



**HAL**  
open science

# Formation initiale des professeurs des écoles au processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures : le cas de la grandeur contenance

Carine Frappier-Jego

## ► To cite this version:

Carine Frappier-Jego. Formation initiale des professeurs des écoles au processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures : le cas de la grandeur contenance. Education. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2023. Français. NNT : 2023BRES0048 . tel-04419428

**HAL Id: tel-04419428**

**<https://theses.hal.science/tel-04419428v1>**

Submitted on 26 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

COLLEGE EDUCATION, LANGAGES

DOCTORAL INTERACTIONS, COGNITION

BRETAGNE CLINIQUE, EXPERTISE



Université de Bretagne Occidentale

# THESE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITE  
DE BRETAGNE OCCIDENTALE

ECOLE DOCTORALE N° 646

*Education, Langages, Interactions, Cognition, Clinique,  
Expertise*

Spécialité : *Didactique des mathématiques*

Par

**Carine FRAPPIER-JEGO**

**Formation initiale des professeurs des écoles au processus  
d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures :  
le cas de la grandeur contenance.**

Tome 1 : TEXTE

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 26 octobre 2023

Unité de recherche : Centre de Recherche sur l'Éducation, les Apprentissages et la Didactique

## Rapporteurs avant soutenance :

Patrick GIBEL  
Éric RODITI

Professeur (HDR), Université de Bordeaux  
Professeur (HDR), Université de Paris 5

## Composition du Jury :

Présidente : Isabelle KERMEN  
Examineurs : Jean-Luc DORIER  
Patrick GIBEL  
Éric RODITI

Professeure (HDR), Université de Bretagne Occidentale  
Professeur (HDR), Université de Genève  
Professeur (HDR), Université de Bordeaux  
Professeur (HDR), Université de Paris Cité

Dir. de thèse : Ghislaine GUEUDET  
Co-dir. de thèse : Laetitia BUENO-RAVEL

Professeure (HDR), Université de Paris Saclay  
Maîtresse de conférences, Université de Bretagne Occidentale



## Remerciements

Ces trois années de thèse ont été particulièrement riches en découvertes scientifiques, en questionnements et en remises en question, en moments de joie mais aussi de doutes. Cette richesse, je la dois à toutes les rencontres que j'ai pu faire tout au long de ce travail. Ces personnes qui m'ont fait confiance, qui m'ont encouragée, questionnée et soutenue dans cette belle aventure.

Merci à tous.

Daniel et Jean-Philippe, cette aventure a germé grâce à vous. Vous m'avez sollicitée au début des années 2010 pour intégrer l'équipe des formateurs de l'ISFEC Bretagne. Pour cela, je devais m'engager à reprendre des études pour obtenir un niveau Master. C'est chose faite en 2017 malgré tous les doutes qui m'envahissaient. Cette expérience a fait naître chez moi le goût pour la recherche.

Merci à vous deux, vous m'avez fait confiance alors que moi-même j'avais du mal à le faire.

Ghislaine et Laetitia, vous avez proposé de m'encadrer dans la préparation de cette thèse. Je ne me serais probablement pas lancée sans vos encouragements et la confiance que vous m'avez accordée. Tout au long de ce travail, vous avez été disponibles, bienveillantes et d'une très grande réactivité pour répondre à mes nombreux questionnements. Nos temps de travail réguliers, autour d'un café, étaient pour moi des moments attendus. Ils étaient évidemment scientifiquement très formateurs mais aussi rassurants grâce à vos précieux conseils.

Merci à toutes les deux. Je mesure la chance que j'ai d'avoir vécu cette expérience scientifique et humaine avec vous.

Je tiens à remercier Patrick Gibel et Eric Roditi d'avoir accepté de rapporter ma thèse. Je remercie également Isabelle Kermen et Jean-Luc Dorier d'avoir accepté de faire partie de mon jury.

Merci à chacun d'entre vous pour l'attention que vous portez à mon travail.

Je remercie la direction de l'ISFEC qui m'a donné les moyens matériels de vivre cette aventure. Merci à chacun de mes collègues de l'équipe 1D pour leur soutien. Un merci tout particulier à James pour ses compétences numériques qu'il a mises au service de mon travail, à



Karine, Cédric et Stéphane pour leur aide en traductions anglaises. Merci également à Carole, Isabelle et Daniel pour leurs relectures attentives.

Mon travail de thèse étant expérimental, je souhaite remercier tous les professeurs des écoles stagiaires qui ont participé à cette recherche en répondant aux questionnaires, en s'inscrivant à la formation ou en m'accueillant dans leur classe. Merci également aux élèves et à leur famille.

Mes remerciements vont également à toutes les autres personnes qui, de près ou de loin, ont facilité ce travail :

Merci aux membres du CREAD qui m'ont accueillie et aidée dans ma formation de chercheur.

Merci à Jean-Noël qui a toujours su répondre présent face à mes problèmes techniques.

Merci à Caroline Poisard et Valérie Munier d'avoir consacré de leur temps pour participer au comité de suivi de ma thèse,

Merci à Rachel Vilar de l'école doctorale ELICCE pour sa disponibilité et ses réponses toujours ajustées.

Enfin, j'adresse mes derniers remerciements à ma famille, à vous : Stéphane, Louanne, et Dorian. Les derniers mais pas les moindre. Même si mes motivations vous ont parfois échappé, vous avez compris que cette expérience était importante pour moi et vous m'avez permis de la vivre. Vous m'avez toujours encouragée et soutenue. Votre compréhension lors de mes séjours d'écriture et votre patience face à la salle à manger transformée en laboratoire de recherche ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Cette thèse, certes, je l'ai construite et rédigée mais je n'aurais pas pu le faire sans vous tous. Cela a été une véritable aventure collective.

<b>Remerciements.....</b>	<b>3</b>
<b>Table des matières .....</b>	<b>5</b>
<b>Liste des figures .....</b>	<b>9</b>
<b>Liste des tableaux .....</b>	<b>11</b>
<b>Liste des annexes (Tome 2).....</b>	<b>12</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>15</b>
<b>Partie 1 : Contexte, cadre théorique, questions de recherche et méthodologie générale.....</b>	<b>19</b>
1.1 Contexte .....	19
1.1.1 Recrutement et formation des professeurs des écoles.....	19
1.1.2 Programmes de l'école primaire .....	21
1.1.3 Premières questions .....	21
1.2 Cadre théorique .....	22
1.2.1 La théorie anthropologique du didactique (TAD).....	22
1.2.2 La théorie des situations didactiques (TSD) .....	27
1.2.3 La théorie de la double approche didactique et ergonomique .....	28
1.3 L'institutionnalisation en didactique des mathématiques .....	30
1.3.1 L'institutionnalisation en TSD.....	32
1.3.2 Le matome dans l'enseignement mathématique japonais.....	38
1.4 Questions de recherche.....	40
1.5 Méthodologie générale .....	41
<b>Partie 2 : La grandeur contenance : analyse épistémologique .....</b>	<b>47</b>
2.1 Les grandeurs et mesures : analyses mathématique et didactique .....	47
2.1.1 Analyse mathématique .....	47

2.1.2	Analyse didactique .....	54
2.2	Les textes officiels : analyse du savoir à enseigner .....	57
2.2.1	Méthodologie de l'analyse des textes officiels .....	57
2.2.2	Analyse des textes officiels .....	57
2.3	Construction du MPR pour la grandeur contenance au cycle 2 .....	70
2.4	Les manuels : analyse du savoir apprêté .....	72
2.4.1	Méthodologie d'analyse des manuels .....	72
2.4.2	Construction de nos MPA pour chacun des manuels.....	86
2.4.3	Analyse des manuels .....	91
<b>Partie 3 : Les pratiques ordinaires des PES .....</b>		<b>101</b>
3.1	Le questionnaire .....	101
3.1.1	Présentation et analyse a priori du questionnaire.....	101
3.1.2	Contexte de passation et traitement des données récoltées.....	104
3.1.3	Analyse des réponses obtenues au questionnaire.....	104
3.2	Deux études de cas : analyse des pratiques ordinaires d'institutionnalisation de deux PES .....	118
3.2.1	Méthodologie d'analyse de ces deux études de cas .....	118
3.2.2	Description et analyse de la proposition d'Al.....	120
3.2.3	Description et analyse de la proposition de Lu .....	128
<b>Partie 4 : La situation de formation : conception, mise en œuvre et analyses .....</b>		<b>141</b>
4.1	Revue de littérature sur les situations de formation .....	142
4.2	Méthodologie de l'Ingénierie Didactique de Formation .....	145
4.3	Mise en œuvre de cette méthodologie dans notre recherche.....	147
4.3.1	Cadre d'analyse des situations de formation.....	147
4.3.2	Présentation de la situation de formation .....	149
4.3.3	Contexte de mise en œuvre et traitement des données récoltées .....	154

4.4	Analyse a priori de la situation de formation .....	156
4.5	Analyse a posteriori de la formation : identification des connaissances construites par les PES à l'issue de la formation .....	166
4.5.1	Analyse de la séance 2 .....	166
4.5.2	Analyse de la séance 3 .....	175
4.6	Méthodologie complémentaire à l'IDF : Analyse du pré-test et du post-test ..	193
4.6.1	Présentation et analyse a priori des questionnaires .....	193
4.6.2	Contexte de passation et traitement des données .....	196
4.6.3	Analyse des réponses obtenues au pré-test .....	196
4.6.4	Analyse des réponses obtenues au post-test.....	200
4.6.5	Analyse croisée des différentes réponses.....	203
<b>Partie 5 : Analyse des pratiques d'institutionnalisation de trois PES.....</b>		<b>215</b>
5.1	Méthodologie .....	215
5.1.1	Terrain et recueil de données .....	216
5.1.2	Méthodologie d'analyse des données .....	217
5.2	Analyse des pratiques de la PES Mg.....	218
5.2.1	Présentation des données et premiers éléments d'analyse .....	218
5.2.2	Analyse de la conception et de la mise en œuvre de la séance de Mg.....	228
5.3	Analyse des pratiques de la PES Ma.....	238
5.3.1	Présentation des données et premiers éléments d'analyse .....	238
5.3.2	Analyse de la conception et de la mise en œuvre de la séance de Ma.....	246
5.4	Analyse des pratiques de la PES Ld.....	254
5.4.1	Présentation des données et premiers éléments d'analyse .....	255
5.4.2	Analyse de la conception et de la mise en œuvre de la séance de Ld.....	262
5.5	Synthèse des trois études de cas .....	268
<b>Partie 6 : Conclusion et perspectives .....</b>		<b>275</b>
6.1	Réponses à nos questions de recherche.....	275

6.2	Limites de la recherche .....	281
6.3	Contribution à la recherche en didactique et à la formation des enseignants...	282
6.3.1	Contribution à la recherche en didactique.....	282
6.3.2	Contribution à la formation.....	284
6.4	Perspectives .....	285
	<b>Bibliographie.....</b>	<b>289</b>

## Liste des figures

Figure 1 : Les différentes étapes de la transposition didactique .....	24
Figure 2 : Connaissance et savoir (Laparra et Margolinas, 2010) .....	31
Figure 3 : L'institutionnalisation, transformation d'une expérience en savoir exportable (Brousseau, 1984).....	35
Figure 4 : Matome extrait de l'article de Batteau et Miyakawa (2020).....	39
Figure 5 : Cadre théorique de la construction d'une grandeur.....	48
Figure 6 : MPR pour la grandeur contenance au cycle 2 .....	71
Figure 7 : MPA des manuels Pour comprendre les maths, cycle 2, Hachette.....	86
Figure 8 : MPA des manuels J'apprends les maths, cycle 2, Retz.....	87
Figure 9 : MPA des manuels Cap maths, cycle 2, Hatier.....	87
Figure 10 : MPA des manuels Archimaths, cycle2, Magnard .....	88
Figure 11 : MPA des manuels Vivre les maths, cycle 2, Nathan .....	88
Figure 12 : MPA des manuels Méthode de Singapour, cycle 2, La librairie des écoles .....	89
Figure 13 : MPA des manuels Opération maths, cycle 2, Hatier .....	89
Figure 14: MPA des manuels MHM, cycle 2, Nathan .....	90
Figure 15 : MPA des manuels Litchi, cycle 2, Istra. ....	90
Figure 16 : Pourcentage des différentes activités rencontrées dans les 9 manuels analysés... ..	92
Figure 17 : Mémo du manuel Vivre les maths CE2, de chez Nathan. ....	96
Figure 18 : Mémo Cap maths, CE2 de chez Hatier.....	96
Figure 19 : Extrait du guide du maître Cap Maths, CE1, Hatier.....	97
Figure 20 : Représentation, dans les classes des PES des cycles 2 et 3, des collections dont les élèves ont le fichier. ....	108
Figure 21 : Ressources utilisées par les PES pour concevoir leurs séquences.....	110
Figure 22 : Utilisation de manuels pour l'anticipation du texte de savoir par les PES.....	112
Figure 23 : Utilisation de manuels pour l'anticipation du texte de savoir pour les PES nommés en cycle 2.....	113
Figure 24 : Nombre de PES pour chaque forme d'anticipation du texte de savoir. ....	114
Figure 25 : Nombre de PES qui utilisent chaque forme de textes de savoir proposée.....	115
Figure 26 : MPA d'Al pour sa classe de CE1 .....	121
Figure 27 : Extrait de l'évaluation donnée aux CE2 d'Al. ....	122
Figure 28 : Extrait du manuel Outils pour les maths, p. 90.....	122

Figure 29 : MPA de Lu pour sa classe de CE1 .....	128
Figure 30 : MPA de Lu pour sa classe de CE2 .....	129
Figure 31 : Mémo 24, Vivre les maths, CE1 utilisé par Lu .....	130
Figure 32 : Mémo 31, Vivre les maths, CE2 utilisé par Lu .....	130
Figure 33 : Cadre d'analyse : Caractéristiques des cinq paliers d'étude. (Mangiante et al., 2016) .....	148
Figure 34 : Scénario de la situation de formation (SF) .....	149
Figure 35 : Les quatre récipients à comparer selon leur contenance.....	152
Figure 36 : Extrait du diaporama utilisé pour la mise en commun de la séance 2 .....	169
Figure 37 : Extraits du fichier et du mémo du manuel Vivre les maths, CE1.....	173
Figure 38 : Photos reconstituées pour illustrer deux techniques de comparaison de contenances. .....	183
Figure 39 : Photo reconstituée illustrant la technique de comparaison de contenances utilisant un récipient intermédiaire unique.....	184
Figure 40 : Trace écrite sur la technique par transvasement dans des récipients intermédiaires identiques. ....	191
Figure 41 : Trace écrite proposée en formation, le processus d'institutionnalisation .....	192
Figure 42 : Les 4 profils définis à partir des réponses des PES au post-test sur les grandeurs et mesures.....	208
Figure 43 : Les 4 profils définis à partir des réponses au post-test des PES sur le processus d'institutionnalisation. ....	209
Figure 44 : Les quatre récipients dont il faut comparer la contenance.....	220
Figure 45 : Photos reconstituées de la manipulation d'un groupe d'élèves .....	232
Figure 46 : Affiche réalisée à l'issue de la séance de Mg.....	235
Figure 47 : Trace écrite que les élèves devaient lire en amont de la séance. ....	239
Figure 48 : Trace écrite réalisée à l'issue de la séance de Ma .....	252
Figure 49 : Les trois récipients dont les élèves de Ld doivent comparer les contenances .....	262
Figure 50 : Trace écrite réalisée à l'issue de la séance de Ld .....	267

## Liste des tableaux

Tableau 1 : Récapitulatif des méthodologies mises en œuvre dans notre recherche .....	43
Tableau 2 : Analyse des manuels Cap Maths, cycle 2, Hatier. ....	75
Tableau 3 : Nombre de fois où chaque type de tâches est mobilisé dans les différents manuels. .....	93
Tableau 4 : Nombre de tâches de comparaison faisant appel ou non à la mesure. ....	93
Tableau 5 : Répartition des sous-types de tâches par rapport au type de tâches T5 : résoudre des problèmes impliquant des contenances. ....	94
Tableau 6 : Types de tâches et techniques mobilisées dans les activités proposées par les manuels.....	94
Tableau 7 : Nombre de répondants ayant en charge l'enseignement du domaine des grandeurs et mesures en fonction du cycle. ....	106
Tableau 8 : Pourcentage des classes des répondants où les élèves ont un manuel.....	107
Tableau 9 : Nombre de PES pour chaque forme d'anticipation du texte de savoir. ....	114
Tableau 10 : Répartition par cycle de l'utilisation de traces écrites collectives. ....	116
Tableau 11 : Analyse a priori de la situation de formation .....	157
Tableau 12 : Extraits des réponses collectées par la formatrice dans les documents rédigés, lors de la séance 1, par les PES. ....	174
Tableau 13 : Réponses des PES à la question Q1 du pré-test .....	196
Tableau 14 : Réponses des PES à la question Q2 du pré-test. ....	199
Tableau 15: Réponses des PES à la question Q3 du pré-test. ....	199
Tableau 16 : Réponses des PES à la question Q4 du pré-test. ....	200
Tableau 17 : Réponses des PES aux questions Q1 et Q3 du post-test. ....	202
Tableau 18 : Réponses des PES aux questions Q2 et Q4 du post-test. ....	202
Tableau 19 : Réponses des PES à la question Q5 du post-test.....	203
Tableau 20 : Evolution des réponses entre le pré-test et le post-test concernant le processus d'institutionnalisation. ....	205
Tableau 21 : Réponses aux questions Q1 et Q3 du post-test .....	207
Tableau 22 : Réponses aux questions Q2 et Q4 du post-test. ....	208
Tableau 23 : Classes d'affectation des PES .....	216
Tableau 24 : Connaissances identifiées dans la fiche de préparation de Mg .....	219
Tableau 25 : Synopsis de la séance de Mg .....	224
Tableau 26 : Connaissances identifiées dans la fiche de préparation de Ma .....	241
Tableau 27 : Synopsis de la séance de Ma .....	243
Tableau 28 : Connaissances identifiées dans la fiche de préparation de Ld .....	256
Tableau 29 : Synopsis de la séance de Ld .....	260



## Liste des annexes (Tome 2)

Annexe 1 : Analyse des neuf manuels.....	308
Annexe 2 : Mise au travail des différents types de tâches.....	400
Annexe 3 : Répartition des types de tâches et techniques mobilisés dans une activité.....	404
Annexe 4 : Fiche de préparation du PES Al, pratique ordinaire .....	406
Annexe 5 : Fiche de préparation de la PES Lu, pratique ordinaire.....	407
Annexe 6 : Transcription de l’entretien du 8 juin 2021 avec le PES Al.....	423
Annexe 7 : Transcription de l’entretien du 8 juin 2021 avec la PES Lu.....	432
Annexe 8 : Grille d’analyse des documents institutionnels (séance 1 – SF).....	443
Annexe 9 : Synthèse des réponses à la question de la grille d’analyse de la séance 1 réalisée par la formatrice .....	446
Annexe 10 : Synopsis séance 2 de la SF.....	447
Annexe 11 : Synopsis séance 3 de la SF.....	457
Annexe 12 : Transcription du jeu de rôles vécu en formation ainsi que du temps d’analyse qui a suivi.....	461
Annexe 13 : Fiche de préparation de séance mettant en œuvre la situation de référence (construite par le groupe 1 au cours de la formation).....	482
Annexe 14 : Fiche de préparation de séance mettant en œuvre la situation de référence (construite par le groupe 2 au cours de la formation).....	487
Annexe 15 : Fiche de préparation de séance mettant en œuvre la situation de référence (construite par le groupe 3 au cours de la formation).....	492
Annexe 16 : Fiche de préparation de séance mettant en œuvre la situation de référence (construite par le groupe 4 au cours de la formation).....	494
Annexe 17 : Guide d’entretien générique utilisé à l’issue des visites dans les classes des PES.....	498
Annexe 18 : Fiche de préparation de la PES Mg pour sa classe de CE2 après la formation .....	499
Annexe 19 : Fiche de préparation de la PES Ma pour sa classe de CE1 après la formation .....	502
Annexe 20 : Fiche de préparation de la PES Ld pour sa classe de CP après la formation .....	504
Annexe 21 : Synopsis détaillé de la séance du 12 mai 2022 de Mg.....	508
Annexe 22 : Transcription de l’entretien avec la PES Mg.....	514
Annexe 23 : Synopsis détaillé de la séance du 13 mai 2022 de Ma.....	520
Annexe 24 : Transcription de l’entretien avec la PES Ma.....	524
Annexe 25 : Synopsis détaillé de la séance du 20 mai 2022 de Ld.....	531
Annexe 26 : Transcription de l’entretien avec la PES Ld.....	535





Les visites dans les classes de Professeurs des Écoles Stagiaires (PES) sont souvent l'occasion de constater un décalage entre les contenus abordés en formation et leur mise en œuvre avec les élèves. Concernant le processus d'institutionnalisation, le guide cycle 2 du plan mathématique (MEN, 2021b) précise que le professeur doit identifier et hiérarchiser avec les élèves les connaissances qui émergent des phases de recherche qu'ils ont vécues. Cela doit aboutir à la construction d'un texte de savoir qui explicitera les connaissances apprises et que les élèves mémoriseront pour les réutiliser dans d'autres situations. Or nous avons pu constater, lors de visites dans les classes, que les textes de savoir proposés par les PES ne sont pas toujours en lien avec ce qui a été découvert par les élèves dans les phases de recherche et de mise en commun ; à vrai dire, ils ne le sont que rarement. Ce constat, qu'il va nous falloir objectiver dans cette thèse, va dans le sens des travaux de Charles-Pézarid et al. (2012) qui ont montré que les professeurs des écoles en ZEP présentaient une résistance face à l'institutionnalisation et que ce problème pouvait mettre en difficulté les élèves. Aussi, il nous semble pertinent de nous intéresser à la question de la formation des PES au processus d'institutionnalisation en mathématiques.

Pour mettre en œuvre notre recherche, nous avons choisi le domaine mathématique des grandeurs et mesures et le contexte du cycle 2 (élèves âgés de 6 à 9 ans). Nous avons pu montrer dans des travaux précédents (Frappier-Jego, 2016) que ce domaine mathématique est un domaine délaissé par les professeurs expérimentés et qu'il est très souvent confié aux professeurs débutants. Sur ce point également, il nous semble que la formation peut avoir un rôle à jouer.

L'objectif de cette thèse est d'identifier si certaines modalités de formation peuvent remédier à certaines difficultés repérées dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation pour construire la grandeur contenance. Pour atteindre cet objectif, il importe d'analyser le savoir en jeu et d'objectiver notre constat de départ. Notre troisième et dernier objectif pour cette thèse est de construire une proposition de formation que nous analysons pour en voir les effets sur les pratiques d'institutionnalisation des PES. Le processus d'institutionnalisation est fortement lié à l'enseignement qui l'a précédé. Ainsi lorsque nous disons que nous analysons la pratique d'institutionnalisation, dans le cas de la grandeur contenance, il s'agit en fait d'analyser la pratique d'enseignement de la grandeur contenance, avec une attention particulière pour le processus d'institutionnalisation.

## Plan de l'étude

Cette thèse est composée de six parties. Nous faisons le choix de ne pas réserver l'une d'entre elles à la méthodologie, mais présentons pour chaque partie sa méthodologie spécifique. Nous avons fait le même choix concernant la revue de littérature. Nous avons placé dans chacune des parties, les informations qui nous semblaient utiles à ce moment-là.

La première partie présente en premier lieu le contexte de notre recherche : le contexte de la formation initiale des professeurs des écoles ainsi que les programmes de mathématiques qu'ils doivent mettre en œuvre avec leurs élèves. Nous exposons ensuite le cadre théorique que nous avons choisi pour répondre aux questions de recherche de cette thèse. Nous présentons pour cela des éléments de la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1998), de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) et de la théorie de la Double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). Puis nous présentons une revue de littérature internationale sur l'institutionnalisation en didactique des mathématiques. Nous terminons notre première partie en énonçant nos trois questions de recherche ainsi qu'une brève présentation de la méthodologie générale retenue pour cette étude. Nous rappelons que la méthodologie spécifique sera précisée dans chacune des parties.

Dans la perspective de construire un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) pour la grandeur contenance au cycle 2, MPR qui permettra de répondre à une de nos questions de recherche, nous proposons dans la deuxième partie de la thèse une analyse épistémologique du savoir en jeu. Nous analysons ensuite les textes officiels afin de caractériser le savoir à enseigner en cycle 2. Nous terminons cette partie par l'analyse d'une sélection de manuels. Nous construisons, pour chacun des manuels, un Modèle Praxéologique Apprêté que nous comparons au MPR construit pour la grandeur contenance au cycle 2. Nous cherchons également, dans cette partie, à caractériser les textes de savoir présents dans les manuels au regard du MPR construit.

La troisième partie s'intéresse aux pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES afin d'objectiver notre constat de départ. Pour cela, nous proposons un questionnaire en ligne à des PES qui va nous permettre de caractériser leurs pratiques d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures. Nous complétons ces premiers résultats grâce à deux études de cas.

Les différents résultats obtenus précédemment nous permettent de construire et proposer, dans une quatrième partie, une Situation de Formation (SF) à destination des PES afin de faire évoluer leurs connaissances et leurs pratiques d'institutionnalisation dans le domaine des

grandeurs et mesures. En vue d'identifier les effets de cette SF, nous utilisons la méthodologie de l'Ingénierie Didactique de Formation. Nous utilisons également une méthodologie complémentaire basée sur l'analyse d'un pré-test et d'un post-test.

Dans une cinquième partie, nous allons compléter notre recueil de données afin de caractériser l'impact de la SF sur les pratiques d'institutionnalisation de trois PES dans leur contexte ordinaire d'enseignement après qu'ils aient participé à la formation. Pour cela, nous analysons la conception et la mise en œuvre d'une séance d'enseignement-apprentissage sur la grandeur contenance en mettant la focale sur le processus d'institutionnalisation. Nous terminons cette cinquième partie par une synthèse comparative des trois études de cas.

Nous proposons dans une dernière partie le bilan général des résultats obtenus au cours de cette thèse pour apporter des éléments de réponses à nos questions de recherche et pour présenter des perspectives en vue de futurs travaux.



# Partie 1 : Contexte, cadre théorique, questions de recherche et méthodologie générale

## 1.1 Contexte

Dans cette partie, nous présentons le contexte de notre recherche : le public étudié ainsi que le savoir mathématique en jeu que nous resituons dans le curriculum français. Nous la terminons en présentant nos premières questions.

### 1.1.1 Recrutement et formation des professeurs des écoles

En France, jusqu'à la rentrée 2021-22, qui correspond à la période de fin de notre travail de recueil de données, pour pouvoir être professeur des écoles titulaire, il faut être reçu au concours de recrutement de professeurs des écoles (CRPE) organisé selon les modalités de l'arrêté du 19 avril 2013 (MEN, 2013a). Pour se présenter au concours, les candidats doivent avoir validé un master 1 ou y être inscrits. Leurs profils sont variés. Ils peuvent être inscrits en master 1 MEEF (Master des Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation), déjà être titulaires d'un master MEEF ou de tout autre master sans lien direct avec l'enseignement. Ce concours extrêmement sélectif en Bretagne, où se situe notre recherche, est constitué d'épreuves notionnelles, mais aussi didactiques et pédagogiques.

Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes [les programmes de l'école primaire]. Le niveau attendu correspond à celui exigé par la maîtrise des programmes de collège. Les épreuves d'admissibilité portent sur le français et les mathématiques. Certaines questions portent sur le programme et le contexte de l'école primaire et nécessitent une connaissance approfondie des cycles d'enseignement de l'école primaire, des éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture et des contextes de l'école maternelle et de l'école élémentaire. (MEN, 2013a, Annexe 1 de l'arrêté)

Pour réussir le concours, les candidats doivent maîtriser des contenus qui nécessitent une préparation adaptée. Quel que soit leur parcours, les candidats ont donc eu un apport en didactique et en pédagogie avant le concours pour pouvoir être reçus.

Les candidats reçus au CRPE ont le statut de Professeur des Écoles Stagiaire (PES) l'année scolaire suivante. Ils suivent une formation en alternance fixée par l'arrêté du 18 juin 2014 (MEN, 2014). Les PES sont nommés à mi-temps, en responsabilité, dans une classe d'école



primaire et ils suivent une formation professionnelle dans un institut de formation supérieur (INSPE<sup>1</sup> ou ISFEC<sup>2</sup> en fonction du concours présenté) sur l'autre mi-temps. En fonction de leur profil, les PES sont inscrits en master pour valider leur master 2 ou ils sont inscrits en parcours adapté. Dans tous les cas, le parcours de formation proposé en institut est défini par une commission académique afin de répondre aux attentes du référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation (MEN, 2013b). Il propose des enseignements notionnels, didactiques et pédagogiques visant la consolidation des compétences professionnelles des stagiaires.

A l'ISFEC, institut qui constitue notre terrain de recherche, les PES explorent le domaine mathématique et la question de l'institutionnalisation des savoirs, notions que nous questionnons dans notre recherche, dans deux Unités d'Enseignement distinctes (UE) :

- l'UE1 : culture et identité professionnelle. Un module de 6 heures est proposé pour travailler les notions de construction de séquences et de séances en questionnant chacune des étapes nécessaires à la construction des savoirs.
- l'UE2 : mise en situation professionnelle. Un module de 30 heures est proposé pour travailler les contenus mathématiques et leur didactique. Ce module est lui-même divisé en 5 sous-modules de 6 heures, 3 heures en présentiel et 3 heures en distanciel, autour des thématiques suivantes : la résolution de problèmes, la construction du nombre et la numération, le développement de la pensée logique par le jeu, la géométrie et les grandeurs et mesures.

La question de l'institutionnalisation est travaillée en UE1, mais également réactivée dans les UE disciplinaires, dans le module de mathématiques par exemple. Nous pouvons constater qu'un sous-module de mathématiques est consacré au travail sur les grandeurs et mesures. C'est un choix fait par l'équipe de formateurs suite au travail personnel de recherche que nous avons réalisé (Frappier-Jego, 2017) qui montrait que les professeurs des écoles expérimentés confiaient très majoritairement (92 PES sur 103 interrogées) aux PES l'enseignement du domaine des grandeurs et mesures.

C'est la formation et les pratiques de ces PES qui est au cœur de notre recherche. Nous allons maintenant brièvement évoquer le contenu mathématique travaillé dans le cadre de notre thèse (nous l'étudierons en détail dans la partie 2).

---

<sup>1</sup> INSPE : Institut National Supérieur du Professorat et de l'Education

<sup>2</sup> ISFEC : Institut Supérieur de Formation de l'Enseignement Catholique

### 1.1.2 Programmes de l'école primaire

Comme indiqué dans notre introduction, cette recherche questionne le domaine des « grandeurs et mesures » à l'école primaire. En France, l'école primaire accueille des enfants de 2 ans à 10 ans. Elle est divisée en 3 cycles : le cycle 1 qui correspond aux classes de Petite Section, Moyenne Section et Grande Section de maternelle, le cycle 2 qui accueille des élèves de 6 à 9 ans en CP, CE1 et CE2 et le cycle 3 (CM1, CM2 et 6<sup>ème</sup>) cycle de transition entre l'école primaire et le collège.

Le domaine des « grandeurs et mesures » est travaillé dans les programmes de cycle 2 et de cycle 3 (MEN, 2020a, 2020b). C'est un des trois sous-domaines mathématiques investi à l'école élémentaire avec « nombres et calcul » et « espace et géométrie ». En cycle 1, seules les grandeurs sont explorées dans les domaines d'apprentissage : explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées et se repérer dans le temps et l'espace (MEN, 2021a). Les mesures des différentes grandeurs sont mises au travail à partir du cycle 2. Différents attendus sont à construire dans chacun des cycles 2 et 3 dans ce sous-domaine. Nous présenterons plus en détail dans la partie 2.2.2 ceux du cycle 2 qui est le cycle travaillé dans notre recherche.

### 1.1.3 Premières questions

Concernant le domaine des grandeurs et mesures, nous devons nous demander ce qui doit être travaillé à l'école selon les programmes.

Il nous semble également important d'objectiver le constat présenté en introduction par une analyse des pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES. Quels sont les outils et les modalités qu'ils utilisent pour institutionnaliser le savoir ? Qu'est-ce qui est en jeu lors de ce processus ?

Enfin, comme nous l'avons expliqué, les PES sont à mi-temps en classe et à mi-temps en centre de formation. Nous pouvons donc nous demander dans quelle mesure la formation initiale peut jouer un rôle pour modifier les pratiques d'institutionnalisation des PES. Il nous faut en quelque sorte nous interroger sur les effets produits en fonction des formations proposées.

Ces premières questions nous permettront en fin de partie de rédiger nos questions de recherche une fois notre cadre théorique défini et la revue de littérature présentée dans les deux parties suivantes.

## 1.2 Cadre théorique

Dans cette sous-partie, nous présentons le cadre théorique que nous utilisons dans notre recherche. Il est composé de concepts issus de différentes théories didactiques. Il nous permettra de formuler nos questions de recherche, de construire notre méthodologie pour analyser les effets des dispositifs mis en place et enfin présenter nos résultats.

Nous mobilisons différentes théories, la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) (Chevallard, 1991), la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau, 1984), et enfin la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002).

### 1.2.1 La théorie anthropologique du didactique (TAD)

Dans cette partie, nous nous appuyons sur la TAD initiée par Chevallard au début des années 1990. Nous ne présentons que les aspects fondamentaux de ce cadre qui nous sont utiles dans notre travail de recherche.

Selon Chevallard (1991), les humains, ou sujets, vivent dans différentes institutions, c'est-à-dire des groupements sociaux légitimés, qui façonnent les savoirs rencontrés dans ces institutions. Un même sujet peut appartenir à plusieurs d'entre elles. A ce titre le professeur des écoles est, entre autres, un sujet de l'institution « enseignement primaire français des mathématiques » soumis à un système de conditions et de contraintes (Chevallard, 2004) telles que « le respect du programme et des instructions du ministre » (MEN, 2013b). Il nous faut donc analyser ces différents documents et le savoir savant en question pour voir quels sont les choix mathématiques posés par rapport au domaine des grandeurs et mesures et plus particulièrement des contenances en cycle 2 dans les différentes institutions (communauté scientifique, ministère, classe, ...). C'est la question de la transposition didactique qui est en cause.

#### *Transposition didactique*

Chevallard introduit dès 1980, le concept de transposition didactique comme étant la transformation (en plusieurs étapes) d'un savoir savant en savoir vivant dans une institution d'enseignement. Ce processus est tout d'abord sous la responsabilité de la noosphère c'est-à-dire sous la responsabilité de l'ensemble des acteurs intervenant à l'intersection du système scolaire et de la société :

C'est elle [la noosphère], qui va procéder à la sélection des éléments du savoir savant qui, désignés par là comme « savoir à enseigner », seront alors soumis au travail de transposition ; c'est elle, encore, qui va assumer la partie visible de ce travail, ce qu'on peut appeler le travail externe de la transposition didactique, par opposition au travail interne, qui se poursuit, à l'intérieur même du système d'enseignement, bien après l'introduction officielle des éléments nouveaux dans le savoir enseigné. (Chevallard 1991, p. 31)

La transposition didactique est donc constituée de plusieurs étapes. La première consiste à définir le savoir à enseigner à partir du savoir savant. C'est la transposition externe. Chevallard définit le savoir à enseigner comme le résultat du travail de la transposition didactique de la noosphère. Des éléments du savoir savant sont sélectionnés pour les transformer en savoir à enseigner que l'on retrouve dans les programmes officiels d'enseignement. Chevallard (1991) précise cependant que le savoir à enseigner ou encore « texte de savoir » ne se réduit pas uniquement aux programmes d'enseignement : « Les contenus de savoirs sont désignés comme étant à enseigner, explicitement : dans les programmes ; implicitement : par le truchement de la tradition, évolutive, de l'interprétation des programmes » (Chevallard, 1991, p. 39).

La seconde étape de la transposition didactique est la transposition interne. C'est celle qui permet le passage du savoir à enseigner au savoir enseigné. Ravel (2003) définit le savoir enseigné comme « le savoir réellement enseigné en classe, c'est-à-dire le savoir que chaque professeur présente de manière effective aux élèves » (Ravel, 2003, p. 5). Elle précise que différents acteurs prennent part à la transposition interne du savoir. Il y a les auteurs de manuels ou de ressources, les formateurs et les enseignants. Cela l'amène à introduire une étape intermédiaire dans la transposition interne qu'elle nomme « l'apprêt didactique ». En effet chacun de ces acteurs propose un « apprêt didactique du savoir à enseigner car il résulte de choix mathématiques et didactiques faits par ses auteurs sur un savoir à enseigner donné » (Ravel, 2003, p. 7). Cependant le système de contraintes n'est pas le même pour tous les acteurs :

Il est notamment évident que le temps est une contrainte beaucoup plus forte pour les enseignants que pour les auteurs de manuels et que les contraintes didactiques liées à la mise en scène du savoir en classe pèsent davantage sur les enseignants que sur les auteurs de manuels. Par ailleurs, alors que chez les enseignants le savoir à enseigner est apprêté en vue d'un enseignement effectif, pour les manuels, le processus de transposition didactique interne s'interrompt au niveau du savoir apprêté. (Ravel, 2003, p. 7)

Le savoir apprêté par l'enseignant s'identifie au projet de cours, il est donc nécessairement différent du savoir enseigné.

Le schéma ci-dessous (Figure 1) permet de synthétiser les différentes étapes de la transposition didactique que nous venons de décrire.

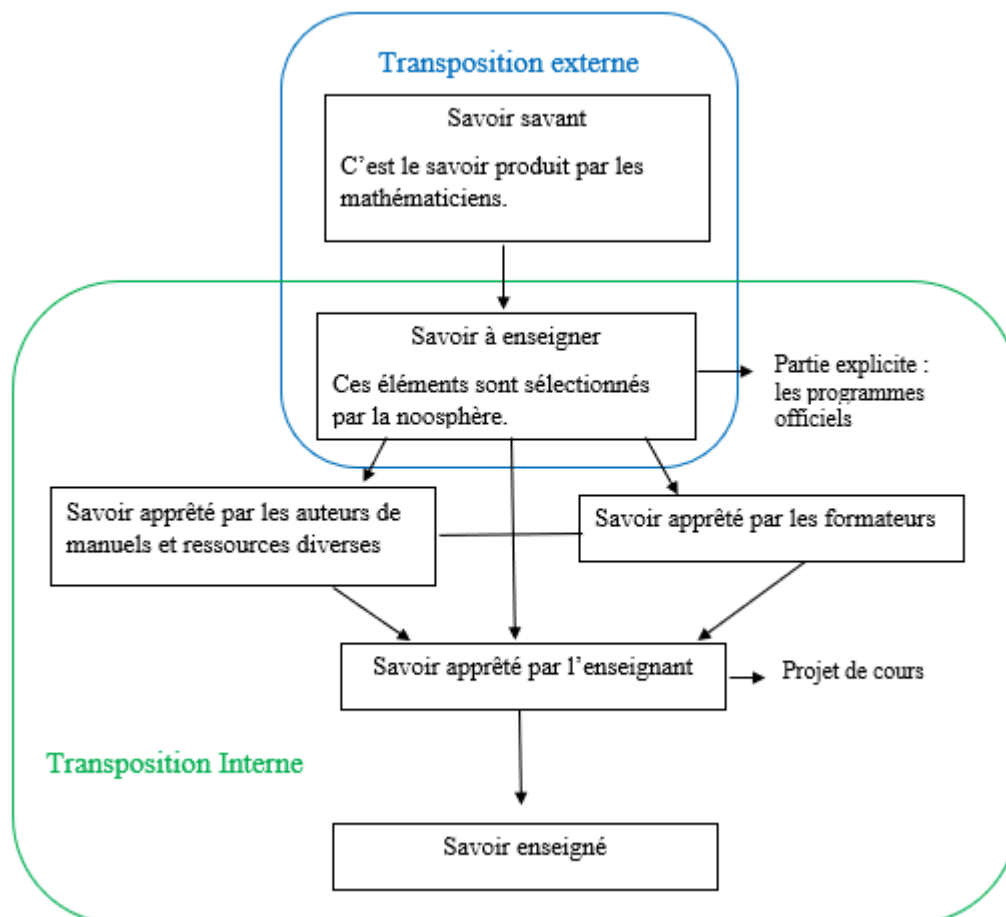


Figure 1 : Les différentes étapes de la transposition didactique

Les savoirs sont donc façonnés par les institutions dans lesquelles ils vivent. Ils sont des productions humaines qui peuvent être modélisées par ce que l'on appelle une « praxéologie ».

### Praxéologie

Chaachoua (2012), à partir des travaux de Chevallard (1998), résume ainsi une praxéologie :

La théorie anthropologique du didactique considère que, *en dernière instance*, toute activité humaine consiste à *accomplir une tâche*  $t$  d'un certain *type*  $T$ , *au moyen* d'une *technique*  $\tau$ , justifié par une *technologie*  $\theta$  qui permet en même temps de la *penser*, voire de la *produire*, et qui à son tour est *justifiable* par une *théorie*  $\Theta$ . En bref, elle part du

postulat que toute activité humaine *met en œuvre* une organisation que Chevallard (1998) note  $[T/\tau/\theta/\Theta]$  et qu'il nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique*.  $[T/\tau]$  étant *la pratique* – ou encore le *savoir-faire* ;  $[\theta/\Theta]$  le *logos* – ou encore le *savoir*. On parle de *praxéologie mathématique* – ou d'organisation mathématique – lorsque les types de tâches  $T$  relèvent des mathématiques. (Chaachoua, 2012, p. 83).

Dans le cadre de notre recherche, nous utiliserons ce quadruplet  $[T/\tau/\theta/\Theta]$  pour définir l'activité mathématique considérée. Pour cela, nous définissons plus précisément chacun des éléments qui constituent la praxéologie.

### Les types de tâches et sous-types de tâches

Les tâches  $t$ , par exemple « comparer la contenance de deux bouteilles données », sont ce que l'on va proposer aux élèves de faire. Elles sont organisées au sein d'un même type de tâches  $T$ , par exemple « comparer des contenances », qui s'expriment à l'aide de verbes. Le verbe seul constituant un « genre de tâche ». La description du type de tâches est obtenue en rajoutant un complément (contenance, longueur, ...) au verbe d'action (Chaachoua, 2019).

Nous serons amenée à utiliser le concept de sous-type de tâches défini par Chaachoua (2019) dans son cadre théorique T4TEL.<sup>3</sup> Soit  $T$  un type de tâches, un sous-type de tâches  $T'$  de  $T$  doit être un sous ensemble de  $T$  et  $T'$  doit être un type de tâches. La relation hiérarchisée qui unit des types de tâches et des sous-types de tâches est engendrée par un générateur de tâches. Un générateur de tâches est défini par un verbe d'action, un complément fixe, et un système de variables qui va générer différentes relations. Pour illustrer ce concept, nous pouvons prendre l'exemple du type de tâches  $T_{\text{pbm}}$  : « résoudre un problème impliquant des contenances ». Un sous-type de tâches de  $T_{\text{pbm}}$  pourrait être  $T_{\text{pbmC}}$  : « Résoudre un problème de comparaison de contenances » ou  $T_{\text{pbmM}}$  : « Résoudre un problème de mesurage de contenances ». Le générateur de tâches correspondant est alors  $GT_{\text{pbm}} = [\text{Résoudre, un problème, V}]$  où  $V$  est la nature du problème.

### Les techniques

La manière d'exécuter le type de tâches est appelée technique  $\tau$ . Le problème de description des techniques a été soulevé par Bosch et Chevallard (1999). Certains les décrivent sous forme d'actions plus ou moins structurées, d'autres les décrivent par des sous-tâches. Ce dernier choix est celui adopté par Chaachoua qui décrit une technique grâce à « un ensemble de types de

---

<sup>3</sup> T4TEL : T4 renvoie au quadruplet praxéologique et TEL pour Technology Enhanced Learning. T4TEL s'inscrit dans le cadre de la TAD.

tâches appelés ingrédients de la technique » (Chaachoua, 2019, p. 13). Ce choix sera également le nôtre.

Le bloc « praxis »  $[T / \tau]$  constitue la pratique, l'action. Nous allons maintenant présenter le second bloc, le « logos »  $[\theta/\Theta]$ , le discours qui est la justification de la pratique.

### La justification de la pratique

Chevallard appelle technologie  $\theta$  le discours qui justifie une technique. Celle-ci « permet de rendre intelligible, d'éclairer la technique ». (Chevallard, 1998, p. 94). La technologie a pour fonction de justifier en quoi la mise en œuvre de la technique permet de réaliser le type de tâches. La technologie a, à son tour, besoin d'une justification que l'on appelle la théorie  $\Theta$ .

### Les praxéologies ponctuelles

Le quadruplet  $[T/\tau/\theta/\Theta]$  constitue une praxéologie ponctuelle, « ce dernier qualificatif signifiant qu'il s'agit d'une praxéologie à un unique type de tâches » (Chevallard, 1999, p. 226). Le type de tâches  $T$  regroupe les tâches pouvant être accomplies par une même technique  $\tau$ , justifiée par une technologie  $\theta$ , elle-même justifiée par une théorie  $\Theta$ . Les praxéologies ponctuelles s'organisent ensuite selon des niveaux correspondant à des agrégats successifs :

Un complexe de techniques, de technologies et de théories organisées autour d'un type de tâches forme une organisation praxéologique (ou une praxéologie) ponctuelle. L'amalgamation de plusieurs praxéologies ponctuelles créera une praxéologie locale, ou régionale ou globale, selon que l'élément amalgamant est, respectivement la technologie, la théorie ou la position institutionnelle considérée. (Bosch et Chevallard, 1999, p. 86)

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons aux praxéologies ponctuelles (comparer des contenances, mesurer des contenances, ...) constitutives de la praxéologie locale de la notion de contenance. Nous allons maintenant présenter le concept de Modèle Praxéologique de Référence. Celui-ci nous permettra de construire une référence par rapport à laquelle nous mènerons nos analyses pour répondre à nos questions de recherche.

### Modèle praxéologique de référence (MPR)

Pour définir ce qu'est un MPR et présenter les conditions de sa construction, nous nous appuyons sur les travaux de Bosch et Gascon (2005) et Jolivet (2018). Pour Jolivet (2018) :

Une Organisation Mathématique (OM) de Référence [ou MPR] est décrite à partir des OM savantes légitimant le processus d'enseignement. L'OM de Référence [ou MPR]

est celle que considère le chercheur pour son analyse, celle qui lui permettra de répondre à ses questions de recherche. (Jolivet, 2018, p. 104)

Pour concevoir leur MPR, Bosch et Gascon (2005), proposent de commencer par identifier les praxéologies à enseigner à partir des programmes et des manuels. Au regard des questions de recherche que nous nous posons et que nous présentons dans la partie 1.4, nous faisons le choix d'utiliser le savoir savant, l'analyse historique et didactique du savoir en jeu ainsi que les textes officiels pour construire le MPR. Les types de tâches et techniques issus des programmes sont justifiés par des technologies elles-mêmes justifiées par le savoir savant. Les propositions des manuels que nous considérons comme un savoir apprêté (Ravel, 2003) nous permettront de construire ce que nous avons choisi de nommer des Modèles Praxéologiques Apprêtés (MPA). Nous préciserons ce concept et sa raison d'être dans la partie 2.4.

### 1.2.2 La théorie des situations didactiques (TSD)

Dans cette partie, nous présentons la Théorie des Situations Didactiques (TSD). Cette théorie va nous permettre de définir le concept d'institutionnalisation. C'est une théorie qui peut être considérée comme fondatrice en didactique des mathématiques. Elle est introduite par Brousseau (1998). Dans les années 1970, il va s'élever contre l'idée prégnante de Comenius, penseur tchèque du XVII<sup>ème</sup> siècle, qui considère « que la didactique est l'art d'enseigner tout à tout le monde, [...] et qu'une méthode unique suffit pour toutes les matières » (Kuzniak, 2004, p. 18). En réaction à cette conception générale de la didactique, Brousseau insiste sur les spécificités liées au contenu mathématique et sur la nécessité d'études expérimentales et scientifiques le concernant. Inspiré par les travaux de recherche sur la psychologie cognitive de Piaget qui montre que le sujet est capable de construire ses propres connaissances en situation, Brousseau va se questionner sur la transposition didactique du savoir mathématique et les conditions nécessaires pour que les élèves apprennent grâce à des situations. Il définit une situation comme :

Un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujet (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. Le sujet détermine une certaine évolution parmi des états possibles et autorisés de ce milieu, vers un état terminal qu'il juge conforme à son projet. (Brousseau, 2010, p. 2).

Il introduit plusieurs types de situations. Ainsi une situation a-didactique est :



Une situation où la connaissance du sujet se manifeste seulement par des décisions, par des actions régulières et efficaces sur le milieu et où il est important pour l'évolution des interactions avec le milieu que l'actant puisse ou non identifier, expliciter ou expliquer la connaissance nécessaire. (Brousseau, 2010, p. 3).

Le savoir est donc construit grâce à une adaptation au milieu qui crée un apprentissage. L'enseignant propose donc une situation a-didactique que l'élève accepte et où l'enseignant n'est pas censé intervenir. Si la situation a-didactique a le premier rôle puisqu'elle permet la construction de connaissances par l'action, Brousseau (1984) va progressivement se rendre compte qu'en fait l'enseignant fait des apports indispensables à l'apprentissage. Il identifie alors cinq types de situations complémentaires permettant aux élèves d'apprendre : la dévolution, l'action, la formulation, la validation et l'institutionnalisation. La dévolution est « l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage (a-didactique) ou d'un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert » (Brousseau, 1998, p. 303). L'action est la situation où l'élève agit sur le milieu. La situation de formulation met en relation plusieurs élèves et l'enseignant avec le milieu. « Leur succès commun exige que l'un formule la connaissance en question à l'intention des autres qui en ont besoin pour la convertir en décision efficace sur le milieu » (Brousseau, 2010, p. 4). En ce qui concerne la situation de validation, c'est celle « dont la solution exige que les actants établissent ensemble la validité de la connaissance caractéristique de cette situation » (Brousseau, 2010, p. 4). Enfin nous terminons par la définition du dernier type de situation, l'institutionnalisation que nous reprendrons plus en détail dans la partie 1.3 puisqu'elle est au centre de notre travail de recherche. L'institutionnalisation « se dénoue par le passage d'une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures, personnelles ou collectives » (Brousseau, 2010, p. 4).

### 1.2.3 La théorie de la double approche didactique et ergonomique

Nous présentons, dans cette partie, le dernier cadre théorique que nous mobiliserons dans notre recherche pour analyser les pratiques des PES. Nous entendons par les pratiques « tout ce que les enseignants pensent, font, ne font pas, disent, taisent avant, pendant, après la classe et hors classe » (Robert, 2008, p. 59). Il nous semble pertinent d'utiliser un cadre issu d'une adaptation de la théorie de l'activité pour la didactique des mathématiques (Robert et Rogalski, 2002). Ce cadre permet d'examiner la complexité des pratiques de l'enseignant en prenant en compte que celui-ci est un individu unique qui enseigne dans un contexte particulier tout en

étant soumis à des prescriptions institutionnelles. Ce cadre est la théorie de la double approche didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement (Robert et Rogalski, 2002). Didactique car la finalité de l'activité de l'enseignant est de faire apprendre les élèves, ergonomique car il nous faut considérer l'enseignant comme un professionnel qui doit gérer « un environnement dynamique ouvert » donc complexe. (Robert, 2003).

Pour Rogalski (2008), la théorie permet d'analyser les processus qui sont en jeu quand un sujet agit (dans notre cas le sujet est le PES) et les processus par lesquels ses pratiques évoluent, ce qui lui permettra de se développer professionnellement. Les pratiques sont considérées dans la théorie comme un système complexe, cohérent et stable. Complexe car les pratiques se déploient dans l'exercice d'un métier qui les contraint de différentes manières. Analyser certains effets des contraintes permet de reconstituer la cohérence des pratiques de l'enseignant. Enfin stable dans le sens où les pratiques présentent un certain nombre d'invariants pour un même enseignant.

La double approche didactique et ergonomique :

Cherche [donc] à comprendre comment les enseignants peuvent investir les marges de manœuvre qui leur « restent », et qui doivent donc être reconnues par nous, au-delà des contraintes. Cela nous amène à travailler aussi bien du côté générique - pour délimiter ce qui est commun - que du côté individuel, pour mettre en évidence des variabilités entre enseignants. (Robert et Rogalski, 2002, p. 506).

Pour cela les auteurs vont caractériser les pratiques des enseignants au regard de 5 composantes : médiative, cognitive, institutionnelle, sociale et personnelle.

Les composantes médiative et cognitive renseignent sur les contenus mathématiques en jeu ainsi que sur leur organisation prévue par l'enseignant au cours des séances. La composante cognitive modélise l'organisation des tâches proposées par l'enseignant en fonction des connaissances visées, mais aussi les unes par rapport aux autres pour penser une succession cohérente. La composante médiative suppose que :

Le professeur observe et interprète des observables des activités effectives des élèves, pour inférer sur les connaissances mises en jeu pendant ces activités. Cela le conduit à repérer ce que les élèves arrivent à faire et ce qui ne marche pas, c'est ce qui peut guider le choix de ses aides, procédurales pour débloquer et permettre un début d'activité de certains élèves, ou constructives pour s'appuyer sur ce qui a déjà été fait ou vu en classe, afin de le valider et le généraliser. (Coulange et Robert, 2015, p. 84).

Les composantes personnelle, sociale et institutionnelle jouent un rôle déterminant pour comprendre les pratiques des enseignants. Ces composantes permettent de comprendre

comment les contraintes liées au métier ainsi que celles liées à la personnalité de l'enseignant influencent ses pratiques. La composante institutionnelle questionne la façon dont l'enseignant s'approprie les textes officiels ainsi que les manuels, comment il les met en œuvre dans un contexte contraint (horaires d'enseignement, travail à mi-temps, etc.). La composante sociale donne à voir l'influence d'un collectif sur les pratiques de l'enseignant (le regard des parents et des collègues, la relation souhaitée avec les élèves, leur âge et leurs spécificités sociales). La composante personnelle renvoie à la représentation<sup>4</sup> que l'enseignant a des mathématiques et de son enseignement au regard de son histoire et de ses expériences passées, d'élève par exemple.

La double approche didactique et ergonomique permet, par le passage aux composantes, d'analyser les pratiques des enseignants. Dans le cadre de notre recherche, cette analyse porte sur les pratiques d'institutionnalisation des PES.

### 1.3 L'institutionnalisation en didactique des mathématiques

Avant de préciser nos questions de recherche, il nous semble nécessaire de revenir plus en détail sur le concept d'institutionnalisation qui est au cœur de notre travail de recherche et que nous avons rapidement présenté dans la partie 1.2.2. Pour cela nous avons réalisé une revue de littérature en didactique des mathématiques et plus particulièrement de recherches de tradition francophone faisant référence au cadre théorique de la TSD. Nous compléterons cette revue de littérature de tradition francophone avec certaines études internationales, retenues en raison de la présence de processus similaires à celui de l'institutionnalisation.

Dans le cadre de la TSD (Brousseau, 1984), l'ensemble des chercheurs ayant travaillé sur l'institutionnalisation sont d'accord pour dire que c'est un processus qui permet de construire des savoirs à partir de connaissances inscrites dans une situation qui, dans l'idéal de la théorie, est a-didactique. Avant de définir plus précisément le concept d'institutionnalisation, il nous faut définir ceux de connaissance et de savoir.

Le savoir est un produit culturel de l'activité scientifique, dépersonnalisé, décontextualisé, détemporalisé, formulé, formalisé, validé et mémorisé. Une

---

<sup>4</sup> Nous utilisons le terme « représentation » dans la lignée de Robert et Robinet (1989). Une représentation est le résultat de l'activité mentale d'un individu qui reconstitue le réel en lui attribuant une signification en fonction de son vécu.

connaissance est ce qui réalise l'équilibre entre le sujet et le milieu, elle vit dans une situation - alors que le savoir vit dans une institution. (Margolinas, 2014, p. 188)

La connaissance est inscrite dans une situation, une expérience. Elle est liée au sujet qui l'a construite dans l'action. L'enjeu du processus d'institutionnalisation est de transformer la connaissance qui vit dans une situation en un savoir reconnu par l'institution, c'est-à-dire en connaissances partagées, réutilisables et légitimées institutionnellement. (Brousseau, 1997). Dans son glossaire, Coulange résume ceci ainsi :

La définition des savoirs apparaît donc très liée à celle des connaissances en théorie des situations didactiques. Les termes savoirs et connaissances permettent avant tout de distinguer des fonctionnalités différentes d'objets ou de notions mathématiques partagées. D'une part, le savoir désigne ce qui est légitimé culturellement ou déterminé institutionnellement, et donc partagé. Il n'est plus lié à l'histoire d'un sujet ou de sa rencontre avec une situation, mais est associé à celle d'un collectif, d'une institution. D'autre part, le savoir caractérise la reconnaissance de l'utilité et du caractère pérenne d'une connaissance : il s'agit de déterminer ce qui peut ou doit en être réutilisé à l'avenir, dans d'autres situations. (Coulange, 2012, p131)

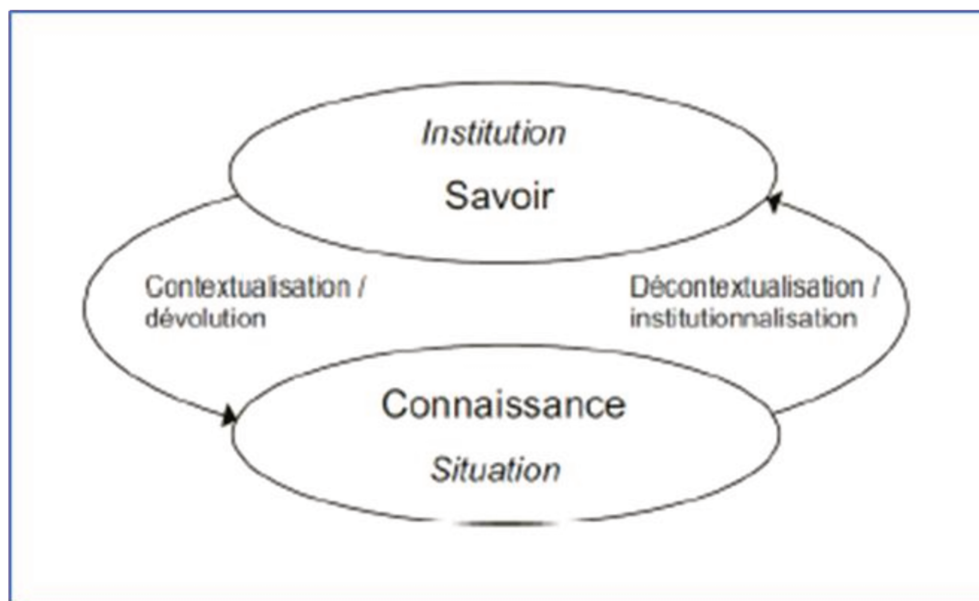


Figure 2 : Connaissance et savoir (Laparra et Margolinas, 2010)

Autrement dit les connaissances « se manifestent en situation par les transformations qu'elles opèrent et les pratiques dont ces transformations témoignent » (Rouchier, 1991, p. 95). Elles sont construites par les élèves dans l'action. Margolinas (2012) précise également que « si les connaissances ne restent que des modèles implicites d'action, elles ne pourront pas faire fonction de référence, elles restent fragiles et fugitives [...] l'étude de la didactique se situe dans cette circulation entre connaissance et savoir ». Cette circulation entre connaissance et savoir est schématisée par Laparra et Margolinas (2010) sur la Figure 2.

Les concepts de connaissance et de savoir étant définis, nous nous proposons maintenant de définir et de caractériser le concept d'institutionnalisation en TSD.

### 1.3.1 L'institutionnalisation en TSD

Comme nous avons déjà pu le préciser dans la partie 1.2.2, le schéma proposé pour construire des savoirs est celui de l'enseignant qui propose aux élèves une situation qui va leur permettre de construire une réponse grâce à une recherche (Brousseau, 1984). Ces situations dites a-didactiques permettent aux élèves de « fonctionner sans l'intervention du maître » (Brousseau, 1988, p. 17). La connaissance n'est pas donnée directement par l'enseignant, mais construite par l'élève et consécutive à l'adaptation de celui-ci au milieu, elle est étroitement liée à la situation qui est donc nécessaire, mais non suffisante (Margolinas, 2014). En effet, Brousseau (1984) va progressivement se rendre compte que même si la situation joue un rôle essentiel dans la construction de connaissances par l'action, elle ne permet pas à l'élève de transférer ses connaissances dans d'autres situations. Pour cela il doit transformer ses connaissances en savoir « en redécontextualisant le savoir qu'il a produit afin qu'il puisse connaître dans ce qu'il a fait quelque chose qui ait un caractère universel, une connaissance culturelle réutilisable » (Brousseau, 1988). L'aide de l'enseignant est indispensable dans cette construction.

J'ai commis l'erreur de croire en la possibilité d'une didactique « constructiviste », les faits d'abord, puis bientôt des raisonnements sur lesquels nous reviendrons ont montré la vanité de cet espoir et la nécessité de phases d'institutionnalisation qui donnent à certaines connaissances le statut culturel indispensable de savoir. De même que les théorèmes en actes s'évanouissent bientôt en l'absence de formulation et de preuves, les connaissances privées et même publiques restent contextualisées et vont disparaître dans le flot des souvenirs quotidiens si elles ne sont pas replacées dans un répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage. (Brousseau, 1997, p. 9)

Brousseau (1984) pointe donc le fait que l'enseignant ne peut pas se cantonner à proposer uniquement une situation mais il doit en fait, proposer des apports indispensables à l'apprentissage. Pour cela, Brousseau introduit les concepts de dévolution et d'institutionnalisation. Ils jouent un rôle essentiel pour étudier ce rapport qui va se nouer, ou non, entre l'élève et le savoir.

Lors du processus de dévolution, « faisant confiance à la situation », le professeur doit (au moins apparemment selon l'installation du milieu) se mettre en retrait dans la relation didactique, il doit « s'effacer » suffisamment pour permettre aux élèves de construire ou de mobiliser les connaissances nécessaires. En revanche la mise en œuvre

du processus d'institutionnalisation nécessite qu'il reprenne la main, qu'il « dévoile » l'objet de son enseignement au niveau des élèves et en tenant compte de ce qui s'est passé, qu'il assure explicitement la fonction de détenteur du savoir. (Butlen et al., 2014, p. 268)

Le processus d'institutionnalisation permet donc de rendre explicites les connaissances en jeu dans les situations. Il permet aux élèves de verbaliser ce qu'ils ont appris et à l'enseignant de rendre compte des apprentissages des élèves en reformulant si besoin. Le processus d'institutionnalisation permet d'accompagner l'élève dans le déséquilibre dû à la nouvelle situation en créant des liens entre l'ancien savoir et le nouveau. Enfin, c'est un moyen pour créer un savoir universel à partir d'un contexte particulier. L'institutionnalisation apparaît donc comme une réponse pour résoudre les paradoxes de l'enseignement que Brousseau a, à de nombreuses reprises, présentés et que Rouchier reformule ainsi :

- Il est difficile pour un élève d'imaginer, quand il a réussi, qu'il a pu le faire grâce à une connaissance nouvelle et non par ce qu'il savait déjà.
- Si le maître dit à l'élève ce qu'il faut qu'il fasse pour résoudre un problème, il tue la possibilité de certains apprentissages ; il pourrait pourtant être tenté de le faire.
- Maître et élève ne sont pas dans la même situation par rapport au savoir, l'un doit être transformé par le savoir, l'autre n'arrête pas de le rejouer, comme acteur de théâtre.
- Enfin l'élève a appris par adaptation à une situation, où se posera le problème de savoir comment cette adaptation peut se dépasser, s'exporter. (Rouchier, 1991, p. 30)

Avant de caractériser plus précisément le concept d'institutionnalisation, il nous semble important de montrer que ce concept a évolué dans le temps et que cela s'est traduit par une évolution du vocabulaire pour parler de l'institutionnalisation. En 1984, Brousseau parle de situation d'institutionnalisation tout comme on avait les situations d'action, de formulation ou de validation. Dans d'autres travaux, il parle de phase du processus didactique (Brousseau, 1988). On parlera ensuite de fonction d'institutionnalisation (Chevallard, 1991) et enfin de processus d'institutionnalisation (Margolinas, 1992).

C'est le terme de processus d'institutionnalisation que nous utiliserons, nous aussi, car il nous semble que c'est celui qui traduit le mieux le concept. La suite de cette partie justifiera ce choix.

Les enjeux de ce processus d'institutionnalisation étant posés, nous allons maintenant essayer de le caractériser.

### *Une double dimension dans le processus d'institutionnalisation*

Brousseau exprime clairement la nécessité d'une double reconnaissance : « la prise en compte officielle, par l'élève, de l'objet de la connaissance et par le maître, de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique » (Brousseau, 1988, p. 19).

Pour répondre à cette double reconnaissance, Allard (2015) pose l'existence d'une double dimension dans laquelle le processus d'institutionnalisation se développe.

Une dimension sociale correspond à la dimension du processus d'institutionnalisation qui va permettre de mettre sur la place publique le savoir en jeu, de s'accorder entre les différents interlocuteurs puis d'identifier le savoir en jeu en référence au savoir « *savant* », s'accorder sur la généralisation. En effet, avoir les mêmes références, c'est nécessaire pour communiquer, c'est utile pour faire partie de la société.

Une dimension cognitive correspond à la dimension du processus d'institutionnalisation qui va permettre d'ancrer, faire les liens entre les connaissances anciennes et nouvelles et de dépasser le particulier pour aller vers une généralisation pour un sujet. Institutionnaliser est utile pour la construction des apprentissages et plus précisément est une étape pour la construction de concepts. (Allard, 2015, p. 28)

Le processus d'institutionnalisation permet donc de construire une culture commune entre les élèves et l'enseignant. Brousseau rappelle l'importance de mettre en commun, de partager les connaissances pour que celles-ci puissent avoir l'occasion de passer du statut de connaissances privées au statut de savoir partagé à conserver en mémoire. Allard rappelle donc que cela permet d'atteindre « l'enjeu de l'institutionnalisation [qui] est de donner un statut social, collectif à une connaissance liée à une situation dans un contexte et dans un lieu donné » (Allard, 2015, p. 25). Ce processus doit également permettre à chaque élève de se construire à travers les apprentissages. L'enseignant doit offrir aux élèves les conditions nécessaires à l'appropriation et à la mémorisation des concepts. Pour cela, il doit mettre en œuvre deux processus : celui de dépersonnalisation et celui de décontextualisation.

### *Les processus de dépersonnalisation et décontextualisation*

Le processus d'institutionnalisation se déroule en plusieurs étapes définies par Brousseau (1984) et reprises par Allard (2015). Il intègre en fait des processus de décontextualisation, de dépersonnalisation, de recontextualisation et de repersonnalisation. Le schéma de la Figure 3 nous montre que pour transformer le savoir savant en savoir scolaire, l'enseignant vise une dépersonnalisation du savoir caractéristique de l'institution savante et une décontextualisation,



c'est-à-dire que le savoir est adapté à l'institution « école ». Il y a ensuite un processus de recontextualisation et repersonnalisation qui consiste à proposer une situation qui va permettre de construire la connaissance dans l'action. La situation va devenir une intrigue à résoudre pour les élèves grâce à la dévolution. À la suite du temps de recherche, le processus de décontextualisation et de dépersonnalisation va permettre de faire émerger le savoir en jeu grâce à une situation de formulation. Ce savoir de référence construit à l'école va être « replacé dans un répertoire spécial dont la culture et la société affirment l'importance et l'usage » (Brousseau 1997, p. 9).

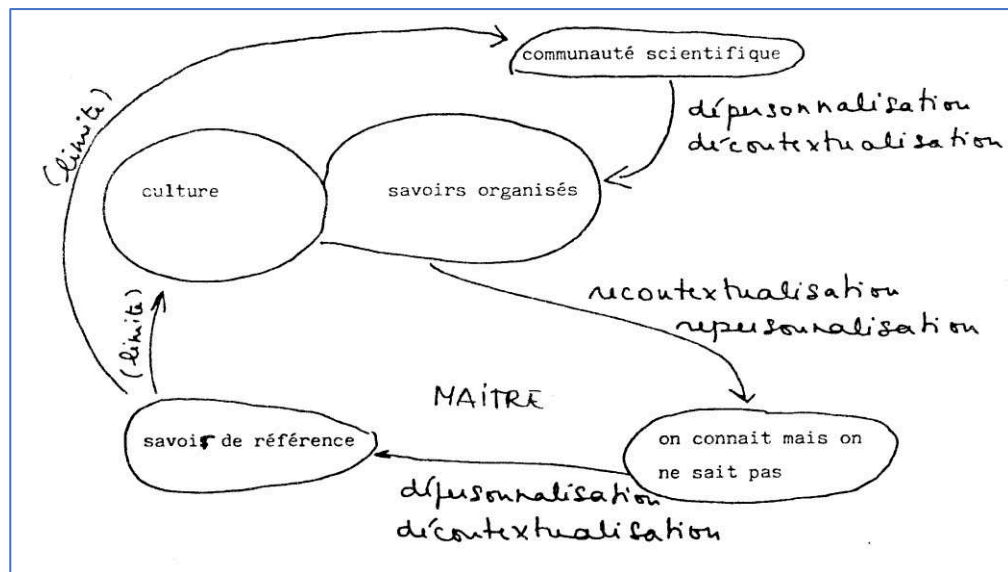


Figure 3 : L'institutionnalisation, transformation d'une expérience en savoir exportable (Brousseau, 1984)

### La dépersonnalisation

La dépersonnalisation d'un savoir en classe est décomposée en deux facettes selon Allard (2015). La première est propre à l'élève qui va devoir accepter d'abandonner ses propres résultats pour en accepter d'autres plus mathématiques, l'autre est didactique car c'est l'action de l'enseignant qui va permettre cette dépersonnalisation. Ce sont les échanges entre pairs, proposés par le professeur, qui vont permettre aux élèves, un peu comme dans une société savante, de présenter leur point de vue et éventuellement de produire un texte qui pourra être partagé et qui pourra témoigner des savoirs construits.

### La décontextualisation

La décontextualisation est une autre facette du processus d'institutionnalisation. L'enseignant a un double rôle. Il doit rendre le savoir qu'il veut enseigner accessible aux élèves en mettant en scène des situations (contextualisation) : c'est l'enjeu de la dévolution. Puis la



décontextualisation consiste en l'extraction des actions qui, en contexte, ont permis de résoudre la situation proposée. Elle permet de construire un savoir universel qui pourra être réutilisé, en le recontextualisant lors d'une prochaine situation. Allard (2015) met en avant un aspect important de la contextualisation, son rôle dans le soutien de la mémoire des élèves :

Le rappel d'un contexte favorise la mobilisation des connaissances d'une manière parfois plus économique que la lecture d'un texte décontextualisé. C'est alors que l'on peut parler de processus de contextualisation-décontextualisation-recontextualisation : le maître propose une situation pour laquelle les connaissances sont utilisées en contexte, puis décontextualise (afin de favoriser l'émergence du savoir) puis recontextualise (pour la mobilisation des connaissances afin de résoudre une nouvelle situation) en évoquant la situation et non les connaissances en jeu. (Allard, 2015, p. 34)

En effet, Vergnaud (1990) dans la théorie des champs conceptuels précise qu'un concept ne peut être réduit à sa seule définition quand il s'agit de l'apprentissage et de l'enseignement. Un élève apprend des situations qu'il rencontre. C'est donc bien dans l'action que le concept prend son sens, mais cela ne suffit pas. Il précise que la mise en mots est nécessaire pour acquérir un concept.

Toutefois l'action opératoire n'est pas le tout de la conceptualisation du réel, loin de là. On ne débat pas de la vérité ou de la fausseté d'un énoncé totalement implicite, et on n'identifie pas les aspects du réel auxquels il faut prêter attention, sans l'aide de mots, d'énoncés, de symboles et de signes. L'usage de signifiants explicites est indispensable à la conceptualisation. (Vergnaud, 1990, p. 145)

### La place donnée aux textes de savoir dans ces deux processus

Nous venons de montrer que les textes de savoir sont constitutifs de ces deux processus. Chevallard (1991) insiste sur l'importance du texte de savoir (écrit ou oral) car il permet la diffusion et la permanence du savoir. Pour lui, c'est un outil essentiel pour l'enseignant. C'est ce texte qui « fait seul exister l'enseignant comme tel, et qui est en même temps l'instrument thérapeutique principal. Puisque c'est par lui que l'enseignant agit pour enseigner, qu'il agira pour modifier les effets de l'enseignement » (Chevallard, 1991, p. 21). Allard (2015) précise que ces textes de savoir auront des rôles différents s'ils sont écrits ou oraux. Les textes de savoir oraux seront plutôt présents dans les phases de rappel et de formulation alors que ceux qui sont écrits seront au service de la mémorisation. Elle met également en avant dans son travail quelques limites concernant la conception de ces textes de savoir qui seront importantes à prendre en compte dans notre recherche :

- Quand les textes étaient décontextualisés et dépersonnalisés, nous avons noté une perte de sens possible entre les activités précédentes des élèves et ce texte de savoir. [...] Trop proche de leurs activités, le texte semblait souvent correspondre davantage à une correction qu'à une présentation du savoir, trop décontextualisé il n'aidait plus à la construction du savoir faute de liens avec les activités.
- Penser et écrire des textes de savoir ne semble pas constitutif des pratiques [des enseignants]. (Allard, 2015, p. 287)

Nous venons de montrer en quoi la dépersonnalisation et la décontextualisation permettent la construction de savoirs à partir de connaissances construites dans le contexte de la situation. Nous avons également montré la place donnée aux textes de savoir dans ce processus tout en identifiant un certain nombre de limites. Nous présentons maintenant l'aspect temporel du processus d'institutionnalisation.

### *Le processus d'institutionnalisation : un processus qui nécessite du temps*

Le processus d'institutionnalisation est pour Perrin-Glorian (1993) un processus progressif qui nécessite du temps. Elle distingue trois niveaux d'institutionnalisation :

- Les institutionnalisations locales réalisées juste après une résolution de problème.
- Les institutionnalisations qui permettent de mettre en relation l'ancien et le nouveau (qu'on rencontrera essentiellement dans les articulations entre les différentes séances d'une même notion).
- Les institutionnalisations plus globales qui renvoient à l'émergence du concept.

Allard (2015) rapproche les deux premiers niveaux d'institutionnalisation d'un processus qu'elle appelle le PCDR, le Processus de Contextualisation (par une situation d'action), de Décontextualisation (moment d'échange sur le savoir en jeu) et de Recontextualisation (lors de phases de rappel). Ce processus est attaché à une même situation. Chaque nouveau contexte amène un nouveau PCDR. Le troisième niveau d'institutionnalisation de Perrin-Glorian se rapproche de ce que Allard appelle le PTG, le Processus de Transfert et de Généralisation. Nous devons permettre à un élève qui a appris dans un contexte particulier de mobiliser la connaissance en jeu quel que soit le contexte. Il utilise le général pour résoudre le particulier. Le PTG englobe plusieurs PCDR qui relèvent de cycles courts, une séance par exemple, alors que le PTG relève d'un temps très long dont l'unité de temps n'est pas définie.

Allard précise également que « les contraintes associées tant du point de vue du matériel que de ce qui est enseigné permettent d'avancer qu'il existe des processus d'institutionnalisation, des potentialités de généralisation ou de décontextualisation variables selon la notion abordée » (Allard, 2015, p. 293). Le contenu mathématique travaillé sera donc également une variable dont dépendra le processus d'institutionnalisation.

Selon Allard, ces deux processus, PCDR et PTG, coexistent et peuvent aboutir à des textes de savoir oraux ou écrits qui auront des contenus et des formes différentes :

- Des textes de savoir qui conservent la trace de la situation étudiée pour le PCDR
- Des textes qui ne se réfèrent pas à la situation et au contexte de celle-ci pour le PTG.

Pour compléter cette revue de littérature, nous présentons des résultats internationaux, hors TSD. Nous faisons le choix des travaux japonais. Dans la tradition japonaise, la structure des leçons a été très travaillée. Nous pouvons noter un processus similaire à celui d'institutionnalisation, le *matome* qui montre la nécessité, pour l'enseignant, d'anticiper le savoir afin de construire le *matome* (résumé). Ces résultats viennent renforcer des idées partagées dans le cadre de la TSD.

### 1.3.2 Le *matome* dans l'enseignement mathématique japonais

Des études (Stigler et Hiebert, 1999) ont montré qu'en fonction des pays, on pouvait identifier des régularités ou « scripts » dans la structure d'une leçon de mathématiques. Ces « scripts » sont des phénomènes enracinés dans la culture enseignante du pays. Miyakawa et Winsløw (2008) décrivent ainsi le script d'une leçon japonaise :

La leçon japonaise s'ouvre normalement par un problème ouvert (*hatsumon* : poser une question), introduit par l'enseignant. Ce problème a bien sûr un composant mathématique, mais il relève souvent d'un contexte de « la vie de tous les jours ». Il est ouvert dans le sens où ni la solution, ni les méthodes ne sont « évidentes » ou même uniques ; mais il permet des hypothèses assez immédiates chez les élèves. Il y a ensuite une période de travail individuel (ou en groupes) où les élèves cherchent une méthode pour résoudre le problème (*kikan-shido* : enseignement entre les bureaux). C'est une situation a-didactique où l'enseignant observe attentivement le travail de chaque élève (en se déplaçant dans la classe, mais sans intervenir, si ce n'est pour préciser, en cas de besoin, la tâche proposée). De cette manière, l'enseignant s'informe des différentes hypothèses et méthodes générées par les élèves. Dans la phase suivante, le *takuto*, l'enseignant appelle des élèves à présenter leur résolution à la classe, oralement ou au tableau ; il est important qu'il puisse mettre en évidence ainsi une diversité d'approches, qui font ensuite l'objet d'une discussion pour toute la classe (*neriage* : élaboration). A

la fin, l'enseignant fait le point (*matome* : résumé) en résumant le travail accompli. Il peut proposer un travail à accomplir à la maison où dans la leçon suivante. (Miyakawa et Winsløw, 2008, p. 3)

Nous pouvons constater que ce script se rapproche de ceux construits dans les travaux issus de la TSD que nous avons présentés dans la partie 1.3.1. C'est la phase du *matome* qui nous intéresse car c'est celle qui se rapproche du processus d'institutionnalisation de la TSD au niveau local selon Perrin-Glorian (1993) ou des PCDR d'Allard (2015). Le *matome* est le résumé de ce qui a été appris pendant la séance, il est similaire au texte de savoir qui pourrait être produit à la fin du PCDR. Il s'appuie sur les procédures mises en œuvre par les élèves (procédures qui sont partagées lors du temps d'échange entre les élèves et l'enseignant (*neriage*)) tout en identifiant clairement le savoir à construire. La synthèse est inscrite au tableau, ce passage par l'écrit est un passage obligé dans le script de la leçon. Il joue un rôle dans la construction collective du savoir et a un rôle de mémoire (Batteau et Miyakawa, 2020). La Figure 4 présente le *matome* d'une leçon où les élèves devaient mesurer la longueur du couloir de l'école. Ils pouvaient utiliser tout ce qui les entoure. Dans ce *matome*, nous pouvons identifier l'expression mathématique qui permet de répondre au problème : la longueur de l'unité choisie multipliée par le nombre d'unités choisies est égale à la longueur entière. Cette réponse décontextualisée est accompagnée de deux exemples contextualisés, un utilisant l'écartement du compas et l'autre la taille d'un élève. Ce *matome* est partiellement décontextualisé. L'expression mathématique est accompagnée d'exemples qui font référence à la situation.

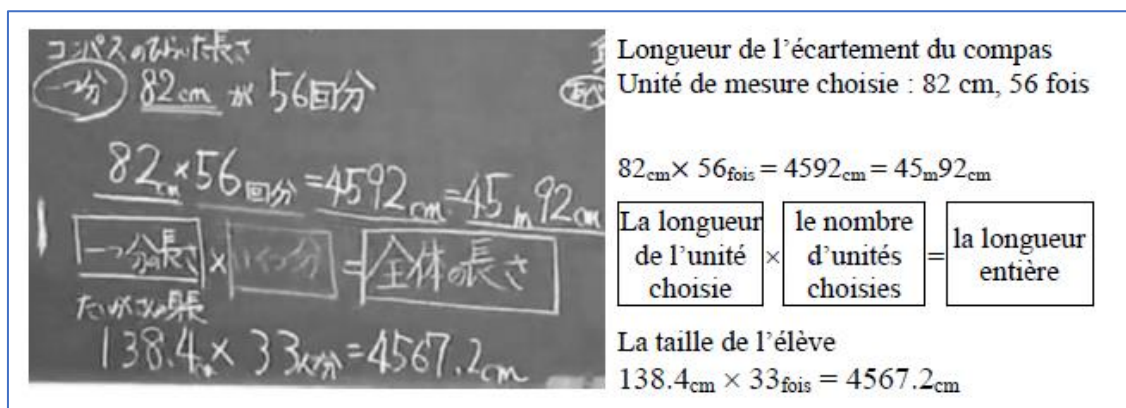


Figure 4 : *Matome* extrait de l'article de Batteau et Miyakawa (2020)

Ce passage par l'écrit nécessite de l'enseignant d'avoir bien identifié le savoir à construire donc de l'avoir anticipé. Dans leurs travaux, Butlen et al. (2014) montrent que pour accéder au savoir, les élèves ont besoin « d'institutionnalisations claires pointant les connaissances mathématiques » (Butlen et al., 2014, p. 266). Ces différents résultats de recherche ainsi que les

résultats des enquêtes internationales qui visent à comparer les acquis scolaires des élèves de différents pays et qui placent le Japon parmi les meilleurs pour ses résultats en mathématiques, nous amènent à faire l'hypothèse que proposer un texte de savoir écrit qui peut se rapprocher du matome facilite les apprentissages des élèves.

#### 1.4 Questions de recherche

Les éléments théoriques ainsi que la revue de littérature sur l'institutionnalisation en didactique ayant été introduits, nous allons maintenant pouvoir présenter les questions de recherche en lien avec le questionnement précédemment détaillé et auxquelles nous tenterons de répondre.

