



**HAL**  
open science

# Imagerie densitométrique 3D des volcans par muographie

Kinson Vernet

► **To cite this version:**

Kinson Vernet. Imagerie densitométrique 3D des volcans par muographie. Autre [cond-mat.other].  
Université Clermont Auvergne, 2022. Français. NNT : 2022UCFAC112 . tel-04474925

**HAL Id: tel-04474925**

**<https://theses.hal.science/tel-04474925>**

Submitted on 23 Feb 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES FONDAMENTALES

THÈSE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ CLERMONT-AUVERGNE

Opérée au sein de :

**l'Université Clermont-Auvergne**

**Ecole Doctorale 178**  
Sciences Fondamentales

**Spécialité de doctorat : Physique des Particules**

Soutenue publiquement le 7 décembre 2022, par :

**Kinson VERNET**

---

## Imagerie densitométrique 3D des volcans par muographie

---

Devant le jury composé de :

**Annarita MARGIOTTA**

Professoressa associata, Università di Bologna

**Patrick NEDELEC**

Professeur, Université Claude Bernard Lyon 1

**Géraldine FAURE**

Maître de conférence, Université Clermont Auvergne

**Valentin NIESS**

Chargé de recherche CNRS, Laboratoire de Physique de Clermont

**Dieuseul PREDELUS**

Professeur, Université d'État d'Haïti

**Cristina CARLOGNU**

Directrice de recherche CNRS, Laboratoire de Physique de Clermont

**Rapporteuse**

**Rapporteur**

**Examinatrice**

**Examineur**

**Examineur**

**Directrice de thèse**



# Abstract

Muography is an imaging technique in particle physics where atmospheric muons passing through a target are used to determine information about the interior of the target : density distribution or chemical composition via the atomic number. Depending on the energy of the muons and the amount of matter they have to cross, some of them will survive and others will be stopped by the target. And, the diffusion of the muons depends, to a first approximation, on their momentum and the average atomic number along their flight path. Muography proposes, from the measurement of the transmission and/or diffusion of muons through a target, to provide information about its interior.

There are currently two types of muography : transmission muography, where the transmitted flux of muons through the target is measured to infer the density distribution of that target, and diffusion muography, where the diffusion of muons through the target is used to determine the distribution of the atomic number of the target. This thesis discusses transmission muography in order to radiography volcanoes.

In the case of transmission muography, a muon telescope is used to measure the transmitted flux of atmospheric muons through the target. This flux is, to a first approximation, a bijective function of the amount of matter encountered by the muons. The idea is to invert the measured number of muons into a density estimation of the target.

There are other imaging methods in geophysics that can be used to reconstruct the density of a target. This is the case, for example, of gravimetry and seismic imaging. These so-called conventional methods have weaknesses. For these methods, the inversion problem is either ill-posed, i.e. there is no unique solution, or the solution presents large variations for small variations of the parameters on which it depends. A set of additional constraints are then added to remove the non-uniqueness.

In muography however, the inversion problem is well posed and the solution is unique. Conventional geophysical methods alone cannot determine the density of a target. Combined with muography, they have great potential, either by providing other information on the rock and/or on the nature of the water, or by improving the accuracy of the target density reconstruction.

Several experiments use the CSDA (Continuous Slowing Down Approximation) approximation to estimate the survival probability of muons through a target. Using this approximation, thus neglecting the stochastic character of the interaction of muons with matter, underestimates the muon survival probability and therefore induces systematic effects on the density reconstruction. In standard rock kilometers the effect is 3% - 8%

depending on the modeling of the interaction of high energy muons with matter. In addition, a bad estimation of the background of the low momentum muons affecting the measurement of the signal results in an underestimation of the density of the target with respect to the gravimetry. This probably comes from the use of the analytical approximation to simulate the propagation of the muons through the target and the difficulty of rejecting in the measurement those with low momentum. For these reasons, in the Muon IMaging (MIM) experiment (where this thesis was conducted), we use a Monte Carlo treatment to simulate the muon transport through the target. In this case, we can accurately estimate the effect of these low momentum muons on the density reconstruction. One of the techniques used in our experiment, to make the low momentum muons scatter so that they can be statistically rejected, is to insert a thickness of lead between the telescope detection planes.

This document presents the method developed during the thesis to reconstruct the density of a target with a statistical uncertainty not exceeding a threshold value while preserving the best possible spatial resolution. It also takes into account, in the most exhaustive way possible, the systematic effects that can affect the muography.

# Résumé

La muographie est une technique d'imagerie en physique des particules où les muons atmosphériques traversant une cible sont utilisés pour déterminer des informations de l'intérieur de la cible : distribution de la densité ou composition chimique via le numéro atomique. En fonction de l'énergie des muons et de la quantité de matière à traverser, il y en a qui vont survivre et d'autres qui vont être arrêtés par la cible. Et, la diffusion des muons dépend, en première approximation, de leur impulsion et du numéro atomique moyen le long de leur parcours de vol. La muographie propose, à partir de la mesure de la transmission et/ou de la diffusion des muons à travers la cible, de fournir des informations sur son intérieur.

Il existe actuellement deux types de muographie : la muographie par transmission où le flux transmis des muons à travers la cible est mesuré pour inférer la distribution de densité de la cible et la muographie par diffusion où la diffusion des muons à travers la cible est utilisée pour déterminer la distribution du numéro atomique de la cible. Cette thèse traite de la muographie par transmission pour radiographier les volcans.

Dans le cas de la muographie par transmission, un télescope à muons est utilisé pour mesurer le flux transmis des muons atmosphériques à travers la cible. Ce flux est, en première approximation, une fonction bijective de la quantité de matière rencontrée par les muons. L'idée est d'inverser le nombre de muons mesurés en une estimation de la densité de la cible.

Il existe d'autres méthodes d'imagerie en géophysique permettant de reconstruire la densité d'une cible. C'est le cas, par exemple, de la gravimétrie et de l'imagerie par sismicité. Ces méthodes dites conventionnelles présentent des faiblesses. Pour ces méthodes, le problème d'inversion est soit mal posé, c'est-à-dire il n'existe pas de solution unique ou la solution présente de grandes variations pour de petites variations des paramètres dont elle dépend. Un ensemble de contraintes supplémentaires sont alors ajoutées pour enlever la non-unicité.

En muographie par contre, le problème d'inversion est bien posé et la solution est unique. Les méthodes conventionnelles en géophysique ne permettent pas, à elles seules, de déterminer la densité de la cible. Jointes avec la muographie, elles présentent de gros potentiel, soit en fournissant d'autres informations sur la roche et/ou sur la nature de l'eau, soit en améliorant la précision sur la reconstruction de la densité de la cible.

Plusieurs expériences utilisent l'approximation CSDA (Continuous Slowing Down Approximation) pour estimer la probabilité de survie des muons à travers une cible. Le fait

d'utiliser cette approximation, donc de négliger le caractère stochastique de l'interaction des muons avec la matière, sous-estime la probabilité de survie des muons et par conséquent induit des effets systématiques sur la reconstruction de la densité. Dans les kilomètres de roche standard l'effet est de 3% - 8% en fonction de la modélisation de l'interaction des muons de hautes énergies avec la matière. En outre, une mauvaise estimation du bruit de fond des muons de basse impulsion qui affectent la mesure du signal résulte en une sous-estimation de la densité de la cible par rapport à la gravimétrie. Cela vient probablement de l'utilisation de l'approximation analytique pour simuler la propagation des muons à travers la cible et de la difficulté de rejeter dans la mesure ceux de basse impulsion. Pour ces raisons, dans l'expérience MIM (Muon IMaging) (où cette thèse a été réalisée), nous utilisons un traitement Monte Carlo pour simuler le transport des muons à travers la cible. Dans ce cas, nous pouvons estimer précisément l'effet de ces muons de basse impulsion sur la reconstruction de la densité. Une des techniques utilisée dans notre expérience, pour faire diffuser les muons de basse impulsion pour pouvoir les rejeter statistiquement, consiste à insérer une épaisseur de plomb entre les plans de détection du télescope.

Ce document présente la méthode développée durant la thèse permettant de reconstruire la densité d'une cible avec une incertitude statistique ne dépassant pas une valeur seuil tout en préservant la meilleure résolution spatiale possible. Elle prend aussi en compte, de manière la plus exhaustive possible, les effets systématiques qui peuvent affecter la muographie.

# Dédicaces

To my son, Smith-Anderson VERNET and to my mother, Nadie JOSEPH.





# Remerciements

Mes remerciements vont d'abord à l'Université Clermont-Auvergne (UCA) qui a financé cette thèse d'une durée de trois ans. En deuxième lieu au Laboratoire de Physique de Clermont (LPC) qui m'a accueilli durant ces travaux de recherche.

Je remercie ma directrice de thèse, Cristina CARLOGANU pour son encadrement, son dévouement, ses directives et aussi son support dans les moments les plus difficiles durant la thèse malgré les crises sanitaires (COVID-19). Elle a fait preuve de beaucoup de courage et de patience pour reprendre nos discussions quand c'est nécessaire.

J'adresse aussi des remerciements à toute l'équipe MIM dans laquelle la thèse a été réalisée. En particulier, à Franck MARTIN pour les corrections qu'il a pu apporter pour rendre ce document tel qu'il est et à François MONTANET pour les discussions enrichissantes durant nos réunions d'équipe et toute l'aide qu'il a apporté dans le développement de quelques algorithmes présentés dans ce document.

Je remercie également Valentin NIESS qui s'était montré toujours disponible durant toute la thèse pour répondre à toutes les questions que j'ai osées lui poser, et aussi pour ses conseils. Il m'a aussi aidé à corriger les bugs dans les codes de simulation et à coder plus correctement.

J'adresse des remerciements à tous les collègues du laboratoire pour leur encouragement et leur réconfort moral et toutes les personnes, sans exception, que j'ai pu côtoyer d'une façon ou d'une autre durant cette thèse.

Des remerciements vont à Patrick NEDELEC et Dieuseul PREDELUS qui m'ont mis en contact avec ma directrice de thèse et leur encouragement pendant toute la thèse.

Enfin, je remercie chaque personne qui fait partie du jury de la soutenance de la thèse.



## Mots-clés

Muographie, volcan, muons atmosphériques, méthode d'imagerie, problème d'inversion, gravimétrie, imagerie par étude sismique, imagerie par résistivité électrique, télescope à muons, CSDA, reconstruction de la densité, Monte Carlo.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>17</b>
<b>2</b>	<b>Problème inverse en muographie 2D/3D et ancrage dans l'imagerie de structure géophysique</b>	<b>25</b>
2.1	Le problème inverse en muographie 2D . . . . .	25
2.2	Quelques méthodes géophysiques conventionnelles d'imagerie de structure	28
2.2.1	Imagerie de densité par étude gravimétrique . . . . .	28
2.2.2	Imagerie de densité par étude sismique . . . . .	29
2.2.3	L'imagerie par résistivité électrique . . . . .	30
2.3	Muographie 3D des volcans . . . . .	31
2.4	Inversion jointe de muographie et gravimétrie . . . . .	33
2.5	Avantages et inconvénients de la muographie . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Les muons atmosphériques et leur interaction avec la matière</b>	<b>37</b>
3.1	Quelques notions sur le Modèle Standard de la physique des particules .	37
3.2	Création des muons atmosphériques . . . . .	39
3.3	Modélisation du flux primaire des muons atmosphériques . . . . .	40
3.3.1	Modèle du flux primaire avec CORSIKA . . . . .	41
3.3.2	Le modèle de Gaisser . . . . .	42
3.3.3	Le modèle de Gaisser amélioré . . . . .	43
3.4	PUMAS, un moteur de transport des leptons muon et tau . . . . .	45
3.5	Transport des muons jusqu'au télescope . . . . .	47
3.5.1	Transport des muons à travers l'atmosphère . . . . .	47
3.5.2	Transport des muons à travers la cible . . . . .	48
3.5.3	Modélisation des interactions des muons avec la cible . . . . .	51
3.6	Modèles de transport des muons implémentés dans PUMAS . . . . .	60
3.7	Transport MC à rebours des muons à travers la cible . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Les télescopes à muons pour la muographie</b>	<b>65</b>
4.1	Les Glass Resistive Plate Chambers pour la détection des particules chargées	66
4.2	Le télescope TOMUVOL et les campagnes de prise de données sur le puy de Dôme . . . . .	67
4.2.1	GRPCs et leur cassettes . . . . .	68
4.2.2	Système de gaz . . . . .	69
4.2.3	L'électronique d'acquisition et de contrôle lent . . . . .	70
4.2.4	Surveillance et contrôle du détecteur . . . . .	71

