



**HAL**  
open science

# La détection des émetteurs à faible puissance d'émission ou radars LPI

Antoine Foucault

► **To cite this version:**

Antoine Foucault. La détection des émetteurs à faible puissance d'émission ou radars LPI. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. ENSTA Bretagne - École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne, 2020. Français. NNT : 2020ENTA0014 . tel-04416337

**HAL Id: tel-04416337**

**<https://theses.hal.science/tel-04416337>**

Submitted on 25 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ENSTA BRETAGNE  
COMUE UNIVERSITÉ BRETAGNE LOIRE

ÉCOLE DOCTORALE N° 601  
*Mathématiques et Sciences et Technologies  
de l'Information et de la Communication*

Spécialité : Électronique

Par

**Antoine FOUCAULT**

## **La détection des émetteurs à faible puissance d'émission ou radars LPI**

Thèse présentée et soutenue à Brest, le 16 décembre 2020

Unité de recherche : Lab-STICC UMR CNRS 6285

Thèse N° : 2017/0887

### **Rapporteurs avant soutenance :**

Pascal LARZABAL      Professeur des universités, IUT de Cachan, Cachan, France  
Salah BOURENNANE    Professeur des Universités, Centrale Marseille, Marseille, France

### **Composition du Jury :**

|                         |                       |  |
|-------------------------|-----------------------|--|
| Président :             | Aziz BENLARBI-DELAÏ   | Professeur des Universités, UPMC, Paris, France                      |
| Examineurs :            | Delphine DARÉ-EMZIVAT | Maître de Conférences, Ecole navale, Lanvéoc-Poulmic, France         |
|                         | Yves AUDIC            | Ingénieur, Thales DMS, Brest, France                                 |
| Dir. de thèse :         | Ali KHENCHAF          | Professeur des Universités, Lab-STICC, ENSTA Bretagne, Brest, France |
| Co-encadrant de thèse : | Fabrice COMBLET       | Maître de Conférences, Lab-STICC, ENSTA Bretagne, Brest, France      |
| Co-encadrant de thèse : | Cédric CORNU          | Docteur en Sciences, Ingénieur, Thales DMS, Brest, France            |

### **Invité :**

Daniel JAHAN    Ingénieur honoraire, Thales DMS, Brest, France



# REMERCIEMENTS

---

Ce mémoire est l'aboutissement d'un travail de longue haleine. Il clôture trois années de thèse sur un domaine qui m'était inconnu, la Guerre Électronique. Mon bagage théorique et pratique concernait un domaine plus éloigné, la photonique. La jonction entre les deux domaines s'est fait assez naturellement par le biais du traitement du signal et de l'image (le deuxième détecteur présenté en chapitre 4 s'est inspiré du traitement de l'image). C'est en comparant l'état initial, à savoir l'arrivée à la Direction Technique (DT) de Thales DMS à Brest en octobre 2017, à l'état final, le mémoire rédigé et la soutenance passée avec succès trois ans plus tard, que l'on prend la pleine mesure du chemin parcouru. En particulier, que ce chemin n'aurait pu être parcouru en solitaire. Ces travaux de thèse réalisés au sein de la DT et avec l'aide de mes encadrants académiques de l'ENSTA Bretagne sont avant tout le produit d'un travail collectif, nécessitant de très vifs remerciements de ma part. Cette double-page est l'occasion de faire part publiquement de mes remerciements, et constitue à juste titre les premiers mots de ce mémoire.

Pour faire comprendre l'importance et l'ampleur du collectif au lecteur qui ne serait pas familier du fonctionnement d'une thèse, je vais me risquer à une analogie automobile. Si l'on me concède que le travail de thèse et ses produits, à savoir le mémoire et la soutenance finale, représentent une automobile, alors le thésard n'en est que le moteur. S'il ne travaille pas, la voiture n'avancera pas, et personne ne peut prendre sa place. À l'inverse, même si le thésard est un moteur de Formule 1, le fait d'être mal encadré ne permet pas d'en tirer tout le potentiel. Cela se traduit aisément dans cette métaphore filée par un châssis inadéquat ou un arbre de transmission sous-dimensionné, qui romprait sous le couple délivré par le moteur. Sans oublier jusqu'au carburant, que je fais correspondre aux bons moments passés et à la logistique qui, même s'il ne fait pas parti techniquement de la voiture, est nécessaire à son bon fonctionnement. Arrêtons-là la métaphore, et remercions donc à bon droit toutes les personnes qui le méritent.

Mes remerciements vont tout d'abord à l'ensemble des membres du jury. Je remercie M. Benlarbi-Delaï d'avoir accepté de présider le jury de thèse. J'adresse également de chaleureux remerciements à Messieurs Larzabal et Bourennane d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse, et à Mme Daré-Emzivat et M. Audic d'avoir examiné mon travail.

Du côté de l'ENSTA Bretagne, je souhaite remercier l'encadrement, Ali et Fabrice, pour avoir pris le temps tout au long des trois années, d'avoir lu l'ensemble de mes notes et de les avoir critiquées, et d'avoir patiemment subi les différentes préparations aux diverses réunions qui ont ponctuées ces années. Mes remerciements s'adressent également à Annick, pour le soutien sur la partie logistique et administrative. Enfin, à l'ensemble des doctorants, post-doctorants ou

personnels pour les discussions et le bon temps passé : Zaynab, Tan, Naïma, Alexandre, Sylvain, Joris, Pierre, Jean-Christophe,...

Du côté de l'entreprise, j'adresse mes meilleurs remerciements à Cédric pour avoir pris le temps, très régulièrement tout au long de la thèse, de me conseiller techniquement et de m'avoir accompagné avec assiduité. Mes remerciements non moins meilleurs à Daniel pour ses cours de Guerre Électronique de grande qualité, ses conseils qui ont toujours valu de l'or, et d'avoir pris le temps de lire tout le mémoire de fond en comble. De manière générale et pour éviter de faire des jaloux, l'ensemble du département de la Direction Technique à Brest, pour les bons moments passés et le soutien : Renan, Jean-Marie, Yann, Yves et Yves, Daniel et Daniel, Florian et Florian, Cédric, Patrick, Pascal, Romain, François, Nicolas, Ronan, Matthieu, Stéphanie, Mickaël, Lisa-Marie, Clémence, ainsi que les stagiaires et alternants qui se sont succédés.

Pour finir, j'adresse un grand merci aux amis et à la famille !

# TABLE DES MATIÈRES

---

|  |           |
|--|-----------|
| Liste des abréviations   | 11        |
| Liste des notations  | 13        |
| Liste des figures  | 22        |
| Liste des tableaux   | 24        |
| Introduction   | 25        |
| <b>1 La Probabilité d'Interception</b>   | <b>33</b> |
| 1.1 Résumé   | 33        |
| 1.2 Une problématique de détection et une stratégie d'écoute   | 33        |
| 1.2.1 La probabilité d'interception d'une illumination   | 33        |
| 1.2.2 La probabilité de détection, un problème d'énergie nécessaire et suffisante  | 36        |
| 1.3 L'impact de la propagation sur la $P_I$  | 37        |
| 1.4 L'impact de l'antenne et de la stratégie de couverture angulaire sur la $P_I$  | 39        |
| 1.4.1 Les paramètres d'intérêt de l'antenne pour l'ESM   | 39        |
| 1.4.2 Le choix technologique au niveau radar   | 39        |
| 1.4.3 La géométrie de l'antenne: polarisation et champ rayonné   | 41        |
| 1.4.4 La géométrie de l'antenne: fréquence de résonance et bande-passante  | 42        |
| 1.4.5 La géométrie de l'antenne: directivité   | 43        |
| 1.4.6 Synthèse sur l'antenne du point de vue ESM   | 46        |
| 1.5 L'architecture ESM usuelle   | 47        |
| 1.5.1 La chaîne de réception radiofréquence  | 47        |
| 1.5.2 Le traitement du signal  | 48        |
| 1.5.3 Le traitement de données et de l'information   | 48        |
| 1.5.4 Exemples d'architectures ESM   | 49        |
| L'architecture à large bande-passante  | 49        |
| Les récepteurs multicanaux de type superhétérodyne   | 52        |
| 1.5.5 Synthèse sur l'architecture ESM  | 53        |
| 1.6 Retour sur la notion de probabilité d'interception $P_I$ : lien entre la détection et estimation de l'impulsion avec l'aval du système | 54        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 1.6.1    | Lien entre une détection élémentaire et la $P_I$ . . . . .   | 55        |
| 1.6.2    | La gestion des coïncidences entre l'illumination, l'écoute spatiale, l'écoute<br>fréquentielle . . . . .         | 56        |
| 1.6.3    | Synthèse du complément à la probabilité d'interception . . . . .   | 57        |
| 1.7      | Conclusion du chapitre . . . . .   | 58        |
| <b>2</b> | <b>Le Radar LPI</b> . . . . .  | <b>61</b> |
| 2.1      | Résumé . . . . .   | 61        |
| 2.2      | Le fonctionnement du radar . . . . .   | 61        |
| 2.2.1    | L'impulsion radar . . . . .  | 63        |
|          | Les limites des performances de traitement dues à la résolution sur la<br>mesure de la distance . . . . .        | 63        |
|          | Les limites des performances de traitement dues à la résolution sur la<br>mesure de la vitesse radiale . . . . . | 66        |
| 2.2.2    | Les métriques radar pour évaluer l'impact des ambiguïtés . . . . .   | 66        |
| 2.2.3    | Les formes d'onde radar . . . . .  | 68        |
| 2.2.4    | Synthèse . . . . .   | 71        |
| 2.3      | Le critère de furtivité . . . . .  | 71        |
| 2.3.1    | Définition à partir des équations radar et de l'intercepteur . . . . .   | 71        |
| 2.3.2    | Trois exemples d'application du critère de furtivité . . . . .   | 74        |
| 2.4      | Le radar LPI . . . . .   | 77        |
| 2.4.1    | Un exemple de radar LPI pour les détecteurs GE dernière génération . . .   | 77        |
| 2.4.2    | Le radar LPI standard . . . . .  | 79        |
| 2.4.3    | Synthèse du radar LPI . . . . .  | 79        |
| 2.5      | Le modèle du radar LPI adopté pour la thèse . . . . .  | 80        |
| 2.6      | Conclusion . . . . .   | 81        |
| <b>3</b> | <b>La détection optimale</b> . . . . .   | <b>85</b> |
| 3.1      | Résumé . . . . .   | 85        |
| 3.2      | La problématique de la détection . . . . .   | 85        |
| 3.2.1    | Définir la détection . . . . .   | 86        |
| 3.2.2    | Opérer la détection . . . . .  | 86        |
| 3.2.3    | Evaluer l'optimalité du détecteur . . . . .  | 87        |
| 3.3      | Les possibilités de détecteurs optimaux à partir du RV/RVG . . . . .   | 88        |
| 3.3.1    | Le détecteur de type filtre adapté . . . . .   | 88        |
| 3.3.2    | Le détecteur optimal associé à une distribution quadratique . . . . .  | 90        |
| 3.4      | Une formulation du détecteur optimal en représentation temps-fréquence . . . . .                                 | 91        |
| 3.4.1    | Définir une formulation temps-fréquence optimale au sens RV . . . . .  | 92        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.4.2    | Propriétés d'intérêt de la Wigner-Ville, implémentation et application aux formes d'onde d'intérêt . . . . . | 95         |
| 3.4.3    | Illustration: cas du signal déterministe connu . . . . .   | 96         |
|          | Simulation et observations . . . . .   | 97         |
|          | Les performances de détection des détecteurs envisagés . . . . .   | 101        |
|          | Définir un intercepteur à partir du détecteur optimal défini ? . . . . .                                     | 104        |
| 3.5      | Conclusion . . . . .   | 105        |
| <b>4</b> | <b>La détection intra-impulsion en représentation temps-fréquence</b>  | <b>109</b> |
| 4.1      | Introduction . . . . .   | 109        |
| 4.2      | Les distributions T-F envisageables . . . . .  | 111        |
| 4.2.1    | La transformée de Fourier court terme . . . . .  | 111        |
| 4.2.2    | Discussion sur la transformée en ondelettes . . . . .  | 112        |
| 4.2.3    | La transformée de Fourier à compression synchronisée . . . . .   | 112        |
| 4.3      | Le détecteur par fusion intra-impulsion de détections élémentaires localisées FIDEL                          | 114        |
| 4.3.1    | Objectif et présentation du processus FIDEL . . . . .  | 114        |
| 4.3.2    | Déterminer la RTF d'entrée et ses paramètres . . . . .   | 114        |
| 4.3.3    | Étape de simplification de la RTF par la prédétection . . . . .  | 116        |
| 4.3.4    | L'étape de régionalisation . . . . .   | 120        |
| 4.3.5    | Le critère de détection . . . . .  | 123        |
|          | La procédure de détection . . . . .  | 123        |
|          | Origine de la procédure de détection . . . . .   | 124        |
| 4.3.6    | Récapitulation de l'algorithme FIDEL . . . . .   | 126        |
| 4.4      | Analyse des résultats et performances du détecteur FIDEL . . . . .   | 126        |
| 4.4.1    | Résultat de FIDEL issu de la simulation . . . . .  | 126        |
| 4.4.2    | Performances de détection et taux de fausse alarme du processus FIDEL .                                      | 131        |
|          | Le taux de fausse alarme . . . . .   | 131        |
|          | La probabilité de détection . . . . .  | 132        |
| 4.5      | Discussions sur l'intégration du processus de FIDEL dans une chaîne ESM . . . .                              | 134        |
| 4.5.1    | La reconnaissance de forme d'onde par utilisation du réseau de neurones convolutif . . . . .                 | 134        |
| 4.5.2    | Appliquer la FSST dans le cadre de FIDEL ? . . . . .   | 137        |
| 4.6      | Conclusion . . . . .   | 137        |
| <b>5</b> | <b>La détection multi-impulsions en représentation temps-fréquence</b>                                       | <b>139</b> |
| 5.1      | Introduction . . . . .   | 139        |
| 5.2      | Les détecteurs quadratiques corrélés et non corrélés . . . . .   | 140        |
| 5.2.1    | Définition . . . . .   | 140        |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.2.2    | Exemples de détecteurs envisageables . . . . .   | 140        |
| 5.3      | Évaluation de l'augmentation de la durée d'intégration sur les performances du détecteur quadratique . . . . . | 141        |
| 5.3.1    | Le critère de performance ESM . . . . .  | 141        |
| 5.3.2    | Compléments à la discussion sur l'intégration multi-impulsion . . . . .  | 144        |
| 5.3.3    | Les performances de détection . . . . .  | 146        |
| 5.3.4    | La robustesse de la PFA à une montée en température non mesurée . . . . .                                      | 150        |
| 5.3.5    | Synthèse de la section et problématiques auxquelles doivent faire face les détecteurs quadratiques . . . . .   | 152        |
| 5.4      | Le détecteur basé sur l'autocorrélation cyclique: le DAC . . . . .   | 152        |
| 5.4.1    | Définition et lien avec la fonction d'ambiguïté . . . . .  | 152        |
| 5.4.2    | Implémentation du DAC . . . . .  | 153        |
| 5.5      | Le DAC est-il applicable pour la détection et la reconnaissance de formes d'onde ? 155                         |            |
| 5.5.1    | Un détecteur de pente . . . . .  | 155        |
| 5.5.2    | Simulation du DAC sur les formes d'onde d'intérêt . . . . .  | 156        |
| 5.5.3    | L'estimation complémentaire de paramètres liés à la fréquence . . . . .  | 158        |
| 5.5.4    | La reconnaissance des familles de forme d'onde . . . . .   | 162        |
| 5.5.5    | Simulations en IQLD . . . . .  | 163        |
| 5.5.6    | Le cas multisérial . . . . .   | 165        |
|          | Simulations de mélange de signaux . . . . .  | 165        |
|          | Synthèse sur le cas multisérial . . . . .  | 169        |
| 5.5.7    | Synthèse du DAC . . . . .  | 169        |
| 5.6      | Conclusion . . . . .   | 169        |
| <b>6</b> | <b>La détection multivoie</b>  | <b>171</b> |
| 6.1      | Introduction . . . . .   | 171        |
| 6.2      | La Théorie des Matrices Aléatoires (RMT) . . . . .   | 172        |
| 6.3      | Opérer la détection en RMT . . . . .   | 173        |
| 6.3.1    | La distribution de Marčenko-Pastur et le principe du détecteur . . . . .                                       | 173        |
| 6.3.2    | Détermination du seuil de détection . . . . .  | 177        |
| 6.4      | Robustesse de la probabilité de fausse alarme à une montée de température non mesurée . . . . .                | 180        |
| 6.5      | Performances de la détection: calculs et simulations . . . . .   | 182        |
| 6.5.1    | Intégration sur une durée inférieure ou égale à la LI . . . . .  | 182        |
|          | Le cas monosérial . . . . .  | 182        |
|          | Le cas multisérial . . . . .   | 189        |
| 6.5.2    | Augmenter la durée d'intégration au-delà de la durée d'impulsion du signal 191                                 |            |
| 6.6      | Lien avec l'estimation et le traitement de données . . . . .   | 195        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 6.7      | Conclusion . . . . .   | 196        |
| <b>7</b> | <b>Estimation de la direction d'arrivée</b>  | <b>199</b> |
| 7.1      | Résumé . . . . .   | 199        |
| 7.2      | La goniométrie d'amplitude . . . . .   | 199        |
| 7.3      | La goniométrie de phase ou interférométrie . . . . .   | 208        |
| 7.4      | MUSIC: projection du signal dans un sous-espace adapté . . . . .   | 211        |
| 7.4.1    | Comprendre le principe de MUSIC . . . . .  | 211        |
| 7.4.2    | Analyse des résultats de MUSIC . . . . .   | 212        |
|          | Le cas monosignal . . . . .  | 212        |
|          | Le cas multisignal . . . . .   | 214        |
| 7.4.3    | Synthèse sur MUSIC . . . . .   | 219        |
| 7.4.4    | Augmenter la résolution de MUSIC dans le cas multisignal: ROOT-MUSIC   | 222        |
| 7.4.5    | Utiliser la dimension fréquentielle pour améliorer la séparabilité des si-<br>gnaux et/ou des formes d'onde . . . . .  | 225        |
| 7.4.6    | Synthèse . . . . .   | 226        |
| 7.5      | Conclusion . . . . .   | 227        |
|          | <b>Conclusion et perspectives</b>  | <b>229</b> |
|          | <b>Annexes</b>   | <b>233</b> |
| A        | Implémentation du calcul de la probabilité de fausse alarme associée au détecteur<br>quadratique non corrélé . . . . . | 233        |
| B        | Expressions analytiques de DAC pour les formes d'onde d'intérêt . . . . .  | 238        |
|          | <b>Bibliographie</b>   | <b>241</b> |



# LISTE DES ABRÉVIATIONS

---

Les abréviations sont issues du français lorsque possible, sauf si le terme associé est consacré dans la littérature scientifique et que sa traduction française est très peu utilisée. Certaines abréviations provenant de l'anglais sont conservées malgré tout et s'expliquent par le pli de l'auteur.

|               |  |
|---------------|--|
| BAF           | Bande d'Agilité de Fréquence   |
| CB            | Code de Bruit (famille de formes d'onde)   |
| CCME          | Contre-Contre-Mesures Électroniques  |
| CDF           | <i>Cumulative function</i> . Fonction de répartition   |
| CME           | Contre-Mesures Électroniques   |
| CMP           | Code Multi-Porteuses (famille de formes d'onde)  |
| CP            | Code de Phase (famille de formes d'onde)   |
| CVR           | <i>Crystal Video Receiver</i> . Récepteur d'enveloppe vidéo  |
| DAC           | Détecteur à Autocorrélation Cyclique   |
| DOA/AOA       | <i>Direction/Angle of Arrival</i> . Direction/angle d'arrivée  |
| erf           | <i>error function</i> . fonction d'erreur  |
| ESM           | <i>Electronic Support Measure</i>  |
| FF            | Facteur de forme   |
| FFT           | <i>Fast Fourier Transform</i> . Transformée de Fourier rapide (algorithme)   |
| FIDEL         | Fusion Intraimpulsion des Détections Élémentaires Localisées   |
| FSST          | <i>Fourier-based SynchroSqueezing Transform</i> . Transformée de Fourier compressée de manière synchronisée.                 |
| GCCS          | (distribution suivant une loi) Gaussienne Complexe Circulairement Symétrique   |
| GE            | Guerre Électronique  |
| IFM           | <i>Instantaneous Frequency Measure</i> . Mesure de la fréquence instantanée  |
| i.i.d. ou iid | (variable aléatoire) Indépendante et Identiquement Distribuée  |
| ISLR          | Integrated Sidelobe Level Ratio. Rapport entre l'énergie contenue dans le pic secondaire sur celle contenue le pic principal |
| LI            | Largeur d'Impulsion ou durée d'impulsion.  |
| LPI           | <i>Low Probability of Intercept</i> . Faible probabilité d'interception  |
| MLF           | code Modulé Linéairement en Fréquence (famille de forme d'onde)  |
| MRE           | Mesure de Recherche Électronique   |

|      |  |
|------|--|
| NLF  | code modulé Non Linéairement en Fréquence (famille de forme d'onde)  |
| PD   | Probabilité de Détection   |
| PDF  | <i>Probability density function</i> . Fonction de densité de probabilité   |
| PFA  | Probabilité de Fausse Alarme   |
| PRA  | Période de Répétition d'Antenne  |
| PRI  | Période de Répétition de l'Impulsion   |
| PSLR | Peak Sidelobe Level Ratio. Rapport entre la valeur maximal prise par le pic secondaire et la valeur maximal prise par le pic principal |
| RF   | Radiofréquence   |
| RCI  | gain de compression d'impulsion  |
| RMT  | <i>Random Matrix Theory</i> . Théorie des matrices aléatoires  |
| ROC  | <i>Receiver Operating Characteristic</i> . Courbe de performances d'un récepteur   |
| RV   | Ratio des Vraisemblances   |
| RVG  | Ratio des Vraisemblances Généralisées  |
| RTF  | Représentation Temps-Fréquence   |
| SER  | Surface Équivalente Radar  |
| SNR  | <i>Signal to Noise Ratio</i> . Rapport Signal sur Bruit  |
| STFT | <i>Short-Term Fourier Transform</i> . Transformée de Fourier court terme   |
| T-F  | Temps-Fréquence  |
| TF   | Transformée de Fourier   |
| TNS  | Traitement Numérique du Signal   |
| WT   | <i>Wavelet Transform</i> . Transformée en ondelette  |
| WV   | Wigner-Ville (distribution de )  |

# LISTE DES NOTATIONS

---

La liste des notations n'est pas exhaustive. Elle contient néanmoins toutes les notations qui sont utilisées d'un chapitre à l'autre et, lorsque jugé nécessaire, les notations qui ne sont pas aisées à comprendre ou à retenir. A noter que certaines notations comme  $B$  peuvent correspondre à plusieurs choses : la bande-passante dans les premiers chapitres et, dans des paragraphes circonscrits, c'est un vecteur du bruit. Lorsque certains symboles voient leur définition changer, la nouvelle définition est donnée dans le paragraphe en question. Auquel cas, on évite tout conflit de notation. Ajoutons par ailleurs que des indices viennent parfois s'ajouter aux notations données au fil du mémoire, que nous ne rapportons pas ici. Par ailleurs, des constantes sont parfois introduites pour faciliter la lecture des expressions. Elles sont introduites au fil du texte, mais ne pas nécessairement reportés ici.

|                |  |
|----------------|--|
| $P_t$          | puissance transmise  |
| $P_r$          | puissance reçue par le radar   |
| $P_e$          | puissance reçue par le détecteur GE  |
| $\delta_r$     | sensibilité du système radar à la température $T_K$  |
| $\delta_e$     | sensibilité du système GE à la température $T_K$   |
| $T_K$          | température  |
| $k_B$          | constante de Boltzmann   |
| $r_\delta$     | rapport des sensibilités GE sur radar  |
| $\lambda$      | longueur d'onde (les valeurs propres sont notées $\lambda_{indice}$ , cf. plus bas dans la liste).<br>Lorsqu'il y a ambiguïté, $\lambda$ est remplacée par $c/f$ |
| $\sigma_{SER}$ | surface équivalente radar  |
| $G_t$          | gain d'antenne en transmission   |
| $G_r$          | gain d'antenne radar en réception  |
| $G_e$          | gain d'antenne GE  |
| $G_1$ ou $G_2$ | gain d'antenne réduits   |
| $\theta_B$     | taille angulaire du faisceau, dont les bornes sont définies par une puissance à -3 dB par rapport au gain maximal  |
| $\Theta$       | demi-angle entre deux antennes   |
| $g$            | rapport des gains réduits $G_2/G_1$  |
| $U_{dB}$       | différence des logarithmes des gains réduits   |
| $\Delta\Phi$   | déphasage mesuré   |
| $L_t$          | pertes en transmission   |

|             |   |
|-------------|---|
| $L_r$       | pertes en réception radar   |
| $L_e$       | pertes en réception GE  |
| $G_{pr}$    | gain de traitement de la chaîne de réception radar  |
| $G_{pe}$    | gain de traitement de la chaîne de réception GE   |
| $SNR_{r,0}$ | SNR nécessaire au fonctionnement de la chaîne de réception radar (sortie détecteur)   |
| $SNR_{e,0}$ | SNR nécessaire au fonctionnement de la chaîne de réception GE (sortie détecteur)  |
| $SNR_{out}$ | SNR nécessaire au fonctionnement de la chaîne de réception (sortie)   |
| $SNR_{in}$  | SNR nécessaire au fonctionnement de la chaîne de réception radar ou GE (suivant le contexte) en entrée du récepteur   |
| $P_B$       | puissance du bruit ("réelle")   |
| $P_{B,ref}$ | puissance du bruit issue de la dernière mesure (ou d'une valeur fixée à la conception du système)   |
| $\beta$     | critère de furtivité (équivalent : critère d'attribution de l'initiative)   |
| $R$         | distance entre les plateformes des systèmes radar et GE   |
| $\delta R$  | résolution distance   |
| $R_{r,max}$ | portée du système radar   |
| $R_{e,max}$ | portée du système GE  |
| $h$         | horizon radioélectrique   |
| $h_{min}$   | écart de hauteur minimal à respecter entre l'émetteur et l'intercepteur pour ne pas être en limite d'horizon radioélectrique (on suppose qu'on est proche du sol) |
| $c$         | célérité de la lumière  |
| $v$         | vitesse radiale   |
| $\delta v$  | résolution de la vitesse radiale  |
| $a$         | accélération. Dans le chapitre 7, vecteur composant la matrice $\mathbf{A}$   |
| $g$         | accélération de la pesanteur à la surface terrestre   |
| $\delta r$  | distance parcourue durant $T_I$   |
| $t$         | variable temporelle   |
| $T_I$       | durée d'intégration cohérente   |
| $T_{int}$   | durée d'intégration   |
| $T_{ill}$   | durée d'illumination de la plateforme GE par le radar d'intérêt   |
| $T_{ec}$    | durée d'écoute par le récepteur GE sur une fraction de la couverture angulaire  |
| $T_{f,ec}$  | durée d'écoute par le récepteur GE dans la bande passante d'intérêt et dans la fraction de la couverture angulaire d'intérêt                                      |
| $T_c$       | durée sur laquelle on souhaite obtenir la détection de $M$ impulsions (parmi $M_c$ impulsions) pour assurer le bon fonctionnement de l'intercepteur               |
| $N_d$       | nombre d'impulsions détectées sur une durée d'illumination $T_{ill}$  |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $N_{int}$       | nombre d'échantillons intégrés durant $T_{int}$   |
| $LI$            | largeur d'impulsion   |
| $PRI$           | période de répétition de l'impulsion  |
| $FF$            | facteur de forme  |
| $PRA$           | période de répétition d'antenne du radar  |
| $PRA_{ec}$      | durée au bout de laquelle le système GE revient sur la fraction de la couverture angulaire pour l'écouter                                     |
| $PRA_{f,ec}$    | durée au bout de laquelle le système GE revient sur la fraction de la couverture angulaire et dans la bande-passante d'intérêt pour l'écouter |
| $B$             | bande-passante, sauf aux chapitres 6 (fin) et 7, vecteur ou matrice du bruit  |
| $B_{fD}$        | plus petite fréquence mesurable   |
| $B_v$           | bande vidéo   |
| $B_{RF}$        | bande passante de la chaîne de radiofréquence   |
| $B_e$           | bande passante équivalent de la chaîne de réception GE  |
| $B_r$           | bande passante équivalent de la chaîne de réception radar   |
| $B_t$           | bande passante du signal transmis   |
| $A$             | amplitude du signal. En gras, matrice introduite lorsque besoin (chapitre 6 et 7)   |
| $f_0$           | fréquence de la porteuse  |
| $f_D$           | fréquence Doppler   |
| $f_e$           | fréquence d'échantillonnage (remarque : on peut aussi l'utiliser dans le sens de fréquence d'échantillonnage complexe, si indiqué tel quel)   |
| $\phi$          | phase du signal   |
| $\varphi_0$     | phase à l'origine   |
| $\alpha$        | pente de la fréquence (paramètre de la forme d'onde MLF)  |
| $\alpha_{max}$  | valeur maximale de la pente $\alpha$  |
| $N_m$           | nombre de moments (paramètre de la forme d'onde CP)   |
| $n_{em}$        | nombre d'échantillons par moment (paramètre de la forme d'onde CP)  |
| $\phi[i]$       | code de phase du $i^{\text{ème}}$ moment (paramètre de la forme d'onde CP)  |
| $B_L$           | bande passante linéaire (paramètre de la forme d'onde NLF)  |
| $B_N$           | bande passante non linéaire (paramètre de la forme d'onde NLF)  |
| $N_{LI}$        | nombre d'échantillons codant pour la LI (paramètre de la forme d'onde NLF)  |
| $N_f$           | nombre de porteuses (paramètre de la forme d'onde CMP)  |
| $f_c$           | fréquence moyenne des porteuses (paramètre de la forme d'onde CMP)  |
| $\delta f$      | écart de fréquence entre deux porteuses (paramètre de la forme d'onde CMP)  |
| $\mathcal{A}_x$ | fonction d'ambiguïté appliqué au signal $x$   |
| $\tau$          | variable temporel associé à la notion de retard   |
| $n_\tau$        | nombre d'échantillons associé à la notion de retard ou décalage temporel  |



|                      |  |
|----------------------|--|
| $\nu$                | variable fréquentiel associée à la notion de décalage en fréquence   |
| $D_c$                | détecteur quadratique corrélé  |
| $D_{nc}$             | détecteur quadratique non corrélé  |
| $D_{N_a,env}$        | détecteur d'enveloppe basé sur $N_a$ antennes  |
| $D_{N_a,FAdap}$      | détecteur de type filtre adapté basé sur $N_a$ antennes  |
| $x$                  | signal reçu  |
| $s$                  | signal d'intérêt   |
| $w_X$                | partie du signal $s$ dépendant de la forme d'onde  |
| $b$                  | bruit (d'origine thermique)  |
| $H_0$                | hypothèse nulle (bruit seul dans le signal reçu)   |
| $H_1$                | hypothèse correspondant à la présence du signal dans le signal reçu  |
| $p(x, H_i)$          | vraisemblance ou fonction de densité de probabilité associée à l'hypothèse $H_i$   |
| $p(x)$               | fonction de densité de probabilité   |
| $\Lambda_{RV}$       | rapport des vraisemblances (RV)  |
| $\Lambda_{RVG}$      | rapport des vraisemblances généralisées (RVG)  |
| $\gamma_d$           | seuil de détection   |
| $\gamma'_d$          | seuil de détection associé au RVG  |
| $\gamma_{predetect}$ | seuil de prédétection  |
| $P_{fa}$             | probabilité de fausse alarme   |
| $P_{fa,cible}$       | probabilité de fausse alarme d'intérêt   |
| $P_{fa,predetect}$   | probabilité de fausse alarme de prédétection   |
| $P_{fa,hyp}$         | formulation approximative d'une probabilité de fausse alarme permettant de caractériser le comportement du détecteur FIDEL et de définir un seuil de détection |
| $P_{fa,param}$       | paramètre permettant de déterminer le seuil de détection associée à la formulation approximative $P_{fa,hyp}$  |
| $P_d$                | probabilité de détection   |
| $P_{d,sensi}$        | probabilité de détection associée à la sensibilité du système  |
| $N_d$                | nombre de détections minimales à opérer afin de pouvoir identifier une forme d'onde à la PFA souhaitée   |
| $P_D$                | probabilité minimale de détection nécessaire sur la durée d'illumination de la plateforme GE par le radar d'intérêt  |
| $P_I$                | probabilité d'interception   |
| $P_B$                | probabilité d'écoute dans la bande passante où se trouve le signal radar d'intérêt   |
| $P_c$                | probabilité d'avoir au moins une coïncidence (deux radars qui émettent sur le même canal de fréquence, au même instant)  |
| $P_{nc}$             | probabilité de ne pas avoir une seule coïncidence  |

|                   |   |
|-------------------|---|
| $P_a$             | probabilité de former un groupes de cases RTF (définition d'une fenêtre adaptée au signal) en 4-connexité   |
| $g_r$             | ensemble des cases RTF de prédétection définissant une "région" de la RTF (toutes les cases ont au moins un voisin en 4-connexité appartenant à cette région) |
| $K$               | nombre de cases RTF de prédétection de $g_r$  |
| $K_{min}$         | nombre de cases RTF de prédétection de $g_r$ nécessaire pour assurer la détection   |
| $\bar{K}$         | nombre de cases RTF définissant l'adhérence de $g_r$  |
| $N_z$             | nombre de cases de la RTF définissant l'adhérence de la région $g_r$ augmentée de sa propre adhérence   |
| $N_r$             | $= K + \bar{K}$ correspond au nombre de cases RTF contenue dans $g_r$ et son adhérence  |
| $u$               | $= K/N_r$ est un rapport caractérisant la densité   |
| $N_s$             | nombre d'échantillons où le signal est présent  |
| $N_{TF}$          | nombre d'échantillons intégrés par la TF  |
| $e(\hat{\theta})$ | efficacité de l'estimateur $\hat{\theta}$   |
| $\mathcal{N}$     | loi normale   |
| $\mathcal{CN}$    | loi normale complexe  |
| $\mathcal{U}$     | loi uniforme  |
| $\chi^2$          | loi du $\chi^2$   |
| $\mu_c$           | paramètre de centralité de la loi du $\chi^2$   |
| $\sigma$          | écart-type de la loi normale. Est associé au bruit thermique  |
| $\sigma_d$        | $= N_{int} \frac{\sigma^2}{2}$ (chapitre 3) et $= \sqrt{N_{int} \frac{\sigma^2}{2}}$ (chapitre 5)   |
| $m_s$             | moyenne du signal   |
| $\Gamma$          | fonction Gamma  |
| $\gamma$          | fonction gamma incomplète   |
| $I_k$             | fonction de Bessel modifiée de 1 <sup>ère</sup> espèce et d'ordre $k$   |
| $K_k$             | fonction de Bessel modifiée de 2 <sup>ème</sup> espèce et d'ordre $k$   |
| $Q_k$             | fonction de Marcum d'ordre $k$  |
| $Ai$              | est la fonction d'Airy  |
| $erf$             | fonction erreur   |
| $F(x, \theta)$    | fonction de répartition   |
| $F_2(s)$          | fonction de répartition de Tracy-Widom  |
| $Ent$             | fonction entière  |
| $C$               | matrice de covariance   |
| $\Sigma_s$        | matrice de covariance du bruit (loi normale)  |
| $\mathbf{X}$      | matrice du signal reçu  |
| $\mathbf{A}$      | matrice des déphasages entre les antennes   |
| $\mathbf{S}$      | matrice des signaux   |

|                      |  |
|----------------------|--|
| $B$ ou $\mathbf{B}$  | vecteur ou matrice du bruit thermique du système   |
| $\lambda_i$          | $i^{\text{ème}}$ valeur propre, $i \in \mathbb{N}$   |
| $\lambda_s$          | valeur propre définissant le seuil de détection  |
| $\lambda_{min}$      | valeur propre minimale (paramètre de la distribution de Marčenko-Pastur) lorsque le signal reçu ne contient que le bruit thermique du système  |
| $\lambda_{max}$      | valeur propre maximale (paramètre de la distribution de Marčenko-Pastur) lorsque le signal reçu ne contient que le bruit thermique du système  |
| $\lambda_m$          | $= \frac{\lambda_1 - \sqrt{2N}}{2^{-1/2} N^{-1/6}}$ où $\lambda_1$ est la plus grande valeur propre issue de la matrice de covariance des signaux reçus et $N = \min(N_a, N_{int})$          |
| $\lambda_a$          | =  |
| $E_B$                | sous-espace du bruit   |
| $E_S$                | sous-espace du signal  |
| $\mu_{tw}$           | moyenne de la distribution de Tracy-Widom  |
| $\sigma_{tw}$        | écart-type de la distribution de Tracy-Widom   |
| $C_{xy}$             | distribution croisée temps-fréquence de la classe de Cohen   |
| $W_x$                | distribution de Wigner-Ville appliqué sur le signal $x$  |
| $W_{xy}$             | distribution de Wigner-Ville croisée appliquée sur les signaux $x$ et $y$  |
| $r_{x_1 x_2}^i$      | corrélation croisée instantannée   |
| $r_x$                | moyenne statistique de la corrélation instantannée appliquée au signal $x$   |
| $V_x$                | TF court-terme (STFT) appliqué au signal $x$   |
| $\mathcal{W}_x$      | transformée en ondelettes appliquée au signal $x$  |
| $F^{\gamma_d, \rho}$ | FSST de paramètres le seuil de détection $\gamma_d$ et la précision $\rho$   |
| $\ell_a$             | fonction bilinéaire caractérisant les fluctuations (partie aléatoire du signal reçu) autour de la moyenne dans le cadre du calcul d'un test statistique à partir du rapport de vraisemblance |
| $\ell_d$             | fonction bilinéaire caractérisant la valeur moyenne du signal (partie déterministe du signal reçu)   |
| $f_i$                | filtre de convolution ( $i = 0$ : d'érosion ; $i = 1$ : de dilatation ; $i = hor$ : horizontal)  |

# TABLE DES FIGURES

---

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1    | Le principe du fonctionnement radar . . . . .   | 25  |
| 2    | Standards internationaux régissant la nomination du spectre électromagnétique .   | 27  |
| 3    | La Guerre Électronique radar . . . . .  | 28  |
| 4    | Les durées de l'autoprotection . . . . .  | 29  |
| 5    | Organisation du mémoire . . . . .   | 31  |
| 1.1  | Temps d'écoute contre le temps d'illumination . . . . .   | 35  |
| 1.2  | Résumé des éléments impactant la probabilité d'interception . . . . .   | 37  |
| 1.3  | Spectre d'absorption de l'atmosphère . . . . .  | 38  |
| 1.4  | Atténuation du spectre micro-onde due à la pluie . . . . .  | 38  |
| 1.5  | Atténuation des polarisations H et V due à la pluie, pour différentes fréquences .  | 40  |
| 1.6  | Présentation de diverses géométries d'antennes . . . . .  | 41  |
| 1.7  | Modélisation d'un diagramme de rayonnement radar . . . . .  | 45  |
| 1.8  | Schéma fonctionnel de l'architecture d'un système GE . . . . .  | 47  |
| 1.9  | Schémas d'architecture GE . . . . .   | 50  |
| 1.10 | Probabilité de coïncidence - récepteur à mesure de fréquence instantanée . . . . .  | 51  |
| 1.11 | Schéma illustrant la stratégie adoptée pour faire le lien entre les deux probabilités<br>de détection d'intérêt . . . . . | 54  |
| 1.12 | Probabilité d'interception d'au moins une illumination radar cumulée en fonction<br>du temps . . . . .                    | 58  |
| 2.1  | Architecture synoptique d'un radar monostatique . . . . .   | 62  |
| 2.2  | Radar impulsif et continu . . . . .   | 63  |
| 2.3  | Différents exemples de modulation de la fréquence et d'agilité de la PRI . . . . .  | 69  |
| 2.4  | Code de Barker à 13 moments . . . . .   | 70  |
| 2.5  | Signal à Modulation Linéaire de Fréquence . . . . .   | 71  |
| 3.1  | Sortie RTF du détecteur $D$ appliqué à un signal LFM . . . . .  | 98  |
| 3.2  | Sortie RTF du détecteur $D$ appliqué à un signal de Barker . . . . .  | 98  |
| 3.3  | Sortie RTF du détecteur $D$ appliqué à un signal CMP . . . . .  | 99  |
| 3.4  | Sortie RTF du détecteur $D$ appliqué à une forme d'onde de Price . . . . .  | 99  |
| 3.5  | Illustration de la méthode de détection des signaux de LI inférieure à la moitié<br>de la durée d'intégration . . . . .   | 101 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 3.6  | Tracé des probabilités de détection en fonction du SNR d'entrée . . . . .   | 102 |
| 3.7  | Tracé des probabilités de détection en fonction du SNR d'entrée pour le détecteur D103  |     |
| 3.8  | Tracé des ROC des détecteurs $D_1$ et $D_2$ . . . . .   | 103 |
| 4.1  | Comparaison des résultats donnés par la STFT et la FSST . . . . .   | 113 |
| 4.2  | Schéma présentant les étapes du processus FIDEL . . . . .   | 115 |
| 4.3  | RTF issue de la STFT initialisant le détecteur FIDEL . . . . .  | 116 |
| 4.4  | Détection CFAR à partir de la RTF définie pour FIDEL . . . . .  | 117 |
| 4.5  | Étape de prédétection sur la RTF d'entrée . . . . .   | 117 |
| 4.6  | Illustration du principe de l'érosion . . . . .   | 118 |
| 4.7  | Illustration de la 4 et 8-connexité . . . . .   | 119 |
| 4.8  | Érosion de la RTF prédétectée . . . . .   | 119 |
| 4.9  | Illustration du principe de dilatation et de coagulation . . . . .  | 121 |
| 4.10 | Agrégation des prédétections par critère géométrique . . . . .  | 121 |
| 4.11 | Impact de la géométrie sur la définition de $N_z$ . . . . .   | 123 |
| 4.12 | Tracés du rapport $u$ pour deux configurations géométriques . . . . .   | 124 |
| 4.13 | Tracés de la PFA approchée en fonction du paramètre $P_{fa,param}$ . . . . .  | 125 |
| 4.14 | Résultat de FIDEL issue de la simulation précédente . . . . .   | 127 |
| 4.15 | Comparaison de la RTF d'entrée à la RTF de sortie pour $P_{fa,param} = 10^{-9}$ . Les détections opérées par FIDEL sont artificiellement représentées comme des maxima de la RTF initiale . . . . . | 128 |
| 4.16 | Résultat de FIDEL issue de la simulation précédente . . . . .   | 128 |
| 4.17 | Résultat de FIDEL issue de la simulation précédente en changeant le paramètre lié au seuillage de détection . . . . .   | 129 |
| 4.18 | Comparaison de la RTF d'entrée à la RTF de sortie pour $P_{fa,param} = 10^{-9}$ . Les détections opérées par FIDEL sont artificiellement représentées comme des maxima de la RTF initiale . . . . . | 130 |
| 4.19 | Résultat de FIDEL issue de la simulation initiale à laquelle est ajoutée un signal MLF . . . . .  | 130 |
| 4.20 | Tracé de la probabilité de détection élémentaire. . . . .   | 132 |
| 4.21 | Tracé de la probabilité de détection de FIDEL, d'une variante quadratique et du filtre adapté . . . . .   | 133 |
| 5.1  | Tracé du rapport signal à bruit à la sortie d'un détecteur quadratique . . . . .  | 143 |
| 5.2  | Schéma récapitulatif du prétraitement associé à l'IQLD d'intérêt . . . . .  | 145 |
| 5.3  | Tracé du rapport signal à bruit à la sortie d'un détecteur quadratique centré associé à une étape de prétraitement . . . . .  | 147 |
| 5.4  | Ecart entre la probabilité de fausse alarme réelle et celle issue du TCL . . . . .  | 148 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 5.5  | Tracés de la probabilité de détection en fonction du SNR en entrée des détecteurs envisagés . . . . .  | 150 |
| 5.6  | Robustesse de la probabilité de fausse alarme à une augmentation inconnue du bruit . . . . .   | 151 |
| 5.7  | Une implémentation possible du DAC . . . . .   | 154 |
| 5.8  | DAC appliqué au signal MLF . . . . .   | 158 |
| 5.9  | DAC appliqué au Barker 13 . . . . .  | 159 |
| 5.10 | DAC appliqué au CMP . . . . .  | 160 |
| 5.11 | Mesure du paramètre $\delta f$ du signal CMP . . . . .   | 162 |
| 5.12 | Schéma récapitulatif pour la reconnaissance et l'estimation intra-impulsion à partir du DAC. $B$ correspond à la bande-passante. . . . .                         | 163 |
| 5.13 | DAC appliqué au signal de Barker 13 en IQLD . . . . .  | 164 |
| 5.14 | DAC appliqué au signal CMP en IQLD . . . . .   | 164 |
| 5.15 | DAC appliqué à un mélange de Barker 13 et de CMP . . . . .   | 167 |
| 5.16 | DAC appliqué à un mélange d'un chirp et d'un Barker 13 . . . . .   | 167 |
| 5.17 | DAC appliqué à un mélange d'un chirp et d'un CMP . . . . .   | 168 |
| 6.1  | Schéma illustrant un système multi-antennes couvrant la même portion d'espace  | 173 |
| 6.2  | Tracés de la PDF théorique et simulée de Marčenko-Pastur . . . . .   | 174 |
| 6.3  | Tracés de la PDF de Marčenko-Pastur théorique non adaptée et résultat de simulation en présence de signaux bruités . . . . .                                     | 175 |
| 6.4  | Tracés de la PDF de Marčenko-Pastur théorique adaptée et résultat de simulation en présence de signaux bruités . . . . .   | 176 |
| 6.5  | Majorant de l'écart de la distribution de Tracy-Widom à la distribution de la plus grande valeur propre . . . . .  | 178 |
| 6.6  | Tracés de la CDF et PDF de l'approximation de la distribution de Tracy-Widom   | 180 |
| 6.7  | Simulation et calcul de la PDF du détecteur RMT lors d'un écart de température réelle par rapport à celle calibrée . . . . .                                     | 181 |
| 6.8  | Robustesse de la $P_{fa}$ à une variation du bruit du détecteur type RMT comparée au détecteur d'enveloppe multivoie et au filtre adapté multivoie - 1 . . . . . | 183 |
| 6.9  | Robustesse de la $P_{fa}$ à une variation du bruit du détecteur type RMT comparée au détecteur d'enveloppe multivoie et au filtre adapté multivoie - 2 . . . . . | 184 |
| 6.10 | Étude de l'écart entre la probabilité de détection par RMT d'un signal, issue de simulation et issue du calcul proposé . . . . .                                 | 186 |
| 6.11 | COR pour $r_c = 1$ et différents SNR d'entrée . . . . .  | 187 |
| 6.12 | COR pour $r_c = 0,1$ et différents SNR d'entrée . . . . .  | 188 |
| 6.13 | Probabilité de détection dans le cas de 2 signaux incidents - 1 . . . . .  | 190 |
| 6.14 | Probabilité de détection dans le cas de 2 signaux incidents - 2 . . . . .  | 190 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 6.15 | Tracés du SNR en sensibilité en fonction du nombre d'échantillons intégrés . . .   | 193 |
| 6.16 | Tracés du SNR équivalent en sensibilité en fonction du nombre d'échantillons<br>intégrés pour des intégrations au delà de la largeur d'impulsion . . . . .       | 194 |
| 7.1  | Diagramme d'un montage 4 antennes à faisceau gaussien . . . . .  | 201 |
| 7.2  | Montage pour la mesure de la DOA par goniométrie d'amplitude . . . . .   | 202 |
| 7.3  | Les erreurs sur la mesure de la DOA en goniométrie d'amplitude . . . . .   | 205 |
| 7.4  | Estimation des biais sur la mesure de la DOA en goniométrie d'amplitude . . . .  | 205 |
| 7.5  | Les erreurs sur la mesure de la DOA en goniométrie d'amplitude - 8 antennes . .  | 206 |
| 7.6  | Estimation des biais sur la mesure de la DOA en goniométrie d'amplitude - 8<br>antennes . . . . .  | 207 |
| 7.7  | Principe de l'interférométrie en 3D . . . . .  | 208 |
| 7.8  | Variation RMS de la mesure de DOA par méthode interférométrique . . . . .  | 210 |
| 7.9  | Divers tracés de MUSIC dans le cas monosignal et à faible SNR . . . . .  | 213 |
| 7.10 | Écart Quadratique Moyen associé à la mesure de la DOA d'un signal - MUSIC .  | 215 |
| 7.11 | Simulation de la PDF obtenue dans le cas multisérial . . . . .   | 216 |
| 7.12 | Divers tracés de MUSIC dans le cas multisérial à fort SNR . . . . .  | 217 |
| 7.13 | Écart Quadratique Moyen en configuration multisérial - angle variable . . . . .  | 220 |
| 7.14 | Écart Quadratique Moyen en configuration multisérial - SNR variable . . . . .  | 221 |
| 7.15 | Simulations de ROOT-MUSIC associées aux sorties de MUSIC correspondantes .   | 223 |
| 7.16 | Performances de ROOT-MUSIC dans la configuration simulée . . . . .   | 224 |
| 7.17 | Proposition d'architecture fonctionnelles permettant d'utiliser le domaine fré-<br>quentiel pour opérer la séparation de signaux de DOA non résolubles . . . . . | 226 |

# LISTE DES TABLEAUX

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.1  | Présentation des paramètres physiques limitant la probabilité d'interception lors d'une illumination de l'intercepteur . . . . .                                   | 36  |
| 1.2  | Exemples de couvertures en fréquence pour diverses géométries d'intérêt GE . . .   | 41  |
| 1.3  | Applications numériques pour le rayon supérieur d'application de la diffraction de Fresnel . . . . .   | 42  |
| 1.4  | Exemples de couvertures en fréquence pour diverses géométries d'intérêt GE . . .   | 43  |
| 1.5  | Exemples de taille de faisceau pour diverses géométries d'intérêt GE . . . . .   | 46  |
| 1.6  | Récapitulatif des ordres de grandeur que prennent les paramètres d'intérêt d'un système d'interception. . . . .  | 53  |
| 1.7  | Récapitulatif d'un certain nombre de facteurs d'intérêt qui limitent les performances du système ESM . . . . .   | 59  |
| 2.1  | Bande-passante, résolution et applications radar associées . . . . .   | 65  |
| 2.2  | Temps maximal sur lequel peut s'opérer une intégration cohérente pour éviter les ambiguïtés sur la mesure de la distance . . . . .                                 | 65  |
| 2.3  | Exemples de durées d'intégration cohérente maximale pour diverses accélérations et porteuses . . . . .   | 66  |
| 2.4  | Quelques exemples de formes d'onde associées aux diverses classes de formes d'onde   | 68  |
| 2.5  | Les codes de Barker . . . . .  | 70  |
| 2.6  | Ordre de grandeur de SER pour diverses cibles . . . . .  | 72  |
| 2.7  | Spécifications techniques du radar SIMRAD Broadband 4G <sup>TM</sup> . . . . .   | 78  |
| 2.8  | Proposition d'intervalle sur les valeurs prises par des radars LPI . . . . .   | 79  |
| 2.9  | Tableau présentant les expressions des classes de formes d'onde . . . . .  | 82  |
| 2.10 | Quelques ordres de grandeur de $SNR_{in}$ . . . . .  | 83  |
| 3.1  | Récapitulatif des paramètres de la simulation pour les différentes formes d'onde   | 97  |
| 3.2  | Calcul des moyennes et variances des lois des détecteurs RTF . . . . .   | 102 |
| 3.3  | Applications numériques de la complexité calculatoire pour un intercepteur fonctionnant en RVG à partir de la RTF étudiée. . . . .                                 | 104 |
| 3.4  | Ordre de grandeur de la complexité calculatoire de la méthode RVG . . . . .  | 106 |
| 4.1  | Calculs du nombre maximal d'échantillons à intégrer pour conserver l'hypothèse de stationnarité. La fréquence d'échantillonnage complexe est $f_e = 256$ MHz . . . | 115 |



|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 4.2 | Quelques applications numériques de la probabilité de conserver des fausses alarmes après l'étape d'érosion . . . . .     | 120 |
| 4.3 | Applications numériques de la probabilité pour un groupe de pré-détections de grandir . . . . .                           | 122 |
| 4.4 | Nouveaux paramètres du code de Barker 13 pour l'évaluation des performances de détection à l'issue de FIDEL . . . . .     | 134 |
| 4.5 | Paramètres utilisés pour définir les bases de données . . . . .   | 136 |
| 4.6 | Architecture du réseau de neurones convolutifs . . . . .  | 136 |
| 4.7 | Matrice de confusion appliquée aux CP, Price et CMP. . . . .  | 137 |
| 5.1 | Maxima de DAC sur les formes d'onde MLF, CP et CMP . . . . .  | 155 |
| 5.2 | Paramètres associés aux simulations illustrant le DAC sur les formes d'onde d'intérêt                                     | 156 |
| 5.3 | Argument du DAC pour les formes d'onde d'intérêt . . . . .  | 159 |
| 6.1 | Écart de la $P_{fa}$ théorique et issue de simulations . . . . .  | 179 |
| 7.1 | Valeurs de la demi-ouverture angulaire en fonction de la distance inter-antenne et de la fréquence . . . . .              | 210 |
| 7.2 | MUSIC: Impact du changement de SNR à l'entrée sur l'estimation de la DOA - $P_{fa} = 10^{-4}$ . . . . .                   | 214 |
| 7.3 | MUSIC: Impact du changement de $N_a$ et de $N_{int}$ à l'entrée sur l'estimation de la DOA - $P_{fa} = 10^{-4}$ . . . . . | 215 |
| 1   | Les opérations élémentaires en format scientifique . . . . .  | 236 |

# INTRODUCTION

## Les premiers pas du radar et de la Guerre Électronique

La propagation du champ électromagnétique est le phénomène physique à l'origine du radar. Les travaux du scientifique britannique James Clerk Maxwell sur l'électromagnétisme publiés en 1865 [1] peuvent être considérés comme le point de départ qui a permis l'émergence du système de télédétection par onde électromagnétique, ou système radar [2]. En effet, ses travaux prévoient l'existence d'une onde associée aux oscillations des champs électriques et magnétiques, et montrent en particulier l'existence théorique d'un lien entre la lumière et ces champs. Cette unification entre le domaine de l'optique et de l'électromagnétisme [3] sera étayée par l'expérience en 1884 par le physicien allemand Heinrich Rudolf Hertz. La théorie ayant été éprouvée par l'expérience, les équations de Maxwell seront à l'origine de nombreuses découvertes et inventions. En 1887, Hertz met ainsi en évidence l'existence d'autres ondes électromagnétiques, non visibles et qui vérifient les propriétés de la lumière (réfraction, diffraction, polarisation). Il observe dans les années qui suivent que ces ondes sont réfléchies par les surfaces métalliques, ce qui ouvre la voie au radar.

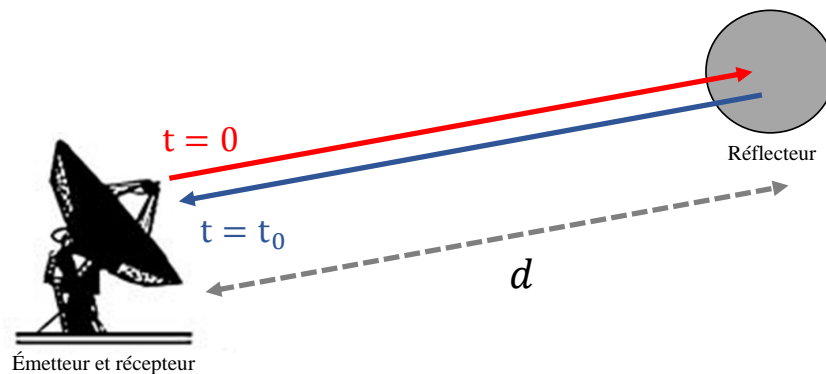


FIGURE 1 – Le principe du fonctionnement radar

L'année 1904 voit la conception d'un appareil qui est considéré comme le premier radar de l'Histoire, par un inventeur allemand, Christian Hülsmeyer [4]. Ce premier radar était un dispositif anticollision destiné à la navigation maritime. Malgré sa capacité à fonctionner en visibilité très réduite, le fait qu'il restait relativement rudimentaire, puisqu'il ne pouvait donner

que la direction du réflecteur (obstacle) et se résumait à faire sonner une cloche lors d'une détection, fit qu'il ne rencontra pas le succès escompté. Il faut attendre la formalisation et le développement d'autres fonctionnalités comme la mesure de la distance et de la vitesse radiale, ainsi qu'une interface plus pratique à l'utilisation, à savoir l'affichage des échos sur un écran fluorescent, pour que le radar puisse prendre son essor. Avec ces améliorations, le radar entre dans une nouvelle ère dès le début des années 1920 et voit une multiplication de ces domaines d'applications.

La radionavigation reste l'application principale du radar les premières années. A la fin des années 20, début des années 30, de nombreuses armées adoptent des radars de surveillance longue portée bistatiques servant comme radar d'alerte précoce (*Early Warning radar*). Par exemple, les Britanniques mettent en place le *Chain Home* qui sera opérationnel pour la bataille d'Angleterre.

Le britannique Robert Watson-Watt montre en 1935 la possibilité de détecter des avions en utilisant les réflexions des émissions radio de la BBC, définissant une utilisation passive du radar et précurseur des radars passifs actuels. De manière dialectique, les Allemands retourneront ce principe pendant la guerre en utilisant les émissions de la *Chain Home* britannique pour détecter les avions opérant dans la Manche, via le *Klein Heidelberg*.

L'intensité de la guerre aérienne sur le théâtre européen accélèrent les inventions des deux côtés. Les Alliés proposeront des radars aéroportés et les Allemands des radars de surveillance aérienne de performances supérieures, le radar *Freya*.

L'utilisation du sigle RADAR est attestée en 1940 au sein de la marine américaine, l'US Navy. Il signifie *RADio Detection And Ranging*. Le terme est devenu si courant que, dans la langue française, il en a perdu son caractère d'abréviation et est devenu un nom commun.

Durant l'après-guerre, le champ d'application du radar s'est considérablement élargi. On voit apparaître les radars météorologiques, les altimètres, les radars pour le trafic aérien,... Les radars restent également très utilisés dans les armées, servant aussi bien pour la surveillance, la poursuite et l'illumination d'objets. On peut proposer trois grandes familles de fonctions associées au radar :

- se repérer et naviguer. Nous avons par exemple les radars de navigation maritime, les radars automobiles, les altimètres ou les autodirecteurs de missile.
- opérer la surveillance ou le suivi d'objets. Citons les radars d'alerte précoce, les radars destinés au trafic aérien, les radars de surveillance aéroportée et les radars de conduite de tir.
- faire de l'imagerie. Comme exemples, citons les radars de type SAR ou ISAR dédiés à l'observation qui peuvent être montés dans un avion ou un satellite, ou encore aux radars à pénétration de sol pour l'étude de la géologie des sols.

A noter qu'un système radar peut être conçu pour être multitâche, comme certains radars

aéroportés qui ont des modes dédiés à la navigation, à la météorologie et à la conduite de tir. La bande de fréquence qui est choisie par le concepteur a un impact sur les fonctions du radar (figure 2).

| Standard UIT |     | Standard IEEE |     | Standard OTAN |   | Exemples d'application RADAR                  | Exemples de système   |
|--------------|-----|---------------|-----|---------------|---|---|---|
| 3-30 kHz     | VLF |               |     | 0-250 MHz     | A | Radar d'alerte précoce                        | AN/FPS-132  |
| 30-300 kHz   | LF  |               |     |               |   |   |   |
| 0,3-3 MHz    | MF  |               |     | 250-500 MHz   | B | Contrôle trafic aérien                        | ASR 2000, ASR 12<br>Giraffe 8A, ATCR-33S DPC, Ground Master 400 |
| 3-30 MHz     | HF  | 3-30 MHz      | HF  |               |   |   |   |
| 30-300 MHz   | VHF | 30-300 MHz    | VHF | 0,5-1 GHz     | C | Surveillance longue portée                    | SAR du satellite ERS-1, COBRA                                   |
| 0,3 - 3 GHz  | UHF | 0,3-1 GHz     | UHF | 1-2 GHz       | D |   |   |
|              |     | 1-2 GHz       | L   | 2-3 GHz       | E |   |   |
| 3-30 GHz     | SHF | 2-4 GHz       | S   | 3-4 GHz       | F | Surveillance - observation                    | SPS-732, Ocean Master, SIMRAD 4G, PJT-531<br>SCOUT              |
|              |     | 4-8 GHz       | C   | 4-6 GHz       | G |   |   |
|              |     | 8-12 GHz      | X   | 6-8 GHz       | H | Surveillance maritime & terrestre, navigation | altimètre du satellite ERS-1                                    |
|              |     | 12-18 GHz     | Ku  | 8-10 GHz      | I |   |   |
|              |     | 18-27 GHz     | K   | 10-20 GHz     | J | Altimètre                                     | AN/MPQ-34, SCR-25   |
|              |     | 27-40 GHz     | Ka  | 20-40 GHz     | K |   |   |
| 30-300 GHz   | EHF | 40-75 GHz     | V   | 40-60 GHz     | L | Radar automobile                              | AC 1000, LRR3SCU  |
|              |     | 75-110 GHz    | W   | 60-100 GHz    | M |   |   |
|              |     | 110-300 GHz   | mm  |               |   |   |   |

FIGURE 2 – Présentation des divers standards internationaux régissant la nomination du spectre électromagnétique et quelques exemples de fonctions radar associées. L'UIT est l'Union Internationale des Télécommunications, elle définit les normes pour les systèmes de transmission de données. Le système radar n'est pas nécessairement le seul système utilisant le spectre électromagnétique.

Le radar étant un système qui est très tôt entré dans les usages des armées, ces dernières vont rapidement chercher des moyens de s'en prémunir. La Guerre Électronique (GE) est née de cette volonté.

La première grande opération de Guerre Électronique active dans le domaine radar a lieu durant la 2<sup>nde</sup> Guerre Mondiale. Afin de limiter le taux de perte de l'aviation britannique, ces derniers ont éjecté des bandes d'aluminium en grande quantité de tailles couvrant les longueurs d'onde des radars allemands, dans les zones couvertes par la DCA allemand. L'intérêt était de réduire drastiquement l'efficacité des radars allemands en augmentant artificiellement le nombre de cibles détectées. L'opération fut un grand succès.

Au cours des guerres de la deuxième moitié du XX<sup>ème</sup> siècle (guerres du Vietnam, arabo-israélienne,...) [5], elle va s'imposer comme une pratique incontournable, en réduisant drastiquement les taux de pertes en vies humaines et en matériels des armées qui la pratiquent.

## La Mesure de Recherche Électronique et radar LPI

La Guerre Électronique radar est l'extension du champ de la lutte au spectre électromagnétique. Elle se caractérise comme l'ensemble des actions destinées à prendre le contrôle du spectre

électromagnétique ou à l'utiliser à son avantage. De manière générale, trois grandes classes de fonctions de GE radar peuvent être distinguées (cf. figure 3) pour viser ce contrôle [5].

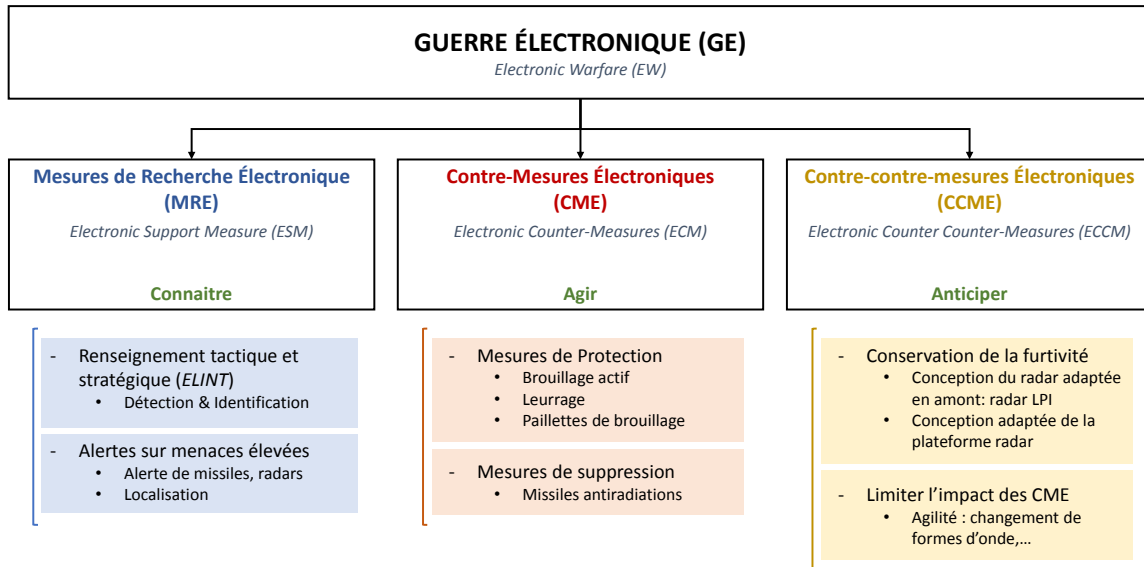


FIGURE 3 – Présentation de la Guerre Électronique appliquée au domaine radar

La Mesure de Recherche Électronique (MRE), plus largement connue sous ses initiales anglaises ESM pour *Electronic Support Measure*, constitue une branche de la GE. Elle répond à un besoin de connaissance sur la présence potentielle de menaces dans l'environnement par l'écoute (caractérisée par son aspect passif) et le traitement des signaux électromagnétiques émises par les sources ou les réflexions présentes dans l'environnement du porteur du système ESM.

L'objectif de l'ESM radar est la détection, identification et localisation des radars présents dans l'environnement du système ESM. Les caractéristiques intrinsèques des radars (fréquence d'émission, modulations du signal,...) et l'unicité de la réception du rayonnement rendent possibles et facilitent l'identification et la localisation. Les réflexions dans l'environnement sont susceptibles de créer des artefacts qui peuvent gêner la localisation et l'identification. Néanmoins, ces réflexions ne remettent pas en cause l'unicité du rayonnement d'un émetteur radar, se justifiant par des différences notables de puissance entre le chemin direct et les chemins indirects rendant la détection des chemins indirects d'autant moins envisageable que ces travaux s'intéressent aux radars discrets, caractérisés par la difficulté de les détecter même sur le chemin direct.

La MRE ou ESM s'inscrit dans le contexte de la lutte pour l'information. Deux grands cas de figure d'utilisation du système sont envisageables. Le premier est le renseignement électronique, ou *Electronic Intelligence* (ELINT). Cela consiste à opérer une cartographie des émissions

électromagnétiques dans une zone. Le deuxième cas d'utilisation est l'auto-protection d'un porteur. L'intérêt de l'auto-protection est de mettre en évidence les menaces potentielles qui ciblent le porteur (radar de conduite de tir, autodirecteur de missile,...). On attend du système ESM destiné à l'autoprotection qu'il fournisse l'information de la présence et le niveau de dangerosité (type de radar) de la menace suffisamment tôt (autrement dit, qu'il détecte suffisamment loin le radar) pour pouvoir mettre en place une contre-mesure. Cette attente est modérée par la taille de la plateforme qui porte le système ESM, puisque le préavis éventuel qu'il pourrait avoir sur un radar dépend de la SER (Surface Radar Équivalente). La durée incompressible nécessaire à la mise en place de la contre-mesure adéquate définit la durée minimale nécessaire au porteur pour mettre en oeuvre une mesure de protection. Par conséquent, pour assurer sa protection, le récepteur GE doit assurer un préavis d'au moins cette durée avant qu'il ne soit trop tard pour réagir. La figure 4 montre comment ces durées s'agencent, dans un cas fonctionnel. Notons que toute la problématique revient à faire en sorte que la durée en rouge soit la plus proche possible du "départ du missile", et que sa durée de fonctionnement soit la plus petite possible. Notons que toute durée se traduit nécessairement en portée minimale de fonctionnement à assurer, qui dépend de la vitesse de la menace. On notera  $R_{GE,cdc}$  cette distance minimale d'interception de préservation de la plateforme.

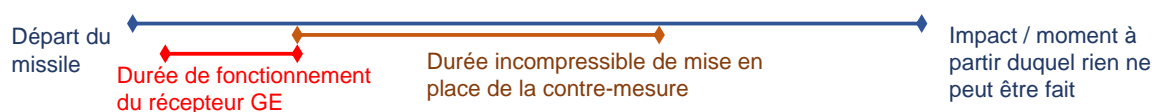


FIGURE 4 – Représentations des durées à prendre en compte dans le cadre de l'autoprotection

Outre la mission d'assurer a minima l'interception du signal radar avec suffisamment de temps de réaction, le système ESM est susceptible de donner l'information de la présence du radar avant même que ce dernier n'ait vu le porteur du système GE. Ce dernier possède alors l'initiative d'action. Cette initiative étant un élément désirable à la fois pour assurer la préservation du porteur mais aussi pour assurer que les missions s'opèrent dans les meilleures conditions, son obtention est recherchée du point de vue radar ou GE. Par exemple, la furtivité des porteurs par réduction de la signature radar (diminution de la surface équivalente radar, SER) est un moyen de diminuer l'efficacité des radars adverses, et d'offrir en même temps la possibilité au système GE d'avoir un préavis sur ces derniers sans avoir à améliorer ses performances intrinsèques. Par ailleurs, du point de vue du système radar, la lutte pour conserver l'initiative a donné naissance aux radars à faibles probabilités d'interception, dits radars LPI (pour *Low Probability of Intercept*). L'objectif de ces radars est de diminuer, voire supprimer complètement, le préavis que le système GE est susceptible d'avoir sur le système radar. Pour ce faire, le radar LPI cherche à répartir sa puissance d'émission instantanée sous la sensibilité du détecteur GE.

L'émergence et la généralisation des radars LPI pouvant atténuer grandement les performances des détecteurs GE, voire même les rendre tout à fait inopérants, constituent une menace que ces travaux de thèse comptent aborder.

## La problématique

Les radars discrets ou radars LPI constituent des menaces contre lesquelles les systèmes ESM usuels n'offrent pas de préavis, et peuvent même se révéler incapables d'assurer une réaction suffisamment rapide pour permettre une contre-mesure dans les conditions optimales.

Les travaux présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans la problématique générale de l'ESM qui est la détection, l'identification et la localisation des systèmes radar appliqués aux radars LPI. Plus particulièrement, nous allons nous intéresser à la sous-problématique de la détection de ces radars LPI. Pour répondre à cette problématique, nous chercherons à proposer des détecteurs ayant des performances de détection supérieures aux récepteurs GE usuels.

Cependant, il ne sera pas perdu de vu que, pour chaque détecteur proposé, l'estimation des paramètres du signal radar est une nécessité pour assurer la suite des traitements. Nous nous interrogerons à chaque traitement de détection s'il sera possible d'évaluer les paramètres d'intérêt, soit en proposant un traitement pour cela, soit en s'appuyant sur ce qui existe. Lorsqu'aucun traitement évident ou proposé ne peut s'appliquer pour remonter à un ou plusieurs paramètres, nous les désignerons comme non estimables en l'état. Ce dernier cas de figure constituera alors un inconvénient à l'application du détecteur proposé.

A noter qu'un tropisme pour le milieu maritime sera appliqué lorsqu'il faudra faire des hypothèses sur les systèmes radar ou des scénarios d'emploi de ces derniers.

## Organisation du mémoire

Le cheminement du mémoire est déterminé par les affirmations décrites dans la boîte "Démarche". Ces consignes ont structuré les travaux de thèse et donnent le cheminement du mémoire. Sept chapitres vont organiser les réponses à ces problématiques. Le schéma 5 illustre l'organisation du mémoire.

### Démarche

- ✓ Définir la probabilité d'interception
- ✓ Définir le radar LPI
- ✓ Définir les performances maximales théoriques d'un détecteur : la détection optimale
- ✓ Proposer de nouveaux traitements de détection plus performants que les architectures ESM usuelles (à définir également) sur les radars LPI
- ✓ Proposer des moyens de faciliter la classification des détection pour construire les pistes radar, par :
  - l'estimation de la DOA
  - l'estimation de la fréquence

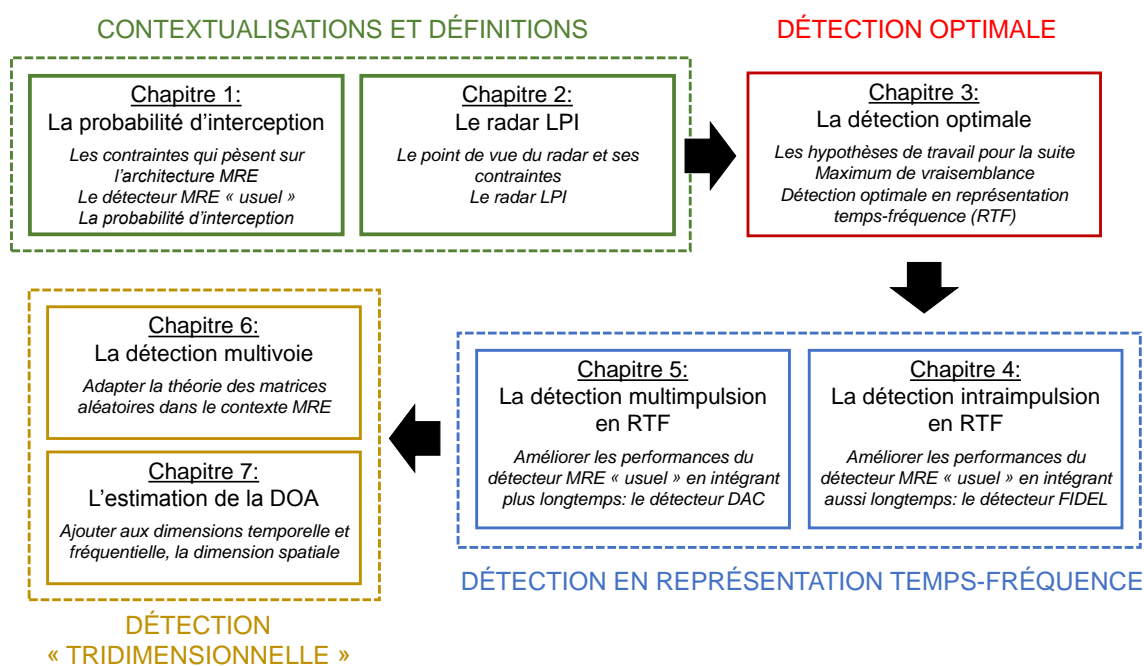


FIGURE 5 – Organisation du mémoire

Une double interrogation concernant la nature des radars que l'on traite et la notion générale de la probabilité d'interception qui permet d'aborder la problématique de la GE de manière formelle permettent au lecteur de se familiariser avec ce domaine peu conventionnel. Les deux premiers chapitres structurent la présentation du domaine à la fois d'un point de vue de la



théorie et du système. Des architectures générales et usuelles de système ESM sont proposées. Les contraintes qui s'imposent au détecteur ESM sont également présentées. Le chapitre 2 se focalise sur le radar LPI et pose les éléments qui seront utilisés tout au long du mémoire sous le terme de radar LPI, et notamment en définissant les types de forme d'onde d'intérêt.

Une fois que les définitions, le contexte technique et les limites sont posés, la problématique de la détection est abordée du point de vue théorique à l'aide de la notion de détection optimale. Le chapitre 3 y est entièrement consacré. Il définit les bornes supérieures des performances envisageables et donne des exemples de détecteurs optimaux, malheureusement non directement utilisable avec les moyens techniques actuels. La détection optimale est définie de manière générale, et dans le cas de la représentation temps-fréquence (RTF) en particulier. Cette représentation se révèle pertinente lorsque l'on ne connaît pas la forme des signaux qui arrivent sur le détecteur, et que l'on souhaite opérer des mesures sur les caractéristiques du signal reçu. Elle est donc adaptée à la problématique de la GE. La formulation optimale de la détection est donc proposée directement en représentation temps-fréquence.

Les chapitres 4 et 5 définissent deux détecteurs. Le premier est un détecteur fonctionnant par fusion intra-impulsion de détections élémentaires localisées (FIDEL) afin de reconstruire l'impulsion du signal radar. C'est une solution proposée pour améliorer les performances sur des durées d'intégrations similaires aux détecteurs ESM usuels. Le deuxième détecteur basé sur l'autocorrélation cyclique, le DAC, est proposé pour permettre l'intégration sur des durées bien au-delà de la durée de l'impulsion radar, et donc sortir des hypothèses usuelles du fonctionnement d'un système ESM. La capacité de mener la reconnaissance des formes d'onde en sortie de ces détecteurs est également étudiée, notamment via la RTF.

Enfin, les chapitres 6 et 7 se focalisent sur l'ajout de la dimension spatiale au travers de la direction d'arrivée (DOA) des signaux. On définit ainsi un détecteur multivoie qui utilise cette dimension supplémentaire pour faciliter la détection, et dont on étudie les performances. Le chapitre 7 agrège une application du détecteur présenté au chapitre 6 et les diverses méthodes envisageables pour mener l'estimation de DOA, qui est généralement associée à l'étape de détection.

# LA PROBABILITÉ D'INTERCEPTION

---

*L'interception de signaux inconnus est une problématique à part entière et requiert une approche spécifique. Dans ce chapitre, nous présentons au lecteur peu familier à cette problématique les différents éléments que le concepteur d'un système d'interception doit prendre en compte, et des contraintes qui en découlent.*

## 1.1 Résumé

Après avoir défini quelques concepts élémentaires comme la durée d'illumination du système ESM par le radar, on pose une première définition de la probabilité d'interception lors d'une illumination radar. C'est une notion pratique pour aborder le problème de l'interception dans son ensemble. En effet, cette définition met en évidence les trois facteurs principaux d'où découlent l'ensemble des contraintes auxquelles le concepteur du système ESM est confronté. Ces trois facteurs, à savoir la propagation de l'onde électromagnétique et son milieu de propagation, l'antenne de réception et la chaîne de réception sont analysés l'un après l'autre. A chaque fois, les contraintes et les solutions usuelles sont évoquées. Enfin, pour clore le chapitre, nous proposerons de pousser le concept de probabilité d'interception sur une durée d'observation du système ESM, qui dépasse celle d'une seule illumination radar.

## 1.2 Une problématique de détection et une stratégie d'écoute

### 1.2.1 La probabilité d'interception d'une illumination

On suppose qu'il existe un radar à portée d'interception (qui reste à définir) du système ESM. On définit une illumination radar (ou durée d'illumination), sous-entendu "de la plateforme sur laquelle est installée le système ESM" comme étant la durée pendant laquelle le porteur du système ESM est illuminé par le radar. Il devient dès lors possible de donner une première expression simplifiée de la probabilité d'interception d'une illumination radar.

On définit la probabilité d'interception  $P_I$  comme la probabilité pour le récepteur GE de mener sa mission de détection et d'identification du radar lorsqu'il est illuminé par un système

radar. Elle s'écrit comme :

$$P_I = \frac{\min(T_{ill}, T_{ec})}{T_{ill}} P_B P_D \quad (1.1)$$

où :

- $T_{ill}$  est la durée d'illumination de l'intercepteur par le radar à 3 dB
- $T_{ec}$  représente la durée d'écoute du système GE dans la direction du radar
- $P_B$  est la probabilité que le récepteur intercepte la bande de fréquence B dans laquelle émet le radar
- $P_D$  représente la probabilité minimale nécessaire pour que l'intercepteur détecte le signal lors d'une illumination radar, en supposant que l'intercepteur capte l'entièreté de cette dernière.

Pour maximiser  $P_I$ , le concepteur du système ESM cherche à maximiser  $T_{ec}$  dans toutes les directions de l'espace, puisque l'angle d'incidence du signal n'est pas connue a priori. Par conséquent, le système ESM doit tendre à maximiser la couverture angulaire à chaque instant, ie les 360° de l'azimut (angle dans le plan horizontal) et la portion de l'élévation (angle dans le plan vertical) d'intérêt. De plus, le système ESM doit maximiser la couverture générale en fréquence, ie le nombre et la taille des bandes de fréquence traitées. Bien entendu, dans la pratique, les contraintes de coût voire d'encombrement, notamment pour les systèmes aéroportés, limitent le nombre d'antennes, les possibilités de couvrir toutes les bandes de fréquence d'intérêt et la possibilité de couvrir toutes les directions d'arrivée à chaque instant. Cela justifie l'introduction des durées d'écoute temporelle  $T_{ec}$  et fréquentielle associée à une bande donnée  $T_{f,ec}$ .

Dès lors, le système ESM réel introduit deux périodes d'intérêt qui s'ajoutent aux durées d'écoute  $T_{ec}$  et  $T_{f,ec}$  :

- La période d'écoute d'une portion d'espace "élémentaire"  $PRA_{ec}$
- La période d'écoute dans la bande de fréquence correspondante  $PRA_{f,ec}$

sachant que l'on introduit la dépendance à  $T_{f,ec}$  dans  $P_B$  dans un premier temps, afin de ne pas s'en préoccuper.

Par ailleurs, le radar introduit sa propre période, la période de rotation d'antenne (PRA), qui traduit la période de balayage ou d'illumination d'un secteur de l'espace. Cette période est associée à un faisceau très étroit, et donc à une concentration de l'énergie émise sur une durée  $T_{ill}$  petite devant la PRA. En négligeant dans un premier temps l'impact de la période  $T_{f,ec}$ , le système ESM cherchera à avoir  $T_{ec} \gg T_{ill}$  et pourra utiliser cette PRA pour s'autoriser à avoir  $T_{ec} < PRA$  par exemple. A noter que la condition  $T_{ec} \gg T_{ill}$  se dégrade avec le nombre de radars d'intérêt dans une zone. Dès lors, il existe mécaniquement une probabilité de coïncidence, ce qui précise un peu plus la définition de la probabilité d'interception  $P_I$  sur une illumination présentée dans l'équation (1.2).

On se propose d'illustrer l'impact de la coïncidence dans la figure 1.1, pour les configurations

suivantes :

- (a)  $T_{ec} \gg T_{ill}$   $T_{ec} > PRA$
- (b)  $T_{ec} > T_{ill}$   $T_{ec} < PRA$

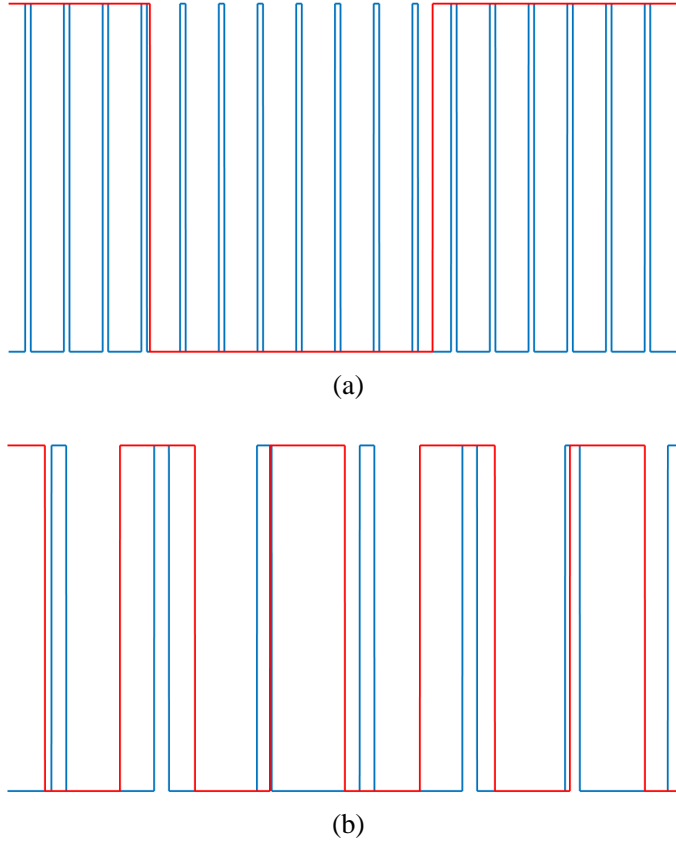


FIGURE 1.1 – Temps d'écoute (en rouge) contre le temps d'illumination (en bleu) dans la direction radar-intercepteur. (a) : La PRA d'écoute vaut 0,5 et  $T_{ec} > PRA$ . (b) :  $T_{ec} < PRA$

La définition de la probabilité d'interception  $P_I$  d'une illumination radar peut être affinée pour tenir compte de la probabilité de coïncidence entre le radar et l'intercepteur, qui en moyenne, donne :

$$P_I \leftarrow \frac{T_{ec}}{PRA_{ec}} P_I \quad (1.2)$$

en supposant  $T_{ec} > T_{ill}$ .

Nous verrons dans la section §1.6 une méthode de prise en compte de la probabilité de coïncidences entre les illuminations radar, et les périodes d'écoute temporelle et fréquentielle.

Nous allons à présent détailler la probabilité de détection  $P_D$ , terme duquel dérive un certain nombre de contraintes et est au centre du mémoire.

### 1.2.2 La probabilité de détection, un problème d’énergie nécessaire et suffisante

La probabilité de détection  $P_D$  représente la probabilité pour l’intercepteur de détecter l’illumination du radar si les paramètres spatial et fréquentiel précédents sont ajustés. Cette probabilité est directement liée à l’énergie nécessaire et suffisante arrivant sur le détecteur pendant la durée d’observation du récepteur et permettant le fonctionnement du détecteur. Le rapport de cette énergie sur la durée d’observation est appelée la sensibilité. Le lien entre les deux sera plus détaillé par la suite (§1.4).

La puissance instantanée reçue par une antenne du système de Guerre Électronique s’exprime via l’équation de l’intercepteur [6], exprimée en deux termes séparés, l’émission radar et la réception ESM :

$$P_e = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2 L_t} \frac{G_e \lambda^2}{4\pi L_e} \quad (1.3)$$

où :

- $P_e$  est la puissance instantanée reçue par l’intercepteur (en W)
- $P_t$  est la puissance rayonnée par l’antenne du système radar (en W)
- $\lambda$  est la longueur d’onde (en m) de l’onde émise
- $R$  est la distance radar-intercepteur (en m)
- $G_t$  est le gain de transmission de l’antenne radar dans la direction de l’intercepteur
- $G_e$  est le gain de l’intercepteur dans la direction d’arrivée de l’onde incidente et tenant compte de la projection de la polarisation de l’onde incidente sur l’antenne GE
- $L_e$  est le coefficient de perte à l’émission de l’onde par le système radar ( $> 1$ )
- $L_e$  est le coefficient de perte à la réception de l’intercepteur ( $> 1$ )

Chacune des variables de l’équation de l’intercepteur impacte la conception du système ESM, de façon plus ou moins marquée.

