



**HAL**  
open science

# Spectres de chargement pour le dimensionnement à la fatigue d'un véhicule automobile : identification, analyse et modélisation

Enora Bellec

► **To cite this version:**

Enora Bellec. Spectres de chargement pour le dimensionnement à la fatigue d'un véhicule automobile : identification, analyse et modélisation. Matériaux et structures en mécanique [physics.class-ph]. ENSTA Bretagne - École nationale supérieure de techniques avancées Bretagne, 2023. Français. NNT : 2023ENTA0003 . tel-04462756

**HAL Id: tel-04462756**

**<https://theses.hal.science/tel-04462756v1>**

Submitted on 16 Feb 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE  
DE TECHNIQUES AVANCÉES BRETAGNE

ÉCOLE DOCTORALE N° 648

*Sciences pour l'Ingénieur et le Numérique*

*Spécialité : Mécanique des Solides, des Matériaux, des Structures et des Surfaces*

Par

**Enora BELLEC**

**Spectres de chargement pour le dimensionnement à la fatigue d'un véhicule automobile : identification, analyse et modélisation**

Thèse présentée et soutenue à Brest, le 01 juin 2023

Unité de recherche : Institut de Recherche Dupuy de Lôme – UMR CNRS 6027

## Rapporteurs avant soutenance :

Andrei CONSTANTINESCU  
Emmanuel PAGNACCO

Directeur de recherche CNRS, Polytechnique Palaiseau, LMS  
Maître de Conférences (HDR), INSA Rouen, LMN

## Composition du Jury :

Présidente :

Sylvie POMMIER

Professeure, ENS Paris-Saclay Gif-sur-Yvette, LMPS

Examineurs :

Gwenaëlle LE CORRE  
Franck LECUYER  
Fabien SZMYTKA

Ingénieur Docteur, Volvo Group Lyon  
Ingénieur Docteur, Safran landing System Vélizy  
Professeur, ENSTA Paris Palaiseau, IMSIA

Directeur de thèse :

Cédric DOUDARD

Professeur, ENSTA Bretagne Brest, IRDL

Encadrants :

Sylvain CALLOCH  
Sylvain MOYNE  
Matteo Luca FACCHINETTI

Professeur, ENSTA Bretagne Brest, IRDL  
Maître de Conférences, ENSTA Bretagne Brest, IRDL  
Ingénieur Docteur, Stellantis Belchamp







# Remerciements

---

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury pour avoir accepté d'évaluer mes travaux de thèse. Merci aux rapporteurs Andrei Constantinescu et Emanuel Pagnacco. Merci également aux examinateurs Gwenaelle LeCorre, Franck Lecuyer et Fabien Smytka. Merci enfin à Sylvie Pommier, pour avoir présidé cette soutenance enrichissante au cours de laquelle les discussions m'ont permis d'approfondir les tenants et aboutissants des différentes facettes de ce travail.

J'aimerais également remercier le groupe Stellantis pour avoir financé mes travaux de recherche via une convention CIFRE avec l'ANRT. Merci aux collègues de Belchamp et Vélizy avec qui j'ai pu m'intégrer brièvement, recueillir de précieux conseils et retour d'expériences. Je remercie également le département des doctorants du groupe, surtout Emilien et Alexandre, ainsi que leurs équipes encadrantes avec lesquelles nous avons pu échanger régulièrement.

Merci tout particulièrement à Matteo Facchinetti, pour son accompagnement appliqué. Il s'est montré toujours disponible et avenant pour répondre à mes questions, et me suivre dans les différentes présentations de mes travaux. Il été pour moi un encadrant exemplaire. Je retiendrai spécialement son goût du partage et des échanges quel que soit le sujet abordé.

Un très grand merci à l'équipe encadrante au sein du laboratoire, Cédric Doudard, Sylvain Moyne et Sylvain Calloch pour ces années riches. Sylvain C. dit que le doctorat c'est apprendre à devenir chercheur par la recherche. Pour moi, c'est peut-être bien plus, j'ai appris tant sur le plan technique mais surtout humain. Sylvain M. rajouterait même que l'on ressort grandi de son doctorat, il n'a d'ailleurs pas de mal à se souvenir de mon anniversaire. Cédric vous voit franchir des montagnes ou rédiger des manuscrits de thèse en 2 mois. À cela, Sylvain M. rigole en se grattant le ventre, mais Cédric n'en démordra pas. S'il vous a pris dans son équipe c'est parce qu'il croit en vous, il vous le dit, il vous le montre, et je ne peux que lui dire merci (même si je n'ai pas rédigé ce manuscrit en 2 mois pour autant).

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres du laboratoire pour leur soutien. Merci donc à Nathalie, Yann, Mathieu LS, Mathieu D., Younès. Je remercie Nicolas, Bruno, Pierre et Vincent pour leurs blagues en pause. Je remercie Lorenzo pour ses traits d'esprit. Je remercie Célia pour sa prévenance et ses conseils. Je remercie aussi Jean-Christophe pour son enthousiasme. Vous offrez un environnement ingénieux et détonant à tous les doctorants multidisciplinaires à l'esprit grand large.

C'est ainsi que je remercie mes camarades chercheurs comme Behnaz pour sa sensibilité, Cyril pour l'inverse, Ewann pour son sens de la justice. Il y a aussi Vanessa et Corentin pour le bonheur simple de les côtoyer au quotidien. Et puis il y a ceux qui cherchent encore. Merci à Pierrick, Killian et Laure, et qui ne sont plus très loin du bout (je crois en vous !). Merci à la malice d'Alexis, Jeanne, Théo et Anthony. Merci aux discussions lunaires avec Otávio sur le Brésil, avec Justin sur le sport et Mathilde sur les serre-têtes.

Merci aussi à Kelvin, Marc, Bastien, Caroline, Amélie, Elisabeth, Fabien, Marie, et à tous ceux que je n'ai pas pu citer.

Je conclus en remerciant ma famille pour son soutien inconditionnel.



---

# Table des matières

---

Remerciements .....	i
Table des matières .....	iii
Table des figures .....	vi
Table des tableaux .....	xii
Introduction .....	1
1 Contexte et motivation .....	9
1.1 Modéliser le chargement pour la fatigue .....	9
1.1.1 Représentation de la tenue à la fatigue à amplitude constante .....	10
1.1.2 Représentation de la tenue à la fatigue à amplitude variable .....	11
1.1.3 Modèles de spectre de chargement .....	15
1.1.4 Construire un spectre de chargement dans le monde automobile .....	21
1.2 Les pièces de la liaison au sol .....	25
1.2.1 Des pièces de sécurité .....	25
1.2.2 Défaillance des pièces en service .....	27
1.2.3 Nature des chargements .....	28
1.3 Dimensionner les pièces de la liaison au sol .....	29
1.3.1 Influence de la contrainte moyenne .....	30
1.3.2 Cumul du dommage .....	33
1.3.3 Méthode « Rainflow » pour le comptage des cycles .....	34
1.3.4 Représentation des spectres de chargement à amplitude variable .....	38
1.3.5 Notion de chargement équivalent .....	39
1.4 Limites industrielles et objectifs de la thèse .....	41
2 Partition du chargement mesuré aux roues .....	45
2.1 Nature du chargement .....	46
2.1.1 Chargements étudiés .....	46
2.1.2 Filtrage fréquentiel des signaux .....	50
2.1.3 Mesures d'accélération au centre de gravité .....	52
2.1.4 Hypothèse de partition du chargement pour le dimensionnement à la fatigue ..	56
2.2 Fatigue à grand nombre de cycles dans le domaine fréquentiel .....	56
2.2.1 Caractérisation d'un signal aléatoire .....	57
2.2.2 Caractérisation fréquentielle d'un processus stationnaire gaussien .....	59
2.2.3 Méthodes spectrales de dimensionnement à la fatigue .....	62
2.2.4 Limites d'application des méthodes spectrales aux mesures initiales .....	65
2.3 Formulation temporelle du tenseur des contraintes .....	66
2.3.1 Hypothèse de linéarité d'écriture du tenseur des contraintes .....	66



2.3.2	Hypothèse d'orientation du tenseur des contraintes.....	67
2.3.3	Processus de validation de l'hypothèse de partition.....	68
3	Traitement des chargements issus des manœuvres du véhicule .....	73
3.1	Dynamique du véhicule élémentaire .....	74
3.1.1	Cadre du freinage en ligne droite .....	74
3.1.2	Cadre du virage stabilisé .....	78
3.1.3	Définition des coefficients pour une succession de manœuvres .....	83
3.2	Modélisation des spectres de chargement .....	86
3.2.1	Présentation du modèle d'Heuler .....	86
3.2.2	Définition du modèle d'Heuler modifié .....	89
3.3	Approche multi-entrées pour le dimensionnement à la fatigue.....	91
3.3.1	Hypothèse de non-concomitance des accélérations .....	91
3.3.2	Quantifier le degré de concomitance des accélérations.....	93
3.3.3	Reconstruire un signal connaissant ses extrema.....	96
3.3.4	Quantifier l'erreur sur le dommage induit.....	101
3.4	Conclusion .....	103
4	Traitement des chargements aléatoires issus des aléas de la route .....	109
4.1	Définition des signaux aléatoires.....	110
4.1.1	Nature des chargements aléatoires .....	110
4.1.2	Découpage des chargements .....	115
4.1.3	Sections conservées.....	120
4.2	Approche multi-entrées pour le dimensionnement à la fatigue.....	128
4.2.1	Application des méthodes spectrales.....	128
4.2.2	Evaluation de l'impact des événements ponctuels.....	136
4.2.3	Conclusion intermédiaire .....	139
4.3	Limites et perspectives .....	139
4.3.1	Portions non-stationnaires .....	140
4.3.2	Portions non-gaussiennes, application aux mesures sur piste .....	141
4.3.3	Portions non-gaussiennes, application aux mesures client.....	146
4.3.4	Conclusion intermédiaire .....	151
4.4	Conclusion.....	151
5	Analyse en fatigue sur une traverse arrière déformable.....	157
5.1	La traverse arrière déformable.....	157
5.1.1	Modèle et conditions aux limites .....	157
5.1.2	Points remarquables .....	160
5.1.3	Sollicitations uniaxiales et hypothèses sur le tenseur des contraintes.....	161
5.2	Application de la méthode aux points d'intérêt.....	162
5.2.1	Étude du point à la base du support amortisseur .....	162
5.2.2	Étude du point proche du montage de roue.....	167
5.2.3	Étude du point sur la surface supérieure au centre de la traverse.....	171

5.3 Conclusion .....	174
Conclusion et perspectives .....	177
Bibliographie .....	183
Annexes .....	189

# Table des figures

Figure 1 : Courbe théorique de Wöhler, la courbe en pointillée modélise un second comportement potentiel où l'existence d'un seuil d'endurance est remise en cause .....	10
Figure 2 : Chargement en 8 blocs Gaussien proposé par E. Gassner en 1939, a) représentation de l'application successive de la séquence de la contrainte en fonction du nombre de cycles de chargement, b) spectre de chargement de la contrainte normée en fonction des occurrences cumulées comptabilisées par la méthode « level crossing », repris de [Sonsino, 2007].....	12
Figure 3 : Représentation théorique des courbes de Gassner et Wöhler dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles .....	13
Figure 4 : Influence de la forme du spectre sur la durée de vie en fatigue et le dimensionnement de composants[Sonsino, 2007].....	14
Figure 5 : Représentation théorique du coefficient SSF entre les courbes de Wöhler et Gassner [Heuler et Klätschke, 2005].....	14
Figure 6 : Différentes mesures de chargement, repris de [Sonsino, 2007] .....	17
Figure 7 : a) Première phase d'entraînement de la séquence HELIX et b) spectre de chargement via méthode « level crossing » des séquences HELIX et FELIX. L'ordonnée level correspond au niveau auquel ont été comptabilisés les cycles de chargement, [Heuler et Klätschke, 2005]. .....	17
Figure 8 : Séquences du spectre CARLOS multi, issu de [Heuler et Klätschke, 2005] .....	18
Figure 9 : Séquence de chargement Hot TURBISTAN, prenant en compte les ruptures de chargement et les temps de repos (issu de [Heuler et Klätschke, 2005]).....	20
Figure 10 : Paramètres de définition d'un spectre de chargement, adapté de[Grubisic, 1994]	21
Figure 11 : Schéma théorique des distributions de la contrainte associée à une sollicitation et de la résistance de la pièce étudiée.....	23
Figure 12 : Spectre de chargement appliqué au montage de roue, issus de différentes régions du monde pour un même véhicule (issu de [Pötter, s. d.].....	24
Figure 13 : Schéma des pièces de la liaison au sol de la plateforme EMP2 .....	26
Figure 14 : Schéma d'une traverse arrière et des points d'entrée de la structure.....	27
Figure 15 : Points faibles typiques des cordons et des soudures par points issus de [Pötter, s. d.] .....	28
Figure 16 : Repère associé au centre de gravité du véhicule.....	29
Figure 17 : Schéma simplifié des classes de chargement sur un signal à amplitude variable théorique.....	29
Figure 18 : Représentation de la parabole de Gerber théorique dans le diagramme de Haigh	30
Figure 19 : Paraboles de Gerber dans le diagramme de Haigh, avec les caractéristiques matériau du DP600 pour deux chargements ayant respectivement les coefficients de sécurité $s$ de 3,2 et 4,8 par rapport à la limite d'élasticité.....	32
Figure 20 : Évolution de l'écart $\Delta\sigma_a = \sigma_{aeq} - \sigma_{ai}$ en pourcentage en fonction de la moyenne $\sigma_m$ du chargement, pour un rapport de charge initial de 0, en prenant en compte les caractéristiques matériaux de l'acier DP600 .....	33
Figure 21 : a) signal théorique initial, b) illustration du processus rainflow (adaptée de [Lee et Tjhung, 2012]).....	35

Figure 22 : Résumé du processus du comptage Rainflow « 4 points » issu de [Amzallag et al., 1994].....	36
Figure 23 : Extraction successive de 4 cycles par la méthode rainflow, à partir d'un signal théorique à amplitude variable [Amzallag et al., 1994] .....	37
Figure 24 : Schéma du processus de définition d'un spectre de chargement à partir d'un contrat de roulage .....	38
Figure 25 : Spectres de chargements issus d'un contrat de roulage sur les voies a) $F_X$ et b) $F_Z$ sur la roue avant droite .....	39
Figure 26 : Processus de définition d'un spectre de chargement équivalent iso-endommageant .....	40
Figure 27 : Évolution de la pente de Basquin en fonction de la structure locale [Bergamo et al., 2017].....	41
Figure 28 : Roue dynamométrique installée sur un véhicule témoin en atelier .....	46
Figure 29 : Vue aérienne des pistes de Belchamp, France (25) .....	47
Figure 30 : a) Effort lors d'un freinage mesuré suivant la voie $F_X$ et b) virages mesurés suivant la voie $F_Y$ , sur la roue avant droite du véhicule.....	48
Figure 31 : a) Effort lors du passage d'un nid-de-poule et b) d'une zone pavée mesurés suivant l'axe $F_Z$ sur la roue avant droite du véhicule.....	48
Figure 32 : Suite complexe d'obstacles mesuré suivant la voie $F_Z$ sur la roue avant droite du véhicule. ....	49
Figure 33 : Mesures clients suivant la voie a) $F_X$ en ville et b) $F_Z$ sur routes en mauvais état, sur la roue avant droite .....	50
Figure 34 : Mesures initiales, filtrées à 1 Hz et reliquats du a) Freinage mesuré suivant la voie $F_X$ et des b) virages mesurés suivant la voie $F_Y$ sur la roue avant droite du véhicule.....	51
Figure 35 : Mesures initiales, filtrées et reliquats du passage d'un a) nid-de-poule et b) d'une zone pavée mesurés suivant l'axe $F_Z$ sur la roue avant droite du véhicule .....	51
Figure 36 : Mesure initiale, filtrée et reliquat de la suite complexe d'obstacles suivant la voie $F_Z$ sur la roue avant droite du véhicule.....	52
Figure 37 : Mesures initiales des accélérations de translation au centre de gravité du véhicule, a) longitudinale $\gamma_x$ , b) transversale $\gamma_Y$ , c) verticale $\gamma_Z$ , lors du passage d'une suite complexe d'obstacles. ....	53
Figure 38 : Transformées de Fourier des mesures d'accélérations normalisées au centre de gravité, a) $\gamma_x$ , b) $\gamma_Y$ , c) $\gamma_Z$ . Zoom de ces transformées respectives jusqu'à 1,5 Hz en d) e) et f). ....	54
Figure 39 : Mesures initiales et filtrées à 0,7 Hz, des accélérations de translation au centre de gravité du véhicule, a) $\gamma_x$ , a) $\gamma_Y$ , a) $\gamma_Z$ , lors du passage d'une suite complexe d'obstacles.....	55
Figure 40 : Processus stochastique avec différentes largeurs de bande, a) DSP à bande étroite, b) DSP à bande large, c) évolution temporelle à bande étroite et d) évolution temporelle à bande large .....	61
Figure 41 : Processus de validation de l'hypothèse de partition pour le dimensionnement à la fatigue.....	68
Figure 42 : Modèle longitudinal de véhicule lors d'un freinage en ligne droite.....	75
Figure 43 : Mesure initiale et filtrée de l'accélération $\gamma_x$ au C/G, lors d'un freinage sur sol plan .....	76

Figure 44 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération $\gamma_X^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors d'un freinage. ....	76
Figure 45 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort longitudinal et b) l'effort vertical sur la roue avant droite lors d'un freinage.....	77
Figure 46 : Modèle transversal simplifié d'un véhicule lors d'un virage stabilisé.....	78
Figure 47 : Mesure initiale et filtrée de l'accélération $\gamma_Y$ au C/G, lors de deux virages stabilisés .....	80
Figure 48 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération $\gamma_Y^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors de deux virages stabilisés .....	80
Figure 49 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort transversal et b) l'effort vertical sur la roue avant droite lors de deux virages stabilisés.....	81
Figure 50 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort transversal sur roue droite et b) l'effort transversal sur roue avant gauche, au cours de plusieurs virages .....	82
Figure 51 : Mesures initiales et filtrées des accélérations au C/G, a) $\gamma_Y$ et b) $\gamma_Y$ lors du passage d'une suite complexe d'obstacles.....	83
Figure 52 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération $\gamma_X^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles .....	84
Figure 53 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération $\gamma_Y^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles .....	84
Figure 54 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort transversal et b) l'effort vertical sur roue droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles .....	85
Figure 55 : Représentation de spectres de chargements selon le modèle d'Heuler, via a) le rapport des occurrences cumulés et b) le nombre de cycles effectifs par classe d'amplitude. ....	87
Figure 56 : Identification du modèle d'Heuler sur a) le spectre de chargement induit par $\gamma_X^{DR}$ et b) le spectre de chargement induit par $\gamma_Y^{DR}$ . ....	88
Figure 57 : Représentation de spectres de chargements selon le modèle d'Heuler modifié, via a) le rapport des occurrences cumulés et b) le nombre de cycles effectifs par classe d'amplitude. ....	89
Figure 58 : Identification du modèle d'Heuler modifié sur a) le spectre de chargement induit par $\gamma_X^{DR}$ et b) le spectre de chargement induit par $\gamma_Y^{DR}$ . ....	90
Figure 59 : a) mesures temporelles théoriques et b) spectres de chargements respectifs de signaux théoriques.....	91
Figure 60 : a) mesures temporelles théoriques et b) spectres de chargements respectifs de signaux théoriques non-concomitants .....	92
Figure 61 : a) mesures temporelles théoriques et b) spectres de chargements respectifs de signaux théoriques non-concomitants et de même moyenne .....	93
Figure 62 : Évolutions temporelles des mesures a) $s_X$ et $s_Y$ , et b) du signal DR de référence. ....	94
Figure 63 : a) schéma d'affichage des extrema et b) exemple issu de la mesure initiale.....	95
Figure 64 : Spectres de chargement issus de $s_X$ , $s_Y$ et le signal référence.....	96

Figure 65 : a) schéma de la modification de la valeur des extrema et b) application sur les signaux $s_x$ et $s_y$ .....	97
Figure 66 : Spectres de chargement issus de $s_x$ , $s_y$ et le signal référence après modification des extrema.....	98
Figure 67 : Evolutions temporelles des mesures client a) $s_x$ et $s_y$ , et b) du signal somme DR de référence en ville.....	99
Figure 68 : Représentation des extrema issus des signaux $s_x$ , $s_y$ et du signal de référence et b) modification de la valeur des extrema de $s_x$ et $s_y$ .....	99
Figure 69 : Spectres de chargement issus de $s_x$ , $s_y$ et le signal référence a) initialement et b) après modification des extrema.....	100
Figure 70 : a) erreur relative entre $D^{DR}$ et $D_{ref}^{DR}$ , b) pourcentage de DDR induit par chaque type d'accélération, en fonction du ratio des coefficients, appliqué aux mesures sur piste.....	102
Figure 71 : a) erreur relative entre $D^{DR}$ et $D_{ref}^{DR}$ , b) pourcentage de $D^{DR}$ induit par chaque type d'accélération, en fonction du ratio des coefficients, appliqué aux mesures client en ville ..	103
Figure 72 : Approche et traitement en fatigue des chargements DR pour prendre en compte l'aspect multi-entrées.....	104
Figure 73 : Mesure initiale et chargement RR associé de, a) l'effort transversal et, b) l'effort vertical sur la roue avant droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles.....	110
Figure 74 : Photos des sections a) pavés, b) dalles espagnoles et c) ondulations.....	112
Figure 75 : Mesures de l'effort vertical, $F_z^{RR}$ sur les sections a) pavés, b) dalles espagnoles et c) ondulations.....	112
Figure 76 : Densités spectrales issues de $F_z^{RR}$ sur les sections a) pavés, b) dalles espagnoles et c) ondulations.....	113
Figure 77 : Distribution de l'effort vertical, $F_z^{RR}$ sur les sections a) pavés, b) dalles espagnoles et avec c) ondulations.....	114
Figure 78 : Signal conceptuel, représentant une combinaison de signaux gaussiens de différentes natures.....	115
Figure 79 : Calcul de la valeur du score sur le signal théorique avec a) une fenêtre petite (50 points, 10 points d'intervalle), b) une fenêtre grande (10000 points, 5000 points d'intervalles) et c) une fenêtre adaptée (5000 points, 200 points d'intervalle).....	117
Figure 80 : Identification des points de rupture potentiels à partir de la valeur du score sur le signal théorique.....	118
Figure 81 : a) Points de rupture potentiels sur le signal théorique et b) calcul du gain à partir de ces points.....	119
Figure 82 : Limites identifiées sur le signal théorique.....	120
Figure 83 : Mesure RR de l'accélération verticale au centre de gravité, lors du passage d'une suite complexe d'obstacles.....	121
Figure 84 : Mesure RR de l'accélération verticale au centre de gravité et calcul du score associé par processus de fenêtrage.....	122
Figure 85 : Identification des points de rupture potentiels à partir de la valeur du score sur l'accélération RR verticale.....	123
Figure 86 : a) Points de rupture potentiels sur l'accélération et b) calcul du gain à partir de ces points.....	123

Figure 87 : Efforts RR a) longitudinal, b) transversal et c) vertical mesurés sur la roue avant droite lors du passage d’une suite complexe d’obstacles .....	125
Figure 88 : a) Effort $F_Z^{RR}$ mesuré sur la roue avant droite découpé et b) variance calculée pour chaque section du signal.....	126
Figure 89 : a) Effort $F_Z^{RR}$ mesuré sur la roue avant droite découpé, b) skewness et c) kurtosis calculés pour chaque section du signal .....	127
Figure 90 : Schéma du processus d’évaluation des méthodes spectrales à partir des chargements RR.....	129
Figure 91 : Chargement théorique équivalent de référence .....	130
Figure 92 : Sections conservées après découpage du chargement théorique équivalent .....	130
Figure 93 : Schéma complet du processus d’évaluation des méthodes spectrales à partir des chargements RR .....	132
Figure 94 : a) Valeurs de $E[D^{RR}] / D^{RR}$ par numéro de section, b) somme du dommage induit comparé à $D^{RR}_{ref}$ via les méthodes spectrales .....	133
Figure 95 : Droite de Henry associée à la section a) n°9, b) n°15, c) n°17, d), n°23, e) n°31	135
Figure 96 : Valeurs de $E[D^{RR}] / D^{RR}$ par numéro de section pour une pente de Basquin valant, a) 2 et b) 8.....	136
Figure 97 : Pics identifiées par section conservée sur $FZ_{RAVD}$ .....	138
Figure 98 : a) Identification des pics et b) spectre de chargement associé sur les portions conservées du signal équivalent .....	138
Figure 99 : Chargements FX et FZ mesurés sur la roue avant droite sur les portions, a) n°7, b) n°20 et c) n° 33.....	140
Figure 100 : Signal complexe, voie $FZ^{RR}_{RAVD}$ , a) Signal RR de la section n° 2 et b) droite de Henry associée, c) Signal RR de la section n°29 et d) droite de Henry associée.....	141
Figure 101 : Schéma du processus d’évaluation d’application des mixtures gaussiennes pour reconstruire les chargements RR stationnaires non-gaussiens .....	143
Figure 102 : Reconstruction en a) de la section 2 et en b), de la section n°29 à partir de trois signaux gaussiens .....	145
Figure 103 : a) Photo d’une section de la route « Dirt Road », b) mesure initiale $FX^{RR}_{RARD}$ et c) mesure initiale $FZ^{RR}_{RARD}$ .....	146
Figure 104 : A partir de la mesure « Dirt Road », a) signal $FX^{RR}_{RARD}$ et b) droite de Henry associée, c) signal $FZ^{RR}_{RARD}$ et b) droite de Henry associée.....	147
Figure 105 : $FX^{RR}_{RARD}$ a) signal RR initial et b) signal reconstruit au cours du temps et $FZ^{RR}_{RARD}$ c) signal RR initial et d) signal reconstruit issu d’une mesure client sur route hétérogène .....	148
Figure 106 : Comparaison des spectres de chargement et des spectres de dommage cumulé pour les voies $FX^{RR}_{RARD}$ et $FZ^{RR}_{RARD}$ . .....	149
Figure 107 : Comparaison des approximations spectrales entre le dommage de référence et celles issues des signaux identifiés par le mélange gaussien sur la mesure $FX^{RR}_{RARD}$ .....	150
Figure 108 : Comparaison des approximations spectrales entre le dommage de référence et celles issues des signaux identifiés par le mélange gaussien sur la mesure $FZ^{RR}_{RARD}$ . .....	151
Figure 109 : Approche et traitement en fatigue des chargements RR, pour prendre en compte l’aspect multi-entrées .....	152
Figure 110 : Photos de fissures auprès de cordons sur un train arrière .....	158

Figure 111 : Modèle de la traverse arrière déformable, a) vue plongeante, b) vue de haut, c) vue de derrière le véhicule .....	159
Figure 112 : Modèle de la traverse arrière déformable avec a) Points encastrés à la caisse du véhicule et b) Points théoriques représentant le centre roue .....	160
Figure 113 : Positionnement des points d'intérêts sur a) la traverse, b) le support amortisseur et c) le montage de roue. ....	160
Figure 114 : Exemple de cas de chargement appliqués au modèle de traverse via les centres roues, pour un point d'intérêt .....	161
Figure 115 : a) $S_{11}$ b) $S_{22}$ et c) $S_{12}$ en fonction des différents cas de chargement, pour le point au pied du support amortisseur.....	163
Figure 116 : Reconstruction linéaire de, a) $S_{11}$ , b) $S_{22}$ et c) $S_{12}$ en fonction des réponses respectives en contrainte modélisées, pour le point au pied du support amortisseur.....	164
Figure 117 : Comparaison de l'identification linéaire sur a) $S_{11}$ et b) $S_{12}$ en fonction de celles sur $S_{22}$ pour chaque axe de chargement pour le point au pied du support amortisseur.....	165
Figure 118 : a) $S_{11}$ b) $S_{22}$ et c) $S_{12}$ en fonction des différents cas de chargement, pour le point sur le support de montage de roue.....	168
Figure 119 : Reconstruction linéaire de, a) $S_{11}$ , b) $S_{22}$ et c) $S_{12}$ en fonction des réponses respectives en contrainte modélisées, pour le point sur le support de montage de roue.....	168
Figure 120 : Comparaison de l'identification linéaire sur a) $S_{11}$ et b) $S_{12}$ en fonction de celles sur $S_{22}$ pour chaque axe de chargement, pour le point sur le support de montage de roue....	169
Figure 121 : a) $S_{11}$ b) $S_{22}$ et c) $S_{12}$ en fonction des différents cas de chargement, pour le point au centre de la traverse .....	171
Figure 122 : Reconstruction linéaire de, a) $S_{11}$ , b) $S_{22}$ et c) $S_{12}$ en fonction des réponses respectives en contrainte modélisées, pour le point au centre de la traverse .....	172
Figure 123 : Comparaison de l'identification linéaire sur a) $S_{11}$ et b) $S_{12}$ en fonction de celles sur $S_{22}$ pour chaque axe de chargement pour le point au centre de la traverse .....	172
Figure 124 : Évolution de $S_{12}$ en fonction de $S_{22}$ au centre de la traverse pour a) les chargements reliés aux manœuvres et b) les chargements RR.....	173



## Table des tableaux

Tableau 1 : Séquences de chargement standardisés, issu de [Heuler et Klätschke, 2005].....	16
Tableau 2 : Séquences de chargement standardisés pour l'automobile, issu de [Heuler et Klätschke, 2005].....	19
Tableau 3 : Coefficient de forme et SSF associés à chaque type de spectre de chargement, issu de [Heuler et Klätschke, 2005].....	21
Tableau 4 : Usages clients correspondant à la vie du véhicule, désignation par Stellantis (ex PSA) .....	28
Tableau 5 : Caractéristiques matériaux de l'acier DP600 .....	31
Tableau 6: Valeurs correspondantes aux coefficients $\alpha_{Li\gamma XDR}$ , en termes de grandeur dynamique .....	77
Tableau 7 : Valeurs correspondantes aux coefficients $\alpha_{Li\gamma YDR}$ , en termes de grandeur dynamique .....	82
Tableau 8 : Coefficient de forme associé à chaque type de spectre de chargement (repris de [Heuler et Klätschke, 2005]) .....	87
Tableau 9 : Valeurs du 3 <sup>e</sup> et 4 <sup>e</sup> moment des chargements aléatoires suivant les trois efforts sur la roue avant droite.....	113
Tableau 10 : Paramètres de la méthode de découpage appliqués sur la mesure exemple.....	124
Tableau 11 : Largeur de bande, $\gamma$ , associée à chaque section étudiée du signal temporel équivalent .....	134
Tableau 12 : 3 <sup>e</sup> et 4 <sup>e</sup> moments associés à chaque section conservée du signal temporel équivalent .....	134
Tableau 13 : Valeurs de skewness et kurtosis pour les deux sections non-gaussiennes, n <sup>o</sup> 2 et n <sup>o</sup> 29, sur $FZ^{RR}_{RAVD}$ .....	141
Tableau 14 : Caractéristiques des signaux identifiés, et écart du dommage entre l'initial et le reconstruit via la méthode de comptage Rainflow .....	145
Tableau 15 : Valeurs de skewness et kurtosis pour les deux signaux du signal « Dirt », $FX^{RR}_{RARD}$ et $FZ^{RR}_{RARD}$ .....	147
Tableau 16 : Valeurs de skewness et kurtosis pour les signaux identifiés à partir du mélange gaussien. Valeurs obtenues à partir des mesures, $FX^{RR}_{RARD}$ et $FZ^{RR}_{RARD}$ sur le signal hétérogène .....	148
Tableau 17 : Coefficients $\alpha^{SO}$ , chargement de référence : MX-AD, pour le point au pied du support amortisseur .....	165
Tableau 18 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus de la partition .....	166
Tableau 19 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus des manœuvres .....	166
Tableau 20 : Comparaison entre le dommage de référence et d'une part, les dommages issus des aléas et d'autre part, du dommage total issu du processus de dimensionnement proposé. ....	167
Tableau 21 : Coefficients $\alpha^{SO}$ , chargement de référence : MX-AD, pour le point sur le support de montage de roue .....	169

Tableau 22 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus de la partition ..... 169

Tableau 23 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus des manœuvres ..... 170

Tableau 24 : Comparaison entre le dommage de référence et, d'une part les dommages issus des aléas et, d'autre part du dommage total issu du processus de dimensionnement proposé. .... 170



# Introduction

---

## Fatigue des structures

Dimensionner les pièces à l'usure est un enjeu industriel majeur. Elle est étudiée depuis le XIXe siècle. C'est d'abord à la suite d'incidents ferroviaires graves que ce domaine d'étude a montré son importance. Les travaux de Wöhler ont notamment permis de reproduire en laboratoire la rupture en fatigue d'un essieu [Wöhler, 1860]. Ces derniers étaient jusqu'alors dimensionnés en statique et ne prenaient pas en compte le cas de chargement cyclique (flexion rotative) vu par la structure au cours de son utilisation.

Dès les premières études, il est apparu important de bien maîtriser la géométrie des pièces pour éviter les concentrations de contraintes trop marquées, et les propriétés sous sollicitations cycliques du/des matériau(x) qui la constitue [Rankine, 1843]. Il n'en demeure pas moins qu'une connaissance du cas de chargement appliqué à cette dernière est primordiale.

Les constructeurs, tous domaines industriels majeurs confondus, se doivent donc d'une part de maîtriser la résistance de leurs structures, et d'autre part de connaître la fluctuation de la sollicitation rencontrée par cette dernière lors de son utilisation.

La durée de vie d'une pièce se comptabilise en nombre de cycle de chargement. La courbe de Wöhler, toujours d'actualité, permet de relier le nombre de cycles à rupture sous un chargement cyclique d'amplitude constante. Cette méthode de caractérisation de la durée de vie a pris de l'ampleur, regroupant plusieurs domaines industriels, plusieurs types de matériaux (métalliques, composites, élastomères, ...). De manière générale trois domaines de fatigue ressortent. Le premier se nomme fatigue oligocyclique, il caractérise généralement les sollicitations assez importantes pour venir plastifier la pièce à chaque cycle de chargement (dans des zones confinées). La durée de vie des pièces métalliques dépasse alors rarement quelques  $10^4$  cycles. Le second domaine est désigné comme le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. Cette fois-ci les chargements ne sont pas supposés plastifier la pièce. Cependant, chaque cycle vient endommager au niveau local la matière de manière irréversible, jusqu'à arriver à un seuil de rupture se situant entre  $10^4$  et  $10^7$  cycles. Le dernier domaine est désigné comme le domaine de la fatigue à très grand nombre de cycles. La durée de vie dépasse ainsi celle des deux autres domaines. Parfois, elle est même considérée comme infinie à ces amplitudes de chargement.

Les industriels doivent donc connaître précisément les conditions d'usages de leurs produits pour employer convenablement les abaques. Les chargements peuvent être de différentes natures pouvant être liés à l'environnement (variation de température, d'humidité) ou bien à l'utilisation.

Dans un souci de performance, les structures sont souvent optimisées en termes de poids par exemple (c'est notamment un facteur décisif des performances aéronautiques, aérospatiales et automobiles). De nouveaux matériaux voient ainsi le jour. De ce fait, l'étude des comportements en fatigue reste un sujet toujours d'actualité [Bathias, 2013].

Le but de ce travail n'est pas de s'intéresser au dimensionnement d'une pièce précise ou d'un matériau en particulier. La liaison au sol, élément d'intérêt de ce travail, regroupe une multitude de pièces. La difficulté réside dans la caractérisation précise du chargement vu par cette structure au cours de sa vie pour le dimensionnement à la fatigue.

### Domaine automobile

Ce travail porte sur le dimensionnement à la fatigue des pièces de la liaison au sol des véhicules automobiles. Ces pièces assurent le rôle de guidage, la transmission des efforts moteur et de freinage, ainsi qu'une fonction de confort en absorbant les sollicitations issues des aléas de la route. Elles font partie des pièces de sécurité. Leur fiabilité doit être assurée par le constructeur tout au long de la durée de vie du véhicule. Aucune fissure n'est admise.

La structure de la liaison au sol correspond à un assemblage de pièces aux géométries complexes conçues à partir d'alliages métalliques. La méthode d'assemblage privilégiée est la soudure des différentes pièces. Dans le cadre d'une utilisation normale du véhicule (domaine de la fatigue à grand nombre de cycles), les joints soudés sont des concentrateurs de contrainte et deviennent des zones sensibles à la ruine. Cela représente un grand nombre de points à surveiller lors du dimensionnement pour le constructeur. Pour gagner en efficacité ce dernier se base sur les sollicitations mesurées aux roues pour définir les chargements de référence.

Les constructeurs ne disposent pas de norme commune pour définir un processus de dimensionnement de ces pièces. Ils se basent donc sur leur propre expérience. Un besoin de normalisation du processus de dimensionnement a notamment été formulé. La difficulté principale est de prendre en compte toute la complexité de la sollicitation perçue aux roues. Le chargement est à amplitude variable, dépendant des situations de vie rencontrées. Les cas de sollicitation correspondent par exemple aux différents virages, freinages mais aussi les types de chaussée, dos d'ânes, nids-de-poule et autre terrains parcourus. De plus le véhicule est sollicité aux quatre roues simultanément. La sollicitation est donc multi-entrées (plusieurs voies). Tous ces cas de chargement introduisent des forces et moments aux roues dont les corrélations influencent potentiellement les contraintes perçues en chaque point d'intérêt de la structure.

Comme évoqué précédemment, les constructeurs se doivent de connaître les conditions d'usage pour assurer la fiabilité de leurs produits. Faire rouler ces véhicules jusqu'à rupture des pièces n'est pas envisageable. Le temps de mise sur le marché serait démesurément trop long. De plus, au vu du nombre de pièces complexes, de la variabilité des situations de vie rencontrées, il est essentiel de traduire la complexité du chargement perçue aux roues pour pouvoir dimensionner efficacement les pièces de la liaison au sol.

### Caractérisation et modélisations des chargements à amplitude variable

De nombreuses structures sont soumises à des chargements à amplitude variables, majoritairement dans les domaines ayant attrait au transport. Il faut attendre 1939 pour qu'une caractérisation soit proposée par Gassner pour le domaine aéronautique [Gaßner, 1939]. Il propose ainsi de traduire une succession de situations de vie précises de l'appareil en une séquence de chargements composée de huit blocs de cycles à amplitude constante. La séquence est répétée dans le temps jusqu'à rupture de la pièce. Le nombre de cycles par classe

d'amplitude correspond à un spectre de chargement appliqué à la structure. Ce dernier permet donc de caractériser simplement la succession temporelle des sollicitations.

Depuis, de nombreux modèles de séquences de chargement simplifiés ont vu le jour, tous adaptés à différents domaines industriels [Heuler et Klätschke, 2005]. Pour le dimensionnement de ses pièces à la fatigue, le constructeur automobile a également recours à un spectre de chargement. Pour l'implémenter sur ses bancs d'essais, ou dans ses simulations numériques il le traduit sous forme d'un chargement cyclique d'amplitude constante iso-endommageant. Cette transformation gomme une grande partie des informations temporelles liées au séquençage des situations de vie rencontrées. Sur les bancs, cette méthode ne permet pas d'identifier clairement les situations de vie les plus endommageantes en fonction des pièces étudiées. Cela va à l'encontre du besoin de normalisation énoncé par le constructeur.

En outre, comme évoqué précédemment, la sollicitation du véhicule est multi-entrées. Les spectres de chargement résument certes la complexité du chargement mais ne permettent pas de prendre en compte la corrélation temporelle des sollicitations sur plusieurs voies. C'est le cas notamment lors de la réalisation des manœuvres qui font intervenir plusieurs voies de chargement dont l'évolution est régie par la dynamique du véhicule.

Cette corrélation ne concerne pas l'ensemble des situations de vie rencontrées par le véhicule. Par exemple, le parcours de surfaces cahoteuses ou bien de saignées n'induit pas nécessairement des cas de chargements corrélés suivant plusieurs voies.

En parallèle, il existe également une autre manière de caractériser les chargements à amplitude variable à partir de leurs caractéristiques fréquentielles. C'est le cas généralement des sollicitations vibratoires [Pitoiset, 2001]. Ces méthodes sont d'ailleurs déjà appliquées dans le domaine automobile, pour caractériser la réponse vibratoire de certaines pièces aux sollicitations extérieures, telles que la rugosité de la route [Decker et Savaidis, 2002]. Ces méthodes sont plus adaptées que les spectres de chargement pour prendre en compte le caractère multi-entrées de la sollicitation. Cependant, les chargements concernés doivent respecter certaines spécificités statistiques. Ces dernières ne sont notamment pas respectées lors de la réalisation de manœuvres.

Ce travail veut proposer une modélisation des sollicitations perçues aux roues suffisamment complexe pour dimensionner de manière fiable les pièces de la liaison au sol, et suffisamment simple pour une application industrielle pratique. Le but est d'une part, de proposer des indicateurs pour le constructeur permettant d'identifier parmi l'ensemble des situations de vie rencontrées, celles qui endommagent le plus les différentes pièces. D'autre part, ces travaux doivent permettre de traduire simplement la complexité de la sollicitation multi-entrées. Le traitement de chaque voie de chargement de manière séparée ne peut se faire sans perdre certaines corrélations temporelles (celles induites par les manœuvres notamment). Perdre cette corrélation fait perdre de la précision au constructeur.

Pour répondre à ces objectifs, cette étude propose de modéliser les chargements mesurés aux roues comme la somme des chargements issus des manoeuvres, dits Driven Road, et de ceux induits par les aléas de la route, dits Random Road. Au vu des méthodes de caractérisation évoquées, cette partition permet d'adapter le processus de dimensionnement à la fatigue suivant

la nature du chargement rencontré. Ainsi cette modélisation tire parti des particularités de chaque type de chargement, corrélation temporelle et caractéristiques fréquentielles, pour prendre en compte le caractère multi-entrées de la sollicitation.

Ce travail est structuré en cinq chapitres.

Chapitre 1 : Ce chapitre détaille l'historique scientifique et industriel pour traduire la complexité des mesures temporelles des chargements à amplitudes variables pour le dimensionnement à la fatigue. Les caractéristiques des pièces de la liaison au sol ainsi que la nature des sollicitations rencontrées au cours de la vie du véhicule sont décrites. La méthode actuelle utilisée par le constructeur traduit la complexité du chargement à amplitude variable en un chargement cyclique d'amplitude constante iso-endommageant plus simple à implémenter. Les limites industrielles et scientifiques de cette méthode sont exposées. Elles permettent d'énoncer clairement les problématiques auxquelles ce travail doit répondre.

Chapitre 2 : Ce chapitre présente dans un premier temps les mesures à disposition représentant les chargements mesurés aux roues. Celles-ci sont majoritairement issues des pistes du constructeur. Certaines, plus longues, sont issues de mesures clients. Ce chapitre met en avant une dualité de la nature des chargements perçus aux roues. La partition sépare par filtrage fréquentiel les chargements liés aux manœuvres de ceux induits par les aléas de la route. Les caractéristiques temporelles des signaux aléatoires ne permettent pas de traduire simplement leur complexité. Il faut utiliser leurs spécificités fréquentielles pour les caractériser. La fin de ce chapitre établit le vocabulaire associé aux natures des chargements et formule l'hypothèse majeure de partition des mesures. Il présente surtout le déroulement du processus de validation de cette hypothèse. Ce dernier met en place certaines conventions concernant le comportement global de la structure.

Chapitre 3 : Ce chapitre se concentre sur la caractérisation en fatigue des chargements issus des manœuvres. Ces derniers, pilotés par la dynamique du véhicule sont corrélés dans le temps. Le traitement détaille donc comment partir de cette corrélation temporelle entre les voies de chargement pour prendre en compte le cadre multi-entrées de la sollicitation. Pour ce faire une hypothèse concernant la succession des manœuvres réalisées doit être vérifiée. La fin de ce chapitre propose des outils pour quantifier le respect de cette dernière.

Chapitre 4 : D'une manière analogue au chapitre 3, ce chapitre se concentre sur la caractérisation et le traitement en fatigue des chargements issus des aléas de la route. Il n'est pas possible de caractériser l'ensemble d'une mesure aléatoire si celle-ci contient différents aléas. Une méthode de découpage des signaux aléatoire est alors proposée. De plus, certaines propriétés statistiques doivent être vérifiées avant de pouvoir utiliser les méthodes spectrales. Ce chapitre détaille le choix des portions aléatoires propices à l'utilisation de ces dernières. Adaptées pour prendre en compte le cadre multi-entrées de la sollicitation, les méthodes spectrales sont ensuite appliquées sur ces sections. La fin de ce chapitre détaille certaines limites associées à cette partie de la démarche.

Chapitre 5 : Le chapitre 5 est un chapitre applicatif de la méthode. Il présente un modèle éléments finis de traverse arrière mis à disposition par le constructeur. Plusieurs points d'intérêt sont sélectionnés sur cette pièce pour évaluer la fiabilité de l'hypothèse de partition pour le

dimensionnement à la fatigue. Ces points ne présentent pas tous les mêmes caractéristiques. En chaque point le comportement de la structure est étudié. Certaines limites liées à la démarche de validation de l'hypothèse de partition sont explicitées.





# Chapitre 1

CONTEXTE ET MOTIVATION

## CONTEXTE ET MOTIVATION

---

1.1	Modéliser le chargement pour la fatigue .....	9
1.1.1	Représentation de la tenue à la fatigue à amplitude constante .....	10
1.1.2	Représentation de la tenue à la fatigue à amplitude variable .....	11
1.1.3	Modèles de spectre de chargement.....	15
1.1.4	Construire un spectre de chargement dans le monde automobile .....	21
1.2	Les pièces de la liaison au sol.....	25
1.2.1	Des pièces de sécurité .....	25
1.2.2	Défaillance des pièces en service .....	27
1.2.3	Nature des chargements .....	28
1.3	Dimensionner les pièces de la liaison au sol .....	29
1.3.1	Influence de la contrainte moyenne .....	30
1.3.2	Cumul du dommage .....	33
1.3.3	Méthode « Rainflow » pour le comptage des cycles.....	34
1.3.4	Représentation des spectres de chargement à amplitude variable.....	38
1.3.5	Notion de chargement équivalent.....	39
1.4	Limites industrielles et objectifs de la thèse .....	41

# 1 CONTEXTE ET MOTIVATION

Aucun cadre normatif n'existe pour le dimensionnement à la fatigue des pièces automobiles. Bien entendu, les constructeurs ont besoin de caractériser de manière robuste la durée de vie de leur pièce. Cette précision va de pair avec un marché toujours plus compétitif où le poids du véhicule est un aspect clé des performances attendues. La caractérisation doit également être efficace pour limiter le temps de mise sur le marché des produits. Pour ce faire les constructeurs utilisent les spectres de chargement à amplitude variable mesurés au niveau des roues comme sollicitation d'entrée pour l'ensemble de leur calcul de dimensionnement. Il faut avoir à disposition des outils pour traiter la grande quantité de données provenant de ces mesures.

La définition des spectres de chargement connaît un intérêt grandissant depuis le XX<sup>ème</sup> siècle dans l'industrie, automobile et autre. Ceux-ci permettent de modéliser plus précisément la variabilité des chargements appliqués aux structures lors du dimensionnement à la fatigue. Dans le cadre de la thèse, ce sont les pièces de la liaison au sol des véhicules qui sont étudiées. Le dimensionnement en fatigue de ces pièces est un processus élaboré, composé d'une multitude d'étapes de validations. Seules celles en relation directe avec l'utilisation des spectres de chargement sont détaillées par la suite.

Le besoin industriel est de disposer d'indicateurs robustes d'analyse des chargements pour le dimensionnement à la fatigue des pièces de la liaison au sol. Les besoins auxquels ces travaux de thèse doivent répondre sont donc de prendre en compte de manière efficace le cadre multi-entrée du chargement.

Ce chapitre pose dans un premier temps les bases associées au dimensionnement à la fatigue à grand nombre de cycles dans un cadre général. Il revient notamment sur les références en termes de dimensionnement sous chargement à amplitude variable ainsi que les méthodes de construction des spectres de chargement représentatifs de situations de vie rencontrées par la structure étudiée. Dans un deuxième temps, les pièces de la liaison au sol et leurs spécificités sont succinctement présentées, ainsi que leur comportement sous chargement usuel. Les points d'intérêts pour l'application des méthodes de dimensionnement sont détaillés. Enfin, le chapitre passe en revue les méthodes à l'usage chez le constructeur pour simplifier la complexité du chargement variable perçu et identifie les lacunes associées à cette méthode.

## 1.1 Modéliser le chargement pour la fatigue

Cette partie présente tout d'abord le cadre théorique associée à la tenue à la fatigue à amplitude constante. Les méthodes adaptées aux sollicitations à amplitude variable sont ensuite exposées. Celles-ci requièrent la définition d'un spectre de chargements. Plusieurs modèles ont été définis, adaptés au domaine industriel de la structure. Pour ce qui est du domaine automobile, la partie se termine sur les méthodes utilisées pour définir des spectres de chargement directement à partir des sollicitations mesurées aux roues du véhicule.

### 1.1.1 Représentation de la tenue à la fatigue à amplitude constante

La notion de dimensionnement des pièces à la fatigue naît au XIX<sup>ème</sup> siècle avec les travaux de J.V. Poncelet [Poncelet, 1844]. Il introduira le terme Fatigue pour caractériser l'usure des pièces ou structure en service. La rupture en fatigue d'essieux ferroviaire, notamment étudiés par W. Rankine [Rankine, 1843], met en lumière la gravité potentielle des accidents. Les connaissances concernant les comportements des matériaux en fatigue connaissent alors un premier essor. Ce sont notamment les travaux de A. Wöhler qui permettent d'introduire les notions d'endurance du matériau [Wöhler, 1860]. Ils permettent pour un type de chargement cyclique donné, d'associer l'amplitude du chargement, notée  $S$ , à la durée de vie du matériau, comptabilisée en nombre de cycles de chargement,  $N$ . Cette courbe caractéristique est d'ailleurs souvent appelée courbe de Wöhler. Elle représente une vision probabiliste de l'occurrence d'une défaillance, telles que l'identification d'une fissure ou la rupture définitive d'une section utile de taille donnée. En effet, expérimentalement, la durée de vie  $N$  est soumise à une dispersion. Elle peut varier pour un même matériau, pour un jeu d'éprouvettes de même géométrie soumis à la même sollicitation  $S$ . La courbe « théorique » de Wöhler, représentant une durée de vie intermédiaire (usuellement à 50% de chance de rupture) sert toujours de référence dans la caractérisation actuelle des matériaux. La Figure 1 schématise le résultat de la courbe de Wöhler pour une sollicitation sinusoïdale d'amplitude constante.

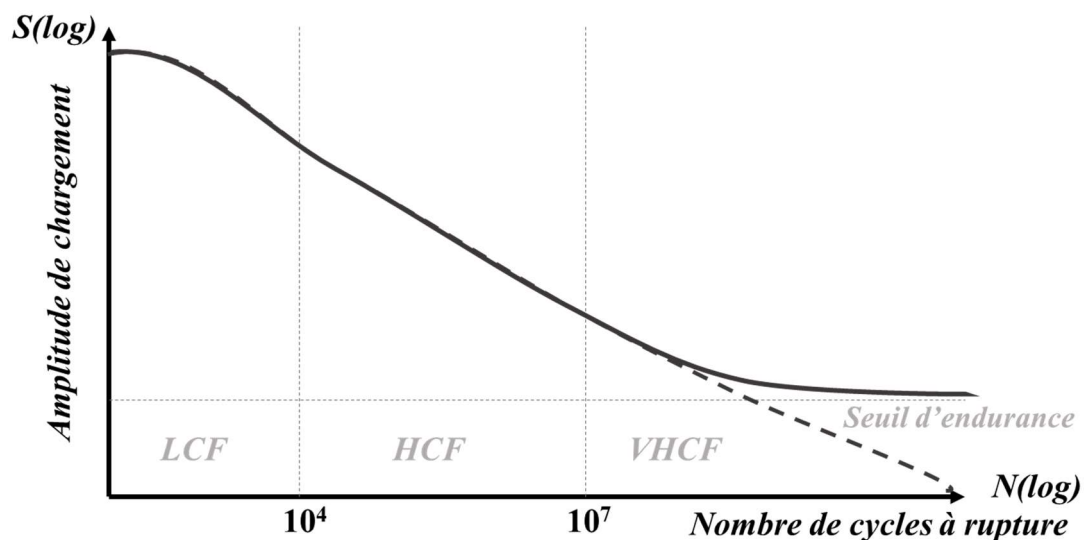


Figure 1 : Courbe théorique de Wöhler, la courbe en pointillée modélise un second comportement potentiel où l'existence d'un seuil d'endurance est remise en cause

Les travaux de A. Wöhler ont permis d'identifier trois domaines de ruine dû à la fatigue. Le premier concerne la fatigue oligocyclique ou « Low Cycle Fatigue » (LCF) en anglais, proche de la limite d'élasticité du matériau. Le second est qualifié de fatigue à grand nombre de cycles ou « High Cycle Fatigue » (HCF) en anglais. Le dernier relève de la Fatigue à très grand nombre de cycles ou « Very High Cycle Fatigue » (VHCF) en anglais. Des études plus récentes [Bathias et Pineau, 1997; Suresh, 1998], remettent en cause l'existence de cette limite au moins pour certains matériaux.

De nombreux modèles ont vu le jour pour décrire le comportement du matériau (ainsi que de son procédé de mise en forme) en fatigue en fonction du domaine de sollicitation, tels que le modèle de Basquin [Basquin, 1919], de Stromeier [Stromeier, 1914], .... Par exemple, celui de Basquin permet de caractériser les métaux et alliages dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. Ce modèle est formulé de la façon suivante,

$$NS^b = C, \quad (1.1)$$

où  $b$  et  $C$  sont des paramètres matériaux. Plus précisément,  $b$  caractérise la pente de la droite visible dans le graphique  $\log(S)$ - $\log(N)$ . Ce modèle est très utilisé pour caractériser les matériaux sous chargement uniaxial. Cette équation n'est pas valable pour rendre compte du comportement dans les domaines oligocyclique et à très grand nombre de cycles.

### 1.1.2 Représentation de la tenue à la fatigue à amplitude variable

Il existe de nombreux domaines où les pièces ne sont pas soumises à des chargements cycliques à amplitude constante, mais à des chargements variables dans le temps. La complexité du dimensionnement s'accroît si la structure est soumise à plusieurs sources de chargements.

Pour dimensionner une pièce en fatigue, quatre paramètres majeurs doivent être maîtrisés par les concepteurs [Berger et al., 2002]:

- La nature des chargements appliqués à la structure ;
- La géométrie des pièces dimensionnées ;
- Le comportement en fatigue des matériaux des pièces dimensionnées ;
- Le procédé de fabrication des pièces dimensionnées.

Le travail de cette thèse s'intéresse en particulier au premier paramètre concernant la nature des chargements. L'intérêt pour la modélisation des chargements à amplitude variable a connu un essor au cours du 20<sup>ème</sup> siècle, en particulier avec les travaux de E. Gassner [Gassner, 1939]. Dimensionner les pièces à partir de chargements représentatifs de ceux perçus en service a des avantages [Berger et al., 2002]. Cela permet de préciser la durée de vie des pièces de manière plus robuste, surtout pour les pièces dites de sécurité. Des conceptions plus légères peuvent potentiellement être homologuées. Cette problématique est toujours d'actualité dans les transports automobiles ou aéronautiques par exemple [Guo et al., 2022; Gupta et al., 2022].

Dans ces travaux de recherche E. Gassner met au point un spectre de chargement théorique composé de 8 blocs de chargements cycliques, illustré en Figure 2 a). La Figure 2 b) décrit le même chargement cette fois-ci représenté en termes de nombres de cycles par classe d'amplitude<sup>1</sup>. Pour clarifier la lecture de cette figure, la longueur du spectre en nombre de cycles est notée ici  $L_s$ . Les valeurs maximales et minimales correspondent aux extrema des niveaux où des cycles ont été comptabilisés. Le ratio  $\bar{R}$  revient au rapport des contraintes associées à chaque cycle.

<sup>1</sup> Les méthodes de comptage de cycles sont présentées en partie 1.1.3

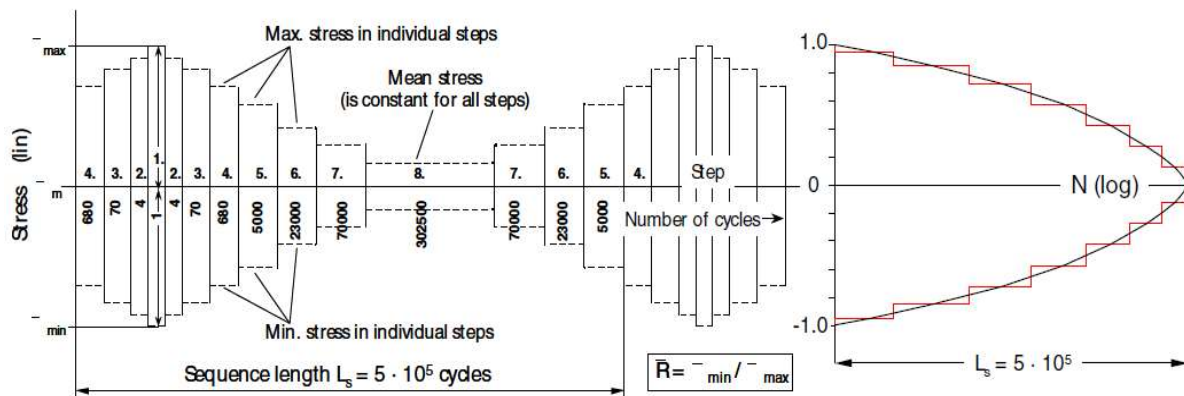


Figure 2 : Chargement en 8 blocs Gaussien proposé par E. Gassner en 1939, a) représentation de l'application successive de la séquence de la contrainte en fonction du nombre de cycles de chargement, b) spectre de chargement de la contrainte normalisée en fonction des occurrences cumulées comptabilisées par la méthode « level crossing <sup>2</sup> », repris de [Sonsino, 2007]

L'application de ce chargement est répétée sur la pièce jusqu'à rupture. Le chargement maximum appliqué n'est pas supposé dépasser la limite élastique de la pièce testée, pour rester dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles. Cette description du chargement fait notamment intervenir la notion de « classe d'amplitude », toujours d'actualité dans les méthodes de comptage actuelles. En effet, les cycles sont comptabilisés dans des classes en fonction de leur amplitude. Plus l'intervalle entre chaque classe est grand, moins le spectre sera précis, puisque l'ensemble des cycles d'un même intervalle verront leur amplitude comptabilisée à une valeur unique (borne supérieure, valeur moyenne de la classe...). C'est de cette manière que sont construits les séquences de blocs de cycles. Le chargement en 8 blocs a été appliqué jusque dans les années 1960. Ce n'est qu'ensuite que la capacité des machines d'essai, notamment celles servo-hydrauliques, a permis de générer des chargements à amplitude variables plus complexes [Sonsino et al., 2015].

En plus de proposer ce spectre de chargement E. Gassner a également proposé une nouvelle manière de représenter les chargements à amplitude variable. En effet, la durée de vie n'est pas comptabilisée en nombre de cycle  $N$  avant rupture, mais en nombre d'occurrences cumulées à rupture  $H$ . Techniquement ces deux variables traduisent la même information.

Pour un spectre de chargement donné,  $H_i$ , le nombre d'occurrences cumulées depuis l'amplitude maximale du chargement, notée  $S_l$ , jusqu'à l'amplitude  $S_i$ , est calculé à partir des nombres de cycles  $n_j$ , de la manière suivante,

$$H_i = \sum_{j=1}^i n_j. \quad (1.2)$$

À l'amplitude maximale, le nombre d'occurrences cumulées  $H_l$  est égale au nombre de cycles effectifs  $n_l$ . En termes de notation, le nombre d'occurrences cumulées à l'amplitude minimale est notée  $H_0$ , elle correspond logiquement à la somme des cycles présents dans le

<sup>2</sup> La méthode level crossing mentionnée en partie 1.3.3.

spectre de chargement. Cette représentation a notamment pour intérêt de définir un spectre de chargement continu en fonction de l'amplitude de chargement.

Cette représentation inaugure, après les travaux de Wöhler, une révolution dans le domaine du dimensionnement à la fatigue. De manière analogue à la courbe de Wöhler, Gassner a proposé une courbe pour représenter la durée de vie des structures soumises à des chargements à amplitude variable. En effet, il expose que, une fois l'amplitude maximale du spectre fixée, la durée de vie  $N$  (ou  $H$ ) peut être modélisée par une relation semblable à celle de Basquin pour la courbe de Wöhler

$$NS_{max}^k = K, \quad (1.3)$$

où  $k$ , et  $K$  sont, de manière analogue au modèle de Basquin, la pente et le paramètre matériau associé au modèle.

Les pentes des deux courbes ont la même valeur [Facchinetti, 2018]. Si aucun effet d'histoire n'est à prendre en compte, alors les seuls paramètres matériaux à déterminer sont  $(b,C)$  et  $(k,K)$ .

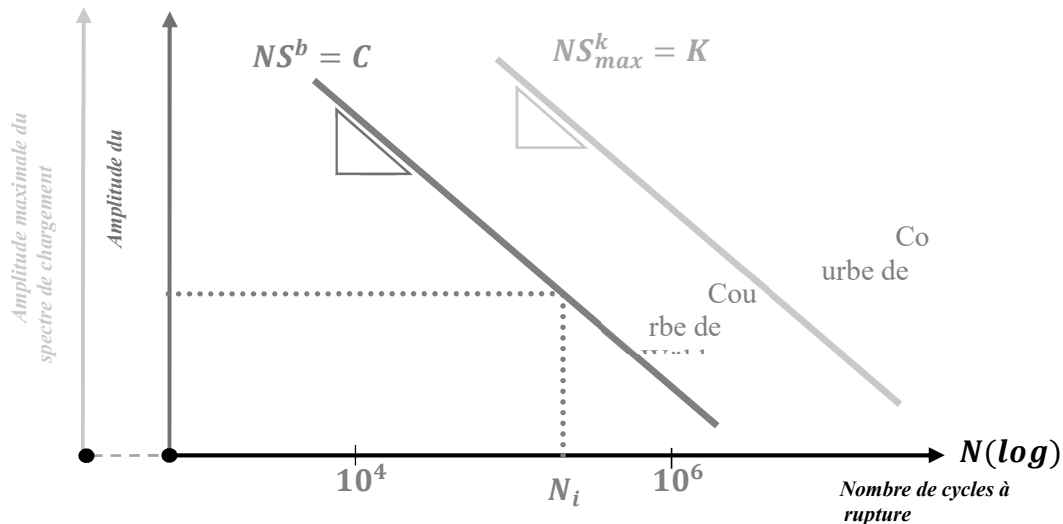


Figure 3 : Représentation théorique des courbes de Gassner et Wöhler dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles

Les occurrences cumulées étant liées au nombre de cycles effectifs présent dans le spectre de chargement les deux courbes peuvent être représentées sur le même graphique « amplitude du chargements – nombre de cycles à ruptures ».

Il convient de faire attention en regardant la Figure 3, car il serait possible de penser que la méthode de Gassner induit une plus grande durée de vie. Cette observation est un leurre puisque les deux courbes correspondent à des spectres de chargement distincts. [Sonsino, 2007] illustre notamment l'influence du spectre de chargement sur le dimensionnement des pièces, (Figure 4).



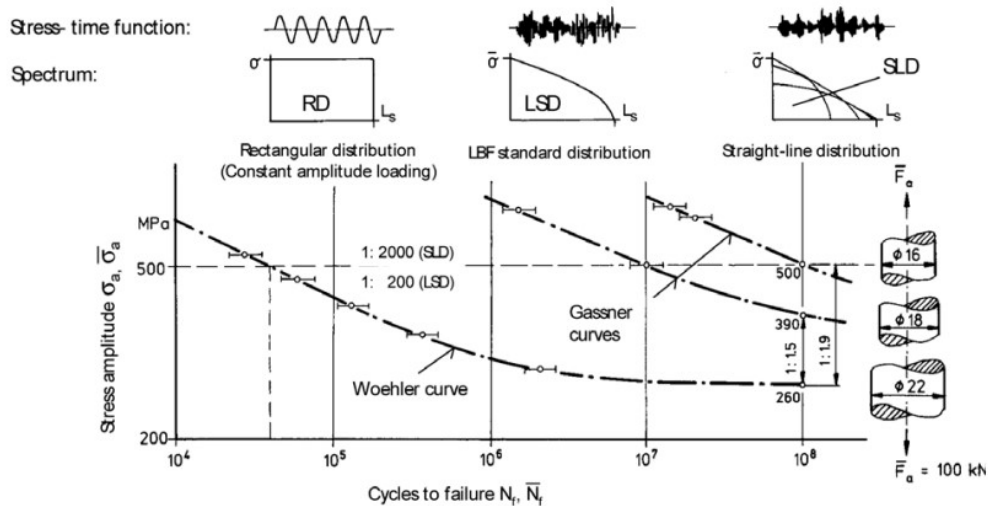


Figure 4 : Influence de la forme du spectre sur la durée de vie en fatigue et le dimensionnement de composants [Sonsino, 2007]

Pour un spectre de chargement donné, il est possible selon [Heuler et Klätschke, 2005], de définir un coefficient de forme de spectre, SSF en anglais (Spectrum Shape Factor), qui représente une distance, associée à un nombre de cycles, entre la courbe de Wöhler du matériau et celle de Gassner dans le référentiel  $S-N$ . Ce coefficient<sup>3</sup> s'écrit de la façon suivante,

$$SSF = \log \left( \frac{\sum n_i}{\sum n_i \left( \frac{S_i}{S_{max}} \right)^k} \right) \quad (1.4)$$

Ce coefficient ne dépend que de la forme du spectre de chargement étudié ainsi que du paramètre matériau  $k$  (égale à  $b$ ). La Figure 5 représente ce coefficient de passage à partir des travaux de [Heuler et Klätschke, 2005].

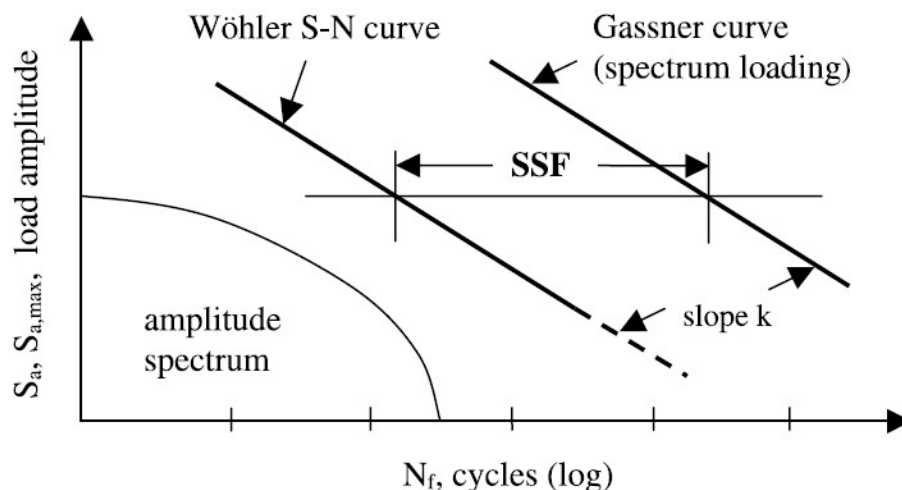


Figure 5 : Représentation théorique du coefficient SSF entre les courbes de Wöhler et Gassner [Heuler et Klätschke, 2005]

<sup>3</sup> Cette relation dépend de la loi d'endommagement, en l'occurrence celle de Miner qui sera décrite en partie 1.3

La définition d'un facteur, tel que le SSF, est judicieuse pour les industriels. En effet, en supposant que le spectre de chargement à amplitude variable soit représentatif de la tenue en service de la structure dimensionnée, il suffit de connaître les paramètres de la courbe de Wöhler aux amplitudes maximales du spectre pour en déduire la durée de vie sous le chargement variable. Cette méthode, si elle est appliquée de manière scrupuleuse, permet par exemple de réaliser des tests simples d'application à une durée de vie plus courte que celle cible pour ensuite extrapoler les résultats à la tenue de vie en service, bien plus précise et complexe [Berger et al., 2002; Heuler et Klätschke, 2005; Sonsino, 2007].

Même si le spectre de chargement à amplitude variable était parfaitement connu, il faudrait tout de même s'assurer que les amplitudes de chargements soient cohérentes avec le domaine de la fatigue étudié. En effet, les études de Heuler ont montré que plus la valeur du coefficient SSF était grande, plus il fallait s'attendre à l'apparition de non-linéarité lors du transfert d'une courbe à l'autre. Il faut donc vérifier le sens physique des sollicitations pour la structure concernée avant d'appliquer la méthode.

De manière générale, avant de pouvoir utiliser le paramètre SSF, il faut simplifier les sollicitations vues au cours de la vie de la pièce pour pouvoir dimensionner efficacement. Pour rester le plus représentatif, il faut trouver un équilibre entre la complexité du chargement et sa précision. C'est ainsi que les mesures initiales sont modélisées en tant que successions de blocs de chargement à amplitude constante. Que ce soit pour identifier le coefficient SSF ou bien comparer le spectre de chargement issu d'autres mesures, il faut mettre en place une méthode de standardisation des spectres de chargement.

### 1.1.3 Modèles de spectre de chargement

Depuis plus d'une quarantaine d'années les spectres de chargement standardisés commencent à faire leur apparition. L'un des domaines d'activités les plus prolifiques à ce sujet est l'aéronautique (voir Tableau 1). Un dimensionnement à la fatigue sûr va souvent à l'encontre de deux axes de développement industriels que sont l'allègement de la structure et l'accélération des processus de conception. Dans ce contexte, une fois un spectre de chargement défini, celui-ci peut être appliqué à plusieurs structures potentielles respectives tout en s'approchant au maximum des conditions de service.

Bien entendu, le spectre doit être défini en fonction de la pièce dimensionnée ainsi que de la mission de l'appareil. TWIST [Schütz et al., 1973] et FALSTAFF [Vandijk et Dejonge, 1975] sont les noms de deux spectres de chargement caractérisant tous les deux les chargements vus par les ailes, l'un pour l'aviation civile et l'autre militaire. Pour les besoins industriels toujours, certains spectres de chargement sont dérivés de ceux déjà existant en omettant certaines séquences ou les cycles de plus faibles amplitudes jugés non-endommageants. Des versions contractées des chargement WISPER [Aalt, 1989], TWIST et HELIX/FELIX [Edwards et Darts, 1984] existent et sont elles-mêmes standardisées. Pour information, l'omission de ces cycles vient perturber la distribution des amplitudes de chargement et le calcul du coefficient SSF [Heuler et Klätschke, 2005].

Tableau 1 : Séquences de chargement standardisés, issu de [Heuler et Klätschke, 2005]

Nom	TWIST	FALSTAFF	HELIX, FELIX	WISPER	Hot TURBISTAN
Objectif	Avion de transport civil	Avion de combat	Hélicoptère, avec turbine articulés ou fixes	Éoliennes	Disques de moteurs d'avions tactiques
Détails structurels	Moment de flexion au niveau des fixations des ailes	Similaire à TWIST	Flexion des pales du rotor	Flexion déphasée de la pale	Jantes
Historique de Chargement	Contrainte moyenne constante positive lors des rafales, cycles sol-air-sol	Séquences de manœuvres, variation de la contrainte moyenne	Blocs de cycles avec différentes amplitudes et contraintes moyennes	Blocs de cycles types rafales, contrainte moyenne constante	Min et max des cycles, contrainte moyenne élevée, temps de repos
Nombre de voies	1	1	2	1	2
Taille de blocs (cycles)	$402 \cdot 10^3$	$18 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^6$ $2,1 \cdot 10^6$	$132,7 \cdot 10^3$	$8,2 \cdot 10^3$
Usage Équivalent	4000 vols	200 vols	140 vols	2 mois	100 vols
SSF	3,09	2,54	1,70 2,62	2,96	1,8
Nbre. Classe d'amplitude	20	32	31 33	64	50
Année	1973 [Schütz et al., 1973]	1975 [Vandijk et Dejonge, 1975]	1984 [Edwards et Darts, 1984]	1988 [Aalt, 1989]	1990 [Bergmann et Schütz, 1990]

L'ensemble des spectres de chargement standardisés sont dérivés de mesures sur structures en service. La Figure 6 illustre l'allure de ces mesures pour plusieurs domaines industriels. Les grandeurs utilisées pour définir un spectre de chargement sont propres au domaine d'étude ainsi qu'à la pièce d'intérêt.

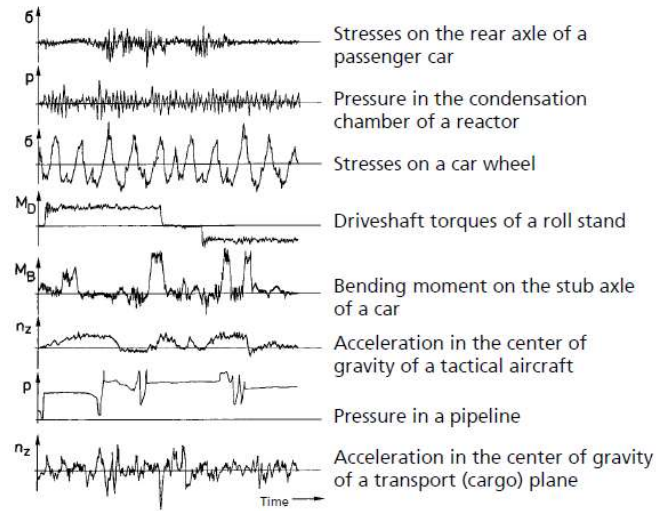


Figure 6 : Différentes mesures de chargement, repris de [Sonsino, 2007]

C'est à partir de ces mesures ainsi que de l'expérience des constructeurs que sont construits les séquences de chargement utilisés pour le dimensionnement standard des pièces, notamment en fatigue. La Figure 7 a) illustre une séquence de vol associé au chargement HELIX. La Figure 7 b) reprend les deux spectres de chargement résultant pour les spectres HELIX et FELIX.

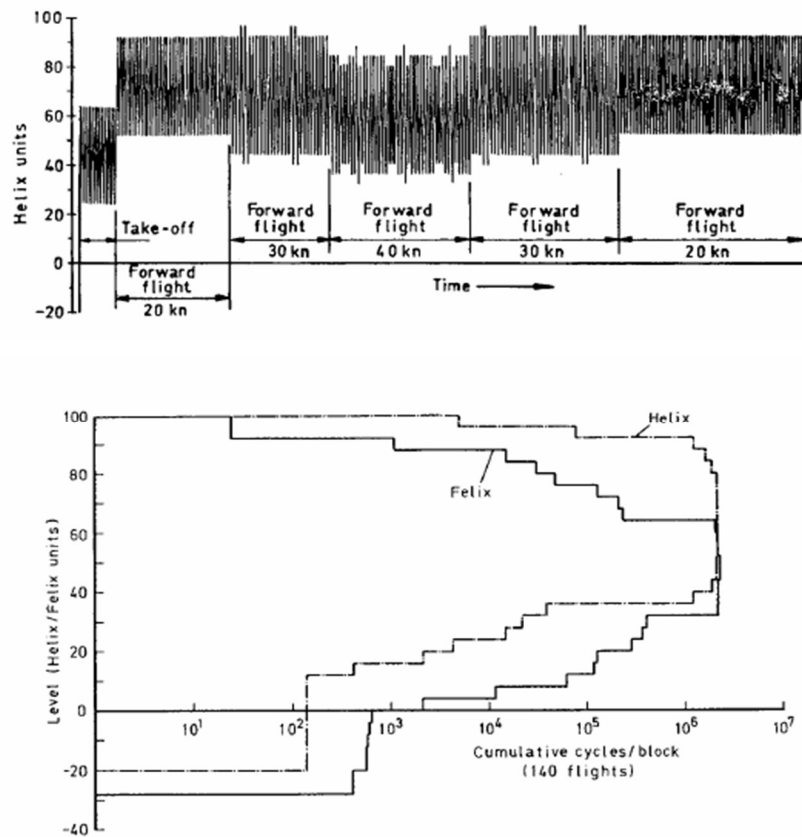


Figure 7 : a) Première phase d'entraînement de la séquence HELIX et b) spectre de chargement via méthode « level crossing » des séquences HELIX et FELIX. L'ordonnée level correspond au niveau auquel ont été comptabilisés les cycles de chargement, [Heuler et Klätschke, 2005].

En fonction de la nature du chargement étudié, la durée des spectres peut ne pas être comptabilisée de la même manière. Pour l'aviation, la durée est quantifiée en nombre de vols, dans le domaine offshore cette durée est comptabilisée en années. Dans le domaine automobile c'est le nombre de km qui fait foi. Par ailleurs, travailler avec la séquence temporelle permet de garder l'historique de chargement. De manière générale, l'ensemble des spectres de chargement sont traduits en nombre de cycles. Travailler à partir des spectres « amplitude-nombre de cycles » optimise les données d'essais, mais ne permet pas de garder l'information relative au séquençement temporel des cycles.

En ce qui concerne le domaine automobile, certains spectres de chargement datant des années 1980 ont été mis au point sous le nom de CARLOS (pour CAR LOAdingS) [Schütz et al., 1990]. Le Tableau 2 résume plusieurs d'entre eux. Les trois séquences uniaxiales initiales sont conçues pour les pièces de suspension des véhicules. Elles décrivent respectivement les efforts verticaux, latéraux et longitudinaux. La prise en compte des chargements multi-entrées, voir Figure 8, nécessite de connaître la phase entre les différents axes de sollicitations. Plusieurs spectres CARLOS existent, ils diffèrent tous en fonction de la mission du véhicule ainsi que de la nature des pièces dimensionnées.

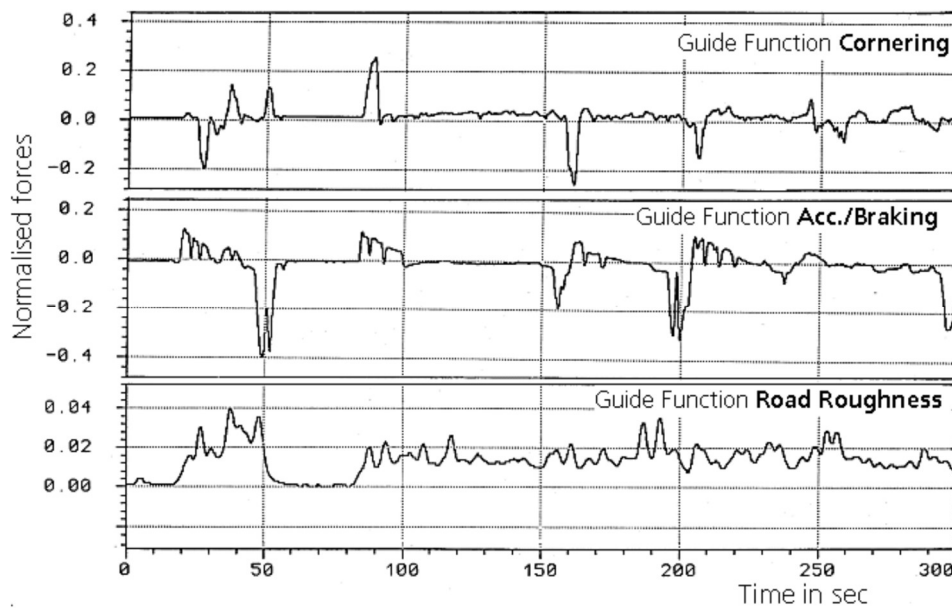


Figure 8 : Séquences du spectre CARLOS multi, issu de [Heuler et Klätschke, 2005]

Tableau 2 : Séquences de chargement standardisés pour l'automobile, issu de [Heuler et Klätschke, 2005]

Nom	CARLOS	CARLOS multi	CARLOS PTM	CARLOS PTA	CARLOS TC
Objectif	Chargement standard d'un véhicule (3 séquences uniaxiales)	Chargement standard d'un véhicule (Multiaxial)	Groupe motopropulseur d'un véhicule (Boîte manuelle)	Groupe motopropulseur d'un véhicule (Boîte automatique)	Attelage de remorque sur un véhicule
Détails structurels	Longitudinal, latéral et vertical sur les pièces de suspension	4 voies de chargements sur les suspensions avant	Embrayage, roue dentées, arbres, roulements, joints, etc.	Similaire à PTM	Dispositifs d'attelage de remorque, structure de support véhicule
Historique de Chargement	Aléatoire, fluctuations de la contrainte moyenne, mixe de 5 types de route	Échantillonnage à 200 Hz, phases entre les chargements liés aux manœuvres	Historiques d'efforts, de couples et de vitesses, pour 5 vitesses moteurs	Similaire à PTM	Efforts longitudinaux, latéraux, verticaux, optimisés pour la durée et les conditions d'essais
Nombre de voies	1	4	2	2	3
Taille de blocs (cycles)	La : $952 \cdot 10^2$ Lo : $84 \cdot 10^3$ Ve <sup>4</sup> : $136 \cdot 10^3$	Similaire à CARLOS	Dépend de la position de la boîte de vitesse	Dépend de la position de la boîte de vitesse	3 blocs courts répétés
Usage Équivalent	40 000 km	40 000 km	6000 km	6000 km	Durée de vie totale
SSF	Lo : 2,70 La : 2,46 Ve : 2,66	Similaire à CARLOS	2.49	1.92	Lo : 3,78 La : 3,05 Ve : 3,05
Nbre. Classe d'amplitude	$\leq 64$	/	/	/	/
Année	1990 [Schütz et al., 1990]	1994 [Schütz et al., 1994]	1997 [Schütz et Klätschke, 1997]	2002 [Klätschke, 2002]	2003 [Wartenberg et al., 2003]

Les essais basés sur des spectres de chargement ne sont préconisés que lorsque la durée de vie en fatigue ne peut être quantifiée de manière fiable via l'utilisation d'essais à amplitude constante. L'ensemble des spectres standards ne sont pas toujours appliqués pour leur signification, mais pour leur contenu en termes de fréquence, de séquence ou de type de chargement. Par exemple une personne ne travaillant pas sur les ailes d'avions peut s'intéresser à la séquence TURBISTAN [Bergmann et Schütz, 1990], illustré en Figure 9, pour appliquer à son éprouvette ou sa structure des ruptures brutales de sollicitations (observables entre les points *peak load* et *underload*).

<sup>4</sup> La : Lateral / Lo : Longitudinal / Ve : Vertical

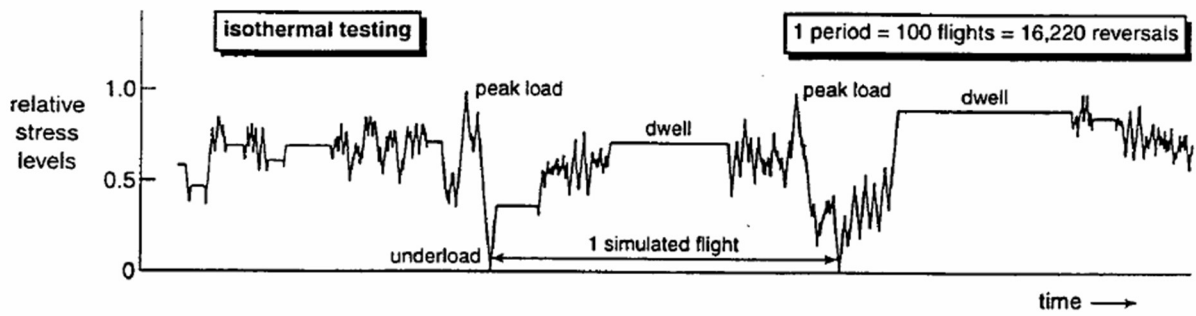


Figure 9 : Séquence de chargement Hot TURBISTAN, prenant en compte les ruptures de chargement et les temps de repos (issu de [Heuler et Klätschke, 2005]).

Pour le dimensionnement en fatigue, l'amplitude des cycles ainsi que les valeurs maximales atteintes sont d'intérêt. Les séquences de chargement à amplitude variable peuvent donc être caractérisées à l'aide de ces paramètres. De plus, l'impact de l'ordre de séquençement des cycles peut avoir son importance [Fatemi et Yang, 1998]. Cependant, comparer deux séquences entre elles via leur séquençement temporel reste laborieux.

Dans l'industrie automobile par exemple, il existe un nombre quasi-infinie de séquences démarrage-virage-freinage différentes. Représenter l'ensemble de ces combinaisons sur l'ensemble des clients et des trajets est a priori très long. L'impact du séquençement des différentes situations de vie ne peut donc être pris en compte.

En ce sens, Heuler a proposé un modèle de spectre de chargement prenant en compte le nombre d'occurrences cumulées en fonction de l'amplitude de chargement<sup>5</sup>. Ce modèle est normalisé, il permet donc de comparer aisément les différents spectres entre eux même si ceux-ci proviennent de domaines différents [Heuler et Klätschke, 2005]. La formulation de ce modèle est la suivante,

$$\frac{\log(H)}{\log(H_0)} = 1 - \left(\frac{S}{S_{max}}\right)^\nu, \quad (1.5)$$

avec  $\nu$  le coefficient de forme. Ce modèle a pour intérêt de rendre compte de 3 des 4 paramètres essentiels pour la définition des spectres de chargement que sont :

- L'amplitude de chargement maximale  $S_{max}$  ;
- Le nombre total de cycles  $H_0$  ;
- La fonction de distribution des cycles en fonction de l'amplitude via  $\nu$ .

Le 4<sup>e</sup> paramètre concerne la probabilité d'occurrence du spectre même, tel que définit avec une valeur de  $S_{max}$ ,  $H_0$  et  $\nu$  données. Cette probabilité est utile pour dériver le modèle de spectre. Ce paramètre est fondamentalement relié au domaine d'application, ainsi qu'à la pièce dimensionnée [Grubisic, 1994].

Le modèle proposé par Heuler a déjà été identifié sur plusieurs spectres de chargement existant. Le Tableau 3 présente ces résultats.

<sup>5</sup> L'identification du modèle aux données issues des mesures sur piste est détaillée au chapitre 3.

Tableau 3 : Coefficient de forme et SSF associés à chaque type de spectre de chargement, issu de [Heuler et Klätschke, 2005].

$\nu$	SSF	Description
<b>0.8</b>	4.21	$\nu \leq 1$ caractéristique des rafales de vent, de l'action des vagues etc.
<b>1</b>	3.77	Caractéristique de la rugosité de la route
<b>2</b>	2.45	Processus aléatoire gaussien
<b>4</b>	1.46	$\nu > 2$ caractéristique des sollicitations perçues par les ponts ainsi que les structures des grues
$\infty$	0	Chargement à amplitude constante

En ce qui concerne les spectres de chargement standard, Heuler fait le constat suivant : « il existe très peu de spectres définis pour traiter les chargements multi-entrées et de manière générale pour traiter les chargements multi-entrées non-proportionnels ». Certes le chargement CARLOS multi existe, mais celui-ci n'est défini que pour les pièces de la suspension. De plus, les chargements perçus peuvent varier en fonction du véhicule, de l'état de la route, du type de conduite. Utiliser le chargement CARLOS tel quel peut ne pas être représentatif de l'usage du véhicule. Il est donc nécessaire pour les constructeurs de construire leur propre spectre de chargement de référence.

#### 1.1.4 Construire un spectre de chargement dans le monde automobile

Dans le domaine automobile, il n'y a pas de procédure requise pour homologuer les pièces en fatigue. Chaque constructeur est libre de développer sa propre démarche [Grubisic, 1994; Heuler et al., 2005]. Celle-ci fait partie du domaine régalien du constructeur. Pour construire un spectre standard de chargement, il faut prendre plusieurs caractéristiques en compte. Celles-ci sont évoqués par la Figure 10.

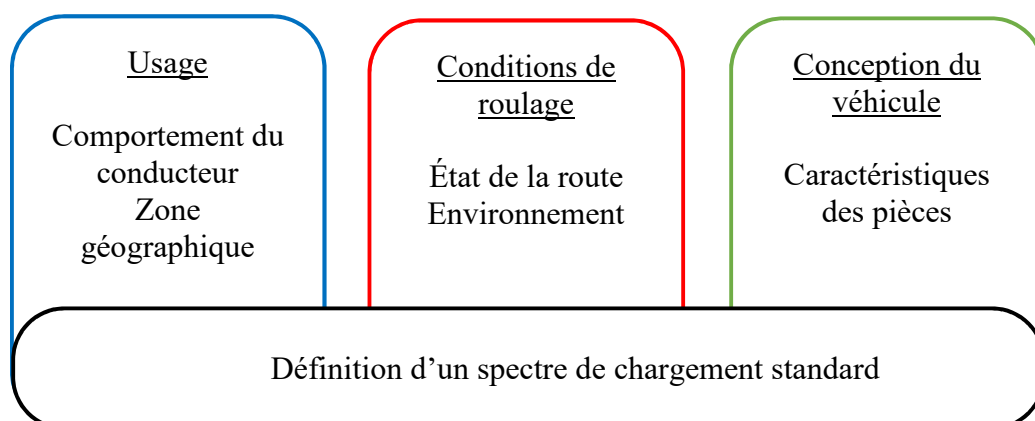


Figure 10 : Paramètres de définition d'un spectre de chargement, adapté de [Grubisic, 1994]

Comme vu précédemment, les spectres de chargements peuvent varier en fonction de la pièce à dimensionner. Dans le domaine automobile, 3 domaines de classification des pièces selon leur importance au sein du véhicule sont usuellement reconnus :



- Composants de sécurité<sup>6</sup>,
- Composants fonctionnels,
- Composants secondaires.

La fissuration des composants de sécurité n'est pas acceptable car elle peut amener à des accidents graves, dont la responsabilité reviendrait au constructeur. La ruine des pièces fonctionnelles entraîne un arrêt du véhicule, à savoir une panne qui, bien que désagréable, ne nuit pas à la sécurité des utilisateurs. Les défaillances présentes sur les composants secondaires n'affectent ni la sécurité, ni la fonctionnalité du véhicule. Celles-ci peuvent être considérées comme des problèmes dits cosmétiques, voire source de gêne (e.g. bruit).

Ainsi les constructeurs vont définir des probabilités de défaillance acceptables en fonction de la mission assurée par la pièce concernée. Si la défaillance de la pièce est grave, alors la probabilité de défaillance acceptable est très faible. Comme énoncé lors de la présentation de la courbe de Wöhler (partie 1.1.1), le dimensionnement des pièces est un processus probabiliste.

Pour construire les spectres de chargement, les constructeurs adoptent une démarche statistique pour quantifier la probabilité d'occurrences de certains événements [Grubisic, 1994; Heuler et al., 2005]. Ces spectres doivent couvrir l'ensemble des situations de vie pour être le plus représentatif possible. Pour ce faire, il faut avoir à disposition une source de données suffisamment étendue concernant les situations rencontrées et avoir compté au préalable les occurrences des différents événements. La complexité des chargements est traduite en un chargement équivalent<sup>7</sup> en terme du dommage induit sur les pièces.

La probabilité de défaillance est calculée à l'aide de la méthode « Contrainte-Résistance » [Baroux et al., 2022; Coudray, 2022; Dressler et Speckert, 2022; Heuler et al., 2010; Morel et al., 2010]. Comme son nom l'indique, deux grandeurs interviennent dans ce processus. La contrainte caractérise la sollicitation vue par la pièce soumise à une séquence de situations de vie donnée. Cela génère des chargements à amplitude variable. La méthode traduit l'impact de ces chargements en une contrainte équivalente perçue par la pièce. La résistance, dans notre cas la durée de vie de la pièce, prend en compte les caractéristiques matériaux, l'impact du procédé de mise en forme, ainsi que la géométrie.

Comme énoncé en amont, la fatigue est abordée de manière probabiliste. Sur un même lot de pièces, soumise à une même sollicitation, toutes n'auront pas la même durée de vie. De manière analogue, pour une même séquence de situations de vie rencontrées par le véhicule, tous les conducteurs ne vont pas induire la même sollicitation. Ces deux grandeurs, contrainte et résistance, sont donc abordées comme des distributions (modélisées par une loi normale). Définir ces deux distributions demande d'avoir collecter un grand nombre de données en fatigue caractérisant soit l'une soit l'autre des grandeurs.

---

<sup>6</sup> Les pièces composant la liaison au sol sont considérées comme des pièces de sécurité, elles seront détaillées dans la partie 1.2 de ce chapitre.

<sup>7</sup> La notion de chargement équivalent sera abordée plus précisément en partie 1.3 de ce chapitre

Une fois construite, les deux distributions sont comparées. Elles peuvent toutes les deux être exprimées via la même grandeur : une contrainte ou bien un effort équivalent peut les caractériser. Comme illustrée par la Figure 11, la zone semblable aux deux distributions désigne la probabilité de défaillance. Si pour une distance d'environ  $10^5$  km, celle-ci est inférieure à une certaine valeur, typiquement moins de  $10^{-6}$ , le dimensionnement de la pièce est considéré comme fiable.

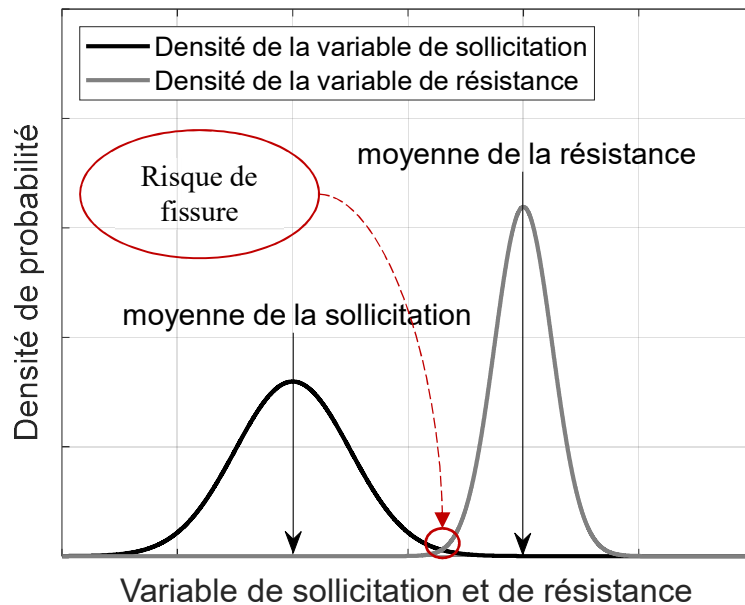


Figure 11 : Schéma théorique des distributions de la contrainte associée à une sollicitation et de la résistance de la pièce étudiée

Pour dimensionner les pièces de sécurité, il faut donc développer un spectre de chargement standard représentatif de la “zone de risque”. Ce travail ne traite pas de la définition de la résistance des matériaux vis-à-vis de la fatigue. De nombreux travaux [Hänel et al., 2003; Heim, 2020; Köhler et al., 2017] détaillent notamment cette partie.

La densité de la variable de sollicitation doit donc tenir compte des caractéristiques notées pour définir un spectre de chargement, celle-ci s’exprime généralement en contrainte vu par une pièce ou bien en chargements tels que les efforts ou moments.

Les constructeurs essaient constamment d’être en adéquation avec les comportements clients occasionnés par les habitudes de conduite (e.g. plutôt sportive ou calme, avec des gradients d’accélération plus ou moins importants) ainsi que par les réglementations en vigueur dans les différents marchés (e.g. limitations de vitesse ou autres règles d’usage du réseau routier). De même, l’allure des surfaces de route et l’environnement ont tendance à varier d’une région du monde à l’autre. De nombreuses études se sont penchées sur la distribution statistique de l’état de la route [Aoki et al., 2003; Bogsjö et al., 2012; Karlsson, 2007]. Pour évaluer ces caractéristiques, les constructeurs mettent en place des campagnes d’essais soit basées sur des roulages clients, soit à partir d’un parcours prédéterminé dans plusieurs régions du monde. Par exemple, la Figure 12 illustre différents spectres de chargements associés au support de roue dans différentes régions du monde.

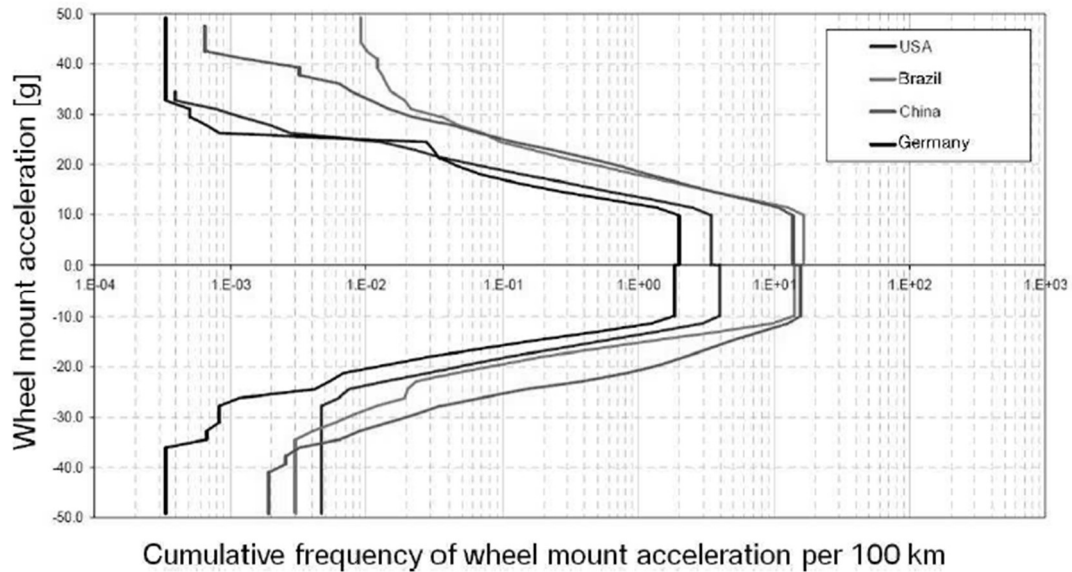


Figure 12 : Spectre de chargement appliqué au montage de roue, issu de différentes régions du monde pour un même véhicule (issu de [Pötter, s. d.] )

La fonction première du véhicule intervient également dans la distribution des chargements étudiés. Par exemple, pour le dimensionnement en fatigue, le contrat de roulage<sup>8</sup> appliqué à un véhicule tout-terrain sera différent d'un véhicule urbain. En effet, le ratio piste-route bitumée, tend à varier dans la composition du contrat pour le véhicule tout-terrain.

Pour l'ensemble de ces pièces, la sollicitation perçue est à la fois une traduction du comportement de la pièce ainsi que la retransmission des chargements perçus aux roues. En termes d'efficacité, e.g. afin de réduire le temps entre la conception et la mise sur le marché, l'idée est de générer un spectre des chargements vus aux roues pour venir ensuite propager ce chargement au sein des pièces pour le dimensionnement à la fatigue. Selon Grubisic il existe plusieurs manières d'établir des protocoles de mesures à partir d'un véhicule équipé de capteurs [Grubisic, 1994].

- Le conducteur est unique. Le parcours est prédéfini sur voie publique.
- Il y a plusieurs conducteurs successifs. Le parcours est prédéfini sur voie publique.
- Il y a plusieurs conducteurs. Le parcours est libre sur la voie publique.
- Le conducteur est unique. Il suit un client sur la voie publique.
- La voiture est instrumentée avec un système de comptage. Ceux-ci sont focalisés sur une grandeur, par exemple le nombre d'accélération mesurée au centre de gravité.

Ces modalités d'essais permettent de rendre compte tantôt de la variation de la conduite, tantôt de la variation de la surface de route ou encore de la répétabilité des manœuvres réalisées.

Des guides de conception existent pour que les constructeurs puissent générer ces spectres de chargement à partir des mesures adéquates en service [Köhler et al., 2017; Speckert

<sup>8</sup> La notion de contrat de roulage au sens du constructeur est détaillée en partie 1.3.4

et Johannesson, 2013]. Certaines études précisent les étapes du dimensionnement pour des pièces, telles que les roues de voitures en fonte d'aluminium [Sonsino et al., 2021].

La définition du spectre standard de chargement est un sujet d'étude d'actualité qui relève du domaine régalien du constructeur automobile [Baroux et al., 2022; Decker et Savaidis, 2002; Dressler et Speckert, 2022]. Par ailleurs, le spectre correspondant à la "zone de risque" précitée peut ne pas correspondre à un utilisateur particulier, mais résulte généralement d'une combinaison enveloppe d'usages et de conditions de route mesurés par le constructeur. Pour générer ce spectre pour l'ensemble de leur flotte de véhicule, les constructeurs élaborent des pistes d'essais inspirées des conditions de route qu'ils ont pu observer. Ils proposent des protocoles de parcours pour rendre compte de l'usage des utilisateurs dans les différentes régions du monde.

À noter que si la construction des pistes est fixe, à savoir établie par une variété finie et plutôt figée d'obstacles et situations de vie, les allures de conduite ainsi que le mixage donné à la séquence d'obstacles peuvent toujours être remaniés pour s'approcher au plus près des expériences client en constante évolution.

## **1.2 Les pièces de la liaison au sol**

Cette partie décrit les conditions en services vues par les pièces de la liaison au sol des véhicules particuliers. La composition de la liaison au sol ainsi que ses fonctions sont rappelées. Les modes d'usure que les constructeurs doivent prévenir sont également présentés. Enfin, la nature des chargements perçus aux roues est détaillée.

### **1.2.1 Des pièces de sécurité**

Ce travail porte sur l'ensemble des pièces de la liaison au sol. Représenté sur la Figure 13, l'ensemble de ce système complexe assure le lien entre le châssis et le sol. Ces pièces assument plusieurs missions essentielles au sein du véhicule comme le guidage, la transmission des efforts du moteurs et le confort. Le choix de leur géométrie permet notamment de contrôler :

- La stabilité en ligne droite comme en virage ;
- La dirigeabilité quel que soit le profil de route et la charge du véhicule ;
- La réversibilité limitée pour atténuer les réactions des roues vers le volant ;
- La réversibilité suffisante pour faciliter le rappel et le maintien des roues en ligne droite.

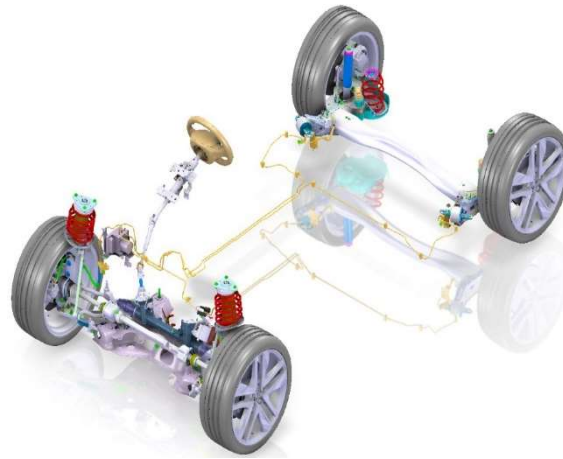


Figure 13 : Schéma des pièces de la liaison au sol de la plateforme EMP2

La liaison au sol regroupe les pièces telles que les essieux, le système de guidage ou direction, de freinage, de suspension, les roues. Aux composants purement mécaniques s'associent désormais beaucoup de contrôleurs électroniques auxquels nous ne nous y intéresserons pas ici.

De par leur fonction, l'ensemble de ces pièces sont essentielles pour la sécurité des usagers. Leur dimensionnement, qu'il soit en fatigue ou statique, est primordial pour le constructeur. Le dimensionnement en fatigue se fait notamment via l'utilisation de spectres de chargement représentatifs des différentes situations de vie rencontrées par le véhicule. En ordre de grandeur, une durée de vie cible de  $10^5$  km, se traduit en usuellement en  $10^6$  cycles de chargements associés aux manœuvres élémentaires.

Les constructeurs ont tendance à se baser sur une fondation unique appelée plateforme, dont la liaison au sol fait partie. La plateforme est une base qui peut être adaptée à différents véhicules ou silhouettes, ce qui permet des économies d'échelle, à savoir gagner en productivité et limiter les coûts. Par exemple, Stellantis (ex PSA) utilise la plateforme modulable EMP2 [Pelletier, 2013] en la déclinant à plusieurs véhicules des segments B, C & D (de type compacts ou familial, berline ou SUV) pour plusieurs marques. Depuis son lancement, 26 véhicules de 6 marques différentes en sont pourvus.