4.2.5	Incertitude sur la haute tension des GRPC induite par des mesures approximatives de la pression et de la température . . . . .	72
4.2.6	Mise en marche du télescope . . . . .	76
4.2.7	Comportement du télescope sur site . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Estimation du nombre de muons atmosphériques attendus après propagation à travers la cible</b>	<b>83</b>
5.1	Systèmes de référence utilisés . . . . .	84
5.1.1	Système de référence utilisé en simulation . . . . .	84
5.1.2	Système de coordonnées utilisé dans le référentiel du télescope . . . . .	85
5.2	Reconstruction des traces des muons . . . . .	86
5.3	Contrôle du seuil en impulsion du télescope . . . . .	88
5.4	Modélisation de la réponse du télescope . . . . .	90
5.4.1	Modélisation de la surface effective du télescope . . . . .	91
5.5	Estimation du flux de muons transmis à travers une cible . . . . .	95
5.5.1	Estimation du flux transmis à travers le puy de Dôme . . . . .	95
5.5.2	Estimation du flux transmis à travers Vulcano . . . . .	97
5.6	Estimation du nombre total de muons détectés . . . . .	98
5.6.1	Estimation du nombre de muons attendus à travers PdD . . . . .	100
5.6.2	Estimation du nombre de muons attendus à travers Vulcano . . . . .	100
<b>6</b>	<b>Mesure de la densité moyenne 2D par inversion en muographie</b>	<b>103</b>
6.1	Algorithme de reconstruction de la densité . . . . .	103
6.2	Paramétrisation rapide du biais et de l'incertitude statistique sur la densité reconstruite . . . . .	105
6.3	Algorithme d'accrétion des bins et estimation de la densité à meilleure résolution spatiale . . . . .	108
6.4	Test de l'algorithme de reconstruction sur un modèle synthétique du puy de Dôme . . . . .	109
6.5	Étude de quelques effets systématiques sur la reconstruction de la densité	111
6.5.1	Effet de l'utilisation de l'approximation CSDA . . . . .	111
6.5.2	Effet du bruit des muons qui diffusent . . . . .	117
6.5.3	Effet de la composition chimique simulée . . . . .	121
6.5.4	Effet de la précision de la position et du pointage du télescope . . . . .	123
<b>7</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>129</b>
<b>A</b>	<b>Estimation d'intégrale par la méthode Monte Carlo</b>	<b>141</b>
A.1	Estimation d'intégrale . . . . .	141
A.2	Estimation de l'incertitude associée . . . . .	142
A.3	Cas d'une distribution biaisée . . . . .	142
<b>B</b>	<b>Distributions et poids Monte Carlo utilisés dans l'estimation du nombre de muons détectés</b>	<b>145</b>
B.1	Distribution en énergie . . . . .	145
B.2	Distribution sur l'angle solide . . . . .	145
B.3	Durée des prises de données . . . . .	146

**C** Fonction de minimisation permettant d'estimer la position et le pointage du télescope **147**





# Chapitre 1

## Introduction

Le Modèle Standard [1, 2] de la physique des particules est la théorie actuelle qui permet d'expliquer et de comprendre la plupart des phénomènes physiques à l'échelle des particules. Il décrit non seulement les particules connues actuellement mais aussi leurs interactions. Cette théorie permet d'avoir une vue remarquable de la structure fondamentale de la matière. Un rappel de quelques notions du Modèle Standard est présenté dans la section 3.1. Selon ce Modèle, les particules de matière sont classées en trois générations. Les muons sont des particules élémentaires appartenant à la deuxième génération. Ils ont la même charge électrique que les électrons et ils possèdent une masse environ 200 fois plus grande, ce qui leur confère un pouvoir très pénétrant dans la matière.

Les muons atmosphériques (section 3) sont produits par collision des rayons cosmiques avec les protons de l'atmosphère et ils sont utilisés pour étudier des cibles d'un intérêt particulier [3–5]. Dans les années 1970, Alvarez et al. [6] ont utilisé des détecteurs de muons à étincelle dans la pyramide de Kephren et ont conclu qu'il n'y a pas de structure inconnue avec un volume similaire à la chambre du roi au-dessus de la chambre de Belzoni. Morishima et al. [7] qui ont suivi les mêmes démarches qu'Alvarez ont reporté la découverte d'un vide dans la pyramide Khufu en observant les rayons cosmiques. En 2013, Fujii et al. [8] ont montré la performance d'un système de muographie pour identifier la structure interne d'une centrale nucléaire. Nagamine [9] et son équipe ont utilisé la muographie pour des applications de volcanologie et ils ont pu, en 1995, radiographier une montagne. La muographie est actuellement très utilisée en volcanologie.

Il existe beaucoup d'autres applications utilisant les muons atmosphériques et un aperçu de l'utilisation de cette technique durant les dernières années peut être trouvé dans Bonechi et al. [10]. Enfin, le développement futur de cette technique dépendra surtout de la disponibilité des détecteurs robustes, à faible coût et à grande surface et aussi du développement d'algorithmes robustes et optimisés pour le problème inverse (chapitre 2).

Ce document décrit une méthode récente d'étude de structure, permettant d'utiliser les muons atmosphériques pour radiographier les volcans. Cette technique s'appelle muographie. Il n'existe pas encore dans les dictionnaires une définition propre à la muographie mais dans le paragraphe suivant je propose une définition plus ou moins formelle. Dans la suite, l'intérêt d'utiliser cette technique d'imagerie sera présenté. Dans le chapitre 2, la muographie est placée dans le contexte de l'imagerie géophysique tout en décrivant d'autres techniques d'imagerie ainsi que quelques études muographiques récentes.

La muographie, appelée aussi radiographie muonique, est une technique d'imagerie

en physique des particules permettant d'étudier l'intérieur d'une cible en utilisant les muons atmosphériques qui la traversent. En effet, quand une particule chargée (comme les muons), se propage à travers une cible, elle perd de son énergie et change plus ou moins de direction en interagissant avec les atomes du milieu. En fonction de l'énergie des muons et de la quantité de matière qu'ils doivent traverser, certains vont survivre et d'autres vont être arrêtés par la cible. La diffusion des muons dépend en première approximation de leur impulsion et du numéro atomique moyen le long du parcours. La mesure de la transmission et/ou de la diffusion des particules à travers une cible fournit donc des informations sur l'intérieur de la cible. La muographie se propose, à partir du flux de muons atmosphériques transmis ou de leur diffusion à travers la cible, d'estimer la distribution de la densité ou le numéro atomique de la cible.

Il existe actuellement deux types de muographie : la muographie par transmission qui permet, à partir de la mesure de la transmission des muons à travers la cible d'estimer la densité de la cible et la muographie par diffusion permettant, à partir de la mesure de la diffusion des muons, d'estimer la distribution du numéro atomique le long du parcours des muons (voir la figure 1.1). Dans ces travaux de recherche, nous nous intéressons à la muographie par transmission en vue de radiographier les volcans. Le principe de la muographie par diffusion sera présenté, sans trop entrer dans les détails.

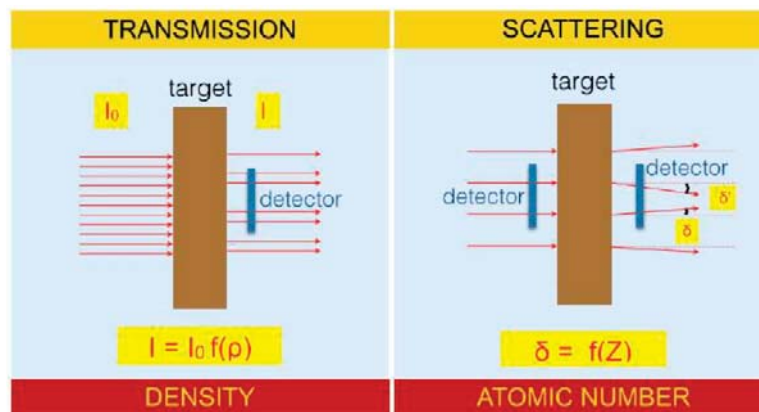


FIGURE 1.1 – Schémas de principe de l'imagerie par transmission à gauche et de l'imagerie par diffusion à droite. Un flux de muons se propageant à travers une cible peut subir deux effets : une baisse d'intensité induite par l'absorption suite à des pertes d'énergie ou la diffusion Coulombienne. La densité intégrale vue par les muons le long de leur parcours est mesurée par imagerie par transmission, tandis que la diffusion donne accès à la composition chimique via le numéro atomique [11].

Pour un flux primaire de particules, le flux transmis à travers une cible dépend en première approximation de la quantité de matière intégrée le long du parcours de ces particules. Et la relation qui existe entre le flux transmis et la quantité de matière rencontrée par ces particules dans une direction est, en première approximation, bijective. Il faut pouvoir mesurer, dans le cas de la muographie par transmission, ce flux transmis dans toutes les directions pour pouvoir estimer la carte bi-dimensionnelle (2D) de la densité de la cible. À partir de plusieurs images en coupe (si plusieurs mesures radiographiques sont disponibles pour le même édifice), la carte de densité 3D du volcan peut être recons-

truite par des méthodes tomographiques. L'obtention de la carte 2D de densité moyenne d'une cible à partir de la mesure de la transmission du flux de muons atmosphériques est communément appelée le problème inverse en muographie. La combinaison des cartes 2D de densité pour inférer des cartes 3D de densité (en prenant éventuellement en compte également des mesures complémentaires venant d'autres mesures géophysiques) constitue le problème inverse muographique 3D. Nous décrirons par la suite comment le flux de muons atmosphériques transmis à travers la cible est mesuré. Nous présenterons aussi la méthode d'inversion, développée durant cette thèse, permettant d'obtenir la densité de la cible à partir de ce flux.

Dans le cas de la muographie par transmission, un télescope à muons est utilisé pour mesurer le flux de muons transmis dans chaque direction. Dans le chapitre 4, le fonctionnement d'un télescope à muons ainsi que la reconstruction de la direction des muons détectés sont décrits. La figure 1.2 montre un schéma d'installation standard pour la muographie par transmission. La direction d'un muon est définie par deux angles  $(\alpha, \beta)$ . Dans le référentiel du télescope, l'azimut  $\beta$  est défini par rapport à la normale aux plans de détection et l'élévation  $\alpha$  est le complémentaire de l'angle zénithal. Une distribution de la carte 2D du nombre de muons est alors mesurée avec le télescope pour une durée donnée de prise de données. Cette carte du nombre de muons mesurés doit être inversée dans une carte de densité moyenne de la cible. Dans la section 2.3, nous décrirons comment une carte 3D de la densité de la cible peut être reconstruite.

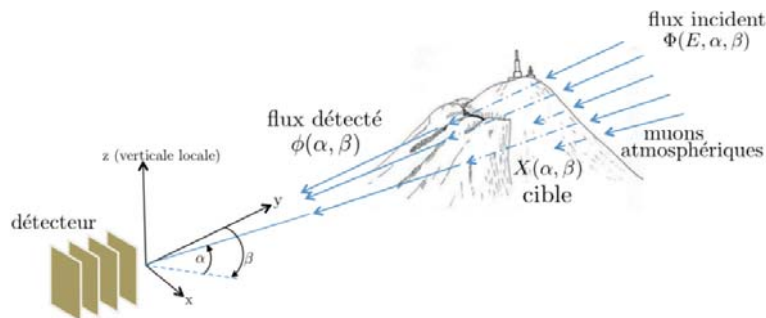


FIGURE 1.2 – Configuration d'une mesure standard pour l'imagerie des volcans où les deux angles  $\alpha$  et  $\beta$  utilisés pour reconstruire la carte 2D de densité du volcan sont définis [12].

Le principe de la muographie est le même que la radiographie à l'hôpital, sauf qu'en lieu et place d'utiliser les rayons-X, les muons atmosphériques sont utilisés. Ces derniers sont de bons candidats pour radiographier des cibles d'une épaisseur de l'ordre du kilomètre comme les volcans parce qu'ils sont très pénétrants. Ils sont aussi faciles à détecter et ils existent naturellement, mais l'un des inconvénients est que leur production ne peut pas être contrôlée par des humains. En effet, il faut souligner qu'en muographie par transmission il nous faut assez de muons qui survivent et aussi assez de muons qui sont arrêtés par la cible étudiée, la densité ne peut pas être reconstruite puisqu'on n'a plus aucune mesure possible de l'impact de la structure sur le flux. De même si la cible n'avait aucun impact mesurable sur le flux de muons. En outre, vu que les cibles étudiées ont des épaisseurs

de l'ordre du kilomètre de roche, il faut assez de muons de haute énergie capables de traverser la cible et qui arrivent dans la région du télescope. Or, il existe très peu de muons atmosphériques de haute énergie (voir la section 3.3) et la probabilité qu'un muon, après avoir traversé la cible, arrive précisément dans la région du télescope est faible vu la taille de ce dernier par rapport à la cible. C'est pourquoi une région d'intérêt de la cible est souvent définie et les durées de prise de données sont relativement longues pour avoir assez de muons pour reconstruire la densité de façon la plus précise possible.

La muographie par diffusion nécessite, quant à elle, deux trajectographes de part et d'autre de la cible. À partir de la mesure de l'angle de diffusion des deux demi-droites reconstruites (avant et après la cible, figure 1.1) la distribution du numéro atomique de la cible est déterminée. Cette technique permet d'identifier des variations de numéros atomiques et est utilisée par exemple dans la sécurité dans les transports pour identifier des matériaux lourds. Dans le chapitre 2, le lecteur trouvera quelques études récentes sur la muographie par diffusion. Grâce à la grande variabilité de l'énergie des muons atmosphériques, la muographie peut être également utilisée pour étudier des cibles de plus petite taille.

Cette recherche est menée dans le cadre d'un projet financé par l'ANR (Agence Nationale de la Recherche) appelé DIRE (Data Integration, Risk and Environment) regroupant des physiciens de particules (Laboratoire de Physique de Clermont), des volcanologues (Laboratoire Magmas et Volcans) et des data-scientists (LIMOS). Le projet bénéficie du support de INGV-Catania et INGV-Palermo et de l'université de Genève. L'objectif principal du projet est de comprendre un système hydro-thermal actif pour éventuellement prédire et minimiser des aléas volcaniques.

Un système hydro-thermal est un système complexe impliquant la circulation d'eau plus ou moins chaude à l'intérieur de l'édifice. Dans le cas des systèmes actifs, il y a des changements continus de la température, de la pression et de l'environnement chimique du volume des roches. L'eau, quand elle s'infiltre, peut s'échauffer à quelques centaines de degrés avant de remonter en surface à haute température. Avant une éruption volcanique, ces systèmes enregistrent des modifications structurelles qui peuvent être mises en évidence par des mesures de surface (mesures de déformation, mesures de température, composition de gaz, etc.). Ces mesures en surface ne peuvent pas en général identifier précisément le type de modifications structurelles, ce qui permettrait d'élaborer des scénari pour la crise volcanique. Mais cela pourrait être le cas si ces mesures sont combinées avec des mesures de structure faites par la muographie.

D'autres techniques d'imagerie existent en géophysique. Ces techniques peuvent être éventuellement combinées avec la muographie pour augmenter la précision et la portée des mesures. Dans le chapitre 2, quelques unes de ces techniques ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients sont décrits.