Le processus d'institutionnalisation diffère en fonction du contenu mathématique retenu (Allard, 2015). Nous avons déjà précisé que nous faisons le choix de travailler sur le domaine des grandeurs et mesures au cycle 2 en France dans le contexte des programmes de 2020. Il nous faut donc nous questionner sur l'organisation des contenus mathématiques pour la grandeur contenance au cycle 2. C'est l'objet de notre première question de recherche.

QR1 : Quelles sont les différentes praxéologies présentes en cycle 2 dans le domaine des grandeurs et mesures, pour la grandeur contenance ? Comment sont-elles articulées entre elles ?

Une fois le savoir en jeu caractérisé, nous nous proposons d'objectiver notre constat de départ : les PES rencontrent des difficultés pour institutionnaliser les savoirs. C'est l'objet de notre deuxième question de recherche.

QR2 : Quelles sont les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Une fois les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES identifiées, nous chercherons à identifier comment la formation initiale peut les influencer en répondant à notre troisième question :

QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Quant à l'économie générale de notre texte, l'exploration des praxéologies est abordée dans le cadre de notre partie 2 et la présentation des pratiques ordinaires d'institutionnalisation

s'inscrit dans la partie 3. Les conditions nécessaires pour qu'une formation initiale puisse faire évoluer les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES sont traitées dans les parties 4 et 5.

Nos questions de recherche définies, nous allons, dans la partie suivante, présenter la méthodologie générale de cette recherche.

## 1.5 Méthodologie générale

Pour répondre aux différentes questions de recherche annoncées, cette recherche fait appel à des méthodologies variées. Nous avons donc fait le choix de présenter ces méthodologies spécifiques dans chacune des parties de cet écrit, là où elles sont utilisées.

Aussi dans cette partie de méthodologie générale, nous contenterons-nous de présenter succinctement les différentes méthodologies mobilisées ainsi que les terrains de cette recherche. Une synthèse des différentes méthodologies mobilisées est proposée pour terminer cette partie (Tableau 1).

Notre premier travail a consisté à mener une analyse épistémologique du savoir en jeu, soit celle de la grandeur contenance et sa mesure. Pour cela nous avons réalisé une analyse mathématique, didactique et de transposition du savoir qui nous a permis de construire un MPR et des MPA nous permettant de répondre à la question QR1 ci-dessus.

Pour répondre à la question QR2 sur les pratiques ordinaires, nous avons construit et analysé un questionnaire proposé à l'ensemble des PES inscrits à l'ISFEC Bretagne et à l'INSPE de Rennes pour l'année scolaire 2020-21. Le concours étant le même et le cahier des charges de formation aussi, cela nous a fourni un échantillon plus important. Ce questionnaire nous a permis de recueillir les pratiques ordinaires d'institutionnalisation déclarées des PES dans le domaine des grandeurs et mesures. Nous avons complété ces données en récoltant et en analysant tous les documents de préparation de deux PES de l'ISFEC qui concernent les séances où la grandeur contenance est travaillée. Nous avons ensuite mené un entretien avec chacun des deux PES pour leur permettre d'explicitier et de justifier leurs choix. Il aurait probablement été pertinent d'observer ces PES dans leur contexte de classe mais le contexte sanitaire, à ce moment de la recherche, ne nous l'a pas permis.

Nous avons ensuite mis en place une méthodologie spécifique pour répondre à la troisième question QR3 : « Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances

professionnelles et les pratiques d’institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ? » Pour cela nous avons proposé un module de 6h sur le thème des grandeurs et mesures en janvier 2022 à des PES inscrites à l’ISFEC et qui ont obtenu le concours CRPE en juin 2021. Dans la mesure où les PES sont en formation en institut à mi-temps et enseignent, sur l’autre mi-temps, dans un établissement, nous avons pu aller observer 3 PES dans leur contexte de classe après qu’elles aient vécu le temps de formation. Chacune des visites a été suivie d’un temps d’entretien. Il nous semble important de préciser, dès à présent, un éventuel biais dans cette recherche. En effet la formatrice et la chercheuse sont la même personne. Aussi quand les PES sont observées dans leur classe, c’est par la formatrice qui a dispensé la formation. Nous sommes consciente de ce biais et nous en tiendrons compte autant que possible dans nos analyses.

Afin de respecter les obligations du chercheur en matière de protection des données personnelles, nous avons recueilli l’accord de chacune des PES et des parents des élèves filmés. Nous les avons informés du contexte d’utilisation et de protection des données ainsi que de leurs droits d’accès, de rectification ou de suppression par rapport à celles-ci.

Nous présentons succinctement, dans le tableau ci-dessous (Tableau 1), les différents éléments méthodologiques que nous détaillerons dans chacune des parties concernées.

Période	Méthodologies mises en œuvre
Méthodologie pour répondre à notre première question de recherche : Quelles sont les différentes praxéologies présentes en cycle 2 dans le domaine des grandeurs et mesures, pour la grandeur contenance ?	
Année 2020-21	Analyse épistémologique du savoir en jeu.  Analyse mathématique, didactique et de transposition pour la grandeur contenance et sa mesure.  Construction de MPR et MPA.
Méthodologie pour répondre à notre deuxième question de recherche : Quelles sont les pratiques ordinaires d’institutionnalisation des PES ?	
Février 2021	Questionnaire en ligne à destination des PES de l’ISFEC et de l’INSPE. Recueil déclaratif des pratiques ordinaires d’institutionnalisation des savoirs dans le domaine des grandeurs et mesures des PES.
Juin 2021	Entretiens avec deux PES sur leurs pratiques ordinaires dans le domaine des grandeurs et mesures. Une attention particulière est portée sur le processus d’institutionnalisation.



Méthodologie pour répondre à notre troisième question de recherche : A quelles conditions une formation initiale peut-elle faire évoluer les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES ?	
Année 2021-22	<p>Octobre à décembre 2021 : Construction et analyse a priori d'un temps de formation à proposer aux PES de l'ISFEC.</p> <p>Janvier 2022 : Implémentation de la formation.</p> <p>Février à mai 2022 : Analyse de l'impact de cette formation sur les connaissances et les pratiques simulées des PES.</p> <p>Nous utilisons la méthodologie de l'Ingénierie Didactique de Formation pour concevoir et analyser l'impact de notre temps de formation. Cette méthodologie est présentée dans la partie 4.</p>
Juin 2022	Observations dans les classes de trois PES qui ont participé au temps de formation puis entretien avec chacune des formées.

*Tableau 1 : Récapitulatif des méthodologies mises en œuvre dans notre recherche*

## Pour résumer

Dans cette première partie, nous présentons le contexte de notre recherche : celui de PES qui rencontrent des difficultés à institutionnaliser le savoir construit avec leurs élèves. Nous faisons le choix d'un contenu mathématique particulier et d'un cycle de l'école primaire pour questionner la construction de ce processus d'institutionnalisation par les PES : la grandeur contenance en cycle 2 (élèves âgés de 6 à 9 ans).

Nous présentons ensuite les différentes théories que nous allons mobiliser pour répondre à nos questions de recherche :

- La théorie anthropologique du didactique,
- La théorie des situations didactiques,
- La double approche didactique et ergonomique.

Le processus d'institutionnalisation étant au cœur de notre travail de recherche, nous avons réalisé une revue de littérature sur cette question. Nous avons synthétisé les travaux menés en TSD, le cadre théorique que nous mobilisons dans notre recherche mais aussi des travaux internationaux qui viennent enrichir cette première synthèse.

Ces différents éléments présentés, nous avons pu poser nos trois questions de recherche :

- QR1 : Quelles sont les différentes praxéologies présentes en cycle 2 dans le domaine des grandeurs et mesures, pour la grandeur contenance ? Comment sont-elles articulées entre elles ?



- QR2 : Quelles sont les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?
- QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Nous terminons en présentant la méthodologie générale que nous mettrons en œuvre dans cette recherche pour répondre à nos questions. Cette méthodologie sera plus précisément présentée dans chacune des parties où elle sera mise au travail.





## Partie 2 : La grandeur contenance : analyse épistémologique

Dans cette seconde partie, nous nous proposons de répondre à notre première question de recherche :

QR1 : Quelles sont les différentes praxéologies présentes en cycle 2 dans le domaine des grandeurs et mesures, pour la grandeur contenance ? Comment sont-elles articulées entre elles ?

Pour répondre à cette question de recherche, il nous faut introduire des éléments épistémologiques de différentes natures. Tout d'abord, nous présentons une analyse mathématique et didactique du savoir en jeu. Nous nous intéressons dans un second temps aux documents officiels de cycle 2, pour le domaine des grandeurs et mesures. Ces différentes analyses nous permettent de construire et justifier notre Modèle Praxéologique de Référence (MPR) pour la grandeur contenance en cycle 2. Nous terminons cette partie par l'analyse d'une sélection de manuels, ressources qui sont largement utilisées par les enseignants. Pour chacun des manuels, nous construisons un Modèle Praxéologique Apprêté que nous comparons au MPR construit pour la grandeur contenance au cycle 2. Nous cherchons également à caractériser les textes de savoir présents dans les manuels au regard du MPR.

### 2.1 Les grandeurs et mesures : analyses mathématique et didactique

Le savoir mathématique retenu dans notre recherche est celui des grandeurs et mesures, plus particulièrement la grandeur contenance. Afin de circonscrire au mieux notre domaine d'étude, nous menons une analyse mathématique puis didactique de ce savoir. Ces analyses, complétées d'une analyse du savoir à enseigner à partir des textes officiels, nous permettront de construire un MPR pour la grandeur contenance au cycle 2.

#### 2.1.1 Analyse mathématique

Lorsque l'on cherche une définition des concepts de grandeur et de mesure dans un dictionnaire, il n'est pas rare qu'un des deux concepts soit utilisé pour définir l'autre. Il semble donc nécessaire de revenir précisément sur ces termes et de préciser ce qui les lie.

Pour préciser le lien entre les grandeurs et leurs mesures, nous reprenons le cadre théorique de la « construction d'une grandeur » que Colmez (1995) explicite dans un texte destiné à la commission inter IREM « premier cycle ». Il précise que tout problème de mesure comporte trois ensembles (les objets, les grandeurs et les nombres) et trois applications :

- La première à chaque objet associe sa grandeur.
- La deuxième à chaque objet associe sa mesure.
- La troisième associe à chaque grandeur sa mesure pour la grandeur unité choisie.

Nous pouvons représenter le cadre théorique ci-dessus grâce à la Figure 5 ci-dessous.

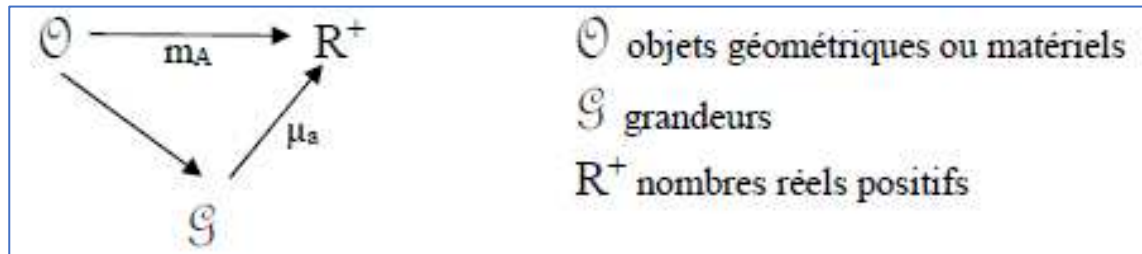


Figure 5 : Cadre théorique de la construction d'une grandeur.

Dans cette théorie, qui caractérise assez bien le positionnement des mathématiciens, à une grandeur donnée correspond un nombre qui dépend de la grandeur de référence encore appelée unité.

Ce cadre théorique posé, nous pouvons constater qu'il est nécessaire d'explicitier les différents concepts et relations en lien avec les grandeurs et mesures.

### Les grandeurs

En ce qui concerne les grandeurs, Brousseau précise en 2001 que ce concept qui est utilisé dans un grand nombre d'articles, n'est pas défini dans l'index de l'Encyclopédie Universalis. Les grandeurs ne sont finalement pas si simples à définir car elles renvoient « à l'appréhension de phénomènes provoqués à partir de dispositifs relevant du monde matériel, physique ou vivant » (Noirfalise et Matheron, 2009, p137). Les grandeurs font donc partie de notre quotidien comme le montrent les deux exemples suivants :

- Les fruits coûtent plus cher que d'habitude.
- La température est plus chaude cette année.

Pour pouvoir porter de tels jugements, il faut que l'on ait au préalable fréquenté des situations ou phénomènes de même nature possédant un caractère commun, afin de pouvoir les comparer.

Pour chaque objet ou phénomène qui nous entoure, nous pouvons identifier différentes grandeurs qui servent à les décrire. Pour une voiture, différentes grandeurs sont identifiables : sa largeur, sa longueur, sa masse, sa couleur, sa vitesse, son volume, sa capacité, etc. En ce qui

concerne ces grandeurs, on peut conclure que certaines sont comparables mais pas d'autres. Si je souhaite comparer une voiture de couleur rouge à une voiture de couleur verte, je ne peux pas dire que la voiture verte est plus colorée que la rouge. Dans notre étude nous nous intéresserons aux grandeurs mesurables. Pour définir le concept de grandeur mesurable, nous reprenons les travaux de l'APMEP (1982) et du groupe ERMEL (1997) qui se sont essayés à une définition aujourd'hui largement partagée dans le contexte scolaire :

Si on appelle grandeur tout caractère d'un objet ... susceptible de variations chez cet objet ou d'un objet à un autre (APMEP, 1982, p. 11), celles pour lesquelles on pourra définir :

- une relation d'équivalence (comme « aussi long que ... » pour les longueurs),
  - une relation d'ordre (comme « plus long que... »),
  - une opération interne (sommation),
  - une opération externe (multiplication par un nombre. Il est possible de parler d'une tige deux fois plus longue qu'une autre),
- seront qualifiées de grandeurs mesurables. (ERMEL, 1997, p. 295)

C'est sur une de ces grandeurs mesurables que nous mènerons notre recherche : la contenance ou encore capacité. Nous en donnerons une définition précise dans une partie suivante mais dès à présent nous souhaitons définir les relations et opérations sur les grandeurs en prenant comme exemple cette grandeur contenance qui s'applique sur des objets qui sont des « récipients ».

- Pour définir la notion de contenance, nous utilisons le principe de transvasement.
- Deux récipients A et B ont même contenance  $c(A) = c(B)$  si, quand on transvase le récipient A plein dans le B, le récipient B est également plein sans qu'il en reste dans le premier.
- On peut également définir une relation d'ordre sur les contenances :  $c(A) > c(B)$  si en transvasant le contenu du récipient A plein dans le récipient B, le second est plein et qu'il en reste dans le récipient A.
- Le récipient C a pour contenance la somme des contenances des récipients A et B,  $c(C) = c(A) + c(B)$ , si en transvasant les récipients A et B pleins, le récipient C est plein et les deux autres vides.
- Enfin, n récipients identiques de contenance A ont une contenance globale qui est n fois la contenance du récipient initial.  $c(n \times A) = n \times c(A)$

Pour vérifier les différentes relations et opérations sur la grandeur contenance, il est possible d'utiliser une comparaison directe (le récipient A plein est transvasé dans le récipient B) ou une comparaison indirecte (un autre récipient ou d'autres récipients identiques sont utilisés pour comparer les deux récipients A et B pleins). Cette manipulation physique d'objets est soumise à une marge d'erreur liée à l'expérience. Notre vue bien que performante peut ne pas voir une très petite différence de contenance entre deux récipients, alors que cette différence existerait mathématiquement. L'équivalence mathématique recherchée fait que nous considérons, lors du mesurage, cette petite différence comme négligeable dans le contexte scolaire.

Deruaz et Clivaz (2018) proposent également une définition pour les grandeurs mesurables : « On appelle grandeurs mesurables des caractéristiques qui peuvent être associées à une relation d'équivalence et qui permettent d'ordonner objectivement un ensemble d'objets de même nature » (Deruaz et Clivaz, 2018, p. 102). Ces différentes définitions mettent en avant qu'il est possible de comparer des objets sans faire intervenir la mesure. Nous pouvons dire qu'une bouteille peut contenir plus d'eau qu'une autre sans savoir quelle est la quantité d'eau contenue. Pour cela, nous transvasons le contenu de l'une dans l'autre. Cela suppose, cependant, que l'élève ait, au préalable, développé la conservation des grandeurs, c'est-à-dire pouvoir dégager de l'objet une de ses propriétés et être capable de conscientiser que bien que l'objet subisse certaines transformations, la grandeur reste inchangée. Les transformations qui n'altèrent pas la grandeur sont celles de la position de l'objet dans l'espace et celle de la forme de l'objet (Piaget, 1941).

Le concept de grandeur, et dans le cas qui nous intéresse de grandeur mesurable, étant défini, nous allons maintenant définir celui de mesure, qui semble indissociable de celui de grandeur dans de nombreux ouvrages, et préciser ce lien qui les unit.

### *La mesure*

Dans le cas des contenances que nous avons détaillé ci-dessus, la comparaison directe de grandeurs peut, ici, permettre de conclure mais ce n'est pas le cas pour toutes les grandeurs. Perrin-Glorian (1999) donne l'exemple des aires pour lesquelles il n'est pas toujours possible de conclure pour toutes les comparaisons.

Il peut parfois être plus simple et plus fiable d'avoir recours au mesurage qui permet de représenter par un nombre la grandeur à laquelle on s'intéresse. On associe à un objet une

mesure concrète, c'est-à-dire un couple constitué d'un nombre et d'une unité de mesure socialement convenue ou arbitraire.

C'est pour simplifier l'usage des grandeurs et leur comparaison en toutes circonstances qu'on a inventé des dispositifs qui permettent d'utiliser les nombres afin de les comparer et les ajouter. Noirfalise et Matheron (2009) donnent la définition suivante de la mesure d'une grandeur :

Mesurer une grandeur consiste à associer à cette grandeur un nombre exprimant un rapport entre cette grandeur et une grandeur de même espèce prise comme référence ; c'est-à-dire un nombre tel qu'en multipliant cette grandeur de référence par ce nombre on obtienne la grandeur en question. (Noirfalise et Matheron, 2009, p147).

Passelaigue (2011) propose la définition suivante :

Mesurer consiste à exprimer sous forme d'une valeur numérique la grandeur physique qui caractérise l'état du système. Cette expression nécessite l'utilisation d'une grandeur de même nature dont la valeur est choisie comme référence. (Passelaigue, 2011, p. 54)

C'est donc la comparaison à une référence constituant l'unité qui va permettre d'obtenir une donnée numérique. La mesure implique donc le choix d'un étalon, c'est-à-dire une grandeur de même espèce qui est prise comme référence. Le choix de cet étalon est important dans les situations de communication car il faut que cette référence soit une référence socialement partagée par les différents interlocuteurs.

Au cours de l'histoire, différents systèmes métrologiques ont été utilisés. Le système suméro-babylonien est le plus ancien mais aussi le plus perfectionné. Il utilise une base soixante en base principale et une base auxiliaire, dix. On peut également trouver la métrologie babylonienne transmise par les Grecs. Beaucoup de ces systèmes utilisent des mesures en lien avec le corps humain. C'est le cas, entre autres, des Grecs et des Romains. Le système romain est utilisé dans de nombreux territoires, ce qui facilite les échanges commerciaux jusqu'à la chute de l'empire Romain. Ensuite, chaque contrée va peu à peu utiliser ses propres unités de mesure. Elles portent parfois le même nom mais ont des valeurs différentes. Une véritable confusion règne en France jusqu'au 19<sup>ème</sup> siècle. De nombreux rois à travers les différents siècles vont essayer de rendre obligatoire une unité mais en vain. Il faudra attendre 1790 pour que soit engagée une réforme du système métrologique menée par l'académie des sciences. Les étalons ont été plusieurs fois changés, lorsque de nouvelles méthodes de mesure, plus précises, sont apparues. Il faudra attendre 1875 pour que des étalons stabilisés soient définis par le bureau international des poids et mesures. Cependant la définition officielle des unités est



régulièrement revue. En ce qui concerne le litre, en 1795, il est défini comme « la mesure de capacité, tant pour les liquides que pour les matières sèches, dont la contenance sera celle du cube de la dixième partie du mètre » (loi du 7 avril 1795). Autrement dit, le litre est défini comme étant égal au décimètre cube. En 1901, le Bureau international des poids et mesures définit le litre comme « le volume occupé par la masse de 1 kilogramme d'eau pure, à son maximum de densité et sous la pression atmosphérique « normale » ». Cette définition est abrogée en 1964. Le litre est désormais défini comme un nom spécial du décimètre cube.

En fonction des époques, le lien entre nombres et grandeurs a varié. Il nous semble donc maintenant important de montrer quelle place est donnée aux grandeurs dans différentes théories mathématiques.

### *Relation entre grandeurs et nombres dans les théories mathématiques*

Comme nous l'avons montré précédemment, grandeurs, mesures et nombres sont liés. Cependant en fonction des époques, les relations entre eux ont pu être différentes. Alors que des textes très anciens de mathématiques comme les éléments d'Euclide (Euclide, Trad. Vitrac, 1990-2001) témoignent de l'importance des grandeurs en mathématiques, cette place va être amenée à évoluer en fonction des époques. La découverte des grandeurs incommensurables ainsi que l'apparition de la physique mathématique vont accélérer la mise à l'écart des grandeurs du domaine mathématique. La théorie des ensembles va modifier la place des grandeurs dans la construction des nombres. Pour Couturat (1905), la construction des nombres à partir des grandeurs est une vision traditionnelle des mathématiques :

La conception traditionnelle des mathématiques, qui a régné jusqu'au milieu du XIX<sup>ème</sup> siècle, faisait de la grandeur l'objet essentiel de cette science, le nombre lui-même était considéré comme une espèce de grandeur, la grandeur discrète, par opposition à la grandeur continue. (Couturat, 1905, p. 98).

De la même manière dans l'histoire de l'enseignement, le lien entre nombres et grandeurs varie en fonction des époques. Les mathématiques modernes vont se développer sans référence aux grandeurs. Elles s'appuient sur la théorie des ensembles. Lebesgue (1975) précise qu'« en mathématiques, on peut se passer des grandeurs. Ce sont les nombres, seuls, qui servent en mathématiques ; libre à chacun de surajouter à ces notions mathématiques des notions métaphysiques mais celles-ci ne doivent pas intervenir dans l'enseignement » (Lebesgue, 1975, p. 56). Pour lui, seules des relations numériques sont possibles en mathématiques. Plus tard, d'autres, comme Rouche (1992), vont axiomatiser les grandeurs. Rouche (1992) élabore un

cadre théorique pour l'étude élémentaire des grandeurs, des nombres et des opérations. Il propose d'une part une étude des grandeurs proche de l'expérience et d'autre part une axiomatique. Chambris résume ainsi la théorie de Rouche :

Rouche repère *dans le réel* des axiomes nécessaires à la construction d'un ensemble de grandeurs et d'objets *ad hoc*. Il définit axiomatiquement un ensemble d'objets doté de *bonnes* propriétés. Il tire ensuite de son ensemble d'objets un ensemble de grandeurs puis, de cet ensemble de grandeurs, l'ensemble des rationnels. Un des projets de Rouche est de faire en sorte que les nombres remplacent les grandeurs dans les calculs. Ils sont, en effet, plus faciles à manier. Pour ce faire, il faut parvenir à remplacer les grandeurs par leur mesure. (Chambris, 2008, p. 92)

Le point de vue de Rouche est partagé par d'autres chercheurs qui montrent que le recours aux grandeurs est nécessaire pour construire les décimaux avec de jeunes élèves :

Dans l'enseignement des mathématiques au niveau de l'école, il semble difficile de reconstruire les nombres et la géométrie sans faire appel aux grandeurs. Ces dernières semblent ainsi cantonnées au début de la construction, qu'il s'agisse des mathématiques savantes ou de celles qui sont à enseigner en classe, leur remplacement par leur mesure les faisant ensuite passer au second plan. (Pressiat, 2009, p. 467)

Les concepts de grandeurs et mesure étant définis, les relations qui les relient explicitées, nous nous proposons maintenant de préciser le concept de contenance qui va être au cœur de notre recherche.

## Contenance

C'est le terme de contenance qui est utilisé dans les programmes de 2020 et très majoritairement dans les manuels récents. Le terme de capacité peut parfois être rencontré. Il nous semble donc nécessaire de préciser le vocabulaire.

Nous avons cherché les définitions de contenance et capacité sur le Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales (CNRTL<sup>5</sup>). Pour contenance, nous avons obtenu la définition : « Ce qui peut être contenu dans les limites d'un contenant. (Quasi-) synonyme. Capacité ». Pour capacité, nous avons trouvé : « aptitude à contenir, quantité, volume de matière ou d'énergie contenu ou stocké dans un contenant ». Nous avons poursuivi notre recherche en utilisant un dictionnaire de mathématiques<sup>6</sup>. Dans cet ouvrage nous avons seulement trouvé la définition de capacité : « mesure de la contenance d'un récipient ». La

---

<sup>5</sup> CNRTL consultable à l'adresse <https://www.cnrtl.fr/>

<sup>6</sup> Dictionnaire de mathématiques consultable à l'adresse <https://www.netmaths.net/lexique/capacit%C3%A9>

définition de contenance ne s'y trouve pas. Il semblerait donc que capacité fasse partie du vocabulaire mathématique contrairement au terme de contenance. Cependant, contrairement aux programmes plus anciens, c'est ce terme de contenance qui est retenu depuis les programmes de 2002. C'est donc aussi celui que nous utiliserons dans notre recherche. Le mot capacité peut aussi évoquer la contenance d'autres objets que des récipients : la capacité du local en tables, en personnes. Il s'agit alors de grandeurs discrètes. On parle aussi de capacité de mémoire informatique. En ce qui nous concerne, dans notre étude nous considérerons que les contenus sont des liquides ou de la matière à l'état granulaire (sable, semoule, ...). La contenance pourra renvoyer au plus grand volume de matière qu'un récipient peut contenir, soit le volume maximum du contenant ou au volume de matière contenu réellement dans un récipient. Pour comparer des contenance, les actions physiques possibles sont de juxtaposer, d'emboîter, de transvaser d'un récipient à l'autre, de transvaser dans un ou des récipients référents.

### 2.1.2 Analyse didactique

Le savoir mathématique en jeu étant défini, nous allons maintenant présenter des travaux en didactique des mathématiques qui vont nous permettre, ensuite, de caractériser l'approche de l'enseignement-apprentissage des grandeurs et mesures à l'école en France. Comme nous l'avons déjà précisé cet éclairage ne se prétend pas exhaustif. Il va nous permettre d'identifier les grandes tendances de cet enseignement-apprentissage. Pour cela, nous présenterons les résultats d'études anglo-saxonnes puis ceux d'études francophones menées depuis la deuxième moitié du 20<sup>ème</sup> siècle.

#### *Les études anglo-saxonnes*

Les recherches anglo-saxonnes sur l'apprentissage des grandeurs et mesures se réfèrent largement à la psychologie génétique (Piaget, Inhelder et Szeminska, 1948/1960). Dans ce cadre, la mesure est un concept qui se construit dans le temps grâce à des actions concrètes sur les grandeurs.

Cette articulation, dans laquelle la conservation de la grandeur se développe implicitement, permet une connaissance opératoire de la mesure pour le sujet cognitif qui se distingue de l'application de procédures standardisées, associées à la mesure d'un objet particulier. (Ligozat, 2008, p. 169).

Carpenter et Lewis (1976) montrent que des problèmes de mesurages concrets sur la longueur d'objets à l'aide d'unités ne facilitent pas la relation inverse entre la grandeur de

l'unité et le nombre d'unités mesurant. Ils montrent donc que la conservation des quantités est un préalable à l'introduction des unités, hypothèse défendue par Piaget. Certaines recherches anglo-saxonnes montrent des perspectives différentes. Des auteurs tel que Petitto (1990) reconnaissent que la conservation de la longueur et la transitivité sont des éléments importants mais, pour eux, ces éléments ne sont pas forcément des préalables nécessaires. Ils montrent que certains problèmes peuvent être résolus par des techniques ne mobilisant pas forcément ces éléments.

Si ces différentes recherches anglo-saxonnes montrent la nécessaire place à donner à la grandeur, elles montrent aussi qu'il n'y a pas de consensus sur une progression type à appliquer pour l'enseignement des grandeurs et mesures. Regardons maintenant ce que nous apprennent les recherches francophones.

### *Les études francophones*

Les études francophones se situent également dans la continuité des travaux de Piaget. C'est ainsi que Vergnaud (1981) définit les liens qui unissent nombres et mesures sur des ensembles discrets puis s'intéresse aux grandeurs continues qui selon lui posent problème à l'enseignement par la complexité des mesures, du fait de l'utilisation d'instruments de mesure. Il montre que si la comparaison directe de grandeurs continues n'est pas possible alors il faut avoir recours à un intermédiaire, les nombres réels, qui permettra de traiter toutes les situations. Contrairement aux études anglo-saxonnes, Vergnaud annonce une dimension plus mathématisante qui prend en compte les relations entre les grandeurs et les ensembles de nombres.

Alors que les manuels scolaires positionnent la construction des unités discrètes en premier, Flückiger et Brun (2005) montrent en s'appuyant sur des recherches en psychologie génétique qu'unités discrètes et continues restent longtemps similaires pour les jeunes élèves et que c'est en leur proposant de résoudre des problèmes par comparaisons directes et indirectes, dans une résolution entre pairs, que cette différence va se construire. Ils proposent donc la progressivité suivante : « une construction de la notion de mesure qui s'organise sur une longue durée par l'entremise de diverses activités de comparaison portant d'abord sur les objets puis sur les grandeurs et enfin sur les mesures » (Flückiger et Brun, 2005, p. 351).

Peu d'études didactiques existent sur la question des grandeurs avant la dernière décennie du 20<sup>ème</sup> siècle. En revanche les travaux concernant la construction de structures numériques sont nombreux notamment ceux en lien avec la théorie des situations didactiques (Brousseau,

1980 ; Rouchier, 1980). Ce n'est que plus tard que Brousseau (1997) interpelle sur la place des grandeurs dans la scolarité obligatoire en pointant le peu d'importance donné à cet enseignement par rapport à son rôle fondamental dans les pratiques sociales. Cette approche conceptuelle s'oppose à des pratiques mathématiques où le nombre est incontournable et premier pour prouver l'existence des grandeurs (Lebesgue, 1975). Dans leurs travaux, Brousseau et Brousseau (1987) définissent les situations de mesures au moyen du triplet (objet-grandeur-nombre). C'est dans la continuité de ces recherches que Perrin-Glorian (1990) va travailler sur la mesure des aires, grandeur qui n'est pas traitée dans les travaux de Brousseau et Brousseau (1987). Elle va appliquer ces trois pôles interdépendants dans la mesure des aires : celui des objets à mesurer, celui des grandeurs et celui des nombres. Ligozat précise que Perrin-Glorian « reconnaît que les opérations sur les grandeurs peuvent se déduire des opérations sur les nombres. Cependant, du côté des apprentissages, elle argumente qu'il est important de considérer les grandeurs d'un point de vue non numérique, à la fois pour les différencier des objets quand c'est nécessaire mais aussi de leur mesure concrète » (Ligozat, 2008, p. 189). Dès 1989, Douady et Perrin-Glorian proposent une ingénierie qui va contre les choix des instructions officielles des années 80 qui ne se fondent que sur des pratiques mathématiques dans lesquelles grandeurs et nombres ne font qu'un. Elles élaborent un enseignement qui s'organise autour des pratiques sociales courantes. Elles proposent de travailler la notion d'aire dans l'espace géométrique avant de l'articuler avec le cadre numérique. Dans cette logique, Ligozat (2008) précise qu'il « est important de noter que pour que la construction du concept de grandeur puisse être travaillée comme première à l'école, le cadre géométrique, dont parlent Douady et Perrin-Glorian, (1989) doit être exploré expérimentalement dans l'espace physique, avec des manipulations d'objets » (Ligozat, 2008, p. 191). Perrin-Glorian (2002) insiste sur l'importance de travailler sur l'invariance de l'aire dans des transformations géométriques pour permettre à l'élève de construire les propriétés de cette grandeur. Ces différents résultats font écho aux travaux de Piaget qui montrent l'importance de permettre aux élèves de maîtriser la conservation des grandeurs en passant par l'action.

Une recherche plus récente (Javoy, 2019) confirme cette idée. Dans son étude Javoy (2019) montre les difficultés inhérentes à une approche principalement mathématique pour construire la grandeur volume. La construction ultérieure du concept de densité est par exemple rendue difficile par cette approche. Elle propose, elle aussi, de dépasser ces difficultés en proposant un scénario qui permet de construire le sens de la grandeur volume.

## 2.2 Les textes officiels : analyse du savoir à enseigner

Les savoirs mathématiques en jeu étant définis et les approches didactiques associées étant précisées, nous poursuivons ce travail par une analyse des textes officiels afin d'identifier les praxéologies à enseigner. Comme nous l'avons déjà précisé, ces différentes analyses vont nous permettre de construire et justifier le MPR. Nous faisons le choix de commencer par une synthèse historique des textes officiels depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle pour contextualiser notre recherche. Nous analysons ensuite les programmes officiels de 2020, derniers programmes en vigueur en France au moment de notre travail de recherche, et les ressources associées pour caractériser le savoir à enseigner pour la grandeur contenance en cycle 2.

### 2.2.1 Méthodologie de l'analyse des textes officiels

Nous avons fait le choix dans cette partie de commencer par montrer l'évolution des prescriptions officielles, pour le domaine des grandeurs et mesures, depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle avant de présenter l'analyse des textes officiels en vigueur en 2020 pour ce domaine. Pour retracer l'évolution des textes officiels, nous utilisons les travaux de Chambris (2008) et Passelaigue (2011). Après la présentation de leurs résultats, nous en faisons une analyse croisée afin de synthétiser cette évolution.

Ce travail réalisé, nous poursuivons notre analyse par une présentation générale issue des textes officiels en vigueur à partir d'une analyse textuelle des programmes de 2020 (MEN, 2020a, 2020b) des cycles 2 et 3 (élèves entre 6 et 11 ans). Nous approfondissons ensuite l'analyse des textes officiels du cycle 2 qui concernent spécifiquement la grandeur contenance. Pour cela, nous analysons également les repères annuels de progressivité proposés par le ministère (MEN, 2018) ainsi que des ressources d'accompagnement Eduscol dans le domaine des grandeurs et mesures (MEN, 2016).

La question qui guide notre travail dans cette partie est : quelles sont les praxéologies à enseigner qui sont proposées dans les textes officiels de cycle 2 pour la grandeur contenance ?

### 2.2.2 Analyse des textes officiels

#### *Evolution des prescriptions officielles depuis 1923*

Comme nous l'avons déjà précisé, nous nous référons aux travaux de Chambris (2008) et Passelaigue (2011) pour témoigner de l'évolution des textes officiels pour les grandeurs et

mesures. Nous commençons par une synthèse des travaux de chacune avant de croiser leurs analyses.

### Analyse des travaux de Chambris (2008)

Chambris propose dans sa thèse une analyse des programmes du 20<sup>ème</sup> siècle qui montre l'évolution des relations entre les grandeurs et les nombres présents dans les programmes en cherchant à interpréter cette relation à l'aide d'un savoir savant relatif aux grandeurs. Pour cela, elle conduit son étude en prenant comme repère les programmes de 1970. Il y a pour elle un avant et un après.

Deux parties constituaient les programmes avant 1970 : calcul et arithmétique d'une part, géométrie de l'autre. Une modification apparaît ensuite, un découpage du programme en trois parties avec l'apparition du domaine de la mesure qui vient s'ajouter aux deux premiers. Dans cette partie « mesure », on retrouve des activités de comparaison puis le nombre mais ce dernier « n'apparaît pas comme une classe d'équivalence d'ensembles d'objets discrets mais comme une mesure du continu ». (Chambris, 2008, p. 66). En fait, le domaine « Nombres et opérations » semble restreindre l'étude du nombre entier à la mesure du discret et celui de la « mesure » à la mesure du continu. Il en est de même pour les opérations. Il semble que ce nouveau découpage des programmes réponde au nouvel environnement théorique qui exclut l'étude des grandeurs continues de l'étude de l'arithmétique.

Le deuxième élément qu'elle pointe est le statut des grandeurs à travers les programmes. Il est courant d'entendre que les mathématiques modernes ont fait disparaître les grandeurs. Chambris montre qu'avant les programmes de 1970, les opérations sur les grandeurs sont présentes dans les instructions. Elle cite Harlé (1984) qui a étudié les manuels d'avant 1930 et qui montre que « ce sont bien les nombres concrets et les opérations sur ces nombres, qui ont été appelées opérations simples sur les grandeurs mesurées, qui fondent toute l'étude de l'arithmétique » (Chambris, 2008, p. 75). Les nombres sont progressivement abstraits de ces « nombres concrets ». Alors qu'il y a un doute sur la contestation des opérations sur les grandeurs dans les programmes de 1945, il n'y en n'a plus du tout en 1970 : les opérations sur les grandeurs disparaissent. Cependant compte-tenu du public auquel on s'adresse, de jeunes élèves, et les démarches constructivistes qui se développent à l'époque, la disparition des grandeurs laisse place à des situations ou expériences qui sont d'indispensables références au concret et qui permettent aux élèves de construire leurs apprentissages. Il est donc affirmé que les seules relations pouvant exister en mathématiques sont numériques.



Progressivement à partir de 1980, le continu et les grandeurs réapparaissent dans le numérique. Chambris affirme que la « finalité est didactique : cela semble être nécessaire pour que les élèves construisent certains savoirs » (Chambris, 2008, p. 85). Les grandeurs réapparaissent également dans le domaine « mesurer ». Cependant certains indices laissent penser qu'elles ne sont pas considérées comme mathématiques mais que le statut qui leur est donné est celui d'objets de la physique. « La caractérisation pour les grandeurs mesurables consiste donc en une addition sur les objets qui induit une addition sur les mesures [...], donc sur les nombres exprimant ces mesures » (Chambris, 2008, p. 84). L'addition est alors la seule opération sur les grandeurs que l'on trouve dans les programmes.

En 2002, plus aucune opération n'est explicitement objet d'enseignement dans le domaine « mesurer » alors que les quatre opérations l'étaient en 1970. L'accent est mis sur les procédés de comparaison sans mesure. On prescrit l'utilisation d'étalons avant l'utilisation des unités usuelles.

Chambris termine son travail par l'analyse des programmes de 2002. Nous pouvons compléter cette analyse en pointant le retour en arrière concernant la place de la construction des grandeurs dans les programmes de 2008. En effet, pour le cycle 2 la présentation du domaine des grandeurs et mesures ne fait référence qu'à la comparaison de mesures sans aucune référence aux comparaisons de grandeurs.

Les élèves apprennent et comparent les unités usuelles de longueur (m et cm ; km et m), de masse (kg et g), de contenance (le litre), et de temps (heure, demi-heure), la monnaie (euro, centime d'euro). Ils commencent à résoudre des problèmes portant sur des longueurs, des masses, des durées ou des prix. (MEN, 2008, p. 18)

En revanche, cette place est réaffirmée dans ceux de 2020. Nous aurons l'occasion d'y revenir dans notre propre analyse faite des programmes de 2020.

En conclusion, nous pouvons dire que l'analyse des programmes faite par Chambris montre que les instructions de 1970 séparent l'étude du continu et du discret, et éliminent les grandeurs de l'étude des nombres et opérations. La volonté est affirmée de permettre aux élèves de construire leurs savoirs mathématiques à partir de situations de la vie courante. La création d'un domaine « mesure » semble correspondre à la volonté de changer de théorie de référence pour l'étude des nombres et des opérations basées sur une omniprésence des relations numériques. Cette situation évolue à partir de 1980. Les grandeurs et le continu sont progressivement réintroduits dans le numérique. Ces objets reviennent au nom de la physique et des



organisations didactiques permettant aux élèves de construire leurs savoirs ce qui rend parfois le discours inadapté du point de vue des savoirs savants de référence.

Nous complétons cette analyse grâce aux travaux de Passelaigue (2011) qui ont été réalisés dans un contexte différent.

### Analyse des travaux de Passelaigue (2011)

Passelaigue mène son étude de l'évolution des prescriptions officielles dans le cadre théorique de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD). Pour cela elle réalise une étude de toutes les prescriptions officielles de 1923 à 2008 pour les enfants de 6 à 11 ans, dans les domaines des mathématiques et des sciences, ce dernier domaine étant le domaine d'affiliation de Passelaigue qui a rédigé une thèse en didactique de la physique. Après une étude textuelle des programmes et instructions par période, Passelaigue réalise une analyse synthétique des textes, sous forme de tableaux, en reprenant les niveaux de détermination proposés par Chevillard (2002). De ces études, réalisées sous deux angles complémentaires, nous obtenons des éléments qui viennent compléter l'analyse de Chambris (2008).

La recherche menée par Passelaigue montre que les grandeurs étudiées à l'école primaire sont presque les mêmes depuis 1923. Ce qui varie, c'est le niveau de classe où on les étudie et la discipline dont dépend la grandeur. Jusqu'en 1970, les grandeurs sont étudiées uniquement en mathématiques. Dans les programmes de 1970, les grandeurs disparaissent des mathématiques pour être travaillées en sciences dans les activités d'éveil. Elles reprendront progressivement leur place en mathématiques à partir des programmes de 1980. Concernant la dénomination de certaines grandeurs, Passelaigue pointe une évolution du vocabulaire comme pour la capacité, terme utilisé jusqu'aux instructions de 1980 puis remplacé par contenance à partir de 2002.

Dans les prescriptions les plus anciennes, comme nous avons pu le dire dans le paragraphe précédent, les grandeurs appartiennent au domaine des mathématiques et sont le support d'activités numériques, arithmétiques et géométriques. Les activités de mesurage permettent à l'enseignement d'être concret. Passelaigue montre que la mesure semble être travaillée pour permettre la construction des nombres. Il n'y a donc pas de propositions d'activités de comparaison, ni d'introduction d'étalons arbitraires permettant de construire le sens de la mesure. Seule l'étude du système métrique rappelle que le support de la mesure concerne les grandeurs usuelles. Celles-ci ne sont pas comparées et les unités légales sont directement introduites. Comme Chambris (2008), Passelaigue (2011) précise qu'il faudra attendre les

instructions de 1970 pour voir un changement s'opérer dans la place qui est donnée aux grandeurs. De nouvelles activités de mesurage apparaissent. Ces activités sont dissociées des activités numériques et arithmétiques. Ces prescriptions insistent sur l'importance de travailler les grandeurs en dehors du nombre et d'introduire des activités de comparaison directe et indirecte. Le fait de comparer des grandeurs avant d'introduire la mesure et le nombre va rester un élément fort des programmes suivants à l'exception de ceux de 1995. Dans les programmes de 2002, les deux termes grandeur et mesure sont accolés comme pour nous montrer l'importance de travailler les deux comme objets d'étude. L'importance des activités de comparaison est réaffirmée.

Construire chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne. Le concept s'acquiert progressivement en résolvant des problèmes de comparaison, posés à partir de situations vécues par les élèves, suivis de moments d'institutionnalisations organisés par le maître. (MEN, 2002, p. 2)

Dans les programmes de 2008 nous voyons un retour en arrière, la grandeur est de nouveau considérée comme le support de la construction du numérique et de l'arithmétique, même si les comparaisons ne sont pas complètement remises en cause puisqu'elles apparaissent dans les progressions. Par contre, la place de la résolution de problèmes, pour donner du sens aux grandeurs et à la mesure, y est réaffirmée.

#### Analyse croisée des résultats des recherches de Chambris (2008) et Passelaigue (2011)

Nous avons pu constater que Chambris (2008) et Passelaigue (2011) montrent que les programmes de 1970 sont ceux du changement. La place des grandeurs est questionnée dans l'apprentissage des mathématiques. Alors qu'avant 1970 les grandeurs sont uniquement support de la construction des nombres, elles vont devenir objet d'étude à partir de 1980.

La position forte de comparer avant de mesurer est présentée comme une évidente nécessité didactique. Les activités de comparaison sont mises en avant et considérées comme essentielles pour conceptualiser les grandeurs en jeu. Les disciplines scientifiques sont considérées comme réservoir de situations permettant d'aborder et de construire les connaissances relatives aux grandeurs et à leur mesure de façon concrète. (Passelaigue, 2011, 131).

Nous avons pu montrer au regard de ces deux analyses que la place donnée à l'étude des grandeurs, même si elle reste présente à partir de 1980, n'a pas toujours la même importance. Chambris explique ce phénomène par « la distorsion entre le savoir mathématique de référence et ce qui est prescrit pour l'apprentissage ». (Chambris, 2008, p. 122). Pour elle, il est donc nécessaire de définir une théorie des grandeurs prenant en compte « plusieurs niveaux de

traitement d'un type de tâches : avec les grandeurs, les nombres et les objets. Ceci permet d'ailleurs d'envisager une approche peut-être plus précoce et surtout moins formelle de certains objets mathématiques » (Chambris, 2008, p. 142).

Ce détour historique étant fait, nous nous proposons maintenant d'analyser les programmes de 2020, ceux qui sont en vigueur au moment de notre recherche.

### *Grandeurs et mesures à l'école élémentaire : les textes officiels de 2020*

Nous nous proposons d'analyser les textes officiels en vigueur en 2020 en commençant par une analyse textuelle globale des programmes officiels (MEN, 2020a,2020b) des cycles 2 et 3 (enfants entre 6 et 11 ans) ainsi que des ressources d'accompagnement dans le domaine des grandeurs et mesures (MEN, 2016).

Dans la lignée des programmes précédents, la résolution de problèmes est au cœur des recommandations faites aux enseignants afin de leur permettre de construire les six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. « La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines mathématiques mais elle est aussi le moyen d'en assurer le sens » (MEN, 2020b, p. 89). Il est important de montrer aux élèves que les notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre des situations de la vie de classe ou de la vie quotidienne. Le croisement entre les enseignements est mis en avant :

Les connaissances sur les nombres et le calcul se développent en relation étroite avec celles portant sur les grandeurs. Elles sont par ailleurs nécessaires à la résolution de nombreux problèmes rencontrés dans « Questionner le monde ».

Le travail sur les grandeurs et leur mesure permet des mises en relations fécondes avec d'autres enseignements : « Questionner le monde » (longueurs, masses, durées), « Education physique et sportive » (durées, longueurs), « Education musicale » (durées). (MEN, 2020a, p. 65).

Dans les programmes officiels actuels, le domaine mathématique est constitué de trois sous domaines : « nombre et calcul », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ». En ce qui concerne le domaine des « grandeurs et mesures », domaine que nous étudions dans notre recherche, il est précisé en cycle 2 :

A travers des activités de comparaison, [les élèves] apprennent à distinguer différents types de grandeurs et à utiliser le lexique approprié : longueurs (et repérage sur une droite), masses, contenances (et volume contenu), durées (et repérage dans le temps), prix. La comparaison de grandeurs peut être directe, d'objet à objet (juxtaposer deux baguettes), nécessiter la comparaison à un objet intermédiaire (utiliser un troisième récipient pour déterminer laquelle de deux bouteilles a la plus grande contenance) ou à plusieurs objets de même grandeur (mettre bout à bout plusieurs baguettes identiques

pour comparer les longueurs de deux lignes tracées au sol). Elle peut également reposer sur la comparaison de mesures des grandeurs. (MEN, 2020a, p. 60)

La place des activités de comparaison est donc bien réaffirmée pour permettre aux élèves de découvrir différentes grandeurs : longueur, masse, contenance, durée, prix. Les comparaisons de grandeurs peuvent être directes et indirectes dans un premier temps. Les repères de progressivité (MEN,2018) proposent de travailler seulement après la comparaison de mesures faisant intervenir des nombres.

Il est également précisé que les élèves doivent avoir « une approche mathématique de la mesure d'une grandeur : ils déterminent combien de fois une grandeur à mesurer « contient » une grandeur de référence, l'unité » (MEN, 2020a, p. 60). Ce passage semble vouloir justifier la place des grandeurs, même physiques, dans le domaine mathématique. L'utilisation d'étalons, qui sont « des grandeurs unités portées par un ou plusieurs objets » (Lucas et al., 2018, p36) est préconisée pour construire le sens des unités de mesure. Il est ensuite nécessaire d'amener les élèves à percevoir l'intérêt de l'unité conventionnelle en leur proposant des situations qui leur permettront de comprendre que si des étalons différents sont utilisés, on ne peut pas comparer les mesures obtenues et qu'on ne peut donc pas tirer de conclusion sur la situation à traiter.

Un autre moyen de donner du sens aux grandeurs est proposé : l'utilisation de références que les élèves se construiront tout au long de leur parcours, toujours en lien avec des situations de la vie quotidienne ou acquises dans d'autres enseignements. Ces références s'enrichiront au cours des cycles 2 et 3. On entend par référence, un répertoire de mesures construit par l'élève auquel il peut se référer pour faire une estimation ou valider un résultat. Par exemple, si la référence pour le litre est une bouteille de lait, un élève saura que la contenance d'une piscine ne peut pas être deux litres.

Au cycle 3, de nouvelles grandeurs sont étudiées : périmètre, aire, volume et angle. Dans la partie introductive du domaine mathématique du cycle 3, il est précisé :

Les grandeurs font l'objet d'un enseignement structuré et explicite, une bonne connaissance des unités du système international de mesure étant visée. L'étude des préfixes des unités de mesure décimales, en lien avec les unités de numération, facilite la compréhension et l'apprentissage des unités de mesure de la plupart des grandeurs relevant du cycle 3. (MEN, 2020b, p. 89)

La place de l'étude des grandeurs est bien réaffirmée même en cycle 3 mais le lien avec la numération devient prépondérant. Un des attendus de fin de cycle 3 est : « comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux :

longueur (périmètre), aire, volume, angle » (MEN, 2020b, p. 94). Il est également précisé que les élèves doivent maîtriser les unités du système international et qu'il faut les amener à faire le lien entre préfixes des unités et unités de numération. Les comparaisons, estimations et mesures s'appuient principalement sur les nombres contrairement au cycle 2 où ces tâches se font principalement sur les grandeurs, les nombres arrivant ensuite : « comparer, estimer, mesurer des longueurs, des masses, des contenances, des durées » (MEN, 2020a, p. 60).

L'étude montre que les programmes mathématiques des cycles 2 et 3 donnent une place première à la construction des grandeurs comme objet d'étude avant d'aller vers la mesure. Nous nous proposons maintenant de modéliser le savoir à enseigner en cycle 2 pour la grandeur contenance. Pour cela nous allons préciser les différentes praxéologies ou organisations mathématiques à enseigner.

### *Grandeur contenance dans les textes officiels de 2020*

Nous avons montré qu'en cycle 2, les activités de comparaisons directes et indirectes sont essentielles pour donner du sens aux grandeurs. Nous pouvons maintenant préciser ce qui est attendu dans le cadre de la construction de la grandeur contenance, grandeur qui est au cœur de notre travail de recherche. En cycle 2, trois attendus de fin de cycle sont à construire dans le domaine des grandeurs et mesures. Ils font référence à différentes grandeurs, nous les déclinons avec la grandeur contenance qui nous intéresse :

- Comparer, estimer, mesurer des contenances.
- Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesure spécifiques de cette grandeur.
- Résoudre des problèmes impliquant des contenances. (MEN, 2020a, p. 60)

Ces attendus sont ensuite déclinés dans les programmes en termes de compétences et connaissances, que nous listons ci-dessous pour la grandeur contenance :

- Comparer des objets selon plusieurs grandeurs et identifier quand il s'agit d'une contenance ou d'une autre grandeur.
- Maîtriser le lexique spécifique associé aux contenances.
- Comparer des contenances directement, en introduisant la comparaison à un objet intermédiaire ou par mesurage.
- Estimer les ordres de grandeurs de quelques contenances en relation avec les unités métriques.
- Dans des cas simples, mesurer des contenances en reportant une unité (récipient).
- Dans des cas simples, mesurer des contenances en utilisant un instrument adapté (verre mesureur).
- Connaître les unités usuelles des contenances et leurs relations : L, dL et cL. (MEN, 2020a, p. 61-62).

Ces éléments étant listés, nous nous proposons maintenant de décrire les différentes praxéologies ou organisations mathématiques (Chevallard, 1999) qui caractérisent l'activité mathématique proposée dans les programmes de cycle 2 pour la grandeur contenance. Nous parlerons de praxéologies à enseigner. Six types de tâches sont présents dans les programmes de cycle 2 :

Codes	Type de tâches
T0	Identifier la grandeur contenance.
T1	Comparer des contenances.
T2	Mesurer des contenances.
T3	Estimer des mesures de contenance.
T4	Convertir des unités de mesure de contenance.
T5	Résoudre des problèmes impliquant des contenances.

Pour chacun de ces types de tâches T, nous pouvons mettre en avant les techniques  $\tau$  évoquées dans les textes officiels ainsi que les technologies  $\theta$  qui justifient les choix faits par les programmes et les ressources d'accompagnement. Les technologies  $\theta$  associées à ces techniques  $\tau$  sont peu présentes dans les textes officiels. Pour le type de tâches T1 *comparer des contenances*, nous n'avons trouvé aucune technologie dans les textes officiels. Nous utilisons la notion de praxéologie dans une forme simplifiée, en précisant uniquement pour le bloc « logos », celui du savoir, la technologie, considérant que la théorie est toujours celle de la mesure. Nous présentons dans ce qui suit les praxéologies associées à chaque type de tâches. Nous les justifions dans des encadrés, sous chacune des technologies, par des extraits des textes officiels.

### **Type de tâches T0 : identifier la grandeur contenance.**

$\tau_{ic}$ : Comparer différents objets réels selon différentes grandeurs.
$\theta_{ic}$ : En manipulant des objets réels et en se questionnant, l'élève va progressivement donner du sens aux différentes grandeurs. Il pourra ainsi les identifier et les dissocier. « Il est important qu'à de multiples occasions les élèves constatent que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet. La comparaison de deux objets nécessite donc l'identification précise des critères de comparaison » (MEN, 2016, p. 2).
Dans les programmes de cycle 2, il est indiqué que « l'étude des grandeurs doit faire l'objet d'un enseignement structuré et explicite qui s'appuie sur des manipulations » (MEN, 2020a, p. 56). L'identification de la grandeur contenance est un préalable pour ensuite pouvoir travailler sur cette grandeur.

## Type de tâches T1 : comparer des contenances

$\tau_{cv}$ : Comparer par estimation visuelle.
$\theta_{cv}$ : Si deux récipients ont une contenance très différente (un verre et une bouteille, par exemple), par perception visuelle, on peut directement conclure.
La seule « estimation à vue » dont on parle dans les programmes est celle de longueur. (MEN, 2020a, p. 61). Pour la contenance, en fonction des récipients, c'est une technique que les élèves pourront utiliser naturellement car d'autres techniques, tel que le transvasement par exemple, semblent inutiles à mettre en œuvre quand la différence de contenance est importante. On peut directement dire quel est le récipient le plus grand.
$\tau_{cd}$ : Comparer directement par transvasement.
$\theta_{cd}$ : En effet, si le contenu d'un récipient R plein peut être totalement transvasé à l'intérieur d'un récipient R', on dira que la contenance de R est plus petite que celle de R'. Si R' est exactement rempli, on dira que R et R' ont même contenance.
Dans les programmes de cycle 2, il est indiqué que « La comparaison de grandeurs peut être directe, d'objet à objet » (MEN, 2020a, p. 60). Le terme de transvasement n'est pas utilisé dans les programmes de cycle 2, par contre on le trouve dans les repères annuels de progression « il [l'élève] compare des objets selon leur contenance, en transvasant » (MEN, 2018, p. 16). Les enseignants sont invités à amener les élèves à comparer des grandeurs en effectuant « dans un premier temps des manipulations d'objets par comparaison directe » (MEN, 2016, p. 4).
$\tau_{ci}$ : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire.
$\theta_{ci}$ : Si deux récipients R et R' sont non déplaçables et à distance l'un de l'autre, de formes très différentes ou de contenances proches, la comparaison directe n'est pas possible. On peut alors utiliser un troisième récipient dans lequel on va transvaser le contenu de R plein, marquer le niveau, vider le troisième récipient puis refaire de même pour R'. Le récipient ayant la contenance la plus grande est celui qui correspond à la marque du niveau le plus haut.
« La comparaison de grandeurs peut nécessiter la comparaison à un objet intermédiaire (utiliser un troisième récipient pour déterminer laquelle de deux bouteilles a la plus grande contenance) » (MEN, 2020a, p. 60).
$\tau_{pnm}$ : Technique faisant intervenir une procédure numérique donc de mesure : voir type de tâches T2.
« La comparaison de grandeurs peut nécessiter la comparaison à plusieurs objets de même grandeur » (MEN, 2020a, p. 60)



## Types de tâches T2 : mesurer des contenances

$\tau_{mru}$ : Mesurer en reportant et en comptant des unités élémentaires.
$\theta_{mru}$ : Cette technique s'appuie sur le résultat de mesurage pour comparer deux grandeurs. Le résultat est alors obtenu grâce à la comparaison de nombres obtenus en dénombrant le nombre d'unités élémentaires. Cette technique permet de donner du sens à la notion d'unité. « La comparaison de grandeurs peut également reposer sur la comparaison de mesures des grandeurs » (MEN, 2020a, p. 60). Une grandeur arbitraire est prise dans un premier temps « comme référence pour mesurer les grandeurs de même espèce » (MEN, 2020a, p. 61). Les élèves « déterminent combien de fois une grandeur à mesurer contient une grandeur de référence « unité » » (MEN, 2020a, p. 60).
$\tau_{mo}$ : Mesurer à l'aide d'un outil.
$\theta_{mo}$ : La mesure est alors obtenue à partir d'un mesurage en utilisant un verre mesureur. « Au cycle 2, les mesures sont généralement déterminées à l'aide d'instruments et donc de « mesurages » (une règle pour des longueurs, une balance Roberval pour les masses, un verre mesureur cylindrique et de l'eau pour les contenances, ...) » (MEN, 2016, p. 4).
$\tau_{mc}$ : Mesurer en utilisant le calcul.
$\theta_{mc}$ : La contenance de n récipients identiques pleins est égale à n fois la contenance d'un de ces récipients plein. La contenance d'un récipient plein dans lequel on a transvasé le contenu de deux récipients plein est la somme des contenances des deux récipients. Cette technique est directement liée aux mathématiques, on opère sur les nombres. « Ces opérations associées à des manipulations permettent de renforcer le sens des grandeurs étudiées » (MEN, 2016, p. 4). Les élèves utilisent donc « les propriétés des nombres et des opérations, et en consolident donc ainsi la maîtrise » (MEN, 2020a, p. 60).

## Type de tâches T3 : Estimer des mesures de contenance

$\tau_{er}$ : Estimer une mesure à partir d'un répertoire de références que les élèves se seront créées.
$\theta_{er}$ : A partir d'objets manipulés puis progressivement en allant vers des unités moins préhensibles, la construction d'un répertoire de référence va permettre de construire le sens de la grandeur. « Les élèves commencent à se constituer un répertoire de mesures de certaines grandeurs auxquelles ils peuvent se référer pour estimer d'autres mesures » (MEN, 2016, p. 3). « Pour passer du concept de grandeur à celui de mesure, il est nécessaire que les élèves construisent des éléments de références issus de leur univers quotidien » (MEN, 2016, p. 7).



$\tau_{erc}$  : Estimer une mesure en s'appuyant sur la représentation que l'on a des unités conventionnelles.

$\theta_{erc}$  : Parce que les élèves se sont créés des représentations mentales de ce que représente une unité (par exemple un litre c'est une bouteille de lait), ils seront capables d'estimer la mesure d'un autre récipient dans une mesure donnée.

« Une fréquentation régulière des différentes unités est nécessaire pour qu'elles aient du sens pour les élèves » (MEN, 2016, p. 4). De plus « La compétence à estimer une mesure est systématiquement mobilisée en résolution de problèmes pour contrôler la vraisemblance du résultat trouvé ». (MEN, 2016, p. 3).

#### **Type de tâches T4 : Convertir des unités de mesure de contenance**

$\tau_{mer}$  : Mettre en évidence la relation qui existe entre les différentes unités.

$\theta_{mer}$  : Parce que les élèves auront mis en évidence la relation qui existe entre différentes unités arbitraires ou conventionnelles, ils seront capables ensuite de les utiliser pour convertir. Ces relations se construisent en s'appuyant sur les unités de numération.

« Au cycle 2, seules quelques unités usuelles sont rencontrées par les élèves, ils n'utilisent donc pas de tableaux de conversion. Les conversions s'appuient donc sur les relations connues » (MEN, 2016, p.6). Pour les contenance, le L, dL et cL sont étudiées en cycle 2.

$\tau_{cr}$  : Convertir en s'appuyant sur une connaissance des relations entre les différentes unités.

$\theta_{cr}$  : Seules quelques unités sont rencontrées par les élèves en cycle 2. Il est donc nécessaire de connaître la relation qui les unit.

Il est intéressant de pointer que dans les programmes, aucun attendu ne concerne les « conversions ».

Seules les « unités et leurs relations » sont mentionnées et un attendu de résolution de problème implique des « conversion simples d'une unité usuelle à une autre ». (MEN, 2020a, p. 62). Ces conversions sont motivées par « la résolution de problèmes mais peuvent aussi faire l'objet d'exercices décrochés : pour permettre aux élèves de donner du sens à ce travail technique, on veillera à toujours rester dans des situations proches des besoins de la vie courante » (MEN, 2016, p. 6).

#### **Type de tâches T5 : Résoudre des problèmes impliquant des contenance**

Nous précisons que dans notre travail, nous définissons le terme de problème en nous référant aux travaux de Arsac et al. (1988) que nous présentons plus en détail dans la partie

2.4.1. Les problèmes ont pour finalité de mathématiser une situation concrète. Ces problèmes sont des situations complexes qui font appel à plusieurs notions. Pour rester dans la lignée des programmes de cycle 2 (MEN, 2020a), le type de tâches T5 renvoie à des activités en lien avec les grandeurs et mesures mais aussi aux nombres et aux quatre opérations.

Pour ce type de tâches : résoudre des problèmes impliquant des contenances, nous avons quatre sous-types de tâches. L'apprentissage de T5 se fera dans le temps à travers l'étude des différentes praxéologies ou organisations mathématiques ponctuelles associées. Ici  $T_{51}$ ,  $T_{52}$ ,  $T_{53}$  et  $T_{54}$  sont les sous-types de tâches de T5 que nous avons définis et pour lesquels les mises en œuvre sont respectivement  $\tau_{51}$ ,  $\tau_{52}$ ,  $\tau_{53}$  et  $\tau_{54}$ .

<b><math>T_{51}</math> : Résoudre des problèmes de comparaison en utilisant les quatre opérations.</b>
$\tau_{51}$ : Utiliser les résultats de T1 Calculer avec les mesures.
$\theta_{51}$ : Les résultats obtenus lors de la résolution du type de tâches T1 et les quatre opérations sont utilisés pour résoudre les problèmes.
<b><math>T_{52}</math> : Résoudre des problèmes de mesurage en utilisant les quatre opérations.</b>
$\tau_{52}$ : Utiliser les résultats de T2. Calculer avec les mesures.
$\theta_{52}$ : Les résultats obtenus lors de la résolution du type de tâches T2 permettent de résoudre les problèmes.
<b><math>T_{53}</math> : Résoudre des problèmes nécessitant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre.</b>
$\tau_{53}$ : Utiliser les résultats de T4. Calculer avec les mesures.
$\theta_{53}$ : Certaines données des énoncés nécessitent d'être converties, donc mises en œuvre du type de tâches T4, avant de pouvoir être utilisées dans la résolution du problème.
« Les relations entre les unités usuelles » doivent donc être maîtrisées (MEN, 2020a, p. 62).
<b><math>T_{54}</math> : Anticiper le résultat du problème.</b>
$\tau_{54}$ : Utiliser les résultats de T3.
$\theta_{54}$ : « Les estimations doivent permettre aux élèves d'avoir une idée a priori d'un ordre de grandeur du résultat attendu et de pouvoir avoir un regard critique devant un résultat incohérent » (MEN, 2016, p. 6).

### 2.3 Construction du MPR pour la grandeur contenance au cycle 2

Nous pouvons maintenant présenter le MPR construit grâce aux analyses mathématique et didactique et à l'analyse praxéologique des programmes officiels en vigueur. Nous inscrivons la construction de ce MPR dans une démarche méthodologique un peu différente de Bosch et Gascon (2005) qui utilisent également l'analyse des manuels pour construire leur MPR. Notre choix se justifie par une des caractéristiques du MPR qui est de répondre aux questions de recherche que se pose le chercheur (Jolivet, 2018). En ce qui nous concerne, le MPR construit pour la grandeur contenance au cycle 2 servira de référence pour caractériser les propositions faites par les manuels et les PES dans leurs pratiques de classe.

Pour construire le MPR schématisé ci-dessous (Figure 6), nous avons structuré les différentes praxéologies à enseigner que nous avons identifiées dans les textes officiels en vigueur au moment de cette recherche, grâce aux résultats de nos analyses mathématique et didactique menées. Nous avons fait le choix de ne pas intégrer le type de tâches T0 dans le MPR. Nous considérons que travailler le type de tâches T0 est une étape préliminaire.

Le MPR construit pour la grandeur contenance au cycle 2 ne fait apparaître, pour les différentes praxéologies, que le bloc de la pratique  $[T/\tau]$  c'est-à-dire les types de tâches T et les techniques  $\tau$  (Chevallard, 1998). Nous avons fait ce choix pour une meilleure lisibilité du modèle. Les technologies associées peuvent être consultées dans les tableaux définissant les praxéologies à enseigner (Partie 2.2.2). Nous avons 5 types de tâches présentés en bleu. Des flèches noires indiquent les techniques associées à chacun des types de tâches. Pour le type de tâches, T5 *résoudre des problèmes impliquant des contenances*, nous avons eu besoin de définir des sous-types de tâches qui renvoient vers des ingrédients de la technique par des flèches bleues. La relation hiérarchisée entre le type de tâches T5 et les quatre sous-types de tâches T<sub>51</sub>, T<sub>52</sub>, T<sub>53</sub> et T<sub>54</sub> constitue le générateur de tâches (Chaachoua, 2012).

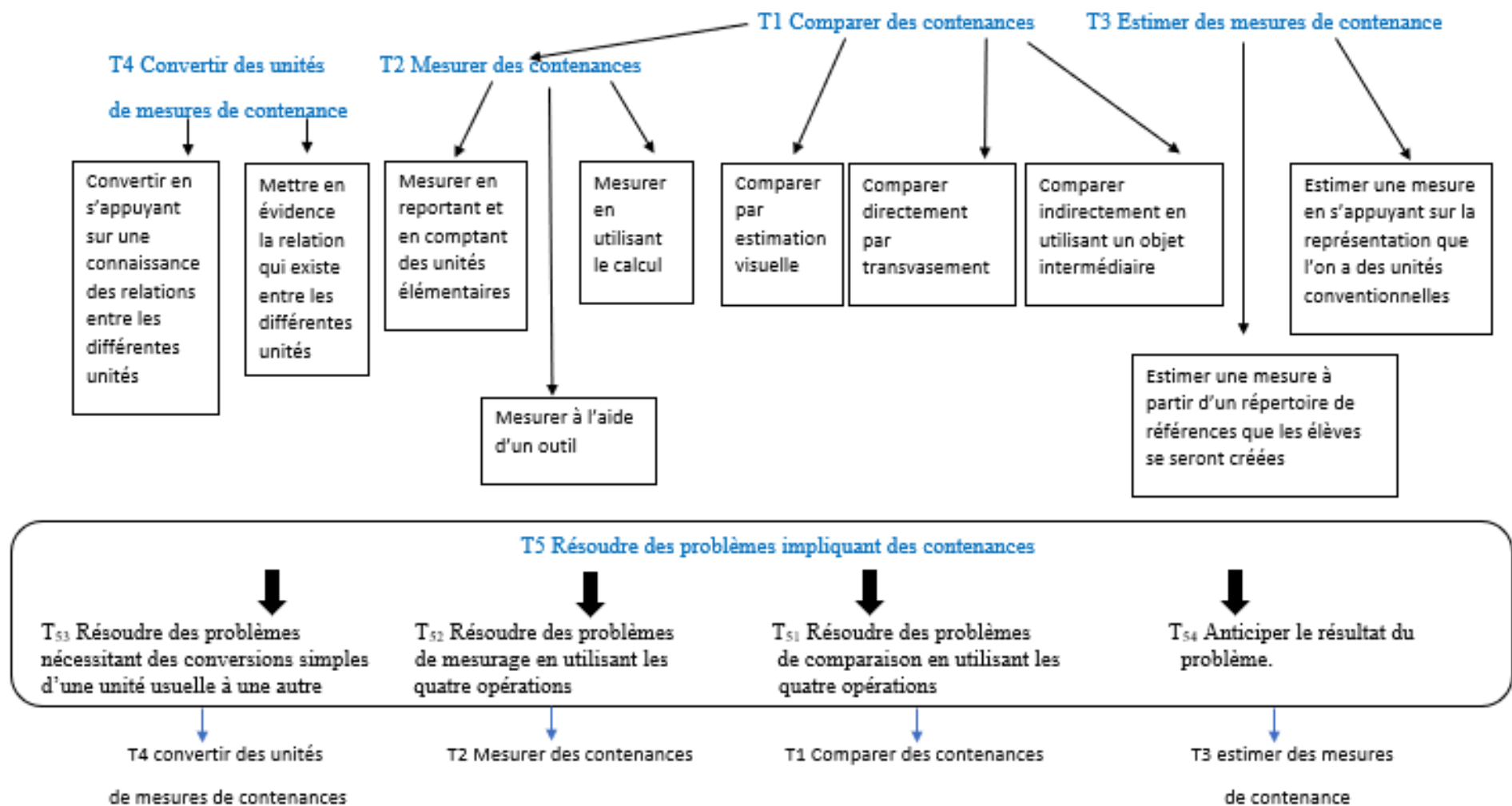


Figure 6 : MPR pour la grandeur contenance au cycle 2

Le MPR construit, nous allons maintenant pouvoir caractériser les propositions des manuels par rapport à celui-ci.

## 2.4 Les manuels : analyse du savoir apprêté

Nous allons maintenant analyser des manuels de mathématiques utilisés en cycle 2 par les enseignants. Nous appelons manuel, l'ensemble pédagogique constitué du fichier de l'élève et du guide du maître. Ces manuels représentent un nouveau niveau de transposition interne du savoir à enseigner en savoir enseigné. Comme nous l'avons précisé dans la partie 1.2.1, nous nous situons dans la lignée des travaux de Ravel (2003) qui parle de savoir apprêté quand il s'agit des propositions des manuels. Elle dissocie savoir à enseigner et savoir apprêté. L'analyse de ces manuels va donc nous permettre de caractériser leurs propositions en construisant pour chacun un Modèle Praxéologique Apprêté (MPA). De plus, nous nous intéressons à la manière dont ces manuels présentent le texte de savoir. Pour chacun des manuels, nous identifions le contenu du texte de savoir proposé et la forme qu'il prend.

### 2.4.1 Méthodologie d'analyse des manuels

Nous avons sélectionné neuf collections de manuels de mathématiques que nous avons analysés pour les niveaux CP, CE1 et CE2, les trois niveaux qui constituent le cycle 2. Les manuels sont des ressources très largement utilisées par les professeurs des écoles (Mounier et Priolet, 2015) ce qui explique notre souhait d'analyser ces ressources pour identifier les propositions faites. Les manuels analysés sont : Pour comprendre les maths de chez Hachette éducation, Cap Maths et Opération Maths de chez Hatier, Litchi de chez Istra, Méthode de Singapour de la librairie des écoles, Archimaths de chez Magnard, MHM, Vivre les maths de chez Nathan et enfin J'apprends les maths de chez Retz. Ce travail d'analyse a été réalisé pendant le premier confinement lié au COVID en 2020. Les manuels devaient donc être accessibles en ligne. Mounier et Priolet (2015) montrent, dans le rapport qu'ils ont rédigé à la demande du CNESCO, qu'il y a profusion, continuité et diversité dans l'offre éditoriale des manuels de mathématiques. En 2015, 120 titres de manuels répartis en 26 collections issues de 12 maisons d'édition sont parus à destination des élèves de l'école élémentaire (Mounier et Priolet, 2015). Nous avons souhaité que notre sélection reflète ces caractéristiques. Profusion : nous avons analysé 27 titres répartis en 9 collections issues de 7 maisons d'édition. Pour chacune des collections, grâce à la continuité des propositions, nous avons pu analyser des propositions pour l'ensemble des classes du cycle 2. Enfin diversité, nous avons fait le choix

de sélectionner des collections dont la composition des équipes d'auteurs diffère. Six collections ont des auteurs spécialistes en didactique des mathématiques et acteurs de terrain, trois ont des auteurs qui sont uniquement des acteurs de terrain. Mounier et Priolet (2015) précisent que : « Ces choix effectués par les éditeurs pour la constitution des équipes d'auteurs orientent ensuite les manuels vers des contenus différents prenant appui sur divers modèles d'enseignement-apprentissage, dans lesquels les travaux universitaires et les savoir-faire ont des poids différents » (Mounier et Priolet, 2015, p. 8). Il nous semble donc important de pouvoir confronter ces différentes propositions. Dans notre sélection de manuels, nous avons également souhaité analyser MHM et la Méthode de Singapour. Au moment de la réalisation de cette analyse, ces deux manuels étaient des « méthodes » qui questionnaient beaucoup les enseignants. Ces deux collections ont été analysées post-COVID car elles ne se trouvaient pas en ligne.

Les questions qui ont guidé cette analyse sont :

- Est-ce que les MPA obtenus pour chaque manuel par une analyse praxéologique coïncident, ou non, avec le MPR ?
- Quels sont les éléments proposés par les manuels qui peuvent aider l'enseignant dans le processus d'institutionnalisation (proposition de démarche, texte de savoir) ?

Pour mener notre analyse, nous avons conçu une grille de critères qui prend en compte les résultats de nos analyses mathématique, didactique et des instructions officielles, analyses qui ont abouti à la conception du MPR pour la grandeur contenance au cycle 2. Les différents critères sont : le concept de contenance est-il travaillé en CP ? en CE1 ? en CE2 ? Quel est le nombre d'unités d'apprentissage consacrées à cet apprentissage ? Quel est le nombre d'activités proposées ? Nous entendons par activités l'ensemble des situations de découverte, exercices et problèmes proposés dans les manuels. Pour spécifier ces différents types d'activités, nous avons utilisé la typologie de Arzac et al. (1988) que nous avons confrontée au vocabulaire professionnel. Ainsi dans notre travail :

- Quand nous parlons **d'exercices**, nous faisons référence à la première catégorie de la typologie de Arzac et al. (1988) : les problèmes ou exercices d'application qui suivent la leçon et qui ont pour objet de mettre en œuvre une notion, de la rendre opératoire.
- **Les situations de découverte** ont pour fonction d'aborder une nouvelle notion.

- Le terme de **problème** renvoie à la quatrième catégorie : problèmes de modélisation dont la finalité est de mathématiser une situation concrète. Ces problèmes sont des situations complexes qui peuvent faire appel à plusieurs notions.

Nous avons ensuite réalisé une analyse textuelle des différents manuels en plaçant dans une grille les différentes activités proposées en fonction du type de tâches traité et des techniques mobilisées (Tableau 2 et Annexe 1). Quand des éléments technologiques sont proposés dans les manuels, ils sont inscrits en bleu dans la case de la grille qui correspond à la technique en question. Chaque activité peut mobiliser plusieurs types de tâches, l'activité peut alors être notée plusieurs fois. Le nombre de tâches à réaliser pour résoudre l'activité est indiqué en rouge dans la grille. Pour le type de tâches T5, nous n'avons pas remis explicitement les activités dans la grille puisqu'il renvoie aux autres types de tâches T1, T2, T3 et T4 où les activités sont déjà précisées.

Concernant les éléments liés à l'institutionnalisation, nous avons trois critères : des éléments d'institutionnalisation sont-ils présents ? Sous quelles formes ? Le savoir est-il décontextualisé ou non ?

Pour illustrer nos propos et donner à voir notre méthodologie, nous proposons, ci-dessous, le travail réalisé pour les manuels de la collection Cap Maths, cycle 2, Hatier (Tableau 2). L'ensemble des analyses des neuf collections se trouve en Annexe 1.

Tableau 2 : Analyse des manuels Cap Maths, cycle 2, Hatier.

	CP	CE1	CE2
Le concept de contenance est-il travaillé ?	N	Oui	Oui
Nombre d'unités d'apprentissage consacrées à cet apprentissage ?		1 en période 4	1 période 3
Commentaires		<p>Pas d'application dans le cahier de l'élève.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Avant l'activité, préparer un lot de 6 récipients transparents, sans indications de contenance, repérés par les lettres A, B, C, D, E et F notées sur des étiquettes collées dessus : <ul style="list-style-type: none"> <li>A : une bouteille de 1 litre</li> <li>B : un récipient contenant plus d'un litre</li> <li>C : un récipient contenant environ un demi-litre</li> <li>D : un récipient contenant également 1 litre mais ayant une forme plus large et moins haute qu'une bouteille, par exemple un cube en plexiglas de 1 dm d'arête</li> <li>E : une bouteille de 2 litres</li> <li>F : un seau ou un arrosoir (5 à 10 litres)</li> </ul> </li> </ul> <p>Guide du maître :</p> <p>« Il est important que l'expérimentation des élèves dans ces situations soit effective et qu'un temps suffisant y</p>	<p>Préparation du matériel :</p> <p>A : une bouteille de 1 L  B : un récipient de plus de 1 L  C : une bouteille de 50 cL  D : une bouteille de 75 cL  E : un récipient de 1 L mais d'une forme plus large et moins haute qu'une bouteille (un récipient de 1 dm<sup>3</sup> en plexiglass ou une boîte de crème glacée par exemple).</p> <p>Avant de présenter le travail sur les contenances, la démarche utilisée est présentée : « Pour chaque problème de comparaison de contenances, les élèves réalisent des estimations qui sont ensuite vérifiées par des transvasements »</p>



		soit consacré ». Les définitions de grandeur et mesure sont précisées dans le guide du maître et <i>il est précisé pour construire le sens de la mesure et des unités usuelles : « les élèves doivent avoir un ordre de grandeur des unités étudiées et comprendre les règles d'équivalence entre ces unités »</i>	
Nombre d'activités proposées		2 situations de découverte	3 situations de découverte / 5 exercices / 3 problèmes
Types de tâches et techniques proposées dans les manuels			
T1 Comparer des contenances			
$\tau_{cv}$ : Comparer par estimation visuelle		Situation de découverte : Le PE pose sur le bureau les récipients A, B, C et D. Essayer de les ranger de celui qui peut contenir le plus d'eau à celui qui en contient le moins. Noter votre réponse sur une feuille. <b>1 tâche</b>	Situation de découverte : Les récipients sont présentés aux élèves. Il est demandé de les ranger de celui qui contient le moins de liquide à celui qui en contient le plus. « L'estimation se fait à l'œil ». Un des élèves du binôme peut s'approcher du matériel pour les regarder de plus près. <b>1 tâche</b>  La différence de contenance des récipients peut permettre de conclure directement sur le rangement de certains.