Ces contraintes qui pèsent sur la probabilité de détection peuvent être rassemblées en trois catégories que nous nous proposons de traiter dans les sections qui suivent (cf. figure 1.2). Le tableau 1.1 précise les éléments d’intérêt.

| Propagation  | Antenne  | Chaîne de réception                       |
|--|--|---|
| Contraintes sur la couverture générale de fréquence et la polarisation | Polarisation<br>Couverture générale en fréquence<br>Couverture de l’espace | Sensibilité<br>Bande-passante instantanée |
| Section §1.3   | Section §1.4   | Section §1.5                              |

TABLEAU 1.1 – Présentation des paramètres physiques limitant la probabilité d’interception lors d’une illumination de l’intercepteur

Les trois sections qui vont suivre vont permettre de définir l’architecture ESM usuelle, qui



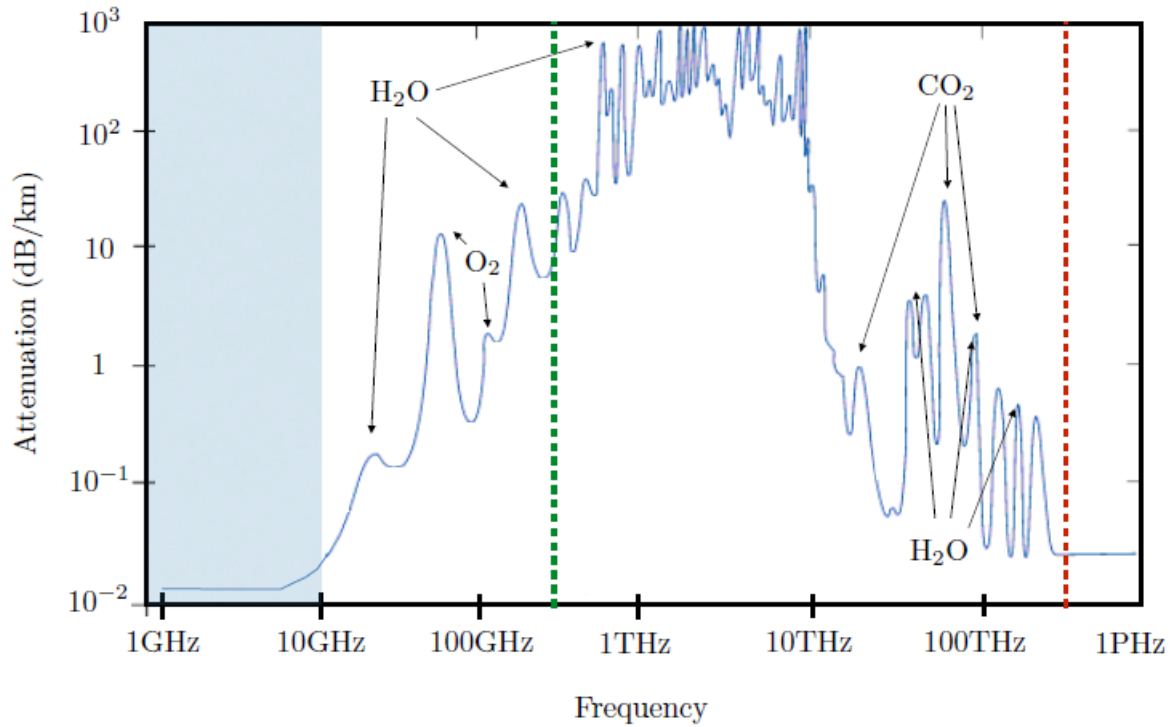


FIGURE 1.3 – Spectre d'absorption de l'atmosphère [8]. Le trait en pointillés vert représente la limite des micro-ondes

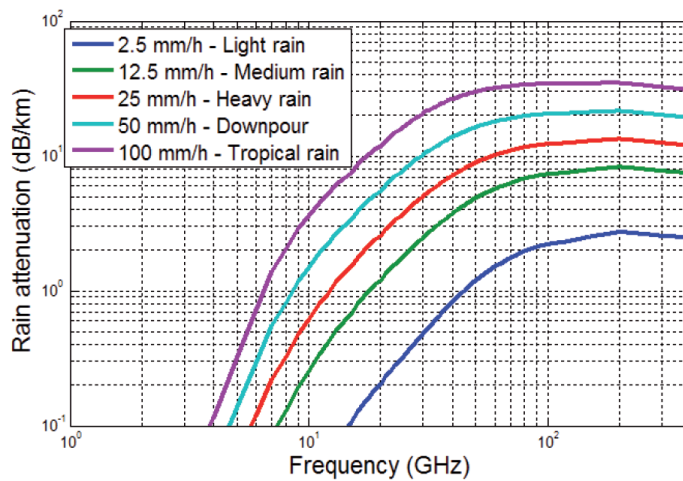


FIGURE 1.4 – Atténuation du spectre micro-onde due à la pluie [9]

DIFFUSION RESTREINTE

choix des concepteurs se portent sur la polarisation verticale s'ils cherchent à limiter les pertes de polarisation [10, 11], horizontale pour limiter le clutter de mer [12, 13] et circulaire pour avoir un compromis entre les deux.

En conclusion, la stratégie d'écoute des bandes et la polarisation du système GE sont impactées par le milieu de propagation qui contraignent le système radar. Tenir compte de ces contraintes est un moyen d'améliorer la probabilité d'interception par l'optimisation de la stratégie d'écoute fréquentiel, de la couverture générale des fréquences et du choix de la polarisation des antennes.

## 1.4 L'impact de l'antenne et de la stratégie de couverture angulaire sur la $P_I$

L'antenne est l'élément de l'architecture radar et GE qui joue le rôle de transducteur, à savoir de convertisseur d'énergie d'un milieu de propagation à un autre. En l'occurrence, du milieu de propagation libre vers un guide d'onde pour la réception, et vice-versa pour l'émission. C'est par conséquent un élément central de l'architecture ESM et amène son lot de restrictions.

### 1.4.1 Les paramètres d'intérêt de l'antenne pour l'ESM

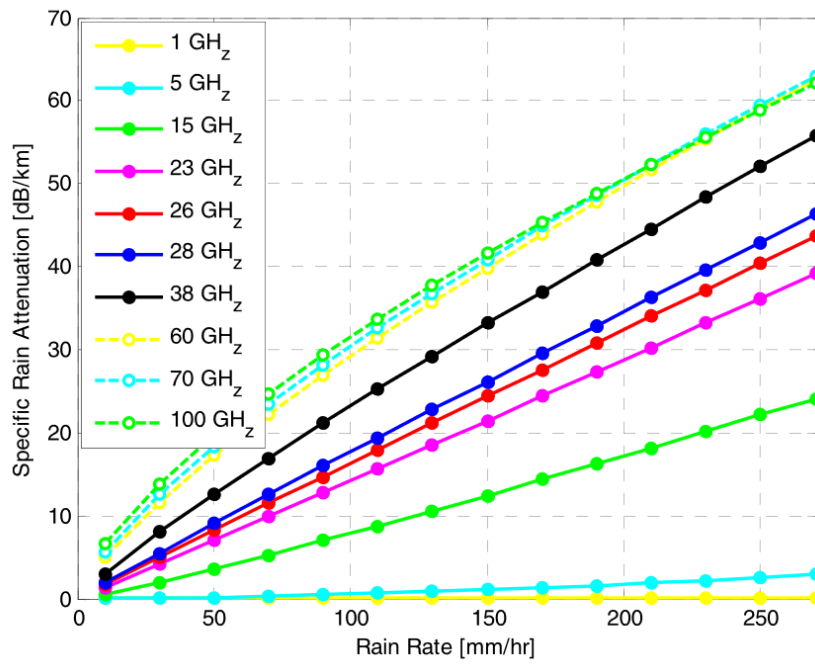
Les caractéristiques d'intérêt des antennes sont :

- la fréquence de résonance
- la bande-passante
- le gain d'antenne
- la puissance d'émission typique
- la polarisation
- la couverture angulaire (directivité)
- les lobes secondaires.

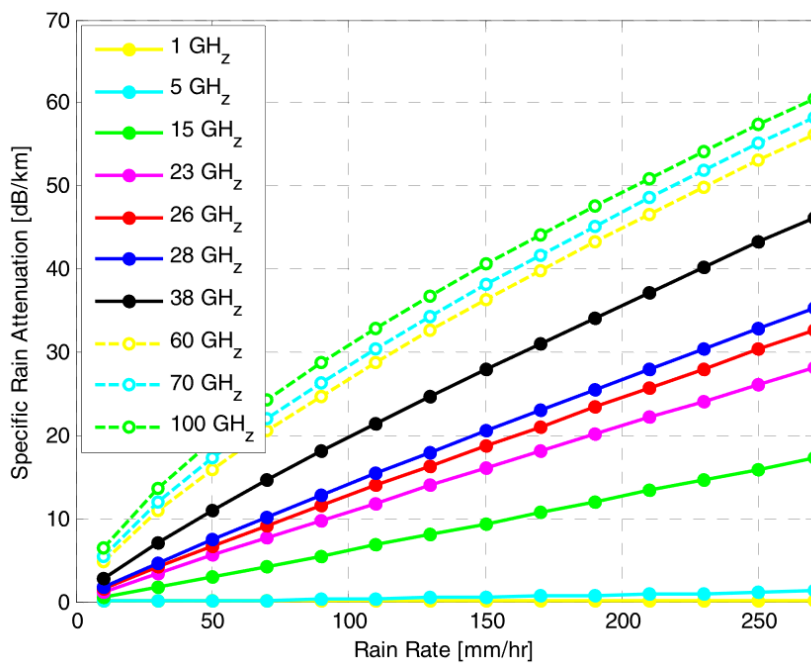
### 1.4.2 Le choix technologique au niveau radar

La puissance émise par une antenne dépend du choix technologique qui est fait. Historiquement, la puissance était fournie par des tubes à magnétron, qui fournissaient une puissance crête de l'ordre du kW jusqu'au MW. Depuis plusieurs décennies, les progrès sur les technologies des couches minces ont permis de passer aux antennes à état solide, beaucoup moins gourmandes en énergie et permettant d'émettre à des puissances de l'ordre du mW jusqu'à 100 W (en additionnant les antennes pour créer un réseau d'antennes).





(a)



(b)

FIGURE 1.5 – Atténuation des polarisations horizontale (a) et verticale (b) due à la pluie [11]

DIFFUSION RESTREINTE

### 1.4.3 La géométrie de l'antenne : polarisation et champ rayonné

La géométrie de l'antenne détermine en grande partie les hypothèses de champs rayonnés que l'on peut émettre par la suite, la fréquence centrale, la bande-passante, la directivité, les lobes secondaires et la polarisation. Cette géométrie est très variable et s'adapte à ce que l'on souhaite obtenir comme caractéristiques pour le radar ou le système de Guerre Électronique. Pour exemple, la figure 1.6 répertorie plusieurs géométries envisageables pour une antenne.

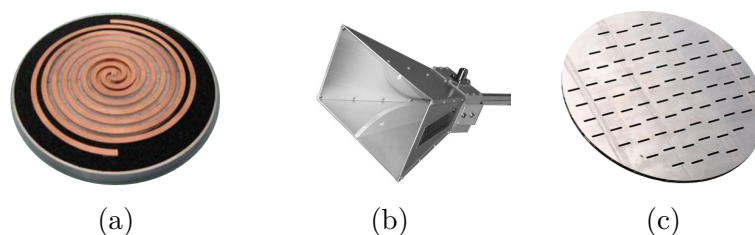


FIGURE 1.6 – Photographies représentant plusieurs exemples de géométries d'antenne : (a) antenne spirale ; (b) antenne cornet ; (c) antenne à fentes multiples

De la géométrie de l'antenne, découle directement la polarisation de l'onde émise ou reçue. L'antenne (a) de la figure 1.6 est destinée aux polarisation de type circulaire ou elliptique par exemple. La polarisation a été évoquée précédemment. Des polarisations horizontales, verticales et circulaires sont à intercepter en milieu maritime. Le tableau 1.2 propose d'attribuer des polarisations à plusieurs types d'antennes.

| Géométrie     | Polarisation privilégiée |
|---------------|--------------------------|
| Spirale       | Circulaire               |
| Cornet        | Linéaire, circulaire     |
| Dipôles pér.* | Linéaire                 |

TABLEAU 1.2 – Exemples de couvertures en fréquence pour diverses géométries d'intérêt GE. [5]

\*Dipôles pér. signifient dipôles répartis périodiquement (grille,...)

La plus grande dimension  $a$  de l'antenne définit l'encombrement du système, mais aussi un ensemble de paramètres.

Le premier d'entre eux est l'approximation de champ lointain ou diffraction de Fraünhofer. Cette approximation est importante pour cadrer le problème du champ qui arrive sur l'antenne du système ESM. Cette dernière est vraie si la distance  $R$  séparant le radar du système d'interception est supérieur à  $R_F$ , distance séparant la diffraction de Fresnel de celle de Fraünhofer. On a :

$$R_F = \frac{2a^2}{\lambda} \quad (1.4)$$

Quelques applications numériques permettent de se donner des ordres de grandeur (cf. tableau

1.3).

| $a$ (m) | $\lambda$ (m) | $f$ (GHz) | $R_F$ (m)      |
|---------|---------------|-----------|----------------|
| 100     | 10            | 0,03      | $2 \cdot 10^3$ |
| 100     | 1             | 0,3       | $2 \cdot 10^5$ |
| 10      | 1             | 0,3       | 200            |
| 10      | 0,1           | 3         | $2 \cdot 10^3$ |
| 1       | 0,01          | 30        | 200            |
| 0,1     | 0,1           | 3         | 0,2            |
| 0,1     | 0,01          | 30        | 2              |

TABLEAU 1.3 – Applications numériques pour le rayon supérieur d'application de la diffraction de Fresnel

L'approximation de champ lointain se révèle juste dans la plupart des cas de figure. Seuls les radars de type alerte précoces ou trans-horizon peuvent se révéler problématiques, car ont potentiellement une distance  $R_F$  de l'ordre de la dizaine de kilomètres. Dans le cadre de la GE, le champ lointain est le champ utilisé. Les fronts d'onde sont plans.

On suppose que l'hypothèse du champ lointain ou diffraction de Fraunhofer est valide dans la suite. On peut alors considérer que la distribution angulaire du champ ne varie plus en fonction de la distance à l'antenne [14]. Dans ce cas, le champ rayonné peut s'écrire, en supprimant la dépendance temporelle [15, 16] :

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi, f) = \frac{1}{r} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}r} \Psi(\theta, \phi, f) \quad (1.5)$$

La fonction  $\Psi(\theta, \phi, f)$  agrège à la fois la composante fréquentielle et donc la bande-passante et la (ou les) fréquence(s) de résonance, et une composante angulaire qui se nomme la directivité du champ. Les variables  $r, \theta, \phi$  sont les variables de l'espace sphérique,  $f$  la fréquence de l'onde émise ou reçue. Les composantes angulaire et fréquentielle peuvent être étudiées de manière découplées.

#### 1.4.4 La géométrie de l'antenne : fréquence de résonance et bande-passante

La composante fréquentielle est une affaire géométrique en grande partie [17]. Pour des géométries relativement simples comme les guides d'onde à fentes multiples, la fréquence de résonance est de l'ordre de l'inverse de deux fois la plus grande dimension de l'antenne. Pour les géométries plus complexes comme l'antenne cornet, à base de volume ouvert, la fréquence de résonance n'est plus unique. Il est possible de coupler plusieurs fréquences de résonance en parallèle ou en cascade, sous réserve d'exciter seulement le mode TE ou TM d'ordre 1 [14]. Par ailleurs, pour les "petites" antennes, à savoir de dimension très inférieure à la longueur d'onde

et possédant une fréquence de résonance, on a la relation suivante [18] :

$$Q \simeq \frac{\lambda^3}{(2\pi a)^3} \quad (1.6)$$

où  $Q$  est appelé le facteur  $Q$  [19] ou facteur de qualité dont l'inverse donne la bande-passante relative :

$$\frac{1}{Q} = \frac{B}{f_{res}} \quad (1.7)$$

où  $B$  est la bande-passante définie à ses deux extrémités par les 3 dB de perte par rapport à la résonance,  $f_{res}$  la fréquence de résonance.

Ces petites antennes représentent un intérêt notamment lorsque le radar ou le système GE est confronté à des contraintes très fortes sur l'encombrement (système aéroporté). Bien qu'elles soient moins performantes que des antennes plus adaptées aux longueurs d'onde cibles, elles présentent l'intérêt d'être à état solide et d'un coût modéré. Sa directivité est très dégradée. Cela est gênant pour le radar mais beaucoup moins pour le système GE. Par contre, le gain maximal est lui aussi dégradé [14].

Toutes ces considérations amènent les résultats présentés dans le tableau 1.4. La couverture générale en fréquence envisageable est définie grâce aux contraintes vues précédemment. Pour la couvrir, il peut être envisagé de découper cette couverture générale en sous-bandes (donc avec des antennes pour chacune de ces sous-bandes).

| Géométrie    | Couverture en fréquence                                 |
|--------------|---|
| Spiral       | 0,5-40 GHz divisibles en plusieurs bandes               |
| Cornet       | 2-18 GHz répartie en 2 ou 3 bandes (2-4, 4-8, 8-18 GHz) |
| Dipôles pér. | 0,1-18 GHz  |

TABLEAU 1.4 – Exemples de couvertures en fréquence pour diverses géométries d'intérêt GE. [5, 6]  
Dipôles pér. signifient dipôles répartis périodiquement (grille,...)

### 1.4.5 La géométrie de l'antenne : directivité

La composante angulaire de la fonction  $\Psi(\theta, \phi, f)$  de l'équation (1.5) nous donne la densité de puissance rayonnée  $p_{ray}$  :

$$p_{ray}(\theta, \phi) = \frac{1}{2\eta_0} |\Psi(\theta, \phi)|^2 \quad (1.8)$$

où  $\eta_0 = 120\pi\Omega$  est l'impédance d'onde de l'espace libre. Profitons de l'équation pour évoquer brièvement la nécessité d'adapter l'impédance du guide d'onde à la base de l'antenne à celle de l'espace libre, afin de limiter les pertes de conversion au niveau de l'antenne. C'est le terme  $L$  de l'équation d'interception (1.3) vue précédemment.

L'équation (1.8) permet surtout de remarquer que la répartition angulaire de la puissance est proportionnelle au carré du champ rayonné dans le cadre du champ de rayonnement lointain. Pour faciliter la discussion et la comparaison des antennes, on introduit la notion d'antenne isotrope caractérisée par une densité angulaire de puissance isotrope donc identique dans l'espace. La puissance isotrope rayonnée par cette antenne conceptuelle s'écrit  $p_{iso} = \frac{P_{ray}}{4\pi}$ . La puissance rayonnée par l'antenne  $P_{ray}$  tient compte des pertes de conversion dues à l'antenne. Dès lors, on peut définir la "densité angulaire normalisée de puissance" qu'on nomme directivité ou gain de l'antenne  $G$  :

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{p_{ray}(\theta, \phi)}{P_{ray}} \quad (1.9)$$

A noter que dans la pratique, il n'existe pas d'antenne isotrope, mais on utilise des antennes qui s'en approchent le plus possible afin de mesurer le gain d'une antenne [6]. L'antenne isotrope peut également être désignée sous le nom d'antenne omnidirectionnelle.

La directivité d'une antenne se représente via le diagramme de rayonnement (cf. 1.7). Sa valeur maximale est de 0 dB. Les informations d'intérêt contenues dans un diagramme de rayonnement sont les lobes principal, secondaires et arrières. Le lobe principal définit le faisceau de l'antenne. Son extension angulaire est défini par l'angle à partir duquel le faisceau perd 3 dB par rapport au maximum. Pour illustrer ces propos, un diagramme de rayonnement est modélisé à l'aide de [20] (on ne s'intéresse pas à l'élévation) :

$$G(\theta) = \frac{\left(\frac{\sin(v(\theta))}{v(\theta)}\right)^8 + \frac{L(\theta)}{9} (2 + \cos\left(\frac{91}{100}v(\theta)\right))^2}{1 + L(\theta)} \quad (1.10)$$

où :

$$v(\theta) = \sqrt{2} \frac{\theta}{\theta_{3dB}}$$

$$L(\theta) = \begin{cases} L_0 & , \forall \theta < \theta_0 \\ L_0 - (L_0 - L_1) \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} & , \forall \theta \in [\theta_0, \theta_1[ \\ L_1 & , \forall \theta \in [\theta_1, \theta_2[ \\ L_2 & , \forall \theta \geq \theta_2 \end{cases}$$

En choisissant pour paramètres  $\theta_{3dB} = 3^\circ$ ,  $\theta_0 = 20^\circ$ ,  $\theta_1 = \theta_0 + \theta_{3dB}$  et  $\theta_2 = 180^\circ - \theta_{3dB}$ ,  $L_0 = -20$  dB,  $L_1 = -30$  dB et  $L_2 = -27$  dB, on obtient la figure 1.7. On y distingue le lobe principal, les lobes secondaires de part et d'autre du lobe principal et les lobes arrière.

L'antenne se comportant comme un transducteur de l'espace libre vers le guide d'onde, et vice-versa, le diagramme de rayonnement permet également d'évaluer la performance de réception d'une antenne en fonction de l'angle d'incidence de l'onde reçue. Il devient possible

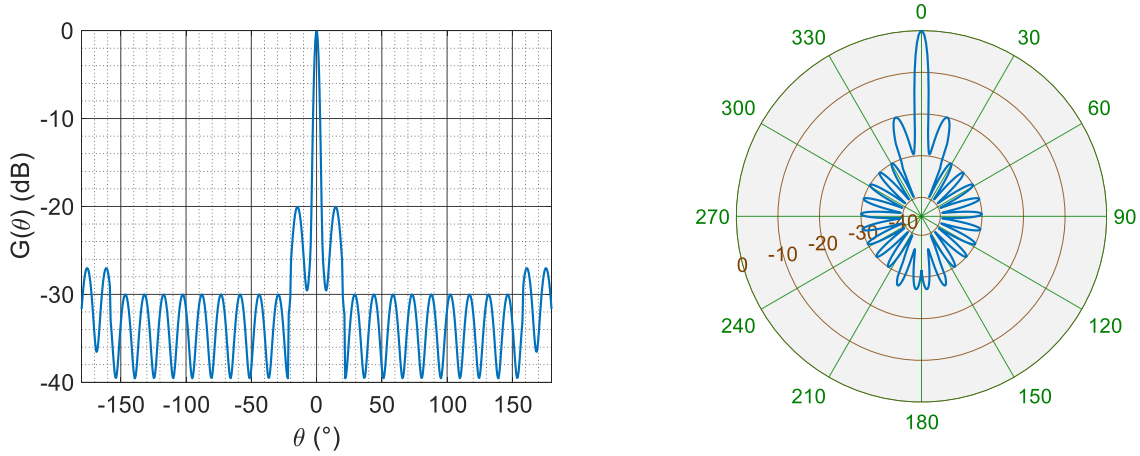


FIGURE 1.7 – Modélisation d'un diagramme de rayonnement radar

d'évaluer le gain maximal à partir de son ouverture. Pour une antenne à ouverture plane de surface  $A$ , on obtient [14, 21] :

$$G_{max} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A \quad (1.11)$$

Pour un système radar, avoir un faisceau principal étroit est pertinent car l'essentiel de l'énergie rayonnée est alors concentré dans une direction bien déterminée. Si le radar est monostatique, alors l'écho-radar reçu dans un instant qui doit être compris dans la durée d'illumination de la cible permet d'obtenir directement la mesure de l'angle de la cible (*Direction of Arrival* en anglais, abrégé en DOA). Le gain d'antenne dans cette configuration est de l'ordre de 30 dB par rapport à l'antenne isotrope. Pour pouvoir couvrir tout l'espace, le radar doit balayer l'espace. Par conséquent, une cible ne sera illuminée que pendant une durée restreinte, la durée d'illumination  $T_{ill}$ .

$$T_{ill} = \frac{\theta_a \theta_e}{\Omega_s L_\Omega} t_{scan} \quad (1.12)$$

où  $t_{scan}$  est la durée passée sur une zone angulaire par le faisceau de taille  $\theta_a \times \theta_e$ , où  $\theta_a$  et  $\theta_e$  sont respectivement l'angle azimutal et l'élévation.  $\Omega_s$  est l'angle solide définissant l'ouverture angulaire totale de la cible, et  $L_\Omega$  les pertes introduites par le fait que la cible n'est pas toujours parfaitement centrée dans le faisceau.  $T_{ill}$  est la durée élémentaire pertinente à prendre en compte pour calculer une probabilité d'interception.

À l'inverse, l'antenne d'un système GE est généralement caractérisée par un diagramme se rapprochant le plus possible de l'antenne omnidirectionnelle, ou bien isotrope dans la portion d'espace qui doit être surveillée. En pratique, ces antennes ont une couverture angulaire très large. Ainsi, en en plaçant suffisamment avec les orientations nécessaires pour couvrir les  $360^\circ$ ,

l’ensemble de l’espace est couvert sur une durée proche de 100%, ce qui augmente la probabilité d’intercepter une impulsion radar. L’inconvénient d’une telle antenne et par extension du système d’antennes est que la surface effective de l’antenne isotropique  $A_{iso}$  est de l’ordre de [6] :

$$A_{iso} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \simeq 0,08\lambda^2 \quad (1.13)$$

et donc qu’elle induit un gain proche de l’ordre de 0 dB. Par conséquent, on se retrouve avec un différentiel de l’ordre de 30 dB avec le gain de l’antenne radar. La mesure de la DOA s’opère non plus grâce à la finesse du faisceau comme dans le cas du système radar, mais par des méthodes faisant intervenir plusieurs antennes. Les méthodes envisageables sont les méthodes basées sur l’amplitude ou la mesure de la phase. La mesure de la DOA sera abordée dans le chapitre 5. Retenons que cette mesure peut se faire avec des précisions variant du dixième de degré à une dizaine de degrés.

Le tableau 1.5 répertorie des valeurs pour la taille des faisceaux de quelques géométries d’intérêt.

| Géométrie    | $\theta_a$ azimut | $\theta_e$ élévation |
|--------------|-------------------|----------------------|
| Spiral       | 60 – 90°          | < 60°                |
| Cornet       | 135°              | 45 – 90°             |
| Dipôles pér. | 20 – 45°          | 20 – 45°             |

TABLEAU 1.5 – Exemples de taille de faisceau pour diverses géométries d’intérêt GE [5]

### 1.4.6 Synthèse sur l’antenne du point de vue ESM

En synthèse sur l’ensemble des éléments évoqués sur les antennes, on retient que :

- l’antenne est conçue pour couvrir les bandes de fréquence d’intérêt. Pour maintenir les performances de réception, il est parfois nécessaire d’envisager de proposer de diviser la couverture générale en fréquence souhaitée en des sous-bandes sur lesquelles chaque antenne est performante. C’est un compromis à trouver entre la complexité et le coût engendré et la performance du système.
- couvrir l’espace entier (360°) demande naturellement plusieurs antennes, dont on en diminue artificiellement le nombre en travaillant avec des antennes à large couverture angulaire.
- le différentiel de gain d’antenne entre le radar et système ESM est de l’ordre de 30 dB
- le diagramme d’antenne contient des lobes secondaires. Pour les radars, ils sont de l’ordre de 20 à 25 dB en deçà du gain maximal.
- les puissances d’émission peuvent être très faibles dans l’absolu (mW), pour une unique antenne (à état solide).

Lorsqu'on parle de système ESM ou GE en général, on évoque le système composé de toutes ses antennes. Nous allons maintenant nous intéresser à ce qui se passe une fois que le signal est dans la chaîne de réception.

## 1.5 L'architecture ESM usuelle

Le système d'interception est un système qui doit remplir la fonction de détection et d'identification de ce qui a été détecté. Un schéma fonctionnel peut être proposé pour représenter les étapes que remplissent un système ESM.

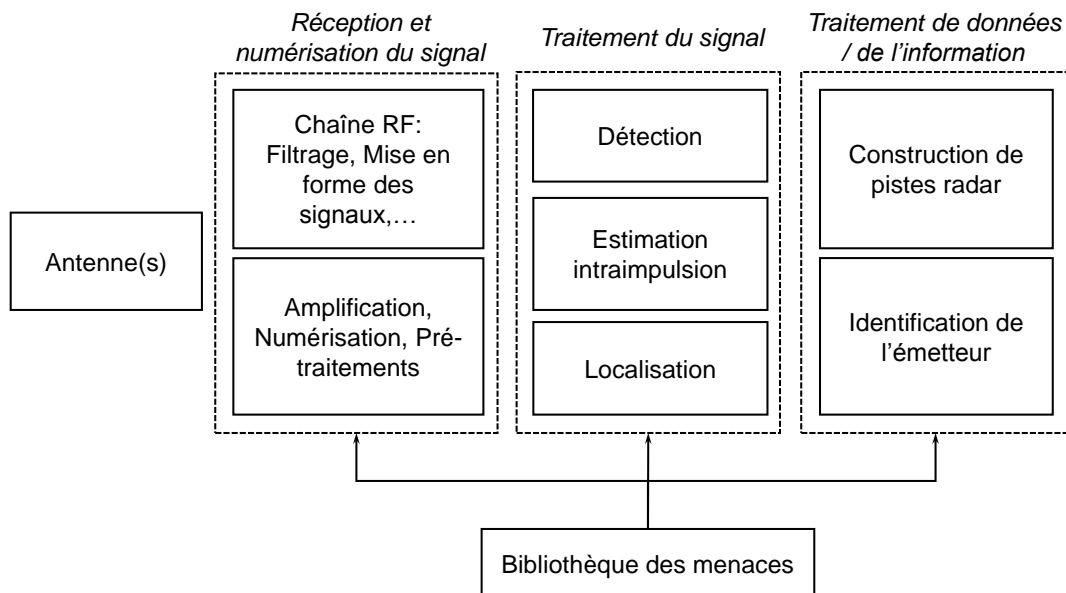


FIGURE 1.8 – Schéma fonctionnel de l'architecture d'un système GE

Les grandes catégories des fonctions présentées sont rangées dans ordre chronologique. À l'intérieur de chaque catégorie, on énumère des missions et des moyens qui sont mis en oeuvre ou bien qui sont susceptibles d'être mis en oeuvre.

### 1.5.1 La chaîne de réception radiofréquence

La chaîne de réception radiofréquence a pour objectif d'amplifier le signal reçu, de restreindre la bande-passante instantanée pour limiter le bruit thermique. D'autres tâches peuvent être effectuées en fonction des choix qui sont faits. Le principal soucis pour la détection est le bruit du système. Le principal contributeur est le bruit thermique. Ce dernier est considéré comme



une variable aléatoire additive gaussienne dont la puissance moyenne s'écrit :

$$P_b = k_B T_K B_X F_X \quad (1.14)$$

où  $k_B = 1,37 \cdot 10^{-23} \text{ W.Hz}^{-1}.\text{K}^{-1}$  est la constante de Boltzmann,  $T_K$  est la température du système,  $B_{X,o}$  la bande-passante traitée (bande vidéo) du radar ( $X = r$ ) ou du système GE ( $X = e$ ) et  $F_X$  le facteur de bruit de la chaîne de réception du radar ou du système GE.

La sensibilité  $\delta_X$  du radar ( $X = r$ ) ou système GE ( $X = e$ ) en sortie de la chaîne hyperfréquence est égale à la puissance du bruit dans la bande vidéo multipliée par le rapport signal sur bruit minimal nécessaire au fonctionnement du système  $\text{SNR}_{X,0}$  en sortie du traitement de détection :

$$\begin{aligned} \delta_X &= P_b \text{SNR}_{X,0} \\ &= k_B T_K B_X F_X \text{SNR}_{X,0} \end{aligned} \quad (1.15)$$

A noter que  $B_X$  est la bande passante de bruit équivalent du système radar ( $X = r$ ) ou GE ( $X = e$ ). Dans le cas du radar, on suppose que l'on exploite la connaissance du signal. La bande passante du signal transmis  $B_t$  vaut  $B_t = G_{pr} B_r$  où  $G_{pr}$  est le gain du traitement radar. Pour la GE, puisque l'on ne connaît pas le signal que l'on cherche à intercepter,  $B_e$  est à définir au cas par cas.

### 1.5.2 Le traitement du signal

L'étape du traitement du signal intervient une fois le signal préparé. Il consiste à détecter et à mesurer les paramètres d'impulsion dont ceux intra-impulsions. Ces derniers sont d'intérêt pour opérer la reconnaissance du type de forme d'onde.

Parmi les paramètres d'impulsions qui peuvent être mesurés, on a la largeur de l'impulsion (LI), son amplitude, la fréquence centrale, les modulations de la fréquence/phase et la direction d'arrivée. Les modulations de fréquence, ou, en toute généralité, modulations de phase et les modulations d'amplitude (plus rare) entrent dans la désignation de paramètres intra-impulsion. On considère généralement que la fréquence (la modulation de fréquence/phase notamment) et la DOA sont les deux paramètres les plus difficiles à estimer par les systèmes ESM. L'amplitude au niveau de l'impulsion seule est peu voire pas utilisée notamment pour l'identification. Elle peut être néanmoins utile plus en aval dans la chaîne de traitements GE, notamment pour aider à la détermination de la durée d'illumination.

### 1.5.3 Le traitement de données et de l'information

Ce traitement intervient après la détection et les premières estimations. Il consiste en une série d'étapes complémentaires aux estimations précédentes en vue de la construction des pistes

radars. L'intérêt des pistes radar est qu'elles constituent, asymptotiquement, la construction par les moyens de la GE des trains d'impulsions issus des radars, et donc la signature des radars (caractérisation complète des radars). Elles nécessitent une étape d'identification qui attribue aux pistes radars le type de radar (entité générique) et par extension le type de plateforme par comparaison aux informations contenues par les bibliothèques. La localisation est calculée parallèlement à la construction des pistes radar à partir des mesures de DOA, et est utilisée pour affiner l'identification et/ou l'association de groupes d'impulsions à une piste radar. Le résultat est retourné à l'opérateur.

Le traitement de données a besoin d'être alimenté par la partie détection et estimation conjointe du traitement numérique du signal avec un rapport signal sur bruit minimal  $\text{SNR}_{\text{out,min}}$ . On suppose, par soucis de simplicité et de clarté à la lecture, que ce SNR est identique pour chaque paramètre à mesurer. Notons par ailleurs que chaque système ESM ne mesure pas nécessairement tous les paramètres possiblement envisageables au niveau de l'impulsion. Dans ces travaux, nous évoquerons principalement la fréquence et ses modulations et la DOA.

#### 1.5.4 Exemples d'architectures ESM

Dans le cadre de l'hypothèse d'optimalité des traitements de données et de l'information, les deux blocs à optimiser sont la chaîne RF et la partie détection. Il convient donc de voir ce qui est déjà fait, et les conséquences sur la probabilité d'interception.

Les architectures déjà existantes peuvent être rangées en deux catégories, les architectures opérant sur une large bande-passante et les architectures opérant sur bande-passante beaucoup plus restreinte. La figure 1.9 présente quatre architectures différentes que nous allons analyser.

##### L'architecture à large bande-passante

Les récepteurs à large-bande instantanée permettent de minimiser l'impact de  $T_{\text{ec}}$  et de maximiser la probabilité  $P_B \rightarrow 1$  dans l'expression de la probabilité d'interception (1.1).

Plusieurs types de récepteurs sont envisageables [5, 6]. Le plus simple, le *Crystal Video Receiver* ou CVR, consiste en un filtre (ou simplement l'antenne) et amplificateur suivi d'une détection d'enveloppe. Le CVR ne peut pas proposer de mesure de fréquence, seulement donner un ordre de grandeur de celle-ci si le signal d'entrée est dirigé vers plusieurs filtres de bande (principe de l'*Instantaneous Frequency Measurement* IFM, cf. 1.9 (b)). Sa sensibilité est de l'ordre de -40 à -60 dBm. Il a l'avantage d'être très réactif. Sa dynamique est de l'ordre de 40 à 60 dB. A noter que de manière générale dans le cadre de l'interception de signaux à paramètres entièrement inconnus, les récepteurs large-bande font intervenir à un moment ou un autre du montage un détecteur quadratique. En effet, dans l'optique d'améliorer la sensibilité des détecteurs, il est inenvisageable, dans le cadre de l'interception de signaux inconnus, de sommer de manière cohérente les signaux reçus en l'absence de toute information sur ces derniers.

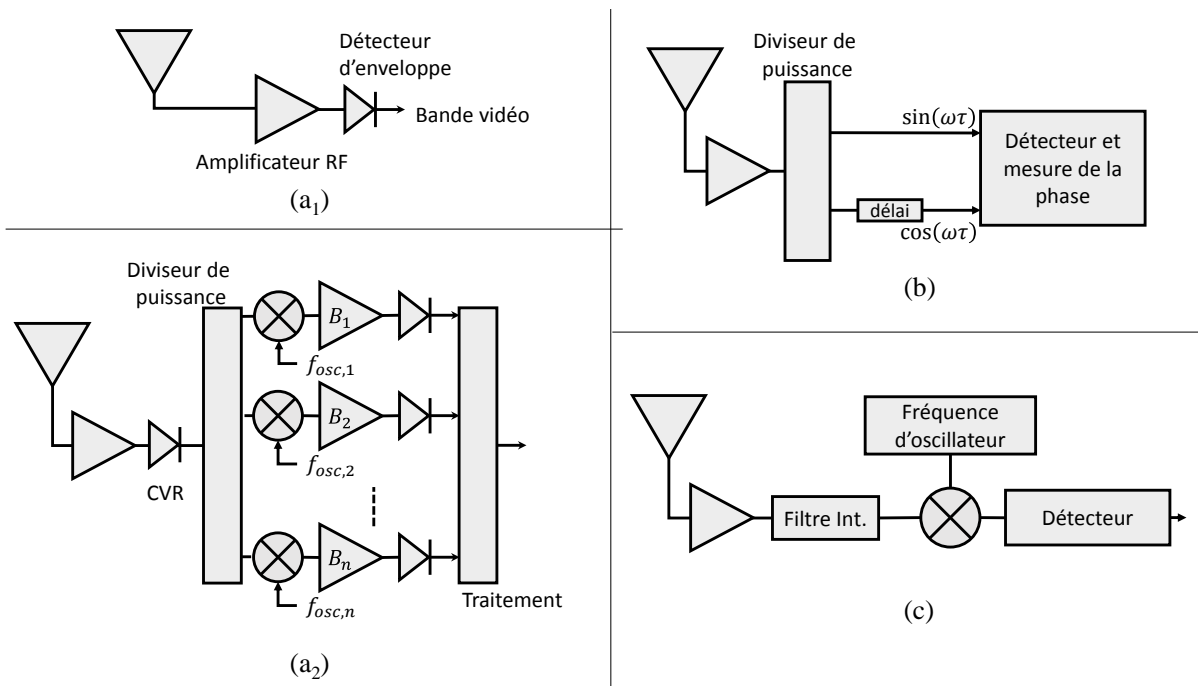


FIGURE 1.9 – Schémas d’architectures GE. (a<sub>1</sub>) CVR. (a<sub>2</sub>) CVR multisignal. (b) Principe du récepteur IFM. (c) Récepteur superhétérodyne

Ses principales limites sont liées à la largeur de la bande traitée et à l’aspect quadratique du détecteur. En effet, cela implique que dans les cas de superposition d’impulsions radar provenant de plusieurs émetteurs, soit le plus fort recouvre tous les autres signaux, soit des artefacts apparaissent lorsque plusieurs signaux présentent un niveau similaire et que ce niveau est le niveau le plus fort. Pour réduire la probabilité de coïncidence des impulsions radar et augmenter le nombre d’émetteurs radar qu’il est possible d’écouter simultanément dans une zone (en se donnant une probabilité de coïncidence maximale acceptable), on peut découper la bande de fréquence traitée. On obtient l’architecture présentée dans la figure 1.9 (a<sub>2</sub>), où l’on subdivise la bande traitée en sous-bandes  $B_p$ . On souhaite ainsi isoler les signaux simultanément présents, en utilisant le paramètre de la fréquence comme variable séparatrice. Si l’écart en fréquence des signaux est plus grand que les sous-bandes, alors on a jusqu’à  $2^{N_s-1}$  détections susceptibles de s’opérer, ce qui donne même une estimation du nombre de signaux  $N_s$ .

Pour évaluer la capacité de ce type de détecteur, et plus généralement, de tout détecteur quadratique à suivre un nombre importants de détecteur tout en maintenant une probabilité de coïncidence de consigne, on propose un raisonnement simplifié. On se donne un nombre  $N$  d’émetteurs, ayant chacun une période de répétition d’impulsions (PRI) notées  $PRI_k$  où  $k$  est le  $k^{\text{ème}}$  émetteur. La probabilité que le  $k^{\text{ème}}$  émetteur émette dans le laps de temps  $\tau$  vaut  $\tau/PRI_k$ .

DIFFUSION RESTREINTE

La probabilité qu'il n'y ait pas de superposition  $P_{ns}$  lorsque l'émetteur  $k$  émet vaut :

$$P_{ns} = \frac{\prod_{p=1}^N (1 - \tau/PRI_p)}{1 - \tau/PRI_k} \quad (1.16)$$

$\tau$  est généralement égal à la LI, mais peut différer lorsque le signal quitte la bande de fréquence d'intérêt. On peut se donner comme ordre de grandeur un  $\tau$  de l'ordre de la centaine de ns [6]. Si l'on émet l'hypothèse que toutes les PRI sont égales à 100 ou 1000  $\mu$ s, et  $\tau = 100$  ns, alors on se retrouve avec la probabilité de coïncidence  $1 - P_{ns}$  représentée sur le graphique 1.10.

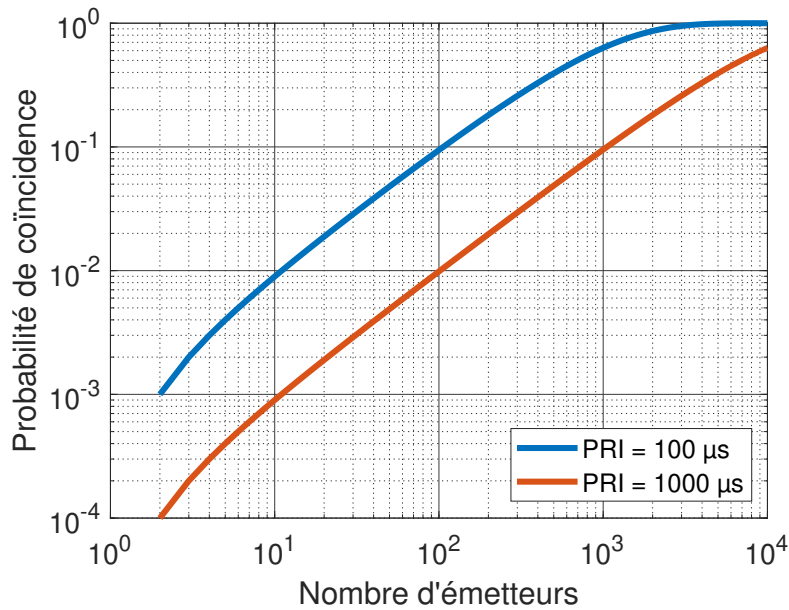


FIGURE 1.10 – Probabilité de coïncidence - récepteur à mesure de fréquence instantanée

Supposons que la probabilité de coïncidence de consigne soit donnée à 0,01. Dans ce cas, si la PRI vaut 100  $\mu$ s, le graphique de la figure 1.10 nous indique qu'il est envisageable de traiter jusqu'à 10 émetteurs. Pour une PRI de 1000  $\mu$ s, ce nombre monte à 100 émetteurs. Le nombre d'émetteurs maximal possible à traiter avec cette consigne est un élément fourni par le client.

Ce type de graphique nous montre que le détecteur quadratique est susceptible de très bien s'en sortir, à condition que le facteur de forme (rapport LI sur PRI) reste faible. Si la consigne est de pouvoir suivre jusqu'à 100 émetteurs simultanément avec une probabilité de coïncidence de 0,01, alors le facteur de forme à ne pas dépasser vaut  $\frac{0,1}{1000} = 10^{-4}$ . Ainsi, tous les signaux radar qui sont au-delà de ce facteur de forme, dans les conditions données, posent problème. Le facteur de forme est classiquement très petit, entre  $10^{-4}$  et 0,1 au maximum. Cependant, nous verrons que dans le cadre des radars LPI, cela n'est plus vrai. Par conséquent, nous garderons en tête que l'augmentation du facteur de forme au-delà des valeurs usuelles rend le détecteur

quadratique moins attractif du point de vue des performances demandées sur la probabilité de coïncidence maximale tolérable et le nombre maximal d'émetteurs radar à traiter. Sachant qu'avec l'augmentation des facteurs de forme des radars, maintenir une probabilité de coïncidence maximale très faible devient beaucoup plus difficile : les détecteurs proposant des sommes incohérentes comme le détecteur quadratique partent avec un handicap pour la suite.

### **Les récepteurs multicanaux de type superhétérodyne**

Nous venons de voir que tout récepteur large-bande n'ayant pas ou très peu de sélectivité en fréquence perd de son intérêt dès lors que le facteur de forme augmente ou que le nombre d'émetteurs radar maximal que l'on souhaite détecter sans outrepasser une probabilité de coïncidence donnée augmente au-delà de la limite souhaitée (sur l'exemple précédent, si on souhaite pouvoir traiter 200 émetteurs au lieu de 100 par exemple, toutes choses égales par ailleurs). Dès lors, il devient pertinent d'envisager une architecture de type superhétérodyne, caractérisée principalement par l'étroitesse de sa bande-passante. Pour pouvoir être sélectif en fréquence et surtout conserver voire améliorer la sensibilité, il faut augmenter la durée d'intégration à échantillonnage constant, par rapport aux détecteurs précédents. Cette augmentation de la durée d'intégration est d'autant moins gênante que l'on envisage ce type de détecteur justement pour traiter des signaux dont le facteur de forme (et en particulier, la LI) augmente au-delà des valeurs usuelles. Un exemple de récepteur superhétérodyne est présenté en figure 1.9 (c).

Ce dernier est caractérisé par la sélection d'une bande-passante intermédiaire de l'ordre de la dizaine de MHz, autorisant généralement l'hypothèse du traitement d'un seul signal par bande. En augmentant le temps d'intégration à échantillonnage constant, on se retrouve à traiter une bande-passante plus petite en intégrant plus longtemps. On obtient alors une bande vidéo beaucoup plus fine, et plus adéquate à opérer la sélectivité nécessaire pour limiter les coïncidences. Par ailleurs, la sensibilité qui peut être atteinte est de l'ordre de -70 à -80 dBm, avec une dynamique de l'ordre de 70 dB [22].

Son inconvénient principal provient de ses avantages : la finesse de la bande traitée, qui implique que le signal est susceptible de quitter la bande (cf. chapitre 2), ce qui dégrade les performances souhaitées du détecteur. Par ailleurs, ce type de récepteur traite de manière instantanée une bande beaucoup plus étroite et sur un temps plus long, limitant le temps d'écoute pour les autres bandes de fréquence.

Cet inconvénient peut être partiellement limité en traitant une bande plus large (par exemple, 100 MHz) que l'on décompose en canaux de mettons 5 ou 10 MHz de largeur, suivant la finesse évoquée précédemment. Si tous ces canaux sont traités simultanément, alors on arrive à traiter une bande-passante plus large à la qualité introduite par l'architecture superhétérodyne. Diverses architectures peuvent répondre à cette problématique : soit le calcul d'une transformée de Fourier, ou encore l'application d'une batterie de filtres matériels pour créer ces canaux, on parle alors

de récepteurs multicanaux. La littérature évoque ces récepteurs sous le terme de récepteurs multicanaux et proposent également des récepteurs à Transformée - où le détecteur est basé sur un calcul numérique de transformée de Fourier par exemple, généralement une transformée proposant de travailler dans la représentation temps-fréquence (RTF). A noter que quelque soit l'architecture qui est choisie, ces récepteurs peuvent être vus comme une juxtaposition de récepteurs superhétérodynes parallélisés, qui proposent à un instant  $t$ , une projection en fréquence du ou des signaux reçus. D'un point de vue du traitement du signal, qui est le point de vue adopté dans ces travaux de thèse, on parle plus volontiers de représentation temps-fréquence voire de spectrogramme.

Pour se donner un ordre de grandeur pour la suite, les récepteurs multicanaux de type superhétérodyne sont capables de traiter des bandes-passantes instantanées de l'ordre de 50 MHz à 2 GHz.

### 1.5.5 Synthèse sur l'architecture ESM

En résumé, ce que nous pouvons retenir comme valeurs pour les architectures ESM est répertorié dans le tableau 1.6.

| Paramètre               | Ordres de grandeur      | Référence(s)   |
|-------------------------|-------------------------|----------------|
| Couverture de fréquence | 0,1 à 18 (40) GHz       | [22]           |
| Bande-passante          | 0,5-2 GHz*   16 GHz**   | [5][6][14][17] |
| Bande-passante vidéo    | 1 à qq 10 MHz           | [22]           |
| Temps d'intégration     | < LI voire $\ll$ LI     | [6][7][22]     |
| Sensibilité             | -40 dBm à -80 dBm       | [22]           |
| SNR <sub>in,min</sub>   | 20 dB*   -6 à -3 dB **  | [7]            |
| Gain d'antenne          | 0 à 10 dB               | [6][14]        |
| Azimut   Élévation      | 360°   45° à 90°        | [6][22]        |
| Précision angulaire     | 0,5° à 3° (10°)         | [6]            |
| Facteur de bruit        | 6 dB                    | [23]***        |
| Temps de mise à jour    | 1 s à plusieurs minutes | [22]           |

\*Pour les récepteurs de type superhétérodyne, \*\*pour les récepteurs large-bande, \*\*\* à défaut d'avoir trouvé une valeur générique dans la littérature, voici une valeur issue du système SIMRAD à bande étroite (utilisé en exemple dans le chapitre 2)

TABLEAU 1.6 – Récapitulation des ordres de grandeur que prennent les paramètres d'intérêt d'un système d'interception.

Ces valeurs nous serviront de base de comparaison pour la suite.

## 1.6 Retour sur la notion de probabilité d'interception $P_I$ : lien entre la détection et estimation de l'impulsion avec l'aval du système

À présent que le récepteur ESM a été présenté plus en détails et que la probabilité de détection  $P_D$  a été introduite, nous pouvons revenir à la probabilité d'interception et corriger la première approche très simplifiée de cette dernière dans le tout premier paragraphe.

La probabilité de détection  $P_D$  représente la probabilité minimale nécessaire pour que l'intercepteur détecte le signal lors d'une illumination radar, en supposant que l'intercepteur capte l'entièreté de cette dernière. Or, au cours de cette durée, un nombre pouvant être relativement important d'impulsions radar sont reçues par le récepteur ESM. Pour opérer la reconstruction du signal (en aval du bloc de détection et d'estimations de l'impulsion radar), on peut tout à fait accepter la perte d'une ou plusieurs impulsions, en fonction de la robustesse du système à une perte d'information (caractérisée notamment par  $P_D$ ).

Cependant, la détection élémentaire a lieu sur des durées inférieures à la durée de l'impulsion. On désigne par  $P_d$  la probabilité de détection associée à une intégration élémentaire du détecteur ESM dans le reste du mémoire.

Le schéma 1.11 illustre les deux durées d'intérêt évoqués,  $T_{ill}$  associé à  $P_D$ , et  $T_{int}$  désignant la durée d'intégration élémentaire du bloc de détection dans la chaîne de réception présentée dans le schéma de la figure 1.8, associée à la probabilité de détection  $P_d$ .

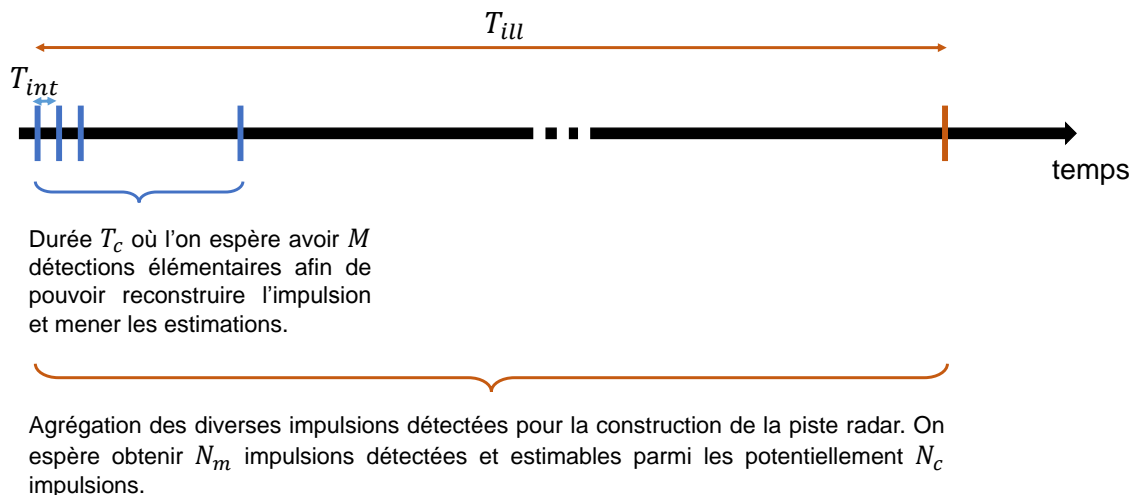


FIGURE 1.11 – Schéma illustrant la stratégie adoptée pour faire le lien entre la probabilité de détection élémentaire  $P_D$  et la probabilité de détection associée à la durée d'illumination  $P_D$ .

Il nous reste à opérer le lien entre les deux probabilités mentionnées, et à proposer une méthode pour déterminer la probabilité d'interception un peu plus fine qui soit directement

reliée à la probabilité de détection élémentaire. Nous pourrions ainsi nous intéresser pour la suite des travaux simplement à la probabilité de détection élémentaire, tout en sachant que nous pouvons caractériser les performances globales du système avec la proposition de cette section.

### 1.6.1 Lien entre une détection élémentaire et la $P_I$

Le traitement de données agrège les différentes détections élémentaires pour construire l'impulsion du radar. Si le  $\text{SNR}_{\text{out,min}}$  minimal nécessaire à l'estimation des paramètres est associé à une probabilité de détection  $P_D < 1$ , on propose le raisonnement qui suit, basé sur la possibilité d'accepter quelques non détections. Soit  $M$  le nombre minimal de détections élémentaires nécessaires au bon fonctionnement du système ESM. Soit  $T_c$  la durée mesurée qui donne une idée de la taille approximative de l'impulsion éventuelle. On décompose cette durée en  $M_c = \frac{T_c}{T_{\text{int}}}$  cases. Ainsi, la condition du bon fonctionnement de l'étape de reconstruction de l'impulsion s'exprime comme l'obtention du nombre minimal  $M$  de détections élémentaires parmi les  $M_c$  d'extension potentielle de cette impulsion.

Dès lors, la probabilité de détection  $P'_D(M_c, M)$  vaut :

$$P'_D(M_c, M) = \binom{M_c}{M} P_D^M (1 - P_D)^{M_c - M} \quad (1.17)$$

A cette première étape, on est capable de mesurer les paramètres primaires du signal reçu tel l'amplitude, la fréquence, la direction d'arrivée ou le temps d'arrivée. On est alors capable de rassembler les détections pour former des impulsions. Les impulsions étant caractérisées, on les rassemble pour construire des trains d'impulsions durant l'illumination représentative des pistes radars et on estime les caractéristiques de ces pistes. On suppose que les traitements en construisent une sur une durée proche de la durée d'illumination  $T_{\text{ill}}$ . Si on pose  $N_c = \text{Ent} \left[ \frac{\min(T_{\text{ill}}, T_{\text{ec}})}{T_{\text{ill}}} \right]$  le nombre maximal potentiel d'impulsions détectés durant  $T_{\text{ill}}$ , et que l'on souhaite a minima  $N_d$  impulsions détectées, on exprime la probabilité de détection  $P_D$  associée à la durée d'illumination vue dans le premier paragraphe de la première section, comme :

$$P_D = 1 - \sum_{k=0}^{N_d-1} \binom{N_c}{k} P_D^k (1 - P_D)^{N_c - k} \quad (1.18)$$

Dès lors, le lien entre la sensibilité du système de détection liée à  $\text{SNR}_{\text{out,min}}$  (et donc à un  $\text{SNR}_{\text{in,min}}$ ) et la probabilité d'interception s'opère via la détection élémentaire  $P_D$  et les expressions que l'on vient de décrire. Ainsi, il est possible de s'imposer une probabilité d'interception  $P_I$  au niveau de l'illumination radar et de l'associer aux performances du système. Grâce aux expressions que nous venons de voir et aux paramètres  $M$ ,  $M_c$ ,  $N_d$  et  $N_c$ , il est possible de remonter à la probabilité  $P_D$  minimale dit aussi probabilité de sensibilité pour le processus au-delà de la partie détection (en supposant que la probabilité de fausse alarme du système est égale à



la probabilité de fausse alarme de consigne).

On montre donc qu'il est possible, pour une probabilité de détection élémentaire donnée, d'envisager de récupérer le signal et de le caractériser, sous réserve de rester dans les conditions de fonctionnement du traitement aval. Nous allons maintenant nous intéresser au lien avec la probabilité d'interception au niveau d'une illumination en sortie de tout le système ESM en limite de sensibilité.

### 1.6.2 La gestion des coïncidences entre l'illumination, l'écoute spatiale, l'écoute fréquentielle

Au paragraphe §1.1.1, nous avons évoqué une expression à l'équation (1.2) prenant en considération le fait que la PRA du radar et que la PRA d'écoute angulaire puissent ne pas être en coïncidence.

Nous proposons de pousser l'intégration à la nécessité d'opérer une triple coïncidence "illumination radar, écoute spatiale, écoute fréquentielle" afin de définir une expression complète.

On suppose que quelles que soient les bornes temporelles  $t_1$  et  $t_2$  vérifiant  $t_2 - t_1 = \Delta t$ , la chance d'avoir un certain nombre d'occurrences/coïncidences ne varie pas au cours du temps (revient à moyenner la chance d'avoir une coïncidence dans le temps). On s'intéresse à la probabilité de ne pas avoir une seule coïncidence  $P_{nc}(t_1 < t < t_2)$  sur cette durée  $\Delta t$ . Cette hypothèse est pertinente en supposant que les différentes durées d'écoutes et de PRA du radar sont déterministes et constantes. Le processus de non coïncidence peut être décrit comme un phénomène sans mémoire, ayant une période moyenne  $T_0$  avant qu'une coïncidence n'advienne. Dès lors, on peut écrire :

$$\frac{P_{nc}(t_1 < t < t_2)}{P_{nc}(t)} = -\frac{\Delta t}{T_0} \quad (1.19)$$

En faisant tendre  $\Delta t \xrightarrow[t_2 \rightarrow t_1]{} dt$ , on se retrouve avec une équation différentielle. On obtient dès lors, pour chaque instant cumulatif  $t$ , la probabilité de ne pas avoir une seule coïncidence  $P_{nc}(t)$  :

$$P_{nc}(t) = P_{nc}(0) \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \quad (1.20)$$

où  $P_{nc}(0) = 1 - P_c(0)$  est la probabilité de ne pas avoir une seule coïncidence à l'instant 0. Par conséquent, la probabilité d'avoir au moins une coïncidence sur la durée  $T$  vaut :

$$P_c(t) = 1 - (1 - P_c(0)) \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \quad (1.21)$$

où  $P_c(0)$  est la probabilité d'avoir au moins une coïncidence à l'instant 0.

On rappelle que le radar a une PRA notée  $PRA$  et que la durée d'illumination du récepteur ESM est notée  $T_{ill}$ . La PRA de l'écoute spatiale du récepteur est noté  $PRA_{ec}$  et son temps

d'écoute  $T_{ec}$  et enfin la période d'écoute de la bande de fréquence concernée par le signal est noté  $PRA_{f,ec}$  associé à un temps d'écoute de  $T_{f,ec}$ . Nous pouvons définir le temps moyen de coïncidence  $T_0$  comme :

$$T_0 = \frac{PRA \times PRA_{ec} \times PRA_{f,ec}}{T_{ill} T_{ec} + T_{ec} T_{f,ec} + T_{ill} T_{f,ec}} \quad (1.22)$$

La probabilité de coïncidence  $P_c(0)$  à l'instant  $T = 0$  est par ailleurs :

$$P_c(0) = \frac{T_{ill} T_{ec} T_{f,ec}}{PRA \times PRA_{ec} \times PRA_{f,ec}} \quad (1.23)$$

Il devient dès lors possible de calculer la probabilité d'interception  $P_I(T)$  du système ESM non plus en s'imposant de la calculer sur une seule durée d'impulsion radar, mais en la calculant directement sur une durée temporelle  $t$  qui peut être reliée à la durée de rafraîchissement du système ESM. Ce calcul est pertinent si cette dernière est suffisamment grande pour contenir plusieurs illuminations radar. On obtient :

$$P_I(t) = 1 - (1 - P_c(0)P_D) \exp\left(-\frac{t}{T_0} P_D\right) \quad (1.24)$$

Cette probabilité s'illustre dans le graphique présenté dans la figure 1.12. Cette probabilité illustre que le système ESM peut augmenter sa durée de travail  $T$  de telle manière à couvrir plusieurs coïncidences. Cela se fait au détriment de sa réactivité et donc du temps de réaction, mais avec des performances sur la probabilité d'interception sur la durée concernée  $T$  bien meilleures. La réactivité du système est donc le paramètre qui va déterminer si le récepteur respecte la consigne ou non, et jusqu'à quel point on peut accepter d'intégrer pour augmenter la sensibilité du système, à matériel donné. Si on possède des informations a priori sur les bandes de fréquences les plus susceptibles de contenir un radar ou bien une direction donnée de l'espace, on peut aussi adapter la stratégie d'écoute et donc améliorer les courbes proposées sur l'intervalle donnée en fréquence ou DOA (au détriment des autres valeurs).

### 1.6.3 Synthèse du complément à la probabilité d'interception

Pour conclure sur cette section, nous avons étudié comment faire le lien entre la sensibilité et donc la portée de fonctionnement du système ESM avec le fonctionnement de ce dernier au-delà de la simple étape de détection du signal radar.

Pour ce faire, nous avons relié la notion de probabilité de détection élémentaire  $P_D$  associée à une durée d'intégration en deçà de la LI du signal radar, qui permet de mener les estimations par la suite, à la probabilité de détection au niveau de l'illumination du récepteur ESM, ce qui fait le lien avec la probabilité d'interception vue dans la première section.

Par ailleurs, l'expression de la probabilité d'interception est retravaillée pour prendre en

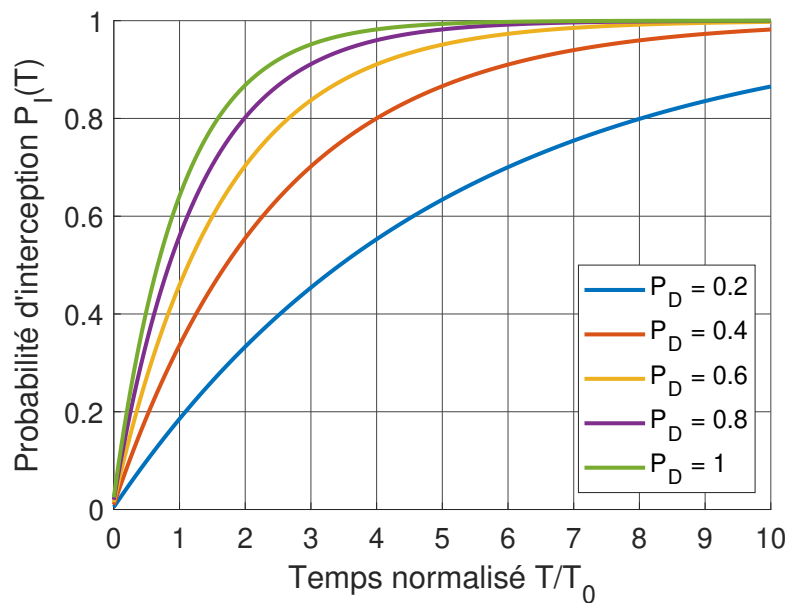


FIGURE 1.12 – Probabilité d'interception d'au moins une illumination radar cumulée en fonction du temps

compte l'impact de la coïncidence avec la durée d'écoute dans le domaine fréquentiel. Enfin, la probabilité d'interception est réexprimée suivant la variable temporelle  $t$  de fonctionnement du récepteur ESM, qui peut être bien supérieure à la durée  $T_0$  qui donne une seule coïncidence. Par conséquent, nous obtenons une expression générale qui prend en compte tout le processus d'interception et d'identification.

## 1.7 Conclusion du chapitre

Lors de ce chapitre, nous nous sommes focalisés sur la notion de probabilité d'interception. Nous sommes partis de la notion la plus simple qui puisse être définie, la probabilité d'interception au niveau d'une illumination de l'intercepteur par le radar (si on suppose que cette dernière durée est limitante). Cette première définition nous a permis de définir un certain nombre de paramètres (rappelés dans le tableau 1.7) qui limitent la probabilité d'intercepter un radar.

Par ailleurs, nous avons pu proposer un résumé des performances obtenues par diverses architectures ESM (cf. tableau 1.6 du paragraphe §1.4).

Enfin, nous avons articulé la probabilité d'interception initialement proposée avec les missions de l'architecture ESM et les exigences imposées par les traitements de données et la probabilité de détection au niveau de l'impulsion radar.

Nous proposons de retenir a minima les éléments donnés dans la boîte intitulé "A retenir".

| Facteurs limitant                | Dépend ...  |
|----------------------------------|---|
| Stratégie d'écoute fréquentielle | ... du nombre de sous-bandes, de chaînes de réception   |
| Stratégie d'écoute spatiale      | ... du nombre d'antennes et de leur répartition, de leur écoute ou non  |
| Durée d'illumination             | ... des radars à intercepter  |
| Couverture générale en fréquence | ... des antennes, des radars à intercepter. Une fois fixée, on ne la change pas   |
| Polarisation                     | ... du choix des antennes   |
| Sensibilité                      | ... de la probabilité de détection visée et de fausse alarme maximale souhaitée, des bandes hyperfréquence et vidéo, du facteur de bruit et du gain d'antenne |
| Durée d'observation              | ... de la sensibilité, de la $P_D$ en général pour tenir compte des impératifs du traitement de données   |

TABLEAU 1.7 – Récapitulatif d'un certain nombre de facteurs d'intérêt qui limitent les performances du système ESM

#### A retenir

##### Pour l'architecture ESM usuelle :

- une durée d'intégration inférieure à la LI de l'impulsion radar
- un  $\text{SNR}_{\text{in,min}}$  sur les signaux d'entrée de l'ordre de  $-6$  à  $-3$  dB pour obtenir la probabilité de détection  $P_D$  minimale souhaitée (large-bande) ou de 20 dB pour les récepteurs superhétérodynes.
- au besoin, que le tableau 1.6 donne les ordres de grandeur d'un certain nombre de paramètres d'intérêt.

##### Pour la notion de probabilité d'interception :

Elle est donnée pour l'ensemble du processus ESM. Trois dimensions temporelles sont à prendre en compte : l'intégration élémentaire issue de l'étape de détection, la durée d'illumination/ d'une coïncidence et la durée qui couvre plusieurs coïncidences.

Dans ce chapitre, nous avons présenté au lecteur peu familier du domaine de la Mesure de Recherche Électronique les contraintes et solutions usuelles apportées à la problématique d'interception des émissions de radar. Ces éléments vont nous servir de cadre pour proposer une définition et à ce qui est communément appelé le radar *Low Probability of Intercept* dans la littérature et par les professionnels du secteur.



# LE RADAR LPI

---

*Les contraintes et solutions usuelles qui concernent la problématique de l'interception de signaux radars ont été analysées dans le chapitre précédent. Nous nous intéressons à présent aux contraintes que le concepteur d'un système radar rencontrent, et à la comparaison de chaque élément du système {radar ; système d'interception radar} .*

## 2.1 Résumé

Le radar est caractérisé par un signal qui va être le témoin de sa présence et la signature de ce dernier du point de vue de l'intercepteur. L'impulsion est la brique élémentaire du signal radar et le premier élément détectable et identifiable par l'intercepteur. Nous allons donc prendre le temps de l'étudier. En combinant les éléments présentés dans le chapitre précédant sur l'architecture ESM et ceux présentés sur le radar, un critère issu de la littérature sur la capacité à décréter qu'un radar est non détectable (furtif) par rapport à un système ESM est présenté. Cela amène logiquement à la notion de radar *Low Probability of Intercept* (LPI), l'objet d'intérêt de ces travaux de thèse. Une proposition de définition du radar LPI est donnée. Une application est proposée sur un radar d'intérêt. Enfin, un modèle générique du radar LPI est proposé pour pouvoir l'aborder en tant qu'objet d'analyse dans le reste du mémoire.

## 2.2 Le fonctionnement du radar

Le radar est un système conçu avant tout pour remplir des missions parmi les missions évoquées dans l'introduction (se repérer/naviguer, opérer la surveillance, imager l'environnement). D'une façon ou d'une autre, ces missions nécessitent la mesure de distance, de la direction d'arrivée et/ou de la vitesse radiale à partir d'une onde émise, réfléchié et reçue par la voie de réception. Au niveau matériel, le radar est par conséquent défini par une partie émission et une partie réception (colocalisé ou non). Un schéma de fonctionnement d'un radar monostatique est donné dans la figure 2.1. Les deux parties émission et réception du signal y sont représentées. Nous évoquerons la propagation dans la section suivante.

Nous voyons qu’au niveau du système, le signal peut être modélisé comme :

$$s(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \tag{2.1}$$

où  $A(t)$  est l’amplitude du signal,  $\phi(t)$  représente la variation de la phase due à la forme d’onde radar et  $f_0$  est la fréquence de la porteuse. Par souci de facilité, nous utiliserons ces mêmes notations aussi bien pour la partie émission que pour la partie réception. Les pertes d’amplitude et modifications de la phase sont intégrées. Le modèle du signal ainsi défini permet de manipuler la signal radar aussi bien dans le contexte radar que celui de la ESM.

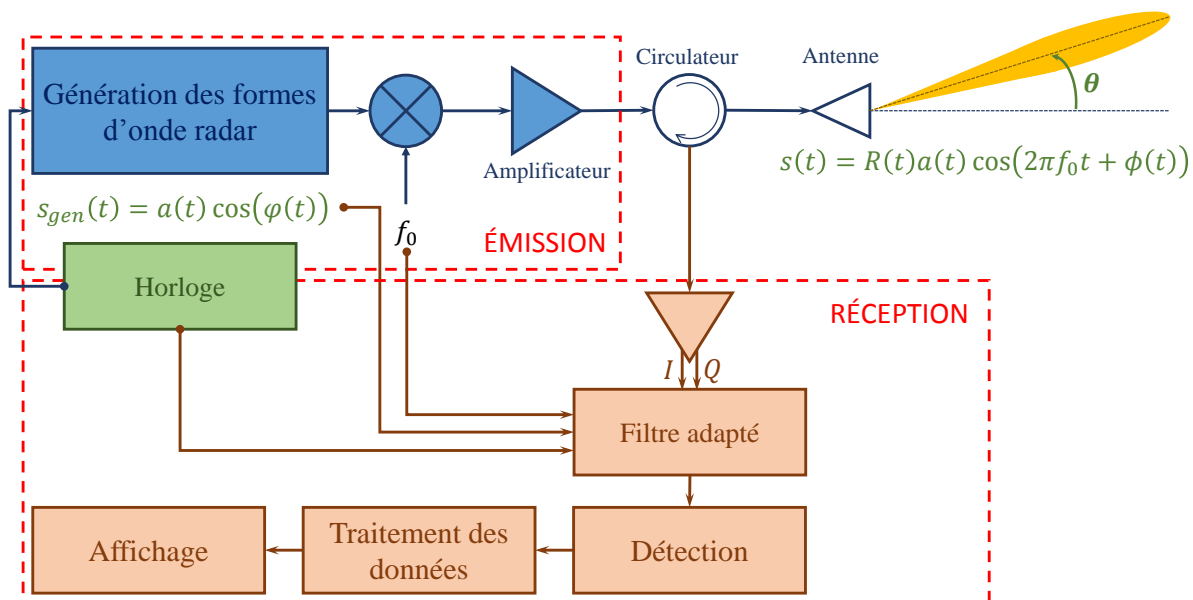


FIGURE 2.1 – Architecture synoptique d’un radar monostatique, inspirée de [24]

De la partie émission, nous avons besoin de retenir uniquement le générateur de forme d’onde et le fait que le signal émis est réutilisé dans la partie réception pour le filtrage adapté. Le signal reçu peut être passé en complexe (c’est vrai aussi bien en radar qu’en GE) et avec des méthodes aussi variées qu’un montage I-Q ou bien l’utilisation de transformée qui, à partir d’un signal réel, retournent des complexes. La Transformée de Hilbert ou la Transformée de Fourier peuvent être envisagées, mais elles ne sont pas les seules. Pour tout le reste du mémoire, le signal sera considéré complexe.

### 2.2.1 L'impulsion radar

L'élément de base du signal radar est appelé l'impulsion radar (cf. figure 2.2). Cette dernière est caractérisée temporellement par une durée d'impulsion, nommée largeur d'impulsion (LI), définie comme la largeur à mi-hauteur de l'impulsion. Le radar émet des impulsions en permanence, qui apparaissent, du point de vue du récepteur ESM, sous forme de train d'impulsions à cause de la durée d'illumination qui correspond au passage utile du lobe principal du radar sur le récepteur ESM. On définit la Période de Répétition de l'Impulsion (PRI) comme la durée qui sépare l'émission de deux impulsions successives.

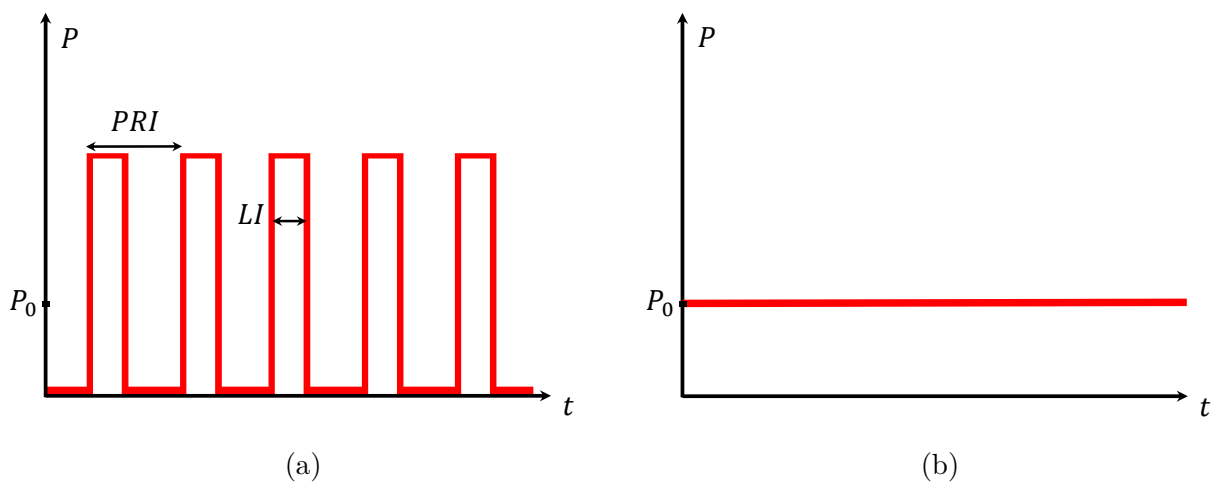


FIGURE 2.2 – Représentation de deux types de radar : (a) radar impulsif ; (b) radar continu ;

Outre l'aspect temporel, l'impulsion radar se caractérise également par une amplitude, une fréquence, des modulations de phase et de fréquence. On abordera ces caractéristiques notamment au travers de la forme d'onde radar.

### Les limites des performances de traitement dues à la résolution sur la mesure de la distance

La mesure de la distance s'effectue par la différence temporelle entre l'instant d'émission et l'instant de son retour. La résolution en distance vaut alors, en appliquant le critère de résolution de Rayleigh :

$$\delta R = c \frac{LI}{2} \quad (2.2)$$

La distance maximale mesurable correspond à la limite d'ambiguïté avec l'impulsion suivante. Si l'on applique le critère de Rayleigh comme critère de résolution, alors la distance maximale



mesurable sans ambiguïté et en négligeant l'étalement temporel de l'écho est de l'ordre de :

$$\begin{aligned} R_{r,max} &= \frac{c}{2} \left( PRI - \frac{LI}{2} \right) \\ &= \frac{cPRI}{2} \left( 1 - \frac{FF}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

où  $FF$  est le facteur de forme qui se définit comme le rapport de la LI sur la PRI.

$$FF = \frac{LI}{PRI} \quad (2.4)$$

Les valeurs usuelles du  $FF$  se situent entre  $10^{-4}$  et 0,5.

Les deux équations (2.2) et (2.3) montrent que le concepteur de radars doit établir un compromis entre la portée maximale, qu'il cherche à avoir la plus grande possible dans l'absolu, et la résolution en distance, qu'il cherche à avoir la plus faible possible. Sachant par ailleurs que la portée maximale est bornée par la rotondité terrestre, le radariste cherche généralement à améliorer surtout la résolution distance. Pour se faire, il faut diminuer la LI. A PRI donnée, soit encore à  $FF$  donnée, cela revient à diminuer l'énergie envoyée et donc reçue, ce qui oblige à augmenter la puissance d'émission. Or, il n'est pas possible de l'augmenter indéfiniment, les amplificateurs et les circuits ayant des limites physiques.

Les radaristes ont contourné le problème en modulant l'impulsion du signal radar pour marquer le temps et ainsi pouvoir comprimer l'impulsion modulée à la réception. Ce faisant, ils obtiennent la résolution distance souhaitée.

On définit ainsi le gain de compression d'impulsion RCI.

$$\begin{aligned} RCI &= \frac{cLI/2}{c/2B} \\ RCI &= LI.B \end{aligned} \quad (2.5)$$

où  $B$  est la bande-passante du signal.

La compression d'impulsion donne une nouvelle relation pour la résolution en distance :

$$\delta R = \frac{c}{2B} \quad (2.6)$$

Quelques valeurs numériques associées à des applications donnent un ordre de grandeur envisageable de bande-passante radar et donc une idée pour le concepteur de système de GE, dans le tableau 2.1.

Il faut remarquer que la vitesse radiale relative  $v$  de la cible par rapport au radar impacte la durée que la cible passe dans une case distance. Dès lors, la limite du temps d'intégration cohérente  $T_I$  diminue avec l'augmentation de cette vitesse. L'accélération  $a$  impacte également

| Bande-passante (MHz) | Résolution (m) | Applications                    |
|----------------------|----------------|---------------------------------|
| 5                    | 30             | Détection de cibles             |
| 10                   | 15             | Détection de départ de missiles |
| 300                  | 1              | Imagerie radar (navire, avions) |
| 1000                 | 0,15           | Imagerie radar haute-résolution |

TABLEAU 2.1 – Bande-passante, résolution et exemples d’applications radar associées [6]

cette durée. L’expression de cette durée de cohérence dépend de la distance  $\delta r$  parcourue durant cette durée et doit vérifier [6] :

$$\begin{aligned}
 T_I(a = 0) &= \frac{\delta r}{v} < \frac{\delta R}{v} = \frac{c}{2vB} \\
 T_I(a \neq 0) &= \frac{\sqrt{v^2 + 2a \delta r} - v}{a} < \frac{\sqrt{v^2 + 2a \delta R} - v}{a}
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

La conséquence de cette limitation potentielle de la durée d’intégration fait que le gain de traitement  $G_{pr}$  envisageable est limité.

$$G_{pr} = B.T_I < \frac{vB}{a} \left( \sqrt{1 + \frac{ac}{v^2B}} - 1 \right) \xrightarrow{a \rightarrow 0} \frac{c}{2v}
 \tag{2.8}$$

Par conséquent, si le radar est aéroporté, on peut s’attendre à voir la vitesse radiale relative radar-cible atteindre les 300 m.s<sup>-1</sup> (Mach 0,9). Dans ce cas là, le gain de traitement cohérent est limité à  $5 \cdot 10^5 = 57$  dB. Dans le cas d’autodirecteur de missile, les vitesses peuvent être encore plus élevées, et donc le gain de traitement cohérent plus limité.

| Vitesse               | Accélération | B (MHz) | T <sub>I, max</sub> (ms) |
|-----------------------|--------------|---------|--------------------------|
| 300 m.s <sup>-1</sup> | 0-10 g       | 1       | ≈500                     |
|                       |              | 10      | 50                       |
|                       |              | 50      | 10                       |
| 900 m.s <sup>-1</sup> | 0-10 g       | 1       | 167                      |
|                       |              | 10      | 17                       |
|                       |              | 50      | 3,3                      |

TABLEAU 2.2 – Temps maximal sur lequel peut s’opérer une intégration cohérente pour éviter les ambiguïtés sur la mesure de la distance

### Les limites des performances de traitement dues à la résolution sur la mesure de la vitesse radiale

La mesure de la vitesse radiale s'opère grâce à l'effet Doppler. La plus petite fréquence mesurable est de l'ordre de l'inverse du temps d'intégration  $T_I$ .

$$B_{f_D} = \frac{1}{T_I} \quad (2.9)$$

La résolution sur la vitesse radiale vaut donc

$$\delta v_r = \frac{c^2}{2 B_{f_D}} \quad (2.10)$$

La mesure de la fréquence Doppler est impactée également par la vitesse radiale relative et l'accélération. Cet impact n'est pas perceptible tant que l'on vérifie l'inégalité suivante :

$$f_D = \frac{2aT_I f_0}{c} < B_{f_D} \quad (2.11)$$

On peut donc définir une durée d'intégration cohérente maximale  $T_{I,max}$  qui vaut

$$T_{I,max} = \sqrt{\frac{c}{2a f_0}} \quad (2.12)$$

Le tableau 2.3 propose quelques applications numériques. A l'aide de ce tableau et de 2.2, on peut estimer une limite supérieure au temps de traitement cohérent du radar entre 10 et 100 ms en ordre de grandeur.

| Accélération | Porteuse $f_0$ | $T_{I,max}$ |
|--------------|----------------|-------------|
| 1 g          | 1 GHz          | 123 ms      |
| 3 g          | 1 GHz          | 71 ms       |
| 1 g          | 10 GHz         | 39 ms       |
| 3 g          | 10 GHz         | 22 ms       |

TABLEAU 2.3 – Exemples de durées d'intégration cohérente maximale pour diverses accélérations et porteuses

### 2.2.2 Les métriques radar pour évaluer l'impact des ambiguïtés

La mesure Doppler se trouve limitée, tout comme la mesure de la distance, par les ambiguïtés potentielles. Le radariste évalue le potentiel d'ambiguïté à l'aide de la fonction d'ambiguïté de

Woodward [25, 26]. Elle se définit comme :

$$\mathcal{A}_x(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t - \tau)e^{-2i\pi\nu t} dt \quad (2.13)$$

où  $x(t)$  est le signal radar reçu,  $\tau$  la variable temporelle désignant le retour de l'écho,  $\nu$  le décalage fréquentiel assimilé à la fréquence Doppler. Notons que le maximum de la fonction se situe en  $(0, 0)$ , ce qui correspond à l'autocorrélation du signal émis avec lui-même à l'instant même de l'émission.

Le système radar parfait est celui qui se rapproche le plus possible de  $\mathcal{A}_x(\tau, \nu) = \delta(\tau)\delta(\nu)$ . C'est évidemment impossible à atteindre pour un système réel. Les réplia ou ambiguïtés qui apparaissent sont susceptibles de cacher des signaux de l'ordre de grandeur de ces derniers. La fonction d'ambiguïté est donc utilisée pour contraindre les formes d'onde implémentables dans un système radar. Plus particulièrement, deux critères ou métriques sont utilisés [25] :

$$PSLR_x = \frac{1}{|\mathcal{A}_x(0, 0)|} \sup_{T_m < \tau < T_i} |\mathcal{A}_x(\tau, 0)| \quad (2.14)$$

où  $T_i$  est la durée d'intégration. *PSLR* est l'abréviation de *Peak Sidelobe Level Ratio* en anglais dans la littérature scientifique et signifie littéralement le ratio entre le maximum des réplia sur la valeur du pic central.  $T_m$  désigne la durée à partir de laquelle on peut considérer que le pic principal est achevé. Le second critère à minimiser est l'*Integrated Sidelobe Level Ratio* (ISLR ou aussi ISL) soit la surface occupée par l'autocorrélation du signal  $x$  normalisée.

$$ISLR_x = \frac{\int_{T_m}^{T_i} |\mathcal{A}_x(t, 0)|^2 dt}{\int_0^{T_m} |\mathcal{A}_x(t, 0)|^2 dt} \quad (2.15)$$

Les radaristes ont développé des méthodes d'optimisation de la forme d'onde sous contrainte, en utilisant notamment le PSLR et/ou l'ISLR comme contraintes. L'article [27] insiste sur le rôle de la fonction d'ambiguïté et sur la minimisation de la PSLR et ISLR, les articles [28, 29] proposent des algorithmes pour optimiser la génération de formes d'onde dans le cadre des radars MIMO.

Remarquons pour finir sur la mesure Doppler que si le traitement radar est appliqué sur une durée  $T_i$  sur lequel il est cohérent et recouvre  $N_i$  impulsions de PRI constante, alors la fonction d'ambiguïté  $\mathcal{A}_{x,\text{int.coh}}(\tau, f_D)$  appliquée sur cette durée vérifie :

$$|\mathcal{A}_{x,N_i LI}(\tau, f_D)| = |\mathcal{A}_{x,LI}(\tau, f_D)| \left| \frac{\sin(\pi N_i f_D PRI)}{\sin(\pi f_D PRI)} \right| \quad (2.16)$$

où  $\mathcal{A}_{x,LI}(\tau, f_D)$  est la fonction d'ambiguïté appliquée à la LI et  $f_D$  la fréquence Doppler. La mesure de la fréquence Doppler s'améliore car la fonction d'ambiguïté gagne un facteur  $N_i$  à la fréquence  $f_D$ .

### 2.2.3 Les formes d’onde radar

Les formes d’onde radar désignent l’ensemble des modulations d’amplitude et/ou de phase qui affectent le signal. Elles rendent possibles la compression d’impulsion. On distingue les modulations intra-impulsions des modulations inter-impulsion (assimilable à l’agilité de la PRI). Nous désignerons par la suite par le terme de forme d’onde les modulations intra-impulsion spécifiquement, et nous parlerons d’agilité de PRI pour les modulations inter-impulsion.

Comme à la fois l’amplitude et la phase sont susceptibles d’être modulées, la dimension temporelle, la phase (et en particulier, les fréquences) ou la polarisation sont concernées. On ne retiendra pas par la suite les codes basés sur la polarisation, car ils sont peu utilisés.

Des catégories de formes d’onde ont été mises en avant par [25] en 2004 :

- les modulations linéaires en fréquence (MLF)
- les modulations de fréquence (MF) ou les modulations non linéaires en fréquence
- les codes de phase (CP)
- les codes multiporteuses à code de phase (MPCP)
- les codes de bruit (CB)

Remarquons que des catégories peuvent se chevaucher. C’est notamment le cas des codes de bruit, qui peuvent moduler la fréquence, la phase, et/ou l’amplitude. Notons que parmi tous les codes cités à l’exception du code de bruit, la modulation d’amplitude est absente. Elle peut y être adjointe en ajoutant des fenêtres de pondération pour chaque code, si les performances des métriques radar sont améliorées. Par ailleurs, certaines formes d’onde sont développées en recherchant à minimiser leur probabilité d’interception [30].

| Classe | Exemples  |
|--------|---|
| MLF    | Comme le nom l’indique. Englobe tous les codes à rampe, en "dent de scie",...                   |
| MF     | Codes de Costas [31] , de Price [32], modulations sinusoïdale, triangulaire de la fréquence,... |
| CP     | Codes de Barker [33], Huffman [34], Frank [35], P(n,k) [36], ...                                |
| MPCP   | Codes de Levanon [25]   |
| CB     | Code MLF bruité [30], code FM bruité [37],...   |

TABLEAU 2.4 – Quelques exemples de formes d’onde associées aux diverses classes de formes d’onde

Nous verrons dans le paragraphe sur les radars LPI comment la problématique des formes d’onde sera abordée. Nous proposons dans les figures 2.3, plusieurs exemples de formes d’onde et d’agilité de PRI. La Bande d’Agilité de Fréquence (BAF) est équivalent à la bande-passante du signal.