L'objectif de cette thèse est avant tout de fournir une méthode complète pour l'inversion en muographie avec une étude aussi exhaustive que possible des effets systématiques qui l'affectent. La modélisation du flux primaire des muons atmosphériques (section 3.3), la modélisation de la cible (section 3.5.2) et les interactions des muons avec la matière (section 3.5.3) permettent d'estimer facilement, du côté de la simulation, le flux transmis à travers une cible (section 5.5). Des technologies différentes sont utilisées pour les télescopes à muons, en fonction des environnements de mesure et des performances de détection requises. Ces télescopes fournissent non seulement une mesure du flux de muons

transmis à travers la cible, mais également la mesure en temps réel du flux de muons atmosphériques au ciel libre. Ce qui permet d'étalonner la réponse des télescopes et de suivre leur stabilité dans le temps. En combinant tout cela, la densité de la cible, à partir de la mesure du flux de muons atmosphériques transmis, est reconstruite.

Vulcano [13] (voir la figure 1.3), un volcan dans les Îles Éoliennes, au Nord de la Sicile a été choisi, dans le cadre du projet DIRE, comme banc d'essai. C'est un système hydro-thermal actif qui a enregistré des pics d'activité en 1920, 1980 et très récemment en 2021. Pendant cette dernière crise, la population de l'île a été évacuée. Environ cinq mille personnes habitent à moins de 2 km de ce volcan. Il fait donc l'objet d'une surveillance constante et des mesures de température en surface, de la composition des fumerolles, de la déformation de l'édifice, etc, sont faites en continu in situ. Le but du projet DIRE est de corrélérer ces mesures en surface avec d'éventuelles modifications structurelles mises en évidence par une surveillance par muographie pour pouvoir prédire le type et l'ampleur de possibles crises volcaniques. Selva et al. [14] ont passé en revue l'état des connaissances sur la géologie du volcan, son activité éruptive, son cadre structurel, sa surveillance géophysique et géochimique. Ils décrivent aussi comment les risques peuvent être évalués. Par la suite, nous allons nous concentrer sur les techniques géophysiques qui pourraient être combinées avec la muographie pour fournir des cartes 3D de la structure interne des volcans.

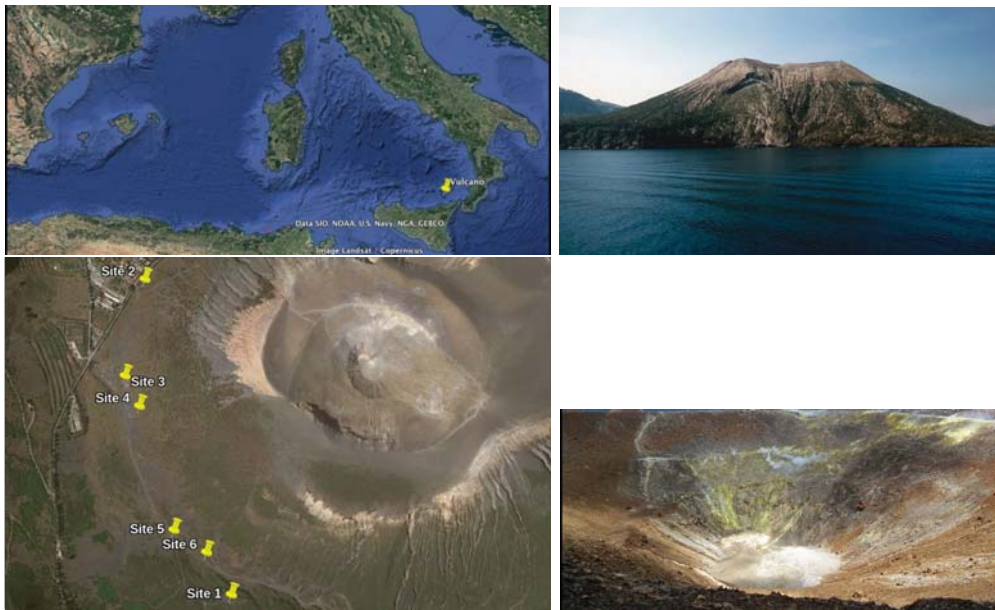


FIGURE 1.3 – Vulcano dans les îles Éoliennes, au nord de la Sicile (haut), sites de déploiement potentiels (bas, gauche) et un zoom sur le cratère (bas, droite) [13].

Vu les contraintes sanitaires (Covid-19) durant la période de la thèse qui ralentissent la construction des télescopes à muons, la méthode développée n'a pas pu être appliquée pour l'instant sur Vulcano. Par contre, des simulations ont été faites, pour estimer notamment le nombre de muons attendus sur une période de prise de données ainsi que pour trouver le site de déploiement optimal. Cette étude a fait l'objet d'une partie de mon travail et les résultats sont montrés dans la section 5.5.2.



Les données acquises sur le puy de Dôme (un volcan dans la région d'Auvergne, France) ont été utilisées pour développer la méthode durant la thèse. Cette méthode pourra facilement être utilisée sur Vulcano (et sur d'autres volcans), une fois que des données seront disponibles.

Cette thèse est organisée en 7 chapitres. Le chapitre 1 introduit la muographie et définit les deux types possibles de muographie. Le chapitre 2 décrit le problème inverse en muographie. Il situe également la muographie dans le contexte de l'imagerie géophysique. Il décrit l'objectif et tente de spécifier l'apport principal de la muographie pour comprendre les systèmes hydro-thermaux actifs. Le lecteur trouvera également un survol sur les récentes études en muographie et en imagerie géophysique ainsi que le potentiel de ces techniques en les combinant. Dans le chapitre 3, la création des muons atmosphériques dans la haute atmosphère et la modélisation de leur flux primaire sont décrits. Des modèles analytiques du flux primaire de muons atmosphériques et le flux primaire au niveau de la mer, tel que prédit par simulation, seront présentés et comparés à des mesures existantes. La modélisation des interactions des muons avec la matière, telle que implémentée dans le code de simulation et utilisée durant cette thèse, conclut ce chapitre.

Le télescope sert non seulement à compter le nombre de muons qui traversent la cible mais également de pouvoir reconstruire la direction des muons. Dans le chapitre 4, le fonctionnement d'un télescope à muons ainsi que ses caractéristiques utilisées dans la muographie sont décrits.

Pour estimer la densité de la cible, le flux de muons atmosphériques transmis est comparé au flux primaire. Le premier est mesuré avec un télescope à muons et le dernier est estimé par des programmes de simulation ou par des paramétrisations qui décrivent plus ou moins bien les données des expériences. Le chapitre 5 décrit comment le nombre de muons mesurés est estimé du côté de la simulation.

Dans le chapitre 6, la méthode développée durant la thèse pour inverser la carte du nombre de muons mesurés avec le télescope en une estimation de la distribution 2D de la densité moyenne de la cible est présentée. Cette méthode vise à reconstruire la densité avec une incertitude statistique meilleure qu'une valeur seuil prédéfinie tout en préservant la meilleure résolution spatiale possible. Quelques effets systématiques sur l'estimation du flux de muons transmis et sur la reconstruction de la densité sont également présentés dans ce chapitre.

Le nombre de muons transmis, utilisé pour reconstruire la densité d'une cible, dépend de la cible et de l'interaction des muons avec la cible. Pour estimer ce flux transmis, nous simulons des modèles de cible en terme de densité et de composition chimique. L'effet, par exemple, de la composition chimique simulée sur la reconstruction de la densité est étudié dans ce chapitre. Le nombre de muons transmis dépend aussi de l'impulsion des muons. En fonction de l'impulsion des muons, ils vont plus ou moins diffuser en traversant la cible. Nous allons voir que ceux d'impulsion inférieure au GeV sont beaucoup déviés lors de leur propagation depuis l'atmosphère jusqu'au télescope. Ceux, par contre, qui vont en ligne plus ou moins droite en traversant la cible constituent le signal. Ils sont les seuls à apporter de l'information à la direction visée. Les muons qui diffusent et qui arrivent dans la direction d'observation, constituent une sorte de bruit pour la mesure. Pour estimer correctement la densité de la cible, l'effet de ce type de bruit sur la mesure est pris en compte.

Dans ce cas, un traitement Monte Carlo a été utilisé pour propager les muons à travers

la cible pour pouvoir estimer le flux transmis (signal et bruit). Beaucoup d'expériences utilisent l'approximation CSDA (Continuous Slowing Down Approximation) [15–21] pour estimer le signal (muons balistiques) et cette approximation est assez précise pour des épaisseurs de roche jusqu'à quelques centaines de mètres de roche standard (section 6.5.1). Dans ces travaux de recherche, l'approximation CSDA aurait pu être utilisée pour estimer le signal. Dans ce cas, le traitement Monte Carlo aurait été utilisé pour estimer seulement le bruit des muons qui diffusent. Mais par souci de simplicité pour développer la méthode permettant de reconstruire la densité d'une cible à partir du flux de muons transmis, le traitement Monte Carlo a été utilisé pour estimer aussi bien le bruit de fond que le signal. L'effet de l'utilisation de l'approximation CSDA sur la reconstruction de la densité est également présentée dans ce chapitre. D'autres effets comme la précision du positionnement et du pointage du télescope sont aussi étudiés dans ce chapitre.

Le chapitre 7 conclut la thèse et donne des perspectives en muographie, notamment un autre algorithme permettant d'optimiser le nombre de muons nécessaires pour reconstruire la densité pour une incertitude statistique maximale fixée. D'autres systématiques qui pourraient affecter la reconstruction de la densité et qui n'ont pas pu être étudiées durant la thèse, faute de temps, sont également mentionnées dans ce chapitre.





## Chapitre 2

# Problème inverse en muographie 2D/3D et ancrage dans l'imagerie de structure géophysique

Les techniques habituelles d'imagerie en géophysique, aussi bien que la muographie, cherchent à estimer un paramètre d'intérêt. Une observable qui dépend de ce paramètre d'intérêt est alors définie et des expériences sont réalisées pour la mesurer. Un modèle physique qui décrit cette observable en la reliant à ce paramètre permet d'estimer ce dernier soit par des méthodes analytiques ou par des algorithmes développés dans des codes de simulation.

Ce chapitre décrit d'abord le problème physique que la muographie tente de résoudre : estimer la distribution de la densité d'une cible d'intérêt à partir de la mesure du flux transmis de muons atmosphériques. Utiliser le flux transmis de particules après propagation à travers une cible pour estimer sa densité consiste à inverser le flux transmis, qui dépend en première approximation de la quantité de matière rencontrée par ces particules le long de leur propagation, en densité. Nous décrirons également quelques unes des méthodes géophysiques conventionnelles permettant d'estimer la densité d'une cible. Le potentiel qui existe en combinant ces méthodes avec la muographie sera aussi évoqué.

Nous allons d'abord étudier le problème dans le cas de la muographie en deux dimensions. Ensuite nous présenterons les méthodes conventionnelles et les méthodes de résolution les plus utilisées. Nous poserons également la base de la muographie 3D et l'inversion jointe de la muographie et la gravimétrie. Nous concluons ce chapitre en indiquant quelques avantages et inconvénients de la muographie.

### 2.1 Le problème inverse en muographie 2D

Dans le cas de la muographie, l'observable est le flux de muons atmosphériques transmis à travers la cible étudiée ou plus précisément la transmittance définie plus bas et le paramètre d'intérêt est la densité de la cible. La relation qui existe entre le flux transmis de muons atmosphériques et la quantité de matière rencontrée par les muons étant, en première approximation, bijective. Connaissant l'expression de cette bijection (et éventuellement sa réciproque) et après avoir mesuré le flux transmis, il suffit de l'inverser en densité de la cible.

La densité de la cible dans une direction  $(\alpha, \beta)$  est reconstruite en comparant le flux transmis avec le flux primaire des muons atmosphériques dans cette direction. Le flux primaire et le flux transmis des muons atmosphériques sont mis en relation à l'aide de la transmittance, définie par :

$$\mathcal{T}(\alpha, \beta) = \frac{N(\alpha, \beta)}{N_0(\alpha, \beta)}, \quad (2.1)$$

où  $N_0(\alpha, \beta)$  et  $N(\alpha, \beta)$  sont respectivement le nombre incident de muons atmosphériques sur la cible et le nombre de muons transmis à travers cette cible dans la direction  $(\alpha, \beta)$ . La transmittance  $\mathcal{T}$ , contient des informations portant sur la structure de la cible, notamment sa densité.

Il faut préciser que cette approche implique au moins deux hypothèses. Premièrement, les directions des muons en amont et en aval de la cible sont nécessairement identiques : seuls les muons balistiques doivent être utilisés dans ces expressions. Deuxièmement le flux transmis des muons ne dépend pas de la distribution de matière le long de leur parcours, mais seulement de la densité totale, intégrée. Cette dernière hypothèse est faite de manière implicite dans la littérature sur la muographie [7–9].

Utiliser seulement les muons balistiques pour estimer la transmittance induit des erreurs systématiques sur la reconstruction de la densité de la cible. En effet, même s'ils sont les seuls à apporter des informations à la direction d'observation, ils sont accompagnés par des muons de basse impulsion qui diffusent de partout et qui arrivent au télescope dans la direction à reconstruire. Ces derniers constituent ainsi un bruit de fond pour la mesure. Les effets de ce type de bruit seront analysés par la suite. Une technique pour minimiser ces effets sur la mesure sera également développée. Pour ce faire, un traitement Monte Carlo a été utilisé pour estimer d'abord le nombre de muons qui diffusent. La méthode utilisée pour sélectionner les muons balistiques sera décrite (section 5.3) et une méthode qui permet de prendre en compte la présence du bruit lors de l'inversion de la carte du nombre de muons mesurés dans une carte de densité sera également présentée.