			<p>Situation de découverte : Comparer deux bouteilles A et C. Il est demandé aux élèves de faire une hypothèse par estimation visuelle. <b>1 tâche</b></p> <p>Situation de découverte : On suit la même démarche pour les récipients de contenance 1dL et 1L. <b>1 tâche</b></p>
<p><math>\tau_{cd}</math> : Comparer directement par transvasement</p>		<p>Situation de découverte : Le PE pose sur le bureau les récipients A, B, C et D. Essayer de les ranger de celui qui peut contenir le plus d'eau à celui qui en contient le moins. Noter votre réponse sur une feuille. Pour vérifier les réponses obtenues on transvase le contenu de l'un à l'autre des récipients. Un élève manipule devant le reste du groupe. <b>1 tâche</b></p> <p>Des contenus de récipients sont transvasés dans d'autres (A dans B, puis C, puis D).</p> <p><b>On fait expliciter la technologie suivante :</b></p>	<p>Situation de découverte : Pour ranger les récipients selon leur contenance, les élèves peuvent transvaser les contenus de récipients deux à deux. <b>1 tâche</b></p>

		<p><b>EXPLICITATION, VERBALISATION</b></p> <p>Les contenances de deux bouteilles A et X se comparent par transvasement :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Si on peut verser <b>tout le liquide</b> contenu dans la bouteille A dans la bouteille X et que la bouteille X <b>n'est pas pleine, la contenance de la bouteille A est plus petite que celle de la bouteille X.</b></li> <li>▶ Si, quand on verse le contenu de la bouteille A dans la bouteille X, <b>cela déborde</b>, alors que l'on <b>n'a pas fini de vider</b> la bouteille A, <b>la contenance de la bouteille A est plus grande que celle de la bouteille X.</b></li> <li>▶ Si, quand on verse <b>tout le liquide</b> contenu dans la bouteille A dans la bouteille X, <b>on remplit exactement</b> la bouteille X, <b>la contenance de la bouteille A est la même que celle de la bouteille X.</b></li> </ul>	
$\tau_{ci}$ : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire			Situation de découverte : Pour ranger les récipients selon leur contenance, les élèves peuvent « remplir les récipients d'eau et comparer ces quantités d'eau » en les versant un à un dans un autre récipient puis en marquant le niveau d'eau obtenu. <b>1 tâche</b>
$\tau_{pnm}$ : Technique faisant intervenir une procédure numérique donc de mesure : voir type de tâches 2			Les exercices 1 et 2 nécessitent de comparer les mesures obtenues. <b>2 tâches</b>

T2 Mesurer des contenances			
$\tau_{mru}$ : Mesurer en reportant et en comptant des unités élémentaires		<p>Situation de découverte : Vider une bouteille d'un litre dans un autre récipient et compter combien de fois on recommence. Conclure sur la mesure du récipient. <b>1 tâche</b></p> <p>Explicitation de la technologie :</p> <p><b>EXPLICITATION, VERBALISATION</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Une unité usuelle de mesure de contenance est <b>le litre</b>. <i>La bouteille A a une contenance de 1 litre.</i> <i>C'est aussi la contenance des bouteilles de lait ou de jus de fruit.</i></li> <li>▶ Pour mesurer la contenance d'un récipient en litres, il faut trouver combien de fois il faut verser le <b>contenu d'une bouteille de 1 litre</b> pour le remplir.</li> </ul>	<p>Situation de découverte : Transvaser le contenu de la bouteille C dans la A. On peut vider deux bouteilles C dans la A. <b>1 tâche</b></p> <p>Situation de découverte : On suit la même démarche pour les récipients de contenance 1dL et 1L. <b>1 tâche</b></p>
$\tau_{mo}$ : Mesurer à l'aide d'un outil			
$\tau_{mc}$ : Mesurer en utilisant le calcul			<p>Les exercices 1 et 2 nécessitent de comparer les mesures obtenues. <b>2 tâches</b></p> <p>Problème : il faut trouver combien de fois on doit verser le contenu d'une bouteille de 25cL pour remplir une bouteille de 1L. <b>1 tâche</b> en lien avec T<sub>52</sub></p>

			<p>Problème : Dans une tasse on peut verser 1dL de café. Combien de tasses peut-on remplir avec un pot de 1L de café ? <b>1 tâche</b> en lien avecT<sub>52</sub></p> <p>Problème : Un magnum est une bouteille qui a la même contenance que deux bouteilles de 75cL. Quelle est la contenance d'un magnum ? Donne ta réponse en L et cL. <b>1 tâche</b> en lien avecT<sub>52</sub></p>
T3 Estimer des mesures de contenance			
<p><math>\tau_{er}</math> : Estimer une mesure à partir d'un répertoire de références que les élèves se seront créées</p>			
<p><math>\tau_{erc}</math> : Estimer une mesure en s'appuyant sur la représentation que l'on a des unités conventionnelles.</p>			

T4 Convertir des unités de mesure de contenance			
<p><math>\tau_{\text{mer}}</math> : Mettre en évidence la relation qui existe entre les différentes unités.</p>			<p>Situation de découverte : En comparant les étiquettes qui se trouvent sur les bouteilles, faire construire l'égalité <math>1\text{L}=100\text{cL}</math> <b>1 tâche</b></p> <p>Situation de découverte : On suit la même démarche pour les récipients de contenance <math>1\text{dL}</math> et <math>1\text{L}</math>. <b>1 tâche</b></p>
<p><math>\tau_{\text{cr}}</math> : Convertir en s'appuyant sur une connaissance des relations entre les différentes unités de mesure</p>			<p>Trois exercices sont proposés pour utiliser les équivalences.</p> <p><b>Il faut insister sur le fait que les élèves doivent exprimer les mesures dans la même unité pour pouvoir les comparer précisez le guide du maître. 3 tâches</b></p> <p>Problème : il faut trouver combien de fois on doit verser le contenu d'une bouteille de <math>25\text{cL}</math> pour remplir une bouteille de <math>1\text{L}</math>. <b>1 tâche</b> en lien avec <math>T_{53}</math></p> <p>Problème : Dans une tasse on peut verser <math>1\text{dL}</math> de café. Combien de tasses peut-on remplir avec un pot de <math>1\text{L}</math> de café ? <b>1 tâche</b> en lien avec <math>T_{53}</math></p> <p>Problème : Un magnum est une bouteille qui a la même contenance que deux bouteilles de <math>75\text{cL}</math>. Quelle est la contenance d'un magnum ? Donne ta réponse en <math>\text{L}</math> et <math>\text{cL}</math> ? <b>1 tâche</b> en lien avec <math>T_{53}</math></p>

T5 résoudre des problèmes impliquant des contenances			
T51 : Résoudre des problèmes de comparaison en utilisant les quatre opérations		Non	Non
T52 : Résoudre des problèmes de mesurage en utilisant les quatre opérations		Non	Oui 3 tâches Cf T2
T53 : Résoudre des problèmes nécessitant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre.		Non	Oui 3 tâches Cf T4
T54 : Anticiper les résultats du problème		Rien n'invite explicitement les élèves à le faire ni dans le questionnement du fichier, ni dans le guide du maître.	Rien n'invite explicitement les élèves à le faire ni dans le questionnement du fichier, ni dans le guide du maître.

Place donnée aux éléments d'institutionnalisation

Des éléments d'institutionnalisation sont-ils proposés ?	Oui	Oui
Sous quelles formes ?	<p><b>TRACE ÉCRITE COLLECTIVE</b></p> <p><b>Exposer dans la classe :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- les récipients A et D avec une étiquette « 1 litre » ;</li> <li>- le récipient E avec une étiquette « 2 litres » ;</li> <li>- le récipient F avec une étiquette portant sa contenance en litres.</li> </ul>	<p>Dans le guide du maître, les éléments à institutionnaliser sont précisés :</p> <p><b>Les unités de contenance</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La propriété des objets qui peuvent contenir des liquides est la « contenance ». Les contenances se comparent et se mesurent par <b>transvasement</b>.</li> <li>• L'unité usuelle de contenance est le litre, noté l ou L. C'est la contenance de la plupart des bouteilles d'eau, de lait...</li> <li>• Des unités permettent de mesurer des contenances plus petites : le décilitre, noté dl ou dL et le centilitre, noté cl ou cL. Le centilitre est utilisé pour les liquides alimentaires.</li> </ul> <p>Il est précisé qu'il est important de faire un lien avec les équivalences déjà connues des élèves sur les unités de longueur.</p> <p><b>TRACE ÉCRITE</b></p> <p>Les récipients de 1 L, 1 dL, 1 cL doivent être présents et visibles dans la classe avec une affiche où figurent leurs contenances et les équivalences à connaître.</p>



Dans le dico maths

• Ces équivalences doivent être connues :

$1 \text{ L} = 10 \text{ dL}$        $1 \text{ L} = 100 \text{ cL}$        $1 \text{ dL} = 10 \text{ cL}$ .

• Faire rechercher ces égalités dans le dico-maths n° 38.

• Pour les contenances

Tu peux réaliser un transvasement.



La contenance du verre A est plus petite que celle du verre B.

### 38 Choisir la bonne unité de contenance

• Le litre (L ou l) correspond à la contenance d'une brique de lait ou de certaines bouteilles d'eau ou de jus de fruit.

• Le centilitre (cL ou cl) et le décilitre (dL ou dl) sont des unités plus petites que le litre.

Le centilitre est souvent utilisé pour des récipients contenant des produits alimentaires.

Le décilitre est utilisé dans les recettes de cuisine pour indiquer les quantités de liquide.

Il faut connaître des ordres de grandeur.



Des équivalences à connaître :  $1 \text{ L} = 10 \text{ dL}$      $1 \text{ dL} = 10 \text{ cL}$      $1 \text{ L} = 100 \text{ cL}$

Le savoir y est-il contextualisé ou non ?		Contextualisé	Décontextualisé et trace écrite contextualisée, lien avec le matériel manipulé. Verres choisis pour mettre en défaut la conception erronée de certains élèves : « plus le verre est haut, plus il contient de liquide ».
---	--	---------------	--

## 2.4.2 Construction de nos MPA pour chacun des manuels

Ce travail réalisé, nous avons ensuite construit un Modèle Praxéologique Apprêté (MPA) pour chacun des manuels analysés. A partir des grilles d'analyse des manuels réalisées, nous avons pu identifier les types de tâches et les techniques proposés par une collection et les comparer aux praxéologies présentes dans le MPR construit pour la grandeur contenance au cycle 2. La question des technologies sera traitée dans la partie suivante. Dans le MPA, les types de tâches et techniques barrés sont ceux qui n'apparaissent pas dans le MPA alors qu'ils sont présents dans le MPR. En vert ce sont des techniques présentes dans le MPA et qui ne sont pas dans le MPR. Cela nous a permis de caractériser les propositions faites par les manuels, savoir apprêté largement utilisé par les enseignants (Mounier et Priolet, 2015). Nous présentons ci-dessous le MPA de chacune des collections de manuels analysées (Figure 7 à Figure 15).

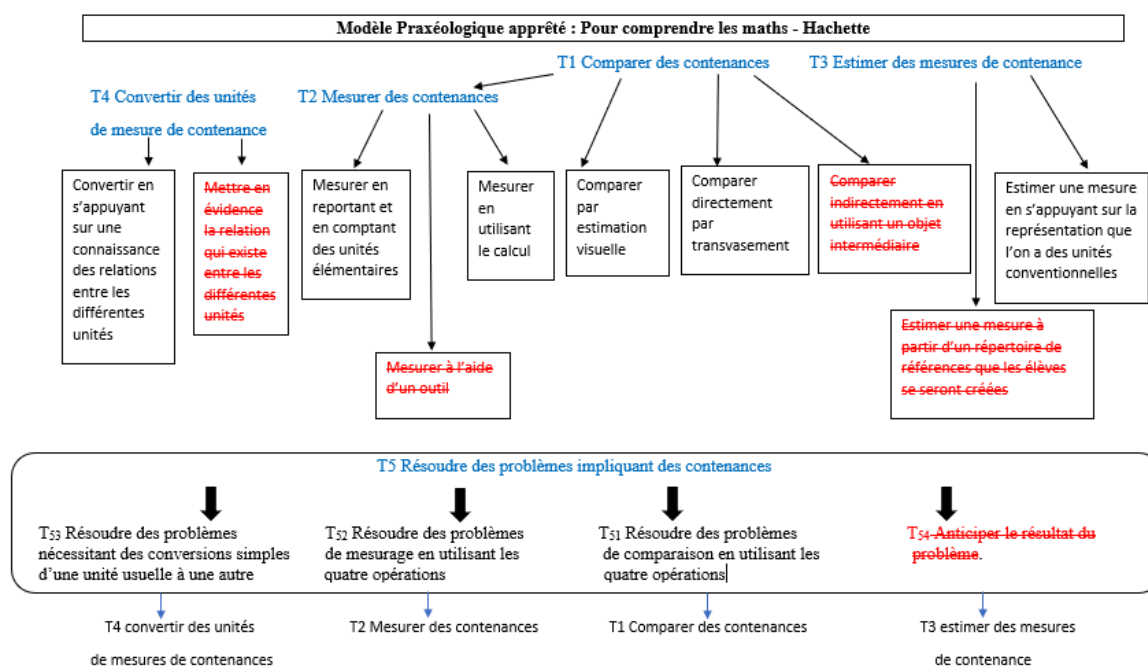


Figure 7 : MPA des manuels Pour comprendre les maths, cycle 2, Hachette

Le MPA des manuels Pour comprendre les maths montre que les différents types de tâches présents dans le MPR sont travaillés. Quatre techniques et le sous-type de tâches T<sub>54</sub> ne sont pas proposés.

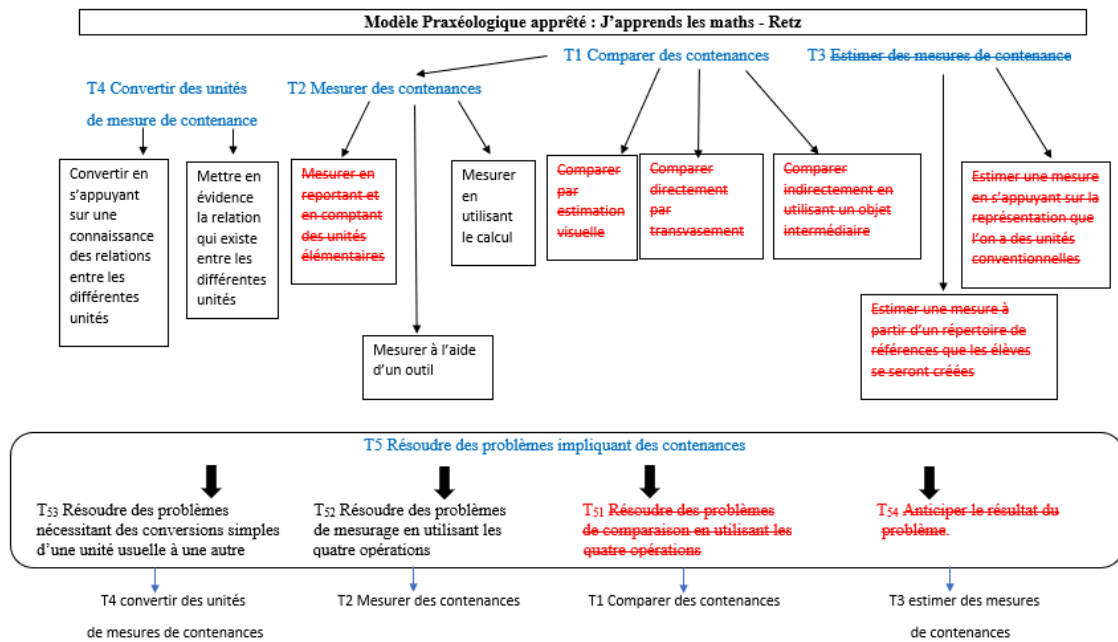


Figure 8 : MPA des manuels J'apprends les maths, cycle 2, Retz

Le MPA des manuels J'apprends les maths montre que les différents types de tâches présents dans le MPR ne sont pas tous travaillés. Le type de tâche T3 n'est pas proposé. Seulement quatre des techniques présentes dans le MPR sont mises au travail. Les sous-types de tâches T<sub>51</sub> et T<sub>54</sub> ne sont pas proposés.

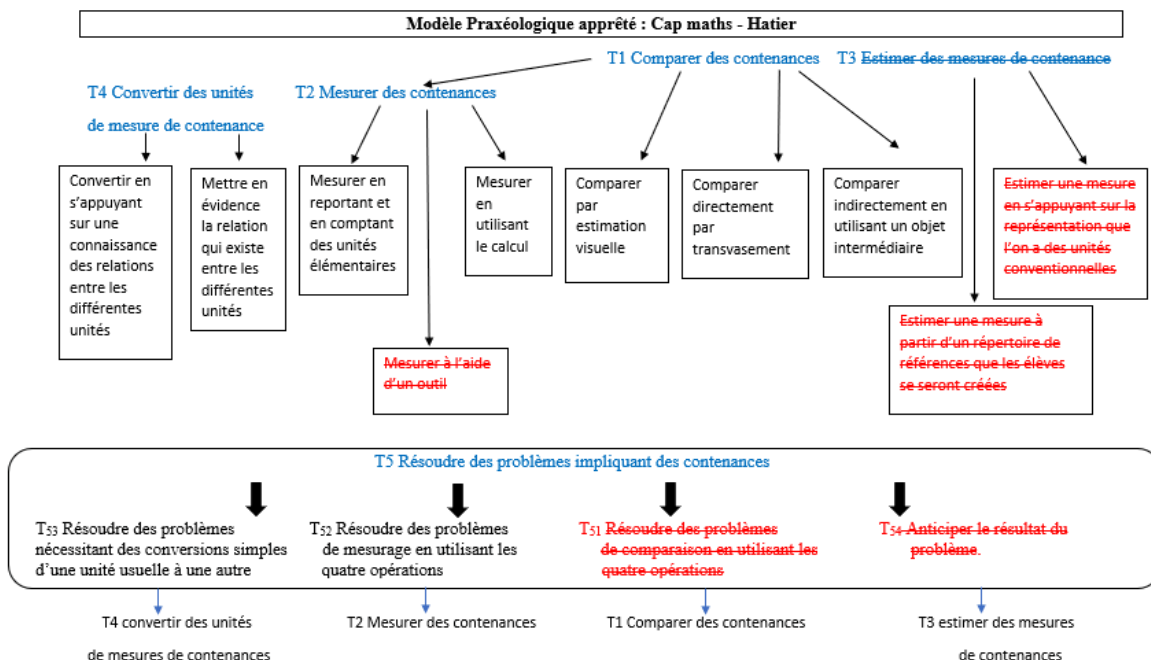


Figure 9 : MPA des manuels Cap maths, cycle 2, Hatier

Le MPA des manuels Cap maths montre que les différents types de tâches présents dans le MPR ne sont pas tous travaillés. Le type de tâche T3 n'est pas proposé. Trois techniques et les sous-types de tâches T<sub>51</sub> et T<sub>54</sub> ne sont pas proposés.

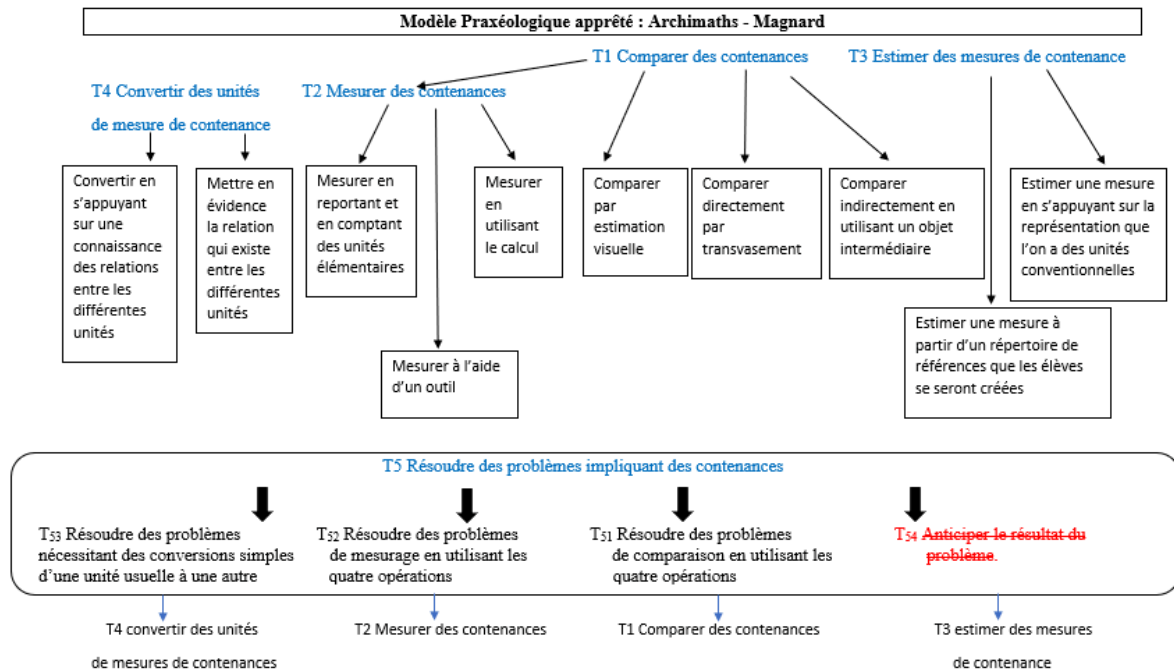


Figure 10 : MPA des manuels Archimaths, cycle2, Magnard

Le MPA d'Archimaths nous permet de constater que l'ensemble des types de tâches et des techniques du MPR sont présents. Seul le sous-type de tâches T<sub>54</sub> n'est pas proposé.

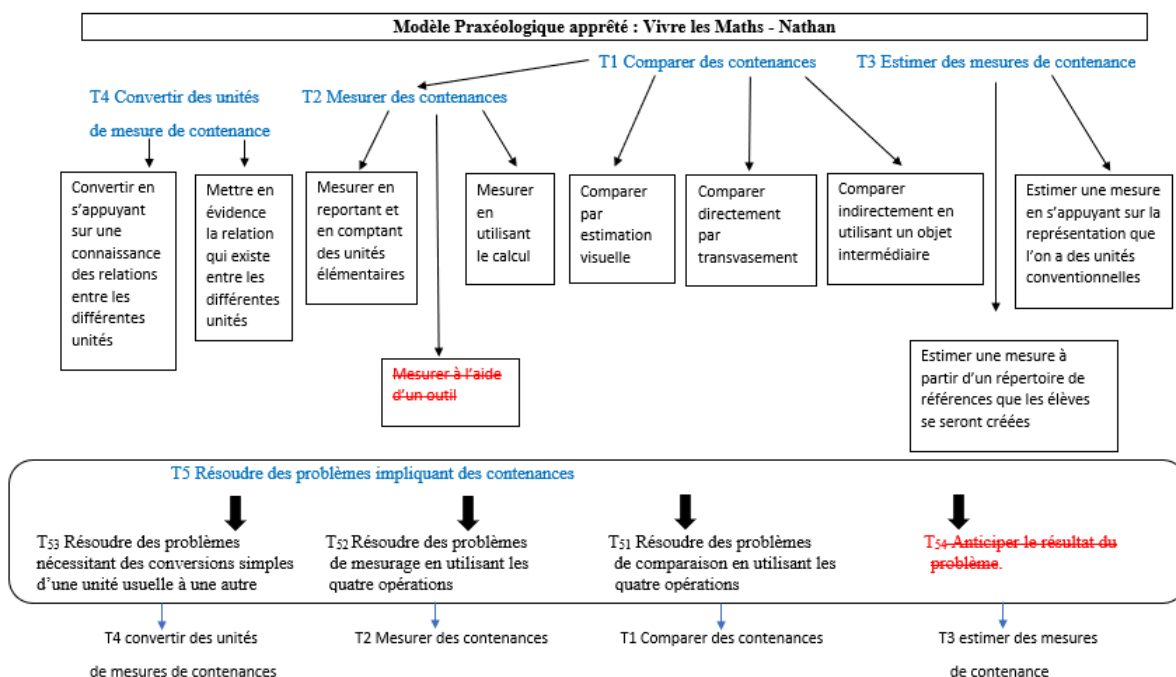


Figure 11 : MPA des manuels Vivre les maths, cycle 2, Nathan

Le MPA des manuels Vivre les maths montre que les différents types de tâches présents dans le MPR sont travaillés. Une seule technique et le sous-type de tâches T<sub>54</sub> ne sont pas proposés.

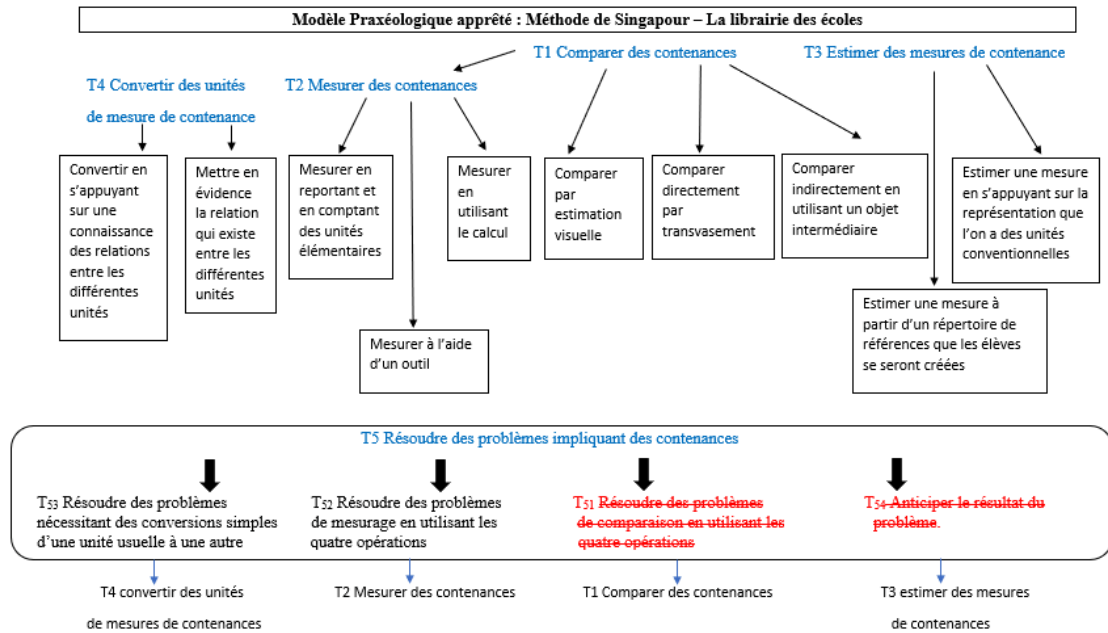


Figure 12 : MPA des manuels Méthode de Singapour, cycle 2, La librairie des écoles

Le MPA de la méthode de Singapour montre que l'ensemble des types de tâches et des techniques du MPR sont présents dans cette collection. Seuls les sous-types de tâches T<sub>51</sub> et T<sub>54</sub> ne sont pas mis au travail.

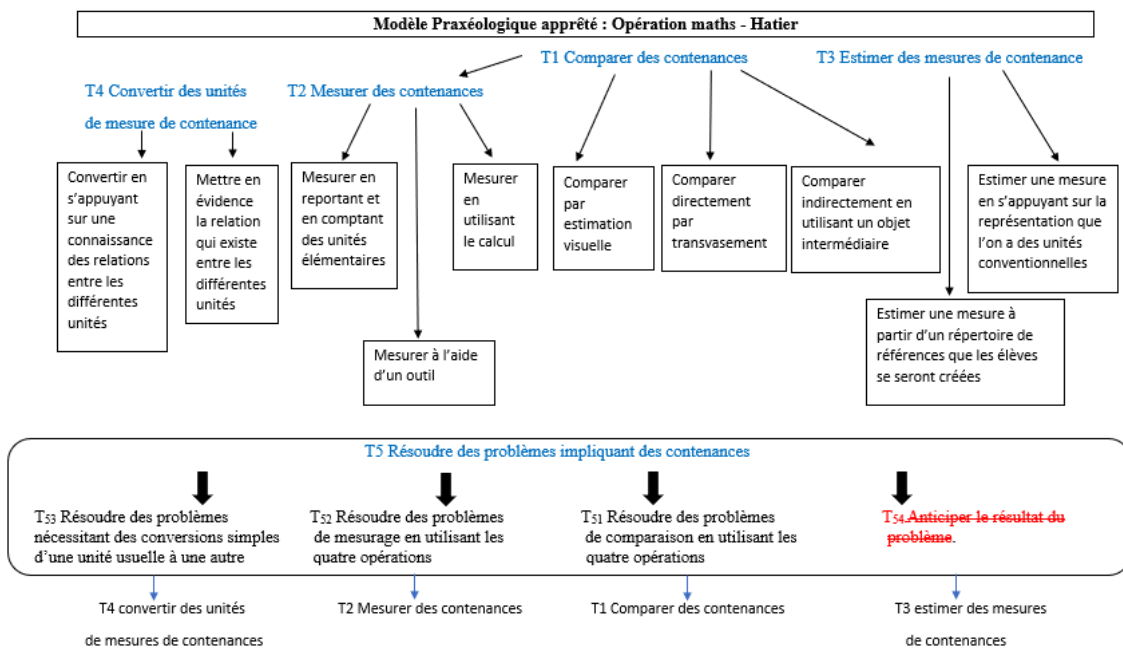


Figure 13 : MPA des manuels Opération maths, cycle 2, Hatier

Le MPA d'Opération maths nous permet de constater que l'ensemble des types de tâches et des techniques du MPR sont présents dans ces manuels. Seul le sous-type de tâches T<sub>54</sub> n'est pas proposé.

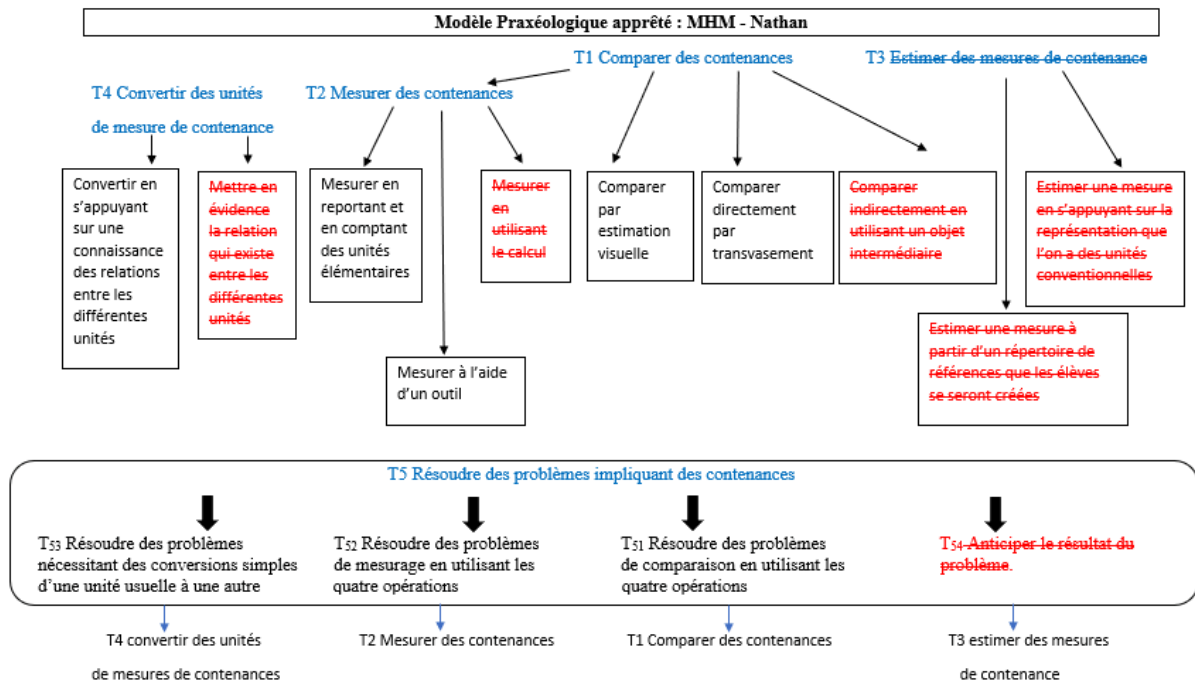


Figure 14: MPA des manuels MHM, cycle 2, Nathan

Le MPA des manuels MHM montre que les différents types de tâches présents dans le MPR sont travaillés. Cinq techniques et le sous-type de tâches T<sub>54</sub> ne sont pas proposés.

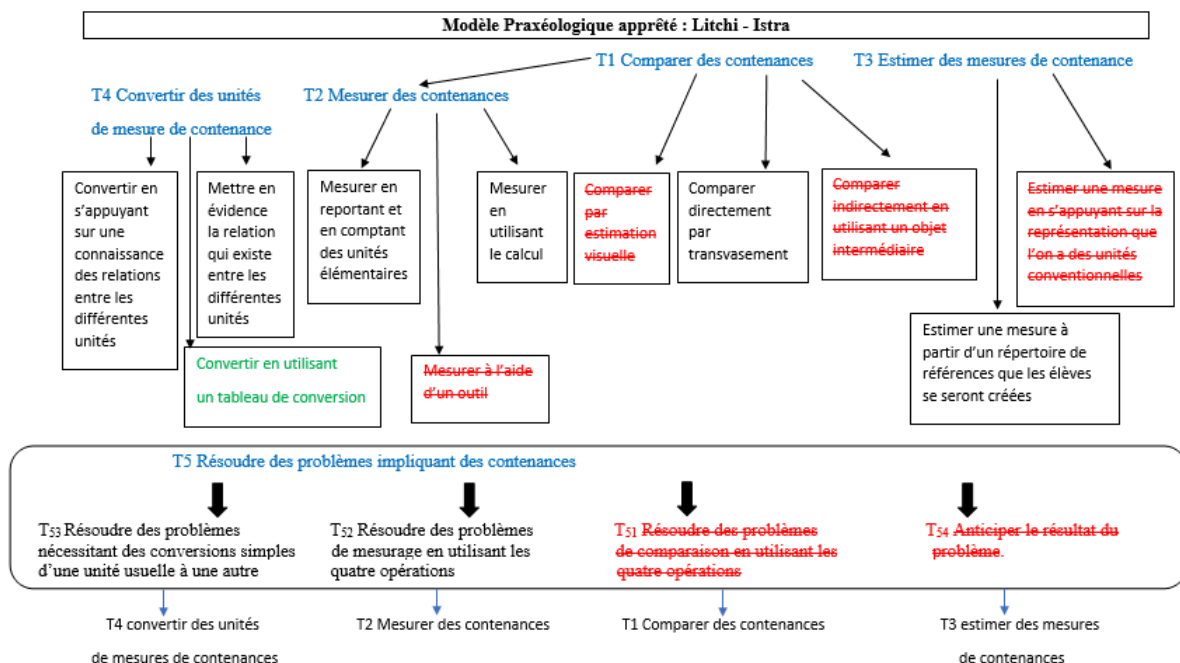


Figure 15 : MPA des manuels Litchi, cycle 2, Istra.

Le MPA des manuels Litchi montre que les différents types de tâches présents dans le MPR sont travaillés. Quatre techniques et les sous-types de tâches  $T_{51}$  et  $T_{54}$  ne sont pas proposés. Par contre, une technique autre est proposée : « convertir en utilisant un tableau de conversion ».

L'analyse de ces neuf MPA, nous permet de constater que six des neuf manuels analysés, travaillent les cinq types de tâches présents dans le MPR construit pour la grandeur contenance au cycle 2. Les manuels Cap maths, J'apprends les maths et MHM ne travaillent pas le type de tâches  $T3$  *estimer des mesures de contenance*. Aucun des manuels analysés ne propose explicitement des activités amenant les élèves à anticiper le résultat d'un problème ( $T_{54}$ ). Nous avons fait le choix de considérer la tâche « estimer visuellement la contenance de différents récipients pour dire celui qui a la contenance la plus grande » comme relevant du type de tâches  $T1$  *comparer des contenances*. Concernant les techniques, Opération maths et Archimaths sont les deux seules collections de manuels qui proposent de travailler l'ensemble des techniques identifiées dans le MPR. Les autres collections ne proposent qu'une partie de ces techniques. Litchi suggère même d'utiliser un tableau de conversion, technique inenvisageable selon les textes officiels en cycle 2.

### 2.4.3 Analyse des manuels

L'analyse des différentes données reconstruites grâce à la grille d'analyse et aux MPA nous permettent de caractériser plus précisément les propositions faites par les manuels en termes de contenus mathématique et didactique mais aussi en ce qui concerne les éléments liés à l'institutionnalisation. Nous présentons ces résultats ci-dessous.

#### *Contexte de mise en œuvre de la grandeur contenance dans les manuels*

L'analyse des 9 manuels montre que la grandeur contenance est travaillée en cycle 2 sur les niveaux CE1 et CE2. Aucun des manuels analysés ne propose d'étudier cette grandeur en CP. Cela est en cohérence avec les programmes de cycle 2 mais aussi avec les repères de progressivité (MEN, 2018) qui invitent à travailler cette grandeur uniquement à partir du CE1. Un seul manuel, J'apprends les maths, de chez Retz, propose la découverte de cette grandeur uniquement à partir du CE2. Le nombre de séances consacrées à cet apprentissage est de 1,5 séances en moyenne sur ces 9 manuels en CE1 et de 1,7 en CE2. Six manuels y consacrent une seule séance en CE1. Il n'y a que le manuel Méthode de Singapour qui consacre six séances à la grandeur contenance en CE1 et 5 en CE2. En comparaison, le nombre de séances consacrées à la construction de la grandeur longueur est de 4 séances en moyenne en CE1. Peu de



propositions sont faites dans les manuels de cycle 2 pour permettre de travailler la grandeur contenance. Nous nous sommes donc demandée si des propositions pouvaient être anticipées dans des ouvrages de maternelle. Nous avons analysé différents ouvrages largement utilisés par les enseignants de maternelle : Découvrir le monde avec les mathématiques (Valentin, 2004, 2007) et Vers les maths PS, MS et GS (Duprey et al., 2009, 2010). Dans ces ouvrages, aucune proposition n'est faite pour construire la grandeur contenance. Nous pouvons donc conclure que la grandeur contenance est une grandeur pour laquelle le nombre de propositions faites aux enseignants dans les manuels est moindre par rapport à celles faites pour les autres grandeurs dont la longueur.

Nous avons ensuite cherché à caractériser chaque type d'activité proposée dans les 9 collections. Nous avons répertorié en tout 163 activités dans les 9 collections analysées. 39 sont des situations de découverte, 61 des exercices et 63 des problèmes (Figure 16). 38,7% des activités proposées sont donc des problèmes. Cela peut s'expliquer par une orientation des programmes qui réaffirme la place importante à donner aux problèmes dans l'activité mathématique.

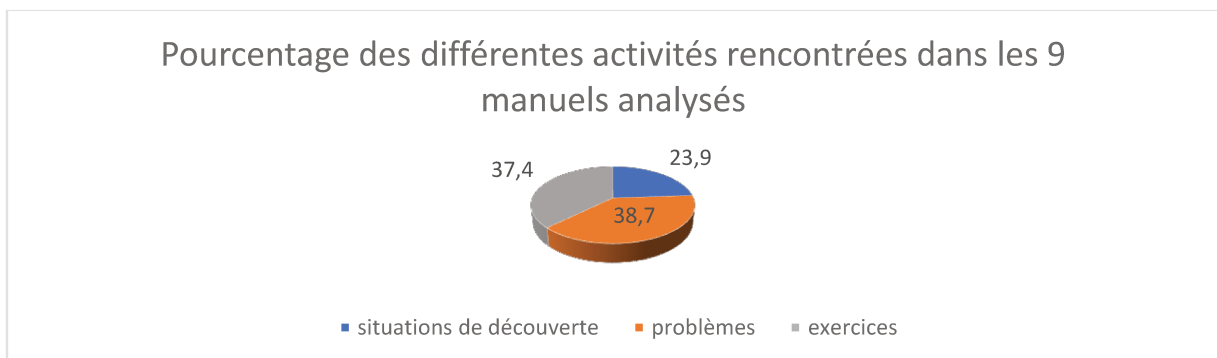


Figure 16 : Pourcentage des différentes activités rencontrées dans les 9 manuels analysés.

### Types de tâches identifiés dans les propositions des manuels

Une même activité peut mobiliser différents types de tâches. Pour chacun des manuels, nous avons dénombré, pour chacune des activités, les différents types de tâches mobilisés. Le tableau détaillé de ce décompte se trouve en Annexe 2. Le Tableau 3, ci-dessous, synthétise les résultats pour les 9 manuels analysés.

Nombre de fois où chaque type de tâches est mobilisé dans l'ensemble des différents manuels.						
	T1 Comparer	T2 Mesurer	T3 Estimer	T4 Convertir	T5 Résoudre Pb	
CE1	42	46	8	9	40	145
CE2	25	56	12	71	66	230
Total	67	102	20	80	106	375

Tableau 3 : Nombre de fois où chaque type de tâches est mobilisé dans les différents manuels.

Les résultats obtenus montrent que les types de tâches T2 *mesurer des contenances*, T4 *convertir des unités de mesure de contenance* et T5 *résoudre des problèmes relevant des contenances* sont largement travaillés. Par contre les types de tâches T1 *comparer des contenances* et T3 *estimer des mesures de contenances* sont peu travaillés. Le fait que le type de tâches T1 *comparer des contenances* soit peu travaillé peut impliquer une difficulté potentielle dans la construction de la grandeur, ici la contenance, comme le montrent les résultats de recherches didactiques (Perrin-Glorian, 2002, Ligozat, 2008, Javoy, 2019) qui ont pointé l'importance de construire la grandeur avant d'aller vers la mesure. Nous avons ensuite considéré plus précisément le type de tâches T1 pour savoir si les propositions faites dans les manuels font appel à la comparaison de grandeurs ou de mesures (Tableau 4). Sur les 67 fois où le type de tâches T1 est mobilisé, il n'y a que 35 situations qui font appel à des comparaisons sans mesure. Les types de tâches T2 à T5 faisant intervenir la mesure, nous avons donc seulement 35 activités sur 375 qui ne la font pas intervenir. Il n'y a donc que 9,33% des tâches proposées dans les manuels qui permettent de construire la grandeur contenance sans utiliser la mesure. Les propositions faites par les manuels vont très vite vers la mesure.

	T1 Comparer	dont comparaison sans mesure	dont comparaison avec mesure
CE1	42	23	19
CE2	25	12	13
Cycle	67	35	32

Tableau 4 : Nombre de tâches de comparaison faisant appel ou non à la mesure.

Concernant le type de tâches T5 *résoudre des problèmes impliquant des contenances*, nous avons cherché à savoir quel était le nombre de propositions pour chacun des sous-types de tâches T<sub>51</sub> *résoudre des problèmes de comparaison en utilisant les quatre opérations*, T<sub>52</sub> *résoudre des problèmes de mesurage en utilisant les quatre opérations*, T<sub>53</sub> *résoudre des problèmes nécessitant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre* et T<sub>54</sub> *anticiper les résultats du problème* (Tableau 5).

	T5	T <sub>51</sub>	T <sub>52</sub>	T <sub>53</sub>	T <sub>54</sub>
CE1	40	6	31	3	0
CE2	66	5	34	26	0
Total	106	12	65	29	0

Tableau 5 : Répartition des sous-types de tâches par rapport au type de tâches T5 : résoudre des problèmes impliquant des contenances.

Ces résultats nous montrent, une fois de plus, la place prépondérante des activités liées à la mesure (61%) et aux conversions (27%), sachant que ce dernier sous-type de tâches est travaillé quasi-exclusivement en CE2. Nous n'avons pu identifier aucune tâche en lien avec T<sub>54</sub> *anticiper les résultats du problème* dans les propositions faites par les manuels.

#### Types de tâches et techniques mobilisées dans une même activité.

Il nous a semblé ensuite intéressant d'essayer de caractériser les activités proposées dans les manuels en fonction du nombre de types de tâches et de techniques mobilisés dans une même activité. Nous synthétisons les résultats obtenus dans le tableau ci-dessous (Tableau 6). L'ensemble des résultats détaillés par manuel se trouve en Annexe 3.

Nombre d'activités pour l'ensemble des 9 collections analysées : 163 dont 63 problèmes.		
Activités qui mobilisent 1 type de tâche et une technique	Activités qui mobilisent 1 type de tâches et plusieurs techniques	Activités qui mobilisent plusieurs types de tâches
81 dont 31 problèmes	8	74 dont 32 problèmes

Tableau 6 : Types de tâches et techniques mobilisées dans les activités proposées par les manuels.

Les huit activités qui mobilisent 1 type de tâches et plusieurs techniques sont des situations de découverte qui travaillent le type de tâches T1 *comparer des contenances*. Les différentes techniques de comparaison par estimation visuelle  $\tau_{cv}$ , par comparaison directe  $\tau_{ca}$  et par comparaison indirecte  $\tau_{ci}$  sont mises au travail dans une même activité. Les activités qui mobilisent un type de tâches et une seule technique sont des activités qui peuvent mobiliser le type de tâches T1 comparer des contenances (18 activités sur 81), le sous-type de tâches T52 *résoudre des problèmes de mesurage en utilisant les quatre opérations* (31 activités sur 81). Les autres activités, de type exercice, relèvent en très grande partie du type de tâches T2 *mesurer des contenances* et T4 *convertir des unités de mesure de contenance*, le type de tâche T3 *estimer des mesures de contenance* étant très peu travaillé. Le dernier concerne les activités

qui mobilisent plusieurs types de tâches, par exemple T1 et T2, cela représente 20 activités sur les 74 de cette dernière catégorie. Les activités qui mobilisent plusieurs types de tâches sont majoritairement des activités qui travaillent les types de tâches T2 et T4. Ces différentes analyses montrent une fois de plus que la place donnée à la mesure dans les activités proposées par les manuels est plus importante que celle donnée aux activités qui mobilisent les comparaisons de contenances sans recours à la mesure.

### *Éléments présents dans les manuels pour aider à la construction du savoir*

Les éléments de savoirs présents dans les manuels prennent plusieurs formes et sont de natures différentes. Nous avons pu identifier des textes de savoir à destination des élèves dans les fichiers et mémos. Seuls les manuels Pour comprendre les maths, CE1 de chez Hachette et Cap Maths, CE1 de chez Hatier ne proposent pas de texte de savoir dans le mémo ou dans le fichier de l'élève. Dans le guide du maître, Cap maths CE1 propose de réaliser une affiche qui synthétise ce qui a été travaillé : le type de tâches T1 *comparer des contenances*. Ce type de tâches a été travaillé à partir de situations de découverte basées sur des manipulations. Les textes de savoir proposés dans les mémos et fichiers sont essentiellement constitués de connaissances en lien avec le type de tâches *mesurer des contenances* et plus particulièrement sur les unités de mesure de contenance et les relations qui existent entre elles. L'extrait du mémo du manuel Vivre les Maths, CE2 (Figure 17) est représentatif des textes de savoir proposés dans les manuels. Seul Cap Maths, CE2 institutionnalise le type de tâches *comparer des contenances* dans son mémo (Figure 18). Les textes de savoir proposés sont en cohérence avec les activités proposées par les manuels qui donnent une grande place aux types de tâches *mesurer des contenances* et *convertir des unités de mesure de contenance*. D'autres connaissances déclaratives peuvent être présentes dans les textes de savoir proposés, par exemple la définition de ce qu'est une contenance (quatre manuels proposent cette définition). Le manuel Litchi utilise le terme de « capacité » et le définit dans son mémo. Il ne parle pas de contenance en CE1 contrairement à ce qui est demandé dans les programmes officiels de 2020. Archimaths de chez Magnard utilise le terme contenance dans le fichier des élèves mais aussi celui de capacité dans le guide du maître. Deux manuels précisent dans leur texte de savoir que le verre mesureur est l'outil de mesure de contenance. Un seul manuel, Archimaths, CE1 explicite, dans le guide du maître, la nécessité d'une unité conventionnelle ainsi que quelques éléments historiques en rappelant que le litre est l'unité conventionnelle de contenance depuis 1975. Pour terminer ce point concernant les connaissances présentes dans les manuels analysés, nous souhaitons préciser que certaines informations présentes ne sont pas en conformité avec les programmes

officiels. Les manuels des collections méthode de Singapour et MHM travaillent l'unité mL en cycle 2 alors que les programmes demandent de travailler cette unité en cycle 3. De même dans son texte de savoir, Litchi de chez Istra propose d'utiliser un tableau de conversion pour traiter le type de tâches T4 *convertir des unités de mesure de contenance*. Cette technique n'est pas un attendu du cycle 2 : « Au cycle 2, seules quelques unités usuelles sont rencontrées par les élèves, ils n'utilisent donc pas de tableaux de conversion. Ces tableaux seront introduits au cours moyen pour institutionnaliser la suite des préfixes et au collège pour effectuer des conversions » (MEN, 2016, p. 6)



Figure 17 : Mémo du manuel *Vivre les maths CE2*, de chez Nathan.



Figure 18 : Mémo *Cap maths, CE2* de chez Hatier.

Dans les guides du maître, nous avons pu mettre en évidence des conseils didactiques pour aider les enseignants à construire le savoir en jeu. Par exemple dans *Vivre les Maths, CE1*, la démarche de construction des grandeurs et mesures, en commençant par la comparaison de contenance avant d'aller vers la mesure, est rappelée. Nous avons pu également pointer la

présence d'éléments praxéologiques dans les guides du maître, des techniques et quelques éléments technologiques peuvent être rappelés aux enseignants (Figure 19). L'analyse des manuels montre que les conseils sont inégalement représentés d'une collection à une autre.

**EXPLICITATION, VERBALISATION**

**Les contenances de deux bouteilles A et X se comparent par transvasement :**

- ▶ Si on peut verser **tout le liquide** contenu dans la bouteille A dans la bouteille X et que la bouteille X **n'est pas pleine**, la **contenance de la bouteille A est plus petite que celle de la bouteille X.**
- ▶ Si, quand on verse le contenu de la bouteille A dans la bouteille X, **cela déborde**, alors que l'on **n'a pas fini de vider** la bouteille A, la **contenance de la bouteille A est plus grande que celle de la bouteille X.**
- ▶ Si, quand on verse **tout le liquide** contenu dans la bouteille A dans la bouteille X, **on remplit exactement** la bouteille X, la **contenance de la bouteille A est la même que celle de la bouteille X.**

Figure 19 : Extrait du guide du maître Cap Maths, CE1, Hatier.

Concernant les éléments praxéologiques, sur 17 manuels analysés (nous avons analysé neuf collections mais le manuel J'apprends les maths, CE1 de Retz ne travaille pas la grandeur contenance), trois proposent une institutionnalisation qui se limite à énoncer les types de tâches travaillés. Dans le guide du maître, il est indiqué « Qu'avons-nous appris aujourd'hui ? Réponse attendue proche de : « Nous avons appris à comparer des contenances de plusieurs récipients » » (Extrait du guide du maître Pour comprendre les maths CE1). Le type de tâches est indiqué, *comparer des contenances*, mais les techniques ne sont pas précisées. Comment peut-on faire pour comparer des contenances ? Onze manuels proposent d'institutionnaliser les types de tâches travaillés ainsi que des techniques comme dans l'extrait du manuel Cap Maths, CE1 ci-dessus (Figure 19). Les techniques institutionnalisées pour le type de tâches T1 *comparer des contenances* sont le transvasement  $\tau_{ca}$  et l'utilisation de la mesure  $\tau_{pnm}$ . Pour le type de tâches T2 *mesurer des contenances* nous avons aussi deux techniques mises en avant :  $\tau_{mru}$ , mesurer en reportant et en comptant des unités élémentaires et  $\tau_{mc}$ , mesurer en utilisant le calcul. Enfin trois manuels n'institutionnalisent aucun type de tâches ni technique.



## Pour résumer

Dans cette seconde partie, nous avons cherché à répondre à notre question de recherche QR1 : Quelles sont les différentes praxéologies présentes en cycle 2 dans le domaine des grandeurs et mesures, pour la grandeur contenance ? Comment sont-elles articulées entre elles ?

Pour cela nous avons mené des analyses mathématique et didactique du savoir en jeu. La présentation des travaux anglo-saxons et francophones nous a permis de montrer que différentes approches sont envisagées pour l'enseignement-apprentissage des grandeurs et mesures à l'école. Après des études nombreuses sur la mesure, certaines, plus récentes, questionnent plus explicitement la place à donner aux grandeurs dans la scolarité. Ces études proposent d'explorer expérimentalement la grandeur avant d'aller vers la mesure.

L'étude des textes officiels montrent que depuis 1980, les grandeurs sont objet d'étude en mathématiques. Les activités de comparaison sont alors mises en avant pour conceptualiser les grandeurs en jeu dans le cadre de situations concrètes. L'analyse des textes officiels en vigueur au moment de notre recherche (MEN, 2016, 2018, 2020a, 2020b), nous a permis d'identifier six praxéologies à enseigner pour la grandeur contenance au cycle 2 : *T0 Identifier la grandeur contenance*, *T1 Comparer des contenances*, *T2 Mesurer des contenances*, *T3 Estimer des mesures de contenance*, *T4 Convertir des unités de mesure de contenance*, *T5 Résoudre des problèmes impliquant des contenances*.

Ces différentes analyses nous ont permis ensuite de construire un MPR pour la grandeur contenance au cycle 2 (Figure 6). Celui-ci est une structuration des différentes praxéologies à enseigner, précédemment identifiées. Ce MPR nous sert ensuite de référence pour analyser les praxéologies apprêtées par les neuf manuels analysés que nous avons choisi de structurer en MPA.

L'analyse que nous avons réalisée de ces différents manuels a permis de mettre en avant que l'ensemble des types de tâches et techniques identifiés dans le MPR ne sont pas proposés par l'ensemble des manuels. Nous avons pu montrer que le type de tâches *T1 comparer des contenances* est très peu travaillé et qu'une place prédominante est donnée aux types de tâches en lien avec la mesure (*T2*), les conversions (*T4*) et la résolution de problème (*T5*).

Concernant les propositions faites par les manuels pour aider à l'institutionnalisation du savoir, nous avons pu montrer qu'elles sont très inégales. Elles peuvent être de natures différentes. Elles sont en lien avec les types de tâches majoritairement travaillés, *T2 mesurer des contenances* et *T4 convertir des unités de mesure de contenance*. Pour le type de tâches *T1 comparer des contenances*, nous avons pu montrer que peu d'éléments sont présents pour institutionnaliser ce savoir construit à partir d'une situation de manipulation.







## Partie 3 : Les pratiques ordinaires des PES

Dans cette troisième partie, nous nous proposons d'objectiver notre constat de départ. A l'occasion de notre mission de formatrice, nous avons pu constater que les PES rencontraient des difficultés à institutionnaliser le savoir quel que soit le domaine mathématique enseigné. Dans le cadre de notre recherche, nous avons choisi de questionner le processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures et plus particulièrement pour la grandeur contenance en cycle 2. Ce savoir a été défini dans la partie précédente et nous allons maintenant tenter de répondre à notre deuxième question de recherche :

QR2 : Quelles sont les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Pour répondre à cette question, nous avons mis en place deux méthodologies complémentaires : une méthodologie par questionnaire puis une autre basée sur deux études de cas. Nous présentons et analysons les résultats obtenus grâce à ces deux méthodologies.

### 3.1 Le questionnaire

Dans cette sous-partie, nous présentons le questionnaire élaboré à destination des PES, que nous avons intitulé : « Questionnaire professeurs des écoles stagiaires : Enseignement des grandeurs et mesures à l'école »

Nous avons construit ce questionnaire avec deux objectifs. Le premier est d'identifier les ressources utilisées par les PES pour concevoir leurs séquences d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures. Le second est de caractériser les pratiques d'institutionnalisation des PES dans ce même domaine en questionnant le texte de savoir, la manière dont il est anticipé et les formes qu'il prend.

#### 3.1.1 Présentation et analyse a priori du questionnaire

Ce questionnaire est constitué de huit questions. Les quatre premières questions permettent de définir le contexte professionnel des PES :

1. *Institut de formation d'affectation pour votre année de stage*
2. *Cycle d'affectation pour l'année de stage*

3. *Votre ancienneté : avez-vous fait des suppléances avant votre année de formation ?*

4. *Avez-vous la responsabilité de l'enseignement du domaine des grandeurs et mesures (dans son ensemble ou en partie) avec vos élèves ?*

Ces différentes questions fermées nous permettent de caractériser l'échantillon de PES répondants. Les PES qui n'enseignent pas le domaine des grandeurs et mesures n'accèdent pas aux questions suivantes du questionnaire car nous souhaitons interroger uniquement des enseignants qui ont en charge ce domaine. Nous pensons qu'ils seront largement représentés au regard de la recherche que nous avons menée auparavant (Frappier-Jego, 2016).

La question 5 : *les élèves ont-ils un fichier de mathématiques ?* C'est une question fermée avec possibilité de préciser, en cas de réponse positive, le nom du fichier. Les neuf fichiers des manuels analysés dans la partie 2 de ce document sont proposés comme réponse possible ainsi qu'une proposition « autres ». Comme nous avons déjà eu l'occasion de le préciser, les manuels sont des ressources largement utilisées par les enseignants (Mounier et Priolet, 2015). Or nous avons aussi montré que les MPA construits pour les différents manuels sont très différents et peuvent parfois ne pas être tout à fait conformes aux programmes officiels en vigueur au moment de notre recherche. Nous avons aussi montré que les éléments pour aider à l'institutionnalisation des savoirs présents dans les manuels sont très inégaux. Cet état des lieux est donc important à prendre en compte pour caractériser le contexte d'enseignement des PES.

La question 6 : *Quelles sont les ressources que vous utilisez pour construire vos propositions d'apprentissage dans le domaine grandeurs et mesures ? (Plusieurs réponses sont possibles)* avec ces différentes propositions de réponses : *manuel (fichier et guide du maître) dont les élèves ont le fichier, fichier des élèves, je n'ai pas le guide du maître, fichiers (spécimens reçus gratuitement), guide du maître autre que celui qui correspond au fichier des élèves, site Eduscol, sites officiels des académies, sites créés par des enseignants ou autres,* nous permet d'identifier la nature des ressources utilisées par les PES pour concevoir leurs séquences d'apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures. Pour mettre en œuvre les programmes officiels, différentes ressources sont effectivement disponibles. Certaines sont diffusées par l'éducation nationale afin d'aider, de guider les enseignants dans la mise en œuvre des programmes officiels. C'est le cas du site Eduscol par exemple ou de certains sites institutionnels proposés par des inspections académiques. Il y a également les manuels qui sont des ressources largement utilisées par les enseignants. Le savoir est apprêté par une équipe d'auteurs, qui en fonction de sa constitution (didacticiens ou acteurs de terrain), peut être

porteuse d'un projet didactique s'orientant vers différents modèles d'enseignement-apprentissage (Mounier et Priolet, 2015). Nous avons pu le montrer dans la partie 2 de cette thèse, les propositions sont très inégales d'une collection à une autre. Enfin, il y a les ressources accessibles sur des sites créés par des enseignants (nommés ensuite sites de PE). Ces ressources ne bénéficient pas d'une validation institutionnelle. C'est par les retours des pairs qui les ont consultées que leur renommée se fait.

Les deux dernières questions concernent le texte de savoir construit lors du processus d'institutionnalisation.

La question 7 : *Lors de vos temps de préparation, anticipez-vous le savoir qui va être construit lors de la séquence d'apprentissage ?* Cet item questionne l'anticipation de ce texte de savoir par les PES. Dans le cas d'une réponse positive, différentes ressources pour anticiper le texte de savoir sont proposées : *manuel de la classe (fichier et guide du maître), fichier des élèves, je n'ai pas le guide du maître, fichier (spécimen reçu gratuitement), guide du maître autre que celui qui correspond au fichier des élèves, site Eduscol, sites officiels des académies, sites créés par des enseignants ou autres*. Une sous-question est également proposée concernant la forme que prend cette anticipation du texte de savoir avec des propositions à choix multiple de réponses : *trace écrite qui pourra être communiquée aux élèves, anticipation écrite du contenu du savoir (dans le cahier journal), anticipation orale du contenu à savoir ou autres*. Le texte de savoir qui sera, au final, proposé en classe doit rendre compte des apprentissages réellement construits. La forme de son anticipation peut donner des informations sur les pratiques d'institutionnalisation du PES.

La question 8 : *Quelle forme donnez-vous à l'institutionnalisation des savoirs dans le domaine des grandeurs et mesures ?* Les suggestions de réponses faites pour cet item sont : *mémo du manuel de la classe, fiche construite par un tiers (site internet), fiche construite par un tiers (support utilisé dans toutes les classes de l'école), fiche construite par vous, support collectif pour la classe, pas de trace écrite ou autres*. Cela permet d'identifier la place qui est donnée à la trace écrite dans le processus d'institutionnalisation et la forme qu'elle prend. Dans les programmes de cycle 2 (MEN, 2020a), il est demandé aux professeurs de construire, avec les élèves, des traces écrites qui ont valeur de référence.

Ces écrits sont d'abord des écritures et représentations produites en situation par les élèves eux-mêmes qui évoluent progressivement avec l'aide du professeur vers des formes conventionnelles institutionnalisées dans les cahiers par des traces écrites qui ont valeur de référence (MEN, 2020a, p.56).

L'exposition du texte de savoir est une étape du processus d'institutionnalisation. Cette demande institutionnelle est donc justifiée même si le texte de savoir peut prendre deux formes : orale ou écrite. Il est donc également intéressant d'identifier les pratiques des PES en ce qui concerne cet élément.

### 3.1.2 Contexte de passation et traitement des données récoltées

Ce questionnaire étant présenté et analysé a priori, nous présentons maintenant les conditions de sa passation. Le questionnaire a été mis en ligne avec l'outil Limesurvey du 11 au 29 janvier 2021. Il a été adressé par les responsables de formation aux 184 PES reçus au concours CRPE 2020 et inscrits en 2020-2021 en formation à l'ISFEC Bretagne ou à l'INSPE Bretagne, site de Rennes.

Afin de motiver le plus possible de PES à répondre à ce questionnaire et permettre une expression libre, nous avons souhaité rendre ce questionnaire anonyme et nous l'avons mentionné dans le texte introductif rappelant les obligations du chercheur en matière de protection des données personnelles. Ce questionnaire, composé de 8 questions fermées, peut être renseigné en un temps assez court (durée approximative indiquée : 10 minutes). Chaque question nécessite obligatoirement une réponse pour pouvoir passer à la question suivante. Comme nous l'avons déjà précisé, pour certaines questions, la case « autres » est proposée pour permettre une expression libre des PES qui ont des éléments de réponse ne se trouvant pas dans la liste proposée. En fonction des réponses des PES, des boucles de conditions sélectionnent les questions suivantes, éventuellement arrêtent le questionnaire avant la fin.

A la fin de la période de passation, nous avons extrait les données récoltées grâce au logiciel Limesurvey vers une base Excel. Nous présentons l'analyse des réponses dans la partie suivante.

### 3.1.3 Analyse des réponses obtenues au questionnaire

Nous structurons la présentation des réponses et leur analyse autour de trois points : le profil des PES ayant répondu au questionnaire, les ressources qu'ils utilisent pour concevoir leurs séquences dans le domaine des grandeurs et mesures et l'anticipation et la forme que prend le texte de savoir qui sera construit lors du processus d'institutionnalisation.

## *Profil des répondants*

Comme nous l'avons déjà précisé, ce questionnaire a été envoyé à 184 PES. 103 PES y ont répondu (45 étudiants de l'INSPE sur 83 et 58 de l'ISFEC sur 101). 56% des PES ont donc répondu à ce questionnaire avec une représentation assez proche dans les deux instituts. Dans notre analyse, nous considérerons les deux sous-groupes, PES issus d'ISFEC et PES issus d'INSPE, comme un seul et même groupe. Nous justifions ce choix par le fait que toutes les personnes ont un même niveau d'étude, ont passé le même concours et qu'elles bénéficient du même type de formation en théorie. En considérant l'ensemble des PES issus d'ISFEC et d'INSPE, cela permet d'obtenir un échantillon plus important donc plus représentatif des pratiques existantes des PES.

Les réponses à la question 3 du questionnaire nous permettent de dire que 76,7% des PES qui ont répondu à ce questionnaire n'ont pas d'expérience de classe. Ils n'ont jamais fait de suppléances, c'est-à-dire qu'ils n'ont jamais eu la responsabilité d'une classe sur une période plus ou moins longue (un suppléant peut assurer un remplacement sur une période allant de 1 jour à une année scolaire). Après avoir filtré les différents résultats des PES avec expérience ou sans expérience, nous pouvons conclure que c'est un critère qui ne nous semble pas significatif. En effet, les résultats obtenus aux deux groupes de questions concernant premièrement les ressources utilisées pour concevoir des séquences dans le domaine des grandeurs et mesures et deuxièmement les questionnements liés au texte de savoir dans ce même domaine, sont sensiblement les mêmes pour les deux profils d'étudiants. Les réponses similaires peuvent s'expliquer par le fait que les suppléants sont des enseignants qui ne bénéficient pas de formation particulière pour assurer cette fonction.

Concernant les cycles d'affectation des étudiants ayant répondu à ce questionnaire, nous pouvons constater que les trois cycles sont assez équitablement représentés : 36 PES sur les 103 qui ont répondu sont affectés en cycle 1 (TPS PS MS GS), soit 38%. 28 PES sur les 103, soit 27% des répondants, sont affectés en cycle 2 (CP CE1 CE2) et 39 PES, soit 35% des répondants, en cycle 3 (CM1 CM2).

Dans le traitement des réponses, nous ne différencions pas les réponses en fonction de l'affectation des PES dans un cycle particulier. Nous considérons que les gestes professionnels développés par les PES, en ce qui concerne nos questionnements, sont les mêmes quel que soit le cycle. Pour certaines questions, nous pouvons être amenée à analyser les résultats du seul groupe de PES nommés en cycle 2 quand ils présentent une information significative.

Nous avons ensuite cherché à savoir combien de PES étaient concernés par l’enseignement de ce domaine des grandeurs et mesures. Le tableau ci-dessous précise le nombre de PES, par cycle, ayant répondu au questionnaire puis le nombre de ceux qui ont la charge de l’enseignement des grandeurs et mesures (Tableau 7).

	Cycle 1	Cycle 2	Cycle 3	Total
Nombre de PES ayant répondu au questionnaire	36	28	39	103
Nombre de PES ayant répondu et ayant la charge de l’enseignement des grandeurs et mesures	32	24	37	93

*Tableau 7 : Nombre de répondants ayant en charge l’enseignement du domaine des grandeurs et mesures en fonction du cycle.*

Les résultats obtenus montrent que 93 PES sur les 103 répondants, soit 90,3 %, ont en charge cet enseignement sur le mi-temps de classe qu’ils assurent. Ce point est assez révélateur des pratiques de classe que nous avons déjà pu pointer dans des travaux précédents (Frappier-Jego, 2016). Nous avons, dans cette recherche, utilisé un questionnaire pour faire un état des lieux des pratiques des enseignants titulaires dans le domaine des grandeurs et mesures. A la question : « Garderiez-vous l’enseignement du domaine « grandeurs et mesures » si vous étiez à temps partiel ? », 41,7% des répondants seulement répondaient positivement. Les PES sont nommés sur des postes à mi-temps avec des titulaires qui sont très souvent déjà affectés sur le poste depuis plusieurs années et qui, à ce titre, peuvent assurer la répartition des domaines. Nous pouvons constater que le pourcentage des PES qui assurent l’enseignement des grandeurs et mesures est encore plus important que ce que nous pouvions imaginer suite aux déclarations des enseignants titulaires. Les PES sont très largement concernés par l’enseignement du domaine grandeurs et mesures. C’est une thématique de formation qui est donc une nécessité à très court terme.

A partir de maintenant, les réponses prises en compte sont celles des 93 PES qui ont en charge le domaine des grandeurs et mesures. Comme nous l’avons déjà précisé, les PES qui ont répondu ne pas avoir en charge l’enseignement des grandeurs et mesures, n’avaient pas accès à la suite du questionnaire.

### *Les ressources utilisées pour concevoir les séquences d’enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures.*

Avant d’analyser les réponses à la question 6 : *Quelles sont les ressources que vous utilisez pour construire vos propositions d’apprentissage dans le domaine grandeurs et mesures ?* nous avons souhaité présenter les réponses à la question 5 : *les élèves ont-ils un fichier de*

*mathématiques* ? Nous pensons que le fait que les élèves aient un fichier peut influencer la conception des séquences réalisée par les PES car c'est une ressource qui leur est directement accessible sur leur lieu professionnel. Nous avons donc cherché à analyser quantitativement et qualitativement la présence de fichiers dans les classes.

Nous avons tout d'abord quantifié le pourcentage de classes des PES dans lesquelles les élèves ont un fichier (Tableau 8).

	Nombre de PES dont les élèves ont un fichier	Nombre de PES affectés sur ce cycle	% des classes où les élèves ont un fichier
Cycle 1	0	32	0%
Cycle 2	13	24	54,2%
Cycle 3	11	37	29,7%

Tableau 8 : Pourcentage des classes des répondants où les élèves ont un manuel.

Nous pouvons constater que les élèves des PES affectés en cycle 1 n'ont pas de fichier. Au regard de notre expérience professionnelle, cette réponse est cohérente avec les pratiques ordinaires de classe où les propositions de fichier en cycle 1 sont très exceptionnelles. Le pourcentage des classes de cycle 2 où le PES a la responsabilité de l'enseignement des grandeurs et mesures et où les élèves ont un fichier est, lui, plus important, 54,2%, (13 classes sur 24), soit plus d'une classe sur deux. Pour le cycle 3, nous obtenons un pourcentage de 29,7%. Là aussi, les résultats sont assez représentatifs des pratiques selon notre expérience professionnelle.

Pour le cycle 2, cycle où nous menons notre étude, ces résultats montrent que le fichier est une ressource présente dans plus d'une classe sur deux. Nous avons ensuite cherché à savoir quels étaient les fichiers utilisés dans ces 13 classes des PES affectés en cycle 2. Pour cela, nous avons proposé une question à choix multiple avec les 9 collections de manuels que nous avons analysés et une réponse « autres ».

L'analyse des réponses des PES au questionnaire, tous cycles confondus, montre que sept des neuf collections proposées dans les questions à choix multiple sont présentes dans les classes des PES. Aucun des 93 PES n'utilise J'apprends les maths ou Archimaths. Certaines réponses « autres » ont été réintroduites dans nos neuf propositions (exemple la réponse Litchi, Istra est comptabilisée avec notre proposition de la collection Litchi).



Trois autres collections, différentes de celles que nous avons proposées dans notre liste, sont présentes dans la réponse « autres » : Maths au (Accès édition), i parcours (Génération 5), et Outils pour les maths (Magnard).

Le graphique suivant (Figure 20) donne le nombre de classes de PES utilisant les différentes collections.

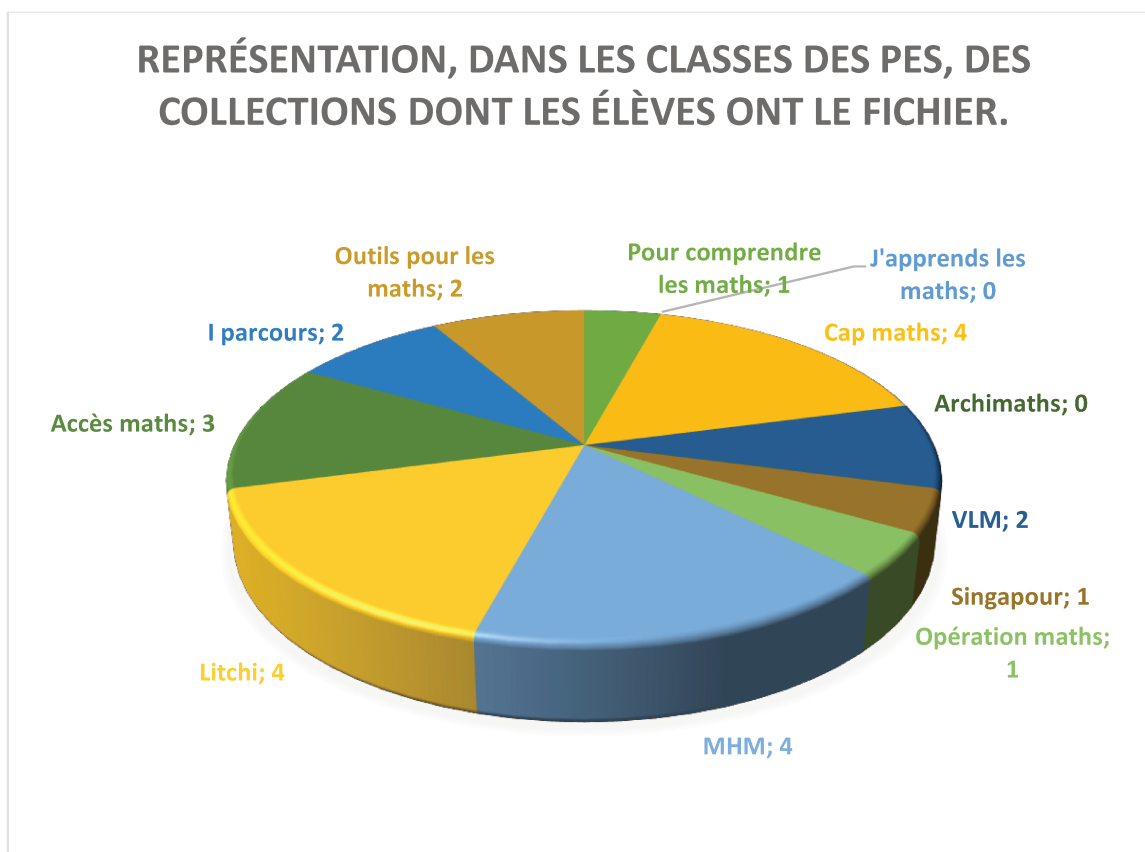


Figure 20 : Représentation, dans les classes des PES des cycles 2 et 3, des collections dont les élèves ont le fichier.

Nous pouvons constater que quatre collections sont plus particulièrement représentées dans les classes des PES par rapport aux autres : Cap maths dans 4 classes. L'équipe des auteurs est constituée de spécialistes de la didactique, dont Roland Charnay. MHM, présente dans 4 classes, qui est une méthode pour laquelle les enseignants ont, à l'époque de notre enquête, un engouement particulier.<sup>7</sup> L'auteur, Nicolas Pinet, inspecteur de l'éducation nationale ancre sa proposition dans des résultats de recherches en neurosciences et en didactique. La collection Litchi est également bien représentée (4 classes). Cette collection est conçue par une équipe d'auteurs composée uniquement d'acteurs de terrain. Enfin, la collection « Maths au » de chez

<sup>7</sup> En formation continue, les professeurs des écoles sont nombreux à nous questionner sur cette méthode soit parce qu'ils en ont entendu parler et veulent la mettre en place, soit pour des aides complémentaires de mises en œuvre quand ils l'utilisent déjà.

Accès est aussi bien présente dans les classes (3 classes). Cette collection est très récente en cycle 2 (première édition 2018) mais jouit d'une renommée de qualité pour ses propositions pour la maternelle. C'est peut-être ce qui explique sa représentation dans les classes élémentaires.

Les fichiers de mathématiques sont donc des ressources très présentes dans les classes des PES particulièrement pour le cycle 2, cycle où nous menons notre recherche, où plus d'un élève sur deux a un fichier de mathématiques. Ces manuels ne sont pas forcément choisis par les PES. Ils sont souvent présents dans les classes avant que les PES soient nommés dans l'école. Arditi et Briand (2014) ont montré que, pour un même manuel, une grande variabilité des pratiques peut exister dans la mise en œuvre d'une même activité. Elle peut s'expliquer par des connaissances mathématiques et didactiques différentes chez les PES mais aussi par les marges de manœuvre laissées par les auteurs et que les enseignants investissent.

Les réponses des PES montrent également une grande diversité dans les manuels utilisés dans les classes (12 collections différentes utilisées dans les classes des 61 PES nommés dans une classe élémentaire). Leur diversité peut s'expliquer par la composition des équipes d'auteurs. Mounier et Priolet (2015) ont montré que ces constitutions différentes d'équipes peuvent impacter les contenus proposés. Nous avons, nous même, pu montrer dans la partie 2.4 de cette thèse, que les propositions faites par les neuf manuels analysés sont très inégales que ce soit du point de vue des praxéologies proposées ou des textes de savoir.

Les réponses recueillies à la question 6 : *Quelles sont les ressources que vous utilisez pour construire vos propositions d'apprentissage dans le domaine grandeurs et mesures ?* pour les 91 PES<sup>8</sup> montrent qu'ils utilisent de multiples ressources pour concevoir leurs séquences d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures. Le graphique ci-dessous (Figure 21) synthétise les différentes réponses des PES. Nous pouvons constater que les PES peuvent utiliser plusieurs ressources pour préparer leurs propositions et qu'elles sont de nature variée.

---

<sup>8</sup> Dans le traitement des réponses suivantes, nous travaillons à partir des réponses de 91 PES et non plus de 93. Deux des étudiantes qui ont la responsabilité de l'enseignement des grandeurs et mesures ne sont pas allés jusqu'à la fin du questionnaire, ce qui explique cette différence dans l'échantillon.

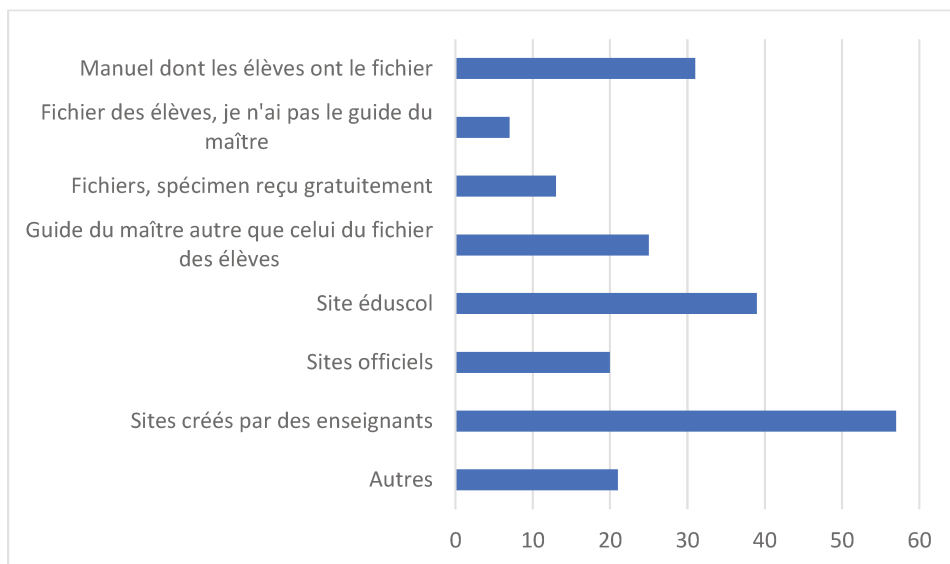


Figure 21 : Ressources utilisées par les PES pour concevoir leurs séquences

Avant de commencer l'analyse de ces données, il nous semble important de pointer un problème de cohérence que nous avons identifié dans les réponses apportées par les PES, à l'occasion de cette question. En effet à la question 5 : *Les élèves ont-ils un fichier de mathématiques ?* 24 PES répondent positivement. Ici à la question 6 : *Quelles sont les ressources que vous utilisez pour construire vos séquences dans le domaine grandeurs et mesures ?* 31 PES choisissent la réponse : *Manuel (fichier et guide du maître) dont les élèves ont le fichier*. Nous expliquons cette incohérence, peut-être, par une lecture trop rapide de la proposition de réponse, les PES n'ont pas pris en compte la fin de la proposition « dont les élèves ont le fichier ». Ce point précisé, nous faisons le choix de garder les différentes réponses.

Concernant les réponses obtenues avec la case « autres », nous les avons réintroduites dans les champs proposés. En effet, 19 PES précisent dans cette case le nom du fichier qu'ils utilisent, 1 PES spécifie le nom d'un site de PE qu'il utilise et 1 dernier PES précise qu'il utilise un guide du maître « emprunté à la bibliothèque universitaire ».

Ces éléments étant précisés, nous pouvons maintenant présenter les résultats obtenus en croisant les différents champs de réponses qui nous semblent importants à prendre en compte :

- 42 PES répondent utiliser le site Eduscol et/ou des sites officiels. Cela représente 46,2 % des répondants.
- 56 PES conçoivent leurs séquences en s'appuyant sur un guide du maître dont les élèves ont ou non le fichier. Cela représente 60,4% des répondants. Un PES annonce utiliser le guide du maître du fichier de ses élèves et un autre guide du maître en plus.

- 35 PES répondent concevoir leurs propositions de séquence à partir des fichiers des élèves et/ou de spécimens reçus sans utiliser le guide du maître. Cela représente 19,8% des répondants.
- 57 PES utilisent des sites de PE pour concevoir leurs séquences. Cela représente 62,4% des répondants. Comme nous avons déjà pu le préciser, ces ressources ne sont pas validées institutionnellement.

Ces résultats mettent en évidence que moins d'un PES sur deux (46,2%) utilise des ressources proposées par l'institution pour concevoir ses séquences d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures. Le nombre de PES utilisant un guide du maître est de 60,4%. Nous avons pu montrer que, même si les guides du maître proposent des démarches didactiques, celles-ci doivent être questionnées car des décalages existent entre les attentes institutionnelles et les propositions des manuels. Nous pouvons également constater que le pourcentage de répondants utilisant des sites de PE (62,4%) est plus important que ceux de PES utilisant des ressources institutionnelles. Toujours en croisant les différentes réponses, nous avons également obtenu que 19 PES n'utilisent ni guide du maître (certains peuvent utiliser seulement le fichier), ni des sites institutionnels. Nous avons aussi obtenu que 8 PES n'utilisent que des fichiers sans guide du maître, que 8 PES n'utilisent que des sites de PE et que 3 PES n'utilisent que des fichiers et des sites de PE pour concevoir leurs séquences. Cela représente 20,9% des répondants qui n'utilisent aucune ressource institutionnelle ou proposée par des guides du maître. Nous dissociions le fichier quand il est utilisé sans le guide du maître car nous considérons qu'il représente une base d'exercices mais sans proposition de démarche didactique associée. Ce dernier résultat montre, une fois de plus, la nécessité d'amener les PES à questionner les ressources qu'ils utilisent et de leur apporter des connaissances mathématiques et didactiques pour pouvoir le faire.

Les réponses à la question 6 nous permettent de montrer que les PES utilisent une multitude de ressources pour concevoir leurs séquences et qu'elles sont de nature différente. Il est donc important de leur permettre de questionner la cohérence de la proposition construite à partir de toutes ces ressources pour répondre aux attentes institutionnelles. Margolinas et Wozniak (2009) ont montré que l'utilisation conjointe de ressources diverses peut amener à perdre la cohérence de départ proposée par chacune des ressources initiales dans la proposition reconstruite par l'enseignant. De la même manière, Mounier et Priolet (2015) qui reprennent les propos de Bruillard (2010) pointent cet aspect et disent que l'on peut « se trouver face à une

tension entre deux modèles possibles : d'une part celui de l'ensemble de ressources largement indépendantes [...] et d'autre part, celui de l'ouvrage organisé autour d'une pensée » (Mounier et Priolet, 2015, p. 50). Il est donc nécessaire que les PES maîtrisent la démarche d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures pour ensuite utiliser les ressources au service de cette démarche.

### *Anticipation et forme du texte de savoir*

Chevallard (1991) insiste sur l'importance de l'anticipation du texte de savoir car elle justifie les différentes mises en œuvre de l'enseignant lors de son enseignement. Nous avons donc questionné les PES sur ce point. Nous pouvons noter que 96,7% des étudiants répondent anticiper le texte de savoir à construire. Seuls trois PES affectés en cycle 3 déclarent ne pas le faire. Tout comme pour la conception de leur séquence d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures, les PES répondent utiliser diverses ressources dont la nature est différente.

Un nombre important de PES (69 sur 91 répondants) déclarent utiliser des manuels pour anticiper leurs textes de savoir. Seuls 24% des répondants n'en utilisent pas. 58% des répondants utilisent le manuel dans son ensemble alors que 18% n'utilisent que le fichier (Figure 22).

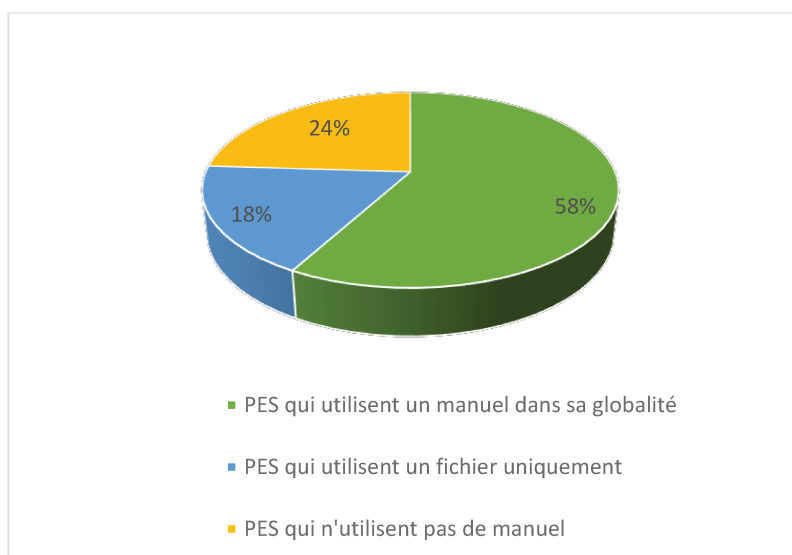


Figure 22 : Utilisation de manuels pour l'anticipation du texte de savoir par les PES.