Pour vérifier le dimensionnement, les pièces sont d'abord calculées, puis testées sur banc. La simulation numérique fait appel à des modèles mixtes alliant modèles multi-corps et modèles éléments-finis. Par exemple, lors du dimensionnement d'une traverse de train arrière<sup>9</sup>, le modèle élément-finis doit prendre en compte le contact de la pièce avec 13 autres telles que les articulations élastiques, les amortisseurs, les butées, les ressorts, etc. La Figure 14 illustre un modèle de traverse arrière et les différents points de contact de la structure avec des pièces connexes, celles-ci sont soit en liaison avec le châssis, soit relie la traverse au système de roue.

---

<sup>9</sup> La traverse arrière déformable fera l'objet d'une étude approfondie au cours du chapitre 5 de ce manuscrit

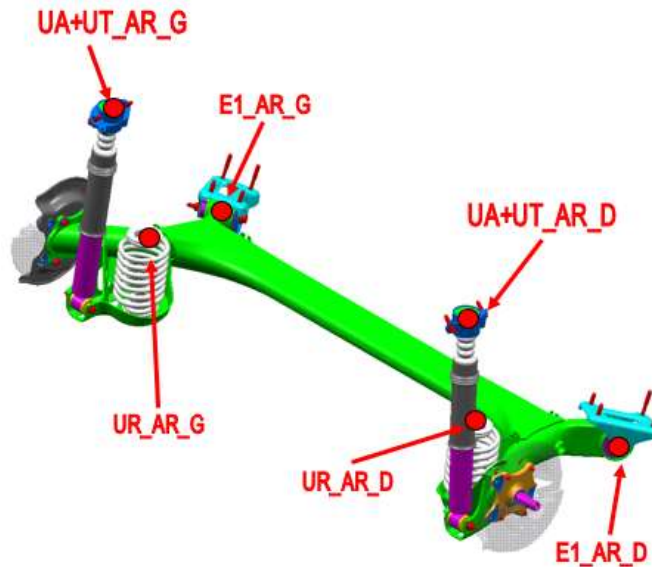


Figure 14 : Schéma d'une traverse arrière et des points d'entrée de la structure.

### 1.2.2 Défaillance des pièces en service

Outre les chargements perçus en service, l'environnement du véhicule peut accélérer la défaillance des pièces. Parmi ces facteurs la température, mais aussi l'agressivité du milieu sont pénalisants, en corrodant par exemple certaines pièces. Cette interaction avec l'environnement est gérée a priori par le constructeur (e.g. solutions techniques et protection adéquate). La défaillance des pièces liées à des sollicitations mécaniques est traité en laboratoire en faisant abstraction des interactions environnementales.

Heureusement, il existe peu de retour d'expérience sur la rupture des pièces de la liaison au sol en service. Les cas de ruptures observés proviennent essentiellement des chargements appliqués lors des essais sur bancs du constructeur. Le niveau de sollicitation est alors supérieur à celui potentiellement perçu en service. Lors des essais sur banc, la sollicitation est usuellement maintenue jusqu'à détection de la première fissure. Un contrôle par ressuage est également appliqué. Certains essais sont maintenus même après la première apparition de fissure pour assurer un suivi de la propagation de l'endommagement.

Les pièces de la liaison au sol sont pour beaucoup obtenues de tôles d'acier découpées, embouties, puis assemblées par soudage, plus rarement en alliage moulé sous pression. Le processus de mise en forme et d'assemblage peut occasionner des défauts (microfissures, porosités, finesse des parois). Dans la majorité des cas ceux-ci sont contrôlés par le constructeur. Les joints soudés sont le principal outil de connexion de l'assemblage (plus de 4000 par véhicule). La matière étant fondue localement, la constitution métallurgique autour du cordon est affectée. Ce sont des zones privilégiées pour la transmission des efforts au sein de la structure [Mainnemaire et al., 2019]. Les joints soudés, de par leur particularité géométrique, font également office de concentrateur de contraintes. Ce sont donc des zones sensibles dont le dimensionnement doit être assuré en service. La Figure 15 illustre plusieurs cas de fissures observées sur banc au niveau de ces liaisons.

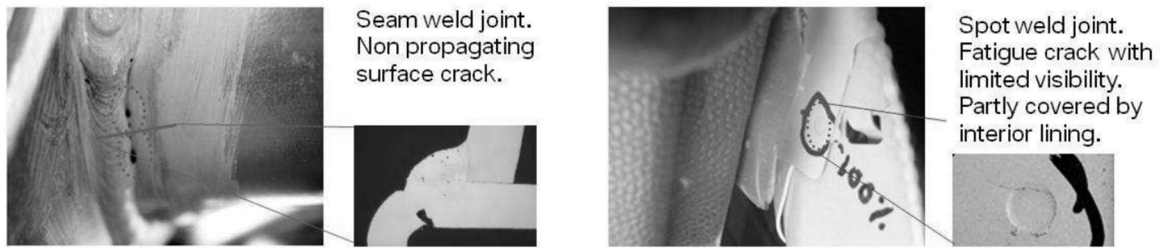


Figure 15 : Points faibles typiques des cordons et des soudures par points issus de [Pötter, s. d.]

### 1.2.3 Nature des chargements

Les chargements traités dans ce travail sont les sollicitations à amplitudes variables caractérisant un usage normal du véhicule, au sens de raisonnablement prévisible. Il existe en effet plusieurs classes de dimensionnement des pièces automobiles en fonction des chargements perçus aux roues, listés dans le Tableau 4.

Tableau 4 : Usages clients correspondant à la vie du véhicule, désignation par Stellantis (ex PSA)

Qualification du chargement	Comportement du véhicule observé par le conducteur
<b>Accidentel</b>	Grandes déformations qui obligent le client à des réparations en garage
<b>Incidentel</b>	Déformations permanentes, mais non visibles par le client qui peut continuer à rouler sans avis d'expert et dans risque avéré de défaillance différée
<b>Maxi</b>	Pas de déformation permanente occasionnée
<b>Fatigue</b>	Durée de vie "illimitée"

L'usage normal englobe les chargements qualifiés de Maxi et ceux Fatigue. Les deux autres types de chargements correspondent à des usages exceptionnels et ne font pas office des mêmes réglementations en termes de sécurité.

Pour chaque classe les conditions d'essai / de simulation diffèrent. Les chargements qualifiés sont ceux appliqués au centre roue. Pour chaque véhicule, les amplitudes de chargement sont normées par rapport au poids propre de la voiture à l'arrêt, à chaque roue. Plusieurs cas de charge définissent des efforts de référence à chaque axe de chargement (longitudinal, latéral et vertical), sur chacune des roues. Ceux-ci comprennent notamment des cas de freinage en ligne droite ainsi que des virages stabilisés.

Cela représente en tout, potentiellement 24 voies de chargement sur l'ensemble du véhicule. Le référentiel associé au véhicule est présenté dans la Figure 16. Chaque roue peut être sollicitée suivant, respectivement :

- 3 efforts  $F_x, F_y, F_z$
- 3 moments  $M_x, M_y, M_z$

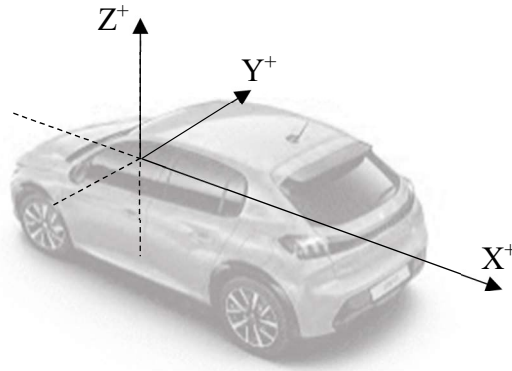


Figure 16 : Repère associé au centre de gravité du véhicule

Lors des roulages clients, ou lors des validations sur piste, les sollicitations mesurées sont assignées parmi les 4 classes en fonction de leur valeur par rapport au poids propre du véhicule perçu à la roue (voir Figure 17). La classification des chargements est basée sur l'expérience du constructeur. C'est à partir de ces mesures aux roues que sont déterminés par le calcul les sollicitations sur les différents composants des trains et de la structure en vue de leur dimensionnement. Les chargements considérés pour le dimensionnement en usage normal du véhicule ne concernent que les cas dits Fatigue et Maxi.

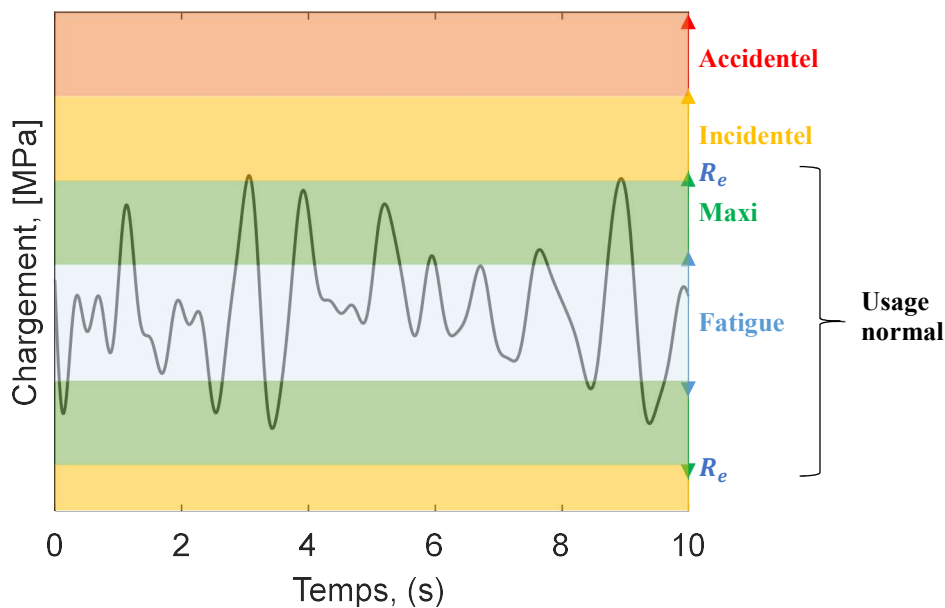


Figure 17 : Schéma simplifié des classes de chargement sur un signal à amplitude variable théorique

Les chargements Fatigue et Maxi ne sont pas supposés engendrer de plasticité supplémentaire au sein des pièces de la liaison au sol, à savoir en plus du processus de mise en forme et d'assemblage. Leur définition représente une tentative élémentaire de définition d'un spectre de chargement, avec une partition entre événements plus rares à forte amplitude (Maxi) et de la fatigue à grand nombre de cycles.

### 1.3 Dimensionner les pièces de la liaison au sol

Cette partie détaille les outils employés par le constructeur pour dimensionner les pièces de la liaison au sol sous usage normal. La justification d'hypothèses telles que la non prise en



compte de la contrainte moyenne perçue aux roues est abordée. Les outils de comptage et de quantification de l'endommagement sont présentés. De même, l'allure des spectres de chargements mis à disposition par le constructeur ainsi la notion de chargement équivalent qui en résulte sont abordés.

### 1.3.1 Influence de la contrainte moyenne

Les travaux expérimentaux, notamment de Wöhler [Wöhler, 1860], ont montré l'influence de la contrainte moyenne, notée  $\sigma_m$  sur la durée de vie d'une éprouvette soumise à un chargement cyclique d'amplitude constante, notée  $\sigma_a$ . À amplitude fixée, celle-ci a par exemple tendance à diminuer avec une contrainte moyenne positive. À partir de cette observation, et en complément de nombreux résultats d'essais en fatigue, plusieurs relations reliant la durée de vie aux conditions de chargement ( $\sigma_m$ ,  $\sigma_a$ ), ont pu être formulées (Goodman, Stromeier) [Goodman, 1899; Stromeier, 1914]. Elles permettent de définir les conditions limites de durée de vie du matériau en fonction de ces deux conditions de chargement,  $\sigma_a$  et  $\sigma_m$ . Ces relations sont communément représentées dans le diagramme de Haigh [Haigh, 1917]. Celui-ci illustre, pour un nombre de cycles donné  $N$ , l'amplitude de la contrainte en fonction de la contrainte moyenne à iso durée de vie. Parmi les courbes limites, celle utilisée dans le cadre du dimensionnement des pièces de la liaison au sol est la relation empirique de Gerber [Bathias et Pineau, 1997], formulée comme suit,

$$\sigma_a = \sigma_{D(R=-1)} * \left( 1 - \left( \frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 \right), \quad (1.6)$$

avec  $\sigma_{D(R=-1)}$ , la limite d'endurance du matériau pour un essai en traction-compression alternée (le rapport de contrainte  $R$ , de  $\sigma_{\min}$  sur  $\sigma_{\max}$  vaut -1), et  $R_m$  la résistance à la rupture du matériau. Cette parabole est représentée schématiquement sur la Figure 18.

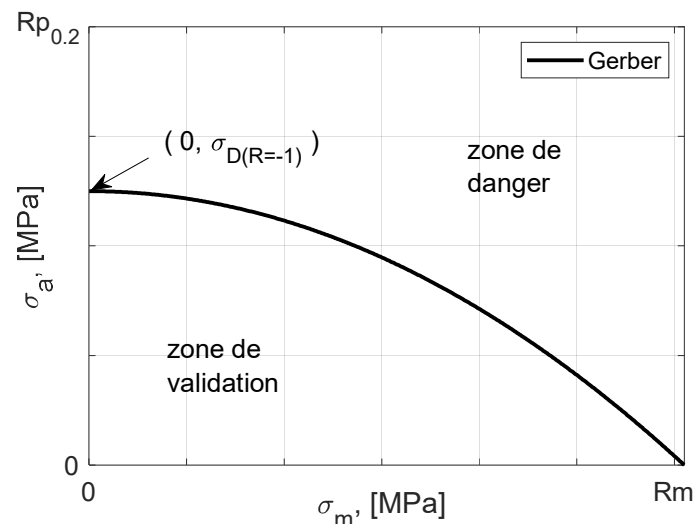


Figure 18 : Représentation de la parabole de Gerber théorique dans le diagramme de Haigh

Connaissant cette relation d'équivalence entre l'amplitude et la moyenne du chargement, il est donc possible pour chaque cycle de chargement donné avec une contrainte moyenne non-nulle  $\sigma_m$ , de retrouver l'amplitude de contrainte du chargement équivalent,  $\sigma_{\text{aeq}}$  à moyenne nulle. La formule s'écrit alors,

$$\sigma_{aeq} = \sigma_a * \left(1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^2\right)^{-1} . \quad (1.7)$$

Finalement, en mettant à profit la courbe de Wöhler, cela revient à augmenter l'amplitude de la contrainte de chargement lors de l'identification de la durée de vie (ou bien à abaisser la courbe de Wöhler initiale). Les paramètres tels que la limite d'endurance ou bien la constante matériau C s'en trouvent modifiés en conséquence.

Au cours de ce travail, les chargements d'intérêt sont les efforts et les moments mesurés aux roues. La plupart bénéficient de conditions d'usage du véhicule raisonnablement symétriques, résultant ainsi naturellement d'une moyenne nulle. Seuls les efforts verticaux n'ont pas une moyenne nulle, à cause du poids propre du véhicule. Le but de cette application est de quantifier l'impact du changement d'amplitude de chargement en prenant en compte la moyenne sur la mesure de l'effort vertical sur une roue. Soit Q, la charge du véhicule portée sur une roue. Au cours des différentes situations de vie en usage normal rencontrées par le véhicule, l'ordre de grandeur de l'amplitude maximale est également de Q. Ce chargement ne vient pas plastifier les pièces de la liaison au sol. Dans ce cas, le rapport de charge est de 0. La relation entre la charge et la contrainte au point d'intérêt est supposée linéaire. Pour illustrer l'impact de la contrainte moyenne, considérons le cas d'une contrainte principale dominante<sup>10</sup> au point d'intérêt, i. La variation de cette contrainte en ce point est alors donnée par  $\sigma_{mi} \pm \sigma_{ai}$ , avec  $\sigma_{ai} = \sigma_{mi}$ . Pour quantifier numériquement l'écart d'amplitude entre  $\sigma_{ai}$  et  $\sigma_{aeq}$ , les caractéristiques matériaux seront celles de l'acier DP600 (données disponibles dans la littérature [Blanche et al., 2011]). Ce matériau est couramment utilisé pour les pièces considérées dans cette étude. Ses caractéristiques sont reportées dans le Tableau 5.

Tableau 5 : Caractéristiques matériaux de l'acier DP600

<b>Caractéristiques matériaux de l'acier DP 600</b>		
Résistance à la rupture	$R_m$	610 MPa
Limite d'élasticité	$R_{p0,2}$	400 MPa
Limite d'endurance pour R = -1	$\sigma_{D(R=-1)}$	250 MPa
Limite d'endurance pour R = 0,1	$\sigma_{D(R=0)}$	220 MPa

Le constructeur souhaite garder confidentiel le rapport entre  $\sigma_{mi}$  (=  $\sigma_{ai}$ ) et la limite d'élasticité. Le rapport entre  $R_{p0,2}$  et  $\sigma_{D(R=-1)}$  est de 1,6. Selon toute vraisemblance, l'amplitude du chargement  $\sigma_{ai}$  ne dépasse pas  $\sigma_{D(R=-1)}$ . Les industriels ont tendance à ajouter un coefficient de sécurité supplémentaire pour assurer du maintien du chargement dans le domaine élastique. Théoriquement, si celui-ci oscille entre 2 et 3, le coefficient de sécurité final s, entre  $\sigma_{ai}$  et  $R_{p0,2}$ , oscillera entre 3,2 et 4,8. La Figure 19 illustre les paraboles de Gerber dans le diagramme de Haigh permettant de retrouver, pour les différents coefficients de sécurité appliqués, les amplitudes de contrainte respectives  $\sigma_{aeq}$  des chargements parfaitement alternés.

<sup>10</sup> Au cours de ce travail, des cas de chargement multiaxiaux plus complexes seront considérés

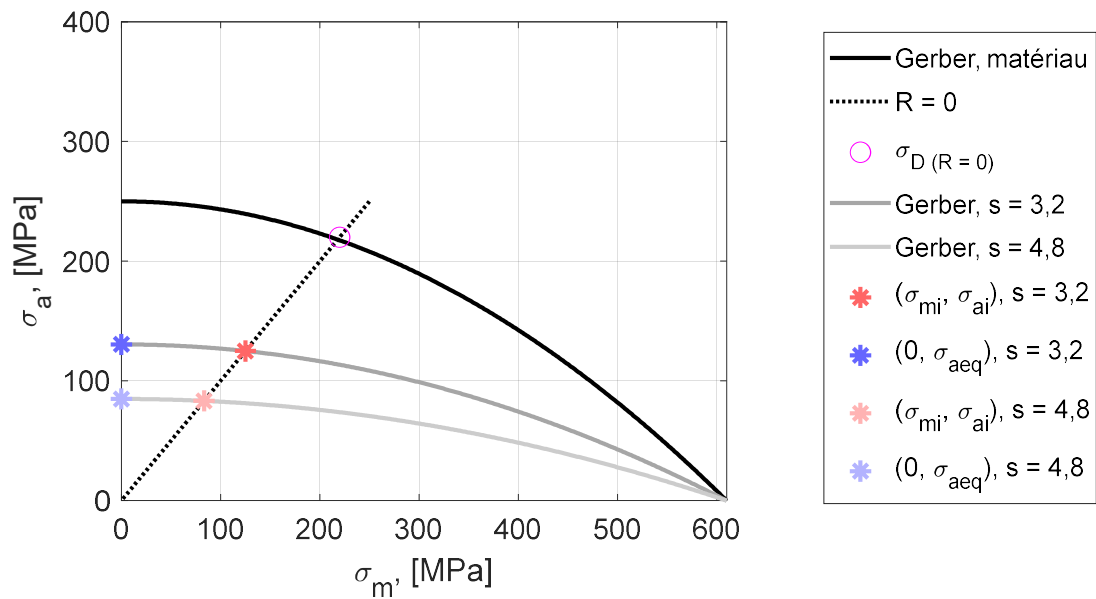


Figure 19 : Paraboles de Gerber dans le diagramme de Haigh, avec les caractéristiques matériau du DP600 pour deux chargements ayant respectivement les coefficients de sécurité  $s$  de 3,2 et 4,8 par rapport à la limite d'élasticité

Pour le chargement avec un coefficient de sécurité de 3,2, l'amplitude de chargement initiale  $\sigma_{ai}$  est de 125 MPa. L'amplitude équivalente  $\sigma_{aeq}$  est alors de 130,5 MPa, soit 4% plus élevée. De manière analogue, pour le chargement avec un coefficient de sécurité de 4,8 la variation de l'amplitude de chargement passe de 83,33 MPa à 84,92 MPa, soit une augmentation de 2%. De manière graphique, plus le coefficient de sécurité appliqué est important plus la parabole de Gerber tend à « s'aplatir ». L'impact de la moyenne est donc de moins en moins significatif.

Lors du dimensionnement des pièces de la liaison au sol, le matériau choisi est tel que les chargements perçus au niveau de la roue suivant l'axe vertical respectent l'ordre de grandeur des coefficients de sécurité illustrés ici. Pour compléter ce travail, l'écart de l'amplitude de contrainte  $\Delta\sigma_a$ , entre  $\sigma_{ai}$  et  $\sigma_{aeq}$  est illustré en fonction de la contrainte moyenne en Figure 20. Pour rappel, ces valeurs ne sont valables que pour un chargement initial au point  $i$  respectant le rapport de charge  $R = 0$  avec les caractéristiques matériaux du DP600. Elles restent tout de même un bon indicateur de l'ordre de grandeur attendu pour la classe d'acier utilisée.

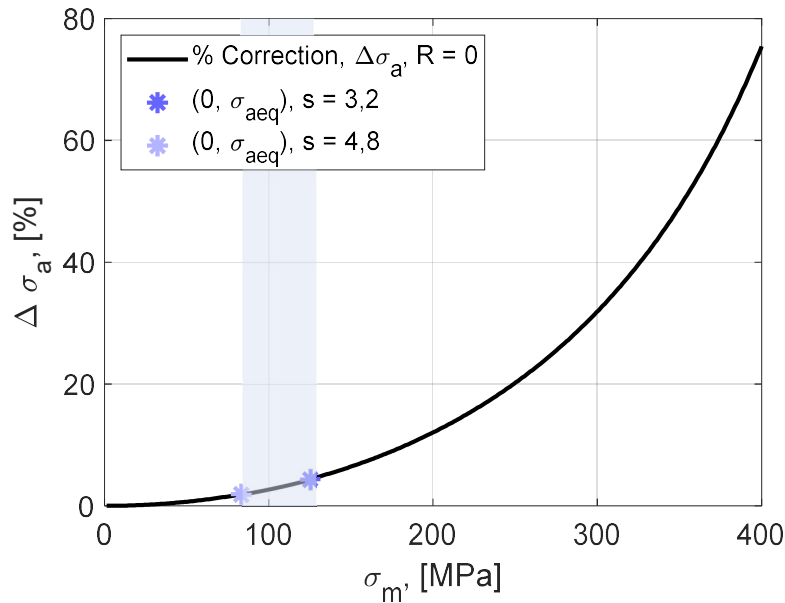


Figure 20 : Évolution de l'écart  $\Delta\sigma_a = \sigma_{aeq} - \sigma_{ai}$  en pourcentage en fonction de la moyenne  $\sigma_m$  du chargement, pour un rapport de charge initial de 0, en prenant en compte les caractéristiques matériaux de l'acier DP600

Sans facteur de sécurité, l'écart  $\Delta\sigma_a$  est de 20%. Pour les coefficients de sécurité supplémentaires appliqués, la variation de l'amplitude de la contrainte oscille entre 2% et 4%. La zone grisée de la Figure 20 illustre la zone d'intérêt pour le constructeur après application du coefficient de sécurité.

De ce fait le constructeur ne considère pas l'influence de la contrainte moyenne. C'est pour cette raison que, dans la suite des travaux, l'influence de la contrainte moyenne n'est pas prise en compte.

### 1.3.2 Cumul du dommage

De manière générale, la durée de vie des structures se comptabilise en nombre de cycles de chargement en fonction de l'amplitude de chargement (courbe de Wöhler  $S-N$ ). En cours de sollicitation, il est utile de se donner un indicateur pour quantifier l'impact des cycles sur la pièce, même si ceux-ci ne sont pas encore assez nombreux pour amener à défaillance. C'est l'indicateur de l'endommagement,  $D$ . L'endommagement à la rupture vaut 1 lorsque  $N_i$  cycles sont appliqués à l'amplitude  $S_i$  (en se basant sur la courbe de Wöhler du matériau).

À partir de cet indicateur la règle de [Miner, 1945] suppose que chaque cycle  $n_i$  appliqué induit un peu d'endommagement  $d_i$  qui s'ajoute à l'endommagement total suivant une règle linéaire telle que,

$$D = \sum_i d_i. \quad (1.8)$$

Si maintenant le chargement appliqué est à amplitude variable, la valeur des dommages  $d_i$  associés à chaque bloc de taille  $n_i$ , d'amplitude  $S_i$  est donnée par

$$d_i = \frac{n_i}{N_i}. \quad (1.9)$$

Comme évoqué en partie 1.1, le modèle de Basquin permet notamment de modéliser la courbe dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles. En partant de cette modélisation il vient,

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \sum_i \frac{n_i S_i^b}{C}. \quad (1.10)$$

Il convient de prêter attention, car en appliquant cette formule aucune non-linéarité du comportement matériau n'est prise en compte. Par exemple, la valeur de la pente  $b$  dépend du domaine de fatigue considéré. De plus, cette règle d'accumulation du dommage ne permet pas de prendre en compte l'impact de l'historique du chargement [Fatemi et Yang, 1998].

### 1.3.3 Méthode « Rainflow » pour le comptage des cycles

Pour dimensionner les structures à partir de chargements d'amplitude variable il faut pouvoir identifier préalablement les amplitudes associées aux cycles de chargement. Il existe plusieurs méthodes pour comptabiliser le nombre de cycles par amplitude de chargements. Parmi elles, trois ressortent [Lalanne, 2014; Stelzer et al., 2020] :

- Peak (Comptage des extrema)

Le comptage Peak comptabilise le niveau de chargement associé aux points de rebroussement du signal. L'évolution temporelle du chargement n'est pas prise en compte, ni aucun appairage entre pics et vallées, ce qui pourrait donner lieu à une notion d'amplitude.

- Level crossing (Dépassement de niveau)

Le comptage Level Crossing consiste à comptabiliser le nombre d'occurrences à pente ascendante (ou descendante) qui dépassent une valeur seuil. Au fur et à mesure la valeur seuil diminue. À noter qu'une portion du signal uniquement entrante ou sortante d'une plage d'analyse n'est pas comptabilisée. L'évolution temporelle du chargement n'est pas prise en compte, aucune notion d'amplitude ne ressort.

- Rainflow (Goutte d'eau)

C'est la méthode la plus utilisée et la plus adaptée pour traiter les chargements à amplitude variable pour le dimensionnement en fatigue. C'est cette méthode qui sera utilisée comme référence tout au long de ce travail.

Initialement la méthode Rainflow a été développée par Matsuishi et Endo en 1968 [Matsuishi et Endo, 1968]. Elle est définie pour un chargement uniaxial. Son nom fait référence à une goutte d'eau parcourant les toitures inclinées japonaises, appelées "pagoda". Elle permet d'extraire l'amplitude ainsi que la moyenne des cycles (dans notre cas seule l'amplitude des cycles nous intéresse).

Le processus initialement proposé par les deux auteurs, illustré par la Figure 21, est le suivant :

- Renverser graphiquement le signal à 90°. L'axe du temps pointe vers le bas. Les cycles de chargement forment alors les toits des pagodes.

- Simuler une goutte d'eau qui s'écoule le long des toits successifs à partir des extrema locaux du signal.
- Le parcours d'une goutte s'arrête si :
  - Elle atteint un extremum (trajet A-D)
  - Elle rencontre le trajet d'une autre goutte (trajet B-C)
  - Elle tombe du « toit » (trajet D-A)

Les parcours successifs définissent des demi-cycles de chargement. Les demi-cycles sont appariés pour former l'ensemble des cycles issus du signal. Lorsqu'elle est appliquée à un signal en contrainte, la dernière étape du comptage Rainflow revient à refermer les boucles d'hystérésis formées dans le repère contrainte-déformation.

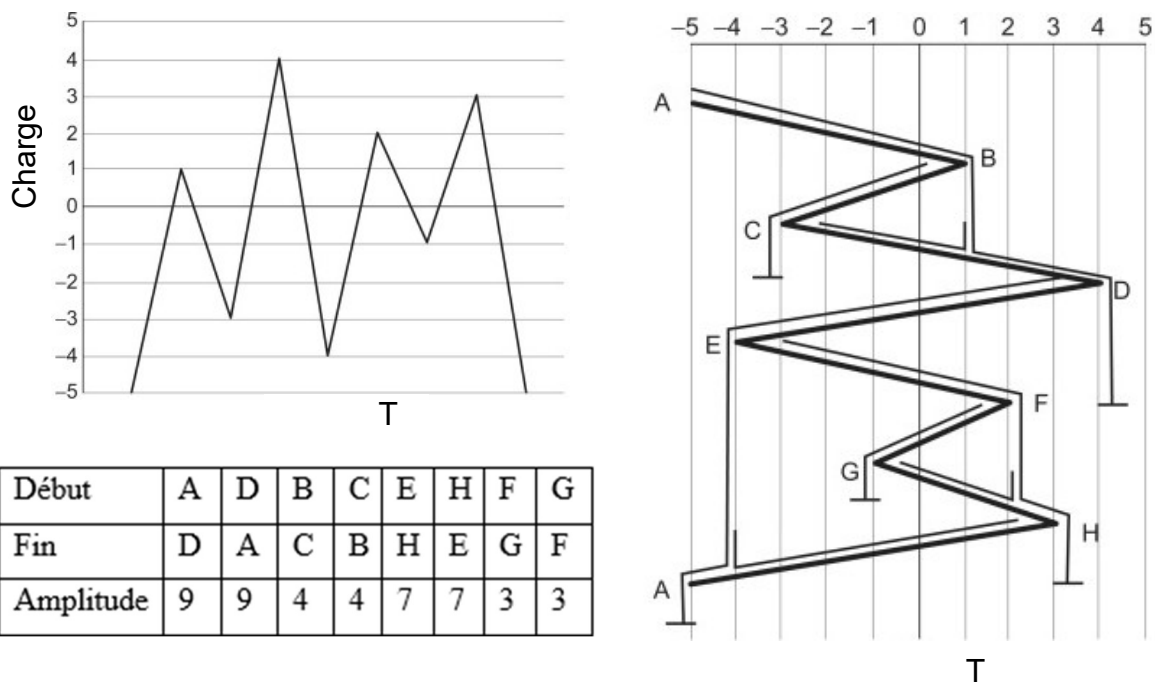


Figure 21 : a) signal théorique initial, b) illustration du processus rainflow (adaptée de [Lee et Tjhung, 2012])

Depuis 1968, la méthode a quelque peu évolué. La méthode actuelle est celle dite « 4 points » détaillée dans la norme ASTM E1049. Celle-ci ne nécessite pas de connaître l'ensemble du signal pour extraire un cycle de chargement. Elle peut se résumer par l'algorithme présenté sur la Figure 22.

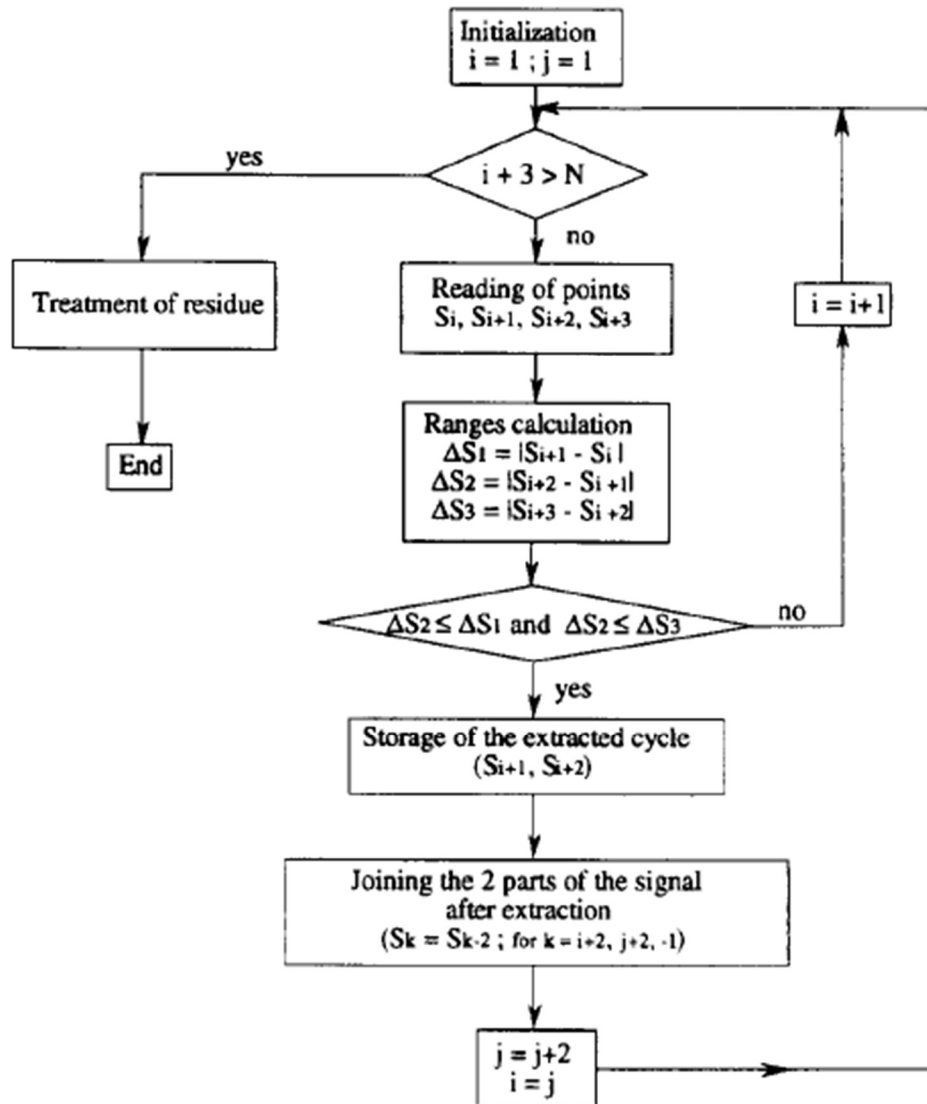


Figure 22 : Résumé du processus du comptage Rainflow « 4 points » issu de [Amzallag et al., 1994]

En complément, la Figure 23 illustre le parcours et l'extraction de plusieurs cycles issus d'un signal théorique.

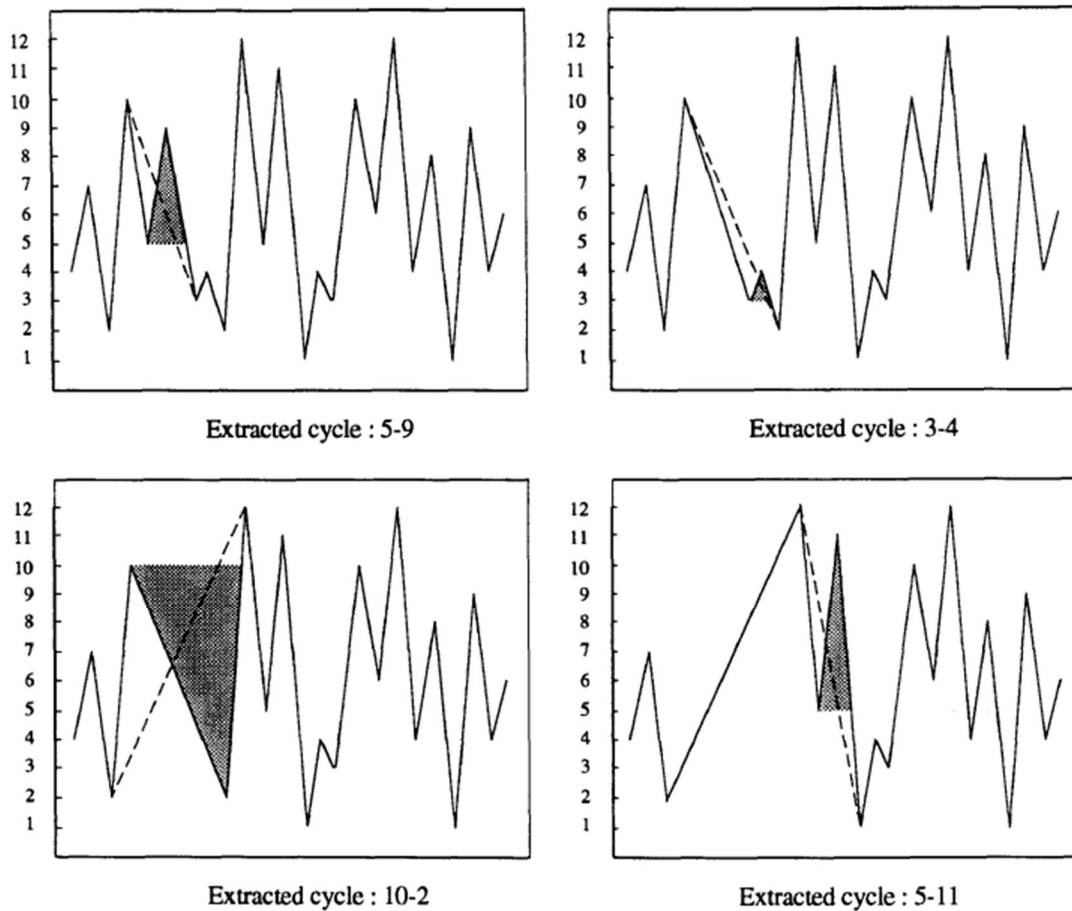


Figure 23 : Extraction successive de 4 cycles par la méthode rainflow, à partir d'un signal théorique à amplitude variable [Amzallag et al., 1994]

En résumé, la méthode Rainflow ne prend en compte que les extrema du signal. Elle appaire ensuite les maxima avec les minima en suivant partiellement l'évolution temporelle du chargement. In fine, cette méthode permet de comptabiliser les cycles d'amplitude maximale même si les deux extrema ne se succèdent pas immédiatement dans la mesure.

Cette méthode est soumise à un paramétrage. Il concerne notamment la taille des intervalles de classe d'amplitude. Plus celle-ci est faible, plus le spectre de chargement résultant sera représentatif des amplitudes comptabilisées après appairage. A l'inverse, si la taille est grande, le spectre de chargement résultant peut manquer de représentativité. Comme énoncé en partie 1.1.2 l'ensemble des cycles d'un même intervalle verront leur amplitude comptabilisée à une valeur unique (borne supérieure, valeur moyenne de la classe...). Un autre paramètre du comptage Rainflow est la définition d'un « gate ». Cette valeur caractérise le pas minimal acceptable de variation du chargement (il n'est pas appliqué dans ces travaux). Le troisième paramètre cité est la méthode de traitement de résidu (extrema non comptabilisés par la méthode). En suivant la norme AFNOR à ce sujet, le résidu du signal est dédoublé dans le temps. La méthode de compte est une nouvelle fois appliquée sur le résidu modifié.



### 1.3.4 Représentation des spectres de chargement à amplitude variable

Comme évoqué précédemment la construction du spectre de chargement fait partie du domaine régalien du constructeur. Le terme exact est celui de contrat de roulage. Ce contrat est composé d'une succession d'obstacles. Le terme obstacle fait aussi bien référence dans le cas présent à une succession de manœuvres qu'à une surface de route, et non juste aux aléas ponctuels présents sur la route. Les pistes du constructeur ont initialement été définies pour contenir sur une courte distance une multitude d'obstacles représentatifs de ceux rencontrés par le véhicule en service. La définition de ces obstacles, par exemple la géométrie des dos-d'âne, le rayon des virages ainsi que la vitesse du véhicule, provient de l'expérience du constructeur.

L'utilisation des pistes a plusieurs intérêts. Elles permettent de caractériser par la mesure un véhicule avant la mise sur le marché, puis de le tester sur des bancs d'essai, tout en alimentant une base de données fournie et répétable, dont le contenu peut ensuite servir de base pour la définition de nouvelles pièces et/ou nouveau véhicules. Des mesures clients sont également pratiquées, soit sur des parcours prédéfinis soit en libre circulation. Les spectres de chargement issus des pistes sont en constante comparaison avec les données issues des clients.

Les spectres de chargement sont issus des sollicitations perçues aux roues lors des mesures sur piste. Ils correspondent à un contrat de roulage représentatif d'un client sévère pour une durée de vie donnée. Le contrat caractérise la suite d'obstacles parcourue<sup>11</sup>. Le spectre synthétise pour ce contrat le chargement perçu suivant une voie de mesure (ici chargements mesurés aux roues). Le véhicule parcourt une série d'obstacles prédéfinie en fonction du contrat. Sur chaque mesure, à chaque voie de chargement est appliqué le comptage Rainflow, usuellement par obstacle ou ensemble homogène d'obstacles. Il en ressort un nombre de cycles par classe d'amplitude, auquel est associé un coefficient de mixage. Le nombre de cycles comptabilisé par obstacle est alors multiplié par ce coefficient. Cela permet d'obtenir un nombre de cycles de chargement proche de la durée de vie cible sans réaliser des roulages à outrance. Enfin, l'ensemble des cycles est sommé par classe d'amplitude pour former le spectre. La Figure 24 illustre le processus de génération de spectre de chargement à partir des mesures sur piste.

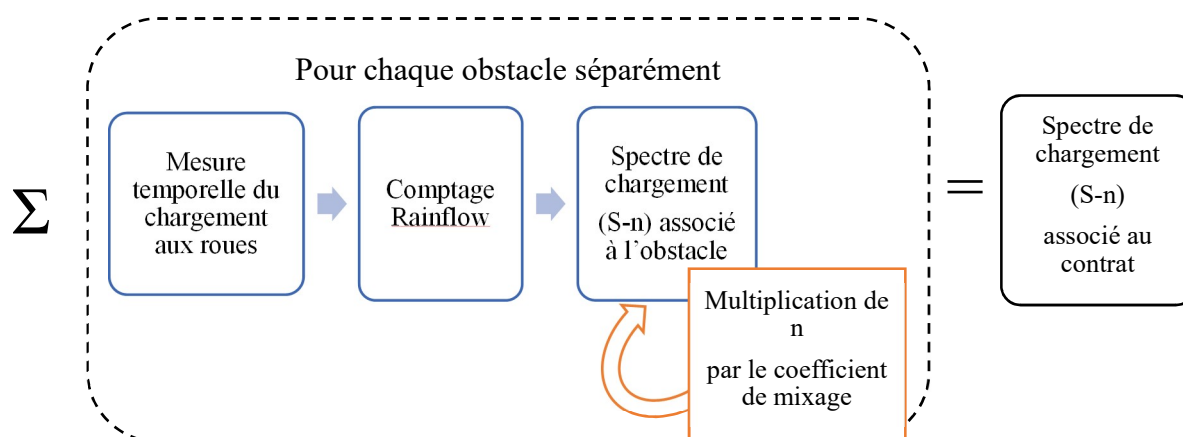


Figure 24 : Schéma du processus de définition d'un spectre de chargement à partir d'un contrat de roulage

<sup>11</sup> Certains obstacles seront notamment détaillés au chapitre 2

La Figure 25 illustre les spectres de chargement issus d'un contrat sur deux voies d'une roue, opportunément adimensionnés. La nomenclature des obstacles est ici rendue anonyme par souci de confidentialité.

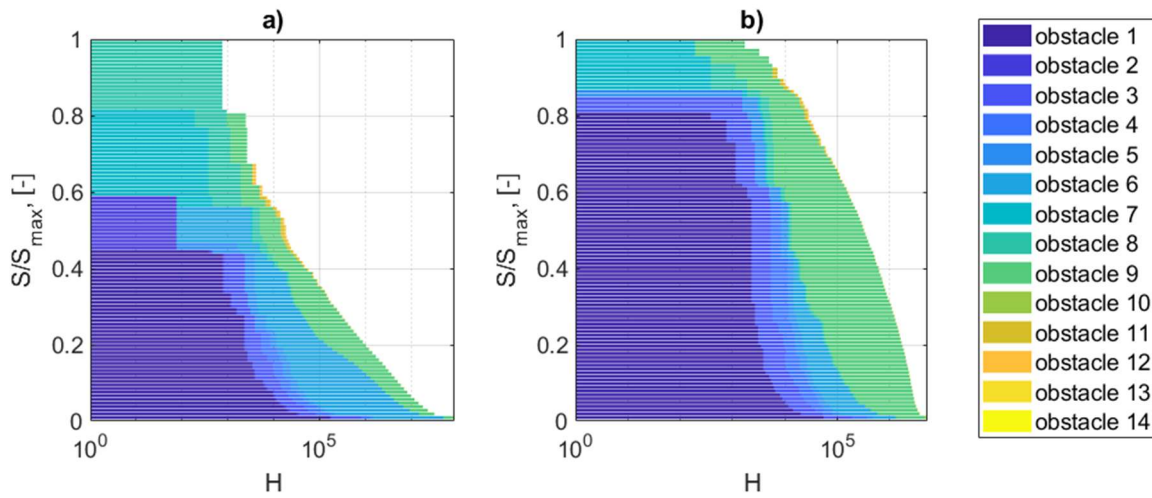


Figure 25 : Spectres de chargements issus d'un contrat de roulage sur les voies a)  $F_x$  et b)  $F_z$  sur la roue avant droite

Travailler à partir du spectre de chargement perçu aux roues permet de ne pas prendre en compte à la source les différentes caractéristiques matériaux et ou structurales pouvant être apportées par les différentes géométries de train. Ce n'est qu'en aval, une fois que ce chargement est intégré aux simulations et/ou implémenté pour les essais sur banc, que les méthodes de dimensionnement en fatigue sont appliquées localement sur les pièces.

Via cette méthode, les spectres de chargements aux roues caractérisent chaque voie séparément. L'information temporelle associée à chaque cycle n'étant pas accessible, il n'est pas possible non plus de retrouver les cycles appliqués simultanément sur différentes voies de chargements aux roues.

### 1.3.5 Notion de chargement équivalent

Appliquer précisément les cycles présents dans les spectres de chargement à amplitude variable, que ce soit sur un banc d'essai ou pour alimenter les simulations, est trop long et complexe à implémenter [Raoult et Delattre, 2020]. Pour rappel, les simulations permettent de dimensionner les pièces et les essais permettent de vérifier les calculs.

Les bancs sont d'autant plus complexes à piloter qu'ils peuvent être limités en termes de capacité (e.g. reproduire la fréquence de sollicitation mesurée). Généralement, si les caractéristiques de la pièce le permettent (e.g. pas de dépendance de la réponse à la vitesse de sollicitation), les sollicitations sur banc sont accélérées pour éviter de mobiliser pendant trop longtemps les moyens d'essais.

À partir du spectre de chargement les constructeurs ont réussi une première synthèse de la complexité du chargement perçu en service. Ce signal est toujours trop complexe pour être appliqué tel quel en simulation ou en essai. L'idée développée est donc de développer un signal plus simple d'implémentation sur les pièces, mais équivalent en termes de dommage ou durée de vie.

La première solution est de supprimer du signal les cycles non-endommageant pour raccourcir sa durée. Cette méthode ne permet pas de réduire pour autant sa complexité. L'idée est donc de changer la composition du chargement tel qu'il soit iso-endommageant pour une durée de vie cible. La durée de vie est définie par la méthode contrainte résistance présentée brièvement en amont. Le cas le plus courant [Genet, 2006; Pötter, s. d.; Thomas et al., 2005] est d'appliquer un signal sinusoïdal à amplitude constante. La Figure 26 illustre ce processus à l'aide d'un calcul de pseudo-endommagement.

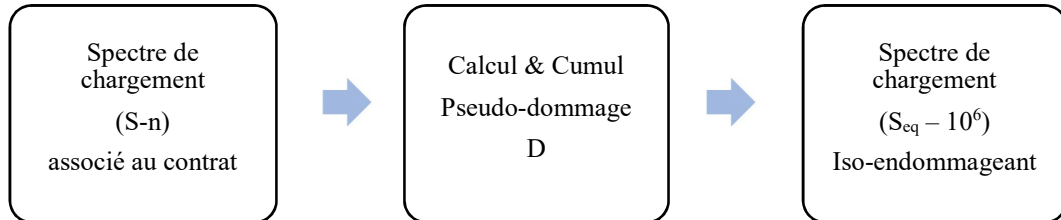


Figure 26 : Processus de définition d'un spectre de chargement équivalent iso-endommageant

En prenant en compte les outils de calcul du dommage déjà présenté en amont (Basquin, Miner, ...) l'amplitude équivalente  $S_{eq}$  est déterminée en résolvant la relation suivante,

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \sum_i \frac{n_i S_i^b}{C} = 10^6 * \frac{S_{eq}^b}{C}. \quad (1.11)$$

On obtient donc

$$S_{eq} = \sqrt[b]{\frac{DC}{10^6}}. \quad (1.12)$$

La valeur de l'amplitude équivalente dépend donc du nombre de cycles représentant la durée de vie cible.

Cette méthode revient à traduire l'ensemble de la complexité du spectre de chargement, en un signal sinusoïdal d'amplitude constante à un nombre de cycles donné, à iso-dommage. La valeur  $D$  calculée est un pseudo-dommage puisqu'elle est issue des chargements aux roues et non du champ des contraintes perçu en un point local de la structure. Ce signal est alors bien plus simple d'utilisation pour alimenter les simulations ou bien les essais sur banc en reproduisant l'effet du chargement perçu aux roues. Les essais de durabilité à amplitude constante sont des moyens rapides à bas coût [Pötter, s. d.]. En revanche, cette méthode appliquée à partir des chargements perçus aux roues n'est adéquate qu'en cas de linéarité de la structure. En d'autres termes, le passage du chargement aux champs mécaniques sur la structure se traduit par une relation linéaire (structure élastique sollicitée en petite déformation, sans contact et sans que le chargement n'induisse de résonance) [Raoult et Delattre, 2020].

En outre, le pseudo-dommage est calculé à l'aide de la loi de Basquin déjà présentée. Pour l'appliquer à bon escient il faut donc appliquer sur le chargement à la roue les mêmes paramètres matériau que ceux propices au dimensionnement au point d'intérêt. En effet, dans le calcul du dommage proposé, la pente de Basquin  $b$  change la sensibilité du matériau à la nature du chargement. Une pente de Basquin plus importante rend la pièce plus sensible aux rares coups à forte amplitude. Inversement, plus la pente de Basquin diminue plus c'est le

nombre de cycles de chargements qui aura du poids dans le dimensionnement. La Figure 27 résume ces caractéristiques.

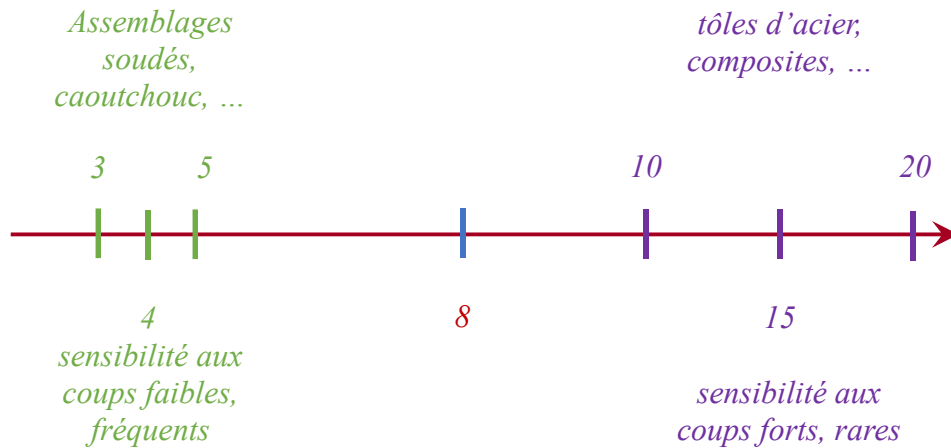


Figure 27 : Évolution de la pente de Basquin en fonction de la structure locale [Bergamo et al., 2017]

## 1.4 Limites industrielles et objectifs de la thèse

Les pièces de la liaison au sol sont des pièces de sécurité. Ces pièces se doivent de tenir sans se fissurer sous les chargements vus par le véhicule en service. Aucune norme ne s'applique lors du dimensionnement des pièces de la liaison au sol. Chaque constructeur est libre de baser ce dimensionnement suivant sa propre expérience. Le constructeur doit alors jouer sur deux tableaux lors de la phase de dimensionnement. D'une part, il doit s'assurer que les pièces sont fiables. D'autre part, il doit les optimiser pour améliorer les performances du véhicule, ainsi que son coût. La méthode de dimensionnement doit également être facile d'application pour limiter le temps entre la conception et la mise sur le marché. Les essais de roulage sont coûteux et ne peuvent être réalisés avec le véhicule cible qu'une fois que celui-ci est déjà conçu. Souvent, le constructeur doit se baser sur les résultats des précédents roulages pour baser sa prochaine conception.

L'objectif du constructeur est donc de définir une méthode robuste de dimensionnement à la fatigue des éléments de la liaison au sol dans le cadre d'une utilisation normale du véhicule.

Le constructeur est à même de définir ses propres spectres de chargement pour générer des chargements équivalents et alimenter soit les simulations soit les essais sur banc. Ceux-ci sont basés sur sa propre expérience, mais ils peuvent manquer de cadre normatif. L'un des objectifs de ce travail n'est donc pas de remettre en cause la construction de tels spectres, mais d'apporter au constructeur des éléments structurant l'analyse des spectres de chargement riches en informations, tels que des modèles paramétrés par exemple. De tels éléments facilitent notamment la comparaison des comportements sur piste avec ceux mesurés en service par les clients.

De plus, la méthode de dimensionnement appliquée doit être constamment améliorée. D'une part celle-ci traduit l'ensemble de la complexité du spectre de chargement issu des mesures en un chargement à amplitude constante. La valeur de cette amplitude manque potentiellement de sens physique, ne représentant pas une situation de vie particulière. D'autre part, lorsque les pièces sont dimensionnées, elles le sont tour à tour en fonction d'une situation

de vie, par exemple un virage stabilisé. Ce travail doit permettre de prendre en compte l'aspect multi-entrées du chargement. Ainsi, partir des différents spectres de chargements mesurés aux roues n'est pas envisageable. Il faut garder une corrélation temporelle entre les voies pour que le chargement appliqué à la structure ait un sens physique. Une des idées notamment développées dans les travaux de Genet [Genet, 2006], est d'étudier l'impact des chargements perçus aux roues directement aux points d'intérêt de la structure. L'obtention de l'indicateur d'endommagement est locale. Cela implique de réaliser autant de processus de comptage de cycles à partir des contraintes perçues qu'il y a de points d'intérêt au sein de la liaison au sol. Les cordons de soudure étant la méthode d'assemblage la plus employée au sein de la structure, les points d'intérêts sont cependant nombreux.

L'objectif de cette thèse est donc de synthétiser le chargement vu à la roue pour garder les informations pertinentes (corrélation temporelle entre les voies) pour le dimensionnement à la fatigue des pièces de la liaison au sol pour une utilisation normale du véhicule.

Le chapitre 2 se concentre sur les différentes natures de chargements mesurées aux roues et met l'accent sur une dualité dans la nature des sollicitations entre celles reliées aux manœuvres et celles induites par les aléas de la route. Ce chapitre permet notamment de faire le parallèle entre la théorie associée à la fatigue à grand nombre de cycles dans le domaine temporel et celle dans le domaine fréquentiel. À partir de cette observation, une méthode de partition du chargement est proposée. Puis, il faut s'assurer que cette hypothèse soit viable pour le dimensionnement en fatigue. La suite du manuscrit s'articule autour des étapes de dimensionnement adaptées à la partition du chargement.

Le chapitre 3 se concentre sur le traitement des chargements reliés aux manœuvres et donc par extension, reliés à la dynamique du véhicule. Les travaux jouent sur le sens physique de la dynamique du véhicule pour pouvoir traiter ces chargements au travers du prisme des accélérations perçues au centre de gravité. Cela ajoute potentiellement une information supplémentaire dans les résultats du dimensionnement, à savoir quel type de manœuvre est la plus impactante en termes de durée de vie.

De manière analogue au précédent chapitre, le chapitre 4 se concentre sur le traitement des chargements issus des aléas de la route. Certaines portions de ces chargements sont propices à l'utilisation des méthodes spectrales telles que décrites dans la littérature. Ces méthodes permettent de prendre en compte le cadre multi-entrée du chargement sans grande complexité.

Le chapitre 5 fait office de partie applicative en se concentrant sur l'application de la méthode de partition en plusieurs points d'une traverse arrière déformable.

# Chapitre 2

## PARTITION DU CHARGEMENT MESURÉ AUX ROUES

## PARTITION DU CHARGEMENT MESURÉ AUX ROUES

---

2.1	Nature du chargement.....	46
2.1.1	Chargements étudiés .....	46
2.1.2	Filtrage fréquentiel des signaux .....	50
2.1.3	Mesures d'accélération au centre de gravité.....	52
2.1.4	Hypothèse de partition du chargement pour le dimensionnement à la fatigue ..	56
2.2	Fatigue à grand nombre de cycles dans le domaine fréquentiel .....	56
2.2.1	Caractérisation d'un signal aléatoire .....	57
2.2.2	Caractérisation fréquentielle d'un processus stationnaire gaussien .....	59
2.2.3	Méthodes spectrales de dimensionnement à la fatigue .....	62
2.2.4	Limites d'application des méthodes spectrales aux mesures initiales.....	65
2.3	Formulation temporelle du tenseur des contraintes .....	66
2.3.1	Hypothèse de linéarité d'écriture du tenseur des contraintes .....	66
2.3.2	Hypothèse d'orientation du tenseur des contraintes.....	67
2.3.3	Processus de validation de l'hypothèse de partition.....	68

## 2 PARTITION DU CHARGEMENT MESURÉ AUX ROUES

Les pièces de la liaison au sol d'un véhicule automobile sont des pièces de sécurité. Ainsi, le constructeur se doit de s'assurer de leur tenue au cours de l'utilisation des véhicules, pendant toute leur durée de vie. Cependant, le processus de dimensionnement n'est soumis à aucun cadre normatif. Par conséquent, chaque constructeur propose une méthode, prenant en compte les sollicitations perçues aux roues lors de procédures de roulage, ce qui permet de rendre compte du chargement perçu pour chaque voie de chargement séparément. Or, pour gagner en précision, il faut prendre en compte le cadre multi-entrée de la sollicitation du véhicule et cela pour différentes situations de vie.

L'une des pistes pour réussir à prendre en compte l'aspect multi-entrées du chargement dans la modélisation des sollicitations aux roues est de partitionner ces mesures entre celles qui sont corrélées dans le temps et celles qui ne le sont pas.

Le but de ce chapitre est donc de proposer, à partir des mesures mises à disposition, une modélisation synthétique et générique du chargement perçu aux roues propice au dimensionnement des pièces de la liaison au sol. La démarche de validation de cette hypothèse doit être la plus générique possible.

Deux sources de chargement se dégagent des mesures : ceux induits sous l'action du conducteur appelés manœuvres et ceux induits par les aléas de la route. L'hypothèse faite est donc de séparer dès la mesure à la roue la part des chargements induits par les manœuvres des autres. Chaque nature de chargement diffère : ceux corrélés dans le temps peuvent être modélisés par une approche temporelle, en revanche, ceux issus des aléas ne peuvent pas être caractérisés par les mêmes paramètres. Ce travail propose de se baser sur les approches fréquentielles, plus adaptées pour prendre en compte le caractère probabiliste de ces derniers. La méthode de dimensionnement pourra ensuite être adaptée à la nature des sollicitations et prendre en compte le cadre multi-entrées. Une fois l'hypothèse de partition formulée, la difficulté réside dans la mise en place de la démarche de validation. Des hypothèses doivent être faites sur la formulation du tenseur des contraintes (i.e. linéarité, proportionnalité). Celles-ci permettent de donner un cadre générique plus simple pour la validation. Dans le cas précis où ces hypothèses ne seraient pas respectées, cela ne remettrait pas forcément en cause l'hypothèse de partition initiale, mais il conviendrait de les valider via un autre processus.

Ce chapitre s'articule autour de trois parties. La première décrit les différentes natures des chargements mesurés aux roues. Deux natures de chargement, associées à deux plages fréquentielles distinctes, ressortent. À partir de ce constat, l'hypothèse de partition des chargements est formulée. La seconde partie reprend les bases de la théorie de la fatigue vibratoire, potentiellement plus adaptée pour traiter les chargements induits par les aléas de la route. La troisième partie met en place les postulats nécessaires concernant la forme du tenseur des contraintes aux points d'intérêt de la liaison au sol, pour construire la méthode de validation de l'hypothèse de partition.



## 2.1 Nature du chargement

Cette section détaille les mesures mises à disposition par le constructeur pour mettre en place le processus de dimensionnement. Celles-ci englobent non seulement les chargements, efforts et moments, perçus aux roues lors du passage sur les pistes, mais aussi des mesures clients plus longues. Les données relatives aux accélérations au centre de gravité du véhicule sont également mesurées.

Pour construire ses contrats de dimensionnement ou validation, le constructeur isole un catalogue constitué de plusieurs obstacles. Certains ne comprennent que la réalisation d'une manœuvre spécifique, d'autres ne traduisent qu'un aléa particulier, issu d'un évènement ponctuel ou du parcours d'une surface de route caractéristique étendue. L'un des obstacles à disposition contient une succession de situations de vie diverses (manœuvres, aléas, ...). Cette mesure est particulièrement d'intérêt puisqu'elle contient en un temps réduit un résumé des situations rencontrées en roulage.

Cette section s'articule autour de trois points. Le premier, comme évoqué précédemment, présente les mesures de chargement à disposition. Le second confronte les mesures d'accélération aux chargements perçus. De cette comparaison résulte l'hypothèse de partition du chargement décrite au cours du troisième point.

### 2.1.1 Chargements étudiés

Les données accessibles sont les torseurs d'effort (3 efforts et 3 moments) mesurés aux centres des quatre roues du véhicule lors du parcours des pistes du constructeur. En tout 24 voies par véhicule, soit 12 par train (avant et arrière) sont mesurées. La composition du contrat défini par le constructeur n'est pas l'objet de ce travail et est considérée comme acquise. L'ensemble des situations de vie rencontrées par un véhicule est supposé représentée au travers des différents obstacles. Ceux-ci sont usuellement dimensionnés pour représenter un client au comportement plutôt sévère (i.e. aux bornes de la distribution en contrainte du graphique contrainte-résistance présenté en partie 1.1.4).

Plus précisément, les voitures sont équipées de roues dynamométriques comme illustrée par la Figure 28. Ces capteurs mesurent les efforts et les moments au centre roue au cours du roulage. La fréquence d'acquisition est de 1000 Hz, donc une valeur bien supérieure aux fréquences caractéristiques des obstacles parcourus ou bien des manœuvres effectuées.



Figure 28 : Roue dynamométrique installée sur un véhicule témoin en atelier

En complément, la Figure 29 illustre la vue aérienne des pistes de Belchamp, en France (25). La quasi-totalité des mesures mises à disposition pendant ce travail proviennent d'essais

sur ces pistes. Le constructeur possède également d'autres complexes de pistes (en Allemagne, en Italie, aux Etats-Unis). Ce travail pourra donc apporter un outil de comparaison, par exemple en focalisant l'attention sur la sévérité des virages entre une piste et l'autre, puis élargir la comparaison après analyse des données clients.



Figure 29 : Vue aérienne des pistes de Belchamp, France (25)

Chaque roue est identifiée suivant sa position dans le repère véhicule (voir Figure 16 du chapitre 1), d'où les acronymes suivants :

- RAVD : Roue AVant Droite
- RAVG : Roue AVant Gauche
- RARD : Roue ARrière Droite
- RARG : Roue ARrière Gauche

Pour des raisons de confidentialité, pour chaque véhicule les mesures de chargement sont normalisées par le poids propre à chacune des roues lorsque le véhicule est à l'arrêt sur sol plan. Comme justifié en partie 1.3.1 la moyenne des chargements n'est pas prise en compte dans la suite de ces travaux. Les efforts verticaux sont donc considérés égaux à 0 à l'arrêt.

Comme énoncé au cours du chapitre 1, le terme obstacle englobe différentes situations de vie plus ou moins complexes, mesurées sur les pistes du constructeur. Certains se concentrent sur une manœuvre particulière. La Figure 30 illustre en a) l'évolution de l'effort lors d'un freinage suivant la voie  $F_X$  et en b) l'évolution de l'effort lors du parcours d'une suite de virage suivant la voie  $F_Y$ , respectivement sur la roue avant droite d'un même véhicule.

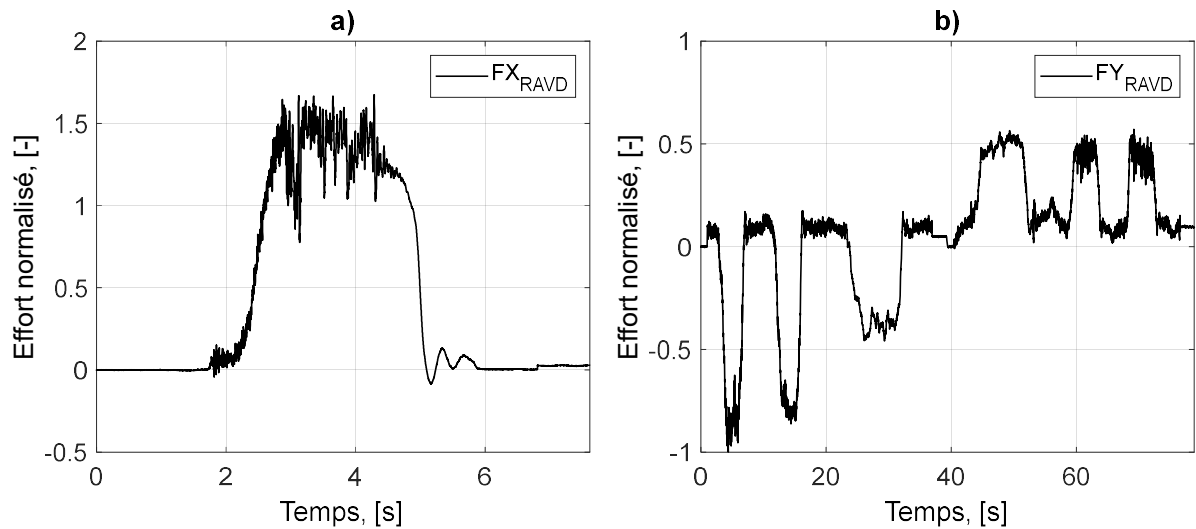


Figure 30 : a) Effort lors d'un freinage mesuré suivant la voie  $F_x$  et b) virages mesurés suivant la voie  $F_y$ , sur la roue avant droite du véhicule

En complément, la Figure 31 illustre, via la mesure  $F_z$ , des passages d'obstacles caractérisant les chargements induits par la surface de route tel qu'un nid-de-poule en a) et une zone pavée en b).

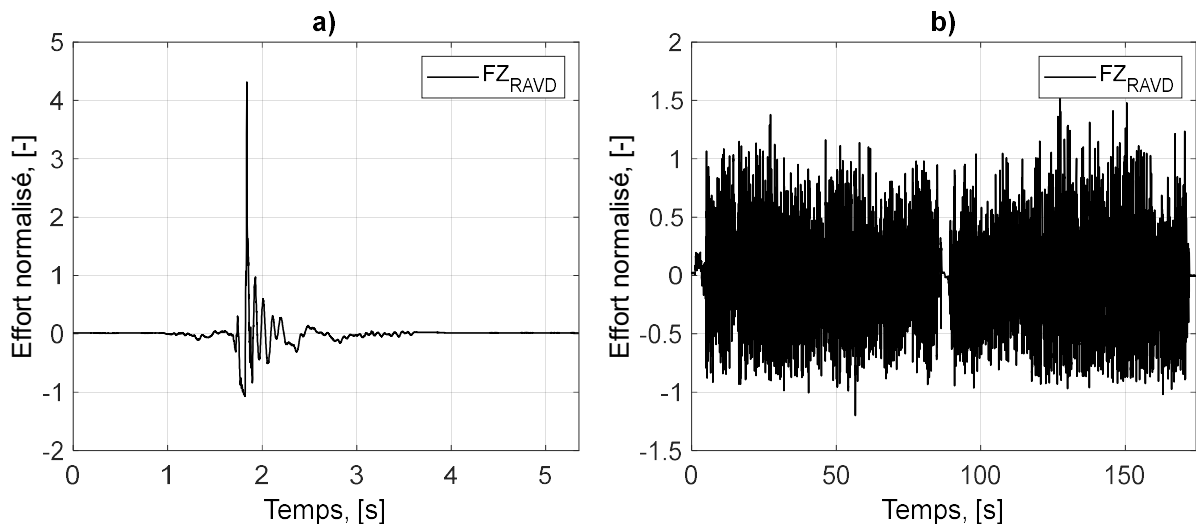


Figure 31 : a) Effort lors du passage d'un nid-de-poule et b) d'une zone pavée mesurés suivant l'axe  $F_z$  sur la roue avant droite du véhicule

Le passage de chaque obstacle est mesuré au minimum 3 fois. Tout d'abord, la notion de répétabilité des chargements mesurés lors du passage des obstacles est vérifiée. Ensuite, une seule mesure est retenue, par exemple celle où le pilote a réussi à mieux maintenir sa vitesse en accord avec les directives de réalisation de l'obstacle. Certains obstacles comme le freinage assurent par définition une symétrie entre le comportement des roues à droite et à gauche du véhicule. En revanche, d'autres obstacles comme les virages sont typiquement asymétriques dans leur comportement. Ces obstacles sont alors mesurés dans le sens horaire puis anti-horaire lors du parcours des pistes, au minimum 3 fois également. Les deux passages dans un sens puis dans l'autre sont alors concaténés pour fournir le signal final illustré (Figure 30 b)).

D'autres étapes du contrat ou obstacles sont plus complexes car elles intègrent une succession de plusieurs situations de vie bien distinctes. Par exemple, celle illustrée par la Figure 32, comprend des accélérations, des virages, des passages de dos d'ânes, des ralentisseurs, des zones pavées.

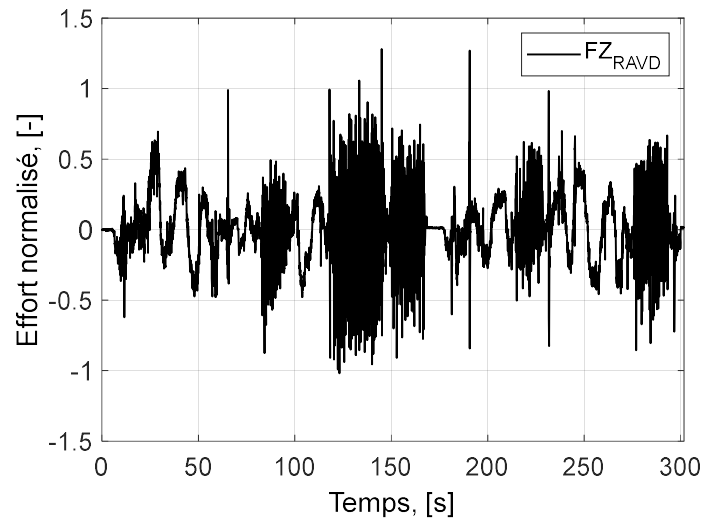


Figure 32 : Suite complexe d'obstacles mesuré suivant la voie  $F_z$  sur la roue avant droite du véhicule.

D'autres mesures de chargement aux roues sont disponibles. Elles proviennent de mesures clients qui roulent sur des routes publiques avec des véhicules dûment instrumentés, en accord avec la réglementation en vigueur. Les mesures sont usuellement partitionnées par type de route et de zone géographique avec les définitions suivantes :

- Ville<sup>12</sup>
- Autoroute
- Routes secondaires
- Routes en mauvais état<sup>13</sup>.

La Figure 33 représente en a) via la voie  $F_x$ , un enregistrement en ville et en b) via la voie  $F_z$  un enregistrement sur route en mauvais état. À noter que les roulages clients sont beaucoup plus longs que les séquences de mesures sur piste : les deux illustrations en exemple durent respectivement 1 heures et 20 minutes, alors que les précédentes seulement quelques minutes.

<sup>12</sup> Ces chargements seront examinés plus en détails au cours du chapitre 3.

<sup>13</sup> Ces chargements seront examinés plus en détails au cours du chapitre 4.

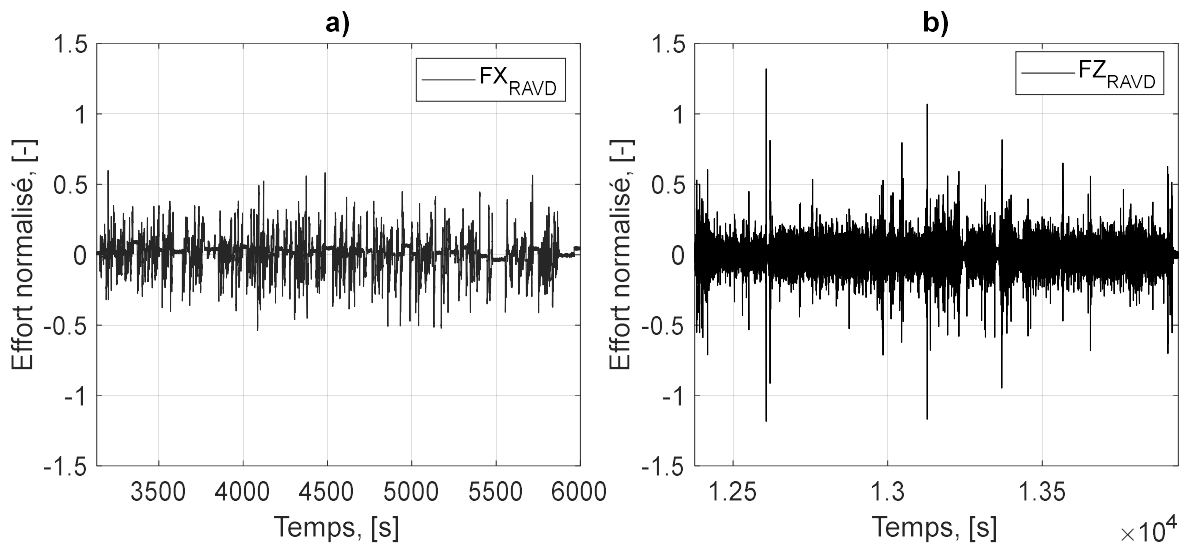


Figure 33 : Mesures clients suivant la voie a)  $F_x$  en ville et b)  $F_z$  sur routes en mauvais état, sur la roue avant droite

Les quelques exemples fournis montrent la diversité ainsi que la complexité des chargements rencontrés. Le but de ce travail est de proposer une méthode qui puisse être appliquée à chaque obstacle, ou séquence dans le cas des mesures clients, séparément. En plus de prendre en compte la nature complexe des chargements, la méthode doit permettre de traiter la difficulté supplémentaire du cadre multi-entrées des sollicitations. Elle doit donc pouvoir s'adapter si besoin aux chargements corrélés dans le temps pour conserver un sens physique.

Pour développer une telle méthode il faut en amont pouvoir identifier les chargements corrélés dans le temps parmi l'ensemble des mesures.

### 2.1.2 Filtrage fréquentiel des signaux

En observant les mesures précédemment présentées, le réflexe est de séparer les effets reliés aux manœuvres des effets induits par les aléas de la route [Decker et Savaidis, 2002]. L'idée est d'appliquer un filtrage fréquentiel. Cette idée a notamment été éprouvée par [Aoki et al., 2003] pour étudier la distribution de la nature des routes japonaise et collecter de l'information concernant l'usage client sur ces routes. Le temps de réaction généralement admis étant de 1s [Éducation Sécurité Routière (ESR)], au premier abord la fréquence de coupure est fixée à 1 Hz. Le signal relié à la manœuvre aurait donc une fréquence en-deçà de 1 Hz. Inversement, le reste du signal non filtré serait associé aux aléas de la route. Une fois le filtrage appliqué, la différence entre le signal initial et celui filtré fait office de reliquat. Cette démarche a été appliqués aux mesures simples de freinage et de virage. La Figure 34 illustre pour chaque signal présenté précédemment, le signal initial en noir, le signal filtré en bleu clair par-dessus et en complément, le reliquat, la partie non filtrée restante.

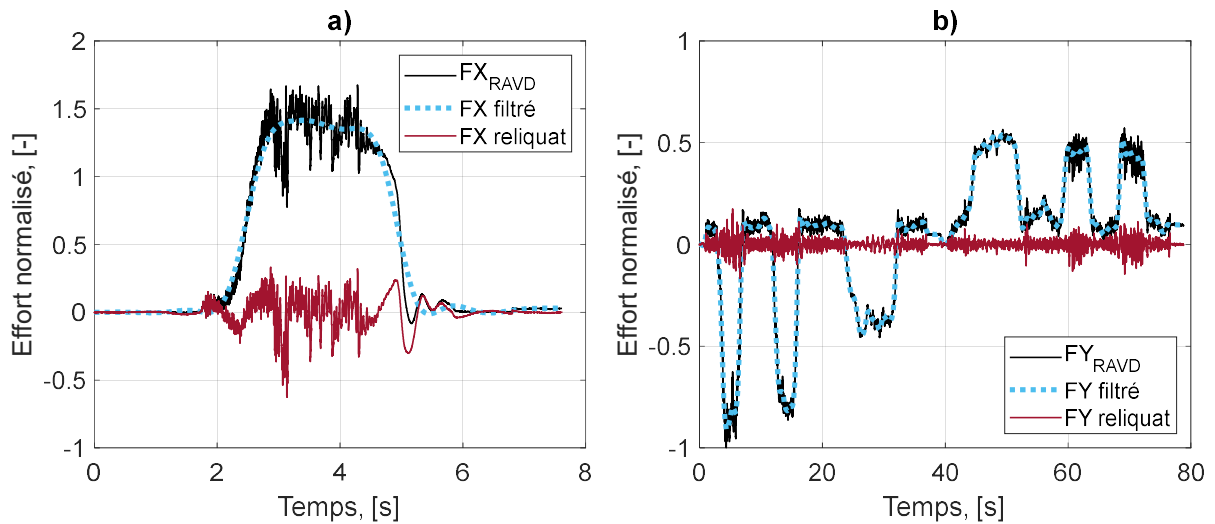


Figure 34 : Mesures initiales, filtrées à 1 Hz et reliquats du a) Freinage mesuré suivant la voie  $F_x$  et des b) virages mesurés suivant la voie  $F_y$  sur la roue avant droite du véhicule

Deux observations ressortent de ce filtrage élémentaire. La partie filtrée permet de retrouver l'allure de chaque type de manœuvre. Le reliquat, issu de la différence entre le signal initial et de la partie filtrée, reporte les différents aléas issus de la route. En effet, l'allure du reliquat à moyenne nulle correspond aux nombreuses variations observées pendant la réalisation des manœuvres.

Il faut tout de même noter que lors du franchissement d'obstacle tel qu'un nid de poule (cf. Figure 35a) ou le roulage sur de zones pavées (cf. Figure 35b), il peut y avoir une corrélation du phénomène perçu par les roues du véhicule au niveau des chargements mesurés aux roues. En d'autres termes, l'impact des pavés se verra au même instant sur l'ensemble des voies d'une même roue. Seulement, aucune formule triviale ne permet de relier l'évolution des chargements entre les différentes voies. De plus, les réactions varient trop selon la géométrie de l'aléa rencontré. Figure 35

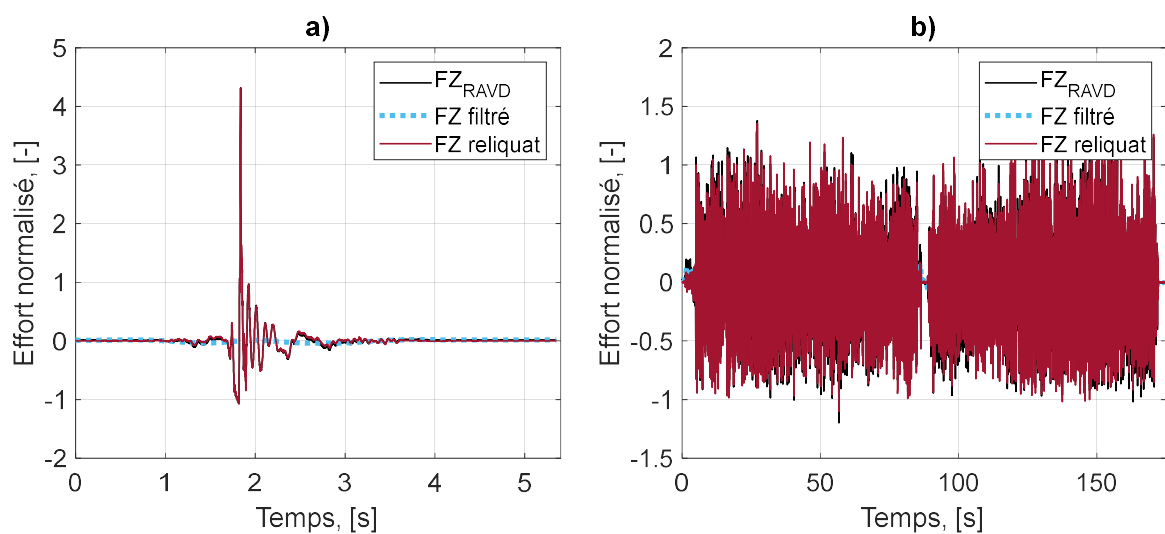


Figure 35 : Mesures initiales, filtrées et reliquats du passage d'un a) nid-de-poule et b) d'une zone pavée mesurés suivant l'axe  $F_z$  sur la roue avant droite du véhicule

Ces deux obstacles génèrent des chargements de natures différentes que ceux induits par les manœuvres. Le filtrage de la mesure initiale n'apporte aucun chargement en lien avec une manœuvre, car l'ensemble du chargement est généré par des sollicitations supérieures à 1 Hz. De manière analogue, le simple filtrage est également appliqué à une suite complexe d'obstacles. La Figure 36 illustre ces résultats via la mesure FZ sur la roue avant droite.

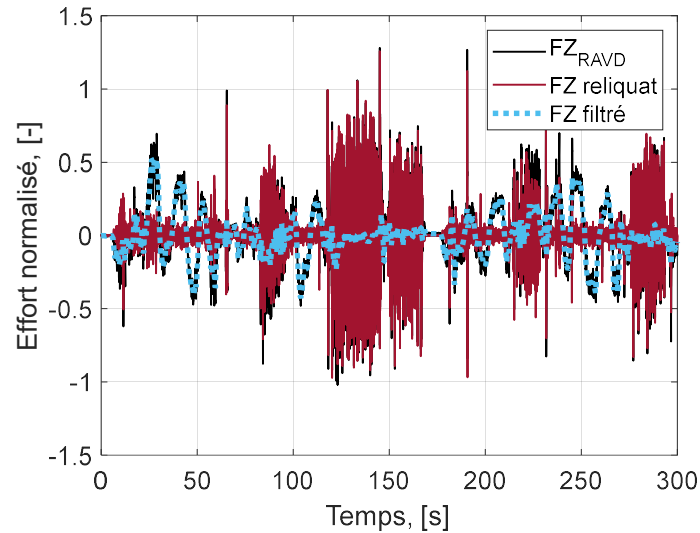


Figure 36 : Mesure initiale, filtrée et reliquat de la suite complexe d'obstacles suivant la voie  $F_z$  sur la roue avant droite du véhicule.

L'ensemble des phases de manœuvres sont traduites par la mesure filtrée. Celle-ci reste pratiquement nulle lors des passages d'obstacles singuliers ou bien de zones hétérogènes. Le filtrage aux alentours de 1 Hz permet de séparer ce qui est lié à la manœuvre de ce qui est induit par les aléas, peu importe la nature de ces aléas.

La problématique associée à ce travail étant d'adapter le traitement pour la fatigue des différentes natures de chargement, le filtrage apporte un premier élément de réponse pour pouvoir identifier ces différents types de chargement mesurés au niveau des roues. Physiquement les voies reliées aux manœuvres sont corrélées dans le temps entre elles. La corrélation temporelle entre les mesures du reliquat est moins immédiate.

### 2.1.3 Mesures d'accélération au centre de gravité

En plus des chargements mesurés aux roues, d'autres données sont disponibles lors des procédures de roulage, notamment les accélérations de translation au centre de gravité du véhicule. Dans ses travaux, [Karlsson, 2007] caractérise la réalisation des manœuvres à partir de l'angle des roues et de la vitesse du véhicule. Il a notamment utilisé le filtrage des accélérations pour modéliser proprement les différentes manœuvres de virage.

Physiquement, lors de la réalisation de manœuvres, l'ensemble des voies impliquées sont corrélées dans le temps. Il en est logiquement de même pour les mesures d'accélération du véhicule. Les accélérations au centre de gravité agissent comme des indicateurs, traduisant l'ensemble des sollicitations perçues aux différentes roues. L'idée est d'utiliser la partie filtrée des accélérations pour identifier les manœuvres au sein des mesures.

L'illustration des d'accélération se fait via la mesure complexe (déjà illustrée en Figure 32), comme mesure condensée des différentes situations rencontrées. Cette mesure est un ensemble des différents évènements observables sur piste. La Figure 37 illustre les mesures initiales des accélérations au centre de gravité du véhicule dans les trois directions canoniques. Comme les efforts, les accélérations sont aussi opportunément normalisées, en considérant une valeur de référence commune aux trois accélérations.

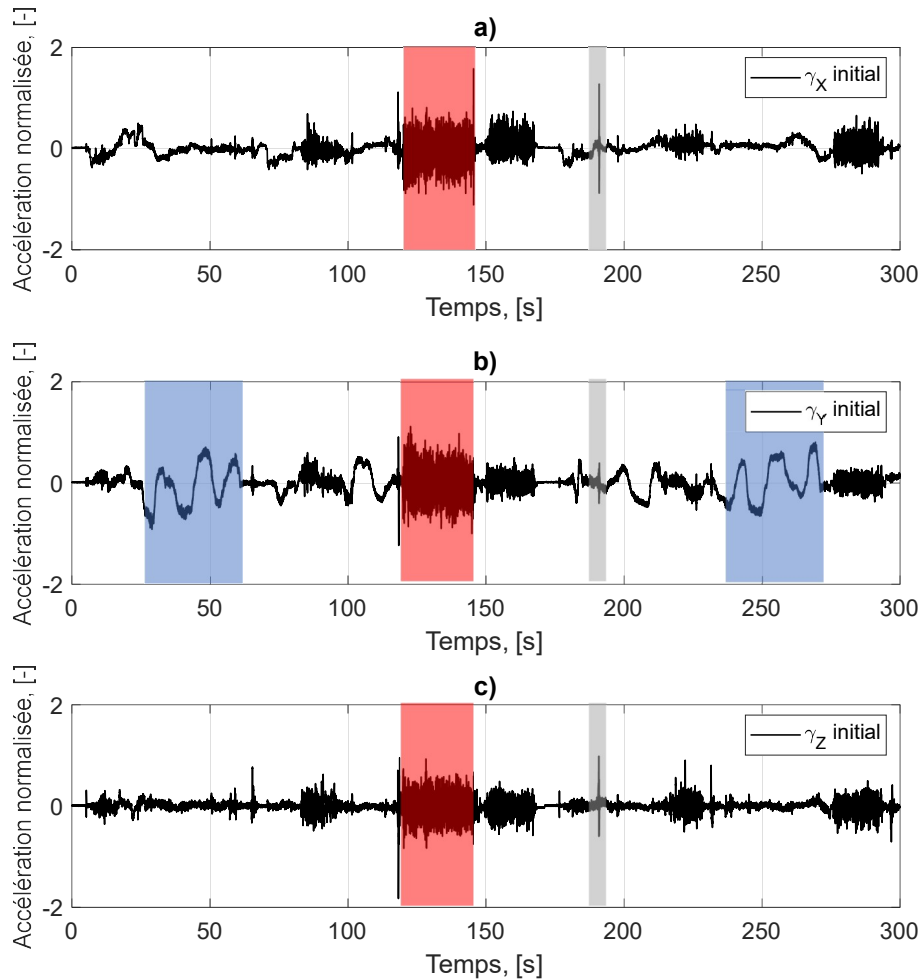


Figure 37 : Mesures initiales des accélérations de translation au centre de gravité du véhicule, a) longitudinale  $\gamma_x$ , b) transversale  $\gamma_y$ , c) verticale  $\gamma_z$ , lors du passage d'une suite complexe d'obstacles.

L'ensemble des situations de vie rencontrées par le véhicule sur la piste ressortent clairement sur la Figure 37, par exemple :

- zone pavée marquée en rouge sur l'ensemble des mesures,
- virages marqués en bleu sur la mesure  $\gamma_y$ ,
- franchissement d'un obstacle isolé en gris sur l'ensemble des mesures.

Les différents virages apparaissent nettement suivant l'accélération transversale  $\gamma_y$ , de même pour les accélérations et les freinages via l'accélération longitudinale  $\gamma_x$ . Les aléas ressortent également suivant les trois mesures, mais surtout suivant l'accélération verticale qui ne traduit pas usuellement de comportement lié aux manœuvres.



La fréquence de coupure précédemment utilisée de 1 Hz permet de séparer les deux grands types de chargement, mais reste à présent seulement un ordre de grandeur. L'idée est donc d'examiner la distribution de l'information fréquentielle associée à ces mesures. Cela permettra de préciser la fréquence la plus adéquate pour séparer les deux différents types de chargements, à savoir ceux issus des manœuvres de ceux issus des aléas.

Pour ce faire, la transformée de Fourier<sup>14</sup> de chacune des accélérations est calculée. La Figure 38 illustre d'une part l'ensemble de la transformée de Fourier associée à chaque accélération sur l'ensemble de la plage de fréquence disponible (500 Hz).

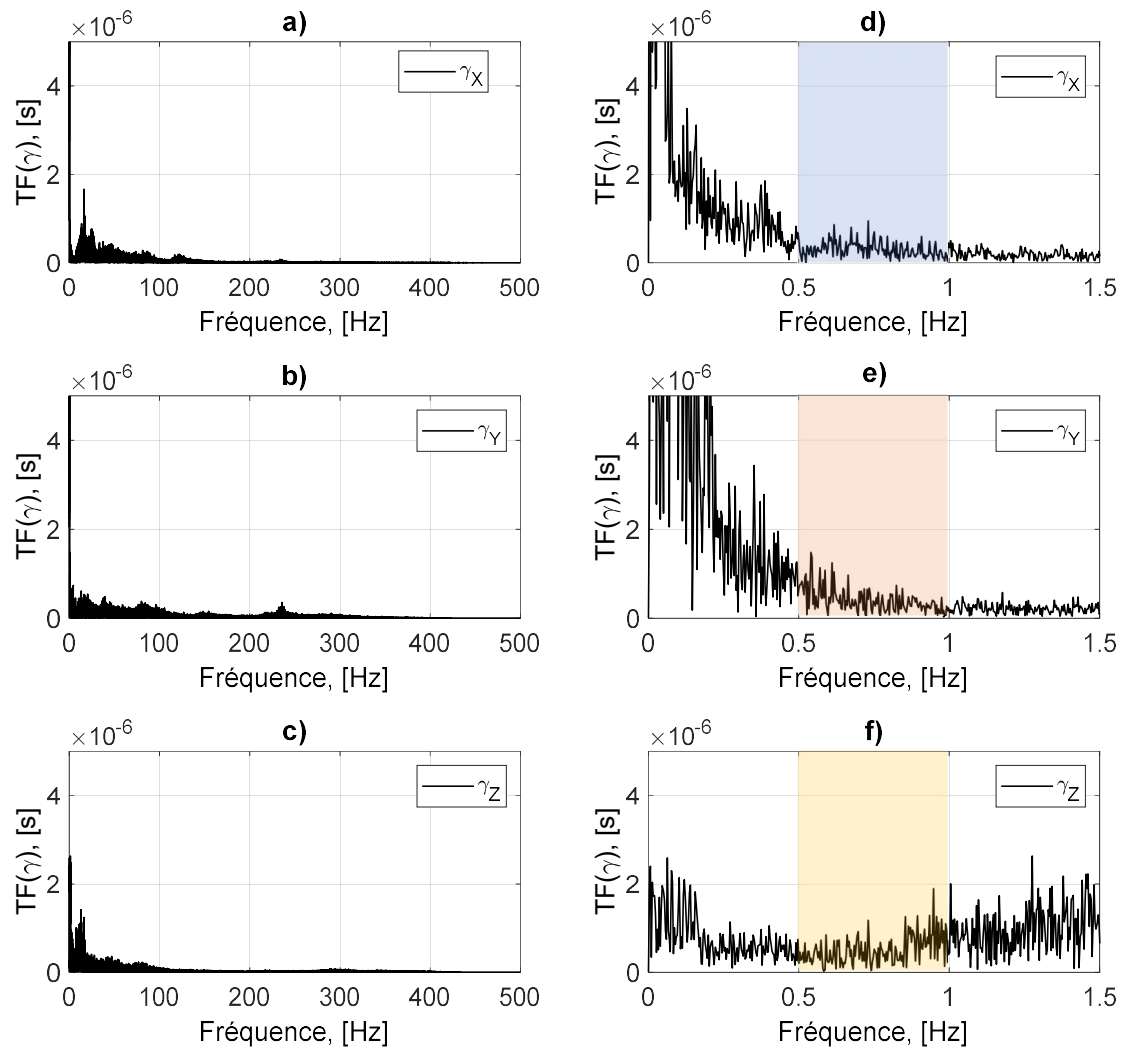


Figure 38 : Transformées de Fourier des mesures d'accélération normalisées au centre de gravité, a)  $\gamma_x$ , b)  $\gamma_y$ , c)  $\gamma_z$ . Zoom de ces transformées respectives jusqu'à 1,5 Hz en d) e) et f).

À la vue de la première colonne de la Figure 38 (a), b) et c)) les modes propres du véhicule ressortent nettement :

- mode vertical de pompage du véhicule vers 1,2 Hz ;
- mode vertical de rebond de roue vers 12 Hz ;
- mode longitudinal de suspension horizontale des roues au-delà de 15 Hz.

<sup>14</sup> Le calcul de la transformée de Fourier est présenté plus en détail en partie 2.2

Très peu d'information subsiste après 250 Hz. La majorité des chargements se situe entre 0 et 100 Hz. En zoomant aux alentours de 1 Hz, un creux d'information fréquentielle entre 0.5 et 1 Hz apparaît (zone colorée sur les graphiques de la Figure 38 d), e) et f)). En appliquant un filtrage dont la fréquence de coupure se situe dans cette zone, deux natures de chargement se distinguent ainsi de par leur caractéristique fréquentielle. Comme observé lors du filtrage à 1 Hz des efforts, cette coupure marque le contraste entre les chargements issus des manœuvres et ceux associés aux aléas. Dans la suite de ces travaux, par soucis de précision, la fréquence de coupure utilisée sera donc de 0.7 Hz, valeur moyenne issue des bandes de transition des trois accélérations. Par conséquent, la Figure 39 reprend les trois mesures initiales d'accélération et illustre également les mesures filtrées à 0.7 Hz.

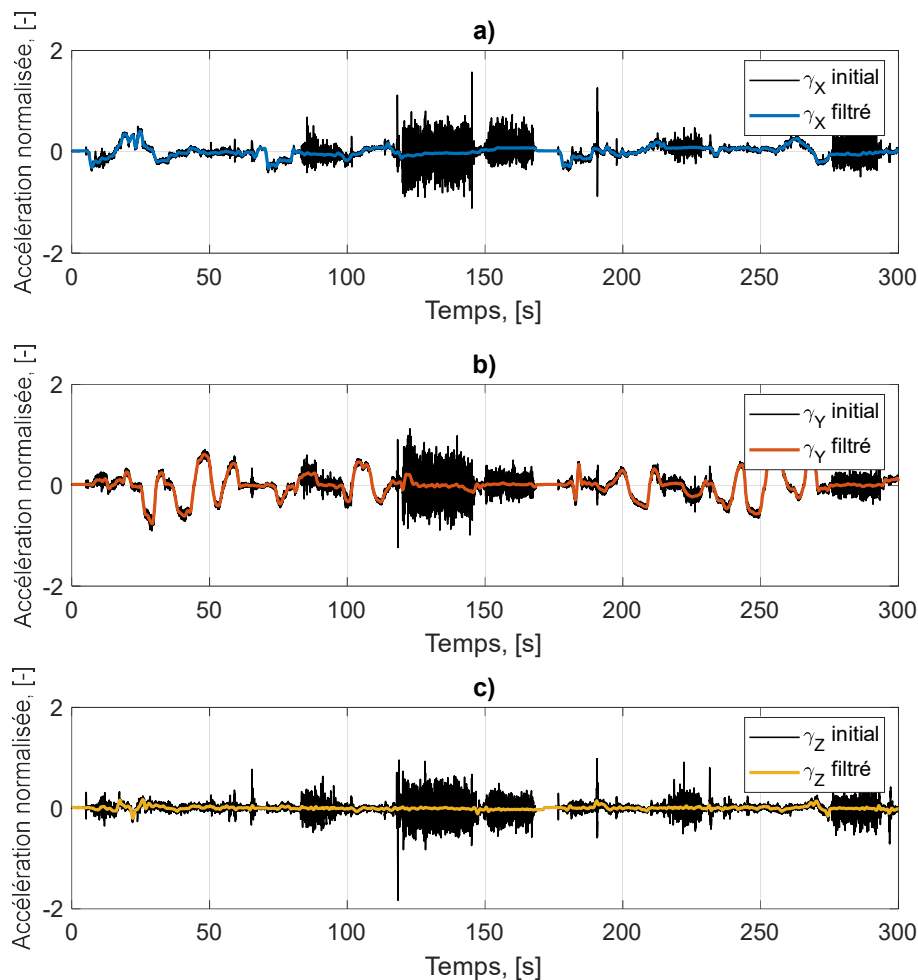


Figure 39 : Mesures initiales et filtrées à 0,7 Hz, des accélérations de translation au centre de gravité du véhicule, a)  $\gamma_x$ , a)  $\gamma_y$ , a)  $\gamma_z$ , lors du passage d'une suite complexe d'obstacles.

Les manœuvres d'accélérations, de freinages et de virages sont reprises par les accélérations filtrées  $\gamma_x$  et  $\gamma_y$  respectivement, alors que la mesure filtrée de  $\gamma_z$  ne traduit aucune manœuvre du véhicule.

À partir des constats suivants :

- les chargements liés aux manœuvres sont corrélés entre eux dans le temps,
- les accélérations filtrées permettent de retrouver l'ensemble des manœuvres réalisées par le véhicule,

il est possible d'utiliser le filtrage des accélérations pour identifier les chargements associés aux manœuvres d'après les mesures issues des sollicitations aux roues.

#### 2.1.4 Hypothèse de partition du chargement pour le dimensionnement à la fatigue

Comme observé précédemment, le filtrage des mesures permet de séparer les chargements reliés aux manœuvres de ceux issus des aléas de la route. Le constructeur possède d'ailleurs un vocabulaire dédié pour ces deux types de chargements. Les chargements issus des manœuvres sont appelés « Driven Road », notés DR, alors que ceux issus des aléas de la route sont appelés « Random Road », notés RR.

L'idée principale portée par ce travail est de redéfinir les mesures des chargements aux roues d'un train (ou "load" en anglais), notées ici  $L$ , pour le dimensionnement à la fatigue. La partition s'exprime donc ainsi,

$$L_i(t) = L_i^{DR}(t) + L_i^{RR}(t), \quad i \in \llbracket 1,12 \rrbracket. \quad (2.1)$$

De par leur nature physique, les chargements DR sont corrélés entre eux dans le temps. De plus, les accélérations filtrées longitudinales et transversales retranscrivent également ces manœuvres. Dans la suite, ces accélérations filtrées seront nommées  $\gamma^{DR}$ . Il est possible de définir un jeu de coefficients représentatifs de la dynamique du véhicule, noté  $\alpha^{DR}$ , pour exprimer chaque chargement DR de la manière suivante,

$$L_i^{DR}(t) = \sum_{j=x,y} \alpha_{L_i \gamma_j}^{DR} * \gamma_j^{DR}(t), \quad i \in \llbracket 1,12 \rrbracket. \quad (2.2)$$

Cette formulation des chargements DR peut être mise à profit dans le processus de dimensionnement en prenant en compte le cadre multi-entrées à partir des deux mesures d'accélérations et du jeu de coefficients.

Une première observation ressort de la définition théorique de cette partition. Ainsi définis, les chargements définis ne vont pas varier pour un même véhicule qui réalise plusieurs fois la même manœuvre. En revanche, en parcourant plusieurs fois une même piste pavée ou bien en roulant sur le même obstacle à la même vitesse, les chargements perçus vont varier de manière aléatoire. À ce stade, aucune hypothèse simple ne peut être faite sur la nature des chargements RR hormis qu'ils sont issus d'aléas. Il faut pouvoir caractériser ce type de chargement autrement que par les outils temporels appliqués aux chargement DR. Un volet de la littérature ayant attrait à la fatigue vibratoire doit être investigué avant de pouvoir expliciter ces sollicitations

## 2.2 Fatigue à grand nombre de cycles dans le domaine fréquentiel

Cette partie expose tout d'abord la nature des chargements propre à l'utilisation des méthodes dites spectrales pour le dimensionnement à la fatigue. Certains outils mathématiques permettent de caractériser ces chargements à partir de leurs propriétés statistiques.

Ensuite sont présentés les outils pour définir les propriétés statistiques des processus aléatoires gaussiens. En effet, pour appliquer les méthodes dites spectrales, le chargement doit respecter certaines caractéristiques telles que la stationnarité, l'ergodicité et suivre une distribution gaussienne. Plus rapides d'utilisation que les méthodes dites temporelles, les

méthodes spectrales, basées sur le calcul de la densité spectrale de puissance, considèrent l'information fréquentielle issue du signal pour identifier des cycles de chargement.

Enfin, plusieurs méthodes de calcul de l'espérance du dommage sont formulées. À noter que la valeur du dommage induit par un échantillon d'un processus aléatoire ne peut être qu'une espérance et non une valeur en soi. Certaines sont issues de développement théoriques, d'autres définies empiriquement. Elles sont plus ou moins adaptées en fonction des caractéristiques fréquentielles du chargement aléatoire étudié.

### 2.2.1 Caractérisation d'un signal aléatoire

Techniquement deux notions aléatoires interviennent dans la succession de sollicitations perçue par un véhicule au cours de sa vie. La première caractérise la succession elle-même, à savoir le nombre d'occurrences associés au nombre de freinages ou bien au nombre de nid-de-poule, par exemple. La seconde caractérise la nature même du passage d'un obstacle dont la sollicitation est également issue d'un processus aléatoire.

Ainsi, le signal ne dépend pas seulement du temps, mais aussi d'une variable aléatoire  $\lambda$ , et est noté  $x_\lambda(t)$  (ou  $x(t)$  comme cela est effectué traditionnellement). Pour un instant  $t$ , le signal est donné par une loi de probabilité, notée  $p(\lambda, t)$  [Rognon, 2013]. À contrario, pour une réalisation du processus, à savoir  $\lambda$  fixé, le signal est une fonction simple du temps.

#### Moments statistiques

Pour un temps fixé,  $t$ , Ces processus aléatoires sont caractérisés par leurs moments. Par exemple, plusieurs tirages du processus auront une évolution différente dans le temps, mais une moyenne (moment d'ordre 1) équivalente sur une durée  $T$ .