La transmittance  $\mathcal{T}$  est donc, en première approximation, une fonction bijective de la quantité de matière intégrée le long du parcours des muons. Cette bijectivité vient du fait que le flux transmis est ici supposé fonction continue et monotone d'un seul paramètre à savoir la densité totale intégrée le long de chaque parcours. La densité du sol étant supposée constante ou possédant un impact quasi-nul sur le flux transmis. Par la suite, nous utilisons ces hypothèses pour implémenter l'algorithme de reconstruction de la densité de la cible. En effet, il semble qu'en fixant la densité du sol, le problème reste bijectif même si le flux transmis reçoit des contributions de bruit venant de muons diffusant. Cela nous permet de reconstruire la densité de la cible bin-à-bin (indépendamment dans chaque bin).

On peut faire le même raisonnement avec la composition chimique de la cible. Par exemple, en incluant une porosité et une fraction de remplissage par de l'eau. Dans ce cas, la densité de la roche est fixée à sa valeur "théorique" (celle d'un mélange cristallin pur). Par contre la densité effective, et la perte d'énergie dépendent alors de 2 paramètres : la fraction de pores et leur remplissage en eau (ou en air, dont la densité est négligeable). Ainsi, le problème est a priori dégénéré. Mais, en première approximation la perte d'énergie dépend essentiellement de la densité effective, c'est-à-dire de la somme roche + eau. Dans le cadre de cette approximation (fréquemment utilisée) le problème se réduit à un

seul paramètre : la densité effective.

Soit  $f$  la fonction bijective réciproque, c'est-à-dire la fonction qui permet, à partir de la transmittance, de déterminer la quantité de matière le long du parcours des muons dans chaque direction. Dans la mesure où l'on admet que la transmittance ne dépend pas de la distribution de matière le long du parcours du muon, alors on peut considérer que la densité de la cible est uniformément distribuée le long du parcours des muons. Dans ce cas, la quantité de matière intégrée est donnée par :

$$\int \rho(r, \alpha, \beta) dr = f(\mathcal{T}), \quad (2.2)$$

où  $dr$  est l'épaisseur de roche infinitésimale dans la direction  $(\alpha, \beta)$ .

Pour estimer la transmittance  $\mathcal{T}$ , le nombre de muons transmis  $N(\alpha, \beta)$  est mesuré par un télescope à muons et le nombre primaire de muons  $N_0(\alpha, \beta)$  est estimé à partir des modèles du flux de muons atmosphériques. Il suffit donc de connaître la fonction  $f$  et l'épaisseur de roche  $\int dr$  dans chaque direction  $(\alpha, \beta)$  pour estimer la densité moyenne dans cette direction selon :

$$\bar{\rho}(\alpha, \beta) = \frac{\int \rho(r, \alpha, \beta) dr}{\int dr} = \frac{f(\mathcal{T})}{\int dr}. \quad (2.3)$$

Nous savons estimer la transmittance et l'épaisseur de roche intégrée dans une direction d'observation. Par contre, nous ne connaissons pas une expression analytique exacte de la fonction  $f$ . Beaucoup d'expériences utilisent l'approximation CSDA (Continuous Slowing Down Approximation) permettant d'avoir une expression analytique simple de la fonction  $f$ . Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, l'utilisation de cette approximation induit des erreurs systématiques sur la reconstruction de la densité de la cible. Par la suite je décrirai l'algorithme développé durant la thèse permettant d'estimer de façon la plus précise possible la densité de la cible.

L'approximation CSDA permet d'estimer analytiquement la quantité de matière qu'une particule chargée pourrait traverser en fonction de son énergie. Cette approximation facilite l'inversion puisque la relation entre le flux transmis et la quantité de matière peut être exprimée de façon simple. C'est une approximation qui marche très bien à faible épaisseur de roche (quelques centaines de mètres de roche standard), comme nous le verrons dans le chapitre 6.5 qui présente l'effet systématique induit par cette approximation sur la reconstruction de la densité.

Dans les chapitres suivants, nous décrirons comment  $N(\alpha, \beta)$  et  $N_0(\alpha, \beta)$  peuvent être estimés. En utilisant l'approximation analytique CSDA, l'expression de la fonction "approximative"  $f$  peut être facilement retrouvée. Dans ce cas l'estimation de la densité moyenne dans chaque direction devient immédiate. Le lecteur trouvera dans la section 6.5.1, où l'effet systématique de l'utilisation de cette approximation sur la reconstruction de la densité a été étudié, toute la démarche pour reconstruire la densité dans cette approximation.

Il faut également préciser que l'équation 2.2 mettant en relation la quantité de matière intégrée et la transmittance est valable en première approximation. En effet, la transmittance est une fonction complexe de beaucoup de paramètres pour laquelle nous n'avons pas une expression analytique. C'est pourquoi, beaucoup d'expériences utilisent des approximations. Dans le cas de l'approximation CSDA, les paramètres qui influencent le

plus la probabilité de survie d'une particule après propagation à travers une cible, sont la quantité de matière intégrée le long du parcours de la particule et son énergie initiale. Ces deux paramètres suffisent quasiment pour reconstruire la densité moyenne de la cible dans cette approximation.

La méthode développée durant cette thèse n'échappe pas à cette règle. Par exemple, nous savons que l'incertitude statistique sur la densité reconstruite de la cible dépend du nombre de muons mesurés, de l'épaisseur de roche dans chaque direction visée et aussi du zénith d'observation. Nous verrons dans la section 6.2 que le zénith influence beaucoup moins l'incertitude statistique par rapport aux deux autres. Alors, l'incertitude statistique est paramétrée, en première approximation, uniquement en fonction du nombre de muons mesurés et de l'épaisseur de roche. Des études ont donc été faites, en amont de la reconstruction de la densité, pour trouver une paramétrisation de l'incertitude statistique utilisable sur une plage assez étendue d'épaisseur de roche. Cette paramétrisation est ensuite utilisée pour reconstruire la densité de la cible avec une incertitude statistique inférieure à une valeur seuil donnée et la meilleure résolution spatiale possible.

## 2.2 Quelques méthodes géophysiques conventionnelles d'imagerie de structure

Dans cette section, nous allons décrire quelques méthodes géophysiques conventionnelles d'imagerie de structure. Comme pour la muographie nous allons définir le paramètre d'intérêt, l'observable et la relation qui les lie pour chacune de ces méthodes. Nous identifions également le potentiel qui existe entre chacune de ces méthodes en les combinant éventuellement avec la muographie.

### 2.2.1 Imagerie de densité par étude gravimétrique

Le champ gravimétrique  $\vec{g}$ , dû à un corps de volume  $V$  et de densité  $\rho$ , à une distance  $r$  est défini selon :

$$\vec{g} = \mathcal{G} \int_V \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u}, \quad (2.4)$$

où  $\mathcal{G}$  est la constante de gravitation universelle et vaut  $6.67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ ,  $\vec{u}$  est le vecteur unitaire dirigé du corps vers le point d'observation.

Comme on peut rapidement le constater selon l'équation 2.4, en imagerie par gravimétrie, l'observable est  $\vec{g}$  et le paramètre d'intérêt est la densité de la cible. Il faut trouver une méthode pour extraire le paramètre d'intérêt. Le champ de pesanteur terrestre est en pratique déterminé par l'attraction de l'ensemble des masses constituant la terre, les autres astres (soleil, lune) et également la rotation de la terre. Pour s'affranchir des autres effets et pour isoler l'effet de variations locales permettant par la suite d'estimer la densité de la cible, un ensemble de corrections est appliqué. Le lecteur qui s'intéresse aux différentes corrections appliquées peut se référer à LaFehr [22], Chapin [23], Nowell [24], Li et Götze [25] et Hackney, R. I. et Featherstone [26].

Une approche de résolution linéaire consiste à modéliser les données en fonction des paramètres du modèle à savoir la densité selon :

$$\mathbf{g} = \mathbf{G}\boldsymbol{\rho}, \quad (2.5)$$

où  $\mathbf{g}$  est le vecteur colonne avec les mesures gravimétriques et  $\boldsymbol{\rho}$  est le vecteur colonne avec les densités à estimer. La matrice  $\mathbf{G}$  reliant  $\mathbf{g}$  et  $\boldsymbol{\rho}$  est appelée matrice du noyau de sensibilité. L'équation étant linéaire, les termes de cette matrice contiennent la dérivée des données par rapport aux paramètres du modèle.

Pour  $k$  paramètres du modèle et  $n$  données de gravimétrie, la matrice  $\mathbf{G}$  est de dimension  $n \times k$  avec  $n \ll k$ . Le système d'équations contient donc plus d'inconnues que de contraintes. La solution n'est donc pas unique, d'où le besoin de régulariser le modèle en lui imposant des contraintes supplémentaires. Barnoud et al. [27], en suivant les techniques d'inversion sismologique, utilisent par exemple une approche bayésienne combinée avec une discrétisation en grille. Une autre contrainte qui peut être rajoutée est par exemple la continuité des variations de densité à l'intérieur de l'édifice.

La gravimétrie estime plutôt bien la densité en surface mais perd en résolution pour de grandes épaisseurs de roche. Et nous verrons dans la suite de ce document que dans le cas de la muographie par transmission, il est difficile d'estimer l'incertitude statistique de la densité dans la zone du contour (intersection entre la cible et l'air libre) de la cible où l'épaisseur de roche est faible. Une alternative serait d'utiliser la muographie pour reconstruire la densité pour de grandes épaisseurs où la résolution obtenue par gravimétrie est mauvaise et de n'utiliser la gravimétrie que pour estimer la densité dans la zone du contour du volcan. Les données de muographie pourraient peut-être aussi être utilisées pour régulariser les problèmes en gravimétrie. Nous décrirons dans les sections qui suivent la combinaison des données de gravimétrie et de muographie permettant de s'affranchir des faiblesses de chaque méthode et d'obtenir une meilleure sensibilité sur la reconstruction de la densité [27].

Un autre exemple d'utilisation de la gravimétrie est fourni par les mesures de gravité absolue sur le mont Vésuve, effectuées périodiquement depuis 1986 [28]. Des phénomènes dynamiques comme la géodynamique, l'activité volcanique et la sismicité peuvent produire des changements temporels de gravité, dont le spectre varie des périodes courtes (1-10 s) à des périodes plus longues (plus d'un an). Une éruption volcanique imminente, par exemple, est généralement associée à l'ascension du magma, produisant des changements dans la distribution de la densité en profondeur, et conduisant à la déformation du sol et aux changements de gravité observés en surface. Berrino et al. [29] ont décrit comment des mesures continues de la gravité peuvent améliorer la surveillance géophysique d'un volcan. Greco et al. [30], ont présenté l'état de l'art des mesures gravimétriques terrestres pour surveiller et étudier les volcans actifs.

## 2.2.2 Imagerie de densité par étude sismique

L'imagerie sismique vise à détecter des mouvements du sol induits par des ondes (émises par des tremblements de terre ou d'autres processus permettant de créer des ondes de choc) à l'aide de capteurs de vitesse ou d'accélération. En réalisant, par exemple, un enregistrement long d'un tremblement de terre, des pics de fréquence qui sont les modes propres de vibration de la terre sont mesurés. Leurs fréquences sont caractéristiques de la structure interne de notre planète. L'objectif est d'utiliser ces informations pour déterminer des informations sur la cible.

En supposant que le milieu étudié est isotrope et élastique, deux modules élastiques indépendants suffisent pour décrire la nature mécanique d'une cible : soient  $V_p$  et  $V_s$  les vitesses des ondes de compression et de cisaillement. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned} V_p &= \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \\ V_s &= \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \end{aligned} \tag{2.6}$$

où  $K$  et  $G$  sont le module de compressibilité et de cisaillement respectivement.

Cette technique ne permet pas d'estimer directement la densité mais plutôt (selon les équations ci-dessus) les termes  $\frac{f(K,G)}{\rho}$  où  $f$  est une fonction qui dépend de  $K$  et de  $G$ . Jointe avec la muographie qui permet d'estimer la densité, cette technique a le potentiel de fournir d'autres informations sur la roche à savoir par exemple, la porosité, la saturation en fluides, etc [31].

### 2.2.3 L'imagerie par résistivité électrique

L'imagerie par résistivité électrique permet, à partir des propriétés du sol (nature, teneur en eau, état de compacité, contenu argileux, salinité de l'eau) d'estimer la non uniformité du sol. Un courant électrique continu est injecté dans le sol à travers des électrodes et à partir du champ électrique résultant, qui dépend des hétérogénéités plus ou moins résistantes, sont déterminées des fractures [32], des cavités, la structure des sols.

La loi d'Archie (une loi empirique s'appliquant à des milieux poreux où la conductivité ionique domine) met en relation la résistivité  $\rho_r$  de la roche imbibée d'eau à celle de l'eau  $\rho_w$ , selon :

$$\rho_r = \rho_w a \Phi^{-m}, \tag{2.7}$$

où  $\Phi$  est la porosité et  $a$  et  $m$  sont deux paramètres. Cette relation peut s'écrire sous sa forme générale selon :

$$\frac{\rho_r}{\rho_w} = F, \tag{2.8}$$

avec  $F$  le facteur de formation.

En supposant que le milieu est homogène et en mesurant expérimentalement le facteur de formation  $F$ , la résistivité de la roche peut être estimée par cette approche. Mais de façon générale, le milieu n'est pas homogène. Par contre, en supposant que l'équation 2.8 est valable aussi en milieu inhomogène, la mesure de  $F$  donne une estimation du rapport  $\frac{\rho_r}{\rho_w}$ . De même, jointe avec la muographie, l'imagerie par résistivité électrique permet en plus d'avoir des informations sur les propriétés du sol notamment sa teneur en eau.

Girard et al. [33] présentent la méthodologie d'imagerie électrique haute résolution des aquifères côtiers en milieu volcanique. Pendant la dernière période d'éruption magmatique du volcan Aso, Minami et al. [34] ont mené une expérience de surveillance électromagnétique du volcan et ont réussi à détecter les variations temporelles de la structure de résistivité pendant cette période d'éruption. Ils ont utilisé une inversion tridimensionnelle par

éléments finis tétraédriques non structurés qui tenait compte des effets topographiques pour interpréter les variations temporelles.

