$  est la vitesse



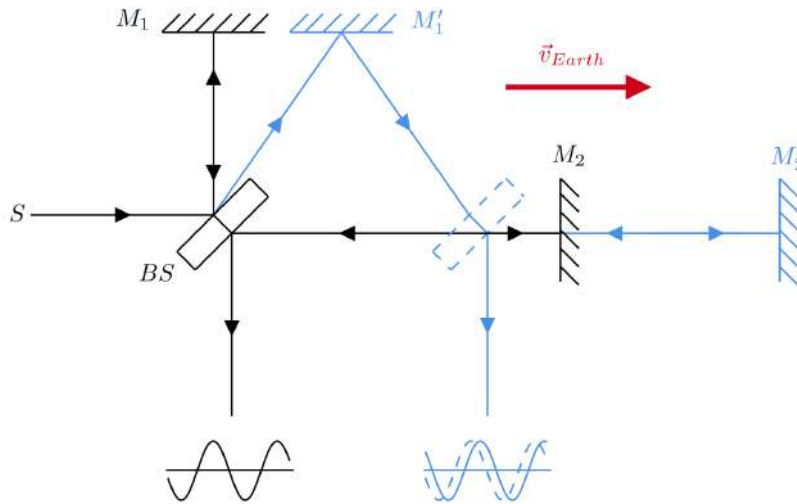
**FIGURE 1.5** – Le dispositif de Fizeau qu’il utilisa pour mesurer la vitesse de la lumière dans un fluide en mouvement. Seulement le système hydraulique est représenté ici, permettant de faire circuler le fluide de manière circulaire dans les tubes  $A_1$  et  $A_2$ . Un miroir est utilisé pour faire circuler la lumière dans les deux tubes, la lumière circulant dans un sens interfère avec celle allant dans l’autre direction. Le déplacement des franges d’interférence permet de remonter à la vitesse de la lumière en fonction de la vitesse du fluide. Illustration extraite de [32].

de la lumière dans le vide et  $n$  est l’indice de réfraction du milieu. Que se passe-t-il si le milieu est en mouvement à la vitesse  $v_m$  ? Si l’éther ne se déplace pas avec lui la vitesse devrait rester  $c/n$ , si il se déplace les vitesses doivent s’additionner.

Pour trouver la réponse, Fizeau réalisa une expérience en 1851 [33] dont le résultat fut surprenant [34]. Une partie du dispositif expérimental est représenté dans la Fig. 1.5. Les résultats de Fizeau suggèrent que l’éther n’est que partiellement entraîné, la valeur de la vitesse de la lumière  $v_l$  mesurée étant comprise entre les deux valeurs attendues. En effet, si la propagation de la lumière est parallèle à celle du milieu alors il montra que  $v_l \approx c/n + v_m (1 - 1/n^2)$ .

On pourrait même accepter cela, mais en 1887 Michelson et Morley, cherchant un entraînement de l’éther dans différentes directions du système solaire, ont publié un résultat nul, leur interféromètre est représenté dans la Fig. 1.6. Cela signifie que la vitesse de la lumière est toujours  $c$  quel que soit le mouvement relatif d’un corps par rapport à l’éther, *i.e.* l’éther se déplace avec le corps. Cela n’est pas compatible avec le résultat expérimental de Fizeau.

Malgré toutes ces contradictions, il a fallu du temps aux physiciens pour rejeter la notion d’éther. En introduisant la relativité restreinte, Einstein rendit superflu cette notion. Bien qu’il appuya d’abord une non-existence de l’éther, il admit graduellement la possibilité puis une existence d’un éther dans sa théorie de la relativité en 1920 [35, 36] en écrivant, « *Nous pouvons résumer comme suit : Selon la théorie de la relativité générale, l’espace est doté de qualités physiques ; en ce sens, il existe donc un éther. Selon la théorie générale de la relativité, l’espace sans éther est impensable, car dans un tel espace, non seulement il n’y aurait pas de propagation de la lumière, mais il n’y aurait pas non*



**FIGURE 1.6** – L’expérience de Michelson-Morley : une lame séparatrice de faisceaux est utilisée pour diviser et recombinaer un faisceau lumineux selon deux directions orthogonales. Si un « vent d’éther » dû à la vitesse de la Terre par rapport à l’éther existait, il provoquerait un décalage observable des franges.

*plus de possibilité d’existence d’étalons d’espace et de temps (toises et horloges), ni donc d’intervalles d’espace-temps au sens physique du terme. Mais cet éther ne peut être considéré comme doté de la qualité caractéristique des milieux pondérables, à savoir qu’il est constitué de parties qui peuvent être suivies dans le temps. L’idée de mouvement ne peut lui être appliquée. »*

Ce renouveau de l’éther fut appuyé par un résultat positif lors d’une répétition de l’expérience de Michelson-Morley en 1925 [37, 38], mais avec d’autres reproductions, vint un résultat négatif définitif. Avec la confirmation des résultats des expériences, les physiciens, dont Einstein, durent accepter la non-existence de l’éther. Dans leur livre intitulé *The evolution of Physics*, Albert Einstein et Leopold Infeld explique ainsi pourquoi [39] : « Toutes les hypothèses concernant l’éther ne menaient nulle part ! Le verdict expérimental était toujours négatif. En examinant le développement de la physique, nous constatons que l’éther, peu après sa naissance, est devenu l’« enfant terrible »<sup>1</sup> de la famille des substances physiques. Tout d’abord, la construction d’une image mécanique simple de l’éther s’est avérée impossible et a été écartée. Cela a provoqué, dans une large mesure, l’effondrement du point de vue mécanique. Deuxièmement, nous avons dû abandonner l’espoir que la présence de l’éther permettrait de distinguer un système de coordonnées et conduirait à la reconnaissance d’un mouvement absolu, et pas seulement relatif. Cela aurait été la seule façon, en dehors du transport des ondes, par laquelle l’éther aurait pu marquer et justifier son existence. Toutes nos tentatives pour rendre l’éther réel ont échoué. ».

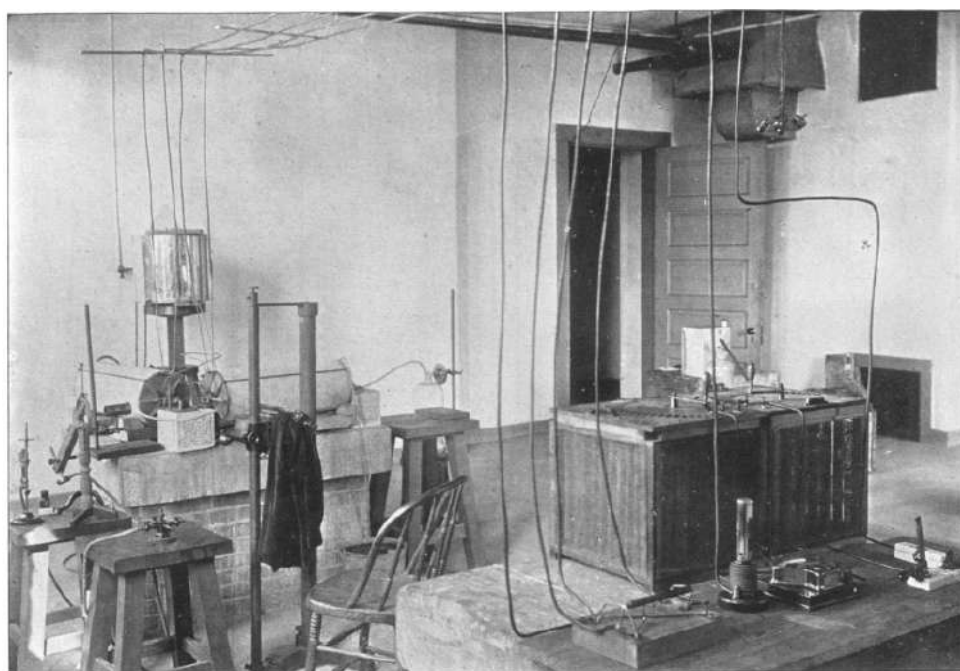
1. En français dans le texte.

## 1.2.2 Premières recherches d'effet magnéto-optique dans le vide

Ce n'est qu'à la fin du 19<sup>e</sup> siècle que la question du début de ce chapitre a été discutée dans une réunion officielle de physiciens. En effet, en 1889 au *Toronto Meeting of the American Association for the Advancement of Science*, H. T. Eddy présenta des résultats théoriques sur une possible variation de la vitesse de la lumière en présence d'un champ magnétique. « *Dans la discussion qui a suivi [...] Professeur Morley suggéra une forme d'appareil qui détecterait le changement de vitesse suspecté [...] L'ensemble de l'affaire a suscité un tel intérêt que la section de l'Association [...] a obtenu des fonds de recherche [...] une subvention permettant de construire l'appareil et de réaliser l'expérience. [...] La partie optique de l'appareil est constituée du réfractomètre interférentiel utilisé par Michelson dans ses expériences pour déterminer si la lumière se déplace avec la même vitesse dans différentes directions dans le système solaire.* » Et avec ces mots Morley nous dit l'origine de l'expérience qu'il a réalisé entre 1889 et 1898 [40].

Notons que l'appareil utilisé pour rechercher pour la première fois une variation de la vitesse de la lumière en présence d'un champ magnétique est le même que celui qui permit d'exclure l'existence de l'éther. La présence du champ magnétique dans les bras de l'interféromètre aurait provoqué un changement de la vitesse de la lumière et donc un déplacement des franges. Une publication dans le journal *Physical Review* de 1898 [41] donne plus de détails sur les motivations théoriques. Le but était de tester une prédiction d'Eddy selon laquelle une lumière de polarisation circulaire se propage à une vitesse différente que celle d'une lumière polarisée rectilignement. Un champ magnétique de 0.165 T était présent dans un des bras de l'interféromètre pour faire tourner la polarisation grâce à l'effet Faraday dans une cuve pleine de disulfure de carbone. Une autre cuve similaire était placée sur l'autre bras mais sans le champ magnétique. La Fig. 1.7 montre une photographie de leur dispositif.

Les conclusions rapportées dans cette même publication sont de nouveau négatives, « *Le résultat rapporté au Boston Meeting of the American Association (de 1898, ndlr) est que nous sommes convaincus que lorsque la lumière correspondant à la ligne solaire D passe à travers cent vingt centimètres de disulfure de carbone dans un champ magnétique qui produit une rotation d'une demi-circonférence dans le plan de sa polarisation, il n'y a pas de changement de vitesse d'une partie sur soixante millions, et probablement pas de changement de vitesse sur cent millions.* » [40]. La sensibilité de l'appareil de Morley lui aurait permis de voir une variation relative de  $10^{-8}$ . Avec les connaissances d'aujourd'hui, les fondations théoriques ne sont pas très claires et l'exécution expérimentale floue, la différence de vitesse entre un état de polarisation circulaire et linéaire pouvant en effet être observée dans le vide sans champ magnétique. Dans leur expérience, le champ magnétique dans une des deux cellules de disulfure de carbone, au travers de l'effet Faraday, induisait une différence de vitesse entre les polarisations circulaire droite et gauche, un fait connu



**FIGURE 1.7** – L'expérience de Eddy, Morley et Miller. Ils décrivent leur appareil dans [41], « À l'extrême droite, on voit le collecteur, l'ampèremètre et les bobines résistives, utilisés pour gérer le courant électrique. Le support en bois à l'extrême gauche porte la source de lumière et la lentille de condensation. La pile de pierre adjacente porte les bobines; entre elles se trouve le bloc de pierre cubique qui supporte les miroirs placés en diagonale [...] Apparemment, juste au-dessus de ce bloc, mais en réalité quelques mètres plus loin, se trouve un double réservoir fournissant de l'eau et du disulfure de carbone à l'appareil. Le télescope de mesure avec lequel les observations ont été faites est marqué par le tissu suspendu. Sur le bord gauche de la pile, on voit un support en fer portant un prisme de Nicol pour polariser le rayon de lumière envoyé à travers l'appareil; sur le support en bois à droite de la pile, on voit l'analyseur, au moyen duquel la rotation produite était mesurée tandis que le courant était ajusté de manière à obtenir la rotation désirée. »

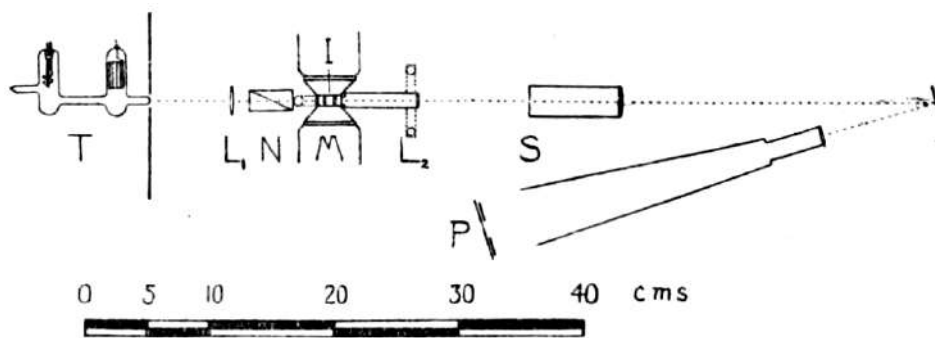
depuis au moins 1881 par les travaux de Cornu [42]. La manière dont cette différence leur a permis de mesurer l'effet recherché n'est pas évidente. Malgré tout, il est intéressant de noter que les auteurs ne mentionnent jamais un éther pour discuter de la vitesse de la lumière.

Ce n'est qu'en 1929 qu'un nouvel essai d'observation de l'effet d'un champ magnétique sur la lumière fut rapporté, quand William H. Watson publia dans les *Proceedings of the Royal Society of London* les résultats de son expérience réalisée au Cavendish Laboratory [43]. Les trente années qui se sont écoulées ont vu la naissance de la théorie de la relativité et de la mécanique quantique. La motivation théorique de Watson en tient compte : « *La physique moderne a développé deux modes complémentaires – et apparemment mutuellement contradictoires – de description des processus de rayonnement et du mouvement des molécules, des atomes, des électrons et des protons. [...] Le développement de l'analogie entre les photons et les entités de la deuxième classe (atomes, électrons, etc.) a déjà atteint le stade où il est possible de donner une description ondulatoire du mouvement des particules dans tous les cas et d'attribuer aux particules un quadrivecteur énergie-impulsion dans les limites du principe d'Heisenberg. Il reste cependant une distinction fondamentale dans la théorie actuelle. Toutes les entités de la deuxième classe ont des propriétés de particules électromagnétiques alors qu'aucune n'a été attribuée au photon. [...] La présente étude a été réalisée dans le but de détecter, si possible, l'existence du moment magnétique d'un photon.* » [43].

L'expérience de Watson est représentée dans la Fig. 1.8, la lumière, polarisée par un prisme de Nicol, passe à travers un interféromètre de Fabry-Perot et des franges d'interférences sont observées. Dans l'interféromètre de Fabry-Perot un champ magnétique  $\mathbf{B}$  de 1 T perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière est présent. Si le photon a un moment magnétique  $\boldsymbol{\mu}$  l'énergie d'interaction  $\Delta E$  est nécessairement  $\Delta E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ , ce qui correspond à un changement de fréquence d'amplitude  $\Delta\nu/\nu = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}/h\nu$ , avec  $h$  la constante de Planck. En allumant le champ magnétique, on devrait voir les franges d'interférences se déplacer, si une interaction existe. Le résultat de Watson fut zéro, la variation d'indice de réfraction  $\Delta n$  étant inférieure à  $4 \times 10^{-7}$ . Notons que suivant le modèle standard de la physique des particules, il est, à ce jour, attendu un moment magnétique nul pour le photon [44].

Vraisemblablement, l'expérience de Watson fut connue par les savants de l'époque. Nous apprenons par les souvenirs de Kapitza [45] que : « *Dans les années 30, dans le laboratoire de Cavendish, j'ai développé une méthode pour obtenir des champs magnétiques un ordre de grandeur plus grand que ce qui avait été atteint auparavant (voir [46]). Dans une conversation Einstein essaya de me convaincre d'étudier expérimentalement l'influence d'un champ magnétique sur la vitesse de la lumière. De telles expériences ont été menées, et aucun effet n'a été découvert. Dans mes champs magnétiques il était possible d'élever la limite de précision de la mesure de deux ordres de grandeurs, car l'effet*





**FIGURE 1.8** – Expérience de Watson visant à rechercher l’influence d’un champ magnétique transversal sur la vitesse de la lumière dans le vide. Il a utilisé une décharge de tube au néon comme source de photons, T, qu’il a polarisée à l’aide d’un prisme de Nicol, N, puis a utilisé un interféromètre Fabry-Perot, I, placé dans un aimant, M, pour créer une figure d’interférence. Il s’attendait à un déplacement des franges mais n’en a mesuré aucun en dehors des incertitudes. Figure extraite de [43].

était dépendant au carré de l’intensité du champ magnétique. J’ai protesté auprès d’Einstein que selon la description existante des phénomènes électromagnétiques, je ne voyais pas d’où viendrait un tel phénomène mesurable. Ayant constaté l’impossibilité de prouver la nécessité de telles expériences, Einstein a finalement déclaré, “Je pense que die liebe Gott n’a pas pu créer le monde de telle manière qu’un champ magnétique ne puisse pas influencer la vitesse de la lumière.” Bien sûr, il est difficile de contrer ce genre d’argument ». Einstein visitait très probablement le laboratoire de Kapitsa en 1932 lorsqu’il a passé quelque temps à Cambridge pour discuter avec Arthur S. Eddington et donner une Rouse Ball Lecture [47]. Watson n’était plus là étant parti au Canada à l’Université McGill en 1931 <sup>2</sup>.

Notons que Watson cherchait un effet proportionnel à  $\mathbf{B}$ , et une des premières citations d’un effet proportionnel à  $\mathbf{B}^2$ , ne date que de 1961 [48]. Il semble donc qu’Albert Einstein ait compris que l’effet d’un champ magnétique sur la vitesse de la lumière doit dépendre au carré du champ  $\mathbf{B}^2$ . On peut déceler le raisonnement qu’il a eu pour arriver à cette conclusion. Einstein était convaincu que la célérité  $c$  ne pouvait pas être dépassée. Par conséquent, un champ magnétique ne peut que la réduire *i.e.* l’indice de réfraction du vide en présence d’un champ magnétique doit être plus grand que 1 quelque soit le signe de  $\mathbf{B}$ . Ainsi un effet proportionnel à  $\mathbf{B}^2$  convient et non un effet en  $\mathbf{B}$ .

Pendant la même période C. C. Farr et C. J. Banwell travaillaient sur le même phénomène en Nouvelle-Zélande [49], les motivations théoriques étaient similaires à celles de Watson. Les résultats ont été publiés en 1932 : « Dans les présents travaux, qui étaient en cours au moment de la publication de l’article de Watson, une méthode expérimentale différente est adoptée et l’appareil mis au point porte les mêmes conclusions qu’il a obtenues, mais avec une sensibilité vingt fois supérieure à celle qu’il attribuait à ses résultats. ». Un

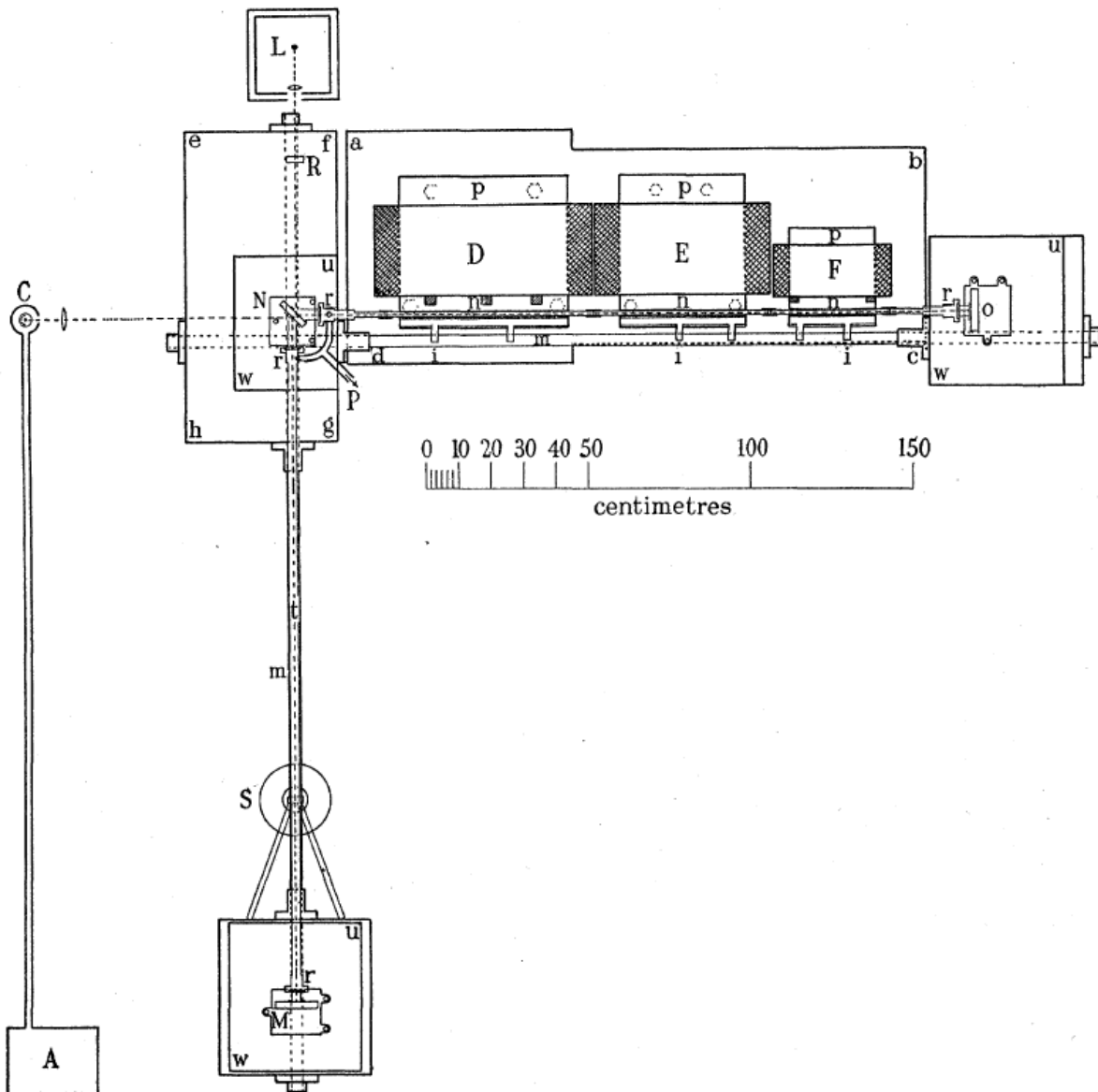
<sup>2</sup> 2. Quenn’s University Archives, <http://db-archives.library.queensu.ca/index.php/william-heriot-watson-fonds>

article ultérieur [50], publié en 1940, présente un dispositif amélioré en terme de sensibilité. Ils obtinrent un résultat non nul rapportant une variation de vitesse de la lumière de  $\Delta v = 34.31 \pm 18.56$  cm/s mais mirent en garde : « *Les auteurs considèrent qu'ils ont pris toutes les précautions pour éliminer les causes tendant à donner un effet fallacieux supérieur à l'erreur d'observation probable citée ci-dessus. Ils seraient cependant très hésitants à accepter le résultat final ci-dessus comme réel. Tout ce que l'on peut dire avec certitude, c'est que dans un tel champ (20 000 oersted) [soit 2 T], l'effet est inférieur à 1 partie sur  $5 \times 10^8$  environ* ». Rapporté en indice de réfraction, ils ont obtenu une valeur 30 fois plus précise que précédemment :  $\Delta n < 2 \times 10^{-9}$ . L'expérience conduite par Farr et Banwell est une variation de l'interféromètre de Michelson où un des bras est soumis à un champ magnétique de 2 T perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière, voir la Fig. 1.9.

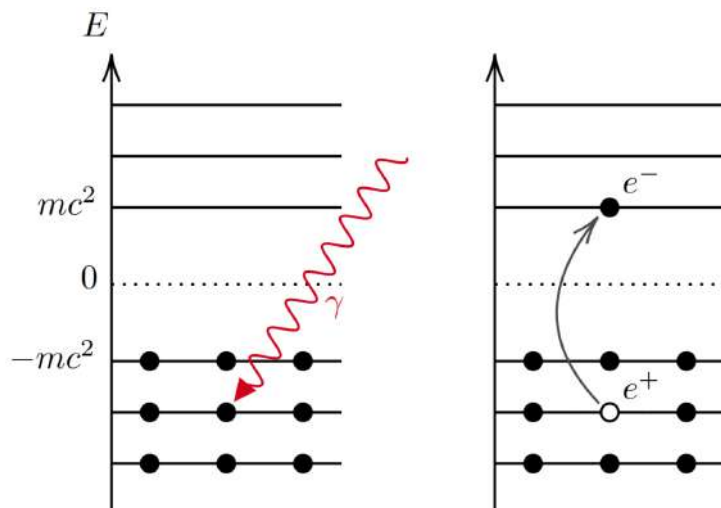
### 1.2.3 Premières formulations théoriques d'un vide quantique

Entre le premier et le second article de Farr et Banwell, tout changea sur le plan théorique. Paul A. D. Dirac [51], Hans H. Euler [52], Werner K. Heisenberg [53], Victor F. Weisskopf [54] ont développé une théorie quantique du vide, c'est-à-dire qu'ils ont dérivé pour le vide une relation théorique entre les vecteurs  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  et les vecteurs  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  présents dans les équations de Maxwell dans le cadre de la nouvelle théorie quantique.

L'article de Weisskopf de 1936 [54], intitulé « *The electrodynamics of the vacuum based on the quantum theory of the electron* » est très instructif. L'équivalence masse-énergie joue un rôle important : un quantum de lumière peut être absorbé dans le vide et être transformé en matière en présence d'autres champs électromagnétiques grâce à la création d'une paire d'électron-positron. Le phénomène d'absorption de la lumière dans le vide est incompatible avec l'électrodynamique classique. En effet, classiquement, par la linéarité des équations de Maxwell, les champs se superposent sans interagir. Voici comment Weisskopf résume le phénomène en question : « *La lumière, lors de son passage à travers les champs électromagnétiques, se comportera donc comme si le vide prenait une constante diélectrique différente de l'unité en raison de l'action des champs.* ». L'effet d'un champ magnétique  $\mathbf{B}$  sur la propagation de la lumière dans le vide est donc de faire de la permittivité diélectrique  $\varepsilon$  et de la perméabilité magnétique  $\mu$ , et ainsi de  $v$  et de  $n$ , des fonctions de  $\mathbf{B}$ . Pour être capable de calculer la nouvelle expression de l'énergie du champ électromagnétique on a besoin d'une théorie par nature non linéaire. Cela nécessite de trouver un sens physique aux états d'énergie négative de l'électron prédit par l'équation de Dirac. Dirac lui-même dans son rapport intitulé *Théorie du Positron* de 1934 du 7<sup>e</sup> Conseil Solvay de Physique, *Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques* écrit : « *Un électron dans un état d'énergie négative est un objet tout à fait étranger à notre expérience, mais que nous pouvons cependant étudier au point de vue théorique ; [...]* Admettons que dans l'Univers



**FIGURE 1.9** – L'expérience de Farr et Banwell cherchait une variation de la vitesse de la lumière sous un champ magnétique transverse dans le vide. Les expérimentateurs ont utilisé la configuration de Michelson-Morley où sur l'un des bras était placée une bobine capable de générer un champ de près de 2 T. Si le champ magnétique a une influence sur la vitesse de la lumière, un déplacement des franges d'interférences devait être observé. Dans la figure, l'interféromètre est formé de la source L, du séparateur de faisceau N, et des miroirs M et O. L'aimant était formé des électroaimants D, E et F, les observations sont faites au niveau de C. Illustration extraite de [50].



**FIGURE 1.10** – Interprétation de Dirac des états d'énergie négative prédits par son équation. Un nombre infini d'électrons occupe ces états d'énergie négative, un électron virtuel peut être créé par l'excitation d'un de ces états. La lacune est une nouvelle particule de même masse mais de charge opposée, le positron, qui sera bientôt découverte.

tel que nous le connaissons, les états d'énergie négative soient presque tous occupés par des électrons, et que la distribution ainsi obtenue ne soit pas accessible à notre observation à cause de son uniformité dans toute l'étendue de l'espace. Dans ces conditions, tout état d'énergie négative non occupé représentant une rupture de cette uniformité, doit se révéler à l'observation comme une sorte de lacune. Il est possible d'admettre que ces lacunes constituent les positrons. » [51]. Une illustration de ce que Dirac décrit ici est représenté dans la Fig. 1.10. En fait, il reprend ici une théorie qu'il avait proposé en 1930 [55] mais il avait alors associé les lacunes aux protons plutôt qu'à une nouvelle particule inconnue. Face aux difficultés qu'apporte cette interprétation, notamment l'inexplicable différence de masse entre électron et proton mais aussi le fait que ces derniers pourraient s'annihiler en photons, rendant les atomes instables, Dirac change d'avis et écrira dans un article de 1931 : « Une lacune, si elle existait, serait un nouveau type de particule, inconnue de la physique expérimentale, ayant la même masse et une charge opposée à celle d'un électron. Nous pouvons appeler une telle particule un anti-électron. » [56]. Ce n'est qu'un an plus tard que Carl D. Anderson découvrit le positron [57].

Le modèle du vide quantique de Dirac ne peut pas être complètement consistant car avec l'ensemble des électrons présents dans le vide, une infinité, on aurait une densité de charge et de courant infinie. Le modèle montre cependant que le phénomène de création de paire peut être interprété comme une transition d'un électron du vide à un état d'énergie positive – un électron – sous l'action d'un champ électromagnétique, ce qui crée aussi une lacune – un positron – dans le vide.

Les calculs concernant le vide quantique sont bien sûr compliqués par ce manque de cohérence. Pour décrire une situation réelle, nous avons besoin de soustraire une grandeur

infinie, l'énergie du vide non perturbé, d'une autre, l'énergie du vide perturbé par exemple par un champ magnétique. Dirac [51], Euler [52], Heisenberg [53], Weisskopf [54] ont trouvé une méthode pour procéder à cette soustraction qui ne laisse aucun doute. La méthode est basée sur la considération que l'énergie, la densité de courant, la densité de charge des électrons du vide, la polarisabilité électrique et magnétique du vide, en l'absence de champ, sont des quantités qui correspondent à des sommes divergentes auxquelles on peut néanmoins attribuer une signification physique claire (voir aussi [58]). Il est alors possible de calculer les propriétés du vide en présence de champs électromagnétiques à condition qu'ils varient peu sur une longueur égale à la longueur d'onde de Compton de l'électron  $\lambda_e = \hbar/(mc) = 3.86 \times 10^{-13}$  m et sur un temps  $t_e = \lambda_e/c = 1.29 \times 10^{-21}$  s, où  $\hbar$  est la constante de Planck réduite et  $m$  est la masse de l'électron.

Il est alors possible de donner les relations recherchées entre  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ . Les propriétés électromagnétiques du vide peuvent être décrites sous la forme d'un Lagrangien. La forme du Lagrangien  $\mathcal{L}$  de l'interaction entre le vide quantique et les champs est fixée par la nécessité qu'il soit un invariant relativiste, il doit donc être fonction des invariants du champ électromagnétique  $(\varepsilon_0 E^2 - B^2/\mu_0)$  et  $\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})$  [59], avec  $\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  respectivement la permittivité et perméabilité du vide. Il se décompose comme la somme d'un terme linéaire  $\mathcal{L}_l$  et d'un terme non linéaire  $\mathcal{L}_{nl}$  tel que  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_l + \mathcal{L}_{nl}$  où la partie linéaire correspond au Lagrangien de l'électrodynamique classique  $\mathcal{L}_l = (\varepsilon_0 E^2 - B^2/\mu_0)/2$ . La partie non linéaire  $\mathcal{L}_{nl}$  peut être décomposée en une série des invariants relativistes, en suivant la notation de [59] on a

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{nl} = c_{2,0} \left( \varepsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right)^2 + c_{0,2} \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \right)^2 + c_{3,0} \left( \varepsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right)^3 \\ + c_{1,2} \left( \varepsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \right)^2 + \dots \end{aligned} \quad (1.1)$$

Dans son article Weisskopf redémontre les résultats obtenus par Euler et Kockel [52] ainsi que Heisenberg et Euler [53] et montre que

$$c_{2,0} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m^4 c^5}, \quad c_{0,2} = 7c_{2,0}, \quad c_{3,0} = \frac{32\pi\alpha^3 \hbar^6}{315m^8 c^{10}}, \quad c_{1,2} = \frac{13}{2}c_{3,0}, \quad (1.2)$$

où  $\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$  est la constante de structure fine et  $e$  la charge élémentaire. On peut obtenir les relations entre les champs grâce à

$$\mathbf{D} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{E}} \quad \text{et} \quad \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{B}}. \quad (1.3)$$

On peut voir que pour une onde plane qui se propage dans le vide comme  $E = cB$  et  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ , les contributions non linéaires s'annulent et aucun effet non linéaire n'est

possible.

## 1.2.4 Développement de l'électrodynamique quantique

La théorie a connu de nouveaux développements dans les années 50 quand Richard P. Feynman, Julian S. Schwinger et Sin-Itiro Tomonaga formulèrent l'électrodynamique quantique (QED), dont le succès continue jusqu'à nos jours. En 1949 Feynman présenta une nouvelle théorie du positron [60] : « *Le problème du comportement des positrons et des électrons dans des potentiels externes donnés, en négligeant leur interaction mutuelle, est analysé en remplaçant la théorie des trous par une réinterprétation des solutions de l'équation de Dirac. [...] Dans cette solution, les "états d'énergie négative" apparaissent sous une forme qui peut être représentée [...] dans l'espace-temps comme des ondes qui s'éloignent du potentiel externe en remontant le temps. Expérimentalement, une telle onde correspond à un positron qui s'approche du potentiel et annihile l'électron.* ». On reconnaît dans ses mots ce qu'on appelle désormais les diagrammes de Feynman. Dans le même article [60] on peut lire : « *L'équivalence avec la théorie des lacunes en seconde quantification est prouvée dans un appendice.* » ce qui implique que les résultats donnés par Heisenberg et Euler [53] sont à nouveau obtenus avec la nouvelle méthode de Feynman.

Schwinger confirma lui aussi plus tard la non linéarité de la propagation de la lumière dans le vide. Dans son article de 1951 [61] on trouve : « *L'électrodynamique quantique est caractérisée par plusieurs propriétés d'invariance formelle, notamment l'invariance relativiste et l'invariance de jauge. Pourtant, des calculs spécifiques effectués par des méthodes conventionnelles peuvent donner des résultats qui violent ces exigences, en raison des divergences inhérentes aux théories de champ actuelles. [...] Des solutions explicites peuvent être obtenues dans les deux situations de champs constants et de champs propagés à la vitesse de la lumière sous la forme d'une onde plane. Pour les champs constants (c'est-à-dire variant lentement), une renormalisation de l'intensité du champ et de la charge donne une fonction de Lagrange modifiée qui diffère de celle du champ de Maxwell par des termes qui impliquent un comportement non linéaire pour le champ électromagnétique. Le résultat est en accord précis avec celui obtenu il y a quelque temps par d'autres méthodes et un point de vue quelque peu différent.* » en citant les résultats de Heisenberg et Euler [53].

Les effets d'optiques non linéaires dans le vide sont donc très bien fondés sur les principes de base de la physique des 20<sup>e</sup> et 21<sup>e</sup> siècles.

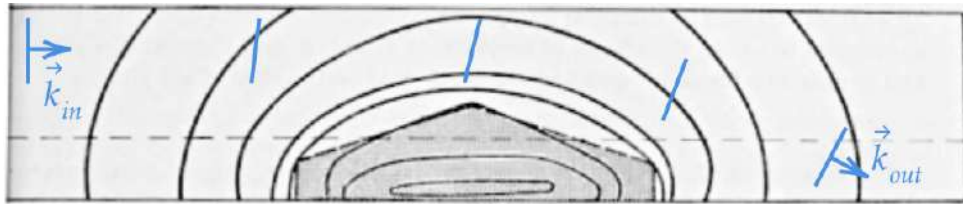
Dans la QED, un vide est donc très différent d'un vide classique qui est tout simplement rien. Le vide quantique a des propriétés que les champs électromagnétiques affectent. En 1951, Paul Dirac envoya une lettre aux éditeurs de la revue *Nature* intitulée « *Is there an Aether ?* » [62] dans laquelle il écrit, « *Nous pouvons maintenant voir que nous pouvons très bien avoir un éther, soumis à la mécanique quantique et conforme à la relativité, à condition que nous soyons prêts à considérer le vide parfait comme un état idéalisé, non*

atteignable en pratique. Du point de vue expérimental, il ne semble pas y avoir d'objection à cela. Nous devons apporter quelques modifications profondes à nos idées théoriques sur le vide. Il ne s'agit plus d'un état trivial, mais sa description nécessite des mathématiques élaborées. » (voir aussi [38]). Dirac échoua d'intéresser les physiciens avec sa nouvelle théorie de l'éther, mais il est vrai que la définition du vide en physique quantique est complexe. Par exemple, Aitchison [63] note, « *L'entité théorique de base – le champ quantique – est ici considérée comme analogue à un système de mécanique quantique doté d'un grand (infini) nombre de degrés de liberté. Un système de champs quantiques en interaction est alors analogue à un système complexe en physique du solide ; il peut exister dans différents états d'énergie, à savoir l'état fondamental et divers états excités. Les états excités du système de champs sont caractérisés par la présence de quanta d'excitation, qui sont les particules (électrons, quarks, photons, ...) dont notre monde matériel est composé. Dans l'état fondamental du système de champ, aucun quanta d'excitation, et donc aucune particule, n'est présent : le vide est l'état fondamental.* »

### 1.2.5 Nouvelles tentatives expérimentales

Les années 60 voient un nouvel essai de mesurer une variation de l'indice de réfraction du vide en présence d'un champ magnétique par Reginald V. Jones, il décrit dans son article son dispositif expérimental [64] : « *En principe, l'arrangement expérimental consiste à diriger un faisceau de lumière blanche in vacuo à travers un 'prisme' de champ magnétique transversal, semblable à celui utilisé par Rabi (1929) (voir [65]) dans son amélioration de l'expérience de Stern-Gerlach, et à détecter photoélectriquement toute déflexion du faisceau lumineux par le champ.* ». La lumière blanche passait près d'un pôle magnétique de 0.8 T. Si le champ magnétique a une influence sur l'indice de réfraction du vide, alors le gradient de champ magnétique induirait un gradient de ce dernier et dévierait un faisceau de lumière traversant la région magnétique, voir la Fig. 1.11. La sensibilité du dispositif de Jones était de  $2.3 \times 10^{-13}$  sur la variation de la vitesse de la lumière dans le vide. Le travail théorique sur le vide quantique n'était apparemment pas connu de l'auteur de l'article car il écrit : « *Un effet tangible serait contraire aux principes de l'électromagnétisme classique, et il semble qu'aucun effet n'ait été prédit jusqu'à présent par l'électrodynamique quantique ; si un effet était découvert, il serait donc d'un grand intérêt. L'expérience, bien qu'il soit peu probable qu'elle donne un résultat positif, fait donc partie de la classe des expériences fondamentales d'hypothèse nulle qui méritent d'être répétées chaque fois qu'un gain substantiel de sensibilité est disponible.* »

La méthode expérimentale de Jones est assez originale pour un laboratoire terrestre. Le même phénomène est présent dans le cosmos, en particulier autour des pulsars. Ces objets célestes peuvent avoir des champs magnétiques atteignant jusqu'à  $10^{10}$  T [66], un rayonnement électromagnétique provenant du pulsar ou passant proche de celui-ci ne



**FIGURE 1.11** – L’expérience de Jones, un pôle magnétique crée un fort gradient de champ magnétique, représenté par les contours de champ identique. Le front d’onde de la lumière qui se propage près de ce pôle est déformé car les parties plus proches du pôle vont plus lentement que celles plus éloignées. Il résulte une déviation de l’onde plane. Sur l’image, extraite de [64], la déviation du trajet lumineux est exagérée à des fins illustratives, le trajet réel est représenté en pointillés.

peut pas se propager selon une ligne droite mais doit suivre le gradient de champ comme dans l’expérience de Jones. Un article [67] discute de la possibilité d’une telle observation astronomique.

La même année, Thomas Erber publie en 1961 dans *Nature* un article intitulé « *Velocity of Light in a Magnetic Field* » [48]. Erber y présente les expériences déjà réalisées et propose d’autres méthodes ; sur le plan théorique, il fait la connexion entre l’effet attendu par Jones et le Lagrangien d’Euler et Kockel [52] citant aussi Weisskopf [54]. De plus, il fait la première mention d’un effet Cotton-Mouton du vide et le relie à celui des milieux matériels.

L’effet Cotton-Mouton, ou l’effet d’un champ magnétique perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière dans un milieu matériel, a été découvert indépendamment au début du 20<sup>e</sup> siècle par John Kerr et Quirino Majorana. Ils observèrent une biréfringence induite par un champ transverse à la direction de la lumière respectivement dans une solution de  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  en suspension [68] et dans des solutions colloïdales de Fe [69–72]. Cet effet est connu sous le nom de Cotton-Mouton en hommage à A. Cotton et H. Mouton qui ont publié au moins 21 publications sur ce dernier entre 1905 et 1907 [73–79]. Une polarisation rectiligne se propageant dans un milieu sujet à un champ magnétique  $\mathbf{B}$  perpendiculaire à la direction de propagation devient elliptique si la direction de la polarisation n’est ni parallèle ni orthogonale à la direction du champ magnétique.

En d’autres termes, la vitesse  $v_{\parallel}$  et l’indice de réfraction  $n_{\parallel}$  de la lumière polarisée parallèlement au champ magnétique sont différents de la vitesse  $v_{\perp}$  et l’indice de réfraction  $n_{\perp}$  de la lumière polarisée perpendiculairement au champ. La différence  $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$  est proportionnelle à  $\mathbf{B}^2$  par une constante  $k_{\text{CM}}$  dépendant du milieu. C’est en termes d’optique plus générale ce que l’on appelle une biréfringence linéaire.

Le premier calcul des indices de réfraction du vide a été effectué par Smirnov en 1936 [80] dans le cadre de la théorie de l’électrodynamique non linéaire de Born [81]. En effet, en 1934, M. Born avança une théorie permettant l’existence de charges ponctuelles détenant une énergie électrostatique finie, ce qui n’est pas possible avec la loi de Coulomb [81]. La même année, avec Infeld, ils proposèrent une autre forme de Lagran-



gien [82]. Il découle de ces Lagrangiens et de celui-ci d'Euler et Kockel des prédictions différentes, qui peuvent être testées par l'expérience [83]. Notamment, le Lagrangien de Born-Infeld prédit un effet Cotton-Mouton du vide qui est nul par construction du Lagrangien même [83].

Pour le cas de l'électrodynamique quantique la première tentative de calcul a été effectuée par Toll en 1952 [84], puis par Klein et Nigam en 1964 [85] et Baier et Breitenlohner en 1967 [86, 87]. La valeur aujourd'hui acceptée par la communauté n'a été obtenue que dans les années 70 par Bialynicka-Birula et Bialynicka-Birula [88] et Adler [89] indépendamment. À partir du Lagrangien de l'Eq. 1.1 et des Eq. 1.3 on obtient

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + 4c_{2,0} \varepsilon_0 \mathbf{E} \left( \varepsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + 7c_{2,0} \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \mathbf{B}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) \quad (1.4)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - 4c_{2,0} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \left( \varepsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) + 7c_{2,0} \frac{\varepsilon_0}{\mu_0} \mathbf{E}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (1.5)$$

Pour l'effet Cotton-Mouton, les champs présents sont celui du champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  et le champ électromagnétique de la lumière ( $\mathbf{E}_\gamma, \mathbf{B}_\gamma$ ) et on considèrera ces derniers petits devant  $\mathbf{B}_0$ . En considérant les cas où  $\mathbf{E}_\gamma \parallel \mathbf{B}_0$  et  $\mathbf{E}_\gamma \perp \mathbf{B}_0$ , on peut calculer les permittivités  $\varepsilon$  et les perméabilités  $\mu$  dans chaque cas. Les indices de réfractons sont alors calculés comme  $n_{\parallel} = \sqrt{\varepsilon_{\parallel} \mu_{\parallel}} / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  et  $n_{\perp} = \sqrt{\varepsilon_{\perp} \mu_{\perp}} / \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ . On peut montrer que [59, 90]

$$n_{\parallel} = 1 + 7c_{2,0} \frac{B_0}{\mu_0} \quad \text{et} \quad n_{\perp} = 1 + 4c_{2,0} \frac{B_0}{\mu_0}. \quad (1.6)$$

On obtient donc

$$\Delta n = k_{\text{CM}} B^2 = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m^4 c^5} \frac{B^2}{\mu_0}. \quad (1.7)$$

En prenant en compte les corrections radiatives [91] on obtient la valeur attendue de [92]

$$\Delta n = k_{\text{CM}} B^2 = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m^4 c^5} \left( 1 + \frac{25\alpha}{4\pi} \right) \frac{B^2}{\mu_0}, \quad (1.8)$$

où  $\alpha$  est la constante de structure fine, l'effet est donc indépendant de la longueur d'onde des photons [59]. Avec les valeurs recommandées pour les constantes fondamentales par le CODATA (Committee on Data for Science and Technology)<sup>3</sup> on obtient la valeur théorique de

$$k_{\text{CM}} = (4.031699434 \pm 0.000000005) \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}, \quad (1.9)$$

l'incertitude sur cette valeur provient de celle sur  $m$ ,  $\alpha$  et  $\mu_0$ . On peut noter que le même effet biréfringent dû à un champ magnétique  $\mathbf{B}$  peut être donné par un champ électrique

---

3. Pour plus d'informations, voir <http://www.codata.org>. Les valeurs recommandées des constantes fondamentales peuvent se trouver à l'adresse <http://physics.nist.gov/constants>

**E** si son amplitude  $E = cB$ . Selon la QED, les champs électriques comme magnétiques influent sur la vitesse de la lumière mais comme il est expérimentalement plus facile de produire 1 T que 300 MV/m, les expérimentateurs se concentrent sur l'utilisation de champs magnétiques.

L'électrodynamique quantique prédit donc pour le vide des effets similaires à ceux de la matière mais comment cette valeur se compare-t-elle avec celles des milieux matériels ? Est-elle incommensurablement petite ? L'effet le plus petit connu dans la matière est celui de l'hélium gazeux qui dans des conditions standards de 1 bar et 20 °C a une valeur théorique de  $k_{\text{CM}} = 2.4 \times 10^{-16} \text{ T}^{-2}$ . La mesure de cette constante est un défi expérimental, en effet la première mesure ne date que de 1991 [93]. Pour égaler la valeur attendue pour le vide il faudrait une pression proche de  $2 \times 10^{-5}$  mbar d'hélium, soit une densité de  $5 \times 10^{17}$  atomes d'hélium par  $\text{m}^3$ . De ce point de vue, l'effet « atomique » du vide est macroscopique, et si important que la mesure peut être faite en présence d'une pression de gaz résiduel de  $2 \times 10^{-9}$  mbar de dioxygène [94].

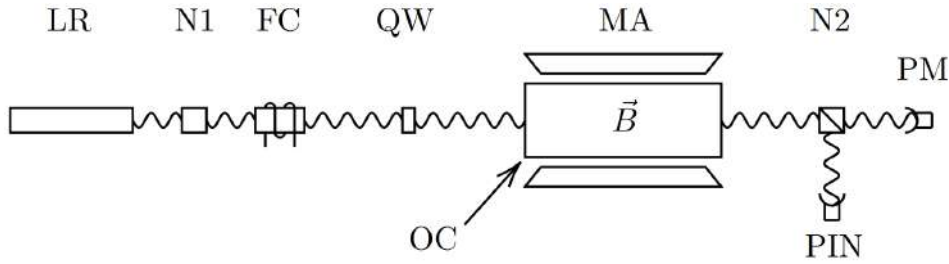
### 1.3 Temps contemporains

La publication de la prédiction de la valeur de  $\Delta n$  pour le vide marque le début d'efforts expérimentaux importants et continus ainsi que la publication de plusieurs propositions d'expériences. Beaucoup de revues ont donc été publiées au cours des années détaillant les aspects théoriques comme expérimentaux [59] et les aspects techniques [95]. Des informations à propos de tests astrophysiques peuvent être également trouvées [96].

L'événement déclencheur est la publication d'un projet en 1979 par E. Iacopini et E. Zavattini [97] qui aboutira en 1993 [98] grâce à une collaboration avec A. Melissinos. Les expériences actuellement en cours [99,100] sont différentes versions de cette idée originale et E. Zavattini est aussi à l'origine de l'expérience PVLAS qui a rapporté la meilleure limite à ce jour sur la biréfringence magnétique du vide,  $k_{\text{CM}} = (1.8 \pm 8.1) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$  [101] avec un facteur d'élargissement  $k = 3$  [102].

La méthode expérimentale proposée en 1979 [97] Fig. 1.12 est une version améliorée du dispositif initialement utilisé par Buckingham, Prichard et Whiffen [103], puis d'autres équipes, pour effectuer la mesure de l'effet Cotton-Mouton de gaz [94]. Dans ces dispositifs on renonce à mesurer directement  $n_{\parallel}$  ou  $n_{\perp}$ , les indices de réfraction dans la direction parallèle ou perpendiculaire au champ appliqué, mais on mesure leur différence  $\Delta n$  en mesurant l'ellipticité  $\Psi$  acquise par la lumière. Cette ellipticité, pour une lumière de longueur d'onde  $\lambda$  linéairement polarisée à un angle  $\theta$  par rapport à la direction du champ **B** appliqué sur une région de longueur  $L_B$ , est

$$\Psi = \pi \frac{L_B}{\lambda} \sin 2\theta \Delta n = \pi \frac{L_B}{\lambda} \sin 2\theta k_{\text{CM}} B^2. \quad (1.10)$$

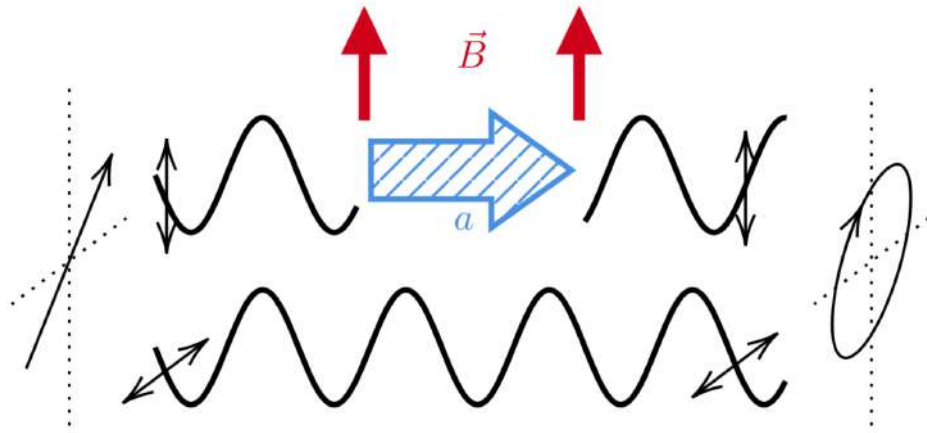


**FIGURE 1.12** – La proposition de Iacopini et Zavattini pour mesurer la biréfringence magnétique du vide en utilisant une technique polarimétrique. La lumière d’un laser, LR, est polarisée par un premier polariseur, N1, la polarisation est ensuite modulée par un modulateur d’ellipticité – constitué d’une cellule de Faraday, FC, et d’une lame quart d’onde, QW – une cavité optique, OC, est utilisée pour augmenter le signal dû au champ magnétique transverse, MA. Finalement la polarisation finale est analysée par un second polariseur, N2, et deux photodiodes, PIN et PM.

La lumière avant de passer dans le champ magnétique, passe à travers un modulateur de Faraday et lame quart d’onde pour moduler l’ellipticité à une fréquence  $\nu_{mod}$ . La polarisation est finalement analysée par un prisme polarisant croisé à  $90^\circ$  de la position initiale et la lumière est détectée par deux photodiodes. On peut montrer [94] que le signal de la photodiode contient une modulation à la fréquence  $\nu_{mod}$  avec une amplitude proportionnelle à  $\Psi$ , c’est une technique homodyne. Ce montage est essentiellement limité par la biréfringence statique toujours présente dans le système optique [94]. Avec un dispositif de ce type, l’équipe de Hüttner a pu parvenir à une sensibilité, sur la mesure de  $\Delta n$ , de  $2.5 \times 10^{-16} \text{ T}^{-2}$  [104].

La principale innovation de la proposition de 1979 [97] consiste à introduire une modulation supplémentaire à la fréquence  $\nu_m$  du signal en ellipticité  $\Psi$  en modulant le courant d’alimentation de la bobine produisant le champ  $\mathbf{B}$  [98]. C’est une technique hétérodyne, le signal de la photodiode contient des modulations aux fréquences  $\nu_{\pm} = \nu_{mod} \pm \nu_m$  [94]. Le chemin optique dans la région sujette au champ magnétique est aussi augmenté en utilisant des cavités optiques multipassages non résonantes [97,98]. La sensibilité du dispositif est donc améliorée et il a été possible de mesurer pour la première fois l’effet Cotton-Mouton du néon [105] et de l’hélium [93] grâce à une expérience effectuée au Brookhaven National Laboratories, NY (USA) [98]. La valeur de  $B^2$  était proche de  $4 \text{ T}^2$  et le chemin optique long de plus de un kilomètre. Pour le vide, même si les résultats sont toujours compatibles avec zéro, les expérimentateurs sont néanmoins arrivés à “seulement” cinq ordres de grandeur de l’effet Cotton-Mouton prédit par l’électrodynamique quantique.

En fait, l’expérience de Brookhaven n’était pas seulement motivée par l’effet QED mais aussi par le fait que la vitesse de la lumière pourrait être affectée par la présence d’un champ magnétique en raison de l’existence de particules prédites au-delà du modèle standard. Comme étudié en premier dans [106], des particules hypothétiques, les axions [107], peuvent se coupler avec les photons par le champ magnétique. Un photon pendant sa propagation dans le champ magnétique peut ainsi devenir une particule semblable à un

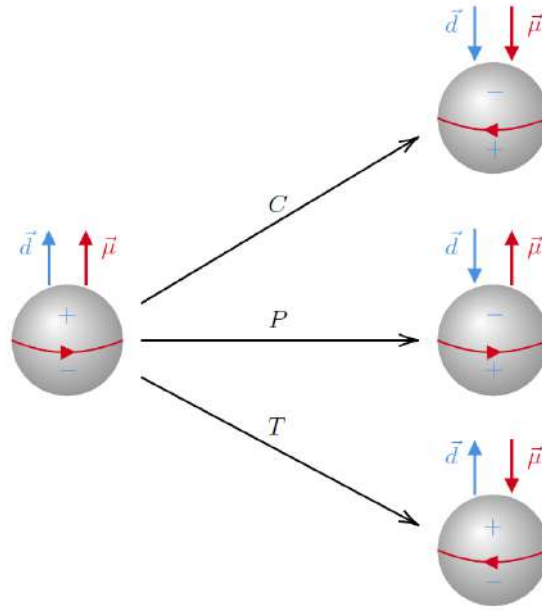


**FIGURE 1.13** – L’axion, une particule hypothétique, pourrait contribuer à la biréfringence magnétique du vide. En effet, le champ magnétique transverse peut produire des axions selon la polarisation de la lumière. Comme les axions sont massifs, ils se déplacent à une vitesse inférieure à celle de la lumière et quand ils redeviennent des photons ils induisent une différence de phase dans seulement une direction de polarisation. Cela correspond à une biréfringence.

axion, ou plus généralement un ALP (*Axion Like Particle* c’est-à-dire une particule aux caractéristiques semblables à celles de l’axion introduit par Peccei et Quinn [107]). Ces particules se propageant à une vitesse plus basse que la vitesse de la lumière, les ALPs étant massifs, interagissent ensuite avec le champ magnétique et deviennent des photons de nouveau. Comme seulement les photons polarisés parallèlement avec le champ magnétique peuvent osciller en ALPs, alors  $n_{\parallel} \neq n_{\perp}$ , ce qui correspond à une biréfringence, voir la Fig. 1.13.

Les axions ont été introduit pour résoudre ce qui est appelé le problème de CP fort *i.e.* pourquoi la théorie chromodynamique quantique semble-t-elle préserver la symétrie CP? En effet, cette théorie introduit un terme brisant la symétrie CP, la combinaison de la conjugaison de charge (C), échangeant une particule pour son antiparticule, et de parité (P), une inversion d’espace. Une des conséquences de la brisure de cette symétrie est de donner un moment dipolaire électrique au neutron, mais, expérimentalement, sa valeur est nulle [108]. Pour expliquer cette différence, le terme brisant la symétrie CP doit être annulé en prenant une valeur spécifique parmi toutes les valeurs possibles, c’est un problème d’« *accordage fin* » (« *fine tuning* »). Il a été proposé [107] d’ajouter un nouveau champ pseudo-scalaire annulant par construction le terme brisant la symétrie CP. La nouvelle particule associée à ce champ, l’axion, étant massive, est également un bon candidat pour la matière constituant la matière noire de l’univers [109–111]. La Fig. 1.14 montre comment un moment dipolaire électrique du neutron brise la symétrie CP.

La fin de l’expérience de Brookhaven est aussi le début d’une nouvelle expérience, *Polarizzazione del Vuoto con LASer* (PVLAS), dont les résultats finaux ont été publiés en 2020 après plus de 25 ans de travail [101]. La limite rapportée est la meilleure jamais



**FIGURE 1.14** – Représentation des transformations de symétrie C, P et T sur un neutron avec un dipôle électrique  $\vec{d}$  et magnétique  $\vec{\mu}$ . Le Modèle Standard prédit une violation de la symétrie CP et donc un dipôle électrique non nul pour le neutron également. Mais, les expériences trouvent un moment nul, c'est le problème de CP fort.

atteinte,  $k_{\text{CM}} = (1.8 \pm 8.1) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$ . Le résultat de PVLAS est toujours compatible avec zéro mais à un niveau qui montre clairement que la biréfringence magnétique du vide prédite par la QED n'est pas inatteignable expérimentalement. Une des particularités de cette expérience est l'utilisation d'aimants continus, permanents ou supraconducteurs, et de les faire tourner pour moduler l'effet, plutôt que de moduler le courant d'alimentation comme cela était fait dans l'expérience de Brookhaven. Tourner l'aimant correspondant à faire tourner l'axe de biréfringence, l'angle  $\theta$  de l'Eq. 1.10, et donc de moduler l'ellipticité à mesurer. Également, plutôt que d'utiliser une cavité multipassage, cette expérience utilise une cavité Fabry-Perot résonante.

De nos jours, en dépit du fait que de nombreuses propositions expérimentales ont été avancées [95], seulement deux expériences sont en activités : *Biréfringence Magnétique du Vide* (BMV) [99] et *Observing Vacuum with Laser* (OVAL) [100]. Toutes deux basées sur l'utilisation de champ pulsés, comme cela a été suggéré pour la première fois dans la référence [112], une technique qui en principe permet d'atteindre des champs plus grand que 10 T modulés rapidement dans le temps. Cela présente certainement des avantages mais crée également un certain nombre de problèmes techniques qui n'ont pas encore permis d'atteindre le niveau de sensibilité de PVLAS en utilisant des champs pulsés.

Alors, la vitesse de la lumière dans le vide change-t-elle en présence d'un champ magnétique ?

Selon la QED la réponse est oui. Elle change de quelques  $10^{-24}$  dans un champs de 1 T

selon la direction de polarisation de la lumière. Il a été prouvé que les prédictions de la QED sont correctes de manière très précise pour les particules chargées et les systèmes liés. Dans ce type d'expériences, les ondes électromagnétiques et leur particule constitutive, le photon, sont généralement utilisées comme sondes, par exemple pour mesurer les corrections QED à un niveau d'énergie. Ici, le comportement des champs électromagnétiques eux-mêmes est modifié selon la QED et, de plus, alors que tous les autres phénomènes sont microscopiques, la variation prédite de la vitesse de la lumière est l'une des rares manifestations macroscopiques de la QED. Dans un sens, la QED est basée sur la relativité restreinte, censée se débarrasser de l'idée d'éther, mais elle a abouti assez curieusement à une nouvelle forme du concept d'éther avec une sensibilité à la présence de champs électromagnétiques exactement comme, par exemple, une quantité macroscopique de gaz d'hélium.

Peut-on s'attendre à ce que les prédictions dans le secteur des photons ne soient pas aussi précises que pour les particules chargées et les systèmes liés ? La question est plus grande que l'exactitude de la QED, peut-être résistera-t-elle aux tests toujours plus poussés des physiciens. Si tel est le cas la QED sera une théorie remarquable pour son exactitude. Seulement la propagation des photons n'est pas uniquement affectée par ce que nous connaissons, elle l'est également par ce qu'il nous reste à découvrir.

---

Après ce chapitre tourné vers le passé qui explique les racines de notre recherche, il est maintenant temps de discuter des aspects techniques des efforts actuels entrepris dans le but de mesurer la biréfringence magnétique du vide. Dans le chapitre 2, les différentes parties du dispositif expérimental de l'expérience BMV sont détaillées. Dans le chapitre 3 est présenté une étude par méthode Monte Carlo des dernières données publiées par l'équipe BMV en 2014. Dans le chapitre 4 est présenté les premières mesures avec la nouvelle bobine pour établir la sensibilité de la nouvelle version de l'expérience, le bruit induit par une impulsion  $y$  est étudié. Dans le chapitre 5, une étude expérimentale du bruit optique de l'expérience est présentée, le bruit de biréfringence limitant les expériences  $y$  est mis en évidence et par une collaboration industrielle l'origine de la biréfringence des miroirs est sondée. Le chapitre 6 expose des pistes d'amélioration du dispositif expérimental dans l'objectif d'atteindre la sensibilité nécessaire à la mesure de la biréfringence magnétique du vide. Finalement, le chapitre 7 apportera des conclusions à ces travaux.



## Chapitre 2

### L'expérience BMV



Toutes les expériences dévouées à la mesure de la biréfringence magnétique du vide sont basées sur des variations de la technique polarimétrique proposée par E. Iacopini et E. Zavattini en 1979 [97], présentée dans le chapitre précédent. Je vais ici détailler les différents aspects de l'expérience dans laquelle j'ai pris part, l'expérience BMV (*Biréfringence Magnétique du Vide*). Certains aspects des expériences BFRT (*Brookhaven - Fermilab - Rochester - Trieste*), PVLAS (*Polarizzazione del Vuoto con LASer*) et OVAL (*Observing VAcuum with Laser*) seront aussi abordés.

Dans la littérature, des revues détaillées du domaine de la QED en champs extérieurs existent, on citera ici de façon non exhaustive une revue de 2013 [59] et une plus récente de 2023 [113]. Dans la suite de ce chapitre, je vais me concentrer sur la mesure de la biréfringence magnétique du vide par polarimétrie et donner une vue d'ensemble des techniques expérimentales développées à Toulouse.

## 2.1 Mesure de biréfringence par polarimétrie

### 2.1.1 Ellipticité induite par un milieu biréfringent

Le principe de base de tous les polarimètres dédiés à la mesure d'une biréfringence est de propager dans un milieu biréfringent de la lumière polarisée rectilignement à l'aide d'un premier polariseur, puis d'analyser la polarisation résultante avec un second polariseur croisé.

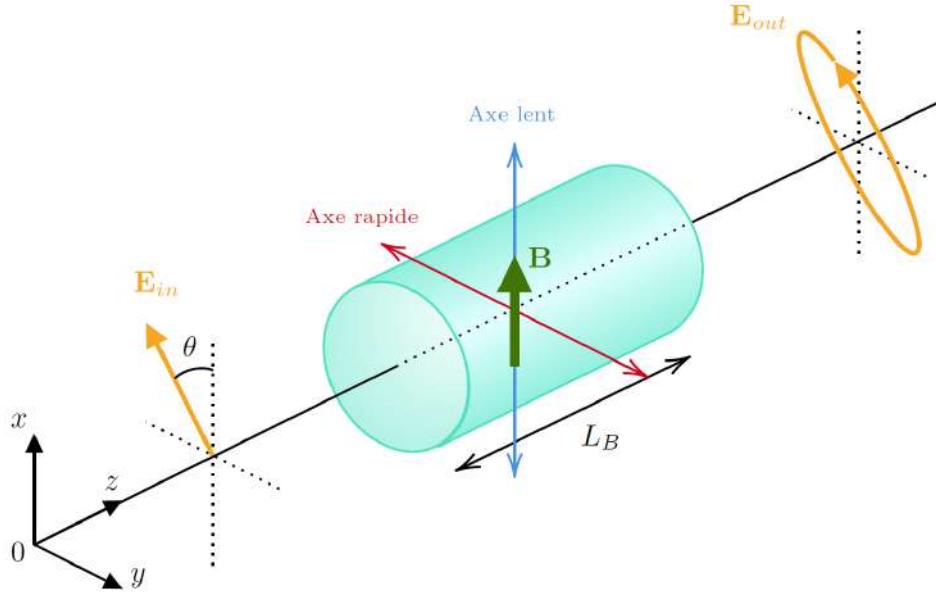
On considère ainsi une lumière se propageant selon l'axe  $z$  dont la direction du champ électrique, définissant par convention la direction de la polarisation, forme un angle  $\theta$  avec l'axe  $x$ . On peut ainsi écrire le champ électrique incident comme

$$\mathbf{E}_{in} = E_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

où  $E_0$  est l'intensité du champ électrique et  $\omega$  sa pulsation, ce vecteur est illustré dans la Fig. 2.1. Dans la même figure est illustré le milieu biréfringent caractérisé par ses deux axes neutres, alignés sur les axes  $x$  et  $y$ , avec respectivement pour indices de réfraction  $n_{\parallel}$  et  $n_{\perp}$ , pour rappeler la notation utilisée dans le chapitre précédent pour l'effet Cotton-Mouton du vide.

Les composantes de la polarisation le long de ces axes accumulent des phases différentes, la polarisation quittant le milieu de longueur  $L_B$  est donc

$$\mathbf{E}_{out} = E_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} e^{-2\pi i L_B n_{\parallel} / \lambda} \cos \theta \\ e^{-2\pi i L_B n_{\perp} / \lambda} \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} = E_0 e^{i\omega t} e^{-2\pi i L_B n_{\perp} / \lambda} \begin{pmatrix} e^{-i\delta} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$



**FIGURE 2.1** – Effet d’une biréfringence linéaire, ici induite par un champ magnétique transverse  $\mathbf{B}$ , sur une polarisation rectiligne. Les composantes selon les deux axes propres du milieu sont déphasées ; en sortie, la polarisation est elliptique.

où l’on a fait apparaître le déphasage  $\delta$  entre les composantes

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} L_B \Delta n \quad (2.3)$$

avec  $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$ . On peut montrer alors [92, 114] que la polarisation parcourt une ellipse dont l’ellipticité, définie comme le rapport du demi-petit axe sur le demi-grand axe, est

$$\psi = \frac{\delta}{2} \sin 2\theta = \frac{\pi}{\lambda} L_B \Delta n \sin 2\theta \quad (2.4)$$

si  $\delta \ll 1$ . Notons que les axes de l’ellipse sont également tournés d’un angle  $\xi$  donné par

$$\tan 2\xi = \tan 2\theta \cos \delta, \quad (2.5)$$

cependant dans la même condition des petits déphasages nous voyons que  $\xi \approx \theta$ .

Un second polariseur est placé après le milieu biréfringent en position croisée avec le premier, avec ainsi un angle de  $\theta - \pi/2$ . On peut exprimer le vecteur  $\mathbf{E}_{out}$  dans la base de l’analyseur par une rotation de  $\theta - \pi/2$  dans le plan  $xOy$ , on a ainsi

$$\mathbf{E}'_{out} = R\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \mathbf{E}_{out} = E'_0 \begin{pmatrix} \sin \theta & -\cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\delta} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

avec  $E'_0 = E_0 e^{i\omega t} e^{-2\pi i L_B n_{\perp} / \lambda}$  et en abandonnant la composante  $z$  toujours identiquement

nulle. Avec des développements trigonométriques on obtient

$$\mathbf{E}'_{out} = E'_0 e^{-i\delta/2} \begin{pmatrix} -i \sin(\delta/2) \sin(2\theta) \\ \cos(\delta/2) - i \sin(\delta/2) \cos(2\theta) \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Les intensités ordinaires et extraordinaires peuvent être déduites grâce à ce vecteur, en effet on a dans notre cas

$$\mathbf{E}_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{E}'_{out} \quad \text{et} \quad \mathbf{E}_e = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}'_{out}. \quad (2.8)$$

En définissant les intensités comme  $P_t = |\mathbf{E}_t|^2$  et  $P_e = |\mathbf{E}_e|^2$  et en considérant le cas  $\delta \ll 1$  nous obtenons

$$P_t \approx E_0^2 \left( 1 + \left( \frac{\delta}{2} \cos 2\theta \right)^2 \right) \quad \text{et} \quad P_e \approx E_0^2 \left( \frac{\delta}{2} \sin 2\theta \right)^2, \quad (2.9)$$

comme  $|E'_0|^2 = E_0^2$ . En prenant le rapport des intensités on obtient

$$\frac{P_e}{P_t} = \frac{\left( \frac{\delta}{2} \sin 2\theta \right)^2}{1 + \left( \frac{\delta}{2} \cos 2\theta \right)^2}, \quad (2.10)$$

en négligeant les termes en  $\delta^4$  et de puissances supérieures, en utilisant l'Eq. 2.4 et en notant que les polariseurs ne sont pas parfaits et présentent un taux d'extinction  $\sigma^2$ , on obtient

$$\frac{P_e}{P_t} = \sigma^2 + \psi^2. \quad (2.11)$$

Ainsi, en connaissant le taux d'extinction des polariseurs et avec deux photodiodes pour mesurer les puissances  $P_t$  et  $P_e$ , il est possible de mesurer  $\psi$  et donc  $\Delta n$ .

### 2.1.2 Méthodes de mesure d'ellipticité

C'est avec cette approche que les premières mesures quantitatives des effets Cotton-Mouton ont été effectuées, notamment par Cotton et Mouton eux-mêmes [77]. En plus des deux polariseurs, ils utilisèrent une lame quart d'onde alignée pour transformer les ellipticités induites par leurs échantillons en rotation. Avec un tel dispositif, en considérant un taux d'extinction moderne de  $\sigma^2 \sim 10^{-8}$  et en considérant que l'on peut résoudre un  $\psi^2$  valant 1% de  $\sigma^2$ , la valeur d'ellipticité que l'on peut espérer mesurer avec un tel dispositif est de  $\psi \sim 10^{-5}$  rad. À titre d'exemple, suivant l'Eq. 2.4, pour une longueur d'onde  $\lambda = 1064$  nm et un aimant de champ  $B = 5$  T long de  $L_B = 1$  m, l'ellipticité induite par la biréfringence magnétique du vide est  $\psi \sim 3 \times 10^{-16}$  rad.

Fréquence	Amplitude	Phase
0 (DC)	$\sigma^2 + \eta_0^2/2 + \psi^2$	0
$\nu_m$	$2\eta_0\psi$	$\theta_m$
$2\nu_m$	$\eta_0^2/2$	$2\theta_m - \pi/2$

**TABLE 2.1** – Composantes en fréquence du rapport des intensités  $P_e/P_t$  dans une technique homodyne.

Une façon d'améliorer cette sensibilité est d'ajouter une biréfringence constante, en ajoutant une seconde ellipticité à côté de celle que l'on souhaite mesurer, on note  $\eta_{DC}$  cette ellipticité. Comme les petites ellipticités s'ajoutent<sup>4</sup>, le rapport des intensités devient

$$\frac{P_e}{P_t} = \sigma^2 + (\eta_{DC} + \psi)^2. \quad (2.12)$$

La mesure se fait par rapport à  $\eta_{DC}$  si  $\eta_{DC}^2 \gg \sigma^2$ , pour  $\eta_{DC} \sim 10^{-3}$  rad par exemple. Les mesures dans l'oxygène et l'azote sous pression de Belling et Cotton sont faites dans cette configuration. Ils utilisent un couple polariseur-analyseur croisés et une lame compensatrice qu'ils ajustent pour annuler l'effet de leur gaz en obtenant la condition  $\eta_{DC} + \psi = 0$ . En sachant de combien ils tournent leur lame ils connaissent  $\eta_{DC}$  et donc déterminent l'effet du gaz en question [115].

Or, quand les ellipticités à mesurer  $\psi$  diminuent, la sensibilité devient limitée par un bruit en ellipticité. Typiquement, la dépendance en fréquence de ce bruit est en  $1/f$ . Ainsi, pour gagner en sensibilité, il est intéressant de déplacer le signal à haute fréquence où le bruit est plus faible.

Une façon d'effectuer ce déplacement de signal est de moduler dans le temps la biréfringence que l'on ajoute. Typiquement on a  $\eta(t) = \eta_0 \sin(2\pi\nu_m t + \theta_m)$  avec  $\nu_m$  la fréquence de modulation,  $\theta_m$  sa phase et  $\eta_0$  sa profondeur. Une telle technique dite homodyne a ainsi été utilisée par Buckingham, Prichard et Whiffen pour mesurer les effets Cotton-Mouton de gaz en 1967 [103]. Dans leur expérience l'ellipticité à mesurer est d'abord transformée en rotation au moyen d'une lame quart d'onde. Puis, un rotateur de Faraday est utilisé pour ajouter une rotation périodique et apporter la modulation. Pour effectuer la mesure, ils utilisent un second rotateur de Faraday pour compenser la rotation due à la biréfringence magnétique de leur gaz d'étude. Ils n'utilisent donc pas le rapport des intensités  $P_t$  et  $P_e$  pour effectuer leur mesure. Il est possible de les utiliser, le rapport des intensités est

$$\begin{aligned} \frac{P_e}{P_t} &= \sigma^2 + (\eta(t) + \psi)^2 = \sigma^2 + \eta(t)^2 + 2\eta(t)\psi + \psi^2 \\ &= \sigma^2 + \frac{\eta_0^2}{2} + \psi^2 + 2\eta_0\psi \sin(2\pi\nu_m t + \theta_m) - \frac{\eta_0^2}{2} \cos(4\pi\nu_m t + 2\theta_m). \end{aligned} \quad (2.13)$$

---

4. Voir l'annexe A

Fréquence	Amplitude	Phase
0 (DC)	$\sigma^2 + \Gamma^2 + \eta_0^2/2 + \psi_0^2/2$	0
$\nu_B$	$2\Gamma\psi_0$	$\theta_B$
$2\nu_B$	$\psi_0^2/2$	$2\theta_B - \pi/2$
$\nu_m$	$2\Gamma\eta_0$	$\theta_m$
$\nu_m \pm \nu_B$	$\eta_0\psi_0$	$\theta_B \pm (\theta_m - \pi/2)$
$2\nu_m$	$\eta_0^2/2$	$2\theta_m - \pi/2$

**TABLE 2.2** – Composantes en fréquence du rapport des intensités  $P_e/P_t$  dans la technique hétérodyne proposée par Iacopini et Zavattini.

Les composantes aux différentes fréquences sont regroupées dans la table 2.1. Le signal  $\psi$  est donc calculé comme

$$\psi = \frac{A_{\nu_m}}{2\sqrt{2A_{2\nu_m}}} \quad (2.14)$$

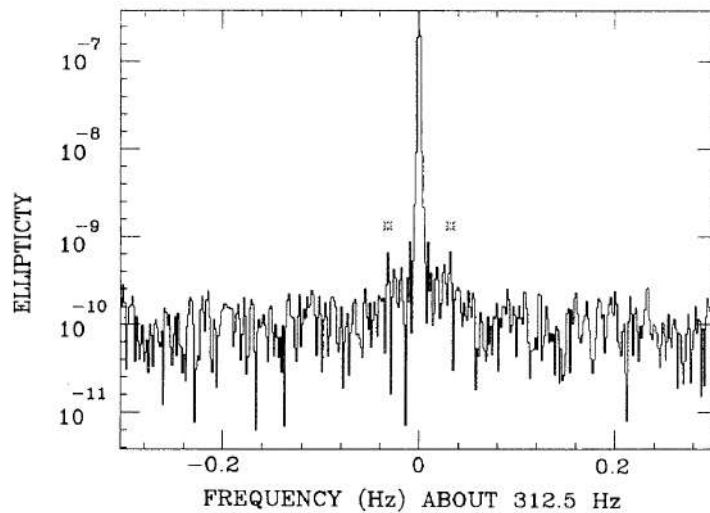
à partir de l'amplitude du rapport  $P_e/P_t$  aux fréquences  $\nu_m$  et  $2\nu_m$ ,  $A_{\nu_m} = 2\eta_0\psi$  et  $A_{2\nu_m} = \eta_0^2/2$ . La mesure de l'ellipticité est dans cette méthode essentiellement limitée par la biréfringence statique des éléments optiques  $\Gamma$  toujours présente dans ces expériences comme cela sera détaillé longuement dans ce mémoire de thèse car c'est un point crucial pour tous ces types d'expériences. En effet, l'ellipticité mesurée dans l'Eq. 2.14 ne sera alors plus  $\psi$  mais  $\psi + \Gamma$ . Dans le cas de la mesure de biréfringence magnétique,  $\psi$  peut être mesurée en prenant la différence de la mesure avec et sans champ magnétique – ce dernier cas revenant à fixer  $\psi = 0$  et à mesurer  $\Gamma$  – et ainsi il est possible de mesurer  $\psi$  de l'ordre de 1% de  $\Gamma$ . Même si  $\Gamma$  peut être réduit dans une certaine mesure, à cause de cette biréfringence statique  $\Gamma$ , un bruit en  $1/f$  se trouve également de part et d'autre du pic à  $\nu_m$  et limite la sensibilité en ellipticité.

L'originalité de la proposition de Iacopini et Zavattini de 1979 [97] pour contourner cette biréfringence statique et gagner en sensibilité est d'ajouter une modulation du signal  $\psi(t) = \psi_0 \sin(2\pi\nu_B t + \theta_B)$  en modulant le courant d'alimentation de l'aimant ou en le faisant tourner sur son axe. Dans ce cas, le rapport des intensités devient

$$\begin{aligned} \frac{P_e}{P_t} &= \sigma^2 + (\Gamma + \eta(t) + \psi(t))^2 \\ &= \sigma^2 + \Gamma^2 + \eta(t)^2 + 2\eta(t)\psi(t) + 2\Gamma\eta(t) + 2\Gamma\psi(t) + \psi(t)^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

On peut montrer alors que le signal présente des composantes aux fréquences rassemblées dans la table 2.2, le signal se trouvant aux fréquences  $\nu_m \pm \nu_B$  typique d'une technique hétérodyne. Dans cette méthode on remarque que le signal  $\psi$ , calculé suivant

$$\psi = \frac{A_{\nu_m \pm \nu_B}}{\sqrt{2A_{2\nu_m}}}, \quad (2.16)$$



**FIGURE 2.2** – Exemple de spectre obtenu par l’expérience BFRT autour de leur fréquence de modulation  $\nu_m = 312.5$  Hz avec une modulation du signal  $\nu_B = 32.044$  mHz. Extrait de [98].

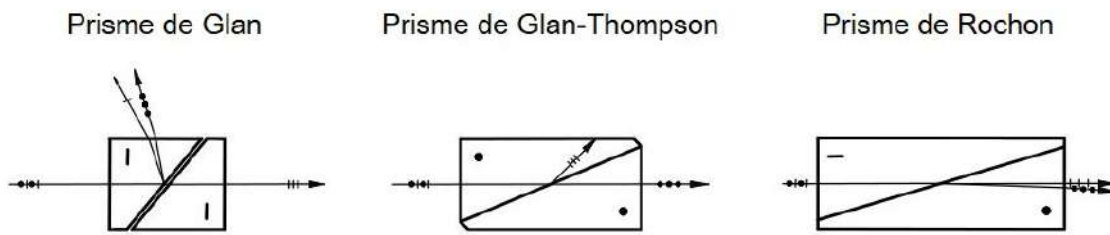
ne dépend plus de  $\Gamma$ . Cependant, la présence du bruit en  $1/f$  autour du pic central de fréquence  $\nu_m$  limite toujours la sensibilité. On peut observer ce bruit en  $1/f$  dans les données publiées de l’expérience BFRT Fig. 2.2. À cause de la dépendance en  $1/f$  de ce bruit, il est intéressant d’avoir un  $\nu_B$  aussi grand que possible, seulement il est difficile techniquement d’avoir une fréquence  $\nu_B$  plus grande que quelques Hz avec des aimants permanents ou supraconducteurs. Comme l’amplitude du pic à  $\nu_m$  est égale à  $2\Gamma\eta_0$ , voir table 2.2, et que le bruit en  $1/f$  part de cette valeur, réduire l’amplitude diminuera le niveau de bruit aux fréquences  $\nu_m \pm \nu_B$ . Il est possible de réaliser cela en réduisant la profondeur de modulation  $\eta_0$ .

L’expérience PVLAS, comme BFRT, utilise une telle approche hétérodyne.

Comme la meilleure sensibilité est obtenue pour  $\eta_0 \rightarrow 0$ , un changement de paradigme a été avancé en 1998 par C. Rizzo [112]. Il émet l’idée de ne pas moduler l’ellipticité, fixant ainsi  $\eta_0 = 0$ , et de moduler uniquement le signal. Ne pas utiliser de modulateur d’ellipticité a également l’avantage de simplifier le chemin optique. Pour moduler le signal, il est suggéré d’utiliser des aimants pulsés. Cette technique, basée sur la délivrance d’un fort courant pendant un temps court, de l’ordre de grandeur de la milliseconde, module ainsi le signal jusqu’à plusieurs centaines de Hz. De plus, la nature pulsée de la méthode permet d’atteindre des champs magnétiques maximaux plus élevés augmentant également le signal à mesurer. Il a été démontré qu’avec cette configuration, une technique homodyne, en présence d’une biréfringence intrinsèque de l’ellipsomètre  $\Gamma$  et son bruit, la sensibilité est équivalente avec celle de la technique hétérodyne [116].

Cette approche originale donnera naissance à l’expérience BMV, basée à Toulouse. Plus tard, l’expérience OVAL adoptera la même démarche.

Malgré des différences dans les méthodes d’extraction du signal, les expériences dé-



**FIGURE 2.3** – Schéma de principe des polariseurs de Glan (type Glan-Taylor ou Glan laser), Glan-Thompson et Rochon. La direction des axes de biréfringence des cristaux est indiquée par un trait ou un point.

vouées à la mesure de la biréfringence magnétique du vide étant au fond des ellipsomètres de précision, elles partagent des éléments communs. Dans les sections suivantes, ces éléments sont détaillés.

## 2.2 Polariseurs

Les polariseurs sont essentiels à toute mesure de polarisation. Dans chaque expérience un couple de polariseur-analyseur croisés est présent pour analyser l'état de polarisation de la lumière dans le but d'extraire le signal d'intérêt. Comme le taux d'extinction des polariseurs  $\sigma^2$  intervient quelque soit la méthode utilisée pour extraire le signal  $\psi$ , il est fondamental et une erreur dans sa détermination se répercutera dans le signal final. Une façon de minimiser son impact est de réduire sa valeur. En effet, une erreur sur  $\sigma^2$  sera toujours une fraction de sa valeur.

Le principe de quelques types de polariseurs est représenté dans la Fig. 2.3<sup>5</sup>. Tous trois sont formés de deux prismes taillés dans un matériau biréfringent utilisant la réflexion à leur interface pour polariser le faisceau. Dans le cas du prisme de Glan-Thompson, les deux prismes sont accolés et la réflexion interne est totale. Les deux prismes d'un polariseur de type Glan – aussi dit Glan-Taylor ou Glan laser – sont séparés par de l'air, l'absence de colle optique rend leur utilisation plus adéquat sous vide mais l'espacement induit de multiples réflexions réduisant le taux d'extinction de ces derniers. Ainsi pour les polariseurs de type Glan laser, le taux d'extinction garanti par le fabricant est de  $2 \times 10^{-5}$  alors qu'il est de  $10^{-6}$  pour les Glan-Thompson. Les prismes de Rochon sont taillés pour avoir leurs axes de biréfringence orthogonaux, ainsi à l'interface seulement le faisceau extraordinaire est réfracté, le taux d'extinction est de  $10^{-5}$ .

À notre connaissance, les meilleurs taux d'extinction rapportés sont de quelques  $10^{-10}$  avec des polariseurs de type Glan-Taylor [117]. Pour atteindre de telles valeurs, les auteurs

5. Cette figure est adaptée du site de Bernhard Halle Nachfl., <https://www.b-halle.de/products/polarizers.html>

utilisent des rotations précises utilisant un élément piézoélectrique faisant levier sous les polariseurs et une monture tip-tilt sur le premier polariseur pour régler la normalité du faisceau. Ils utilisent également des diaphragmes autour de leurs éléments optiques pour réduire la lumière diffusée arrivant à leur détecteur et réduisant ainsi le taux d'extinction. Lors de la mesure de l'effet Cotton-Mouton de gaz, ils rapportent une valeur record du taux d'extinction de  $\sigma^2 = (2.73 \pm 0.03) \times 10^{-10}$  [118].

Pour le cas de l'expérience BMV les polariseurs sont de type Glan laser de la marque Karl Lambrecht dont le taux d'extinction est usuellement mesuré de l'ordre de  $2 \times 10^{-8}$  à  $1 \times 10^{-7}$  et peut descendre jusqu'à quelques  $10^{-9}$ , les variations étant imputées à des angles d'incidence du faisceau sur les polariseurs variant en fonction des conditions expérimentales [92].

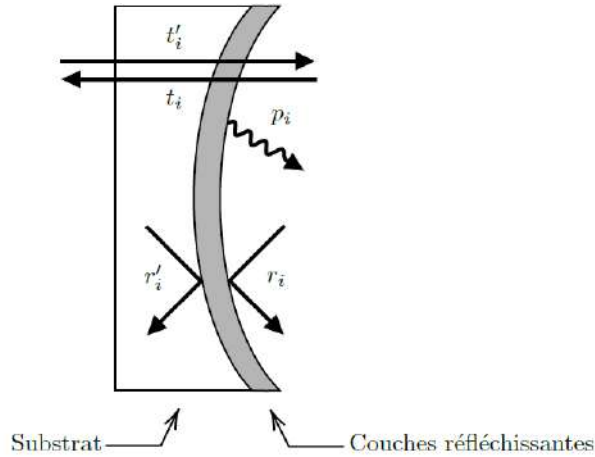
L'équipe a échangé avec des constructeurs, Karl Lambrecht Corporation et Bernhard Halle Nachfl., sur la possibilité de fabriquer des polariseurs avec des taux d'extinction garanti plus bas,  $\sigma^2 \sim 10^{-8}$ , avec un traitement anti-reflet. À cause de leurs procédés de fabrication, ils ne peuvent garantir ces deux conditions simultanément. En effet, le dépôt du traitement antireflet peut augmenter la rugosité de surface et induire des diffusions dégradant le taux d'extinction.

Il a aussi été discuté d'utiliser les deux prismes d'un polariseur de Glan séparément comme polariseur et analyseur améliorant ainsi le taux d'extinction en réduisant la quantité de cristal, éventuellement imparfait, traversée. En effet, le deuxième prisme d'un polariseur de Glan sert uniquement à compenser la réfraction du faisceau transmis. En les séparant et les croisant, le second prisme se comportera plus comme un prisme de Rochon, où le faisceau ordinaire et extraordinaire sont tous deux transmis mais séparés angulairement. Ce fait, en plus de la forte réfraction du faisceau transmis par le premier prisme, demanderait de revoir en profondeur les éléments optiques avant et après les prismes. De plus, permettre une rotation des prismes en gardant l'alignement optique serait un véritable défi. Pour ces raisons, même si cette idée n'est pas totalement écartée, l'expérience BMV utilise deux polariseurs Glan non modifiés.

## 2.3 Cavité optique

Pour augmenter le nombre de passages de la lumière dans le milieu biréfringent, et ainsi l'ellipticité acquise et par conséquent le signal à mesurer, la proposition originelle de 1979 suggère d'utiliser une cavité optique. Dans les différentes mises en pratique de la proposition, des cavités résonantes comme non résonantes ont été utilisées.





**FIGURE 2.4** – Illustration des coefficients en amplitude de transmission, réflexion et pertes d'un miroir interférentiel.

### 2.3.1 Cavité Fabry-Perot résonante

L'expérience BMV utilise une cavité Fabry-Perot résonante dans le but d'augmenter grandement le nombre de réflexions dans la région où le champ magnétique règne. Dans cette configuration, deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont placés face à face, séparés d'une distance  $L_c$ .

Chaque miroir est défini par

- Son coefficient de réflexion en amplitude  $r_i$ , et en intensité  $R_i = |r_i|^2$ ,
- Son coefficient de transmission en amplitude  $t_i$ , et en intensité  $T_i = |t_i|^2$ ,
- Son coefficient de pertes en amplitude  $p_i$ , et en intensité  $P_i = |p_i|^2$ , tel que  $T_i + R_i + P_i = 1$ , les sources de pertes peuvent être des diffusions sur les surfaces ou de l'absorption.

Comme illustré dans la Fig. 2.4, quand l'onde incidente provient du côté substrat, on note les coefficients de transmission et de réflexion d'un prime '.

La partie réfléchissante des miroirs est un empilement alterné de couches diélectriques d'indice de réfraction  $n_1$  et  $n_2$ , et d'épaisseur  $h_1$  et  $h_2$ , choisies pour que  $n_1 h_1 = n_2 h_2 = \lambda/4$ , assurant des interférences constructives des ondes réfléchies par chaque interface et ainsi une réflectivité maximale. De tels miroirs sont donc conçus pour une longueur d'onde  $\lambda$  précise.

On considère que nos deux miroirs sont placés dans le vide le long de l'axe  $z$  et qu'une onde plane monochromatique de pulsation  $\omega = kc = 2\pi c/\lambda$  est incidente au premier miroir. On écrit le champ électrique de cette onde comme  $E_{in}(t) = E_0 e^{i\omega(z/c-t)}$  où  $E_0$  est l'amplitude incidente, avec le premier miroir placé à l'origine. On ne considère pour le moment pas l'aspect vectoriel de la lumière et on étudiera ultérieurement l'impact de la cavité sur l'état de polarisation. L'onde incidente entre dans la cavité avec une amplitude  $t_1' E_{in}(t)$ , parcourt la distance  $L_c$ , et sort de la cavité avec une amplitude  $t_1' t_2 E_0 e^{i\omega(L_c/c-t)}$ .

Une partie de l'amplitude est réfléchi par le second miroir, parcourt  $L_c$ , est réfléchi par le premier miroir et parcourt de nouveau  $L_c$  avant d'être transmis par le second miroir, l'onde sortante est alors  $t'_1 r_2 r_1 t_2 E_0 e^{i\omega(3L_c/c-t)}$ . Le nombre de tels aller-retours étant infini, pour obtenir l'amplitude sortant de la cavité il faut tous les additionner si bien que

$$E_t(t) = t'_1 t_2 E_0 e^{i\omega(L_c/c-t)} \left( \sum_{p=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{i\omega 2L_c/c})^p \right), \quad (2.17)$$

ce qui est égal à

$$E_t(t) = E_0 e^{-i\omega t} \frac{t'_1 t_2 e^{i\omega L_c/c}}{1 - r_1 r_2 e^{i\omega 2L_c/c}}. \quad (2.18)$$

On peut alors définir le coefficient de transmission en amplitude de la cavité  $t_c(\omega)$  comme

$$t_c(\omega) = \frac{E_t(t)}{E_{in}(t)} = \frac{t'_1 t_2 e^{i\omega L_c/c}}{1 - r_1 r_2 e^{i\omega 2L_c/c}}, \quad (2.19)$$

on peut aussi définir le coefficient de transmission en intensité

$$T_c(\omega) = |t_c(\omega)|^2 = \frac{(t'_1 t_2)^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2(\omega L_c/c)}. \quad (2.20)$$

Ce dernier décrit la fonction d'Airy en fonction de la fréquence, que l'on a représenté dans la Fig. 2.5. C'est une fonction périodique qui présente des maxima pour les fréquences de l'onde incidente valant

$$\nu_q = q\Delta_{ISL} = q\frac{c}{2L_c} \quad (2.21)$$

avec  $q$  un entier et où l'on a introduit l'intervalle spectral libre  $\Delta_{ISL}$ , l'espacement entre deux maxima.

Le maximum atteint à la résonance est

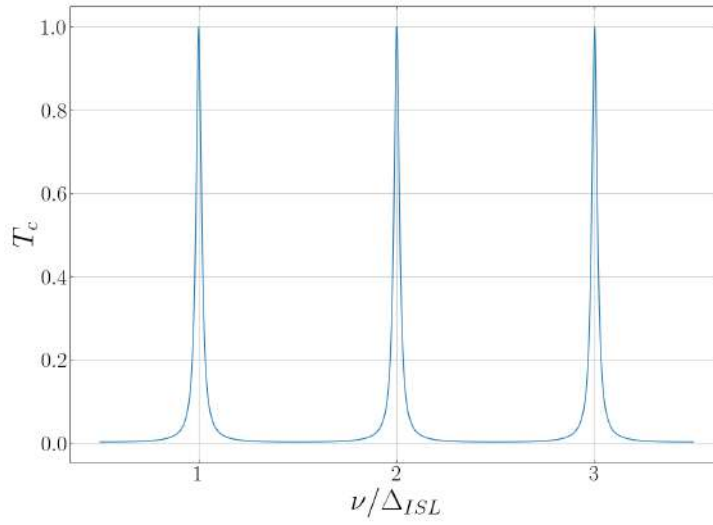
$$T_c = \left( \frac{t'_1 t_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2, \quad (2.22)$$

on peut également trouver la largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu$ , dans le cas où  $\Delta\nu \ll \Delta_{ISL}$ , ce qui est le cas pour  $1 - r_i \ll 1$ , on a

$$\Delta\nu \approx \frac{1 - r_1 r_2}{\pi \sqrt{r_1 r_2}} \Delta_{ISL}. \quad (2.23)$$

Une grandeur utile caractéristique d'une cavité Fabry-Perot est sa finesse  $\mathcal{F}$  définie par

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta_{ISL}}{\Delta\nu} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}, \quad (2.24)$$



**FIGURE 2.5** – Transmission d'une cavité sans perte en fonction de la fréquence de l'onde incidente dans le cadre de l'optique géométrique. Nous avons posé  $r_1 = r_2 = 0.95$ , ce qui correspond à une finesse de  $\mathcal{F} \approx 31$ .

cette grandeur est d'autant plus grande que les coefficients de réflexion des miroirs sont proches de 1, si tel est le cas alors  $\mathcal{F} \approx \pi/(1 - r_1 r_2)$ .

De manière analogue, avec des calculs similaires [92], on peut trouver les coefficients de réflexion de la cavité. En amplitude on a

$$r_c(\omega) = -r'_1 + \frac{t'_1 t_1 r_2 e^{i\omega 2L_c/c}}{1 - r_1 r_2 e^{i\omega 2L_c/c}}, \quad (2.25)$$

et en intensité

$$R_c(\omega) = (r'_1)^2 + t'_1 t_1 r_2 \frac{t'_1 t_1 r_2 - 2r'_1(1 - r_1 r_2) + 4r'_1 \sin^2(\omega L_c/c)}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2(\omega L_c/c)}. \quad (2.26)$$

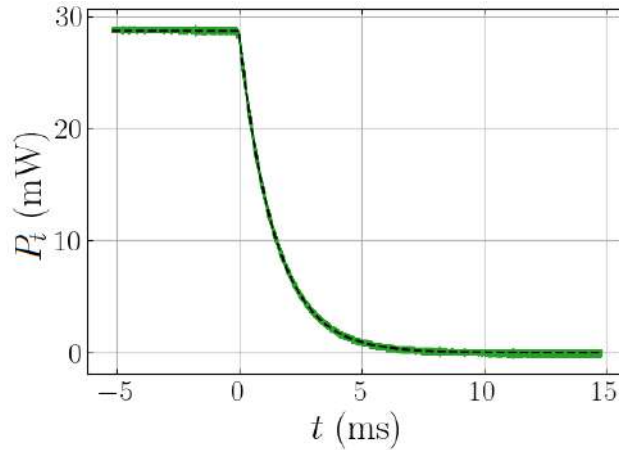
À la résonance, pour  $\nu = q\Delta_{ISL}$ , on a

$$R_c = \left( r'_1 - \frac{t'_1 t_1 r_2}{1 - r_1 r_2} \right)^2. \quad (2.27)$$

À partir des Eq. 2.24, 2.22 et 2.27, dans le cas où les miroirs sont identiques, soit  $r = r_1 = r_2$  et  $t = t_1 = t_2$ , on a

$$T_c = \left( T \frac{\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \quad \text{et} \quad R_c = R \left( 1 - T \frac{\mathcal{F}}{\pi} \right)^2, \quad (2.28)$$

avec  $T = t^2$  et  $R = r^2$ .



**FIGURE 2.6** – Intensité transmise  $P_t$  par la cavité en fonction du temps lorsque que la puissance incidente est soudainement coupée à  $t = 0$ . Un ajustement avec une fonction exponentielle est présenté pour guider le regard, ici la finesse est proche de  $\mathcal{F} = 540\,000$ .

### 2.3.1.1 Temps de vie des photons

Par la haute réflectivité des miroirs, les photons sont piégés dans la cavité Fabry-Perot et possèdent un temps de vie moyen  $\tau$  avant de la quitter. Ce dernier est relié à la finesse comme [92]

$$\tau = \frac{L_c \mathcal{F}}{\pi c}. \quad (2.29)$$

Et, si on considère que la source laser incidente est soudainement coupée, la puissance intra-cavité suivra une décroissance exponentielle avec un temps caractéristique égal à  $\tau$ . C'est sur ce principe que l'on détermine expérimentalement la finesse d'une cavité Fabry-Perot, en mesurant  $\tau$  et connaissant  $L_c$ . La Fig. 2.6 montre une telle mesure pour la cavité de l'expérience BMV.

Pour la cavité de l'expérience BMV utilisée pour obtenir les résultats de 2014 [99], de longueur  $L_c = 2.27$  m, la finesse était de  $\mathcal{F} = 445\,000$ , l'intervalle spectrale libre était  $\Delta_{ISL} = 66.0$  MHz et la largeur de raie  $\Delta\nu = 148$  Hz. Cela correspond à un temps de vie des photons de  $\tau = 1.06$  ms.

### 2.3.1.2 Facteur d'amplification de la cavité

On peut montrer [92] que tous les déphasages induits dans la cavité Fabry-Perot sont multipliés par un facteur  $2\mathcal{F}/\pi$ . C'est en particulier le cas du déphasage induit par un effet Cotton-Mouton et à partir de l'Eq. 2.4 on voit que l'ellipticité induite est également multipliée par le même facteur. L'ellipticité est ainsi

$$\Psi = \frac{2\mathcal{F}}{\pi}\psi = \frac{2\mathcal{F}}{\lambda}L_B k_{\text{CM}} B^2 \sin 2\theta. \quad (2.30)$$

### 2.3.1.3 Cavité Fabry-Perot en optique Gaussienne

Les miroirs des cavités Fabry-Perot sont courbes pour respecter le critère de stabilité des cavités qui est

$$0 < \left(1 - \frac{L_c}{C_1}\right) \left(1 - \frac{L_c}{C_2}\right) < 1 \quad (2.31)$$

où  $C_i$  est le rayon de courbure du miroir  $i$ . Du fait de cette courbure, le front d'onde ne peut pas être plan comme nous l'avons considéré pour le calcul précédent. Il existe des formes de champ électrique dont le front d'onde est courbe, et avec un étalement spatial fini, satisfaisant ainsi les conditions aux limites sur les miroirs. Ils sont solutions de l'équation paraxiale et peuvent être exprimés dans la base des modes de Hermite-Gauss

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{l,m}(x, y, z, t) = \mathbf{E}_0 \frac{w_0}{w(z)} H_l \left( \frac{x\sqrt{2}}{w(z)} \right) H_m \left( \frac{y\sqrt{2}}{w(z)} \right) \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right) \times \\ \exp \left( -i \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} \right) e^{i(\omega t - kz + \varphi_{l,m}(z))} \end{aligned} \quad (2.32)$$

où l'on a considéré que l'onde se propage selon l'axe  $z$  et avec

- $k = 2\pi/\lambda$  le vecteur d'onde de l'onde.
- $w(z)$  la distance à l'axe du faisceau où l'amplitude a diminué d'un facteur  $1/e$ , déterminant ainsi le rayon du faisceau. En prenant pour origine où  $w(0) = w_0$ , le minimum du faisceau. Le rayon du faisceau s'écrit

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}, \quad (2.33)$$

avec  $w_0$ , le *waist*. Dans le cas particulier d'une cavité formée de deux miroirs de même rayon de courbure  $C$  il s'exprime comme

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{L_c}{2} \left( C - \frac{L_c}{2} \right)}}, \quad (2.34)$$

et sa position se situe au centre de l'axe entre les deux miroirs.

- $z_R = \pi w_0^2/\lambda$  la longueur de Rayleigh, qui caractérise la divergence du faisceau, en effet pour des positions  $z$  grande devant  $z_R$ , l'évolution de  $w(z)$  devient linéaire de pente  $\lambda/\pi w_0$ .
- $R(z)$  le rayon de courbure du front d'onde à la position  $z$ , on a

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z}. \quad (2.35)$$

—  $\varphi_{l,m}(z)$  la phase de Gouy à la position  $z$ , elle est donnée par

$$\varphi_{l,m}(z) = (l + m + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right). \quad (2.36)$$

—  $H_l$  et  $H_m$  sont des polynômes d'Hermite respectivement d'ordre  $l$  et  $m$ . On peut les déterminer avec la relation de récurrence  $H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$  en sachant que  $H_0(x) = 1$  et  $H_1(x) = 2x$ .

À cause de la présence des polynômes d'Hermite, le profil d'intensité du faisceau dans le plan transverse  $xOy$  est fonction des indices  $l$  et  $m$ . Ces modes sont ainsi dit transverses et notés  $TEM_{l,m}$ , le faisceau d'ordre le plus bas,  $TEM_{0,0}$ , a un profil gaussien. Les ordres supérieurs ont un nombre de lobes égal à  $(l + 1)(m + 1)$ .

En raison de l'ajout de la phase de Gouy dans l'expression du champ électrique, la condition de résonance Eq. 2.21 est modifiée, elle devient [119]

$$\nu_{q,l,m} = \Delta_{ISL} \left( q + \frac{1}{\pi} (l + m + 1) \arccos \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{L_c}{C_1}\right) \left(1 - \frac{L_c}{C_2}\right)} \right] \right). \quad (2.37)$$

De cette équation peut être déduit l'écart en fréquence entre deux modes transverses

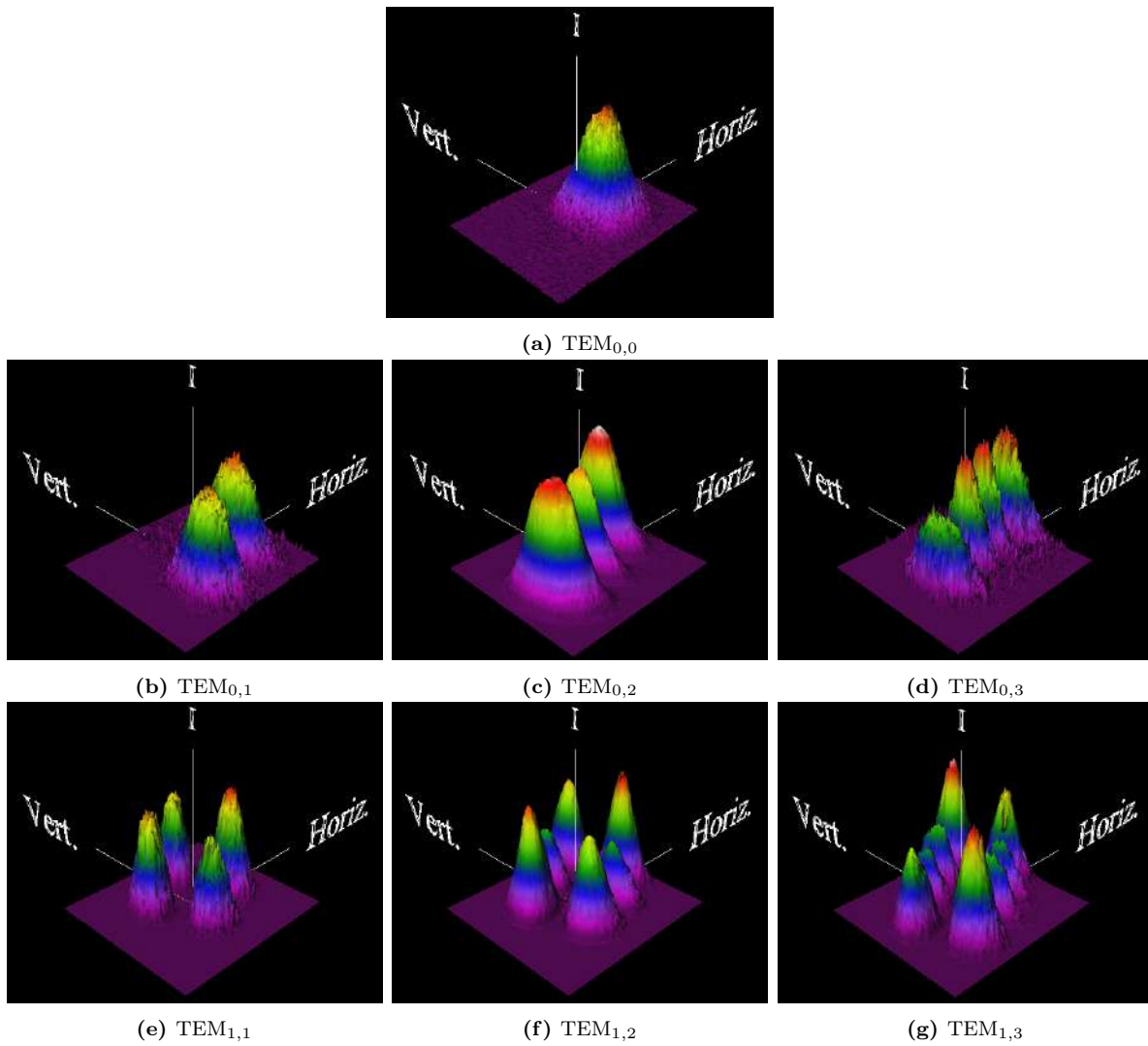
$$\Delta_{TEM} = \frac{\Delta_{ISL}}{\pi} \arccos \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{L_c}{C_1}\right) \left(1 - \frac{L_c}{C_2}\right)} \right]. \quad (2.38)$$

Dans l'Eq. 2.37, on observe que pour chaque mode longitudinal, espacé du suivant par  $\Delta_{ISL}$ , il y a des résonances supplémentaires correspondant aux modes transverses, espacés de  $\Delta_{TEM}$ .

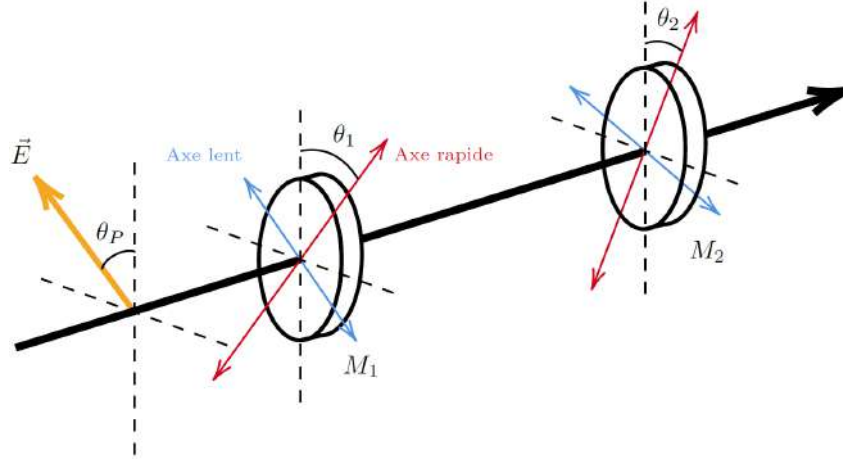
Expérimentalement, pour avoir la meilleure transmission de la cavité, il est souhaité que le faisceau du laser incident, lui-même gaussien, soit accordé à un mode de la cavité, en général le mode  $TEM_{0,0}$ . Pour cela, il faut que l'axe de propagation et le waist du faisceau incident correspondent à l'axe et au waist de la cavité, ce dernier en position comme en dimension. Cette condition peut en pratique être atteinte à l'aide de lentilles. Un accordement imparfait a pour conséquence une excitation des modes transverses d'ordre supérieur [120]. Au cours de mon travail de thèse nous avons pu observer une partie de ces modes au moyen d'une caméra CCD, certains sont illustrés dans la Fig. 2.7.