Les résultats donnés par les PES affectés en cycle 2 (23 réponses, un des PES n'a pas terminé de répondre au questionnaire) suivent globalement la même tendance, puisque 82% des répondants affectés en cycle 2 construisent leur texte de savoir en utilisant un manuel (Figure

23). Le pourcentage de répondants utilisant l'ensemble du manuel est encore plus important, 78%.

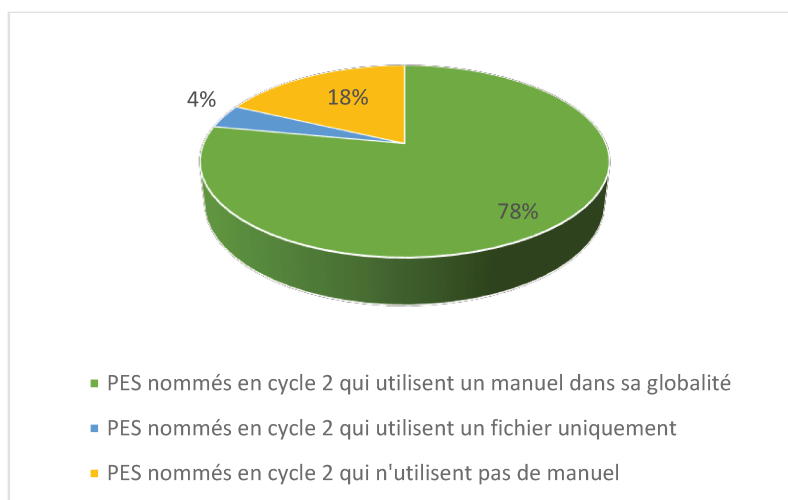


Figure 23 : Utilisation de manuels pour l'anticipation du texte de savoir pour les PES nommés en cycle 2.

Comme nous l'avons montré pour l'utilisation de manuels pour concevoir des séquences d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures, il nous faudra questionner, en formation, avec les PES, la nature et les contenus des textes de savoir proposés par les manuels. Comme nous avons pu le montrer dans la partie 2.4.3, les propositions de textes de savoir sont très inégales tant sur le contenu que sur la forme, en fonction des manuels.

Les réponses à ce questionnaire montrent que d'autres ressources sont utilisées par les PES pour anticiper le texte de savoir :

- 57 étudiants, soit 62,6% des répondants, utilisent le site Eduscol ou des sites officiels,
- 42 étudiants, soit 46,2% des répondants, utilisent des sites de PE. Cette ressource, très largement utilisée par les PES pour concevoir leurs séquences ou anticiper le texte de savoir, est une ressource reconnue entre pairs mais où des erreurs conceptuelles ou didactiques peuvent être présentes.

En croisant les différents champs de ce questionnaire, nous obtenons que 5 étudiants, dont 1 PES affecté en cycle 2, anticipent leur texte de savoir en n'utilisant que des sites de PE, soit quand même 5,5% des répondants.

Ces différents résultats montrent la nécessité de travailler avec les PES les savoirs mathématiques à construire avec les élèves dans le domaine des grandeurs et mesures, afin de leur permettre d'utiliser ces ressources pour anticiper les textes de savoir avec un esprit critique.

Pour compléter notre état des lieux des pratiques existantes des PES, nous les avons questionnés sur la forme qu'ils donnent à cette anticipation du savoir dans leurs préparations. Trois réponses étaient proposées : anticipation écrite du contenu du savoir dans le cahier journal (AE), anticipation orale du contenu à savoir (AO) et trace écrite qui pourra être communiquée aux élèves (TE). Une réponse « autres » était également proposée, elle n'a pas été renseignée. Nous résumons les différentes réponses des PES dans le tableau ci-dessous (Tableau 9). Sur chaque ligne, nous mentionnons le nombre d'étudiants qui utilisent la (les) forme(s) de texte de savoir signalé.

Nombre de répondants	AE	AO	TE
3 PES (puisque pas d'anticipation)			
49 PES	X		
7 PES		X	
10 PES			X
4 PES	X	X	
15 PES	X		X
1 PES		X	X
2 PES	X	X	X

Tableau 9 : Nombre de PES pour chaque forme d'anticipation du texte de savoir.

Le graphique ci-dessous représente autrement ces mêmes résultats (Figure 24).

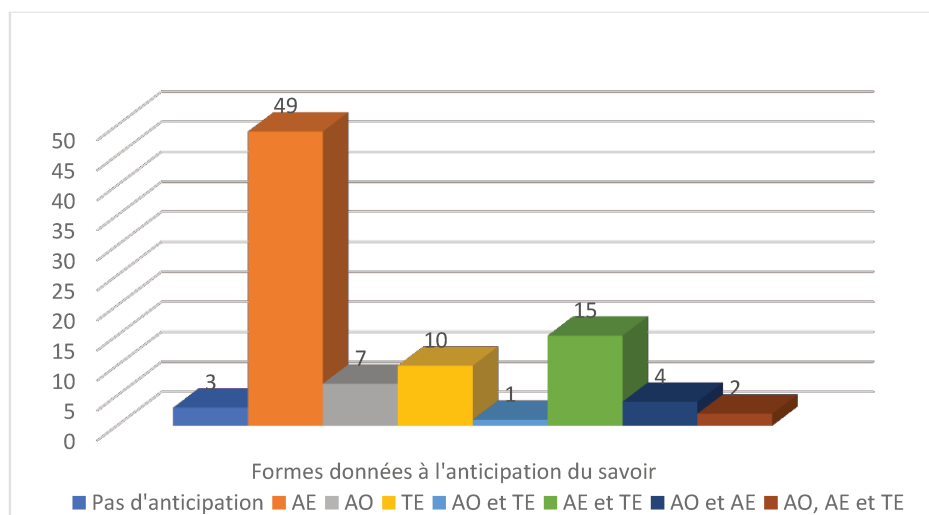


Figure 24 : Nombre de PES pour chaque forme d'anticipation du texte de savoir.

Le texte de savoir est très largement anticipé par les PES (88 sur 91 PES). Sur les 88 étudiants, 81 déclarent anticiper par écrit leur texte de savoir. Sur ces 81 étudiants, 28 anticipent la trace écrite qui sera distribuée aux élèves. Ce constat est intéressant car nous pouvons nous

demander comment cette trace écrite pourra, ou non, évoluer pour être en cohérence avec les découvertes réelles des élèves pendant les phases de recherche et de mise en commun.

Après avoir questionné le travail d'anticipation du texte de savoir, nous avons également voulu identifier les différentes formes que prennent les textes de savoir à l'issue de la séance. Pour cela, nous avons posé la question 8 : *Quelle forme donnez-vous à l'institutionnalisation des savoirs dans le domaine des grandeurs et mesures ?* Différentes réponses étaient proposées : *mémo du manuel de la classe, fiche construite par un tiers (site internet), fiche construite par un tiers (support utilisé dans toutes les classes de l'école), fiche construite par vous, support collectif pour la classe, pas de trace écrite ou autres*. La dernière proposition « autres », nous a permis de récolter une forme que nous n'avions pas identifiée : la carte mentale. Cet outil trouve progressivement sa place dans les pratiques des enseignants. On peut supposer que les formations proposées sur cette thématique expliquent ce phénomène. Les autres réponses recueillies par cet item « autres » ont été réintroduites dans les propositions déjà présentes dans le questionnaire : mémo de manuel (1), fiche construite par le PES (3) et pas de trace écrite (1)

Les réponses des PES à cette question sont restituées grâce au graphique ci-dessous (Figure 25).

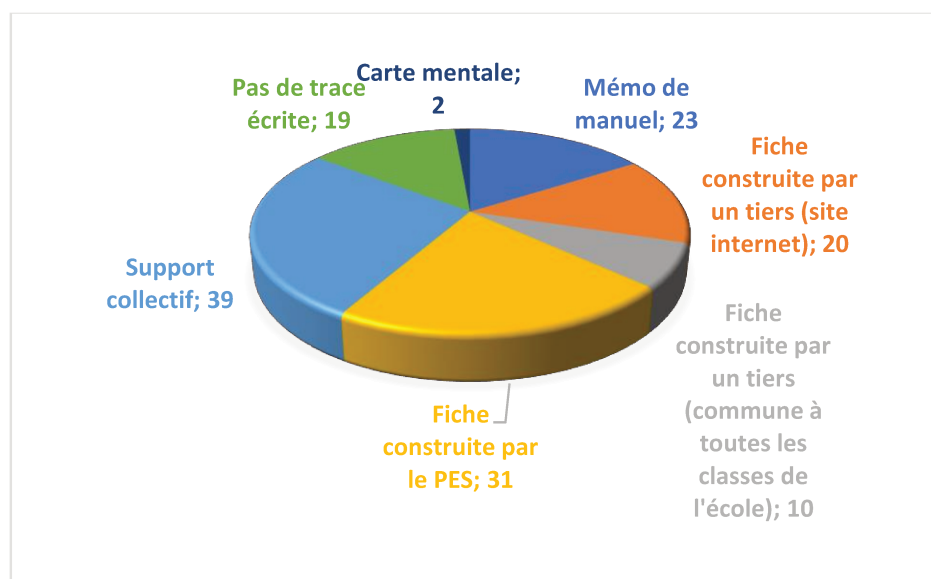


Figure 25 : Nombre de PES qui utilisent chaque forme de textes de savoir proposée

Parmi les 91 PES qui ont répondu, 19 étudiants déclarent ne pas proposer de trace écrite. Parmi ces 19 étudiants, 8 ont donné également la réponse « support collectif » donc seulement 11 étudiants peuvent être considérés comme ne proposant aucun support écrit. Parmi ces 11



étudiants, 10 sont en cycle 1 et 1 en cycle 2. Notre expérience professionnelle nous permet d'affirmer que le fait de ne pas utiliser de trace écrite en maternelle est un élément courant, le fait que 10 étudiants affectés en cycle 1 ne fournissent pas de trace écrite n'est pas surprenant. Nous pouvons donc constater que les recommandations des programmes (MEN, 2020a) qui demandent de construire des traces écrites de référence à partir du cycle 2 semblent respectées.

Nous avons fait le choix d'analyser un peu plus précisément une trace écrite particulière : la trace écrite collective. 42,8% des PES déclarent utiliser un support collectif : 17 PES en cycle 1, 9 en cycle 2 et 13 en cycle 3. C'est une représentation non négligeable dans chacun des trois cycles. Nous croisons ces résultats avec l'analyse que nous avons faite des manuels (partie 2.4.3). Un seul des neuf manuels analysés (Cap maths, Hatier) invite à l'utilisation de traces écrites collectives. Sur les 39 PES qui proposent à leurs élèves un support collectif, 24 proposent en plus un support individuel. Le tableau ci-dessous présente la répartition par cycle (Tableau 10) :

	Cycle 1	Cycle 2	Cycle 3
supports collectifs uniquement	13	0	2
supports collectifs et individuels	4	9	11
supports collectifs par cycle	17	9	13

Tableau 10 : Répartition par cycle de l'utilisation de traces écrites collectives.

Les réponses des PES à cette question 8, nous ont également permis de mettre en évidence que 29 PES construisent leur trace écrite. Sur ces 29 PES, 16 déclarent ne pas faire appel à d'autres ressources (mémos ou traces écrites construites par d'autres personnes). 13 PES utilisent donc d'autres ressources en plus de la trace écrite qu'ils ont construite. On peut se demander si ces PES utilisent les autres ressources pour construire leur propre trace écrite ou si elles sont utilisées pour institutionnaliser des éléments complémentaires ou conjointement (plusieurs supports sont proposés aux élèves pour un même texte de savoir). On peut aussi se demander s'ils s'assurent d'une cohérence entre les différents supports communiqués aux élèves et le savoir construit par les élèves pendant la séance d'apprentissage.

Pour les 16 étudiants qui déclarent n'utiliser que la trace écrite qu'ils ont construite et les 6 qui, en complément de leur trace écrite, utilisent des supports trouvés sur des sites internet de PE, nous pouvons nous questionner sur la validité de ces textes de savoir. Pour ces 22 étudiants, il est intéressant de croiser cette information avec la réponse à deux questions précédentes, la question 6 : *quelles sont les ressources que vous utilisez pour construire vos propositions d'apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures ?* et la question 7 : *lors de vos temps*

*de préparation, anticipez-vous le savoir qui va être construit lors de la séquence d'apprentissage ?* Parmi les 16 étudiants qui construisent leur institutionnalisation en déclarant ne pas utiliser d'autre ressource, 1 étudiant déclare n'utiliser aucune ressource institutionnelle ou guide du maître pour construire sa séquence, 8 utilisent un guide du maître, 3 un fichier sans utiliser un guide du maître, 4 uniquement Eduscol ou des sites académiques. Parmi les 6 PES qui construisent leur trace écrite d'institutionnalisation et utilisent des modèles de traces écrites trouvées sur internet (sites de PE), 1 étudiant n'utilise aucune ressource institutionnelle pour construire ses propositions de séquence. Les cinq autres utilisent un guide du maître, le site Eduscol ou autres sites institutionnels. Il y a donc deux étudiants qui construisent leurs situations d'apprentissage sans référence à aucune ressource diffusée par l'institution. Si nous regardons les réponses à la question : *quelles ressources utilisez-vous pour anticiper le savoir à construire ?*, nous pouvons constater que ces deux PES n'utilisent pas non plus de ressource diffusée par l'institution ou des guides du maître.

Le fait qu'un PES sur deux (46 PES) utilise des textes de savoir qui se réfèrent à plusieurs ressources et qui prennent plusieurs formes nous amène à nous questionner sur leur utilisation pendant la séance. Quelle cohérence existe-t-il entre les différents textes de savoir et le savoir construit par les élèves à partir des situations de découverte proposées ? Certains PES n'utilisent aucune ressource diffusée par l'institution pour concevoir leur séquence ou anticiper le savoir, alors qu'ils déclarent construire eux même leur trace écrite. Cela amène à se questionner sur la validité des textes de savoir d'un point de vue mathématique mais aussi au regard des attentes des programmes.

### Ce que nous retenons de l'analyse du questionnaire

Les réponses à ce questionnaire nous montrent que les PES utilisent des ressources variées pour concevoir leurs séquences d'enseignement-apprentissage dans le domaine des grandeurs et mesures ainsi que pour anticiper les textes de savoir. Ces ressources peuvent être de natures différentes. Parmi ces différentes ressources, nous avons mis en évidence la place importante que prennent les manuels, or l'analyse des manuels menée en partie 2 de ce travail a montré que les propositions faites, en ce qui concerne les praxéologies mises au travail ou les textes de savoir proposés par les manuels, sont très inégales.

## 3.2 Deux études de cas : analyse des pratiques ordinaires d'institutionnalisation de deux PES

Pour compléter les informations recueillies grâce au questionnaire, nous avons mis en place une méthodologie qualitative complémentaire consistant en deux études de cas de PES.

### 3.2.1 Méthodologie d'analyse de ces deux études de cas

#### *Terrain et recueil des données*

Les deux PES dont nous analysons les pratiques sont en formation à l'ISFEC Bretagne en 2020-21. Pour les sélectionner, nous avons interrogé tous les PES affectés en cycle 2 cette année-là. Il fallait qu'ils n'aient pas encore travaillé de séquence sur la grandeur contenance au moment de notre demande. Deux PES étaient dans ce cas et étaient d'accord pour participer à cette recherche : un formé que nous nommerons Al et une formée que nous nommerons Lu. Ils ont donc constitué notre terrain de recueil.

En tant que formatrice, nous avons une connaissance du contexte d'exercice de ces deux PES. Al et Lu ne rencontrent pas de difficulté particulière dans la gestion de leur classe. Al enseigne dans une classe de CE1 en zone urbaine et Lu est affectée dans une classe de CE1-CE2 en zone rurale. Comme nous avons déjà eu l'occasion de le préciser, ils enseignent tous les deux à mi-temps les jeudis et les vendredis et collaborent donc avec un collègue qui enseigne les lundis et mardis.

Notre recueil de données est constitué, pour chacun des PES, des fiches de préparation des séances menées pour l'enseignement-apprentissage de la grandeur contenance (Annexe 4 fiche de préparation de Al pour sa classe de CE1 et Annexe 5 fiches de préparation de Lu pour ses classes de CE1 et CE2). Al nous a également remis la trace écrite extraite de son manuel Outils pour les maths de chez Magnard et une fiche d'évaluation qu'il a donnée à ses élèves à la fin de la séquence. Nous avons analysé ces fiches de préparation pour savoir quelles étaient les informations que nous pouvions trouver dans ces documents sur les pratiques d'institutionnalisation des PES. Nous rappelons que le processus d'institutionnalisation est fortement lié à l'enseignement qui l'a précédé. Ainsi lorsque nous disons que nous analysons la pratique d'institutionnalisation, dans le cas de la grandeur contenance, il s'agit en fait d'analyser la pratique d'enseignement de la grandeur contenance, avec une attention particulière pour le processus d'institutionnalisation. Nous avons ensuite mené avec chacun des

PES un entretien afin d'expliciter certains points qui se trouvaient dans leur préparation. Nous avons prévu de compléter ce recueil de données par des visites en classe lors de la mise en œuvre des séances sur la grandeur contenance mais la crise sanitaire et les contraintes associées ne nous l'ont pas permis. Nous basons donc notre analyse sur les documents de préparation fournis ainsi que sur les propos recueillis lors des entretiens.

Pour mener nos entretiens, nous avons créé un guide d'entretien pour chacun des PES qui nous permettait de questionner les points des fiches de préparation qui nous posaient question au regard du savoir mathématique concerné et de son enseignement : la grandeur contenance, et le processus d'institutionnalisation. Ces entretiens ont été enregistrés.

### *Traitement des données*

Nous avons utilisé nos résultats de la partie 2, pour analyser la fiche de préparation de chacun des deux PES en termes de praxéologies. Comme nous l'avons fait pour chacun des manuels analysés précédemment, nous avons réalisé un MPA pour chacun des deux PES à partir des informations présentes dans les documents de préparation communiqués. De plus comme Lu a un double niveau CE1-CE2, nous avons construit pour elle, deux MPA distincts.

Nous avons ensuite réalisé une transcription de chacun des entretiens menés (Annexe 6, entretien Al et Annexe 7, entretien Lu).

Pour expliciter les pratiques d'institutionnalisation des deux PES, nous avons analysé les fiches de préparations remises par les PES ainsi que les transcriptions des entretiens en utilisant la méthodologie de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). Elle permet d'appréhender la complexité des pratiques enseignantes, dans notre cas, les pratiques d'institutionnalisation, à partir de plusieurs dimensions : les 5 composantes des pratiques présentées dans la première partie de cette thèse (Partie 1.2.3).

Comme nous l'avons déjà précisé dans la partie théorique, les composantes cognitive et médiative renseignent sur les contenus mathématiques en jeu ainsi que sur leur organisation prévue par l'enseignant au cours des séances. Pour avoir accès à la composante cognitive, nous avons analysé l'organisation des tâches proposées par les PES dans leur fiche de préparation en fonction des connaissances visées mais aussi les unes par rapport aux autres pour penser une succession cohérente. Comme nous n'avons pas eu accès à la mise en œuvre effective des séances des PES, la composante médiative n'est accessible qu'à partir des propos rapportés des PES.

Les composantes personnelle, sociale et institutionnelle jouent un rôle déterminant pour comprendre les pratiques des enseignants. Ces composantes permettent de comprendre comment les contraintes liées au métier ainsi que celles liées à la personnalité de l'enseignant influencent ses pratiques. La composante institutionnelle questionne la façon dont l'enseignant s'approprié les textes officiels ainsi que le manuel qui peut lui être imposé. Comment les met-il en œuvre dans un contexte contraint (horaires d'enseignement, classe à multi-niveaux,...) ? La composante sociale donne à voir l'influence d'un collectif sur les pratiques de l'enseignant (le regard des parents et des collègues, le travail collaboratif avec le co-titulaire, la relation souhaitée avec les élèves, leur âge et leurs spécificités sociales). La composante personnelle renvoie aux connaissances et à la représentation que l'enseignant a des mathématiques et de son enseignement, au regard de son histoire et de ses expériences passées, d'élève par exemple. Pour accéder à ces trois composantes, nous avons utilisé les fiches de préparation communiquées et les entretiens transcrits.

Pour structurer l'analyse de nos résultats, nous avons fait le choix pour chacun des PES, de décrire le type de tâches travaillées, le texte de savoir anticipé ainsi que le processus d'institutionnalisation qui sont donnés à voir dans leurs fiches de préparation. Ces différents éléments de description sont ensuite complétés grâce aux informations obtenues lors de l'entretien mené. Une fois décrits, ces éléments sont analysés grâce à la méthodologie de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002).

### 3.2.2 Description et analyse de la proposition d'Al

#### *Les types de tâches travaillés*

Le MPA de la proposition d'Al (Figure 26) que nous avons construit à partir de l'analyse de la fiche de préparation communiquée nous permet de montrer que les cinq types de tâches sont mis au travail mais que c'est le type de tâches T4 *convertir des unités de mesure de contenance* qui est au centre de l'apprentissage visé. Les techniques mises au travail mettent en avant la place prépondérante donnée au calcul et aux unités de mesure.

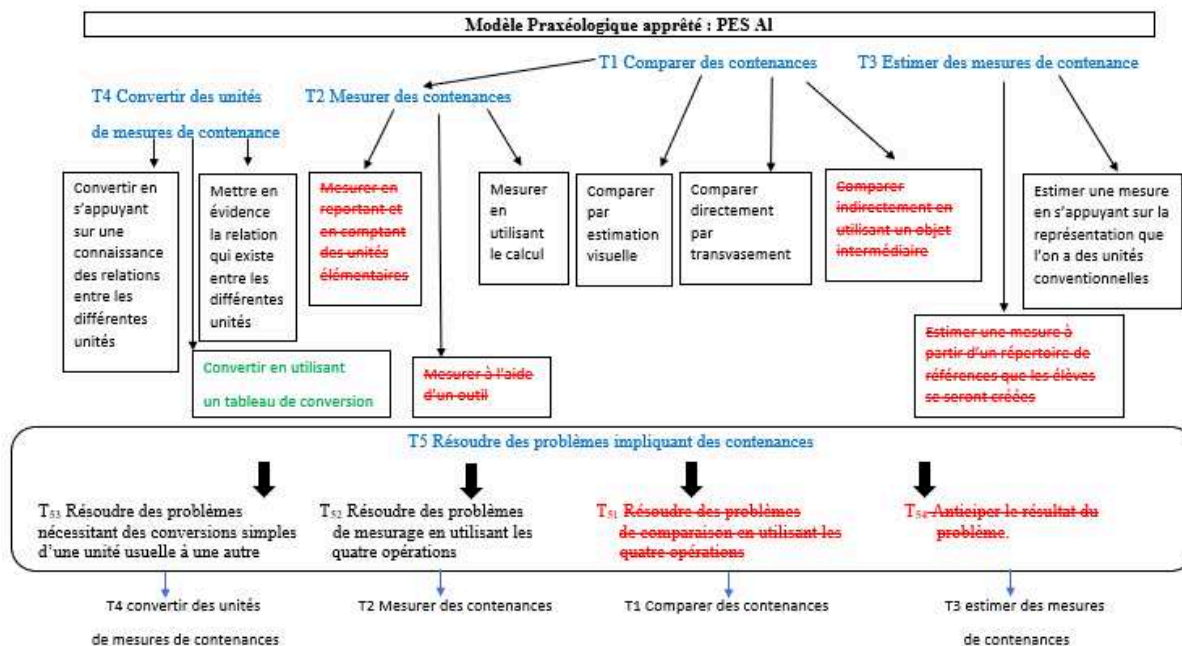


Figure 26 : MPA d'Al pour sa classe de CE1

Al propose comme objectifs de séance : « comprendre que cL et L représentent une quantité de liquide (contenance) et que l'on utilise le cL pour les petites quantités et le L pour les grandes quantités ». Pour atteindre cet objectif, les types de tâches T1 *comparer des contenances* et T2 *mesurer des contenances* sont mobilisés. Lors de la séance d'entraînement, le type de tâches T5 *résoudre des problèmes impliquant des contenances* est également mobilisé. Les propositions faites permettent de travailler ce type de tâches. Dans la dernière séance qui est une séance d'évaluation, le premier exercice proposé (Figure 27) travaille le type de tâches T3 *estimer des mesures de contenances*. Ce type de tâches n'a pas été travaillé pendant cette séquence. Concernant les techniques mobilisées pour résoudre les différents types de tâches, nous pouvons constater qu'Al prévoit d'utiliser le tableau de conversion alors que ce n'est pas une attente des textes officiels (Figure 28).

Évaluation Mathématiques Nom : .....  
 Grandeurs et mesures - les contenances Prénom : .....  
Date : ...../...../.....

Compétences / Objectifs	A	B	C	D	Signature :
1. Estimer des mesures de contenances (ex. 1)					
2. Convertir des contenances (ex. 2 à 5)					

**1. Relie chaque objet à la contenance correspondante.**

une baignoire • • 6 L  
 une brique de lait • • 25 cL  
 un arrosoir • • 150 L  
 un verre d'eau • • 1 L

Figure 27 : Extrait de l'évaluation donnée aux CE2 d'Al.

### Le texte de savoir

Le texte de savoir est anticipé par Al dans sa fiche de préparation. Il prend deux formes. Dans la première séance, il est écrit : « Institutionnalisation : valider que  $1L = 100cL$ . L'inscrire dans le tableau de conversion. Le L est utilisé pour les grandes quantités, le cL pour les petites quantités ». Il est ensuite précisé : « Lire ensemble le « Je retiens » page 90 ». La Figure 28 précise le contenu de cet extrait de manuel. Nous pouvons constater que le contenu du texte de savoir est en lien avec l'objectif de séquence annoncé. Il fait référence aux unités de mesure et au type de tâches *T4 convertir des unités de mesure de contenance*. Cette trace écrite comporte cependant des éléments non travaillés pendant la séance : l'unité dL et la technique basée sur l'utilisation du tableau de conversion.

GRANDEURS ET MESURES
• Je retiens, manuel p. 90.
Outils pour les maths

### Mesurer des contenances

- Pour exprimer des **mesures de contenances**, on utilise souvent le **litre (L)** ou le **centilitre (cL)**.
- Pour **exprimer une mesure de contenance**, il faut choisir la **bonne unité**.  
*Ex. : On mesure le contenu d'un verre en centilitres. On peut aussi le mesurer en décilitres. On mesure le contenu d'une bouteille en litres (une bouteille d'eau peut contenir 2 L).*
- Un verre de **10 cL** peut contenir la même quantité qu'un verre de **1 dL**.
- Lorsqu'on veut **comparer** ou **calculer des contenances**, il faut d'abord les **exprimer dans la même unité**. On dit qu'on les convertit.  
 Pour cela, on peut utiliser un tableau de conversion :

Unités de contenance		
L	dL	cL
1	0	0

$1 L = 10 dL = 100 cL$   
 $1 dL = 10 cL$

Figure 28 : Extrait du manuel Outils pour les maths, p. 90.

## *Le processus d'institutionnalisation*

La séquence proposée par le PES est constituée de trois séances. Nous nous intéressons tout d'abord à ce que Perrin-Glorian (1993) appelle l'institutionnalisation locale (cf p. 37) en analysant la séance 1.

La situation de découverte qu'Al propose pour atteindre ces objectifs présentés précédemment est ainsi énoncée dans sa fiche de préparation :

« Disposer 4 bouteilles de 25 cL et une bouteille de 1 L vide. Ecrire la question au tableau : Qu'est-ce qui peut contenir le plus d'eau ? La bouteille d'un litre ou les 4 bouteilles de 25 cL ? ».

Il prévoit un temps de recherche par binôme puis un temps de présentation des différentes procédures utilisées par les élèves. Les procédures possibles ne sont pas anticipées dans la fiche de préparation. Pour valider les propositions des élèves, le PES prévoit un temps de manipulation où les élèves vont transvaser le contenu de la bouteille d'un litre dans les quatre bouteilles de 25 cL et ainsi montrer que  $1\text{ L} = 100\text{cL}$ . Ensuite deux autres temps sont inscrits dans la fiche de préparation que l'on pourrait assimiler à un temps de synthèse, le temps nommé « institutionnalisation » et le « Lire ensemble le « je retiens » ». L'ensemble des propositions sont cohérentes avec les objectifs visés. En effet, la tâche proposée et l'articulation des différentes phases présentées permettent d'atteindre les objectifs annoncés. Seule la lecture de la trace écrite extraite du manuel qui introduit l'unité dL et le tableau de conversion n'ont pas été travaillés en amont.

## *Analyse*

L'entretien mené avec le PES Al nous permet d'affirmer que cette séquence est la seule proposition faite pour travailler la grandeur contenance pendant l'année. « Cette séquence est l'unique endroit où l'on a travaillé sur les contenances » (Annexe 6, TdeP 4). Cette séquence d'apprentissage est menée en période 4. Al annonce construire ses propositions à partir des indications proposées par le manuel qui est dans la classe, Outils pour les maths, CE2 de chez Magnard. Cette proposition est en cohérence avec l'analyse de manuels que nous avons faite et qui montre que les propositions concernant la grandeur contenance sont faites en fin d'année, essentiellement en périodes 4 ou 5 et sont constituées d'une ou deux séquences d'apprentissage au maximum, à l'exception de la Méthode de Singapour qui en propose plus.



Al avoue adapter les propositions faites par les manuels pour répondre, au mieux, aux besoins des élèves « Souvent j’adapte... sur les notions, quand je vois que c’est trop dur, je rajoute une séance d’entraînement, ... » (Annexe 6, TdeP 10). Cependant les manuels restent une ressource fiable qui représente pour lui une référence à suivre.

TdeP 37 C	Puisque c’est proposé par le manuel, ça vous semblait correct ?
TdeP 38 Al	C’est ça oui...
TdeP 42 Al	Bah, ça me surprend un peu [...], je n’ai pas pris le temps de me questionner là-dessus [...] c’est noté conforme aux programmes. Je n’ai pas le réflexe de critiquer des supports comme ça.

Pour Al, il est important que les propositions faites soient adaptées aux élèves (composante personnelle), qu’elles ne les mettent pas en difficultés (composante sociale). Dans ce cas, il s’autorise à modifier les propositions faites par les manuels.

TdeP 66 Al	La méthode propose des évaluations que je reprends systématiquement, parce que c’est trop dense, ... j’allège souvent, je supprime.
------------	---

La question du parcours d’apprentissage de l’élève sur le cycle n’est pas questionnée par le PES. « Cette séquence est l’unique endroit où l’on a travaillé sur les contenances. Et euh...non, je n’avais pas non plus les ... ce qu’ils avaient acquis du niveau CE1 » (Annexe 6, TdeP 4). La composante sociale peut expliquer ce point. En effet, les PES ont parfois du mal à questionner les autres collègues de peur de les déranger ou de leur jugement.

Son seul repère est donc la programmation proposée par le manuel car il précise également ne pas consulter les programmes : « Je ne sais pas exactement ce qu’il en est dit dans les programmes » (Annexe 6, TdeP 34). Cette composante institutionnelle, utiliser la programmation du manuel, peut justifier la composante cognitive. Le scénario d’apprentissage proposé aux élèves s’appuie sur celui du manuel. La place centrale du type de tâches T4 *convertir des unités de mesure de contenance* en CE2 peut donc s’expliquer par les résultats de l’analyse des manuels que nous avons réalisée (Partie 2.4.3).

Nous avons pu montrer que le texte de savoir anticipé par Al est globalement en cohérence avec l’objectif visé et la situation de découverte proposée. Seule l’introduction du tableau de conversion pose question. La composante personnelle influence les choix du PES. Lors de l’entretien, Al précise : « Pour moi, quand on parle de contenances, de masses, c’est le tableau de conversion » (Annexe 6, TdeP 44). Le travail sur les contenances est associé pour Al au

travail sur les conversions et plus précisément à l'utilisation d'un outil : le tableau de conversion. Il ne fait pas référence à la grandeur. Cette composante personnelle est confortée par la composante institutionnelle puisque le manuel propose d'utiliser le tableau de conversion. La combinaison de ces deux composantes institutionnelle et personnelle amène AI à faire une proposition non conforme aux programmes en ce qui concerne les techniques utilisées pour convertir puisque l'utilisation du tableau de conversion au cycle 2 n'est pas préconisée, c'est même déconseillé par les textes institutionnels.

Concernant le processus d'institutionnalisation, nous avons pu montrer que la conception de la séance d'AI permet de construire le savoir visé. Les PES ont appris en formation à construire des séances (composante institutionnelle). L'entretien mené avec AI nous a permis de faire émerger les procédures que les élèves ont mises en œuvre lors de la situation de découverte. Les élèves ont utilisé trois procédures différentes : la première est basée sur l'aspect visuel des contenants, la grande bouteille a une contenance plus grande que les petites. Les élèves se basent sur une perception visuelle erronée. La deuxième procédure s'appuie sur le calcul  $25+25+25+25=100$ , or la grande bouteille fait « 1 » donc les quatre petites bouteilles ont, pour certains élèves une contenance plus grande. Enfin la dernière procédure s'appuie également sur le calcul mais les élèves ont fait le lien (ou ils avaient déjà la connaissance) entre 1L et 100cL. Les procédures proposées par les élèves sont notées au tableau par AI. Il propose ensuite à un élève de venir devant la classe pour transvaser le contenu des 4 bouteilles de 25cL dans la bouteille d'un litre. Tous les élèves n'ont pas pu manipuler car les contraintes sanitaires liées au COVID ne le permettent pas. C'est suite à cette manipulation que le PES nous dit reprendre la main et valider la situation.

TdeP 24 AI	J'avais posé les trois procédures au tableau, on a ... demandé à des élèves de venir transvaser et après du coup qu'est-ce qu'on en conclut ? euh... ah oui c'est égal, donc là on avait notre égalité, on a validé en écrivant après au tableau $100cL=1L$ et après on était allé vers la présentation du tableau plus formel, le tableau de conversion. Mais oui c'était un peu ça, le déroulement de la découverte.
---------------	--

Lors de la mise en commun, AI recueille les différentes procédures construites par les élèves. La validation de la « bonne réponse » se fait à partir de la manipulation réalisée par un élève. Les procédures ne semblent pas questionnées afin d'éliminer celles qui seraient erronées et afin de garder celles qui sont correctes. Il semble qu'il ne prenne en compte que la troisième

procédure qui lui permet de valider ce qu'il souhaite construire : la relation entre les centilitres et les litres. Al a le souci de partir des recherches des élèves (modalité proposée en formation, composante institutionnelle) mais il semble ne pas bien maîtriser ce temps de mise en commun (composante médiative).

Comme nous l'avons déjà précisé, Al termine sa séance en lisant la trace écrite « je retiens » extraite du manuel Outils pour les maths, CE2, de chez Magnard (Figure 28). Certains éléments présents dans cette trace écrite n'ont pas été découverts lors de la phase de découverte (le tableau de conversion) ou ne sont pas présentés comme des apprentissages visés pendant cette séance (l'unité dL). Al a malgré tout fait le choix de les communiquer aux élèves et de les expliciter lors de la lecture du document. La composante personnelle explique cette composante cognitive. Pour Al, le manuel est conforme aux programmes et de plus le tableau de conversion est pour lui le moyen de travailler les conversions. Cette proposition a donc toute sa place dans son scénario. Pour justifier l'introduction du tableau de conversion sans lien avec le début de la séance, Al précise qu'il s'appuie sur les compétences développées pour les autres grandeurs pour construire celles qui sont en lien avec les contenances.

TdeP 30 Al	On en avait parlé sur d'autres tableaux de conversion
TdeP 31 C	Pour d'autres grandeurs ?
TdeP Al	Voilà, pour d'autres grandeurs

Suite à la première séance que nous venons de décrire et analyser, deux autres séances sont proposées. Une séance d'entraînement où Al prévoit dans sa fiche de préparation de commencer la séance en réactivant le savoir construit lors de la première séance « Retour oral sur la leçon » (Extrait de la fiche de préparation d'Al). Cette proposition est constitutive du deuxième niveau d'institutionnalisation de Perrin-Glorian (1993), les institutionnalisations qui permettent de mettre en relation l'ancien et le nouveau pour poursuivre la construction de savoir, ici en lien avec le type de tâches T5 *résoudre des problèmes de contenances* et plus particulièrement T<sub>53</sub> *Résoudre des problèmes nécessitant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre*. Dans la dernière séance qui est une séance d'évaluation, nous avons déjà précisé qu'un objectif est évalué alors qu'il n'a pas été travaillé (Figure 27). Il est en lien avec le type de tâches T3 *estimer des mesures de contenance*. Quand nous questionnons Al sur cette situation, il semble prendre conscience du décalage de sa proposition.

TdeP 72 Al	C'est vrai que concrètement, on ne l'a pas travaillé spécifiquement. Euh... le verre d'eau, on a quand même fait du lien avec la séance de découverte
TdeP 73 C	Oui...
TdeP 74 Al	Mais c'est vrai que les autres... surtout qu'on avait plutôt travaillé sur l'estimation de quelle unité je vais utiliser. Si c'est grand j'utilise le litre, si c'est petit le cL mais euh ... en plus il est vrai que là, il était plus logique juste d'estimer l'unité que la valeur.

### Ce que nous retenons de la première étude de cas

La conception de la séance d'Al comporte les différentes phases permettant de mettre en œuvre un processus d'institutionnalisation aboutissant à la construction du savoir visé, ici le type de tâches T4 *convertir des unités de mesure de contenance*. Dès la conception les composantes institutionnelle et personnelle influencent la composante cognitive. Le type de tâches travaillé est proposé par le manuel qui est reconnu comme fiable par Al. De plus, il est proposé d'utiliser un tableau de conversion comme technique de résolution ce qui correspond aux représentations personnelles d'Al.

Le texte de savoir anticipé est globalement en lien avec le savoir à construire. Dans la trace écrite certains éléments n'ont pas été travaillés. Al justifie cela par les composantes personnelle et institutionnelle. Pour Al, le tableau de conversion est l'outil qui facilite le travail sur les conversions. Comme le manuel le propose également, cela le conforte dans son choix de l'institutionnaliser avec les élèves même si sa situation de découverte n'a pas permis de le découvrir et que cette technique n'est pas conforme aux programmes de cycle 2.

Dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation, mise en œuvre à laquelle nous avons eu accès grâce aux propos rapportés d'Al pendant l'entretien, nous pouvons constater que le PES rencontre des difficultés à hiérarchiser les procédures utilisées par les élèves pendant le temps de recherche. Il propose bien un temps de mise en commun où les élèves partagent leurs procédures mais il met en valeur que celle qui correspond au savoir qu'il souhaite construire. Il ne prend pas en compte les autres réponses.

### 3.2.3 Description et analyse de la proposition de Lu

#### Les types de tâches travaillés

Le MPA de la proposition de Lu pour ses CE1 (Figure 29) nous permet de montrer qu'elle travaille seulement avec les élèves de CE1 de sa classe de CE1-CE2 les types de tâches T1 *comparer des contenances*, T2 *mesurer des contenances* et T5 *Résoudre des problèmes de contenances*. Concernant les techniques utilisées, elles sont très ciblées pour chacun des types de tâches.

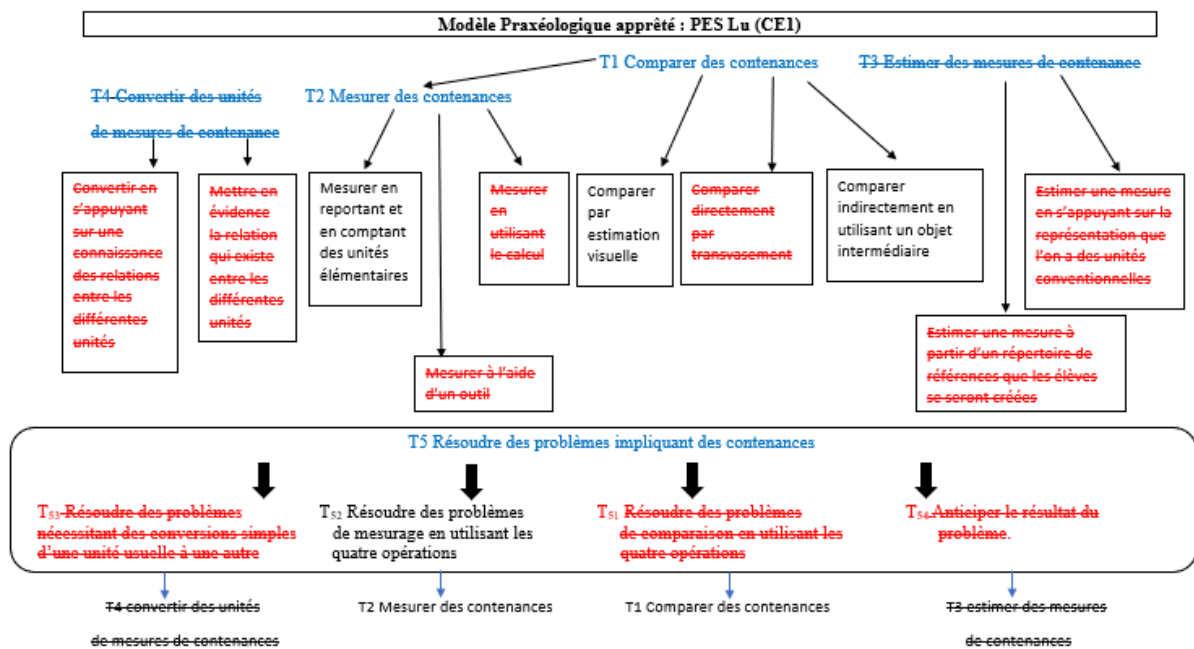


Figure 29 : MPA de Lu pour sa classe de CE1

Les objectifs annoncés pour cette séance par la PES sont « Introduire une unité de contenance : le litre (L), découvrir la mesure des contenances et résoudre des problèmes impliquant les contenances ». Nous pouvons constater que les objectifs ne sont pas en lien avec les tâches proposées dans les phases de découverte. Après avoir consulté le fichier utilisé dans la classe, *Vivre les maths*, CE1 de chez Nathan, nous avons constaté que les objectifs proposés pour cette séance sont ceux qui correspondent aux exercices du fichier, exercices proposés en « entraînement » par la PES. Il est précisé dans la fiche de préparation que les élèves réaliseront seuls les exercices après un temps d'explicitation des consignes.

Dans la fiche de préparation de la séquence de CE1, deux techniques sont proposées pour résoudre la première situation de découverte qui met au travail le type de tâches T1 *comparer des contenances* : la technique  $\tau_{cv}$  (comparer par estimation visuelle) et la technique  $\tau_{ci}$

(comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire). Les techniques sont verbalisées par la PES, les élèves doivent « deviner » comment les mettre en œuvre. Pour résoudre la deuxième situation de découverte qui met au travail le type de tâches T2 *mesurer des contenances*, Lu explique aux élèves comment mettre en œuvre la technique qu'elle attend : « Vous allez mesurer la contenance des récipients. Pour cela, vous allez utiliser le gobelet. Avec le gobelet, vous prenez de l'eau dans le seau puis vous la versez dans votre récipient jusqu'à ce que le récipient soit plein. Attention, il faut bien compter combien de gobelets vous avez versés pour remplir le récipient » (Extrait de la fiche de préparation, Annexe 5).

De la même manière nous avons réalisé un MPA à partir de la fiche de préparation de Lu pour ses CE2 (Figure 30).

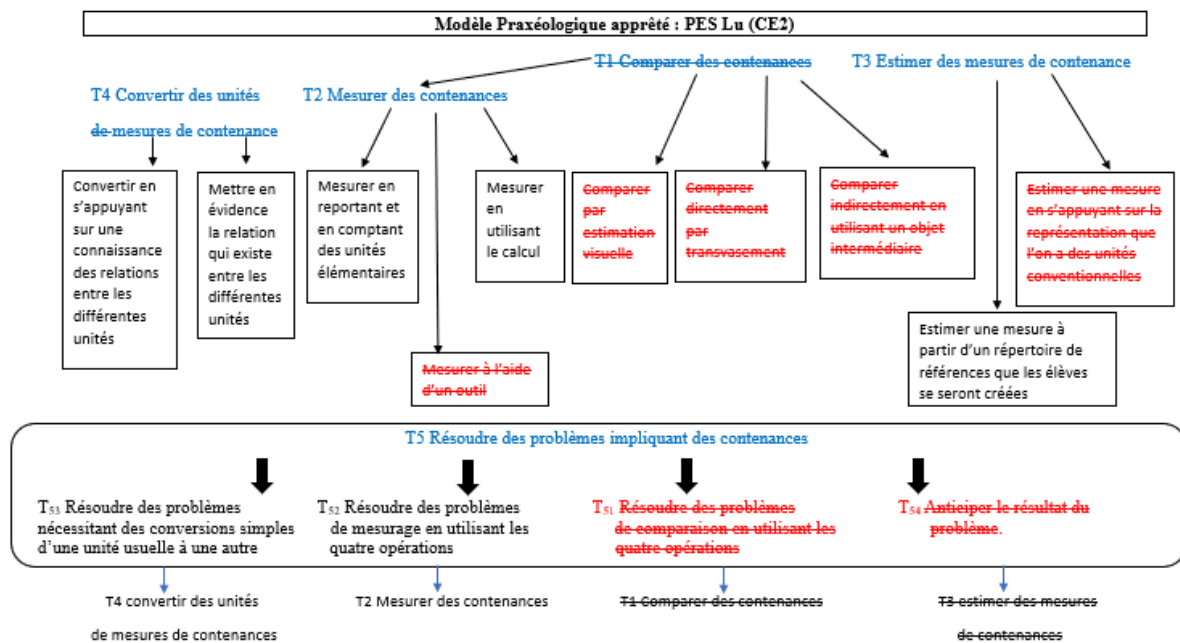


Figure 30 : MPA de Lu pour sa classe de CE2

Les objectifs présents sur la fiche de préparation de la séance d'apprentissage prévue pour les CE2 sont : « Découvrir le décilitre (dL), le centilitre (cL), connaître et utiliser les relations entre L, dL et cL et enfin estimer, ranger des contenances ». Les types de tâches présents dans les phases de recherche sont en cohérence avec ces objectifs. Nous avons le type de tâches T2 *mesurer des contenances*, T3 *estimer des contenances*, T4 *convertir des unités de mesure de contenance* et T5 *résoudre des problèmes de contenances*. Comme dans sa préparation pour les CE1, Lu est très directive. Elle explicite aux élèves les techniques, ils n'ont plus qu'à les mettre en œuvre : « Je demande aux élèves de remplir une bouteille d'eau de 1 L avec des bouteilles de 50 cL » (Extrait de la fiche de préparation, Annexe 5).

## Le texte de savoir

Pour les CE1, le texte de savoir anticipé sur la fiche de préparation de Lu est : « Aujourd'hui, nous avons étudié les contenances des récipients, mesuré les contenances avec un gobelet, vu que le litre est une unité de contenance ». Elle fait également référence au mémo 24 de son manuel (Figure 31).

Le texte anticipé est peu explicite « nous avons étudié les contenances des récipients », on peut se demander comment. Le dernier point proposé « vu que le litre est une unité de contenance » n'est pas travaillé dans la phase de recherche. Comme nous avons pu le préciser précédemment, ce point sera travaillé par les élèves, individuellement, en réalisant les exercices du fichier lors de la phase d'entraînement sans avoir été travaillé dans une phase de découverte.

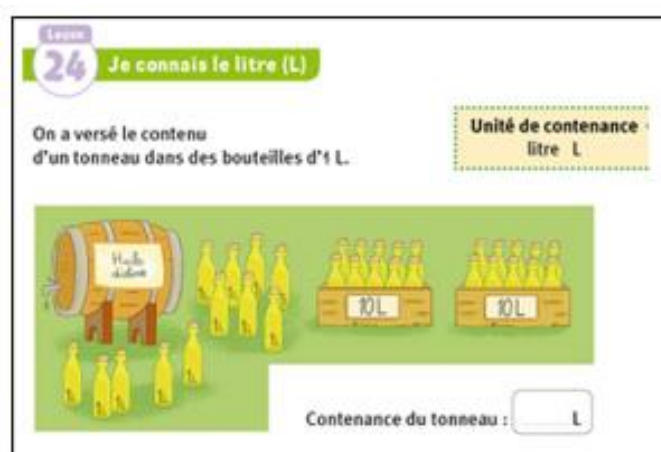


Figure 31 : Mémo 24, Vivre les maths, CE1 utilisé par Lu



Figure 32 : Mémo 31, Vivre les maths, CE2 utilisé par Lu

Pour les CE2, de la même manière, Lu a anticipé un texte de savoir sur sa fiche de préparation et fait référence au mémo 31 de son manuel, Vivre les maths, CE2 (Figure 32). Dans sa fiche de préparation, elle a noté : « Cette semaine, nous avons travaillé sur la



contenance des récipients. Nous avons utilisé trois unités de contenance : le litre, le décilitre et le centilitre. Nous avons vu que :  $1L = 100cL$ ,  $1L=10dL$ ,  $1dL=10cL$ . Nous avons vu que pour comparer des contenances, comme pour les longueurs et les masses, il faut transformer les mesures dans la même unité ».

Le texte de savoir est globalement en lien avec les activités proposées pendant la séance. Seul le dernier point inscrit sur la fiche de préparation n'est pas travaillé dans les phases de découverte. Cette notion découle des exercices qui sont faits par les élèves en entraînement.

### *Le processus d'institutionnalisation*

Pour chacun de ses groupes, Lu prévoit sur ses fiches de préparation des séances avec une phase qu'elle nomme de « réactivation », une phase de « mise en projet », « de recherche », de « mise en commun » et une phase nommée « institutionnalisation ». Elle prévoit également des phases d'« entraînement ». Ces différentes phases sont les phases nécessaires selon Lu à la construction des savoirs mathématiques. Dans les phases de réactivation, Lu rappelle aux élèves qu'ils ont déjà des connaissances dans le domaine des grandeurs et mesures. Elle réactive avec eux leurs connaissances en lien avec les masses pour les CE1 et les différentes unités de mesure que les CE2 connaissent. Ensuite la PES met les élèves en projet sur ce qu'ils vont apprendre aujourd'hui : « une nouvelle unité : le litre » pour les CE1, de « nouvelles unités de contenance le litre, le centilitre et le décilitre » pour les CE2. Dans sa préparation, Lu précise que le mL n'est pas travaillé en CE2, ce qui est effectivement conforme aux programmes de cycle 2. Elle propose ensuite des situations de découverte à chacun des groupes. Au CE1, elle anticipe deux situations de découverte, une première qui permet de comparer la contenance de récipients (T1) en utilisant la technique de transvasement et une deuxième où elle souhaite amener les élèves à travailler le type de tâches T2 *mesurer des contenances* en introduisant des étalons. Pour les CE2, Lu prévoit de proposer également deux situations de découverte, une première situation où les élèves doivent estimer le nombre de verres qu'il faut vider dans un récipient pour le remplir (T3) puis cette estimation est vérifiée par une phase de manipulation où les élèves mesurent la contenance du récipient en utilisant la technique  $\tau_{mru}$  : Mesurer en reportant et en comptant des unités élémentaires. Elle anticipe ensuite une deuxième situation de découverte, où par des transvasements les équivalences entre le L, le cL et le dL sont construites. Une phase de mise en commun est anticipée dans chacune de ses préparations. Elle justifie cette phase sur ses préparations en notant « faire décrire et conduire à la justification des procédures des élèves ». Une phase d'entraînement est ensuite proposée. Il est précisé que les élèves vont



travailler seuls pour faire la page d'exercices du fichier. Les consignes sont reformulées avant la mise au travail des élèves. Une phase de synthèse, intitulée « institutionnalisation » est enfin proposée pour « récapituler l'essentiel, dégager ce qui est à retenir » (Extrait des fiches de préparation de Lu, Annexe 5).

### Analyse

La PES propose la séquence d'apprentissage sur les contenances à chacun de ses groupes en période 5. Lu dit « se baser beaucoup sur le guide du maître » de son manuel (Annexe 7, TdeP 38) pour concevoir ses séquences. Après vérification, nous pouvons constater qu'elle suit pas à pas toutes les propositions du guide du maître. Comme A1, Lu propose une unique séquence pour travailler la grandeur contenance. Elle dit qu'elle proposera une autre séance sur les problèmes de mesure mais qui n'amènera pas à construire de nouvelles connaissances concernant la grandeur contenance, si ce n'est leur utilisation dans le cadre de la résolution de problèmes (type de tâches T5 *résoudre des problèmes impliquant des contenances*).

TdeP 18 Lu	Il va y avoir les problèmes qui sont liés à ... ce qu'ils ont appris sur les mesures de grandeurs donc dans ces problèmes là on a, ...il peut y avoir sur la masse, sur la longueur, le temps aussi ou sur la monnaie. Là comme ils auront fait les contenances, il peut y avoir un exercice dessus.
------------	--

Concernant les objectifs d'apprentissage, nous avons déjà précisé qu'il y a un décalage entre ce qu'elle annonce comme objectifs d'apprentissage et ce que les situations de découverte permettent de construire pour les CE1. Les situations permettent de comparer et de ranger des contenances (T1) en utilisant la technique de transvasement ( $\tau_{ca}$ ) or l'objectif que Lu met en avant dans la phase de mise en projet de sa fiche de préparation est « Aujourd'hui, nous allons nous familiariser avec une nouvelle unité le litre ». Elle donne la même priorité pendant l'entretien : « il fallait déjà qu'ils retiennent que l'unité de contenance était le litre » (Annexe 7, TdeP 68). Les titres de ses séquences vont dans le même sens eux aussi « Mesurer des contenances : le litre » pour les CE1 et « Le litre, le décilitre et le centilitre » pour les CE2. Dans sa préparation, d'autres objectifs sont présents : « Découvrir la mesure des contenances et résoudre des problèmes impliquant les contenances » mais Lu, lors de l'entretien, n'y fait pas référence. Les objectifs présents dans la préparation de Lu sont « mot à mot » ceux présents dans le guide du maître de son manuel (composante institutionnelle). Les objectifs annoncés et l'ensemble des propositions faites par le guide du maître sont en cohérence mais il semble que

Lu ne perçoit pas les enjeux d'apprentissage de chacune des situations et, influencée par la composante personnelle, elle se focalise uniquement sur l'objectif : « introduire une unité usuelle de mesure de contenance : le litre ». Une autre remarque peut conforter notre analyse : le seul changement opéré par Lu est l'ordre d'apparition des objectifs. Dans le guide du maître, « introduire une unité usuelle de mesure de contenance : le litre » est le dernier objectif alors que pour Lu, il est indiqué en premier. Tous les objectifs seront finalement travaillés mais certains ne le seront que grâce aux exercices proposés dans le fichier. Or, les modalités que Lu met en œuvre pour travailler à partir de ces exercices peuvent laisser un doute sur la possibilité pour les élèves de construire des savoirs à cette occasion.

Comme A1, Lu n'a pas questionné le parcours d'apprentissage de l'élève. Lors de l'entretien, quand nous demandons à Lu si elle sait ce que ses élèves ont comme connaissances sur ce domaine, Lu répond : « Non pas du tout, en fait par rapport à ce qu'ils ont fait les années passées euh, non » (Annexe 7, TdP 12). Nous avons déjà expliqué cette réponse par la composante sociale. En effet, les PES nommés à mi-temps dans un établissement n'osent pas toujours questionner les autres collègues de peur d'être jugés. La composante institutionnelle peut également expliquer cela. Avec son double niveau, Lu suit simplement ce qui est proposé par le manuel qui a été choisi par l'établissement

Nous avons précédemment dit que les phases proposées dans les séances anticipées de Lu permettent théoriquement de construire les savoirs. Elle propose des séances construites en suivant le cadre proposé en formation. Chaque phase est justifiée comme c'est demandé en formation (composante institutionnelle). En ce qui concerne le processus d'institutionnalisation, nous pouvons constater que ce que propose Lu dans sa fiche de préparation pourrait permettre de construire ce que Perrin-Glorian (1993) appelle l'institutionnalisation locale. Lu crée également du lien entre les anciens savoirs et le nouveau savoir qu'elle souhaite construire avec les élèves. C'est le deuxième niveau d'institutionnalisation proposé par Perrin-Glorian (1993). Cependant, l'entretien avec Lu fait apparaître un certain nombre de limites ou de difficultés rencontrées lors de la mise en œuvre. On peut se demander quel impact ces éléments ont eu sur la construction des savoirs par les élèves.

Nous avons, par exemple, interrogé Lu sur le choix du matériel proposé aux CE1 lors de la première situation de découverte « je présente les récipients A et B aux élèves et je leur demande : « D'après vous, lequel de ces deux récipients contient le plus d'eau ? » ». Nous souhaitions savoir si la PES avait évoqué avec les élèves l'impact de la forme sur la

représentation que nous pouvons avoir de la contenance d'un récipient. Les élèves peuvent penser qu'un récipient « haut » a une contenance plus grande qu'un récipient « moins haut ». Cette représentation est erronée et il faut faire prendre conscience aux élèves que toutes les caractéristiques de la forme du récipient doivent être également prises en compte. Pour déconstruire ces représentations, il est important de proposer aux élèves des récipients « hauts » qui ont une contenance moins importante que d'autres récipients « plus bas ». Dans sa préparation, Lu ne fait pas référence à cette question. Nous l'avons donc questionnée pour savoir si elle a travaillé ce point avec les élèves. Elle répond qu'elle a effectivement traité ce point à l'oral et qu' : « ils ont vu que c'était dans celui qui était le plus large qu'on pouvait mettre le plus de liquide » (Annexe 7, TdP 50). Nous pouvons nous interroger sur la pertinence des choix faits pour la sélection des récipients et sur leurs impacts sur la représentation des élèves en ce qui concerne la forme des récipients et le lien avec leur contenance. La composante personnelle influence ici la composante cognitive. Les connaissances mathématiques de la PES ne permettent pas un choix adapté des récipients proposés dans cette situation de découverte.

Nous pouvons constater d'autres connaissances mathématiques inexactes dans la fiche de préparation de Lu pour les CE2. Les justifications apportées par Lu pour introduire les unités conventionnelles sont erronées. Elle parle d'une question d'approximation dans les résultats d'expérience alors que l'emploi d'unités conventionnelles provient de la nécessité d'une unité partagée comme référence commune au plus grand nombre de personnes. « Nous pouvons dire que nos mesures sont approximatives (tout dépend comment nous remplissons le verre). Il faut prendre une unité usuelle : le litre » (Extrait Fiche de préparation de Lu, Annexe 5). Or dans le cas d'une manipulation avec un verre mesureur, la mesure sera également approximative du fait de l'expérience.

Les composantes institutionnelle et sociale semblent peser sur les pratiques de Lu. Pendant l'entretien, Lu témoigne de différentes contraintes qui selon elle expliquent ses pratiques.

TdeP 42 Lu	Mais c'est vrai qu'en les laissant manipuler et puis voir par eux-mêmes c'est toujours idéal. Ce qu'il y a, c'est qu'en maths, je suis toujours assez frustrée car je trouve qu'en fait par rapport à tout ce qu'on a à faire on n'a vraiment pas beaucoup de temps dans notre emploi du temps...
TdeP 45 C	Et cette contrainte vous avez l'impression que c'est vous qui vous la posez ou alors c'est le contexte des deux jours qui accentue le problème ? Vous le mettez où le problème ?
TdeP 46 Lu	Alors j'espère que l'année prochaine ça ira mieux mais aussi le fait d'avoir deux niveaux et du coup je fais une leçon par niveau et ça prend beaucoup de temps parce que si je faisais une leçon chaque jour, ça leur permettrait de découvrir plus en fait mais ce n'est pas possible. J'ai essayé deux leçons par jour mais ce n'est vraiment pas possible » (Transcription de l'entretien de Lu).

Lu manque de temps pour travailler en mathématiques. Elle explique cette situation par le fait qu'elle doit gérer le double niveau et donc dégager du temps pour chacun d'entre eux. Ces composantes institutionnelle et sociale influencent probablement les composantes cognitive et médiative. Lu a une gestion du groupe où elle reste très présente pour accompagner la réflexion des élèves. Son scénario pour les CE1 propose directement une technique de comparaison ( $\tau_{ci}$  : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire) plutôt que de les faire chercher parmi plusieurs techniques possibles celles qui pourraient résoudre le problème. C'est peut-être un moyen pour ne pas perdre de temps et ainsi répondre au mieux aux besoins des élèves des deux niveaux de classe.

Les textes de savoir anticipés par Lu qui se trouvent dans sa fiche de préparation sont un copier-coller de ce qui est proposé dans ses manuels (composante institutionnelle). L'entretien avec Lu nous permet de dire que les textes de savoir vont prendre deux formes. Des éléments seront partagés à l'oral et d'autres relèveront d'une trace écrite. Tout ce qui est en lien avec le type de tâche T1 *comparer des contenances* est partagé à l'oral. Ce savoir ne semble pas assez important pour Lu pour qu'il soit gardé à l'écrit.

TdeP 53 C	D'accord. Et ça c'est quelque chose que vous avez écrit... que vous avez institutionnalisé ? Ou c'est resté dans le cadre de vos échanges ?
TdeP 54 Lu	Je l'ai noté au tableau mais après, vu qu'ils ont le mémo, on ne fait pas de leçon, enfin on n'écrit pas de leçon écrite.
TdeP 55 C	D'accord oui, la trace écrite est constituée par le mémo de Vivre les maths.
TdeP 56 Lu	Oui, Oui... Parfois on en rajoute car il manque des choses. Quand je trouve d'autres traces écrites, je les photocopie et je les colle sur la page blanche du mémo.

Les traces écrites qu'elle donne aux élèves de CE1 et de CE2 et qui sont extraites du mémo de ses manuels *Vivre les maths*, CE1 et CE2 de chez Nathan font référence aux connaissances en lien avec les types de tâches T2 *mesurer des contenances* et T4 *convertir des unités de mesure de contenance*. Elle propose une trace écrite pour les savoirs qui lui semblent les plus importants (composante personnelle), là où elle met la priorité : « il fallait qu'ils retiennent que l'unité de contenance était le litre » (Annexe 7, TdeP 68). Pendant l'entretien, Lu nous dit que la trace écrite des CE1 qui est une trace écrite à trous proposée par le manuel, est donnée comme travail à faire à la maison et qu'elle le corrige le jeudi suivant. Cette conception de la trace écrite interroge.

### Ce que nous retenons de la seconde étude de cas

La conception des séances de Lu comporte des incohérences entre les objectifs annoncés et les tâches proposées. Elle s'est appuyée sur le guide du maître de son manuel pour construire sa proposition (composante institutionnelle) mais la composante personnelle influence la composante cognitive. En effet, pour Lu, ce qui est important c'est que les élèves de CE1 et CE2 maîtrisent les unités de contenance, et pour les CE2 les relations qui existent entre elles. Elle a donc des difficultés à saisir les enjeux de chaque activité proposée par le manuel. Nous avons pu constater que les connaissances fragiles en mathématiques de la PES peuvent renforcer cela (composante personnelle).

Dans la conception de ses séances, nous pouvons constater que Lu maîtrise l'importance de chaque phase pour construire des savoirs mathématiques. Elle s'est approprié ces connaissances proposées en formation (composante institutionnelle). Dans les propos qu'elle nous partage lors de l'entretien, nous pouvons constater que la mise en œuvre n'est pas évidente car elle rencontre des contraintes liées à la composante personnelle comme nous l'avons déjà dit (connaissances fragiles en mathématiques) et à la composante sociale (gestion du double niveau et le manque de temps que cela peut générer). Ces différentes composantes peuvent expliquer les composantes cognitive et médiative. Lu est très directive dans ses propositions, elle propose des techniques aux élèves plutôt que de les leur faire découvrir. Cela peut lui permettre de mieux maîtriser le temps.

Le texte de savoir anticipé par Lu ainsi que celui qui est proposé lors de la séance, selon les propos rapportés de Lu pendant l'entretien, montrent un décalage entre les propositions vécues par les élèves et ce qui est institutionnalisé. Les composantes personnelle (les priorités que se donne Lu et ses connaissances mathématiques) et institutionnelle (suivre les propositions du manuel) ne lui permettent pas d'assurer une cohérence.

## Pour résumer

Dans cette troisième partie, nous avons tenté d'objectiver notre constat de départ. Pour cela, nous avons mis en place une méthodologie double pour répondre à notre deuxième question de recherche :

QR2 : Quelles sont les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Nous avons tout d'abord analysé les réponses obtenues au questionnaire proposé aux PES en formation en 2020-2021 à l'INSPE de Rennes et à l'ISFEC Bretagne. Pour compléter ces résultats nous avons mis en place une méthodologie qualitative complémentaire consistant en deux études de case de PES de ce même groupe.

Nous avons pu montrer que les PES utilisent des ressources variées, reconnues ou non institutionnellement, pour concevoir leurs séquences dans le domaine des grandeurs et mesures et pour anticiper le texte de savoir à construire. Les manuels ont une place centrale parmi ces ressources. Les deux études de cas montrent que les PES les utilisent sans remettre en cause leurs propositions. Ces différents constats montrent la nécessité, en formation, d'amener les PES à questionner les différentes ressources avec un esprit critique quelle que soit leur nature.

Afin de caractériser plus précisément les pratiques d'institutionnalisation des PES, nous avons analysé les pratiques d'institutionnalisation de deux PES à partir de leurs documents de préparation ainsi que de leurs pratiques rapportées lors d'entretiens. Nous sommes consciente que cela constitue un biais dans notre recherche mais le contexte sanitaire de l'époque ne nous a pas permis d'accéder aux classes des PES. Les données recueillies montrent que les PES ont des connaissances qui leur permettent de construire des séances dont le déroulement peut théoriquement permettre de construire le savoir ciblé. En revanche, le texte de savoir anticipé n'est pas toujours cohérent avec les types de tâches mis au travail. Les entretiens menés nous ont permis d'explicitier certaines difficultés rencontrées par les PES lors la mise en œuvre des séances.

Nous avons cherché à expliquer ces difficultés grâce aux 5 composantes des pratiques de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002). La composante personnelle contraint les pratiques d'institutionnalisation des PES. Nous avons pu montrer que les PES peuvent rencontrer des difficultés en mathématiques et avoir une représentation de l'enseignement des grandeurs et mesures qui impacte la composante cognitive. Les

praxéologies qui semblent importantes à travailler, pour les PES, sont en lien avec la mesure (T2) et les conversions (T4). Les composantes institutionnelle et sociale influencent également la composante cognitive. Les PES s'appuient sur des ressources reconnues institutionnellement pour construire leur scénario mais parfois ces propositions peuvent ne pas être conformes aux textes officiels. De plus, le contexte d'exercice en classe (le double niveau par exemple) et la gestion du temps qui en découle peuvent effectivement expliquer les difficultés partagées par les PES.

Ces différents constats vont dans le sens des travaux de Charles-Pézard et al. (2012) qui ont montré que les professeurs des écoles en ZEP rencontraient des difficultés à institutionnaliser et que ce problème pouvait mettre en difficulté les élèves. Ainsi il nous semble nécessaire de nous interroger sur la manière dont la formation initiale pourrait faire évoluer les pratiques d'institutionnalisation. C'est le sujet de notre quatrième partie.







## Partie 4 : La situation de formation : conception, mise en œuvre et analyses

Les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES identifiées, nous faisons l'hypothèse que la formation initiale peut avoir un impact pour modifier ces pratiques. Cela nous amène à nous pencher sur notre troisième question de recherche :

QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Pour pouvoir répondre à cette troisième question de recherche, nous proposons deux sous-questions :

QR3.1 : Quelles sont les connaissances et les pratiques d'institutionnalisation, dans le domaine des grandeurs et mesures, qui émergent au cours d'une formation fondée sur la conception et la mise en œuvre simulée d'une séance sur la grandeur contenance ?

QR3.2 : Quel impact cette situation de formation peut-elle avoir sur les pratiques d'institutionnalisation des PES qui l'ont suivie lors de la mise en œuvre en classe d'une séance sur les contenances ?

Nous chercherons à répondre à la question QR3.1 dans cette quatrième partie, et à la question QR3.2 dans la partie 5 de ce manuscrit.

Nous commençons cette partie 4 en présentant une revue de littérature sur les situations de formation. Cette revue de littérature va nous permettre de justifier nos choix pour la conception de notre Situation de Formation (SF). Nous décrivons ensuite cette SF et nous l'analysons dans le cadre d'une Ingénierie Didactique de Formation (IDF) pour répondre à notre première sous-question de recherche QR3.1 (voir ci-dessus).

Nous faisons le choix de compléter les analyses obtenues grâce à l'IDF par une méthodologie complémentaire intégrant l'analyse d'un pré-test et d'un post-test proposés aux PES qui ont participé à cette formation.

## 4.1 Revue de littérature sur les situations de formation

Diverses stratégies sont utilisées pour former les enseignants de l'école primaire en mathématiques. Kuzniak (1994) en propose une classification selon deux grands axes : les stratégies professionnalisantes qui conçoivent la formation comme une préparation professionnelle permettant de développer des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques (Houdement et Kuzniak, 1996, p. 296) et les autres qui n'ont pas cette priorité. Les stratégies de formation non professionnalisantes peuvent être des stratégies culturelles, c'est-à-dire des formations qui privilégient les connaissances mathématiques sans se préoccuper de la mise en œuvre du savoir dans la classe par les formés.

Celles qui nous intéressent sont les stratégies professionnalisantes approchées dans un cadre formatif intégrant un certain niveau de guidance. La finalité de ces formations est « de rendre les étudiants capables d'enseigner en utilisant des activités de formation spécifiques » (Kuzniak, 1994, p. 14). Kuzniak met en évidence trois types de stratégies professionnalisantes : celles basées sur la monstration, celles basées sur l'homologie et celles basées sur la transposition.

Les stratégies de monstration proposent aux étudiants d'observer les pratiques d'un expert dans sa classe, directement ou par l'intermédiaire d'une vidéo. Il s'agit de transmettre une pratique en montrant ce qu'il faut faire et en demandant aux formés, ensuite, de l'imiter. Une limite de ce type de stratégies est la faible place laissée à l'explicitation et à la créativité.

Un autre type de stratégies est basé sur l'homologie. Le formateur propose aux étudiants des apports mathématiques et didactiques. Pour cela, il s'appuie sur une situation d'enseignement des mathématiques où il fait vivre sa conception de l'enseignement des mathématiques. Les formés vivent la situation comme le feraient des élèves avec des situations d'action, de formulation et de validation. Le formateur espère que les formés transféreront ce qu'ils ont vécu dans leurs propres pratiques. Ce type de stratégies s'adapte au faible niveau en mathématiques des PE. Elle ne vise pas à lutter contre ce phénomène mais plutôt à s'y adapter pour permettre aux PE de se rendre compte qu'ils peuvent mener malgré tout efficacement des activités mathématiques avec leurs élèves. La limite de ce type de stratégies est qu'il demande beaucoup de temps. Avec l'évolution de la formation, une réduction du temps de formation et le développement de recherches didactiques et pédagogiques, un nouveau type de stratégies voit le jour : les stratégies de transposition.

Les stratégies basées sur la transposition se différencient des autres par l'importance donnée à la transmission d'un savoir de référence partagé explicitement. Elles se rapprochent des stratégies culturelles mais prennent en compte la dimension professionnalisante. Il y a donc deux niveaux de transposition : « Le premier concerne le passage du savoir savant de référence au savoir enseigné par les formateurs. Il s'agit ici du processus standard de transposition didactique. Le second niveau concerne le passage de ce savoir enseigné au savoir appliqué par l'étudiant. Il prend en compte le phénomène de transfert et d'adaptation opéré par les étudiants » (Kuzniak, 1994, p. 18). Pour mettre en œuvre ces deux niveaux de transposition, deux approches sont possibles selon Kuzniak (1994). La première est une approche critique où les formés analysent une proposition suffisamment riche pour en faire ressortir les limites. Cette approche demande peu de temps contrairement à l'approche constructive, la deuxième. En effet, cette deuxième approche pour qu'elle soit efficace doit être constituée d'une analyse a priori complétée par une analyse a posteriori d'une séance qui devra être mise en œuvre dans une classe. Les formés doivent pour cela avoir une idée précise du fonctionnement d'une classe et une représentation de l'enseignement des mathématiques.

Les travaux de Butlen (2004) identifient deux autres stratégies de formations professionnalisantes. Une basée sur le compagnonnage entre un formateur et un formé ou un petit groupe de formés et une autre basée sur « la prise de distance didactique et réflexive ». À partir de séances filmées, ce second type de stratégies de formation permet une analyse réflexive sur la conception, la mise en œuvre et l'évaluation de situations. Face à ces multiples stratégies de formation professionnalisantes, Butlen et Masselot (2019) précisent qu'elles ne s'opposent pas mais qu'elles se complètent et visent à enrichir les savoirs professionnels des enseignants.

Certaines recherches (Bolon, 1996 ; Vergnes, 2001 ; Masselot, 2000) montrent qu'en matière de formation en mathématiques les effets sur les pratiques enseignantes ne sont pas tous les mêmes et qu'ils peuvent parfois être limités. Les chercheurs identifient un certain nombre de raisons à ce constat. Bolon (1996) montre que pour qu'un enseignant s'approprie les enjeux de situations d'enseignement proposées en formation, il faut nécessairement l'accompagner dans leurs mises en œuvre dans leur classe. Vergnes (2001) questionne les contenus des formations proposés. Se référant à la double approche didactique et ergonomique (Robert, 2001), elle montre qu'une situation de formation centrée sur la composante cognitive sans prendre en compte les pratiques des enseignants formés a des effets limités sur les pratiques effectives. Masselot (2000) renforce cette idée en précisant qu'une formation doit penser le lien entre la composante cognitive et la composante médiative pour pouvoir répondre aux besoins

des formés. Elle conclut qu'il est indispensable d'avoir accès aux pratiques effectives des formés et de les prendre en compte car un enseignant débutant ne peut intégrer des éléments de formation que si ceux-ci s'inscrivent dans la cohérence de ses pratiques qui sont en construction. La complexité des pratiques et leur cohérence sont donc des causes de résistance.

Nous retenons de ces différents travaux qu'une formation doit prendre en compte la complexité et la cohérence des pratiques des formés en travaillant simultanément sur les dimensions cognitives et médiatives et qu'elle doit tenir compte des conceptions des formés. Il importe donc de trouver des modalités qui le permettent. Différentes modalités de formation ont été analysées dans le cadre de recherches pour identifier leurs effets sur les pratiques des enseignants. Nous pouvons par exemple citer : les Lessons Studies (Batteau et Clivaz, 2016), l'accompagnement à l'entrée dans le métier (Charles-Pézarid et al., 2012) ou encore l'analyse de pratiques professionnelles (Butlen et al., 2017). Nous présentons plus en détail une autre modalité de formation, celle utilisant le jeu de rôles (Lajoie et Pallascio, 2001), développée dans les années 1990 à l'Université du Québec à Montréal (UQAM). Dans le contexte français de la formation initiale, il n'est pas toujours simple pour un formateur d'avoir accès aux pratiques d'enseignement de tous les PES. Le jeu de rôles nous semble être une solution pour répondre à cette difficulté. L'approche développée place les étudiants dans « un contexte proche de la classe : il les amène à se glisser dans la peau d'enseignants plongés dans une situation donnée reflétant leurs tâches au quotidien en ce qui a trait aux mathématiques, et à agir comme le feraient, selon eux, des enseignants en service » (Guille-Biel Winder et al., 2019, p. 107). Le jeu de rôles est donc un moyen d'importer en formation des traces des pratiques des formés en prenant en compte la complexité et la cohérence de ces pratiques. Cela permet au formateur d'initier un questionnement prenant en compte les conceptions et les besoins ressentis des formés.

Nous partons donc du postulat qu'un dispositif de formation basé sur l'utilisation du jeu de rôles peut faire évoluer les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures. Nous nous proposons donc de construire et d'analyser une SF intégrant spécifiquement le jeu de rôles pour répondre à notre première sous-question de recherche :

QR3.1 : Quelles sont les connaissances et les pratiques d'institutionnalisation, dans le domaine des grandeurs et mesures, qui émergent au cours d'une formation fondée sur la conception et la mise en œuvre simulée d'une séance sur la grandeur contenance ?

Nous détaillons plus précisément cette SF ainsi que les modalités du jeu de rôles dans la partie 4.3.2. Avant, nous précisons la méthodologie de l'Ingénierie Didactique de Formation que nous utilisons dans cette partie.

## 4.2 Méthodologie de l'Ingénierie Didactique de Formation

La Situation de Formation (SF) conçue dans notre recherche est analysée dans le cadre d'une Ingénierie Didactique de Formation (IDF). L'IDF est une méthodologie d'analyse. Nous présentons l'origine et les caractéristiques de cette méthodologie avant de la mettre en application dans notre contexte de recherche

### *L'ingénierie de formation*

Le concept d'ingénierie de formation, est né à la fin des années 1970. Il est utilisé dans différents secteurs économiques et dans le monde de l'enseignement. Clauzard (2016) le définit comme « un ensemble de démarches méthodiques et cohérentes qui sont mises en œuvre dans la conception d'actions ou de dispositifs de formation afin d'atteindre efficacement l'objectif visé ». L'ingénierie de formation, en référence au travail de l'ingénieur industriel, est une approche méthodologique structurée par étapes : analyser, concevoir, réaliser et évaluer. La mise en œuvre de cette méthode permet, à partir d'une demande et de besoins identifiés, d'élaborer et de mettre en œuvre un projet de formation qui saura pleinement « optimiser l'investissement qu'il contient et assurer les conditions de sa viabilité » (Viallet, 1986).

Cette dernière remarque sur la rentabilité attendue de ces ingénieries de formation nous amène à nous poser la question de leur transfert à la didactique d'autant que le concept d'ingénierie didactique existe déjà en didactique des mathématiques. Nous nous proposons donc de revenir sur la définition de ce concept d'ingénierie didactique en didactique des mathématiques.

### *L'ingénierie didactique*

Comme nous avons déjà pu le préciser, la théorie des situations didactiques est née dans les années 1960, dans le contexte de la rénovation de l'enseignement des mathématiques. L'ingénierie didactique apparaît comme une méthodologie de recherche permettant le développement de cette théorie. Cette méthodologie se différencie des méthodes expérimentales par son mode de validation : « Ce mode de validation est en effet interne et basé sur la confrontation entre une analyse a priori dans laquelle sont engagées un certain nombre

d'hypothèses et une analyse a posteriori qui s'appuie sur les données issues de la réalisation effective ». (Artigue, 2002).

Artigue (1990) explicite et formalise l'ingénierie didactique comme méthodologie de recherche en la structurant en quatre étapes :

- Les analyses préalables qui se réfèrent aux études épistémologiques, cognitives et institutionnelles nécessaires à l'élaboration de situations à expérimenter.
- L'élaboration d'une situation et de son analyse a priori
- La mise en œuvre de la situation, son observation et le recueil de données.
- L'analyse a posteriori qui est ensuite confrontée à l'analyse a priori

À ses débuts, l'ingénierie didactique étudie les situations a-didactiques sans prendre en compte le rôle de l'enseignant : « il s'agit d'identifier les vertus de ces situations et les liens entre elles pour produire des connaissances nouvelles chez les élèves et l'avancée du savoir d'une classe. [...] L'utilisation des produits de l'ingénierie didactique dans l'enseignement ordinaire avec toutes ses contraintes n'est pas prise comme objet d'étude, probablement avec une certaine illusion de la transparence de l'usage des situations ». (Perrin-Glorian et Baltar-Bellemain, 2019, p. 67). À partir des années 1990, l'ingénierie didactique va devenir une méthodologie de recherche pour des questions plus variées ne se limitant pas au simple contenu mathématique.

Au regard des différentes définitions que nous venons de présenter, nous faisons le choix, comme l'a fait Emprin (2007), d'utiliser le terme d'ingénierie pour qualifier une méthodologie de recherche et non le travail du formateur. Nous réservons donc dans notre recherche ce terme d'Ingénierie Didactique de Formation (IDF) pour qualifier la méthodologie de recherche que nous utilisons pour répondre à notre question de recherche concernant la SF construite et mise en œuvre dans le cadre de cette recherche.

Pour mettre en œuvre cette méthodologie, nous avons donc fait une analyse des savoirs en jeu : les savoirs mathématique et didactique liés au domaine des grandeurs et mesures, plus particulièrement pour la grandeur contenance (partie 2.1), et le savoir didactique lié au processus d'institutionnalisation (partie 1.3). C'est à partir de cette analyse des savoirs que nous avons construit la SF que nous allons présenter et analyser dans cette partie. Nous avons ensuite réalisé une analyse a priori de cette SF. Pour cela nous avons utilisé le cadre théorique d'analyse des situations de formation développé par Mangiante (Mangiante et al., 2016). Nous présentons ce cadre dans la partie 4.3.1. La SF a ensuite été implémentée. Nous terminons en réalisant une

analyse a posteriori que nous confrontons à notre analyse a priori afin de répondre à notre question de recherche.

### 4.3 Mise en œuvre de cette méthodologie dans notre recherche

Nous commençons cette partie en présentant le cadre d'analyse théorique utilisé dans notre méthodologie d'analyse a priori de la SF (partie 4.3.1) car les concepts de ce cadre sont également utilisés dans la description de notre SF.

#### 4.3.1 Cadre d'analyse des situations de formation

Pour analyser a priori notre situation de formation, nous utilisons le cadre d'analyse des situations de formation (Mangiante et al, 2016). Les situations de formation sont celles qui impliquent des formés (pour nous les PES) et des formateurs, ici au sein d'un institut de formation d'enseignants. « De telles situations consistent en un ensemble de tâches pouvant être proposées par un formateur à des formés autour d'une activité que nous nommons activité amorce. Il peut s'agir, par exemple, d'une situation par homologie [...], d'une situation basée sur la comparaison de manuels scolaires [...], d'une situation dont l'amorce est une analyse de production d'élèves » (Mangiante et al., 2016, p. 319). À partir d'une activité amorce, le formateur va élaborer un scénario de formation, c'est-à-dire qu'il va organiser chronologiquement l'ensemble des tâches de la SF. L'analyse va prendre en compte l'ensemble des tâches proposées par le formateur dans son scénario de formation en les caractérisant en fonction de leur nature, des connaissances convoquées ainsi qu'en questionnant la posture du formé. La prise en compte de ces différents aspects permet de définir cinq paliers présentés dans la Figure 33.