Parmi les codes évoqués, certains d’entre eux constituent une grande majorité des radars qui peuvent être rencontrés. Nous avons le code de Barker et la MLF qui sont très utilisés. Les

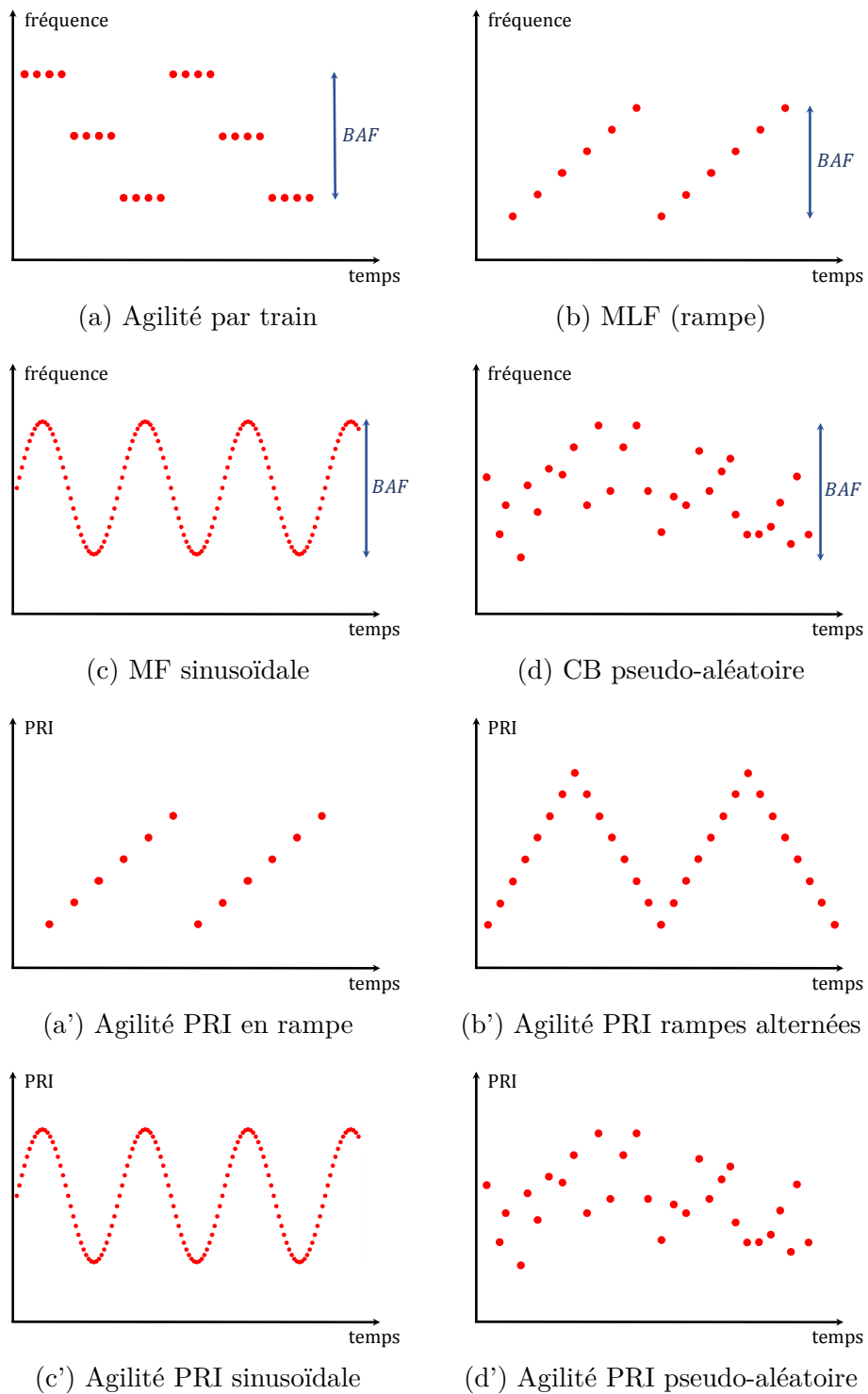


FIGURE 2.3 – Différents exemples d'agilité / modulation de la fréquence et d'agilité de la PRI

figures 2.4 et 2.5 donnent la représentation temporelle de ces signaux.

| Nombre de moments | Phase de chaque moment                            | PSLR (dB) |
|-------------------|---|-----------|
| 2                 | $[0, \pi]$  | -6        |
| 3                 | $[0, 0, \pi]$                                     | -9,5      |
| 4                 | $[0, 0, \pi, 0]$                                  | -12       |
| 5                 | $[0, 0, 0, \pi, 0]$                               | -14       |
| 7                 | $[0, 0, 0, \pi, \pi, 0, \pi]$                     | -16,9     |
| 11                | $[0, 0, 0, \pi, \pi, \pi, 0, \pi, \pi, 0, \pi]$   | -20,8     |
| 13                | $[0, 0, 0, 0, 0, \pi, \pi, 0, 0, \pi, 0, \pi, 0]$ | -22,3     |

TABLEAU 2.5 – Les codes de Barker

Le gain de traitement cohérent du code de Barker sur une impulsion est égal au nombre de moments. Si on normalise le maximum de l'autocorrélation à 1, alors la PSLR du code de Barker est égal à l'inverse du nombre de moments (cf tableau 2.5). Ce résultat fait du code de Barker un code considéré comme optimal [7], au sens où les maximums des lobes secondaires sont les plus bas envisageables. Aucun code de Barker supérieur à 13 moments n'a été trouvé à ce jour. Il est cependant possible de construire des codes de Barker composés, avec lui-même ou avec d'autres modulations (codes polyphases,...) [25, 7], et d'augmenter ainsi le nombre de moments. Ces codes n'ont pas la propriété d'optimalité évoquée plus haut sur les lobes secondaires.

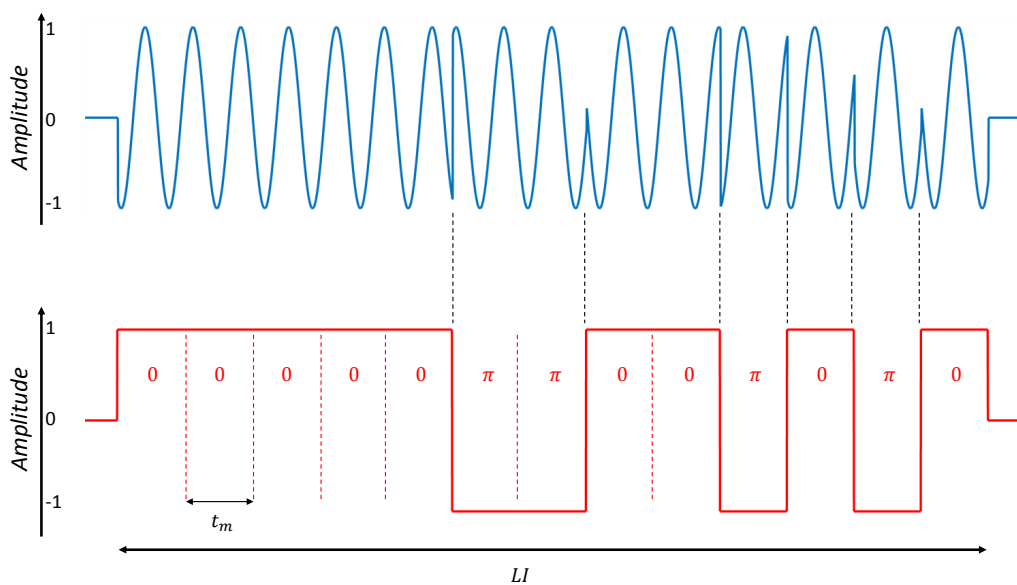
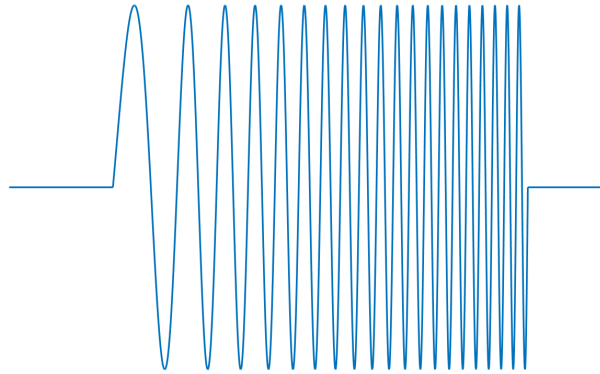


FIGURE 2.4 – Code de Barker à 13 moments - signal modulé (bleu) et représentation du code de phase (rouge)

FIGURE 2.5 – Signal à Modulation Linéaire de Fréquence (*chirp*)

### 2.2.4 Synthèse

Pour conclure sur la présentation du signal radar, les éléments à retenir sont :

- l'impulsion est la brique élémentaire du radar. Le facteur de forme  $FF$  varie entre  $10^{-4}$  et 0,5.
- l'impulsion radar est modulée afin d'augmenter ses résolutions distance-vitesse. Les formes d'onde sont variées (MLF, MF, CP, MPCP, CB).
- Le temps d'intégration cohérent maximal varie entre 50 et 200 ms pour les applications radar visées. Le gain de traitement radar cohérent maximal associé est  $G_{pr} = BT_{I,max} \cdot FF$  et est de l'ordre de 50 dB pour des bandes passantes de l'ordre de 10 MHz et un facteur de forme de 0,1.

Le signal radar et les gains envisageables par la chaîne de réception ont été évoqués. Il convient maintenant de les mettre en perspective avec les pertes auxquelles le signal est confronté au cours de sa propagation. Une comparaison avec l'interception permettra de définir un critère de furtivité à attribuer soit au radar, soit au système ESM, et nous verrons dans quelles conditions.

## 2.3 Le critère de furtivité

### 2.3.1 Définition à partir des équations radar et de l'intercepteur

Le bilan de puissance de la liaison radar, aussi nommé équation radar, s'écrit, en mettant en évidence l'émission, la réflexion et la réception de l'onde électromagnétique, comme :

$$P_r = \frac{P_t G_t}{4\pi R^2 L_t} \frac{\sigma_{SER}}{4\pi R^2} \frac{G_r \lambda^2}{4\pi L_r} \quad (2.17)$$

où :



- $P_r$  est la puissance reçue par le radar après la propagation aller-retour (en W)
- $P_t$  est la puissance rayonnée par l'antenne (en W)
- $\lambda$  est la longueur d'onde (en m) de l'onde émise
- $\sigma_{SER}$  est la surface équivalente radar (SER) qui désigne la surface effective de la cible vue par le radar (en m<sup>2</sup>)
- $R$  est la distance radar-cible (en m)
- $G_X$  est le gain d'antenne (resp.) à la transmission ( $X = t$ ) et à la réception ( $X = r$ ) dépendant de la direction et de la polarisation de l'écho
- $L_t$  est le coefficient de perte à la transmission ( $> 1$ ).
- $L_r$  est le coefficient de perte à la réception ( $> 1$ ).

A noter que l'équation ne prend pas en compte les atténuations provenant de la propagation. La notion de SER vient s'ajouter à ce qui a déjà été vu dans l'équation de l'intercepteur (1.3). Elle prend en compte la réflexion par la cible de l'onde. Ses valeurs varient suivant la surface effective sous laquelle est illuminée la cible, et donc de l'orientation sous laquelle elle est vue. Le tableau 2.6 donne quelques exemples de SER pour différentes cibles. Le radariste adaptera ses ambitions et la conception du radar sur la portée maximale atteignable en fonction de la SER de la cible à percevoir. Dans le contexte naval, la SER ne constitue pas un facteur limitant, au vu de la taille des plateformes (frégates, porte-avions,...). Remarquons tout de même que le fouillis de mer vient perturber grandement le fonctionnement du radar, et par conséquent, contrebalancer partiellement l'avantage que le radar possède du fait de la valeur très élevée de la SER. Nous évacuerons le fouillis de mer dans la suite du raisonnement, dont l'étude sur la propagation électromagnétique fait l'objet de recherches spécifiques [38].

| Cible        | SER (m <sup>2</sup> ) |
|--------------|-----------------------|
| Avion furtif | <0,1                  |
| Missile      | 0,1                   |
| Avion        | 1 à 10                |
| Automobile   | 100                   |
| Frégate      | 1000 - 100 000        |

TABLEAU 2.6 – Ordres de grandeur de SER pour diverses cibles [39, 40]

Le système GE est avantagé sur la puissance reçue, en  $1/R^2$  contre  $1/R^4$  pour le système radar. Cependant, comme ce dernier à la connaissance de ce qu'il envoie, il peut intégrer de manière cohérente le signal écho.

Pour évaluer la furtivité entre les systèmes GE et radar, on se propose de comparer les performances en sensibilité des deux systèmes, rapportées à leur portée maximale de fonctionnement, respectivement  $R_{r,max}$  pour le système radar et  $R_{e,max}$  pour le système de réception ESM par rapport au radar en question. A partir des équations radar et d'interception, on détermine leur

DIFFUSION RESTREINTE

expression :

$$\begin{aligned} R_{r,max} &= \left( \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma_{SER} G_{pr}}{(4\pi)^3 L_t L_r k_B T_0 B_t F_r \text{SNR}_{r,0}} \right)^{1/4} \\ R_{e,max} &= \left( \frac{P_t G_t G_e \lambda^2 G_{pe}}{(4\pi)^2 L_t L_e k_B T_0 B_e F_e (\text{SNR})_{e,0}} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Ces portées sont limitées en pratique par la rotondité terrestre qui définit un horizon radio-électrique. Ce dernier est défini géométriquement par la formule approximée suivante :

$$d_h = \sqrt{2(H-h) \left( \frac{4}{3} R_t \right)} \quad (2.19)$$

où  $d_h$  est la distance maximale d'observation (l'horizon),  $H$  la hauteur de l'émetteur,  $h$  la hauteur du réflecteur et  $R_t$  le rayon de la Terre. Ainsi, on a :

$$d_h = 4,12 \sqrt{H-h} \quad (2.20)$$

où  $H$  et  $h$  sont en mètre et le résultat  $d_h$  en kilomètre. Pour  $H = 100$  m et  $h = 0$  m, on obtient  $d_h = 41,2$  km. Pour  $H = 1000$  m,  $d_h = 130,3$  km. Par conséquent, les portées maximale des systèmes radar  $R_{r,max}$  et GE  $R_{e,max}$  sont à comparer et limiter par l'horizon radioélectrique lorsque nécessaire.

Le critère de furtivité ou d'initiative en fonction du point de vue adopté consiste à calculer le rapport  $\beta$  tel que :

$$\beta = \frac{R_{e,max}}{R_{r,max}} \quad (2.21)$$

Ce critère correspond à l'expérience de pensée consistant à placer le radar et le système GE à une distance infinie l'un de l'autre, puis à les rapprocher jusqu'au moment où l'un des deux est en mesure de détecter l'autre système. Si  $\beta$  est strictement inférieur à 1, alors le radar reste furtif, à la distance fixée radar-système GE égale à  $R_{r,max}$ . Si ce rapport est strictement supérieur à 1, alors l'intercepteur détecte la présence du radar avant même que ce dernier ne puisse le voir. A partir de l'équation radar (2.17) et de l'équation de l'intercepteur (1.3), on peut démontrer que [41, 7] :

$$\beta = R_{r,max} \left( \frac{1}{r_\delta} \frac{4\pi}{\sigma_{SER}} \frac{G_e L_r}{G_r L_e} \right)^{1/2} \quad (2.22)$$

où  $r_\delta$  est défini comme le rapport de la sensibilité de l'intercepteur sur celle du radar :

$$r_\delta = \frac{\delta_e}{\delta_r} = \frac{G_{pr} B_e F_e \text{SNR}_{e,0}}{G_{pe} B_r F_r \text{SNR}_{r,0}} \quad (2.23)$$

où :

- $B_X$  est la bande-passante vidéo du système radar ( $X = r$ ) ou GE ( $X = e$ )
- $F_X$  est le facteur de bruit du système radar ou GE
- $\text{SNR}_{X,0}$  est le rapport signal sur bruit attendu en sortie de la chaîne de réception pour assurer les mesures nécessaires au bon fonctionnement du système radar ou GE.

On constate que  $\beta$  est directement proportionnel à la portée du système radar que le détecteur GE doit intercepter, à la racine du rapport des sensibilités radar et GE et à un facteur constitué de paramètres que l'on peut généralement considérer comme fixes comme la SER (de la plateforme sur laquelle est montée le système GE - avion, navire) et des coefficients de gain et perte des antennes radar et GE. Autrement dit, à système GE donné, sa capacité à détecter en amont un radar est avant tout liée à la sensibilité du radar à intercepter (déterminant la portée maximale pour la SER donnée de la plateforme du système GE), et au rapport des deux sensibilités.

### 2.3.2 Trois exemples d'application du critère de furtivité

Trois scénarios issus de la littérature [42] sont abordés pour illustrer ces équations :

- un radar de surveillance terrestre d'ancienne génération et un système GE de type CVR de sensibilité -60 dBm (cf. chapitre 1, section 1.5).
- un radar aéroportée de nouvelle génération LPI et un système GE basé sur CVR.
- un radar aéroportée de nouvelle génération LPI et un système GE de nouvelle génération monté sur frégate. Le système GE est un récepteur superhétérodyne de sensibilité de -90 dBm suivi d'une canalisation (batterie de filtres ou analyse spectrale) combiné à un récepteur large-bande.

Pour pouvoir mener des calculs numériques, posons les éléments suivants, toujours issus de la littérature et particulièrement de [42] :

- $G_t = G_r$ , ie le radar est monostatique
  - $L_t \approx L_r$ , ie les pertes au niveau de l'antenne à la transmission et la réception sont similaires.
  - $F_e \approx 5 F_r$  puisque la bande passante du récepteur GE est plus large que celle du récepteur radar.
  - $L_e \approx 1$  dB.
  - $\text{SNR}_{r,0} = 13$  dB qui correspond à une probabilité de fausse alarme de  $10^{-6}$  et une probabilité de détection de 0,9, sur l'hypothèse que le système de réception fonctionne sur une détection quadratique - donc le calcul de la  $P_{FA}$  se fait sur une loi de Rayleigh, et une loi de Rice pour la  $P_D$ . Le chapitre 3 entre dans les détails.
  - $\text{SNR}_{e,0} \approx 18$  dB pour pouvoir assurer la mesure de la DOA [42].
  - $B_e = \sqrt{2B_v B_{RF}}$  pour les détecteurs GE de type quadratique simple comme le CVR [7].
- Le premier exemple correspond à un radar de surveillance terrestre et à un système GE

d'ancienne génération monté sur un aéronef. On obtient, à l'aide des équations ci-dessus et des valeurs données :

$$P_t = 100 \text{ kW} ; G_t = G_r = 35 \text{ dB} ; B_t = 1 \text{ MHz} ; \lambda = 0,1 \text{ m} ; \sigma_{SER} = 5 \text{ m}^2$$

$$G_{pr} = 13 \text{ dB} ; F_r = 3 \text{ dB} ; L_t = L_r = 2 \text{ dB} ; T_K = 293 \text{ K}$$

On obtient comme portée radar :

$$R_{r,max} = 187,8 \text{ km}$$

à comparer à la hauteur minimale  $h_{min}$  de l'emplacement du récepteur pour que cette portée soit vérifiée :

$$h = \frac{1}{4,12} R_{r,max}^2 = 8,6 \text{ km}$$

Donc de manière générale, la portée du radar de surveillance est limitée par l'horizon électrique pour tous les objets sous  $h_{min}$ .

La portée du système GE se détermine elle à l'aide des valeurs ci-dessous :

$$G_e = G_{pe} = 0 \text{ dB} ; B_v = 20 \text{ MHz} ; B_{RF} = 16 \text{ GHz} ; B_e = \sqrt{2B_v B_{RF}} = 800 \text{ MHz}$$

$$L_e = 2 \text{ dB} ; F_e = 10 \text{ dB}$$

ce qui donne :

$$R_{e,max} = 1976 \text{ km}$$

qui est bien évidemment limitée par l'horizon radioélectrique. Par conséquent, dans le cas où l'on considère deux systèmes d'ancienne génération, ces systèmes se voient dès que l'horizon radioélectrique le permet. Le critère de furtivité n'a pas d'intérêt.

Pour le deuxième exemple, on change de système radar seulement. On passe sur un radar aéroporté de génération plus récente et LPI pour les anciens systèmes GE de type CVR, et on suppose que le récepteur GE est maintenant sur une frégate. Ses nouvelles valeurs, toujours issues de la littérature [42], sont :

$$P_t = 100 \text{ W} ; G_t = G_r = 35 \text{ dB} ; B_t = 500 \text{ MHz} ; \lambda = 0,03 \text{ m} ; \sigma_{SER} = 1000 \text{ m}^2$$

$$G_{pr} = 30 \text{ dB} ; F_r = 3 \text{ dB} ; L_t = L_r = 2 \text{ dB}$$

ce qui donne une portée de :

$$R_{r,max} = 38,7 \text{ km}$$

portée qui n'est limitée par l'horizon radar qu'à condition que l'écart de hauteur (aux alentours de  $R_T = 6371 \text{ km}$ ) soit de l'ordre de :

$$h_{min} = \frac{1}{4,12} R_{r,max} = 3,6 \text{ m}$$

Si l'écart des hauteurs est inférieur à cette valeur, c'est l'horizon radioélectrique qui limite la portée.

Du côté du système GE, même si ce dernier ne change pas, on doit reprendre le calcul puisque le système radar a changé (notamment la puissance et la longueur d'onde, le reste ne change pas) :

$$R_{e,max} = 18,8 \text{ km}$$

Le critère de furtivité  $\beta = 0,48$  attribue l'avantage de l'information au système radar dans l'expérience de pensée, tant que la plateforme du système radar n'entre pas dans la portée de fonctionnement du système GE.

Enfin, pour le dernier exemple, on reste sur le même radar et le même porteur, et donc la même portée  $R_{r,max}$ . Pour le système GE, on bascule sur un système GE navale de dernière génération, monté sur une frégate. Les valeurs issues de la littérature donnent [42] :

$$G_e = 0 \text{ dB} ; G_{pe} = 5 \text{ dB} ; B_e = 20 \text{ MHz} ; L_e = 2 \text{ dB} ; F_e = 10 \text{ dB}$$

ce qui donne :

$$R_{e,max} = 211 \text{ km}$$

Ainsi, l'interception fonctionne en limite d'horizon radioélectrique, tant que l'on est sur un écart de hauteur inférieur à  $h_{min} = 10,8 \text{ km}$ . Le système GE l'emporte sur le radar aéroporté.

Ces différents exemples permettent d'illustrer ce qui a été écrit depuis l'introduction jusqu'à ce point du mémoire. En particulier, on constate en comparant les exemple 1 et 2 comment l'émergence de la notion de furtivité entre un système radar et un système GE est rendue possible par l'évolution des radars vers le caractère LPI. Cela dégrade les performances des appareils d'interception d'ancienne génération sous l'horizon radioélectrique et sous la portée du radar. Cela a amené en réaction à l'émergence de nouveaux détecteur GE, capable d'intercepter

un plus grand nombre de radars. Néanmoins, plusieurs types de radar récents peuvent utiliser moins de puissance (de l'ordre du Watt) que la puissance montrée dans l'exemple 3. Si l'on change la valeur à 1W pour le système GE, on se retrouve à  $R_{e,max} = 21$  km. Nous verrons cela au travers de l'exemple d'un radar de navigation civil au paragraphe suivant. La synthèse sera tirée après cet exemple.

## 2.4 Le radar LPI

Jusqu'à présent, nous avons utilisé la notion de radar LPI au sens de "radar qui n'est pas intercepté par un système GE déterminé", donc à chaque fois sur un couple radar-détecteur GE bien déterminé, ce que l'on peut caractériser mathématiquement avec le critère  $\beta$ , comme vu dans les exemples ci-dessus. Néanmoins, un concept général de "radar LPI" désignant tout radar comme "difficile à intercepter" pour une architecture GE sous-entendue (rarement voire jamais rappelée dans la littérature) s'est répandue dans toute la littérature scientifique et dans le langage commun du personnel technique. Nous allons voir comment le critère  $\beta$  s'adapte au cas où l'on n'a pas l'architecture GE grâce à l'expression (2.22), et comment résumer le système GE à des variables d'intérêt, pouvant s'adapter aux évolutions techniques.

### 2.4.1 Un exemple de radar LPI pour les détecteurs GE dernière génération

Nous allons partir d'un exemple de radar dédié à la navigation maritime existant, le SIMRAD Broadband 4G<sup>TM</sup> et en vente pour moins de 3000 \$ [43]. Il est considéré comme étant LPI pour les détecteurs GE "en général", aussi bien par la littérature que par le personnel. Sa description technique se trouve dans le tableau 2.7.

Si l'on revient à l'équation radar et en supposant qu'il n'y a pas de pertes, la sensibilité radar vaut :

$$\delta_r = P_t \frac{G_{rd} \lambda^2 \sigma_{SER}}{(4\pi)^3 R_{r,max}^4}$$

Ce qui donne, pour  $\lambda = 0,032$  m,  $\sigma_{SER} = 1000$  m<sup>2</sup>,  $G_r = 30$  dB (supposition),

$$\begin{aligned} \delta_r &= 0,165 \times \frac{10^{30/10} \times 0,032^2 \times 1000}{(4\pi)^3 \times (66 \cdot 10^3)^4} \\ \delta_r &= 4,56 \cdot 10^{-18} \text{ mW} = -173 \text{ dBm} \end{aligned} \quad (2.24)$$

La sensibilité du radar atteinte est à comparer aux performances données dans le tableau 1.6 du chapitre 1. Les meilleures sensibilités des détecteurs GE étant de l'ordre de  $\delta_e = -90$  dBm, le gain de l'antenne étant pris égal à 0 dB d'après le chapitre 1, alors le critère  $\beta$  donne,

---

**Spécifications techniques du SIMRAD Broadband 4G<sup>TM</sup>**


---

|                    |   |
|--------------------|---|
| Portée             | 50 m à 66 km  |
| Fréquence          | 9,3-9,4 GHz   |
| Bande-passante     | 75 MHz (max)  |
| Forme d'onde       | MLF type FMCW(*)                                    |
| Puissance crête    | 165 mW  |
| Polarisation       | Horizontale   |
| Lobes secondaires  | <-18 dB (dans $\pm 10^\circ$ )<br><-24 dB en dehors |
| Faisceau Azimuth   | 2,6° à 5,2° $\pm 10\%$                              |
| Faisceau Élévation | 25° $\pm 20^\circ$                                  |
| Durée de balayage  | 1,3 ms $\pm 10\%$                                   |
| Rotation antenne   | 24/36/48 rpm $\pm 10\%$                             |
| Facteur de bruit   | <6 dB   |

---

(\*) FMCW = *Frequency Modulated Continuous Wave*

TABLEAU 2.7 – Spécifications techniques du radar SIMRAD Broadband 4G<sup>TM</sup> répertoriés sur le site commercial [43] et dans le manuel d'installation sur [23]

en utilisant son expression (2.22) :

$$\beta = 66 \cdot 10^3 \left( 10^{-83/10} \times \frac{4\pi}{1000} \frac{1}{10^{30/10}} \right)^{1/2}$$

$$\beta = 0,017 \tag{2.25}$$

Le radar SIMRAD Broadband 4G<sup>TM</sup> se retrouve donc complètement furtif par rapport aux meilleurs systèmes GE usuels. Ces derniers sont susceptibles de le percevoir uniquement si le bateau se retrouve à  $R_{e,max} = 1,1$  km de la frégate ! Rappelons que nous avons supprimé l'impact du fouillis de mer, et celle de la propagation (on favorise le radar se faisant).

Au travers des trois exemples du paragraphes précédents, et de cet exemple, nous avons utilisé deux fois le terme LPI pour un radar. La première fois, sur un radar que l'on a considéré comme LPI par rapport aux anciennes générations de détecteur GE (exemple 2), mais qui ne l'était plus sur les détecteurs nouvelles génération (exemple 3). L'exemple ci-dessus a montré que sur les derniers détecteurs, il existe toujours des radars considérés comme LPI. Par conséquent, et la littérature ne le fait pas apparaître, il faut comprendre que le terme LPI peut supposer l'étude de radars difficiles à intercepter dans un contexte plus ou moins ancien en fonction des auteurs et des dates de publication, le contexte étant supposé connu (souvent pour des raisons de confidentialité).

A noter que l'utilisation de la formulation de  $\beta$  proposée dans ce paragraphe pour évaluer la furtivité est bien pratique, mais cache la problématique de l'horizon radioélectrique. Elle

permet néanmoins de proposer un langage commun et d'évaluer, lorsque les articles donnent les valeurs suffisantes côté GE, du type de radar LPI dont on parle. Néanmoins, dans beaucoup d'articles, aucune mention n'est faite à un détecteur GE, auquel cas il faut se donner une définition intrinsèque au radar LPI ("radar LPI standard").

### 2.4.2 Le radar LPI standard

Une dernière définition du radar LPI, qui est peut-être la définition la plus partagée aussi bien dans la littérature que parmi le personnel technique, est une définition technique (valeurs techniques) du radar LPI. A l'aide des bases de données de radars en ligne [44] et des radars cités dans la littérature scientifique [7, 22, 41, 42, 45], il est possible de se donner des ordres de grandeur pour un certain nombre de paramètres d'intérêt du radar.

| Quelques paramètres du radar LPI standard |                               |
|---|-------------------------------|
| Fréquence                                 | 0,1 à 18 (40) GHz             |
| Bande-passante                            | qq MHz à plusieurs 100 MHz    |
| Forme d'onde                              | celles citées dans le tableau |
|   | 2.4 + cf supra                |
| Largeur d'impulsion                       | 50 ns .. 100 $\mu$ s (1 ms)   |
| Puissance crête                           | 1 mW à 100 W                  |
| Polarisation                              | toutes                        |
| Gain d'antenne                            | 30 dB                         |
| Faisceau d'antenne                        | 1° - 5°                       |
| Lobes secondaires                         | <-25 dB                       |

TABEAU 2.8 – Proposition d'intervalle sur les valeurs prises par des radars LPI

Coupler ces éléments avec les éléments généraux fournis au chapitre 1 sur les architectures GE suffit généralement à pouvoir comprendre de quoi l'on parle lorsque l'on lit un article dédié à la problématique de l'interception.

### 2.4.3 Synthèse du radar LPI

Dans les sections dédiées au critère de furtivité et au radar LPI, nous avons proposé trois manières de définir le radar LPI. Ces trois manières sont toutes reliées à la problématique qui consiste à se demander qui, d'un système radar et d'un système GE donnés, est capable de voir l'autre en premier. Seuls les données d'entrées diffèrent.

La première façon de définir le radar LPI est de vérifier stricto sensu que le critère de furtivité  $\beta$  est inférieur à 1, en calculant le rapport des portées maximales de fonctionnement des deux systèmes, et en tenant compte de l'horizon radioélectrique. C'est la façon de faire la plus rigoureuse.



La deuxième manière de faire est de se baser sur l'expression (2.22), en supposant la connaissance de la sensibilité, du gain d'antenne et de la SER de la plateforme du récepteur GE, sachant que pour le système radar, on connaît sa sensibilité, son gain d'antenne et sa portée maximale. C'est une définition simplifiée, qui se révèle être un bon compromis à la première méthode très gourmande en terme de données. Néanmoins, elle est moins précise, car ne prend pas en compte l'horizon radioélectrique notamment.

La dernière façon de définir le radar LPI est une définition par l'expérience, consistant à récupérer les informations techniques auprès des experts techniques ou de leurs écrits pour se donner une idée des valeurs que peuvent prendre divers paramètres du radar. Cela donne une définition moins rigoureuse que celles qui précèdent, mais permet néanmoins d'avoir une idée des paramètres qui peuvent poser problème à la GE.

Le radar LPI comme concept pratique et technique a été longuement étudié. Il en ressort que c'est un concept modulable. On peut néanmoins proposer une définition globale qui décrit la notion : "le radar LPI caractérise le radar qui crée un besoin en sensibilité que les détecteurs GE n'ont pas". On peut introduire la notion de *Low Peak Power* qui rend mieux compte de la principale difficulté des détecteurs GE pour les intercepter. Il convient maintenant de poser le cadre du radar LPI adopté pour la suite de la thèse.

## 2.5 Le modèle du radar LPI adopté pour la thèse

Pour définir le modèle d'intérêt du radar LPI qui doit être le plus large possible, c'est-à-dire prendre en compte le maximum de radars qui peuvent être considérés comme LPI, il convient de se rappeler que l'on cherche à améliorer l'interceptabilité d'un plus grand nombre de radars. Maintenant que nous avons une idée de ce que peut être un radar LPI, il faut s'interroger sur les paramètres qui limitent la sensibilité des détecteurs GE et quelle stratégie adopter pour abaisser cette sensibilité.

Si l'on se réfère au tableau 2.8 et à la définition simplifiée du radar LPI, on constate qu'un certain nombre de paramètres relèvent de choix de conception, comme la fréquence ou la polarisation. Ainsi, si on souhaite observer les radars éventuels émettant aux environs de 40 GHz, il faut que le détecteur puisse couvrir cette partie du spectre. De la même façon, si certains radars codent une partie du signal en polarisation, que le surcoût est jugé acceptable, il suffit de doubler la chaîne pour avoir deux antennes orthogonales en polarisation.

Il reste comme paramètre essentiellement limitant la puissance effectivement rayonnée  $P_t G_t$  par le radar et la forme d'onde utilisée pour assurer un gain  $G_{pr}$  suffisamment important pour assurer le fonctionnement de ce dernier même à faible  $P_t G_t$  (comparée aux valeurs typiques de radars plus anciens). Pour augmenter son propre gain à la réception, le détecteur GE peut envisager d'augmenter son gain d'antenne  $G_e$  ou son gain de traitement  $G_{pe}$ . Dans ces travaux

de thèse, on choisit de se focaliser sur l'amélioration des traitements pour augmenter  $G_{pe}$  sur plusieurs types ou familles de formes d'onde d'intérêt.

Les formes d'onde étudiées sont répertoriées dans le tableau 2.9 en s'appuyant sur les formes d'onde évoquées dans le tableau 2.4. Il est fait le choix de privilégier les expressions les plus générales des formes lorsque c'est possible (notamment pour les codes de phase par exemple) au lieu de se gérer une liste de formes d'onde nécessairement limitée. Le modèle du signal est :

$$s[k] = w_X[k] \exp\left(i2\pi f_0 \frac{k}{f_e}\right) \quad (2.26)$$

où :

- $w_X$  est l'expression de la forme d'onde  $X$  décrit dans le tableau 2.9
- $f_0$  est la porteuse du signal modulé
- $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage du récepteur ESM

Pour les catégories de formes d'onde qui ne peuvent pas être aisément réduites à une expression générale, nous proposons d'étudier plus spécifiquement certains codes d'intérêt. Pour les codes MF, cela donne deux codes, les codes à multiporteuses (CMP) qui peuvent être même définis en catégorie à part entièrement au vu de leur utilisation [46], et un code non linéaire en fréquence (NLF) qui sert d'exemple et non de catégorie de forme d'onde, le code de Price.

Par la suite, nous allons agréger au maximum les informations en amont de la chaîne de réception de l'intercepteur dans une seule variable, le rapport signal sur bruit en entrée de ce dernier. Il est déterminable à l'aide de l'équation de l'intercepteur (1.3) et de (1.15) qui donne la sensibilité du système ESM. On obtient, en simplifiant les pertes et en considérant le gain d'antenne égal à 1 (s'il doit être pris différent de 1, il faut multiplier le SNR par sa nouvelle valeur) :

$$SNR_{in} \simeq \frac{P_t G_t}{k_B T_0 F B} \left( \frac{c}{4\pi R f} \right)^2 \quad (2.27)$$

où :  $k_B T_0 F = -146,9$  dBm. On suppose que l'intercepteur reçoit le lobe principal  $G_r = 30$  dB.

Pour illustrer les ordres de grandeur des valeurs de SNR d'intérêt, on remplit le tableau 2.10.

## 2.6 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que la propagation aller-retour de l'onde radar entraîne pour ce dernier une perte d'énergie conséquente par rapport au système de GE. Malgré ce handicap, le radar récupère, hors opération de post-intégration, un gain de traitement (cohérent) sans commune mesure avec celui qui est attendu d'un système ESM usuel. A partir du critère de furtivité déjà défini dans la littérature [7, 41], nous proposons une définition du radar LPI qui prend en compte la consigne sur le temps de réaction décrit dans l'introduction. Enfin, un

| Définition générale  | Paramètres  |
|--|---|
| $w_{\text{MLF}}[k] = \exp(i\pi\alpha k^2/f_e^2)$   | <p><math>\alpha</math> est le coefficient polynomial d'ordre 2 de la phase (aussi appelé "pente")</p>   |
| $w_{\text{CMP}}[k] = \frac{e^{i\frac{2\pi}{f_e} f_c k}}{\sqrt{N_f}} \sum_{p=0}^{N_f-1} e^{i2\pi\left(p - \frac{N_f+1}{2}\right) \frac{\delta f}{f_e} k} e^{i\varphi_0[p]}$ | <ul style="list-style-type: none"> <li>– <math>N_f</math> est le nombre de porteuses</li> <li>– <math>\delta f</math> est l'écart en fréquence qui sépare deux porteuses</li> <li>– <math>f_c</math> est la fréquence moyenne de toutes les porteuses qui constituent le CMP</li> <li>– <math>\varphi_0[p]</math> est la phase à l'origine associée à chaque porteuse <math>p</math></li> </ul> |
| $w_{\text{NLF}}[k] = e^{i\frac{2\pi k}{N_{LI}} \left( B_L + \frac{B_N}{\sqrt{1-4k^2/N_{LI}^2}} \right)}$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>– <math>N_{LI}</math> est le nombre d'échantillons qui code pour la durée d'impulsion</li> <li>– <math>k \in \left[ -\frac{N_{LI}}{2}, \frac{N_{LI}}{2} \right]</math></li> <li>– <math>B_L</math> la bande-passante linéaire</li> <li>– <math>B_N</math> la bande-passante non linéaire</li> </ul>  |
| $w_{\text{CP}}[k] = \sum_{p=0}^{N_m-1} \text{rect} \left( \frac{k - pn_{em}}{n_{em}} \right) e^{i\Phi[p]}$   | <ul style="list-style-type: none"> <li>– <math>N_m</math> est le nombre de moments</li> <li>– <math>n_{em}</math> est le nombre d'échantillons par moment</li> <li>– <math>\Phi[p]</math> est le code de phase associé au <math>p^{\text{ème}}</math> moment</li> </ul>   |
| $w_{\text{CB}}[k] = X[k] + iY[k]$  | <p><math>X</math> et <math>Y</math> variables aléatoires</p>  |

TABLEAU 2.9 – Tableau présentant les expressions des classes de formes d'onde

| $P_t = 100 \text{ mW} \mid f_0 = 10 \text{ GHz}$ |        |                        | $P_t = 1 \text{ W} \mid f_0 = 10 \text{ GHz}$ |        |                        |
|--|--------|------------------------|---|--------|------------------------|
| R(km)  | B(MHz) | SNR <sub>in</sub> (dB) | R(km)   | B(MHz) | SNR <sub>in</sub> (dB) |
| 10   | 10     | -3,6                   | 10  | 10     | 6,4                    |
|  | 50     | -10,6                  |   | 50     | -0,6                   |
|  | 500    | -20,6                  |   | 500    | -10,6                  |
| 20   | 10     | -9,6                   | 20  | 10     | 0,4                    |
|  | 50     | -16,6                  |   | 50     | -6,6                   |
|  | 500    | -26,6                  |   | 500    | -16,6                  |
| 50   | 10     | -17,5                  | 50  | 10     | -7,5                   |
|  | 50     | -24,5                  |   | 50     | -14,5                  |
|  | 500    | -34,5                  |   | 500    | -24,5                  |

TABLEAU 2.10 – Quelques ordres de grandeur de SNR<sub>in</sub>

ensemble de paramètres du radar LPI ont été mis en évidence. Une discussion individuelle sur chacun de ces paramètres a permis de hiérarchiser les axes d'amélioration pour le système ESM. L'axe principal retenu est l'amélioration du gain de traitement au niveau de la partie détection.

La dernière section du chapitre a défini les catégories de formes d'onde dont nous allons analyser le type de traitement qui permettrait au système ESM de récupérer du gain de traitement.

#### A retenir

Le radar (notamment LPI) intègre sur des durées supérieures à la durée d'intégration des récepteurs ESM usuels.

Le radar LPI s'avère être surtout un radar caractérisé par le besoin de sensibilité qu'il crée chez les détecteurs GE. Pour la suite de la thèse, on considère que l'essentiel de ce manque est à chercher dans le gain de traitement sur les formes d'onde radar qui créent ce besoin de sensibilité.

Les radars LPI seront étudiés au travers des familles de forme d'onde MLF, CP, CMP, NLF ou Price plus spécifiquement et le CB.

La problématique pour la suite consiste à se demander comment opérer une détection plus performante que les architectures ESM usuelles au niveau de l'impulsion (chapitre 4) voire au-delà de l'impulsion (chapitre 5). Cependant, il convient de discuter auparavant de la détection optimale des signaux, afin de définir une limite supérieure à ce qu'il peut être proposé comme détecteur.



# LA DÉTECTION OPTIMALE

---

*Dans les deux premiers chapitres, nous avons présenté le concept de l'interception illustré par la probabilité d'interception pour englober les différentes étapes du processus, et la notion de radar LPI. Il reste à aborder la problématique générale de la détection. Pour ce faire, on souhaite définir la limite supérieure des performances que l'on puisse attendre d'un intercepteur qui connaîtrait le signal qu'il recherche !*

## 3.1 Résumé

La détection de signaux dans un milieu bruité est une problématique partagée par un grand nombre de domaines d'activité. La notion de détection optimale comme performance maximale possible a été analysée dans la littérature. Nous nous proposons de rappeler dans un premier temps les éléments classiques de la détection et de l'optimalité de la détection. On en profitera pour évoquer l'équivalent de la borne inférieure de performances de détection (détection d'enveloppe). Dans le contexte de l'interception d'impulsion radar, avec l'arrière-pensée de devoir mener des estimations sur un signal inconnu, la représentation temps-fréquence est une représentation très utile pour donner un grand nombre de paramètres d'intérêt de l'impulsion. Par conséquent, nous présenterons les éléments de la littérature qui ont adapté la notion de détection optimale dans la représentation temps-fréquence. Nous verrons qu'une formulation de détecteur peut en être tirée, bien qu'en pratique, ce dernier soit très gourmand en temps de calculs.

## 3.2 La problématique de la détection

La détection de signaux inconnus est une problématique qui n'est pas nouvelle. Les livres de référence de Van Trees [47, 48] et de Kay [49, 50] sont synthétisés et présents en filigrane dans ce chapitre. Nous proposons dans cette section de revenir à la racine de la problématique de détection pour définir ce qui peut être fait dans le cadre de l'interception de signaux inconnus.

### 3.2.1 Définir la détection

La détection est un processus qui consiste à attribuer au signal reçu la classe la plus pertinente parmi la classe  $C_0$  définie comme une mesure contenant uniquement du bruit et des signaux non détectables et la classe  $C_1$  définie comme une mesure contenant quelque chose de plus que le bruit.

Pour le système radar, la classe  $C_1$  des signaux détectables est réduite au signal de même forme d'onde et de mêmes paramètres que ceux de l'onde émise. Dans le cas de l'intercepteur, la classe  $C_1$  définit un ensemble plus vaste. Pour prendre en compte les étapes d'estimations et d'identification des signaux, la classe  $C_1^0$  définie comme l'ensemble des signaux détectables non estimables-identifiables ou d'estimations fausses représente les exigences qui se rajoutent à la détection. La classe  $C_1^1$  correspond à l'ensemble des signaux détectables et identifiables et vérifie  $C_1 = \{C_1^0, C_1^1\}$ .

Remarquons que même pour le radar,  $C_1^0$  n'est pas l'ensemble vide. Nous avons vu dans le chapitre 2 que la fonction d'ambiguïté radar permet de définir des cas limites où le signal est détectable mais où il est impossible d'attribuer une mesure de distance (ambiguïtés). On peut aussi ajouter l'ensemble des signaux autres que l'onde émise mais de caractéristiques suffisamment proches pour être malgré tout détectés, et aussi les échos détectés par les lobes secondaires.

Pour l'intercepteur, la classe  $C_1^0$  est un ensemble d'autant plus vastes que  $C_1$  est grand. Nous avons vu dans le chapitre 1 qu'il est généralement donné un SNR minimal en sortie de détecteur,  $\text{SNR}_{e,0}$ , afin de définir la classe  $C_1^1$ .

### 3.2.2 Opérer la détection

La façon classique d'opérer la détection consiste à opérer un test entre deux (ou N) hypothèses. L'hypothèse nulle  $H_0$  désigne le processus aléatoire associé au comportement "habituel" du récepteur et est associée à la classe  $C_0$ . Nous avons vu dans le chapitre 1 que ce comportement peut être assimilé à un bruit thermique de puissance moyenne  $\sigma^2$ . L'hypothèse complémentaire  $H_1$  décrit l'ensemble des signaux détectables, de classe  $C_1$ . A l'instant  $k \in \llbracket 1, N_{int} \rrbracket$  où  $N_{int}$  est le nombre d'échantillons observés, on peut écrire :

$$\begin{aligned} H_0 : \quad x[k] &= b[k] \\ H_1 : \quad x[k] &= s[k] + b[k] \end{aligned} \tag{3.1}$$

où :

- $x$  est le signal reçu
- $b$  est le bruit de la chaîne de réception
- $s$  est le signal d'intérêt (déterministe ou aléatoire)

Pour tout le reste du mémoire, les variables aléatoires considérées sont complexes. L'hypo-

thèse  $H_0$  ou hypothèse nulle est caractérisée par une distribution gaussienne complexe circulairement symétrique  $b$  ou  $B$ , abrégée en GCCS par la suite. Cette hypothèse est particulièrement valable dans le milieu maritime, où les réflexions et interférences sont peu nombreuses. Notons malgré tout que dans le cadre de l'hypothèse des radars LPI, les réflexions ont de fortes chances de ne pas être assez puissantes pour être détectées. La distribution est notée  $\mathcal{CN}(0, \sigma^2)$  dans le cas de la variable aléatoire  $b$  ou  $\mathcal{CN}(0, \Sigma)$  si l'on a affaire à un vecteur aléatoire,  $B$ .  $\sigma^2$  représente la variance de  $b$ ,  $\Sigma$  est la matrice de covariance de  $B$ . Rappelons que si  $b = b_r + i b_i$ , alors le vecteur aléatoire défini par les composantes réelle  $b_r$  et imaginaire  $b_i$  suivent la loi :

$$\begin{bmatrix} b_r \\ b_i \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left( \begin{bmatrix} \text{Re } b \\ \text{Im } b \end{bmatrix}, \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{Re } \Sigma & -\text{Im } \Sigma \\ \text{Im } \Sigma & \text{Re } \Sigma \end{bmatrix} \right) \quad (3.2)$$

Dans le cas où  $\Sigma = \sigma^2 I$ , on se retrouve avec la relation  $\sigma^2 = 2\sigma_0^2$ , où  $\sigma_0^2$  est la variance des parties réelle et imaginaire.

Le cas GCCS se traduit par la propriété d'indépendance des parties réelle et imaginaire pour un échantillon donné et l'égalité de variance des parties réelle et imaginaire. A l'hypothèse GCCS, on ajoute l'hypothèse d'indépendance (deux à deux) et d'identité de la distribution (i.i.d.) pour chaque tirage  $b[k]$  ou de chaque composante de  $B$ ,  $k$  variant parmi un nombre de tirages considéré. Cette hypothèse autorise l'introduction de la notion de fréquence d'échantillonnage complexe, égale à la moitié de la fréquence d'échantillonnage du Convertisseur Analogique Numérique sur signal réel. Par conséquent, la fréquence de Shanon-Nyquist donne dans cette configuration directement la bande-passante traitée. Par la suite, la fréquence d'échantillonnage sera dite fréquence d'échantillonnage complexe.

### 3.2.3 Evaluer l'optimalité du détecteur

Le problème de détection étant posé, l'étape qui suit consiste à se demander comment nous allons évaluer les performances des divers détecteurs que nous aborderons.

Une manière de définir l'optimalité de la détection consiste à choisir le seuil de détection  $\gamma_d$  de façon à vérifier la probabilité de fausse alarme voulue  $P_{\text{fa,cible}}$  tout en maximisant la probabilité de détection  $P_d$  (ce qui revient à minimiser le nombre de détections manquées). D'après le théorème de Neymann-Pearson, cela revient à décider  $H_1$  si le ratio des vraisemblances (RV)  $\Lambda_{\text{RV}}(\mathbf{x}) = \ln \frac{p(\mathbf{x}; H_1)}{p(\mathbf{x}; H_0)}$  est supérieur au seuil de détection  $\gamma_d$ , vérifiant :

$$P_{\text{fa}}(\gamma_d) = \int_{\{\mathbf{u}; \Lambda_{\text{RV}}(\mathbf{u}) > \gamma_d\}}^{+\infty} p(\mathbf{u}; H_0) d\mathbf{u} = P_{\text{fa,cible}} \quad (3.3)$$

où  $p(x; H_i)$  est la fonction de densité de probabilité (PDF) ou vraisemblance associée à l'hypo-



thèse  $H_i$ ,  $i \in \llbracket 0, 1 \rrbracket$ .

Il est également possible de mener l'estimation de paramètres inconnus  $\theta$  à partir de la vraisemblance. La méthode consiste à rechercher les paramètres  $\hat{\theta}$  qui maximisent la vraisemblance : c'est la méthode du maximum de vraisemblance (MV). Cette méthode a la propriété intéressante d'être asymptotiquement efficace, ie si  $\mathbf{x}(\hat{\theta})$  n'a pas de biais (ou l'on retire son biais), alors :

$$\lim_{N_{int} \rightarrow +\infty} e(\hat{\theta}) = \lim_{N_{int} \rightarrow +\infty} \left[ \text{Var} \left( \mathbf{x}(\hat{\theta}) \right) \left( -E \left[ \frac{\partial^2 \ln(p(\mathbf{x}|\theta; H_1))}{\partial \theta} \right] \right) \right]^{-1} = 1 \quad (3.4)$$

où  $e(\hat{\theta}) \leq 1$  est l'efficacité de l'estimateur étudié. Autrement dit, la variance de  $\mathbf{x}(\hat{\theta})$  atteint la borne de Cramer-Rão. La propriété (3.4) se démontre aisément à partir du théorème central limite (TCL) et de la propriété d'efficacité des signaux appartenant à la famille exponentielle  $\exp(-c_2 x^2 + c_1 x + c_0)$  où  $c_2 > 0$  et  $(c_0, c_1) \in \mathbb{R}^2$ .

Il est possible de définir un nouveau ratio dénommé le ratio de vraisemblance généralisé (RVG) qui vérifie conjointement les propriétés du MV et celles du RV :

$$\Lambda_{\text{RVG}}(\mathbf{x}) = \frac{\max_{\theta_1} p(\mathbf{x}|\theta_1; H_1)}{\max_{\theta_0} p(\mathbf{x}|\theta_0; H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \gamma_d \quad (3.5)$$

Par la suite, on suppose les paramètres du bruit connus, par conséquent  $\theta_0$  est connu.

Remarquons que définir comme détecteur optimal tout détecteur qui satisfasse le RV ou le RVG donne plusieurs formulations de détecteurs optimaux. C'est ce que nous allons étudier dans la section qui suit.

### 3.3 Les possibilités de détecteurs optimaux à partir du RV/RVG

Plusieurs détecteurs optimaux peuvent être définis en fonction de la PDF que suit l'hypothèse  $H_1$ . Autrement dit, en fonction de la représentation du signal que l'on se donne, on peut définir à chaque fois un détecteur optimal au sens du RV.

#### 3.3.1 Le détecteur de type filtre adapté

C'est le détecteur optimal au sens de la RV et qui définit le filtre adapté tel que nous l'avons évoqué dans les premiers chapitres. Il nécessite la connaissance de l'ensemble des paramètres du signal par RV, ou bien la recherche pas à pas de l'ensemble des paramètres du signal par RVG.

Il opère la projection du signal reçu  $\mathbf{x}$  sur le signal connu  $\mathbf{s}$  :  $\langle \mathbf{x} | \mathbf{s} \rangle = \int x(t) s^*(t) dt =$

$\sum_k x[k]s^*[k]$ . Les vraisemblances s'écrivent :

$$p(\mathbf{x} | H_0) = \frac{(2\pi)^{-N_{int}/2}}{\sqrt{\det(\Sigma)}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x} \right] \quad (3.6)$$

$$p(\mathbf{x} | H_1) = \frac{(2\pi)^{-N_{int}/2}}{\sqrt{\det \Sigma}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{s})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{s}) \right] \quad (3.7)$$

Le test statistique vaut alors :

$$\Lambda_{RV} = \text{Re} \left[ \mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{s}^* \right] \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \gamma'_d \quad (3.8)$$

Lorsque la matrice de covariance vaut  $\Sigma = \sigma^2 I$ , on se retrouve avec le test statistique suivant :

$$\Lambda_{RV} = \frac{1}{N_{int} \sigma^2} \text{Re} \left[ \sum_{k=1}^{N_{int}} x[k] s^*[k] \right] \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \gamma'_d \quad (3.9)$$

Le détecteur ainsi défini suit une loi gaussienne. Par conséquent, le seuil  $\gamma'_d$  est déterminé à partir de la  $P_{fa}$  :

$$\begin{aligned} P_{fa}(\gamma'_d) &= 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_d^2}} \int_0^{\gamma'_d} \exp \left( -\frac{x^2}{2\sigma_d^2} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \text{erf} \left( \frac{\gamma'_d}{\sigma_d \sqrt{2}} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $\sigma_d^2 = N_{int} \frac{\sigma^2}{2}$  et erf est la fonction erreur. Le seuil vaut alors :

$$\gamma'_d = \sigma_d \sqrt{2} \text{erf}^{-1} (1 - 2 P_{fa, cible}) \quad (3.11)$$

Pour compléter les performances du filtre adapté, on y ajoute la probabilité de détection qui vaut :

$$P_d(\gamma'_d) = \frac{1}{2} \left( 1 - \text{erf} \left( \frac{\gamma'_d - m_s}{\sigma_d \sqrt{2}} \right) \right) \quad (3.12)$$

où  $m_s$  est la moyenne du signal  $s$ . Les courbes ROC (pour *Receiver Operating Characteristic*) seront tracées lorsque ce sera pertinent pour servir de bornes supérieures aux détecteurs que nous proposerons.

### 3.3.2 Le détecteur optimal associé à une distribution quadratique

La formulation RV se définissant à partir des vraisemblances, elle dépend donc de l'hypothèse amont que l'on fait au niveau de la structure du bruit. Or, rien n'empêche de considérer que la structure du bruit est nécessairement quadratique, comme dans le cas du radiomètre par exemple. A noter que même si par la suite on s'intéressera principalement au détecteur optimal de type filtre adapté pour la borne supérieure, la formulation quadratique qui suit pourra être utilisée comme borne inférieure pour évaluer les performances des détecteurs des chapitres ultérieurs. Commençons par la formulation quadratique :

$$\begin{aligned} H_0 : \quad x &= \sum_{k=1}^{N_{int}} b[k]b^*[k] \\ H_1 : \quad x &= \sum_{k=1}^{N_{int}} \left| s[k] + b[k] \right|^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

Le bruit suit toujours l'hypothèse GCCS iid. Les vraisemblances s'expriment alors comme des distributions de  $\chi^2$  de paramètre de centralité  $\mu_c = \sum_{k=1}^{N_{int}} \frac{|s[k]|^2}{\sigma^2}$  et de degré de liberté  $N_{int}$ . A noter que dans l'hypothèse GCCS, le degré de liberté devient  $2N_{int}$ , car on peut montrer que  $x = \sum_{k=1}^{2N_{int}} v[k]$ , où

$$v = [a_r^2[1], \dots, a_r^2[N_{int}], a_i^2[1], \dots, a_i^2[N_{int}]] \quad \text{de taille } 1 \times 2N_{int}$$

et où  $a = b$  ou bien  $a = s + b$  en fonction des hypothèses et  $a_r = \text{Re}(a)$  et  $a_i = \text{Im}(a)$ . Dans ces conditions, les vraisemblances deviennent :

$$p(x | H_0) = \frac{x^{N_{int}-1}}{2^{N_{int}} \Gamma(N_{int}) \sigma^2} \exp\left[-\frac{x}{2\sigma^2}\right] \quad (3.14)$$

$$p(x | H_1) = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{x + \mu_c}{2}\right] \left(\frac{x}{\mu_c}\right)^{\frac{N_{int}-1}{2}} I_{N_{int}-1}(\sqrt{\mu_c x}) \quad (3.15)$$

où  $I_k$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre  $k$ . Les probabilités de fausse alarme et de détection sont égales à :

$$P_{fa}(x) = 1 - \frac{\gamma(N_{int}, \frac{x}{\sigma^2})}{\Gamma(N_{int})} \quad (3.16)$$

$$P_d(x) = Q_{N_{int}}\left(\sqrt{2\mu_c}, \sqrt{\frac{2x}{\sigma^2}}\right) \quad (3.17)$$

où  $\gamma$  est la fonction gamma incomplète et  $Q_k$  est la fonction  $Q$  de Marcum.

Il est parfois nécessaire de prendre le module d'une sommation cohérente pour pouvoir ef-

fectuer la détection. On quitte alors la formulation quadratique telle quelle (et donc la borne inférieure). On a alors le problème suivant :

$$\begin{aligned} H_0 : \quad x &= \left| \sum_{k=1}^{N_{int}} b[k] \right| \\ H_1 : \quad x &= \left| \sum_{k=1}^{N_{int}} s[k] + b[k] \right| \end{aligned} \quad (3.18)$$

Remarquons que si au lieu de prendre le module, on prend le module au carré, on revient au cas précédent de la loi du  $\chi^2$  à 2 degrés de liberté. Les vraisemblances suivent alors la distribution de Rayleigh et de Rice :

$$p(x | H_0) = \frac{x}{\sigma_d^2} \exp \left[ -\frac{x^2}{2\sigma_d^2} \right] \quad (3.19)$$

$$p(x | H_1) = \frac{x}{\sigma_d^2} \exp \left[ -\frac{x^2 + \nu^2}{2\sigma_d^2} \right] I_0 \left( \frac{x\nu}{\sigma_d^2} \right) \quad (3.20)$$

où  $\sigma_d = N_{int} \frac{\sigma^2}{2}$  et  $\nu$  correspond à la moyenne du signal  $s$ . Remarquons que l'on peut remonter à une mesure de  $\nu$  et  $\sigma_d$  à partir du calcul du moment d'ordre 2 et 4 :

$$\begin{aligned} \nu &= (2 E[x^2] - E[x^4])^{1/4} \\ \sigma_d^2 &= \frac{1}{2} \left( E[x^2] - \sqrt{2 E[x^2] - E[x^4]} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Les probabilités de fausse alarme et de détection valent :

$$P_{fa}(x) = \exp \left[ -\frac{x^2}{2\sigma_d^2} \right] \quad (3.22)$$

$$P_d(x) = Q_1 \left( \frac{\nu}{\sigma_d}, \frac{x}{\sigma_d} \right) \quad (3.23)$$

Ces différentes expressions seront utilisées dans les chapitres qui suivent.

### 3.4 Une formulation du détecteur optimal en représentation temps-fréquence

Dans cette section, nous nous proposons de donner une formulation pour le détecteur optimal en représentation temps-fréquence (RTF). Cette formulation est d'intérêt car les signaux ne sont pas nécessairement stationnaires (i.e. toujours présents dans la même bande de fréquence), ce qui peut avoir pour conséquence que le signal connu peut sortir de la bande-passante restreinte

de la bande reçue (méthode précédente).

### 3.4.1 Définir une formulation temps-fréquence optimale au sens RV

On part des hypothèses présentées dans la section 3.1 associée au problème de détection présenté dans l'équation (3.1). Le bruit  $b$  est supposé être blanc et GCCS i.i.d. et de densité spectrale de puissance  $N_0$ . Le signal  $s$  est supposé être un signal complexe, gaussien et non stationnaire caractérisé par, pour tout  $k \in \llbracket 1, N_{int} \rrbracket$ , une moyenne  $m[k]$  et une matrice de covariance  $\Sigma_s[k, k']$  qui vérifie, pour tout  $k' \in \llbracket 1, N_{int} \rrbracket$  :

$$\Sigma_s[k, k'] = E \left[ (s[k] - m[k]) (s[k'] - m[k'])^* \right] \quad (3.24)$$

Pour proposer une formulation RTF, l'idée consiste à exprimer le signal  $s[k]$  suivant sa décomposition de Karhunen-Loève dans une base orthonormée  $(u_n[k])_n$  telle que [51] :

$$s[k] = \sum_n s_n u_n[k] \quad (3.25)$$

et vérifiant :

$$m_n = \sum_k m[k] u_n^*[k] \quad E[(s_n - m_n) (s_{n'} - m_{n'})^*] = \lambda_n \delta_{nn'} \quad (3.26)$$

où  $\delta_{nn'}$  est le symbole de Kronecker.  $m_n$  ainsi définie est la projection de  $m_k$  sur  $u_n[k]$  et  $\lambda_n$  est la valeur propre associée au vecteur propre  $u_n[k]$  de  $\Sigma_s[k, k']$ . Ainsi, le produit scalaire discret de la matrice de covariance du signal  $\Sigma_s[k, k']$  vaut :

$$\sum_{k'} (\Sigma_s[k, k'] u_n[k']) = \lambda_n u_n[k] \quad (3.27)$$

Pour obtenir la formulation optimale au sens du RV, on exprime les vraisemblances :

$$p(\mathbf{x} | H_0) = \frac{(2\pi)^{-N_{int}/2}}{\sqrt{\det(\Sigma)}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x}^* \right] \quad (3.28)$$

$$p(\mathbf{x} | H_1) = \frac{(2\pi)^{-N_{int}/2}}{\sqrt{\det(\Sigma + \Sigma_s)}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{m})^T (\Sigma + \Sigma_s)^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m})^* \right] \quad (3.29)$$

où  $.^T$  signifie transposée et  $.^*$  signifie conjugué. On prend le logarithme de chaque vraisemblance et on calcule le ratio  $\Lambda_{RV} = \ln p(\mathbf{x} | H_1) - \ln p(\mathbf{x} | H_0) \stackrel{H_1}{\geq} \gamma_d$ . On élimine les constantes en posant

$\gamma'_d$  comme nouveau seuil. Ainsi, on a :

$$\begin{aligned}\Lambda_{RV} &= (\mathbf{x} - \mathbf{m})^T (\Sigma + \Sigma_s)^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m})^* - \mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \mathbf{x}^* \\ &= \mathbf{x}^T \Sigma^{-1} \Sigma_s (\Sigma + \Sigma_s)^{-1} \mathbf{x}^* + 2 \operatorname{Re} \left( \mathbf{x}^T (\Sigma + \Sigma_s)^{-1} \mathbf{m}^* \right) \\ &= L_a + L_d\end{aligned}\tag{3.30}$$

où  $L_a$  peut être vu comme la contribution aléatoire et  $L_d$  comme la contribution déterministe du signal  $s$ . On peut voir que le filtre de Wiener apparaît dans  $L_a$ . Nous pouvons utiliser la décomposition de Karhunen-Loève au niveau de la définition des vraisemblances. Sachant que les contributions du signal et du bruit sont indépendantes entre elles, on a :

$$\begin{aligned}\Lambda_{RV} &= \sum_n \left[ \left\langle (\Sigma + \Sigma_s)^{-1} \mid \mathbf{u}_n \right\rangle \left| \langle (x - m) \mid \mathbf{u}_n \rangle \right|^2 - \left\langle \Sigma^{-1} \mid \mathbf{u}_n \right\rangle \left| \langle x \mid \mathbf{u}_n \rangle \right|^2 \right] \\ &= \sum_n \left[ \frac{\left| \langle m \mid \mathbf{u}_n \rangle \right|^2 - 2 \operatorname{Re} (\langle x \mid u \rangle \langle m \mid u_n \rangle^*)}{\lambda_n + N_0} + \frac{(N_0 - (\lambda_n + N_0)) \left| \langle x \mid \mathbf{u}_n \rangle \right|^2}{N_0 (\lambda_n + N_0)} \right]\end{aligned}$$

car le bruit est blanc et car les projections sont orthogonales entre elles et indépendantes. On élimine la constante  $\left| \langle m \mid \mathbf{u}_n \rangle \right|^2$  :

$$\Lambda_{RV} = \frac{1}{N_0} \sum_n \frac{\lambda_n}{\lambda_n + N_0} \left| \langle x \mid u_n \rangle \right|^2 + \sum_n \frac{2}{\lambda_n + N_0} \operatorname{Re} (\langle x \mid u_n \rangle \langle m \mid u_n \rangle^*)\tag{3.31}$$

On peut réécrire  $\Lambda_{RV}$  sous la forme  $\Lambda_{RV} = \ell_a + \ell_d$ , où :

$$\ell_a \triangleq \frac{1}{N_0} \sum_n \frac{\lambda_n}{\lambda_n + N_0} \left| \langle x \mid u_n \rangle \right|^2\tag{3.32}$$

$$\ell_d \triangleq \sum_n \frac{2}{\lambda_n + N_0} \operatorname{Re} (\langle x \mid u_n \rangle \langle m \mid u_n \rangle^*)\tag{3.33}$$

$\ell_a$  est une fonction bilinéaire de l'observation et caractérise les fluctuations autour de la moyenne.  $\ell_d$  est une fonction linéaire de l'observation et dépend de la valeur moyenne du signal.

Écrire le signal sous sa décomposition de Karhunen-Loève nous permet de faire le lien avec la RTF. Toute distribution bilinéaire temps-fréquence est susceptible de vérifier ces résultats, à condition qu'elle préserve les propriétés du produit scalaire et la formule de Moyal (cf. equation (3.36)). Parmi les RTF envisageables et surtout pertinentes dans un contexte de détection, les distributions bilinéaires invariantes en translation qui définissent la classe de Cohen ont été particulièrement étudiées, et notamment dans [51, 52, 53]. Si  $x$  et  $y$  sont deux signaux à valeurs

complexes, la distribution croisée temps-fréquence de la classe de Cohen se définit comme :

$$C_{xy}(t, f; \Pi) = \iint_{-\infty}^{\infty} \Pi(t - t', f - f') W_{xy}(t', f') dt' df' \quad (3.34)$$

où  $\Pi(t, f)$  est une fonction de pondération normalisée et

$$W_{xy}(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) y^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.35)$$

est la distribution de Wigner-Ville (WV) croisée. Toute distribution temps-fréquence doit conserver les propriétés du produit scalaire, et plus particulièrement vérifier la formule de Moyal [54] généralisée :

$$\iint_{-\infty}^{\infty} C_{x_1x_2}(t, f; \Pi) C_{x_3x_4}^*(t, f; \Pi) dt df = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_3^*(t) dt \right] \times \left[ \int_{-\infty}^{\infty} x_2(t)x_4^*(t) dt \right]^* \quad (3.36)$$

Parmi les distributions temps-fréquence envisageables qui vérifient la formule de Moyal (Rihaczek, WV, la TF court terme,...), la WV présente la propriété intéressante d'être réelle [7] (lorsque non croisée) et de proposer une RTF plus compacte [55]. Elle est obtenue pour  $\Pi(t, f) = \delta(t)\delta(f)$ . On peut réécrire les résultats issus de (3.32) et (3.33) à l'aide de cette distribution :

$$\ell_a = \frac{1}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_T W_{xx}(t, f) \left[ \sum_n \frac{\lambda_n}{\lambda_n + N_0} W_{u_n u_n}(t, f) \right] dt df \quad (3.37)$$

$$\ell_d = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_T \operatorname{Re} [W_{xm}(t, f)] \left[ \sum_n \frac{1}{\lambda_n + N_0} W_{u_n u_n}(t, f) \right] dt df \quad (3.38)$$

Les deux termes consistent en une projection de la WV ou WV croisée entre le signal reçu et le signal sur la WV du signal. Le premier terme peut être considéré comme un filtre adapté quadratique. Le second comme un détecteur linéaire. On note dans la suite l'auto-WV  $W_{xx} = W_x$ .

Par la suite, nous faisons le choix d'étudier les détecteurs basés sur la RTF calculée par WV. Cependant, le choix peut être fait d'utiliser plutôt la TF court terme (notée STFT pour *Short Term Fourier Transform* dans la littérature) malgré une moindre compacité, car elle conserve la causalité du signal, la linéarité et demande un peu moins de calculs, de l'ordre de  $N_{int} \ln N_{int}$ . Nous étudierons un détecteur basé sur la TF dans le chapitre 4.

### 3.4.2 Propriétés d'intérêt de la Wigner-Ville, implémentation et application aux formes d'onde d'intérêt

L'implémentation de la distribution WV est simple si l'on remarque que :

$$W_{x_1x_2}(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} r_{x_1, x_2}^i(t, \tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \quad (3.39)$$

$$W_{x_1x_2}[k, n] = \sum_{p=1}^{N_{int}} r_{x_1, x_2}^i[k, p] e^{-i2\pi \frac{n}{N} p} \quad (3.40)$$

où  $n$  est la fréquence réduite,  $N_{int}$  est le nombre d'échantillons utilisés pour l'intégration d'une seule WV et  $r_{x_1, x_2}^i(t, \tau)$  (respectivement  $r_{x_1, x_2}^i[k, p]$ ) est la corrélation croisée instantanée :

$$r_{x_1, x_2}^i(t, \tau) = x_1 \left( t + \frac{\tau}{2} \right) x_2^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \quad ; \quad r_{x_1, x_2}^i[k, p] = x_1 \left[ k + \frac{p}{2} \right] x_2^* \left[ k - \frac{p}{2} \right] \quad (3.41)$$

On reconnaît une TF appliquée à la corrélation instantanée. L'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT, pour *Fast Fourier Transform*) est par conséquent applicable. La complexité calculatoire de la Wigner-Ville calculée à l'instant  $k$  fixé et pour toutes les fréquences  $f_n$  d'intérêt est de  $\mathcal{O}(N_{int}^2 \ln(N_{int}))$ . Cette complexité augmente à  $\mathcal{O}(N_{ct} N_{int}^2 \ln(N_{int}))$  où  $N_{ct}$  est le nombre d'instant  $k$  pour lesquels on calcule la WV élémentaire. On se retrouve ainsi avec une RTF de taille  $N_{int} \times N_{ct}$ .

Plusieurs remarques peuvent être faites. La première est due au fait que les échantillons que l'on reçoit ne sont pas répartis suivant des demi-entiers  $\frac{p}{2}$ , mais suivant  $p \in \mathbb{N}$ . Par conséquent, la WV nécessite soit un suréchantillonnage d'un facteur 2 par rapport à la limite de Shannon-Nyquist, soit la bande-passante traitée est divisée par 2 par rapport à l'entrée (on rappelle que la bande traitée est égale à la fréquence de Shannon-Nyquist pour une fréquence d'échantillonnage complexe). Pour la suite, on se place dans le second cas.

La seconde remarque vient de l'observation que la WV s'intègre sur une fenêtre centrée. Or, on intègre sur une fenêtre paire, voire même sur une fenêtre de taille  $2^M$ ,  $M$  entier naturel quelconque pour maximiser la vitesse de calcul de la FFT. Dans ce cas, la WV se retrouve décalée (biais) et perd son caractère réel. Dans [56], on nous propose de réécrire la WV échantillonnée et intégrée sur un nombre pair d'éléments :

$$W_{x_1x_2}[k, n] = 2 \sum_{p=0}^{N_{int}-1} K_k[p] e^{-i4\pi np} \quad (3.42)$$

où :

Les propriétés d'intérêt de la distribution WV à retenir pour la suite sont résumées ci-dessous :



$$\begin{aligned}
 K_k[p] &= x_1[k+p] x_2^*[k-p], & p \in \llbracket 0, \frac{N_{int}}{2} - 1 \rrbracket \\
 K_k[p] &= x_1[k+p - N_{int}] x_2^*[k-p + N_{int}], & p \in \llbracket \frac{N_{int}}{2} + 1, N_{int} - 1 \rrbracket \\
 K_k[p] &= 0, & p = \frac{N_{int}}{2}
 \end{aligned}$$

- la WV est réelle, sauf si elle est croisée
- la WV n'est pas linéaire par rapport aux fonctions intégrées :  $W_{a+b} = W_a + W_b + 2\text{Re}(W_{ab})$
- la WV croisée est linéaire à gauche (resp. à droite) par rapport aux fonctions intégrées :  
 $W_{(a+b)c} = W_{ac} + W_{bc}$
- elle vérifie la formule de Moyal
- elle demande  $\mathcal{O}(N_{ct} N_{int}^2 \ln(N_{int}))$  opérations sur l'ensemble de la RTF de taille  $N_{ct} \times N_{int}$
- elle supprime la causalité du signal

La dernière propriété s'explique en considérant, pour un instant  $t$  ou  $k$  fixé et  $\tau$  ou  $p$  comme variable, que la corrélation instantanée est équivalente à une convolution instantanée.

### 3.4.3 Illustration : cas du signal déterministe connu

Dans le cas où le signal  $s$  est déterministe ie  $\Sigma_s = 0$ , connu et d'énergie totale  $E_s$ , on a :

$$\ell_a = 0$$

$$\ell_d = \frac{2}{E_s(N_0 + E_s)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_T \text{Re}[W_{xs}(t, f)] W_s(t, f) dt df$$

On suppose dans la suite de cette sous section que le signal recherché est d'amplitude normalisée. On définit les détecteurs notés  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D$  basés sur le test statistique  $\ell_d$ , par :

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \text{Re}[W_{xs}(0, f_m)] W_s(0, f_m) \\
 D_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}[W_{xs}(0, f)] W_s(0, f) df \\
 D &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_T \text{Re}[W_{xs}(t, f)] W_s(t, f) dt df
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

où  $f_m$  est la fréquence telle que :

$$W_s(0, f_m) = \max_f W_s(0, f) \tag{3.44}$$

Le détecteur  $D_1$  consiste simplement au calcul d'une seule "case" de la RTF issue de la WV. Le détecteur  $D_2$  intègre tout le spectre à l'instant où est calculée la WV.

### Simulation et observations

On peut déjà illustrer ce que donne la WV comme RTF pour les différentes formes d'onde envisagées (hors code de bruit). Nous renvoyons aux figures 3.1, 3.2, 3.3 et 3.4. Les simulations sont paramétrées par :

- une fréquence d'échantillonnage  $f_e = 256$  MHz
- une durée d'intégration par WV de  $N_{int} = 256$ . La WV élémentaire est calculée sur  $1 \mu\text{s}$
- une WV est calculée toutes les  $\mu\text{s}$ , chaque échantillon temporel n'intervient donc qu'une seule fois (pas de superposition)
- la durée totale vaut  $N_{ct} \times 1 \mu\text{s} = 100 \mu\text{s}$
- les  $\text{SNR}_{in}$  des signaux valent  $-12$  dB.

Remarquons que l'on pourrait être plus précis temporellement en calculant une WV à chaque fois que  $t \leftarrow t + 1/f_e$  par exemple, mais cela devient très vite gourmand en termes de nombres de calculs. Il est également possible d'ajouter une fenêtre de pondération dans la définition de la WV au besoin, mais nous resterons avec une fenêtre rectangulaire.

Le tableau 3.1 donne les paramètres restants des signaux.

| Paramètres                    | Unité                | LFM                            | Barker (CP) | CMP    | Price  |
|-------------------------------|----------------------|--------------------------------|-------------|--------|--------|
| $f_0$                         | MHz                  | 14                             | -23,3       | 16     | -7,32  |
| $LI$                          | $\mu\text{s}$        | $> N_{ct} \frac{N_{int}}{f_e}$ | 7,6         | 12     | 15     |
| $FF$                          | s.u.                 | 1                              | 0,2         | 0,15   | 0,25   |
| Énergie tot.                  | $10^3 \sigma^2$      | 1,6153                         | 0,3684      | 0,3877 | 0,4846 |
| $\alpha$                      | $\text{MHz.ms}^{-1}$ | -46,6                          |             |        |        |
| $N_m$                         | s.u.                 |                                | 13          |        |        |
| $n_{em} = \frac{LI f_e}{N_m}$ | s.u.                 |                                | 150         |        |        |
| $\delta f$                    | MHz                  |                                |             | 3,5    |        |
| $N_f$                         | s.u.                 |                                |             | 5      |        |
| $B_L$                         | MHz                  |                                |             |        | 10     |
| $B_N$                         | MHz                  |                                |             |        | 20     |

TABLEAU 3.1 – Récapitulation des paramètres de la simulation RTF pour les différentes formes d'onde

On suppose que le signal reçu  $x$  et  $s$  sont synchronisés dans les représentations qui suivent.

Chacune des figures regroupe 4 représentations différentes. Les graphiques présents sur la première ligne montrent le résultat de la WV du signal  $s$  supposé connu et de la WV croisée de ce même signal avec le signal reçu  $x$ . La multiplication des deux RTF donne la RTF d'intérêt, présentée à la première position de la deuxième ligne. Enfin, la dernière RTF montre ce que l'on obtiendrait dans le cas où l'on ne connaît pas le signal  $s$  et qu'on le remplace par  $x$ .

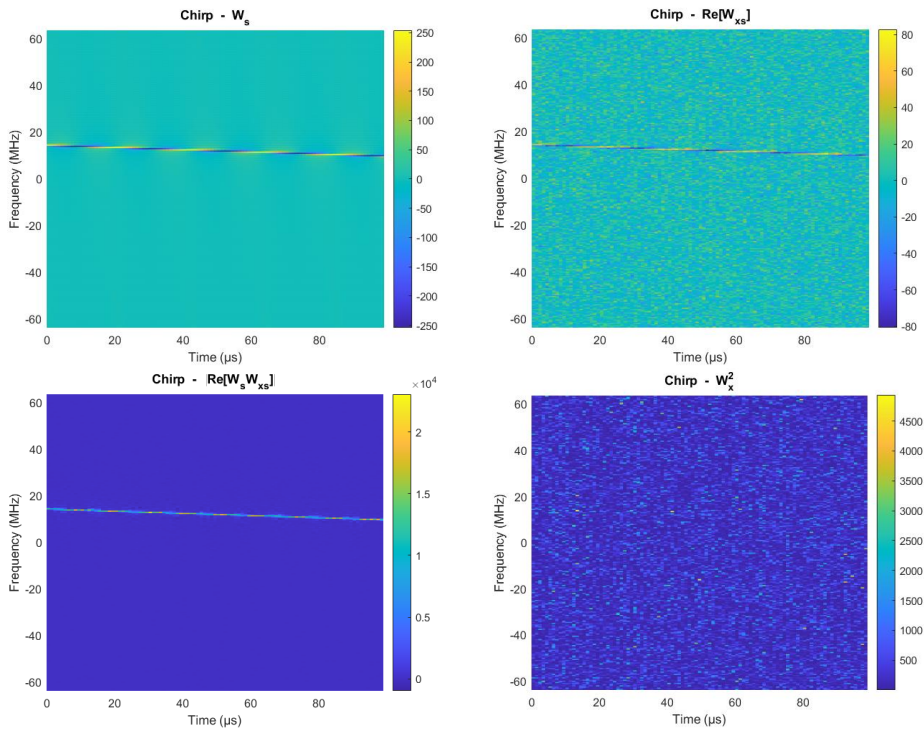


FIGURE 3.1 – Sortie RTF du détecteur  $D$  appliqué à un signal LFM

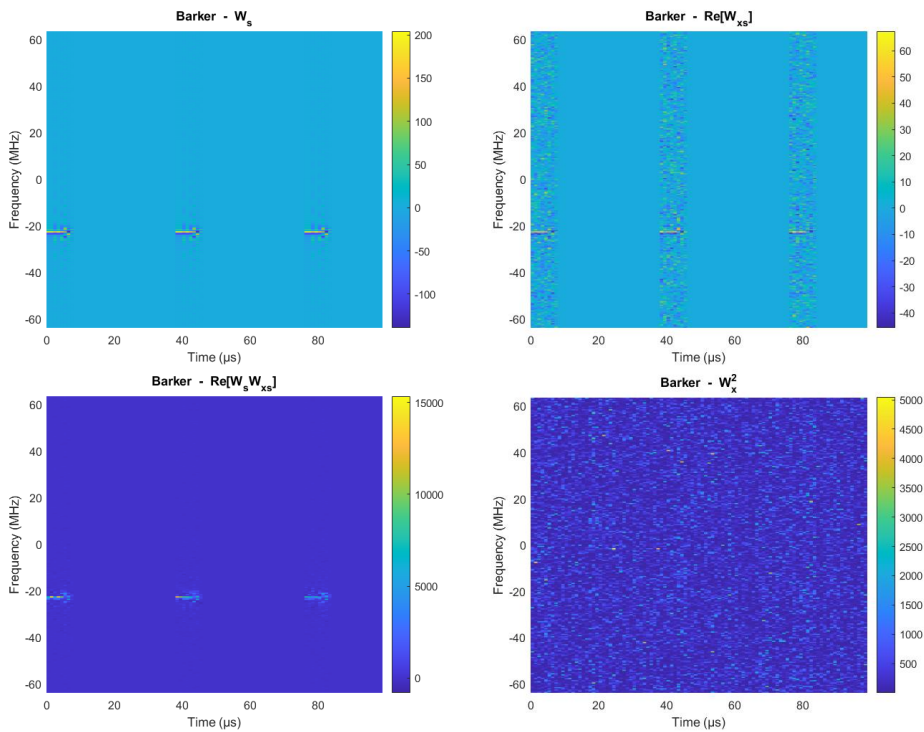


FIGURE 3.2 – Sortie RTF du détecteur  $D$  appliqué à un signal de Barker

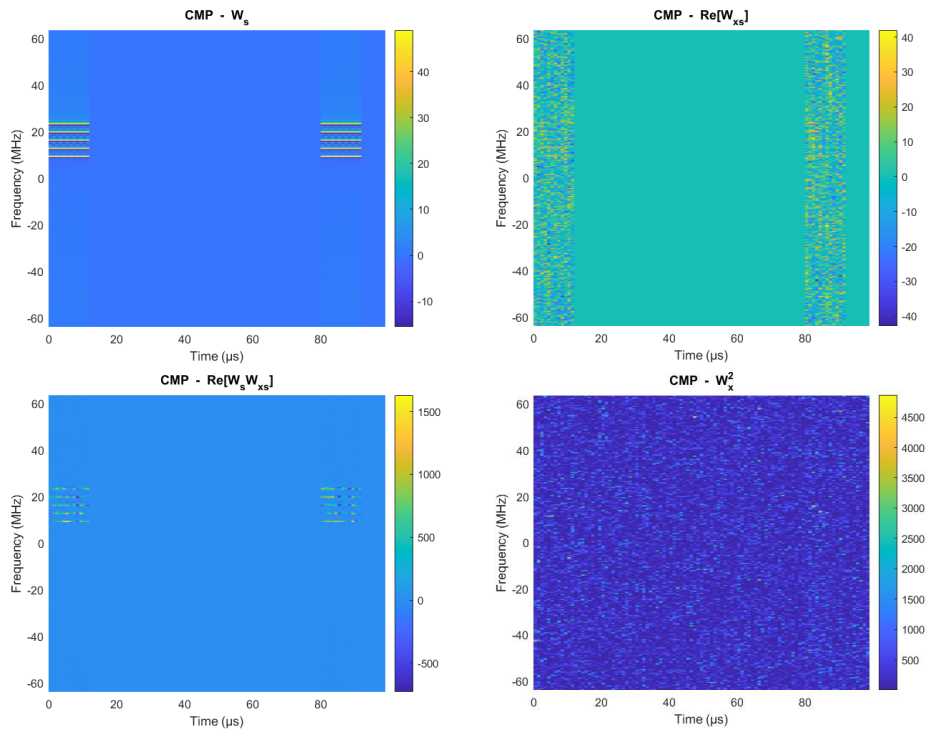


FIGURE 3.3 – Sortie RTF du détecteur  $D$  appliqué à un signal CMP

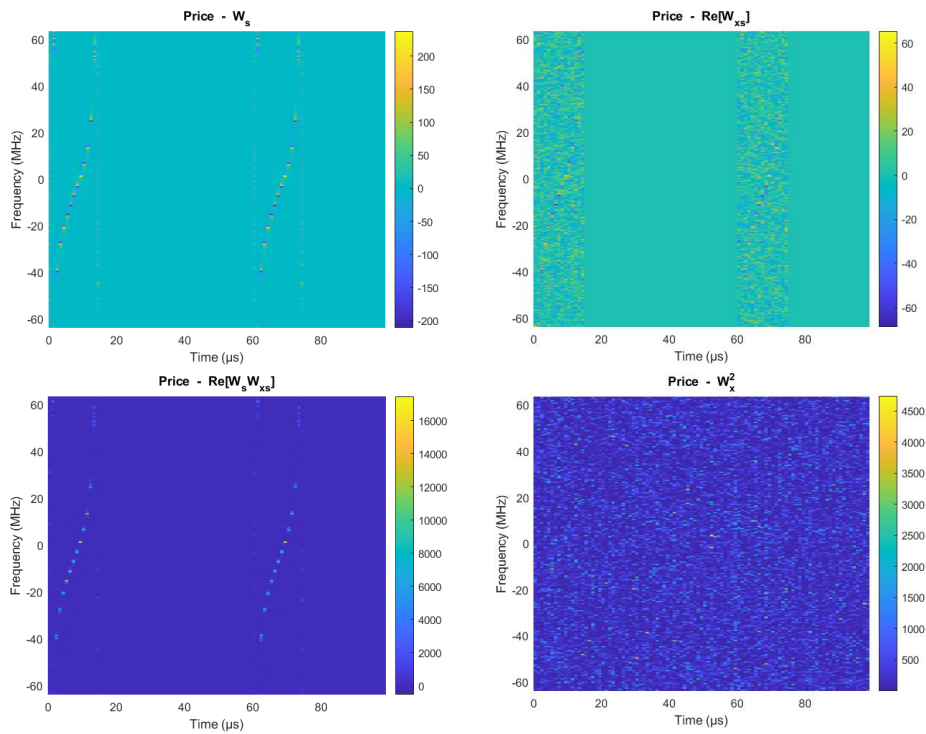


FIGURE 3.4 – Sortie RTF du détecteur  $D$  appliqué à une forme d'onde de Price

On observe que les signaux ressortent mieux dans la RTF issue de  $\ell_d$  par rapport à la RTF issue de la WV croisée. Le détecteur quadratique  $W_x^2$  dont l'expression est explicitée dans l'équation (3.45) ne donne rien de concluant dans le cadre de la simulation, car le terme  $W_b$  issu du bruit est supérieur aux termes d'intérêt.

$$W_x^2 = \text{SNR}_{\text{in}} W_s + 2\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}} \text{Re}(W_{sb}) + W_b \quad (3.45)$$

On remarque également que les RTF issues de  $\text{Re}[W_{xs}]W_s$  peuvent avoir des valeurs négatives, mais seulement lorsque la contribution du signal est proche de 0. Cette dernière remarque est néanmoins fautive pour la forme d'onde CMP, où les valeurs négatives sont prises dans la RTF issue de  $\text{Re}[W_{xs}]W_s$  malgré une contribution du signal non négligeable. Cela va avoir des conséquences sur les performances des détecteurs  $D_2$  et  $D$ . Ce résultat s'explique par le fait que le CMP peut être vu comme un signal multiple. Or, la WV n'est pas linéaire par rapport aux fonctions intégrées, par conséquent on se retrouve avec des interférences entre signaux non favorables à la détection.

$$\begin{aligned} W_{xs}W_s &= W_{(\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}} s+b})s}W_s \\ &= \left(\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}}W_s + W_{bs}\right)W_s \end{aligned} \quad (3.46)$$

Dans le cas où  $s = \sum_p s_p$ , on se retrouve avec :

$$\begin{aligned} W_{(\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}} \sum_p s_p+b})\sum_p s_p}W_{\sum_p s_p} &= \left(\sum_p W_{s_p} + 2\text{Re} \sum_p \sum_{p' \neq p} W_{s_p s_{p'}}\right) \times \\ &\quad \left(\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}} \sum_n W_{s_n} + 2\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}} \text{Re} \sum_n \sum_{n' \neq n} W_{s_n s_{n'}} + \sum_k W_{bs_k}\right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Pour éliminer l'impact des interférences entre signaux, il faudrait retirer les contributions croisées, ce qui peut se faire dans des tables en amont si l'on suppose connaître les signaux. Une solution similaire est de proposer un détecteur qui ne s'occupe que d'une composante du multiscalaire à la fois avant de tout sommer. Cependant, cela n'élimine pas les contributions croisées dues à l'extension du signal dans le spectre, contributions provenant par exemple de  $\sum_n W_{s_n} \times \sum_p W_{s_p}$ . La classe des signaux détectables mais non conformes à ce qui est recherché  $C_1^0$  se définit, pour les détecteurs en question, comme les signaux qui permettent de passer le seuil de détection sans toutefois correspondre au signal recherché. Nous continuons d'analyser les détecteurs  $D$ ,  $D_1$  et  $D_2$  par la suite, même pour le CMP.

Enfin, une dernière remarque sur le choix de  $N_{\text{int}}$  peut être faite. Comme la WV consiste à multiplier la première moitié de la fenêtre d'intégration sur la seconde moitié inversée, si

$N_{LI} < N_{int}/2$ , alors le détecteur ne peut pas faire ressortir le signal. On est donc limité sur la possibilité d'intégration  $N_{int}$ .