#### 2.3.1.4 Biréfringence de la cavité

Les miroirs eux-même présentent une biréfringence, en effet il a été expérimentalement observé qu'une cavité optique induit une ellipticité dans le faisceau la quittant [121–128]. Tout comme l'effet que l'on cherche à mesurer, il s'agit d'une biréfringence linéaire. Son origine est à ce jour inconnue. Selon une étude, elle pourrait être attribuée à la



**FIGURE 2.7** – Profil d'intensité de modes transverse observés en sortie de la cavité Fabry-Perot de l'expérience BMV. Images obtenues grâce à une caméra CCD.



**FIGURE 2.8** – Représentation schématique d'une cavité biréfringente. Chaque miroir présente un déphasage entre ces axes rapides et lent et est tourné d'un angle  $\theta_i$  par rapport à une référence. En fonction de l'angle de la polarisation incidente  $\theta_P$ , l'ellipticité acquise est égale à l'Eq. 2.39.

biréfringence des couches interférentielles les plus proches du substrat du miroir [129], dû à la présence de contraintes lors du dépôt des couches. Expérimentalement, à chaque réflexion sur un miroir, un déphasage  $\delta_i$  est accumulé entre ses axes neutres. Notons de plus qu'une autre étude montra que les directions des axes neutres ainsi que la valeur de  $\delta_i$  dépendent de la position sur le miroir [123].

Ainsi, chaque miroir peut être vu comme un miroir doublé d'une lame biréfringente présentant un déphasage  $\delta_i$ . Nous avons vu Eq. 2.4 qu'un tel déphasage induit une biréfringence  $\Gamma_i = (\delta_i/2) \sin(2(\theta_i - \theta_P))$  où  $\theta_i$  est l'angle d'un axe neutre du miroir par rapport à une référence et  $\theta_P$  l'angle de la polarisation incidente par rapport à cette même référence, voir Fig. 2.8. Comme notre cavité est formée de deux miroirs de finesse  $\mathcal{F}$ , l'ellipticité due à ces derniers peut s'écrire

$$\Gamma = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} (\Gamma_1 + \Gamma_2) = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \left( \frac{\delta_1}{2} \sin(2(\theta_1 - \theta_P)) + \frac{\delta_2}{2} \sin(2(\theta_2 - \theta_P)) \right). \quad (2.39)$$

Cette contribution doit être prise en compte dans le rapport des intensités de l'Eq. 2.11, qui devient

$$\frac{P_e}{P_t} = \sigma^2 + (\Gamma + \Psi)^2 \approx \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi, \quad (2.40)$$

si  $\Psi \ll \Gamma$ . On voit ainsi que la biréfringence de la cavité, dite statique car *a priori* indépendante du champ magnétique, permet de « porter » la biréfringence  $\Psi$  que l'on veut mesurer.

On remarque dans l'Eq. 2.39 que la biréfringence  $\Gamma$  est fonction de l'orientation des miroirs via les angles  $\theta_i$ . En tournant les miroirs on peut donc fixer une valeur souhaitée, notamment  $\Gamma = 0$  rad. Pour l'expérience BMV ce paramètre est crucial car le rapport signal sur bruit est maximal pour  $\Gamma^2 \approx \sigma^2$  [92]. Cette condition est atteinte avec un



alignement minutieux des miroirs grâce à des montures rotatives. Les autres expériences ne se placent pas à cette condition. En effet, PVLAS travaille avec un  $\Gamma$  de l'ordre de 0.4 rad mais place sa polarisation incidente sur les axes neutres équivalents de sa cavité, travaillant ainsi à l'extinction [101]. L'expérience OVAL rapporte des valeurs de  $\Gamma$  de  $2.2 \times 10^{-3}$  rad [100].

### 2.3.1.5 Filtrage d'une cavité Fabry-Perot

Un autre aspect important d'une cavité Fabry-Perot est sa fonction de transfert. On a vu que lorsque l'on coupe la puissance incidente soudainement, un échelon descendant, la réponse du faisceau ordinaire de la cavité est une décroissance exponentielle. Cela est caractéristique d'un filtre passe-bas de fonction de transfert

$$H_1(\nu) = \frac{1}{1 + i\nu/\nu_c}, \quad (2.41)$$

avec  $\nu_c = 1/(4\pi\tau) = \Delta\nu/2$  la fréquence de coupure de la cavité [92].

Pour le faisceau extraordinaire, le filtrage s'apparente plus à un filtre du second ordre,

$$H_2(\nu) = \left( \frac{1}{1 + i\nu/\nu_c} \right)^2, \quad (2.42)$$

du fait que le faisceau extraordinaire provient du faisceau ordinaire par la biréfringence de la cavité. Ce dernier est donc effectivement filtré deux fois [92]. La réponse à une coupure soudaine de la puissance incidente est ainsi

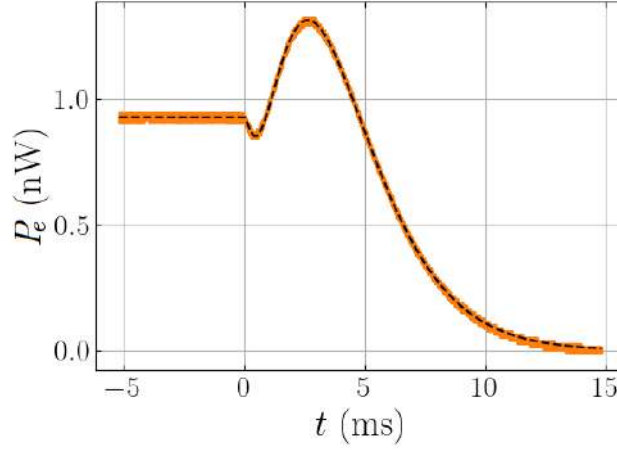
$$P_e(t) = P_e(t_0) \left( 1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right)^2 e^{-(t-t_0)/\tau}. \quad (2.43)$$

En fait, dans certain cas, notamment quand la biréfringence de la cavité est proche de  $\sigma^2$ , voir plus petite, la dépendance temporelle est plus compliquée, voir Fig. 2.9.

Pour expliquer le phénomène, il faut prendre plusieurs choses en compte. Premièrement, le fait que la source de la biréfringence des miroirs n'est pas unique, une partie provenant des couches interférentielles à chaque réflexion,  $\Gamma_c$ , et une autre lors de la transmission du substrat,  $\Gamma_s$ . Il a été montré qu'alors la dépendance temporelle s'écrit [130]

$$P_e(t) = P_t(t_0) \left[ \Gamma_s + \Gamma_c \left( 1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right) \right]^2 e^{-(t-t_0)/\tau}. \quad (2.44)$$

Cependant, pendant mes travaux de thèse, nous avons pu atteindre des biréfringences de la cavité proche de 0 rad. Il faut ainsi prendre en compte le taux d'extinction des



**FIGURE 2.9** – Intensité extraordinaire  $P_e$  en sortie de la cavité en fonction du temps lorsque que la puissance incidente est soudainement coupée à  $t = 0$ . Un ajustement avec l’Eq. 2.45 est présenté pour guider le regard, ici la finesse était proche de  $\mathcal{F} = 540\,000$ ,  $\Gamma = \Gamma_s + \Gamma_c \approx 3.3 \times 10^{-5}$  rad et  $\sigma^2 \approx 3 \times 10^{-8}$ . La bande passante de la photodiode, de fréquence de coupure 1.1 kHz, est prise en compte.

polariseurs, on a alors

$$P_e(t) = P_t(t_0) \left( \left[ \Gamma_s + \Gamma_c \left( 1 + \frac{t - t_0}{2\tau} \right) \right]^2 + \sigma^2 \right) e^{-(t-t_0)/\tau}. \quad (2.45)$$

C’est avec cette fonction que l’on a ajusté les données de la Fig. 2.9.

Le filtrage de la cavité impacte ainsi les signaux sortants de la cavité et doit donc être pris en compte lors de leur analyse. Dans une expérience utilisant des modulateurs d’ellipticité comme PVLAS, le filtrage déphase et atténue les composantes fréquentielles portant le signal [131]. Pour les expériences en champ pulsé, pour pouvoir calculer le rapport des intensités, il faut appliquer numériquement un filtrage sur les données  $P_t(t)$  [132]. Dans la même publication, l’équipe a montré que si l’ellipticité est modulée dans la cavité, ce qui est le cas avec un champ magnétique pulsé ou un champ constant tournant, alors l’ellipticité sortant la cavité est filtrée par la bande passante de la cavité. Ainsi, pour les expériences en champ pulsé comme BMV ou OVAL, le signal n’est pas proportionnel à  $k_{\text{CM}}B^2(t)$  mais  $k_{\text{CM}}B_f^2(t)$  où  $B_f^2(t)$  est le filtrage du carré du champ magnétique. L’ellipticité mesurée devient alors

$$\Psi(t) = \frac{2\mathcal{F}}{\lambda} L_B k_{\text{CM}} B_f^2(t) \sin 2\theta. \quad (2.46)$$

Lors de la dernière série de mesures dans le vide de l’équipe BMV, dans la configuration que l’on nommera BMV I, la cavité était d’une longueur  $L_c = 2.2713 \pm 0.0006$  m correspondant à  $\Delta_{\text{ISL}} = 65.996 \pm 0.017$  MHz [92]. Les miroirs formant la cavité ont un rayon de courbure  $C = 8$  m et sont de 25.4 mm de diamètre pour 6 mm d’épaisseur. Une partie des miroirs proviennent de ATFilms (Boulder, CO, USA), une autre d’une collabo-

ration avec le Laboratoire des Matériaux Avancés de Lyon, où sont fabriqués les miroirs des interféromètres gravitationnels VIRGO et LIGO. La finesse maximale alors observée est de  $\mathcal{F} = 480\,000$ , dans la série de mesure dans le vide, elle était de  $\mathcal{F} = 455\,000$  [92,99].

Une deuxième version de l'expérience, BMV II, qui a apporté des modifications de l'expérience en particulier sur la configuration de la cavité, que l'on détaillera, a changé la longueur de la cavité. Elle était alors de longueur  $L_c = 1.8322 \pm 0.0006$  m soit  $\Delta_{ISL} = 81.81 \pm 0.03$  MHz pour des finesesses de l'ordre de  $\mathcal{F} = 549\,000$  [133].

## 2.4 Système d'asservissement

Pour maintenir le laser à la fréquence de résonance de la cavité, il faut un système actif permettant premièrement de connaître l'écart à la condition de résonance à tout instant, et deuxièmement de modifier la fréquence du laser en conséquence. Un système bouclé basé sur ce principe permet d'effectuer les corrections en permanence et ainsi de garder la condition de résonance. On rappelle que pour le mode TEM<sub>0,0</sub> cette dernière est

$$\nu = q \frac{c}{2L_c}, \quad (2.47)$$

le but est donc de stabiliser le laser à un multiple entier de l'intervalle spectral libre alors que la largeur du pic de transmission est de l'ordre de la centaine de Hz. La méthode utilisée par toutes les expériences utilisant des cavités résonantes est la méthode de Pound-Drever-Hall qui est une méthode d'asservissement en phase.

### 2.4.1 Méthode de Pound-Drever-Hall

Cette méthode est basée sur celle développée en 1946 par R.V. Pound dans le domaine micro-onde [134] puis étendu au domaine optique par R.W. Drever et J.L. Hall [135].

L'idée de cette méthode est d'obtenir un signal – dit d'erreur – proportionnel, idéalement linéaire, au désaccord à la résonance  $\delta\nu$ . Pour obtenir ce dernier l'idée est d'utiliser le faisceau réfléchi par la cavité. Comme montré par l'Eq. 2.25, il est la somme du faisceau réfléchi par le premier miroir et du faisceau provenant de la cavité. La phase du faisceau réfléchi est linéaire proche de la résonance.

Pour obtenir un signal d'erreur, on peut ainsi mesurer la phase du faisceau réfléchi. Une manière indirecte de réaliser cela est de moduler la phase du faisceau incident à la cavité. Pour cela on utilise un modulateur électro-optique (EOM) résonant. Ce dernier est constitué d'un crystal présentant un effet Pockel, une biréfringence proportionnelle au champ électrique appliqué, comme du LiNbO<sub>3</sub> dopé avec du MgO. Si on aligne soigneusement la polarisation sur un axe neutre de l'EOM et en appliquant une tension  $V_1(t) = V_1 \sin \Omega t$  à ce dernier, la phase du faisceau sera modulée comme  $\beta \sin \Omega t$  avec

$\beta = \pi V_1/V_\pi$  la profondeur de modulation,  $V_\pi$  étant la tension à appliquer pour induire un déphasage de  $\pi$ . Le champ électrique de la lumière incidente à la cavité s'écrit donc

$$\mathbf{E}_{in}(t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)}. \quad (2.48)$$

On peut montrer qu'une telle modulation induit des bandes latérales aux fréquences  $\omega \pm \Omega$  d'intensité  $I_{bl}$  autour du pic central de fréquence  $\omega$  d'intensité  $I_p$ , et qu'alors l'intensité réfléchie par la cavité peut s'écrire [92]

$$\begin{aligned} I_r(t) \approx & I_p |r_c(\omega)|^2 + I_{bl} (|r_c(\omega + \Omega)|^2 + |r_c(\omega - \Omega)|^2) \\ & + 2\sqrt{I_p I_{bl}} (\Re [r_c(\omega)\bar{r}_c(\omega + \Omega) - \bar{r}_c(\omega)r_c(\omega - \Omega)] \cos \Omega t \\ & + \Im [r_c(\omega)\bar{r}_c(\omega + \Omega) - \bar{r}_c(\omega)r_c(\omega - \Omega)] \sin \Omega t). \end{aligned} \quad (2.49)$$

Le signal d'erreur est obtenu en démodulant de cette intensité la partie oscillant à la fréquence  $\Omega$ . En pratique, l'intensité  $I_r(t)$  est mesurée par une photodiode délivrant une tension  $V(t) = fI_r(t)$  avec  $f$  le facteur de conversion de la photodiode en V/W. Cette tension est fournie à un mixeur qui la multiplie avec une référence  $V_2(t) = V_2 \sin(\Omega t + \varphi)$ , une tension à la même fréquence  $\Omega$  que la modulation de phase. Sa phase  $\varphi$  est choisie pour que  $I_r(t)$  et  $V_2(t)$  soit en phase compensant ainsi les retards accumulés lors de la propagation des signaux. Pour les calculs théoriques, ce problème ne se pose pas et on peut poser  $\varphi = 0$ . La sortie du mixeur, de gain  $g$ , est filtrée pour avoir seulement la composante continue, elle est égale à

$$\varepsilon(\omega) = fgV_2\sqrt{I_p I_{bl}} \Im [r_c(\omega)\bar{r}_c(\omega + \Omega) - \bar{r}_c(\omega)r_c(\omega - \Omega)], \quad (2.50)$$

ce signal d'erreur est représenté, normalisé, dans la Fig. 2.10 .

En pratique, la fréquence de modulation  $\Omega$  est choisie pour être très grande devant la largeur  $\Delta\nu$  d'un pic de transmission, typiquement  $\Omega/2\pi \sim 10$  MHz, ainsi  $r_c(\omega \pm \Omega) \approx -1$  et on a

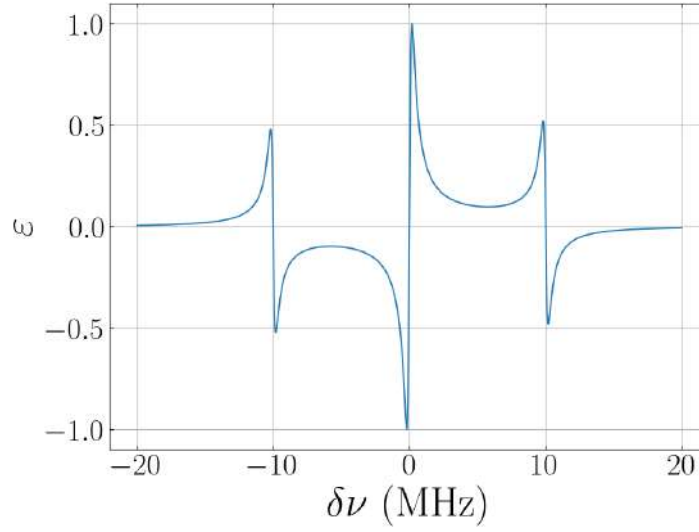
$$r_c(\omega)\bar{r}_c(\omega + \Omega) - \bar{r}_c(\omega)r_c(\omega - \Omega) \approx -(r_c(\omega) - \bar{r}_c(\omega)) = -2i\Im[r_c(\omega)]. \quad (2.51)$$

L'Eq. 2.50 devient donc

$$\varepsilon(\omega) = -2fgV_2\sqrt{I_p I_{bl}} \Im[r_c(\omega)]. \quad (2.52)$$

On peut montrer que proche de la résonance, pour  $\omega/2\pi = \delta\nu \ll \Delta\nu$ , on a [92]

$$\Im[r_c(\delta\nu)] \approx -2\sqrt{T_c} \frac{\delta\nu}{\Delta\nu}, \quad (2.53)$$



**FIGURE 2.10** – Signal d’erreur normalisé  $\varepsilon$  en fonction du désaccord  $\delta\nu$  de la fréquence du laser par rapport à la fréquence de résonance de la cavité. On a considéré une cavité sans perte avec des coefficients de réflexion des miroirs de  $r = r_1 = r_2 = 0.99$  et une fréquence de modulation  $\Omega/2\pi = 10$  MHz.

et ainsi le signal d’erreur s’écrit

$$\varepsilon(\delta\nu) = 4fgV_2\sqrt{I_p I_{bl}}\sqrt{T_c}\frac{\delta\nu}{\Delta\nu}. \quad (2.54)$$

Le facteur  $\sqrt{I_p I_{bl}}$  fait intervenir la profondeur de la modulation  $\beta$  par le biais de fonctions de Bessel, et il est maximal pour la valeur  $\beta = 1.08$  [92]. Il vaut alors  $\sqrt{I_p I_{bl}} = 0.34I_0$  avec  $I_0 = |\mathbf{E}_0|^2$  l’intensité incidente.

Nous avons donc bien un signal linéaire avec le désaccord à la condition de résonance, ce dernier varie dans le temps à cause des fluctuations de la longueur de la cavité et de la fréquence du laser. Pour maintenir la condition de résonance, il faut un système actif prenant en entrée ce signal et produisant un signal de correction. Cela est usuellement fait avec des systèmes proportionnel-intégrateur, délivrant un signal de correction

$$C(t) = k\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t') dt' \left( +T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \right) \quad (2.55)$$

où  $k$  est le gain proportionnel et  $T_i$  est la constante de temps de l’étage d’intégration du système, un étage dérivateur de constante de temps  $T_d$  est parfois ajouté. Ces paramètres sont choisis pour observer expérimentalement un bruit du signal d’erreur le plus bas possible, et un asservissement le plus stable.

En pratique, plusieurs étages proportionnel-intégrateur sont utilisés en tandem pour stabiliser l’asservissement dans le temps. Ces étages peuvent prendre des topologies différentes – en série, où la correction d’un étage est fournie au suivant, ou en parallèle, où le même signal d’erreur est fourni à chaque étage – et apportent leurs corrections à différents

éléments agissant sur la fréquence du laser.

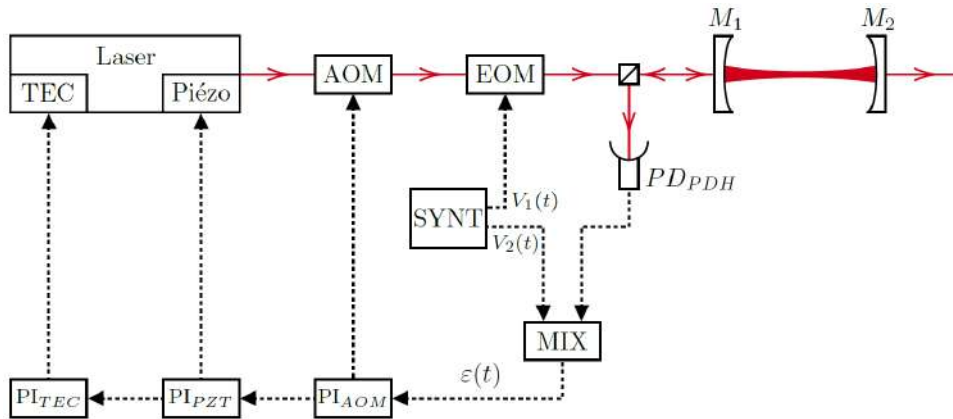
L'expérience BMV utilise trois éléments, un modulateur acousto-optique (AOM) ainsi que l'élément piézoélectrique et l'élément Peltier du cristal du système laser. Chacun d'eux change la fréquence du laser proportionnellement à la correction qu'il leur est fourni. Ils ont cependant chacun des particularités différentes, notamment leurs plages de correction accessible et leurs bandes passante *i.e.* la « vitesse » de la correction, les rendant complémentaires.

Le principe d'un AOM est basé sur l'effet photoélastique, c'est à dire un changement d'indice optique d'un milieu quand des contraintes lui sont appliqués. Au cœur de l'AOM est présent un cristal soumis à une onde sonore. Cette dernière étant par définition une onde de pression, par effet photoélastique il y a un changement périodique de l'indice optique du cristal. Cette périodicité, de manière analogue à un réseau, diffracte un faisceau la traversant d'un angle  $m\theta$  dépendant de la longueur d'onde de l'onde sonore et de l'ordre de diffraction  $m$ . Comme cette diffraction peut être vue comme l'absorption de  $m$  phonons par un photon – la déviation de ce dernier étant expliquée par la conservation de la quantité de mouvement – la conservation de l'énergie impose à l'énergie du photon d'être augmentée de  $m\hbar\omega$  avec  $\omega$  la pulsation du phonon reliée à la fréquence de l'onde sonore. Il est alors clair que l'on peut modifier la fréquence de la lumière en modifiant la fréquence de l'onde sonore. Cela est fait en pratique avec un oscillateur contrôlé en tension (VCO), dont la fréquence est proportionnelle à une tension appliquée. Notons que l'amplitude de l'onde sonore permet de changer l'intensité relative des ordres de diffractions et donc un AOM peut permettre d'asservir aussi l'intensité du laser. Un AOM tel que celui utilisé dans l'expérience BMV<sup>6</sup> permet de changer la fréquence d'un laser sur une plage de l'ordre de 30 MHz avec une bande passante de l'ordre de 80 kHz [92].

Le piézoélectrique et le TEC sont inclus dans le système laser Coherent Mephisto de l'expérience et agissent tous deux sur son cristal de Nd:YAG. Ce dernier est taillé pour former une cavité en anneau non planaire (NPRO) jouant le rôle de cavité résonante en plus de celui de milieu amplificateur. Dans notre calcul de la fréquence de résonance d'une cavité Fabry-Perot, nous avons considéré le cas du vide où  $n = 1$ , si nous généralisons à une cavité avec un indice de réfraction  $n$ , l'intervalle spectral libre devient  $\Delta_{ISL} = c/(2nL_c)$  et il est clair qu'un changement de  $n$  induit un changement de fréquence. De même, pour une cavité NPRO un changement de l'indice de réfraction du cristal ou de sa longueur change sa condition de résonance. Ainsi, un piézoélectrique est attaché à une surface du cristal pour appliquer des contraintes qui, comme nous l'avons vu, change l'indice optique du milieu. Le TEC contrôlant la température du cristal parvient au même résultat par dilatation thermique mais aussi par la dépendance en température de l'indice de réfraction du cristal. Typiquement, la plage de fréquence accessible par le piézoélectrique est

---

6. AA Opto-Electronic modèle MT80-B30A1,5-1064



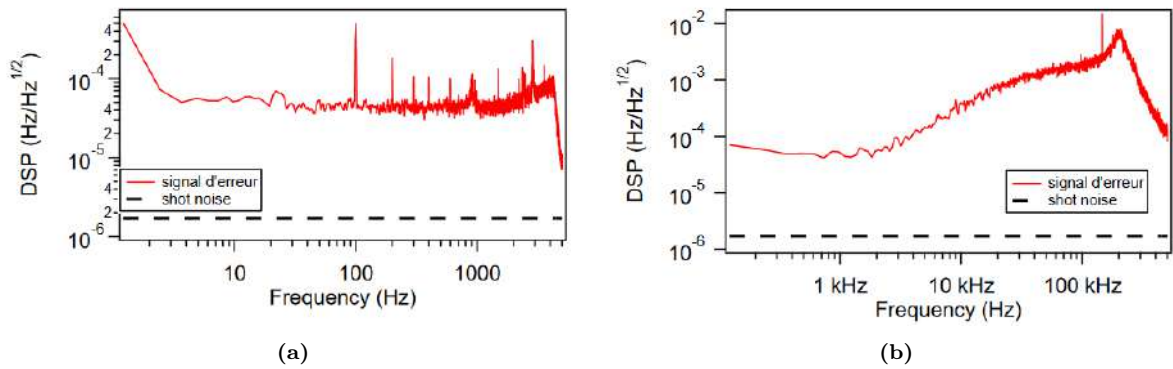
**FIGURE 2.11** – Schéma d'un dispositif d'asservissement en fréquence basé sur la méthode de Pound-Drever-Hall tel qu'utilisé dans l'expérience BMV. Un signal d'erreur  $\varepsilon(t)$  est produit par un mixeur (MIX) ayant pour entrées la photodiode en réflexion de la cavité ( $PD_{PDH}$ ) et un générateur de signal (SYNT), ce dernier module également un EOM pour induire des bandes latérales dans l'intensité laser. Le signal d'erreur  $\varepsilon(t)$  est fourni à 3 régulateurs en cascade pour effectuer les corrections rapides (AOM), lentes (Piézo) et très lentes (TEC) de la fréquence du laser.

de 200 MHz pour une bande passante de l'ordre de 100 kHz, pour le TEC elles sont respectivement 30 GHz et  $\sim 1$  Hz [136].

Ainsi, les étages avec une bande passante petite, et qui ne peuvent donc pas réagir aux variations rapides du signal d'erreur, compensent les lentes variations de ce dernier avec leur large plage de fréquence accessible. Ils permettent ainsi de garder la cavité asservie plus longtemps qu'avec seulement l'étage le plus rapide,  $PI_{AOM}$ , qui ne peut tenir la condition de résonance que quelques secondes avant que la dérive excède sa plage de fréquence accessible.

Dans le cas de l'expérience BMV, le signal d'erreur est envoyé à un premier étage,  $PI_{AOM}$ , qui envoie son signal de correction vers l'AOM et vers un deuxième étage,  $PI_{PZT}$ , dont le signal de correction est fournie au piézoélectrique attaché au cristal du laser et vers un dernier étage,  $PI_{TEC}$ , dont la correction est finalement apportée à un module Peltier contrôlant la température de ce même cristal. Une représentation schématique d'un système d'asservissement basé sur ce principe est présenté dans la Fig. 2.11.

Une particularité du système de l'expérience BMV est que le signal de correction fournie au piézoélectrique est d'abord filtré pour atténuer les fréquences de résonance de ce dernier et pour ne pas les exciter, sa bande passante est donc effectivement diminuée autour du kHz [92].



**FIGURE 2.12** – Densité spectrale de puissance linéarisée du signal d’erreur de Pound-Drever-Hall pour les fréquences inférieures à (a) 5 kHz (b) 500 kHz. La courbe en pointillés correspond à la limite du shot-noise. Figure extraite de [133].

## 2.4.2 Bruit du signal d’erreur

Le système d’asservissement présente des bruits. Pour les quantifier, il est usuel d’utiliser une densité spectrale de puissance (DSP) linéarisée<sup>7</sup>. Par abus de langage, au cours de cette thèse, on appellera DSP ce qui est rigoureusement une DSP linéarisée. Comme le signal d’erreur est exprimé en Hz, sa DSP s’exprime en  $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Une DSP retourne l’amplitude du bruit en fonction de la fréquence. Contrairement à une simple transformée de Fourier discrète, l’amplitude d’une densité spectrale de bruit ne dépend pas de la fréquence d’échantillonnage du signal. En effet, une densité spectrale de bruit peut être estimée à partir de la norme au carré d’une transformée de Fourier normalisée par la fréquence d’échantillonnage comme dans la méthode de Welch [137].

La Fig. 2.12 montre la DSP du signal d’erreur dans le cas de l’expérience BMV I. En pointillé est représenté la limite du bruit de grenaille de la photodiode  $PD_{PDH}$ . Il est clair que le signal d’erreur n’est pas limité par ce bruit mais par d’autres bruits électroniques. On observe également que la DSP présente une résonance autour de 200 kHz, la résonance du système d’asservissement. La bande passante de ce dernier est donc inférieure à la centaine de kHz et cette gamme de fréquence est celle où le système est capable d’apporter des corrections.

## 2.5 Champ magnétique pulsé

La mesure de la biréfringence magnétique du vide est donc basée sur une mesure interférométrique de précision. De tels dispositifs existent déjà, comme LIGO [138] et Virgo [139] dédiés à la détection d’ondes gravitationnelles. La source des signaux de ces interféromètres sont à plusieurs années-lumière de leurs équipements. Pour notre mesure,

<sup>7</sup>. Une densité spectrale de puissance linéarisée est la racine carré d’une DSP qui est exprimée en  $X^2/\text{Hz}$ , X étant l’unité de la grandeur étudiée, ainsi l’unité d’une DSP linéarisée est  $X/\sqrt{\text{Hz}}$ .





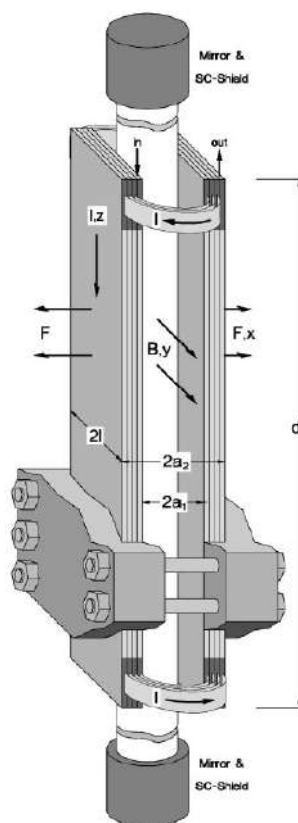
**FIGURE 2.13** – Installation 14 MJ du LNCMI Toulouse. Les condensateurs sont les parallélépipèdes métalliques en arrière plan de la photographie.

le défi expérimental réside dans le fait que la source de l'effet à mesurer doit se trouver dans l'interféromètre lui-même. En effet, la biréfringence que l'on cherche à mesurer est induite par un champ magnétique pulsé, et pour être amplifiée par la cavité, cette dernière doit se trouver en son sein, ce qui compose un véritable défi technique.

On rappelle que pour les mesures d'effet Cotton-Mouton, il est nécessaire que le champ magnétique soit transverse à la direction de propagation de la lumière. Les bobines doivent donc permettre une telle propagation et différentes stratégies ont été adoptées pour permettre cela. De plus, si on considère l'Eq. 2.30, le principal paramètre expérimental maximisant le signal est le facteur  $B^2 L_B$ .

De nos jours, les aimants pulsés sont des électro-aimants alimentés pendant des temps très courts, de l'ordre de la centième de seconde, permettant ainsi de délivrer beaucoup d'énergie électrique en limitant l'échauffement de la bobine. Kapitza fut un pionnier de cette méthode [46, 140]. Pour délivrer l'énergie aux bobines, l'énergie est d'abord accumulée dans des batteries de condensateurs avant d'être déchargée dans le conducteur. Les aimants pulsés sont de nos jours généralement refroidis à la température de l'azote liquide pour atteindre des champs de plusieurs dizaines de teslas. Un champ allant jusqu'à 100 T a ainsi été obtenu [95] pendant quelques millisecondes dans un trou de taille centimétrique. Le champ est généralement dans la configuration dite de Faraday, comme dans le cas d'un solénoïde standard.

La partie la plus coûteuse d'une installation de champ pulsé est l'alimentation électrique, essentiellement une batterie de condensateurs, la Fig. 2.13 montre une partie des installations du LNCMI de Toulouse. Sa taille et donc son coût dépendent de l'énergie à injecter dans les bobines pulsées.



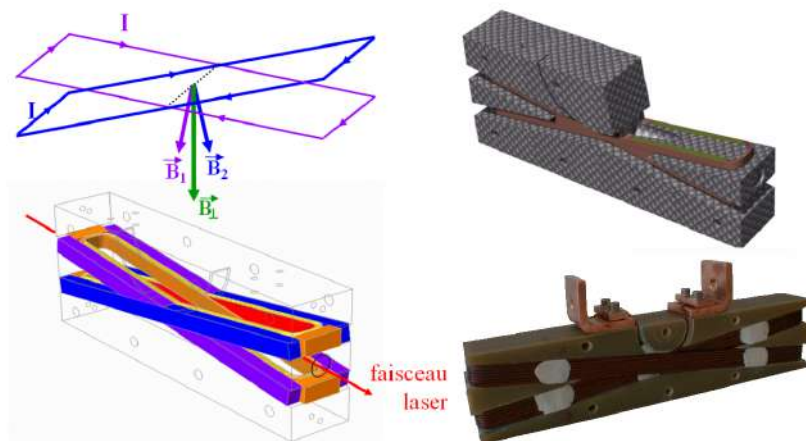
**FIGURE 2.14** – Vue schématique de l’aimant imaginé lors de la proposition de l’expérience BMV. La bobine est constituée de plaques reliées par des connexions à leurs extrémités. Le cylindre vertical au centre représente la cavité. Image tirée de [141].

### 2.5.1 Bobines précédentes de l’expérience BMV

Dans la proposition de 2000 lançant le projet BMV [142], suivant directement la publication de 1998 [112], il a été proposé d’utiliser une bobine à plaques [141], illustrée dans la Fig. 2.14. Elle est basée sur l’idée de laisser passer le courant à travers des plaques parallèlement à l’axe de la cavité, ainsi le champ obtenu est perpendiculaire au vecteur d’onde de la lumière par construction. Dans le cadre du projet BMV, des essais de construction ont été menés au LNCMI de Toulouse, où l’expérience BMV est installée. En particulier, en 2002 un champ d’environ 2.5 T a été obtenu en utilisant une bobine à plaques<sup>8</sup> mais ces tests ont confirmé que la principale difficulté était de transporter le courant d’une plaque à l’autre pendant le champ pulsé sans détruire la connexion elle même.

Les meilleurs résultats de BMV à ce jour [99] ont été réalisés en utilisant ce qui a été appelé une ‘Xcoil’. Dans cette conception, pour garder le champ magnétique dans la région traversée par la lumière autant que possible, deux électroaimants rectangulaires sont croisés et forment un X. La résultante du champ des deux électroaimants est perpendiculaire à la direction du faisceau laser, voir la Fig. 2.15. Pendant la phase de test, la version

8. Ces tests ont été réalisés par Sébastien Batut. Les résultats n’ont pas été publiés.



**FIGURE 2.15** – À gauche, le principe de la bobine Xcoil, deux bobines croisées produisent un champ transverse à un accès pour un faisceau laser. À droite, un dessin du support du bobinage et en bas la bobine réalisée avant l'ajout de renforts mécaniques.

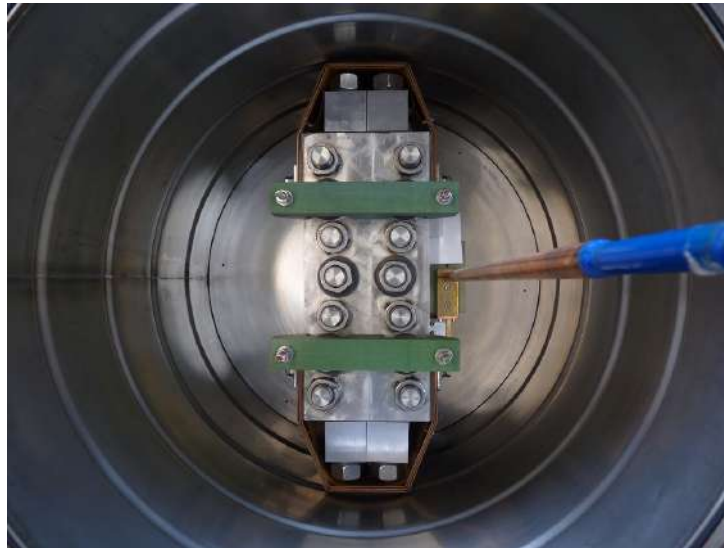
utilisée dans la référence [99] a atteint plus de 14 T sur une longueur de 0.13 m correspondant à un facteur  $B^2L_B = 25 \text{ T}^2\text{m}$ . La durée totale d'une impulsion est de quelques millisecondes. Le champ magnétique a atteint sa valeur maximale en moins de 2 ms, ce qui est du même ordre de grandeur que le temps de stockage des photons dans la cavité Fabry-Perot optique qui est utilisée pour augmenter le chemin optique dans la région du champ magnétique. Le taux de répétition maximal de cet aimant, lié au refroidissement cryogénique après une impulsion, est de 10 minutes soit  $\sim 2 \text{ mHz}$ . Ce taux de répétition ne prend pas en compte le temps de remplissage du cryostat avec de l'azote liquide, le taux de répétition effectif est donc inférieur.

Une version encore plus grande de la Xcoil, appelée la XXLcoil, a aussi été conçue et réalisée au LNCMI de Toulouse, voir la Fig. 2.16. Cette bobine pulsée a atteint un champ supérieur à 30 T lorsqu'un courant supérieur à 27 000 A lui a été injecté. Cela correspond à plus de 300  $\text{T}^2\text{m}$  [95]. Cette bobine nécessite un assez grand cryostat à azote liquide et l'encombrement devient difficilement compatible avec une expérience comme celle de BMV. La construction d'une telle bobine s'est avérée difficile à gérer même dans le cadre d'un laboratoire de champ magnétique de calibre européen comme le LNCMI.

Pour toutes ces raisons, nous avons décidé de concevoir et réaliser un nouvel aimant pulsé pouvant produire un champ intense sans avoir besoin de cryogénie.

## 2.5.2 La Foil Coil

Cette nouvelle bobine, conçue au laboratoire par Jérôme Béard et construite avec l'appui du service technique du LNCMI de Toulouse, renvoie à l'idée originale de 2000 d'utiliser des plaques pour générer le champ magnétique. Le problème était alors d'avoir des connexions entre plaques pérennes. La nouvelle conception utilise un enroulement de



**FIGURE 2.16** – Photographie de la bobine XXLcoil pourvue de ses renforts mécaniques dans son cryostat à l'azote liquide.

feuilles de cuivre pour adresser ce problème.

### 2.5.2.1 Conception

Ce nouvel aimant a été conçu avec plusieurs contraintes. Certaines d'entre elles sont imposées par des limitations physiques ou techniques et certaines d'entre elles ont été choisies pour faciliter l'expérience. Les limitations physiques sont les mêmes que celles rencontrées par les aimants pulsés standards : les stress mécaniques dus aux forces de Lorentz et l'échauffement dû à l'effet Joule. Le diamètre d'alésage de l'aimant fixé à 17 mm et les objectifs en termes de champ magnétique et de durée d'impulsion, respectivement dans l'intervalle 10–20 T et 5–10 ms, nous permettent d'utiliser du cuivre comme conducteur avec un renfort supplémentaire à l'extérieur de la bobine et faire fonctionner l'aimant à température ambiante. Ce dernier point est la principale différence avec les autres aimants pulsés qui sont généralement refroidis dans l'azote liquide. Le fait d'éviter l'utilisation d'un cryostat à azote liquide permet d'utiliser tout le diamètre d'alésage de l'aimant en supprimant l'isolation thermique entre la bobine et le tube à vide de l'expérience.

Comme dit précédemment, l'élément le plus coûteux et le moins flexible du système magnétique pulsé est le banc de condensateurs, ainsi les paramètres de l'aimant comme l'inductance ou la section du conducteur doivent être adaptés aux générateurs existants. Le banc de condensateurs qui alimente la Foil Coil est l'un des bancs mobiles de 3 MJ du LNCMI avec une capacité de 10 MF qui peut être chargée jusqu'à 24 kV et peut délivrer 75 kA. Le temps de montée minimum est de 5 ms en court-circuit donc le temps de montée du champ magnétique doit être plus grand pour transmettre de l'énergie à la bobine. La Table 2.3 résume les propriétés de l'aimant qui résultent de toutes les contraintes citées.

Diamètre d'alésage (mm)	17
Longueur magnétique (mm)	820
Section de cuivre (mm <sup>2</sup> ) (hauteur × épaisseur)	72 × 0.5
Épaisseur de l'isolant (μm)	120
Nombre de couches	50
Facteur $B/I$ (T/kA)	0.537
Inductance (μH)	700
Résistance à 26°C (mΩ)	48.1
Temps de montée (ms)	5.8

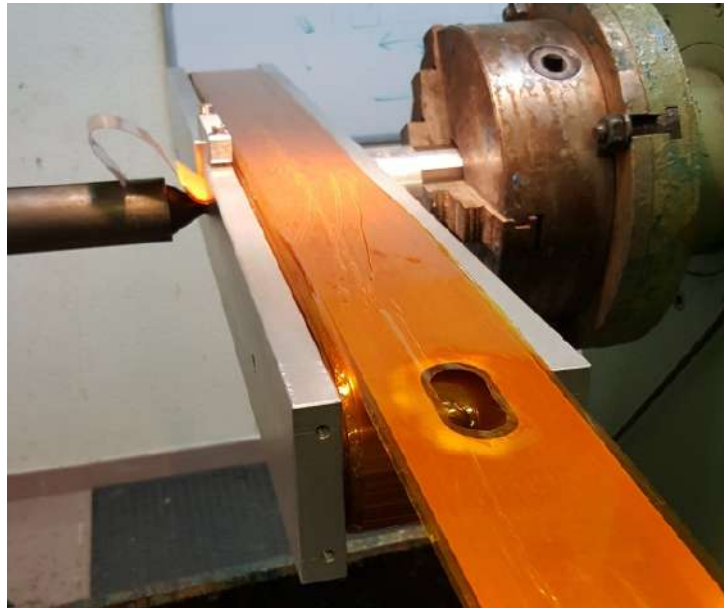
**TABLE 2.3** – Résumé des propriétés de l'aimant installé dans l'expérience BMV.

### 2.5.2.2 Réalisation

L'aimant est basé sur le bobinage d'une feuille de cuivre isolée par deux couches de ruban de Kapton. Sur un corps en fibre de verre type époxy FR4 en forme de piste de course, environ 100 mètres d'une feuille de cuivre est enroulée représentant 50 couches de conducteur. L'accès optique se fait grâce à deux trous correctement espacés dans chaque spire du cuivre isolé. Cette conception offre une très bonne symétrie dans le champ magnétique généré grâce à la répartition homogène du courant et au très faible effet de transition de couches par rapport à une bobine enroulée de fil. Une autre différence avec les bobines traditionnelles est la continuité du métal conducteur perpendiculairement à l'axe du faisceau laser qui masque la composante axiale du champ magnétique, évitant ainsi l'utilisation d'un blindage supplémentaire. Une image du trou dans le conducteur et l'isolation est montrée sur la Fig. 2.17. La présence du trou entraîne une augmentation de la densité de courant d'un facteur  $\sqrt{2}$ , de sorte que l'élévation de température locale est deux fois plus élevée que dans le reste de la bobine.

Les trous ont une forme oblongue pour garantir qu'après l'enroulement un accès circulaire soit présent sur les extrémités ronds de l'aimant. Le cuivre est d'abord coupé, puis l'isolation avec du Kapton se fait avec un trou plus petit pour assurer une isolation électrique parfaite entre deux couches grâce au recouvrement du Kapton sur le cuivre, visible dans la Fig. 2.17.

La principale limitation à la génération d'un champ magnétique élevé est l'énorme contrainte due aux forces de Lorentz. Dans cette conception particulière d'un dipôle magnétique, une composante de la contrainte mécanique est due à la répulsion entre chaque côté de l'enroulement. Cette force peut être évaluée à plusieurs centaines de tonnes et doit être supportée par l'armature entourant la bobine. La plupart des aimants générant de hauts champs sont renforcés grâce à des fibres de Zylon [143], alliant très haute résis-



**FIGURE 2.17** – Photo de la Foil Coil pendant l’enroulement montrant un trou dans la feuille de cuivre et dans l’isolation.

tance mécanique, faible densité et bonne isolation électrique<sup>9</sup>. Il a été décidé d’utiliser ce matériau, au lieu du métal, comme renfort principal de la Foil Coil.

Pour que les fibres de Zylon contraignent l’enroulement des feuilles de cuivre, deux moitiés d’un cylindre creux imprimées en 3D, en noir sur la Fig. 2.18, contenant quatre tirants en acier inoxydable de taille M20 et remplis de résine époxy, permettent d’enrouler les fibres de Zylon et de transmettre la force dans le sens parallèle aux fibres. Les fibres de Zylon sont enroulées sur une longueur de 600 mm avec une épaisseur d’environ 5 mm et sont capables de supporter une force supérieure à 3000 tonnes donnant une marge de sécurité proche d’un facteur 4 mais aussi limitant le déplacement possible des couches autour de quelques dizaines de micromètres diminuant le risque de voilage des feuilles. À chaque extrémité de l’aimant, la contrainte mécanique est naturellement transmise sous forme de contrainte circonférentielle dans la feuille de cuivre car l’enroulement peut être considéré comme les deux moitiés d’un solénoïde. Les extrémités de l’aimant sont renforcées par deux plaques en acier inoxydable de 25 mm d’épaisseur qui servent également à fixer l’aimant, vissées avec les tirants M20.

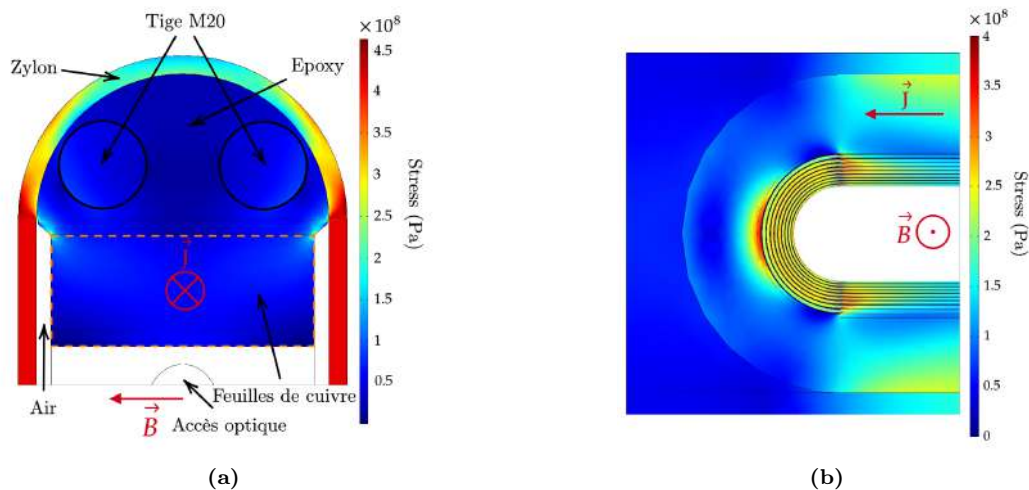
La Fig. 2.19a montre un modèle par la méthode des éléments finis de la contrainte mécanique dans une section transversale de la Foil Coil dans le plan parallèle au champ magnétique. Elle montre la transmission des forces des feuilles vers les fibres de Zylon. Aux extrémités de l’aimant les contraintes sont naturellement transmises sous la forme de contraintes circonférentielles dans les feuilles de cuivre, comme le montre une autre simulation Fig. 2.19b.

9. Le fournisseur des fibres de Zylon est Toyobo, <https://www.toyobo-global.com/>





**FIGURE 2.18** – Application du renfort mécanique sur la Foil Coil. Les fibres de Zylon, de couleur orangée, sont enroulées autour de la bobine grâce à des demi cylindres, en noir, tenus par des tirants M20.



**FIGURE 2.19** – Modèle par la méthode des éléments finis du stress mécanique dans la Foil Coil pendant un tir à 12.5 T. (a) Coupe selon un plan parallèle à  $\vec{B}$  (b) Coupe selon un plan parallèle à  $\vec{J}$  à une extrémité de l'aimant. Dans la simulation (b), seules les premières couches intérieures sont individualisées afin d'économiser de la puissance de calcul. Cela crée une contrainte anormalement élevée dans le virage au niveau de la délimitation. En réalité, la distribution des contraintes est la même que pour les couches les plus internes.



**FIGURE 2.20** – Photo de la Foil Coil prête pour les tests.

Grâce à cette solution, contenir les forces de répulsion n'est plus un problème. De plus, des fibres de Zylon sont appliquées avec une précontrainte élevée autour de 700 MPa qui plaquent les feuilles sur le corps de la bobine évitant tout risque de voilage dans les parties rectilignes du bobinage. La limitation en termes de champ magnétique provient du voilage potentiel des feuilles de cuivre dans les parties courbées de l'enroulement, où il n'est pas possible de mettre de renfort efficace, ce qui pourrait conduire à l'effondrement des trous.

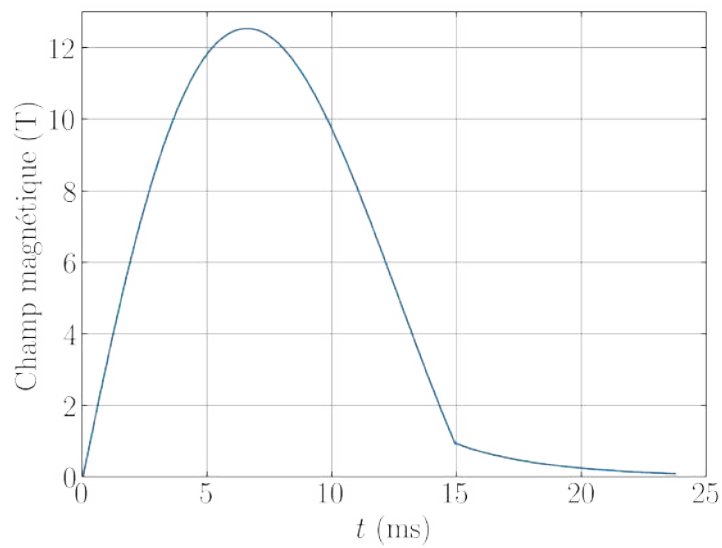
L'aimant prêt à être testé est représenté sur la Fig. 2.20.

### 2.5.2.3 Tests

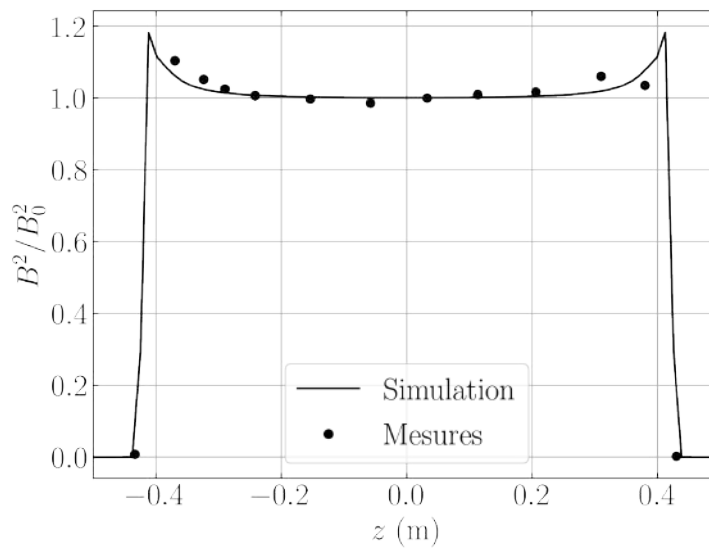
Des tests ont été effectués jusqu'à 12.5 T, le profil de l'impulsion obtenu est montré dans la Fig. 2.21, correspondant à un facteur  $B^2L_B$  de 134 T<sup>2</sup>m. Cette valeur est à comparer avec le facteur  $B^2L_B \sim 5$  T<sup>2</sup>m de la Xcoil avec des tirs à 6.5 T en 2014 [99]. Le facteur de la nouvelle bobine provient de l'intégration de son profil longitudinal présenté dans la Fig. 2.22. Lors des mesures de Physique le champ maximum est fixé à 11 T donnant une marge de sécurité raisonnable. Le champ maximal théorique pouvant être atteint par la Foil Coil est difficile à prévoir car le voilage des feuilles est difficile à simuler et est fortement influencé par de petits défauts dans l'enroulement. Mais si la Foil Coil pouvait effectuer des impulsions de 20 T, cela induirait une élévation de la température supérieure à 35 K par impulsion et le refroidissement prendrait plus de deux heures. Des améliorations du refroidissement sont donc nécessaires avant de tester le champ maximum atteignable.

Un aimant pulsé est soumis à d'énormes forces internes pendant l'impulsion et de

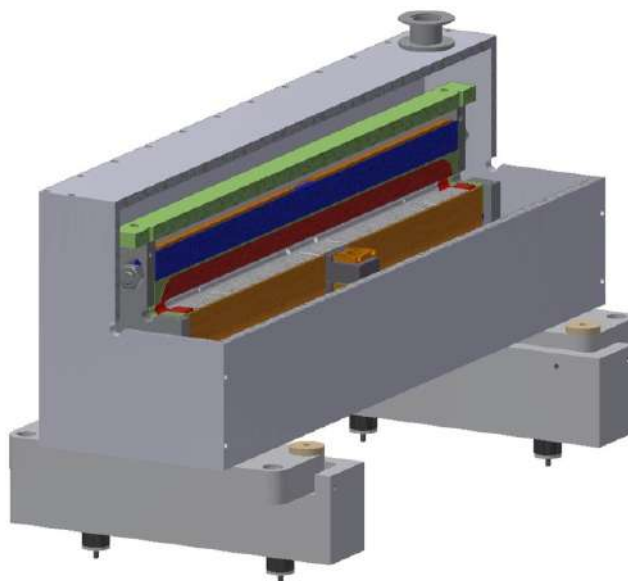




**FIGURE 2.21** – Profil temporel du champ magnétique lors d’une impulsion à 12.5 T.



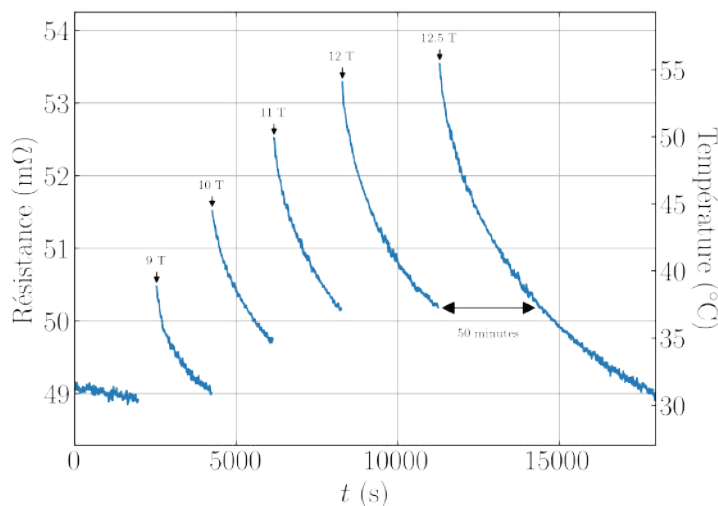
**FIGURE 2.22** – Profil longitudinal normalisé du champ magnétique produit par la Foil Coil. La ligne noire pleine présente une simulation COMSOL par la méthode des éléments finis de la bobine, les points noirs montrent les mesures.



**FIGURE 2.23** – Vue CAO montrant une coupe de trois quarts de l'ensemble mécanique. La mousse à l'intérieur de la boîte a été enlevée. En rouge le bobinage génère un champ magnétique horizontal. En bleu le cylindre rempli de résine époxy, contenant des tirants qui fixent les extrémités de la bobine. Autour du cylindre bleu, la couche de Zylon de 5 mm d'épaisseur est visible.

petits mouvements ou vibrations ne peuvent pas être évités. Ce bruit sera transmis à l'expérience via l'air et le support mécanique de la bobine et de la table optique. Afin de réduire le bruit généré par la vibration de la bobine nous avons décidé de la mettre dans une boîte en plastique visible sur la Fig. 2.23 dont l'intérieur est recouvert de mousse acoustique. Cette boîte est rendue hermétique pour ne pas contaminer la salle blanche dans laquelle se trouve l'expérience BMV.

Le taux de répétition est important pour réaliser une expérience comme la notre où des centaines d'impulsions sont nécessaires pour accumuler et moyenniser beaucoup de données. Ce premier prototype est loin d'avoir un refroidissement optimisé car l'objectif principal était de générer au moins  $100 \text{ T}^2\text{m}$  à température ambiante dans l'air. La Fig. 2.24 montre l'évolution de la résistance de la Foil Coil, donc de sa température, après quelques impulsions de 9 à 12.5 T lors des tests magnétiques. La température de la Foil Coil peut être déduite en connaissant la dépendance en température de la résistivité du cuivre qui, pour notre plage de température, est linéaire  $\rho = 0.0668 \times T + 15.648$  avec  $\rho$  en  $\text{n}\Omega\cdot\text{m}$  et  $T$  en  $^\circ\text{C}$ , comme confirmé par nos mesures. Puis, en mesurant la résistance de la Foil Coil à n'importe quelle température, par exemple  $R = 48.1 \text{ m}\Omega$  à  $26^\circ\text{C}$ , on peut la déduire pour toute autre température comme  $R = \rho L/S$  avec le facteur  $L/S$  calculé comme  $L/S = R(T = 26^\circ\text{C})/\rho(T = 26^\circ\text{C})$ . La température moyenne maximale du conducteur après une impulsion est fixée à  $60^\circ\text{C}$  correspondant à  $54 \text{ m}\Omega$ . Sachant qu'après une impulsion au champ maximum la température monte d'environ  $22^\circ\text{C}$ , correspondant à une augmentation de résistance d'environ  $4 \text{ m}\Omega$  comme le montre la Fig. 2.24, une tem-



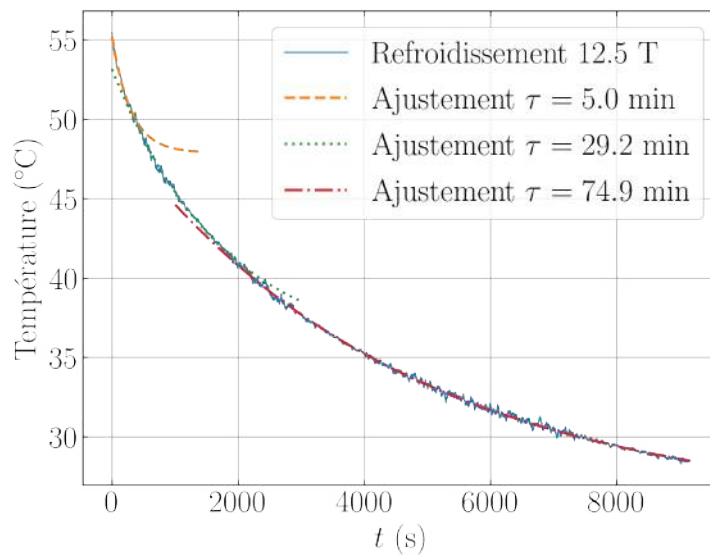
**FIGURE 2.24** – Résistance de la Foil Coil mesurée lors des tests jusqu’au champ maximum. La résistance à température ambiante est de 48.1 mΩ et la résistance maximale est fixée à 54 mΩ représentant une température finale du conducteur d’environ 60°C.

pérature locale légèrement supérieure à 80°C est atteinte autour des trous. Cette valeur semble raisonnable pour préserver l’intégrité de l’isolation et les propriétés mécaniques de l’ensemble après des milliers d’impulsions.

L’évolution dans le temps du refroidissement de la Foil Coil suit des étapes consécutives. La Fig. 2.25 montre le refroidissement après l’impulsion de 12.5 T et, aux côtés des données, nous présentons trois ajustements exponentiels pour les trois étapes du refroidissement. Faire de même sur les autres impulsions de la Fig. 2.24 conduit à des résultats similaires suggérant une loi de refroidissement commune. Après le chauffage adiabatique du cuivre pendant l’impulsion, la température est d’abord homogénéisée le long de la feuille de cuivre et la chaleur est transmise aux couches d’isolation. Ensuite, la température du renfort mécanique très isolant va augmenter et enfin la convection naturelle à l’extérieur du caisson va contribuer lentement au refroidissement de l’aimant. La puissance de refroidissement augmentera avec la température finale atteinte par l’aimant, donc le taux de répétition le plus élevé correspond aux impulsions à la température maximale. Une température finale fixée à 60°C entraîne une durée de refroidissement de l’aimant avant une nouvelle impulsion à 12.5 T d’environ 50 minutes. Le taux de répétition augmentera proportionnellement à l’inverse du carré du champ magnétique.

## 2.6 Chambre à vide

Par rapport au dispositif expérimental de 2014, outre la bobine, la configuration des chambres à vide est différente. Dessinées avec l’aide de Julien Billette et comme illustré dans la Fig. 2.26, les deux montures ne reposent plus sur les murs de l’enceinte comme



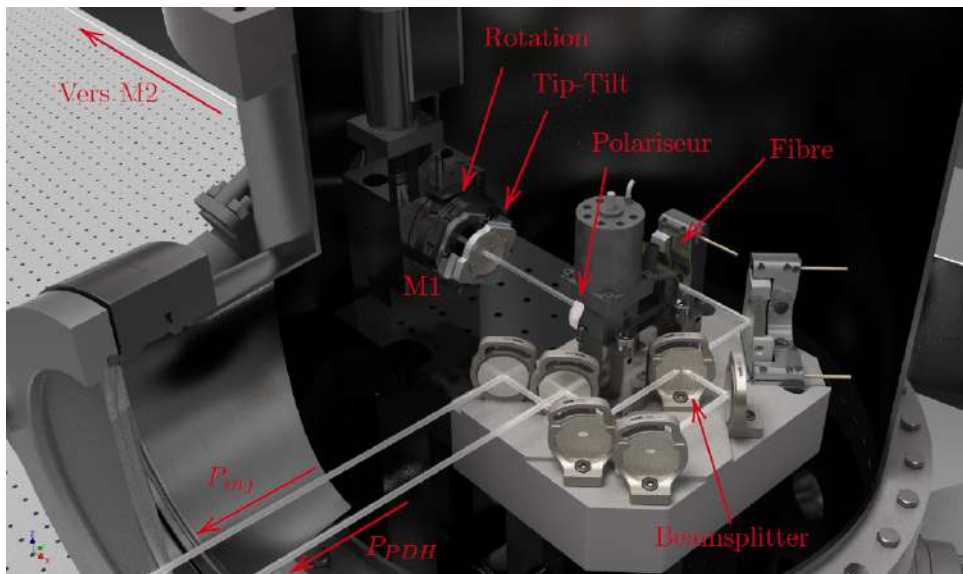
**FIGURE 2.25** – Température de la Foil Coil en fonction du temps après une impulsion à 12.5 T. Trois ajustements illustrent les trois étapes du refroidissement.

c'était le cas avant, voir Fig. 2.27, mais sur la table optique au moyen d'une réhausse. De plus, pour réduire le bras de levier lors de l'injection du laser dans la cavité et le mouvement du faisceau à la surface du miroir pouvant induire un bruit de biréfringence [144], l'arrivée de la fibre optique est désormais dans la chambre à vide et plus sur la table optique.

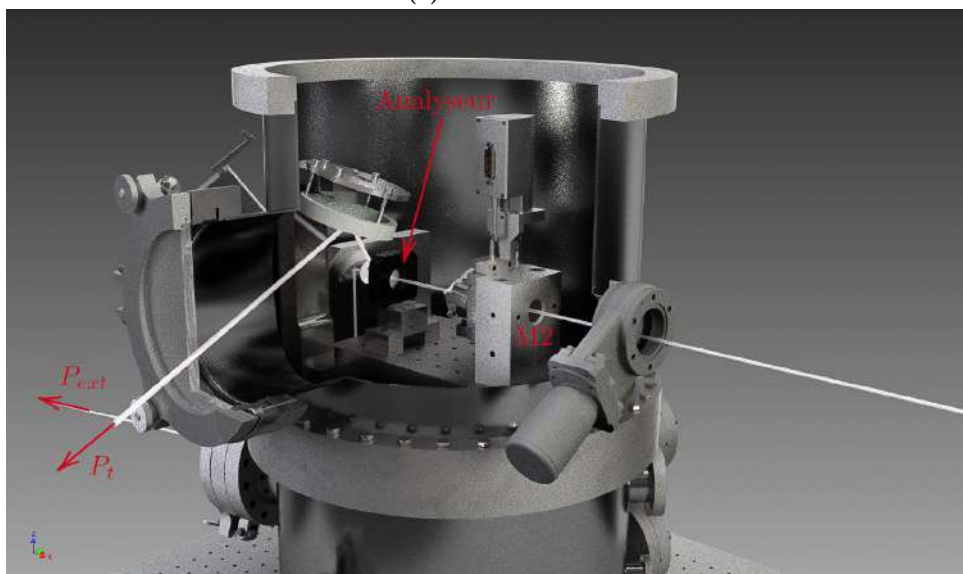
Pour permettre cela, un passage sous vide permet d'apporter la fibre dans l'enceinte M1, Fig. 2.26a. Le collimateur et le premier miroir sont placés dans des montures tip-tilt permettant d'aligner le faisceau laser injecté dans la cavité Fabry-Perot. Une lame séparatrice de faisceaux envoie 70% de l'intensité vers le polariseur et le miroir M1, les 30% restants sont dirigés vers une photodiode qui récolte l'intensité  $P_{inj}$  à travers une fenêtre de sortie de l'enceinte. Cette photodiode permet d'asservir en intensité le faisceau laser incident à la cavité. La partie de l'intensité réfléchiée par M1 qui est transmise par la lame séparatrice de faisceaux est redirigée au travers de la même fenêtre et l'intensité  $P_{PDH}$  est récupérée par une seconde photodiode. Cette dernière est nécessaire à l'asservissement en fréquence du laser. Dans la seconde enceinte, Fig. 2.26b, la monture du miroir M2 est symétrique à celle de l'enceinte M1, utilisant la même monture pourvue d'une rotation et d'un tip-tilt. Les deux intensités sortant de l'analyseur sont envoyées au travers de deux fenêtres différentes vers deux tables optiques et deux photodiodes séparées.

Comme indiqué dans les interféromètres gravitationnels [145], la lumière diffusée induit un bruit de phase dans une cavité Fabry-Perot. Pour limiter la lumière diffusée dans nos chambres à vide, nous avons placé du papier absorbant<sup>10</sup> à des points identifiés où la réduction des réflexions est primordial, dans le tube de la cavité, en fuite de certains

10. Papier Acktar Spectral Black <https://fr.acktar.com/produit/spectral-black/>, sa réflectance est proche de 2% pour 1064 nm et il est compatible ultraviolette sans adhésif.

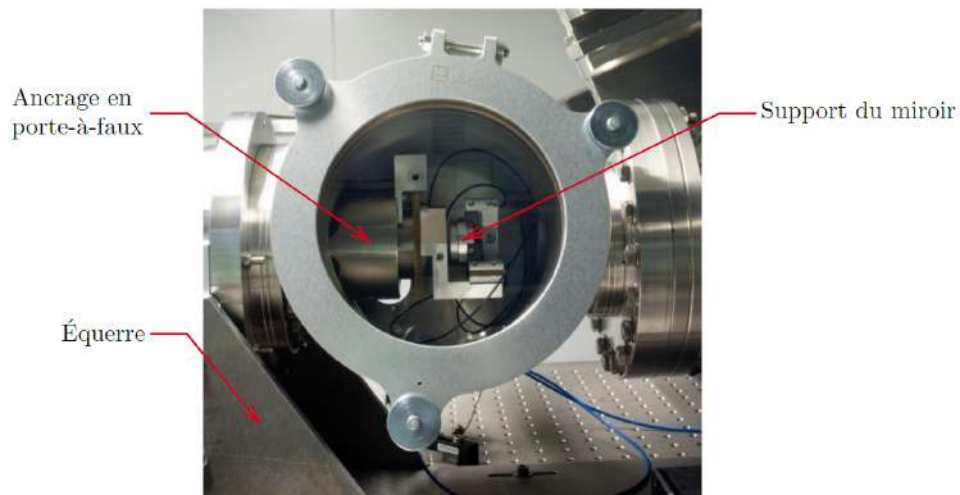


(a) Enceinte M1

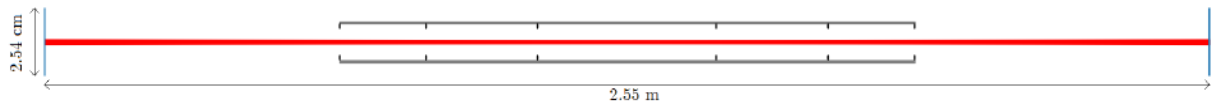


(b) Enceinte M2

**FIGURE 2.26** – Vue en coupe CAO des enceintes comportant la partie optique de la nouvelle version de l'expérience BMV.



**FIGURE 2.27** – Chambre à vide de l'expérience BMV I. Chaque support de miroir est fixé en porte-à-faux à la table optique par une équerre.



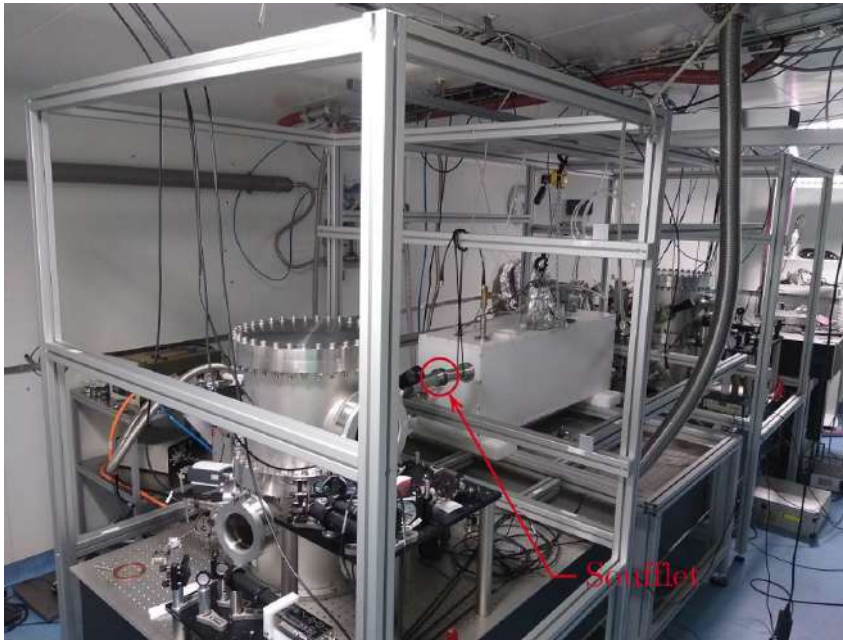
**FIGURE 2.28** – Représentation schématique de la cavité et son mode transverse fondamental, du tube traversant la bobine et la position des joints permettant de bloquer les réflexions venant du miroir. L'échelle horizontale du schéma est la distance  $L_c = 2.55$  m entre les deux miroirs. L'échelle verticale est leur diamètre  $d = 25.4$  mm.

miroirs, pour intercepter les réflexions à la surface des fenêtres et autour des polariseurs. Dans le même but, en suivant [101], nous avons également placé des joints à l'intérieur du tube de la cavité. Après avoir choisit un joint avec une certaine épaisseur, la position des joints est déterminée pour que vu depuis le waist du faisceau au niveau d'un miroir, il soit impossible de voir la surface du tube. La Fig. 2.28 représente la cavité, le tube et la position des joints respectant cette condition pour notre cavité et notre tube. J'ai écrit un programme qui effectue ces calculs pour un joint de diamètre et d'épaisseur choisis et pour une longueur  $L_c$  donnée. Le programme calcule la position des joints et les représente schématiquement dans la Fig. 2.28.

Comme la Foil Coil n'utilise pas de cryogénie, le tube n'a plus besoin de laisser un espace pour faire circuler de l'air empêchant la formation de glace [92]. Le tube peut maintenant occuper tout l'espace, cela simplifie fortement l'alignement de ce tube comme il n'y a plus qu'un seul élément, la bobine, à centrer correctement. Cela à le désavantage de permettre la propagation d'éventuelles vibrations venant de la bobine. Pour isoler mécaniquement la bobine des chambres à vide, on place de chaque côté du tube un soufflet, visible sur la Fig. 2.29. Un des objectifs de la mise en service de la bobine sera de déterminer si cette isolation est suffisante.

Une photographie du dispositif expérimental en salle blanche est présentée dans la





**FIGURE 2.29** – Photographie de l'expérience BMV avec la nouvelle bobine Foil Coil.

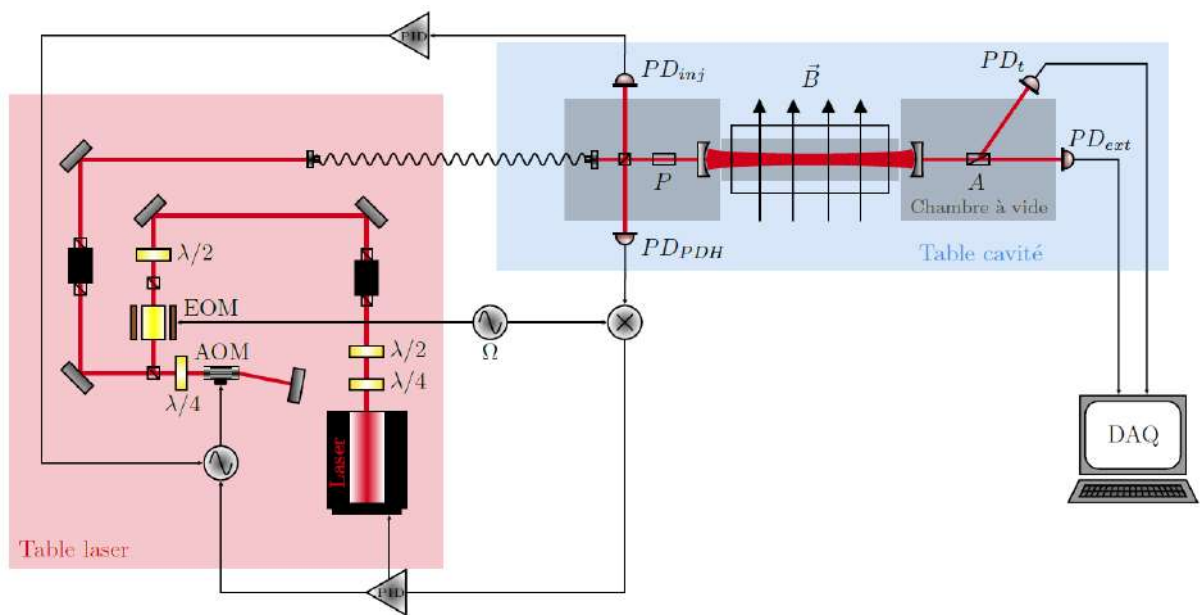
Fig. 2.29. Au premier plan, se trouve l'enceinte M2 avec les tablettes optiques où se trouve les photodiodes récoltant  $P_t$  et  $P_e$ . Entre les deux enceintes, dans la boîte blanche se trouve la Foil Coil, un tube à vide permet à la lumière de la traverser. Après la bobine se trouve l'enceinte M1 et la tablette optique d'injection. En arrière plan se trouve une table optique séparée avec le laser et tous les éléments permettant l'asservissement en fréquence comme en intensité et la collimation de la fibre. Le couplage de cette dernière est typiquement autour de 86%.

Une représentation schématique de l'ensemble de l'expérience BMV avec les éléments que nous avons discuté dans ce chapitre est présenté dans la Fig. 2.30.

Pour intégrer la Foil Coil dans l'expérience en salle blanche, la longueur de la cavité a dû être modifiée. Il est nécessaire de connaître cette dernière pour notre nouvelle cavité, sa longueur nous permettant de calculer sa finesse à partir du temps de vie des photons comme nous l'avons vu dans la section 2.3.1.1.

### 2.6.1 Mesure de la longueur de la cavité

Pour mesurer précisément la longueur de la cavité, habituellement on prélève une partie du faisceau laser que l'on fait passer par un AOM avant de le recombiner avec l'autre partie avant de l'injecter dans la cavité [90]. Comme nous l'avons vu, grâce à l'AOM on peut faire varier la fréquence du faisceau laser passant par celui-ci. Si on applique une rampe sur la cale piézoélectrique du laser, on balaye la fréquence que celui-ci délivre, et si on observe la photodiode en transmission de la cavité, on observe des pics de transmission. En faisant varier la fréquence de l'AOM on peut déplacer les pics correspondants



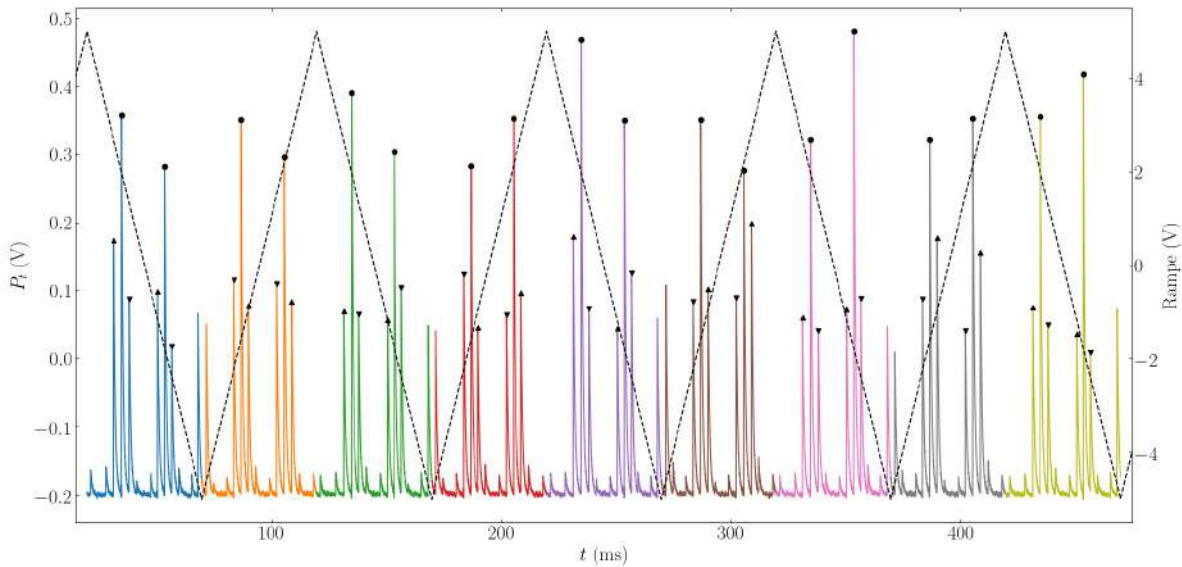
**FIGURE 2.30** – Schéma simplifié du montage optique de l'expérience BMV. Deux isolateurs de Faraday, représenté par des rectangles noirs dans le schéma permettent de limiter la puissance retournant de la cavité par la fibre.

à la partie du faisceau qui l'a traversé. Il est alors possible de les superposer avec ceux, immobiles, de l'autre partie du faisceau. En connaissant le changement de fréquence nécessaire pour effectuer deux superpositions consécutives, on détermine ainsi directement l'intervalle spectral libre de la cavité. Avec ce dernier on mesure la longueur de la cavité avec une grande précision car  $\Delta\nu_{ISL} = c/(2L_c)$  où  $c$  est la célérité de la lumière et  $L_c$  est la longueur de la cavité.

J'ai proposé une autre façon d'effectuer la mesure qui présente l'avantage de ne pas nécessiter de diviser le faisceau ni d'utiliser d'AOM supplémentaire. Le but est toujours de mesurer l'intervalle spectral libre de la cavité. Pour cela, on utilise le fait que, comme vu précédemment, lorsque que l'on module la phase du laser dans le but d'asservir la cavité par la méthode de Pound-Drever-Hall cela créé deux bandes latérales écartées de la fréquence du laser de 10.1 MHz, la fréquence de modulation utilisée. Nous avons ainsi une « échelle » de fréquence pour effectuer la mesure.

On utilise une rampe de tension de fréquence 10 Hz appliquée à la cale piézoélectrique du laser pour balayer sa fréquence. Nous effectuons l'acquisition de la rampe et de la tension de la photodiode  $P_t$  en transmission de la cavité avec la modulation de phase de 10.1 MHz activée. On observe les pics et les bandes latérales Fig. 2.31. À partir de ces données on écrit un programme informatique qui découpe les données par montées et descentes de la rampe et sur chaque morceau trouve les pics principaux et les bandes latérales. La Fig. 2.31 indique ainsi les différents morceaux par une couleur différente et indique les pics détectés par des symboles.





**FIGURE 2.31** – Tension de la photodiode  $P_t$  et de la rampe en fonction du temps. Les changements de pente de la rampe sont indiqués par des couleurs différentes, les ronds indiquent les pics principaux, les triangles vers le haut indiquent les bandes latérales droites et les triangles vers le bas les gauches. Ces dernières s'inversent avec les changements de pente de la rampe.

Une approche similaire avait été précédemment essayée par l'équipe et mise de côté à cause de l'observation de variations de l'écart entre les pics qui a été attribué à une non linéarité de la réponse du piézoélectrique du laser [146]. Malgré tout, la valeur de la longueur de la cavité obtenue alors était compatible avec celles obtenues par d'autres méthodes. Avec la nouvelle cavité, les variations de l'écart entre les pics de transmission nous semblent être dues à des fluctuations de la longueur de la cavité et/ou de la fréquence du laser. Ainsi, la nouveauté de la méthode ici présentée est d'utiliser un programme informatique pour automatiser la détection des pics et pouvoir converger vers la longueur de la cavité en moyennant assez de données.

À partir des positions des pics on calcule trois temps.

- Le temps  $t_{ISL}$  qui sépare deux pics principaux d'un même morceau.
- Le temps  $t_{SB+}$  qui sépare un pic principal de la bande latérale à droite quand la rampe monte – à gauche quand la rampe descend.
- Le temps  $t_{SB-}$  qui sépare un pic principal de l'autre bande latérale.

On calcule la moyenne de chacun de ces temps et leur associe une incertitude prise comme la déviation standard divisée par la racine carrée du nombre de mesures. On a séparé les temps  $t_{SB+}$  et  $t_{SB-}$  pour vérifier une éventuelle asymétrie due à une non-linéarité du piézoélectrique, cependant cela ne semble pas être le cas comme ces temps sont compatibles entre eux avec leurs incertitudes. Nous les combinons donc ensemble en un seul temps

moyen  $t_{SB}$  et nous pouvons calculer l'ISL par un simple produit en croix

$$\Delta\nu_{ISL} = \frac{t_{ISL}}{t_{SB}} \times 10.1 \text{ MHz}, \quad (2.56)$$

et finalement on peut déduire la longueur  $L_c$  de la cavité.

Un avantage de cette méthode est que l'on peut atteindre la précision souhaitée en moyennant suffisamment d'acquisitions. La précision sur la longueur de la cavité se repercutant sur celle de la finesse, nous souhaitons connaître la longueur de la cavité avec une bonne précision, inférieure au %. Avec 13 acquisitions de 500 ms, nous obtenons la valeur de  $L_c = (2.552 \pm 0.007)$  m.

## 2.7 Autres expériences de polarimétrie

L'expérience BMV fait partie d'un ensemble d'efforts internationaux dévoué à la mesure de la biréfringence magnétique du vide. D'autres expériences proches ont également données des limites à l'effet, nous détaillons les points principaux de celles-ci dans cette section.

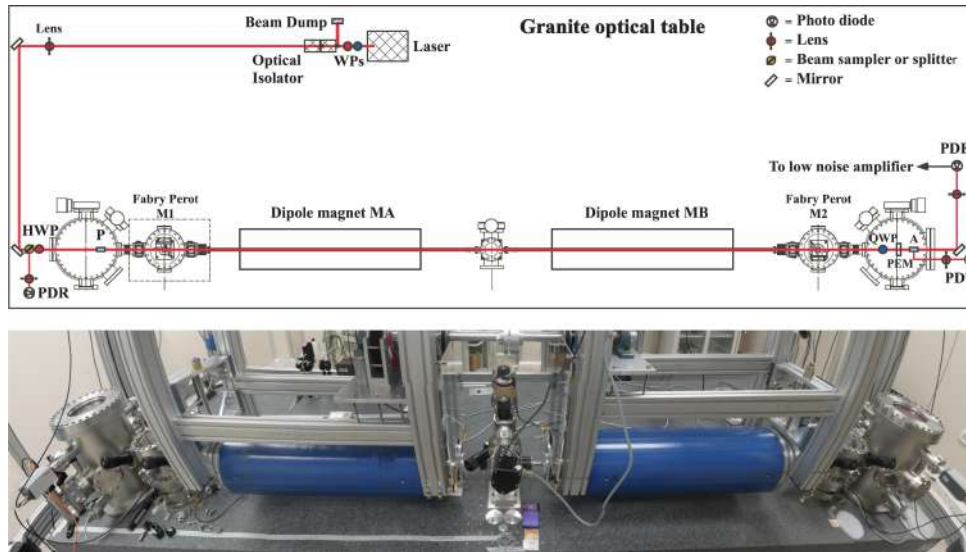
### 2.7.1 PVLAS

L'expérience PVLAS, basée en Italie, a eu plusieurs itérations au cours de ses 25 ans d'activités, on présente ici la dernière version, un historique complet peut être trouvé dans [101].

La cavité de la dernière version est d'une longueur  $L_c = 3.303 \pm 0.005$  m, correspondant à un intervalle spectral libre de  $\Delta_{ISL} = 45.38 \pm 0.07$  MHz. Les miroirs ont des rayons de courbure de  $C = 2$  m, ils ont été fabriqué par ATFilms avec des substrats de silice super-poli de 25.4 mm de diamètre et épais de 6 mm. La surface réfléchissante a été conçu pour avoir la finesse la plus grande possible. Ils rapportent une finesse maximale observée de  $\mathcal{F} = 770\,000 \pm 6\,000$ , durant les mesures dans le vide, ils rapportent une finesse de  $\mathcal{F} = 690\,000$  [101].

Étant basée sur une approche hétérodyne, l'appareil expérimental fait intervenir un modulateur d'ellipticité. Ce dernier est un dispositif basé sur l'effet photoélastique. Cet effet décrit l'observation d'un changement d'indice de réfraction d'un milieu quand ce dernier est soumis à une contrainte, et ainsi un changement relatif de ses dimensions, ce qui peut être effectué par un stress mécanique par exemple. Dans ce cas, en appliquant des pressions  $P_x$  et  $P_y$  sur un cristal selon deux directions, il apparaît des axes neutres selon ces directions avec des indices de réfraction différents entraînant une différence d'indice de réfraction

$$\Delta n = n_x - n_y = C(P_x - P_y), \quad (2.57)$$



**FIGURE 2.32** – Schéma vu de dessus et photographie de l'expérience PVLAS. HWP est une lame demi-onde, P le polariseur, A l'analyseur, QWP une lame quart d'onde, PDT est la photodiode en transmission et PDE et la photodiode en extinction. Figure extraite de [101].

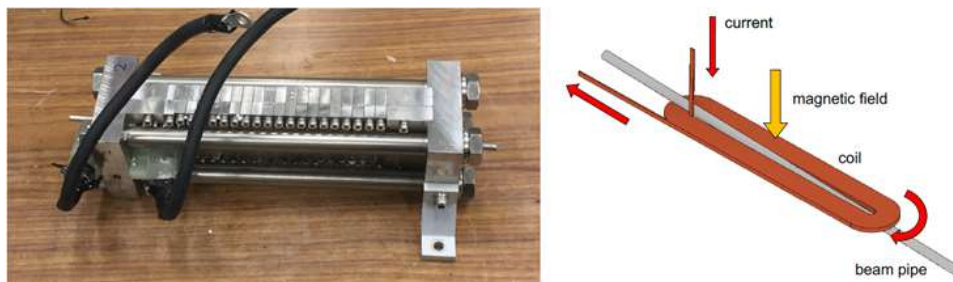
où  $C$  est la constante photoélastique du milieu ici considérée égale dans les deux directions  $x$  et  $y$  du cristal en question. Un milieu transparent et présentant un effet photoélastique comme le  $\text{SiO}_2$  permet de concevoir un modulateur d'ellipticité basé sur cet effet. Une lumière polarisée rectilignement qui traverse un tel milieu d'épaisseur  $d$  acquerra une ellipticité  $\Psi = (2\pi/\lambda)dC\Delta P$ . Ainsi, en modulant la différence de pression  $\Delta P$  au court du temps, on module l'ellipticité  $\Psi$  induite.

Des solutions commerciales basées sur ce principe existent, elles utilisent des éléments piézoélectriques résonants pour exciter les modes de vibrations du cristal<sup>11</sup>. En conséquence, les fréquences de modulation sont de l'ordre de la dizaine de kHz avec un intervalle dynamique limité. Pour ces raisons, l'équipe PVLAS développa son propre dispositif basé sur le même principe en utilisant les piézoélectriques pour contraindre le milieu plutôt que d'exciter ses modes acoustiques [147]. Ainsi, ils parvinrent à moduler l'ellipticité de 0 jusqu'à 1 kHz, pour des amplitudes en ellipticité de  $2 \times 10^{-6}$  jusqu'à  $3 \times 10^{-4}$  rad.

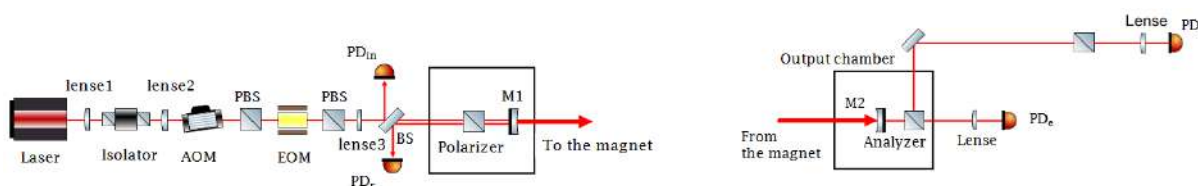
Dans l'expérience PVLAS, qui utilise des champs constants, la modulation de l'effet a été obtenu en faisant tourner l'aimant entier autour de son propre axe de la même façon que dans [148]. Premièrement, un aimant supraconducteur fournissant 5 T sur 1 m a été utilisé [149], finalement deux aimants permanents en rotation à environ 5 Hz, fournissant 2.5 T sur  $2 \times 0.85$  m *i.e.* un facteur  $B^2 L_B$  d'environ  $10 \text{ T}^2\text{m}$  [101]. Des millions de secondes de temps d'intégration ont été nécessaires pour parvenir à une valeur de  $k_{\text{CM}} = (1.9 \pm 8.2) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$  [101].

Le dernier montage expérimental de l'expérience PVLAS est présenté dans la Fig. 2.32.

11. Voir par exemple <https://www.hindsinstruments.com/wp-content/uploads/PEM-Technical-Overview.pdf>



**FIGURE 2.33** – Photographie de la bobine de l'expérience OVAL et le schéma de son principe, extrait de [150].



**FIGURE 2.34** – Schéma de l'expérience OVAL, figure adaptée de [150].

## 2.7.2 OVAL

L'expérience OVAL, basée au Japon, présente une cavité de longueur  $L_c = 1.38 \pm 0.01$  m, soit un intervalle spectral libre de  $\Delta_{ISL} = 108.6 \pm 0.8$  MHz. Les miroirs sont de mêmes dimensions que ceux des expériences précédentes et ont été fabriqués par Advanced Thin Films<sup>12</sup>. L'expérience rapporte une finesse maximale observée de  $\mathcal{F} = 670\,000$  mais, pendant les mesures dans le vide, ils utilisent  $\mathcal{F} = 320\,000$  [100].

Tout comme l'expérience BMV, l'expérience OVAL est basée sur l'utilisation d'un aimant pulsé. La dernière version de l'expérience [150] est constituée d'une bobine en forme de piste de course [100] refroidie à la température de l'azote liquide avec un tube passant en son milieu, voir la Fig. 2.33. Cet aimant fonctionne à une valeur maximale de champ de 8.3 T sur une longueur de champ de 0.165 m correspondant à un  $B^2L_B$  d'environ 11 T<sup>2</sup>m et avec un taux de répétition élevé de 0.05 Hz. Les résultats rapportés dans [150] ont été obtenus en accumulant  $2.6 \times 10^4$  impulsions.

Dans cette configuration la bobine présente un champ longitudinal non nul, ce qui introduit une rotation de la polarisation par effet Faraday dans les gaz. Pour les mesures de calibration de leur expérience dans des gaz d'effet Cotton-Mouton connus, ils utilisent donc une seconde bobine constituée de deux bobines en configuration de Helmholtz annulant le champ longitudinal mais réduisant le champ maximal à 1 T [150].

Le schéma optique de l'expérience OVAL est représenté dans la Fig. 2.34.

12. Cette compagnie résulte de la fusion en 2013 de ATFilms et Precision Photonics, toutes deux basées à Boulder dans le Colorado, <https://www.idexot.com/about-us-advanced-thin-films>.

Expériences	BFRT	PVLAS	BMV I	OVAL
	[98]	[101]	[99]	[100, 150]
Type de champ	Continu	Continu	Pulsé	Pulsé
Type de bobine	Supraconductrice	Aimant permanent	Résistive	Résistive
$B^2L_B$ (T <sup>2</sup> m)	$4 \times 4.4 \times 2$	$2.5^2 \times 0.82 \times 2$	$6.5^2 \times 0.137$	$8.3^2 \times 0.165$
$L_c$ (m)	14.9	3.3	2.27	1.38
$\mathcal{F}$	34 réflexions	700 000	445 000	320 000
$T_{int}$ (s)	$1.7 \times 10^4$	$5 \times 10^6$	0.31	40
$\Psi_s$ (rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ )	$3.9 \times 10^{-7}$	$2.5 \times 10^{-6}$	$1.0 \times 10^{-8}$	$1.8 \times 10^{-7}$
$k_{\text{CM}}$ (T <sup>-2</sup> )	$(2.2 \pm 4.1) \times 10^{-19}$	$(1.9 \pm 8.2) \times 10^{-23}$	$(8.3 \pm 8.0) \times 10^{-21}$	$(0.3 \pm 1.6) \times 10^{-20}$

**TABLE 2.4** – Caractéristiques et résultats des principaux polarimètres cherchant à mesurer la biréfringence magnétique du vide. La sensibilité en ellipticité  $\Psi_s$  et la constante de Cotton-Mouton du vide  $k_{\text{CM}}$  sont présentés avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .

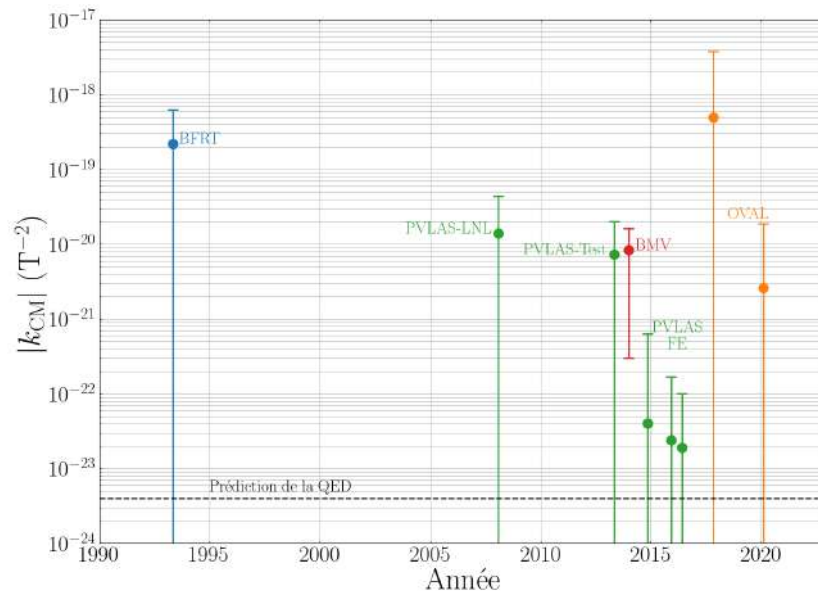
### 2.7.3 Comparaison des différentes expériences

La table 2.4 résume les caractéristiques principales des expériences qui ont données des limites sur la biréfringence magnétique du vide. La Fig. 2.35 représente ces différentes limites au cours des années. Notons que la limite la plus récente donnée par OVAL, une amélioration de deux ordres de grandeur par rapport à leur dernier résultat, n'a pas été publié et se trouve dans une thèse [150].

Dans la table 2.4 est précisé la sensibilité en ellipticité  $\Psi_s$ , l'expérience BMV à la meilleure sensibilité en ellipticité des différentes expériences. Elle ne possède cependant pas actuellement la meilleure limite sur la biréfringence magnétique du vide dû à son temps d'intégration  $T_{int}$  relativement petit à cause du taux de répétition de la bobine Xcoil.

## 2.8 Autres propositions expérimentales

Dans ce chapitre je me suis concentré sur les expériences réalisées ou en cours, mais beaucoup de propositions existent, des revues existent pour celles avant 2018 [95]. Depuis, l'équipe en charge du projet PVLAS, après son arrêt en 2020 [101], propose de mesurer la biréfringence magnétique du vide sous la forme d'un nouveau projet, VMB@CERN [155]. Ce projet propose d'utiliser un aimant supraconducteur du LHC de 14.3 m de long pouvant générer 9.5 T ayant ainsi un facteur  $B^2L_B = 1290 \text{ T}^2\text{m}$ . Plutôt que de tourner cet aimant autour de son axe, la collaboration propose de tourner la direction de la polarisation dans la cavité au moyen de deux lames  $\lambda/2$  rotatives placées dans celle-ci [156], la finesse pouvant être atteinte s'en trouve alors limitée. La collaboration considère pouvoir faire l'expérience avec une finesse de  $\mathcal{F} \sim 1000$  [155]. Selon eux réduire la finesse n'affectera pas le rapport signal sur bruit car celui-ci est constant à cause du bruit en biréfringence



**FIGURE 2.35** – Limites sur la biréfringence magnétique du vide au cours des années, les erreurs sont présentées avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . Les valeurs – ici présentées en valeur absolue – sont tirées de données des références suivantes : BFRT [98], PVLAS-LNL [151], PVLAS-Test [152], BMV [99], PVLAS-FE [101, 153, 154] et OVAL [100, 150].

de la cavité [131]. Nous aurons l'occasion de revenir sur ce dernier dans un chapitre dédié de ce mémoire.



## Chapitre 3

### Étude Monte Carlo des données BMV I



À ce jour, aucune expérience n'a observé la biréfringence magnétique du vide. Pour augmenter la sensibilité des expériences, deux stratégies peuvent être mises en place en parallèle, augmenter le signal et baisser le niveau de bruit du dispositif expérimental. Alors que nous installions la bobine Foil Coil dans la salle blanche pour effectuer la première stratégie, une pandémie mondiale nous bloqua l'accès à l'expérience pour un temps. Ce temps fut mis à profit pour réaliser une étude numérique des bruits en ellipticité de l'expérience BMV I dans le but de mieux les comprendre, et établir des stratégies pour les réduire.

Dans le cadre de l'expérience BMV, des études ont précédemment été menées montrant la présence d'un bruit d'ellipticité d'origine inconnue [157] se couplant avec les perturbations extérieures [144]. Pour apporter des indices sur l'origine du bruit limitant les expériences, il est utile de modéliser les différentes sources de bruit présentes. Notre but est donc d'étudier les bruits du signal en ellipticité publié par le dispositif BMV I. Ce signal fut obtenu comme nous le détaillerons en moyennant plusieurs impulsions. Notre approche numérique doit donc simuler chacune de ses impulsions. L'utilisation de méthodes basées sur une approche Monte Carlo peut remplir ce but. En effet, les méthodes Monte Carlo sont des outils numériques se basant sur l'utilisation de l'aléatoire, une méthode reposant sur ce principe pourra ainsi générer une infinité d'impulsions.

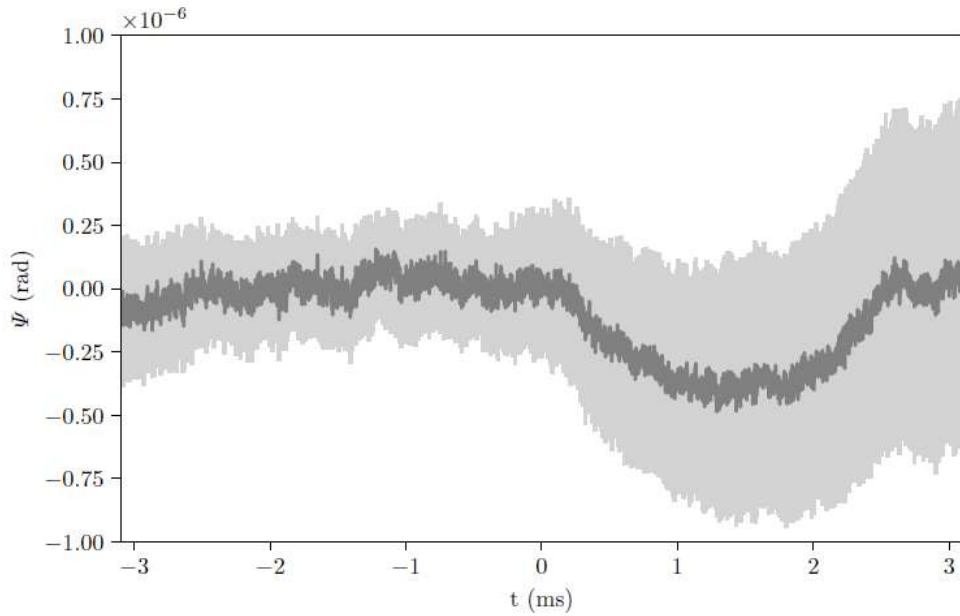
## 3.1 Simulation des signaux en ellipticité

### 3.1.1 Présentation des données à simuler

#### 3.1.1.1 Signal temporel

Notre simulation Monte Carlo vise à reproduire les données publiées par l'expérience BMV en 2014 [99] dans le but de déterminer quelles sources de bruit contribuent le plus dans les signaux obtenus.

Dans la Fig. 3.1, extraite de la publication de 2014 [99], nous exposons le signal que nous voulons reproduire par une méthode Monte Carlo. Ce signal montre l'ellipticité mesurée en moyennant environ 100 impulsions de champ magnétique à 6.5 T de la Xcoil, dans la configuration de l'expérience que l'on dénomma BMV I. À chaque instant  $t$ , de  $-3.1$  ms à  $3.1$  ms, est associée une valeur moyenne et son incertitude. L'instant  $t = 0$  correspond au début de l'impulsion de l'aimant. Du fait de l'impulsion et du bruit éventuel lié à cette dernière, il y a deux régions,  $t < 0$  et  $t > 0$ , qui doivent être traitées différemment.



**FIGURE 3.1** – Évolution temporelle de l'ellipticité mesurée par l'expérience BMV en 2014 et son incertitude avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . Figure adaptée de [99].

### 3.1.1.2 Signal fréquentiel

Outre les propriétés temporelles, il est aussi nécessaire de reproduire l'aspect fréquentiel des données. Cette facette des signaux est usuellement quantifiée au moyen de DSP, à partir de données d'ellipticité généralement prise en absence de champ magnétique. La DSP de l'expérience BMV I [99] est comparée à celle de l'expérience PVLAS [101] et OVAL [150] dans la Fig. 3.2, toutes ramenées au même temps d'acquisition de 1 s.

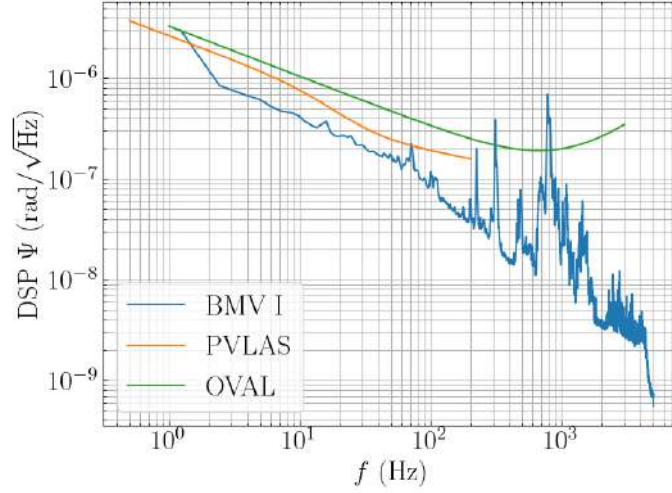
La forme de ce que l'on appelle désormais le bruit optique est de forme similaire pour les trois expériences, en  $1/f$ . Il est celui que l'on cherchera à reproduire.

Même si le niveau de bruit de l'expérience BMV est meilleur, les trois expériences ont un niveau de bruit du même ordre de grandeur et de même allure. L'origine de ce bruit en ellipticité limitant la sensibilité est à ce jour inconnue. Évidemment, il est important de déterminer son origine pour l'éliminer et gagner en sensibilité. Une partie de ce mémoire de thèse sera consacrée à son étude.

## 3.1.2 Méthode d'analyse de 2014

Pour mieux simuler le signal final il faudra incorporer la même analyse que celle utilisée pour obtenir le signal réel. On rappelle ici cette analyse, exposée avec plus de détails dans [92]. Avant et lors d'une impulsion magnétique, les signaux  $P_t(t)$  et  $P_e(t)$  sont enregistrés, et comme

$$\frac{P_e(t)}{P_t(t)} = \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t), \quad (3.1)$$



**FIGURE 3.2** – Comparaison des densités spectrales de bruit, linéarisées, des expériences BMV I [99], PVLAS [101] et OVAL [150]. Les courbes pour PVLAS et OVAL capturent uniquement les variations du fond de leur DSP et non d'éventuelles résonances.

le signal  $\Psi(t)$  est déduit comme

$$\Psi(t) = \frac{P_e(t)/P_t(t) - \sigma^2 - \Gamma^2}{2\Gamma}, \quad (3.2)$$

avec la valeur de  $\Gamma$  déterminée avant le début de l'impulsion magnétique comme

$$\Gamma = \pm \sqrt{\left\langle \frac{P_e}{P_t} \right\rangle_{t < 0} - \sigma^2}, \quad (3.3)$$

en connaissant la valeur de  $\sigma^2$ , mesurée avant d'installer la cavité optique. Le signe de  $\Gamma$  n'est pas déterminé par cette méthode, ainsi il est expérimentalement calibré grâce à la mesure de l'effet Cotton-Mouton d'un gaz dont le signe,  $\Delta n < 0$  ou  $\Delta n > 0$ , est connu. En tournant les miroirs, il est ensuite possible de varier le signe de  $\Gamma$ , voir Eq. 2.39.

### 3.1.3 Discussion de la formule du rapport des intensités utilisée en 2014

La formule utilisée en 2014 [99] pour calculer l'ellipticité à partir des intensités est

$$P_e(t) = \hat{C}[P_t(t)] \left( \sigma^2 + (\Gamma + \hat{C}[\Psi(t)])^2 \right). \quad (3.4)$$

En particulier elle introduit le filtrage des données de  $P_t$  par la bande passante de la cavité. On a représenté cette action par l'opérateur  $\hat{C}$  associé à la fonction de transfert de la cavité  $H(\nu)$ , un filtre passe bas de fréquence de coupure  $\nu_c$ , tel que  $\Psi_f(t) = \hat{C}[\Psi(t)] =$

$\mathcal{F}^{-1}[H(\nu)\mathcal{F}[\Psi(t)]]$  où  $\mathcal{F}$  est l'opérateur de la transformée de Fourier. L'Eq. 3.4 est en fait une approximation de la formule exacte de l'ellipticité. Cette dernière est

$$P_e(t) = \sigma^2 P_t(t) + \hat{C} [P_t(t)(\Gamma + \Psi(t))^2], \quad (3.5)$$

car la partie du signal n'étant pas affectée par la cavité,  $\sigma^2$ , ne peut pas être filtrée par celle-ci. Notons que  $P_t(t)$  est le résultat du couplage  $\eta$  de la cavité de la puissance injectée  $P_i(t)$  tel que  $P_t(t) = \hat{C}[\eta P_i(t)]$ .

Toutefois, nous allons montrer ici que l'erreur introduite en utilisant l'Eq. 3.4 plutôt que l'Eq. 3.5 est négligeable.