Lors de l'étude de propriétés statistiques associées à la loi de probabilité, la moyenne est appelée espérance mathématique, notée  $E[x(t)]$ , elle se calcule comme suit,

$$m_x(t) = E[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda p(\lambda, t) d\lambda. \quad (2.3)$$

Le moment d'ordre  $n$  s'écrit alors,

$$m_x^n(t) = E[x^n(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^n p(\lambda, t) d\lambda. \quad (2.4)$$

Les caractéristiques statistiques telles que la variance,  $Var_x(t)$ , et donc l'écart-type,  $STD_x(t)$ , sont calculées à partir des moments d'ordre 1 et 2 du processus, comme suit,

$$STD_x^2(t) = Var_x(t) = E[(x(t) - E[x(t)])^2] = m_x^2(t) - m_x(t). \quad (2.5)$$

#### Moyennes temporelles

De la même manière, pour une réalisation particulière du processus, il est possible de définir des propriétés statistiques telles que la moyenne temporelle,

$$\langle x \rangle = \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt. \quad (2.6)$$

Des moyennes temporelles d'ordre  $n$  existent également. Elles se calculent,

$$\langle x^n \rangle = \bar{x}^n = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^n(t) dt. \quad (2.7)$$

Enfin, la moyenne temporelle de la fonction d'autocorrélation,  $R_x$ , s'écrit,

$$\langle x(t)x(t + \tau) \rangle = \overline{R_x}(t, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau) dt. \quad (2.8)$$

### Paramètres de forme

D'autres caractéristiques faisant appel à des moments d'ordres plus élevés régissent la forme de la distribution. C'est le cas du skewness et du kurtosis.

Le skewness, noté  $Skw_x(t)$ , caractérise le degré de symétrie de la distribution. Pour une réalisation  $x(t)$  il se calcule,

$$Skw_x(t) = E \left[ \left( \frac{x(t) - E[x(t)]}{STD_x(t)} \right)^3 \right]. \quad (2.9)$$

La valeur de  $Skw_x$  varie autour de 0. Si elle est négative, il faut se représenter une distribution décalée à droite de la valeur médiane. La queue de distribution sera donc plus étalée sur la gauche de la médiane. Le comportement inverse est observé si la valeur de  $Skw_x$  est positive. Si la distribution est parfaitement symétrique, la valeur de  $Skw_x$  est de 0. C'est d'ailleurs le cas pour les distributions gaussiennes.

L'autre paramètre de forme est le kurtosis, noté  $Krt_x(t)$ . C'est un coefficient toujours positif ou nul, dont la valeur traduit l'aplatissement de la distribution du processus étudié. Pour une réalisation  $x(t)$  il se calcule,

$$Krt_x(t) = E \left[ \left( \frac{x(t) - E[x(t)]}{STD_x(t)} \right)^4 \right]. \quad (2.10)$$

La valeur de référence pour  $Krt_x$  est de 3. La distribution est dite mésokurtique. C'est le cas de la distribution gaussienne. Si cette valeur est supérieure à 3, la distribution est dite leptokurtique. Graphiquement, cette caractéristique se traduit par des queues de distributions larges, impliquant un nombre d'occurrences des valeurs extrêmes important. Inversement, si la valeur est inférieure à 3, la distribution est dite platikurtique. Graphiquement, la distribution semble aplatie et le nombre d'occurrences des valeurs extrêmes est réduit.

### Stationnarité et Ergodicité

Si les caractéristiques énoncées basées sur l'espérance de  $x$  ne varient pas dans le temps, alors le processus associé est dit stationnaire. De manière plus précise, un processus est dit stationnaire au sens strict si l'ensemble de ses caractéristiques statistiques sont invariantes dans le temps. Il est stationnaire au sens large si l'ensemble des caractéristiques à l'ordre un et deux sont invariantes au cours du temps. Cette précision peut être traduite mathématiquement comme suit.

Le processus  $x$  est dit stationnaire au sens large si :

$$\{E[x(t)] = cst \mid \forall t \in T\} \cap \{E[x(t)x(t-\tau)] = R_x(t, \tau) = R_x(\tau) \mid \forall t \in T\}. \quad (2.11)$$

Le processus  $x$  est dit stationnaire au sens strict si :

$$\{E[x(t)^n] = cst^n \mid \forall n \in \mathbb{N}, \forall t \in T\} \cap \{E[(x(t)x(\tau))^n] = R_x^n(\tau) \mid \forall n \in \mathbb{N}, \forall t \in T\}. \quad (2.12)$$

Un processus qui est dit stationnaire au sens strict est forcément stationnaire au sens large.

Un processus stochastique  $x(t)$  est dit ergodique si toutes les moyennes temporelles existent et ont même valeur quel que soit l'échantillon, soit

$$\{E[x^n] = \bar{x}^n \mid \forall n \in \mathbb{N}\}. \quad (2.13)$$

Si un processus est à la fois stationnaire et ergodique, alors les moments temporels et les moments statistiques sont égaux. Dans ce cas, il est possible d'estimer les propriétés statistiques du processus étudié à partir d'un de ses échantillons. Cela implique que la taille de l'échantillon étudiée soit suffisamment importante pour qu'il soit représentatif de l'ensemble de la complexité du processus [Lalanne, 1999a].

## 2.2.2 Caractérisation fréquentielle d'un processus stationnaire gaussien

Généralement, la première étape pour étudier l'information fréquentielle associée à un signal est de calculer sa transformée de Fourier. Théoriquement, si le processus étudié est aléatoire et stationnaire alors cette grandeur ne peut être définie puisque a priori la grandeur est aléatoire et infinie.

En supposant que le signal est périodique sur une période  $T$ , il est en revanche possible de calculer la transformée de Fourier tronquée, comme suit,

$$X(f, T) = \int_{-T/2}^{T/2} x(t)e^{-j2\pi f t} df. \quad (2.14)$$

### Densité spectrale de puissance

C'est à partir de la transformée de Fourier que peut être définie la Densité Spectrale de Puissance (DSP), notée  $\Phi_{xx}$ , comme étant telle que

$$\Phi_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|X(f, T)|^2]. \quad (2.15)$$

La DSP peut également être calculée comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du processus  $x$ , telle que,

$$\Phi_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau)e^{-j2\pi f \tau} d\tau. \quad (2.16)$$

Inversement, la fonction d'autocorrélation du signal peut être exprimée comme la transformée de Fourier de sa DSP. C'est le théorème de Wiener-Khintchine [Wiener, 1930].

La DSP représente la répartition fréquentielle de la puissance d'un signal suivant les fréquences qui le composent. En d'autres termes, elle représente la moyenne quadratique de chacune des amplitudes associées à chaque sinusoïde sur la plage de fréquence décrite.

D'ailleurs, pour  $\tau$  égal à 0, l'équation devient,

$$R_x(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(f) df. \quad (2.17)$$

Lors du calcul de la DSP, seule la partie réelle du signal est décrite. La phase de la transformée de Fourier de  $x$  n'est pas conservée. Comme l'écrit Pitoiset, cela signifie qu'une même DSP correspond à plusieurs réalisations temporelles d'un même processus, au sens de ses caractéristiques statistiques [Pitoiset, 2001]. Il faut faire des hypothèses sur la phase pour pouvoir reconstruire une réalisation correspondante au processus. Pour les processus stationnaires suivant une distribution gaussienne, dont les réalisations sont ergodiques, la phase est usuellement uniformément répartie entre  $-\pi$  et  $+\pi$ .

### Moments spectraux

Les moments spectraux d'ordre  $n$ ,  $m_n$ , permettent de caractériser dans le domaine fréquentiel les processus aléatoires stationnaires. Ils se calculent à partir de la DSP  $\Phi_{xx}$  de la manière suivante,

$$m_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(f) |f|^n df. \quad (2.18)$$

Si un processus est de moyenne nulle, alors les trois prochaines relations sont vérifiées,

$$\begin{cases} STD_x^2 = m_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(f) df, \\ STD_x^2 / (2\pi)^2 = m_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(f) f^2 df, \\ STD_x^2 / (2\pi)^4 = m_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(f) f^4 df. \end{cases} \quad (2.19)$$

En d'autres termes, si l'échantillon  $x(t)$  représente un déplacement,  $m_0$  correspond à la variance de ce déplacement,  $m_2$  à la variance de la vitesse associée à ce déplacement et  $m_4$ , la variance de l'accélération associée à ce déplacement.

### Franchissement de seuil

En 1954, Rice a démontré que, pour un processus stationnaire de distribution gaussienne de moyenne nulle, le nombre moyen par unité de temps (fréquence) de franchissement à pente positive d'un seuil de niveau  $\varepsilon$ , noté  $v_\varepsilon^+$  peut être exprimé à partir des moments spectraux de la manière suivante [Rice, 1944],

$$v_\varepsilon^+ = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} e^{-\frac{\varepsilon}{2m_0}}. \quad (2.20)$$

À partir de l'hypothèse de moyenne nulle et de la formule de franchissement de seuil, il est donc possible de calculer la fréquence de passage à la moyenne, notée  $v_0^+$ , comme suit,

$$v_0^+ = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}. \quad (2.21)$$

Rice a également formulé le nombre moyen de maxima associé à la distribution par unité de temps. Cette grandeur sera notée  $v_{max}$ . Elle dépend elle aussi du rapport des moments spectraux, telle que,

$$v_{max} = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}. \quad (2.22)$$

### Facteur d'irrégularité

Logiquement, si un signal sinusoïdal n'est caractérisé que par une fréquence, il devrait y avoir autant de maxima qu'il y a de passages à la moyenne avec franchissement croissante. Inversement, plus un signal est complexe en termes de composition fréquentielle, il faut s'attendre à avoir plus de maxima que de passages à la moyenne (avec franchissement croissant). Ainsi, il est possible de caractériser la largeur de bande ou facteur d'irrégularité, notée  $\gamma$ , du processus stationnaire de moyenne nulle, grâce au rapport des fréquences de passage, tel que

$$\gamma = \frac{v_0^+}{v_{max}}. \quad (2.23)$$

Le processus est dit à bande étroite si  $\gamma$  tend vers 1. Inversement, le processus est dit à bande large lorsque  $\gamma$  tend vers 0. La Figure 40 illustre notamment l'impact de la largeur de bande sur l'allure de la DSP (de type idéal passe-bande) ainsi que sur l'allure des signaux temporels correspondant.

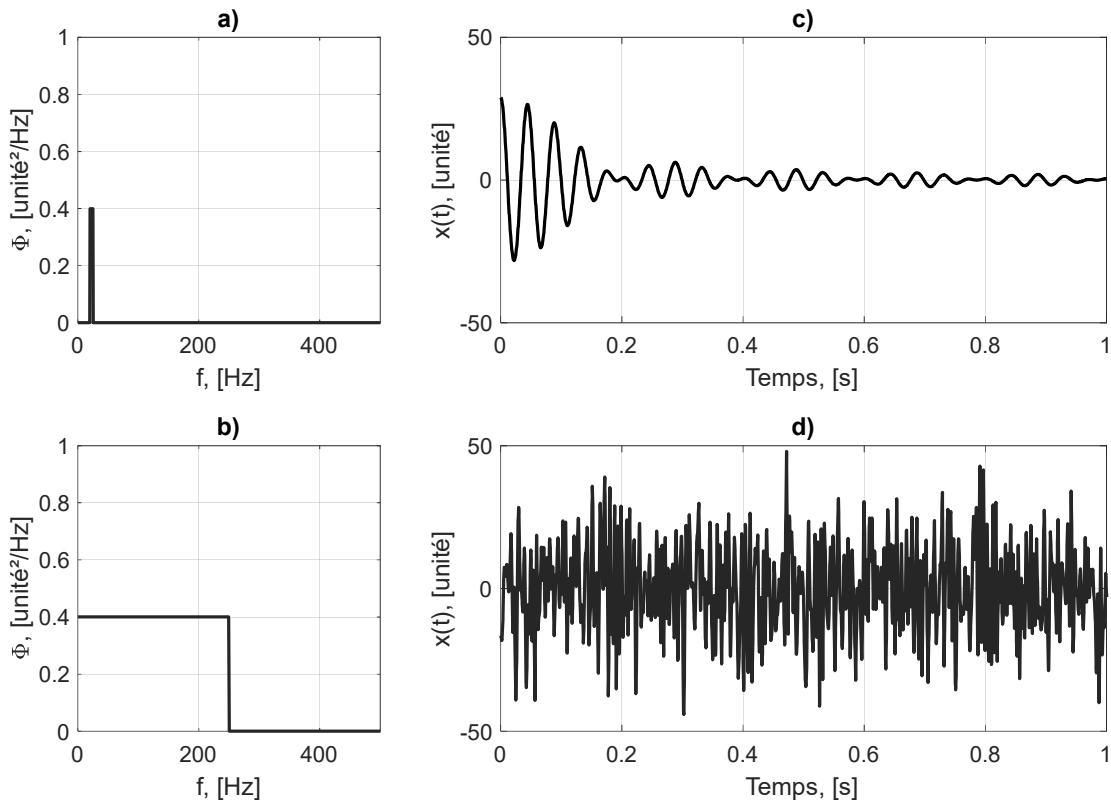


Figure 40 : Processus stochastique avec différentes largeurs de bande, a) DSP à bande étroite, b) DSP à bande large, c) évolution temporelle à bande étroite et d) évolution temporelle à bande large



La grandeur  $\gamma$  (ou plus précisément  $\gamma_2$ ) fait partie des paramètres de largeur de bande qui s'écrivent [Lutes et Sarkani, 1997],

$$\gamma_n = \frac{m_n}{\sqrt{m_0 m_{2n}}}. \quad (2.24)$$

### Distribution des maxima

Les travaux de Rice peuvent donc permettre de comptabiliser le nombre de cycles sur une période donnée au travers du calcul des différents franchissement de seuil. L'information manquante pour caractériser ces cycles est donc leur amplitude. Sachant que celle-ci est associée à un processus aléatoire stationnaire, elle se traduit sous forme de densité de probabilité. En 1956, Cartwright et Longuet-Higgins ont montré que la densité de probabilité des maxima, notée  $p_\varepsilon(\varepsilon)$ , pour un processus gaussien  $x(t)$ , est une combinaison linéaire d'une distribution gaussienne et d'une distribution de Rayleigh [Cartwright et Longuet-Higgins, 1956]. Elle s'écrit donc,

$$p_\varepsilon(\varepsilon) = (1 - \gamma^2) \frac{1}{\sqrt{2\pi(1 - \gamma^2)STD_x^2}} e^{-\frac{\frac{1}{2}\varepsilon^2}{(1-\gamma^2)STD_x^2}} + \gamma F\left(\frac{\gamma}{\sqrt{1 - \gamma^2}} \frac{\varepsilon}{STD_x^2}\right) \frac{\varepsilon}{STD_x^2} e^{-\frac{1}{2}\frac{\varepsilon^2}{STD_x^2}}, \quad (2.25)$$

avec  $F(-)$ , la distribution gaussienne unitaire, telle que

$$F(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi. \quad (2.26)$$

De nombreux ouvrages comme ceux de Lalanne et de Preumont reprennent cette formulation [Lalanne, 1999b; Preumont, 1990].

Lorsque la bande est étroite,  $\gamma$  tend vers 1. La densité de probabilité des maxima tend vers une distribution de Rayleigh. Inversement, lorsque  $\gamma$  tend vers 0, elle est équivalente à une distribution gaussienne.

## 2.2.3 Méthodes spectrales de dimensionnement à la fatigue

### Approximation de Rayleigh (ou Narrow-band)

L'approche conventionnelle en fatigue vibratoire, en considérant un signal stationnaire de distribution gaussienne et de moyenne nulle, est de supposer qu'à chaque maxima de valeur  $\varepsilon$  correspond un cycle d'amplitude  $\varepsilon$ . C'est le comportement observé pour les signaux à bande étroite (ou Narrow-band en anglais). Comme énoncé précédemment, lorsque la bande est étroite  $\gamma$  tend vers 1. La distribution des maxima tend donc vers une distribution de Rayleigh qui s'écrit comme suit,

$$p_\varepsilon(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{STD_x^2} e^{-\frac{1}{2}\frac{\varepsilon^2}{STD_x^2}}. \quad (2.27)$$

Associée à une règle d'accumulation de l'endommagement induit par chaque cycle, il est possible de calculer un taux de dommage  $\Delta$  par intervalle d'amplitude  $[\varepsilon, \varepsilon+d\varepsilon]$ . La plus

courante est la loi d'endommagement associée à la règle d'accumulation de Miner en prenant en compte le modèle de Basquin (Eq. 1.1), où un cycle d'amplitude  $\varepsilon$  induit le dommage  $d = C^{-1}\varepsilon^b$ . Ce taux de dommage se formule ainsi,

$$\Delta(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{\varepsilon^b}{C} v_{max} p_\varepsilon(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2.28)$$

Le dommage par unité de temps résulte donc de l'intégrale de cette grandeur sur la plage des maxima. Une formulation simple du résultat de cette intégrale a été proposée par Miles pour un processus à bande étroite [Miles, 1954]. Il a été repris par Crandall et Mark [Crandall et Mark, 2014]. Wirsching et Haugen proposent d'écrire cette approximation en fonction des moments spectraux [Wirsching et Haugen, 1973]. Cette expression est la suivante,

$$E_R[D] = \int_0^{+\infty} \Delta(\varepsilon)d\varepsilon = C^{-1} 2^{\frac{b}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) m_0^{\frac{b-1}{2}} m_2^{\frac{1}{2}}, \quad (2.29)$$

avec  $\Gamma(-)$ , la fonction de Euler

$$\Gamma(u) = \int_0^{+\infty} \xi^{u-1} d\xi. \quad (2.30)$$

Il faut noter qu'avec cette formulation seuls les maxima positifs sont pris en compte. A la différence des traitements temporels, les traitements fréquentiels concluent sur une espérance du dommage puisque les cycles comptabilisés ne résultent que d'une estimation de leur distribution.

Il a été démontré par Rychlik que la densité de probabilité de cycles Narrow-Band est un majorant de la densité de probabilité des maxima issus d'un comptage Rainflow [Rychlik, 1993]. De nombreuses méthodes ont tenté de corriger l'approximation de Rayleigh pour l'adapter aux signaux à plus large bande.

#### Approximation d'Ortiz et Chen

C'est le cas notamment de l'approximation d'Ortiz et Chen [Ortiz et Chen, 1987]. Celle-ci propose de multiplier le résultat de Rayleigh par un correcteur semi-empirique  $\lambda_{OC}$ . Celui-ci prend notamment en compte la pente de la droite de Basquin  $b$ , ainsi que des paramètres associés à la largeur de bande de la mesure. L'approximation s'écrit,

$$E_{OC}[D] = \lambda_{OC} * E_R[D], \quad (2.31)$$

avec,

$$\lambda_{OC} = \frac{\delta^b v_{max}}{v_0^+} \text{ et } \delta = \sqrt{\frac{m_2 m_{2/b}}{m_0 m_{(2+2/b)}}}. \quad (2.32)$$

#### Approximation de Dirlik

D'autres approximations sont plus complexes d'utilisation. C'est le cas de l'approximation développée par Dirlik [Dirlik, 1985; Dirlik et Benasciutti, 2021]. La méthode Rainflow étant considérée comme la méthode de comptage la plus fiable en fatigue, cette approximation se concentre sur l'estimation de la distribution des cycles comptabilisés par cette

méthode. Sa formulation est empirique, issue d'un grand nombre de simulations à partir de différentes DSP, avec des bandes plus ou moins larges. L'approximation s'écrit,

$$E_{Dr}[D] = \frac{v_{max}}{C} m_0^{b/2} \left[ D_1 Q^b \Gamma(1+b) + (\sqrt{2})^b \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) (D_2 |R|^b + D_3) \right], \quad (2.33)$$

avec,

$$R = \frac{\alpha_2 - x_m - D_1^2}{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}, \quad Q = \frac{1.25(\alpha_2 - D_3 - D_2 R)}{D_1}, \quad D_3 = 1 - D_1 - D_2,$$

$$D_2 = \frac{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}{1 - R}, \quad D_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1 + \alpha_2^2} \text{ et } x_m = \frac{m_1}{m_0} \left(\frac{m_2}{m_4}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.34)$$

### Approximation de Tovo et Benasciutti

L'une des méthodes les plus pertinentes, avec celle de Dirlik, est celle proposée par Tovo et Benasciutti, [Benasciutti et Tovo, 2006, 2004; Denis Benasciutti et Tovo, 2005; Dirlik et Benasciutti, 2021]. Elle se traduit également par un correcteur appliqué à l'approximation de Rayleigh. Elle part du postulat que la distribution conjointe amplitude-moyenne des cycles Rainflow est une combinaison linéaire des bornes inférieures et supérieures du dommage. L'espérance du dommage ainsi construite est issue d'une combinaison linéaire des endommagements théoriques définit pour les bandes larges et étroites (voir Eq. 2.25). Par simplification mathématique, l'expression finale ne prend en compte que l'approximation de Rayleigh (borne supérieure). Cette approximation définit le coefficient de correction  $\lambda_{TB}$ , définit de manière empirique. Il prend en compte plusieurs paramètres associés à la largeur de bande ( $\gamma$  et  $\gamma_1$ ). L'approximation s'écrit,

$$E_{TB}[D] = \lambda_{TB} * E_R[D]. \quad (2.35)$$

avec,

$$\lambda_{TB} = b_{app} + (1 - b_{app})\gamma^2$$

$$\text{et } b_{app} = \frac{(\gamma_1 - \gamma)[1.112(1 + \gamma_1\gamma - (\gamma_1 + \gamma))e^{2.11} + (\gamma_1 - \gamma)]}{(\gamma - 1)^2}. \quad (2.36)$$

### Approximation 0,75

L'approximation 0,75 a été proposé par Lutes et Larsen [Benasciutti et Tovo, 2006; Lutes et Larsen, 1990]. C'est également une méthode empirique basée sur l'application d'un facteur de correction à l'approximation de Rayleigh pour l'adapter aux signaux à plus large bande. Le facteur correctif est un mode non entier d'un paramètre de largeur de bande. L'approximation s'écrit,

$$E_{75}[D] = \gamma_{0,75}^2 * E_R[D], \quad (2.37)$$

avec,

$$\gamma_{0,75} = \frac{m_{0,75}}{\sqrt{m_0 m_{1,5}}}. \quad (2.38)$$

### Approximation du Single moment

D'autres approximations sont complètement empiriques. Par exemple, Larsen et Lutes ont également proposé une formulation adaptée aux mesures à bande large en ne faisant appel qu'à un seul moment spectral (d'où la dénomination single moment) [Larsen et Lutes, 1991]. Ce moment spectral est particulier puisqu'il tient compte de  $b$ , la pente de Basquin. Elle s'écrit,

$$E_{SM}[D] = C^{-1} 2^{\frac{b}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) m_{\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}. \quad (2.39)$$

Cette approximation est facile d'utilisation puisqu'elle ne fait appel qu'à la définition d'un seul moment spectral. Elle s'avère concluante pour de nombreuses caractéristiques de DSP même si elle peut se révéler moins précise dans certains cas que d'autres approximations [Pitoiset, 2001]. Outre l'application d'une distribution de Gauss pour estimer la valeur des maxima, cette approximation minimise souvent la valeur du dommage par rapport aux autres approximations.

#### 2.2.4 Limites d'application des méthodes spectrales aux mesures initiales

En considérant une large population, les véhicules font théoriquement face à plusieurs types d'aléas au cours de leur vie. Bien entendu, pour un même conducteur, le mode de conduite, en d'autres termes l'intensité de réalisation des manœuvres, peut varier. Pour un même véhicule, la charge transportée peut également varier. En ce qui concerne les chargements perçus aux roues, l'aléa majeur est la distribution des obstacles rencontrés. C'est la raison pour laquelle la construction des contrats de dimensionnement par le constructeur ne présuppose pas d'une succession précise des différents types de sollicitations. Cependant, il convient de noter qu'il ne s'agit pas de ces aléas dont il est question ici.

Les aléas rencontrés par le véhicule qui sont potentiellement en adéquation avec l'utilisation des méthodes spectrales résident dans la nature même des obstacles parcourus. Dans la littérature elles sont d'ailleurs utilisées pour caractériser la rugosité de la route [Dodds et Robson, 1973; Mršnik et al., 2013]. Ces méthodes sont plus efficaces en termes de rapidité d'exécution pour traiter les chargements aléatoires que les méthodes temporelles. La dispersion du chargement comme présentée ci-dessus n'est prise en compte par les méthodes spectrales qu'au sens où les caractéristiques fréquentielles telles que la valeur des moments spectraux vont varier conformément.

La partition proposée ici est donc opportune. En effet, elle permet de séparer simplement à la roue les chargements induits par les manœuvres des chargements induits par les aléas de la route. Ce qui est caractérisé par cette partition réside bien dans la nature des obstacles parcourus.

Il faut tout de même noter que la partition est à ce stade indifférente à la succession des différents aléas. Les signaux RR peuvent ne pas être stationnaires. Il faut donc prévoir l'application d'une méthode de découpage pour isoler les différents aléas rencontrés par le véhicule. Ensuite, il faudra vérifier au cas par cas les situations de vie qui se prêtent à l'utilisation des méthodes spectrales. Pour l'instant, les méthodes spectrales dans le cadre multi-entrées n'ont pas encore été abordées : elles le seront plus en détail au cours du chapitre 4.

## 2.3 Formulation temporelle du tenseur des contraintes

Pour prendre en compte l'aspect multi-entrées du chargement, la première partie de ce chapitre a présenté l'intérêt de faire l'hypothèse de partition entre les chargements reliés aux manœuvres et ceux issus des aléas. Cette partition s'applique sur chaque sollicitation mesurée aux roues. La seconde partie de ce chapitre a abordé le cadre théorique associé aux caractéristiques et traitement des chargements de nature aléatoire. Si certaines spécificités inhérentes au chargement sont respectées, l'utilisation des méthodes spectrales permet un traitement rapide pour le dimensionnement en fatigue.

Le premier objectif de cette partie est de montrer en quoi l'hypothèse de partition des chargements mesurés aux roues impacte la formulation du tenseur des contraintes. Ce tenseur serait associé à un point d'intérêt au sein de la liaison au sol. Certaines hypothèses portant sur le comportement de la structure sont exposées. Celles-ci permettent d'établir au sein de la formulation du tenseur, une forme de chargement temporel équivalent. Ces hypothèses sont indépendantes de l'approche de modélisation des chargements perçus à la roue. Elles ne sont considérées que dans l'optique de donner un cadre facilitant l'étude de l'impact de l'hypothèse de partition sur les résultats en dimensionnement de manière générique.

Une fois la formulation fixée, le second objectif est de proposer un processus de validation de la partition pour le dimensionnement en fatigue. Ce processus doit être le plus générique possible. Il fait intervenir les différents traitements présentés en amont, que ce soit les méthodes associées au domaine temporel ou à celui fréquentiel. La formulation du tenseur proposée fait intervenir un signal temporel « équivalent » considérant l'effet de la partition. Ce signal est donc approprié pour venir tester la méthode.

### 2.3.1 Hypothèse de linéarité d'écriture du tenseur des contraintes

Il est courant, au sein des structures automobiles, de considérer que la structure a un comportement linéaire vis-à-vis des chargements [Genet, 2006]. Cette hypothèse ne qualifie que la réponse aux chargements reflétant l'usage normal du véhicule<sup>15</sup>.

De cette hypothèse découle la formulation du tenseur des contraintes,  $\underline{\underline{\sigma}}^{loc}$ , en tout point d'intérêt identifié par "loc", comme combinaison linéaire des chargements  $L_i$ , vus aux roues. En isolant chaque train du véhicule (e.g. 12 voies de sollicitation à prendre en compte), le tenseur s'écrit alors,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{loc}(t) = \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{loc, L_i}|_{L_i=1} * L_i(t), \quad i \in \llbracket 1, 12 \rrbracket. \quad (2.40)$$

avec,  $\underline{\underline{\sigma}}^{loc, L_i}|_{L_i=1}$ , le tenseur des contraintes au point d'intérêt sous sollicitation unitaire suivant la voie de chargement  $L_i$ .

En prenant en compte la partition du chargement,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{loc}(t) = \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{loc, L_i}|_{L_i=1} * (L_i^{DR}(t) + L_i^{RR}(t)), \quad i \in \llbracket 1, 12 \rrbracket. \quad (2.41)$$

---

<sup>15</sup> Cette hypothèse aura l'occasion d'être vérifiée au cours du chapitre 5 de ce manuscrit.

À présent cette partition ne permet pas de proposer un processus de dimensionnement simple pour valider de manière générique l'hypothèse de partition.

### 2.3.2 Hypothèse d'orientation du tenseur des contraintes

Comme énoncé en amont, la majorité des points d'intérêt au sein de la liaison au sol se situe à proximité des joints de soudure. La particularité géométrique de ces assemblages offre des zones privilégiées pour la transmission d'effort au sein de la structure. De par leur géométrie, les joints soudés sont des concentrateurs de contrainte [Bercelli et al., 2023; Carteron et al., 2020; Florin, 2015; Florin et al., 2015]. Ces zones tendent à générer une direction principale associée à la contrainte maximale [Heuler et al., 2005; Van Dang et al., 2001].

Dans les travaux de Genet, une hypothèse supplémentaire basée sur l'expérience est formulée pour caractériser la nature des contraintes en tout point d'intérêt de la liaison au sol [Genet, 2006]. C'est l'hypothèses de proportionnalité du tenseur des contraintes sous sollicitation multi-entrées à amplitude variable. En d'autres termes, peu importe la situation de vie rencontrée par le véhicule, les directions principales du tenseur des contraintes au point d'intérêt ne varient pas dans le temps.

Il est possible de traduire cette hypothèse théoriquement de la manière suivante,

$$\underline{\underline{\sigma^{loc}(t)}}} = \underline{\underline{\sigma^{loc, L_1}}}|_{L_1=1} * \left\{ \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * L_i(t) \right\}, \quad i \in \llbracket 1, 12 \rrbracket. \quad (2.42)$$

Cette formulation fait apparaître le jeu de coefficients  $\alpha^{SO}$ . Chaque coefficient relie l'impact de la voie de chargement  $L_i$ , variable dans le temps, à la forme du tenseur au point d'intérêt, représentée par  $L_1$ . Le chargement  $L_1$  n'est pas fixe, il peut varier suivant le point d'intérêt étudié.

En prenant en compte le processus de partition sur les mesures des sollicitations aux roues, la contrainte peut être formulée ainsi,

$$\underline{\underline{\sigma^{loc}(t)}}} = \underline{\underline{\sigma^{loc, L_1}}}|_{L_1=1} * \left\{ \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * (L_i^{DR}(t) + L_i^{RR}(t)) \right\}, \quad i \in \llbracket 1, 12 \rrbracket. \quad (2.43)$$

La formulation proposée pour les chargements DR peut également être incluse de la manière suivante,

$$\underline{\underline{\sigma^{loc}(t)}}} = \underline{\underline{\sigma^{loc, L_1}}}|_{L_1=1} * \left\{ \sum_i \sum_{j=x,y} \alpha_{L_i L_1}^{SO} \alpha_{L_i \gamma_j}^{DR} * \gamma_j^{DR}(t) + \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} L_i^{RR}(t) \right\}, \quad i \in \llbracket 1, 12 \rrbracket. \quad (2.44)$$

Cette formulation met en avant un signal temporel équivalent (représenté en gras dans l'équation 1.44), sans tenir compte de la forme du tenseur des contraintes au point d'intérêt. Pour rappel, cette formulation se veut générique. Elle ne présuppose pas de l'utilisation d'un critère de dimensionnement. Elle offre la possibilité de venir calculer un dommage (plutôt un pseudo-dommage, puisqu'il s'applique aux chargements mesurés aux roues) qui rendra compte de l'hypothèse de partition dans la modélisation des chargements pour le dimensionnement à la fatigue. De plus, le signal équivalent ainsi formulé prend en compte la corrélation des voies de

sollicitations entre elles. Il faut maintenant développer le processus de validation de cette hypothèse à partir de ce signal équivalent.

### 2.3.3 Processus de validation de l'hypothèse de partition

La Figure 41 résume l'ensemble du processus adopté pour valider l'hypothèse de partition pour le dimensionnement à la fatigue des pièces de la liaison au sol.

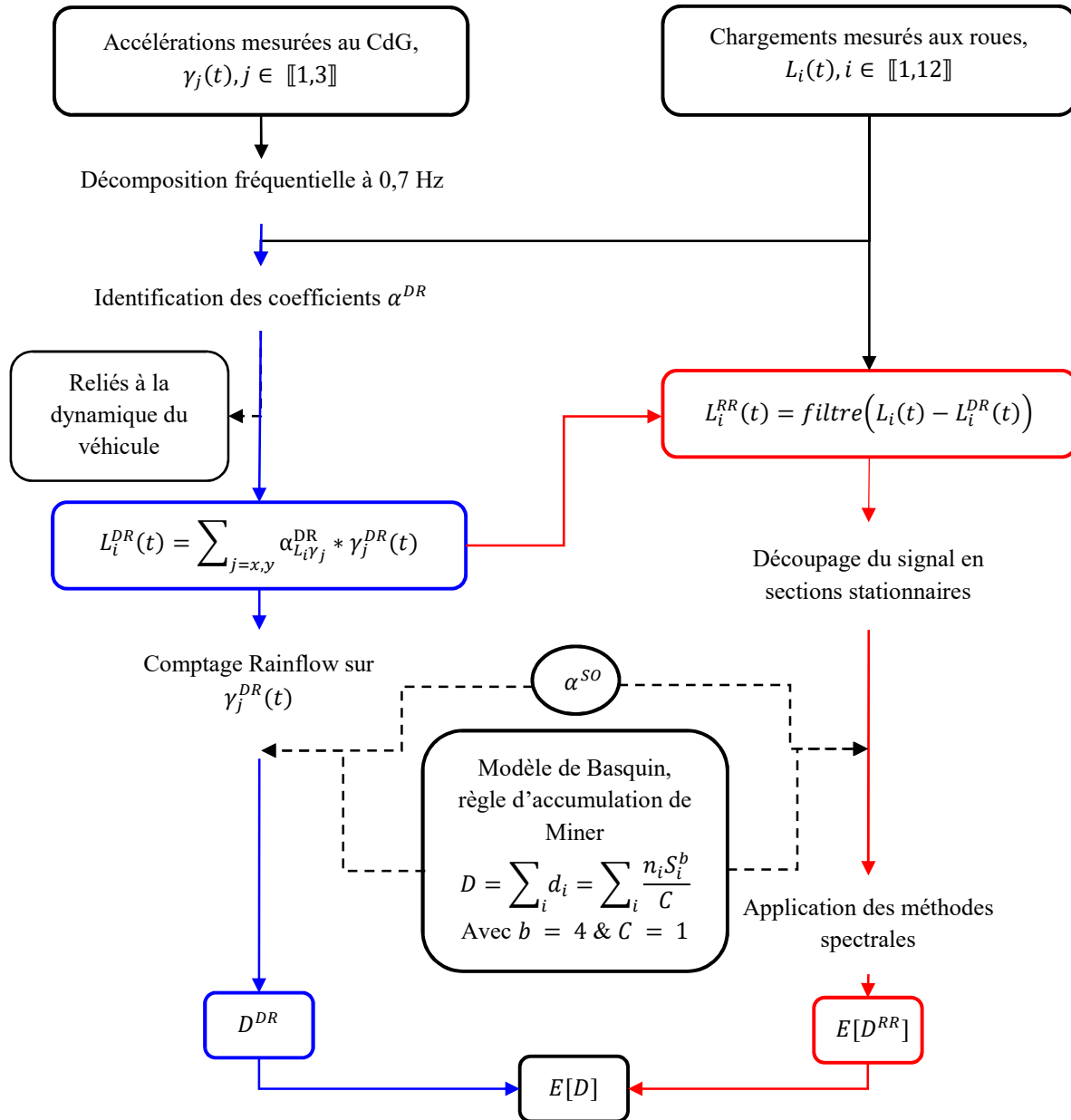


Figure 41 : Processus de validation de l'hypothèse de partition pour le dimensionnement à la fatigue

Le processus prend en compte les 3 mesures d'accélération au centre de gravité du véhicule, ainsi que les chargements perçus aux roues d'un des deux trains. Le filtrage fréquentiel est appliqué sur les accélérations. Ensuite, la valeur des coefficients  $\alpha^{DR}$  est déduite en minimisant la différence entre la combinaison linéaire des accélérations filtrées,  $\gamma^{DR}$ , et la mesure initiale pour chaque voie de chargement. Logiquement, ces coefficients devraient être reliés aux propriétés dynamiques du véhicule. Une fois les coefficients identifiés pour chaque

voie, les chargements DR sont construits. Les chargements RR peuvent alors être déduits en soustrayant ceux DR à la mesure initiale. À noter qu'un filtre peut être de nouveau appliqué pour enlever toute porteuse reliquat sans sens physique.

Les deux types de chargements ne sont pas caractérisés de la même manière : domaine temporel pour les DR et fréquentiel pour les chargements RR. Il faut donc adapter la méthode de dimensionnement pour prendre en compte la sollicitation multi-entrées pour l'ensemble dans un cas comme dans l'autre. Pour les chargements DR, un comptage Rainflow est appliqué sur chacune des deux accélérations. Le but est, à l'aide des jeux de coefficients  $\alpha^{DR}$  et  $\alpha^{SO}$ , de reconstruire le spectre de chargement issu des chargements DR au point d'intérêt concerné. Cette manipulation requiert la vérification de plusieurs hypothèses concernant les signaux d'accélérations. Elle diminue significativement le nombre de comptage Rainflow appliqué et permet de garder la corrélation des voies DR entre elles dans la construction du spectre de chargement. Une fois le spectre de chargement constitué, le dommage peut être calculé comme évoqué précédemment, à l'aide du modèle de Basquin et de la règle d'accumulation de Palmgren-Miner.

Pour ce qui est des chargements RR, il faut vérifier pour chaque situation de vie si l'aléa induit un chargement stationnaire. À ce stade du travail, les sections non-stationnaires comme les chocs ne sont pas pris en compte. Pour les chargements dont la nature est stationnaire et aléatoire, l'application des méthodes spectrales est préconisée. Il existe des méthodes qui permettent de prendre en compte le caractère multi-entrée des chargements. Ces méthodes sont plus rapides d'application que le comptage Rainflow et ont l'intérêt d'associer une espérance du dommage à un chargement aléatoire.

Pour chaque calcul du dommage, que ce soit  $D^{DR}$ ,  $E[D^{RR}]$ , ou bien  $E[D]$  la valeur proposée par la méthode est comparée à une valeur de référence. Celle-ci est calculée pour un point d'intérêt donné (i.e. un jeu de paramètres  $\alpha^{SO}$ ) en appliquant un comptage Rainflow sur le signal temporel équivalent, puis en appliquant la loi de Basquin. L'écart acceptable entre le dommage calculé et celui de référence oscille entre -50% et +200% (écart usuel admissible pour des résultats en dommage). Avec une pente de Basquin de 4, ce rapport se traduit par une variation d'amplitude allant de 84% à 120% sur un signal équivalent à amplitude constante.

Dans la procédure proposée, la pente de Basquin est choisie représentative de celle observée à l'endroit des joints de soudure. Le paramètre matériau  $C$  n'a pas besoin d'être fixé dans ce travail, car pour chaque calcul du dommage, celui-ci sera comparé de manière relative à la valeur de référence. Il est à noter que la valeur du dommage donné par cette procédure est indicative. Elle est calculée à partir des données perçues aux roues. Elle s'apparente ainsi plutôt à un pseudo-dommage qu'à un dommage effectif caractérisant une pièce.

Les hypothèses de linéarité et d'orientation permettent d'accéder à une formulation simple pour le dimensionnement en fatigue. Elles permettent ainsi de tester l'hypothèse de partition pour quantifier la durée de vie des pièces de la liaison au sol. Si jamais celles-ci ne sont pas vérifiées en tout point de la structure, l'hypothèse de partition n'est pas pour autant remise en cause. Il faudra faire appel à des critères de dimensionnement plus classiques prenant en compte la forme tensorielle de la contrainte en ces points.



Par la suite, les chapitre 3 et 4 détaillent chacun un pan du processus de validation adapté à un type de chargement. Le chapitre 3 se concentre sur les chargements DR issus des manœuvres et corrélés entre eux dans le temps. De manière analogue, le chapitre 4 détaille les étapes et hypothèses nécessaires à l'application des méthodes spectrales pour les chargements RR.

# Chapitre 3

TRAITEMENT DES CHARGEMENTS ISSUS DES  
MANŒUVRES DU VÉHICULE

3.1	Dynamique du véhicule élémentaire .....	74
3.1.1	Cadre du freinage en ligne droite .....	74
3.1.2	Cadre du virage stabilisé .....	78
3.1.3	Définition des coefficients pour une succession de manœuvres .....	83
3.2	Modélisation des spectres de chargement .....	86
3.2.1	Présentation du modèle d'Heuler .....	86
3.2.2	Définition du modèle d'Heuler modifié .....	89
3.3	Approche multi-entrées pour le dimensionnement à la fatigue .....	91
3.3.1	Hypothèse de non-concomitance des accélérations .....	91
3.3.2	Quantifier le degré de concomitance des accélérations.....	93
3.3.3	Reconstruire un signal connaissant ses extrema.....	96
3.3.4	Quantifier l'erreur sur le dommage induit.....	101
3.4	Conclusion .....	103

### 3 TRAITEMENT DES CHARGEMENTS ISSUS DES MANŒUVRES DU VÉHICULE

Ce chapitre porte sur le traitement du premier type de chargement issu de l'hypothèse de partition : celui issu des manœuvres du véhicule. Ce chargement est nommé Driven Road, noté DR. L'objectif de la méthode est de prendre en compte l'aspect multi-entrées de la sollicitation globale du véhicule, pour le dimensionnement à la fatigue des pièces de la liaison au sol. Dans le cas précis des chargements issus des manœuvres du véhicule, cela revient à considérer la corrélation temporelle entre les voies au sein du processus de dimensionnement.

Pour répondre à cette problématique, les relations dynamiques entre les mesures d'accélération du véhicule et les chargements perçus aux roues sont explorées. Par définition, les chargements de type manœuvres sont corrélés dans le temps. Les voies concernées par cette corrélation varient suivant la manœuvre réalisée.

Aux vues de la variété de manœuvres exécutables, les formulations des chargements mesurés aux roues sont des fonctions de l'accélération longitudinale et/ou de l'accélération transversale, mesurées au centre de gravité du véhicule. Pour chaque accélération, (comprendre ici la part des chargements induits par l'une ou l'autre des accélérations du véhicule), un spectre de chargement peut être évalué, moyennant l'application de la méthode de comptage Rainflow. Or, comme évoqué précédemment, l'impact de chaque type de chargement varie en fonction du point d'intérêt étudié au sein de la structure. L'un des défis auquel doit répondre le processus de dimensionnement est d'être assez générique pour que son application ne soit pas trop complexe pour l'usage industriel. L'idée est de n'appliquer le comptage Rainflow qu'à deux reprises, sur les deux mesures d'accélérations, et de reconstruire le spectre de chargement équivalent en tout point d'intérêt via l'application des coefficients de structure appropriés. Cela permet de ne pas démultiplier l'application de la méthode de comptage aux multiples points d'intérêts au sein de la liaison au sol. Pour ce faire, il faut s'assurer de la non-concomitance des deux mesures d'accélérations.

Ce chapitre s'articule autour de trois sections. La première détaille le processus d'identification des coefficients, nommés  $\alpha^{DR}$ , reliant la sollicitation à la roue à l'accélération au centre de gravité du véhicule, dont les valeurs sont en lien avec ses grandeurs dynamiques et ses paramètres d'architecture. La seconde section permet de placer le cadre d'étude associé aux chargements DR pour le dimensionnement à la fatigue. Elle présente des modèles de chargements adaptés aux mesures d'accélération du véhicule. Ces modèles serviront in fine pour synthétiser la complexité du chargement. La dernière section illustre les limites de l'utilisation des mesures initiales d'accélérations pour le calcul du dommage des effets DR. Pour prendre en compte le caractère multi-entrées de la sollicitation à partir des spectres de chargement des accélérations, certaines hypothèses doivent être vérifiées. Si celles-ci ne sont pas parfaitement respectées, des outils sont développés pour quantifier l'impact sur le dimensionnement en fatigue.

### 3.1 Dynamique du véhicule élémentaire

Cette section porte sur le processus d'identification des coefficients  $\alpha^{DR}$  reliant, dans le temps, les chargements DR mesurés à l'accélération du véhicule. Le processus est illustré sur plusieurs cas de manœuvres élémentaires puis sur une suite dense d'obstacles variés. Pour chaque cas, le cadre théorique de la manœuvre est présenté. L'intérêt de cette étude est d'obtenir un juste équilibre entre la complexité de la représentation de la physique et l'utilisation des données. En effet, les modélisations appliquées sont simples, voire minimalistes. D'autres modèles plus complexes existent, mais les plus simples suffisent à identifier de manière pertinente les coefficients  $\alpha^{DR}$ . Ainsi, ces coefficients sont identifiés via une mesure témoin. L'intérêt de ce processus est avant tout de savoir s'il est possible de reconstruire les chargements mesurés à basse fréquence via une combinaison linéaire des mesures basse fréquence des accélérations.

#### 3.1.1 Cadre du freinage en ligne droite

La première manœuvre illustrée est celle du freinage en ligne droite. Elle est le cas le plus simple pour appréhender un des aspects de la dynamique véhicule. Elle ne fait intervenir que l'accélération longitudinale. Plusieurs hypothèses sont appliquées, notamment chez les constructeurs [Brossard, 2017; Genta, 1997; Gillespie, 1992; Halconruy, 1995; Jacobson, 2017] [ISO 8855 :2011] pour traduire sous forme de modèle l'expérience d'un freinage. Voici ces hypothèses :

- Le freinage est réalisé sur une ligne droite sur sol plan à décélération constante ;
- La condition d'équidhérence est respectée sur les 4 roues du véhicule ;
- Les efforts aérodynamiques tels que la trainée ou la portance sont négligés ;
- Le comportement du pneumatique ainsi que des ressorts de suspension ne sont pas pris en compte ;
- Le véhicule est supposé rigide. Cela signifie que son centre de gravité n'est pas sensé bouger lors de la manœuvre ;
- La masse est équirépartie par rapport à l'axe longitudinale, à savoir on considère une symétrie parfaite droite/gauche.

Le modèle du freinage en ligne droite peut donc être détaillé par le modèle plan, illustré en Figure 42.

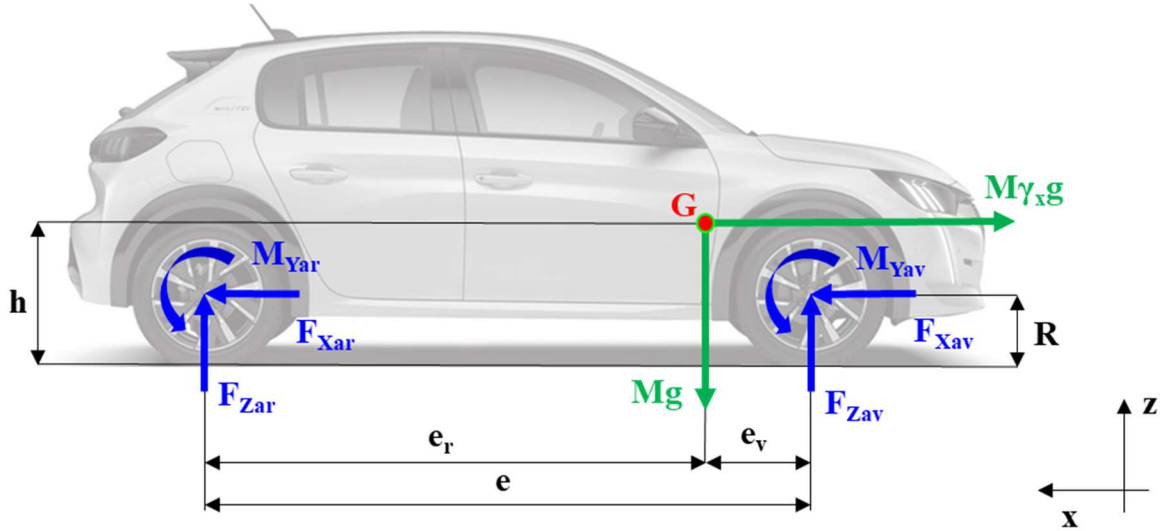


Figure 42 : Modèle longitudinal de véhicule lors d'un freinage en ligne droite

À vitesse constante en ligne droite horizontale ( $\vec{\gamma} = \vec{0}$ ), les trains arrière et avant supportent respectivement les chargements suivants

$$F_{Zar}^0 = Mg \frac{e_v}{e}, \quad F_{Zav}^0 = Mg \frac{e_r}{e}, \quad (3.1)$$

avec  $M$ , la masse globale du véhicule,  $g$  la pesanteur,  $e$  l'empattement,  $e_v$  et  $e_r$  les empattements respectifs entre le centre de gravité du véhicule et les roues avant et arrière.

Lors d'un freinage ( $\gamma_x > 0$ ), le transfert de charge dynamique entre les trains avant et arrière tient compte de la hauteur du centre de gravité  $h$ . Il s'écrit de la façon suivante

$$T_z = M\gamma_x g \frac{h}{e}. \quad (3.2)$$

L'effort vertical aux roues s'écrit en conséquence pour chaque train,

$$F_{Zar} = F_{Zar}^0 - T_z, \quad F_{Zav} = F_{Zav}^0 + T_z. \quad (3.3)$$

L'hypothèse d'équiadhérence permet de définir les efforts longitudinaux en fonction de ceux verticaux,

$$\frac{F_{Xav}}{F_{Zav}} = \frac{F_{Xar}}{F_{Zar}}. \quad (3.4)$$

On obtient donc les charges longitudinales aux trains

$$F_{Xar} = \frac{M\gamma_x g}{1 + \frac{F_{Zav}}{F_{Zar}}}, \quad F_{Xav} = \frac{M\gamma_x g}{1 + \frac{F_{Zar}}{F_{Zav}}}. \quad (3.5)$$

De ces efforts sont déduits les moments de freinage à chaque roue de rayon  $R$

$$M_{Yar} = \frac{1}{2} F_{Xar} R, \quad M_{Yav} = \frac{1}{2} F_{Xav} R. \quad (3.6)$$

Le modèle simplifié d'un véhicule lors d'un freinage sur sol plan met en avant la corrélation de trois types de chargement avec l'accélération longitudinal. A chaque roue, ce

sont les efforts longitudinaux et verticaux ainsi que le moment transversal qui traduisent la manœuvre. Pour rappel, les coefficients  $\alpha^{DR}$ , ne sont pas calculés via les formules théoriques, mais identifiés directement sur les mesures.

L'une des mesures réalisées sur les pistes du constructeur correspond au freinage sur sol plan. La Figure 43 illustre la mesure de l'accélération au centre de gravité du véhicule (noté C/G), ainsi que sa partie filtrée d'après passe-bas à 0,7 Hz et notée  $\gamma_X^{DR}$ .

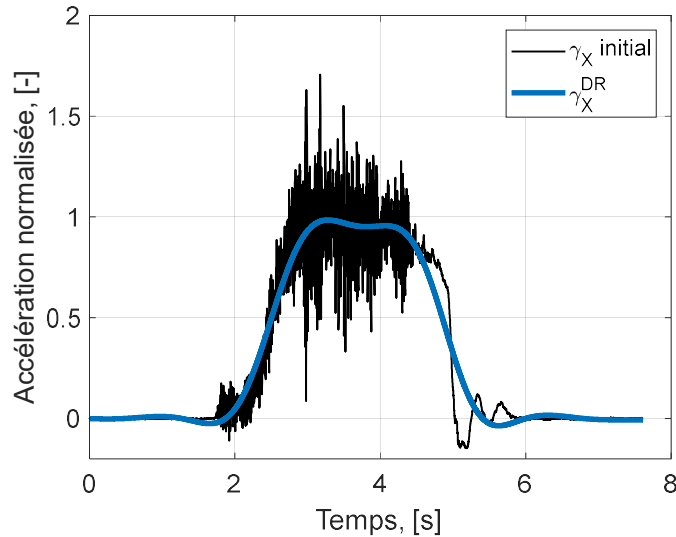


Figure 43 : Mesure initiale et filtrée de l'accélération  $\gamma_X$  au C/G, lors d'un freinage sur sol plan

Dans un souci d'illustration, les chargements mesurés sur la roue avant droite lors du même freinage sont également filtrés à 0,7 Hz. L'évolution de ces chargements en fonction de  $\gamma_X^{DR}$  est présentée en Figure 44. Le graphique a) illustre l'évolution des chargements dits corrélés, basés sur l'étude du modèle dynamique présenté ci-dessus. En outre, le graphique b) représente les autres grandeurs du torseur d'effort, ici vérifiées tels que non corrélées.

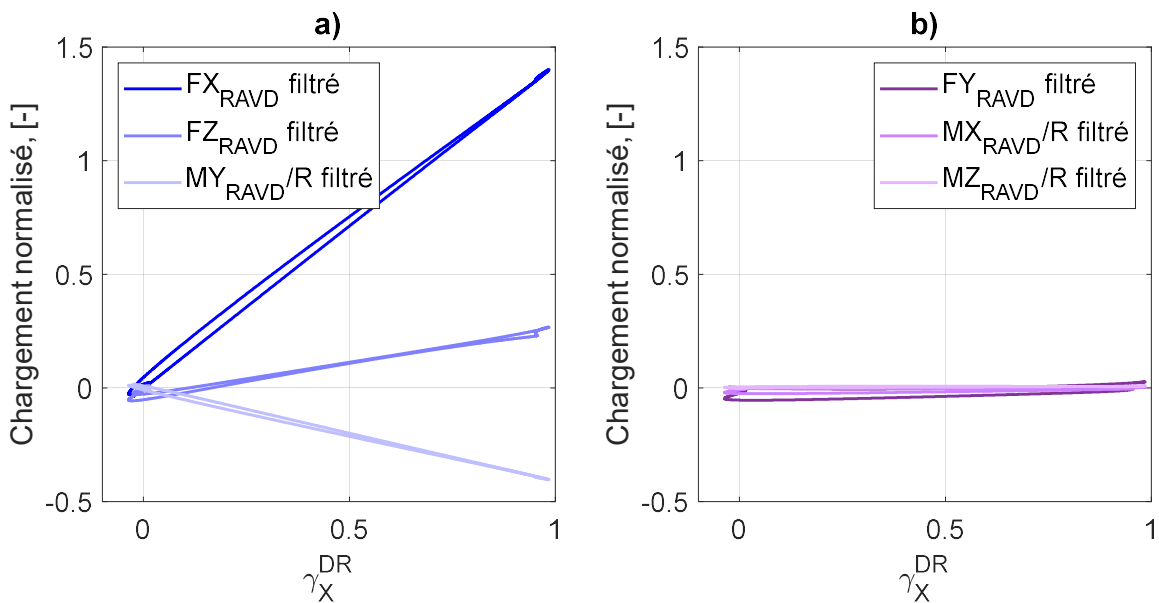


Figure 44 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération  $\gamma_X^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors d'un freinage.

Deux observations se dégagent de la Figure 44. Tout d'abord, comme attendu, l'amplitude des chargements non-corrélés est proche de zéro, à savoir d'environ un ordre de grandeur inférieur aux autres. Ensuite, la relation entre les chargements corrélés et l'accélération est quasiment linéaire. Cette caractéristique n'est pas parfaitement théoriquement vérifiée pour les efforts  $F_X$  (au premier ordre seulement), mais l'est pour  $F_Z$ . Cette hypothèse de linéarité, déjà présente dans la définition des coefficients  $\alpha^{DR}$ , est justifiée par cette observation.

En respectant l'hypothèse de linéarité entre les chargements DR et les accélérations, les relations présentes dans le Tableau 6 nous donne un ordre de grandeur des valeurs  $\alpha^{DR}$  attendues lors de l'identification. Le comportement des essieux est supposé symétrique. Les mêmes correspondances sont valables pour les deux roues. La valeur  $\eta$  représente le ratio du couple de freinage entre les trains avant et arrière, perçu sur une roue.

Tableau 6: Valeurs correspondantes aux coefficients  $\alpha_{L_i Y_j}^{DR}$ , en termes de grandeur dynamique

$\alpha_{L_i Y_j}^{DR}$	$F_X^{DR}$	$F_Y^{DR}$	$F_Z^{DR}$	$M_X^{DR}$	$M_Y^{DR}$	$M_Z^{DR}$
$\gamma_X^{DR}$	$\frac{M}{\eta}$	-	$\frac{Mh}{2e}$	-	$R * \alpha_{F_x Y_x}^{DR}$	-

L'identification des coefficients  $\alpha^{DR}$  correspond à la meilleure régression linéaire issue de la combinaison des accélérations filtrées, dans ce cas précis  $\gamma_X^{DR}$ , par rapport aux mesures des sollicitations initiales. La Figure 45 illustre les chargements DR obtenues après identification des coefficients sur les efforts longitudinal et vertical respectivement. La mesure obtenue permet bien de retrouver celle filtrée issue de la sollicitation initiale. Ainsi, dans le cadre du freinage les chargements DR définis au chapitre 2 peuvent bien être déterminés grâce à la mesure d'accélération.

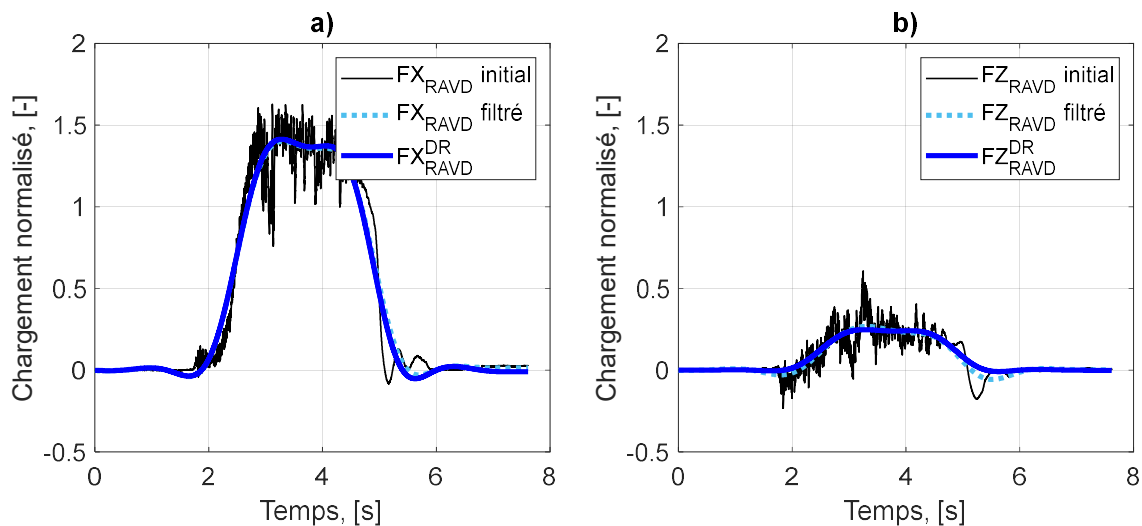


Figure 45 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort longitudinal et b) l'effort vertical sur la roue avant droite lors d'un freinage

À titre de comparaison, pour la mesure témoin, la valeur théorique attendue de  $\alpha_{F_Z Y_X}^{DR}$  est de 251 (les paramètres utilisés correspondent au véhicule de la mesure témoin). Celle



obtenue par l'identification via l'accélération est de 219. Le rapport entre les coefficients identifiés  $\alpha_{F_{XYX}}^{DR}$  et  $\alpha_{M_{YYX}}^{DR}$ , respectivement 875 et -260, permet de retrouver le rayon de la roue avant  $R$ , soit 0,3 m. Ces similitudes entre les valeurs théoriques et les valeurs obtenues valident l'identification des coefficients.

### 3.1.2 Cadre du virage stabilisé

La seconde manœuvre illustrée est celle du virage stabilisé. Le modèle proposé provient également des modèles dynamiques simples usuellement utilisés par les constructeurs [Jacobson, 2017; Pacejka, 1973] [ISO4138 :2021-Passenger cars]. Ici, seule l'accélération transversale intervient. Pour une vitesse du véhicule et un rayon de virage constants, l'accélération transversale est également constante au cours du virage, qui est ainsi nommé « stabilisé ». Notons que la symétrie entre les roues droite et gauche n'est plus respectée. Les roues sont identifiées comme intérieures ou extérieures au virage étudié. Ce modèle s'accompagne également des hypothèses suivantes :

- La vitesse du véhicule ainsi que le rayon de courbure du virage sont supposés constants ;
- La condition d'équid adhérence est respectée sur les 4 roues du véhicule ;
- Les efforts aérodynamiques tels que la traînée ou la portance sont négligés ;
- Les centre et axe de roulis sont définis en négligeant la raideur des pneumatiques, à savoir avec un modèle « roue rigide » ;
- La répartition des masses avant/arrière est invariante au cours du virage ;
- La masse est équirépartie par rapport à l'axe longitudinale, à savoir on considère une symétrie parfaite droite/gauche.

La Figure 46 illustre le modèle du virage stabilisé sur l'avant du véhicule. Attention, ce schéma est extrêmement simplifié pour ne mettre en avant que l'accélération et les chargements perçus aux roues. Bien qu'étant pris en compte, le comportement en roulis n'apparaît pas sur ce schéma par souci de représentation simple.

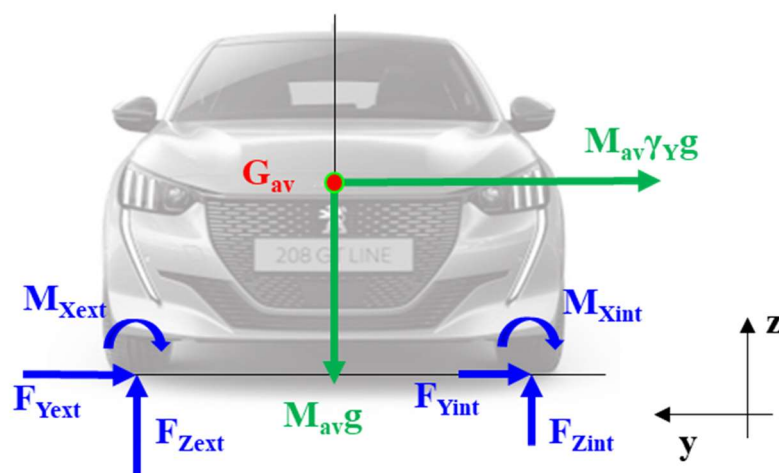


Figure 46 : Modèle transversal simplifié d'un véhicule lors d'un virage stabilisé

De manière analogue au freinage, on observe un transfert de charge lors du virage ( $\gamma_Y > 0$ ) s'opérant sur les chargements aux roues du véhicule de l'intérieur vers l'extérieur du virage. Ce transfert de charge à l'avant du véhicule,  $T_Z$ , prend en compte la masse avant  $M_{av}$ . Il s'écrit,

$$T_Z = M_{av} \gamma_Y g \frac{h}{v}. \quad (3.7)$$

L'effort vertical aux roues s'écrit en conséquence pour chaque train,

$$F_{Zext} = F_{Zar}^0 + T_Z, \quad F_{Zint} = F_{Zav}^0 - T_Z. \quad (3.8)$$

Les efforts transversaux se déduisent grâce à l'hypothèse d'équiadhérence de la façon suivante,

$$\frac{F_{Yext}}{F_{Zext}} = \frac{F_{Yint}}{F_{Zint}}. \quad (3.9)$$

Ainsi,

$$F_{Yint} = \frac{M_{av} g \gamma_Y}{1 + \frac{F_{Zext}}{F_{Zint}}} \quad F_{Yext} = \frac{M_{av} g \gamma_Y}{1 + \frac{F_{Zint}}{F_{Zext}}}. \quad (3.10)$$

Les moments aux roues sont également liés aux efforts de la façon suivante,

$$M_{Yint} = R F_{Yint} \quad M_{Yext} = R F_{Yext}. \quad (3.11)$$

Le modèle dynamique minimaliste développé pour un virage stabilisé met en avant la corrélation temporelle de trois types de chargements avec l'accélération transversale. A chaque roue, ce sont les efforts transversaux et verticaux ainsi que le moment longitudinal qui traduisent la manœuvre. De plus, la relation entre l'accélération et les efforts transversaux dépend de la position de la roue par rapport au virage intérieur/extérieur.

L'une des mesures réalisées sur piste comprend une succession de virages sur sol plan réalisés tel que les manœuvres soient considérées comme des virages stabilisés. La Figure 47 illustre la mesure de l'accélération transversale au centre de gravité lors de ces manœuvres (20 premières secondes de l'obstacle présenté en Figure 30 b)). La partie filtrée à 0.7 Hz, nommée  $\gamma_Y^{DR}$ , est également illustrée. Les deux virages ici extraits sont réalisés à la suite et a priori identiques, à savoir du même rayon et avec la même vitesse de passage.

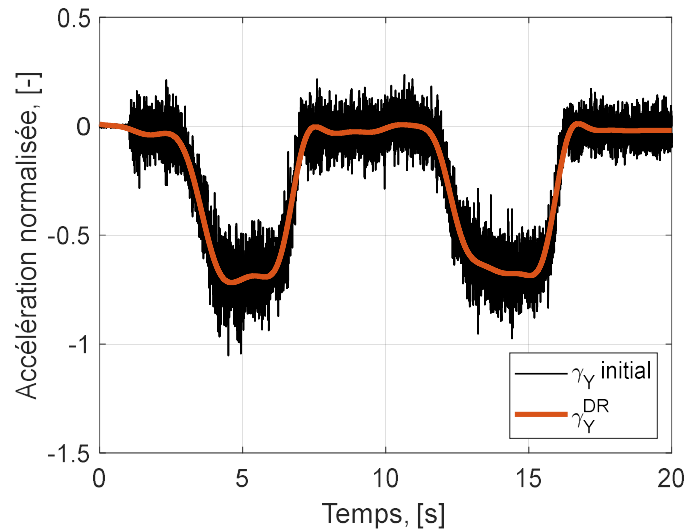


Figure 47 : Mesure initiale et filtrée de l'accélération  $\gamma_Y$  au C/G, lors de deux virages stabilisés

Les relations théoriques, basées sur le modèle minimaliste, entre les efforts transversaux et l'accélération ne sont pas parfaitement linéaires (elles peuvent tout de même être considérées comme linéaire au premier ordre). De plus, la relation varie en fonction du positionnement de la roue dans le virage. Pour rappel les valeurs des coefficients  $\alpha^{DR}$  ne sont pas basées sur les valeurs théoriques attendues mais sur une identification linéaire entre l'accélération et le chargement. La Figure 48 illustre l'évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération  $\gamma_Y^{DR}$ . Le graphique a) illustre les chargements attendus théoriquement corrélés. À l'inverse, le graphique b) illustre l'évolution de ceux non-corrélés. Les chargements ici filtrés ne sont pas strictement les chargements DR finaux qui seront reconstruits via l'identification des coefficients  $\alpha^{DR}$ , mais en sont très proches.

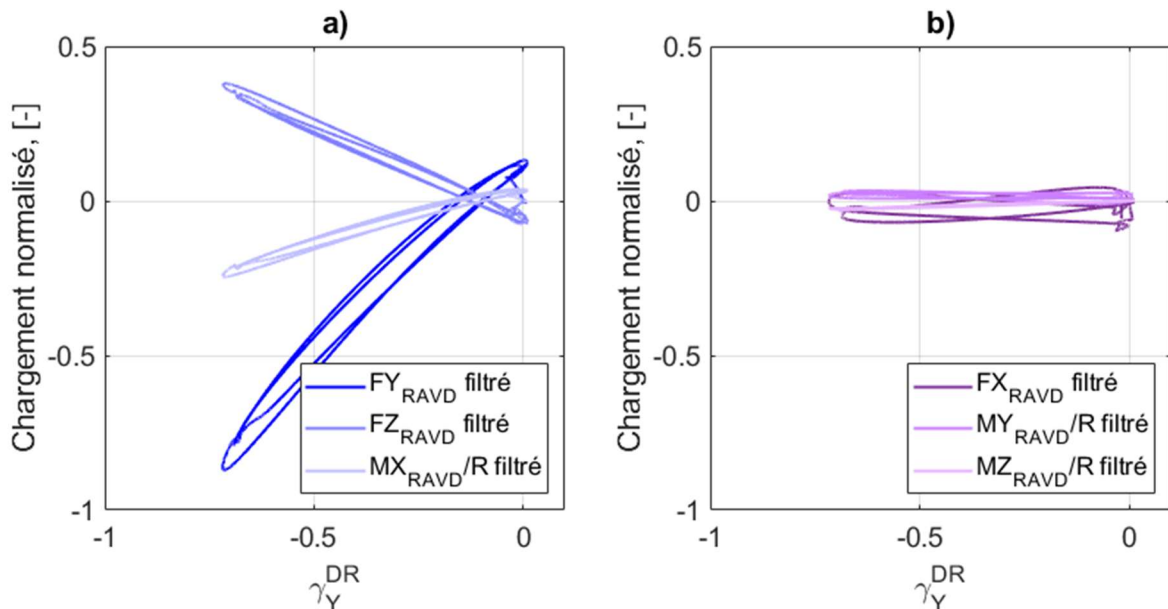


Figure 48 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération  $\gamma_Y^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors de deux virages stabilisés

La comparaison des échelles de mesure des deux graphiques met en avant la faible valeur des chargements théoriquement non corrélés lors des virages. De plus, l'allure de la

courbe de l'ensemble des chargements théoriquement corrélés tend à justifier l'hypothèse de reconstruction des chargements DR grâce à une combinaison linéaire des accélérations.

L'identification des coefficients  $\alpha^{DR}$  est exécutée, pour chaque chargement, à chaque roue, à partir de la mesure initiale du dit chargement et de celle de l'accélération transversale filtrée,  $\gamma_Y^{DR}$ . Deux des mesures DR reconstruites sont illustrées par la Figure 49. Pour chaque graphique la mesure initiale, celle filtrée et le chargement DR reconstruit sont affichés. Le graphique à gauche illustre le chargement transversal,  $F_Y$ , celui à droite illustre le chargement vertical. Les deux chargements correspondent à la roue avant droite du véhicule. Ils proviennent du même enregistrement que celui de la Figure 47.

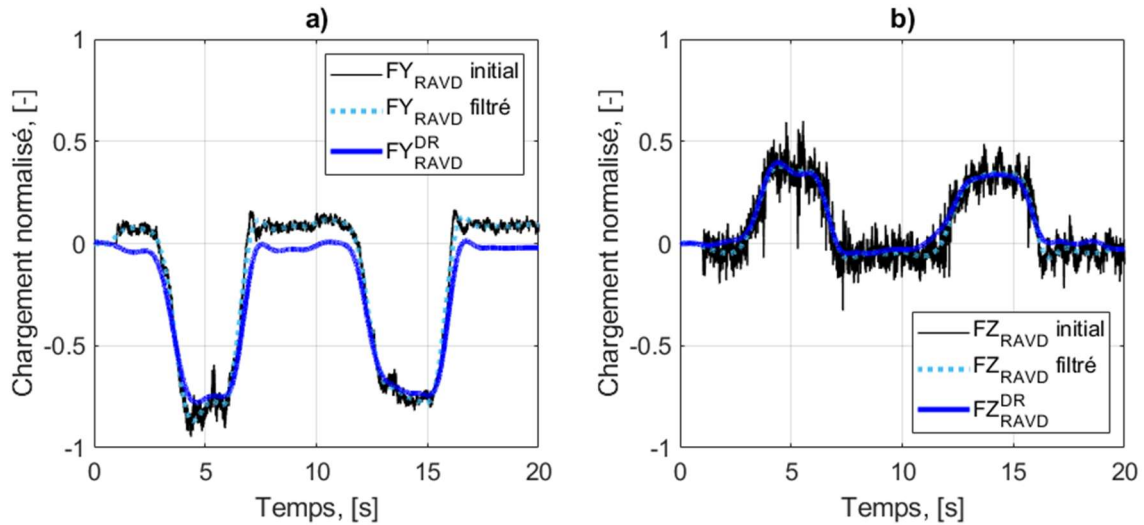


Figure 49 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort transversal et b) l'effort vertical sur la roue avant droite lors de deux virages stabilisés

Pour les deux types de chargement, la reconstruction des chargements DR permet de retrouver la part filtrée de chacune des mesures. Lors de ces deux virages, la roue avant droite est externe au virage. La valeur théorique attendue via le modèle minimaliste pour  $\alpha_{F_Z Y_Y}^{DR}$  est de 450. Celle obtenue via l'identification est de 400. Le rapport entre les coefficients identifiés  $\alpha_{F_Y Y_Y}^{DR}$  et  $\alpha_{M_X Y_Y}^{DR}$ , respectivement 740 et 215, permet de retrouver le rayon de la roue avant R, soit environ 0,3 m. La valeur obtenue pour le coefficient  $\alpha_{F_Y Y_Y}^{DR}$ , 740, est proche de la valeur théorique attendue en position externe, 700 (voir eq (3.10)). Ces similitudes entre les valeurs théoriques et les valeurs obtenues valident l'identification des coefficients.

À la différence du freinage, le comportement de l'essieu n'est plus symétrique lors du virage. Pour compléter la démarche d'identification, il faut prendre en compte le cas où les virages ne sont pas identiques. En d'autres termes, il faut tester la démarche sur un cas où une même roue se retrouve externe puis interne aux virages, ou inversement.

En suivant l'hypothèse de linéarité entre les chargements DR et l'accélération  $\gamma_Y^{DR}$ , les relations présentes dans le Tableau 7 nous donnent un ordre de grandeur des valeurs  $\alpha^{DR}$  attendues lors de l'identification. Nous ferons l'hypothèse qu'un client réalise autant de virages à droite qu'à gauche au cours de la vie du véhicule. Ainsi, la valeur théorique donnée pour  $\alpha_{F_Y Y_Y}^{DR}$  correspond à la moyenne entre les deux comportements interne/externe lors du virage. Les valeurs données sont définies sur l'essieu avant, de masse  $M_{av}$ . Le paramètre  $h$  correspond

à la hauteur du centre de gravité et  $\nu$  à la voie avant du véhicule, qui généralement diffère de très peu de la voie arrière et porte ainsi souvent à parler de voie du véhicule tout court. Le rayon de la roue,  $R$ , permet de faire le lien entre le coefficient associé à  $F_Y$  et celui associé à  $M_X$ .

Tableau 7 : Valeurs correspondantes aux coefficients  $\alpha_{L_i Y_j}^{DR}$ , en termes de grandeur dynamique

$\alpha_{L_i Y_j}^{DR}$	$F_X^{DR}$	$F_Y^{DR}$	$F_Z^{DR}$	$M_X^{DR}$	$M_Y^{DR}$	$M_Z^{DR}$
$\gamma_Y^{DR}$	-	$\frac{1}{2} M_{AV}$	$\frac{h}{\nu} M_{AV}$	$R * \alpha_{F_Y \gamma_Y}^{DR}$	-	-

Le processus d'identification est mené cette fois-ci sur une suite de virages plus complète que celle présentée initialement. Elle est composée de trois virages répétés dans le sens horaire, puis dans le sens anti-horaire sur les pistes du constructeur. Les résultats de l'identification sont illustrés pour les efforts transversaux sur la Figure 50. Les deux efforts transversaux reconstruits sont pris sur l'essieu avant. Le graphique de gauche correspond à l'effort sur la roue avant droite et celui de droite à l'effort sur la roue avant gauche.

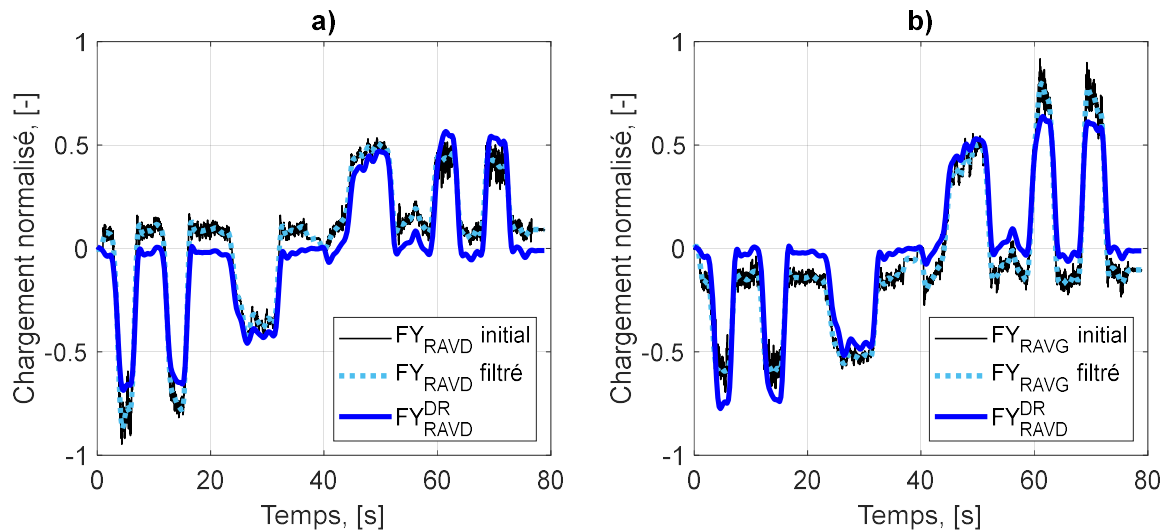


Figure 50 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort transversal sur roue droite et b) l'effort transversal sur roue avant gauche, au cours de plusieurs virages

Cette fois-ci, la reconstruction du chargement DR ne correspond pas parfaitement au chargement filtré. Du fait de l'identification sur les deux types de virage, la valeur de  $\alpha_{F_Y \gamma_Y}^{DR}$ , 590, revient à une valeur moyenne du comportement interne/externe de la roue lors des virages. Cette observation est logiquement vérifiée pour les deux roues. L'écart entre le chargement DR et le signal filtré ne pose pas de problème pour la suite du raisonnement. En effet, comme exposé précédemment, la méthode de comptage Rainflow utilisée se base sur l'amplitude des cycles obtenus par appariage des extrema. Ici, la reconstitution des chargements DR permet d'obtenir les mêmes amplitudes que celles issues des signaux filtrés respectifs.

### 3.1.3 Définition des coefficients pour une succession de manœuvres

La dernière partie de cette section considère une suite dense d'obstacles variés réalisés sur les pistes du constructeur. Les modèles minimalistes détaillés lors des deux parties précédentes sont tour à tour applicables en fonction des manœuvres réalisées. La Figure 51 illustre les mesures d'accélération ainsi que la mesure filtrée associée. Le graphique supérieur représente l'accélération longitudinale, celui inférieur représente l'accélération transversale.

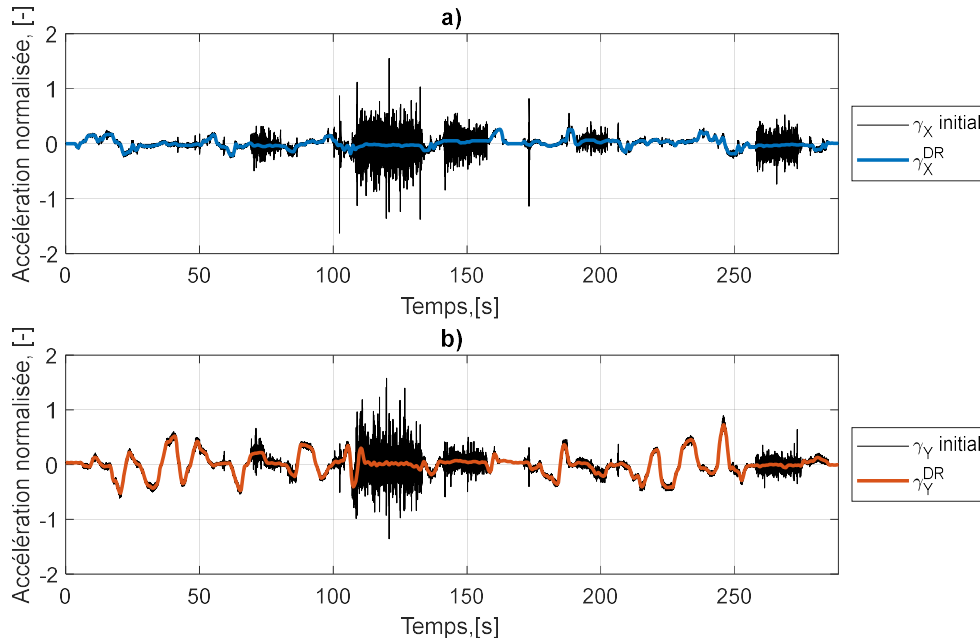


Figure 51 : Mesures initiales et filtrées des accélérations au C/G, a)  $\gamma_X$  et b)  $\gamma_Y$  lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Comme abordé précédemment, l'ensemble des chargements DR peuvent être reconstruits à partir de ces deux accélérations filtrées. Avant de procéder à l'identification, la corrélation des chargements en fonction du temps est étudiée. La Figure 52 illustre l'évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération  $\gamma_X^{DR}$ . Le graphique a) illustre les chargements considérés théoriquement comme corrélés. À l'inverse, le graphique b) illustre l'évolution de ceux théoriquement non-corrélés.

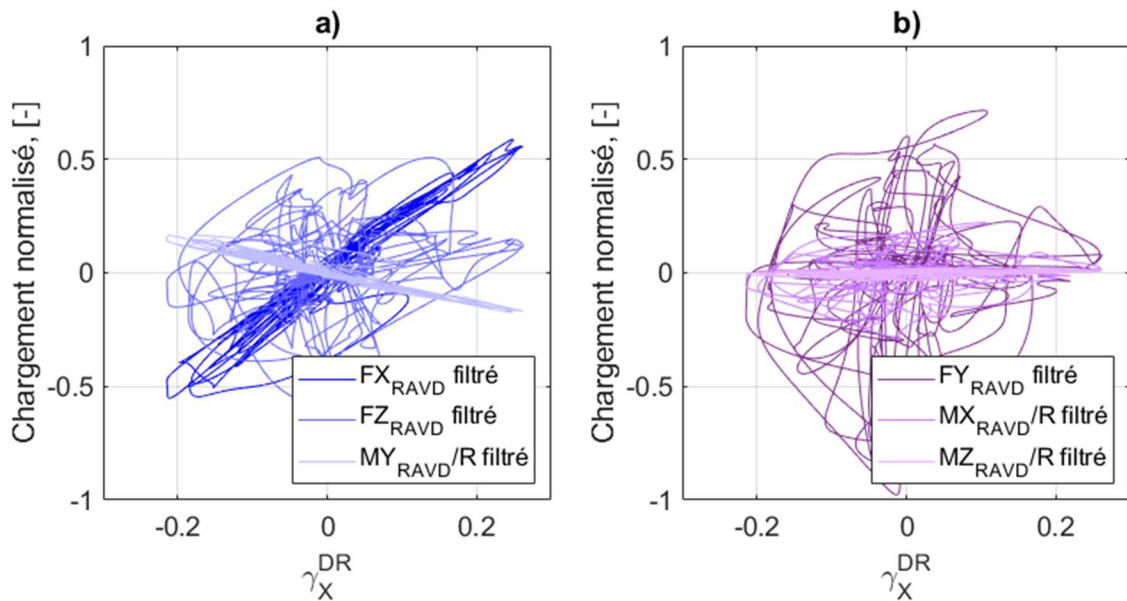


Figure 52 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération  $\gamma_X^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Malgré la pluralité des obstacles et des manœuvres réalisés, la corrélation entre l'accélération  $\gamma_X^{DR}$  et l'effort longitudinal  $F_X$ , et donc le moment résultant  $M_Y$ , est visible. Celle avec  $F_Z$  est plus discutable visuellement, car le trajet réalisé s'apparente plus à ceux observés pour les chargements non-corrélés, tout en étant de magnitude significative. Pour commenter ce résultat, il faut également considérer l'évolution des chargements filtrés lors de la même mesure en fonction de l'accélération  $\gamma_Y^{DR}$ , illustrée sur la Figure 53.

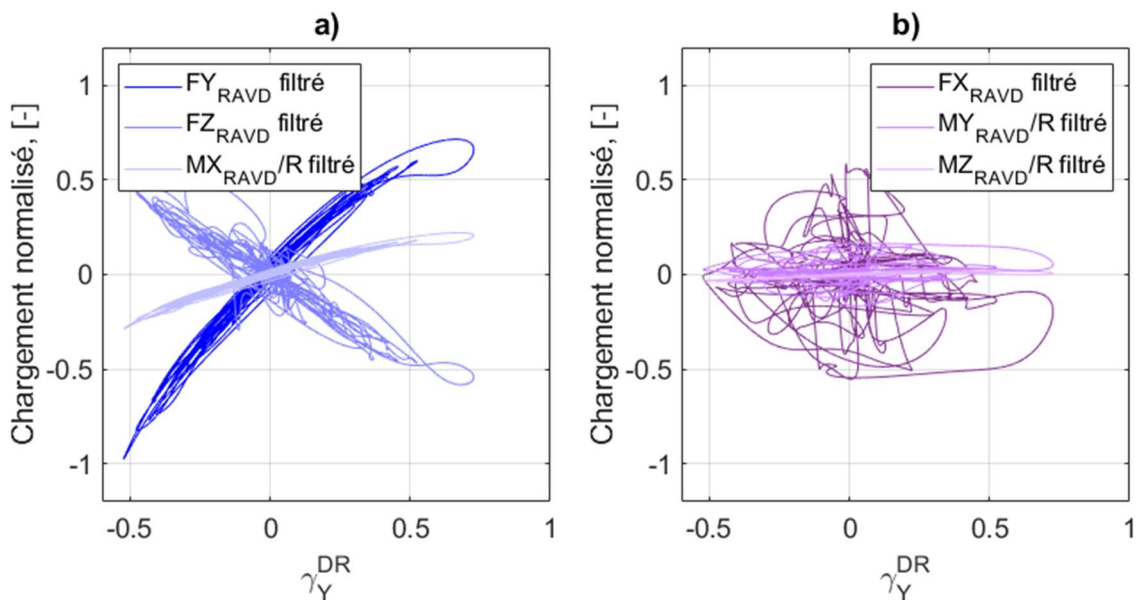


Figure 53 : Évolution des chargements filtrés en fonction de l'accélération  $\gamma_Y^{DR}$ , pour a) les chargements corrélés et b) les chargements non corrélés, mesurés sur la roue avant-droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Cette fois-ci, les chargements corrélés ressortent tous nettement. Les mesures initiales d'accélération, en Figure 51, montrent que la suite d'obstacles insiste davantage sur les

manœuvres de virage que sur celle de freinage ou d'accélération. Ainsi, le chargement  $F_Z$ , corrélés aux deux accélérations, résulte bien plus de l'effet de celle transversale que de celle longitudinale.

L'identification des coefficients DR est également réalisée sur cette mesure. Comme abordé dans la partie consacrée aux virages, les coefficients associés aux efforts transversaux doivent prendre à la fois en compte le comportement externe et interne de la roue par rapport aux virages. Sur chacune des roues, seul le chargement vertical  $F_Z$  est relié aux deux accélérations. L'identification des deux coefficients est faite en même temps, en minimisant l'écart entre le chargement initial  $F_Z$  et la combinaison linéaire des deux accélérations filtrées. La Figure 54 illustre les chargements DR, comparés à la mesure initiale et celle filtrée. Le graphique supérieur représente l'effort  $F_Y$  sur la roue avant droite. Le graphique inférieur représente  $F_Z$ , mesuré sur la même roue.

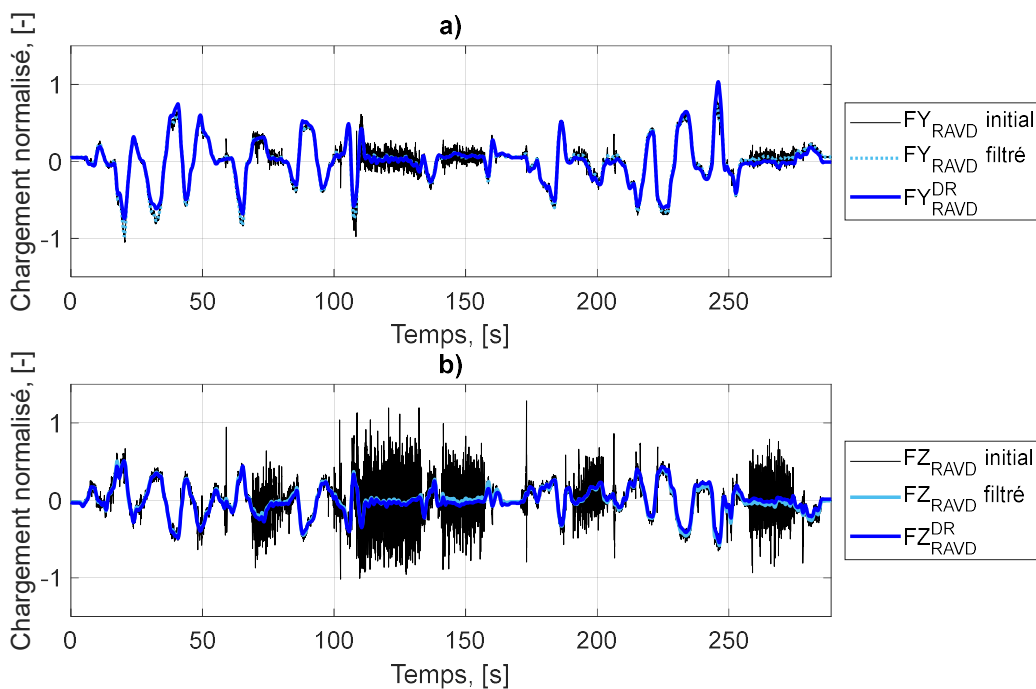


Figure 54 : Comparaison entre les mesures initiale, filtrée et DR pour a) l'effort transversal et b) l'effort vertical sur roue droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Comme attendu, le chargement DR associé à  $F_Y$  tantôt sous-estime légèrement, tantôt surestime quelque peu l'impact des virages sur la roue. Cet écart n'est pas problématique pour la suite de la démarche de dimensionnement si la mesure est construite à partir d'une suite symétrique de virages. En d'autres termes, lorsqu'un virage particulier est réalisé dans un sens (e.g. piste parcourue en sens horaire), la mesure doit comporter également ce même virage exécuté dans l'autre sens (i.e. piste parcourue en sens-antihoraire). En effet, cette condition de symétrie de la mesure pressent l'utilisation de la méthode Rainflow. Les amplitudes des cycles de chargement induits par l'accélération  $\gamma^{DR}$  seront conformes à celles potentiellement obtenues via la mesure  $F_Y$  filtrée.



## 3.2 Modélisation des spectres de chargement

Cette section porte sur la modélisation des spectres de chargement à partir des mesures DR. Le besoin ainsi que les méthodes de construction de ces spectres ont été abordés en section 1.1.4 du manuscrit. C'est en se basant sur des lignes directrices issues de la littérature et l'expérience du constructeur que les spectres issus des mesures, illustrés en section 1.3.4 ont été générés. Seulement, lorsqu'elle était appliquée à l'ensemble du chargement, cette méthode a montré des limites pour traiter la sollicitation multi-entrées dans le cadre du dimensionnement en fatigue.

La partie précédente a permis, pour chaque mesure, de définir l'ensemble des chargements DR seulement à partir des deux accélérations, longitudinale et transversale. L'idée est donc de reconstruire les spectres de chargement DR à partir du spectre de chargement des deux accélérations.

L'objectif de cette section est de développer un modèle de spectre de chargement pour l'appliquer aux spectres en accélération.

### 3.2.1 Présentation du modèle d'Heuler

Le modèle proposé pour qualifier et comparer les différents spectres de chargement est celui avancé par Heuler [Heuler et al., 2005; Heuler et Klätschke, 2005]. Il a déjà été présenté en partie 1.1.3 de ce manuscrit. Il est formulé comme suit,

$$\frac{\log(H)}{\log(H_0)} = 1 - \left(\frac{S}{S_{max}}\right)^v. \quad (3.12)$$

L'identification de ce modèle requiert la connaissance de deux grandeurs en amont, celle du nombre de cycles total constituant le spectre,  $H_0$ , ainsi que l'amplitude maximale atteinte,  $S_{max}$ . Selon la nature du chargement étudié, cette amplitude peut concerner soit des efforts (e.g. aux points d'entrée de la structure), soit des contraintes en un point local d'intérêt de la même structure. C'est le paramètre  $v$  qui régit l'allure du spectre de chargement. La Figure 55, illustre pour un même nombre de cycles et une unique amplitude maximale la variabilité du spectre de chargement en fonction de  $v$ . Le graphique a) illustre les spectres dans le repère des occurrences cumulés. Le graphique b) représente les mêmes spectres de chargement, mais cette fois-ci avec le nombre de cycles effectifs en abscisse. Pour l'illustration, le nombre total de cycle est fixé à  $10^7$ .

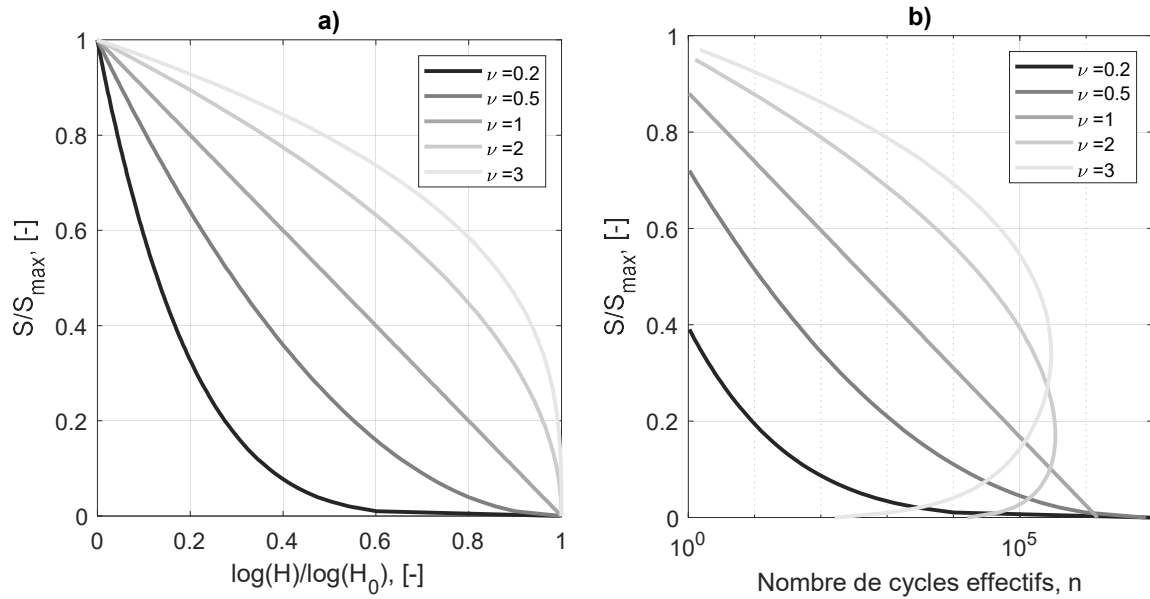


Figure 55 : Représentation de spectres de chargements selon le modèle d'Heuler, via a) le rapport des occurrences cumulées et b) le nombre de cycles effectifs par classe d'amplitude.

Trois allures de spectres sont mises en avant par ce modèle en fonction de la valeur du coefficient de forme :

- $\nu < 1$  : le spectre comporte bien plus de cycles aux faibles amplitudes qu'aux grandes. Plus l'amplitude est faible, plus le nombre d'occurrences cumulées,  $H$ , augmente rapidement. Ces spectres pourraient décrire une conduite souple ;
- $\nu = 1$  : la relation est linéaire entre l'amplitude de chargement et le nombre d'occurrences cumulées ;
- $\nu > 1$  : la pente du spectre est plus faible aux grandes amplitudes qu'aux faibles. Plus la valeur du coefficient augmente, plus le nombre de cycles aux grandes amplitudes augmente également. Cette allure pourrait correspondre à la volonté de mise au point d'un protocole d'essai accéléré, comportant davantage de cycles à amplitude significative et l'omission des cycles à faible amplitude.

Ce modèle a d'ailleurs été identifié sur plusieurs spectres de chargement standardisés provenant de différents domaines industriels. Le Tableau 8 reprend les ordres de grandeur attendu du coefficient de forme suivant la nature des spectres de chargement étudiés.

Tableau 8 : Coefficient de forme associé à chaque type de spectre de chargement (repris de [Heuler et Klättschke, 2005])

$\nu$	Description
$\infty$	Chargement à amplitude constante
4	$\nu > 2$ caractéristique des sollicitations perçues par les ponts ainsi que les structures des grues
2	Processus aléatoire stationnaire gaussien
1	Caractéristique de la rugosité de la route

---

**0.8**  $\nu \leq 1$  caractéristique des rafales de vent, de l'action des vagues etc.
 

---

Ces indications ont notamment servi de base pour définir des spectres de chargements aux travaux de [Costa et al., 2012] et de [Correia et al., 2020]. Dans le cadre de l'étude, le modèle a également été identifié sur les mesures d'accélération filtrées,  $\gamma_X^{DR}$  et  $\gamma_Y^{DR}$ . La Figure 56 compare les deux spectres de chargement au modèle respectif le plus proche. Pour information, les deux spectres ont été générés avec la même taille de classe. Pour rappel, la taille de classe fait partie des paramètres du comptage Rainflow. Elle caractérise l'intervalle d'amplitude nécessaire à comptabiliser les cycles). Pour l'exemple, une fois l'appariage issu du comptage Rainflow réalisé, le nombre de cycle par classe d'amplitude a été multiplié par 100. Cette multiplication est appliquée pour obtenir le même processus que lors de la construction des spectres de chargement complets<sup>16</sup> basés sur un contrat de roulage. À savoir, chaque obstacle est multiplié par un coefficient de mixage en fonction des choix du constructeur.

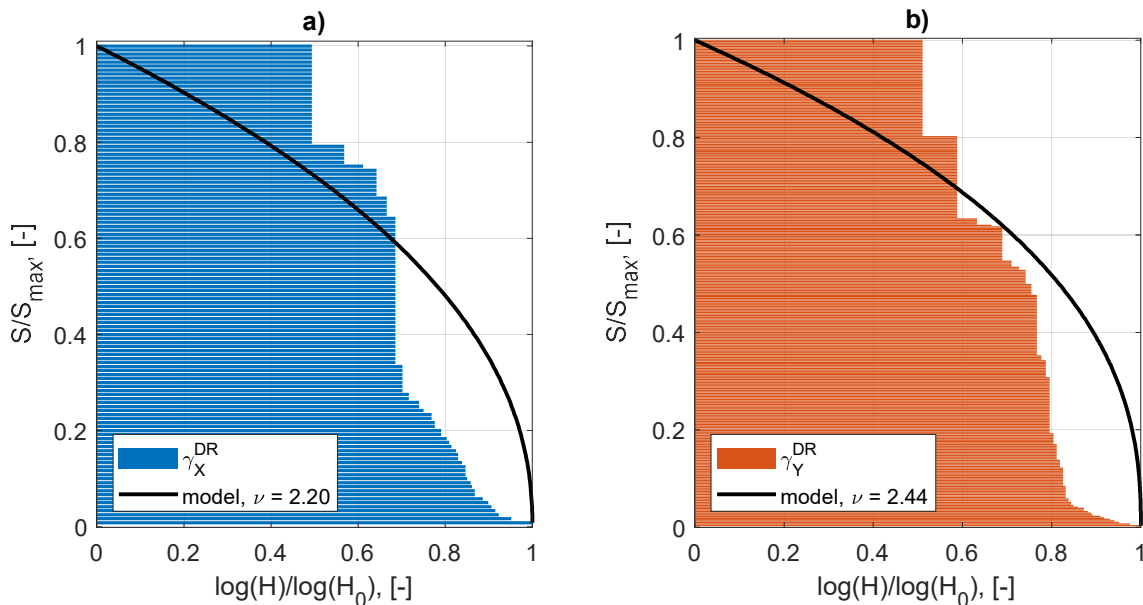


Figure 56 : Identification du modèle d'Heuler sur a) le spectre de chargement induit par  $\gamma_X^{DR}$  et b) le spectre de chargement induit par  $\gamma_Y^{DR}$ .

Les deux identifications (réalisées par minimisation des écarts quadratiques du nombre d'occurrence cumulées en fonction de l'amplitude) sont assez similaires, avec un coefficient de forme  $\nu$  légèrement supérieur à 2. Cette identification laisse à désirer. En effet, la définition du modèle force à n'avoir qu'un cycle à l'amplitude maximale, dans un souci de définition de module élémentaire représentatif du chargement d'intérêt. Le modèle essaye alors de combler son retard en gonflant le nombre de cycles aux moyennes et basses amplitudes.

Il reste à savoir comment ce manque de précision issu du modèle est significatif pour le dimensionnement à la fatigue. Pour l'exercice, le pseudo-dommage induit par chaque accélération filtrée est calculé via la loi de Basquin avec une pente de 4. Cette valeur sert de référence et est comparée aux pseudo-dommages respectifs issus des modèles identifiés.

<sup>16</sup> Se reporter à la méthode de construction des spectres de chargement à partir des mesures sur piste détaillée en partie 1.3.4

L'erreur relative résultante est respectivement de 30% et de 40%. Par ailleurs, cette valeur dépend du coefficient de mixage appliqué à l'obstacle étudié. Celui-ci détermine le nombre de cycles à amplitude maximale. Ce nombre de cycles est fixé à un par la modélisation. L'erreur augmentera donc avec le coefficient et sera d'autant plus importante lors de l'étude du spectre incluant l'ensemble des obstacles.

### 3.2.2 Définition du modèle d'Heuler modifié

L'étude du modèle précédent ne permet pas de modéliser les spectres de chargement à cause de la contrainte sur un unique cycle à l'amplitude maximale. Néanmoins, la construction du modèle précédent permet d'obtenir une grande variabilité dans les allures des spectres. C'est donc à partir de ce modèle qu'a été développé le modèle d'Heuler modifié [Bellec et al., 2021]. Ce modèle ne fixe pas le nombre de cycles à l'amplitude maximale, à l'aide de l'introduction d'un second coefficient  $\alpha$  variant entre 0 et 1. Le modèle s'écrit de la manière suivante,

$$\frac{\log(H)}{\log(H_0)} = 1 - \alpha \left( \frac{S}{S_{max}} \right)^\nu. \quad (3.13)$$

Ce modèle demande l'identification de deux paramètres. Le coefficient de forme  $\nu$  joue le même rôle que dans le précédent modèle. Le paramètre  $\alpha$  permet de modifier le point de départ du spectre à l'amplitude maximale. Plus la valeur de  $\alpha$  diminue, plus le point de départ du spectre est proche du nombre de cycles total du spectre (cf. glissement vers la droite de la représentation du spectre). La Figure 57 illustre les différentes allures de spectre de chargement obtenues en faisant varier de concert les deux paramètres. La figure gauche représente le nombre d'occurrences cumulées en fonction de l'amplitude. Le graphique de droite représente les mêmes spectres, cette fois-ci à partir du nombre de cycles effectifs en fonction de l'amplitude de chargement.

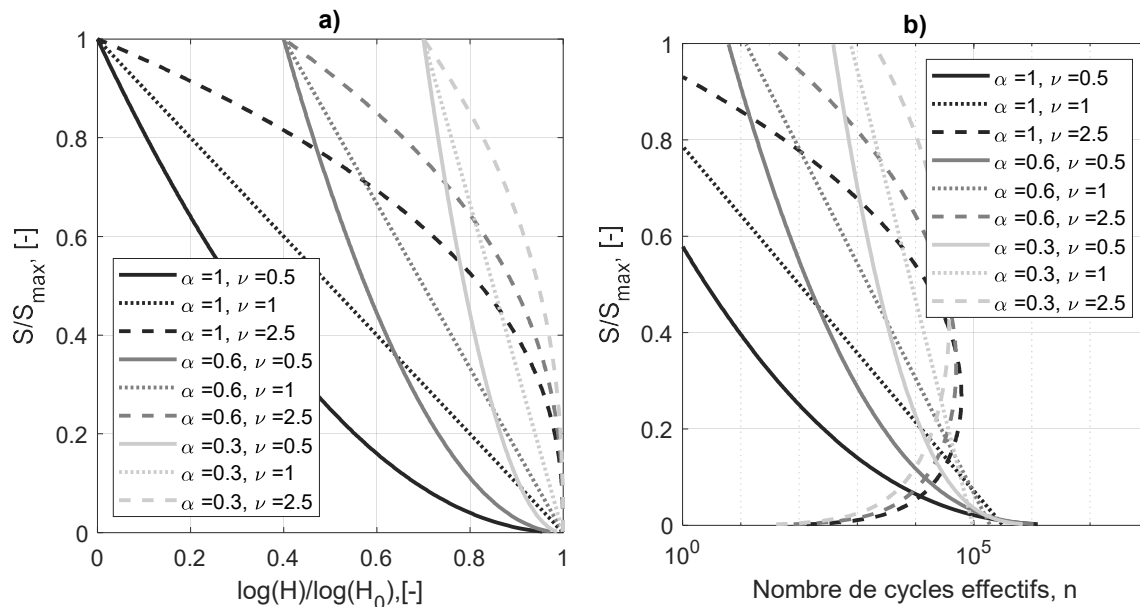


Figure 57 : Représentation de spectres de chargements selon le modèle d'Heuler modifié, via a) le rapport des occurrences cumulées et b) le nombre de cycles effectifs par classe d'amplitude.