Remarquons cependant qu'une astuce basée sur l'équation (3.47) peut être utilisée pour augmenter  $N_{int}$  ou détecter des signaux vérifiant  $N_{LI} < N_{int}/2$  pour le  $N_{int}$  initialement choisi. Celle-ci consiste à forcer l'ajout d'une sinusoïde connue (donc valable autant dans l'étude du radar que pour l'intercepteur ESM). Le signal recherché  $s$  devient donc la somme du signal recherché initialement et de la sinusoïde ajoutée. On illustre l'astuce par l'ajout d'une sinusoïde de fréquence  $f_0 = 0$  MHz d'amplitude unitaire sur le signal de Barker déjà défini, sauf sa  $LI$  qui est divisée par 2.  $N_{int}$  est pris égal à  $10 \times N_{int}$ . On obtient la figure 3.5. A noter que pour faciliter la vision du signal, on choisit de représenter  $\log(1 + |\text{Re}[W_{xs}W_s]|)$ . On observe que

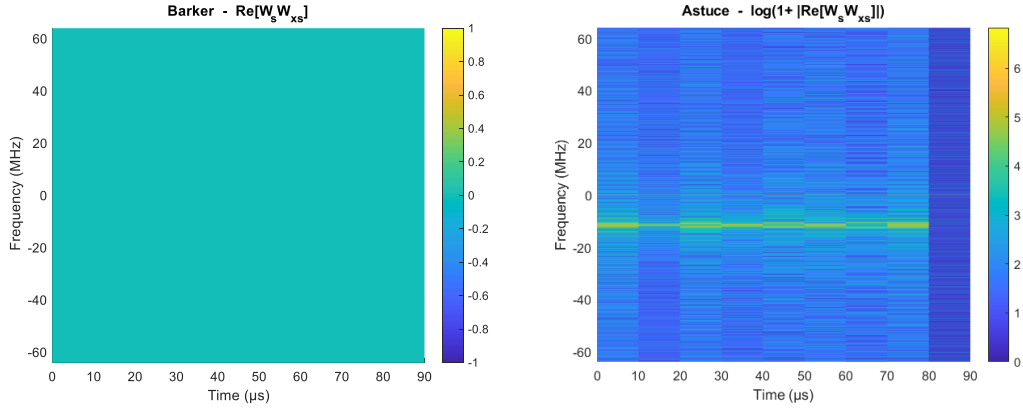


FIGURE 3.5 – Illustration de la méthode de détection des signaux de LI inférieure à la moitié de la durée d'intégration

si l'on applique la RFT sur le signal de Barker seul, on obtient le plan nul (cela peut servir à remarquer que  $N_{LI} < N_{int}/2$ ). L'ajout de la sinusoïde permet de faire ressortir l'interférence entre les deux formes d'onde. Remarquons que cette dernière ressort à la fréquence  $f_{0,moy} = \frac{f_0 - 0}{2}$ .

### Les performances de détection des détecteurs envisagés

Les détecteurs proposés restent des détecteurs linéaires au niveau de la variable aléatoire, donc le seuil de détection et les performances sont calculables à partir des équations (3.10), (3.11) et (3.12). On obtient les tracés  $P_d$  présentés en figures 3.6 et 3.7, et le ROC en figure 3.8. Ces tracés sont obtenus à partir de la simulation précédente (le nombre de tirages vaut 500).

Les calculs des moyennes et variances des lois normales des détecteurs  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D$  sont présentées dans le tableau 3.2. Il faut remarquer que la variance pour les formes d'onde CMP doit être ajustée d'un facteur  $\frac{2N_f - 1}{N_f}$ , pour le détecteur  $D_2$  et  $D$ .

Le détecteur  $D_1$  possède des performances qui dépendent de la capacité de la WV à concentrer l'énergie du signal dans un canal de fréquence. Cela dépend de la forme d'onde considérée. Par

| Équation | Moyenne  | Variance  |
|----------|--|---|
| $D_1$    | $\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}} W_s^2(0, f_m)$  | $\frac{N_{ct}}{2} \sigma^2 \text{Re}(W_s(0, f_m))^2$  |
| $D_2$    | $\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}} \sum_{n=1}^{N_{int}} W_s^2(0, n)$                     | $\frac{N_{ct}}{2} \sigma^2 \sum_{n=1}^{N_{int}} \text{Re}(W_s(0, n))^2$                     |
| $D$      | $\sqrt{\text{SNR}_{\text{in}}} \sum_{k=1}^{N_{ct}} \sum_{n=1}^{N_{int}} W_s^2(k, n)$ | $\frac{N_{ct}}{2} \sigma^2 \sum_{k=1}^{N_{ct}} \sum_{n=1}^{N_{int}} \text{Re}(W_s(k, n))^2$ |

TABLEAU 3.2 – Calcul des moyennes et variances des lois des détecteurs RTF

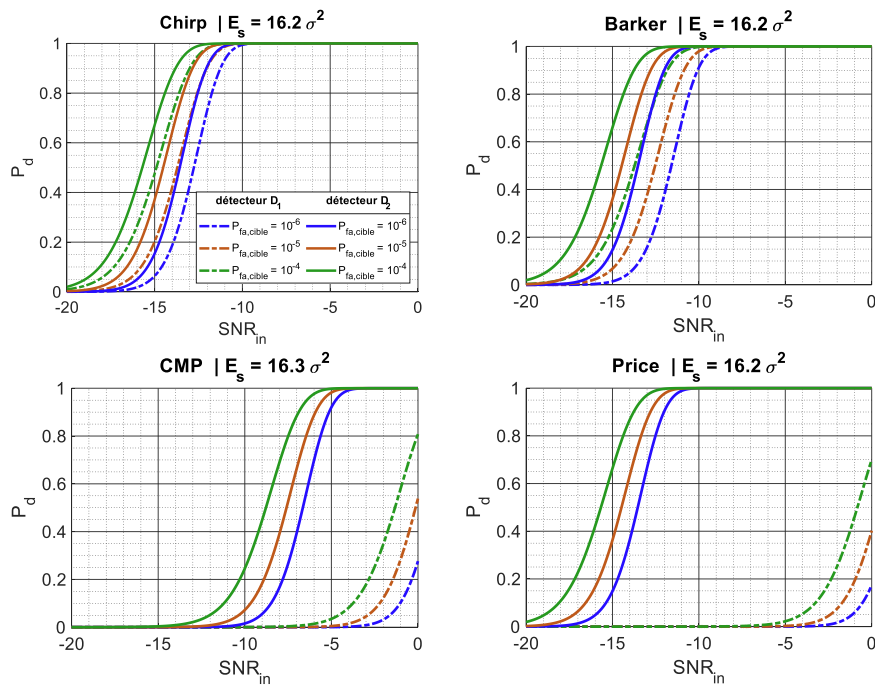


FIGURE 3.6 – Tracé des probabilités de détection en fonction du SNR d'entrée  $\text{SNR}_{\text{in}}$  pour les détecteurs  $D_1$  et  $D_2$  (la légende est identique pour toutes les figures).  $E_s$  est l'énergie du signal contenue dans le spectre concerné

DIFFUSION RESTREINTE

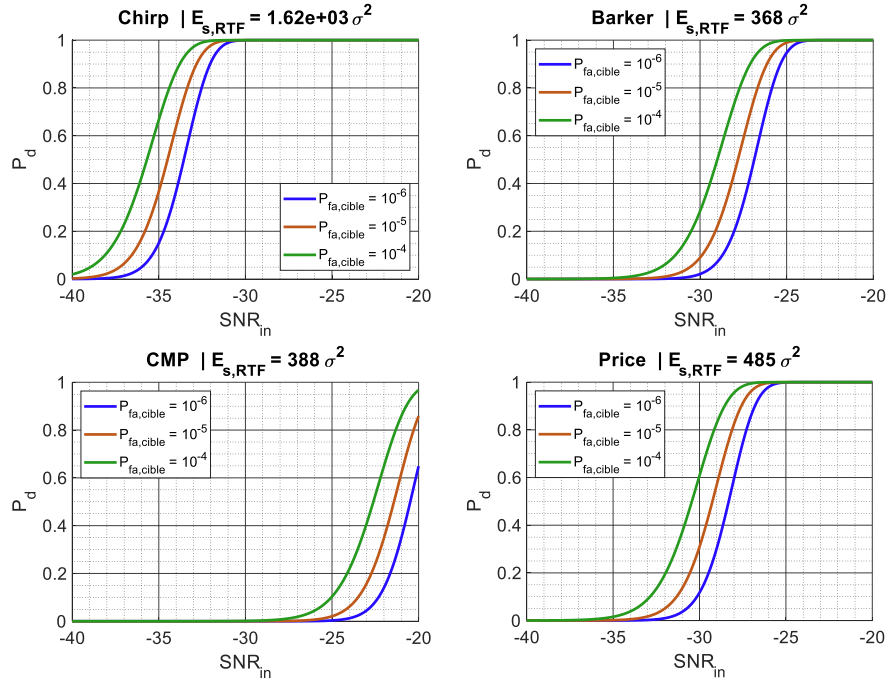


FIGURE 3.7 – Tracé des probabilités de détection en fonction du SNR d'entrée  $\text{SNR}_{\text{in}}$  pour le détecteur  $D$

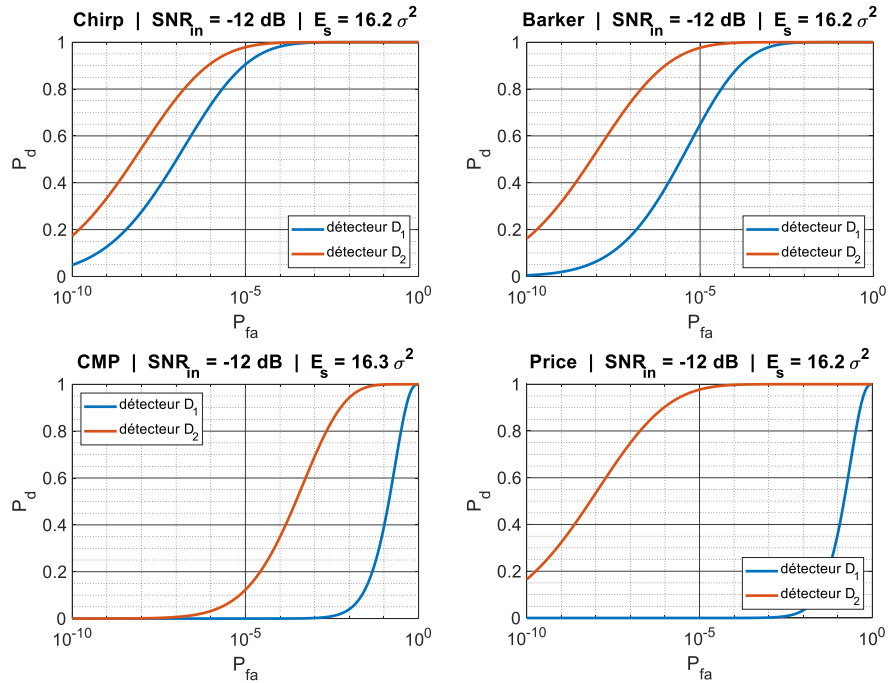


FIGURE 3.8 – Tracé des ROC des détecteurs  $D_1$  et  $D_2$



conséquent, choisir d’opérer la détection selon  $D_1$  n’est pas optimal pour gérer une diversité de formes d’onde.

Les courbes  $P_d$  et ROC donnent un résultat identique pour le détecteur  $D_2$  pour toutes les formes d’onde (sauf pour le CMP, pour les raisons déjà citées). Le fait que les résultats soient identiques est attendu, puisque les formes d’onde ont même SNR d’entrée et sont intégrées suivant le même nombre d’échantillons  $N_{int}$ . Les courbes des détecteurs  $D_2$  et  $D$  sont similaires sur le principe, le détecteur  $D$  prend en compte la dépendance temporelle dans le processus de détection et autorise la possibilité d’intégrer sur plusieurs impulsions. Pour le SNR d’entrée choisi, le détecteur  $D$  possède une probabilité de détection  $P_d$  égale à 1 pour toutes les  $P_{fa}$  proposées.

### Définir un intercepteur à partir du détecteur optimal défini ?

Adapter ce type de détecteur pour l’interception nécessite de faire des hypothèses sur le signal recherché  $s$  qui évacue l’impact du bruit, pour éviter autant que possible de calculer  $W_x^2$ . Une solution consiste à imposer la recherche d’un signal déterministe  $s$  de paramètres  $\theta$  à la façon RVG. Le nombre de calculs attendu varie en fonction de la précision de l’estimation des paramètres des formes d’onde. Le tableau 3.4 donne une idée générale de ce qui peut être attendu et comment l’obtenir. On note  $\mathcal{C}_D = \mathcal{O}(N_{ct}^2 N_{int}^4 \ln N_{int})$  la complexité calculatoire associée au détecteur  $D$ . La complexité vaut  $\mathcal{C}_D = 2,36 \cdot 10^{14}$ . Cette complexité suppose que  $W_{s(\theta)}$  soit déjà calculé pour tous les cas de figure présentés, donc il ne reste que  $W_{xs(\theta)}$  à calculer ainsi que son produit avec  $W_{s(\theta)}$  ( $N_{ct} N_{int}$  opérations parallélisables) puis la sommation suivant les fréquences et le temps ( $N_{ct} N_{int}$  opérations).

Chaque forme d’onde d’intérêt ajoute un facteur multiplicatif à  $\mathcal{C}_{\ell_d}$ . Finalement, comme le maximum doit être pris pour chaque composante de  $\theta$ , il faut y ajouter la complexité calculatoire du maximum pris sur  $D$ , qui est du type  $N \ln N$ . On arrive donc au tableau 3.3. Les complexités

|                       | Équation  | a.n.                 |
|-----------------------|---|----------------------|
| $\mathcal{C}_{MLF}$   | $(n_\alpha^2 \ln n_\alpha) (n_{t_0}^2 n_{f_0}^2 \ln n_{t_0} \ln n_{f_0})$   | $1,21 \cdot 10^{17}$ |
| $\mathcal{C}_{CP}$    | $(n_{N_m}^2 n_\Phi^2 \ln n_{N_m} \ln n_\Phi) (n_{LI}^2 n_{FF}^2 \ln n_{LI} \ln n_{FF}) (n_{t_0}^2 n_{f_0}^2 \ln n_{t_0} \ln n_{f_0})$             | $4,03 \cdot 10^{20}$ |
| $\mathcal{C}_{CMP}$   | $(n_{\delta_f}^2 n_{N_f}^2 \ln n_{\delta_f} \ln n_{N_f}) (n_{LI}^2 n_{FF}^2 \ln n_{LI} \ln n_{FF}) (n_{t_0}^2 n_{f_0}^2 \ln n_{t_0} \ln n_{f_0})$ | $5,95 \cdot 10^{24}$ |
| $\mathcal{C}_{Price}$ | $(n_{B_L}^2 n_{B_N}^2 \ln n_{B_L} \ln n_{B_N}) (n_{LI}^2 n_{FF}^2 \ln n_{LI} \ln n_{FF}) (n_{t_0}^2 n_{f_0}^2 \ln n_{t_0} \ln n_{f_0})$           | $5,66 \cdot 10^{27}$ |

TABLEAU 3.3 – Applications numériques de la complexité calculatoire pour un intercepteur fonctionnant en RVG à partir de la RTF étudiée.

calculatoires pour un intercepteur fonctionnant en RVG est donc de l’ordre de  $10^{17}$  à  $10^{27}$  pour les paramètres et précisions données, pour le calcul de  $D$ . Pour les FPGA possédant une horloge interne de l’ordre de 100 MHz à 1 GHz, le nombre d’opérations maximal sur 100  $\mu s$  est de l’ordre

de quelques millions à quelques dizaines de millions. De plus, la non-causalité de la WV divise par deux le nombre d'opérations maximal, car il faut attendre  $N_{int}/2$  pour pouvoir commencer à mener des opérations en temps réel. Par conséquent, un tel détecteur optimal n'a pas vocation à être opérationnel, dans les conditions technologiques actuelles. Il ne peut être envisagé que dans le cas où l'on connaît partiellement le signal à intercepter, dont les paramètres manquants sont à rechercher dans un intervalle suffisamment contraint en taille pour obtenir une estimation avec la précision voulue tout en limitant le nombre de calculs.

Par exemple, on peut proposer un tel détecteur pour forcer la recherche de signaux de type FMCW (signaux MLF continus ou quasi-continu) de pente appartenant à un intervalle  $[-\alpha_{\max}, \alpha_{\max}]$  avec un pas  $\delta\alpha$  tel que  $n_\alpha$  soit suffisamment petit pour pouvoir envisager d'implémenter un tel détecteur dans un système réel. Un raisonnement similaire doit être tenu pour le paramètre  $f_0$ . Le caractère continu ou quasi-continu d'un tel signal élimine de facto le paramètre de la largeur d'impulsion  $LI$  et du facteur de forme  $FF$ . Cependant, dès que le signal change (changement de la pente,...), le résultat se dégrade. D'où la nécessité de proposer différentes durées d'intégration ou de choisir judicieusement cette dernière et de ne pas hésiter à recouvrir partiellement les fenêtres d'intégration successives.

## 3.5 Conclusion

Le processus de détection a été défini pour tout le reste du mémoire. Trois classes de signaux d'intérêt dans le cadre de l'interception ont été définies. Le détecteur optimal au sens de la RV ou bien RVG a été défini. Le détecteur optimal servira de borne supérieure aux performances de détection par la suite. Le filtre adapté et ses performances ont été définis. Par ailleurs, le cas le moins optimal (ou optimal en forçant un bruit quadratique) du radiomètre est aussi vu comme borne inférieure aux performances de détection.

Une formulation du détecteur optimal a été proposée dans le cas où l'on traite des détecteurs basés sur des fonctions bilinéaires, avec pour application essentielle la RTF.

Dans chaque cas de détecteur optimal, on a vu qu'il est possible de définir par le RVG un détecteur optimal pour l'interception, mais au prix d'une explosion du coût calculatoire. Cela est gênant pour des applications qui cherchent à se rapprocher du temps réel.

| Paramètres                       | Précision                 | Bornes   | Nb calculs  |
|----------------------------------|---------------------------|--|---|
| <b>Communs</b>                   |                           |  |   |
| $t_0$ ( $\mu\text{s}$ ) (*)      | $\Delta t_0$              | $[t_{0,\min}, t_{0,\max}]$   | $n_{t_0} = \frac{t_{0,\max} - t_{0,\min}}{\Delta t_0} + 1$                  |
| a.n.                             | 0,1                       | $[0, 49, 9]$   | 500   |
| $f_0$ (MHz)                      | $\Delta f_0 = \delta f_e$ | $[-\frac{f_e}{4}, \frac{f_e}{4}]$  | $n_{f_0} = N_{int}$   |
| a.n.                             | 0,5                       | $[-64, 63, 5]$   | 256   |
| $LI$ ( $\mu\text{s}$ ) (**)      | $\Delta LI$               | $[LI_{\min}, LI_{\max}]$   | $n_{LI} = \frac{LI_{\max} - LI_{\min}}{\Delta LI} + 1$                      |
| a.n.                             | 0,1                       | $[1, 20]$  | 191   |
| $FF$ (**)                        | $\Delta FF$               | $[FF_{\min}, FF_{\max}]$   | $n_{FF} = \frac{FF_{\max} - FF_{\min}}{\Delta FF} + 1$                      |
| a.n.                             | 0,01                      | $[0,05, 0,25]$   | 21  |
| <b>LFM</b>                       |                           |  |   |
| $\alpha$ (MHz.ms <sup>-1</sup> ) | $\Delta\alpha$            | $[-\alpha_{\max}, \alpha_{\max}]$  | $n_\alpha = \frac{2\alpha_{\max}}{\Delta\alpha} + 1$                        |
| a.n.                             | 0,5                       | $[-50, 50]$  | 201   |
| <b>CP</b>                        |                           |  |   |
| $N_m$                            | -                         | $\mathbf{N}_m$   | $n_{N_m} = \text{len}[\mathbf{N}_m]$  |
| Barker                           | -                         | $\{11, 13\}$   | 2   |
| Général                          | 1                         | $N_m \in \llbracket 2, N_{m,\max} \rrbracket$  | $N_{m,\max} - 1$  |
| $\Phi$                           | $N_c$ (***)               | $N_m[i] \times N_c$  | $n_\Phi$  |
| Barker 13                        | $[0, \pi]$                | $[0, 0, 0, 0, 0, \pi, \pi, 0, 0, \pi, 0, \pi, 0]$  | 1   |
| Général                          | $2\pi/N_m[i]$             | $\left\{ \Phi_i[j] = j \frac{2\pi}{N_m[i]} \right\}_{j \in \llbracket 0, N_m[i]-1 \rrbracket}$ | $\prod_{i=1}^{n_{N_m}} N_m[i](N_m[i] - 1)$                                  |
| <b>CMP</b>                       |                           |  |   |
| $\delta f$ (MHz)                 | $\Delta(\delta f)$        | $[\delta f_{\min}, \delta f_{\max}]$   | $n_\delta = \frac{\delta f_{\max} - \delta f_{\min}}{\Delta(\delta f)} + 1$ |
| a.n.                             | 0,5                       | $[0,5, 5]$   | 10  |
| $N_f$                            | $\Delta N_f$              | $[N_{f,\min}, N_{f,\max}]$   | $n_{N_f} = \frac{N_{f,\max} - N_{f,\min}}{\Delta N_f} + 1$                  |
| a.n.                             | 1                         | $[2, 10]$  | 9   |
| <b>Price</b>                     |                           |  |   |
| $B_C$ (MHz) (* <sup>4</sup> )    | $\Delta B_C$              | $[B_{C,\min}, B_{C,\max}]$   | $n_B = \frac{B_{C,\max} - B_{C,\min}}{\Delta B_C} + 1$                      |
| a.n.                             | 0,5                       | $[0, 20]$  | 41  |

(\*) variable de centrage temporel du signal  $s(\boldsymbol{\theta})$ ; (\*\*) sauf LFM; (\*\*\*) nombre de codes de phase différents;  
 (\*<sup>4</sup>) :  $B_C$  correspond à  $B_L$  et  $B_N$

TABLEAU 3.4 – Ordre de grandeur de la complexité calculatoire de la méthode RVG associé au détecteur  $D$

**A retenir**

La détection optimale dans le cadre de la RTF est présentée. Un terme déterministe et un terme aléatoire composent l'expression du test statistique optimal.

Lorsque l'on a à faire à des signaux inconnus, il faut éviter les distributions qui étalent l'énergie dans le spectre, et favoriser celles qui la concentrent dans un nombre très restreint de fréquences, voire dans un seul canal de fréquence.

En dehors des formes d'onde MLF, la WV n'est pas une distribution pertinente dans le cadre de l'ESM.

Dans les chapitres 4, 5 et 6, la notion de détection optimale sera principalement abordée sous l'aspect de filtre adapté (donc associé à la connaissance complète du signal). Les performances seront bien en deçà des performances maximales atteignables, mais nous allons montrer comment améliorer les performances du détecteur par rapport aux architectures ESM usuelles. Trois approches de la détection sont proposées. La première (chapitre 4) est dans la ligne classique de la façon d'aborder l'interception, à savoir la détection de fraction d'impulsion du signal radar. Le deuxième (chapitre 5) propose de sommer sur une durée d'intégration très supérieure aux durées usuelles (inférieures à la LI) tout en autorisant la détection et l'estimation de paramètres de forme d'onde d'intérêt. Finalement, le dernier détecteur abordé dans le chapitre 6 abandonne le paradigme de la RTF et propose de projeter les signaux reçus directement dans un sous-espace propre orthogonal au sous-espace propre du bruit, avec les calculs de performances associés.



# LA DÉTECTION INTRA-IMPULSION EN REPRÉSENTATION TEMPS-FRÉQUENCE : LE DÉTECTEUR FIDEL

---

*Le paradigme de l'étape de détection des architectures usuelles des systèmes d'interception consiste à considérer que cette dernière a lieu sur une fraction de l'impulsion du signal radar. Dans ce chapitre, nous ne remettons pas en cause ce paradigme. Nous lui ajoutons une étape intermédiaire de prédétection autorisant la construction d'un agglomérat de prédétections sur lequel est appliqué le critère final de détection. Le détecteur autorise dès lors à traiter des signaux dits à faible voire très faible SNR dans la littérature ( $< -10$  dB) et de type LPI.*

## 4.1 Introduction

Rappelons que le détecteur est vu comme un maillon de la chaîne de réception dont les différentes tâches sont de permettre la classification, l'estimation des paramètres du signal et la construction de pistes radar par la suite. Nous nous intéresserons particulièrement aux formes d'onde associées aux radars LPI, présentées dans le chapitre 2. Ces formes d'onde sont, pour rappel :

- les signaux modulés linéairement en fréquence (MLF)
- les signaux de modulations non linéaires en fréquence (NLF), dont l'exemple représentatif est le code de Price
- les signaux à code de phase (biphase ou multiphase), ici représentés par un code de Barker à 13 moments (CP)
- les signaux à code multiporteurs (CMP)

Dans ce chapitre, nous évacuons volontairement les codes de bruit, car le détecteur présenté n'est pas adapté pour les traiter.

Toute distribution qui retourne une cartographie en temps-fréquence à partir de laquelle il est possible de mener une détection de signal se révèle très utile pour mener conjointement ou pour faciliter les mesures de temps d'arrivée, de largeur d'impulsion, de la fréquence centrale,... Par

ailleurs, la littérature scientifique abonde de distributions temps-fréquence pour mener des reconnaissances de formes d'onde [7, 57, 58, 59, 60]. Ces articles mettent en évidence des stratégies issues de l'Intelligence Artificielle pour classifier les signaux détectés. Cependant, les méthodes abordées sont performantes sous les hypothèses de détection ayant eu lieu en amont, d'impulsion unique dans la bande-passante étudiée (qui peut être relativement grande par ailleurs, donc rendant peu crédible l'hypothèse monosignal). Pour ces méthodes, il est hors de question d'ajouter une classe 'bruit' tout en maintenant les performances annoncées dans les articles, classe qui est nécessaire pour autoriser la détection conjointe à la reconnaissance de formes d'onde. Si on souhaite prendre en compte le fait que plusieurs impulsions puissent être présentes, alors il devient compliqué d'utiliser des méthodes plébiscitées comme le *Convolution Neural Network* (CNN) ou réseau de neurones convolutifs. En effet, il faut alors proposer une classe pour chaque combinaison possible de formes d'onde que l'on est susceptible de rencontrer dans la fenêtre d'étude, augmentant d'autant les chances de se tromper.

Ainsi, la problématique à laquelle souhaite répondre ce chapitre est : "est-il possible de définir un détecteur basé sur une distribution temps-fréquence capable d'opérer une détection d'une impulsion complète (en la désignant telle quelle) pour les formes d'onde d'intérêt pour des faibles SNR d'entrée?", sachant que s'il est possible de définir un tel détecteur, avec des performances supérieures aux performances usuelles des systèmes ESM sur ces formes d'onde, alors il sera possible d'utiliser l'abondance de la littérature scientifique sur la reconnaissance de formes d'onde ([7, 57, 58, 59, 60], à titre d'exemples).

Pour ce faire, nous choisissons de relier cette problématique aux éléments vus dans le chapitre 3 sur la détection optimale. De manière générale, nous savons que tout signal réel est décomposable en série de Fourier. Par conséquent, la transformée de Fourier (TF) donne une RTF du signal. Cependant, nous avons vu que pour définir un détecteur optimal, il ne suffit pas d'avoir une base de décomposition, il faut connaître la façon dont va se répartir l'énergie dans chacune des composantes. Dans le cadre ESM, ceci n'est pas envisageable, puisque le signal est inconnu. La seule solution qui permette d'atteindre l'optimalité de la détection si l'on ne connaît pas le signal est que ce dernier soit stationnaire (fréquence constante) sur la durée d'intégration (si l'on travaille avec une TF), ce qui revient à avoir la totalité de l'énergie du signal qui se concentre sur une composante de la base de décomposition. Or, les formes d'onde d'intérêt ne sont pas nécessairement stationnaires pour toutes les durées d'intégration souhaitées (cf. tableau 2.9 pour se remémorer les expressions analytiques de ces formes d'onde).

Nous proposerons, dans ce chapitre, un détecteur opérant des intégrations intra-impulsions cherchant à maximiser à chaque intégration individuelle l'hypothèse de stationnarité, autorisant la prédétection de cases RTF, avant d'opérer la détection sur une hypothèse d'impulsion reconstruite à partir des prédétections.

## 4.2 Les distributions T-F envisageables

Les distributions T-F sont très variées et n'ont pas toutes les mêmes caractéristiques. Dans le chapitre 3, nous nous étions focalisées sur les distributions bilinéaires respectant la classe de Cohen. La WV a été choisie pour mener l'étude du détecteur optimal en RTF. Nous y avons notamment tracé l'auto-WV sur le signal bruité comme détecteur envisageable pour l'interception en dehors de la recherche forcée de structures déterministes précises avec des paramètres à tester. Elle définit alors un détecteur quadratique, avec des performances de détecteur quadratique (cf. chapitre 5).

Par conséquent, nous nous focaliserons sur les distributions linéaires comme les distributions relevant de la famille de la TF ou de la transformée en ondelettes (abrégiée en WT pour *Wavelet Transform*). Ces distributions sont très utilisées pour la reconnaissance de formes d'onde [7, 58, 59, 60, 57].

### 4.2.1 La transformée de Fourier court terme

Pour obtenir une représentation temps-fréquence à partir de la TF, la solution la plus simple consiste à utiliser la transformée de Fourier court terme, que l'on trouve abrégée en STFT selon l'acronyme anglais de *Short Term Fourier Transform* dans la littérature et dans ce mémoire par la suite.

Elle se définit comme :

$$\begin{aligned} V_x(t, f, w) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)w(\tau - t)e^{-i2\pi f(\tau-t)} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau + t)w(\tau)e^{-i2\pi f\tau} d\tau \end{aligned} \quad (4.1)$$

où  $w$  est une fenêtre de pondération normalisée. La RTF définie par  $|V_w(t, f)|^2$  pour tout  $t$  et pour tout  $f$ , est appelée le spectrogramme de  $x$ . Remarquons que le signal  $x(t)$  est directement estimable en appliquant un équivalent de la TF inverse :

$$x(t) = \frac{1}{w(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} V_x(t, f) df \quad (4.2)$$

L'intérêt de la STFT est celui de la TF, à savoir sa linéarité, et celle de proposer une base de décomposition du signal sur les exponentielles complexes. Le signal se concentre à une fréquence donnée uniquement si l'hypothèse de stationnarité du signal est vérifiée. Pour ce faire, la seule solution consiste à limiter la durée d'intégration à une fraction de la durée d'impulsion.

Nous verrons à la sous-section 4.2.3 une distribution qui autorise le relâchement de l'hypothèse de stationnarité du signal.



### 4.2.2 Discussion sur la transformée en ondelettes

On rappelle la définition de la transformée en ondelettes (WT) :

$$\mathcal{W}_x(a,t) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h^* \left( \frac{\tau - t}{a} \right) d\tau \quad (4.3)$$

où  $a > 0$  et  $h$  une fonction telle que  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{h}|^2(f) df < \infty$ , où  $\tilde{h}$  est la TF de  $h$ .

La WT est pertinente si l'on recherche des signaux qui, projetés sur  $h$ , concentrent une grande partie de son énergie dessus. Si l'on ne connaît pas  $a$ , il est toujours possible d'imposer sa recherche parmi un intervalle, voire d'utiliser l'algorithme de FFT si  $h$  est de la famille exponentielle. On peut alors imposer la recherche de  $h$  et estimer  $a$ , que l'on relie aux paramètres des signaux.

Malgré le fait que la WT généralise d'une certaine façon la TF. Dans notre cas de figure, puisque la base des exponentielle complexe forme déjà la base la plus optimale pour projeter des signaux qui sont toujours décomposables en somme de signaux élémentaires contenant une exponentielle complexe, travailler avec la WT n'apporte pas d'intérêt particulier par rapport aux distributions associées à la TF.

### 4.2.3 La transformée de Fourier à compression synchronisée

Un signal à plusieurs composantes se définit en toute généralité comme :

$$s(t) = \sum_k A_k(t) e^{i\Phi_k(t)} \quad (4.4)$$

dont on cherche à faire apparaître les composantes de la manière la plus compacte et la plus résolue possible. Dans l'hypothèse où les modulations du signal existent et vérifient  $\Phi''(t) < \epsilon$ ,  $\epsilon \in \mathbb{R}$ , on a, autour de l'instant  $t_0$  :

$$s(t) \approx \sum_k A_k(t_0) e^{i(\Phi_k(t_0) + \Phi'_k(t_0)(t-t_0))} \quad (4.5)$$

Avec un tel modèle du signal, on quitte l'hypothèse de la stationnarité du signal ou hypothèse de la fréquence constante, même localement. Dans [61], les auteurs montrent qu'il est possible de définir la "transformée de Fourier à compression synchronisée" ou FSST pour *Fourier-based SynchroSqueezing Transform*, afin de représenter un signal suivant ce modèle avec le minimum d'étalement du signal dans la RTF. La FSST se définit comme :

$$F^{\gamma_d, \rho}(t, f) = \frac{1}{w(0)} \int_{|V_x(t, f, w)| > \gamma_d} V_x(t, f, w) \frac{1}{\rho} h \left( \frac{2\pi(f - \hat{f})}{\rho} \right) df \quad (4.6)$$

où  $\rho$  définit la précision et  $\gamma_d$  le seuil de détection et

$$\begin{aligned}\hat{f} &= \operatorname{Re} \left( \frac{1}{2i\pi} \frac{\partial}{\partial t} V_x(t, f, w) \right) \\ &= \operatorname{Re} \left( f - \frac{1}{2i\pi} \frac{V_x(t, f, \frac{\partial w}{\partial t})}{V_x(t, f, w)} \right)\end{aligned}\quad (4.7)$$

$w$  est la fenêtre de pondération de la STFT  $V_x$  et  $h$  définit une fonction normalisée à support compact.

On peut illustrer la FSST et la comparer à la STFT sur une impulsion de Barker 13 et un chirp, dont les paramètres sont identiques à ceux du chapitre 3 (cf. figure 4.1). Pour rappel, le SNR des signaux à l'entrée des distributions vaut -12 dB, une case de la RTF est obtenue sur l'intégration sur 1  $\mu$ s et la fréquence d'échantillonnage complexe est de 256 MHz. Les deux calculs s'opèrent sur des fenêtres de Kaiser de 256 échantillons d'extension, et sont calculées pour tout échantillon temporel (fenêtre glissante).

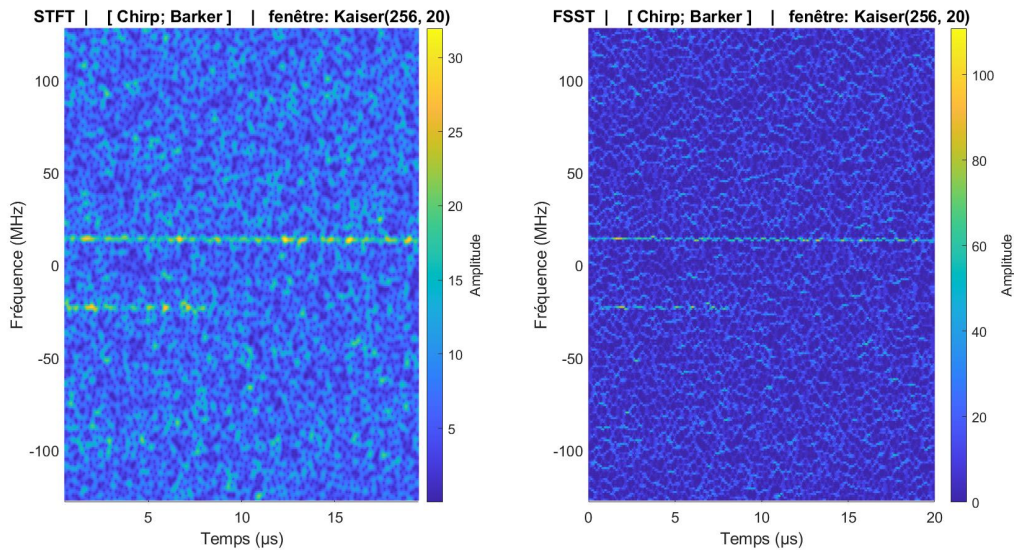


FIGURE 4.1 – Comparaison des résultats donnés par la STFT et la FSST

On observe que les signaux obtenus sont mieux résolus avec la FSST, et l'énergie est mieux concentrée (amplitude maximale qui passe de 32 à 110). Les estimations des paramètres comme la durée d'impulsion, le temps d'arrivée ou de la fréquence en sont facilitées. Néanmoins, le bruit devient corrélé dans chaque case de la RTF, compliquant le calcul de la fausse alarme par des moyens analytiques. Ces corrélations de la RTF font apparaître ce que l'on pourrait appeler des "tavelures" ou "speckle", par analogie à l'optique. Pour opérer la détection et pouvoir descendre en SNR, une solution consiste à changer d'échelle et à opérer la caractérisation de la texture.

Le changement d'échelle se traduit par la sélection d'un groupe de cases de taille prédéterminée de la RTF sur lequel on opère les calculs de caractérisation de la texture. Pour ce faire, on peut faire appel à des méthodes statistiques (variance, entropie,...) ou bien utiliser des méthodes spécifiques comme la Gray-Level Co-Occurrence Matrix, afin de pouvoir prendre une décision de détection [62, 63]. Nous verrons dans le chapitre 6 une méthode qui permet de décider la détection ou non fonctionnelle sur un groupe de cases RTF, tout en autorisant le calcul du taux de fausse alarme (mais sans spécifier spécifiquement l'emplacement de ces cases).

Dans la suite du chapitre, la FSST ne sera pas utilisée. En effet, nous choisissons d'analyser une méthode basée sur la détection initiale de cases où la probabilité de fausse alarme est calculable. L'étude de la FSST comme détecteur pour la GE pourra faire l'objet de recherches ultérieures, via des méthodes de deep learning notamment ou l'étude des textures.

### 4.3 Le détecteur par fusion intra-impulsion de détections élémentaires localisées FIDEL

Dans cette section, nous proposons un détecteur fonctionnant à partir d'une RTF à l'entrée, et qui retourne une RTF de même dimension, avec les impulsions détectées et séparées. Nous montrerons ensuite une solution envisageable pour opérer la reconnaissance des formes d'onde détectées à la suite du processus de détection proposé.

#### 4.3.1 Objectif et présentation du processus FIDEL

Le processus FIDEL est un ensemble d'étapes destiné à opérer la détection et la classification des cases de RTF en impulsion (ou substrat assimilable à une impulsion, à un mélange d'impulsions,...). Il est conçu pour détecter les signaux à faible voire très faible SNR, de formes d'onde appartenant aux familles de formes d'onde précitées. Le détecteur doit en outre faciliter la reconnaissance des formes d'onde ainsi que l'estimation de leurs paramètres intra-impulsion. Enfin, le détecteur doit minimiser au mieux le taux de fausse alarme, en ayant en tête un taux de l'ordre de quelques erreurs par seconde.

Le processus est présenté de manière schématique dans la figure 4.2.

Nous allons présenter dans le détail chacune de ces étapes.

#### 4.3.2 Déterminer la RTF d'entrée et ses paramètres

La distribution choisie pour calculer la RTF d'entrée est la STFT calculée pour une fenêtre de pondération rectangulaire sans recouvrement et de taille  $N_{int}$ . L'intérêt d'éviter la superposition est de limiter le nombre de calculs et les corrélations (donc la possible présence de tavelures, vues à la figure 4.1) dans la RTF, facilitant les calculs.

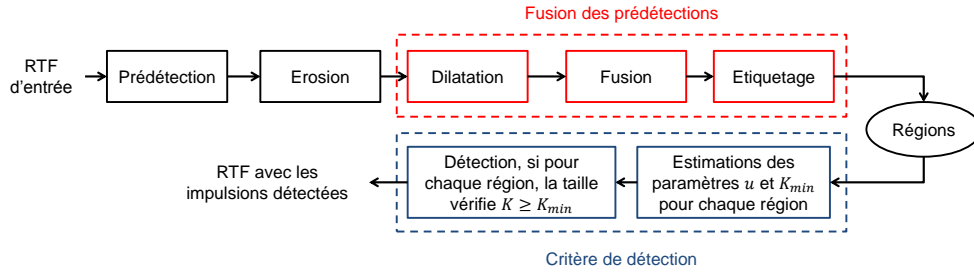


FIGURE 4.2 – Schéma présentant les étapes du processus FIDEL

La durée d'intégration utilisée pour le calcul de la RTF est le paramètre le plus important à régler, puisqu'il impacte l'ensemble du processus. On souhaite le maximiser pour augmenter le gain de chaque case RTF, tout en respectant la stationnarité autant que possible. Par ailleurs, pour pouvoir assurer le processus, il faut que l'impulsion occupe de l'ordre de 6 à 8 cases RTF minimum.

On suppose que la fréquence d'échantillonnage complexe  $f_e$  est fixée et vaut  $f_e = 256$  MHz. Le tableau 4.1 propose de calculer la limite supérieure du nombre d'échantillons que l'on peut intégrer tout en conservant l'hypothèse de stationnarité pour nos différentes formes d'onde.

| F.O.   | Paramètres limitants                                     | a.n.   |
|--------|--|--|
| MLF    | $\alpha_{\max} = 0,1 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ | $\frac{f_e}{\sqrt{\alpha}} = 800$              |
| CP     | $N_m = 13$ ; $LI_{\min} = 5 \mu\text{s}$                 | $\frac{LI_{\min}}{N_m} \cdot f_e = 100$        |
| CMP    | $LI_{\min} = 10 \mu\text{s}$                             | $LI_{\min} \cdot f_e = 2560$                   |
| NLF(*) | $B_L = 10 \text{ MHz}$ ; $B_N = 20 \text{ MHz}$          | $\frac{f_e}{B_L + \frac{2}{\sqrt{3}} B_N} = 8$ |

(\*) : on limite la partie de la forme d'onde à la partie centrale  $\left[-\frac{N_{LI}}{4}, \frac{N_{LI}}{4}\right]$

TABLEAU 4.1 – Calculs du nombre maximal d'échantillons à intégrer pour conserver l'hypothèse de stationnarité. La fréquence d'échantillonnage complexe est  $f_e = 256$  MHz

Pour la suite, nous choisirons de présenter chaque étape du processus à l'aide d'une simulation faisant intervenir les signaux présentés dans le chapitre 3, au tableau 3.1. On rappelle que le SNR d'entrée est de -12 dB, de LI comprise entre 7,6 et 15  $\mu\text{s}$ . On retire le signal MLF de l'analyse, pour des raisons qui seront exposées à la fin de la présentation du processus FIDEL. On choisit une durée d'intégration de 1  $\mu\text{s}$ , soit de 256 échantillons. Dans une telle configuration, on observe que les signaux MLF et CMP sont bien stationnaires à chaque intégration, mais pas pour le code de Price ou le code de Barker 13.

La figure 4.3 nous montre, sur la partie de gauche, ces signaux sans bruit. A droite, on y

ajoute le bruit.

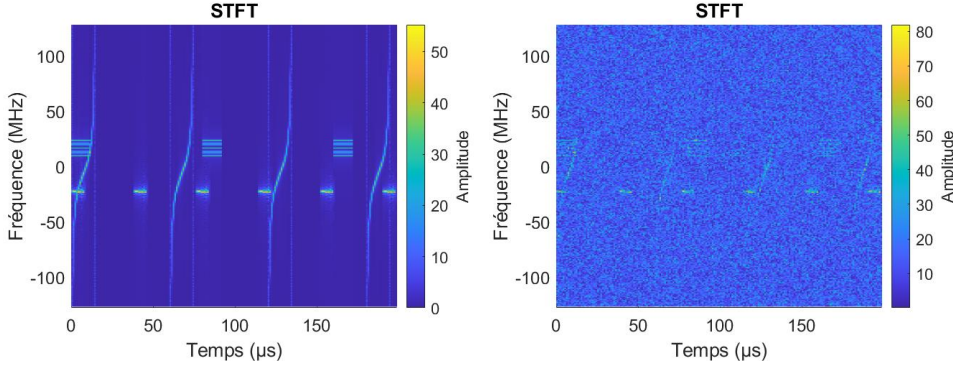


FIGURE 4.3 – RTF issue de la STFT initialisant le détecteur FIDEL pour  $f_e = 256$  MHz, appliqué aux codes CMP, Price, Barker 13, avec et sans bruit.

Le premier élément à évoqué est que quel que soit le seuil appliqué, la reconstruction immédiate d'une impulsion est quasiment impossible, pour les niveaux de SNR analysés. En effet, si l'on applique un seuillage à  $P_{fa} = 10^{-3}$  par exemple, on obtient la figure 4.4.

On observe que dans la configuration choisie, qui constitue une borne supérieure en terme de performances puisque la PFA est très élevée par rapport à ce qui est souhaitée (valeur plus proche de  $10^{-5}$  ou  $10^{-6}$ ), les signaux CMP ne ressortent pas. Le code de Price peut être deviné visuellement, sachant ce que l'on recherche. Considérer que l'on ne peut le détecter de manière robuste relève de l'évidence avec ce résultat sous les yeux. Le code de Barker est visible, avec la possibilité de pouvoir mener des mesures sur chaque impulsion de fréquence centrale, voire des estimations grossières de LI et de temps d'arrivée. En synthèse de cette observation, l'application d'un seuil de décision suivie d'une étape de reconnaissance des formes d'onde est une méthode très limitée à très faible SNR.

### 4.3.3 Étape de simplification de la RTF par la prédétection

La première étape consiste à appliquer un seuil de prédétection à la figure de droite de 4.3. Ce seuil est calculé à partir de l'équation (3.23) vue dans le chapitre 3 :

$$\gamma_{\text{predet}} = \sqrt{-N_{\text{int}} \sigma^2 \ln(P_{fa, \text{predet}})} \quad (4.8)$$

Le seuil de prédétection est choisi intentionnellement très bas, donc à probabilité de fausse alarme très haute, au niveau de chaque case RTF. On obtient les graphiques 4.5 avec  $P_{fa, \text{predet}} = 0,1$ . Le seuil de prédétection étant très bas, on conserve en grande partie les signaux à très faible SNR, quitte à devoir conserver beaucoup de bruit pour cela. Parmi l'ensemble des détections issues de la première étape, les cases RTF isolées ne vont pas avoir de signification pour nous. En effet, on

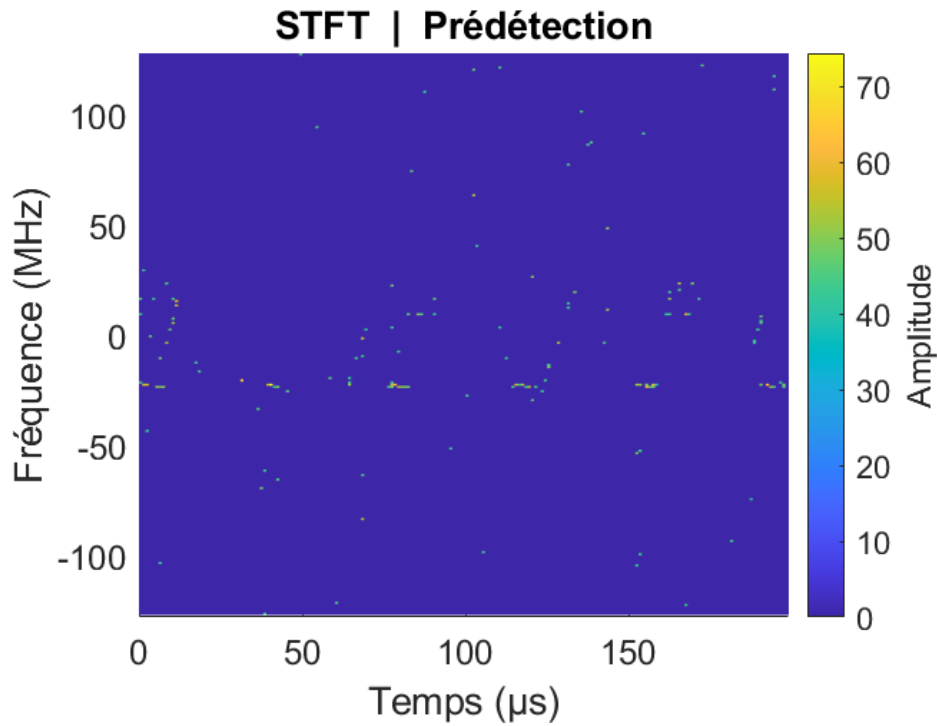


FIGURE 4.4 – Détection CFAR à partir de la RTF définie pour FIDEL -  $P_{fa,pre\text{det}} = 10^{-3}$

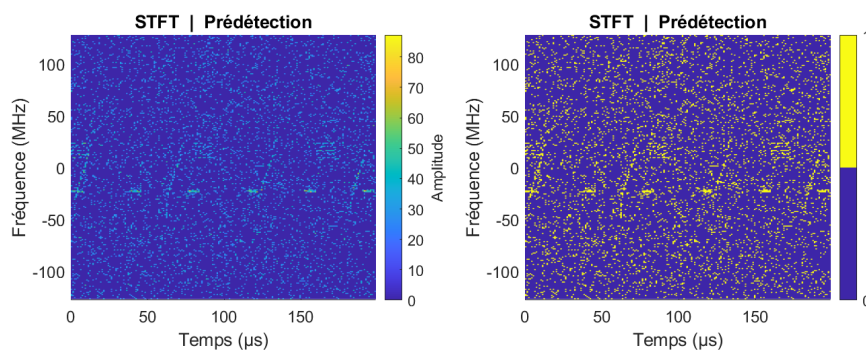


FIGURE 4.5 – Étape de prédétection sur la RTF d'entrée. A gauche, avec les valeurs d'amplitude de chaque case supérieures au seuil  $\gamma_{pre\text{detect}}$ . A droite, l'ensemble des cases détectées (représentation binaire : toutes les cases détectées sont égales à 1, les autres à 0)

rappelle que l'on suppose que le signal radar occupe a minima 6-8 cases de RTF. Par ailleurs, on y adjoint une hypothèse de localité dans la RTF. Par conséquent, les détections isolées sont considérées comme relevant du bruit, nécessitant dès lors une étape d'érosion pour les éliminer. Le calcul appliqué consiste à convoluer chaque élément de la RTF prédétectée  $R_{\text{predet}}$  par le filtre  $f_0$  défini comme :

$$f_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

L'opération de type "érosion" appliquée consiste à réaliser le calcul suivant :

$$R_{\text{erod}} = \text{conv}(R_{\text{predet}} > 0, f_0) \odot (R_{\text{predet}} > 0) \quad (4.10)$$

où  $\odot$  correspond au produit d'Hadamard, i.e. au produit terme à terme des coefficients de deux matrices de dimensions identiques. Avant d'expliquer l'origine de la relation (4.10), appliquons-

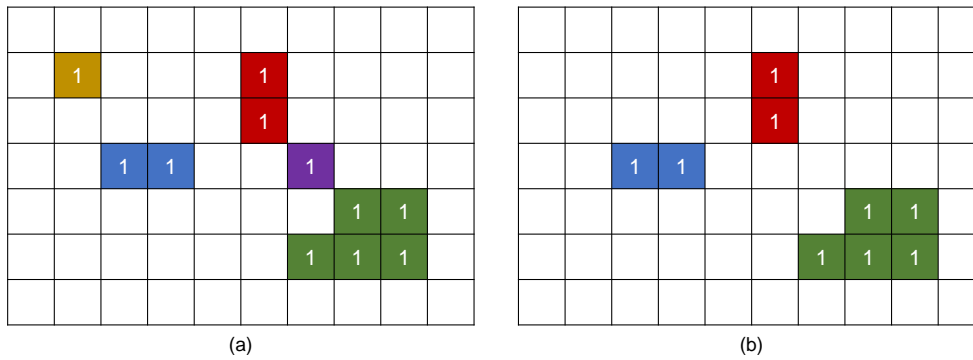


FIGURE 4.6 – Illustration du principe de l'érosion. (a) correspond à  $R_{\text{predet}} > 0$  et (b) à la sortie  $R_{\text{erod}}$

nous à l'expliquer. L'objectif de cette opération consiste à supprimer un sous-ensemble des prédétections qui ne relèvent pas du signal, le sous-ensemble des prédétections, que l'on peut définir comme isolées. Par ailleurs, l'hypothèse sous-jacente sur laquelle repose cette hypothèse d'isolement relatif est que le détecteur est défini de telle manière que l'impulsion radar occupe plusieurs cases RTF (au moins 6 cases RTF), ayant un caractère continu ou quasi-continu (on accepte qu'il y ait des "trous" - dont la taille maximale est fixée par un critère de fusion qui sera vu ultérieurement). Cette opération peut être qualifiée de recherche d'autres cases prédétectées au voisinage immédiat (en 4-connexité, cf. figure 4.7) de chaque prédétection. Si la case prédétectée possède au moins un voisin, elle est conservée. La figure 4.6 illustre le principe général de la méthode. Si une case possède un voisin en 4-connexité, alors elle est conservée. C'est le cas du groupe de cases bleues, rouges et vertes. Les cases jaune et violette sont supprimées car ne possèdent pas de voisins en 4-connexité. Enfin, le produit d'Hadamard du résultat de la

convolution avec la RTF prédétectée permet d'éliminer les cases qui ressortent non nulles alors qu'elles n'ont pas été prédétectées.

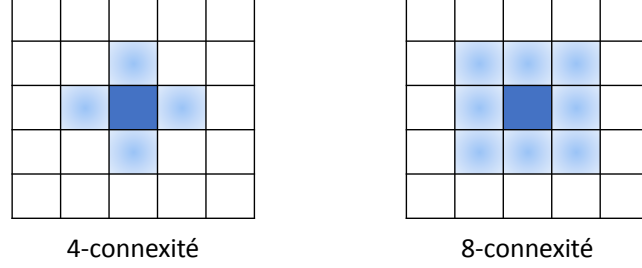


FIGURE 4.7 – Illustration de la 4 et 8-connexité

Sur la figure 4.8, on rappelle à gauche le résultat de la prédétection. On y applique l'érosion, ce qui donne la figure de droite. On y élimine l'ensemble des prédétections isolées en 4-connexité.

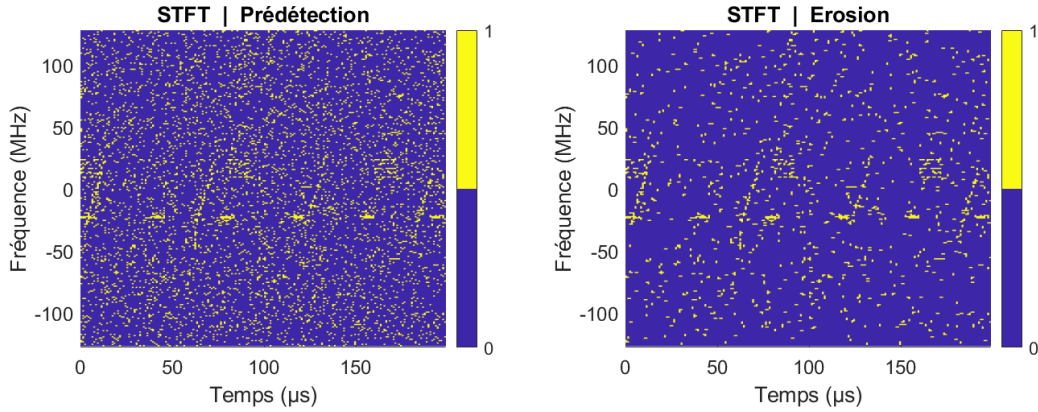


FIGURE 4.8 – Érosion de la RTF prédétectée  $R_{\text{predet}}$

Arrêtons-nous un instant sur la méthode qui permet de définir le filtre  $f_0$ . Le calcul analytique de la probabilité de conserver la case prédétectée  $r_{ij} = R_{\text{predet}}(t_i, f_j)$  concernée issue d'une série de fausse alarme, où  $(i, j) \in \llbracket 1, N_{ct} \rrbracket \times \llbracket 1, N_{int} \rrbracket$ , est donnée par la loi binomiale :

$$\begin{aligned} P_{\text{csv}}(r_{ij}) &= \sum_{K=1}^N \binom{N}{K} p^K (1-p)^{N-K} \\ &= 1 - (1-p)^N \end{aligned}$$

où  $r_{ij}$  est une case supposée prédétectée,  $N$  définit son entourage ("le nombre de 1 contenu dans le filtre  $f_0$ "),  $K$  le nombre de cases prédétectées dans le voisinage et  $p = P_{\text{fa, predet}}$ . Quelques



applications numériques, présentées dans la table ci-contre, permettent de se rendre compte de l’impact de la taille de l’entourage (ne dépendant pas de la répartition géométrique). On observe

| $N$ | $p$  | $P_{\text{csv}}(r_{ij})$ |
|-----|------|--------------------------|
| 2   | 0,1  | 0,190                    |
| 4   | 0,1  | 0,344                    |
| 8   | 0,1  | 0,570                    |
| 4   | 0,01 | 0,0394                   |
| 8   | 0,01 | 0,0773                   |

TABLEAU 4.2 – Quelques applications numériques de la probabilité de conserver des fausses alarmes après l’étape d’érosion

que pour  $N = 4$  et  $p = 0,1$ , qui correspond au filtre défini  $f_0$ , on élimine de l’ordre de 65% des fausses alarmes issues de la prédétection. A  $p$  fixée, on gagnerait à diminuer le nombre de cases pris en compte pour limiter la chance qu’une autre fausse alarme ait lieu. Cependant, les considérations géométriques entrent alors en compte. On pourrait proposer le filtre  $f_{hor} = [1, 0, 1]$ , qui recherche les voisins horizontaux immédiats à la case prédétectée  $r_{ij}$ , ce qui permettrait de conserver les détections des formes d’onde qui sont stationnaires ou quasi-stationnaires. Mais dans ce cas de figure, on se retrouve dans la situation où les formes d’onde non-linéaire en fréquence ou non stationnaires risquent d’être éliminées. Le filtre  $f_0$  est un compromis entre la nécessité d’éliminer le plus grand nombre de fausses alarmes grâce à la mise en relation des cases prédétectées avec son voisinage (temporellement et fréquentiellement) et la nécessité de conserver la composante verticale de la RTF pour prendre en compte l’occupation fréquentielle du signal (sous réserve que le signal soit prédétecté dans toutes ses composantes d’intérêt).

Enfin, on peut faire évoluer  $p$  de manière à faire chuter drastiquement  $P_{\text{csv}}(r_{ij})$ . Cependant, tout l’intérêt de la méthode est d’aller le plus loin possible dans le bruit pour y extraire le maximum de signaux LPI. Ainsi, une probabilité de fausse alarme de prédétection de 0,1 est choisie.

#### 4.3.4 L’étape de régionalisation

Cette étape définit les régions et les distingue les unes des autres.

Elle consiste en un calcul de fusion par proximité en 4-connexité des cases prédétectées jusqu’à deux cases de distance dans la direction horizontale ou verticale. La dilatation s’opère avec le filtre  $f_1$ .

$$f_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Cette étape est aussitôt suivie de l’étiquetage de chaque région définie par 4-connexité à partir

de la dilatation qui précède. La figure 4.9 illustre le processus décrit. Sur la figure (a), on y observe qu'à chaque case est associée son adhérence en 4-connexité en flou. La figure (b) montre le résultat de la coagulation (ou fusion) et de l'étiquetage. La coagulation tient compte de l'adhérence pour définir la nouvelle région, par 4-connexité également. Enfin, l'étiquetage attribue à chaque région nouvellement définie son numéro.

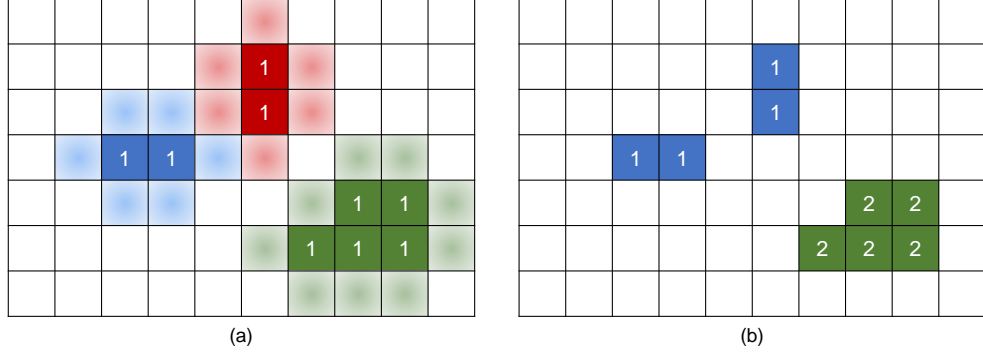


FIGURE 4.9 – Illustration du principe de dilatation et de coagulation. (a) correspond à la dilatation et (b) à la coagulation par 4-connexité des régions dilatées et à l'étiquetage des régions nouvellement définies

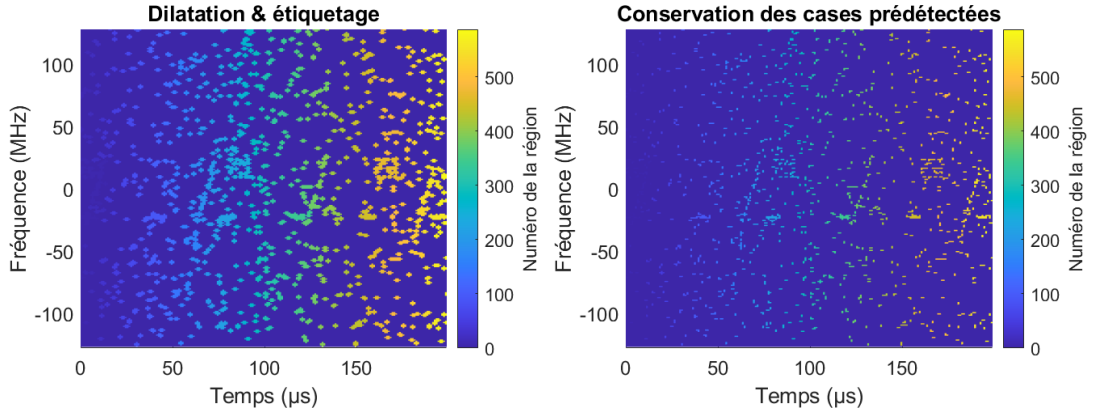


FIGURE 4.10 – Agrégation des prédétections par critère géométrique de 4-connexité appliquée à la dilatation par 4-connexité

La probabilité  $P_a$  qu'un groupe de cases RTF adjacentes en 4-connexité noté  $g_r$  issues de la fausse alarme grossisse par cette méthode est calculable.

$$\begin{aligned}
 P_a(g_r) &= \sum_{k=1}^{N_z(g_r)} \binom{N_z(g_r)}{k} p_{\text{er}}^k (1 - p_{\text{er}})^{N_z(g_r)-k} \\
 &= 1 - (1 - p_{\text{er}})^{N_z(g_r)}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

DIFFUSION RESTREINTE

où  $p_{er} = P_{csv} \cdot P_{fa,pre-det}$  est la probabilité de conserver la fausse alarme après l'étape d'érosion,  $N_z(g_r)$  est le nombre d'échantillons qui définit la zone où doit apparaître la ou les cases qui sont agrégées (adhérence de l'adhérence, en 4-connexité toujours).

La figure 4.10 illustre, sur le graphique de gauche, le résultat de l'étape de dilatation-fusion suivie de l'étiquetage. L'algorithme de l'étiquetage consiste à répéter deux étapes jusqu'à avoir étiqueté l'ensemble des cases détectées de la RTF. Ces étapes sont :

- Chercher la case RTF suivante qui n'est pas étiquetée (germe)
- appliquer un algorithme de remplissage par diffusion (flood-fill algorithm), dont le travail est facilité par la binarisation de la RTF

La figure de droite de 4.10 montre le résultat après avoir éliminé l'ensemble des cases non détectées par l'étape de prédétection (issues de l'adhérence nécessaire à la fusion). On se retrouve donc avec autant d'impulsions possibles qu'il y a d'étiquette, et ce par construction géométrique.

On peut calculer la probabilité qu'un groupe de prédétections  $g_r$  issu de fausses alarmes voit sa taille augmenter par les étapes de dilatation-fusion et d'étiquetage. Comme on ne peut pas connaître a priori la taille de la zone RTF à traiter, on suppose que cette dernière est égale à la taille de la région définie par les étapes que l'on vient d'évoquer, agrandie de son adhérence en 4-connexité. On pose  $N_{g_r} = K_{g_r} + \bar{K}_{g_r}$ . ce nombre de cases d'intérêt. Cela définit une zone dans laquelle on suppose que se situe le signal. En considérant qu'à l'intérieur de cette zone, le tirage case à case est indépendant (ce qui est strictement vrai lorsqu'il n'y a pas superposition des échantillons intégrés sur chaque case de RTF, et avec la STFT par exemple), alors la probabilité de fausse alarme est égale à la probabilité  $P_a(g_r)$  . par  $P_a(g_r) \times \binom{N_{g_r}}{K_{g_r}} p^{K_{g_r}} (1 - p)^{N_{g_r} - K_{g_r}}$  où  $N_{g_r} = K_{g_r} + \bar{K}_{g_r}$ , en supposant la région mesurée,  $\bar{K}_{g_r}$  étant l'adhérence (en 4-connexité) de  $K$ .

La dépendance de  $N_z$  à la géométrie de  $g_r$  s'illustre aux travers des cas présentés dans la figure 4.11. Les cases prédétections adjacentes sont en bleu foncé. Son adhérence est représentée en bleu clair. En orange, la zone de taille  $N_z$  où doit se situer au moins une case prédétection ou bien l'adhérence associée à une case prédétection située au-delà, afin d'autoriser la région à grandir. La géométrie linéaire correspond à la géométrie qui donne un  $N_z$  le plus grand possible pour un  $K$  donné. La géométrie carré donne le  $N_z$  le plus faible à  $K$  donné.

| $K$ | Géométrie | $N_z$ | $P_a$ |
|-----|-----------|-------|-------|
| 2   | linéaire  | 8     | 0,244 |
| 3   | "L"       | 11    | 0,320 |
| 3   | linéaire  | 12    | 0,343 |
| 6   | rectangle | 14    | 0,387 |
| 6   | linéaire  | 18    | 0,468 |

TABLEAU 4.3 – Applications numériques de la probabilité pour un groupe de prédétections de grandir

DIFFUSION RESTREINTE

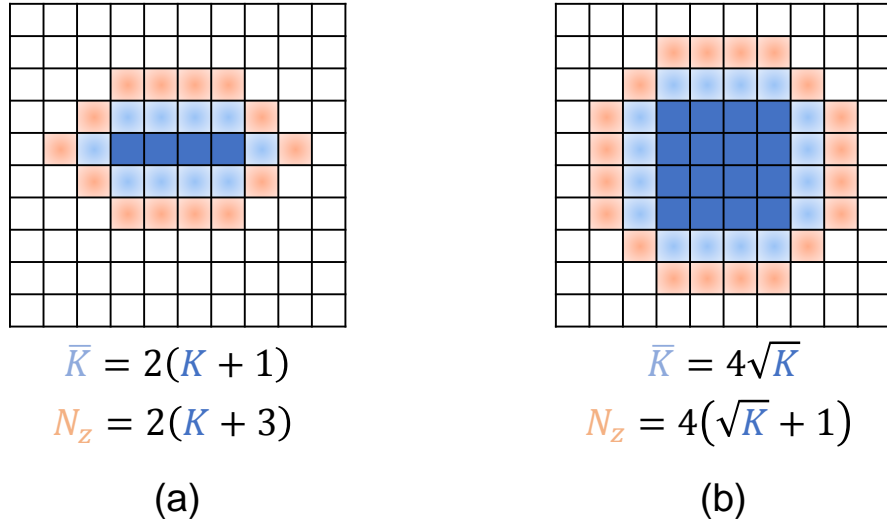


FIGURE 4.11 – Impact de la géométrie sur la définition de  $N_z$ . La géométrie linéaire est présentée en (a), le carré en (b)

#### 4.3.5 Le critère de détection

Le critère de décision de conservation des régions étiquetées précédemment est le coeur du processus de FIDEL. Nous allons présenter dans un premier temps la procédure qui permet de conserver les régions que l'on estime être du signal des autres régions. Dans un deuxième temps, nous donnerons le raisonnement adopté pour arriver à celle-ci.

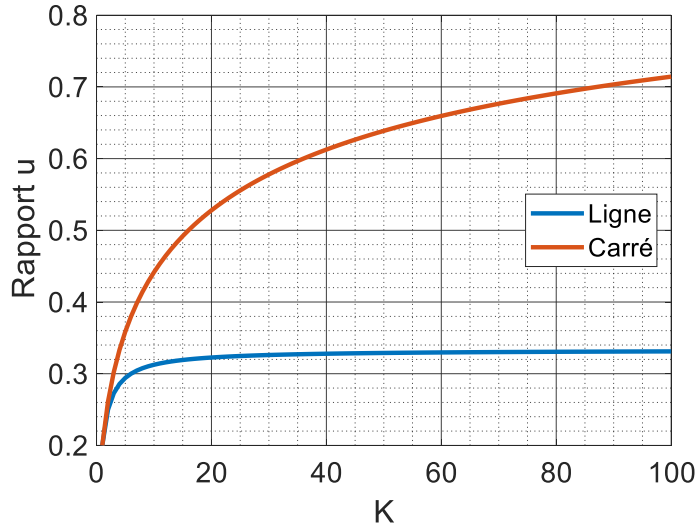
#### La procédure de détection

Le seuil de détection consiste en un calcul du nombre minimal de prédétections nécessaires  $K_{\min}$ . On suppose que la région mesurée d'intérêt a un nombre de prédétections  $K$ . En fonction de la géométrie de cette dernière, son adhérence  $\bar{K}$  n'aura pas nécessairement la même taille, et donne  $N_r = K + \bar{K}$ .

On définit le rapport  $u = \frac{K}{N_r}$  qui est le paramètre de la dépendance à la géométrie et interprétable comme une densité, comme l'illustrent les figures 4.11 et 4.12. Les graphiques associés à la géométrie linéaire et carré, qui forment les deux extrema possibles suivant  $u$  sont présentés en figure 4.12.

En choisissant un intervalle de prédétections d'intérêt, ie  $\llbracket K_{\inf}, K_{\sup} \rrbracket$ , on se retrouve avec un intervalle de  $u$  possibles  $u \in \llbracket u_{\inf}, u_{\sup} \rrbracket$ . En utilisant les formules précédentes, on montre que  $u_{\inf} = 0,2$  et  $u_{\sup} = 0,67$  si on choisit  $K_{\sup} = 64$  (cas très peu probable avec le bruit seul!).

A partir de  $u_{\text{mes}}$ , on peut calculer une probabilité de fausse alarme assimilée  $P_{\text{fa,hyp}}$  liée à une fenêtre de taille  $N_r$  contenant les  $K$  prédétections, dans laquelle la contrainte géométrique est


 FIGURE 4.12 – Tracés du rapport  $u$  pour deux configurations géométriques

relâchée. Cette PFA assimilée se comporte physiquement comme une PFA, mais sa formulation est nécessairement approximative. Nous verrons par la suite l'écart que l'on peut obtenir. Son expression approximative vaut :

$$P_{\text{fa,hyp}} = \sum_{k=K}^{N_r} \binom{N_r}{k} p^k (1-p)^{N_r-k} \quad (4.13)$$

où  $p$  est la PFA de prédétection  $P_{\text{fa,predet}}$ .

Pour déterminer le nombre minimal de prédétections nécessaires  $K_{\min}$  dans la configuration  $\mathbf{u}_{\text{mes}}$ , on trace le graphique présenté dans la figure 4.13. On propose divers  $\mathbf{u}_{\text{mes}}$  compris dans l'intervalle d'intérêt. On se donne une valeur paramétrique  $P_{\text{fa,param}} = 10^{-9}$  (réglée par rapport aux résultats que l'on obtient). La valeur  $K_{\min}$  vérifie  $P_{\text{fa,param}} = f(K_{\min})$ .

Il ne reste plus qu'à conserver chaque région vérifiant  $K \geq K_{\min}$ .

### Origine de la procédure de détection

Pour justifier l'utilisation de l'équation (4.13), il faut analyser le cas de la détection de formes d'onde dont on suppose connues leur répartition géométrique et leur extension dans la RTF. On suppose notamment que la fenêtre contenant les formes d'onde est connue et vaut  $N$  cases RTF.

Alors, la probabilité de détection vaut :

$$P_d = \begin{cases} 0 & \text{si } N < N_d \\ \sum_{k=N_d}^N \binom{N}{k} p_d^k (1-p_d)^{N-k} & \text{si } N \geq N_d \end{cases} \quad (4.14)$$

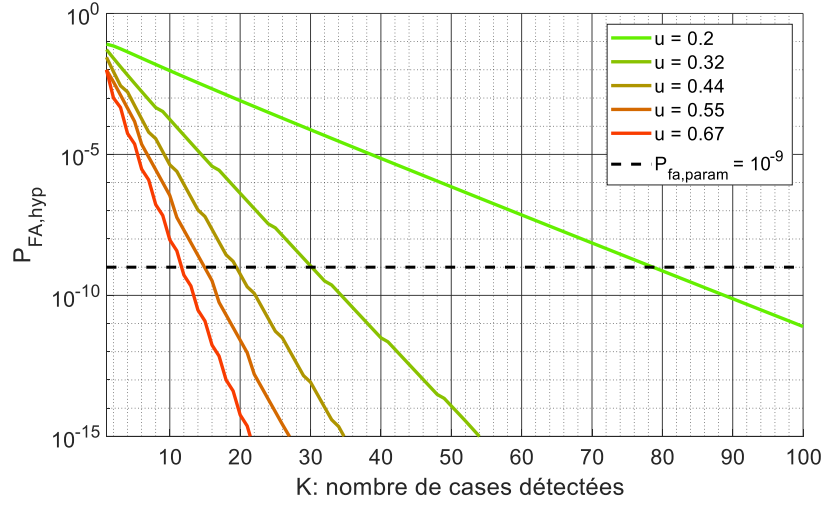


FIGURE 4.13 – Tracés de la PFA approchée  $P_{fa,hyp}$  en fonction du paramètre  $P_{fa,param}$

où  $p_d$  est la probabilité de prédétection du carré du module d'une case RTF contenant du signal, et vaut :

$$p_d = Q_1 \left( \sqrt{2 N_{int} SNR_{in}[i,j]}, \frac{\sqrt{2} \gamma_{predet}}{\sigma \sqrt{N_{int}}} \right) \quad (4.15)$$

en supposant la stationnarité du signal.  $SNR_{in}[i,j]$  est le SNR du signal pour chaque échantillon temporel de durée  $\frac{1}{f_e}$  et présent dans le canal de fréquence  $f_j = j \frac{f_e}{2N_{int}}$ . On suppose que pour tout  $(i,j)$  d'intérêt, on a  $SNR_{in}[i,j] \approx SNR_{in}$ . Remarquons qu'on peut conserver la variation du SNR et donc une  $p_d$  variable. La loi binomiale devient alors une loi multinomiale dans l'expression de  $P_d$ .

Enfin,  $N = N_d$  correspond au nombre minimal de détections à opérer afin de pouvoir identifier la forme d'onde et la détecter avec la PFA souhaitée. Ce nombre dépend en outre de la taille de la forme d'onde et de l'hypothèse de stationnarité. On en tient compte en choisissant  $f_e$  et  $N_{int}$  de façon à ce que l'extension la plus courte envisageable pour chaque forme d'onde reste détectable en vérifiant  $N = N_d$  détections. Comme il suffit de détecter  $N_d$  cases de RTF dans  $N$ , on se retrouve avec la loi binomiale. Cette dernière majore la probabilité de détection réelle car ne tient pas compte des contraintes géométriques du processus FIDEL.

Si l'on quitte l'hypothèse de la connaissance de la fenêtre dans laquelle se répartit la forme d'onde, alors on peut émettre l'hypothèse, pour toute région prédétectée, que  $N_r = K + \bar{K}$  équivaut à la fenêtre où se répartit la forme d'onde. On peut alors remplacer  $p_d$  par  $p = P_{fa,predet}$  et il ne reste que  $N_d = K_{min}$  à déterminer, selon la méthode présentée dans le paragraphe précédent, pour évaluer la potentialité de tomber sur une région issue du bruit uniquement.

### 4.3.6 Récapitulation de l’algorithme FIDEL

On propose de résumer l’ensemble des étapes de FIDEL dans l’algorithme 1.

---

**Algorithme 1** : Synthèse des opérations définissant le détecteur FIDEL

---

**Entrées** : RTF  $R$  issue d’une distribution temps-fréquence, la PFA de prédétection

$P_{fa,predest}$  et le paramètre  $P_{fa,param}$

**Sorties** : RTF  $R_{FD}$  des régions détectées et étiquetées

```

/* Prédétection */
 $r_{predest} \leftarrow R \geq \gamma_{predest}$ 

/* Érosion */
 $r_{erod} \leftarrow (\text{conv}(r_{predest}, f_0) \odot r) > 0$ 

/* Dilatation, fusion & étiquetage */
(1)  $r_{dil} \leftarrow \text{conv}(r_{erod}, f_1) > 0$ 
(2)  $r_{fus} \leftarrow$  Numéroté chaque région de  $r_{dil}$  suivant la 4-connexité
(3)  $r_{reg} \leftarrow r_{fus} \odot r_{erod}$ 

/* Critère de détection */
(1) Élimination de toutes les régions ne contenant pas a minima  $K_{min}$  associée à  $u_{max}$ 
(2) Pour chaque région  $r_{reg}$ , calculer les  $u_{mes}$  et  $K_{min}$  associés.
(3) Conserver uniquement les régions qui vérifient  $K \geq K_{min} \implies R_{FD}$ 
(4) Retourner  $R_{FD}$ 

```

---

En dehors du calcul de la RTF en amont de l’algorithme, ce dernier demande un certain nombre d’opérations dont la plus grande majorité est parallélisable de par la structure en matrice de l’objet traité et des opérations effectuées (convolutions, seuillage, produit de Hadamard). Pour fixer un ordre de grandeur, ce temps de calcul est de l’ordre de 500 ms pour un code Matlab fonctionnant sur un seul coeur et un processeur CPU à 2,5 GHz, pour traiter une RTF de taille  $256 \times 200$ .

## 4.4 Analyse des résultats et performances du détecteur FIDEL

Le détecteur FIDEL et ses différentes étapes étant définies, nous allons à présent analyser et interpréter ses performances de détection.

### 4.4.1 Résultat de FIDEL issu de la simulation

La simulation qui a servi à illustrer les étapes de FIDEL donne le résultat présenté dans la figure 4.14, pour  $P_{fa,predest} = 0,1$  et  $P_{fa,param} = 10^{-9}$ . La figure 4.15 compare l’entrée, la STFT,

à la sortie de FIDEL.

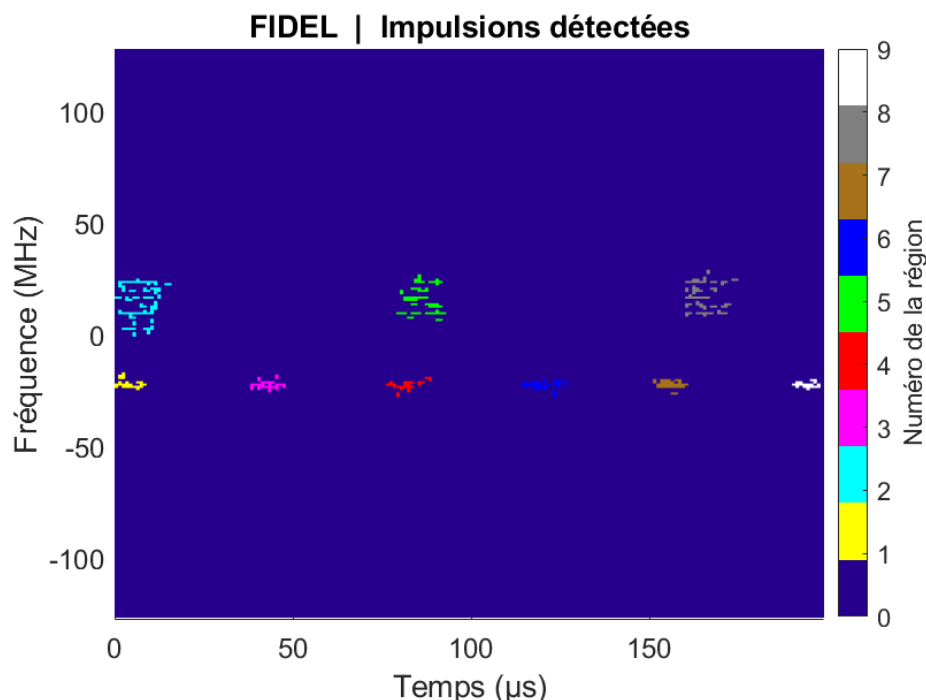


FIGURE 4.14 – Résultat de FIDEL issue de la simulation précédente, pour  $P_{fa,param} = 10^{-9}$

On observe que toutes les impulsions du CP et du CMP sont détectées. Le code de Price n'est pas conservé dans le processus, malgré un SNR d'entrée identique aux autres. Cela s'explique en partie par le fait que l'hypothèse de stationnarité n'est pas validée, et de telle façon que le spectre connaît des sauts entre les cases détectées. Or, le détecteur FIDEL étant un détecteur qui fait l'hypothèse que les impulsions des formes d'onde d'intérêt sont continues temporellement et fréquentiellement en acceptant jusqu'à deux cases de non détection ou absence de signal (dans la direction horizontale et verticale). Toute forme d'onde qui ne vérifie pas cette hypothèse sera structurellement plus difficile à voir.

Si l'on change la fréquence d'échantillonnage complexe  $f_e = 1024$  MHz en conservant tous les autres paramètres, on se retrouve avec un détecteur FIDEL capable de détecter toutes les impulsions du code de Price (cf. figure 4.16). En effet, nous nous retrouvons avec une fréquence 4 fois moins précise, ce qui permet de rapprocher les éléments sous la condition de détection. On observe alors que l'ensemble des impulsions du code de Price sont détectées, sans dégrader les détections des autres formes d'onde. Le changement de fréquence d'échantillonnage d'un facteur 4 augmente le nombre de calculs de ce même facteur en augmentant le nombre de STFT à opérer dans la dimension temporelle de ce même facteur, tout en diminuant la précision de la fréquence.

Remarquons néanmoins que si on change le paramètre  $P_{fa,param} = 10^{-6}$ , on obtient les figures



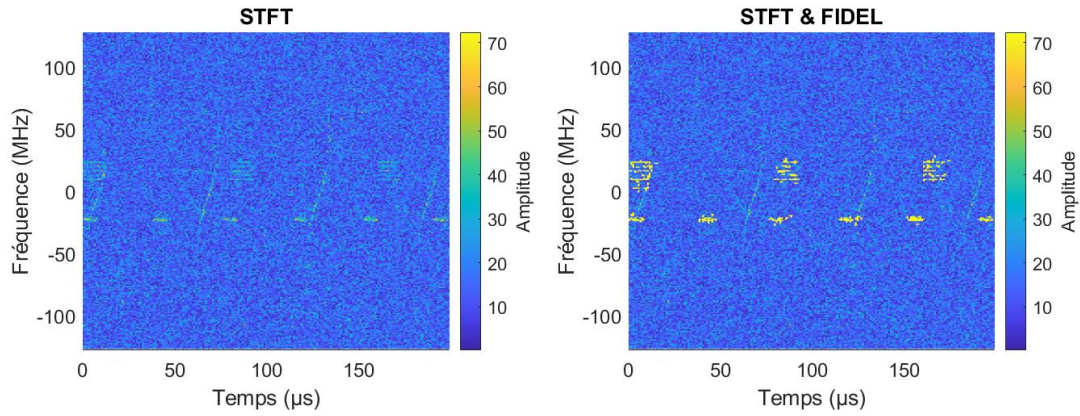


FIGURE 4.15 – Comparaison de la RTF d’entrée à la RTF de sortie pour  $P_{fa,param} = 10^{-9}$ . Les détections opérées par FIDEL sont artificiellement représentées comme des maxima de la RTF initiale

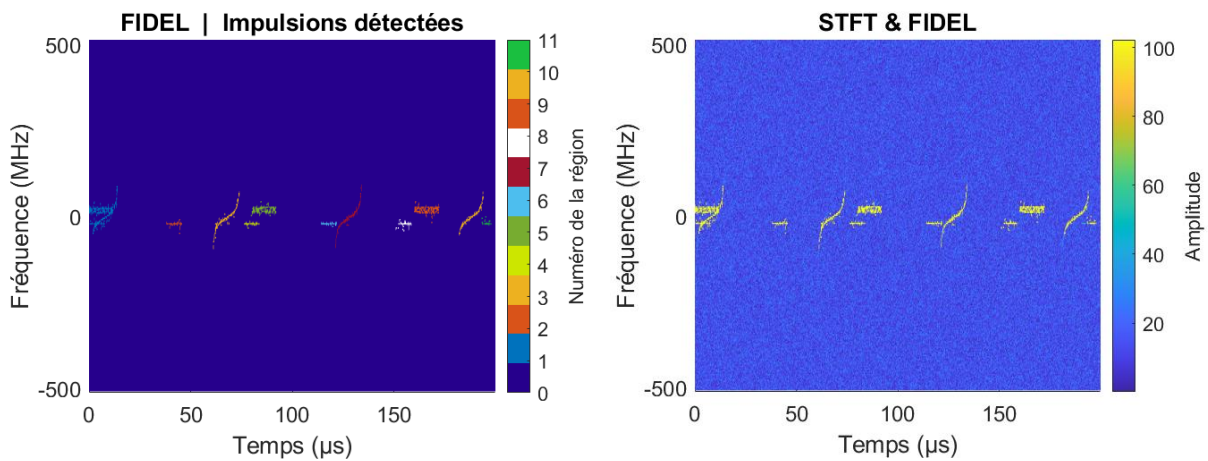


FIGURE 4.16 – Résultat de FIDEL pour une fréquence d’échantillonnage  $f_e = 1024$  MHz

4.17 et 4.18. On observe que des portions du code de Price sont détectables, et parfois agrégées à d'autres impulsions lorsque les impulsions sont suffisamment proches pour être vues comme une seule.

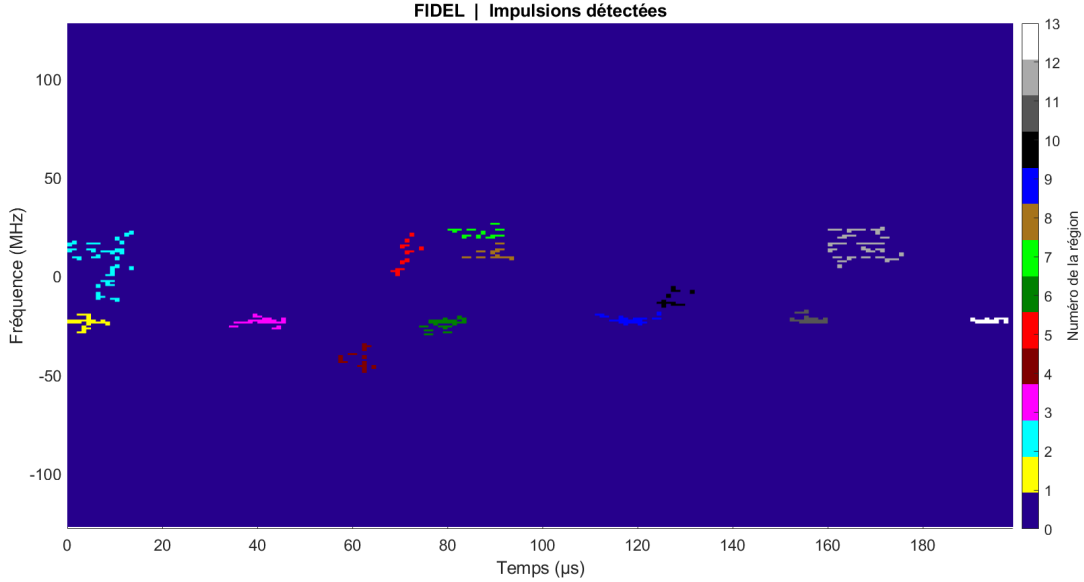


FIGURE 4.17 – Résultat de FIDEL issue de la simulation pour  $P_{fa,param} = 10^{-6}$

Le cas multisignal peut être traité sans opérations complémentaires tant que les formes d'onde ne se superposent pas ou ne se croisent dans un canal de 2 cases RTF minimum, voire un peu plus pour réduire l'impact du bruit. Cela permet de traiter les formes d'onde de type CMP qui, par conception, sont destinées à avoir des fréquences relativement proches bien qu'elles puissent être présentes sur plusieurs canaux de fréquences différentes comme simulés ici. Pour remédier aux cas de superpositions, une piste à considérer est l'utilisation de l'autocorrélation de chaque impulsion déjà identifiée pour opérer la séparation de celles qui sont mélangées. Cela suppose l'asynchronie des signaux incidents, ce qui est une hypothèse très raisonnable.