Pour cela nous considérons que l'intensité ordinaire présente une petite modulation autour d'une valeur centrale comme  $P_t(t) = P_t^{DC} (1 + \beta \cos \omega t)$  avec  $\beta \ll 1$ . Pour simplifier nous allons examiner le cas d'un champ magnétique oscillant à une fréquence  $\omega_B$ ,  $B(t) = A \cos \omega_B t$ , ainsi le signal en ellipticité dû à la biréfringence magnétique du vide peut être écrit comme

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \alpha B^2(t) = \frac{\alpha A}{2} (1 + \cos 2\omega_B t) \\ &= \Psi^{DC} (1 + \cos 2\omega_B t). \end{aligned} \quad (3.6)$$

On calcule  $P_e(t)$  en utilisant l'Eq. 3.5 dans le cas où  $\Psi(t) \ll \Gamma$  ainsi

$$P_e(t) \simeq \sigma^2 P_t(t) + \hat{C} (P_t(t)[\Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t)]), \quad (3.7)$$

en injectant nos expressions pour  $P_t(t)$  et  $\Psi(t)$  nous obtenons

$$\begin{aligned} P_e(t) &= \sigma^2 P_t(t) + \hat{C} (P_t^{DC} (\Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t))) + \hat{C} (P_t^{DC} \beta \cos \omega t (\Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t))) \\ &= \sigma^2 P_t(t) + P_t^{DC} \Gamma^2 + 2\Gamma P_t^{DC} \Psi_f(t) + P_t^{DC} \Gamma^2 \beta \hat{C} (\cos \omega t) \\ &\quad + 2\Gamma P_t^{DC} \beta \hat{C} (\Psi(t) \cos \omega t) \\ &= \sigma^2 P_t^{DC} + \sigma^2 P_t^{DC} \beta \cos \omega t + P_t^{DC} \Gamma^2 + 2\Gamma P_t^{DC} \Psi_f(t) + P_t^{DC} \Gamma^2 \beta \hat{C} (\cos \omega t) \\ &\quad + 2\Gamma P_t^{DC} \beta \Psi^{DC} \hat{C} (\cos \omega t) + 2\Gamma P_t^{DC} \beta \Psi^{DC} \hat{C} (\cos \omega t \cos 2\omega_B t). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Afin de calculer l'ellipticité de 2014,  $\Psi^{2014}(t)$ , nous avons besoin de déterminer l'inverse de  $P_{t,f}(t) = \hat{C} (P_t(t))$

$$\frac{1}{P_{t,f}(t)} = \frac{1}{P_t^{DC} (1 + \beta \hat{C} (\cos \omega t))} \simeq \frac{1}{P_t^{DC}} (1 - \beta \hat{C} (\cos \omega t)), \quad (3.9)$$

car  $\beta \ll 1$ . On calcule le ratio  $P_e(t)/P_{t,f}(t)$ , en négligeant les termes en  $\beta^2$

$$\begin{aligned} \frac{P_e(t)}{P_{t,f}(t)} &\simeq \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi_f(t) + \sigma^2\beta \left( \cos \omega t - \hat{C}(\cos \omega t) \right) - 2\Gamma\beta\Psi_f(t)\hat{C}(\cos \omega t) \\ &\quad + 2\Gamma\beta\Psi^{DC}\hat{C}(\cos \omega t) + 2\Gamma\beta\Psi^{DC}\hat{C}(\cos \omega t \cos 2\omega_B t) \\ &= \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi_f(t) + \sigma^2\beta \left( \cos \omega t - \hat{C}(\cos \omega t) \right) \\ &\quad + 2\Gamma\beta\Psi^{DC} \left( \hat{C}(\cos \omega t \cos 2\omega_B t) - \hat{C}(\cos \omega t) \hat{C}(\cos 2\omega_B t) \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Nous obtenons finalement l'ellipticité telle qu'elle a été calculé en 2014, c'est-à-dire  $\Psi^{2014}(t) = \left( \frac{P_e(t)}{P_{t,f}(t)} - \sigma^2 - \Gamma^2 \right) / 2\Gamma$  et nous calculons l'erreur comme  $\delta(t) = \Psi^{2014}(t) - \Psi_f(t)$

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{\sigma^2\beta}{2\Gamma} \left( \cos \omega t - \hat{C}(\cos \omega t) \right) + \beta\Psi^{DC} \left( \hat{C}(\cos \omega t \cos 2\omega_B t) \right. \\ &\quad \left. - \hat{C}(\cos \omega t) \hat{C}(\cos 2\omega_B t) \right) \\ &= \frac{\sigma^2\beta}{2\Gamma} \left( \cos \omega t - \hat{C}(\cos \omega t) \right) + \beta\Psi^{DC} \left( \frac{1}{2}\hat{C}(\cos(\omega + 2\omega_B)t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}\hat{C}(\cos(\omega - 2\omega_B)t) - \hat{C}(\cos \omega t) \hat{C}(\cos 2\omega_B t) \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Étudions d'abord le cas où  $\omega \ll \omega_c$ , pour nos cavités typiquement  $\omega_c = 2\pi \times 75$  rad/s. Comme une impulsion magnétique dure typiquement 10 millisecondes, nous pouvons considérer que pendant la durée de l'impulsion nous avons  $\omega t \ll 1$ , donc

$$\delta(t) \simeq \beta\Psi^{DC} \left( \hat{C}(\cos 2\omega_B t) - \hat{C}(\cos 2\omega_B t) \right) = 0. \quad (3.12)$$

Dans la limite  $\omega \gg \omega_c$ , comme le filtrage de la cavité sur un cosinus est

$$\hat{C}(\cos \omega t) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \cos(\omega t - \arctan(\omega/\omega_c)), \quad (3.13)$$

dans cette limite nous avons

$$\delta(t) \simeq \frac{\sigma^2\beta}{2\Gamma} \cos \omega t. \quad (3.14)$$

Si nous utilisons les valeurs typiques des paramètres d'une expérience comme BMV en 2014 [99], nous trouvons que l'amplitude de l'erreur est de l'ordre de  $10^{-9}$ .

Nous pouvons donc considérer que la formule utilisée en 2014, bien qu'incorrecte, présente une erreur négligeable.

### 3.1.4 Symétrie du signal

Expérimentalement on peut changer le signe de  $\Gamma$  et du champ magnétique  $B$ . Dans l'Eq. 3.2, on observe que le signal est impair avec  $\Gamma$ . De plus, on sait que l'effet attendu est en  $B^2$ , soit pair avec le signe de  $B$ . On peut alors construire une combinaison de quatre signaux pris avec des signes différents de  $\Gamma$  et  $B$  pour extraire des signaux seulement la partie ayant la bonne symétrie [99]. Si on note  $\Psi_{\pm,\pm}(t)$  une ellipticité mesurée avec un signe de  $\Gamma$  et  $B$  donnés, le premier indice référent au signe de  $\Gamma$  et le second à celui de  $B$ , alors le signal respectant la bonne symétrie est [99]

$$\Psi(t) = \frac{1}{4}\Psi_{+,+}(t) + \frac{1}{4}\Psi_{+,-}(t) - \frac{1}{4}\Psi_{-,+}(t) - \frac{1}{4}\Psi_{-,-}(t). \quad (3.15)$$

Ainsi, dans la simulation Monte Carlo, nous allons générer les quatre jeux de données  $\Psi_{\pm,\pm}(t)$  en générant 25 signaux par catégorie, et en les moyennant pour obtenir une valeur moyenne et son incertitude, estimée par l'écart type. Le signal final est obtenu grâce à l'Eq. 3.15.

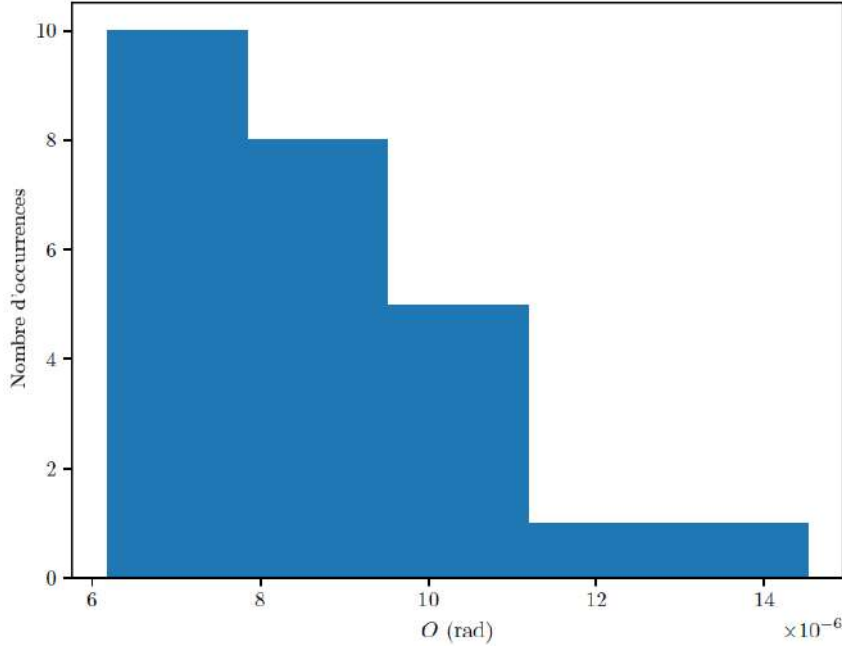
Une autre caractéristique importante des données de 2014 [99] est que près de la moitié des impulsions magnétiques n'a pas été utilisée dans l'analyse finale car la distribution de l'ellipticité  $\Psi(t)$  avant l'impulsion n'était pas gaussienne. Ce fait a été considéré par les auteurs de la publication originale [99] comme une indication d'un bruit supplémentaire affectant les données avant même l'impulsion de champ magnétique.

### 3.1.5 Paramètre d'optimisation de la simulation

Dans notre simulation Monte Carlo nous allons ajouter un certain nombre de paramètres. Ces derniers pourront varier aléatoirement dans un intervalle qui devra être optimisé en comparant le résultat de la simulation avec les données cibles discutées précédemment. Le but est idéalement atteint quand, à tout instant  $t_i$ , la valeur moyenne de la simulation Monte Carlo  $\Psi(t_i)_{MC}$  et son incertitude  $\sigma(t_i)_{MC}$  égalisent leur équivalent expérimental,  $\Psi(t_i)_{exp}$  et  $\sigma(t_i)_{exp}$ . Ainsi, pour optimiser les paramètres de la simulation Monte Carlo nous souhaitons minimiser la quantité  $O$  suivante

$$O = \left\{ \frac{\sum_i [(\Psi(t_i)_{MC} + \sigma(t_i)_{MC}) - (\Psi(t_i)_{exp} + \sigma(t_i)_{exp})]^2}{2} + \frac{\sum_i [(\Psi(t_i)_{MC} - \sigma(t_i)_{MC}) - (\Psi(t_i)_{exp} - \sigma(t_i)_{exp})]^2}{2} \right\}^{1/2}. \quad (3.16)$$

La façon dont on écrit notre paramètre d'optimisation  $O$  correspond à deux régressions des données expérimentales par la méthode des moindres carrés, une pour les valeurs supérieures à la moyenne et une pour les valeurs inférieures. En développant l'Eq. 3.16,



**FIGURE 3.3** – Histogramme des valeurs de  $O$  pour le point de valeur  $t_a = 0.14$  ms de la Fig. 3.7a).

on peut obtenir une expression plus simple

$$O = \sqrt{\sum_i [(\Psi(t_i)_{MC} - \Psi(t_i)_{exp})^2 + (\sigma(t_i)_{MC} - \sigma(t_i)_{exp})^2]}, \quad (3.17)$$

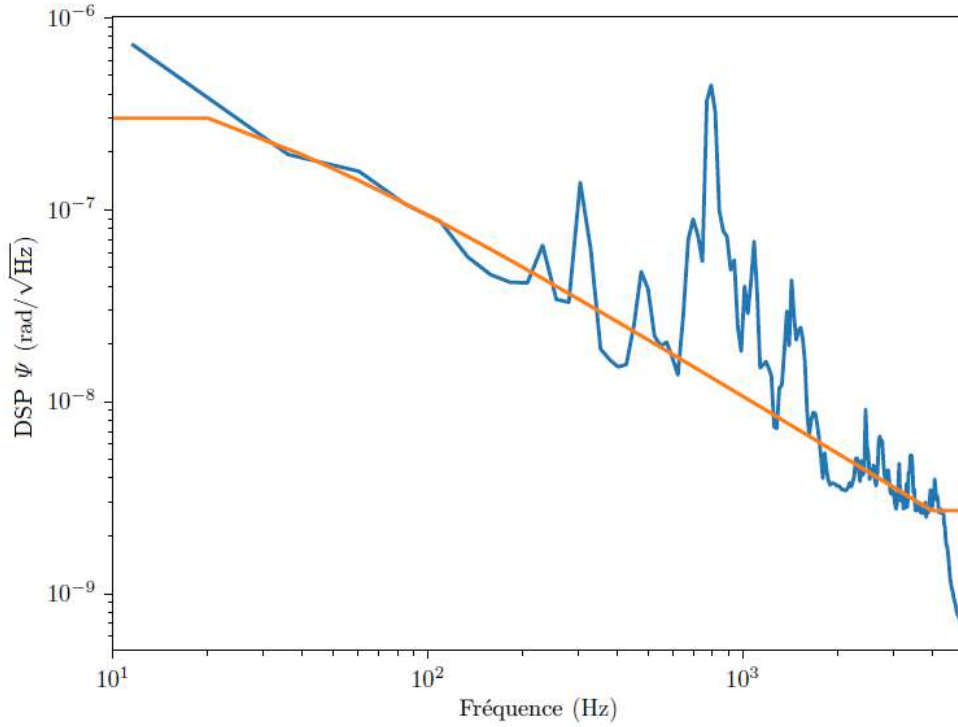
ce qui est équivalent à ajuster séparément à chaque instant  $t_i$  la valeur moyenne  $\Psi(t_i)_{exp}$  et l'incertitude  $\sigma(t_i)_{exp}$ .

Cette procédure d'optimisation doit aussi prendre en compte le fait que pour un ensemble de paramètres fixés, de par l'utilisation intensive de l'aléatoire, le paramètre  $O$  présente aussi une distribution aléatoire. Dans la suite, pour un ensemble de paramètres fixés, on simule 25 expériences – une expérience étant le résultat du moyennage de la génération de 100 impulsions – et on donnera uniquement la valeur minimale  $O_{min}$ . Quand nous sommes alors près d'un minimum, la distribution des valeurs de  $O$  ne peut pas être gaussienne, comme l'illustre l'exemple de la Fig. 3.3. Pour caractériser l'étendue des valeurs de  $O$ , on introduit une quantité  $\Delta O$  définie comme une déviation standard mais par rapport à la valeur minimale et non la valeur moyenne. Ainsi  $\Delta O$  est défini comme

$$\Delta O = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} (O_l - O_{min})^2}, \quad (3.18)$$

avec  $N$  le nombre de valeur de  $O$ .

La valeur optimisée d'un paramètre donné est la valeur pour laquelle  $O_{min}$  et le  $\Delta O$  associé sont le plus petit possible.



**FIGURE 3.4** – Densité spectrale de bruit linéarisée de l’ellipticité en absence d’impulsion magnétique donnée dans [99] moyennée pour avoir une résolution spectrale d’environ 20 Hz et sa modélisation.

### 3.1.6 Simulation des données pour $t < 0$

#### 3.1.6.1 Modélisation du bruit en ellipticité

La première étape est la reproduction des données pour  $t < 0$ , non perturbées par une impulsion magnétique. Il s’agit de fait du bruit optique de l’expérience. Comme nous l’avons déjà introduit, ce bruit est caractérisé expérimentalement par la mesure d’une densité spectrale de puissance linéarisée (DSP) exprimée en  $\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  retournant l’amplitude du bruit en fonction de la fréquence.

Notre méthode Monte Carlo sera ainsi basée sur l’utilisation de DSP d’ellipticité pour générer des signaux imitant le bruit optique  $\delta\Psi$  de notre expérience. Dans la Fig. 3.4, est reproduit la DSP publiée en 2014 [99] rééchantillonnée pour réduire sa résolution spectrale à 20 Hz, correspondant au temps d’acquisition de 50 ms utilisé lors des prises de données. Cette DSP présente une structure de pics dont l’origine a été attribuée, comme présenté dans le chapitre précédent, à la présence d’un porte-à-faux important entre le support des miroirs et l’enceinte à vide, couplant la cavité optique et les perturbations extérieures [92].

Dans notre simulation, en première approche, nous modélisons la DSP par une fonction  $\beta(\nu)$  en  $1/f$ . Pour éviter le problème de la singularité en  $\nu = 0$ , nous la prenons de la



forme

$$\beta(\nu) = \begin{cases} Aa/(a + \nu) & \text{si } \nu \leq \nu_0 \\ Aa/(a + \nu_0) & \text{si } \nu > \nu_0 \end{cases} \quad (3.19)$$

avec  $A$  et  $a$  deux paramètres que l'on peut déterminer en choisissant l'amplitude du bruit  $\beta(\nu_0)$  et  $\beta(\nu_1)$  en deux points, respectivement  $\nu_0$  et  $\nu_1 < \nu_0$ . En résolvant un système de deux équations, on peut obtenir les valeurs de  $A$  et  $a$

$$\begin{aligned} A &= \beta(\nu_1) \frac{\nu_0 - \nu_1}{\nu_0 - \nu_1 \beta(\nu_1) / \beta(\nu_0)}, \\ a &= \nu_0 \frac{\beta(\nu_0)}{A - \beta(\nu_0)}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Pour modéliser le bruit en ellipticité des données de 2014, nous avons choisi les paramètres  $\nu_1 = 20$  Hz,  $\nu_0 = 4000$  Hz,  $\beta(\nu_1) = 3 \times 10^{-7}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  et  $\beta(\nu_0) = 2.7 \times 10^{-9}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Cette modélisation est comparée à la DSP de 2014 dans la Fig. 3.4, cette dernière n'ayant pas de données au delà de  $\nu = 4$  kHz, nous considérons dans notre modélisation que la DSP est constante au delà de cette fréquence *i.e.* limitée par le shot noise. Les données réelles ont été acquises avec un pas de temps  $dt = 1 \mu\text{s}$ , impliquant une fréquence de Nyquist de  $1/(2dt) = 500$  kHz, la fréquence maximale de notre simulation.

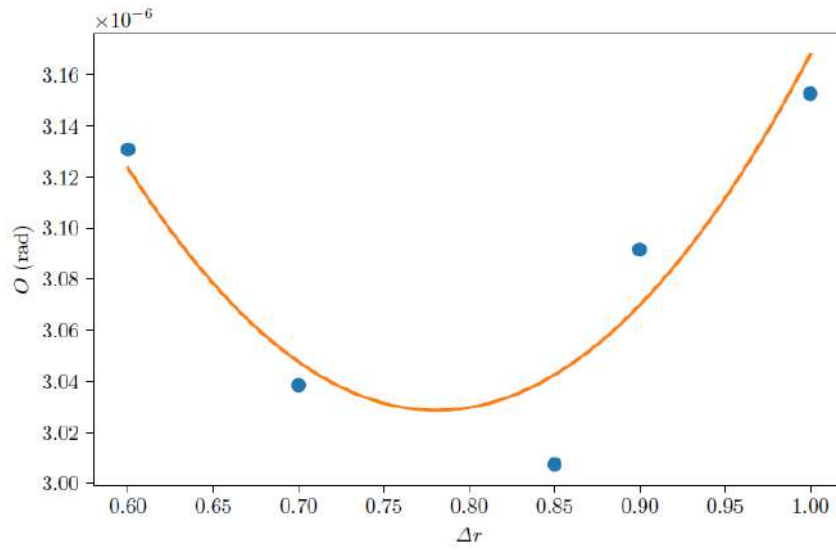
### 3.1.6.2 Production des signaux temporels

Pour générer une infinité de signaux respectant la même DSP, nous introduisons de l'aléatoire dans la phase de chaque composante fréquentielle. En effet, une DSP fixe uniquement l'amplitude à chaque fréquence. C'est l'essence de notre approche Monte Carlo. En pratique, on reconstruit le signal temporel en additionnant une sinusoïde à chaque fréquence avec l'amplitude correspondante – multipliée par la racine de la résolution spectrale  $d\nu$  à cause de l'utilisation de la DSP – et on affecte à chaque fréquence  $\nu_n$  une phase aléatoire  $\varphi_n$  uniformément prise dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$ . Ainsi, on peut écrire notre signal simulé  $N(t)$  comme

$$N(t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} \sqrt{d\nu} \beta(\nu_n) \cos(2\pi\nu_n t + \varphi_n), \quad (3.21)$$

avec  $n_{max}$  l'indice de la fréquence maximale de la simulation, dans la suite nous avons choisi  $\nu(n_{max}) = 200$  kHz pour gagner du temps de calcul. Nous prenons soin pour la fréquence nulle de ne pas ajouter une phase aléatoire, sinon la valeur moyenne des signaux générés auront une valeur moyenne variant entre  $-\beta(0)$  et  $\beta(0)$ , ce qui n'est pas possible car lors de l'analyse des signaux cette dernière est ramenée à 0 par soustraction de  $\sigma^2 + \Gamma^2$ .

Expérimentalement, entre chaque impulsion, les miroirs de la cavité sont ajustés pour changer le signe de  $\Gamma$  ou pour le maintenir proche d'une même valeur. Cependant les valeurs de  $|\Gamma|$  seront toujours légèrement différentes. Pour prendre en compte ce fait, nous



**FIGURE 3.5** – Paramètre d’optimisation  $O_{min}$  en fonction du paramètre  $\Delta r$ . Un ajustement par une fonction quadratique donne un minimum de  $\Delta r_{min} = 0.78$ .

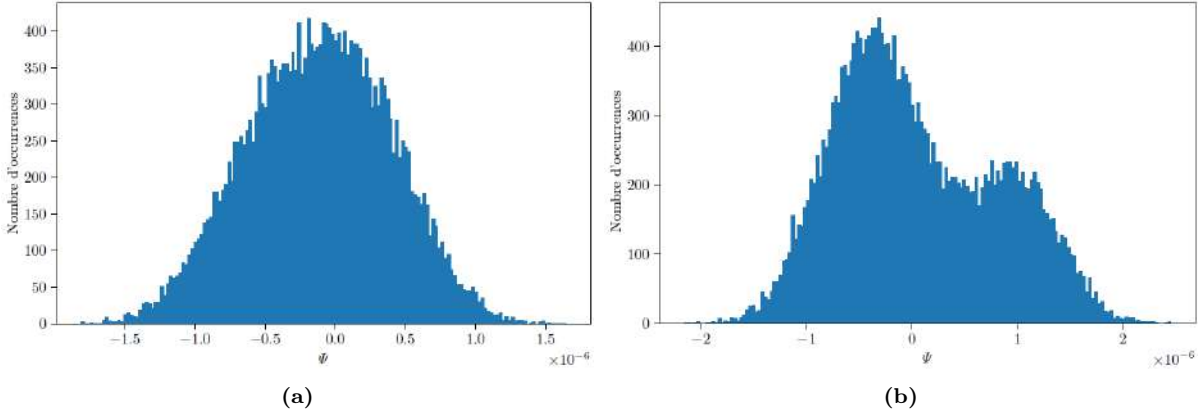
ajoutons une variable aléatoire  $r$  augmentant l’amplitude du bruit à toutes les fréquences. En effet, à une variation de  $\Gamma$  correspond une variation du bruit en ellipticité [116]. L’eq. 3.21 devient alors

$$N(t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} r \times \sqrt{d\nu} \beta(\nu_n) \cos(2\pi\nu_n t + \varphi_n), \quad (3.22)$$

avec  $r$  aussi pris uniformément dans l’intervalle  $[1, 1 + \Delta r[$ . Avec l’ajout de cette variable aléatoire, nous respectons le critère selon lequel nous devons faire varier la phase et l’amplitude de chaque fréquence lorsque l’on génère des signaux à partir d’une DSP [158].

La valeur de  $\Delta r$  peut ensuite être optimisée en simulant des données pour quelques valeurs de  $\Delta r$  et en calculant  $O_{min}$  et le  $\Delta O$  correspondant avec l’Eq. 3.18. Nous pouvons alors effectuer un ajustement par la méthode des moindres carrés avec une fonction quadratique pour trouver la valeur de  $\Delta r$  reproduisant le mieux les données de 2014 avant le début d’une impulsion. Nous trouvons  $\Delta r = 0.78$ . Dans la Fig. 3.5 est montrée les valeurs de  $O_{min}$  en fonction de  $\Delta r$  obtenu grâce à notre simulation Monte Carlo.

Notre simulation peut aussi être utilisée pour vérifier la distribution des valeurs de  $\Psi(t)$  pour  $t < 0$  de chaque impulsion simulée. Dans la Fig. 3.6a et 3.6b, nous montrons des résultats reproduisant ceux présentés dans la Fig. 5 de l’article de 2014 [99], soit que certaines impulsions présentent une distribution non normale. Cela indique que notre simulation est capable de reproduire cette caractéristique des données expérimentales de 2014 sans ajouter de bruit supplémentaire. Notre simulation montre ainsi que cette particularité n’est pas due à un bruit supplémentaire comme avancé dans l’article original et donc, en principe, toutes les impulsions auraient pu être incluses dans l’analyse. Ainsi,



**FIGURE 3.6** – Histogramme typique de l’ellipticité  $\Psi(t)$  avant l’impulsion magnétique obtenu par notre simulation Monte Carlo. (a) Une impulsion présentant une distribution gaussienne. (b) Une impulsion ne présentant pas une distribution gaussienne.

dans notre simulation nous n’exclurons pas des données sur le critère d’une distribution non gaussienne pour  $t < 0$  comme cela a été fait en 2014.

### 3.1.7 Simulation des données pour $t > 0$

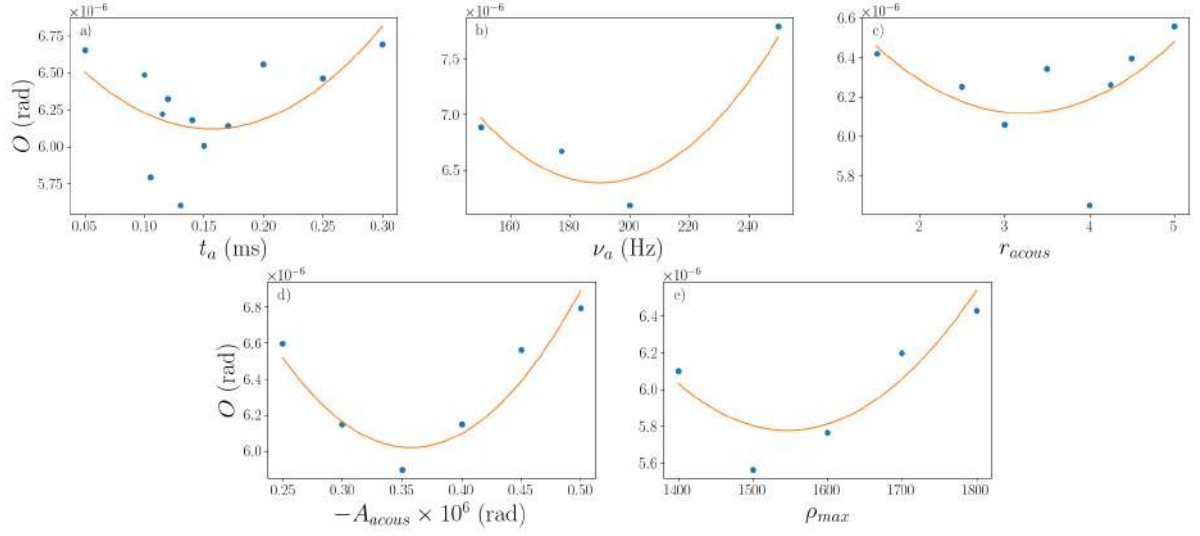
Pour les temps  $t > 0$ , pendant l’impulsion magnétique, les données de 2014 Fig. 3.1 présentent une structure complexe que nous pouvons décrire comme une oscillation sinusoïdale avec des barres d’erreurs grandissantes. En conséquence, la simulation Monte Carlo devient plus complexe également. En effet, nous devons ajouter des paramètres à la fonction Eq. 3.22 pour reproduire ces caractéristiques.

Ainsi, nous ajoutons une oscillation commençant au temps  $t = t_a$ , le temps d’arrivée de la perturbation acoustique, cette dernière étant modélisée comme une sinusoïde de fréquence  $\nu_a$  et d’amplitude  $A$  aléatoire uniformément tirée dans l’intervalle  $[A_{acous}(1 - r_{acous}), A_{acous}(1 + r_{acous})]$ . Pour reproduire l’augmentation des barres d’erreurs, nous ajoutons une augmentation linéaire de l’amplitude du bruit de chaque fréquence partant de la valeur avant l’impulsion magnétique. La pente  $\rho$  de cette augmentation est un nouveau paramètre aléatoire choisit dans l’intervalle  $[0, \rho_{max}]$  et elle commence comme la sinusoïde au temps  $t_a$ . La fonction Eq. 3.22 devient ainsi

$$N(t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} [r + \mathbb{1}(t - t_a)\rho(t - t_a)] \sqrt{d\nu} \beta(\nu_n) \cos(2\pi\nu_n t + \varphi_n) - \mathbb{1}(t - t_a)A \sin(2\pi\nu_a(t - t_a)), \quad (3.23)$$

avec  $\mathbb{1}(x)$  la fonction indicatrice qui vaut 1 si  $x \geq 0$  et 0 sinon.

Le sens physique de l’Eq. 3.23 est que la perturbation acoustique générée par la décharge du courant dans l’aimant arrive à un temps  $t_a$  et elle peut être représentée par une fonction périodique de fréquence  $\nu_a$ . En même temps, la perturbation induit une



**FIGURE 3.7** – Paramètre d’optimisation  $O$  en fonction des paramètres de notre simulation Monte Carlo, un ajustement grâce à la méthode des moindres carrées par une fonction quadratique est effectué pour trouver l’optimum. On obtient les valeurs a)  $t_{a_{min}} = 0.157$  ms b)  $\nu_{a_{min}} = 190$  Hz c)  $r_{acous_{min}} = 3.22$  d)  $A_{acous_{min}} = -0.36 \times 10^{-6}$  rad e)  $\rho_{max_{min}} = 1550$ .

Paramètre	valeur
$\Delta r$	0.78
$t_a$	0.157 ms
$\nu_a$	190 Hz
$r_{acous}$	3.22
$A_{acous}$	$-0.36 \times 10^{-6}$ rad
$\rho_{max}$	1550

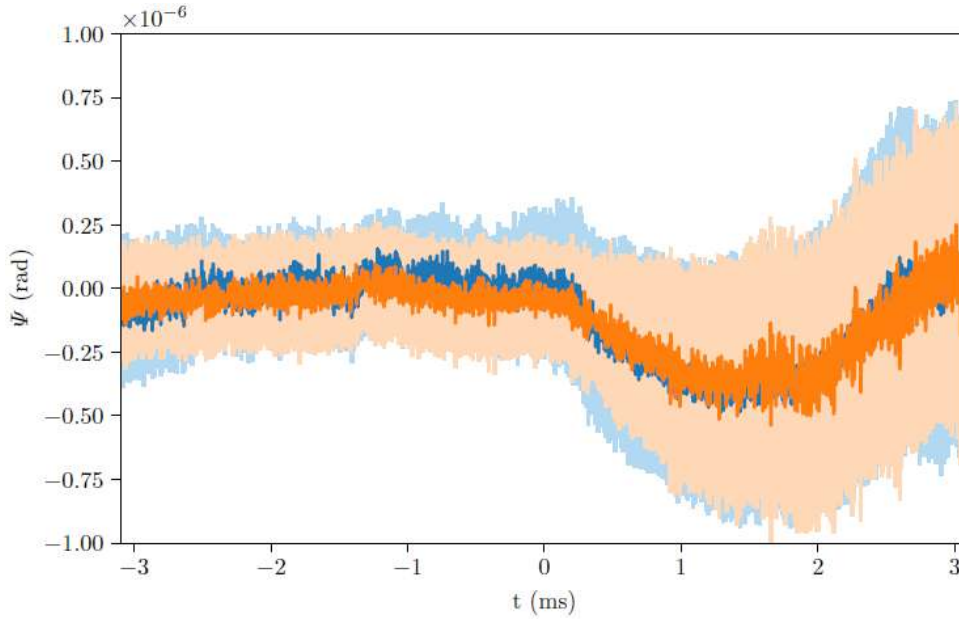
**TABLE 3.1** – Paramètres optimisés de notre simulation Monte Carlo.

augmentation du bruit que l’on a approché comme étant linéaire.

Nous avons procédé à l’optimisation des nouveaux paramètres libres  $\rho_{max}$ ,  $A_{acous}$ ,  $r_{acous}$ ,  $\nu_a$  et  $t_a$  de manière similaire à la partie précédente. On commence avec des estimations initiales pour chacun des paramètres et on les optimise en commençant par l’effet le moins impactant, d’abord  $t_a$  puis  $\nu_a$  ensuite  $r_{acous}$ ,  $A_{acous}$  et finalement  $\rho_{max}$ . Pour chaque paramètre, on calcule quelques valeurs de  $O$  et on effectue un ajustement par une fonction quadratique pour déterminer la position du minimum. Pour chaque point on utilise son  $\Delta O$  pour la pondération de l’ajustement. Les résultats sont regroupés dans la Fig. 3.7<sup>13</sup> et la table 3.1.

Nous pouvons notamment commenter la valeur obtenue de  $t_a = 0.157$  ms, le temps d’arrivée de la perturbation acoustique. En effet, en considérant la vitesse de propagation du son dans l’air qui est de 343 m/s à 20 C [160], le son a parcouru 5 cm avant de faire

13. Cette figure corrige la Fig. 8 de l’article [159] dans laquelle la Fig. 8(c) montre le paramètre  $\Delta r$  au lieu de  $r_{acous}$ .



**FIGURE 3.8** – Ellipticité issue de notre simulation Monte Carlo en fonction du temps. En bleu, les données expérimentales extraites de [99] et leurs incertitudes avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ . En orange, la simulation présentant le paramètre  $O$  le plus faible parmi 25 simulations avec les paramètres optimisés and ses incertitudes avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ .

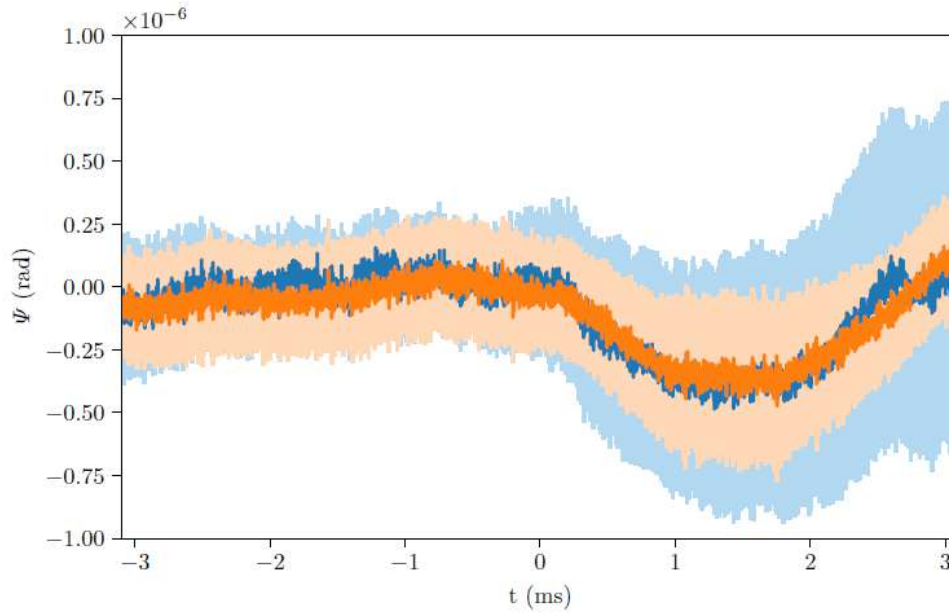
vibrer les miroirs. Cependant la source de la perturbation acoustique étant la bobine, et cette dernière étant placée au centre de la cavité Fabry-Perot de longueur 2.27 m, elle est placée à 1.14 m des miroirs et cette perturbation ne semble pas s’être propagée dans l’air. Toutefois, si on considère la vitesse du son de l’acier inoxydable qui est de 6010 m/s [161], alors on obtient une distance de propagation de 0.94 m ce qui est le bon ordre de grandeur.

Une fois que tous les paramètres ont été optimisés, nous avons réitéré 25 simulations et avons sélectionné celle avec la plus petite valeur de  $O$ . Nous pouvons alors comparer dans la Fig. 3.8 l’ellipticité obtenue avec les données expérimentales.

Pour montrer que les effets systématiques que nous avons introduit sont nécessaires, on montre dans la Fig. 3.9 le résultat d’une simulation sans l’augmentation linéaire aléatoire du bruit avec le temps, soit  $\rho_{max} = 0$ . Nous observons clairement que les incertitudes simulées ne correspondent pas avec celles des données expérimentales, notamment près de  $t = 3$  ms.

### 3.1.8 Analyse

Une fois que nous avons un ensemble de paramètres optimisés et une méthode Monte Carlo reproduisant des données réelles, nous pouvons utiliser notre programme pour améliorer l’analyse des données. Puisque rien dans notre simulation dépend de  $B^2(t)$ , nous sommes sûr que le signal n’est pas simulé aussi. En fait, nous n’avons simulé que des sources de bruit affectant les données expérimentales, nous pouvons donc soustraire des

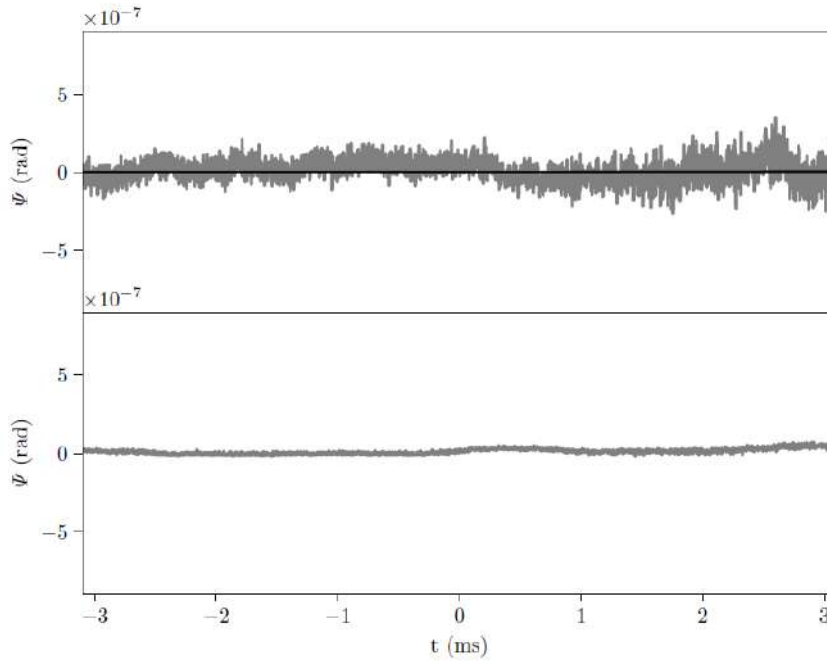


**FIGURE 3.9** – Ellipticité en fonction du temps. En bleu, les données expérimentales de [99] et leur incertitudes avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ . En orange, une simulation sans un augmentation linéaire aléatoire du niveau de bruit et ses incertitudes avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ .

données expérimentales le résultat de notre simulation et ensuite estimer la constante de Cotton-Mouton du vide en effectuant un ajustement avec  $B_f^2(t)$ . Nous obtenons une valeur de la constante de Cotton-Mouton  $k_{\text{CM}} = (-1.2 \pm 2.1) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ , voir la Fig. 3.10. Rappelons que dans la publication originale [99], la constante de Cotton-Mouton rapportée obtenue par un ajustement en  $B_f^2(t)$  des résidus d’un ajustement de l’effet systématique était  $k_{\text{CM}} = (5.1 \pm 6.2) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ . On observe qu’en utilisant notre méthode Monte Carlo nous obtenons une valeur plus exacte car elle est compatible avec zéro avec un facteur d’élargissement  $k = 2$  au lieu de 3 et plus précise comme les incertitudes vont de  $6.2 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  à  $1.2 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ .

### 3.1.9 Raffinement

Dans les simulations précédentes, nous avons utilisé la DSP donnée par l’Eq. 3.19 montrée dans la Fig. 3.4. Dans ce paragraphe, nous allons utiliser le spectre complet rapporté dans [99] également montré dans la Fig. 3.4. Nous simulons des données avec les mêmes paramètres que précédemment, nous obtenons le résultat présenté dans la Fig. 3.11. Il présente une oscillation à 800 Hz qui correspond au plus grand pic de la DSP Fig. 3.4. Si nous réalisons la même analyse que précédemment, nous obtenons une valeur de la constante de Cotton-Mouton du vide de  $k_{\text{CM}} = (-2.6 \pm 7.5) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ . Cette valeur est compatible avec les résultats précédents. Cependant, cette oscillation à 800 Hz n’est pas observée dans les données expérimentales



**FIGURE 3.10** – En haut, ellipticité obtenue en soustrayant des données expérimentales notre simulation Monte Carlo, un ajustement en  $B^2(t)$  est superposé donnant la valeur  $k_{\text{CM}} = (-1.2 \pm 2.1) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . En bas, incertitudes obtenues en soustrayant des incertitudes expérimentales celles générées par notre simulation Monte Carlo.

rapportées dans la publication originale [99], reproduites dans la Fig. 3.1. Notre simulation reproduit mieux les données avec la DSP modélisée précédente.

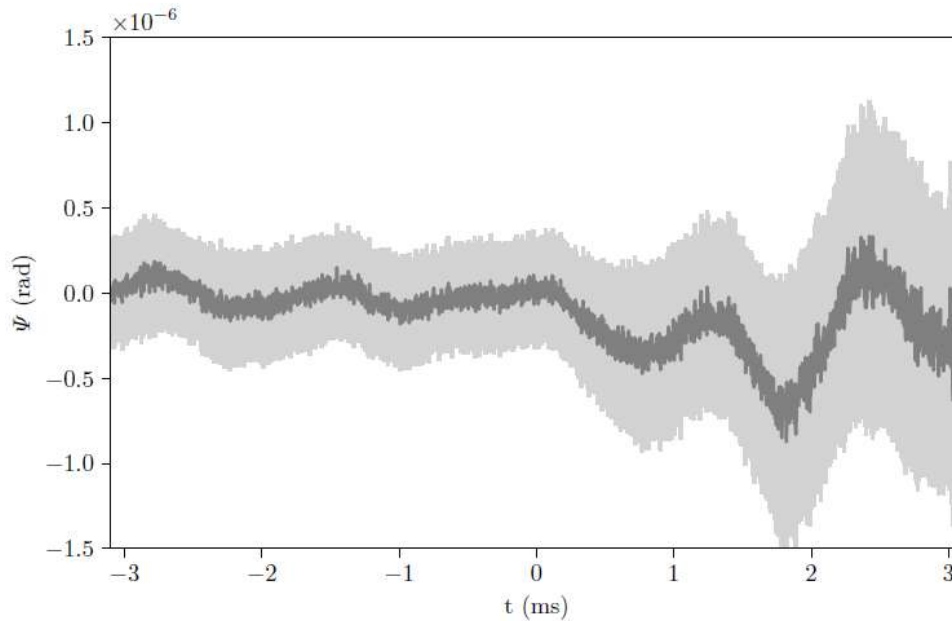
## 3.2 Perspectives de notre simulation

Nous avons développé une méthode de simulation des signaux de l'expérience BMV de 2014 par une approche Monte Carlo. Nous sommes partis d'un bruit de fond nous fixant l'amplitude à chaque fréquence et nous avons choisi aléatoirement leur phase. Pour nous rapprocher des signaux expérimentaux, nous avons dû ajouter différentes sources de bruits,

- une dispersion de la biréfringence de la cavité Fabry-Perot entre chaque impulsion magnétique,
- une augmentation linéaire aléatoire du niveau de bruit causée par des effets acoustiques dû à l'impulsion magnétique,
- un effet systématique acoustique également dû à l'impulsion magnétique.

En identifiant ces sources additionnelles de bruits expérimentaux, notre simulation Monte Carlo nous permet de travailler à leur suppression. De plus, notre simulation indique qu'avant l'impulsion magnétique les valeurs de l'ellipticité ne respectent pas systématiquement une distribution normale et ce critère ne peut pas être utilisé pour exclure des données.

Ces points seront pris en compte lors de la prochaine campagne de prise de données.



**FIGURE 3.11** – Évolution temporelle de l'ellipticité et ses incertitudes avec un facteur d'élargissement  $k = 3$  obtenue en utilisant la DSP présentée dans [99]. Nous observons une oscillation de fréquence 800 Hz.

Nous n'éliminerons pas d'impulsions basées sur la distribution des données juste avant le début de l'impulsion et une attention particulière sera portée à garder la valeur de  $|\Gamma|$  aussi constante que possible pour limiter sa dispersion. Du point de vue de la perturbation acoustique, comme déjà présenté dans le chapitre précédent, la nouvelle version de l'expérience a été améliorée sur l'aspect de l'isolation mécanique des miroirs de la cavité.

D'autres part, en simulant les données expérimentales de 2014, nous avons pu soustraire les effets systématiques et récupérer l'effet attendu avec une valeur légèrement plus exacte et précise qu'avec les méthodes d'analyses traditionnelles utilisées en 2014. Cela confirme que la sensibilité de l'expérience BMV était alors limitée essentiellement par le bruit acoustique des impulsions magnétiques.

### 3.3 Ajustement en présence d'un effet systématique

Nous voulons dans cette section commenter un aspect de la procédure d'analyse de 2014. En effet dans cette dernière, à cause de la présence d'un effet systématique n'ayant pas la forme du signal attendu, un ajustement par une sinusoïde a été effectué pour enlever cet effet systématique. Un ajustement par la forme du signal attendu a ensuite été effectué sur les résidus pour extraire une valeur de l'effet Cotton-Mouton du vide.

Dans cette section nous allons montrer dans quelle mesure une telle procédure peut être effectuée, et comment les résultats publiés en 2014 sont affectés.



### 3.3.1 Démonstration

Pour notre démonstration nous considérons un signal  $y_i$  discrétisé au temps  $t_i$  avec une incertitude  $\sigma_i$ . Ce signal est composé d'un effet recherché  $f(t)$  et d'un effet systématique  $g(t)$ , il peut s'écrire ainsi

$$y_i = \alpha f_i + \beta g_i, \quad (3.24)$$

avec  $f_i = f(t_i)$  et  $g_i = g(t_i)$ .

#### 3.3.1.1 Ajustement de l'effet systématique

Nous effectuons un premier ajustement par la méthode des moindres carrés pour supprimer l'effet systématique  $g(t)$ . Cette méthode introduit la grandeur  $\chi^2$  définie comme

$$\chi^2 = \sum_i w_i (y_i - \beta' g_i)^2 = \sum_i w_i (\alpha f_i + \beta g_i - \beta' g_i)^2, \quad (3.25)$$

avec  $w_i = 1/\sigma_i^2$ . On cherche la valeur de  $\beta'$  minimisant  $\chi^2$ . En imposant

$$\frac{d\chi^2}{d\beta'} = -2 \sum_i w_i (\alpha f_i g_i + \beta g_i^2 - \beta' g_i^2) = 0, \quad (3.26)$$

on trouve

$$\beta' = \beta + \alpha \frac{\sum_i w_i f_i g_i}{\sum_i w_i g_i^2}. \quad (3.27)$$

Ainsi, l'effet systématique est retrouvé à condition que  $\sum_i w_i f_i g_i = 0$ . En effet, nous avons alors  $\beta' = \beta$ .

#### 3.3.1.2 Obtention des résidus

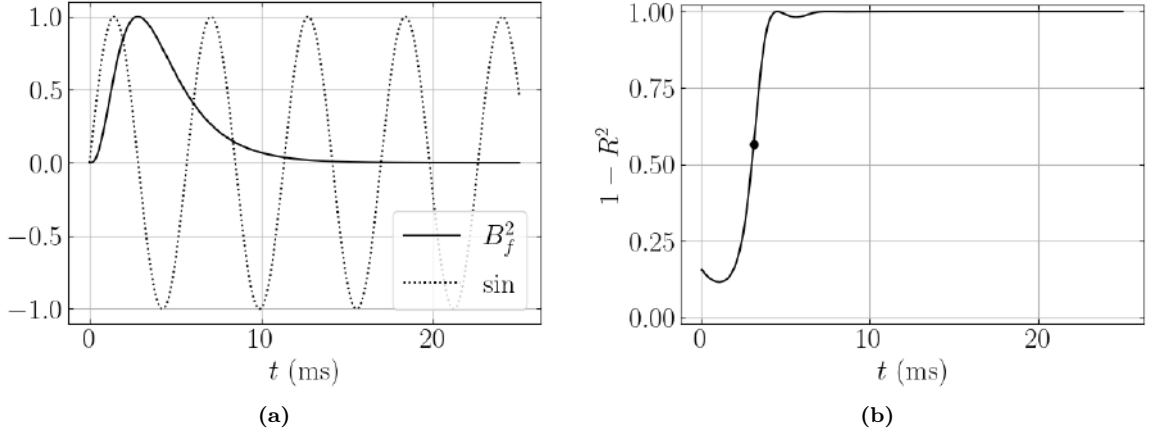
Les résidus sont obtenus par soustraction de  $\beta' g_i$  aux données  $y_i$ . À partir de l'Eq. 3.27, nous avons

$$r_j = y_j - \beta' g_j = \alpha f_j - \alpha \frac{\sum_i w_i f_i g_i}{\sum_i w_i g_i^2} g_j. \quad (3.28)$$

#### 3.3.1.3 Ajustement de l'effet recherché

Un dernier ajustement est effectué sur les résidus pour quantifier l'effet recherché  $f(t)$ . Dans ce cas la grandeur  $\chi^2$  devient

$$\chi^2 = \sum_j w_j \left( \alpha f_j - \alpha \frac{\sum_i w_i f_i g_i}{\sum_i w_i g_i^2} g_j - \alpha' f_j \right)^2. \quad (3.29)$$



**FIGURE 3.12** – (a) Signal recherché,  $B_f^2$ , en trait plein et effet systématique, un sinus de fréquence 177 Hz, en pointillé en fonction du temps (b) Facteur  $1 - R^2$  calculé entre 0 et  $t$  en fonction de  $t$ . Le point désigne le temps d'analyse  $t = 3.1$  ms de 2014.

De manière analogue à précédemment, on impose la condition

$$\frac{d\chi^2}{d\alpha'} = -2 \sum_j w_j \left( \alpha f_j^2 - \alpha \frac{\sum_i w_i f_i g_i}{\sum_i w_i g_i^2} f_j g_j - \alpha' f_j^2 \right) = 0, \quad (3.30)$$

et on trouve

$$\alpha' = \alpha \left( 1 - \frac{(\sum_i w_i f_i g_i)^2}{\sum_i (w_i f_i^2) \sum_i (w_i g_i^2)} \right). \quad (3.31)$$

### 3.3.1.4 Discussion

Dans l'Eq. 3.31, nous reconnaissons une forme de coefficient de corrélation entre  $f$  et  $g$ . Si nous appelons  $R$  ce coefficient, nous avons

$$R = \frac{\sum_i w_i f_i g_i}{\sqrt{\sum_i (w_i f_i^2) \sum_i (w_i g_i^2)}}. \quad (3.32)$$

Pour que la procédure de soustraction de l'effet systématique soit correcte et que l'on trouve  $\alpha' = \alpha$ , il faut ainsi que  $R = 0$ , soit que les fonctions  $f$  et  $g$  soient décorrélées.

Dans notre cas, nous avons  $f = B_f^2$  et  $g$  une sinusoïde de fréquence 177 Hz [99]. En utilisant la modélisation de la forme du champ magnétique de 2014 utilisée lors de la simulation Monte Carlo nous pouvons estimer le coefficient de corrélation entre le champ magnétique et une sinusoïde de fréquence 177 Hz. Ces deux fonctions sont représentées dans la Fig. 3.12a. Dans la Fig. 3.12b est présenté la valeur de  $1 - R^2$  calculée à l'aide de l'Eq. 3.32 entre 0 et  $t$  en fonction de  $t$ . On observe que le facteur tend rapidement vers 1 après  $\sim 10$  ms correspondant à la fin de l'impulsion.

Le point indique le temps d'analyse  $t = 3.1$  ms utilisé lors de l'analyse des données

en 2014. Suivant l'Eq 3.31 il faut ainsi diviser la valeur centrale rapportée dans [99] d'un facteur 0.566. La valeur de l'effet Cotton-Mouton corrigée est alors  $k_{\text{CM}} = (9.01 \pm 6.2) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . Cette valeur est à comparer avec la valeur publiée dans le même article obtenue en ajustant simultanément par  $B_f^2$  et le sinus,  $k_{\text{CM}} = (8.3 \pm 8.0) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ . Les valeurs centrales sont proches et l'une comme l'autre ne sont pas compatibles avec zéro. Les erreurs ne sont cependant pas identiques. En effet, lors de l'obtention des résidus il est usuel d'y assigner les mêmes erreurs qu'avant soustraction car un effet systématique n'est pas aléatoire. Cependant, comme nous l'avons vu, d'éventuelles corrélations entre les deux fonctions d'ajustement peuvent exister. Ces dernières sont correctement prises en compte lors de l'ajustement simultané des deux fonctions et en conséquence augmentent l'incertitude du résultat final.

Dans la soustraction des résidus il est possible de retrouver une incertitude élargie en incluant l'erreur sur le premier ajustement. En effet, nous avons calculé  $\beta'$ , on peut aussi montrer que l'expression de l'incertitude sur le paramètre  $\beta'$  de l'ajustement  $\sigma_{\beta'}$  est

$$\sigma_{\beta'} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i w_i g_i^2}}. \quad (3.33)$$

Cette expression ne dépend que de l'erreur  $w_i$  sur les points  $y_i$  et de la fonction de l'ajustement. Ainsi, de même, l'erreur du second ajustement est

$$\sigma_{\alpha'} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i w_i f_i^2}}, \quad (3.34)$$

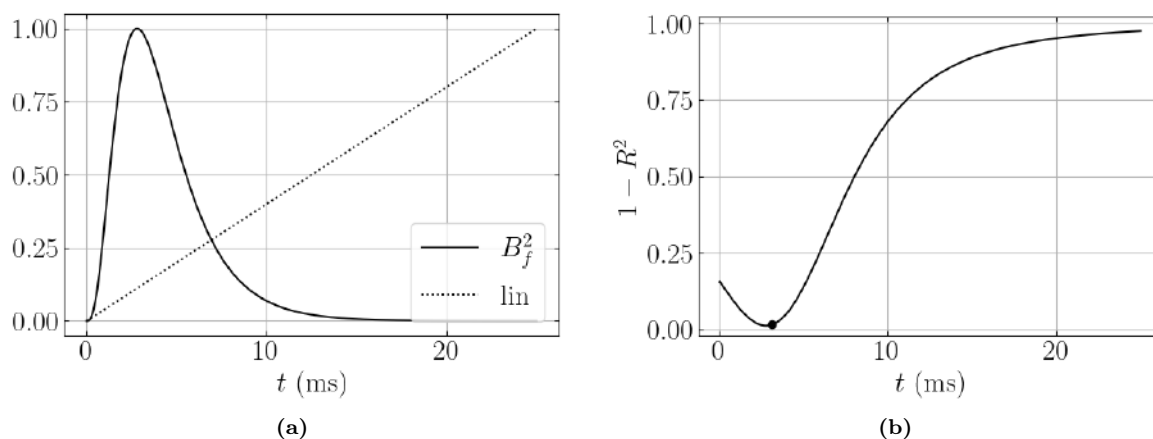
et ne dépend pas de  $\sigma_{\beta'}$ . Cette dernière incertitude est à prendre en compte lors de la soustraction de l'effet systématique  $\beta' g_i$ . En effet, à chaque point il faut ajouter l'incertitude sur la soustraction. Cette dernière est

$$\sigma_{r_i}^2 = \sigma_{y_i}^2 + (\sigma_{\beta'} g_i)^2, \quad (3.35)$$

et il faut utiliser la valeur modifiée de  $w'_i = 1/\sigma_{r_i}^2$  dans les Eq. 3.31 et 3.34. Cela aura l'effet d'augmenter l'erreur  $\sigma_{\alpha'}$  et pourra aussi modifier la valeur de  $\alpha'$  par une modification de la valeur de  $R$  à cause du changement des valeurs de  $w'_i$ .

Nous pouvons également effectuer une analyse similaire pour d'autres types d'effets systématiques. Par exemple, une dérive linéaire, voir Fig. 3.13. Dans ce cas il est intéressant de noter que, pour le temps d'analyse de 2014, la corrélation est maximale et donc l'ajustement ne peut pas faire de différence entre un ajustement par une dérive linéaire et l'effet recherché. Encore une fois, il est ainsi important d'avoir une impulsion complète pour avoir une corrélation minimale.

Nous en concluons ainsi que lorsque l'on donne une valeur sur les résidus il faut s'assurer que la corrélation avec le carré du champ filtré par la cavité soit proche de zéro.



**FIGURE 3.13** – (a) Signal recherché,  $B_f^2$ , en trait plein et effet systématique, une droite, en pointillé en fonction du temps (b) Facteur  $1 - R^2$  calculé entre 0 et  $t$  en fonction de  $t$ . Le point désigne le temps d'analyse  $t = 3.1$  ms de 2014.

Une valeur donnée avec un ajustement d'un effet systématique et l'effet recherché est bien entendu toujours valable et c'est ainsi la valeur rapportée avec cette méthode dans l'article de 2014 [99] que nous retenons.

Naturellement, pour réduire la corrélation entre effet systématique et  $B_f^2$ , avoir toute l'impulsion du champ magnétique est utile. Cela motive l'intérêt d'avoir une cavité suffisamment isolée de l'extérieur pour rester asservi pendant une impulsion complète.

---

Dans le chapitre suivant nous présenterons la mise en service de la nouvelle version de l'expérience, avec en particulier une série d'impulsions dans le vide utilisant les leçons tirées au cours de ce chapitre.



# Chapitre 4

## Mise en place de BMV II

Une fois que la Foil Coil a été testée et intégrée dans l'expérience en salle blanche, nous avons procédé à sa mise en service [162]. Cette mise en service a été effectuée en plusieurs étapes. D'abord, nous avons caractérisé les parties optiques de notre polarimètre. Puis, nous avons effectué des séries de tirs pour étudier la sensibilité de notre nouveau dispositif. Enfin, nous avons cherché l'origine du bruit dû à l'impulsion magnétique.

Suite aux travaux précédents de l'expérience [144] et les résultats de notre simulation Monte Carlo [159], nous avons voulu comparer le bruit de l'impulsion magnétique de la nouvelle bobine avec celui de la Xcoil. Nous avons ainsi étudié l'impact d'impulsions de différents temps de montée, allant de 2.9 à 5.8 ms, et pour différentes amplitudes du champ sur la partie optique de l'expérience.

Nous avons ainsi effectué 578 impulsions distribuées dans 14 séries avec des temps de montée et des champs maxima différents. La variation du temps de montée a été possible en déconnectant des capacités du banc de capacités du générateur du LNCMI diminuant ainsi le temps caractéristique  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  du circuit comprenant la bobine et les capacités. La première partie des séries d'impulsions a été réalisée avec le banc complet, avec un temps de montée de 5.8 ms. La deuxième partie avec environ la moitié des capacités soit un temps de montée diminué d'un facteur proche de  $\sqrt{2}$ , nous donnant un temps de montée de 4.4 ms. La dernière partie des séries a été effectuée avec le quart des capacités, ce qui signifie un temps de montée divisé par deux. Nous avons obtenu un temps de montée de 2.9 ms. Dans la Fig. 4.1 nous montrons l'évolution temporelle du carré des valeurs du champ magnétique filtré par la cavité,  $B_f^2$ , pour les différentes séries d'impulsions.

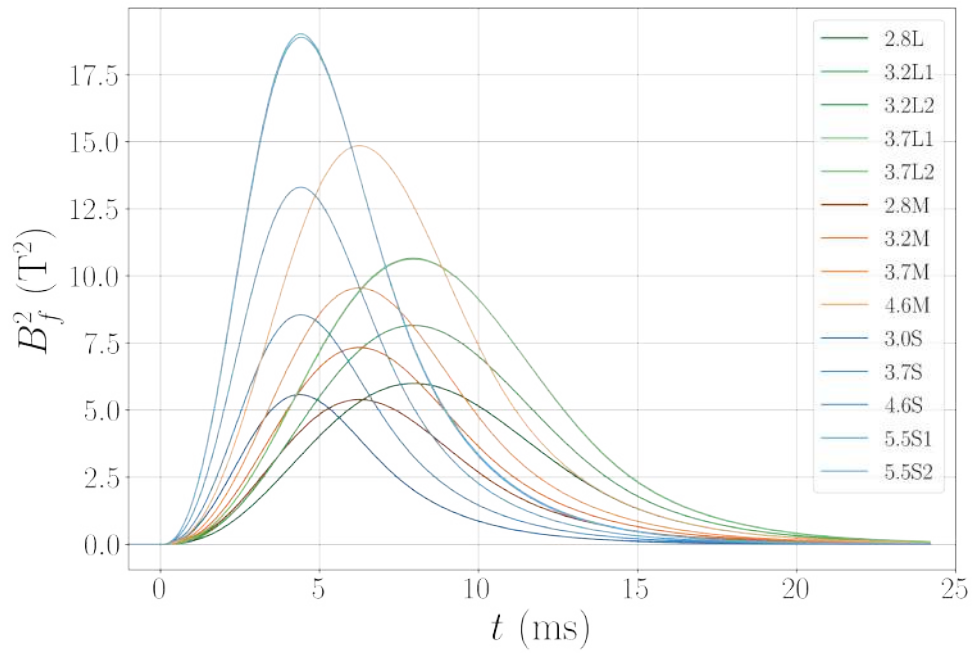
## 4.1 Éléments optiques

La cavité est formée de deux nouveaux miroirs interférentiels<sup>14</sup> de rayon de courbure de 2 m. Avec ces derniers, nous avons atteint une finesse de cavité maximale de 537 000. En l'absence de cavité le taux d'extinction des polariseurs est typiquement mesuré à  $\sigma^2 \sim 10^{-7}$ . Cependant, avec la cavité on peut mesurer le taux d'extinction comme étant le minimum de  $\Gamma$  que l'on obtient en tournant les miroirs. Par cette méthode, avec notre nouvelle cavité, on a obtenu un taux d'extinction aussi bas que  $\sigma^2 \sim 1.5 \times 10^{-9}$  que l'on a attribué à la baisse de la lumière diffusée et à un alignement minutieux. Ce taux d'extinction nous a permis de travailler avec des biréfringences de la cavité aussi petite que  $\Gamma \sim 5 \times 10^{-5}$  rad quand nous nous plaçons à  $\Gamma^2 \sim \sigma^2$ . À notre connaissance, pour les expériences mesurant la biréfringence magnétique du vide, cette valeur de biréfringence est la plus petite annoncée.

Pour chaque série nous réglons la valeur de la biréfringence statique de la cavité  $\Gamma$

---

14. Le dépôt a été effectué par FiveNine Optics <https://www.fivenineoptics.com/>



**FIGURE 4.1** – Carré du champ magnétique filtré par le filtre passe bas de la cavité en fonction du temps pour chaque série d’impulsions.

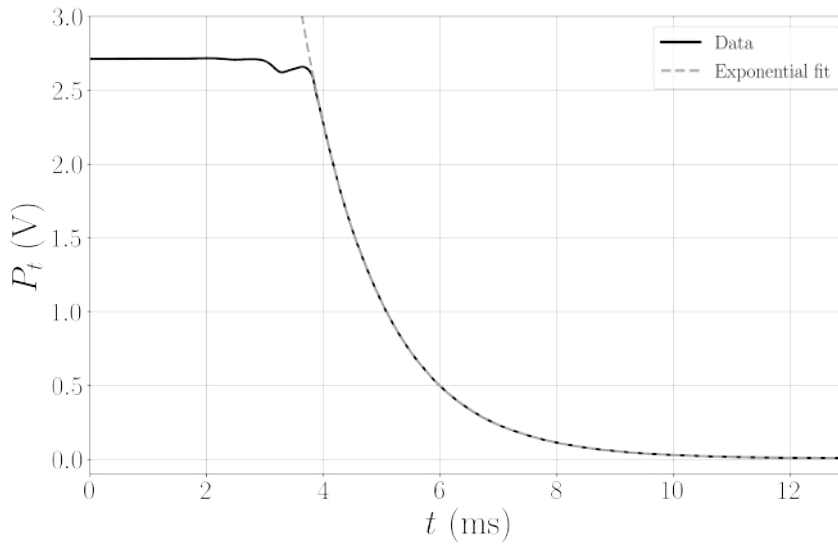
en tournant les deux miroirs autour de leur axe. Le signe de  $\Gamma$  dépend de la direction avec laquelle on s’éloigne du minimum, correspondant à  $\sigma^2$ . Nous avons calibré ce signe en introduisant de l’hélium gazeux dans les chambres à vide et en observant son effet Cotton-Mouton dont le signe, positif, est connu.

Toutes les impulsions ont été réalisées sous vide poussé, avec une pression allant d’environ  $10^{-6}$  à  $10^{-7}$  mbar grâce à deux pompes ioniques qui fonctionnent continûment durant les impulsions magnétiques.

Pour chaque impulsion d’une série, on peut déterminer la finesse  $\mathcal{F}$  à partir de la durée de vie moyenne des photons dans la cavité comme présenté dans la section 2.3.1.1. En effet, lors de chaque impulsion, l’asservissement de la fréquence du laser se désengage et ainsi le signal du faisceau ordinaire  $P_t$  suit une décroissance exponentielle. Nous ajustons cette dernière pour obtenir la constante de temps  $\tau$  de laquelle nous déduisons la finesse  $\mathcal{F}$ . Ainsi pour chaque série, nous avons presque autant de mesures de la finesse que d’impulsions.

Dans notre implémentation numérique, nous commençons la procédure d’ajustement seulement quand la tension de la photodiode  $P_t$  tombe à 80% de sa valeur moyenne avant l’impulsion. De cette façon nous sommes sûrs d’ajuster seulement la décroissance exponentielle et non les perturbations acoustiques observées avant le désengagement du système d’asservissement en fréquence. De plus, nous écartons la mesure de la finesse si le coefficient de corrélation  $R$  de l’Eq. 3.32 entre l’ajustement et les données n’est pas proche de un. En pratique, la mesure est rejetée si  $1 - R^2 > 5 \times 10^{-4}$ . Un exemple d’un ajustement obtenu avec notre implémentation est présenté dans la Fig. 4.2.





**FIGURE 4.2** – Evolution de la tension de la photodiode mesurant le faisceau ordinaire en fonction du temps,  $t = 0$  correspondant au déclenchement de la décharge de courant dans la bobine. L’impulsion est tirée de la série 5.5S2. Un ajustement exponentiel est présenté.

## 4.2 Résultats

Nous présentons dans la table 4.1 les différentes séries de données et leurs paramètres principaux. Les séries sont nommées après leur champ  $B$  maximal nominal et selon si elles sont constituées d’impulsions longues (L), moyennes (M) ou courtes (S). Les impulsions identiques mais acquises sur des jours différents sont séparées en différentes séries car nous devons aligner la cavité chaque jour pour atteindre une biréfringence statique de l’ordre de  $\sigma^2$  et nous ne sommes donc pas dans les mêmes conditions expérimentales.

En ce qui concerne l’analyse des données, nous avons utilisé la même procédure que celle utilisée en 2014 [99] décrite lors de la simulation Monte Carlo. Nous pouvons la rappeler rapidement. Une caractéristique notable de cette analyse est la séparation de chaque impulsion en fonction du signe de  $B$  et du signe de  $\Gamma$ . Cela sépare les impulsions en quatre catégories pour chaque série. Nous prenons la moyenne et l’écart-type divisé par la racine carrée du nombre d’impulsions pour obtenir respectivement une fonction  $Y_{\pm B, \pm \Gamma}(t)$  et l’incertitude correspondante à chaque instant  $t$ . Nous les avons ensuite combinées pour obtenir l’ellipticité en fonction du temps et enfin nous avons effectué un ajustement par  $B_f^2(t)$  pour obtenir  $\Psi$  par  $T^2$  et par conséquent la valeur de  $k_{CM}$  pour le vide, comme indiqué dans l’article de BMV de 2014 [99]. Cela nous permet d’éliminer du signal final d’ellipticité toute contribution systématique qui n’a pas la symétrie attendue de l’effet par rapport au signe de  $B$  et au signe de  $\Gamma$  [99]. Pour comparer facilement nos résultats à ceux de 2014, nous effectuons d’abord cette analyse pour chaque ensemble pour une plage de temps comprise entre -3.1 ms et 3.1 ms, celle utilisée alors. La seule différence entre notre analyse et celle de 2014 est que nous ne filtrons pas le faisceau ordinaire  $P_t(t)$  avec

Série	$N_s$	$B_f^2$ (T <sup>2</sup> )	$E_B$ (kJ)	$\mathcal{F} \times 10^{-3}$	$\nu_c$ (Hz)	$\sigma^2 \times 10^9$	$ \Gamma  \times 10^5$ (rad)	$P \times 10^7$ (mBar)
2.8L	51	6.0	11.0	$537 \pm 2$	54.6	1.7	$3.8 \pm 0.1$	9.5
3.2L1	69	8.2	14.3	$535 \pm 2$	54.9	1.7	$4.3 \pm 0.2$	8
3.2L2	30	8.2	14.3	$536 \pm 2$	54.8	1.2	$3.8 \pm 0.2$	8.5
3.7L1	21	10.6	19.2	$536 \pm 2$	54.8	1.2	$4.6 \pm 0.2$	8.5
3.7L2	47	10.7	19.2	$531 \pm 2$	55.3	1.5	$4.7 \pm 0.2$	7
2.8M	58	5.4	11.0	$536 \pm 2$	54.8	1.4	$3.9 \pm 0.1$	7
3.2M	58	7.3	14.3	$535 \pm 2$	54.9	1.4	$4.6 \pm 0.2$	7
3.7M	49	9.6	19.2	$536 \pm 2$	54.8	1.4	$3.9 \pm 0.1$	6.5
4.6M	45	14.9	29.6	$537 \pm 2$	54.7	1.4	$3.5 \pm 0.1$	6.5
3.0S	69	5.6	12.6	$443 \pm 2$	66.2	3.4	$5.2 \pm 0.3$	4
3.7S1	16	8.5	19.2	$466 \pm 2$	63.0	10	$15 \pm 1$	3.7
4.6S	16	13.3	29.6	$466 \pm 2$	63.0	16	$12 \pm 1$	3.7
5.5S1	17	19.0	42.4	$469 \pm 2$	62.6	16	$15 \pm 3$	3.7
5.5S2	32	18.9	42.4	$476 \pm 2$	61.7	4.0	$7.2 \pm 0.4$	4

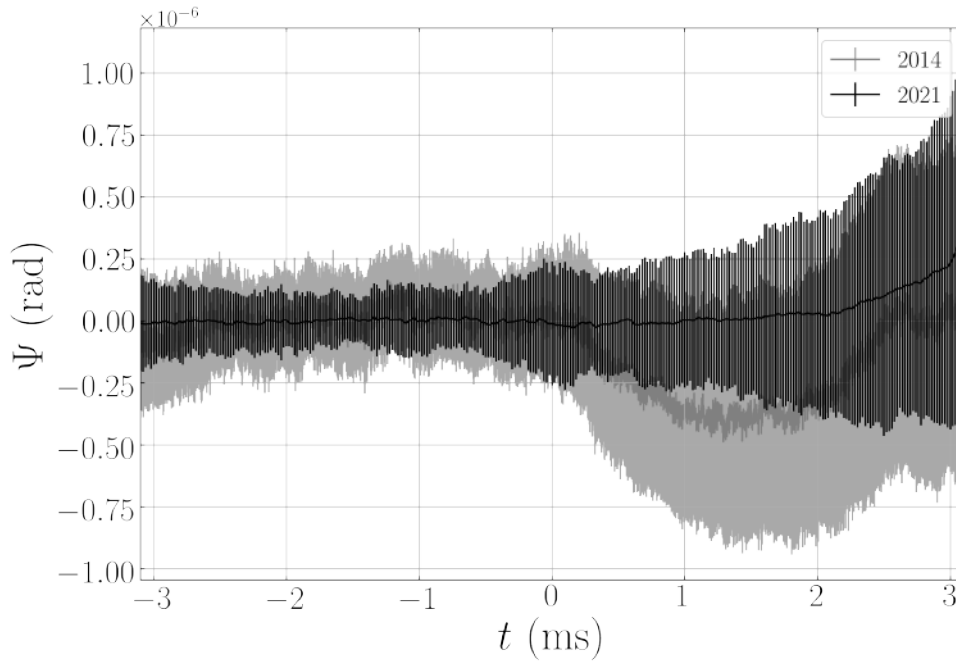
**TABLE 4.1** – Caractéristiques des différentes séries de données utilisées dans notre analyse.  $N_s$  est le nombre d’impulsions.  $B_f^2$  est le maximum du carré du champ magnétique filtré.  $E_B$  est l’énergie magnétique délivrée par la bobine.  $\mathcal{F}$  est la moyenne finesse de la cavité et son incertitude.  $\nu_c$  est la fréquence de filtrage de la cavité.  $\sigma^2$  est le taux d’extinction des polariseurs.  $|\Gamma|$  est la valeur absolue de la biréfringence de la cavité et son incertitude, elle est déterminée comme la moyenne de la biréfringence de chaque impulsion évaluée avant l’impulsion.  $P$  est la pression moyenne des deux chambres à vide mesurée par deux sondes Leybold Ionivac ITR90. Les incertitudes sont affichées avec un facteur d’élargissement  $k = 1$ .

la bande passante de la cavité puisque – voir *e.g.* Fig. 4.2 – la variation de  $P_t$  pendant la durée de l’analyse est de l’ordre de 1%. Cette simplification de l’analyse induit comme nous l’avons montré dans le chapitre 3 une erreur négligeable sur le résultat final [159]. Conformément aux conclusions de notre simulation Monte Carlo, nous avons pris soin de minimiser la dispersion de  $|\Gamma|$  et nous n’avons exclu aucune donnée de notre analyse basée sur la distribution des valeurs de l’ellipticité avant le début de l’impulsion.

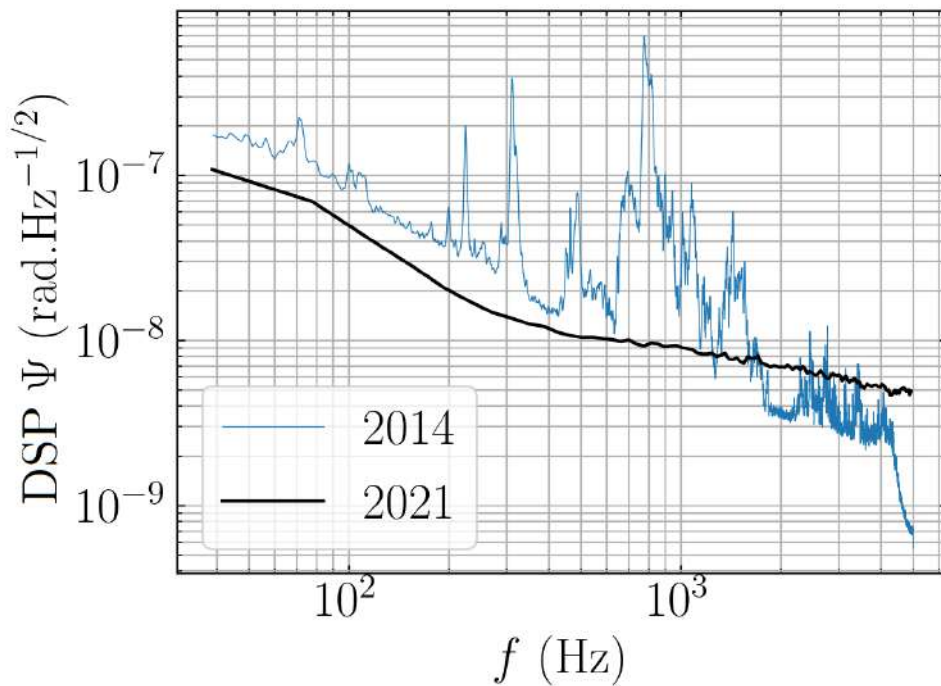
À titre d’exemple, nous montrons  $\Psi(t)$ , combinaison linéaire des  $Y_{\pm B, \pm \Gamma}(t)$  tel que  $\Psi(t) = (Y_{+,+} + Y_{-,+} - Y_{+,-} - Y_{-,-})/4$ , de la série 5.5S2 dans la Fig. 4.3 par rapport à celle de 2014. Comme la série 5.5S2 comporte seulement 32 impulsions alors que les résultats de 2014 ont été obtenus avec 101 impulsions, nous avons réduit les barres d’erreurs des données présentes par un facteur  $\sqrt{101/32} \approx 1.8$ . Les deux courbes observent le même comportement d’augmentation des barres d’erreur, mais nos données ne montrent plus l’effet systématique oscillatoire de 2014.

En fait, comme nous le montrons sur la Fig. 4.4, la densité spectrale de puissance linéarisée moyenne de toutes les impulsions avant le début de l’impulsion magnétique confirme que les résonances mécaniques ont disparu par rapport à la densité spectrale de puissance rapportée en 2014 [99].

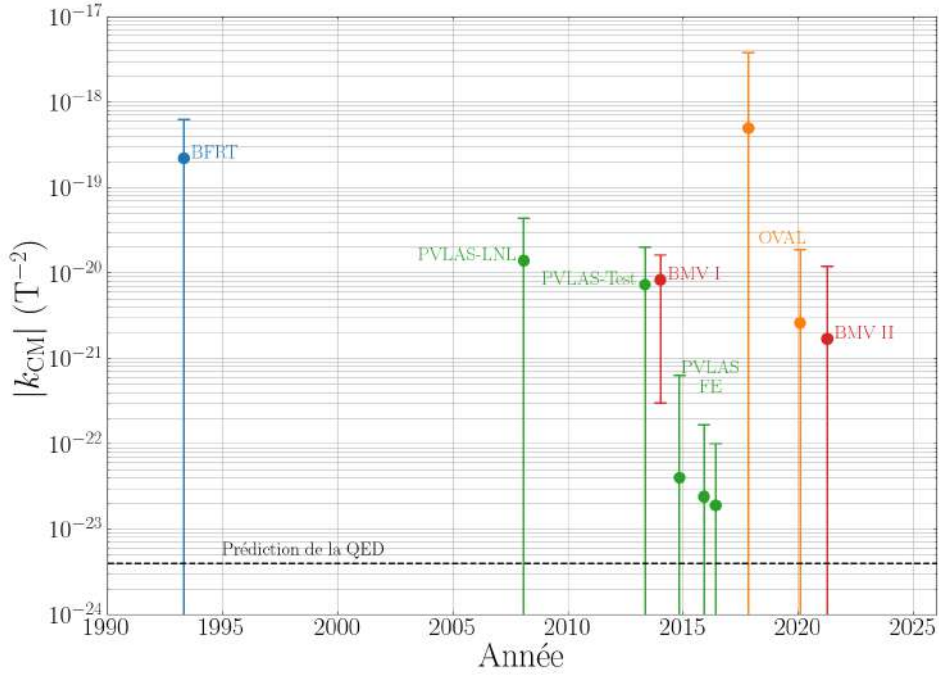
Enfin, nous pouvons calculer la constante  $k_{\text{CM}}$  du vide correspondant aux deux séries avec le champ le plus élevé, 5.5 T, et dont le nombre total d’impulsions est de 49, voir



**FIGURE 4.3** – Ellipticité en fonction du temps de la série 5.5S2 de facteur  $B_f^2 L_B = 10.3 \text{ T}^2\text{m}$ , et les données 2014 de facteur  $B_f^2 L_B = 3 \text{ T}^2\text{m}$ . Les données sont normalisées au même nombre d'impulsions. Adapté de [99].



**FIGURE 4.4** – Densité spectrale de puissance linéarisée moyenne de chaque impulsion magnétique avant le début de l'impulsion. À titre de référence, nous indiquons la DSP rapportée dans [99].



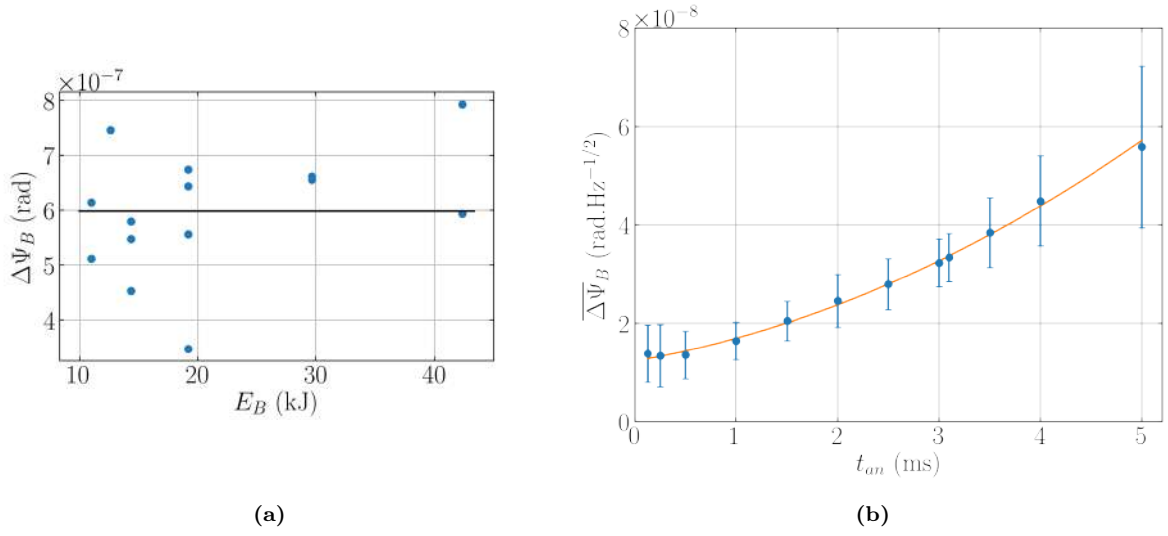
**FIGURE 4.5** – Limites sur la biréfringence magnétique du vide au cours des années, les erreurs sont présentées avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ . Les valeurs – ici présentées en valeur absolue – sont tirées de données des références suivantes : BFRT [98], PVLAS-LNL [151], PVLAS-Test [152], BMV [99, 162], PVLAS-FE [101, 153, 154] et OVAL [100, 150].

le tableau 4.1. Une valeur raisonnablement exacte et précise a été obtenue avec un temps d’analyse  $t_{an} = 2.7$  ms,  $k_{CM} = (0.2 \pm 1.0) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ , cette valeur est comparée aux résultats exposés précédemment dans la Fig. 4.5. L’analyse entre  $-t_{an}$  et 0 donne  $k_{CM} = (0.1 \pm 3.7) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  indiquant clairement qu’un bruit lié à l’impulsion magnétique est présent dans notre expérience.

### 4.2.1 Bruit magnétique

Pour étudier l’impact d’une impulsion sur le bruit des signaux, nous ajustons l’ellipticité également avant l’impulsion magnétique de  $t = -3.1$  ms à  $t = 0$  ms où tout bruit provenant de l’impulsion elle-même est évidemment absent. Cette valeur donne une information sur le résultat que nous aurions obtenu si l’expérience était limitée par le bruit optique.

En pratique, à partir de l’ajustement de l’ellipticité avant l’impulsion magnétique pour un certain  $t_{an}$ , nous obtenons l’incertitude  $\Delta k_{opt}$  et avec celle obtenue pendant l’impulsion  $\Delta k_{tot}$ , nous estimons la partie due à l’impulsion  $\Delta k_B$ . En effet, avant l’impulsion magnétique, les incertitudes proviennent uniquement du bruit optique de l’expérience. Pendant l’impulsion, cependant, nous avons le bruit supplémentaire de l’impulsion,  $\Delta k_B$ ,



**FIGURE 4.6** – (a) Bruit de l’impulsion  $\Delta\Psi_B$  en fonction de l’énergie magnétique fournie par la bobine. La ligne complète montre la moyenne des points,  $\overline{\Delta\Psi_B} = 6.0 \times 10^{-7}$  rad. (b) Moyenne du bruit magnétique  $\overline{\Delta\Psi_B}$  en fonction du temps d’analyse  $t_{an}$ . Un ajustement par une parabole est également montré.

qui contribue à l’incertitude totale  $\Delta k_{tot}$ . Nous pouvons estimer  $\Delta k_B$  par

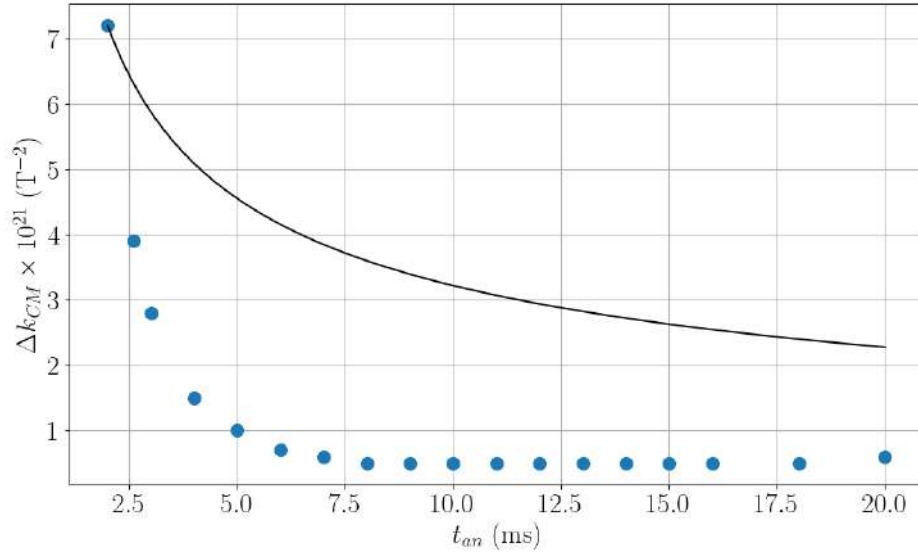
$$\Delta k_B = \sqrt{\Delta k_{tot}^2 - \Delta k_{opt}^2}. \quad (4.1)$$

Nous calculons cette incertitude pour chaque série et nous la multiplions par la racine carrée du nombre d’impulsions  $N_s$  de la série pour obtenir le bruit  $\Delta k_B^n$  associé à une seule impulsion. Enfin, pour obtenir l’incertitude en ellipticité,  $\Delta\Psi_B$ , nous multiplions le bruit d’une seule impulsion par la valeur  $B_{f,m}^2$  correspondant à la valeur de  $B_f^2$  atteinte au temps d’analyse  $t_{an}$ .

Dans la Fig. 4.6a, nous montrons  $\Delta\Psi_B$  en fonction de l’énergie injectée dans la bobine. De manière assez surprenante, nous constatons que  $\Delta\Psi_B$  est constant dans notre gamme d’énergies,  $\overline{\Delta\Psi_B} = 6 \times 10^{-7}$  rad, ce qui indique que l’on gagne à augmenter la valeur du champ magnétique puisque l’on augmente le rapport signal sur bruit. C’est une indication claire qu’il faut impulser l’aimant à son énergie maximale, c’est-à-dire un champ magnétique de 11 T.

Pour étudier la dépendance de  $\overline{\Delta\Psi_B}$  par rapport à  $t_{an}$ , nous la calculons pour différents temps d’analyse allant de 0.125 ms à 5 ms. Dans la Fig. 4.6b nous montrons les résultats obtenus ainsi qu’un ajustement par une parabole. Les résultats sont affichés en  $\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  car pour prendre en compte le fait qu’en changeant  $t_{an}$  on change le nombre de points utilisées  $N$  et que l’erreur baisse comme  $\sqrt{N}$ , nous avons multiplié les données par  $\sqrt{t_{an}}$ .

Ces résultats indiquent que peu après le début de l’impulsion,  $\sim 1$  ms, quelle que soit l’énergie injectée dans la bobine, le bruit induit par la bobine elle-même augmente de façon presque linéaire, ce qui confirme notre choix de modélisation du bruit de la bobine comme une augmentation linéaire dans notre simulation Monte Carlo [159].



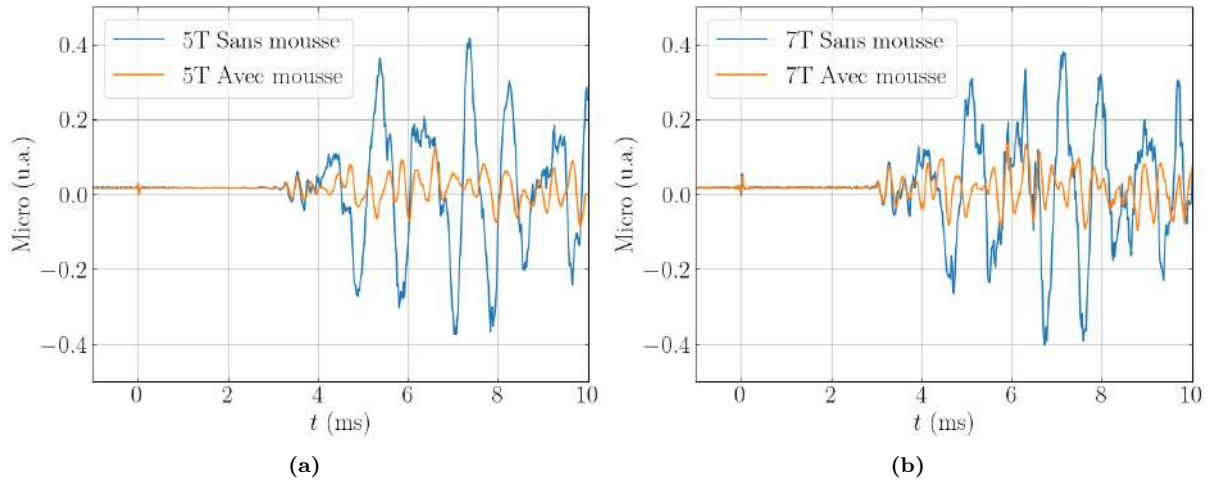
**FIGURE 4.7** – Erreur de l’ajustement en  $B_f^2$  avec un facteur d’élargissement  $k = 3$  avant le tir en fonction du temps d’analyse  $t_{an}$  pour la série à 9 T. La courbe noire montre une évolution en  $1/\sqrt{t_{an}}$  à partir du premier point.

Pour quantifier le gain en sensibilité en fonction du recul du temps d’arrivée de la perturbation acoustique, nous pouvons analyser les signaux en ellipticité avant le début de l’impulsion, entre  $-t_{an}$  et 0 comme nous l’avons fait précédemment. Dans la Fig. 4.7 est montré l’erreur de l’ajustement en  $B_f^2$  effectué sur une série de tir à 9 T. Cette série de 104 impulsions a été effectuée avec une cavité de finesse  $\mathcal{F} = 270\,000$  et un  $B_f^2 = 19.6\text{ T}^2$  au temps  $t_{an} = 2.6\text{ ms}$ . Malgré l’augmentation du champ magnétique, la sensibilité est ainsi du même ordre de grandeur que la série à 5.5 T car

$$\frac{270000}{473000} \times \frac{19.6}{10.9} \times \sqrt{\frac{49}{104}} \approx 0.7. \quad (4.2)$$

On remarque ainsi dans la Fig. 4.7 que si l’arrivée de la perturbation acoustique est repoussée à 10 ms, un facteur 10 en précision est gagné par rapport à la situation actuelle, l’erreur de l’ajustement passant de  $3.9 \times 10^{-21}$  à  $4.7 \times 10^{-22}\text{ T}^{-2}$ . Notons de plus que la décroissance de l’erreur est bien plus rapide que  $1/\sqrt{t_{an}}$ , courbe noire de la Fig. 4.7, démontrant que cette décroissance n’est pas simplement due à l’augmentation du nombre de points de l’ajustement mais est bien liée à la forme du champ magnétique. Cela démontre aussi que nous avons intérêt à reculer au plus possible le temps d’arrivée de la perturbation acoustique pour gagner en sensibilité.

Ces conclusions ont motivé une recherche de l’origine du bruit de la bobine pour retarder et minimiser son impact sur nos données.



**FIGURE 4.8** – Tension moyenne délivrée par le micro en fonction du temps pour des tirs à (a) 5 T et (b) 7 T avec et sans mousses acoustiques autour de la Foil Coil.

## 4.3 Études supplémentaires sur le bruit magnétique

### 4.3.1 Études acoustiques

Comme les temps de décrochage du système d’asservissement dus à la perturbation acoustique sont proches de 3 ms, cela correspond à l’ordre de grandeur du temps de propagation du son dans l’air. Dans le but de réduire ce bruit, nous avons alors installé des mousses acoustiques<sup>15</sup> tout autour de la bobine, avec seulement des passages pour les pieds de la bobine, l’amenée de courant et le tube à vide. Nous avons utilisé un micro<sup>16</sup> au niveau de l’enceinte M2 pour enregistrer le son d’impulsions à 5 et 7 T avec et sans les mousses installées.

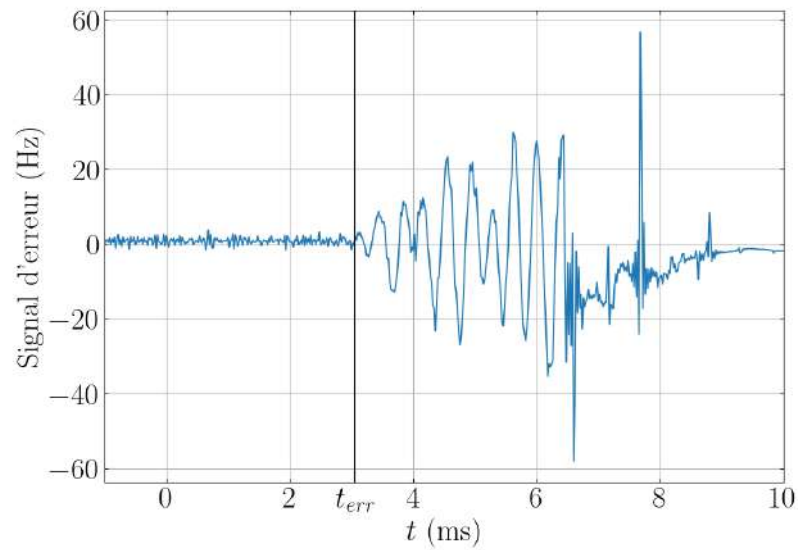
Les résultats sont présentés dans la Fig. 4.8 pour des tirs à 5 et 7 T. On remarque que même si le son est atténué en amplitude, les premières oscillations ne sont pas affectées.

De plus, il semble que se soient ces premières oscillations qui soient cruciales car le temps d’arrivée de la perturbation sur le signal d’erreur,  $t_{err}$ , n’a pas significativement changé. En effet, nous avons aussi pris des données avec des impulsions de 1 à 8 T avec et sans mousse, et on a pu relever le temps  $t_{err}$  sur chacun des signaux d’erreur. Un exemple d’un de ces signaux d’erreur pour une impulsion à 5 T est représenté dans la Fig. 4.9. Les résultats sont rapportés dans la Fig. 4.10. On observe que pour les temps d’arrivée  $t_{err}$  tendent vers une valeur proche de 2.6 ms.

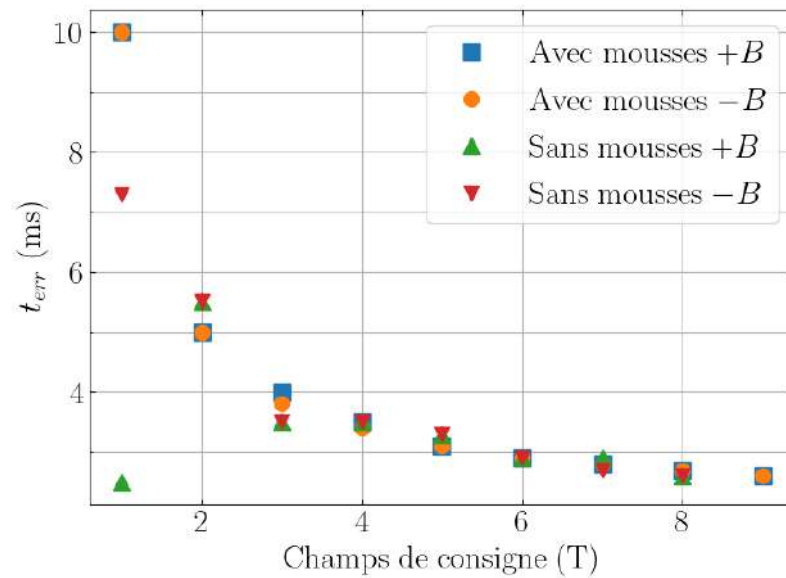
Comme une partie du bruit déclenché par la bobine n’est pas affecté par les mousses acoustiques, notamment le début de la perturbation, on peut se demander si la perturba-

15. Mousse en Basotect 100 × 50 × 12 cm avec une fréquence de coupure entre 125 et 160 Hz <https://www.panasorb.eu/lng/fr/mousse-en-basotect/large-band-absorbeur-en-basotect/mousse-en-basotect-large-bande-dabsorption-acoustique-100x50x12cm-gris.html>

16. Earthworks Audio modèle M23

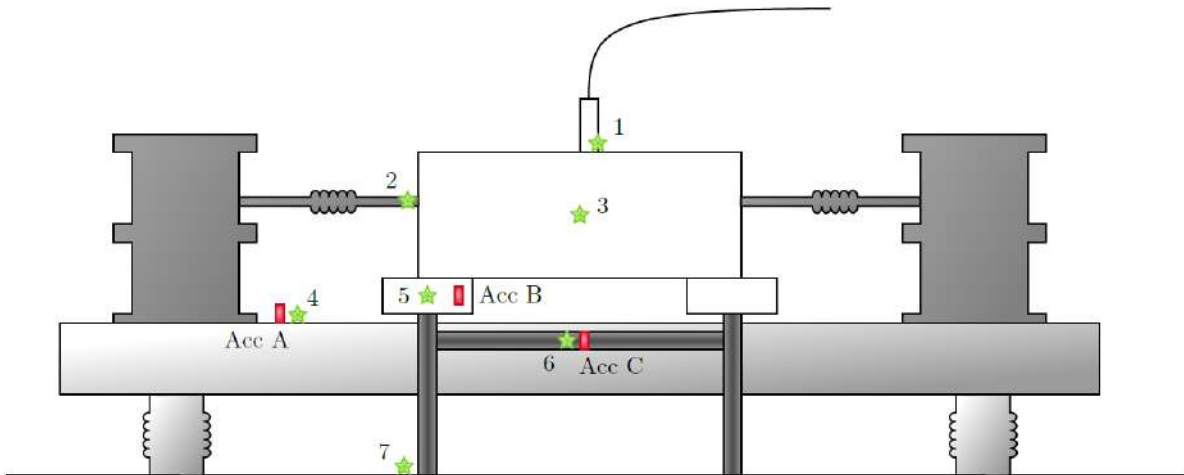


**FIGURE 4.9** – Signal d'erreur en fonction du temps pendant une impulsion à 5 T. Le temps d'arrivée de la perturbation sur le signal d'erreur est notée  $t_{err}$ .



**FIGURE 4.10** – Temps d'arrivée de la perturbation acoustique vu sur le signal d'erreur, avec et sans les mousses acoustiques. Le temps d'arrivée observe une saturation autour de 2.6 ms.





**FIGURE 4.11** – Schéma vue de profil de la table optique de l'expérience BMV. Les rectangles rouges indiquent la position des trois accéléromètres. Les étoiles vertes marquent la position du coup effectué avec un marteau d'impact.

Coup	Acc A (ms)	Acc B (ms)	Acc C (ms)	Signal d'erreur (ms)
1	2.6	0.54	1.6	4.0
2	0.9	0.4	2.0	1.06
3	2.2	0.4	1.58	3.0
4	0.02	0.64	0.62	0.8
5	1.0	0.18	0.84	2.7
6	0.64	0.57	0.1	2.3
7	0.9	0.66	0.5	3.0

**TABLE 4.2** – Temps de propagation vers les accéléromètres et le signal d'erreur de la cavité pour chaque coup. Les emplacements par rapport à l'ensemble de l'expérience sont illustrés dans la Fig. 4.11.

tion acoustique ne passe pas aussi par un canal autre que l'air. Nous avons donc étudié la possibilité de la propagation par les solides de l'expérience. Pour cela, nous avons ainsi utilisé un marteau d'impact<sup>17</sup>, un marteau avec un élément piézoélectrique délivrant une tension permettant de connaître l'instant et la force utilisée dans le coup, pour rechercher les éléments de l'expérience perturbant le signal d'erreur 2.6 ms après un coup. Nous avons également placé des accéléromètres à trois endroits de l'expérience, sur le support de la bobine, sur la table optique proche de la bobine et sur la table optique proche d'une enceinte comme illustré dans la Fig. 4.11. Avec le marteau nous avons frappé à plusieurs endroits de l'expérience, également illustré dans la Fig. 4.11. La table 4.2 regroupe pour chaque coup de marteau les temps d'arrivées sur les accéléromètres ainsi que sur le signal d'erreur de l'asservissement de la cavité.

Notre étude préliminaire semble indiquer que pendant une impulsion la perturbation

17. PCB Piezotronics modèle 086C03

ne passe pas par les soufflets à chaque extrémité du tube solidaire à la bobine car pour le coup 2 de la table 4.2, le temps pour arriver au signal d'erreur est plus court que celui observé expérimentalement, 1 ms contre 2.6 ms. Ce temps correspond cependant au temps à partir duquel le bruit induit par l'impulsion augmente linéairement. Les éléments donnant un temps de propagation proche de celui observé sont la bobine, son pied, et le sol. Notre étude indiquerait un passage de la perturbation depuis la bobine à travers son support et par le sol. Pour déterminer avec certitude le chemin suivi par la perturbation, d'autres études seront nécessaires. Outre allonger le trajet de la perturbation vers la cavité, une stratégie complémentaire est de diminuer l'amplitude de la perturbation. Pour réaliser cela, nous nous sommes demandés quelle est l'origine du bruit acoustique de la bobine.

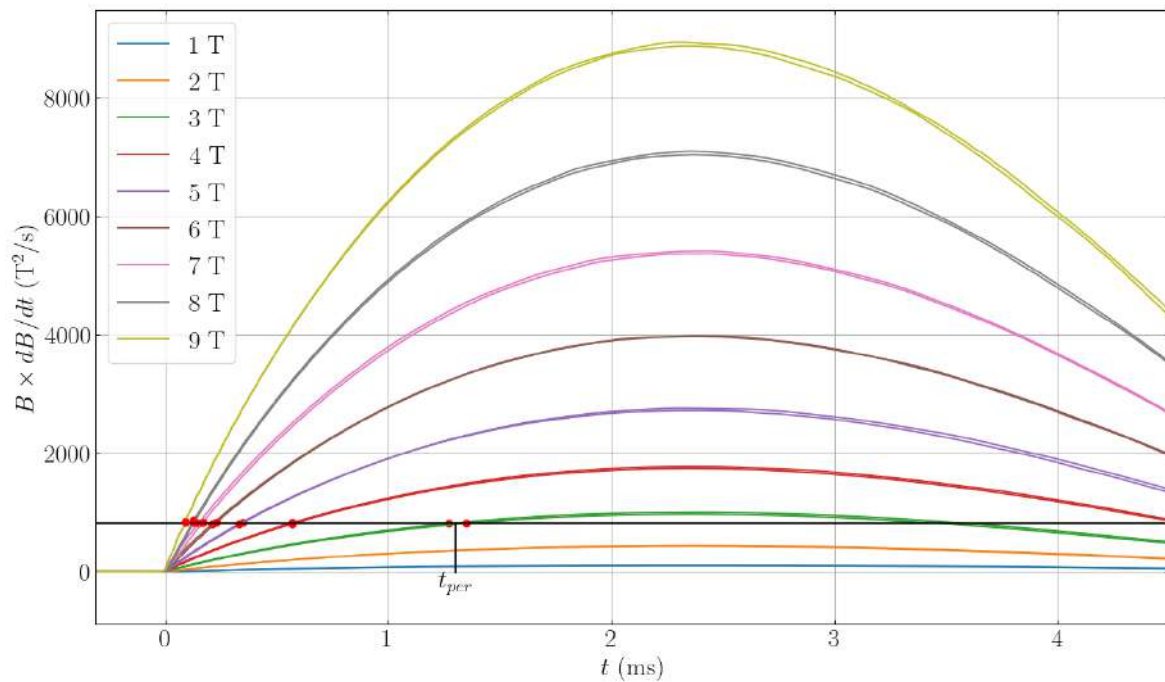
### 4.3.2 Origine du bruit acoustique

Après discussion avec Jérôme Béard, la conception de la bobine rend difficile de fixer et d'empêcher des mouvements du passage de l'amenée de courant, un câble coaxial, jusqu'à l'enroulement des feuilles. Sous l'effet de forces magnétiques, il peut donc y avoir des mouvements potentiellement brusques qui émettent une perturbation acoustique touchant la cavité. Si cette force est entre le champ et un courant induit par ce champ, la force sera proportionnelle à  $B \times dB/dt$ . Pour notre bobine, l'évolution de cette force est représentée dans la Fig. 4.12.

En fonction du champ maximal de l'impulsion, le temps où la perturbation atteint le signal d'erreur, ce qu'on a appelé  $t_{err}$ , est la combinaison du temps de propagation de la bobine à la cavité  $t_{prop} = 2.6$  ms et le temps auquel la perturbation part de la bobine,  $t_{per}$ , tel que  $t_{err} = t_{per} + t_{prop}$ . Nous pouvons ainsi déterminer  $t_{per}$  pour un champ donné. En faisant l'hypothèse que le phénomène arrive par effet de seuil, c'est à dire quand une certaine force est atteinte, à partir du  $t_{per}$  pour un champ donné, par exemple 3 T, nous pouvons donner une prédiction pour les autres champs.

Ainsi, avec la valeur de  $B \times dB/dt$  au temps  $t_{per}$  d'une impulsion à 3 T, nous pouvons tracer une ligne horizontale, en noir dans la Fig. 4.12, qui nous définit le seuil. Nous pouvons alors trouver les intersections, s'il y en a, avec les autres courbes. Elles sont marquées d'un point rouge sur la Fig. 4.12. Le temps correspondant à l'intersection entre le seuil et une courbe d'un champ donné est la prédiction de  $t_{per}$  pour celui-ci. En ajoutant  $t_{prop}$ , nous avons finalement une modélisation de  $t_{err}$  pour ce champ. Nous pouvons finalement comparer ce temps avec celui mesuré expérimentalement de la Fig. 4.10.

Cette comparaison est effectuée dans la Fig. 4.13a, on voit que outre les points à bas champ non reproduits car sans intersection, cela reproduit bien le phénomène de saturation que l'on observe. En faisant la même analyse en partant de l'impulsion à 4 ou 5 T, respectivement Fig. 4.13b et 4.13c, reproduit encore mieux les mesures expérimentales



**FIGURE 4.12** – Évolution temporelle de la fonction  $B \times dB/dt$  pour les champs de 1 à 9 T. La courbe noire montre le seuil correspondant au temps  $t_{per}$  pour une impulsion à 3 T. Les points rouges montrent à quels temps ce niveau est atteint pour les autres champs. Les courbes sont doublés pour chaque polarité du champs.

hors bas champs.

Pour vérifier que ce résultat n'est pas une coïncidence, on peut faire la même procédure pour d'autres fonctions que  $B \times dB/dt$ . La Fig. 4.14 montre les résultats pour  $B$ ,  $B^2$  et  $dB/dt$ . On voit bien que seul  $B \times dB/dt$  s'approche des résultats expérimentaux.