Nature de l'activité	Posture du formé	C o n n a i s s a n c e s		
		mathématiques	didactiques	pédagogiques
<b>Palier 4</b> Problématisation d'une question professionnelle	Praticien - chercheur	Décontextualisées	Décontextualisées	Décontextualisées
<b>Palier 3</b> Analyse de l'activité didactique et pédagogique du palier 2	Enseignant		Décontextualisées	Décontextualisées
<b>Palier 2</b> Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique du palier 0	Élève - enseignant		Explicitées en contexte	Explicitées en contexte
<b>Palier 1</b> Analyse de l'activité mathématique du palier 0	Élève - enseignant		Implicites en contexte	Implicites en contexte
<b>Palier 0</b> Activité mathématique	Élève		En contexte	

Figure 33 : Cadre d'analyse : Caractéristiques des cinq paliers d'étude. (Mangiante et al., 2016)

Les connaissances convoquées sont de trois types : les connaissances mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer et mettre en œuvre sa séance ; les connaissances didactiques spécifiques au contenu mathématique enseigné ; les connaissances pédagogiques qui relèvent des conceptions de l'apprentissage, de l'organisation de la gestion de la classe. Selon le moment de la mise en œuvre, les connaissances convoquées peuvent être mobilisées implicitement, c'est-à-dire en acte, mobilisées en contexte explicitement ou encore être décontextualisées pour être mobilisables dans d'autres contextes.

Dans une SF, quatre postures peuvent être prises par le formé :

- Celle d'élève quand il doit réaliser l'activité mathématique proposée par le formateur.
- Celle d'élève-enseignant lorsqu'il étudie des activités à destination des élèves ou des productions d'élèves.
- Celle d'enseignant lorsqu'il questionne les pratiques de classe ou les enjeux d'apprentissage.
- Et enfin celle de praticien-chercheur lorsqu'il s'agit de problématiser une question professionnelle.

Les SF peuvent être constituées de tâches de natures différentes. Les différentes tâches sont réparties en cinq paliers caractérisés par la nature de l'activité du formé comme le précise la Figure 33.

Mangiante et al. (2016) ont montré que les paliers ne font pas référence à une chronologie à suivre dans une SF. Pour réaliser l'activité, les formés peuvent avoir à fréquenter des paliers inférieurs voire devoir faire des allers-retours entre les différents paliers.

Le cadre d'analyse utilisé pour l'analyse a priori de la SF et le vocabulaire associé précisés, nous pouvons maintenant présenter notre SF et sa mise en œuvre.

#### 4.3.2 Présentation de la situation de formation

Nous présentons maintenant la SF qui a été construite pour répondre à notre question de recherche. Cette SF est constituée de deux activités amorces. Une première est l'analyse des textes institutionnels et d'une sélection de manuels pour faire émerger des connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques pour construire la grandeur contenance et le processus d'institutionnalisation. La deuxième est la construction d'une séance d'enseignement-apprentissage et sa mise en œuvre dans un contexte de jeu de rôles pour mettre à l'épreuve les connaissances qui ont émergé de la première activité amorce.

La situation de formation (SF) se déroule sur trois séances : une première en autonomie puis deux autres en présence de la formatrice. Les situations amorces peuvent être à cheval sur deux séances (Figure 34).

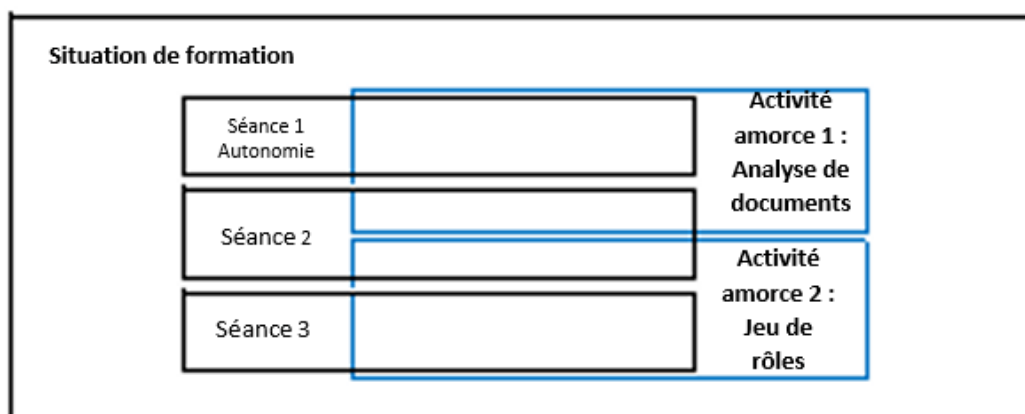


Figure 34 : Scénario de la situation de formation (SF)

Chaque séance est découpée en phases (une phase étant caractérisée par un type d'activité, par exemple phase de recherche, de mise en commun, ...). Le codage temporel suivant est utilisé : Phase n° activité amorce. n° séance. n° temps dans la séance. Ainsi la phase 1.2.2 relève de l'activité amorce 1, elle se déroule en séance 2 et en est la deuxième phase.

Ce codage sera utilisé dans la présentation de la SF, dans son analyse a priori mais aussi dans les différents synopsis des séances observées et dans leurs analyses. Nous commençons par décrire les deux activités amorces puis nous présenterons l'analyse a priori de la SF

### *Description de l'activité amorcée n°1 : l'analyse des documents.*

Le scénario de la SF est composé de trois séances. Notre première activité amorcée est travaillée en séance 1 et sur la première partie de la séance 2. Le travail d'analyse proposé aux PES est constitué de différentes phases :

Pour les phases 1.1.1 et 1.1.2, les PES travaillent en autonomie et il est prévu qu'ils soient en présentiel, c'est-à-dire sur le site de formation. Les formés sont répartis par groupe de 6.

**Phase 1.1.1 :** Dans chaque groupe, tous les PES lisent les documents institutionnels (programme de cycle 2 concernant le domaine des grandeurs et mesures et plus particulièrement pour la grandeur contenance et le document Eduscol « grandeurs et mesures au cycle 2 ») et répondent aux questions de la grille d'analyse communiquée par la formatrice (Annexe 8). Une synthèse est construite par le groupe. Elle doit être envoyée à la formatrice par mail à la fin de la séance.

L'objectif de la phase 1.1.1 est que les PES repèrent la démarche de construction des grandeurs et mesures à l'école, ici pour la grandeur contenance.

**Phase 1.1.2 :** Dans chaque groupe de 6, trois binômes sont constitués. Chaque binôme est responsable de l'analyse d'un des trois manuels proposés pour le CE1 et le CE2 (Cap Maths, Litchi et Vivre les Maths. Le fichier de l'élève et le guide du maître sont fournis. Nous avons choisi ces manuels car certains sont écrits par des didacticiens, les autres pas et qu'ils ont des MPA différents qui sont conformes ou pas au MPR). Il devient « expert » de ce manuel lors de l'analyse croisée des trois manuels qui est demandée dans la grille d'analyse et qui sera renvoyée à la formatrice.

L'objectif de la phase 1.1.2 est que les PES confrontent la démarche attendue dans les documents institutionnels aux propositions faites dans les manuels pour identifier d'éventuels décalages, par exemple, la proposition de travailler en utilisant un tableau de conversion alors que ce n'est pas préconisé par les programmes officiels. Par ailleurs, comme nous l'avons montré lors de l'analyse praxéologique des manuels (partie 2.4), le type de tâche T1 *comparer des contenances*, dont l'importance est pointée dans les recherches didactiques, est très peu présent dans les propositions des manuels. Les PES doivent donc analyser les manuels en portant un regard critique sur les propositions. Un autre objectif de cette phase est d'amener les PES à identifier la nature des textes de savoir proposés par les manuels. Il est attendu que les PES remarquent que les contenus sont essentiellement déclaratifs (définition de la contenance,

relation entre les différentes unités de contenance, ...) et qu'il est donc nécessaire de les modifier pour institutionnaliser les techniques et technologies découvertes par les élèves en classe.

Les phases 1.2.1 et 1.2.2 constituent les deux premiers temps de la séance 2. Il est prévu qu'elles se déroulent en présentiel avec la formatrice.

**Phase 1.2.1 :** Il s'agit d'une mise en commun conduite par la formatrice à partir des productions envoyées à l'issue de la séance 1.

Les objectifs de cette phase 1.2.1 sont de permettre aux PES de s'approprier la démarche de construction des grandeurs et mesures préconisée par les textes institutionnels ainsi que de développer un regard critique sur les propositions faites par les manuels concernant aussi bien les séances d'apprentissage relatives à la grandeur contenance que les textes de savoir.

**Phase 1.2.2 :** La formatrice doit effectuer une synthèse dans laquelle elle dégage les éléments qu'elle souhaite que les formés retiennent, soit :

- La démarche pour travailler les grandeurs et mesures contextualisée pour la grandeur contenance. Proposer des activités de comparaison de la grandeur avant d'aller vers la mesure.
- Le décalage de certaines propositions de manuels par rapport aux attendus des programmes ce qui nécessite d'avoir une posture critique (la comparaison de grandeurs sans utiliser la mesure est peu travaillée. Il est donc nécessaire de construire une proposition).
- Concernant l'institutionnalisation, montrer que les contenus sont essentiellement déclaratifs dans les textes de savoir des manuels et que les techniques à enseigner aux élèves ne sont pas institutionnalisées (sauf dans Cap maths).

### *Description de l'activité amorce n°2 : le jeu de rôles*

La première activité amorce va, entre autres, permettre aux formés d'observer qu'une place minime est donnée aux activités de comparaison dans les manuels alors que les attentes institutionnelles sont autres. Cela montre la nécessité d'utiliser d'autres types de ressources, et justifie la proposition que nous souhaitons faire aux PES dans la seconde partie de cette SF : concevoir une séance d'enseignement-apprentissage centrée sur la mise en œuvre d'une

situation de référence<sup>9</sup> dont l'objectif d'apprentissage est de comparer des contenances sans utiliser la mesure.

La situation de référence est la suivante : « Comparer les contenances des récipients proposés. Les ranger de la plus grande à la plus petite contenance ». Les contenances des quatre récipients sont à comparer (Figure 35). Un récipient (le B) a une contenance très inférieure aux trois autres qui ont des contenances assez proches. Le récipient A a une contenance de 50 cL, le C de 70 cL et le D de 60 cL. Le récipient B a une contenance de 20 cL. La forme des récipients a été minutieusement choisie pour déjouer des représentations erronées d'élèves telles que : « si un récipient est haut, il a une contenance plus importante ». Ici le récipient A est celui qui a la contenance la plus petite parmi les récipients A, C et D.



Figure 35 : Les quatre récipients à comparer selon leur contenance.

En plus des quatre récipients dont on veut comparer les contenances, du matériel pour des manipulations est mis à disposition : de l'eau, quatre grands récipients identiques ( de contenance plus grande que celle du plus grand des récipients à comparer), un grand récipient mais différent des quatre autres grands récipients, des seaux, des entonnoirs.

Il est demandé aux PES de construire une séance utilisant cette situation de référence qu'ils mettront en œuvre dans le cadre d'un jeu de rôles pour la tester, l'analyser en répondant à la question problématique suivante :

Comment construire l'institutionnalisation des savoirs dans une séance dont l'attendu est « comparer des contenances sans utiliser la mesure » ?

C'est ce jeu de rôles que nous considérons comme la seconde activité amorcée. Ce jeu de rôles et son analyse doivent se vivre lors de la séance 3, séance de deux heures qui doit se dérouler en présentiel avec la formatrice.

---

<sup>9</sup> Une situation de référence est une situation permettant d'aborder les aspects essentiels de l'enseignement visé. (Bueno-Ravel et Le Poche, 2011)

Le jeu de rôles est « la mise en scène d'une situation problématique impliquant des personnages ayant un rôle donné. [...] Des étudiants doivent se glisser dans la peau de personnages plongés dans une situation donnée et agir exactement comme ils croient que ces personnages pourraient agir ». (Lajoie et Pallascio, 2001). La raison d'être d'un jeu de rôles est de résoudre une situation professionnelle problématique. Dans notre travail, il s'agit de questionner le processus d'institutionnalisation afin d'assurer une cohérence entre les recherches des élèves et le texte de savoir proposé en synthèse qui aura été préalablement anticipé par les PES dans leur préparation.

Pour pouvoir vivre le jeu de rôles, les PES construisent, par groupe de quatre, une séance à partir de la situation de référence proposée par la formatrice et décrite précédemment. Ce temps de construction se déroule lors de la deuxième partie de la séance 2, **phase 2.2.3**. La consigne suivante est donnée aux PES : « Par groupe de quatre, vous allez construire une séance qui permettra de construire l'attendu de fin de cycle « comparer des contenances sans utiliser la mesure » en utilisant la situation de référence que nous venons de partager. Vous porterez une attention toute particulière au processus d'institutionnalisation des savoirs. Vous vous donnerez les moyens d'anticiper dans votre fiche de préparation le texte de savoir qui serait à institutionnaliser ». L'objectif de cette phase 2.2.3 est d'amener les PES à construire une séance d'enseignement-apprentissage témoignant de la compréhension et de l'appropriation des connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques précédemment construites. Le jeu de rôles est mis en place lors de la séance 3. Il est prévu de le jouer deux fois avec des PES différents pour jouer les différents rôles. Les « acteurs » qui jouent respectivement un enseignant et douze élèves n'ont pas travaillé ensemble pour préparer la séance. Les autres PES sont des observateurs. Les « acteurs » vivent la séance en étant observés par les observateurs. Après la première réalisation du jeu de rôles, **phase 2.3.1**, une première analyse est proposée pour questionner le processus d'institutionnalisation, **phase 2.3.2**. La parole est donnée au PES qui a joué le rôle de l'enseignant, et que nous nommons par la suite le PES-PE. Puis la parole est donnée à ceux qui ont joué les élèves, les PES-élèves et enfin aux observateurs. La formatrice a anticipé des questions pour mener ce temps de mise en commun : quel est le savoir à institutionnaliser qui émerge des recherches des PES-élèves et comment gérer un éventuel décalage entre le savoir anticipé par le PES-PE et celui qui ressort des recherches des PES-élèves ? Ces questions ont été anticipées dès la conception de la SF. Elles devront être ajustées en fonction du déroulement réel du jeu de rôles et des observations faites par la formatrice. Les objectifs des phases 2.3.1 et 2.3.2 sont de permettre aux PES de construire et d'analyser les

incontournables du processus d'institutionnalisation à partir de sa mise en œuvre dans un jeu de rôles.

Une deuxième réalisation du jeu de rôles doit être mise en œuvre. Chaque PES joue un nouveau rôle, ceux qui étaient acteurs deviennent observateurs et vice-versa, **phase 2.3.1bis**. Il est également suivi d'un temps d'analyse du même type que le premier, **phase 2.3.2bis**. Ce deuxième jeu de rôles doit nous permettre d'identifier les éléments partagés lors de l'analyse du premier jeu de rôles que les PES utilisent pour réajuster leur proposition en fonction de leur rôle. Pour terminer cette séance, une synthèse est proposée par la formatrice. L'objectif de cette phase est d'institutionnaliser le texte de savoir à construire pour le type de tâches T1 *comparer des contenances* mais aussi d'institutionnaliser les éléments essentiels du processus d'institutionnalisation. Un diaporama a été anticipé par la formatrice et est utilisé comme support. Une première partie institutionnalise les techniques mises en œuvre dans le jeu de rôles par les PES. Une deuxième partie correspond aux autres techniques anticipées par la formatrice mais non découvertes par les PES à l'occasion du jeu de rôles. Cela permet de vivre en acte le contenu des propos : on institutionnalise ce que les élèves ont découvert même si nous avons imaginé d'autres contenus. Le contenu anticipé par la formatrice des différentes parties est réajusté en temps réel pour correspondre aux découvertes effectives des PES. Le processus d'institutionnalisation proposé ici est similaire à ce que Allard (2015) appelle le Processus de Contextualisation, de Décontextualisation et Recontextualisation (PCDR).

#### 4.3.3 Contexte de mise en œuvre et traitement des données récoltées

L'institution dans laquelle s'effectue notre recherche, l'ISFEC Bretagne, propose aux PES suite à l'obtention du concours d'assister à, au moins, 120 heures de formation sur l'année pour l'unité d'enseignement (UE) « mise en situations professionnelles » sur les 180 proposées. Dans cette UE, des cours de didactique dans les différentes disciplines enseignées à l'école sont proposés. L'offre de formation est plus importante que le nombre d'heures à effectuer ainsi les PES peuvent choisir des ateliers en fonction de leurs besoins. Ils s'inscrivent aux ateliers en amont par l'intermédiaire d'une plateforme Moodle. Dans le cadre de notre recherche, la SF est proposée en atelier et nous avons fixé un effectif maximum de 30 PES. Ces 30 PES participeront ainsi aux 6 heures de formation qui constituent l'atelier intitulé « L'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures, le cas des contenances ». Comme les cours vont être filmés pour les besoins de la recherche et que la modalité choisie « le jeu de rôles » nécessite l'engagement actif des participants, nous avons informé les PES du contexte particulier de cet



atelier avant leur inscription. Nous avons décidé de donner la priorité aux PES enseignant en cycle 2 si le nombre de formés inscrits devait être supérieur à 30. Les objectifs de cette formation ont été annoncés trois semaines avant le début de la formation : la mise en œuvre de la démarche d'enseignement des grandeurs et mesures à l'école dans le cas de la grandeur contenance en se posant la question de l'institutionnalisation des savoirs.

Comme nous l'avons précisé, cette formation était ouverte à 30 personnes. 29 PES se sont inscrites et 22 ont effectivement suivi la formation. Les raisons qui expliquent les désinscriptions sont multiples. Les inscriptions ont eu lieu en fin de période 3 (fin janvier). Les PES sont très fatiguées. La période est marquée par une reprise des cas de COVID. C'est également une période où les PES inscrits en Master 2 doivent déposer leur mémoire et le soutenir. Ils ont donc une charge de travail importante. Une autre explication donnée par deux PES est le fait que la formation soit filmée. Elles ne se sentent pas à l'aise avec cela. Ce n'est effectivement pas une habitude dans les formations habituellement proposées. Nous avons anticipé cette difficulté et c'est pour cela que nous souhaitons l'annoncer clairement aux formés pour leur permettre un engagement total.

Les 22 PES engagées dans la formation sont des femmes. Onze enseignent en cycle 2, sept en cycle 3 et quatre en cycle 1. Seules trois formées sont issues de Master non MEEF (Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation). Les PES sont affectées dans différents départements bretons : le Finistère (29), l'Ille et Vilaine (35) et le Morbihan (56). Aucun PES des Côtes d'Armor n'est inscrit. Ces différents départements d'affectation seront une contrainte pour l'observation des PES dans leur contexte de classe (Partie 5 :).

Sur les 22 PES inscrites à la formation, 19 suivront la formation dans sa globalité. Une PES a dû arrêter la formation car elle a été touchée par le COVID et deux autres formées devaient rentrer chez elles à distance du lieu de formation. Elles n'avaient pas compris que les deux temps en présentiel sur le site de formation étaient obligatoires. Il faut savoir qu'effectivement le format de cours proposé pour cette formation est différent du format habituel. La formation propose un temps d'autonomie de 2h et deux temps de présentiel de 2 heures chacun alors que le format habituel est un cours de 3h en autonomie et un cours de 3h en présentiel. Certaines interventions de ces formées lors de la séance 2 ont tout de même été analysées.

Le cours en autonomie a été proposé la semaine précédant les vacances de février. Une salle était réservée dans le centre de formation pour permettre aux groupes de se retrouver pour travailler. Un certain nombre de PES avaient fait la demande de différer ce temps de travail sur



le début des vacances scolaires. Deux formées ont également fait le choix d'effectuer ce travail seules. Nous avons accepté ces modifications de modalités au regard du contexte difficile vécu par les formées. Nous avons obtenu 9 retours pour ce travail en autonomie, retours qui ont été analysés par la formatrice afin de préparer la deuxième séance prévue en présentiel le 21 février 2022.

La durée anticipée pour cette deuxième séance n'a pas permis de faire tout ce qui était prévu. En effet la séance devait, dans un second temps, permettre aux formées de construire par groupe leur séance qui devait être jouée le lendemain grâce au jeu de rôles. Le manque de temps nous a obligée à différer ce temps de conception au lendemain. Malgré une troisième séance en présentiel prolongée de 30 minutes avec l'accord des formées, une seule réalisation du jeu de rôles et son analyse ont pu être vécues contrairement aux deux réalisations qui avaient été prévues initialement. Ce sont les seules modifications qui ont été apportées à la SF par rapport à ce qui avait été anticipé et que nous avons présenté dans la partie précédente.

Afin de répondre à notre question de recherche, nous avons recueilli tous les documents produits par les PES pendant la formation et nous avons filmé les différentes séances menées en présence de la formatrice. Nous avons analysé les documents remis et réalisé des synopsis (Sensevy et Mercier, 2007) des films des séances enregistrées (Annexe 10 et Annexe 11). Le jeu de rôles et son analyse ont entièrement été transcrits (Annexe 12).

#### 4.4 Analyse a priori de la situation de formation

Les deux activités amorces de notre SF et leur mise en œuvre étant décrites, nous allons maintenant en présenter l'analyse a priori. Pour cela, nous utilisons le cadre d'analyse des situations présenté dans la partie 4.3.1. Nous avons fait le choix de présenter cette analyse sous forme de tableau, ce qui permet de mettre en parallèle une description succincte qui reprend les éléments présentés ci-dessus avec les connaissances visées à chaque étape (Tableau 11).

Tableau 11 : Analyse a priori de la situation de formation

		Connaissances visées pour les formées			
		Déroulé / objectifs	Connaissances mathématiques	Connaissances didactiques	Connaissances pédagogiques
Activité amorce 1 : Analyse des TO et de manuels	Séance 1 (en autonomie)	<p><b>Phase 1.1.1</b> : Par groupe, les formées lisent les textes officiels (T.O) (programme de cycle 2 concernant le domaine des grandeurs et mesures et plus particulièrement pour la grandeur contenance et le document Eduscol « grandeurs et mesures au cycle 2 ») et répondent aux questions de la grille d'analyse (Annexe 8). Une synthèse est construite par le groupe. Elle est envoyée à la formatrice par mail à la fin de la séance.</p> <p><i>Objectif de formation : repérer la démarche de construction des grandeurs et mesures à l'école.</i></p>		P3 : Dans des textes officiels, identifier la démarche de construction des grandeurs et mesures à l'école : construire la grandeur avant la mesure.	P3 : Repérer la place donnée à la manipulation et aux situations problèmes pour construire les apprentissages en mathématiques.
		<p><b>Phase 1.1.2</b> : Dans chaque groupe de 6, trois binômes sont constitués. Chaque binôme est responsable de</p>	P0 <sup>10</sup> : Mobiliser des connaissances mathématiques en acte	P1 : A l'occasion de l'analyse d'un manuel, conduire une analyse	P2 : Identifier des éléments pédagogiques concernant la mise en œuvre des phases de

<sup>10</sup> Pour rappel, les notations P0, P1, P2, P3 et P4 renvoient aux paliers qui caractérisent la nature de l'activité analysée (cf figure 33).

		<p>l'analyse d'un des trois manuels proposés (fichier et guide du maître). Il devient « expert » de ce manuel lors de l'analyse croisée des trois manuels qui est demandée dans la grille d'analyse et qui sera renvoyée à la formatrice.</p> <p><i>Objectifs de formation : confronter la démarche attendue dans les T.O aux propositions faites dans les manuels pour identifier d'éventuels décalages.</i></p> <p><i>Identifier la nature des textes de savoir proposés par les manuels.</i></p>	<p>sur les notions de contenance et de sa mesure, pour analyser les manuels. Les PES sont amenées à réaliser, au préalable, les différents exercices proposés.</p>	<p>réflexive de l'activité mathématique proposée. Les formées sont placées en position d'enseignant qui mobilise des connaissances didactiques en acte (repérer les différentes tâches, les procédures mobilisables par les élèves, ...)</p> <p>P2-P3 : Confronter les démarches proposées par les différents manuels entre elles puis aux textes officiels. Les éventuels décalages perçus amènent les formées à s'interroger sur la validité des propositions faites dans les manuels.</p> <p>P2 : L'analyse des textes de savoir amène les formées à se questionner sur la nature des connaissances mathématiques institutionnalisées par les manuels.</p>	<p>recherche, de mise en commun, texte de savoir, ... à partir des déroulements proposés dans les guides du maître</p>
	<p>Séance 2 (avec une</p>	<p><b>Phase 1.2.1</b> : En collectif, mise en commun conduite par la formatrice à</p>	<p>P1 : Revoir, éventuellement des connaissances mathématiques</p>	<p>P3 : Identifier à partir des recherches faites par les formées en séance 1, les aspects didactiques relatifs à</p>	<p>P3 : Identifier et transposer le savoir construit lors de la formation : « Pour construire le savoir, je m'appuie sur ce</p>

		<p>partir des productions envoyées à l'issue de la séance 1.</p> <p><i>Objectifs de formation : s'approprier la démarche de construction des grandeurs et mesures</i></p> <p><i>Développer un regard critique sur les propositions faites par les manuels que ce soient les séances d'apprentissage ou les textes de savoir.</i></p>	<p>décontextualisées sur les notions de grandeurs et mesures en fonction des besoins des PES.</p> <p>Connaissances mathématiques :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vocabulaire (contenance, rangement/classement, forme, hauteur)</li> <li>- Quand on transvase le contenu d'un récipient A dans un récipient B, s'il reste de l'espace vide dans le récipient B c'est qu'il a une contenance plus importante.</li> <li>- Pour pouvoir comparer une contenance en fonction de la hauteur, il faut que les récipients soient des prismes ou des cylindres avec la même base.</li> </ul>	<p>l'enseignement de la grandeur contenance (démarche, manipulation, situation problème).</p> <p>Cette analyse amène les formées à développer un regard critique sur les propositions didactiques et pédagogiques faites par les manuels.</p> <p>P2 : Identifier les savoirs en jeu à construire dans ce domaine pour catégoriser les textes de savoir proposés dans les manuels.</p>	<p>que les élèves ont construit pendant le temps de recherche. Pendant la mise en commun, je fais formuler les connaissances en actes pour construire le savoir qui va être institutionnalisé ».</p> <p>La modalité choisie par la formatrice donne à voir cette démarche.</p>
--	--	--	---	---	--

	<p><b>Phase 1.2.2 :</b> La formatrice effectue une synthèse dans laquelle elle dégage les éléments qu'elle souhaite que les formées retiennent, soit :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La démarche pour travailler les grandeurs et mesures.</li> <li>- Le décalage de certaines propositions de manuel par rapport aux textes officiels.</li> <li>- Les contenus des textes de savoir.</li> </ul> <p><i>Objectifs de formation : s'approprier la démarche de construction des grandeurs et mesures</i></p> <p><i>Développer un regard critique sur les propositions faites par les manuels que ce soient les séances d'apprentissage ou les textes de savoir.</i></p> <p><i>Cette première activité amorce permet à la formatrice de s'assurer d'un certain état des connaissances des formées sur les notions étudiées. Cela permet de faire des apports sur l'enseignement et l'apprentissage des grandeurs et mesures et sur la</i></p>		<p>P3 : Proposer des activités de comparaison de la grandeur avant d'aller vers la mesure (démarche pour travailler les grandeurs et mesures ici pour les contenances).</p> <p>P3 : Identifier le décalage de certaines propositions de manuel par rapport aux attendus des programmes donc nécessité d'une posture critique (comparaison de grandeurs peu travaillée donc proposition à construire) (Connaissances didactiques et pédagogiques)</p> <p>P3: Concernant l'institutionnalisation, montrer que les contenus sont essentiellement déclaratifs dans les textes de savoir des manuels et que les techniques ne sont pas institutionnalisées (sauf Cap maths). (Connaissances mathématiques et didactiques)</p>	<p>P3 : Identifier et transposer le savoir construit pendant la formation : « pour construire ma synthèse (texte de savoir), je dois m'appuyer sur ce qui a émergé de la mise en commun ».</p> <p>La modalité choisie par la formatrice donne à voir cette démarche.</p>
--	--	--	--	--

		<i>construction d'un texte de savoir pour l'ensemble des formées.</i>			
Activité amorcée 2 : Jeu de rôles		<p><b>Phase 2.2.3 :</b> Construire une séance d'enseignement-apprentissage permettant de construire l'attendu de fin de cycle 2 : comparer des contenances. La situation de référence est donnée aux PES</p> <p><i>Objectif de formation : construire une séance d'enseignement-apprentissage témoignant de la compréhension et de l'appropriation des savoirs construits précédemment en mathématiques, en didactique et en pédagogie.</i></p>	<p>P0 : Résoudre la situation de référence. Les formées mobilisent donc des connaissances mathématiques en acte.</p> <p>P1 : Analyser la situation proposée d'un point de vue mathématique.</p>	<p>P2 : Identifier des variables didactiques<sup>11</sup> en jeu dans la situation de référence (formes des récipients, matériel mis à disposition), anticiper les procédures des élèves et les difficultés (comparaison visuelle, comparaison directe par transvasement, comparaison indirecte en utilisant des récipients intermédiaires identiques).</p> <p>Identifier les effets des valeurs des variables sur les procédures mobilisables par les élèves.</p>	<p>P2 : construire une séance d'enseignement/apprentissage permettant aux élèves de comparer des contenances. Les formées doivent anticiper les différentes phases d'apprentissage, les modalités, la durée des différentes phases.</p>
	Séance 3 (avec une formatrice)	<p><b>Phase 2.3.1 :</b> Faire vivre le jeu de rôles aux PES pour mettre en scène la séance construite autour de la situation professionnelle problématique : « construire l'institutionnalisation des savoirs de votre séance dont l'attendu est « comparer des contenances » ».</p>	<p>P1 : Identifier les connaissances mathématiques mobilisées dans le jeu de rôles.</p>	<p>P2 : Pour la PES qui joue le rôle de la PE et les observatrices, il faut évaluer la justesse des connaissances mathématiques mobilisées dans le jeu de rôles.</p> <p>Il leur faut aussi analyser les éléments qui permettent ou</p>	<p>P2 : Pour la PES qui joue le rôle de la PE, il lui faut organiser un mode de fonctionnement de la classe qui permette de mettre en œuvre la séance d'enseignement-apprentissage sur les</p>

<sup>11</sup> Les PES ont travaillé dans leur parcours de formation l'analyse a priori d'une situation. Les PES inscrites à la formation ont donc déjà été amenées à questionner les effets des valeurs des variables didactiques sur les connaissances construites par les élèves.

	<p>Les PES jouent différents rôles : PE, élèves ou observateurs.</p> <p><i>Objectif de formation : Construire les incontournables du processus d'institutionnalisation à partir de sa mise en œuvre dans un jeu de rôles.</i></p>		<p>qui freinent le processus d'institutionnalisation (connaissances didactiques et pédagogiques).</p> <p>Les PES qui jouent le rôle des élèves doivent anticiper les procédures et les erreurs classiques d'élèves de cycle 2.</p>	<p>comparaisons de contenances.</p> <p>P3 : Les autres formées analysent le mode de fonctionnement proposé et ses effets.</p>
	<p><b>Phase 2.3.2</b> : Analyser le jeu de rôles qui vient d'être vécu. L'analyse qui est proposée questionne le processus d'institutionnalisation. La parole est donnée à la PES qui a joué le rôle de la PE, puis à celles qui ont joué les élèves et enfin aux observatrices. La formatrice cherche à savoir quel était le savoir à construire anticipé par la PES-PE, quelles sont les connaissances qui émergent des recherches des élèves et quel est le savoir finalement institutionnalisé par la PES-PE ? Comment gérer un éventuel décalage entre le savoir anticipé et celui qui va pouvoir être construit à partir des recherches des élèves ?</p> <p>Les phases 2.3.1 et 2.3.2 sont refaites deux fois afin de mesurer les effets du</p>	<p>P1 : L'analyse peut amener les formées à questionner certains savoirs mathématiques (effet de la forme d'un récipient sur sa contenance).</p>	<p>P2-P3 : Identifier les incontournables du processus d'institutionnalisation par un jeu de questions : la place pour les recherches des élèves et le contenu du texte de savoir.</p> <p>C'est-à-dire qu'en s'appuyant sur les procédures des élèves, la PES-PE va faire émerger les différentes techniques pour comparer des contenances.</p>	<p>P2 : Analyser la mise en œuvre de la mise en commun et son lien avec la construction du texte de savoir.</p>

	<p>premier temps d'analyse sur le deuxième jeu de rôles.</p> <p><i>Objectif de formation : Analyser le processus d'institutionnalisation vécu à l'occasion du jeu de rôles.</i></p>			
	<p><b>Phase 2.3.3</b> : une synthèse est proposée par la formatrice. Celle-ci est construite à partir de ce qui a émergé de l'analyse des jeux de rôles. C'est l'occasion pour elle d'institutionnaliser le texte de savoir à construire pour l'attendu <i>comparer des contenance</i>s mais aussi d'institutionnaliser ce que doit être le processus d'institutionnalisation. Un diaporama est utilisé comme support. Deux versions peuvent être utilisées : une première qui institutionnalise ce que les PES ont découvert. Une deuxième correspondant à ce que la formatrice avait anticipé. Cela permet de vivre en actes le contenu des propos.</p> <p><i>Objectif de formation : identifier les incontournables de la démarche pour comparer des contenance</i>s et pour institutionnaliser le savoir.</p>		<p>P3 : Institutionnaliser le fait que la forme d'un récipient ne dit rien de sa contenance.</p> <p>Pour pouvoir comparer la contenance de récipients en fonction de la hauteur il faut que les autres dimensions de ces récipients soient identiques, sinon on ne peut pas conclure.</p> <p>P3 : Institutionnaliser des techniques permettant de comparer des contenance</p> <p>« Pour comparer des contenance</p> s, je peux : <p>Comparer par estimation visuelle, je peux comparer en transvasant et je peux comparer en utilisant des récipients intermédiaires identiques ».</p>	



				<p>P3 : Institutionnaliser les enjeux du processus d'institutionnalisation, de son organisation, de sa formalisation</p> <p>« Je dois avoir anticipé le savoir à construire par les élèves. Je l'adapte en partant du déroulé réel de la séance. Lors de la mise en commun, je fais émerger les procédures des élèves, je les hiérarchise, je construis mon texte de savoir en les prenant en compte. Le contenu du texte de savoir est une généralisation partiellement décontextualisée ».</p> <p>(Connaissances didactiques et pédagogiques)</p>	
--	--	--	--	---	--

Il nous semble pertinent de compléter cette analyse a priori de la SF par une analyse a priori du point de vue des formées en présentant les connaissances mobilisées et construites ainsi que les difficultés envisagées. Nous présentons maintenant cette analyse.

La SF a été construite en visant un public de PES qui s'inscrivent librement. La formation n'est pas imposée aux formées. Nous considérons donc que les formées seront impliquées tout au long de cette formation.

La première activité amorce est une activité dont les formées connaissent les modalités de déroulement. En effet, le format des ateliers proposés étant toujours découpé en deux temps : un en autonomie et un en présence du formateur, les formées ont l'habitude de réaliser un travail d'analyse à partir de documents et d'un questionnaire. Cette analyse est ensuite reprise pendant le temps en présentiel avec le formateur. Lors de la mise en commun, certaines formées peuvent rencontrer des difficultés à accepter les connaissances construites car celles-ci viennent heurter leurs représentations ou déstabiliser les formées qui ne voient pas comment les prendre en compte dans leurs pratiques. Nous pouvons alors avoir des PES qui réagiront négativement aux propositions car elles sont déstabilisées.

La seconde activité amorce est une proposition à laquelle les PES ne sont pas habituées. Le jeu de rôles n'est pas utilisé habituellement en formation. Nous pouvons donc penser que quelques PES ne soient pas très à l'aise avec cette proposition alors que d'autres pourraient être enthousiasmées par la nouveauté de la proposition.

Concernant la conception de la séance, c'est un exercice auquel les PES sont habituées. La focale mise sur l'anticipation du texte de savoir doit les amener à se questionner sur le savoir en jeu. Certaines formées pourraient rencontrer des difficultés à identifier le savoir en lien avec l'attendu de la séance : « comparer des contenances sans utiliser la mesure ». Différencier le « faire » de « l'apprendre » est quelque chose de complexe pour la plupart des PES.

Lors de la réalisation du jeu de rôles, la PES qui joue le rôle de la PE (PES-PE), doit prendre en compte la complexité liée à la situation d'enseignement même si ce jeu de rôles est une situation simulée. Elle doit gérer les comportements et les procédures proposées par les PES, qui jouent le rôle des élèves (PES-élèves), gérer l'avancée du temps didactique pour permettre de construire le savoir visé, tout en gardant en tête l'objectif d'apprentissage qu'elle souhaite faire atteindre aux PES-élèves en mobilisant les connaissances adéquates. Les PES-élèves, elles, doivent agir comme des élèves de cycle 2. Elles doivent donc anticiper les procédures et les difficultés que ces élèves de cycle 2 pourraient rencontrer. Cette anticipation des procédures

et difficultés rencontrées par des élèves de cycle 2 n'est pas simple pour les PES qui ont peu d'expérience et qui ne connaissent pas toujours très bien les réactions d'élèves de cet âge. Concernant les PES qui observent, elles doivent mettre en relation leurs observations avec les éléments de cours partagés lors de la première activité amorcée pour identifier d'éventuels décalages. Cela nécessite qu'elles aient correctement identifié les connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques construites lors de la première activité amorcée.

Lors du temps d'analyse du jeu de rôles, une difficulté envisageable de la part des formées est de ne pas pouvoir prendre en compte les remarques partagées car elles viennent se confronter à la réalité de leurs pratiques personnelles. Les PES peuvent maîtriser des connaissances mais être en difficulté pour les mettre en œuvre car elles représentent des obstacles à la mise en œuvre de la séance avec les élèves comme nous l'avons noté ci-dessus. Par exemple, les PES peuvent savoir qu'il faut construire la trace écrite avec les élèves mais ne pas pouvoir le faire car elles manquent de temps.

#### 4.5 Analyse a posteriori de la formation : identification des connaissances construites par les PES à l'issue de la formation

L'analyse a priori de notre SF étant réalisée, nous présentons maintenant l'analyse a posteriori de la SF pour identifier les connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques qui semblent construites par les PES par rapport à ce qui était anticipé dans l'analyse a priori ainsi que les impacts sur les pratiques simulées d'institutionnalisation des PES lors du jeu de rôles. Pour cela, nous commençons par analyser a posteriori la séance 2 de la SF, c'est-à-dire la première séance en présentiel puis nous analysons la séance 3 de la SF, celle où le jeu de rôles a été mis en œuvre et où il a été analysé.

##### 4.5.1 Analyse de la séance 2

Nous faisons le choix de commencer directement par l'analyse de la séance 2. La formatrice a analysé, en amont, les différents documents qui ont été remis par les PES à l'issue de la première séance en autonomie. Nous rappelons que cela lui a permis d'anticiper une mise en commun qui constitue le premier temps de la séance 2. Un temps de synthèse suit. Il se termine par la présentation de la situation de référence qui sera au cœur de la séance d'enseignement-apprentissage que les PES doivent construire à l'issue de cette deuxième séance. Finalement la construction de la séance s'est vécue lors de la troisième séance comme nous l'avons précisé

dans la partie 4.3.3. Ainsi seule la présentation de la situation de référence a pu se vivre lors de la séance 2.

L'analyse de la séance 2 va nous permettre d'identifier les connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques qui semblent construites pendant cette deuxième séance, au regard des connaissances anticipées dans l'analyse a priori. Ce sera également l'occasion d'identifier certaines contraintes liées aux différentes composantes des pratiques des PES dans leur contexte ordinaire à partir de leurs propos rapportés.

### **Connaissances mathématiques**

L'analyse des documents remis par les PES à la formatrice à la fin de la séance 1 n'a pas permis de mettre en évidence, chez les formées, la mobilisation de connaissances mathématiques dans leurs réponses. Le vocabulaire mathématique en lien avec le sujet (grandeur, mesure, contenance, ...) est utilisé dans la grille d'analyse des documents institutionnels et des manuels sans être défini. La formulation des réponses ne nous permet pas d'affirmer que ces concepts sont correctement maîtrisés. Concernant les techniques de comparaison, trois groupes sur 9 font référence, dans leur analyse des manuels, au transvasement sans définir la technologie qui le caractérise. Un autre groupe parle de comparaison visuelle mais encore une fois, sans la définir ni préciser les éléments technologiques. Les connaissances mises en avant dans les analyses rendues par les formées sont essentiellement didactiques et pédagogiques (8 groupes sur les 9 font référence à la place à donner à la manipulation en mathématiques). Lors de la séance 2, c'est la formatrice qui fait le choix de faire des apports mathématiques pour s'assurer de bases communes. L'analyse des connaissances mathématiques est donc essentiellement basée sur les apports de la formatrice lors de cette séance 2.

Le vocabulaire est utilisé à bon escient par la formatrice mais n'a pas été redéfini. Par exemple le terme de contenance qui est au cœur de ce travail n'a pas été défini. Il en est de même pour les termes de grandeur et de mesure. Ces définitions ont été partagées en Master 1 mais n'ont pas été réactivées explicitement lors de cette formation.

Les techniques de comparaison qui sont au centre de ce travail ont été explicitées par la formatrice et illustrées à partir de manipulation de matériel. Lors de la séance 2, c'est la formatrice qui manipule le matériel devant les formées. Elle verbalise l'importance de faire manipuler les élèves et précise que sa pratique est un contre-exemple de ce qui est attendu.

Cette précision est importante pour la formatrice qui souhaite donner à voir dans cette pratique ce qui est attendu en classe.

Des connaissances liées à la forme des récipients sont explicitées par la formatrice. En effet quand elle illustre les différentes techniques, elle prend l'exemple de deux bouteilles de même contenance mais de hauteur différente. Elle montre ainsi que la hauteur de la bouteille ne dit rien de sa contenance contrairement aux représentations que l'on peut parfois avoir. Elle rappelle l'importance de faire prendre conscience de ce point aux élèves. Elle rappelle également que pour pouvoir comparer les contenances de récipients de formes très diverses, on peut transvaser leur contenu dans des récipients identiques pour pouvoir comparer les contenances en se référant à la hauteur. Effectivement, pour des récipients en forme de cylindre ou de prisme droit qui ont la même base, on peut comparer leur contenance en comparant leur hauteur.

D'autres propriétés mathématiques avaient été identifiées dans l'analyse a priori de la séance mais n'ont pas émergé dans la séance vécue. Par exemple la technologie liée au transvasement. Quand on transvase le contenu d'un récipient A dans un récipient B, s'il reste de l'espace vide dans le récipient B c'est qu'il a une contenance plus importante. Cet élément ne sera traité qu'en séance 3.

Les connaissances mathématiques qui ont été identifiées dans l'analyse a priori de la formation sont mobilisées, lors de la mise en œuvre de la SF, uniquement par les apports de la formatrice. Les formées ne font pas référence à des connaissances mathématiques dans les échanges partagés lors de la deuxième séance.

### **Connaissances didactiques et pédagogiques**

#### **Démarche de construction des grandeurs et mesures**

A la question « *Identifiez-vous une proposition de démarche pour travailler les grandeurs et mesures ?* » posée dans la grille d'analyse proposée en séance 1, les réponses des formées sont sensiblement identiques. Un groupe de PES précise même dans sa réponse qu'une « démarche semble émerger des programmes ». Les différents types de tâches du MPR sont identifiés dès la séance 1 par les formées : T1 *comparer des contenances*, T2 *mesurer des contenances*, T3 *estimer des contenances*, T4 *convertir des contenances* et enfin T5 *résoudre des problèmes de contenances*. Ces types de tâches sont identifiés et présents dans les documents remis à la formatrice à l'issue de la première séance. Ils ne sont pas tous identifiés

par tous les groupes. La démarche est construite par les échanges entre la formatrice et les formées. Cette démarche sera à plusieurs moments de la séance réaffirmée. La mise en commun des réponses à la question 2 permet de construire cette démarche. Une des réponses à la question 3 des formées permet de la réaffirmer : « Travailler dans un premier temps les grandeurs pour elles-mêmes indépendamment de la mesure » (Figure 36).

**Mise en commun du TD (Séance 1-T1)**

Document Eduscol

Les éléments que vous avez relevés qui confortent les programmes :

- « Travailler dans un premier temps les grandeurs pour elles-mêmes indépendamment des mesures »
- « Comprendre à quoi correspond la grandeur et en avoir une représentation précise »
- « Une progressivité du cycle 1 au cycle 4 où les unités usuelles arrivent à la fin »
- « S'appuyer en priorité sur la manipulation d'objets réels pour percevoir les grandeurs »
- « Importance de l'usage des situations problèmes en lien avec des situations concrètes »
- « Des situations en lien avec d'autres disciplines »
- « S'appuyer sur des références de la vie quotidienne pour créer un répertoire de référence »
- « Estimation d'ordre de grandeur au service du regard critique des élèves face à leur réponse »

Figure 36 : Extrait du diaporama utilisé pour la mise en commun de la séance 2

D'autres réponses sont proposées par les PES pour caractériser la démarche de construction des grandeurs et mesures. Nous les analysons maintenant.

### La place des problèmes dans l'apprentissage mathématique

La place des problèmes dans l'apprentissage mathématique est questionnée. Lors de la séance 2 (23'26), la PES T dit « qu'on demande [aux élèves] de résoudre des problèmes une fois que tout cela est maîtrisé [tout cela : les activités de comparaison et de mesure] ». Une autre PES, Le, lui répond que ça dépend des problèmes. Une autre PES précise qu'en fonction de la nature des problèmes, ils peuvent être utilisés à tous les moments de l'apprentissage. Elle fait référence à une catégorisation de problèmes mais ne sait plus exactement comment ces problèmes s'appellent. La formatrice valide les différentes propositions et synthétise en affirmant (24'23) : « L'utilisation des problèmes se fait tout au long de l'apprentissage. Dès les activités de comparaison, on peut proposer des problèmes pour construire le savoir. On va

ensuite proposer des problèmes de réinvestissement pour que les élèves s'exercent. On pourra aussi proposer des problèmes qui utilisent le calcul et la mesure dans certains cas ».

### **Situations en lien avec la vie quotidienne**

Un autre élément est identifié par les PES comme caractérisant l'activité mathématique et pouvant être utilisé dans le domaine des grandeurs et mesures : l'utilisation de « situations basées sur la vie quotidienne des élèves, sur des choses qui leur parlent » (PES T, (25'56)). La formatrice accueille ces propos en précisant qu'effectivement les situations doivent faire sens pour les élèves et que c'est parfois plus facilement le cas quand on part de situations de la vie quotidienne. Elle demande aux PES si les programmes précisent un autre contexte à utiliser. La PES St répond que des liens sont aussi à faire avec les autres disciplines enseignées à l'école. La formatrice valide.

### **Le processus d'institutionnalisation**

Lors du temps d'échanges autour de la synthèse construite par la formatrice à partir des réponses des formées à la question « *Identifiez-vous une proposition de démarche pour travailler les grandeurs et mesures ?* » posée dans la grille d'analyse proposée en séance 1, une PES partage une remarque qui va amener une discussion sur le processus d'institutionnalisation. En effet, C partage une interrogation (29'04). Elle fait remarquer qu'avec son groupe, elles ont parlé du processus d'institutionnalisation comme faisant partie de la démarche de construction des grandeurs et mesures. Avec du recul, elle se pose des questions car « l'institutionnalisation est vraie pour tous les apprentissages et pas que pour les grandeurs et mesures ». La formatrice confirme cette remarque (29'44) « dans toutes les séances d'apprentissage on fait vivre aux élèves les différentes phases d'apprentissage avec ce processus d'institutionnalisation. On va essayer demain, dans le jeu de rôles de spécifier ce processus à partir de ce qu'on va vivre ». Une autre PES, Ch partage une autre remarque (30'40) : « Le processus d'institutionnalisation est important pour le PE et les élèves ». la formatrice lui demande d'explicitier pourquoi. Ch répond « qu'il faut partir des représentations des élèves pour construire les traces écrites. Pour moi ça clarifie les choses. Ça les pose car on dit ce qu'on va apprendre ». Une autre PES précise que « certains élèves ne voient pas toujours ce qu'on veut leur apprendre et poser les choses par écrit permet de clarifier ». La PES Le rajoute que « le PE sait où il veut aller, il propose des problèmes mais les élèves ne perçoivent pas toujours l'apprentissage en jeu donc construire une trace écrite permet de clarifier ». Nous pouvons constater dans ces différents extraits que les

PES donnent une importance à la trace écrite dans ce processus d'institutionnalisation. La formatrice essaie ensuite de faire construire aux PES une définition du processus d'institutionnalisation (32'10). Voici les différentes réponses apportées par les PES :

- « à l'écrit ou pas, cela permet de clarifier ce que l'on veut apprendre ».
- « C'est une synthèse de ce qu'on a vécu, des résultats que l'on a obtenus ».
- « Chaque élève apporte ses connaissances et le PE apporte un étayage ».
- « C'est une phase de décontextualisation afin d'obtenir une connaissance à utiliser dans d'autres contextes ».
- « oui, ne pas seulement avoir en mémoire la situation où l'on a utilisé la procédure mais qu'ils puissent en décontextualisant, l'utiliser dans toutes situations pertinentes. On part du quotidien mais on s'en détache ».

À l'issue de ces différents échanges, la formatrice synthétise les différents propos (36'10) : « Oui, on ne peut pas laisser le savoir à la charge des élèves. Le PE doit l'explicitier. On part d'une situation vécue, ils la résolvent pour construire un savoir. Par exemple comment faire pour comparer la contenance de récipients ? C'est le savoir que je veux construire avec les élèves. Ils résolvent le problème en manipulant puis dans le processus d'institutionnalisation on va généraliser pour montrer qu'on peut comparer de cette manière dans d'autres contextes par exemple en transvasant mais ce sera vrai aussi avec d'autres récipients que ceux de la situation de recherche. Les connaissances sont construites en acte par les élèves puis on fait émerger le savoir dont on peut garder trace par des traces écrites ».

La trace écrite est de nouveau questionnée (38'11) : « Doit-on la construire avec eux ? ». St fait remarquer que c'est très important de la construire avec eux mais qu'elle n'a pas le temps. Elle explique que travaillant à mi-temps, elle dépend de sa collègue qui lui dit « qu'il faut aller plus vite. Pourtant, je sais qu'on gagne en qualité en la construisant avec les élèves. Ils sont plus impliqués et ce sont leurs mots plus que les nôtres ». Effectivement construire la trace écrite avec les élèves et la leur faire écrire ensuite demande du temps. La PES St partage un autre élément, sa co-titulaire lui a partagé des « documents synthèses très neutres, tout faits, très décontextualisés ». Une autre PES S dit que dans son établissement, toutes les synthèses sont déposées en début d'année sur un blog. Elle pointe l'importance de la décontextualisation mais en précisant qu'il est important pour elle de garder un exemple de la situation pour que les élèves puissent faire du lien. Les synthèses déposées sur le blog ne le permettent pas. Ces différentes remarques de PES laissent paraître que les PES identifient ce qui est attendu dans le



processus d'institutionnalisation mais que les composantes institutionnelles, sociales et médiatives ne leur permettent pas toujours de le faire.

### **Manipulation et construction de la grandeur contenance : quelle place donnée dans les manuels ?**

Concernant l'analyse des manuels, les PES ont mis en évidence deux éléments importants que la formatrice a reformulés dans sa synthèse en un idéal et un fait. Un idéal : « Il faut étudier la grandeur avant d'amener la mesure et la manipulation joue un rôle très important pour l'étude de la grandeur ». Cet élément central de la démarche de construction du domaine des grandeurs et mesures est réaffirmé par les PES mais se confronte à un fait : « Ce qui est le plus frappant est le fait de conduire les élèves tout de suite vers l'utilisation, voire la conversion, des unités de mesure de référence ». Les propositions faites par la plupart des manuels amènent très rapidement les élèves vers la mesure en laissant peu de place à la construction de la grandeur à partir de situations de manipulation. Ces éléments amènent de nouveau les PES à mettre en avant des difficultés liées au manque de temps : « On fait croire qu'on donne une place à la manipulation mais en fait l'objectif est d'arriver très vite aux unités de mesure ».

### **Respect des programmes officiels dans les manuels ?**

Une autre PES fait remarquer qu'un manuel (Litchi, CE2) propose l'utilisation de tableaux de conversion alors que ce n'est pas recommandé dans les textes institutionnels. Elle complète ce constat par une difficulté rencontrée sur le terrain : « on est tiraillé entre ce que disent les programmes et le terrain. Moi, ma tutrice elle m'a dit, tu leur donnes car après mes CM1 ils galèrent ». La mise en œuvre de la démarche, qui est pourtant conscientisée par les PES, est mise à mal par les composantes sociale et institutionnelle. La formatrice réaffirme la nécessité d'une posture critique de la part des formées vis-à-vis des propositions des manuels.

### **Nature du texte de savoir**

Concernant les éléments institutionnalisés dans les manuels, les PES ont identifié qu'ils sont essentiellement déclaratifs, peu de place est laissée aux techniques de comparaison de contenances sauf dans Cap Maths. Il n'est, à aucun moment, fait référence aux technologies associées. Les connaissances construites à partir de manipulations, dans notre étude, les techniques et technologies de comparaison de contenances ne sont donc que peu mises en avant dans les textes de savoir. De plus, les éléments proposés ne sont pas toujours en lien direct avec ce que les élèves ont découvert. La décontextualisation déjà questionnée est de nouveau source

d'échanges. En effet, la PES A1 questionne la présence du problème proposé dans Vivre les maths dans la trace écrite du mémo. C'est le même que celui qui est proposé dans le fichier (Figure 37). Elle trouve qu'il n'y a aucune décontextualisation. La formatrice précise que faire référence à la situation peut aider les élèves, il est donc intéressant que l'énoncé soit présent dans la trace écrite mais il faut clairement questionner le savoir. Ce n'est pas le cas dans cette trace écrite qui se cantonne à la résolution du problème.

2 **Problème** Le tonneau était plein d'huile d'olive. Marius a versé tout le contenu du tonneau dans les bouteilles d'un litre. Combien de litres contient le tonneau ?

Contenance du tonneau :  L

Unité de contenance litre L

Exercice proposé dans le fichier de l'élève, CE1, Vivre les maths.

Leçon 24 Je connais le litre (L)

On a versé le contenu d'un tonneau dans des bouteilles d'1 L.

Unité de contenance litre L

Contenance du tonneau :  L

Extrait du mémo Vivre les maths, CE1

Figure 37 : Extraits du fichier et du mémo du manuel Vivre les maths, CE1.

### Autres connaissances questionnées

Lors de l'analyse des documents remis par les formées à la formatrice à la fin de la séance 1, des connaissances non anticipées dans l'analyse a priori ont été identifiées : la place centrale du langage dans l'apprentissage mathématique, le lien avec les nombres et le calcul. La formatrice a pris connaissance de ces éléments et les a intégrés dans sa synthèse ce qui a permis de les travailler avec l'ensemble du groupe pendant la mise en commun de la deuxième séance même si elle n'avait pas au départ imaginé mettre la focale sur ces différents éléments cependant tout à fait pertinents. Nous présentons ci-dessous quelques extraits des documents remis à la formatrice à l'issue de la séance 1 en autonomie pour illustrer nos propos (Tableau 12).

« Cette approche est soutenue par le langage ».
« Accorder de l'importance à la notion de préfixes. Le travail sur l'écriture des nombres et celui sur les mesures vont se nourrir mutuellement ».
« Chercher à ce que l'élève sache caractériser une grandeur par des mots et par des gestes ».
« Travailler, par le biais du travail sur les contenances, à développer l'esprit critique, l'argumentation de ses idées ».
« Permet de renforcer le sens des opérations lors de la résolution de problème ».

Tableau 12 : Extraits des réponses collectées par la formatrice dans les documents rédigés, lors de la séance 1, par les PES.

La phase 2.2.3 qui s'est finalement vécue en séance 3, par manque de temps, sera analysée dans le cadre de la troisième séance.

## Ce que nous retenons de l'analyse a posteriori de la séance 2

Les connaissances didactiques et pédagogiques identifiées dans notre analyse a priori ont été développées en formation lors de la séance 2. En effet, la démarche de construction des grandeurs et mesures, la place de la manipulation et des situations problèmes ont été travaillées. Les propositions des manuels et les textes de savoir qu'ils proposent ont été questionnés amenant les formées à interroger le choix et l'utilisation des manuels et des textes de savoir qu'ils proposent. La construction du processus d'institutionnalisation a également été questionnée, c'est une connaissance pédagogique que nous avons aussi identifiée dans notre analyse a priori. Une autre connaissance pédagogique a été mise en avant par les formées, connaissance que nous n'avions pas anticipée dans notre analyse a priori : l'importance de proposer des situations faisant référence à la vie quotidienne des élèves. La place du langage dans les apprentissages mathématiques ainsi que le lien entre les grandeurs et mesures et la construction des nombres et le calcul sont également des connaissances qui n'avaient pas été anticipées dans l'analyse a priori de notre SF. Concernant les connaissances mathématiques prévues dans l'analyse a priori, les réponses des formées ne permettent pas de les identifier. Nous avons pu constater qu'elles étaient présentes dans les apports de la formatrice mais qu'elles ont été peu explicitées. Nous avons également pu identifier, lors de la mise en commun, un certain nombre de contraintes que les PES rencontrent dans leurs pratiques et qu'elles mettent en avant pour justifier le manque de manipulation : la question du manque de temps et du travail collaboratif avec un co-titulaire. La composante cognitive semble donc influencée par les composantes institutionnelle et sociale.

#### 4.5.2 Analyse de la séance 3

Lors de la séance 2, nous avons pu identifier que la plupart des connaissances didactiques et pédagogiques anticipées lors de l'analyse a priori ont émergé lors de la formation. Nous cherchons maintenant à mesurer si ces connaissances construites sont prises en compte par les PES lors du jeu de rôles notamment dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation lors de la séance 3 de la SF. Les PES ne sont pas dans un contexte de classe réel mais dans un contexte « simulé » qui prend malgré tout en compte certains aspects de la complexité de la classe.

##### *Analyse de la Phase 2.2.3 : Construction d'une séance pour le jeu de rôles.*

Comme nous avons déjà pu le préciser, le temps de construction de la séance qui devait se dérouler à la fin de la deuxième séance de formation a dû être reporté au début de la troisième séance de formation par manque de temps.

La formatrice a demandé aux formées, à la fin du temps de construction, de lui envoyer les séances construites par chaque groupe. Elle récupère donc 4 fiches de préparation de séances (Annexe 13, Annexe 14, Annexe 15 et Annexe 16). L'analyse de ces documents va pouvoir nous donner des informations sur les connaissances utilisées par les formées pour concevoir ces séances.

Les PES mettent en œuvre, dans leurs propositions, des connaissances mobilisées lors de la séance 2 :

- La situation de référence proposée est intégrée dans toutes les préparations. Un groupe a ressenti le besoin de contextualiser cette situation avec un contexte familier aux élèves. La situation de recherche devient : « J'ai besoin de trouver le récipient dans lequel je peux mettre le plus d'eau pour arroser ma plante ». Un autre groupe a longuement échangé sur cette question mais n'a finalement pas fait le choix de contextualiser la situation. Une des PES du groupe a fait remarquer que les situations de manipulation avaient du sens pour les élèves sans y rajouter un contexte. Elle explique que sa fille de 5 ans peut jouer pendant des heures à transvaser de l'eau ou du sable sans qu'on lui demande de résoudre un problème de la vie quotidienne. Nous pouvons constater que le fait de contextualiser la situation est une connaissance que nous n'avions pas anticipée dans l'analyse a priori, elle est cependant au cœur des préoccupations d'une partie des formées.

- Les quatre groupes proposent aux élèves de faire une hypothèse de rangement des contenances des quatre récipients avant de les faire manipuler. Ils précisent que cela va permettre de recueillir les représentations initiales des élèves, de constater que les hypothèses sont différentes pour ensuite les vérifier grâce à la manipulation. Les PES souhaitent proposer à leurs élèves de verbaliser et justifier leurs hypothèses (connaissances langagières non anticipées dans l'analyse a priori) avant de les vérifier par la manipulation.
- Lors de la phase de recherche, tous les groupes amènent les élèves à manipuler mais dans des contextes différents. Un groupe fait le choix de décomposer la recherche. Il propose aux élèves du matériel qui les amène à découvrir les techniques les unes après les autres sous le contrôle de l'enseignant. Les élèves vérifient tout d'abord leur hypothèse en utilisant le transvasement d'un récipient à comparer à un autre. Ils doivent vérifier de nouveau en utilisant une autre technique où les contenus des récipients à comparer sont versés l'un après l'autre dans une bouteille vide. Chaque niveau d'eau est marqué par un trait sur la bouteille. La technologie associée à cette technique n'est pas explicitée dans la fiche de préparation. Les trois autres groupes proposent aux élèves du matériel différent pour essayer de faire émerger différentes techniques. Par exemple, les quatre récipients remplis sont donnés à certains groupes alors que d'autres groupes ont les quatre récipients vides. Les PES jouent également sur le matériel mis à disposition pour les manipulations. Les connaissances didactiques et pédagogiques construites lors de la séance 2 sont mobilisées : mise en recherche des élèves, souhait de construire différentes techniques de comparaison, matériel justement questionné comme variable didactique. La justification des techniques (technologie) n'est pas proposée mais nous avons pu montrer dans l'analyse de la séance 2 que ce point n'avait pas été travaillé. Les mises en œuvre du temps de recherche sont différentes. Certaines propositions sont extrêmement guidées par la présence de l'enseignant, d'autres sont guidées par le matériel mis à disposition qui peut induire la mise en œuvre d'une technique particulière. Ces propositions mobilisent différentes valeurs de variables didactiques qui influencent la construction de savoirs différents.
- Les quatre groupes ont anticipé le texte de savoir. Ils proposent des techniques de comparaison de contenances dans leur texte de savoir anticipé. La technique du transvasement d'un récipient à comparer dans un autre est anticipée par les quatre groupes. L'utilisation d'un récipient intermédiaire où l'on marque le niveau d'eau

atteint avec le contenu des différents récipients à comparer est proposée par deux groupes. La technique utilisant des récipients intermédiaires identiques est proposée par trois groupes. Il est intéressant de préciser qu'un seul groupe mentionne la nécessité de récipients identiques. Ce point reste implicite pour tous les autres groupes. L'estimation visuelle n'est proposée que par un seul groupe. Nous pouvons aussi constater que les techniques sont anticipées mais qu'une fois de plus les technologies ne sont pas mentionnées. Nous pouvons aussi constater que trois groupes sur quatre ont intégré le fait de faire prendre conscience aux élèves que la forme ne dit rien de la contenance d'un récipient. Les connaissances mathématiques, proposées par la formatrice lors de la deuxième séance, liées aux différentes techniques de comparaison de contenances et à la forme de récipient, sont explicites pour une majorité de formées.

Nous pouvons donc conclure que les connaissances qui semblent avoir été construites lors de la séance 2 sont mobilisées par les formées dans la construction de leur séance mais de manière différente en fonction des groupes.

#### *Analyse des Phases 2.3.1 et 2.3.2 : vivre et analyser le jeu de rôles.*

Nous structurons notre analyse de ces deux phases où le jeu de rôles va être mis en œuvre et analysé, autour des trois types de connaissances visées : les connaissances mathématiques, pédagogiques et didactiques.

#### **Connaissances mathématiques**

Le jeu de rôles ainsi que son analyse laissent percevoir des confusions et des inexactitudes mathématiques.

#### **Le vocabulaire utilisé**

Tout au long du jeu de rôles, la PES-PE (la PES qui joue le rôle de la PE) parle de « classer » les récipients, elle demande aux PES-élèves leur « classement ». Elle utilise deux fois le terme « classer » et vingt-deux fois le terme « classement » alors que ce qu'elle demande aux PES-élèves correspond à un rangement des récipients de la plus petite à la plus grande contenance. Elle utilise une seule fois le terme « ranger », quand elle leur donne la consigne qui correspond à celle de la situation de référence proposée par la formatrice (TdeP 11, Transcription du jeu de rôles et de son analyse, Annexe 12). Elle utilise également une seule fois le terme « rangement », au TdeP 20 : « Comment être sûr que c'est bien ce rangement-là du plus grand au plus petit au niveau de la contenance ? ». La confusion entre « classer » et « ranger » est une

erreur couramment rencontrée dans les propos des formées qui utilisent indifféremment l'un pour l'autre.

La PES-PE est peu précise, voire propose des définitions inexactes des concepts mathématiques en jeu. Au TdeP 11, elle définit la contenance comme la « quantité qu'on peut mettre à l'intérieur ». Au TdeP 20, elle utilise le terme de « quantité » à la place de celui de « contenance » : « Après entre le C et le D, vous hésitez et vous êtes d'accord que B est le récipient qui a la plus petite quantité ». Nous avons montré dans l'analyse de la séance 2 que le vocabulaire des concepts en jeu n'a pas été redéfini par la formatrice. Nous constatons ici des inexactitudes dans le vocabulaire mathématique utilisé en situation, inexactitudes qui peuvent montrer la nécessité d'un temps de formation mathématique plus spécifique pour les PES.

### **La non-justification des techniques découvertes**

Nous pouvons également constater que la PES-PE mobilise très peu de connaissances mathématiques pour justifier le bien fondé des techniques mobilisées par les PES-élèves. Les techniques sont mises en avant, la PES-PE insiste sur les actions réalisées par les PES-élèves pour pouvoir donner le « bon rangement » mais les connaissances mathématiques qui justifient les techniques utilisées ne sont pas explicitées. Dans le passage suivant, extrait de la transcription du jeu de rôles, nous avons un exemple où la PES-PE conclut sur la technique utilisée, le transvasement (TdeP 93), sans expliciter la technologie qui pourtant a été verbalisée par la PES-élève (TdeP 83).

TdeP 83	Cé	Vu qu'on avait dit au début que c'était le A le plus grand, on a mis de l'eau jusqu'en haut dans le A et après on a transvasé l'eau qu'on avait dans le A dans le récipient d'après donc le C et on a vu que le C n'était pas plein quand on transvasait l'eau dedans donc on s'est dit que le C était plus grand que le A.
TdeP 84	PE <sup>12</sup>	D'accord.
TdeP 85	Cé	Après on a rempli le A et on a encore fait la même chose mais en transvasant le A dans le D.
TdeP 86	PE	D'accord.
TdeP 87	Cé	...dans le récipient D et on a vu que le récipient D n'était pas plein non plus donc on s'est dit que le D était aussi plus grand que le A.
TdeP 88	PE	D'accord.

<sup>12</sup> Dans les extraits de transcription, nous notons PE pour PES-PE



TdeP 89	Cé	Et après du coup on a fini par remplir le récipient D et on l'a transvasé dans le C et on a vu que le C n'était pas rempli encore et donc on s'est dit que le C était plus grand que le D.
TdeP 90	PE	D'accord alors est ce que A. tu as compris ce qu'ils ont fait, est-ce que tu peux nous réexpliquer ce qu'ils ont fait ?
TdeP 91	A	Euh alors d'après ce que j'ai compris, ils ont rempli le récipient A et après ils l'ont versé dans le récipient C et ils ont vu que le récipient C n'était pas rempli donc ça veut dire que le récipient C est plus grand que le récipient A et après ils ont remis l'eau qui était dans le récipient A. Ils l'ont versé pour faire la même chose.
TdeP 92	Cé	Et aussi on n'a pas fait avec le récipient B car on a vu enfin... dès le départ qu'il était plus petit ( <i>Cé met le récipient B dans le récipient A</i> ).
TdeP 93	PE	Donc vous n'avez pas vérifié du coup pour B, d'accord ( <i>La PES-PE écrit au tableau « B non vérifié »</i> ) et après ce que vous avez fait ça s'appelle du transvasement, vous avez rempli, renversé la quantité d'eau d'un récipient dans l'autre donc vous avez transvasé. D'accord ? <i>La PES-PE écrit au tableau ce qui vient d'être partagé et qu'elle a reformulé : « transvasement »</i> ) Alors est-ce que les autres groupes vous avez fait pareil ?

De même la technique utilisant la comparaison indirecte n'est pas justifiée mathématiquement. Le niveau d'eau est comparé dans les barquettes où le contenu de chaque récipient à comparer a été transvasé mais à aucun moment il n'est fait cas, explicitement, de la nécessité de barquettes avec des dimensions identiques pour pouvoir comparer le niveau d'eau qui est alors la seule dimension qui varie.

TdeP 112	S	On a rempli chaque récipient vide ABCD avec de l'eau à ras bord et ensuite on a transvasé chaque récipient dans la barquette vide.
TdeP 113	PE	Oui ( <i>La PES-PE écrit au tableau ce qui est dit</i> ).
TdeP 114	S	Ensuite on a comparé visuellement la hauteur à laquelle arrivait l'eau dans chaque barquette et donc on a vérifié si notre classement était bon. ça nous a dit que B était bien le plus petit contenant, D était en deuxième position par contre on s'est rendu compte que ... le C et le A on les avait pas bien mis donc on a revu notre classement.
TdeP 115	PE	D'accord, alors est ce que les autres vous avez des questions par rapport aux procédures qu'ils ont utilisées ? Est-ce que ça vous paraît clair ? Est-ce que vous seriez capable de la ré-utiliser ? Le groupe du fond par exemple, vous avez compris comment ils ont fait pour comparer les contenants ? Vous pouvez me réexpliquer ce qu'ils ont fait ?
TdeP 116	La	Elles ont pris quatre barquettes vides une pour chaque récipient avec les lettres et dans chaque barquette vide, elles ont versé l'eau du récipient avec la lettre correspondante et après, elles ont comparé le niveau de l'eau dans les barquettes qui n'ont pas de lettre.



TdeP 119	PE	Transvaser et regarder. Vous, vous avez utilisé le transvasement et vous aussi mais quand vous me dites regarder...regarder quoi ? Qu'est-ce qu'on va regarder ?
TdeP 120	Le	La hauteur de l'eau.
TdeP 121	PE	D'accord.

Ces différents exemples montrent l'impact de la composante personnelle sur les pratiques de la PES-PE. L'état de ses connaissances mathématiques ne lui permet peut-être pas de construire avec les élèves les technologies qui justifient les différentes techniques utilisées. Les techniques sont présentées comme des moyens permettant simplement de donner le bon résultat. Une autre explication peut être liée aux difficultés de prise de décisions et de régulation en cours d'action au regard de l'ensemble des éléments à prendre en compte quand on met en œuvre une séance. La complexité de la tâche peut peser sur la composante cognitive.

### **Connaissances pédagogiques**

Les pratiques observées de la PES-PE dans le cadre de ce jeu de rôles permettent d'identifier un certain nombre de connaissances pédagogiques visant à favoriser l'apprentissage des PES-élèves.

### **Construire un projet d'action**

La PES-PE invite les PES-élèves à réfléchir à la procédure qu'elles souhaitent mettre en œuvre avant de prendre le matériel (TdeP 20). Ce temps de réflexion peut permettre d'éviter que les PES-élèves prennent du matériel et manipulent sans réel projet d'apprentissage. La manipulation, surtout avec de l'eau, peut prendre le dessus sur le projet d'apprentissage, ici comparer les contenances de récipients pour les ranger du plus petit au plus grand. La PES-PE est consciente que la composante médiative influence différemment les pratiques dans le contexte du jeu de rôles.

TdeP 163	PE	Ils étaient sages [les PES-élèves]. J'ai eu le temps de passer chez tout le monde et dire qu'est-ce que tu veux comme matériel et les autres ils attendaient sans bruit mais je sais que j'ai fait des sciences avec des bacs remplis d'eau euh sur les quatre il y en a au moins un qui est renversé ça c'est sûr.
----------	----	---

## Accompagner les propos de l'action

Une autre connaissance pédagogique intéressante peut être observée au TdeP 22. À la question d'une PES-élève, la PES-PE répond : « Alors transvaser, c'est prendre de l'eau dans un récipient pour mettre dans un autre récipient. Si là, je mets de l'eau dans ma bouteille, je suis en train de transvaser (*La PES-PE fait le transvasement devant les PES-élèves*) D'accord ? Est-ce que ça vous paraît clair ? ». Accompagner la définition de ce qu'est le transvasement, de l'action qui lui correspond permet aux PES-élèves de mieux s'approprier cette définition. En effet, le fait de voir l'action peut aider les PES-élèves qui rencontrent des difficultés à comprendre certains mots de vocabulaire.

## La reformulation

Enfin, la PES-PE utilise beaucoup la reformulation par les élèves. Elle s'assure de la compréhension par une majorité des élèves de ce qui peut être partagé pendant cette séance. Ainsi quand chacun des groupes présente la technique qui a été utilisée, la PES-PE s'assure de la compréhension en demandant à un autre groupe de reformuler.

TdeP 90	PE	D'accord, alors est ce que A. tu as compris ce qu'ils ont fait est-ce que tu peux nous réexpliquer ce qu'ils ont fait ?
---------	----	---

TdeP 105	PE	D'accord. Est-ce que les autres vous avez compris la méthode utilisée ? Est-ce que le groupe de devant vous pouvez expliquer ce qu'ils ont fait ?
----------	----	---

TdeP 115	PE	D'accord, alors est ce que les autres vous avez des questions par rapport aux procédures qu'ils ont utilisées ? Est-ce que ça vous paraît clair ? Est-ce que vous seriez capable de la ré-utiliser ? Le groupe du fond par exemple, vous avez compris comment ils ont fait pour comparer les contenants ? Vous pouvez me réexpliquer ce qu'ils ont fait ?
----------	----	---

Les connaissances pédagogiques que nous venons de préciser et dont fait preuve la PES-PE dans ce jeu de rôles sont des atouts pour ses pratiques de classe qui peuvent influencer la composante médiative, et cela, même si nous sommes dans un contexte qui n'est pas celui de la réalité de la classe. Nous pouvons dire que nous nous en rapprochons puisque la complexité de la classe est en partie prise en compte. En effet, les PES-élèves jouent le rôle d'élèves et vont au bout de la mise en œuvre. Nous n'avions pas anticipées dans notre analyse a priori ces connaissances. La pratique de la reformulation est cependant un point d'appui pour les PES dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation. Elle va permettre progressivement

de construire à partir des propos des élèves la connaissance qui sera institutionnalisée à la fin de la séance.

### Connaissances didactiques

#### **Les techniques de comparaison de contenances mises en œuvre**

Dès la mise en place du jeu de rôles, l'intention de la PES-PE de construire plusieurs techniques de comparaison de contenances peut être perçue. En effet, elle donne à chaque groupe de PES-élèves du matériel différent. A deux groupes, elle donne les 4 récipients à comparer vides et, à un autre, les 4 récipients à comparer remplis d'eau. Ce choix est explicité par la PES-PE au TdeP 150 : « Oui le premier groupe, c'est ce qu'ils ont utilisé et sinon remplir chaque récipient d'eau puis transvaser dans une bouteille et graduer la bouteille. C'est pour ça qu'on a rempli les récipients au départ pour inciter à utiliser cette procédure-là et la troisième procédure on n'avait pas pensé à des récipients mais à quatre bouteilles vides et ils retransvasent dans quatre bouteilles vides et ils comparent le niveau d'eau dans la bouteille. Là, ils ont fait la même chose avec un récipient donc voilà et sinon on avait dit que la quatrième ... ». Cette intention est confirmée dans le choix des objectifs visés, la PES-PE, au TdeP 140, dit : « être capable de vérifier son hypothèse et euh être capable de comprendre qu'on peut avoir plusieurs procédures pour aboutir au même résultat ». Pour s'assurer que les PES-élèves choisissent des techniques différentes, la PES-PE a prévu d'agir sur le matériel mis à disposition pour obliger les PES-élèves à choisir d'autres techniques. Elle utilise donc le levier des différentes valeurs des variables didactiques qui ont été anticipées pendant le temps de conception de la séance.

TdeP 172	PE	ça on avait dit qu'on mettrait pas à disposition plus de 4 barquettes.
----------	----	--

Lors du temps de construction de la séance pour le jeu de rôles, le groupe de la PES-PE a anticipé quatre techniques qui sont présentées pendant l'analyse du jeu de rôles :

TdeP 149	Mp	<i>(autre membre du groupe de conception)</i> : transvaser l'eau d'un récipient à comparer à l'autre
TdeP 150	PE	Oui, le premier groupe, c'est ce qu'ils ont utilisé et sinon remplir chaque récipient d'eau puis transvaser dans une bouteille et graduer la bouteille. C'est pour ça qu'on a rempli les récipients au départ pour inciter à utiliser cette procédure là et la troisième procédure on n'avait pas pensé à des récipients mais à quatre bouteilles vides et ils retransvasent dans quatre bouteilles vides et ils comparent le niveau d'eau dans la bouteille. Là ils ont fait la même chose avec un récipient donc voilà et sinon on avait dit que la quatrième ...

TdeP 151	MI	(autre membre du groupe de conception) : c'était une bouteille pleine et le récipient. On remplit le récipient avec la bouteille pleine et regarder le vide. En fait, dans la bouteille graduée mais de graduer ce qu'on a enlevé.
----------	----	--



Transvasement d'un récipient à comparer dans un autre.

Comparer des récipients à l'aide de 4 récipients identiques.

Figure 38 : Photos reconstituées pour illustrer deux techniques de comparaison de contenances.

Comme nous avons pu le montrer dans le passage précédent, la PES-PE explicite les techniques mais pas les technologies. Les connaissances mathématiques qui justifient les techniques proposées ne sont pas explicitées. Nous avons illustré ce constat dans la partie précédente pour la technique du transvasement d'un récipient à comparer à un autre et pour la technique utilisant quatre récipients intermédiaires, identiques, dernière précision non apportée par la PES-PE (Figure 38 : Photos reconstituées pour illustrer deux techniques de comparaison de contenances. Figure 38 ci-dessus). Nous proposons ici l'extrait de la transcription qui illustre la technique de comparaison de contenances qui utilise une bouteille vide et un marqueur (Figure 39 ci-dessous). Cet extrait montre une nouvelle fois que la technologie n'est pas du tout explicitée par la PES-PE.

TdeP 96	C	Nous, on a décidé de prendre une bouteille car tous nos récipients étaient déjà remplis d'eau.
TdeP 97	PE	D'accord.
TdeP 98	C	On a transvasé un récipient dans la bouteille d'eau. On a vu où ça arrivait, on a fait une marque.
TdeP 99	PE	D'accord.
TdeP 100	C	Ensuite on a vidé la bouteille et on a fait la même chose avec tous les récipients.
TdeP 101	PE	D'accord (La PES-PE écrit au tableau ce qui est proposé) et pour graduer vous avez écrit des lettres vous avez écrit quoi sur votre bouteille ?
TdeP 102	C	On a écrit la lettre de chaque récipient.
TdeP 103	PE	D'accord..... La PES-PE écrit au tableau.

TdeP 104	C	Comme ça on peut voir le récipient qui avait le plus d'eau.
TdeP 105	PE	D'accord. Est-ce que les autres vous avez compris la méthode utilisée ? Est-ce que le groupe de devant vous pouvez expliquer ce qu'ils ont fait ?
TdeP 106	J	Moi, je ne suis pas capable parce que je ne sais pas ce que veut dire graduer.
TdeP 107	PE	Est-ce que vous pouvez expliquer à votre camarade ce que ça veut dire ?
TdeP 108	Ma	En fait on a mis un petit trait, une petite marque au niveau d'où l'eau était. Il y a des marques du plus petit jusqu'au plus grand.



Figure 39 : Photo reconstituée illustrant la technique de comparaison de contenances utilisant un récipient intermédiaire unique.

Les différentes techniques proposées par les PES-élèves, lors du jeu de rôles, sont seulement reformulées par la PES-PE. Elle ne met pas en avant les différences, ni les difficultés et avantages de chacune. Le lien avec les connaissances mathématiques n'est pas du tout mis en avant comme nous l'avons déjà précisé. Lors de l'analyse du jeu de rôles, la formatrice amène les formées à s'interroger sur les difficultés qu'ont rencontrées les PES-élèves quand la PES-PE leur a demandé de ranger les 4 récipients en fonction de leur contenance et qu'elles ont utilisé la comparaison directe par transvasement.

TdeP 192	Formatrice (F)	Le transvasement là ( <i>F montre le groupe qui a utilisé cette technique et s'adresse au reste du groupe</i> ) Est-ce que vous avez regardé nos 3 collègues essayer de se mettre d'accord sur le récipient qui avait la plus grande contenance quand elles étaient en train de jouer... ? Alors c'est facile ou pas.
TdeP 193	Groupe	Non.
TdeP 194	F	Allez-y votre ressenti à toutes les 3 ? ( <i>en montrant les élèves de ce groupe</i> ).
TdeP 195	E	Transvaser c'est facile, ça va mais en fait c'est après de se dire j'ai fait ça donc c'est celui-là le plus grand. C'est après de ...
TdeP 196	F	En tirer des conclusions ?
TdeP 197	J	Oui c'est ça.

TdeP 198	E	Avec deux c'est facile mais avec trois euh...
TdeP 201	J	On aurait dû remettre dans A et en fait c'est le transvasement qu'on a fait de A à C et de C à D sauf que du coup à C on était pas sûr car on avait vidé le A en fait et on s'est un peu perdues...
TdeP 202	F	Mais on imagine bien comment des élèves pourraient aussi se perdre.
TdeP 203	Mp	Encore plus...
TdeP 204	F	Voilà, donc effectivement cette technique de transvasement quand il y a plusieurs récipients, là 4, ce n'est pas si simple.

Il nous semble maintenant important de revenir sur une dernière technique qui a été utilisée lors de ce jeu de rôles : la technique qui se base sur la comparaison visuelle. La PES-PE utilise cette technique au début de sa séance pour amener les PES-élèves à faire des hypothèses de rangement. Elle leur montre qu'en utilisant cette technique, elles ne trouvent pas toutes la même chose. Au TdeP 20, elle leur dit : « Vous allez essayer de chercher comment on pourrait vérifier quel est le classement que vous avez proposé qui est le bon. Comment est-ce qu'on pourrait vérifier ? Comment être sûr que c'est bien ce rangement-là ». Les propos de la PES-PE semblent sous-entendre que cette technique n'est pas valide. Au TdeP 135, elle renforce cette idée : « Vous avez bien vu que le classement que vous avez vu visuellement ne correspond pas forcément au classement auquel vous avez abouti après avoir vérifié ». Lors d'un des temps de mise en commun, une PES-élève explicite la technologie qui justifie la comparaison visuelle mais la PES-PE n'en tient pas compte. Elle conclut qu'elles n'ont pas vérifié pour B et ne rebondit que sur l'aspect transvasement que l'élève a présenté pour les autres récipients. La comparaison directe par estimation visuelle n'est pas prise en compte par la PES-PE. Ces extraits montrent l'impact des connaissances et des représentations de la PES-PE (composantes personnelles) sur ses pratiques.