La RTF issue de FIDEL autorise la mesure de la fréquence centrale de l'impulsion et de la largeur d'impulsion de manière quasiment immédiate. Pour aller plus loin, il faut ajouter quelques opérations. On peut notamment voir que la PRI et donc la FF sont estimables à l'aide d'une autocorrélation par exemple, à condition d'avoir classifié les impulsions par radar en amont. En cumulant plusieurs mesures, il est également possible d'envisager d'estimer quelques paramètres intra-impulsions comme le paramètre  $\delta f$  pour le CMP ou la pente  $\alpha$  pour le signal MLF.

Si on ajoute le signal MLF défini dans le chapitre 3 parmi les trois signaux déjà présents, et pour les paramètres  $P_{fa,predet} = 0,1$  et  $P_{fa,param} = 10^{-9}$ , on obtient la figure 4.19.

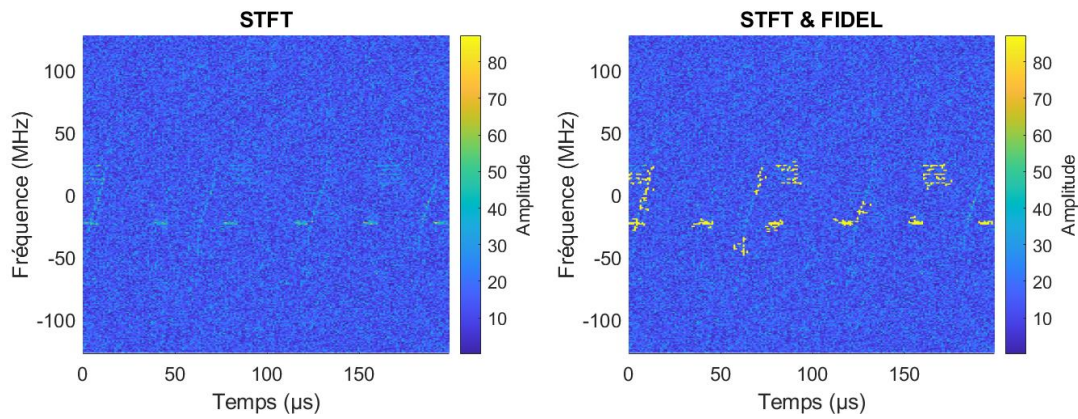


FIGURE 4.18 – Comparaison de la RTF d’entrée à la RTF de sortie pour  $P_{fa,param} = 10^{-9}$ . Les détections opérées par FIDEL sont artificiellement représentées comme des maxima de la RTF initiale

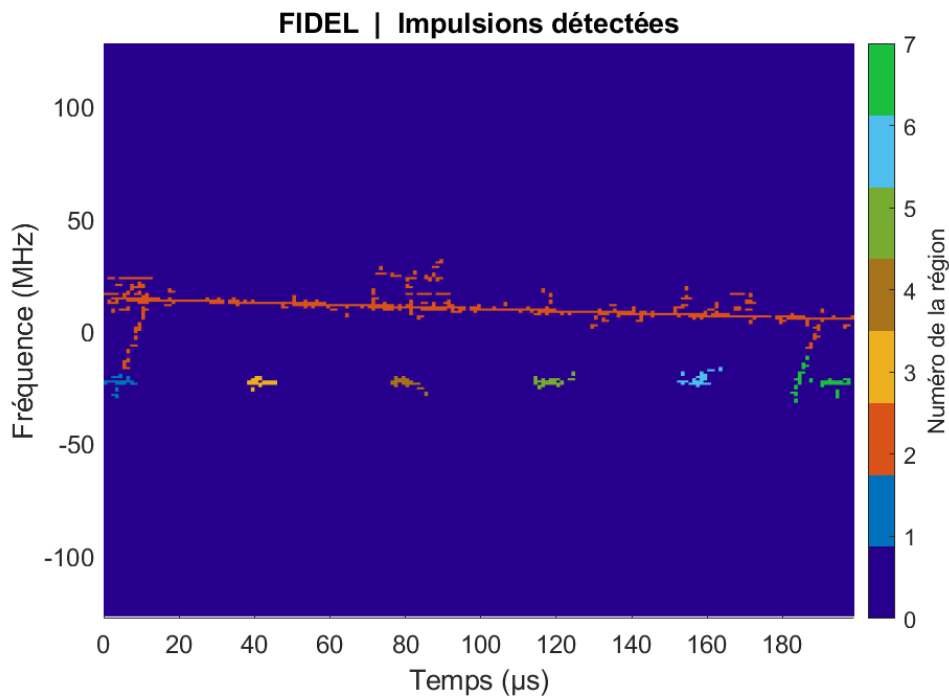


FIGURE 4.19 – Résultat de FIDEL issue de la simulation pour  $P_{fa,param} = 10^{-9}$  en ajoutant le signal MLF du chapitre 3

DIFFUSION RESTREINTE

Les signaux de type MLF sont susceptibles d'être détectés, mais surtout de gêner la détection d'autres signaux si ce dernier les croise. On peut néanmoins remarquer que sa présence peut aussi faire ressortir les signaux auparavant non détectés par agrégation des portions de signaux à ce dernier.

La région numéro 2 (orange) voit l'agrégation de deux codes ou portions de code de Price, du signal MLF lui-même et des trois impulsions CMP dans une telle configuration. Plus une forme d'onde s'étend dans la RTF, et plus cette dernière est susceptible de parasiter le fonctionnement de FIDEL, ce qui nécessite soit plus de calculs pour opérer les séparations, soit amène à négliger les formes d'onde non directement reconnaissables.

Nous évoquerons les pistes pour opérer la reconnaissance des formes d'onde dans la section qui suit.

#### 4.4.2 Performances de détection et taux de fausse alarme du processus FIDEL

Nous allons à présent analyser les performances de ce détecteur dans le cas où les formes d'onde sont suffisamment stationnaires (par rapport à  $N_{int}$ ) et vérifient l'hypothèse de voisinage à 2 cases de distance.

##### Le taux de fausse alarme

La probabilité de fausse alarme n'est pas directement calculable pour cause de relâchement de la taille de la fenêtre  $N$  par le processus FIDEL. Par conséquent, nous allons nous donner une idée de cette dernière par simulation.

La fréquence d'échantillonnage est fixée à 256 MHz. La durée temporelle totale considérée reste 200  $\mu$ s. Les paramètres du processus FIDEL sont  $P_{fa, predet} = 0,1$  et  $P_{fa, param} = 10^{-9}$ . On opère 6000 tirages pour  $N_{int} = 128$  et 6000 tirages pour  $N_{int} = 256$ . On trouve respectivement 9 et 10 fausses alarmes, en définissant la fausse alarme comme la détection d'une région par le procédé FIDEL en présence de bruit seulement, sans avoir une seule case ayant reçu la contribution d'un signal.

Si l'on ramène ces erreurs sur la durée effective, on se retrouve avec un taux de fausse alarme de 7,5 et 8,3 par seconde.

Les deux paramètres de FIDEL impactent ce taux de fausse alarme lorsqu'on les augmente. Le paramètre  $P_{fa, param}$  peut être augmenté pour abaisser  $K_{min}$ , et par voie de conséquence conserver des formes d'onde qui n'ont pas les extensions temporelles et fréquentielles suffisantes pour être perçues, au détriment du taux de fausse alarme.

Nous allons à présent évaluer l'efficacité de FIDEL à la détection.

### La probabilité de détection

La relation analytique de la probabilité de détection a été donnée lors de la description de la procédure de détection par l'équation (4.14). Pour rappel, il consiste en une loi binomiale sur  $N$  cases RTF en supposant que l'on est capable de détecter dès  $N_d = K_{\min}$ , en ayant fait l'hypothèse que l'on connaissait l'extension  $N$  de la forme d'onde considérée.

Dans le cas où l'on ne connaît pas cette dernière, nous faisons l'hypothèse  $N_d = N = K_{\text{mes}}$ . Pour les calculs, on considère le cas limite  $K_{\text{mes}} = K_{\min}$ , associés aux diverses géométries du processus de détection modélisées par le paramètre mesuré  $u_{\text{mes}}$ . En conséquence de quoi, la probabilité de la détection que l'on trace vaut :

$$P_d = p_d^{K_{\min}} \tag{4.16}$$

où  $p_d = Q_1 \left( \sqrt{2 N_{\text{int}} \text{SNR}_{\text{in}}}, \frac{\sqrt{2} \gamma_{\text{predet}}}{\sigma \sqrt{N_{\text{int}}}} \right)$ , où  $\gamma_{\text{predet}}$  se calcule à partir de l'équation (4.8).

Le tracé de la probabilité  $p_d$  (figure 4.20) est intéressant à comparer au tracé final (figure 4.21). La comparaison illustre le fait que le processus FIDEL force la recherche de signaux dans ce qui est considéré comme du bruit a priori (seuil de détection à 0,1 de PFA !) pour accepter de dégrader cette  $p_d$  en espérant que la probabilité de détection finale  $P_d$  reste pertinente.

Dans la figure 4.21, on se propose de comparer FIDEL au filtre adapté (pointillés élargis) et à une variante du détecteur FIDEL. Cette variante conserve les étapes de FIDEL, jusqu'au seuil de détection. Ce dernier n'est plus déterminé "géométriquement", mais à partir d'un calcul basé sur la sommation quadratique des  $K_{\text{mes}}$  détections de la région. On a  $K_{\text{mes}} = K_{\min}$  par supposition. Son seuil de détection est placé de telle manière à satisfaire la même PFA que FIDEL, pour assurer une base de comparaison stable.

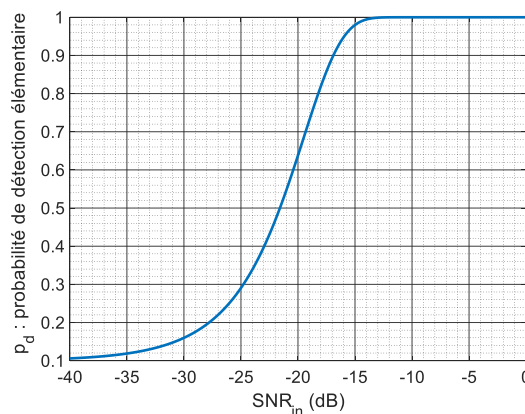


FIGURE 4.20 – Tracé de la probabilité de détection élémentaire.

Nous nous retrouvons avec un détecteur FIDEL capable de détecter des signaux de SNR de

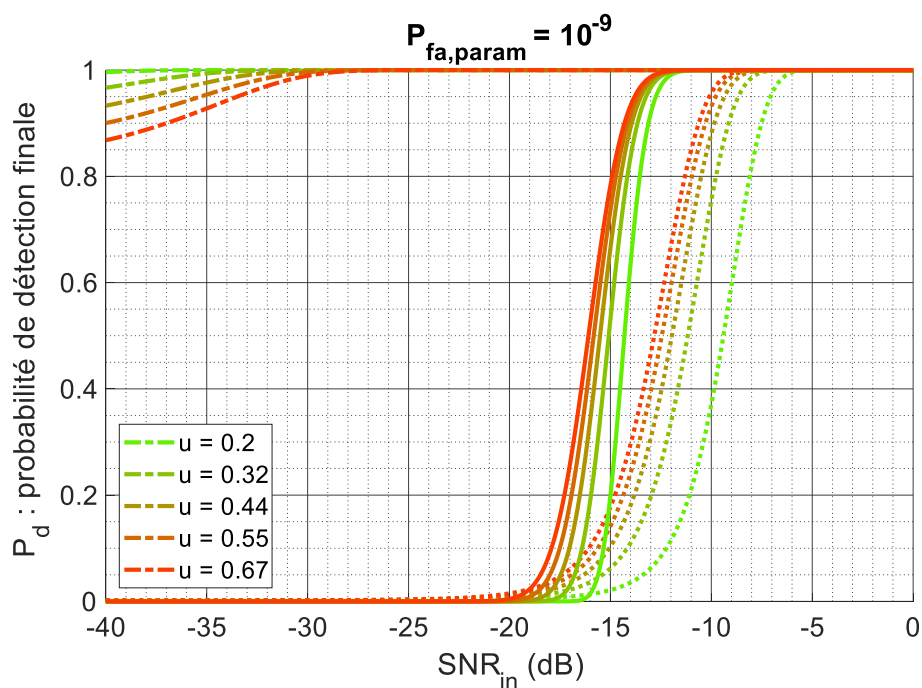


FIGURE 4.21 – Tracé de la probabilité de détection de FIDEL (traits pleins), une variante quadratique de FIDEL (traits pointillés resserrés) et du filtre adapté. Les tracés dans le coin supérieur gauche correspondent aux performances maximales envisageables (filtre adapté et connaissance complète du signal d'entrée)

-12 à -14 dB avec une probabilité de détection d'au moins 0,9. Le détecteur est bien évidemment bien loin des performances optimales, mais remplit son rôle basé sur la prédétection localement optimale de portions d'impulsion et à les rassembler. Si on le compare aux détecteurs ESM usuels, et en prenant notamment comme exemple de performances à l'état de l'art, le détecteur issu de la variante de FIDEL en supposant en outre que la classification en impulsion est donnée, on observe que FIDEL fait mieux de l'ordre de 5 à 6 dB. Si on relâche l'hypothèse de la classification, alors le détecteur FIDEL fait même mieux que 6 dB par rapport aux meilleurs des détecteurs ESM usuels.

Pour vérifier de tels calculs, on se propose de mener des simulations sur un code de Barker 13. Comme celui simulé jusqu'à présent n'est pas sommé suivant l'hypothèse de stationnarité et que les calculs menés ci-dessus l'ont été avec cette hypothèse, on choisit de revoir les paramètres de ce dernier (cf. tableau 4.4).

| Paramètres        | Valeurs      |
|-------------------|--------------|
| LI                | 16,3 $\mu$ s |
| SNR <sub>in</sub> | -15 dB       |
| FF                | 0,39         |

TABLEAU 4.4 – Nouveaux paramètres du code de Barker 13 pour l'évaluation des performances de détection à l'issue de FIDEL

Sur 250 tirages, on obtient 29 impulsions non détectées, soit une probabilité de détection de 0,89. On trouve un résultat de l'ordre de grandeur de celui présenté dans les courbes de la figure 4.21, ce qui rassure par rapport aux calculs de performance menés.

## 4.5 Discussions sur l'intégration du processus de FIDEL dans une chaîne ESM

Proposer un détecteur performant est en soi une bonne chose, mais si la sortie du détecteur est exploitable pour opérer la reconnaissance des formes d'onde et l'estimation de quelques paramètres d'intérêt, réfléchir à l'intégrer dans une architecture ESM devient envisageable.

### 4.5.1 La reconnaissance de forme d'onde par utilisation du réseau de neurones convolutif

Nous allons plus précisément illustrer comment la sortie de FIDEL peut être utilisée pour opérer la reconnaissance des formes d'onde par la suite, au travers d'un exemple.

Il faut maintenant étudier comment intégrer ce dernier dans une chaîne ESM. Pour cela, nous allons étudier des méthodes existantes susceptibles d'opérer l'étape de reconnaissance des formes d'onde à partir de la sortie de FIDEL.

La reconnaissance de forme d'onde est une problématique qui s'éloigne de la détection, et demande de manière générale un prétraitement de détection, de classification des impulsions et d'estimation de la LI, de la puissance d'entrée et de la porteuse. Le processus FIDEL remplit le rôle de la détection, de classification des régions détectées par critère géométrique dans la RTF et permet de pouvoir donner un ordre de grandeur des paramètres évoqués. La limitation principale à l'utilisation immédiate de FIDEL correspond aux cas où au moins deux impulsions sont fusionnées.

Les méthodes fonctionnant en temps réel et répertoriées par [60] (2015), faisant appel aux arbres de décision et aux réseaux de neurones mono et multicouches, supposent que l'on a un traitement préliminaire pour séparer les impulsions fusionnées par FIDEL alors qu'elles ne le devraient pas. On se place dans cette hypothèse pour la suite de la section.

Dans le cas contraire, il reste toujours possible d'utiliser la RTF de sortie en elle-même en minimisant l'utilisation de la classification de FIDEL ou en la pondérant, via l'utilisation de réseaux de neurones convolutifs. Ces derniers sont plébiscités pour les RTF issues de STFT, FSST et les distributions basées sur les WT. L'article [57] de 2019 donne des performances intéressantes pour opérer la reconnaissance de diverses CP et MLF à partir de FSST.

A partir des prédétections qui composent l'impulsion, et de sa répartition "géométrique" dans la RTF, il devient possible d'envisager d'opérer de la reconnaissance par réseaux de neurones convolutifs. Pour illustrer ce principe, nous proposons de mettre en place un réseau de neurones convolutifs pour distinguer les codes de Barker 13, les CMP et les codes de Price, en se basant sur les choix faits jusqu'ici. On évacue le chirp de l'exemple pour simplifier le processus, mais aussi parce qu'on considère que c'est la seule famille de forme d'onde qui dont la LI peut être égale à l'intégralité de la durée totale de la RTF, ce qui la distingue immédiatement des autres.

Les réseaux de neurones convolutifs nécessitent de donner en entrée une fenêtre RTF de taille fixée. On découpe les RTF en fenêtre de taille  $20 \times 21$  par la suite, dans laquelle n'apparaît qu'une seule forme d'onde. Ces fenêtres sont centrées sur l'impulsion détectée. Insistons sur le fait que les dimensions de la fenêtre doivent être choisies de façon à contenir toute l'impulsion, par conséquent il faut faire en sorte que la durée maximale envisageable puisse y tenir. Dans l'exemple, la fenêtre est quasiment un carré, mais dans la pratique, on peut restreindre les composantes fréquentielles. Des travaux d'adaptation restent à mener.

Néanmoins, maintenant que nous avons fixé le cadre général, on propose de tracer 10 000 impulsions pour chaque forme d'onde, de Barker 13, CMP et Price dans la fenêtre énoncée, en les étiquetant. Les paramètres de la génération de ces impulsions sont présentés dans le tableau 4.5.  $N_{int}$  est égal à 256 et la fréquence d'échantillonnage complexe vaut  $f_e = 256$  MHz.  $\mathcal{U}$  désigne la loi de probabilité uniforme.

Le réseau de neurones convolutif est détaillé dans le tableau 4.6. Il est choisi de travailler avec des fonctions d'activation de type ELU reconnues pour la stabilité qu'elles engendrent dans



| Variabes   | Unités        | Barker 13               | CMP                     | Price   |
|------------|---------------|-------------------------|-------------------------|---|
| LI         | $\mu\text{s}$ | $\mathcal{U}([10, 20])$ | $\mathcal{U}([10, 20])$ | $\mathcal{U}([10, 20])$                                       |
| B          | MHz           | -                       | $\mathcal{U}([4, 20])$  | $B_c = \mathcal{U}([10, 40])$<br>$B_L = \mathcal{U}([5, 20])$ |
| $\delta f$ | MHz           | -                       | $\mathcal{U}([1, 4])$   | -   |

TABLEAU 4.5 – Paramètres utilisés pour définir les bases de données

le processus de rétroaction du réseau. La fonction de coût réalisant la fonction de classification est l'entropie croisée. Les différentes couches sont présentées sous leur terme anglais, puisqu'ils ne sont pas tous entrés dans la langue française.

Les couches de convolution consistent en un calcul de filtre de taille  $3 \times 3$ . Retenons que toute couche de convolution nécessite une couche de normalisation et de recherche de maxima pour pouvoir réduire les dimensions. Les articles [60] et [57] nous invitent à multiplier les couches convolutives par 3, ce qui explique le choix fait. Le réseau de neurones intervient ensuite, avant d'être ramené à une sortie de taille 3 et d'appliquer la fonction de classification finale.

| Couches              | Dimension  | Activation |
|----------------------|------------|------------|
| Input                | (21,20,1)  | -          |
| Convolution 2D       | (21,20,20) | -          |
| Batch Normalisation  | (21,20,20) | ELU        |
| Max pooling 2D       | (16,15,20) | -          |
| Convolution 2D       | (16,15,40) | -          |
| Batch Normalisation  | (16,15,40) | ELU        |
| Max pooling 2D       | (11,10,40) | -          |
| Convolution 2D       | (11,10,60) | -          |
| Batch Normalisation  | (11,10,60) | ELU        |
| FC (dense)           | 6600       | ELU        |
| Dropout(0,1)         | -          | -          |
| FC out               | 3          | Softmax    |
| Classification Layer | 3          | -          |

TABLEAU 4.6 – Architecture du réseau de neurones convolutifs

Parmi les 3 fois 10 000 tirages de FIDEL appliqués à chaque forme d'onde d'intérêt et servant de base de données d'apprentissage, 7000 tirages par forme d'onde servent à l'apprentissage, les 3000 restant sont destinées à l'étape de vérification.

Enfin, une base de données destinée au test et composée de 3 fois 1000 tirages est utilisée pour tracer la matrice de confusion présentée dans le tableau 4.7. On observe que la reconnaissance a lieu plus de neuf fois sur dix.

DIFFUSION RESTREINTE

| <b>Sorties :</b> |           | Barker 13 | CMP   | Price | Total       |
|------------------|-----------|-----------|-------|-------|-------------|
|                  | Barker 13 | 93,2%     | 0,6%  | 6,2%  | <b>100%</b> |
| <b>Entrées :</b> | CMP       | 0         | 99,7% | 0,3%  | <b>100%</b> |
|                  | Price     | 0,1%      | 0     | 99,9% | <b>100%</b> |

TABLEAU 4.7 – Matrice de confusion appliquée aux CP, Price et CMP.

#### 4.5.2 Appliquer la FSST dans le cadre de FIDEL ?

Nous avons vu que la FSST donne une RTF du signal plus fine que la STFT. Par ailleurs, elle est plébiscitée pour la reconnaissance de formes d'onde notamment grâce à cette propriété.

On peut donc se demander si l'utilisation de la FSST dans le cadre de la détection type FIDEL n'est pas mieux dans l'absolu que la STFT.

La FSST a, contrairement à la STFT, besoin d'avoir au minimum un échantillon qui soit superposé dans son calcul interne de la STFT. Cependant, un seul échantillon ne permet pas d'être très précis, donc il faut être prêt à superposer plus d'échantillons. Or, le fait de superposer des échantillons augmente automatiquement le nombre de calculs, ce qui fait que l'intérêt de la FSST sur cette question décroît.

Outre le nombre de calculs qui augmente, le bruit devient corrélé dans la RTF, ce qui donne l'aspect texturé qui a été observé. Par conséquent, le processus FIDEL nécessite une adaptation pour prendre en compte cet aspect, dès la phase de prédétection. On se retrouve à rajouter de la complexité, non seulement dans le calcul des probabilités (ce qui est encore raisonnable) mais surtout au niveau de l'interprétation géométrique qui peut en être fait ! Dès lors, définir un critère de distance pour opérer la fusion à partir d'un nombre minimal de cases devient discutable.

Par conséquent, la condition de non superposition des échantillons n'est pas seulement un gage de limitations des calculs, mais bien intrinsèque au processus FIDEL lui-même, et donc une limitation au processus.

## 4.6 Conclusion

La détection de signaux de formes d'onde et de paramètres inconnus, tout en permettant la reconnaissance des formes d'onde détectées et en souhaitant se rapprocher des performances de détection optimales, est la problématique abordée dans ce chapitre.

Le choix de travailler dans une représentation temps-fréquence est naturel puisque les paramètres intra-impulsion des formes d'onde considérées contiennent des fréquences, et se projettent optimalement tant que ces formes d'onde peuvent être considérées comme stationnaires.

Pour répondre à la problématique, on fait le choix de définir un détecteur qui opère des prédétections optimales associées à un taux de fausse alarme très élevé. Le processus FIDEL

consistant à fusionner ces prédétections pour recréer l'impulsion radar et diminuer le taux de fausse alarme est mis au point, en se basant sur des critères "géométriques" dans l'espace temps-fréquence.

Les performances obtenues par un tel détecteur se révèlent meilleures que le plus performant des détecteurs ESM "usuels", même en lui associant des hypothèses non réalistes de classifications de prédétections déjà effectuées.

**A retenir**

Le processus FIDEL est un processus de fusion, par critères géométriques, de prédétections d'intérêt. Il reconstruit une impulsion radar. Il est performant sur les signaux à faible SNR ou les signaux LPI en général. La RTF qu'il retourne permet de mener les estimations nécessaires pour continuer le processus ESM. Il peut traiter une bande-passante élargie et avec un coût calculatoire relativement modeste. Il a l'inconvénient de ne pas pouvoir séparer deux impulsions qui respectent les critères géométriques de la fusion.

Nous avons proposé un détecteur adapté aux signaux à très faible SNR d'entrée respectant le paradigme usuel de l'interception, et en particulier capable de traiter les formes d'onde LPI. Dans le chapitre qui suit, ce paradigme est abandonné au profit de durées d'intégration beaucoup plus longues. Le temps de réaction du système se dégrade dès lors. On espère cependant compenser cette perte par une détection plus performante, tout en autorisant la reconnaissance des familles de formes d'onde d'intérêt, voire de l'estimation de plusieurs paramètres d'intérêt de ces derniers.

# LA DÉTECTION MULTI-IMPULSION EN REPRÉSENTATION TEMPS-FRÉQUENCE : LE DÉTECTEUR DAC

---

*Dans le chapitre 4, nous avons pris le parti d'améliorer de manière localisée la détection. L'intérêt était d'utiliser au maximum l'hypothèse de stationnarité du signal afin de se rapprocher localement de la détection optimale sur une portion de l'impulsion avant de reconstruire cette dernière et de décider la détection ou non. On conservait l'approche usuelle de l'architecture ESM travaillant sur des portions d'impulsion.*

*Dans ce chapitre, nous allons étudier l'impact de l'augmentation de la durée d'intégration au-delà de la durée d'impulsion, notamment pour les formes d'onde autre que le code MLF qui possède une durée d'impulsion beaucoup plus longue que les durées d'intégration usuelles des architectures ESM.*

## 5.1 Introduction

Augmenter la durée d'intégration au-delà de l'impulsion est une piste qui est partiellement analysée dans la littérature scientifique, notamment via l'utilisation de la distribution de WV pour la détection des codes MLF [7]. En complétant ces analyses pour nos formes d'onde d'intérêt, par des simulations personnelles ou déjà menées [7, 58] pour des durées d'intégration supérieures ou égales aux LI des codes autres que MLF, on montre que le détecteur basé sur la WV n'est pas adapté, puisque l'énergie n'est plus concentrée dans un seul canal de fréquence.

Par conséquent, dans ce chapitre, nous souhaitons à la fois étudier la possibilité d'augmenter l'énergie du signal reçue via un détecteur quadratique en augmentant la durée d'intégration et en la faisant tendre vers la durée d'illumination du récepteur ESM par le radar, afin de maximiser le gain de traitement malgré les éclipses du signal. Par ailleurs, on souhaite que cette énergie reçue soit concentrée autant que possible dans un seul canal de fréquence, non seulement pour les signaux MLF, mais aussi pour d'autres formes d'onde d'intérêt. Bien évidemment, un tel détecteur devra être meilleur que le détecteur usuel ESM, mais aussi être plus performant que

ceux fonctionnant sur une seule impulsion (FIDEL notamment).

Les notations, la définition du problème de détection et les hypothèses du bruit du chapitre 3 sont conservées pour ce qui relève du signal reçu, le bruit et le signal d'intérêt.

## 5.2 Les détecteurs quadratiques corrélés et non corrélés

La famille des détecteurs quadratiques possède un ensemble de caractéristiques similaires quelle que soit la définition du détecteur. Nous allons les étudier dans cette section, en mettant en évidence deux types de détecteurs quadratiques, les détecteurs quadratiques corrélés et non corrélés.

### 5.2.1 Définition

Nous parlerons de détecteur quadratique non corrélé  $D_{nc}$  lorsque

$$D_{nc} = \sum_{k=1}^{N_{int}} x_1[k]x_2^*[k] \quad (5.1)$$

où  $x_1$  et  $x_2$  vérifient, pour tout échantillon  $k$ , deux variables aléatoires indépendantes. Or, comme le bruit est supposé être à espérance nulle, alors l'espérance de  $D_c$  est nulle également. Ce type de détecteur peut aussi être désigné par le terme de corrélateur.

Par contraste, tout détecteur quadratique assimilable au détecteur d'enveloppe  $D_c$  suivant l'expression

$$D_c = \sum_{k=1}^{N_{int}} |x[k]|^2 \quad (5.2)$$

définit un détecteur quadratique corrélé, de moyenne  $N_{int} \sigma^2$ .

Une propriété importante des détecteurs corrélés est d'être non centrée, à l'inverse des détecteurs non corrélés.

### 5.2.2 Exemples de détecteurs envisageables

Le détecteur d'enveloppe est le détecteur quadratique le plus simple qui puisse être envisagé. Il a l'avantage de fonctionner sur toutes les formes d'onde envisageables, car ne se préoccupe que de l'énergie du signal reçu. Ses inconvénients sont nombreux, au premier lieu desquels la difficulté de remonter aux paramètres du signal et d'opérer la reconnaissance des formes d'onde.

Un deuxième détecteur, que nous avons rencontré dans le chapitre 4 au travers de la variante au détecteur FIDEL, et que l'on pourrait appeler le détecteur SIQDEL pour Sommutation intra-impulsion Quadratique de Détections Élémentaires Localisées, fait également partie de la famille des détecteurs quadratiques. Il est plus performant que le détecteur d'enveloppe, mais

nécessite un processus de type FIDEL de classification des prédétections en impulsion ou bien une hypothèse de fenêtre RTF où l'on suppose que se situe le signal avant de pouvoir opérer la sommation. Dans le cas où sa durée d'intégration couvre plusieurs impulsions, ses performances de détection tendent vers le détecteur d'enveloppe si aucun processus de limitation du bruit n'est opéré. Il possède l'avantage de la RTF, à savoir la répartition de l'énergie dans le spectre, et donc aussi ses inconvénients (la répartition de l'énergie dans le spectre par certaines formes d'onde). C'est un détecteur corrélé. Il permet la reconnaissance des formes d'onde si associé à un processus de type FIDEL comme vu dans le chapitre 4, ou plus généralement à tout processus qui permet de définir un groupe de prédétections d'intérêt.

Tous les détecteurs de la classe de Cohen définissent des détecteurs quadratiques en supposant que l'on remplace le signal d'intérêt connu  $s$  par le signal reçu  $x$ . Parmi ces détecteurs, la WV définit un détecteur non corrélé et centré qui possède la propriété d'intérêt d'estimer conjointement la pente  $\alpha$  des signaux MLF. Cependant, la WV n'a pas des propriétés analytiques utilisables sur les autres formes d'onde d'intérêt, ou alors pas aussi efficaces que le détecteur étudié par la suite.

Enfin, tous les détecteurs basés sur des produits de corrélation définissent des détecteurs non corrélés.

## 5.3 Évaluation de l'augmentation de la durée d'intégration sur les performances du détecteur quadratique

### 5.3.1 Le critère de performance ESM

L'augmentation de la durée d'intégration dans le cas ESM peut être étudiée dans un cadre général, en distinguant seulement les détecteurs corrélés des détecteurs non corrélés. On abrège par la suite l'expression "intégration quadratique longue durée" en IQLD.

Pour évaluer les performances du détecteur IQLD dans un cadre ESM, le calcul du  $\text{SNR}_{\text{out}}$ , de la probabilité de détection et de fausse alarme sont nécessaires. Dans ce paragraphe, nous nous focaliserons sur le calcul de  $\text{SNR}_{\text{out}}$ . On rappelle que le  $\text{SNR}_{\text{out}}$  correspond au rapport de l'espérance du carré du signal en sortie du détecteur sur l'espérance du carré de ce qui peut être considéré comme du bruit à l'issue du détecteur.

Pour le cas des détecteurs quadratiques centrés, on peut montrer que :

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{out}} &= \frac{P_{S,\text{out},\text{moy}}}{P_{B,\text{out},\text{moy}}} \\ \text{SNR}_{\text{out}} &= \frac{N_s^2 \text{SNR}_{\text{in}}^2}{N_{\text{int}} + 2 N_s \text{SNR}_{\text{in}}} \end{aligned} \quad (5.3)$$

où  $N_{\text{int}}$  est le nombre d'échantillons intégrés et  $N_s$  est le nombre d'échantillons où le signal

est présent. On suppose  $N_s = FF N_{int}$ , où  $FF$  est le facteur de forme. Lorsque  $N_s = N_{int}$ , on retrouve le résultat classique de  $\text{SNR}_{out} \approx N_{int} \text{SNR}_{in}/2$  dès que la condition  $2 N_s \text{SNR}_{in} \gg 1$  est validée (par exemple le cas pour les signaux à fort SNR d'entrée). Pour la condition inverse  $2 N_s \text{SNR}_{in} \ll 1$ , on a  $\text{SNR}_{out} = N_{int} \text{SNR}_{in}^2$ . On retrouve ainsi un résultat qui est un peu moins connu et a été développé en son temps par [64], à savoir que le détecteur quadratique centré définit un détecteur localement optimal à faible SNR.

Vu que l'on suppose le bruit connu, les détecteurs quadratiques non centrés peuvent être ramenés à des détecteurs centrés, en retirant la moyenne du bruit au carré. Dans le cas du détecteur centré, le calcul centre naturellement le détecteur sans avoir besoin de mener d'opérations en plus. C'est une distinction qui peut avoir son importance dans la conception du système ESM, puisque dans un cas, il faut autocalibrer le système par rapport à son bruit. Cela implique des contraintes supplémentaires au niveau du système. On supposera par la suite que le détecteur est toujours centré pour éviter ces contraintes qui peuvent être résolues indépendamment de notre étude.

Nous nous proposons d'illustrer la relation  $\text{SNR}_{out} = f(N_{int})$  pour différents facteurs de forme  $FF$  dans la figure 5.1. Nous proposons trois tracés pour trois durées d'impulsion. Ces durées d'impulsions sont données en nombre d'échantillons pour pouvoir rendre le tracé transposable à différentes fréquences d'échantillonnage. Il est supposé que le signal est présent sur la totalité des  $N_{int}$  échantillons de l'intégration, avec les éclipses dues à l'alternance des impulsions.

On peut néanmoins avoir en tête l'hypothèse d'une fréquence d'échantillonnage complexe  $f_e = 10$  MHz associée donc à une bande-passante traitée de 10 MHz, que l'on suppose suffisamment petite pour ne pouvoir traiter qu'un seul signal. D'après le chapitre 2, nous avons vu que la durée d'illumination sur laquelle le système ESM peut compter est de l'ordre de quelques ms à 100 ms. Par conséquent, il est possible en principe d'augmenter l'intégration quadratique jusqu'à  $10^5$  échantillons. Avec les valeurs données, les LI valent respectivement 1, 10, et 100  $\mu$ s.

Enfin, notons que les figures supposent que l'intégration commence pile lorsque le signal arrive dans le détecteur.

Les différentes figures mettent bien en évidence l'alternance de la présence et l'éclipse du signal (présence/absence de l'impulsion) par l'aspect dentelé, dès que  $FF < 1$ . On observe sans surprise que plus  $FF$  est faible, et plus il faut intégrer longtemps pour pouvoir récupérer la valeur  $\text{SNR}_{out}(N_{int} = N_{LI})$  que l'on obtiendrait si l'on connaissait la durée de l'impulsion et son emplacement.

Si l'on suppose que les traitements de données du système ESM nécessitent un  $\text{SNR}_{out}$  de l'ordre de 15 dB (a minima) pour fonctionner, et si l'on intègre sur une durée qui tend vers la durée d'illumination, alors ce type d'intégration est pertinente pour les signaux qui vérifient un facteur de forme minimum de  $FF = 0,2$ , si le SNR d'entrée du signal vaut -10 dB.

L'intérêt d'un tel détecteur sur des bandes-passantes restreintes où les impulsions sont de

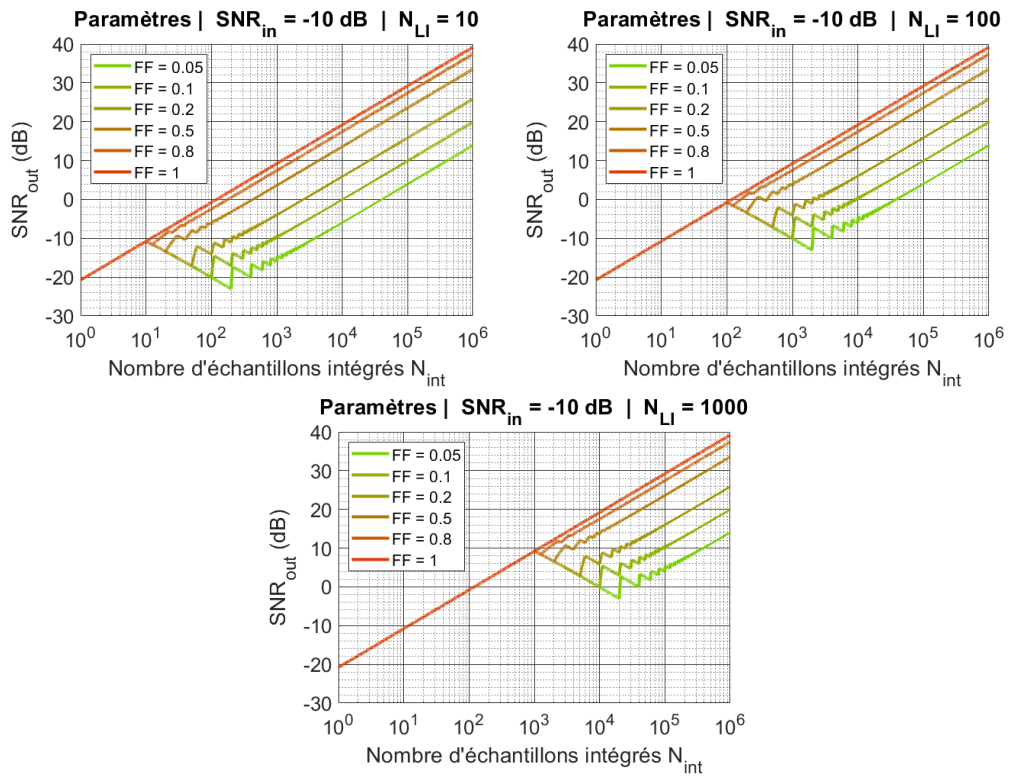


FIGURE 5.1 – Tracé du rapport signal à bruit à la sortie d'un détecteur quadratique centré pour  $\text{SNR}_{\text{in}} = -10$  dB et un signal dont la largeur d'impulsion dure  $N_{LI} = 100$  échantillons.



l'ordre de  $N_{LI} = 10$  apparaît immédiatement lorsqu'on le compare au filtre adapté restreint à une impulsion (on rappelle que les détecteurs GE usuels fonctionnent sur des durées inférieures ou égales à la largeur d'impulsion). Dans notre cas où  $N_{LI} = 10$  et  $\text{SNR}_{\text{in}} = -10$  dB, le SNR de sortie du filtre adapté vaut  $\text{SNR}_{\text{in}} = 10^2 \times 0,1 = 10$  dB. Autrement dit, quel que soit le détecteur intra-impulsion que l'on envisage et qui travaille sur une bande passante de 10 MHz et la fréquence d'échantillonnage  $f_e = 10$  MHz, on ne pourra pas obtenir mieux que 10 dB en sortie (détecteur optimal). Un tel détecteur quadratique est intéressant si l'on souhaite travailler sur des bandes passantes restreintes (pour vérifier l'hypothèse monosignal dans la bande passante reçue), que l'impulsion est de l'ordre de la  $\mu\text{s}$  (dans l'exemple traité) et que l'énergie est répartie temporellement avec un facteur de forme supérieure à 0,1 ou 0,2, ce qui tend vers des valeurs relativement communes pour des radars LPI (tendance à l'étalement temporel de l'énergie).

Remarquons que, dans le cas de la détection intra-impulsion, que nous avons dans le chapitre 4 avec FIDEL, la solution adoptée consiste à augmenter la bande-passante traitée pour compenser le manque de performances sur la détection intra-impulsion. Avec le détecteur FIDEL, la bande traitée était de 256 MHz. En contre-partie, la probabilité de se retrouver dans le cas multiségnal augmente. Rappelons que dans le cas de FIDEL, cela reste fonctionnel tant que les signaux vérifient les "2 cases de distance", soit 2 MHz d'écart dans le cas qui avait été présenté (borne inférieure, l'écart doit être un peu plus grand pour être sûr que le bruit ne va pas fusionner les deux impulsions).

Enfin, sauf à diminuer le SNR nécessaire aux traitements de données, l'intérêt du détecteur est cependant limité si le facteur de forme est inférieur à 0,1 pour le SNR d'entrée proposé, et ce pour toutes les durées de l'impulsion. De plus, augmenter la durée d'intégration peut malgré tout amener l'hypothèse monosignal à ne plus être vraie, du moins localement, malgré la finesse de la bande traitée. Enfin, un compromis sur la taille de la bande-passante traitée entre la volonté de conserver au maximum l'hypothèse monosignal et celle de pouvoir traiter des formes d'onde qui ont tendance à s'étendre dans le spectre, est nécessaire. Ce compromis n'est pas toujours possible à trouver.

### 5.3.2 Compléments à la discussion sur l'intégration multi-impulsion

Pour poursuivre la discussion du paragraphe précédent, nous pouvons généraliser l'expression (5.3) en remplaçant le SNR d'entrée par un SNR intermédiaire. Cela suppose qu'il existe une étape préalable à la sommation quadratique.

Pour illustrer ces propos, référons-nous au détecteur type SIDEL déjà évoqué. L'étape de prédétection et celle de la reconstruction de l'impulsion ne sont plus nécessaires. En effet, l'intégration s'opère sur des durées qui doivent être beaucoup plus grandes (de l'ordre de la durée d'illumination) que la durée d'une impulsion. Par conséquent, cela se traduit par la sommation quadratique des cases RTF appartenant à un canal de fréquence (on opère l'opération pour

chaque canal de fréquence). La sommation s'arrête, pour faire le lien avec l'exemple précédent, jusqu'à atteindre les 100 ms par exemple. Pour opérer une jonction entre ce qui a été présenté dans le chapitre 4 et les valeurs proposées dans le paragraphe précédent, acceptons pour les besoins de la comparaison une FFT d'intégration  $N_{TF} = 25,6$  échantillons, associée à la fréquence d'échantillonnage de 256 MHz. On se ramène donc bien à des canaux de fréquence de 10 MHz, comme dans le paragraphe précédent, et chaque intégration de FFT dure donc 0,1  $\mu$ s. Il faut donc  $10^6$  cases RTF appartenant au canal d'intérêt à intégrer pour atteindre la durée d'intégration de 100 ms. Pour compléter la comparaison, la fréquence d'échantillonnage de 256 MHz est appliquée au cas précédent. On suppose alors qu'un prétraitement quadratique sur 25,6 échantillons est appliqué suivi d'un filtre de 10 MHz centré sur la fréquence intermédiaire d'intérêt. On suppose que le signal  $y$  est compris. La figure 5.2 illustre les explications qui précèdent.

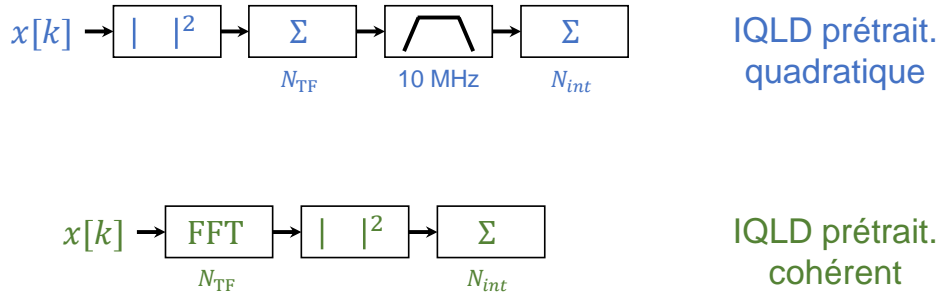


FIGURE 5.2 – Schéma récapitulatif du prétraitement associé à l'IQLD d'intérêt d'intégration  $N_{int}$

Le SNR en sortie du détecteur quadratique centré vaut, dans les deux cas (corrélé rendu centré et non corrélé) :

$$\text{SNR}_{\text{out,corr}} = \frac{N_s^2 N_{TF}^2 \text{SNR}_{\text{in}}^2}{N_{int} + 2 N_s N_{TF} \text{SNR}_{\text{in}}} \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{out,ncorr}} &= \frac{N_s^2 N_{TF}^2 \text{SNR}_{\text{in}}^2}{N_{int} N_{TF} + 2 N_s N_{TF} \text{SNR}_{\text{in}}} \\ \text{SNR}_{\text{out,ncorr}} &= \frac{N_s^2 N_{TF} \text{SNR}_{\text{in}}^2}{N_{int} + 2 N_s \text{SNR}_{\text{in}}} \end{aligned} \quad (5.5)$$

Remarquons que le détecteur IQLD avec le prétraitement quadratique correspond à un détecteur quadratique IQLD avec  $N_{int} \cdot N_{TF}$  échantillons. On rappelle que  $N_s = FF \cdot N_{int}$ .

On se retrouve avec la figure 5.3, qui propose de comparer les graphiques du détecteur de la famille quadratique avec l'étape de la sommation incohérente dans la colonne de gauche et la

sommation cohérente dans la colonne de droite. Notons que les  $FF$  voient quelques changements, et que le SNR d'entrée  $\text{SNR}_{\text{in}}$  vaut -16 dB.

Sans surprise, le résultat est meilleur dans le cas de la sommation cohérente dans l'étape de prétraitement. Combiner l'hypothèse de stationnarité et la sommation cohérente tant que cela est possible avec l'intégration quadratique sur une durée qui tend vers la durée d'illumination nous permet de descendre en sensibilité et dans les facteurs de forme des signaux. Dans le cas analysé, on voit que la configuration à -16 dB est détectable, à 256 MHz de bande-passante, ce qui est potentiellement un meilleur résultat que FIDEL. Pour en avoir le cœur net, il faut étudier les performances de détection de ce type de détecteur à IQLD.

### 5.3.3 Les performances de détection

Les probabilités de détection et de fausse alarme ont été vues pour les détecteurs quadratiques corrélés dans le chapitre 3. On rappelle les expressions :

$$P_{\text{fa}}(x_{\text{seuil}}) = 1 - \frac{\gamma(N_{\text{int}}, x_{\text{seuil}})}{\Gamma(N_{\text{int}})} \quad (5.6)$$

$$P_{\text{d}}(x_{\text{seuil}}) = Q_{N_{\text{int}}}(\sqrt{2\mu_c}, \sqrt{2x_{\text{seuil}}}) \quad (5.7)$$

Remarquons que, avec les hypothèses du bruit GCCS i.i.d.,  $\mu_c = N_{\text{int}}\text{SNR}_{\text{interm}}$ , en considérant que  $\text{SNR}_{\text{interm}}$  est le SNR à la sortie d'un éventuel prétraitement.

Le cas du détecteur quadratique non corrélé à l'hypothèse  $H_0$   $x = \left| \sum_{k=1}^{N_{\text{int}}} b_1[k]b_2^*[p] \right|$  ne suit pas les mêmes expressions. La variable aléatoire  $x$  suit la distribution marginale de la distribution de Wishart hors diagonale [65]. Dès lors,

$$p(x | H_0) = \frac{4x^{N_{\text{int}}}}{\Gamma(N_{\text{int}})\sigma_d^2} K_{N_{\text{int}}-1} \left( \frac{2x}{\sigma_d^2} \right) \quad (5.8)$$

où  $\sigma_d^2 = \frac{N_{\text{int}}}{2}\sigma^2$  et  $K_N$  est la fonction de Bessel modifiée de second type d'ordre  $N$ . La probabilité de fausse alarme vaut alors :

$$P_{\text{fa}}(x) = \frac{2x^{N_{\text{int}}}}{\Gamma(N_{\text{int}})\sigma_d^2} K_{N_{\text{int}}} \left( \frac{2x}{\sigma_d^2} \right) \quad (5.9)$$

Si l'on considère que le théorème central limite (TCL) est applicable sur la variable aléatoire  $\sum_{k=1}^{N_{\text{int}}} b_1[k]b_2^*[p]$ , alors la probabilité de fausse alarme approchée de  $x$  vaut :

$$P_{\text{fa}}(x) = \exp \left[ -\frac{x^2}{2\sigma_d^2} \right] \quad (5.10)$$

On peut évaluer l'erreur commise. On trace pour cela les graphiques de la figure 5.4.

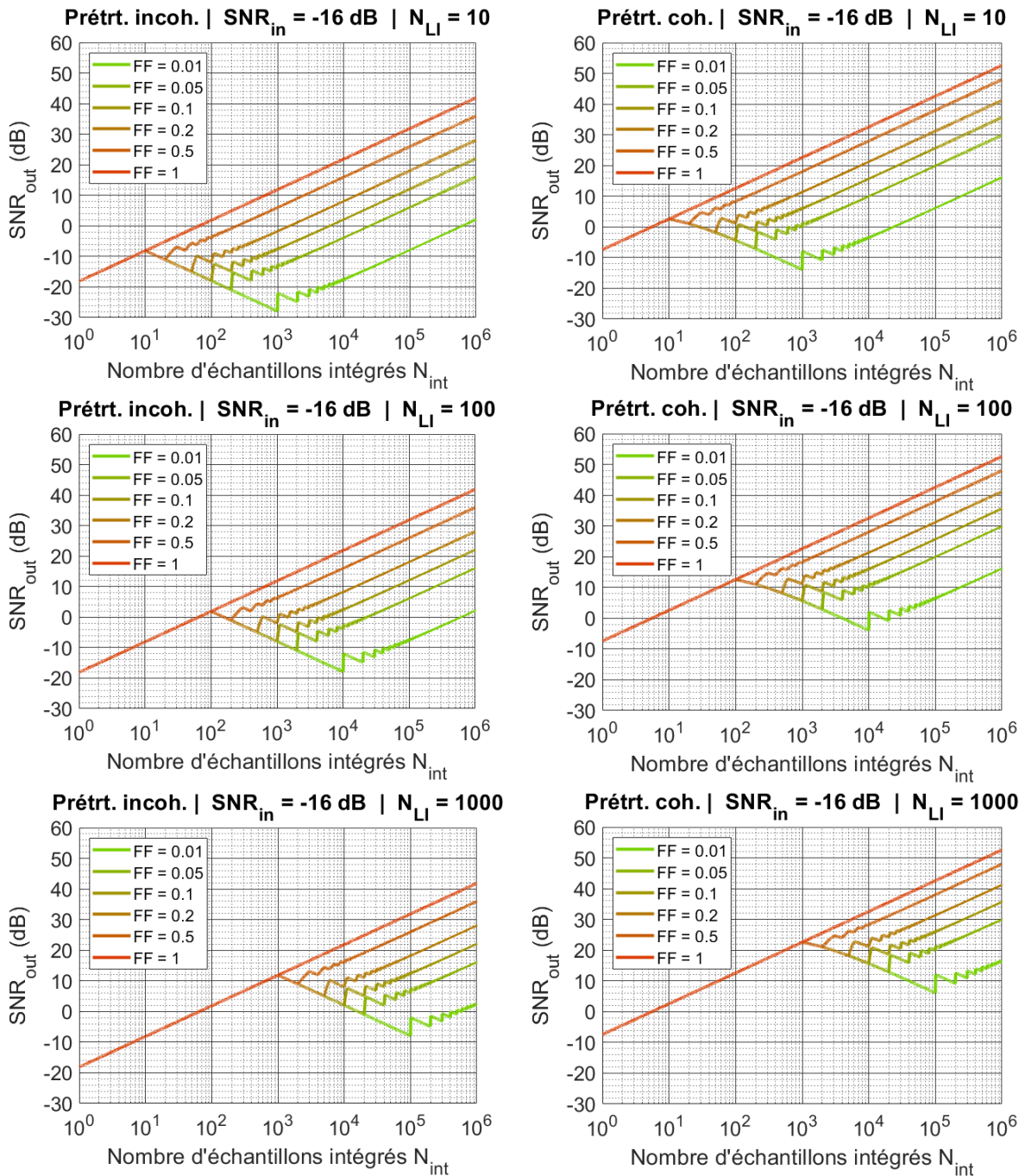


FIGURE 5.3 – Tracé du rapport signal à bruit à la sortie d'un détecteur quadratique centré associé à une étape de prétraitement. La colonne de gauche propose le résultat obtenu avec l'étape quadratique, la colonne de droite avec l'étape de la sommation cohérente sur  $N_{TF}$  échantillons. Le SNR d'entrée vaut  $SNR_{in} = -16$  dB

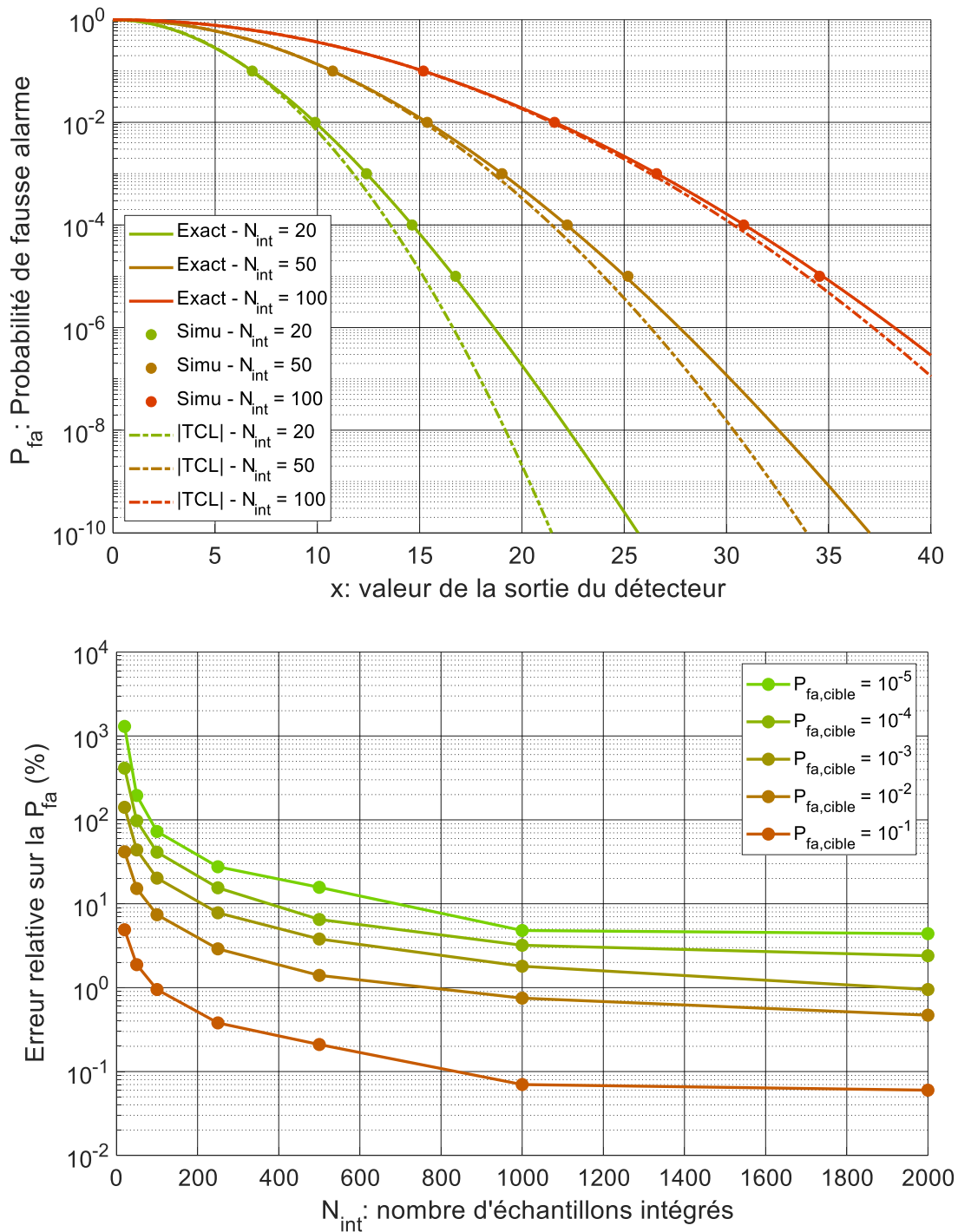


FIGURE 5.4 – Ecart entre la probabilité de fausse alarme réelle et celle issue du TCL dans le cas du détecteur non corrélé

DIFFUSION RESTREINTE

Les erreurs que l'on effectue lorsque l'on approxime la PFA du détecteur non corrélé par le module du TCL varient en fonction de la PFA que l'on souhaite atteindre. On observe que si l'on souhaite moins de 10% d'erreur relative sur la PFA pour atteindre  $P_{fa} = 10^{-5}$ , alors il faut intégrer sur au moins 1000 échantillons.

Le calcul de la PFA pour le détecteur non corrélé étant donc susceptible d'être conservé même pour des intégrations qui tendent vers le millier d'échantillons, il faut se pencher sur la complexité calculatoire de ce dernier. En effet, si on isole certains termes d'intérêt de l'expression (5.9), on est susceptible d'avoir :

$$\Gamma(1000) \approx 10^{3428} \quad K_{1000}(0,1) \approx 10^{3865} \quad K_{1000}(1) \approx 10^{2865} \quad (5.11)$$

On explique dans l'annexe A comment implémenter un tel calcul sur un logiciel comme Matlab ou Python par exemple, alors que ces derniers considèrent que l'infini est atteint dans les environs de  $10^{309}$ .

Dans le cas de l'hypothèse  $H_1$ , aucune expression analytique simple ne peut être mise en évidence pour la PDF et la  $P_d$ . On considère par la suite l'approximation de la variable aléatoire  $\sum_{k=1}^{N_{int}} x_1[k]x_2^*[p]$  où  $x_1 = s + b_1$  et  $x_2 = s + b_2$  à une variable aléatoire gaussienne. Dès lors, la probabilité de détection dérive de la loi de Rice :

$$P_d(x) = Q_1 \left( \sqrt{2 \text{SNR}_{in}}, \frac{x}{\sigma_d} \right) \quad (5.12)$$

Dans le cadre de l'IQLD, les probabilités d'intérêt sont approximables par les expressions (5.10) et (5.12).

On se propose de tracer les performances de détection associées au taux de fausse alarme de FIDEL vu au chapitre 4,  $p = 10^{-1,5}$ , et une autre égale à  $10^{-5}$ . Lorsqu'il faut choisir des paramètres, on récupère les paramètres du paragraphe qui précède qui propose une comparaison à la simulation de FIDEL. On obtient les tracés de la figure 5.5. Le nombre d'échantillons intégrés  $N_{int}$  est choisi à 100 000, ce qui équivaut à 10 ms dans les deux cas en se référant aux explications du paragraphe précédent. Les tracés de la colonne de droite, où l'on a ajouté l'étape de prétraitement optimal ajoutant  $10 \log(25,6) = 14$  dB aux performances, correspondent directement aux performances de détection de la simulation évoquée précédemment. On observe ainsi que tant que le facteur de forme  $FF$  est compris entre 0,1 et 1, les performances sont supérieures au détecteur FIDEL. Cependant, lorsque le facteur de forme devient trop faible, le détecteur FIDEL reste plus performant que le détecteur à IQLD à condition que l'impulsion possède une extension temporelle et/ou spectrale suffisante  $K_{min}$  et dont les éléments puissent être fusionnés.

Les calculs présentés dans ce paragraphe ont le bon goût de pouvoir être appliqués à tous les cas où l'on a à faire à un détecteur quadratique de la forme  $\sum_{k=1}^{N_{int}} |x[k]|^2$  ou bien  $\sum_{k=1}^{N_{int}} x_1[k]x_2^*[k]$ ,

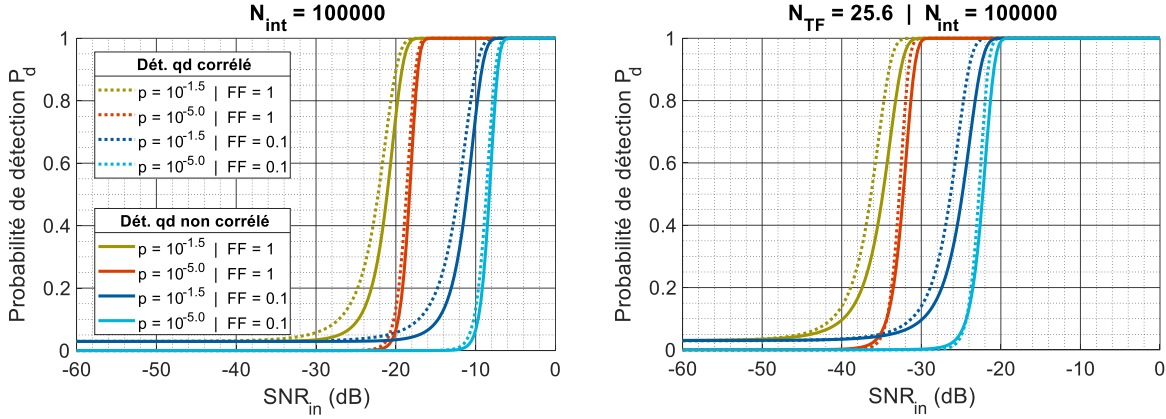


FIGURE 5.5 – Tracés de la probabilité de détection en fonction du SNR en entrée des détecteurs envisagés. A gauche, les détecteurs quadratiques sans étape de prétraitement. A droite, l'ajout de l'étape de prétraitement supposé optimale. La légende s'adresse aux deux graphiques.

où  $x$  est le signal reçu. Par conséquent, nous nous référerons à ce paragraphe pour rappeler comment calculer les performances de détection d'un tel détecteur.

### 5.3.4 La robustesse de la PFA à une montée en température non mesurée

On s'interroge dans ce paragraphe sur l'impact d'une augmentation méconnue de la puissance du bruit due à une dérive entre la calibration ou la dernière mesure de la température, et sa valeur réelle, sur les performances de la PFA. En effet, le système ESM suppose que le bruit est connu. Or, cela n'est pas toujours le cas en pratique, du moins en temps réel. La température peut même être calibrée une seule fois sur toute la durée d'utilisation d'un appareil, lorsque le régime stationnaire de fonctionnement est atteint. Par conséquent, on peut être confronté à des variations entre la réalité et le modèle effectif.

Le bruit de la chaîne de réception est le bruit thermique évoqué dans le chapitre 1. La variation normalisée de sa variance vaut :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^2}{\sigma^2} &= \frac{d(T_K F(T_K))}{T_K F(T_K)} \\ &= \frac{dT_K}{T_K} + \frac{dF(T_K)}{F(T_K)} \end{aligned} \quad (5.13)$$

Or, si on estime que la température augmente jusqu'à  $T'_K = T_K + 100K$ , alors la nouvelle puissance de bruit  $P_B(T'_K)$  vérifie, si on suppose que  $\frac{dF(T_K)}{F(T_K)} \ll \frac{dT_K}{T_K}$  :

$$\frac{P_B(T'_K) - P_{B,\text{ref}}(T_K)}{P_{B,\text{ref}}(T_K)} = 1,25 \text{ dB} \quad (5.14)$$

En prenant en compte la variation du facteur de bruit, l'écart peut être plus grand.

Grâce aux relations définies dans le paragraphe précédent, on trace les graphiques de la figure 5.6. Elles mettent en évidence que le détecteur quadratique non corrélé est beaucoup plus robuste que le corrélé, et qu'il n'est que très peu influencé par le nombre d'échantillons intégrés.

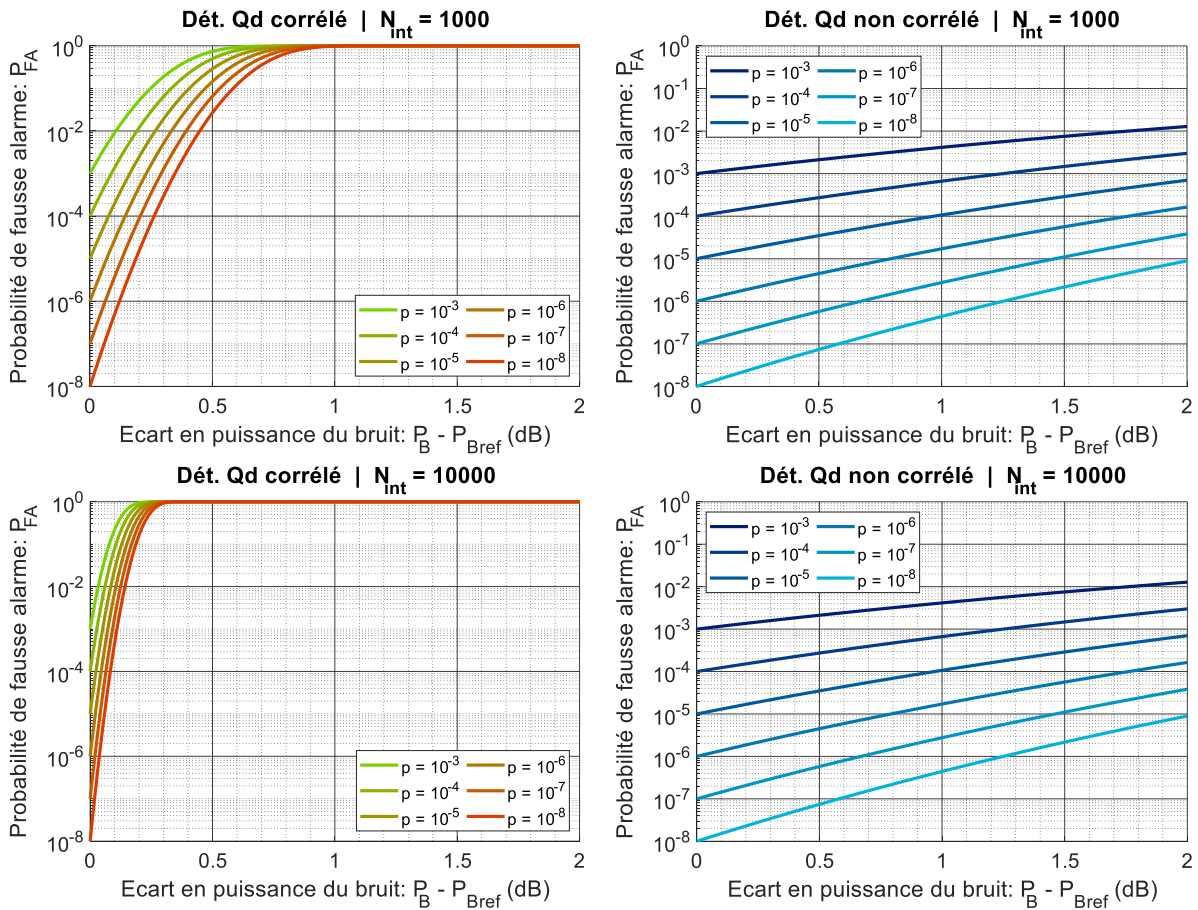


FIGURE 5.6 – Robustesse de la probabilité de fausse alarme à une augmentation inconnue du bruit causé par la température par rapport à la valeur calibrée. La  $P_{fa,cible}$  qui sert à définir le seuil de détection est notée  $p$  dans les légendes.

Ce paragraphe permet de montrer que le détecteur non corrélé est beaucoup plus robuste que le détecteur corrélé, malgré le fait qu'il soit un peu moins performant à la détection d'après la figure 5.5. Cet écart de performances s'expliquent par le fait que les termes croisés du signal et du bruit des détecteurs quadratiques sont corrélés pour le cas du détecteur corrélé, et non corrélé (et indépendant) pour le second détecteur. Or, le fait de corréliser les bruits élargit la densité de probabilité du bruit et donc rapproche sa densité de probabilité de celle du signal. La moyenne change aussi, et se rapproche de la densité de probabilité du signal.



### 5.3.5 Synthèse de la section et problématiques auxquelles doivent faire face les détecteurs quadratiques

La première section a traité des détecteurs quadratiques comme solution envisageable et même performante si l'on accepte d'intégrer sur des durées beaucoup plus grandes, qui tendent vers la durée d'illumination du récepteur ESM par le radar.

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle réduit le temps de réaction, puisqu'il faudra attendre la fin d'une intégration (de l'ordre de plusieurs dizaines voire centaine de ms) a minima pour pouvoir prendre une décision, en dehors même de l'étape d'identification.

Par ailleurs, nous avons considéré qu'il "suffit" d'atteindre un SNR de sortie  $\text{SNR}_{\text{out}}$  suffisant pour que le traitement de données fonctionne correctement. Or, ce qui était vrai dans la configuration ESM habituelle et évoquée dans le chapitre 2 et qui restait vraie dans le chapitre 4, ne l'est plus ici, puisque nous ne travaillons plus sur l'impulsion. Par conséquent, nous dégradons automatiquement les capacités de traitement de données par la suite associées aux traitements usuels. Nous sommes donc obligés de réfléchir, dans les sections qui suivent, à comment opérer la reconnaissance des familles de formes d'onde à partir d'intégration qui dépassent l'impulsion.

Par ailleurs, bien que nous supposons travailler sur des bandes-passantes restreintes, le fait d'augmenter la durée d'intégration augmente automatiquement la probabilité de se retrouver en multiségnal. Le cas multiségnal sera donc évoqué.

## 5.4 Le détecteur basé sur l'autocorrélation cyclique : le DAC

Le fait d'intégrer sur des durées beaucoup plus grandes que la durée de l'impulsion radar élémentaire fait que de nouvelles périodicités émergent naturellement (notamment celle liée à la PRI). Par conséquent, il devient pertinent de nous intéresser au principe de la cyclostationnarité, dans l'optique de faciliter l'estimation de paramètres par la suite.

### 5.4.1 Définition et lien avec la fonction d'ambiguïté

Soit  $X(\boldsymbol{\theta})$  est un processus stochastique paramétré par  $\boldsymbol{\theta}$ .  $X$  est un processus cyclostationnaire avec la période cyclique  $\boldsymbol{\eta}$  si la fonction de répartition  $F$  associée à  $X$  vérifie :

$$F(x, \boldsymbol{\theta}) = F(x, \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\eta}) \quad (5.15)$$

Remarquons que la définition semble correspondre à la stationnarité. Elle s'en dégage cependant puisque l'égalité énoncée ci-dessus n'est valable que pour  $\boldsymbol{\eta}$ , alors que le processus stationnaire est valable pour tous les  $\boldsymbol{\eta}$  réels. Les périodes d'intérêt sont multiples. La PRI en est une, les périodes intra-impulsions en sont d'autres, lorsque les formes d'onde en présentent. Mais on peut

également y ajouter la périodicité des PRI, si celles-ci sont agiles et présentent un certain motif (cf. figure 2.3).

En pratique, on définit un processus  $X$  comme cyclostationnaire au sens large s'il vérifie [66] :

$$r_x\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = r_x\left(t + T + \frac{\tau}{2}, t + T - \frac{\tau}{2}\right) \quad (5.16)$$

où  $T$  est une période positive. Par ailleurs,  $r_x$  est défini par :

$$r_x\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = E\left[x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\right] \quad (5.17)$$

On peut alors rechercher les périodes cycliques  $\frac{1}{\nu}$  du signal  $x(t)$  à l'aide de la transformée de Fourier :

$$R_x^\nu(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} r_x\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi\nu t} dt \quad (5.18)$$

$R_x^\nu(\tau)$  est appelée l'autocorrélation cyclique. Si le processus  $X$  est un processus cycloergodique, alors l'autocorrélation cyclique vaut :

$$R_x^\nu(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi\nu t} dt \quad (5.19)$$

Or, nous avons vu dans le chapitre 2 la définition de la fonction d'ambiguïté radar, qui pour rappel, s'écrit :

$$\mathcal{A}_x(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i2\pi f t} dt \quad (5.20)$$

Par conséquent, sous réserve d'adapter le vocabulaire du domaine radar qui veut que  $\tau$  soit le retard temporel et  $f$  la fréquence Doppler, nous pouvons considérer que les deux distributions sont identiques et donc la fonction d'ambiguïté est directement applicable à la GE. Pour marquer la sortie du domaine radar, nous privilégierons le terme d'autocorrélation cyclique (ou intercorrélacion cyclique au besoin) par la suite, bien que nous conserverons la notation  $\mathcal{A}$ .

L'intérêt d'un détecteur basé sur l'autocorrélation cyclique (DAC) est qu'il propose une RTF, ce qui peut être susceptible d'aider à l'estimation de certains paramètres intra-impulsion des formes d'onde et donc à l'identification du radar.

### 5.4.2 Implémentation du DAC

Le signal d'entrée  $x$  étant discret, le DAC est réécrit pour s'y adapter :

$$\mathcal{A}_x(n_\tau, f) = \sum_{k=0}^{N_{int}-1} x[k + n_\tau]x^*[k]e^{-i2\pi k f / f_e} \quad (5.21)$$

où  $f \in \left[-\frac{f_e}{2}, \frac{f_e}{2} - \frac{f_e}{2N_{int}}\right]$  et  $n_\tau \in \mathbb{N}^*$ .

Il faut noter qu’il existe deux manières d’implémenter un tel détecteur. Soit on considère que  $N_{int}$  doit être constant, ce qui signifie qu’il faut attendre d’observer  $N = N_{int} + n_\tau$  échantillons avant de pouvoir sommer les  $N_{int}$  échantillons pour le calcul du DAC. La seconde solution consiste à considérer que  $N_{int}$  est variable et vaut  $N_{int}(n_\tau) = N - n_\tau$  où  $N$  est le nombre d’échantillons observés et est fixé.

Les deux méthodes engendrent un certain nombre de différences. Celle à  $N_{int}$  fixée demande d’augmenter le nombre d’observations  $N$ , mais autorise pour tous les  $n_\tau$  envisagés, d’obtenir des performances similaires. A l’inverse, le cas  $N$  fixé fait diminuer  $N_{int}$  avec l’augmentation de  $n_\tau$ , ce qui diminue les performances de l’intégration lorsque  $n_\tau$  augmente. Mais le détecteur est plus réactif et demande moins de mémoire.

Une proposition d’implémentation est formulée. La figure 5.7 illustre cette solution, consistant en la définition de  $n + 1$  voies, où  $n = n_{\tau, \max}$  et  $N_I = N_{int}$ . L’axe horizontal représente

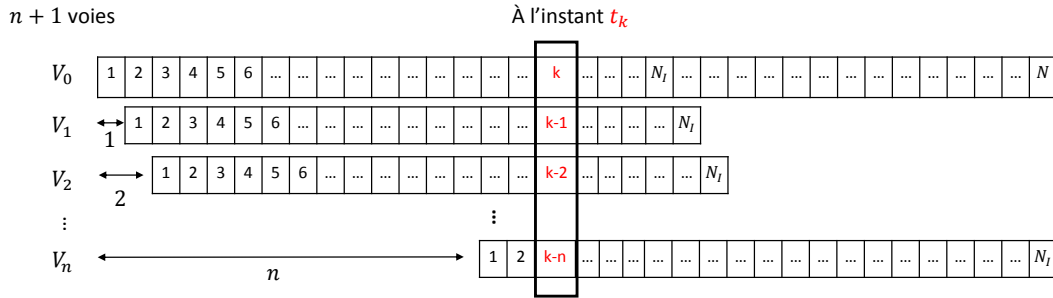


FIGURE 5.7 – Une implémentation possible du DAC basée sur la méthode  $N$  fixé. Ici,  $N_I = N_{int}$ .

l’évolution du temps. Chaque colonne représente un instant temporel  $t_k = k/f_e$  où  $k \in \llbracket 1, N \rrbracket$ . La voie  $V_0$  conserve chaque valeur  $x[k]$ .

Pour tout  $p \in \llbracket 1, n \rrbracket$  et pour tout  $k \in \llbracket 1, N_{int} \rrbracket$ , on a :

$$V_p[k] \leftarrow V_0^*[k] \tag{5.22}$$

L’opération qui suit, à un instant déterminé  $k \in \llbracket 1, N \rrbracket$  nous donne, pour tout  $p$  vérifiant  $0 < k - p \leq N_{int}$ ,

$$V_p[k - p] \leftarrow V_p[k - p]V_0[k] \tag{5.23}$$

Par conséquent, lorsque le dernier échantillon  $k = N$  est reçu par le détecteur, les produits terme à terme sont déjà effectués. Il ne reste alors plus qu’à effectuer les  $n$  FFT sur les voies numérotées de 1 à  $n$ . On a alors en sortie le DAC avec un  $n_\tau$  qui varie de 1 à  $n$ , pour  $N_{int}$  fréquences différentes.

Une autre solution consiste à ajouter en temps réel, le produit avec les exponentielles complexes prétabulées, pour chaque fréquence d’intérêt. On multiplie alors le nombre de voies paral-

DIFFUSION RESTREINTE

lèles nécessaires par  $N_{int}$ . Enfin, lorsque le dernier échantillon  $K = N$  est reçu par le détecteur, il ne reste plus qu'à opérer les  $N_{int}$  sommes des  $n$  voies d'intérêt à fréquence donnée. On se retrouve avec une sortie équivalente au premier cas de figure.

Dans les deux cas, chaque voie ne voit qu'un nombre restreint de calculs, soit une ou deux multiplications, en plus de l'opération d'attribution et de lecture.

L'implémentation du détecteur DAC paraît être une solution pertinente pour pouvoir retourner en temps réel ou proche du temps réel les sorties.

## 5.5 Le DAC est-il applicable pour la détection et la reconnaissance de formes d'onde ?

Nous avons vu dans les premières sections du chapitre que le détecteur quadratique en configuration IQLD est susceptible d'être pertinent. Néanmoins, il nous reste à évaluer les sorties du DAC appliqué aux formes d'onde d'intérêt, et la possibilité de reconnaître les diverses familles de formes d'onde, voire d'aller plus loin.

### 5.5.1 Un détecteur de pente

Les calculs analytiques du DAC sur les formes d'onde d'intérêt sont effectuées (cf. annexe B), en supposant que le DAC s'applique sur la largeur d'impulsion du signal d'intérêt. En se basant sur les expressions données dans la table 2.9 du chapitre 2, on détermine l'emplacement du maxima pour les MLF, CP et CMP (cf. table 5.1). On rappelle que  $A$  est l'amplitude du signal d'intérêt  $s$ ,  $\alpha$  la pente des signaux type MLF,  $N_m$  le nombre de moments du CP avec  $\Phi$  comme vecteur contenant les codes de phase,  $\delta f$  et  $N_f$  les deux paramètres du CMP, correspondant respectivement à l'écart entre les porteuses et au nombre de porteuses.

Le résultat du DAC sur le CMP est une approximation, qui est explicitée dans l'annexe B. Au niveau du module, l'approximation est tout à fait valable (cf. calcul analytique non approximé dans l'annexe B).

| F.O. | $f_m$                       | $ \mathcal{A}_s(n_\tau, f_m) $   |
|------|-----------------------------|--|
| MLF  | $n_\tau \frac{\alpha}{f_e}$ | $N_{int} A^2$  |
| CP   | 0                           | $A^2 \left  N_{int} - (N_m - 1)n_\tau + n_\tau \cdot \sum_{k=0}^{N_m-2} e^{i(\Phi[k+1] - \Phi[k])} \right $  |
| CMP  | 0                           | $\approx A^2 \frac{N_{int}}{N_f} \left  \frac{\sin\left(\pi \frac{\delta f}{f_e} N_f n_\tau\right)}{\sin\left(\pi \frac{\delta f}{f_e} n_\tau\right)} \right $ |

TABLEAU 5.1 – Maxima de DAC sur les formes d'onde MLF, CP et CMP.

Pour le MLF, la totalité de l'énergie se retrouve dans un seul canal de fréquence qui est

directement proportionnelle à la pente  $\alpha$ . Le DAC définit pour le MLF un détecteur et estimateur conjoint de  $\alpha$ .

Pour les modulations CP, l'énergie tend à être entièrement contenue dans la fréquence nulle si  $n_\tau \rightarrow 1$ , si la condition  $N_m \ll N_{int}$  est vérifiée.

Enfin, pour les modulations CMP, l'énergie se retrouve concentrée périodiquement à la fréquence nulle suivant la variable  $n_\tau$ . La période vaut  $\frac{f_c}{\delta f}$ . Par ailleurs, on montre que la modulation CMP est susceptible d'avoir des pics symétriques par rapport à la fréquence nulle puisque, pour tout  $(p, p') \in \left[ \left[ -\text{Ent} \left[ \frac{N_f}{2} \right], \text{Ent} \left[ \frac{N_f}{2} \right] \right]^2 \right]$  vérifiant  $p' \neq p$ , on a :

$$|\mathcal{A}(n_\tau, (p' - p)\delta f)| \approx \frac{N_{int}}{N_f} A^2 \quad (5.24)$$

Par conséquent, le DAC est un détecteur dont le module concentre l'énergie des MLF, CP et CMP de telle façon que le résultat est non seulement exploitable pour la détection, mais également pour mesurer la pente (coefficient d'ordre 2 de la phase). Dans le cas CMP, il est même possible de remonter à  $\delta f$  si les pics symétriques sont détectés.

Dans l'annexe B, on présente le calcul du DAC sur le code de Price. On montre que le DAC n'est pas capable de traiter cette forme d'onde. En généralisant, toute forme d'onde dont la phase n'est pas un trinôme est peu susceptible d'être détectée (si la forme d'onde est LPI).

### 5.5.2 Simulation du DAC sur les formes d'onde d'intérêt

Pour illustrer les expressions précédentes, on trace les figures 5.8, 5.9 et 5.10 pour les familles de formes d'onde MLF, CP et CMP respectivement. Le DAC est implémenté de telle manière que le nombre d'échantillons observés  $N$  soit constant. Les paramètres associés aux tracés sont donnés dans le tableau 5.2.

| F.O.      | Paramètre         | Unité                   | Valeurs                        |
|-----------|-------------------|-------------------------|--------------------------------|
| Communs   | $f_c$             | MHz                     | 10                             |
|           | $N$               | -                       | 256                            |
|           | $n_\tau$          | -                       | $\llbracket 1, 128 \rrbracket$ |
|           | $\text{SNR}_{in}$ | dB                      | 0                              |
| MLF       | $f_0$             | MHz                     | -1,23                          |
|           | $\alpha$          | MHz. $\mu\text{s}^{-1}$ | -0,0466                        |
| Barker 13 | $f_0$             | MHz                     | 2,37                           |
| CMP       | $f_c$             | MHz                     | 0,51                           |
|           | $\delta f$        | MHz                     | 1,1                            |
|           | $N_f$             | -                       | 9                              |

TABLEAU 5.2 – Paramètres associés aux simulations illustrant le DAC sur les formes d'onde d'intérêt

Les figures sont organisées comme suit : quatre graphiques pour chaque forme d'onde d'intérêt (MLF, code de Barker, CMP), dont les trois premiers tracent le résultat du DAC en fonction de la pente (elle est directement proportionnelle à la fréquence) en fixant la variable  $n_\tau$  aux valeurs 1, 43 et 128. Le dernier graphique fixe la fréquence à la fréquence d'intérêt de 0 pour les formes d'onde CP et CMP et à  $n_\tau \alpha / f_e$  pour le signal MLF et trace le module du DAC en fonction de la fréquence. Ces graphiques permettent d'illustrer les calculs théoriques et le comportement attendu des formes d'onde.

On observe que les tracés du DAC sur le signal MLF (chirp) montrent effectivement que l'énergie se concentre dans une fréquence particulière. Pour  $n_\tau = 128$ , on mesure la pente à  $-0,0488 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$  contre  $-0,0466 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ , tandis qu'à  $n_\tau = 43$ , on mesure  $0,0491 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ . La mesure de la pente gagne en précision lorsque  $n_\tau$  augmente, tandis que la valeur maximale  $\alpha_{\max}$  mesurable diminue avec  $n_\tau$ . On montre à partir des éléments vus dans le paragraphe précédent, que la précision sur la mesure de la pente  $\delta\alpha$  et les bornes de l'intervalle de mesure  $[-\alpha_{\max}, \alpha_{\max}]$  valent :

$$\alpha_{\max} = \frac{f_e^2}{2n_\tau} \quad (5.25)$$

$$\delta\alpha = \frac{f_e^2}{(N - n_\tau)n_\tau} = \frac{f_e^2}{N_{\text{int}}n_\tau} \quad (5.26)$$

Par conséquent, la mesure de la pente d'un signal MLF gagne à être effectuée pour le DAC ayant le  $n_\tau$  le plus grand possible. La limitation à la valeur de  $n_\tau$  correspond à la taille minimale de la LI divisée par 2 du signal que l'on souhaite intercepter. Pour le signal MLF, on peut se permettre d'augmenter cette valeur de manière importante, mais dans le cadre d'un DAC destiné à l'interception du CP et du CMP,  $n_{\tau, \max}$  vaudra  $\frac{N_{LI, \min}}{2}$ . En se plaçant dans le canal de fréquence optimale, on remarque que le signal MLF possède une performance quasiment constante (en tenant compte de la diminution de  $N_{\text{int}}$ ). Les rebonds proviennent de l'écart entre le centre du canal de fréquence et la valeur de la pente.

Dans le cas CP, et plus particulièrement dans la simulation proposée, on observe que tant que  $n_\tau \rightarrow 1$ , alors le maximum est dans le canal de fréquence nulle et l'énergie y est maximisée. Lorsque l'on s'éloigne, les performances se dégradent. Un ordre de grandeur de la valeur limite où l'on peut considérer que l'énergie est concentrée de manière suffisante est  $n_\tau = \frac{N_{LI, \min}}{2N_{m, \max}}$ , ie un décalage maximal de la demi-largeur de la durée d'un moment. Si  $n_\tau$  est plus grand, alors le spectrogramme de l'autocorrélation instantanée s'étale.

Le DAC appliqué au CMP montre des caractéristiques multisignal, avec l'apparition d'artefacts symétriques autour de la fréquence nulle. Lorsque l'on regarde l'évolution du DAC appliqué au CMP en fonction de  $n_\tau$  pour la fréquence nulle, on observe les maxima périodiquement répartis tels qu'évoqués dans le paragraphe qui précède.

Les différents tracés, les expressions analytiques du module, et celles de l'argument du DAC appliqué à chaque forme d'onde vont nous permettre d'opérer la reconnaissance et l'estimation d'un certain nombre de paramètres. C'est que nous allons analyser dans les paragraphes qui suivent.

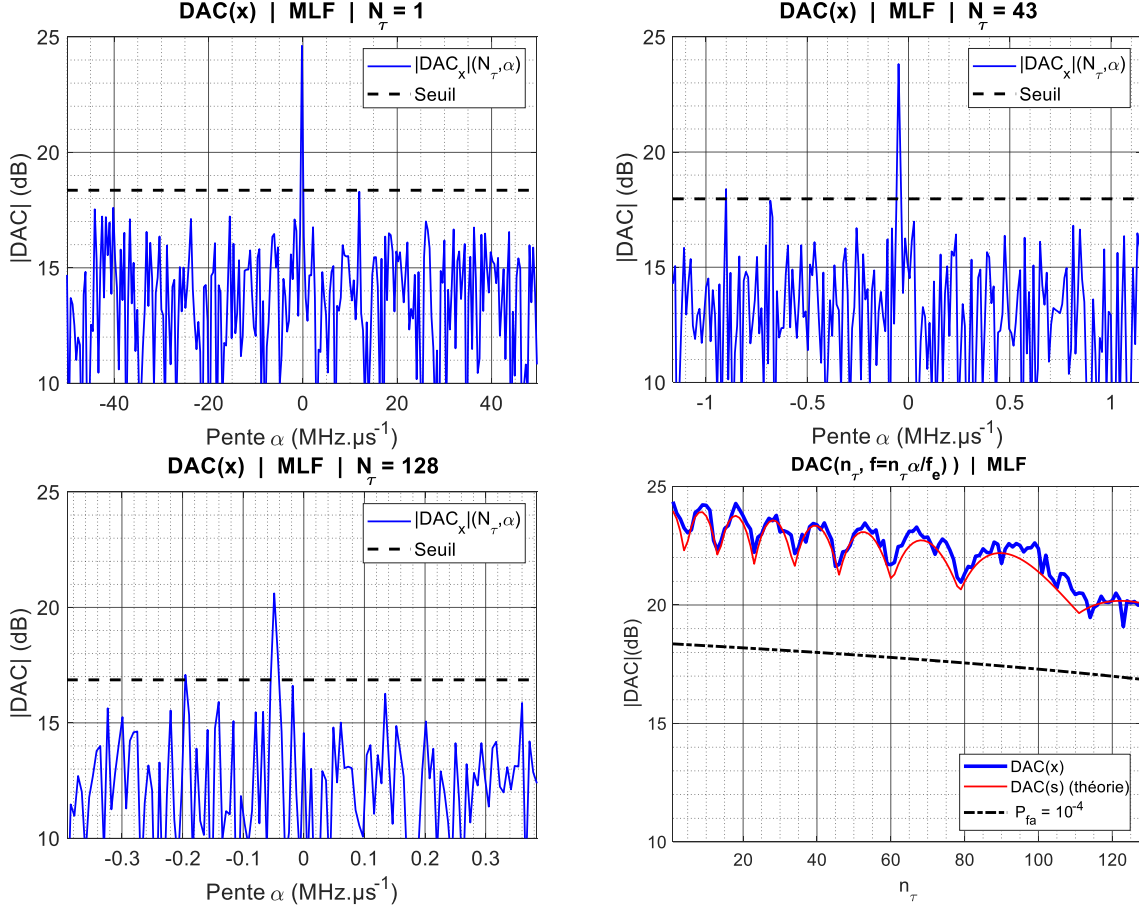


FIGURE 5.8 – DAC appliqué au signal MLF

### 5.5.3 L'estimation complémentaire de paramètres liés à la fréquence

Dans ce paragraphe, nous supposons que nous avons déjà l'information du type de forme d'onde. Outre la pente, nous pouvons montrer que le DAC est susceptible de fournir une estimation de la porteuse  $f_0$  grâce à l'information contenue dans la phase, pour les formes d'onde MLF, CP et CMP. Le tableau 5.3 donne les arguments des DAC associés.