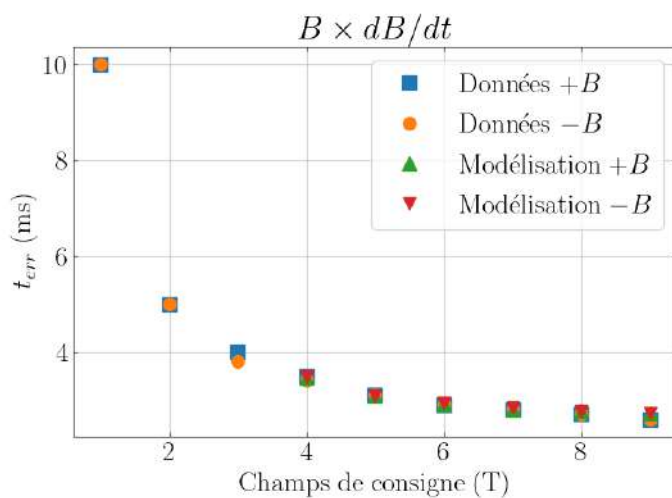
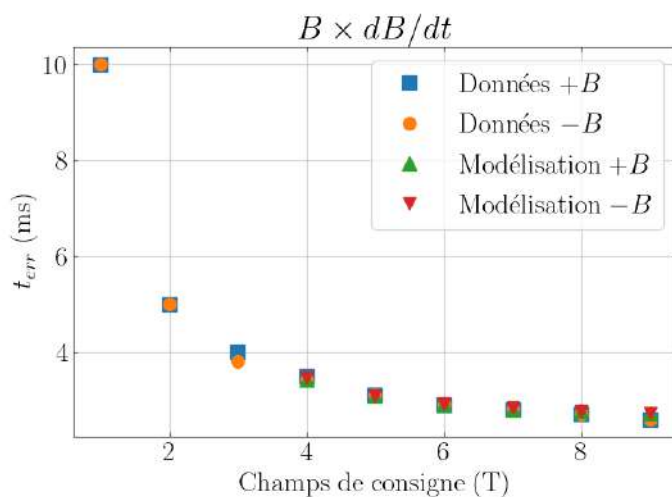
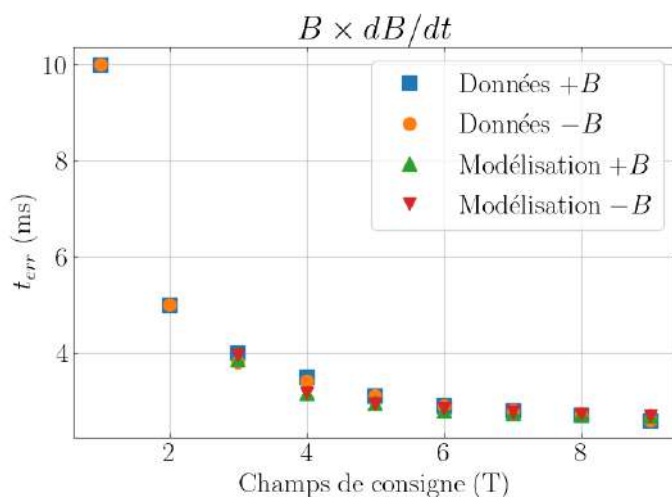
Notons que les temps simulés pour  $B$  et  $B^2$  sont identiques à cause de la relation entre eux. En effet, le seuil du deuxième est le carré du premier et si il est atteint à un temps  $t$  pour  $B$  le même temps atteindra le seuil de  $B^2$ .

Pour la prochaine version de la bobine Foil Coil, la réduction de cette force en  $B \times dB/dt$  sera pensée lors de sa conception comme nous le verrons dans le chapitre 6.

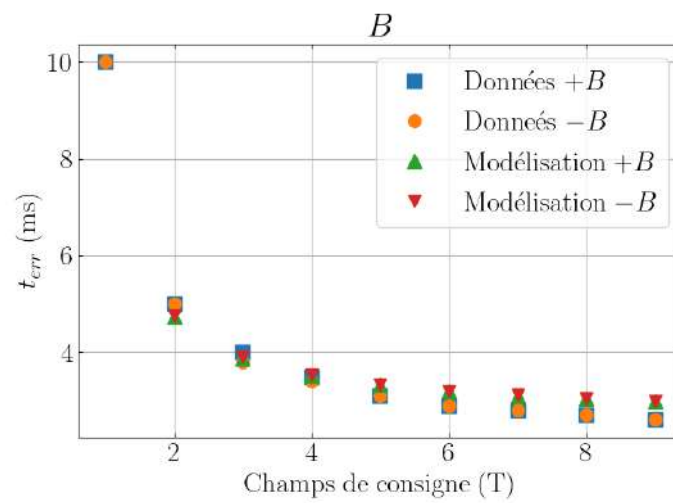
## 4.4 Discussion de l'erreur sur le taux d'extinction

### 4.4.1 Conséquence pour la méthode d'analyse

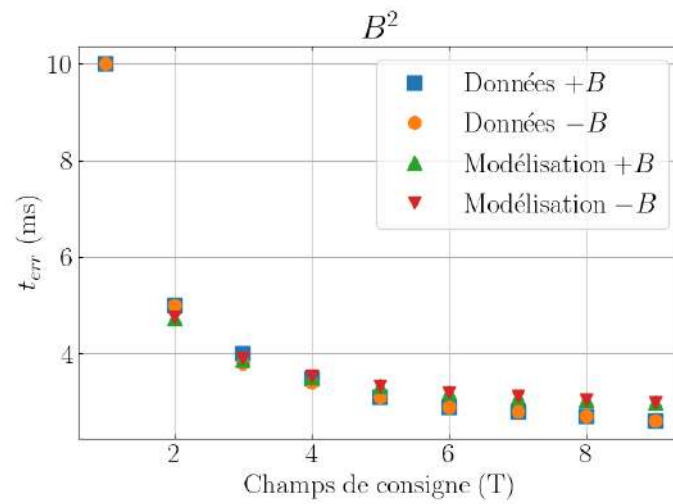
En dernier point, on veut démontrer ici l'impact d'une grandeur souvent non considérée, l'incertitude sur le taux d'extinction. En effet, bien qu'étant considéré comme un paramètre expérimental, avec une incertitude uniquement liée à sa mesure souvent négligée, il présente une dispersion à cause de variations d'alignement. Une erreur sur le taux



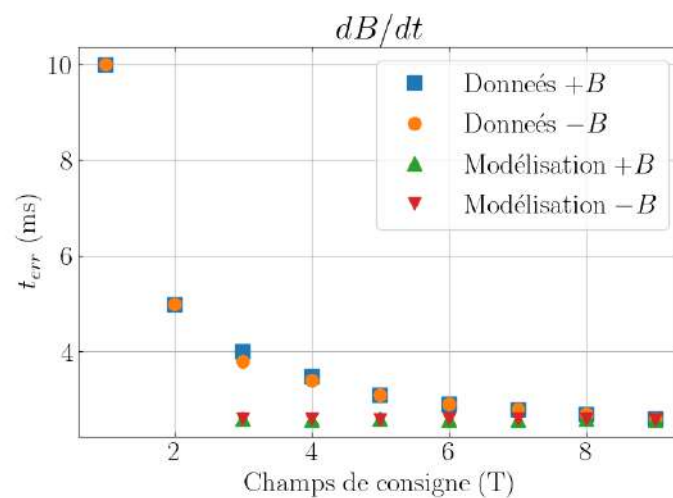
**FIGURE 4.13** – Temps d'arrivée de la perturbation acoustique vu sur le signal d'erreur, avec les mousses acoustiques et simulation à partir du point à (a) 3 T (b) 4 T (c) 5 T. Des points ne sont pas reproduits car ils n'atteignent pas le seuil.



(a)



(b)



(c)

**FIGURE 4.14** – Temps d'arrivée de la perturbation acoustique vu sur le signal d'erreur, avec les mousses acoustiques et simulation avec (a)  $B$  (b)  $B^2$  et (c)  $dB/dt$  à partir du point à 3 T.

d'extinction se propage sur le calcul de  $\Gamma$  et finalement sur le signal  $\Psi$ .

Le but de cette section est de présenter une analyse plus exacte qui, contrairement à celle utilisée précédemment, propage les erreurs faites lors du calcul de  $\Gamma$  et  $\sigma^2$ .

La valeur de  $\sigma^2$  est expérimentalement estimée par le minimum observé du rapport  $P_e/P_t$  lorsque l'on tourne l'analyseur et que les miroirs sont réglés pour avoir une valeur de  $\Gamma = 0$  rad. La valeur de cette dernière est expérimentalement déterminée comme

$$\langle \Gamma \rangle = \left\langle \sqrt{\frac{P_e(t)}{P_t(t)} - \sigma^2} \right\rangle, \quad (4.3)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  est la moyenne des valeurs avant le tir. On peut calculer l'erreur faite sur cette moyenne

$$\Delta \langle \Gamma \rangle = \frac{1}{2|\langle \Gamma \rangle| \sqrt{N}} \sqrt{\left[ \Delta \left( \frac{P_e}{P_t} \right) \right]^2 + (\Delta \sigma^2)^2}, \quad (4.4)$$

avec  $N$  le nombre de point sur lesquels est calculé la moyenne  $\langle \Gamma \rangle$ . L'erreur  $\Delta(P_e/P_t)$  est estimée comme la déviation standard de ce rapport avant le tir. En effet, l'erreur instantanée due à la carte d'acquisition  $\Delta [P_e(t)/P_t(t)]$  est négligeable.

Avec  $\langle \Gamma \rangle$  on estime l'ellipticité comme

$$\Psi(t) = \frac{1}{2\langle \Gamma \rangle} \left( \frac{P_e(t)}{P_t(t)} - \langle \Gamma \rangle^2 - \sigma^2 \right), \quad (4.5)$$

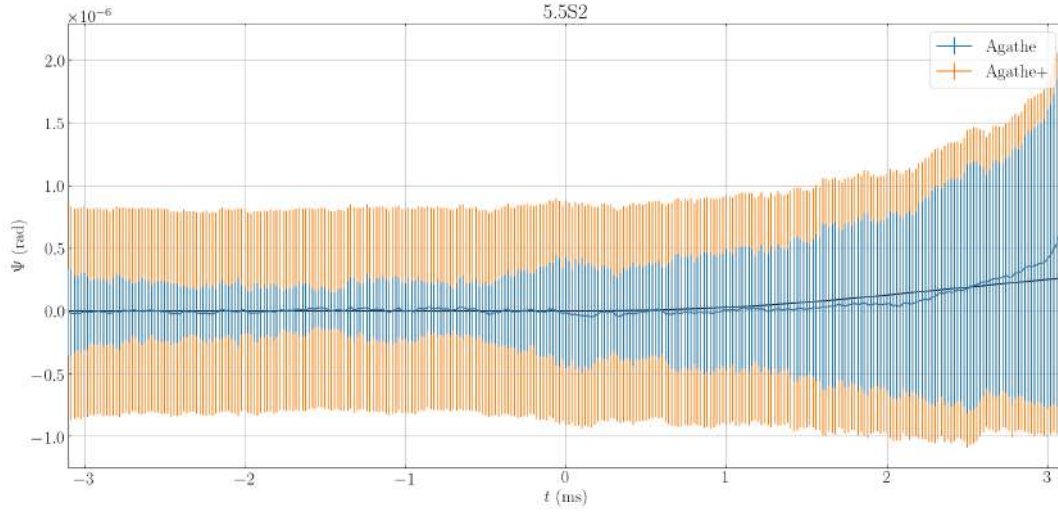
en calculant l'erreur faite on a

$$\Delta \Psi(t) = \sqrt{\left( \frac{\Delta \sigma^2}{2\langle \Gamma \rangle} \right)^2 + \left( \Delta \langle \Gamma \rangle \left[ 1 + \frac{\Psi(t)}{\langle \Gamma \rangle} \right] \right)^2}. \quad (4.6)$$

Comme précédemment, on a ici négligé l'erreur instantanée lors de la digitalisation des signaux  $\Delta [P_e(t)/P_t(t)]$ .

L'Eq. 4.6 donne l'erreur en ellipticité d'un tir venant de l'incertitude sur  $\langle \Gamma \rangle$  et sur  $\sigma^2$  pour chaque impulsion. Dans la méthode d'analyse de 2014 [99] que nous avons introduit dans le chapitre 3 et utilisé pour l'analyse de nos nouvelles données et que nous nommons « méthode Agathe » [92] au sein de l'équipe, cette erreur a été négligée car la dispersion d'impulsion à impulsion est considérée comme dominante. Nous voulons vérifier si dans notre nouvelle expérience, cela est toujours le cas.

Pour cela, on propose une nouvelle version de l'analyse « Agathe » qui prend en compte l'erreur de chaque impulsion. Ainsi en connaissant  $\sigma^2$  et  $\Delta \sigma^2$  on calcule pour chaque tir  $\langle \Gamma \rangle$ ,  $\Delta \langle \Gamma \rangle$ ,  $\Psi(t)$  et  $\Delta \Psi(t)$  grâce aux Eg. 4.3, 4.4, 4.5 et 4.6. Puis avec l'ensemble des  $\Psi(t)$  de même symétrie, de même signe de  $\Gamma$  et de  $B$ , on prend la moyenne point à point pour obtenir le signal  $Y_{\pm\Gamma, \pm B}$ . Pour chaque temps, on calcule deux erreurs, l'erreur « Agathe »



**FIGURE 4.15** – Ellipticité moyenne et son erreur en fonction du temps. En bleu méthode Agathe classique, en orange méthode Agathe avec la nouvelle propagation des erreurs avec une valeur de  $\Delta\sigma^2/\sigma^2 \sim 10\%$ . Les erreurs sont présentées avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ .

$\Delta_A Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t)$  prise comme la déviation standard à chaque temps divisée par la racine du nombre d’impulsions  $N_{\pm\Gamma, \pm B}$  et la propagation des erreurs  $\Delta\Psi(t)$  de chaque impulsion,  $\Delta_\Psi Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t)$ , que l’on calcule comme

$$\Delta_\Psi Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t) = \frac{1}{N_{\pm\Gamma, \pm B}} \sqrt{\sum_i [\Delta\Psi_i(t)]^2} \quad (4.7)$$

qui est simplement la propagation de l’erreur de chaque impulsion  $\Delta\Psi_i(t)$  à la moyenne. Enfin l’erreur totale est calculée comme

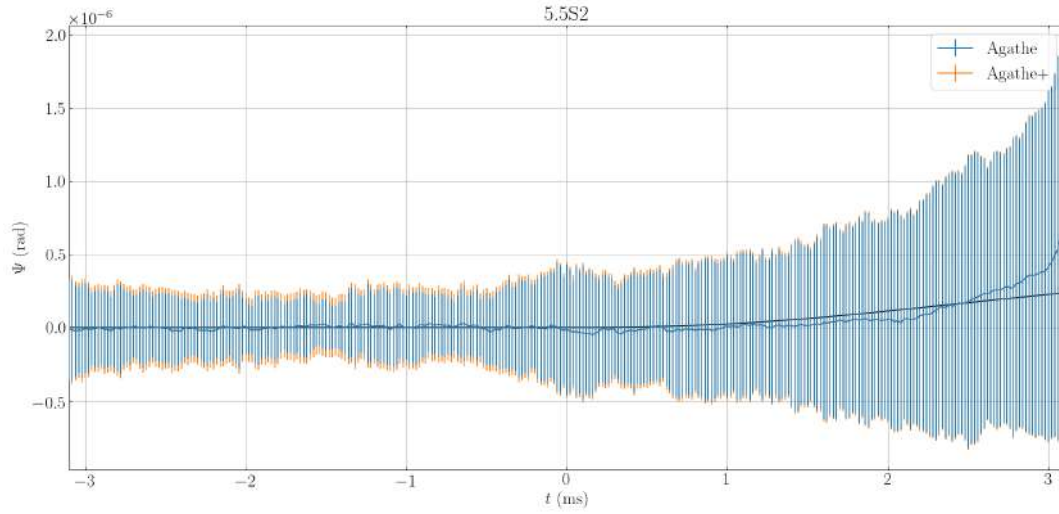
$$\Delta Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t) = \sqrt{[\Delta_A Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t)]^2 + [\Delta_\Psi Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t)]^2}. \quad (4.8)$$

Finalement on obtient le signal en ellipticité et son erreur en prenant la bonne combinaison des  $Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t)$  et la propagation des  $\Delta Y_{\pm\Gamma, \pm B}(t)$  comme dans la méthode Agathe.

#### 4.4.2 Application à notre série de données

Nous comparons ici notre nouvelle méthode de calcul des erreurs, que l’on nommera “Agathe+”, avec l’ancienne. En se basant sur la série 5.5S2, on considère premièrement le cas où la mesure de  $\sigma^2$  est faite seulement une fois par jour de prise de donnée. Nous estimons alors que  $\Delta\sigma^2/\sigma^2 \sim 10\%$  à partir de la dispersion des valeurs de  $P_e$  autour de son minimum. L’ellipticité obtenue avec la nouvelle méthode est comparée à l’ancienne dans la Fig. 4.15

Avant l’impulsion les barres d’erreurs sont plus de deux fois plus grandes avec une nouvelle



**FIGURE 4.16** – Ellipticité moyenne et son erreur en fonction du temps. En bleu méthode Agathe classique, en orange méthode Agathe avec la nouvelle propagation des erreurs avec une valeur de  $\Delta\sigma^2/\sigma^2 \sim 1.7\%$ . Les erreurs sont présentées avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .

méthode, pendant le tir, l'augmentation due à l'impulsion diminue la contribution de la nouvelle erreur. Malgré tout, les limites obtenues par un ajustement pour obtenir la valeur l'effet Cotton-Mouton est multipliée par un facteur de près de deux. Cela illustre ainsi l'importance de la bonne connaissance de  $\sigma^2$  et surtout de  $\Delta\sigma^2$ .

Pour aller plus loin, on peut effectuer la même analyse pour le cas dans lequel la mesure de  $\sigma^2$  est effectuée avant chaque impulsion, pour le cas de la série 5.5S2, on a alors  $\Delta\sigma^2/\sigma^2 = 1.8\%$ . Dans la Fig. 4.16, on remarque que l'erreur est alors bien plus petite et l'erreur globale est limitée par la dispersion des valeurs de l'ellipticité entre impulsions.

Cependant l'erreur  $\Delta\sigma^2$  n'est pas nulle. En effet si on considère que nous sommes uniquement limités par cette dernière, c'est-à-dire dans l'hypothèse que l'on arrive à nullifier les variations de  $\Gamma$  pendant une impulsion mais aussi entre deux impulsions, alors il nous reste une incertitude nous donnant avant l'impulsion, en l'absence de bruit magnétique, une sensibilité meilleure d'un facteur 10 par rapport à actuellement avec  $\Delta k_{\text{CM}} \sim 2 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .

## 4.5 Conclusion

La nouvelle génération de bobine utilisant des feuilles de cuivre pour la génération de champs magnétiques transverses intenses, la Foil Coil, est une réelle amélioration pour l'expérience BMV. En plus d'apporter un facteur  $B^2 L_B$  de plus de 100  $\text{T}^2\text{m}$ , l'absence de cryostat simplifie l'expérience tout en gardant un taux de répétition permettant d'effectuer des centaines de tirs en quelques semaines.

À titre de résultat préliminaire, le meilleur résultat de l'expérience BMV a été obtenu



avec des impulsions courtes à 5.5 T et un temps d'analyse de 2.7 ms où nous avons atteint un champ maximal similaire à celui de 2014 et obtenu pour valeur de l'effet Cotton-Mouton du vide  $k_{\text{CM}} = (0.2 \pm 1.0) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . Soit une limite proche de la limite publiée en 2014 mais notre résultat a été obtenu avec la moitié du nombre d'impulsions et sans effet systématique. Cependant une signature du bruit de la bobine, les barres d'erreurs grandissantes, est toujours présente.

Pour réduire l'effet de l'impulsion magnétique sur l'expérience, nous avons installé des mousses acoustiques sans impact notable sur le temps d'arrivée de la perturbation. Cela nous a indiqué de chercher plutôt l'origine du bruit, une hypothèse d'une force magnétique semble plausible car reproduit les temps d'arrivées des perturbations acoustiques que nous observons. Nous avons aussi montré qu'avoir des données pendant tout le tir permettrait de gagner un facteur dix en sensibilité qui nous permettrait de nous rapprocher de la valeur attendue par la QED. La bobine Foil Coil étant un prototype, plusieurs points d'amélioration ont été identifiés et seront présentés dans un chapitre ultérieur.

Nous avons également introduit une nouvelle version de la méthode d'analyse des données prenant mieux en compte la propagation des incertitudes et incluant l'incertitude sur le taux d'extinction  $\Delta\sigma^2$ . Nous avons vu que même si cette dernière ne nous limite pas actuellement, il ne faut pas totalement l'écarter pour gagner en sensibilité.

D'un autre côté, nous n'avons pas gagné en précision autant que ce que nous aurions dû par rapport aux derniers résultats publiés par l'expérience. En effet, par rapport à 2014 nous avons un  $B_f^2 L_B$  trois fois plus grand et une DSP moyenne environ deux fois plus petite. La biréfringence de la cavité  $\Gamma$  est aussi plus petite et cela aurait dû réduire le bruit optique de l'expérience. Ce bruit est celui que nous aurions si le bruit de la bobine était totalement éliminé et il sera crucial de le diminuer pour espérer atteindre la sensibilité nécessaire à la mesure de la prédiction de la QED. Le reste de la thèse s'est ainsi consacré à la recherche de solutions pour gagner en sensibilité. Le chapitre suivant est dédié à l'étude du bruit optique de l'expérience.

## Chapitre 5

# Étude expérimentale du bruit optique

Quand nous ne sommes pas limités par la perturbation de l'aimant, un bruit nous limite, que l'on nomme alors bruit optique. Ce dernier comprend notamment le bruit en intensité du laser, le bruit de couplage de la cavité, le bruit de comptage des photons ou le bruit de biréfringence des miroirs. Une contribution à ce bruit peut aussi être un bruit dans le système d'asservissement de la cavité. En effet, proche de la condition de résonance, si le système varie autour de cette dernière, une variation d'intensité sera observée en sortie de cavité. Un système d'asservissement avec un faible bruit sur son signal d'erreur sera ainsi aussi moins bruyant en intensité. Pour cette raison, nous avons installé un nouvel système d'asservissement dans l'expérience et nous avons comparé ses performances avec l'ancien.

## 5.1 Nouvel asservissement

Ce nouveau système d'asservissement provient de la société Sisyph<sup>18</sup>, on le dénommera nouvel asservissement en opposition à ce que l'on dénommera l'ancien asservissement qui était utilisé jusqu'alors.

### 5.1.1 Description des systèmes d'asservissement

#### 5.1.1.1 Ancien asservissement

L'ancien asservissement est composé de deux parties, une première partie comportant les alimentations ainsi que le mixeur générant le signal d'erreur et un amplificateur de gain 20 dB, et d'une deuxième partie contient le circuit électronique des PID et de l'acquisition automatique de la condition de résonance.

L'amplificateur a pour but d'amplifier le signal de correction envoyé à la cale piézo-électrique du laser. Il contient un filtre dont, comme on l'a abordé, le but est de ne pas amplifier les fréquences de résonance du piézoélectrique du laser.

Pour générer le signal d'erreur, l'ancien système a besoin d'un générateur externe pour fournir le signal à 10 MHz envoyé au mixeur ainsi qu'à l'EOM modulant en phase l'intensité laser. Il a également besoin d'un deuxième générateur pour envoyer une rampe de tension sur la cale piézoélectrique du laser, nécessaire lors de l'alignement de la cavité notamment. Cette rampe est également amplifiée par l'amplificateur.

#### 5.1.1.2 Nouvel asservissement

Le nouvel asservissement est plus compact que l'ancien et est composé aussi de deux parties avec l'alimentation dans un boîtier et toute l'électronique dans une autre. Dans

---

18. <http://www.sisyph.com/>

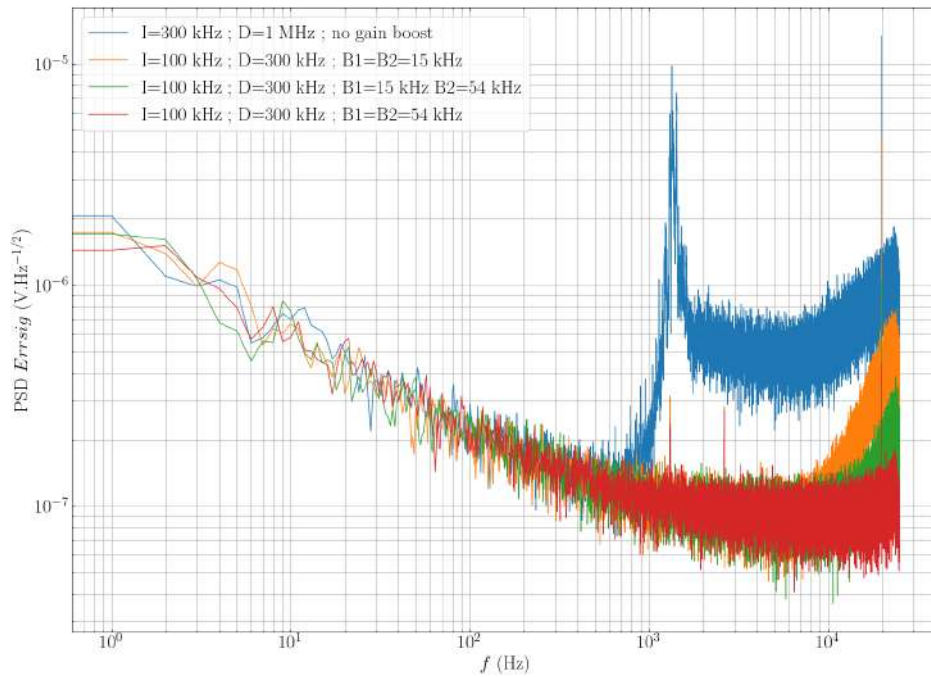
le système est aussi inclus les générateurs fournissant le signal de modulation à 10 MHz et la rampe de tension pour le piézoélectrique. L'électronique est composée de différents modules avec chacun une fonction précise :

- Un premier apportant l'alimentation aux autres.
- Un premier module utilitaire avec cinq connecteurs BNC que l'on peut câbler pour avoir cinq entrées ou sorties de tension. Une première a déjà été câblée pour une entrée référence du mixeur permettant d'émuler la présence d'une cavité en vue de tests. On a câblé les deux suivantes pour lire une tension proportionnelle aux gains des modules PID de l'AOM et du piézoélectrique. La quatrième délivre une tension proportionnelle à la phase du module 10 MHz.
- Un deuxième module utilitaire avec des interrupteurs réglant des paramètres d'autres modules. On peut notamment choisir les signes des signaux de corrections des trois PID, réglage nécessaire pour qu'ils travaillent ensemble vers la condition de résonance.
- Le module mixeur générant le signal d'erreur, avec ainsi deux entrées une provenant de la photodiode en réflexion de la cavité à asservir et l'autre du générateur 10 MHz.
- Un module générant le 10 MHz avec deux sorties chacune pouvant être réglées en amplitude et une en phase. Une sortie est destinée au mixeur alors que l'autre pour l'EOM modulant la phase du laser.
- Un module contenant un PI<sup>3</sup>D pour une correction en fréquence rapide, envoyé à un AOM. Il est composé d'un PID classique ainsi que de deux « gain booster » qui sont des intégrateurs supplémentaires augmentant le gain à basse fréquence.
- Un module contenant un PID pour une correction plus lente, envoyé au piézoélectrique. Pour ce module l'action D peut être désactivé et il peut envoyer une rampe enlevant le besoin d'utiliser un générateur dédié.
- Un module comprenant à la fois un PI pour une correction très lente, envoyé au refroidisseur thermoélectrique du laser, et un micro-contrôleur dictant le fonctionnement des autres modules (notamment les deux autres modules PID) et permet l'acquisition automatique de la condition de résonance de la cavité en utilisant une photodiode en transmission de la cavité.

Notons que le module PID fournissant un signal de correction à la cale piézoélectrique le fait dans la gamme  $\pm 10$  V et n'applique pas de filtrage. Lors de l'intégration du nouveau système, pour asservir la cavité avec succès, il nous a fallu utiliser l'amplificateur de l'ancien système.

### 5.1.1.3 Réglage des PID du nouvel asservissement

Avant de pouvoir comparer les systèmes entre eux, nous réglons les paramètres du nouvel asservissement pour être dans une situation optimale. Sur les cartes électroniques



**FIGURE 5.1** – Densité spectrale de puissance de la tension du signal d’erreur en fonction de la fréquence et de différents paramètres du PID de la correction rapide.

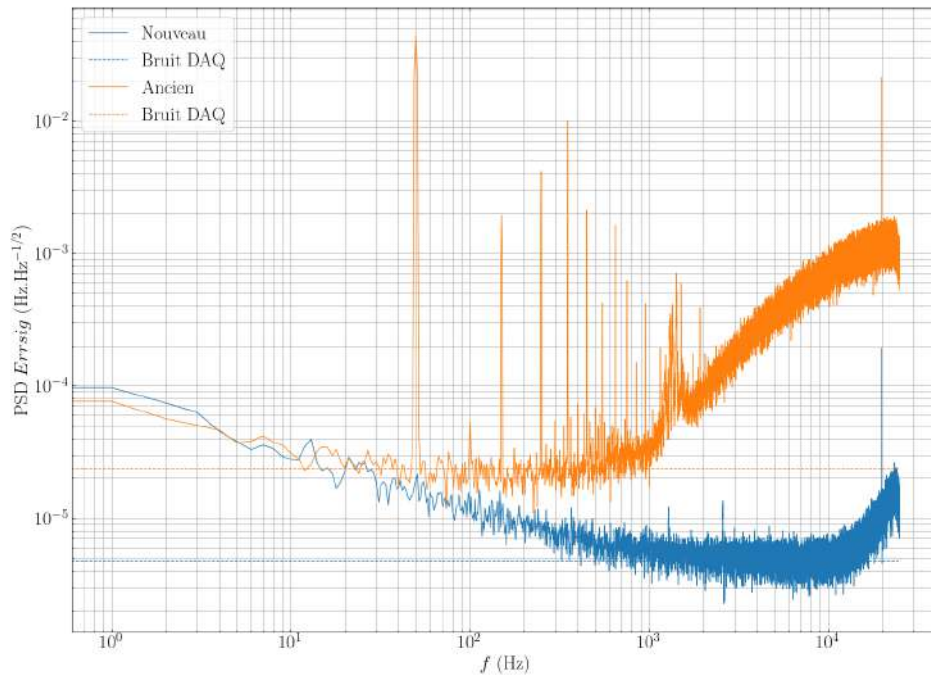
du nouveau système, nous avons la possibilité de choisir avec des interrupteurs les bases de temps des circuits intégrateurs et dérivateurs des étages AOM et piézoélectrique ainsi que ceux des gain boosters. Ces paramètres sont choisis pour avoir un niveau de bruit sur le signal d’erreur le plus bas possible. Ces réglages ont été effectués avec une cavité à la pression atmosphérique constituée de deux miroirs dont la finesse était de 93000 environ.

À titre d’exemple, on montre dans la Fig. 5.1, la DSP du signal d’erreur en  $V/\sqrt{\text{Hz}}$  pour différents paramètres de l’étage AOM. On observe notamment avec l’ajout des boosters une nette baisse du niveau de bruit et une augmentation de la bande passante du système.

La meilleure configuration est avec le circuit intégrateur de la boucle rapide avec les paramètres  $I=100$  kHz et  $D=300$  kHz et les deux gain boosters à 54 kHz. De la même manière les paramètres de la boucle piézoélectrique ont aussi été optimisés.

### 5.1.2 Comparaison des asservissements

Désormais, il est possible de comparer les performances des deux systèmes. D’abord, nous pouvons comparer les circuits électroniques de chaque système en fournissant le signal d’erreur produit par le même mixeur à chaque circuit.



**FIGURE 5.2** – Densité spectrale de puissance du signal d’erreur en fonction de la fréquence et du type d’asservissement avec le mixeur du nouveau système. Pour le nouveau système, les paramètres de la correction rapide sont  $I=100$  kHz,  $D=300$  kHz et les gain boosters à 15 et 54 kHz, le  $I$  de la correction PZT est à 50 Hz.

### 5.1.2.1 Comparaison avec le même signal d’erreur

On commence ainsi par comparer les asservissements avec le même mixeur, celui du nouvel asservissement. Les résultats sont présentés dans la Fig. 5.2.

On remarque bien sur la courbe du signal d’erreur la différence de bande passante entre le nouveau et l’ancien. Cette dernière peut être déterminée par la fréquence maximale du signal d’erreur. Elle n’est pas visible dans la Fig. 5.2 car elle dépasse la fréquence de Nyquist de la fréquence d’échantillonnage de notre carte d’acquisition. Elle peut cependant être observée à l’aide d’un analyseur de spectre, nous trouvons une bande passante de 340 kHz pour le nouveau système contre 180 kHz pour l’ancien.

Dans la courbe Fig. 5.2, la DSP du signal d’erreur est présentée en  $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Pour cela nous avons dû calculer le discriminant du signal d’erreur.

### 5.1.2.2 Calcul du gain mixeur du nouveau mixeur

À partir de l’Eq. 2.54, le signal d’erreur peut s’écrire

$$\varepsilon = 4fgV_2 \times 0.34I_0\sqrt{T_c}2\pi\tau\delta\nu = D\delta\nu \quad (5.1)$$

où  $D$  est le discriminant en V/Hz. Dans l'expression du discriminant le terme  $gV_2/2$  a été nommé  $g_m$  le gain du mixeur dans la thèse [92]. Dans la documentation du nouveau système d'asservissement on a  $g = 20$  V/V. Ainsi, avec  $V_2 = 0.47$  V dans le cas de la Fig. 5.2 on a  $g_m = 4.73$ . Pour la suite nous utiliserons  $V_2 = 1.41$  V, nous aurons donc  $g_m = 14.1$ . Pour l'ancien nous avons  $g_m = 8$  [92].

Pour calculer  $D$  il nous reste à préciser les autres grandeurs de l'Eq. 5.1. Lors de nos prises de données nous avons

- $f = 100$  V/A  $\times$   $0.77$  A/W =  $77$  V/W d'après la documentation de la photodiode  $PD_{PDH}$ .
- $I_0 = 86.2$  mW.
- $\tau = 251$   $\mu$ s
- $T_c = P_t/I_0 = 1.9$  %.

Finalement on obtient ainsi la valeur du discriminant

$$D = 3.96 \times g_m \text{ mV/Hz.} \quad (5.2)$$

Pour le cas de la Fig. 5.2 nous avons donc  $D = 18.7$  mV/Hz.

### 5.1.2.3 Comparaison de chaque système avec son propre mixeur

On compare maintenant chaque système avec son propre mixeur. La principale différence est une potentielle différence au niveau du bruit électronique de chaque mixeur mais aussi de leur gain  $g_m$ . Ainsi le discriminant du nouvel asservissement est  $D_{nouw} = 55.8$  mV/Hz alors que celui de l'ancien est  $D_{anc} = 31.6$  mV/Hz.

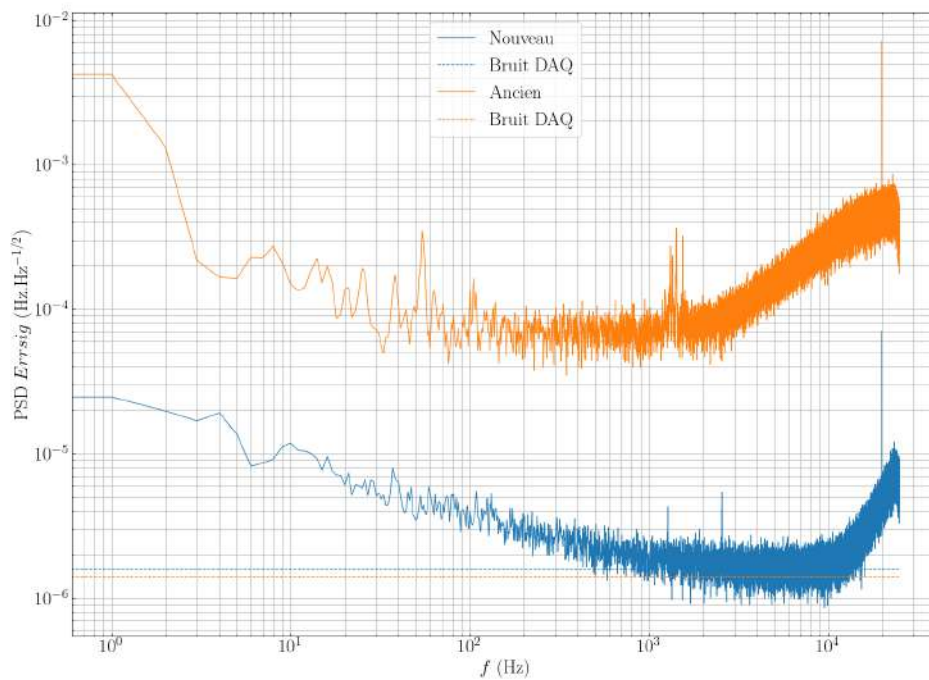
On reproduit les données de la section précédente en prenant en compte cette différence, les résultats sont présentés dans la Fig. 5.3.

Le niveau de bruit du nouveau système d'asservissement est ainsi un ordre de grandeur plus bas que celui de l'ancien système.

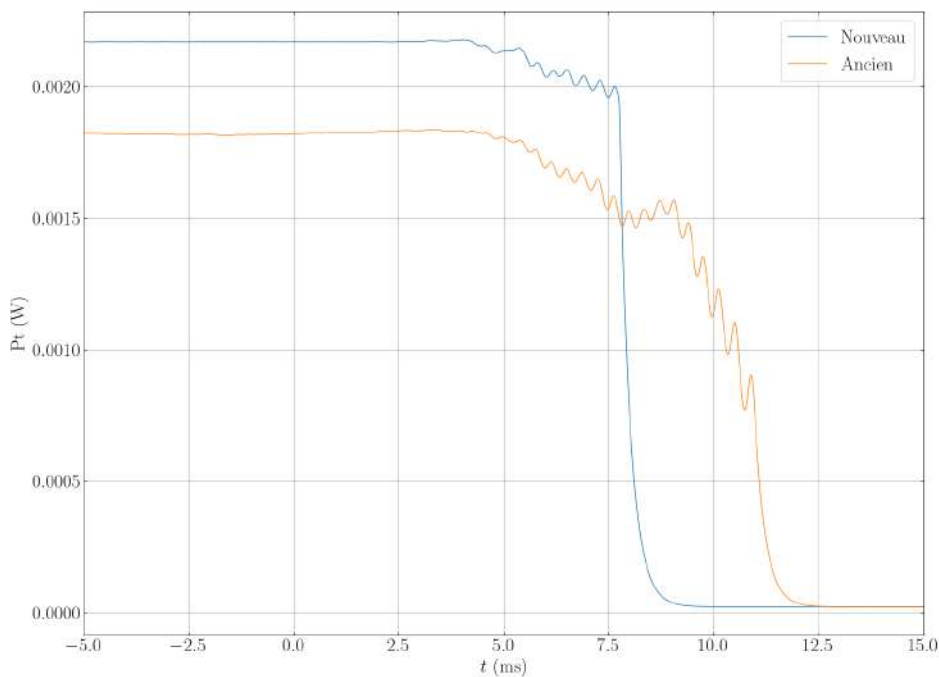
### 5.1.2.4 Comportement dynamique, résistance à une perturbation

Jusqu'ici nous avons étudié le comportement de l'asservissement dans des conditions idéales, avec le minimum de perturbations extérieures pour étudier les bruits de chaque asservissement. La réaction du système d'asservissement à une perturbation extérieure comme le son d'une impulsion magnétique, nous intéresse évidemment beaucoup. Nous avons étudié chaque asservissement en tapant sur le support de la bobine, ce qui produit des vibrations que l'on observe dans les signaux Fig. 5.4.

On remarque que dans chaque cas, le début de la perturbation est observée au même instant. Le fait que le nouvel asservissement décroche plus tôt est explicable. Les corrections rapides envoyées par les deux asservissements n'ont pas les mêmes bornes, en effet là

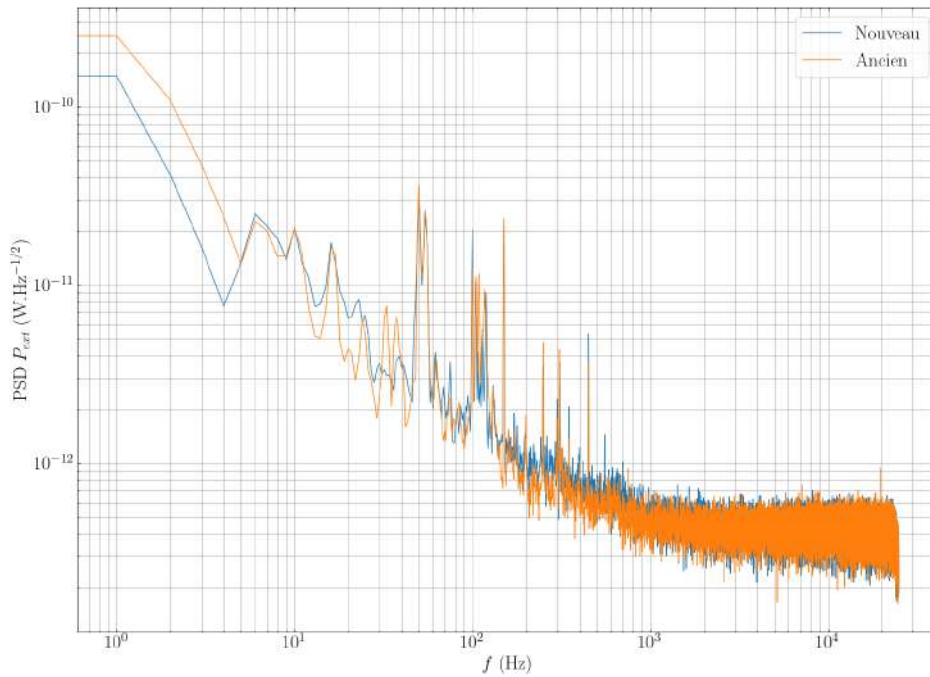


**FIGURE 5.3** – Densité spectrale de puissance du signal d’erreur en fonction de la fréquence et du type d’asservissement avec leur mixeur propre. Pour le nouveau système, les paramètres de la correction rapide sont  $I=100$  kHz,  $D=300$  kHz et les deux gain boosters à 15 kHz, le  $I$  de la correction PZT est à 50 Hz.



**FIGURE 5.4** – Évolution temporelle de l’intensité transmise  $P_t$  en fonction du temps pour les deux asservissements lorsque l’on frappe le support de la bobine à  $t = 0$ .





**FIGURE 5.5** – Densité spectrale de puissance de  $P_e$  en fonction de la fréquence et du type d'asservissement.

où l'ancien peut fournir  $\pm 15$  V à l'AOM, le nouveau fourni seulement  $\pm 5$  V. Le moment où les asservissements décrochent est fixé par le moment où la correction rapide atteint la tension maximale qu'elle peut délivrer. En effet, elle ne peut pas corriger la fréquence du laser au delà. On a pu tester cette hypothèse en changeant une résistance dans le circuit du VCO sur la table laser qui change le gain de l'entrée où la correction rapide est branchée. On a en effet vu varier le moment de décrochage et il atteint celui de l'ancien asservissement quand la résistance est 3 fois plus petite, correspondant à un gain 3 fois plus grand de la correction, ce qui est en accord avec la différence entre les limites des deux asservissements. De plus, les DSP des signaux ne sont pas significativement affectées par le changement de résistance.

Comme le temps d'arrivée de la perturbation est le même pour les deux systèmes, le temps d'analyse avec le nouveau système d'asservissement sera inchangé. Cependant comme le niveau de bruit du système d'asservissement est significativement inférieur à l'ancien, on se demande si le niveau de bruit en intensité en sortie de cavité suit la même tendance. Dans la Fig. 5.5 nous comparons les DSP de l'intensité extraordinaire, proportionnelles au bruit en ellipticité. Les deux DSP étant très similaires, le gain en performances du nouveau système d'asservissement ne s'est pas transcrit en gain sur le bruit en ellipticité.

Cela indique que l'origine du bruit en ellipticité limitant notre expérience est ailleurs. Pour trouver cette origine, nous avons entrepris des études sur le bruit optique de notre

expérience.

## 5.2 Bruit optique

Le bruit optique peut être calculé à partir de l'expression de l'intensité extraordinaire  $P_e$  en sortie de cavité [163]. Dans le cas où  $\Psi \ll \Gamma$ , on rappelle que celle-ci s'écrit

$$\begin{aligned} P_e(t) &= P_t(t) [\sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2] \\ &\simeq P_t(t) [\sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t)]. \end{aligned} \quad (5.3)$$

où  $\sigma^2$  est le taux d'extinction des polariseurs,  $\Gamma$  la biréfringence statique de la cavité et  $\Psi(t)$  le signal en ellipticité. L'intensité ordinaire, ou transmise par abus de langage,  $P_t$  est fonction de l'intensité incidente  $P_{inj}$  suivant la relation

$$P_t = \eta P_{inj} \quad (5.4)$$

où  $\eta = (\mathcal{F}T/\pi)^2$  est la transmittance de la cavité,  $T$  étant la coefficient de transmission en intensité des miroirs. On néglige ici le filtrage de la cavité, étudié en détail dans [159].

Dans le cas général le bruit en ellipticité  $\delta\Psi$  dépend du bruit des paramètres expérimentaux dont  $P_e$  dépend ainsi que son bruit de comptage de photons, ainsi que  $\delta P_0$ , regroupant tout les bruits indépendants des paramètres optiques.

Depuis l'Eq. 5.4, on peut écrire l'expression du bruit de l'intensité transmise  $\delta P_t$  suivant

$$\frac{\delta P_t}{P_t} = \frac{\delta\eta}{\eta} + \frac{\delta P_{inj}}{P_{inj}}. \quad (5.5)$$

Hors d'une impulsion de champ magnétique on peut retirer les dépendances temporelles de l'Eq. 5.3 et écrire le bruit  $\delta P_e$  comme

$$\delta P_e = \delta P_{DC} + \delta P_{shot} + \delta P_o, \quad (5.6)$$

avec  $\delta P_{shot}$  le bruit de comptage des photons et  $\delta P_{DC}$  calculé à partir de l'Eq. 5.3 comme

$$\begin{aligned} \delta P_{DC} &= \delta P_t(\sigma^2 + \Gamma^2) + P_t(\delta\sigma^2 + \delta[\Gamma^2]) \\ &= \delta P_t(\sigma^2 + \Gamma^2) + P_t(\delta\sigma^2 + 2\Gamma\delta\Gamma). \end{aligned} \quad (5.7)$$

On trouve ainsi l'expression du bruit en ellipticité définit comme  $\delta\Psi = \delta P_e / (2P_t\Gamma)$

$$\delta\Psi = \frac{\delta P_t}{2P_t} \left( \frac{\sigma^2}{\Gamma} + \Gamma \right) + \frac{\delta\sigma^2}{2\Gamma} + \delta\Gamma + \frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} + \frac{\delta P_o}{2P_t\Gamma}. \quad (5.8)$$

À partir de cette expression on peut distinguer plusieurs contributions au bruit en ellipticité  $\delta\Psi$ . D'origines différentes, elles ont également des dépendances différentes en fonction de  $\Gamma$ , ce qui est un point important pour les séparer expérimentalement.

- Le bruit en intensité,  $\delta P_t (\sigma^2/\Gamma + \Gamma)/2P_t$ . C'est un bruit en ellipticité apparent dû à des fluctuations d'intensité du laser, fluctuations de l'intensité injectée dans la cavité et/ou fluctuations de la transmission de la cavité. Cette dernière peut en particulier être due à une instabilité de pointage du laser ou au bruit acoustique [144]. Ce bruit peut être minimisé pour  $\Gamma^2 = \sigma^2$ .
- Le bruit en extinction,  $\delta\sigma^2/(2\Gamma)$ . Ce bruit en ellipticité apparent dont l'origine peut être un bruit dans l'extinction du polariseur mais aussi un bruit dans la direction de la polarisation de la lumière. Pour le réduire, on doit augmenter  $\Gamma$ .
- Le *vrai* bruit en ellipticité,  $\delta\Gamma$ . L'origine de ce bruit en biréfringence est inconnue, dans les interféromètres dont les miroirs sont cristallins l'origine du bruit de biréfringence est en partie thermique [164]. Pour nos miroirs non cristallins, l'hypothèse que le bruit soit aussi d'origine thermique a été avancée [101]. Son origine peut être un bruit de pointage du laser sur la surface des miroirs, si la biréfringence de ces derniers dépend de la position du laser [144]. Sa dépendance en  $\Gamma$  n'est pas encore connue mais on peut toujours la développer en série de Taylor,  $\delta\Gamma \approx \delta\Gamma_0 + \delta\Gamma_\Gamma \Gamma + \dots$
- Le bruit en ellipticité apparent de comptage des photons,  $\delta P_{shot}/(2P_t\Gamma)$ . Ce dernier est relié au bruit de grenaille en intensité, qui provient de la nature quantique des photons. En effet, le nombre de photons moyen  $N$  détecté par unité de temps par la photodiode  $Ph_e$  est relié à l'intensité continue  $P_{DC}$  sur cette photodiode

$$P_{DC} = P_t (\sigma^2 + \Gamma^2) = qNh\nu, \quad (5.9)$$

avec  $q$  l'efficacité quantique de la photodiode à la fréquence  $\nu$  des photons. Le nombre de photon instantané frappant le détecteur suit une distribution de Poisson caractérisée par un écart-type égal à la racine du nombre de photons  $\sigma_N = \sqrt{N}$  [157]. Les variations du nombre de photons incident induisent un bruit en puissance

$$\delta P_{shot} = \sqrt{2}q\sqrt{N}h\nu = \sqrt{2qP_t(\sigma^2 + \Gamma^2)h\nu}. \quad (5.10)$$

On obtient l'expression de ce bruit rapporté en ellipticité

$$\frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} = \sqrt{\frac{q(\sigma^2 + \Gamma^2)h\nu}{2P_t\Gamma^2}}. \quad (5.11)$$

Ce bruit est indépendant de  $\Gamma$  sauf pour  $\Gamma^2 \lesssim \sigma^2$ .

- Autres bruits d'ellipticité apparents,  $\delta P_o/(2P_t\Gamma)$ . Cela inclut tous les autres bruits dont les causes ne dépendent pas des paramètres optiques comme le « Noise Equivalent Power » (NEP) de la photodiode. Le NEP est défini comme la puissance incidente nécessaire pour avoir un rapport signal sur bruit unitaire pour une bande passante d'un Hertz [165]. Ce bruit regroupe tous les bruits électroniques internes de la photodiode comme le « Dark Current »<sup>19</sup> et le bruit thermique des composants électroniques [166, 167]. Lorsque l'on les observe en ellipticité, ces bruits augmentent quand  $\Gamma$  tend vers zéro.

Du point de vue de la dépendance en  $\Gamma$ , l'Eq. 5.8 peut donc s'écrire

$$\delta\Psi \approx \alpha\Gamma + \beta + \frac{\delta}{\Gamma}, \quad (5.12)$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\delta P_t}{2P_t} + \delta\Gamma_\Gamma \\ \beta &= \frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} + \delta\Gamma_0 \\ \delta &= \frac{\delta P_t}{2P_t}\sigma^2 + \frac{\delta\sigma^2}{2} + \frac{\delta P_0}{2P_t} \end{aligned} \quad (5.13)$$

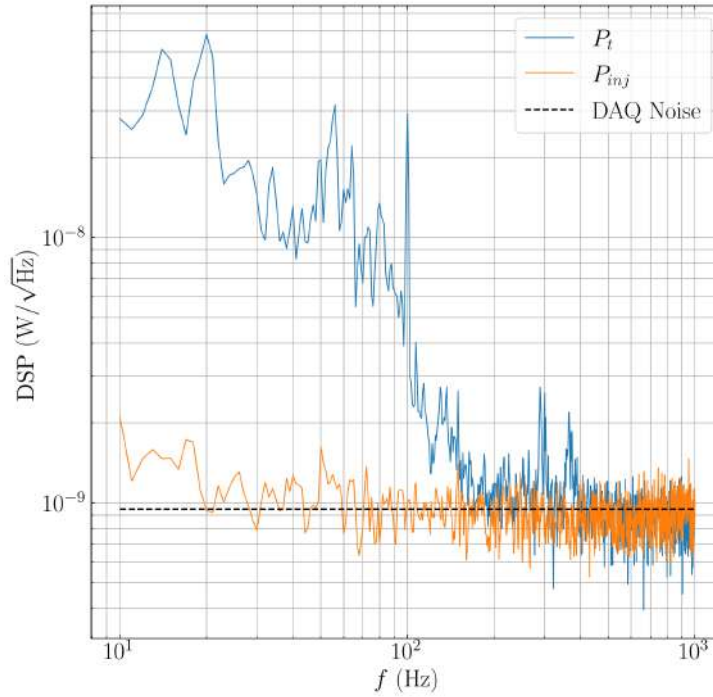
si on suppose que le terme du bruit de grenaille est constant pour la gamme de  $\Gamma$  que l'on étudie et si on développe  $\delta\Gamma$  au premier ordre en  $\Gamma$ . L'Eq. 5.12 donne un bruit en ellipticité minimal de  $2\sqrt{\alpha\delta} + \beta$  attendu pour la valeur  $\Gamma^2 = \delta/\alpha$ .

### 5.2.1 Mesures

Pour étudier notre bruit optique et trouver ce minimum, nous avons effectué des mesures de notre ellipticité  $\Psi$  en l'absence de champ magnétique pour différentes valeurs de  $\Gamma$  allant de  $1.1 \times 10^{-4}$  rad à  $1.7 \times 10^{-2}$  rad, la gamme qui nous est accessible avec nos miroirs et notre extinction qui était de  $\sigma^2 \simeq 9 \times 10^{-9}$  pour cette série de mesures. La finesse de la cavité était de 300 000. Pour faire varier la valeur de la biréfringence statique de la cavité  $\Gamma$ , on utilise le fait que chaque miroir est une petite lame à retard et on tourne chaque miroir autour de leur axe comme présenté précédemment et dans [99].

Premièrement, on montre la densité spectrale de puissance linéarisée, (DSP) de l'intensité incidente et transmise de la cavité dans la Fig. 5.6. Pendant les mesures, on stabilise la puissance incidente en utilisant un contrôleur PI à deux étages agissant sur le modulateur acousto-optique du chemin optique. Cela nous permet d'avoir le bruit injecté dans

19. Voir [https://www.rp-photonics.com/dark\\_current.html](https://www.rp-photonics.com/dark_current.html) pour plus de détails.



**FIGURE 5.6** – Densité spectrale de puissance de  $P_{inj}$  et  $P_t$  respectivement la puissance incidente et transmise de la cavité en fonction de la fréquence. En tiret est représenté le bruit de quantification du convertisseur analogique-numérique de notre carte d’acquisition.

la cavité limité par le bruit de quantification du convertisseur analogique-numérique de notre carte d’acquisition comme montré dans la Fig. 5.6. Ce dernier est, en suivant [157], égal à

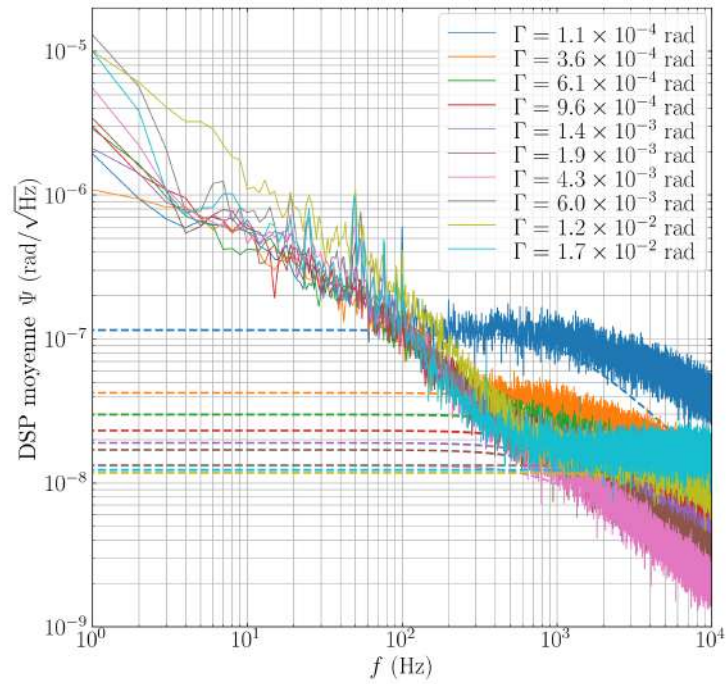
$$\delta V_{DAQ} = \frac{\Delta V}{2^{N_{eff}}} \frac{1}{\sqrt{6} f_s}, \quad (5.14)$$

où  $\Delta V$  est la gamme de tension d’entrée de la carte,  $N_{eff}$  son nombre de bits effectifs et  $f_s$  sa fréquence d’échantillonnage<sup>20</sup>. Exprimé ainsi le bruit est en  $V/\sqrt{\text{Hz}}$ , il suffit de le multiplier par le facteur de conversion en  $W/V$  d’une photodiode pour l’obtenir en  $W/\sqrt{\text{Hz}}$  pour cette photodiode. La DSP de  $P_t$  n’est pas, elle, limitée par le bruit de la carte d’acquisition. Grâce à l’Eq. 5.5, la différence entre les deux est la transmission de la cavité  $\eta$ , nous avons donc une mesure du bruit  $\delta\eta$ .

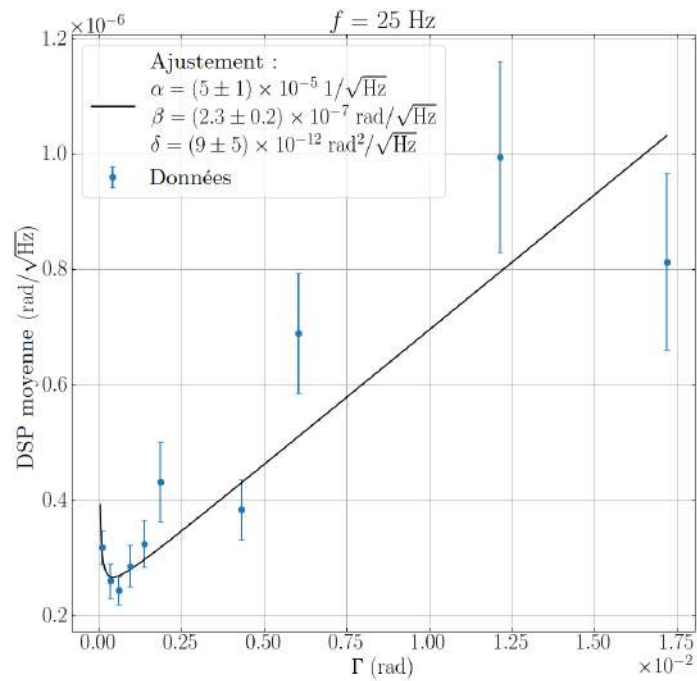
Puis, dans la Fig. 5.7, on montre les DSP correspondants à l’ensemble des mesures de  $\Psi$ , toutes prises avec les mêmes paramètres expérimentaux sauf  $\Gamma$ . Pour chaque valeur de  $\Gamma$ , dix acquisitions sont faites nous permettant d’extraire une valeur moyenne et un écart-type pour chaque fréquence. Par clarté, on ne montre que les valeurs moyennes dans la Fig. 5.7 mais l’incertitude relative de chaque moyenne est en moyenne 10%.

Pour aller plus loin, entre 10 et 1000 Hz, on a procédé à un ajustement des valeurs

<sup>20</sup>. Pour notre carte d’acquisition, un module CompactDAQ NI-9239, nous avons  $\Delta V = 20 \text{ V}$ ,  $N_{eff} \approx 16.3 \text{ bit}$  et  $f_s = 50 \text{ kHz}$ . Le nombre effectif de bit se calcule comme  $N_{eff} = (\text{SINAD} - 1.76)/6.02$  avec  $\text{SINAD} = 20 \log_{10}[\Delta V/(2\sqrt{2}I_N)]$  avec  $I_N = 70 \mu\text{V}_{\text{rms}}$  le bruit d’entrée de la carte, voir <https://knowledge.ni.com/KnowledgeArticleDetails?id=kA00Z000000P6wbSAC> pour plus de détails.



**FIGURE 5.7** – Densité spectrale de puissance de l’ellipticité en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la biréfringence statique  $\Gamma$  de la cavité. En tiret, la somme de la contribution du bruit de grenaille estimé grâce à l’Eq. 5.10 et le NEP de la photodiode.



**FIGURE 5.8** – Densité spectrale de puissance de l’ellipticité et son erreur en fonction de la biréfringence statique  $\Gamma$  de la cavité pour la fréquence  $f = 25$  Hz. Le meilleur ajustement par l’Eq. 5.12 est présenté, son  $\chi^2$  réduit est de 1.65 et toutes les erreurs sont présentées avec un facteur d’élargissement  $k = 1$ .

des DSP correspondant à la même fréquence par la fonction donnée dans l'Eq. 5.12 en prenant en compte les incertitudes de chaque point non représentés dans la Fig. 5.7 pour déterminer  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  pour toutes ses fréquences. La Fig. 5.8 montre un exemple d'un de ces ajustements pour les points de fréquence  $f = 25$  Hz. Une simple régression linéaire donne un  $\chi^2$  réduit de 1.95 alors qu'en utilisant la fonction Eq. 5.12 on obtient 1.65.

Dans la Fig. 5.9, on montre les valeurs des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  en fonction de la fréquence. Le paramètre  $\alpha$  décroît depuis environ  $2 \times 10^{-5} 1/\sqrt{\text{Hz}}$  vers 0 entre 10 et 100 Hz. Le paramètre  $\beta$  suit une tendance similaire mais depuis  $5 \times 10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Le paramètre  $\delta$  est lui compatible avec zéro en prenant en compte les erreurs expérimentales entre 10 et 100 Hz et augmente pour atteindre  $1 \times 10^{-11} \text{ rad}^2/\sqrt{\text{Hz}}$  qui est proche de la valeur du NEP relevée dans la documentation de la photodiode. Cela confirme que le bruit en extinction  $\delta\sigma^2$  est négligeable.

### 5.2.2 Discussion

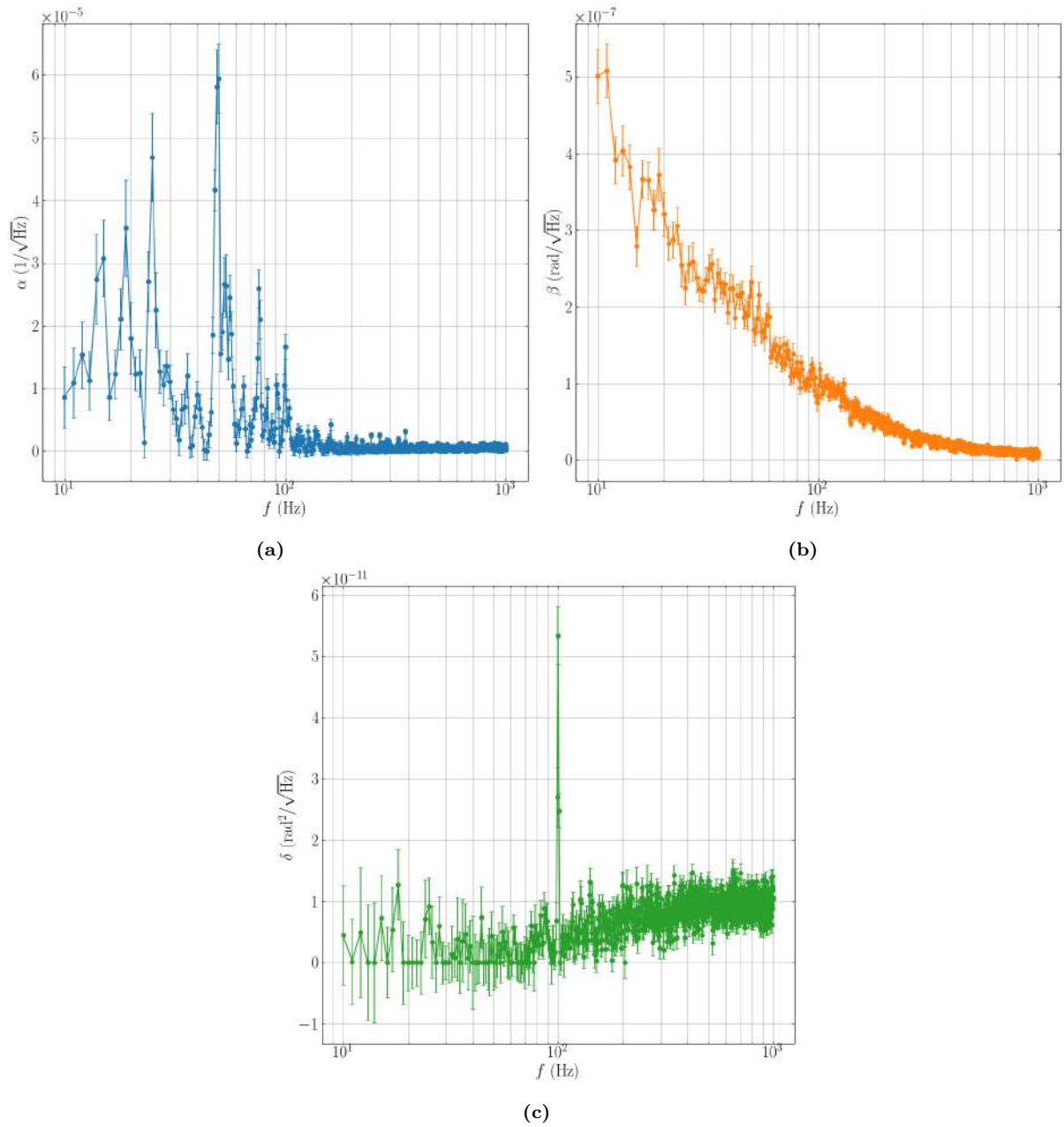
Si on étudie l'Eq. 5.12, entre 10 et 100 Hz, qui est la région où se trouve notre signal [159], le bruit minimal peut être obtenu en diminuant  $\Gamma$  jusqu'à zéro mais alors le niveau de bruit sera déterminé par le paramètre  $\beta$  à quelques  $10^{-7} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Les principales contributions au paramètre  $\beta$  sont le bruit de comptage des photons et le *vrai* bruit en ellipticité  $\delta\Gamma_0$ . On peut estimer le premier à  $\sim 10^{-8} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  grâce à l'Eq. 5.11. De plus, le bruit de comptage de photons est constant en fonction de la fréquence, il est alors clair que l'on ne peut pas expliquer les caractéristiques du paramètre  $\beta$  de la Fig. 5.9 avec le bruit de grenaille seul et qu'une grande contribution de  $\delta\Gamma$  est nécessaire.

Nous avons pris d'autres mesures similaires de  $\Psi$  en variant la puissance du laser, les paramètres de l'asservissement en fréquence du laser et avec une finesse d'environ 500 000 sans changement significatif des résultats.

À partir de l'Eq. 5.13, on observe que la contribution au paramètre  $\alpha$  est le bruit de l'intensité transmise  $\delta P_t$  ainsi que  $\delta\Gamma_\Gamma$ . Ainsi, on peut comparer les résultats de la Fig. 5.6 avec les données du paramètre  $\alpha$  de la Fig. 5.9, on trouve une forte corrélation et on vérifie que le facteur multiplicatif est bien  $2P_t$ , voir Fig. 5.10. Cela montre que la contribution de  $\delta\Gamma_\Gamma$  à  $\alpha$  est négligeable.

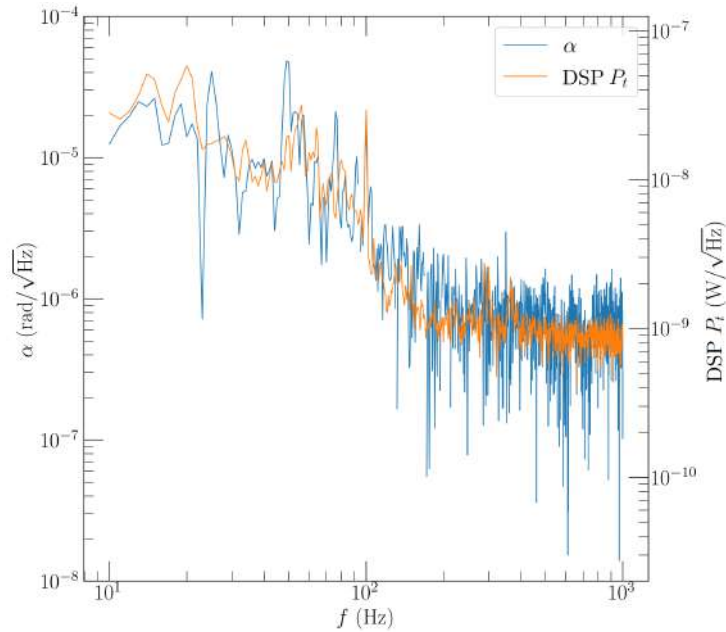
Grâce à nos mesures nous avons pu quantifier les contributions à notre bruit en ellipticité et déterminer la nature de notre bruit limitant. Nous avons prouvé que ce bruit est un *vrai* bruit en biréfringence dont on a pu étudier le comportement en fonction de la fréquence ainsi que mesurer les premiers termes de son développement en fonction de  $\Gamma$ .

Comme  $\delta\Gamma$  fait intervenir une quantité dépendante de la cavité, on peut s'attendre à ce que  $\delta\Gamma$  soit proportionnel à la finesse, et on peut écrire  $\beta = \beta_0\mathcal{F}$ . Mais comme le signal est aussi proportionnel à la finesse, la réduire n'augmentera pas le rapport signal sur bruit comme discuté dans le cadre de la proposition VMB@CERN [156]. Cependant,

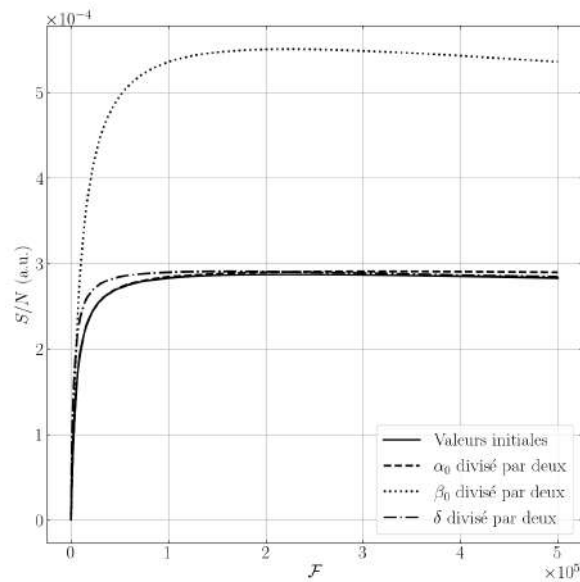


**FIGURE 5.9** – Paramètre (a)  $\alpha$ , (b)  $\beta$  et (c)  $\delta$  en fonction de la fréquence obtenus grâce aux ajustements de la Fig. 5.7 avec l'Eq. 5.12. Lors de l'ajustement les paramètres sont contraints à être positif, et leurs incertitudes viennent de la procédure d'ajustement et sont représentées avec un facteur d'élargissement  $k = 1$ .





**FIGURE 5.10** – Comparaison de la dépendance en fréquence du paramètre  $\alpha$  et la DSP de l'intensité transmise de la cavité Fabry-Perot.



**FIGURE 5.11** – Evolution du rapport signal sur bruit Eq. 5.15 en fonction de la finesse avec les paramètres  $\Gamma = 1 \times 10^{-3}$  rad,  $\alpha_0 = 2 \times 10^{-16}$   $1/\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $\beta_0 = 2 \times 10^{-12}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  et  $\delta = 1 \times 10^{-11}$  rad<sup>2</sup>/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Les différentes courbes montre les variations du rapport quand chaque paramètres est divisé par deux.

comme  $\eta$  varie comme  $\mathcal{F}^2$ , on peut s'attendre à ce que  $\delta\eta$  varie aussi comme  $\mathcal{F}^2$ , et on peut écrire  $\alpha = \alpha_0\mathcal{F}^2$ . Ainsi, si ce bruit est dominant, diminuer la finesse augmentera le rapport signal sur bruit, corroborant les observations rapportées par les auteurs de [156]. Cela ne semble pas être le cas pour notre expérience puisque doubler la finesse n'a pas induit de variation mesurable du bruit en ellipticité. Nous pouvons écrire le rapport signal sur bruit comme

$$\frac{S}{N} = \frac{\Psi_0}{\alpha_0\Gamma\mathcal{F} + \beta_0 + \delta/(\Gamma\mathcal{F})}. \quad (5.15)$$

L'allure de la fonction Eq. 5.15 dépend évidemment des trois paramètres  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  et  $\delta$ . Elle présente une valeur maximale de  $\Psi_0/(2\sqrt{\alpha_0\delta} + \beta_0)$  qui est atteinte pour  $\Gamma\mathcal{F} = \sqrt{\delta/\alpha_0}$ . La Fig. 5.11 montre l'évolution du rapport signal sur bruit en fonction de la finesse quand chaque paramètre est divisé par deux à partir de nos valeurs,  $\alpha_0 = 2 \times 10^{-16} \text{ 1}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $\beta_0 = 2 \times 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  et  $\delta = 1 \times 10^{-11} \text{ rad}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ . Nous observons clairement que le gain le plus élevé est atteint en diminuant  $\beta_0$ .

D'après ce que nous comprenons, considérant les données indiquées dans la Fig. 5.9, si le bruit  $\beta$  pouvait être totalement négligé, le bruit  $\alpha$  serait dominant, et si une valeur de  $\Gamma$  proche de  $10^{-4} \text{ rad}$  est atteinte, alors un niveau de bruit de  $10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  en ellipticité est réalisable. Cela est proche de 100 fois mieux que ce qui usuellement annoncé dans les expériences de polarimétrie, et ce serait donc une grande avancée pour BMV et les autres expériences.

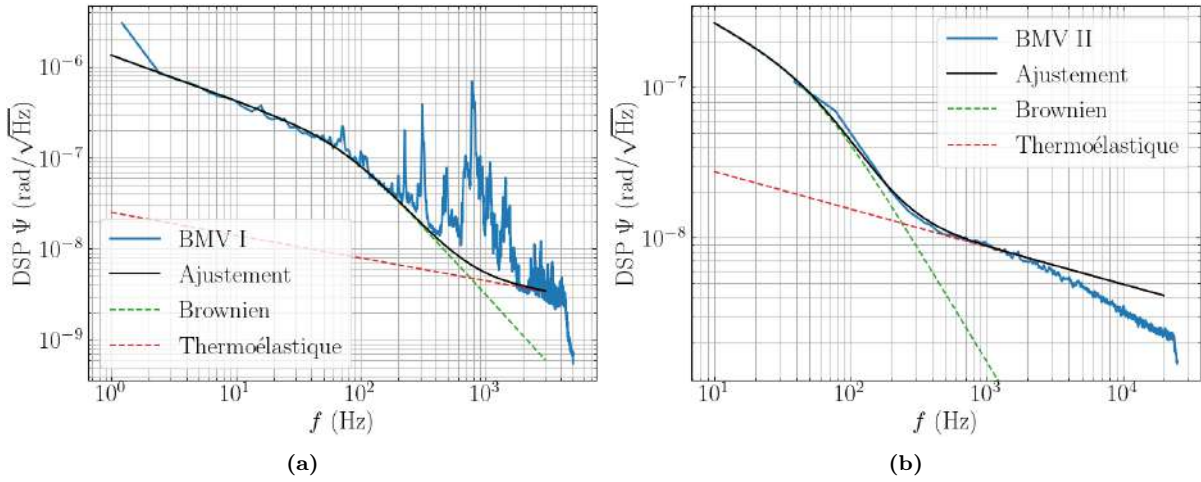
Il est donc nécessaire de supprimer le bruit  $\beta$  pour réduire le bruit optique des expériences mesurant la biréfringence magnétique du vide. Toutefois, son origine reste inconnue et elle fait l'objet d'une discussion dans la section suivante.

### 5.3 Discussion sur le bruit de biréfringence thermique

Suivant [101], le bruit de biréfringence serait dû à des fluctuations thermiques de la surface des miroirs. En effet, selon les auteurs, les fluctuations thermiques par expansion thermique induisent des contraintes dans les couches des miroirs induisant un bruit de biréfringence par effet photoélastique. Ils avancent ainsi une loi de la forme

$$S(f) = \frac{2\mathcal{F}}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{Af^{-1/2}}{\sqrt{1+(f/f_0)^2}}\right)^2 + (Bf^{-1/4})^2} \quad (5.16)$$

avec  $A$  une grandeur reliée au bruit thermique Brownien des surfaces des miroirs et  $B$  au bruit thermoélastique. Les coefficients  $A$  et  $B$  présentent des dépendances en fonction de la température  $T$ , le coefficient  $A$  augmente comme  $\sqrt{T}$  et  $B$  comme  $T$  [101]. Ils dépendent également des propriétés des matériaux des miroirs et de la taille du faisceau sur ces derniers.



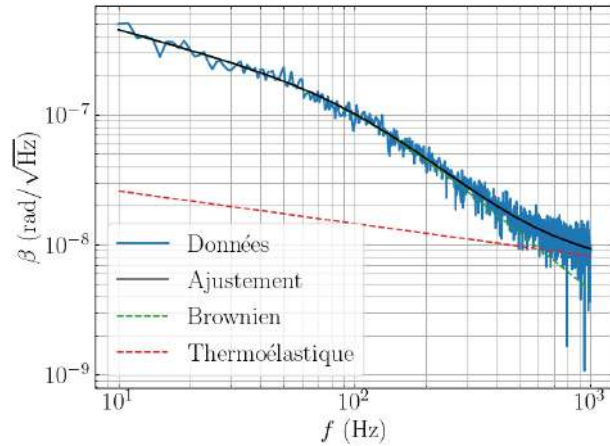
**FIGURE 5.12** – DSP de l'expérience BMV (a) I et (b) II avec un ajustement par la fonction Eq. 5.16 dans chaque cas. Le paramètre  $f_0$  est fixé à la bande passante de la cavité. Nous obtenons (a)  $A = 1.6 \times 10^{-18}$  m et  $B = 3 \times 10^{-20}$  m/Hz<sup>1/4</sup> avec  $f_0 = 74$  Hz (b)  $A = (8.4 \pm 0.2) \times 10^{-19}$  m,  $B = (4.8 \pm 0.3) \times 10^{-20}$  m/Hz<sup>1/4</sup> avec  $f_0 = 55$  Hz.

Pour que cette fonction ajuste bien les données de PVLAS, ils doivent introduire un fréquence de coupure  $f_0$  qu'ils ne peuvent pas expliquer. Un ajustement donne  $A = (2.01 \pm 0.02) \times 10^{-18}$  m,  $B = (4.63 \pm 0.02) \times 10^{-19}$  m/Hz<sup>1/4</sup> et  $f_0 = 15.0 \pm 0.4$  Hz [101]. Cette fonction avec ces valeurs était celle que nous avons utilisée pour tracer la DSP de PVLAS de la Fig. 3.2.

On peut se demander si cette fonction décrit aussi nos données. Pour cela nous avons repris les DSP de BMV I de 2014 et celle de BMV II de 2021. Pour commencer l'étude, comme la valeur de  $f_0$  n'a pas d'explication, nous en avons pris une naturellement présente, la fréquence de coupure de la cavité. À cause des pics de résonance observés en 2014, nous ne pouvons pas faire un ajustement, nous ajustons donc les valeurs des paramètres manuellement. Nous obtenons un accord satisfaisant avec  $A = 1.6 \times 10^{-18}$  m et  $B = 3 \times 10^{-20}$  m/Hz<sup>1/4</sup> en imposant  $f_0 = 74$  Hz comme montré dans la Fig. 5.12a. Pour le cas des données acquises pendant ce travail de thèse, comme les résonances mécaniques ont été fortement réduites, on peut effectuer un ajustement. Nous fixons  $f_0 = 55$  Hz la fréquence de coupure de la cavité, nous obtenons la Fig. 5.12b avec  $A = (8.4 \pm 0.2) \times 10^{-19}$  m,  $B = (4.8 \pm 0.3) \times 10^{-20}$  m/Hz<sup>1/4</sup>. L'ajustement a été effectué uniquement jusqu'à 1 kHz car les données au delà de 1.1 kHz sont filtrées par la photodiode  $P_e$ .

De plus, nous pouvons effectué le même ajustement sur les données du paramètre  $\beta$  de la Fig. 5.9 que nous avons identifié comme le bruit limitant indépendant de  $\Gamma$ . L'ajustement est une nouvelle fois bon en fixant la fréquence de coupure à celle de la cavité, nous obtenons ici  $A = (2.55 \pm 0.01) \times 10^{-18}$  m,  $B = (8.2 \pm 0.4) \times 10^{-20}$  m/Hz<sup>1/4</sup> avec  $f_0 = 98$  Hz.

La fonction avancée par les auteurs de [101] reproduit donc bien l'allure du bruit limitant leur expérience comme la nôtre. Dans notre cas, le choix de la fréquence de



**FIGURE 5.13** – Ajustement du paramètre  $\beta$  de la Fig. 5.9 par l’Eq. 5.16. On obtient les paramètres  $A = (2.55 \pm 0.01) \times 10^{-18}$  m et  $B = (8.2 \pm 0.4) \times 10^{-20}$  m/Hz $^{1/4}$  avec  $f_0 = 98$  Hz fixé à la fréquence de coupure de la cavité.

coupure est compris comme étant celui de la cavité. Si on considère que cela est aussi le cas pour l’expérience OVAL, alors comme leur fréquence de coupure est plus élevée,  $f_0 = 170$  Hz, leur DSP est dominée seulement par la partie le bruit en  $1/f$  jusqu’à la remontée à plus haute fréquence comme montrée dans la Fig. 3.2.

Il n’est cependant pas certain que l’origine du bruit de biréfringence soit thermique. Premièrement, selon les auteurs de [101], autant le bruit brownien que thermoélastique sont dus à des phénomènes ayant lieu dans les premières couches interférentielles des miroirs et le bruit en ellipticité est accumulé par les nombreuses réflexions. Cependant si tel était le cas, comme les déphasages sont engrangés dans la cavité, ils devraient être filtrés par la bande passante de la cavité. Comme nous l’avons montré ici ce n’est le cas que pour une des contributions. On peut supposer que cette dernière, associée au coefficient  $B$ , n’a donc pas lieu dans la cavité elle-même mais pourrait avoir lieu dans les substrats des miroirs par exemple. Cela pourrait être appuyé par le fait que les trois valeurs de  $B$  que nous avons donné pour notre expérience sont du même ordre de grandeur.

Deuxièmement, le paramètre  $A$ , représentant le bruit intracavité qui limite tous nos types d’expérience, ne devrait dépendre que de la température, du matériau composant les couches interférentielles et de la taille du faisceau [101]. Ainsi, comme les expériences utilisent le même type de miroir et que la taille des faisceaux est de l’ordre du millimètre, cela expliquerait pourquoi les expériences sont toutes limitées autour du même ordre de grandeur en ellipticité. Cependant, pour une cavité composée des mêmes miroirs avec la même injection, on s’attendrait que le coefficient  $A$  soit une constante. En effet, les auteurs de [101] tout comme nous ont rapporté que ce bruit limitant ne dépendait pas de la puissance intracavité, et donc pas d’un éventuel échauffement de la surface du miroir dû à la forte puissance laser. Pourtant, pour une même paire de miroirs, utilisée pour obtenir les données de la Fig. 5.12b et 5.13, la valeur de  $A$  est différente. Entre ces deux séries de

données, une différence majeure est la finesse  $\mathcal{F}$  de la cavité. D'après [101] cette constante ne devrait pas dépendre de la finesse. Nos données semblent montrer que  $A$  diminue avec la finesse. Notons que les auteurs de [101] n'ont pas observé de dépendance de  $A$  avec la finesse. Pour changer la finesse, ils ont introduit des pertes avec un diaphragme dans la cavité. Dans notre cas, les changements de finesse ont eu lieu au cours de cycles de remplissage de gaz dans les chambres à vide.

Malgré tout, la référence [101] montre qu'il y a deux phénomènes différents en jeu. Un provenant dans la cavité dont l'origine n'est pas encore claire, qui est celui limitant la sensibilité sur la mesure d'ellipticités car étant dans la bande de fréquence du signal de chaque expérience, et un autre extérieur à celle-ci qui pourra limiter les expériences si la première contribution est suffisamment diminuée.

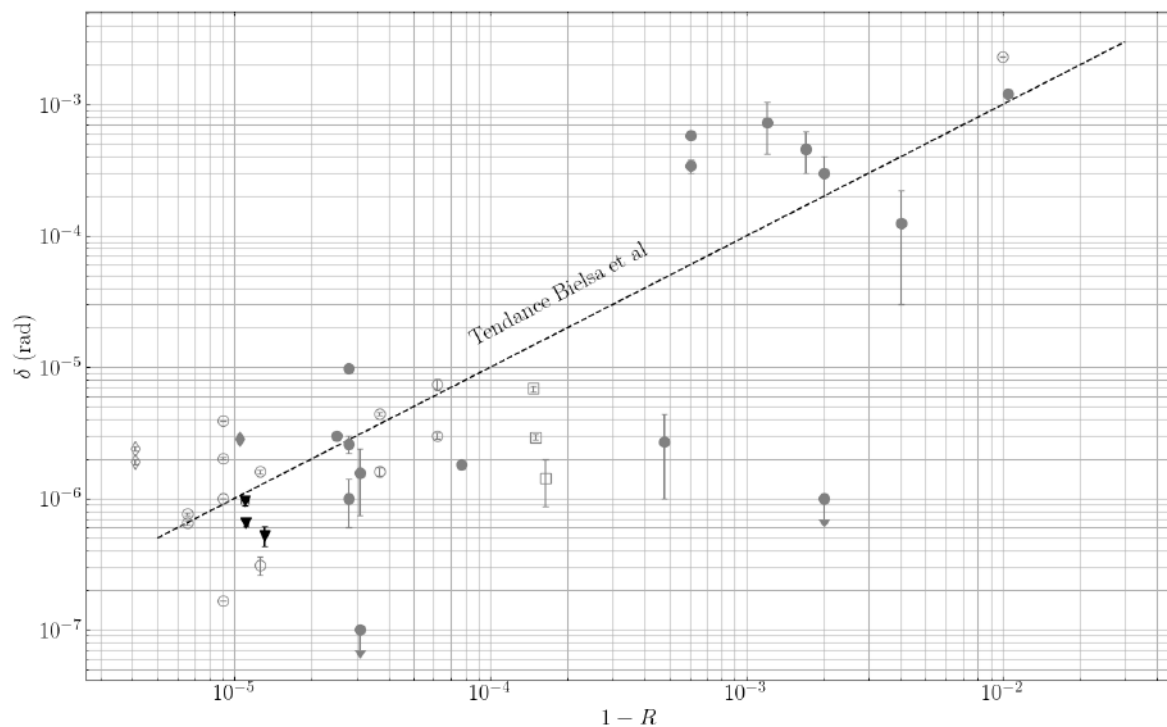
Évidemment, il est essentiel de poursuivre l'étude de ce bruit en biréfringence. Nous avons vu une éventuelle influence de la finesse. Afin d'aller plus loin, nous avons travaillé avec un partenaire industriel, Safran Electronics & Defense, dans le but de mieux comprendre l'origine de la biréfringence des miroirs. Cette compréhension pourrait nous permettre de fabriquer des miroirs moins biréfringents, dans l'espoir qu'ils présentent aussi moins de bruit associé.

## 5.4 Collaboration industrielle

Ce travail a été fait en collaboration avec Safran Electronics & Defense, le LMA de Lyon et le LNCMI de Toulouse.

Le but de cette collaboration est de trouver l'origine de la biréfringence des miroirs dans le but de la contrôler et de la supprimer. Nous voulions en particulier vérifier la tendance mise en évidence par l'article [129] selon laquelle la biréfringence par réflexion d'un miroir est proportionnelle à  $1 - R$ , le coefficient de réflectivité en intensité des miroirs, voir Fig. 5.14. Dans cette figure nous avons ajouté des mesures de biréfringences d'autres expériences, pour la plupart non disponible au moment de la publication de [129]. Nous présentons également la biréfringence des miroirs utilisés au cours de cette thèse. Ils s'inscrivent dans cette tendance.

Dans l'article [129], la tendance est reproduite par un modèle où la biréfringence est due à des contraintes entre le substrat et les premières couches du dépôt. Avec un nombre de couches croissant, la réduction de la biréfringence est expliquée par la relaxation des contraintes et par le fait qu'à cause de la réflectivité croissante, l'intensité du champ électrique de la lumière au niveau des premières couches diminue. La biréfringence augmente avec  $1 - R$  car la réflectivité  $R$  est proportionnelle aux nombres  $2N$  de couches de fort et



**FIGURE 5.14** – Biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de  $1 - R$ . Les points noirs sont la mesure d’une paire de miroirs dans le cadre de la thèse dont le dépôt a été effectué par FiveNine Optics (FNO). Les points gris pleins sont les points rassemblés dans l’article [129], les points avec une flèche sont des miroirs avec un déphasage plus petit que la sensibilité du dispositif. Les points gris vides sont les points tirés des références [92, 133, 168–172]. Les diamants vides et pleins sont respectivement des références [101] et [150], à partir des informations fournies par cette dernière référence nous avons dû supposer que les deux miroirs ont le même déphasage  $\delta$ . Les trois points carrés vides sont tirés de la référence [173] et ont été mesurés sur des miroirs avec un nombre de couche diélectrique croissant, la biréfringence augmentant avec le nombre de couche. La ligne en pointillée montre la tendance mise en évidence par la référence [129].

faible indice de réfraction, respectivement  $n_H$  et  $n_L$ . En effet, on a [114]

$$R = \left( \frac{1 - \left(\frac{n_H}{n_0}\right) \left(\frac{n_H}{n_s}\right) \left(\frac{n_H}{n_L}\right)^{2N}}{1 + \left(\frac{n_H}{n_0}\right) \left(\frac{n_H}{n_s}\right) \left(\frac{n_H}{n_L}\right)^{2N}} \right)^2, \quad (5.17)$$

avec  $n_s$  l'indice de réfraction du substrat et  $n_0 = 1$  celui du milieu au dessus des couches. L'Eq. 5.17 suppose qu'il y a une couche d'indice  $n_H$  supplémentaire pour un total de  $2N + 1$  couches.

À notre connaissance, une seule publication sur l'évolution de la biréfringence par réflexion en fonction du nombre de couches déposées a été effectuée [173]. Les auteurs ont observé une augmentation de la biréfringence avec le nombre de couches déposées, en désaccord avec la tendance de l'article [129]. Ils ont étudié trois paires de miroirs avec 15, 17 et 22 paires de couche déposées dans les mêmes conditions. Les réflectivités qu'ils rapportent ne croissent pas comme l'Eq. 5.17. Les points correspondants à ces miroirs sont représentés par des carrés creux dans la Fig. 5.14.

Avec notre partenaire industriel, Safran Electronics & Defense, leader dans la fabrication de miroirs, nous avons entrepris de réaliser une étude de plus grande envergure en étudiant la biréfringence par réflexion de plusieurs miroirs. Notre étude s'est intéressée à l'influence du substrat, en effectuant des dépôts sur des substrats différents, ainsi qu'au nombre de couches déposées. Notre étude s'est effectuée en deux temps. D'abord, une première série de mesures sur les miroirs a eu lieu. Puis, des couches supplémentaires ont été déposées sur ces mêmes miroirs pour une deuxième série de mesures.

### 5.4.1 Dispositif expérimental, principe de la mesure

Notre rôle dans la collaboration a été de mesurer la biréfringence des miroirs fournis par notre partenaire. Le rayon de courbure des miroirs fournis étant de 1 m contre 2 m pour ceux de BMV, nous avons dû adapter la longueur de la cavité pour respecter le critère de stabilité des cavités Eq. 2.31. Nous avons ainsi dû raccourcir notre cavité Fabry-Perot en enlevant la bobine, non nécessaire à cette mesure, et en rapprochant l'enceinte M2. Nous avons ainsi obtenu une longueur  $L_c = 1.23$  m pour notre cavité. Nous avons aussi dû régler le collimateur de la fibre pour adapter le *waist* du faisceau laser à la nouvelle cavité. Un schéma du dispositif expérimental simplifié est présenté dans la Fig. 5.15.

Pour mesurer la biréfringence des miroirs, nous mesurons la biréfringence de la cavité en fonction de l'angle de rotation de chaque miroir. En effet, comme nous l'avons introduit dans l'Eq. 2.39 la biréfringence  $\Gamma$  de la cavité dépend de la position angulaire de chaque miroir, de leur biréfringence par réflexion  $\delta_i$  et de la finesse  $\mathcal{F}$  de la cavité.

Pour assurer une mesure correcte de la finesse, un vide primaire proche du mbar est

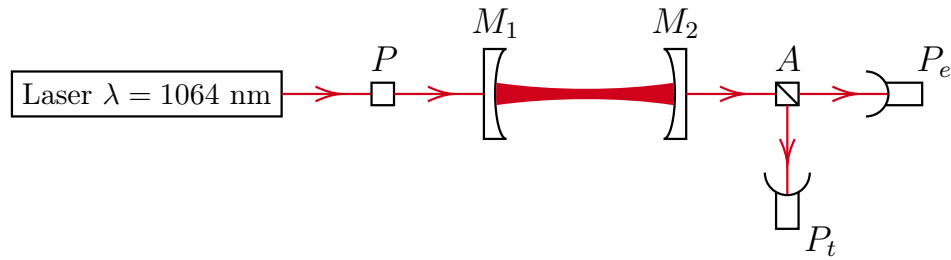


FIGURE 5.15 – Schéma du polarimètre utilisé lors des mesures de biréfringence des miroirs.

atteint pour supprimer les pertes par absorption dues à l'O<sub>2</sub>. La finesse mesurée  $\mathcal{F}$  est donc celle de la paire de miroirs et non de chaque miroir individuellement. La finesse de la cavité peut s'écrire

$$\frac{\mathcal{F}}{\pi} = \frac{1}{1 - r_1 r_2} \quad (5.18)$$

où  $r_i$  est le coefficient de réflexion en amplitude du miroir  $i$ . Si on définit la finesse  $\mathcal{F}_i$  de chaque miroir comme

$$\frac{\mathcal{F}_i}{\pi} = \frac{1}{1 - r_i^2}, \quad (5.19)$$

alors la finesse de la cavité s'écrit

$$\frac{\mathcal{F}}{\pi} = \frac{1}{1 - \sqrt{\left(1 - \frac{\pi}{\mathcal{F}_1}\right) \left(1 - \frac{\pi}{\mathcal{F}_2}\right)}}. \quad (5.20)$$

Nous avons donc intérêt à appareiller des miroirs de même finesse  $\mathcal{F}_i$ . En effet, si  $\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_2$  alors  $\mathcal{F}_i = \mathcal{F}$ . Pour effectuer cela, Safran nous a fourni une cartographie des points de diffusion sur la surface du miroir. Les points de diffusion introduisant des pertes affectant la finesse, nous avons appareillé au mieux les miroirs avec le même nombre de points de diffusion.

Lors de la fabrication des miroirs, le dépôt des couches interférentielles a été effectué avec tous les substrats orientés de la même façon en prenant pour référence la flèche gravée sur la tranche des miroirs indiquant la surface réfléchissante. Ainsi, lors de l'installation d'une cavité, nous plaçons les miroirs dans leur monture en utilisant un repère unique par rapport à cette même référence. Nous avons calibré l'angle de rotation de chaque monture grâce à une lame biréfringente d'axes neutres connus par rapport à notre repère. Cela nous permet de connaître l'angle entre la flèche des miroirs et la polarisation incidente. Ainsi, dans la suite du chapitre, toutes les valeurs d'angles correspondront à l'angle entre la flèche du miroir et la polarisation incidente.

Le principe de la mesure est le suivant, on tourne un miroir d'un angle  $\theta$  et on relève les puissances  $P_t$  et  $P_e$  ainsi que le temps de vie des photons  $\tau$ . Avec ces grandeurs on peut calculer la quantité  $\Gamma^2 / (2\mathcal{F}/\pi)^2$  en fonction de  $\theta$ . Grâce à un ajustement par une



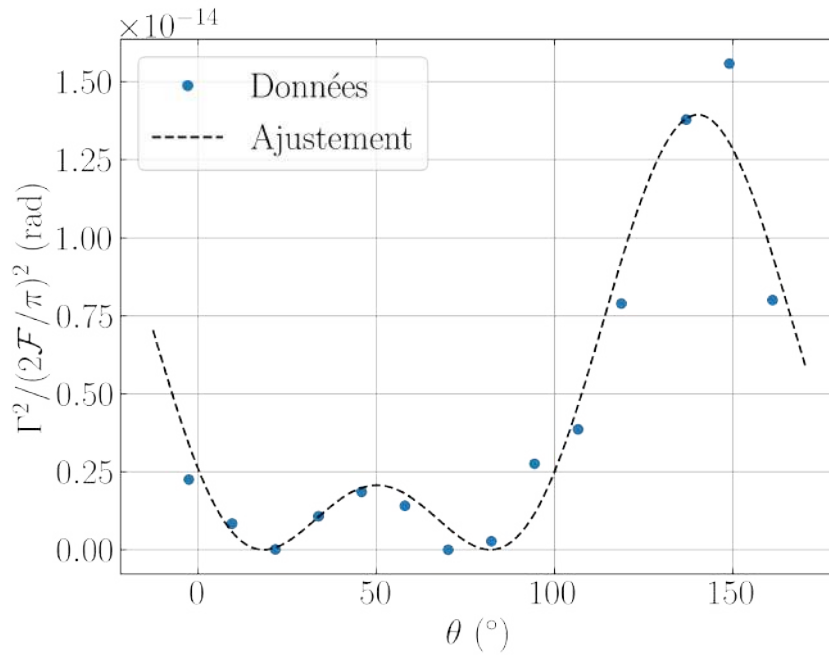


FIGURE 5.16 – Points expérimentaux du miroir LK04 et leur ajustement par l’Eq. 5.21.

fonction de la forme

$$f(\theta) = (A \sin(2(\theta - \theta_0)) + B)^2 \quad (5.21)$$

nous pouvons remonter à  $\delta = 2A$  et à l’angle  $\theta_0$  entre les axes neutres du miroir et la polarisation incidente, voir Eq. 2.39. Un exemple de données ainsi obtenues et son ajustement est présenté dans la Fig. 5.16. Notre méthode n’est pas sensible au signe de  $\delta$ , dans la suite nous le considérerons positif. Notons qu’inverser le signe de  $\delta$  revient à ajouter  $\pi/2$  à  $\theta_0$ .

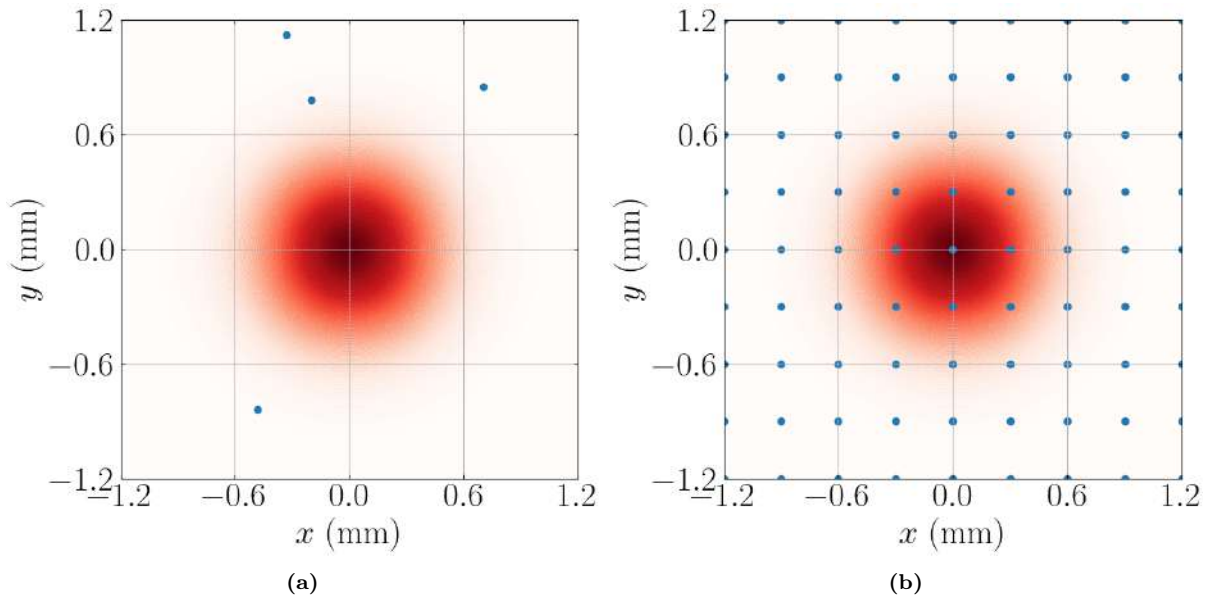
## 5.4.2 Résultats

Nous avons effectué la mesure sur 10 paires de miroirs de substrats différents, des substrats de silice de trois fabricants, Coastline, Edmund Optics et Laseroptik ainsi que des substrats en Zerodur. Les miroirs constitués de chacun de ces substrats auront respectivement le préfixe CO, ED, LK et B0 suivit d’un nombre pour les désigner. Le dépôt de tous les substrats et le polissage de tous les substrats sauf les Coastline ont été effectué par notre partenaire industriel. Les résultats de nos mesures sont regroupés dans la table 5.1 et classés par paire de mesure. Dans la table, les erreurs sur les paramètres  $\delta$  et  $\theta_0$  proviennent de l’ajustement. La colonne finesse est la valeur moyenne des valeurs relevées de la finesse de la cavité, son erreur provenant de la dispersion de ces valeurs.

La colonne «  $N_P$  » est le résultat de la pondération de la cartographie des points de diffusion par le profil d’intensité du faisceau laser à la surface du miroir. Une représentation visuelle se trouve dans la Fig. 5.17. La cartographie précise des miroirs de substrat

Miroir	$N_P$	$\mathcal{F}$	$\delta$ (rad)	$\theta_0$ ( $^\circ$ )
CO1624	7.374	31 400 $\pm$ 800	$(8.8 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	40.2 $\pm$ 1.2
CO1625	7.374	30 800 $\pm$ 1 600	$(1.3 \pm 0.5) \times 10^{-7}$	-5.0 $\pm$ 12.0
CO1629	7.374	22 300 $\pm$ 400	$(4.6 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	6.2 $\pm$ 1.4
CO1598	7.374	20 800 $\pm$ 270	$(1.07 \pm 0.06) \times 10^{-6}$	39.9 $\pm$ 1.5
B0-94063	0.527	307 000 $\pm$ 5 000	$(4.9 \pm 0.6) \times 10^{-8}$	14.3 $\pm$ 2.3
B0-94265	0.263	271 000 $\pm$ 14 000	$(2.4 \pm 0.1) \times 10^{-7}$	15.5 $\pm$ 1.9
B0-94056	0.017	333 000 $\pm$ 5 000	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	16.4 $\pm$ 3.3
B0-94013	0.022	328 500 $\pm$ 2 800	$(9 \pm 1) \times 10^{-8}$	1.8 $\pm$ 2.0
B0-94060	3.605	327 000 $\pm$ 3 500	$(2.5 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	4.8 $\pm$ 2.5
B0-94034	0.000	323 700 $\pm$ 2 000	$(9.7 \pm 1.7) \times 10^{-8}$	5.0 $\pm$ 4.0
ED08	0.063	392 000 $\pm$ 5 000	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	21.0 $\pm$ 4.0
ED12	0.481	396 000 $\pm$ 5 000	$(1.22 \pm 0.09) \times 10^{-7}$	29.1 $\pm$ 1.2
ED06	0.242	403 000 $\pm$ 4 000	$(1.4 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	26.0 $\pm$ 3.3
ED07	0.482	368 000 $\pm$ 5 000	$(1.9 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	24.9 $\pm$ 2.7
ED05	0.000	448 000 $\pm$ 5 000	$(1.0 \pm 0.1) \times 10^{-7}$	12.0 $\pm$ 4.0
LK04	0.000	427 000 $\pm$ 5 000	$(1.64 \pm 0.09) \times 10^{-7}$	5.2 $\pm$ 1.5
LK10	0.683	414 000 $\pm$ 4 000	$(3.2 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	19.6 $\pm$ 2.9
LK11	0.056	411 000 $\pm$ 6 000	$(1.8 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	-13.3 $\pm$ 2.2
LK01	0.188	393 000 $\pm$ 5 000	$(2.3 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	34.5 $\pm$ 2.9
LK05	0.928	340 700 $\pm$ 2 700	$(1.6 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	13.0 $\pm$ 5.0

**TABLE 5.1** – Table des résultats pour chaque miroir.  $N_P$  est le nombre de points de diffusion pondéré,  $\mathcal{F}$  est la finesse de la cavité,  $\delta$  est la biréfringence par réflexion et  $\theta_0$  la direction des axes neutres par rapport à la flèche. Les erreurs sont données avec un facteur d'élargissement  $k = 1$ . Le préfixe CO, ED et LK réfèrent respectivement aux substrats Coastline, Edmund Optics et Laseroptik. Le préfixe B0 réfère aux substrats en Zerodur.



**FIGURE 5.17** – Visualisation de la pondération avec les points de diffusion du miroir (a) ED08 (b) Coastline.

Coastline n'étant pas disponible nous avons supposé des points de diffusion formant un quadrillage sur un carré de 2.4 mm de côté et en prenant l'estimation de Safran d'environ 30 fois plus de points de diffusion que les autres substrats.

### 5.4.3 Discussion

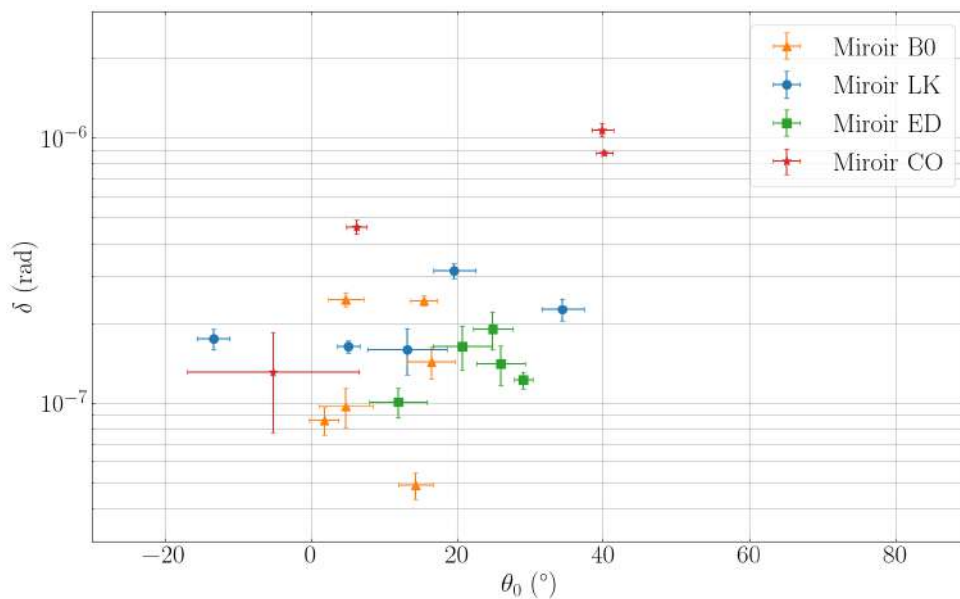
Dans la Fig. 5.18 on représente pour chaque miroir la valeur de la biréfringence en fonction de la direction de ses axes neutres. Pour tous les miroirs on observe une corrélation, les axes neutres se rassemblant autour de la valeur  $\theta_0 \sim 10^\circ$  indiquant une direction privilégiée lors du procédé de fabrication des miroirs.

On observe des différences en fonction des substrats sur l'amplitude de la biréfringence. Les Coastline étant généralement moins bons que les Laseroptik, Edmund et Zerodur.

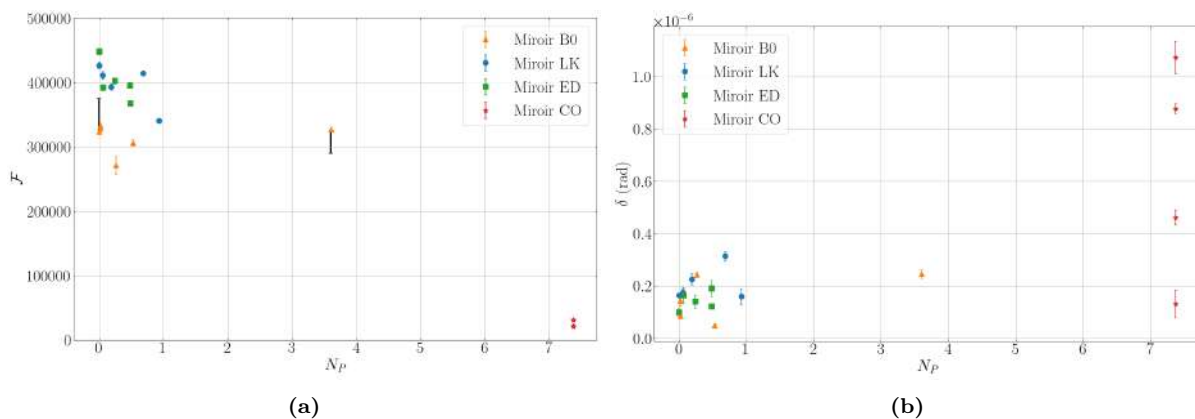
Les Fig. 5.19a et 5.19b montrent l'évolution respectivement de la finesse et de la biréfringence en fonction du nombre de points de diffusion pondéré.