TdeP 92	Cé	Et aussi on n'a pas fait avec le récipient B car on a vu enfin... dès le départ qu'il était plus petit ( <i>Cé met le récipient B dans le récipient A</i> ).
TdeP 93	PE	Donc vous n'avez pas vérifié du coup pour B, d'accord ( <i>La PES-PE écrit au tableau « B non vérifié »</i> ) et après ce que vous avez fait ça s'appelle du transvasement, vous avez rempli, renversé la quantité d'eau d'un récipient dans l'autre donc vous avez transvasé. D'accord ? <i>La PES-PE écrit au tableau ce qui vient d'être partagé et qu'elle a reformulé : « transvasement »</i> ) Alors est-ce que les autres groupes vous avez fait pareil ?

Lors de l'analyse du jeu de rôles, la PES-PE et les autres membres de son groupe ne présentent pas la technique utilisant la comparaison par estimation visuelle. La formatrice demande aux formées si elles pensent à d'autres techniques possibles. Une PES, au TdeP 207, propose l'estimation visuelle. Dans l'échange qui suit elle explicite la technologie : « il est tout petit par rapport aux autres » et « qu'on peut le mettre dedans (dans les autres récipients) » (TdeP 217). Dans la suite du temps d'analyse vécu avec les PES, une formée partage son interrogation concernant l'estimation visuelle. Cela permet à la formatrice d'explicitier la technologie qui justifie l'utilisation de cette technique.

TdeP 238	Al	Je me posais la question tout à l'heure par rapport à l'estimation visuelle, euh est-ce qu'en abordant la question enfin la procédure d'estimation visuelle, on aborde aussi les limites de cette procédure là en donnant les critères où on peut l'utiliser ou pas ? ou est-ce que c'est trop...
TdeP 239	F	Non vous avez raison, là pourquoi tout le monde a dit que B était le plus petit dès le départ ?
TdeP 240	Cé	ça se voit.
TdeP 241	F	Pourquoi ça se voit ?
TdeP 242	E	Parce que la différence est assez importante.
TdeP 243	F	Voilà, il est tellement plus petit que les autres qu'on peut le mettre à l'intérieur et il reste encore de la place... là c'est la grande différence de taille qui fait qu'on peut conclure. Donc effectivement, ça il faut le dire parce que sinon on aura des élèves qui vont dire avec mes yeux, je vois je crois donc si je crois c'est que ça ne fonctionne plus. Vous avez autre chose à rajouter ? Alors je vous propose quelques diapos car j'avais essayé d'anticiper un peu une trace écrite possible. Je vais vous montrer tout cela pour conclure.

Ces échanges montrent que la technique basée sur l'estimation visuelle nécessitait que la technologie associée soit ré-explicitée.

### **Le texte de savoir**

Les recherches se référant à la TSD montrent que le processus d'institutionnalisation, mené par l'enseignant, doit aboutir à la construction d'un texte de savoir avec les élèves à partir des découvertes qui émergent de la situation de recherche. Lors de la séance 2 de la SF, les PES ont mis en avant la nécessité de construire des textes de savoir qui reflètent les apprentissages construits par les élèves. L'analyse des manuels a montré que le contenu de ces textes de savoir était majoritairement déclaratif laissant peu de place à l'explicitation des techniques de comparaison de contenances. Nous avons pu montrer dans l'analyse de la deuxième séance que



les technologies ne sont pas questionnées dans les manuels. Les formées n'en parlent pas dans leur analyse des manuels et la formatrice ne questionne pas non plus ce point. Ce jeu de rôles a été l'occasion d'anticiper le contenu du texte de savoir, de l'adapter ensuite au vécu réel des PES-élèves et de le formaliser.

Pendant le jeu de rôles, la PES-PE note au tableau les techniques qui émergent des échanges entre elle et les PES-élèves. À la fin de la séance du jeu de rôles, la PES-PE synthétise ce qui a été partagé. Elle précise que pour comparer des contenances, les PES-élèves ont mis en avant trois techniques de comparaison qu'elle a notées au tableau au fur et à mesure de l'avancée de la mise en commun. Elle propose de réaliser pour le lendemain une affiche qui reprend ces trois techniques et de les illustrer avec des photos de la manipulation.

TdeP 135	PE	D'accord, donc on va pouvoir dire que pour comparer les contenants on va pouvoir utiliser trois méthodes différentes. Est-ce que vous êtes d'accord avec moi ? Donc on va réaliser une affiche pour garder trace de ce qu'on a fait aujourd'hui, du travail que l'on a fait... Vous avez vu que je suis passée prendre des photos de vos différentes étapes, de ce que vous avez fait et on va utiliser ces affiches-là, ces photos-là pour les mettre sur une affiche où on va mettre du coup : « comparer les contenants » et on va mettre les trois photos de ce que vous avez fait et ça vous permettra de garder visuellement les trois procédures qu'on peut utiliser pour comparer des contenants. D'accord ? Par contre, j'aimerais quand même attirer votre attention sur les hypothèses que vous avez émises et le résultat que vous avez eu après avoir manipulé. Euh parce qu'on laissera une trace écrite. Je pense qu'il est important de se méfier des apparences, les apparences peuvent être trompeuses. D'accord ? Vous avez bien vu que le classement que vous avez vu visuellement ne correspond pas forcément au classement auquel vous avez abouti après avoir vérifié. D'accord ?... Donc je vais préparer avec les photos que j'ai prises... je vais vous préparer cette affiche que je vous présenterai demain matin et on en rediscutera. D'accord ? Je vous remercie pour votre attention. On va pouvoir ranger le matériel.
----------	----	---

Nous pouvons constater dans cet extrait que la PES-PE s'appuie sur les connaissances pédagogiques construites dans la séance 2 pour construire son texte de savoir. Elle ne propose dans cette synthèse que les techniques découvertes pendant la séance par les PES-élèves même si son groupe avait anticipé d'autres techniques pendant le temps de préparation. Concernant le contenu institutionnalisé, les techniques sont bien présentes mais les technologies ne sont pas explicitées ; elles ne l'ont d'ailleurs pas été non plus lors du jeu de rôles. Il faut repréciser que les technologies qui justifient les différentes techniques n'ont pas été explicitées lors de la deuxième séance. C'est une connaissance mathématique qui reste à construire et qui va être



abordée pendant l'analyse du jeu de rôles. De plus, la PES-PE propose un texte de savoir partiellement décontextualisé puisqu'elle propose d'intégrer des photos des manipulations de la séance. Cela peut expliquer que la formalisation finale du texte de savoir soit repoussée au lendemain.

Pendant l'analyse du jeu de rôles, la question des techniques à institutionnaliser est posée. Mp s'interroge sur le nombre de techniques à institutionnaliser. En effet, quand il y a plusieurs techniques, la question de la hiérarchisation éventuelle et de la pertinence de telle ou telle technique par rapport à une situation se pose.

TdeP 174	Mp	Mais en fait est ce que c'est grave ou pas de ne pas faire découvrir toutes les techniques ? Car il faut que ça vienne des élèves aussi les techniques. Si la technique ne vient pas d'eux même et si en plus ça ne leur parle pas et du coup il ne faut pas mettre trop de contraintes pour les contraintes et les perdre. Il vaut mieux mettre peut-être un peu moins de contraintes, même si on en met un peu pour les guider, mais pas trop, qu'ils choisissent au final celles qui leur parlent.
TdeP 175	F	Oui donc pour vous s'il y en avait eu que deux, là, votre institutionnalisation, il n'y aurait eu que deux techniques ?
TdeP 176	Mp	Oui.
TdeP 177	F	On est d'accord avec ça ? Vous n'amenez pas la troisième ?
TdeP 178	Le groupe	Non.

Mp affirme qu'il vaut mieux en découvrir moins mais que les élèves se les approprient réellement. Le groupe des formées confirme mais A s'interroge :

TdeP 179	A	Est-ce qu'on pourrait pas amener la troisième ? Proposer aux élèves comme c'est du travail par groupe, tous les élèves n'ont peut-être pas compris ce qu'ils faisaient en groupe et donc nous, amener la troisième méthode en démonstration devant la classe pour apporter, pour ceux qui souhaitent, prendre cette méthode pour après ? et euh du coup on la donne...
TdeP 180	F	Les autres, qu'est-ce que vous en pensez ?
TdeP 181	MI	On peut leur demander de chercher une autre façon de faire...
TdeP 182	F	Oui, chercher une autre façon de faire. Si les deux groupes là ( <i>F montre les deux groupes de devant</i> ) avaient transvasé dans leurs 4 barquettes, ça a été un peu rapide et on peut leur demander de chercher une autre façon de faire...Ok.
TdeP 183	J1	On peut proposer une troisième façon de faire, comme tu le proposais, que si elle a un grand intérêt. J'imagine des enfants qui cherchent toujours les plus compliquées, on peut leur dire il y a une méthode beaucoup plus

		simple que celle-ci et la leur donner. Mais si c'est une méthode un peu plus compliquée ou qui n'a pas grand intérêt alors évidemment qu'on ne la donne pas ...
--	--	---

Cet extrait montre que les PES verbalisent ce qui serait à faire mais que des contraintes liées aux composantes sociale, personnelle et médiative rendent cette mise en œuvre difficile. Nous pouvons imaginer que la question du temps est sous-jacente. Si nous construisons devant les élèves cela va plus vite. Cela peut, peut-être, aussi s'expliquer par la peur de ne pas réussir à amener les élèves à découvrir par eux-mêmes le savoir visé. L'enseignant arrive alors comme le détenteur du savoir, celui qui va permettre aux élèves d'apprendre.

### **L'influence de la forme des récipients sur la perception visuelle**

Le TdeP 135 montre une autre difficulté. La PES-PE avait prévu de faire prendre conscience à ses PES-élèves qu'il faut se méfier de ce que la forme d'un récipient nous amène à penser. C'est une connaissance qui a été anticipée dans la fiche de séance mais que la PES-PE n'a pas réussi à questionner à partir des réponses des PES-élèves bien que ces dernières aient fait des allusions à propos de la forme des récipients. Elle n'a pas réussi à les saisir et cet aspect est donc proposé par la PES-PE sans lien avec le contenu du jeu de rôles.

TdeP 165	A	J'aurais demandé de justifier l'ordre au début parce que du coup dans l'institutionnalisation à la fin c'était dit faites attention les formes ça peut être trompeur, elles peuvent être trompeuses mais au final on l'avait pas forcément exprimé, de dire que celui-là il est beaucoup plus haut donc c'est le plus grand et du coup ça arrive un peu comme ça mais peut-être, aussi qu'on l'a beaucoup évoqué pendant le cours... <i>(PES gênée de sa remarque par rapport à celle qui joue l'enseignante) ...</i>
TdeP 166	F	Pas de problème A, on ne porte pas de jugement mais vous dites que nous aurions pu profiter de l'hypothèse de départ et la faire justifier pour faire apparaître..., effectivement, tout le monde avait mis le récipient A au départ, alors en plus j'ai entendu des groupes qui disaient : « les élèves le mettraient en premier car il est plus haut » donc effectivement là on avait cette contrainte de la forme qui apparaissait car effectivement à la fin vous revenez, vous avez terminé sur vos techniques et puis vous leur dites quand même il faut faire attention à ce que l'on voit.
TdeP 167	PE	Oui, oui heu.... je suis d'accord avec vous mais comme on l'a pas mal travaillé aussi depuis hier, je pense que que ça m'est ... et puis j'étais dans ma procédure d'avancement tchoc, tchoc tchoc tchoc et c'est vrai qu'on l'a pas noté mais c'est plus intéressant...
TdeP 168	MI	A la fin on voit que ça manque quand tu as commencé à donner cette phrase de comparaison visuelle mais on ne l'avait pas noté <i>(PES gênée...)</i> .

TdeP 169	F	Mais il y a aucun souci, l'intérêt de la situation justement, c'est de pouvoir voir ça, car quand on est en action on ne le voit pas toujours mais d'où on est, et c'est facile, on est installées autour, c'est bien plus simple que pour vous ( <i>F s'adresse à L, la PES-PE</i> ) et bien on a eu cette impression de cette phrase que vous aviez anticipée, et à juste titre, parce que je ne pense pas me tromper en disant que tous les groupes avaient dit qu'il était important de faire prendre conscience aux élèves que la forme et par exemple la hauteur d'un récipient ne dit rien de sa contenance. Ce n'est pas parce qu'il est haut qu'il aura une contenance plus importante qu'un récipient qui est bas et donc vous avez voulu le placer mais effectivement on n'a pas bien senti le lien d'où on était. On peut imaginer que certains élèves ne le voient pas non plus. D'autres points ?
----------	---	---

La PES-PE explique sa réaction comme une réponse à un attendu de la formation. La séance précédente de la SF avait montré qu'il fallait en parler. La PES-PE s'est donc sentie obligée de l'intégrer même si elle est consciente que la manière de faire était inadaptée. Nous pouvons voir que la gestion des échanges lors du jeu de rôles (composante médiative) ne permet pas à la PES-PE d'atteindre son objectif à partir des découvertes des PES-élèves. La PES-PE avance un autre argument au TdeP 167 : « ...et puis j'étais dans ma procédure d'avancement, tchoc, tchoc, tchoc et c'est vrai qu'on l'a pas noté mais c'est plus intéressant », la difficulté pour les PES à se détacher de leur préparation pour prendre en compte le déroulé réel de la séance. C'est un aspect qui pèse sur la composante cognitive.

L'importance de la forme des récipients à comparer est réaffirmée par la formatrice pendant l'analyse du jeu de rôles quand elle questionne le choix des récipients à comparer. L'échange permet de montrer que cette variable est importante pour aider les élèves à prendre conscience que la forme des récipients n'a pas de lien avec la contenance. Un choix pertinent de récipients peut amener à déconstruire des représentations fausses chez les élèves.

TdeP 235	F	Alors si on va justement sur le choix des récipients, est-ce que le choix des récipients il a une importance ou on prend 4 verres, 4 bols qu'on a dans son placard ?
TdeP 236	Cé	Non, on les choisit car là on voit bien encore plus avec les récipients choisis que la taille, elle est vraiment contradictoire. Enfin ce qu'on pensait au début est contradictoire avec le résultat final. Celui qui a la plus grande contenance est celui que les élèves pourraient dire que c'est le plus petit parce qu'il est plat et celui qu'ils pourraient considérer comme celui qui a la plus grande contenance parce qu'il est haut et voilà c'est le plus petit, à part B, donc ça montre vraiment ce que Ld a fini par dire que nos yeux nous trompent. Ça a de l'importance car si on avait pris d'autres euh... dont la taille était aussi ...on aurait fini par avoir une hypothèse qui était vraie à la fin.

TdeP 237	F	Il n'y aurait pas eu d'échange et de contradiction justement car si le A était vraiment celui qui a la plus grande contenance bah, vous les confortez dans l'idée que celui qui est le plus haut est celui qui a la contenance la plus importante.
----------	---	--

Dans cet extrait, on peut constater que le choix des récipients comme variable est une connaissance didactique explicite pour les formées. Ce choix de récipients impactera l'institutionnalisation puisque ce choix est directement lié aux techniques de comparaison de contenances qui vont pouvoir émerger.

### *Analyse de la Phase 2.3.3 : synthèse conduite par la formatrice*

La synthèse proposée par la formatrice donne à voir ce que peut être le texte de savoir de la situation de référence qui a été mise au travail. Les premières diapositives reprennent les différentes techniques construites par les PES-élèves lors du jeu de rôles. Chacune des techniques est justifiée par des éléments technologiques qui s'appuient sur des connaissances mathématiques. Nous pouvons cependant constater que les connaissances mathématiques restent implicites. Sur la Figure 40, il est juste précisé que nous pouvons comparer les niveaux d'eau car les bouteilles sont identiques mais les justifications mathématiques ne sont pas explicitées. Le texte de savoir est constitué d'un texte décontextualisé et d'une photo du matériel utilisé pendant la séance pour permettre aux élèves de garder en mémoire la situation. La Figure 40 illustre une des techniques présentées.

**Pour comparer des contenances, je peux...**

**Je peux transvaser dans des récipients intermédiaires identiques**



Je transvase le contenu de chacun des récipients à comparer dans des récipients identiques.

Pour comparer la contenance, je peux comparer la hauteur d'eau puisque les récipients sont identiques.

Le récipient C a une contenance plus importante que le récipient A.

Figure 40 : Trace écrite sur la technique par transvasement dans des récipients intermédiaires identiques.

La formatrice a présenté uniquement les diapositives avec les techniques découvertes par les PES-élèves. Elle a dans un second temps présenté d'autres techniques qu'elle avait anticipées. Elle a précisé qu'elle ne les avait pas intégrées dans son texte de savoir car elles n'ont pas été découvertes pendant le jeu de rôles. Elle a reprecisé que le texte de savoir doit être adapté au déroulé réel de la séance.

La formatrice termine en présentant une diapositive qui est une généralisation de ce qui a été vu en séance à propos du processus d'institutionnalisation (Figure 41).

**Le processus d'institutionnalisation**

- ✓ Le savoir à construire doit être anticipé dans les documents de préparation en amont de la séance. Qu'est ce que je souhaite que les élèves apprennent?
- ✓ Lors de la mise en commun, faire émerger les procédures des élèves, les hiérarchiser et les prendre en compte pour construire le texte de savoir
- ✓ Adapter son institutionnalisation au déroulé réel de la séance
- ✓ Le PE doit dire ce qui est à savoir au-delà de la situation proposée, cela ne peut pas rester à la charge des élèves.
- ✓ Contenu qui est une généralisation à partir de la situation de recherche. En primaire, la décontextualisation est partielle.

20

Figure 41 : Trace écrite proposée en formation, le processus d'institutionnalisation

### Ce que nous retenons de l'analyse de la séance 3

La mise en place du jeu de rôles nous a permis d'identifier dans la pratique simulée de la PES-PE et dans les échanges avec l'ensemble des formées, la mobilisation de connaissances qui semblent avoir été construites lors de la deuxième séance de la SF. Concernant les connaissances mathématiques, nous avons pu constater que des inexactitudes mathématiques sont présentes dans les propos de la PES-PE. Nous pouvons penser que la complexité de la mise en œuvre d'une séance d'enseignement-apprentissage peut agir sur la composante cognitive et peut expliquer ces difficultés mathématiques. Les justifications des techniques restent largement implicites. La PES-PE n'en parle pas et lors de la synthèse de la formatrice,

les technologies sont explicitées sans appui mathématique. Cela peut s'expliquer par le fait que les connaissances mathématiques ne sont pas assez explicitées en séance 2. Nous avons également pu constater que les connaissances didactiques et pédagogiques visées sont partiellement atteintes : les techniques de comparaison de contenances sont prises en compte, le lien entre les découvertes des PES-élèves et la construction du texte de savoir est conscientisé par les formées mais sa mise en œuvre reste compliquée. La difficulté de cette mise en œuvre agit sur la composante cognitive. Pour finir, l'analyse du jeu de rôles nous a permis de constater que la PES-PE utilisait des connaissances qui mobilisent le langage. Celles-ci n'ont pas été anticipées dans l'analyse a priori. Ce sont de réels points d'appui pour permettre aux PES-élèves d'apprendre : construire un projet d'action, accompagner les propos par l'action et la reformulation.

#### 4.6 Méthodologie complémentaire à l'IDF : Analyse du pré-test et du post-test

Pour compléter les résultats obtenus dans le cadre de l'IDF, nous avons fait le choix d'une méthodologie complémentaire basée sur la proposition de deux questionnaires proposés aux PES : un en amont de la formation (le pré-test) et un autre à la fin de la formation (le post-test). Nous commençons en présentant ces questionnaires. Nous les analysons a priori avant de préciser leur contexte de passation. Nous terminons en analysant les réponses obtenues aux deux questionnaires afin de compléter les résultats concernant l'évolution des connaissances et de définir des profils de PES par rapport aux connaissances construites grâce à la SF. Ces profils nous permettent de sélectionner des PES que nous irons observer dans leur contexte ordinaire de classe après la formation. Il nous semble important de préciser un dernier point. Pour effectuer ce travail, nous avons, grâce à une analyse a priori des questionnaires, anticipé des catégories de réponses. Nous avons ensuite été amenée à identifier des indicateurs pour interpréter les propos des PES recueillis dans les questionnaires pour les rapprocher d'une catégorie de réponses.

##### 4.6.1 Présentation et analyse a priori des questionnaires

###### *Analyse a priori du questionnaire proposé aux PES en amont de la formation (pré-test)*

Ce questionnaire est constitué de quatre questions. Les deux premières questions : Q1 : *Quelles sont les différentes étapes pour construire la grandeur contenance avec vos élèves ?* et

Q2 : *Comment caractérisez-vous le processus d'institutionnalisation ? Quels sont les incontournables ?* permettent de collecter l'état initial des connaissances et représentations des PES.

La première question Q1 : *Quelles sont les différentes étapes pour construire la grandeur contenance avec vos élèves ?*, nous permet de savoir quelles sont les connaissances mathématiques et didactiques des PES sur la démarche utilisée, à l'école, pour travailler les grandeurs et mesures. Comme nous avons pu le montrer dans la partie 2.1.2 de cette thèse, cette démarche invite les enseignants à travailler d'abord la grandeur indépendamment de la mesure. Elle nécessite que les enseignants maîtrisent un certain nombre de connaissances mathématiques et didactiques telles que les différentes techniques pour comparer des contenances par exemple. Ces connaissances ont déjà été travaillées en Master 1 MEEF dans le cadre de la préparation au concours. Pour les PES qui n'ont pas suivi de Master 1 MEEF, nous considérons tout de même que ce sont des connaissances qu'ils ont dû aborder par leurs propres moyens pour se préparer au concours. Cette question va donc nous permettre de savoir ce que les PES ont retenu de ce cours travaillé l'année précédente concernant les grandeurs et mesures. Elle va également nous permettre de mesurer l'impact de notre SF sur l'évolution des connaissances des PES en comparant les réponses du pré-test à celles du post-test.

La question Q2 : *Comment caractérisez-vous le processus d'institutionnalisation ? Quels sont les incontournables ?* va nous permettre d'identifier les connaissances et représentations des PES sur le processus d'institutionnalisation. Ce processus a été abordé en master 1 et également réactivé en début d'année dans le cadre des deux jours de formation par semaine que vivent les PES en parallèle de leurs pratiques de classe. Six heures de cours sur la préparation de classe sont proposées dans le parcours de formation des PES. Ces six heures sont obligatoires. Les différentes phases nécessaires à l'apprentissage font partie des contenus enseignés. C'est à cette occasion que le processus d'institutionnalisation a été travaillé avec les PES.

Les deux questions suivantes, Q3 : *Quelles sont les questions que vous vous posez concernant la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation ?* et Q4 : *Quelles sont les difficultés que vous rencontrez, dans votre classe, dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation ?* nous permettent d'identifier le contexte d'enseignement des PES, leurs questionnements et les contraintes qu'elles rencontrent.



## *Analyse a priori du questionnaire proposé aux PES à la fin de la formation (post-test)*

Ce questionnaire est constitué de 5 questions. Les questions Q1 : *Que retenez-vous de cet atelier du point de vue de l'enseignement et de l'apprentissage des grandeurs et mesures, pour le cas de la contenance ?* et Q3 : *Ce dont je prends conscience concernant la grandeur contenance* font référence à l'enseignement-apprentissage des grandeurs et mesures en cherchant à savoir ce que les PES ont retenu de la SF.

Nous avons anticipé trois types de réponses attendues, pour la question Q1, au regard de ce qui a été proposé en formation : travailler la grandeur avant la mesure (connaissance didactique), proposer des situations qui permettent aux élèves de manipuler en mobilisant différentes techniques de comparaison de contenances (connaissances pédagogique et didactique) et le choix d'une situation dont les variables (choix des récipients) permettent de questionner la relation forme/contenance (connaissance mathématique). La question Q3 amène les PES à préciser ce qu'elles retiennent prioritairement parmi ces trois réponses.

Le questionnement autour du processus d'institutionnalisation (questions Q2 et Q4) est structuré de la même manière : retour sur ce que les PES gardent de la formation mais aussi sur ce qui les a le plus marquées.

Pour les questions Q2 : *Que retenez-vous de cet atelier du point de vue de l'institutionnalisation ?* et Q4 : *Ce dont je prends conscience concernant le processus d'institutionnalisation*, nous avons également anticipé quatre types de réponses attendues qui correspondent aux éléments construits en cours : anticiper le texte de savoir lors de la préparation de sa séance, adapter le savoir au déroulé réel vécu pendant la séance avec les élèves, construire le savoir avec les élèves à partir de leurs découvertes et enfin le texte de savoir proposé aux élèves de l'école primaire est partiellement décontextualisé. La question Q4 permet aux PES de dire ce qu'elles retiennent prioritairement sur la question du processus d'institutionnalisation

La question Q5 : *Cet atelier me donne envie de...* a été posée pour nous permettre d'essayer d'identifier comment les PES pensent réinvestir cette proposition de formation dans leurs pratiques de classe.



#### 4.6.2 Contexte de passation et traitement des données

Le pré-test est proposé aux PES une semaine avant le début de la formation. Il est renseigné individuellement et renvoyé à la formatrice par mail. Le post-test est proposé en format papier à la fin de la dernière séance de formation (pendant les 10 dernières minutes de la séance). Nous avons fait ce choix pour nous assurer que toutes les PES prennent bien le temps de le renseigner et de nous le rendre. Nous avons décidé de ne pas anonymiser les réponses afin de mesurer les évolutions des connaissances de chacune des PES. Cela nous a permis de définir des profils qui nous ont permis de sélectionner des formées à aller observer, suite à la formation, dans le contexte ordinaire de leur classe.

Comme nous avons déjà pu le préciser, le contexte sanitaire de la période où nous avons mis en œuvre notre IDF, nous a obligée à adapter notre proposition. Nous avons donc fait le choix de ne traiter que les pré-tests et post-tests des PES qui ont suivi l'ensemble de la formation. Aussi sur les 22 PES inscrites, nous avons analysé uniquement 19 questionnaires. Les questionnaires des 18 PES qui ont suivi l'ensemble du parcours de formation (les 3 séances) et ceux d'une PES qui n'était pas présente à la séance 2 mais qui a pu travailler à partir du diaporama utilisé pendant cette séance et qui a participé à tous les autres temps de formation. Nous présentons maintenant ces analyses.

#### 4.6.3 Analyse des réponses obtenues au pré-test

##### *Réponses concernant l'enseignement des grandeurs et mesures*

Nous avons pu identifier 4 catégories de réponses à la première question Q1 de ce pré-test : *Quelles sont les différentes étapes pour construire la grandeur contenance avec vos élèves ?* Le nombre de PES par catégorie de réponses est répertorié dans le Tableau 13. Les catégories sont ici mutuellement exclusives.

Réponses des PES à la question Q1	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Construction de la grandeur avant la mesure.	9
Proposition des différentes phases nécessaires à l'apprentissage.	8
Reformulation approximative des programmes.	1
Pas de réponse.	1

Tableau 13 : Réponses des PES à la question Q1 du pré-test

Comme nous venons de le préciser, neuf PES ont apporté la réponse attendue, c'est-à-dire de construire la grandeur avant d'aller vers la mesure. Les PES ont un souvenir, au moins théorique, du fait qu'il est nécessaire de travailler la grandeur avant d'aller vers la mesure. Deux de ces neuf PES apportent des réponses un peu approximatives qui peuvent laisser un doute sur leur appropriation des éléments de cours étudiés l'année précédente ou sur la compréhension de la question posée. À la question Q1, la PES A1 répond : « La manipulation pour transvaser des liquides. Comparer des contenants équivalents. Recherche pour résolutions de situations problèmes, en groupe. Présenter les unités de mesure de la grandeur. Présenter les outils (tableau de conversion, étalons). S'entraîner à l'usage des outils ». Nous percevons dans la réponse de cette PES la progression : introduire la grandeur, la comparaison sans la mesure puis introduction de la mesure mais nous pouvons aussi pointer des inexactitudes « présenter les outils (tableau de conversions et étalons) ». L'utilisation de tableaux de conversions n'est pas conforme aux programmes de cycle 2. La deuxième PES, A, décrit assez justement le travail à réaliser pour les comparaisons de contenances mais ne parle pas du tout des mesures. Sa réponse est « Appréhension d'une contenance avec du matériel, comparaison de contenances différentes, comparaison de contenances dans différents récipients ». Nous pouvons nous demander si c'est la formulation de la question « étapes pour construire la grandeur contenance » qui l'a induite en erreur et l'a donc amenée à ne parler que d'activités de comparaison de grandeurs ou si cette réponse trouve une autre justification. En effet comme il est uniquement fait référence à la grandeur, la PES a peut-être cru que nous attendions uniquement les activités en lien avec la grandeur sans utiliser la mesure.

Huit PES sur les 19 ont répondu à la question Q1 en redonnant les différentes phases nécessaires à l'apprentissage lors d'une séance. Cette réponse liée à une connaissance pédagogique n'est pas en lien avec les connaissances didactiques sur l'enseignement d'un objet de savoir particulier, ici les contenances. Les réponses se rapprochent de celle de la PES Mr ci-dessous :

« mise en projet : expliquer l'objectif de la séance aux élèves.

- découverte : par la manipulation, ancrer la notion dans des situations concrètes. Proposer aux élèves une / des situation(s) problème(s). (les modalités : individuellement, en binôme, en groupe)
- mise en commun en collectif
- entraînement individuel
- bilan : retour sur la séance, ce que les élèves retiennent, ont compris ». Réponse à la Q1 de la PES Mr.

Cette réponse que nous n'avions pas anticipée peut s'expliquer de différentes manières. Ce contenu d'apprentissage sur les étapes nécessaires à la construction d'un apprentissage avec les élèves est un contenu de cours que les PES ont travaillé en Master 1 et également réactivé en début d'année de stage. D'autre part l'intitulé de la proposition de formation « Institutionnalisation du savoir dans le domaine des grandeurs et mesures : le cas de la grandeur contenance » a également pu amener les PES à proposer les différentes phases d'un apprentissage, donc l'organisation de la séance plutôt que de répondre au niveau du contenu d'apprentissage.

Nous avons eu un autre type de réponses que nous identifions comme. une reformulation approximative des programmes qui ne permet pas d'identifier clairement la démarche de construction des grandeurs et mesures :

« Découvrir les formes et les grandeurs. En manipulant des objets variés, les enfants repèrent d'abord des propriétés simples (petit/grand ; lourd/léger). Progressivement, ils parviennent à distinguer plusieurs critères, à comparer et à classer selon la forme, la taille, la masse, la contenance » - Eduscol, programmes.

En cycle 1, ils doivent en un premier temps manipuler des objets divers, repérer quelques propriétés, et au fur et à mesure distinguer des critères plus spécifiques, apprendre à les comparer, puis à les classer.

Au départ, ils utilisent des gabarits pour observer/mesurer ces contenances. Puis, progressivement, ils découvrent et apprennent à utiliser » Réponse à la Q1 de la PES Mb.

Par ailleurs une PES a oublié de répondre au questionnaire avant de faire l'analyse des documents. Elle a considéré qu'ensuite c'était inutile d'y répondre, d'où une non-réponse.

### *Réponses concernant le processus d'institutionnalisation*

Cinq catégories de réponses peuvent être identifiées pour la question Q2 du pré-test : *Comment caractérisez-vous le processus d'institutionnalisation ? Quels sont les incontournables ?* Comme nous l'avons déjà précisé, nous avons analysé les réponses des PES en recherchant des indicateurs en lien avec chaque catégorie anticipée lors de l'analyse a priori. Nous nous basons sur notre connaissance du développement professionnel des entrants dans le métier pour réaliser ce travail.

Les différentes réponses ainsi que le nombre de PES ayant fait référence à chacun des types de réponses sont récapitulés dans le Tableau 14 ci-dessous. Les catégories de réponses ne sont pas exclusives.

Réponses des PES à la question Q2	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Un processus qui permet de donner à voir le savoir construit et de le rendre transférable.	3
Un processus qui part des découvertes des élèves.	9
Un processus de co-construction entre l'enseignant et les élèves.	10
C'est la construction d'une trace écrite qui peut prendre différentes formes.	11
Un processus centré sur l'enseignant.	3

Tableau 14 : Réponses des PES à la question Q2 du pré-test.

Une PES a une réponse différente. Elle semble faire référence aux différentes phases d'une séance d'apprentissage : « une phase de recherche, une phase de mise en commun, une phase collective où les élèves formulent ce qu'ils ont découvert et appris et une trace écrite collective et/ou individuel » (Réponse au pré-test de la PES A). Comme elle n'explicite pas plus, nous ne savons pas quel rôle joue, pour la PES, chacune de ces phases dans le processus d'institutionnalisation.

La question Q3 : *Quelles sont les questions que vous vous posez concernant la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation ?* permet de montrer que le processus d'institutionnalisation est source de questionnement pour les PES. Nous avons structuré leurs différents questionnements autour des différents points synthétisés dans le Tableau 15. Comme pour la question Q2, les catégories de réponses ne sont pas exclusives.

Réponses des PES à la question Q3	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Comment impliquer les élèves dans ce processus d'institutionnalisation ?	5
Comment permettre à tous les élèves de s'approprier le savoir ?	4
Comment mettre en œuvre ce processus qui demande beaucoup de temps ?	1
Comment prendre en compte les différents besoins des élèves dans ce processus ?	6
Quelle est la place pour les manuels et référentiels déjà « tout faits » ?	2
Questionnement sur la mise en œuvre concrète du processus d'institutionnalisation : processus qui se vit avec la classe entière ? À quel moment de la séance ? Intérêt de l'affichage ? Faut-il faire copier la trace écrite ou donner une leçon à compléter ?	10

Tableau 15: Réponses des PES à la question Q3 du pré-test.

Enfin la question Q4 : *Quelles sont les difficultés que vous rencontrez, dans votre classe, dans la mise en œuvre du processus d’institutionnalisation ?* permet de lister les difficultés identifiées par les PES pour mettre en œuvre ce processus d’institutionnalisation. Les différentes catégories de difficultés ainsi que le nombre de PES ayant pointé chacune de ces catégories non exclusives se trouvent dans le Tableau 16 ci-dessous.

Réponses des PES à la question Q4	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Le manque de temps pour construire réellement avec les élèves.	5
La difficulté à impliquer tous les élèves dans le processus d’institutionnalisation	11
La difficulté à permettre aux élèves de s’approprier le savoir.	2
L’utilisation d’outils dans l’école qui contraignent les PES (référentiel déjà construit, mémo du manuel par exemple).	3
La difficulté à permettre aux élèves d’identifier le savoir visé dans la situation de recherche traitée (généralisation du savoir).	2

Tableau 16 : Réponses des PES à la question Q4 du pré-test.

Nous pouvons constater que les questionnements posés par les PES rejoignent les difficultés qu’elles rencontrent et qu’elles ont partagées en réponse à la question Q3 de ce pré-test.

#### 4.6.4 Analyse des réponses obtenues au post-test

Les questions Q3 : *Ce dont je prends conscience concernant la grandeur contenance* et Q4 : *Ce dont je prends conscience concernant le processus d’institutionnalisation*, étaient proposées pour nous permettre de voir ce que les PES retenaient prioritairement de la formation. Les réponses à ces deux questions n’ont pas été significatives. Les PES ne semblent pas avoir mesuré la distinction que nous souhaitions mettre en avant. Certaines PES ont, semble-t-il, mis une partie de leur réponse concernant les grandeurs et mesures à la question Q1 : *Que retenez-vous de cet atelier du point de vue de l’enseignement et de l’apprentissage des grandeurs et mesures, pour le cas de la contenance ?* et le reste à la question Q3. De même concernant le processus d’institutionnalisation, elles ont mis une partie de leur réponse à la question Q2 : *Que retenez-vous de cet atelier du point de vue de l’institutionnalisation ?* et le reste à la question Q4. D’autres ont indiqué comme réponse à la question Q4 « même réponse que pour 2 ». Les PES n’ont pas perçu de différence entre nos questions Q1 et Q3 d’une part et entre Q2 et Q4

d'autre part. Nous avons donc fait le choix de regrouper les réponses pour les analyser globalement.

### *Réponses concernant l'enseignement des grandeurs et mesures*

Les trois types de réponses que nous avons anticipés pour les questions Q1 et Q3 se retrouvent dans les réponses des PES. Toutes les PES pointent l'importance de proposer des situations aux élèves qui leur permettent de manipuler mais une seule PES précise que cela va permettre de mobiliser différentes techniques de comparaison de contenances. Nous dissociions donc notre première réponse en deux items pour l'analyse : proposer des situations aux élèves qui leur permettent de manipuler et faire référence aux différentes techniques de comparaison de contenances. Onze PES parlent de la nécessité de proposer des situations dont le choix du matériel permet de questionner la relation forme/contenance et dix d'entre elles font référence au fait de travailler la grandeur avant la mesure. Une cinquième réponse est proposée par 5 PES sur les 19 répondantes : proposer des situations faisant référence au quotidien (Tableau 17). C'est un élément qui a émergé de l'analyse des textes officiels « des situations problèmes le plus souvent empruntées à la vie courante » (MEN, 2016, p. 1). Lors de la séance 3 de la SF, pendant le temps de construction de la séance demandé pour « comparer des contenances » deux des quatre groupes ont passé beaucoup de temps sur cette question, cherchant un contexte quotidien pour le problème de comparaison de contenances des quatre récipients proposé. Un des groupes a tout d'abord pensé à un contexte où les récipients étaient des gamelles pour donner à boire à des chiens. Il fallait trouver celle qui pouvait contenir le plus d'eau. La forme des récipients ne permettant pas toujours de mettre le museau du chien, les PES du groupe ont choisi le contexte suivant : « j'ai besoin de trouver le récipient dans lequel je peux mettre le plus d'eau pour arroser ma plante » (extrait de la séance de Mg, Ce, S, Ma et Cl). Le second groupe n'a finalement pas fait référence à un contexte quotidien car une des PES a témoigné de son expérience personnelle. Comme nous l'avons déjà précisé, sa jeune fille de 5 ans peut passer des heures à transvaser de l'eau d'un récipient à un autre sans prétexte particulier. Sur les 5 PES qui ont avancé cette réponse, 3 font partie du groupe qui a contextualisé en se servant de l'arrosage des plantes, une fait partie du groupe qui, après une longue discussion, n'a pas utilisé de contexte quotidien dans sa séance et la dernière PES était dans un groupe où cette question n'a pas été questionnée.

Réponses des PES aux questions Q1 et Q3	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Travailler la grandeur avant la mesure	10
Proposer des situations de manipulation	19
Travailler différentes techniques de comparaison de contenances.	1
Proposer des situations dont les variables permettent de questionner la relation forme/contenance.	11
Proposer des situations qui font référence au quotidien.	5

Tableau 17 : Réponses des PES aux questions Q1 et Q3 du post-test.

### Réponses concernant le processus d'institutionnalisation

Concernant les réponses aux questions Q2 et Q4 (Tableau 18), les quatre réponses anticipées sont également présentes. Six PES font référence à la nécessité d'anticiper le texte de savoir lors de la construction de la séance. Les 19 PES précisent qu'il faut adapter le savoir à construire en fonction du déroulé réel de la séance avec les élèves et enfin 14 PES répondent qu'il faut impliquer les élèves dans la construction du savoir à partir de leurs découvertes. Concernant le texte de savoir, une partie des PES (11 sur 19) mettent en avant l'importance d'une trace écrite qui fait référence à la situation vécue. Pour cela, elles proposent d'utiliser des photos de la situation vécue pour construire les traces écrites qui peuvent prendre différentes formes (texte, carte mentale, affiche).

Réponses des PES aux questions Q2 et Q4	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Anticiper le texte de savoir.	6
Adapter le savoir à construire au déroulé réel.	19
Construire le savoir avec les élèves à partir de leurs découvertes.	14
Trace écrite qui est une généralisation contextualisée (photos).	11

Tableau 18 : Réponses des PES aux questions Q2 et Q4 du post-test.

La cinquième et dernière question du post-test était posée pour identifier ce que les PES voulaient transférer dans leurs pratiques. La liste des souhaits des PES est variée (Tableau 19).

Réponses des PES à la question Q5	Nombre de PES ayant donné cette réponse
Rendre de plus en plus les élèves acteurs de leurs apprentissages.	1
Prendre le temps pour la manipulation et que les procédures émergent des élèves.	10
Prendre le temps pour la construction de la trace écrite avec les élèves.	2
Prendre le temps de bien préparer les séances en démarrant par l'objet de savoir.	1
Revivre la séance vécue lors du jeu de rôles en classe avec les élèves.	3
Mieux penser mes phases d'institutionnalisation.	2
Transférer le travail d'institutionnalisation aux autres disciplines.	1
Aimer l'enseignement des grandeurs et mesures.	1

Tableau 19 : Réponses des PES à la question Q5 du post-test.

Sept PES profitent de cette question pour partager leur avis sur l'utilisation du jeu de rôles en formation. C'est une nouvelle modalité qu'elles n'ont pas l'habitude de rencontrer dans le cadre des cours. Les PES ont apprécié cette modalité de travail. Elles souhaiteraient refaire des jeux de rôles dans d'autres TD ou ateliers. La PES Mp dit que « c'est concret et donne le point de vue de tous les protagonistes (élèves, prof, observateur) ». Une autre PES, J1, précise que pour elle « les jeux de rôles permettent d'anticiper certaines situations vécues en classe et de se projeter sur des difficultés potentielles ».

#### 4.6.5 Analyse croisée des différentes réponses

Les différentes réponses obtenues au pré-test et au post-test nous ont permis d'observer certaines évolutions des connaissances des PES qui ont participé à cette SF. Naturellement, nous restons prudente dans l'interprétation des évolutions observées, étant donné le petit nombre de participantes. Nous avons également pu définir des profils de répondantes à partir des différentes connaissances construites par chacun, connaissances que nous avons pu identifier grâce aux réponses des PES au post-test. Ces profils nous ont permis de choisir les PES que nous sommes allée observer dans leur contexte ordinaire de classe suite à la SF.

#### *L'évolution des connaissances des PES*

##### *Evolution concernant l'enseignement des grandeurs et mesures*

La SF devait amener les PES à découvrir :



- La démarche de construction des grandeurs et mesures.
- L'importance de proposer aux élèves des situations leur permettant de manipuler pour mettre en œuvre différentes techniques permettant de comparer des contenances.
- L'importance du choix des récipients à comparer pour déconstruire des représentations erronées d'élèves sur le lien entre la forme et la contenance.

Dans le pré-test, 9 des 19 PES faisaient référence à la démarche de construction des grandeurs et mesures attendue à l'école. Sur ces 9 PES, 4 n'en parlent plus quand nous les interrogeons dans le post-test. Nous pensons que ce résultat peut s'interpréter par le fait que des PES qui maîtrisaient déjà cette connaissance avant la formation n'aient pas trouvé utile de le préciser. Si nous ajoutons ces 4 PES (Cé, Ld, A et Cl) aux 10 qui ont parlé de la démarche de construction des grandeurs et mesures à l'école, nous avons donc 14 PES sur 19 qui verbalisent cette connaissance à la fin de la formation, soit 3/4 des formées.

Par rapport aux deux autres objectifs que nous nous étions donnés, 100% des PES ont pris conscience de la nécessité de proposer des situations où les élèves sont amenés à manipuler pour construire la grandeur contenance et 58% des formées témoignent de l'importance, dans les situations de comparaison de contenances proposées, de choisir des récipients qui permettent de déconstruire des représentations liées au lien entre forme et contenance des récipients (des élèves peuvent penser que la contenance d'un récipient haut est plus importante que celle d'un récipient plus bas). Une seule PES évoque les différentes techniques possibles pour comparer des contenances. La non-représentation de cette connaissance didactique, dans les réponses, peut questionner sachant qu'une grande partie de la trace écrite proposée en formation après le jeu de rôles présente ces différentes techniques. Les réponses au post-test ne nous permettent pas de dire que les PES ont développé, à l'issue de la formation, ces connaissances didactiques liées aux différentes techniques de comparaison de contenances. Nous rapprochons ce constat des résultats de l'analyse du jeu de rôles où nous avons pu montrer que les connaissances mathématiques des PES étaient fragiles et que la formation n'avait pas permis d'explicitier beaucoup ces connaissances.

### *Evolution concernant le processus d'institutionnalisation*

La SF devait amener les PES à prendre conscience que :

- Le texte de savoir à construire avec les élèves doit être anticipé pendant le temps de construction de la séance par l'enseignant.

- Le savoir à construire doit être adapté en fonction du déroulé réel de la séance.
- Le savoir doit être construit avec les élèves à partir de leurs découvertes.
- Le texte de savoir doit être une généralisation contextualisée du temps de recherche.

L'analyse de l'évolution des réponses entre le pré-test et le post-test (Tableau 20) montre que les connaissances des PES se sont enrichies au cours de cette formation concernant leurs connaissances sur le processus d'institutionnalisation.

Eléments de réponse proposés par les PES	Nombre de PES ayant proposé cette réponse	
	Dans le pré-test	Dans le post-test
1 Anticiper le texte de savoir pendant le temps de conception	0	6
2 Adapter le savoir à construire aux découvertes réelles des élèves	9	19
3 Processus de co-construction entre le PE et les élèves	10	14
4 Processus centré sur le PE	3	0
5 Construire une trace écrite qui peut prendre différentes formes	11	11

*Tableau 20 : Evolution des réponses entre le pré-test et le post-test concernant le processus d'institutionnalisation.*

Le premier élément de réponse met en évidence la prise en compte par 32% des PES de la nécessité d'anticiper le texte de savoir pendant le temps de préparation de la séance d'apprentissage. Alors qu'aucune PES ne faisait référence à ce point dans le pré-test, 6 le font dans le post-test. Même s'il y a une progression, elle reste faible. Cela peut peut-être s'expliquer par la difficulté que les PES rencontrent pour identifier le savoir qui peut être construit grâce à la situation proposée aux élèves. Pendant le temps de conception de la séance qui allait être jouée pendant le jeu de rôles, nous avons pu mesurer la difficulté que les PES rencontrent pour répondre à la question « qu'est-ce que vous souhaitez que les élèves apprennent ? ». La formatrice a dû circuler dans les différents groupes pour accompagner cette construction. En effet, malgré la demande explicite d'anticiper le texte de savoir, les PES se sont lancées dans la conception de la séance sans tenir compte de cette demande. Nous croisons cette observation avec le fait que les PES ne font pas référence aux techniques que les élèves peuvent utiliser pour comparer des contenances dans leur post-test. Nous pouvons nous demander quelles connaissances les PES ont développées sur cette notion pourtant centrale.

L'élément de réponse 2 : *Adapter le savoir à construire aux découvertes réelles des élèves* est une réponse proposée par toutes les PES dans le post-test alors que seule une PES sur 2 y faisait référence dans le pré-test. Les remarques faites dans les réponses au post-test montrent la prise de conscience de ce point par les PES : « anticiper les éléments à institutionnaliser, accepter que tout ne soit pas utilisé » (post-test A1), « les procédures non-expérimentées par les élèves ne font pas l'objet d'une trace écrite » (post-test E).

Les éléments de réponse 3, *le savoir doit être construit avec les élèves à partir de leurs découvertes*, et 4, *le texte de savoir doit être une généralisation contextualisée du temps de recherche*, montrent la prise de conscience croissante de l'importance de l'implication des élèves dans ce processus d'institutionnalisation (10 PES en pré-test, 14 en post-test pour le point 3). Sur les 10 PES qui ont donné cette réponse au pré-test, seules 9 redonnent cette réponse au post-test. Nous pouvons en même temps constater que 3 PES pointaient dans leur pré-test que ce processus était du ressort quasi-exclusif de l'enseignant : « les élèves vont valider les nouveaux savoirs avec leur enseignant qui les leur apporte » (pré-test de Mb), « l'institutionnalisation peut avoir lieu avec les élèves » (pré-test de Mr). Cet élément n'apparaît plus dans le post-test et confirme donc bien la prise en compte de l'implication nécessaire des élèves dans ce processus qui se construit à partir de leurs expérimentations.

La question des traces écrites est un élément qui reste stable, cependant les 11 PES qui ont donné cette réponse au pré-test et au post-test ne sont pas les mêmes. Quatre PES qui avaient donné cette réponse au pré-test ne la donnent plus au post-test, ce sont quatre autres PES qui le font. Nous avons donc 15 PES qui, à un moment, ont témoigné de l'importance de la construction d'une trace écrite qui peut prendre plusieurs formes. Cet élément de réponse (5) peut être croisé avec les réponses que les PES ont donné aux questions Q3 : *Quelles sont les questions que vous vous posez concernant la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation ?* et Q4 : *Quelles sont les difficultés que vous rencontrez, dans votre classe, dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation ?* du pré-test. La question de l'utilisation de manuels, de traces écrites déjà formalisées semblent une vraie problématique pour elles dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation. Les réponses des 15 PES (soit 79% des formés) sur la question de la forme du texte de savoir, nous semble témoigner de leur compréhension de la nécessité de garder trace de la situation vécue dans la trace écrite. En effet, les institutionnalisations proposées à l'école doivent être partiellement décontextualisées (Allard, 2015).

L'analyse des réponses aux différents questionnaires nous ayant permis d'identifier les connaissances développées par les PES à l'occasion de cette formation, nous allons maintenant présenter les profils de formées que nous avons construits en fonction des connaissances développées par chacune d'elles.

### Profils des PES suite à la formation

Le Tableau 21 ci-dessous récapitule les différentes réponses des PES aux questions Q1 et Q3 du post-test concernant l'enseignement des grandeurs et mesures.

Construction de la grandeur contenance (Q1 et Q3)		E	J	J1	Ml	Ld	C	A	Cl	Ma	Cé	Mg	Mb	Al	Le	La	Mir	Ch	Mp	S
Travailler la grandeur avant la mesure		x		x	x					x		x		x		x	x		x	x
Situation qui permette aux élèves de manipuler		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Référence à différentes techniques pour comparer										x										
Choix d'une situation qui permette de questionner la "non-relation" forme/contenance				x	x	x	x	x	x				x	x				x	x	x
Situation concrète faisant référence au quotidien											x	x	x				x			x

Tableau 21 : Réponses aux questions Q1 et Q3 du post-test

Ces différents éléments de réponses, en lien avec les connaissances construites pour les grandeurs et mesures, font émerger quatre profils de PES, identifiés par trois couleurs dans le Tableau 21 ci-dessus :

- En rose, nous avons des PES qui témoignent dans leurs réponses d'une connaissance et d'une compréhension de la démarche à utiliser à l'école pour construire les grandeurs et mesures. Elles font également référence à la nécessité de proposer une situation aux élèves qui leur permettent de manipuler. Sur les 9 PES de ce profil, 5 se questionnent sur les caractéristiques de la grandeur contenance (forme du récipient /contenance). Les 4 autres PES n'en parlent pas. Nous nommons ces profils C1A (caractéristiques de la contenance questionnées) et C1B (caractéristiques de la contenance non questionnées)
- En vert, nous avons 5 PES dont les réponses sont centrées sur le travail de comparaison de la grandeur contenance. Toutes les caractéristiques questionnées en cours sont présentes : la place de la manipulation et l'émergence des caractéristiques de la grandeur contenance (forme/contenance). Deux d'entre elles parlaient de la démarche de construction des grandeurs et mesures dans leur pré-test mais n'y font plus référence dans le post-test. Elles centrent leurs réponses sur la mise en œuvre d'une séance de comparaison de contenances et sur les savoirs à construire. Ce profil est le profil C2.
- Enfin, en orange, nous avons le profil C3, correspondant à 5 PES dont les réponses laissent apparaître quelques incompréhensions voire des réponses erronées.

Nous pouvons schématiser ces quatre profils de PES comme le montre la Figure 42 ci-dessous :

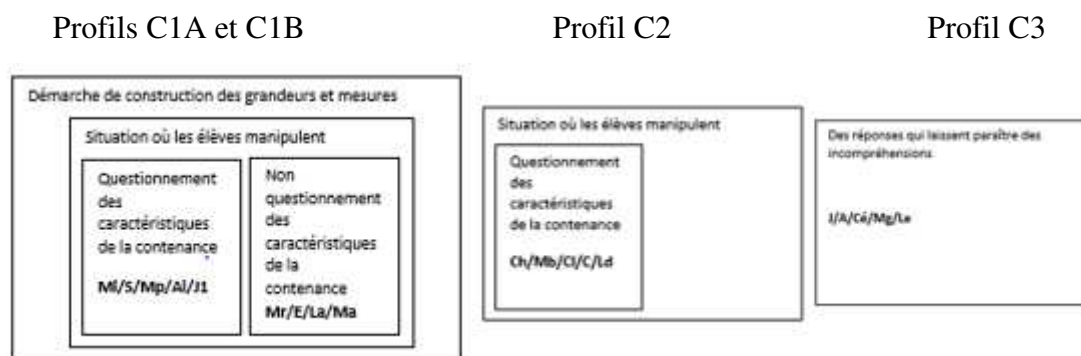


Figure 42 : Les 4 profils définis à partir des réponses des PES au post-test sur les grandeurs et mesures

En résumé, nous pouvons donc dire que certaines PES (profils C1A et C1B) verbalisent l'importance de propositions de séances autour du type de tâches « comparer des contenances » et donc de développer les savoirs en jeu (techniques de comparaison, caractéristiques de cette grandeur). Ces propositions sont inscrites dans une démarche globale de construction des grandeurs et mesures à l'école, contrairement aux PES du profil C2 qui, elles, semblent s'être centrées sur la construction du type de tâches « comparer des contenances ». Pour ces trois profils, les PES précisent que les situations proposées aux élèves doivent leur permettre de construire le savoir en manipulant. Enfin, nous avons les PES du profil C3 qui au regard de leurs réponses, semblent ne pas correctement maîtriser les objectifs visés par cette formation.

Comme nous l'avons fait pour la question de l'enseignement des grandeurs et mesures à l'école, nous avons également analysé les réponses des PES concernant le processus d'institutionnalisation pour faire apparaître d'autres profils de formées à partir des réponses apportées au post-test pour les questions Q2 et Q4.

Les différentes réponses des PES aux questions Q2 et Q4 du post-test sont résumées dans le tableau ci-dessous (Tableau 22) :

Le processus d'institutionnalisation (Q2 et Q4)		E	J	J1	MI	Ld	C	A	Cl	Ma	Cé	Mg	Mb	Al	Le	La	Mr	Ch	Mp	S
Anticiper le texte de savoir			x		x					x				x	x			x		
Adapter le savoir à construire au déroulé réel		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Construire le savoir avec les élèves à partir de leurs découvertes		x		x	x	x	x	x	x	x	x		x		x	x	x		x	
Trace écrite qui est une généralisation contextualisée (présence de photos)				x		x	x		x	x					x	x	x	x	x	x

Tableau 22 : Réponses aux questions Q2 et Q4 du post-test.

Ces différents éléments de réponses nous permettent de dire que toutes les PES témoignent dans le post-test de la nécessité de partir des découvertes faites par les élèves pendant la séance. Ensuite les PES peuvent être partagées en deux groupes : celles qui pointent l'importance d'anticiper le texte de savoir et les autres qui ne mettent pas en avant ce point. Dans chacun de ces deux sous-groupes, nous avons encore deux types de réponses : l'implication des élèves

dans la construction du savoir est précisée, les autres réponses qui n’y font pas référence. Dans chacun des quatre profils I1 (rouge), I2 (jaune), I3 (bleu) et I4 (blanc), nous trouvons des PES qui font référence ou non à la construction de la trace écrite. Le schéma ci-dessous qui synthétise les différents profils que nous venons de construire à partir des connaissances en lien avec le processus d’institutionnalisation, permet de préciser où se trouvent les différentes PES en fonction de leurs réponses (Figure 43).

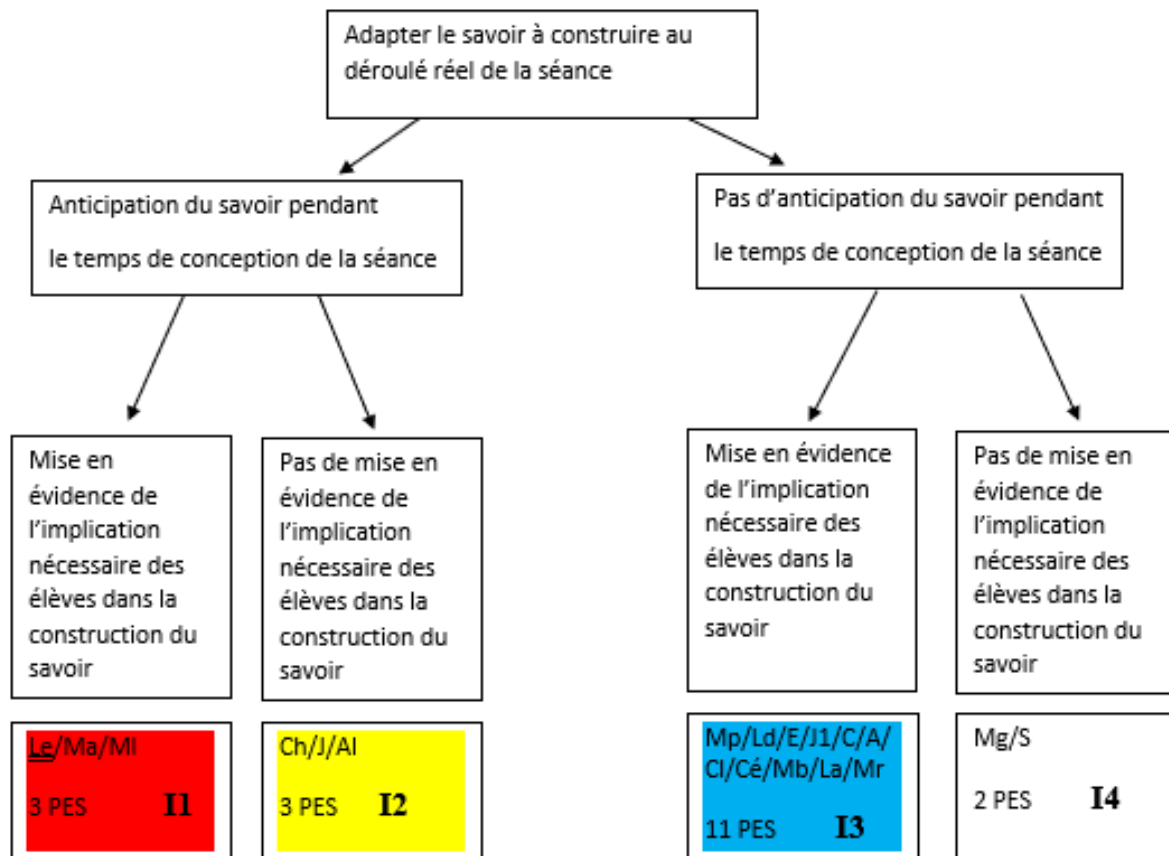


Figure 43 : Les 4 profils définis à partir des réponses au post-test des PES sur le processus d’institutionnalisation.

Les déclarations des PES dans les questionnaires nous ont permis de montrer que les formées ont développé des connaissances différentes concernant l’enseignement des grandeurs et mesures et le processus d’institutionnalisation. À partir de ces réponses nous avons fait émerger quatre profils de formées à partir des connaissances construites pour les grandeurs et mesures, les profils C1A et C1B, le C2 et le profil C3. De la même manière, nous avons obtenu quatre autres profils de formées à partir des connaissances construites en lien avec le processus d’institutionnalisation, le profil I1, le I2, le I3 et le I4.

Afin de vérifier que les PES mobilisent les connaissances construites en formation dans leurs pratiques de classe, nous avons souhaité aller observer des PES appartenant à différents

profils de formées. Nous analysons les pratiques de ces PES dans la partie 5 de cette thèse. Nous présentons dès à présent la manière dont ces PES ont été choisies.

### *Choix des PES observées en classe après la formation*

Le profil C1A, défini à partir des questions relevant de l'enseignement-apprentissage des grandeurs et mesures à l'école, est un profil où les PES témoignent, par les réponses qu'elles ont données au post-test, de l'ensemble des connaissances qui ont été partagées tout au long de cette formation. Les réponses apportées laissent penser que les PES ont perçu les enjeux de cette formation et les maîtrisent au moins théoriquement. Les différentes PES qui se trouvent dans ce profil sont des PES qui enseignent en cycle 3 dans le cadre de leur stage en alternance le jeudi et vendredi. Comme notre travail concerne le cycle 2, il ne nous est pas possible d'aller les observer dans leur contexte de classe. Les PES qui relèvent du profil C1B sont également des formées qui témoignent de l'ensemble des éléments de connaissance partagés pendant la formation à l'exception du questionnaire qui est à construire avec les élèves sur les caractéristiques de la contenance : la forme d'un récipient n'a pas d'influence sur sa contenance. Sur les 4 PES qui se trouvent dans ce profil, 3 sont en cycle 2, deux en poste dans le Finistère et 1 en Ille et Vilaine. Pour des questions de faisabilité, nous avons demandé à Ma, PES en cycle 2 en Ille et Vilaine, si nous pouvions l'observer dans sa classe, mener une séance dans le domaine des grandeurs et mesures pour développer l'objectif comparer des contenances.

Le profil C2 est constitué de PES qui ont répondu au post-test en ne faisant référence qu'à la situation de comparaison de contenances travaillée dans le cadre du jeu de rôles. Quatre PES enseignent en Ille et Vilaine et une PES enseigne dans le Morbihan. Seulement deux d'entre elles enseignent en cycle 2. Ch est une PES qui a de fortes contraintes dans le cadre de son stage. Elle avait déjà hésité à s'inscrire à la formation car elle savait que dans son contexte d'enseignement, elle ne pourrait pas mettre en pratique des propositions qui sortent du cadre défini par l'établissement. Nous décidons donc de demander à Ld, qui enseigne en cycle 2 dans le Morbihan, si nous pouvons l'observer dans sa classe mener une séance dans le domaine des grandeurs et mesures. Ld est de plus la PES qui a joué le rôle de la PES-PE dans le jeu de rôles.

Enfin pour le profil C3, nous avons 5 PES. Dans les réponses apportées au post-test, ces PES donnent des réponses parfois inexactes. Deux sont en cycle 2 dans le Morbihan, une enseigne en cycle 1 et deux en cycle 2 en Ille et Vilaine. La PES J n'étant pas présente à la séance 2, nous faisons le choix de demander à Mg s'il est possible de l'observer en classe.

Les trois PES sélectionnées relèvent chacune d'un profil différent en ce qui concerne la question de l'enseignement des grandeurs et mesures. Par ailleurs, elles relèvent également de différents profils en lien avec les réponses concernant le processus d'institutionnalisation.



En effet, la PES Ma, qui relève du profil C1B concernant les réponses en lien avec le domaine des grandeurs et mesures relève du profil I1 (connaissances construites : adapte le savoir à construire au déroulé réel de la séance, anticipe le savoir pendant le temps de conception, met en évidence l'implication nécessaire des élèves dans la construction du savoir) pour les réponses en lien avec le processus d'institutionnalisation. Ma est une PES qui dans son discours rapporte toutes les connaissances que nous souhaitons construire grâce à notre SF (excepté la question de la prise en compte des caractéristiques de la contenance).

La PES Ld, qui relève du profil C2 pour les réponses en lien avec les grandeurs et mesures, relève du profil I3 (connaissances construites : adapte le savoir à construire au déroulé réel de la séance, met en évidence l'implication nécessaire des élèves dans la construction du savoir) pour les réponses en lien avec le processus d'institutionnalisation. Les réponses apportées aux différentes questions semblent donner une part plus grande à la pratique qu'à la conception théorique.

Enfin Mg, qui relève du profil C3 pour les réponses en lien avec l'enseignement des grandeurs et mesures, relève du profil I4 (connaissance construite : adapte le savoir à construire au déroulé réel de la séance pour ses réponses en lien avec le processus d'institutionnalisation). Les réponses apportées aux différentes questions sont très incomplètes. Il sera intéressant de confronter les pratiques de classe avec les propos rapportés de la PES pour conforter une construction de connaissances encore fragile ou simplement la difficulté à mettre en mot des connaissances pourtant acquises.

Nous sommes consciente de ne pas couvrir tous les profils. Nous ne pouvons pas observer de PES pour le profil C1A et le profil I2. Des contraintes géographiques mais aussi le cycle d'affectation des PES ne nous l'ont pas permis.

#### Pour résumer

Dans cette quatrième partie, nous avons cherché à répondre à notre première sous-question de recherche QR3.1 : Quelles sont les connaissances et les pratiques d'institutionnalisation, dans le domaine des grandeurs et mesures, qui émergent au cours d'une formation fondée sur la conception et la mise en œuvre simulée d'une séance sur la grandeur contenance ? Rappelons que cette sous-question s'insère dans le cadre plus général de notre troisième question de recherche QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation dans le domaine des grandeurs et mesures, sur les connaissances et pratiques d'institutionnalisation des PES ?



Pour cela, nous avons réalisé une revue de littérature sur les situations de formation. Cela nous a amenée à construire une situation de formation basée entre autres sur l'utilisation du jeu de rôles, dispositif qui prend en compte la complexité de la classe. Nous avons utilisé la méthodologie de l'IDF pour analyser notre SF. Nous avons pu montrer que les connaissances didactiques et pédagogiques anticipées dans l'analyse a priori de la séance 2 semblent avoir été construites par les formées. Par contre, concernant les connaissances mathématiques, nous pouvons constater que les PES y font très peu référence dans les documents qu'elles ont produits en séance 1. La formatrice, même si elle y fait référence, ne les explicite que très peu lors de la deuxième séance. L'analyse de la troisième séance, la construction par les PES d'une séance mettant en œuvre la situation de référence proposée et le jeu de rôles, permet d'arriver aux mêmes constats. Les connaissances didactiques et pédagogiques mobilisées pour construire la séance sont celles construites à l'issue de la deuxième séance. Les connaissances mathématiques sont une fois de plus peu explicitées et parfois même certaines erreurs sont présentes dans les propositions des PES. Nous avons pu montrer grâce à l'analyse de la SF que la dimension mathématique n'a pas été assez explicitée par la formatrice. La place des connaissances mathématiques dans les situations de formation est un point qui demande un travail complémentaire, nous y reviendrons dans la partie 6. Nous avons également pu montrer que des connaissances mobilisant le langage, non anticipées dans l'analyse a priori, ont émergé. Nous nous questionnerons, dans la partie 6, sur le rôle que ces connaissances peuvent jouer sur la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation.

Les résultats obtenus grâce à notre méthodologie complémentaire basée sur l'analyse d'un pré-test et d'un post-test proposés aux PES en amont de la SF et à la fin de celle-ci confirment l'analyse de la SF. Leur analyse nous a également permis de sélectionner trois PES de profils différents que nous allons observer en classe, mener une séance sur les contenance avec leurs élèves, après avoir participé à la SF.





## Partie 5 : Analyse des pratiques d'institutionnalisation de trois PES

Dans la quatrième partie de notre thèse, nous avons commencé à répondre à notre troisième question de recherche :

QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Pour cela nous avons présenté la conception et l'analyse de notre situation de formation afin de répondre à notre première sous-question de recherche :

QR3.1 : Quelles sont les connaissances et les pratiques d'institutionnalisation, dans le domaine des grandeurs et mesures, qui émergent au cours d'une formation fondée sur la conception et la mise en œuvre simulée d'une séance sur la grandeur contenance ?

Nous allons maintenant analyser les pratiques de trois PES qui ont participé à la formation afin de répondre à notre deuxième sous-question de recherche :

QR3.2 : Quel impact cette situation de formation peut-elle avoir sur les pratiques d'institutionnalisation des PES qui l'ont suivie lors de la mise en œuvre en classe d'une séance sur les contenances ?

Nous commençons cette cinquième partie en présentant notre méthodologie puis, pour chacune des trois PES, nous présentons les données recueillies et nous les analysons pour évaluer l'impact de la situation de formation sur leur conception et leur mise en œuvre d'une séance pour la grandeur contenance ainsi que sur leurs pratiques d'institutionnalisation.

### 5.1 Méthodologie

Avant de présenter notre méthodologie, il nous semble important de préciser que la chercheuse qui mène ces observations en classe est également la formatrice qui a proposé la formation. Nous reviendrons dans la dernière partie sur les biais que ces deux rôles peuvent avoir induits.

### 5.1.1 Terrain et recueil de données

Afin d'identifier les effets de la situation de formation sur les pratiques effectives d'institutionnalisation des PES, dans le domaine des grandeurs et mesures, nous avons demandé à trois PES qui ont suivi la formation de pouvoir observer une séance de classe pendant laquelle elles travaillent, avec leurs élèves, l'attendu de fin de cycle « comparer des contenances ». La consigne était très ouverte afin de permettre aux PES d'intégrer le plus facilement possible cette demande dans leur programmation de classe. D'un point de vue pragmatique, il était difficile de réaliser plus de trois visites sur un temps court. La formation s'est terminée en février, nous n'avions que quelques mois avant que l'année ne se termine. Nous avons présenté dans la partie 4.6.5 les critères choisis pour sélectionner les trois PES. Elles appartiennent chacune à un profil différent obtenu à partir de l'analyse du pré-test et du post-test proposés aux PES lors de la situation de formation.

Ces trois PES exercent à mi-temps en cycle 2. Deux des trois PES, Mg et Ld sont inscrites en Master 2 MEEF. La troisième, Ma, qui est en reconversion professionnelle, a déjà un master dans un autre domaine que l'enseignement et elle a préparé le concours en candidate libre. Le Tableau 23 récapitule le niveau de classe de chacune des PES ainsi que le nombre d'élèves qui est concerné par la séance observée.

PES	Affectée en	Elèves concernés par la séance
Mg	CE2	20 élèves
Ma	CE1-CE2	11 élèves de CE1
Ld	GS-CP	17 élèves de CP

Tableau 23 : Classes d'affectation des PES

Nous avons montré que dans les répartitions officielles par cycle et dans les manuels, la grandeur contenance n'est pas travaillée en CP. Cependant comme c'est un attendu de cycle 2 et que Ld était la PES-PE de notre jeu de rôles, nous avons fait le choix d'observer ses pratiques avec son groupe de CP.

Les trois PES nous ont communiqué, en amont de leur séance, leur fiche de préparation. Nous avons pu observer la séance en classe et la filmer pour chacune des trois formées. Une autorisation préalable de filmer et d'utiliser les données dans le cadre d'une recherche a été demandée à chacun des élèves et à chacune des PES. Nous avons mené un entretien avec chacune des PES tout de suite après le temps d'observation en classe. Pour ce faire, nous avons préparé un guide d'entretien générique (Annexe 17). Ce guide générique a été adapté au déroulé

réel de la séance. Celui-ci vise à faire préciser aux PES les choix qu'elles ont opérés et à identifier les liens qu'elles font avec les contenus de formation. Ces entretiens ont été enregistrés.

### 5.1.2 Méthodologie d'analyse des données

Afin de répondre à notre sous-question QR3.2, il nous faut prendre en compte les activités réelles des PES mais aussi les contraintes imposées par le métier qui pèsent sur elles. Nous utilisons pour cela la méthodologie proposée par la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002) qui permet d'appréhender la complexité des pratiques enseignantes en effectuant des analyses selon les 5 composantes des pratiques présentées dans la partie 1.2.3 de ce document.

Nous avons donc, tout d'abord, analysé la fiche de préparation de chacune des trois PES (Annexe 18, Annexe 19, Annexe 20) au regard des connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques travaillées en formation. Pour cela, nous avons fait le choix de repartir du tableau d'analyse de la formation utilisé dans la partie 4.4 (Tableau 11) et nous avons pointé pour chaque connaissance travaillée en formation si elle était, ou non, présente dans les propositions faites par les PES. Ces connaissances sont en lien avec les concepts mathématiques mobilisés et leurs caractéristiques, la démarche de construction des grandeurs et mesures à l'école, la place à donner à la manipulation et aux situations de recherche dans l'apprentissage mathématique. Nous nous intéressons également aux connaissances en lien avec le processus d'institutionnalisation. Cette analyse va ensuite être confrontée au synopsis du film de la séance réalisé pour chacune des PES. Les éléments présents dans les transcriptions des entretiens menés à l'issue de chacune des séances viendront enrichir cette analyse. La prise en compte des composantes cognitive et médiative va permettre de commencer à expliciter les pratiques des PES. Comme nous l'avons déjà précisé dans la partie 3.2.1, pour questionner la composante cognitive, nous allons analyser les éléments relatifs aux choix des situations et à la construction du scénario. Pour la composante médiative, nous allons analyser les déroulements réels vécus en classe en prenant en compte la gestion des élèves. Enfin, la prise en compte des composantes personnelle, sociale et institutionnelle va préciser l'analyse en nous permettant d'appréhender comment les PES investissent une partie des contraintes qui pèsent sur leurs pratiques soit du point de vue du métier (composantes institutionnelle et sociale), soit du point de vue de singularités individuelles (composante personnelle). Pour avoir accès à ces trois dernières composantes, nous avons analysé la transcription des entretiens menés avec chacune des PES

(Annexe 22, Annexe 24, Annexe 26), en identifiant pour la composante personnelle ce qui est en lien avec ses connaissances, ses expériences et ses conceptions des mathématiques et de l'enseignement. Pour la composante institutionnelle du métier, nous pointons ce qui est relatif aux textes officiels et aux horaires, à la formation dispensée. Enfin, pour la composante sociale, nous identifions les effets de ce qui est en lien avec le contexte d'exercice : l'établissement, les élèves et leur famille, le fait d'exercer à mi-temps avec un autre collègue...

Nous mettons maintenant au travail cette méthodologie pour analyser les pratiques de chacune des trois PES observées. Nous terminons par une analyse croisée de nos trois études de cas.

## 5.2 Analyse des pratiques de la PES Mg

Nous rappelons que la PES Mg relève du profil C3 pour les réponses en lien avec l'enseignement des grandeurs et mesures, c'est-à-dire que ses réponses laissent paraître des incompréhensions. Elle relève du profil I4 concernant les réponses en lien avec le processus d'institutionnalisation (connaissance construite : adapte le savoir à construire au déroulé réel de la séance pour ses réponses en lien avec le processus d'institutionnalisation). Les réponses apportées aux différentes questions sont très incomplètes. Notre analyse va nous permettre de confronter les propos rapportés de la PES à ses pratiques de classe pour conforter une construction de connaissances encore fragile ou simplement la difficulté à mettre en mot des connaissances pourtant acquises.

### 5.2.1 Présentation des données et premiers éléments d'analyse

#### *Conception de la séance de Mg : description des connaissances mobilisées*

Le Tableau 24 répertorie les connaissances présentes ou non dans la fiche de préparation de la PES Mg au regard de celles proposées en formation. Nous décrivons ci-dessous plus en détail les connaissances mobilisées par la PES dans sa fiche de préparation.

Nous pouvons constater que dans sa proposition, la PES met au travail le type de tâches T1 : *comparer des contenances*. Pour cela, elle anticipe de proposer aux 20 élèves de CE2, répartis en trois sous-groupes, une situation de recherche contextualisée « j'ai besoin de trouver le récipient dans lequel je peux mettre le plus d'eau pour arroser ma plante ». Afin de résoudre ce problème, elle propose aux élèves du matériel qui va leur permettre de donner une réponse grâce à la manipulation. Ce matériel est celui qui a été utilisé en formation (Figure 44).

Objectifs de formation	Connaissances visées en formation (Voir Tableau 11, Partie 4)	Connaissances présentes dans la fiche de préparation de la PES Mg, <i>problèmes relevés</i>
S'approprier la démarche de construction des grandeurs et mesures.	<p><b>Connaissances didactiques</b> relatives à l'enseignement de la grandeur contenance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Démarche : proposer des activités de comparaison de la grandeur avant d'aller vers la mesure.</li> <li>- Proposer une place importante à la manipulation.</li> <li>- Utiliser des situations de recherche.</li> </ul> <p><b>Connaissances mathématiques</b> sur les notions de grandeurs et de mesures : Définir les différents concepts dont celui de contenance. Effet de la forme sur la représentation que l'on a de la contenance, précision du vocabulaire : différencier rangement et classement.</p>	<p>La démarche, la place de la manipulation et l'utilisation de situations de recherche sont présentes.</p> <p><i>La définition de la contenance est incorrecte.</i> <i>Le vocabulaire utilisé est imprécis.</i></p>
Identifier les incontournables de la démarche pour comparer des contenances.	<p><b>Connaissances mathématiques et didactiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La forme d'un récipient ne dit rien de sa contenance.</li> <li>- Pour pouvoir comparer la contenance des récipients en fonction de leur hauteur, il faut que les autres dimensions de ces récipients soient identiques, sinon on ne peut pas conclure.</li> <li>- Pour comparer des contenances, il est possible de comparer par estimation visuelle, de comparer par transvasement et d'utiliser un ou des récipients intermédiaires identiques.</li> </ul>	<p><i>La connaissance en lien avec la forme du récipient n'est pas présente.</i></p> <p>La comparaison de récipients en fonction de la hauteur d'eau <i>est partiellement explicitée.</i></p> <p>Les trois techniques de comparaison sont présentes dans la fiche de préparation.</p>
Identifier les incontournables pour institutionnaliser le savoir en jeu.	<p><b>Connaissances didactiques et pédagogiques :</b> je dois avoir anticipé le savoir à construire par les élèves. Je l'adapte en partant du déroulé réel de la séance. Lors de la mise en commun, je fais émerger les procédures des élèves, je les hiérarchise, je construis mon texte de savoir en les prenant en compte. Le contenu du texte de savoir est une généralisation partiellement décontextualisée.</p>	<p>Le texte de savoir est anticipé. C'est une généralisation partiellement décontextualisée.</p> <p>Le temps des mises en commun est anticipé.</p> <p><i>Le texte de savoir comporte des aspects qu'il n'est pas prévu de travailler dans la séance.</i></p>
Construire une séance témoignant de la compréhension et de l'appropriation des savoirs construits précédemment.	<p><b>Connaissances didactiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Anticiper les procédures des élèves et les difficultés éventuelles.</li> <li>- Identifier les effets des valeurs des variables sur les procédures utilisées.</li> </ul> <p><b>Connaissances pédagogiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Anticiper les différentes phases d'apprentissage et les modalités pour construire une séance d'enseignement/apprentissage.</li> </ul>	<p>Les phases d'apprentissage et les modalités sont similaires à celles qui ont été proposées en formation même si le vocabulaire est différent.</p> <p>Les effets des valeurs des variables et les procédures des élèves sont anticipés.</p>

Tableau 24 : Connaissances identifiées dans la fiche de préparation de Mg





Figure 44 : Les quatre récipients dont il faut comparer la contenance.

La PES anticipe dans sa fiche de préparation les différentes phases à mettre en œuvre pour construire un apprentissage mathématique (mise en projet, recherche, mise en commun et synthèse) même si elle n'utilise pas le vocabulaire proposé en formation. Le contenu traité et les modalités proposées dans ces différentes phases sont cependant similaires à celles proposées en formation. Les différentes phases de la séance de la PES sont numérotées de 1 à 5. La PES fait le choix de découper son temps de recherche en trois phases (phases 2, 3 et 4). Chaque phase contient un temps de recherche et de mise en commun. Les phases 2, 3 et 4 portent le nom de la technique que la PES souhaite faire découvrir dans la phase en question (phase 2 : estimation, phase 3 : comparaison directe, phase 4 : comparaison indirecte).

La PES souhaite, dans chacune de ces phases de recherche 2, 3 et 4, mettre au travail une technique différente de comparaison de contenances. Elle anticipe de mettre à disposition des élèves, à chaque phase, le matériel qui lui semble pouvoir permettre de travailler la technique qu'elle a visée.

Les différentes techniques anticipées par la PES qui permettront de comparer la contenance des 4 récipients (type de tâches T1) sont :

- $\tau_{cv}$  : Comparer par estimation visuelle. Cette technique est présentée comme permettant de faire des hypothèses de rangement mais ne permettant pas de conclure. Les conditions dans lesquelles cette technique fonctionne ne sont pas présentées dans la fiche de préparation (grande différence de contenance).
- $\tau_{cd}$  : Comparer directement par transvasement. La PES joue sur le matériel proposé en fonction de la technique qu'elle souhaite mettre en avant. Ici, elle propose les 4 récipients à comparer vides, une bouteille d'eau pleine et un seau. La PES n'anticipe qu'une technique possible avec ce matériel (transvasement entre les 4 récipients). Elle précise également les éléments technologiques :

- « - Lorsque le récipient qui reçoit le transvasement déborde, sa contenance est plus petite que celle dont est issu le contenu qui lui est transvasé.
- Lorsque le récipient qui reçoit le transvasement a encore de la place (il n'est pas rempli à ras bord), sa contenance est plus grande que celle dont est issu le contenu qui lui est transvasé.
- Lorsque le récipient qui reçoit le transvasement est rempli à ras bord, sa contenance est égale à celle dont est issu le contenu qui lui est transvasé »<sup>13</sup> (Annexe 18).
- $\tau_{ci}$  : Comparer indirectement en utilisant un ou des objets intermédiaires. Pour permettre aux élèves d'utiliser cette technique la PES a joué sur différentes valeurs de variables :
  - soit une bouteille vide, un marqueur et les 4 récipients à comparer remplis d'eau,
  - soit 4 récipients identiques vides et les 4 récipients à comparer remplis d'eau,
  - ou enfin une bouteille d'eau remplie, un marqueur et les 4 récipients à comparer vides.

Ces techniques se justifient grâce à différentes technologies qui ne sont pas présentées dans la fiche de préparation. Le « comment valider » est précisé mais pas le « pourquoi » cela permet de conclure. La PES écrit, par exemple, pour la situation utilisant quatre récipients vides de « comparer les niveaux d'eau dans les récipients ». Le fait qu'ils soient identiques n'est précisé que dans le titre de la fiche de préparation, pas dans la partie explicative. Il n'est pas précisé que comme les récipients sont identiques, les différentes dimensions sont les mêmes et seule la hauteur d'eau varie donc cela permet de conclure.