Ce modèle a notamment été repris par [Guellec et al., 2023] pour représenter les spectres de chargement associés aux contraintes sur les lignes d'arbres. Dans le cas présent, il est

identifié à partir des spectres d'accélération filtrées. Le même coefficient de mixage est appliqué aux accélérations tel que précédemment. La Figure 58, pendant de la Figure 56, illustre l'identification du modèle sur les deux spectres issus des accélérations. Les graphiques gauche et droite représentent respectivement l'identification sur l'accélération longitudinale et transversale.

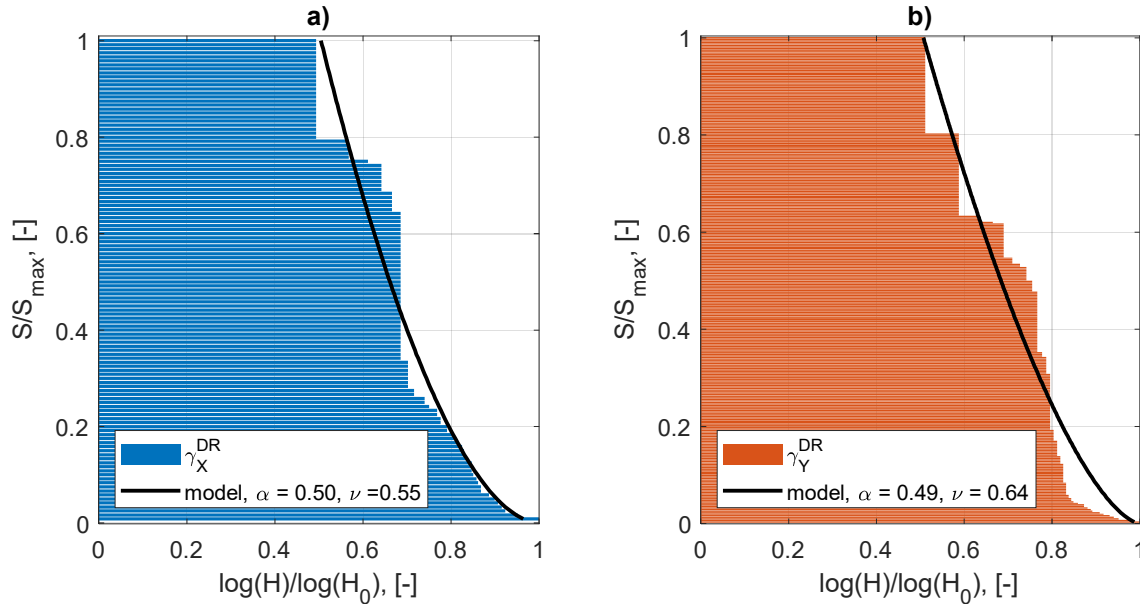


Figure 58 : Identification du modèle d'Heuler modifié sur a) le spectre de chargement induit par  $\gamma_X^{DR}$  et b) le spectre de chargement induit par  $\gamma_Y^{DR}$ .

Cette fois-ci le modèle n'est pas contraint. Il permet de modifier le nombre de cycles à l'amplitude maximale. Ainsi, le coefficient de forme, oscillant autour de 0,6 pour les deux accélérations, est beaucoup moins important que lors de l'identification précédente via le modèle d'Heuler initial. Via ce dernier, le coefficient de forme tend à gonfler le nombre de cycles aux moyennes amplitudes pour rattraper le retard initial pris sur les amplitudes maximales. La modélisation modifiée donne des résultats théoriques également satisfaisant en termes de dimensionnement à la fatigue. L'erreur relative entre les pseudo-dommages de référence et ceux issus des modèles est faible. Elle est respectivement pour les deux accélérations filtrées de 10% et 7%.

La définition de ces spectres ne fait pas partie intégrante de l'approche multi-entrées pour le dimensionnement en fatigue. Elle permet cependant de répondre au besoin de modélisation des spectres de chargement pour une comparaison plus efficace. La prochaine étape est d'identifier ce modèle sur des mesures clients afin de positionner la référence du constructeur constituée par la piste. Dans le cas présent, caractériser les chargements grâce aux deux accélérations permet de quantifier la part des différentes manœuvres sur les mesures clients via seulement deux mesures. La construction des spectres étant modulable, aux vues des conditions de passage des obstacles et des coefficients de mixage associés, le constructeur pourra faire évoluer son référentiel. Cela peut impliquer, par exemple, d'inclure plus ou moins de freinages et/ou de virages dans le contrat de roulage, en ce qui concerne les chargements DR.

### 3.3 Approche multi-entrées pour le dimensionnement à la fatigue

Cette section aborde le calcul du dommage induit par les chargements DR, associés aux manœuvres. L'étude amont montre que l'ensemble de ces chargements peuvent être définis comme la combinaison linéaire des mesures filtrées des accélérations longitudinale et transversale<sup>17</sup>. Pour le dimensionnement à la fatigue, l'idée investiguée est donc de générer un spectre de chargement issu des manœuvres à partir de la combinaison linéaire de ceux issus des accélérations. Pour que ce spectre soit valide au sens de la fatigue, certaines conditions en lien avec l'utilisation du comptage Rainflow doivent être respectées. En complément, certains outils sont développés pour vérifier si ces conditions sont respectées.

#### 3.3.1 Hypothèse de non-concomitance des accélérations

Cette partie se concentre sur les caractéristiques théoriques nécessaires pour que la somme des spectres induits par deux signaux distincts soit équivalente au spectre de chargement induit par le signal issu de la somme de ces deux mêmes signaux. Ces caractéristiques découlent de la méthode Rainflow, utilisée pour le comptage des cycles. Pour identifier ces conditions, deux signaux théoriques indépendants sont générés. Au fur et à mesure des observations faites sur les spectres de chargements résultants, ces signaux sont modifiés pour obtenir le couple type.

La Figure 59 illustre d'une part, l'évolution temporelle de signaux théoriques et d'autre part, leur spectre de chargement équivalent, générés via la méthode Rainflow. Les signaux  $s_1$  et  $s_2$  sont deux signaux indépendants. Le signal équivalent à la somme de ces deux signaux est représenté en pointillé. La méthode Rainflow est appliquée sur ces trois signaux avec les mêmes paramètres. Ceux induits par  $s_1$  et  $s_2$  sont représentés comme somme grisée. Le spectre équivalent est comparé à celui représenté en pointillé, issu de la somme temporelle de ces deux mêmes signaux.

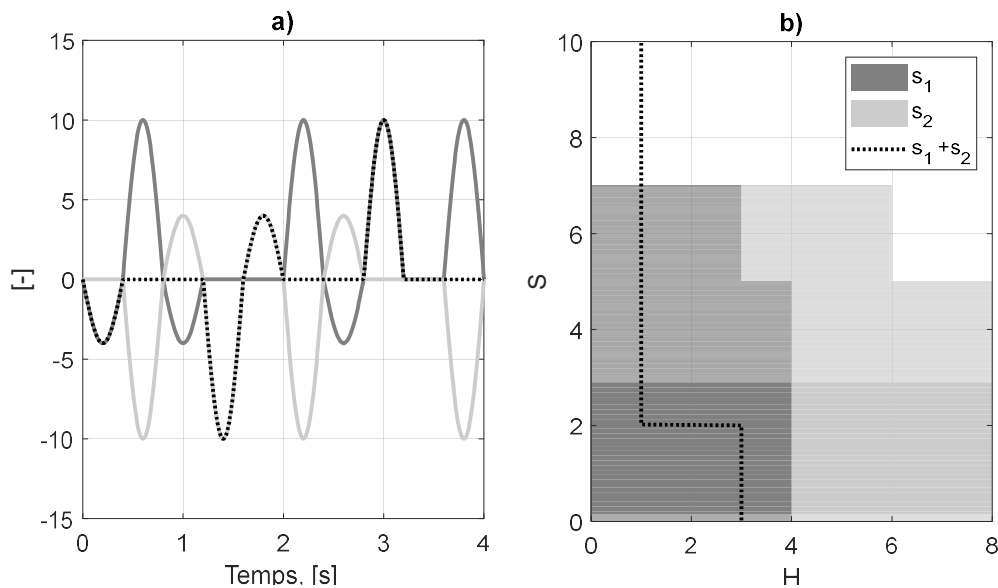


Figure 59 : a) mesures temporelles théoriques et b) spectres de chargements respectifs de signaux théoriques

<sup>17</sup> Formulation rappelée par l'équation 1.44 du chapitre 2

Les spectres de chargement obtenus diffèrent totalement. Ceci s'explique par l'évolution simultanée des signaux  $s_1$  et  $s_2$ . Ils s'annulent notamment à 5 reprises. Le signal somme ne peut donc pas compter autant de cycles. Plus exactement, les deux spectres de chargements diffèrent car si à un instant correspondant à un extrema sur  $s_1$ , le signal  $s_2$  n'est pas nul, l'amplitude résultante sur le signal somme diffèrera de celle de  $s_1$ . Pour rappel c'est à partir des extrema du signal que sont formés les cycles via le comptage Rainflow. La première caractéristique à respecter est donc la non-concomitance des deux signaux concernés. Cela revient à dire que, lorsque le signal  $s_1$  varie, le signal  $s_2$  est nul et inversement.

Pour prendre en compte la première caractéristique, les signaux  $s_1$  et  $s_2$  sont de nouveaux simulés, mais n'évoluent pas de manière simultanée. De la même manière que précédemment, la Figure 60 illustre d'une part les mesures temporelles des signaux et la comparaison des spectres de chargement d'autre part.

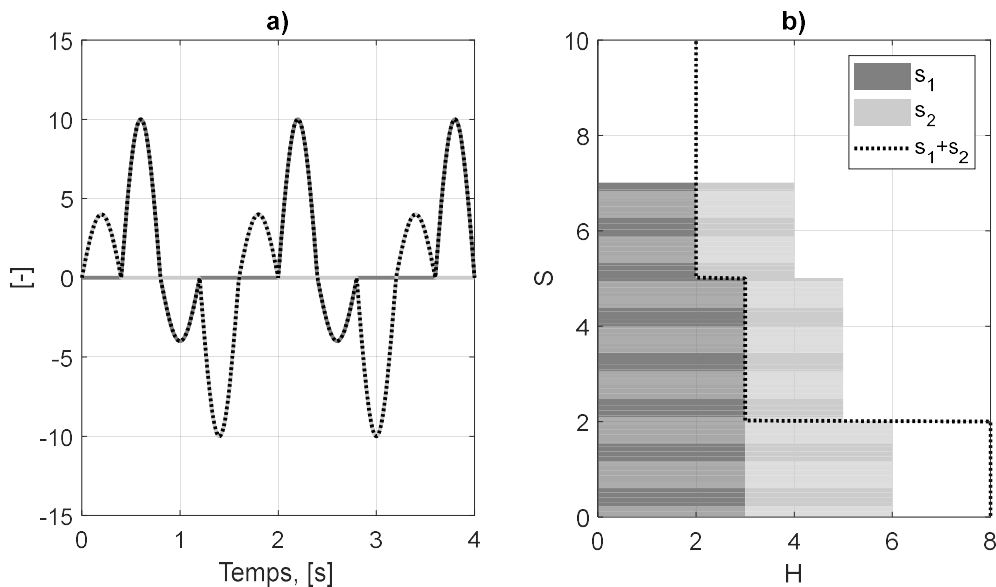


Figure 60 : a) mesures temporelles théoriques et b) spectres de chargements respectifs de signaux théoriques non-concomitants

Malgré le respect de la condition de non-concomitance, l'addition des spectres de chargement n'équivaut pas au spectre somme. Les deux spectres initiaux sont équivalents même si les signaux n'ont pas la même moyenne. Le comptage Rainflow appliqué ne prend en compte que l'amplitude des cycles pour les comptabiliser. Sur cet exemple, le signal somme n'a donc pas la même moyenne que les signaux initiaux. Lors de l'appairage des extrema, les cycles construits sur le signal somme associe les maxima de  $s_1$  avec les minima de  $s_2$ , formant ainsi des cycles d'amplitude inatteignable pour chacun des signaux initiaux pris indépendamment. La seconde caractéristique à respecter est donc l'égalité des moyennes entre les signaux sommés.

Les deux signaux théoriques  $s_1$  et  $s_2$  sont alors construits pour respecter les deux caractéristiques identifiées. La Figure 61 illustre les mesures ainsi que les spectres de chargement correspondant.

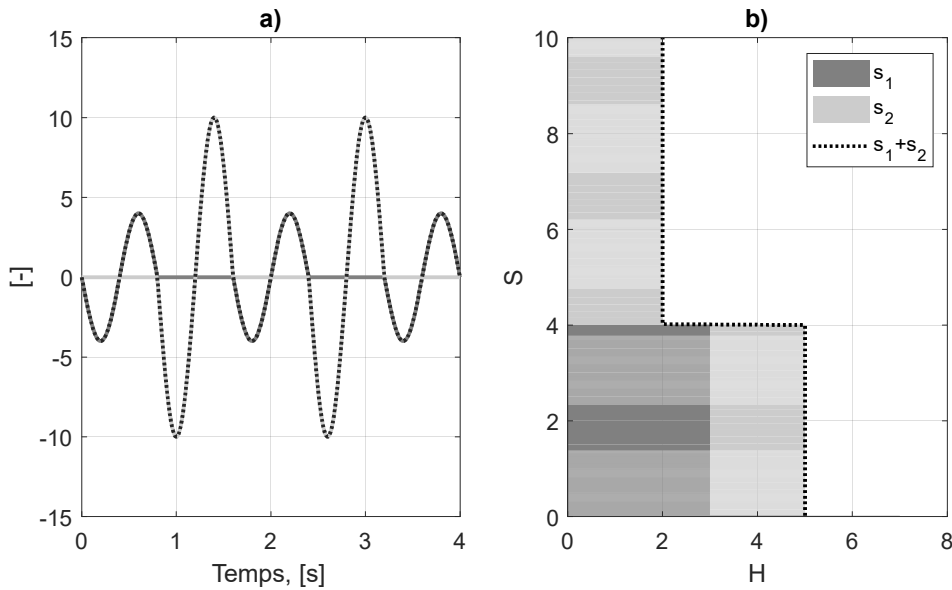


Figure 61 : a) mesures temporelles théoriques et b) spectres de chargements respectifs de signaux théoriques non-concomitants et de même moyenne

Dans le cas présent, les spectres de chargements concordent. Les deux conditions à respecter sont donc :

- La non-concomitance des signaux.
- L'égalité des moyennes.

Il s'agit maintenant de savoir si les accélérations filtrées respectent ces caractéristiques pour procéder au calcul du dommage. De par la définition physique des accélérations, la seconde caractéristique devrait être facilement respectée. En effet, à moins que le signal étudié soit spécifique, e.g. contenant plus de freinages que d'accélération ou de virages à droite plutôt qu'à gauche, les moyennes attendues sont proches de zéro. La caractéristique la plus compliquée à vérifier est la non-concomitance de ces accélérations lors de mesures.

### 3.3.2 Quantifier le degré de concomitance des accélérations

Pour le dimensionnement à la fatigue, l'impact des chargements DR est déterminé à partir de la combinaison linéaire des accélérations. Celle-ci prend en compte les caractéristiques du véhicule au travers des coefficients  $\alpha^{DR}$ , ainsi que de la position du point d'intérêt via le jeu de coefficients  $\alpha^{SO}$ . Pour jauger de la validité de la méthode proposée il faut comparer la somme des spectres de chargement issus des accélérations avec celui de référence.

Pour l'exemple, la mesure étudiée est la même que précédemment (cf. Figure 51) lorsque le véhicule réalise une suite dense d'obstacle sur les pistes du constructeur. Les coefficients  $\alpha^{DR}$  proviennent du processus d'identification présenté en partie 3.1. L'ensemble des coefficients  $\alpha^{SO}$  sont fixés égaux à 1. Cela équivaut à considérer l'ensemble des axes de chargement sur le train comme équivalent au point d'intérêt. Cet exemple sera ensuite complété par l'étude d'une mesure client issu du même type de véhicule, réalisée sur route ouverte.

La Figure 62 illustre via le graphique a) l'évolution temporelle des deux accélérations  $\gamma^{DR}$  multipliées par leur jeu de coefficients respectifs. Le graphique b) représente la somme de



ces deux mesures dans le temps, qualifié comme signal DR de référence. Pour faciliter la désignation des signaux tout au long de l'exemple, le signal équivalent issu de l'accélération longitudinale est noté  $s_X$ . De manière analogue, celui associé à l'accélération transversale est noté  $s_Y$ . En reprenant une partie du signal temporel équivalent par l'équation 2.44 du chapitre 2, il vient

$$\begin{aligned} \sum_i \sum_{j=x,y} \alpha_{L_i L_1}^{SO} \alpha_{L_i \gamma_j}^{DR} * \gamma_j^{DR}(t) &= \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} \alpha_{L_i \gamma_X}^{DR} \gamma_X^{DR}(t) + \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} \alpha_{L_i \gamma_Y}^{DR} \gamma_Y^{DR}(t) \\ &= s_X(t) + s_Y(t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

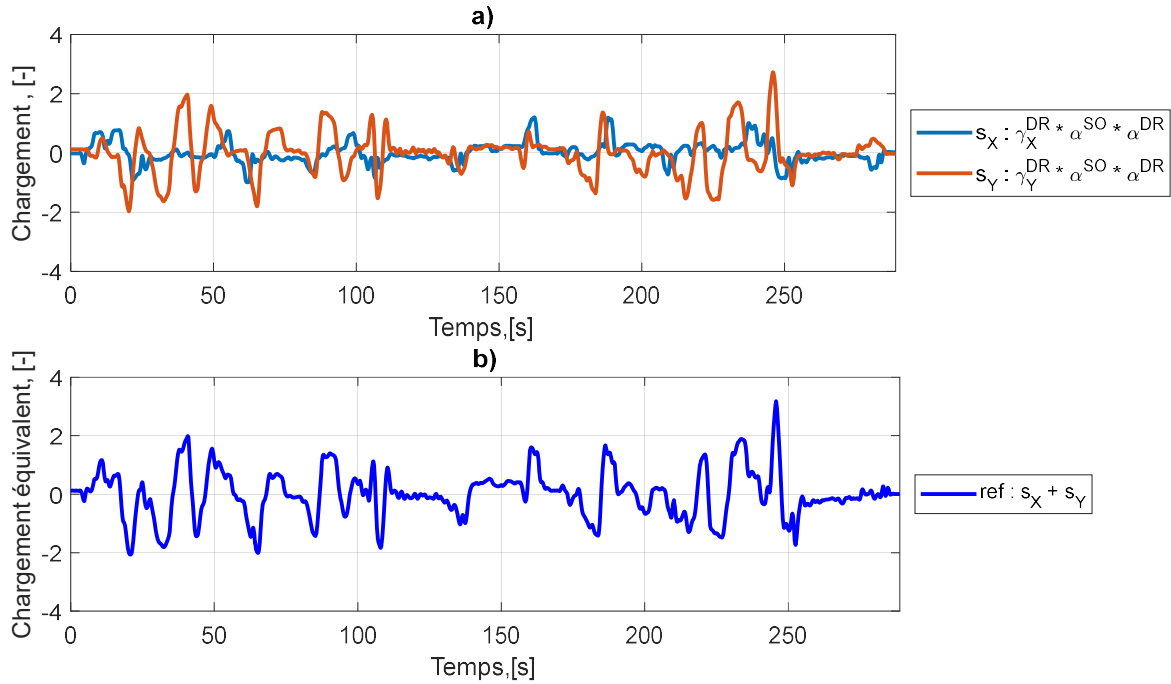


Figure 62 : Évolutions temporelles des mesures a)  $s_X$  et  $s_Y$ , et b) du signal DR de référence

La condition d'égalité entre les moyennes de  $s_X$  et  $s_Y$  est bel et bien respectée. Toutes deux, bien qu'issues de mesures réelles, approchent zéro. Cette prédisposition ne dépend pas de la valeur des différents jeux de coefficients, mais bien de la nature même des accélérations du véhicule. Dans le cas présent, les cycles de virage ressortent clairement sur le signal de référence. Lors de la mise au point du contrat d'exploitation d'une piste, le constructeur a tout intérêt à maintenir indépendants les comportements de freinage et de virage, à savoir tenir une vitesse constante dans les tournants et freiner en ligne droite, respectivement. En revanche, un client peut tout à fait expérimenter la simultanéité des manœuvres de freinage et virage : ainsi, la comparaison des deux graphiques ne donne pas de résultat assez net au regard du respect de la condition de non-concomitance.

Pour le dimensionnement à la fatigue, le comptage Rainflow est basé sur la suite d'extrema du signal sur lequel il est appliqué. À défaut de l'ensemble de la mesure, ce ne sont que ces extrema, ou *turning points* en anglais, qui "comptent". Ainsi, jauger de la non-concomitance des mesures pour le dimensionnement à la fatigue revient à l'analyse des deux signaux  $s_X$  et  $s_Y$  à ces instants significatifs. Pour ce faire, l'idée est d'afficher la valeur du signal  $s_Y$  en fonction du signal  $s_X$  aux instants correspondant à ces extrema, que ceux-ci soient issus de l'un ou l'autre des signaux. La Figure 63 schématise le processus et l'illustre sur la mesure

exemple. Sur le graphique b) les extrema sont notés  $tp$ . Ceux issus des signaux  $s_X$  et  $s_Y$  sont notés respectivement  $tp_X$  (croix bleues) et  $tp_Y$  (croix orange). Les extrema issus du signal de référence,  $tp_{ref}$ , sont également affichés (cercles). Leur valeur effective, bien que non représentée, se déduit de la valeur de  $s_Y$  et de  $s_X$  à cet instant.

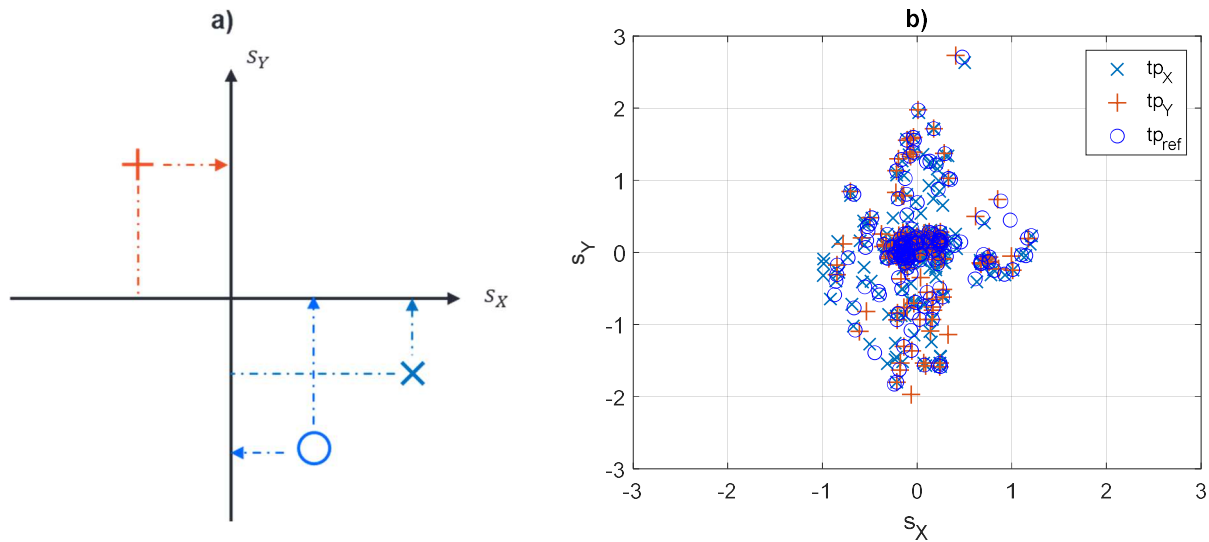


Figure 63 : a) schéma d'affichage des extrema et b) exemple issu de la mesure initiale

Si les signaux  $s_X$  et  $s_Y$  étaient parfaitement non-concomitants, l'allure formée par les points du graphique b) serait une croix parfaite. Les points  $tp_Y$  seraient sur l'axe des ordonnées et les  $tp_X$  seraient positionnés le long de l'axe des abscisses. Les extrema du signal référence correspondraient parfaitement à un extrema de  $s_X$  ou  $s_Y$ . Cet affichage met en évidence le non-respect de l'hypothèse de non-concomitance par les mesures, au moins pour un certain nombre de  $tp$ . Pour poursuivre le processus de dimensionnement, il semble maintenant pertinent de quantifier l'écart résultant de cette déviation.

La Figure 64 représente les trois spectres de chargement résultants des signaux  $s_X$ ,  $s_Y$  et du signal de référence. Pour rappel, une partie du processus du comptage Rainflow est initialement appliqué sur les mesures d'accélération filtrées. C'est à cette étape que les extrema sont appairés pour former des cycles. La prise en compte des coefficients pour former le signal  $s_X$  (idem pour  $s_Y$ ) ne vient pas modifier l'appairage, mais seulement l'amplitude des cycles. Ce n'est qu'une fois les cycles formés que la taille de classe est fixée pour l'ensemble des signaux, permettant ainsi de sommer les spectres issus de  $s_X$  et  $s_Y$ . Il est à remarquer que les cycles issus de ces deux signaux sont affichés sous forme empilée. A savoir, aucun cycle de  $s_Y$  n'est masqué par les cycles comptabilisés sur  $s_X$ .

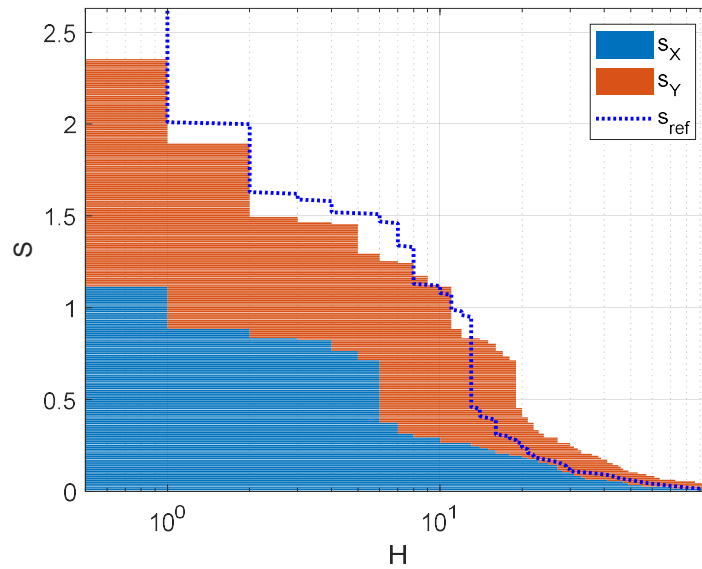


Figure 64 : Spectres de chargement issus de  $s_x$ ,  $s_y$  et le signal référence

L'allure du spectre de chargement de référence  $s_{ref}$  est proche de celui additionnant les deux signaux initiaux. Cependant, l'amplitude maximale atteinte par le spectre de référence est supérieure. Au vu de la méthode Rainflow, l'un des extrema intervenant dans le cycle de plus grande amplitude est clairement visible dans le cadran supérieur droit de la Figure 63 b). À cet instant, les deux accélérations gouvernent conjointement le comportement du véhicule. Le signal de référence compte également plus de cycles au cœur du spectre de chargement (entre les amplitudes 1.2 et 1.7). Au total, le spectre référence compte 99 cycles, contre 113 et 82 respectivement pour les signaux  $s_x$  et  $s_y$ . La majorité des cycles sont comptabilisés dans la classe d'amplitude de chargement la plus faible. Ils ne sont pas significatifs en termes de calcul du dommage. Dans le cas présent, le rapport des dommages entre la somme de ceux issus de  $s_x$  et  $s_y$ ,  $D^{DR}$ , et celui de référence,  $D_{ref}^{DR}$  est de 70%.

La méthode proposée permet donc de retrouver une majorité du dommage de référence. Cependant, une légère concomitance subsiste entre les deux mesures d'accélération  $\gamma^{DR}$ . Pour pallier cet écart, il faudrait, connaissant certaines caractéristiques des deux spectres tels que les extrema, pouvoir reconstruire un signal dont le spectre correspondrait à la somme des deux signaux initiaux. Cela permettrait de retrouver l'amplitude maximale du signal équivalent.

### 3.3.3 Reconstruire un signal connaissant ses extrema

Dans le cas présent, les valeurs ainsi que les instants des extrema issus des deux accélérations sont connues. L'idée est de modifier la valeur des extrema de  $s_x$  et  $s_y$  en prenant en compte la valeur du second signal à ces instants précis. Une fois les valeurs modifiées, l'appairage des cycles suivant le comptage Rainflow est de nouveau réalisée sur les deux signaux corrigés. Il est à noter que cette modification de la valeur des extrema doit garder un sens physique et ne peut se faire de manière automatique. En effet, si deux extrema issus respectivement de  $s_x$  et de  $s_y$  ont lieu au même instant, il faut choisir sur quel signal reporter la concomitance des deux. Sinon, cela revient à comptabiliser à deux reprises l'impact commune des accélérations, ce qui n'aurait pas de sens physique. La méthode de modification doit donc

être en adéquation avec la manœuvre réalisée par le véhicule en tout instant pour garder un sens physique.

Soit le turning point  $tp_{Xi}$ , identifié sur le signal  $s_X$  à l'instant  $t_i$ . La modification de la valeur de  $tp_{Xi}$  va dépendre du degré de concomitance entre  $s_X$  et  $s_Y$  à  $t$ . À savoir,

$$tp_{Xi} = \begin{cases} s_X(t_i) + s_Y(t_i) & \text{si } |s_X(t_i)| \geq |s_Y(t_i)| \\ s_X(t_i) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.15)$$

Si la valeur de  $s_Y$  est moins importante que  $s_X$  à cet instant, l'extrema identifié sur  $s_Y$  n'a donc pas de signification physique, l'extrema est ramené sur l'axe des abscisses directement sans prendre en compte la valeur de  $s_Y$ . Au contraire, si la valeur de  $s_X$  est moins importante que  $s_Y$ , le degré de concomitance entre les deux signaux est pris en compte. La même procédure est appliquée aux extrema issus de  $s_Y$ . La Figure 65 illustre sur le graphique a) la modification de la valeur des extrema, et sur le b) les extrema ainsi modifiés sur la mesure exemple.

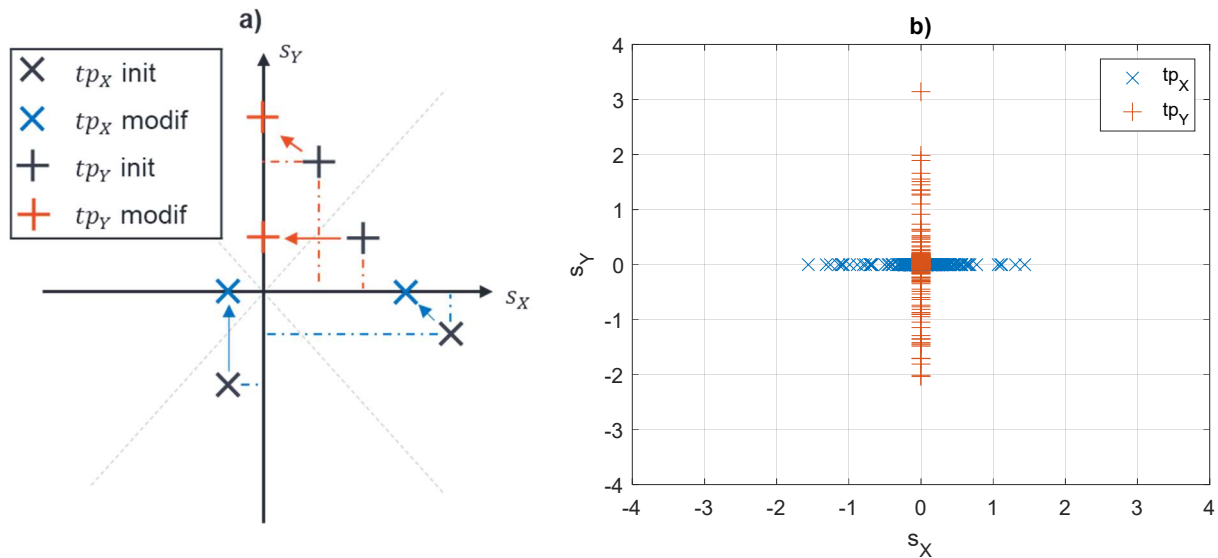


Figure 65 : a) schéma de la modification de la valeur des extrema et b) application sur les signaux  $s_X$  et  $s_Y$

Le point initialement identifié dans le cadran supérieur droit se retrouve alors sur l'axe des ordonnées au-delà de 3. Le comptage Rainflow est de nouveau appliqué aux extrema modifiés. La Figure 66 illustre le spectre de chargement somme résultant, toujours comparé au spectre de chargement induit par le signal de référence. Pour rappel, la valeur des extrema issus du signal de référence n'a pas été modifiée (cela n'aurait pas de sens).

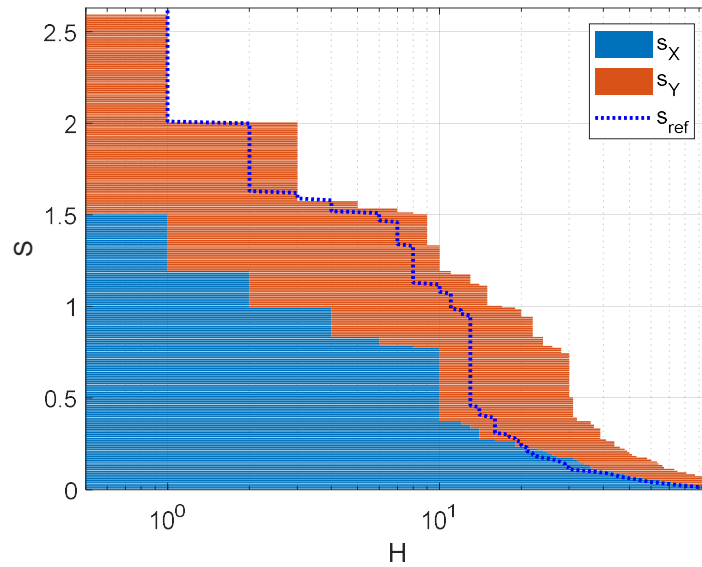


Figure 66 : Spectres de chargement issus de  $s_X$ ,  $s_Y$  et le signal référence après modification des extrema

La prise en compte de la concomitance des accélérations permet de retrouver l'amplitude maximale comptabilisée par le signal de référence. La valeur des extrema de chaque signal  $s_X$  et  $s_Y$  n'ayant pas été modifiée de façon linéaire, les couples appariés ne sont pas nécessairement les mêmes. Le nombre total des cycles issus de  $s_X$  et  $s_Y$  est ainsi légèrement modifié. Le nombre de cycles aux moyennes et faibles amplitudes a augmenté. En termes de comparaison des dommages, le rapport entre  $D^{DR}$  et celui de référence,  $D_{ref}^{DR}$ , est de 130%. Le spectre de chargement somme de  $s_X$  et  $s_Y$  induit le plus de dommage, composé à partir des extrema issus de  $s_X$  et  $s_Y$ . Générer ce spectre permet de définir une borne maximale du dommage induit par les effets DR, pour un jeu de coefficients donné  $\alpha^{SO}$ , sous couvert du non-respect préalable de l'hypothèse de non-concomitance des accélérations.

Pour compléter l'étude, la même méthodologie est appliquée cette fois à partir de données issues de mesures clients. Comparer ces mesures avec la mesure issue de la piste permet de jauger le degré de respect de l'hypothèse de non-concomitance pour une conduite authentique sans contrainte d'exploitation du véhicule. Parmi les données clients à disposition, un enregistrement en zone urbaine a été jugé comme le plus à même de faire intervenir les deux accélérations simultanément. De la même manière que précédemment, la Figure 67 illustre sur le graphique a) les mesures temporelles des signaux  $s_X$  et  $s_Y$  issus des accélérations. De même, le signal de référence est représenté sur le graphique b). Le jeu de coefficient d'orientation appliqué est le même que précédemment ( $\alpha^{SO}$  tous égaux à 1 pour l'exemple). Les signaux présentés ici sont issus des accélérations filtrées des mesures.

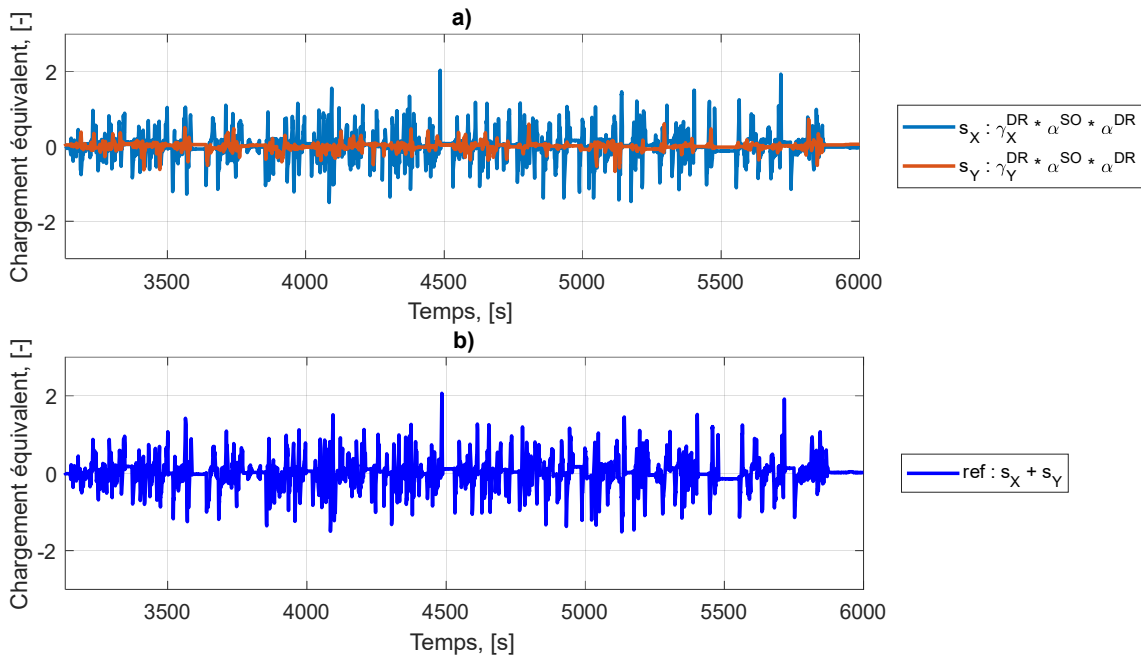


Figure 67 : Evolutions temporelles des mesures client a)  $s_X$  et  $s_Y$ , et b) du signal somme DR de référence en ville

À la différence de la mesure sur les pistes du constructeur, ce sont essentiellement les phases de freinage et d'accélération qui sont "impactantes". Pour information, les mesures clients considérées sont issues d'une zone urbaine dont l'arrangement des routes est similaire à un damier. Les croisements étant souvent gérés par des feux de circulation, la quasi-totalité des virages est réalisée à faible vitesse.

Ce constat apparaît également lors de l'étude de la distribution des extrema. Ils sont représentés sur la Figure 68 a). En complément, la figure représente les extrema modifiés suivant l'équation 3.15 sur le graphique b).

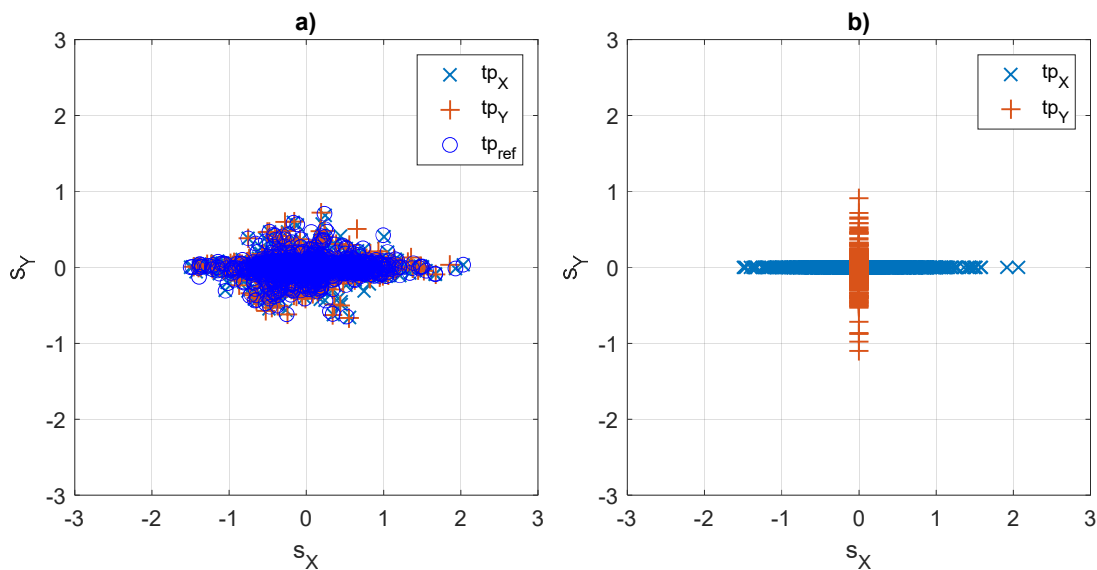


Figure 68 : Représentation des extrema issus des signaux  $s_X$ ,  $s_Y$  et du signal de référence et b) modification de la valeur des extrema de  $s_X$  et  $s_Y$ .

Dans le cas de la mesure client, la modification de la valeur des extrema n'apporte pas de grand changement. Même si la modification des extrema tend à augmenter l'influence de l'accélération longitudinale, la plage de variation de l'accélération longitudinale est deux fois plus grande que celle de l'accélération transversale. La Figure 69 illustre les deux spectres de chargements issus en a) des signaux  $s_X$  et  $s_Y$  initiaux et en b) des extrema modifiés.

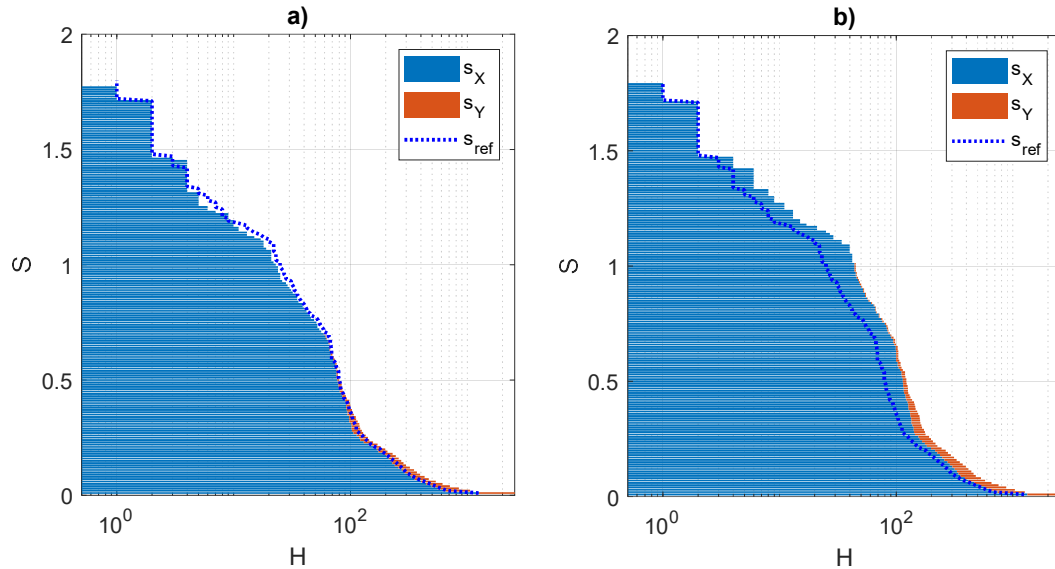


Figure 69 : Spectres de chargement issus de  $s_X$ ,  $s_Y$  et le signal référence a) initialement et b) après modification des extrema

La comparaison de ces deux graphiques montre qu'en prenant en compte la concomitance des deux accélérations, seule l'accélération longitudinale est influente. Pour ce signal d'intérêt, la part de l'accélération longitudinale représente initialement 98% de  $D^{DR}$ . Par conséquent, la somme des dommages correspond bien au dommage issu de la somme des signaux. L'amplitude maximale atteinte ne varie pas et reste égale à celle du spectre de référence. Le signal client initial respecte, pour le signal d'intérêt étudié, la condition de non-concomitance des deux accélérations. En termes de dommage induit, l'erreur relative initiale est de -6%, alors que celle issue des signaux modifiés est de +53%.

Au regard du respect du degré de non-concomitance des accélérations, la mesure réalisée sur les pistes du constructeur est plus critique que les mesures faites en ville à partir de données clients. Même si la volonté du constructeur est d'éviter la concomitance, les situations de vie simulées sur les pistes sont diverses et représentent un type de conduite dit sévère. La non-concomitance est ainsi plus difficile à vérifier que pour un client roulant à vitesse modérée en zone urbaine.

Modifier la valeur des extrema, et donc du spectre de chargement final, en prenant en compte la concomitance initiale des signaux est intéressante, mais reste délicate car elle dépend fortement du rapport entre le dommage induit par les deux voies. Le travail sur les spectres de chargement permet d'évaluer le degré de concomitance des accélérations pour un signal donné. C'est un travail qui, s'il doit être réalisé sur plusieurs points au sein de la structure, peut s'avérer long et approximatif.

L'idée n'est donc pas de quantifier directement le degré de concomitance, mais l'influence de celle-ci sur le calcul du dommage, par rapport à un signal de référence.

### 3.3.4 Quantifier l'erreur sur le dommage induit

Il est possible de quantifier non pas le degré de concomitance entre les accélérations, mais l'erreur provoquée entre le dommage  $D^{DR}$  calculé via la méthode proposée et celui de référence  $D_{ref}^{DR}$ . Comme abordé précédemment, cet écart dépend du degré de concomitance des accélérations, et est donc influencé par la dynamique du véhicule au travers de  $\alpha^{DR}$  et de la position du point d'intérêt via la valeur du jeu de coefficient  $\alpha^{SO}$ . Plus précisément, le degré de concomitance est "impacté" par le rapport des coefficients appliqués à l'une des accélérations par rapport à l'autre. Soient  $\alpha_{\gamma X}$  et  $\alpha_{\gamma Y}$  les coefficients associés à chaque accélération traduisant à la fois l'impact du véhicule et de la position du point critique étudié. Ces variables s'écrivent de la manière suivante,

$$\alpha_{\gamma j} = \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * \alpha_{L_i \gamma j}^{DR}, \quad j \in \{X, Y\}. \quad (3.16)$$

L'idée proposée ici est de faire varier théoriquement la valeur de  $\alpha_{\gamma X}$  par rapport à celle de  $\alpha_{\gamma Y}$ . Pour chaque couple de coefficients, l'écart est calculé entre le dommage issu des deux accélérations séparément,  $D^{DR}$ , et celui issu du comptage Rainflow sur le signal théorique équivalent,  $D_{ref}^{DR}$ . Faire varier ce ratio de manière théorique évite de venir identifier les valeurs réelles du jeu de coefficients  $\alpha^{SO}$  pour chaque point critique au sein de la structure. Le balayage des différentes valeurs du ratio permet de retrouver toutes les combinaisons d'appairage d'extrema possible entre les cycles provenant des deux accélérations initiales  $s_X$  et  $s_Y$ , à partir du signal équivalent,  $s_X + s_Y$ .

La Figure 70 illustre via le graphique a), l'évolution de l'erreur relative entre  $D^{DR}$  et  $D_{ref}^{DR}$  en fonction du ratio de coefficients. Le graphique b) caractérise la part du dommage de  $D^{DR}$  induits par chaque type d'accélération en fonction de ce même ratio. Ce sont les mesures sur piste qui alimentent les données d'accélération. En complément, apparaît la marque "Exemple piste" correspondant au jeu de coefficients  $\alpha^{SO}$  unitaire pour traduire le caractère théoriquement iso-"impactant" de chaque axe de chargement. Cela permet de jauger du caractère pathologique de l'exemple choisi pour vérifier les différentes étapes de la méthode.



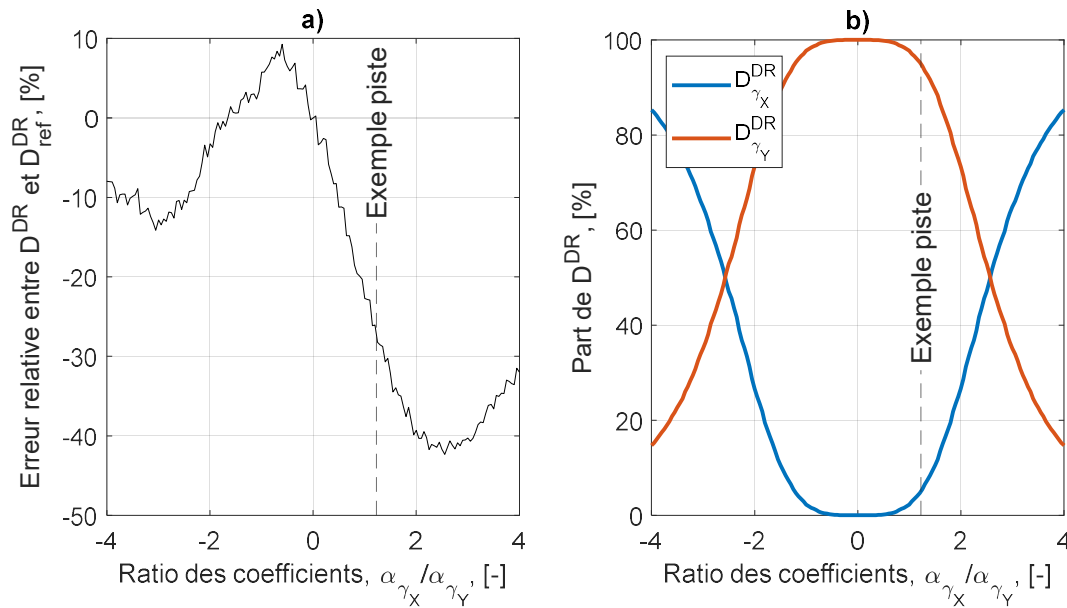


Figure 70 : a) erreur relative entre  $D^{DR}$  et  $D_{ref}^{DR}$ , b) pourcentage de DDR induit par chaque type d'accélération, en fonction du ratio des coefficients, appliqué aux mesures sur piste

Le premier graphique montre que l'erreur relative maximale avoisine les 40% si les coefficients "impactant" l'accélération longitudinale sont deux fois plus élevés que ceux "impactant" l'accélération transversale. Cela correspond au ratio nécessaire entre les deux accélérations pour que les cycles aient quasiment la même amplitude. Le second graphique marque également cet instant en considérant comme égaux les "impacts" issus des deux accélérations. À l'opposé, lorsque le coefficient  $\alpha_{\gamma_X}$  est toujours en valeur absolue 2 fois supérieur à  $\alpha_{\gamma_Y}$  mais négatif, l'erreur relative n'avoisine plus que les 10%. Pourtant, c'est au même instant que les courbes se croisent sur le second graphique. Une fois de plus, les cycles issus des deux accélérations ont des amplitudes proches. Le premier graphique n'est pas symétrique par rapport à l'axe des ordonnées à cause de la prise en compte des extrema dans le processus d'appairage des extrema.

La même étude est menée cette fois-ci sur les accélérations mesurées lors de roulage en ville. De manière similaire à la figure précédente, la Figure 71 illustre sur le graphique a) l'évolution de l'erreur relative entre le dommage de référence et celui issu de la méthode en fonction de l'évolution du ratio entre les coefficients  $\alpha_{\gamma_X}$  et  $\alpha_{\gamma_Y}$ . Sur le graphique b) est illustré la part du dommage  $D^{DR}$  suivant le type d'accélération en fonction de ce ratio.

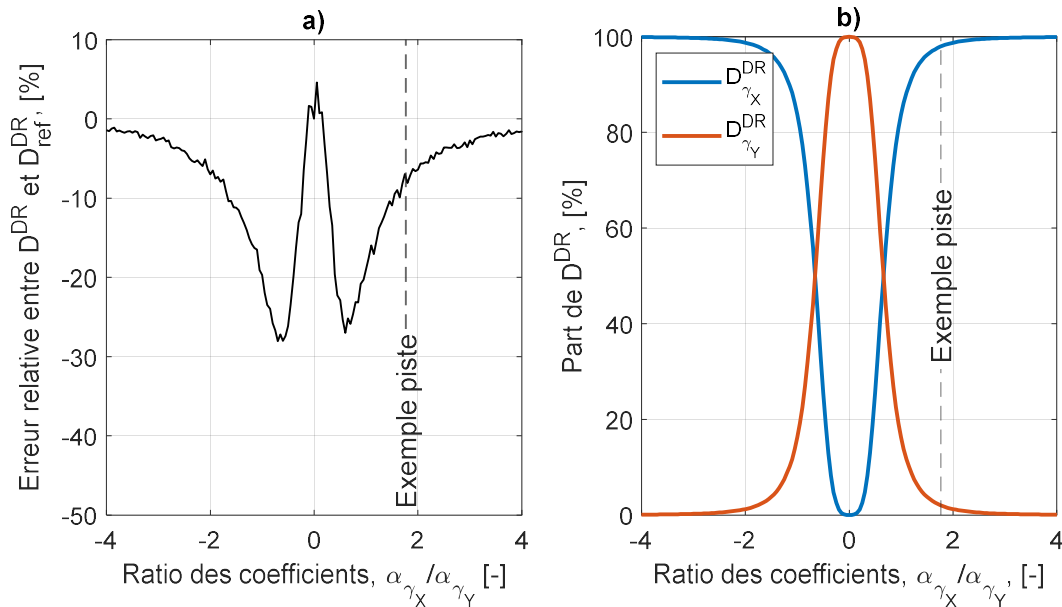


Figure 71 : a) erreur relative entre  $D^{DR}$  et  $D_{ref}^{DR}$ , b) pourcentage de  $D^{DR}$  induit par chaque type d'accélération, en fonction du ratio des coefficients, appliqué aux mesures client en ville

L'erreur relative maximale est inférieure à 30%, et ce, lorsque le coefficient  $\alpha_{\gamma_X}$  est deux fois plus petit en valeur absolue que  $\alpha_{\gamma_Y}$ . Comme lors de l'observation des résultats sur les mesures pistes, ce ratio correspond à une équivalence entre les extrema issus des deux signaux  $s_X$  et  $s_Y$ . Une erreur maximale de 30%, ou 40% pour l'exemple précédent, peu importe la localisation du point d'intérêt au sein de la structure, est admissible.

La méthode proposée, en plus de donner un ordre de grandeur de l'"impact" du dommage induit par les manœuvres, permet aussi de séparer l'"impact" longitudinal de celui transversal.

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a décrit les différentes étapes concernant la définition, ainsi que l'approche en dimensionnement des chargements DR (voir schéma illustré en Figure 72). Lors de la formulation de l'hypothèse de partition, ces chargements ont été définis comme reliés aux manœuvres et donc corrélés entre eux dans le temps. Il a même été proposé de les définir comme la combinaison linéaire des mesures filtrées des accélérations au centre de gravité.

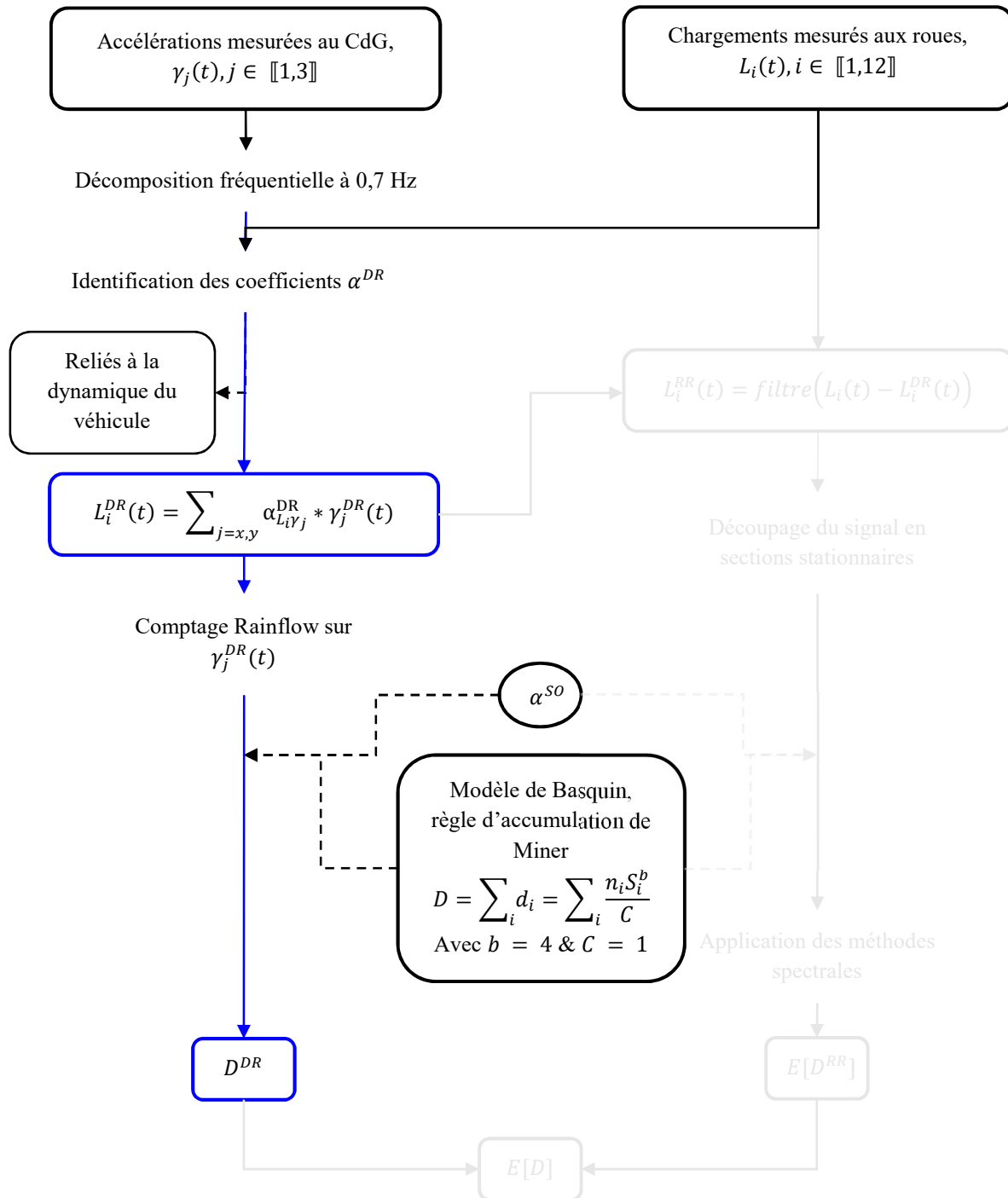


Figure 72 : Approche et traitement en fatigue des chargements DR pour prendre en compte l'aspect multi-entrées

Les études menées au cours de ce chapitre ont montré qu'il était théoriquement possible de définir la valeur des coefficient  $\alpha^{DR}$  à partir des grandeurs dynamiques du véhicule. Les modèles utilisés pour étudier le cas du virage et du freinage sont simples, voire minimalistes. Chaque type de manœuvre "impacte" plusieurs chargements, mais est piloté par une seule accélération, soit  $\gamma_x$ , soit  $\gamma_y$ . Dans le cas d'une succession de manœuvres, chaque voie de chargement est alternativement reliée à l'évolution de l'une ou de l'autre des accélérations. Si les évolutions des accélérations sont consécutives et donc non-concomitantes, il est possible de définir un spectre de chargement traduisant l'"impact" de l'ensemble des chargements DR à

partir du simple comptage Rainflow sur ces deux mesures. Cela permet donc de prendre en compte l'aspect multi-entrées dans le traitement des chargements DR. L'"impact" de ces derniers est caractérisé par les deux spectres d'accélération filtrées (Pour compléter cette identification, l'annexe 1 propose un article détaillant la définition et l'identification du modèle d'Heuler modifié à des spectres issus de contrat de roulage) .

Les mesures à disposition sont « authentiques » au sens où les hypothèses dynamiques peuvent être imparfaites. De ce fait, le jeu de coefficient  $\alpha^{DR}$  est identifié en minimisant l'écart entre les accélérations filtrées et les mesures initiales des chargements aux roues. De plus, il est possible que les accélérations ne soient pas parfaitement non-concomitantes. Cela induit des erreurs lors de la construction du spectre équivalent, donc sur le dommage résultant. Pour pallier ce problème, un outil tel que l'étude de la répartition des extrema issus des deux accélérations est proposée. En modifiant la valeur de ces points (en gardant un sens physique), il est possible de construire un spectre équivalent permettant de retrouver les valeurs maximales du spectre de référence. Une autre proposition est de prendre le problème à l'envers, en faisant varier hypothétiquement l'"impact" des différents chargements mesurés aux roues au point d'intérêt de la liaison au sol (traduit par le jeu de coefficients  $\alpha^{SO}$ ). Le dommage associé aux chargements DR est calculé via la méthode en fonction du ratio de coefficient associés à  $\gamma_X$  et  $\gamma_Y$  respectivement. Comparé au dommage de référence, cette méthode permet de quantifier l'écart maximal attendu pour un panel de points d'intérêt.

Après application de la méthode, l'obstacle complexe constitué par la piste exploitée par le constructeur est plus pathologique que certains comportements clients mesurés (e.g. en ville, zone où les manœuvres sont a priori importantes). La piste inclue de manière plus équilibrée un nombre de manœuvres "impacté" par  $\gamma_X$  et  $\gamma_Y$ , alors qu'au contraire la majorité des chargements en ville est induit majoritairement par  $\gamma_X$ .

Pour compléter la méthode il faut traiter, en parallèle des chargements DR, les chargements RR. C'est le sujet abordé au chapitre 4. Une fois les chargements DR définis, ceux-ci sont soustraits aux mesures initiales pour définir les chargements RR. Comme mentionné au chapitre 2, il existe des méthodes dites spectrales, adaptées au traitement des processus aléatoires. Les mesures RR sont aléatoires en fonction de la situation de vie rencontrée. Il faut maintenant adapter ces méthodes, basées sur l'information fréquentielle des sollicitations, pour prendre en compte l'impact multi-entrées des chargements RR en un point d'intérêt de la structure.



# Chapitre 4

TRAITEMENT DES CHARGEMENTS ALÉATOIRES ISSUS  
DES ALÉAS DE LA ROUTE

4.1	Définition des signaux aléatoires.....	110
4.1.1	Nature des chargements aléatoires .....	110
4.1.2	Découpage des chargements .....	115
4.1.3	Sections conservées.....	120
4.2	Approche multi-entrées pour le dimensionnement à la fatigue.....	128
4.2.1	Application des méthodes spectrales.....	128
4.2.2	Evaluation de l'impact des événements ponctuels.....	136
4.2.3	Conclusion intermédiaire .....	139
4.3	Limites et perspectives .....	139
4.3.1	Portions non-stationnaires .....	140
4.3.2	Portions non-gaussiennes, application aux mesures sur piste .....	141
4.3.3	Portions non-gaussiennes, application aux mesures client.....	146
4.3.4	Conclusion intermédiaire .....	151
4.4	Conclusion .....	151

## 4 TRAITEMENT DES CHARGEMENTS ALÉATOIRES ISSUS DES ALÉAS DE LA ROUTE

À la différence du chapitre précédent, ce chapitre se concentre sur les chargements induits par les aléas de la route, les chargements dits Random Road, notés RR. Dans le cadre du dimensionnement à la fatigue, ces chargements aléatoires peuvent être abordés par le prisme des méthodes spectrales. Comme vu en section 2.2, certaines conditions physiques doivent être respectées pour que l'application des méthodes spectrales soit pertinente. Ces conditions ne sont pas systématiquement rencontrées ou bien de manière partielle en fonction de la nature des mesures recueillies.

L'objectif de ce chapitre est donc d'étudier et d'identifier les mesures des chargements considérés comme aléatoires qui sont en adéquation avec l'application de ces méthodes. L'approche multi-entrée pourra ensuite être appliquée sur ces mesures pour obtenir la part du dommage induit par les chargements RR.

L'ensemble de la démarche est appliqué sur une mesure piste comprenant une grande variété d'obstacles. Cette mesure contient plusieurs types de chargements aléatoires dans un laps de temps relativement court. Les chargements RR d'intérêts sont exempts des signaux reliés aux manœuvres. Les caractéristiques fréquentielles de cette mesure varient dans le temps en fonction des obstacles réalisés. La première partie de la démarche consiste donc à séparer différentes sections via une méthode d'identification de rupture ou « Offline point detection method » [Truong et al., 2020]. Dans le cas présent, c'est la variation de la variance au cours du temps qui a été étudiée. Une méthode spectrale prenant en compte le cadre multi-entrée du chargement est employée sur chacune des sections considérées au préalable stationnaires et suivant une distribution gaussienne. Cela ne permet donc pas de considérer les chargements identifiés comme des chocs ou bien les distributions stationnaires non-gaussiennes.

Ce chapitre s'articule autour de trois parties. La première détaille la nature des chargements considérés comme aléatoires et développe le processus d'identification des mesures propices à l'application des méthodes spectrales. La seconde partie aborde l'approche multi-entrées. Celle-ci est appliquée aux portions de mesures précédemment identifiées. Ces mesures étant réelles, certains événements ponctuels de différente nature brouillent l'analyse des résultats. La troisième partie se concentre sur le potentiel traitement des chargements aléatoires non disposés à l'application de telles méthodes. Parmi ces chargements les cas les plus pathologiques sont le traitement des chocs ainsi que certaines distributions non-gaussiennes.



## 4.1 Définition des signaux aléatoires

Cette section présente les types de chargements issus des différents aléas de la route. Ceux-ci engendrent un grand nombre de cycles et sont propices à l'utilisation des méthodes spectrales pour le dimensionnement à la fatigue. Cependant, que ce soit à partir des mesures piste complexes ou bien des mesures clients, la nature des aléas diffère dans le temps. Les méthodes spectrales ne sont alors applicables qu'en identifiant chaque partie stationnaire en isolant les différentes natures d'aléas rencontrés. L'intérêt de ce processus, sans connaissances préalable des obstacles parcourus, est d'identifier et extraire les sections stationnaires de distribution gaussienne des signaux.

### 4.1.1 Nature des chargements aléatoires

Comme abordé en partie 2.4, les mesures initiales, même dans le cadre uniaxial, ne sont pas propices à l'application des méthodes spectrales. Une fois la partition réalisée, les signaux RR uniquement issus des aléas de la route semblent plus en adéquation avec l'utilisation de telles méthodes. Pour rappel, seuls les événements singuliers/ponctuels, i.e. courts dans le temps, tels que les chocs ainsi que le parcours de surfaces irrégulières sont conservés dans ces chargements aléatoires. La Figure 73 illustre les évolutions temporelles des efforts transversal et vertical sur la roue avant droite du véhicule lorsque celui-ci parcourt les pistes du constructeur.

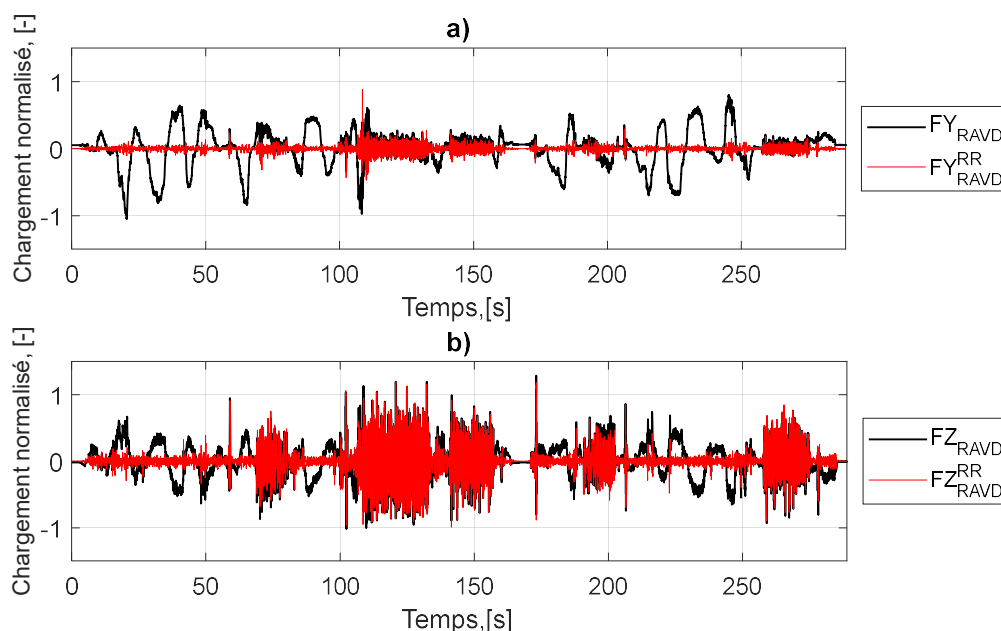


Figure 73 : Mesure initiale et chargement RR associé de, a) l'effort transversal et, b) l'effort vertical sur la roue avant droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Comme attendu, sur cette mesure aucune manœuvre n'apparaît au sein des chargements RR. En revanche, les sections pavés (entre les temps 110 et 130) ou composées de dalles (entre les temps 260 et 280), ainsi que les événements ponctuels tels que les dos d'âne (au temps 60) ou un passage à niveaux (au temps 175) ressortent nettement. Pour autant, même si chaque signal RR est issu des aléas, la suite d'obstacles est prédéfinie et le tout ne forme pas un signal

stationnaire. Il n'est plus possible de définir certains chargements en fonctions de quelques mesures complémentaires comme c'est le cas pour les chargements DR. L'utilisation du comptage Rainflow pour prendre en compte l'aspect multi-entrées du chargement n'est donc pas une option. Lors de la formulation du tenseur des contraintes en fonction des signaux partitionnés, deux hypothèses majeures sont faites : la linéarité ainsi que l'orientation du tenseur. Ces dernières permettent d'exprimer l'influence de l'ensemble des chargements RR sous forme d'un chargement temporel équivalent. Moyennant le respect des conditions sine qua non à l'application des méthodes spectrales, il est possible de calculer la densité spectrale associée à ce chargement équivalent (de la même manière qu'il est possible d'y appliquer un comptage Rainflow) et obtenir in fine une estimation du dommage induit par les chargements RR. Cependant, le calcul de la densité spectrale équivalente doit être renouvelé pour chaque point d'intérêt et n'offre pas plus d'avantage que le comptage si ce n'est la vitesse de calcul au vu du nombre de cycles concernés (e.g. 6.2 heures contre 15 secondes, pour l'application du critère de Crossland sous format temporel vs l'application des méthodes fréquentielles, application réalisée sur un modèle en éléments finis d'éprouvette trouée par Pitoiset [Pitoiset, 2001]).

En annexe de sa thèse, Pitoiset propose une méthode de calcul spectral adaptée aux échantillons d'un processus vectoriel gaussien stationnaire. Celle-ci sera détaillée plus en aval de la thèse en partie 4.2. Il faut toutefois noter que la méthode « peut être appliquée à des processus vectoriels stationnaires dont les composantes sont conjointement gaussiennes, quelle que soit sa dimension. Les corrélations entre les différentes composantes sont ainsi respectées », [Pitoiset, 2001]. Avant d'aller plus loin dans l'application de la méthode, il est important de vérifier que les mesures rencontrées au sein des chargements RR respectent les conditions suivantes :

- Les processus étudiés respectent les conditions de stationnarité,
- Les échantillons de mesure sont ergodiques,
- La distribution de ses échantillons suit une loi normale de moyenne nulle.

Les méthodes spectrales ont déjà été appliquées sur des mesures automobiles très précises pour caractériser la sévérité de routes [Aoki et al., 2003]. Elles ont aussi servi lors de l'étude de l'impact des chargements internes, associés aux vibrations du moteur et autres mécanismes [Decker, 2021]. Il est proposé, dans le déroulement du travail présent, de commencer par étudier des portions de mesures ne correspondant qu'un passage sur des surface de route induisant de forts aléas pour juger si les conditions sont réunies.

Plusieurs sections avec de fortes variations des chargements RR se détachent sur la Figure 73. Comme la mesure est issue des pistes du constructeur, les obstacles rencontrés en ces instants sont connus. Il s'agit du passage de zones pavés, de dalles espagnoles ou encore d'ondulations. Ces trois surfaces sont illustrées sur la Figure 74.

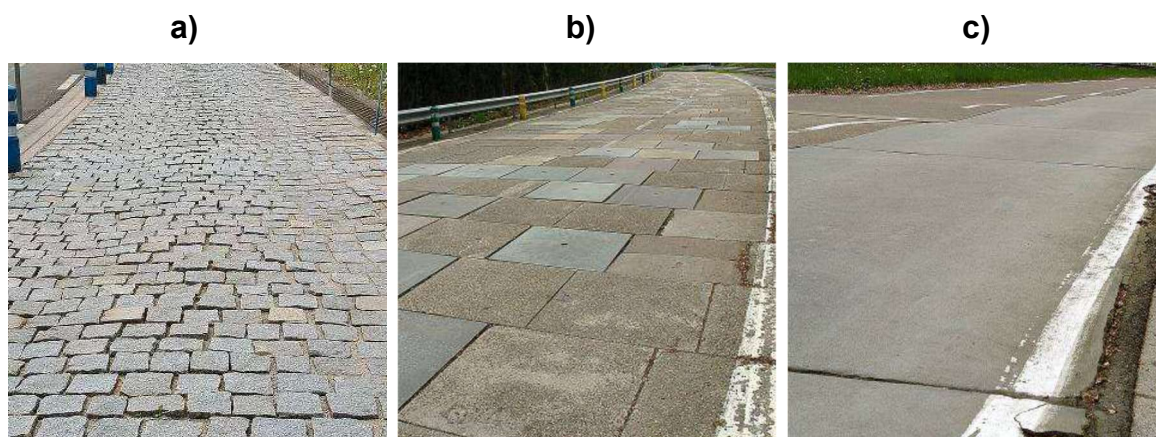


Figure 74 : Photos des sections a) pavés, b) dalles espagnoles et c) ondulations

Peu importe la vitesse de passage sur ces zones, ces dernières sont conçues pour être fortement hétérogènes. La Figure 75 illustre le passage de ces trois sections pendant 10 secondes, à partir de la mesure de l'effort vertical.

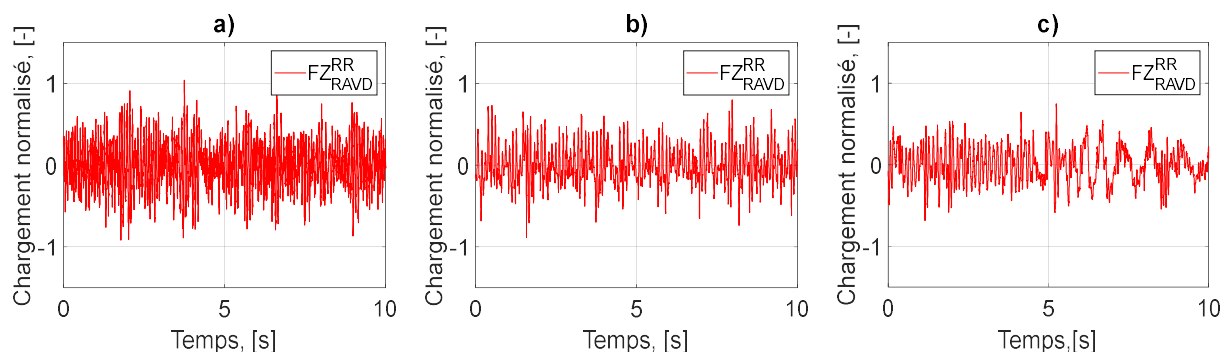


Figure 75 : Mesures de l'effort vertical,  $F_z^{RR}$  sur les sections a) pavés, b) dalles espagnoles et c) ondulations

Parmi les différentes voies de mesure aux roues, c'est l'effort vertical qui est le plus adapté pour rendre compte et comparer les niveaux de chargement lors du passage de ces zones. À première vue, les trois zones rendent compte d'un chargement stationnaire. La vitesse du véhicule reste constante lors de leur parcours. La longueur du passage, supérieure à 10 secondes pour les trois, permet d'apprécier l'échantillon de mesure comme stationnaire. Les variations sont plus nettes au niveau des ondulations que pour les pavés ou les dalles. En revanche, ce sont les pavés qui induisent le plus d'effort (les trois mesures sont normalisées par la même valeur de référence). Pour ces mêmes mesures, l'information fréquentielle est alors étudiée. La Figure 76 reporte les différentes densités spectrales.

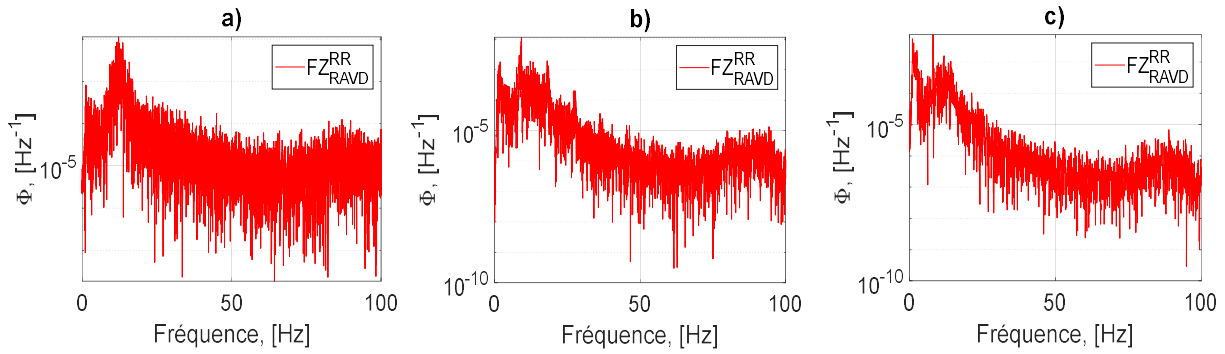


Figure 76 : Densités spectrales issues de  $F_z^{RR}$  sur les sections a) pavés, b) dalles espagnoles et c) ondulations

Les trois mesures montrent un pic de résonances du véhicule aux alentours de 12 Hz. Cette fréquence correspond au mode de rebond de roue, logiquement très marqué suivant l'effort vertical. L'ensemble des fréquences composant les différentes densités spectrales montrent une signature fréquentielle à bande large pour l'ensemble des obstacles. Le coefficient de largeur de bande noté  $\gamma$ , (Eq. 2.23 présentée lors du chapitre 2) est d'ailleurs respectivement de 0.96, 0.98 et 0.97.

Comme énoncé en amont, même dans un cadre uniaxial, l'application des méthodes spectrales requiert la vérification de caractéristiques statistiques telle que la normalité de la distribution. Pour juger du caractère gaussien de ces chargements, il faut se référer aux valeurs du 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moment centré réduit qui représentent l'asymétrie, ou skewness en anglais, et le coefficient d'aplatissement de la distribution, ou kurtosis. Le Tableau 9 reporte les valeurs de ces moments pour les trois efforts mesurés sur une roue d'un même essieu (le véhicule a un comportement symétrique entre les roues droite et gauche vis-à-vis de ces aléas).

Tableau 9 : Valeurs du 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moment des chargements aléatoires suivant les trois efforts sur la roue avant droite

	Pavés		Dalles espagnoles		Ondulations	
	skewness	kurtosis	skewness	kurtosis	skewness	kurtosis
$F_x^{RR}$	0.04	3.06	0.65	3.43	0.06	3.47
$F_y^{RR}$	0.02	3.31	0.11	3.38	-0.73	5.02
$F_z^{RR}$	0.04	3.10	0.32	3.32	0.02	2.64

Pour rappel, pour une distribution gaussienne idéale, la valeur du skewness est de 0 (la distribution est symétrique) et la valeur du kurtosis est de 3. Dans l'ensemble, les moments issus des mesures ont des valeurs proches de celles escomptées. La surface la plus éloignée est celle ondulée. Cette légère différence s'explique par la nature des ondulations, grandes et petites qui se succèdent. Ces variations sont visibles sur l'échantillon de 10 secondes.

Par la suite, une autre méthode sera également utilisée pour rendre compte de la distribution des signaux étudiées. La droite de Henry est une méthode graphique qui permet de comparer la distribution étudiée avec la distribution gaussienne la plus proche en termes de moyenne et écart-type [Chambers et al., 1983]. Cette méthode est utilisée en complément du calcul des moments. Si une distribution s'éloigne de celle normale, la droite de Henry permet

de rendre compte du nombre de points de mesure discordant. Elle met ainsi en exergue l'allure des queues de distribution<sup>18</sup>. La Figure 77 illustre les trois droites de Henry associées respectivement aux trois échantillons des efforts issus des aléas, mesurés suivant l'axe vertical.

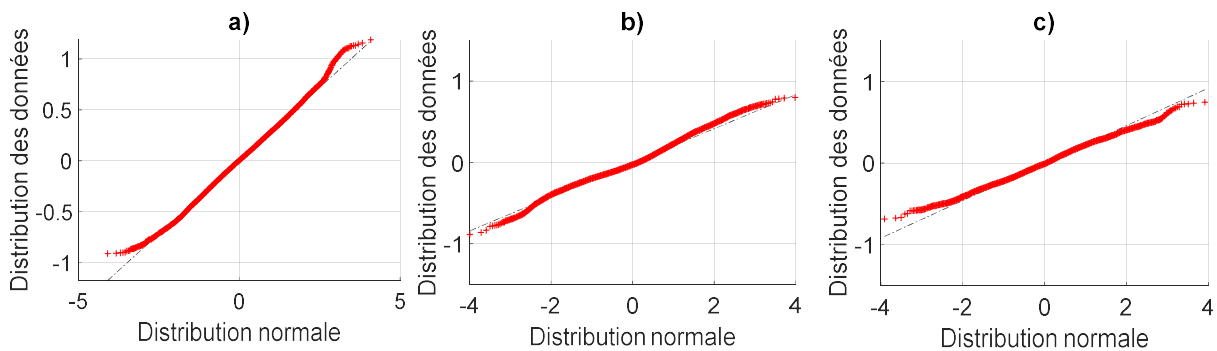


Figure 77 : Distribution de l'effort vertical,  $F_z^{RR}$  sur les sections a) pavés, b) dalles espagnoles et avec c) ondulations

Lors de l'analyse de la droite de Henry, deux caractéristiques sont d'intérêt. La première est évidemment la concordance entre la droite (affichée en pointillés noirs) représentant la loi normale idéale la plus proche des données (affichées par les croix rouge). Pour les trois exemples illustrés, la concordance entre une distribution gaussienne et celle des données est nette. La seconde caractéristique est plus précisément en rapport avec la dispersion des extrema par rapport à cette distribution idéale. Comme énoncé au cours du chapitre 2, les approximations du dommage sont plus ou moins précises en fonction de la largeur de bande des mesures étudiées. Utiliser la droite d'Henry de la distribution d'un chargement RR peut apporter des éléments de réponse lors de l'analyse des dommages obtenus après application des méthodes spectrales par rapport à ceux obtenus via l'application d'un comptage Rainflow.

Pour chaque obstacle pertinent pris séparément, les trois hypothèses essentielles propices à l'application des méthodes spectrales sont respectées.

Il est donc possible d'estimer le dommage induit par ces sections à minima dans le cadre uniaxial. Néanmoins, ces mesures globales ne sont pas stationnaires puisque chaque évènement a sa propre nature fréquentielle. En d'autres termes, bien que chaque aléa pris séparément corresponde à un phénomène stationnaire, la suite d'obstacles ne l'est pas. De plus la distribution globale observée est loin de la distribution normale. Pour les mesures illustrées sur la Figure 73 les valeurs de skewness sont respectivement de 0.37 et 0.26. Les valeurs de kurtosis sont de 21 et 10, bien loin de la valeur 3 attendue. Il n'est donc pas indiqué d'appliquer ces méthodes à l'ensemble des mesures sans une identification préalable des chargements par sections stationnaires.

L'étude de l'impact des chargements pour le dimensionnement à la fatigue doit être applicable à tout type de mesures, que celles-ci soient construites (issues des pistes du constructeur) ou proviennent de roulages « authentique » (issues des mesures client). Dans cet optique et au vu du non-respect systématique des hypothèses de stationnarité des chargements

<sup>18</sup> Dans le cas présent les droites d'Henry suivent une distribution gaussienne quasi-parfaite. Ce ne sera pas le cas dans les exemples de chargement illustrés en partie 4.3

complexes, il faut donc développer une méthode de découpage automatique sans tenir compte de la connaissance au préalable des obstacles rencontrés.

#### 4.1.2 Découpage des chargements

Il existe plusieurs méthodes dans la littérature pour identifier les points de rupture, ou *breakpoints* en anglais, au sein d'un signal [Bendat et Thrall, 1965; Rouillard, 2014]. Le travail de Truong détaille et répertorie plusieurs d'entre elles [Truong et al., 2020]. C'est de ces travaux que s'est inspirée la méthode de découpage que nous allons appliquer aux signaux d'intérêt. Le fonctionnement ainsi que les paramètres de la méthode proposée ont été choisis en fonction de la nature des différentes mesures à disposition. Ils sont d'abord présentés sur une mesure témoin. Celle-ci est une succession d'échantillons ergodiques issus de processus stationnaires suivant chacun une distribution gaussienne de même moyenne (égale à zéro), mais de variance différente. La Figure 78 représente ce signal théorique dans le temps.

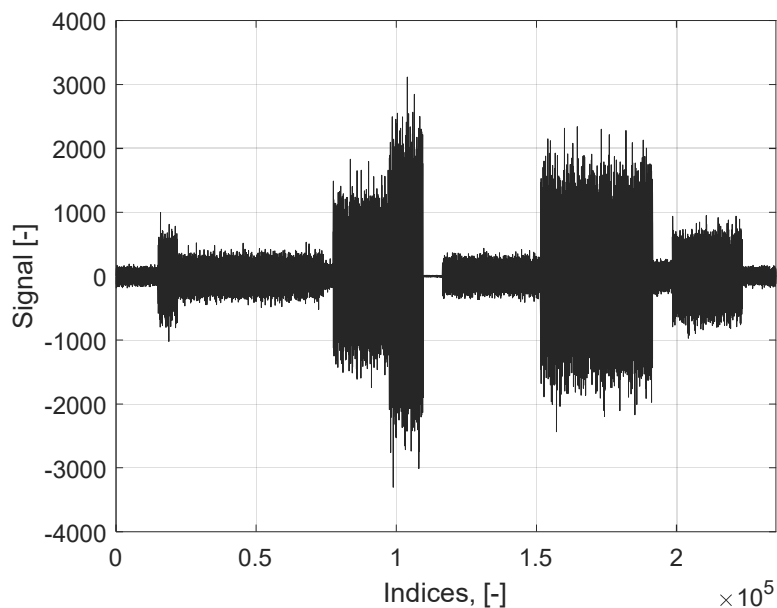


Figure 78 : Signal conceptuel, représentant une combinaison de signaux gaussiens de différentes natures

Avant de commencer le processus de découpage, il faut savoir qu'une majorité de méthodes s'articulent autour de trois éléments qui sont : la définition d'une fonction coût, la méthode de recherche de points de rupture, ainsi que le calcul du gain potentiel apporté par le découpage du signal en ces points.

La définition du coût définit la grandeur à partir de laquelle plusieurs sections du même signal seront comparées. La méthode de recherche caractérise la manière initiale de découper le signal et de comparer les sections entre elles. Le gain correspond à une valeur cible, telle que pour un point de coupe donné, la comparaison des deux sections de part et d'autre de ce point dépasse cette valeur. En d'autres termes, la valeur du gain caractérise l'intérêt pour chaque point d'être considéré comme un point de rupture.

Les processus d'identification des points de rupture répondent à deux types de problèmes. Soit le nombre de points est posé à l'avance, soit c'est un paramètre libre. Dans le cas présent, que ce soit sur le signal témoin ou bien le signal piste complexe, le nombre de points de rupture est connu à l'avance. Cependant, pour que le processus soit applicable même

dans le cadre de mesures clients, où le nombre de points de rupture est inconnu en amont, ce paramètre doit être supposé inconnu dans le reste du processus.

Comme pour les mesures réelles, les variations présentes au sein du signal test sont liées à la variance. De plus, comme avancé au chapitre **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, l'information fréquentielle dépend notamment de la variance du signal, qui revient au moment spectral d'ordre 0. Pour découper le signal, c'est donc l'étude de la valeur de la variance qui définit la fonction coût. Cette fonction s'écrit pour chaque section du signal  $s$  entre les indices  $i_1$  et  $i_2$  de la manière suivante,

$$cost(i_1, i_2) = |i_2 - i_1| * \log\left(var(s_{[i_1, i_2]})\right). \quad (4.1)$$

Ensuite, le calcul de la valeur « score » permet de rendre compte de la différence de la fonction coût entre deux sections du signal. Cette fonction est calculée pour chaque point de coupe potentielle. Soient deux sections  $s_i$  et  $s_{i'}$  du signal  $s$ , délimitées respectivement par les indices  $i_1, i_2$  et  $i_1', i_2'$ , telles que  $i_1' = i_2 + 1$ . La fonction score s'écrit de la manière suivante,

$$score(s_i, s_{i'}) = cost(i_1, i_2') - (cost(i_1, i_2) + cost(i_1', i_2')). \quad (4.2)$$

Lorsque la fonction score est calculée le long du signal, ce sont ses maxima qui permettent de traduire les instants de rupture au sein d'un signal.

Il reste à décider la méthode de recherche pour définir les sections du signal. Celle choisie revient au fenêtrage progressif du signal. C'est également cette méthode de parcours du signal qui est utilisée dans la méthode « run » [Bendat et Piersol, 2011; Cesnik et al., 2018; Rouillard, 2014]. Les paramètres du fenêtrage sont la taille de la fenêtre, ainsi que l'intervalle entre les fenêtres qui caractérise la progression de l'analyse le long du signal. Chaque fenêtre est coupée en deux sections de tailles équivalentes, hormis au début et à la fin du signal. C'est à partir de ces deux sections que sera calculée la fonction score. Si la taille de fenêtre ou bien l'intervalle sont choisis trop petits par rapports aux variations enregistrées, le calcul de la valeur score le long du signal ne sera pas efficace en termes de temps et peu précise. À l'inverse, des valeurs trop grandes ne permettent pas de rendre compte des ruptures au sein du signal. La Figure 79 illustre le calcul de la fonction score sur le signal théorique suivant trois fenêtrages différents.

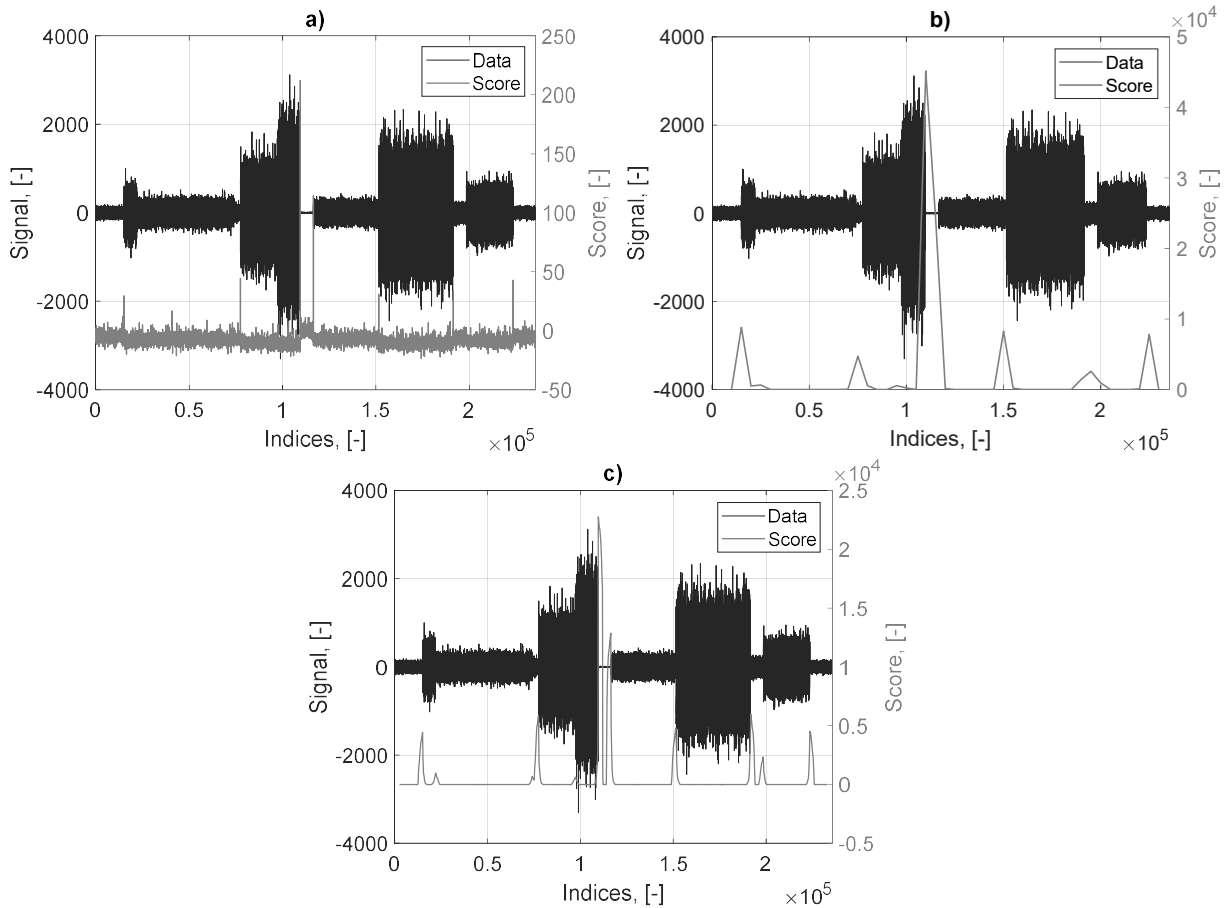


Figure 79 : Calcul de la valeur du score sur le signal théorique avec a) une fenêtre petite (50 points, 10 points d'intervalle), b) une fenêtre grande (10000 points, 5000 points d'intervalle) et c) une fenêtre adaptée (5000 points, 200 points d'intervalle)

- La figure a) montre une multitude de variation de la valeur du score le long du signal. Cela est notamment dû au faible intervalle appliqué (10 points). En revanche, la petite taille de fenêtre (50 points), également employée, ne permet pas de faire ressortir les maxima ayant lieu lors des ruptures. Choisir une petite taille d'intervalle entre les fenêtres augmente la précision du calcul du score et donc l'identification des points de rupture. En revanche, cela complique inutilement la procédure de découpage. Les petites tailles de fenêtre par rapport à la longueur des phénomènes étudiés complexifient également inutilement le processus.
- La figure b) montre que le calcul de la fonction score ne permet pas de rendre compte de plusieurs points de rupture. Dans la suite, ces instants ne pourront jamais être identifiés comme tels. Si la taille de l'intervalle entre les fenêtres est trop grande (5000 points), le point de calcul peut être trop éloigné de la véritable position de la rupture. De plus, si la taille des fenêtres est trop grande (10 000 points) par rapport au phénomènes étudiés, certaines variations ne peuvent pas être identifiées.
- La figure c) permet de marquer clairement les points de rupture attendus. La taille des fenêtres (5000 points) permet de rendre compte de la longueur des différents phénomènes. La taille des intervalles (200 points) entre les fenêtres est assez précise pour marquer minutieusement les points de rupture.



Le processus de découpage choisi est simple d'utilisation. L'unique inconvénient est la définition de la valeur des différents paramètres. Avant d'appliquer la méthode, la valeur des paramètres doit être choisie telles que la variation du score permette de rendre compte des variations physique du phénomène étudié. Les indices des points de rupture identifiés dépendent surtout de la valeur de l'intervalle entre les différentes fenêtres. Ces indices ressortiront nettement parmi l'évolution du score en fonction de la taille de fenêtre.

La seconde étape vise à sélectionner les potentiels points de rupture parmi les maxima du score. Ceux-ci forment une liste de valeurs avec leur instant associé. Les paramètres de choix sont la valeur minimale des maxima, et l'écart minimal entre deux maxima à considérer. Au vu de l'étape précédente, cette phase est nécessaire pour ne sélectionner d'une part que les ruptures significatives (avec une valeur du score élevée). D'autre part, la méthode de recherche utilisée étant approximative, le paramètre de distance minimale entre deux points de rupture permet de ne pas comptabiliser deux fois une rupture si elle est traduite par deux maxima de part et d'autre de l'instant exact. La Figure 80 illustre les points de rupture potentiels identifiés sur le signal théorique à partir du calcul de score adapté. Les points potentiels sont marqués par une étoile, et nommés « breakpoints ». La valeur de seuil est marquée par une ligne en pointillée.

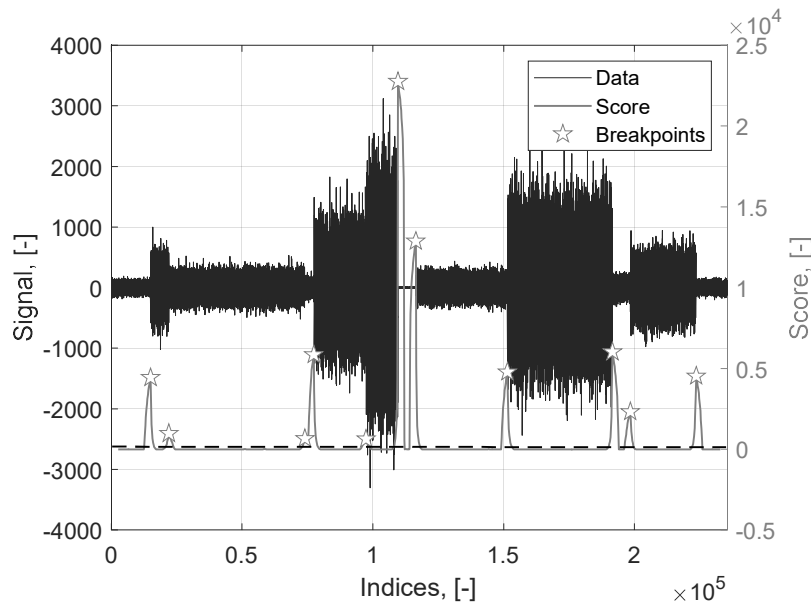


Figure 80 : Identification des points de rupture potentiels à partir de la valeur du score sur le signal théorique

Pour le signal théorique, le seuil est placé assez bas par rapport à la valeur maximale atteinte. L'ensemble des maxima du score qui se détachent sont sélectionnés comme points de ruptures potentiels. Pour un signal simple comme celui-ci, l'identification des potentiels points de rupture est naturelle. Les paramètres sont dépendants de ceux précédemment appliqués lors du fenêtrage du signal.

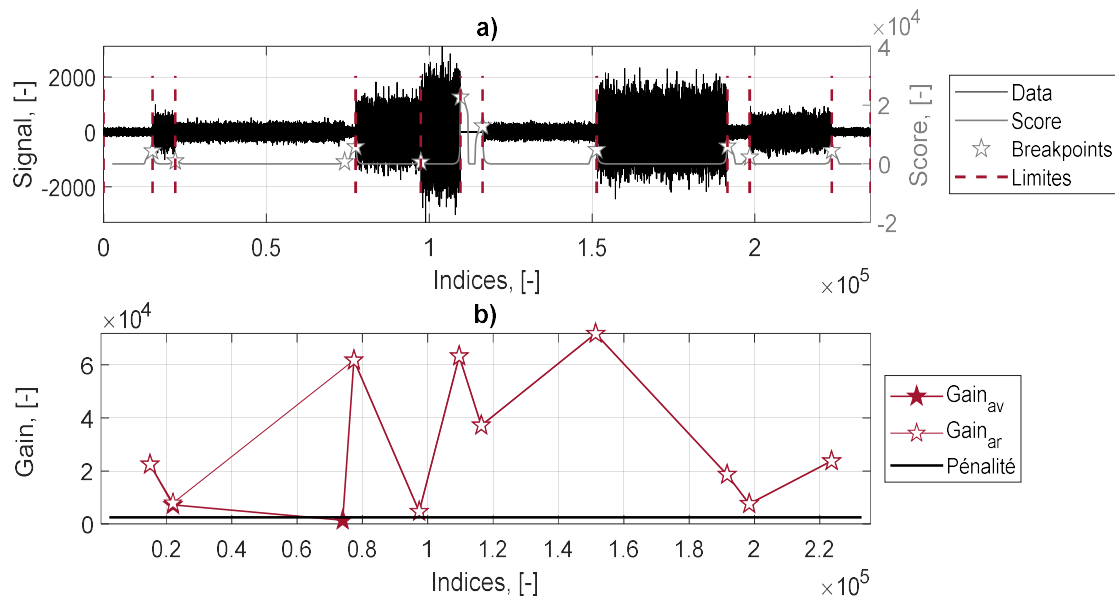
Pour autant, en fonction de l'objectif du processus de découpage, tous ces points ne sont pas forcément nécessaires. Pour le dimensionnement en fatigue, plus le nombre de sections définies est grand, plus la procédure de calcul sera chronophage.

Pour la troisième étape du processus de découpage, ces points identifiés vont servir de délimitations aux nouvelles sections pour calculer une fois de plus la valeur de score. Pour la

première fenêtre, la borne initiale représente le premier indice du signal. Le premier point identifié fait office de séparateur entre les deux sections. Le point suivant ferme la fenêtre. Ainsi de suite, un nouveau processus de fenêtrage s'opère. Cette fois-ci la valeur du score (voir éq. 4.2) est comparée à une valeur de pénalité, qui détermine le gain minimal entre deux sections si la coupe a lieu. Cette valeur caractérise l'intérêt de procéder à la coupe entre deux sections. Si ce paramètre, comparable à un gain, est faible, l'ensemble des points identifiés sont considérés comme de véritables limites. Si ce gain est fixé trop grand, certaines ruptures ne sont pas comptabilisées. À savoir, pour un point de rupture potentiel  $bkps_i$ ,

$$bkps_i = \begin{cases} 1 & \text{si } score(s_i, s'_i) > \text{pénalité} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.3)$$

La Figure 81 reprend le calcul du score à partir des points identifiés. Le graphique a) est la copie du graphique présent en Figure 80. Le graphique b) reporte les valeurs de gain entre les différentes fenêtres.



Le calcul du score est réalisé une fois de l'avant vers l'arrière, puis également en marche arrière. Si des points ne sont pas jugés adéquats, le double passage permet de recalculer le score pour les fenêtres modifiées. Pour l'instant le nombre de passage est limité à 2, mais il pourrait être prolongé autant de fois que nécessaire. La Figure 82 illustre les coupures finales appliquées au signal théorique.