Une fois la finesse de la cavité Zerodur non symétrique corrigée, un des miroirs n'ayant aucun point de diffusion alors que le second beaucoup, la finesse de la cavité  $\mathcal{F}$  semble décroître avec le nombre de points de diffusion  $N_P$ . Dans la Fig. 5.19b, la corrélation est moins claire. En considérant uniquement les miroirs de substrat ED et LK, le coefficient de corrélation entre la finesse et  $N_P$  est de -0.71 alors qu'il est de 0.35 entre  $\delta$  et  $N_P$ .

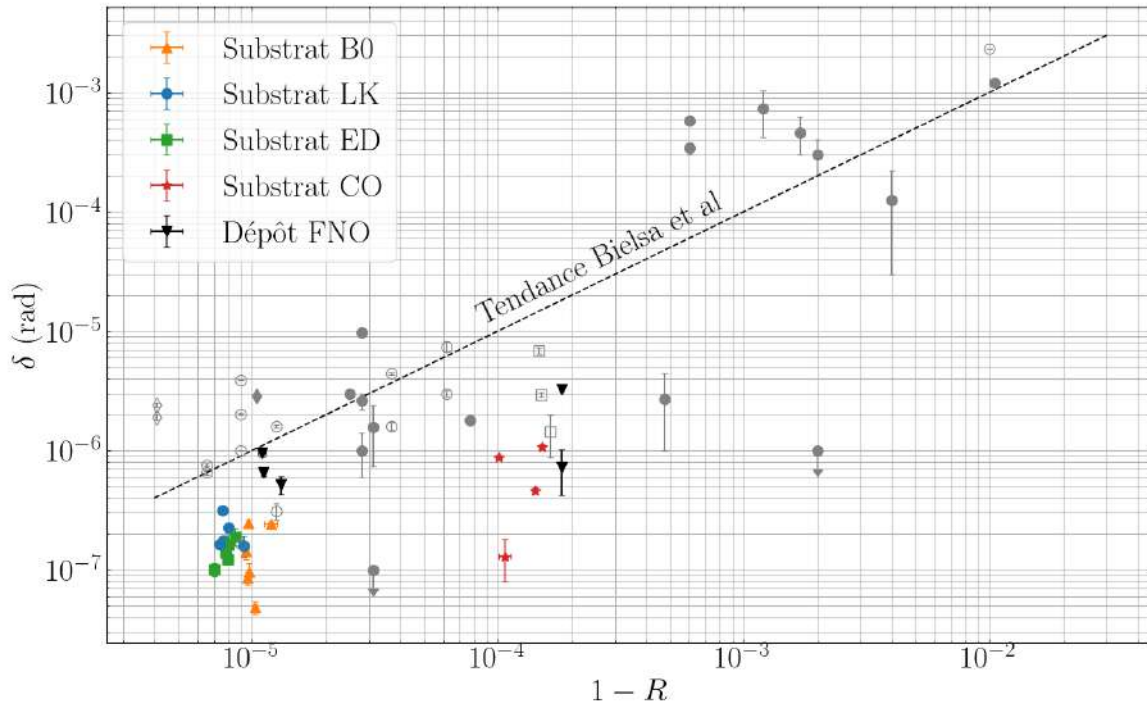
La Fig. 5.20 montre la biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de  $1 - R = \pi/\mathcal{F}$  des miroirs que l'on a mesuré ainsi que la tendance observée dans l'article [129]. Nous avons également reporté des mesures identiques à celles effectuées sur les deux miroirs dont



**FIGURE 5.18** – Biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de la direction de l’axe neutre  $\theta_0$  par rapport à la flèche de chaque miroir. Les erreurs sont données avec un facteur d’élargissement  $k = 1$ .



**FIGURE 5.19** – (a) Finesse de la cavité  $\mathcal{F}$  et (b) biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de  $N_P$  le nombre de points de diffusion pondéré de chaque miroir. Les barres noires indiquent la variation de finesse que l’on obtiendrait si on considère que la cavité formée par les deux miroirs B0-94060 et B0-94034 n’est pas symétrique, voir Eq. 5.20.



**FIGURE 5.20** – Biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de  $1 - R$ . Les points colorés sont les mesures de miroirs dans le cadre de la collaboration industrielle. Les points noirs sont la mesure d'une paire de miroirs dans le cadre de la thèse dont le dépôt a été effectué par FiveNine Optics (FNO). Les points gris pleins sont les points rassemblés dans l'article [129], les points avec une flèche sont des miroirs avec un déphasage plus petit que la sensibilité du dispositif. Les points gris vides sont les points tirés des références [92, 133, 168–172]. Les diamants vides et pleins sont respectivement des références [101] et [150], à partir des informations fournies par cette dernière référence nous avons dû supposer que les deux miroirs ont le même déphasage  $\delta$ . Les trois points carrés vides sont tirés de la référence [173] et ont été mesurés sur des miroirs avec un nombre de couche diélectrique croissant, la biréfringence augmentant avec le nombre de couche. La ligne en pointillée montre la tendance mise en évidence par la référence [129].

le dépôt a été fait par FiveNine Optics (FNO) à plusieurs finesses. Pour ces miroirs les finesses plus basses ont été obtenues lors de cycle de remise à la pression atmosphérique de la cavité. En effet, il y a alors un risque de déposer des particules à la surface des miroirs augmentant les pertes. Ainsi, on observe que malgré le changement de finesse, la biréfringence est restée autour du même ordre de grandeur. Cela indique que la grandeur pertinente n'est pas  $1 - R$  ou la finesse mais bien le nombre de couches déposées. Dans ce cas, comme les dépôts sont identiques pour tous les miroirs étudiés ici, les miroirs de substrat Coastline devraient se trouver à la même abscisse que les autres. Si on effectue ce déplacement leur biréfringence se trouve globalement dans la tendance au même niveau que les miroirs utilisées pendant la mise en service de la Foil Coil autour de  $\delta \sim 10^{-6}$  rad.

On observe que la biréfringence des autres miroirs, polis par notre partenaire industriel, sont regroupés autour de quelques  $10^{-7}$  rad, en dessous de la tendance de l'article [129]. Cela peut être vu comme une évidence de l'influence du processus de polissage des substrats sur la biréfringence du miroir.

Pour approfondir l'étude, nous avons renvoyé les miroirs vers notre partenaire pour qu'il effectue un dépôt de deux paires de couches supplémentaires sur les mêmes miroirs avec les mêmes conditions que le premier dépôt, notamment avec la même orientation.

#### 5.4.4 Résultats avec des couches interférentielles supplémentaires

Nous avons réitéré les mêmes mesures que précédemment en respectant les mêmes appareillages. Les nouveaux résultats sont rapportés dans la table 5.2.

Avec les couches supplémentaires, nous avons mesuré une augmentation de  $R$ . En fait, du point de vue de la finesse, nous avons mesuré une finesse maximale de 895 000. À notre connaissance, cela constitue un record pour notre longueur d'onde,  $\lambda = 1064$  nm, et c'est la seconde plus grande finesse rapportée comme on peut le voir dans la table 5.3 qui regroupe les performances de plusieurs cavités Fabry-Perot.

En considérant la paire donnant la finesse record, lors du premier dépôt de 19 paires de couches la finesse était en moyenne  $\mathcal{F} = 413\,000 \pm 3\,500$ , ce qui correspond à un coefficient de réflexion  $1 - R = (7.62 \pm 0.07) \times 10^{-6}$ . En connaissant la puissance incidente et sortant de la cavité, on peut déterminer son couplage  $T_c = 0.114 \pm 0.04$  et grâce à l'Eq. 2.28, on trouve  $T = (2.57 \pm 0.05) \times 10^{-6}$ . Finalement, en utilisant que  $R + T + P = 1$  on trouve  $P = (5.06 \pm 0.08) \times 10^{-6}$ .

En effectuant la même analyse après le dépôt de deux paires de couches, nous obtenons une finesse moyenne de  $\mathcal{F} = 623\,000 \pm 19\,000$  correspondant à  $1 - R = (5.2 \pm 0.2) \times 10^{-6}$ . Le couplage de la cavité est de  $T_c = 0.028 \pm 0.002$ . Nous avons ainsi  $T = (8.7 \pm 0.3) \times 10^{-7}$  et  $P = (4.4 \pm 0.2) \times 10^{-6}$ . Comme on peut s'y attendre, avec l'augmentation du nombre de couches,  $1 - R$  et  $T$  ont diminué, les pertes  $P$  ont aussi légèrement diminué.

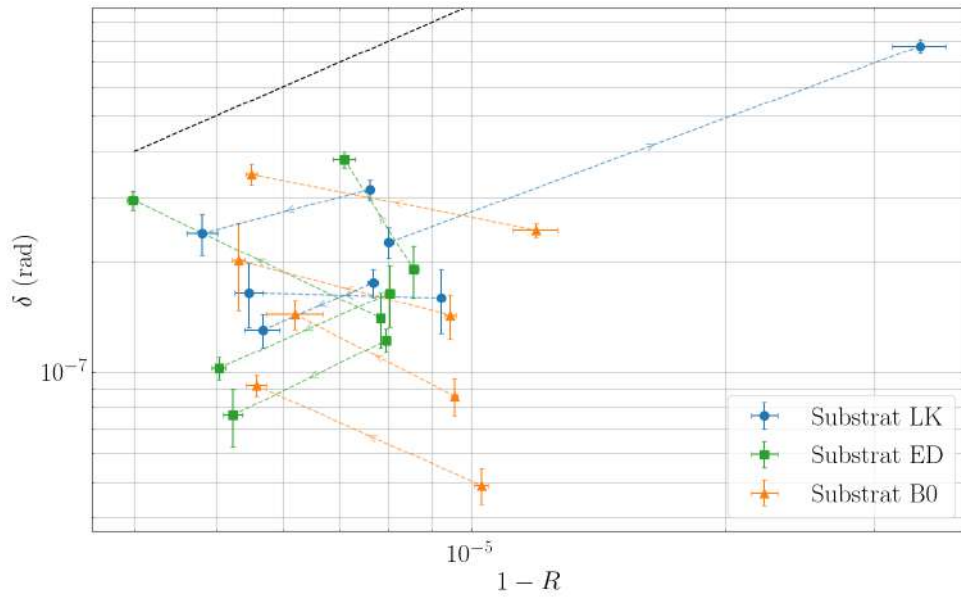
Du point de vue de la biréfringence, on observe dans la Fig. 5.21 que cette dernière

Miroir	$\mathcal{F}$	$\delta$ (rad)	$\theta_0$ (°)
B0-94063	$568\,000 \pm 13\,000$	$(9.2 \pm 0.6) \times 10^{-8}$	$-9.0 \pm 3.0$
B0-94265	$573\,000 \pm 9\,000$	$(3.5 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	$11.6 \pm 3.0$
B0-94056	$593\,000 \pm 9\,000$	$(2.0 \pm 0.5) \times 10^{-7}$	$23.6 \pm 3.4$
B0-94013	$528\,000 \pm 26\,000$	$(1.4 \pm 0.1) \times 10^{-7}$	$25.0 \pm 4.0$
ED08	$627\,000 \pm 12\,000$	$(1.02 \pm 0.07) \times 10^{-7}$	$1.0 \pm 3.1$
ED12	$608\,000 \pm 15\,000$	$(8 \pm 1) \times 10^{-8}$	$8.0 \pm 4.0$
ED06	$789\,000 \pm 11\,000$	$(2.9 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	$24.7 \pm 2.1$
ED07	$449\,000 \pm 16\,000$	$(3.8 \pm 0.2) \times 10^{-7}$	$17.6 \pm 1.3$
LK10	$676\,000 \pm 29\,000$	$(2.4 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	$24.0 \pm 4.0$
LK11	$570\,000 \pm 24\,000$	$(1.3 \pm 0.1) \times 10^{-7}$	$17.0 \pm 4.0$
LK01	$101\,000 \pm 7\,000$	$(7.8 \pm 0.4) \times 10^{-7}$	$22.1 \pm 1.9$
LK05	$587\,000 \pm 24\,000$	$(1.7 \pm 0.3) \times 10^{-7}$	$-2.0 \pm 4.0$

**TABLE 5.2** – Table des résultats pour chaque miroir avec deux paires de couches supplémentaires que l'on a mesuré.  $\mathcal{F}$  est la finesse de la cavité,  $\delta$  est la biréfringence par réflexion et  $\theta_0$  la direction des axes neutres par rapport à la flèche. Les erreurs sont données avec un facteur d'élargissement  $k = 1$ . Le préfixe CO, ED et LK réfèrent respectivement aux substrats Coastline, Edmund Optics et Laseroptik. Le préfixe B0 réfère aux substrats en Zerodur.

Cavité	$\lambda$ (nm)	$L_c$ (m)	$\mathcal{F}$
ALPS II [174]	1064	9.2	101 300
BMV [162]	1064	2.55	537 000
OVAL [100]	1064	1.38	670 000
PVLAS [175]	1064	3.303	770 000
J. Millo et al. [176]	1064	0.1	800 000
Ce travail	1064	1.23	895 000
G. Rempe et al. [177]	850	0.004	1 900 000

**TABLE 5.3** – Longueur d'onde, longueur et finesse de cavité Fabry-Perot de haute finesse.



**FIGURE 5.21** – Biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de  $1 - R$  des miroirs. Les mesures des miroirs avant et après le dépôt de deux paires de couches supplémentaires sont reliés par une flèche. Les données des miroirs que l'on n'a pas mesurées deux fois ne sont pas rapportées.

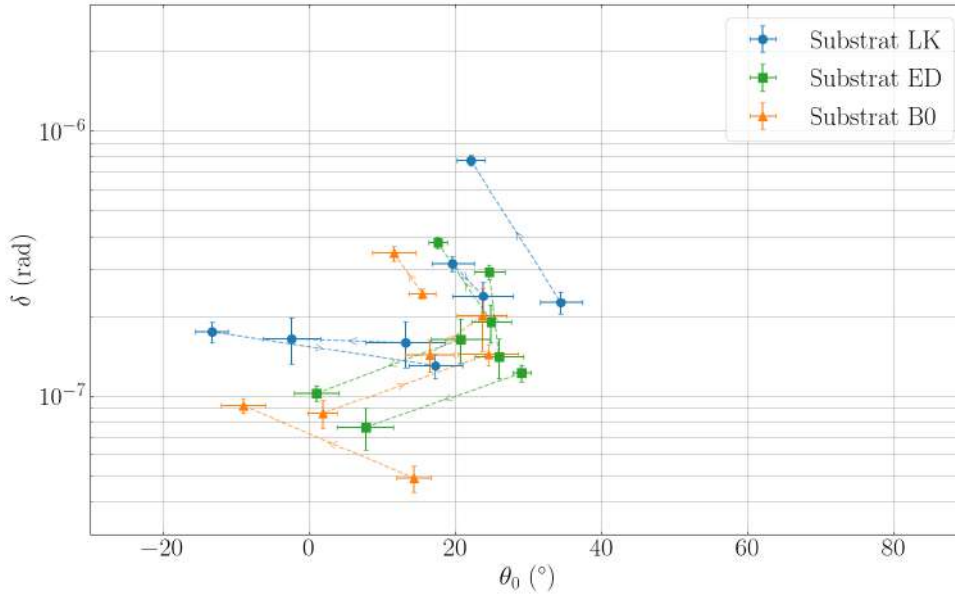
ne présente pas un comportement unique. En effet, dans notre échantillon de douze miroirs, quatre miroirs ont vu leur biréfringence diminuer, un rester constante et les autres augmenter. Suivant la tendance de l'article [129], on attendait une diminution de la biréfringence.

De plus, on remarque dans la Fig. 5.22 que tous les axes de biréfringence ont été déplacés par l'ajout des couches. Cela semble indiquer qu'en les ajoutant, nous avons également ajouté une lame biréfringente. En effet, si on considère deux lames biréfringentes de biréfringence  $\delta_i$  et d'angle  $\theta_i$  entre leurs axes neutres et la polarisation alors la lame équivalente à la combinaison des deux est caractérisée par un  $\delta_{eq}$  et  $\theta_{eq}$  tels que [128]

$$\begin{aligned} \delta_{eq} &= \sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + 4\delta_1\delta_2 \cos^2(\theta_2 - \theta_1)} \\ \cos(2(\theta_{eq} - \theta_1)) &= \frac{\delta_1 + \delta_2 \cos(2(\theta_2 - \theta_1))}{\delta_{eq}}. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Dans notre cas, nous avons effectué une première mesure déterminant  $\delta_1$  et  $\theta_1$  de l'Eq. 5.22. Puis, nous avons effectué une deuxième mesure avec les couches supplémentaires déterminant la biréfringence de la combinaison des deux, soit nous avons mesuré  $\delta_{eq}$  et  $\theta_{eq}$ . Nous pouvons donc déterminer la biréfringence des couches supplémentaires seules, en





**FIGURE 5.22** – Biréfringence par réflexion  $\delta$  en fonction de la direction de l’axe neutre  $\theta_0$  par rapport à la flèche de chaque miroir. Les mesures des miroirs avant et après le dépôt de deux paires de couches supplémentaires sont reliés par une flèche. Les données des miroirs que l’on n’a pas mesuré deux fois ne sont pas rapportées.

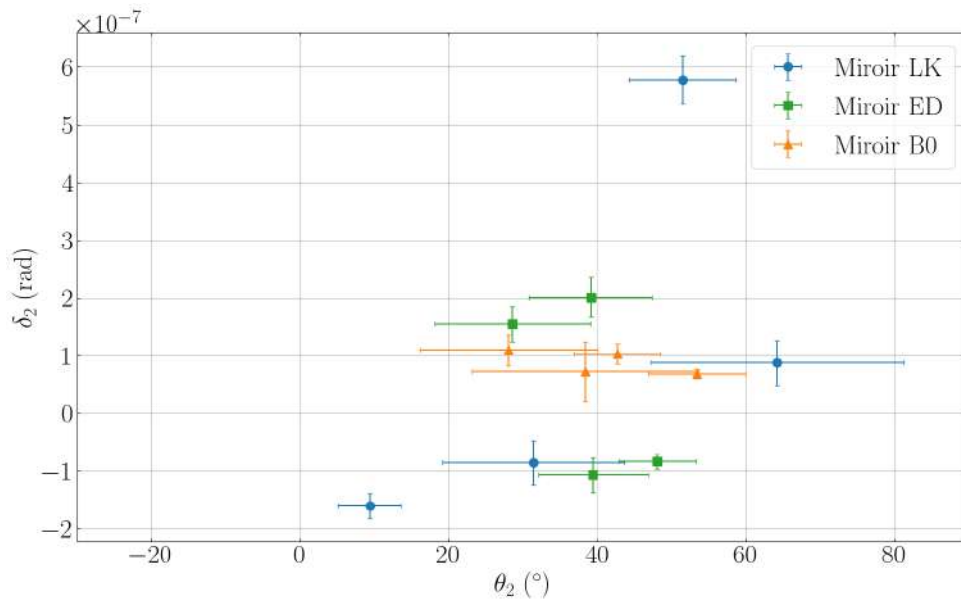
inversant l’Eq. 5.22. On obtient

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \pm \sqrt{\delta_1^2 + \delta_{eq}^2 - 2\delta_1\delta_{eq} \cos(2(\theta_{eq} - \theta_1))} \\ \cos(2(\theta_2 - \theta_1)) &= \frac{\delta_{eq} \cos(2(\theta_{eq} - \theta_1)) - \delta_1}{\delta_2}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Notons que les deux solutions  $\delta_2$  de signes opposées ont un  $\theta_2 - \theta_1$  différent de  $\pi/2$ , elles représentent ainsi la même lame. En effet, changer le signe du déphasage d’une lame revient à intervertir les axes rapides et lents, soit la tourner de  $\pi/2$ .

Dans la Fig. 5.23 nous montrons les valeurs ainsi obtenues de  $\delta_2$  et  $\theta_2$  avec nos données. Pour que les angles  $\theta_2$  obtenus soit dans le même intervalle que ceux des Fig. 5.18 et 5.22 nous avons dû changer le signe de la biréfringence pour certains miroirs. Il est étonnant de remarquer que ces derniers correspondent à ceux dont la biréfringence a diminué, c’est à dire pour lesquels  $\delta_1 > \delta_{eq}$ . En valeur absolue, en ne considérant pas le miroir dont la finesse a chuté, la biréfringence de toutes les couches sont autour de  $|\delta_2| \approx 10^{-7}$  rad.

Pour reproduire la tendance de la forme  $\delta \propto 1 - R$ , dans la simulation de l’article [129], seule la première couche du dépôt en contact avec le substrat est biréfringente. Nos mesures indiquent qu’il faut attribuer à chaque couche une biréfringence de l’ordre de  $\delta \lesssim 10^{-7}$  rad. Cette contribution devrait s’additionner à la tendance. Ainsi, pour une basse réflectivité, la biréfringence des couches est négligeable devant celle du substrat et la tendance est toujours observée. Cependant quand la réflectivité augmente, la contribution des couches n’est plus négligeable. Comme on observe une direction privilégiée de la biréfringence lors



**FIGURE 5.23** – Biréfringence par réflexion de la lame équivalente aux couches supplémentaires  $\delta_2$  en fonction de leur direction de l'axe neutre  $\theta_2$  par rapport à la flèche de chaque miroir.

du dépôt des couches, ces contributions ne se moyennent pas à zéro mais maintiennent un niveau de  $\delta$  autour de quelques  $10^{-7}$  rad. En effet, pour un grand nombre d'empilement de couches d'axes neutres alignés, rajouter une couche ajoute la contribution d'une couche à la biréfringence totale mais par la diminution du champ électrique de la lumière dans les suivantes la diminue d'autant et on peut s'attendre à ce que la biréfringence totale reste constante. Continuer à ajouter des couches supplémentaires à nos miroirs pourrait nous permettre d'observer ce phénomène. Effectuer cela devrait encore augmenter la réflectivité des miroirs mais aussi diminuer leur transmittance. Cela aura pour conséquence de diminuer le couplage de la cavité et ainsi la puissance transmise. Il nous sera tout de même possible d'effectuer la mesure avec quelques couches de plus.

L'origine de la biréfringence des couches est important à déterminer. Par la présence d'une direction angulaire privilégiée dans toutes nos mesures, il semblerait qu'il y est une direction privilégiée lors du dépôt des couches. Pour réussir à fabriquer des miroirs sans biréfringence il est essentiel de comprendre l'origine de cette direction privilégiée. Il faudra alors vérifier expérimentalement que le bruit en ellipticité est plus faible avec de tels miroirs.

La disposition de la cavité utilisée pour les mesures de biréfringence nous a empêché de réaliser des mesures de bruits d'ellipticité. En effet, à cause du changement de courbure des miroirs, nous observons des modes dégénérés en sortie de cavité, la superposition du mode gaussien et d'un autre mode  $TEM_{n,m}$  avec  $n$  et  $m$  parfois élevé, et une variation de l'intensité transmise par la cavité. Ce phénomène provient du fait que malgré la faible absorption des miroirs, avec la forte puissance intra-cavité le rayon de courbure des miroirs

varie et peut rendre résonant des modes transverses [178]. En suivant [178], sous l'effet de la puissance intra-cavité  $P_l$ , le rayon de courbure du miroir devient

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} - \frac{2\alpha A_b P_l}{4\pi\kappa w^2}, \quad (5.24)$$

avec  $\alpha \approx 5 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$  le coefficient d'expansion thermique du substrat, nous considérons ici de la silice fondue<sup>21</sup>,  $\kappa \approx 1.5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  sa conductivité thermique,  $A_b$  le coefficient d'absorption du dépôt et  $w = 654 \text{ }\mu\text{m}$  le rayon du faisceau au niveau des miroirs. Considérons que  $A_b \approx P \approx 5 \text{ ppm}$  et une puissance intra-cavité de  $P_l = 8400 \text{ W}$ , nous obtenons  $C' = 1.0068$ . Avec ce nouveau rayon de courbure, l'écart entre deux modes transverses passe de  $\Delta_{TEM} = 52.0 \text{ MHz}$  à  $52.2 \text{ MHz}$ . En sachant que  $\Delta_{ISL} = 122.0 \text{ MHz}$ , les deux intervalles deviennent quasi commensurable car  $3\Delta_{ISL} - 7\Delta_{TEM}$  passe de 2 à 0.3 MHz expliquant notre observation de modes dégénérés.

Pour réduire cette dégénérescence, nous avons installé un diaphragme dans la cavité pour induire des pertes dans les modes transverses élevés, ces derniers étant plus étalés spatialement. Cela a bien réduit l'ordre des modes dégénérés que nous observons mais ils ocurrent toujours avec des modes d'ordre plus faible passant dans notre diaphragme. Pour pouvoir effectuer des mesures de bruit, nous allons installer un diaphragme de diamètre plus petit. Une autre solution ne risquant pas d'induire des pertes dans le mode gaussien serait de modifier la longueur de la cavité pour ne plus rendre commensurable  $\Delta_{ISL}$  et  $\Delta_{TEM}$ , pour cela augmenter la longueur de 2.5 cm semble suffire. En date de mai 2023, ces travaux sont toujours en cours.

---

Diminuer la biréfringence des miroirs est une piste importante pour améliorer l'expérience par l'augmentation de sa sensibilité. Dans le chapitre suivant, nous exposons d'autres pistes que nous avons explorées pour atteindre ce but.

---

21. Les propriétés thermiques de la silice fondue peuvent se trouver [https://www.heraeus.com/en/hca/fused\\_silica\\_quartz\\_knowledge\\_base\\_1/properties\\_1/properties\\_hca.html](https://www.heraeus.com/en/hca/fused_silica_quartz_knowledge_base_1/properties_1/properties_hca.html)

## Chapitre 6

### Pistes d'amélioration du dispositif expérimental

Au cours de mon travail de thèse, plusieurs pistes d'amélioration ont été étudiées. Certaines dans le but de diminuer le bruit magnétique, d'autres le bruit optique et enfin certaines les deux. Ces pistes n'étant à ce jour pas implémentées sur l'expérience, elles sont détaillées dans ce chapitre comme un plan de route possible pour le futur.

## 6.1 Compensateur d'ellipticité

Nous avons étudié la possibilité d'ajouter un compensateur d'ellipticité au dispositif expérimental. Ce dernier permettrait d'ajouter une biréfringence variable extérieure à la cavité permettant de contrôler  $\Gamma$  sans avoir à manipuler la cavité. Outre le gain de temps pendant la prise d'une série de données, le compensateur enlevant le besoin de réaligner la cavité à chaque changement de  $\Gamma$ , la cavité pourra être alignée une fois à un point où la plus grande finesse est observée par exemple.

Ce travail a été effectué avec Nathan Berteloot dans le cadre d'un stage de fin de licence que j'ai activement encadré.

Deux conceptions différentes de compensateur d'ellipticité ont été étudiées. Suivant [147], les deux conceptions utilisent la photoélasticité d'une lame de silice. Comme nous l'avons vu dans l'Eq 2.57, la photoélasticité décrit l'observation d'un changement d'indice de réfraction d'un milieu quand ce dernier est soumis à une contrainte mécanique.

### 6.1.1 Lamme de verre contrainte

La première conception utilise une lame de silice<sup>22</sup> placée dans une monture rotative. Lors son installation, on applique une contrainte avec la vis de fixation. Cela crée un axe de biréfringence le long de l'axe de la vis dont le déphasage est proportionnel à la contrainte du vissage. Puis, en tournant la lame par rapport à la direction de la polarisation, une ellipticité est ajoutée à l'état de polarisation.

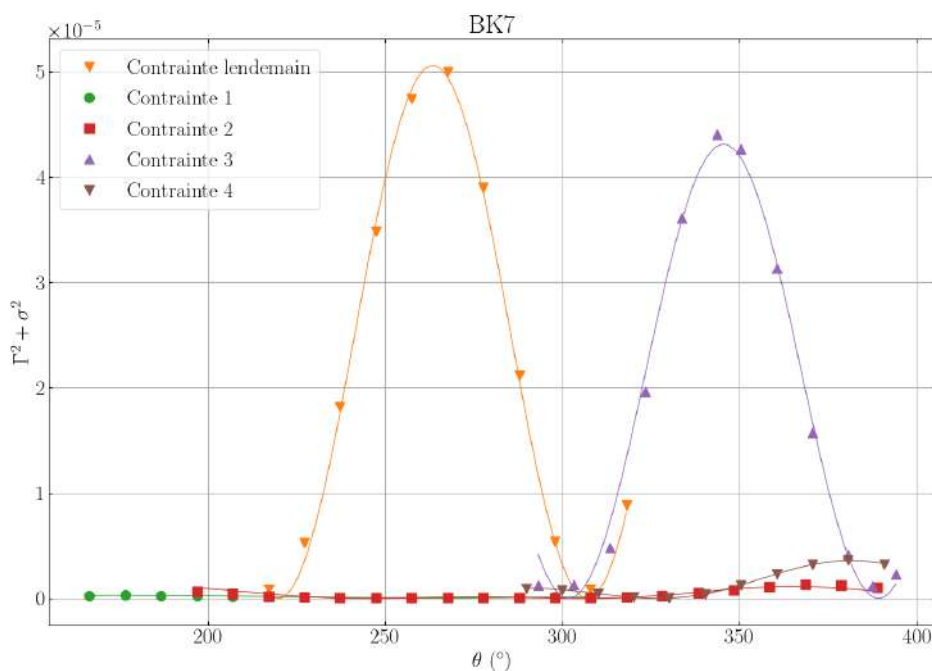
Nous avons pris des données avec notre lame avec différentes contraintes, voir Fig. 6.1, en absence de cavité Fabry-Perot. Avec notre méthode nous sommes parvenus à obtenir une ellipticité maximale de  $\Gamma \approx 7 \times 10^{-3}$  rad. Quand la contrainte sur la lame est petite, on voit dans la Fig. 6.2 que la dépendance n'est plus en  $\sin(2\theta)$ , elle est en fait en

$$\Gamma^2 + \sigma^2 = (A \sin(2(\theta - \theta_0)) + \Gamma_{pol})^2 \quad (6.1)$$

où l'on met toute l'extinction dans une ellipticité résiduelle des polariseurs  $\Gamma_{pol}$ . À partir de l'ajustement de la courbe marron de la Fig. 6.2 on trouve ainsi un  $\Gamma_{pol} = 4.6 \times 10^{-4}$  rad

---

<sup>22</sup>. Newport modèle 10BW40-30AR, diamètre 25.4 mm, épaisseur 6 mm, planéité de surface  $\leq \lambda/20$  avec traitement antireflet 1000-1550 nm



**FIGURE 6.1** – Biréfringence en fonction de l’angle de rotation de la lame de BK7 avec différents niveaux de stress latéral dans chaque cas. La courbe verte est sans contraintes. Un ajustement en  $(A \sin(2(\theta - \theta_0) + B))^2$  est présenté pour tous les cas sauf la courbe verte.

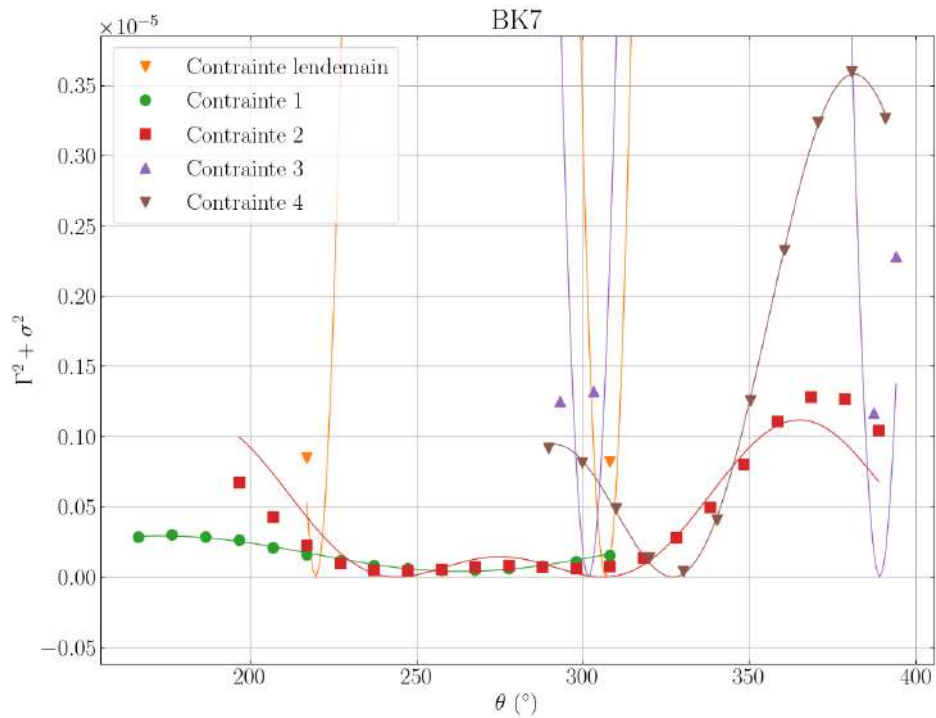
ce qui correspond à une extinction sans lame de  $\sigma^2 = \Gamma_{pol}^2 = 2.1 \times 10^{-7}$  proche de celle observée sans le modulateur,  $\sigma^2 = 1.5 \times 10^{-7}$ .

Nous avons ainsi montré que le système simple d’une lame stressée par une vis que l’on tourne pour régler l’ellipticité remplit nos exigences. Elle garde une bonne extinction, et nous donne la possibilité de produire de faibles ellipticités dont on contrôle le signe. Un désavantage de cette approche est l’impossibilité de contrôler l’amplitude, c’est-à-dire la biréfringence, sous vide car alors la vis, et donc le contrôle de la contrainte, est inaccessible.

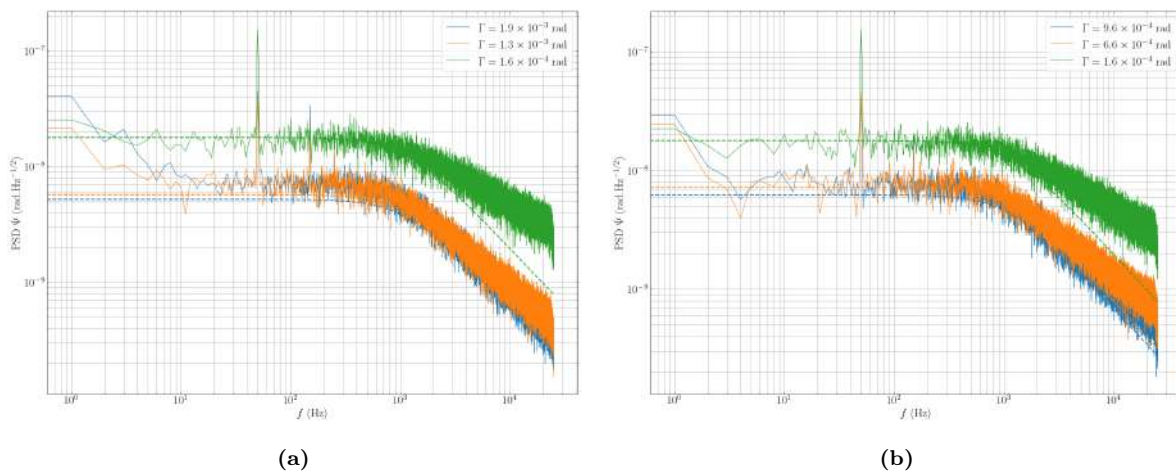
Pour voir si nous avons du bruit en ellipticité avec la lame nous avons pris des densités spectrales de puissance à plusieurs  $\Gamma$  et pour différentes contraintes. Les résultats montrent qu’à part le pic à 50 Hz d’origine électrique les DSPs sont toutes limitées par le shot noise et le NEP, voir Fig. 6.3.

Nous avons ici démontré la possibilité de générer une ellipticité avec une bonne extinction avec une lame rotative de BK7 stressée selon l’axe d’une vis. Cette méthode n’ajoute pas de bruit en biréfringence mesurable avant la cavité mais il n’est pas possible de modifier la contrainte sous vide.

Nous avons donc étudié une deuxième conception de modulateur basée sur l’utilisation de piézoélectriques permettant le contrôle de cette contrainte même sous vide.



**FIGURE 6.2** – Biréfringence en fonction de l'angle de rotation de la lame de BK7 avec différents niveaux de stress latéral dans chaque cas. La courbe verte est sans contraintes. Un ajustement en  $(A \sin(2(\theta - \theta_0) + B))^2$  est présenté pour tous les cas sauf la courbe verte. Zoom de la Fig. 6.1.



**FIGURE 6.3** – Densité spectrale de bruit en fonction de la fréquence et pour différentes valeurs de  $\Gamma$  pour une contrainte (a) grande et (b) une plus faible. Une estimation de la limite du bruit de tir et du bruit équivalent au bruit (NEP) est présentée pour chaque cas.

## 6.1.2 Modulateur piézoélectrique

Ce second modulateur a été dessiné par Nathan Berteloot et est plus directement inspiré du *Stress-Optic Modulator* (SOM) conçu par l'équipe PVLAS [147]. Le principe est de remplacer l'action de la vis par un élément piézoélectrique.

### 6.1.2.1 Conception

Au niveau des contraintes à prendre en compte lors de la conception, la taille de notre SOM doit permettre à ce dernier de s'insérer dans nos chambres à vide. Pour pouvoir être inclus dans la chambre M1, voir Fig. 2.26a, il faut que la taille de notre dispositif dans le plan perpendiculaire à la direction du faisceau laser soit plus petit que la distance entre le faisceau laser et la fibre optique. Cela limite les dimensions à un ensemble de 6 cm de côté ou 3 cm de rayon si l'on fait une pièce circulaire. Pour notre prototype, nous avons choisi d'utiliser une conception circulaire. De plus, les dimensions des piézoélectriques que l'on utilise<sup>23</sup> étant de  $2 \times 5 \times 10$  mm, il nous est possible d'utiliser des lames de silice avec, au maximum,  $L = 18$  mm de côté. Comme nous allons utiliser deux piézoélectriques dans deux directions orthogonales, nous avons considéré une lame de silice carrée. Nous cherchons aussi à avoir la contrainte la plus homogène possible au centre de la lame, pour cela nous positionnons des « pousseurs » en acier entre les piézoélectriques et la lame pour distribuer la contrainte, voir Fig. 6.4.

Pour aider au dimensionnement du dispositif, nous avons effectué des simulations par la méthode des éléments finis sous COMSOL Multiphysics. Les calculs sont réalisés pour le système pousseur et lame en appliquant une force sur une face du pousseur pour simuler l'action d'un piézoélectrique. En pratique, nous pouvons nous contenter de modéliser qu'un huitième de l'ensemble puisque celui-ci possède trois plans de symétrie, voir Fig. 6.4. Cela nous permet de diminuer le temps de calcul, d'affiner le maillage et d'augmenter la précision du calcul.

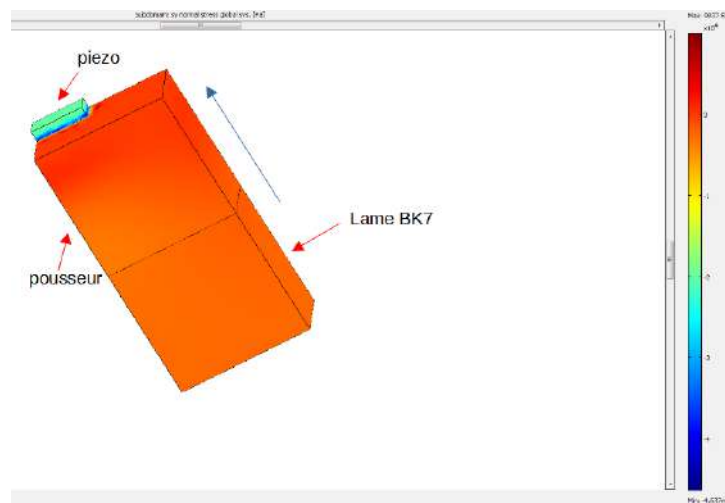
La théorie nous indique que l'ellipticité est proportionnelle à la différence de contrainte entre les deux axes orthogonaux à la direction de propagation de la lumière. À partir de notre simulation, nous réalisons donc un échantillonnage des contraintes dans les deux directions pour dresser une carte leur différence sur la surface de la lame, Fig. 6.5.

Pour quantifier l'homogénéité de la différence de contrainte, on relève sa valeur au centre de la lame,  $C_{centre} = 1.46 \times 10^{-4}$  Pa, et on cherche les positions où la contrainte varie de moins de 1% de cette valeur. Une contrainte homogène au pourcent induira une ellipticité homogène au pourcent. La Fig. 6.6 montre les positions respectant cette condition.

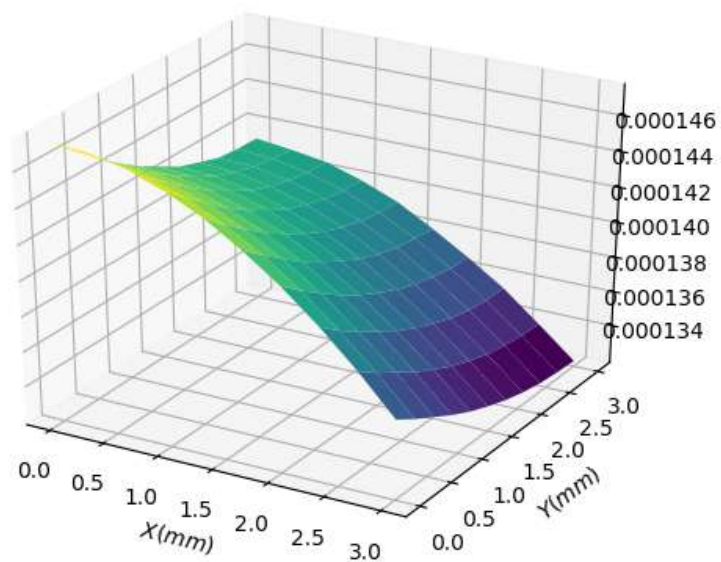
---

23. Cedrat Technologies modèle MLA\_2\*5\*10, [http://www.mmech.com/~mmechc5/images/stories/Standard\\_Products/Cedrat/Cedrat%20Links/CEDRAT\\_TEC\\_Catalogue\\_2013.pdf](http://www.mmech.com/~mmechc5/images/stories/Standard_Products/Cedrat/Cedrat%20Links/CEDRAT_TEC_Catalogue_2013.pdf) page 65

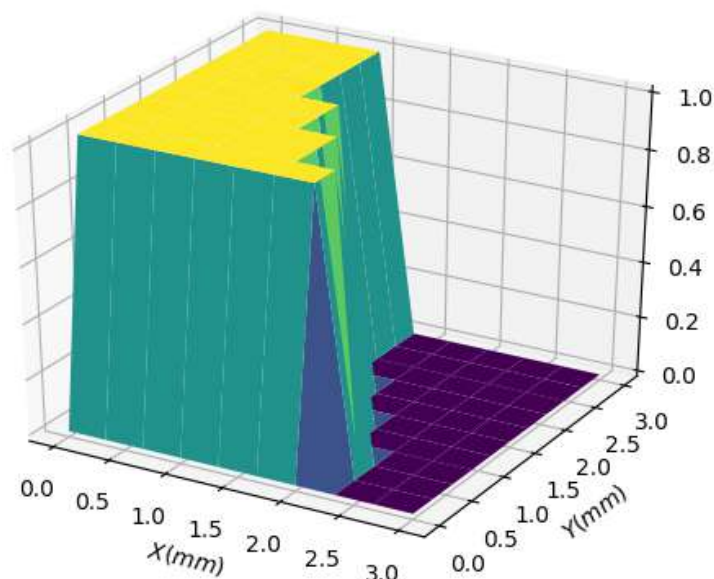




**FIGURE 6.4** – Résultat de la simulation pour une contrainte le long de l'axe  $y$  représenté par la flèche bleue. La lame de BK7 mesure ici 12.7 mm de côté pour 6.35 mm d'épaisseur.



**FIGURE 6.5** – Ellipticité en fonction de la position sur la lame. Ici un quart de la lame est représenté, son centre se trouve à la position (0,0).



**FIGURE 6.6** – En jaune, les positions où les contraintes varient moins de 1% par rapport à la valeur centrale.

Sachant que les figures présentées ne représentent qu'un quart de la lame, cela représente une surface homogène circulaire de 2 mm de rayon, plus grande que la taille du *waist* du faisceau laser. Avec notre conception, l'homogénéité est convenable.

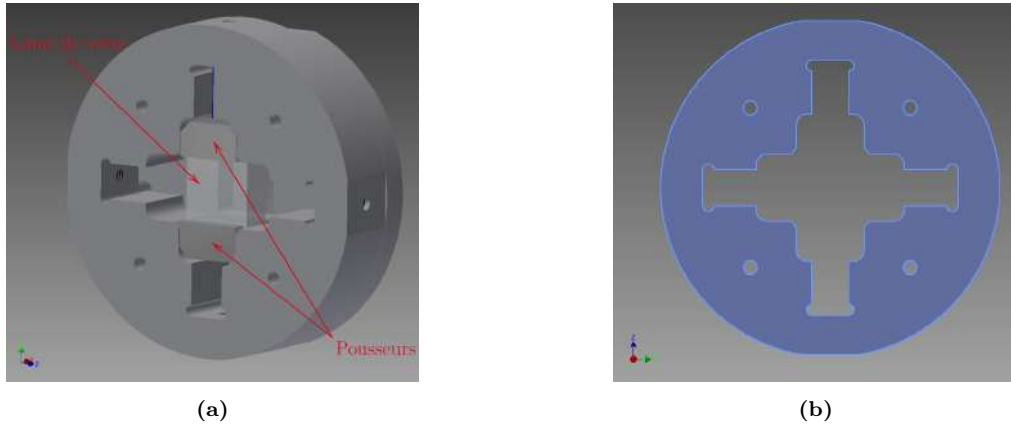
### 6.1.2.2 Géométrie de la pièce

Nous avons choisi de concevoir une pièce de rayon 3 cm ayant la place nécessaire pour y installer deux piézoélectriques de dimensions  $2 \times 5 \times 10$  mm et une lame de silice carrée d'épaisseur 6.35 mm et de longueur 12.7 mm. Afin de maximiser la taille des pousseurs et obtenir une contrainte la plus homogène possible, on réalise un disque de rayon 3 cm dans lequel vient s'insérer quatre pousseurs – un par côté – servant aussi à caler le bloc de verre et les deux piézoélectriques. La Fig. 6.7 montre la pièce dessinée dans un logiciel de CAO. On installe des vis au-dessus de chaque pousseur afin de pouvoir les bloquer contre le verre. Nous pouvons ainsi utiliser les vis pour appliquer une précontrainte entre les deux axes pour régler la biréfringence du dispositif sans tension sur les piézoélectriques.

On crée également deux capots se fixant de part et d'autre du dispositif Fig. 6.7 pour supprimer le degré de liberté latéral des pousseurs. Les capots sont munis de trous pour permettre le passage des fils d'alimentation des piézoélectriques et du faisceau laser.

### 6.1.2.3 Prototype imprimé en 3D

Afin de vérifier les ajustements et de disposer d'une pièce rapidement pour effectuer de premiers essais, nous avons imprimé un prototype en 3D avec une imprimante disponible au LNCMI. La lame de BK7 est la lame de BK7 utilisée dans notre premier modulateur



**FIGURE 6.7** – Dessin en CAO de la partie comprenant la lame carrée, les pousseurs et les piézoélectriques.

que nous avons coupé avec la scie à fil du laboratoire. L'objet réalisé est présenté dans la Fig. 6.8.

#### 6.1.2.4 Test de modulation avec le prototype imprimé en 3D

On souhaite tester la capacité de notre SOM pour induire une biréfringence. Pour cela, effectuer une modulation est intéressant. On est particulièrement intéressé par le fait d'induire une biréfringence dont on peut changer le signe.

Si en pré-contrainant les piézoélectriques on arrive à la condition  $\Delta n = 0$  on se trouve à l'extinction, pour obtenir cette condition il faut que  $P_x = P_y$ . Ensuite si on rajoute une tension à l'un des piézoélectriques alors on ajoute un  $\Delta n$  que l'on peut régler avec cette tension. Cependant ces piézoélectriques ne peuvent que se contracter. On ne fait qu'ajouter une biréfringence et on ne peut pas changer le signe de la biréfringence induite de cette manière.

Pour avoir le contrôle sur le signe il faut pré-contraindre les piézoélectriques pour qu'il y ait un  $\Delta n \neq 0$  que l'on choisit en fonction de la profondeur de modulation que l'on souhaitera. Puis un des piézoélectriques permettra de retrouver la condition  $P_x = P_y$ , et donc une biréfringence nulle, en lui appliquant la bonne tension. Finalement en ajoutant à cette tension continue une tension sinusoïdale, on arrive à obtenir une modulation de  $\Delta n$  et donc de la biréfringence. En suivant [147] l'ellipticité induite après le SOM est

$$\Lambda = \pi \frac{d}{\lambda} C P_v \Delta V = \rho \Delta V, \quad (6.2)$$

où  $d = 6$  mm est l'épaisseur de la lame de verre et  $P_v$  est la contrainte induite par les piézoélectriques par unité de tension,  $\Delta P = P_v \Delta V$ . Ainsi quand on module on a

$$\Delta V = A \sin(2\pi\nu t), \quad (6.3)$$

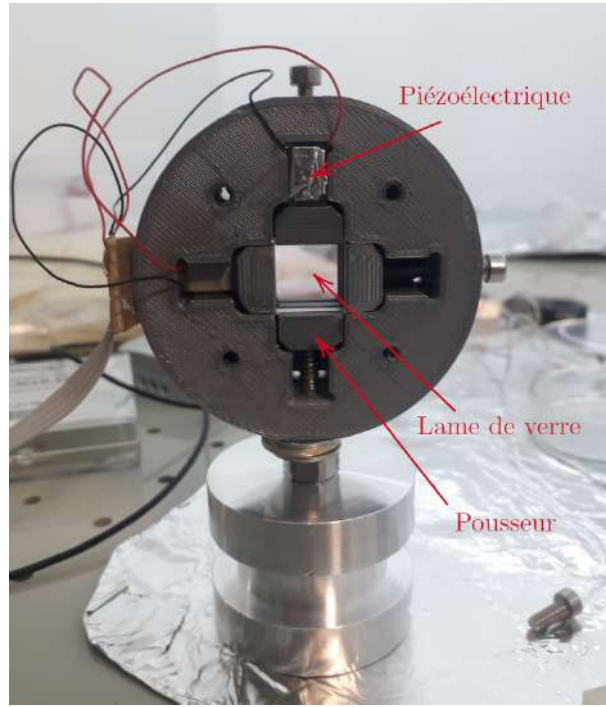


FIGURE 6.8 – Dispositif imprimé en 3D.

où  $\nu$  est la fréquence de modulation. Il n'y a pas de composante continue car celle-ci a été choisie pour annuler la pré-contrainte.

Dans l'expérience, on mesure le rapport de l'intensité extraordinaire et ordinaire, celui-ci s'écrit

$$\frac{P_e}{P_t} = \sigma^2 + \Lambda^2 = \sigma^2 + [\rho A \sin(2\pi\nu t)]^2. \quad (6.4)$$

Cependant si la tension continue du piézoélectrique n'est pas parfaitement réglée pour annuler la pré-contrainte alors il y a une biréfringence continue qui s'ajoute comme

$$\frac{P_e}{P_t} = \sigma^2 + \Lambda^2 = \sigma^2 + [\Gamma + \rho A \sin(2\pi\nu t)]^2, \quad (6.5)$$

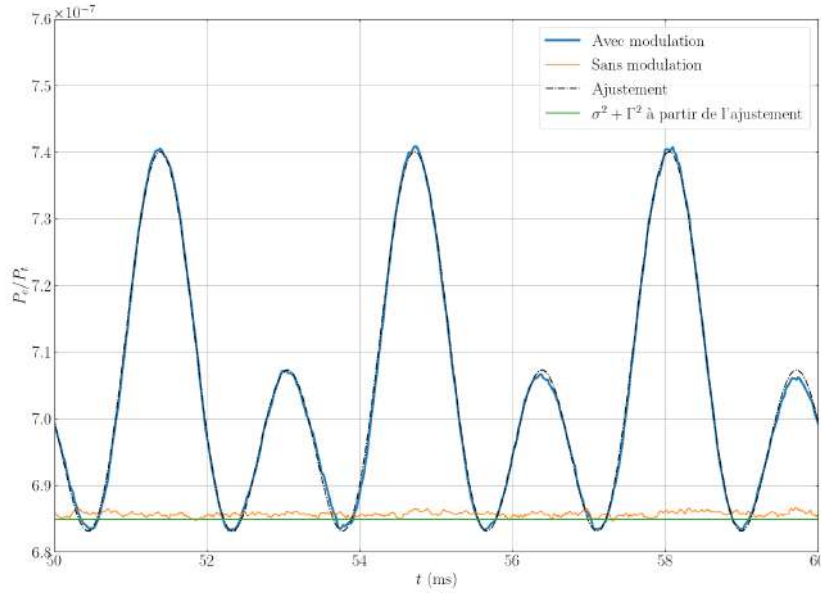
où  $\Gamma = \rho V_{DC}$ . En développant cette expression on obtient les amplitudes à chaque fréquence

$$\frac{P_e}{P_t} = \sigma^2 + \Gamma^2 + \frac{(\rho A)^2}{2} + 2\Gamma\rho A \sin(2\pi\nu t) - \frac{(\rho A)^2}{2} \cos(4\pi\nu t). \quad (6.6)$$

On module l'ellipticité ainsi, on utilise un générateur basse fréquence sur un des piézoélectriques pour moduler l'ellipticité.

La Fig. 6.9 montre la forme de la modulation à 300 Hz, on voit que la modulation « rebondit » sur le niveau de l'extinction et un ajustement par l'Eq. 6.5 donne un très bon accord. À partir des paramètres de l'ajustement on peut en déduire la valeur de l'extinction ainsi que de la biréfringence constante autour de laquelle on module.

On a pris de nouvelles données avec une profondeur de modulation de  $2V_{pp}$  soit  $A =$



**FIGURE 6.9** – Rapport des intensités extraordinaire et ordinaire en fonction du temps. Un ajustement par l'Eq. 6.5 est présenté il donne  $\sigma^2 = 6.83 \times 10^{-7}$ ,  $\Gamma = 4.16 \times 10^{-5}$  rad et  $\rho A = 1.97 \times 10^{-4}$ . Dans la figure est également représenté le rapport sans la modulation ainsi que le  $\sigma^2 + \Gamma^2$  donné par le fit.

1 V. En faisant le même ajustement pour 10 acquisitions de 1 s on obtient des valeurs de  $\sigma^2 = 2.12 \times 10^{-7}$ ,  $\Gamma = 1.65 \times 10^{-4}$  rad et  $\rho = 1.02 \times 10^{-4}$  V<sup>-1</sup>. À partir de cette valeur et de l'Eq. 6.2 on peut calculer  $C$  si on estime  $P_v$  ou on calcule ce dernier en connaissant  $C$ . Si on utilise la valeur de  $C = 2.7 \times 10^{-12}$  Pa<sup>-1</sup> on trouve une valeur de  $P_v = 2136$  Pa/V.

Selon la publication originale sur le SOM [147] on a

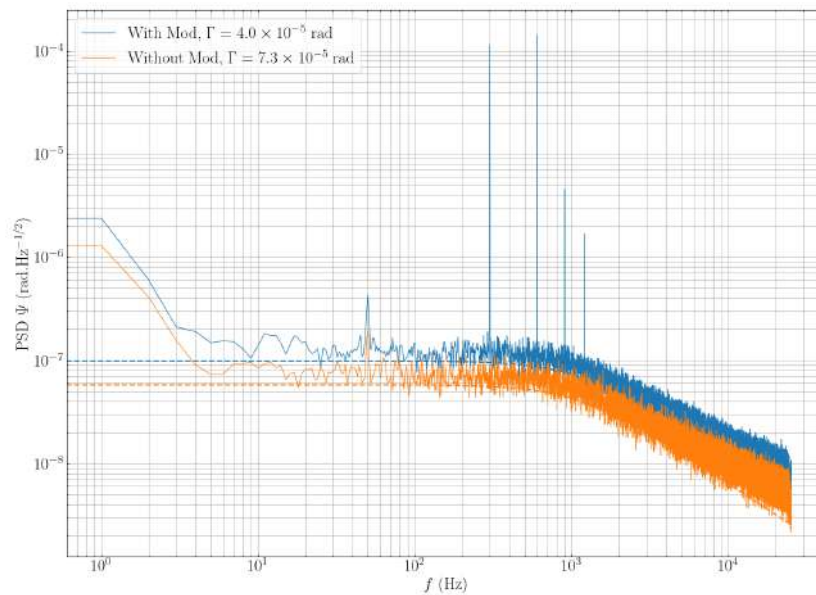
$$P_v = \frac{1}{Ld} \frac{1}{1/K_p + 1/K_g} l_v, \quad (6.7)$$

où  $L = 12.7$  mm est la longueur du côté de la lame,  $K_p$  et  $K_g$  sont les constantes élastiques des piézoélectriques et du verre respectivement et  $l_v$  est l'élongation des piézoélectriques par unité de tension. À partir des données des piézos<sup>24</sup> on a  $K_p = 24 \times 10^6$  N/m et  $l_v = 6.67 \times 10^{-8}$  m/V. D'après la même publication on a  $K_g = Ed$  avec  $E = 80$  GPa et ainsi  $K_g = 48 \times 10^7$  N/m. Dans notre conception nous avons entre les piézoélectriques et le verre un élément imprimé en 3D en PLA et donc pour nous

$$P_v = \frac{1}{Ld} \frac{1}{1/K_p + 1/K_g + 1/K_{plas}} l_v, \quad (6.8)$$

et on peut donc calculer  $K_{plas}$  la constante élastique du plastique connaissant  $P_v$ , on trouve  $K_{plas} = 2.7 \times 10^6$  N/m. À partir des dimensions de l'élément en plastique on peut aussi estimer  $K_{plas} = E_{plas}S/h$  où  $E_{plas} = 2$  GPa,  $S = 7.14 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup> est la surface

24. [http://www.mmech.com/~mmechc5/images/stories/Standard\\_Products/Cedrat/Cedrat%20Links/CEDRAT\\_TEC\\_Catalogue\\_2013.pdf](http://www.mmech.com/~mmechc5/images/stories/Standard_Products/Cedrat/Cedrat%20Links/CEDRAT_TEC_Catalogue_2013.pdf) page 65 modèle MLA\_2\*5\*10



**FIGURE 6.10** – Densité spectrale de bruit de l'ellipticité en fonction de la fréquence pour le cas modulé comme non modulé. Pour le cas non modulé on utilise la valeur de  $\Gamma$  donné par l'ajustement par l'Eq. 6.5 pour le calcul de l'ellipticité. Pour le cas non modulé on utilise la formule traditionnelle.

sur laquelle la pression est effectuée et  $h = 5.5$  mm est sa hauteur. On trouve ainsi  $K_{plas} = 26 \times 10^6$  N/m. Il y a donc un ordre de grandeur de différence entre les deux valeurs que l'on n'explique pas. La différence ne peut pas provenir du remplissage de la pièce en imprimé en 3D qui est proche de 100%.

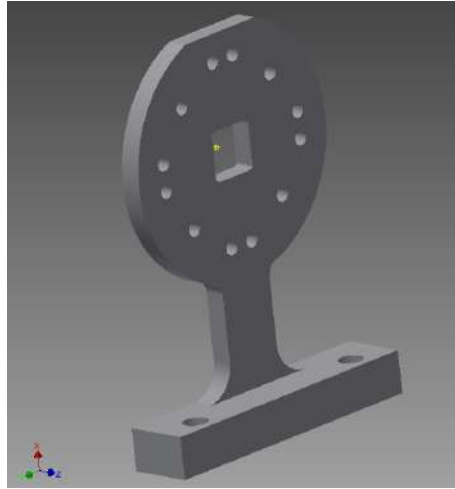
Dans la Fig. 6.10 on montre des DSP avec et sans modulation à 300 Hz, on voit que le niveau de bruit est similaire et on observe des pics à 300 et 600 Hz comme attendu mais également des harmoniques 900 et 1200 Hz. Nous avons pu vérifier que ceux-ci ne proviennent pas du générateur de signaux, ils pourraient provenir de l'amplificateur délivrant la tension aux piézoélectriques.

### 6.1.2.5 Prototype en aluminium

Le prototype imprimé en 3D étant validé, nous avons fait un deuxième modèle en aluminium.

Du fait de sa position dans la chambre à vide, le SOM est difficilement manœuvrable à la main et il est donc quasiment impossible de bien régler l'incidence du faisceau laser sur la lame de BK7 ainsi que la position latérale du faisceau sur le verre. Pour remédier à ce problème nous modifions le pied de manière à bloquer ces deux degrés de liberté. Le débattement latéral est bloqué grâce à deux vis liant le pied à la table optique tout comme l'inclinaison du SOM. Cela permet aussi de débloquent l'accès à la vis de précontrainte du bas. Cette nouvelle pièce fait aussi office de capot, elle est représentée dans la Fig. 6.11

Ici nous remplaçons le support principal ainsi que les quatre pousseurs par des pièces



**FIGURE 6.11** – Modèle CAO du nouveau pied.

usinées en aluminium. Le reste des pièces est récupéré sur le prototype imprimé en 3D, voir Fig. 6.12.

Nous avons pris les données au plus proche de l'extinction avec les vis tout juste au contact des piézoélectriques et du verre. Ainsi nous ne pouvons pas moduler beaucoup<sup>25</sup>. Nous avons utilisé les mêmes paramètres de modulation que la version imprimé en 3D, un offset et une amplitude de 1 V. La Fig. 6.13 montre la modulation en ellipticité obtenue, on observe qu'elle est plus petite que celle de la Fig. 6.9 pour une même profondeur de modulation. Un ajustement par l'Eq. 6.5 donne en effet une efficacité plus petite  $\rho = 2.6 \times 10^{-5}$  1/V, il donne également  $\sigma^2 = 1.6 \times 10^{-8}$  et  $\Gamma = 8.5 \times 10^{-5}$  rad.

À noter que l'on donne l'efficacité comprenant le gain  $\times 30$  de l'amplificateur des piézoélectriques, pour le calcul de l'efficacité on prend une amplitude de tension de 1 V et pas 30 V.

Au niveau du bruit, le modulateur n'ajoute également pas de bruit en ellipticité mesurable, voir Fig. 6.14. La plus petite efficacité permet d'ajouter avec plus de précision des petites ellipticités mais limite la biréfringence maximale atteignable. L'amplitude de modulation reste suffisante dans le cadre de l'expérience.

Grâce à cette étude, nous avons montré que nous étions capable d'induire une biréfringence sans détériorer le taux d'extinction des polariseurs et sans ajouter de bruit en ellipticité mesurable. Pour complètement valider notre conception, des tests en présence d'une cavité devront être menés afin de vérifier que nous arrivons bien à compenser la biréfringence de cette dernière. Ces tests ont dus être repoussés à cause de la collaboration industrielle sur les miroirs mais ils seront effectués dès que possible.

Un autre point de travail que nous avons discuté est l'amélioration de l'aimant qui fait

<sup>25</sup>. Le problème est que si on applique une forte tension DC on perd en extinction et si on garde un petit DC, l'amplitude doit être égale au DC pour ne pas que le GBF envoie une tension négative sur l'amplificateur, celle-ci acceptant que 0-10V



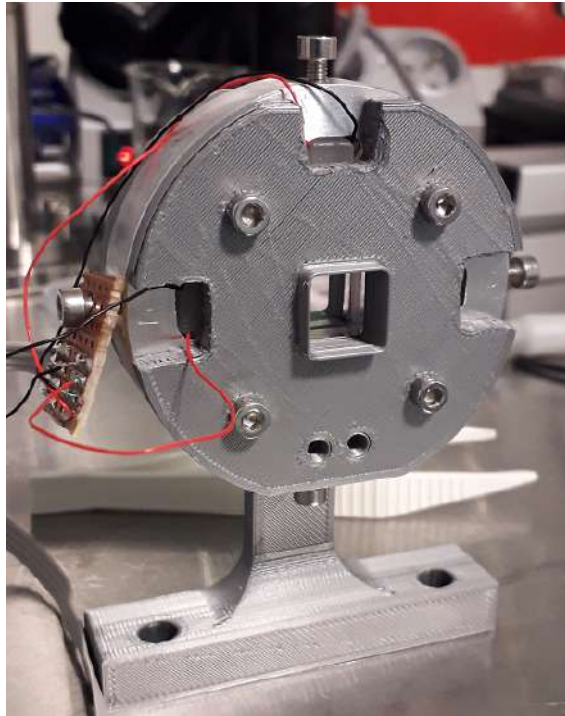


FIGURE 6.12 – Modulateur d'ellipticité avec le corps usiné en aluminium.

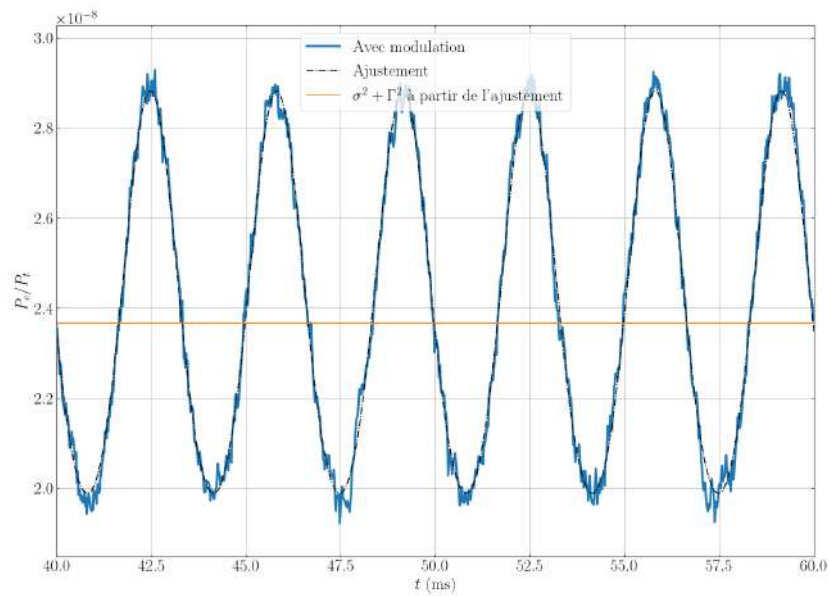
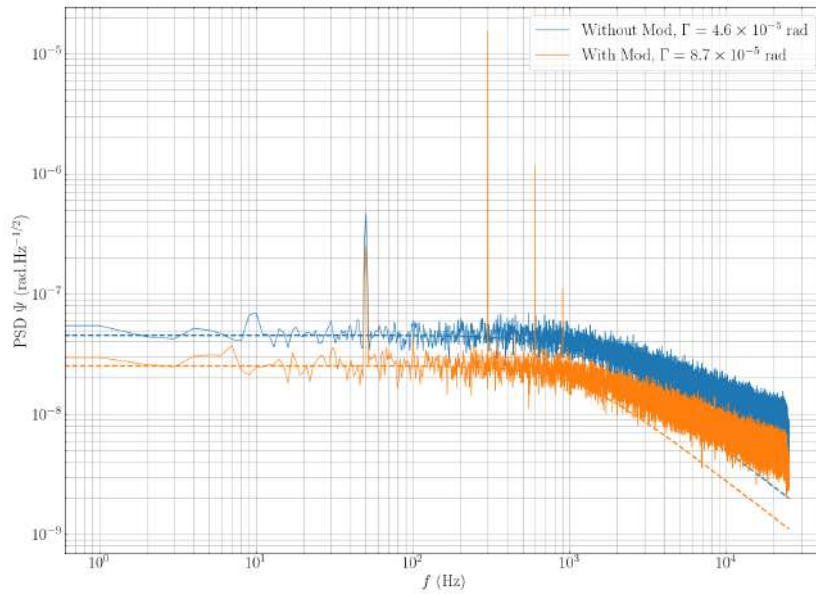


FIGURE 6.13 – Rapport des intensités extraordinaire et ordinaire en fonction du temps. Un ajustement par l'Eq. 6.5 est présenté il donne  $\sigma^2 = 1.6 \times 10^{-8}$ ,  $\Gamma = 8.5 \times 10^{-5}$  rad et  $\rho A = 2.6 \times 10^{-5}$  1/V. Dans la figure est également représenté la valeur de  $\sigma^2 + \Gamma^2$  donnée par le fit.





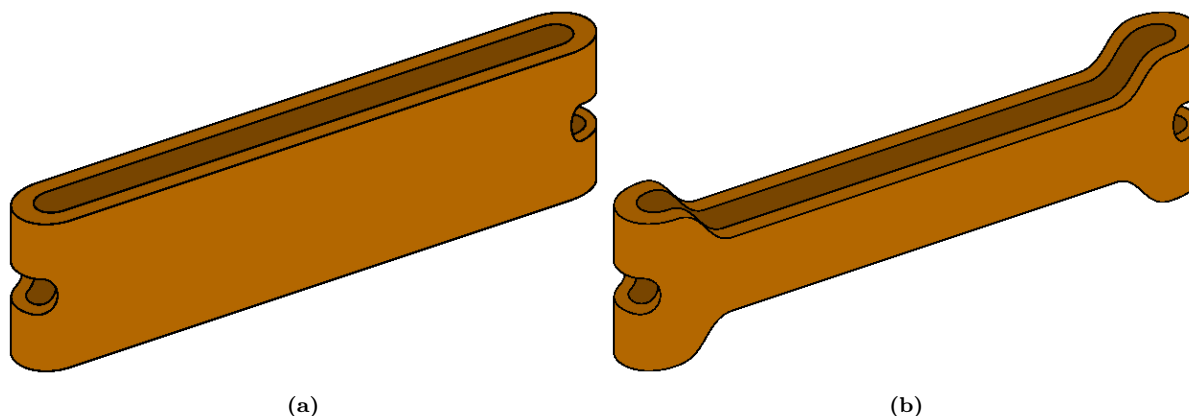
**FIGURE 6.14** – Densité spectrale de bruit de l'ellipticité en fonction de la fréquence pour le cas modulé comme non modulé. Pour le cas non modulé on utilise la valeur de  $\Gamma$  donné par l'ajustement par l'Eq. 6.5 pour le calcul de l'ellipticité. Pour le cas non modulé on utilise la formule traditionnelle.

l'objet de la section suivante.

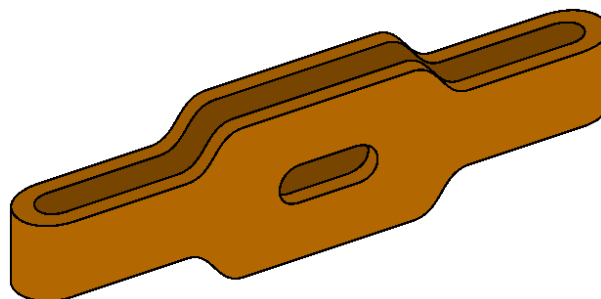
## 6.2 Foil Coil V2

La bobine Foil Coil peut être améliorée en plusieurs points. Premièrement, un accès pour un flux d'air peut être installé afin d'augmenter la puissance de refroidissement de la bobine et ainsi augmenter le taux de répétition des impulsions. En effet, la puissance moyenne de refroidissement avec la convection et conduction naturelle est inférieure à 50 W [162]. Une deuxième modification consiste à optimiser la durée de l'impulsion, en la raccourcissant pour permettre à l'impulsion de finir plus tôt, de manière idéale avant l'arrivée de la perturbation acoustique. Cela peut être fait en adaptant le banc de condensateurs actuel sans diminuer le champ maximal, ces travaux sont prévus.

L'étape suivante est l'amélioration de la conception de la bobine elle-même. Dans sa conception actuelle, nous avons une augmentation de la densité de courant autour des trous sur les côtés de la bobine. Or, il est possible de couper la feuille de cuivre pour conserver la même densité de courant tout au long de l'enroulement comme indiqué dans la Fig. 6.15b. Cela concentrera la densité de courant plus près de la trajectoire du faisceau laser, augmentant l'efficacité, *i.e.* le facteur  $B/I$ , d'un facteur d'environ 1.3 sans augmenter le risque de déformation autour de l'accès optique.



**FIGURE 6.15** – Représentation schématique de la forme des feuilles de cuivre de la bobine Foil Coil (a) V1 (b) V2 une fois enroulées.



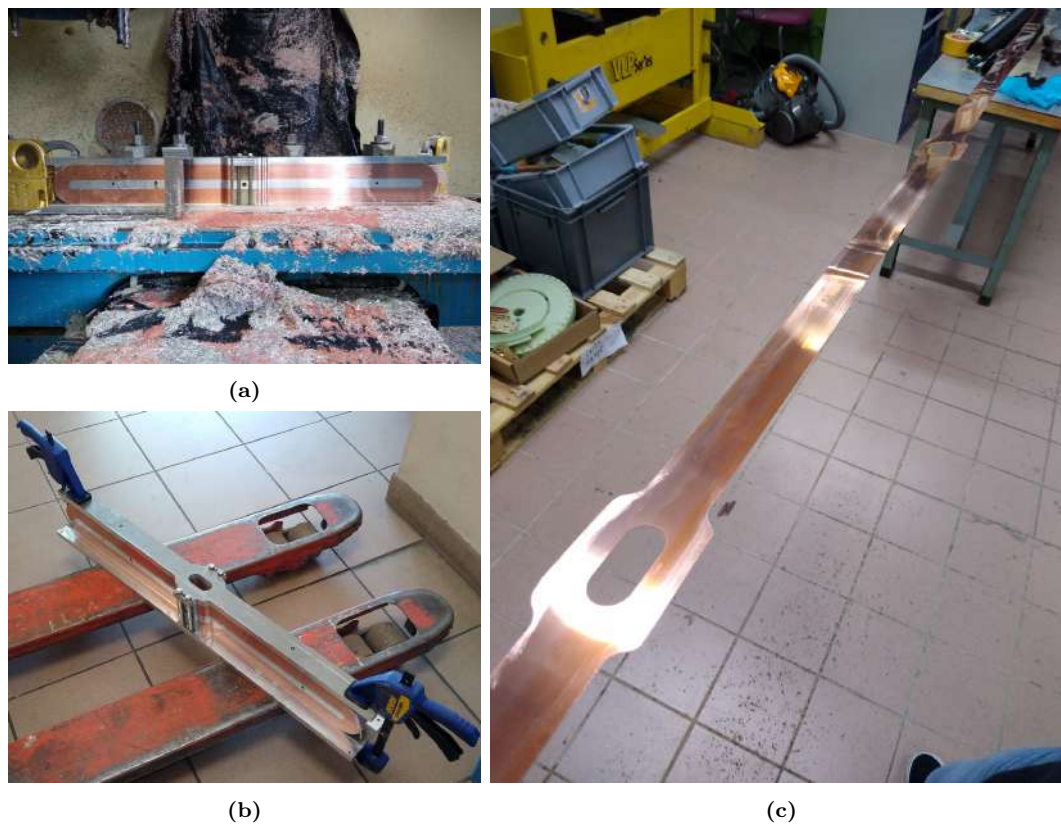
**FIGURE 6.16** – Représentation schématique de la découpe des feuilles de cuivre de la nouvelle bobine Foil Coil.

### 6.2.1 Usinage de la nouvelle version

La découpe de la première version de la bobine, Fig. 6.15a, a été faite par Jérôme Béard avec un emporte pièce avant l’enroulement de la feuille, avec une attention portée sur l’espacement entre deux trous qui doit grandir à cause de l’épaisseur des feuilles et de l’isolant. Nous avons réfléchi à une méthode qui permettrait de simplifier la fabrication de la forme de la nouvelle version, Fig. 6.15b, en mettant à profit la fraiseuse du service mécanique du LNCMI-T.

J’ai alors proposé de changer la topologie de la coupe pour effectuer les deux usinages, l’amincissement et les trous, à partir du même plan pour le fraisage. Cette méthode est illustrée dans la Fig. 6.16. Comme figuré, l’enroulement est décalé de  $90^\circ$  avant découpe pour que lors de l’enroulement final les trous soient au bon emplacement. Lors de l’enroulement final à cause de la rotation et l’épaisseur des couches, les trous se décalent de moins d’un millimètre par tour. La forme oblong des trous est justement choisie pour compenser ce problème, la même forme avait déjà été utilisée dans la première version de la bobine pour contrebalancer les irrégularités de l’enroulement.

Le fraisage des feuilles de cuivre avec cette nouvelle méthode a été effectué par Jean-Marc Lagarrigue avec la fraiseuse numérique du laboratoire. La Fig. 6.17 montre des



**FIGURE 6.17** – Découpe des feuilles de cuivre de la future bobine Foil Coil par la nouvelle méthode de fabrication. (a) La feuille enroulée et fixée avec l'isolation autour d'un corps de taille identique au corps final est usinée par fraisage. (b) Le fraisage terminé (c) Feuille obtenue après fraisage et ébavurage.



**FIGURE 6.18** – Photographie du future accès optique de la bobine.

étapes du fraisage de la bobine. La Fig. 6.18 montre le futur accès optique une fois le bobinage terminé, le futur accès optique est toujours accessible, la méthode de découpe est validée.

## 6.2.2 Circuit de refroidissement

Dans la nouvelle version de l'aimant, la circulation de l'air est aussi améliorée pour augmenter l'efficacité du refroidissement. Dans la première version, l'air circulait uniquement autour du renfort mécanique en Zylon. L'air n'étant donc pas en contact avec les feuilles de cuivre. Dans la nouvelle version, l'air sera acheminé grâce à des tubes sous les fibres de Zylon, plus proche des feuilles de cuivre. Cela devrait réduire le temps de refroidissement de la bobine entre deux impulsions, augmentant le taux de répétition. Ce gain sera quantifié pendant la phase de test.

## 6.2.3 Double amenée de courant

Une autre amélioration sur la conception de la bobine est la modification de l'amenée de courant. Dans la première conception, la connexion entre la feuille et le câble coaxial est formée en plissant les deux extrémités de la feuille pliées à 90°. À cause du fort courant passant dans la feuille et la rupture de symétrie par rapport au reste de l'enroulement, les forces magnétiques peuvent faire bouger la connexion, cette dernière pouvant être difficilement fixée autrement qu'avec les forces de compression pressant les feuilles. Nous suspectons que ce mouvement pourrait être à l'origine de la perturbation observée par la cavité peu après le début d'une impulsion.

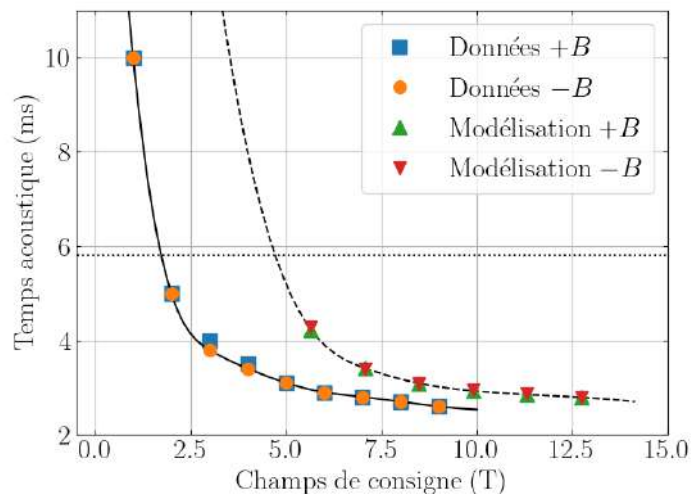
Pour diminuer ce problème, cette connexion sera repensée. En fait elle sera doublée. En effet, en doublant le nombre de connexion, on divise par deux le courant passant dans chacune et on divise par quatre les forces magnétiques. Si notre hypothèse est vérifiée, cela devrait diminuer d'un facteur quatre la force  $B \times dB/dt$ .

Si on reprend notre modélisation du temps d'arrivée de la perturbation de la section 4.3.2 du chapitre 4. Nous pouvons projeter les temps d'arrivée de la perturbation acoustique pour la nouvelle conception de la bobine. En effet, si l'on considère le même courant  $I$  parcourant la bobine actuelle et la nouvelle, à cause de la meilleure efficacité, le champ magnétique de cette dernière sera multiplié d'un facteur  $\sqrt{2}$ . De plus, si on écrit la force magnétique comme

$$\alpha I \frac{dI}{dt} = \alpha' B \frac{dB}{dt} \quad (6.9)$$

pour la bobine actuelle, alors pour la nouvelle bobine

$$\alpha_{\sqrt{2}} I \frac{dI}{dt} = 2\alpha'_{\sqrt{2}} B \frac{dB}{dt} = \frac{2\alpha'}{4} B \frac{dB}{dt} \quad (6.10)$$



**FIGURE 6.19** – Comparaison des temps d'arrivée de la perturbation acoustique de la bobine actuelle, 'Données', et projection pour la nouvelle conception, 'Modélisation'. La ligne en pointillés horizontale indique le temps auquel le maximum du champ magnétique est atteint.

à cause de la diminution d'un facteur quatre des forces magnétiques dû à la double amenée de courant. Pour simuler les temps d'arrivée de la nouvelle conception, nous considérons donc un seuil de la force deux fois plus élevé et nous plaçons les points à  $\sqrt{2}B$ . La Fig. 6.19 compare ces projections avec les données de la bobine actuelle. Si on extrapole notre simulation en utilisant l'interpolation des données de la première bobine, on observe que l'on peut espérer avoir une impulsion dépassant le maximum du champ magnétique pour 4 T et avoir un tir complet pour 3 T.

En pratique, cette double connexion sera faite en coupant les extrémités de chaque feuille en deux. Les quatre extrémités ainsi obtenues, deux en début d'enroulement et deux en fin d'enroulement, seront par paire utilisées pour effectuer la transition vers les deux câbles coaxiaux. Cette double connexion est visible dans la photographie Fig. 6.20 montrant la bobine réalisée avec les améliorations discutées ici. La version améliorée de la Foil Coil est maintenant prête à être testée.

Intégrer cette nouvelle bobine nécessitera des ajustements de la salle expérimentale. En effet, actuellement, un seul câble coaxial relie la salle blanche et le reste des installations du laboratoire. Un second devra ainsi être amené et ces travaux sont planifiés.

### 6.3 Tube en verre

Toujours dans l'optique d'améliorer l'isolation de la bobine du reste de l'expérience, nous voulons désolidariser le tube de la bobine en réduisant son diamètre de 16 à 14 mm. Le tube ne profitant plus de la liaison avec la bobine, il sera suspendu à la structure autour de l'expérience visible dans la Fig. 2.29. De plus, pour éviter tout mouvement du tube



**FIGURE 6.20** – Photographie de la nouvelle bobine Foil Coil pendant la phase de test. Les deux amenées de courant de part et d'autre de l'aimant sont visibles. Le tube bleu amène l'air à l'intérieur de la bobine.

pendant l'impulsion dû à des courants induits, on a décidé d'utiliser un tube en verre. Pour réaliser la transition vers le reste des chambres à vide, en métal, des transitions verre-métal existent. Ces dernières une fois soudées aux extrémités d'un tube de verre, nous permettent d'avoir un tube se fixant de la même façon que l'ancien<sup>26</sup> et est ainsi interchangeable avec ce dernier.

Le tube, réalisé grâce à la verrerie présente à l'Institut de Chimie de Toulouse sur le campus de l'Université Paul Sabatier<sup>27</sup> et avec la coordination de Sylvie George, est présenté dans la Fig. 6.21.

Notons qu'utiliser un tube en verre n'est pas une idée nouvelle en soit. Dans la première version de l'expérience, un tube en métal a été préféré à cause du risque de gel et de casse dû aux températures cryogéniques de la bobine Xcoil. Dans la version actuelle un tube en métal a toujours été utilisé à cause du risque de casse en cas de chute de la table optique, le tube étant solidaire de la Foil Coil qui, elle, repose sur le sol toujours immobile. Pour diminuer le risque de casse du tube en verre, nous prévoyons de le suspendre à la structure autour de l'expérience. Avec ce nouveau tube nous espérons diminuer fortement la perturbation qui parvient à la cavité et donc atteindre pour la même perturbation un

26. Raccord de type Swagelok

27. <https://ict.cnrs.fr/plateforme-de-lic-2/services-transverses/verrerie-scientifique/>





**FIGURE 6.21** – Photographies du tube en verre. (a) Tube dans son ensemble (b) Transition verre-métal, la soudure est visible par une ombre sur la gauche de la photographie.

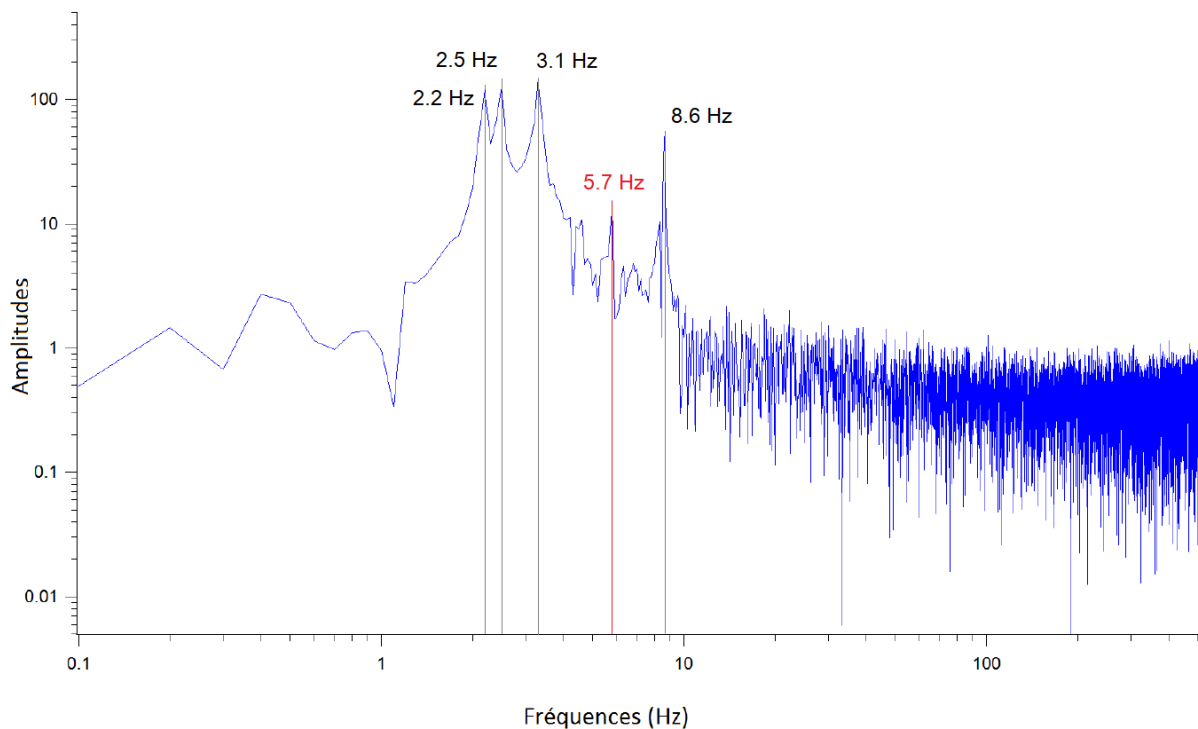
champ plus important qu'actuellement.

Enfin, l'équipe considère toujours une solution possible pour s'affranchir de toute perturbation extérieure, l'isolation mécanique de la cavité sous vide.

## 6.4 Suspension de la cavité

À plus long terme, l'isolation mécanique de la cavité pourrait être poussée en la suspendant sous vide à l'instar des interféromètres gravitationnels. Là où ces derniers ont développé des systèmes d'isolation complexes à plusieurs étages [138, 139] nous allons pour commencer considérer le cas plus simple d'une isolation à un étage. Notons qu'une expérience de polarimétrie, Q & A, a précédemment utilisé une cavité de haute finesse suspendue sous vide, elle a rapporté une sensibilité en ellipticité de  $10^{-6}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  [179] soit du même ordre de grandeur que l'expérience PVLAS mais deux ordres de grandeur plus élevée que la sensibilité de notre expérience, voir table 2.4. Dans l'expérience Q & A seulement l'injection de la cavité est fibrée, comme dans notre expérience. Nous pensons que le principe peut être amélioré en suspendant l'analyseur et en récoltant les intensités ordinaire et extraordinaire par des fibres optiques également suspendues.

Il est important de souligner que dans notre cas l'intérêt de suspendre la cavité est double, cela permet d'isoler la cavité des vibrations extérieures qu'elles soient dues ou non à l'impulsion magnétique. En effet, premièrement, l'isolation devrait ainsi isoler des perturbations extérieures toujours présentes qui peuvent contribuer au bruit optique, par exemple par un bruit de pointage du laser à la surface du miroir, la biréfringence de ce dernier n'étant pas uniforme [157]. Deuxièmement, la suspension devrait également isoler la cavité de la perturbation acoustique due à l'impulsion acoustique, la cavité étant sous vide, le seul passage possible de la perturbation est par son support. En revanche, le risque majeur est l'ajout d'un bruit supplémentaire car les deux miroirs sont sur deux oscillateurs distincts.



**FIGURE 6.22** – Fonction de transfert du système étudié par Yann Thibaut pendant son stage, il a identifié quatre fréquences de résonance. Une petite résonance à 5.7 Hz fut omise.

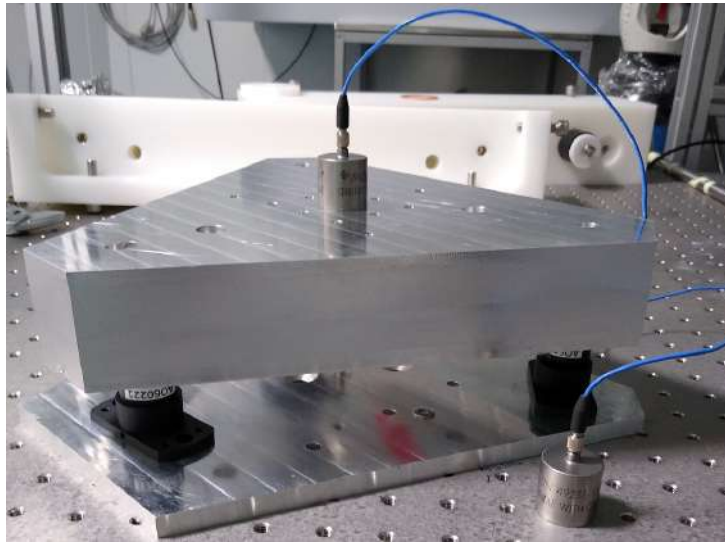
### 6.4.1 Mesures préliminaires

Une étude des suspensions avait précédemment été réalisée par Yann Thibaut dans le cadre d'un stage de fin de licence. Dans son étude il avait dimensionné trois ressorts et une table triangulaire avec une charge de poids total proche de 12 kg pour avoir une fréquence de résonance du système de 3.05 Hz. Dans les mesures qu'il a réalisées avec un sismomètre, il observe plusieurs résonances, voir Fig. 6.22. En excitant la table de différentes manières, il identifie un mode vertical de fréquence 3.1 Hz et des modes transverses de fréquence 2.2, 2.5 et 8.6 Hz. Une petite résonance de fréquence 5.7 Hz dans la Fig. 6.22 n'est pas discutée. Les résultats étaient encourageants avec une atténuation observée malgré le bruit électronique limitant les mesures dès 100 Hz.

Pendant mon travail de thèse ce travail fut repris et poursuivi par Othilie Barthe également dans le cadre d'un stage de fin de licence. Elle utilisa la même table avec des isolateurs mécaniques commerciaux<sup>28</sup> choisis pour leur compacité et l'existence d'une variante compatible vide. Ils présentent une fréquence de résonance verticale de 7.3 Hz et horizontale de 4.6 Hz. Selon le constructeur, la résonance verticale reste constante sur une large gamme de compressions de ressort. Le travail d'Othilie Barthe fut d'étudier la reproductibilité du retour à la position d'équilibre après une perturbation de la même table que celle utilisée par Yann Thibaut suspendue avec ces isolateurs. Les résultats

28. Newport modèle VIB100-0512, <https://www.newport.com/p/VIB100-0512>





**FIGURE 6.23** – Photographie de la réhausse soulevée par trois isolateurs VIB100-0512. Deux accéléromètres PCB Piezotronics modèle 393B05 permettent d'effectuer la mesure de la fonction de transfert de la table.

furent également encourageant.

Avec elle, nous avons également mesuré la transmissivité, ou transmittance, du système. Pour cela, nous avons utilisé deux accéléromètres<sup>29</sup>, plus sensibles que le sismomètre, un placé sur la réhausse suspendue et l'autre sur la surface où repose les pieds de la table, voir Fig. 6.23. Pour exciter les vibrations, nous avons utilisé un marteau d'impact pour appliquer une impulsion, les accéléromètres étant plus sensibles il nous était impossible d'exciter directement la table sans les saturer. Nous appliquions donc l'impulsion sur le support où repose la table suspendue, une situation plus proche de toute façon de l'application finale.

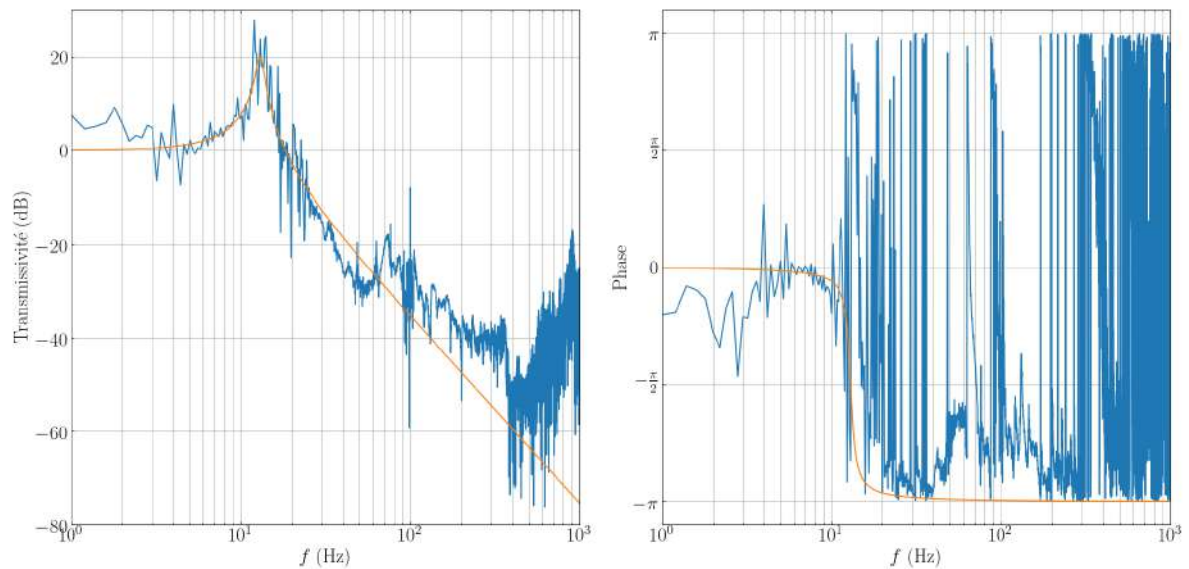
En prenant le rapport des transformées de Fourier des deux réponses temporelles, nous obtenons la transmissivité de la table. Son module et sa phase sont représentées dans la Fig. 6.24. Les pieds se comportent bien comme un résonateur, que l'on peut modéliser par une fréquence de résonance  $\nu_0 = 13$  Hz et un facteur de qualité  $Q = 10$  avec une fonction de transfert du système qui s'écrit

$$H(\nu) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2 + i\frac{\nu}{\nu_0 Q}}, \quad (6.11)$$

également présentée dans la Fig. 6.24.

Notons que nous observons seulement une résonance, cela provenant principalement du fait que les accéléromètres que nous avons utilisés sont sensibles à un seul axe, l'axe vertical tel qu'ils sont placés dans la Fig. 6.23.

29. PCB Piezotronics modèle 393B05



**FIGURE 6.24** – Amplitude et phase de la fonction de transfert de la réhausse en fonction de la fréquence. En bleu, nos mesures et en orange, la modélisation avec une fonction de transfert passe bas du second ordre avec  $\nu_0 = 13$  Hz et  $Q = 10$ .

Pour mieux comprendre le système, j’ai également poursuivi l’étude de la suspension de la cavité. L’étude s’est axée en deux parties. Premièrement, une étude analytique d’un système masse-ressort pour déterminer la fréquence de résonance du système en fonction de la forme du support. Deuxièmement, une étude se basant sur notre simulation Monte Carlo pour simuler la forme des signaux que l’on obtiendrait avec une cavité suspendue d’une telle façon ainsi que le gain en sensibilité que l’on peut espérer.

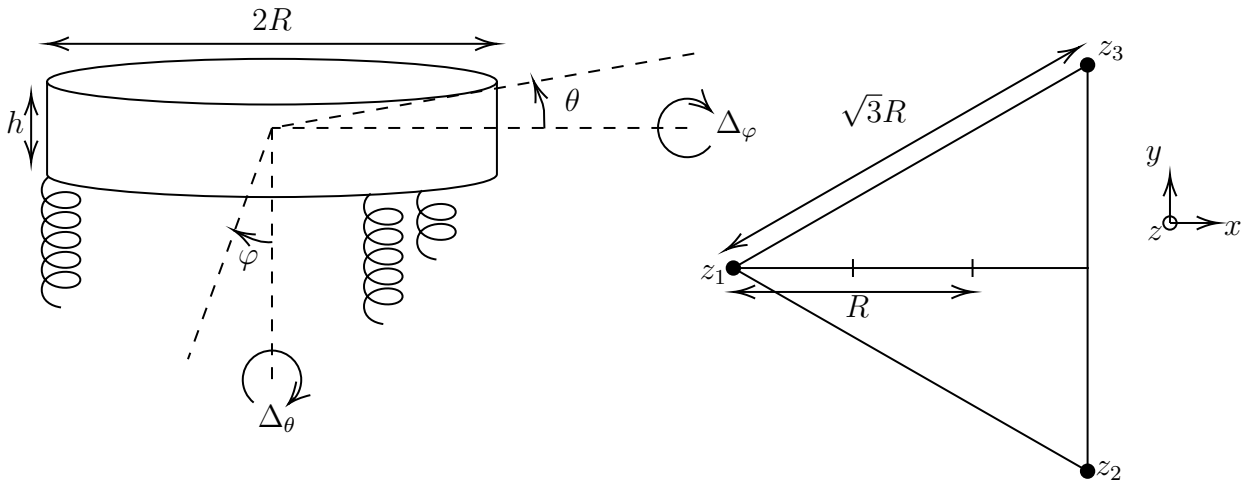
## 6.4.2 Calculs analytique

Je tiens à remercier Nicolas Combe, Professeur des universités à l’Université Paul Sabatier Toulouse 3, pour ses retours sur ces calculs.

### 6.4.2.1 Calcul table cylindrique

Nous commençons notre étude en considérant que la table suspendue à une forme cylindrique. On examine ainsi que la table est un cylindre plein de masse  $M$ , de rayon  $R$  et de hauteur  $h$ , le long du périmètre du cylindre sont placés à équidistance les trois ressorts de constante de raideur  $k$ . On fait l’hypothèse que ces ressorts sont contraint à se déplacer uniquement dans la direction verticale  $z$ , voir le schéma Fig. 6.25.

Sur le schéma on définit également les deux axes de rotation possible du solide  $\Delta_\theta$  et  $\Delta_\varphi$  avec les angles associés. On place l’origine de notre repère au centre du cylindre à sa position d’équilibre. Si on nomme  $z_i$  l’écart à la position d’équilibre de chaque ressort, on



**FIGURE 6.25** – Représentation schématique du système masse-ressort, à gauche vue de profil montrant les axes de rotation du solide et les angles correspondant  $\theta$  et  $\varphi$ , à droite vu de dessus des positions des trois ressorts.

peut noter leur position comme

$$\overrightarrow{OM}_1 = \begin{pmatrix} -R \\ 0 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OM}_2 = \begin{pmatrix} R/2 \\ -\sqrt{3}R/2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OM}_3 = \begin{pmatrix} R/2 \\ \sqrt{3}R/2 \\ z_3 \end{pmatrix}. \quad (6.12)$$

On considère que le cylindre a une masse volumique constante, la position du centre de masse est donc

$$\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{OM}_1 + \overrightarrow{OM}_2 + \overrightarrow{OM}_3) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_1 + z_2 + z_3 \end{pmatrix}. \quad (6.13)$$

Pour obtenir les équations du mouvement on passe par le Lagrangien  $\mathcal{L}$ , celui s'exprime comme

$$\mathcal{L} = T_{cm} + T_{rot} - U, \quad (6.14)$$

avec  $T_{cm}$  l'énergie cinétique du centre de masse,  $T_{rot}$  l'énergie cinétique de rotation du solide et  $U$  l'énergie potentiel.

L'énergie cinétique du centre de masse vaut

$$T_{cm} = \frac{1}{2} M \left( \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \right)^2, \quad (6.15)$$

à partir de l'expression de  $\overrightarrow{OG}$  et en développant on trouve

$$T_{cm} = \frac{1}{18}M (\dot{z}_1^2 + \dot{z}_2^2 + \dot{z}_3^2 + 2\dot{z}_1\dot{z}_2 + 2\dot{z}_2\dot{z}_3 + 2\dot{z}_3\dot{z}_1), \quad (6.16)$$

où l'on a utilisé la notation  $\dot{a} = \frac{da}{dt}$  pour alléger les équations.

De manière générale l'énergie de rotation d'un solide s'écrit

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \left( \overline{\overline{I}} \overrightarrow{\Omega} \right) \cdot \overrightarrow{\Omega}, \quad (6.17)$$

où  $\overline{\overline{I}}$  est le tenseur d'inertie du solide et  $\overrightarrow{\Omega}$  est le vecteur de rotation instantanée du solide. Dans notre problème les positions des ressorts sont fixées donc la rotation autour de l'axe  $z$  est proscrit et  $\overrightarrow{\Omega}$  est contenu dans le plan  $xOy$ . Pour un solide présentant deux plans orthogonaux de symétrie la matrice d'inertie prise à son centre de gravité s'écrit

$$\overline{\overline{I}}_{cm} = \begin{pmatrix} I_\varphi & 0 & 0 \\ 0 & I_\theta & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}, \quad (6.18)$$

où on a défini les axes de rotation  $\Delta_\varphi$  et  $\Delta_\theta$  selon la direction  $x$  et  $y$  respectivement, voir Fig. 6.25. Cette figure montre également les deux angles de bascule  $\theta$  et  $\varphi$ , on a donc  $\overrightarrow{\Omega} = \dot{\varphi}\vec{e}_x + \dot{\theta}\vec{e}_y$  et l'énergie de rotation du solide s'écrit donc

$$T_{rot} = \frac{1}{2}I_\theta\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}I_\varphi\dot{\varphi}^2, \quad (6.19)$$

Dans le cas d'un cylindre on a  $I_\theta = I_\varphi = MR^2/4 + Mh^2/12$ , pour ne pas se fixer tout de suite un rapport  $h/R$  on note  $I = I_\theta/(MR^2)$ . Ainsi  $I = 1/4 + (h/R)^2/12$ .

L'angle  $\theta$  dépend de la hauteur de  $z_1$  et de la hauteur du point au milieu de  $z_2$  et  $z_3$ , dans l'approximation des petits angles on a donc

$$\theta \approx \frac{z_1 - (z_2 + z_3)/2}{3R/2} = \frac{2z_1 - z_2 - z_3}{3R}. \quad (6.20)$$

De même l'angle  $\varphi$  ne dépend que des hauteurs de  $z_2$  et  $z_3$  et dans l'approximation des petits angles on a

$$\varphi \approx \frac{z_2 - z_3}{\sqrt{3}R}. \quad (6.21)$$

Nous avons finalement

$$T_{rot} = \frac{1}{2}MR^2I \left[ \left( \frac{2\dot{z}_1 - \dot{z}_2 - \dot{z}_3}{3R} \right)^2 + \left( \frac{\dot{z}_2 - \dot{z}_3}{\sqrt{3}R} \right)^2 \right], \quad (6.22)$$

en développant on trouve

$$T_{rot} = \frac{2}{9}MI (\dot{z}_1^2 + \dot{z}_2^2 + \dot{z}_3^2 - \dot{z}_1\dot{z}_2 - \dot{z}_2\dot{z}_3 - \dot{z}_3\dot{z}_1). \quad (6.23)$$

Les forces qui s'appliquent sur le solide sont son poids et les forces de rappels des trois ressorts. En fait la contribution du poids est comprise dans la position d'équilibre, comme nous considérons les écarts à celles-ci, il reste

$$U = \frac{1}{2}k (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2). \quad (6.24)$$

Le Lagrangien de notre système est donc

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{18}M (\dot{z}_1^2 + \dot{z}_2^2 + \dot{z}_3^2 + 2\dot{z}_1\dot{z}_2 + 2\dot{z}_2\dot{z}_3 + 2\dot{z}_3\dot{z}_1) \\ & + \frac{2}{9}MI (\dot{z}_1^2 + \dot{z}_2^2 + \dot{z}_3^2 - \dot{z}_1\dot{z}_2 - \dot{z}_2\dot{z}_3 - \dot{z}_3\dot{z}_1) - \frac{1}{2}k (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2). \end{aligned} \quad (6.25)$$

On déduit de l'expression du Lagrangien les équations du mouvement par les équations d'Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{z}_i} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z_i}, \quad (6.26)$$

on obtient le système d'équation suivant

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) + \ddot{z}_2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) + \ddot{z}_3 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) + \frac{k}{M}z_1 = 0 \\ \ddot{z}_1 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) + \ddot{z}_2 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) + \ddot{z}_3 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) + \frac{k}{M}z_2 = 0 \\ \ddot{z}_1 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) + \ddot{z}_2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) + \ddot{z}_3 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) + \frac{k}{M}z_3 = 0 \end{cases} \quad (6.27)$$

On cherche des solutions de la forme  $z_i = A_i \exp(-j\omega t)$ , en injectant cette supposition dans notre système d'équation, on peut mettre le résultat sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} \frac{k}{M} - \omega^2 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) & -\omega^2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) & -\omega^2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) \\ -\omega^2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) & \frac{k}{M} - \omega^2 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) & -\omega^2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) \\ -\omega^2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) & -\omega^2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right) & \frac{k}{M} - \omega^2 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.28)$$

le problème revient à un problème aux valeurs propres.

On pose  $x = \omega^2$ ,  $x_0 = k/M$ ,  $a = -\left(\frac{1}{9} + \frac{4}{9}I\right)$  et  $b = -\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{9}I\right)$  notre matrice

devient

$$A = \begin{pmatrix} x_0 + ax & bx & bx \\ bx & x_0 + ax & bx \\ bx & bx & x_0 + ax \end{pmatrix}. \quad (6.29)$$

Pour résoudre le problème, il faut que le déterminant soit nul, le déterminant de la matrice vaut  $(x_0 + ax)^3 - 3b^2x^2(x_0 + ax) + 2b^2x^2$ . En remplaçant les valeurs de  $x_0$ ,  $a$  et  $b$  on obtient

$$\det A = \left( \frac{k}{M} - \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) x \right)^3 - 3 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right)^2 x^2 \left( \frac{k}{M} - \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I \right) x \right) + 2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I \right)^2 x^2. \quad (6.30)$$

Ce polynôme se factorise en

$$\det A = \frac{1}{27} \left( 3 \frac{k}{M} - x \right) \left( 3 \frac{k}{M} - 2Ix \right)^2, \quad (6.31)$$

on trouve ainsi les valeurs propres avec  $\det A = 0$  et on trouve

$$\omega_1^2 = 3 \frac{k}{M} \quad \omega_2^2 = \omega_3^2 = \frac{3}{2I} \frac{k}{M}. \quad (6.32)$$

Il est intéressant de mettre ces résultats en fonction de la fréquence de résonance d'un seul ressort. Pour un ressort qui supporte un tiers de la masse  $M$ , la fréquence propre serait  $\omega_0^2 = 3k/M$  les résultats sont donc

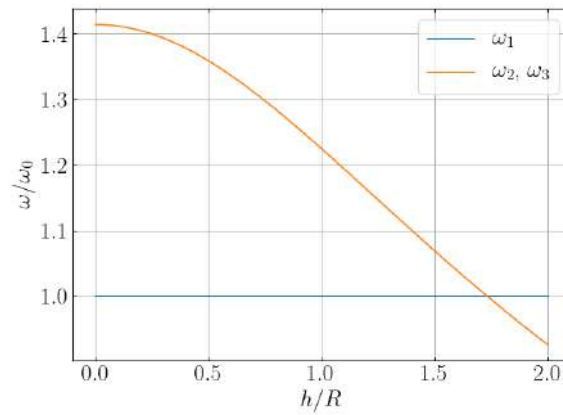
$$\omega_1^2 = \omega_0^2 \quad \omega_2^2 = \omega_3^2 = \frac{\omega_0^2}{2I}. \quad (6.33)$$

Le coefficient  $I$  étant un facteur de forme avec la seule hypothèse que les axes de rotation  $\Delta_\theta$  et  $\Delta_\varphi$  sont équivalents, ce résultat est valable pour une table cylindrique mais aussi carrée, octogonale ... Pour une table cylindrique nous avons  $I = 1/4 + (h/R)^2/12$ , nous pouvons donc tracer la dépendance de  $\omega_2$  en fonction du facteur de forme  $h/R$  dans la Fig. 6.26.