Ces méthodes géophysiques conventionnelles présentent des faiblesses dans l'estimation de la densité d'une cible. Le problème est soit mal posé ou ne permet pas à lui seul d'estimer la densité. L'inversion est dite mal contrainte et la solution n'est pas unique ou elle est instable sous l'effet de petites variations dans les observations. Une approche consiste à régulariser les problèmes en leur imposant des contraintes supplémentaires pour enlever la non unicité et l'instabilité. Plusieurs techniques existent et Greenhalgh et al. [35] présentent sous une forme générale les solutions de recherche de minimisation locale les plus populaires pour les problèmes d'inversion en géophysique. Ils comparent également les différentes stratégies de régularisation. Pour une compréhension des méthodes d'optimisation, le lecteur pourra consulter Gill et al. [36]. Sambridge et Mosegaard [37] retracent le développement et l'application des méthodes Monte Carlo pour la résolution des problèmes inverses en géophysique. Ces méthodes Monte Carlo, pour résoudre les problèmes inverses en géophysique, ont la particularité d'éviter de tomber dans des minima locaux et permettent de s'affranchir de la dépendance à un modèle initial.

Jointes à la muographie, ces méthodes présentent de gros potentiels. Elles permettent non seulement d'avoir une estimation de la densité de la cible mais aussi d'autres informations qui peuvent être utiles dans l'étude d'un système hydrothermal actif.

## 2.3 Muographie 3D des volcans

La section 2.1 décrit comment la quantité de matière intégrée le long du parcours des muons peut être estimée à partir de la mesure de la transmittance et ainsi comment déduire une carte 2D de densité moyenne de la cible connaissant l'épaisseur de roche. En combinant plusieurs projections 2D soit en déplaçant le télescope pour ainsi mesurer la transmittance dans plusieurs positions différentes ou en utilisant simultanément plusieurs télescopes dans des positions différentes, une carte 3D de la densité de la cible peut être déterminée (exemple : Tanaka et al. [38], Barnoud et al. [27]).

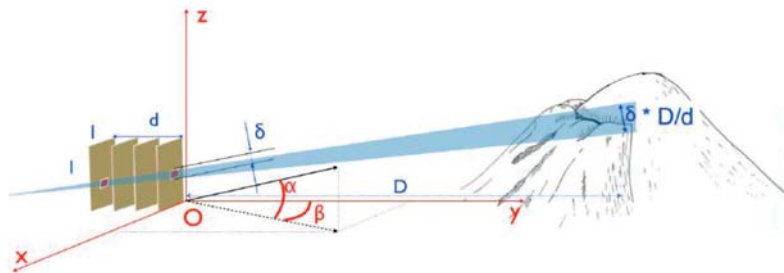


FIGURE 2.1 – Un exemple de télescope à muons [11] constitué de plusieurs plans de détection, avec une segmentation  $\delta$ , déployé à une distance  $D$  d'un volcan. Les plans de détection sont supposés être verticaux dont les plans externes sont espacés d'une distance de  $d$ .

Une technique de discrétisation du volume de la cible est décrite dans ce paragraphe



pour reconstruire la densité 3D de la cible. Soit le télescope de la figure 2.1, constitué de quelques plans de détection, dont les deux plans externes sont espacés d'une distance de  $d$  mètres. Soit  $\delta$  la segmentation de lecture des plans de détection et  $D$  la distance de la cible par rapport à la position du télescope. Une estimation de la résolution spatiale de la cible peut être donnée par :

$$res = \frac{\delta}{d} \times D. \quad (2.9)$$

Pour un calcul pratique, avec un télescope de 1 cm de segmentation dont les plans externes sont séparés de 1 m, placé à une distance de 1 km par rapport à la cible, nous obtenons un ordre de grandeur pour la résolution spatiale de 10 m. En supposant que la précision sur les données de topographie de la cible est meilleure que 10 m, la cible pourrait être décomposée en voxels de  $10^3 \text{ m}^3$  en supposant toutefois qu'on a suffisamment de muons dans chaque voxel pour pouvoir faire une reconstruction de densité. La figure 2.2 montre les notations utilisées pour une reconstruction de la densité 3D du volcan.

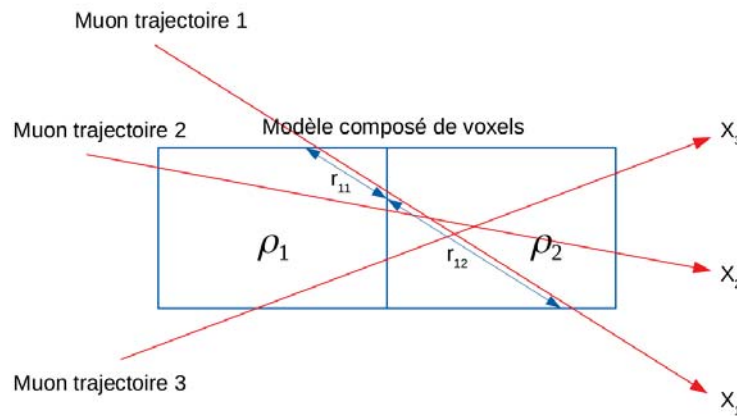


FIGURE 2.2 – Grandeurs utilisées pour une reconstruction de la densité 3D du volcan. Un muon dans la direction  $i$  traverse l'épaisseur densitométrique de roche totale  $X_i = \sum_j \rho_j \times r_{ij}$

Sur son chemin  $i$ , un muon traverse des voxels de densité  $\rho_j$  sur une distance  $r_{ij}$ . L'épaisseur densitométrique (densité x épaisseur de roche) parcourue par un muon selon la trajectoire  $i$  est alors la somme des  $\rho_j r_{ij}$ . En prenant en compte toutes les trajectoires des muons, l'épaisseur densitométrique peut s'écrire sous la forme matricielle donnée par :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nm} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_m \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Dans l'équation 2.10 les  $X_i, 1 \leq i \leq n$ , sont les quantités de matière intégrées le long du parcours des muons. Les voxels sont des unités de volume dont la dimension est définie par la résolution angulaire du télescope utilisé, la précision de la modélisation de

la cible par les données de topographie ainsi que le nombre de muons nécessaires pour reconstruire la densité. Il faudra par la suite utiliser des méthodes analytiques ou des algorithmes pour résoudre le système d'équations  $\mathbf{X} = \mathbf{R}\rho$ .

Tanaka et al. [38] ont utilisé cette technique sur le volcan Asama au Japon et ont obtenu une image sous le fond du cratère qui montre, avec une résolution spatiale de 100 m, qu'une région locale de faible densité accumule une pression de gaz suffisante pour provoquer une éruption volcanique. Miyamoto et Nagahara [39] ont développé et ils ont évalué la performance de deux méthodes mathématiques (inversion linéaire et rétro-projection filtrée) pour reconstruire la densité 3D d'une cible à partir des images muographiques multi-directionnelles. Leur inversion linéaire est basée sur la théorie développée en [40]. Une approche alternative est également développée dans Barnoud et al. [27].

## 2.4 Inversion jointe de muographie et gravimétrie

Une reconstruction 3D de la densité de la cible peut-être également obtenue en combinant la muographie et les données gravimétriques. Par exemple, Nishiyama et al. [41] ont développé une méthode jointe entre la muographie et les données d'anomalies gravimétriques afin de déterminer la structure de densité tridimensionnelle des volcans avec une résolution spatiale meilleure que ce que permet l'inversion gravimétrique seule. Ils ont présenté les résultats obtenus en appliquant la méthode proposée à un volcan au Japon (Showa-Shinzan). Jourde et al. [42] ont développé les expressions mathématiques des formules d'intégration tridimensionnelle de la densité en gravimétrie permettant d'exprimer les noyaux de résolution qui agissent comme des filtres spatiaux reliant la vraie structure de densité inconnue à la distribution de densité reconstruite à partir des données disponibles. Rosas-Carbajal et al. [43] ont inversé conjointement les données de muographie provenant de trois acquisitions simultanées avec un télescope et des données de gravité pour estimer la structure tridimensionnelle de la densité du dôme de La Soufrière de Guadeloupe.

Ici la formulation est développée de façon simple et le lecteur qui s'intéresse à une formulation plus exacte peut consulter [44]. La figure 2.3 présente les grandeurs utilisées lors d'une inversion jointe linéaire de muographie et de données gravimétriques.

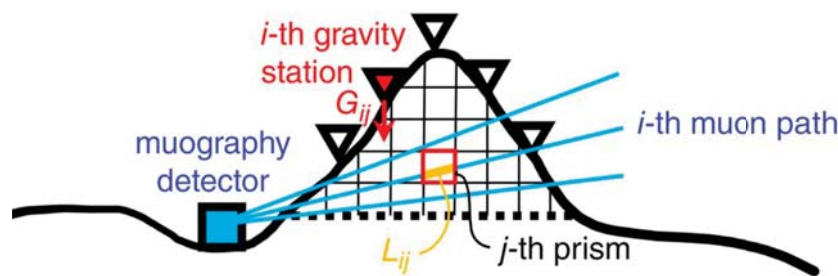


FIGURE 2.3 – Présentation schématique des différentes grandeurs utilisées dans une inversion jointe linéaire de muographie et de données gravimétriques [44]

Après avoir appliqué les corrections mentionnées plus haut pour isoler l'effet de variations locales permettant par la suite d'estimer la densité de la cible, la composante

verticale de l'effet gravitationnel produit à la station de gravimétrie  $i$  peut être écrite selon :

$$\Delta g_i = \sum_j^n G_{ij} \rho_j, \quad (2.11)$$

avec  $G_{ij}$  la contribution gravitationnelle par unité de densité du voxel  $j$  sur la station de gravimétrie  $i$ . L'épaisseur densimétrique  $X_i$  obtenue par muographie le long du parcours  $i$  peut être estimée par :

$$X_i = \sum_j^m L_{ij} \rho_j \quad (2.12)$$

où  $L_{ij}$  est l'épaisseur de matière le long du parcours  $i$  dans le voxel  $j$ .

Puisque les  $\rho_j$  dans les équations 2.11 et 2.12 sont des inconnues, nous pouvons sans aucun problème combiner ces deux équations en une seule sous sa forme matricielle donnée par :

$$\mathbf{d} = \mathbf{M}\boldsymbol{\rho}, \quad (2.13)$$

où les matrices  $\mathbf{d}$  et  $\boldsymbol{\rho}$  sont des matrices colonnes. Les matrices  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{M}$  sont définies respectivement par :

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{g} \\ \mathbf{X} \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

et

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{L} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Il faut enfin résoudre le système d'équations linéaires données par 2.13 pour trouver une estimation de la densité de la cible.

L'un des problèmes déjà relaté par quelques auteurs quand on fait de l'inversion jointe est que la muographie sous-estime la densité par rapport à la gravimétrie. Cela vient essentiellement d'une part d'une mauvaise estimation de la contribution des muons de basse impulsion qui affectent la mesure et d'autre part de la difficulté de rejeter ces muons. Cela a pour conséquence une surestimation du flux de muons atmosphériques transmis à travers la cible et donc une sous-estimation de la densité de la cible. Dans le cas de la Soufrière de Guadeloupe, Rosas-Carbajal et al. [43] ont estimé une différence de densité de  $0.47 \text{ g/cm}^3$  détectée par muographie par rapport à la gravimétrie. Cela induit un biais systématique sur la reconstruction de la densité par l'inversion jointe. Pour s'affranchir de ce biais, ils ont proposé de séparer la densité détectée par muographie de celle détectée par gravimétrie en reliant les deux vecteurs par une constante de biais  $\Delta\rho$ . Ils ont utilisé une constante de biais pour éviter d'avoir beaucoup plus d'inconnues dans le système d'équations linéaires. Toutefois, cette constante de biais ne résout malheureusement pas le problème. En effet, si cette différence de densité détectée par chacune des méthodes

provient essentiellement du bruit des muons du côté de la muographie, alors elle n'est pas constante suivant chaque direction d'observation (section 6.5.2). Le mieux serait d'estimer plus précisément l'effet sur la mesure des muons qui diffusent et d'essayer de les rejeter plus efficacement.

La bibliothèque utilisée durant cette thèse (section 3.4) qui assure le transport des muons à travers une cible, permettant d'estimer le flux transmis des muons, résout le premier problème. En effet, la simulation précise des muons de basse énergie y a été particulièrement pris en compte, ce qui nous permet de mieux estimer l'effet de ce type de bruit sur la mesure. Dans la section 6.5.2, l'étude de l'effet de ces muons qui diffusent est présentée. Nous verrons que cet effet (quantifié en terme de biais) n'est pas constant selon chaque direction d'observation et dépend effectivement du seuil en énergie qui peut être fixé. Mais il est aussi sujet à des fluctuations statistiques qui ne peuvent pas être corrigées. Nous verrons également dans la section 5.2 la technique que nous utilisons dans l'expérience MIM (Muon IMaging) pour rejeter statiquement ces muons de basse impulsion. Ce qui nous permettra de s'affranchir de ce problème rencontré dans l'inversion jointe.

## 2.5 Avantages et inconvénients de la muographie

Dans la section précédente, la muographie est placée dans le contexte de l'imagerie géophysique en soulignant son potentiel, jointe avec d'autres mesures géophysiques. Dans cette section, quelques avantages et inconvénients d'utiliser la muographie sont décrits.

La muographie présente quelques avantages par rapport aux techniques géophysiques conventionnelles. L'un des plus importants est que la muographie permet une mesure à distance, ce qui est fortement préférable dans le cas des cibles difficilement accessibles ou des volcans en activité. Dans ce cas, on installe le(s) télescope(s) dans des endroits appropriés et on les contrôle à distance. Les méthodes géophysiques conventionnelles, par contre, exigent généralement que les détecteurs soient déployés en permanence sur site.