Concernant les connaissances en lien avec le processus d'institutionnalisation, on peut constater que la PES propose un temps de mise en commun après chacun des temps de recherche. Il est peu explicite. Il est juste inscrit dans sa fiche de préparation « Mise en commun : mutualisation des procédures » après la présentation des différentes techniques décrites précédemment. Elle anticipe également dans sa fiche de préparation le savoir à construire. Voici ce qui est écrit dans sa fiche de préparation pour la « phase 5 : institutionnalisation » :

Extrait de la fiche de préparation Mg Annexe 18	A l'oral, faire un bilan : Qu'avons-nous fait pour comparer ces récipients selon la quantité de liquide à l'intérieur ? <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nous avons estimé : on estime à vue d'œil la quantité de liquide en fonction de la taille du récipient.</li> <li>- Nous avons émis des hypothèses : nous avons classé les récipients de la plus grande quantité de liquide à la plus petite quantité de liquide. Tous les groupes de la classe n'étaient pas d'accord.</li> </ul>
--	--

<sup>13</sup> Dans cette partie, les propos entre guillemets sont ceux de la PES Mg.

	<p>- Nous avons vérifié notre hypothèse en manipulant du matériel pour comparer les quantités d'eau.</p> <p>La quantité de liquide dans un récipient a un nom : c'est la contenance du récipient.</p> <p>Affiche à faire ensemble avec photos des manipulations :</p> <p>Pour comparer la contenance de récipients, je peux :</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) estimer visuellement (2 cas : évident A et B et un ? D et C / ex)</li> <li>2) transvaser le liquide d'un récipient à un autre</li> <li>3) utiliser un récipient de référence</li> </ol> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Une grande bouteille vide ou pleine avec un marqueur = graduation</li> <li>- 4 bouteilles identiques pour ensuite les comparer les unes aux autres.</li> </ul>
--	---

Nous trouvons dans ce texte de savoir certains éléments qui n'ont pas été questionnés avant dans la fiche de préparation : l'estimation visuelle peut permettre de conclure dans certains cas « évidents (A et B) », les notions de « récipient de référence » ou le fait de « graduer » apparaissent également alors que ce vocabulaire n'est pas, a priori, présent avant dans la séance prévue. On peut, de plus, noter que certaines notions mathématiques proposées dans ce texte de savoir sont incorrectes. C'est le cas de la définition de la contenance : « La quantité de liquide dans un récipient a un nom : c'est la contenance du récipient ». De la même manière la PES parle de « classement » au lieu de « rangement » : « nous avons classé les récipients de la plus grande quantité de liquide à la plus petite quantité de liquide ».

Pour terminer ce temps d'enseignement-apprentissage, la PES prévoit de construire une affiche qui sera une généralisation partiellement décontextualisée puisqu'elle va contenir des photos de la situation avec un texte plus général, comme nous l'avons précisé ci-dessus.

La PES termine sa fiche de préparation en proposant un exemple « d'affiche d'institutionnalisation ». Cet exemple est un document construit par un groupe d'étudiantes pendant la formation. Mg y a apporté quelques modifications pour prendre en compte les propositions faites pendant sa séance mais elle a laissé une partie intitulée bilan qui précise : « la taille n'impacte pas la contenance ». Ce point, qui d'ailleurs est incorrect puisque c'est la forme et non la taille qui n'impacte pas la contenance, n'a pas été questionné avant dans la fiche de préparation de la séance.

### *Mise en œuvre de la séance de Mg : Synopsis du déroulé de la séance filmée*

Les connaissances mobilisées par la PES Mg dans sa fiche de préparation étant identifiées au regard de celles qui ont été travaillées en formation, nous allons maintenant présenter les données concernant la mise en œuvre de la séance par la PES avec ses élèves. Pour cela, nous avons réalisé deux synopsis de la séance filmée. Un synopsis qui retrace les différentes phases détaillées de la séance (Annexe 21) et un autre, ci-dessous (Tableau 25) dans lequel nous avons

fait le choix de mettre en évidence les praxéologies observées pendant la séance ainsi que les évènements clés retenus lors du visionnage. Ces différents éléments seront analysés dans la partie suivante (partie 5.2.2) afin de répondre à notre question de recherche. Sensevy (2011) rappelle que « toute analyse de données se ramène finalement à l'analyse de systèmes de signes, de systèmes sémiotiques, de systèmes d'inscriptions qui se substituent aux phénomènes que l'on veut étudier » (Sensevy, 2011, p. 218). Les éléments mis en avant relèvent de choix effectués par le chercheur. En ce qui nous concerne, nous souhaitons analyser la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation par les PES pour construire le savoir que nous avons dans notre travail de recherche modélisé sous forme de praxéologies.

Tableau 25 : Synopsis de la séance de Mg

Timing	Durée	Episodes de la séance		Praxéologies observées	Remarques
0'	1'30	« Phase 1 : Situation de recherche »	Introduction de la séance	Présentation de la situation de recherche où les élèves vont réaliser le type de tâche : T1 <i>comparer des contenances</i>	La PES utilise une contextualisation proposée par des PES en formation (arroser une plante). Elle demande aux élèves quel récipient est le plus « grand ».  La séance va être composée d'une succession de temps de recherche et de mise en commun conformément à ce qui était prévu dans sa fiche de préparation. Une technique de comparaison de contenances est mise au travail par la PES dans chacun des temps de recherche et temps de mise en commun.
1'30	3'13		Recherche 1	Technique que la PES demande aux élèves d'utiliser : $\tau_{cv}$ : Comparer par estimation visuelle	La PES demande aux élèves leur « classement ».
4'43	3'	« Phase 2 : estimation »	Mise en commun 1	Plusieurs propositions de rangement sont faites par les élèves. Question de la PES : « Comment savoir celle qui est juste ? »	Un élève fait remarquer que pour « le B on est sûr que c'est le petit ». La PES ne tient pas compte de cette remarque.

7'43	7'55	« Phase 3 : comparaison directe »	Recherche 2	<p>Technique que la PES demande aux élèves d'utiliser :</p> <p><math>\tau_{cd}</math> : Comparer directement par transvasement</p> <p>Valeurs des variables : la PES donne à chaque groupe d'élèves une bouteille coupée pleine d'eau. Les 4 récipients à comparer sont vides.</p> <p>Un groupe d'élève utilise la technique <math>\tau_{ci}</math> : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire.</p> <p>Ces élèves ont pris un marqueur et marquent les niveaux d'eau sur la bouteille coupée pour comparer les 4 récipients.</p>	
15'38	4'41		Mise en commun 2	<p>La PES donne la parole à un groupe qui a utilisé la technique <math>\tau_{cd}</math> : Comparer directement par transvasement.</p> <p>Les éléments technologiques associés sont énoncés : je vide le récipient R dans le R', si R' n'est pas plein, c'est qu'il peut contenir plus d'eau que R.</p>	La PES ne tient pas compte du groupe qui a utilisé la technique $\tau_{ci}$ : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire.
20'19	13'39	« Phase 4 : Comparaison indirecte »	Recherche 3	<p>Technique que la PES demande aux élèves d'utiliser :</p> <p><math>\tau_{ci}</math> : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire.</p> <p>Valeurs des variables : la PES donne à chaque groupe d'élèves une bouteille vide coupée et les 4 récipients à comparer remplis d'eau.</p>	Le matériel est distribué aux élèves. La PES leur donne la consigne de réfléchir à la manière d'utiliser le matériel, de lui faire valider cette proposition avant de manipuler.

			<p>La PES propose à un des trois groupes d'élèves qui a déjà utilisé la bouteille coupée un autre jeu de variables pour mobiliser la même technique. Ce groupe a terminé la première manipulation demandée dans cette « phase 4 ».</p> <p>Valeurs des variables : 4 récipients vides identiques sont donnés aux élèves. Les 4 récipients à comparer sont remplis d'eau.</p>	
33'58	6'47	Mise en commun 3	<p>La PES fait expliciter la technique <math>\tau_{ci}</math> : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire (bouteille vide et un marqueur).</p> <p>Un élève explicite le fait que le récipient dans lequel on peut mettre le moins d'eau est celui qui correspond au trait le « plus bas » sur la bouteille coupée.</p> <p>La PES fait ensuite expliciter la technique <math>\tau_{ci}</math> : Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire (quatre récipients identiques) à un des élèves, du seul groupe, qui a mis en œuvre cette technique. L'élève explicite sa réponse en montrant la hauteur d'eau dans les quatre récipients identiques.</p>	<p>La PES insiste sur le fait que les 4 récipients sont bien identiques mais sans faire le lien avec la comparaison des hauteurs d'eau pour comparer les quatre récipients à comparer. Elle ne précise également pas les raisons qui permettent de conclure.</p>

40'45	5'17	« Phase 5 : Institutionnalisation »	Synthèse	<p>La PES questionne les élèves pour construire sa synthèse orale. Elle conclut que pour comparer des récipients (T1) on peut :</p> <p>« Faire des hypothèses avec les yeux (<math>\tau_{ev}</math>), transvaser (<math>\tau_{cd}</math>), utiliser un récipient de référence (<math>\tau_{ci}</math>) ».</p>	<p>Dans la synthèse proposée par les élèves la technique <math>\tau_{cd}</math> n'est pas évoquée, c'est la PES qui la rajoute dans sa reformulation comme si elle avait été donnée par les élèves. La réalisation de la trace écrite est différée à l'après-midi.</p>
45'02			Fin de la séance		



## 5.2.2 Analyse de la conception et de la mise en œuvre de la séance de Mg

Ces différents résultats présentés, nous les analysons au regard des cinq composantes des pratiques de Robert et Rogalski (2002). Nous structurons notre analyse autour de deux axes qui nous permettent de répondre à notre sous-question de recherche QR3.2 présentée au début de cette partie et que nous rappelons maintenant :

QR3.2 : Quel impact cette situation de formation peut-elle avoir sur les pratiques d'institutionnalisation des PES qui l'ont suivie lors de la mise en œuvre en classe d'une séance sur les contenances ?

### *Les choix opérés par la PES Mg pour concevoir et mettre en œuvre sa séance pour travailler la grandeur contenance*

Les différents éléments descriptifs que nous venons de présenter montrent des similitudes entre la proposition de Mg et celle de la situation de formation. L'attendu travaillé est celui proposé pour le jeu de rôles. Il correspond au type de tâches T1 *comparer des contenances*. Comme nous l'avons déjà dit, la PES utilise le matériel qui a servi pendant le jeu de rôles. Les élèves sont répartis en sous-groupes. La manipulation a une place centrale dans la proposition pour permettre aux élèves de construire les techniques de comparaison directe et indirecte. La contextualisation de la situation de recherche est la même que celle que l'on peut trouver dans la séance construite en formation (« trouver le récipient le plus grand pour arroser une grande plante »). Ces différents constats montrent que la composante institutionnelle (la formation dispensée) influence la composante personnelle (développement de connaissances chez la PES) qui explique le scénario proposé (composante cognitive). Mg souhaite mettre en œuvre ce qu'elle a appris en formation. Les différentes phases proposées par la PES ont les mêmes finalités que celles qui sont vécues en formation : mise en projet, temps de recherche, de mise en commun et synthèse. Le vocabulaire utilisé par la PES pour nommer les différents temps de sa séance n'est pas celui qui était proposé en formation.

Pour permettre aux élèves de rentrer dans la séance, la PES dit aux élèves qu'ils ont déjà travaillé la grandeur dont il va être question dans cette séance (Annexe 21, Timing 0'). La PES ne nomme pas la grandeur contenance à ce moment-là. Elle ne la nommera, d'ailleurs, jamais tout au long de la séance. La PES utilise le manuel MHM de chez Nathan. Elle nous a dit, pendant l'entretien, avoir déjà proposé aux élèves une séance sur les comparaisons de contenances en janvier. Nous avons pu montrer dans notre analyse des manuels (partie 2.4) que

c'est une situation dans laquelle les élèves doivent ranger, selon leur contenance, des récipients de forme très différentes en les comparant visuellement. Le guide du maître MHM indique ensuite : « Les élèves procèdent comme ils veulent pour vérifier : utilisation d'étalon, d'un objet pour mesurer ». Les techniques de comparaison proposées par le guide du maître font intervenir la mesure. Lors de la séance observée les élèves mettent au travail des techniques de comparaison sans mesure. Au regard de la démarche proposée en formation, cette séance que nous observons aurait dû intervenir avant celle de MHM. Ce point n'est pas questionné par Mg qui ne semble pas maîtriser l'objectif d'apprentissage qui était visé par la première séance proposée sur les contenances en lien avec la proposition du manuel MHM.

Les temps de recherche et de mise en commun sont au nombre de trois. La PES propose un premier temps où les élèves doivent ranger les récipients du plus « grand au plus petit » : « Vous me faites un classement. On essaie de se mettre d'accord » (Annexe 21, Timing 1'30). Cet extrait nous montre que Mg n'utilise pas le vocabulaire mathématique adapté. Elle ne propose pas de les ranger en fonction de leur contenance mais selon qu'ils sont « grands ou petits ». De plus, tout au long de sa séance, elle utilise le terme « classer » à la place de « ranger ». En proposant ce premier rangement sans manipulation, Mg souhaite montrer aux élèves que la technique utilisant la comparaison visuelle  $\tau_{ev}$  n'est pas une technique qui permet de donner une réponse sûre : « visuellement on se rend compte qu'on n'a pas tous les mêmes réponses » (TdeP10, Annexe 22, transcription de l'entretien avec Mg). On peut se questionner sur la validité que donne Mg à cette technique. En effet, quand elle récapitule avec les élèves les différentes techniques mobilisées, elle dit : « En 1, vous avez émis des hypothèses avec les yeux, visuellement » (Annexe 21, Timing 43'). La technique de comparaison visuelle  $\tau_{ev}$  semble ne permettre que de poser des hypothèses. Dans sa trace écrite (Figure 46, p. 235), la PES inscrit « estimation visuelle, pas toujours fiable ». La technologie associée (cette technique permet de comparer des récipients de contenances très différentes) n'est à aucun moment partagée avec les élèves alors qu'un élève propose une piste que la PES aurait pu saisir (Annexe 21, Timing 22'12) : « E : c'est lui le plus petit (en montrant le B) ». A cela, la PES répond « vous avez une bouteille, je pense que ça va vous servir ». Elle ne prend pas en compte cette remarque, peut-être ne fait-elle pas écho à sa représentation personnelle de cette technique de comparaison de contenances. Une autre interprétation pourrait s'expliquer par une conviction de la PES : en mathématiques, un argument visuel ne suffit pas. La PES propose ensuite deux temps de manipulation aux élèves pour vérifier leur estimation. Alors qu'en formation il est proposé de laisser libres les élèves d'utiliser du matériel pour faire émerger différentes

techniques de comparaison, la PES fait le choix de guider l'émergence des techniques en imposant le matériel à utiliser. La composante personnelle explique ce choix, en effet la conviction de Mg est que pour « retenir » une technique, les élèves doivent la vivre lors du temps de manipulation.

TdeP 6 Mg	En fait, je voulais qu'ils voient toutes les procédures mais c'est vrai que c'est aussi hyper intéressant de leur donner le matériel et de leur dire allez-y, choisissez mais par rapport à ce qu'on avait fait en jeu de rôles, il y a des groupes qui n'avaient pas du tout vu la procédure et je ne sais pas si derrière les enfants, euh, vont vraiment la retenir s'ils ne la font pas.
-----------	--

Finalement sa proposition n'amène pas les élèves à trouver des techniques de comparaison de contenances mais à appliquer une technique induite par le matériel proposé.

Au fur et à mesure de l'avancée de la séance, les élèves sont de plus en plus dissipés et la gestion du groupe devient compliquée pour Mg. Cette difficulté de gestion de groupe peut aussi expliquer cette proposition grâce à laquelle la PES pense pouvoir garder plus facilement la maîtrise du groupe (composante médiative). L'effet peut cependant être double. Comme les enjeux des différentes manipulations ne sont pas explicités par la PES, les élèves ont du mal à donner du sens à ce qu'ils font. La multiplication de manipulations sans comprendre ce qui est visé peut amener les élèves à développer des comportements complexes à gérer pour l'enseignante.

La PES propose, aux différents groupes, une bouteille pleine d'eau pour la première manipulation : « Avec la bouteille d'eau, vous allez trouver le moyen de me dire celui qui peut contenir le plus d'eau » (Annexe 21, Timing 8'43). Elle souhaite faire émerger la technique de transvasement  $\tau_{cd}$ . Lors de la mise en commun, elle s'appuie sur un groupe qui a mis en œuvre cette technique. Elle fait également émerger les éléments technologiques associés. Cette technique est la seule pour laquelle les technologies sont questionnées.

Extrait Synopsis, Annexe 21 Timing 17'50	<p>PES : « Quelle stratégie avez-vous mise en place pour essayer de voir quel est le plus grand ? »</p> <p>Em : « Nous, on a pris celui-là, on a mis de l'eau dedans jusqu'à ras-bord et on a versé dans celui-ci pour voir lequel est le plus grand ».</p> <p>PES : « Savoir que si par exemple l'eau qui était dans le pot A débordait de C, ça voulait dire quoi ? ».</p>
--	--

	<p>Em : « Si ça débordait, débordait, on voulait savoir si celui-ci était plus grand que celui-là. On a mis de l'eau à ras-bord et on voyait que ça arrivait là.</p> <p>PES : « Ah, ça ne débordait pas alors ça veut dire quoi ? »</p> <p>Em : « Lui, il est plus petit que le C ».</p> <p>PES : « Vous avez entendu les autres ? Vous avez compris ce qu'elle a fait ?</p> <p>E(s) : Oui...</p>
--	---

Dans sa fiche de préparation, c'est également la seule technique pour laquelle les technologies sont anticipées. La composante personnelle peut être une piste explicative : quelle maîtrise la PES a-t-elle des éléments technologiques pour les autres techniques ? Pendant l'entretien, la PES dit qu'elle n'a pas eu le temps de mettre au travail la dernière technique qu'elle avait anticipée : « Donner 1 bouteille remplie d'eau, un marqueur et les 4 récipients à comparer vides » mais elle pense que ce n'est pas grave car elle dit que c'est l'inverse de ce qu'elle a déjà travaillé et qu'elle précise ainsi dans sa fiche de préparation : « Donner une grande bouteille d'eau vide et un marqueur à chaque groupe et remplir tous les récipients avec de l'eau. Laisser les élèves chercher comment comparer les récipients avec ce matériel ».

TdeP 46 Mg	Je n'ai pas fait la troisième étape, le troisième point, celui-là avec la bouteille d'eau remplie. Je n'ai pas eu le temps et quand je l'ai écrite, je me suis dit est-ce que c'est vraiment utile car c'est l'inverse. Enfin un peu l'inverse de la première et je me suis dit que c'était peut-être mieux que je fasse la première.
TdeP 47 C	Est-ce que l'autre, elle découle aussi simplement que ça ? Car l'idée c'est de prendre en compte la partie vidée dans cette technique...
TdeP 48 Mg	Non, donc c'est quand même plus dur.

De même, l'ordre d'introduction des valeurs des variables pour travailler la technique,  $\tau_{ci}$  : « Comparer indirectement », pose question. En effet, proposer les quatre récipients identiques avant la bouteille vide et le marqueur aurait pu permettre à la PES d'amener la justification de la graduation sur la bouteille vide. Ce choix n'a pas été celui de la PES. Nous pouvons nous demander ce que cela laisse sous-entendre de la maîtrise mathématique, par la PES, des éléments technologiques. La PES lie la manipulation à l'action sans réussir à expliciter les connaissances associées à la graduation. Nous pouvons rapprocher ces résultats de ceux obtenus au post-test où les réponses de Mg laissaient paraître des incompréhensions.

Pendant le temps de recherche, un groupe a utilisé la bouteille pour remplir à ras bord les 4 récipients à comparer. Ils ont vidé l'eau qui restait dans le fond de celle-ci. Les élèves ont ensuite successivement versé le contenu de chacun des récipients dans la bouteille et ils ont pour chaque contenu marqué le niveau d'eau avec un marqueur sur la bouteille. La bouteille est vidée avant chacun des transvasements du récipient à comparer vers la bouteille. (Figure 45).



Figure 45 : Photos reconstituées de la manipulation d'un groupe d'élèves

Quand Mg voit cette technique, elle est étonnée. Elle dit aux élèves ne pas leur avoir donné de marqueur. Cette technique ne sera pas reprise lors de la mise en commun. Elle ne donne la parole qu'à un groupe qui a trouvé la technique qu'elle attendait, celle utilisant le transvasement d'un récipient à comparer dans un autre. Elle a encore des difficultés à gérer les imprévus par rapport à son déroulé anticipé, à interpréter en temps réel les propos des élèves et le lien qu'ils ont avec le texte de savoir à construire (composantes personnelle et médiative).

TdeP 52 C	Quelles sont les difficultés que vous avez rencontrées pour mettre en place cette séance ?
TdeP 53 Mg	Pendant la séance ou pendant la construction de la séance ?
TdeP54 C	Les deux

TdeP 55 Mg	A la construction, c'était plutôt anticiper ce qu'ils allaient me faire. parce qu'on avait vu en atelier mais c'est pas les enfants... notre réflexion est différente des enfants donc on peut être surpris par ce qu'ils font. C'était plus ça, me dire j'attends quelque chose mais je ne sais pas s'ils vont me dire autre chose et que je n'y ai pas pensé. Sinon là c'était plutôt gérer le groupe classe, quoi... ça partait un peu, avec l'eau... mais oui c'est plus gérer le groupe car au final les procédures sont venues assez rapidement je trouve. Ils ne sont pas partis...
------------	--

De plus, les nombreuses interventions de la PES pour obtenir le calme nous montrent qu'elle a des difficultés à gérer le groupe en situation de manipulation. Entre le moment où elle souhaite commencer sa deuxième mise en commun et le moment où elle la commence vraiment, 2 minutes 12 s'écoulent. (synopsis, Timing 15'38). Ces éléments peuvent expliquer qu'elle reste attachée à la trame de sa préparation, cela lui donne un guide rassurant et structurant. Les composantes personnelle et médiative peuvent donc expliquer que la connaissance didactique présente dans la fiche de préparation de Mg : « Mise en commun : mutualisation des procédures » ne soit pas présente dans les pratiques de la PES. Elle sait qu'il faudrait le faire mais elle rencontre des difficultés de gestion de groupe qui font obstacle à la mise en œuvre de cette connaissance. Cette composante médiative semble influencer de plus en plus les pratiques de Mg au fur et à mesure de l'avancée de la séance. Le synopsis ci-dessus (Tableau 25) montre des phases de plus en plus longues avec des interventions, pour gérer les comportements, de plus en plus nombreuses. Pour le troisième temps de recherche, temps où la PES souhaite faire émerger la technique de comparaison indirecte  $\tau_{ci}$  utilisant un récipient témoin vide et un marqueur pour garder trace de la contenance des différents récipients pleins d'eau à comparer, elle donne le matériel aux élèves mais leur demande d'attendre qu'elle valide leur manipulation avant de commencer. Elle canalise de plus en plus les actions des élèves probablement pour éviter des débordements (eau renversée). Les trois groupes trouvent la technique que la PES souhaite faire découvrir. Un groupe, ayant fini avant les autres la manipulation utilisant la bouteille et le marqueur, se voit confier ensuite 4 récipients identiques pour essayer de découvrir une autre manière de mettre en œuvre la technique de comparaison indirecte. La troisième mise en commun commence par une validation des propositions de rangement en utilisant cette dernière technique. Un premier groupe propose une réponse et les deux autres suivent en donnant la même : D, C, A et B, réponse qui est erronée puisque le rangement correct est C, D, A et B. On peut se demander si c'est vraiment la réponse que chacun des groupes a trouvée ou si la réponse du premier groupe a servi de référence aux autres groupes qui n'avaient peut-être

pas conclu. Un élève est invité à expliciter la technique utilisée. Pendant ce temps, les autres élèves continuent à manipuler. Les élèves semblent plus intéressés par l'action liée à la manipulation que par les temps de mise en commun qui se répètent (troisième mise en commun) et pour lesquelles les élèves ne comprennent peut-être pas l'intérêt. Mg demande à tout le monde d'arrêter. La mise en commun reprend et l'élève poursuit ses explications. Il n'est pas fait explicitement référence à la technologie ni par les élèves, ni par l'enseignante : Pourquoi peut-on comparer les niveaux d'eau dans cette bouteille pour comparer des contenances ?

La PES propose ensuite au groupe qui a utilisé 4 récipients identiques pour comparer les contenances des 4 récipients à comparer de présenter leur technique. Elle met en commun cette technique uniquement travaillée par un groupe, ce qui vient contredire son souhait de faire vivre à tous les élèves les différentes manipulations. Cette technique et celle de la bouteille vide avec le marqueur semblent être considérées comme similaires par la PES mais elle ne dit pas aux élèves en quoi. Après la présentation par un des élèves du groupe qui a manipulé avec les 4 récipients identiques, la PES demande aux autres groupes s'ils ont compris. Les élèves répondent négativement. La PES reformule avec ses mots et sans transition entame un temps de synthèse. Le rythme de la séance s'accélère. Nous percevons l'impact de la composante institutionnelle : l'heure de la récréation approche, il va falloir arrêter en ayant terminé la séance comme cela était prévu. Ce manque de temps est oralisé par la PES (Annexe 21, Timing 43') : « J'aurais aimé faire une affiche avec vous mais il est l'heure. On la fera cet après-midi ». Cette affiche sera réalisée l'après-midi même. Nous n'avons pas pu observer ce temps de construction.

### *Les pratiques d'institutionnalisation de la PES Mg*

Pour analyser les pratiques d'institutionnalisation de Mg, il nous faut analyser la cohérence entre le temps de recherche et le contenu des mises en commun ainsi que la relation entre le contenu de la synthèse et ce qui a émergé des échanges précédents entre les élèves et la PES.

La PES termine chacun des temps de recherche par un temps de mise en commun. Nous avons déjà pu montrer qu'elle repart des découvertes des élèves mais uniquement de celles qui sont en cohérence avec ce qu'elle attend. Elle n'interroge pas les groupes d'élèves qui ont mis en œuvre une technique différente de celle qu'elle souhaite et ne rebondit pas toujours sur les propos des élèves alors qu'ils pourraient faire avancer l'apprentissage comme, par exemple, quand un élève dit « c'est lui le plus petit (en montrant le récipient B) » (Annexe 21, Timing 22'12). Les composantes personnelle, institutionnelle et médiative influencent les pratiques de



la PES : elle a appris en formation qu'il faut partir des découvertes des élèves, elle souhaite donc le mettre en œuvre mais les composantes personnelle et médiative viennent rendre difficile la réalisation de ce projet. Les propos de la PES lors de l'entretien vont dans ce sens : « On peut être surpris par ce qu'ils [les élèves] font. C'était plus ça, me dire j'attends quelque chose mais je ne sais pas s'ils vont me dire autre chose et que je n'y ai pas pensé » (Annexe 22, TdeP 55 Mg). Pour gérer ces éventuelles situations, elle organise la mise en commun en s'appuyant uniquement sur les élèves qu'elle a identifiés comme lui permettant de construire le savoir qu'elle souhaite et non celui construit par l'ensemble des élèves de la classe.

Concernant la phase 5 de la séance de Mg, le temps de synthèse, la PES repart des hypothèses de rangement posées par les trois groupes en début de séance. Pour construire son texte de savoir Mg fait reverbaler aux élèves les différentes manipulations réalisées et qui ont déjà été partagées lors des différentes mises en commun. Elle écrit au tableau les différentes techniques mobilisées au cours de ces manipulations. Ces techniques sont reprises pour construire l'affiche synthèse l'après-midi mais le vocabulaire utilisé sur cette affiche n'est pas celui que les élèves ont utilisé pendant la séance observée (Figure 46).

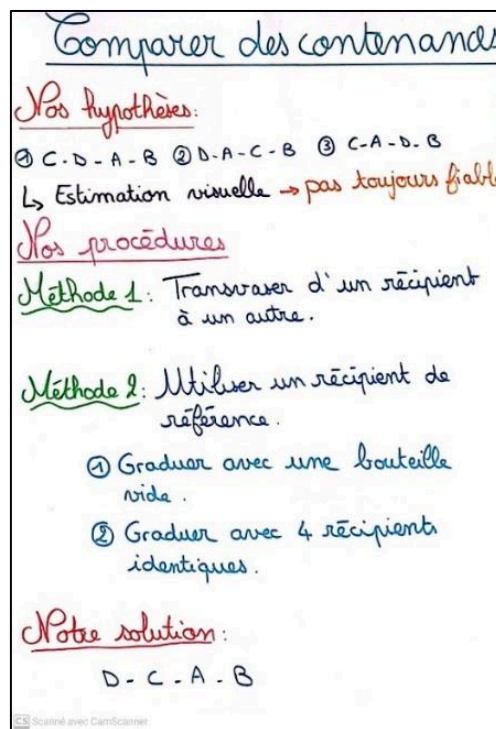


Figure 46 : Affiche réalisée à l'issue de la séance de Mg

Le vocabulaire utilisé sur l'affiche est celui qui est présent dans la fiche de préparation de Mg mais qui n'a pas été utilisé pendant la séance observée. Il est indiqué « contenance » alors que la PES ne l'a pas utilisé pendant la séance. Il en est de même pour le terme « graduer » et celui



de « récipient de référence ». Ces termes étaient présents dans la fiche de préparation réalisée en formation que Mg a utilisée pour anticiper sa propre préparation de séance pour sa classe. En formation, Mg ne faisait pas partie des conceptrices de cette fiche. Nous ne sommes pas certaine que Mg maîtrise les justifications de cette technique  $\tau_{ci}$  : « Comparer indirectement en utilisant un objet intermédiaire ». Cette technique s'explique mathématiquement par le fait que lorsqu'on verse du liquide dans deux récipients identiques posés sur un même support plan, toute différence de volume de liquide se traduit par une différence de hauteur de la surface du liquide dans les deux récipients. Ainsi cette hauteur peut être graduée pour garder trace des différents transvasements. Les composantes personnelle et sociale peuvent être une explication de cette utilisation d'un vocabulaire plus « mathématique » même s'il n'a pas été utilisé par les élèves. L'affiche est une trace écrite qui synthétise les apprentissages des élèves. Elle reste dans la classe et elle peut être vue par les collègues et les parents. Elle doit donc donner à voir du vocabulaire institutionnel. Une autre explication peut être liée aux composantes personnelle et institutionnelle. Ce vocabulaire institutionnel, puisque partagé en formation, doit effectivement être utilisé avec les élèves. Mg ne se l'est pas encore approprié, elle n'a donc pas réussi à l'employer en temps réel avec les élèves mais elle l'écrit sur son affiche puisque ce vocabulaire a été utilisé en formation (composante institutionnelle). Nous n'avons pas pu observer le temps de construction de l'affiche vécu l'après-midi. Nous pouvons nous demander comment la PES a présenté ou non ce vocabulaire nouveau aux élèves.

De plus, le texte de savoir présent sur l'affiche ne fait référence qu'aux techniques, les technologies ne sont pas présentes même celle qui a été partagée pendant la séance pour le transvasement. Dans la trace écrite que la PES avait anticipée, elle questionnait le lien entre la forme d'un récipient et sa contenance. Ce point n'apparaît pas du tout dans la synthèse réalisée à la fin de la séance observée. Ce point n'a pas émergé des échanges, c'est donc normal qu'il ne soit pas présent dans le texte de savoir. Il n'est également pas fait référence à la définition de la contenance que Mg avait anticipée dans sa préparation. Il n'y a également pas de photo contrairement à ce qu'avait imaginé la PES. Cette absence peut être expliquée par la composante médiative. Pendant la séance la PES est occupée à gérer le groupe, elle n'est pas disponible pour prendre des photos.

Il est également intéressant de noter que le rangement qui apparaît sur cette trace écrite sous « notre solution » est incorrect. C'est celui qui a été donné par les trois groupes d'élèves après avoir utilisé la technique de comparaison indirecte. On peut expliquer cette situation par le fait qu'en temps réel la composante médiative n'a pas permis à Mg de voir que ce résultat était

faux : les trois groupes donnent la même réponse et la gestion de classe accapare toute son attention, elle prend donc ce résultat comme celui qui est correct. Par contre, il semble plus étonnant qu'en construisant son affiche, elle ne se soit pas rendu compte de l'erreur puisque dans sa fiche de préparation elle a anticipé le rangement correct.

### Pour résumer

L'analyse des pratiques de la PES Mg nous montre qu'elle a développé certaines connaissances professionnelles correspondant au contenu de la formation mais nous avons également pu montrer qu'un certain nombre de contraintes ne permettent pas leur mise en œuvre dans le déroulé réel de la séance de la PES.

Concernant le domaine des grandeurs et mesures, Mg utilise une situation de recherche s'appuyant sur la manipulation pour construire le type de tâches T1 *comparer des contenances*. Elle anticipe dans sa préparation toutes les techniques de comparaison travaillées en formation. En ce qui concerne les technologies, seules celles de la technique  $\tau_{cd}$  : comparer directement par transvasement sont anticipées dans la fiche de préparation et ont été verbalisées lors de la séance (Annexe 21, Timing 17'50). Nous avons expliqué ce constat par des connaissances mathématiques fragiles. Nous avons pu identifier plusieurs autres éléments qui allaient dans ce sens (définition de la contenance erronée, vocabulaire mathématique imprécis, la question de la graduation). Pour permettre aux élèves de s'approprier les différentes techniques qui permettent de *comparer des contenances* (T1), la PES construit une séance autour de différentes phases qui vont amener les élèves, grâce au matériel distribué, à « deviner » comment l'utiliser pour appliquer plus que construire les techniques proposées par la PES. Nous pouvons constater que la PES veut appliquer ce qu'elle a appris en formation (composante institutionnelle) mais ses connaissances mathématiques ne sont pas encore assez solides (composante personnelle) et cela influence le scénario d'apprentissage (composante cognitive).

Lors de la mise en œuvre de la séance, Mg fera le choix de ne pas mettre au travail toutes les techniques qu'elles avaient anticipées. Les temps de recherche amènent davantage les élèves à appliquer les techniques induites par le matériel mis à disposition qu'à les découvrir. D'ailleurs, lors d'une des mises en commun, quand un élève propose une technique qui n'est pas celle que Mg attend, elle n'en tient pas compte et donne la parole à un élève qui propose la technique qu'elle attend et qu'elle valide.

Concernant le processus d'institutionnalisation, nous avons pu montrer que les connaissances permettant la conception et l'anticipation de la mise en œuvre semblent

acquises : « Je dois avoir anticipé le savoir à construire par les élèves. Je l'adapte en partant du déroulé réel de la séance. Lors de la mise en commun, je fais émerger les procédures des élèves, je les hiérarchise, je construis mon texte de savoir en les prenant en compte. Le contenu du texte de savoir est une généralisation partiellement décontextualisée » (Extrait de la synthèse de la SF, séance 3). Cependant lors de la mise en œuvre de la séance, les contraintes sont nombreuses et ne permettent pas une mise en œuvre d'un processus d'institutionnalisation en cohérence avec ces connaissances. Les composantes personnelle (connaissances mathématiques) et médiative (gestion du groupe) influencent grandement le processus d'institutionnalisation. Le décalage entre ce qui a été anticipé et ce qui est vécu est important.

### 5.3 Analyse des pratiques de la PES Ma

Nous nous proposons de suivre le même plan que pour la PES Mg pour analyser les pratiques de Ma. Nous rappelons que Ma relève du profil C1B concernant les réponses en lien avec le domaine des grandeurs. Elle maîtrise la démarche de construction des grandeurs et mesures, elle a conscience de l'importance de manipuler mais ne fait pas référence au questionnement des caractéristiques de la grandeur contenance. Concernant le processus d'institutionnalisation, elle relève du profil I1 (connaissances construites : adapte le savoir à construire au déroulé réel de la séance, anticipe le savoir pendant le temps de conception, met en évidence l'implication nécessaire des élèves dans la construction du savoir). Ma est une PES qui dans son discours rapporte toutes les connaissances que nous souhaitons construire grâce à notre SF (excepté la question de la prise en compte des caractéristiques de la contenance). Nous présentons maintenant les données recueillies puis nous les analysons.

#### 5.3.1 Présentation des données et premiers éléments d'analyse

##### *Conception de la séance de Ma : description des connaissances mobilisées*

Pour structurer ces résultats, comme pour la PES Mg, nous repartons des connaissances construites en formation pour identifier les connaissances présentes ou non dans la fiche de préparation de Ma. Le Tableau 26 répertorie ces connaissances. Nous les reprecisons plus en détail ci-dessous.

Les différentes phases présentes dans cette séance sont conformes aux attentes de formation : « Enrôlement et présentation de la situation problème, recherche, mise en commun

et institutionnalisation »<sup>14</sup>. Les 11 élèves de CE1 sont répartis en 4 groupes. La durée estimée de la séance est de 30 minutes.

La PES Ma met au travail le type de tâches T5 *Résoudre des problèmes impliquant des contenances*. L'objectif d'apprentissage inscrit sur la fiche de préparation est : « Résoudre un problème impliquant une conversion simple de l'unité L en l'unité cL ». En amont de cette séance, la PES a demandé aux élèves de relire une trace écrite sur les mesures de contenances (Figure 47). C'est une trace écrite réalisée lors d'une séance vécue avec son co-titulaire. Ma a accepté de faire vivre une séance sur les contenances dans la continuité de la formation alors que ce n'est pas elle qui a en charge ce domaine d'apprentissage. Cette séance met au travail la résolution d'un problème, contenu d'enseignement que la PES a en charge. Cette proposition ne nous permet pas de savoir si la PES a construit les connaissances concernant la construction de la grandeur contenance et les techniques permettant de comparer des contenances sans la mesure car elle n'a pas mis au travail le type de tâches T1 *comparer des contenances* comme nous le lui avons demandé.

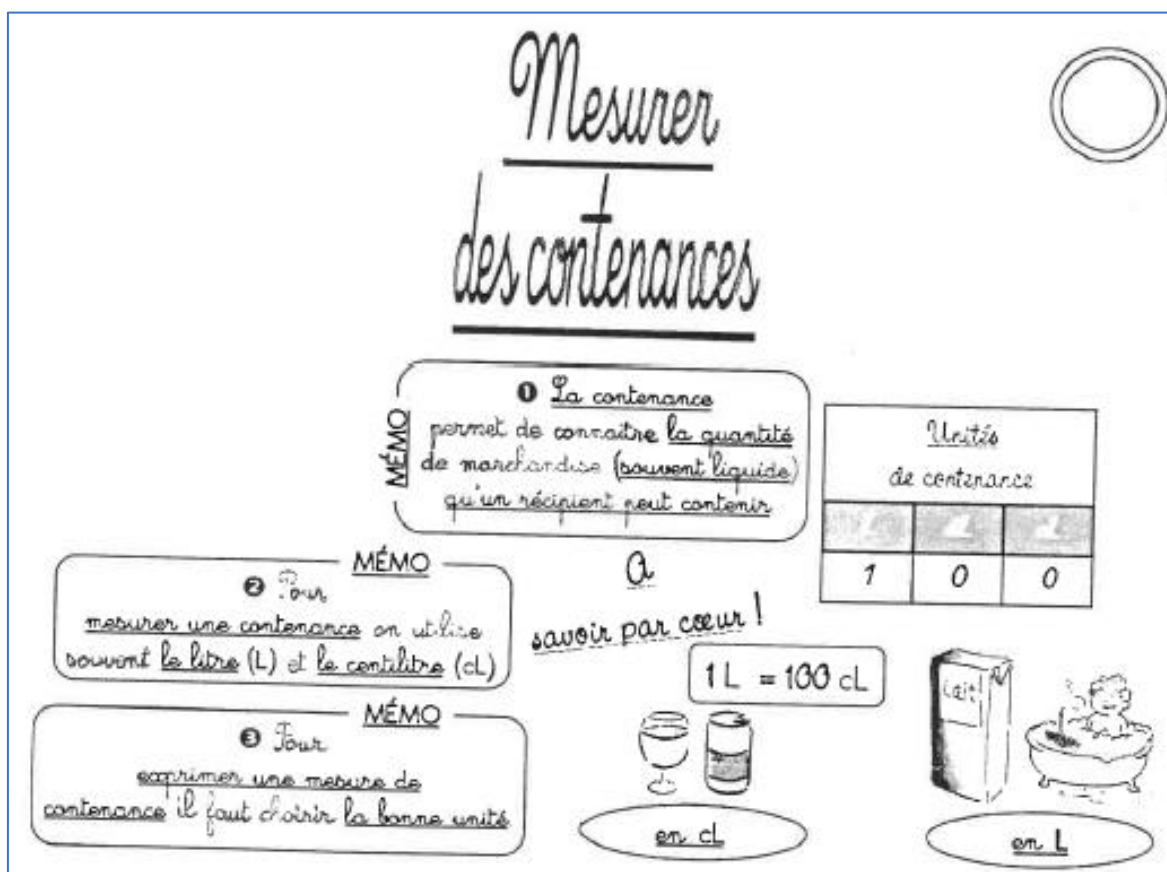


Figure 47 : Trace écrite que les élèves devaient lire en amont de la séance.

<sup>14</sup> Le vocabulaire cité entre guillemet est celui utilisé à l'écrit ou à l'oral par la PES Ma.

La séance de la PES est centrée sur la résolution d'une situation de recherche : « Marianne prépare un cocktail pour son goûter d'anniversaire. Elle a besoin de : 1L d'eau, 50cL de jus de fruits et 25 cL d'un mélange eau et sirop de grenadine. Quelle quantité de cocktail en cL Marianne a-t-elle préparée ? Marianne prévoit un pichet de 2L pour y verser le cocktail préparé. Est-ce suffisant ? ». Elle prévoit de distribuer l'énoncé du problème sur une feuille A3 qui permettra la résolution et la mise en commun du problème. Elle prévoit également de s'assurer de la compréhension par tous les élèves de l'énoncé du problème. La deuxième question est prévue au verso de la feuille pour les élèves les plus rapides.

Objectifs de formation	Connaissances visées en formation (Voir Tableau 11, partie 4)	Connaissances présentes dans la fiche de préparation de la PES Ma, <i>problèmes relevés</i>
S'approprier la démarche de construction des grandeurs et mesures.	<p><b>Connaissances didactiques</b> relatives à l'enseignement de la grandeur contenance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Démarche : proposer des activités de comparaison de la grandeur avant d'aller vers la mesure.</li> <li>- Proposer une place importante à la manipulation.</li> <li>- Utiliser des situations de recherche.</li> </ul> <p><b>Connaissances mathématiques</b> sur les notions de grandeurs et de mesures : Définir les différents concepts dont celui de contenance. Effet de la forme sur la représentation que l'on a de la contenance, précision du vocabulaire : différencier rangement et classement.</p>	<p><i>La démarche de construction des grandeurs n'est pas mise en œuvre pour la construction de la contenance.</i></p> <p>La place de la manipulation et l'utilisation de situations de recherche sont présentes.</p>
Identifier les incontournables de la démarche pour comparer des contenances.	<p><b>Connaissances mathématiques et didactiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La forme d'un récipient ne dit rien de sa contenance.</li> <li>- Pour pouvoir comparer la contenance des récipients en fonction de leur hauteur, il faut que les autres dimensions de ces récipients soient identiques, sinon on ne peut pas conclure.</li> <li>- Pour comparer des contenances, il est possible de comparer par estimation visuelle, de comparer par transvasement et d'utiliser un ou des récipients intermédiaires identiques.</li> </ul>	<i>La situation de recherche prévue ne permet pas de mettre en œuvre ces connaissances.</i>
Identifier les incontournables pour institutionnaliser le savoir en jeu.	<p><b>Connaissances didactiques et pédagogiques :</b> « je dois avoir anticipé le savoir à construire par les élèves. Je l'adapte en partant du déroulé réel de la séance. Lors de la mise en commun, je fais émerger les procédures des élèves, je les hiérarchise, je construis mon texte de savoir en les prenant en compte. Le contenu du texte de savoir est une généralisation partiellement décontextualisée ».</p>	Le temps de mise en commun est anticipé. Le texte de savoir est anticipé. C'est une généralisation partiellement décontextualisée.
Construire une séance témoignant de la compréhension et de l'appropriation des savoirs construits précédemment.	<p><b>Connaissances didactiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Anticiper les procédures des élèves et les difficultés éventuelles ?</li> <li>- Identifier les effets des valeurs des variables sur les procédures utilisées.</li> </ul> <p><b>Connaissances pédagogiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Anticiper les différentes phases d'apprentissage et les modalités pour construire une séance d'enseignement/apprentissage.</li> </ul>	Les différentes phases présentes dans cette séance sont conformes à celles proposées en formation. <i>Les procédures des élèves ne sont pas anticipées.</i>

Tableau 26 : Connaissances identifiées dans la fiche de préparation de Ma

Pour la recherche, la PES prévoit de proposer aux élèves de faire un schéma, des calculs ou d'utiliser des objets pour manipuler. Chaque groupe doit avoir à sa disposition une bouteille de 50cL de jus de fruits, une bouteille de 25cL d'eau à la grenadine et une bouteille de 1L d'eau. Un verre mesureur d'un litre est également mis à disposition ainsi qu'un entonnoir et une bouteille de 2L. La PES donne donc une place à la manipulation dans sa préparation pour résoudre la situation de recherche proposée.

Concernant le processus d'institutionnalisation, la PES anticipe le temps de mise en commun. La consigne anticipée par la PES Ma montre qu'elle connaît l'importance de partir des découvertes des élèves pour construire le savoir et que c'est ce qu'elle prévoit de faire : « Nous allons donc corriger ensemble le problème. C'est vous qui devez apporter la solution, votre méthode avec vos explications » (Annexe 19).

Une phase de synthèse est présente sur la fiche de préparation. La PES a anticipé le savoir qu'elle souhaite construire. Ce savoir est partiellement décontextualisé : « Souvent, pour résoudre des problèmes sur les contenances, il faut effectuer des transformations d'unités car pour effectuer des additions de mesures, il faut qu'elles soient exprimées dans la même unité ». Il ne reflète qu'une partie des programmes car les écritures « mixtes » sont acceptées dans les programmes. On peut écrire  $1L+75cL$ . De plus, il est précisé dans la préparation que des photos seront prises pendant la séance pour construire avec les élèves une affiche synthèse. Cet aspect qui correspond à une connaissance travaillée en formation pour garder trace, dans le texte de savoir, de la manipulation vécue présente ici peu d'intérêt au regard du problème proposé. Cette connaissance proposée en formation n'a pas été questionnée par la PES. Intégrer l'énoncé illustré de la situation pouvait permettre de garder trace de la situation. Prendre des photos peut permettre de garder trace des manipulations qui donnent à voir les techniques mises en œuvre.

### *Mise en œuvre de la séance de Ma : Synopsis*

Afin de pouvoir analyser la mise en œuvre de la séance, nous avons réalisé, comme pour Mg, deux synopsis de la séance filmée de Ma. Le premier retrace les différentes phases détaillées de la séance (Annexe 23) et le second, ci-dessous (Tableau 27) permet de mettre en évidence les praxéologies observées pendant la séance ainsi que les événements clés retenus lors du visionnage pour répondre à notre question de recherche QR3.2. Nos choix pour construire notre second synopsis sont précisés dans la partie 5.2.1.

Tableau 27 : Synopsis de la séance de Ma

Timing	Durée	Episodes de la séance		Praxéologies observées dans la séance de Ma	Remarques
0'	3'03	« Enrôlement, Présentation de la situation problème »	Lancement de la séance		La séance commence réellement au bout de 3'03.
3'03	7'23		Présentation de la situation problème	<p>Présentation de la recherche où les élèves vont réaliser le type de tâches T5 <i>résoudre des problèmes impliquant des contenances</i>. Deux sous-types de tâches sont en jeu dans ce problème :</p> <p>T<sub>52</sub> : <i>Résoudre des problèmes de mesurage en utilisant les quatre opérations</i> qui mobilise le type de tâches T2 <i>mesurer des contenances</i></p> <p>T<sub>53</sub> : <i>Résoudre des problèmes nécessitant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre</i> qui mobilise le type de tâches T4 <i>convertir des unités de mesures de contenances</i>.</p>	<p>La PES met du matériel à disposition des élèves pour qu'ils puissent manipuler s'ils le souhaitent : une bouteille d'un litre d'eau, une bouteille de 50cL de jus de fruit et une bouteille de 25cL de grenadine à l'eau. Il y a également un entonnoir et dans certains paniers des verres mesureurs.</p> <p>La PES fait remarquer aux élèves qu'il y a quelque chose d'important dans la question de l'énoncé. Un élève répond « en cL ». C'est la réponse qu'attendait la PES. En effet, sans cette précision d'autres procédures qui n'utilisent pas les conversions peuvent être utilisées. On peut dire qu'il y a 1L+75cL de</p>



					cocktail. Comme $75\text{cL} < 1\text{L}$ car $1\text{L} = 100\text{cL}$ le pichet de 2L suffit. On peut ainsi conclure. C'est bien la remarque qui impose la conversion (donner la quantité en cL).
10'26	4'50	« Recherche »	Lancement du temps de recherche		La PES annonce le lancement du travail de groupe mais elle continue à donner collectivement des consignes aux élèves pour les aider à rentrer dans l'activité. 4'50 s'écoulent entre le moment où la PES lance le temps de recherche et le moment où les élèves se mettent réellement au travail.
15'16	10'		Recherche effective	Voici les techniques utilisées par les élèves qui leur permettent de trouver la solution : $\tau_{cr}$ : Convertir en s'appuyant sur une connaissance des relations entre les différentes unités de mesure. $\tau_{mc}$ : Mesurer en utilisant le calcul $\tau_{mo}$ : Mesurer à l'aide d'un outil	Les groupes qui résolvent le problème le font par le calcul. Les élèves se sentent ensuite obligés de manipuler car du matériel leur a été donné.

25'16	4'15	« Mise en commun »	Lancement de la mise en commun		La PES récupère les feuilles et les affiche au tableau.
29'31	8'54		Mise en commun effective	<p>Pour résoudre le problème, les élèves mobilisent différentes techniques :</p> <p><math>\tau_{er}</math> : Convertir en s'appuyant sur une connaissance des relations entre les différentes unités de mesure.</p> <p><math>\tau_{mc}</math> : Mesurer en utilisant le calcul</p> <p><math>\tau_{mo}</math> : Mesurer à l'aide d'un outil</p>	La PES invite les différents groupes à verbaliser leur manière de résoudre le problème puis elle oriente son questionnement pour amener les élèves à dire ce qu'elle attend : pour additionner différentes mesures, celles-ci doivent être dans la même unité.
37'55	1'39	« Institutionnalisation »	Synthèse	La PES synthétise ce qu'elle souhaite que les élèves retiennent : pour <i>résoudre des problèmes de contenances</i> (T5) il faut convertir les différentes mesures dans une même unité pour pouvoir les additionner ( $\tau_{mc}$ ). Elle explicite la technologie qui justifie la technique $\tau_{mc}$ .	La réalisation de l'affiche a été différée à l'après-midi.
39'34			Fin de la séance		

### 5.3.2 Analyse de la conception et de la mise en œuvre de la séance de Ma

Les différentes données concernant la conception et la mise en œuvre de la séance de Ma étant présentées, nous nous proposons maintenant de les analyser au regard des cinq composantes des pratiques de Robert et Rogalski (2002) comme nous l'avons fait pour la PES Mg.

#### *Les choix opérés par la PES Ma pour concevoir et mettre en œuvre sa séance pour travailler la grandeur contenance*

La séance présentée ne travaille pas le type de tâches T1 *comparer des contenances*, celui qui était mis au travail dans le jeu de rôles. La PES explique ce choix par son contexte de travail à mi-temps : c'est son collègue qui travaille le domaine des grandeurs et mesures avec les élèves. Elle a la charge de la résolution de problèmes, le type de tâches T5. Elle a donc fait le choix de répondre positivement à la demande d'observation de la chercheuse qui est aussi sa formatrice en proposant un problème impliquant des contenances. La composante sociale pèse sur la composante cognitive. La PES ne s'autorise pas à travailler un attendu qui ne se trouve pas dans les domaines mathématiques qui lui ont été attribués même si son collègue lui dit ne pas avoir travaillé ce point. En effet après vérification auprès de son collègue qui est un enseignant novice (deux ans d'ancienneté), il s'avère qu'aucune manipulation n'a été proposée aux élèves pour construire la grandeur contenance. La première et seule séance travaillée par les élèves traitait directement du type de tâches T2 *mesurer des contenances* dont la trace écrite est celle que les élèves ont eu à relire avant la séance observée (Figure 47).

TdeP 14 Ma	Moi, j'ai travaillé ce cas-là car d'une part j'ai trouvé que c'était intéressant pour travailler aussi sur la résolution de problèmes que je travaille moi spécifiquement avec eux donc je me suis dit ça va me permettre de combiner les deux à la fois poursuivre mon travail sur la résolution de problèmes et mettre à profit ce qu'ils ont appris en terme d'équivalence pour qu'ils puissent comprendre dans une situation réelle à quoi ça sert de pouvoir comprendre qu'un litre est égal 100 centilitres avec une situation concrète donc voilà je me suis dit que ça allait m'aider moi par rapport au chemin que j'ai mis en place avec eux plutôt qu'une situation de comparaison.
------------	--

La pression du temps et des programmes (composante institutionnelle) peut également justifier ce choix qui ressort également de l'extrait ci-dessus de la transcription de l'entretien avec Ma.

La séance proposée est constituée des différentes phases nécessaires à la construction d'un apprentissage mathématique. La PES les nomme : « Enrôlement et présentation de la situation problème, recherche, mise en commun et institutionnalisation ». Les phases anticipées sont bien celles qui sont mises en œuvre pendant la séance mais nous pouvons constater que la composante médiative influence le déroulé réel. En effet chaque phase prend beaucoup plus de temps que ce qui était anticipé sur la fiche de préparation. La mise au travail est difficile. Entre le moment où la PES souhaite commencer une nouvelle phase et le moment où les élèves se mettent réellement au travail, un temps long s'écoule. Ces différents temps de « lancement » sont repérés sur le synopsis (Tableau 27). Ils correspondent à environ douze minutes. Pour illustrer autrement cette difficulté, le temps consacré à la recherche annoncé aux élèves est de 10 minutes. Un timer est mis en route. Entre la fin de la mise en projet (Tableau 27, Timing 10'26) et le début de la mise en commun (Tableau 27, Timing 29'31), il s'écoule un peu plus de 19 minutes. La PES passe beaucoup de temps à rappeler à l'ordre les élèves. La composante médiative influence clairement l'avancée de la séance.

Pendant la phase introductive de la séance, la PES présente le problème comme un défi à relever. Elle lit la première partie de l'énoncé : « Marianne prépare un cocktail pour son goûter d'anniversaire. Elle a besoin de : 1L d'eau, 50cL de jus de fruits et 25 cL d'un mélange eau et sirop de grenadine. Quelle quantité de cocktail en cL Marianne a-t-elle préparée ? » Elle s'assure de la compréhension de l'énoncé par tous les élèves. Elle pose une question qui peut orienter les procédures utilisées par les élèves : « Est-ce qu'il y a une précision importante dans l'énoncé ? ». La réponse donnée par un élève et validée par la PES est « cL » (Annexe 23, Timing 8'25). Elle montre ensuite le matériel qui sera mis à la disposition des élèves : une bouteille d'un litre d'eau, une autre de 50 cL de jus de fruit et une bouteille de 25 cL de grenadine à l'eau, des entonnoirs et des verres mesureurs de 50 cL ou 1L. Avant que les élèves se lancent dans le travail de recherche, la PES pose une dernière question : « qui peut me rappeler ce qu'on écrit comme réponse à un problème ? » (Annexe 23, Timing 10'35). Elle attend comme réponse un calcul ou un schéma avec une phrase réponse. Lors de cette phase introductive, deux conceptions s'opposent, celle de la résolution d'un problème grâce à un calcul en suivant des étapes structurées et celle donnant une place à la manipulation pour résoudre le problème puisqu'elle donne aussi du matériel aux élèves. Les composantes

personnelle et institutionnelle peuvent expliquer cette tension. La PES semble considérer que pour résoudre un problème, il faut mettre en œuvre un protocole basé sur le calcul ou des outils mathématiques. Cependant, elle a aussi appris en formation qu'une place centrale devait être donnée à la manipulation pour construire la grandeur. Elle a donc un discours qui invite plutôt les élèves à utiliser des outils mathématiques mais met tout de même à disposition du matériel pour permettre aux élèves de manipuler. Pendant l'entretien, les échanges permettent de mettre en évidence que le matériel mis à disposition ne permet pas de résoudre le problème. La PES justifie son choix en précisant que, pour elle, le matériel permet de donner du sens à la grandeur contenue.

TdeP 35 C	Mais est-ce que vous êtes toujours dans votre objectif d'apprentissage devoir mettre toutes les mesures dans la même unité ? Ou, est-ce que vous êtes sur autre chose quand vous proposez ça ?
TdeP 36 Ma	Je pense que je suis sur autre chose. Je me suis dit que ça allait les aider à mieux comprendre.
TdeP 37 C	C'était la question que je me posais : qu'est-ce qui vous a amenée à vouloir proposer absolument de la manipulation ? Est-ce que vous savez pourquoi vous avez proposé ça ?
TdeP 38 Ma	Moi je l'ai fait car je me suis dit que si je restais juste sur un énoncé d'un problème, ce n'est pas concret.
TdeP 39 C	D'accord.
TdeP 40 Ma	Ils ont besoin de voir les objets, le volume que ça représente physiquement. Est-ce que finalement 1L pour certains c'est concret ?
TdeP 41 C	Oui
TdeP 42 Ma	C'était important qu'ils voient que 1 L c'est beaucoup. Donc je ne vais pas pouvoir mettre un, ça ne va pas fonctionner.

Concernant les techniques mises en œuvre pendant le temps de recherche par les élèves, elles sont basées sur le calcul :  $\tau_{cr}$  : Convertir en s'appuyant sur une connaissance des relations entre les différentes unités de mesure et  $\tau_{mc}$  : Mesurer en utilisant le calcul. Les élèves se sentent ensuite obligés d'utiliser le matériel qui est mis à disposition. En utilisant le verre mesureur, ils mettent en œuvre la technique  $\tau_{mo}$  : Mesurer à l'aide d'un outil. Lors de la mise en commun, nous pouvons clairement nous rendre compte que la manipulation n'est pas mobilisée par les élèves pour résoudre le problème. Nous pouvons même dire qu'elle ne semble

pas constituer une aide. Les élèves utilisent leurs connaissances mathématiques pour expliciter une manipulation qui n'a pas pu aboutir car le matériel mis à disposition n'est pas adapté. Dans cette activité la place de la manipulation aurait dû être questionnée pour vérifier le résultat trouvé. En proposant par exemple un récipient de deux litres, les élèves pouvaient transvaser le contenu des différentes bouteilles dont il est question dans l'énoncé et ainsi voir que le récipient de deux litres n'est pas plein. Le résultat, 175 cL, est donc bien cohérent. La manipulation prend alors tout son sens.

<p>Synopsis, Timing 29'31</p>	<p>E : On a versé doucement pour voir combien il y avait de cocktail.  PES : Vous vous êtes aidés d'un outil ?  E : un verre mesureur  PES : Il y avait combien sur cet outil ?  E : 50 cL  PES : Vous avez rempli combien de verres avec la bouteille d'eau ?  E : on a pu en remplir que 1 car on avait qu'un verre.  PES : Vous auriez pu le vider et vous auriez rempli combien de verres ? 1 verre ça fait 50 cL.  E : on aurait rempli 2 verres.  PES : Pourquoi ?  E : parce que <math>1L = 100cL</math>. Un verre fait 50cL du coup c'est <math>50+50=100</math></p>
-----------------------------------	--

Les différentes données recueillies mettent également en évidence une difficulté mathématique. L'entretien permet de conforter ce constat effectué pendant l'observation de la séance. La PES utilise le terme de « transformation » à la place de « conversion ». A aucun moment elle ne parle de conversion. Le vocabulaire mathématique spécifique n'est pas maîtrisé.

<p>TdeP 14 Ma</p>	<p>Moi, j'ai travaillé ce cas-là car d'une part j'ai trouvé que c'était intéressant pour travailler aussi sur la résolution de problèmes que je travaille moi spécifiquement avec eux donc je me suis dit ça va me permettre de combiner les deux à la fois poursuivre mon travail sur la résolution de problèmes et mettre à profit ce qu'ils ont appris en terme d'équivalence pour qu'ils puissent comprendre dans une situation réelle à quoi ça sert de pouvoir comprendre qu'un litre est égal 100 centilitres avec une situation concrète donc voilà je me suis dit que ça allait m'aider moi par rapport au chemin que j'ai mis en place avec eux plutôt qu'une situation de comparaison. Alors en ayant en tête</p>
-------------------	--

	que ça risquait certainement d'être complexe car ça fait beaucoup d'éléments, de paramètres : travailler sur la résolution de problèmes, les unités de contenance, la <b>transformation</b> , parce que j'ai vu qu'en CE1 c'était déjà vraiment au bout du CE1 mais voilà je me suis dit on va essayer, peut être que par des moyens et finalement ils ont quand même réussi à résoudre le problème. [...]
TdeP 16 Ma	moi j'imaginai de réécrire la phrase sur un paper-board pour avoir une trace écrite et de remettre des photos des trois ingrédients et en écrivant dessous 1L, les données en fait et de noter la façon dont on a travaillé avec la <b>transformation</b> et la phrase « lorsque je dois résoudre un problème, je dois vérifier que tous les éléments sont exprimés dans la même unité de contenance ».
TdeP 52 Ma	Oui parce que ce que je n'ai pas par rapport à votre question, c'est qu'on s'est dit qu'il y avait deux notions, 1 je dois faire attention à ce que tout soit dans la même unité et 2 je suis obligé de faire un échange ou une <b>transformation</b> .

### *Les pratiques d'institutionnalisation de la PES Ma*

Pour analyser les pratiques d'institutionnalisation de Ma, nous analysons le temps de mise en commun et sa cohérence avec le reste de la séance. La mise en commun permet de faire émerger les procédures utilisées par les élèves pendant le temps de recherche pour résoudre le problème. Trois des quatre groupes prennent la parole. Deux mentionnent l'égalité déjà travaillée  $1L = 100cL$  soit en se référant au cahier de mathématiques, soit parce qu'ils l'ont mémorisée. Un des trois groupes fait référence à la manipulation qu'ils ont vécue mais les échanges montrent que la manipulation ne leur permet pas de conclure. Cette mise en commun nous permet également de nous rendre compte que les élèves explicitent les techniques qu'ils ont mobilisées en s'appuyant sur des technologies qui sont en fait des informations de l'énoncé du problème. Il est demandé « Combien de cL ». Les réponses partagées peuvent nous interroger sur la construction effective du savoir par les élèves lors de cette séance.

Extrait Synopsis Annexe 23 Timing 36'13	PES : « Moi, j'ai une question. Pourquoi vous avez été obligés de transformer le 1 ? Pourquoi vous n'avez pas mis 1L ? Pourquoi vous avez dû transformer le L en cL ? » E : « Parce que dans la question on demande combien de cL a-t-elle utilisé dans le cocktail ? »
--	--

	<p>PES : « Donc est-ce que ça veut dire que quand on met des choses ensemble, est-ce qu'il faut... Qu'est ce qui est important quand on veut additionner ? Est-ce qu'on peut mélanger ensemble des cL et des L ? »</p> <p>Silence</p> <p>PES : « Est-ce que j'avais le droit d'écrire <math>1+50+25</math> ? »</p> <p>Elèves ensemble : « si..., non... »</p> <p>PES : « Non, pourquoi ? »</p> <p>E : « car le calcul, il fallait le faire en cL ».</p>
--	---

La PES, qui a construit ce problème à partir de recherches sur internet, ne semble pas consciente de ce biais comme le montrent les extraits suivants de la transcription de l'entretien mené suite à la séance (Annexe 24).

TdeP 47 C	D'accord. Très bien. Par rapport au fait que l'objectif soit atteint ou pas ? Vous avez mis tout à l'heure quelques bémols mais vous diriez que l'exercice permettait d'atteindre votre objectif ?
TdeP 48 Ma	Oui, je pense que oui. J'ai un certain nombre d'élèves qui d'eux-mêmes ont exprimé, avec un peu d'étayage, exprimé le cœur de l'apprentissage, il faut que toutes les unités, ... il faut que ce soit la même unité pour faire les calculs. Pour moi, l'objectif est atteint car ils ont réussi à formuler par eux-mêmes après il n'est pas atteint pour tous. Mais la situation elle permettait bien de construire...

TdeP 56 Ma	c'est venu d'eux mais en fait j'ai bien insisté en amont quand on a présenté le problème sur le fait que dans la question pour répondre au problème, il fallait que ce soit en cL. On a bien insisté là-dessus pour qu'ils identifient bien ce qu'ils devaient faire. Je pense qu'ils avaient en tête il faut que ce soit des cL
TdeP 57 C	D'accord.
TdeP 58 Ma	Mais je ne pense pas les avoir influencés

Pendant le temps de synthèse, la PES oralise le texte de savoir qu'elle souhaitait construire avec les élèves. Elle ne prend pas totalement en compte le déroulé réel de la séance et le fait que les élèves ne justifient pas par des technologies valides la nécessité de convertir les données pour trouver le résultat. Ces composantes médiative et cognitive peuvent être justifiées par la composante institutionnelle : l'heure de la pause déjeuner est arrivée. Il faut terminer et sortir.



Une affiche sera réalisée (Figure 48) lors d'une séance suivante que nous n'avons pas pu observer. Le temps a également manqué pour construire cette trace écrite pendant la séance, comme c'était anticipé dans la fiche de préparation. Cette trace écrite fait référence à la situation vécue mais il n'y a pas de photo de la séance comme la PES l'avait anticipé dans sa préparation. La composante personnelle (mettre en œuvre ce qui est proposé en formation) est mise à mal face à la gestion du groupe. La composante médiative n'a pas permis à Ma d'être disponible pendant la séance pour prendre des photos. Elle a donc schématisé la situation ce qui permet une décontextualisation partielle. Sur cette affiche, la représentation des récipients questionne le niveau d'abstraction et l'exactitude mathématique. S'il nous semble possible de dire que les trois premiers récipients ont une contenance d'un litre, quelle est la contenance du dernier ? La construction de cette trace écrite montre la difficulté d'institutionnaliser des savoirs construits à l'occasion d'une manipulation.

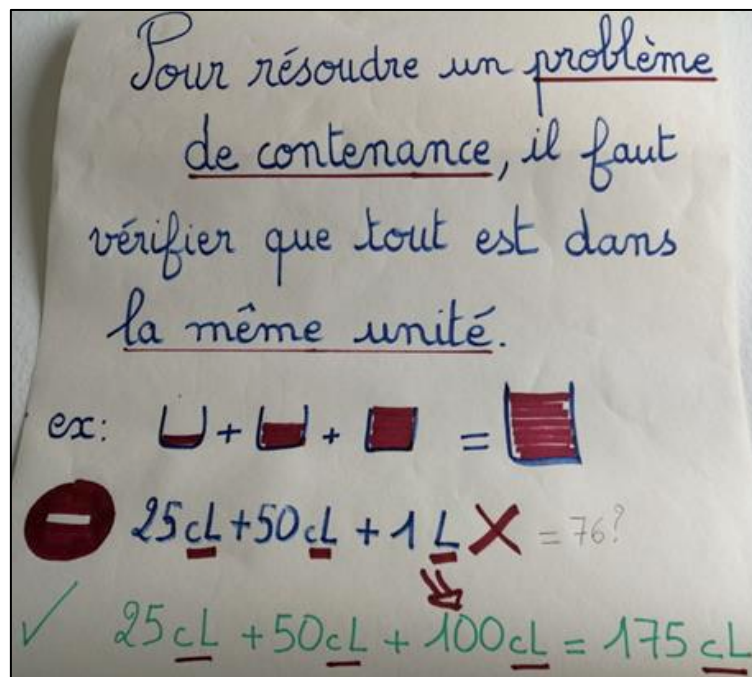


Figure 48 : Trace écrite réalisée à l'issue de la séance de Ma

Lors de l'entretien, la PES a verbalisé sa difficulté à vivre le processus d'institutionnalisation. Elle l'explique par la place que la manipulation a prise et qui n'était pas celle qu'elle avait anticipée. Quand les élèves manipulent, le risque est grand qu'ils restent dans le côté ludique sans faire le lien avec les apprentissages visés. Elle l'explique aussi par la difficulté des élèves à travailler en groupe. Le processus d'institutionnalisation vécu a été influencé par les composantes cognitive et médiative.

TdeP 23 C	Qu'est ce qui peut expliquer cela d'après vous ?
TdeP 24 Ma	Je pense que le fait d'avoir le matériel à disposition, je me suis dit ça va les aider à concrétiser les choses mais en fait certains étaient trop dans la manipulation et le côté du coup ludique et je pense qu'ils n'étaient pas attentifs pour répondre au problème. Les élèves plus fragiles étaient dans le côté manipulation et pas attentifs au travail de résolution. Pourtant j'avais fait des groupes hétérogènes pour avoir des élèves un peu plus à l'aise pour pouvoir guider et le fait de travailler en groupe pour certains ce n'est pas encore complètement acquis. Ils ne sont pas forcément dans la participation, ils ne sont pas acteurs plutôt observateurs. Voilà je pense qu'ils ne sont pas dans l'action. Le fait de ne pas être dans l'action, on n'est pas dans la recherche on s'approprie moins les choses.

L'analyse de la conception de la séance de Ma ainsi que l'extrait de l'entretien se trouvant ci-dessous montrent que Ma a construit différentes connaissances travaillées pendant la formation en lien avec le processus d'institutionnalisation : le texte de savoir écrit doit faire référence à la situation vécue, il doit être construit avec les élèves à partir de leurs recherches et de ce qui émerge de la mise en commun même s'il doit être anticipé pendant la conception de la séance. L'extrait montre également (TdeP 64) que la PES a des difficultés à s'adapter au déroulé réel de la séance malgré une volonté affirmée de le faire.

TdeP 61 C	On avait identifié une difficulté qui était d'institutionnaliser réellement ce que les élèves avaient construit et justement dans les traces écrites parfois la difficulté est qu'il y a plus de savoir que ce que les élèves ont découvert, Est-ce que ça c'est quelque chose qui fait frein ou pas ? Vous arrivez à institutionnaliser ce qui s'est vraiment passé dans la classe ?
TdeP 62 Ma	Pas toujours car je n'arrive pas toujours à faire le lien immédiatement Par contre sur des traces écrites que j'utilise, je simplifie, je repars de la base en l'adaptant à ce qu'ils ont vécu.
TdeP 63 C	Donc finalement vos traces écrites, elles sont anticipées et vous les retravaillez un peu par rapport à ce qui s'est réellement passé mais il y a encore du contenu non découvert.
TdeP 64 Ma	Oui mais très peu car j'ai tendance à avoir des traces écrites très synthétiques. Je fais des ajustements à partir d'une base.

## Pour résumer

L'analyse des pratiques de Ma nous montre qu'elle a développé des connaissances professionnelles en formation mais nous avons aussi pu montrer qu'un certain nombre de contraintes ne permettent pas leur mise en œuvre effective lors de la séance que nous avons observée.

Le contenu même de la proposition de séance faite par Ma montre le poids des composantes sociale et institutionnelle sur ses pratiques. En effet la répartition des contenus d'apprentissage faite en concertation avec son co-titulaire ne l'autorise pas à proposer à ses élèves la séance sur le type de tâche T1 *comparer des contenances* comme nous le lui avons demandé alors même que les élèves n'ont jamais travaillé ce point. Elle doit « poursuivre son travail » (entretien, TdeP14). Le temps et les programmes sont des contraintes très pesantes sur les pratiques de Ma.

La proposition ne permettant pas de travailler le type de tâches T1 *comparer des contenances*, nous avons peu d'informations concernant l'appropriation des connaissances mathématiques associées. D'un point de vue mathématique, nous avons tout de même pu mettre en avant que la PES ne maîtrise pas le vocabulaire en lien avec le type de tâche T4 *convertir des unités de mesure de contenance*. Elle parle de transformation au lieu de conversion. Nous avons également pu constater que Ma souhaite appliquer ce qu'elle a appris en formation (composante institutionnelle) en proposant aux élèves de manipuler pour résoudre le problème. La manipulation proposée ne permet pas aux élèves de résoudre le problème par contre elle aurait pu permettre de vérifier le résultat numérique trouvé en mettant à disposition du matériel adapté (composante cognitive).

Concernant le processus d'institutionnalisation, nous avons pu montrer que les connaissances permettant sa mise en œuvre sont présentes dans la fiche de préparation de Ma. C'est déjà ce qui apparaissait dans l'analyse du post-test, mais la mise en œuvre reste compliquée car elle est contrainte par la composante médiative. Comme pour Mg, le décalage entre ce qui a été prévu et ce qui est vécu est important.

## 5.4 Analyse des pratiques de la PES Ld

Nous terminons ces analyses des pratiques par celle de Ld. Ld est la PES qui a joué le rôle de l'enseignante dans le jeu de rôles vécu et analysé dans le cadre de la formation. Elle relève du profil C2 pour les réponses en lien avec les grandeurs et mesures. Dans ses réponses, Ld fait

uniquement référence à la nécessité de proposer aux élèves des situations où ils manipulent. Elle relève du profil I3 (connaissances construites : adapte le savoir à construire au déroulé réel de la séance, met en évidence l'implication nécessaire des élèves dans la construction du savoir) pour les réponses en lien avec le processus d'institutionnalisation. Les réponses apportées aux différentes questions semblent donner une part plus grande à la pratique qu'à la conception théorique. Ses profils étant rappelés, nous allons maintenant mener cette dernière analyse en suivant le même plan que pour les deux autres PES : présentation des données récoltées et analyse.

#### 5.4.1 Présentation des données et premiers éléments d'analyse

##### *Conception de la séance de Ld : description des connaissances mobilisées*

Les connaissances mobilisées dans la fiche de préparation de Ld, au regard de celles qui ont été travaillées en formation, sont répertoriées dans le Tableau 28. Nous décrivons ci-dessous plus en détail ces connaissances.

La séance anticipée est destinée à un groupe de 17 CP pour une durée estimée sur la fiche de préparation de 57 minutes. Les élèves sont répartis en 4 groupes. Cette proposition met au travail le type de tâches T1 *comparer des contenances* comme cela a été demandé par la chercheuse qui vient observer la séance. L'objectif d'apprentissage précisé sur la fiche de préparation est : « Comparer la contenance de 4 récipients proposés. Les ranger de la plus grande à la plus petite contenance »<sup>15</sup>. Pour cela, Ld propose aux élèves une situation de recherche où les élèves sont amenés à manipuler pour répondre.

Cette séance est constituée de 5 phases : « une mise en projet, recherche, mise en commun, institutionnalisation et une dernière phase intitulée bilan de séance ». Les quatre premières phases correspondent à celles qui ont été travaillées en formation. La dernière phase intitulée « bilan de séance » renvoie à la question « qu'avons-nous appris aujourd'hui ? ». Aucune réponse n'est proposée dans la fiche de préparation. Nous ne savons donc pas quel niveau de réponse est attendu de la PES, ni ce qu'elle attend dans la phase intitulée « institutionnalisation » par rapport à celle qu'elle appelle « bilan de la séance ».

---

<sup>15</sup> Comme pour l'analyse des deux autres PES, tout ce qui se trouve entre guillemets dans cette partie correspond aux propos oraux ou écrits de la PES Ld.

Objectifs de formation	Connaissances visées en formation (Voir Tableau 11, partie 4)	Connaissances présentes dans la fiche de préparation de la PES Ld, <i>problèmes relevés</i>
S'approprier la démarche de construction des grandeurs et mesures.	<p><b>Connaissances didactiques</b> relatives à l'enseignement de la grandeur contenance :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Démarche : proposer des activités de comparaison de la grandeur avant d'aller vers la mesure.</li> <li>- Proposer une place importante à la manipulation.</li> <li>- Utiliser des situations de recherche.</li> </ul> <p><b>Connaissances mathématiques</b> sur les notions de grandeurs et de mesures : Définir les différents concepts dont celui de contenance. Effet de la forme sur la représentation que l'on a de la contenance, précision du vocabulaire : différencier rangement et classement.</p>	<p>La démarche, la place de la manipulation et l'utilisation de situations de recherche sont présentes.</p> <p><i>Le vocabulaire utilisé est imprécis.</i></p>
Identifier les incontournables de la démarche pour comparer des contenances.	<p><b>Connaissances mathématiques et didactiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La forme d'un récipient ne dit rien de sa contenance.</li> <li>- Pour pouvoir comparer la contenance des récipients en fonction de leur hauteur, il faut que les autres dimensions de ces récipients soient identiques, sinon on ne peut pas conclure.</li> <li>- Pour comparer des contenances, il est possible de comparer par estimation visuelle, de comparer par transvasement et d'utiliser un ou des récipients intermédiaires identiques.</li> </ul>	<p>La connaissance en lien avec la forme du récipient n'est présente que dans l'anticipation du texte de savoir, phase 4 de la fiche de préparation.</p> <p>La comparaison de la contenance des récipients en fonction de la hauteur d'eau <i>est partiellement explicitée.</i></p> <p>Les différentes techniques de comparaison de contenances anticipées dans la fiche de préparation sont toutes celles qui ont été travaillées en formation.</p>
Identifier les incontournables pour institutionnaliser le savoir en jeu.	<p><b>Connaissances didactiques et pédagogiques :</b> « je dois avoir anticipé le savoir à construire par les élèves. Je l'adapte en partant du déroulé réel de la séance. Lors de la mise en commun, je fais émerger les procédures des élèves, je les hiérarchise, je construis mon texte de savoir en les prenant en compte. Le contenu du texte de savoir est une généralisation partiellement décontextualisée ».</p>	<p>Le texte de savoir est anticipé. C'est une généralisation partiellement décontextualisée.</p> <p>Le temps de mise en commun est anticipé.</p> <p><i>Le texte de savoir comporte des aspects qui n'ont pas été questionnés avant dans la fiche de préparation (la forme des récipients).</i></p>
Construire une séance témoignant de la compréhension et de l'appropriation des savoirs construits précédemment.	<p><b>Connaissances didactiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Anticiper les procédures des élèves et les difficultés éventuelles.</li> <li>- Identifier les effets des valeurs des variables sur les procédures utilisées.</li> </ul> <p><b>Connaissances pédagogiques :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Anticiper les différentes phases d'apprentissage et les modalités pour construire une séance d'enseignement/apprentissage.</li> </ul>	<p>Les phases d'apprentissage et les modalités sont quasiment similaires à celles qui ont été proposées en formation.</p> <p>Les effets des valeurs des variables sont partiellement explicités.</p> <p>Les procédures des élèves sont anticipées.</p>

Tableau 28 : Connaissances identifiées dans la fiche de préparation de Ld

Pendant la phase de mise en projet, la PES prévoit d'installer les tables en îlots, de distribuer le matériel et de donner la consigne : « Ordonner par ordre croissant la contenance des 4 récipients (seulement en regardant) ». En réponse à cette consigne, il est précisé dans la fiche de préparation que les élèves doivent proposer leur « classement ». Le terme mathématiquement correct est rangement. La technique utilisée pour répondre à cette question est  $\tau_{cv}$  : Comparer par estimation visuelle. Cette technique est présentée comme permettant de faire des hypothèses de rangement pendant la phase de « mise en projet » mais ne permettant pas forcément de conclure. Les conditions où cette technique fonctionne ne sont pas présentées (c'est-à-dire une grande différence de contenance).

Pour lancer la phase de recherche la PES Ld prévoit de demander aux élèves : « Comment vérifier, être sûr de votre classement ? ». Du matériel est mis à disposition pour essayer de trouver une technique de validation. La PES demande aux élèves de réfléchir à une façon de faire pour vérifier leur rangement. Ils appellent l'enseignante quand ils ont décidé du matériel dont ils ont besoin pour vérifier. La PES leur donne alors le matériel demandé puis ils peuvent manipuler. La PES a anticipé dans sa préparation différentes techniques :

$\tau_{cd}$  : Comparer directement par transvasement.

$\tau_{ci}$  : Comparer indirectement en utilisant un ou des objets intermédiaires.

Voilà ce que la PES note sur sa fiche de préparation :

<p>Extrait fiche de préparation Ld Annexe 20</p>	<p><u>Procédures possibles</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Transvaser,</li> <li>- Remplir chaque récipient d'eau puis transvaser chaque récipient dans une bouteille d'eau en marquant avec un trait le niveau. Puis vider la bouteille et remplir avec le contenant d'un autre récipient, marquer de nouveau sur la bouteille le niveau, puis comparer les hauteurs des traits.</li> <li>- Prendre 4 bouteilles vides et les remplir de la contenance de chaque récipient. Comparer ensuite le niveau d'eau des bouteilles.</li> <li>- Prendre une bouteille remplie d'eau, la vider dans les récipients. A chaque fois marquer le niveau de l'eau qu'il reste. Puis remplir de nouveau la bouteille et recommencer pour un autre récipient. Puis comparer les hauteurs des traits.</li> </ul>
--	--

Nous pouvons constater dans cet extrait que les techniques sont décrites mais non justifiées. Pour la troisième technique utilisant 4 bouteilles vides, il n'est pas précisé pourquoi on peut comparer les niveaux d'eau de ces quatre bouteilles vides (elles sont identiques donc la seule dimension qui varie est la hauteur d'eau). Ces différentes techniques sont celles qui ont été travaillées en formation.

Concernant le processus d'institutionnalisation, il est prévu pendant la mise en commun que chaque groupe nomme un rapporteur pour décrire la manipulation vécue. La PES anticipe donc de partir des recherches des élèves pour construire le savoir.

La PES précise dans sa fiche de préparation qu'elle prendra en photo « chaque méthode ». Nous supposons qu'elle souhaite garder trace des différentes techniques mises en œuvre par les élèves pendant le temps de recherche pour les intégrer dans sa trace écrite mais cela n'est pas précisé dans sa préparation.