La phase issue du DAC appliqué au CMP est obtenue à partir de l'approximation évoquée plus haut. Cette approximation est néanmoins moins précise que pour le module, mais nous verrons que nous pouvons malgré tout récupérer  $\delta f$  de celle-ci.

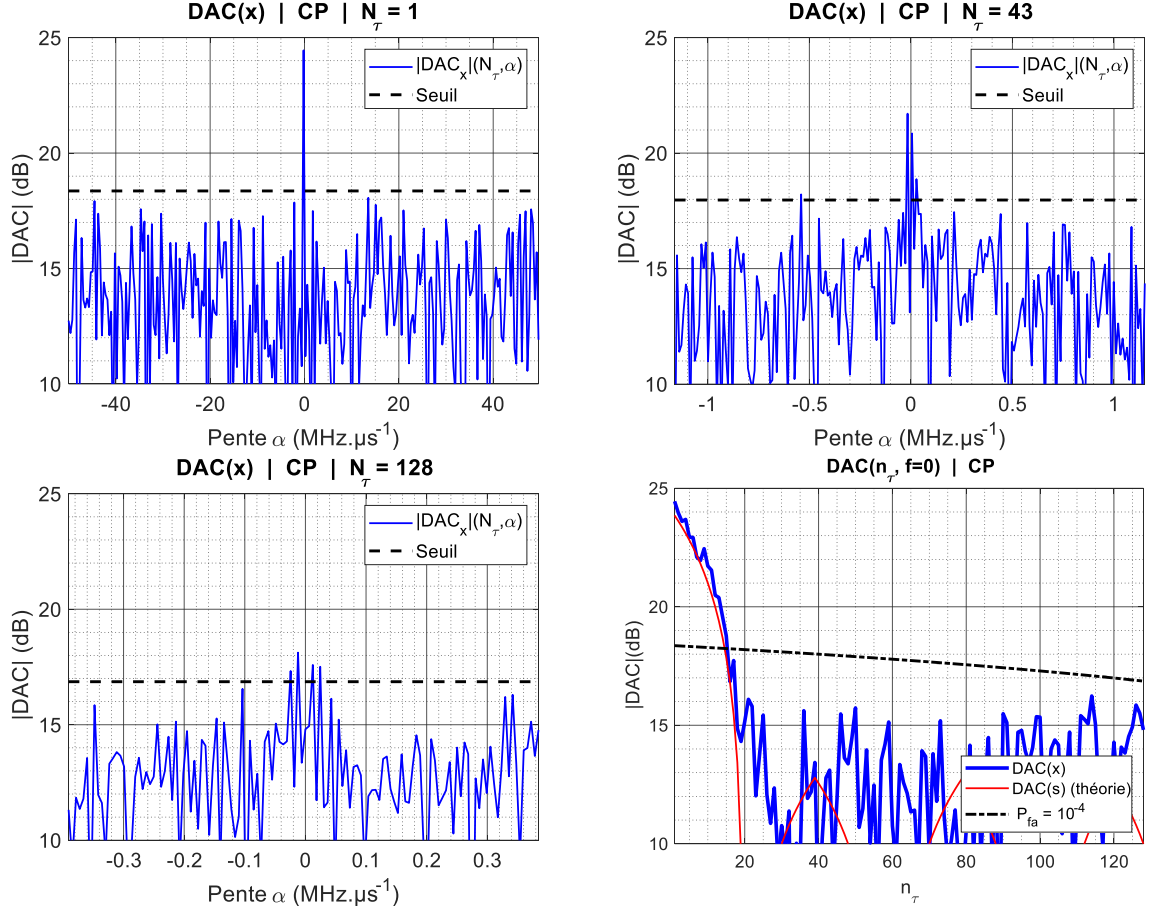


FIGURE 5.9 – DAC appliqué au Barker 13

| F.O. | $f_m$                       | $\angle \mathcal{A}_s(n_\tau, f_m)$  |
|------|-----------------------------|--|
| MLF  | $n_\tau \frac{\alpha}{f_e}$ | $\frac{2\pi}{f_e} \left( f_0 + \frac{\alpha}{2f_e} n_\tau \right) n_\tau$                            |
| CP   | 0                           | $\frac{2\pi}{f_e} f_0$   |
| CMP  | 0                           | $\approx \frac{2\pi}{f_e} \left( f_0 - \frac{N_f-1}{2} \delta f + \frac{\delta f}{2} \right) n_\tau$ |

TABEAU 5.3 – Argument du DAC pour les formes d'onde d'intérêt



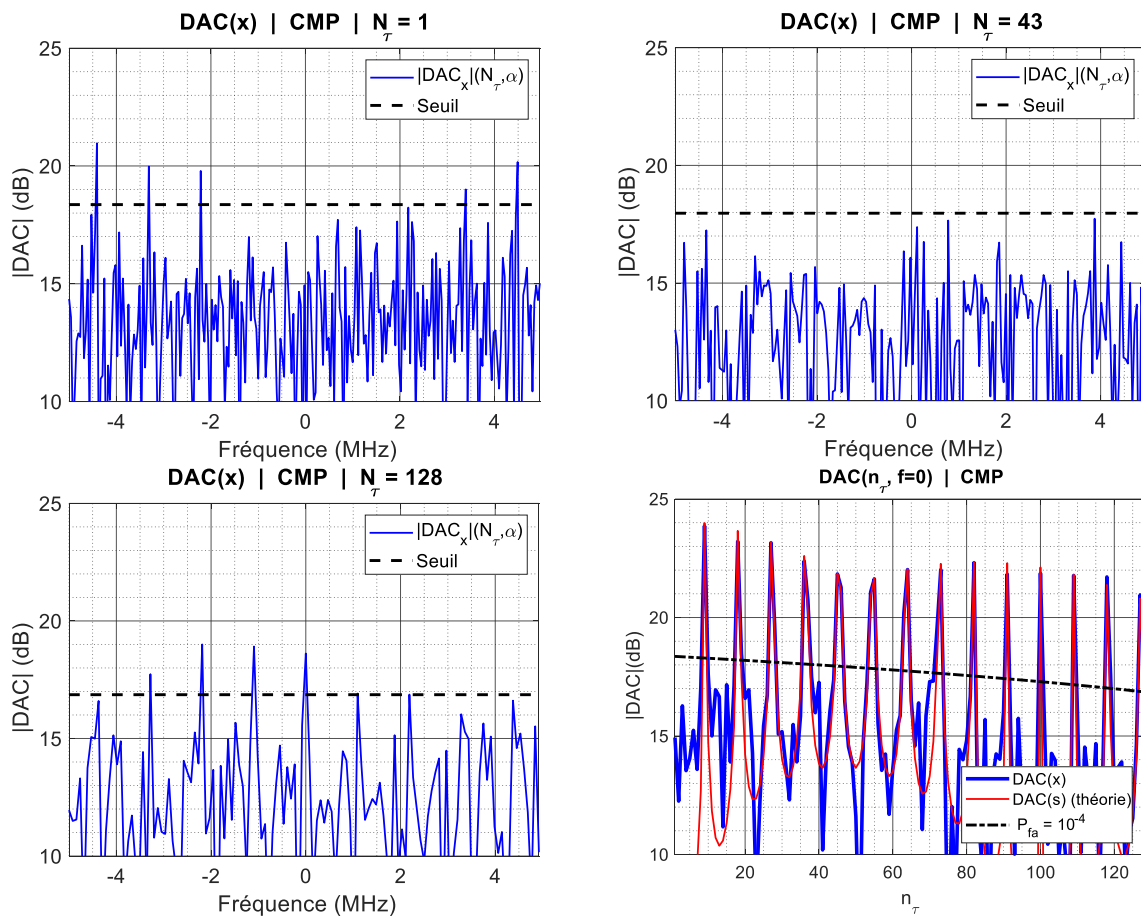


FIGURE 5.10 – DAC appliqué au CMP

L'estimation de la pente  $\alpha$  est immédiate :

$$\hat{\alpha} = \frac{f_e}{n_\tau} \max_f |\mathcal{A}(n_\tau, f)| \quad (5.27)$$

et on peut considérer que l'estimateur de la pente est optimal dans le cadre du détecteur quadratique. On rappelle que maximiser  $n_\tau$  permet d'être plus résolu sur la mesure. L'estimateur est sans biais (si on oublie l'écart entre la pente réelle et le centre du canal de fréquence).

L'estimation de la fréquence  $f_0$  ne peut s'opérer sur un seul calcul de DAC, à cause de l'ambiguïté de la phase. Une solution optimale pour déplier la phase dans le cas du signal MLF et CP consiste à utiliser la TF sur la variable  $n_\tau$  et récupérer la fréquence :

$$\hat{f}_0 = \max_\nu \left( \text{TF} \left( \frac{\mathcal{A}(n_\tau, f_m)}{|\mathcal{A}(n_\tau, f_m)|} \right) (\nu) \right) - \frac{N\hat{\alpha}}{2f_e} \quad (5.28)$$

La normalisation par le module de l'intégrant de la TF permet de lisser les bruits. Notons que le domaine des  $n_\tau$  concernés par le calcul de la TF est celui où l'on opère une détection pour  $f = f_m$ . Les autres ne sont pas pris en compte.

Dans le cas CMP, la phase du DAC contient plusieurs paramètres inconnus :  $f_c$ ,  $\delta f$ ,  $N_f$ . De plus, l'expression est issue d'une approximation. Or, autant l'approximation sur le module ne prête pas à conséquence (nous l'avons vu, l'énergie est bel et bien localisée là où l'approximation nous l'a indiquée), autant une petite erreur sur la phase peut mener à des mesures qui s'éloignent de celles attendues. Le facteur multiplicatif sur l'erreur de la phase est directement le nombre de tours que celle-ci fait.

Néanmoins, en revenant à l'expression du module du DAC appliqué au CMP, on se rappelle que la fréquence des détections est proportionnelle à  $\delta f$ . Par conséquent, l'estimateur de ce dernier s'écrit :

$$\hat{\delta f} = \max_{\nu > 0} \text{TF} (|\mathcal{A}_{\text{det}}(n_\tau, 0)|) (\nu) \quad (5.29)$$

où l'indice det désigne les détections. Autrement dit, "le premier pic" ou le maximum de la partie du spectre strictement positive donne une mesure de  $\delta f$ . Cette mesure sera d'autant plus précise que le nombre de détections sera important. On peut estimer qu'il faut près d'une petite dizaine de détections pour pouvoir appliquer la TF et obtenir une mesure exploitable. La figure 5.11 illustre la mesure pour la simulation proposée.

Par ailleurs, la phase de la sortie du DAC pour le signal CMP contient l'information de  $N_f$  et  $f_0$  (cf. tableau 5.3). Une TF sur les sorties de DAC avec  $n_\tau$  variable nous donne une estimation de  $\frac{1}{f_e} \left( f_0 + \left( 1 - \frac{N_f}{2} \right) \delta f \right)$ . Une estimation de  $N_f$  peut être opérée à l'aide de la TF calculée à l'équation (5.29), dont on observe un exemple à la figure 5.11. L'enjeu est de placer le seuil de décision de manière optimale, et de s'aider de la mesure préalable de  $\delta f$  pour éliminer les maximums dont les abscisses ne sont pas des multiples de  $\delta f$ . Dans la figure susmentionnée, on

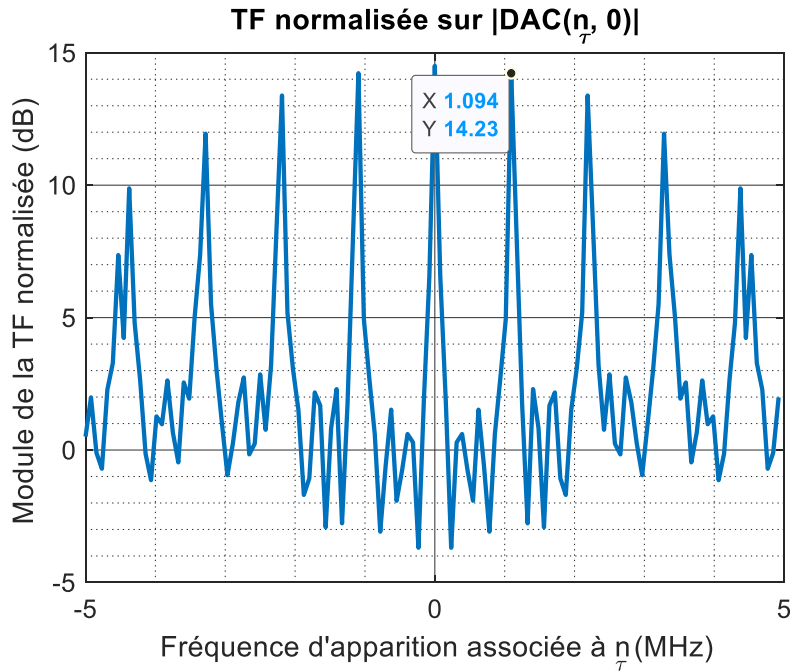


FIGURE 5.11 – Mesure du paramètre  $\delta f$  du signal CMP

obtient  $\widehat{N}_f = 9$ . Enfin, l'estimation de  $\widehat{f}_0$  est opérée. Retenons néanmoins que les estimations de  $N_f$  et  $f_0$  ne sont pas aussi robustes que celle de  $\widehat{\delta f}$ , notamment dû au fait que l'on opère ces estimations à partir de l'information de phase. Or, ces dernières sont des approximations analytiques (cf. annexe B). Par conséquent, on a une dérive sur la phase.

En conclusion, outre la mesure de pente qui est opérée conjointement au calcul du DAC et pour chaque  $n_\tau$ , le DAC autorise l'estimation de la fréquence de la porteuse  $f_0$  pour les signaux MLF et CP, et  $\delta f$  pour le CMP, en calculant la TF pour toutes les détections considérées. Il est même possible d'envisager de mesurer les autres paramètres du CMP, et donc d'avoir l'estimation complète de ce dernier, sous réserve d'accepter un niveau de précision inférieur à celui que l'on obtient pour la mesure de la pente ou de  $\delta f$ .

#### 5.5.4 La reconnaissance des familles de forme d'onde

Nous allons nous focaliser dans ce paragraphe sur comment distinguer les trois familles de formes d'onde que le DAC est capable de détecter. Par ailleurs, non seulement il faut être capable de les distinguer les uns des autres, mais aussi les distinguer du cas multiségnal au besoin.

En supposant que nous sommes dans le cas monosignal, toute détection en dehors de  $f = 0$  caractérise la présence de signaux de la famille MLF.

Le critère d'attribution du caractère CP consiste, outre en la détection en  $f = 0$ , à regarder s'il a trois détections consécutives pour  $n_\tau = 1, 2$  et 3. Si oui, alors nous avons affaire à un CP

(ou à une sinusoïde).

Pour le CMP, outre la détection à  $f = 0$  ou très proche, on a deux possibilités. Regarder si les diverses détections sont situées périodiquement, et/ou vérifier qu'il n'y a qu'une ou deux détections successives suivant  $n_\tau$ .

En résumé, il est possible de définir une architecture basée sur le DAC présentée dans le schéma 5.12.

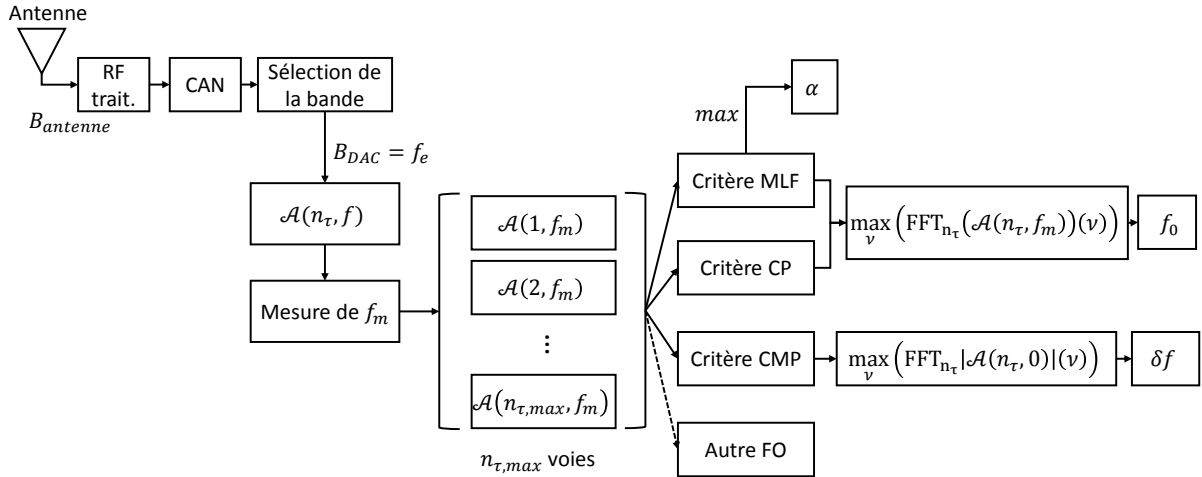


FIGURE 5.12 – Schéma récapitulatif pour la reconnaissance et l'estimation intra-impulsion à partir du DAC.  $B$  correspond à la bande-passante.

### 5.5.5 Simulations en IQLD

Les analyses qui précèdent ont été menées sur des durées d'intégration inférieures à la largeur d'impulsion. Il convient maintenant d'appliquer le cas de figure IQLD qui motive l'utilisation de détecteur quadratique, donc sur des durées d'intégration supérieures à celle de l'impulsion.

On met en place plusieurs simulations sur les formes d'onde CP et CMP (cf. figures 5.13, 5.14). Chaque figure contient deux graphiques contenant le résultat du module du DAC en fonction de la pente. Le graphique du dessus contient le signal bruité, celui du dessous le signal seul (résultat théorique du DAC). On observe qu'il est possible de détecter des pics situés symétriquement par rapport à la fréquence d'intérêt. Le premier pic (en importance) donne la mesure de la PRI, comme on peut s'y attendre. Les autres pics ne peuvent donner lieu à une exploitation aussi aisée. La forme d'onde MLF n'a pas d'autre pic qui pousse.

Si on conserve les paramètres précédents, sauf  $N = 10000$ , les LI qui sont abaissées à  $10 \mu s$  et qu'on introduit un facteur de forme  $FF = 0,2$  pour le CMP et le CP, on obtient les figures 5.13 et 5.14. Le seuil de détection à  $P_{fa} = 10^{-4}$  vaut  $26,3 \text{ dB}$ . Le SNR d'entrée du Barker 13 est abaissé à  $-5 \text{ dB}$  et celui du CMP à  $-2 \text{ dB}$ .

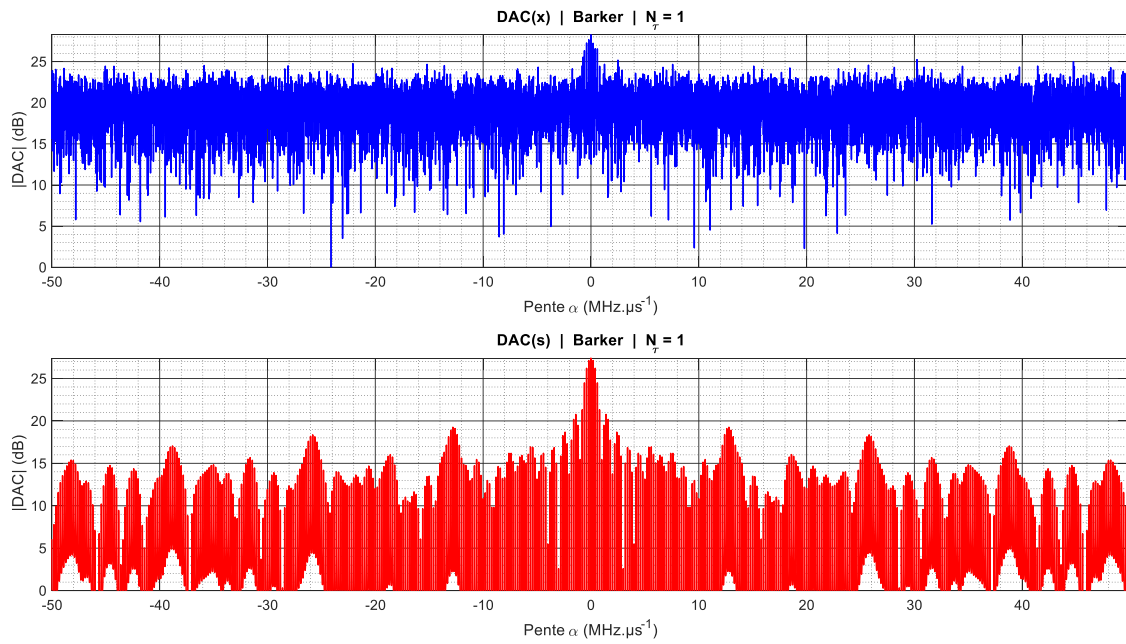


FIGURE 5.13 – DAC appliqué au signal de Barker 13 en IQLD

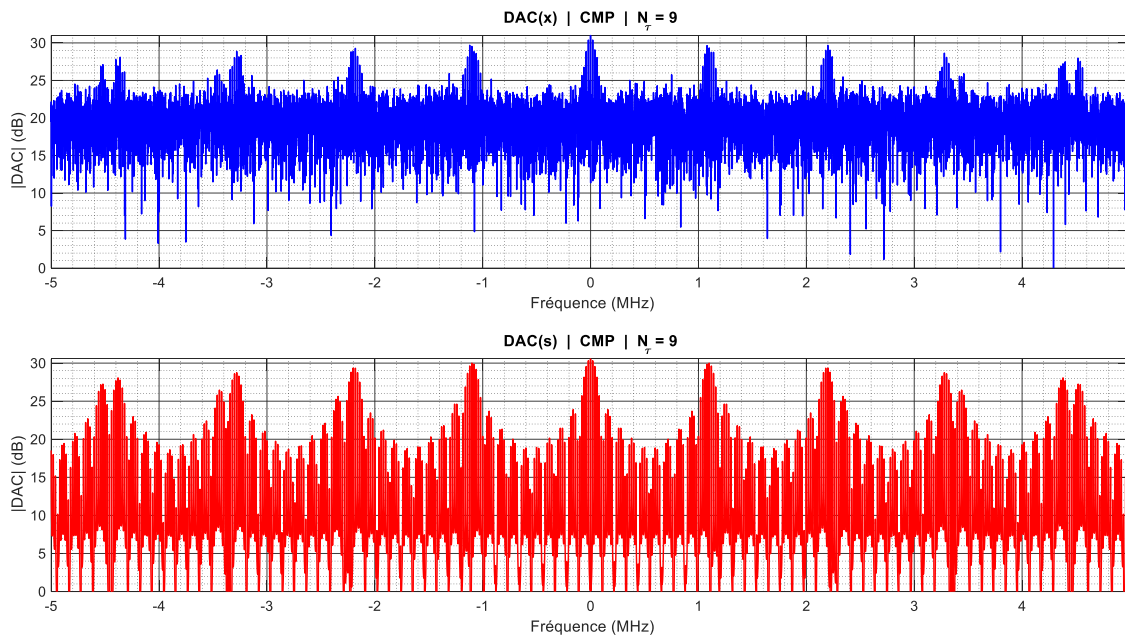


FIGURE 5.14 – DAC appliqué au signal CMP en IQLD

La mesure de l'écart entre la fréquence nulle et le premier pic donne la PRI attendue, de 50 ps.

La seule difficulté de la détection en IQLD réside dans le cas du signal MLF, puisqu'il faut trouver la fréquence centrale. Cependant, en mesurant la fréquence centrale des détections, on retrouve la fréquence d'intérêt  $f_m$  attendue. Dès lors, on applique la méthode décrite pour mesurer la PRI.

Les performances de détection en IQLD ont été analysées précédemment. Rappelons que l'on peut toujours appliquer une étape de prétraitement pour améliorer les performances du DAC.

### 5.5.6 Le cas multisignal

Durant tout ce chapitre, nous avons décidé de rester le maximum possible dans le cadre monosignal. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de traiter une bande-passante restreinte.

Cependant, l'augmentation du temps d'intégration augmente la probabilité de coïncidences. Par conséquent, il n'est pas inutile de regarder le comportement du DAC dans une configuration multisignal.

Les calculs analytiques des mélanges n'apportant pas d'informations aisément exploitables pour une meilleure compréhension des phénomènes, on ne les insère pas dans ce mémoire. Une série de simulations avec plusieurs mélanges de signaux est proposée. Les propriétés issues des calculs analytiques et des observations sont présentées au travers de ces simulations.

#### Simulations de mélange de signaux

On revient à la simulation intra-impulsion pour un souci de lisibilité. On obtient les figures 5.15, 5.16 et 5.17.

La figure 5.15 contient trois graphiques. A gauche, on a le tracé du module de la sortie du DAC pour un mélange d'un signal de type code de Barker à 13 moments et un code CMP en fonction de la fréquence, à  $n_\tau$  fixé. Le signal contient ces deux formes d'ondes et le bruit dans le graphique au-dessus, les deux formes d'onde sans bruit dans le second. On observe notamment que les pics en  $f = 0$  MHz caractéristiques des deux formes d'onde sont présents. D'autres pics poussent suivant ce qui est attendu de la forme d'onde CMP (artefacts symétriques). A droite, le graphique présente le tracé du module du DAC en ordonnée et  $n_\tau$  en abscisse, à la fréquence d'intérêt pour les deux formes d'onde  $f = 0$  MHz. On observe beaucoup plus clairement sur ce graphique la fusion d'une forme d'onde de type CMP et CP (cf. les graphes des formes d'onde seules). La reconnaissance est envisageable sur ce graphique.

La figure 5.16 mélangeant un chirp et un code de Barker 13 contient six graphiques présentant le comportement du module du DAC en fonction de la pente  $\alpha$  pour les quatre premiers (de haut en bas) et de l'écart  $n_\tau$  pour les deux derniers. Sur les quatre premiers graphiques, le pic

caractéristique du signal MLF se démarque aisément pour  $n_\tau = 1$  ( $n_\tau$  faible comme attendu par la théorie), mais s'étale en augmentant  $n_\tau$ . Ce qui permet d'opérer la reconnaissance du cas multisérial et même de savoir à quelle type de formes d'onde on est confronté sont les deux derniers graphiques, tracés pour  $f = 0$  pour le premier et  $f = n_\tau^\alpha/f_e$  pour le second. En effet, on observe distinctement le comportement respectivement, d'une forme d'onde de type CP sur le premier, et MLF sur le second.

La figure 5.17 contient six graphiques avec le module du DAC en ordonnées. La pente  $\alpha$  est l'abscisse des quatre premiers graphiques (de haut en bas), l'écart d'échantillons  $n_\tau$  l'abscisse des deux derniers. Sur les quatre premiers graphiques, on arrive à distinguer visuellement le pic correspondant au signal MLF des pics correspond au signal CMP, surtout lorsque  $n_\tau$  n'est pas un multiple de la période du CMP. Néanmoins, ce sont surtout les deux derniers graphiques tracés pour  $f = 0$  pour le premier et  $f = n_\tau^\alpha/f_e$  pour le second, qui permet de reconnaître sans ambiguïté le comportement d'une forme d'onde de type CMP sur le premier, et de type MLF sur le second graphique.

En synthèse de ces trois simulations, on observe que le mélange des formes d'onde d'intérêt différentes n'impactent pas la possibilité de les distinguer les unes des autres. Si le mélange contient un chirp, alors il se démarquera automatiquement de la fréquence nulle, par conséquent le DAC se comporte comme un détecteur linéaire. Dans le cas où le mélange contient un CP et un CMP, la solution pour les séparer consiste à se référer au tracé du DAC en fonction de  $n_\tau$  à la fréquence nulle. On remarque alors que les propriétés du CP et du CMP s'additionnent. Par conséquent, si les critères associés au CP et au CMP sont vérifiés, alors on est en présence des deux formes d'onde.

Le cas où l'on a deux chirps s'opère bien si les pentes sont différentes. Si elles sont identiques, alors on observera l'apparition d'artefacts symétriquement répartis autour de la pente mesurée. Le CP se retrouve naturellement dans cette configuration. On peut montrer par le calcul que le nombre d'artefacts  $n_a$  est directement proportionnel au nombre de signaux présents, et vérifie, à la fois pour le mélange de 2 chirp ou de 2 CP :

$$n_a = N_s(N_s - 1) \tag{5.30}$$

Le cas de deux CMP est plus compliqué à gérer, puisque le CMP est déjà en lui-même un signal multicomposante. Nous avons déjà, pour le CMP seul, des artefacts symétriques comme vu précédemment. A partir des éléments analysés jusqu'à présent, on n'a pas de solutions à proposer pour distinguer le cas mono du cas de mélanges de CMP.

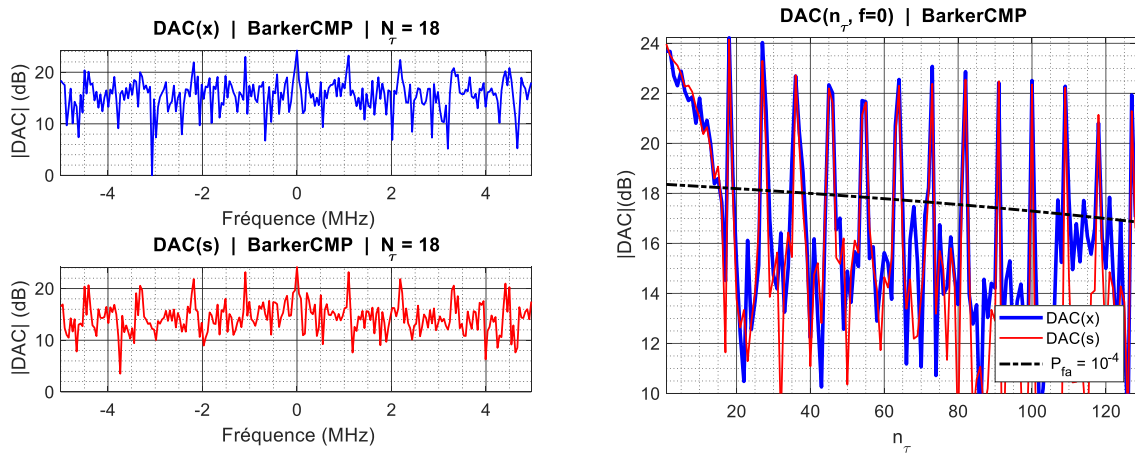


FIGURE 5.15 – DAC appliqué à un mélange de Barker 13 et de CMP

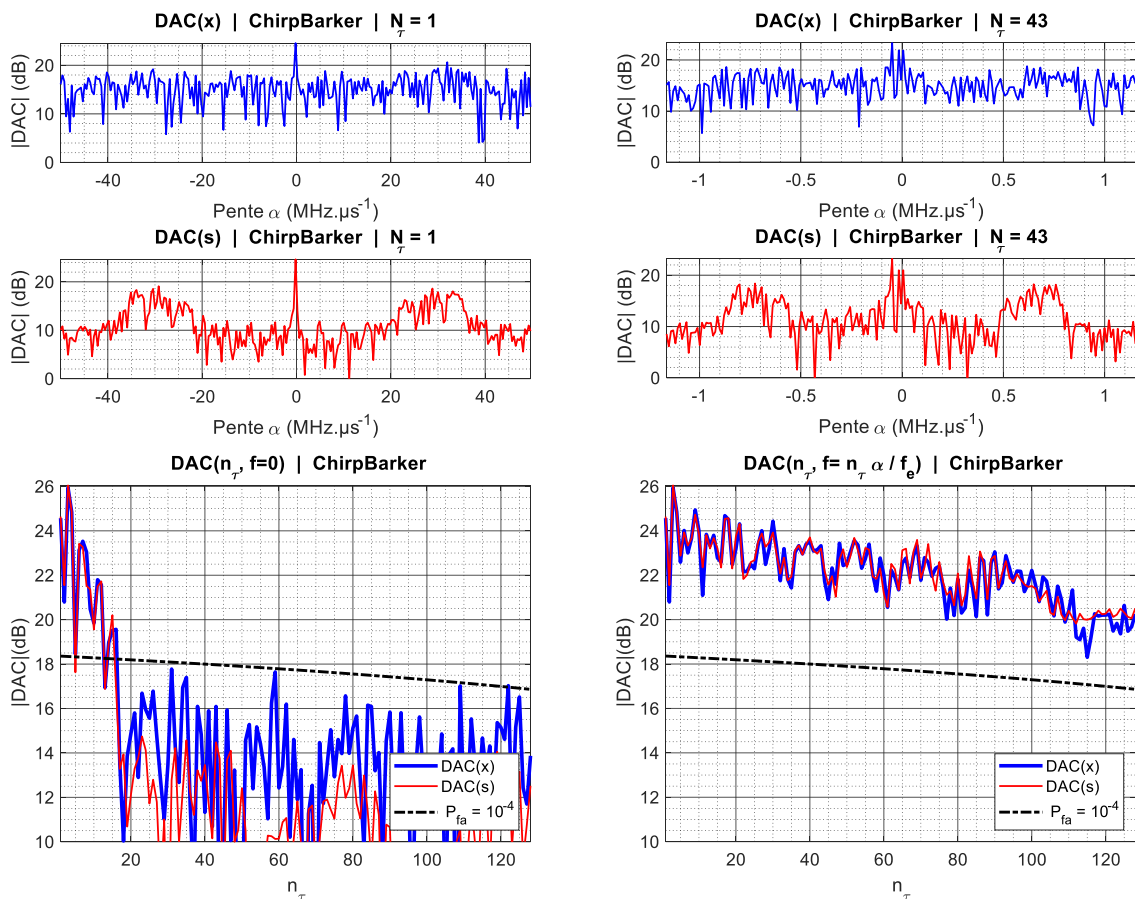


FIGURE 5.16 – DAC appliqué à un mélange d'un chirp et d'un Barker 13



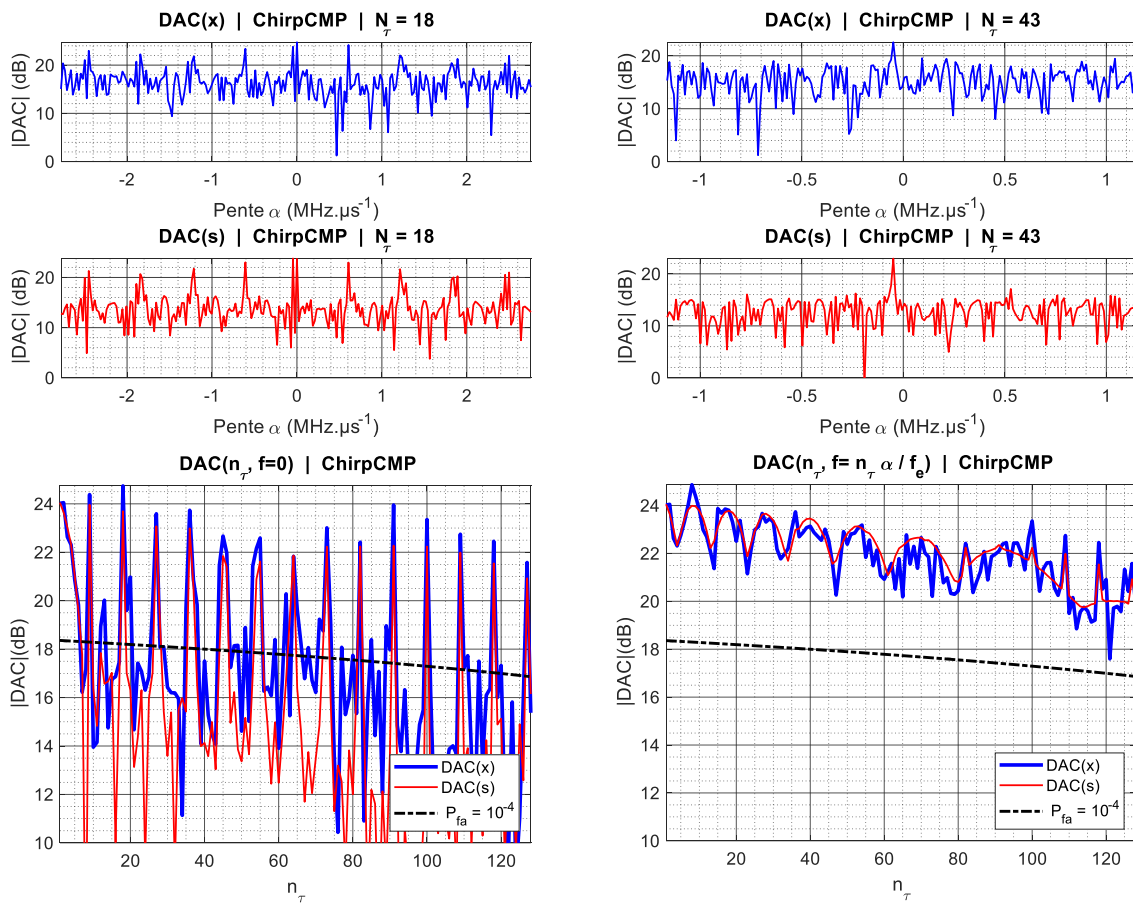


FIGURE 5.17 – DAC appliqué à un mélange d'un chirp et d'un CMP

### Synthèse sur le cas multisérial

Lorsque l'on a un mélange de formes d'onde n'appartenant pas à la même famille, le DAC permet de les séparer de manière assez facile.

Les mélanges de signaux MLF en supposant que les pentes sont suffisantes séparées (le calcul de la résolution sur la mesure de la pente donne le caractère suffisant) sont directement séparables. Les cas du mélange de CP ou de MLF aux pentes non séparables demandent d'appliquer la recherche, parmi les pics détectés, de symétries. Lorsque les symétries sont étiquetées comme il le faut, émerge la fréquence centrale (pour le signal MLF), et le nombre de symétries permet de se donner une approximation du nombre de signaux détectés. La limitation principale de la méthode évoquée est la dynamique des signaux. Si cette dernière diverge de plus de 3-4 dB, alors la méthode perd de sa robustesse (à faible SNR).

On retient néanmoins que le cas multisérial doit être évité si possible.

#### 5.5.7 Synthèse du DAC

L'analyse du DAC sur les formes d'onde MLF, CP et CMP montre que ce dernier est capable de les détecter en focalisant la quasi-totalité de l'énergie du signal dans un canal de fréquence.

Le calcul d'un seul DAC permet de distinguer immédiatement les signaux MLF des autres, et de mesurer sa pente. Par ailleurs, en multipliant le nombre de DAC pour différents  $n_\tau$ , on montre qu'il est possible d'opérer la distinction du CP et du CMP. Enfin, en appliquant une TF sur ces résultats, il est possible d'estimer  $f_0$  et  $\delta f$ . Seuls les paramètres du CP, autre que  $f_0$ , ne sont pas mesurables par le DAC, et nécessitent donc des traitements spécifiques.

Enfin, le DAC est, de manière générale, capable d'opérer la distinction des signaux reçus simultanément et dans la bande-passante traitée. Le cas du mélange du CP ou du mélange de CMP est cependant difficile à traiter.

## 5.6 Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre la possibilité d'augmenter la durée d'intégration, à l'aide d'un détecteur quadratique, au-delà des durées usuelles de fonctionnement des systèmes ESM qui sont majorées par la largeur d'impulsion minimale des signaux que l'on souhaite intercepter.

Nous avons vu que faire tendre la durée d'intégration vers la durée d'illumination est susceptible de donner des performances meilleures que le détecteur quadratique sommé sur la largeur d'impulsion. Par ailleurs, en couplant l'intégration longue durée à une étape de prétraitement qui cherche à sommer localement de manière optimale, il est possible d'atteindre des performances qui dépassent celles du détecteur FIDEL.

Dès lors, la pertinence du détecteur ayant été démontrée, nous avons cherché à nous attaquer à la problématique de la possibilité d'opérer le traitement de données par la suite. En

effet, l'intégration au-delà de l'impulsion ne rend plus possible les estimations intra-impulsions par l'étude de la RTF par les traitements de données usuels. Le détecteur à autocorrélation cyclique est défini en s'appuyant sur sa proximité avec la fonction d'ambiguïté radar et les propriétés de cyclostationnarité, qui permettent de mettre en évidence les périodes intrinsèques de la sommation longue durée. On a vérifié que le DAC est capable d'opérer la détection et la reconnaissance des formes d'onde CMP, CP et MLF. Il est même possible d'opérer l'estimation de divers paramètres intra-impulsion, sous réserve d'effectuer suffisamment de calculs.

Cependant, le cas multisérial est d'autant plus susceptible d'advenir que l'on augmente la durée d'intégration, et ce malgré la finesse de la bande-passante traitée. Le cas multisérial n'est pas traité dans tous les cas envisageables par le DAC, ce qui constitue une limite potentielle à son utilisation et demandera de définir avec un soin particulier les paramètres pour éviter de se retrouver dans le cas multisérial.

#### A retenir

L'intégration au-delà de l'impulsion n'est pas une pratique usuelle en ESM. En effet, l'impulsion est jugée nécessaire pour pouvoir mener les estimations nécessaires aux performances de détection souhaitées (sur les formes d'onde non LPI).

Or, le DAC montre qu'il est possible d'estimer un certain nombre de paramètres intra-impulsions malgré un temps d'intégration qui englobe plusieurs impulsions. De plus, les performances de détection sont améliorées, dans certaines conditions. Elles peuvent être encore grandement augmentées en combinant une étape de prétraitement de type TF.

Le cas multisérial pose néanmoins problème, même s'il est possible de rechercher à s'en prémunir en limitant la bande-passante traitée par exemple.

Le chapitre qui suit s'intéresse à l'impact sur le processus de détection de l'ajout d'une dimension, celle du nombre d'antennes. Le détecteur associé fonctionnera aussi bien en-deçà de l'impulsion, que sur des durées d'intégration équivalentes à ce qui a été vues dans ce chapitre. Nous verrons notamment comment traiter plusieurs signaux arrivant sur le détecteur durant la durée d'impulsions et à les distinguer.

# LA DÉTECTION MULTIVOIE

---

*Les chapitres 4 et 5 ont présenté des détecteurs qui fonctionnent sur une seule voie de réception. Or, avec les possibilités de proposer des systèmes contenant plusieurs antennes de coût très modeste, à l'image du radar MIMO, le système de GE aurait tort de ne pas proposer une méthode de détection qui tire partie d'un système multiantennaire, chaque antenne ayant une couverture angulaire appropriée. Ce chapitre se propose de définir un tel détecteur, avec les calculs de performances associés.*

## 6.1 Introduction

Utiliser plusieurs voies à la détection signifie profiter de la décorrélation des voies de réception (en estimant qu'elles sont effectivement décorrélées), tandis que le signal est présent dans chacune de ces voies. Par conséquent, même si l'on ne considère que le détecteur d'enveloppe multivoie, un gain de  $\sqrt{N_a}$  advient, où  $N_a$  est le nombre d'antennes.

Par ailleurs, les méthodes de détection quadratique en général comme la distribution de Wigner-Ville croisée, la fonction d'ambiguïté croisée ou encore le détecteur d'enveloppe croisé nécessitant deux voies décorrélées sont applicables dans la configuration bivoie, avec le gain attendue sur le bruit, et la possibilité de faire de l'interférométrie (cf. chapitre 7).

Cependant, lorsque le nombre d'antennes qui peuvent opérer une détection simultanée dans une même portion d'espace, de temps et de fréquence vaut 4 ou plus, rester sur des détecteurs croisés signifie au mieux de sommer quadratiquement chaque couple bivoie. En effet, le déphasage dû à l'angle d'incidence du signal introduit un déphasage dans le signal et permet de mesurer la DOA, mais cela n'autorise pas une sommation en amplitude. Par conséquent, on n'utilise pas le plein potentiel de la configuration multivoie.

Une méthode prometteuse et étudiée dans ce chapitre est la "Théorie des Matrices Aléatoires" ou *Random Matrix Theory* (RMT) en anglais. Nous conserverons l'abréviation anglaise par la suite. La RMT s'est mise en place à partir du milieu des années 2000 grâce notamment aux travaux de Tracy et Widom [67] de la décennie antérieure.

La définition d'un détecteur basé sur la matrice de covariance (RMT) s'est construite sur plusieurs résultats. Le premier est la solution proposée dans les années 1960 par Marčenko-Pastur [68] pour déterminer la PDF associée à la diagonalisation de la distribution de Wishart, qui est

la distribution associée au cas multivoie. Les années 1980 ont vu la définition des méthodes de type MUSIC (cf. chapitre 7) qui ont montré comment utiliser la configuration multivoie pour opérer la mesure de la DOA, mais sans proposer de méthodes pour calculer un détecteur. Il faut attendre la fin des années 1990 et la mise au point de la distribution de Tracy-Widom [67] comme solution mathématique à un problème plus général auquel sont associées les matrices de Wishart pour pouvoir avoir les éléments permettant de calculer un détecteur type multivoie et ses performances, notamment au travers de sa probabilité de fausse alarme. Enfin, les travaux de Chiani [69] de 2014 ont mis en évidence une expression simplifiée et bienvenue de la distribution de Tracy-Widom pour mener ce calcul. Le terme de RMT a commencé à se répandre lorsque cette dernière est devenue un axe de recherche dans le domaine des communications à partir de la deuxième moitié des années 2000 [70], les travaux de thèse de Couillet [71] en constituant un point d'orgue. Le domaine radar prend en considération la méthode à partir des années 2010 [72]. Le chapitre propose de réécrire la détection basée sur la RMT dans le cadre de l'ESM et à évaluer les performances d'un tel intercepteur.

## 6.2 La Théorie des Matrices Aléatoires (RMT)

On considère un problème à deux dimensions de taille  $N \times K$ . Ces deux dimensions peuvent être le nombre d'antennes et le nombre d'échantillons temporels, ou bien le nombre de canaux de fréquences et le nombre d'échantillons temporels par exemple.

Pour la suite du chapitre, nous choisissons la dimension du nombre d'antennes  $N_a$  et du nombre d'échantillons intégrés  $N_{int}$ . Les antennes ont un gain identique, aux tolérances matérielles près, et couvrent la même portion de l'espace et des fréquences (cf. figure 6.1). Posons  $X[k]$  de taille  $N_a \times 1$  le vecteur contenant les  $N_a$  échantillons arrivant sur les antennes de l'instant  $t_k = \frac{k}{f_e}$  ou "instant  $k$ " par extension. Soit  $X$  la matrice de taille  $N_a \times N_{int}$  constituées des  $N_{int}$  colonnes  $X[k]$ .

Il est possible de définir la matrice de covariance  $C$  telle que :

$$C = \frac{1}{N_{int}} X X^* \quad (6.1)$$

de taille  $N_a \times N_a$ . Dans le cas où le bruit de chaque voie est modélisable par un bruit de type gaussien complexe et circulaire et si  $N_{int}$  est "suffisamment grand", la matrice  $C$  suit la distribution de Wishart complexe [73]. Par conséquent, nous avons le principe de la détection qui consiste en la distinction d'une hypothèse  $H_0$  où la matrice  $C$  suit la distribution de Wishart complexe, d'une hypothèse  $H_1$  où l'on ne suit plus cette distribution.

Le principe du détecteur étant posé, il convient maintenant d'analyser la méthode qui permette d'opérer dans la pratique cette détection.

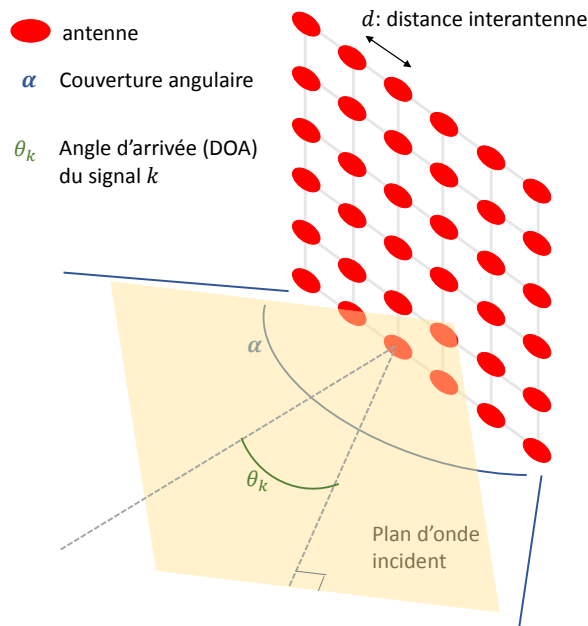


FIGURE 6.1 – Schéma illustrant un système multi-antennes couvrant la même portion d'espace

## 6.3 Opérer la détection en RMT

### 6.3.1 La distribution de Marčenko-Pastur et le principe du détecteur

La matrice de corrélation  $C$  étant hermitienne, elle est diagonalisable d'après le théorème spectral. Par conséquent, elle s'écrit :

$$C = UDU^* \quad (6.2)$$

où  $D$  est la matrice diagonale en question, et  $\lambda_1 > \dots > \lambda_r > 0$  les valeurs propres, avec  $r = \text{rang}(C) \leq N_a$ . Si la matrice  $C$  ne contient que du bruit, alors  $C$  suit la distribution de Wishart complexe et la distribution conjointe des valeurs propres de  $C$  notée  $p(x)$  suit la loi de Marčenko-Pastur [68] qui s'écrit :

$$p(x) = \frac{\sqrt{(x - \lambda_{\min})(\lambda_{\max} - x)}}{2\pi\sigma^2 r_c x} \quad (6.3)$$

où :

$$r_c = N_a/N_{int}$$

où  $N_{int}$  est le nombre d'échantillons temporels intégrés dans le calcul de la matrice de covariance  $C = \overline{XX^*}$

$$\lambda_{min} = \sigma^2 (1 - \sqrt{r_c})^2$$

est la valeur propre minimale théorique

$$\lambda_{max} = \sigma^2 (1 + \sqrt{r_c})^2$$

est la valeur propre maximale théorique

Remarquons que  $r_c$  n'est pas obligatoirement inférieur à 1. Dans le cas où  $c > 1$ , la matrice de covariance  $C$  sera toujours de rang égal à  $N_{int} < N_a$ , ce qui ne pose pas de problème une fois éliminé les valeurs propres inférieures à  $\lambda_{min}$ . On suppose que cette opération est faite immédiatement. On se propose de mener quelques simulations sur un bruit blanc gaussien de variance 1 et de tracer  $p(x)$  analytique. On réalise 5 000 tirages avec les valeurs associées à chaque configuration de la figure 6.2. Le nombre de valeurs propres  $\lambda_i$  est égal au rang  $r$  de la matrice de covariance. Ainsi, un 'tirage' correspond à  $r$  valeurs propres, ce qui autorise le tracé des graphiques de la figure mentionnée.

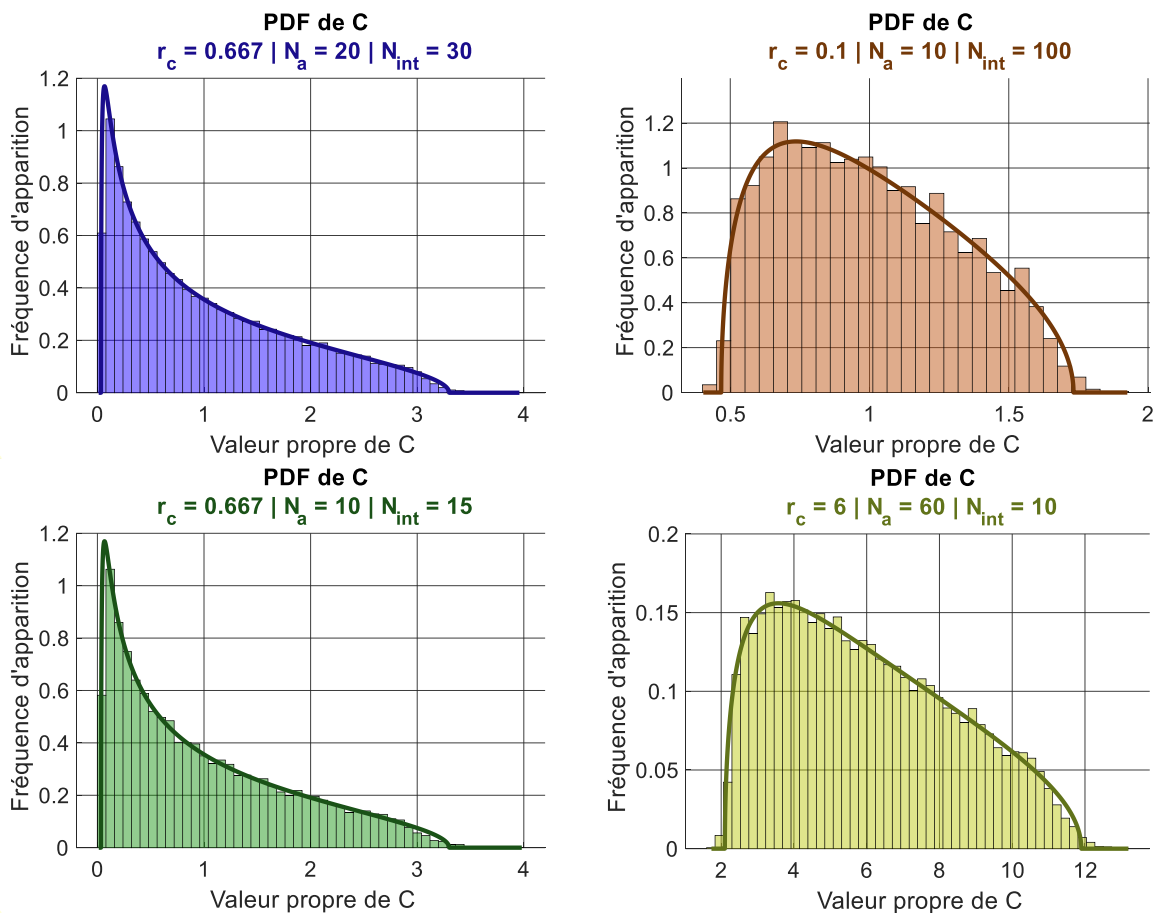


FIGURE 6.2 – Différents tracés de la PDF de Marčenko-Pastur théorique adaptée sur une simulation de 5000 tirages de bruit seul servant à calculer la matrice de covariance  $C$

DIFFUSION RESTREINTE

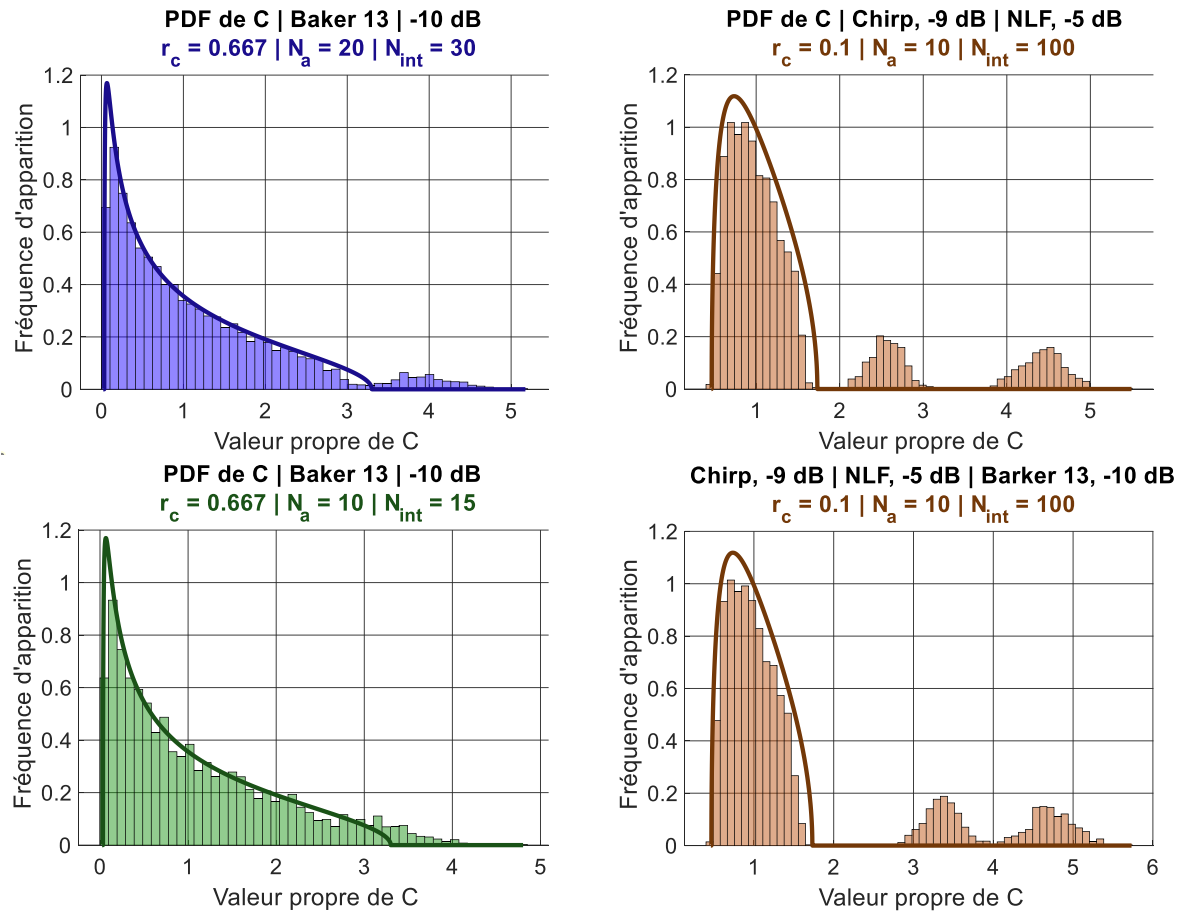


FIGURE 6.3 – Différents tracés de la PDF de Marčenko-Pastur théorique atténuée en présence de bruit seul sur une simulation de 5000 tirages de signaux bruités servant à calculer la matrice de covariance  $C$ . La PDF est donc non adaptée.



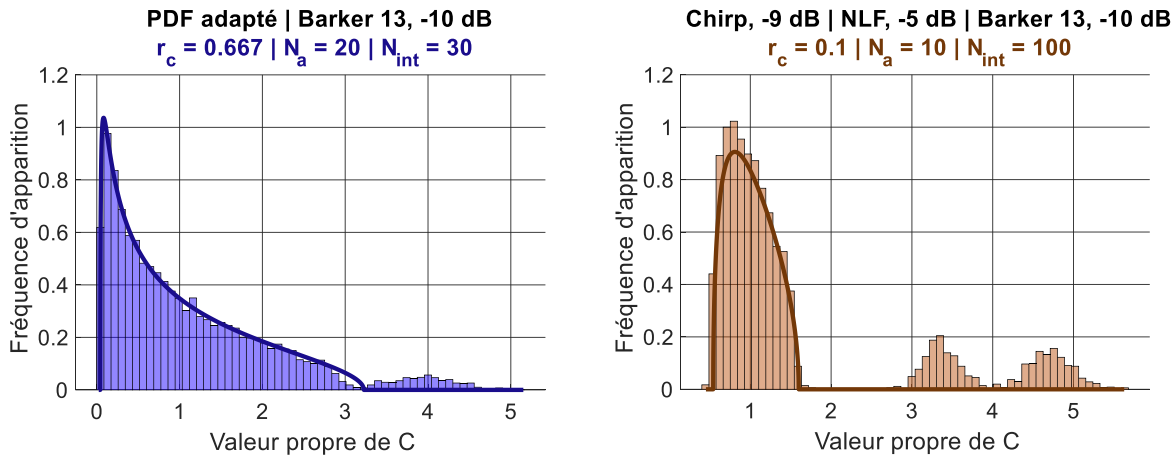


FIGURE 6.4 – Différents tracés de la PDF de Marčenko-Pastur théorique adaptée sur une simulation de 5000 tirages de signaux bruités servant à calculer la matrice de covariance  $C$

On peut noter sur ces graphiques que les histogrammes obtenus suivent bien la loi de Marčenko-Pastur. Le principe de la détection est de considérer une détection si et seulement si la valeur de la plus grande valeur propre  $\lambda_1$  est supérieure à  $\lambda_{max}$  (ou  $\lambda_{max}$  fois une constante réelle strictement supérieure à 1). En effet,  $\lambda_{max}$  définit la limite supérieure de la distribution de Marčenko-Pastur donc, s'il existe au moins une valeur propre qui dépasse cette valeur, alors c'est qu'elle ne suit pas la distribution du bruit en théorie. Évidemment, dans la pratique, la fausse alarme doit être prise en compte. En effet, on se rend compte que la  $P_{fa}$  associée au seuil  $\lambda_{seuil} = \lambda_s = \lambda_{max}$  est relativement élevée, de l'ordre de  $10^{-1}$  à  $10^{-2}$ . Il nous faut donc pousser l'analyse de la  $P_{fa}$  pour pouvoir définir un seuil de détection pertinent.

Le principe de la détection est illustré sur la figure 6.3, au travers de trois graphiques. Sur le premier, le signal contient un Barker à 13 moments. On observe que l'histogramme ne suit plus exactement la PDF théorique. En effet, la valeur propre la plus grande  $\lambda_1 > \lambda_{max}$  code pour le signal, et non plus pour le bruit. Nous verrons par la suite, dans ce chapitre, les raisons l'expliquant. Ce faisant, le signal est détecté "la plupart du temps" (on peut estimer à l'oeil une probabilité de détection de l'ordre de 0,9 sur cette simulation). Le deuxième graphique de la colonne de gauche opère une simulation similaire, avec des paramètres  $N_a$  et  $N_{int}$  changés, en conservant le ratio  $r_c$ . On observe que le signal ressort moins en diminuant les valeurs, même si on conserve le ratio, ce qui est logique physiquement (on intègre moins longtemps, sur moins de voies). Dans la colonne de droite, on propose d'observer le comportement du détecteur dans le cadre multisignal, qu'on étudiera dans ce chapitre et également au travers de l'application de la méthode au travers de MUSIC dans le chapitre 7. Enfin, dans la figure 6.4, on illustre qu'il est possible de proposer une approximation empirique de la PDF du bruit restant lorsqu'il y a du signal. Cela n'aura pas d'impact particulier dans la suite.

### 6.3.2 Détermination du seuil de détection

Comme la distribution de Marčenko-Pastur finit abruptement à  $\lambda_{max}$ , elle n'est pas utile en elle-même pour remonter à la  $P_{fa}$ . Par conséquent, Tracy et Widom proposent d'étudier le comportement de la plus grande valeur propre  $\lambda_1$  [67]. En posant la nouvelle variable aléatoire  $\lambda_m = \frac{\lambda_1 - \sqrt{2N}}{2^{-1/2}N^{-1/6}}$  où  $N = \min(N_a, N_{int})$ , ils montrent que la fonction de répartition de  $\lambda_m$ , en considérant que la matrice de covariance  $C$  est à valeurs complexes et que  $N$  est "suffisamment grand", tend vers la distribution de Tracy-Widom qui se définit comme :

$$F_2(s) = \exp \left[ - \int_s^\infty (x-s)q^2(x)dx \right] \quad (6.4)$$

où  $q$  est la solution de l'équation de Painlevé de type II :

$$q''(s) = sq(s) + 2q^3(s)$$

qui vérifie la condition aux limites

$$\lim_{s \rightarrow \infty} q(s) = \text{Ai}(s)$$

où  $\text{Ai}$  est la fonction d'Airy.

Il est montré que la convergence de la distribution de Tracy-Widom vers la distribution de la plus grande valeur propre  $\lambda_1$  est de l'ordre de  $\mathcal{O}(N^{-2/3})$  [74]. Plus précisément, il y est montré que pour tout  $\lambda$ , l'écart entre les deux distributions est majoré par un coefficient dépendant de  $\lambda_0$  fixé multiplié par  $N^{-2/3}e^{-\lambda}$  pour tout  $\lambda > \lambda_0$ . Dans la figure 6.5, on trace le coefficient  $N^{-2/3}$  pour illustrer la vitesse de décroissance.

Une implémentation de la PDF et CDF de Tracy-Widom simple à mettre en oeuvre est présentée dans [69]. La variable  $\lambda_a = \frac{\lambda_1 - \mu_{atw}}{\sigma_{atw}} \rightarrow \lambda_m$  définie plus haut, où :

$$\begin{aligned} \mu_{atw} &= \left( \sqrt{N_{int}} + \sqrt{N_a} \right)^2 \\ \sigma_{atw} &= \sqrt{\mu_{atw}} \left( \frac{1}{\sqrt{N_{int}}} + \frac{1}{\sqrt{N_a}} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (6.5)$$

Les approximations de la CDF et de la PDF sont [69] :

$$\begin{aligned} F_2(\lambda_a) &\simeq \frac{\gamma(k, \frac{\lambda_a + \lambda_0}{\eta})}{\Gamma(k)}, \quad \lambda_a > -\lambda_0 \\ f_2(\lambda_a) &\simeq \frac{(\lambda_a - \lambda_0)^{k-1}}{\Gamma(k)\eta^k} \exp\left(-\frac{\lambda_a - \lambda_0}{\eta}\right), \quad \lambda_a > -\lambda_0 \end{aligned} \quad (6.6)$$

où :

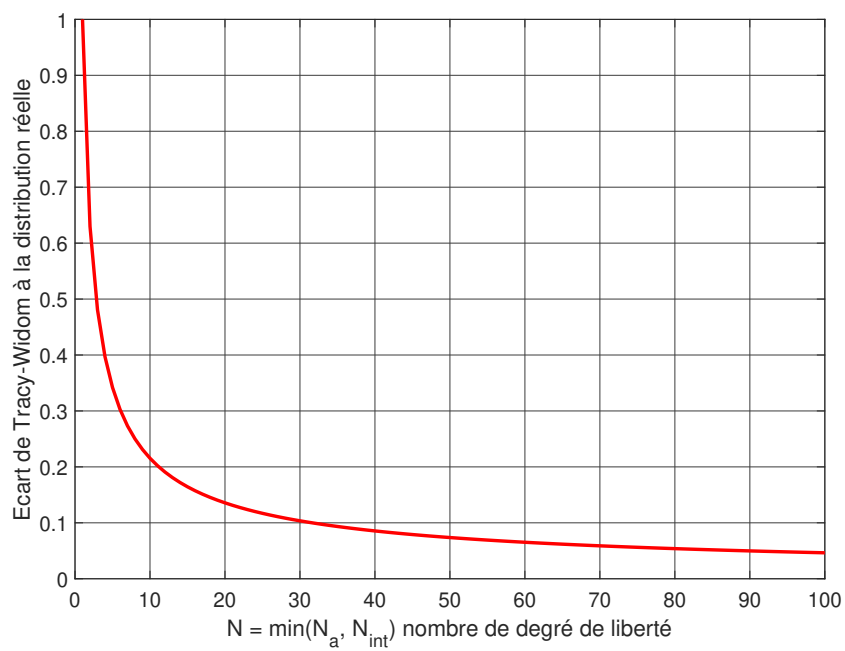


FIGURE 6.5 – Majorant de l'écart de la distribution de Tracy-Widom à la distribution de la plus grande valeur propre

$k = 4/w_{tw}^2$  où  $w_{tw}$  est le coefficient d'asymétrie (*skewness*) de la distribution de Tracy-Widom  
 $\eta = \sigma_{tw}w_{tw}/2$  où  $\sigma_{tw}$  est l'écart-type de la distribution de Tracy-Widom  
 $\lambda_0 = k\eta - \mu_{tw}$  où  $\mu_{tw}$  est la moyenne de la distribution de Tracy-Widom  
 $\gamma$  est la fonction gamma incomplète  
 $\Gamma$  est la fonction Gamma

Les tracés des fonctions sont présentés dans la figure 6.6. Grâce à la CDF ainsi définie, il est possible de remonter à la valeur  $\lambda_{sm} \simeq \lambda_{a,seuil} = F_2^{-1}(1 - P_{fa,ciblée})$  où  $\lambda_{sm}$  est le seuil de détection associé à la variable  $\lambda_m$ . On obtient le seuil effectif  $\lambda_s$  en calculant :

$$\lambda_s = \frac{\sigma_{atw}}{N_{int}} \lambda_{sm} + \frac{\mu_{atw}}{N_{int}}$$

Remarquons que pour faire le lien entre les valeurs propres obtenues à partir de la matrice de covariance  $C$  et les expressions précédentes issues de sources différentes, il nous faut multiplier  $\lambda_s$  par  $N_{int}$ . En explicitant les constantes, on obtient :

$$\lambda_s = \frac{(\sqrt{N_a} + \sqrt{N_{int}})^{4/3}}{N_{int} (N_a N_{int})^{1/6}} \lambda_{sm} + \frac{(\sqrt{N_a} + \sqrt{N_{int}})^2}{N_{int}} \quad (6.7)$$

où  $\lambda_{sm} = F_2^{-1}(1 - P_{fa,ciblée})$  peut être lu sur la courbe CDF de la figure 6.6. Notons que si  $\sigma \neq 1$ , alors il suffit de multiplier  $\lambda_s$  par  $\sigma^2$  pour tenir compte du bruit. On peut remarquer que  $\lambda_{sm} = 0 \implies \lambda_s = (1 + \sqrt{N_a/N_{int}})^2 = \lambda_{max}$  donc la valeur 0 sur l'axe des abscisses de la figure 6.6 correspond à  $\lambda_{max}$ . Pour cette valeur, on obtient une probabilité de détection de l'ordre de 0,97.

Une série de simulations est menée afin de vérifier l'écart entre la  $P_{fa}$  souhaitée et celle mesurée (cf. table 6.1).

| $N_a$ | $N_{int}$ | $r_c$ | $N_{tirages}$ | $P_{fa, th}$ | $P_{fa, mes}$        | Erreur (%) |
|-------|-----------|-------|---------------|--------------|----------------------|------------|
| 10    | 30        | 0,333 | 100 000       | $10^{-3}$    | $0,96 \cdot 10^{-3}$ | 4%         |
| 30    | 10        | 3     | 100 000       | $10^{-3}$    | $0,92 \cdot 10^{-3}$ | 8%         |
| 20    | 20        | 1     | 200 000       | $10^{-3}$    | $0,88 \cdot 10^{-3}$ | 12%        |

TABLEAU 6.1 – Écart de la  $P_{fa}$  théorique et issue de simulations

En résumé de cette partie, nous avons vu comment mener une détection à partir d'une matrice de covariance. Le bruit est ici un bruit additif gaussien complexe circulaire, mais il est possible de travailler sur d'autres types de bruit [75]. La détection intervient dès qu'un signal, interférence, bruit, ne peut être confondu à la distribution du bruit calibré. On peut détecter le bruit des chaînes de réception eux-mêmes si elles montent en température sans que celles-ci soient mesurées et répercutées sur la valeur de  $\sigma$ .

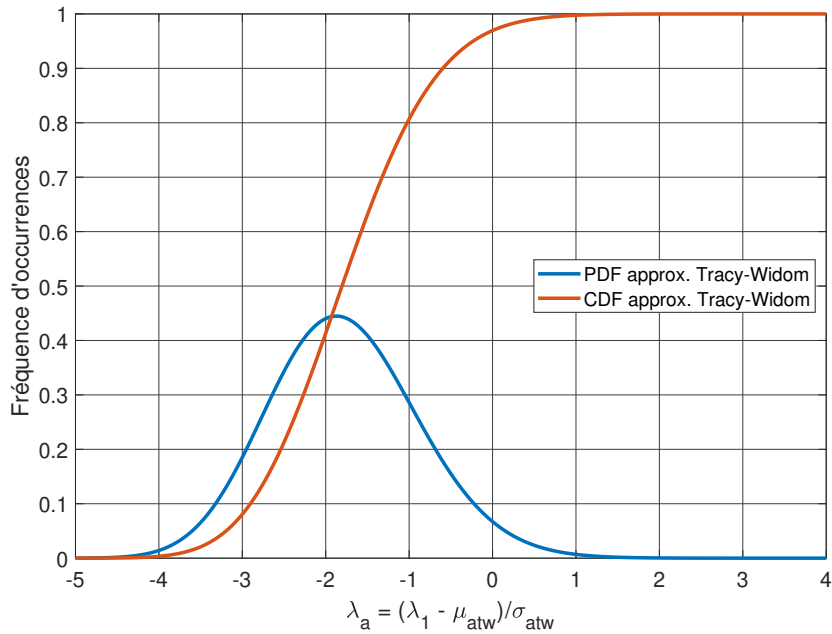


FIGURE 6.6 – Tracés de la CDF et PDF de l'approximation de la distribution de Tracy-Widom proposé par [69]

## 6.4 Robustesse de la probabilité de fausse alarme à une montée de température non mesurée

Puisque le bruit a un impact important pour le détecteur, il est pertinent d'étudier la robustesse de la  $P_{fa}$  à une augmentation de la température et donc du bruit par rapport à la valeur calibrée ou à la dernière mesure de température.

Nous renvoyons au chapitre 5 pour le calcul et l'ordre de grandeur de l'erreur sur la puissance du bruit  $P_B - P_{B,ref}$  exprimée en dB.

On propose d'illustrer les nouvelles sorties du détecteur lorsque l'on se place dans cette hypothèse de 1,25 dB d'écart de bruit sur la figure 6.7 avec 100 000 tirages. On y superpose la PDF dans le cas où la température vaut  $T_K$  la température calibrée (jaune) et la PDF dans le cas où la température vaut  $T'_K$  (violet).

Pour prendre en compte l'impact de la variation de température, il suffit de faire varier la variable  $\sigma$  des équations (6.6) et (6.7) proposées dans le paragraphe précédent. On obtient alors la probabilité de fausse alarme pour chaque nouvelle valeur de  $\sigma^2$  qui code pour un écart de puissance du bruit. Nous nous proposons de comparer ces performances de robustesse de la  $P_{fa}$  à une variation du bruit au détecteur d'enveloppe multivoie (DEnv. sur les figures) qui se définit

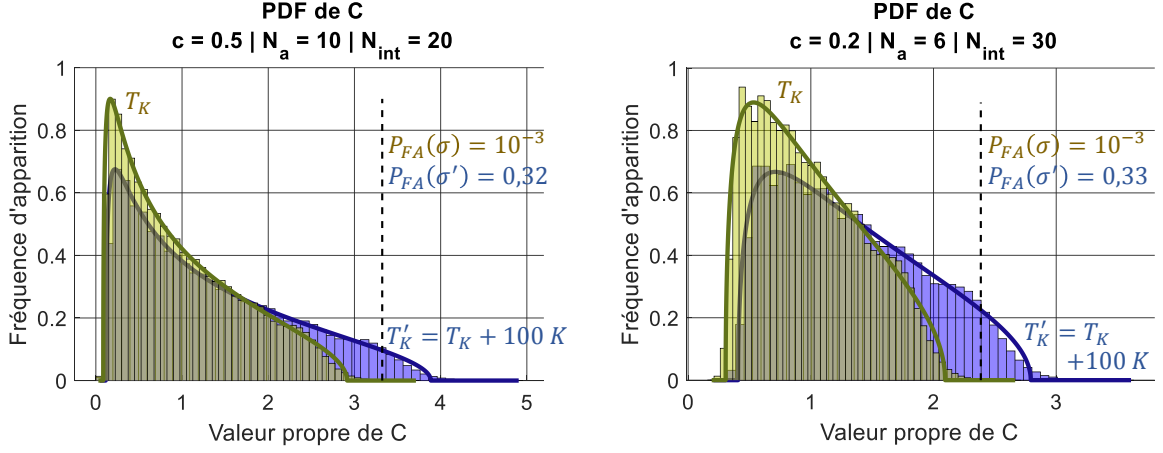


FIGURE 6.7 – Simulation et calcul de la PDF du détecteur RMT lors d'un écart de 1,25 dB sur la puissance du bruit. Le trait en pointillés noir correspond au seuil associé à une  $P_{fa} = 10^{-3}$

comme :

$$D_{N_a, env} = \left| \sum_{p=1}^{N_a} \sum_{k=1}^{N_{int}} x_p[k] x_p^*[k] \right| \quad (6.8)$$

Rappelons que le détecteur d'enveloppe multivoie suit une loi du  $\chi^2$  centrée à  $2 N_a N_{int}$  degrés de liberté, toujours dans l'hypothèse d'un bruit gaussien complexe circulaire. La comparaison est bornée par les performances du filtre adapté multivoie (FAdp sur les figures), qui se définit comme :

$$D_{N_a, FAdp} = \left| \sum_{p=1}^{N_a} \sum_{k=1}^{N_{int}} b_p[k] s^*[k] \right| \quad (6.9)$$

où  $s$  est le signal que le filtre adapté recherche de module 1. On suppose qu'il dure sur toute la durée d'intégration  $N_{int}$ .  $b_p$  est le bruit associé à la chaîne de réception de l'antenne  $p$ . Le détecteur ainsi défini suit une loi de Rayleigh de paramètre  $\sigma \sqrt{N_{int}/2} \sqrt{N_a}$ .

Les tracés analytiques sont présentés dans les figures 6.8 et 6.9. Nous pouvons en tirer une série d'enseignements. Le premier d'entre-eux est que le système RMT est plus robuste que le détecteur d'enveloppe multivoie dans tous les cas présentés. Par conséquent, dans le cas où  $r_c = 0,1$  et  $N_a = 10$ , on observe que le système perd en performance sur la  $P_{fa} = 10^{-4}$  un facteur 10 non plus pour un écart de bruit de l'ordre de 0,08 dB, mais pour un écart sur la puissance de bruit par rapport à la valeur calibrée de l'ordre de 0,16 dB, soit une robustesse doublée pour une perte en performance d'un facteur 10 sur la  $P_{fa}$ . On peut noter que la performance relative entre les deux détecteurs s'améliore grandement pour le détecteur RMT lorsque l'on augmente  $N_a$  et  $N_{int}$ , à  $P_{fa}$  fixée (par exemple  $10 \times P_{fa, cible}$ ).

Le détecteur RMT reste cependant loin des performances de robustesse de la  $P_{fa}$  du filtre adapté

multivoie qui représentent les performances maximales théoriques atteignables par un système de réception.

Les observations complémentaires que l'on peut faire sont que diminuer  $r_c$  en maintenant  $N_a$  rend le système moins robuste à une variation du bruit, ce qui est cohérent avec le fait que le nombre d'échantillons augmente. Par ailleurs, cette intuition se vérifie même si l'on maintient le rapport  $r_c$  mais que l'on augmente  $N_a$  et  $N_{int}$ .

En résumé, le détecteur basé sur les méthodes développées par la RMT voit sa  $P_{fa}$  être plus robuste à une variation du bruit par rapport à la calibration que le détecteur d'enveloppe multivoie. Nous allons maintenant évaluer les performances du détecteur en terme de détection.

## 6.5 Performances de la détection : calculs et simulations

Dans le paragraphe qui précède, nous avons détaillé la méthode qui permet d'opérer une détection au-delà d'un seuil avec pour consigne  $P_{fa,cible}$ . Dans cette section, nous allons traiter la détection d'un ou plusieurs signaux, en supposant que sur toute la durée d'intégration, nous avons du signal. Les courbes ROC seront tracées dans le cas monosignal.

### 6.5.1 Intégration sur une durée inférieure ou égale à la LI

#### Le cas monosignal

Dans cette section, la matrice de corrélation  $C$  ne suit plus la distribution de Wishart complexe, car la moyenne du signal n'est plus nulle. Nous continuons malgré tout de désigner les valeurs propres de  $C$  par  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r > 0$ , où  $r = \text{rang}(C) \leq N_a$ . On suppose dans un premier temps qu'il n'y a qu'un seul signal présent, vérifiant  $\lambda_1 > \lambda_{max}$  et de SNR d'entrée  $SNR_{in}$ .

Posons la variable aléatoire  $\ell$  [76] :

$$\ell = \left( \lambda_1 - S_0 \left( 1 + \frac{1}{r_c(S_0 - 1)} \right) \right) \frac{\sqrt{N_a}}{S_0 \sqrt{1 - r_c/(S_0 - 1)^2}} \quad (6.10)$$

où  $S_0 = N_a (SNR)_{in} + 1$ .

Il est montré que la variable aléatoire  $\ell$  vérifie, quand  $N_{int}$  et  $N_a$  sont suffisamment grands [77] :

$$\mathbb{P}(\ell \leq x) \rightarrow G_1(x) \quad (6.11)$$

où :

$$G_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{\xi_1^2}{2}\right) d\xi_1 = \text{erf}(x) \quad (6.12)$$

où erf est la fonction erreur. Dans ce cas là, la probabilité de détection s'exprime simplement

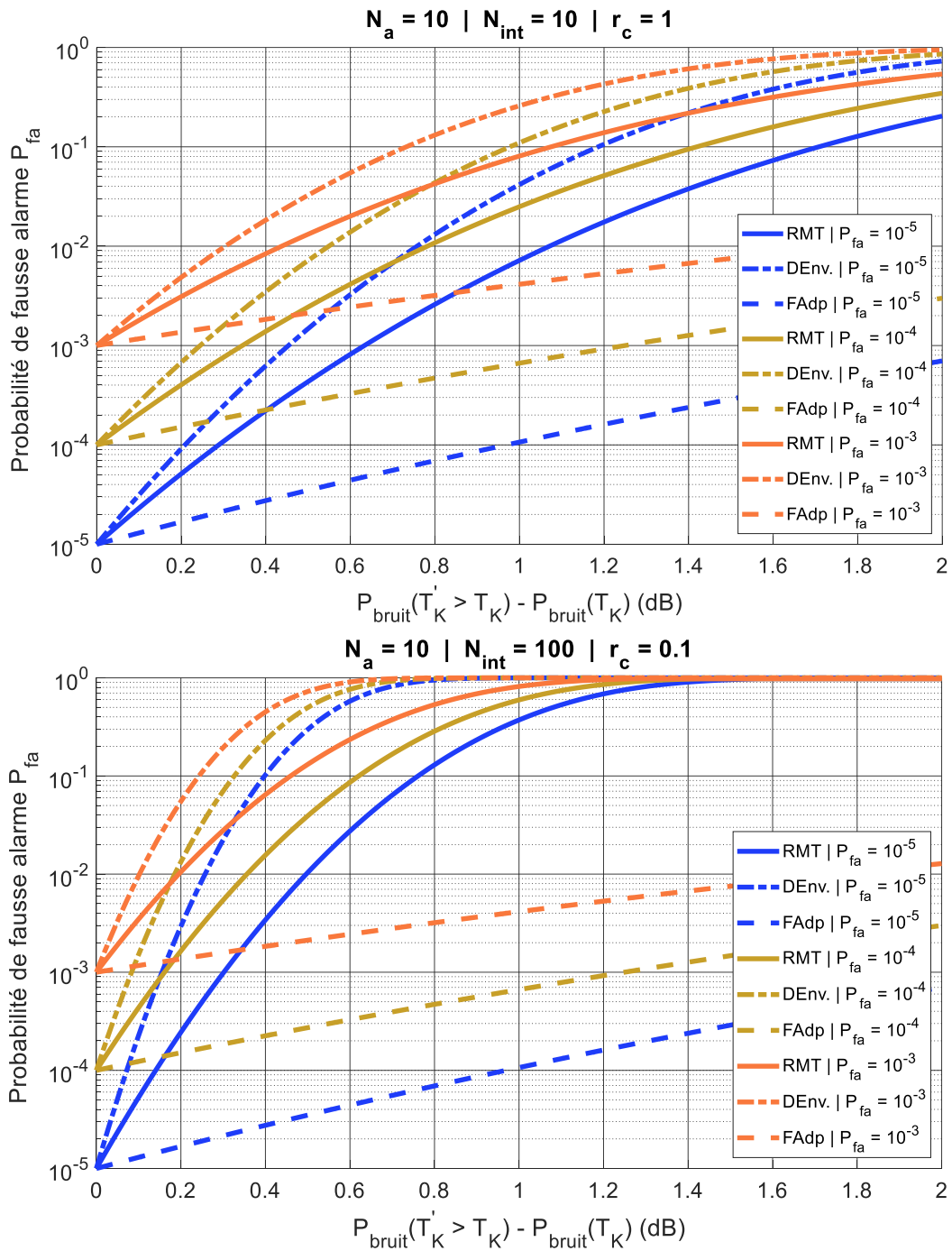


FIGURE 6.8 – Robustesse de la  $P_{fa}$  à une variation du bruit du détecteur type RMT comparée au détecteur d'enveloppe multivoie et au filtre adapté multivoie -  $N_a = 10$



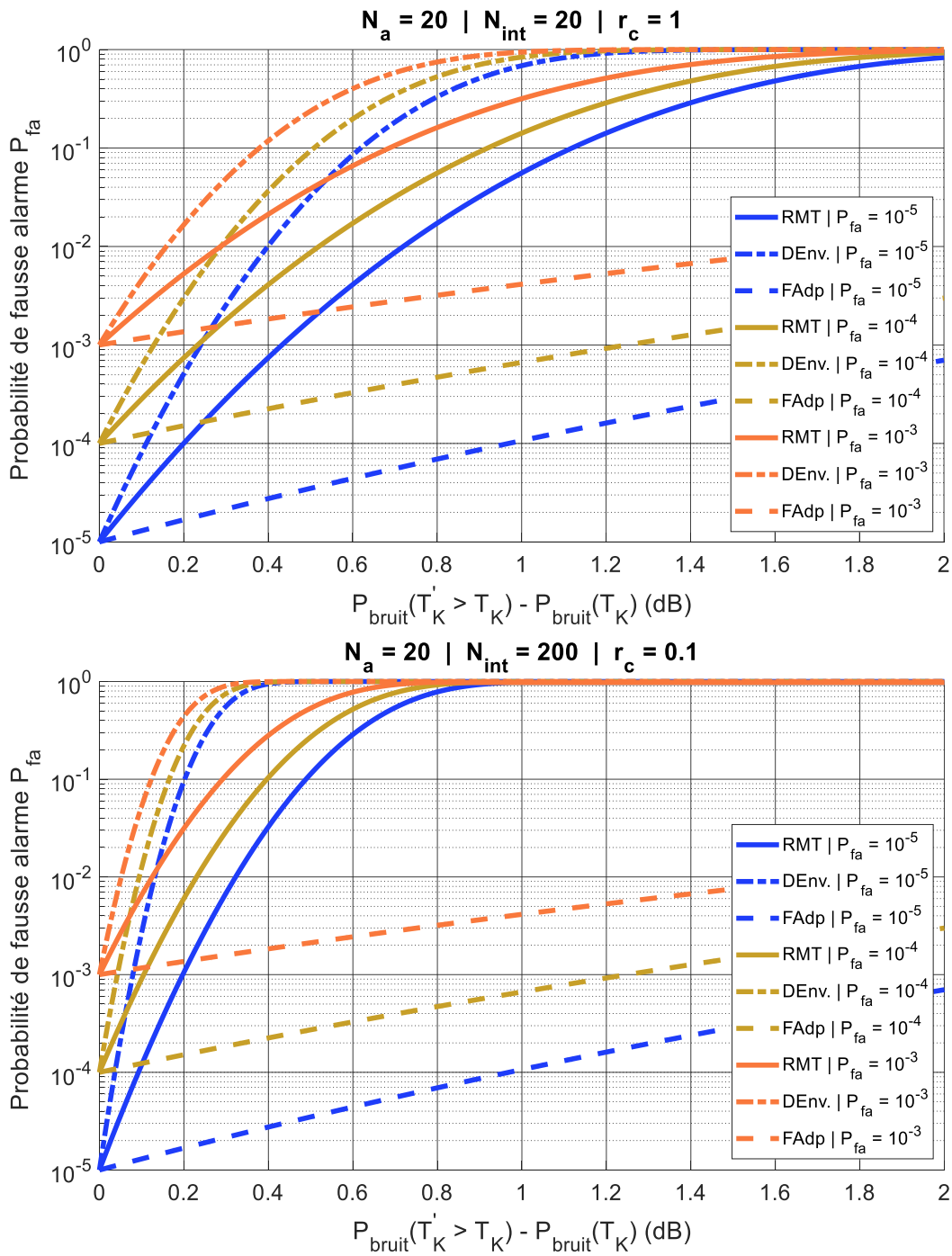


FIGURE 6.9 – Robustesse de la  $P_{fa}$  à une variation du bruit du détecteur type RMT comparée au détecteur d’enveloppe multivoie et au filtre adapté multivoie -  $N_a = 20$

DIFFUSION RESTREINTE

par :

$$P_d(\lambda_1) = \frac{1}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\lambda_1 - \mu_s}{\sqrt{2} \nu_s} \right) \right) \quad (6.13)$$

où :

$$\mu_s(S, r_c) = S_0 \left( 1 + \frac{r_c}{S_0 - 1} \right) \quad ; \quad \nu_s(S, r_c) = S_0 \sqrt{1 - \frac{r_c}{(S_0 - 1)^2}} \quad (6.14)$$

Pour les valeurs de nombre d'antennes  $N_a$  et  $N_{int}$  qui nous intéressent, on est amené à ajuster de manière empirique le coefficient  $\nu_s$  par  $\nu'_s = \nu_s \cdot \sqrt{\frac{r_c}{S_0}}$ . Les figures 6.10 comparent les résultats de simulations entre la probabilité de détection simulée et celle calculée par l'équation (6.13). On observe que l'écart est, dans le pire des cas, de l'ordre de 10%. Cet écart chute si le seuil de détection est défini à l'aide d'une  $P_{fa}$  qui diminue (lecture en colonne). Ni  $r_c$  et ni  $N_a$  ou  $N_{int}$  pris individuellement n'impactent cet écart dans les simulations proposées.