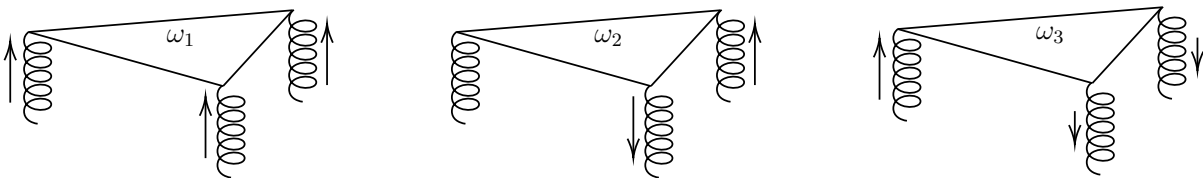
Nous pouvons également calculer les vecteurs pour voir quel mouvement du cylindre correspond à chaque valeur propre. En injectant la valeur  $\omega_1$  dans le système on trouve

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.34)$$

nous avons donc  $2A_1 = A_2 + A_3$ ,  $2A_2 = A_3 + A_1$  et  $2A_3 = A_1 + A_2$  dont on déduit que  $A_2 = A_3$  et  $A_1 = A_3$  donc les trois ressorts se déplacent avec la même amplitudes et la même phase.



**FIGURE 6.26** – Évolution de la pulsation propre normalisée en fonction du facteur de forme de la réhausse cylindrique.



**FIGURE 6.27** – Représentation schématique du mouvement de chaque mode propre, leur pulsation est précisée. Selon les conditions initiales un mouvement sera une combinaison linéaire de ces trois mouvements.

En injectant la valeur  $\omega_2$  dans le système on trouve

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6.35)$$

soit  $A_1 + A_2 + A_3 = 0$ . Comme nous avons uniquement une équation il y a deux vecteurs propres à extraire, une conséquence de la valeur propre dégénérée. En fixant  $A_1 = 0$  on trouve que  $A_2 = -A_3$  soit un mouvement en opposition de phase pour deux des ressorts. Le dernier vecteur propre peut être fixé avec  $A_2$  ou  $A_3$  nul ou avec  $A_2 = A_3$ , alors  $A_1 = -2A_2$  soit un mouvement en opposition de phase des trois pieds. On peut représenter ses mouvements dans la Fig. 6.27.

#### 6.4.2.2 Cas table triangulaire

Le cas d'une table triangulaire est plus proche du travail fait depuis le stage de Yann Thibaut. Dans cette partie on étudie ce cas, les ressorts étant aux sommets du triangle.

Nous devons ainsi ici traiter le cas plus général où  $I_\theta \neq I_\varphi$ . On passe les développements des calculs qui sont essentiellement les mêmes que précédemment. On pose  $I_\theta = MR^2I_1$

et  $I_\varphi = MR^2I_2$ , les équations du mouvement sont alors

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 \left( \frac{1}{9} + \frac{4}{9}I_1 \right) + \ddot{z}_2 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I_1 \right) + \ddot{z}_3 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I_1 \right) + \frac{k}{M}z_1 = 0 \\ \ddot{z}_1 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I_1 \right) + \ddot{z}_2 \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{9}I_1 + \frac{1}{3}I_2 \right) + \ddot{z}_3 \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{9}I_1 - \frac{1}{3}I_2 \right) + \frac{k}{M}z_2 = 0 \\ \ddot{z}_1 \left( \frac{1}{9} - \frac{2}{9}I_1 \right) + \ddot{z}_2 \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{9}I_1 - \frac{1}{3}I_2 \right) + \ddot{z}_3 \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{9}I_1 + \frac{1}{3}I_2 \right) + \frac{k}{M}z_3 = 0 \end{cases}, \quad (6.36)$$

et la matrice à diagonaliser est

$$\begin{pmatrix} 9\frac{k}{M} - \omega^2(1 + 4I_1) & -\omega^2(1 - 2I_1) & -\omega^2(1 - 2I_1) \\ -\omega^2(1 - 2I_1) & 9\frac{k}{M} - \omega^2(1 + I_1 + 3I_2) & -\omega^2(1 + I_1 - 3I_2) \\ -\omega^2(1 - 2I_1) & -\omega^2(1 + I_1 - 3I_2) & 9\frac{k}{M} - \omega^2(1 + I_1 + 3I_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (6.37)$$

On trouve le déterminant comme  $27 \left( 3\frac{k}{M} - \omega^2 \right) \left( 3\frac{k}{M} - 2I_1\omega^2 \right) \left( 3\frac{k}{M} - 2I_2\omega^2 \right)$ , en conséquence les valeurs propres sont

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 \quad \omega_2^2 = \frac{\omega_0^2}{2I_2} \quad \omega_3^2 = \frac{\omega_0^2}{2I_1}, \quad (6.38)$$

et les vecteurs propres sont les même ceux de la Fig. 6.27.

Pour la table triangulaire il faut donc calculer les deux moments d'inertie  $I_\theta$  et  $I_\varphi$ , ceux-ci se calculent comme

$$I_\theta = \int_{z=-h/2}^{h/2} \int_{x=-R}^{R/2} \int_{y=-(x+R)/\sqrt{3}}^{y=(x+R)/\sqrt{3}} (x^2 + z^2) \rho \, dx \, dy \, dz, \quad (6.39)$$

et

$$I_\varphi = \int_{z=-h/2}^{h/2} \int_{x=-R}^{R/2} \int_{y=-(x+R)/\sqrt{3}}^{y=(x+R)/\sqrt{3}} (y^2 + z^2) \rho \, dx \, dy \, dz, \quad (6.40)$$

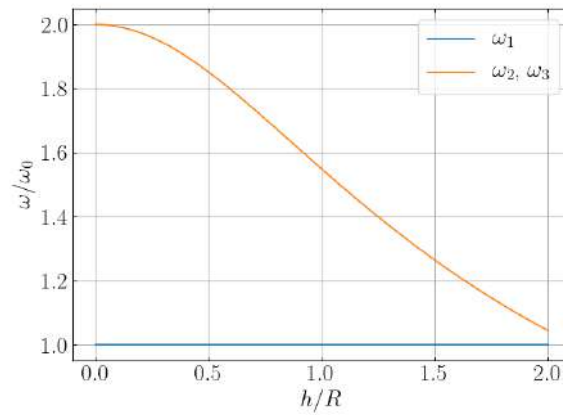
avec  $\rho$  la densité volumique du solide que l'on suppose ici constante donc  $\rho = 4M/(3\sqrt{3}R^2h)$ .

En calculant ces intégrales on trouve en fait que

$$I_\theta = I_\varphi = \frac{MR^2}{8} + \frac{Mh^2}{12}. \quad (6.41)$$

On aurait pu donc se contenter du calcul précédent, on a  $I_1 = I_2 = 1/8 + (h/R)^2/12$ , si on trace la dépendance des valeurs propres avec le facteur de forme  $h/R$  on obtient la Fig. 6.28.





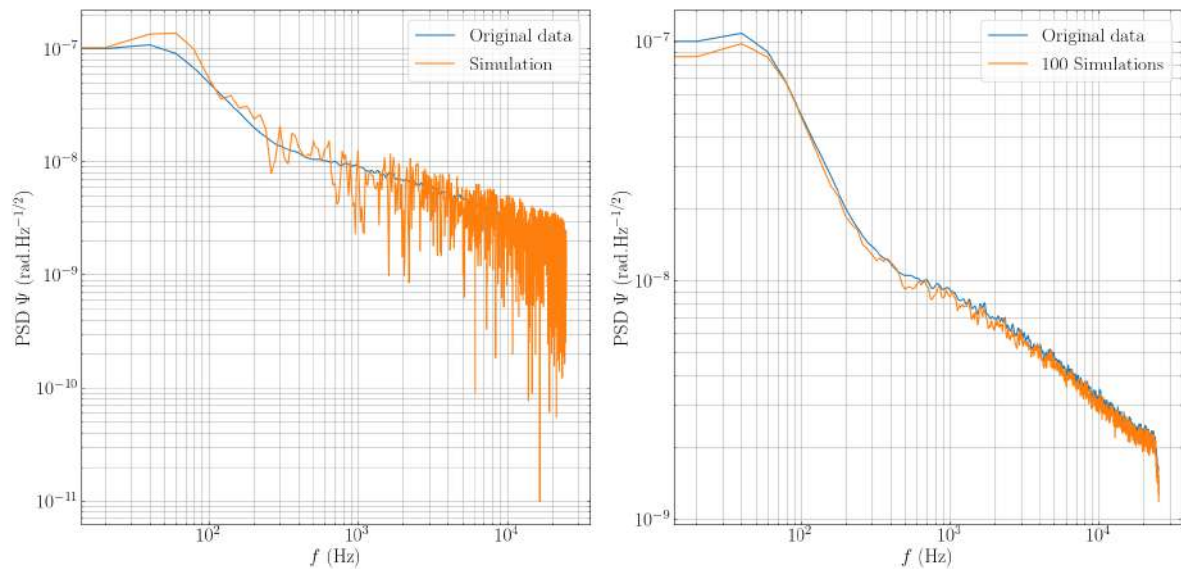
**FIGURE 6.28** – Évolution de la pulsation propre normalisée en fonction du facteur de forme de la réhausse triangulaire.

### 6.4.2.3 Conclusion

Notre analyse permet en partie de mieux comprendre les résonances observées avec la table actuelle. En mesurant la table, on trouve un facteur de forme  $h/R \approx 0.41$ , on s'attend ainsi à un deux pics de fréquence  $f_0$  et  $\approx 1.9 \times f_0$ . Dans les mesures de Yann Thibaut, Fig. 6.22, on trouve bien un pic à  $f_0 = 3.1$  Hz et on s'attend à un pic à  $\approx 5.9$  Hz et on observe un pic proche de fréquence 5.7 Hz. Les trois autres pics observés, de type transverse, ne sont pas prédit par notre calcul. En effet, notre hypothèse de départ de considérer des mouvements de ressort uniquement selon  $z$  par définition prohibe les mouvements dans le plan transverse  $xOy$ . On peut tout de même expliquer chaque pic, les trois modes transverses attendus sont une oscillation le long de l'axe  $x$ , le long de l'axe  $y$  et une rotation autour de l'axe  $z$ . On peut supposer que les oscillations le long des axes  $x$  et  $y$  sont de fréquence proche car les mouvements sont équivalents. Ils correspondraient donc aux pics à 2.2 et 2.5 Hz, laissant le dernier mode à 8.6 Hz pour la rotation autour de l'axe  $z$ .

Pour les mesures réalisées pendant ma thèse, la fréquence du mode que l'on observe, 13 Hz, est cohérent avec notre étude analytique. En effet, avec le même facteur de forme de la table, nous nous attendions à une fréquence de 13.8 Hz. Nous n'observons cependant pas le pic à 7.3 Hz, notre impulsion ne doit donc pas exciter le mode correspondant à cette fréquence.

Notre analyse théorique montre que nous pouvons déplacer la résonance en jouant sur la forme de la table par le biais de son changement de moment d'inertie. Elle montre ainsi que si on fabrique une table cylindrique de même masse et même hauteur, on devrait baisser la fréquence du pic de résonance. Par exemple, si la table était cylindrique, de même masse  $M$ , alors la fréquence serait de 10 Hz au lieu de 13.8 Hz. C'est ce que l'on souhaite dans le but d'utiliser de tels pieds pour isoler la cavité optique. On veut en effet



**FIGURE 6.29** – Densité spectrale de puissance linéarisée en fonction de la fréquence. À gauche comparaison de la DSP d’entrée et celle de sortie, à droite comparaison de la DSP d’entrée et la moyenne de 100 de sortie.

la résonance la plus basse en fréquence possible pour avoir une plus forte atténuation dans la bande passante de notre signal.

Notons que notre hypothèse de calcul est valable uniquement pour les petits mouvements autour des positions d’équilibre. En effet, rigoureusement, si les valeurs des hauteurs ne sont pas égales alors la table suspendue doit se déformer pour garder chaque ressort immobile dans le plan  $xOy$ .

Grâce à notre programme de simulation Monte Carlo, capable de simuler des signaux à partir d’un spectre de fréquence, nous pouvons simuler les signaux que nous aurions une fois la cavité suspendue.

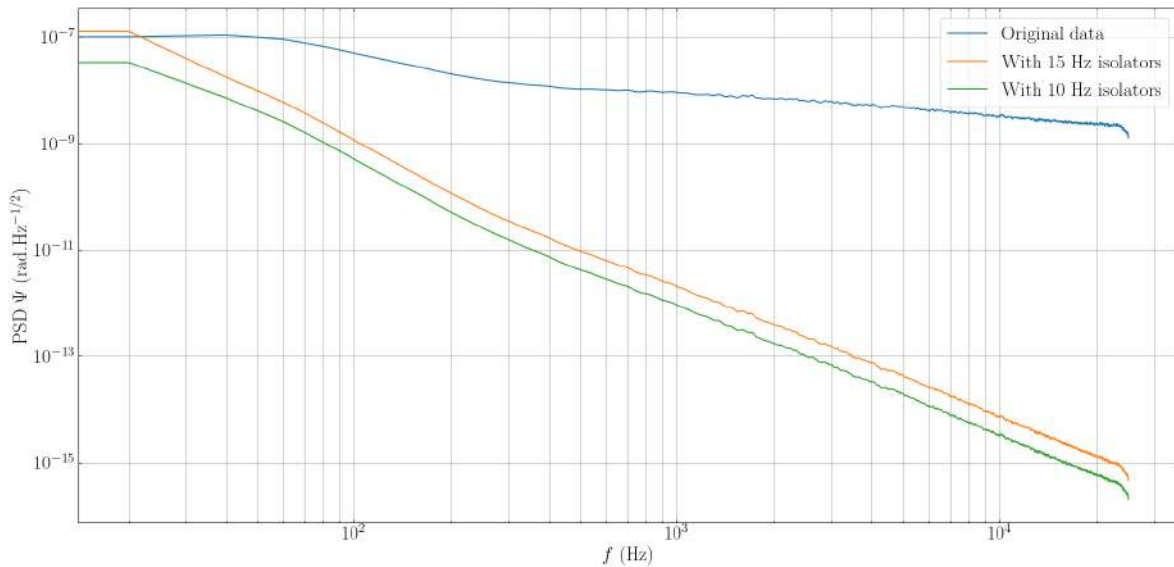
### 6.4.3 Simulation Monte Carlo

Notre approche Monte Carlo reprend celle présentée dans le chapitre 3 et de l’article [159]. Cependant, nous n’utilisons plus la DSP de 2014 mais celle de la nouvelle expérience [162] pour simuler nos signaux. Comme illustrée dans la Fig. 6.29, notre programme est bien capable de générer des signaux présentant la même DSP que celle de l’expérience.

### 6.4.4 Résultats

On fait la simulation pour différentes situations

— La DSP originale de la série de tirs d’avril



**FIGURE 6.30** – Densités spectrales de puissance linéarisée utilisées dans nos simulations en fonction de la fréquence.

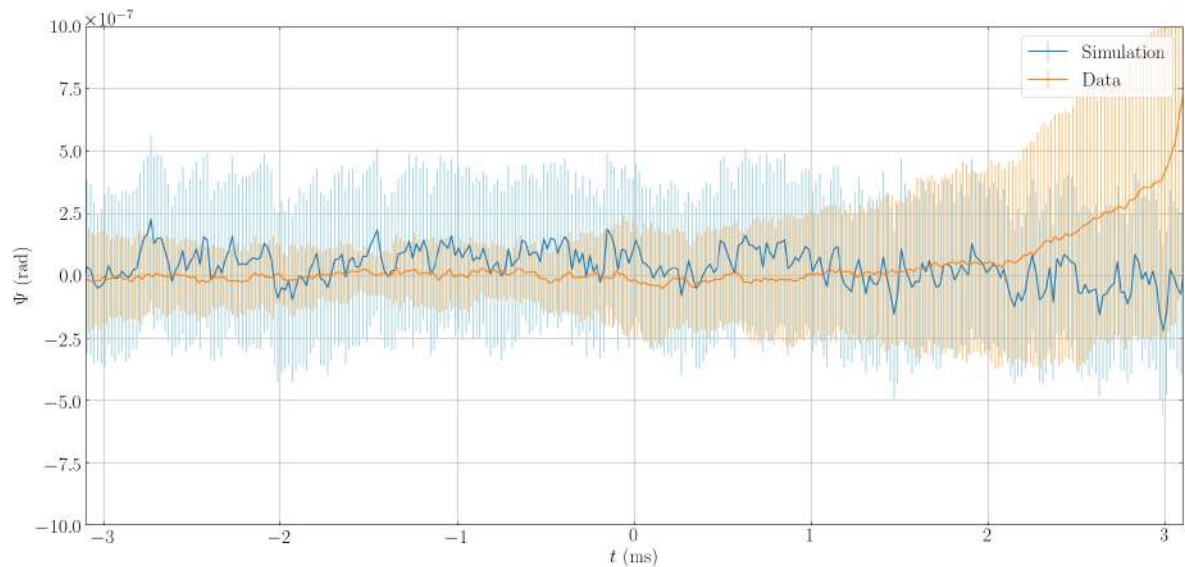
- Cette DSP multipliée par la fonction de transfert d'un résonateur de fréquence 15 Hz
- Le même cas avec une fréquence de 10 Hz

Le premier cas nous servira de référence, le second simule l'effet idéalisé des isolateurs VIB100 que l'on a étudié dans la Fig. 6.24. Le dernier cas est similaire mais en considérant une fréquence de résonance plus basse, cela est justifié par notre calcul analytique qui indique qu'en utilisant une table cylindrique de même dimension on peut baisser la fréquence de résonance. La Fig. 6.30 compare les DSP utilisées dans chaque cas.

Notons qu'en procédant ainsi, on applique l'atténuation de manière indifférente au shot noise et au NEP de la photodiode qui en toute rigueur ne devrait pas être affectés. Ces derniers limitent ici nos DSP à quelques  $10^{-9} \text{ rad}\sqrt{\text{Hz}}$ . Cependant, comme à cause du filtrage de la cavité notre signal se trouve en dessous de la fréquence de coupure de la cavité  $\sim 60 \text{ Hz}$ , cela ne changera donc pas les résultats outre un signal simulé visuellement plus lisse, sans un bruit blanc haute fréquence.

#### 6.4.4.1 Sans isolation

On commence par étudier le cas sans isolateur. On simule 100 signaux et on les analyse comme des impulsions habituelles *i.e.* on prend leur moyenne et on lui associe une erreur égale à la déviation standard divisée par la racine du nombre du signaux. La simulation est dans ce cas plus bruyante que celle observée expérimentalement, voir Fig. 6.31, ce que l'on peut expliquer par le fait que nous avons utilisé la DSP moyenne de toutes les impulsions et que les impulsions de la série 5.5S2 sont peut être parmi les moins bruyantes



**FIGURE 6.31** – L’ellipticité moyenne de 100 simulations en fonction du temps. En bleu le résultat de notre simulation sans isolateurs et en orange la moyenne des 32 tirs de la série 5.5S2 avec son erreur rapportée à 100 tirs. Les erreurs sont présentées avec un facteur d’élargissement  $k = 3$ .

que l’on ait fait. À noter que dans la Fig. 6.31 on ne simule pas l’augmentation des barres d’erreur dû au tir pour les temps  $t > 0$ .

#### 6.4.4.2 Isolateur 15 Hz

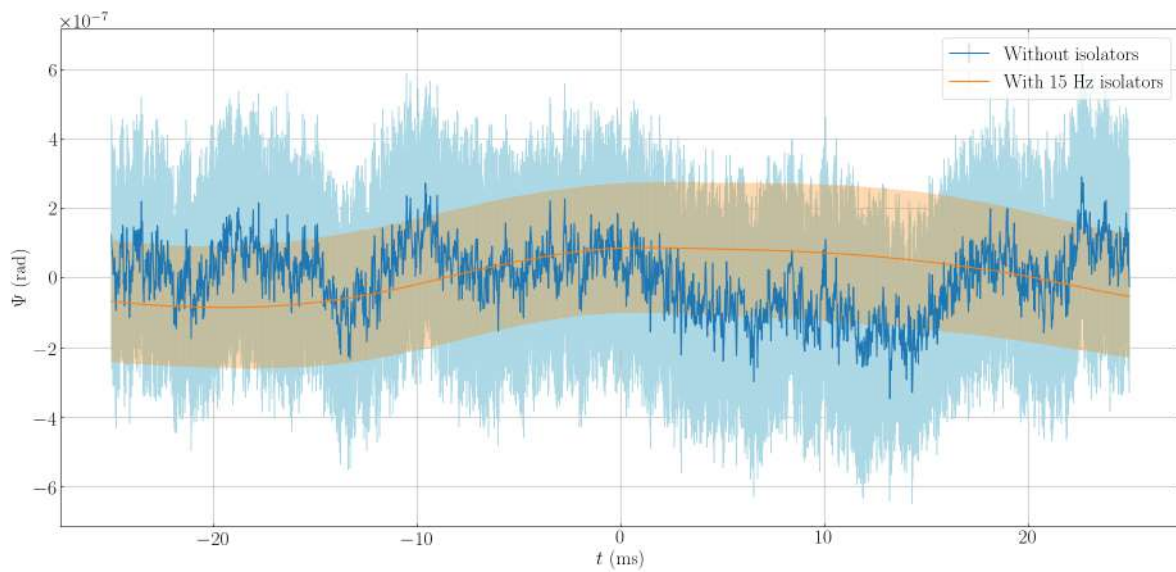
On continue par étudier l’impact des isolateurs de fréquence de résonance de 15 Hz. Simulé de la même façon que précédemment, on peut comparer les cas avec et sans isolation à 15 Hz. Les résultats sont présentés dans la Fig. 6.32.

On voit nettement l’effet des isolateurs. Ceux-ci suppriment effectivement une grande partie des bruits mais il reste une oscillation basse fréquence assez importante. Cette oscillation combinée au fait que les phases sont totalement différentes d’une simulation à l’autre ce qui implique que la dispersion peut être élevée ce qui explique les barres d’erreurs relativement grandes. Cela nous montre l’importance des basses fréquences et nous pousse à plus étudier le cas d’une isolation avec une résonance à 10 Hz qui présentera des oscillations plus basse fréquence.

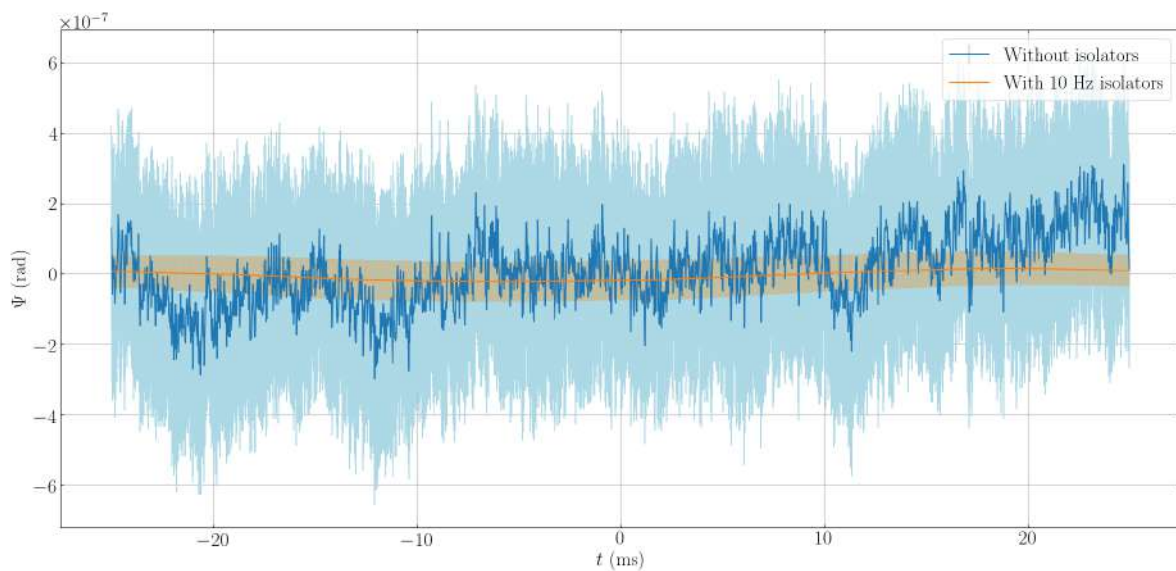
#### 6.4.4.3 Isolateur 10 Hz

Comme montré dans nos calculs analytiques, ce cas semble possible en dessinant une table cylindrique plutôt que triangulaire mais il sera essentiel de vérifier cela expérimentalement. On simule donc les résultats en considérant ce cas dans la Fig. 6.33.

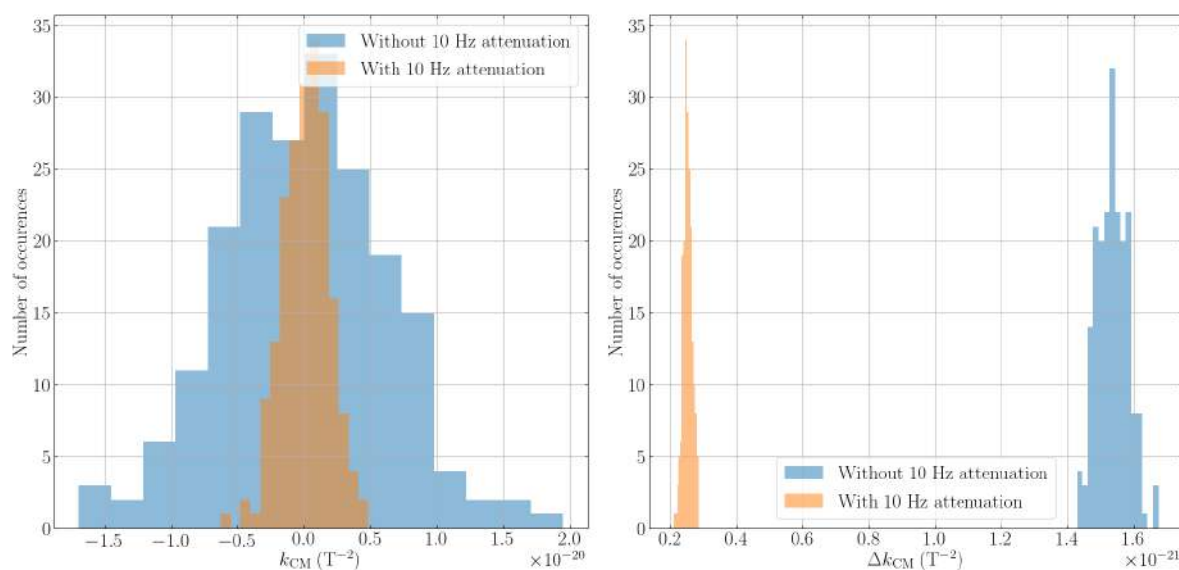
On observe immédiatement un gain d’un facteur 10 sur les barres d’erreurs, augmentant d’autant la sensibilité attendue.



**FIGURE 6.32** – L'ellipticité moyenne de 100 simulations en fonction du temps avec et sans une isolation avec une résonance de 15 Hz. Les erreurs sont présentés avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .



**FIGURE 6.33** – L'ellipticité moyenne de 100 simulations en fonction du temps avec et sans une isolation avec une résonance de 10 Hz. Les erreurs sont présentés avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .



**FIGURE 6.34** – Distribution des résultats des ajustements de 200 générations de la moyenne de 100 signaux avec leurs erreurs. À gauche valeur centrale, à droite erreurs avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .

Cas	$k_{\text{CM}} (\text{T}^{-2})$	$\Delta k_{\text{CM}} (\text{T}^{-2})$
Sans isolation	$(0.003 \pm 2) \times 10^{-20}$	$(15.4 \pm 1.4) \times 10^{-22}$
Avec isolation à 10 Hz	$(0.01 \pm 0.5) \times 10^{-20}$	$(2.5 \pm 0.4) \times 10^{-22}$

**TABLE 6.1** – Résultats des distributions de la Fig. 6.34 des ajustements avec et sans isolateurs, présenté sous la forme  $\mu \pm 3\sigma$ .

### 6.4.5 Gain en sensibilité

Pour mieux quantifier le gain potentiel à mettre une telle isolation dans l'expérience, on peut effectuer un ajustement avec le carré du champ filtré pour donner une valeur de l'effet Cotton-Mouton dû au bruit simulé, c'est-à-dire du bruit optique. On fait des moyenne de 100 signaux simulés et on ajuste ceux-ci avec un champ à 5.5 T, cela nous donne une valeur et son erreur, on répète le processus 200 fois et on regroupe les résultats dans les histogrammes Fig. 6.34. On suppose une finesse  $\mathcal{F} = 500\,000$  et une fréquence de coupure de la cavité de  $\nu_c = 60$  Hz.

On présente les résultats des distributions comme  $\mu \pm 3\sigma$  avec  $\mu$  la valeur moyenne de la distribution et  $\sigma$  sa déviation standard. Ainsi on a une valeur moyenne de la valeur centrale,  $k_{\text{CM}}$ , et sa déviation standard et on a une valeur moyenne de l'erreur de l'ajustement,  $\Delta k_{\text{CM}}$ , et sa déviation standard. Les résultats pour les distributions des valeurs centrales et des erreurs sont rassemblés dans la table 6.1.

On voit aussi bien dans la figure que dans la table que la dispersion de la valeur centrale est un facteur 4 meilleure avec l'isolation a 10 Hz. Pour la dispersion des erreurs ce facteur est aussi de 4. Avec l'isolation la valeur obtenue est aussi plus précise d'un



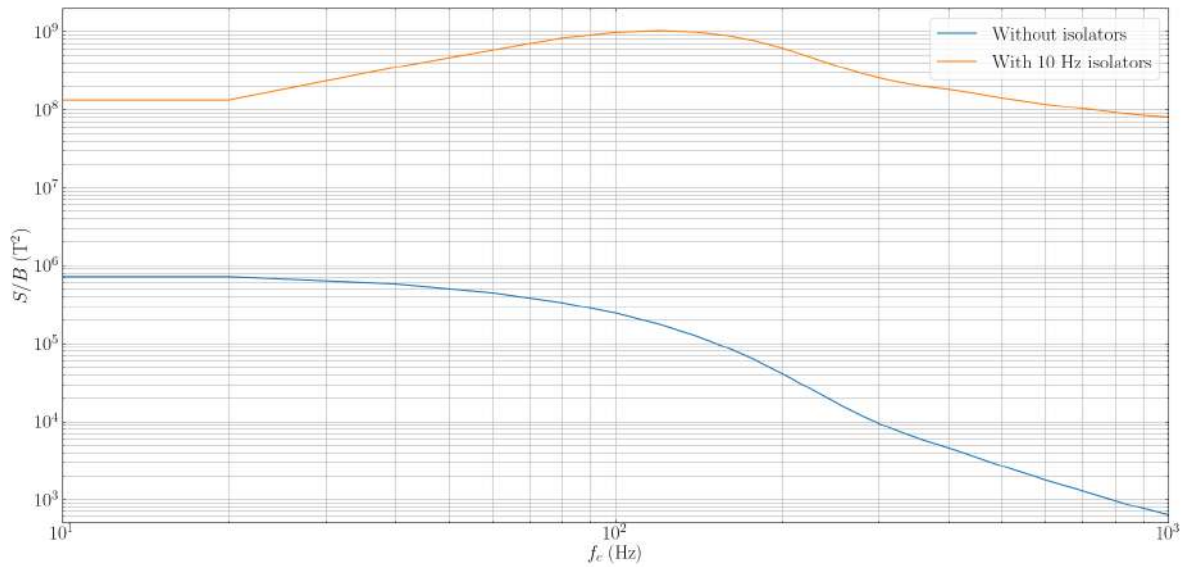


FIGURE 6.35 – Signal sur bruit en fonction de la fréquence de coupure avec et sans isolateurs.

facteur 6.

#### 6.4.6 Filtrage passe-haut

La mise en place des isolateurs a pour effet de ramener du bruit à basse fréquence autour de la résonance en dessous de 20 Hz. Le champ et donc le signal présente des composantes importantes à ces fréquences, on se demande donc si il ne serait pas intéressant de couper ces fréquences de notre analyse.

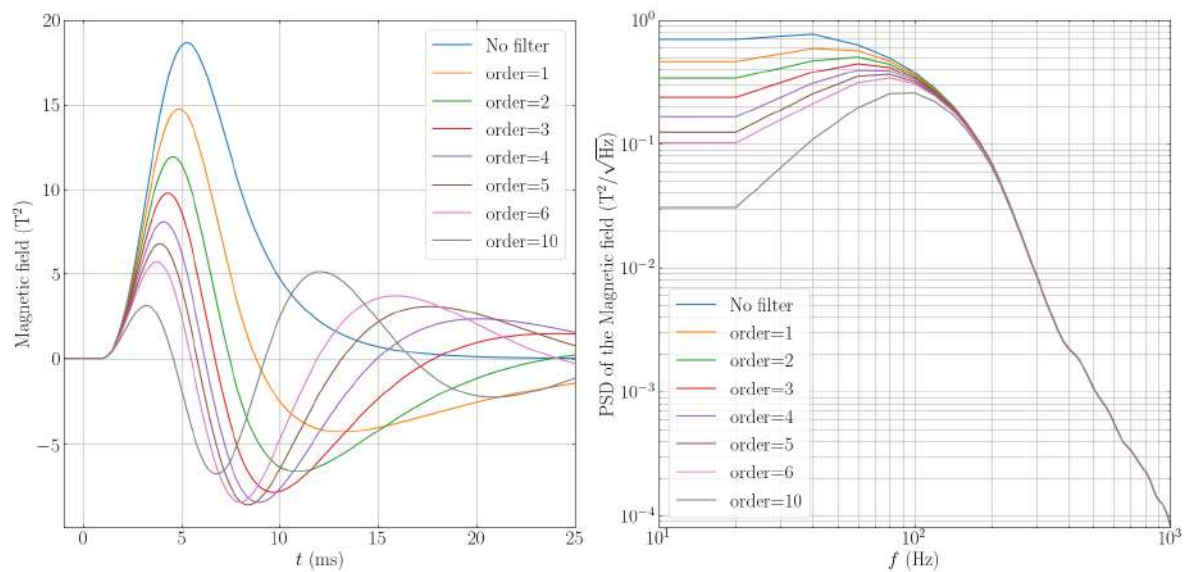
Pour quantifier l'effet de couper les basses fréquences on estime le rapport signal sur bruit comme

$$\frac{S}{B}(\nu_c) = \frac{\int_{\nu_c}^{\infty} DSP_{B_f^2}(\nu) d\nu}{\int_{\nu_c}^{\infty} DSP_{\Psi}(\nu) d\nu}, \quad (6.42)$$

qui estime le rapport des intégrales des DSP du champ et de l'ellipticité sur un domaine qui coupe de plus en plus les basses fréquences. Les résultats avec et sans isolateurs sont présentés dans la Fig. 6.35.

On remarque dans la Fig. 6.35 que dans le cas sans isolateurs on n'a naturellement pas intérêt à couper les basses fréquences comme le rapport  $S/B$  décroît strictement. Dans le cas avec isolateurs ce rapport passe par un maximum à environ 120 Hz avec un rapport signal sur bruit un ordre de grandeur meilleur que sans filtrage, on a donc ici un intérêt clair à couper les basses fréquences.

Pour effectuer un tel filtrage on utilise un filtre passe-haut et pour augmenter son efficacité on utilise un ordre du filtre grand. Pour cela on applique  $N$  fois le même filtre passe-haut, la Fig. 6.36 montre l'effet de l'ordre du filtrage sur le signal dans le domaine temporel et fréquentiel pour une fréquence de coupure de 20 Hz.



**FIGURE 6.36** – Effet d’un filtre passe-haut de fréquence de coupure de 20 Hz sur la forme du signal en fonction du nombre d’itération du filtrage. À gauche évolution temporelle, à droite représentation fréquentielle (DSP).

On remarque que si l’ordre est bas le filtrage n’est pas très important et que si l’ordre est haut on coupe significativement des fréquences plus grande que la fréquence de coupure. Cependant on a vu avec la Fig. 6.35 que le rapport signal sur bruit est avantageux avec des coupes jusqu’à la centaine de Hz un ordre élevé est donc avantageux. On choisit ainsi de travailler avec une fréquence de coupure de 20 Hz, ce qui correspond à la première fréquence non nulle des DSP, et un ordre élevé  $N = 10$ .

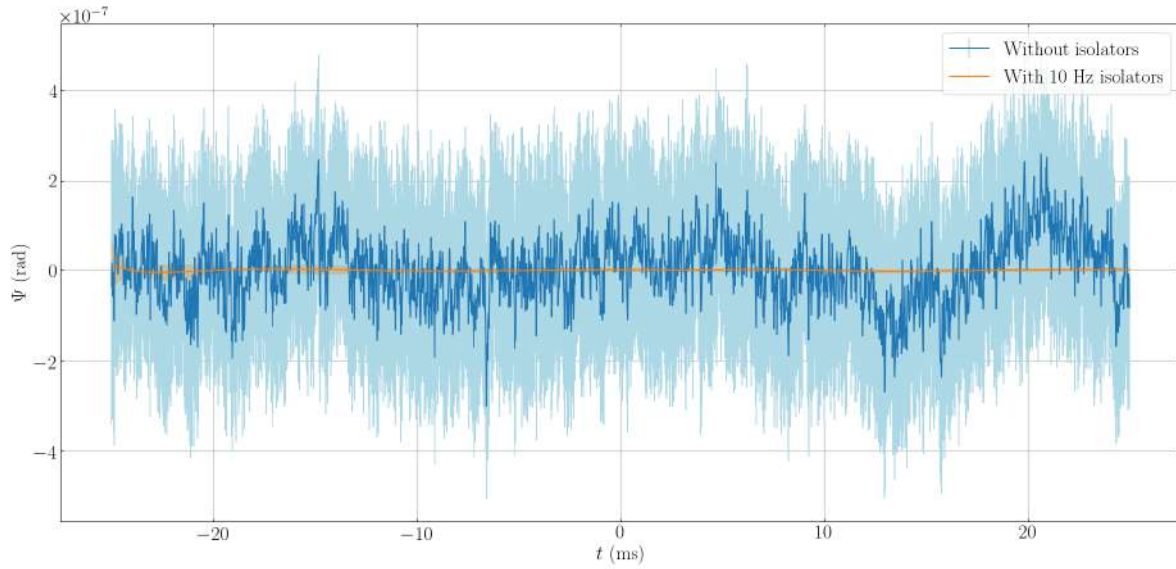
#### 6.4.6.1 Résultats avec filtrage

De la même manière que précédemment on réalise 200 fois un ajustement de la moyenne de 100 simulations mais contrairement au cas précédent on applique notre filtre passe-haut discuté plus haut à chaque simulation avant d’effectuer le moyennage et l’on ajuste avec le champ filtré par le même filtre. On effectue cela avec les isolateurs et sans les isolateurs pour comparaison.

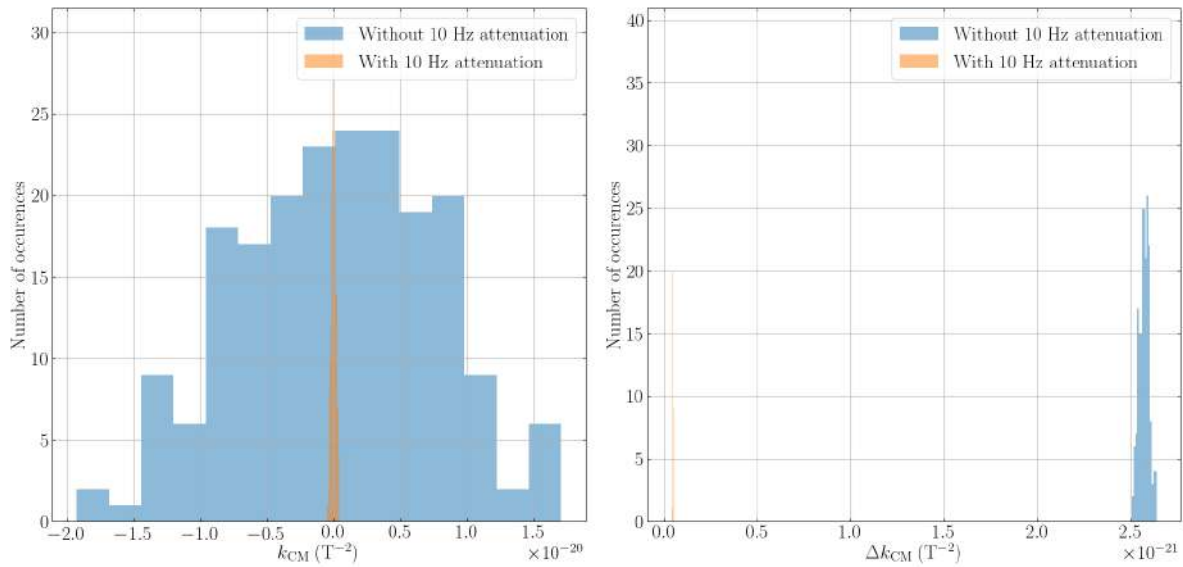
La Fig. 6.37 montre la comparaison des moyennes de 100 simulations filtrées avec et sans isolateurs. Les distributions des résultats des 200 ajustements sont présentées dans la Fig. 6.38 et dans la table 6.2.

Comme attendu le filtrage sur les données sans isolateurs n’a pas eu d’effet sur ses résultats alors que sur ceux avec isolateurs les résultats sont bien meilleurs avec un gain d’un facteur 40 sur la dispersion des valeurs moyennes et 16 sur celle des erreurs par rapport à ceux sans isolation. De plus, le gain en sensibilité des suspensions est d’un facteur 50.





**FIGURE 6.37** – L'ellipticité moyenne de 100 simulations en fonction du temps avec et sans une isolation avec une résonance de 10 Hz. Les simulations sont filtrées par un filtre passe-haut de 20 Hz d'ordre 10 avant moyennage. Les erreurs sont présentés avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ .



**FIGURE 6.38** – Distribution des résultats des ajustements de 200 générations de la moyenne de 100 signaux avec leurs erreurs. À gauche valeur centrale, à droite erreurs avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . Les simulations sont filtrées par un filtre passe-haut de 20 Hz d'ordre 10 avant moyennage.

Cas	$k_{CM} (T^{-2})$	$\Delta k_{CM} (T^{-2})$
Sans isolation	$(0.03 \pm 2) \times 10^{-20}$	$(25.7 \pm 0.8) \times 10^{-22}$
Avec isolation à 10 Hz	$(0.0001 \pm 0.05) \times 10^{-20}$	$(0.5 \pm 0.05) \times 10^{-22}$

**TABLE 6.2** – Résultats des distributions de la Fig. 6.34 des ajustements avec et sans isolateurs, présenté sous la forme  $\mu \pm 3\sigma$ . Les simulations sont filtrées par un filtre passe-haut de 20 Hz d'ordre 10 avant moyennage.

### 6.4.7 Conclusion

Les résultats de cette étude Monte Carlo sont encourageants quand à l'installation d'isolateurs sous la cavité. En effet, si leur effet est celui d'un amortisseur idéal les hautes fréquences sont effectivement supprimées, les basses fréquences cependant sont augmentées. Pour limiter au maximum cette action il faut une fréquence de résonance la plus basse possible. Même si la résonance affecte nos signaux, avec une analyse filtrant ces fréquences nous parvenons à obtenir des sensibilités encourageantes en considérant une situation assez réaliste d'une résonance à 10 Hz. En effet, si on regarde la table 6.2 on voit que pour 100 tirs on aurait donné en moyenne la valeur de  $k_{CM} = (0.1 \pm 5) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$  pour des tirs à 5.5 T, on aurait gagné quadratiquement à monter le champ à 10 T.

Évidemment, ce travail n'est que l'amorce d'une étude très importante que l'équipe devra mener dans les prochaines années car elle semble en premier abord permettre une percée en terme de sensibilité.



# Chapitre 7

## Conclusions

Au cours de cette thèse, nous nous sommes intéressés au comportement de la lumière dans un champ magnétique transverse intense. Pour cela, nous avons utilisé le dispositif expérimental de l'expérience BMV dont le but est de mesurer l'effet Cotton-Mouton du vide prédit dans le cadre de l'électrodynamique quantique.

Après un chapitre introductif dressant le contexte dans lequel l'expérience BMV s'inscrit, le chapitre 2 est consacré à une description exhaustive de l'expérience BMV. La nouvelle version de l'expérience y est détaillée avec notamment de nouvelles chambres à vide améliorant l'isolation de la cavité Fabry-Perot. Nous présentons également une nouvelle bobine de champ magnétique transverse avec un facteur  $B^2 L_B$  20 fois plus élevé que la précédente bobine. Le nouvel aimant ne nécessitant pas de cryogénie pour son fonctionnement, le taux de répétition de l'expérience est également augmenté.

Dans le chapitre 3, nous présentons une étude numérique des données de la première version de l'expérience. Avec une approche Monte Carlo, nous avons avec succès reproduit des données imitant les données réelles observées alors. Grâce à notre modélisation, nous avons pu étudier l'origine des bruits en ellipticité touchant le dispositif expérimental. Nous avons en particulier remarqué l'importance de minimiser la dispersion de la biréfringence statique de la cavité entre chaque impulsion. Nous avons finalement discuté de notre méthode d'analyse des données en présence d'un effet systématique. L'importance de maintenir la cavité le plus longtemps possible pendant une impulsion a été soulignée.

Dans le chapitre 4, en tirant partie de l'aisance d'utilisation de notre nouvel aimant, nous avons réalisé des séries de données pour établir la sensibilité de notre nouveau dispositif. Nous avons trouvé une sensibilité du même ordre de grandeur à celle précédemment rapportée par l'expérience BMV mais avec la disparition du fort effet systématique alors présent. Pour gagner en sensibilité nous avons de nouveau montré l'importance d'avoir l'impulsion de champ magnétique complète. Dans ce but, nous avons cherché à mitiger la perturbation acoustique due à l'impulsion et nous avons tiré une hypothèse quant à son origine.

Dans le chapitre 5, toujours dans l'optique de gagner en sensibilité pour atteindre le niveau nécessaire à la mesure de la biréfringence magnétique du vide, nous avons cherché à diminuer le bruit en ellipticité de notre dispositif. Pour cela, nous avons d'abord installé un nouveau système d'asservissement plus performant. Du point de vue du bruit d'ellipticité, le nouveau système d'asservissement ne l'a pas diminué. Nous avons donc étudié le bruit en ellipticité en fonction de la biréfringence statique de la cavité et nous avons mis en évidence un bruit de biréfringence indépendant de cette dernière limitant la sensibilité. Pour supprimer ce bruit, nous avons considéré la piste de miroir sans biréfringence. Avec un partenaire industriel, nous avons étudié la biréfringence des miroirs de haute réflectivité en fonction du substrat ainsi que du nombre de couche déposé. Pendant cette étude nous

avons atteint un record de finesse pour les cavités de longueur d'onde  $\lambda = 1064$  nm et nous avons mis en évidence une biréfringence des couches déposées.

Dans le chapitre 6, nous exposons d'autres pistes d'amélioration de l'expérience que nous avons explorées. Notamment nous présentons des dispositifs permettant de fixer la biréfringence statique voulue sans avoir à manipuler la cavité Fabry-Perot. Nous présentons également une version plus poussée de la bobine Foil Coil ainsi qu'un tube en verre pour la découpler du reste du dispositif. Enfin, des travaux préliminaires sur une suspension de la cavité sous vide sont présentés.

Avec tout ou partie de ces améliorations, nous pouvons nous attendre à un gain en sensibilité permettant à l'expérience BMV de s'approcher de la prédiction de l'électrodynamique quantique. Nous avons vu qu'en repoussant le temps d'arrivée de la perturbation de  $\sim 3$  ms à  $\sim 8$  ms, soit en dépassant le maximum du champ, le gain en sensibilité est d'un facteur 10. En considérant notre série de 49 impulsions à 5.5 T, la sensibilité passera de  $1.0 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  à  $1.0 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  avec un facteur d'élargissement  $k = 3$ . De plus, avec la nouvelle bobine, pour le même courant la parcourant, le signal sera doublé. En doublant également le courant, en passant de ainsi  $5.5\sqrt{2}$  T à  $11\sqrt{2}$  T, le signal sera multiplié par un facteur 8. La sensibilité attendue est alors  $1.3 \times 10^{-22} \text{ T}^{-2}$ . Effectuer une série de 200 impulsions, représentant environ deux semaines de prise de données, au lieu de 49 devrait diminuer la sensibilité à  $6 \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$ , correspondant au niveau publié par l'équipe PVLAS. Pour atteindre la sensibilité nécessaire pour mesurer la biréfringence magnétique du vide, baisser le bruit de biréfringence des miroirs, que nous avons identifié et mesuré, est nécessaire. Avec les pistes explorées dans ce mémoire de thèse, la fabrication de miroirs sans biréfringence, le compensateur d'ellipticité et la suspension de la cavité, nous pouvons espérer obtenir une réduction du bruit optique du facteur 10 manquant pour atteindre la sensibilité nécessaire à la mesure de la biréfringence magnétique du vide.

Malgré les avancées exposées dans ce travail de thèse, et l'expérience acquise par l'équipe après tant d'années de recherche, force est de constater que la mesure de la biréfringence magnétique du vide reste un défi expérimental. Mais c'est exactement ce dernier point qui rend son entreprise si enrichissante.



# Annexe A

## Calcul de la combinaison de deux lames biréfringentes

Dans cette annexe on calcule l'effet sur l'état de polarisation de la combinaison de deux lames biréfringentes. Dans la base de ses axes neutres, la matrice de Jones d'une lame induisant un déphasage  $\delta_1$  peut s'écrire

$$M = \begin{pmatrix} e^{i\delta_1/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_1/2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Si les axes de celle-ci sont tournés d'un angle  $\theta_1$  par rapport à une base arbitraire alors dans celle-ci la matrice de Jones devient

$$M_1 = R(\theta_1) \begin{pmatrix} e^{i\delta_1/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_1/2} \end{pmatrix} R(-\theta_1) \quad (\text{A.2})$$

avec

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

On a ainsi

$$M_1 = \begin{pmatrix} \cos \frac{\delta_1}{2} + i \cos 2\theta_1 \sin \frac{\delta_1}{2} & i \sin 2\theta_1 \sin \frac{\delta_1}{2} \\ i \sin 2\theta_1 \sin \frac{\delta_1}{2} & \cos \frac{\delta_1}{2} - i \cos 2\theta_1 \sin \frac{\delta_1}{2} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

et dans l'approximation  $\delta_1 \ll 1$  on a

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 & i\frac{\delta_1}{2} \sin 2\theta_1 \\ i\frac{\delta_1}{2} \sin 2\theta_1 & 1 - i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 & i\Gamma_1 \\ i\Gamma_1 & 1 - i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

avec  $\Gamma_1$  l'ellipticité acquise en sortie de lame.

Maintenant, si on considère deux lames de matrice de Jones  $M_1$  et  $M_2$ , la combinaison



de ces deux lames est

$$M_1 M_2 = \begin{pmatrix} ab - \Gamma_1 \Gamma_2 & i\Gamma_1 b + i\Gamma_2 \bar{a} \\ i\Gamma_1 \bar{b} + i\Gamma_2 a & \bar{a}\bar{b} - \Gamma_1 \Gamma_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

avec  $a = 1 + i(\delta_1/2) \cos 2\theta_1$ ,  $b = 1 + i(\delta_2/2) \cos 2\theta_2$  et où l'on a noté  $\bar{a}$  le conjugué complexe de  $a$ . En négligeant les termes d'ordres deux on a

$$M_1 M_2 = \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 + i\frac{\delta_2}{2} \cos 2\theta_2 & i(\Gamma_1 + \Gamma_2) \\ i(\Gamma_1 + \Gamma_2) & 1 - i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 - i\frac{\delta_2}{2} \cos 2\theta_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

La polarisation incidente aux lames est, sans perte de généralité, selon  $\hat{\mathbf{x}}$ , l'état de polarisation après les lames est

$$M_1 M_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + i\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 + i\frac{\delta_2}{2} \cos 2\theta_2 \\ i(\Gamma_1 + \Gamma_2) \end{pmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Le rapport des intensités est ici

$$\frac{P_e}{P_t} = \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2}{1 + \left(\frac{\delta_1}{2} \cos 2\theta_1 + \frac{\delta_2}{2} \cos 2\theta_2\right)^2} \approx (\Gamma_1 + \Gamma_2)^2 \quad (\text{A.9})$$

si on néglige les en  $\delta^4$ .

En conclusion, lorsque les ellipticités induites par des lames à retard sont petites elle s'additionnent.

## Annexe B

# Monte Carlo study of the BMV vacuum linear magnetic birefringence experiment

J. Agil, R. Battesti & C. Rizzo,  
*Eur. Phys. J. D* **75**, 90 (2021).



# Monte Carlo study of the BMV vacuum linear magnetic birefringence experiment

J. Agil<sup>a</sup>, R. Battesti, and C. Rizzo

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-UPS-UGA-INSA), 31400 Toulouse Cedex, France

Received 23 July 2020 / Accepted 11 December 2020 / Published online 8 March 2021  
© The Author(s), under exclusive licence to EDP Sciences, SIF and Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2021

**Abstract.** QED vacuum can be polarized and magnetized by an external electromagnetic field, therefore acting as a birefringent medium. This effect has not yet been measured. In this paper, after having recalled the main facts concerning vacuum magnetic birefringence polarimetry detection method and the related noise sources, we detail our Monte Carlo simulation of a pulsed magnetic field data run. Our Monte Carlo results are optimized to match BMV experiment 2014 data. We show that our Monte Carlo approach can reproduce experimental results giving an important insight into the systematic effects limiting experiment sensitivity.

## 1 Introduction

### 1.1 Scientific motivation

In the framework of quantum electrodynamics (QED), a vacuum magnetic linear birefringence [1] is predicted. This means that, in the presence of an applied magnetic field,  $B_0$ , the index of refraction for light polarized parallel,  $n_{\parallel}$ , and perpendicular,  $n_{\perp}$ , to the field can be written [1]

$$n_{\parallel} = 1 + c_{0,2} \frac{B_0^2}{\mu_0} \quad (1)$$

$$n_{\perp} = 1 + 4c_{2,0} \frac{B_0^2}{\mu_0} \quad (2)$$

with [1]

$$c_{2,0} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5}, \quad c_{0,2} = \frac{14\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5}, \quad (3)$$

where  $\mu_0$  is the vacuum permeability,  $c$  is the speed of light in vacuum,  $m_e$  is the electron mass,  $\alpha$  is the fine-structure constant and  $\hbar$  is the reduced Planck's constant. These expressions come from the contribution of virtual electron-positron pair in vacuum and are valid for  $B_0 \ll B_{cr}$  where  $B_{cr} = m_e^2 c^2 / \hbar e$  is called the QED critical magnetic field.

This vacuum refractive index's dependence on  $B_0^2$  is the signature of the 3<sup>rd</sup> order nonlinear Cotton–Mouton effect [2]. As first suggested in [3], one can therefore define a Cotton–Mouton constant for vacuum,  $k_{CM}$ , that depends on the refractive index anisotropy,  $\Delta n$ , of vacuum

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15\mu_0 m_e^4 c^5} B_0^2 = k_{CM} B_0^2. \quad (4)$$

The QED Cotton–Mouton constant of vacuum is  $k_{CM} \approx 4 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$ . This effect remains yet unmeasured [4].

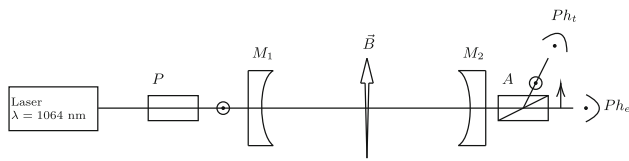
In 1979 Iacopini and Zavattini published a scheme to measure vacuum birefringence as an induced ellipticity,  $\Psi$ , in a laser field polarization as it passes through a vacuum where an external magnetic field is present [5]. Indeed, the ellipticity gained by the light going through the magnetic field region is given by

$$\Psi = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n \sin 2\theta_P, \quad (5)$$

where  $\lambda$  is the wavelength of the laser,  $L_B$  the length of the magnetic field region and  $\theta_P$  the angle between the light polarization and the magnetic field.

Currently, the existing vacuum birefringence polarimetry experiments are *Biréfringence Magnétique du Vide* (BMV; Toulouse, France) [6] and *Observing Vacuum with Laser* (OVAL; Tokyo, Japan) [7]. The BMV [6] and the OVAL [7] experiments are based on the use of pulsed magnets. Today, the best bound,  $k_{CM} = (1.9 \pm 2.7) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$  with a coverage factor [8]  $k = 1$ , has been published by the *Polarizzazione del Vuoto con*

<sup>a</sup> e-mail: [jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr](mailto:jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr) (corresponding author)



**Fig. 1** Simplified diagram of the BMV experiment, where  $P$  is the polarizer,  $A$  is the analyzer,  $M_1$  and  $M_2$  are the cavity mirrors and  $\mathbf{B}$  is the magnetic field

*LASer* collaboration (PVLAS; Ferrara, Italy) [9, 10]. This bound is about an order of magnitude higher than the QED predicted value (see also [4]), and it has been obtained thanks to an acquisition time of a few  $10^6$  s in a  $B_0$  of 2.5 T provided by a permanent rotating magnet.

With improvements in optics, in particular in the field of very energetic laser sources, magnet technology, and interferometric technique, interest in the measurement of vacuum magnetic birefringence (VMB) is ever-increasing [4]. For example, recently, in [11, 12] the observation of VMB of an X-ray beam interacting with a very powerful laser beam has been proposed. Efforts towards a direct measurement are also stimulated by the recent claim of an astronomical measurement of the degree of polarization of light from a neutron star resulting from vacuum birefringence [13, 14]. Moreover, ATLAS and CMS collaborations have reported in 2019 [15, 16] a first observation of photon–photon scattering at very high energy, providing a new successful test of QED in the photon sector [1]. From a more general point of view, let’s note that VMB experiments contribute to particle physics in the realm of dark matter, axion and axion-like particles [4], as well.

In this paper, after having recalled the main facts concerning VMB polarimetry experimental method and the related noise sources, we detail our Monte Carlo simulation of a pulsed magnetic field data run. Our Monte Carlo results are finally optimized to match our 2014 data [6]. We show that our Monte Carlo approach can reproduce experimental results giving an important insight into the systematic effects limiting experiment sensitivity.

### 1.2 Experimental methods

The principle of a polarimetry vacuum birefringence search is illustrated in Fig. 1 following [17]. A laser field is linearly polarized by the polarizer prism  $P$  at an angle of  $\theta_P = 45^\circ$  with respect to the direction of an applied transverse external field,  $\mathbf{B}(t)$  to maximize the effect (see Eq. 5). After the magnet, a second prism  $A$  is used to analyze the polarization state of the outgoing light. The power of the ordinary beam  $P_t$  and of the extraordinary one  $P_e$  is monitored by the photodiodes  $Ph_t$  and  $Ph_e$ . A Fabry–Perot high finesse cavity constituted by the mirrors  $M_1$  and  $M_2$  is used to increase the effect to be measured by trapping the light in the magnetic field region.

The Fabry–Perot cavity increases the effect due to a single pass in the magnetic field region by a factor

$2\mathcal{F}/\pi$  where we have introduced the cavity finesse  $\mathcal{F}$  [18]. This factor can be as high as 500 000 [19] thanks to the progress in mirror fabrication.

The mirrors constituting the Fabry–Perot cavity show also an intrinsic birefringence that has been observed experimentally many times and whose origin is still not well understood [20, 21]. This causes an ellipticity,  $\Gamma$ , that has to be taken into account in the formula giving the ratio between the ordinary and extraordinary powers.  $\Gamma$  can be related to the phase delay induced on the light by a single reflexion on the mirror reflecting layers by the following formula [22]

$$\Gamma = \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \left( \frac{\delta_1}{2} \sin(2(\theta_1 - \theta_P)) + \frac{\delta_2}{2} \sin(2(\theta_2 - \theta_P)) \right), \tag{6}$$

where  $\delta_i$  are the phase delay induced by mirror  $i$  and  $\theta_1, \theta_2$  and  $\theta_P$  the angles giving the orientation of the fast axis of first mirror, of the fast axis of the second mirror and of the light polarization with respect to a given reference system. The cavity birefringence  $\Gamma$  can therefore be adjusted by varying  $\theta_1$  and  $\theta_2$  by rotating the mirrors (see, e.g., [6]).

Taking into account also that polarizers are not ideal and that they show an extinction ratio  $\sigma^2$  (see, e.g., [23]), the power ratio is given by

$$\frac{P_e(t)}{P_t(t)} = \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2 \tag{7}$$

$$\simeq \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t), \tag{8}$$

when  $\Psi(t) \ll \Gamma, \sigma^2$  and  $\Gamma$  are assumed constant in time and any noise contribution is neglected.

A crucial issue for the data analysis is the fact that a Fabry–Perot cavity shows a different dynamical behavior in the ordinary outgoing beam than in extraordinary one.  $P_t$  time response is typical of a first-order low-pass filter,

$$H(\nu) = \frac{1}{1 + i\nu/\nu_c}, \tag{9}$$

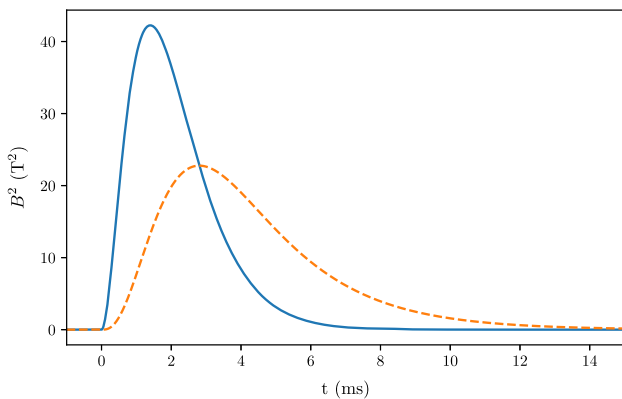
with  $\nu_c = c/4L_c\mathcal{F}$  with  $L_c$  the cavity length. On the other hand, the extraordinary beam reacts differently, as if the cavity had filtered it twice. The cavity transfer function seen by the extraordinary beam is [24]

$$H'(\nu) = \frac{1}{(1 + i\nu/\nu_c)^2}, \tag{10}$$

In order to work out the formula giving  $P_e$  in function of the optical parameters, we introduce the operator  $\hat{C}$  which is associated to the transfer function of the cavity so that  $\hat{C}[f(t)] = \mathcal{F}^{-1}[H(\nu)\mathcal{F}[f(t)]]$  where  $\mathcal{F}$  is the operator associated with the Fourier transform.

$P_e(t)$  has to be written as

$$P_e(t) = \sigma^2 \hat{C}[\eta P_i(t)] + \hat{C} \left[ \hat{C}[\eta P_i(t)] (\Gamma + \Psi(t))^2 \right], \tag{11}$$



**Fig. 2** In full blue line, the square of the modeled magnetic field  $B^2(t)$  and in dashed orange line the  $B^2(t)$  field filtered by a first-order low-pass filter of 74 Hz bandwidth

where  $P_i(t)$  is the light power injected into the cavity,  $\eta$  corresponds to the coupling of the cavity and  $\sigma^2$  is assumed to be constant. Since  $P_t(t) = \hat{C} [\eta P_i(t)]$

$$\Psi(t) = \sqrt{\frac{\hat{C}^{-1} [P_e(t) - \sigma^2 P_t(t)]}{P_t(t)}} - \Gamma. \quad (12)$$

Assuming that the time variation of  $P_t(t)$  can be neglected as well, formula 11 can be simplified as

$$P_e(t) = \sigma^2 P_t + P_t \hat{C} [(\Gamma + \Psi(t))^2], \quad (13)$$

which, when  $\Psi(t) \ll \Gamma$ , gives

$$\frac{P_e(t) - \sigma^2 P_t - \Gamma^2}{2\Gamma} \approx \hat{C} [\Psi(t)] \propto \hat{C} [B(t)^2]. \quad (14)$$

Let's note that neither Eq. 12 nor Eq. 14 has been used in Ref. [6]. We discuss in ‘‘Appendix’’ the implication of that.

Typically, the pulse of the magnetic field can be written as an oscillation strongly damped

$$B(t) \propto \sin(2\pi\nu t)e^{-t/\tau}. \quad (15)$$

In Fig. 2 we show a  $B^2(t)$  pulse that simulates the one of Ref. [6]. The maximum of the field is  $B_{max} = 6.5$  T,  $\nu = 5$  Hz et  $\tau = 1.4$  ms, and to calculate the filtered  $B^2(t)$  we have assumed that the cavity bandwidth is  $\nu_c = 74$  Hz, again like in Ref. [6]. Following Eq. 14 the signal to look for by monitoring  $P_e/P_t$  is proportional to the filtered  $B^2(t)$  shown in Fig. 2. The magnet pulse is obtained by charging a bank of capacitor [4]. For a pulse as the one of Fig. 2, the bank of capacitor is charged with an energy of a few 100 kJ of energy. The pulse also generates, by the energy discharge, sound propagating in air or in the apparatus.

### 1.3 Noise evaluation

For each sample, the signal to be measured  $S_s$  is equal to  $2P_t\Gamma\Psi(t)T_iq/h\nu$  where  $\nu$  is the laser frequency,  $T_i$  is the sampling period and  $q$  is the photodiode quantum efficiency. On the other hand, the shot noise is calculated from the DC component of  $P_e$ ,  $P_{DC} = P_t(\Gamma^2 + \sigma^2)$ , and therefore  $S_n = \sqrt{P_t(\Gamma^2 + \sigma^2)T_iq/h\nu}$ .

We can thus infer, in the ideal case of a shot noise limited experiment, the signal-to-noise ratio is

$$\frac{S_s}{S_n} = \sqrt{\frac{4P_t\Gamma^2\Psi^2(t)}{h\nu(\Gamma^2 + \sigma^2)}}T_iq, \quad (16)$$

and in the case  $\Gamma \gg \sigma$  the sensitivity  $\Psi_s$ , *i.e.*, the ellipticity measurable with one second of total integration time  $T_t = NT_i$  where  $N$  is the number of pulses, with a signal-to-noise ratio of 1 is

$$\Psi_s = \sqrt{\frac{h\nu}{4qP_t}}, \quad (17)$$

as in Ref. [17].

In terms of variation of the refractive index, at the maximum field, taking into account that a Fabry–Perot cavity acts as a low pass filter [17,25], the signal-to-noise ratio can be written as

$$\frac{S_s}{S_n} = \frac{1}{\sqrt{\nu_c^2 + \nu_e^2}} f_f k_{CM} B_{max}^2 \sqrt{\frac{qP_t\nu T_i}{h}}, \quad (18)$$

where the filling factor  $f_f = L_B/L_c$ ,  $\nu_e$  is the effect modulation frequency,  $\nu_c = c/4L_c\mathcal{F}$  is the cavity filter bandwidth and  $B_{max}$  is the maximum of the magnetic field reached during a pulse. In the case of a pulsed magnetic field, the definition of  $\nu_e$  is not straightforward because the  $B(t)$  is not an harmonic function. To apply Eq. 18 to pulsed case, let's assume that for pulsed magnets and for a given cavity bandwidth  $\nu_c$ ,  $\nu_e$  is defined by the equation

$$\max[\hat{C}(B^2(t))] = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\nu_e^2}{\nu_c^2}}} B_{max}^2. \quad (19)$$

In the case of Fig. 2 where  $\nu_c = 74$  Hz, following this definition,  $\nu_e$  is equal to 115 Hz.

In the best case, the total integration time needed to reach a signal-to-noise ratio equal to 1 can be written as

$$T_t \left( \frac{S_s}{S_n} = 1 \right) = \frac{\nu_c^2 + \nu_e^2}{f_f^2 k_{CM}^2 B_{max}^4} \frac{h}{\nu q P_t}. \quad (20)$$

To estimate  $T_t \left( \frac{S_s}{S_n} = 1 \right)$ , let us assume some typical values for the experimental parameters :  $\nu_c = \nu_e = 100$  Hz,  $f_f = 0.1$ ,  $k_{CM} = 4 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$ ,  $B_{max} = 10$  T,

$q = 0.5$ ,  $P_t = 1$  W. The resulting  $T_t \left( \frac{S_s}{S_n} = 1 \right)$  is about 50 s. But experiments as BMV or PVLAS are not shot noise limited. The reasons given to explain this fact are related to mirror birefringence noise caused by mirror position noise [26], mirror temperature-induced noise [27] and/or noise sources proportional to the cavity finesse [10].

In the general case, the expression for the ellipticity noise  $\delta\Psi$  is obtained by  $\delta P$ , the noise associated to the  $P$  power where  $P$  is the most general expression for the power detected by the photodiode at the extinction. This noise is constituted by noise associated to the experimental parameters on which  $P_e$  depends plus  $P_e$  shot noise,  $\delta P_{shot}$ , that we have calculated before plus  $\delta P_o$  which represents any noise whose cause is not explicitly in the  $P_e$  formula. Let's note that for any variable  $v$ , its noise is indicated as  $\delta v$ .

From the expression of the DC component of  $P_e$ , we have

$$\begin{aligned} \delta P_{DC} &= \delta P_t(\sigma^2 + \Gamma^2) + P_t(\delta\sigma^2 + \delta\Gamma^2) \\ &= \delta P_t(\sigma^2 + \Gamma^2) + P_t(\delta\sigma^2 + 2\Gamma\delta\Gamma); \end{aligned} \quad (21)$$

thus, we can derive  $\delta\Psi = \delta P / 2P_t\Gamma$  following the expressions

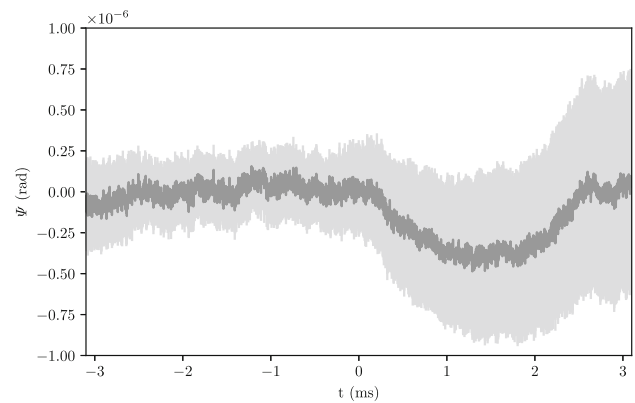
$$\begin{aligned} \delta\Psi &= \frac{\delta P_{DC} + \delta P_{shot} + \delta P_o}{2P_t\Gamma} \\ &= \frac{\delta P_t}{2P_t} \left( \frac{\sigma^2}{\Gamma} + \Gamma \right) + \frac{\delta\sigma^2}{2\Gamma} \\ &\quad + \delta\Gamma + \frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} + \frac{\delta P_o}{2P_t\Gamma}. \end{aligned} \quad (22)$$

The  $\delta P_t$  noise, corresponding here to the power noise after the Fabry–Perot cavity, appears as an ellipticity noise since it beats with all the polarization parameters. Obviously, noise in these optical parameters becomes also of a crucial importance.

## 2 Monte Carlo study

Our Monte Carlo simulation aims to reproduce real data as the one of Ref. [6] to evaluate what are the sources of noise affecting mostly the BMV experiment. Secondly, once we are able to simulate a set of data which mimic the real ones, we want to check our analysis procedures like the 2014 one.

In Fig. 3, taken from Ref. [6], we show the data that we have to reproduce first by our Monte Carlo method. This graph shows ellipticity measured by aver-



**Fig. 3** Time evolution of the ellipticity and its uncertainties with a coverage factor  $k = 3$

aging around 100 pulses. At every instant, from -3.1 ms to +3.1 ms, a mean value and its uncertainty are associated at any time  $t$ . The instant  $t = 0$  corresponds to the beginning of the magnet pulse. Due to the pulse, there are two time domains  $t < 0$  and  $t > 0$  which have to be treated differently.

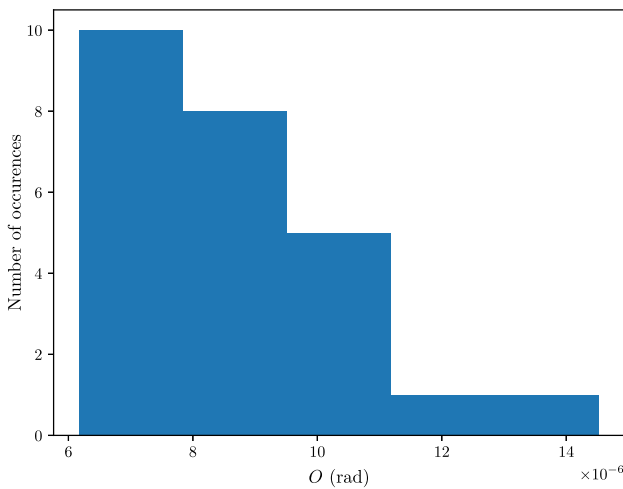
Moreover, let's recall that pulses in Ref. [6] were labeled following the sign of  $\Gamma$  and of  $B(t)$ . The averaging to obtain the final data was done with the following formula

$$\Psi(t) = \frac{1}{4}\Psi_{+,+}(t) + \frac{1}{4}\Psi_{+,-}(t) - \frac{1}{4}\Psi_{-,+}(t) - \frac{1}{4}\Psi_{-,-}(t), \quad (23)$$

where  $\Psi_{\pm,\pm}$  represent the mean of four set of data with different signs of  $\Gamma$  and of  $B(t)$ , the first subscript referring to the sign of  $\Gamma$ , the second of  $B(t)$ . In this equation, we use the fact that  $\Psi$  is odd with respect to the sign of  $\Gamma$  and even to the sign of  $B(t)$ . Thus, to simulate it one has to simulate the four type of raw data  $\Psi_{\pm,\pm}$ . In the following, we therefore generate 25 random signals for any class of  $\Psi_{\pm,\pm}$  and take the mean to get the four signals. The Monte Carlo final data are obtained by Eq. 23.

Another important feature of the 2014 data [6] is that almost half of the pulses has not been used for the final analysis because their distribution of  $\Psi(t)$  values for  $t < 0$  were not Gaussian. This was considered by the authors of Ref. [6] as an indication of some extra noise affecting the data even before the magnetic pulse.

Our Monte Carlo data depend on some random variable whose interval of variation has to be optimized by comparing it with the target experimental data discussed before. The ideal goal is that, at any instant  $t_i$  Monte Carlo average value  $\Psi(t_i)_{MC}$  and its uncertainty  $\sigma(t_i)_{MC}$  equalize the corresponding  $\Psi(t_i)_{exp}$  and  $\sigma(t_i)_{exp}$  given by the target experiment. To optimize the Monte Carlo parameters, we minimize the following quantity  $O$



**Fig. 4** Histogram of the  $O$  values for the point  $t_a = 0.14$  ms of Fig. 8a)

$$O = \sqrt{\frac{\sum_i [(\Psi(t_i)_{MC} + \sigma(t_i)_{MC}) - (\Psi(t_i)_{exp} + \sigma(t_i)_{exp})]^2 + \sum_i [(\Psi(t_i)_{MC} - \sigma(t_i)_{MC}) - (\Psi(t_i)_{exp} - \sigma(t_i)_{exp})]^2}{2}} \tag{24}$$

The way we write our optimization parameter  $O$  corresponds to perform two least square fit at a time, one on the up values of the experimental data with their uncertainties and one on the bottom ones. Developing Eq. 24, one obtains a more simple expression

$$O = \sqrt{\sum_i [(\Psi(t_i)_{MC} - \Psi(t_i)_{exp})^2 + (\sigma(t_i)_{MC} - \sigma(t_i)_{exp})^2]}$$

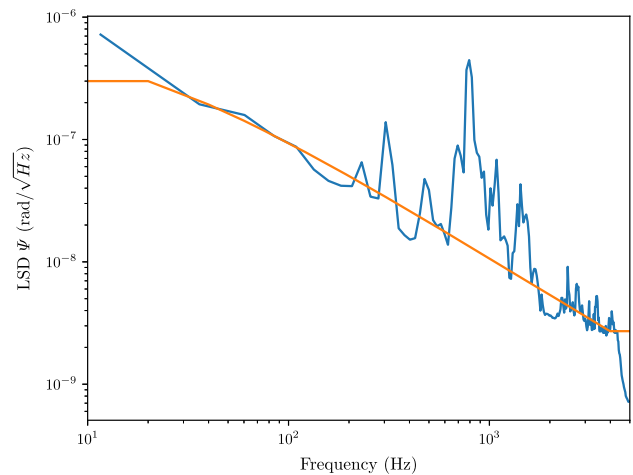
which is equivalent to fit separately at any instant  $t_i$  the average value  $\Psi(t_i)_{exp}$  and the uncertainty  $\sigma(t_i)_{exp}$ .

Our optimization procedure has also to take into account that for any fixed set of parameters, like the ranges of random variables, the  $O$  parameter also shows a random distribution. In the following, for any set of parameters we simulate 25 experiments and we give the minimum value  $O_{min}$ . As we are near this minimum, the distribution of the  $O$  values cannot be Gaussian as shown in Fig. 4. To characterize the extent of the  $O$  values, we define a quantity  $\Delta O$ , the interval of variation of  $O$ , obtained as

$$\Delta O = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} (O_l - O_{min})^2}, \tag{25}$$

where  $N$  is number of  $O_l$  value.

The optimized value of a free parameter is the one that gives the smallest  $O_{min}$  with a  $\Delta O$  associated that is also as small as possible.



**Fig. 5** Linearized power spectral density of the ellipticity without a magnetic shot as given in [6] averaged to have a spectral resolution of about 20 Hz and its modeling

### 2.1 Data simulation for $t < 0$

To reproduce data unperturbed by the magnetic pulse, we have to inject in our Monte Carlo simulation an expression for the  $\delta\Psi$  noise. In Fig. 5 we show the linearized power spectral density (LSD)  $\beta(\nu)$  that we have used and that is represented by the function

$$\beta(\nu) = \begin{cases} Aa/(a + \nu) & \text{if } \nu \leq \nu_0 \\ Aa/(a + \nu_0) & \text{if } \nu > \nu_0 \end{cases}, \tag{26}$$

where

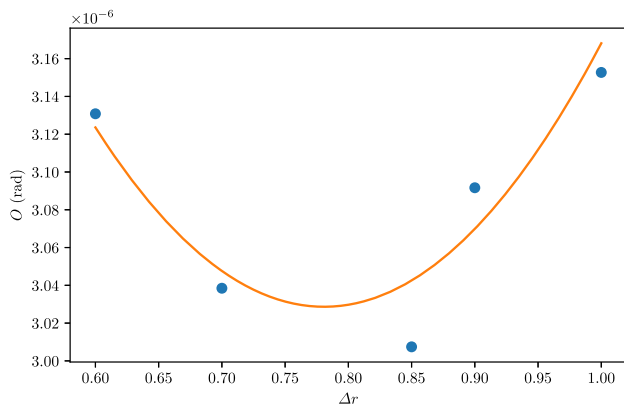
$$A = \beta(\nu_1) \frac{\nu_0 - \nu_1}{\nu_0 - \nu_1 \frac{\beta(\nu_1)}{\beta(\nu_0)}},$$

$$a = \nu_0 \frac{\beta(\nu_0)}{A - \beta(\nu_0)}, \tag{27}$$

and  $\nu_1 = 20$  Hz,  $\nu_0 = 4000$  Hz,  $\beta(\nu_1) = 3 \times 10^{-7}$  rad/Hz<sup>1/2</sup> et  $\beta(\nu_0) = 2.7 \times 10^{-9}$  rad/Hz<sup>1/2</sup>. The corresponding LSD is compared in Fig. 5 to the experimental LSD reported in Ref. [6], to show mechanical resonances of the 2014 apparatus, averaged to have the same spectral resolution of about 20 Hz.

According to [29], to generate a signal  $N(t)$  in the time domain using a LSD we need to randomize the phase as well as the amplitude of each frequency; this is done as follows





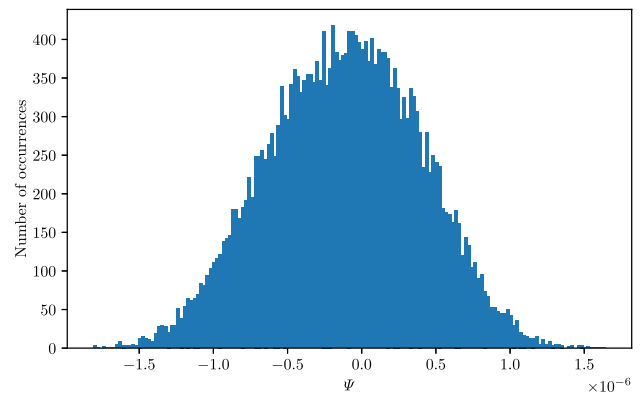
**Fig. 6** Optimization parameter  $O$  as a function of the  $\Delta r$  parameter. A fit by a quadratic function gives a minimum of  $\Delta r_{min} = 0.78$

$$N(t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} r \times \sqrt{df} \beta(\nu_n) \cos(2\pi\nu_n t + \varphi_n), \quad (28)$$

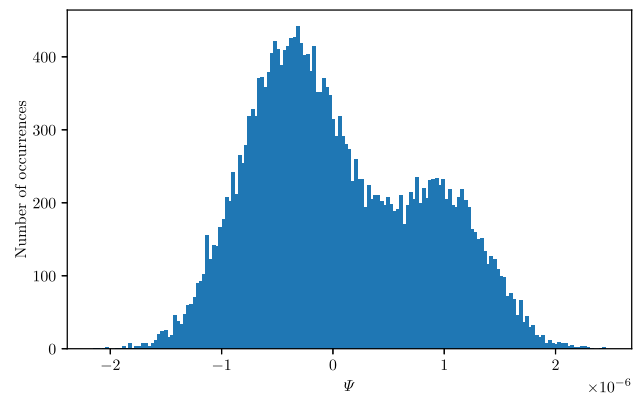
where the phase  $\varphi_n$  is a random variable taken uniformly in the interval  $[-\pi, \pi]$ ,  $r$  is also a uniformly distributed random variable in the interval  $[1, 1 + \Delta r[$  and  $n_{max}$  determine the maximum frequency  $\nu_{max} = 200$  kHz of the sum that is chosen to save computing time. We have to introduce the  $r$  random variable because between each pulses, experimentalists adjust optics obtaining every time a value of  $\Gamma$  which is slightly different (see Eq. 6). There is no reason that this variable has to follow a Gaussian distribution so we assume that it is uniformly distributed. This is the main difference between this work and this of [29] where the amplitude follow a Gaussian distributions. As shown in Eq. 22, noise changes as a function of  $\Gamma$ . When  $\delta P_t$  noise dominates, the overall noise increases when  $\Gamma$  increases.

The value of  $\Delta r$  has been optimized by calculating for a few value of  $\Delta r$  and  $O_{min}$  and the corresponding  $\Delta O$  calculated with Eq. 25. We then perform a least square fit with a quadratic function to determine the position of the minimum. For each point we use  $\Delta O$  as the weight for the fit. We obtain the value  $\Delta r = 0.78$ . In Fig. 6 we show the values of  $O$  as a function of  $\Delta r$  obtained thanks to our Monte Carlo simulation.

Our simulation can also be used to test  $\Psi(t)$  distribution for  $t < 0$  of each simulated pulse. In Fig. 7a and b we show some Monte Carlo results simulating those presented in Fig. 5 of [6], indicating that we are able to reproduce the feature of experimental 2014 data without adding any other noise mechanism than a LSD showing that there were no extra noise before the shot. In principle, the rejected experimental data could have been taken into account in [6]. Thus, in our simulation we will not put aside data not presenting a Gaussian distribution for  $t < 0$  as it was done in 2014.



**(a)**



**(b)**

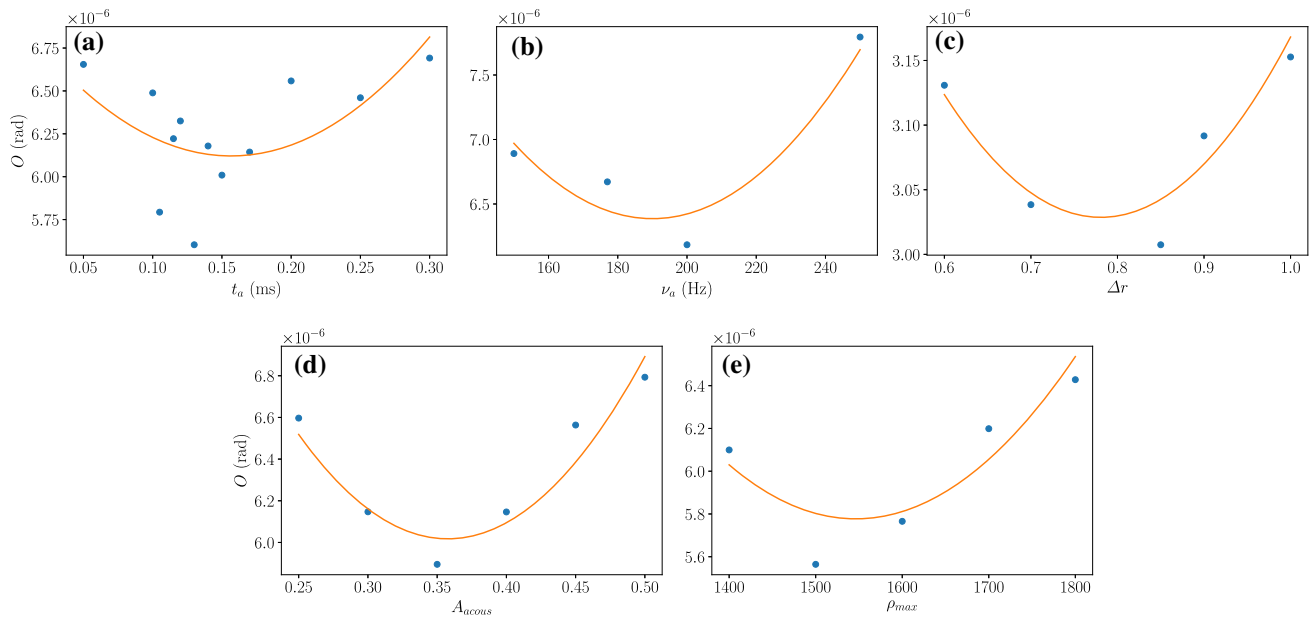
**Fig. 7** Typical histogram of  $\Psi(t)$  before the magnetic pulse. **(a)** Shot respecting a Gaussian distribution. **(b)** Shot not showing a Gaussian distribution. These results are to be compared with Fig. 5 of [6]

### 2.2 Data simulation for $t > 0$

For  $t > 0$ , 2014 data set, Fig. 3 shows a complex structure that we can summarize as a sinusoidal time variation with an associated ever increasing error bar. The Monte Carlo random function becomes more complex as well. After testing several formulas for  $N(t > 0)$ , *i.e.*, several different noise contributions, whose Monte Carlo result was so far from target data that they were not worth an optimization of their free parameters, we have hold the following expression as the more appropriate one

$$N(t) = \sum_{n=1}^{n_{max}} [r + \rho(t - t_a)] \sqrt{df} \beta(\nu_n) \cos(2\pi\nu_n t + \varphi_n) - A \sin(2\pi\nu_a(t - t_a)), \quad (29)$$





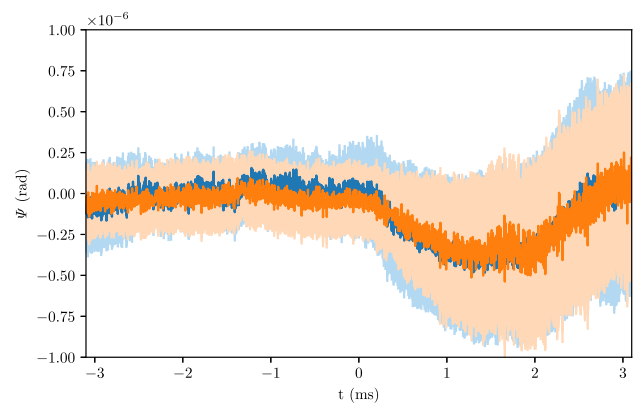
**Fig. 8** Optimization parameter  $O$  as a function of the Monte Carlo parameters, a least square fit by a quadratic function is performed to find the optimum. (a)  $t_{a_{min}} = 0.157$  ms (b)  $\nu_{a_{min}} = 190$  Hz (c)  $r_{acous_{min}} = 3.22$  (d)  $A_{acous_{min}} = -0.36 \times 10^{-6}$  (e)  $\rho_{max_{min}} = 1550$

where the amplitude of each frequency increases linearly from the value before the magnetic shot, starting at  $t = t_a$  with slope  $\rho$  which is a random variable in the interval  $[0, \rho_{max}]$ . We also add a sinusoidal oscillation of frequency  $\nu_a$  and of random amplitude  $A$  in the interval  $[A_{acous}(1 - r_{acous}), A_{acous}(1 + r_{acous})]$  also starting at  $t = t_a$ . For  $t < t_a$ , we have that  $A = 0$  and  $\rho = 0$ . The physical meaning of Eq. 29 is that the acoustic perturbation generated by the pulse discharge arrives at a time  $t_a$  and it can be represented by a periodic function of frequency  $\nu_a$ . It induces an increase of the noise level through the LSD that we approximate with a linear dependence on time.

We proceed with the optimization of the free parameters  $\rho_{max}$ ,  $A_{acous}$ ,  $r_{acous}$ ,  $\nu_a$  and  $t_a$ . We start from some initial guesses for the parameters, and we optimize them starting from the most impacting effect: first  $t_a$  next  $\nu_a$  then  $r_{acous}$ ,  $A_{acous}$  and finally  $\rho_{max}$ . For each parameter, we calculate a few of  $O$  data point and perform a fit by a quadratic function to determine a minimum. For each data point we use its  $\Delta O$  as a weight for the fit. The results are regrouped in Fig. 8.

Once we optimized all of our parameters, we performed a second iteration of 25 computation with the optimized parameters and we saved the one with the lowest value of  $O$ . We can then compare the ellipticity obtained with the experimental data as shown in Fig. 9.

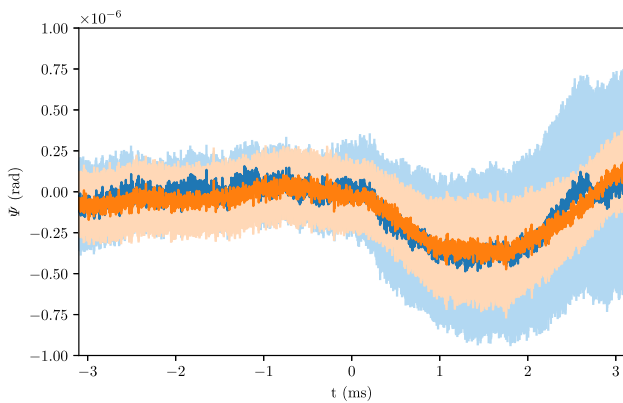
To show that systematic effects that we have introduced are necessary, we show in Fig. 10 a result without the random linear increase of noise with time, that is to say  $\rho_{max} = 0$ . We clearly observe that the uncertainties doesn't match with the experimental one.



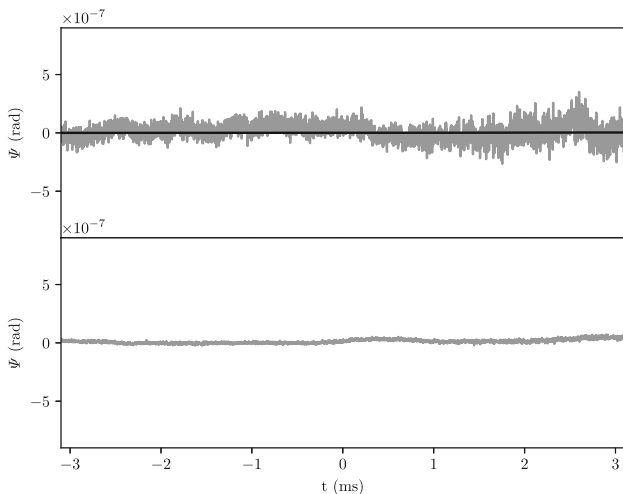
**Fig. 9** Monte Carlo ellipticity in function of time. In blue, experimental data from [6] and its uncertainties with a coverage factor  $k = 3$ . In orange, simulation presenting the minimal  $O$  parameter with optimized Monte Carlo parameters and its uncertainties with a coverage factor  $k = 3$

### 2.3 Analysis

Once we have a set of optimized parameters and a Monte Carlo method mimicking real data, we can use this machinery to improve data analysis. Since nothing in our simulation depends on  $B^2(t)$ , we are sure that the signal isn't being simulated as well. Actually we have simulated only noise sources affecting the experimental data; we therefore subtract from the experimental data the result of our simulation and then estimate the Cotton–Mouton constant of vacuum by performing a fit with  $B_f^2(t)$ . We obtain a Cotton–Mouton constant  $k_{CM} = (-1.2 \pm 2.1) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  with a coverage fac-



**Fig. 10** Ellipticity in function of time. In blue, experimental data from [6] and its uncertainties with a coverage factor  $k = 3$ . In orange, example of simulation without a random linear increase of the noise level and its uncertainties with a coverage factor  $k = 3$

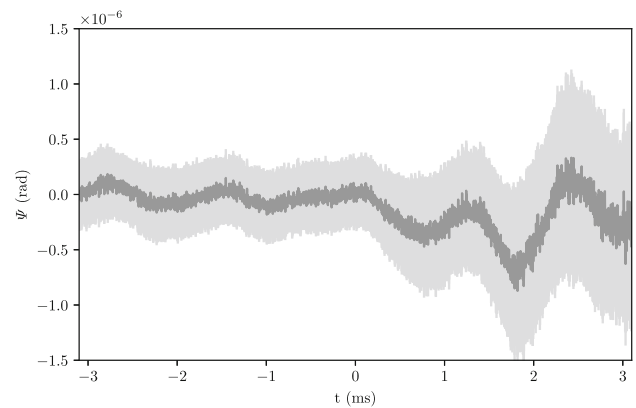


**Fig. 11** Above: ellipticity obtained by subtracting from the experimental data our Monte Carlo result with superimposed a least square fit of the Cotton–Mouton effect giving the value  $k_{CM} = (-1.2 \pm 2.1) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  with a coverage factor  $k = 3$ . Below: uncertainties obtained by subtracting from the experimental uncertainties our Monte Carlo ones

for  $k = 3$  (see Fig. 11). We recall that in Ref. [6] the reported Cotton–Mouton constant obtained through a fit of the residuals of the fit of the systematic effect was  $k_{CM} = (5.1 \pm 6.2) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  with a coverage factor  $k = 3$ . We observe that using our Monte Carlo we obtain a value that is more accurate since the value is compatible with zero with a coverage factor  $k = 2$  instead of 3 and more precise since the uncertainties goes from  $6.2 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  to  $1.2 \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ .

### 2.4 Refinement

In the previous simulation, we use the LSD given by Eq. 26 shown in Fig. 5. In this paragraph we will use the full spectrum reported in [6] always shown in Fig. 5.



**Fig. 12** Time evolution of the ellipticity and its uncertainties with a coverage factor  $k = 3$  obtained using the PSD given in [6]. We observe an oscillation of frequency 800 Hz

We simulate data using the same parameters as before, we obtain the result Fig. 12. It presents a oscillation at 800 Hz that corresponds to the highest peak of Fig. 5. If we perform the same analysis as before, we obtain a value for the Cotton–Mouton constant of vacuum of  $k_{CM} = (-2.6 \pm 7.5) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$  with a coverage factor  $k = 3$ . This value is compatible with the precedent results. However, the oscillation at 800 Hz is not observed in the experimental data reported in [6] (see also Fig. 3 of this paper), which means that the LSD in Fig. 6 of [6] doesn’t seem to have been a typical one, corroborating our previous choice to use of LSD to simulate 2014 data.

## 3 Conclusion

In this paper, we present how to generate a data set mimicking true experimental data thanks to a LSD noise spectrum with a Monte Carlo approach. We also introduce a parameter close to least square method one to optimize the central value of the simulation as well as the uncertainties. This approach is very general concerning all optical experiments where a noise spectrum is known. In order to exemplify the method, we apply it to BMV data. We started from the background noise and to match Monte Carlo and real data we added different noise sources: dispersion of birefringence of the Fabry–Perot cavity between experimental magnetic pulses, a random linear increase of the spectral noise caused by acoustic effects and acoustic systematic effect due to the magnetic pulse, which are a confirmation of what we have reported in [28]. Thanks to this study, we are able to point out the different sources of our experimental noise and thus we can work for their cancellation. Moreover, by simulating some experimental data, we were able to subtract systematic effects and recover the expected effect with a slightly more accurate and precise value than with more traditional analysis methods reported in 2014. This confirms that the BMV sensitivity of 2014 was essentially limited by acoustic noise.

On the other hand, our simulation indicates that before the magnetic pulses the values taken by the ellipticity have not to be normally distributed and this cannot be a criterion to exclude data from the analysis.

**Acknowledgements** This research has been partially supported by ANR (Grant No. ANR-14-CE32-0006). We thank all the members of the BMV collaboration. We specially thank M. Hartman and A. Charry and all the authors of [6].

### Author contributions

All the authors were involved in the preparation of the manuscript. All the authors have read and approved the final manuscript.

**Data Availability Statement** This manuscript has no associated data or the data will not be deposited. [Authors' comment: Any data can be obtained directly from the corresponding author.]

### Appendix: discussion on the intensity ratio formula

The formula used in 2014 to determine the ellipticity from the intensities is in our notation

$$P_e(t) = \hat{C}[P_t(t)] \left( \sigma^2 + (\Gamma + \hat{C}[\Psi(t)])^2 \right), \quad (30)$$

in this ‘‘Appendix’’ we will show that the error performed from the exact expression Eq. 11 is negligible. We recall that we have defined the operator  $\hat{C}$  associated to the cavity transfer function  $H(\nu)$  with a cutoff frequency  $\nu_c$  so that  $\Psi_f(t) = \hat{C}[\Psi(t)] = \mathcal{F}^{-1}[H(\nu)\mathcal{F}[\Psi(t)]]$  where  $\mathcal{F}$  is the operator of the Fourier transform.

We consider that the ordinary intensity shows a small modulation around a DC value as  $P_t(t) = P_t^{DC} (1 + \beta \cos \omega t)$  with  $\beta \ll 1$ . To simplify we will also consider that the magnetic field is oscillating as  $B(t) = A \cos \omega_B t$ ; therefore, the ellipticity  $\Psi(t)$  can be written as

$$\begin{aligned} \Psi(t) &= \alpha B^2(t) = \frac{\alpha A}{2} (1 + \cos 2\omega_B t) \\ &= \Psi^{DC} (1 + \cos 2\omega_B t). \end{aligned} \quad (31)$$

We calculate  $P_e(t)$  using Eq. 11 taking the case  $\Psi(t) \ll \Gamma$  so

$$P_e(t) \simeq \sigma^2 P_t(t) + \hat{C} (P_t(t)[\Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t)]); \quad (32)$$

injecting our expressions for  $P_t(t)$  and  $\Psi(t)$ , we obtain

$$\begin{aligned} P_e(t) &= \sigma^2 P_t(t) + \hat{C} \left( P_t^{DC} (\Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t)) \right) \\ &\quad + \hat{C} \left( P_t^{DC} \beta \cos \omega t (\Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t)) \right) \\ &= \sigma^2 P_t(t) + P_t^{DC} \Gamma^2 + 2\Gamma P_t^{DC} \Psi_f(t) \\ &\quad + P_t^{DC} \Gamma^2 \beta \hat{C} (\cos \omega t) + 2\Gamma P_t^{DC} \beta \hat{C} (\Psi(t) \cos \omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sigma^2 P_t^{DC} + \sigma^2 P_t^{DC} \beta \cos \omega t + P_t^{DC} \Gamma^2 + 2\Gamma P_t^{DC} \Psi_f(t) \\ &\quad + P_t^{DC} \Gamma^2 \beta \hat{C} (\cos \omega t) + 2\Gamma P_t^{DC} \beta \Psi^{DC} \hat{C} (\cos \omega t) \\ &\quad + 2\Gamma P_t^{DC} \beta \Psi^{DC} \hat{C} (\cos \omega t \cos 2\omega_B t). \end{aligned} \quad (33)$$

In order to calculate the ellipticity  $\Psi^{2014}(t)$  of 2014, we have to determine the inverse of  $P_{t,f}(t) = \hat{C} (P_t(t))$

$$\frac{1}{P_{t,f}(t)} = \frac{1}{P_t^{DC} (1 + \beta C (\cos \omega t))} \simeq \frac{1}{P_t^{DC}} (1 - \beta C (\cos \omega t)),$$

because  $\beta \ll 1$ . We calculate the ratio  $P_e(t)/P_{t,f}(t)$ , neglecting of terms in  $\beta^2$

$$\begin{aligned} \frac{P_e(t)}{P_{t,f}(t)} &\simeq \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi_f(t) + \sigma^2 \beta (\cos \omega t - \hat{C} (\cos \omega t)) \\ &\quad - 2\Gamma\beta\Psi_f(t)\hat{C} (\cos \omega t) + 2\Gamma\beta\Psi^{DC}\hat{C} (\cos \omega t) \\ &\quad + 2\Gamma\beta\Psi^{DC}\hat{C} (\cos \omega t \cos 2\omega_B t) \\ &= \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi_f(t) + \sigma^2 \beta (\cos \omega t - \hat{C} (\cos \omega t)) \\ &\quad + 2\Gamma\beta\Psi^{DC} (\hat{C} (\cos \omega t \cos 2\omega_B t) \\ &\quad - \hat{C} (\cos \omega t) \hat{C} (\cos 2\omega_B t)). \end{aligned} \quad (34)$$

We finally obtain the ellipticity as it was computed in 2014, that is  $\Psi^{2014}(t) = \left( \frac{P_e(t)}{P_{t,f}(t)} - \sigma^2 - \Gamma^2 \right) / 2\Gamma$  and we calculate the error as  $\delta(t) = \Psi^{2014}(t) - \Psi_f(t)$

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{\sigma^2 \beta}{2\Gamma} (\cos \omega t - \hat{C} (\cos \omega t)) \\ &\quad + \beta \Psi^{DC} (\hat{C} (\cos \omega t \cos 2\omega_B t) \\ &\quad - \hat{C} (\cos \omega t) \hat{C} (\cos 2\omega_B t)) \\ &= \frac{\sigma^2 \beta}{2\Gamma} (\cos \omega t - \hat{C} (\cos \omega t)) \\ &\quad + \beta \Psi^{DC} \left( \frac{1}{2} \hat{C} (\cos(\omega + 2\omega_B)t) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \hat{C} (\cos(\omega - 2\omega_B)t) - \hat{C} (\cos \omega t) \hat{C} (\cos 2\omega_B t) \right). \end{aligned} \quad (35)$$

We first study the case where  $\omega \ll \omega_c$ , because a magnetic shot typically last about ten milliseconds we can consider that during the duration of the shot we have  $\omega t \ll 1$ , so

$$\delta(t) \simeq \beta \Psi^{DC} (\hat{C} (\cos 2\omega_B t) - \hat{C} (\cos 2\omega_B t)) = 0. \quad (36)$$

In the limit  $\omega \gg \omega_c$ , because the cavity filtering on a cosinus is

$$\hat{C} (\cos \omega t) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \cos(\omega t - \arctan(\omega/\omega_c)), \quad (37)$$

so for this limit we have

$$\delta(t) \simeq \frac{\sigma^2 \beta}{2\Gamma} \cos \omega t. \quad (38)$$

If we use the typical parameters of an experiment like the one in Ref. [6], we found that the amplitude of the error is of the order of  $10^{-9}$ .

We can therefore consider that the formula used in 2014, although incorrect, presents a negligible error.

## References

1. R. Battesti, C. Rizzo, Rep. Prog. Phys. **76**, 016401 (2013)
2. Y.R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* (Wiley, Hoboken, 2003)
3. T. Erber, Nature **190**, 25–27 (1961)
4. R. Battesti, J. Beard, S. Boser, N. Bruyant, D. Budker, S.A. Crooker, E.J. Daw, V.V. Flambaum, T. Inada, I.G. Irastorza, F. Karbstein, D.L. Kim, M.G. Kozlov, Z. Melhem, A. Phipps, P. Pugnati, G. Rikken, C. Rizzo, M. Schott, Y.K. Semertzidis, H.H.J. ten Kate, G. Zavattini, Phys. Rep. **765**, 1 (2018)
5. E. Iacopini, E. Zavattini, Phys. Lett. B **85**, 151 (1979)
6. A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **68**, 16 (2014)
7. X. Fan, S. Kamioka, T. Inada, T. Yamazaki, T. Namba, S. Asai, J. Omachi, K. Yoshioka, M. Kuwata-Gonokami, A. Matsuo, K. Kawaguchi, K. Kindo, H. Nojiri, Eur. Phys. J. D **71**, 308 (2017)
8. JCGM, Evaluation of measurement data—Guide to the expression of uncertainty in measurement (2008)
9. V.F. Della, A. Ejlli, U. Gastaldi, G. Messineo, E. Milotti, R. Pengo, G. Ruoso, G. Zavattini, Eur. Phys. J. C **76**, 24 (2016)
10. A. Ejlli, V.F. Della, U. Gastaldi, G. Messineo, R. Pengo, G. Ruoso, G. Zavattini, Phys. Rep. **871**, 1–74 (2020)
11. F. Karbstein, Phys. Rev. D **98**, 056010 (2018)
12. B.F. Shen, Z.G. Bu, J.C. Xu, T.J. Xu, L.L. Ji, R.X. Li, Z.Z. Xu, Plas. Phys. Cont. Fus. **60**, 044002 (2018)
13. R.P. Mignani, V. Testa, D.G. Caniulef, R. Taverna, R. Turolla, S. Zane, K. Wu, Mon. Not. R. Astron. Soc. **465**, 492–500 (2017)
14. L.M. Capparelli, A. Damiano, L. Maiani, A.D. Polosa, Eur. Phys. J. C **77**, 754 (2017)
15. G. Aad et al., ATLAS collaboration. Phys. Rev. Lett. **123**, 052001 (2019)
16. A.M. Sirunyan et al., CMS collaboration. Phys. Lett. B **797**, 134826 (2019)
17. R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, C. Robilliard, G. Bailly, C. Michel, M. Nardone, L. Pinard, O. Portugal, G. Tréneç, J.-M. Mackowski, G.L.J.A. Rikken, J. Vigué, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **46**, 323 (2008)
18. M. Born, E. Wolf, *Principles of optics* (Pergamon Press, 1980), pp. 36–111
19. V.F. Della, E. Milotti, A. Ejlli, U. Gastaldi, G. Messineo, L. Piemontese, G. Zavattini, R. Pengo, G. Ruoso, Opt. Express **22**, 11570–11577 (2014)
20. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, C. Rizzo, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009)
21. S. Xiao, B. Li, J. Wang, Appl. Opt. **59**, A99–A105 (2020)
22. B. Jacob, M.N. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, M. Oger, Opt. Lett. **20**, 671–673 (1995)
23. Y. Takudo, N. Takeda, J.H. Huang, K. Muroo, M. Yamamoto, Meas. Sci. Technol. **9**, 20–23 (1998)
24. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, F. Bielsa, J. Mauchain, C. Rizzo, Appl. Phys. B **100**, 803–809 (2010)
25. P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, Phys. Rev. A **85**, 013837 (2012)
26. M.T. Hartman, A. Rivère, R. Battesti, C. Rizzo, Rev. Sci. Inst. **88**, 123114 (2017)
27. G. Zavattini, V.F. Della, A. Ejlli, W.-T. Ni, U. Gastaldi, E. Milotti, R. Pengo, G. Ruoso, Eur. Phys. J. C **78**, 585 (2018)
28. M.T. Hartman, R. Battesti, C. Rizzo, IEEE Trans. Inst. Meas. **68**, 2268–2273 (2019)
29. J. Timmer, M. Koenig, Astr. Astrophys. **300**, 707 (1995)



## Annexe C

# A novel pulsed magnet for magnetic linear birefringence measurements

J. Béard, J. Agil, R. Battesti & C. Rizzo,  
*Rev. Sci. Instrum.* **92**, 104710 (2021).



# A novel pulsed magnet for magnetic linear birefringence measurements

Cite as: Rev. Sci. Instrum. 92, 104710 (2021); doi: 10.1063/5.0064111

Submitted: 20 July 2021 • Accepted: 6 October 2021 •

Published Online: 18 October 2021



J. Béard, J. Agil, R. Battesti, and C. Rizzo

## AFFILIATIONS

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-UPS-UGA-INSA), F-31400 Toulouse Cedex, France

<sup>a)</sup> Author to whom correspondence should be addressed: [jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr](mailto:jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr)

## ABSTRACT

In this paper, we describe a novel pulsed magnet, called foil coil, which can deliver a field transverse to the light propagation of more than 10 T over about 0.8 m operating without cryogenic equipment. It has been designed for linear magnetic birefringence measurements. We report on testing the coil and also show some physics data taken in vacuum during its commissioning in the framework of the Biréfringence Magnétique du Vide (BMV) apparatus, with special attention to noise induced by the pulse itself. Finally, we compare the preliminary results obtained here with data from the previous BMV coil.