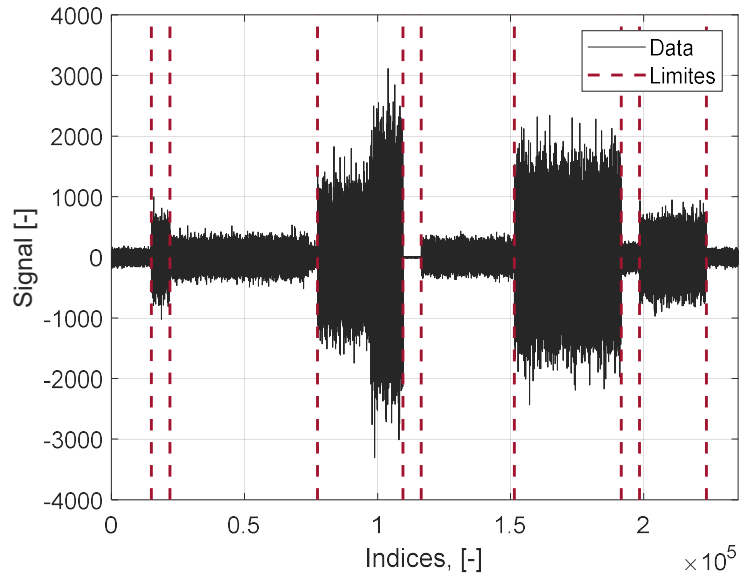


Figure 82 : Limites identifiées sur le signal théorique

Le signal ainsi défini est stationnaire au sens large par morceau. La moyenne étant fixée à 0 celle-ci ne varie pas dans ce cas entre les sections. L'application de la méthode s'assure que la variance reste identique au cours de chaque section (à condition que les fenêtres d'observation ne soient pas trop petites).

Une partie du processus peut sembler négligeable lorsqu'appliqué sur le signal théorique, mais est essentiel lors du traitement de signaux réels. Pour rappel, l'application de la méthode de découpage requiert en tout cinq paramètres que sont :

- La taille de fenêtre, donnée en nombres d'indices
- La taille de l'intervalle entre les fenêtres, (ou taux de recouvrement) donnée en nombre d'indices (ou entre 0 et 1 pour caractériser le recouvrement de la taille initial de fenêtre)
- La valeur minimale des maxima du score (donnée en unité du signal au carré)
- La distance minimale entre deux maxima (donnée en nombre de points de calculs du score)
- La valeur du gain minimal, ou pénalité à dépasser (donnée en unité du signal au carré)

Le développement de la méthode de découpage ne fait pas partie, à proprement parler, des verrous scientifiques associés à l'ensemble de ce travail. Celle présentée dans cette section et appliquée ensuite sur les mesures réelles est simple d'utilisation. Pour information, il est tout à fait possible d'appliquer d'autres méthodes de découpage qui se révéleraient plus précises et/ou plus rapides.

#### 4.1.3 Sections conservées

Dès lors que la méthode de découpage est fixée il faut savoir sur quelle mesure l'appliquer. Étendre la méthode à chaque voie de mesure sur le train est hasardeux. Il est très probable que les limites identifiées sur les différentes mesures ne soient pas parfaitement identiques. De plus, si jamais l'une des roues rencontre un aléa, tel qu'un nid-de-poule, celui-ci pourrait ne pas être traduit sur les autres mesures. Pour pallier ce problème, l'idée est d'utiliser une mesure témoin des différents aléas rencontrés sur l'ensemble des roues. Comme

énoncé précédemment, les aléas mesurés se distinguent nettement sur les mesures suivant l'effort vertical. L'accélération verticale au centre de gravité rend également compte de la globalité de ces variations. C'est donc, à partir de cette mesure RR que seront définies les limites entre les sections de roulage.

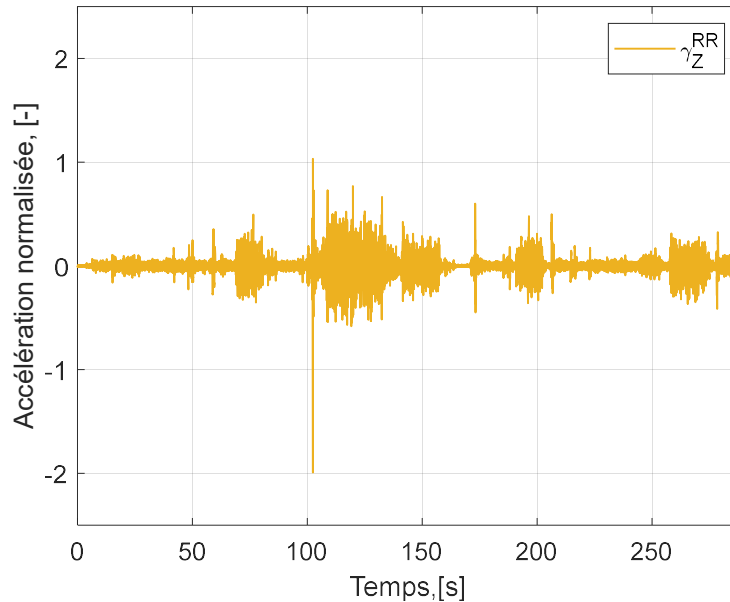


Figure 83 : Mesure RR de l'accélération verticale au centre de gravité, lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Pour éviter toute confusion, l'accélération ne sert qu'à identifier les instants de rupture grâce à la variation de sa variance au cours du temps. L'information fréquentielle qu'elle contient n'est pas mise à profit dans l'application stricto sensu des méthodes spectrales pour le dimensionnement en fatigue.

Pour démarrer le processus, la valeur du score est calculée le long du signal de la même manière que décrit dans la section précédente. La Figure 84 illustre ces résultats en parallèle de la mesure.

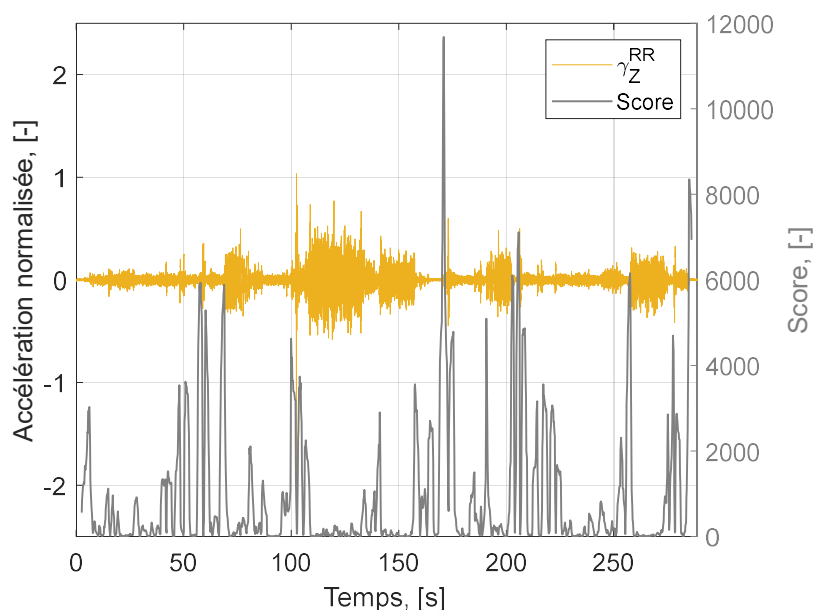


Figure 84 : Mesure RR de l'accélération verticale au centre de gravité et calcul du score associé par processus de fenêtrage

Pour l'application du processus de découpage sur ce cas concret, il est préférable de choisir une taille d'intervalle plutôt petite entre les fenêtres. Elle est fixée à 200 points, soit de 0.2 secondes. Cela revient à un intervalle plus de mille fois inférieur à la durée de la mesure. La taille des fenêtres est un peu plus grande, 5000 points, soit 5 secondes. La taille maximale des fenêtres est dimensionnée par la taille des chocs rencontrés sur ce signal (plus précisément l'intervalle entre plusieurs obstacles de différentes natures). La taille de fenêtre est tout de même assez grande pour faire ressortir nettement les maxima du score.

L'amplitude du signal normalisé est trop faible pour que la fonction cost évalue une valeur positive. Pour l'illustration de la procédure sur les mesures réelles, la mesure de l'accélération a été multipliée par 1000 pour le calcul du score. La visualisation du score est ici plus chaotique que pour le signal théorique analysé précédemment. Au vu du nombre de maxima contenu, il est nécessaire d'utiliser un seuil pour sélectionner les plus significatifs. La Figure 85 illustre les points de rupture potentiels.

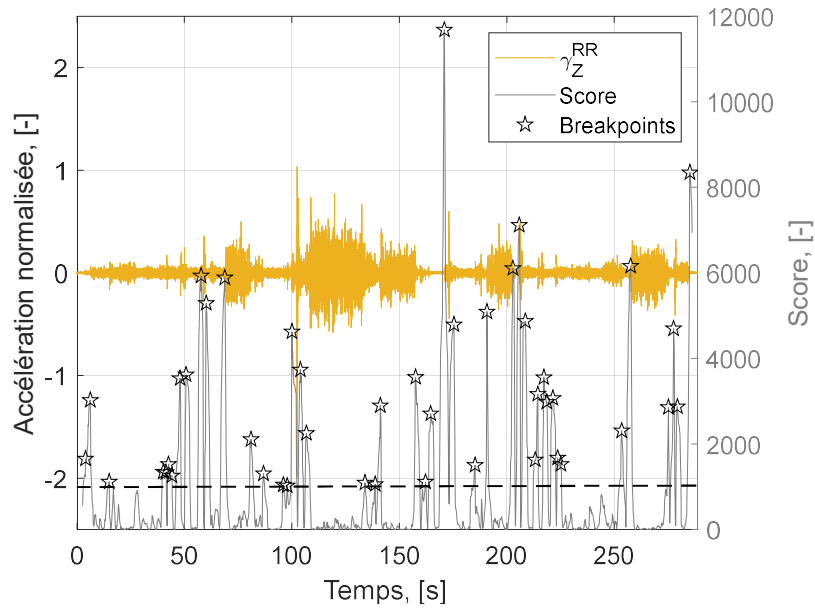


Figure 85 : Identification des points de rupture potentiels à partir de la valeur du score sur l'accélération RR verticale

Face à la complexité de la suite d'obstacles de la mesure, l'intervalle minimal entre deux points de rupture potentiels est fixé à 1 seconde, soit 5 points de calcul du score (1000 points du signal initial). À l'égard de la valeur minimale des maxima considérés, celle-ci est fixée à 1000 pour l'exemple. Ainsi, seuls les maxima significatifs ou environnants un choc sont conservés.

Une fois les points de rupture potentiels identifiés, le nouveau processus de fenêtrage s'opère et le calcul du gain associé à chaque découpe est appliqué. La Figure 86 illustre sur le graphique a) le signal d'accélération découpé avec les limites finales. Sur le graphique b) sont affichées les valeurs du gain associées à chaque découpe ainsi que la valeur de pénalité à dépasser pour conserver le point.

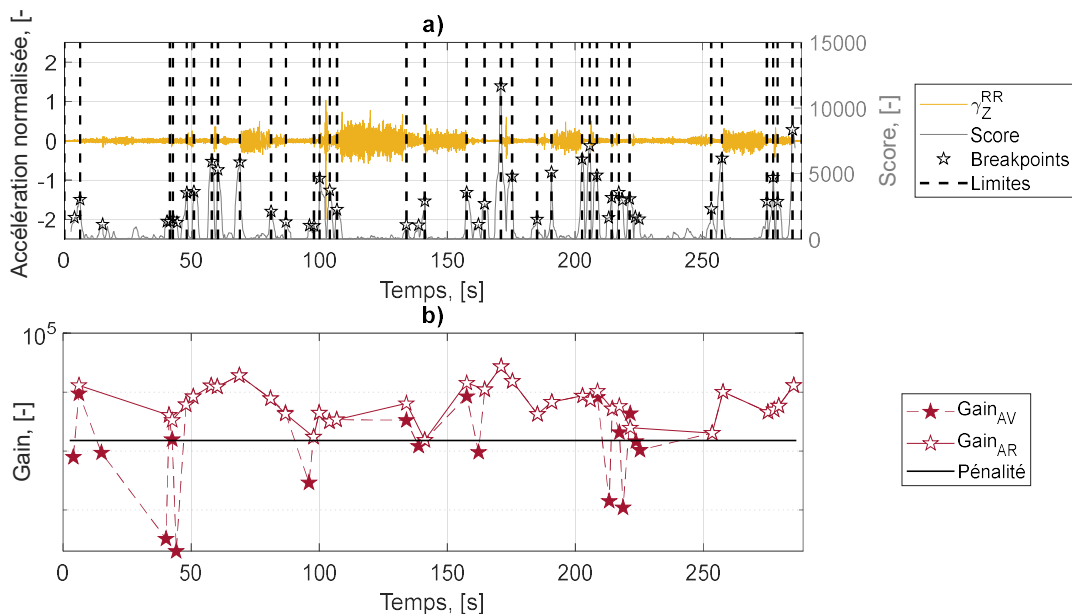


Figure 86 : a) Points de rupture potentiels sur l'accélération et b) calcul du gain à partir de ces points

Pour choisir les limites finales, le score associé à chaque découpe entre deux fenêtres doit dépasser pour ce cas la valeur de 1500. Ce sont alors un peu plus d'une dizaine de points de rupture potentiels qui ont été rejetés. Le découpage final ne prend pas en compte les soubresauts, d'amplitude bien inférieure à un choc, mesurables lors du passage d'un même obstacle. C'est la connaissance du terrain en amont qui permet de choisir avec précision les différentes valeurs de paramètres. Ceux-ci sont reportés dans le Tableau 10.

Tableau 10 : Paramètres de la méthode de découpage appliqués sur la mesure exemple

Phases	Fenêtrage		Breakpoints conservés du score		Calcul du gain
	Paramètres	Largeur de fenêtre	Saut entre les fenêtres	Distance entre deux maxima	Valeur Seuil
Valeurs	5000 pts	200 pts	1000 pts	1000	1500

Une fois connus sur les pistes, les paramètres peuvent être légèrement adaptés aux mesures clients, comme par exemple l'augmentation de la taille de fenêtres ou bien de l'intervalle entre les points de calcul du score. Sur cette mesure, 35 sections ont été identifiées.

Une fois les limites repérées, les indices correspondants sont reportés sur les voies de mesure des chargements aux roues. La Figure 87 illustre les découpes résultantes appliquées à a), l'effort RR longitudinal, b) l'effort RR transversal et c) l'effort RR vertical sur la roue avant droite.

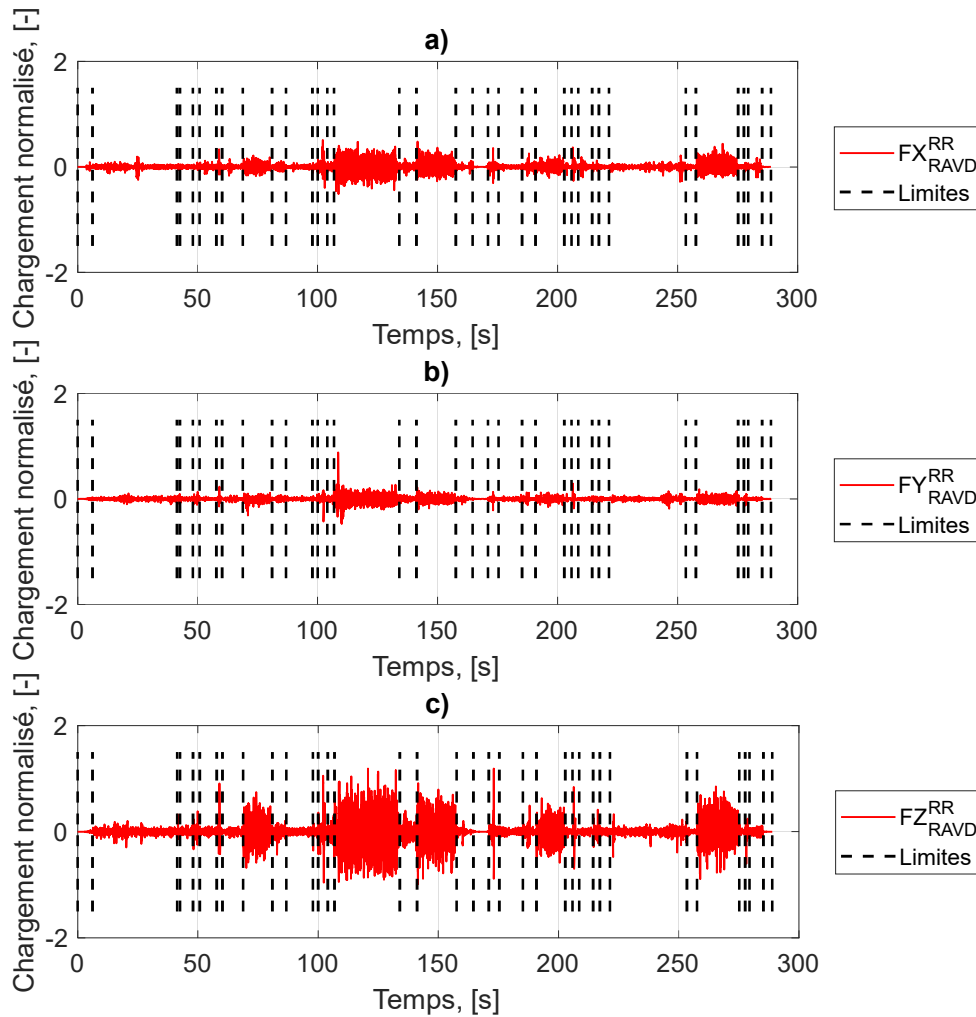


Figure 87 : Efforts RR a) longitudinal, b) transversal et c) vertical mesurés sur la roue avant droite lors du passage d'une suite complexe d'obstacles

Les sections identifiées sont cohérentes avec le passage des obstacles enregistrés pour les trois voies de mesure. Les découpes sont d'autant plus nettes sur l'effort vertical. Les évènements ponctuels sont bien isolés. Si la découpe avait été réalisée via une autre mesure que l'accélération verticale, certains chocs n'auraient pas été distingués.

De toute évidence, toutes les sections ne sont pas de même nature. La méthode de découpe permet de séparer les différents obstacles, mais ne s'assure pas de l'adéquation des sections découpées avec l'application des méthodes spectrales. Maintenant que le découpage est réalisé, il faut chercher les sections propices pour être prise en compte dans le calcul du dommage. Pour le dimensionnement à la fatigue, la première caractéristique observée pour chaque section est sa variance.

Pour chaque axe de mesure, la variance calculée à chaque section de chargement fluctue. Il n'en reste que, physiquement, les zones avec de fortes variations, telles que celles présentées en section 4.1.1, (e.g. zones pavés, ondulations, ou dalles espagnoles) adviennent aux mêmes instants quel que soit l'axe de mesure étudié (comme illustré par la Figure 87). La Figure 88 reprend sur le graphique a), la mesure découpée de l'effort vertical mesuré sur la roue avant



droite et en b) reporte la valeur de la variance associée à chaque section découpée au cours du temps.

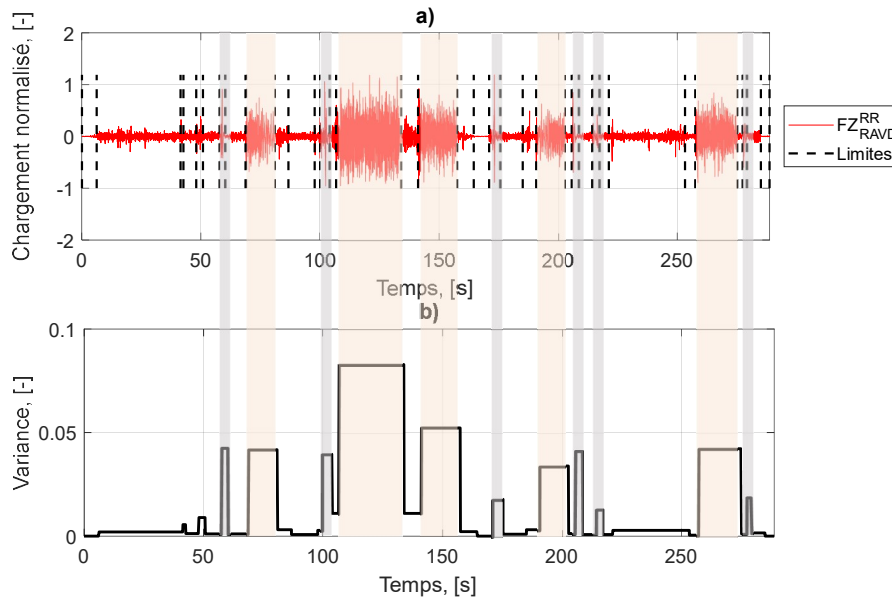


Figure 88 : a) Effort  $F_z^{RR}$  mesuré sur la roue avant droite découpé et b) variance calculée pour chaque section du signal

L'évolution des variances entre les sections est nettement visible. Deux types de sections qui ressortent dans cette succession d'obstacles : les surfaces très irrégulières avec des aléas prolongés et les événements ponctuels tels que les chocs. Sur cette mesure, 11 segments sont de variance conséquente. Ces segments correspondent à des situations connues sur la piste du constructeur. Étant donné les différences de variance par rapport aux différences de durée de parcours des obstacles sur la piste, c'est à cause de la construction du parcours que les pavés, dalles et ondulations ressortent parmi les chargements aléatoires.

Pour le traitement de cette mesure, seules les 11 sections, dont 6 chocs et 5 sollicitations continues, ayant les variances les plus importantes sont étudiées pour l'application potentielle des méthodes spectrales. Les caractéristiques à considérer après la variance sont les 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moments centrés-réduits associés à chaque section. Ceux-ci doivent être calculés sur chacune des voies de mesure. Pour l'illustration en Figure 89, seuls ceux issus du chargement vertical sont calculés. Le graphique a) reprend la mesure découpée. Les graphiques b) et c) représentent respectivement les valeurs de skewness et kurtosis au cours de la mesure par section.

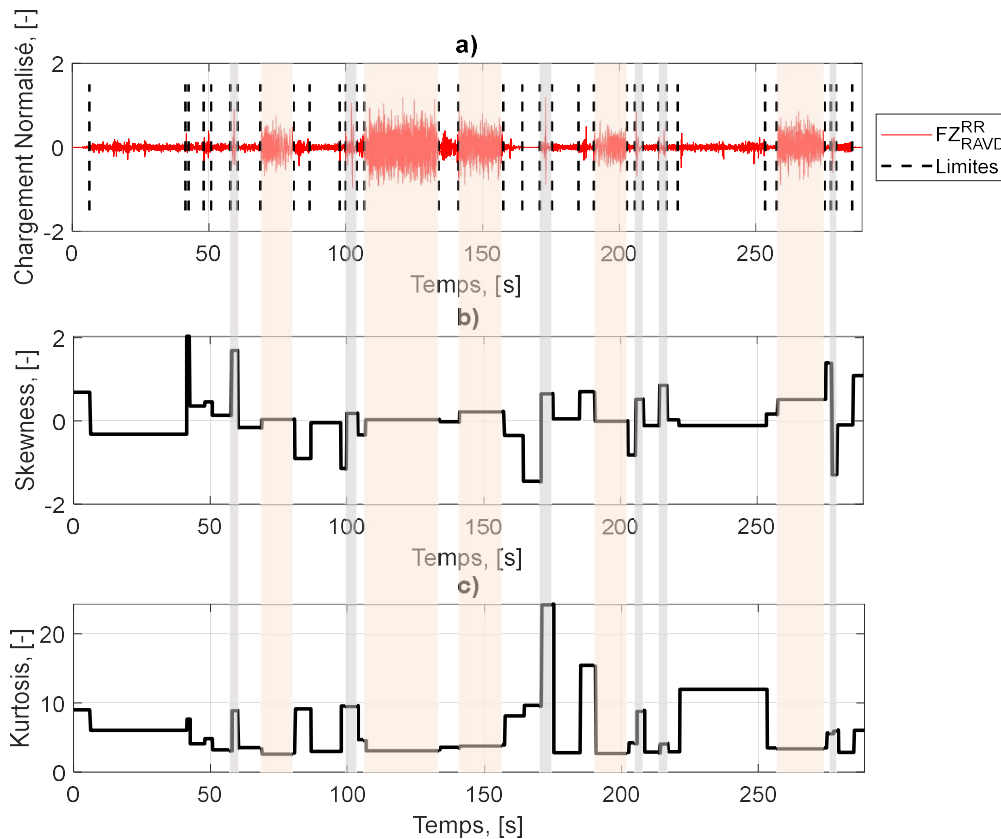


Figure 89 : a) Effort  $F_z^{RR}$  mesuré sur la roue avant droite découpé, b) skewness et c) kurtosis calculés pour chaque section du signal

La première caractéristique étudiée par section a mis en avant 11 sections, composées soit de surfaces très irrégulières, zones orangées, soit de chocs, zones grisées. Des limites concernant les valeurs du skewness et kurtosis doivent être fixées en vue du dimensionnement en fatigue. Lors du traitement de l'effort vertical, chargement très sensible aux aléas de la route, les chargements sont considérés gaussiens si leur 3<sup>e</sup> moment ne dépasse pas 0,5 et si leur 4<sup>e</sup> moment se situe entre 2 et 4. Les chargements moins sensibles aux aléas, de variance plus faible, ne sont pas considérés. L'intervalle entre les bornes acceptables en termes de valeurs de skewness et kurtosis est pris légèrement plus larges sur les autres voies de mesures. En effet, les autres voies de chargement ne traduisent pas avec la même précision que  $F_z$  les aléas de la route, comme illustré par la Figure 87. Ainsi, l'ensemble des voies de chargements sur les sections caractérisant le passage des zones pavés ou bien des ondulations est jugé gaussien.

Les chocs étant des événements ponctuels, leur distribution n'est pas aléatoire et encore moins stationnaire. Le calcul des 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moment confirme d'ailleurs cette tendance. Certains chocs peuvent avoir un comportement quasi-symétrique, skewness plus ou moins proche de 0, mais leur distribution est très loin de celle normale, avec des valeurs de kurtosis allant de 4,2 à 24,3. Les sections avec des surfaces très irrégulières sont plus proches des distributions gaussiennes. Sur les 5 échantillons à disposition, les valeurs du skewness ne dépasse pas 0,5 et celle du kurtosis oscille entre 2,7 et 3,9.

Au cours de cette section, la méthode de découpage présentée en amont a été éprouvée sur une mesure réelle de chargements, très complexe car très dense en termes de nature

d'obstacles rencontrés. Trois points essentiels sont à retenir vis-à-vis de l'application de cette méthode :

- Le paramétrage de la méthode dépend de la nature des signaux ainsi que du véhicule étudié.
- La méthode ainsi paramétrée, après avoir été testée sur une piste complexe connue, doit être pertinente pour séparer les obstacles de différentes natures sur différents types de piste.
- Le découpage seul ne permet pas d'assurer l'adéquation des différentes sections avec l'application des méthodes spectrales. Seuls ceux stationnaires et gaussiens sont préconisés pour l'application de ces méthodes.

Il est important de rappeler que cette méthode de découpage garde un sens physique très fort. Les sections sont ainsi identifiées en fonction de la nature des obstacles rencontrés. Une section jugée stationnaire par la méthode l'est physiquement au sens large (i.e. le premier et le second moment statistique variant peu) et non théoriquement au sens strict.

Dans la suite du processus de dimensionnement, il reste à prendre en compte le cadre multi-entrées du chargement.

## **4.2 Approche multi-entrées pour le dimensionnement à la fatigue**

Cette section porte sur l'approche multi-entrées des méthodes spectrales. Elle est appliquée sur les sections significatives précédemment sélectionnées qui sont propices à leur utilisation. De par la nature « authentique » des mesures, certains événements peuvent venir brouiller l'analyse des résultats. Une méthode est proposée pour quantifier l'impact de ceux-ci.

Pour juger de la justesse des résultats obtenus, un signal de référence, basé sur un point d'intérêt au sein de la liaison au sol, est généré. Le dommage issu notamment d'un comptage Rainflow est comparé aux résultats provenant de l'application des différentes approximations exposées au cours du chapitre 2.

### **4.2.1 Application des méthodes spectrales**

#### Processus global de validation

Le travail mené au cours de la partie précédente a permis d'identifier, au sein des mesures RR, les sections propices à l'utilisation des méthodes spectrales pour le dimensionnement à la fatigue. Pour rappel, ces sections se distinguent suivant leur variance, paramètre influant sur le dimensionnement à la fatigue. Parmi les sections présélectionnées, seules celles respectant les conditions de stationnarité et suivant une loi normale, critères valables sur l'ensemble des voies de mesure, sont retenues.

Le but de ce travail est de considérer l'utilisation des méthodes spectrales pour traiter ces types de chargements. Pour ce faire, il convient de définir la valeur de référence avec laquelle comparer les résultats de la méthode proposée. La Figure 90 schématise les différentes étapes du processus appliqués aux chargements RR pour valider l'application des méthodes spectrales.

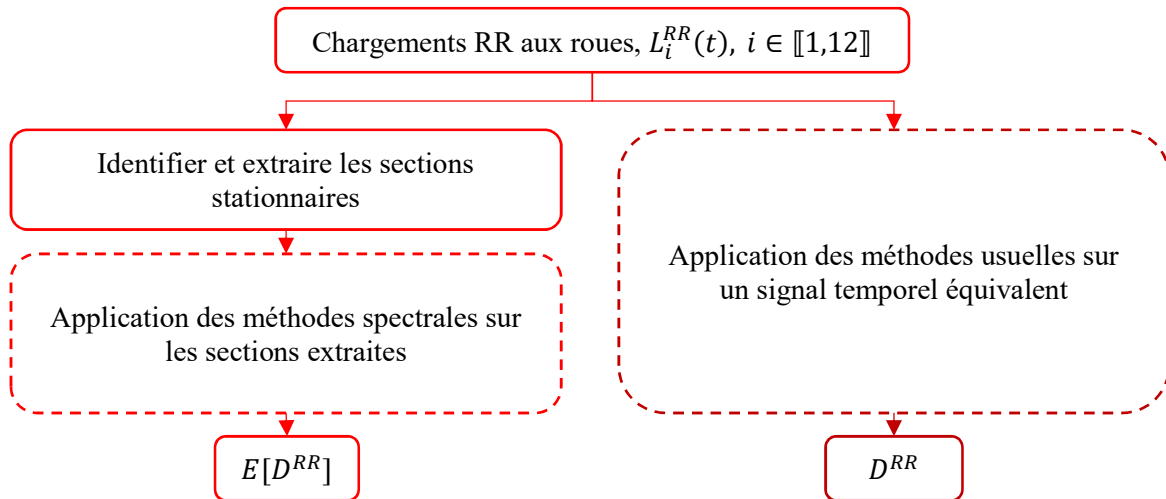


Figure 90 : Schéma du processus d'évaluation des méthodes spectrales à partir des chargements RR

La définition des chargements RR ainsi que l'identification des sections propices sont détaillés dans la partie 4.1.3 **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** Les cellules en pointillé sur ce schéma doivent encore être détaillées. Comme énoncé au chapitre 2, les méthodes spectrales sont basées sur la densité de probabilité de l'existence de cycles en fonction de l'amplitude de chargement. À partir de cette conjecture, une multitude de réalisations temporelles peut correspondre à la même densité. Ainsi, seule une espérance de dommage peut être calculée et non une valeur fixe, à partir de ces méthodes. En revanche, pour ce qui est de la valeur de référence, celle-ci est issue du jeu de mesures sur piste. L'application du comptage Rainflow, couplée à la sommation de dommage de Palmgren-Miner, nous renvoie une unique valeur du dommage.

Dans le cas présent, et de manière analogue au précédent chapitre, le signal de référence témoin est construit théoriquement à partir des mesures aux roues sur les pistes du constructeur. Il est issu de l'équi-influence de l'ensemble des chargements mesurés aux roues à un point d'intérêt factice au sein de la liaison au sol (tous les coefficients  $\alpha^{SO}$  sont fixés à 1). La Figure 91 illustre le chargement théorique équivalent perçu au sein de la structure.

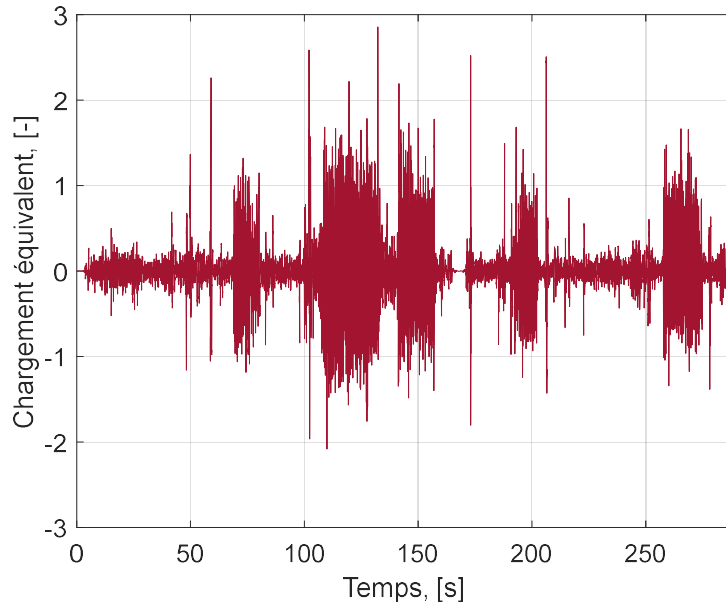


Figure 91 : *Chargement théorique équivalent de référence*

La valeur de dommage de référence  $D^{RR}$  précédemment présentée est calculée à partir de ce chargement équivalent. Celui-ci servira non seulement à calculer le dommage global, mais aussi le dommage cible par section (celles précédemment définies lors du processus de découpage via l'accélération verticale). La Figure 92 illustre l'allure du chargement équivalent sur les 5 sections, conservées après découpage, propices à l'application des méthodes spectrales. Les numéros associés correspondent à leur position sur les 35 sections initialement découpées.

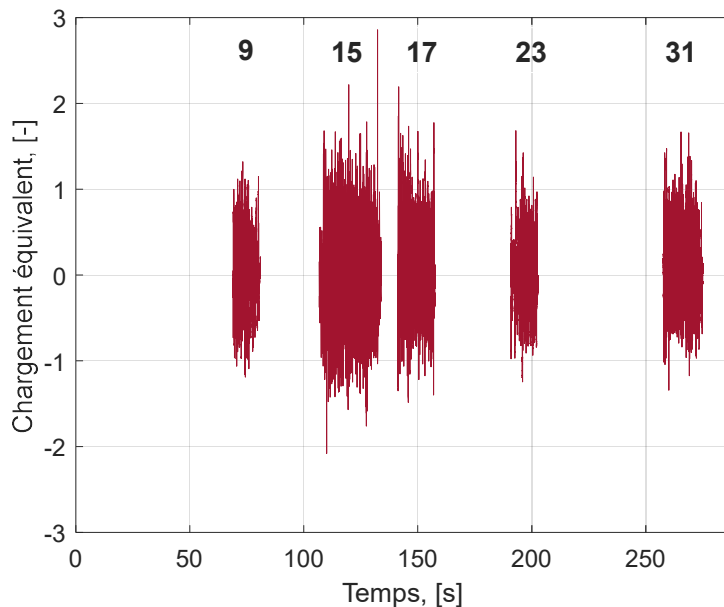


Figure 92 : *Sections conservées après découpage du chargement théorique équivalent*

### Approche spectrale multi-entrées

Chacune de ces portions est issue des 12 voies de chargements mesurées aux roues. De la même manière qu'il est possible de définir une densité spectrale associée à chaque axe de

chargement, il est possible de définir une matrice de densité spectrale associée au vecteur des dits-chargelements. Dans le cas présent la matrice s'écrit alors,

$$\underline{\underline{\phi}}(f) = \begin{pmatrix} \phi_{L_1^{RR}L_1^{RR}}(f) & \cdots & \phi_{L_1^{RR}L_{12}^{RR}}(f) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{L_{12}^{RR}L_1^{RR}}(f) & \cdots & \phi_{L_{12}^{RR}L_{12}^{RR}}(f) \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Les termes diagonaux traduisent l'information fréquentielle associée à chaque voie de mesure. Les termes non-diagonaux traduisent quant à eux les corrélations fréquentielles entre les différentes voies. Il est important de prendre en compte la corrélation fréquentielles de chargement pour le dimensionnement en fatigue [Di Paola, 1998; Lagoda et Macha, 1993; Shinozuka, 1971].

Le chargement temporel équivalent s'écrit de la manière suivante,

$$s^{RR}(t) = \sum_{i=1}^{12} \alpha_{L_i L_1}^{SO} * L_i^{RR}(t). \quad (4.5)$$

Par définition, si l'ensemble des chargelements  $L_i^{RR}$  sont gaussiens de moyennes nulles, le chargement  $s^{RR}$  le sera également. La définition du chargement  $s^{RR}$  tel que présenté dépend donc des sections définies en amont. Pour ces sections, il est possible de définir une densité spectrale associée au phénomène,  $\phi_{s^{RR}}(f)$ .

En développant la formule de  $\phi_{s^{RR}}(f)$ , comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, cela donne,

$$\phi_{s^{RR}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} E[s^{RR}(t+\tau)s^{RR}(t)]e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (4.6)$$

En tenant compte des chargelements mesurés aux roues, l'équation devient,

$$\phi_{s^{RR}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} E \left[ \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * L_i^{RR}(t+\tau) * \sum_j \alpha_{L_j L_1}^{SO} * L_j^{RR}(t) \right] e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (4.7)$$

Soit,

$$\phi_{s^{RR}}(f) = \sum_i \sum_j \alpha_{L_i L_1}^{SO} \alpha_{L_j L_1}^{SO} * \int_{-\infty}^{+\infty} E[L_i^{RR}(t+\tau)L_j^{RR}(t)] e^{-i2\pi f\tau} d\tau. \quad (4.8)$$

La densité spectrale équivalente prend donc en compte l'influence des différentes voies de chargement à l'aide des coefficients  $\alpha^{SO}$ . Soit,  $\underline{\underline{Q}}$ , la matrice traduisant, à l'aide de ces coefficients, cette influence au point d'intérêt de la liaison au sol,

$$\underline{\underline{Q}} = \begin{pmatrix} \alpha_{L_1 L_1}^{SO\ 2} & \cdots & \alpha_{L_1 L_{12}}^{SO} \alpha_{L_1 L_{12}}^{SO} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{L_{12} L_1}^{SO} \alpha_{L_{12} L_1}^{SO} & \cdots & \alpha_{L_{12} L_{12}}^{SO\ 2} \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

En intégrant  $\underline{\underline{Q}}$  dans la définition de la densité spectrale, cela revient à écrire,

$$\phi_{s^{RR}}(f) = \text{trace}(\underline{\underline{Q}} * \underline{\underline{\phi}}(f)). \quad (4.10)$$

Ainsi, il est possible de calculer une seule fois la matrice des densités spectrales à partir des mesures RR, pour chaque section isolée, et de remonter jusqu'à la densité spectrale associée au signal équivalent,  $\phi_{sRR}(f)$ , via les coefficients de structures de la matrice  $\underline{Q}$ . Pitoiset utilise cette méthode pour formuler la contrainte de von Mises dans le domaine fréquentiel [Pitoiset et Preumont, 2000].

Calcul de l'espérance de l'endommagement

Une fois la densité spectrale équivalente connue, l'ensemble des méthodes d'approximation du dommage, exposée lors du chapitre 2, sont applicables de manière analogue au problème uniaxial. Ces méthodes reposent également sur les mêmes valeurs de paramètres associés aux lois de Basquin pour calculer le dommage, allant de pair avec la règle de sommation de Palmgren-Miner. La Figure 93 complète le précédent schéma du processus de validation de l'application des méthodes spectrales sur les chargements RR.

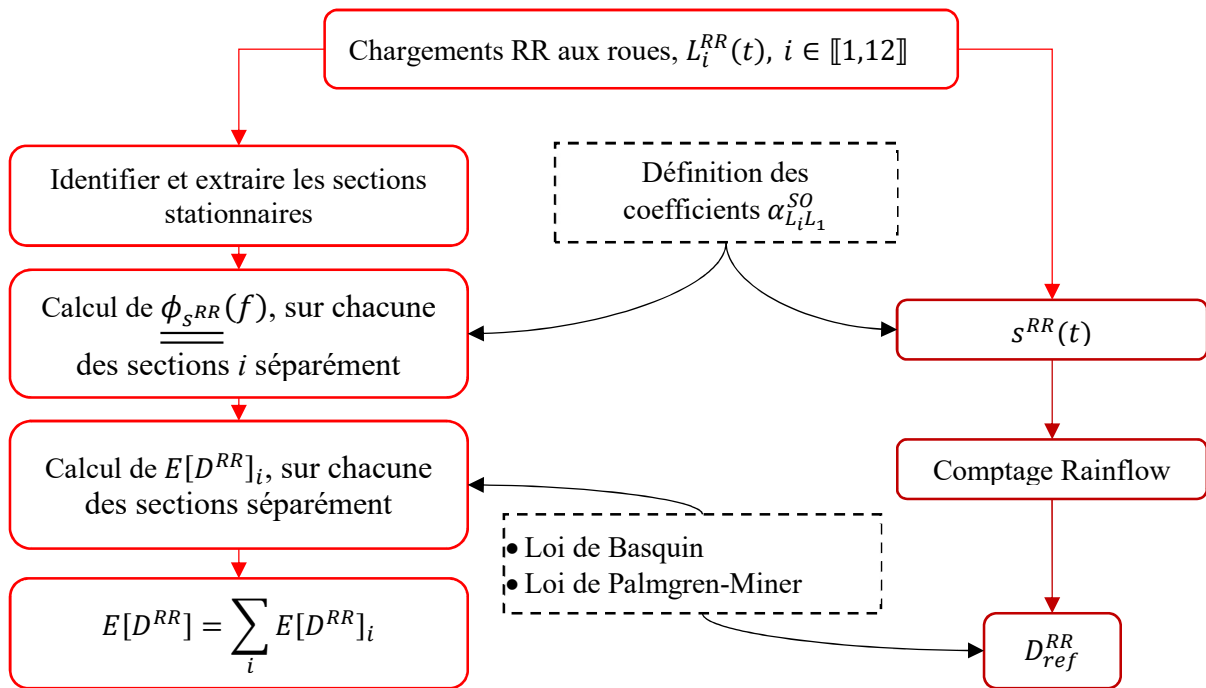


Figure 93 : Schéma complet du processus d'évaluation des méthodes spectrales à partir des chargements RR

Ainsi, plusieurs calculs d'approximation du dommage sont appliqués aux sections du chargement initial, plusieurs options étant disponibles d'après la littérature. Le but de ce travail n'est pas d'apprécier, parmi les méthodes d'approximations existantes, la plus adaptée aux chargements aléatoires. Utiliser différentes méthodes d'approximation permet de donner un ordre de grandeur des valeurs de dommage attendues et de jauger le domaine d'application de ces méthodes suivant les obstacles rencontrés. Sur chacune des 5 sections identifiées sur la mesure exemple, sont calculées les approximations suivantes : Rayleigh,  $E_R[D^{RR}]$ , Single Moment,  $E_{SM}[D^{RR}]$ , Ortiz & Chen,  $E_{OC}[D^{RR}]$ , Tovo & Benasciutti,  $E_{TB}[D^{RR}]$ , Dirlik,  $E_{Dr}[D^{RR}]$ ,  $m_{0.75}$ ,  $E_{75}[D^{RR}]$ .

Chaque résultat est comparé à celui issu de la méthode usuelle,  $D^{RR}_{RFCi}$ , via comptage Rainflow appliquée sur la section d'intérêt,  $i$  (ici  $i$  correspond successivement aux sections 9, 15, 17, 23 et 31). Pour chaque méthode appliquée, les résultats sont sommés sur les 5 sections.

La valeur finale,  $\sum_i D_{RFCi}^{RR}$ , est comparée au dommage  $D_{ref}^{RR}$ , issu du comptage Rainflow sur l'ensemble du signal temporel équivalent,  $s^{RR}$  et non juste des sections sélectionnées.

L'erreur relative entre la somme des  $D_{RFCi}^{RR}$  et  $D_{ref}^{RR}$  est de l'ordre de 15%. Cependant, pour l'exemple donné, cette valeur peut aller jusqu'à 30% pour une pente de Basquin de 8, et à 11% pour une pente de 2 [Bercelli et al., 2023]. Cela s'explique par la proportion des événements ponctuels isolés, généralement de grande amplitude, non pris en compte dans les sections sélectionnées. Plus la pente augmente, plus leur part dans le calcul du dommage est significative. Il est noté toutefois que, même en faisant varier la pente de Basquin, la somme des dommages issus des sections conservées apportent la majorité de l'endommagement de la mesure. Cette étude permet de quantifier la part du dommage total pris en compte par les méthodes spectrales.

Le graphique a) de la Figure 94 reporte, pour chaque section, la comparaison des différentes approximations du dommage issu des méthodes spectrales avec la valeur  $D_{RFC}^{RR}$ , propre à la section. Le graphique b) somme ces résultats et compare l'ensemble à la valeur de référence  $D_{ref}^{RR}$ .

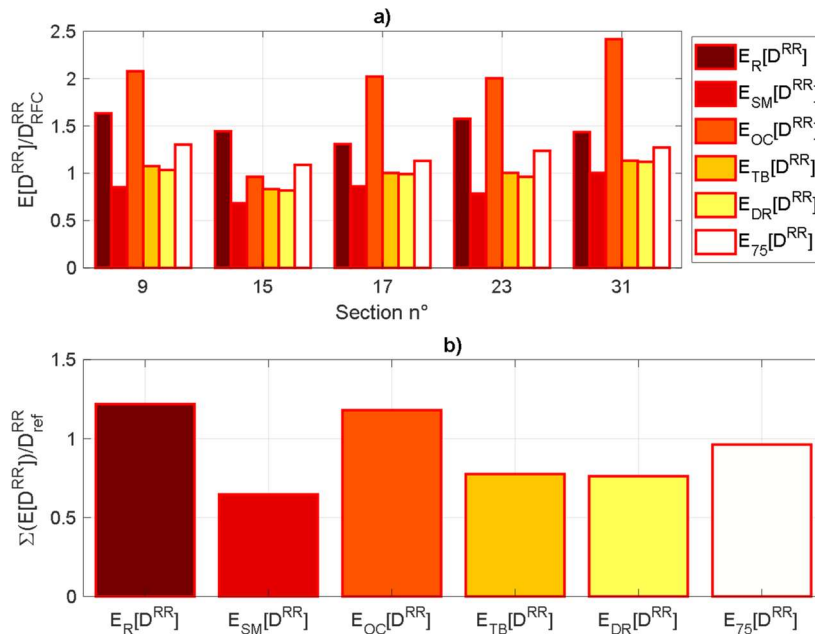


Figure 94 : a) Valeurs de  $E[D^{RR}]/D_{RFC}^{RR}$  par numéro de section, b) somme du dommage induit comparé à  $D_{ref}^{RR}$  via les méthodes spectrales

Plusieurs observations sont mises en évidence par ces résultats. Tout d'abord, suivant l'approximation considérée, l'erreur relative entre la valeur de référence et les méthodes spectrales oscille entre -35 %, pour  $E_{SM}[D^{RR}]$ , et +21% pour  $E_R[D^{RR}]$ . L'ordre de grandeur des valeurs obtenues est le même. Ce résultat est très satisfaisant. L'application des méthodes spectrales est donc validée.

Il faut tout de même faire attention au cadre de son application et comprendre la nature des différentes approximations. Dans le cas présent la comparaison entre la somme des  $E[D^{RR}]$  et  $D_{ref}^{RR}$  tend à montrer que l'approximation de Rayleigh, (ainsi que celle basée sur  $m_{0,75}$ ) est l'une des approximations les plus proches malgré le fait qu'elle soit initialement définie pour



les spectres à bande étroite. Pour comprendre ce résultat il faut tenir compte du fait que les approximations spectrales ne concernent que 5 portions du signal. Le résultat de référence concerne l'ensemble du signal équivalent. Ainsi, sur les 5 sections,  $i$  l'approximation de Rayleigh surestime bien le dommage  $D_{RFC_i}^{RR}$  avec un facteur quasiment égal à 1,5. Sachant qu'il y avait 15 % d'écart entre la somme des  $D_{RFC_i}^{RR}$  et  $D_{ref}^{RR}$ , l'erreur finale commise par  $E_R[D^{RR}]_n$  n'est plus que de 21%.

Cette analyse n'est pas flagrante dans le premier graphique de la Figure 94 puisque l'espérance de Rayleigh dépasse à chaque fois le dommage RFC. Cet écart est attendu puisque les bandes associées aux 5 sections du signal équivalent sont très larges. Le Tableau 11 reporte ces valeurs.

Tableau 11 : Largeur de bande,  $\gamma$ , associée à chaque section étudiée du signal temporel équivalent

Section n°	9	15	17	23	31
$\gamma$	0.09	0.21	0.15	0.07	0.15

Pour rappel, plus la valeur de  $\gamma$  (calculée à partir des moments d'ordre 0, 2 et 4) s'approche de 0, plus la bande de fréquence nécessaire pour caractériser le signal est large, inversement lorsqu'elle tend vers 1. L'approximation de Rayleigh étant définie pour les signaux à bande étroite, elle devrait surdimensionner le dommage induit dans le cas présent.

Cette observation s'accompagne d'une seconde, elle aussi liée à la largeur de bande des signaux. Pour plusieurs sections, l'approximation de Rayleigh est dépassée par l'approximation d'Ortiz & Chen, pourtant définie comme correcteur de la première pour s'adapter à des signaux à plus large bande. Ce résultat a déjà été observé, notamment chez [Mršnik et al., 2013]. Les auteurs ont alors conclu que pour les bandes les plus larges, l'approximation d'Ortiz et Chen pouvait manquer d'information pour décrire la complexité du signal. Dans le cas présent, il ne faut donc pas prendre en compte les résultats de cette approximation.

Au regard des autres résultats, ceux-ci sont souvent inférieurs au dommage Rainflow sur chacune des sections. Pourtant, plusieurs études ont montré que les approximations de Tovo & Benasciutti, et de Dirlik étaient plutôt fidèles par rapport aux résultats issus de la méthode Rainflow. Ce résultat peut être expliqué par la nature pratique des mesures, issus de roulages réels sur piste. Ainsi, comme évoqué dans la partie précédente, le caractère gaussien des signaux n'est pas parfait. Certains extrema du signal réel ne peuvent être approximés par les méthodes. Les 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moments ont été calculés sur chacune des sections du signal temporel équivalent. Le Tableau 12 reporte ces résultats.

Tableau 12 : 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moments associés à chaque section conservée du signal temporel équivalent

Section n°	9	15	17	23	31
<b>Skewness</b>	0.09	0.21	0.54	0.16	0.5
<b>Kurtosis</b>	2.52	3.37	3.16	3.04	2.61

En complément du calcul des moments, la droite de Henry de chaque section du signal temporel équivalent est affichée sur la Figure 95.

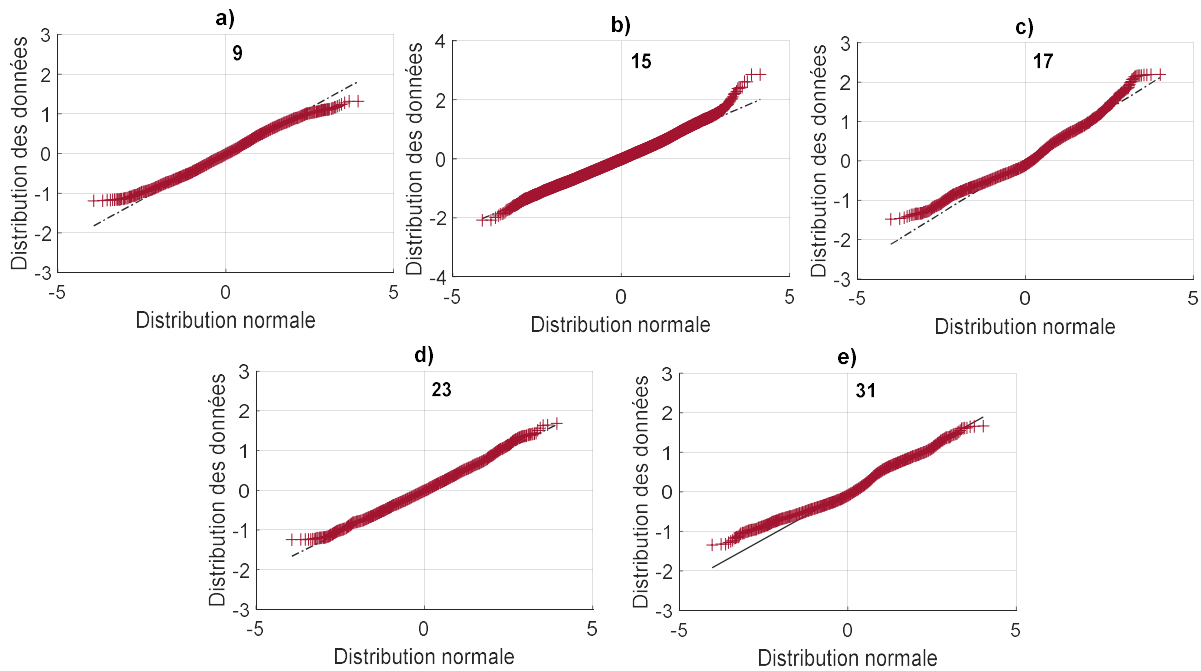


Figure 95 : Droite de Henry associée à la section a) n°9, b) n°15, c) n°17, d), n°23, e) n°31

La section 15 est celle ayant la plus grande variance et ayant l'étalement le plus important. C'est la section la plus critique pour l'estimation de  $E_{TB}[D^{RR}]$  et  $E_{Dr}[D^{RR}]$ . L'hypothèse est la suivante : ce sont certains événements ponctuels, visibles dans les queues de distribution, au sein des sections jugées stationnaires qui peuvent venir fausser les résultats, au sens où l'approximation de Rayleigh se retrouverait la plus proche du dommage estimé alors qu'elle a été définie en premier lieu pour les signaux à bande étroite. Pour témoigner de ces propos, le calcul a été réalisé deux fois supplémentaires, cette fois-ci en considérant respectivement des pentes de Basquin valant 2 et 8. La Figure 96 illustre ces résultats de manière analogue à ceux précédemment présentés pour une pente de 2, graphique a) et 8, pour le graphique b).

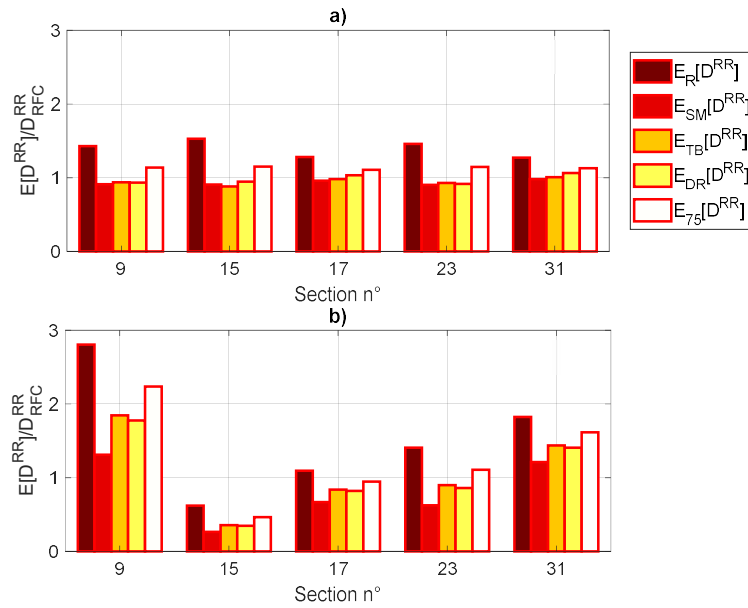


Figure 96 : Valeurs de  $E[D^{RR}] / D^{RR}$  par numéro de section pour une pente de Basquin valant, a) 2 et b) 8.

Comme énoncé en amont, plus la pente augmente, plus les queues de distribution prennent une part importante dans le calcul du dommage global. Pour l'illustrer, l'évolution la plus explicite est celle de la section 15. Lors du calcul du dommage, les approximations ne permettent pas de probabiliser des amplitudes aussi importantes que celles issues de la mesure, et donc accusent d'un certain retard. Cette observation n'est qu'anecdotique pour une pente de Basquin valant 4. Les conclusions pour les sections 17 et 23 sont moins évidentes puisque les queues de distribution n'ont pas la même tendance de part et d'autre de la moyenne.

Les mesures étant « authentiques », certains évènements ponctuels, non isolés par la méthode de découpage, peuvent venir perturber la stationnarité des signaux pour certaines situations étudiées et donc la lecture des résultats.

#### 4.2.2 Evaluation de l'impact des évènements ponctuels

Lors de la discussion des résultats issus des méthodes spectrales, certaines queues de distributions (Figure 95) provenant des sections jugées stationnaires peuvent être sources d'erreur ou d'égarement lors de l'analyse des résultats. Certains évènements ponctuels, bien qu'ils ne soient pas issus d'un obstacle distinct au sein de la mesure, ont pu ne pas être identifiés lors du processus de découpage.

Une fois le découpage réalisé, il est proposé d'identifier ces pics en utilisant une méthode d'approximation de facteur de pic. Dans le cas présent, ces pics sont présents sur des sections normales. La méthode de Davenport est appliquée, pour approximer la valeur du maximum des maxima d'une distribution normale [Davenport, 1964]. [Niesłony et al., 2021] a notamment présenté des résultats montrant la concordance entre le facteur de pic proposé par Davenport sur plusieurs signaux de distribution normale. Il est à noter que la méthode facteur de pic ne s'avère pas fiable pour identifier des chocs si les signaux sont très instationnaires [Lepine et al., 2017]. Dans le contexte de ce travail, les conditions sont réunies pour appliquer la méthode d'identification proposée pour les signaux de distribution normale.

Pour un signal  $s$  gaussien, l'approximation de la valeur maximale instantanée proposée par Davenport est la suivante,

$$s_{max} = \sqrt{2 \ln(n)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(n)}}. \quad (4.11)$$

Où la valeur 0.5772 est la constante d'Euler. L'espérance du nombre de cycles observés, noté ici  $n$  par simplicité, pendant une durée  $T_{obs}$ , est défini à partir des moments spectraux comme suit,

$$n = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} * T_{obs}. \quad (4.12)$$

Plus la durée d'observation augmente, plus la valeur du maximum calculé augmente également. Pitoiset propose une amélioration à cette formule en prenant en compte la largeur de bande du système étudié, via la grandeur  $\kappa$ , [Pitoiset, 2001] telle que,

$$\kappa = \begin{cases} 1.5 * (1 - e^{-1.8\delta}) & \text{si } \delta < 0.5 \\ 0.94 & \text{sinon} \end{cases}. \quad (4.13)$$

Avec  $\delta$  un paramètre défini à partir des moments spectraux comme suit,

$$\delta = \left(1 - \frac{m_1^2}{m_0 m_2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.14)$$

La formule de calcul de la moyenne du maximum devient alors,

$$s_{max}^* = \sqrt{2 \ln(\kappa n)} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \ln(n)}}. \quad (4.15)$$

Cette formule a donc été appliquée sur les mesures RR, sur chaque section conservée, non pas pour prévoir le maximum, mais pour identifier les données en dehors de la distribution normale, celles en queue de distribution. La Figure 97 illustre les résultats sur la mesure  $F_z$ .

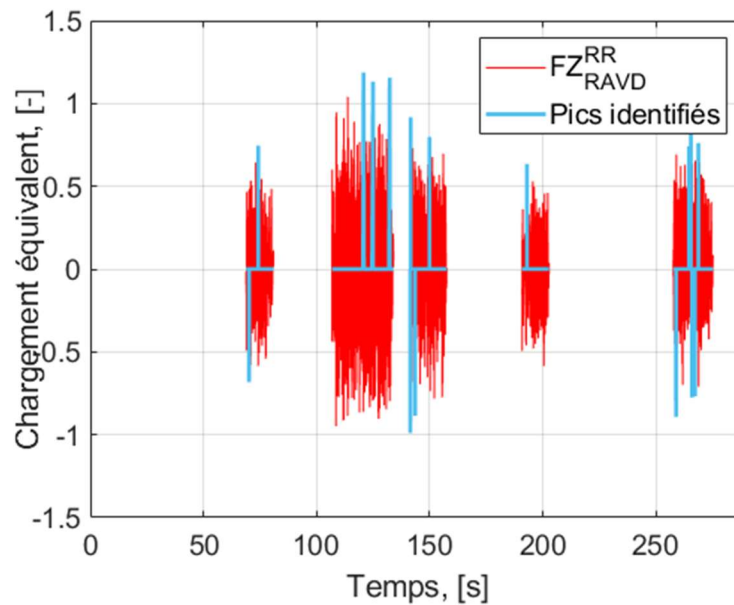


Figure 97 : Pics identifiées par section conservée sur  $FZ_{RAVD}^{RR}$

Quelques pics, en tout 15, sont identifiés sur l'ensemble des sections conservées pour cette mesure. Appliquer cette formule n'a de sens que sur les portions jugées gaussiennes. Elle n'est pas adaptée pour identifier le maximum issu des événements ponctuels [Niesłony et al., 2021]. L'opération est de nouveau réalisée sur le signal équivalent. Le but est de quantifier l'influence de ces pics dans le calcul du dommage qui suit. La Figure 98 illustre l'identification des pics sur les sections conservées du signal équivalent et, en parallèle, les deux spectres de chargement associés aux deux types de sollicitation.

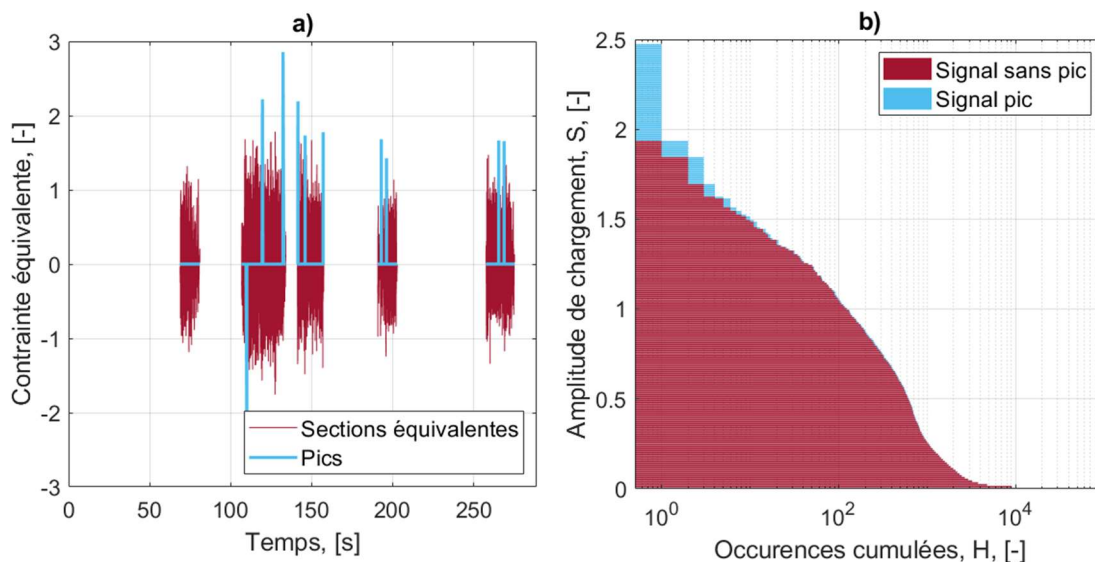


Figure 98 : a) Identification des pics et b) spectre de chargement associé sur les portions conservées du signal équivalent

Premièrement, la position des pics par rapport à ceux identifiés sur  $FZ_{RAVD}^{RR}$  varie légèrement. Le dommage induit par le spectre « signal pic », avec une pente de Basquin de 4, est calculé. La valeur de  $\sum_i D_{pic_i}$  représente 7% de celle initiale de  $\sum_i D_{RFC_i}$ . Bien entendu, cette valeur est dépendante de la valeur de la pente de Basquin.

Bien que les distributions soient proches des processus gaussiens parfaits, de très légers écarts sur les queues de distribution, cf. Figure 95, induisent un biais dans le calcul de l'endommagement par les méthodes spectrales. Néanmoins, cela reste acceptable pour les sections d'intérêt.

### 4.2.3 Conclusion intermédiaire

In fine, les méthodes spectrales ont été appliquées sur les sections d'intérêt (dont la variance est significative et significativement différente) qui réunissent les conditions statistiques adéquates. Les résultats en termes de dommage sont proches de celui de référence, prenant en compte l'ensemble du signal équivalent. Lorsqu'elles sont applicables, les méthodes spectrales permettent de prendre en compte efficacement le cadre multi-entrées de la sollicitation. Il est essentiel de prêter attention aux caractéristiques fréquentielles des chargements rencontrés, telle que la largeur de bande, pour analyser le plus précisément possible les résultats.

La méthode d'identification des événements ponctuels au sein des distributions gaussiennes stationnaires a montré que l'influence de ces événements est relativement faible. Cette méthode ne peut pas être appliquée directement sur les mesures des sollicitations aux roues. En cas de besoin, elle permet d'apporter un élément supplémentaire de lecture du chargement équivalent perçu en un point d'intérêt. Elle n'est adaptée qu'aux sollicitations considérées comme gaussiennes et stationnaires.

## 4.3 Limites et perspectives

Comme abordé brièvement au cours de la partie précédente, certains chargements tels que les chocs, issus des aléas de la route, peuvent être influents, mais non propices à l'utilisation des méthodes spectrales. De manière générale, ces sollicitations peuvent se résumer en deux familles : les chargements non-stationnaires et ceux stationnaires non-gaussiens.

Cette partie s'articule autour de trois grands points. Le premier se concentre sur les chargements non-stationnaires, identifiés lors du découpage du signal complexe. Ceux-ci correspondent aux phases de vie du véhicule quand celui-ci rencontre un événement ponctuel (e.g. nid-de-poule, dos d'âne, ...).

Le deuxième et le troisième point abordent les chargements jugés stationnaires, mais non gaussiens. Autrement dit, ces sollicitations correspondent au parcours d'une surface étendue (supposée homogène en termes d'aléas perçus par le véhicule) sur une durée assez longue pour considérer le chargement comme stationnaire, mais dont les distributions perçues aux roues ne suivent pas une loi gaussienne. L'idée développée pour pallier cette limite est d'identifier ces chargements comme issus de mixtures gaussiennes. La seconde partie détaille cette identification à partir de certaines portions du signal complexe, issues des pistes du constructeur. Certaines limites se révèlent. Elles sont notamment liées à la durée des signaux gaussiens reconstruits. Le caractère stationnaire n'étant plus respecté si la taille de la fenêtre d'observation est petite [Rouillard, 2014]. Pour cette raison, la troisième partie se concentre sur le même principe d'identification mais cette fois-ci à partir des mesures issues de roulages clients, plus longues. L'ensemble des résultats d'endommagement sont comparés à un résultat

issu du signal temporel de référence, calculé à partir des cycles identifiés par la méthode Rainflow.

### 4.3.1 Portions non-stationnaires

Cette section porte sur les portions jugées non-stationnaires au sens du découpage réalisé précédemment, car associées à des événements ponctuels (portions grisées de courte durée sur la Figure 89). En reprenant l'exemple de la suite d'obstacles complexes, plusieurs événements sont nettement isolés après la méthode de découpage. La Figure 99 illustre trois d'entre eux sur les voies  $F_Z$  et  $F_X$ .

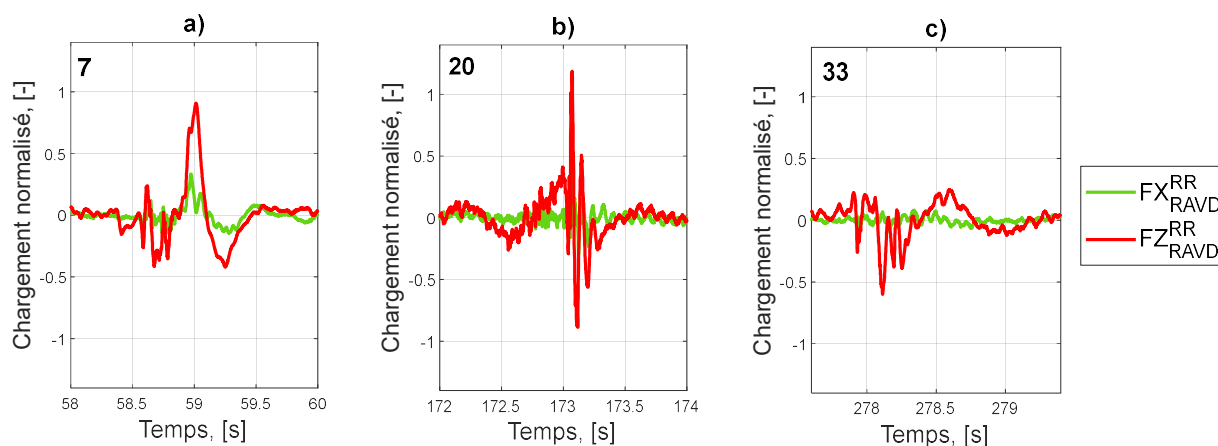


Figure 99 : Chargements  $F_X$  et  $F_Z$  mesurés sur la roue avant droite sur les portions, a) n°7, b) n°20 et c) n° 33

Ces chargements représentent les passages suivants, à vitesse constante :

- Dos d'âne, profil A (portion 7)
- Passage à niveau (portion 20)
- Dos d'âne, profil B (portion 33)

Les deux profils A & B ne peuvent être présentés par respect des termes de confidentialité.

Ces chargements sont par définition non-stationnaires. Le chargement mesuré aux roues dépend de la forme de l'obstacle, très variable surtout lorsque ceux-ci sont créés par l'usure de la surface (ex : nid-de-poule), mais aussi de la vitesse de passage du véhicule. Lors du passage de tels obstacles, il est possible que la symétrie du chargement du véhicule ne soit pas respectée au sens où, une seule des quatre roues peut rencontrer l'obstacle à un instant donné. De par tous ces paramètres, il n'est pas possible de caractériser une relation simple entre ces chargements, à la manière des relations entre les chargements DR.

En prenant les chargements issus des mesures à la roue et en tenant compte des hypothèses de structure faites initialement, le traitement des chocs ne peut se faire que sur le signal équivalent. Il existe dans la littérature certaines méthodes pour venir identifier ces chocs, par exemple via des approximations par des ondelettes [Abdullah et al., 2004; Lepine et al., 2017]. Ces études servent généralement à prévoir en amont le comportement dynamique du véhicule dû à ces chocs pour s'assurer in fine de l'intégrité des charges transportées. Les formulations du dommage sont alors faites à partir des signaux équivalents en contrainte. À ce

stade de réflexion, aucune méthode simple d'utilisation n'est proposée pour prendre en compte la pluralité de familles de chocs mesurées aux roues, pour le dimensionnement à la fatigue.

#### 4.3.2 Portions non-gaussiennes, application aux mesures sur piste

Parmi les portions à faible variance, certaines sont stationnaires mais non-gaussiennes. Comme évoqué précédemment, ces chargements sont identifiés à partir du découpage comme stationnaires au sens large. Pour le découpage du signal issu des mesures sur piste, ces sections jugées stationnaires proviennent bien d'une unique situation de vie.

En l'occurrence, sur l'exemple complexe, parmi les sections stationnaires mais non-gaussiennes, deux sections ressortent nettement, entre les secondes 10 et 45 ainsi qu'entre les secondes 220 et 252 de la mesure. Elles sont toutes les deux issues d'un roulage sur route bitumée commune. Leur impact en termes de dommages RR est minime, ce qui est normal car leur variance respective est faible. Ces instants correspondent d'ailleurs aux virages initiaux pris en compte au sein des chargements DR. La Figure 100 illustre la mesure RR durant ces deux sections pour la voie  $F_Z$ , voie la plus sensible aux chargements RR en amplitude mesurée. En complément, les droites de Henry respectives des deux sections sont également tracées.

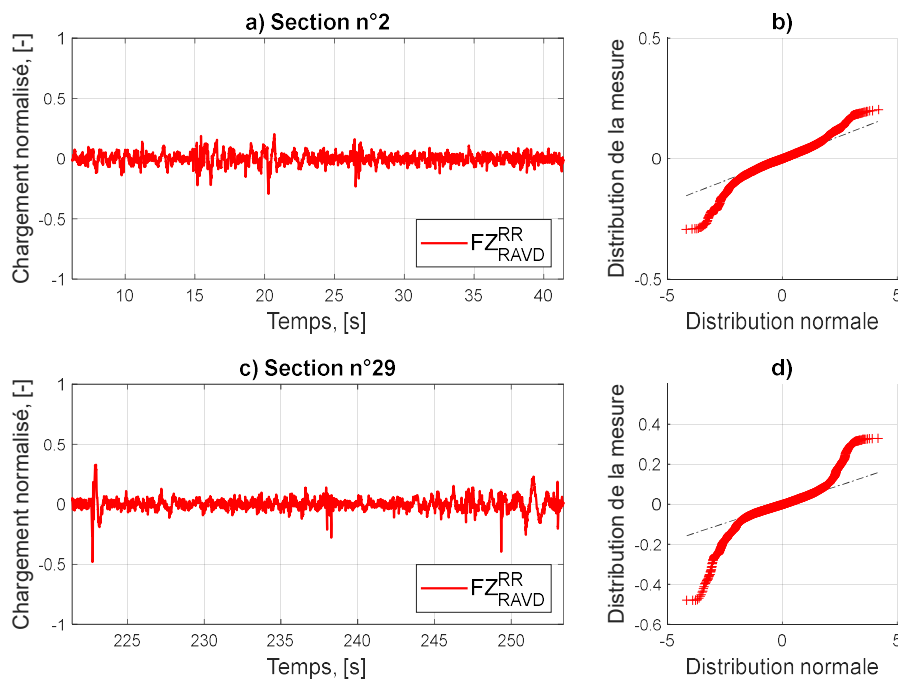


Figure 100 : Signal complexe, voie  $FZ_{RAVD}^{RR}$ , a) Signal RR de la section n° 2 et b) droite de Henry associée, c) Signal RR de la section n°29 et d) droite de Henry associée

Les amplitudes de ces signaux sont faibles par rapport à celles enregistrées sur les zones pavées ou lors de la mesure d'évènements ponctuels. En complément des droites de Henry, les 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> moments de ces deux sections sont calculés. Ils sont reportés dans le Tableau 13.

Tableau 13 : Valeurs de skewness et kurtosis pour les deux sections non-gaussiennes, n°2 et n° 29, sur  $FZ_{RAVD}^{RR}$

Section	Skewness	Kurtosis
2	-0.32	6.02



29

-0.12

11.98

---

Bien que ces sections aient un comportement quasiment symétrique, leur étalement est bien trop important par rapport à une distribution gaussienne (distribution leptokurtique). Il existe dans la littérature des méthodes pour prendre en compte le caractère non-gaussien des signaux [D Benasciutti et Tovo, 2005; Herve et al., 2015; Marques et Benasciutti, 2020; Wolfsteiner et Sedlmair, 2015]. Celle proposée par [D Benasciutti et Tovo, 2005], uniquement définie pour des signaux stationnaires, permet de retrouver la distribution des cycles d'un signal aléatoire non-gaussien via les méthodes spectrales. La méthode est alors illustrée sur une mesure de chargement issu d'un vélo lors de roulage en montagne.

Dans ce contexte d'étude, cette méthode ne peut être appliquée pour prendre en compte le cadre multi-entrées dès le chargement perçu aux roues. En effet, une condition nécessaire pour estimer le comptage Rainflow issu de la distribution non-gaussienne est de connaître la distribution de son homologue gaussien. Or, dans le cas présent cette distribution cible dépendrait du signal équivalent, propre à chaque point d'intérêt étudié au sein de la liaison au sol. De manière analogue au traitement des chargement RR stationnaires gaussiens, il faudrait pouvoir étudier les interactions des voies de chargement dès la mesure à la roue.

L'une des pistes de réflexion abordée dans ce travail est la reconstruction temporelle des signaux stationnaires non-gaussiens via les modèles de mélange gaussien. Cette idée a en partie déjà été appliquée dans les travaux de Trapp, à des signaux non-gaussiens non-stationnaires, pour modéliser des chargements vibratoires : « *The fundamental idea is to approximate realistic loading by abstracting a series of stationary segments, whose assembly in return embodies a full statistical characterization.* » [Trapp et Wolfsteiner, 2021]. L'idée investiguée est la suivante :

- si les reconstructions entre plusieurs voies sont analogues en termes de durée de chaque section gaussienne identifiée,
- si les distributions de cycles issues de ces sections permettent de caractériser chaque signal initial,

alors, il serait théoriquement possible d'appliquer les méthodes spectrales de manière analogue au processus présenté en partie 4.2.1.

Le processus de reconstruction d'un signal jugé stationnaire non-gaussien en plusieurs sections gaussiennes dans le temps est schématisé par la Figure 101. Pour les signaux à disposition, le mélange gaussien identifié compte jusqu'à trois distributions. Cette limite a été fixée lors de la décomposition pour obtenir des signaux gaussiens potentiellement assez longs, en termes d'indices, afin d'être considérés stationnaires.

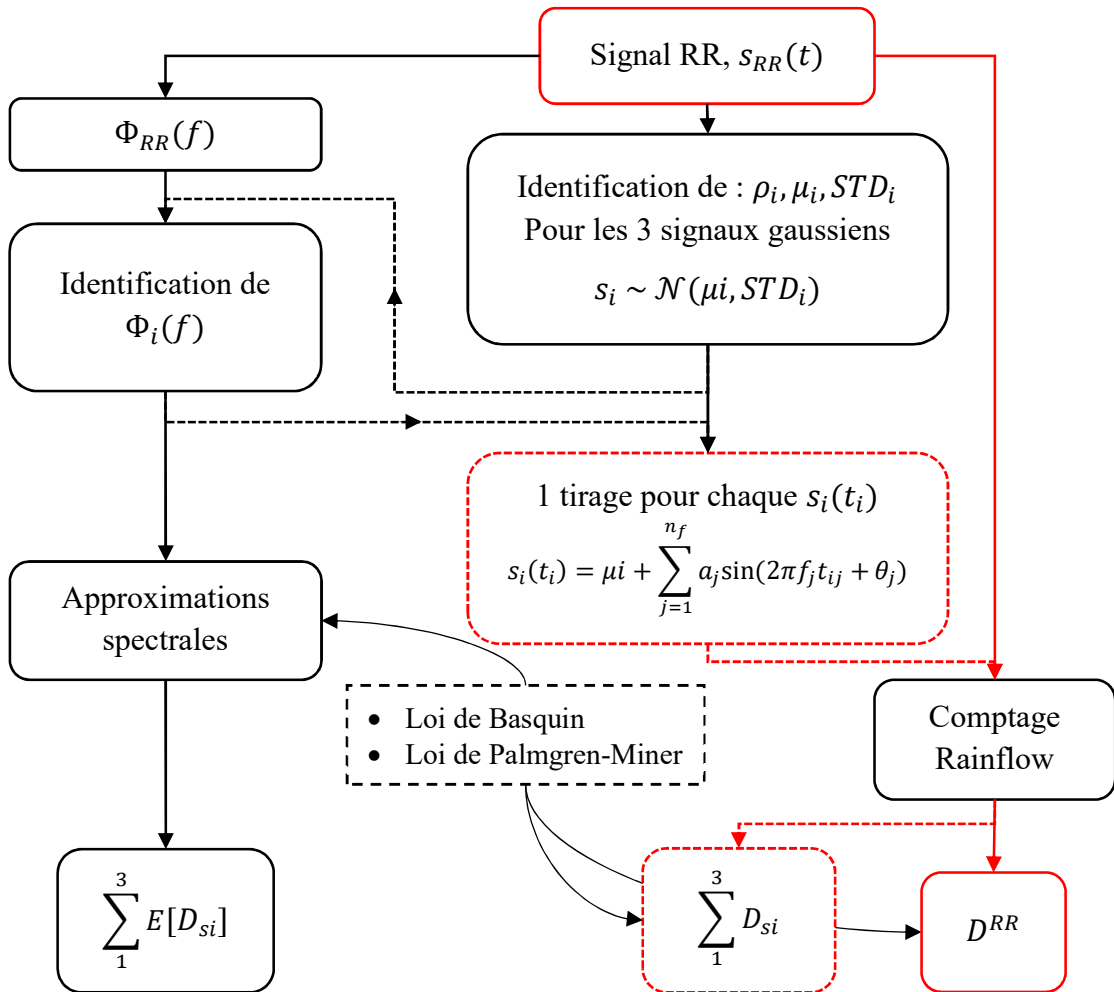


Figure 101 : Schéma du processus d'évaluation d'application des mixtures gaussiennes pour reconstruire les chargements RR stationnaires non-gaussiens

Soit  $s_{RR}$ , le signal initial, observé sur  $n_{s_{RR}}$  échantillons. D'une part, la densité spectrale de puissance  $\Phi_{RR}$ , échantillonnée sur  $n_f$  fréquences avec un pas régulier,  $\Delta f$ , associée à ce même signal est calculée. D'autre part, la méthode de maximisation de vraisemblance entre la somme des distributions gaussiennes et celle du signal initial est appliquée. Cette méthode est notamment détaillée pour tout type de données par [Maquin et al., 2005].

Plus précisément, pour chaque signal gaussien  $s_i$ , ici  $i$  allant de 1 à 3, sa distribution  $p_{s_i}$  est défini par sa moyenne,  $\mu_i$ , son écart-type,  $STD_i$  et son poids,  $\rho_i$  rapporté à la durée du signal initial. La loi de distribution de la variable gaussienne globale  $p_s$  s'explicite pour chaque valeur  $x$  observée à partir de l'échantillonnage de  $s_{RR}$ ,

$$p_s(x) = p_{s_1}(x) * \rho_1 + p_{s_2}(x) * \rho_2 + p_{s_3}(x) * \rho_3, \quad (4.16)$$

Avec  $\sum_{i=1}^3 \rho_i = 1$ , et pour  $i = 1, 2, 3$ ,

$$p_{s_i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} * e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_i}{\sigma_i}\right)^2}. \quad (4.17)$$

La fonction de log- vraisemblance sur  $n_s$  échantillon s'écrit alors,

$$v = \sum_{k=1}^{n_s} \log(p_{s_1}(x_k) * \rho_1 + p_{s_2}(x_k) * \rho_2 + p_{s_3}(x_k) * \rho_3). \quad (4.18)$$

La fonction de vraisemblance  $v$ , quantifie la corrélation entre les deux distributions, celle initiale et celle recherchée, en prenant comme indices les observations de la distribution initiale. La construction de la méthode montre que les valeurs idéales des paramètres ( $\mu_i, STD_i$ ) et  $\rho_i$  maximisent la fonction. L'identification des paramètres revient à un problème classique d'optimisation.

Une fois les paramètres des différentes lois gaussiennes identifiés, il faut reconstruire les signaux temporels associés.

Pour garder la cohérence fréquentielle du signal initial, chaque densité spectrale  $\Phi_i$  associée au signal gaussien  $s_i$ , est directement issue de la densité spectrale initiale  $\Phi_{RR}$ . Les écarts-types respectifs,  $STD_i$ , de chaque distribution  $s_i$  sont identifiés. La variance du signal initial,  $m_{ORR}$  est également connue. Soit,  $C_i$ , une constante égale au rapport des variances telle que,

$$C_i = \frac{m_{ORR}}{STD_i^2}. \quad (4.19)$$

La densité spectrale  $\Phi_i$  s'écrit alors

$$\Phi_i = \frac{\Phi_{RR}}{C_i}. \quad (4.20)$$

Cette écriture permet d'assurer le respect entre le moment d'ordre 0 de la densité spectrale associée au signal  $s_i$  et l'écart-type  $STD_i$ , identifié en amont. Chaque signal gaussien est défini sur un nombre de points  $n_{si}$  définis en fonction du poids  $\rho_i$  identifié en amont tel que :

$$n_{si} = \frac{n_{SRR}}{\rho_i}. \quad (4.21)$$

[Suptille et al., 2012], détaille une méthode de reconstruction d'un signal temporel gaussien à partir de la connaissance de sa densité spectrale de puissance. Une des méthodes pour reconstruire  $s_i$ , est de le définir comme la somme de  $n_f$  harmoniques en fonction du temps,

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{n_f} s_{ij}(t). \quad (4.22)$$

Chaque harmonique  $s_{ij}$ , revient à l'évolution en cosinus au cours du temps avec un module  $a_{ij}$  et une phase uniformément distribuée  $\theta_{ij}$  de la manière suivante,

$$s_{ij}(t) = a_{ij} \cos(2\pi f_j t + \theta_{ij}), \quad (4.23)$$

avec  $a_{ij} = \sqrt{2\Phi_i(f_j)\Delta f}$  et  $\theta_{ij} \sim \mathcal{U}(0,2\pi)$  ( $\mathcal{U}(-)$  correspond à l'utilisation d'une loi uniforme)

Cette procédure a été appliquée sur les deux mesures  $FZ_{RAVD}^{RR}$  issus des sections n°2 et n° 29 après découpage, présentées en amont. Les signaux gaussiens résultants sont illustrés en Figure 102.

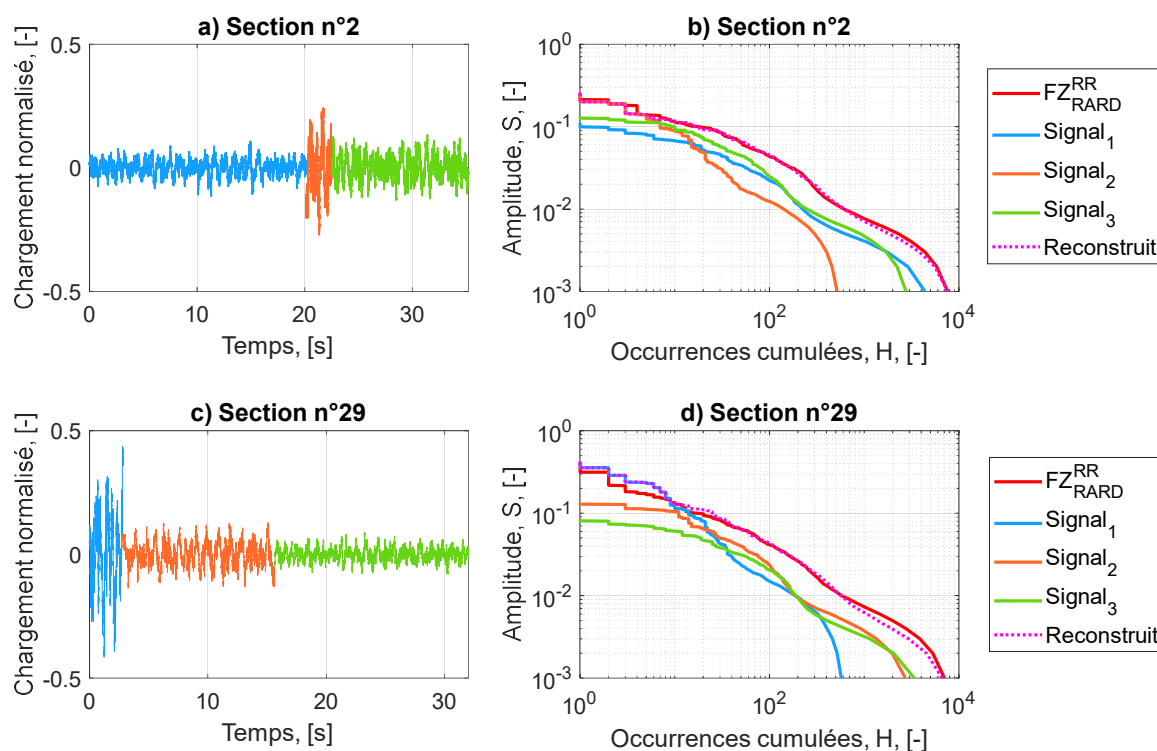


Figure 102 : Reconstruction en a) de la section 2 et en b), de la section n°29 à partir de trois signaux gaussiens

Lors de la reconstruction, même si plusieurs évolutions temporelles peuvent correspondre au même signal gaussien, les paramètres d'identification des distributions gaussiennes eux sont invariables. Dans le cas présent, pour les deux sections, l'un des trois signaux identifiés dure moins de 3 secondes. Cette durée est un peu courte pour définir le signal comme stationnaire. D'ailleurs, les valeurs de skewness et kurtosis des 3 signaux, sont influencées par cette durée. Ces données sont reportées dans le Tableau 14, ainsi que les calculs de dommage réalisé via la méthode de comptage Rainflow sur les tirages temporels.

Tableau 14 : Caractéristiques des signaux identifiés, et écart du dommage entre l'initial et le reconstruit via la méthode de comptage Rainflow

Mesure	Skewness	Kurtosis	$D_{si} / D^{RR}_{ref}$	$\Sigma D_{si} / D^{RR}_{ref}$	
Section n°2	Signal <sub>1</sub>	-0.01	2.84	5,4%	155,7 %
	Signal <sub>2</sub>	-0.14	2.79	107,3 %	
	Signal <sub>3</sub>	-0.04	2.65	42,9%	
Section n°29	Signal <sub>1</sub>	-0.01	2.74	114,7%	121 %
	Signal <sub>2</sub>	-0.03	2.6	5,6 %	
	Signal <sub>3</sub>	0.12	2.96	0,8%	

Pour les deux signaux, la reconstruction de l'allure du spectre de chargement initial est respectée. Seuls, les événements rares aux plus grandes amplitudes sont sources de différences. Ces écarts, parfois dû à un unique cycle, génère des écarts entre le dommage induit par le signal reconstruit,  $\sum_i D_{s_i}$ , et celui issu par le signal initial,  $D^{RR}_{ref}$ . Ces deux mesures sont trop courtes pour venir identifier trois chargements stationnaires gaussiens. Il faut tout de même retenir que l'allure du spectre de chargement est respectée. Seules quelques erreurs sur de rares cycles sont pénalisantes pour le dimensionnement.

### 4.3.3 Portions non-gaussiennes, application aux mesures client

Pour pousser le raisonnement plus loin, l'identification de mélange gaussien est cette fois-ci appliqué à des mesures stationnaires plus longues. Ces mesures sont issues de mesures clients, en conditions réelles de roulage, sur une route droite très hétérogène, parsemée de nids-de-poule, à vitesse raisonnablement constante. La Figure 103 représente d'une part, le trajet parcouru et d'autre part, les mesures de chargement longitudinal  $F_X$  et vertical  $F_Z$  sur la roue arrière droite RARD pendant ce parcours. La normalisation du chargement est propre au véhicule. Il varie légèrement par rapport à celui appliqué lors de la mesure issue du roulage sur piste.

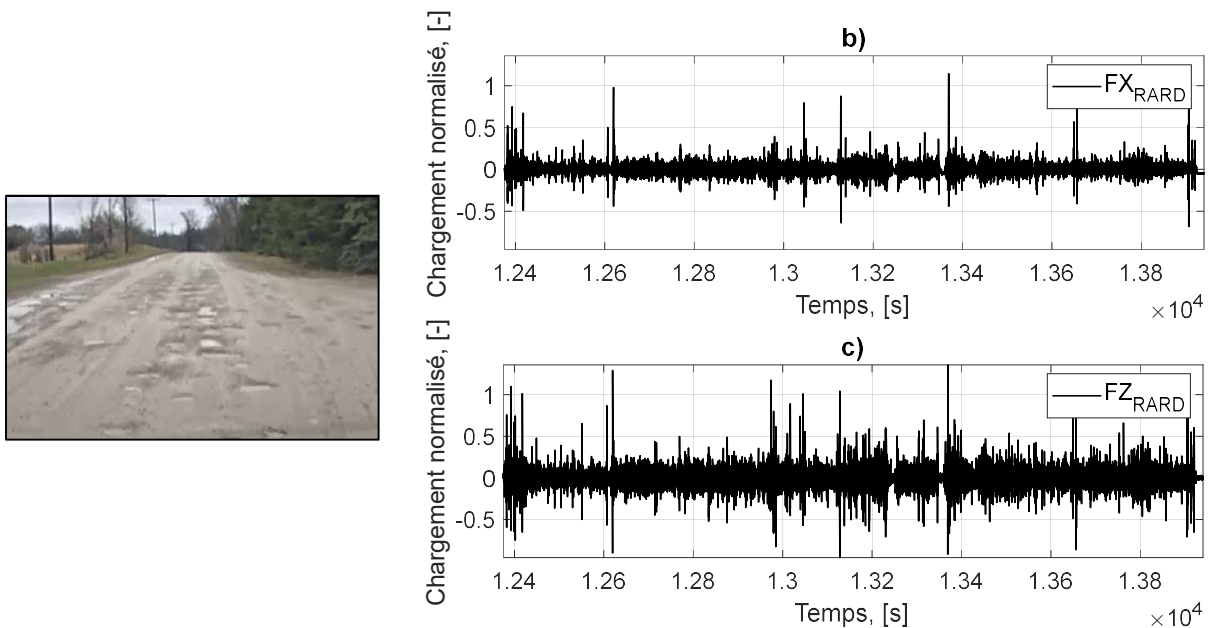


Figure 103 : a) Photo d'une section de la route « Dirt Road », b) mesure initiale  $F_X^{RARD}$  et c) mesure initiale  $F_Z^{RARD}$

Malgré les grandes variations, la mesure est considérée comme stationnaire au sens où la nature de la surface de la route ne varie pas au cours de la fenêtre d'observation. Les mesures à disposition durent 26 minutes et sont échantillonnées à 500 Hz (fréquence toujours largement supérieure à celles des événements rencontrés). Les chargements RR déduits, sont donc quasiment égaux à ceux mesurés (pas de chargement DR significatif). Aucune procédure de découpage n'est appliquée. Ces mesures sont hautement non-gaussiennes. La Figure 104 illustre les chargements RR issus de chaque voie de chargement ainsi que les droites de Henry respectives. En complément, le Tableau 15 reporte les valeurs de skewness et kurtosis associées.

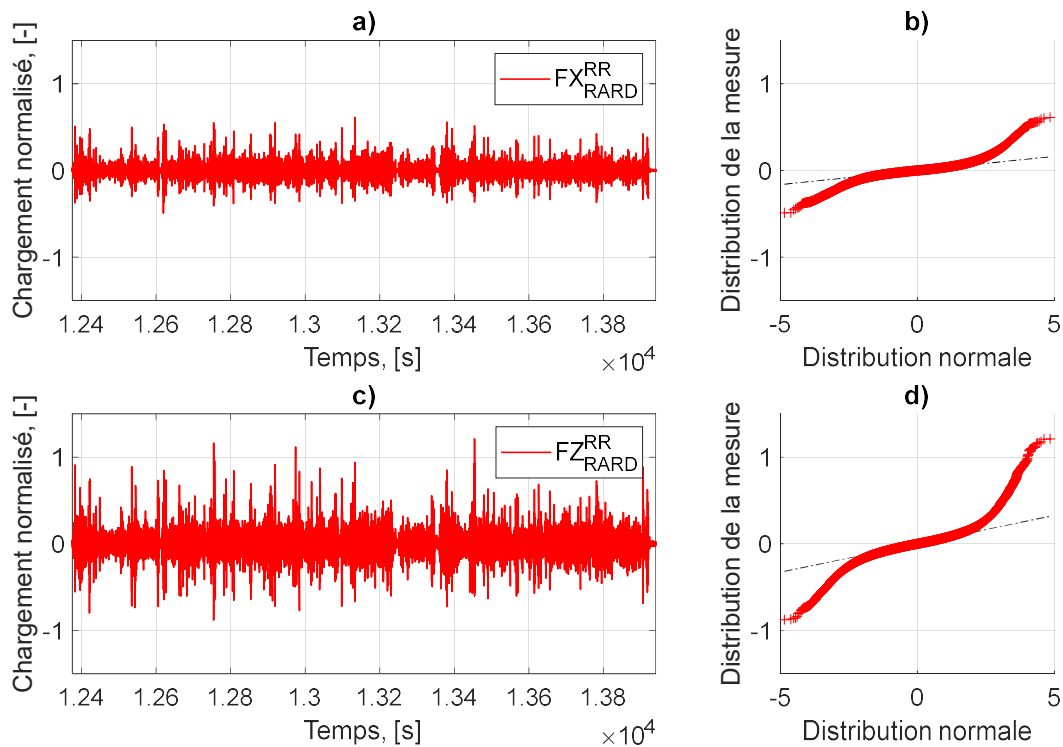


Figure 104 : A partir de la mesure « Dirt Road », a) signal  $FX^RR_{RARD}$  et b) droite de Henry associée, c) signal  $FZ^RR_{RARD}$  et b) droite de Henry associée

Tableau 15 : Valeurs de skewness et kurtosis pour les deux signaux du signal « Dirt »,  $FX^RR_{RARD}$  et  $FZ^RR_{RARD}$

Signal	Skewness	Kurtosis
$FX^RR_{RARD}$	0.82	27.88
$FZ^RR_{RARD}$	0.47	16.20

Ces signaux sont également fortement leptokurtiques. La symétrie de distribution n'est pas exactement respectée, surtout pour le signal  $F_X$ . En comparaison avec les précédents chargements RR étudiés, ceux-ci sont beaucoup plus influents en termes de dommage. Au lieu de traiter une distribution issue de l'irrégularité d'un bitume quelconque, c'est une distribution d'évènements ponctuels qui est ici examinée.

La procédure d'identification du mélange gaussien est la même que celle appliquée sur les sections sur piste. À nouveau, l'identification est limitée à 3 signaux. Aucune borne minimum n'est appliquée lors de l'identification des poids associés à chaque signal. La taille de classe appliquée est la même que celle utilisée au cours de la précédente identification. La Figure 105 confronte pour chaque voie de mesure, le signal RR initial et celui reconstruit.

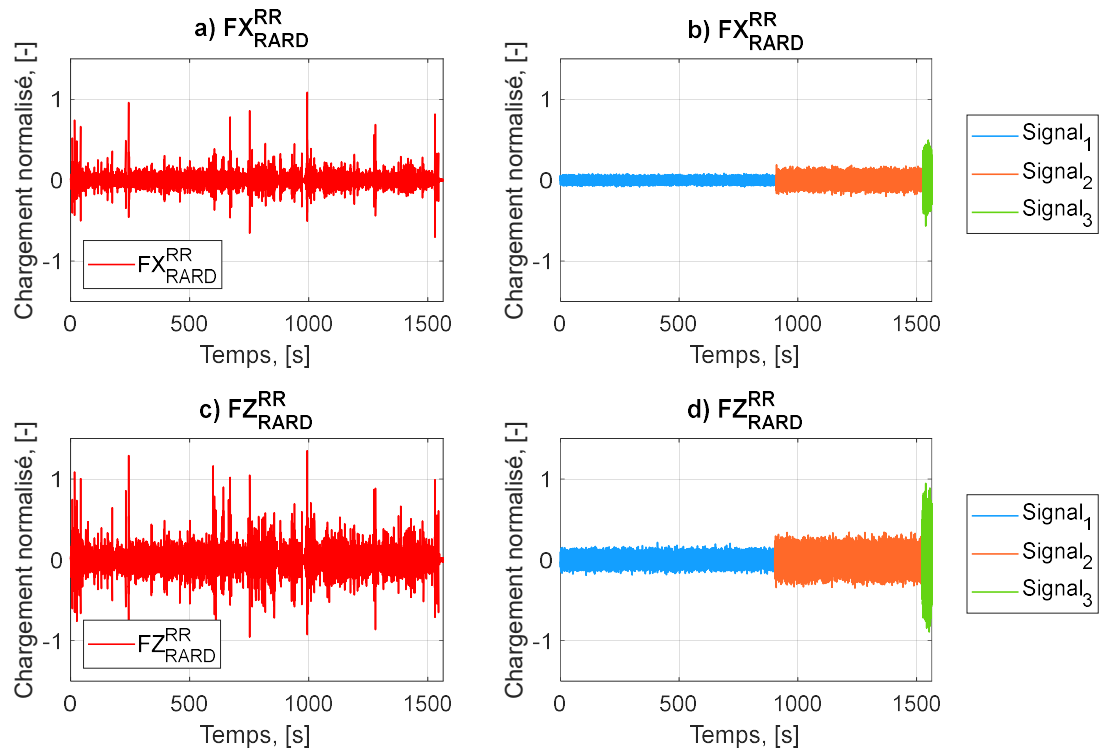


Figure 105 :  $F_X^{RR}_{RARD}$  a) signal RR initial et b) signal reconstruit au cours du temps et  $F_Z^{RR}_{RARD}$  c) signal RR initial et d) signal reconstruit issu d'une mesure client sur route hétérogène

L'identification du  $F_X$  montre un écart entre les extrema atteints sur la mesure initiale et ceux obtenus par le signal<sub>3</sub>. Le Tableau 16 reporte les valeurs de skewness et kurtosis obtenues pour le tirage illustré.

Tableau 16 : Valeurs de skewness et kurtosis pour les signaux identifiés à partir du mélange gaussien. Valeurs obtenues à partir des mesures,  $F_X^{RR}_{RARD}$  et  $F_Z^{RR}_{RARD}$  sur le signal hétérogène

	Mesure	Skewness	Kurtosis
$F_X^{RR}_{RARD}$	Signal <sub>1</sub>	0,00	2,97
	Signal <sub>2</sub>	0,00	3,00
	Signal <sub>3</sub>	-0,01	2,91
$F_Z^{RR}_{RARD}$	Signal <sub>1</sub>	0,00	2,99
	Signal <sub>2</sub>	-0,01	2,99
	Signal <sub>3</sub>	0,17	2,87

Pour obtenir les extrema globaux présents dans les mesures RR, il faudrait presque identifier un 4<sup>e</sup> signal gaussien au cours du processus de reconstruction. Cependant, la durée de celui-ci serait encore plus petite que les 40 secondes minimales. Il ne rencontrerait plus les conditions de stationnarité comme observé précédemment. Il y a également un léger décalage au niveau des maxima atteints sur la voie F<sub>Z</sub>.

Bien que l'ordre d'identification varie pour les deux voies, les poids associés aux trois signaux sont quasiment les mêmes :

- Environ 0.02, soit 40 secondes pour le signal de plus grande amplitude.
- Environ 0.40, soit un peu plus de 10 minutes pour le signal de moyenne amplitude
- Environ 0.58, soit 15 minutes pour le signal de petite amplitude.

L'égalité des valeurs de poids identifiés sur les deux mesures confortent l'idée de cohérence des chargements rencontrés entre les voies. À partir de ces données, la Figure 106 compare en premier lieu les spectres de chargements des signaux reconstruits avec ceux initiaux. L'ensemble de ces spectres de chargements a été reconstruit par application de la méthode Rainflow sur les signaux temporels. En complément, sont également affichés les graphiques illustrant l'évolution du rapport entre le dommage cumulé,  $d_{cu}$ , issu des signaux identifiés  $s_i$ , et le dommage de référence,  $D^{RR}_{ref}$  pour chacune des voies séparément. Pour le dommage cumulé, sa valeur augmente avec la décroissance de l'amplitude de chargement.