Pour toutes les formes d'onde envisagées, les résultats du détecteur RMT sont identiques (à condition que les modulations soient comprises dans la bande-passante du filtre à l'amont du détecteur), et ce même pour les codes CMP présents dans la bande-passante. On obtient les COR présentées dans les figures 6.11 et 6.12. A noter que les courbes ont été tracées avec l'application la plus connue des détecteurs RMT, à savoir MUSIC (que l'on étudiera dans le chapitre 7 plus spécifiquement).

Les COR proposent de comparer les performances au détecteur d'enveloppe multivoie. A SNR d'entrée constant et  $P_d$  constante, le détecteur RMT se montre plus performant que le détecteur d'enveloppe multivoie avec un gain sur la  $P_{fa}$  conséquent, même pour des  $P_d$  supérieures à 0,9.

Comparons l'impact des paramètres sur les performances du détecteur RMT. Entre les deux figures présentées dans 6.11 à  $r_c$  constant, on voit que si on multiplie par 2 le nombre d'antennes et d'échantillons intégrés, on gagne en performance de détection. Dans les configurations présentées, ce gain est de l'ordre de 4 dB.

Si on maintient le nombre d'antennes mais qu'on augmente  $N_{int}$  (cf. figure 6.12), on a comme on peut le supposer un gain en détection. On a multiplié par 10  $N_{int}$  par rapport à la première figure, on voit un gain de l'ordre de 2-3 dB seulement à probabilités de fausse alarme et de détection constantes.

On rappelle que les courbes présentées sont valables dans le cadre de l'hypothèse monosignal et d'un signal qui dure toute l'intégration (durée d'impulsion égale ou supérieure à cette dernière). L'optimum, au sens de la maximisation des performances du détecteur RMT, est atteint si on élargit la bande-passante au maximum de ce qui peut être envisagé tout en maintenant l'hypothèse monosignal avec une probabilité de coïncidence satisfaisante (ie assez faible pour estimer l'hypothèse valide), et la durée d'intégration la plus longue possible. On peut aussi augmenter la fréquence d'échantillonnage dans la bande concernée. L'objectif est de maximiser  $N_{int}$ , après nous être donné un nombre d'antennes.

Nous allons maintenant étudier le cas multisingnal, ie le cas où l'on a pris une bande-passante

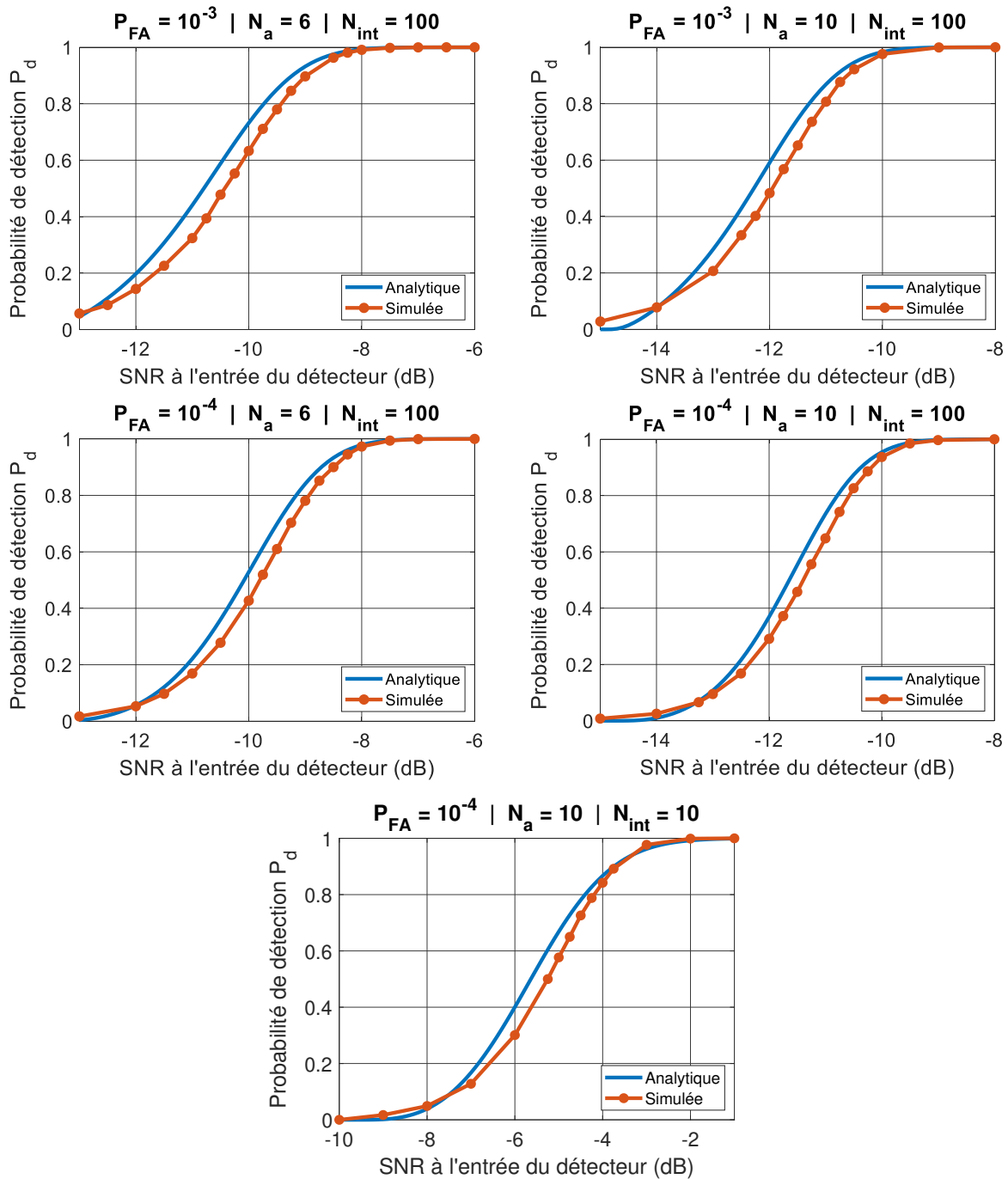
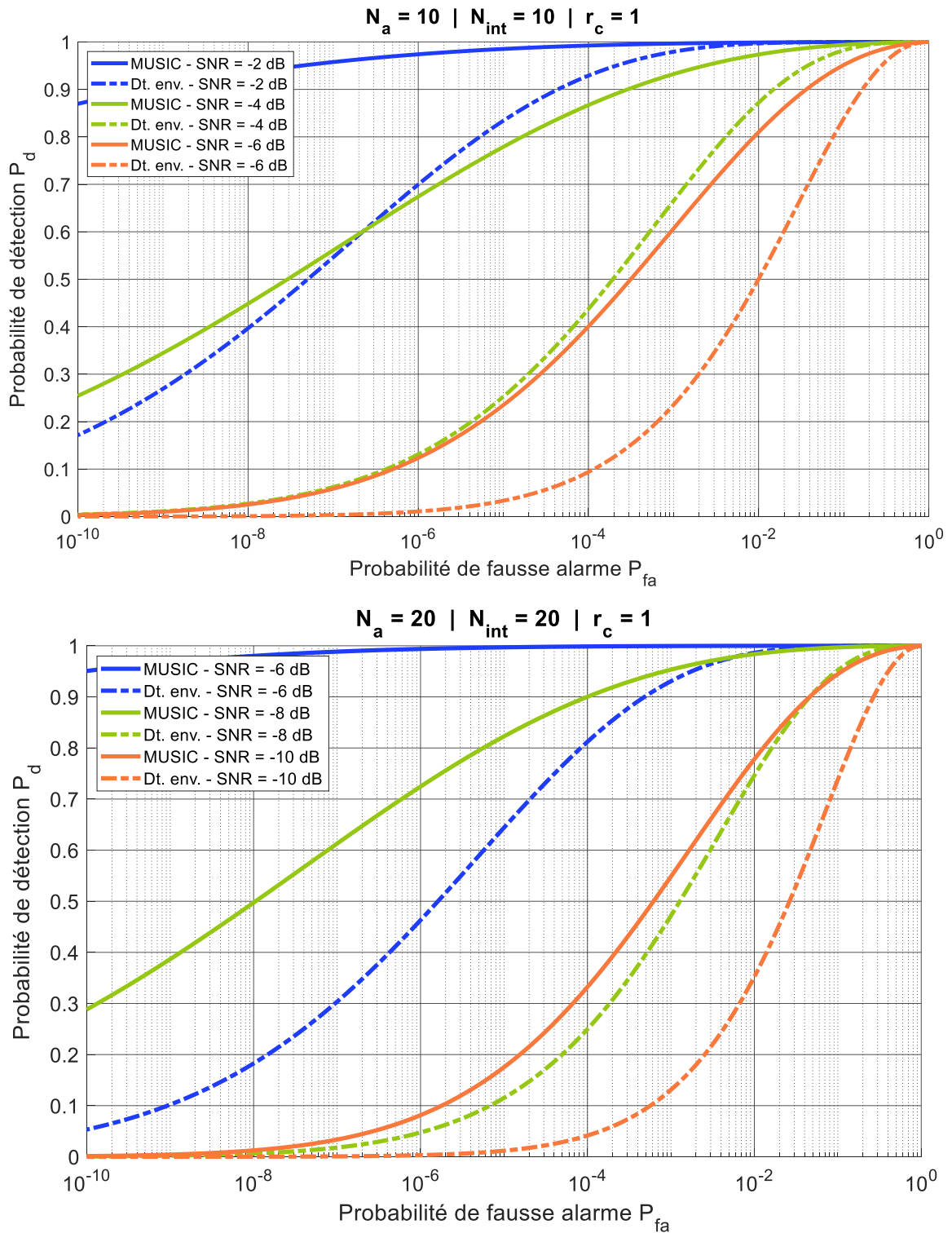


FIGURE 6.10 – Étude de l'écart entre la probabilité de détection par RMT d'un signal, issue de simulation et issue du calcul proposé

DIFFUSION RESTREINTE

FIGURE 6.11 – COR pour  $r_c = 1$  et différents SNR d'entrée

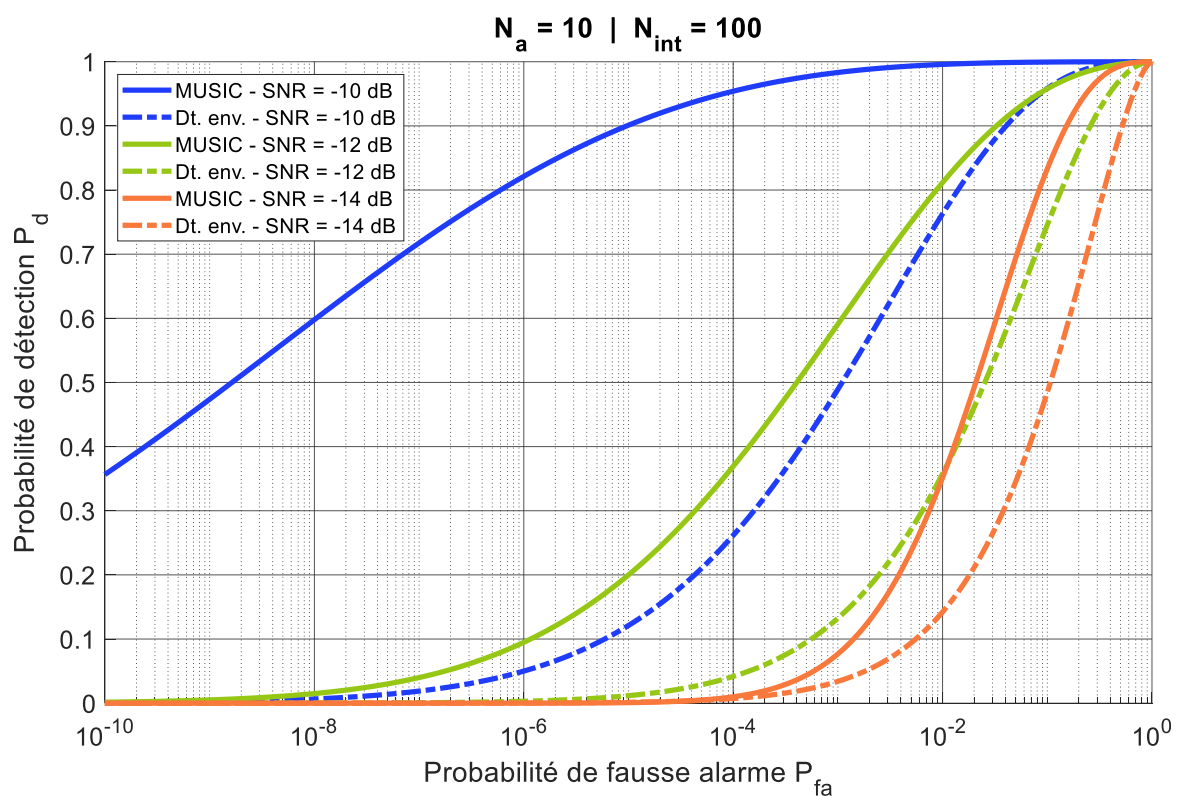


FIGURE 6.12 – COR pour  $r_c = 0,1$  et différents SNR d'entrée

DIFFUSION RESTREINTE

un peu trop large par exemple.

### Le cas multisignal

Le cas multisignal est moins évident à traiter. Comme la matrice  $C$  ne suit pas la distribution de Wishart complexe, toutes les distributions et calculs vus jusqu'à présent ne sont plus valides. Il est néanmoins montré que si  $K$  signaux ont même SNR, alors la probabilité de détection de  $\lambda_1$  suit  $P_d(\lambda_1) = 1 - G_K(x)$ , où :

$$G_K(x) = \frac{1}{Z_K} \int_{-\infty}^x \dots \int_{-\infty}^x \prod_{1 \leq i < j \leq K} |\xi_i - \xi_j|^2 \cdot \prod_{i=1}^K e^{-(1/2)\xi_i^2} d\xi_1 \dots d\xi_K \quad (6.15)$$

où  $Z_K$  est un coefficient de normalisation et est égal à l'intégrale de Selberg :

$$Z_K(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{1 \leq i < j \leq K} |\xi_i - \xi_j|^2 \cdot \prod_{i=1}^K e^{-(1/2)\xi_i^2} d\xi_1 \dots d\xi_K$$

$$Z_K(x) = (2\pi)^{K/2} \prod_{k=1}^K k! \quad (6.16)$$

Nous proposons plusieurs simulations dans les figures 6.13 et 6.14 avec deux signaux dont l'un possède un SNR fixé ( $SNR_1$ ) et l'autre variable ( $SNR_2$ ). 20 000 tirages de Monte-Carlo sont réalisés pour obtenir chaque point. Sur la première figure, on choisit de fixer  $SNR_1 = -5$  dB, ce qui correspond à une probabilité de détection de 0,576 dans le cas monosignal. Dans le second cas,  $SNR_1 = -11$  dB, ce qui correspond à une probabilité de détection en monosignal de 0,655. La probabilité de fausse alarme vaut  $10^{-4}$ .

La première constatation que l'on peut émettre est que dans le cas où l'on a deux signaux, les courbes présentent 3 parties. La première, qui peut être définie comme  $SNR_2 \in ]-\infty; SNR_1 - 10$  dB] peut être interprétée comme un équivalent du cas monosignal. Le second signal n'est pas détecté.

La partie centrale du graphique (entre -15 et 0 dB) voit la probabilité de détecter au moins un signal connaître un pic tandis que celle de les détecter tous les deux commence à décoller une fois le pic de la dernière passée. La probabilité de ne rien détecter chute fortement au pic de la probabilité de détecter un signal. On peut estimer la largeur du pic à environ 5 dB. C'est dans cet intervalle que l'on peut considérer que la probabilité de détection s'écrit suivant  $G_K$ .

La dernière partie concerne les  $SNR_2 \geq SNR_1 + 10$  dB. Les probabilités de détecter 1 et 2 signaux tendent vers une asymptote. Celle-ci s'améliore pour la probabilité de détecter les deux signaux lorsque l'on augmente le nombre d'échantillons intégrés. Ces asymptotes donnent la dynamique de détection de l'intercepteur.

De cette constatation, on en déduit que pour fonctionner en multisignal, il faut choisir le

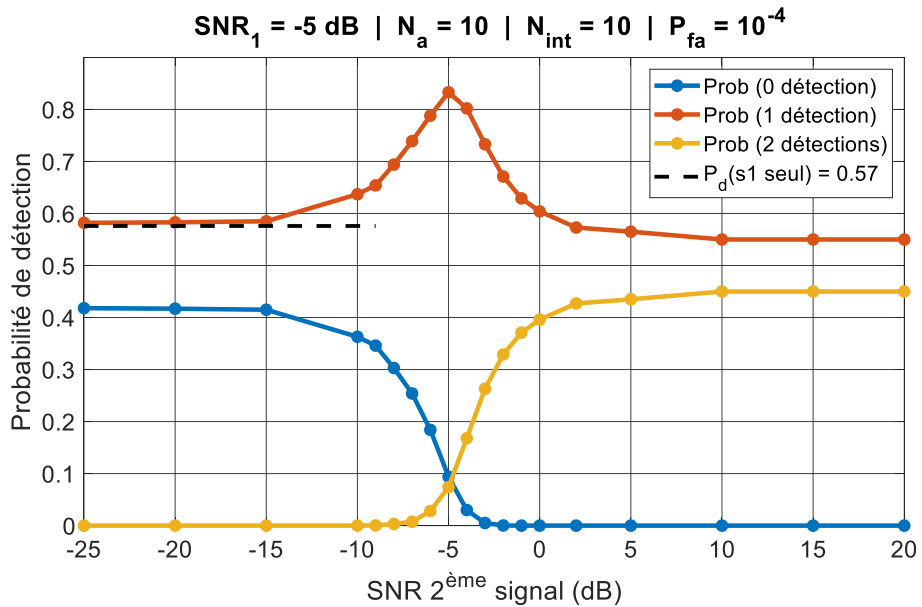


FIGURE 6.13 – Probabilité de détection dans le cas de 2 signaux incidents. Les paramètres sont donnés dans le titre de la figure.  $P_d(s1 \text{ seul})$  correspond à la probabilité de détection associée au signal seul de  $SNR_1$

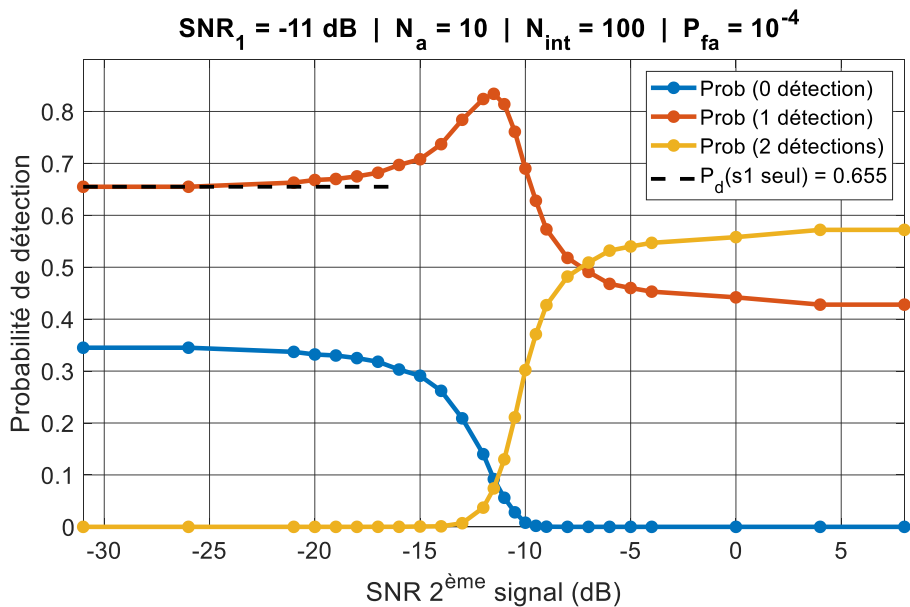


FIGURE 6.14 – Probabilité de détection dans le cas de 2 signaux incidents. Les paramètres sont donnés dans le titre de la figure.  $P_d(s1 \text{ seul})$  correspond à la probabilité de détection associée au signal seul de  $SNR_1$

DIFFUSION RESTREINTE

nombre d'échantillons intégrés de manière judicieuse, afin d'obtenir la probabilité de détection de  $N_s$  signaux égale à la consigne (0,8, 0,9, 0,99). On peut dès lors soit augmenter la bande-passante, soit le temps d'intégration, soit l'un et l'autre pour pouvoir augmenter cette probabilité. Il faut ensuite attribuer une probabilité de coïncidence pour 2, 3, ...,  $N_s$  signaux sur cette bande-passante et cette durée d'intégration pour définir un optimum de la taille de la bande-passante et de la durée d'intégration, de la probabilité d'intégrer  $N_s$  signaux sachant qu'elle chute en diminuant la taille de la bande-passante et de la durée d'intégration, et celle d'obtenir une probabilité de détection des  $N_s$  signaux la plus grande possible.

Enfin, quelle que soit la forme d'onde envisagée, on obtient les mêmes résultats (à condition qu'elle soit bien comprise dans la bande-passante traitée).

On a vu dans ce paragraphe que, augmenter la bande-passante traitée et/ou la durée d'intégration avec ce détecteur, est une option qui peut être pertinente. Cependant, si on augmente de manière conséquente la durée d'intégration, il y a des chances que l'on dépasse la durée d'une impulsion. Nous allons maintenant regarder les conséquences.

### 6.5.2 Augmenter la durée d'intégration au-delà de la durée d'impulsion du signal

La problématique du paragraphe consiste à vérifier l'impact des éclipses du signal, provenant de son facteur de forme, sur les performances de détection du signal. On vérifie également si "l'agencement du signal" prête à conséquence. On entend par agencement du signal la répartition des  $N_s$  échantillons du signal en une seule impulsion ou en  $N_{imp}$  impulsions sur la durée d'intégration.

Considérons un signal de facteur de forme  $FF = 0,1$  et de rapport signal à bruit de  $-6$  dB (c'est le SNR au niveau de l'impulsion). Notre détecteur RMT a  $N_a = 10$  antennes et intègre  $N_{int} = 1000$  échantillons.

Si l'on considère que le signal est constitué de 10 impulsions ( $N_{PRI} = 100$ ) ou bien d'une seule impulsion ( $N_{PRI} = 1000$ ), on trouve exactement la même probabilité de détection. Dans cet exemple,  $P_d = 0,84$ .

Le SNR équivalent au monosignal ( $SNR_{eq,mono}$ ) sur  $N_{int} = 1000$  échantillons serait de  $-6 + 10 \log FF = -16$  dB sachant que :

$$SNR_{eq,mono} = \frac{N_s}{N_{int}} SNR \quad (6.17)$$

La simulation sur un monosignal de  $SNR = -16$  dB nous donne une probabilité de détection  $P_d = 0,84$ . La linéarité du SNR est donc conservée par le détecteur RMT.

Remarquons que  $SNR_{eq,mono}$  varie en fonction du nombre d'échantillons intégrés par rapport au nombre d'échantillons constituant la PRI (nous renvoyons au chapitre 5 et à l'impact de



l'intégration longue durée sur le SNR notamment).

Pour évaluer l'intérêt d'augmenter le temps d'intégration malgré les éclipses du signal, on trace le graphique 6.15 qui donne la valeur du SNR à la sensibilité, définie par une probabilité de détection de sensibilité pour une  $P_{fa}$  de consigne. Dans ce graphique, on suppose que le signal est toujours présent. On obtient donc une borne supérieure des performances envisageables à une augmentation de la durée d'intégration.

On peut tracer ce graphique en écrivant la fonction implicite issue des équations avec  $N_{int}$  et  $SNR$  en variables.

$$c_0 \nu'_s + \mu_s - \lambda_s = 0 \quad (6.18)$$

où :

$$\begin{aligned} \lambda_s &= \nu_{atw} F_2^{-1} (1 - P_{fa,cible}) + \mu & ; & & c_0 &= \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1} [1 - 2 P_{d,sensi}] & ; & & r_c &= \frac{N_a}{N_{int}} \\ \mu_s &= S_0 \left( 1 + \frac{r_c}{S_0 - 1} \right) & ; & & \nu'_s &= \frac{S_0^{3/4}}{\sqrt{N_{int}}} \sqrt{1 - \frac{r_c}{(S_0 - 1)^2}} & ; & & S_0 &= N_a SNR + 1 \\ \nu_{atw} &= \frac{\sigma_{atw}}{N_{int}} = \frac{(\sqrt{N_a} + \sqrt{N_{int}})^{4/3}}{N_{int}(N_a N_{int})^{1/6}} & ; & & \mu &= \left( 1 + \sqrt{\frac{N_a}{N_{int}}} \right)^2 \end{aligned}$$

Si l'on doit détecter une certaine valeur de  $SNR$  à l'entrée, on peut regarder le nombre  $N_{int}$  qu'il faudrait dans l'absolu pour atteindre la  $P_{d,sensi}$  grâce au graphique 6.15. Le nombre minimal  $N_{int}$  pour atteindre la performance voulue sur  $SNR_{in}$  est donné. Ce nombre ne peut qu'augmenter en cas d'éclipses car on émet l'hypothèse que le signal dure a minima sur  $N_{int}$ . Le graphique est déjà pertinent dans le cas où les formes d'onde sont continues ou bien possèdent un facteur de forme  $FF$  élevée. Notamment, dans le cas des formes d'onde de type FMCW ou MLF en général, le temps d'intégration peut être augmenté jusqu'à des valeurs de l'ordre de la milliseconde. Atteindre un nombre d'échantillons intégrés de l'ordre de  $10^5$  est faisable même en fonctionnant à la fréquence d'échantillonnage complexe de Nyquist-Shannon, en supposant par exemple que la bande-passante soit de 100 MHz et que l'on somme sur 1 ms. Dans ce cas,  $N_{int} = 10^5$  échantillons. Dans cette configuration, et avec  $N_a = 10$  antennes et  $P_{fa,cible} = 10^{-4}$ , on voit que le SNR à la sensibilité d'entrée à  $P_{d,sensi} = 0,95$  vaut  $-26$  dB.

En adaptant les sorties ( $N_{int}$  ;  $SNR$ ) de l'équation implicite de façon à prendre en compte les signaux possédant un facteur de forme  $FF$  inférieur à 1 et une largeur d'impulsion  $N_{LI}$  inférieure au nombre d'échantillons présentés, on trace les graphiques de la figure 6.16.  $N_a$  et  $P_{fa,cible}$  sont des paramètres qui ne varient pas, seuls  $N_{LI}$  et  $FF$  varient. Le SNR équivalent de sensibilité traduit le SNR minimal que le signal incident doit avoir, au niveau d'une impulsion, pour être détecté à la probabilité de détection de sensibilité voulue.

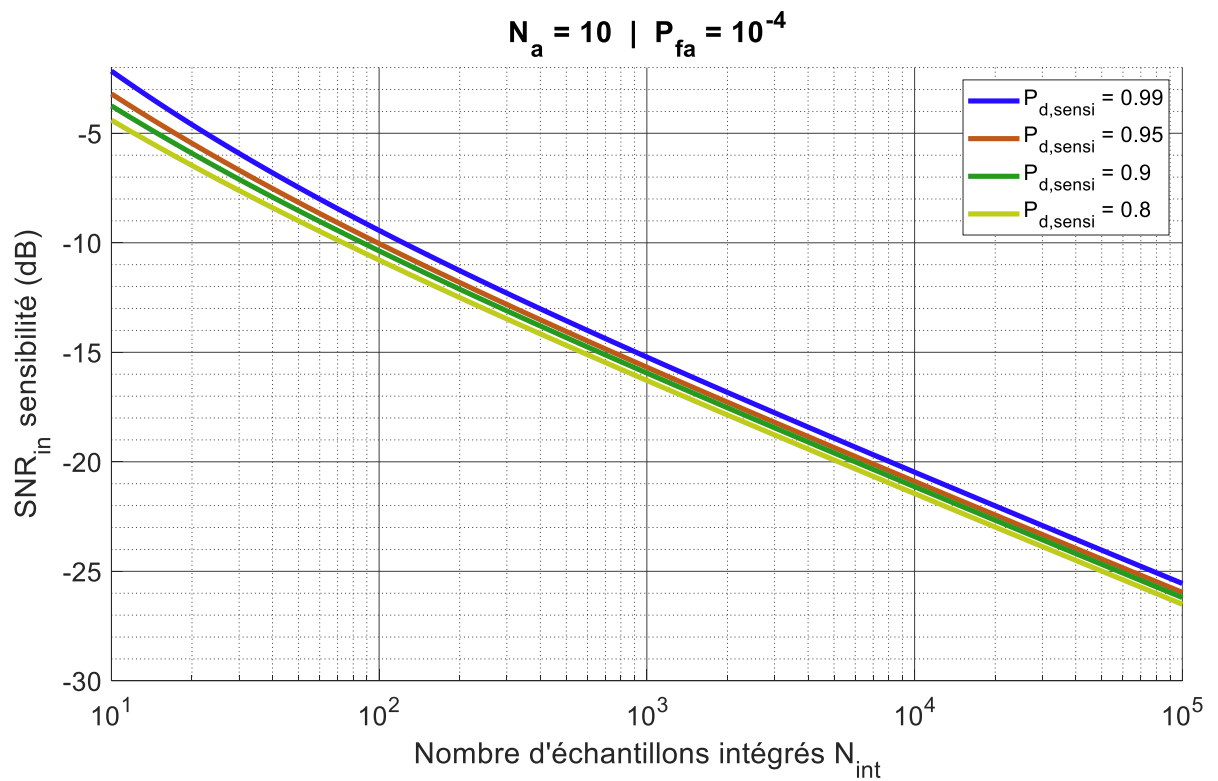


FIGURE 6.15 – Tracés du SNR associé à une consigne de sensibilité sur la  $P_d$  en fonction du nombre d'échantillons intégrés

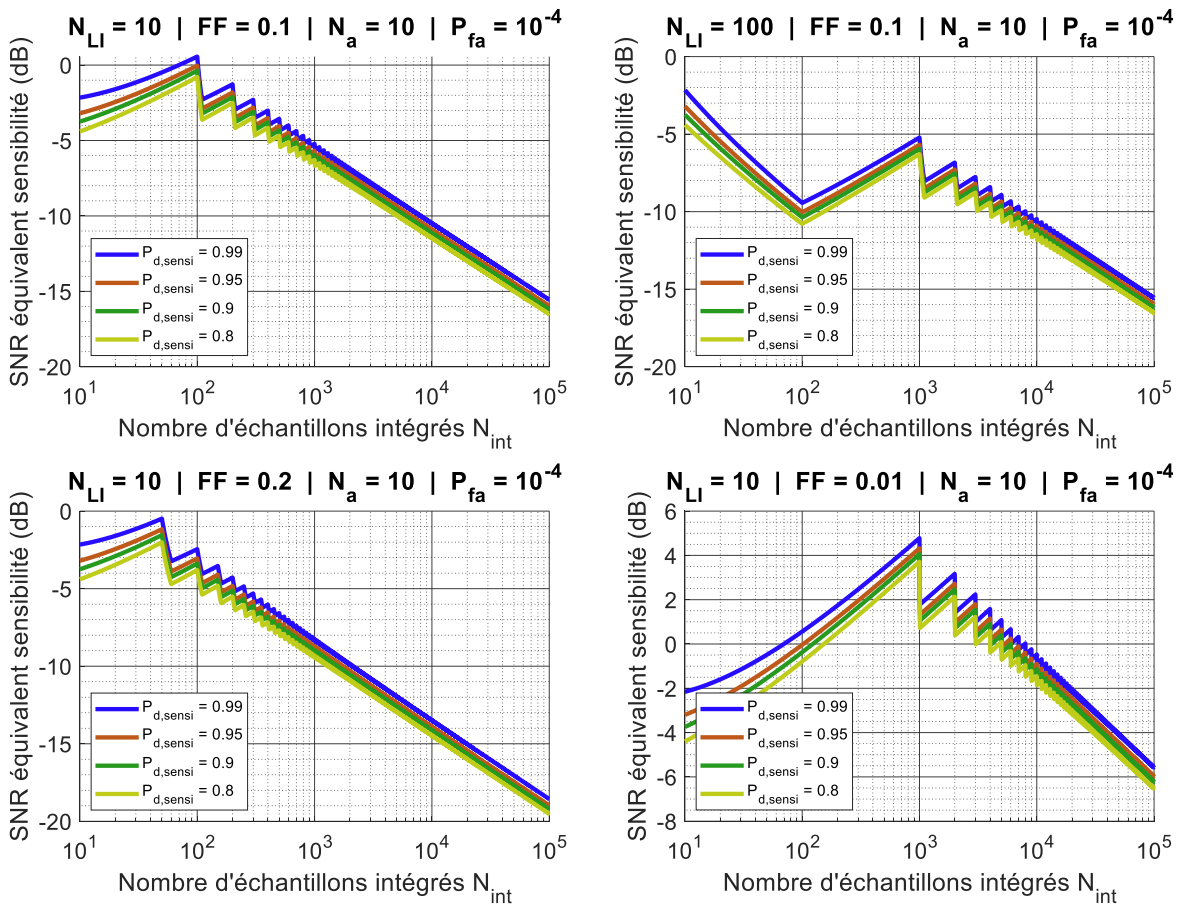


FIGURE 6.16 – Tracés du SNR équivalent associé à une consigne de sensibilité sur la  $P_d$  en fonction du nombre d'échantillons intégrés pour des intégrations au delà de la largeur d'impulsion

DIFFUSION RESTREINTE

On voit qu'en fonction de la configuration  $(N_{LI}, FF)$ , augmenter le temps d'intégration n'est pas nécessairement la solution. C'est le cas lorsque  $(N_{LI} = 10, FF = 0,01)$ . Intégrer sur  $N_{int} = 10^5$  échantillons n'offre qu'un gain de l'ordre de 2 dB. Notons tout de même que pour une configuration de ce type, le signal radar est nécessairement de  $SNR_{in}$  suffisamment important (plus grand que  $-20$  dB, qui serait plutôt l'ordre de grandeur d'un signal type FMCW) pour assurer son propre fonctionnement, donc on s'attend à recevoir des signaux beaucoup plus forts.

Si l'on augmente le facteur de forme à 0,1 ou 0,2, les performances sont très positives dès lors que l'on intègre sur plus de 4  $PRI$ . Ces deux configurations sont pertinentes pour les formes d'onde de type code de phase notamment. Intercepter les signaux de l'ordre de  $-10$  dB, voire même  $-15$  dB s'avèrent envisageables. On voit par conséquent que pour les formes d'onde à facteur de forme de l'ordre de 0,1, augmenter  $N_{int}$  peut être vu comme une solution. Si le signal a une largeur d'impulsion plus importante,  $(N_{LI} = 100, FF = 0,1)$ , alors on observe en toute logique qu'il faut augmenter  $N_{int}$  d'un facteur 10 pour atteindre les performances que l'on obtiendrait si l'on sommait directement sur la bonne largeur d'impulsion (qui nous est inconnue, rappelons-le). Cependant, la pente est plus marquée, et il existe un  $N_{int}$  à partir duquel les performances en SNR sont identiques. Ici,  $N_{int} = 10^5$  voit les deux SNR équivalent en sensibilité être de l'ordre de  $-16$  dB.

Les observations qui viennent d'être faites sur une série de configuration  $(N_{LI}, FF)$  nous montrent qu'augmenter le temps d'intégration se révèle pertinent à condition que le rapport  $FF/N_{LI} = 1/N_{PRI}$  ne soit pas trop faible par rapport aux possibilités que nous offrent l'architecture ESM et la durée d'illumination et d'intégration cohérente du radar que l'on est en droit d'attendre.

Le cas multisignal peut également être pris en compte à l'aide de simulations et/ou d'expressions analytiques lorsque c'est possible. Cependant, comme le cas multisignal dépend, outre du SNR de chacun des signaux, de la méthode d'estimation du nombre de signaux et du modèle du signal que l'on se donne, cela fait un grand nombre de paramètres à prendre en compte et des simulations difficiles à mettre en oeuvre. C'est un axe qui pourrait être approfondi dans des travaux ultérieurs.

## 6.6 Lien avec l'estimation et le traitement de données

Nous avons vu dans les premiers chapitres que pour assurer le bon fonctionnement des traitements d'estimation et de données qui suivent la détection, il faut atteindre un certain  $SNR_{out}$ . Or, la méthode RMT donne directement le sous-espace des signaux  $E_s = [u_1, \dots, u_{\hat{N}_s}]$  orthogonal au sous-espace du bruit  $E_b$ , et où  $\hat{N}_s$  est le nombre de signaux détectés. Chaque vecteur  $u_p$  est associé à une valeur propre  $\lambda_p > \lambda_s$ , et vérifient  $\lambda_1 > \dots > \lambda_{\hat{N}_s} > \lambda_s$ . L'étape d'estimation s'opère donc directement sur le sous-ensemble des signaux. Par conséquent, il faut

adapter le modèle du signal afin de pouvoir interpréter de manière adéquate le sous-espace des signaux.

Nous verrons dans le chapitre suivant un exemple de méthode adéquat pour estimer la DOA, la méthode MUSIC.

La problématique de détection peut être réécrite de manière à travailler dans la représentation qui nous intéresse. Il est possible d'écrire le signal reçu comme :

$$\mathbf{X} = \mathbf{AS} + \mathbf{B} \quad (6.19)$$

où :

- X** est une matrice à valeurs complexes de taille  $N_a \times N_{int}$ ,  $N_a$  étant le nombre d'antennes et  $N_{int}$  le nombre d'échantillons intégrés par voie.
- A** est une matrice de taille  $N_a \times N_s$ , où  $N_s$  est le nombre de signaux à estimer. Elle contient l'information multivoie multisingnal.
- S** est la matrice signal de taille  $N_s \times N_{int}$
- B** est la matrice du bruit additif gaussien de variance  $\sigma^2$  et de taille  $N_a \times N_{int}$

Par conséquent, la méthode décrite dans ce chapitre pour opérer les détections définit un sous-espace du signal dont les vecteurs propres sont liés à la représentation multivoie sur le temps d'intégration choisi. Il est donc possible de remonter à la DOA (chapitre 7) et de donner une valeur approximative de la LI.

Il est également possible d'introduire la RTF de manière à faciliter les estimations et identification par la suite parmi les matrices RMT. Cela consiste à proposer le modèle suivant :

$$\mathbf{X} = \mathbf{ASF} + \mathbf{B}' \quad (6.20)$$

où **F** est la matrice carré des exponentielles complexes de taille  $N_{int} \times N_{int}$  définie par  $e^{i2\pi f_j t_i}$ , où  $i$  correspond au numéro de la ligne et  $j$  à celui de la colonne.

Avec un tel modèle, on est capable de mesurer à la fois la DOA et la répartition spectrale des signaux à l'aide des vecteurs propres associés à chaque signal  $u(\theta, f)$ , où  $\theta$  et  $f$  correspondent aux variables angulaire et fréquentielle. Par conséquent, il devient possible d'envisager l'identification des signaux et donc d'implémenter un tel détecteur dans un système ESM. Nous verrons dans le chapitre suivant comment utiliser ce modèle du signal pour envisager les estimations souhaitées.

## 6.7 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre d'adapter la théorie des matrices aléatoires ou RMT au domaine de la Guerre Électronique. La RMT rend possible la définition d'un détecteur multivoie dont les calculs permettant d'évaluer les performances ont été présentés dans le cadre de la GE.

On montre ainsi qu'un tel détecteur est susceptible de se montrer tout à fait pertinent, d'autant plus qu'il permet d'opérer l'estimation du nombre de signaux de manière conjointe et de traiter des bandes-passantes élargies de manière simultanée. Par ailleurs, le fait qu'il sépare le sous-espace constitué des vecteurs propres des signaux détectés du sous-espace propre du bruit autorise un tel détecteur de fonctionner à sa sensibilité de détection. L'étape d'estimation n'est plus l'étape limitante à la sensibilité, du moins en théorie.

La limitation de la méthode est liée au temps de calcul, associé à la diagonalisation de la matrice de covariance de taille  $N_a \times N_a$ .

**A retenir**

Le détecteur multivoie est un détecteur qui opère conjointement la détection et l'estimation du nombre de signaux, à condition que le nombre de signaux soit inférieur ou égal au nombre d'antennes. A chaque signal détecté est adjoint un vecteur propre.

Ce vecteur propre est susceptible, si le choix du modèle du signal le permet, de mener à l'estimation de la DOA et celle de la fréquence (méthode adaptée de MUSIC, cf. chapitre 7).

Le chapitre 7 verra l'application de la RMT à l'estimation de la DOA, via la méthode MUSIC. Les méthodes plus classiques de mesure de la DOA sont également présentées pour compléter le panorama, qui sont adaptables aux deux premiers détecteurs abordés dans le chapitre 4 et 5.



# ESTIMATION DE LA DIRECTION D'ARRIVÉE

---

*Nous avons vu dans le chapitre 1 que le système ESM doit avoir une stratégie de couverture angulaire pour maximiser la probabilité d'interception. Par ailleurs, contrairement au système radar qui peut mesurer la DOA en utilisant la finesse de son faisceau (quelques degrés d'extension) et le balayage de l'espace avec ce dernier, le système ESM est porté sur l'utilisation d'antenne à faisceau beaucoup plus large.*

*Dans cette configuration, la mesure de la DOA ne relève plus de l'évidence. Nous verrons dans ce chapitre diverses techniques pour mener une mesure de DOA, et les performances associées.*

*Par ailleurs, avec le temps et la fréquence, la DOA ajoute une dimension spatiale à l'intercepteur, dont on aurait tort de se priver pour faciliter l'identification des pistes radar au-delà de l'étape de détection. Or, la mesure de la DOA est une mesure qui est soit directement associée à la détection, soit opérable en y ajoutant quelques étapes. Par conséquent, DOA et détection sont à étudier ensemble.*

## 7.1 Résumé

Les principales méthodes de mesures usuellement utilisées sont présentées. La goniométrie d'amplitude a constitué historiquement le premier moyen d'évaluer la DOA. De nombreux systèmes continuent aujourd'hui de fonctionner avec cette méthode. L'interférométrie est une méthode très performante de la mesure de la DOA et est notamment rendue envisageable par la possibilité d'utiliser plusieurs antennes pour couvrir la même portion d'espace. Enfin, les méthodes associées au détecteur du chapitre 6, comme MUSIC [78], sont des méthodes de référence proposées depuis plus de trente ans. Ces méthodes complètent le détecteur basé sur la RMT décrit dans le chapitre 6.

## 7.2 La goniométrie d'amplitude

C'est la première méthode à étudier puisqu'elle constitue la première méthode mise en oeuvre et continue à être utilisée.



La goniométrie d'amplitude se base sur la mesure de l'amplitude d'un ensemble de plusieurs antennes (4, 6 ou 8 en général) angulairement réparties sur les 360° de gisement. Les méthodes envisageables sont variées. Nous choisissons d'en présenter une ici, issue de [6, 79], et de mener quelques calculs et simulations. Dans la figure 7.1, on montre deux diagrammes d'antennes d'un montage en contenant 4, orientées à 90° l'une de l'autre. Le diagramme d'antenne au faisceau élargi est modélisé par un faisceau gaussien. Cette modélisation est fonctionnelle pour certains types d'antenne, comme les antennes en réseau plan ou en réseau cylindriques [79]. Elle reste valable pour d'autres types d'antennes. En effet, l'écart entre le faisceau gaussien et d'autres faisceaux de type omnidirectionnel reste acceptable tant que l'on se situe vers le centre du faisceau, et ce jusqu'à des pertes de l'ordre de quelques dB au delà du centre. La modélisation n'est plus valable notamment pour les lobes secondaires et arrière [6].

Un montage de mesure de l'angle est proposé dans la figure 7.2, pour 4 antennes (2 représentées par un souci de clarté sur le diagramme d'antenne en figure 7.1). La mesure de l'angle est réalisée par une différence logarithmique entre deux antennes consécutives.

Les gains réduits de l'antenne 1 et de l'antenne 2 sous l'angle d'incidence  $\theta$  valent :

$$\begin{aligned} G_1(\theta) &= \exp\left(-\frac{k^2(\theta - \Theta)^2}{\theta_B^2}\right) \\ G_2(\theta) &= \exp\left(-\frac{k^2(\theta + \Theta)^2}{\theta_B^2}\right) \end{aligned} \quad (7.1)$$

où :

- $\theta_B$  est la taille angulaire du faisceau à 3 dB
- $k^2 = \ln(2)$  de telle manière que  $G_p(\Theta - \theta_B) = 0,5$
- $\Theta$  est le demi-angle entre deux antennes

Par conséquent, en se plaçant à la sortie de la chaîne de réception couplant l'antenne 1 et 2, on obtient :

$$\begin{aligned} U_{dB}(\theta) &= 10 \log\left(\frac{G_1}{G_2}\right) \\ &= 10 \log\left(\frac{\exp\left[-\left(k\frac{\theta-\Theta}{\theta_B}\right)^2\right]}{\exp\left[-\left(k\frac{\theta+\Theta}{\theta_B}\right)^2\right]}\right) \\ &= 40 \log(e) \frac{k^2}{\theta_B^2} \Theta \theta \end{aligned} \quad (7.2)$$

On obtient une formule proportionnelle à la valeur de l'angle d'incidence sur le système défini par l'antenne 1 et l'antenne 2, où  $\theta \in [-\Theta, \Theta]$ . Remarquons tout de suite que :

$$\frac{dU_{dB}}{d\theta} = 40 \log(e) \frac{k^2}{\theta_B^2} \Theta \quad (7.3)$$

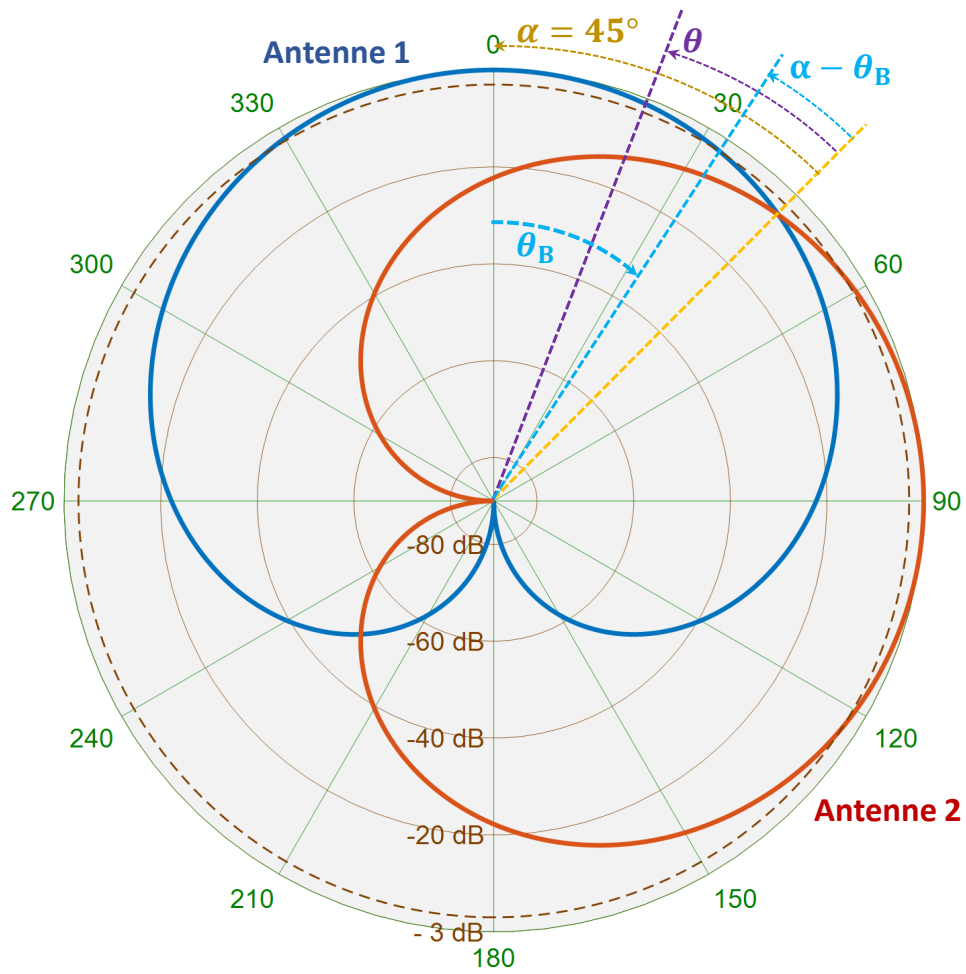


FIGURE 7.1 – Tracé du diagramme d'un montage à 4 antennes à faisceau gaussien de demi-largeur  $\theta_B = 34^\circ$

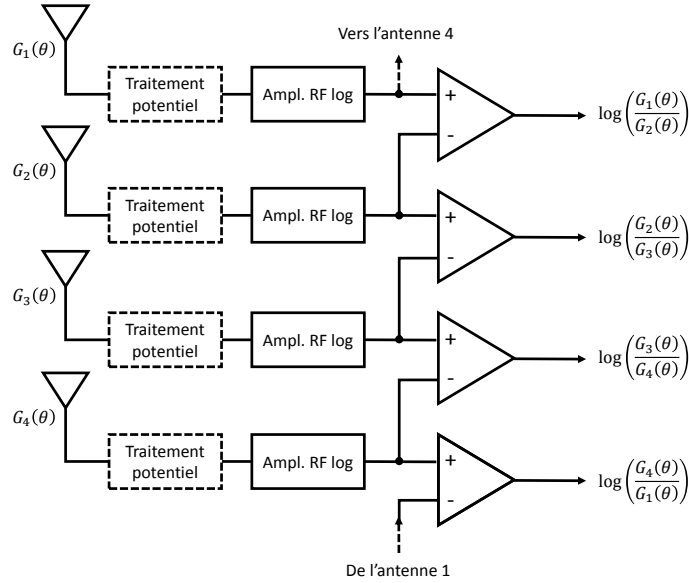


FIGURE 7.2 – Exemple de montage pour opérer une mesure d'angle inspiré de [6]

ce qui sera utile pour déterminer les variations de la mesure sur l'angle. L'estimateur de l'angle mesuré est par ailleurs :

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta} &= \frac{\theta_B^2}{4\Theta k^2} \ln\left(\frac{G_1(\theta)}{G_2(\theta)}\right) \\
 &= \frac{\theta_B^2}{4\Theta k^2} \ln(U(\theta)) \\
 &= \frac{\theta_B^2}{4\Theta k^2} \frac{\ln(10)}{10} U_{dB}(\theta)
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Remarquons que si  $\theta \in [-\Theta, \Theta]$ , la symétrie du montage nous fait travailler avec la valeur absolue de l'angle. Cela aura un impact par la suite.

Intéressons-nous maintenant aux performances de cette méthode de mesure de la DOA. Les sources d'erreur sur la mesure de l'angle sont d'origines variées. La principale source de bruit est le bruit thermique issu de la chaîne de réception. La seconde provient des écarts de réalisation entre chaque antenne par rapport à une définition idéalisée. A ce titre, il y a autant sur la largeur à 3dB que sur le gain dans l'axe, à ce dernier s'ajoute les défaut de gain des chaînes aval [79]. Nous nous focalisons sur la première source d'erreur dans la suite.

Si on modélise le bruit thermique par une loi normale  $b \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 = 1/SNR)$ , où  $SNR$  est le

rapport signal à bruit (*Signal to Noise ratio*), alors le signal bruité  $x$  vérifie, pour tout  $\theta > 0^\circ$  :

$$\begin{aligned} X_1 = x_1^2 &= \left(b + \sqrt{G_1(\theta)}\right)^2 \\ X_2 = x_2^2 &= \left(b + \sqrt{g(\theta) G_1(\theta)}\right)^2 \end{aligned} \quad (7.5)$$

où  $g(\theta > 0^\circ) = \frac{G_2(\theta)}{G_1(\theta)}$ . Remarquons que pour  $\theta < 0^\circ$ , la formulation reste la même, sauf que l'on a  $g(\theta < 0^\circ) = \frac{1}{g(\theta > 0^\circ)}$ . En utilisant l'estimateur  $\hat{\theta}$ ,  $g$  a pour formule :

$$\begin{aligned} g(\theta > 0^\circ) &= \frac{G_2(\theta)}{G_1(\theta)} \\ &= \exp\left[-\frac{4\Theta k^2}{\theta_B^2}\theta\right] \\ g(\theta < 0^\circ) &= \frac{1}{g(\theta > 0^\circ)} \\ &= \exp\left[\frac{4\Theta k^2}{\theta_B^2}\theta\right] \end{aligned} \quad (7.6)$$

Dans ces conditions, le signal ainsi défini vérifie

$$\begin{aligned} dU_{dB} &= \frac{10}{\ln 10} d\left(\ln \frac{x_1^2}{x_2^2}\right) \\ &= \frac{\partial U_{dB}}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U_{dB}}{\partial x_2} dx_2 \\ &= \frac{20}{\ln 10} \left(\frac{dx_1}{x_1} - \frac{dx_2}{x_2}\right) \end{aligned} \quad (7.7)$$

Il est possible de se donner un ordre de grandeur des variations RMS à partir de l'équation (7.7) en écrivant :

$$\Delta U_{dB,RMS} = \frac{20}{\ln 10} \sqrt{\left(\frac{\Delta x_1}{x_1} \Big|_{\theta > 0^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2} \Big|_{\theta > 0^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_1}{x_1} \Big|_{\theta < 0^\circ}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_2}{x_2} \Big|_{\theta < 0^\circ}\right)^2} \quad (7.8)$$

En effet, au voisinage de  $\theta = 0^\circ$ , la variabilité  $\Delta x_1$  se retrouve autant du côté positif que négatif. Or, si la définition de l'équation (7.5) prend bien en compte cet état de fait, les équations définies auparavant se focalisaient sur la partie positive de  $\theta$ . Ainsi, il faut forcer l'apparition de la dépendance aux  $\theta$  négatifs pour pouvoir opérer la jonction entre la simulation que l'équation (7.5) appelle et les équations théoriques. Les composantes élémentaires de la variation RMS de  $U_{dB}$  sont :

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{\Delta x_1}{x_1} \right|_{\theta > 0^\circ} &= \frac{1}{\sqrt{SNR}} \\
 \left. \frac{\Delta x_2}{x_2} \right|_{\theta > 0^\circ} &= \frac{1}{\sqrt{SNR} \sqrt{g(|\theta|)}} \\
 \left. \frac{\Delta x_1}{x_1} \right|_{\theta < 0^\circ} &= \frac{1}{\sqrt{SNR}} \\
 \left. \frac{\Delta x_2}{x_2} \right|_{\theta < 0^\circ} &= \frac{\sqrt{g(|\theta|)}}{\sqrt{SNR}}
 \end{aligned} \tag{7.9}$$

Par conséquent, à l'aide des équations (7.4), (7.8) et de (7.9), on obtient :

$$\begin{aligned}
 \Delta\theta_{RMS} &= \frac{\theta_B^2}{4\Theta k^2} \frac{\ln(10)}{10} \Delta U_{dB,RMS} \\
 \Delta\theta_{RMS} &= \frac{\theta_B^2}{2\Theta k^2} \sqrt{\frac{1}{SNR} \left( 2 + \frac{1}{g(|\theta|)} + g(|\theta|) \right)}
 \end{aligned} \tag{7.10}$$

On peut tracer les variations attendues et les variations effectives à l'aide d'une simulation sur Matlab, en utilisant les équations (7.5) et (7.10). On opère 10 000 tirages de Monte-Carlo, sur un montage de 4 antennes. On s'intéresse à un couple d'antenne 1 et 2 tel que défini dans le montage de la figure 7.2, avec une taille de faisceau légèrement différente  $\theta_B = 45^\circ$ .

À partir de la figure 7.3, on observe que la mesure de la DOA possède une variabilité de l'ordre de  $10^\circ$  pour un SNR de 20 dB. Un écart se creuse entre la courbe théorique et la simulation, lorsque le SNR diminue. Cela est dû au fait que le raisonnement qui amène à la formulation de la variabilité RMS ne donne qu'un plafond minimal sur cette variabilité, le bruit d'ordre 2 est négligé notamment.

Notons que le biais estimable pour 10 000 tirages est donné sur la figure 7.4.

L'étude montre les performances qui peuvent être attendues de la goniométrie d'amplitude. Cette dernière a l'avantage de pouvoir être mise en oeuvre en temps réel, et autorise également la mise en place de traitement temps réel ou quasi-temps réel (emplacement réservé dans le montage de la figure 7.2) pour pouvoir récupérer un peu de gain si besoin. La précision de la mesure est de l'ordre de la dizaine de degrés pour un SNR compris entre 15 – 20 dB pour 4 antennes, 3 degrés pour 6 antennes étalonnées et 2,5 pour 8 antennes. Cela suffit amplement pour les systèmes de brouillage qui doivent agir dans une plage angulaire de l'ordre de la dizaine de degrés [6]. Une direction même relativement grossière peut suffire.

On donne à titre d'illustration dans les figures 7.5 et 7.6 les performances pour un montage à 8 antennes.

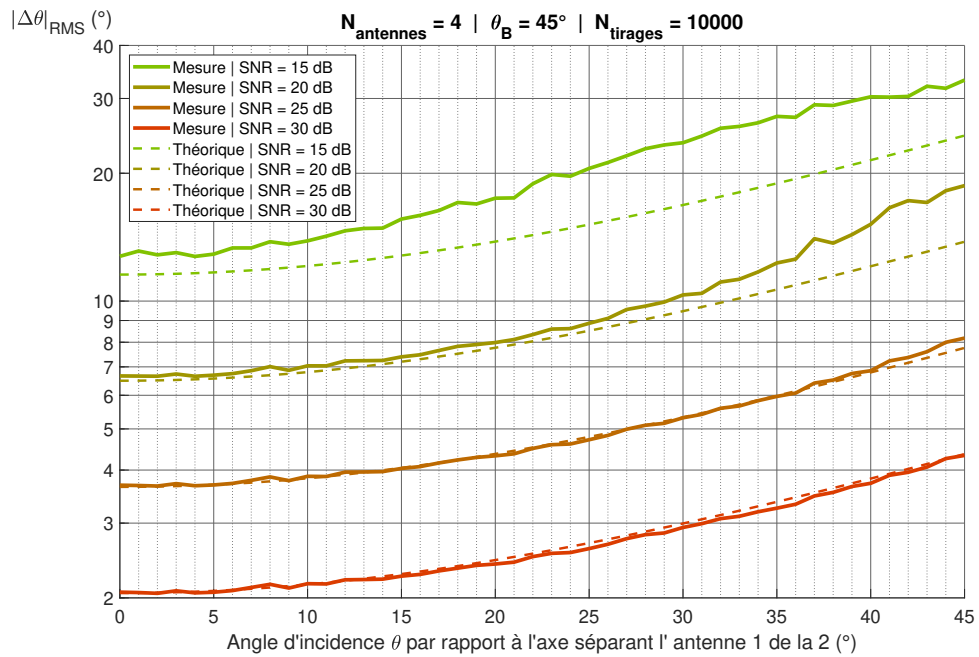


FIGURE 7.3 – Graphique représentant l'erreur attendue sur la mesure d'angle et l'erreur mesurée due au bruit thermique de la chaîne de réception

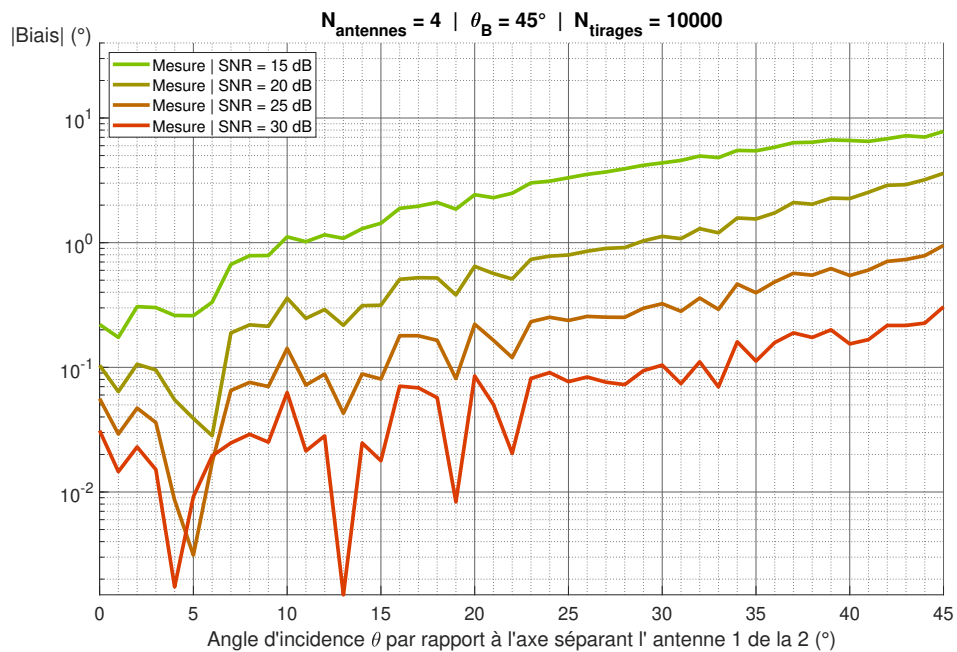


FIGURE 7.4 – Graphique représentant le biais estimé sur la mesure d'angle de l'onde incidente

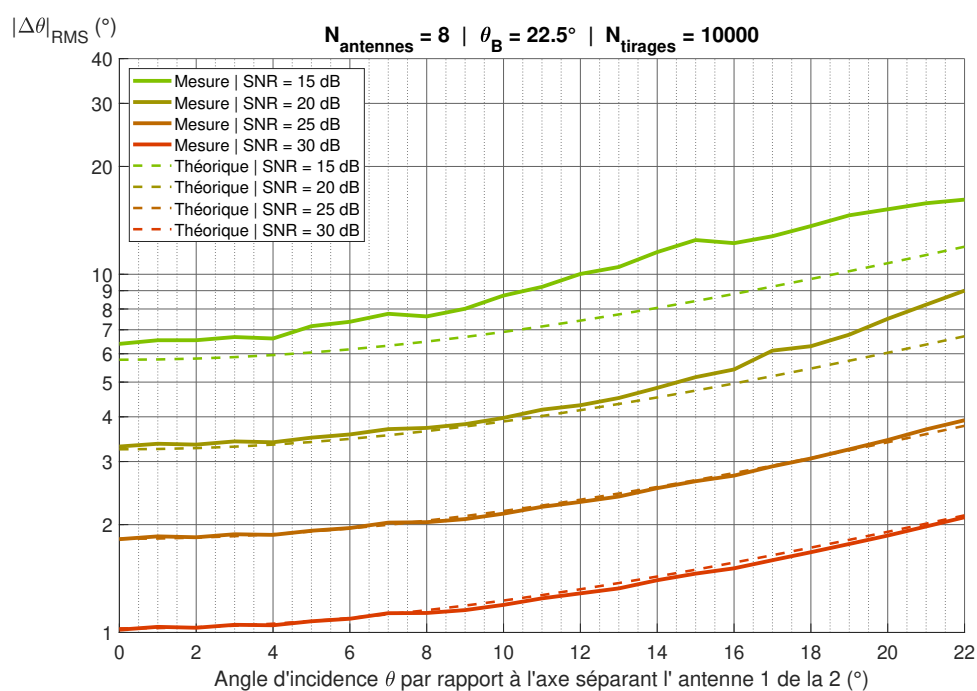


FIGURE 7.5 – Graphique représentant l'erreur attendue sur la mesure d'angle et l'erreur mesurée due au bruit thermique de la chaîne de réception pour un montage 8 antennes

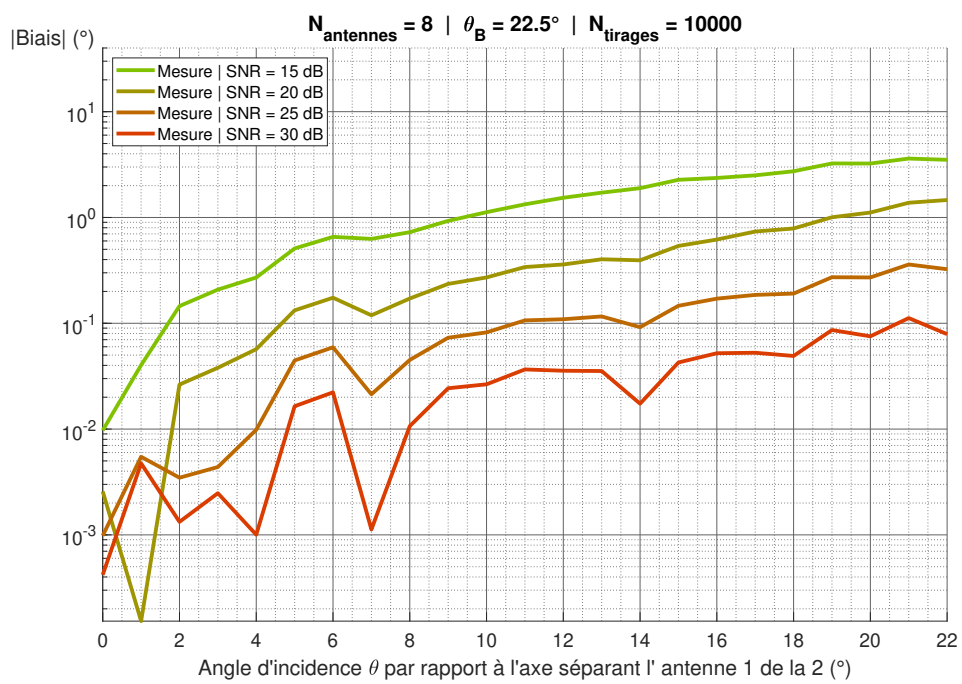


FIGURE 7.6 – Graphique représentant le biais estimé sur la mesure d'angle de l'onde incidente pour un montage 8 antennes



### 7.3 La goniométrie de phase ou interférométrie

Cette goniométrie se base sur le déphasage d'un signal perçu entre deux antennes délocalisées dû à la différence de marche de l'onde. On suppose la distance inter-antenne connue, ainsi que la fréquence de l'onde incidente  $f$  par une estimation. Le schéma 7.7 rappelle le principe de l'interférométrie.

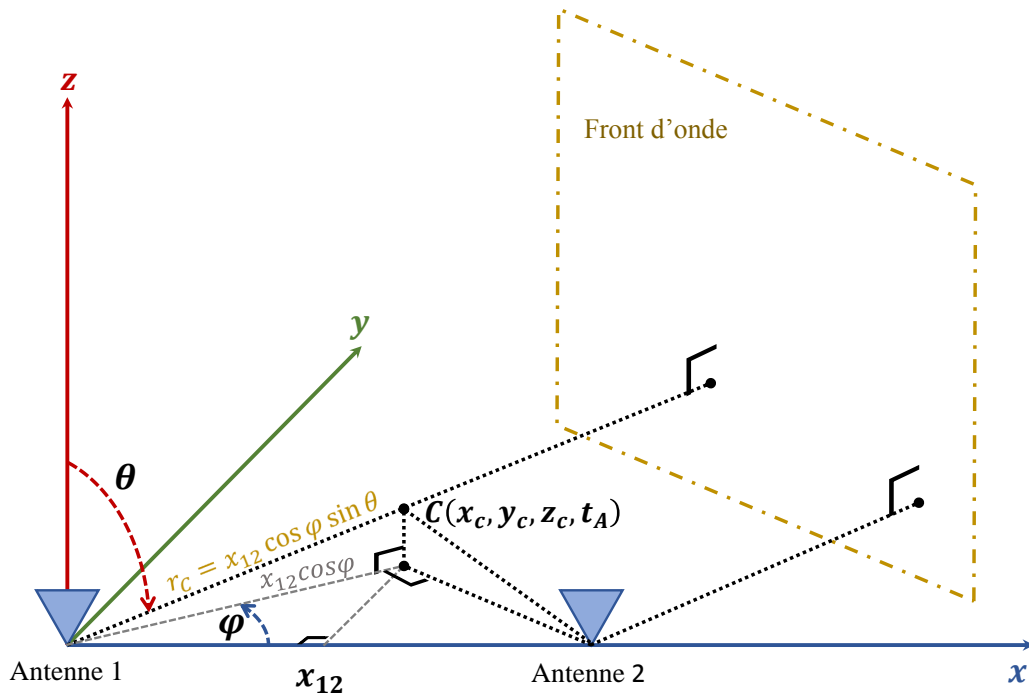


FIGURE 7.7 – Schéma représentant le principe de l'interférométrie en 3D auprès de deux antennes

Le déphasage mesuré entre les deux antennes s'exprime comme :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{c} f x_{12} \cos(\phi) \sin(\theta) + 2p\pi \tag{7.11}$$

où  $c$  est la célérité de la lumière,  $x_{12}$  est la distance séparant les deux antennes en question et  $p$  est un entier relatif. Notons que le déphasage effectif est le déphasage mesuré auquel on retire le terme de modulation  $2p\pi$ .

La principale difficulté d'une mesure de la phase consiste en l'ambiguïté. Pour la lever, plusieurs possibilités sont envisagées. La première consiste à choisir la distance inter-antenne de telle manière qu'elle soit inférieure à la demi-longueur d'onde. On s'approche alors conditions de diffraction. Comme on cherche à limiter la diffraction de manière générale afin d'éviter les

interférences sur les autres antennes et que la distance inter-antenne ainsi définie se révèle trop petite pour les systèmes, il est préférable de choisir la deuxième solution. Celle-ci consiste à choisir une distance inter-antenne qui soit plus importante, au-delà de la distance maximale nécessaire pour ne pas être ambiguë, et de résoudre les ambiguïtés à partir de 4 antennes (théorème des restes chinois) [80], autorisant dès lors de dépasser la demi-longueur d'onde et donc à s'exposer aux ambiguïtés. Il faut supposer que ces antennes observent la même portion d'espace.

Pour la suite, nous allons nous restreindre à une étude azimutale. On choisit d'appeler cet angle  $\theta$ . On peut se donner une idée des performances associées à une mesure de l'angle par interférométrie en étudiant la dérivée du déphasage simplifié à l'étude azimutale. En effet, on suppose que la détection est opérante et le bruit, quelle que soit son origine, va impacter directement l'estimation de l'angle. Notons que l'estimateur s'écrit, en supposant que l'ambiguïté est levée :

$$\hat{\theta} = \arcsin \left( \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \frac{c}{f x_{12}} \right) \quad (7.12)$$

L'estimateur de l'angle nous permet de voir tout de suite que la détection ne sera opérante que dans une plage d'angle qui vérifie la condition imposée par la fonction arcsin. La variation RMS de l'angle vaut :

$$\sigma_{\theta} = \frac{c}{2\pi f x_{12} \cos \theta \sqrt{SNR}} \quad (7.13)$$

Cette formulation des variations prend en compte essentiellement les bruits thermiques de la chaîne de réception. Nous proposons quelques applications numériques dans le tableau 7.1 et un tracé des variations RMS de la mesure d'angle pour une fréquence et une distance inter-antenne données dans la figure 7.8.

La figure nous montre des performances RMS de l'ordre du degré, voire du dixième de degré en fonction du SNR. Par conséquent, la méthode est bien plus précise que la mesure de la DOA basée sur la goniométrie d'amplitude. Néanmoins, si on ramène la comparaison au nombre d'antennes qui doit être mis en place, à savoir 4 antennes par panneau pour l'interférométrie, ce qui donnent un système GE à 16 antennes, il faut comparer à un système goniométrique de 16 antennes également que l'on répartit sur 16 panneaux orientés chacun sur une portion de l'espace. Ainsi, il est possible d'augmenter le gain d'antenne de chaque antenne élémentaire, puisque la couverture élémentaire diminue. Au final, les performances s'avèrent être du même ordre de grandeur. Notons que la couverture angulaire dépendant de la fréquence, un système de mesure de la DOA basé sur des méthodes interférométriques n'est fonctionnel que sur des plages relativement restreintes de fréquence, ce qui peut être rédhibitoire si l'on cherche à concevoir un système qui couvre une ou plusieurs octaves de bande-passante.

La méthode interférométrique se prête bien au détecteur DAC, si on calcule l'intercorrélacion entre deux antennes et non plus l'autocorrélacion (donc devient un "DIC"), et ce pour toutes les formes d'onde. Une transformée de Fourier sur les distances inter-antenne  $p.x_{12}$ ,  $p \in \mathbb{N}$ , ou bien

la méthode basée sur la levée d'ambiguïtés de la phase [80] sont envisageables pour estimer la DOA.

Le détecteur FIDEL peut également retourner une estimation de DOA, si ce dernier est calculé pour chaque antenne couvrant la même portion d'espace. Une fois que l'on obtient les différentes impulsions, on récupère la phase de chaque case T-F commune à toutes les RTF issues de FIDEL et de chaque antenne et on estime la DOA par la TF ou la méthode basée sur la levée d'ambiguïtés de la phase.

| $x_{12}$ (m) | Fréquence (GHz) |     |      |      |      |       |       |       |
|--------------|-----------------|-----|------|------|------|-------|-------|-------|
|              | 0,3             | 1   | 3    | 5    | 10   | 20    | 30    | 100   |
| 0,003        | -               | -   | -    | -    | -    | -     | -     | 90    |
| 0,03         | -               | -   | -    | -    | 90   | 30    | 19    | 5,7   |
| 0,10         | -               | -   | 90   | 37   | 17   | 8,6   | 5,7   | 1,7   |
| 0,30         | -               | 90  | 19   | 12   | 5,7  | 2,9   | 1,9   | 0,57  |
| 1            | 90              | 17  | 5,7  | 3,4  | 1,7  | 0,86  | 0,57  | 0,17  |
| 3            | 19              | 5,7 | 1,9  | 1,1  | 0,57 | 0,29  | 0,19  | 0,057 |
| 10           | 5,7             | 1,7 | 0,57 | 0,34 | 0,17 | 0,086 | 0,057 | 0,017 |

TABLEAU 7.1 – Tableau récapitulant les valeurs de la demi-couverture angulaire  $\theta_{max}$  (en degrés) telle que la couverture soit  $[-\theta_{max}, \theta_{max}]$  en fonction de divers choix de distance inter-antenne et de fréquences.

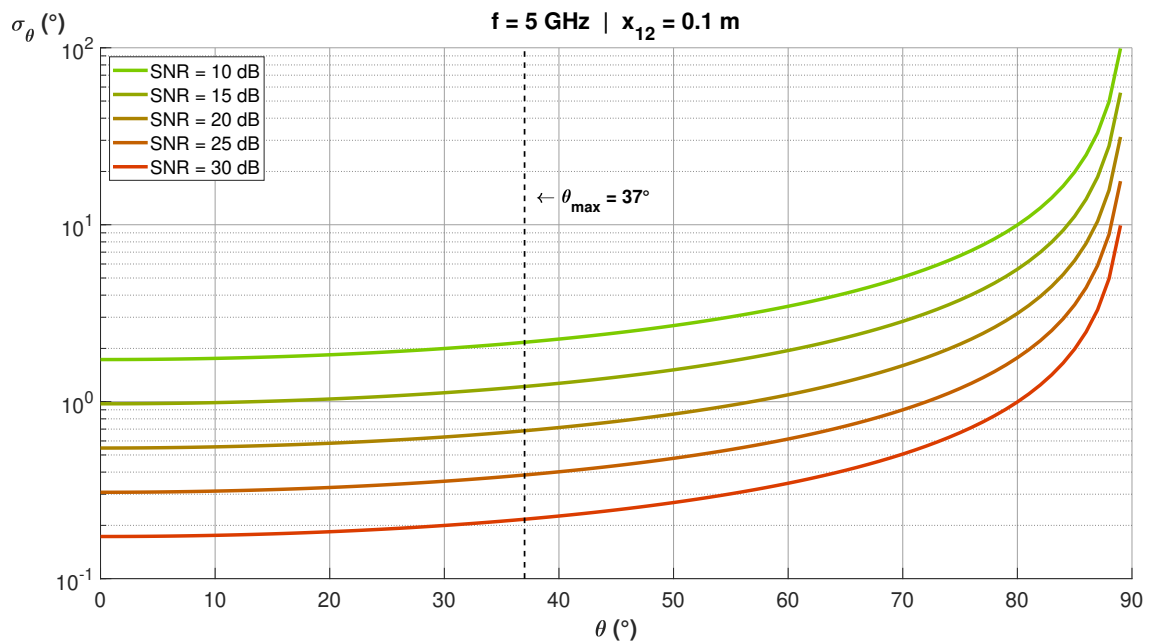


FIGURE 7.8 – Variation RMS de la mesure de DOA par méthode interférométrique pour  $f = 5$  GHz et  $x_{12} = 10$  cm pour les angles positifs (symétrie du côté négatif)

## 7.4 MUSIC : projection du signal dans un sous-espace adapté

La méthode interférométrique précédente est intéressante pour sa précision. Cependant, elle nécessite une étape de détection qui utilise au mieux l'intercorrélacion de deux antennes. Or, si le système possède plus de deux antennes, il peut être intéressant de les utiliser conjointement pour mener la détection. C'est le principe de la méthode MUSIC.

### 7.4.1 Comprendre le principe de MUSIC

On se place dans la configuration où le système de réception possède  $N_a$  antennes opérant dans tout l'espace, ou bien dans une portion de l'espace. Les antennes doivent être à gain similaire sur la portion d'espace considérée.

La méthode *Multiple Signal Classification* (MUSIC) consiste en l'utilisation conjointe de ces  $N_a$  antennes pour opérer la détection et l'estimation conjointe du nombre de signaux, de la DOA et de la polarisation [78].

Le modèle du signal adopté est le suivant (hors considération sur la polarisation) :

$$X = \mathbf{A}S + B \quad (7.14)$$

où :

- $X$  est un vecteur à valeurs complexes de taille  $1 \times N_a$
- $\mathbf{A}$  est une matrice de taille  $N_a \times N_s$ , où  $N_s$  est le nombre de signaux à estimer
- $S$  est le vecteur signal de taille  $N_s \times 1$
- $B$  est le vecteur du bruit additif gaussien de variance  $\sigma^2$  et de taille  $1 \times N_a$

La matrice  $\mathbf{A}$  peut être considérée comme constituée de  $N_s$  colonnes  $[a(\theta_1), \dots, a(\theta_{N_s})]$  où  $\theta_p$  est l'angle d'incidence du  $p^{\text{ème}}$  signal que l'on cherche à estimer. Le vecteur  $a(\theta_p)$  vérifie :

$$a(\theta_p) = \left[ 1 \quad e^{i\frac{2\pi}{c}f x_{12} \sin(\theta_p)} \quad \dots \quad e^{i\frac{2\pi}{c}f (N_a-1) x_{12} \sin(\theta_p)} \right]^* \quad (7.15)$$

en reprenant les notations du paragraphe précédent et en estimant que les antennes sont réparties sous forme de grille. Remarquons que pour couvrir tout l'espace (en gisement), et en supposant qu'une grille couvre efficacement  $90^\circ$ , alors en plaçant quatre, on couvre les  $360^\circ$  d'intérêt.

La matrice de covariance  $C$  de  $X$  vaut :

$$C = \overline{XX^*} = \frac{1}{N_{int}} XX^* = \overline{\mathbf{A}SS^*\mathbf{A}^*} + \overline{BB^*} \quad (7.16)$$

où  $N_{int}$  est le nombre d'échantillons temporel intégrés.  $\overline{SS^*}$  est diagonalisable comme toute matrice hermitienne complexe d'après le théorème spectral et à valeurs propres réelles. On appelle  $D$  cette matrice diagonale. En supposant que la matrice de covariance du bruit vaut

$\overline{BB^*} = \sigma^2 I$ , on a :

$$C = \mathbf{A} \mathbf{D} \mathbf{A}^* + \sigma^2 I \quad (7.17)$$

Le nombre de signaux estimé  $\hat{N}_s$  est égal au nombre de fois pour lesquels les valeurs propres de  $C - \sigma^2 I$  sont supérieures à zéro (ou assimilé, c'est l'enjeu de la détection). Cela revient à exprimer le problème de la détection comme exposé dans le chapitre précédent.

La mesure de l'angle s'effectue par la projection du vecteur  $a(\theta)$  pour tous les  $\theta$  voulus (par exemple, de  $-180^\circ$  à  $+180^\circ$  avec un pas de  $0,1^\circ$ ) sur le sous-espace du bruit  $\mathbf{E}_B$  et on trace :

$$D_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a(\theta) \mathbf{E}_B \mathbf{E}_B^* a^*(\theta)} \quad (7.18)$$

On récupère les  $N_s$  maxima locaux (pics) de  $D_{MUSIC}(\theta)$  pour remonter aux angles des  $\hat{N}_s$  signaux.  $D_{MUSIC}$  ainsi défini correspond à l'inverse de la projection du modèle du signal sur le sous-espace du bruit, dont on prend la norme. Par conséquent, on s'attend à obtenir des pics très bien résolus.

### 7.4.2 Analyse des résultats de MUSIC

On s'intéresse maintenant aux précisions et résolutions de la mesure des angles incidents suivant l'étape de détection et d'estimation du nombre de signaux décrite dans le chapitre 6. Pour toutes les simulations menées, nous considérons que l'écart entre deux antennes adjacentes est de  $\frac{\lambda}{2}$ . On choisit une fréquence de propagation de 9,5 GHz (de l'ordre de celle du SIMRAD présentée au chapitre 2). Par conséquent, la couverture générale en fréquence est de  $[-90^\circ, 90^\circ]$ .

#### Le cas monosignal

On présente le résultat de quelques simulations en figure 7.9.

Nous voyons que le pic à faible SNR est relativement large à sa base, ce qui pourra être problématique dans le cas multisérial, mais s'affine et permet de donner des résultats avec un biais quasiment inexistant (cf les tableaux 7.2 et 7.3). La variabilité de l'estimation de la DOA évaluée au travers de sa variance augmente dès lors que l'on s'éloigne de  $0^\circ$ . Cette variance tend vers la borne de Cramer-Rão lorsque le nombre d'échantillons  $N_{int}$  et d'antennes  $N_a$  tendent vers l'infini [78, 81]. La figure 7.10 qui propose le tracé de l'écart quadratique moyen (EQM) et les tableaux mentionnés montrent que le biais et la variance de la mesure augmentent lorsque l'on se rapproche des bornes imposées par la couverture générale en fréquence. Cela est principalement dû aux repliements de la phase (notamment pour les résultats à  $\theta = 75^\circ$  mais aussi à l'écart de  $\theta$  à  $0^\circ$ ).

Par ailleurs, le nombre d'antennes impacte la variance de la mesure, comme nous pouvions nous y attendre, et de manière très marquée. Le nombre d'échantillons intégrés impacte la mesure

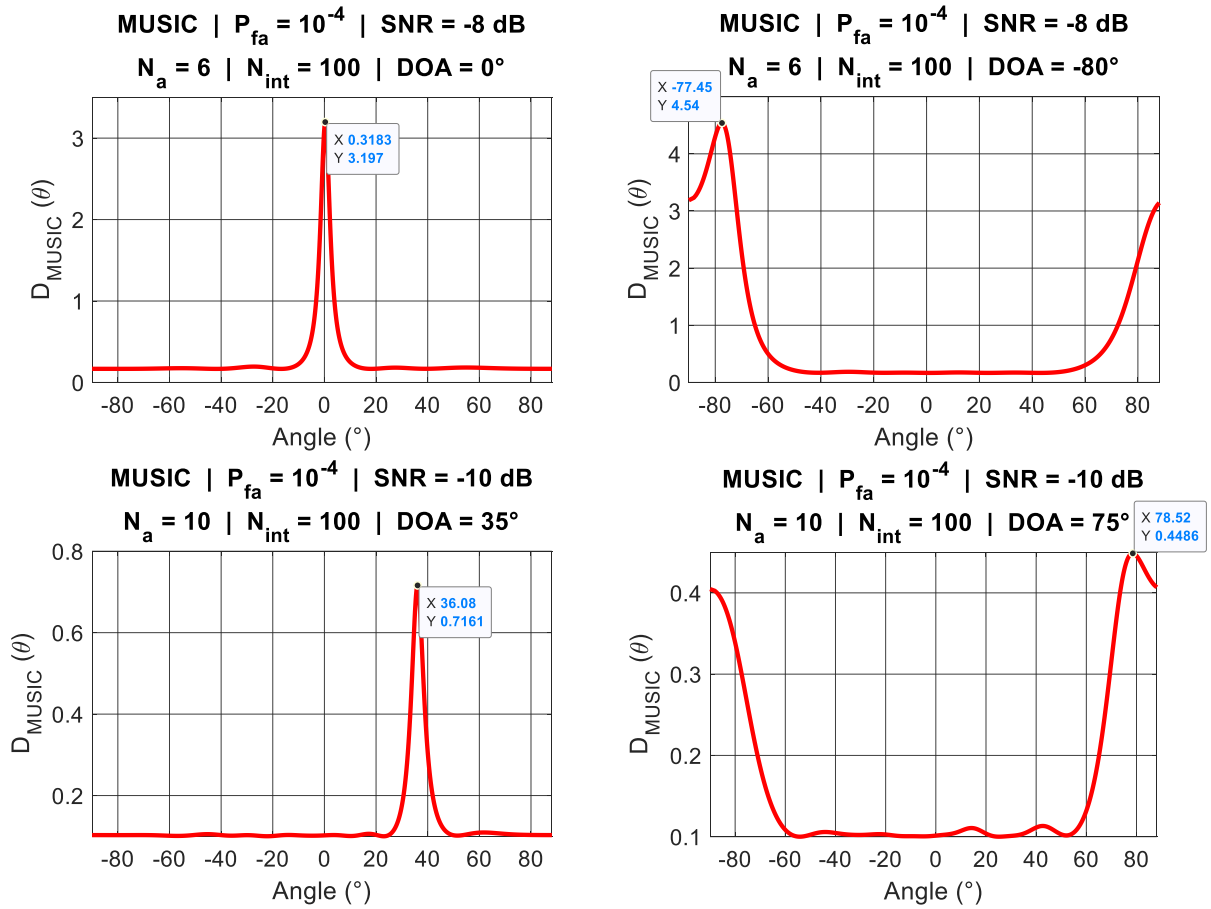


FIGURE 7.9 – Divers tracés de MUSIC dans le cas monosignal et à faible SNR. Les variables sont le nombre d’antennes  $N_a$ , le rapport signal à bruit  $SNR$  et l’angle d’arrivée  $DOA$

de la DOA au travers de la variation qu'il induit sur le SNR pour conserver la probabilité de détection de sensibilité.

| $N_a$ | $N_{int}$ | $N_{tir}$ | SNR      | $P_d$ | DOA $\theta$ | biais( $\theta$ ) | var( $\theta$ )       |
|-------|-----------|-----------|----------|-------|--------------|-------------------|-----------------------|
| 10    | 100       | 500       | -8 dB    | 1     | 0°           | 0,0036°           | 0,22 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 500       | -8 dB    | 1     | 35°          | -0,027°           | 0,33 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 500       | -8 dB    | 1     | 50°          | 0,020°            | 0,51 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 500       | -8 dB    | 1     | 75°          | 0,089°            | 3,5 (°) <sup>2</sup>  |
| 10    | 100       | 400       | -10 dB   | 0,95  | 0°           | 0,055°            | 0,47 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -10 dB   | 0,95  | 35°          | -0,042°           | 0,66 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -10 dB   | 0,95  | 50°          | 0,010°            | 1,10 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -10 dB   | 0,95  | 75°          | 0,43°             | 8,06 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -11,5 dB | 0,50  | 0°           | 0,013°            | 0,49 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -11,5 dB | 0,50  | 35°          | -0,02°            | 1,10 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -11,5 dB | 0,50  | 50°          | -0,011°           | 1,60 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 400       | -11,5 dB | 0,50  | 75°          | 0,27°             | 11,2 (°) <sup>2</sup> |

TABLEAU 7.2 – MUSIC : Impact du changement de SNR à l'entrée sur l'estimation de la DOA -  $P_{fa} = 10^{-4}$

Le cas monosignal à la sensibilité nous donne des performances de l'ordre de 1° sur une plage  $\theta \in \left[-\frac{\theta_{max}}{2}, \frac{\theta_{max}}{2}\right]$ .