La phase intitulée « institutionnalisation » comporte une consigne : « Comment comparer les contenances des récipients ? » et un ensemble de réponses qui pourront être choisies en fonction du déroulé effectif pour constituer le texte de savoir puisque Ld prévoit d'amener les élèves à découvrir les techniques de comparaison et non de les appliquer (comme le proposait Mg) :

<p>Extrait fiche de préparation Ld Annexe 20</p>	<p>Pour comparer des contenances, je peux... Je peux transvaser Je peux transvaser dans des récipients intermédiaires identiques Attention à la taille et à la forme des récipients : ils peuvent être trompeurs. Je peux le voir avec les yeux Je peux transvaser l'eau des récipients.</p>
--	--

Il n'est pas précisé sur la fiche de préparation la forme que prendra ce texte de savoir mais le contenu est anticipé. La formulation de ce contenu est assez floue. Que veut dire « je peux transvaser l'eau des récipients » ? et quelle est la différence avec « Je peux transvaser » ? Concernant le troisième point : « Attention à la taille et à la forme des récipients : ils peuvent être trompeurs », il renvoie aux conceptions erronées classiques des élèves concernant la « hauteur » et la « largeur » des récipients qui peuvent induire des réponses fausses. Nous pouvons aussi nous interroger sur la manière dont la technique « Je peux le voir avec mes yeux » peut devenir une technique valide alors que dans la séance la réponse obtenue par cette technique est remise en cause et vérifiée avec d'autres techniques.

Pour la dernière phase présente dans la fiche de préparation, « Bilan de la séance » aucun contenu n'est anticipé. On peut supposer que Ld souhaite que les élèves verbalisent ce qu'ils ont appris, c'est-à-dire probablement les techniques découvertes. On pourrait aussi peut être attendre les technologies associées.

### *Mise en œuvre de la séance de Ld : synopsis*

De la même manière que pour les deux autres PES, nous avons réalisé deux synopsis de la séance filmée de la PES Ld. Le synopsis reprenant les différentes phases détaillées de la séance se trouve en Annexe 25, l'autre, organisé pour répondre à notre question de recherche, se trouve ci-dessous (Tableau 29). Nous justifions le choix des données mis en avant dans notre second synopsis dans la partie 5.2.1.



Tableau 29 : Synopsis de la séance de Ld

Timing	Durée	Episodes de la séance		Praxéologies observées dans la séance de Ld	Remarques
0'	3'02	« Mise en projet »	Introduction de la séance	Présentation de la situation de recherche où les élèves vont réaliser le type de tâche : T1 <i>comparer des contenances</i> .	La PES donne uniquement trois récipients et non quatre comme indiqué dans la fiche de préparation.
3'02	2'08	« Recherche » puis « mise en commun »	Recherche 1	Technique que la PES demande aux élèves d'utiliser : $\tau_{cv}$ : Comparer par estimation visuelle.	
5'10	6'23		Mise en commun 1	Tous les groupes trouvent le même rangement B, D, A en prenant comme justification la hauteur du récipient alors que le rangement correct est B, A, D..	Une élève tente de dire que ce n'est pas le seul critère mais la PES ne rebondit pas sur cette remarque et passe à autre chose.
11'43	15'03		Recherche 2	La PES met du matériel à disposition des élèves pour vérifier leur hypothèse. Chaque groupe choisit le matériel qu'il souhaite.  Techniques utilisées par les élèves : $\tau_{cd}$ : Comparer directement par transvasement. $\tau_{cv}$ : Comparer par estimation visuelle.  Mesurer avec la règle la « profondeur des récipients ».	Les élèves doivent réfléchir à l'expérience qu'ils veulent faire puis ils demandent le matériel à la PES.
26'46	14'44		Mise en commun 2	La technique utilisant la mesure de la profondeur du récipient semble validée par la PES : « C'est bien vous avez mesuré la hauteur ».	La PES se rapproche d'un groupe. Les autres élèves se remettent progressivement à manipuler.

				<p>La PES donne la parole à un autre groupe qui a utilisé la technique <math>\tau_{cd}</math> : Comparer directement par transvasement. Les éléments technologiques associés sont énoncés : je vide le récipient R dans le R', si R' n'est pas plein, c'est qu'il a une contenance plus grande que R.</p> <p>Le troisième groupe propose la technique <math>\tau_{cv}</math> : Comparer par estimation visuelle. La PES dit qu'il n'est pas possible de conclure et les invite à chercher du matériel qui pourrait leur permettre de trouver une procédure valide.</p>	
41'30	4'48		Mise en commun 3	<p>Les élèves verbalisent de nouveau leur procédure. Une élève partage sa découverte : si on transvase le contenu des récipients A et B dans le D alors D est rempli complètement.</p>	
46'18	5'28	« Institutionnalisation »	Synthèse	<p>La PES invalide dans cette phase certaines techniques alors qu'elle les questionnait dans la phase de mise en commun sans dire qu'elles étaient invalides.</p> <p><math>\tau_{cv}</math> : Comparer par estimation visuelle.</p> <p>Mesurer avec la règle la profondeur des récipients.</p> <p>La technique qui permet de vérifier est</p> <p><math>\tau_{cd}</math> : Comparer directement par transvasement.</p>	<p>Elle verbalise le fait que « la hauteur et la forme ne suffisent pas » sans justifier pourquoi.</p>
52'06			Fin de la séance		

#### 5.4.2 Analyse de la conception et de la mise en œuvre de la séance de Ld

Pour mener à bien cette dernière analyse des pratiques de la PES Ld, nous gardons la même structuration autour des deux axes précédemment utilisés.

*Les choix opérés par la PES Ld pour concevoir et mettre en œuvre sa séance pour travailler la grandeur contenance.*

Comme pour la PES Mg, les différents éléments descriptifs que nous venons de présenter montrent des similitudes entre la proposition de Ld et celle de la situation de formation. L'attendu travaillé est celui proposé pour le jeu de rôles. Il correspond au type de tâches T1 *comparer des contenances*. La PES utilise également le matériel qui a servi pendant le jeu de rôles. Elle n'a gardé que les trois récipients A, B et D pendant la séance alors qu'elle avait anticipé dans sa préparation écrite de comparer, comme en formation, la contenance des 4 récipients (Figure 49). La PES ne nous a pas expliqué les raisons de cette modification.

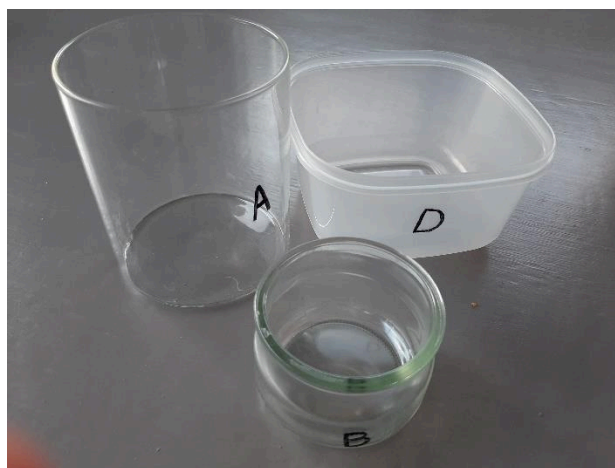


Figure 49 : Les trois récipients dont les élèves de Ld doivent comparer les contenances

Les élèves sont répartis en quatre sous-groupes. Elle demande aux élèves de donner un « classement » des contenances des trois récipients. Tout comme pour Mg, nous pouvons constater que ce vocabulaire mathématique n'est pas maîtrisé. Elle utilise indifféremment « classer » et « ranger ».

Extrait Synopsis Annexe 25 Timing 2'25	PES : « Vous allez vous mettre d'accord en équipe et vous aller les <b>classer</b> du récipient qui peut contenir la plus petite quantité d'eau au récipient qui peut contenir le plus d'eau. Vous vous mettez d'accord et vous les <b>rangez</b> du plus petit au plus grand ».
--	--

La manipulation a une place centrale dans la proposition de Ld. Elle est justifiée pour les élèves comme permettant de vérifier l'hypothèse qu'ils ont faite sur le rangement des 3 récipients selon leur contenance par estimation visuelle. La PES Ld ne propose pas de contextualisation particulière contrairement à ce que Mg a proposé (arrosage de la plante). Pendant le jeu de rôles, Ld qui était la PES-PE n'avait déjà pas contextualisé le problème de comparaison de contenances qu'elle avait proposé. Elle avait demandé aux PES-élèves de réfléchir à l'expérience avant de manipuler. C'est également ce qu'elle propose aux élèves pendant la séance observée. Ils doivent demander à l'enseignante le matériel dont ils ont besoin en essayant de justifier pourquoi. Elle souhaite amener les élèves à découvrir par eux-mêmes les techniques de comparaison en justifiant leur choix. Cette modalité, en plus de faciliter l'apprentissage, peut permettre à la PES de canaliser les comportements. Nous pouvons constater que cette conception des mathématiques de Ld est différente de celle de Mg.

Les différentes phases anticipées par la PES sont sensiblement celles qu'elle avait mises en œuvre dans le jeu de rôles : « mise en projet, recherche, mise en commun, institutionnalisation et une phase de bilan » où elle demande aux élèves ce qu'ils ont appris. Nous notons que cette dernière phase n'était pas présente dans son jeu de rôles. Pendant la séance, on retrouve globalement ces phases mais le comportement des élèves, un peu compliqué à gérer, l'amène à proposer des temps de mise en commun intermédiaires. Lors du premier temps de mise en commun, les élèves d'un groupe vont proposer la technique de transvasement ( $\tau_{cd}$ ) qu'ils ont utilisée pour vérifier l'hypothèse de rangement faite au début de la séance. Les deux autres groupes utilisent des techniques non valides ou qui ne permettent pas de conclure : un groupe mesure la hauteur des récipients avec une règle et l'autre, qui a rempli les récipients d'eau, reste sur une estimation visuelle ( $\tau_{cv}$ ) qui ne permet pas de conclure puisque les contenances des deux récipients A et D sont proches. Pendant que la PES demande au deuxième groupe d'expliquer sa technique (estimation visuelle,  $\tau_{cv}$ ), les autres groupes n'écoutent pas et se remettent à manipuler. La PES progressivement ne s'adresse plus qu'à un sous-groupe et laisse les autres manipuler librement. Au bout de quelques minutes, la PES commence une nouvelle mise en commun. Elle demande aux élèves de s'asseoir et d'arrêter de manipuler mais la régulation des comportements est difficile pour Ld. Un troisième temps de mise en commun amène un groupe à proposer une autre technique. Une des élèves de ce groupe explique que si on verse les contenus des récipients A et B dans le D alors D est complètement rempli. La PES n'est pas disponible, car accaparée par la gestion de groupe, pour prendre en compte cette technique partiellement explicitée par l'élève. On peut constater que la composante médiative

influence la composante cognitive. Le scénario cognitif est modifié. Plus on avance dans la séance, moins la PES semble avoir réellement la capacité de récolter les propos des élèves.

Concernant les différentes techniques mises au travail pendant la séance, seule la technique de transvasement est considérée comme valide. La technique qui se base sur l'estimation visuelle  $\tau_{ev}$ , n'est pas reconnue comme une technique valide par Ld comme le montre l'extrait de synopsis, Timing 48'11 ci-dessous. Elle ne précise pas les conditions qui peuvent la rendre valide, soit une grande différence de contenance, alors que pendant un de ses échanges avec un groupe d'élèves, ils disent que le récipient B est celui qui peut contenir le moins d'eau. En rebondissant sur cette remarque Ld aurait pu mettre en avant la technologie et donc valider avec les élèves cette technique (Annexe 25, Timing 37'40).

<p>Extrait Synopsis Annexe 25 Timing 48'11</p>	<p>PES : « la méthode où vous transvasez. Est-ce qu'à l'œil nu on peut dire qu'un récipient peut contenir plus ou moins d'eau ? »</p> <p>E : « non ».</p> <p>PES : « ... car on n'est pas sûr. La hauteur et la forme ne suffisent pas ».</p>
--	---

La conception de cette séance et la mise en œuvre de celle-ci laissent, comme nous avons pu le dire, très peu de place aux technologies quelle que soit la technique. La composante personnelle peut expliquer ce point. La maîtrise fragile, par la PES, des connaissances mathématiques ne lui permet pas de déployer ces éléments au service de l'apprentissage des élèves.

Par ailleurs, comme nous l'avons déjà précisé, les élèves utilisent une technique erronée pour comparer les contenances, celle de comparer les hauteurs des récipients en les mesurant avec leur règle. C'est une technique qui va rester omniprésente tout au long de la séance notamment pour un groupe. La PES accueille leur réponse car elle considère que pour déconstruire les représentations erronées des élèves il faut que ça vienne d'eux, il faut le « déclic » (0, transcription de l'entretien avec Ld, TdeP 2). La composante médiative est influencée par la représentation de l'enseignement qu'a la PES Ld (composante personnelle). Or cette technique qui consiste à mesurer la hauteur du récipient, donne le même rangement que l'erreur classique de comparaison se centrant uniquement sur la hauteur de manière visuelle. Pour l'invalider, il faut amener les élèves à utiliser le transvasement mais pour le moment les élèves essaient de donner une justification mathématique de leur rangement, le seul fait de « regarder » ne semblant pas assez mathématique. La PES ne leur permet pas de comprendre leur erreur et cela peut avoir tendance à renforcer leur conception. De plus ce

procédé n'amène pas la PES à hiérarchiser ni à valider les procédures des élèves, étape nécessaire à la construction des savoirs.

Extrait Synopsis Annexe 25 Timing 21'28	<p>La PES propose aux élèves du groupe 1 qui ont trouvé une procédure qui fonctionne d'essayer d'en trouver d'autres.</p> <p>Groupe 3 : les élèves mesurent, avec une règle, la hauteur de l'eau versée dans le seau (le contenu de la bouteille 1.5L).</p> <p>PES : « Qu'est-ce que tu peux dire avec cette expérience ? .... Car le but c'est de dire si ce récipient contient plus d'eau que celui-ci (en montrant les récipients A et D).</p> <p>J (E du groupe) : celui-ci contient 11 et celui-ci 3.</p> <p>PES : « 3 et 11 quoi ? »</p> <p>J : « 3 mètres »</p> <p>La PES va chercher la règle de tableau d'1 mètre. Une discussion sur m et cm s'ensuit.</p>
---	--

Extrait Synopsis Annexe 25 Timing 26'45	<p>PES : « Tout le monde à sa place, on va faire une mise en commun ».</p> <p>Le groupe 3 commence avec sa procédure utilisant la règle.</p> <p>PES : « C'est bien, vous avez mesuré la hauteur ».</p>
---	--

La PES ne va pas réussir à sortir de cette situation qu'elle identifie comme bloquée. Ses interventions n'aident pas les élèves à avancer mais elle n'arrive pas à identifier pourquoi. La composante personnelle influence les composantes cognitive et médiative. Ld pense que les élèves doivent découvrir les techniques par eux-mêmes, elle ne souhaite donc pas les guider ce qui fait que les élèves restent bloqués sur une technique erronée et que la séance n'avance pas.

TdeP 2 L	[...] Ils n'ont pas réussi à repartir et après, j'ai eu ce sentiment là quand j'ai fait ma séance sur les sciences. J'ai arrêté ma séance sur les sciences parce qu'ils avaient pas le déclic, ça ne fonctionnait pas ils n'arrivaient pas à conclure. On a repris la séance le lendemain et c'est reparti. Et là, c'est le sentiment que j'ai quoi...
----------	--

### *Les pratiques d'institutionnalisation de la PES Ld*

Concernant les pratiques d'institutionnalisation de Ld, nous pouvons constater que le contenu institutionnalisé à l'issue de la séance montre une connaissance qu'elle a développée :

le texte de savoir doit correspondre à ce qui a été découvert par les élèves pendant le temps de recherche et de mise en commun. La PES ne parle que de la technique de transvasement  $\tau_{cd}$  alors que dans les éléments possibles du texte de savoir qu'elle a anticipé, plusieurs autres techniques étaient présentes. Cette technique de transvasement  $\tau_{cd}$  correspond à la seule technique que les élèves ont découverte lors de la phase de recherche.

Dans son anticipation de texte de savoir, elle précisait également que la forme du récipient ne disait rien de sa contenance. Dans sa phase de synthèse, la PES demande aux élèves quelle technique permet de vérifier l'estimation de départ. Un élève répond « le transvasement » ce qu'elle valide. Elle rajoute, sans lien direct avec ce que vient de dire l'élève, que l'utilisation de la règle n'est pas une méthode fiable. Cela l'amène à conclure que « la hauteur et la forme ne suffisent pas » (Annexe 25, Timing 46'18). C'est la PES qui fait les liens avec les différents temps de la séance pour arriver au texte de savoir qu'elle a anticipé. C'est un point qui a évolué par rapport au jeu de rôles, car pendant celui-ci, Ld avait institutionnalisé ce dernier élément sans lien avec les propos des PES-Elèves. Ces différents constats montrent que la composante institutionnelle (la formation dispensée) influence la composante personnelle (développement de connaissances chez la PES) qui explique l'adaptation du scénario proposé au déroulement effectif. La PES essaie effectivement de faire des liens avec le déroulé réel de la séance, cependant les effets de ces liens sont à questionner. Dans le cas de récipients intermédiaires identiques, la hauteur d'eau permet de comparer les contenances des récipients initiaux. Le lien avec la forme des récipients reste très artificiel voire inexistant.

Dans sa fiche de préparation, la PES ne parle pas de la forme que prendra le texte de savoir construit avec les élèves. Elle termine sa séance en notant quelques informations au tableau mais ne dit pas aux élèves ce qu'elle va en faire. Dans les jours qui ont suivi, la PES nous a communiqué une photo de la trace écrite réalisée avec les élèves (Figure 50). Nous n'avons pas pu observer la construction de ce document en classe.

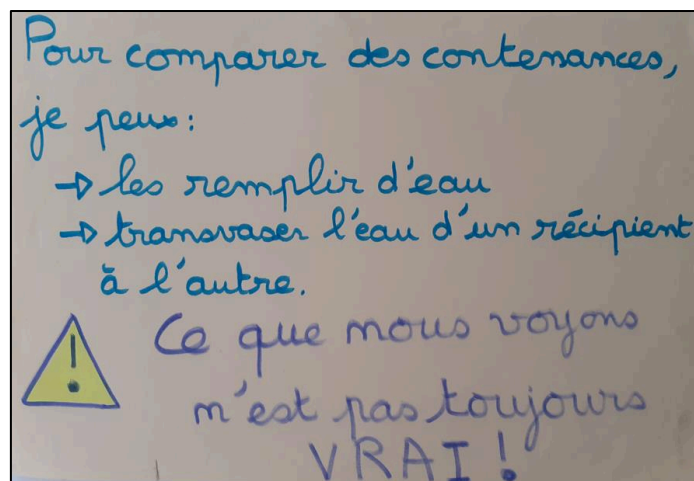


Figure 50 : Trace écrite réalisée à l'issue de la séance de Ld

Comme pour les deux autres PES, Ld n'a pas pu construire sa trace écrite pendant la séance ni prendre des photos comme elle l'avait prévu afin de les intégrer dans sa trace écrite. La composante médiative semble expliquer ces décalages entre le prévu et le réel. Ld a manifesté sa difficulté à enrôler les élèves dans l'activité. Le manque de temps ne lui a pas non plus permis de vivre la dernière phase prévue sur la fiche de séance, le « bilan de la séance » où les élèves devaient verbaliser ce qu'ils ont appris pendant la séance.

Pour terminer, nous pouvons constater que le contenu de ce texte de savoir contient des informations inexactes. En effet, elle écrit que pour comparer des contenances, il faut les remplir d'eau. Ce sont en fait les récipients que l'on remplit d'eau. La dernière partie « ce que nous voyons n'est pas toujours vrai » invite à de nombreuses interrogations. L'information n'est pas explicite pour une personne qui n'a pas été présente lors de la construction de l'affiche.

#### Pour résumer

Tout comme pour les deux autres PES, nous pouvons constater que la PES Ld a développé des connaissances travaillées en formation. La composante institutionnelle influence la composante personnelle. Cependant nous constatons aussi que des contraintes qui pèsent sur les pratiques de Ld ne lui permettent qu'une mise en œuvre partielle de ces connaissances dans ses pratiques.

Concernant la conception de la séance pour la construction de la grandeur contenance, nous avons pu constater que Ld mobilise les connaissances travaillées en formation : proposition d'une situation de manipulation pour construire le type de tâches *T1 comparer des contenances*. Ld anticipe les différentes techniques possibles pour effectuer ce type de



tâches. La composante cognitive est influencée par la composante personnelle. En effet, Ld souhaite que les techniques émergent des découvertes des élèves sans qu'ils soient guidés par le matériel, par exemple. Nous pouvons par contre constater que les connaissances mathématiques liées aux technologies mais aussi les connaissances mathématiques d'une manière plus générale ne semblent que très partiellement maîtrisées.

Concernant le processus d'institutionnalisation, les connaissances construites à l'issue de la formation sont présentes dans la conception de la séance de Ld. Nous pouvons de nouveau identifier l'impact de la composante institutionnelle sur la composante cognitive. Les connaissances proposées en formation sont acquises par la PES et influencent la construction de son scénario cognitif mais le déroulé réel de la séance montre des décalages avec ce qui était prévu. Les convictions de Ld qui l'amènent à laisser les élèves découvrir les techniques par eux-mêmes sans les guider, prennent beaucoup de temps. Comme les élèves de Mg, ceux de Ld sont accaparés par la manipulation et ils ont des difficultés à participer efficacement aux phases de mise en commun qui ne font pas sens. Une fois de plus la PES n'a pas pu aller jusqu'à la fin de sa séance par manque de temps. Les composantes personnelle et médiative influencent la composante cognitive. Le contenu du texte de savoir qui a été anticipé dans la fiche de préparation, est adapté aux découvertes effectives des élèves (composante institutionnelle) puisque seule la technique de transvasement se trouve sur la trace écrite qui est réalisée lors d'un temps différé.

## 5.5 Synthèse des trois études de cas

Tout au long de cette partie 5, la question QR3.2 : Quel impact cette situation de formation peut-elle avoir sur les pratiques d'institutionnalisation des PES qui l'ont suivie lors de la mise en œuvre en classe d'une séance sur les contenances ? a guidé nos analyses.

Nous avons essayé de répondre à cette question pour chacune des PES et nous nous proposons maintenant de présenter une synthèse comparative de ces trois études de cas afin de résumer les éléments de réponse à la question QR3.2.

Nous rappelons que les PES observées relèvent de profils différents. Mg relève des profils C3 et I4, Ma des profils C1B et I1 et enfin Ld des profils C2 et I3 (Cf Figure 42 et Figure 43 pour plus de détails).

Les connaissances professionnelles développées par les PES sont nombreuses et orientent très largement leurs choix de conception des séances. L'analyse des fiches de préparation des

trois PES en termes de connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques (Mangiante et al., 2016) nous a permis de constater que pour chacune des PES les connaissances construites à l'issue de la formation sont présentes dans leur préparation, à l'exception de certaines connaissances mathématiques. Les connaissances développées et utilisées pour la conception de la séance sont cohérentes avec les connaissances que nous retrouvons, ou non, dans les réponses recueillies grâce au post-test et qui nous ont permis de caractériser nos différents profils que ce soit au niveau des connaissances en lien avec les grandeurs et mesures ou pour le processus d'institutionnalisation.

En effet, les connaissances didactiques relatives au domaine des grandeurs et mesures sont présentes dans deux des trois séances des PES : proposer une situation de recherche qui donne une place à la manipulation pour construire le type de tâches T1 *comparer des contenances*. La PES Ma a proposé une séance qui travaillait le type de tâches T5 *résoudre des problèmes impliquant des contenances* mais nous avons pu montrer que les composantes sociale et institutionnelle expliquaient ce choix. En effet, le domaine des grandeurs et mesures ne fait pas partie des contenus d'apprentissage qu'elle doit travailler avec les élèves dans la répartition des contenus pensée avec son co-titulaire mais elle voulait tout de même répondre positivement à la demande de la chercheuse qui est aussi sa formatrice. Ses propos pendant l'entretien qui a suivi la séance et les résultats du post-test donné après la formation montrent qu'elle maîtrise ces connaissances. Nous pouvons constater que les trois PES proposent à leurs élèves de manipuler alors que le profil C3 de Mg n'y faisait pas référence et que Ma qui relève du profil C1B où la manipulation est questionnée propose une séance à ses élèves où la manipulation n'est pas à-propos.

Nous pouvons également pointer les connaissances pédagogiques construites à l'issue de la formation. Les trois étudiantes se sont bien approprié le déroulement d'une séance. Les séances proposées permettent « théoriquement » un processus de dévolution puis d'institutionnalisation. En effet toutes les séances anticipées dans les préparations sont constituées d'une phase de mise en projet où le tissage avec d'autres temps de travail sur ce contenu mathématique, quand il y en a eu, est précisé. Elles comportent également un temps de recherche où les élèves sont acteurs ; ainsi qu'une phase de mise en commun puis de synthèse du savoir où la PES reprend la main.

Concernant les connaissances mathématiques, les deux PES qui ont travaillé le type de tâches T1 *comparer des contenances* ont anticipé dans leur fiche de préparation les différentes techniques mobilisables pour effectuer ce type de tâches :

$\tau_{cv}$  : Comparer par estimation visuelle.

$\tau_{cd}$  : Comparer directement par transvasement.

$\tau_{ci}$  : Comparer indirectement en utilisant un ou des objets intermédiaires.

En ce qui concerne les technologies qui justifient ces techniques, nous avons pu montrer que pour les différentes PES, ce point était très peu présent dans les préparations et quasi inexistant dans la mise en œuvre de la séance. Ce point est problématique car, par exemple, pour la technique  $\tau_{cv}$  : Comparer par estimation visuelle, nous n'arrivons pas à savoir si les PES considèrent que c'est seulement un moyen de poser une hypothèse de rangement qui est ensuite démontrée par d'autres techniques « fiables » ou si c'est une technique qui permet de conclure dans certains cas, ceux où les contenances des récipients à comparer sont très différentes. Cette dernière technologie n'est pas précisée par les PES. De la même manière Mg par exemple n'a pas identifié les justifications pour lesquelles la graduation « fonctionne ». Le lien entre l'utilisation de plusieurs objets intermédiaires identiques et la mesure avec un unique récipient gradué n'est pas mis en avant.

Toujours en ce qui concerne les connaissances mathématiques, nous avons aussi pu montrer que les trois PES montraient des fragilités au niveau du vocabulaire mathématique : classer pour ranger, transformer pour convertir, des formulations inexactes. L'analyse de la formation (Partie 4) a mis en évidence que le vocabulaire mathématique est utilisé pendant la formation mais qu'il n'a pas été explicitement travaillé. En effet, le terme de rangement était utilisé par la formatrice mais sans préciser la différence avec classement par exemple.

Ces différentes analyses concernant les connaissances mathématiques nous permettent de constater que les réponses au post-test ne permettaient pas d'accéder à ces informations. Elles n'ont donc pas été intégrées aux caractéristiques qui ont permis de définir les profils.

En ce qui concerne les connaissances en lien avec le processus d'institutionnalisation, là aussi nous pouvons constater que les connaissances travaillées en formation sont présentes dans les fiches de préparation des PES. Toutes trois anticipent le savoir à construire. Lors de la mise en commun, elles prévoient de faire émerger les découvertes des élèves pour construire le savoir à partir des découvertes réelles des élèves pendant la phase de recherche. Ce processus d'institutionnalisation se rapproche de ce que Allard (2015) nomme le PCDR (Processus de Contextualisation, de Décontextualisation et de Recontextualisation). Elles prévoient de réaliser un texte de savoir écrit (c'est explicite pour deux des trois PES) partiellement décontextualisé

car elles imaginent prendre des photos pour garder trace des procédures utilisées par les élèves. La difficulté rencontrée pour donner à voir ce texte de savoir est directement liée à la nature du savoir à institutionnaliser. Il faut garder trace de techniques de comparaison de contenances construites dans le cadre de manipulations. Des photos adaptées de la situation de recherche sont difficiles à prendre car il faut réussir à donner à voir la technique sur une image fixe alors qu'elle se réalise dans l'action. L'analyse de la conception des séances des trois PES les place toutes les trois dans la profil II alors que seule Ma l'était au regard de l'analyse du post-test.

Nous avons ensuite pu mettre en évidence, dans nos trois analyses, qu'un certain nombre de contraintes que subissent les PES ou de marges de manœuvre qu'elles se donnent, liées aux différentes composantes des pratiques (Robert et Rogalski, 2002), ne permettent pas de mettre en œuvre toutes ces connaissances lors du déroulé réel de la séance. L'appartenance au profil II est remise en cause. Nous pouvons constater que même si les connaissances professionnelles développées lors de la formation sont présentes dans leurs fiches de préparation ou dans leurs propos rapportés lors de l'entretien, elles ne sont pas mises en œuvre dans leurs pratiques effectives face au groupe d'élèves du fait d'un certain nombre de contraintes.

Ces contraintes peuvent être liées aux composantes institutionnelle et médiative. La question du temps est une contrainte très forte. Aucune des trois PES n'a réussi à aller jusqu'au bout de sa séance. Aucune d'elles n'a pu réaliser la mise en forme écrite du texte de savoir. Il nous semble que la composante médiative explique cette composante institutionnelle et donc cognitive car le processus d'institutionnalisation n'est pas complètement abouti. Les PES mettent beaucoup d'énergie et de temps à mettre les élèves au travail, à les canaliser sur la tâche au détriment de la construction des apprentissages pour laquelle les PES ne sont pas complètement disponibles.

Comme nous l'avons déjà précisé, les trois PES témoignent de l'importance de faire évoluer le contenu anticipé du texte de savoir pour qu'il constitue une synthèse des découvertes faites par les élèves pendant le temps de recherche. En théorie, les PES anticipent une construction du texte de savoir qui peut se rapprocher du matome japonais (partie 1.3.2) mais des contraintes rendent difficile sa complète mise en œuvre. En effet, une fois de plus, les composantes institutionnelle (le manque de temps) et médiative (une gestion parfois compliquée du groupe) complexifient la mise en œuvre de cette connaissance pourtant maîtrisée par les formées. Ma, par exemple, propose le texte de savoir : « Pour faire le calcul, il faut que tous les ingrédients soient exprimés en cL. On retient ça, dans un problème de contenances, il faut que tous les éléments de mon calcul soient dans la même unité. Je ne peux pas mélanger des L et des cL »

(Annexe 23, Timing 37'55). Quelques tours de parole avant, un élève justifiait la nécessité d'avoir la même unité pour additionner deux mesures de contenance par le seul fait que l'énoncé le demandait. La justification du savoir n'est pas questionnée, ni par les élèves, ni par la PES. Pour Mg et Ld, nous avons pu identifier que les composantes médiative et personnelle ne leur permettent pas de mettre en œuvre le processus d'institutionnalisation comme cela a été proposé en formation. Pendant le déroulé de la séance, leurs connaissances fragiles en mathématiques et leur difficulté à gérer le groupe ne leur permettent pas de saisir tous les propos des élèves ni de prendre des photos comme elles l'avaient prévu pour construire leur trace écrite. Or, nous l'avons précédemment précisé, garder trace des savoirs construits lors d'une manipulation n'est pas facile. Les photos sont une solution, comme des dessins ou des descriptions. Des difficultés mathématiques sont rencontrées pour donner à voir ce savoir comme nous avons pu le montrer lors de l'analyse de la trace écrite de Ma (partie 5.3.2). Une autre difficulté, pour les PES, est d'identifier les savoirs construits lors de la manipulation. Ces savoirs restent implicites pour les élèves mais peut-être aussi pour les PES ce qui explique l'institutionnalisation des techniques mais pas des technologies justifiant la possibilité de comparer des contenances par transvasement.

Nous venons de montrer que les trois PES ont développé de nombreuses connaissances à l'issue de la formation mais également que des contraintes pèsent sur la mise en œuvre de ces connaissances lors du déroulé effectif de la séance avec les élèves. Celles-ci minimisent l'impact de la situation de formation sur leurs pratiques en lien avec l'enseignement de la grandeur contenance et la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation. Nous avons également pu montrer que les conclusions d'observation ne pouvaient pas toutes être anticipées en connaissant les profils, le contexte de classe modifiant les profils définis uniquement à partir des propos des PES.





## Partie 6 : Conclusion et perspectives

Cette dernière partie synthétise les résultats obtenus dans notre travail de recherche et propose quelques perspectives que nous envisageons dans la continuité de cette thèse.

Nous commençons en présentant les principaux résultats de notre travail afin d'apporter des éléments de réponses à nos questions de recherche présentées en partie 1.4 ainsi qu'un certain nombre de limites à ce travail que nous avons identifiées. Nous précisons ensuite les différentes contributions que notre travail apporte à la recherche mais aussi à la formation des enseignants. Nous terminons cette partie en présentant quelques perspectives pour nos travaux à venir.

### 6.1 Réponses à nos questions de recherche

QR1 : Quelles sont les différentes praxéologies présentes en cycle 2 dans le domaine des grandeurs et mesures, pour la grandeur contenance ? Comment sont-elles articulées entre elles ?

L'analyse menée dans la partie 2 met en avant différents aspects qui permettent de répondre à cette première question de recherche.

Une analyse mathématique et didactique du savoir en jeu nous a permis d'explicitier la place à donner à l'exploration expérimentale de la grandeur dans la scolarité avant d'aller vers la mesure. L'étude historique des textes officiels que nous avons effectuée montre un statut différent de la construction des grandeurs en fonction des périodes. Depuis 1980, les grandeurs sont objet d'étude en mathématiques et les activités de comparaison permettent de les conceptualiser en utilisant des situations concrètes. L'analyse des textes officiels en vigueur au moment de notre recherche (MEN, 2020a) permet d'identifier 6 praxéologies à enseigner pour la grandeur contenance au cycle 2. Nous rappelons les types de tâches concernés : T0 *Identifier la grandeur contenance*, T1 *Comparer des contenances*, T2 *Mesurer des contenances*, T3 *Estimer des mesures de contenance*, T4 *Convertir des unités de mesure de contenance* et T5 *Résoudre des problèmes impliquant des contenances*. Ces six praxéologies sont un premier niveau de réponse à notre question de recherche QR1 qui est présenté en détail dans la partie 2.2.2 de cette thèse.

Les différentes analyses menées et résumées ci-dessus nous ont permis de proposer un Modèle Praxéologique de Référence (MPR) qui structure les six praxéologies à enseigner que



nous venons de préciser (voir Figure 6). Ce MPR nous sert de référence ensuite pour caractériser les praxéologies apprêtées par les neuf manuels que nous avons analysés. Les praxéologies apprêtées par les manuels dont nous avons décrit la structure, pour chacun des manuels, en un Modèle Praxéologique Apprêté (MPA) ne mobilisent pas l'ensemble des types de tâches et techniques présents dans le MPR. Le type de tâches T1 *comparer des contenances* est très peu travaillé alors que les types de tâches en lien avec la mesure et la résolution de problèmes numériques sont prédominants, soient les types de tâches T2 *Mesurer des contenances*, T4 *Convertir des unités de mesure de contenance* et T5 *Résoudre des problèmes*. L'analyse des manuels nous a également permis de montrer que la majorité des manuels institutionnalise les types de tâches et non les techniques.

Les éléments de réponses à cette première question de recherche QR1 ont permis d'identifier un probable besoin de formation concernant le type de tâches T1 *comparer des contenances* mais aussi un probable besoin concernant le processus d'institutionnalisation que nous avons donc pris en compte dans la construction de notre situation de formation. En mettant au travail le type de tâches T1, nous n'avions pas conscience au début de ce travail de recherche de l'importance que la manipulation allait prendre dans la mise en œuvre du processus d'institutionnalisation. En effet, nous avons pu montrer que les PES ont des difficultés à identifier les technologies qui justifient les techniques de comparaison de contenances mises en œuvre par les élèves. Les PES n'institutionnalisent donc que les techniques.

QR2 : Quelles sont les pratiques ordinaires d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

Pour répondre à cette question de recherche, nous avons utilisé une méthodologie double basée sur l'analyse des réponses obtenues à un questionnaire proposé aux PES et sur deux études de cas pour lesquelles nous avons analysé les fiches de préparation et mené des entretiens.

L'analyse des réponses au questionnaire nous a permis de mettre en évidence que les PES utilisent des ressources variées pour concevoir leurs séances d'enseignement-apprentissage dans le domaine des « grandeurs et mesures » ainsi que pour anticiper le texte de savoir visé. Les manuels ont une place centrale parmi ces ressources. Ce résultat est à croiser avec l'analyse des neuf manuels que nous avons effectuée en partie 2.4.3 de cette thèse. Nous avons pu montrer qu'un des types de tâches du MPR est très peu présent dans les MPA des manuels et que les propositions faites dans les manuels pour aider les enseignants dans le processus

d'institutionnalisation sont très inégales. Ce résultat amène à se questionner sur le rôle de la formation pour amener les PES à développer un esprit critique face aux propositions des manuels et pour montrer l'importance de faire vivre aux élèves des tâches relevant du type de tâches T1 *comparer des contenances*.

Nous avons ensuite cherché à caractériser les pratiques d'institutionnalisation des PES à partir de deux études de cas. Nous avons pu montrer, d'après notre étude, que les PES ont des connaissances qui leur permettent de construire des séances qui théoriquement permettent aux élèves de construire le savoir ciblé dans le domaine des grandeurs et mesures. Les séances analysées mettent l'accent sur les types de tâches T2 *Mesurer des contenances* et T4 *Convertir des unités de mesure de contenance*. Quand le type de tâches T1 *comparer des contenances* est mis au travail, le texte de savoir n'y fait pas référence. Le texte de savoir anticipé puis construit avec les élèves, n'est pas toujours en cohérence avec le type de tâches mis au travail. Le contenu des textes de savoir est constitué de connaissances déclaratives en lien avec les types de tâches T2 *Mesurer des contenances* et T4 *Convertir des unités de mesure de contenance*. Les techniques qui permettent de résoudre les différents types de tâches en question, c'est-à-dire les connaissances procédurales, ne sont pas dans les textes de savoir.

Grâce aux cinq composantes des pratiques de la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002), nous avons pu expliquer les difficultés rencontrées par les PES pour mettre en œuvre le processus d'institutionnalisation avec leurs élèves. La composante personnelle contraint les pratiques des PES. Nous avons pu mettre en évidence des connaissances mathématiques fragiles qui impactent la composante cognitive. Les représentations des PES sur l'enseignement des grandeurs et mesures sont également un élément explicatif. En effet, les deux PES donnent une place centrale à la mesure. Nous avons également montré que la composante institutionnelle influence la composante cognitive. Les manuels sont des ressources jugées fiables par les PES qui ne considèrent pas nécessaire, ni peut-être possible, de les critiquer.

Après avoir caractérisé les pratiques d'institutionnalisation des PES et identifié un certain nombre de difficultés expliquant une mise en œuvre n'aboutissant pas toujours à la construction du savoir visé, nous nous sommes questionnée sur le rôle que la formation peut jouer pour faire évoluer ces pratiques. C'est l'objet de notre troisième question de recherche QR3.

QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ?

C'est en appui sur les résultats obtenus aux deux premières questions de recherche QR1 et QR2 que nous avons construit une situation de formation basée sur l'utilisation du jeu de rôles permettant d'essayer de répondre aux constats effectués précédemment. Pour répondre à notre troisième question de recherche QR3, nous avons défini deux sous-questions QR3.1 : Quelles sont les connaissances et les pratiques d'institutionnalisation, dans le domaine des grandeurs et mesures, qui émergent au cours d'une formation fondée sur la conception et la mise en œuvre simulée d'une séance sur la grandeur contenance ? et QR3.2 : Quel impact cette situation de formation peut-elle avoir sur les pratiques d'institutionnalisation des PES qui l'ont suivie lors de la mise en œuvre en classe d'une séance sur les contenances ? Les éléments de réponses à ces deux sous-questions s'appuient sur des analyses obtenues grâce à une double méthodologie.

Nous avons montré, dans notre quatrième partie, par la mise en œuvre d'une méthodologie basée sur une Ingénierie Didactique de Formation que la situation de formation construite en s'appuyant sur les résultats aux questions de recherche QR1 et QR2 a permis aux PE, qui ont suivi cette formation de développer les connaissances didactiques et pédagogiques qui avaient été anticipées dans l'analyse a priori de la SF. Nous avons par contre pu montrer que les connaissances mathématiques visées n'ont pas pu être atteintes car elles n'ont pas été assez explicitées par la formatrice. Ce résultat montre l'importance de prendre en compte les connaissances mathématiques de ces PES qui ne sont pas forcément des spécialistes des mathématiques du fait d'une formation initiale basée sur la polyvalence. Les connaissances mathématiques vues en master 1 doivent être retravaillées dans le cadre des situations de formation didactiques et pédagogiques proposées aux PES. Elles ne peuvent pas être considérées comme acquises et un travail spécifique doit être mis en œuvre.

L'analyse de la SF nous a également permis de montrer que des connaissances, en lien avec le langage, non anticipées dans notre analyse a priori étaient mobilisées par la PES-PE qui a mené le jeu de rôles. Elle pratique la reformulation avec les PES-élèves ce qui est une connaissance professionnelle au service du processus d'institutionnalisation que nous avons pu observer car cette PES la maîtrisait mais ce n'est pas forcément le cas de tous les PES. En effet, cette prise en compte de la parole des apprenants est essentielle pour construire le savoir à partir des découvertes effectives des élèves. Cette connaissance que nous n'avions pas anticipée dans

notre analyse a priori est un élément à travailler en formation quand on veut questionner l'institutionnalisation en formation. En effet, partir de ce que font les élèves nécessite d'anticiper les procédures et leurs reformulations pour se rapprocher du savoir à institutionnaliser.

Pour répondre à la question de recherche QR3.1, nous avons complété notre méthodologie par l'analyse d'un pré-test et d'un post-test. Cette analyse nous a permis de caractériser très précisément l'évolution des connaissances de chacune des PES qui ont participé à la SF. Ces profils mettent en évidence des points d'attention à prendre en compte avant de mettre en œuvre la SF pour une plus grande efficacité. Ces profils nous ont également permis de sélectionner trois PES de profils différents. Nous sommes allés les observer en classe mener une séance sur les contenances avec leurs élèves. L'analyse de ces observations nous a permis, dans notre cinquième partie, de répondre à notre deuxième sous-question QR3.2 : Quel impact cette situation de formation peut-elle avoir sur les pratiques d'institutionnalisation des PES qui l'ont suivie lors de la mise en œuvre en classe d'une séance sur les contenances ?

L'analyse des pratiques effectives des trois PES menant une séance sur les contenances avec leurs élèves, après avoir suivi la formation, montre que de nombreuses connaissances travaillées en formation sont mises en œuvre dans les fiches de préparation des trois PES. Leur analyse en termes de connaissances mathématiques, didactiques et pédagogiques nous a permis de constater que, pour chacune des PES, les connaissances construites à l'issue de la formation sont présentes dans leur préparation, à l'exception de certaines connaissances mathématiques. Cela rejoint les constats effectués pour la question QR3.1 et montre donc bien l'importance de travailler plus explicitement les connaissances mathématiques en formation.

Les connaissances didactiques en lien avec le domaine des grandeurs et mesures ainsi que les connaissances pédagogiques nécessaires pour construire une séance d'enseignement-apprentissage mettant en œuvre un processus d'institutionnalisation qui part des élèves sont bien présentes dans les fiches de préparation des PES. Cependant nous avons pu constater que des contraintes peuvent rendre difficile la mise en œuvre de ces connaissances dans les pratiques. Nous avons pu montrer que la composante institutionnelle, si elle influence le scénario d'apprentissage par la mobilisation de connaissances travaillées en formation, peut également contraindre les pratiques par le manque de temps. Les composantes sociale et médiative sont également des éléments qui expliquent les choix des PES. L'affectation sur un poste à mi-temps amène les PES à ne pas toujours pouvoir effectuer les choix qu'elles souhaitent sur la mise en œuvre temporelle et notionnelle des savoirs à travailler avec les élèves.

Une gestion des élèves parfois encore fragile a un impact sur les temps de mise en commun et sur la reformulation des procédures des élèves pendant ces temps. Cela influence donc la composante cognitive.

La manipulation était une connaissance didactique qui était au centre de notre SF pour construire la praxéologie associée au type de tâches T1 *comparer des contenances*. Nous avons pu remarquer que c'est un élément qui a trouvé sa place dans toutes les préparations des PES même pour la PES qui a mis au travail le sous-type de tâches T<sub>53</sub> : *Résoudre des problèmes nécessitant des conversions simples d'une unité usuelle à une autre*. Nos analyses ont montré que les manipulations mises en œuvre par chacune des PES avaient des objectifs différents. En effet, Mg impose des manipulations aux élèves pour s'appropriier les différentes techniques qu'elle souhaite construire. Le matériel mis à disposition amène les élèves à découvrir la technique visée. Mg pense que pour retenir une technique, les élèves doivent avoir vécu la manipulation associée. Elle fait donc vivre toutes les manipulations à tous les élèves. Ma impose également la manipulation par le matériel mis à disposition. Selon elle, la manipulation doit permettre de résoudre le problème mais en fait cette manipulation ne peut servir qu'à valider la réponse car elle n'est pas nécessaire pour faire la conversion. Enfin Ld utilise la manipulation pour vérifier une hypothèse posée par les élèves. Ils doivent choisir le matériel qui va leur permettre de mettre en œuvre une technique qu'ils découvrent par eux-mêmes pour valider leur hypothèse. C'est une démarche intéressante mais Ld n'arrive pas à gérer les imprévus. Quand des élèves utilisent une technique qu'elle n'a pas anticipée, elle n'arrive pas à utiliser les réponses des élèves pour aller vers une technique fiable.

Nos analyses ont montré que pour les trois PES, faire manipuler les élèves entraîne des difficultés de gestion de groupe (composante médiative) et qu'elles rencontrent des difficultés à déterminer les notions mathématiques qu'il faut institutionnaliser (composante personnelle). Elles n'identifient pas les technologies sous-jacentes à chaque technique expérimentée. La construction de la trace écrite est également une vraie difficulté dans le processus d'institutionnalisation du fait de la nature même du savoir à construire, savoir qui émerge de la manipulation (composante personnelle et cognitive).

En effet, le type de tâches T1 *comparer des contenances*, mis au travail par deux des trois PES, amène à la mise en œuvre d'un processus d'institutionnalisation qui fait émerger un savoir construit grâce à une manipulation. Le processus d'institutionnalisation est d'autant plus complexe que les savoirs construits à l'occasion des manipulations semblent transparents pour les élèves qui restent centrés sur l'action liée à la manipulation et parfois même pour les PES.

Nous avons pu constater qu'elles ont eu des difficultés à garder trace du savoir construit lors de leur séance. Le savoir reste largement implicite dans les différentes traces écrites réalisées par les PES. Elles avaient prévu de prendre des photos mais la gestion, en temps réel, de la classe ne leur a pas permis de le faire. Elles ont donc construit une trace écrite qui ne rend compte que d'une partie des savoirs qui étaient à construire, les techniques. Les technologies ne sont pas explicitées. C'est un exercice difficile qui l'est d'autant plus par des connaissances mathématiques incomplètes de la part des PES.

Les différents éléments de réponses apportés à nos deux sous-questions de recherche QR3.1 et QR3.2, dont nous venons de présenter une synthèse, nous permettent de répondre à la question de recherche QR3 : Quelles sont les conséquences d'une formation sur les connaissances professionnelles et les pratiques d'institutionnalisation des PES dans le domaine des grandeurs et mesures ? Nous avons pu montrer que les PES mobilisent les connaissances professionnelles travaillées en formation mais que les conséquences sur les pratiques d'institutionnalisation varient du fait des composantes personnelle, sociale, institutionnelle et médiative.

## 6.2 Limites de la recherche

Les éléments de réponse à nos questions de recherche étant apportés, nous allons maintenant exposer certaines limites liées à nos choix méthodologiques ou au contexte de notre recherche.

La première limite que nous identifions est liée à notre double statut. En effet, dans cette étude nous sommes à la fois formatrice et chercheuse. Cette situation a été un vrai point d'attention pour nous afin de bien identifier ce qui relevait du travail de la formatrice de ce qui relevait de la méthodologie et de l'analyse de notre travail de thèse. Ce double statut a également pu constituer un biais dans notre travail. En effet, les PES ont pu avoir des réponses ou des comportements dictés par la relation d'autorité induite par la relation formatrice-formés. Nous avons imaginé au début de la recherche pouvoir demander à un collègue d'assurer la formation mais les contraintes liées aux charges de travail de chacun des formateurs dans l'institut et aux réticences à être observés et filmés ne l'ont pas permis.

Nous avons, par ailleurs, mené notre étude dans une période où le COVID amenait à de nombreuses contraintes. Pendant la première année de notre thèse, 2020-21, les écoles primaires accueilleraient les élèves en présence mais devaient restreindre au maximum les contacts. Aussi

les visites et les observations dans les classes n'étaient pas autorisées. Pour répondre à notre question de recherche QR2, nous n'avons donc pas pu observer les PES dans leur contexte de classe. Nous n'avons pu nous appuyer que sur les documents qu'ils nous ont partagés et les propos recueillis lors d'entretiens pour analyser les pratiques d'institutionnalisation des PES. Le COVID a également influencé notre travail de recherche en janvier 2022, lors de la mise en œuvre de notre situation de formation. En effet, cette période a été marquée par une forte reprise des contaminations COVID. Cette reprise épidémique nous semble pouvoir être une des raisons qui justifie le nombre peu élevé de participantes à la formation.

D'autres limites résultent de l'échelle de notre recherche. Le nombre de PES observées pour répondre aux questions QR2 et QR3 reste peu important pour pouvoir considérer qu'elles sont vraiment représentatives de l'ensemble des PES. Nous avons en effet analysé les pratiques ordinaires d'institutionnalisation de deux PES dans le domaine des grandeurs et mesures et nous sommes allée observer trois PES qui avaient suivi la formation dans leur classe pour identifier les effets sur leurs pratiques d'institutionnalisation.

Nous rappelons également que les PES inscrites à la formation ont toutes été volontaires. Cela peut donc constituer également un biais car elles ne représentent, une fois de plus, pas obligatoirement l'ensemble des PES.

En dépit des limites évoquées, nous présentons dans la partie suivante les contributions que nous pensons que notre travail peut apporter d'une part à la recherche en didactique et d'autre part à la formation des enseignants.

## 6.3 Contribution à la recherche en didactique et à la formation des enseignants

### 6.3.1 Contribution à la recherche en didactique

Notre travail peut apporter certaines contributions théoriques et méthodologiques qui pourront être mobilisées au-delà de notre étude. Sur le plan théorique, nous avons articulé trois approches jouant des rôles complémentaires. Nous avons fait ce choix original car il nous semblait qu'il pouvait donner des résultats selon de nouvelles perspectives.

Le processus d'institutionnalisation qui se trouve au cœur du questionnement de notre travail est un concept largement questionné dans le cadre de la TSD. Allard (2015), dans ses travaux, précise que ce processus d'institutionnalisation dépend du savoir qui est à construire. Nous avons donc fait le choix de questionner un domaine particulier, celui des grandeurs et



mesures et plus précisément la grandeur contenance. Pour modéliser le savoir en question, nous avons utilisé la théorie anthropologique du didactique, en mobilisant plus particulièrement le concept de praxéologie et de la démarche de construction d'un MPR (Chevallard, 1998 ; Bosch et Gascon, 2005). Cette modélisation permet d'avoir une description précise des savoir-faire et savoirs en jeu, du point de vue de l'institution comme du point de vue épistémologique.

Une fois le savoir modélisé, nous avons cherché à comprendre comment les PES mettaient en œuvre ce processus d'institutionnalisation pour permettre à leurs élèves de s'approprier le savoir dans le système complexe des pratiques (Butlen et Masselot, 2019). Pour cela, Masselot (2000) précise qu'il est indispensable d'avoir accès à la logique des pratiques effectives de chaque professeur. Nous utilisons donc la méthodologie proposée par la double approche didactique et ergonomique (Robert et Rogalski, 2002) qui permet d'appréhender cette complexité des pratiques enseignantes en effectuant des analyses selon les 5 composantes des pratiques présentées dans la partie 1.2.3 de ce document.

La mobilisation conjointe de ces différents cadres nous a donc permis d'analyser les pratiques d'institutionnalisation des PES tout en questionnant très précisément les éléments de savoir construits dans ce cadre. La place de la TSD dans notre travail est spécifique, car elle dépend principalement de l'intérêt que nous portons au processus d'institutionnalisation. L'articulation entre la double approche et la TAD nous semble quant à elle transférable à de nombreux questionnements sur les pratiques enseignantes, associées à une analyse fine des savoirs en jeu.

Notre travail apporte aussi des contributions à l'étude de l'enseignement du thème des grandeurs et mesures. Nous avons construit un MPR qui pourra être réutilisé pour des recherches concernant ce thème, quelles que soient les questions posées. De même, les profils de formés obtenus à partir des connaissances construites en lien avec le domaine des grandeurs et mesures pourront être utilisés pour questionner la mise au travail d'autres grandeurs que la contenance. En effet, ces profils montrent que certains PES prennent en compte la nécessité de construire la grandeur dans une démarche globale en questionnant la grandeur avant d'aller vers la mesure alors que d'autres PES se focalisent sur la grandeur à construire sans prendre en compte la démarche globale. Ces catégories pourront servir à l'analyse de la mise au travail d'autres grandeurs. Si de nombreuses recherches en didactique ont considéré le thème des grandeurs et mesures, ce sont plutôt des grandeurs comme les aires (Perrin-Glorian, 1990, 1999 ; Ligozat, 2008 ; Daina, 2013) ou les volumes (Molvinger, 2013 ; Javoy, 2019) qui ont



retenu l'attention des chercheurs. La grandeur contenance au cycle 2 n'avait pas fait l'objet d'études spécifiques.

Ce thème nous a également permis d'aborder la question de l'institutionnalisation de savoirs construits à partir de manipulations. Nous avons pu montrer que cette modalité de construction du savoir est un élément qui influence le processus d'institutionnalisation. En effet construire et donner à voir les connaissances mathématiques qui découlent d'une manipulation est quelque chose de complexe. Les profils de formés obtenus à partir des connaissances construites en lien avec le processus d'institutionnalisation, dans ce cas particulier, seront utilisables dans différentes recherches questionnant le processus d'institutionnalisation même pour d'autres disciplines que les mathématiques. En effet, les catégories qui définissent les profils caractérisent le processus d'institutionnalisation en général. Il est donc possible de les utiliser dans différents contextes de formation, ce qui pourra permettre de voir si les profils obtenus varient en fonction du savoir construit. Cela donnera à voir les connaissances construites ou non.

### 6.3.2 Contribution à la formation

Notre travail de recherche nous a amenée à construire une situation de formation qui permet de travailler en formation initiale la question de l'institutionnalisation mais qui questionne également le contenu mathématique : la grandeur contenance. Cette SF, que nous avons analysée a priori mais aussi a posteriori avec des premières propositions de modifications, constitue une ressource possible pour la formation initiale. Elle utilise le jeu de rôles, modalité peu utilisée en France dans la formation initiale des enseignants alors qu'il a pourtant été prouvé que l'utilisation du jeu de rôles pour la formation à la didactique des mathématiques était un levier très intéressant (Lajoie, 2020).

Le MPR que nous avons construit, s'il est un résultat intéressant du point de vue de la recherche, est également un résultat qui peut être utilisé par des formateurs souhaitant construire un module de formation par exemple sur l'utilisation critique des manuels pour l'enseignement de la grandeur contenance. De la même manière, les résultats qui se dégagent de la construction des profils de formées à partir des connaissances construites en lien avec le processus d'institutionnalisation peuvent constituer des informations importantes pour un formateur qui souhaite mettre en œuvre une situation de formation questionnant le processus d'institutionnalisation. En effet, le profil I3 (Figure 43), majoritairement représenté, renvoie à des PES qui ne font pas référence à la nécessaire anticipation du savoir pendant le temps de

conception de la séance. C'est une connaissance essentielle que le formateur doit prendre en compte pour appréhender sa formation car cela traduit une réelle difficulté chez les PES pour identifier le savoir à construire.

#### 6.4 Perspectives

Nous avons pu montrer dans notre travail que même si la SF a permis aux PES de développer des connaissances professionnelles, un certain nombre d'éléments contraignent les pratiques de ces jeunes entrants dans le métier. Il pourrait être pertinent de nous interroger sur les effets que cette SF pourrait avoir sur les pratiques de ces enseignants dans 3 ou 5 ans. Est-ce que cela permettrait à ces enseignants qui semblent maîtriser les connaissances travaillées en formation de pouvoir les mettre en œuvre dans leurs pratiques en étant soumis à moins de contraintes ou à des contraintes différentes et lesquelles ? Ceci demanderait un suivi de ces enseignants sur une durée longue ce qui peut être compliqué. Une autre piste serait d'observer ces mêmes enseignants dès leur nomination à temps complet sur un poste. En effet, nous avons aussi montré que la composante sociale « travailler avec un co-titulaire » est une contrainte qui influence les pratiques d'institutionnalisation des PES. Enfin, nous pourrions aussi imaginer proposer cette situation de formation à des enseignants expérimentés, dans le cadre de la formation continue. Cela nous permettrait de voir si des contraintes, et lesquelles, pèsent sur les pratiques des enseignants expérimentés, diminuant les effets des connaissances développées à l'occasion de la formation.

Nous avons pu voir que les composantes sociale et médiative sont des aspects qui pèsent fortement sur les pratiques des PES. Le travail collaboratif entre les formateurs et les tuteurs qui accompagnent les PES sur le terrain nous semble un levier essentiel pour permettre à chacun d'eux d'avoir une connaissance complète et cohérente du contexte d'exercice du PES. C'est un élément essentiel à questionner afin d'ajuster au mieux les propositions de formation à la complexité des pratiques des PES. Nous pourrions questionner le rôle que peut jouer le tuteur dans la nécessaire adaptation des savoirs construits en institut à leur mise en œuvre dans la classe en prenant en compte les contraintes des pratiques.

Concernant l'utilisation du jeu de rôles, nous ne cherchions pas à identifier dans notre travail ce qui permet aux stagiaires, grâce à cette modalité, d'apprendre. Nous nous sommes appuyée sur des résultats québécois qui le montrent (Lajoie et Pallascio, 2001). A l'issue de ce travail et au regard des réactions des PES qui ont vécu cette proposition (pour plus de détails voir partie 4.6.4), nous pensons qu'il serait intéressant de mener cette analyse dans le contexte français afin d'approfondir la compréhension des conditions qui permettent à une formation proposant un jeu de rôles de construire des apprentissages professionnels.

Dans notre travail, le questionnement central concerne le processus d'institutionnalisation. Nous avons mis au travail, dans notre recherche, un contenu de savoir bien précis : la grandeur contenue puisque Allard (2015) a montré dans ses travaux que le savoir influençait le processus d'institutionnalisation. Cela nous a amenée à questionner l'exposition des savoirs dans le cadre de manipulations. C'est une direction originale et intéressante que nous souhaiterions approfondir dans de futures recherches concernant d'autres contenus mathématiques.





## Bibliographie

- Allard, C. (2015). *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. [Thèse de doctorat]. Université de Paris 7.
- Arditi, S. et Briand, J. (2014). Regards croisés de chercheurs, auteurs de manuels et formateurs. Utilisation effective de manuels scolaires par les professeurs des écoles. Pistes pour la formation. *Actes du 41<sup>ème</sup> colloque de la Copirelem*. 37-58.
- Arsac, G., Germain, G. et Mante, M. (1988). *Problème ouvert et situation-problème*. IREM de Lyon.
- Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche en didactique aujourd'hui. *Revue Internationale des Sciences de l'Éducation*, 8, 59-72.
- A.P.M.E.P. (1982). *Grandeur mesure (Mots VI)*. Brochure n° 46.
- Batteau, V. et Clivaz, S. (2016). Le dispositif de formation continue Lesson Study : travail autour d'une leçon de numération. *Grand N*, 98, 27-48.
- Batteau, V. et Miyakawa, T. (2020). Des spécificités de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire au Japon : une étude des pratiques d'un enseignant. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 25, 9-48.
- Bolon, J. (1996). *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège* [Thèse de doctorat]. Université de Paris Diderot.
- Bosch, M. et Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-123.
- Bosch, M. et Gascon, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. Dans A. Mercier & C. Margolinas (dir.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (p. 107-122). La pensée sauvage.

- Brousseau, G. (1980). Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en didactique des Mathématiques*, 1(1), 11-59.
- Brousseau, G. (1984). Le rôle du maître et l'institutionnalisation. *3<sup>ème</sup> école d'été de didactique des mathématiques*, 43-47. <http://guy-brousseau.com/2376/le-role-du-maitre-et-l-institutionnalisation-1984/>
- Brousseau, G. et Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. IREM de Bordeaux.
- Brousseau, G. (1988). Les différents rôles du maître. *Bulletin de l'AMQ*, 23, 14-24.
- Brousseau, G. (1997). La théorie des situations didactiques [présentation d'un conférencier invité]. Université de Montréal. <http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Brousseau, G. (2010). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Guy Brousseau, didactique des mathématiques. [http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire\\_V5.pdf](http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf)
- Bruillard, E. (2010). Le passage du papier au numérique : Le cas du manuel scolaire. Dans G. Gueudet et L. Trouche (dir.), *Ressources vives : le travail documentaire des professeurs de mathématiques* (p. 201-216). Presse universitaire de Rennes.
- Bueno-Ravel, L. et Le Poche, G. (2011). Situations de référence pour enseigner le numé au cycle 2. *Actes du 38<sup>ème</sup> colloque de la Copirelem*. <http://www.arpeme.fr/documents/1AEF722A562EB7AB4A67.pdf>
- Butlen, D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles* [Habilitation à Diriger des Recherches]. Université de Paris 8.
- Butlen, D., Charles-Pézarid, M. et Masselot, P. (2014). Enseigner les mathématiques en ZEP : un défi pour la formation initiale et continue des professeurs des écoles. Dans M. Meskel-Cresta (dir.), *Ecole et mutation : Processus, expériences, enjeux* (p. 265-277). De Boeck Supérieur.

- Butlen, D., Mangiante, C. et Masselot, P. (2017). Routines et gestes professionnels, un outil pour l'analyse des pratiques effectives et pour la formation des pratiques des professeurs des écoles en mathématiques. *Recherches en didactique. Les cahiers Théodile*, 24, 25-40.
- Butlen, D. et Masselot, P. (2019). Enjeux et modalités de formation pour les professeurs des écoles en didactique des mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 19, 91-106. <https://doi.org/10.1007/s42330-019-00048-8>
- Carpenter, T-P. et Lewis, R. (1976). The development of the concept of a standard unit of measure in young children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 7, 53-58.
- Chaachoua, H. (2012). La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas : la modélisation des connaissances des élèves. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 81-102. IREM de Paris 7. <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/AAR12001.pdf>
- Chaachoua, H. (2019). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. *Actes du séminaire de didactique des mathématiques*, 8-25. IREM de Paris. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02421410/document>
- Chambris, C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire : Evolution de l'enseignement au cours du 20<sup>ème</sup> siècle : connaissances des élèves actuels* [Thèse de doctorat]. Université de Paris 7.
- Charles-Pézarid, M., Butlen, D. et P. Masselot (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, approche anthropologique. *Actes de l'université d'été*, 91-120. IREM de Clermont-Ferrand. [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id\\_article=27](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27)
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.



- Chevallard, Y. (2002). Ecologie et régulation. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (dir.), *Actes de la XIème école d'été de didactique des mathématiques* (p. 3-22). La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2004). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire : transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. Dans J.-L. Hennequin (dir.), *Actes de la 3e Université d'été Animath* (p. 239-263). APMEP.
- Clauzard, P. (2016). *Ingénierie de formation et conception de formation* [notes de cours]. Département sciences de l'éducation, Université de la Réunion.  
<https://www.formations.philippeclauzard.com/methodo-ingenierie.pdf>
- Colmez, F. (1995). Place et rôle des grandeurs dans l'enseignement des mathématiques de l'Ecole Primaire au Lycée. *Actes des journées de la commission Inter-IREM premier cycle*.
- Coulange, L. (2012). *L'ordinaire dans l'enseignement des mathématiques. Les pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves* [Habilitation à Diriger des Recherches]. Université Paris Diderot.
- Coulange, L. et Robert, A. (2015). Les mathématiques dans les activités du professeur - Conséquences pour la formation. Dans L. Theis (dir.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage*, *Actes du colloque EMF-GT1* (p. 81-94).
- Couturat, L. (1905). Les principes mathématiques. *Revue de métaphysique et de morale*, chapitre 5. <http://gallica.bnf.fr/>
- Daina, A. (2013). *Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques. Cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois* [Thèse de doctorat]. Université de Genève.
- Deruaz, M. et Clivaz, S. (2018). *Des mathématiques pour enseigner à l'école primaire*. Presses polytechniques et universitaires romandes.
- Douady, R. et Perrin-Glorian, M.-J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 387-424.

- Emprin, F. (2007). *Formation initiale et continue pour l'enseignement des mathématiques avec les TICE : cadre d'analyse des formations et ingénierie didactique*. [Thèse de doctorat]. Université de Paris Diderot.
- Euclide. (1990-2001). *Les éléments*. Traduction et commentaires Bernard Vitrac, Vol. 1, Introduction générale, Livres I à IV, 1990, Vol.2, Livres V à IX, 1994, Vol. 3, Livre X, 1998, Vol. 4, Livres XI à XIII, 2001. PUF.
- ERMEL. (1997). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM1*. Hatier.
- Flückiger, A. et Brun, J. (2005). Conceptualisation et classes de problèmes dans le champ conceptuel de la mesure. *Recherches en didactique des mathématiques*, 25(3), 339-401.
- Frappier-Jego, C. (2016). *La transposition didactique interne : Des programmes à la classe dans le domaine « grandeurs et mesure »* [Mémoire de Master 1]. Université de Bretagne Occidentale.
- Frappier-Jego, C. (2017). *Le travail documentaire des professeurs des écoles du cycle 2 dans le domaine des « grandeurs et mesures » : influence des ressources proposées en formation* [Mémoire de Master 2]. Université de Bretagne Occidentale.
- Guille-biel Winder, C., Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E., Simard, A. et Tempier, F. (2019). *Construire une expertise pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Situation, ressources, analyses*. Tome 1. Les outils du formateur, Copirelem.
- Harlé, A. (1984). *L'arithmétique des manuels de l'enseignement élémentaire français au début du XXème siècle* [Thèse de doctorat]. Université de Paris 7.
- Houdement, C. et Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(3), 289-322.
- Javoy, S. (2019). La construction du concept physique de volume en cycle III : Quelles difficultés ? Quelles stratégies didactiques ? 6<sup>ème</sup> colloque Espace Mathématiques Francophone. hal-02198011, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02198011>.

- Jolivet, S. (2018). *Modèle de description didactique de ressources d'apprentissage en mathématiques, pour l'indexation et des services EIAH* [Thèse de doctorat]. Université de Grenoble.
- Kuzniak, A. (1994). *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les maîtres du premier degré* [Thèse de doctorat]. Université de Paris 7.
- Kuzniak, A. (2004). *La théorie des situations didactiques de Brousseau*. IREM de Strasbourg.
- Lajoie, C. et Pallascio, R. (2001). Le jeu de rôles : une situation-problème en didactique des mathématiques pour le développement de compétences professionnelles. *Actes du Colloque GDM (Groupe de didactique des mathématiques du Québec)*, 120-132.
- Lajoie, C. (2020). Le jeu de rôles pour former à enseigner les mathématiques : potentialités et limites selon différents points de vue. *Revue RMé*, 233, 16-27.
- Laparra, M. et Margolinas, C. (2010). Milieu, connaissance, savoir. Des concepts pour l'analyse de situations d'enseignement. *Pratiques*, 145-146, 141-160.  
<https://doi.org/10.4000/pratiques.1534>
- Lebesgue, H. (1975). *La mesure des grandeurs*. Blanchard.
- Ligozat, F. (2008). *Un point de vue de didactique comparée sur la classe de mathématiques. Etude de l'action conjointe du professeur et des élèves à propos de l'enseignement-apprentissage de la mesure des grandeurs dans des classes françaises et suisses romandes* [Thèse de doctorat]. Université de Genève.
- Lucas, F., Colantonio, D., Jamaer, C. et Larsimont, M. (2018). *Math & Sens : Explorer les grandeurs, se donner des repères*. De boeck.
- Mangiante, C., Masselot, P., Petitfour, E. et Winder, C. (2016). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation de professeurs des écoles. *Actes séminaire national de didactique des mathématiques*, 127-131.
- Margolinas, C. (1992). Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 113-158.

- Margolinas, C. (2012). Des savoirs à l'école maternelle. Oui mais lesquels ? *Actes du 39<sup>ème</sup> colloque de la Copirelem*.  
<http://arpeme.fr/documents/D039AAC243E21F41D8B.pdf>
- Margolinas, C. (2014). Connaissances et savoirs. Concepts didactiques et perspectives sociologiques, *Revue Française de Pédagogie*, 188, 13-22.
- Margolinas, C. et Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59–82.
- Masselot, P. (2000). *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas)* [Thèse de doctorat]. Université de Paris Diderot.
- Miyakawa, T. et Winsløw, C. (2008). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : Etude collective d'une leçon. *Education et Didactique*, 3(1), 77-90.
- Molvinger, K. (2013). L'enseignement du concept de volume en CM2. *Actes du 40<sup>ème</sup> colloque de la Copirelem*. <https://www.arpeme.fr/documents/213C55FC2FD039AAC24.pdf>
- Mounier, E. et Priolet, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire : De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire*. CNESCO. <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Manuels.pdf>
- Noirfalise, A. et Matheron, Y. (2009). *Enseigner les mathématiques à l'école primaire, géométrie, grandeurs et mesures*. Vuibert.
- Passelaigue, D. (2011). *Grandeurs et mesures à l'école élémentaire. Des activités de comparaison à la construction des concepts : le cas de la masse en CE1* [Thèse de doctorat]. Université de Montpellier.
- Perrin-Glorian, M-J. (1990). L'aire et la mesure. *Petit x*, 24, 5-36.
- Perrin-Glorian, M-J. (1993). Contraintes de fonctionnement des enseignants au collège : ce que nous apprennent les classes faibles. *Petit x*, 35, 5-40.

- Perrin-Glorian, M-J. (1999). *Le problème de l'enseignement des mesures des grandeurs géométriques à partir de l'exemple des aires*. IREM de Paris 7. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01385025>
- Perrin-Glorian, M-J. (2002). Problèmes didactiques liés à l'enseignements des grandeurs. Dans J-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris (dir.), *Actes de la XIème École d'été de didactique des mathématiques* (p. 229-316). La Pensée Sauvage.
- Perrin-Glorian, M-J. et Baltar-Bellemain, P-M. (2019). L'ingénierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maîtres. *Caminhos da Educação Matematica em Revista*, 9(1), 45-82.
- Pettito, A-L. (1990). Development of numberline and measurement concepts. *Cognition et instruction*, 7, 55-78.
- Piaget, J. (1941). *Le développement des quantités chez l'enfant : conservation et atomisme*. Delachaux et Niestlé.
- Piaget, J., Inhelder, B. et Szeminska, A. (1948/60). *La géométrie spontanée de l'enfant*. P.U.F.
- Pressiat, A. (2009). *La place des grandeurs dans la construction des mathématiques*. Bulletin APMEP 483.
- Ravel, L. (2003). *Des programmes à la classe : Etude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique* [Thèse de doctorat]. Université de Grenoble.
- Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(1), 57-80. La Pensée Sauvage.
- Robert, A. (2003). *Analyse de vidéo de classe : des tâches prescrites aux activités des élèves en passant par des pratiques des enseignants du second degré*. IREM de Paris 7.
- Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 59-68). Octarès.

- Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 4(2), 505-528.
- Robert, A. et Robinet, J. (1989). *Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*. Cahier Didirem n°1. IREM de Paris 7.
- Rogalski, J. (2008). Mise en regard des théories de Piaget et Vygotsky sur le développement et l'apprentissage. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 431-446). Octarès.
- Rouche, N. (1992). *Le sens de la mesure*. Didier Hatier.
- Rouchier, A. (1980). Situation et processus didactiques dans l'étude des nombres rationnels positifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1(2), 225-276.
- Rouchier, A. (1991). *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatiques élémentaires : proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation* [Thèse de doctorat]. Université d'Orléans.
- Sensevy, G. et Mercier, A. (2007). *Agir ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique*. PUR.
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Eléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.
- Stigler, J-W. et Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. Summit Books.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 10(2), 133-170.
- Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Peter Lang.
- Vergnes, D. (2001). Effets d'un stage de formation en géométrie sur les pratiques d'enseignements d'école primaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(2), 99-122.
- Viallet, F. (1986). *L'ingénierie de la formation*. Eyrolles.

## Documentation institutionnelle

Ministère de l'Éducation Nationale. (2002). *Grandeurs et mesure à l'école élémentaire. Document d'accompagnement des programmes. École primaire*. SCEREN.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2008). *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire, bulletin officiel de l'éducation nationale, hors-série n°3*. SCEREN.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2013a). *Arrêté du 19 avril 2013 fixant les modalités d'organisation du concours externe, du concours externe spécial, du second concours interne, du second concours interne spécial et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles*. JOR.

<https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000027361520/>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2013b). *Le référentiel de compétences des métiers du professorat et de l'éducation*. JOR. <https://www.education.gouv.fr/le-referentiel-de-competences-des-metiers-du-professorat-et-de-l-education-5753>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2014). *Arrêté du 18 juin 2014 fixant les modalités de formation initiale de certains personnels enseignants et d'éducation de l'enseignement public stagiaires*. JOR.

<https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000029135370/>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2016). *Grandeurs et mesures au cycle 2. Mathématiques*. Eduscol. [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/69/5/RA16\\_C2\\_MATHS\\_grandeur\\_et\\_mesures\\_doc\\_maitre\\_587695.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/69/5/RA16_C2_MATHS_grandeur_et_mesures_doc_maitre_587695.pdf)

Ministère de l'Éducation Nationale. (2018). *Repères annuels de progression. Cycle 2. Mathématiques*. [https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus\\_et\\_reperes\\_C2-3-4/75/0/20-Maths-C2-reperes-eduscol\\_1114750.pdf](https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Attendus_et_reperes_C2-3-4/75/0/20-Maths-C2-reperes-eduscol_1114750.pdf)

Ministère de l'Éducation Nationale. (2020a). *Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux, cycle 2*.

<https://www.education.gouv.fr/bo/20/Hebdo31/MENE2018714A.htm>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2020b). *Programme d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux, cycle 3*.

<https://www.education.gouv.fr/bo/20/Hebdo31/MENE2018714A.htm>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2021a). *Programme d'enseignement de l'école maternelle, cycle 1.*

<https://www.education.gouv.fr/bo/21/Hebdo25/MENE2116550A.htm>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2021b). *Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP.*

<https://eduscol.education.fr/document/3738/download?attachment>

### *Manuels scolaires*

Bramand, N. et al. (2019). *Pour comprendre les maths, fichier de l'élève CP.* Hachette éducation.

Bramand, N. et al. (2019). *Pour comprendre les maths, guide pédagogique CP.* Hachette éducation.

Bramand, N. et al. (2019). *Pour comprendre les maths, fichier de l'élève CE1.* Hachette éducation.

Bramand, N. et al. (2019). *Pour comprendre les maths, guide pédagogique CE1.* Hachette éducation.

Bramand, N. et al. (2020). *Pour comprendre les maths, fichier de l'élève CE2.* Hachette éducation.

Bramand, N. et al. (2020). *Pour comprendre les maths, guide pédagogique CE2.* Hachette éducation.

Brissiaud, R. et al. (2016). *J'apprends les maths, fichier de l'élève CP.* Retz.

Brissiaud, R. et al. (2016). *J'apprends les maths, guide du maître CP.* Retz.

Brissiaud, R. et al. (2016). *J'apprends les maths, fichier de l'élève CE1.* Retz.

Brissiaud, R. et al. (2016). *J'apprends les maths, guide du maître CE1.* Retz.

Brissiaud, R. et al. (2017). *J'apprends les maths, fichier de l'élève CE2.* Retz.



Brissiaud, R. et al. (2017). *J'apprends les maths, guide du maître CE2*. Retz.

Charnay, R. et al. (2019). *Cap Maths, fichier de l'élève CP*. Hatier.

Charnay, R. et al. (2019). *Cap Maths, guide de l'enseignant CP*. Hatier.

Charnay, R. et al. (2020). *Cap Maths, fichier livre de l'élève CE1*. Hatier.

Charnay, R. et al. (2020). *Cap Maths, guide de l'enseignant CE1*. Hatier.

Charnay, R. et al. (2016). *Cap Maths, fichier de l'élève CE2*. Hatier.

Charnay, R. et al. (2016). *Cap Maths, guide de l'enseignant CE2*. Hatier.

Dias, T. et al. (2019). *Archimaths, fichier de l'élève CP*. Magnard.

Dias, T. et al. (2019). *Archimaths, guide pédagogique CP*. Magnard.

Dias, T. et al. (2019). *Archimaths, fichier de l'élève CE1*. Magnard.

Dias, T. et al. (2019). *Archimaths, guide pédagogique CE1*. Magnard.

Dias, T. et al. (2020). *Archimaths, fichier de l'élève CE2*. Magnard.

Dias, T. et al. (2020). *Archimaths, guide pédagogique CE2*. Magnard.

Duprey, S., Sautenet, C. et Duprey, G. (2010). *Vers les maths PS*. Accès éditions.

Duprey, S., Sautenet, C. et Duprey, G. (2009). *Vers les maths MS*. Accès éditions.

Duprey, S., Sautenet, C. et Duprey, G. (2009). *Vers les maths GS*. Accès éditions.

Gros, P. et al. (2019). *Outils pour les maths, CE1*. Magnard.

Jardy, J. et al. (2019). *Vivre les maths, fichier de l'élève CP*. Nathan.

Jardy, J. et al. (2019). *Vivre les maths, guide pédagogique CP*. Nathan.

Jardy, J. et al. (2019). *Vivre les maths, fichier de l'élève CE1*. Nathan.

Jardy, J. et al. (2019). *Vivre les maths, guide pédagogique CE1*. Nathan.

Jardy, J. et al. (2019). *Vivre les maths, fichier de l'élève CE2*. Nathan.

- Jardy, J et al. (2019). *Vivre les maths, guide pédagogique CE2*. Nathan.
- Neagoy, M. et al. (2019). *Méthode de Singapour, fichier de l'élève CP*. La librairie des écoles.
- Neagoy, M. et al. (2019). *Méthode de Singapour, guide pédagogique CP*. La librairie des écoles.
- Neagoy, M. et al. (2020). *Méthode de Singapour, fichier de l'élève CE1*. La librairie des écoles.
- Neagoy, M. et al. (2020). *Méthode de Singapour, guide pédagogique CE1*. La librairie des écoles.
- Neagoy, M. et al. (2018). *Méthode de Singapour, fichier de l'élève CE2*. La librairie des écoles.
- Neagoy, M. et al. (2018). *Méthode de Singapour, guide pédagogique CE2*. La librairie des écoles.
- Peltier, M-L. et al. (2019). *Opération Maths, fichier de l'élève CP*. Hatier.
- Peltier, M-L. et al. (2019). *Opération Maths, guide pédagogique CP*. Hatier.
- Peltier, M-L. et al. (2017). *Opération Maths, fichier de l'élève CE1*. Hatier.
- Peltier, M-L. et al. (2017). *Opération Maths, guide pédagogique CE1*. Hatier.
- Peltier, M-L. et al. (2018). *Opération Maths, fichier de l'élève CE2*. Hatier.
- Peltier, M-L. et al. (2018). *Opération Maths, guide pédagogique CE2*. Hatier.
- Pinel, N. (2019). *MHM, manuel CP-CE1*. Nathan.
- Pinel, N. (2019). *MHM, manuel CE2*. Nathan.
- Valentin, D. (2007). *Découvrir le monde avec les mathématiques. Situations pour la petite et la moyenne section*. Hatier.
- Valentin, D. (2004). *Découvrir le monde avec les mathématiques. Situations pour la grande section*. Hatier.
- Vilaro, C. et al. (2018). *Litchi, fichier de l'élève CP*. Istra.

Vilaro, C. et al. (2018). *Litchi, guide pédagogique CP*. Istra.

Vilaro, C. et al. (2019). *Litchi, fichier de l'élève CE1*. Istra.

Vilaro, C. et al. (2019). *Litchi, guide pédagogique CE1*. Istra.

Vilaro, C. et al. (2020). *Litchi, fichier de l'élève CE2*. Istra.

Vilaro, C. et al. (2020). *Litchi, guide pédagogique CE2*. Istra.



**Titre :** Formation initiale des professeurs des écoles au processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures : le cas de la grandeur contenance.

**Mots clés :** Formation initiale des Professeurs des Écoles, Processus d'institutionnalisation, Grandeurs et mesures, Modèle Praxéologique, Jeu de rôles, Ingénierie Didactique de Formation.

**Résumé :** L'objectif général de cette thèse est de comprendre comment former les Professeurs des Écoles Stagiaires (PES) au processus d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures.

Pour cela, nous avons analysé le savoir mathématique en jeu, soit la grandeur contenance au cycle 2 (élèves de 6 à 9 ans), en utilisant le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique. Nous avons construit un Modèle Praxéologique de Référence du savoir à enseigner pour ensuite caractériser les différentes praxéologies présentes dans les manuels de cycle 2.

Dans un second temps, nous avons étudié les pratiques d'institutionnalisation de PES. Pour cela, nous avons utilisé le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique.

Ces différentes analyses nous ont permis de concevoir et d'implémenter une situation de formation à destination des PES afin de faire évoluer leurs connaissances et leurs pratiques d'institutionnalisation dans le domaine des grandeurs et mesures. Nous avons, pour cela, utilisé la méthodologie de l'ingénierie didactique de formation que nous avons complétée par une méthodologie complémentaire.

**Title :** Pre-service primary teachers education and the learning of institutionalization: focus on the case of capacity, in the area of quantity and measurement.

**Keywords :** Pre-service primary teachers education, Institutionalization process, Quantity and measurement, Praxeological model, Role-playing, Didactic engineering in teacher education.

**Abstract :** The general aim of this PhD is to understand how pre-service school teachers can be trained to integrate to the institutionalization process in their classroom practices, in the field of quantity and measurement.

To this end, we analyzed the mathematical knowledge at stake, namely the capacity for 6 to 9 year-old pupils, using the framework of Anthropological Didactic Theory. Drawing on an epistemological analysis and on the French national curriculum, we constructed a Praxeological Reference Model of the knowledge to be taught, and then characterized the different praxeologies present in textbooks.

Secondly, we studied pre-service school teachers institutionalization practices. For this, we used the theoretical framework of the dual didactic and ergonomic approach.

These different analyses enabled us to design and implement a professional development situation based role-playing aimed at developing pre-service school teachers' knowledge and their institutionalization practices in the field of quantity and measurement. To do this, we used the methodology of didactic engineering in teacher education, supplemented by a complementary methodology.