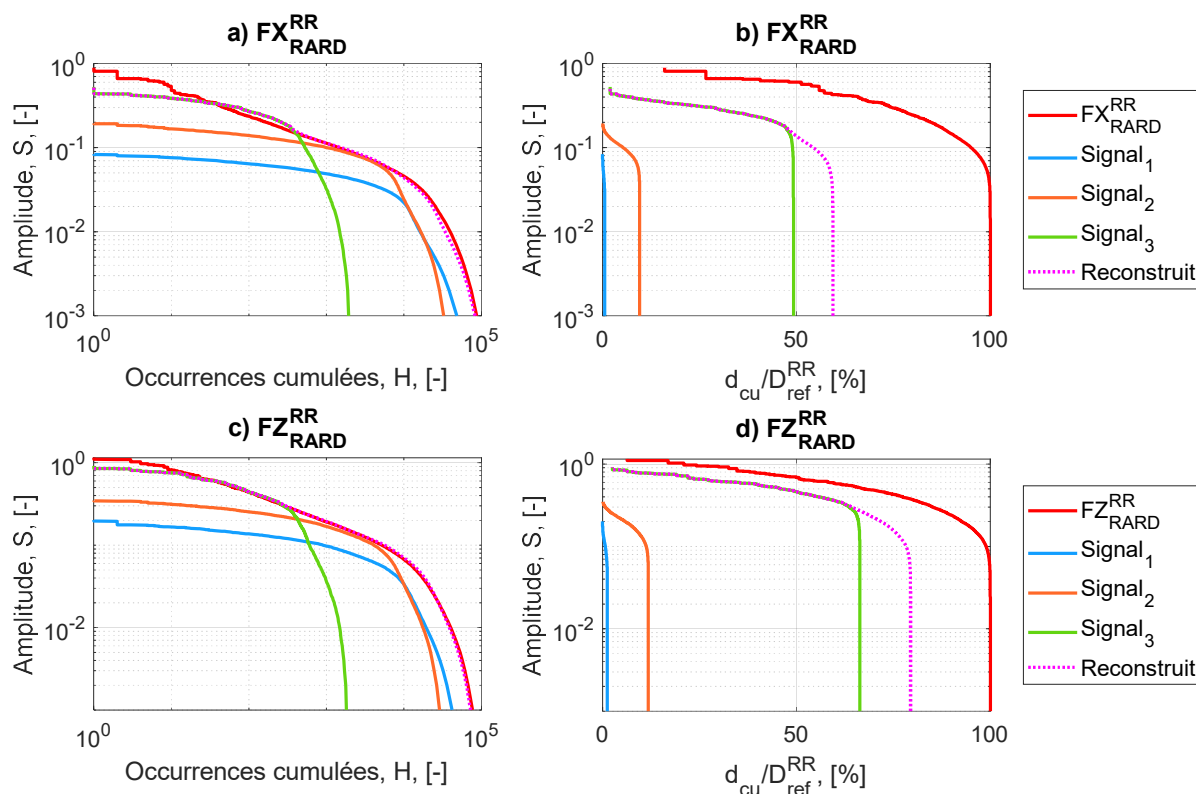


Figure 106 : Comparaison des spectres de chargement et des spectres de dommage cumulé pour les voies  $FX^{RR}_{RARD}$  et  $FZ^{RR}_{RARD}$ .

Comme pressenti lors de l'observation des réalisations temporelles, il y a un décalage au niveau du nombre de cycles observés aux amplitudes maximales. Pour le reste du spectre de chargement, le mélange gaussien est très fidèle à la mesure cible. L'écart initial est alors responsable de l'écart final obtenu entre  $d_{cu}$  et  $D^{RR}_{ref}$ . En effet, en parcourant l'échelle des amplitudes de manière décroissante, pour la classe d'amplitude maximal du signal reconstruit sur  $F_X$ , le signal initial a déjà induit près de 55% du dommage total. Même constat pour la voie  $F_Z$ , cette fois-ci avec un écart plus petit de 30%.



Les méthodes spectrales sont également appliquées pour obtenir une approximation du dommage sur plusieurs tirages du signal reconstruits. Celles-ci sont calculées à partir des densités spectrales  $\Phi_i$ , définies pour chaque signal gaussien séparément. Les deux graphiques, Figure 107 et Figure 108, illustrent les résultats issus des approximations spectrales pour les trois signaux séparément ainsi que pour le signal reconstruit. Chaque résultat est rapporté à la valeur du dommage de référence pour la mesure étudiée. Les méthodes appliquées sont les mêmes que lors de l'application des méthodes spectrales sur sections stationnaires et gaussiennes, réalisée à la partie **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**

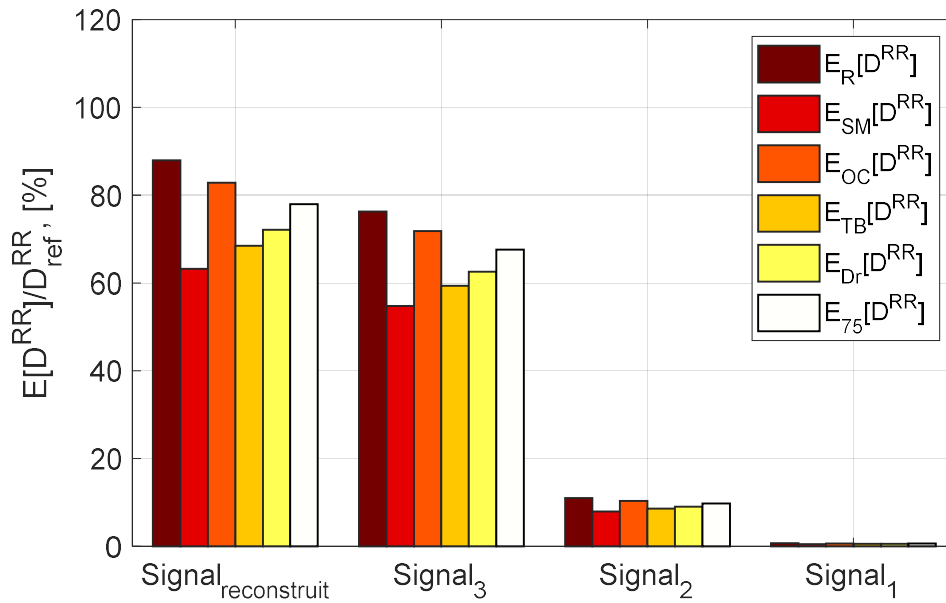


Figure 107 : Comparaison des approximations spectrales entre le dommage de référence et celles issues des signaux identifiés par le mélange gaussien sur la mesure  $F_X^{RR}_{RAD}$ .

Les ordres de grandeurs obtenus par méthode spectrales sont plutôt bons par rapport au dommage de référence oscillant entre 89% et 62%. Malgré la définition bande large de l'ensemble des signaux gaussiens, l'approximation de Rayleigh ne parvient pas à surdimensionner le dommage de référence. Cela conforte l'idée que peu importe le nombre de tirage du 3<sup>e</sup> signal gaussien, les extrema ne pourront jamais égaler ceux du signal initial. Les grands cycles présents sur la mesure  $F_X$  sont trop ponctuels pour pouvoir être modélisés par une distribution stationnaire. Comme énoncé précédemment, ces résultats sont valables pour une pente de Basquin valant 4. Il faut s'attendre à une aggravation de la tendance pour une pente de 8 et une amélioration pour une pente de 2.

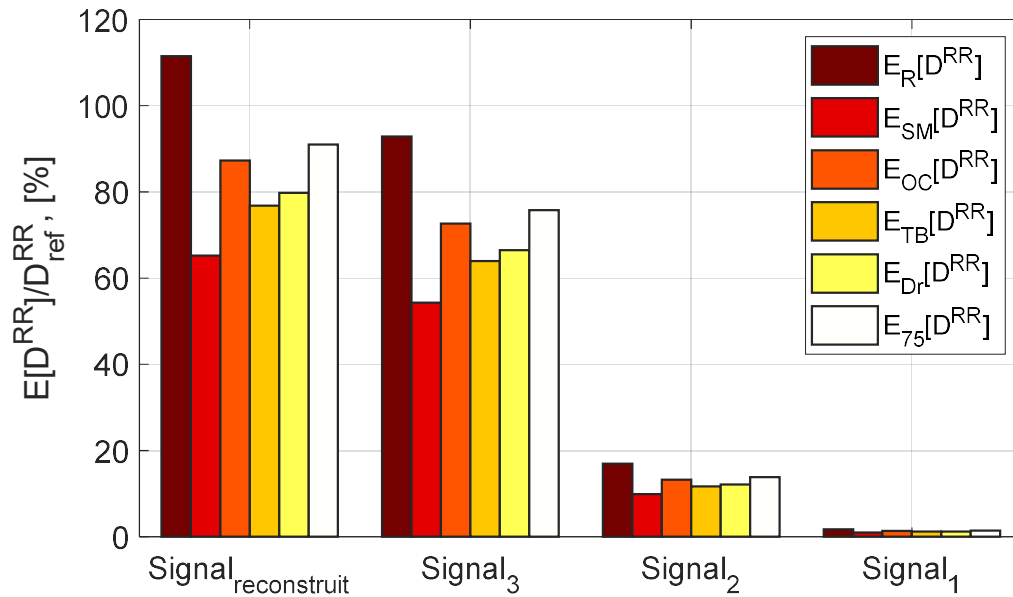


Figure 108 : Comparaison des approximations spectrales entre le dommage de référence et celles issues des signaux identifiés par le mélange gaussien sur la mesure  $FZ_{RAD}^{RR}$ .

Les observations ne sont pas les mêmes pour le signal  $F_Z$  que celui en  $F_X$ . Malgré l'écart observé entre les maxima du signal initial et ceux du signal reconstruit, les méthodes spectrales sont plus proches. Ces résultats sont assez similaires à ceux observés lors de l'application des méthodes spectrales sur les sections stationnaires gaussiennes de la mesure sur piste. Certains événements ponctuels ne peuvent pas être modélisés par la distribution gaussienne. Cependant, ces événements ne sont pas assez nombreux pour dominer la source du dommage avec une pente de Basquin égale à 4.

#### 4.3.4 Conclusion intermédiaire

L'identification des distributions via l'application de mixtures gaussiennes est efficace, mais non applicable sur les signaux pistes de durées trop courtes. Elle est plus adaptée pour traiter les signaux clients, de durées plus longues. L'identification permet de retrouver potentiellement plusieurs sources à l'origine des aléas (i.e. une succession de nids-de-poule sur une piste en terre).

À présent, la méthode n'est pas appliquée dans un cadre multi-entrées. Pour ce faire, il faudrait que les poids (les durées) associés à chaque signal gaussien identifié soient les mêmes pour l'ensemble des voies de sollicitation du train. Cela reste une perspective à ce travail.

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre a décrit les différentes étapes concernant la définition ainsi que l'approche en dimensionnement des chargements RR (voir schéma illustré en Figure 109). Lors de la formulation de l'hypothèse de partition, ces chargements ont été définis comme reliquat, une fois les chargements DR identifiés. Ces sollicitations se caractérisent par leur contenu fréquentiel. Ainsi, en comparant plusieurs passages successifs d'une même zone pavée les fréquences mesurées sont les mêmes bien que les échantillons de mesure soient différents. L'idée est donc de faire appel aux méthodes spectrales pour traiter ces chargements.

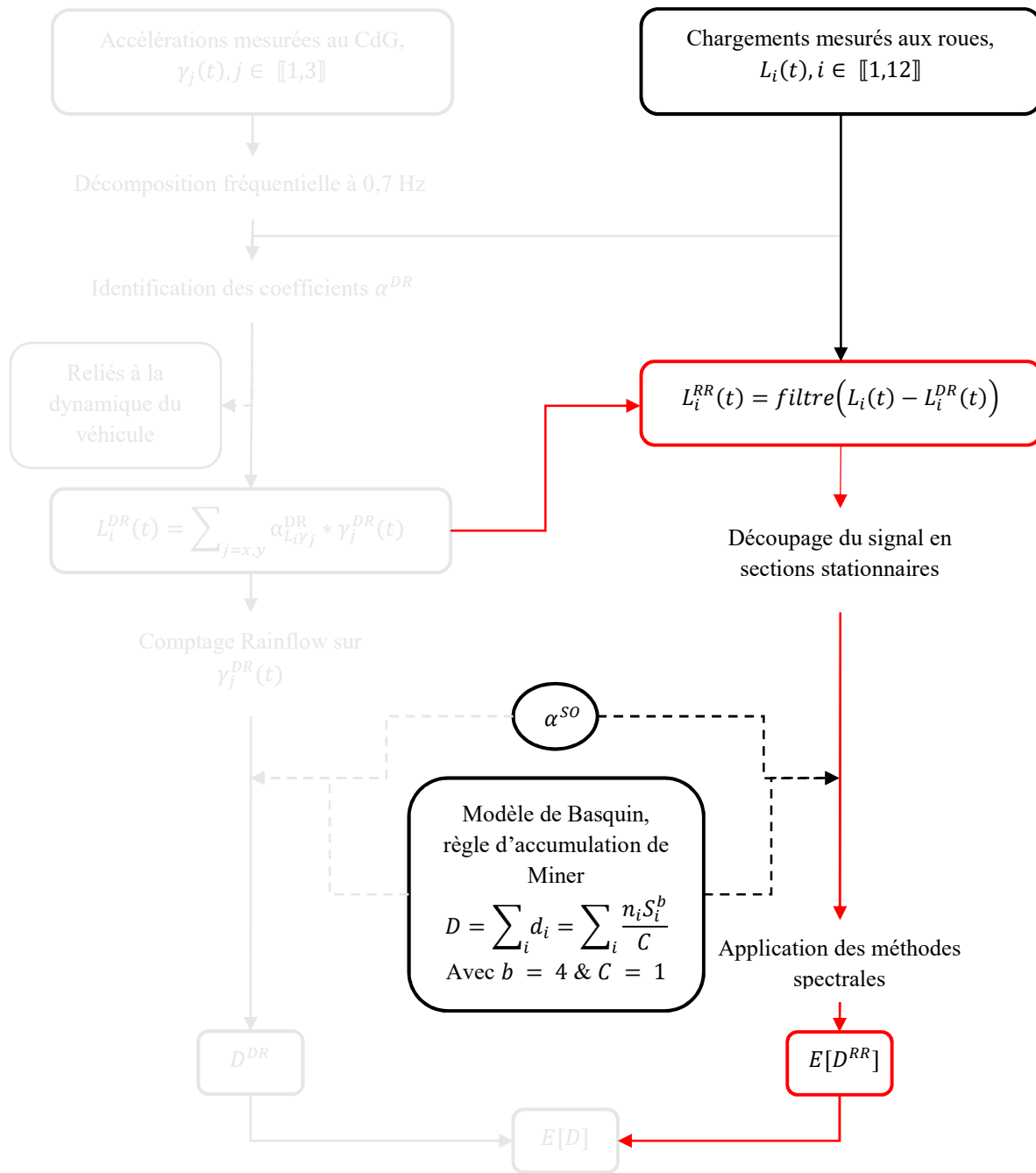


Figure 109 : Approche et traitement en fatigue des chargements RR, pour prendre en compte l'aspect multi-entrées

Comme énoncé au cours du chapitre 2, l'application des méthodes spectrales requiert le respect de plusieurs hypothèses, à savoir la stationnarité du processus, l'ergodicité de l'échantillon et une distribution gaussienne. Les mesures à disposition, et surtout les mesures clients correspondant à une succession de situations de vie, sont essentiellement non-stationnaires. Une méthode de découpage basée sur l'évolution de la variance a été développée. Elle permet d'isoler les différentes situations de vie rencontrées, à savoir les chocs tout aussi bien que le passage sur surfaces caractéristiques. La mesure de l'accélération verticale,  $\gamma_Z^{RR}$ , qui traduit l'ensemble des aléas perçu aux 4 roues, est pertinente pour réaliser ce découpage.

Parmi les sections isolées, seules celles significatives au sens de la fatigue sont considérées. Elles sont identifiables grâce à leur variance élevée. Ensuite, parmi ces sections, celles suivant une distribution gaussienne sont retenues. Les paramètres de skewness et kurtosis sont calculés sur chacune des voies, pour chaque section, pour vérifier cette caractéristique. Les chargements étant « authentiques », il faut définir des bornes acceptables concernant ces deux paramètres pour définir un signal comme gaussien.

Une fois que les sections propices à l'utilisation des méthodes spectrales ont été identifiées, il faut prendre en compte le caractère multi-entrées de la sollicitation. Pour ce faire, il faut calculer la matrice des densités spectrales qui contient la corrélation fréquentielle du chargement entre les voies. C'est cette information qui caractérise les aléas (si ceux-ci rencontrent les hypothèses préalables de base). En connaissant le positionnement du point au sein de la liaison au sol, i.e. la valeur du jeu de paramètres  $\alpha^{SO}$ , une densité spectrale équivalente peut être définie. Ainsi, les approximations présentées au chapitre 2 sont appliquées. Les résultats en termes de dommage sont proches de celui de référence, prenant en compte l'ensemble du chargement RR équivalent. Lorsqu'elles sont applicables les méthodes spectrales permettent de prendre en compte efficacement le cadre multi-entrées de la sollicitation.

Les mesures réelles peuvent contenir des événements ponctuels non modélisables par une distribution gaussienne. La droite de Henry et l'application de la méthode de Davenport permettent d'identifier ces points et ainsi de quantifier leur potentielle influence sur la durée de vie.

D'autres limites à l'application des méthodes spectrales existent, elles concernent le traitement des sections non stationnaires et celles stationnaires mais non-gaussiennes. Pour les premières les méthodes spectrales peuvent être difficilement adaptées, surtout quand la non-stationnarité provient d'un choc. Pour les secondes, l'identification de mixture gaussienne est proposée. Cette suggestion semble prometteuse, mais seulement si la section initiale est assez longue pour contenir plusieurs phénomènes gaussiens stationnaires.

Ce chapitre vient compléter la méthode générique proposée pour prendre en compte l'hypothèse de partition et donc l'aspect multi-entrées de la sollicitation. Cette procédure a notamment été validée de manière numérique dans les travaux présentés en annexe 2. D'autres signaux que celui utilisé dans ce travail ont servi pour tester la méthode. Ces résultats sont présentés à l'annexe 3.

Le chapitre 5 vient ensuite appliquer cette méthode à des points spécifiques d'un train arrière de type traverse déformable.



# Chapitre 5

ANALYSE EN FATIGUE SUR UNE TRAVERSE ARRIÈRE  
DÉFORMABLE

5.1	La traverse arrière déformable.....	157
5.1.1	Modèle et conditions aux limites .....	157
5.1.2	Points remarquables .....	160
5.1.3	Sollicitations uniaxiales et hypothèses sur le tenseur des contraintes.....	161
5.2	Application de la méthode aux points d'intérêt.....	162
5.2.1	Etude du point à la base du support amortisseur.....	162
5.2.2	Etude du point proche du montage de roue.....	167
5.2.3	Etude du point sur la surface supérieure au centre de la traverse.....	171
5.3	Conclusion .....	174

## 5 ANALYSE EN FATIGUE SUR UNE TRAVERSE ARRIÈRE DÉFORMABLE

Ce chapitre adresse l'application du processus de partition du chargement proposé sur une des pièces maîtresses de la liaison en sol, en l'occurrence une traverse de train arrière de type déformable. La description de la structure ainsi que sa fonction ont déjà brièvement été présentés au cours du chapitre 1. Le modèle en éléments finis de la pièce, utilisé en bureau d'étude pour réaliser les calculs de dimensionnement en fatigue, est mis directement à disposition par le constructeur pour ce travail.

Dans un premier temps, le but est d'apprécier les hypothèses faites lors de la formulation du tenseur des contraintes. Pour rappel, ces hypothèses sont la linéarité et l'orientation du tenseur. Dans un second temps, l'objectif est d'illustrer les différents types de chargement influents, en fonction du point d'intérêt étudié sur la structure.

Le modèle de traverse est sollicité théoriquement et très simplement suivant chaque voie de sollicitation (au sens des axes de chargement aux roues), pour plusieurs valeurs de chargement (efforts ou moments). La réponse en contraintes pour certains points d'intérêt, à proximité des soudures ou bien au centre de la traverse, est alors étudiée. Cette réponse permet d'abord d'appuyer le comportement non-linéaire et vérifier ou non l'hypothèse d'orientation du tenseur. Ce n'est qu'une fois ces chargements simples appliqués au modèle que les coefficients d'orientation peuvent être définis. Une fois connus, ces coefficients permettent de reprendre le travail mené tout au long du processus de partition du chargement, et de donner l'ampleur de l'influence des différents types de chargement en termes de dommage en ces points.

L'organisation du chapitre va de pair avec la démarche appliquée. La première partie se concentre sur le modèle de la traverse arrière, le positionnement des points d'intérêt ainsi que les cas de chargement appliqués. La seconde partie entame l'étude de la réponse en contraintes en trois points détaillés. Elle illustre également, en ces points, les résultats de la méthode de partition si celle-ci était appliquée à partir d'une mesure complexe d'obstacles.

### 5.1 La traverse arrière déformable

Cette partie se concentre sur la définition du modèle en éléments finis. Elle présente la localisation des points d'intérêt considérés pour l'étude, ainsi que les cas de chargement appliqués à la traverse pour déterminer les valeurs du jeu de coefficients  $\alpha^{SO}$  en chacun de ces points.

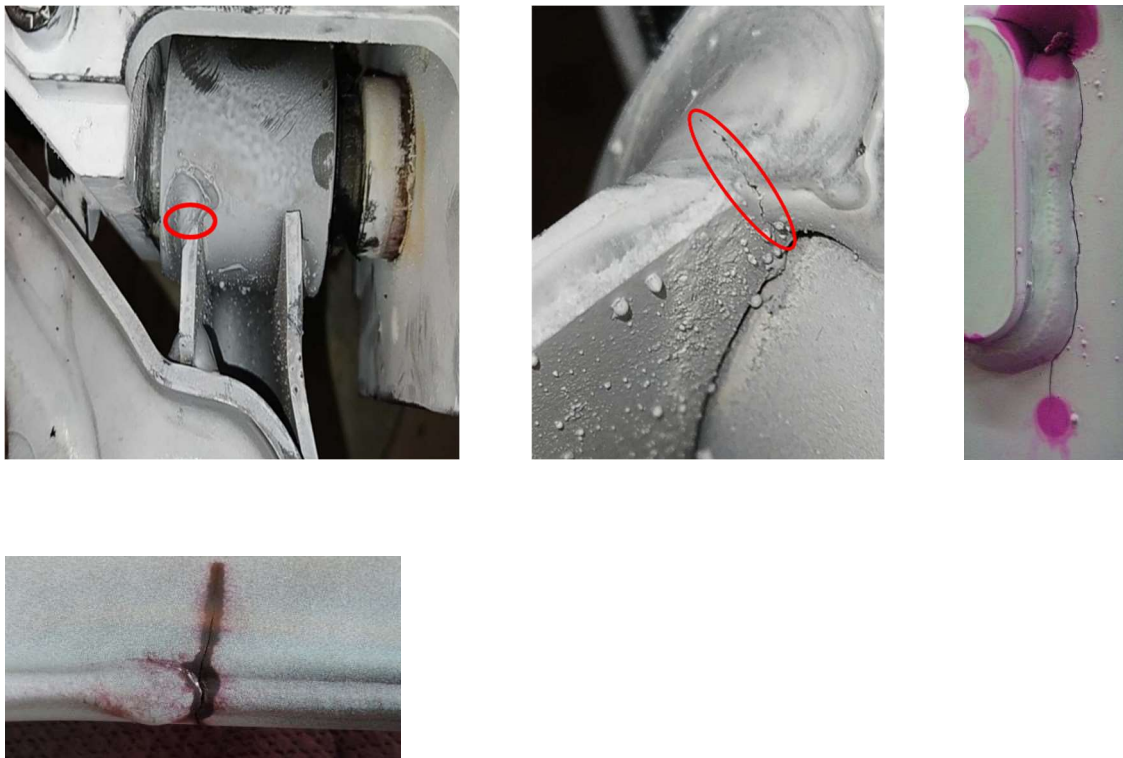
#### 5.1.1 Modèle et conditions aux limites

La traverse arrière déformable assure plusieurs fonctions au sein de la liaison au sol. Bien entendu, elle a un rôle structurel, permettant de faire la liaison entre les roues et le châssis, en passant par la suspension verticale. Sa conception résulte d'un compromis entre son coût, son poids, son volume, et ses prestations au sens mécanique, à commencer par ses raideurs, notamment de par sa fonction antiroulis. Sans rentrer dans les détails, c'est une pièce mécano-soudée issues de plaques d'aciers détournées, embouties et/ou pliées avec des géométries plus ou moins complexes. L'ensemble est assemblé de deux façons :



- Assemblages vissés : les vis sont dimensionnées quasiment sur catalogue, à partir des efforts enveloppes présagés. Elles ne sont pas supposées travailler en fatigue. Le serrage est tel qu'elles gardent la zone vissée entre les deux pièces en tension raisonnablement constante.
- Soudures : les soudures sont réalisées sous forme de cordons plutôt que par points. Elles sont dimensionnées pour supporter les efforts maximums. De par leur géométrie irrégulière, elles engendrent des concentrations de contraintes qui sont très sensibles à la fatigue. De ce fait, elles font partie des zones souvent surveillées lors des essais de dimensionnement à la fatigue

La Figure 110 illustre plusieurs fissures autour de cordons de soudures d'éléments de trains arrière, photographiées après ressuage a posteriori d'essais de fatigue sur banc. Leur positionnement exact n'est pas plus précisément spécifié, à la demande du constructeur.



*Figure 110 : Photos de fissures auprès de cordons sur un train arrière*

Le modèle en éléments finis de la traverse arrière est illustré sous différents angles dans la Figure 111

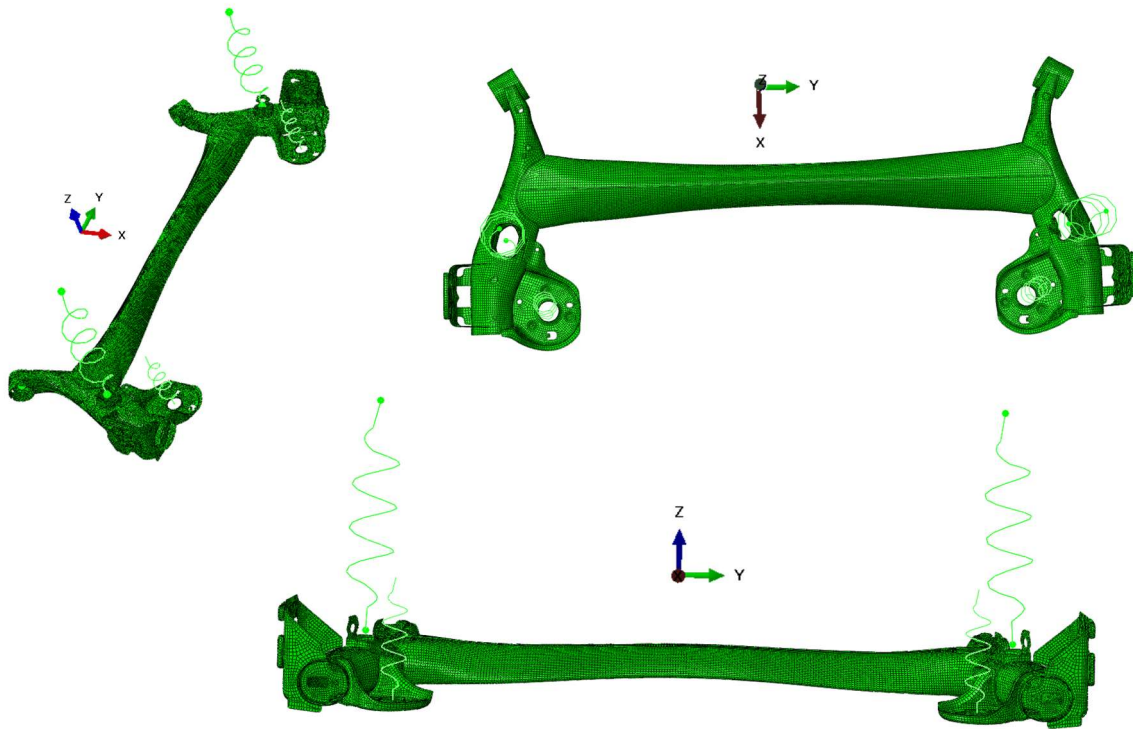


Figure 111 : Modèle de la traverse arrière déformable, a) vue plongeante, b) vue de haut, c) vue de derrière le véhicule

Pour ce modèle, seule la pièce de la traverse déformable à proprement parler est maillée en éléments finis surfaciques de taille millimétrique, de type coque à intégration réduite et 5 points d'intégration dans l'épaisseur (S4R sous ABAQUS). Le comportement de l'acier est considéré parfaitement élastique en fatigue à grand nombre de cycles. Les propriétés du module d'Young et du coefficient de poisson sont usuelles. De plus, le modèle prend en compte d'autres pièces du train arrière comme les ressorts, les cales élastomères ainsi que la mise en butée du train, ce qui relie la traverse à la caisse du véhicule. L'ensemble de ces pièces est modélisé de manière purement fonctionnelle, i.e. sous forme d'un comportement en raideur suivant plusieurs axes de sollicitations entre deux points de liaison. Le comportement en raideur retranscrit est fidèle à celui observé in situ et intègre les non-linéarités pour les chargements les plus importants. Le calcul de simulation correspondant au cadre quasi-statique, les effets visqueux de l'amortisseur ne sont pas pris en compte dans ce modèle. Les articulations élastiques intègrent une loi fonctionnelle élastique et des propriétés d'enveloppe (armatures) communes aux aciers.

Pour ce qui est des conditions aux limites du modèle, des points théoriques, extérieurs à la traverse identifient le centre des roues. Au cours des simulations les points de liaison entre la caisse du véhicule et le train sont encastres. De même, au repos, les centres des roues sont bloqués suivant l'axe vertical pour éviter tout effet de mouvement de corps rigide. La Figure 112 illustre d'une part les points encastres et d'autre part le positionnement des centres des roues.

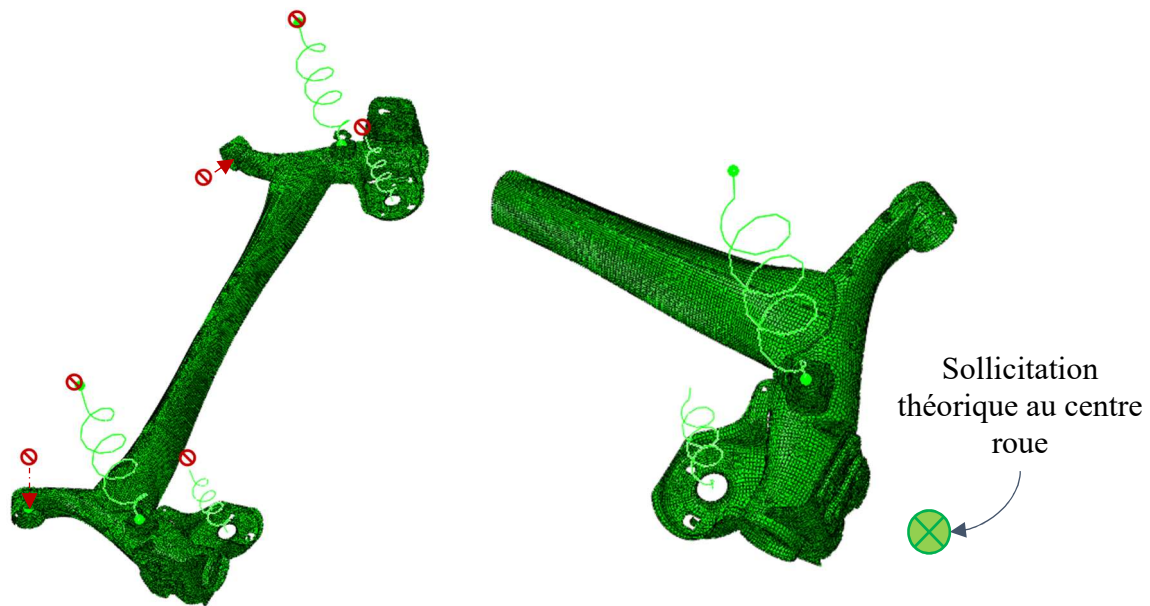


Figure 112 : Modèle de la traverse arrière déformable avec a) Points encastrés à la caisse du véhicule et b) Points théoriques représentant le centre roue

### 5.1.2 Points remarquables

L'étude se concentre sur trois points d'intérêts au sein de la traverse :

- Au centre du bras de la traverse
- Sur un cordon de soudure adjacent au support de l'amortisseur de la roue
- Sur un cordon de soudure adjacent au support de montage des roues.

Le positionnement de ces points est illustré en Figure 113.

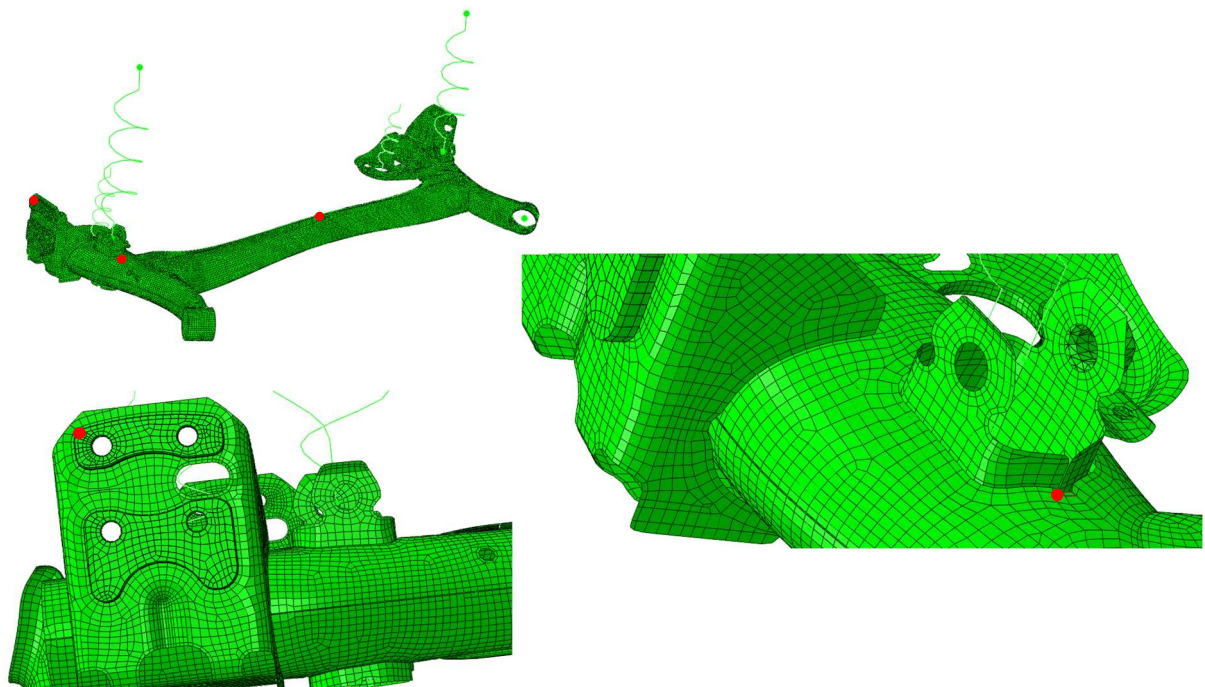


Figure 113 : Positionnement des points d'intérêts sur a) la traverse, b) le support amortisseur et c) le montage de roue.

Deux des points se situent à l'endroit de soudures. Ces points sont souvent surveillés lors d'essais de tenue en fatigue. L'hypothèse d'orientation n'est pas censée être vérifiée pour le point au centre de la traverse. En effet, il n'existe aucune particularité géométrique en ce point qui justifierait une telle hypothèse.

### 5.1.3 Sollicitations uniaxiales et hypothèses sur le tenseur des contraintes

Pour rappel, le processus de dimensionnement proposé à partir des chargements mesurés aux roues fait appel à deux hypothèses concernant la formulation du tenseur des contraintes, que sont :

- La relation linéaire entre le tenseur des contraintes et les chargements aux roues
- L'orientation du tenseur des contraintes indépendant de l'axe de chargement aux roues

Le but de cette étape est d'observer le respect ou non de ces hypothèses suivant les trois points d'intérêts précédemment identifiés. Pour ce faire, un protocole simple d'utilisation est employé. Son déroulement est illustré par la Figure 114.

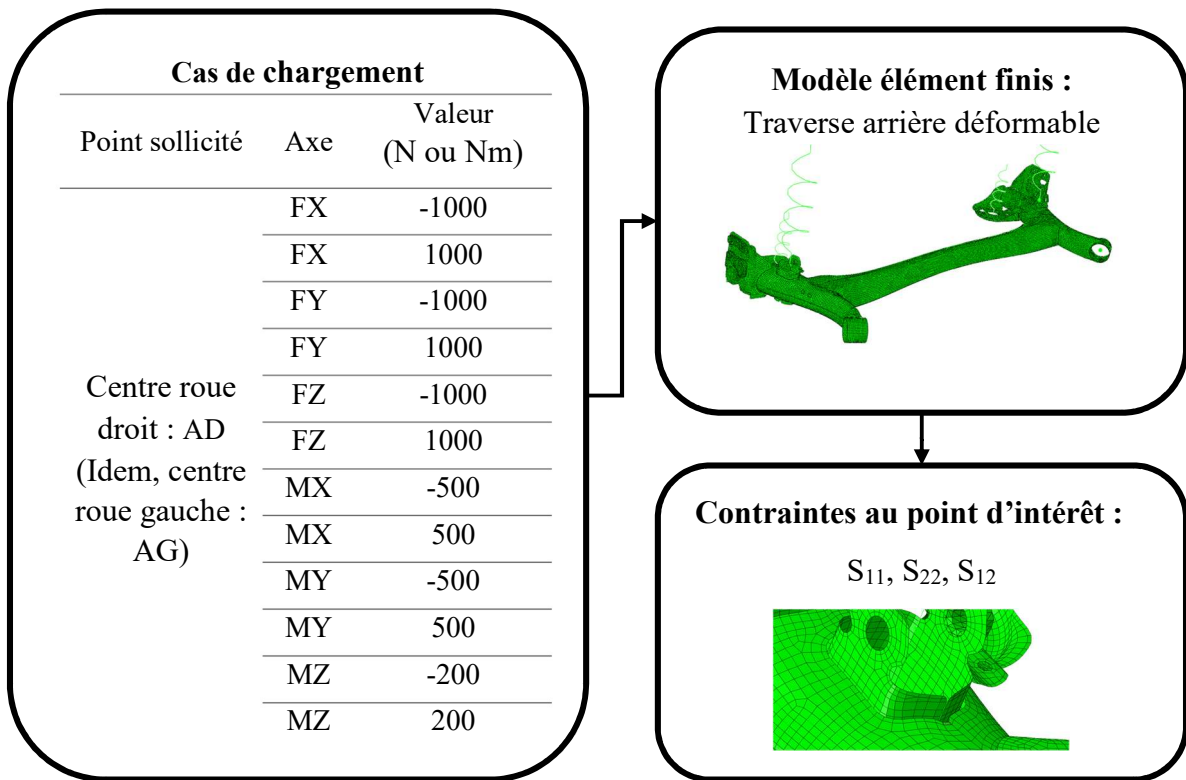


Figure 114 : Exemple de cas de chargement appliqués au modèle de traverse via les centres roues, pour un point d'intérêt

Tour à tour, chaque roue du train est sollicitée suivant chacun de ces six degrés de liberté de chargement, en sens positif et négatif, successivement. Pour chaque axe, deux chargements de type rampes sont simulés (le premier étant la valeur opposée de l'autre). Le point de départ de tout chargement est l'état statique du train supportant le poids propre du véhicule. Pour chacune de ces sollicitations, la réponse en contrainte  $S_{11}$ ,  $S_{12}$  et  $S_{22}$  des points d'intérêts est enregistrée. Pour rappel, les contraintes sont définies dans le repère de l'élément coque étudié, avec  $e_3$  la direction normale sortante.

Point sollicité	Axe	Valeur (N ou Nm)
	FX	-1000
	FX	1000
	FY	-1000
	FY	1000
Centre roue droit : AD	FZ	-1000
	FZ	1000
(Idem, centre roue gauche : AG)	MX	-500
	MX	500
	MY	-500
	MY	500
	MZ	-200
	MZ	200

Ces cas de chargements imposés ne traduisent pas un comportement réaliste du véhicule au cours de sa vie. La simulation est ici d'abord est théorique. Elle permet juste d'isoler la réponse en contrainte aux points d'intérêts en fonction de l'axe de chargement.

- Hypothèse de linéarité

Pour vérifier l'hypothèse, il suffit d'afficher, pour chaque indice de contrainte respectivement, l'identification linéaire pour chaque axe de chargement, en fonction de la réponse donnée par le modèle. Si la linéarité est respectée, les points de comparaison se situeront sur la première bissectrice.

- Hypothèse d'orientation

Pour vérifier l'hypothèse, il suffit d'exprimer l'évolution de deux contraintes en fonction de celle de la troisième. Si l'ensemble des réponses aux axes de chargements aux roues tracent une unique ligne, alors cela signifie que le rapport entre les contraintes ne varie pas en fonction du type de sollicitation aux roues.

## **5.2 Application de la méthode aux points d'intérêt**

Cette partie décrit la réponse en contrainte aux points d'intérêt, aux sollicitations du modèle élément finis. Pour chaque point le respect des hypothèses de linéarité et d'orientation est étudié. Pour les points satisfaisant les hypothèses, les coefficients d'orientation sont calculés. La méthode de dimensionnement est alors applicable sur ces points. Le premier point étudié est celui situé au niveau du support de l'amortisseur. Le second est positionné sur le montage de la roue. Le troisième est situé au centre de la traverse déformable.

### **5.2.1 Étude du point à la base du support amortisseur**

Pour chaque cas de chargement, la réponse en contrainte au point d'intérêt est enregistrée (Figure 113, graphique b). La Figure 115 illustre la réponse de chaque élément du tenseur en fonction du cas de chargement suivant les axes aux roues droite (AD) et gauche (AG). Pour chaque cas de chargement, le point initial correspond à la contrainte générée par

l'état statique du véhicule au repos. Sur le modèle la direction  $e_1$  de la base dans laquelle est exprimée le tenseur des contraintes est suivant l'axe longitudinal du référentiel du véhicule.

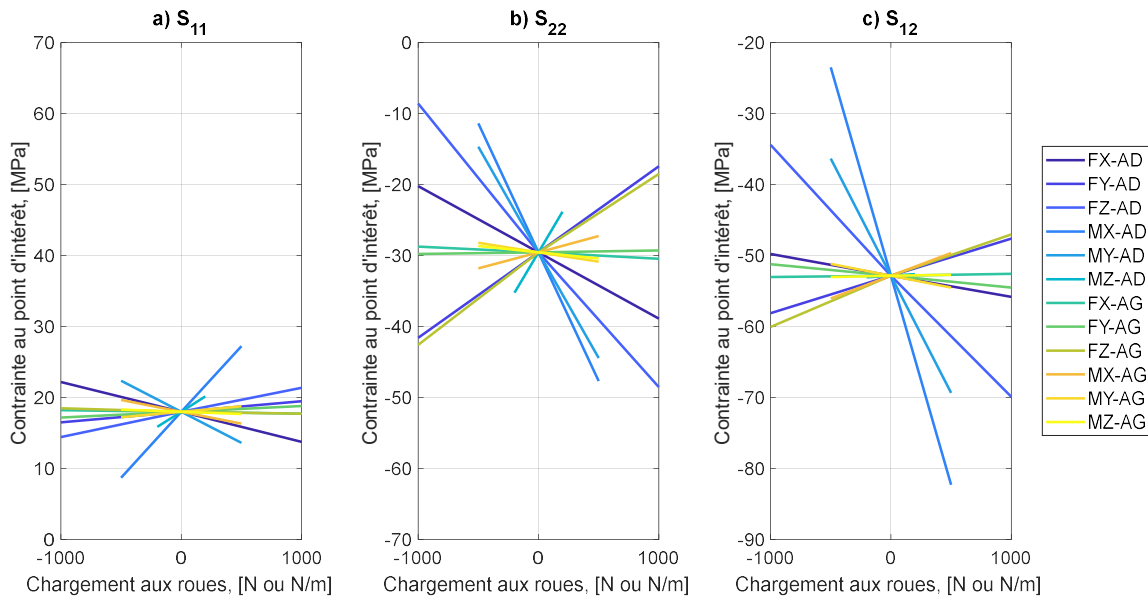


Figure 115 : a)  $S_{11}$  b)  $S_{22}$  et c)  $S_{12}$  en fonction des différents cas de chargement, pour le point au pied du support amortisseur

Les contraintes  $S_{22}$  et  $S_{12}$  varient sensiblement suivant les mêmes ordres de grandeur en ce point. La réponse de  $S_{11}$  est plus faible. Comme attendu, le point est dans l'ensemble plus sensible aux sollicitations sur la roue droite que sur la roue gauche. La contrainte  $S_{11}$  semble surtout influencée par le poids propre du véhicule (faible évolution par rapport à la valeur à l'arrêt) plus que par les cas de chargements unitaires. Pour les deux autres contraintes ce sont les moments longitudinaux, transversaux ainsi que l'effort vertical qui génèrent la plus grande variation de magnitude.

Pour chaque axe de chargement, une identification linéaire est réalisée à partir des quelques cas de chargement simulés, en fixant le point initial à l'état statique du véhicule. La Figure 116 illustre la correspondance entre l'identification linéaire menée et la contrainte issue du modèle élément finis pour les trois indices étudiés. Pour chaque graphique, la lecture est la suivante : l'identification linéaire est fidèle seulement s'il y a égalité entre les deux contraintes. La représentation ne se situe alors que sur la première bissectrice.

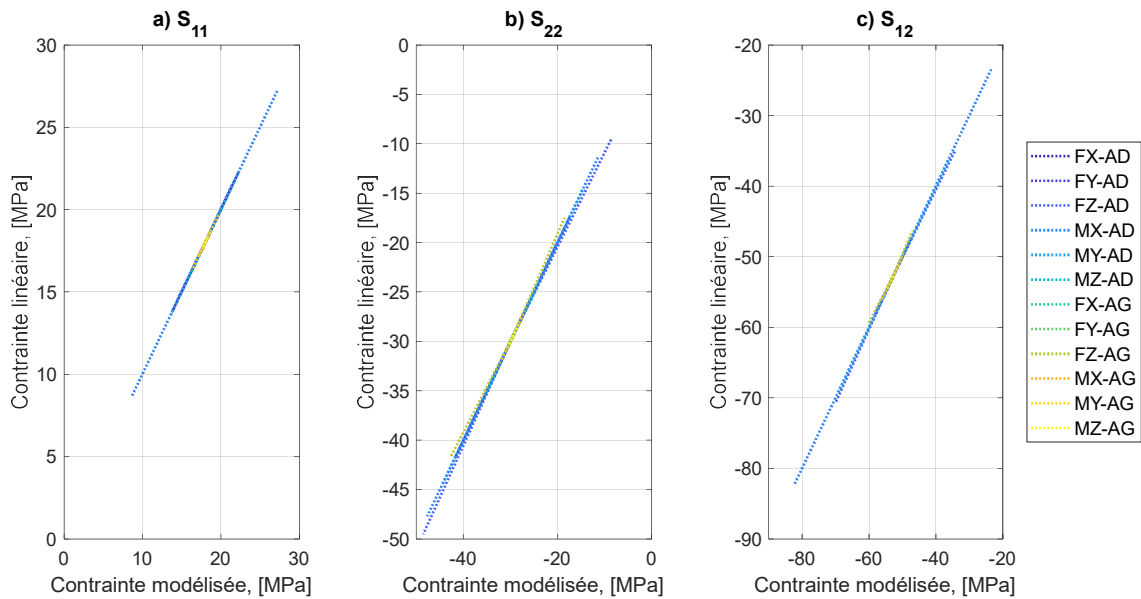


Figure 116 : Reconstruction linéaire de, a)  $S_{11}$ , b)  $S_{22}$  et c)  $S_{12}$  en fonction des réponses respectives en contrainte modélisées, pour le point au pied du support amortisseur

Ces résultats concordent avec l'hypothèse de relation linéaire entre les éléments du tenseur des contraintes et les chargements à la roue. Les variations observées sur la contrainte  $S_{22}$ , épaississant quelque peu le trait autour de la bissectrice, sont trop insignifiantes pour invalider cette hypothèse dans le cadre de la fatigue à grand nombre de cycles.

Comme formulée à la partie 2.3.3, pour jauger de l'hypothèse d'orientation il est nécessaire de choisir en amont un indice du tenseur des contraintes comme valeur de référence. Dans le cas présent, le choix se porte sur la contrainte  $S_{22}$  (une des deux composantes les plus sensibles). Pour chaque axe de chargement, les identifications linéaires réalisées sur les deux autres indices,  $S_{11}$  et  $S_{12}$ , sont respectivement comparées à celles issues de la contrainte  $S_{22}$ , voir Figure 117. La lecture des graphiques est la suivante : si le rapport entre les contraintes ne varie pas suivant l'axe de chargement à la roue, l'ensemble des cas de chargement devrait suivre une droite.

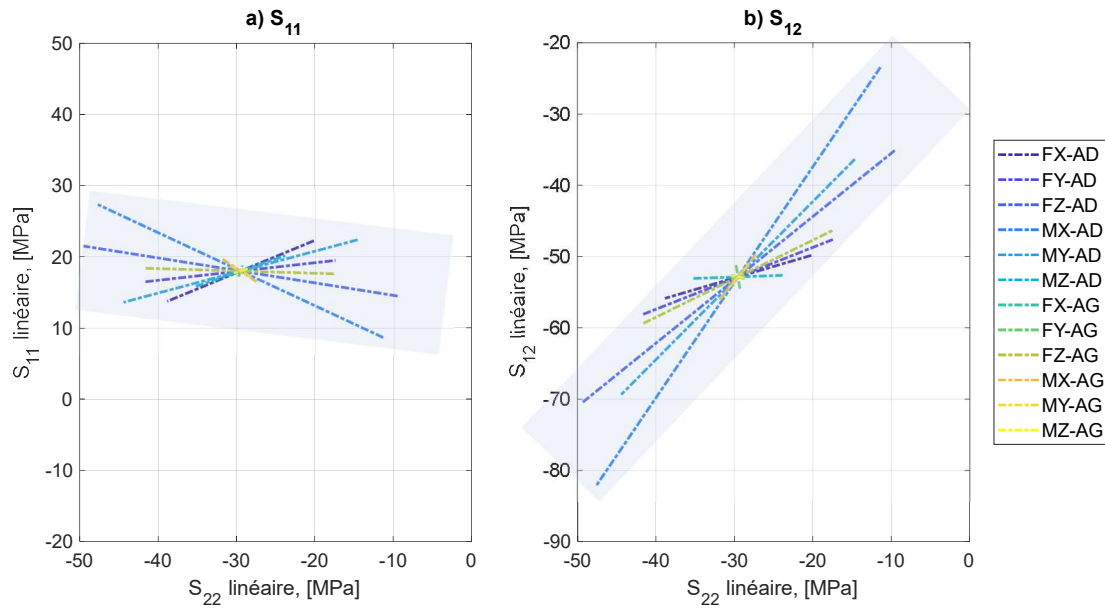


Figure 117 : Comparaison de l'identification linéaire sur a)  $S_{11}$  et b)  $S_{12}$  en fonction de celles sur  $S_{22}$  pour chaque axe de chargement pour le point au pied du support amortisseur

L'hypothèse d'orientation n'est pas mise en défaut dans ce cas précis. La présence du cordon de soudure tend à orienter le chargement. Cette orientation n'est pas parfaite puisqu'au lieu de définir une ligne unique respectivement entre les couples de contraintes ( $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ) et ( $S_{12}$ ,  $S_{22}$ ), les rapports figurent plutôt un faisceau dans un cas comme dans l'autre, cf. bande bleutée superposée.

Une fois les deux hypothèses examinées, il est possible de définir en ce point la valeur des coefficients  $\alpha^{SO}$ . Pour ce faire, il faut d'abord choisir un axe de chargement de référence, noté  $L_I$ . Théoriquement, le calcul des coefficients  $\alpha^{SO}$  peut se faire à partir de n'importe quel couple d'axes de chargement. Pour chaque axe de chargement  $L_i$ , le coefficient  $\alpha^{SO}$  le reliant à l'axe de chargement  $L_I$  revient au rapport des coefficients directeurs des deux droites linéaires identifiées. Dans le cas présent, parmi les axes de chargement, le point d'intérêt est sensible aux chargements suivant le moment longitudinal sur la roue droite,  $M_X$ -AD. L'hypothèse d'orientation n'étant pas parfaitement respectée, cela signifie que les rapports entre les différentes contraintes, seront fixés aux valeurs obtenues lors de la sollicitation suivant  $M_X$ -AD. Pour ce point d'intérêt, les valeurs obtenues de  $\alpha^{SO}$  sont reportées dans le Tableau 17.

Tableau 17 : Coefficients  $\alpha^{SO}$ , chargement de référence :  $M_X$ -AD, pour le point au pied du support amortisseur

Roue	AD						AG					
Axe	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$
$\alpha^{SO}$	0,26	-0,33	0,55	1,00	0,82	-0,78	0,02	-0,01	-0,33	-0,13	0,07	0,05

L'ensemble du processus de dimensionnement peut alors être appliqué en ce point. Pour illustrer son application, la mesure réelle est celle issue de la suite complexe d'obstacles réalisée sur les pistes du constructeur. Elle a déjà été largement utilisée comme mesure témoin dans les chapitres 3 et 4. Pour l'ensemble des calculs de dommage relatifs donnés dans les trois



prochains tableaux, la valeur de référence est issue du comptage Rainflow sur le signal temporel équivalent. Ce dernier est construit à l'aide des coefficients  $\alpha^{SO}$ , propres au point d'intérêt.

Tout d'abord, il faut vérifier si l'hypothèse de partition est vérifiée. Dans ce cas, ce sont les dommages  $D_{ref}^{DR}$  et  $D_{ref}^{RR}$  qui sont calculés à partir des chargements équivalents respectifs via l'application de la méthode Rainflow. Le Tableau 18 reporte les calculs du dommage relatif issus de l'hypothèse simple de partition.

Tableau 18 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus de la partition

Domage étudié	$D_{ref}^{DR}$	$D_{ref}^{RR}$	$D_{ref}^{DR} + D_{ref}^{RR}$
$D_i/D_{ref}^{init}$	4,2%	89,1%	<b>93,3%</b>

À partir de cette, mesure, l'hypothèse de partition est vérifiée. Le léger écart peut s'expliquer de par la présence d'extrema issu de la concomitance d'effets aléatoires et de manœuvres.

Ce ratio peut également être représenté comme un rapport d'amplitude entre deux chargements sinusoïdaux d'amplitude constante. L'amplitude de chaque signal est définie telle que la sollicitation constante soit iso-endommageante<sup>19</sup>, que ce soit pour le dommage de référence où celui issu de la partition. Ainsi, pour une pente de Basquin de 4, l'écart relatif entre les deux amplitudes de chargements serait de 99%.

Les chargements aléatoires sont plus influent que les chargements reliés aux manœuvres. Cette observation ne caractérise d'une part que ce point d'intérêt et d'autre part n'est vraie que pour cette mesure témoin. Bien entendu, la pondération serait différente pour une mesure ne comportant que des manœuvres. Avec une pente de Basquin valant 4, la partition proposée permet de retrouver 93,3 % du dommage de référence.

Parmi les chargements associés aux manœuvres, le processus développé au chapitre 3 permet de séparer les effets reliés aux freinage/accélérations de ceux reliés aux virages. Le Tableau 19 reporte les calculs du dommage associés à chacune des accélérations.

Tableau 19 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus des manœuvres

Domage étudié	$D_{\gamma x}^{DR}$	$D_{\gamma y}^{DR}$	$D^{DR} = D_{\gamma x}^{DR} + D_{\gamma y}^{DR}$
$D_i/D_{ref}^{init}$	0,00%	4,3%	<b>4,3%</b>

Le résultat issu des deux accélérations varie peu par rapport à celui issu du signal DR de référence. Pour cette mesure, et ce point d'intérêt, les virages induisent l'ensemble du dommage induit par les manœuvres.

En ce qui concerne les chargements aléatoires, le même processus que celui proposé au chapitre 4 est appliqué. Pour l'application des méthodes spectrales, seules les sections jugées stationnaires et de distribution gaussienne sont conservées. Pour information, en appliquant le

<sup>19</sup> C'est le même procédé que détaillé au cours du chapitre 1 pour définir un chargement équivalent

comptage Rainflow et les coefficients  $\alpha^{SO}$  identifiés, l'écart entre  $D_{ref}^{RR}$  et le dommage issu des sections est de 1%. Les deux résultats issus des approximations de Rayleigh et du Single Moment sont reportés. Ces deux valeurs font office de borne supérieure et inférieure au dommage induit par les effets aléatoires. Ces effets sont alors combinés à ceux issus des manœuvres, puis comparés au dommage de référence. Le Tableau 20 reporte les calculs du dommage issus des approximations spectrales ainsi que le dommage global résultant.

Tableau 20 : Comparaison entre le dommage de référence et d'une part, les dommages issus des aléas et d'autre part, du dommage total issu du processus de dimensionnement proposé.

Domage étudié	$E_R[D^{RR}]$	$D^{DR+} E_R[D^{RR}]$	$E_{SM}[D^{RR}]$	$D^{DR+} E_{SM}[D^{RR}]$
$D_i/D_{ref}^{init}$	91,8%	<b>96,1%</b>	49,0%	<b>53,3%</b>

De la même manière que précédemment, ces écarts peuvent être traduits en ratio d'amplitudes issues des chargements équivalents. Ainsi, le résultat global prenant en compte l'approximation de Rayleigh serait traduit par un chargement sinusoïdal constant dont l'amplitude représenterait 99% de l'amplitude du signal de référence. En considérant l'approximation du Single Moment, ce ratio serait de 85%.

Les résultats obtenus sont en adéquation avec la valeur de référence. L'approximation de Rayleigh tend à rattraper l'erreur initiale faite lors du processus simple de partition. L'utilisation de la méthode est donc indiquée dans ce cas.

### 5.2.2 Etude du point proche du montage de roue

Le second point d'intérêt étudié se situe sur le cordon de soudure près du montage de la roue droite. De manière analogue au précédent point d'intérêt, le train est sollicité aux roues suivant chaque axe de chargement séparément. La réponse en contrainte en ce point est alors répertoriée. La Figure 118 reporte ces résultats pour chaque contrainte en fonction de l'axe de chargement aux roues.

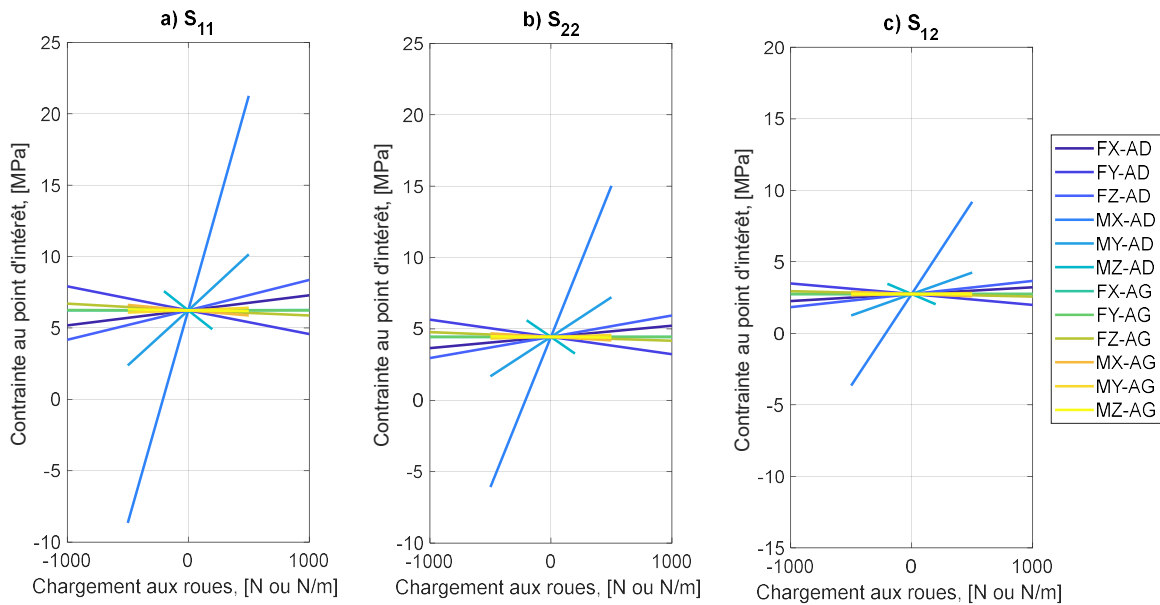


Figure 118 : a)  $S_{11}$  b)  $S_{22}$  et c)  $S_{12}$  en fonction des différents cas de chargement, pour le point sur le support de montage de roue

Pour ce point, l'état statique du véhicule a sensiblement la même influence suivant les trois directions. Pour l'ensemble des trois contraintes, l'axe de sollicitation le plus significatif aux roues est le moment longitudinal appliqué sur la roue droite. L'impact des chargements appliqués sur la roue gauche est minime, voire inexistant. Bien que l'amplitude de réponse soit variable, chaque contrainte réagit de manière similaire aux sollicitations. Sur le modèle la direction  $e_1$  de la base dans laquelle est exprimée le tenseur des contraintes est suivant l'axe vertical du référentiel du véhicule.

L'identification linéaire est effectuée sur ce jeu de données. Comme pour le point précédent, la contrainte identifiée est exprimée en fonction de la contrainte issue du modèle en fonction de l'axe de chargement.

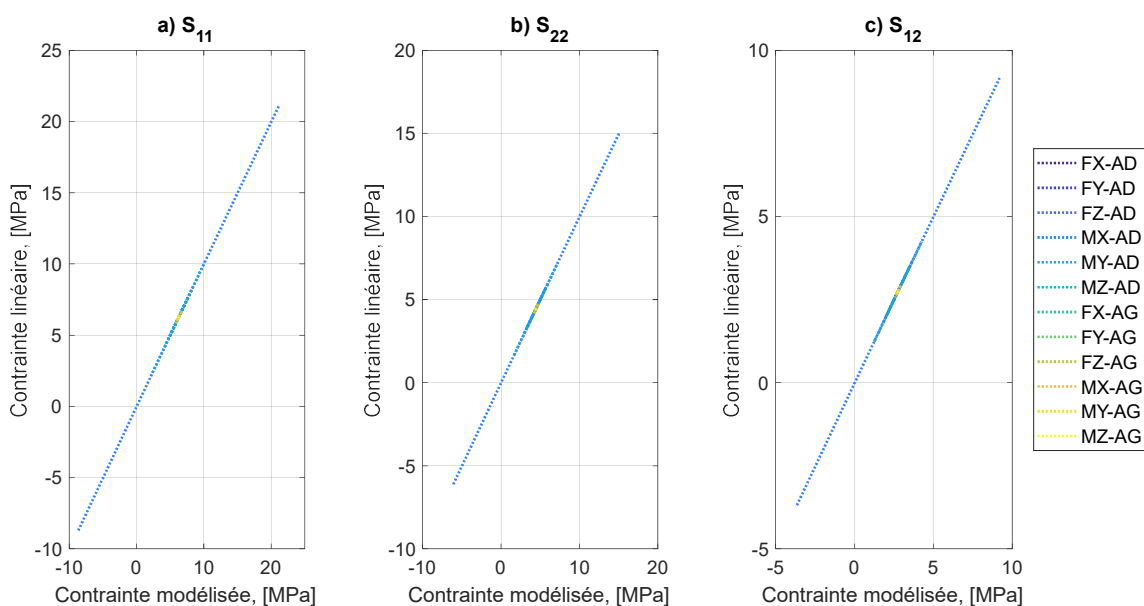


Figure 119 : Reconstruction linéaire de, a)  $S_{11}$ , b)  $S_{22}$  et c)  $S_{12}$  en fonction des réponses respectives en contrainte modélisées, pour le point sur le support de montage de roue

Pour ce point, la réponse en contrainte est parfaitement linéaire aux sollicitations aux roues. En ce qui concerne l'hypothèse d'orientation, les contraintes identifiées  $S_{11}$  et  $S_{12}$  sont alors exprimées en fonction de la contrainte  $S_{22}$ . La Figure 120 illustre ces comparaisons.

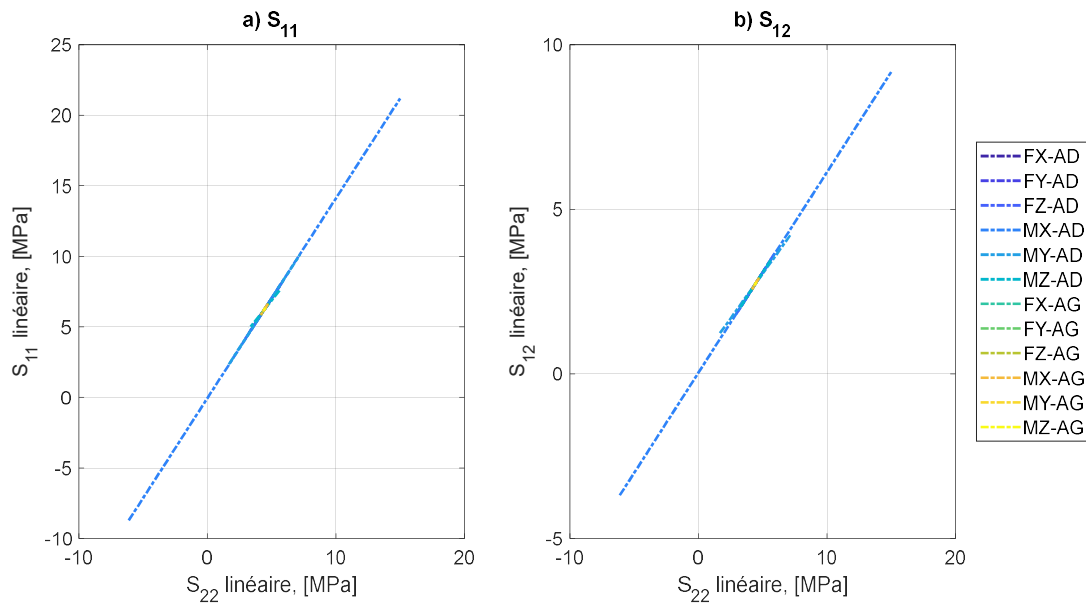


Figure 120 : Comparaison de l'identification linéaire sur a)  $S_{11}$  et b)  $S_{12}$  en fonction de celles sur  $S_{22}$  pour chaque axe de chargement, pour le point sur le support de montage de roue

La présence du cordon de soudure en ce point oriente quasi-parfaitement le chargement. Les hypothèses faites sur la formulation du tenseur de contrainte sont vérifiées en ce point. Il est donc possible de calculer les coefficients d'orientation et d'appliquer la méthode de dimensionnement détaillée tout au long de ce travail. Une fois encore, les coefficients  $\alpha^{SO}$  sont calculés à partir du chargement de référence  $M_X$ -AD. Le Tableau 21 reporte ces résultats.

Tableau 21 : Coefficients  $\alpha^{SO}$ , chargement de référence :  $M_X$ -AD, pour le point sur le support de montage de roue

Roue	AD						AG					
Axe	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$	$F_X$	$F_Y$	$F_Z$	$M_X$	$M_Y$	$M_Z$
$\alpha^{SO}$	0,04	-0,06	0,07	1,00	0,26	-0,28	1E-04	-5E-04	-0,01	-0,02	0,01	0,004

La mesure d'application sur laquelle est testée la méthode en ce point est la même que présentée précédemment, issue d'une suite complexe d'obstacles. Pour chaque comparaison des calculs du dommage, le dommage de référence est issu de l'application du comptage Rainflow sur le signal de référence en prenant en compte une pente de Basquin de 4. Le Tableau 22 compare les résultats issus de l'hypothèse de partition simple avec le dommage de référence.

Tableau 22 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus de la partition

Dommage étudié	$D_{ref}^{DR}$	$D_{ref}^{RR}$	$D_{ref}^{DR} + D_{ref}^{RR}$
$D_i/D_{ref}^{init}$	20,9%	45,5%	66,4%

Dans le cas présent, l'hypothèse de partition, sans appliquer les méthodes adaptées aux chargements aux roues, ne permet de retrouver que 66 % du dommage. Cela représente tout de même 90% en termes de ratio entre les amplitudes des signaux iso-endommageant équivalents. En comparant aux résultats issus du point précédent, l'impact de  $M_X$ -AD est tel que l'influence des aléas est moins dominante dans la part du dommage reconstruit. En prenant en compte les coefficients  $\alpha^{SO}$ , les quelques aléas présents lors de la réalisation des virages viennent amplifier la valeur maximale des amplitudes des plus grands cycles par rapport à celles atteignables au travers de la partition.

Les méthodes dédiées au traitement des chargements DR sont maintenant appliquées. Les résultats sont présentés dans le Tableau 23.

Tableau 23 : Comparaison entre le dommage de référence et les dommages issus des manœuvres

Dommage étudié	$D_{\gamma_X}^{DR}$	$D_{\gamma_Y}^{DR}$	$D^{DR} = D_{\gamma_X}^{DR} + D_{\gamma_Y}^{DR}$
$D_i/D_{ref}^{init}$	0,00%	21,9%	<b>21,9%</b>

Comme attendu, la part du dommage induit par l'accélération longitudinale,  $D_{\gamma_X}^{DR}$  est nulle. L'effet de  $M_X$ -AD sur le chargement équivalent expose le point d'intérêt essentiellement aux chargements reliés aux virages. Le résultat  $D^{DR}$  est très proche de celui obtenu avec  $D_{ref}^{DR}$ .

Pour traiter les chargements aléatoires complémentaires, les approximations issues des méthodes spectrales sont appliquées à partir des sections jugées adéquates. Celles-ci ont été détaillées au cours du chapitre 4. Les résultats de ces approximations ainsi que leur ajout aux effets DR est reporté dans le Tableau 24.

Tableau 24 : Comparaison entre le dommage de référence et, d'une part les dommages issus des aléas et, d'autre part du dommage total issu du processus de dimensionnement proposé.

Dommage étudié	$E_R[D^{RR}]$	$D^{DR} + E_R[D^{RR}]$	$E_{SM}[D^{RR}]$	$D^{DR} + E_{SM}[D^{RR}]$
$D_i/D_{ref}^{init}$	51,8%	<b>73,7%</b>	24,6%	<b>46,4%</b>

Encore une fois, parmi l'ensemble des approximations disponibles, celles de Rayleigh et du Single Moment sont utilisées comme borne supérieure et inférieure des résultats atteignables. In fine, l'approximation de Rayleigh tend à améliorer les résultats obtenus après l'application de la simple hypothèse de partition. Ces résultats résultent d'une compensation des erreurs faites entre l'hypothèse de partition et l'application des méthodes spectrales. Les raisons derrière cette pseudo-corrrection ont été détaillées au cours du chapitre 4.

En traduisant ces ratios de dommage en termes de rapport entre les amplitudes des signaux équivalents à amplitude constante, cela donne 92% et 82% (en appliquant une pente de Basquin égale à 4) respectivement pour les résultats totaux issus des approximations de Rayleigh et du Single Moment.

La méthode permet bien de quantifier l'influence de chaque type de chargement (en séparant les deux sources de manœuvres) en ce point d'intérêt, en considérant le cadre multi-entrées de la sollicitation.

### 5.2.3 Etude du point sur la surface supérieure au centre de la traverse

Le dernier point traité est celui positionné au centre de la traverse, sur la surface supérieure. Sur le modèle la direction  $e_1$  de la base dans laquelle est exprimée le tenseur des contraintes est suivant l'axe longitudinal du référentiel du véhicule. En ce point, aucune spécificité géométrique n'est présente. S'il fallait appliquer un coefficient de Basquin pour calculer le dommage celui-ci serait plus proche de 8 que de la valeur 4 attendue à l'endroit des cordons de soudure précédemment présentés. De manière analogue au processus appliqués sur les deux précédents points, la réponse en contrainte au centre de la traverse est enregistrée en fonction du cas de chargement appliqué aux roues. La Figure 121 reprend, contrainte par contrainte, axe par axe les résultats de la modélisation.

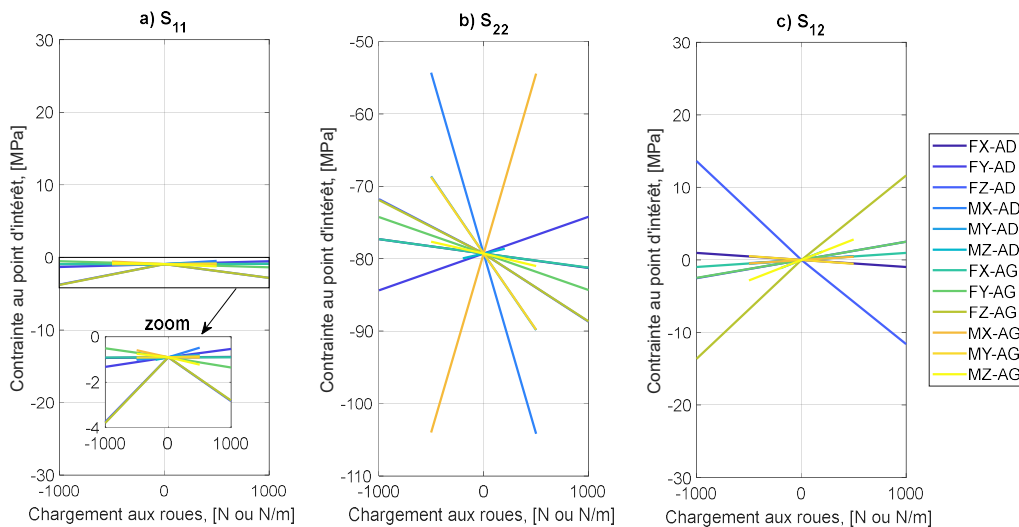


Figure 121 : a)  $S_{11}$  b)  $S_{22}$  et c)  $S_{12}$  en fonction des différents cas de chargement, pour le point au centre de la traverse

La différence avec les deux autres points est flagrante. Pour chaque contrainte étudiée, l'axe de chargement prépondérant varie, ainsi que les ordres de grandeur des variations. Pour la contrainte  $S_{11}$  (contrainte dans l'élément suivant l'axe longitudinal du référentiel véhicule), les variations sont très faibles. Même l'état statique du véhicule au repos n'est que peu influent. Au contraire, pour la contrainte  $S_{22}$ , l'état statique du véhicule affecte la valeur de la contrainte (contrainte suivant l'axe transversal du référentiel véhicule). Comme attendu, il y a une symétrie de la réaction entre la sollicitation des roues droite et gauche. Les chargements les plus significatifs sont les moments longitudinaux  $M_X$ . Pour la contrainte  $S_{12}$ , ce sont les efforts verticaux qui prédominent.

Pour chaque axe de chargement, pour chaque contrainte, une formulation linéaire des contraintes est identifiée. Les résultats sont présentés dans la Figure 122.

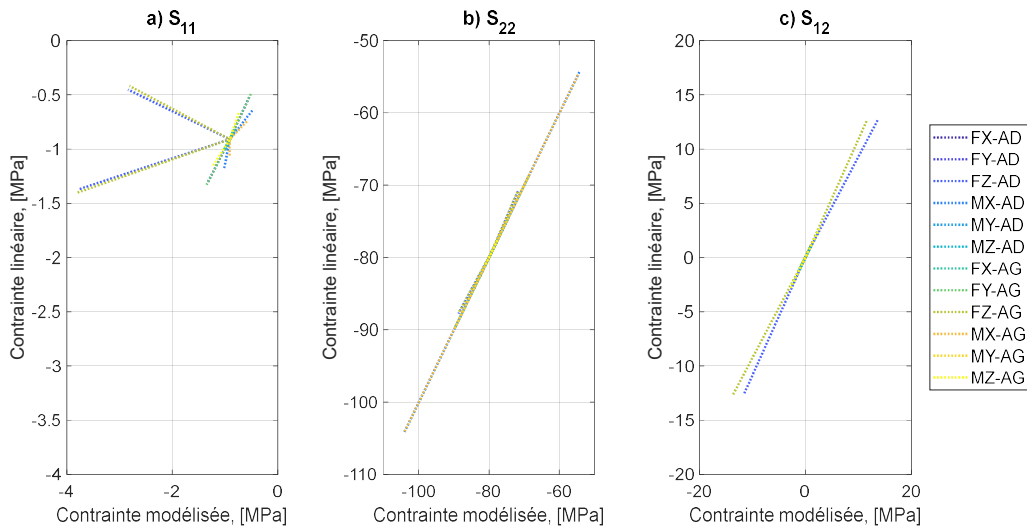


Figure 122 : Reconstruction linéaire de, a)  $S_{11}$ , b)  $S_{22}$  et c)  $S_{12}$  en fonction des réponses respectives en contrainte modélisées, pour le point au centre de la traverse

Cette fois-ci l’hypothèse de linéarité est plus discutable pour la contrainte  $S_{11}$ , notamment en réponse aux efforts verticaux  $F_z$ . Cependant, il convient de noter que les variations observées suivant cette contrainte sont très faibles comparées à celles des deux autres. Pour ces deux dernières, l’identification reste satisfaisante dans l’ensemble.

De la même manière que précédemment, les identifications linéaires des différentes contraintes sont exprimées les unes en fonction des autres en fonction de l’axe de chargement. La Figure 123 illustre ces résultats à partir de la contrainte  $S_{22}$ .

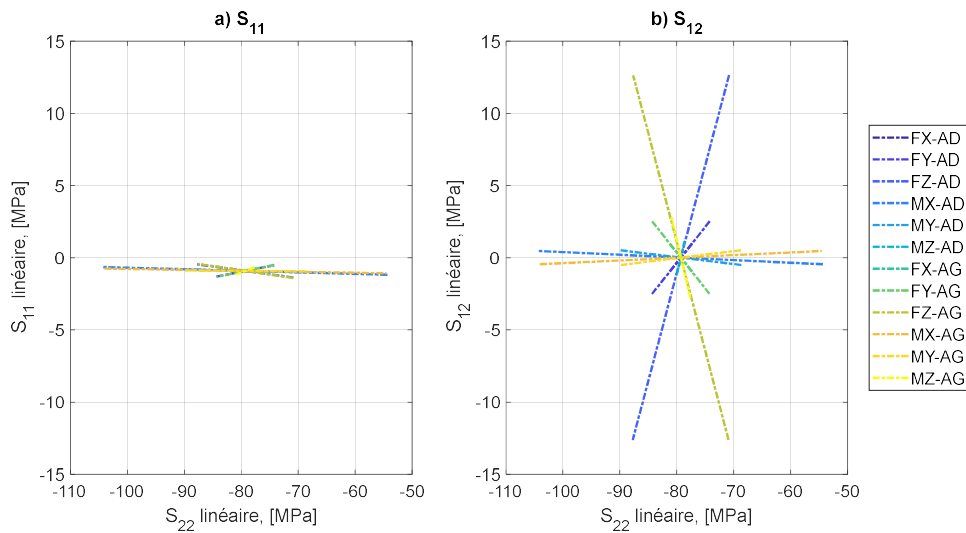


Figure 123 : Comparaison de l’identification linéaire sur a)  $S_{11}$  et b)  $S_{12}$  en fonction de celles sur  $S_{22}$  pour chaque axe de chargement pour le point au centre de la traverse

Que ce soit pour la contrainte  $S_{11}$  ou celle  $S_{12}$ , l’hypothèse d’orientation n’est pas respectée. Cette observation est attendue puisqu’aucune particularité géométrique n’est présente en ce point pour justifier d’un tel comportement. La méthode proposée au sein de ce travail ne peut donc pas être appliquée, au sens où les coefficients  $\alpha^{SO}$  n’ont pas de signification dans le cas où les sollicitations sont non-proportionnelles.

L'hypothèse d'orientation est nécessaire pour valider simplement l'hypothèse de partition des chargements aux roues. Elle est essentielle pour l'application de la démarche telle que présentée dans le manuscrit, mais elle peut ne pas être considérée sans remise en cause de la partition proposée et des modélisations associées.

Le non-respect de l'hypothèse d'orientation en ce point permet de revenir sur la formulation du tenseur des contraintes proposée à la fin du chapitre 2. Pour rappel en prenant en compte l'hypothèse de partition, ainsi que l'hypothèse de linéarité cette équation s'écrit,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{loc}(t) = \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{loc, Li}|_{L_i=1} * L_i^{DR}(t) + \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{loc, Li}|_{L_i=1} * L_i^{RR}(t). \quad (5.1)$$

En considérant, la définition des chargements DR à partir des accélérations, cette équation devient,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{loc}(t) = \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{loc, Li}|_{L_i=1} * \sum_{j=x,y} \alpha_{LiY_j}^{DR} \gamma_j^{DR}(t) + \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{loc, Li}|_{L_i=1} * L_i^{RR}(t). \quad (5.2)$$

La modélisation proposée des chargements perçus aux roues est indépendante du critère de dimensionnement à la fatigue appliqué au point d'intérêt. La partition permet d'isoler une part du tenseur où les chargements évoluent de manière proportionnelle dans le temps (reliée aux chargements DR) d'une partie où la sollicitation est fortement non-proportionnelle (reliée aux chargements RR). La partition permet potentiellement d'adapter le critère de dimensionnement en fonction des chargements considérés.

La Figure 124 illustre l'évolution de  $S_{12}$  en fonction de  $S_{22}$  au point du centre de la traverse. La contrainte  $S_{11}$  est considérée comme nulle au vu de sa faible réaction aux cas de chargements théoriques. Sur le graphique a) les résultats sont issus de l'impact de chaque accélération séparément et sur le graphique b) l'impact des chargements RR. Cette fois-ci les contraintes ne sont plus exprimées en MPa car les chargements initiaux aux roues sont normalisés. Le parcours illustré est la même mesure de la suite complexe d'obstacles.

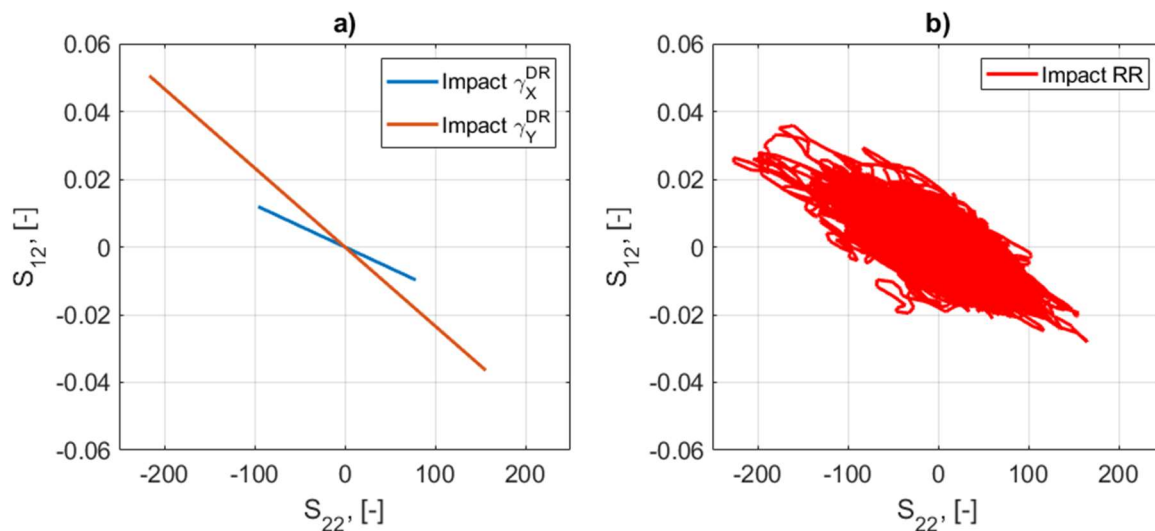


Figure 124 : Évolution de  $S_{12}$  en fonction de  $S_{22}$  au centre de la traverse pour a) les chargements reliés aux manœuvres et b) les chargements RR

L'hypothèse de partition offre la possibilité, malgré le non-respect de certaines hypothèses telle que l'orientation, de pouvoir adapter le processus du dimensionnement à la



fatigue. En particulier, elle permet de simplifier au moins partiellement ce traitement, en isolant la part des chargements qui sont proportionnels.

### 5.3 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est d'appliquer le processus de dimensionnement proposé en trois points particuliers d'une traverse arrière déformable. Parmi ces points deux sont localisés à immédiate proximité des joints de soudures (au niveau du support amortisseur et au niveau du montage de roue). La localisation du troisième point, au centre de la surface supérieure du bras de la traverse, ne possède aucune particularité géométrique.

Pour appliquer l'ensemble de la procédure de dimensionnement, il faut vérifier en amont le respect des hypothèses de linéarité et d'orientation en ces points.

Le modèle en éléments finis de la pièce est sollicité à partir du centre des roues, via des cas de chargements uniaxiaux simples. Le comportement de l'ensemble des pièces présentes entre le centre de la roue et la traverse est modélisé de manière fonctionnelle en raideur. Les valeurs des contraintes perçues en chaque élément sont consignées. Le comportement matériau de la traverse est modélisé par une loi élastique. L'ordre de grandeur des chargements perçus aux roues ne permet pas d'atteindre les zones non-linéaires des comportements en raideur des différentes pièces présentes. Pour l'ensemble des points l'hypothèse de linéarité est presque parfaitement respectée.

La seconde hypothèse formulée est celle de l'orientation. C'est à partir de cette convention que peut être défini le jeu paramètre  $\alpha^{SO}$  propre à chaque point de la structure. Pour les deux premières localisations, proches de joints soudés, une direction principale se dégage, peu importe l'axe de chargement aux roues. L'hypothèse est même parfaitement respectée pour l'élément présent sur le montage de roue.

La mesure témoin est celle composée d'une succession de situations de vie, à partir du parcours de la piste du constructeur. L'application du processus aux deux premiers points d'intérêt (points sensibles pour la fatigue) a montré tout d'abord que l'application de l'hypothèse simple de partition permettait de retrouver la majorité du dommage induit par le chargement de référence. En fonction de la localisation du point d'intérêt, la part de l'incidence des chargements DR (peu de cycles à plus grande amplitude) par rapport à ceux RR peut varier. Si les chargements DR s'avèrent plus influents, les quelques aléas présents pendant ces manœuvres peuvent modifier l'amplitude des quelques cycles significatifs. Le processus de partition peut ne pas retrouver exactement l'amplitude de ces chargements.

Les limites associées aux calculs des dommages respectifs aux chargements DR et RR, basés sur les spectres de chargement des accélérations et l'application des méthodes spectrales, ont déjà été présentées au cours des chapitre 3 et 4. Pour des jeux de coefficients  $\alpha^{SO}$  concrets, le processus de dimensionnement retrouve des valeurs d'endommagement proches de celles de référence en prenant en compte le cadre multi-entrées de la sollicitation.

Le comportement de la structure au troisième point étudié (au centre de la traverse, point neutre sans particularité), ne vérifie pas les conditions d'orientation. Le processus de dimensionnement adaptatif développé n'a pu y être appliqué. En revanche, le principe de

partition tel que présenté au chapitre 2 permet d'isoler la part des chargements proportionnels des autres. Il faut donc développer une autre méthode, cette-fois-ci prenant en compte les variations locales du chargement. L'hypothèse de partition des chargements mesurés aux roues pour le dimensionnement à la fatigue n'est pas pour autant remise en cause.



---

## Conclusion et perspectives

---

Dans cet épilogue, les problématiques industrielles et scientifiques sont tout d'abord rappelées avant de résumer les résultats majeurs issus de ces travaux. Enfin, des perspectives de la thèse sont mises en avant.

### Problématiques industrielle et scientifique

Ce travail se concentre sur le processus de dimensionnement des pièces de la liaison au sol des véhicules automobiles. La majorité de ces pièces sont considérées comme des pièces de sécurité. Lors de leur dimensionnement les constructeurs doivent s'assurer de leur fiabilité tout au long de la durée de vie du véhicule. Les constructeurs ne disposent pas de norme officielle en ce qui concerne les étapes du processus de dimensionnement. Ils sont donc libres de définir ce dernier à partir de leur propre expérience, sous leur pleine responsabilité.

La liaison au sol, majoritairement composée d'alliages métalliques, équivaut à un assemblage de pièces aux géométries complexes. Dans le cadre d'une utilisation normale du véhicule, les points les plus sensibles aux chargements sont très majoritairement à immédiate proximité des soudures de la structure. Ces zones sont potentiellement très nombreuses au sein de la structure.

Pour une utilisation normale du véhicule, les chargements perçus au sein de la liaison au sol ne sont pas supposés induire de plastification. Le processus de dimensionnement s'inscrit donc dans le domaine de la fatigue à grand nombre de cycles.

Les véhicules sont soumis à des sollicitations à amplitudes variables en fonction des situations de vie rencontrées. Les points d'entrée de ces chargements sont les quatre roues du véhicule, soit en tout vingt-quatre voies de chargement en comptant six efforts et six moments par train.

En fonction de la pièce d'intérêt, le constructeur se base sur son expérience pour identifier la voie de chargement aux roues la plus influente. Il ne prend donc pas forcément en compte l'impact multi-entrées de la sollicitation. De plus, pour simplifier les données qui viennent alimenter les bancs d'essais, ou bien les simulations numériques, le constructeur traduit la complexité de la mesure à amplitude variable en un chargement équivalent au sens de la fatigue. Un pré-traitement est appliqué à la mesure pour quantifier son impact en termes de dommage. Le chargement équivalent est construit comme un chargement cyclique d'amplitude constante iso-endommageant.

Traduire l'ensemble du chargement perçu en une valeur théorique d'endommagement ne permet pas au constructeur de remonter à la source du dommage en termes de situations de vie rencontrées. L'objectif du constructeur est donc de caractériser de manière plus fine les chargements perçus aux roues pour le dimensionnement à la fatigue des éléments de la liaison au sol. Cette caractérisation est à présent accessible au travers d'une modélisation des spectres de chargement, ce qui permettra d'apporter une nouvelle norme de comparaison entre les différentes mesures à disposition.

Au niveau industriel, l'objectif est donc d'apporter des éléments de caractérisation de la sollicitation à amplitude variable mesurée aux roues, permettant au constructeur d'identifier la source de l'endommagement des pièces de la liaison au sol.

Au niveau scientifique, la difficulté réside dans la prise en compte du cadre multi-entrées de la sollicitation du véhicule, dès les mesures des chargements aux roues, pour le dimensionnement en fatigue.

### Méthode proposée et résultats

En étudiant la nature des chargements, deux catégories ressortent nettement : les chargements Driven Road (DR) et ceux Random Road (RR). Ces chargements se distinguent par leur nature fréquentielle (cf. coupure en fréquence proposée à 0,7 Hz). La méthode de dimensionnement propose de considérer chaque voie mesurée comme la somme de ces deux types de chargement. Les premiers sont induits par les manœuvres de freinage et virage. Ils sont donc régis par les lois de la dynamique élémentaire du véhicule. En fonction de la manœuvre réalisée, plusieurs voies de chargements sont concernées. Ces mesures sont donc corrélées dans le temps. Plus précisément, ces chargements sont tous corrélés aux accélérations mesurées au centre de gravité du véhicule. Les seconds sont issus des aléas de la route. Bien que le passage d'un aléa soit mesuré au même instant sur plusieurs voies, aucune règle simple ne permet de relier temporellement les voies entre elles.

La méthode de dimensionnement proposée au cours de ce travail permet de rendre compte de l'hypothèse de partition pour le dimensionnement à la fatigue. De plus, elle est construite pour adapter le traitement à chaque nature de chargement en considérant le cadre multi-entrées de la sollicitation du véhicule.

Le processus de validation part d'une formulation générique d'un tenseur des contraintes en un point local de la liaison au sol. Des hypothèses concernant le comportement de la structure tels que la linéarité et l'orientation du tenseur des contraintes sont formulées. Cette formulation met en avant un signal temporel équivalent rendant compte de l'impact des deux natures de chargement. L'étude d'un modèle en éléments finis d'une traverse arrière déformable a montré que l'hypothèse de linéarité est bien vérifiée en tout point. Celle concernant l'orientation est bien respectée à l'immédiate proximité des joints soudés. En revanche, elle ne l'est pas aux points sans particularité géométrique environnante.

Chaque étape de la méthode proposée est illustrée à partir d'une mesure complexe d'obstacles, réalisée sur les pistes du constructeur, qui regroupe une large variété de situations de vie rencontrées. Le processus est valide s'il permet d'obtenir le même dommage que celui de référence.

### Traitement des chargements DR

L'identification des chargements DR est issue de la combinaison linéaire des accélérations filtrées. Cette méthode permet de retrouver l'amplitude des chargements associés à tout type de manœuvres. Par conséquent, cela permet de reconstruire les spectres de chargements associés à l'ensemble des chargements DR à partir des spectres de chargements

issus des accélérations filtrées. Ces spectres prennent donc en compte le caractère multi-entrée de la sollicitation.

Ce processus est efficace si les mesures d'accélération ne sont pas concomitantes, au sens où plusieurs manœuvres ne sont pas réalisées au même instant. Des indicateurs pour jauger le degré de non-concomitance et de l'impact de cette hypothèse sur le calcul du dommage ont été proposés. À noter que les mesures clients s'avèrent plus modérés vis-à-vis de cette caractéristique que les mesures sur piste, où le constructeur peut opportunément exécuter freinages en ligne droite et virages à vitesse constante.

Ce traitement permet in fine d'associer à chaque type d'accélération un taux de dommage. Cela permet au constructeur de préciser l'impact en fatigue associé à chaque type de manœuvre. Ce sont donc les accélérations qui permettent de caractériser ces chargements. L'idée proposée est d'identifier le modèle d'Heuler modifié (modèle développé dans ces travaux) associés aux spectres de chargements générés à partir des accélérations filtrées.

### Traitement des chargements RR

Les chargements RR ne peuvent pas être caractérisés efficacement les uns par rapport aux autres par leur information temporelle mais peuvent l'être par leur information fréquentielle. Le traitement proposé fait donc appel aux notions utilisées pour la fatigue vibratoire.

Il faut noter que les méthodes spectrales ne sont adaptées qu'aux chargements stationnaires de nature gaussienne, dont les échantillons de mesure sont jugés ergodiques. Ces travaux proposent donc une méthode de découpage des signaux en fonction de la variation de la variance. Ce découpage est réalisé sur l'accélération verticale qui traduit globalement les aléas perçus aux roues du véhicule. Les sections découpées en amont correspondent aux différents types d'aléas rencontrés. Seuls les aléas influents, qui respectent les conditions précitées, sont considérés pour le dimensionnement en fatigue. Cela laisse de côté le traitement des chocs.

Chaque portion propice à l'application des méthodes spectrales peut être caractérisée par la matrice des densités spectrales associée à l'ensemble des voies de chargements RR. Cette matrice prend en compte la corrélation fréquentielle des aléas entre les différentes voies. Ainsi elle permet de considérer le cadre multi-entrées de la sollicitation du véhicule.

Plusieurs approximations spectrales issues de la littérature sont éprouvées sur les mesures à disposition. Elles sont calculées à partir d'une densité spectrale équivalente. Cette dernière prend en compte la matrice des densités spectrales associée à la portion étudiée, ainsi que l'influence des différentes voies de chargement au point d'intérêt considéré (impact quantifié grâce à l'hypothèse d'orientation du chargement). Le résultat final correspond, pour chaque approximation, à la somme des espérances du dommage calculées pour chaque portion propice.

Les espérances du dommage résultant peuvent varier en fonction des approximations spectrales utilisées. La précision de ces dernières dépend de la largeur de bande des mesures considérées. Les espérances du dommage résultants sont toutes en adéquation avec la valeur de référence. L'approximation de Rayleigh semble donner les meilleurs résultats, alors que cette

approximation est dédiée au traitement des chargements à bande étroite. Elle tend donc à surestimer le dommage induit par les signaux à bande large, ce qui est caractéristique des mesures. Lors de la comparaison le dommage de référence peut prendre en compte l'impact des chocs issu de la mesure initiale, alors que le traitement par les méthodes spectrales ne le peut pas.

Ces travaux ne proposent pas de traitement particulier pour pouvoir considérer les aléas de type chocs (i.e. évènements ponctuels de type franchissement d'obstacle). Une proposition est faite pour considérer les chargements stationnaires, mais non-gaussiens, comme une mixture de plusieurs phénomènes gaussiens. Cette identification s'avère efficace, mais n'est pertinente en termes de résultat que si l'échantillon étudié est assez long pour contenir plusieurs phénomènes stationnaires gaussien.

### Vue d'ensemble

Malgré une bonne adéquation des dommages prédits avec ceux de référence dans la majorité des configurations, certaines limites à la méthode proposée n'ont pas échappé au lecteur.

D'une part, la méthode peut échouer à retrouver les amplitudes maximales d'un signal initial si celui-ci est composé de chargement RR et DR concomitants. Bien entendu, ce n'est pathologique que dans de rares cas réalistes. Globalement, il est rare de réaliser une manœuvre abrupte lors d'une sollicitation aléatoire de forte amplitude. D'autre part, il est essentiel de maîtriser précisément la nature des chargements, (i.e. degré de concomitance pour ceux DR et contenu fréquentielle et propriétés statistiques adaptées pour ceux RR) pour analyser et appliquer la méthode.

Globalement les résultats issus de la méthode proposée sont proches de ceux de référence. Cette méthode permet de répondre aux deux objectifs de la thèse, à savoir :

- Apporter plus de précision concernant la nature chargements à la source de l'endommagement des pièces, i.e. le type de manœuvre ou bien les aléas.
- Prendre en compte le caractère multi-entrées de la sollicitation, à partir des chargements mesurés aux roues dans le processus de dimensionnement à la fatigue.

### Application industrielle

Certains outils développés au cours de la thèse ont déjà été implémentés au sein de certaines études menées par le constructeur. Le modèle de Heuler modifié a notamment permis de comparer plus efficacement différents contrats issus de différentes pistes. D'un point de vue uniaxial, la partition permet de rendre compte de l'impact des différentes natures de chargement, que ce soit pour chaque type d'obstacle sur piste ou concernant des mesures client. Cela apporte plus de précision au constructeur pour considérer ses conditions de chargement.

## Perspectives

La première perspective de ces travaux consiste à appliquer la méthode sur une plus grande population de mesures, que celles-ci proviennent des pistes ou de mesures clients. Cela

permettrait notamment de dégager certaines caractéristiques propres aux deux natures de chargement.

### Chargements DR

L'une des hypothèses initiales de ce travail est de considérer la réponse de la structure aux chargements comme linéaire. Pour enrichir la méthode il faudrait pouvoir traiter notamment deux types de non-linéarité :

- Celle issue du comportement matériau
- Celle issue des mécanismes de la structure

Dans le cadre d'une utilisation normale, certes les chargements ne sont pas supposés induire de plasticité, mais certaines amplitudes peuvent être trop faibles pour appartenir à la classe de chargement correspondant à la fatigue à grand nombre de cycles. Ces chargements relèvent plutôt du domaine de la fatigue à très grand nombre de cycles. La loi de modélisation du comportement matériau tend à varier entre ces deux domaines, ce qui est censé dégager des opportunités d'optimisation du dimensionnement.

De plus, certains chargements perçus, même s'ils n'induisent pas de plasticité, peuvent activer certains mécanismes de la structure (e.g. la mise en butée d'une des roues). Cela représente une source potentielle de non-linéarité du comportement de la structure.

L'ensemble des points de la structure ne sont pas influencés de la même manière par ces non-linéarités. L'idée serait de caractériser cet impact au travers des variations des paramètres du modèle d'Heuler modifié, identifié initialement aux roues.

La seconde perspective rejoint celle globale formulée en amont. L'idée serait d'identifier le modèle d'Heuler modifié sur plusieurs groupes de clients roulant dans différentes zones géographiques. Cela permettrait au constructeur, dont la clientèle est internationale, de définir des classes de valeur pour les paramètres du modèle en fonction de la zone visée. Cette perspective correspond au besoin de normalisation du processus de dimensionnement.

La troisième perspective concerne également l'identification du modèle d'Heuler modifié. Au cours de ce travail, ce modèle a majoritairement été identifié à partir des roulages sur les pistes du constructeur. L'identification de ces paramètres sur d'autres types de mesures permettrait de caractériser la variabilité du passage de certaines situations de vie. Par exemple, cela permettrait de faire la différence entre plusieurs types de conduite réalisées par les clients.

La dernière perspective aborde le cas où l'hypothèse d'orientation du tenseur n'est pas satisfaite. Les travaux ont montré que les chargements DR, définis à partir des accélérations étaient tout de même proportionnels dans le repère des contraintes. Seulement, cette proportionnalité dépend de l'accélération considérée. L'idée est donc de quantifier ce degré de non-proportionnalité entre les deux accélérations au niveau local. Cela permettrait de discriminer les modèles de fatigue qui restent pertinents.

### Chargements RR

Quand elle est adéquate aux aléas considérés, la matrice de densité spectrale permet de caractériser le chargement RR perçu en prenant en compte le cadre multi-entrées. En écho à la perspective globale formulée, l'idée est donc d'identifier ce qui différencie les matrices les unes



des autres en fonction des aléas traités. De même, il faudrait savoir combien de mesures il faut considérer pour avoir une vision d'ensemble des différents aléas rencontrés.

Pour répondre à ces questions, il faudra continuer le travail sur les situations où les distributions sont leptokurtiques. L'identification des mixtures gaussiennes a montré des résultats prometteurs. Il reste tout de même à intégrer l'aspect multi-entrées dans ces processus d'identification. Les mesures, qu'elles soient issues de roulage client ou sur piste, doivent être potentiellement plus longues pour traiter cet aspect.

De manière analogues aux chargements DR, il faudrait également caractériser la variabilité des densités spectrales de puissance pour pouvoir traduire différents styles de conduite.

Enfin, dans le cas où les hypothèses sur la structure ne sont pas vérifiées, les chargements RR induisent au niveau local des sollicitations fortement non-proportionnelles. Le dimensionnement en fatigue adapté ne pourra sans doute s'opérer qu'au niveau local. Dans ce cas il ne sera pas possible de découpler l'analyse des chargements du critère de fatigue appliqué.

---

# Bibliographie

---

- Aalt, A., 1989. European approaches in standard spectrum development. Development of fatigue loading spectra 1006, 17.
- Abdullah, S., Giacomini, J., Yates, J., 2004. A mission synthesis algorithm for fatigue damage analysis. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering 218, 243-258.
- Amzallag, C., Gerey, J., Robert, J.L., Bahuaud, J., 1994. Standardization of the rainflow counting method for fatigue analysis. International journal of fatigue 16, 287-293.
- Aoki, T., Imai, K., Watanabe, S., Yamakawa, S., Nakahara, Y., Haraguchi, M., Uchiyama, Y., 2003. A Study of Development Indices Established Quantification of Road Load (No. 0148-7191). SAE Technical Paper.
- Baroux, E., Delattre, B., Constantinescu, A., Pamphile, P., Raoult, I., 2022. Analysis Of Real-Life Multi-Input Loading Histories For The Reliable Design Of Vehicle Chassis. Procedia Structural Integrity 38, 497-506.
- Basquin, O.H., 1919. The Exponential Law of Endurance Tests. American Society for Testing and Materials Proceedings 10, 625-630.
- Bathias, C., 2013. Fatigue Limit in Metals, Focus (Wiley). Wiley.
- Bathias, C., Pineau, A., 1997. La Fatigue des matériaux et des structures, Mécanique Ingénierie Matériau. Hermès Science Publications, Paris.
- Bellec, E., Facchinetti, M.L., Doudard, C., Calloch, S., Moyne, S., Silvestri, M.P., 2021. Modelling and identification of fatigue load spectra: Application in the automotive industry. International Journal of Fatigue 149, 106222.
- Benasciutti, D., Tovo, R., 2006. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band Gaussian random processes. Probabilistic Engineering Mechanics 21, 287-299.
- Benasciutti, Denis, Tovo, R., 2005. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. International Journal of fatigue 27, 867-877.
- Benasciutti, D, Tovo, R., 2005. Cycle distribution and fatigue damage assessment in broad-band non-Gaussian random processes. Probabilistic Engineering Mechanics 20, 115-127.
- Benasciutti, D., Tovo, R., 2004. Rainflow cycle distribution and fatigue damage in Gaussian random loadings. Report of engineering department. University of Ferrara (Italy).
- Bendat, J.S., Piersol, A.G., 2011. Random Data: Analysis and Measurement Procedures. John Wiley & Sons.
- Bendat, J.S., Thrall, G.P., 1965. A summary of methods for analyzing nonstationary data (No. NASA-CR-64624).
- Bercelli, L., Doudard, C., Calloch, S., Le Saux, V., Beaudet, J., 2023. Thermometric investigations for the characterization of fatigue crack initiation and propagation in Wire and Arc Additively Manufactured parts with as-built surfaces. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures.
- Bergamo, S., Schimmerling, P., Triboulet, F., Wilson, P., Facchinetti, M.L., Monin, M., Lefebvre, F., Weber, B., 2017. Applications aux aciers et autres matériaux utilisés dans la construction automobile. SIA, p. 39.
- Berger, C., Eulitz, K.-G., Heuler, P., Kotte, K.-L., Naundorf, H., Schuetz, W., Sonsino, C., Wimmer, A., Zenner, H., 2002. Betriebsfestigkeit in Germany—an overview. International Journal of Fatigue 24, 603-625.
- Bergmann, J., Schütz, W., 1990. Standardisierter Lastablauf für heiße Turbinen- und Verdichterscheiben von Kampfflugzeugen (Hot TURBISTAN). Report No. TF-2809, IABG, Ottobrunn, Germany.