### Le cas multisingnal

Nous allons à présent regarder le cas multisingnal au travers de simulations avec deux signaux.

Nous rappelons que la détection et l'estimation du nombre de signaux s'opèrent selon la méthode décrite dans le chapitre 6. Dans le cas de deux signaux, nous avons vu que nous pouvons évoquer deux probabilités de détection, celle de trouver un seul signal et celle de trouver les deux signaux. On propose le tracé en figure 7.11 de la répartition statistique des valeurs propres issues de l'étape de détection décrite au chapitre 6, pour les paramètres indiqués dans le titre. Les PDF théoriques sont celles décrites dans le chapitre précédent, en affectant cependant les paramètres de la distribution de Marcenko-Pastur pour tenir compte de la présence des signaux [76]. Dans le cas simulé, la probabilité de détecter un seul signal vaut 0,282 et celle de détecter les deux vaut 0,718, pour les DOA choisies.

La probabilité d'opérer deux mesures est donc bornée par la probabilité de détecter les deux signaux. A l'aide des simulations présentées dans 7.12 et des graphiques 7.13 et 7.14, on montre que, bien que la probabilité de détection des deux signaux puisse être très largement supérieure à 0, la résolution du signal peut ne pas être suffisante pour opérer deux mesures de DOA.

La figure 7.12 nous montre sur la colonne de gauche deux tirages, avec un SNR proche du SNR de la sensibilité pour un système possédant 10 antennes et intégrant sur 100 échantillons

| $N_a$ | $N_{int}$ | $N_{tir}$ | SNR   | $P_d$ | DOA $\theta$ | biais( $\theta$ ) | var( $\theta$ )       |
|-------|-----------|-----------|-------|-------|--------------|-------------------|-----------------------|
| 10    | 100       | 500       | -8 dB | 1     | 0°           | 0,0036°           | 0,22 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 500       | -8 dB | 1     | 35°          | -0,027°           | 0,33 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 500       | -8 dB | 1     | 50°          | 0,020°            | 0,51 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 100       | 500       | -8 dB | 1     | 75°          | 0,089°            | 3,5 (°) <sup>2</sup>  |
| 6     | 100       | 700       | -8 dB | 0,97  | 0°           | -0,020°           | 1,26 (°) <sup>2</sup> |
| 6     | 100       | 700       | -8 dB | 0,97  | 35°          | -0,091°           | 2,06 (°) <sup>2</sup> |
| 6     | 100       | 700       | -8 dB | 0,97  | 50°          | 0,083°            | 2,96 (°) <sup>2</sup> |
| 6     | 100       | 700       | -8 dB | 0,97  | 75°          | 0,28°             | 17,5 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 20        | 500       | -5 dB | 0,98  | 0°           | -0,023°           | 0,41 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 20        | 500       | -5 dB | 0,98  | 35°          | -0,016°           | 0,62 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 20        | 500       | -5 dB | 0,98  | 50°          | -0,015°           | 1,07 (°) <sup>2</sup> |
| 10    | 20        | 500       | -5 dB | 0,98  | 75°          | -0,11°            | 6,51 (°) <sup>2</sup> |

TABLEAU 7.3 – MUSIC : Impact du changement de  $N_a$  et de  $N_{int}$  à l'entrée sur l'estimation de la DOA -  $P_{fa} = 10^{-4}$

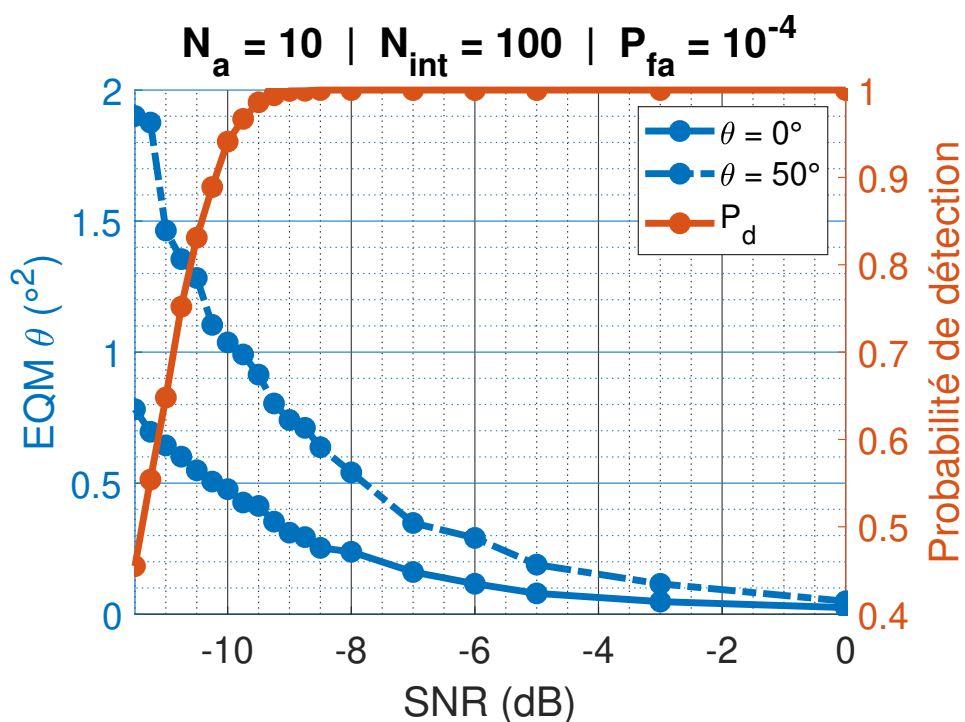


FIGURE 7.10 – Écart Quadratique Moyen (EQM) associé à la mesure de la DOA d'un signal.



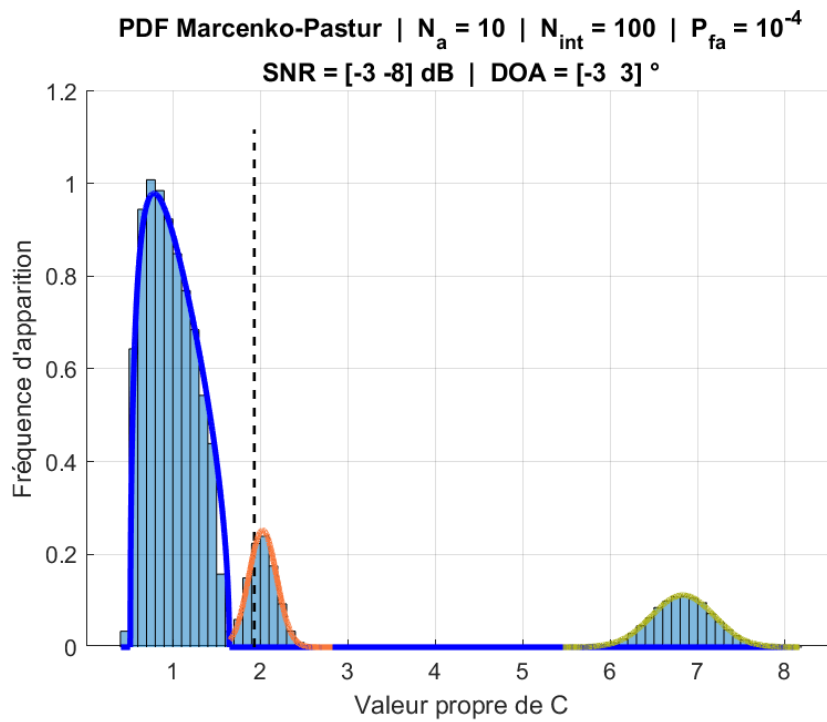


FIGURE 7.11 – Simulation de la PDF obtenue dans le cas multisignal. Le trait en pointillés noir désigne le seuil de détection  $\lambda_s$ .  $N_{tirages} = 20\,000$ .

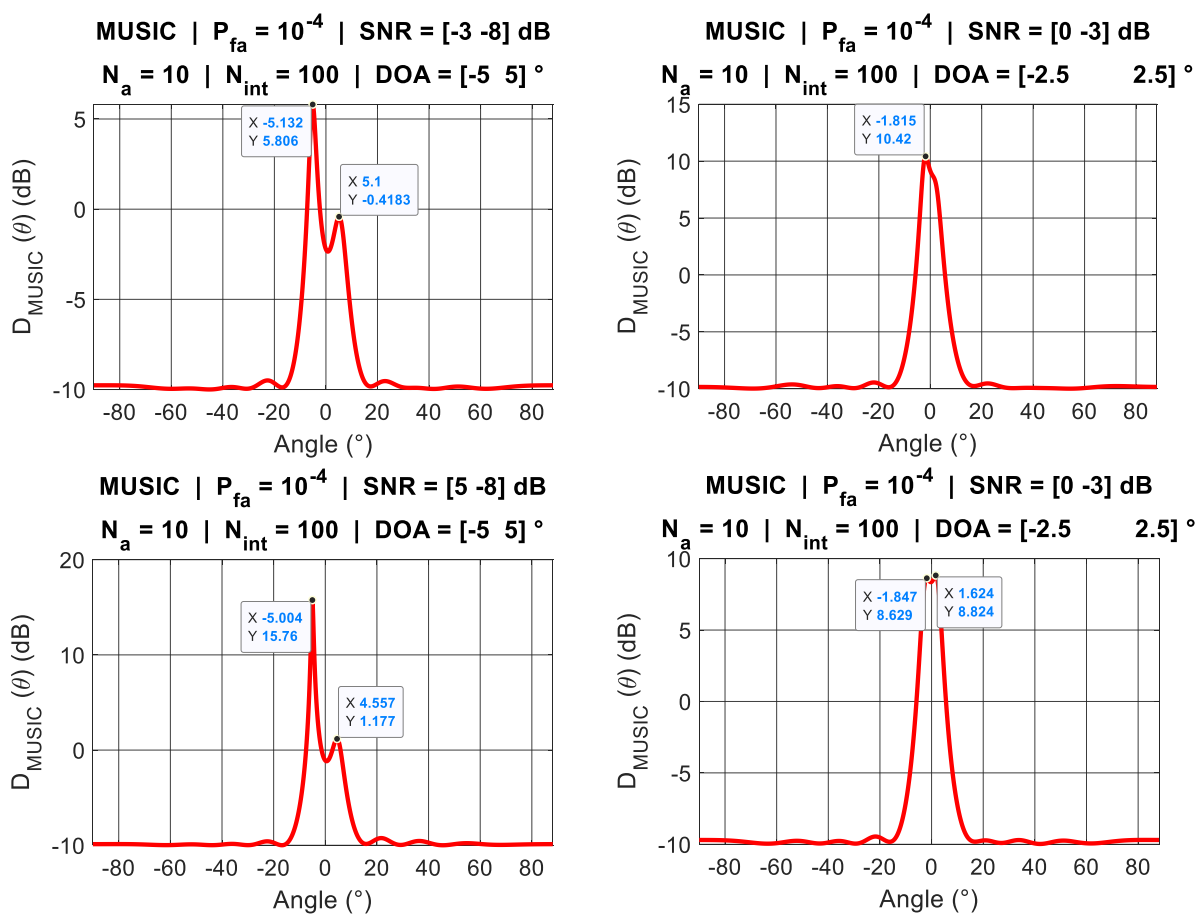


FIGURE 7.12 – Divers tracés de MUSIC dans le cas multisignal à fort SNR

temporels, et le deuxième SNR soit très grand, soit un peu plus grand. On remarque que le pic le plus faible perd un peu de sa précision face au pic le plus fort, si ce dernier est associé à un SNR plus important.

La colonne de droite correspond à deux tirages à paramètres exactement identiques. Le fait que le maximum des deux pics puisse être inversé bien que le SNR entre les deux signaux ait un écart de 3 dB s'explique par le fait que les deux distributions des signaux peuvent se chevaucher. Par conséquent, il existe une certaine probabilité que le plus faible des signaux soit mesuré plus important que l'autre. De plus, bien que dans le cas de la colonne de droite, la probabilité de détecter les deux signaux soit égale à 1, on voit que cela ne signifie pas nécessairement la possibilité d'avoir deux mesures de DOA. En effet, la première figure de la colonne de droite ne donne qu'un seul pic, ou bien un seul pic accompagné de plusieurs rebonds très faibles. Remarquons que la présence de ces rebonds implique que dans l'algorithme de recherche des maxima locaux (cf. algorithme 2), il faille utiliser un seuil d'estimation  $\lambda_{est.}$  pour ne pas opérer de mesures non pertinentes. Ce seuil n'impacte pas, dans les simulations du moins, les différentes probabilités de détection. On peut généraliser cette observation dans tous les cas où les probabilités de détection de travail sont relativement importantes, i.e. de l'ordre de la probabilité de détection de sensibilité.

---

**Algorithme 2** : Recherche des pics d'intérêt et mesure de la DOA (si possible)

---

**Entrées** : entrées

**Sorties** :  $\hat{\theta}_p$ ,  $p \in [1, N_{mes} \leq \hat{N}_s]$  vérifiant  $\hat{\theta}_p > \lambda_{est.}$

initialisation :  $\hat{N}_s$  issu de la méthode du chapitre 6 et calcul de  $D_{MUSIC}(\theta)$  pour tous les  $\theta$  d'intérêt

**si**  $\hat{N}_s > 1$  **alors**

(1) Trouver les  $\hat{N}_s$  plus grands pics de  $D_{MUSIC}(\theta)$  (maxima locaux) - emplacements  $id_{pic}$  et valeurs  $v_{pic}$

(2) Ranger les couples  $[v_{pic}, id_{pic}]$  dans l'ordre décroissant de  $v_{pic}$

**pour**  $i = 1$ ;  $i \leq \hat{N}_s$ ;  $i = i + 1$  **faire**

**si**  $v_{pic}[i] > \lambda_{est.}$  **alors**

        Calcul de  $\hat{\theta}[i]$  associé à  $id_{pic}[i]$

**sinon**

        Pas de calcul  $\hat{\theta}[i]$  associé à  $id_{pic}[i]$

**fin**

**fin**

**fin**

---

Deux simulations à  $SNR_1$  et  $SNR_2$  fixés sont proposées en figure 7.13 afin d'étudier l'impact de l'écart angulaire à faible SNR sur l'EQM. On désigne par  $\theta_{centre} = [0^\circ, 50^\circ]$  l'angle définissant le centre de l'écart entre les deux signaux simulés. On suppose que si le signal 1 s'écarte de  $\theta$

de cette valeur, alors le signal 2 s'écarte de  $-\theta$  de  $\theta_{\text{centre}}$ . Les graphiques simulés de la figure 7.13 montrent que plus l'écart se restreint, et plus l'EQM augmente, suivant une courbe de type exponentielle pour le signal le plus faible. On remarque que la probabilité de résoudre les deux pics  $P_{\text{res}}$  se détache rapidement de la probabilité de détecter les deux signaux. La probabilité de résolution  $P_{\text{res}}$  se définit comme la probabilité de résoudre deux pics sachant que l'on a  $\hat{N}_s = 2$ . Si la probabilité de détecter les deux signaux est inférieure à 1, alors on peut définir la probabilité d'intercepter et d'estimer la DOA des deux signaux comme le produit de ces deux probabilités.

L'observation faite dans le cas monosignal de l'augmentation de la largeur des pics lorsque l'on s'éloigne de  $0^\circ$  est vérifiée numériquement. On obtient pour les simulations proposées une probabilité de résolution de 0,9 pour un demi-écart de  $4,5^\circ$  pour le cas  $\theta_{\text{centre}} = 0^\circ$  et de  $7^\circ$  dans le cas  $\theta_{\text{centre}} = 50^\circ$  à faibles SNR.

Une dernière simulation est proposée pour évaluer l'impact de la variation du SNR lorsque deux signaux ont un écart de DOA fixe (cf. figure 7.14). Pour l'écart de DOA choisi, on voit que la probabilité de détection des deux signaux peut atteindre 1 contrairement aux simulations menées dans le chapitre 6. La probabilité de résolution connaît un maximum local lorsque les deux signaux sont de SNR sensiblement égal, puis on voit cette probabilité décroître très légèrement lorsque l'écart des SNR s'accroît. L'EQM maximal sur le pic principal est de l'ordre de  $1,5(^\circ)^2$ , le pic secondaire voit une erreur du même ordre de grandeur tant que les SNR sont proches ou bien que le SNR du pic principal est supérieur. Lorsque la probabilité de détection des deux signaux se dégradent (on passe sous la sensibilité), alors on tend à entrer dans le régime monosignal (intervalle -12 à -10 dB).

### 7.4.3 Synthèse sur MUSIC

Les diverses simulations menées sur MUSIC donnent de manière qualitative les résultats suivants :

1. une variation RMS (prise comme la racine de l'EQM) de la mesure de la DOA variant d'un peu moins de  $1^\circ$  à des valeurs pouvant être de l'ordre de  $3-4^\circ$  en fonction de l'angle d'incidence, dans le cas monosignal et en fonction du nombre d'antennes choisi.
2. dans le cas bisignal et à faible SNR, on a simulé quelques cas de figures qui montrent que la résolution autorisant la double mesure dans 9 cas sur 10 est de l'ordre de  $8-15^\circ$  en fonction de l'angle d'incidence des signaux.
3. les erreurs RMS sur la mesure de la DOA pour le pic principal restent de l'ordre de grandeur du cas monosignal notamment si l'on souhaite associer à la mesure une probabilité de résolution suffisante. Pour le second pic, cette erreur dépend surtout de la résolution plutôt que de l'écart de SNR entre les deux pics.

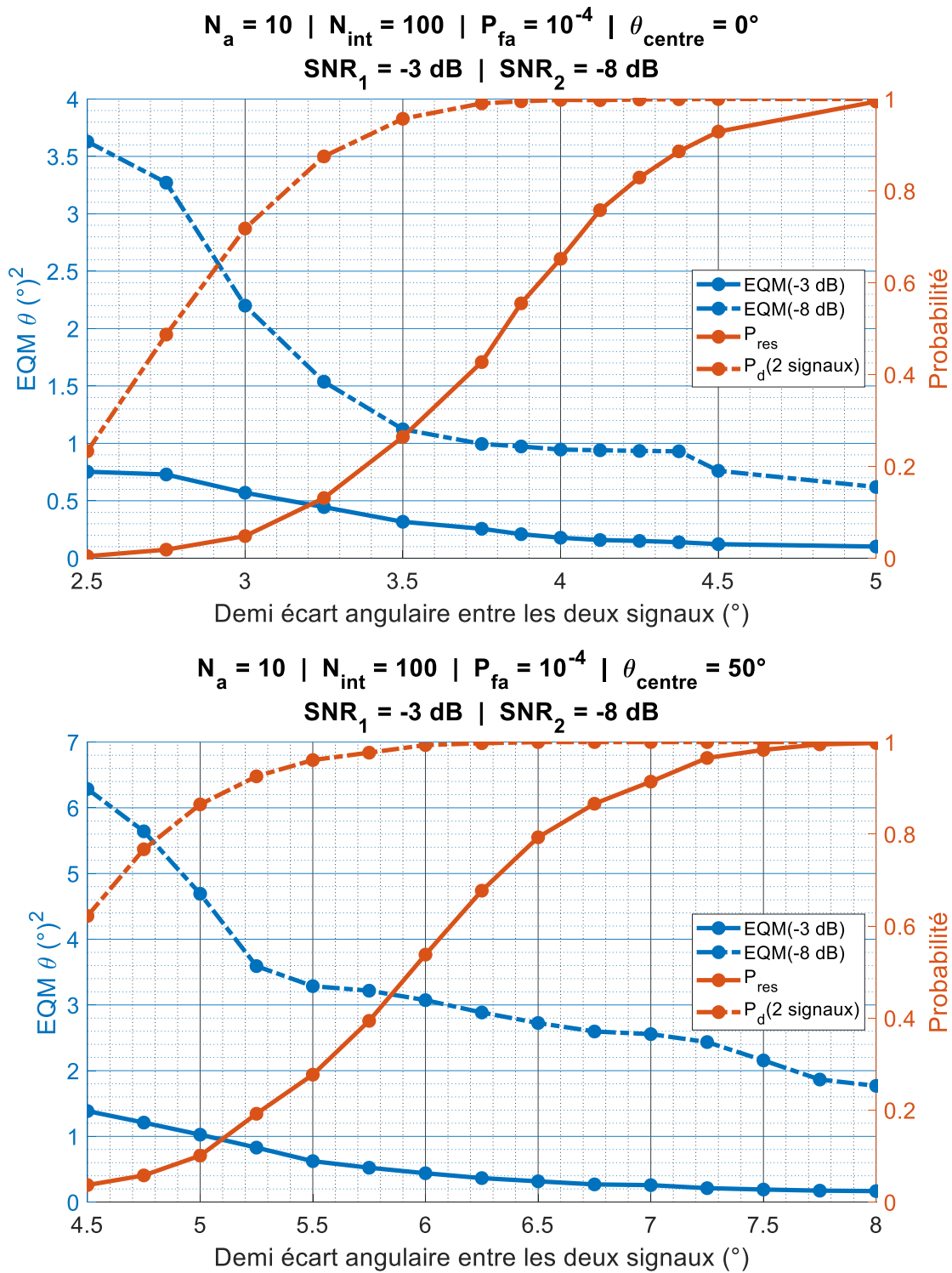


FIGURE 7.13 – Écart Quadratique Moyen en configuration multisignal - angle variable

DIFFUSION RESTREINTE

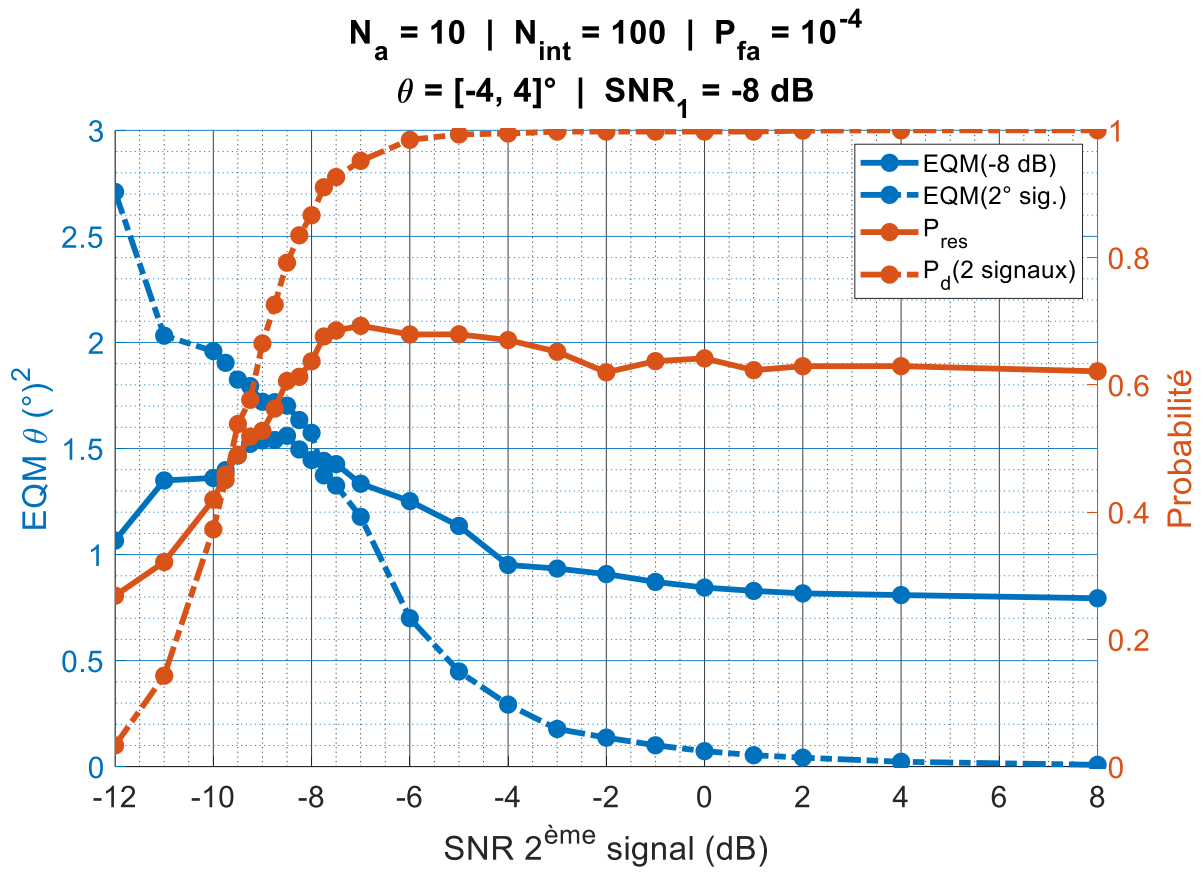


FIGURE 7.14 – Écart Quadratique Moyen en configuration multisignal - SNR variable

#### 7.4.4 Augmenter la résolution de MUSIC dans le cas multisérial : ROOT-MUSIC

Nous allons montrer dans ce paragraphe qu'il est possible de faire coïncider la probabilité de résolution avec la probabilité de détection des signaux, ie à pouvoir estimer les angles d'incidence même lorsque deux signaux ne sont pas résolus par les algorithmes de recherche des maxima locaux.

Le principe de ROOT-MUSIC suit le principe de MUSIC. Seulement, au lieu d'afficher l'inverse de la projection du modèle du signal pour tous les angles d'intérêt sur le sous-espace du bruit  $(a(\theta)E_N E_N^* a^*(\theta))^{-1}$ , on remarque que l'on peut réécrire, dans le cas où les antennes sont réparties linéairement, l'expression sous la forme d'un polynôme [82] :

$$P(z) = \sum_{\ell=-N_a+1}^{N_a-1} \Pi_\ell z^{-\ell} \quad (7.19)$$

où  $\Pi_\ell = \sum_{n+p=\ell} M_{np}$ , où  $M = E_N E_N^*$  est une matrice de taille  $N_a \times N_a$ . Par conséquent, comme le polynôme complexe  $P$  décrit le sous-espace du bruit, il faut trouver les racines de ce polynôme pour remonter à la DOA. Si  $z_1 = |z_1| e^{i \arg(z_1)}$  est une racine de ce polynôme, alors on peut remonter à l'angle  $\theta$  grâce à :

$$\hat{\theta} = \frac{c}{2\pi f_0 x_{12}} \arg(z_1) \quad (7.20)$$

Comme le nombre de signaux est déjà estimé en amont, il ne reste plus qu'à récupérer les  $\hat{N}_s$  plus importantes racines pour estimer les signaux. On voit donc que par construction, la méthode donne autant de mesures que l'étape de détection en demande. Par conséquent, la probabilité de résolution est confondue avec celle de détection  $\hat{N}_s$  des signaux.

On propose d'illustrer le principe de ROOT-MUSIC au travers d'une série de simulations présentées dans la figure 7.15. Dans la colonne de gauche, on présente deux signaux de SNR relativement élevés devant la sensibilité présentant un écart de l'angle d'incidence respectivement de 4 et 5°. Nous observons que malgré le fait qu'il n'y ait qu'un seul maxima local (en dehors des rebonds négligeables et négligés), cela n'empêche pas le calcul des racines du polynôme  $P$ .

Dans la colonne de droite, nous choisissons de nous rapprocher de la sensibilité du détecteur, définie à  $P_d = 0,99$  telle que vue dans le chapitre 6. Nous observons là encore que la méthode arrive à mettre en évidence les mesures voulues avec quelques erreurs lorsque les SNR sont à la sensibilité.

Notons que si l'on diminue l'écart en DOA, ce n'est pas nécessairement le calcul des racines qui est mis en défaut, mais la probabilité de détection des  $\hat{N}_s$  signaux. Il serait possible, si l'opérateur a des éléments qui lui laisse penser qu'un signal peut se trouver caché dans le

pic, d'augmenter artificiellement  $\hat{N}_s$  pour pouvoir même dépasser la probabilité de détection du nombre  $\hat{N}_s$  de signaux estimé. La simulation présentée dans la figure 7.16 comparée à celle de MUSIC (cf. figure 7.13), nous montre que le gain sur la probabilité de résolution autorise de résoudre les signaux présentant un demi-écart inférieur à  $3,5^\circ$ , soit un gain en résolution de l'ordre de  $1,5^\circ$  entre deux signaux, dans la configuration présentée. L'erreur quadratique moyenne commence à exploser si l'on souhaite descendre plus bas en résolution.

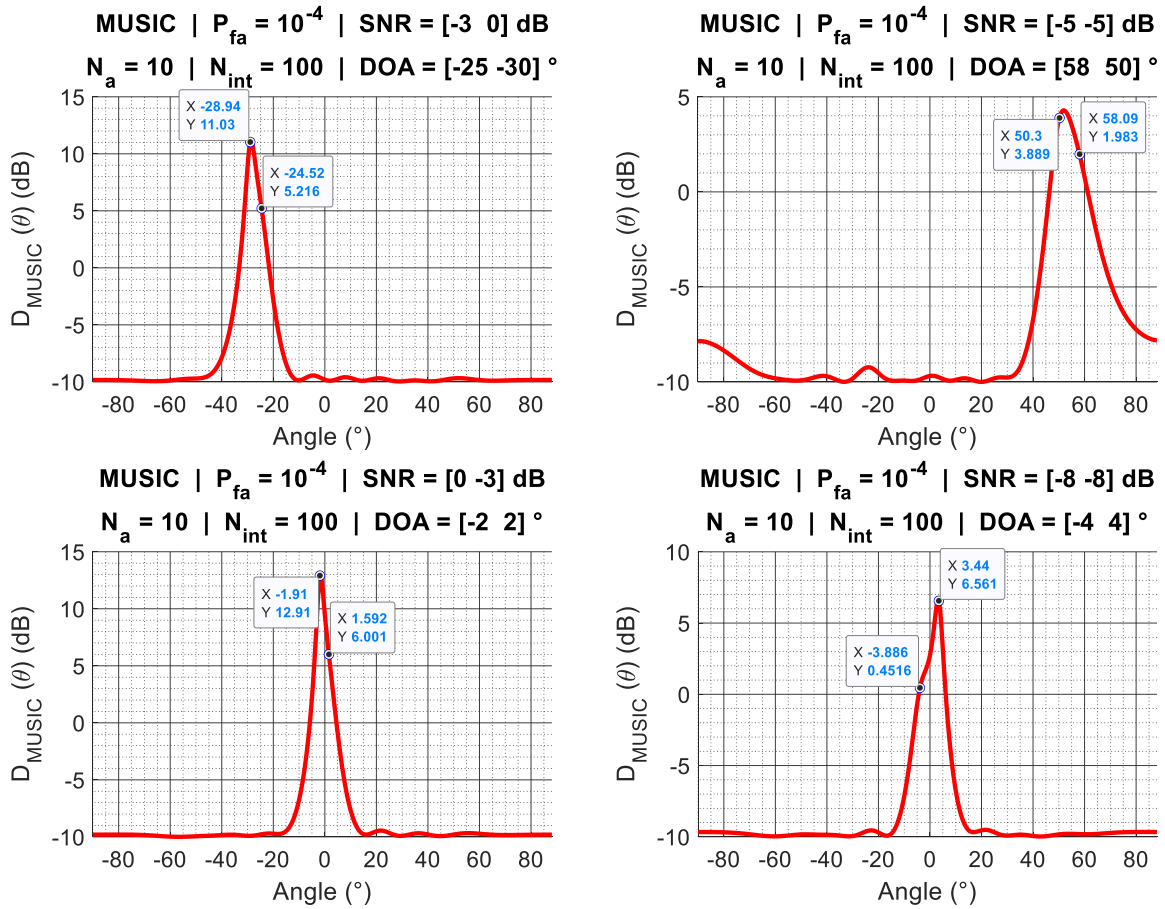


FIGURE 7.15 – Simulations de ROOT-MUSIC associées aux sorties de MUSIC correspondantes

La complexité de l'algorithme ROOT-MUSIC est de l'ordre de  $\mathcal{O}(2N_a^3 - 1)$  [83], sans tenir compte de la diagonalisation. En tenant compte du calcul de la matrice de covariance et de la diagonalisation, il faut ajouter respectivement une complexité de  $\mathcal{O}(N_{int}N_a^2)$  et de  $\mathcal{O}(N_a^3)$ .

Ajoutons le fait que la méthode ROOT-MUSIC est applicable dans les cas où les antennes ont une répartition autre que linéaire. Dans ce cas, le calcul est plus gourmand en terme de



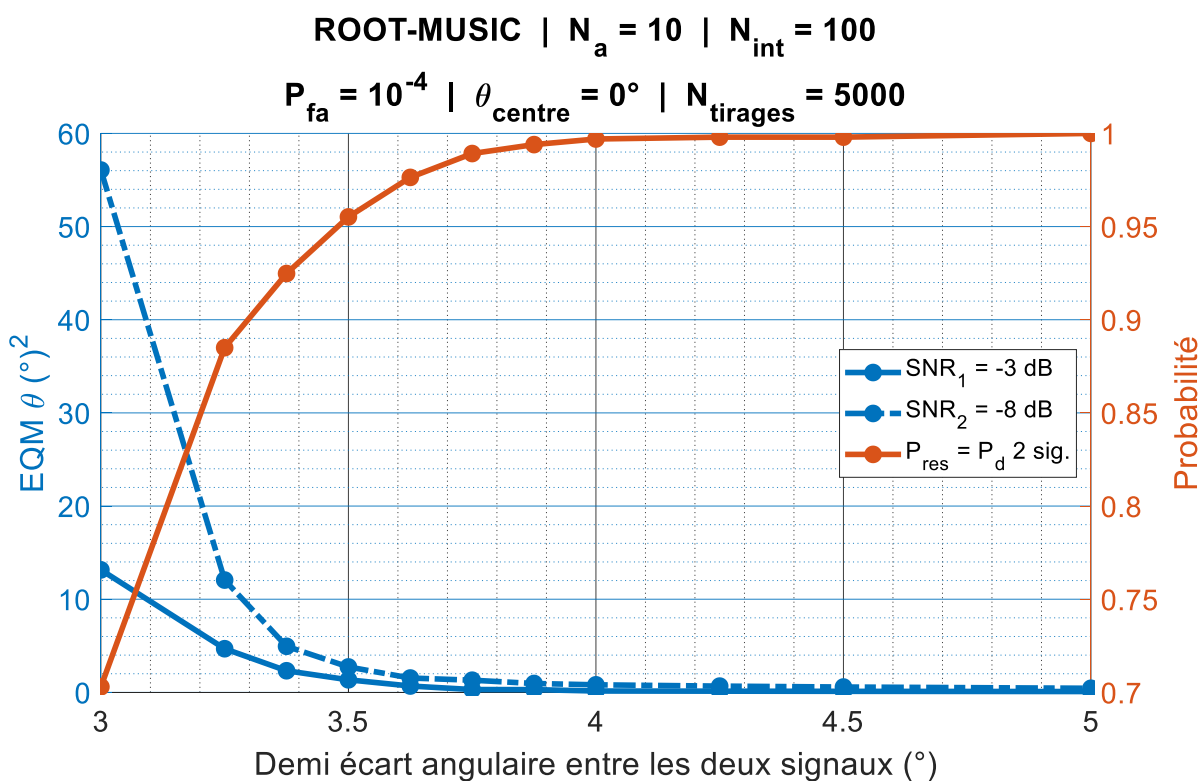


FIGURE 7.16 – Performances de ROOT-MUSIC dans la configuration simulée

temps de calcul. Il faut rechercher les zéros de :

$$P(\theta) = \left( \frac{a(\theta)E_1E_1^*a^*(\theta)}{a(\theta)E_NE_N^*a^*(\theta)} \right) \left( \frac{a(\theta)E_2E_2^*a^*(\theta)}{a(\theta)E_NE_N^*a^*(\theta)} \right) \cdots \left( \frac{a(\theta)E_{N_s-1}E_{N_s-1}^*a^*(\theta)}{a(\theta)E_NE_N^*a^*(\theta)} \right) \left( \frac{1}{a(\theta)E_NE_N^*a^*(\theta)} \right) \quad (7.21)$$

où  $E_p = [u_{N_a-N_s-p}, \dots, u_{N_a-N_s-1}, E_N]$  est la concaténation des vecteurs propres associés au bruit, et de  $p$  vecteurs propres  $u_p$  issus du sous-espace du signal  $E_S$ .

#### 7.4.5 Utiliser la dimension fréquentielle pour améliorer la séparabilité des signaux et/ou des formes d'onde

L'objectif de ce paragraphe est de montrer qu'il est possible d'assurer la mesure de la fréquence à partir du détecteur basé sur la RMT.

Le modèle du signal choisi est  $\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{F}^H + \mathbf{B}'^H$ , où  $\mathbf{A}, \mathbf{S}, \mathbf{F}$  sont respectivement de taille  $N_a \times N_s$ ,  $N_s \times N_s$  et  $N_s \times N_{int}$ .  $N_s$  est inconnu.  $N_{int}$  est supposé suffisamment faible pour que la forme d'onde puisse être estimée stationnaire. Une proposition d'architecture est faite dans la figure 7.17, à l'aide de [84].

La première étape (F-MUSIC) consiste à séparer les sous-espaces propres associés à des signaux dans le domaine fréquentiel. Suit le calcul de MUSIC (ou méthode assimilée) dans chacun de ces sous-espaces propres (donc associés à chaque fois à un canal de fréquence plus ou moins grand, en fonction de la résolution de la méthode F-MUSIC et du nombre de signaux superposés dans le canal considéré). Le sous-espace numéro  $k$  des signaux superposés dans le domaine fréquentiel sur lequel on applique MUSIC donne, sous réserve que les signaux soient résolubles en DOA, chacun des signaux et son estimation de la DOA. La troisième et dernière étape permet de mesurer plus précisément la fréquence associée à chacun des signaux déterminés par les étapes précédentes.

La méthode décrite permet à la fois d'améliorer la résolution du détecteur, puisqu'elle utilise à la fois les domaines fréquentiel et angulaire pour séparer les signaux, et de mener les estimations de la DOA, de la fréquence et du nombre de signaux séparables dans au moins une des dimensions.

Le processus F-MUSIC consiste à remarquer que l'on peut réécrire la matrice de corrélation du signal d'entrée  $C_f$  comme :

$$\begin{aligned} C_f &= \frac{1}{N_a} E(\mathbf{X}^H \mathbf{X}) \\ &= \mathbf{F}\Sigma_s\mathbf{F}^H + \sigma^2\mathbf{I} \end{aligned} \quad (7.22)$$

où  $\Sigma_s$  est la matrice de covariance du signal, inconnue.

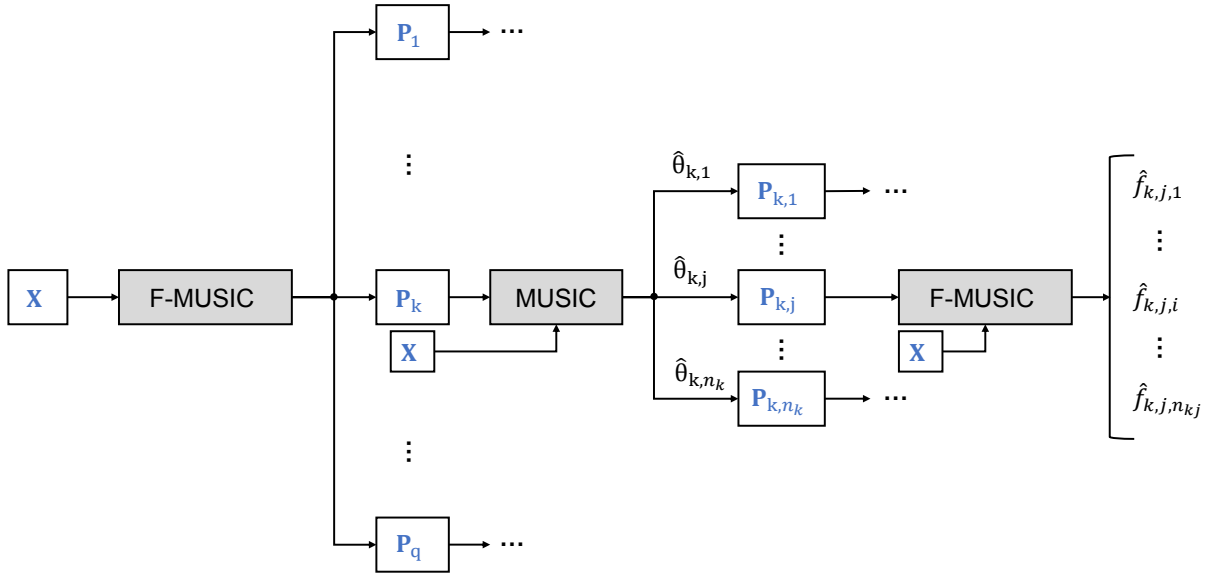


FIGURE 7.17 – Proposition d'architecture fonctionnelles permettant d'utiliser le domaine fréquentiel pour opérer la séparation de signaux de DOA non résolubles

On reconnaît une formulation qui autorise l'application de MUSIC. Si l'on désigne par  $\nu(f)$  une colonne de  $F$ , alors on a :

$$D_{f-MUSIC}(f,k) = \frac{1}{\nu(f) (\mathbf{I} - \mathbf{U}_k \mathbf{U}_k^H) \nu(f)} \quad (7.23)$$

où l'indice  $k$  fait référence aux sous-groupes de fréquences numéro  $k$ , et où  $\mathbf{U}_k$  est une matrice concaténant les vecteurs propres du sous-espace des signaux. Les limites de la méthode sont surtout liées au nombre de calculs qui doivent être menés, qui peuvent être d'autant plus importants que l'on ne doit pas seulement opérer une diagonalisation, mais autant de diagonalisations qu'il y a de canaux puis de signaux estimés. Par ailleurs, on ne connaît pas en avance le nombre de calculs à mener, qui dépend du nombre de signaux incidents.

### 7.4.6 Synthèse

Dans cette section, nous avons illustré l'intérêt de la RMT au travers de l'application MUSIC pour la mesure de la DOA.

Remarquons que MUSIC peut aussi servir à estimer la fréquence [84]. Il faut pour cela redéfinir le modèle du signal reçu en y ajoutant la matrice carré des exponentielles complexes (matrice de Fourier) comme vu dans la dernière section du chapitre 6.

Les performances sur la mesure de la DOA par une telle méthode sont équivalentes ou un

DIFFUSION RESTREINTE

peu moins bonnes que celles issues de l'interférométrie, mais MUSIC est directement associée à une méthode de détection utilisant toutes les voies, et donc plus à même de détecter des signaux qui ne le seraient pas en raisonnant sur deux voies ou en sommant quadratiquement  $N$  voies.

## 7.5 Conclusion

L'estimation de la DOA a été analysée. Trois principes d'estimation ont été mis en évidence, la goniométrie d'amplitude, l'interférométrie ou la mesure par la différence de phase et l'estimation conjointe de la DOA à la détection RMT.

Le lien entre l'estimation par goniométrie d'amplitude et les différents détecteurs étudiés est immédiat. Pour l'interférométrie, cela consiste à croiser deux voies, ce qui rend possible l'utilisation du détecteur basé sur l'intercorrélacion cyclique, la DOA étant contenue dans la phase. Le détecteur FIDEL est également utilisable à condition de conserver la phase pour chaque case de la RTF, à le calculer pour chaque antenne pour remonter à la différence de phase entre chaque case des RTF communément détectées.

Les méthodes de type MUSIC basées sur la méthode RMT opèrent conjointement détection, estimation du nombre des signaux et estimation de la DOA, avec des performances qui se rapprochent de la méthode interférométrique, tout en pouvant traiter une large bande-passante.

Les performances d'estimation ont été déterminées, ainsi que les limites d'utilisation des méthodes. On met en évidence que le choix de la méthode d'estimation est l'affaire de compromis avec le choix de la bande-passante du goniomètre, du nombre d'antennes, de la capacité d'écoute, des détecteurs choisis et du temps de calcul.

### A retenir

La goniométrie en amplitude peut être mise en oeuvre avec relativement peu de moyen (temps de calcul, nombre d'antennes restreintes,...).

L'interférométrie est une méthode d'estimation de la DOA potentiellement très précise, sous certaines conditions d'angle et de bande-passante.

Les méthodes type MUSIC sont aussi précises que la précédente, mais opèrent la détection et l'estimation de la DOA pour chaque signal de manière quasi-conjointe, sous réserve que les signaux soient suffisamment résolus.



# CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

---

La détection des radars à faible probabilité d'interception s'inscrit dans un contexte particulier, celui des Mesures de Recherche Électronique. Étant entendu que le caractère de faible probabilité d'interception d'un radar l'est par rapport à une architecture usuelle ESM, nous avons pris le temps au travers du chapitre 1 de donner les paramètres à prendre en compte et à proposer cette architecture. Parallèlement à cela, la notion de probabilité d'interception a été explorée. Cette dernière est vue comme un calcul susceptible de partir de l'impulsion radar, et de remonter jusqu'à la durée d'illumination du récepteur ESM par la radar, voire la probabilité suivante d'accumulation nécessaire d'illuminations radar pour opérer l'ensemble des étapes de détection, estimation et identification du radar.

Une fois que l'architecture classique de la GE et la notion de probabilité d'interception sont définies, le chapitre 2 s'est focalisé sur le radar LPI. Le terme est couramment utilisé dans la littérature, sous-entendant que chaque acteur du domaine en a une connaissance précise, mais jamais clairement définie. Trois définitions sont proposées pour arriver à cerner ce radar LPI, définitions qui peuvent être résumées en "un radar LPI caractérise le radar qui crée un besoin en sensibilité que les détecteurs GE n'ont pas" et pourrait être également désigné par le terme de *Low Peak Power*. On montre que la forme d'onde du radar est le paramètre principal à prendre en compte.

La problématique que l'on choisit de traiter concerne donc les radars LPI ramenés à différentes familles de formes d'onde à partir d'expressions prédéfinies voulues comme décrivant entièrement la famille concernée (cas des formes d'onde à code de phase ou des codes multipor- teuses) ou bien d'expressions qui résument simplement la famille associée, comme dans le cas des formes d'onde modulées linéairement en fréquence.

Les deux premiers chapitres ayant défini l'interception et le radar LPI et comment le prendre en compte par la suite, il ne reste que la détection, et notamment l'optimalité de la détection à définir afin de se donner une référence à laquelle comparer les résultats ultérieurs, mais aussi pour vérifier dans quelle mesure il serait envisageable d'opérer la détection à partir de tels principes. Le chapitre 3 donne l'expression du filtre adapté associé à la configuration du radar (connaissance de la forme d'onde et des paramètres). L'optimalité de la détection dans une représentation temps-fréquence est étudiée. On montre qu'il est possible de définir un détecteur optimal en temps-fréquence, et d'utiliser des distributions bilinéaires en temps-fréquence pour cela. Cela ouvre la possibilité d'ouvrir la reconnaissance des formes d'onde par leur répartition spectrale. Néanmoins, on montre que le nombre de calculs associés est rédhibitoire pour remplir le rôle

---

d'un intercepteur potentiellement soumis à une menace à traiter le plus rapidement possible.

Pour accepter le fait que l'on ne connaisse ni le type de forme d'onde incident, ni les paramètres qui le définissent, toute méthode capable de retourner une RTF est plébiscitée, sous réserve que l'hypothèse de stationnarité ou de quasi-stationnarité du signal est vérifiée. En intégrant sur des durées intra-impulsion élémentaires sur lesquelles on suppose cette hypothèse vérifiée, on a montré qu'il est possible de définir un détecteur qui reconstruit l'impulsion entière. Par ailleurs, le détecteur ainsi défini, nommé FIDEL pour fusion intra-impulsion de détecteurs élémentaires localisés, étant un détecteur qui retourne une RTF, il est possible d'opérer la reconnaissance des formes d'onde, par exemple à l'aide de méthodes d'intelligence artificielle comme les réseaux de neurones convolutifs. L'estimation des fréquences et de la LI sont envisageables. Le détecteur montre des performances à la détection qui dépassent celles du détecteur ESM usuel.

En remarquant que l'interception est un processus avant tout basé sur la suffisance de l'énergie qui doit entrer dans le système, on s'interroge sur la possibilité de dépasser la méthode classique d'intégration sur des durées inférieures à la largeur d'impulsion radar pour intégrer plus longtemps. Cette question est d'autant plus pertinente que le radar LPI lui-même intègre sur des durées beaucoup plus grande que l'intercepteur. Le détecteur quadratique ne paraît cependant pas pouvoir être dépassé dans le cadre de l'interception et donc de la non connaissance des signaux d'entrée et des formes d'onde. Les performances de détection sont calculées, et on montre qu'il est même possible d'être meilleur que le détecteur FIDEL pour certaines configurations du signal. On définit un détecteur basé sur l'autocorrélation cyclique, le DAC, capable d'opérer des intégrations longues tout en retournant une RTF. Cette dernière est donc susceptible d'aider aux étapes ultérieures d'estimation et d'identification. Cependant, puisque l'impulsion radar n'est plus perceptible, il faut vérifier la capacité du DAC à reconnaître les formes d'onde voire à estimer un certain nombre de paramètres intra-impulsion. C'est ce qui est vérifié pour les formes d'onde MLF, CMP et CP.

Le DAC et plus généralement le principe de cyclostationnarité sur des intégrations longues se posent comme solution pertinente.

Outre la représentation temps-fréquence qui propose une base de séparation pertinente des signaux et de reconnaissance de ces derniers, il est possible d'utiliser la répartition dans l'espace des radars incidents et ainsi ajouter une dimension autorisant la séparation et la classification au-delà de la détection de manière plus précise. Par conséquent, l'adaptation la méthode basée sur la théorie des matrices aléatoires (RMT) pour la détection en configuration ESM est proposée. On montre que les performances associées sont très intéressantes, que l'on travaille en intégration intra-impulsion, ou au-delà. De plus, il est possible d'opérer l'estimation conjointement du nombre de signaux, en s'appuyant sur la répartition dans l'espace des différentes voies et donc de la répartition des radars. La méthode reste pertinente même dans les cas où le radar à détecter est de type MIMO et émet conjointement différentes formes d'onde. On est alors

---

capable de sommer l'ensemble de ces dernières orthogonalement aux signaux d'autres radars, présents dans une autre portion de l'espace. Parmi les détecteurs étudiés, il est le seul à pouvoir le faire. Cependant, cela se fait au détriment de la reconnaissance des formes d'onde.

Le dernier chapitre se concentre sur les possibilités d'estimer la direction d'arrivée de manière conjointe à la détection et illustre la méthode RMT pour la mesure de la DOA.

A l'issue de ce travail, trois détecteurs ont été définis. Le détecteur FIDEL retourne une RTF associée à une bande-passante que l'on peut choisir la plus grande possible. Il permet la détection au niveau de l'impulsion. Il peut traiter toutes les formes d'onde, seuls les codes de bruit peuvent poser problème au niveau de la reconnaissance des formes d'onde. Le DAC retourne également une RTF mais dans une bande-passante très restreinte pour éviter le cas multisingnal. Il autorise des intégrations qui tendent vers la durée d'illumination du récepteur ESM par le radar avec des performances intéressantes sur les formes d'onde qui ont tendance à répartir leur énergie temporellement (facteur de forme relativement grand). Il ne peut traiter de manière efficace que les formes d'onde MLF, CMP et CP, ce qui englobent tout de même une grande variété de radar. Enfin, le dernier détecteur basé sur la RMT, permet de détecter tout type de forme d'onde, y compris les codes de bruit, et utilise la direction d'arrivée pour séparer les signaux. Ce dernier détecteur est susceptible de combiner les trois dimensions physiques du temps, de la fréquence et de l'espace, et offre des performances de détection très bonnes malgré le caractère quadratique de la détection.

## Perspectives

Le travail proposé s'est focalisé sur la partie détection de l'architecture ESM. Les détecteurs définis l'ont été dans l'optique de pouvoir donner des sorties exploitables pour la reconnaissance des formes d'onde, et l'identification du radar par la suite. Des travaux supplémentaires sur les étapes d'estimation et de caractérisations des signaux reçus en utilisant les détecteurs évoqués restent à effectuer avant de pouvoir définir une maquette.

Dans les trois cas, l'utilisation de méthodes type intelligence artificielle semble pertinente. Les réseaux de neurones convolutifs sont notamment pertinents lorsque le détecteur retourne une RTF, comme FIDEL ou encore le DAC, comme évoqué dans le chapitre 4. Pour la détection RMT, il reste à montrer comment opérer la reconnaissance de formes d'onde à partir des sous-espaces des signaux. Une piste envisageable consiste à proposer un modèle du signal qui autorise la décomposition en RTF-DOA. Dès lors, les méthodes de reconnaissance développées dans le cadre de FIDEL ou du DAC seront très certainement exploitables pour la détection RMT.





## A Implémentation du calcul de la probabilité de fausse alarme associée au détecteur quadratique non corrélé

Cette annexe présente une manière d'implémenter l'expression (5.9) du chapitre 5, que l'on rappelle :

$$P_{\text{fa}}(x) = \frac{2x^{N_{\text{int}}}}{\Gamma(N_{\text{int}})\sigma_d^2} K_{N_{\text{int}}}\left(\frac{2x}{\sigma_d^2}\right) \quad (\text{A.1})$$

La solution choisie consiste à réécrire les nombres au format scientifique et à mener les opérations sous cette forme. Dès lors, toute valeur  $a \in \mathbb{R}$  du système décimal peut s'écrire sous la forme  $[a_v, a_e]$  et ce dernier vérifie :

$$[a_v, a_e] = \pm a_v \cdot 10^{a_e} \quad (\text{A.2})$$

où  $a_v$  est un réel de valeur absolue comprise dans  $[1, 10[$  (c'est la mantisse) et  $a_e$  est un entier relatif (c'est l'exposant).

Pour comprendre l'intérêt de ce changement d'écriture, proposons un exemple fictif. Supposons que nous ne puissions coder un nombre que sur 64 bits, i.e. un nombre maximal en système décimal de  $1,8 \cdot 10^{19}$  (ou la moitié si le nombre à coder peut être négatif). Alors, en codant la mantisse sur  $2^{32} = 4,3 \cdot 10^9$  (pour avoir une précision de 8 chiffres après la virgule) et l'exposant sur 32 bits, on peut aller jusqu'à  $4,2950 \cdot 10^{4,2950e+09+9}$ .

On redéfinit les opérations élémentaires (addition, multiplication, puissance) de façon à pouvoir séparer les calculs sur la mantisse et les exposants et les fonctions d'intérêt ( $\Gamma$ ,  $K_\nu$ ) de manière à ce que ces derniers opèrent sur le couple  $(a_v, a_e)$  définissant le nombre d'intérêt.

Il faut alors redéfinir toutes les opérations élémentaires, l'addition, le produit et l'opération puissance, mais aussi la fonction  $\Gamma$  et la fonction de Bessel modifiée du deuxième type, de façon à ce que toutes ces opérations ou fonctions puissent calculer sur tout nombre exprimé en format scientifique, i.e. par un couple appartenant à  $[1, 10[ \times \mathbb{Z}$ .

Commençons par deux algorithmes destinés à passer d'un format à l'autre et une deuxième qui permet de rendre optimale la formulation d'un nombre sous format scientifique. L'optimalité d'un nombre sous format scientifique consiste à avoir  $[a_v, a_e]$  tel que  $a_v \in [1, 10[$  et  $a_e \in \mathbb{Z}$ .

Les opérations élémentaires suivent les propriétés présentées dans le tableau 1.

---

**Algorithme 3** : Fonction pour exprimer les nombres dans le format scientifique :  
*ExprSc*

---

**Entrées** :  $a \in \mathbb{R}$

**Sorties** :  $[a_v, a_e]$  tel que  $a_v \in [1, 10[$  et  $a_e \in \mathbb{Z}$

$$a_e = \text{Entier}_{\text{inf}}(\log |a|)$$

$$a_v = a \cdot 10^{-a_e}$$

---

---

**Algorithme 4** : Fonction pour rendre optimal l'écriture scientifique d'un nombre sous format scientifique : *OptSc*

---

**Entrées** :  $[A_v, A_e] \in \mathbb{R}^2$

**Sorties** :  $[a_v, a_e]$  tel que  $a_v \in [1, 10[$  et  $a_e \in \mathbb{Z}$

$[n, p] = \text{dimensions}(A_v)$

$$a_v = A_v$$

$$a_e = A_e$$

**pour**  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$  **faire**

**pour**  $j \in \llbracket 1, p \rrbracket$  **faire**

**si**  $A_v(i, j) == 0$  **alors**

$$a_v(i, j) = 0$$

$$a_e(i, j) = 0$$

**sinon**

$$E = A_e(i, j) - \text{Entier}_{\text{inf}}(A_e(i, j))$$

**si**  $E \neq 0$  **alors**

$$A_e(i, j) = \text{Entier}_{\text{inf}}(A_e(i, j))$$

$$A_v(i, j) = A_v(i, j) * 10^E$$

**fin**

**si**  $|\log |A_v(i, j)|| > 1$  **alors**

$$E_2 = \text{Entier}_{\text{inf}}(\log |A_v(i, j)|)$$

$$a_e(i, j) = A_e(i, j) + E_2$$

$$a_v(i, j) = A_v(i, j) \cdot 10^{-E_2}$$

**sinon si**  $A_v(i, j) < 1$  **ET**  $A_v(i, j) > -1$  **alors**

$$a_e(i, j) = A_e(i, j) - 1$$

$$a_v(i, j) = A_v(i, j) \cdot 10$$

**sinon**

$$a_e(i, j) = A_e(i, j)$$

$$a_v(i, j) = A_v(i, j)$$

**fin**

**fin**

**fin**

**fin**

---

DIFFUSION RESTREINTE

---

**Algorithme 5** : Fonction opérant l'addition de nombres sous format scientifique :

*AddSc*

---

**Entrées** :  $[A_v, A_e, B_v, B_e] \in \mathbb{R}^2$

**Sorties** :  $[a_v, a_e]$  tel que  $a_v \in [1, 10[$  et  $a_e \in \mathbb{Z}$

$[n, p] = \text{dimensions}(A_v)$

$[A_v, A_e] = \text{OptSc}(A_v, A_e)$

$[B_v, B_e] = \text{OptSc}(B_v, B_e)$

$a_e = \text{zeros}(n, p)$

$a_v = \text{zeros}(n, p)$

**pour**  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$  **faire**

**pour**  $j \in \llbracket 1, p \rrbracket$  **faire**

$C_e = A_e(i, j) - B_e(i, j)$

**si**  $C_e = 0$  **alors**

$a_e(i, j) = A_e(i, j)$

$a_v(i, j) = A_v(i, j) + B_v(i, j)$

**sinon si**  $C_e < 0$  **alors**

$a_e(i, j) = A_e(i, j)$

**si**  $B_e(k, j) - A_e(k, j) < 300$  **alors**

$a_v(i, j) = A_v(i, j) + B_v(i, j) \cdot 10^{B_e(i, j) - A_e(i, j)}$

**sinon**

$a_v(i, j) = B_v(i, j)$

$a_e(i, j) = B_e(i, j)$

**fin**

**sinon si**  $C_e > 0$  **alors**

$a_e(i, j) = A_e(i, j)$

**si**  $B_e(k, j) - A_e(k, j) < 300$  **alors**

$a_v(i, j) = A_v(i, j) \cdot 10^{A_e(i, j) - B_e(i, j)} + B_v(i, j)$

**sinon**

$a_v(i, j) = B_v(i, j)$

$a_e(i, j) = B_e(i, j)$

**fin**

**sinon**

$a_e(i, j) = A_e(i, j)$

$a_v(i, j) = A_v(i, j)$

**fin**

**fin**

**fin**

$[a_v, a_e] = \text{OptSc}(a_v, a_e)$

---

---


$$\begin{aligned} \text{addition : } & [a_v, a_e] = \text{OptSc}(A_v \cdot 10^{A_e - B_e} + B_v, B_e) \\ \text{multiplication : } & [a_v, a_e] = \text{OptSc}(A_v \cdot B_v, A_e + B_e) \\ \text{puissance : } & [a_v, a_e] = \text{OptSc}(A_v^E, A_e \cdot E) \end{aligned}$$

TABLEAU 1 – Les opérations élémentaires en format scientifique. Les différentes entrées sont explicitées dans les algorithmes qui suivent.

---

**Algorithme 6** : Fonction opérant la multiplication de nombre sous format scientifique :

*MultSc*

---

**Entrées** :  $[A_v, A_e, B_v, B_e] \in \mathbb{R}^2$

**Sorties** :  $[a_v, a_e]$  tel que  $a_v \in [1, 10[$  et  $a_e \in \mathbb{Z}$

$$a_e = A_e + B_e$$

$$a_v = A_v \cdot B_v$$

$$[a_v, a_e] = \text{OptSc}(a_v, a_e)$$


---

---

**Algorithme 7** : Fonction opérant la puissance de nombres sous format scientifique :

*PuisSc*

---

**Entrées** :  $[A_v, A_e, E] \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}^2$

**Sorties** :  $[a_v, a_e]$  tel que  $a_v \in [1, 10[$  et  $a_e \in \mathbb{Z}$

$$[A_v, A_e] = \text{OptSc}(A_v, A_e)$$

$$[B_v, B_e] = \text{OptSc}(B_v, B_e)$$

$$a_e = E \cdot A_e$$

**si**  $|E| \leq 10$  **alors**

$$| \quad a_v = A_v^E$$

$$| \quad [a_v, a_e] = \text{OptSc}(a_v, a_e)$$

**sinon**

$$| \quad q = E, c = 0$$

**tant que**  $q > 300$  **faire**

$$| \quad q = \frac{q}{2}, c = c + 1$$

**fin**

$$| \quad v = (A_v)^q$$

$$| \quad [v_v, v_e] = \text{ExprSc}(v)$$

**pour**  $k \in [1, c]$  **faire**

$$| \quad [P_v, P_e] = \text{MultSc}(v_v, v_e, v_v, v_e)$$

**fin**

$$| \quad a_v = P_v$$

$$| \quad a_e = P_e + a_e$$

$$| \quad [a_v, a_e] = \text{OptSc}(a_v, a_e)$$

**fin**

---

Pour pouvoir implémenter la fonction  $\Gamma$  en format scientifique, on utilise la propriété :

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z) \quad (\text{A.3})$$

à partir de  $\Gamma(171)$ , que Matlab ou Python est capable de calculer. En utilisant les fonctions élémentaires ci-dessus, l'implémentation de  $\Gamma$  en format scientifique est évident.

L'implémentation de la fonction de Bessel modifiée du deuxième type se base sur plusieurs propriétés. Comme toute fonction de Bessel, elle est solution de l'équation différentielle :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 + \nu^2) y = 0 \quad (\text{A.4})$$

Par conséquent, il est possible de définir une formule de récurrence [85] :

$$K_{\nu+1} e^{i\pi(\nu+1)} = K_{\nu-1} e^{i\pi(\nu-1)} - \frac{2\nu}{x} K_{\nu}(x) e^{i\pi\nu} \quad (\text{A.5})$$

Or, puisque  $\nu$  est un entier, on montre que pour tout  $\nu \in \mathbb{N}$ ,

$$K_{\nu+1} = K_{\nu-1} + \frac{2\nu}{x} K_{\nu}(x) \quad (\text{A.6})$$

Dès lors, à partir de  $K_0(x)$  et  $K_1(x)$ , il est possible de calculer la fonction de Bessel modifiée du deuxième type pour tout ordre entier et les  $x$  d'intérêt.

Remarquons que si l'on a besoin de calculer  $K_0(x)$  pour des  $x$  au-delà de la précision de Matlab ou Python, on peut utiliser l'expression asymptotique :

$$K_{\nu}(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left( 1 + \frac{4\nu^2 - 1}{8z} + \frac{(4\nu^2 - 1)(4\nu^2 - 9)}{2!(8z)^2} + \frac{(4\nu^2 - 1)(4\nu^2 - 9)(4\nu^2 - 25)}{3!(8z)^3} + \dots \right) \quad (\text{A.7})$$

qui est vrai tant que  $|\arg(z)| < \frac{3\pi}{2}$ , ce qui est ok pour notre cas, puisque  $x$  est réel.

Si l'on utilise l'expression asymptotique, alors il faut créer une fonction qui calcule la fonction exponentielle. On y arrive aisément en décomposant le  $x$  qui pose problème en  $x[k] = x_0 + k.\delta x$ , où  $x_0$  est la limite jusqu'à laquelle Matlab ou Python peut aller, et  $\delta x$  est le pas élémentaire qui sépare chaque élément du vecteur  $x$ .

Dès lors, en utilisant seulement la formule de récurrence ou bien la formule de récurrence et l'expression asymptotique pour prendre en compte le fait que pour les  $x$  d'intérêt, Matlab ou Python retourne 0 sans plus de précision, on implémente la fonction de Bessel modifiée du second type pour tout ordre entier.

## B Expressions analytiques de DAC pour les formes d'onde d'intérêt

Pour la forme d'onde MLF, l'expression du DAC s'écrit de manière générale :

$$\mathcal{A}(n_\tau, f) = A^2 e^{i\frac{2\pi}{f_e}(f_0 + \frac{\alpha}{2f_e}n_\tau)n_\tau} e^{i\frac{\pi}{f_e}(\frac{\alpha}{f_e}n_\tau - f)(N_{int}-1)} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{f_e}\left(\frac{\alpha n_\tau}{f_e} - f\right)N_{int}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{f_e}\left(\frac{\alpha n_\tau}{f_e} - f\right)\right)} \quad (\text{B.1})$$

Pour le CP, le DAC donne de manière générale,

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(n_\tau, f) = & \frac{A^2}{\sin\left(\frac{\pi f}{f_e}\right)} e^{i\frac{2\pi}{f_e}f_0 n_\tau} \left( e^{-i\frac{\pi f}{f_e}((2(N_m+1)+1)n_{em}-n_\tau-1)} \sin\left(\frac{\pi f}{f_e}(n_{em}-n_\tau)\right) + \right. \\ & \left. \sum_{k=0}^{N_m-2} \left[ e^{i\frac{\pi f}{f_e}((2k+1)n_{em}-n_\tau-1)} \sin\left(\frac{\pi f}{f_e}(n_{em}-n_\tau)\right) + \right. \right. \\ & \left. \left. e^{i(\Phi[k+1]-\Phi[k])} e^{-i\frac{\pi f}{f_e}(2(k+1)n_{em}-n_\tau-1)} \sin\left(\frac{\pi f}{f_e}n_\tau\right) \right] \right) \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

Pour le CMP, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(n_\tau, f) = & \frac{A^2}{N_f} e^{i\frac{2\pi}{f_e}(f_c - \frac{N_f-1}{2}\delta f)n_\tau} \cdot \sum_{p=0}^{N_f-1} \sum_{p'=0}^{N_f-1} \left\{ e^{i\frac{\pi}{f_e}(((2\delta f n_\tau + 1)p - p')\delta f - f)} \times \right. \\ & \left. e^{i(\varphi_0[p] - \varphi_0[p'])} \frac{\sin\left(N_{int} \frac{\pi}{f_e} ((p - p')\delta f - f)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{f_e} ((p - p')\delta f - f)\right)} \right\} \quad (\text{B.3}) \end{aligned}$$

Pour obtenir l'expression vue dans le chapitre 5 pour  $f = 0$ , il faut retravailler l'expression :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(n_\tau, 0) = & \frac{A^2}{N_f} e^{i\frac{2\pi}{f_e}(f_c - \frac{N_f-1}{2}\delta f)n_\tau} \left( N_{int} e^{i\frac{\pi}{f_e}n_\tau\delta f} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{f_e}N_f\delta f n_\tau\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{f_e}\delta f n_\tau\right)} + \right. \\ & 2 \sum_{p=0}^{N_f-1} e^{i\frac{2\pi}{f_e}n_\tau\delta f p} \sum_{p'=0, p' < p}^{\text{Ent}[(N_f-1)/2]} \left\{ \frac{\sin\left(N_{int} \frac{\pi}{f_e} ((p - p')\delta f)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{f_e} ((p - p')\delta f)\right)} \times \right. \\ & \left. \left. \cos\left(\frac{\pi}{f_e} ((p - p')\delta f)\right) \cos\left(\Phi_0[p] - \Phi_0[p']\right) \right\} \right) \quad (\text{B.4}) \end{aligned}$$

Or, le deuxième terme (la double-somme) n'a pas de raison de se sommer de manière cohérente a priori, donc il n'est pas déraisonnable de considérer que son module est très petit devant le premier terme. Néanmoins, l'impact sur les estimateurs basés sur la phase est nécessairement

---

présent, car malgré le fait que le second terme puisse être considéré comme négligeable, la phase, bien que mesurée sur  $[0, 2\pi[$ , n'est pas restreinte à ce domaine. Par conséquent, lorsqu'on la déplie, on multiplie l'écart introduit par ce second terme dans la phase par le nombre de tours que la phase accomplit sur elle-même par rapport aux valeurs des paramètres. Par conséquent, la phase finit par être brouillée, malgré la différence des modules.

Le chapitre 5 montre une méthode pour récupérer  $\delta f$  dans la phase.

Pour le code de Price, on a :

$$\mathcal{A}(n_\tau, f) = A^2 e^{i \frac{2\pi}{f_e} \left( \frac{BL}{NLI} + f_0 \right) n_\tau} \sum_{k=0}^{N_{int}} e^{i \frac{2\pi}{f_e} B_N \left( \frac{k+n_\tau}{\sqrt{N_{LI}^2 - (k+n_\tau)^2}} - \frac{k}{\sqrt{N_{LI}^2 - k^2}} \right)} e^{-i \frac{2\pi}{f_e} f k} \quad (\text{B.5})$$

qui ne se laisse pas simplifier sans hypothèse.





# BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] J. C. Maxwell, *A dynamical theory of the electromagnetic field*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1865.
- [2] T. K. Sakar, M. Salazar-Palma, and D. L. Sengupta, “James Clerk Maxwell : the Founder of Electrical Engineering,” *IEEE Conference on the History of Communications*, 2010.
- [3] P. Nahin, “Maxwell’s grand unification,” *IEEE Spectrum*, 1992.
- [4] J. Ender, “98 years of the radar principle : the inventor Christian Hülsmeier,” *European Conference on Synthetic Aperture Radar*, 2002.
- [5] D. C. Schleher, *Introduction to Electronic Warfare*. Artech House, 1986.
- [6] R. G. Wiley, *ELINT : the Interception and Analysis of Radar Signals*. Artech House, 2006.
- [7] P. E. Pace, *Detecting and Classifying Low Probability of Intercept Radar*, 2nd ed. Artech House, 2009.
- [8] M. Sanz, K. G. Fedorov, F. Deppe, and E. Solano, “Challenges in Open-air Microwave Quantum Communication and Sensing,” *IEEE Conference on Antenna Measurements & Applications*, 2018.
- [9] A. Faragó, P. Kántor, and J. Bitó, “Rain Effects on 5G millimeter Wave ad-hoc Mesh Networks Investigated with Different Rain Models,” *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*, 2015.
- [10] A. Parsa and N. H. Hansen, “Comparison of Vertically and Horizontally Polarized Radar Antennas for Target Detection in Sea Clutter – An Experimental Study,” *IEEE Radar Conference*, 2012.
- [11] I. Shayea, T. A. Rahman, M. H. B. Azmi, M. H. B. Azmi, and M. R. Islam, “Real Measurement Study for Rain Rate and Rain Attenuation Conducted Over 26 GHz Microwave 5G Link System in Malaysia,” *IEEE Access*, 2018.
- [12] J. N. Briggs, *Target Detection by Marine Radar*. The Institute of Electrical Engineers (IEE), 2004.

- 
- [13] P. Lacomme, J.-P. Hardange, J.-C. Marchais, and E. Normant, *Air and Spaceborne Radar Systems : An Introduction*. William Andrew Publishing, 2001.
- [14] P.-S. Kildal, *Foundations of antenna engineering*. Kildal Antenna AB, 2015.
- [15] C. A. Balanis, *Antenna Theory*. John Wiley & Sons, 2005.
- [16] P.-S. Kildal, *Foundations of Antennas : a Unified Approach*. Student Litterature AB, 2000.
- [17] Y.-J. Ren and C.-P. Lai, *Wideband Antennas for Modern Radar Systems, Radar Technology*. Guy Kouemou, IntechOpen, 2010.
- [18] V. I. Slyusar, “60 Years of Electrically Small Antennas Theory,” *Proceedings of the 6-th International Conference on Antenna Theory and Techniques*, 2007.
- [19] L. J. Chu, “Physical limitations of omni-directional antennas,” *Massachusetts Institute of Technology Research Laboratory of Electronics, Technical Report no. 64*, 1948.
- [20] R. Giacometti, “Détection et localisation des signaux radar (Systèmes passifs ou discrets),” *Thèse*, 2017.
- [21] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*. IEEE Press, 2003.
- [22] D. J. Lynch, *Introduction to RF stealth*. Sci Tech Publishing Inc., 2004.
- [23] [www.bandg.com](http://www.bandg.com); [www.simrad-yachting.fr](http://www.simrad-yachting.fr); [www.lowrance.fr](http://www.lowrance.fr). Manuel d’installation du Broadband Radar 4G™. Consulté le 19 juin 2020. [Online]. Available : [https://manuals.bandg.com/Radar/install-guide/RADAR\\_3G\\_4G\\_IG\\_FR\\_988-10397-001\\_w.pdf](https://manuals.bandg.com/Radar/install-guide/RADAR_3G_4G_IG_FR_988-10397-001_w.pdf)
- [24] M. Barkat, *Signal Detection and Estimation*, 2nd ed. Artech House, 2005.
- [25] N. Levanon and E. Mozeson, *Radar Signals*. John Wiley & Sons, 2004.
- [26] P. M. Woodward, *Probability and Information Theory with Applications to Radar*. Artech House, 1980.
- [27] J. J. Benedetto, I. Konstantinidis, and M. Rangaswamy, “Phase-Coded Waveforms and Their Design,” *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009.
- [28] S. W. Frost and B. Rigling, “Performance Comparison for Constrained Radar Waveform Design,” *IEEE RadarConf*, 2011.
- [29] A. Aubry, A. D. Maio, and Y. Huang, “MIMO Radar Beampattern Design Via PSL/ISL Optimization,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016.

- 
- [30] M. A. Govoni, H. Li, and J. A. Kosinski, "Low Probability of Interception of an Advanced Noise Radar Waveform with Linear-FM," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013.
- [31] J. P. Costas, "A study of a class of detection waveforms having nearly ideal range-Doppler ambiguity properties," *Proceedings of the IEEE*, 1984.
- [32] R. Price, "Chebyshev low pulse compression sidelobes via a nonlinear FM," *National Radio Science Meeting of URSI, Seattle*, 1979.
- [33] R. H. Barker, "Group synchronization of binary digital systems," *Communication Theory, Academic Press*, 1953.
- [34] D. A. Huffman, "The generation of impulse-equivalent pulse trains," *RE Transactions on Information Theory*, 1962.
- [35] R. L. Frank, "Polyphase codes with good non-periodic correlation properties," *IEEE Transactions on Information Theory*, 1963.
- [36] T. Felhauer, "Design and analysis of new P (n, k) polyphase pulse compression codes," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1994.
- [37] C. A. Mohr and S. D. Blunt, "FM Noise Waveforms Optimized According to a Temporal Template Error (TTE) Metric," *2019 IEEE Radar Conference*, 2019.
- [38] A. Fiche, A. Khenchaf, J.-C. Cexus, A. Martin, and M. Rochdi, "Étude statistique du fouillis de mer à partir de lois  $\alpha$ -stables," *Traitement du signal*, 2013.
- [39] M. C. Rezende, I. M. Martin, R. Faez, M. A. S. Miacci, and E. L. Nohara, "Radar Cross Section Measurements (8-12 GHz) of Magnetic and Dielectric Microwave Absorbing Thin Sheets," *Revista de Física Aplicada e Instrumentação*, 2002.
- [40] W. C. Curtis, "Experimental Study of the Radar Cross Section of Maritime Targets," *Electronic Circuits and Systems*, 1978.
- [41] D. Schleher, "LPI radar : fact or fiction," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2006.
- [42] A. D. Martino, *Introduction to Modern EW Systems*, 2nd ed. Artech House, 2018.
- [43] simrad-yachting.com. Broadband Radar 4G™. Consulté le 19 juin 2020. [Online]. Available : [https://www.simrad-yachting.com/fr-fr/simrad/type/radar/simrad-4g-bb-radar-kit/#prl\\_specifications](https://www.simrad-yachting.com/fr-fr/simrad/type/radar/simrad-4g-bb-radar-kit/#prl_specifications)

- 
- [44] C. Wolff. Index on Radar Systems. Consulté le 19 juin 2020. [Online]. Available : <https://www.radartutorial.eu/19.kartei/ka01.en.html>
- [45] W. L. Melvin and J. A. Scheer, *Principles of Modern Radar, Vol. II : Advanced Techniques*. SciTech Publishing, 2013.
- [46] S. D. Blunt and E. L. Mokole, “Overview of radar waveform diversity,” *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2016.
- [47] H. L. V. Trees, *Detection, Estimation and Modulation Theory. Part I : Detection, Estimation and Linear Modulation Theory*. John Wiley & Sons, 2001.
- [48] —, *Detection, Estimation and Modulation Theory. Part III : Radar-Sonar Processing and Gaussian Signals in Noise*. John Wiley & Sons, 2001.
- [49] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Detection Theory*. Prentice Hall, 1998.
- [50] —, *Fundamentals of Statistical Signal Processing : Estimation Theory*. Prentice Hall, 1993.
- [51] P. Flandrin, “A Time-Frequency Formulation of Optimum Detection,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1988.
- [52] G. Matz and F. Hlawatsch, “Time-Frequency Formulation and Design of Optimal Detectors,” *Proceedings of Third International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis TFTS*, 1996.
- [53] W. Kozek, F. Hlawatsch, H. Kirchauer, and U. Trautwein, “Correlative Time-Frequency Analysis and Classification of Nonstationary Random Processes,” *IEEE-SP International Symposium on Time- Frequency and Time-Scale Analysis*, 1994.
- [54] E. Chassande-Mottin and A. Pai, “Discrete Time and Frequency Wigner–Ville Distribution : Moyal’s Formula and Aliasing,” *IEEE Signal Processing Letters*, 2005.
- [55] P. Flandrin and F. Hlawatsch, *Signal representations geometry and catastrophes in the time-frequency plane*, dans *Mathematics in Signal Processing*, T.S Durrani et al., Oxford : Clarenton, 1987.
- [56] B. Boashash, “An Efficient Real-Time Implementation of the Wigner-Ville Distribution,” *IEEE Transaction on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1987.

- 
- [57] G. Kong and V. Koivunen, "Radar Waveform Recognition using Fourier-Based Synchrosqueezing Transform and CNN," *IEEE 8th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, 2019.
- [58] E. R. Zilberman and P. E. Pace, "Autonomous time-frequency morphological feature extraction algorithm for LPI radar modulation classification," *Proc. IEEE International Conference Image Processing*, 2006.
- [59] J. Lunden and V. Kivunen, "Automatic radar waveform recognition," *IEEE J. Sel. Topics Signal Processing*, 2007.
- [60] V. Iglesias, J. Grajal, P. Royer, M. A. Sánchez, M. López-Vallejo, and O. A. Yeste-Ojeda, "Real-Time Low-Complexity Automatic Modulation Classifier for Pulsed Radar Signals," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015.
- [61] T. Oberlin, S. Meignen, and V. Perrier, "The Fourier-Based Synchrosqueezing Transform," *IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing*, 2014.
- [62] O. Engler and V. Randle, *Introduction to texture analysis : macrotecture, microtexture, and orientation mapping*, 2nd ed. Taylor and Francis Group, 2010.
- [63] M. K. Pietikäinen, *Texture Analysis in Machine Vision*, 2nd ed. Taylor and Francis Group, 2010.
- [64] J. Capon, "On The Asymptotic Efficiency of Locally Optimum Detectors," *IEEE Transactions on Information Theory*, 1961.
- [65] J.-S. Lee, K. Hoppel, S. Mango, and A. Miller, "Intensity and Phase Statistics of Multilook Polarimetric and Interferometric SAR Imagery," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994.
- [66] W. Gardner, "Signal Interception : Performance Advantages of Cyclic-Feature Detectors," *IEEE Transactions on Communications*, 1992.
- [67] C. A. Tracy and H. Widom, "Level-Spacing Distributions and the Airy Kernel," *Communications in Mathematical Physics*, 1994.
- [68] V. A. Marčenko and L. A. Pastur, "Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices," *Mathematics of the USSR-Sbornik*, 1967.
- [69] M. Chiani, "Distribution of the largest eigenvalue for real Wishart and Gaussian random matrices and a simple approximation for the Tracy-Widom distribution," *Journal of Multivariate Analysis*, 2014.

- 
- [70] Y. Zeng and Y.-C. Liang, "Maximum-Minimum Eigenvalue Detection for Cognitive Radio," *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 2007.
- [71] R. Couillet, "Application des matrices aléatoires aux futurs réseaux flexibles de communications sans fil," *Thèse*, 2010.
- [72] R. Couillet, M. S. Greco, J.-P. Ovarlez, and F. Pascal, "RMT for whitening space correlation and applications to radar detection," *IEEE 6th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing*, 2015.
- [73] N. R. Goodman, "Statistical Analysis based on a certain Multivariate Complex Gaussian Distribution (an introduction)," *The Annals of Mathematical Statistics*, 1963.
- [74] I. M. Johnstone and Z. Ma, "Fast Approach to the Tracy-Widom Law at the Edge of GOE and GUE," *Ann Appl Probab.*, 2012.
- [75] H. Jiang, Y. Lu, and S. Yao, "Random Matrix based Method for Joint DOD and DOA Estimation for Large Scale MIMO Radar in Non-Gaussian Noise," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2016.
- [76] F. Penna, R. Garello, and M. A. Spirito, "Probability of Missed Detection in Eigenvalue Ratio Spectrum Sensing," *IEEE International Conference on Wireless and Mobile Computing, Networking and Communications*, 2009.
- [77] J. Baik, G. B. Arous, and S. Pécché, "Phase Transition of the Largest Eigenvalue for Non-Null Complex Sample Covariance Matrices," *The Annals of Probability, Institute of Mathematical Statistics*, 2005.
- [78] R. O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986.
- [79] S. E. Lipsky, *Microwave Passive Direction Finding*. Scitech Publishing Inc., 2004.
- [80] D. Christien, "Définition de l'extracteur d'un réseau interférométrique à 4 antennes," Rapport TASFR00113486, Thales DMS, 2002.
- [81] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT - Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989.
- [82] A. J. Barabell, "Improving the Resolution Performance of Eigenstructure-based Direction-Finding Algorithms," *ICASSP 83, BOSTON*, 1983.

- 
- [83] F.-G. Yan, S. Liu, J. Wang, and M. Jin, “Two-Step Root-MUSIC for Direction of Arrival Estimation without EVD/SVD Computation,” *Hindawi International Journal of Antennas and Propagation*, 2018.
- [84] J.-D. Lin, W.-H. Fang, Y.-Y. Wang, and J.-T. Chen, “FSF MUSIC for Joint DOA and Frequency Estimation and its Performance Analysis,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006.
- [85] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products*, 5th ed. A. Jeffrey, Academic Press, 1994.





# PRODUCTIONS SCIENTIFIQUES

---

## Conférences internationales

- A. Foucault, C. Cornu, V. Guardia, F. Comblet and A. Khenchaf, "The Wigner-Ville distribution and quadratic detector performances for FMCW pulse detection in Electronic Warfare context," *International Radar Conference (RADAR)*, Toulon, France, 2019.
- A. Foucault, C. Cornu, F. Comblet and A. Khenchaf, "Detection of Linear Frequency Modulation, Phase-Coded and Multicarrier Radar Waveforms in Electronic Warfare Context," *Sensor Signal Processing for Defence (SSPD)*, Edimburgh, Septembre 2020.

## Dépôts de brevet

- Procédé et dispositif de détection de signaux radioélectriques modulés linéairement en fréquence (diffusion restreinte)
- (*titre temporaire, en cours de dépôt*) Dispositif de détection de signaux radioélectriques basé sur le procédé de fusion intraimpulsion de détections élémentaires localisés (FIDEL)
- (*titre temporaire, en cours de dépôt*) Procédé de détection de signaux radioélectriques par intégration longue ou très longue devant la durée d'impulsion
- (*titre temporaire, en cours de dépôt*) Dispositif de détection et d'estimation partielle de signaux radioélectriques à modulations relevant de radars LPI par autocorrélation cyclique





---

**Titre :** Détection des émetteurs à faible puissance d'émission ou radars LPI

**Mot clés :** Guerre Électronique, ESM, ELINT, détection, interception, estimation, radar LPI

**Résumé :** L'interception des émissions radar non coopératifs opérée par des récepteurs de Guerre Electronique (GE) est un enjeu de défense et de sécurité. La généralisation de radars « à faible probabilité d'interception », dits radars LPI (*Low Probability of Intercept*), caractérisés par des signaux à rapport signal sur bruit (SNR) très faible dû à la répartition de la puissance rayonnée dans les domaines temporel et fréquentiel principalement, définissent des systèmes capables de fonctionner sous la sensibilité des récepteurs GE usuels. Pour mener la détection des radars à faible SNR et à formes d'onde LPI, nous proposons d'abord trois détecteurs basés sur trois raisonnements différents. On montre que ces trois détecteurs apportent un gain à la détection par rapport aux récepteurs usuels, sur les formes d'onde d'intérêt. Le premier adapte le paradigme usuel de la GE, consistant à intégrer sur des durées représentant une fraction de l'impulsion du signal radar. Le seuil de détection habituellement appliqué pour opérer cette détection est drastiquement abaissé. S'en-

suit la mise en forme des prédétections en régions par conditions géométriques, à partir de laquelle un critère géométrique de détection est appliqué. On obtient ainsi conjointement la détection et une proposition de construction de l'impulsion radar. Le deuxième détecteur, basé sur l'autocorrélation cyclique, abandonne le paradigme usuel de la GE au profit d'une intégration sur un grand nombre d'impulsions. On met en évidence des performances de détection très élevées et ce, pour plusieurs familles de formes d'onde d'intérêt. Le détecteur autorise l'estimation de plusieurs paramètres d'intérêt, utiles pour la caractérisation des signaux. Le dernier détecteur est une adaptation à la GE des radars MIMO ou des récepteurs de télécommunications. Il consiste à opérer la détection à partir du calcul de la matrice de corrélation sur un grand nombre d'antennes couvrant la même portion d'espace. On montre qu'il autorise la détection sur toutes les formes d'onde déterministes ou aléatoires envisageables et qu'il opère conjointement l'estimation du nombre de signaux détectés.