Published under an exclusive license by AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/5.0064111>

## I. INTRODUCTION

Magnetic linear birefringence is a non-linear optics effect that has been separately discovered in 1901 by Kerr<sup>1</sup> and in 1902 by Majorana.<sup>2</sup> This effect is also known as the Cotton–Mouton effect since between 1905 and 1907, Cotton and Mouton published at least 21 papers concerning this effect in liquids and colloidal solutions.<sup>3</sup> Due to the smallness of the effect, first measurements in gas have been performed only in 1933<sup>4</sup> and 1934.<sup>5</sup> Indeed, the first observation of the effect in a helium gas, the species showing the smallest effect, has been reported only in 1991.<sup>6</sup>

A linearly polarized light, propagating in a region where a uniform magnetic field perpendicular to the light wave vector exists, becomes elliptically polarized. In the case of gases, where  $\Psi \ll 1$  and the index of refraction  $n \approx 1$ , the acquired ellipticity  $\Psi$  can be written as

$$\Psi = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n \sin(2\theta), \quad (1)$$

where  $L_B$  is the length of the region where the magnetic field is present;  $\lambda$  is the light wavelength;  $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$  is the magnetic induced birefringence, i.e., the difference between the index of refraction for a light polarized parallel to the magnetic field,  $n_{\parallel}$  and for one polarized perpendicular to the magnetic field,  $n_{\perp}$ ; and  $\theta$  is the angle between the light polarization and the magnetic field of amplitude  $B$ .

A characteristic of magnetic linear birefringence is that the effect is proportional to the square of the magnetic field amplitude,

$$\Delta n = K_{CM} B^2, \quad (2)$$

where  $K_{CM}$  is a constant depending on the gas species, pressure, and temperature and on the light wavelength.  $K_{CM}$  has been theoretically studied and measured for a large number of gases.<sup>7</sup> For example, for one atmosphere of helium gas, at 0 °C,  $K_{CM} = 2.4 \times 10^{-16} \text{ T}^{-2}$  (see, e.g., Ref. 8 and references therein).

Non-linear electrodynamics, a theoretical framework that contains classical electrodynamics as the lowest order and Quantum ElectroDynamics (QED) as a special case, predicts that a linear magnetic birefringence should also appear when light propagates in a vacuum in the presence of a transverse magnetic field.<sup>9</sup> The QED prediction is that  $K_{CM} = 4 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$ ,<sup>10</sup> i.e., that a vacuum induces the same effect as around  $5 \times 10^{17}$  helium atoms per  $\text{m}^3$  at standard conditions.

Vacuum linear Magnetic Birefringence (VMB) measurements are therefore important tests of the standard model physics and also of physics beyond the standard model (see, e.g., Ref. 11). Vacuum  $K_{CM}$  remains to be measured, notwithstanding more than a century of different attempts to observe it.<sup>10</sup> To date, the best limit has been obtained with the PVLAS (Polarisation of Vacuum with LASer) experiment<sup>12</sup> using as the source of the magnetic field two permanent magnets, giving  $K_{CM} = (1.9 \pm 8.1) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$  at 99.7%



confidence level, i.e., a coverage factor  $k = 3$ .<sup>13,14</sup> This confidence level will be used throughout this paper.

In 2001, a novel proposal has been put forward,<sup>15</sup> and consequently, an experiment, called *Biréfringence Magnétique du Vide* (BMV), has been installed at the *Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses* (LNCMI), Toulouse, France. More recently, another experiment, called Observing Vacuum with Laser (OVAL), based in Tokyo, Japan, also using a pulsed magnet, has been mounted.<sup>16</sup> As far as we know, BMV and OVAL are the only attempts to measure VMB, which are operational at the moment. The latest BMV results have been published in 2014, with  $K_{CM} = (8.3 \pm 8.0) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ .<sup>17</sup> Recently, OVAL has reported  $K_{CM} = (0.3 \pm 1.6) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ .<sup>18</sup>

The difficulties in such a pulsed field approach to VMB can be summarized as follows. One needs to have a very sensitive interferometer, capable of measuring phase delays of a few  $10^{-9}$  radians, while injecting thousands of amperes in a coil driven by a power supply delivering hundreds of kJ's over a few milliseconds, i.e., a few  $10^5$  W. Clearly, magnet field technologies, optics techniques, and how to couple them are the main subjects to be treated in the following. We start, therefore, by giving an overview of the different choices made over time as far as the magnetic field production is concerned. We stress that any improvement in linear magnetic birefringence measurements has been triggered by advances in the magnetic field technology. Then, we describe the novel pulsed magnet that we have developed, called foil coil, which can deliver a field transverse to the light propagation of more than 10 T over a distance of 0.8 m, operating without cryogenic equipment. During the commissioning, we have also taken some physics data. We recall the main facts concerning our optical apparatus and our data analysis method, and we report on our investigation of the noise induced by the magnetic pulse itself. We also give results in terms of VMB. The new results are, indeed, encouraging, and we explain why by comparing them with the previous BMV measurements.<sup>17</sup>

## II. THE MAGNETIC FIELD

If one considers Eqs. (1) and (2), the main experimental parameter to maximize the signal is the factor  $B^2 L_B$ . In the case of a 1907 Cotton–Mouton measurement,<sup>19</sup>  $B^2 L_B$  was about 0.14  $\text{T}^2 \text{ m}$ , corresponding to 1.85 T over  $4.3 \times 10^{-2}$  m, and the reported  $K_{CM} \approx 10^{-7} \text{ T}^{-2}$ . To improve the measurements, improved magnets have always been needed. The first gas measurements of Tsai Belling<sup>4</sup> and Cotton and Tsai Belling<sup>5</sup> have been performed using the “Bellevue” electromagnet installation<sup>20</sup> in the Paris neighborhood. This instrument can be considered as one of the first physics facilities in the world. For the 1934 measurements, an extra coil was designed and used, increasing the maximum field from about 4.5 T to about 6.1 T over a distance of around 0.3 m, approaching  $10 \text{ T}^2 \text{ m}$  and reaching  $K_{CM} \approx 1.5 \times 10^{-10} \text{ T}^{-2}$ .

The theoretical aspects of this linear magnetic birefringence have been elucidated by Buckingham and Pople in 1956,<sup>21</sup> and novel gas measurements have been performed in 1967 when Buckingham and collaborators renewed the field from the experimental point of view.<sup>22</sup> The magnet used in the 1967 experiment was an electromagnet, providing a field of about 2.8 T over half a meter, i.e., about  $4 \text{ T}^2 \text{ m}$ . The noise floor was about  $K_{CM} \approx 1.5 \times 10^{-15} \text{ T}^{-2}$ , showing a considerable improvement with respect to the Cotton and

Tsai Belling experiment even if  $B^2 L_B$  of the two experiments was quite similar. This magnet was not so different from the one used in 1932 and 1940 by Farr and Banwell in one of the first attempts to detect any variation of the velocity of light in vacuum induced by the presence of a magnetic field.<sup>10</sup>

In the 1980s, a new approach has been developed. Carusotto *et al.* introduced a modulation of the effect to be measured to increase the signal-to-noise ratio. This modulation was obtained by modulating the driving current of an electromagnet at about 0.4 Hz<sup>23</sup> or by turning the entire magnet around its own axis at 0.9 Hz, i.e., changing the  $\theta$  angle periodically [see formula (1)] at 1.8 Hz frequency.<sup>24</sup> The noise floor was about the same as that of the 1967 measurements,<sup>22</sup> but  $B^2 L_B$  was less than 0.05  $\text{T}^2 \text{ m}$ . Naively, to further decrease the noise floor, one should have  $B^2 L_B$  as high as possible, coupled with a frequency modulation as high as possible. This applies, in particular, to vacuum linear magnetic birefringence measurements, which have also been put forward again in the 1970s.<sup>10</sup> The design of VMB experiments is therefore more complicated than the gas one, and standard electromagnets are no longer the best choice for this kind of application.

Long superconducting dipole magnets have been developed for particle accelerators. In the 1990s, two of such magnets have been used by the BFRT (Brookhaven, Fermilab, Rochester, and Trieste) collaboration<sup>25</sup> whose apparatus was installed at the Brookhaven National Laboratory at Upton, NY, USA. In the framework of this collaboration, the Cotton–Mouton effect of neon gas<sup>26</sup> and helium gas<sup>6</sup> has been measured for the first time. The total magnet field length was 8.8 m, and the field was modulated at  $3.2 \times 10^{-2}$  Hz between 2.63 and 3.87 T by modulating the driving current of the superconducting coils maintained at 4.7 K. The effective  $B^2 L_B$  parameter was about 35.5  $\text{T}^2 \text{ m}$ . The  $K_{CM}$  noise floor was about  $1.5 \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ .<sup>25</sup> To reach such a low noise level, light was kept in the magnetic field region by using a multipass optical cavity consisting of two mirrors on both sides of the magnets. Light passed up to about 550 times through the magnetic region before being analyzed.

The use of optical cavities increases the total path and the acquired ellipticity but adds an extra level of complexity to this kind of experiment. Actually, the optics become challenging, for example, in the BFRT experiment, light traveled about 5 km before exiting the magnetic field region.

The end of the BFRT attempt corresponds to the start of the PVLAS collaboration that, after 25 years of work, has achieved the best result to date.<sup>13</sup> In the PVLAS experiment, the modulation effect has been obtained by rotating the entire magnet around its own axis, as in Ref. 24. Initially, a superconductive magnet providing 5 T over 1 m has been used. This was subsequently replaced by two permanent magnets, rotating at about 5 Hz, providing 2.5 T over twice 0.85 m, i.e.,  $B^2 L_B$  of about  $10 \text{ T}^2 \text{ m}$ .<sup>12</sup> To increase the effect to be measured, a resonant optical cavity has been used. Light is, therefore, trapped in the magnetic field region for milliseconds on average. Millions of seconds of integration time have been necessary to reach  $K_{CM} = (1.9 \pm 8.1) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$ .<sup>12</sup>

A novel approach based on the use of pulsed magnets has been suggested in 1998.<sup>27</sup> Pulsed magnets<sup>11</sup> are electromagnets, typically cooled to liquid nitrogen temperature, that are driven by the discharge of a bank of capacitors. A field of up to 100 T has been obtained,<sup>11</sup> over several milliseconds, in a bore of  $\approx 1$  cm diameter.



The field is usually in the Faraday configuration, as in the case of a standard solenoid. The use of pulsed fields is interesting because they are very intense and rapidly modulated. In Ref. 27, the suggestion was to use a pulsed magnet having a radial access to have the field perpendicular to the light wave vector, as required to measure Cotton–Mouton effects. This kind of coil is called a split coil since it is obtained by splitting a pulsed solenoid coil in two, introducing a spacer between the two parts. Obviously, the field obtained at the level of the radial access is smaller than in the case when the solenoid is not split into two.

The most expensive part of a pulsed field installation is the power supply, essentially a bank of capacitors. Its size and, therefore, its cost depend on the energy to be injected into the pulsed coils. In the case of split coils, to create a transverse field for magnetic linear birefringence measurements, most of the energy delivered creates a magnetic field in regions that light does not cross, while effective  $B^2 L_B$  is somewhat limited by the bore dimensions of a few centimeters.

In the year 2000, launching the BMV project,<sup>15</sup> following directly the 1998 paper,<sup>27</sup> a different design for the pulsed magnet was, therefore, proposed.<sup>28</sup> We refer to it as a plate-coil since it is based on the idea to allow for current flow through plates parallel to the region where the magnetic field is needed; thus, the field obtained is perpendicular to the light wave vector by construction. In the framework of the BMV project, construction tests have been conducted at the LNCMI, Toulouse, France, where the BMV apparatus is installed. In particular, in 2002, a field of about 2.5 T has been obtained using a plate-coil;<sup>29</sup> however, these tests confirmed that the main technical difficulty was to transport the current from one plate to another, during the pulse, without destroying the connection itself.

Therefore, the BMV best results<sup>17</sup> to date have been realized using what we call an Xcoil.<sup>30</sup> In this pulsed magnet design, to maintain the magnetic field in the region crossed by the light as far as possible, the two electromagnets with a racetrack shape are disposed in an X geometry. In the test phase, the version used in Ref. 17 reached more than 14 T over a length of 0.13 m corresponding to 25 T<sup>2</sup> m. The total duration of a pulse is a few milliseconds. The magnetic field reaches its maximum value within 2 ms, which is of the same order of magnitude as the storage time of photons in the optical Fabry–Perot cavity that is used to increase the optical path in the magnetic field region. The optical cavity acts as a low pass filter, and the ellipticity induced by the magnetic field is, therefore, not proportional to the square of the field but to the filtered square of the field.<sup>31</sup> When the cavity filtering is taken into account, as shown in Ref. 31,  $B^2 L_B$  is no longer the parameter to be optimized because increasing  $L_B$  involves increasing the cavity length, reducing its bandwidth, which, in turn, increases the filtering effect on  $B^2$ .

An even larger version of the Xcoil, called the XXL-coil, has been designed and constructed at the LNCMI, Toulouse, France.<sup>32</sup> This pulsed coil has reached a field higher than 30 T when a current higher than 27 000 A is injected into it. This corresponds to more than 300 T<sup>2</sup> m.<sup>11</sup> This coil requires a large liquid nitrogen cryostat, and the overall dimensions are hardly compatible with the BMV table top experiment. The construction of such a coil has proved to be difficult to manage even in a framework of a European standard high magnetic field laboratory such as the French LNCMI.

For all these reasons, we decide to design and manufacture a novel pulsed magnet, which could provide a high field without the need to be cooled. We called it foil coil. It is constructed using a single copper foil, as explained in the following of this paper.

As already explained, the OVAL experiment is also based on a pulsed magnet. The latest version<sup>18</sup> consists of two racetrack coils<sup>16</sup> in a Helmholtz configuration, cooled to liquid nitrogen temperature. This magnet operates at a peak value of field of 8.3 T over a field length of 0.17 m and at a very high repetition rate of 0.05 Hz. The results reported in Ref. 18 have been obtained accumulating  $2.6 \times 10^4$  pulses.

### III. THE FOIL COIL

#### A. Design

This new magnet has been designed with several constraints: some are imposed by physical or technical limitations, while others can be chosen to facilitate the experiment. Physical limitations are the same as the one encountered by standard pulsed magnets, namely, the mechanical stress due to Lorentz forces and the heating due to Joule effect. The magnet optical access diameter is chosen to be 17 mm. The objectives in terms of magnetic field and pulse duration, are, respectively, in the range of 10–20 T and 5–10 ms. This allow us to use copper as the conductor with an extra reinforcement outside the coil and to operate the magnet at room temperature. This is the major difference with other pulsed magnets, which are usually cooled in liquid nitrogen temperature. Avoiding the need for a nitrogen cryostat allows us to use the full optical access diameter of the magnet as there is no thermal insulation between the coil and the vacuum tube of the experiment.

As we stated previously, the most expensive and the least flexible part of a pulsed magnet system is the capacitor bank; thus, the parameters of the magnet, such as the inductance or conductor section, have to be adapted to existing generators. The capacitor bank that energized the foil coil is one of the 3 MJ mobile banks of LNCMI, with a capacity of 10 mF that can be charged up to 24 kV and can deliver 75 kA. The minimum rise time is 5 ms in short circuit, so the rise time of the magnetic field must be higher to transfer some energy to the coil. Table I summarizes the properties of the magnet that result from all the constraints cited above.

TABLE I. Summary of the properties of the magnet installed on the BMV apparatus.

Optical access (mm)	17
Effective magnetic length (mm)	820
Copper cross section (mm <sup>2</sup> ) (height × thickness)	72 × 0.5
Thickness of insulation (μm)	120
Number of layers	50
Efficiency (T/kA)	0.537
Inductance (μH)	700
Resistance at 26 °C (mΩ)	48.1
Rise time (ms)	5.8



## B. Realization

The magnet is based on the winding of a copper foil insulated with two layers of Kapton tape. About 100 m of the copper foil is wound over a glass fiber epoxy FR4-type body with a race-track shape, representing 50 layers of conductor. The optical access is provided by two holes in each turn in the insulated copper. This design offers a very good symmetry of the generated magnetic field thanks to the homogeneous current distribution and the very small effect of the layer transition compared to a wire wound coil. Another difference with standard wire wound coils is the continuity of the conducting metal perpendicularly to the axis of the laser beam that screens the axial component of the magnetic field, avoiding the use of an extra shield. An image of the hole in the conductor and the insulation is shown in Fig. 1. The presence of the hole increases the current density by a factor 1.4, so the local temperature rise during the pulse is twice higher than in the rest of the coil.

The main limitation for the generation of a high magnetic field is the huge stress due to Lorentz forces. In this particular design of a magnetic dipole, one component of the mechanical stress is due to the repulsion between each side of the winding. This force can be evaluated to several hundreds of tons and must be sustained by the reinforcement surrounding the coil. Most high field magnets are reinforced using Zylon fibers,<sup>33,34</sup> combining very high strength, low density, and electrical insulation. We have decided to use this material, rather than metal, as the main reinforcement of the foil coil, as shown in Fig. 2. Figure 3(a) shows a Finite Element Analysis (FEA) model of the mechanical stress in a cross section of the foil coil in the plane parallel to the magnetic field. It shows the transmission of the forces from the foils to the Zylon fibers. At the ends of the magnet, the mechanical stress is naturally transmitted as a hoop stress in the copper foils as another FEA simulation in Fig. 3(b) shows. Thanks to this solution, containing the repulsive forces is no longer a problem. Furthermore, Zylon fibers are applied with a high pre-stress of around 700 MPa that press the foils on the coil body, preventing any risk of buckling in the straight parts of the winding. The limitation



**FIG. 1.** Photo of the foil coil during the winding showing one hole in the copper foil and in the Kapton tape. The holes have a racetrack shape to keep a circular access when the foil is wound over the round end of the magnet. The copper is cut first, and then, the insulation with the Kapton tape is cut with a smaller hole to ensure a perfect electrical insulation between two layers thanks to the overlapping of the Kapton on the copper.



**FIG. 2.** Application of the mechanical reinforcement on the foil coil. Two 3D printed halves of a hollow cylinder, in black on the photo, containing four M24 stainless steel tie rods and filled with epoxy resin permit to wind the Zylon fibers and to transmit the force in the direction parallel to the fibers. Zylon fibers are wound over a length of 600 mm with a thickness of about 5 mm and are capable to sustain a force above 3000 tons, giving us a safety margin of about a factor 4, but also limiting the possible displacement of the layers to around a few tens of micrometers, decreasing the risk of buckling of the foils. At each end of the magnet, the mechanical stress is naturally transmitted as a hoop stress in the copper foil as the winding can be considered as two halves of a solenoid. The extremities of the magnet are reinforced with two 25 mm thick stainless steel plates that are also used to fix the magnet, screwed with the M24 tie rods.

in terms of the magnetic field comes from the potential buckling of the copper foils in the bent parts of the winding, leading to the collapsing of the holes where it is not possible to place any efficient reinforcement.

The magnet ready to be tested is shown in Fig. 4.

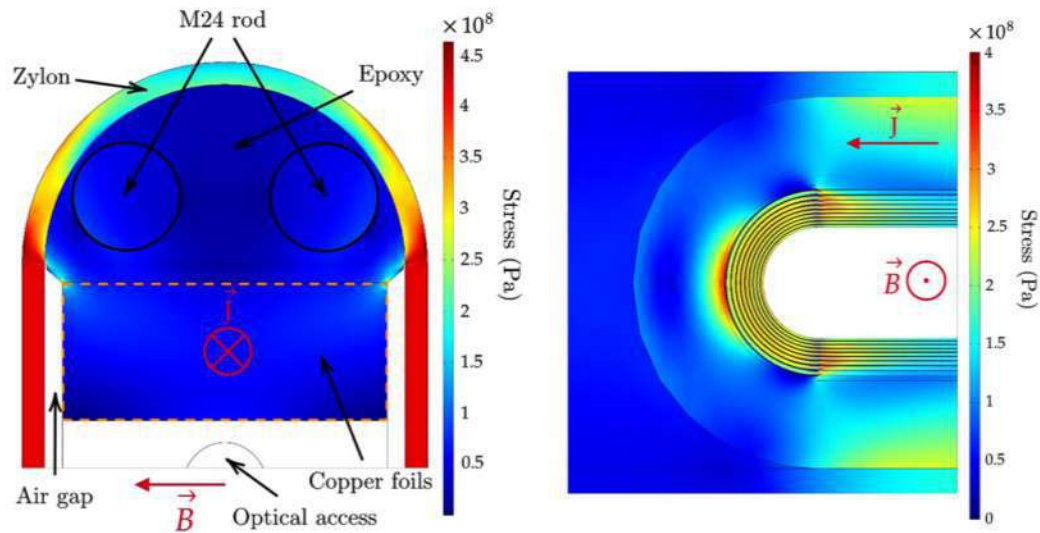
## C. Tests

Tests have been made up to 12.5 T; the obtained pulse profile is shown in Fig. 5, which corresponds to a  $B^2L_B$  factor of  $134 \text{ T}^2 \text{ m}$ . This factor comes from integrating the magnetic field profile along the light axis, as presented in Fig. 6. During physics measurements, the maximum field is fixed to 11 T, providing a reasonable safety margin. The effective maximum field achievable by the foil coil is hard to predict because buckling is difficult to simulate and is strongly influenced by small defaults in the winding. A next step will be to test this limit with a second prototype. However, if the foil coil can reach 20 T, this will lead to a temperature rise of above 35 K per pulse, and cooling down will take more than 2 h. Therefore, improvements in the cooling are required before testing the maximum field achievable.

A pulsed magnet is submitted to huge internal forces during the pulse, and small movements or vibrations cannot be avoided. This vibrational noise will be transmitted to the experiment via the air and the mechanical support of the coil and the optical table. In order to reduce the noise generated by the vibration of the coil, we decided to place it in a plastic box, with an interior covered by acoustic foam, as shown in Fig. 7.

The repetition rate will be important to perform an experiment where hundreds of pulses will be necessary. This first prototype is far from having an optimized cooling because the main objective was to generate at least  $100 \text{ T}^2 \text{ m}$  at room temperature and in air.



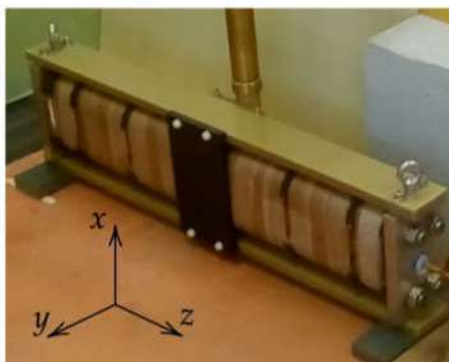


**FIG. 3.** FEA model of the mechanical stress in the foil coil during a 12.5 T pulse. (a) Cut along a plane parallel to  $\vec{B}$ , the  $xy$ -plane of Fig. 4, only the upper half is represented. (b) Cut along a plane parallel to  $\vec{J}$  at one end of the magnet, the  $xz$ -plane of Fig. 4. To save computing power, only the first innermost layers are individualized taking into account their relative displacement. Indeed, the first layers are self-supporting due to the increasing hoop stress with the radius of the layers up to half of the outer diameter. The outermost layers, however, behave as a whole as each layer is supported by the following one.

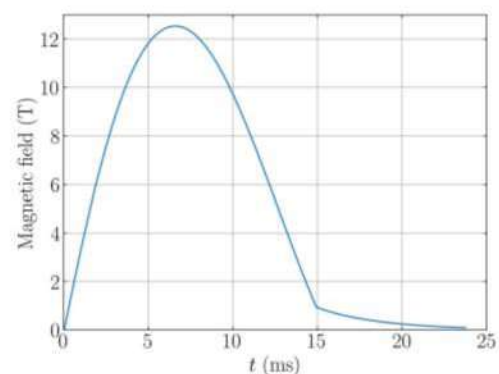
Figure 8 shows the evolution of the foil coil resistance and, therefore, its temperature, after few pulses from 9 to 12.5 T during the magnet tests. The temperature of the foil coil can be deduced knowing the temperature dependence of copper resistivity, which for our temperature range is linear  $\rho = 0.0668 \times T + 15.648$  with  $\rho$  in  $n\Omega \text{ m}$  and  $T$  in  $^{\circ}\text{C}$ , as confirmed by our measurements. Then, measuring the foil coil resistance at any temperature, for example,  $R = 48.1 \text{ m}\Omega$  at  $26^{\circ}\text{C}$ , we can deduce it for any other temperature, given  $R = \rho L/S$  with the  $L/S$  factor calculated as  $L/S = R(T = 26^{\circ}\text{C})/\rho(T = 26^{\circ}\text{C})$ . Maximum average temperature of the conductor after a pulse is fixed to  $60^{\circ}\text{C}$  corresponding to  $54 \text{ m}\Omega$ . Knowing that the temperature rises to about  $22^{\circ}\text{C}$ , corresponding to a resistance increase in about  $4 \text{ m}\Omega$ , as shown in Fig. 8, after a pulse at a maximum field, a local temperature slightly above  $80^{\circ}\text{C}$  is reached around the holes. This

temperature is evaluated by knowing the cross section of conductor with and without the hole and considering that there are no skin effects or non-uniform current distribution. The presence of the hole decreases the section of the conductor by about a factor of 1.4, leading to a temperature rise of about a factor of 2. A local temperature of  $80^{\circ}\text{C}$  seems reasonable to preserve the insulation integrity and the mechanical properties of the whole assembly after thousands of pulses.

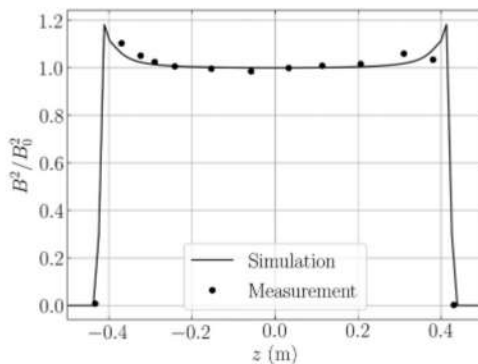
The time evolution of the cooling of the foil coil follows consecutive stages. Figure 9 shows the cooling after the 12.5 T pulse, and alongside the data, we present three exponential fits to the three stages. Doing so on, the other pulses of Fig. 8 lead to similar results, hinting at a common cooling law. First, after the adiabatic heating of the copper during the pulse, the temperature is first homogenized



**FIG. 4.** Photo of the foil coil ready for tests. A reference frame is shown. The field is produced along the  $y$  direction, Fig. 3(a) is cut along an  $xy$ -plane, and Fig. 3(b) is cut along an  $xz$ -plane.



**FIG. 5.** Magnetic field temporal profile during a pulse at 12.5 T.

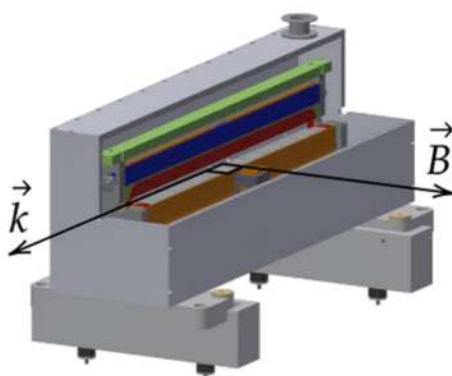


**FIG. 6.** Normalized profile of the magnetic field along the light axis produced by the foil coil. The black solid line represents a finite element COMSOL simulation of the coil, and the black points show measurements.

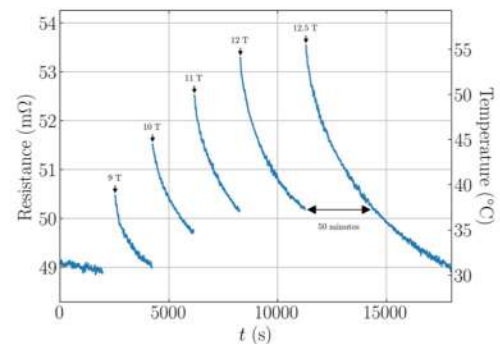
along the copper foil and the heat is transmitted to the insulation layers. Next, the temperature of the highly insulating mechanical reinforcement will increase, and finally, natural convection outside the box will slowly contribute to the cooling of the magnet. Cooling power will increase with the final temperature reached by the magnet, so the highest repetition rate corresponds to pulses to the maximum temperature. A final temperature fixed at 60 °C leads to a cooling duration of the magnet before another pulse at 12.5 T of about 50 min. The duty cycle will increase proportionally to the inverse of the square of the magnetic field.

#### IV. COMMISSIONING PHYSICS MEASUREMENTS

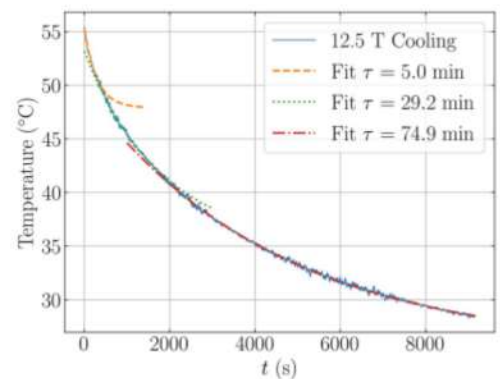
Once the foil coil has been tested, we have proceeded to its commissioning. We have installed the magnet in the apparatus, which has been detailed in Ref. 35. Following our previous work,<sup>35,31</sup> we have first focused our attention on the noise induced by the pulse itself. We have investigated the impact on the optics of different



**FIG. 7.** CAD view showing a three quarter cut of the mechanical assembly. The vectors  $\vec{k}$  and  $\vec{B}$ , respectively, show the light propagation direction and the magnetic field direction, and  $\vec{k}$  and  $\vec{B}$  are orthogonal. The foam inside the box has been removed. The red color shows the winding that generates a horizontal magnetic field. The blue color shows the cylinder filled with epoxy resin, containing tie rods that fix the extremities of the coil. Around the blue cylinder, the 5 mm thick Zylon layer is visible.



**FIG. 8.** Resistance of the foil coil measured during the tests up to the maximum field. The room temperature resistance is 48.1 mΩ, and the maximum resistance is fixed at 54 mΩ, representing a final temperature of the conductor of about 60 °C.

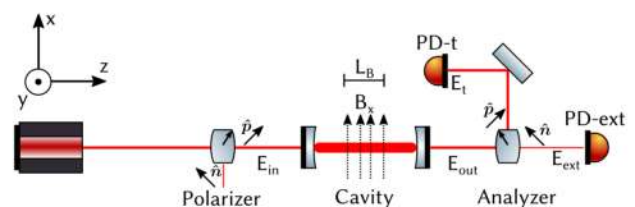


**FIG. 9.** Temperature of the foil coil of a function of time after a pulse at 12.5 T.

pulse rise times, ranging from 2.9 to 5.8 ms, and different field amplitudes, i.e., the energy injected into the system.

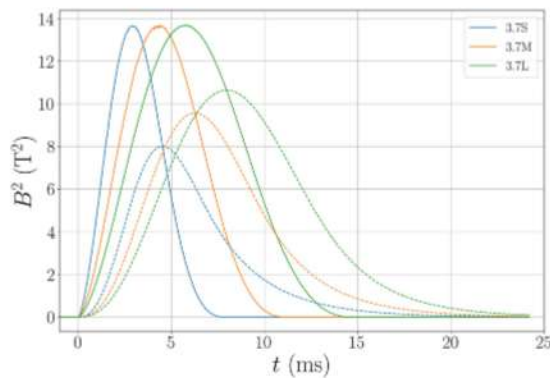
The principle of a polarimetric vacuum birefringence search is illustrated in Fig. 10. In these setups, a laser field is linearly polarized in the  $\vec{p} = \cos \theta \vec{x} + \sin \theta \vec{y}$  direction. The angle  $\theta$  is defined with respect to the direction of an applied transverse external field,  $B(t)\vec{x}$ .

Due to the presence of a Fabry–Perot cavity of finesse  $F$ , as it propagates through the region of birefringent vacuum, the polarization of the light exiting the cavity acquires a total ellipticity  $\Psi$  that is



**FIG. 10.** Illustrative examples of a vacuum magnetic birefringence experiment. The laser light is polarized before entry into the cavity surrounding the magnetic field region, after the cavity light is analyzed by using another polarizer at extinction. Two photodiodes PD-t and PD-ext monitor, respectively, the ordinary beam  $P_t$ , and the extraordinary one  $P_{ext}$ .





**FIG. 11.** Evolution of the square of the magnetic field as a function of time for the three pulse lengths at 3.7 T. The solid lines show the unfiltered pulse, and the dashed lines show the pulse filtered by using a low pass filter with a 55 Hz bandwidth corresponding to an optical cavity of 2.55 m length and a finesse of 535 000.

$2F/\pi$  larger than the one given in Eq. (1),

$$\Psi = \frac{2F}{\lambda} K_{CM} B^2 L_B \sin(2\theta). \quad (3)$$

The polarization components are then separated by using the analyzer (power extinction ratio  $\sigma^2$ ) at the output of the optical cavity. After that, the signal is recorded as the power at the extinction of the second polarizer and compared to the total power exiting through the cavity end mirror,

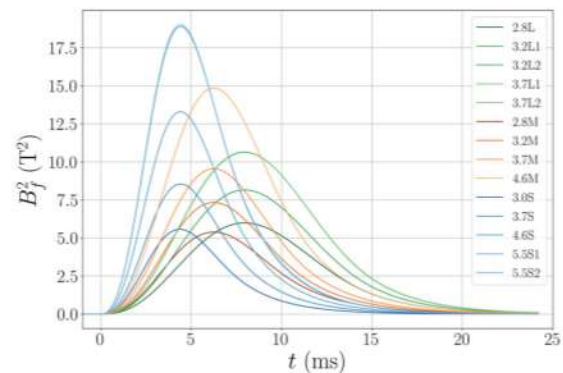
$$P_{ext} = [\sigma^2 + (\Gamma + \Psi)^2] P_t, \quad (4)$$

where, taking into account that Fabry–Perot mirrors are also birefringent,<sup>36</sup> one has to introduce a corresponding ellipticity generated by the cavity itself,  $\Gamma$ . This ellipticity depends on various parameters, in particular, birefringence mirror axis orientation with respect to light polarization, light incident angle on each mirror surface, and intrinsic individual mirror birefringence.<sup>36</sup>

The results reported here have been obtained from 578 pulses distributed over 14 sets with different pulse lengths and different pulse strengths. The different pulse lengths were achieved by disconnecting capacitors from the capacitor bank, diminishing the period  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  of the circuit comprising the coil and the capacitors. The first sets of pulses were with the full bank with a rise time of 5.8 ms. The second sets of pulses were with roughly half the capacitors so with a rise time diminished by a factor near  $\sqrt{2}$  ending with a rise time of 4.4 ms. The final sets were with a quarter of the capacitors with a rise time halved to a value of 2.9 ms. To exemplify the effect of the cavity filtering as a function of the rise time of the magnetic field, we show in Fig. 11 the filtered and unfiltered squares of the magnetic field for the three pulse lengths at 3.7 T. In Fig. 12, we show the shape in time of the square of the magnetic field value,  $B_f^2$ , once filtered by using the cavity low pass filter for the different sets. The birefringence effect to be measured is proportional to  $B_f^2$ .<sup>31</sup>

### A. Optics

The cavity was formed by using two interferential mirrors of radius of curvature of 2 m. We have achieved a cavity finesse as high



**FIG. 12.** Filtered square of the magnetic field as a function of time for every set.

as 537 000 and an extinction ratio as low as  $\sigma^2 \sim 1.5 \times 10^{-9}$ , enabling us to have a static birefringence as low as  $\Gamma \sim 5 \times 10^{-5}$  rad.

For each set, we have tuned the value of the static birefringence  $\Gamma$  by rotating the two cavity mirrors.<sup>17</sup> The sign of  $\Gamma$  depends on which direction we move away from the minimum corresponding to  $\sigma^2$ . We have fixed this sign by introducing some helium gas in the apparatus and observing its Cotton–Mouton effect, which is known to be positive.

A notable feature of the new apparatus is that the vacuum tube is directly in contact with the coil, and it is mechanically isolated by two bellows from the vacuum chambers.

Another novelty of these series of pulses is that we have placed at critical places of the optical setup some absorbing materials to reduce stray light in the vacuum tanks.

All the pulses were performed in high vacuum with a pressure ranging from about  $10^{-6}$  to  $10^{-7}$  mbar thanks to two ionic pumps that work continuously during the magnetic pulse.

For each pulse constituting a set, we determine the finesse  $F$  thanks to the photon lifetime in the cavity.<sup>17</sup> During each pulse, the laser delocks from the cavity, and thus, the ordinary beam signal  $P_t$  shows an exponential decay that we fit to deduce the time constant  $\tau$ , which relates to the finesse as

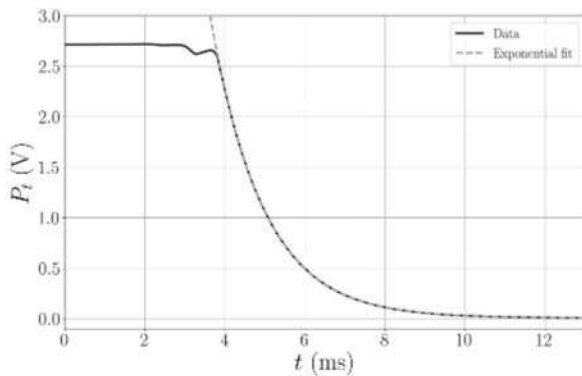
$$F = \frac{\pi c \tau}{L_c}, \quad (5)$$

where  $c$  is the celerity and  $L_c = 2.55$  m is the length of the cavity. Therefore, for each set, we have as many measure of finesse as we have of pulses.

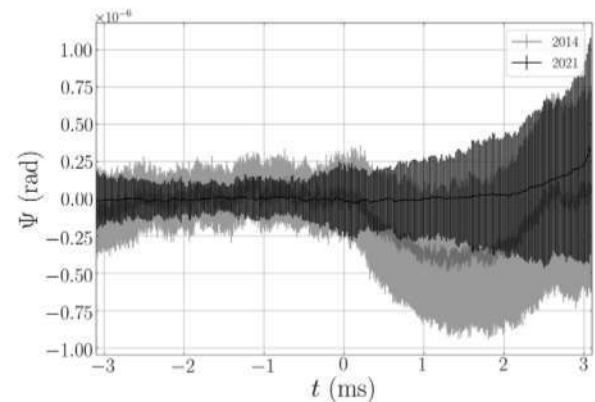
In our numerical implementation, we only start the fitting procedure when the voltage of  $P_t$  falls to 80% of its mean value before the pulse. In this way, we are sure to fit only the exponential decay due to the photon lifetime and not the acoustic perturbations observed before the delocking of the laser to the cavity. An example of a fit obtained using our implementation is presented in Fig. 13.

### B. Results

We present in Table II the different datasets and their main parameters. The datasets are named according to their nominal maximum  $B$  field and whether they are long, medium, or short pulses. Pulses with the same field but on different days have been separated in different sets because we have to align the cavity each



**FIG. 13.** Variation of the voltage at the ordinary beam’s photodiode as a function of time,  $t = 0$  being the trigger of the current discharge in the coil. The pulse is extracted from the 5.5S2 set. An exponential fit is presented.



**FIG. 14.** Ellipticity as a function of time of the 5.5S2 set  $B_f^2 L_B = 10.3 \text{ T}^2 \text{ m}$  and the 2014 data  $B_f^2 L_B = 3 \text{ T}^2 \text{ m}$ . Data are normalized to the same number of pulses; see the text. Data originally published in Ref. 17.

day to reach a static birefringence of the order of  $\sigma^2$ , and thus, we are not in exactly the same experimental conditions.

As far as the analysis is concerned, we have used the same procedure reported in Ref. 17. A notable feature is the separation of each pulse according to their sign of  $B$  and the sign of their  $\Gamma$ . This separates pulses in four categories for each set. We take the mean and the standard deviation divided by the square root of the number of pulses to obtain, respectively, a function  $Y_{\pm B, \pm \Gamma}(t)$  and the related uncertainty at each time  $t$ . Then, we combined them to obtain the ellipticity as a function of time, and finally, we perform a fit by  $B_f^2(t)$  to obtain  $\Psi$  per  $\text{T}^2$  and, consequently, the  $K_{\text{CM}}$  value for the vacuum, as shown in the BMV 2014 paper.<sup>17</sup> This allows us to eliminate from the final ellipticity signal any systematic contribution that has not the expected symmetry with respect to the sign of  $B$  and the sign of  $\Gamma$ .<sup>17</sup> To easily compare results to those of 2014,<sup>17</sup> we first perform this analysis for each set for a time range between  $-3.1$  and  $3.1$  ms. The only departure in our analysis from the one of 2014 is that we do not filter the ordinary beam  $P_i(t)$  with the cavity bandwidth since (see,

e.g., Fig. 13) the variation of  $P_i$  during the time of analysis is of the order of 1%. This analysis simplification induces a negligible error<sup>31</sup> to the final result. Let us also note that we did not exclude any data from our analysis.

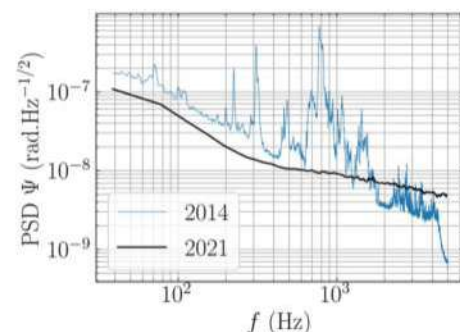
As an example, we show  $\Psi(t)$ , the mean of the  $Y_{\pm B, \pm \Gamma}(t)$  of the 5.5S2 set in Fig. 14, compared to the one of 2014. For the sake of comparison, since the 5.5S2 set consists of only 32 pulses, while the 2014 results have been obtained with 101 pulses, we have reduced the error bars of the present data by a factor  $\sqrt{101/32} \approx 1.8$ . Both curves show the same behavior of increasing error bars, but our data do not show the 2014 oscillatory systematic effect.

Moreover, as we show in Fig. 15, the mean linearized Power Spectral Density (PSD) before the magnetic pulse confirms that mechanical resonances have disappeared with respect to the power spectral density reported in 2014.<sup>17</sup>

To study the impact of a pulse on noise, we also fit the ellipticity before the magnetic pulse from  $t = -3.1$  to  $t = 0$  ms where any noise coming from the pulse itself is obviously absent. This value gives information on the result that we would have obtained if the experiment were limited by the optical noise.

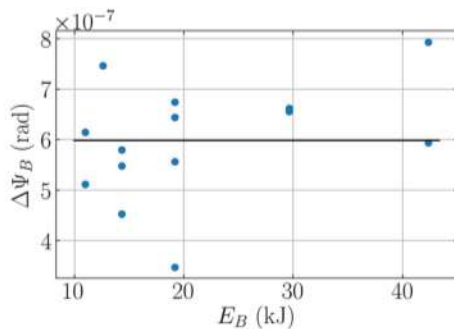
**TABLE II.** Parameters of the different datasets used in our analysis.  $N_s$  is the number of pulses,  $B_f^2$  is the maximum of the filtering of the square of the magnetic field,  $F$  is the finesse,  $\sigma^2$  is the extinction ratio, and  $\nu_c = 1/4\pi\tau$  is the cavity bandwidth.

Set	$N_s$	$B_f^2 (\text{T}^2)$	$E_B (\text{kJ})$	$F \times 10^{-3}$	$\sigma^2 \times 10^9$	$\nu_c (\text{Hz})$
2.8L	51	6.0	11.0	537	1.7	54.6
3.2L1	69	8.2	14.3	535	1.7	54.9
3.2L2	30	8.2	14.3	536	1.2	54.8
3.7L1	21	10.6	19.2	536	1.2	54.8
3.7L2	47	10.7	19.2	531	1.5	55.3
2.8M	58	5.4	1.0	536	1.4	54.8
3.2M	58	7.3	14.3	535	1.4	54.9
3.7M	49	9.6	19.2	536	1.4	54.8
4.6M	45	14.9	29.6	537	1.4	54.7
3.0S	69	5.6	12.6	443	3.4	66.2
3.7S	16	8.5	19.2	466	10	63.0
4.6S	16	13.3	29.6	466	16	63.0
5.5S1	17	19.0	42.4	469	16	62.6
5.5S2	32	18.9	42.4	476	4.0	61.7



**FIG. 15.** Mean linearized power spectral density before the magnetic pulse of every pulse. For reference, we show the PSD originally published in Ref. 17.





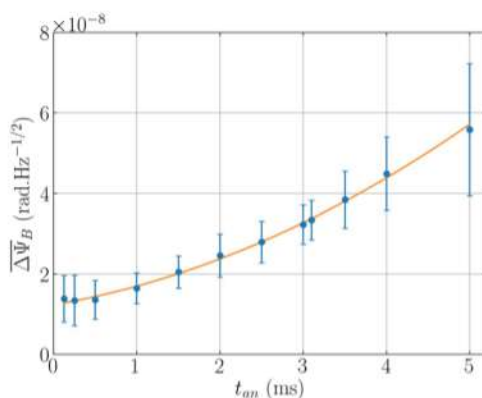
**FIG. 16.** Noise of the pulse  $\Delta\Psi_B$  as a function of the magnetic energy delivered by the coil. The full line showing the mean of the points,  $\Delta\Psi_B = 6.0 \times 10^{-7}$  rad.

Then, we compare the ellipticity uncertainty before the magnetic pulse  $\Delta\Psi_{opt}$  and the one obtained during the pulse  $\Delta\Psi_{tot}$ . Before the magnetic pulse, the uncertainties arise only from the optical noise of the experiment. During the pulse, however, we have the added noise of the pulse,  $\Delta\Psi_B$ , that contributes to the total uncertainty  $\Delta\Psi_{tot}$ . We can estimate  $\Delta\Psi_B$  by

$$\Delta\Psi_B = \sqrt{\Delta\Psi_{tot}^2 - \Delta\Psi_{opt}^2}. \quad (6)$$

We compute the ellipticity uncertainty for each set, and we multiply it by the square root of the number of pulses  $N_s$  of the set to obtain the noise  $\Delta\Psi_B^n$  associated with a single pulse. Final  $\Delta\Psi_B$  is obtained by multiplying the single pulse noise to the corresponding  $B_{f,m}^2$ , which reaches  $B_f^2$  at the end time of analysis  $t_{an}$ .

In Fig. 16, we show  $\Delta\Psi_B$  as a function of the energy injected into the coil. Somewhat surprisingly, we see that  $\Delta\Psi_B$  is a constant in our range of energies,  $\Delta\Psi_B = 6 \times 10^{-7}$  rad, indicating that we gain by increasing the magnetic field value since we increase the signal-to-noise ratio. It is a clear indication that we need to pulse the magnet to its maximum energy, which is a magnetic field of 11 T.



**FIG. 17.** Mean of the magnetic noise  $\overline{\Delta\Psi_B}$  as a function of the analysis time  $t_{an}$ . A parabolic fit is also shown.

To study the dependence of  $\overline{\Delta\Psi_B}$  on  $t_{an}$ , we calculate it for different analysis times from 0.125 to 5 ms in Fig. 17 where we show the results obtained in  $\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  together with a parabolic fit.

These results indicate that soon after the beginning of the pulse ( $\approx 1$  ms), whatever is the energy injected in the coil, the noise induced by the coil itself increases almost linearly, confirming our Monte Carlo results.<sup>31</sup> Finally, we calculate the  $K_{CM}$  constant corresponding to the two 5.5 T sets. A reasonably well accurate and precise value was obtained with  $t_{an} = 2.7$  ms,  $K_{CM} = (0.2 \pm 1.0) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ . The analysis between  $-t_{an}$  and 0 gives  $K_{CM} = (0.1 \pm 3.7) \times 10^{-21} \text{ T}^{-2}$ . The total number of pulses of the two sets is 49; see Table II.

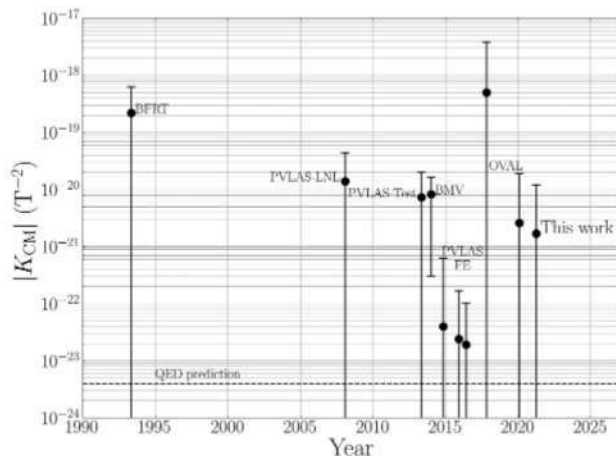
## V. CONCLUSIONS

As for the coil itself, some potential improvement in the design can be made to increase the efficiency or the ergonomics. First, an extra cooling to remove the heat from the box will be installed. Actual average cooling power due to natural convection and conduction is lower than 50 W and can easily be increased with a forced flow of air or cold nitrogen gas inside the box. A second modification is to optimize the pulse duration, probably by shortening it, either by adapting the actual capacitor bank or using another one available at LNCMI, without lowering the maximum field. A next step could be a modification in the design itself. For example, it is possible to cut the copper foil to maintain the same current density all along the winding. It will concentrate the current density closer to the laser beam path, increasing the efficiency, i.e.,  $B/I$ , by a factor of around 1.3 without increasing the risk of buckling around the optical access.

As for its use in the BMV experiment, the foil coil proved to be a real improvement, more generally, for magnetic linear birefringence measurements. The absence of a cryostat simplifies the whole apparatus. Last but not least, it also reduces the costs of fabrication and operation. On the other hand, nothing prevents us from improving the cooling of the foil coil to gain a factor of two with respect to the 12.5 T field; however, it is not clear that the gain of a factor of 4 in the effect is worth the big technical effort for cryogenic cooling.

As far as preliminary physics results, our best value has been obtained with the short pulses at 5.5 T and an analysis time of 2.7 ms where we reached a maximum field similar to 2014 and obtained  $K_{CM} = (0.2 \pm 1.0) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$ , which is about the same as the value obtained in 2014, if we consider that this has been obtained with half the number of pulses, but much more accurate. This value is shown with other reported results in Fig. 18. Indeed, unlike in the 2014 results, we do not observe a systematic effect. The insertion of the new magnet in the apparatus has been very successful. On the other hand, we did not gain yet in precision as much as we should have, despite the fact that we have a  $B_f^2 L_B$  three times as high and a mean PSD about two times lower.  $\Gamma$  is also lower than in 2014, and this should also reduce the optical noise. This clearly indicates that optics optimization has to be pushed further. This is why we have not pushed the field strength higher than the 2014 one, our reference point. We considered that it was not worthwhile to prematurely age the coil at this stage.





**FIG. 18.** Measurements of vacuum magnetic birefringence across the years, and errors bars are represented with a coverage factor  $k = 3$ . Absolute values are derived from data originally published in the following references: BFRT,<sup>25</sup> PVLAS-LNL,<sup>37</sup> PVLAS-Test,<sup>38</sup> BMV,<sup>17</sup> PVLAS-FE,<sup>39,40,12</sup> and OVAL.<sup>16,18</sup>

Nevertheless, we are still limited by the noise induced by the pulse itself. A signature of this noise is in the increasing error bars during the pulse. Actually,  $K_{CM}^{opt}$  is three times better than  $K_{CM}$ , confirming that the noise induced by the pulse itself is still limiting us.

The magnet commissioning and the first results look encouraging. We are currently working to diminish the overall noise by better acoustically insulating the apparatus to the coil. On a long term perspective, we are also studying how to suspend in vacuum the optical tables holding mirrors and polarizers. The new generation of the BMV experiment has just begun, and there is very much room for improvement.

## ACKNOWLEDGMENTS

We thank all the technical staff of the LNCMI, all the members of the BMV collaboration, and specially M. Hartman and all the authors of Ref. 17. We also thank D. Maude for the careful proofreading of the manuscript.

## AUTHOR DECLARATIONS

### Conflict of Interest

The authors have no conflicts to disclose.

## DATA AVAILABILITY

The data that support the findings of this study are available from the corresponding author upon reasonable request.

## REFERENCES

- <sup>1</sup>J. Kerr, *Seventy-First Meeting of the British Association for the Advancement of Science* (Spottiswoode and Co. LTD., 1901); available at <https://www.biodiversitylibrary.org/item/93257#page/57/mode/1up>.
- <sup>2</sup>Q. Majorana, *Rendic. Accad. Lincei* **11**, 374 (1902).

- <sup>3</sup>A. Cotton, Notice sur les travaux scientifiques, [https://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Cotton/Cotton\\_pdf/Cotton\\_notice.pdf](https://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Cotton/Cotton_pdf/Cotton_notice.pdf).
- <sup>4</sup>C. R. Tsai Belling, *Acad. Sci.* **195**, 1615 (1933).
- <sup>5</sup>A. Cotton and C. R. Tsai Belling, *Ct. R. Hebd. Séanc Acad. Sci., Paris* **198**, 1889 (1934).
- <sup>6</sup>R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, Y. Semertzidis, H. Halama, D. Lazarus, A. Prodell, F. Nezzrick, P. Micossi, C. Rizzo, G. Ruoso, and E. Zavattini, *Phys. Lett. A* **157**, 125 (1991).
- <sup>7</sup>C. Rizzo, A. Rizzo, and D. M. Bishop, *Int. Rev. Phys. Chem.* **16**, 81 (1997).
- <sup>8</sup>A. Cadène, D. Sorbes, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, *Phys. Rev. A* **88**, 043815 (2013).
- <sup>9</sup>M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, *Phys. Rev. D* **93**, 093020 (2016).
- <sup>10</sup>R. Battesti and C. Rizzo, *Rep. Prog. Phys.* **76**, 016401 (2013).
- <sup>11</sup>R. Battesti, J. Beard, S. Böser, N. Bruyant, D. Budker, S. A. Crooker, E. J. Daw, V. V. Flambaum, T. Inada, I. G. Irastorza, F. Karbstein, D. L. Kim, M. G. Kozlov, Z. Melhem, A. Phipps, P. Pugno, G. Rikken, C. Rizzo, M. Schott, Y. K. Semertzidis, H. H. J. ten Kate, and G. Zavattini, *Phys. Rep.* **765-766**, 1 (2018).
- <sup>12</sup>A. Ejlli, F. Della Valle, U. Gastaldi, G. Messineo, R. Pengo, G. Ruoso, and G. Zavattini, *Phys. Rep.* **871**, 1–74 (2020).
- <sup>13</sup>JCGM: Evaluation of measurement data: Guide to the expression of uncertainty in measurement, 2008; available at <https://www.bipm.org/en/committees/jc/jcgm>.
- <sup>14</sup>We use the uncertainties Python package to handle error propagation in our paper uncertainties: A Python package for calculations with uncertainties, E. O. Lebigot, <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- <sup>15</sup>S. Askenazy, J. Billette, P. Dupré, P. Ganau, J. Mackowski, J. Marquez, L. Pinard, O. Portugall, D. Ricard, G. L. J. A. Rikken, C. Rizzo, G. Trenec, and J. Vigué, *AIP Conf. Proc.* **564**, 115–122 (2001).
- <sup>16</sup>X. Fan, S. Kamioka, T. Inada, T. Yamazaki, T. Namba, S. Asai, J. Omachi, K. Yoshioka, M. Kuwata-Gonokami, A. Matsuo, K. Kawaguchi, K. Kindo, and H. Nojiri, *Eur. Phys. J. D* **71**, 308 (2017).
- <sup>17</sup>A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, and C. Rizzo, *Eur. Phys. J. D* **68**, 16 (2014).
- <sup>18</sup>Search For Vacuum Magnetic Birefringence with a high repetitive pulsed magnet (S. Kamioka, Ph.D. thesis, February 2020), <https://tabletop.iccpp.s.u-tokyo.ac.jp/wp-content/uploads/2021/02/Dron-kamioka.pdf>.
- <sup>19</sup>A. Cotton, H. Mouton, and C. R. Hebd, *Séances Acad. Sci.* **145**, 229 (1907).
- <sup>20</sup>See [https://mediavideo.cnrs.fr/index.php?urlaction=doc&id\\_doc=6663&rang=1](https://mediavideo.cnrs.fr/index.php?urlaction=doc&id_doc=6663&rang=1) for a french documentary on the history of the Bellevue installation with archive footage.
- <sup>21</sup>A. D. Buckingham and J. A. Pople, *Proc. Phys. Soc. B* **69**, 1133 (1956).
- <sup>22</sup>A. D. Buckingham, W. H. Prichard, and D. H. Whiffen, *Trans. Faraday Soc.* **63**, 1057–1064 (1967).
- <sup>23</sup>S. Carusotto, E. Polacco, E. Iacopini, G. Stefanini, and E. Zavattini, *Opt. Commun.* **42**, 104 (1982).
- <sup>24</sup>S. Carusotto, E. Iacopini, E. Polacco, F. Scuri, G. Stefanini, and E. Zavattini, *J. Opt. Soc. Am. B* **1**, 635–640 (1984).
- <sup>25</sup>R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, G. Ruoso, Y. Semertzidis, H. J. Halama, D. M. Lazarus, A. G. Prodell, F. Nezzrick, C. Rizzo, and E. Zavattini, *Phys. Rev. D* **47**, 3707–3725 (1993).
- <sup>26</sup>R. Cameron, H. Halama, F. A. Nezzrick, C. Rizzo, E. Zavattini, A. Prodell, G. Cantatore, A. C. Melissinos, J. Rogers, and Y. Semertzidis, *J. Opt. Soc. Am. B* **8**, 520 (1991).
- <sup>27</sup>C. Rizzo, *Europhys. Lett.* **41**, 483 (1998).
- <sup>28</sup>S. Askenazy, C. Rizzo, and O. Portugall, *Physica B* **294-295**, 5–9 (2001).
- <sup>29</sup>This test has been realized by Sébastien Batut. Results are unpublished.
- <sup>30</sup>S. Batut, J. Mauchain, R. Battesti, C. Robilliard, M. Fouché, and O. Portugall, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **18**, 600–603 (2008).
- <sup>31</sup>J. Agil, R. Battesti, and C. Rizzo, *Eur. Phys. J. D* **75**, 90 (2021).
- <sup>32</sup>The first prototype has been mainly designed by J. Mauchain and tested by J. Béard, and others realized and tested by J. Béard and J. Billette.
- <sup>33</sup>See <https://www.toyobo-global.com/> for more information about our supplier of Zylon fibers.
- <sup>34</sup>L. V. Bockstal, G. Heremans, and F. Herlach, *Meas. Sci. Technol.* **2**, 1159 (1991).



- <sup>35</sup>M. T. Hartman, R. Battesti, and C. Rizzo, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **68**, 2268 (2019).
- <sup>36</sup>F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, and C. Rizzo, *Appl. Phys. B* **97**, 457 (2009).
- <sup>37</sup>E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, G. Raiteri, E. Polacco, E. Milotti, V. Lozza, M. Karuza, U. Gastaldi, G. Di Domenico, F. Della Valle, R. Cimino, S. Carusotto, G. Cantatore, and M. Bregant, *Phys. Rev. D* **77**, 032006 (2008).
- <sup>38</sup>F. Della Valle, U. Gastaldi, G. Messineo, E. Milotti, R. Pengo, L. Piemontese, G. Ruoso, and G. Zavattini, *New J. Phys.* **15**, 053026 (2013).
- <sup>39</sup>F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli, G. Messineo, L. Piemontese, G. Zavattini, U. Gastaldi, R. Pengo, and G. Ruoso, *Phys. Rev. D* **90**, 092003 (2014).
- <sup>40</sup>F. Della Valle, A. Ejlli, U. Gastaldi, G. Messineo, E. Milotti, R. Pengo, G. Ruoso, and G. Zavattini, *Eur. Phys. J. C* **76**, 24 (2016).

## Annexe D

# Vacuum birefringence experiments : optical noise

J. Agil, R. Battesti & C. Rizzo,  
*Eur. Phys. J. D* **76**, 192 (2022).



# Vacuum birefringence experiments: optical noise

J. Agil<sup>1,a</sup> , R. Battesti<sup>2</sup>, and C. Rizzo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> CNRS, LNCMI UPR 3228 (UGA, UT3, INSA-T, EMFL), F-31400 Toulouse Cedex, France

<sup>2</sup> Université Toulouse 3, LNCMI UPR CNRS 3228 (UGA, INSA-T, EMFL), F-31400 Toulouse Cedex, France

Received 13 May 2022 / Accepted 26 September 2022

© The Author(s), under exclusive licence to EDP Sciences, SIF and Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2022

**Abstract.** In this paper, in the framework of the BMV (*Biréfringence Magnétique du Vide*) project, whose goal is the measurement of the vacuum linear magnetic birefringence, we study the optical noise affecting these kinds of experiments by detailing its sources, and we perform experimental measurements of all of them, clarifying that the limiting noise is a birefringence one.

## 1 Introduction

The measurement of the variation in the velocity of light in a vacuum induced by a magnetic field has been a topical issue in physics for more than a century [1]. It is quite amusing to learn, reading Kapitza's memories of Albert Einstein [2], that in the 1930s, Einstein tried to convince him to perform such a measurement, taking advantage of Kapitza's advances in magnetic field production. The existence of such a variation has not yet been proven even though several experiments have been performed and a clear theoretical prediction exists in the framework of quantum electrodynamics (QED).

Actually, following QED, a variation of light velocity in a vacuum induced by the presence of a transverse magnetic field exists. It depends on the square of the amplitude of the magnetic field, and it also depends on the light polarization direction relative to the magnetic field direction. This phenomenon is known to exist in any standard medium; it is called magnetic linear birefringence and, for historical reasons, the Cotton-Mouton effect as well [1].

Therefore, in a vacuum, the index of refraction  $n_{\parallel}$  for light polarized parallel to the magnetic field should be different from the index of refraction  $n_{\perp}$  for light polarized perpendicular to the magnetic field, so that

$$\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp} = K_{CM} B^2 \quad (1)$$

where  $K_{CM}$  is a fundamental constant whose value is predicted to be about  $4 \times 10^{-24} \text{ T}^{-2}$  [1].

This means that a linearly polarized light, propagating in a vacuum where a magnetic field perpendicular to the light wave vector exists, becomes elliptically polar-

ized. The acquired ellipticity  $\Psi$  can be written as

$$\Psi = \pi \frac{L_B}{\lambda} \Delta n \sin(2\theta) \quad (2)$$

where  $L_B$  is the length of the region where the magnetic field is present,  $\lambda$  is the light wavelength, and  $\theta$  is the angle between the light polarization and the magnetic field.

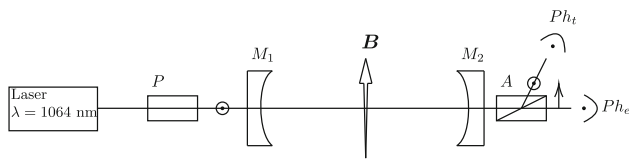
The measurement of vacuum magnetic birefringence (VMB) is of interest both for Standard Model tests, as discussed in [3], and for physics beyond the Standard Model as presented in [4]. To date, the best limit on  $K_{CM}$  has been obtained by the PVLAS experiment [5] using as a source of magnetic field two permanent magnets providing a 2.5 T field rotating around their axis to modulate the  $\theta$  angle and therefore the ellipticity to be measured:  $K_{CM} = (1.9 \pm 8.1) \times 10^{-23} \text{ T}^{-2}$  at a 99.7% confidence level [5], i.e., a coverage factor of  $k = 3$  [6].

Nowadays, the two attempts to measure the vacuum magnetic birefringence under way, BMV (*Biréfringence Magnétique du Vide*) [7] and OVAL [8], are both based on the use of pulsed magnets (see e.g. [9] and references within). Recently, OVAL has reported  $K_{CM} = (0.3 \pm 1.6) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  [8], and BMV has reported  $K_{CM} = (0.2 \pm 1.0) \times 10^{-20} \text{ T}^{-2}$  [9]. New proposals still blossom; in particular, an experimental project is taking form at CERN, namely VMB@CERN [10].

Notwithstanding this important experimental effort, experiments have not yet reached the level of birefringence sensitivity necessary to prove the existence of VMB. As for BMV, in a recent paper, we proved that we are limited by an excess of apparent birefringence noise whose origin was not clear [11]. Let us also note that the PVLAS collaboration has reported the observation of a limiting noise of the same order of magnitude as well [5].

In this paper, after having recalled the main formulas and facts concerning measurements of vacuum linear

<sup>a</sup> e-mail: [jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr](mailto:jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr) (corresponding author)



**Fig. 1** Simplified diagram of the BMV experiment, where  $P$  is the polarizer,  $A$  the analyzer,  $M_1$  and  $M_2$  are the cavity mirrors, and  $\mathbf{B}$  is the magnetic field

magnetic birefringence, we detail the sources of optical noise, and we report on the experimental measurements of all of them, clarifying that our limiting noise is really due to a birefringence one [11]. Conclusions are general for all experiments devoted to the measurement of VMB.

## 2 Experimental methods

Our experimental methods have been explained in detail in [12]; in the following we recall only the main facts.

The principle of a polarimetry vacuum birefringence search is illustrated in Fig. 1 following [12]. A laser field is linearly polarized by the polarizer prism  $P$  at an angle  $\theta = 45^\circ$  to maximize Eq. 2; after the magnet, a second prism  $A$  is used to analyze the polarization state of the outgoing light. The power of the ordinary beam  $P_t$  and of the extraordinary one  $P_e$  are monitored by photodiodes  $Ph_t$  and  $Ph_e$ . A high-finesse Fabry-Perot cavity constituted by the mirrors  $M_1$  and  $M_2$  is used to increase the effect to be measured by trapping the light in the magnetic field region.

The Fabry-Perot cavity increases the effect due to a single pass in the magnetic field region by a factor  $2\mathcal{F}/\pi$  where we have introduced the cavity finesse  $\mathcal{F}$ . This factor can be as high as 500 000 thanks to the progress made in mirror fabrication [7].

These mirrors also introduce an ellipticity,  $\Gamma$ , that has to be taken into account. Also taking into consideration that the polarizers are not ideal and that they show an extinction ratio  $\sigma^2$ , the extraordinary power is given by

$$P_e(t) = P_t(t) \left[ \sigma^2 + [\Gamma + \Psi(t)]^2 \right] \simeq P_t(t) \left[ \sigma^2 + \Gamma^2 + 2\Gamma\Psi(t) \right]. \tag{3}$$

The transmitted power  $P_t$  can be written as a function of the injected power  $P_{inj}$  as

$$P_t = \eta P_{inj} \tag{4}$$

where  $\eta = (\mathcal{F}T/\pi)^2$  is the cavity transmission,  $T$  being the transmittance of the mirrors. We neglect here the cavity bandwidth studied in detail in [12].

### 2.1 Optical noise

In our kind of experiments, noise can be separated into two categories: noise induced by the magnetic field and optical noise.

Noise induced by the magnetic field can have different origins. It can originate from magneto-optical effects in the optical elements or from magnetic forces on conductors generating acoustic noise, for example. It can induce statistical effects or simply prevent the laser frequency locking to the resonance frequency of the optical cavity.

Optical noise is the noise that exists even in the absence of any magnetic field. It can therefore be studied independently of the magnetic effect, and is typically monitored before any magnetic measurement. Obviously, this noise is the ultimate limit since the magnetic field can only increase the overall noise, and we will concentrate on it in this paper.

In the general case, the expression for the ellipticity noise  $\delta\Psi$  is constituted by noise associated to the experimental parameters on which  $P_e$  depends plus  $P_e$  shot noise, as well as  $\delta P_o$ , which represents any noise independent of the optical parameters. Let us note that for any variable  $v$ , its noise is indicated as  $\delta v$ .

From Eq. 4, the noise  $\delta P_t$  is related to the injected noise  $\delta P_{inj}$  as

$$\frac{\delta P_t}{P_t} = \frac{\delta\eta}{\eta} + \frac{\delta P_{inj}}{P_{inj}}. \tag{5}$$

Outside a magnetic pulse, we can drop the time dependencies of Eq. 3 and write the noise  $\delta P_e$  as

$$\delta P_e = \delta P_{DC} + \delta P_{shot} + \delta P_o, \tag{6}$$

with  $\delta P_{shot}$  the shot noise and  $\delta P_{DC}$  computed from Eq. 3 as

$$\delta P_{DC} = \delta P_t(\sigma^2 + \Gamma^2) + P_t(\delta\sigma^2 + \delta\Gamma^2) = \delta P_t(\sigma^2 + \Gamma^2) + P_t(\delta\sigma^2 + 2\Gamma\delta\Gamma). \tag{7}$$

Thus, we find the ellipticity noise defined as  $\delta\Psi = \delta P_e/2P_t\Gamma$  to be

$$\delta\Psi = \frac{\delta P_t}{2P_t} \left( \frac{\sigma^2}{\Gamma} + \Gamma \right) + \frac{\delta\sigma^2}{2\Gamma} + \delta\Gamma + \frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} + \frac{\delta P_o}{2P_t\Gamma}. \tag{8}$$

We can distinguish several components contributing to the  $\delta\Psi$  noise. Their origins are different, as well as their dependencies on the  $\Gamma$  parameter, which is an important criterion to separate them experimentally:

- Power noise,  $\delta P_t (\sigma^2/\Gamma + \Gamma) / 2P_t$ , which is an apparent ellipticity noise due to power fluctuations of the laser source, fluctuations of the power injected in the

cavity, and/or fluctuations of the cavity transmission. In particular, the latter can be due to pointing instability or acoustic noise [13]. This noise can be reduced to a minimum for  $\Gamma^2 = \sigma^2$ .

- Extinction noise,  $\delta\sigma^2/(2\Gamma)$ , which is an apparent ellipticity noise whose origin can be noise in polarizer extinction but also noise in the light polarization direction. To reduce it, one should increase  $\Gamma$ .
- True ellipticity noise,  $\delta\Gamma$ . One cause of it could be pointing noise on the mirror's reflecting surface, if the intrinsic mirror birefringence depends on the position of the laser spot on it [13]. Its dependence on  $\Gamma$  is not yet known, but one can always expand it as a power series of  $\Gamma$ :  $\delta\Gamma \approx \delta\Gamma_0 + \delta\Gamma_\Gamma\Gamma + \dots$
- Shot apparent ellipticity noise,  $\delta P_{shot}/(2P_t\Gamma)$ , which is related to power shot noise. Taking the expression for the latter given in [12], one can work out that

$$\frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} = \sqrt{\frac{(\Gamma^2 + \sigma^2) T_i q}{4P_t h\nu\Gamma^2}} \tag{9}$$

where  $T_i$  is the acquisition time,  $q$  the photodiode quantum efficiency,  $h$  the Planck constant, and  $\nu$  the laser frequency. This kind of noise is independent of  $\Gamma$  unless  $\Gamma^2 \lesssim \sigma^2$ .

- Other apparent ellipticity noises,  $\delta P_o/(2P_t\Gamma)$ , which include all noises induced by causes independent of the optical parameters like the noise-equivalent power (NEP) of the detection photodiode. These kinds of noises also increase when  $\Gamma$  tends to zero.

From the only point of view of  $\Gamma$  dependence, Eq. 8 can therefore be written as

$$\delta\Psi \approx \alpha\Gamma + \beta + \frac{\delta}{\Gamma} \tag{10}$$

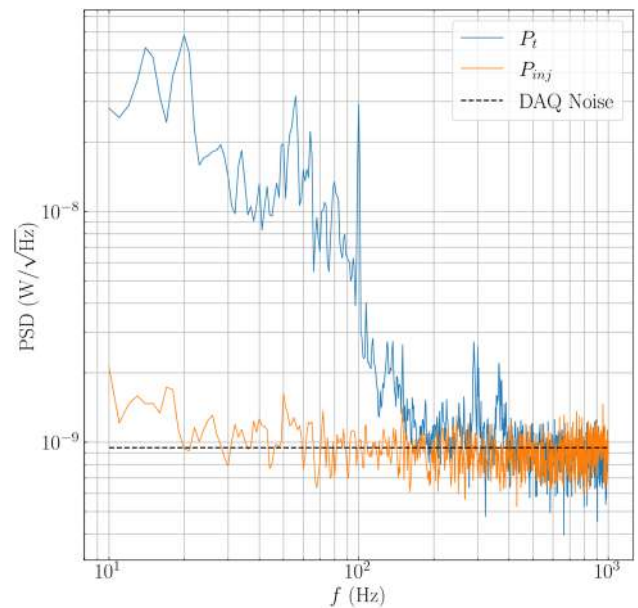
where

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\delta P_t}{2P_t} + \delta\Gamma_\Gamma \\ \beta &= \frac{\delta P_{shot}}{2P_t\Gamma} + \delta\Gamma_0 \\ \delta &= \frac{\delta P_t}{2P_t}\sigma^2 + \frac{\delta\sigma^2}{2} + \frac{\delta P_o}{2P_t} \end{aligned} \tag{11}$$

if we assume that the shot noise term is constant and expand  $\delta\Gamma$  to the first order of  $\Gamma$ . Equation 10 gives a minimum noise of  $2\sqrt{\alpha\delta} + \beta$  when  $\Gamma^2 = \delta/\alpha$ .

### 2.2 Measurements

Obviously, the experimental search of this minimum is very important. Thus, we have taken  $\Psi$  measurements at zero field for different values of  $\Gamma$  ranging from  $1.1 \times 10^{-4}$  rad to  $1.7 \times 10^{-2}$  rad. The cavity finesse was around 300 000, while  $\sigma^2 \simeq 9 \times 10^{-9}$ . To vary  $\Gamma$ , cavity mirrors are rotated appropriately as explained in [7].



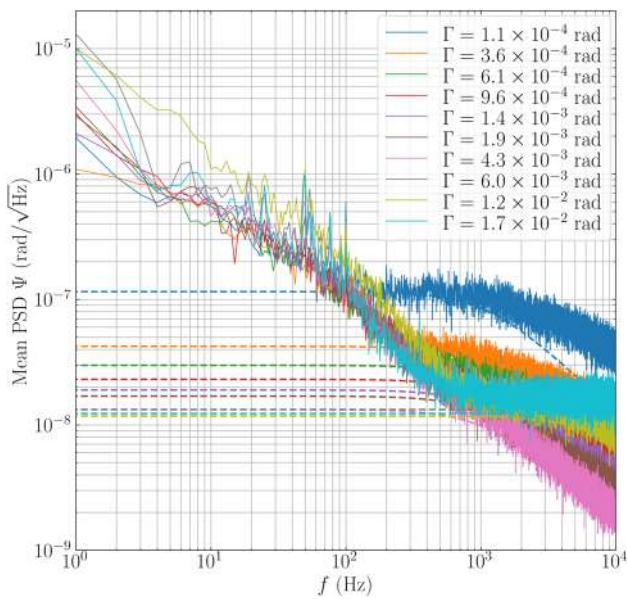
**Fig. 2** Power spectral density of  $P_{inj}$  and  $P_t$ , respectively the incident and transmitted power of the cavity as a function of frequency. The dashed line represents the limiting noise due to our acquisition system. The peak at 100 Hz has a contribution from a leakage of the 50 Hz main frequency and its harmonics through the photodiode alimentation

First, we show the power spectral density (PSD) of the incident and transmitted power of the cavity in Fig. 2. During measurements, we stabilize the injected power using a two-stage PI controller actuating on an acousto-optic modulator on the laser path. This allows the noise of the injected power to be limited by the noise of our data acquisition system, as shown in Fig. 2; it is however not the case for the transmitted power. From Eq. 5, the difference between the two is the cavity transmission  $\eta$ ; we thus have a measurement of the noise  $\delta\eta$ .

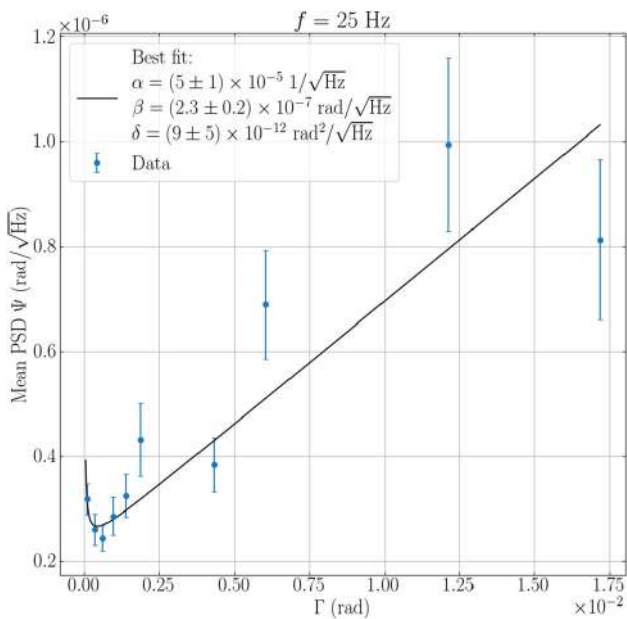
Then, in Fig. 3 we show the PSD corresponding to a set of  $\Psi$  measurements, all taken with the same experimental parameters but  $\Gamma$ . For each value of  $\Gamma$ , 10 acquisitions are done from which we calculate an average and a standard deviation at each frequency point. For clarity, only the average values are presented in Fig. 3, but the relative uncertainty of each point is on average about 14%. It is clear that while  $\Gamma$  values change by two orders of magnitude, the PSD values at any frequency change by less than a factor 10.

To go further, between 10 and 1000 Hz, we proceeded to a curve fitting of the PSD values corresponding the same frequency by the function given in Eq. 10 taking into account the uncertainties of each point of Fig. 3 to determine  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $\delta$  for all these frequencies; see Fig. 4 for an example of one of these fits for the points of frequency  $f = 25$  Hz. A least square fit using a straight line gives a reduced  $\chi^2$  of 1.95, where one using Eq. 10 gives 1.65.

In Fig. 5, we show the values of the  $\alpha$  and  $\beta$  parameters as a function of frequency. The parameter  $\alpha$  decreases from about  $2 \times 10^{-5}$  1/√Hz to about



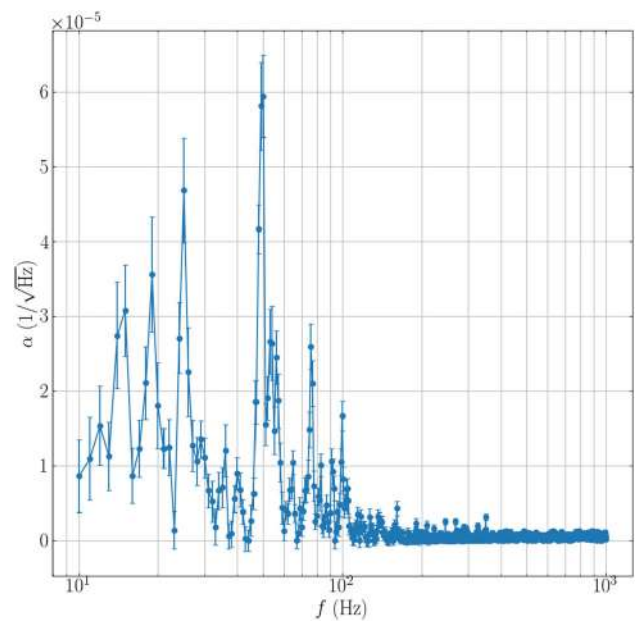
**Fig. 3** Power spectral density of the ellipticity as a function of frequency for different values of the static birefringence of the cavity  $\Gamma$ . The dashed line represents the sum of the shot noise estimated thanks to Eq. 9 and the contribution of the noise-equivalent power (NEP) of the photodiode



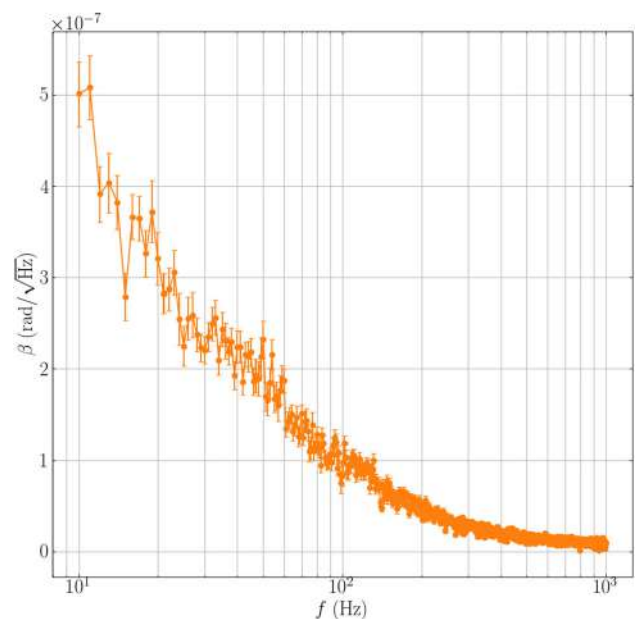
**Fig. 4** Power spectral density of the ellipticity and its error as a function of the static birefringence of the cavity  $\Gamma$  for the frequency  $f = 25$  Hz. The best fit with Eq. 10 is shown; its reduced  $\chi^2$  is 1.65, and all errors are displayed with a coverage factor  $k = 1$

zero between 10 and 100 Hz. The parameter  $\beta$  follows a similar tendency, but decreasing from about  $5 \times 10^{-7}$  rad/√Hz.

As far as the  $\delta$  parameter is concerned, it is compatible within the experimental errors with zero between 10 and 100 Hz and slightly increases to reach  $1 \times$



**(a)**



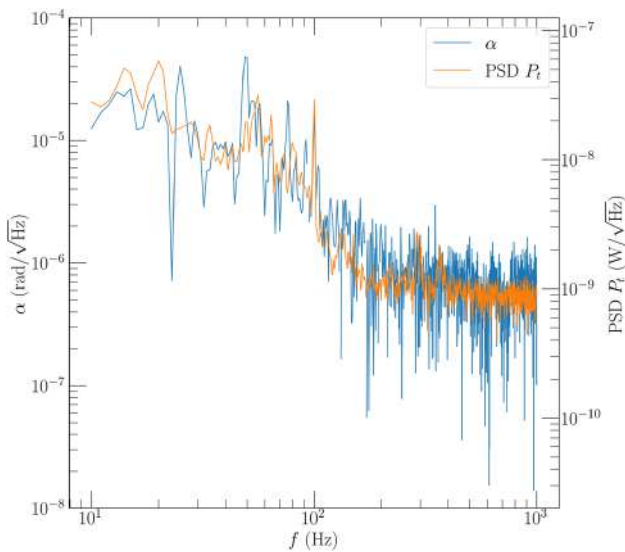
**(b)**

**Fig. 5** Parameter **a**  $\alpha$  and **b**  $\beta$  from the best fits of the data of Fig. 3 with Eq. 10 as a function of frequency. The parameters are constrained to be positive, and their error bars come from the fitting procedure and are represented with a coverage factor  $k = 1$

$10^{-11}$  rad<sup>2</sup>/√Hz which is close to the expected NEP level from the documentation of the photodiode. This confirms that the noise related to extinction  $\sigma^2$  is negligible.

Following Eq. 10, between 10 and 100 Hz, our region of interest [12], the minimum noise level can be obtained by decreasing  $\Gamma$  to zero, but this noise level is limited





**Fig. 6** Comparison of the frequency dependence of the parameter  $\alpha$  and the power spectral density of the transmitted power of the Fabry–Perot cavity

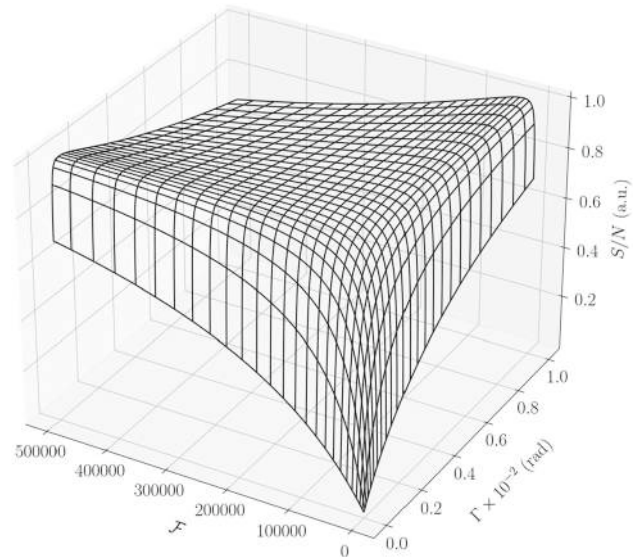
by  $\beta$  at a few  $10^{-7} 1/\sqrt{\text{Hz}}$ . The main contributions to the parameter  $\beta$  are the shot noise and the true ellipticity noise  $\delta\Gamma_0$ . We can estimate the former as  $\sim 10^{-8} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$  thanks to Eq. 9. Furthermore, the shot noise is a constant as a function of frequency. It is then clear that we cannot explain the features of the parameter  $\beta$  from Fig. 5 with only the shot noise, and a large contribution from  $\delta\Gamma$  is needed.

We have taken measurements of similar sets of  $\Psi$  and analyzed them for different values of laser power and laser frequency locking parameters, and also for a finesse of about 500 000, always obtaining results very similar to the ones shown before.

From Eq. 11, we see that the contribution to the parameter  $\alpha$  is the transmitted power noise  $\delta P_t$  and  $\delta\Gamma$ . Thus, comparing the results of Fig. 2 with the data of parameter  $\alpha$  from Fig. 5 we indeed found a strong correlation and verified that the scaling factor is indeed  $2P_t$  (see Fig. 6). This shows that the contribution of  $\delta\Gamma$  to  $\alpha$  is negligible, and it validates our method as our fitting procedure retrieves the expected result, strengthening the results given with the parameter  $\beta$  and eventually the study of  $\delta\Gamma$ .

### 3 Conclusions

With a spectral analysis of the ellipticity noise as a function of the static birefringence of the cavity, we were able to characterize noise sources depending on this parameter. Our method retrieved the expected proportional contribution, but also quantified at each frequency the noise not depending on  $\Gamma$ , which is the one currently limiting our experiment, and very likely other VMB searches as well.



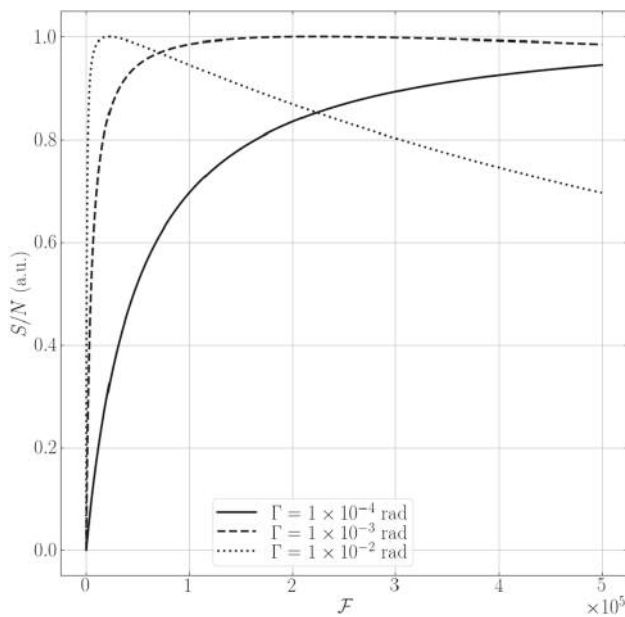
**Fig. 7** Signal-to-noise ratio as a function of the cavity finesse and  $\Gamma$  using the noise amplitudes measured in this work. The maximum of this function has been set to unity

Because it involves a quantity dependent on the cavity, one can expect  $\delta\Gamma$  to be proportional to the finesse, and we can write  $\beta = \beta_0\mathcal{F}$ . But as the signal is also proportional to the finesse, decreasing it would not increase the signal-to-noise ratio as discussed in the framework of VMB@CERN [10]. However, because  $\eta$  goes with  $\mathcal{F}^2$ , one can expect that  $\delta\eta$  depends on  $\mathcal{F}^2$  as well, and we can write  $\alpha = \alpha_0\mathcal{F}^2$ . Thus, if this noise is prominent, lowering the finesse will increase the signal-to-noise ratio, corroborating observations reported in [10]. This does not seem to be the case for our experiment, since almost doubling the finesse did not show a measurable variation in ellipticity noise. For the sake of argument, let us write the signal-to-noise ratio as

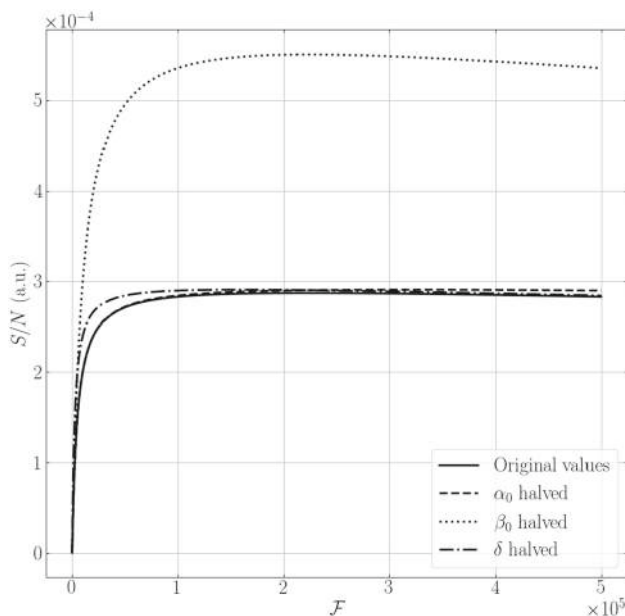
$$\frac{S}{N} = \frac{\Psi_0}{\alpha_0\Gamma\mathcal{F} + \beta_0 + \delta/(\Gamma\mathcal{F})}. \tag{12}$$

In Fig. 7, we plot the signal-to-noise ratio as a function of  $\Gamma$  and  $\mathcal{F}$  using the values  $\alpha_0 = 2 \times 10^{-16} 1/\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $\beta_0 = 2 \times 10^{-12} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ , and  $\delta = 1 \times 10^{-11} \text{ rad}^2/\sqrt{\text{Hz}}$  measured in this work. This figure shows that, depending on the  $\Gamma$  value, either an increase or a decrease in the signal-to-noise ratio can be observed with a change in finesse. In principle, therefore, the results reported here and in [10] are not in contradiction, as shown in Fig. 8.

The shape of the function Eq. 12 obviously depends on the three parameters. It has a maximum value of  $\Psi_0/(2\sqrt{\alpha_0\delta} + \beta_0)$  which is reached for  $\Gamma\mathcal{F} = \sqrt{\delta/\alpha_0}$ . For the best signal-to-noise ratio, one has to minimize every parameter. We show in Fig. 9 how the signal-to-noise ratio varies when each parameter is halved. We clearly see that a higher gain is achieved when lowering  $\beta_0$ .



**Fig. 8** Cut of Fig. 7 along different values of  $\Gamma$



**Fig. 9** Evolution of the signal-to-noise ratio Eq. 12 as a function of the finesse with the parameters  $\Gamma = 1 \times 10^{-3}$  rad,  $\alpha_0 = 2 \times 10^{-16}$  1/ $\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $\beta_0 = 2 \times 10^{-12}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , and  $\delta = 1 \times 10^{-11}$  rad<sup>2</sup>/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . Different curves show variations of the ratio when each parameter is divided by 2

As far as we understand, following the data shown in Fig. 5, if the  $\beta$  noise could be completely neglected, the  $\alpha$  noise would be dominant, and if a  $\Gamma$  value of about  $10^{-4}$  rad (see e.g. [9]) is reached, then noise of about  $10^{-9}$  rad/ $\sqrt{\text{Hz}}$  in ellipticity is achievable. This is about 100 times better than what is usually given in polarimetry experiments (see e.g. [9]), and thus this would be a great achievement for BMV and other experiments.

In conclusion, to decrease the optical noise in VMB experiments, the  $\beta$  noise must be eliminated. One possibility is to develop birefringenceless mirrors, but the origin of mirror optical anisotropy is still unknown [14]. Further studies are therefore needed to optimize the fabrication procedure in order to minimize the corresponding birefringence, which would be an important step toward the measurement of VMB.

**Acknowledgements** We thank all the technical staff of the LNCMI and all the members of the BMV collaboration. We also thank the former member of the BMV experiment M. Hartman, who greatly contributed to the design of the apparatus.

## Author contributions

All the authors were involved in the preparation of the manuscript. All the authors have read and approved the final manuscript.

**Data Availability Statement** This manuscript has no associated data or the data will not be deposited. [Author's comment: The datasets generated during and/or analyzed during the current study are available from the corresponding author on reasonable request.]

## References

1. R. Battesti, C. Rizzo, Rep. Prog. Phys. **76**, 016401 (2013). <https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/1/016401>
2. P.L. Kapitza, Sov. Stud. Philos. **19**, 3 (1980). <https://doi.org/10.2753/rsp1061-196719033>
3. M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, Phys. Rev. D **93**, 093020 (2016). <https://doi.org/10.1103/physrevd.93.093020>
4. R. Battesti, J. Béard, S. Böser, N. Bruyant, D. Budker, S.A. Crooker, E.J. Daw, V.V. Flambaum, T. Inada, I.G. Irastorza et al., Phys. Rep. **765–766**, 1 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.07.005>
5. A. Ejlli, F.D. Valle, U. Gastaldi, G. Messineo, R. Pengo, G. Ruoso, G. Zavattini, Phys. Rep. **871**, 1 (2020). <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.06.001>
6. JCGM, *Evaluation of measurement data : Guide to the expression of uncertainty in measurement* (2008)
7. A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D **68**, 16 (2014). <https://doi.org/10.1140/epjd/e2013-40725-9>
8. X. Fan, S. Kamioka, T. Inada, T. Yamazaki, T. Namba, S. Asai, J. Omachi, K. Yoshioka, M. Kuwata-Gonokami, A. Matsuo et al., Eur. Phys. J. D (2017). <https://doi.org/10.1140/epjd/e2017-80290-7>
9. J. Béard, J. Agil, R. Battesti, C. Rizzo, Rev. Sci. Instrum. **92**, 104710 (2021). <https://doi.org/10.1063/5.0064111>
10. G. Zavattini, F.D. Valle, A.M. Soflau, L. Formaggio, G. Crapulli, G. Messineo, E. Mariotti, Š Kunc, A. Ejlli, G.



- Ruoso et al., Eur. Phys. J. C **82**, 159 (2022). <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10100-x>
11. M.T. Hartman, A. Rivère, R. Battesti, C. Rizzo, Rev. Sci. Instrum. **88**, 123114 (2017). <https://doi.org/10.1063/1.4986871>
  12. J. Agil, R. Battesti, C. Rizzo, Eur. Phys. J. D (2021). <https://doi.org/10.1140/epjd/s10053-021-00100-z>
  13. M.T. Hartman, R. Battesti, C. Rizzo, IEEE Trans. Instrum. Meas. **68**, 2268 (2019). <https://doi.org/10.1109/tim.2018.2890183>
  14. F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, R. Battesti, C. Robilliard, C. Rizzo, Appl. Phys. B **97**, 457 (2009). <https://doi.org/10.1007/s00340-009-3677-7>

Springer Nature or its licensor holds exclusive rights to this article under a publishing agreement with the author(s) or other rightsholder(s); author self-archiving of the accepted manuscript version of this article is solely governed by the terms of such publishing agreement and applicable law.

## Annexe E

# On the speed of light in a vacuum in the presence of a magnetic field

J. Agil, R. Battesti & C. Rizzo,  
*Eur. Phys. J. H* **48**, 2 (2023).



# On the speed of light in a vacuum in the presence of a magnetic field

Jonathan Agil<sup>a</sup> , Rémy Battesti, and Carlo Rizzo

Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses (UPR 3228, CNRS-UPS-UGA-INSA), 143 avenue de Rangueil, 31400 Toulouse, France

Received 11 May 2022 / Accepted 20 February 2023

© The Author(s), under exclusive licence to EDP Sciences, Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2023

**Abstract** The nature of light, the existence of magnetism, and the physical meaning of a vacuum are the problems so deeply related to philosophy that they have been discussed for thousands of years. In this paper, we concentrate ourselves on a question that concerns the three of them: does light speed in a vacuum change when a magnetic field is present? The experimental answer to this fundamental question has not yet been given even if it has been stated in modern terms for more than a century. To fully understand the importance of such a question in physics, we review the main facts and concepts from the historical point of view.

## 1 Introduction

In this paper, we review from the historical point of view light interactions with electromagnetic fields in a vacuum, and in particular the variation of light speed because of magnetic fields. The experimental answer to this fundamental question has not yet been given even if it has been stated in modern terms for more than a century. As we show in the following, this is not only a technical problem. Philosophers and scientists have struggled for centuries to state physics concepts in such a way that such a question could be asked.

Our subject is both very ancient and very topical with the possibility to test the Standard Model and even to go beyond the Standard Model in terrestrial laboratories and/or in astrophysical observations.

In order to fully appreciate the importance of such a search for the influence of a magnetic field on the velocity of light, it is necessary to trace the origin of fundamental physical concepts that scientists use to describe the nature of light, magnetic fields and a vacuum. This is the goal of our paper that is somewhat arbitrarily divided in chapters concerning different ages.

The ancient times chapter treats facts from antiquity to the discovery of pneumatic vacuum by Torricelli. The modern times chapter concerns facts up to the experimental proposal by Iacopini and Zavattini [43] that has been at the origin of all the existing laboratory attempts to measure this fundamental effect, and that is the natural starting point of the contemporary times chapter devoted to nowadays developments. A final section deals with conclusions and perspectives.

## 2 Ancient times

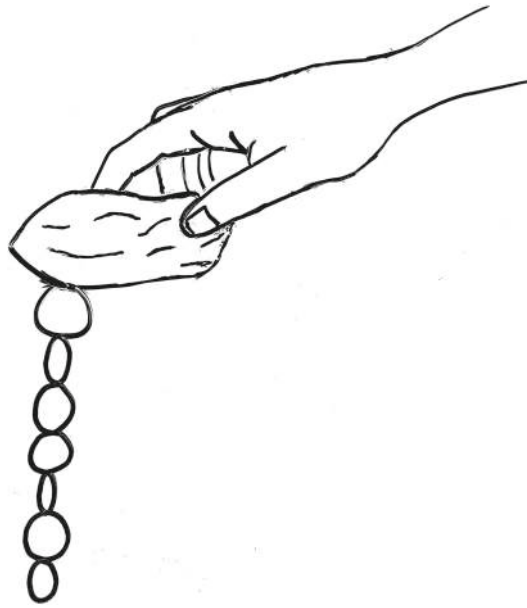
Light and magnetism have been known since prehistoric times.

Light, obviously, because it is so important in everyday life. The first treaty about it and its properties has been written by Euclid around  $-300$ . He summarised the fundamental knowledge of his time on subjects like light reflection, diffusion and vision into a book called *Optics* (Euclid [29]), (see also Darrigol [19] and refs. within).

Magnetism, because someone discovered the existence of a kind of stone having the strange property to attract other stones of the same nature and iron ores. It was called a magnet from Magnesia, a location somewhere in ancient Greece, apparently well-known for the extraction of such a stone.

One of the first written reports on a magnetic phenomenon can be found in a Plato's dialogue, *Ion*, written around  $-400$ : “*This stone not only attracts iron rings, but also imparts to them a similar power of attracting other*

<sup>a</sup> e-mail: [jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr](mailto:jonathan.agil@lncmi.cnrs.fr) (corresponding author)



**Fig. 1** Plato's rings experiment. A stone having magnetic properties has the ability to attract iron rings and give them the same property. However, without the stone the rings fall as they do not attract each other anymore

*rings; and sometimes you may see a number of pieces of iron and rings suspended from one another so as to form quite a long chain: and all of them derive their power of suspension from the original stone*" Plato [61], see Fig. 1.

Actually, Plato was not writing about physics but about poetry arguing that *"in like manner the Muse first of all inspires men herself; and from these inspired persons a chain of other persons is suspended, who take the inspiration"* Plato [61].

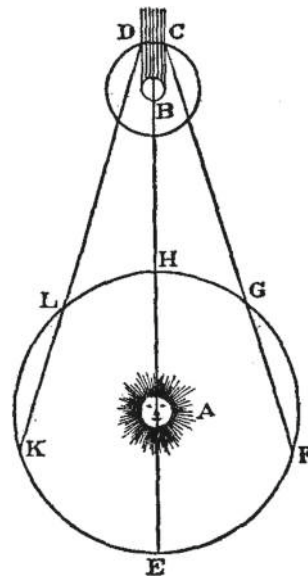
But, what are the relations between the two? Up to the 19th century, the answer was straightforward: none! For example, in 1600, in the book that can be considered as the foundation of the science of magnetism, *On the magnet*, William Gilbert argues that *"as light comes in an instant (as the opticians teach), so much more quickly is the magnetic vigor present within the limits of its strength; and because its activity is much more subtle than light, and does not consent with a non-magnetic substance, it has no intercourse with air, water, or any non-magnetic;... And just as light does not remain in the air above vapours and effluvia, and is not reflected from those spaces, so neither is the magnetic ray held in air or water.... however, the magnetic power excels light, in that it is not hindered by any opaque or solid substance, but proceeds freely, and extends its forces on every side"* Gilbert [40]. As far as we understand, for Gilbert, since light is a non-magnetic substance, it has no intercourse with the magnetic power, so light and magnetic power permeates the whole space not interfering with each other.

In these few lines, Gilbert also gives, as a well-known fact, that light and magnetic power come in an instant, i.e. in nowadays terms, that light velocity is infinite. This was considered so evident that Descartes wrote in a letter to Isaac Beeckman in 1634 that *"The instantaneous propagation of light is to me so certain that if its falsity could be shown, I would be ready to admit my complete ignorance of Philosophy"*. Descartes [20], Darrigol [19].

First measurement of a finite light velocity dates back to 1676. It was performed by Rømer by observing the eclipses of Io the satellite of Jupiter at different positions of the Earth in its solar orbit (Rømer [67,68]), as shown in Fig. 2. This observation was reported in Rømer [68]: *"The necessity of this new Equation of the retardment of Light, is established by all the observations that have been made in the R.Academy, and in the Observatory for the space of eight years, and it hath been lately confirmed by the Emersion of the first Satellite observed at Paris the 9th of November last at 5 a Clock, 35'. 45". at Night, 10 min later than it was to be expected, by deducing it from those that had been observed in the Month of August, when the Earth was much nearer to Jupiter: Which M.Romer had predicted to the said Academy from the beginning of September"*.

Rømer was at that time in Paris as the assistant of Cassini and Picard, two astronomers members of the "Académie des Sciences". Cassini, in particular, had published a detailed table of the movements of Jupiter's satellites. Its goal was to use their observations to determine the value of the longitude of a point on the Earth's surface. The idea, coming from Galileo himself, the discoverer of Jupiter's satellites, was to use Jupiter as a sort of master clock. The longitude being worked out by comparing the satellite observation in Paris, for example, and any other spot on Earth. The determination of the longitude was a very serious problem to be solved, while European ships were busy with exploration journeys (Cohen [16]).

At the end of the 17th century, the finiteness of the velocity of light was still questioned (Darrigol [19]). The final confirmation came in 1729 by Bradley, who observed the stellar aberration, i.e. the motion of the apparent



**Fig. 2** In the seventeenth century, Ole Rømer observed a variation of the time between two eclipses of Io, a satellite of Jupiter, depending on the position of the Earth in its orbit. Because of the change of the distance from Earth to Jupiter, he concluded that light has a finite velocity. The image is from a reproduction of Rømer [67,68] in Magie [50]

position of a star that could be explained only by a combined effect of the motion of the Earth and a finite velocity of light (Bradley [9]).

Actually, for centuries, the title of this paper would have been simply considered as nonsense. Not only because we talk about light velocity, but also because we assume the existence of a vacuum, a thing that has been considered impossible for centuries following the Aristotle teaching. Around  $-350$  Aristotle considered that vacuum is a fundamental concept in science and he wrote in his treaty called *Physics* that “*the investigation of questions about the vacuum must be held to belong to the physicist—namely whatever it exists or not, and how it exists or what it is*” (Aristotle [3]) but he concluded that “*Since we have determined the nature of place, and void must, if it exists, be place deprived of body, and we have stated both in what sense place exists and in what sense it does not, it is plain that on this showing void does not exist*” Aristotle [3]. Aristotle had the last word for almost 2 000 years.

It is worth mentioning that Aristotle also reported an observation proving that a vacuum cannot exist concerning the motion of bodies: “*Further, in point of fact things that are thrown move though that which gave them their impulse is not touching them, either by reason of mutual replacement, as some maintain, or because the air that has been pushed pushes them with a movement quicker than the natural locomotion of the projectile wherewith it moves to its proper place. But in a void none of these things can take place, nor can anything be moved save as that which is carried is moved.*” Aristotle [3]. In other words, all the space has to be filled by some substance otherwise no motion is possible. It is thanks to the action of this supporting medium that bodies can continue their motion once they are separated by the source of their impulse.

Vacuum became a physical object only in 1644 thanks to Torricelli and his famous experiment Torricelli [72], illustrated in Fig. 3, and repeated extensively and very fruitfully by Pascal [58].

The goal of Torricelli was “*not to create simply a vacuum, but to built an instrument to show the changes of air, sometimes heavier and thicker, sometimes lighter and subtler*” Torricelli [72]. While the fact that Torricelli’s experiment provides an evidence of the weight of air was accepted worldwide rapidly, the existence of a vacuum was immediately questioned. In particular, Descartes’ vision of the world was that the whole cosmos was filled by a subtle matter, namely the ether, that was able to pass through the pores of the glass constituting Torricelli’s tube preventing a vacuum to exist (Descartes [21]). This is what Descartes gave as an explanation to Pascal himself in a meeting in 1647 as reported by Jacqueline Pascal, his sister: “*Then we got to the vacuum, and Mr. Descartes in a very serious manner, when he was told about [Torricelli’s] experiment and asked what he thought entered the tube, said that it was his subtle matter*”. Pascal [59]. Actually, Descartes has filled the cosmos with his subtle matter also to allow the propagation of light, as Aristotle did to justify body motion. Now, the fact that the ether is needed for light propagation “*will give the possibility to those who believe in the existence of a vacuum to note that there is none of it in the upper part of [Torricelli’s] tube, and that the space that the mercury has left is filled by some matter since the visible objects which are on the other side still act on our eyes to give us the same sensation as before; what they could not do if there was a vacuum because their action would be stopped; and even when one’s eye is against the tube, one should not see more than in darkness, or as if there was an opaque body in front of*



**Fig. 3** Torricelli's experiment. A tube filled with mercury is turned upside down inside a container filled of the same liquid. One observes that the level of the mercury in the tube decreases and stops at a fixed height. The space at the top of the glass tube is no more filled with mercury. Is it a vacuum? Illustration extracted from Ganot [39]

*it; which does not happen*". Rohault [64]. This is what can be read in a 17th century treaty on physics written by Rohault, one of Descartes' followers.

The concept of ether comes from ancient times but before Descartes it had no mechanical properties. Descartes can be considered as the first to bring the ether into modern sciences (Whittaker [76]).

### 3 Modern times

But, what is the nature of the substance filling all the cosmos? What are its properties? Does it move? How does it interact with the other material bodies?

From the point of view of classical philosophy, a vacuum is a much simpler object to define than the ether. A vacuum is literally nothing, no properties has to be assigned to it.

From the point of view of Newtonian gravitation, since we do not observe any friction caused by the ether on celestial bodies, a vacuum or a free ether, i.e. an unperturbed ether is the same from the phenomenological point of view (Whittaker [76]).

Things get more complicated when light comes into play. Centuries of theories and experiments have been necessary to explore all the aspects concerning the ether (Whittaker [76]). As far as light is concerned, it was assumed to be a vibration of the ether itself just as sound is a vibration of a material body (Darrigol [19]).

Moreover, in 1845, Faraday observed that the linear polarisation of light rotates when light propagates in a medium in the presence of a magnetic field parallel to its direction of propagation (Faraday [32,33]). This was considered a clear indication of the connection between light and magnetism (Whittaker [76]). As a matter of fact, Faraday was convinced "*that the various forms under which the forces of matter are made manifest have one common origin; or, in other words, are so directly related and mutually dependent, that they are convertible, as it were, one into another, and possess equivalents of power in their action*". (see Darrigol [18] and references within). The discovery of what we call nowadays the Faraday effect consisted for him "*in illuminating a magnetic curve or line of force and in magnetising a ray of light*". (see Darrigol [18] and references within).