- Blanche, A., Chrysochoos, A., Wattrisse, B., Berthel, B., 2011. Comportement dissipatif en fatigue de l'acier DP600. Présenté à Mécamat 2011, p. 205-208.
- Bogsjö, K., Podgórski, K., Rychlik, I., 2012. Models for road surface roughness. *Vehicle System Dynamics* 50, 725-747.
- Brossard, J.-P., 2017. Dynamique des véhicules articulés. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- Carteron, L., Doudard, C., Calloch, S., Levieil, B., Beaudet, J., Bridier, F., 2020. Naval welded joints local stress assessment and fatigue cracks monitoring with quantitative thermoelastic stress analysis. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 110, 102792.
- Cartwright, D.E., Longuet-Higgins, M.S., 1956. The statistical distribution of the maxima of a random function. *Proceedings of the royal society of london. series a. mathematical and physical sciences* 237, 212-232.
- Cesnik, M., Slavič, J., Capponi, L., Palmieri, M., Cianetti, F., Boltežar, M., 2018. The relevance of non-stationarities and non-Gaussianities in vibration fatigue. *MATEC Web of Conferences* 165, 10011. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201816510011>
- Chambers, J., Cleveland, W., Kleiner, B., Tukey, P., 1983. *Graphical Methods for Data Analysis*. Wadsworth international group.
- Correia, J., Carvalho, H., Lesiuk, G., Mourão, A., Grilo, L.F., de Jesus, A., Calçada, R., 2020. Fatigue crack growth modelling of Fão Bridge puddle iron under variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue* 136, 105588. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2020.105588>
- Costa, J.D., Ferreira, J.A.M., Borrego, L.P., Abreu, L.P., 2012. Fatigue behaviour of AA6082 friction stir welds under variable loadings. *International Journal of Fatigue* 37, 8-16. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.10.001>
- Coudray, O., 2022. A statistical point of view on fatigue criteria: from supervised classification to positive-unlabeled learning. Université Paris-Saclay, Orsay.
- Crandall, S.H., Mark, W.D., 2014. *Random vibration in mechanical systems*. Academic Press.
- Davenport, A.G., 1964. Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 28, 187-196.
- Decker, M., 2021. Vibration fatigue analysis using response spectra. *International Journal of Fatigue* 148, 106192.
- Decker, M., Savaidis, G., 2002. Measurement and analysis of wheel loads for design and fatigue evaluation of vehicle chassis components. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 25, 1103-1119.
- Di Paola, M., 1998. Digital simulation of wind field velocity. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 74, 91-109.
- Dirlik, T., 1985. Application of computers in fatigue analysis.
- Dirlik, T., Benasciutti, D., 2021. Dirlik and Tovo-Benasciutti spectral methods in vibration fatigue: a review with a historical perspective. *Metals* 11, 1333.
- Dodds, C., Robson, J., 1973. The description of road surface roughness. *Journal of sound and vibration* 31, 175-183.
- Dressler, K., Speckert, M., 2022. Technical Keynote: Durability Validation for Variable Customer Usage (No. 0148-7191). SAE Technical Paper.
- Edwards, P., Darts, J., 1984. Standardised Fatigue loading Sequences for Helicopter Rotors (Helix and Felix) Part 2. Final Definition of Helix and Felix. ROYAL AIRCRAFT ESTABLISHMENT FARNBOROUGH (UNITED KINGDOM).
- Facchinetti, M.L., 2018. Load spectra and fatigue damage: applications to the automotive industry. Présenté à MATEC Web of Conferences, EDP Sciences, p. 17008.

- Fatemi, A., Yang, L., 1998. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *International journal of fatigue* 20, 9-34.
- Florin, P., 2015. Caractérisation rapide des propriétés à la fatigue à grand nombre de cycle des assemblages métalliques soudés de type automobile: vers une nouvelle approche basée sur des mesures thermométriques.
- Florin, P., Doudard, C., Facchinetti, M.L., Calloch, S., 2015. Determination of the first stress tensor invariant of a complex steel sheet structure from thermoelastic stress analysis. *Procedia Engineering* 133, 736-745.
- Gaßner, E., 1939. Festigkeitsversuche mit wiederholter Beanspruchung im Flugzeugbau. *Luftwissen* 6, 61-64.
- Genet, G., 2006. A statistical approach to multi-input equivalent fatigue loads for the durability of automotive structures. Chalmers Tekniska Hogskola (Sweden).
- Genta, G., 1997. *Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. World Scientific.
- Gillespie, T., 1992. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE International.
- Goodman, J., 1899. *Mechanics applied to engineering*. Longmans, Green & Co., London.
- Grubisic, V., 1994. Determination of load spectra for design and testing. *International Journal of Vehicle Design* 15, 8-26.
- Guellec, C., Doudard, C., Leveil, B., Jian, L., Ezanno, A., Calloch, S., 2023. Parametric method for the assessment of fatigue damage for marine shaft lines. *Marine Structures* 87, 103325.
- Guo, H., Feissel, P., Druesne, F., Bouzebda, S., Limnios, N., Patigniez, A., Bouyaux, S., 2022. An identification strategy for stochastic fatigue models of welding joints from structural experiments. *Engineering Structures* 270, 114860. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114860>
- Gupta, A., Bennett, C.J., Sun, W., 2022. Fatigue property-performance relationship of additively manufactured Ti-6Al-4V bracket for aero-engine application: An experimental study. *Procedia Structural Integrity, Fatigue Design 2021, International Conference Proceedings, 9th Edition* 38, 40-49. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.03.005>
- Haigh, B.P., 1917. Experiments on the fatigue of brasses. *Journal of the Institute of Metals* 18, 55-86.
- Halconrui, T., 1995. *Les liaisons au sol*. ETAI.
- Hänel, B., Haibach, E., Seeger, T., Wirthgen, G., Zenner, H., 2003. Analytical strength assessment of components in mechanical engineering, FKM Guideline. ed. Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), Frankfurt.
- Heim, R., 2020. *Structural Durability: Methods and Concepts*. Springer.
- Herve, R., Mohamed, B., Fabien, L., 2015. Comparison of spectral methods for fatigue analysis in non-Gaussian random processes—application to elastic-plastic behaviour. *Procedia Engineering* 101, 430-439.
- Heuler, P., Bruder, T., Klätschke, H., 2005. Standardised load-time histories—a contribution to durability issues under spectrum loading. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik: Entwicklung, Fertigung, Prüfung, Eigenschaften und Anwendungen technischer Werkstoffe* 36, 669-677.
- Heuler, P., Frost, M., Rochlitz, H., 2010. Load assumptions for durability assessment of automotive structure. *Engineering Integrity* 29, 8-19.
- Heuler, P., Klätschke, H., 2005. Generation and use of standardised load spectra and load-time histories. *International Journal of Fatigue, Cumulative Fatigue Damage Conference - University of Seville* 27, 974-990. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.09.012>
- Jacobson, B.J.H., 2017. *Vehicle Dynamics Compendium*.

- Karlsson, M., 2007. Load modelling for fatigue assessment of vehicles—a statistical approach. Chalmers Tekniska Hogskola (Sweden).
- Klätschke, H., 2002. Standardized load sequences for car powertrains with automatic gears-Car Loading Standard-CARLOS PTA. Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), Darmstadt, Report.
- Köhler, M., Jenne, S., Pötter, K., Zenner, H., 2017. Load assumption for fatigue design of structures and components. Springer.
- Lagoda, T., Macha, E., 1993. Simulation of Cross-correlation Effect on Biaxial Random Fatigue. Présenté à Fifth International Conference on Fatigue and Fatigue Thresholds, Montréal, Quebec.
- Lalanne, C., 2014. Mechanical vibration and shock analysis, fatigue damage. John Wiley & Sons.
- Lalanne, C., 1999a. Vibrations et chocs mécaniques - Tome 3, Vibrations aléatoires, Vibrations et chocs mécaniques. Hermes Science Publications.
- Lalanne, C., 1999b. Vibrations et chocs mécaniques - Tome 4, Dommage par Fatigue, Vibrations et chocs mécaniques. Hermès science publications.
- Larsen, C., Lutes, L., 1991. Predicting the Fatigue Life of Offshore Structures by the Single-Moment Spectral Method. Probabilistic Engineering Mechanics 6, 96-108. [https://doi.org/10.1016/0266-8920\(91\)90023-W](https://doi.org/10.1016/0266-8920(91)90023-W)
- Lee, Y.-L., Tjhung, T., 2012. Chapter 3 - Rainflow Cycle Counting Techniques, in: Lee, Y.-L., Barkey, M.E., Kang, H.-T. (Éd.), Metal Fatigue Analysis Handbook. Butterworth-Heinemann, Boston, p. 89-114. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-385204-5.00003-3>
- Lepine, J., Rouillard, V., Sek, M., 2017. On the use of machine learning to detect shocks in road vehicle vibration signals. Packaging Technology and Science 30, 387-398.
- Lutes, L.D., Larsen, C.E., 1990. Improved spectral method for variable amplitude fatigue prediction. Journal of Structural Engineering 116, 1149-1164.
- Lutes, L.D., Sarkani, S., 1997. Stochastic Analysis of Structural and Mechanical Vibrations. Prentice Hall.
- Mainnemare, F., Delattre, B., Raoult, I., Villars, O., Boucard, P.-A., Guidault, P.-A., 2019. Éléments préalables à l'élaboration d'un modèle de connecteur pour le Point de Soudure Électrique. Présenté à CSMA 2019-14ème colloque national en calcul de structures.
- Maquin, D., Mourot, G., Ragot, J., 2005. Caractérisation de mélange de distributions gaussiennes.
- Marques, J.M.E., Benasciutti, D., 2020. More on variance of fatigue damage in non-Gaussian random loadings—effect of skewness and kurtosis. Procedia Structural Integrity 25, 101-111.
- Matsuishi, M., Endo, T., 1968. Fatigue of metals subjected to varying stress. Japan Society of Mechanical Engineering.
- Miles, J.W., 1954. On structural fatigue under random loading. Journal of the Aeronautical Sciences 21, 753-762.
- Miner, M.A., 1945. Cumulative damage in fatigue.
- Morel, A., Bignonnet, A., Germain, G., Morel, F., 2010. Teaching durability in automotive applications using a reliability approach. International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM) 4, 281-287.
- Mršnik, M., Slavič, J., Boltežar, M., 2013. Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation—application to real data. International journal of fatigue 47, 8-17.
- Niesłony, A., Böhm, M., Owsinski, R., 2021. Crest factor and kurtosis parameter under vibrational random loading. International Journal of Fatigue 147, 106179.
- Ortiz, K., Chen, N., 1987. Fatigue damage prediction for stationary wide-band processes. Présenté à Fifth Int. Conf. on Applications of Statistics and Probability in Civil Engrg.

- Pacejka, H.B., 1973. Simplified Analysis of Steady-state Turning Behaviour of Motor Vehicles. Part 1. Handling Diagrams of Simple Systems. *Vehicle System Dynamics* 2, 161-172.
- Pitoiset, X., 2001. Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements aléatoires multiaxiaux (Mémoire de thèse). Université Libre de Bruxelles, Bruxelles.
- Pitoiset, X., Preumont, A., 2000. Spectral methods for multiaxial random fatigue analysis of metallic structures. *International journal of fatigue* 22, 541-550.
- Poncelet, J.-V., 1844. *Traité de mécanique appliquée aux machines*. Jean Schiwel.
- Pötter, K., s. d. *STRUCTURAL DURABILITY AND INTEGRITY IN VEHICLE DESIGN*.
- Preumont, A., 1990. *Vibrations aléatoires et analyse spectrale*. PPUR presses polytechniques.
- Rankine, W.J.M., 1843. On the causes of the unexpected breakage of the journals of railway axles; and on the mean of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction. *Journal of the Franklin Institute* 36, 178-180. [https://doi.org/10.1016/S0016-0032\(43\)91062-2](https://doi.org/10.1016/S0016-0032(43)91062-2)
- Raoult, I., Delattre, B., 2020. Equivalent fatigue load approach for fatigue design of uncertain structures. *International Journal of Fatigue* 135, 105516.
- Rice, S.O., 1944. Mathematical analysis of random noise. *The Bell System Technical Journal* 23, 282-332.
- Rognon, H., 2013. Comportement en fatigue sous environnement vibratoire: prise en compte de la plasticité au sein des méthodes spectrales.
- Rouillard, V., 2014. Quantifying the Non-stationarity of Vehicle Vibrations with the Run Test. *Packaging Technology and Science* 27, 203-219. <https://doi.org/10.1002/pts.2024>
- Rychlik, I., 1993. On the 'narrow-band' approximation for expected fatigue damage. *Probabilistic Engineering Mechanics* 8, 1-4.
- Schütz, D., Klätschke, H., 1997. Standardized load sequences for car powertrains with manual gears—car loading standard—CARLOS PTM. Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), Darmstadt, Bericht 7558.
- Schütz, D., Klätschke, H., Heuler, P., 1994. Standardized multiaxial load sequences for car wheel suspension components. Car loading standard multiaxial-CARLOS multi.
- Schütz, D., Klätschke, H., Steinhilber, H., Heuler, P., Schuetz, W., 1990. STANDARDIZED LOAD SEQUENCES FOR CAR WHEEL SUSPENSION COMPONENTS. CAR LOADING STANDARD-CARLOS. FINAL REPORT.
- Schütz, D., Lowak, H., De Jonge, J., Schijve, J., 1973. A standardised load sequence for flight simulation tests on transport aircraft wing structures. LBF-Report FB-106, NLR-Report TR 73.
- Shinozuka, M., 1971. Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes. *The Journal of the Acoustical Society of America* 49, 357-368. <https://doi.org/10.1121/1.1912338>
- Sonsino, C., Heim, R., Melz, T., 2015. Why variable amplitude loading? A key for lightweight-structural durability design. Présenté à VAL3, 3rd International Conference on Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading, p. 73-80.
- Sonsino, C.M., 2007. Fatigue testing under variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue* 29, 1080-1089.
- Sonsino, C.M., Breitenberger, M., Krause, I., Pötter, K., Schröder, S., Jürgens, K., 2021. Required Fatigue Strength (RFS) for evaluating of spectrum loaded components by the example of cast-aluminium passenger car wheels. *International Journal of Fatigue* 145, 105975.
- Speckert, M., Johannesson, P., 2013. *Guide to load analysis for durability in vehicle engineering*. John Wiley & Sons.

- Stelzer, R., Carlton, B., Mazzoni, S., 2020. COMPARISON OF CYCLE COUNTING METHODS FOR POTENTIAL LIQUEFACTION AND STRUCTURAL FATIGUE ASSESSMENT.
- Stromeyer, C., 1914. The determination of fatigue limits under alternating stress conditions. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character 90, 411-425.
- Suptille, M., Pagnacco, E., Khalij, L., Cursi, J., Brossard, J., 2012. Generation of stationary Gaussian processes and extreme value distributions for high-cycle fatigue models-application to tidal stream Turbines. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering 34, 640-651.
- Suresh, S., 1998. Fatigue of Materials, 2<sup>e</sup> ed. Cambridge University Press.
- Thomas, J., Nguyen-Tajan, T., Burry, P., 2005. Structural durability in automotive design. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik: Entwicklung, Fertigung, Prüfung, Eigenschaften und Anwendungen technischer Werkstoffe 36, 650-658.
- Trapp, A., Wolfsteiner, P., 2021. Frequency-domain characterization of varying random vibration loading by a non-stationarity matrix. International Journal of Fatigue 146, 106115.
- Truong, C., Oudre, L., Vayatis, N., 2020. Selective review of offline change point detection methods. Signal Processing 167, 107299.
- Van Dang, K., Bignonnet, A., Fayard, J.-L., Janosch, J.-J., 2001. Assessment of welded structures by a local multiaxial fatigue approach. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 24, 369-376.
- Vandijk, G., Dejonge, J., 1975. Introduction to a Fighter Aircraft Loading Standard for Fatigue evaluation(Falstaff).
- Wartenberg, K., Conrads, W., Klätschke, H., Sigwart, A., Riehle, J., 2003. Proposal on an Amendment of the Directive 94/20/EC. Memorandum des CARLOS TC Arbeitskreises, unveröffentlicht, Darmstadt.
- Wiener, N., 1930. Generalized harmonic analysis. Acta mathematica 55, 117-258.
- Wirsching, P.H., Haugen, E.B., 1973. Probabilistic design for random fatigue loads. Journal of the Engineering Mechanics Division 99, 1165-1179.
- Wöhler, A., 1860. Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagenachsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit der Wagen-Achsen. Zeitschrift für Bauwesen 10, 583-614.
- Wolfsteiner, P., Sedlmair, S., 2015. Deriving gaussian fatigue test spectra from measured non gaussian service spectra. Procedia Engineering 101, 543-551.

# Annexes

---





## Annexe 1

International Journal of Fatigue 149 (2021) 106222



Contents lists available at ScienceDirect

International Journal of Fatigue

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/ijfatigue](http://www.elsevier.com/locate/ijfatigue)

## Modelling and identification of fatigue load spectra: Application in the automotive industry

E. Bellec<sup>a,b,\*</sup>, M.L. Facchinetti<sup>a</sup>, C. Doudard<sup>b</sup>, S. Calloch<sup>b</sup>, S. Moyne<sup>b</sup>, M.P. Silvestri<sup>a,b</sup><sup>a</sup> Groupe PSA, Chassis System Engineering, Voujaucourt, France<sup>b</sup> ENSTA Bretagne, IRDL – UMR CNRS 6027, Brest, France

## ARTICLE INFO

## Keywords

Load spectrum  
Automotive chassis system  
Analytical model  
Parameter identification

## ABSTRACT

This paper is focused on variable amplitude loading spectra applied in the automotive industry, more specifically for the chassis system parts with respect to high cycle fatigue design. A first analytical model referred to as *Heuler's model* is considered. It is of the simplest use, with one parameter to be identified. A whole identification process, based on road measurement realized on carmaker's proving ground with instrumented vehicles, is developed and discussed. Once the model is identified, the cycles influence on damage production is also investigated. In the light of the obtained results with this model, a second one, noted *modified Heuler's model*, is introduced and investigated. This model, similar to the first, requires the identification of two parameters. Once again, the whole model identification process is applied, and the lifetime accuracy is assessed. A new tool is presented, enabling the visualisation on the loading spectrum representation of the most and less damaging cycles. Hence, a methodology is set to legitimize a gate implementation when studying a variable amplitude loading spectrum.

## 1. Introduction

This paper is an extended version of that reported in [1]. The use of Variable Amplitude Loading (VAL) spectra for structure life assessment has met a growing interest among numerous fields since the end of the 20th century [2–5]. As outlined in [2], these spectra can be defined from representative load-time measurements (one flight sequence for an overseas passenger aircraft, one-year operation of an offshore platform) or from pre-defined standards (sequences of specific cornering or deceleration for a passenger car). Numerous recommendations exist in the literature [2,5–9] to set up a circumstance-relevant load case spectrum. Once the representative spectrum is defined, it is applied several times during experiments or numerical simulations until a structure failure appears (e.g. from incipient material crack to definitive integrity loss).

Taking a closer look to the automotive industry, carmakers do not share a standard, nor homologation protocol when it comes to fatigue design. Every firm is free to draft its own fatigue assessment methodology using its own specific proving grounds and relevant load cases. The imperative is to ensure the vehicle security, parts integrity and durability and every carmaker must implement a reliable self-

certification process. Regarding the fast-changing market, technical cooperation is now an asset. Hence, it is of general interest to share and compare different existing frameworks.

As highlighted in Table 1, many field-specific variable load-time histories have been determined since the 1970s. Through their publications [10–13], P. Heuler & al. describe the various spectrum design steps respecting every physical specificity. As far as the automotive industry is involved, since the 1990s, at least two established variable loading spectra families draw attention regarding fatigue design. The first one, named CAR Loading Standard (CARLOS), gathers reference spectra regarding loads (uniaxial and multiaxial considerations) on suspension parts, powertrain components and car trailer coupling. These spectra are mainly used in the German carmaking industry as fatigue design references. The second proposal is named STandardized Multi-axial Simulation (STAMAS) [14,15]. The vehicle life situations are classified regarding the road condition, and the manoeuvres performed (braking, cornering). This approach has been recently applied to the fatigue strength assessment of chassis system components of a city car [16], nevertheless it is not of wide knowledge, nor application.

These two spectra families are standardised time-loading sequences. To fast forward the fatigue design process and ease the comparison of spectra, VAL spectra should be easily customized depending on the

\* Corresponding author.

E-mail address: [enora.bellec@ensta-bretagne.org](mailto:enora.bellec@ensta-bretagne.org) (E. Bellec).<https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106222>

Received 1 September 2020; Received in revised form 19 February 2021; Accepted 24 February 2021

Available online 12 March 2021

0142-1123/© 2021 Published by Elsevier Ltd.

Nomenclature	
$S$	Loading amplitude vector
$S_i$	Loading amplitude numbered $i$ . The amplitudes are classified in descending order
$S_{max}$	Maximum amplitude of the loading spectrum
$N$	Number of cycles to failure (valid for constant and variable amplitude loadings)
$N_i$	Number of cycles to failure corresponding to the constant amplitude loading $S_i$
$H$	Cumulative occurrences vector
$H_i$	Cumulative occurrences, from $S_{max}$ to $S_i$
$H_0$	Cumulative occurrences, spectrum overall length
$n$	Number of cycles performed per amplitude block for a given loading spectrum
$n_i$	Number of cycles performed at a given amplitude range $S_i$
$b$	Basquin slope, material parameter
$B$	Basquin constant, material parameter
$SSF$	Spectrum shape factor
$k$	Gassner slope, material parameter ( $= b$ , Basquin parameter)
$d$	Damage vector
$d_i$	Damage induced per amplitude range, for a given loading spectrum
$D_{tot}$	Total damage induced by the overall spectrum
$D_{cu}$	Cumulative damage vector
$\nu$	Model shape exponent parameter (applied in Heuler's model and modified Heuler's model)
$\alpha$	Model starting point parameter (applied in modified Heuler's model)

vehicle, the road condition, the driving situation. This study is focused on an analytical spectrum model, based on Road Load Data (RLD) measured both from vehicles operating on the manufacturer proving ground and by real customers on daily usage. Both material and structure design of automotive safety parts vary accordingly to the vehicle of interest. As not to confine oneself to studying a specific safety part, a choice is made in this article to design an analytical model based on the loads measured at the entry point of the chassis system, i.e. the wheel. The scope of this study is high cycle fatigue design [17,18] (i.e. without any yield phenomena) under uniaxial load. The load spectrum design process is illustrated in Fig. 1. Regarding measurements performed on

the manufacturer proving-ground, the vehicle wheels are equipped with standard force transducers with a 1000 Hz data-acquisition frequency. The measured spectrum usually arises from the concatenation of several vehicle specific manoeuvres and road conditions from the manufacturer proving ground. The sequence of operations is defined by the manufacturer, based on customer feedback [2,5]. Each manoeuvre is multiplied by a specific number of times to obtain a representative loading of an ordinary vehicle usage. The spectrum detailed manoeuvre composition remains at the manufacturer discretion. The identified model is deemed reliable if its induced damage is equivalent to the one generated by the RLD measurement [19].

The first part of this article highlights the approaches found in the literature to represent a structure life assessment under variable amplitude loading (Section 2.1). The theoretical assumptions and damage calculation methods are depicted (Section 2.2). Throughout the article, considering the fatigue assumptions made, the most impacting amplitudes are investigated (Sections 2.3 and 2.4). The RLD measurement is set as a reference. To represent the whole RLD complexity and find a standard model, the attention is drawn to an analytical loading spectrum formula (Section 3). The lifetime model estimate accuracy is then discussed. Regarding the achieved results, a slight modification to this formula is suggested. Once again, the model theoretical behaviour and damage-induced accuracy is investigated (Sections 4.1 and 4.2). A methodology, based on theoretical fatigue-related tools, is finally proposed to find and remove from spectra either the least or non-damaging cycles (Section 4.3).

## 2. Representation and damage assessment of recorded load spectra

This section aims to set the study theoretical framework. The usual methodologies applied to assess fatigue lifetime are depicted, at first under constant loading, then under variable amplitude loading (Section 2.1). Loadings studied in this article are measured at the wheel. Even during the most critical manoeuvres, in the framework of normal usage, the maximum stress undergone is expected far from the vehicle parts yield stresses. The RLD spectrum and its damage are represented (Section 2.2). Even if very low amplitude cycles are not expected to cause relevant fatigue damage, no cycle omission is applied a priori. Only basic temporal noise filtering is considered. No endurance limit is considered. The damage calculation, specific to this study, is based on a Basquin-like formulation [25]. Hence, the impact of the Basquin slope value is investigated (Section 2.3) and an analytical tool named "iso-damaging curve" is used to detect the most impacting amplitude range from a given loading spectrum (Section 2.4).

**Table 1**  
European standardized sequences and load-time histories [10].

Name	Purpose	Structure detail	Description of load history	Load channels <sup>1)</sup>	Block size (Cycles) <sup>2)</sup>	Equiv. usage	No. of load level	Year/ref <sup>3)</sup>
CARLOS	Car loading standard (3 uniaxial sequences)	Vertical (ve), lateral (la), longitude (lo), forces on front suspension parts	Random with occasional fluctuations of mean stress, mixture of 5 road types, $R = -0.18$ (ve), $-0.64$ (la), $-1.6$ (lo)	1	ve: 136,000 la: 95,200 lo: 84,000	40,000 km	$\approx 64$	1990/[20]
CARLOS multi	Car loading standard (multiaxial)	4-channel load components for front suspension parts	Time histories, sample frequency 0.005 sec, correlation functions between load components based on guide functions	4	Similar to CARLOS uniaxial	40,000 km	/	1994/[21]
GAUSSIAN	General purpose random sequence	Narrow-band to wide-band random (3 levels of irregularity, I)	$I = 0.99$ - no mean stress fluctuation. $I = 0.70$ - minor mean str. fluctuation. $I = 0.33$ - considerable mean str. fluct.	1	$1.0 \times 10^6$ $1.4 \times 10^6$ $3.3 \times 10^6$	-	20	1974/[22]
TWIST	Transport aircraft wing root	Wing root bending moment	Constant positive mean stress. For gust loads, ground-air-ground cycles (GAG) = underloads	1	402,000	4,000 flights	20	1973/[23]
WAWESTA	Stell mill drive	Drive train components	Sequence of 10.000 milling runs	1	28,200	1 month	23	1990/[24]

<sup>1)</sup>No of load components or additional variables (time, temperature etc.); <sup>2)</sup>approx. <sup>3)</sup>partly the references do not cite the original report(s), but those available to the public

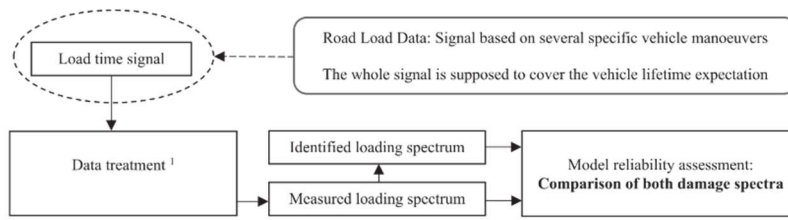


Fig. 1. Load spectrum design steps and model reliability criterion. (<sup>1</sup>The rainflow counting method is used all along this study to count the number of cycles per loading amplitude range. Other counting method exist such as range-pair and level-crossing.)

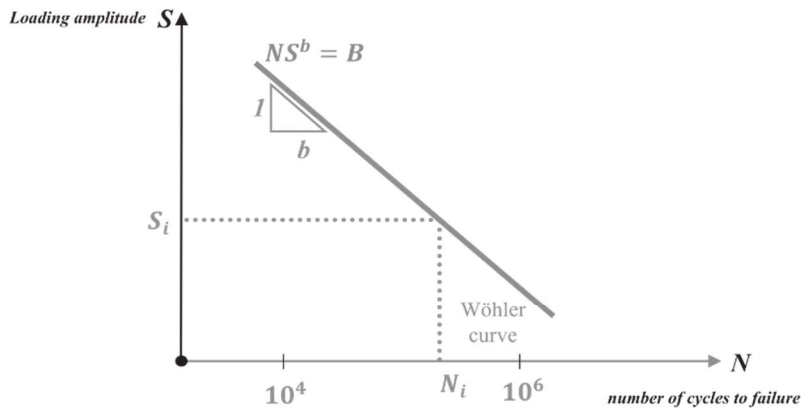


Fig. 2. Standard high cycle fatigue framework for constant amplitude loading, Wöhler curve.

2.1. Variable amplitude framework

Usually, fatigue life assessment is represented by means of Wöhler curve [26] (Fig. 2) combining, for a given material (and process), the number of cycles until a given failure criterion (e.g. crack initiation), “ $N_i$ ”, to the loading amplitude “ $S_i$ ”. This curve is built up thanks to experiments and is expected to be applied for constant amplitude loadings.

As depicted in Fig. 2, the Wöhler curve, sketched in a logarithmic frame, is like a straight line. It is a legitimate interpretation especially illustrated by metals between  $10^4$  and  $10^6$  loading cycles. The relationship between  $S$  and  $N$  is then described by the following Basquin

formula

$$NS^b = B \tag{1}$$

Both parameters “ $b$ ” ( $>1$ ), the Basquin slope and “ $B$ ” ( $\gg 1$ ), the Basquin constant, are material dependent to be identified. It has been reported through literature reviews [27], that “ $b$ ” does not only vary accordingly to the material but also to the process, i.e. the assembly procedure. For instance, the Basquin slope, “ $b$ ” is expected to range from 2 to characterize a welded joint (minimum found for any application), to 8 and even more for a steel plate. For automotive applications, please consider that if the Basquin slope is assumed to be bigger than 8, high

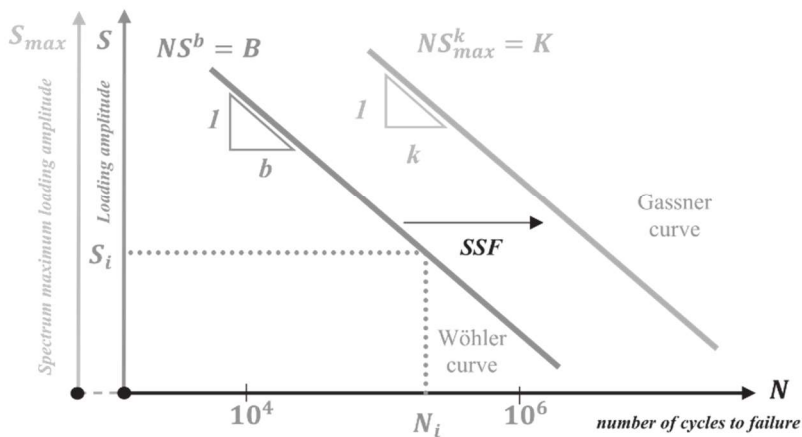


Fig. 3. Standard high cycle fatigue frameworks, Wöhler and Gassner curves.

cycle fatigue requirements are not expected to be relevant anymore. Considering “ $B$ ” fixed, the more “ $b$ ” increases, the more higher loading amplitudes are damage producing.

As the Wöhler curve is applied for constant amplitude loading, in 1939, E. Gassner [28] presented a new approach to characterize structure lifetime assessment under VAL. The main innovation is not to represent the loading spectrum thanks to an S- $n$  curve but replacing actual cycles “ $n_i$ ” ( $i$  representing the amplitude range) by cumulative occurrences noted “ $H_i$ ” (Fig. 3). They are calculated using the following relationship

$$H_i = \sum_{k=1}^i n_k \quad (2)$$

The maximum amplitude is set to “ $S_1$ ”. At this amplitude the number of cycles is noted “ $n_1 = H_1$ ”. At the spectrum lowest amplitude, the spectrum overall length is noted “ $H_0$ ”. The first loading spectrum designed by Gassner was built for the aeronautic industry. It is inspired from a gaussian-like curve divided into 8 amplitude blocks. Its simplicity was imposed by the experimental limitations set at that time.

Nowadays, much more complex and realistic loading spectra can be reproduced on test benches or computed by numerical simulations. Once the maximal amplitude “ $S_{max}$ ”, the overall length “ $H_0$ ”, and the shape are defined, the spectrum can be applied several times to the structure until failure. Hence, the lifetime can be assessed thanks to cumulative occurrences, regarding the number of times the overall loading spectrum has been applied. To be accepted as an elementary spectrum, its overall length should be one order of magnitude under the lifetime expected. E. Gassner suggested a Wöhler-like curve to represent structures lifetime under a given variable loading spectrum. Both curves can be represented thanks to the number of cycles up to failure “ $N$ ”. The main difference lies in the amplitude dependency. The regular Wöhler curve is depicted thanks to the constant amplitude loading “ $S$ ”. Once the shape of the spectrum is set, the Gassner one is “ $S_{max}$ ” dependent. Thus, the overall lifetime has been reported to the “ $\log S_{max} - \log N$ ” curve. The failure curve equation is another Basquin-like formula noted

$$NS_{max}^k = K \quad (3)$$

Once again, the (“ $k$ ”, “ $K$ ”) are material/process parameters to be identified. Previous researches show the equality between “ $k$ ” and “ $b$ ” values from the Gassner and the Basquin formula. This has been mathematically proven if the Palmgren-Miner damage accumulation law is applied: “ $k = b$ ”. Actually, as both slopes’ values are supposed to represent the same material physical behaviour, it is of common sense to consider them equal.

Comparing both failure curves on Fig. 3, the Gassner one seems to quantify a longer lifetime than the Wöhler one. Even if the slope value is the same (“ $b = k$ ”), the value of “ $K$ ” and “ $B$ ” are different. The impression of longer lifetime is a graphical mirage. Both curves are not represented in the same frame even if they are similar: (“ $S$ ”, “ $N$ ”) for the Wöhler curve and (“ $S_{max}$ ”, “ $N$ ”) for the Gassner one. To shift from one representation to the other, P. Heuler (6,7) defined the following coefficient, named Spectrum Shape Factor (SSF),

$$SSF = \log \left( \sum \frac{n_i}{n_i (S_i / S_{max})^b} \right) \quad (4)$$

It essentially depends on the spectrum shape and the Basquin slope. If the VAL turns out to be a constant one, equal to “ $S_{max}$ ”, the SSF would be equal to 0 and both curves would match (reference frames end up the same one). This factor is always definite positive as “ $b$ ” and “ $S_i / S_{max}$ ” are respectively greater and lower than 1. The factor is lower than the unit value (<1) for spectra with many large and few small cycles. On the contrary, its value rises when the number of cycles at the highest amplitudes is preminent compared to the lowest ones. Heuler investigated the SSF coefficient based on Gassner’s first VAL spectrum. The SSF value is about 2.5. The Gassner curve would be shifted from the Wöhler curve

**Table 2**

European standardized sequences corresponding SSF values (extracted from [10]).

Name	SSF
CARLOS	2.66
CARLOS multi	2.70
GAUSSIAN	2.32
TWIST	3.09
WAWESTA	1.97

at least of two orders of magnitude on the right. Heuler investigated also several VAL spectra developed in the industry and found the SSF coefficient, reported in Table 2 (using “ $b = 5$ ” as the Basquin slope value).

An SSF value may correspond to several loading spectra. Hence, knowing only the maximum loading amplitude and the spectrum corresponding SSF value is not enough to depict all the spectrum loading complexity. It is therefore required to use the entire loading spectrum to identify a reliable loading model for fatigue design.

## 2.2. Spectrum representation and damage-like tool formulation

Before using any of the fatigue design frameworks introduced previously, the measured spectrum coming from RLD is displayed in Fig. 4. (A choice is made by the authors regarding the spectrum display reference frame: (“ $S$ - $n$ ”) or (“ $S$ - $H$ ”). The reader must keep in mind that the RLD introduced is representative of a car loading experienced in real life situation.

Representing the loading spectra thanks to the loading amplitude ratio “ $S_i / S_{max}$ ” eases the comparison between different RLD patterns e.g. impact of the vehicle tested, the executed manoeuvres, the road conditions etc.

Regarding the abscissa, the first graph, Fig. 4a turns out to be quite irregular and thus tough to be described via an analytical model. On the contrary, the second graph, representing the same loading spectrum as the first one but using cumulative occurrences, is smoother and eases the identification process. The other advantage of cumulative occurrences representation is the independency towards the amplitude scale size.

As expected, there are much more cycles at the lowest amplitudes than at the highest ones. The spectrum identification from 0.5 to 0.1 seems to be easily achievable. Nevertheless, there are some step-like irregularities at the highest amplitudes that might be difficult to represent. Thus, both frameworks have some shortcomings in order to seek for a simple analytical model to fit the overall spectrum shape.

As these loading spectra are meant to design a chassis system under high cycle fatigue, it is proposed to compare the damage induced by the RLD and the one coming from the identified model to decide which analytical loading model is best fitting. The damage calculation formula used in this study is not based on the cumulative occurrences (“ $H$ ”) but on the effective number of cycles (“ $n$ ”) per amplitude. By using the Palmgren-Miner’s rule [29,30], the overall damage induced by the spectrum, “ $D_{tot}$ ”, is then given by

$$D_{tot} = \sum d_i = \sum \frac{n_i}{N_i} = \sum \frac{n_i S_i^b}{B} \quad (5)$$

For each amplitude range “ $S_i$ ”, the damage “ $d_i$ ” is equal to the number of cycles executed “ $n_i$ ”, divided by the lifetime at the same amplitude “ $N_i$ ”. Assuming that the Basquin formula is used to assess the structure lifetime under constant amplitude loading, “ $N_i$ ” can be replaced by “ $B / S_i^b$ ”. The “ $B$ ” value is a material parameter to define. In the study instance, the loading spectrum is measured at the vehicle wheel. Thus, the damage calculation is not based on any specific chassis part material. To ease the comparison between RLDs performed on different vehicles, “ $B$ ” is fixed to “ $S_{max}^b$ ”, (this normalization helps to notice if the damage spectrum shape differs significantly). The damage equation per amplitude block is noted

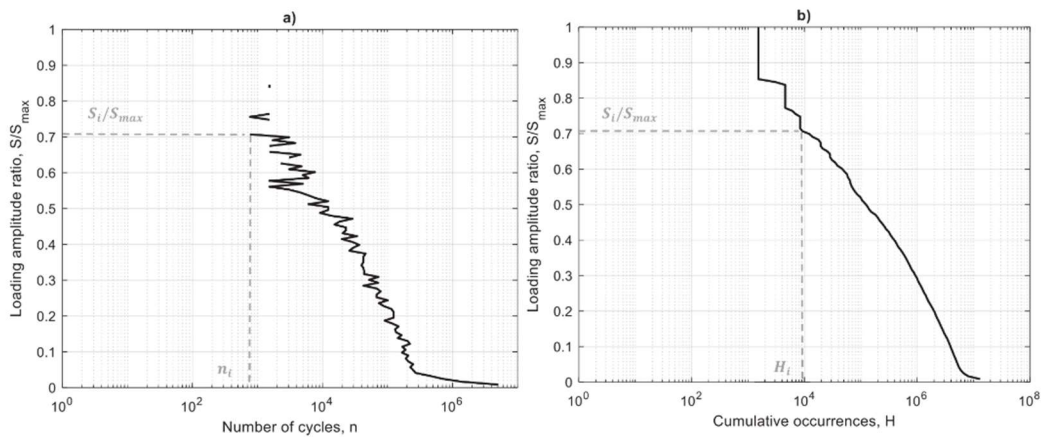


Fig. 4. VAL coming from RLD, represented via effective cycles (a) and cumulative occurrences (b).

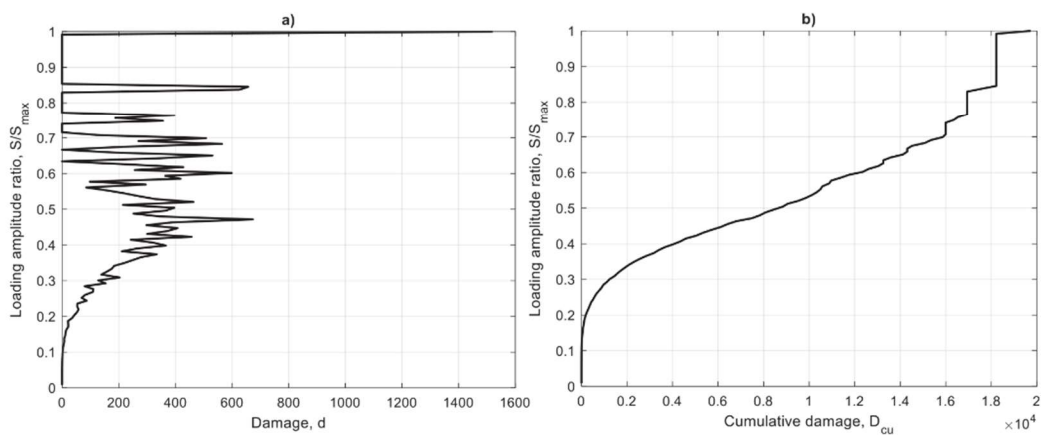


Fig. 5. Damage (a) and cumulative damage (b) induced by RLD ( $b = 5$ ).

$$d_i = n_i(S_i/S_{max})^b \tag{6}$$

This formula has no proper physical meaning. It just enables to link the amplitude ratio to the damage and compare the different damage spectra coming from several measurements together. Based on this damage-like formula with a Basquin slope value of 5, the damage induced by the RLD presented in Fig. 4 is calculated.

The Fig. 5 highlights the impact of the highest amplitudes on the lifetime (from 0.8 to 1 for " $S_i/S_{max}$ "). The Fig. 5b represents the cumulative damage, " $D_{cu}$ ", according to the spectrum loading amplitude ratio. The cumulative damage is increasing with the loading ratio to finally reach the overall damage " $D_{tot}$ " at the highest amplitude " $S_i = S_{max}$ ".

This damage representation illustrates some useful information. The maximum amplitude loading block (refer to Fig. 5b upper right corner) induces almost 10% of the overall damage with only 0.01% of the overall spectrum length (referring to the number of cycles in the spectrum). The other way around, at the lowest amplitude, 10% of the overall damage is induced by 98% of the spectrum overall length, corresponding to an amplitude ratio from 0 up to 0.35. Definitely, working with cumulative damage (" $D_{cu} = 0$ " for " $S = 0$ " and " $D_{cu} = D_{tot}$ " for " $S = S_{max}$ ") instead of regular damage is the opportunity to eliminate a majority of the fluctuations, the amplitude scale definition dependency, and to analyze at a glance the cumulative damage curve slope and the final value, respectively.

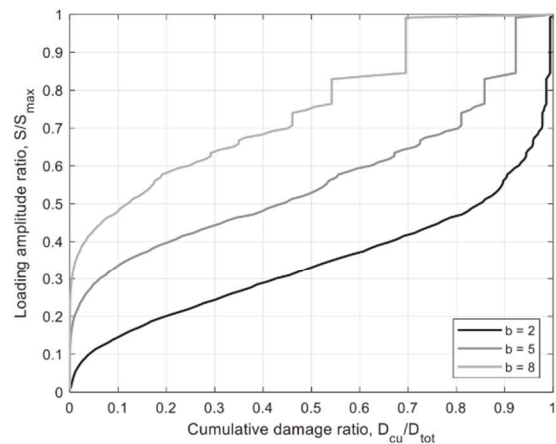


Fig. 6. Normalized cumulative damage induced by RLD, with different Basquin slope values.

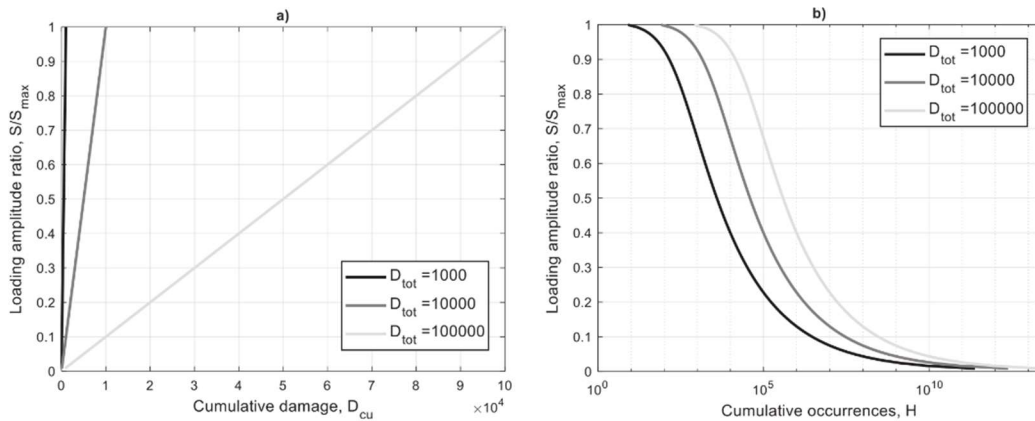


Fig. 7. Iso-damaging curves: cumulative damage framework (a) and associated loading spectra (b).

2.3. Material parameters impact on the damage spectrum shape

This chapter reports the damage spectrum shape, based on the damage calculation formula, for several Basquin slope values. As the Basquin constant “ $B = S_{nmax}^b$ ” is “ $b$ ” dependent, it is senseless to compare the cumulative damage curves one with another without damage normalization. The cumulative damage curves shape should be compared assuming each curve is normalized respectively by its overall damage induced. The Fig. 6 highlights three normalized cumulative damage curves, all calculated from the RLD, with different Basquin slope values “ $b$ ”.

The higher is  $b$ , the highest amplitudes impact on damage calculation is more significant. For information, regarding these specific loading sequences:

- “ $b = 2$ ”. 98% of the spectrum length (Number of cycles  $n$  from “ $S_i/S_{nmax} = 0$  to  $0.4$ ”) induces 65% of the overall damage at the lowest amplitude.
- “ $b = 5$ ”. 98% of the spectrum length induces 20% of the overall damage. 0.01% of the spectrum length, belonging to the highest amplitude induces almost 10% of the overall damage.
- “ $b = 8$ ”. 98% of the spectrum length induces 3% of the overall damage. 0.01% of the spectrum length, belonging to the highest amplitude induces 30% of the overall damage.

Considering the future model identification process, this aside reveals that the more “ $b$ ” increases, the more the model accuracy should be focused on higher amplitudes. If there is no contrary specification, a Basquin slope value “ $b = 5$ ” (according to automotive literature for average quality components) is considered in the rest of this study.

2.4. Amplitude of interest using iso-damaging tool

The previous section enables to find the most damaging amplitude (depending on the Basquin slope value) by looking at the cumulative damage graph. Considering the studied loading spectrum and regardless of the “ $b$ ” value, all the amplitudes do not participate to the same extent in the damage. This section aims to detect the most damaging amplitudes, directly from the loading spectrum representation using a pragmatic tool: “the iso-damaging” curves.

Iso-damaging curves are supposed to cause the same amount of damage per amplitude range, i.e. a uniform damage through the entire spectra. Hence, they are “ $b$ ” dependent. The iso-damaging curves presented in this section are also calculated using the damage formula (6) presented in Section 2.2. Once the overall amount of damage induced

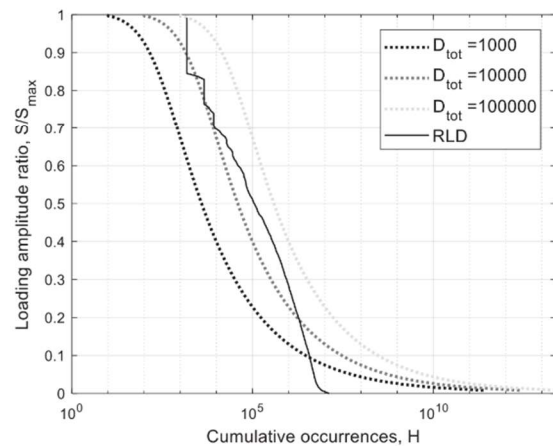


Fig. 8. Comparison between the RLD and the iso-damaging curves.

“ $D_{tot}$ ” and the number of loading amplitude classes “ $j$ ” are set, the iso-damaging curve can be derived. The damage for the loading amplitude class “ $S_i$ ” can be related to “ $D_{tot}$ ” and “ $j$ ” by

$$\forall i \in EL, j \in J, d_i = D_{tot} / j = n_i (S_i / S_{nmax})^b \tag{7}$$

This equation can be reformulated to determine the number of cycles for each loading amplitude class, “ $n_i$ ”, for a given “ $D_{tot}$ ”,

$$n_i = (D_{tot} / j) * (S_i / S_{nmax})^{-b} \tag{8}$$

The lower the cumulative damage curve slope gets (definite positive), the more the corresponding amplitude range is damaging. When the amount of damage per amplitude range is defined, the corresponding number of cycles can be determined. Hence, the corresponding loading spectrum can be displayed (Fig. 7). For this study, the size of the amplitude classes is fixed to 50 N. (Order of magnitude: 1%, compared to the “ $S_{nmax}$ ” measured)

In this study, the iso-damaging curves are used as a tool to compare the damages induced for different amplitude classes from the RLD spectrum. When the RLD curve matches an iso-damaging curve at a certain point, it indicates that the damage induced at this specific amplitude range by the loading spectrum is equal to the one caused by the iso-damaging curve.

Considering the Fig. 8, three main observations can be expressed:

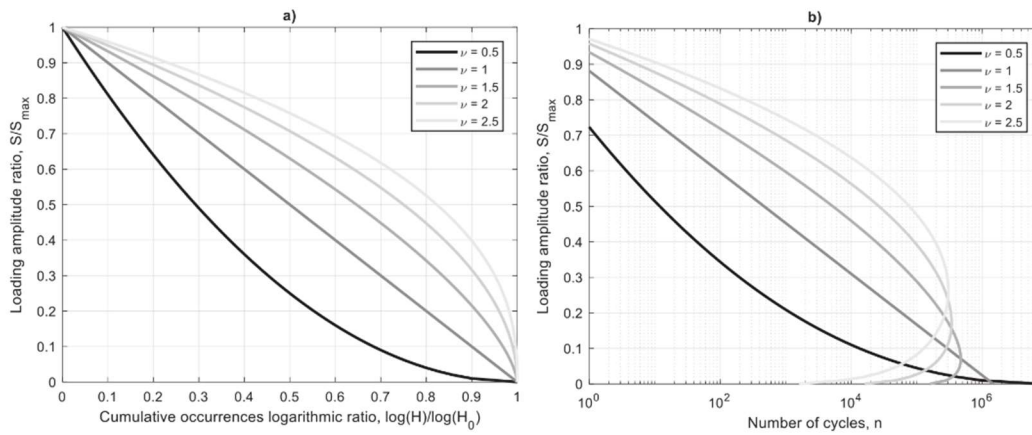


Fig. 9. Heuler's model load spectra, via cumulative occurrences (a) and regular number of cycles (b).

- At the highest amplitude, the RLD is as damaging as the “ $D_{tot} = 10^5$ ” curve.
- At the medium amplitudes, the most damaging amplitude ranges are around “ $S_i/S_{max} = 0.4$ ” regarding the RLD spectrum. Still, the loading spectrum induces less damage at these amplitudes than the “ $D_{tot} = 10^5$ ” curve.
- At the lowest amplitudes, “ $S_i/S_{max} < 0.2$ ”, the loading spectrum is less damaging than “ $D_{tot} = 10^4$ ”. It is even lower than “ $D_{tot} = 10^3$ ” when “ $S_i/S_{max} < 0.1$ ”.

Once the damage formula is set, using the *iso*-damaging tool is of great interest to compare the most and least damaging cycles for a given spectrum shape. These observations highlight that cycles at the lowest amplitudes, even if they compose at least 50% of the overall spectrum length, are 100 times less damaging than cycles at the highest amplitudes. To go further, this tool may be used to legitimize the omission of some non-damaging cycles from the initial spectrum, also known as “gate implementation” process. The gate amplitude corresponds to the amplitude under which no cycles are actually counted into the spectrum.

3. Heuler's model identification

This section aims to present the VAL model formerly proposed by P. Heuler in the literature [10,11]. A first theoretical study is provided regarding the different spectra shapes that can be modelled (Section 3.1). Then, the model is identified based on the RLD previously introduced and its fatigue life assessment accuracy is evaluated (Section 3.2).

3.1. Model formulation and theoretical investigation

The analytical model formula designed by P. Heuler [10,11] is  $log(H)/log(H_0) = 1 - (S/S_{max})^\nu$  (9)

This model seems quite flexible as P. Heuler used it to clarify and compare all the spectra loading shapes considered by Gassner. It is defined based on cumulative occurrences and loading amplitude ratio. The coefficient “ $\nu$ ” is named shape exponent. This one parameter model dependent (considering the parameters responsible for the scaling “ $H_0$ ” and “ $S_{max}$ ” are already known) can reproduce several different VAL. The Fig. 9 illustrates different spectra shapes according to “ $\nu$ ”, with “ $H_0 = 10^7$ ” cycles. As the cumulative occurrences’ framework can be tricky to figure out, the graph (b) illustrates the same spectra regarding the effective number of cycles. The model can reach a wide variety of behaviours especially at the lowest amplitudes.

Three main spectra behaviours emerge from this model regarding the

**Table 3**  
Spectrum shape parameters  $\nu$  and SSF for typified amplitude spectra (extracted from [10]).

Spectrum	$\nu$	SSF	Description
1	$\infty$	0	Constant amplitude loading
2	4	1.46	$\nu > 2$ typical for bridge and crane structures
3	2	2.45	Stationary gaussian random process
4	1	3.77	Typical for road roughness induced loads
5	0.8	4.21	$\nu \leq 1$ typical for wind gusts, wave actions, etc.

shape exponent value:

- “ $\nu < 1$ ”: much lower number of cycles at the highest amplitudes than at the lowest. “ $H$ ” is increasing faster while the amplitude is decreasing. These spectra would be considered for softer driving behaviour.
- “ $\nu = 1$ ”: linear relationship between the amplitude ratio and the cumulative occurrences ratio.
- “ $\nu > 1$ ”: spectra slope is lower at the highest amplitudes than at the lowest. The more the coefficient increases, the more the maximum

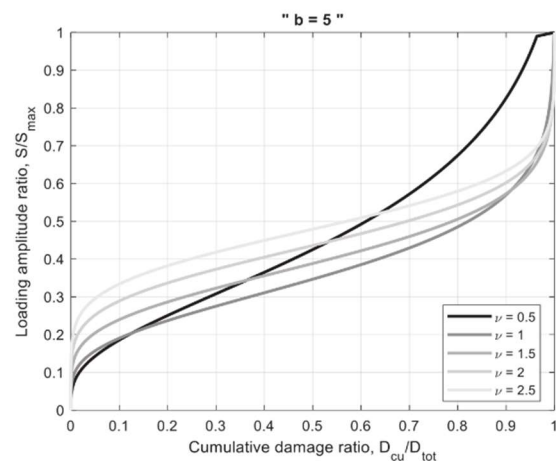


Fig. 10. Normalized cumulative damage curves, Heuler's model illustration (b = 5).



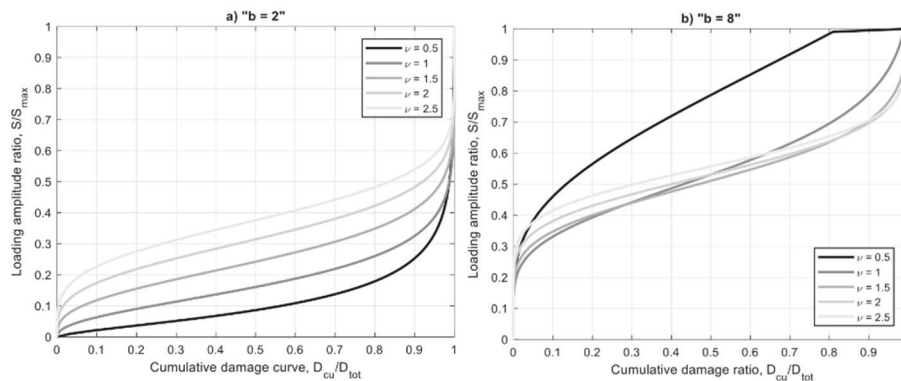


Fig. 11. Normalized cumulative damage curves, Heuler's model illustration  $b = 2$  (a),  $b = 8$  (b).

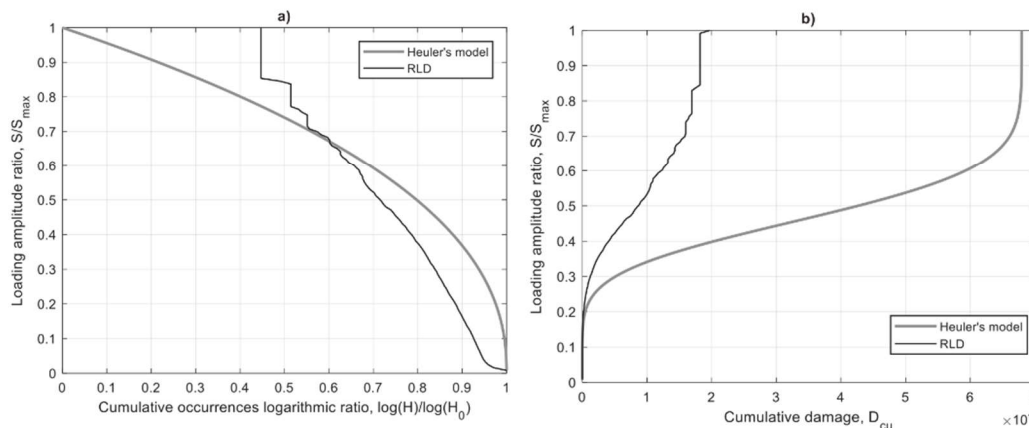


Fig. 12. Heuler's model identification on RLD (a),  $\nu = 2.32$ , and cumulative damage curves (b).

effective number of cycles is reached at a higher amplitude. These spectra would feat a stiffer driving behaviour.

Table 3, coming from [10], correlates some of the spectra's shape depending on  $\nu$  to the SSF value introduced in Section 2.1.

Based on P. Heuler's previous work, the shape factor coefficient is expected to sway between 0.5 and 5 to match the various standardized variable load-time histories presented in Table 1.

In the scope of this study, this spectrum model aims to be used for fatigue design. Hence, in the same vein of Section 2.2, the damage spectra coming from Heuler's model is investigated. As the shape factor impacts the overall damage value, only the normalized cumulative damage curves are inspected in Fig. 10.

Once again, the value " $\nu = 1$ " sets the distinction between the different damage spectra shapes. Regarding the " $\nu = 0.5$ " curve, the damage cumulative slope is bigger than the other ones. This implies that less damage is provided per amplitude class. It is worth noting that 50% of the overall damage is caused/ produced before reaching 40% of the maximum amplitude. The other curves slopes (" $\nu \geq 1$ ") are quite similar between 10% and 90% of the overall damage. The main differences between the curves occur before 10% and after 90% of the maximum loading amplitude.

The illustrated damage curves in Fig. 10 correspond to a reference Basquin slope (" $b = 5$ "). Accordingly, to the Section 2.3, the Fig. 11 illustrates the model cumulative damage curve dependence to " $b$ ". The

higher " $b$ ", the less significant in damage calculation are low amplitudes, the more the cumulative damage slope of " $\nu = 0.5$ " grows (Fig. 11b)). On the contrary, if " $b$ " gets closer down to 2, the cumulative damage slope value of " $\nu = 0.5$ " is getting closer to the other slopes as the lowest amplitudes gain impact significance.

### 3.2. Model spectrum identification and damage accuracy assessment

As stated previously, Heuler's model is identified on the loading spectrum coming from RLD illustrated in Fig. 4. The identification is set in the  $(\log(H)/\log(H_0) - S/S_{max})$  frame using standard least square identification methods to fit the model to the data. The identified spectrum overall length is fixed to the initial  $H_0$  ( $10^7$ ) coming from the measurement (Fig. 12).

Heuler's model main characteristic is the fixed starting point, no matter the shape factor value, at the coordinates (" $S_1/S_{max} = 1; \log(H_1)/\log(H_0) = 0$ "), which means to have one cycle at " $S_{max}$ ". In order to fit the loading spectrum, the model tries to catch up this starting level and the following several "steps", from higher amplitudes towards the lower ones.

The comparison graphs (Fig. 12b) of both cumulative damage curves highlights the impact of the amplitude range between 30% and 60% of the maximum amplitude (" $b = 5$ ": 55% of the RLD damage is made between these two amplitude ratios). Even if there is a slight gap between the two loading curves below " $S_i/S_{max} = 0.6$ ", the model

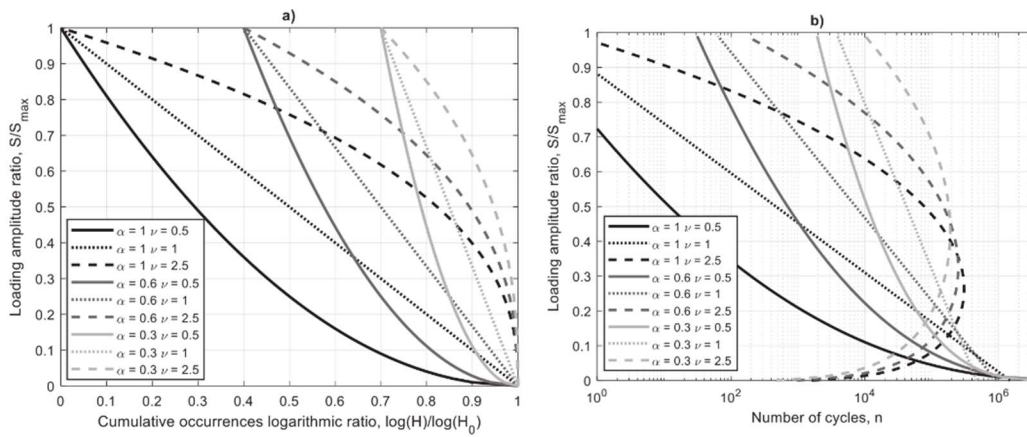


Fig. 13. Modified Heuler's model load spectra, via cumulative occurrences (a) and number of cycles (b).

inaccuracy gets higher as the frame is a ratio based on logarithmic scale. This identification is not accurate enough as the shape obtained (" $\nu = 2.32$ ") illustrates a much stiffer behaviour than the initial one. The induced damage is ultimately 3 times bigger than the initial one. Thus, if, experiments were carried out with the identified spectrum instead of

the initial RLD, the lifetime would be assessed 3 times shorter, in terms of number of cycles, than the expected one.

The way the RLD spectrum is built (concatenation of several specific manoeuvres) deeply impacts its shape: several cycles are found at the highest amplitudes. This article aims to find a model that may fit in the

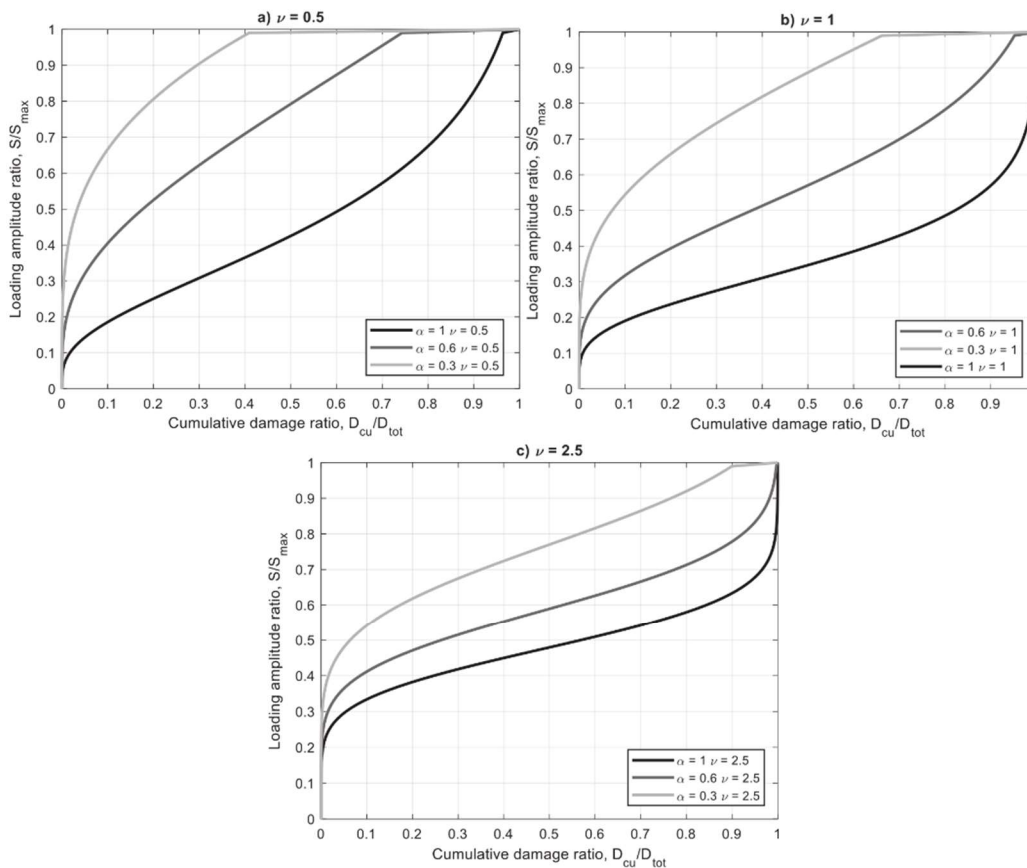


Fig. 14. Normalized cumulative damage depending on " $\alpha$ " ( $b = 5$ ), (a)  $\nu = 0.5$ ; (b)  $\nu = 1$ ; (c)  $\nu = 2.5$

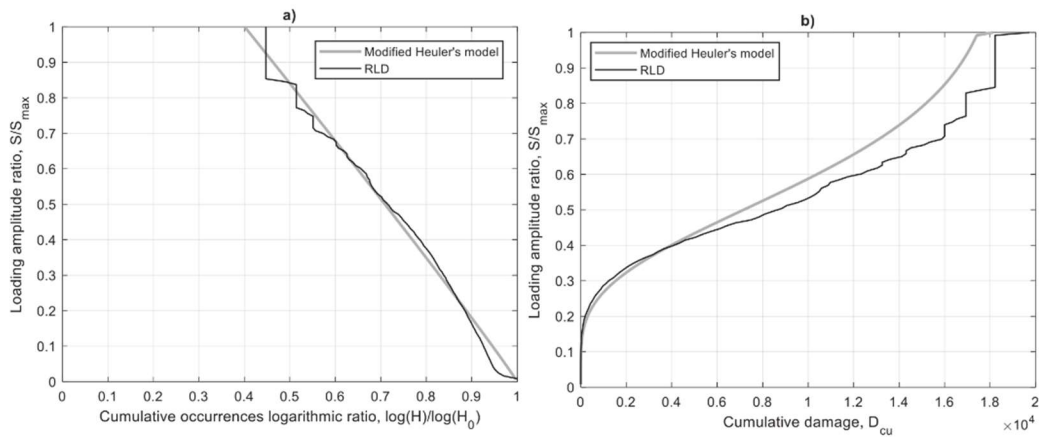


Fig. 15. Modified Heuler's model identification on RLD (a),  $\alpha = 0.59$ ,  $\nu = 1.04$ , and cumulative damage curves (b).

scope of fatigue design for all the RLD types used by the carmakers. Hence, a model modification must be applied to adapt the spectrum shape specifically at the highest amplitudes and let free the starting loading point value (" $S_1/S_{max} = 1; H_1$ ").

4. Modified Heuler's model identification

4.1. Model formulation and theoretical investigation

To provide some flexibility considering the depicted behaviours at the highest amplitudes, another parameter, noted " $\alpha$ ", is added to the initial Heuler's model. The relationship (9) becomes

$$\log(H)/\log(H_0) = 1 - \alpha(S/S_{max})^\nu. \tag{10}$$

Given the model mathematical construction, when " $S_1 = S_{max}$ ", then " $H_1 = H_0^{1-\alpha}$ ", when " $H_1$ " was fixed to 1 with the previous model. Physically, " $H_1$ " is bounded between 1 and " $H_0$ ". Hence, " $\alpha$ " is expected between 0 and 1. The previous model corresponds to " $\alpha = 1$ ". The Fig. 13 illustrates the impact of " $\alpha$ ", considering different value of " $\nu$ ". Once again, the loading spectra are represented using cumulative occurrences and effective cycles, respectively.

The shape factor " $\nu$ " from the initial Heuler's model is kept in this model. Hence, stiff (" $\nu = 2.5$ ") and smooth (" $\nu = 0.5$ ") behaviours can

still be represented. The " $\alpha$ " parameter influences the loading spectra at the highest amplitudes only. The more " $\alpha$ " decreases, the more the loading curves are shifted to the right. No matter the " $\alpha$ " value, the variety of behaviours at the lowest amplitudes induced by " $\nu$ " are quite the same of the initial model curve.

Now that the loading spectra curves are set up, the Fig. 14 highlight the cumulative damage caused by these spectra. As the " $\alpha$ " value also affects the overall damage value, only the cumulative damage curves shapes are studied. Each one is respectively normalized by its overall damage induced. Each graph corresponds to one fixed " $\nu$ " value and illustrate the impact of " $\alpha$ " on cumulative damage curve shape.

The more " $\alpha$ " decreases, the more the damage is high amplitudes sensitive. The effect tends to be the same caused by the Basquin slope increase (Section 2.3). This is due to the start level reached when " $S_1 = S_{max}$ ". As " $N_1 = H_1 = H_0^{1-\alpha}$ ", any " $\alpha$ " reduction induces a growing shift.

4.2. Model spectrum identification and damage accuracy assessment

In the same way as described in Section 3.2, the modified Heuler's model parameters are identified from the RLD. Both " $\alpha$ " and " $\nu$ " parameters are left free for the identification. The least squares method is once again applied. The Fig. 15 highlights the model identification result.

To consider the starting level at the highest amplitudes, the model set its parameter " $\alpha$ " to 0.59 (" $\log(H_1)/\log(H_0) = 0.4$ "). Then, even if there are some visible "steps" on the RLD until the amplitude ratio 0.7, the model is drawn as an almost straight line, (" $\nu = 1.04$ ") and practically matches the smoother curve part. The behaviour depicted is then less stiff than the one identified with the first model (" $\nu = 2.32$ ").

Fig. 15b illustrates the damage cumulative curve caused by the modified model compared to the one coming from the RLD. Comparing both graphs, it is noticeable that the slight shapes difference at the amplitude 0.4 in the loading spectra representation induces the slight cumulative damages curves separation. Still, the overall damage values are quite close (" $D_{cu,RLD}/D_{cu,model} \sim 0.9$ "). Approximately, the same lifetimes are obtained between the two spectra (10% difference on the induced damage indicator). This remains acceptable in terms of lifetime assessment.

Considering both model identifications (Figs. 12 and 15), it is noticeable that the modified Heuler's model damaging curve steadily follows the initial one. Even if this model smooths the starting upper "stairs", the lifetime assessment is very close. Thus, the modified Heuler's model fits at least the requirements regarding fatigue design for the

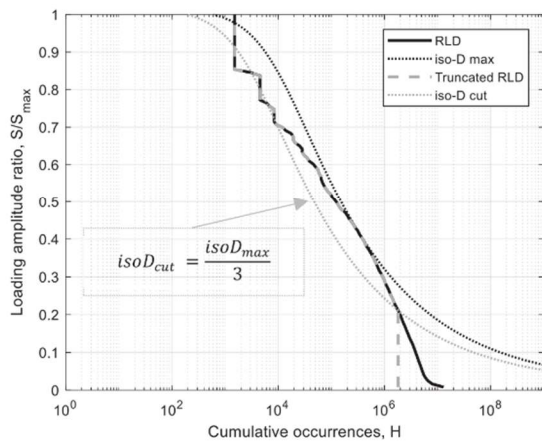


Fig. 16. Gate implementation illustration on RLD spectrum.

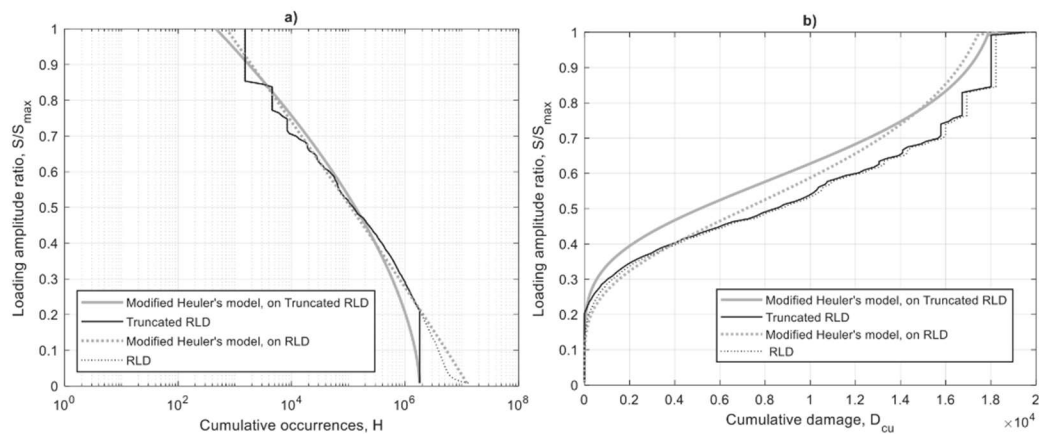


Fig. 17. Truncated RLD and model identification ( $\alpha = 0.59$ ), ( $\nu = 1.66$ ), loading spectra (a) and cumulative damage curves (b).

specific loading spectra found in the automotive industry.

#### 4.3. Gate implementation

In the Section 2.4 a specific tool, named “iso-damaging” curves, has been introduced to detect simultaneously, from the RLD considered, both the most and the less damaging amplitudes. The idea investigated in this paragraph is to remove from the RLD the least damaging cycles. Then, the modified Heuler’s model is once again identified but on the truncated model. The Fig. 16 illustrates the Gate implementation on the RLD.

First, the maximum iso-damaging curve is identified between the amplitude ratios “ $S_i/S_{max} = 0.7$ ” and “ $S_i/S_{max} = 0.1$ ”. This curve corresponds to the iso-damaging spectrum that induces the most damage and matches the RLD curve in at least one point. The 0.9 limit is set because of the curve stair shape that might bias the identification. The most damaging amplitude corresponds to the amplitude ratio “ $S_i/S_{max} = 0.4$ ”.

To implement the gate, the cycles from the RLD that induce less damage than a third of the maximum iso-damaging curve identified can be cut-off from the overall spectrum. This choice is not arbitrary, previous considerations toward this kind of RLD highlight that at least 98% of the overall damage is kept using this cutting off ratio.

The modified Heuler’s model is once again identified from the “truncated” RLD. Both parameters are then set to “ $\alpha = 0.57$ ” and “ $\nu = 1.66$ ” instead of “ $\alpha = 0.59$ ” and “ $\nu = 1.04$ ” for the overall model. It is tricky to compare both identification as the spectrum overall length has changed due to the gate implementation. Still, as expected, both “ $\alpha$ ” values are very similar indeed. As illustrated in Fig. 17 the gate implementation slightly influences the behavior identified, but not the fatigue lifetime accuracy.

#### 5. Conclusion

This paper highlights a VAL analytical model identification process considering chassis system for high cycle fatigue design. The study is limited to the uniaxial RLD measured directly at the car wheels. These data are basic inputs for the overall chassis system design, no matter of the material, process, technology and geometry diversity of an automotive chassis system.

At first, the spectra analysis using cumulative occurrences representation is shown to offer several advantages. In this framework, an analytical model is proposed and investigated: the modified Heuler’s model, inspired by the literature, is based on two parameters whose identification makes effective use of the cumulative representation

formulation. To be endorsed, the identified model must cause the same overall damage as the initial RLD, but also corresponds to a certain extent to the damage induced per amplitude range, to keep the strongest physical meaning. The use of cumulative damage curve gathers both information. The model’s new “ $\alpha$ ” parameter enables the identified spectrum to consider a non-unitary cycle spectrum at the highest amplitude. The model’s old “ $\nu$ ” parameter keep on transcribing a wide variety of driving behaviours, especially at the lowest amplitudes. Thus, within the fatigue assumptions made the modified Heuler’s model is suitable to effectively represent field RLD spectra.

Moreover, further investigations on the damage impact per amplitude class reveals that regardless of how much cycles belong to the lowest amplitudes, they are either not or few damaging. The study of the Basquin slope “ $b$ ” value significance and the use of “iso-damaging” curves helped to develop an effective gate implementation methodology. Given an RLD example set with “ $b = 5$ ”, 99% of the overall damage induced by the initial spectrum is conserved by removing 87% of the cycles at the lowest amplitudes. And the identified model on the truncated data does not deeply vary from the initial identification.

This study has two main prospects: the development of analytical models designed for the multiaxial framework and the modified Heuler’s model identification on standardized spectra coming from other fields (e.g. aeronautics, offshore, etc.) to compare the spectra shapes and set new standards.

#### Declaration of Competing Interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

#### Acknowledgements

This work was carried out within the framework of the partnership between Groupe PSA and the OpenLab Computational Mechanics with the financial support of the ANRT for the CIFRE contract n°2019/0764.

#### References

- [1] Facchinetti ML, Doudard C, Bellec E, Silvestri MP. Fatigue Load Spectra: Model and identification proposals for the automotive. In: Proceedings of the Fourth International Conference on material and Component Performance under Variable Amplitude Loading (VAL4), scheduled from 30. March to 1. April 2020 in Darmstadt/Germany, DVM, Berlin/Germany; 2020. p. 201–210.
- [2] Sonsino CM, Helm R, Metz T. Why variable amplitude loading? A key for lightweight-structural durability design. In: VAL3, 3rd International conference on material and component performance under variable amplitude loading; 2015.

- [3] Costa J, Ferreira J, Borrego L, Abreu L. Fatigue behaviour of AA6082 friction stir welds under variable loadings. *Int J Fatigue* 2012;37:8–16.
- [4] Correia J, Carvalho H, Lesiak G, Mourão A, Figueiredo Griolo L, de Jesus A, et al. Fatigue crack growth modelling of Fão Bridge puddle iron under variable amplitude loading. *Int J Fatigue* 2020;136.
- [5] Vantadori S, Iturrioz I, Carpinteri A, Greco F, Ronchei C. A novel procedure for damage evaluation of fillet-welded joints. *Int J Fatigue* 2020;136.
- [6] Johannesson P, Speckert M. *Guide to load analysis for durability in vehicle engineering*. John Wiley & Sons; 2013.
- [7] Köhler M, Jenne S, Pötter K, Zenner H. *Load assumption for fatigue design of structures and components*. Springer; 2017.
- [8] Facchinetti ML. Fatigue damage of materials and structures assessed by Wöhler and Gassner frameworks: recent insights about load spectra for the automotive. *Procedia Eng* 2017;213:217–25.
- [9] Facchinetti ML. Load Spectra and fatigue damage: applications to the automotive industry. In: *MATEC Web Conferences* 2018;165(17008).
- [10] Heuler P, Klätschke H. Generation and use of standardised load spectra and load-time histories. *Int J Fatigue* 2005;27:974–90.
- [11] Heuler P, Bruder T, Klätschke H. Standardised load-time histories - a contribution to durability issues under spectrum loading. *Materialwiss Werkstofftech* 2005;36:669–77.
- [12] Sonsino CM. Fatigue testing under variable amplitude loading. *Int J Fatigue* 2007;29:1080–9.
- [13] Berger C, et al. Betriebsfestigkeit in Germany - an overview. *Int J Fatigue* 2002;24:603–25.
- [14] Grubisic V. Determination of load spectra for design and testing. *Int J Vehicle Des* 1994;15.
- [15] Heim R, Fischer G, Sonsino CM. Early stage rig testing durability approval. SAE Technical paper, no. 2006-01-0116; 2006.
- [16] Voigt T, Lipp K, Melz T. Fatigue strength assessment for components and subsystems of a lightweight, space saving city car with electric drive. *Procedia Struct Integrity* 2019;19:4–11.
- [17] Bathias C, Bailon J P. *La Fatigue des matériaux et des structures - Fatigue of materials and structures*. Hermès Paris; 1997 [in French].
- [18] Suresh S. *Fatigue of Materials*. Cambridge Solid State Science Series; 1998.
- [19] Raoult I, Delattre B. Fatigue equivalent load approach for fatigue design of uncertain structures. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Multiaxial Fatigue and Fracture (Bordeaux, 2019)*, MATEC Web of Conferences, vol. 300, no. 02003; 2019.
- [20] Schütz D, Klätschke H, Steinhilber H, Heuler P, Schütz W. Standardized load sequences for car wheel suspension components, Car Loading Standard - CARLOS. Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF) Report, no. 191; 1999.
- [21] Schütz D, Klätschke H, Heuler P. Standardized multiaxial load sequences for car wheel suspension components - Car Loading Standards - CARLOS multi. Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), Report, no. 201; 1994.
- [22] Haibach E, Fischer R, Schütz W, Hück M. A standard random load sequence of Gaussian type recommended for general application in fatigue testing; its mathematical background and digital generation. In: *Fatigue testing and Design : Papers presented at the international Conference 5-9th April 1976, at the City University, London*; 1976. p. 29.1-29.21.
- [23] Schütz D, Lowak H, DeJonghe B, Schijve J. A standardised load sequence for flight simulation tests on transport aircraft wing structures. Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF), no. Report FB-106, NLR- Report 73; 1973.
- [24] Brune M, Zenner H. Verbesserung der Lebensdauerabschätzung für Bauteile in Walwerksantrieben (Improvement of life prediction for components of steel mill drives). VBFeh Report, no. ABF40.1; 1990.
- [25] Basquin OH. The exponential law of endurance tests. *Proc ASTM* 1919;10:625–30.
- [26] Wöhler A. Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagenachsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit des Wagen-Achsen. *Zeitschrift für Bauwesen*, vol. 10; 1860. p. 583–616 [in German].
- [27] Bergamo S, Schimmerling P, Triboulet F, Wilson P, Facchinetti ML, Monin M, et al. Préconisations pour les caractéristiques statistiques de résistance en fatigue - Applications aux aciers et autres matériaux utilisés dans la construction automobiles. SIA; 2017 [in French].
- [28] Gassner E. Festigkeitsversuche mit wiederholter Beanspruchung im Flugzeugbau - Strength tests under repeated loading for aeronautical engineering. *Luftwissen*, vol. 6; 1939. p. 61–4 [in German].
- [29] Palmgren A. Die Lebensdauer von Kugellagern - The fatigue life of ball-bearings. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure* 1924;68:339–41 [in German].
- [30] Miner MA. Cumulative damage in fatigue. *J Appl Mech* 1945;12:A159–64.

## Annexe 2

International Journal of Fatigue 166 (2023) 107284



Contents lists available at ScienceDirect

International Journal of Fatigue

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/ijfatigue](http://www.elsevier.com/locate/ijfatigue)

## Loading classification proposal for fatigue design of automotive chassis-parts: A relevant process for variable amplitude and multi-input load cases

Enora Bellec<sup>a,b,\*</sup>, Cédric Doudard<sup>b</sup>, Matteo Luca Facchinetti<sup>a</sup>, Sylvain Calloch<sup>b</sup>, Sylvain Moyné<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Stellantis, Chassis System Engineering, Voujeaucourt, France

<sup>b</sup> ENSTA Bretagne, IRDL – UMR CNRS 6027, Brest, France

### ARTICLE INFO

#### Keywords

Automotive  
Multiaxial fatigue  
Variable amplitude loading  
Load spectra  
Random loading

### ABSTRACT

It is essential for car manufacturers to ensure their vehicle robustness under a daily usage. As no detailed method nor standard prevails, each manufacturer is expected to setup its own methodology for safety parts life-assessment. The early stages of a renewed methodology are proposed in this study. This is based on proving-grounds measurements analysis to quantify the impact of various loads. The method, developed from the load measured at the vehicle wheels, considers the multi-input load case and its variable amplitude content. Measured time-series are analyzed and partitioned into two main categories depending on the time-correlation between the load axes. The driver-induced loads, Driven-Road, (DR) loads, are separated from the effects of random road conditions, Random-Road, (RR) loads. Then, for partition validation, a suitable life quantification method is applied in parallel to the two types of loading. On one hand, an assumption based on strong physical meaning eases the Rainflow Counting method application on the DR load. On the other hand, the use of spectral methods is explored to handle the random loads. This paper details the partition process of the time-series and each of the subsequent validation steps of the method to apply such a partition. Such a validation is performed via a comparison of the pseudo-damage between a referenced signal and the one issued from the partition.

### 1. Introduction

This paper focuses on fatigue-relevant loads applied to automotive passenger vehicles under a daily usage. The parts of interest are the chassis components, fulfilling vehicle basic safety functions such as braking, steering, vertical suspension, vehicle handling, etc. Fatigue is a major, though not the only, design concern for car manufacturers. Still, there is no common standards nor homologation protocol among the automotive industry. Every firm is free to design its own specific method and proving grounds ([1]). "In terms of orders of magnitude, please note that considering a life target of about  $10^5$  km, the customer usage analysis leads to count up to  $10^6$  elementary braking and cornering events" ([2]). Hence, the life assessment method stands with respect to the High Cycle Fatigue, (HCF) domain ([3,4]). In regard to design the high-grade safety parts under a daily usage, overload related to misuse or special events are considered apart. Thus, here the structure yield

stress should not be exceeded to any significant point.

Inside the chassis structure, the points of interest are numerous and their fatigue features depends on multiple parameters such as the geometry, the material, the manufacturing process etc. The multiaxial stress state highly depends on the point location and is subjected to the load perceived at the structure entry points (i.e. the wheels). By definition, the vehicle structure experiences multi-input load cases. It introduces complexity when studying the different loading axis interactions (6 degrees of freedom per wheel) as some load cases are time-correlated (during a vehicle manoeuvre) while others are not (e.g., single wheel passing a pothole). Given the loading complexity, an adequate fatigue dimensioning method must first be able to withstand the large variability of life situations encountered by the vehicle. Moreover, as vehicles are widely distributed all over the world, the method must also withstand to variations regarding road quality and its roughness, the driver's behaviours, the variable payload carried during daily journeys, as well as the environmental interaction. Indeed, the

*Abbreviations:* HCF, High Cycle Fatigue; RFC, Rain Flow Counting; RR, Random Road; DR, Driven Road; PSD, Power Spectral Density; CoG, Center of Gravity.  
\* Corresponding author.

*E-mail addresses:* [enora.bellec@ensta-bretagne.org](mailto:enora.bellec@ensta-bretagne.org), [enora.bellec@mps.com](mailto:enora.bellec@mps.com) (E. Bellec).

<https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2022.107284>

Received 12 May 2022; Received in revised form 15 September 2022; Accepted 16 September 2022

Available online 22 September 2022

0142-1123/© 2022 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Nomenclature	
$L_i$	Loading numbered $i$ , $i \in \{1, 2, 3\}$
$L_i^{DR}$	DR Loading numbered $i$
$L_i^{RR}$	RR Loading numbered $i$
$\alpha_{L_i Y_j}^{DR}$	DR coefficient between the signal $L_i$ and the acceleration $Y_j$
$Y_j^{DR}$	DR acceleration numbered $j$ , $j \in \{1, 2, 3\}$
$\underline{\underline{\sigma}}^{loc}$	Local stress tensor at the structure point of interest
$\underline{\underline{\sigma}}^{loc, L_i}  _{L_i=1}$	Local stress tensor for a unitary level of Loading $L_i$
$\alpha_{L_i, L_1}^{SO}$	Orientation coefficient between the tensor related to $L_i$ and the one related to $L_1$
$\alpha_{Y_j}$	Coefficient summing DR effects as well as SO effects on acceleration $Y_j$
$\underline{Q}$	Orientation coefficient matrix
$\underline{S}$	Loading amplitude vector
$S_i$	Loading amplitude numbered $i$
$N_i$	Number of cycles to failure corresponding to the constant amplitude $S_i$
$n_i$	Number of cycles performed at a given amplitude range $S_i$
$b$	Basquin exponent
$C$	Basquin intercept
$D$	Damage value
$d_i$	Damage induced at a given amplitude range $S_i$
$D^{RR}, D^{DR}$	Damage induced respectively by the RR and the DR loadings
$D_{RFC}$	Damage calculated using the RFC method
$F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$	Forces and Moments measured at the wheel
$R$	Radius of the wheel
$M, M^{fr}$	Vehicle sprung mass, and front axle sprung mass
$h, e, v$	Vehicle center of gravity height, wheelbase and track width
$K^*$	Mass-weighted proportionality ratio
$\eta$	Braking force rate applied on one wheel
$\Phi_{LL}$	Power spectral density with respect to a load $L$
$\underline{\Phi}$	Matrix of power spectral densities
$m_n$	Spectral moment, ordered $n$
$\nu_p$	Peak occurrence frequency
$\nu_0^+$	Zero-crossing rate
$\alpha_n$	Bandwidth parameter, ordered $n^{\text{th}}$
$p_p(S)$	Peaks probability density functions
$\Delta(S)$	Damage ratio per amplitude
$E_R[D]$	Damage expectancy value applying the Rayleigh's approximation
$E_{SM}[D]$	Damage expectancy value applying the Single Moment's approximation
$E_{OC}[D]$	Damage expectancy value applying the Ortiz & Chen's approximation
$E_{DR}[D]$	Damage expectancy value applying the Dirlik's approximation
$E_{TB}[D]$	Damage expectancy value applying the Tovo & Benasciutti's approximation
$E_{75}[D]$	Damage expectancy value applying the empirical $\alpha_{0.75}$ method

purpose of improving the fatigue life assessment method is to save weight on the vehicle while ensuring that safety standards are met ([5]). Reducing the chassis mass implies greater stresses perceived at the points of interest, and therefore greater accuracy is required in quantifying these stresses during tests and simulations.

To validate the fatigue dimensioning of parts, car manufacturers rely on guidelines and first-hand experience to provide suitable time-series data gathering a variety of vehicle life situations ([6,7,8,9,10]). Measurements are either performed by real customer drives, proving grounds, or virtual simulations of loads applied at the wheels ([11,12,13]). To validate the fatigue life of parts, numerous tests are carried out, each time-series is long and complex to apply on benches and simulations. It is easier for manufacturers to convert them into a simpler signal with an equivalent content in terms of fatigue damage ([14,15]). A conventional fatigue assessment method consists in applying the RainFlow Counting method (RFC [16,17]), acknowledged to be the reference counting method for fatigue applications. Based on the manufacturer's experience, and depending on the target component, the input load may result either from a single measurement axis or a time combination of several ones. From one input, i.e. a variable amplitude time signal, the RFC delivers a unique corresponding loading spectrum ([18,19]). This method is rather effective for identifying the large amplitude cycles induced by braking and cornering manoeuvres. The damage induced by the loading spectrum is calculated (the Palmgren-Miner, ([20,21]) rule is often applied). As a result, blocks of constant amplitude sines over  $10^6$  cycles, quantified as equally impactful as the original time series, populate test benches or simulations. However, it is time-consuming and lacking in effectiveness for vibratory studies. Moreover, the time-correlation between load channels is lost in the process. There are other life assessment approaches in the automotive industry adapted to purely random loads induced for instance by rough roads ([1,22,23]). Widely referred to as spectral methods, they are based on the road or machinery frequency pattern, and are much faster to use than cycle counting methods ([24,25,26]). Their

applications can be adapted to the multi-entry framework designed for stationary measurements ([27]). Yet, their application do not fit the loads encountered by a vehicle under a daily usage, as the load type is not purely random.

The aforementioned uniaxial loading spectra are effective but are unable to depict the vehicle multi-input solicitation cases directly measured at the wheels. Adding spectra straightforward, or their resulting damages, defined for each different loading channels would lead to a physical non-sense. Proposing a realistic spectra combination is an ill-posed problem as the RFC implementation implies the absence of time information for each counted cycle perceived at the wheels, hence the lack of time-correlation between the loading channels. To retain this information, one solution would be to perform the RFC on the resulting stress at the structure point of interest. However, it is not sustainable for car manufacturers which would have to perform time-consuming testing campaigns adapted to each point of interest location, on each of their vehicles.

In the light of the issues raised by the structure multi-input solicitation cases, and the shortcomings of the methods previously mentioned, the proposed process should help to synthesize the measurements at the wheels by keeping the relevant information for the fatigue design of components. Hence, this presupposes that the time correlation between the different loading channels is taken into consideration. This correlation depends on the load type, strictly speaking when the driver performs a manoeuvre. Still, load channels may be correlated because of the road influence. This involves the road's roughness rather than the vehicle's inherent behaviour when manoeuvring. This correlation would only be related to an unexpected event such as a speed bump.

This paper proposes a partition between two load types: Driven-Road, (DR), type for cycles induced by manoeuvres and Random-Road, (RR), for vibratory solicitations. Life assessment methods are dedicated to handle each of the load types specifications separately. Nevertheless, while the two types of load can be concomitant in their

impact on service life, no study proposes to process them in parallel. So, this work enables not only the introduction of a method for chassis parts fatigue life assessment from the measurements performed at the wheels, but also the characterisation of the most impactful loading types. This method is designed to withstand a wide variety of situation life cases, considering the point of interest location and the vehicle test conditions (e.g. driver's behaviour, vehicle payload, track type travelled).

The first section of this article illustrates the measurements of interest and unveils the first glimpse of the resulting signals after the proposed partition between DR and RR load types (section 2.1). It also establishes essential theoretical assumptions and the ensuing validation process toward fatigue of the so-called partition (sections 2.2 & 2.3). Each method stage is validated by comparison of the pseudo-damage induced by the process with the reference one obtained from the usual implementation of RFC. Then, the fatigue approach, working towards time-correlated loads is detailed. It first details the physical correlation between the vehicle accelerations and the DR loads (section 3.1). Then, depending on these correlations, an RFC implementation is proposed solely based on the accelerations instead of the numerous measured channels (section 3.2). In a similar line of thought, the fatigue process toward random load is also depicted. To respect the requirements for Spectral methods application, RR loads are divided into stationary sections (section 4.1). Once done, the multiaxial method is performed on the resulting gaussian sections with several spectral approximations tested (section 4.2). The final section highlights the overall process results and its analysis (section 5).

## 2. Service life loads and local stress formulation

This section addresses the presentation of the load partition process. It is illustrated on time-series from two different load channels but from the very same track record. The procedure presented is performed on each channel separately, yet it is designed to handle the overall multi-input load case. It separates the load portion related to the vehicle dynamics, i.e., temporally correlated to the other channels, from the rest of the measurement. The term "dynamic" stated herein does not refer to the response of the vehicle to different types of loading ([1]), but rather to the nature of the measured loads, whether they result of vehicle manoeuvring or are endured.

Dividing the vehicle entry loads is this work key concept. As it is performed directly at the wheels, a validation process is introduced to confirm its application for fatigue design of chassis parts. It is worth noting that the chassis parts features are complex, and it evolves for each vehicle. Hence, the validation process is based on theoretical and general assumptions toward the structure and the resulting stress tensor formulation.

### 2.1. Load partition

The measurements presented have been obtained for one specific suite of obstacles on the manufacturer proving ground performed by a given vehicle. It gathers a suite of corners, accelerations and braking manoeuvres and some paved road sections and other single events. The vehicle is equipped with load transducers at each wheel, providing access to each structure entry point, i.e. the wheels, to the three forces and three moments. For the entire vehicle, 24 channels are to be considered. Based on usual dynamics simplifications, each axle is supposed to be mechanically independent of the other. It allows to reduce the number of load channels to be considered for each axle separately, down to 12. Amongst the other available data, the accelerations at the vehicle's centre of gravity are also used in this process. The acquisition frequency is 1000 Hz. This sample frequency is high enough to detect the different road variations and abrupt changes of the driver behaviour. Two initial measurements are presented in Fig. 1. This corresponds to the transversal a), and the vertical b) forces measured on one wheel on the front axle.

In the overall article, the sample studied represents a fraction of the measurements performed by the car manufacturer to define the load spectrum representative of vehicle daily-usage. In order to respect confidentiality standards, the values in these figures are normalized thus the resulting process quantities are anonymous.

Both load natures are apparent and dissociable on the Fig. 1, just based on the load cycles shapes and their frequencies. The lowest frequencies correspond to the performed manoeuvres (e.g., cornering), and the highest correspond to a rough road surface (e.g., paved road sections). Following this observation, a frequency decomposition method is applied to separate the load caused by the driver, from the one induced by the road asperities. The cut-off frequency is set to 1 Hz according to the driver typical reaction time.

The resulting signals from the initial measurements are illustrated in Fig. 2. The cornering parts of the proving ground appear distinctly as expected in the right and left graphs representing respectively the transversal and the vertical loads measured. This load type is called Driven-Road, (DR) in the rest of the paper. By comparing both graphs, the time-correlation between the corners is straightforward. Hence, the partition main interest is to extract the time-correlated load parts from channels. A coefficient,  $\alpha_{L_i L_j}^{DR}$ , is proposed to relate load  $L_i$  to load  $L_j$  as follows,  $L_i^{DR}(t) = \alpha_{L_i L_j}^{DR} * L_j^{DR}(t)$ . This DR load formulation is essential to maintain the time correlation between the different load channels.

To finalize the signal partition, the identified DR loads are removed from their respective initial measurements. This leads to the loads illustrated in the Fig. 3, supposedly to only be related to the road asperities. This load type is called a Random Road (RR) load as the phenomena describe either random events or random road patterns.

Hence, based on a strong mechanical meaning, the first assumption proposed in this study for each measured channel  $L_i$  stands as follows,

$$L_i(t) = L_i^{DR}(t) + L_i^{RR}(t), i \in \text{EI}, 12\text{F}. \quad (1)$$

This partition's objectives are related to the fatigue domain. Dividing the signal in such a way could lead to missing large load cycles and their impact on the RFC based fatigue damage assessment. Before applying it, it is important to specify the signals involved and their concomitance rate. This observation is examined thoroughly when analysing the results in section 5.

Regarding the two load types partition expression, the relationship between the DR forces time evolution, introduces the coefficients,  $\alpha_{L_i L_j}^{DR}$ , between DR load time-series. Evidently, the multi-input solicitation case varies accordingly to the manoeuvre carried out. Hence, it is not coherent to specify a single load channel from which all the DR loads are derived. This issue is further addressed in Section 3 of this paper. Yet, whatever the manoeuvre is performed, it has an impact on the 3 accelerations measured at the vehicle Center of Gravity (CoG, translational accelerations). Each DR load is then expressed as a function of these accelerations as follows,

$$L_i^{DR}(t) = \sum_j \alpha_{L_i L_j}^{DR} \gamma_j^{DR}(t), i \in \text{EI}, 12\text{F}, j \in \text{EI}, 3\text{F}. \quad (2)$$

### 2.2. Local stress formulation

As stated in this section heading, chassis parts fatigue design is fulfilled using the point of interest stress tensor time variation, noted  $\underline{\sigma}^{\alpha}(t)$ . The proposed stress tensor formulation shall be generic, to be relevant for each part studied, and shall also account for the load partitioning impact in the fatigue process. Assumptions on the stress tensor formulation are made to validate at this early stage the proposed load partitioning for fatigue design purposes. Though simple, the assumptions considered highlight the impact of the proposed partition on the damage assessment.

The usual method, briefly laid out in the introduction part, acknowledges the linear impact of the structure on the input load. In other



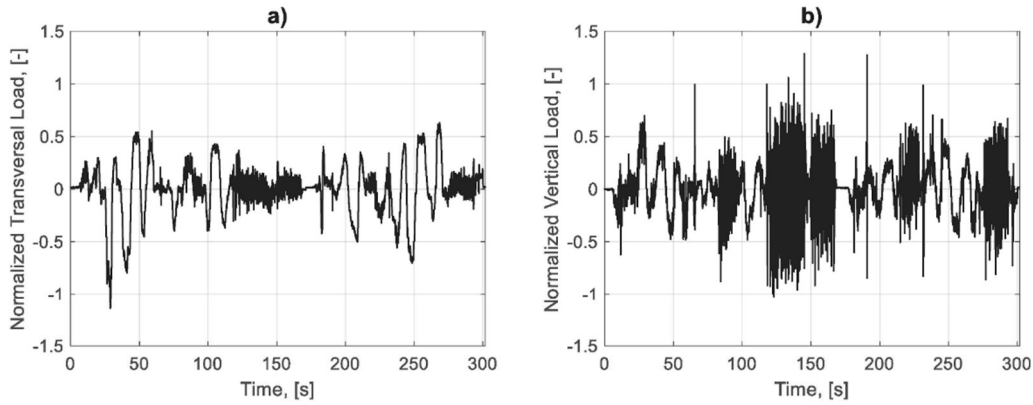


Fig. 1. (a) Transversal force,  $F_Y$  and (b) vertical force,  $F_Z$ , initial measurement on one wheel.

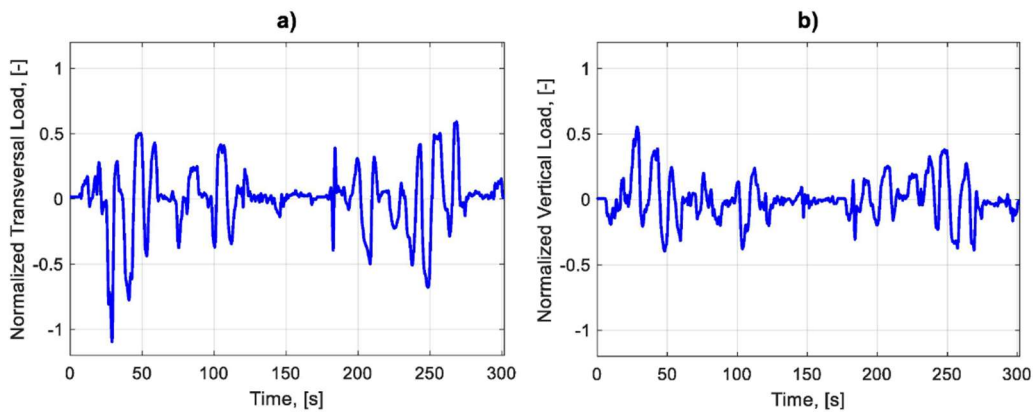


Fig. 2. (a) Transversal force,  $F_Y$ , and (b) vertical force,  $F_Z$ , related to the manoeuvres.

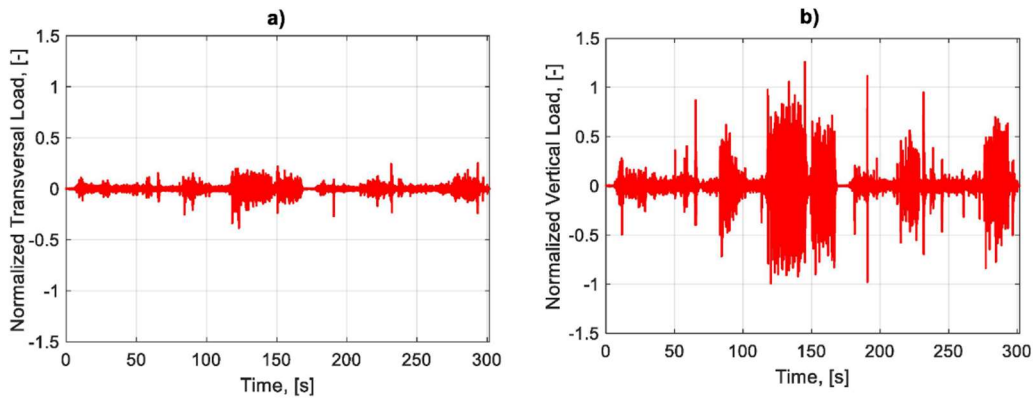


Fig. 3. (a) Transversal force,  $F_Y$ , and (b) vertical force,  $F_Z$ , related to road asperities.

words, the resulting stress tensor can be written as the sum of tensors associated to each input-load respectively. That reads,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{\alpha}(t) = \sum_i \underline{\underline{\sigma}}^{\alpha, L_i} |_{L_i=1} * L_i(t), i \in \text{El}, 12F. \quad (3)$$

Eq. (3) displays the stress time evolution induced by each of the load

axes. This formulation is still too complex to perform a simple validation of the load partition for fatigue purposes. By skimming the automotive fatigue literature, a common thread emerges regarding the solicitation cases at the different weak points locations (e.g. in the vicinity of welding joints, [28]). Regardless of the vehicle life experience encountered, the stress tensor shape is expected to be always the same. This

“Orientation assumption” can be expressed by altering the equation of the stress tensor introducing a coefficient,  $\alpha_{L_i L_i}^{SO}$ , to link the various stress tensor formulations associated to each load-input axis. The overall stress tensor formulation is then,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{oc}(t) = \underline{\underline{\sigma}}^{oc, L_1} |_{L_1=1} * \left\{ \sum_i \alpha_{L_i L_i}^{SO} * L_i(t) \right\}, i \in \{E, L, 12F\}. \tag{4}$$

Through both assumptions, “Linearity”, Eq. (2) and “Orientation”, Eq. (4) pull apart the tensor shape from the initial sum of time-series. The formulation is then much simpler to handle for validating the partition assumption. It is worth noting that, at this stage of the design process, these two assumptions are prerequisites for the validation of the load partition. Going further into the fatigue design adapted to one particular point of interest may illustrate that one or the other assumption is not satisfied ([29]). This would not call into question the validation process of the partition of the loads measured at the wheel.