Contrairement aux techniques d'imagerie en géophysique, le problème en muographie 2D est bien posé et la solution est unique. La lecture en temps réel de la plupart des technologies employées dans les télescopes à muons permet en outre, une surveillance en temps réel des édifices volcaniques, ce qui n'est pas faisable par exemple par imagerie gravimétrique. L'un des inconvénients de la muographie est qu'elle nécessite, pour traverser la cible, des muons de haute énergie et qu'il en existe très peu. Pour en avoir suffisamment, il faut soit augmenter la taille des télescopes ou rester sur site plus longtemps. Un autre inconvénient est la difficulté de contrôler le seuil en énergie des muons, pour rejeter ceux de basse énergie qui polluent la mesure. En effet, des muons de basse impulsion diffusent et arrivent dans les directions à reconstruire comme s'ils venaient de traverser la cible. Ces derniers peuvent potentiellement compromettre la mesure.

En utilisant les muons atmosphériques, une ressource naturelle durable et continue, la muographie offre l'avantage de pouvoir observer une structure sur une longue durée et à n'importe quel endroit du globe, sans qu'il soit nécessaire de générer une source active. Ce qui réduit le coût opérationnel par rapport à certaines techniques d'imagerie géophysiques conventionnelles, comme par exemple l'imagerie par étude sismique où il faut, en fonction du cas d'étude, créer des chocs sur l'édifice étudié. Ces mouvements

vont induire des ondes qui par la suite seront captées par les sismomètres. La muographie est donc très compétitive pour radiographier des cibles de l'ordre du kilomètre comme les volcans.

# Chapitre 3

## Les muons atmosphériques et leur interaction avec la matière

Le flux transmis des muons atmosphériques à travers une cible, utilisé par la muographie pour inférer la densité, dépend du flux primaire des muons, de la cible et de l'interaction de ces muons avec la cible. Dans ce chapitre nous décrirons les muons atmosphériques, leur production dans la haute atmosphère ainsi que leur propagation dans l'atmosphère. Ensuite nous décrirons leur transport à travers la matière.

Nous commencerons par un rappel de quelques notions de base du Modèle Standard de la physique des particules. Ensuite, nous présenterons quelques modèles de flux primaire de muons atmosphériques utilisés dans la littérature ainsi que le modèle de flux primaire obtenu par simulation détaillée avec CORSIKA [45] et qui a été utilisé durant ces travaux de recherche.

### 3.1 Quelques notions sur le Modèle Standard de la physique des particules

Le Modèle Standard [46] de la physique des particules est le fruit de décennies de recherche expérimentale et théorique. Il décrit les particules connues actuellement et leurs interactions. Certaines de ces particules que décrit le Modèle Standard ont été observées et d'autres commencent à être étudiées comme le fameux boson de Higgs qui a été prédit en 1964, et découvert en 2012 au LHC. Le couplage du Higgs avec d'autres particules a déjà été mesuré et des études sont actuellement en cours pour mesurer par exemple l'auto-couplage du Higgs. Développer le Modèle Standard dépasse le cadre de ce document. L'idée est ici de présenter un bref historique de cette théorie et les particules qu'elle décrit, notamment les muons qui nous intéressent. Le lecteur curieux de découvrir cette théorie peut consulter des articles comme [46] et [47] et les références qui y sont citées.

Le Modèle Standard repose sur la mécanique quantique et la théorie de la relativité restreinte d'Einstein. L'électrodynamique quantique (QED) qui est la théorie quantique et relativiste de l'interaction électromagnétique est le point de départ du Modèle Standard. Après que C. N. Yang et R. Mills en 1954, tentent de généraliser la QED en développant les théories de champs de jauge, ces dernières deviennent l'outil indispensable pour l'éla-

boration du Modèle Standard. En particulier, ces outils ont été utilisés lors de la première tentative d'unification des interactions faible et électromagnétique en une théorie électrofaible par S. L. Glashow en 1961. Le Modèle Standard a été "finalisé" après que Glashow, J. Iliopoulos et L. Maiani aient réussi à intégrer les quarks à la théorie électrofaible en prédisant l'existence d'un quatrième quark, le charme. Plus tard, la chromodynamique quantique (QCD) a été ajoutée à la théorie électrofaible pour expliquer l'interaction forte.

Le Modèle Standard de la physique des particules permet d'avoir une vue remarquable de la structure fondamentale de la matière. L'univers et tout ce qui s'y trouve, selon cette théorie, est constitué de quelques briques fondamentales appelées particules fondamentales. Ces dernières sont les plus petites structures de la matière connues actuellement, et elles sont liées par seulement trois types d'interactions : l'interaction électromagnétique, l'interaction faible et l'interaction forte. Cette théorie, par contre, ne permet pas d'intégrer l'interaction gravitationnelle qui elle, résiste toujours à une théorie quantique. Les particules que décrit ce modèle sont au nombre de 25 (voir figure 3.1).

- 12 bosons (spin 1) qui sont des vecteurs d'interaction ;
- 12 fermions (spin 1/2) qui sont les particules de matière ;
- 1 particule (spin 0), le  $H^0$  qui permet de mélanger les interactions faible et électromagnétique et de donner une masse aux bosons  $W$  et  $Z^0$  et aux fermions élémentaires.

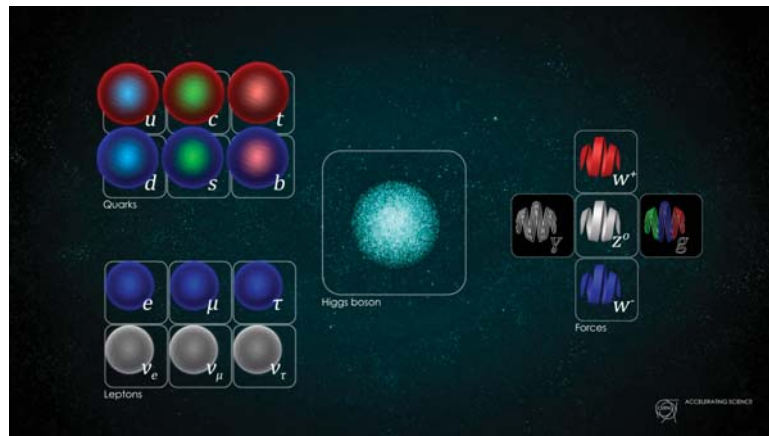


FIGURE 3.1 – Particules du Modèle Standard de la physique des particules (Image : Daniel Dominguez/CERN) [48]

Les quarks et les leptons forment donc toute la matière qui nous entoure. Ces particules de matière sont classées en trois générations. Les muons sont des particules élémentaires appartenant à la deuxième génération des fermions. Ils ont la même charge électrique que les électrons et ils sont environ 200 fois plus massiques ce qui leur confère un pouvoir très pénétrant dans la matière. Ils sont par conséquent de vrais candidats pour radiographier des cibles denses de l'ordre du kilomètre comme les volcans. Les sections suivantes traiteront de la création des muons atmosphériques que nous utilisons dans la muographie, ainsi que de la modélisation de leur flux primaire et leur interaction avec la matière.

### 3.2 Création des muons atmosphériques

Les muons atmosphériques sont produits par interaction des rayons cosmiques avec les protons de l'atmosphère à très haute altitude ( $\sim 35$  km). En effet, des rayons cosmiques primaires, provenant de différentes galaxies, voyagent constamment dans l'atmosphère et ils interagissent avec ses protons en créant une cascade de particules appelées particules secondaires des gerbes atmosphériques. Ses rayons cosmiques sont formés de protons en grande majorité, de noyaux légers (jusqu'au Fer), de photons et bien d'autres particules. Les rayons cosmiques sont des particules ionisantes qui ont été découvertes en 1912. Ils ont été mesurés de manière la plus exhaustive possible depuis leur découverte [49,50]. Les mesures effectuées par Compton [51] sur l'effet de la latitude sur leur flux et l'effet Est-Ouest prédit par Rossi [52–54] ont prouvé que les rayons cosmiques sont majoritairement des particules chargées.

En fonction de leur énergie et de leur durée de vie, certaines de ces particules secondaires vont pouvoir traverser une distance plus ou moins grande dans l'atmosphère et peuvent arriver jusqu'au niveau de la mer. D'autres, au contraire, vont se désintégrer pour créer, à leur tour, d'autres particules. Parmi ces particules secondaires qui se désintègrent pour en créer d'autres, existent les pions et les kaons (voir la figure 3.2).

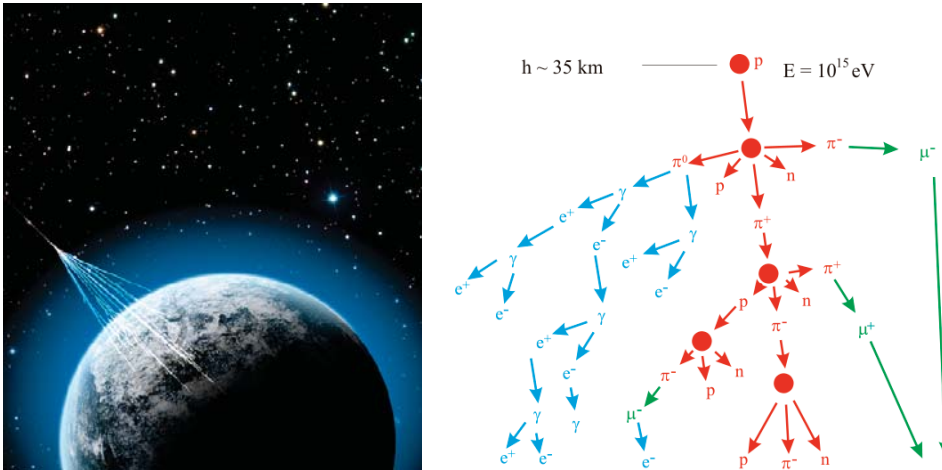


FIGURE 3.2 – Gauche : gerbe produite par interaction d'un rayon cosmique avec l'atmosphère ; droite : exemple de composition d'une gerbe en particules.

À mesure que ces particules secondaires produites par interaction des rayons cosmiques avec l'atmosphère voyagent, elles perdent de l'énergie et à partir d'une certaine énergie seuil il devient plus probable pour les pions et kaons de se désintégrer au lieu d'interagir avec d'autres particules. À ce stade, il existe des voies où les pions et les kaons se désintègrent en muons (équation 3.1).

$$\begin{aligned} \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \text{ et } \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \text{ (99.98\%)} \\ K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \text{ et } K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \text{ (64\%)} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Les muons quant à eux, ont une durée de vie de  $2.2 \mu\text{s}$  mais comme ils sont relativistes, ils arrivent jusqu'au niveau de la mer facilement avec une plage d'énergie allant de



quelques MeV à quelques PeV. Ce spectre d'énergie très large des muons est exploité par la muographie pour étudier des cibles allant de quelques mètres à quelques kilomètres. Parmi les particules produites par interaction des rayons cosmiques avec l'atmosphère et qui arrivent jusqu'au niveau de la mer, se trouvent des électrons, des protons et bien d'autres particules (figure 3.2 droite). Les muons proviennent essentiellement de la désintégration des pions et des kaons.

Sur la figure 3.3 est montrée une estimation du flux de muons atmosphériques en fonction de l'énergie des muons pour trois directions :  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 78.5^\circ$ ,  $\theta = 90^\circ$  en différentes altitudes obtenue par simulation avec MCEq [55].

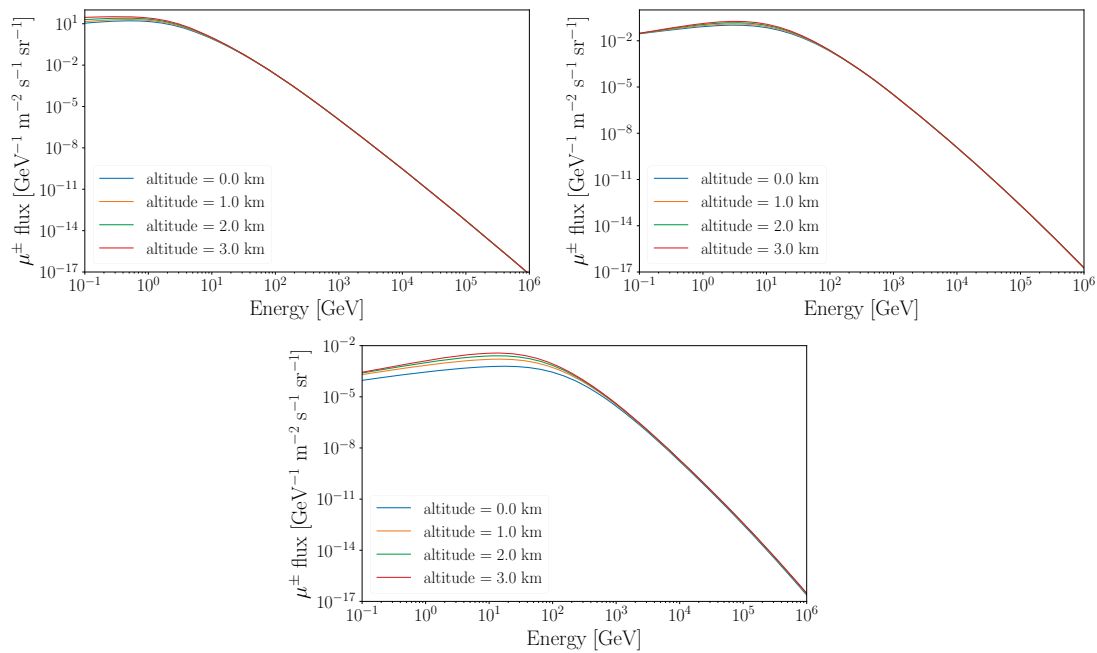


FIGURE 3.3 – Estimation du flux de muons atmosphériques en fonction de l'énergie des muons pour trois directions :  $\theta = 0^\circ$  (haut, gauche),  $\theta = 78.5^\circ$  (haut, droite),  $\theta = 90^\circ$  (bas) en différentes altitudes obtenue par simulation avec MCEq [55].