Maxwell in his 1873 book “*A treatise on electricity and magnetism*” explains light propagation like this: “*According to the theory of emission, the transmission of energy is affected by the actual transference of light-corpuscles from luminous to the illuminated body, carrying with them their kinetic energy, together with any other kind of energy of which they may be receptacles. According to the theory of undulation, there is a material medium which fills the space between the two bodies, and it is by the action of contiguous parts of this medium that the energy is passed on from one portion to the next, till it reaches the illuminated body. The luminiferous medium is therefore, during the passage of light through it, a receptacle of energy. In the undulatory theory, as developed by Huygens, Fresnel, Young, Green, &c., this energy is supposed to be partly potential and partly kinetic. The potential energy is supposed to be due to the vibratory motion of the medium. We must therefore regard the medium as having a finite density*”. Maxwell [55].

No ether, no electromagnetic waves, but what about electricity and magnetism? They can be explained by translation or rotation of the ether itself (Whittaker [76]). Now, if an electric or a magnetic field perturbs the free ether, and some light propagates into it, the light celerity has to be affected as well and change.

As far as we know, the most ancient experimental attempt to see a variation of the index of refraction of light, i.e. of light velocity, when light propagates very close to bodies charged with electricity has been reported by H. Wild in 1864 (Wild [78]). The author explains his motivation for publishing his work as follows: “*Recently, several physicists have directly or indirectly supposed that the light ether and the electric fluid are the same thing following a unitary vision of the nature of the electricity. One immediate consequence is that the density of the ether in a body positively electrified has to be bigger or smaller than in a body negatively electrified. Since November 1860, I performed some experiences to test experimentally the consequences of this hypothesis. Since all of them has given a negative result, and that for some of them I have employed somewhat inadequate apparatus, I had avoided to publish them. Since then, discussion with some physicists, friends of mine, have shown me that others have also tested experimentally this hypothesis with as few success as me. I have thought then that it was worthwhile to report to the public my investigations on this point, that I have been somewhat finishing this autumn, even if it has done nothing more than confirming my previous negative results*”.

A few years later in 1873, A. Roiti tested experimentally another hypothesis, i.e. an electric current is an ether current (Roiti [65, 66]). If it is so, some light propagating in the direction of the electric current will have its velocity increased because of the sum of its velocity with the ether one. No variation of the velocity of light was observed, so that the ether velocity was evaluated to be smaller than 200 m/s which was much less than the velocity of propagation of electricity in a circuit.

Let us note also that in 1884, Lecher reported (Lecher [48]) a repetition of Roiti’s experiment, always with a negative result, and also a search for a current induced in a solenoid by the passage of a circularly polarised light. The motivation was “*to know if the rotation of the polarisation plan of the light by an electric current is a reversible phenomenon or not*”. The result was negative as well.

A more precise result than the Riotti’s one, 41 m/s, was obtained by Wilberforce in 1887 (Wilberforce [77]) using a more advanced interferometric technique and a condenser to create a displacement current in a dielectric in which light propagated, and the experimental apparatus is shown in Fig. 4. As the author states: “*according to the view of electromagnetic field taken by Maxwell, there is a certain ether or medium pervading the whole space, with which the molecules of ordinary matter are in the same way associated or connected, and which is the seat of all electric and electromagnetic forces,... we must assume at the same time that if any portion of the conducting matter is set in motion the medium associated with it will move with the same velocity*”. The result being negative, this was not the case.

The effect of a magnetic field and again an electric field has also been tested by Lodge as reported in 1897 (Lodge [49]). These are the author’s conclusions “*without further delay I conclude that neither an electric nor a magnetic transverse field confers viscosity upon the ether, nor enables moving matter to grip and move it rotationally*”.

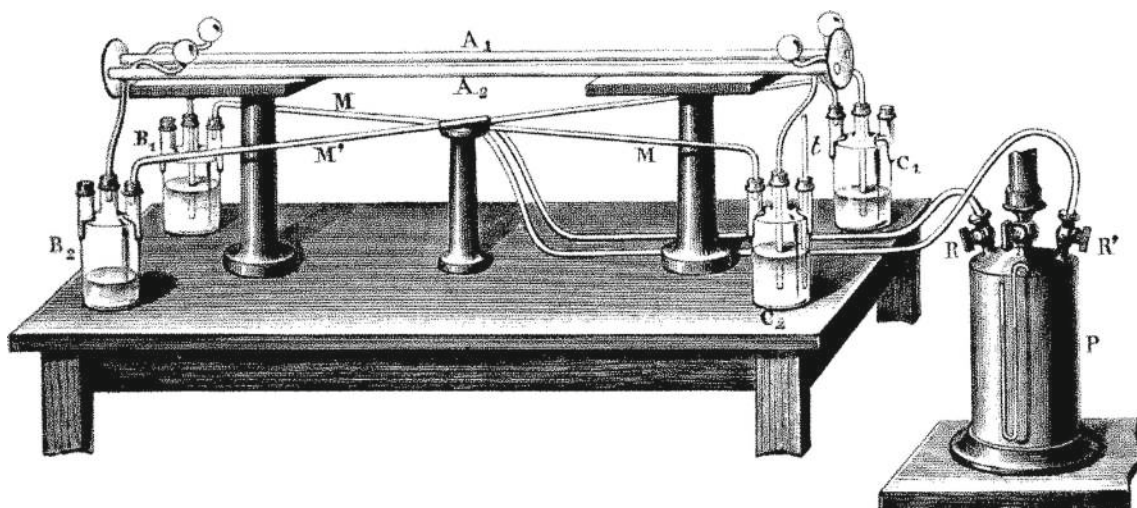
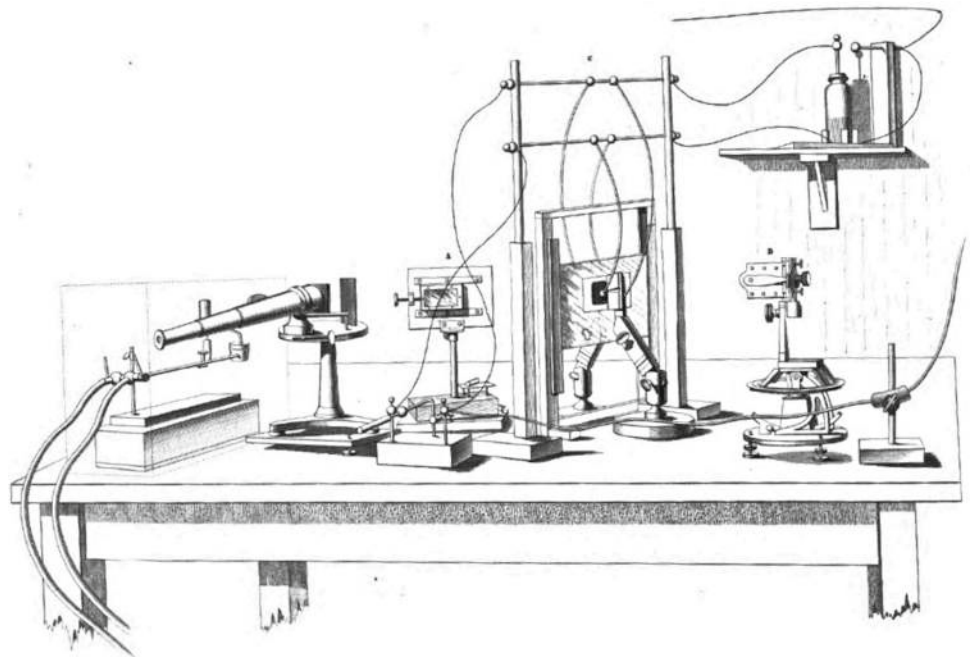
All these experiments were performed using interferometric techniques and, in a sense, their goal was actually the detection of the ether movement corresponding to the electromagnetic phenomena more than the observation of a variation of the light celerity which was considered as a straightforward consequence of the ether motion.

On the other hand, a few years before, the subject of the present paper has been discussed in an official meeting of physicists with a more modern attitude without mentioning the ether at all. Actually, in 1889 at the Toronto Meeting of the American Association for the Advancement of Science, H.T. Eddy presented theoretical results concerning a possible variation of the speed of light in the presence of a magnetic field. “*In the discussion that followed ... Prof. Morley suggested a form of apparatus which would detect the suspected change of velocity ... The whole matter was of such interest that the section of the Association ... obtained from the research funds ... a grant of money with which to construct the apparatus and make the experiment. ... The optical part of the apparatus consists of the interferential refractometer used by Michelson in his experiments to determine whether light moves with the same velocity in different directions in the solar system*”. With these words, Morley tells us the origin of the experiment which he carried out between 1889 and 1898 (Morley et al. [56]).

What has happened in the second half of the 19th century to justify that the ether concept could be given up? The ether could not stand the results of the experiments measuring the light velocity when the relative motion of matter with respect to the ether has to be taken into account.



**Fig. 4** Wilberforce apparatus used to improve on Rioti's results. The interferometric device is composed of a thick mirror (A on the illustration) and two right-angled mirrors (B), in between a displacement current can be applied to a dielectric (C). Interference fringes were observed thanks to a telescope. Extracted from Wilberforce [77]



**Fig. 5** Fizeau's apparatus used to measure light velocity in a moving fluid. Only the liquid system is represented here, allowing the fluid to flow circularly in the tubes  $A_1$  and  $A_2$ . A mirror is used to make light circulate in both tubes, light going around in one way interfere with the one going the other way. Fringes displacement allow to calculate light velocity in function of the fluid flow. Extracted from Mascart [54]

Physicists knew that light velocity in a material medium is  $c/n$ , where  $n$  is the index of refraction which depends on the medium. Now, what about if the medium is moving at a velocity  $v_m$ ? If the ether does not move with it, light should keep on propagating at  $c/n$ , if the ether moves with the medium  $c/n$  and  $v_m$  have to sum up.

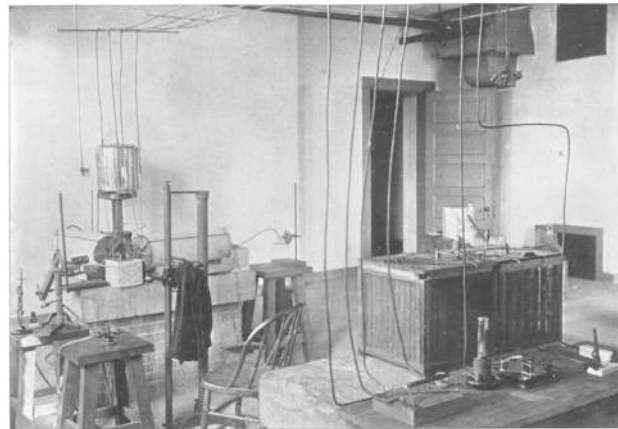
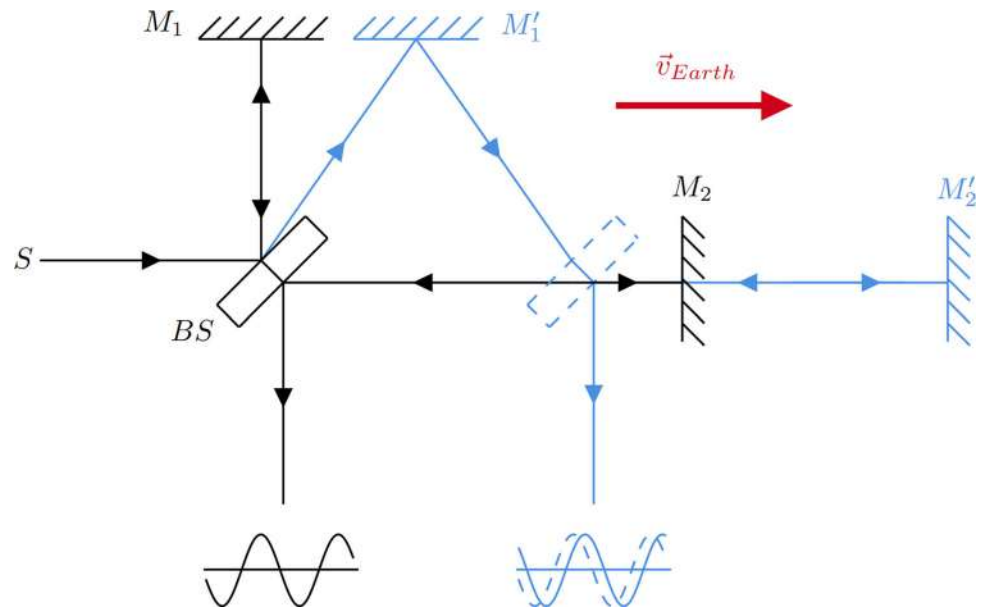
To find the correct answer, Fizeau performed an experiment in 1851 whose result was puzzling (Fizeau [36]), and a part of the apparatus is represented in Fig. 5. Fizeau's results suggested that the ether was "partially" dragged since the light velocity  $v_l$  was intermediate between the two expected values. If the light propagation is parallel to the body velocity,  $v_l \approx c/n + v_m (1 - 1/n^2)$ .

Well, one could even accept this but in 1887, Michelson and Morley published their null result obtained when looking for the ether drift, their famous interferometer is represented in Fig. 6. Light velocity measured in a moving frame is always  $c$  regardless of the relative motion with respect to the ether, i.e. the ether moves with the body. This is not compatible with the Fizeau's experimental result, and finally, Einstein's special relativity turned the ether concept in a superfluous one.

In their book titled *The evolution of Physics*, Einstein and Infeld state their point of view (Einstein and Infeld [26]): "All assumptions concerning ether led nowhere! The experimental verdict was always negative. Looking back



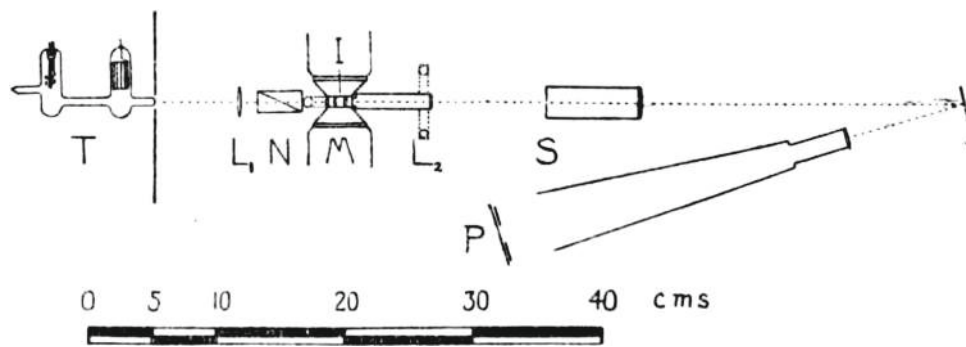
**Fig. 6** Michelson–Morley experiment: a beamsplitter is used to divide and recombine a light beam along two orthogonal directions. If an “ether wind” due to the velocity of Earth with respect to the ether exists, it would cause an observable fringe shift



**Fig. 7** Experiment of Eddy, Morley and Miller; they describe their apparatus in Eddy et al. [25]: “At the extreme right are seen the commutator, amperemeter, and resistance coils, used in managing the electric current. The wooden stand at the extreme left carries the source of light and the condensing lens. The adjacent stone pier carries the coils; between them is seen the cubical block of stone which supports the diagonally placed mirrors . . . Apparently just above this block, but really some yards to the rear, is a double tank supplying water and carbon bisulphide to the apparatus. The reading telescope with which the observations were made is marked by the hanging cloth. On the left edge of the pier is seen an iron stand carrying a Nicol’s prism for polarising the ray of light sent through the apparatus; on the wooden stand to the right of the pier is seen the analyzer, by means of which the rotation produced was measured while the current was adjusted so as to secure the rotation desired”. Extracted from Eddy et al. [25]

over the development of physics, we see that the ether, soon after its birth, became the “enfant terrible” of the family of physical substances. First, the construction of a simple mechanical picture of the ether proved to be impossible and was discarded. This caused, to a great extent, the breakdown of the mechanical point of view. Second, we had to give up hope that through the presence of the ether, one coordinate system would be distinguished and lead to the recognition of absolute, and not only relative, motion. This would have been the only way, besides carrying the waves, in which ether could mark and justify its existence. All our attempts to make the ether real failed”.

Let us come back to Morley’s experiment. A Physical Review paper (Eddy et al. [25]), also published in 1898, gives more explanations on the theoretical motivations. The goal was to test Eddy’s prediction that a circularly polarised light has a velocity of propagation different from the one of the linearly polarised light. A magnetic field of about 0.2 T was present in one of the arms of the interferometer to rotate the polarisation thanks to the Faraday effect in a cell filled with carbon bisulphide. A similar cell was present in the other arm of the interferometer but without magnetic field; Fig. 7 is a photograph of their apparatus.



**Fig. 8** Watson's experiment to search an influence of a transverse magnetic field on the speed of light in vacuum. He used a Neon tube discharge as a photon source, T, that he polarised using a Nicol prism, N, then used a Fabry-Perot interferometer, I, inside a magnet, M, to create an interference pattern. He expected fringe broadening but measured none outside of uncertainties. Extracted from Watson [74]

The results were again negative, they write: “*The result reported at the Boston meeting of the American Association is, that we are confident that when light corresponding to the solar D line is passed through one hundred and twenty centimetres of carbon bisulphide in a magnetic field which produces rotation by half a circumference in the plane of its polarisation, there is no such change of velocity as one part in sixty million, and probably no such change in a hundred million*”. Eddy et al. [25].

With today's knowledge, the theoretical foundations are not very clear. Actually, the magnetic field is only indirectly the cause of the hypothetical effect that, as far as we understand, should also exist in optical active media like sugar solutions where a rotation of polarisation is observed without the need of a magnetic field.

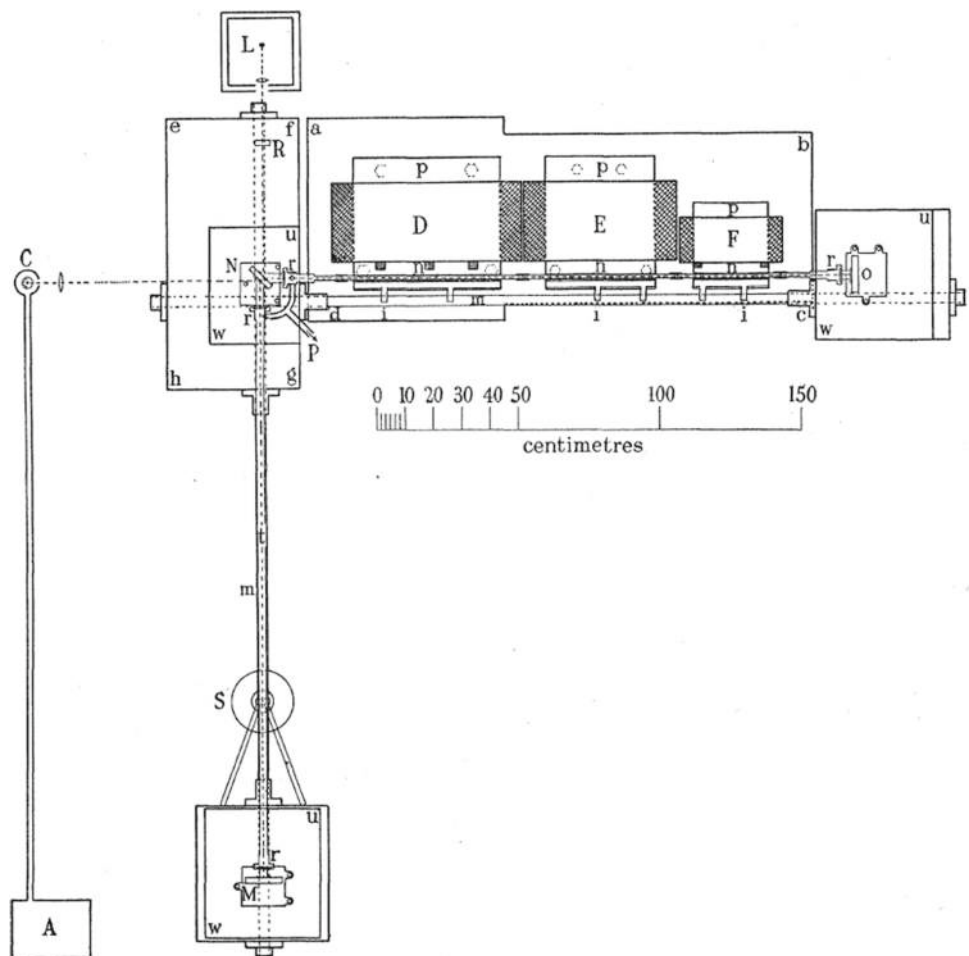
Let us finally note that Miller, one of the two experimentalists, tried for several years to repeat the Michelson–Morley experiment, and he reported in 1925 a positive result being at the origin of a revival of the ether drift experiments (Navarro [57]) that ultimately confirmed a definitive negative result.

It is only in 1929 that a new attempt to observe the effect of a magnetic field on light is reported, when Watson published in the Proceedings of the Royal Society of London the results of his experiment carried out at the Cavendish Laboratory (Watson [74]). The thirty years that have passed by since the last attempt by Morley have seen the birth of the theory of Relativity and Quantum Mechanics. Watson's theoretical motivation takes this into account: “*In modern physics there have developed two complementary – and apparently mutually contradictory – modes of description of radiation processes and of the motion of molecules, atoms, electrons and protons. ... The development of the analogy between photons and entities of the second class (atoms, electrons, etc.) has already reached the stage where it is possible to give a wave description of the motion of the particles in all cases and to assign to the particles an energy-momentum four-vector within the limits of the Heisenberg's principle. There remains, however, a fundamental distinction in current theory. All entities in the second class have electromagnetic particle properties, while none have been assigned to the photon. ... The present investigation was carried out with the object of detecting, if possible, the existence of the magnetic moment of a photon*”. Watson's experiment is represented in Fig. 8.

The light, polarised by a Nicol prism, passes through a Fabry-Perot interferometer, and the interference fringes are observed. Inside the Fabry-Perot, a magnetic field  $\mathbf{B}$  ( $B \approx 1$  T) perpendicular to the direction of propagation is present; if the photon has a magnetic moment  $\boldsymbol{\mu}$ , the interaction energy  $\Delta E$  is necessarily  $\Delta E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ , which also corresponds to a change in frequency of amplitude  $\Delta\nu/\nu = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}/h\nu$ . By turning on the magnetic field, one should see the interference fringes move, if an effect exists. Watson's result was zero, and the variation in the refractive index  $\Delta n$  was less than  $4 \times 10^{-7}$ . Let us note that according to the nowadays Standard Model, a zero magnetic moment of the photon is expected (Workman et al. [79]).

Apparently, the experiment has been known around. It is quite amusing to learn by Kapitza's memories (Kapitza [45]) that: “*In the 1930s, in Cavendish's laboratory, I developed a method of obtaining magnetic fields one order stronger than had previously been attained. [See Kapitza [46]] In a conversation Einstein tried to persuade me to study experimentally the influence of a magnetic field upon the velocity of light. Such experiments had been conducted, and no effect was discovered. In my magnetic fields it was possible to raise the limit of accuracy of measurement by two orders of magnitude, because the effect was dependent on the square of the intensity of the magnetic field. I protested to Einstein that according to the existing picture of electromagnetic phenomena, I could not see from whence such a measurable phenomenon would come. Having found it impossible to prove the need for such experiments, Einstein finally said, 'I think that die liebe Gott could not have created the world in such a fashion that a magnetic field would be unable to influence the velocity of light'. Of course, it is hard to counter that kind of argument*”. Very likely, Einstein visited Kapitza's laboratory in 1932 when he spent some time in Cambridge to talk with Eddington and give a Rouse Ball Lecture (Fox [38]). Watson was no more there having moved to Canada to the McGill University in 1931 (University [73]).

**Fig. 9** Experiment of Farr and Banwell searched for a change of the speed of light under a transverse magnetic field in vacuum. Experimentalists used a Michelson–Morley setup where on one arm a magnetic coil capable of producing a field near 2 T was placed. If the magnetic field has an influence on the speed of light, a displacement of the interference fringes was to be observed. The result found that the change of velocity of light in vacuum is less than 14 m per second. In the figure, the interferometer is formed of L the light source, N the beam splitter, and M and O the mirrors. The electromagnets are D, E and F, and observations are made at C. Figure extracted from Banwell and Farr [4]

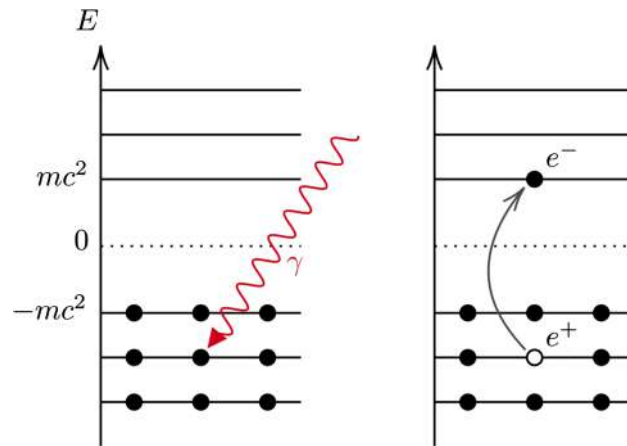


Let us note that Watson was looking for a  $\mathbf{B}$  effect, and the first citation of a  $\mathbf{B}^2$  effect in a vacuum, dates only from 1961 (Erber [28]), but Albert Einstein seems to have understood before anybody else that the effect of the magnetic field on light velocity must depend on  $\mathbf{B}^2$ . A likely explanation is that since Einstein was convinced that  $c$  cannot be exceeded, a magnetic field can only reduce it, i.e. the index of refraction in the presence of a magnetic field in a vacuum has to be greater than 1 whatever is the sign of  $\mathbf{B}$ .  $\mathbf{B}^2$  therefore, not  $\mathbf{B}$ .

In the same period, Farr and Banwell were working on the same phenomenon in New Zealand (Farr and Banwell [34]), and the theoretical motivation was similar to the Watson's one. The results have been published in 1932: "*In the present work, which was in progress at the time when Watson's paper was published, a different experimental method is adopted and the apparatus developed carries the same conclusions he obtained, but twenty times the sensitiveness which he ascribed to his results*". A later article (Banwell and Farr [4]), published in 1940, presents an improved device in terms of sensitivity and therefore a result that is still zero but 30 times more precise:  $\Delta n < 2 \times 10^{-9}$ . Farr and Banwell's apparatus was a Michelson interferometer where one of the two arms was subjected to a magnetic field perpendicular to the direction of light propagation of about 2 T, see Fig. 9.

Between the first and the second article by Farr and Banwell, everything has changed on a theoretical level. Dirac [22], Euler [30], Heisenberg [41], and Weisskopf [75] developed the quantum theory of vacuum, that is to say worked out a theoretical relation which connects, in a vacuum, the vector  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  to the vectors  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$  present in the equations of Maxwell in the framework of the novel quantum theory.

The 1936 Weisskopf's article (Weisskopf [75]) entitled *The electrodynamics of the vacuum based on the quantum theory of the electron* is very instructive. The mass-energy equivalence plays a very important role: a quantum of light can be absorbed in a vacuum and transformed into matter in the presence of other electromagnetic fields thanks to the creation of an electron-positron pair. The phenomenon of absorption of light in a vacuum is incompatible with classical electrodynamics. Classically, several fields can be superimposed without interacting. This is how Weisskopf sums up the phenomenon in question: "*When light passes through electromagnetic fields, it will behave as if the vacuum were given a dielectric constant different from that of the unit under the influence of the fields*". The effect of a magnetic field  $\mathbf{B}$  on the propagation of light in a vacuum is therefore to make  $\epsilon$  and  $\mu$ , and therefore  $v$  and  $n$ , functions of  $\mathbf{B}$ . To be able to calculate the new expression for the energy of the



**Fig. 10** Dirac’s interpretation of the negative energy states that his equation yields. An infinite number of electrons occupy these negative energy states, a virtual electron can be created by excitation of one of these states. The virtual hole left behind is a new soon-to-be discovered particle of the same mass but of opposite charge, the positron

electromagnetic field, we need an inherently nonlinear theory. This requires finding a physical meaning for the negative energy states of the electron predicted by Dirac’s equation. Dirac, himself, in his report of 1934 (Dirac [22]) to the 7th council Solvay de Physique, *Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques*, entitled “*Théorie du positron*”, writes: “An electron in a state of negative energy is an object altogether foreign to our experience, but which we can nevertheless study from a theoretical point of view; . . . Let us admit that in the universe as we know it, the negative energy states are almost all occupied by electrons, and that the distribution thus obtained is not accessible to our observation because of its uniformity throughout the space. Under these conditions, any state of unoccupied negative energy representing a rupture of this uniformity must reveal itself to the observation as a kind of a hole. It is possible to admit that these vacancies constitute the positrons”. An illustration of what Dirac described is shown in Fig. 10.

Dirac’s quantum vacuum model cannot be completely consistent because the set of electrons in a vacuum have infinite charge density and current density. The model shows anyway that the phenomenon of pair creation can be interpreted as a transition from a vacuum electron to a positive energy state (electron) under the action of the electromagnetic field, which also creates a hole (positron) in the vacuum.

Calculations concerning the quantum vacuum are obviously complicated by this lack of consistency. To describe a real situation, we need to subtract one infinite amount (undisturbed vacuum energy) from another (vacuum energy disturbed, for example, by a magnetic field). Dirac [22], Euler [30], Heisenberg [41], and Weisskopf [75] have found a method to do this subtraction which leaves no doubt. The method is based on the consideration that the energy, the current density, the charge density of the electrons of the vacuum, the electrical and magnetic polarisability of the vacuum, when no field is present, are quantities which correspond to divergent sums to which nevertheless one can attribute a clear physical meaning (see also Schweber [70]). It is therefore possible to calculate the properties of the vacuum in the presence of electromagnetic fields and give the relations between  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{H}$  and  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ . The electromagnetic characteristics of a vacuum can be described by an electrical permittivity and a magnetic permeability which depend on the fields present (Weisskopf [75]).

Indeed the mathematical form of the effective Lagrangian describing the interaction between the wave and the fields is fixed by the necessity that it must be a relativistic invariant. It therefore must be a combination of the relativistic invariants of the electromagnetic field  $(\epsilon_0 E^2 - B^2/\mu_0)$  and  $\sqrt{\epsilon_0/\mu_0} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$  (Battesti and Rizzo [5]). One sees that for a plane wave which propagates in a vacuum since  $E = B/c$  and  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$ , no nonlinear effect is possible.

In the case of classical Maxwell electrodynamics, the principle of superposition holds. The electromagnetic fields associated with light just sum up with the external electromagnetic fields, and no interaction between the two is possible. Maxwell’s theory is intrinsically linear, and the energy density of the field can be written as

$$U_0 = \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right). \tag{1}$$



Now, Weisskopf's predictions is that (Battesti and Rizzo [5])

$$U \approx \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) + \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \left( \epsilon_0 E^2 - \frac{B^2}{\mu_0} \right) \left( 3\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) + \frac{14\alpha^2 \hbar^3}{45m_e^4 c^5} \frac{\epsilon_0}{\mu_0} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})^2. \quad (2)$$

The theory underwent a new development during the fifties when Feynman, Schwinger and Tomonaga formulated Quantum ElectroDynamics (QED), the success of which continues to this day. In 1949, Feynman presented a new positron theory (Feynman [35]): “the problem of the behaviour of positrons and electrons in given external potentials, neglecting their mutual interaction, is analysed by replacing the theory of holes by a reinterpretation of the solutions of the Dirac equation. . . . In this solution, the “negative energy states” appear in a form which may be pictured . . . in space-time as waves traveling away from the external potential backwards in time. Experimentally such a wave corresponds to a positron approaching the potential and annihilating the electron”. We recognise in these words what we normally call Feynman's diagrams. In the appendix to the same article (Feynman [35]), we read: “a proof of the equivalence of the method to the theory of holes . . . is given” which implies that the results given by Heisenberg and Euler are once again obtained with the new method of Feynman.

Schwinger also later confirms the nonlinearity of the propagation of light in vacuum. A very detailed historical study of the QED birth can be found in Schweber [70]. In his 1950 article (Schwinger [71]), we find: “Quantum Electrodynamics is characterised by several formal invariance properties, notably relativistic and gauge invariance. Yet specific calculations by conventional methods may yield results that violate these requirements, in consequence of the divergences inherent in present field theories . . . Explicit solutions can be obtained in the two situations of constant fields, and fields propagated with the speed of light in the form of a plane wave. For constant (that is, slowly varying) fields, a renormalisation of field strength and charge yields a modified Lagrange function differing from that of Maxwell field by terms that imply a nonlinear behaviour for the electromagnetic field. The result agrees precisely with one obtained some time ago by other methods and a somewhat different viewpoint”, i.e. the results of Heisenberg and Euler.

Nonlinear optical effects in a vacuum are thus very well founded on the basic principles of modern physics.

A vacuum in quantum electrodynamics is therefore very different from the classical one which is simply nothing. The quantum vacuum has properties that electromagnetic fields can change. In 1951, Dirac sent a letter to the editors of Nature titled “Is there an *Æther*?” (Dirac [23]) in which he states: “We can now see that we may very well have an *æther*, subject to quantum mechanics and conforming to relativity, provided we are willing to consider the perfect vacuum as an idealised state, not attainable in practice. From the experimental point of view, there does not seem to be any objection to this. We must make some profound alterations in our theoretical ideas of the vacuum. It is no longer a trivial state, but needs elaborate mathematics for its description”. (see also Navarro [57]).

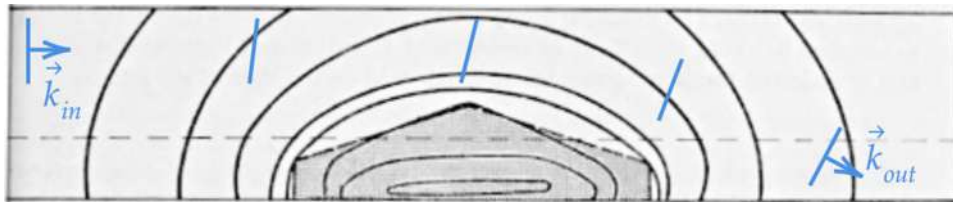
Dirac failed to interest physicists to a new ether theory, but it is anyway true that the definition of a vacuum in quantum physics is complex. For example, Aitchison [2] gives the following: “The basic theoretical entity – the quantum field – is here regarded as analogous to a quantum-mechanical system with (infinitely) many degrees of freedom. A system of interacting quantum fields is then analogous to a complicated system in solid state physics; it can exist in different energy states, namely the ground state and various excited states. The excited states of the field system are characterised by the presence of excitation quanta, which are the particles (electrons, quarks, photons,...) of which our material world is composed. In the ground state of the field system there are no excitation quanta, and hence no particles, present: the vacuum is the ground state”.

The sixties saw a new attempt to detect a variation in the refractive index  $n$  of a vacuum in the presence of a magnetic field by R. V. Jones of the University of Aberdeen, Scotland (Jones [44]) “In principle, the experimental arrangement has been to direct a beam of white light in vacuo through a ‘prism’ of transverse magnetic field, similar to that used by Rabi (1929) in his improvement of the Stern–Gerlach experiment, and to detect photoelectrically any deflexion of the light beam by the field”.

The polarised white light passed close to a magnetic pole of 0.8 T. The magnetic field gradient should induce a spatial variation of  $n$  and a corresponding deflection of the light, see Fig. 11. The sensitivity of Jones' apparatus in refractive index was of the order of  $2 \times 10^{-13}$ .

The author of the article also claims that: “A tangible effect would be contrary to the principles of classical electromagnetism, and it appears . . . that none has so far been predicted from quantum electrodynamics, if an effect were found, it would thus be of much interest. The experiment, while being unlikely to yield a positive result, is therefore among the class of fundamental null experiments which are worth repeating whenever a substantial gain in sensitivity is available”.

The experimental method of Jones is quite original for a terrestrial laboratory, but the same phenomenon is quite common in the cosmos, in particular around pulsars. These are celestial objects that have magnetic field up to  $10^9$  T. Electromagnetic radiation emitted from the pulsar or passing close to it cannot go in a straight line



**Fig. 11** Jones’ experiment: a magnetic pole creates a strong magnetic field gradient, represented by contours of constant field strength; light wavefront propagating near it goes slower than the wavefront propagating farther from the pole. This results in a deviation of the plane wave. Our illustration of the deviated light path is exaggerated for the illustration purposes, and the actual light path is shown in dashed line. Extracted from Jones [44]

but it is obliged to follow field gradient like in Jones’ experiment (e.g. reference Dupays et al. [24] and references within).

On the other hand, in 1961, T. Erber published a journal article in Nature on the “*Velocity of Light in a Magnetic Field*” Erber [28]. Erber presents the experiments already carried out and he proposes different other methods. Moreover, at the theoretical level, he makes the connection between the effect and the Lagrangian of Euler and Kockel [30], also citing Weisskopf [75], as well as the connection between the Cotton–Mouton effect in standard media and the vacuum one.

Actually, the effect of a magnetic field perpendicular to the propagation of light in a material medium has been discovered at the beginning of 20th century. Kerr in 1901 and Majorana in 1902 observed a weak birefringence created by a magnetic field transverse to the direction of light propagation in a suspension of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> in water (Kerr [47]) and in colloidal solutions of Fe (Majorana [52, 53]). This effect is also known as the Cotton–Mouton effect, since between 1905 and 1907, Cotton and Mouton have published at least 21 papers concerning this effect in liquids and colloidal solutions (Cotton [17]). Linearly polarised light which propagates in a medium subjected to a magnetic field **B** perpendicular to the direction of propagation becomes elliptically polarised.

In other words, the speed  $v_{\parallel}$  and the refractive index  $n_{\parallel}$  for light polarised parallel to the magnetic field are different from the speed  $v_{\perp}$  and the refractive index  $n_{\perp}$  for light polarised perpendicular to the magnetic field. The difference  $\Delta n$  between  $n_{\parallel}$  and  $n_{\perp}$  is proportional to  $\mathbf{B}^2$ . In more general optical terms, this is what is called a linear birefringence.

As a matter of fact, the calculation of  $\Delta n$  was only done in the seventies (Bialynicka-Birula and Bialynicki-Birula [8]; Adler [1]) giving the expectation value:

$$\Delta n_{VCM} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \frac{B_0^2}{\mu_0} \approx 4 \times 10^{-24} B_0^2 \tag{3}$$

where  $B_0$  is given in Tesla units. Moreover, the effect does not depend on the light wavelength (Battesti and Rizzo [5]).

It is important to stress that an electric field  $E_0$  would also give a similar linear birefringence

$$\Delta n_{VK} = \frac{2\alpha^2 \hbar^3}{15m_e^4 c^5} \epsilon_0 E_0^2 \tag{4}$$

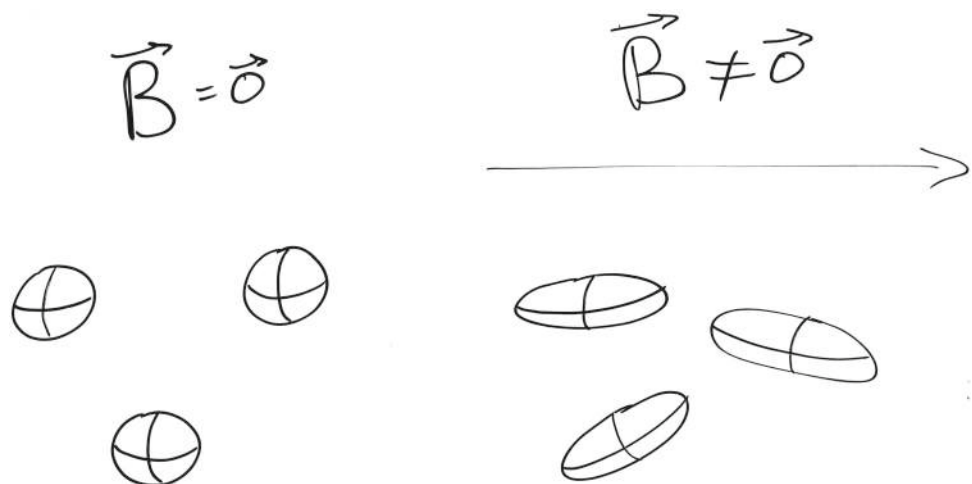
so that a 1 T magnetic field gives the same effect than an electric field of about 300 MV/m, the conversion factor being  $c$ . Experimentalists have therefore concentrated their efforts on  $B$  because it is technically much simpler to produce a 1 T field than a 300 MV/m field.

Quantum electrodynamics therefore predicts for vacuum effects similar to what exist for material media, but how does this value compare with standard medium effects? Is it unmeasurably small?

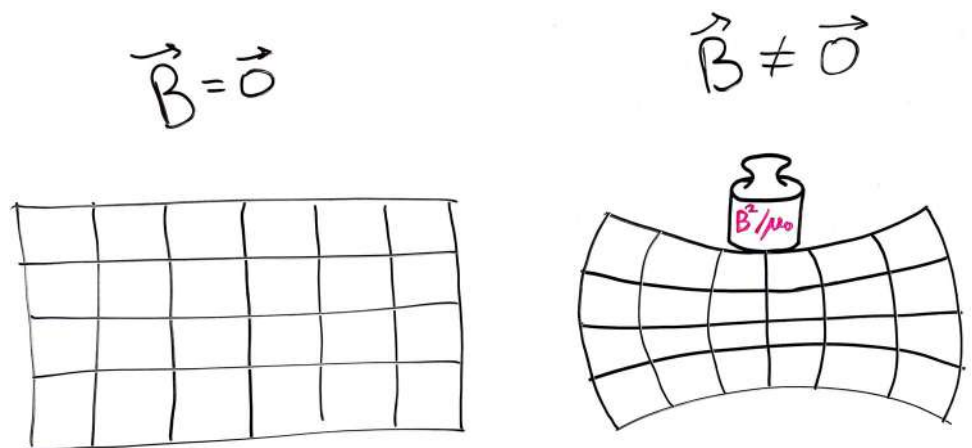
The gases which show the weakest Cotton–Mouton effect are the rare ones of small atomic number: neon and helium (Rizzo et al. [63]). For helium, the first measurement dates from 1991 (Cameron et al. [13]); at a temperature of 20 °C, for a pressure of 1 bar and in the presence of a magnetic field of 1 T, the expected value of  $\Delta n$  is around  $2.4 \times 10^{-16}$ . Under the same conditions, around  $2 \times 10^{-5}$  mbar, i.e. a density of about  $5 \times 10^{17}$  helium atoms per m<sup>3</sup>, give the same effect expected for a vacuum. From this point of view, vacuum “atomic” effect is macroscopic, so important that one can measure it even in the presence of a residual gas pressure of  $2 \times 10^{-9}$  mbar of O<sub>2</sub> (Rizzo et al. [63]). From this point of view, a vacuum acts therefore as a very subtle noble gas whose atomic current distribution is deformed by the presence of the magnetic field, see Fig. 12.

The analogy of a vacuum with a gas suffers from the fact that a gas is always associated with thermal agitation, a vacuum should be thought, maybe, as a crystal which is perfectly transparent, homogeneous and isotropic. Solid standard media under pressure become birefringent anyway. This is what is called the stress birefringence. Actually,  $B^2/\mu_0$  has the dimensions of a pressure. For example, 10 T corresponds to about  $8 \times 10^6$  Pa. Vacuum  $\Delta n$

**Fig. 12** Vacuum as a gaz: according to QED, vacuum has a non-vanishing Cotton–Mouton effect; it thus acts like a low-pressure noble gas whose electronic cloud is deformed by the magnetic field



**Fig. 13** Vacuum as a lattice: according to QED, vacuum has a non-vanishing stress birefringence. Being pressured along one of its axis by  $B^2/\mu_0$  induce a birefringence



can be therefore written as  $\Delta n = C(B^2/\mu_0)$  with  $C \approx 5 \times 10^{-30} \text{ Pa}^{-1}$ . For the sake of argument, let us compare with BK7 glass. For this material,  $C$  is around  $2.7 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$  (Brandi et al. [10]). From this point of view, a vacuum behaves as it has a lattice that is disturbed by the magnetic field pressure, see Fig. 13.

A gas or a crystal is imaginative analogy but one has to be very careful not to let the ether show up again in physics.

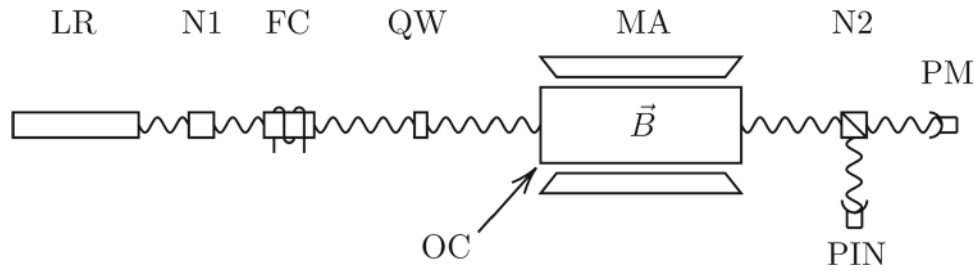
### 4 Contemporary times

The publication of the  $\Delta n$  value marks the beginning of an important and continuous experimental activity together with the publication of several proposals of experiments. Many reviews have therefore been published in recent and less recent years detailing the theoretical aspects, the different experimental methods, and results from an historical and technical point of view (see e.g. Battesti and Rizzo [5]; Battesti et al. [6]), information about astrophysical tests can be found as well.

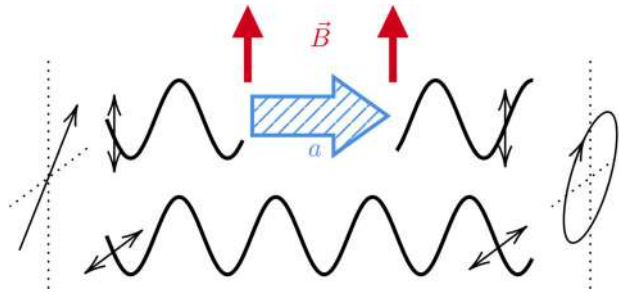
The main event was in 1979 when E. Iacopini and E. Zavattini published a project (Iacopini and Zavattini [43]) which was finalised in 1993 (Cameron et al. [15]) thanks to a collaboration with A. Melissinos. The experiments which are currently in development (Cadène et al. [12]; Fan et al. [31]) are different versions of this original idea, and the experiment PVLAS that has reported the best limits on vacuum magnetic birefringence was also originated by (Zavattini Ejlli et al. [27]).

The experimental design proposed in 1979 (Iacopini and Zavattini [43]) is an improved version of the device initially used by Buckingham, Prichard and Whiffen [11] and then by different teams for the measurements of the Cotton–Mouton effect in gas (Rizzo et al. [63]), it is represented in Fig. 14.

One gives up the direct measurement of  $v_{\parallel}$  ( $n_{\parallel}$ ) or  $v_{\perp}$  ( $n_{\perp}$ ), measuring the anisotropy of the refractive index  $\Delta n$  by measuring the ellipticity  $\Psi$  acquired by the light of wavelength  $\lambda$  by propagating along an optical path of



**Fig. 14** Iacopini and Zavattini proposal to measure the vacuum magnetic birefringence using a polarimetry technique. The light from a laser, LR, is polarised by a first polariser, N1, the polarisation is then modulated by an ellipticity modulator—the combination of a Faraday cell FC and a quarter wave plate QW—an optical cavity, OC, is used to increase the signal induced by the transverse magnetic field  $\vec{B}$  provided by the magnet MA. Finally, the exiting polarisation is analysed using a second polariser, N2, and two photodiodes, PIN and PM



**Fig. 15** Hypothetical axion particles can contribute to the vacuum magnetic birefringence. Indeed, the transverse magnetic field can produce axions following the light polarisation. Because axions are massive, they travel slower than light, and when becoming a photon back they induced some phase shift in only one polarisation. This corresponds to a birefringence

length  $L$  in the presence of a magnetic field  $\mathbf{B}$

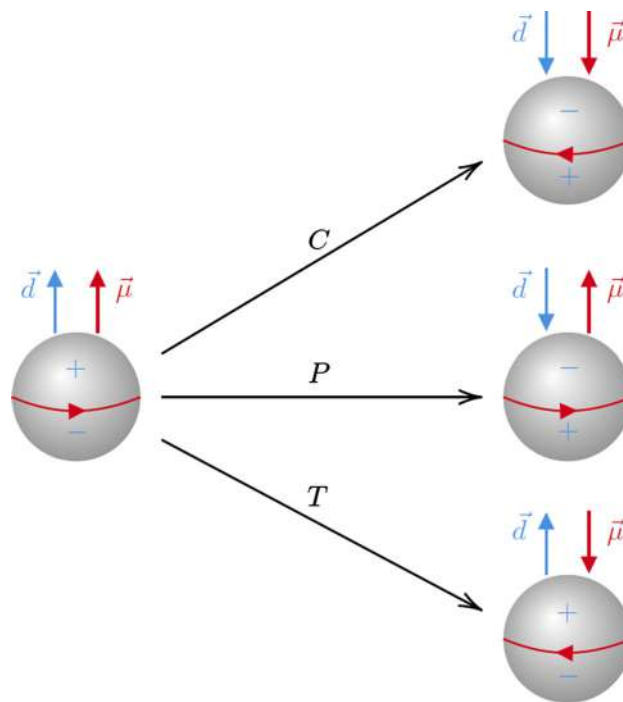
$$\Psi = \pi \frac{L}{\lambda} \Delta n. \tag{5}$$

The light, before passing in the magnetic field region, passes through an optical system which modulates ellipticity at a carrier frequency  $\nu_{ca}$ . The polarisation is finally analysed by a polarising prism crossed at  $90^\circ$  to the initial polarisation and the light is detected by a photodiode. It can be shown (Rizzo et al. [63]) that the signal from the photodiode contains a modulation at the frequency  $\nu_{ca}$  with an amplitude proportional to  $\Psi$  (homodyne technique). This assembly is essentially limited by the static birefringences always present in an optical system (Rizzo et al. [63]). With a device of this type, Hüttner’s team was able to arrive at a sensitivity, on the measure of  $\Delta n$ , of  $2.5 \times 10^{-16}$  with a  $B^2$  of  $1 \text{ T}^2$  (Hüttner et al. [42]).

The main innovation of the 1979 proposal (Iacopini and Zavattini [43]) consists in introducing a modulation at the frequency  $\nu_m$  of the ellipticity  $\Psi$  to be measured, by modulating the supply current of the magnet which gives the field  $\mathbf{B}$  (Cameron et al. [15]). This is a technique called heterodyne, the photodiode signal contains modulations at frequencies  $\nu_{\pm} = \nu_{ca} \pm \nu_m$  (Rizzo et al. [63]). The optical path in the region subjected to the magnetic field is also increased by using optical cavities which are non-resonant in the original version of the experiment (Iacopini and Zavattini [43]; Cameron et al. [15]) and resonant in the PVLAS version (Ejlli et al. [27]). The sensitivity of the device was thus improved, and it was possible to measure for the first time the Cotton–Mouton effect of neon (Cameron et al. [14]) and helium (Cameron et al. [13]) thanks to an experiment carried out at Brookhaven National Laboratories, NY (USA) (Cameron et al. [15]). The value of  $B^2$  was about  $4 \text{ T}^2$ , and the optical path was more than one kilometre, and the results were still consistent with zero; the experimentalists nevertheless arrived at “only” five orders of magnitude of the Cotton–Mouton effect predicted by quantum electrodynamics.

Actually, the Brookhaven experiment was not only motivated by the QED effect, but also by the fact that light speed could be affected by the presence of a magnetic field because of the existence of particles predicted beyond the Standard Model. As first reported in Maiani et al. [51], particles like the axions could couple with photons via the magnetic field. A photon during its propagation in the magnetic field could become an axion-like particle (ALP) propagating at a lower velocity since ALP can be massive, and then interacting with the magnetic field becoming a photon again. Only photons polarised parallel to the magnetic field can oscillate into ALPs, therefore  $n_{\parallel} \neq n_{\perp}$  which corresponds to a birefringence, see Fig. 15.





**Fig. 16** Representation of the symmetry transformation  $P$  and  $T$  on a neutron with a magnetic and electric dipole  $\mu$  and  $\mathbf{d}$ . The Standard Model predicts a  $CP$  symmetry violation; therefore, a non-vanishing electric dipole for the neutron is predicted as well. But, experiments give zero results; this is the strong  $CP$  problem

Axions have been introduced to solve what is called the strong  $CP$  problem (Peccei and Quinn [60]) i.e. why does quantum chromodynamics seem to preserve  $CP$  symmetry? This problem manifests itself in an experimental zero neutron electric dipole moment when theory predicts a nonzero value unless a very unlikely fine tuning of some theoretical parameters. Figure 16 shows how an electric dipole of the neutron breaks the  $CP$  symmetry.

The end of the Brookhaven experiment was accompanied by the beginning of a novel experiment, PVLAS, whose final results have been published in 2020 after more than 25 years of work (Ejlli et al. [27]). The limit reported is the best ever reached:  $\Delta n \leq 2 \times 10^{-23}$  for a 1 T field. The PVLAS result is still compatible with zero but at a level that clearly indicates that the QED prediction for vacuum magnetic birefringence is not unmeasurably small. One of the particularities of this experiment is the use of DC magnets, superconductive or permanent, and rotating them to modulate the effect instead of modulating the magnet driving current like in the Brookhaven one. Rotating the magnet corresponds to rotating the birefringence axis and therefore modulating the ellipticity to be measured.

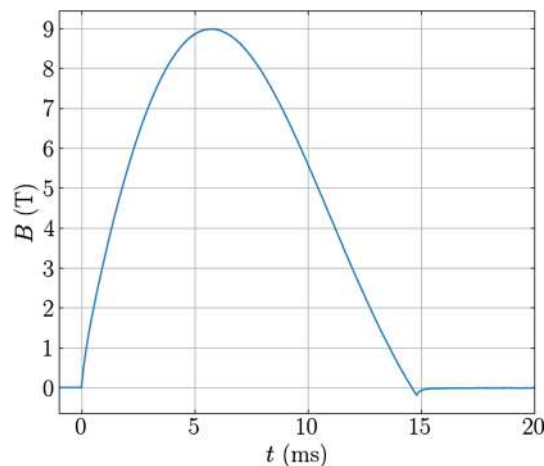
Nowadays, notwithstanding that many experimental proposals have been put forward (Battesti et al. [6]), only two experiments are under way (Cadène et al. [12]; Fan et al. [31]). Both are based on the use of pulsed fields, as first suggested in Rizzo [62], a technique that in principle allows to reach fast modulated fields higher than 10 T, see Fig. 17.

This has certainly some advantages but also creates a certain number of technical problems as discussed in Béard et al. [7] that have not yet permitted to reach the PVLAS level using pulsed fields.

## 5 Conclusions

So, does the speed of light in a vacuum change in the presence of a magnetic field?

Following QED, the answer is yes. It changes of about a few parts in  $10^{24}$  in a 1 T field depending on the polarisation of light. Unfortunately, we have not yet been able to prove it experimentally. QED predictions have been proved to be correct very precisely for charged particles and bound systems (see Sailer et al. [69] and references within). In all these kinds of experiments, electromagnetic waves and its constituent particle, the photon is typically used as probes, for example to measure the QED corrections to an energy level. Here, the behaviour of electromagnetic fields themselves is modified following QED, and moreover, while all other phenomena are microscopic, here the predicted variation of light velocity is one of the rare macroscopic manifestation of QED. If successful, in an experiment like PVLAS, the expected ellipticity would have been accumulated thanks to about



**Fig. 17** Typical time dependence of a pulsed field of the BMV experiment, the time of rise is about 6 ms with a  $B_{max}$  as high as 9 T

500 km of propagation in the magnetic field. Conceptually, it is very different to say that in order to write correctly the mathematical form of the electric dipole field of an electron, one has to add QED corrections to the classical expression (e.g. Fouché et al. [37]), and to say that a vacuum acts exactly like a material medium on a macroscopic level. In a sense, QED is based on special relativity, which is supposed to get rid of the ether idea, but it resulted in a new form of the same ether concept with in addition a sensitivity to the presence of electromagnetic fields exactly like, for example, a macroscopic quantity of Helium gas. This is quite puzzling.

Since QED predictions seem to be always correct for charged particles and bound systems, we expect the same for electromagnetic waves, but in a quantum vacuum everything exists in a virtual state, what we know and what we do not know yet. The axion particles are the example that we have talked about in the previous section where we have recalled that the propagation of light in a vacuum can be affected by their virtual existence in the presence of a magnetic field. Experimental results could therefore open a new window on the cosmos, changing once again what we use to describe it and giving the opportunity to future physicists to add several new pages to the history we reviewed in this paper.

## References

1. Adler SL (1971) Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. *Ann. Phys.* **67** 599–647. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(71\)90154-0](https://doi.org/10.1016/0003-4916(71)90154-0)
2. Aitchison IJR (1985) Nothing's plenty the vacuum in modern quantum field theory. *Contemporary Physics* **26**(4) 333–391. <https://doi.org/10.1080/00107518508219107>
3. Aristotle (-350) Physics. <http://classics.mit.edu/Aristotle/physics.html>
4. Banwell CJ, Farr CC (1940) Further Investigation of the Velocity of Propagation of Light in vacuo in a Transverse Magnetic Field. *Proc. R. Soc. Lond. A* **175** 1–25. <https://doi.org/10.1098/rspa.1940.0040>
5. Battesti R, Rizzo C (2013) Magnetic and electric properties of a quantum vacuum. *Rep. Prog. Phys.* **76** 016401. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/1/016401>
6. Battesti R, Béard J, Böser S, et al. (2018) High magnetic fields for fundamental physics. *Physics Reports* **765–766** 1–39. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.07.005>
7. Béard J, Agil J, Battesti R, et al. (2021) A novel pulsed magnet for magnetic linear birefringence measurements. *Review of Scientific Instruments* **92**(10) 104710. <https://doi.org/10.1063/5.0064111>
8. Bialynicka-Birula Z, Bialynicki-Birula I (1970) Nonlinear Effects in Quantum Electrodynamics. Photon Propagation and Photon Splitting in an External Field. *Phys. Rev. D* **2** 2341–2345. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.2.2341>
9. Bradley J (1728) IV. A letter from the Reverend Mr. James Bradley Savilian Professor of Astronomy at Oxford, and F. R. S. to Dr. Edmond Halley Astronom. Reg. &c. giving an account of a new discovered motion of the fix'd stars. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **35**(406) 637–661. <https://doi.org/10.1098/rstl.1727.0064>
10. Brandi F, Polacco E, Ruoso G (2001) Stress-optic modulator: a novel device for high sensitivity linear birefringence measurements. *Measurement Science and Technology* **12**(9) 1503–1508. <https://doi.org/10.1088/0957-0233/12/9/317>
11. Buckingham AD, Prichard WH, Whiffen DH (1967) Magnetic birefringence of some diamagnetic gases. *Trans. Faraday Soc.* **63** 1057–1064. <https://doi.org/10.1039/TF9676301057>
12. Cadène A, Berceau P, Fouché M, et al. (2014) Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields: status of the BMV experiment. *Eur. Phys. J. D* **68** 16. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2013-40725-9>

13. Cameron R, Cantatore G, Melissinos AC, et al. (1991a) First measurement of the magnetic birefringence of helium gas. *Phys. Lett. A* **157** 125–128. [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(91\)90083-K](https://doi.org/10.1016/0375-9601(91)90083-K)
14. Cameron R, Halama H, Nezrick FA, et al. (1991b) Measurement of the magnetic birefringence of neon gas. *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 520–524. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.8.000520>
15. Cameron R, Cantatore G, Melissinos AC, et al. (1993) Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques. *Phys. Rev. D* **47** 3707–3725. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.47.3707>
16. Cohen IB (1940) Roemer and the First Determination of the Velocity of Light (1676). *Isis* **31(2)** 327–379. <https://doi.org/10.1086/347594>
17. Cotton MA (1923) Notice sur les travaux scientifiques. Les presses universitaires de France, Paris, [https://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Cotton/Cotton\\_pdf/Cotton\\_notice.pdf](https://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Cotton/Cotton_pdf/Cotton_notice.pdf)
18. Darrigol O (2003) *Electrodynamics from Ampère to Einstein*
19. Darrigol O (2012) *A History of Optics from Greek Antiquity to the Nineteenth Century*
20. Descartes R (1634) Descartes to Beeckman, 22 August 1634, in Tannery 1908, pp. 307–12. [https://www.dbnl.org/tekst/beec002jour04\\_01/beec002jour04\\_01\\_0042.php](https://www.dbnl.org/tekst/beec002jour04_01/beec002jour04_01_0042.php)
21. Descartes R (1647) Les principes de la philosophie. partie II, paragraphes 10 and 11, <https://www.unicaen.fr/puc/sources/prodescartes/tdm/descartes/Oeuvres/Traductions/principes.xml>
22. Dirac PAM (1935) Structure et propriétés des noyaux atomiques : rapports et discussions du septième Conseil de physique tenu à Bruxelles du 22 au 29 octobre 1933, sous les auspices de l'Institut international de physique Solvay, page 203. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5696894m.texteImage>
23. Dirac PAM (1951) Is there an Æther? *Nature* **168** 906–907. <https://doi.org/10.1038/168906a0>
24. Dupays A, Robilliard C, Rizzo C, et al. (2005) Observing Quantum Vacuum Lensing in a Neutron Star Binary System. *Physical Review Letters* **94(16)** 161101. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.94.161101>
25. Eddy HT, Morley EW, Miller DC (1898) The Velocity of Light in The Magnetic Field. *Physical Review (Series I)* **7(5)** 283–295. <https://doi.org/10.1103/physrevseriesi.7.283>
26. Einstein A, Infeld L (1966) *The evolution of Physics*. (New York: Simon & Schuster) p 175
27. Ejlli A, Della Valle F, Gastaldi U, et al. (2020) The PVLAS experiment: A 25 year effort to measure vacuum magnetic birefringence. *Physics Reports* **871** 1–74. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.06.001>
28. Erber T (1961) Velocity of Light in a Magnetic Field. *Nature* **190(4770)** 25–27. <https://doi.org/10.1038/190025a0>
29. Euclid (-300) *Optics*. <http://philomatica.org/wp-content/uploads/2013/01/Optics-of-Euclid.pdf>
30. Euler H, Kockel B (1935) Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie. *Naturwiss.* **23** 246–247. <https://doi.org/10.1007/BF01493898>
31. Fan X, Kamioka S, Inada T, et al. (2017) The OVAL experiment: a new experiment to measure vacuum magnetic birefringence using high repetition pulsed magnets. *The European Physical Journal D* **71(11)** 308. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2017-80290-7>
32. Faraday M (1846a) I. experimental researches in electricity.—nineteenth series. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **136** 1–20. <https://doi.org/10.1098/rstl.1846.0001>
33. Faraday M (1846b) XLIX. experimental researches in electricity.—nineteenth series. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **28(187)** 294–317. <https://doi.org/10.1080/14786444608645086>
34. Farr CC, Banwell CJ (1932) Velocity of Propagation of Light in Vacuo in a Transverse Magnetic Field. *Proc. R. Soc. Lond. A* **137** 275–282. <https://doi.org/10.1098/rspa.1932.0135>
35. Feynman RP (1949) The Theory of Positrons. *Physical Review* **76(6)** 749–759. <https://doi.org/10.1103/physrev.76.749>
36. Fizeau H (1851) Sur les hypothèses relatives à l'éther lumineux, et sur une expérience qui paraît démontrer que le mouvement des corps change la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans leur intérieur. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* **33(13)** 349–355, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k29901/f351.item>
37. Fouché M, Battesti R, Rizzo C (2016) Limits on nonlinear electrodynamics. *Physical Review D* **93(9)** 093020. <https://doi.org/10.1103/physrevd.93.093020>
38. Fox R (2018) Einstein in Oxford. *Notes and Records: the Royal Society Journal of the History of Science* **72(3)** 293–318. <https://doi.org/10.1098/rsnr.2018.0002>
39. Ganot A (1859) *Cours de physique purement expérimentale : à l'usage des personnes étrangères aux connaissances mathématiques*. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k205797p/fl.item>
40. Gilbert W (1600) *De Magnete*. <https://www.lancaster.ac.uk/fass/projects/gilbert/works/demagnete.htm>
41. Heisenberg W, Euler H (1936) Folgerungen aus der Diracschen, Theorie des Positrons. *Zeitschrift für Physik* **98** 714–732. <https://doi.org/10.1007/BF01343663>
42. Hüttner W, Träuble H, Wieland HU, et al. (1987) The magnetic hyperpolarizability anisotropy of molecular hydrogen. *Chem. Phys. Lett.* **140** 421–426. [https://doi.org/10.1016/0009-2614\(87\)80759-5](https://doi.org/10.1016/0009-2614(87)80759-5)
43. Iacopini E, Zavattini E (1979) Experimental method to detect the vacuum birefringence induced by a magnetic field. *Phys. Lett. B* **85** 151–154. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(79\)90797-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(79)90797-4)
44. Jones RV (1961) The velocity of light in a transverse magnetic field. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* **260(1300)** 47–60. <https://doi.org/10.1098/rspa.1961.0012>
45. Kapitsa PL (1980) Albert Einstein. *Soviet Studies in Philosophy* **19(3)** 3–10. <https://doi.org/10.2753/rsp1061-196719033>

46. Kapitza P (1927) Further developments of the method of obtaining strong magnetic fields. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **115(772)** 658–683. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0116>
47. Kerr J (1901) Report of the Seventy-First Meeting of the British Association for the Advancement of Science. (Spottiswoode and Co. LTD.) page 568, <https://www.biodiversitylibrary.org/item/93257#page/692/mode/1up>
48. Lecher E (1884) Einige elektrische Versuche mit negativem Resultate. *Repertorium der Physik* **20** 151–153, [https://www.google.fr/books/edition/Repertorium\\_der\\_Physik/W-gTAAAAQAAJ?hl=fr&gbpv=1&pg=PA151&printsec=frontcover](https://www.google.fr/books/edition/Repertorium_der_Physik/W-gTAAAAQAAJ?hl=fr&gbpv=1&pg=PA151&printsec=frontcover)
49. Lodge OJ (1897) Experiments on the Absence of Mechanical Connexion between Ether and Matter. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* **189** 149–166. <https://doi.org/10.1098/rsta.1897.0006>
50. Magie WF (1935) A Source Book in Physics. McGraw-Hill New York and London, <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.449479/mode/2up>
51. Maiani L, Petronzio R, Zavattini E (1986) Effects of nearly massless, spin-zero particles on light propagation in a magnetic field. *Phys. Lett. B* **175(3)** 359–363. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(86\)90869-5](https://doi.org/10.1016/0370-2693(86)90869-5)
52. Majorana Q (1902a) Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, vol 135 p. 159. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k64435428>
53. Majorana Q (1902b) Su due nuovi fenomeni magneto-ottici osservati normalmente alle linee di forza. *Rendiconti Acc. Lincei* **XI(1)** 374–376, <http://operedigitali.lincedi.it/rendicontiFMN/rol/visabs.php?lang=it&type=mat&fileId=1580>
54. Mascart E (1889) *Traité d'optique*. Tome 3. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9620853q/f11.item>
55. Maxwell JC (1873) A treatise on electricity and magnetism, vol 2. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k95176j/f410.item>
56. Morley EW, Eddy HT, Miller DC (1898) On the velocity of light in a magnetic field. *Bul. Western Reserve U.* **1(3)** 50
57. Navarro J (2018) Ether and Modernity
58. Pascal B (1869) *Œuvres complètes*, vol 3. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6459589t/f11.item>
59. Pascal J (1647) Letter from Jacqueline Pascal to Mme Périer, dated 25 sep. 1647 (*Lettres, opuscules et mémoires des sœurs de Pascal*, etc., édit. Faugère, 1845, p. 311). <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k294479/f339.item.texteImage>
60. Pececi RD, Quinn HR (1977) CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles. *Physical Review Letters* **38(25)** 1440–1443. <https://doi.org/10.1103/physrevlett.38.1440>
61. Plato (-400) Ion. <http://classics.mit.edu/Plato/ion.html>
62. Rizzo C (1998) On the measurement of the vacuum magnetic birefringence using a 100 T pulsed magnet. *Europhysics Letters (EPL)* **41(5)** 483–488. <https://doi.org/10.1209/epl/i1998-00178-y>
63. Rizzo C, Rizzo A, Bishop DM (1997) The Cotton-Mouton effect in gases : experiment and theory. *Int. Rev. Phys. Chem.* **16** 81–111. <https://doi.org/10.1080/014423597230316>
64. Rohault J (1671) *Traité de physique*. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9616431b>, p. 82
65. Roiti A (1873a) Ist der elektrische Strom ein Aetherstrom? *Annalen der Physik* **150** 164–171, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k152347/f176.item>
66. Roiti A (1873b) Se la corrente elettrica sia una corrente di etere. *Il Nuovo Cimento* **9(1)** 148–153. 10.1007/bf02807909
67. Rømer O (1676) “Demonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Rømer de l'Académie royale des Sciences”, *Journal des Sçavans*, 7 Décembre 1676, 233–6. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k56527v/f234.image.r>
68. Rømer O (1677) A demonstration concerning the motion of light, communicated from Paris, in the journal des scavans, and here made English. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **12(136)** 893–894. <https://doi.org/10.1098/rstl.1677.0024>
69. Sailer T, Debierre V, Harman Z, et al. (2022) Measurement of the bound-electron g-factor difference in coupled ions. *Nature* **606(7914)** 479–483. <https://doi.org/10.1038/s41586-022-04807-w>
70. Schweber SS (1994) QED and the Men Who Made It: Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga
71. Schwinger J (1951) On Gauge Invariance and Vacuum Polarization. *Physical Review* **82(5)** 664–679. <https://doi.org/10.1103/physrev.82.664>
72. Torricelli E (1644) Letter from Torricelli to Michelangelo Ricci, Florence, July 11 1644. <http://www.imss.fi.it/multi/torricel/etorat34.html>
73. University Q (1931) Queen's University Archives. <http://db-archives.library.queensu.ca/index.php/william-heriot-watson-fonds>
74. Watson WH (1929) The effect of a transverse magnetic field on the propagation of light in vacuo. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* **125(797)** 345–351. 10.1098/rspa.1929.0172
75. Weisskopf V (1936) The electrodynamics of the vacuum based on the quantum theory of the electron. *Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Med.* **14N6** 1–39, [http://neo-classical-physics.info/uploads/3/0/6/5/3065888/weisskopf\\_-\\_electrodynamics.pdf](http://neo-classical-physics.info/uploads/3/0/6/5/3065888/weisskopf_-_electrodynamics.pdf)
76. Whittaker SE (1989) A History of the Theories of Aether and Electricity
77. Wilberforce LR (1887) On a new method of obtaining interference-fringes, and on their application to determine whether a displacement-current of electricity involves a motion of translation of the electromagnetic medium. *Trans. Camb. Phil. Soc.* **14** 170–187, <https://books.google.fr/books?id=ZTk8AAAAMAAJ&hl=fr&pg=PA170#v=onepage&q&f=false>

78. Wild H (1865) Untersuchungen über die Identität von Lichtäther und elektrischem Fluidum. *Annalen der Physik* **200**(3) 507–512, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k152091/f527.item>
79. Workman RL, Burkert VD, Crede V, et al. (2022) Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics* **2022**(8). <https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097>

Springer Nature or its licensor (e.g. a society or other partner) holds exclusive rights to this article under a publishing agreement with the author(s) or other rightsholder(s); author self-archiving of the accepted manuscript version of this article is solely governed by the terms of such publishing agreement and applicable law.

# Bibliographie

- [1] J. Agil, R. Battesti, et C. Rizzo. “On the speed of light in a vacuum in the presence of a magnetic field”. *The European Physical Journal H* (2023) **48** 2. <http://dx.doi.org/10.1140/epjh/s13129-023-00050-7>
- [2] Euclide. *Optique* (-300), <http://philomatica.org/wp-content/uploads/2013/01/Optics-of-Euclid.pdf>
- [3] Platon. *Ion* (-400), <http://classics.mit.edu/Plato/ion.html>
- [4] W. Gilbert. *De Magnete* (1600), <https://www.lancaster.ac.uk/fass/projects/gilbert/works/demagnete.htm>
- [5] Lettre de René Descartes, à Amsterdam, à Isaac Beeckman, à Dordrecht, datée du 22 Août 1634, dans *Journal tenu par Isaac Beeckman de 1064 à 1634* Tome 4 p. 225, [https://www.dbnl.org/tekst/beec002jour04\\_01/beec002jour04\\_01\\_0042.php](https://www.dbnl.org/tekst/beec002jour04_01/beec002jour04_01_0042.php)
- [6] O. Darrigol. *A History of Optics from Greek Antiquity to the Nineteenth Century*. Oxford University Press (2012)
- [7] O. Rømer. “Demonstration touchant le mouvement de la lumiere trouvé par M. Römer de l’Academie royale des Sciences”, *Journal des Sçavans*, 7 Décembre 1676, 233–6 (1676), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k56527v/f234.image.r>
- [8] W. F. Magie. *A Source Book in Physics*. McGraw-Hill New York and London (1935), <https://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.449479/mode/2up>
- [9] I. B. Cohen. “Roemer and the First Determination of the Velocity of Light (1676)”. *Isis* (1940) **31(2)** 327–379. <http://dx.doi.org/10.1086/347594>
- [10] J. Bradley. “IV. A letter from the Reverend Mr. James Bradley Savilian Professor of Astronomy at Oxford, and F. R. S. to Dr. Edmond Halley Astronom. Reg. &c. giving an account of a new discovered motion of the fix’d stars”. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (1728) **35(406)** 637–661. <http://dx.doi.org/10.1098/rstl.1727.0064>
- [11] Aristote. *Physique*. Traduction Henri Carteron, Les Belles lettres, Paris, 1966 (-350), <http://classics.mit.edu/Aristotle/physics.html>

- [12] A. L. Noxaïc. *Les métamorphoses du vide*. Belin - Pour la Science (2004)
- [13] Lucrèce. *De la nature des choses*. Les Échos du Maquis (2013), [http://agoraclass.fltr.ucl.ac.be/concordances/lucrece\\_dnc\\_I/lecture/default.htm](http://agoraclass.fltr.ucl.ac.be/concordances/lucrece_dnc_I/lecture/default.htm)
- [14] A. Ganot. *Cours de physique purement expérimentale : à l'usage des personnes étrangères aux connaissances mathématiques*. Paris (1859), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k205797p/f1.item>
- [15] Torricelli. Lettre de Torricelli à Michelangelo Ricci, Florence, 11 Juin 1644 (1644), <https://opac.museogalileo.it/imss/resource?uri=22092&dir=1&v=1>
- [16] B. Pascal. *Œuvres complètes*, volume 3 (1869), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6459589t/f11.item>
- [17] R. Descartes. *Les principes de la philosophie*. partie II, paragraphes 10 and 11 (1647), [https://www.google.fr/books/edition/Les\\_principes\\_de\\_la\\_philosophie/a4Y9AAAAcAAJ?hl=fr&gbpv=1](https://www.google.fr/books/edition/Les_principes_de_la_philosophie/a4Y9AAAAcAAJ?hl=fr&gbpv=1)
- [18] J. Pascal. Lettre de Jacqueline Pascal à Mme Périer, du 25 sep. 1647 (*Lettres, opuscules et mémoires des sœurs de Pascal*, etc., édit. Faugère, 1845, p. 309) (1647), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k294479/f337.item.texteImage>
- [19] J. Rohault. *Traité de physique* (1671), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9616431b>, p. 82
- [20] S. E. Whittaker. *A History of the Theories of Aether and Electricity*. Dover Publications (1989)
- [21] E. L. Malus. “Sur de nouveaux phénomènes d’optique”. *Mémoires de la classe des sciences mathématiques et physiques* (1814) **1810(2)** 105, <https://books.google.fr/books?id=685eAAAAcAAJ&hl=fr&pg=RA1-PA105#v=onepage&q&f=false>
- [22] M. Faraday. “I. Experimental researches in electricity.—Nineteenth series”. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (1846) **136** 1–20. <http://dx.doi.org/10.1098/rstl.1846.0001>
- [23] M. Faraday. “XLIX. Experimental researches in electricity.—Nineteenth series”. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* (1846) **28(187)** 294–317. <http://dx.doi.org/10.1080/14786444608645086>
- [24] O. Darrigol. *Electrodynamics from Ampère to Einstein*. Oxford University Press (2003)
- [25] J. C. Maxwell. *Traité d’électricité et de magnétisme*. Volume 2 page 486, Gauthier-Villars, Paris, 1885-1887 (1885), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k91981c/f1.item>



- [26] H. Wild. “Untersuchungen über die Identität von Lichtäther und elektrischem Fluidum”. *Annalen der Physik* (1865) **200(3)** 507–512, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k152091/f527.item>
- [27] A. Roiti. “Ist der elektrische Strom ein Aetherstrom?”. *Annalen der Physik* (1873) **150** 164–171, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k152347/f176.item>
- [28] A. Roiti. “Se la corrente elettrica sia una corrente di etere”. *Il Nuovo Cimento* (1873) **9(1)** 148–153. <http://dx.doi.org/10.1007/bf02807909>
- [29] E. Lecher. “Einige elektrische Versuche mit negativem Resultate”. *Repertorium der Physik* (1884) **20** 151–153, [https://www.google.fr/books/edition/Repertorium\\_der\\_Physik/W-gTAAAAQAAJ?hl=fr&gbpv=1&pg=PA151&printsec=frontcover](https://www.google.fr/books/edition/Repertorium_der_Physik/W-gTAAAAQAAJ?hl=fr&gbpv=1&pg=PA151&printsec=frontcover)
- [30] L. R. Wilberforce. “On a new method of obtaining interference-fringes, and on their application to determine whether a displacement-current of electricity involves a motion of translation of the electromagnetic medium”. *Trans. Camb. Phil. Soc.* (1887) **14** 170–187, <https://books.google.fr/books?id=ZTk8AAAAMAAJ&hl=fr&pg=PA170#v=onepage&q&f=false>
- [31] O. J. Lodge. “Experiments on the Absence of Mechanical Connexion between Ether and Matter”. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* (1897) **189** 149–166. <http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1098/rsta.1897.0006>
- [32] E. Mascart. *Traité d’optique. Tome 3* (1889), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k9620853q/f11.item>
- [33] R. Mathevet, P. Labastie, et T. Lahaye. “Fizeau et l’entraînement partiel de l’éther”. *Photoniques* (2021) **(106)** 25–29. <http://dx.doi.org/10.1051/photon/202110625>
- [34] H. Fizeau. “Sur les hypothèses relatives à l’éther lumineux, et sur une expérience qui paraît démontrer que le mouvement des corps change la vitesse avec laquelle la lumière se propage dans leur intérieur”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences* (1851) **33(13)** 349–355, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k29901/f351.item>
- [35] A. Einstein. *Äther und Relativitätstheorie*. Springer, Berlin (1920). <http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1007/978-3-642-64927-1>
- [36] L. Kostro. *Einstein and the ether*. Apeiron (2000)
- [37] D. C. Miller. “Ether-Drift Experiments at Mount Wilson”. *Proceedings of the National Academy of Sciences* (1925) **11(6)** 306–314. <http://dx.doi.org/10.1073/pnas.11.6.306>



- [38] J. Navarro. *Ether and Modernity*. Oxford University Press (2018)
- [39] A. Einstein et L. Infeld. *The evolution of Physics*. (New York : Simon & Schuster) p 175 (1966)
- [40] E. W. Morley, H. T. Eddy, et D. C. Miller. “On the velocity of light in a magnetic field”. *Bul. Western Reserve U.* (1898) **1(3)** 50
- [41] H. T. Eddy, E. W. Morley, et D. C. Miller. “The Velocity of Light in The Magnetic Field”. *Physical Review (Series I)* (1898) **7(5)** 283–295. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevseriesi.7.283>
- [42] M. A. Cornu. “Sur une loi simple relative à la double réfraction circulaire naturelle ou magnétique”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences* (1881) **92** 1365–1370, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k7351t/f1364.item>
- [43] W. H. Watson. “The effect of a transverse magnetic field on the propagation of light in vacuo”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1929) **125(797)** 345–351. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1929.0172>
- [44] R. L. Workman, V. D. Burkert, V. Crede, et al. “Review of Particle Physics”. *Progress of Theoretical and Experimental Physics* (2022) **2022(8)**. <http://dx.doi.org/10.1093/ptep/ptac097>
- [45] P. L. Kapitsa. “Albert Einstein”. *Soviet Studies in Philosophy* (1980) **19(3)** 3–10. <http://dx.doi.org/10.2753/rsp1061-196719033>
- [46] P. Kapitza. “Further developments of the method of obtaining strong magnetic fields”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1927) **115(772)** 658–683. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1927.0116>
- [47] R. Fox. “Einstein in Oxford”. *Notes and Records : the Royal Society Journal of the History of Science* (2018) **72(3)** 293–318. <http://dx.doi.org/10.1098/rsnr.2018.0002>
- [48] T. Erber. “Velocity of Light in a Magnetic Field”. *Nature* (1961) **190(4770)** 25–27. <http://dx.doi.org/10.1038/190025a0>
- [49] C. C. Farr et C. J. Banwell. “Velocity of Propagation of Light in Vacuo in a Transverse Magnetic Field”. *Proc. R. Soc. Lond. A* (1932) **137** 275–282. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1932.0135>
- [50] C. J. Banwell et C. C. Farr. “Further Investigation of the Velocity of Propagation of Light in vacuo in a Transverse Magnetic Field”. *Proc. R. Soc. Lond. A* (1940) **175** 1–25. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1940.0040>

- [51] P. A. M. Dirac. “Théorie du positron”. *Rapport du 7<sup>ème</sup> Conseil Solvay de Physique, Structure et Propriétés des Noyaux Atomiques* (1934) 203, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5696894m.texteImage>
- [52] H. Euler et B. Kockel. “Über die Streuung von Licht an Licht nach der Diracschen Theorie”. *Naturwiss.* (1935) **23** 246–247. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01493898>
- [53] W. Heisenberg et H. Euler. “Folgerungen aus der Diracschen, Theorie des Positrons”. *Zeitschrift für Physik* (1936) **98** 714–732. <http://dx.doi.org/10.1007/BF01343663>
- [54] V. Weisskopf. “The electrodynamics of the vacuum based on the quantum theory of the electron”. *Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Med.* (1936) **14N6** 1–39, [http://neo-classical-physics.info/uploads/3/0/6/5/3065888/weisskopf\\_-\\_electrodynamics.pdf](http://neo-classical-physics.info/uploads/3/0/6/5/3065888/weisskopf_-_electrodynamics.pdf)
- [55] P. A. M. Dirac. “A theory of electrons and protons”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1930) **126(801)** 360–365. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1930.0013>
- [56] P. A. M. Dirac. “Quantised singularities in the electromagnetic field,”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1931) **133(821)** 60–72. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1931.0130>
- [57] C. D. Anderson. “The Apparent Existence of Easily Deflectable Positives”. *Science* (1932) **76(1967)** 238–239. <http://dx.doi.org/10.1126/science.76.1967.238>
- [58] S. S. Schweber. *QED and the Men Who Made It : Dyson, Feynman, Schwinger, and Tomonaga*. Princeton University Press (1994)
- [59] R. Battesti et C. Rizzo. “Magnetic and electric properties of a quantum vacuum”. *Rep. Prog. Phys.* (2013) **76** 016401. <http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1088/0034-4885/76/1/016401>
- [60] R. P. Feynman. “The Theory of Positrons”. *Physical Review* (1949) **76(6)** 749–759. <http://dx.doi.org/10.1103/physrev.76.749>
- [61] J. Schwinger. “On Gauge Invariance and Vacuum Polarization”. *Physical Review* (1951) **82(5)** 664–679. <http://dx.doi.org/10.1103/physrev.82.664>
- [62] P. A. M. Dirac. “Is there an Æther?”. *Nature* (1951) **168** 906–907, <https://doi.org/10.1038/168906a0>
- [63] I. J. R. Aitchison. “Nothing’s plenty the vacuum in modern quantum field theory”. *Contemporary Physics* (1985) **26(4)** 333–391. <http://dx.doi.org/10.1080/00107518508219107>

- [64] R. V. Jones. “The velocity of light in a transverse magnetic field”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* (1961) **260(1300)** 47–60. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1961.0012>
- [65] I. I. Rabi. “Refraction of Beams of Molecules”. *Nature* (1929) **123(3092)** 163–164. <http://dx.doi.org/10.1038/123163b0>
- [66] A. P. Igoshev, S. B. Popov, et R. Hollerbach. “Evolution of Neutron Star Magnetic Fields”. *Universe* (2021) **7(9)** 351. <http://dx.doi.org/10.3390/universe7090351>
- [67] A. Dupays, C. Robilliard, C. Rizzo, et G. F. Bignami. “Observing Quantum Vacuum Lensing in a Neutron Star Binary System”. *Physical Review Letters* (2005) **94(16)** 161101. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.94.161101>
- [68] J. Kerr. *Report of the Seventy-First Meeting of the British Association for the Advancement of Science*. (Spottiswoode and Co. LTD.) page 568 (1901), <https://www.biodiversitylibrary.org/item/93257#page/692/mode/1up>
- [69] Q. Majorana. “Su due nuovi fenomeni magneto-ottici osservati normalmente alle linee di forza”. *Rendiconti Acc. Lincei* (1902) **XI(1)** 374–376, <http://operedigitali.lincei.it/rendicontiFMN/rol/visabs.php?lang=it&type=mat&fileId=1580>
- [70] Q. Majorana. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, volume 135 p. 159 (1902), <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k64435428>
- [71] Q. Majorana. “Sul metodo e sulle sostanze da adoperarsi, per osservare la birifrangenza magnetica”. *Rendiconti Acc. Lincei* (1902) **XI(1)** 463–469, <http://operedigitali.lincei.it/rendicontiFMN/rol/visabs.php?lang=it&type=mat&fileId=1598>
- [72] Q. Majorana. “Sulla birifrangenza magnetica e su altri fenomeni che l’accompagnano”. *Rendiconti Acc. Lincei* (1902) **XI(1)** 531–539, <http://operedigitali.lincei.it/rendicontiFMN/rol/visabs.php?lang=it&type=mat&fileId=1611>
- [73] A. Cotton et H. Mouton. “Sur le phénomène de Majorana”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1905) **141** 317–319
- [74] A. Cotton et H. Mouton. “Sur la biréfringence magnétique. Nouveaux liquides actifs”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1905) **141** 349–351
- [75] A. Cotton et H. Mouton. “Nouvelles propriétés magnéto-optiques des solutions colloïdales d’hydroxyde de fer”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (1906) **142** 203–205

- [76] A. Cotton et H. Mouton. “Nouvelle propriété optique (biréfringence magnétique) de certains liquides organiques non colloïdaux”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences* (1907) **145** 229–230
- [77] A. Cotton et H. Mouton. “Sur les propriétés magnéto-optiques des colloïdes et des liqueurs hétérogènes”. *Ann. Chem. Phys.* (1907) **11** 145–203
- [78] A. Cotton et H. Mouton. “Sur les propriétés magnéto-optiques des colloïdes et des liqueurs hétérogènes”. *Ann. Chem. Phys.* (1907) **11** 289–339
- [79] A. Cotton. *Notice sur les travaux scientifiques*. Les presses universitaires de France, Paris (1923), [https://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Cotton/Cotton\\_pdf/Cotton\\_notice.pdf](https://www.academie-sciences.fr/pdf/dossiers/Cotton/Cotton_pdf/Cotton_notice.pdf)
- [80] A. A. Smirnov. *The application of the electrodynamics of Born to the theory of the propagation of light in electromagnetic fields*. Thèse de Doctorat, Moscow State University (1936). <http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.1708.06823>
- [81] M. Born. “On the quantum theory of the electromagnetic field”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1934) **143(849)** 410–437. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1934.0010>
- [82] M. Born et L. Infeld. “Foundations of the new field theory”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* (1934) **144(852)** 425–451. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1934.0059>
- [83] M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo. “Limits on nonlinear electrodynamics”. *Physical Review D* (2016) **93(9)** 093020. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevd.93.093020>
- [84] J. S. Toll. *The Dispersion Relation for Light and Its Application to Problems Involving Electron Pairs*. Thèse de Doctorat, Princeton (1952)
- [85] J. J. Klein et B. P. Nigam. “Birefringence of the Vacuum”. *Physical Review* (1964) **135(5B)** B1279–B1280. <http://dx.doi.org/10.1103/physrev.135.b1279>
- [86] R. Baier et P. Breitenlohner. “Photon propagation in external fields”. *Acta Physica Austriaca* (1967) **25** 212
- [87] R. Baier et P. Breitenlohner. “The vacuum refraction index in the presence of external fields”. *Il Nuovo Cimento B Series 10* (1967) **47(1)** 117–120. <http://dx.doi.org/10.1007/bf02712312>
- [88] Z. Bialynicka-Birula et I. Bialynicki-Birula. “Nonlinear Effects in Quantum Electrodynamics. Photon Propagation and Photon Splitting in an External Field”. *Phys. Rev. D* (1970) **2** 2341–2345. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.2.2341>

- [89] S. L. Adler. “Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field”. *Ann. Phys.* (1971) **67** 599–647. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0003-4916\(71\)90154-0](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0003-4916(71)90154-0)
- [90] P. Berceau. *Propagation de photons sous champs magnétiques intenses. Etude expérimentale de la biréfringence magnétique du vide*. Thèse de Doctorat, Université Toulouse 3 Paul Sabatier (2012), <http://thesesups.ups-tlse.fr/1906/1/2012TOU30281.pdf>
- [91] V. I. Ritus. “Lagrangian of an intense electromagnetic field and quantum electrodynamics at short distances”. *Sov. Phys. JETP* (1976) **42(5)** 774
- [92] A. Cadène. *Mesures de biréfringences magnétiques dans l’hélium et le xénon gazeux, et dans le vide*. Thèse de Doctorat, Université Toulouse 3 Paul Sabatier (2015), <http://thesesups.ups-tlse.fr/2743/1/2015TOU30037.pdf>
- [93] R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, et al. “First measurement of the magnetic birefringence of helium gas”. *Phys. Lett. A* (1991) **157** 125–128. [http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601\(91\)90083-K](http://dx.doi.org/10.1016/0375-9601(91)90083-K)
- [94] C. Rizzo, A. Rizzo, et D. M. Bishop. “The Cotton-Mouton effect in gases : experiment and theory”. *Int. Rev. Phys. Chem.* (1997) **16** 81–111. <http://dx.doi.org/https://doi.org/10.1080/014423597230316>
- [95] R. Battesti, J. Béard, S. Böser, et al. “High magnetic fields for fundamental physics”. *Physics Reports* (2018) **765-766** 1–39. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2018.07.005>
- [96] R. P. Mignani, V. Testa, D. G. Caniulef, et al. “Evidence for vacuum birefringence from the first optical-polarimetry measurement of the isolated neutron star RX J1856.5-3754”. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* (2016) **465(1)** 492–500. <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/stw2798>
- [97] E. Iacopini et E. Zavattini. “Experimental method to detect the vacuum birefringence induced by a magnetic field”. *Phys. Lett. B* (1979) **85** 151–154. [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(79\)90797-4](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(79)90797-4)
- [98] R. Cameron, G. Cantatore, A. C. Melissinos, et al. “Search for nearly massless, weakly coupled particles by optical techniques”. *Phys. Rev. D* (1993) **47** 3707–3725. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.47.3707>
- [99] A. Cadène, P. Berceau, M. Fouché, et al. “Vacuum magnetic linear birefringence using pulsed fields : status of the BMV experiment”. *Eur. Phys. J. D* (2014) **68** 16. <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/e2013-40725-9>
- [100] X. Fan, S. Kamioka, T. Inada, et al. “The OVAL experiment : a new experiment to measure vacuum magnetic birefringence using high repetition pulsed magnets”.

- The European Physical Journal D* (2017) **71(11)**. <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/e2017-80290-7>
- [101] A. Ejlli, F. Della Valle, U. Gastaldi, et al. “The PVLAS experiment : A 25 year effort to measure vacuum magnetic birefringence”. *Physics Reports* (2020) **871** 1–74. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2020.06.001>
- [102] BIPM, IEC, IFCC, et al. *Évaluation des données de mesure — Guide pour l’expression de l’incertitude de mesure*. Comité commun pour les guides en métrologie (2008), <https://www.bipm.org/fr/committees/jc/jcgm/publications>
- [103] A. D. Buckingham, W. H. Prichard, et D. H. Whiffen. “Magnetic birefringence of some diamagnetic gases”. *Trans. Faraday Soc.* (1967) **63** 1057–1064. <http://dx.doi.org/10.1039/TF9676301057>
- [104] W. Hüttner, H. Träuble, H. U. Wieland, et H. Müller. “The magnetic hyperpolarizability anisotropy of molecular hydrogen”. *Chem. Phys. Lett.* (1987) **140** 421–426. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0009-2614\(87\)80759-5](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0009-2614(87)80759-5)
- [105] R. Cameron, H. Halama, F. A. Nezrick, et al. “Measurement of the magnetic birefringence of neon gas”. *J. Opt. Soc. Am. B* (1991) **8** 520–524. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.8.000520>
- [106] L. Maiani, R. Petronzio, et E. Zavattini. “Effects of nearly massless, spin-zero particles on light propagation in a magnetic field”. *Phys. Lett. B* (1986) **175(3)** 359–363. [http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(86\)90869-5](http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(86)90869-5)
- [107] R. D. Peccei et H. R. Quinn. “*CP* Conservation in the Presence of Pseudoparticles”. *Physical Review Letters* (1977) **38(25)** 1440–1443. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.38.1440>
- [108] C. Abel, S. Afach, N. J. Ayres, et al. “Measurement of the Permanent Electric Dipole Moment of the Neutron”. *Physical Review Letters* (2020) **124(8)** 081803. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevlett.124.081803>
- [109] J. Preskill, M. B. Wise, et F. Wilczek. “Cosmology of the invisible axion”. *Physics Letters B* (1983) **120(1-3)** 127–132. [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90637-8](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(83)90637-8)
- [110] L. F. Abbott et P. Sikivie. “A cosmological bound on the invisible axion”. *Physics Letters B* (1983) **120(1-3)** 133–136. [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90638-x](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(83)90638-x)
- [111] M. Dine et W. Fischler. “The not-so-harmless axion”. *Physics Letters B* (1983) **120(1-3)** 137–141. [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90639-1](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(83)90639-1)
- [112] C. Rizzo. “On the measurement of the vacuum magnetic birefringence using a 100 T pulsed magnet”. *Europhysics Letters (EPL)* (1998) **41(5)** 483–488. <http://dx.doi.org/10.1209/epl/i1998-00178-y>

- [113] A. Fedotov, A. Ilderton, F. Karbstein, et al. “Advances in QED with intense background fields”. *Physics Reports* (2023) **1010** 1–138. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2023.01.003>
- [114] M. Born et E. Wolf. *Principles of optics*. Pergamon Press, 6 edition (1983)
- [115] A. Cotton et T. Belling. “Biréfringence magnétique de l’oxygène et de l’azote à l’état gazeux et des solutions aqueuses de chlorates”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l’Académie des sciences* (1934) **198** 1889–1893
- [116] R. Battesti, B. Pinto Da Souza, S. Batut, et al. “The BMV experiment : a novel apparatus to study the propagation of light in a transverse magnetic field”. *Eur. Phys. J. D* (2008) **46** 323–333, <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/e2007-00306-3>
- [117] Y. Takubo, N. Takeda, J. H. Huang, et al. “Precise measurement of the extinction ratio of a polarization analyser”. *Measurement Science and Technology* (1998) **9(1)** 20–23. <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/9/1/004>
- [118] K. Muroo, N. Ninomiya, M. Yoshino, et Y. Takubo. “Measurement of the Cotton–Mouton constants of noble atoms”. *J. Opt. Soc. Am. B* (2003) **20(11)** 2249–2254. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.20.002249>
- [119] H. Kogelnik et T. Li. “Laser Beams and Resonators”. *Applied Optics* (1966) **5(10)** 1550. <http://dx.doi.org/10.1364/ao.5.001550>
- [120] D. Z. Anderson. “Alignment of resonant optical cavities”. *Applied Optics* (1984) **23(17)** 2944. <http://dx.doi.org/10.1364/ao.23.002944>
- [121] M. A. Bouchiat et L. Pottier. “Light-polarization modifications in a multipass cavity”. *Appl. Phys. B* (1982) **29** 43–54. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00694368>
- [122] S. Carusotto, E. Polacco, E. Iacopini, et al. “The ellipticity introduced by interferential mirrors on a linearly polarized light beam orthogonally reflected”. *Appl. Phys. B* (1989) **48** 231–234. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00694350>
- [123] P. Micossi, F. Della Valle, E. Milotti, et al. “Measurement of the birefringence properties of the reflecting surface of an interferential mirror”. *Appl. Phys. B* (1993) **57** 95–98. <http://dx.doi.org/10.1007/BF00425990>
- [124] D. Jacob, M. Vallet, F. Bretenaker, et al. “Supermirror phase anisotropy measurement”. *Opt. Lett.* (1995) **20** 671–673. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.20.000671>
- [125] W.-T. Ni. “Cryogenic Test and Interferometric Test of QED and Search for Axions and Anomalous Spin-Dependent Interactions”. *Chin. J. Phys.* (1996) **34** 962–966
- [126] C. Wood, S. C. Bennett, J. L. Roberts, et al. “Birefringence, Mirrors and Parity Violation”. *Opt. Photo. News* (1996) **7** 54–55
- [127] S. Moriwaki, H. Sakaida, T. Yuzawa, et N. Mio. “Measurement of the residual birefringence of interferential mirrors using Fabry-Perot cavity”. *Appl. Phys. B* (1997) **65** 347–350. <http://dx.doi.org/10.1007/s003400050282>

- [128] F. Brandi, F. Della Valle, A. M. De Riva, et al. “Measurement of the phase anisotropy of very high reflectivity interferential mirrors”. *Appl. Phys. B* (1997) **65** 351–355. <http://dx.doi.org/10.1007/s003400050283>
- [129] F. Bielsa, A. Dupays, M. Fouché, et al. “Birefringence of interferential mirrors at normal incidence”. *Appl. Phys. B* (2009) **97** 457–463, <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-009-3677-7>
- [130] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et C. Rizzo. “Magnetic linear birefringence measurements using pulsed fields”. *Phys. Rev. A* (2012) **85** 013837. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.85.013837>
- [131] A. Ejlli, F. Della Valle, et G. Zavattini. “Polarisation dynamics of a birefringent Fabry-Perot cavity”. *Applied Physics B* (2018) **124(2)**. <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-018-6891-3>
- [132] P. Berceau, M. Fouché, R. Battesti, et al. “Dynamical behaviour of birefringent Fabry-Perot cavities”. *Appl. Phys. B* (2010) **100** 803–809, <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-010-4005-y>
- [133] A. Rivère. *Mesure de la biréfringence magnétique du vide : deuxième version de l'expérience*. Thèse de Doctorat, Université Toulouse 3 Paul Sabatier (2017), <http://thesesups.ups-tlse.fr/4187/1/2017TOU30387.pdf>
- [134] R. V. Pound. “Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators”. *Rev. Sci. Instrum.* (1946) **17** 490–505. <http://dx.doi.org/10.1063/1.1770414>
- [135] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, et al. “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator”. *Appl. Phys. B* (1983) **31** 97–105, <http://dx.doi.org/10.1007/BF00702605>
- [136] Coherent. “Mephisto Lasers – Ultra-Low Noise and Narrow Linewidth” (2019)
- [137] P. Welch. “The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra : A method based on time averaging over short, modified periodograms”. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* (1967) **15(2)** 70–73. <http://dx.doi.org/10.1109/tau.1967.1161901>
- [138] J. Aasi, B. P. Abbott, R. Abbott, et al. “Advanced LIGO”. *Classical and Quantum Gravity* (2015) **32(7)** 074001. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/32/7/074001>
- [139] F. Acernese, M. Agathos, K. Agatsuma, et al. “Advanced Virgo : a second-generation interferometric gravitational wave detector”. *Classical and Quantum Gravity* (2014) **32(2)** 024001. <http://dx.doi.org/10.1088/0264-9381/32/2/024001>
- [140] P. L. Kapitza. “A method of producing strong magnetic fields”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Phy-*



- sical Character* (1924) **105(734)** 691–710. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.1924.0048>
- [141] S. Askenazy, C. Rizzo, et O. Portugall. “A dipole high-field pulsed magnet to explore the magnetic birefringence of vacuum”. *Physica B : Condensed Matter* (2001) **294-295** 5–9. [http://dx.doi.org/10.1016/s0921-4526\(00\)00596-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0921-4526(00)00596-2)
- [142] S. Askenazy, J. Billette, P. Dupre, et al. “A 25 T dipole pulsed magnet to study the magnetic birefringence of vacuum : the BMV project”. *AIP Conf. Proc.* (2001) **564** 115–122
- [143] L. V. Bockstal, G. Heremans, et F. Herlach. “Coils with fibre composite reinforcement for pulsed magnetic fields in the 50-70 T range”. *Measurement Science and Technology* (1991) **2(12)** 1159–1164. <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/2/12/008>
- [144] M. T. Hartman, R. Battesti, et C. Rizzo. “Characterization of the Vacuum Birefringence Polarimeter at BMV : Dynamical Cavity Mirror Birefringence”. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* (2019) **68(6)** 2268–2273. <http://dx.doi.org/10.1109/tim.2018.2890183>
- [145] J.-Y. Vinet, V. Brisson, et S. Braccini. “Scattered light noise in gravitational wave interferometric detectors : Coherent effects”. *Physical Review D* (1996) **54(2)** 1276–1286. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevd.54.1276>
- [146] P. Wiecha. “Détermination de la longueur d’une cavité Fabry-Perot”. Thèse de Master (2010)
- [147] F. Brandi, E. Polacco, et G. Ruoso. “Stress-optic modulator : a novel device for high sensitivity linear birefringence measurements”. *Measurement Science and Technology* (2001) **12(9)** 1503–1508. <http://dx.doi.org/10.1088/0957-0233/12/9/317>
- [148] S. Carusotto, E. Iacopini, E. Polacco, et al. “Measurement of the magnetic birefringence of noble gases”. *J. Opt. Soc. Am. B* (1984) **1** 635–640. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.1.000635>
- [149] M. Bregant, G. Cantatore, S. Carusotto, et al. “Measurement of the Cotton-Mouton effect in krypton and xenon at 1064 nm with the PVLAS apparatus”. *Chem. Phys. Lett.* (2004) **392** 276–280. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cplett.2004.05.064>
- [150] S. Kamioka. *Search For Vacuum Magnetic Birefringence with a high repetitive pulsed magnet*. Thèse de Doctorat, Department of Physics, Graduate School of Science, The University of Tokyo (2020), <https://tabletop.icepp.s.u-tokyo.ac.jp/wp-content/uploads/2021/02/Dron-kamioka.pdf>
- [151] E. Zavattini, G. Zavattini, G. Ruoso, et al. “New PVLAS results and limits on magnetically induced optical rotation and ellipticity in vacuum”. *Phys. Rev. D* (2008) **77** 032006. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.77.032006>

- [152] F. Della Valle, U. Gastaldi, G. Messineo, et al. “Measurements of vacuum magnetic birefringence using permanent dipole magnets : the PVLAS experiment”. *New Journal of Physics* (2013) **15(5)** 053026. <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/15/5/053026>
- [153] F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli, et al. “First results from the new PVLAS apparatus : A new limit on vacuum magnetic birefringence”. *Phys. Rev. D* (2014) **90** 092003. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.90.092003>
- [154] F. Della Valle, A. Ejlli, U. Gastaldi, et al. “The PVLAS experiment : measuring vacuum magnetic birefringence and dichroism with a birefringent Fabry–Perot cavity”. *The European Physical Journal C* (2016) **76(1)**. <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3869-8>
- [155] R. Ballou, F. Della Valle, A. Ejlli, et al. “Letter of Intent to measure Vacuum Magnetic Birefringence : the VMB@CERN experiment”. CERN, Geneva (2018)
- [156] G. Zavattini, F. Della Valle, A. M. Soflau, et al. “Polarimetry for measuring the vacuum magnetic birefringence with quasi-static fields : a systematics study for the VMB@CERN experiment”. *The European Physical Journal C* (2022) **82(2)**. <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10100-x>
- [157] M. T. Hartman, A. Rivère, R. Battesti, et C. Rizzo. “Noise characterization for resonantly enhanced polarimetric vacuum magnetic-birefringence experiments”. *Review of Scientific Instruments* (2017) **88(12)** 123114. <http://dx.doi.org/10.1063/1.4986871>
- [158] J. Timmer et M. König. “On generating power law noise”. *Astronomy and Astrophysics* (1995) **300** 707–710
- [159] J. Agil, R. Battesti, et C. Rizzo. “Monte Carlo study of the BMV vacuum linear magnetic birefringence experiment”. *The European Physical Journal D* (2021) **75** 90. <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/s10053-021-00100-z>
- [160] R. Nave. Sound Speed in Gases <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Sound/souspe3.html>
- [161] V. Deutsch, M. Platte, et M. Vogt. *Ultraschallprüfung*. Springer Berlin Heidelberg (1997). <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-59138-9>
- [162] J. Béard, J. Agil, R. Battesti, et C. Rizzo. “A novel pulsed magnet for magnetic linear birefringence measurements”. *Review of Scientific Instruments* (2021) **92(10)** 104710. <http://dx.doi.org/10.1063/5.0064111>
- [163] J. Agil, R. Battesti, et C. Rizzo. “Vacuum birefringence experiments : optical noise”. *The European Physical Journal D* (2022) **76** 192. <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/s10053-022-00516-1>

- [164] S. Kryhin, E. D. Hall, et V. Sudhir. “Thermorefringent noise in crystalline optical materials”. *Physical Review D* (2023) **107(2)** 022001. <http://dx.doi.org/10.1103/physrevd.107.022001>
- [165] P. L. Richards. “Bolometers for infrared and millimeter waves”. *Journal of Applied Physics* (1994) **76(1)** 1–24. <http://dx.doi.org/10.1063/1.357128>
- [166] J. B. Johnson. “Thermal Agitation of Electricity in Conductors”. *Physical Review* (1928) **32(1)** 97–109. <http://dx.doi.org/10.1103/physrev.32.97>
- [167] H. Nyquist. “Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors”. *Physical Review* (1928) **32(1)** 110–113. <http://dx.doi.org/10.1103/physrev.32.110>
- [168] J. Y. Lee, H.-W. Lee, J. W. Kim, et al. “Measurement of ultralow supermirror birefringence by use of the polarimetric differential cavity ringdown technique”. *Appl. Opt.* (2000) **39** 1941–1945. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.39.001941>
- [169] J. Morville et D. Romanini. “Sensitive birefringence measurement in a high-finesse resonator using diode laser optical self-locking”. *Appl. Phys. B* (2002) **74** 495–501, <http://dx.doi.org/10.1007/s003400200854>, [10.1007/s003400200854](http://dx.doi.org/10.1007/s003400200854)
- [170] H. Huang et K. K. Lehmann. “Effects of linear birefringence and polarization-dependent loss of supermirrors in cavity ring-down spectroscopy”. *Appl. Opt.* (2008) **47** 3817–3827. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.47.003817>
- [171] T. Yoshino. “Reflection Anisotropy of 6328 Å Laser Mirrors”. *Jap. J. Appl. Phys.* (1979) **18** 1503, <http://stacks.iop.org/1347-4065/18/i=8/a=1503>
- [172] M. Durand. *Maintien du couplage optique entre une ECDL et une cavité de haute finesse : application à la mesure ultrasensible de biréfringence induite par effet Kerr*. Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard, Lyon 1 (2009), <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00432201>
- [173] S. Xiao, B. Li, et J. Wang. “Residual stress birefringence of highly reflective mirrors with different numbers of layers”. *Applied Optics* (2019) **59(5)** A99. <http://dx.doi.org/10.1364/ao.59.000a99>
- [174] J. H. Pöld et A. D. Spector. “Demonstration of a length control system for ALPS II with a high finesse 9.2 m cavity”. *EPJ Techniques and Instrumentation* (2020) **7(1)**. <http://dx.doi.org/10.1140/epjti/s40485-020-0054-8>
- [175] F. Della Valle, E. Milotti, A. Ejlli, et al. “Extremely long decay time optical cavity”. *Opt. Express* (2014) **22** 11570–11577. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.22.011570>
- [176] J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, et al. “Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities”. *Phys. Rev. A* (2009) **79** 053829. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.79.053829>

- 
- [177] G. Rempe, R. Lalezari, R. J. Thompson, et H. J. Kimble. “Measurement of ultralow losses in an optical interferometer”. *Opt. Lett.* (1992) **17** 363–365. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.17.000363>
- [178] L. Amoudry, H. Wang, K. Cassou, et al. “Modal instability suppression in a high-average-power and high-finesse Fabry–Perot cavity”. *Applied Optics* (2019) **59(1)** 116. <http://dx.doi.org/10.1364/ao.59.000116>
- [179] H.-H. Mei, W.-T. Ni, S.-J. Chen, et S.-S. Pan. “Axion search with Q & A experiment”. *Mod. Phys. Lett. A* (2010) **25** 983–993. <http://dx.doi.org/10.1142/S0217732310000149>