To determine the stress tensor formulation, the DR load formulation (Eq. (2)) is also considered. Due to their random attributes, no generic formulation is proposed to RR loads at this stage. The overall stress tensor formulation stands,

$$\underline{\underline{\sigma}}^{oc}(t) = \underline{\underline{\sigma}}^{oc, L_1} |_{L_1=1} * \left\{ \sum_{i=1}^{12} \alpha_{L_i L_i}^{SO} \left( \sum_{j=1}^3 \alpha_{L_i Y_j}^{DR} * Y_j^{DR}(t) \right) + \sum_{i=1}^{12} \alpha_{L_i L_i}^{SO} L_i^{RR}(t) \right\}, \tag{5}$$

For fatigue design purposes, the Eq. (5) part of interest is the equivalent time signal (highlighted in bold). For simplicity’s sake, in the rest of the study the combination of  $\alpha_{L_i L_i}^{SO}$  and  $\alpha_{L_i Y_j}^{DR}$  related to the acceleration  $Y_j$  is noted  $\alpha_{Y_j}$ .

### 2.3. Load classification validation process

This work outlines the main modelling concepts of load-input for the fatigue design of chassis parts. It stands as a preamble to any fatigue application. As its validation is intended to be general it cannot be based on the study of a particular chassis part. Starting with Eq. (5), the overall process is illustrated on Fig. 4. Each fatigue method phase is ascertained (flowchart elements marked with a star), comparing a referenced pseudo-damage (always quantified based on the cycles identified thanks to the RFC method) with the one induced by the modelled loads at the wheels. Using a linear damage rule ([30]), it reads,

$$D = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \sum_i \frac{n_i S_i^b}{C}, \tag{6}$$

with  $n_i$  the number of cycles counted at the load amplitude  $S_i$ . These pseudo-damage calculations involve some material parameters, referring to the Basquin’s fatigue law ([31]), that are here assigned arbitrarily ( $b = 4$ , for the slope and  $C = 1$  the material parameter also called intercept, as it stands for a theoretical admissible load amplitude for a single load cycle). The Wöhler curve ([32]) slope is thus set to 4. It stands as an average of the different values encountered in the structure with respect to the HCF study hypothesis and notably dealing with spot and seam welds. As no given material is under study, each comparison of pseudo-damages is made in relative terms. Actually, the material parameter  $C$  have no effect on the comparison. These material settings are applied throughout all the present study. Damage equivalent stress amplitudes are also calculated and applied as another useful comparison metric. They are set here for theoretical sine signals of  $10^6$  cycles duration.

These pseudo-damage calculations still require the point of interest location knowledge. Once again, for generic purposes, all the load-inputs are supposed to have an impact on the hypothetical chassis part

under study. This results in the respective values given to the structure coefficients,  $\alpha_{L_i L_i}^{SO}$  presented in the previous sub-section, all equal to one unless otherwise specified. These study parameters, related to the material life assessment and the point location inside the structure, are required to carry out the validation process.

The process is initiated with the three accelerations recorded at the vehicle’s CoG and the twelve loads measured at the wheels. A frequency decomposition method is applied to each channel respectively, in order to isolate the low frequency phenomena from the remaining measurement. From these low-pass signals, the DR loads are identified by minimising the difference between the wheel measurement and the linear combination of accelerations. The RR loads are then derived by subtracting the DR loads from the corresponding initial measurement. The fatigue life assessment process is then split into two parallel approaches.

The fatigue approach toward DR loads is straightforward. As the loads channel are time-correlated, the RFC is only performed on the three accelerations instead of the 12 channels separately. Conversely, the RR approach is not based on RFC implementation but on spectral methods, which are considered to be faster to use than the RFC method under certain relevant conditions:

- The process studied is stationary
- The process sample is ergodic
- The sample distribution is gaussian

As stated previously, spectral methods are widely at use for these specific loading types ([33]). In the automotive industry it is mainly applied to vibratory/random loadings ([1,22,34,35,36]). They are less time-consuming than the cycle counting based on the overall time-series information and turning points combination. The random loads are depicted according to their frequency features instead of their time-sequences ([37]). For a uniaxial study case, the spectral methods implementation starts with a single Power Spectral Density (PSD),  $\Phi_{LL}$ . It is a frequency-based quantity containing the signal power per frequency interval. It is calculated from the Fourier transform of the signal auto-correlation function. Then, the spectral moments  $m_n$  are calculated from the PSD as follows

$$m_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{LL}(f) |f|^n df. \tag{7}$$

For a stationary zero-mean Gaussian process, Rice ([38]) developed the expected positive zero-crossing rate  $\nu_0^+$  and the peak occurrence frequency  $\nu_p$  that stand,

$$\nu_0^+ = \frac{\sqrt{m_2}}{m_0}, \tag{8}$$

and

$$\nu_p = \frac{\sqrt{m_4}}{m_2}. \tag{9}$$

Knowing these two rates,  $\nu_0^+$  and  $\nu_p$ , it is then possible to estimate the number of loading cycles applied for a given duration and determine the signal bandwidth, thanks to the parameter  $\alpha_2$ , noted

$$\alpha_2 = \frac{\nu_0^+}{\nu_p} = \sqrt{\frac{m_2}{m_0 m_4}}. \tag{10}$$

The bandwidth parameter is close to 1 dealing with narrow-band processes and on the opposite 0 for wide-band processes. It belongs to the bandwidth parameters family ([39]), formulated

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{m_n}{m_0 m_{2n}}}. \tag{11}$$

The remaining key information for fatigue life assessment is the

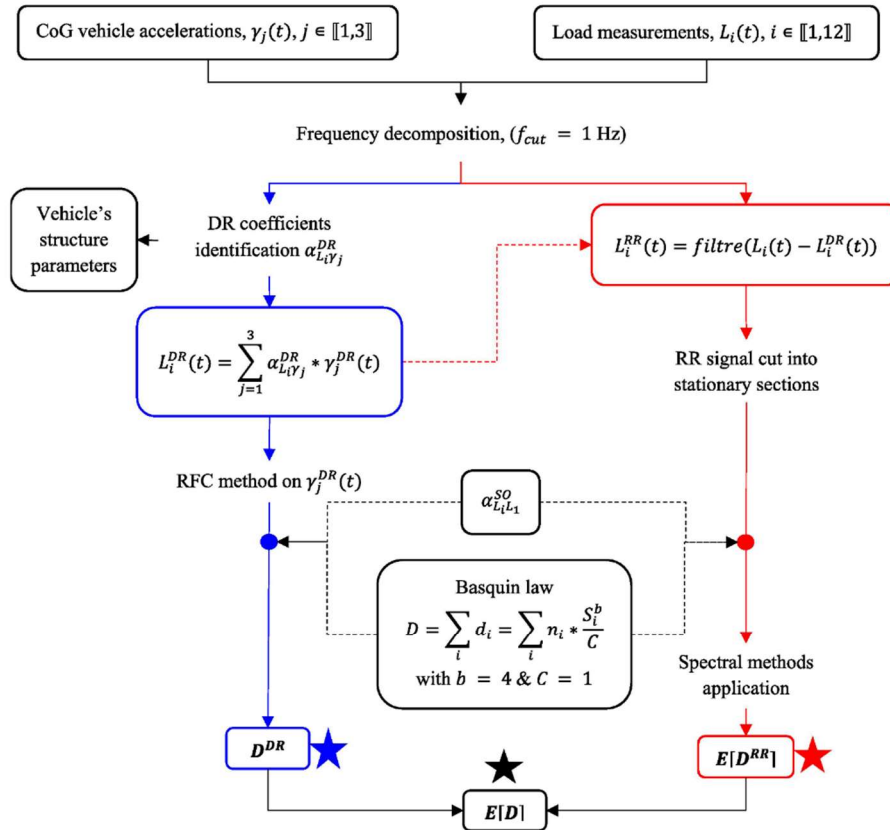


Fig. 4. Process validation regarding fatigue purposes.

cycles loading amplitudes. Cartwright and Longuet-Higgins ([40]) define the peaks probability density functions  $p_p(S)$  as a sum of a Rayleigh and a Gaussian distribution. The contribution of damage ratio  $\Delta(S)\alpha S$  per cycle is formulated with the peak distribution, the peak frequency and the damage per amplitude range. The damage induced by one cycle follows the same Basquin equation than the one defined earlier, leading to

$$\Delta(S)\alpha S = \frac{S^b}{C} v_p p_p(S) \alpha S. \quad (12)$$

Hence, the damage ratio integration on the amplitude scale results in the overall damage per unit time. Miles ([41]) defines the damage expectancy per unit time for a narrow-band signal, named Rayleigh approximation, which reads,

$$E_R[D] = \int_0^{+\infty} \Delta(S)\alpha S = C^{-1} \frac{2^b}{2\pi} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) m_0^{\frac{b-1}{2}} m_2^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

Using the Rayleigh approximation assumes that each maxima encountered is equivalent to the existence of an amplitude cycle equal to the value of that maxima. This approximation is thus not suitable for broadband signals, as it tends to overestimate the damage induced. Numerous approximations deduced from this result exist in the literature. ([42]). Many are related to the Rayleigh approximation, theoretically defined for pure narrow-band process. However, they differ in their definition process as some are intended to estimate the probability distribution of RainFlow amplitude ([43,44,45]), other the resulting damage average, and some are defined for specific PSD shapes (adapted

to structure modal response under dynamic solicitation), or wide-band process. ([46]) Some of them propose a Weibull distribution in the peak's probability density functions, instead of the initial Gaussian one. One empirical approximation developed by Larsen and Lutes ([47]) is designed for wider band signals, using only one spectral moment. Ergo, it is named the Single Moment (SM) approximation. It reads,

$$E_{SM}[D] = \int_0^{+\infty} \Delta(S)\alpha S = C^{-1} \frac{2^b}{2\pi} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) m_0^{\frac{b}{2}}. \quad (14)$$

These two approximations act respectively as upper and lower bounds for the pseudo-damage average results given by spectral methods. Other pseudo-damage methods are published in the literature in order to spot potential application problems (e.g. out of bounds pseudo-damage results) and to display different possibilities when applying spectral methods. Mostly designed for wide-band processes, are the follows:

- Ortiz and Chen, ([48]) propose an approximation correcting the Rayleigh's one, using a semi-empiric factor noted,  $\lambda_{oc}$ . It is based on the signal bandwidth, the material parameters such as the S-N slope  $b$ , and the spectral moments, and is given by

$$E_{oc}[D] = \lambda_{oc} * E_R[D], \quad (15)$$

$$\text{with } \lambda_{oc} = \frac{\sigma^{2/b}}{v_0} \text{ and } \delta = \frac{\sqrt{\frac{m_2 m_0^{2/b}}{m_0 m_2 + 2/b}}}{m_0 m_2 + 2/b}.$$

- Dirlik ([43,46]) method building is more complex. It links the PSDs to the corresponding rainf ow range probability densities. Its def - nition mainly relies on bandwidth parameters, as

$$E_{Dr}[D] = \frac{V^p}{C} n_b^{b/2} D_1 Q^b \Gamma(1+b) + \left( \sqrt{\frac{m_b}{n_b}} \Gamma\left(1+\frac{b}{2}\right) D_2 |R|^b + D_3 \right) \quad (16)$$

with

$$R = \frac{\alpha_2 - x_m - D_1^2}{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2},$$

$$Q = \frac{1.25(\alpha_2 - D_3 - D_2 R)}{D_1}, \quad D_3 = 1 - D_1 - D_2, \quad D_2 = \frac{1 - \alpha_2 - D_1 + D_1^2}{1 - R}, \quad D_1 = \frac{2(x_m - \alpha_2^2)}{1 + \alpha_2^2}$$

and  $x_m = \left(\frac{m_b}{n_b}\right)^{\frac{1}{2}}$ .

- Tovo & Benasciutti method ([45,46]) postulates that the amplitude-mean joint probability distribution of rainf ow cycles lies between two limit distributions and results in their linear combinations. The overall process is not depicted here, and still the resulting average damage approximation is upheld in a coefficient applied to the Rayleigh's one. It is also a semi-empiric process, based on bandwidth parameters, defined as

$$E_{TB}[D] = \lambda_{TB} * E_R[D] \quad (17)$$

with

$$\lambda_{TB} = b_{app} + (1 - b_{app}) \alpha_2^b \text{ and } b_{app} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) [1.112(1 + \alpha_1 \alpha_2 - (\alpha_1 + \alpha_2)) e^{2.11 \alpha_2} + (\alpha_1 - \alpha_2)]}{(\alpha_2 - 1)^2}$$

- Empirical  $\alpha_{0.75}$  method, [45] is a further attempt to find a suitable semi-empirical factor to correct the shortcomings of the Rayleigh's approximation for wider-band signals and is obtained by

$$E_{75}[D] = \lambda_{0.75} * E_R[D] \quad (18)$$

$$\text{with } \lambda_{0.75} = \frac{m_{0.75}^2}{m_b m_{0.5}}$$

These average damage formulae stand for a unique PSD. To adapt our multi-input problem to the uniaxial setting, the power spectral density matrix,  $\Phi$ , is calculated from the RR loads spanning all the 12 degrees of freedom at each wheel. This approach is often adopted in the use of spectral methods, when dealing with multiaxial stress case at the structure local weak point. ([34,27,49]). The diagonal elements provide the frequency information associated to every single RR input load. The non-diagonal terms express the frequency correlation between the load channels. It reads,

$$\underline{\Phi}(f) = \begin{pmatrix} \Phi_{L_1^{RR_1}^{RR_1}}(f) & \dots & \Phi_{L_1^{RR_1}^{RR_{12}}}(f) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{L_{12}^{RR_1}^{RR_1}}(f) & \dots & \Phi_{L_{12}^{RR_1}^{RR_{12}}}(f) \end{pmatrix} \quad (19)$$

As stated previously, the solicitation case inside the structure may vary accordingly to the location point. These load conditions are described by the structure coefficients,  $\alpha_{L_i, L_j}^{SO}$  in the same vein as previously applied for the DR approach. Thus, the impact of the structure is written as a matrix,  $Q$ , as follows,

$$Q = \begin{pmatrix} \alpha_{L_1, L_1}^{SO^2} & \dots & \alpha_{L_1, L_{12}}^{SO} \alpha_{L_1, L_{12}}^{SO} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{L_{12}, L_1}^{SO} \alpha_{L_{12}, L_1}^{SO} & \dots & \alpha_{L_{12}, L_{12}}^{SO^2} \end{pmatrix} \quad (20)$$

From these two matrices, the equivalent PSD, relevant for the multi-input solicitation case undergone at the structure point of interest, can be calculated as follows

$$\Phi_{eq}(f) = \text{trace} \left( \underline{Q} * \underline{\Phi}(f) \right) \quad (21)$$

The Eq. (20) formulation corresponds to the PSD calculation given an equivalent time signal written in the following notation,  $L_{eq}(t) =$

$\sum_i \alpha_{L_i, L_i}^{SO} L_i^{RR}(t)$ . For application ease, it is convenient to calculate the load input PSDs at the wheels once and then to reconstruct an equivalent local PSD. Then, the bandwidth parameters and the suitable average pseudo-damage approximation are available for the fatigue assessment.

To summarize, the approach to handle DR loads hinges on usual life assessment tools for time-based study. Sensitive matters are detailed in the following Section 3. The one designed for RR loads, depicted in Section 4, is more complex to apply as the signal must meet some requirements, cf. the hypothesis announced at the beginning of this chapter.

### 3. Multi-input fatigue approach, towards time-correlated, DR loads

This section is dedicated to the DR loads and depicts how the multi-input issue is handled for fatigue life assessment purposes. First, the DR loads are designed through the correlation between accelerations and forces. As a result of such an interaction, it is possible to decrease the number of RFCs only for the three accelerations separately. Considering the assumptions made for the structure (e.g. linearity and orientation), the three resulting load spectra are relevant regardless of the position of the fatigue weak point within the structure. This process implementation requires to pay attention to some time-series attributes. Its validation, based on a reference damage value issued from a usual RFC implementation, is illustrated for one set of structural orientation coefficients values.

#### 3.1. Driven road load design

When it comes to design DR loads, attention is first given to the accelerations at the centre of gravity of the vehicle. The initial time series from the same set of measurements are illustrated on Fig. 5. Please note that the suite of obstacles as well as the vehicle speed comes from the manufacturer's experience in terms of customer sample. For the sake of simplicity, the corners are executed at a fixed speed, braking and vehicle accelerations are performed on straight lines. Distinct separation of the two types of events enables the data related to each manoeuvre to be considered without interference. Actually, this is considered representative of the daily use of the vehicle, since the coupling between braking and cornering is often weak, with one manoeuvre inevitably having the upper hand over the other. Moreover, carmakers are used to apply cornering and braking as separate manoeuvres on their proving grounds.

Among the most notable section, the paved road one (between 125 s and 145 s) is relevant on all the three accelerations. The braking and acceleration manoeuvres only appear on the longitudinal acceleration,

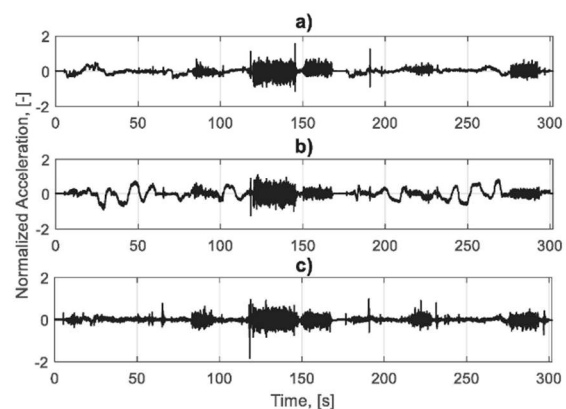


Fig. 5. Initial time-series of vehicle CoG accelerations, (a) longitudinal  $y_x$ , (b), transversal  $y_y$  and (c), vertical  $y_z$

$\gamma_x$  (time around the 15 s and 270 s, respectively). The corners are much more striking on the transversal acceleration time series,  $\gamma_y$  (a sequence of three corners from the 30 s up to 65 s and another from 240 s up to 275 s).

A simple Butterworth frequency filter (order 4) is applied to the three accelerations to extract the signal part under 1 Hz. This cut-off frequency provides a low frequency signal, gathering the vehicle manoeuvres without considering the first eigenmodes of the chassis. The resulting low frequency signal is illustrated in Fig. 6, over the respective initial time series. By comparing the two filtered signals,  $\gamma_x^{DR}(t)$  and  $\gamma_y^{DR}(t)$ , the partition between the cornering phases and the braking phases is respected. The three DR accelerations are free from the disturbance induced by the paved road sections and some shocks such as potholes.

Each channel of the DR signals is designed using these three filtered accelerations and Eq. (2). Relying on the simplified vehicle model, the values of some coefficients can be considered equal to zero, while others correspond to physical parameters (see Table 1) easily identifiable. Table 1 highlights the different basic vehicle dynamics relationships between the DR load input and the DR accelerations. The axle is supposed symmetric, the same relationships stand for the right and the left wheel. The variable  $M$  represents the vehicle mass,  $M^{fr}$  for the vehicle mass on the (front) axle.  $h$ ,  $e$ ,  $v$  indicate the vehicle centre of gravity height, its wheelbase, and its (front) track, respectively.  $\eta$  represents the braking force rate applied on one wheel and  $R$  the wheel radius.  $K^*$  stands for a mass-weighted proportionality ratio.

Nevertheless, the non-zero  $\alpha_{L_i, Y}^{DR}$  considered throughout this paper are identified on the signal itself and result from the minimization of the difference between the linear combination of the three accelerations and the initial measurement. The values returned are very close to the theoretical values. For instance, the values obtained by minimisation are the following: 159 and -252 estimated for  $\alpha_{e, Y}^{DR}$  and  $\alpha_{v, 2Y}^{DR}$ , compared to 139 and -265 expected. Two resulting DR forces, the transversal DR force (on the right) and the vertical one (on the left) are illustrated in Fig. 7. These are both compared to the signals shown in Fig. 2, which were derived from a simple frequency decomposition applied directly to the time series. The similarity between the two figures confirms the model's ability based on the three accelerations to reconstruct the initial signals. For all the measured signals at the wheels, the correlation coefficient between the filtered signal and the one DR one is 0.98 (with 1 standing for the perfect correlation).

The slight difference regarding the visible maximal offset in the first graph is due to the initial linear identification assumption. The relationship between the transverse acceleration and the transverse force should vary depending on whether the wheel of concern is on the inner

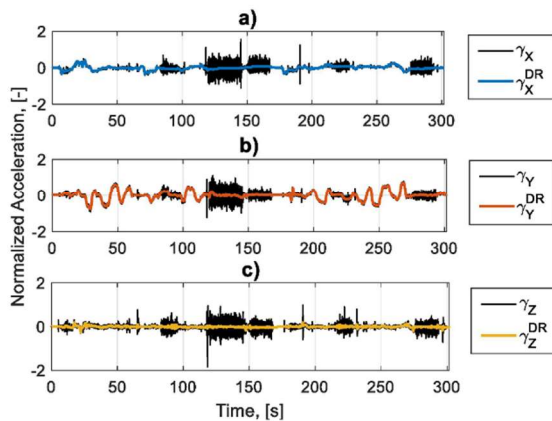


Fig. 6. DR time-series of vehicle C/G accelerations, (a) longitudinal  $\gamma_x^{DR}$ , (b), transversal  $\gamma_y^{DR}$  and (c), vertical  $\gamma_z^{DR}$

Table 1  
DR coefficients based on basic vehicle dynamics.

$\alpha_{L_i, Y}^{DR}$	$F_x^{DR}$	$F_y^{DR}$	$F_z^{DR}$	$M_x^{DR}$	$M_y^{DR}$	$M_z^{DR}$
$\gamma_x^{DR}$	$\frac{M}{\eta}$	-	$\frac{Mh}{2e}$	-	$R^* \alpha_{F_x, Y}^{DR}$	-
$\gamma_y^{DR}$	-	$\frac{1}{2} M^{fr}$	$\frac{h}{v} M^{fr}$	$R^* \alpha_{F_x, Y}^{DR}$	-	-
$\gamma_z^{DR}$	-	-	$MK^*$	-	-	-

or the outer side of the curve. For the sake of simplification, the coefficient  $\alpha_{F_x, Y}^{DR}$  is taken here as an average of both cases (see Table 1). Actually, this is not much sensitive regarding fatigue life assessment because at the end the resulting cycle amplitude is the same.

3.2. Fatigue approach validation

The aim of this section is to validate the process dedicated to the DR loads design only. As stated before, defining each DR load as the linear combination of the filtered acceleration is an asset to ease the RFC implementation under certain conditions. At least two signal attributes are to be considered:

- The signals should not vary (non-null values) at the same time (non-concomitant behaviour).

Regarding the acceleration's measurements, this assumption is reasonable since it is not uncommon to alternate braking manoeuvres (related to the longitudinal acceleration) with turning manoeuvres (related to the transversal acceleration) without performing them at the same time.

- For each signal, their distribution of the absolute values of the non-null extrema are close.

This avoids pairing maxima from one signal with minima from the other signal and vice versa when applying the RFC method. In a generic sense, it is not possible to consider that a randomly chosen driver would perform strongest braking manoeuvres than accelerations ones or more corners to the left than to the right and so on. Thus, the symmetric assumption towards each signal mean is justified.

To ascertain the proposed pseudo-damage quantification, its result would be compared to a reference value. The Fig. 8 illustrates the three accelerations multiplied by their respective DR coefficients (left side), and the equivalent time-signal (right side). For the validation, all the coefficients  $\alpha_{L_i, Y}^{SO}$  are here arbitrarily set equal to 1.

Comparing both graphs, the maxima are quite alike even if a slight interaction between the longitudinal and the transversal accelerations occurs from time to time. The maxima are mainly induced by the transversal acceleration relationship. The sets of coefficients DR and SO play a role on the cycle's amplitudes but not on the time at which each manoeuvre takes place. The low impact of the vertical acceleration on DR loads is visible (yellow curve in the Fig. 8 left graph). Thus, in the rest of the study, only the longitudinal,  $\gamma_x^{DR}$ , and the transversal,  $\gamma_y^{DR}$ , accelerations are considered. The Fig. 9 illustrates on the left the resulting load spectrum issued from the RFC implementation on the two accelerations, respectively. It is compared on the right to the load spectrum resulting from the equivalent time signal. To visually compare the two spectra, the loading cycles are represented using cumulative occurrences,  $H$ . This representation, initially developed by Gassner ([50]), is common when dealing with variable amplitude load spectra.

The overall number of cycles,  $n$ , is quite different between the two load spectra. It is not an issue for fatigue life assessment as most of these cycles are of low amplitude. The two load spectra shapes are comparable. The cycles normalized maximum amplitudes are respectively equal

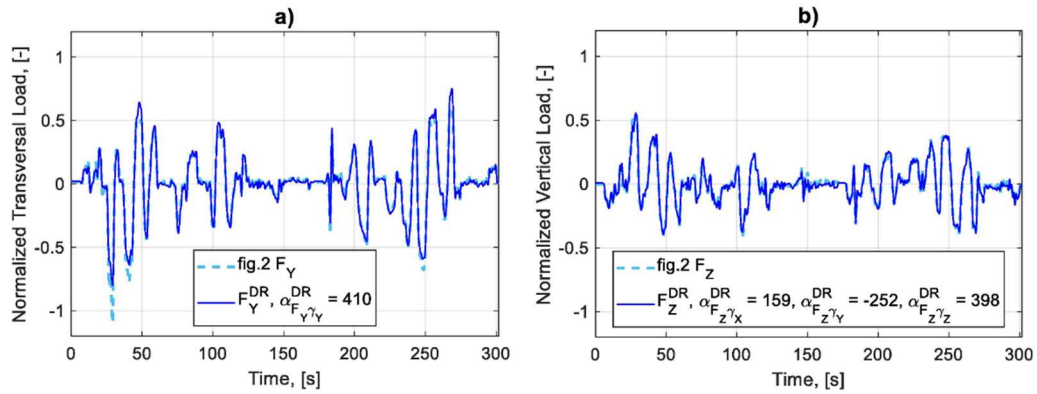


Fig. 7. DR forces, (a) Transversal  $F_Y^{DR}$ , and (b) Vertical  $F_Z^{DR}$

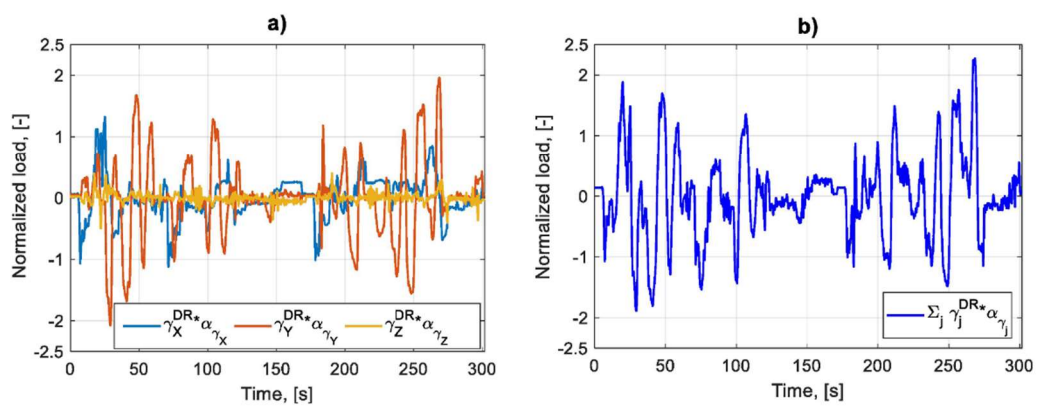


Fig. 8. (a) DR accelerations,  $\gamma_X^{DR}$ ,  $\gamma_Y^{DR}$ , and  $\gamma_Z^{DR}$ , (b) reference DR signal.

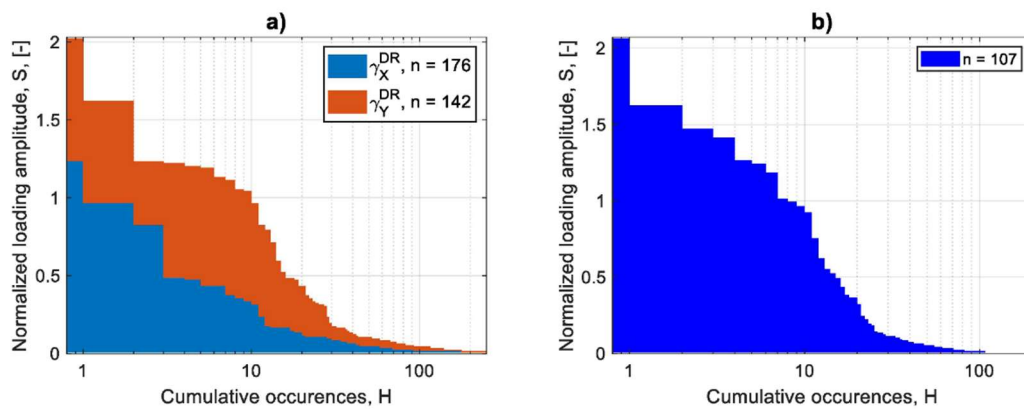


Fig. 9. Load spectra related to (a) the DR accelerations, (b) the reference DR time-signal.

**Table 2**  
Pseudo-Damage,  $D^{DR}$ , result comparison, and equivalent sine amplitude over  $10^6$  cycles.

RFC performed on Accelerations	
$D^{DR} / D_{ref}$	0.90
Equivalent stress amplitude ratio	97%

to 2.02 and 2.08, given a negligible gap of only 3%. Table 2 first gives the pseudo-damage results calculated from the two load spectra thanks to the Basquin rule previously presented. As a complement, the second line of the table represents the equivalent stress amplitude of a theoretical sinusoidal signal which would induces the same amount of damage on  $10^6$  cycles.

The pseudo damage results are of the same order of magnitude and

the relative error between the resulting equivalent stress amplitudes is about 5%. The main difference stands in the highest amplitude cycle, which induces 40% (for this set of coefficients values, and Basquin parameters) of the overall damage for the reference time signal. Thus, the DR approach is here considered in good agreement with the usual fatigue assessment.

The accuracy of this result is strongly influenced by the ratio of the part due to the  $\gamma_x$  signal to the one due to the  $\gamma_y$  signal in the damage assessment. If the signals have similar extrema values the RFC performed on the equivalent signal could pair an extremum of one of the signals with another belonging to the other one. To give an estimation of the maximum error between  $D_{ref}$  and  $D^{DR}$  the theoretical variation of the ratio between the coefficients associated with the two accelerations,  $\alpha_{\gamma_x}$ ,  $\alpha_{\gamma_y}$ , has been studied.

The Fig. 10 left graph illustrates the relative error between  $D_{ref}$  and  $D^{DR}$  depending on the ratio of the coefficients associated to the two accelerations. The ratio corresponding to this track is marked in blue. From this graph, it can be inferred that, for this proving ground test track, the maximum error is about 20%, which is completely acceptable. The right graph displays the damage repartition of  $D^{DR}$  between the effects of  $\gamma_x$  and  $\gamma_y$ . For this test track, the transversal acceleration is more impactful than the longitudinal one.

#### 4. RR Multi-input fatigue approach, towards random RR loads

This section depicts the approach dedicated to RR loads for fatigue life assessment. The first part describes the various steps required to extract, from each channel, stationary sections upon which apply the spectral methods. The second part illustrates the process validation for the same set of coefficient values as the one used for the DR approach validation.

##### 4.1. Signal cut by stationary sections

As expressed in Section 2.3, some signal features have to be fulfilled prior the application of spectral methods. The principal one is the stationarity of the samples. All the signal previously identified as RR loads correspond to the suite of obstacles gathering different kind of road asperities, for instance potholes and paved sections. The overall RR time-series does not address a unique random phenomenon but a series of distinct random phenomena and some shocks.

In this study, an offline point detection method is applied to cut one signal into stationary sections. It is performed on only an adequate RR time-series to isolate the different section types encountered by the vehicle. Once the breakpoints time indices are settled, they are applied to all the RR load inputs. As the obstacles occur on average at the same time on each of the channel input, the breakpoints identified on the cut signal should correspond to the optimal breakpoints for each RR load. Given the provided vehicle data, the RR item related to the vertical acceleration,  $\gamma_z^{RR}$ , reports well the asperities encountered by the vehicle. The cutting process is then only performed on this measurement.

The literature ([51]) reports a wide variety of offline point detection methods. For this case study, the variance is the signal variable of interest.

The first browsing signal is based on a "windowing" approach, sketched on the right-hand graph in Fig. 11. Windowing consists of going through the signal section by section. The section length and the value investigated along the signal is up to the user. The variance, balanced by the signal section length, is calculated as a "cost function" on the overall window and on each half of it, named part1 and part2, respectively. The distance between the global window value and its

derivatives is calculated. It leads to the quantity named "score", which reads.

$$\text{score} = \text{cost}_{\text{window}} - (\text{cost}_{\text{part1}} + \text{cost}_{\text{part2}}) \quad (22)$$

with,

$$\text{Cost}(x_1, x_2) = |x_2 - x_1| \cdot \text{var} \left( \gamma_z^{RR}(x_1, x_2) \right) \quad (23)$$

Fig. 11 represents the  $\gamma_z^{RR}$  time variation with on the left a scheme of the browsing and on the right the score calculation. The score maxima are then considered as promising breakpoints (marked with a star on the right-hand graph). Still, not all of them represents suitable breakpoints.

The last offline point detection process step is to define the accurate breakpoints among the score maxima. To select the right breakpoints, a gain value should be set by the user, considering the overall signal physical meaning. Then, the cost function is once again calculated between each signal section, limited by potential breakpoints. If the score between the two sections is higher than the gain, the breakpoint is then validated. The resulting signal with marked breakpoints indices is illustrated in Fig. 12.

Regarding this case-control study, 30 sections have been identified, setting appropriate parameters for window size, overlap, as well as threshold values for promising breakpoints from the score value and the final gain (to define the final breakpoints). The different parameters values set for this example are detailed in the Table 3.

##### 4.2. Fatigue approach validation

Before spectral methods can be implemented, the types of sections encountered require further analysis. Two section types stand out:

- The randomly distributed asperities (e.g. paved road, dirt road, ...),
- The shocks (e.g. potholes, speed bumps, ...).

These two types of sections may induce load cycles with similar amplitude but mainly differ in their impact duration (e.g. less than a second for shocks with a single cycle visible on the RR vertical acceleration,  $\gamma_z^{RR}$ ). Both section types are identified separately illustrated in Fig. 13.

Even if the cutting has been done on the  $\gamma_z^{RR}$  signal, it is the RR loads input that must respect spectral methods implementation requirements. Hence, the identified breakpoints are applied to each of the 12 RR loads and the resulting sections distribution are the ones of interest. Spectral method can only be applied to stationary phenomena that are at least compliant with a Gaussian distribution. Methods adapted to non-gaussian distribution are not tested in this study.

Gaussian indicators such as skewness and kurtosis are calculated on each of the sections for each of the RR load input. Fig. 14 highlights these two indicators for two load inputs  $F_z^{RR}$  and  $F_y^{RR}$ . Following a study-specific subjective choice, a distribution is considered Gaussian if its skewness value is not bigger than 0.5 and its kurtosis value stands between 2.7 and 4.0. Some sections are clearly outside of the required limits. After a posteriori check, they are found mostly linked either to shock sections or smooth road sections where a suite of manoeuvres was initially performed.

To set a reference value for fatigue damage evaluation, RFC method is implemented on each of the sections separately for each load input. This process gives an indication about the most impacting sections between the shocks and the random sections from this suite of events. The results are illustrated in the Fig. 15 for the three forces measured at the wheels. The most damaging section, the 10th, corresponding to the

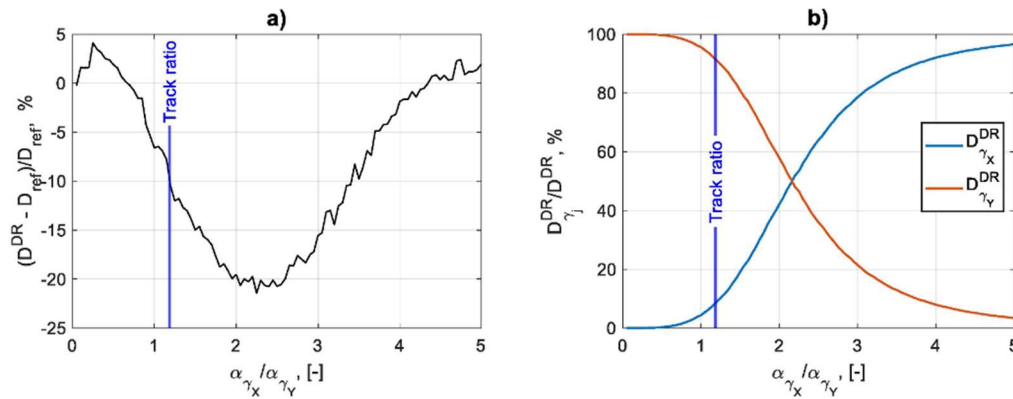


Fig. 10. (a) Relative error between  $D^{DR}$  &  $D_{ref}$ , (b) Percentage of  $D^{DR}$  induced by each acceleration, depending on the acceleration's coefficients ratio.

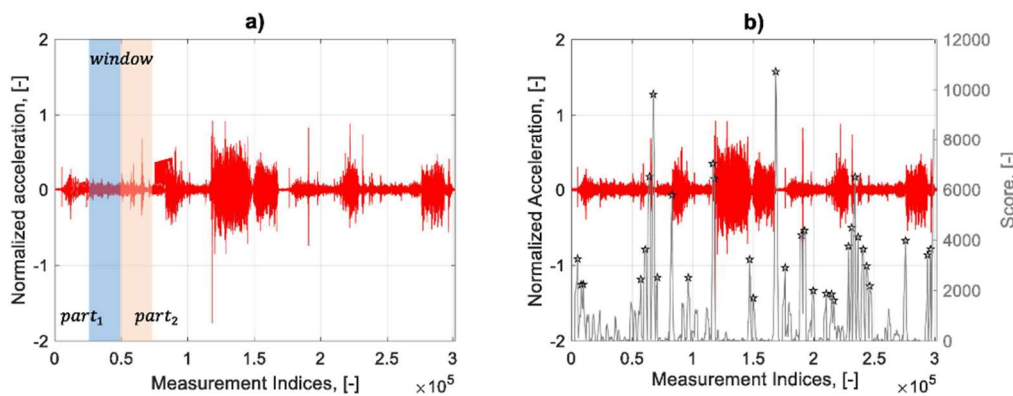


Fig. 11.  $v_z^{RR}$  Time-series (y-left axis) with (a) window sketch and (b) score calculation (y-right axis).

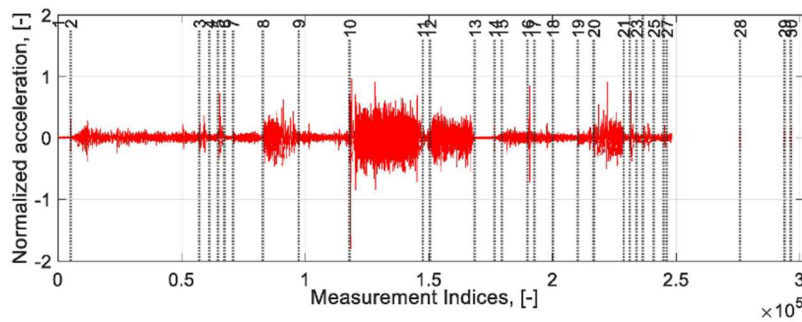


Fig. 12.  $v_z^{RR}$  Time-series with breakpoints marks.

Table 3  
Off line point detection parameters values defined for the example.

Window definition		Score analysis		Breakpoints definition
Size	$0 < \text{Overlap} < 1$	Threshold	Minimum distance between two maxima	Gain
5000pts	0.96	1600	5pts	1600

paved road area, and the other random road sections do follow a gaussian distribution indeed. The process is illustrated on one wheel only but has been performed on each of the RR load inputs.

Now that the sections of interest have been clearly defined, their corresponding PSD matrices are calculated to obtain the resulting equivalent PSD for each section (see Eq. (21), to adapt the spectral methods to multi-input solicitations). This subsequent PSD is comparable to the one issued from the general signal  $\sum_{i=L_1}^{SO} \alpha_{L_1}^{SO} I_i^{RR}(t)$  on the



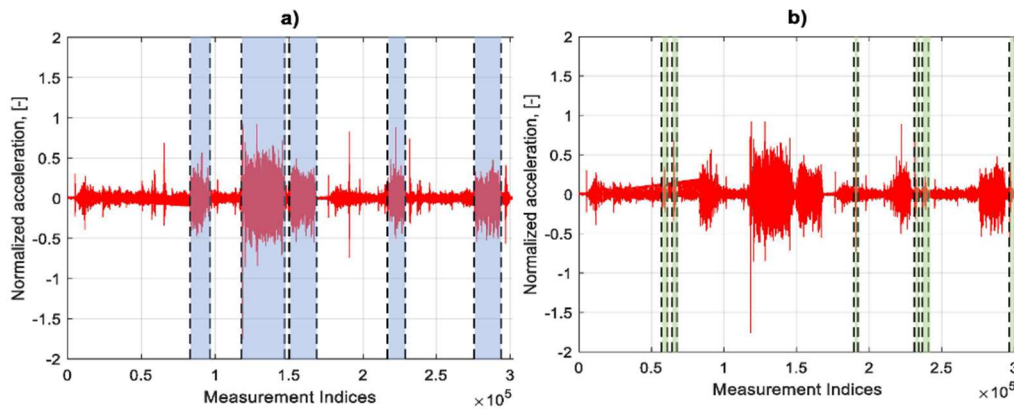


Fig. 13. (a) Random sections (8, 10, 12, 19, 28) and (b) Shocks sections (3, 5, 16, 22, 24, 30).

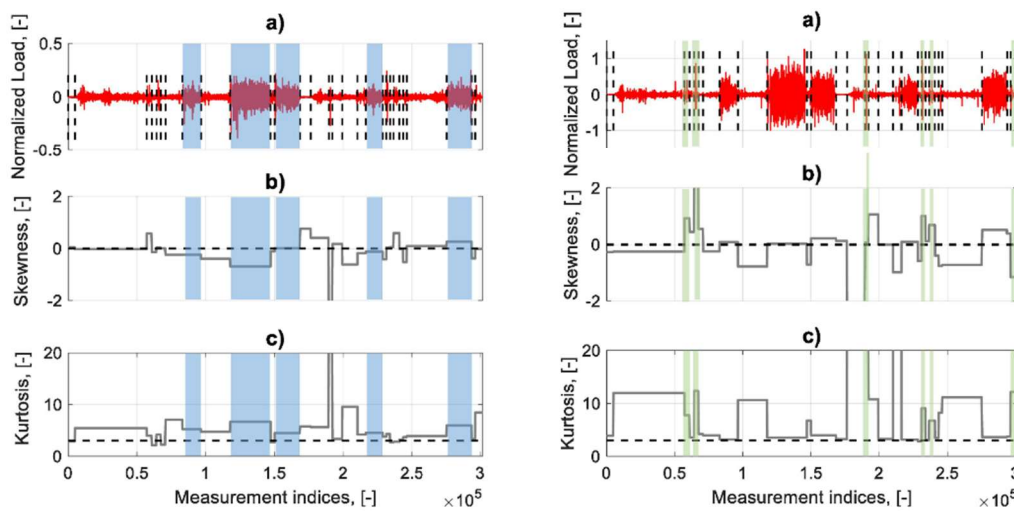


Fig. 14.  $F_y^{RR}$  (a) cut signal, (b) skewness (c) kurtosis section values and  $F_z^{RR}$  (d) cut signal, (e) skewness and (f) kurtosis section values.

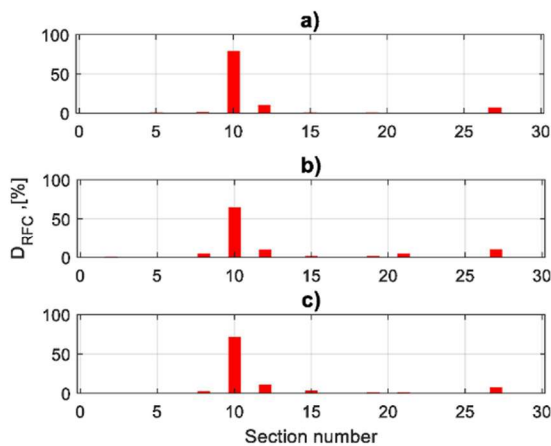


Fig. 15.  $D_{RFC}$  results for each section on (a)  $F_x^{RR}$ , (b)  $F_y^{RR}$  and (c)  $F_z^{RR}$

sections of interest (comparing the pseudo-damage induced by the whole signal with the one induced by only the randomly distributed asperities, the difference is only about 17%).

The distribution of the equivalent RR load on the selected sections is now considered. As a reminder, the proposed process is based on the already calculated PSD matrix. Studying the distribution of the equivalent signal provides more insight into the proposed results during method development. Fig. 16 compares three sections' distributions to a standard normal one. The five previously identified random sections tend to follow the Gaussian distribution.

The pseudo-damage approximations presented in paragraph 2.3, are calculated for each section. Each result is compared to a reference value: the pseudo-damage issued from the RFC method. In the upper graph, Fig. 17 depicts the result for the different approximations for each section of the equivalent signal. The lower graph sums, for each approximation implemented, the corresponding pseudo-damage on the overall signal. As stated previously, the two approximations of interest are the Rayleigh's one and the Single moment's one, which give the upper and the lower limit of the signal pseudo-damage expectancy, respectively.

The relative pseudo-damage values, compared to the reference value, from both approximations, are shown in Table 4. In the same way as applied for the results presented in Section 3.2, the stress amplitude of

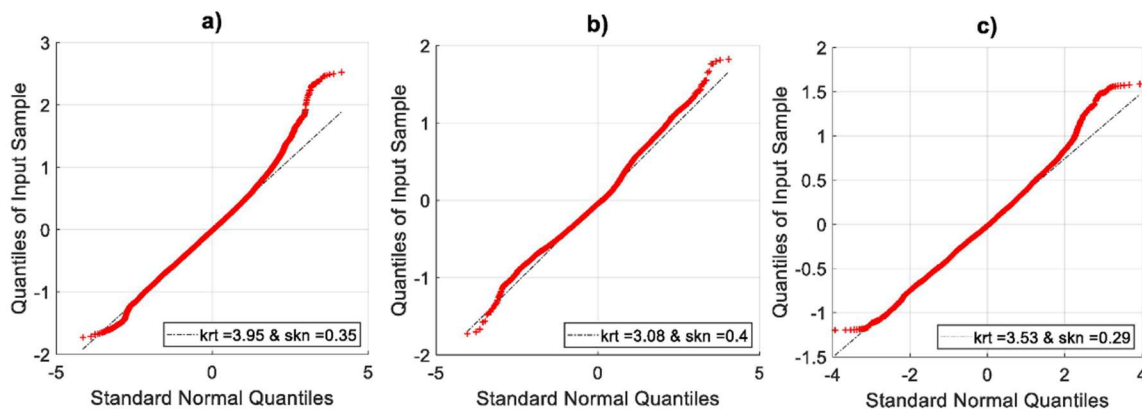


Fig. 16. (a) 10th, (b) 12th and (c) 19th section distributions comparison with a Gaussian model.

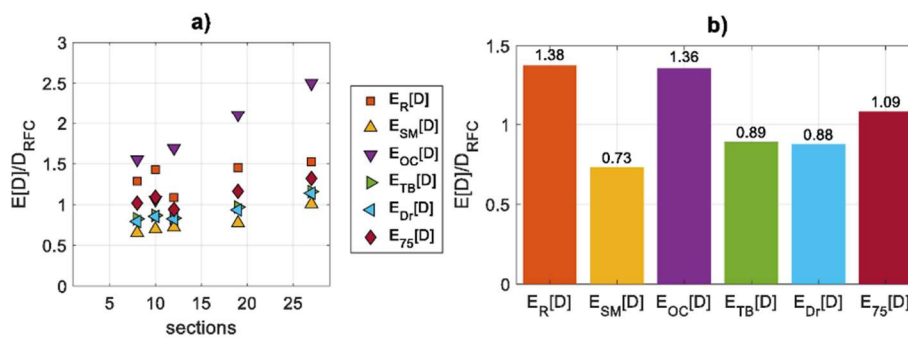


Fig. 17. (a) Pseudo-damage per section and (b) Overall pseudo-damage expectancy per approximation tested.

Table 4

Pseudo-damage expectancies comparison with  $D_{RFC}^{RR}$ , and equivalent sine amplitude over  $10^6$  cycles.

Approximations	Rayleigh's	SingleMoment
$E[D]/D_{ref}$	1.38	0.73
Equivalent stress amplitude ratio	108%	92%

the sinusoidal signal is evaluated, equivalent in terms of pseudo-damage over  $10^6$  cycles.

As expected, the Rayleigh's approximation, designed for narrow band process gives a higher damage than the reference one. Still, the result is close to the referenced one. This is mainly due to the slight deviation of the signal distribution from a standard normal one. The results show that the application of spectral methods is viable in the proposed framework. Obviously, the choice of the best approximation depends on the studied signal features.

## 5. Overall process results and analysis

### 5.1. Results

The proposed process resulting in pseudo-damage,  $E[D]$  sums the pseudo-damage induced by the DR loads,  $D^{DR}$  and the one resulting from the RR loads, possibly coming from several approximations, e.g.  $E_R D^{RR}$ ,  $E_{SM} D^{RR}$ , ... For purposes of process validation, this result is compared to the pseudo-damage derived from the RFC method on the reference signal. For the record of interest, the reference loading is the linear combination of all initial time series  $\sum \alpha_{L_i L_1}^{SO} * L_i(t)$ , with all coefficients,  $\alpha_{L_i L_1}^{SO}$ , set to 1. The pseudo-damage detailed results are reported in Table 5, in the table first line. Each result is compared to the referenced value,  $D_{RFC}$ . The repartition of the  $D^{DR}$  is detailed as well as two approximations proposed for  $E[D^{RR}]$ : the Rayleigh and Single Moment's approximations. The two last cells indicate the method overall result lower and upper bound. Table 5's second line reports the same value types but with the orientation coefficients related to the vertical load,  $F_z$ , set to 0,  $\alpha_{F_z L_1}^{SO} = 0$ , on both wheels. This example assumes that the point of interest is not sensitive to the suspension system that handle the chassis body vertical travel.

**Table 5**Pseudo-damage result for two set of  $\alpha^{SO}$  values (a) unitary case and (b)  $F_z$  respective coefficients  $\alpha_{F_z, L_1}^{SO} = 0$ .

$\%D_{RFC}$	$D_W^{DR}$	$D_W^{DRR}$	$D^{DR}$	$E_{SM}[D^{DRR}]$	$E_R[D^{DRR}]$	$D^{DR} + E_{SM}[D^{DRR}]$	$D^{DR} + E_R[D^{DRR}]$
$\alpha_{L_1, L_1}^{SO} = 1$	0.5 %	5.5 %	6%	47%	91.5%	53%	97.6%
$\alpha_{F_z, L_1}^{SO} = 0$	1.8%	50.6%	52.3%	11.4%	22.0%	63.8%	74.3%

**Table 6**

Overall Pseudo-damage comparison, adapted to two load cases.

$\alpha^{SO}$ values	Approximations	$D^{DR} + E_R[D^{DRR}]$	$D^{DR} + E_{SM}[D^{DRR}]$
$\alpha_{L_1, L_1}^{SO} = 1$	$E[DV] D_{ref}$ Equivalent stress Amplitude ratio	0.98 99 %	0.53 85%
$\alpha_{F_z, L_1}^{SO} = 0$	$E[DV] D_{ref}$ Equivalent stress Amplitude ratio	0.74 93%	0.64 89%

The Rayleigh's approximation result is relatively close to the result expected. For the second set of coefficients, this difference is slightly higher in percentage but remains very close in terms of absolute value. When investigating the lifetime assessment of a part or structure, a method is usually considered viable if the pseudo-damage error lies between 50% and 200% ([3,4]). With respect to a Basquin slope of 4, this results in an equivalent stress amplitude variation between 80% and 120%. Table 6 details the various pseudo-damage values.

### 5.2. Discussion

The method results are in good agreement with the referenced ones. Still, it is essential to remind that assumptions were made throughout the study to reach these outcomes:

- The load partition assumption made on each input channel between the DR and the RR loads
- The stress tensor formulation based on linearity and orientation assumptions (Assumptions useful to assess the first partition assumption for fatigue purposes, still relevant in many realistic applications).
- Assumption about the non-concomitancy of the two main DR accelerations (Convenient to perform only twice the RFC). This assumption has proven to be accurate for the considered automotive study (The error made on the DR damage cannot exceed 20%).
- Assumptions about the distribution of the RR signal. To comply with the spectral methods requirements and isolate the gaussian sections, a signal cut-off method may need to be applied. It is not depicted in this study how to deal with non-gaussian distribution for fatigue purposes. This issue stands as a work perspective.

These assumptions may represent limitations to the use of this method in general.

Back to the result analysis, the small gap using Rayleigh's approximation can be attributed to a major consideration. It derives from the first basic assumption of load partitioning, combined with the use of the RFC as a reference counting system. As seen in the end of section 3.2, the few cycles with the largest amplitude induce a high percentage of damage. As briefly explained in section 2.1, given the RFC method's operation, the combination of RR and DR loads may result in some cycles having a higher amplitude than found separately in each of the load types. If necessary a correction of the maximum achievable amplitudes attributed to DR effects based on the work of Pitoiset and Davenport ([27,52]) can be suggested.

Another method aspect can be highlighted, as the Rayleigh

approximation tends to compensate for the damage error made in the DR impact estimation. This effect must be investigated but is very insignificant in our case.

The case studied is developed to have submitted to the worst experienced, as if all loads would have the same impact on the weak point. The results displayed in this study are theoretical. No conclusion toward the fatigue impact ratio between both load types can be drawn. Nevertheless, the process results are relatively positive regardless of the configuration studied.

## 6. Conclusion

The main objective of this paper is to propose a synthetic model of the loads measured at the vehicle wheels. This proposed model would then be used as a database for the fatigue design of the chassis parts. The suggested modelling approach is based on the partitioning of each wheel time-series into two distinct customer experiences. The first is derived from vehicle manoeuvres, referred to as Driven Road loads, DR, and the second one is due to road asperities, referred to as Random Road loads, RR.

First, the identification of the two types of loads from the measurements is performed.

- The DR loads identification is defined as a linear combination of the accelerations measured at the vehicle CoG. This is convenient to consider the multi-input load case and therefore the associated correlation. The authors are aware that this assumption is not accurate but still, this formulation approximates the loads with a good degree of accuracy. The accelerations act as a projection base to define the DR loads. They transcribe the different types of manoeuvres (braking, cornering...). The fatigue design is then only based on the accelerations load spectra (mainly the longitudinal and the transversal ones as the vertical one does not record any manoeuvre). This approximation remains valid, using the selected basis, under certain conditions. In the first place, both accelerations are considered to be null in a non-concomitant way. This condition is relevant in most of the scenarios studied. Then, for each signal, their extrema values repartition should be symmetric with respect to the signal mean. This condition is also relevant in most of the configurations as on average customers are assumed to perform as much cornering one way as in the other.
- The RR loads identification is defined subsequently to the DR loads according to the partition assumption. The use of the spectral methods enables to consider the multi-input aspect of the problem. Still, the spectral methods application requires several criteria to be met by the signals. To ensure that only stationary processes are handled, isolating the different road events and sections encountered is necessary. The signal division is performed on the proving ground measurements, which are intensively complex. Once done, the distribution associated with each of these sections is reviewed. It turns out that in the example studied, the sections that fit a Gaussian distribution have the greatest impact on the calculated pseudo-damage. Using spectral methods only on these sections is effective in terms of dimensioning. Processing shocks, which have little impact in this case, is not part of this work.

This synthetic loading representation helps the damage assessment

at different points of interest inside the chassis structure, without simulating all the loads simultaneously at these different points. It also helps to identify which part of the load is most involved in the damage: RR or DR. Regarding DR loads, it even enables to distinct the impact from cornering manoeuvres from the braking/ acceleration manoeuvres.

The overall method can be further enhanced to tackle other kind of load types that do not meet the assumptions (e.g., non gaussian distribution for RR loads or high concomitancy for DR ones), but this is not in the scope of the present work.

To evaluate the method damage calculation accuracy, two additional assumptions, not related to the proposed approach, are considered for "convenience", (i.e., even if they are verified in many configurations, the authors understand they can be challenged in any ways). Both assumptions depict the structure effect on the stress tensor formulation: the linear combination of load input and the tensor orientation.

Thus, the equivalent signal perceived at any point of interest can be simply defined. The formulation highlights the partition and enables the damage estimation to be confirmed for different configurations. The results, based on mathematical tools used for precise fatigue design process, show the relevance of the approach. Validation regarding specific cases where both structure assumptions are not respected would also be of interest but is not in the scope of the paper.

### Declaration of Competing Interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

### Acknowledgments

This work was carried out within the framework of the partnership established between Stellantis and the OpenLab Computational Mechanics with the financial support of the ANRT for the CIFRE contract n°2019/0764.

### References

- Decker M. Vibration fatigue analysis using response spectra. *Int J Fatigue* 2021; 148:106192. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106192>.
- Facchinetti ML, Hénaff G. Load Spectra and fatigue damage: applications to the automotive industry. *MATEC Web Conference* 165 2018;165:17008.
- Bathias C, Pineau A. *Fatigue of materials and structures*. London: ISTE Ltd & Wiley; 2010.
- Suresh S. *Fatigue of Materials*. Cambridge Solid State Science Series 1998. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511806575>.
- Cecchel S, Ferrario D, Panvini A, Cornacchia G. Lightweight of a cross beam for commercial vehicles: development, testing and validation. *Mater Des* 2018;149: 122–34. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.04.021>.
- Johannesson P, Speckert M, editors. *Guide to Load Analysis for Durability in Vehicle Engineering*. Wiley; 2013.
- Köhler M, Jenne S, Pötter K, Zenner H. *Load assumption for fatigue design of structures and components*. Springer-Verlag GmbH Germany 2017. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-55248-9>.
- Grubisic V. Determination of load spectra for design and testing. *Int J Veh Des* 15 (8–26) (1994), 10.1504/IJVD.1994.061902.
- Helm R., Fischer G, Sonsino CM. Early stage rig testing durability approval. *SAE Technical paper*, no. 2006-01-0116, 2006; <https://doi.org/10.4271/2006-01-0116>.
- Sonsino C. Fatigue testing under variable amplitude loading. *Int J Fatigue* 2007;29 (6):1080–9.
- Karlsson M. *Load Modelling for Fatigue Assessment of Vehicles—a statistical Approach*. Sweden: Chalmers, Mathematical Sciences, Mathematical Statistics University of Gothenburg; 2007. PhD thesis.
- Bogsjö K, Podgórski K, Rychlik I. Models for road surface roughness. *Veh Syst Dyn* 2012;50(5):725–47.
- Aoki T, Imai K, Watanabe S, Yamakawa S, Nakahara Y, Haraguchi M, Uchiyama Y. A Study of Development Indices Established Quantification of Road Load. *SAE Technical Paper* 2003-01-2843, 2003; <https://doi.org/10.4271/2003-01-2843>.
- Raoult I, Delattre B. Equivalent fatigue load approach for fatigue design of uncertain structures. *Int J Fatigue* 2020;135:105516.
- Kong YS, Abdullah S, Schramm D, Omar MZ, Haris SM, Bruckmann T. Mission profiling of road data measurement for coil spring fatigue life. *Measurement* 2017; 107:99–110. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.05.011>.
- Matsuishi M, Endo T. *Fatigue of metals subjected to varying stresses*. Fukuoka, Japan: Presented to the Japan Society of Mechanical Engineer; 1968.
- Richlik I. A new definition of the rainflow cycle counting method. *Int J Fatigue* 1987;9:119–21. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(87\)90054-5](https://doi.org/10.1016/0142-1123(87)90054-5).
- Heuler P, Klätschke H. Generation and use of standardised load spectra and load-time histories. *Int J Fatigue* 2005;27:974–90. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.09.012>.
- Schütz D, Klätschke H, Steinhilber H, Heuler P, Schütz W. Standardized load sequences for car wheel suspension components. *Car Loading Standard - CARLOS*, Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit (LBF) Report, no. 191, 1999.
- Palmgren AG. *Die Lebensdauer von Kugellagern - The Fatigue Life of Ball-Bearings*. *Z Ver Dtsch Ing* 1924;68:339–41.
- Miner MA. Cumulative damage in fatigue. *J Appl Mech* 1945;12:A159–64.
- Mršnik M, Slavič J, Boltežar M. Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation – application to real data. *Int J Fatigue* 2013;47:8–17. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.07.005>.
- Dodds CJ, Robson JD. The description of road surface roughness. *J Sound Vibration* 1973;31:175–83. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(73\)80373-6](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(73)80373-6).
- Lalanne C. *Mechanical Vibrations and Shocks*. Hermes Penton Limited 2002.
- Preumont A. *Random vibration and Spectral Analysis*. Springer Dordrecht; 1994. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-2840-9>.
- Bendat J, Piersol A. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley-Interscience; 1966.
- Pitoulet X, Preumont A. Spectral methods for multiaxial random fatigue analysis of metallic structures. *Int J Fatigue* 2000;22(7):541–50. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(00\)00038-4](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(00)00038-4).
- Dang Van K, Bignonnet A, Fayard J L. Assessment of welded structures by a structural multiaxial fatigue approach. Editor(s): Andrea Carpinteri, Manuel de Freitas, Andrea Spagnoli, European Structural Integrity Society, Elsevier, Vol 31, 2003, 3–21; [https://doi.org/10.1016/S1566-1369\(03\)80002-X](https://doi.org/10.1016/S1566-1369(03)80002-X).
- Decker M, Savaidis G. Measurement and analysis of wheel loads for design and fatigue evaluation of vehicle chassis components. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 2002;25(12):1103–19. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2002.00593.x>.
- Fatemi A, Yang L. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials. *Int J Fatigue* 1998;20(1):9–34. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(97\)00081-9](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(97)00081-9).
- Basquin OH. The exponential law of endurance tests. *Proc ASTM* 1919;10:625–30.
- Wöhler A. Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagenachsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit des Wagen-Achsen. *Zeitschrift für Bauwesen* 1860;10:583–616.
- Carpinteri A, Spagnoli A, Vantadori S. A review of multiaxial fatigue criteria for random variable amplitude loads. *Fatigue Fract Eng Mater Struct* 2017;40(7): 1007–36.
- Bel Knani K, Benasciutti D, Signorini A, Tovo R. Fatigue damage assessment of a car body-in-white using a frequency-domain approach. *Int J Mater Product Technol* 2007;30:172–198; 10.1504/IJMPT.2007.013113.
- Valsamos G, Theodosiou C, Natsiavas S. Periodic steady state response and fatigue analysis of a nonlinear city bus model. In: *Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, San Diego, CA, USA, August 30<sup>th</sup> - September 2<sup>nd</sup> 2009; <https://doi.org/10.1115/DETC2009-87320>.
- Nascimento V, Teixeira G, Clarke T. Structural validation of a pneumatic brake actuator using method for fatigue life calculation. *Eng Fail Anal* 2020;118:104837. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104837>.
- Wirshing PH, Paez TL, Ortiz H. *Random vibrations: theory and practice*. Wiley Interscience 1995.
- Rice SO. Mathematical analysis of random noise. *Bell Syst Tech J* 1944;23: 282–332. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1944.tb00874.x>.
- Lutes LD, Sarkani S. *Stochastic analysis of structural and mechanical vibrations*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall; 1997.
- Cartwright DE, Longuet-Higgins MS. The statistical distribution of the maxima of a random function. *Proc Roy Soc Lond* 1956;237:212–32. <https://doi.org/10.1098/rspa.1956.0173>.
- Miles JW. On structural fatigue under random loading. *Journal of Aeronautical Sciences* 1954;21:753–62. <https://doi.org/10.2514/8.3199>.
- Benasciutti D, Tovo R. Spectral methods for lifetime prediction under wide-band stationary random processes. *Int J Fatigue* 2005;27(8):867–77. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.10.007>.
- Dirlik T. *Application of computers in fatigue analysis*. UK: Warwick University; 1985. PhD thesis.

- [44] Benasciutti D, Tovo R. Rain flow cycle distribution and fatigue damage in Gaussian random loadings, report del dipartimento di ingegneria n° 129, Università degli Studi di Ferrara; 2004.
- [45] Benasciutti D, Tovo R. Comparison of spectral methods for fatigue analysis of broad-band Gaussian random processes. *Probab Eng Mech* 2006;21(4):287-99. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2005.10.003>.
- [46] Dirlik T, Benasciutti D, Dirlik and Tovo-Benasciutti spectral methods in vibration fatigue: a review with a historical perspective. *Metals* 2021;11:1333. <https://doi.org/10.3390/met11091333>.
- [47] Larsen C, Lutes L. Improved spectral method for variable amplitude fatigue prediction. *J Struct Eng* 1990;116:1149-1164. 10.1061/(ASCE)0733-9445(1990)116:4(1149).
- [48] Ortiz K, Chen NK. Fatigue damage prediction for stationary wideband processes. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering*. 1987.
- [49] Braccisi C, Cianetti F, Tomassini L. An innovative modal approach for frequency domain stress recovery and fatigue damage evaluation. *Int J Fatigue* 2016;91(2): 382-396. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.02.028>.
- [50] Gassner E. Festigkeitsversuche mit wiederholter Beanspruchung im Flugzeugbau - Strength tests under repeated loading for aeronautical engineering. *Luftwissen* 1939;6:61-4.
- [51] Truong C, Oudre L, Vayatis N. Selective review of off line change point detection methods. *Signal Process* 2020;167(107299). <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2019.107299>.
- [52] Davenport AG. Note on the distribution of the largest of the largest value of a random function with application to gust loading. *Proc Inst Civ Eng* 1964;28(2): 187-96.

## Annexe 3

Available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)**ScienceDirect**

Procedia Structural Integrity 38 (2022) 202–211

Structural Integrity  
**Procedia**[www.elsevier.com/locate/procedia](http://www.elsevier.com/locate/procedia)

FATIGUE DESIGN 2021, 9th Edition of the International Conference on Fatigue Design

## Multiaxial Variable Amplitude Loading for Automotive Parts Fatigue Life Assessment: A Loading Classification-based Approach Proposal

E. Bellec<sup>a,b</sup>, M.L. Facchinetti<sup>a</sup>, C. Doudard<sup>b</sup>, S. Calloch<sup>b</sup>, S. Moyne<sup>b\*</sup><sup>a</sup>Stellantis (ex Groupe PSA), Chassis System Engineering, Voujeaucourt 25420, France<sup>b</sup>ENSTA Bretagne, IRDL- UMR CNRS 6027, Brest 29200, France**Abstract**

This work reports the different steps of a frequency decomposition method applied for fatigue lifetime assessment. The studied loadings are multiaxial time series measured at the vehicle wheel. The proposed decomposition presupposes that the loading results from both dynamic vehicle effects at low frequencies (Driven Road loadings) and random loads at high frequencies (Random Road loadings). This signal partition has two assets for fatigue purposes. First, the spectral methods can be applied to the Random effects. Two spectral damage formulations are tested in this paper. Then, the Driven Road loadings, related to the vehicle manoeuvre, enables to implement the Rainflow counting method on only one time series instead of the initial set of six per wheel, or twelve per axle. The implemented approach illustrated on a braking manoeuvre is validated, comparing the damage summation of the Random and Driven Road loadings with the one based on the usual Rainflow counting method applied to the overall time series.

© 2021 The Authors. Published by Elsevier B.V.

This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0>)

Peer-review under responsibility of the scientific committee of the Fatigue Design 2021 Organizers

Keywords: life assessment ; multiaxial variable amplitude loading ; automotive chassis system

**1. Introduction**

This study focuses on multiaxial life assessment method based on Variable Amplitude Loading (VAL) applied in

\* Corresponding author.

E-mail address: [enora.bellec@ensta-bretagne.org](mailto:enora.bellec@ensta-bretagne.org)

the automotive industry, notably for the chassis system. In the scope of high cycle fatigue, all loadings are supposed to happen below the structure yield threshold. The data of interest introduced in this paper are loading time series (forces and torques) measured at the wheels, while the vehicle performs specific manoeuvres on the manufacturer proving ground (Grubisic (1994)).

For fatigue purposes, the measured forces and torques to consider usually gather six time series per wheel, thus twelve per axle (Sonsino et al. (2015)). Taking into account the overall data available from the wheels up to all different points of interest of the chassis system represents too much data to process. The usual cycle counting method applied for uniaxial life assessment purpose is the Rainflow counting one (Matsuishi and Endo (1968), Richlik (1987)). This method is accurate, easy to process at the wheel measurements, but loses the time information per cycle, thus the time correlation between different wheel measurements for multiaxial case. While studying the signals at the wheels two types of loadings stand out (Decker (2020)), as they differ regarding the load source and also the time-correlation nature between the measured channels:

- The Driven Road loadings: manoeuvres such as cornering and braking
- The Random Road loadings: vibratory and random loads coming from the road surface asperity

The goal of this work is to set a relevant loading decomposition method to develop a multiaxial life assessment method for chassis system components from the loading measured at the wheels. The first part of the paper depicts the theoretical local stress formulation inside the chassis part based on the above loading partition. It details the overall implemented approach to cope with both signal sets. Then, the loading type partition is illustrated, using braking manoeuvre time series. Finally, the life assessment method is performed on the same example, using spectral methods to deal with Random Road loadings and usual Rainflow Counting method for the Driven Road ones.

### Nomenclature

$S$	Loading amplitude vector
$S_i$	Loading amplitude numbered $i$
$N_i$	Number of cycles to failure corresponding to the constant amplitude $S_i$
$n_i$	Number of cycles performed at a given amplitude range $S_i$
$b$	Basquin equation exponent
$C$	Basquin parameter
$D$	Damage value
$d_i$	Damage induced at a given amplitude range $S_i$
$D_R, D_D$	Damage induced respectively by the Random Road and the Driven Road loadings
$D_{RFC}$	Damage calculated using the Rainflow counting method
$E_R[D]$	Damage expectancy value applying the Rayleigh's approximation
$E_{SM}[D]$	Damage expectancy value applying the Single Moment's approximation
$\underline{\underline{\sigma}}^{loc}$	Local stress tensor at the structure point of interest
$\underline{\underline{\sigma}}^{loc, L_i} _{L_i=1}$	Local stress tensor for a unitary level of Loading $L_i$
$E_{SM}[D]$	Damage expectancy value applying the Single Moment's approximation
$\phi$	Power spectral density
$m_i$	Spectral moment, ordered $i$
$\nu_p$	Peak occurrence frequency
$\nu_0^+$	Zero-crossing rate
$p_p(S)$	Peaks probability density functions
$F_X, F_Y, F_Z, M_X, M_Y, M_Z$	Three forces and three torques measured per wheel
$L_i$	Loading numbered $i$ , $i \in \llbracket 1, 12 \rrbracket$
$L_i^{DR}$	Driven Road Loading numbered $i$
$L_i^{RR}$	Random Road Loading numbered $i$

$S_m^{DR}$	Master signal defined among the Driven Road loadings
$\alpha_{L_i S_m}^{DR}$	“Driven” coefficient between the signal $L_i$ and the Master signal
$\alpha_{L_i L_1}^{SO}$	Orientation coefficient between the tensor related to $L_i$ and the one related to $L_1$
$Q$	Orientation coefficient matrix
$M$	Vehicle mass
$R$	Radius of the wheel
$h$	Vehicle center of gravity height
$e$	Vehicle wheelbase
$\eta$	Braking force rate applied on one wheel

## 2. Local stress formulation within the chassis system

### 2.1. Assumptions on loading type

As mentioned above, two types of loadings are extracted from the initial time series measurement: the Driven Road (DR) loadings and the Random Road (RR) ones. The partition between both effects is achieved using a basic low-pass filter, allowing to extract the DR loadings. The Fig. 1 illustrates the initial single time series measurement compared to its related DR b) and RR c) signals once the overall partition process is completed.

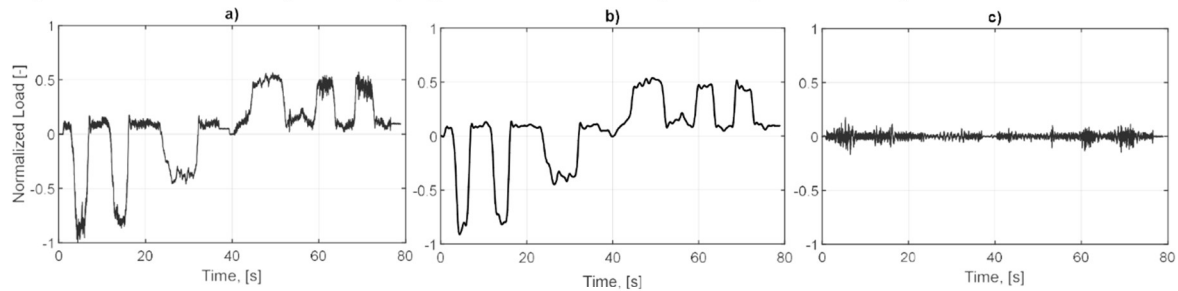


Fig. 1: (a) initial  $F_y$  load measurement on one wheel (b) DR loadings (c) RR loadings while performing a series of cornering

This partition process is performed for each time series included in the usual 6 DOF per wheel recordings, respectively. The initial measure  $L_i(t)$  is equal to the sum of the DR and the RR loadings.

$$L_i(t) = L_i^{DR}(t) + L_i^{RR}(t). \quad (1)$$

Reasonably, for a same studied manoeuvre, every DR loadings extracted are time-correlated to each other. In other words, a correlation coefficient exists between two DR loadings.

Appointing a Driven “Master Signal”, noted  $S_m^{DR}$ , eases the life assessment overall process. This enables to achieve the Rainflow counting on only one time signal (instead of performing Rainflow counting on the complete set of 6 DOF per wheel or 12 DOF per axle signals). Once the loading spectrum is determined on  $S_m^{DR}$ , i.e. number of cycles per amplitude class, multiplying the amplitude classes per the corresponding  $\alpha_{L_i S_m}^{DR}$  coefficient gives the loading spectrum corresponding to the  $L_i^{DR}$  loading.

### 2.2. Structure influence on the stress tensor

Usually, the fatigue life assessment method is based on the variation of the stress tensor at the component’s point of interest. As this paper mainly deals with the global loading (i.e. the input load at the vehicle wheels), it would be relevant to validate the signal partition process before tackling the different stress tensor configurations inside any



chassis' part. To do so, some hypothesis about the stress tensor are made so that the time history  $L_i(t)$  may directly appears in the stress tensor formula. Besides, anticipating the stress tensor shape may highlight what loading information is of interest regarding the ones measured at the wheel for the overall fatigue design method. For automotive design, the stress tensor on each axle depends upon the twelve loadings perceived at the axle's wheels. To build up the method, the linearity hypothesis is determined toward the relationship between the stress tensor and the measured time series such as

$$\underline{\underline{\sigma^{loc}(t)}}} = \sum_i \underline{\underline{\sigma^{loc, L_i}|_{L_i=1}}} * L_i(t). \quad (2)$$

Taking into account the signal partition presented before, the stress tensor formulation turns out to be

$$\underline{\underline{\sigma^{loc}(t)}}} = S_m^{DR}(t) * \left[ \sum_i \underline{\underline{\sigma^{loc, L_i}|_{L_i=1}}} * \alpha_{L_i S_m}^{DR} \right] + \sum_i \underline{\underline{\sigma^{loc, L_i}|_{L_i=1}}} * L_i^{RR}(t). \quad (3)$$

The random part of this formula represents a sum of time-depending matrices. To lift this difficulty and check the validity of the proposed loading partition directly on the signal measured at the wheel, another assumption is made about the stress tensor shape: the stress tensor orientation is determined only by the structure itself no matter the loading axis. This assumption is notably respected at some critical points at the vicinity of welded joints. Thus, one can define a coefficient, noted  $\alpha_{L_i L_j}^{SO}$ , between two unitary loadings tensor such as

$$\underline{\underline{\sigma^{loc, L_i}|_{L_i=1}}} = \alpha_{L_i L_j}^{SO} * \underline{\underline{\sigma^{loc, L_j}|_{L_j=1}}}. \quad (4)$$

Combining both hypothesis Linearity (2) and Stress tensor orientation (4), the stress tensor at the point of interest reads

$$\underline{\underline{\sigma^{loc}(t)}}} = \underline{\underline{\sigma^{loc, L_1}|_{L_1=1}}} * \{ S_m^{DR}(t) * [\sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * \alpha_{L_i S_m}^{DR}] + \sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * L_i^{RR}(t) \}. \quad (5)$$

The stress tensor equation part depending on the time series represents an equivalent time signal. To ease the fatigue method validation at this point, the implemented approach within this paper does not consider the tensor shape induced by  $\underline{\underline{\sigma^{loc, L_1}|_{L_1=1}}}$ .

### 2.3. Implemented approach

To validate the implemented approach applied to the time series, the damage induced by the equivalent time signal is studied. As this paper does not focus on any particular part of the chassis system, no special material properties are used to define the damage model. To validate the initial "treatment" partition process applied to the wheel signals, a damage index is calculated based on the Basquin equation, (Basquin, (1919)) and the Palmgren-Miner summation rule (Palmgren, (1924), Miner, (1945)). Arbitrarily, the coefficients of the Basquin equation are fixed to  $b=4$  and  $C=1$ , respectively

$$D = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \sum_i \frac{n_i S_i^b}{C}. \quad (6)$$

The damage calculation differs depending on the loading type considered. For the DR loadings, the master signal corresponding to the manoeuvre and its associated coefficient  $\alpha_{L_i S_m}^{DR}$  should be defined. Then the Rainflow counting method is only applied on  $S_m^{DR}(t)$ . The resulting loading spectrum is used to calculate the "Driven" damage index linked to the  $S_m^{DR}(t) * [\sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * \alpha_{L_i S_m}^{DR}]$  part. Regarding the RR loadings,  $\sum_i \alpha_{L_i L_1}^{SO} * L_i^{RR}(t)$ , the use of spectral methods enables to consider only the frequency-linked data and not the overall time-series to assess the fatigue life

(Preumont, (1994)). These methods leads to a damage expectancy and not a fixed value. As depicted in the Fig. 2, the damage index is the expectancy considering both effects.

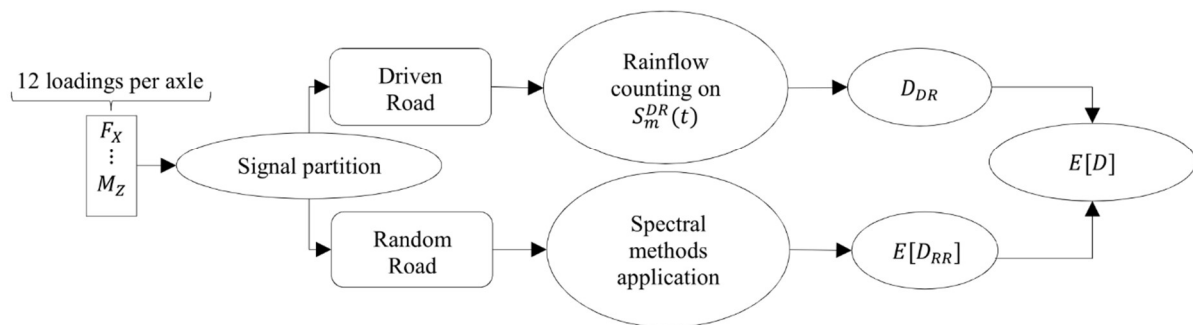


Fig. 2 : Signal partition and life assessment method methodology

### 3. Loading partition, during a braking manoeuvre

#### 3.1. Vehicle dynamics

This paper applies the proposed method focusing on the braking manoeuvre study case. Before dealing with the measured time series, the correlated signals (i.e. DR loadings) are defined based on the expected vehicle dynamics. The braking manoeuvre is an overall movement along the car longitudinal axis. If considered along a straight line, we expect symmetric loads on left & right wheels. The Table 1 depicts the six loadings measured on each wheel, showing which ones are relevant during the braking manoeuvre and the theoretical relationships linking them to the longitudinal acceleration  $\gamma_x$ .

Table 1. Loadings related to the braking manoeuvre and following dynamics equations, on one wheel

Loading related to the manoeuvre	Loading Formula	Loading not related to the manoeuvre
$F_x$	$\frac{M\gamma_x}{\eta}$	$F_y$
$F_z$	$\frac{M\gamma_x h}{2e}$	$M_x$
$M_y$	$-\frac{M\gamma_x}{\eta} R$	$M_z$

At each wheel, only  $F_x$ ,  $F_z$  and  $M_y$  are affected by the manoeuvre, through some basic vehicle length scales such as  $h$ ,  $e$ ,  $R$ , and the brake rate setup,  $\eta$  (cf. nomenclature table). The master signal  $S_m^{DR}$ , presented above, is determined to be the vehicle longitudinal acceleration  $\gamma_x$ .

#### 3.2. Driven Road and Random Road loadings partition

Based on the theoretical definition, the braking manoeuvre master signal  $S_m^{DR}$  extracted from  $\gamma_x$  time-series is depicted in Fig. 3.

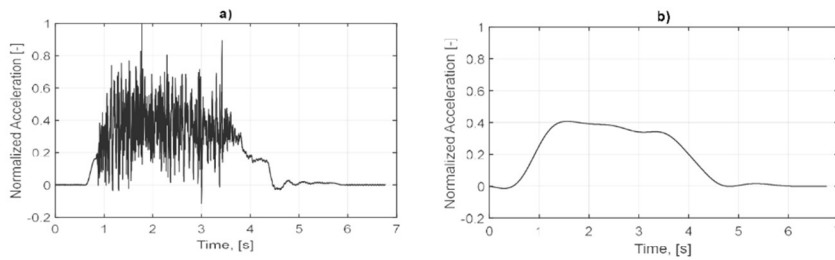


Fig. 3 : (a) initial  $\gamma_X$  acceleration measurement, (b)  $\gamma_X$  master signal definition

The master signal being defined, the overall partition process can be applied to each of the time series measured at the wheel. The Fig. 4 depicts this process for each of the six loading axis.

Time-series

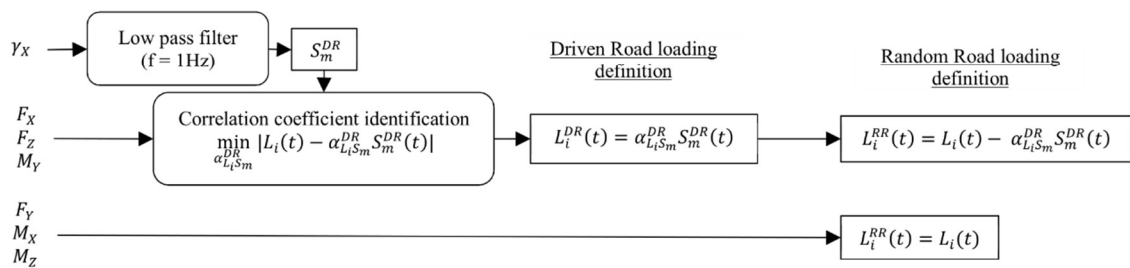


Fig. 4 : Driven and Random Road loadings definition from the time-series, braking manoeuvre case

Once the theoretical framework is determined, we now focus in detail on the loading time series actually measured at the wheels. The Fig. 5 a) highlights the initial measured  $F_X$  signal at one wheel on the front axle. The Fig. 5 is completed by the graphs b) and c) representing respectively the corresponding DR loading and the RR one. The same results as the one seen on the  $F_X$  signal are also visible when studying the  $F_Z$  and  $M_Y$  signals.

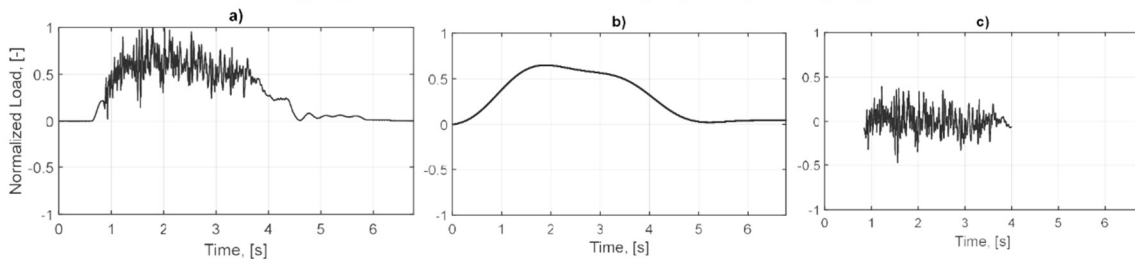


Fig. 5 : Braking load case: (a) initial  $F_X$  loading measurement on one-wheel (b)  $F_X$  DR loading (c)  $F_X$  RR loading

Comparing the  $F_X$  load shape to the  $F_Y$  one, it is clear that the manoeuvre (see  $S_m^{DR}$  on Fig. 3 b)) has no relevant impact on the  $F_Y$  signal. The Fig. 6 highlights the measured  $F_Y$  signal at the same wheel and the resulting RR loading. The same results as the one seen on the  $F_Y$  signal are also visible when studying the  $M_X$  and  $M_Z$  signals.

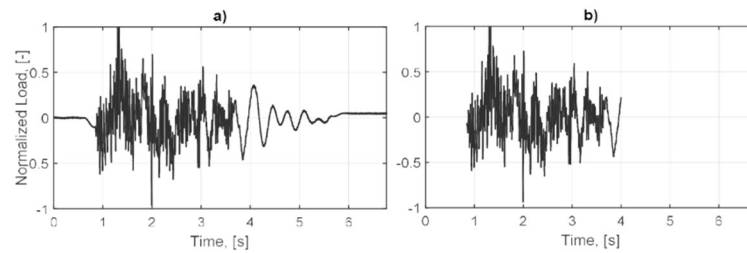


Fig. 6 : (a) initial  $F_\gamma$  loading measurement on one-wheel (b)  $F_\gamma$  RR loading while performing a braking

Now that the partition method, depicted in Fig. 4, is applied to all the time-series, the RR ones are further processed. Indeed, the final RR signals studied are only corresponding to the braking manoeuvre. Please note that the very first and last seconds of measurement do not transcribe the same random-like measurements (nearly vanishing variations). Thus, it is of no use for this study and they are cut off.

#### 4. Lifetime assessment method application, during a braking manoeuvre

##### 4.1. Spectral methods implementation

In the literature there are several methods dealing with fatigue life assessment based on random loadings (Pitoiset (2001), Rognon (2013), Mršnik et al (2013)). These methods are already at use to deal with vibratory loading by some car manufacturer (Decker (2020)). They are relevant for such loadings type, as they do not need to consider the loading time series information but only the signal frequency features. Hence, as the loading is acknowledged random, a multiplicity of time-series may correspond to the same loading frequency-based feature. To apply these methods, the studied random process should meet some requirements. As the overall process is considered stationary, the studied sample should be ergodic. Its distribution should be Gaussian and its average value equal to zero. The Fig. 7 highlights the signal distribution of the initial  $F_X$  measurement a) and the corresponding Random one b), both compared to a Gaussian distribution.

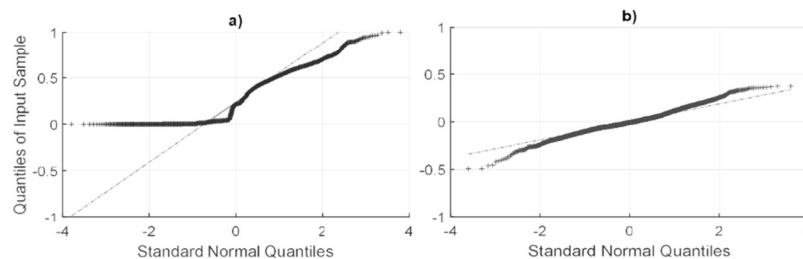


Fig. 7 : Gaussian distribution comparison: (a) initial  $F_X$  loading (b) RR  $F_X$  loading

The initial signal partition is imperative to apply the spectral methods. The Fig. 7 highlights how the partition eases these methods application, as the initial measurements do not meet the above basic hypothesis. The power spectral density linked to the RR loading is calculated. This frequency-based quantity contains the signal power per frequency interval. It is calculated from the Fourier transform of the signal autocorrelation function,  $\phi_{L_i^{RR} L_i^{RR}}(f)$ .

The power spectral density is the initial value used to calculate the spectral moments  $m_i$ . For a stationary zero-mean Gaussian process, Rice (Rice (1945)) developed the expected positive zero-crossing rate  $\nu_0^+$  and the peak occurrence frequency  $\nu_p$ : both values are based on the spectral moments. Knowing these two rates,  $\nu_0^+$  and  $\nu_p$ , it is then possible to estimate the number of loading cycles applied for a given period. The only missing information is the loading amplitudes of these cycles. Cartwright and Longuet-Higgins (Cartwright and Longuet-Higgins (1956)) define the peaks probability density functions  $p_p(S)$  as a sum of a Rayleigh's and a Gaussian distribution. The contribution of damage ratio  $\Delta(S)dS$  per cycle ( $n_i = 1$ ) is formulated from the peak distribution, the peak frequency and the

damage per amplitude range, giving

$$\Delta(S)ds = \frac{s_i^b}{c} v_p p_p(S) ds. \quad (7)$$

Hence, the damage ratio integration on the amplitude scale results in the overall damage per unit time. Miles, (Miles (1954)) defines the damage expectancy per unit time for narrow band signal, named Rayleigh approximation

$$E_R[D] = \int_0^{+\infty} \Delta(S)ds = C^{-1} \frac{2^{\frac{b}{2}}}{2\pi} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) m_0^{\frac{b-1}{2}} m_2^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Numerous approximations inspired from this result exist in the literature, (Benasciutti and Tovo (2004)). Some of them change the Gaussian distribution by a Weibull distribution in the peak's probability density functions. The Rayleigh approximation fits for the narrow-band signal. Another approximation developed by Larsen and Lutes (Larsen and Lutes (1990)) is an empiric one, designed for wider band signal, using only one spectral moment. That is why it is named the Single Moment (SM) approximation, that reads

$$E_{SM}[D] = \int_0^{+\infty} \Delta(S)ds = C^{-1} \frac{2^{\frac{b}{2}}}{2\pi} \Gamma\left(1 + \frac{b}{2}\right) m_2^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

These two damage expectancies are applied to illustrate the use of spectral life assessment methods on the RR loading. The resulting values are compared to a reference one defined using the usual Rainflow counting method on the same time series. The proving signal is the sum of all the RR loadings (all the coefficient  $\alpha_{L_i L_i}^{SO}$  are fixed to 1) measured on the front axle while performing the braking manoeuvre. The Fig. 8 illustrates the resulting RR loading.

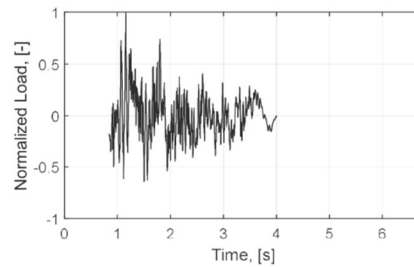


Fig. 8 : Equivalent Random Road loading,  $\sum_i \alpha_{L_i L_i}^{SO} * L_i^{RR}(t)$

The Rainflow counting method is applied to this time series. Then the damage, based on the introduced Basquin equation, is calculated and compared to both of the damage expectancy values resulting from the use of spectral methods. For multiaxial case, Pitoiset, (Pitoiset (2001)), depicts a method based on the power spectral density matrix  $\Phi(\mathbf{f})$ , and orientation coefficient matrix,  $\mathbf{Q}$ . (When dealing with two different signals the power spectral density  $\phi_{L_i^{RR} L_j^{RR}}(f)$ . is based on the intercorrelation function). This approach leads to an equivalent power spectral density,  $\phi_{eq}(f)$ , on which perform the damage expectancy calculation

$$\phi_{eq}(f) = \text{trace}(\mathbf{Q} * \Phi(\mathbf{f})), \quad (10)$$

with

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \alpha_{L_1 L_1}^{SO 2} & \cdots & \alpha_{L_1 L_{12}}^{SO} \alpha_{L_{12} L_1}^{SO} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{L_{12} L_1}^{SO} \alpha_{L_1 L_{12}}^{SO} & \cdots & \alpha_{L_{12} L_{12}}^{SO 2} \end{pmatrix} \text{ and } \Phi(\mathbf{f}) = \begin{pmatrix} \phi_{L_1^{RR} L_1^{RR}}(f) & \cdots & \phi_{L_1^{RR} L_{12}^{RR}}(f) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{L_{12}^{RR} L_1^{RR}}(f) & \cdots & \phi_{L_{12}^{RR} L_{12}^{RR}}(f) \end{pmatrix} \quad (11)$$

The Table 2 highlights the different results from the damage calculations.

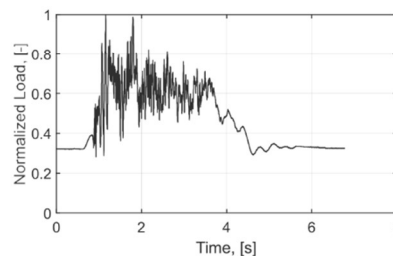
Table 2. Damage comparison with spectral methods, Random Road loading, Braking manoeuvre

$D_R$ or $E[D_R]$	Value [-]	Gap % with $D_{RRFC}$
$D_{RRFC}$	$8,03E + 11$	-
$E_R[D_R]$	$8,21E + 11$	2 %
$E_{SM}[D_R]$	$3,23E + 11$	60 %

As the Basquin law coefficients are fixed to arbitrary parameters ( $b = 4$ ,  $C = 1$ ), the resulting damage amounts are simply damage indices. Compared to the reference value, the spectral methods result gives the same order of magnitude, especially the Rayleigh formula, for this study case.

#### 4.2. Method validation

To validate the overall signal partition method, a proving set of time series is made of the twelve initial time-series on a vehicle axle (here again the coefficient  $\alpha_{L_iL_1}^{SO}$  are fixed to 1). The Fig. 9 represents the resulting signal on which is performed the reference method (i.e. Rainflow counting method and damage calculation).

Fig. 9 : Equivalent overall time measured loading,  $S_m^{DR}(t) * [\sum_i \alpha_{L_iL_1}^{SO} * \alpha_{L_iS_m}^{DR}] + \sum_i \alpha_{L_iL_1}^{SO} * L_i^{RR}(t)$ 

In Table 3 the damage reference value is compared to the sum of the damage induced by the RR loadings and the DR ones. The “Driven” coefficients are defined for each of the three axis involved per wheel, following the method depicted in Fig. 4. As expected these values are close to the ones expected in Table 1. The Rainflow counting method is once again performed only on the master signal  $\gamma_x$ . The corresponding DR loadings spectra are all ensue from it. Then, the overall  $D_{DRFC}$  ( $1.94e + 10$ ) damage results as the sum of the different damage calculated per axis following the  $\alpha_{L_iL_1}^{SO}$  unit value. The sum between  $D_{DRFC}$  and the damage expectancy based on the RR loading leads to an overall damage expectancy. The Table 3 highlights these results.

Table 3. Damage comparison resulting from the overall partition method, RR and DR loadings, Braking manoeuvre

$D$ or $E[D]$	Value [-]	Gap % with $D_{RRFC}$
$D_{RFC}$	$8,77E + 11$	-
$D_{RRFC} + D_{DRFC}$	$8,22E + 11$	6 %
$E_R[D_R] + D_{DRFC}$	$8,40E + 11$	4 %
$E_{SM}[D_R] + D_{DRFC}$	$3,42E + 11$	61 %

Regarding the braking manoeuvre studied here, the overall damage is almost only induced by the RR loadings. Then, the comparison between the value of reference  $D_{RFC}$  and the one based on the signal partition, using the same life assessment method  $D_{RRFC} + D_{DRFC}$ , gives quite a good match (only 6% gap). This result validates the overall partition method for this manoeuvre. Finally, especially for the Rayleigh approximation, the results between the use of the spectral methods and the reference value are close (only 4% gap). The method based on the Single Moment approximation still gives the same amount of inaccuracy as in Table 2, as expected.

## 5. Conclusion

This paper depicts the overall partition procedure performed on time-series to split the Driven Road loadings from the Random Road ones. The initial time-series comes from proving ground measures dealing with the usual 6 DOF per wheel and 12 DOF per axle on a vehicle. Inside the chassis system components, the loading measured is supposed multiaxial. The aim of this paper is to assess directly the partition process validity. Thus, some hypotheses are made regarding the stress tensor shape perceived at some relevant points of interest (i.e. linearity and unique stress orientation).

Driven Road loadings, as they are time-correlated, gives the opportunity to define “Driven” coefficients between the loads. Hence, a master signal can be defined to perform one and only one time the Rainflow counting method to define a master loading spectrum. Then, knowing the coefficients, the other Driven Road loadings spectra ensue from the master one. Regarding Random Road loadings, the stress orientation hypothesis provides the opportunity to perform the spectral methods directly on the signal measured at the wheel. These methods, when relevant, enable to assess the fatigue behaviour based on the signal power spectral density instead of the overall time-series.

The method is illustrated on real time-series while the vehicle performs a simple braking manoeuvre. For both methods, the damage calculation is performed using a Basquin equation with arbitrary parameters, not related to any material. Driven Road loadings are in this case  $F_x$ ,  $F_z$  and  $M_y$  measured at the wheel. The master signal chosen is the longitudinal acceleration  $\gamma_x$ . To illustrate the method application, orientation coefficient are fixed to unity value. For each comparison, a reference damage is calculated based on the usual Rainflow counting method. The partition method leads to Random Road loadings that meet the requirements of the spectral methods. As a result, the application of the spectral methods on the one side, and the Rainflow counting method on the other side, gives quite good results regarding the life assessment indicator proposed.

## Acknowledgements

This work was carried out within the framework of the partnership between Stellantis and the OpenLab Computational Mechanics with the financial support of the ANRT for the CIFRE contract n°2019/0764.

## References

- Grubisic, V., 1994, Determination of load spectra for design and testing, *International Journal of Vehicle Design*, Vol.15, pp. 8-26.
- Sonsino, C. M., Heim, R., Melz, T., 2015, Why Variable Amplitude Loading? A Key for Lightweight-Structural Durability Design, in VAL3, 3rd International Conference on Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading, pp. 73-80.
- Matsuishi, M., & Endo, T., 1968, Fatigue of metals subjected to varying stresses, Paper presented to the Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japan.
- Richlik, I., 1987, A new definition of the rainflow cycle counting method, *International Journal of Fatigue*, Vol.9, pp. 119-121.
- Decker, M., 2020, Vibration fatigue-Lifetime of systems subject to shocks and vibrations, in VAL4, Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Material and Component Performance under Variable Amplitude Loading, pp. 3-18.
- Basquin, O. H., 1919, The exponential law of endurance tests, *Proceedings of the ASTM*, Vol.10, pp. 625-630.
- Palmgren, A. G., 1924, Die Lebensdauer von Kugellagern - The Fatigue Life of Ball-Bearings (In German), *Zeitschrift des vereins Deutscher Ingenieure*, Vol.68, pp. 339-341.
- Miner, M. A., 1945, Cumulative damage in fatigue, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.12, pp. A159-A164.
- Preumont, A., 1994, *Random vibration and Spectral Analysis.*, Springer Netherlands.
- Pitoiset, X., 2001, *Méthodes spectrales pour une analyse en fatigue des structures métalliques sous chargements aléatoires multiaxiaux* (in French), Doctoral dissertation, Université Libre de Bruxelles.
- Rognon, H., 2013, *Comportement en fatigue sous environnement vibratoire : prise en compte de la plasticité au sein des méthodes spectrales* (in French), Doctoral dissertation, Ecole Centrale Paris.
- Mršnik, M., Slavič, J., & Boltežar, M., 2013, Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation – Application to real data, *International Journal of Fatigue*, Vol.47, pp. 8-17.
- Rice, S. O., 1945, Mathematical analysis of random noise, *Bell system technical journal*, Vol.23, pp. 282-332.
- Cartwright, D., & Longuet-Higgins, M., 1956, The statistical distribution of the maxima of a random function, *Proceedings of Royal Society of London*, Vol.237, pp. 212-232.
- Miles, J., 1954, On structural fatigue under random loading, *Journal of Aeronautical Sciences.*, Vol.21, pp. 753-762.
- Benasciutti, D., Tovo, R., 2004, Rainflow cycle distribution and fatigue damage in Gaussian random loadings, report del dipartimento di ingegneria n°129, Università degli Studi di Ferrara.
- Larsen, C., Lutes, L., 1990, Improved spectral method for variable amplitude fatigue prediction, *Journal of Structural Engineering*, Vol.116, pp. 1149-1164.









**Titre :** Spectres de chargement pour le dimensionnement à la fatigue d'un véhicule automobile : identification, analyse et modélisation

**Mots clés :** Automobile, Chargement Multi-entrées, à amplitude variable, aléatoire, Spectre de chargement

**Résumé :** Les constructeurs automobiles se doivent d'assurer la fiabilité de l'ensemble des pièces de la liaison au sol sur toute la durée de vie du véhicule. Cependant, aucun cadre normatif global n'existe pour le dimensionnement de ces pièces. Ils doivent donc se baser sur leur expérience.

Il est nécessaire pour tout protocole de dimensionnement de maîtriser précisément les chargements vus par les pièces. La sollicitation perçue par la liaison au sol est d'autant plus complexe à considérer qu'elle est à amplitude variable (suivant les situations de vie rencontrées) et multi-entrées (chargements perçus à chaque roue simultanément).

Pour le dimensionnement à la fatigue, les sollicitations perçues aux roues sont modélisées comme la somme des chargements issus des manoeuvres, dits Driven Road, et de ceux induits par les aléas de la route, dits Random Road. Un processus de validation de cette partition est illustré à partir de mesures réelles. Il tire parti des particularités de chaque type de chargement, corrélation temporelle et caractéristiques fréquentielles, pour prendre en compte le caractère multi-entrées de la sollicitation. Ce modèle apporte au constructeur des éléments supplémentaires pour caractériser les chargements.

**Title:** Loading spectra for automotive parts fatigue life assessment identification, analysis and modelling

**Keywords:** Automotive, Multi-input Loading, Variable Amplitude Loading, Random Loading, Load Spectra,

**Abstract:** Car manufacturers are responsible for ensuring the reliability of all chassis components throughout the life of the vehicle. Nevertheless, no global standard framework exists. Therefore, they must rely on their own experience.

For any design protocol, it is imperative to precisely define the loads seen by the parts. The load measures by the chassis system is even more complex to assess as it faces variable amplitude (depending on the life situations encountered) and multi-input load case (loads perceived at each wheel simultaneously).

For fatigue design, the loads measured at the wheels are modelled as the sum of the ones induced by the manoeuvres, called Driven Road, and the ones induced by the road conditions, called Random Road. A validation process of the partition is illustrated using real time series. It benefits from the particularities of each loading type, time correlation and frequency characteristics, to consider the multi-input character of the load case. This model provides the manufacturer with additional elements to characterise the loadings.