### 3.3 Modélisation du flux primaire des muons atmosphériques

Dans le chapitre 2, nous avons décrit le problème inverse en muographie 2D. Nous avons montré également comment la densité de la cible peut être extraite à partir de la mesure de la carte de la transmittance. Dans cette section nous étudions la modélisation du flux primaire des muons atmosphériques permettant d'estimer cette transmittance. Ce flux primaire peut être estimé soit de façon analytique ou par simulation détaillée des désintégrations de rayons cosmiques avec l'atmosphère et de la propagation des gerbes atmosphériques.

Nous allons d'abord présenter un modèle de flux primaire de muons atmosphériques obtenu par simulation détaillée et qui a été utilisé durant ces travaux de recherche. Ensuite nous décrirons le modèle analytique de Gaisser qui décrit le flux primaire de muons atmosphériques et qui est souvent utilisé par les expériences de muographie.

### 3.3.1 Modèle du flux primaire avec CORSIKA

Pour pouvoir utiliser les gerbes atmosphériques dans des simulations, il faut modéliser leur transport à travers l'atmosphère. CORSIKA (COsmic Ray SIMulations for KASCADE) [45], un programme de simulation détaillée des gerbes atmosphériques est souvent utilisé pour modéliser le flux primaire des muons atmosphériques qui nous intéressent. Dans cette section nous allons décrire brièvement les ingrédients pris en compte par CORSIKA pour modéliser le transport des gerbes atmosphériques à travers l'atmosphère. Ensuite nous présenterons le modèle de flux primaire obtenu par simulation détaillée qui a été utilisé dans ce document.

CORSIKA a été initialement développé pour effectuer des simulations dans l'expérience KASCADE [56]. L'objectif principal était d'obtenir des informations sur la composition des rayons cosmiques primaires à hautes énergies. L'approche basique de cette expérience était de mesurer un grand nombre de paramètres des gerbes et de les relier à la nature et aux caractéristiques des rayons cosmiques à l'origine des gerbes. Le programme de simulation a été affiné au cours d'une trentaine d'années. Un aperçu des résultats de l'expérience KASCADE est présenté dans [57]. Le développement et l'amélioration du programme CORSIKA ont été toujours guidés par le besoin de prédire non seulement des estimations correctes des valeurs moyennes des observables mais aussi de reproduire correctement les fluctuations autour de ces valeurs moyennes.

CORSIKA permet facilement d'étudier l'interaction des rayons cosmiques avec les protons de l'atmosphère et aussi le développement et le transport des gerbes dans l'atmosphère. Il faut aussi préciser que l'un des défis de CORSIKA est d'extrapoler les interactions hadroniques à très haute énergie qui ne sont pas contraintes par des données expérimentales. Plusieurs modèles d'interaction ont été donc implémentés et l'écart entre leurs prédictions permet d'estimer l'effet systématique dû aux extrapolations à haute énergie.

Avec CORSIKA, on peut aussi étudier le développement longitudinal des gerbes électromagnétiques et la densité des électrons dans toutes les directions d'observation. Il traite aussi la production de rayonnement de Cherenkov. Il inclut une description détaillée de l'atmosphère et la variation de sa densité avec l'altitude. Enfin, pour les gerbes proches de l'horizontale, divers profils de densité dépendant de l'angle zénithal sont fournis. Ces derniers tiennent compte de l'influence de la courbure de la Terre dans la modélisation de l'atmosphère.

Le modèle de flux primaire de muons atmosphériques utilisé pendant la thèse a été obtenu par simulation détaillée avec CORSIKA à partir de l'interaction primaire des rayons cosmiques avec l'atmosphère et en arrêtent le transport des gerbes à une altitude de 1.6 km. Cette altitude reste valable tant que les cibles étudiées font moins de 1.6 km de hauteur. Ainsi nous nous assurons que les muons arrivent bien de partout et se propagent à travers toute la cible. Les modèles d'interaction à haute énergie, EPOS LHC et à basse énergie FLUKA ont été utilisés pour estimer ce flux primaire. La figure 3.4 montre

l'estimation du flux de muons atmosphériques obtenue, en fonction de l'énergie des muons et leur direction, repérée par l'angle zénithal  $\theta$ .

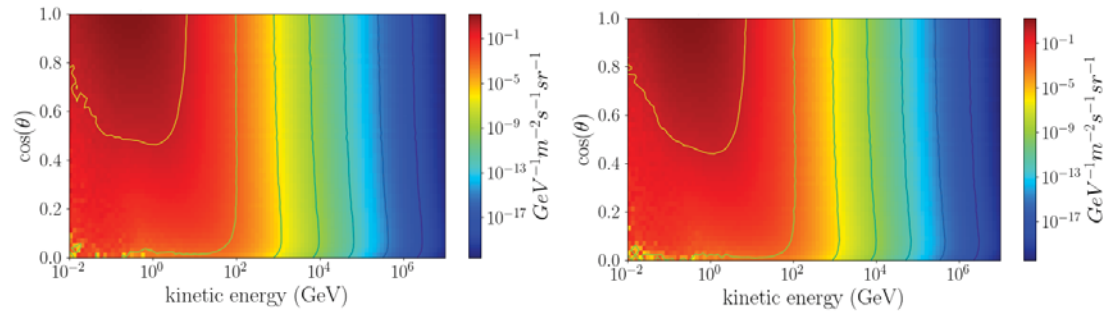


FIGURE 3.4 – Estimation du flux primaire de muons atmosphériques à l'altitude 1.6 km pour des muons négatifs (gauche) et positifs (droite) en fonction de l'énergie cinétique et la direction des muons, obtenue par simulation détaillée avec CORSIKA [45]

Dans la direction verticale, à l'altitude de 1.6 km, il y a beaucoup plus de muons atmosphériques de basse énergie. Ces muons ne pourront probablement pas traverser les cibles étudiées (de l'ordre du kilomètre de roche). Ils vont peut-être, après diffusion dans l'atmosphère ou déflexion sous l'effet du champ géomagnétique, pointer dans la région du télescope s'ils ne sont pas préalablement arrêtés par interaction avec l'atmosphère ou le milieu proche. Ils constituent une sorte de bruit de fond pour la mesure et leurs effets doivent être étudiés et minimisés au mieux. Le nombre de muons diffusés est de loin supérieur au nombre de muons balistiques qui survivent après propagation à travers la cible et qui apportent, par conséquent, de l'information dans la direction visée.

Dans la suite de ce document, des études de l'effet de ce type de bruit, induit par les muons de basse énergie, seront présentées. Dans le chapitre 4, la technique utilisée dans l'expérience MIM pour rejeter statistiquement ces muons de basse énergie dans la mesure sera également présentée. Nous étudierons leurs effets sur l'estimation du flux transmis des muons balistiques en faisant varier le seuil en énergie des muons transmis jusqu'à la surface du télescope. Ce qui nous permet d'avoir, par exemple, un ordre de grandeur du seuil en énergie des muons transmis qu'il faut considérer pour mieux reconstruire la densité de la cible.

### 3.3.2 Le modèle de Gaisser

Gaisser et al. [58] ont proposé un modèle analytique qui décrit le flux primaire de muons atmosphériques sur une large fenêtre en énergie et en angle zénithal. Ce modèle est basé sur les hypothèses suivantes :

- seuls les muons issus de la désintégration des mésons  $\pi$  et  $K$  sont considérés ;
- la perte d'énergie des muons dans l'atmosphère et leur désintégration sont supposées négligeables. Ces effets deviennent importants pour une énergie de muons inférieure à 100 GeV ;
- la courbure de la Terre, et donc de l'atmosphère, est négligée. Ce modèle n'est donc valable que dans le domaine où  $\theta \leq 70^\circ$  avec  $\theta$  l'angle zénithal de la direction des muons.

Selon ce modèle, le flux différentiel de muons atmosphériques suit le même spectre en énergie que les rayons cosmiques ( $\propto E^{-2.7}$ ). Le flux différentiel des muons peut donc être paramétré sous la forme :

$$\frac{dN(E_\mu, \theta)}{dE_\mu} = \frac{0.14E_\mu^{-2.7}}{cm^2 \cdot s \cdot sr \cdot GeV} \left( \frac{1}{1 + \frac{1.1E_\mu \cos \theta}{115 GeV}} + \frac{0.054}{1 + \frac{1.1E_\mu \cos \theta}{850 GeV}} \right), \quad (3.2)$$

où  $E_\mu$  est l'énergie des muons en GeV.

Dans l'équation 3.2,  $\epsilon_\pi = \frac{115E_\mu}{\cos \theta}$  et  $\epsilon_K = \frac{850E_\mu}{\cos \theta}$  sont respectivement les énergies critiques définies comme étant les énergies au delà desquelles les pions et kaons vont en moyenne interagir avec un atome avant de se désintégrer. Les constantes qui apparaissent dans ces définitions sont liées à la cinématique des particules.

### 3.3.3 Le modèle de Gaisser amélioré

Des corrections peuvent être apportées au modèle de Gaisser pour prendre en compte la courbure de la terre et donc d'étendre son domaine de validité aux angles  $\theta > 70^\circ$ . Pour tenir compte de cet effet, Chirkin [59] a proposé une correction en remplaçant  $\cos \theta$  dans l'expression 3.2 par un  $\cos \theta^*$  donné par :

$$\cos \theta^* = \sqrt{\frac{(\cos \theta)^2 + p_1^2 + p_2(\cos \theta)^{p_3} + p_4(\cos \theta)^{p_5}}{1 + p_1^2 + p_2 + p_4}} \quad (3.3)$$

Il introduit également la désintégration et la perte d'énergie des muons dans l'atmosphère en utilisant un indice spectral de 2.715 au lieu de 2.7. Un facteur de normalisation global ( $A = 0.701$ ) peut être alors calculé en normalisant le flux différentiel aux valeurs prédites par le programme de simulation CORSIKA.

Dans l'équation 3.3, les paramètres  $p_i$  sont fournis par la tabulation de Voloka [60]. Une ré-formulation de 3.2 a été proposée par Guan et al. [60] par ajustement de données expérimentales en y ajoutant un terme en  $E_\mu^{-2.7}$  pour conserver la forme fonctionnelle de Gaisser quand l'énergie des muons augmente. Le modèle "modifié" est alors donné par :

$$\begin{aligned} \frac{dN(E_\mu, \theta)}{dE_\mu} = 0.14 & \left[ \frac{E_\mu}{GeV} \left( 1 + \frac{3.64 GeV}{E_\mu (\cos \theta^*)^{1.29}} \right) \right]^{-2.7} \\ & \times \left[ \frac{1}{1 + \frac{1.1E_\mu \cos \theta^*}{115 GeV}} + \frac{0.054}{1 + \frac{1.1E_\mu \cos \theta^*}{850 GeV}} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sur la figure 3.5 est montré le flux des muons atmosphériques au niveau de la mer en fonction de l'énergie  $E_\mu$  des muons, prédit à partir de l'équation 3.4, pour différents angles zénithaux.

Le tableau 3.1 récapitule l'estimation du flux total des muons en ciel libre au niveau de la mer pour différents intervalles d'énergie des muons et pour chacun de ces zéniths. La majorité de ces muons ont une énergie comprise entre 1 MeV et 100 GeV. Par exemple, en ne considérant que les muons d'énergie comprise entre 1 MeV et 100 GeV, le flux total pour les muons verticaux ( $\theta = 0^\circ$ ) est environ 3.4 fois supérieur au flux total des muons au zénith  $56^\circ$ . Au delà de 100 GeV, le flux total varie peu avec la direction, excepté dans

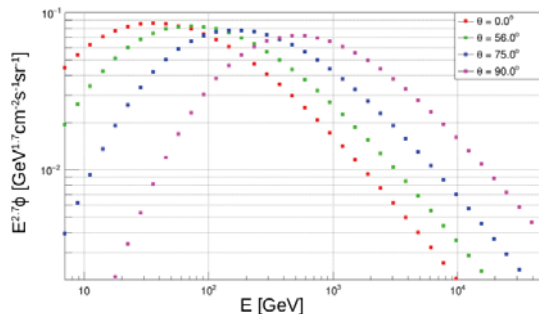


FIGURE 3.5 – Flux différentiel de muons atmosphériques au niveau de la mer en fonction de l'énergie des muons, calculé à partir de l'équation 3.4, pour différents zéniths.

la direction horizontale où le flux total est inférieur d'un facteur 5 par rapport aux autres directions.

$\theta$	$\phi_{tot}(10^{-3} \leq E_{\mu} \leq 10^2)$	$\phi_{tot}(10^2 \leq E_{\mu} \leq 10^4)$
$0^{\circ}$	$64.3192 \pm 0.4040$	$0.0957 \pm 0.0010$
$56^{\circ}$	$18.8180 \pm 0.1235$	$0.1103 \pm 0.0011$
$75^{\circ}$	$3.7989 \pm 0.0258$	$0.1324 \pm 0.0012$
$90^{\circ}$	$0.0412 \pm 0.0004$	$0.0221 \pm 0.0001$

TABLE 3.1 – Estimation du flux total des muons en ciel libre au niveau de la mer pour différents intervalles d'énergie des muons en différents zéniths. L'énergie  $E_{\mu}$  des muons est en GeV et le flux  $\phi_{tot}$  en  $\text{GeV}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ .

Le flux primaire des muons atmosphériques dépend de plusieurs paramètres comme par exemple l'altitude à laquelle il est estimé, la direction et l'énergie des muons. D'autres paramètres peuvent aussi influencer le flux primaire des muons atmosphériques et sont difficiles à prendre en compte dans les modèles analytiques. Par exemple les anisotropies du champ magnétique interplanétaire et l'activité du soleil (cycle entre 11 et 22 ans) affectent seulement les muons de basse énergie, en dessous du GeV. Les variations de température de l'atmosphère [61,62] conduisent aussi à des variations de l'ordre de quelques pour-cents du flux de muons atmosphériques à basse énergie.

La dernière étape est de propager le flux de muons atmosphériques depuis l'altitude où il a été estimé soit avec CORSIKA ou par des modèles analytiques jusqu'au niveau du télescope en traversant la cible. Plusieurs programmes de simulation existent et ils pourraient être utilisés dans ce cas, notamment Geant4 (Geometry ANd Tracking) [63], un ensemble d'outils Monte Carlo permettant de simuler le passage de particules à travers la matière. Geant4 comprend, en outre, une gamme complète de fonctionnalités, notamment le suivi, la géométrie, les modèles physiques. Il existe aussi un algorithme Monte Carlo flexible et précis appelé MUM [64] permettant de propager les muons à travers la matière. Durant ces travaux de recherche, la bibliothèque PUMAS [65] a été utilisée. Dans la section suivante nous allons justifier ce choix.

### 3.4 PUMAS, un moteur de transport des leptons muon et tau

PUMAS [65] est un moteur de transport des leptons muon et tau dans la matière. Il est développé par Valentin Niess et il peut fonctionner avec un niveau de détail configurable, allant d'un mode déterministe rapide (CSDA) à une simulation Monte Carlo détaillée. Il est particulièrement bien adapté aux applications de muographie. En effet, cette bibliothèque a été conçue uniquement pour le transport des leptons muon et tau, ce qui facilite grandement son optimisation en terme de vitesse de calcul. En outre, la propagation des muons, dans PUMAS, peut se faire aussi par rétro-propagation c'est-à-dire que les particules peuvent être générées depuis le télescope et vont, à rebours, jusqu'à une altitude maximale fixée dans les simulations. Vu la taille du télescope par rapport à la cible, ce mode de transport nous permet de gagner en temps de simulation et en ressources CPU.

La figure 3.6 montre la comparaison du flux de muons attendus à travers la roche standard, en fonction de l'épaisseur de roche traversée, pour chacun des programmes de simulation cités plus haut.

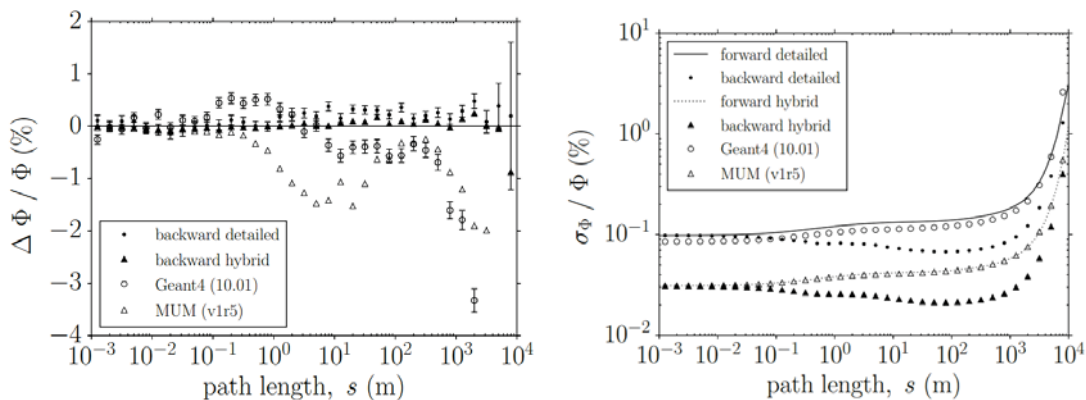


FIGURE 3.6 – Gauche : différences relatives du flux transmis de muons atmosphériques par rapport au flux de muons balistiques estimé pour une simulation en mode direct dans la roche standard en fonction de l'épaisseur de roche ; droite : erreurs relatives Monte Carlo sur le flux intégré dans la roche standard en fonction de l'épaisseur de roche [65].

La roche standard est un matériau fictif dont les propriétés se rapprochent d'une roche moyenne de la mine de sel de Cayuga Rock près d'Ithaca, dans l'État de New York. Elle est supposée constituer d'un seul atome fictif de "rockium" (Rk) avec  $Z = 11$  et  $A = 22$  g/mol. Elle possède la structure électronique du carbonate de calcium, mais sa densité est de  $2.65$  g/cm<sup>3</sup>.

En dessous de quelques centaines de mètres d'épaisseur de roche, Geant4 et PUMAS sont en bon accord ( $\sim 0.5\%$ ). Par contre, MUM montre de plus grandes déviations (2%) sur toute la plage d'énergie étudiée. Par contre, l'incertitude relative  $\frac{\sigma\Phi}{\Phi}$  visible sur le graphique de droite de la figure 3.6 est faible en comparaison avec les différences observées sur l'estimation du flux relatif  $\frac{\Delta\Phi}{\Phi}$ . Cela vient du fait que le mode "hybrid" utilise une tabulation du nombre total de longueurs d'interaction tandis que le mode détaillé utilise

une tabulation de la section efficace totale. Dans ce cas, cette différence observée peut être considérée comme une incertitude systématique.

Sur la figure 3.7 est montrée la comparaison du temps de traitement  $\tau_{100}$  nécessaire pour simuler le transport des muons en fonction de la longueur de propagation  $s$  avec une incertitude statistique de 1% sur le taux intégré de muons pour les trois programmes de simulation. Le mode de transport “forward” de PUMAS correspond à la simulation des muons en sens direct c’est-à-dire à partir de l’atmosphère jusqu’au télescope, tandis que le mode de transport “backward” correspond à la simulation à rebours des muons.

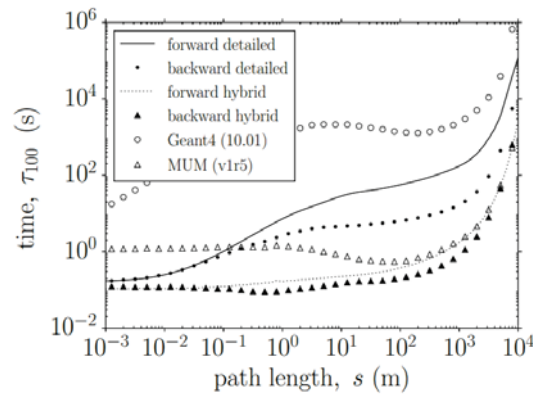


FIGURE 3.7 – Temps de traitement nécessaire  $\tau_{100}$  pour simuler le transport des muons en fonction de la longueur de propagation  $s$  pour les programmes de simulation Geant4, PUMAS et MUM. Le nombre de muons propagés est choisi pour obtenir une incertitude statistique de 1% sur le taux intégré de muons transmis. Le mode de transport “forward” de PUMAS correspond à la simulation des muons en sens direct c’est-à-dire à partir de l’atmosphère jusqu’au télescope, tandis que le mode de transport “backward” correspond à la simulation à rebours des muons. Les temps de traitement pour des simulations détaillées et pour des muons balistiques sont également montrés [65].

En considérant les simulations détaillées, même en mode direct, PUMAS est plus efficace que Geant4. En outre, du côté de PUMAS, la simulation à rebours permet de gagner un facteur 10 à grandes épaisseurs de roche par rapport au mode direct. Il faut également noter que MUM et PUMAS ont des performances similaires (10%) pour des épaisseurs de roche au delà de quelques centaines de mètres. Deux ou trois ordres de grandeur peuvent être gagnés sur les ressources CPU nécessaires pour la simulation en optimisant la stratégie de simulation avec PUMAS :

- en utilisant le mode de transport à rebours ;
- en utilisant une simulation détaillée des muons de basse énergie et en désactivant la diffusion quand l’énergie des muons est supérieure à 100 GeV.

PUMAS est donc un très bon choix pour le transport de muons atmosphériques sur de très grandes distances.

Dans la section suivante, le transport des muons avec PUMAS jusqu’au télescope est décrit. Dans un premier temps nous étudions l’estimation du flux de muons atmosphériques au niveau de la mer. Cette étude nous permet, en particulier, de valider le modèle de flux primaire utilisé en déterminant une normalisation par rapport aux données expé-



rimentales.

### 3.5 Transport des muons jusqu'au télescope

Pour estimer le flux des muons atmosphériques transmis à travers la cible, il faut propager le flux primaire jusqu'au télescope. Comme nous venons de le voir, le mode de rétro-propagation des muons dans PUMAS, permet de gagner considérablement en temps de simulation et en ressources CPU. Propager les muons à rebours constitue donc un moyen très efficace en muographie. Dans la section 3.7 le principe de ce mode de rétro-propagation des muons sera brièvement décrit.

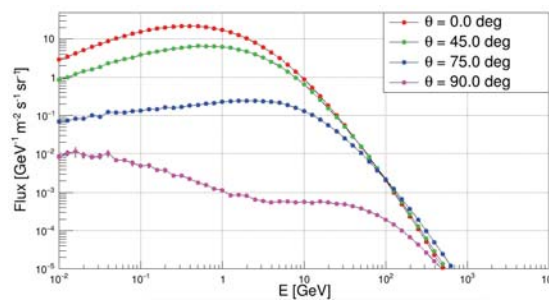


FIGURE 3.8 – Estimation du flux de muons atmosphériques en ciel libre au niveau de la mer en fonction de l'énergie cinétique des muons pour quatre directions :  $\theta = 0^\circ$  (muons verticaux),  $\theta = 45^\circ$ ,  $\theta = 75^\circ$ ,  $\theta = 90^\circ$  (muons horizontaux).

#### 3.5.1 Transport des muons à travers l'atmosphère

PUMAS a été utilisé pour estimer le flux de muons atmosphériques en ciel libre (sans présence d'aucune cible) au niveau de la mer à partir du flux estimé avec CORSIKA à 1.6 km d'altitude. Pour valider le modèle de flux primaire utilisé dans ce document, les résultats de cette simulation ont été comparés avec des mesures publiées par quelques expériences. Le flux primaire obtenu avec CORSIKA à l'altitude de 1.6 km a été injecté dans PUMAS qui transporte par la suite les muons dans l'atmosphère jusqu'au niveau de la mer. L'atmosphère a été modélisée par un ensemble de sphères concentriques de pressions et de températures différentes. Un modèle où la densité varie exponentiellement avec l'altitude a été utilisé pour l'atmosphère, tel que décrit dans [66].

L'estimation du flux de muons atmosphériques au niveau de la mer, obtenue avec PUMAS, est montrée sur la figure 3.8 en fonction de l'énergie des muons pour différentes directions d'arrivée de ces muons. Hormis pour les muons horizontaux ( $\theta = 90^\circ$ ), la figure montre qu'à haute énergie (au delà de quelques dizaines de GeV) le flux varie peu avec la direction. C'est un avantage pour la muographie puisqu'il faut assez de muons dans toutes les directions avec suffisamment d'énergie capables de traverser les cibles étudiées et d'arriver dans la région du télescope. Ce modèle de flux de muons atmosphériques de la figure 3.8 est celui utilisé durant la thèse.

Dans [67], une synthèse est faite des mesures fournies par plusieurs expériences, notamment BESS et une expérience à DESY. Une comparaison de ces mesures avec les



résultats de notre simulation est montrée sur la figure 3.9. Dans les deux cas extrêmes des muons verticaux et proches de l’horizontale ( $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 75^\circ$ ), les simulations et les mesures sont en bon accord, l’écart maximal étant de 12%.

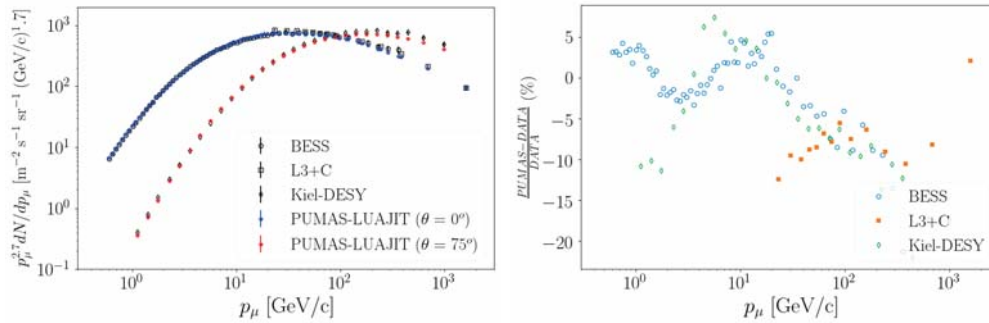


FIGURE 3.9 – Gauche : comparaison du flux de muons atmosphériques en ciel libre au niveau de la mer, estimé par PUMAS à partir du flux prédit par CORSIKA à 1.6 km avec le flux mesuré par les expériences BESS, L3+C et DESY [67], en fonction de l’impulsion des muons. Droite : différence relative entre notre simulation et les mesures, toujours en fonction de l’impulsion des muons. L’écart maximal est de 12%.

### 3.5.2 Transport des muons à travers la cible

Le flux transmis des muons atmosphériques dépend non seulement du flux primaire mais également des caractéristiques de la cible, c’est-à-dire de la quantité de matière que les muons ont à traverser et de l’interaction des muons avec la matière de la cible. Dans cette section nous allons d’abord présenter la modélisation des cibles étudiées durant la thèse. Ensuite, nous décrivons la modélisation du transport des muons à travers la cible.

#### Modélisation de la cible

Pour estimer le flux transmis des muons, la cible doit être modélisée à l’aide des données de topographie et en lui attribuant une composition chimique. Modéliser la cible permet non seulement d’estimer le nombre de muons transmis, candidats à la détection, mais également d’estimer l’épaisseur de roche et le contour de la cible vus à partir d’un site de déploiement. Nous verrons par la suite qu’en fonction de l’épaisseur de roche, nous pouvons aussi faire un transport par approximation analytique pour gagner en temps de simulation. Le contour estimé à partir des données de topographie nous permettra de savoir rapidement si une direction d’observation pointe vers la roche ou non. Nous décrivons également dans la section 6.5.4 un algorithme permettant d’estimer le positionnement et le pointage du télescope en utilisant un contour théorique de la cible et la carte du nombre de muons mesurés.

#### Données de topographie

Les cartes topographiques donnent le lieu géographique, la hauteur et la forme d’éléments de la surface de la terre tels que les montagnes, les rivières et même les cratères des

volcans. Une autre façon de penser aux cartes topographiques est qu'elles sont une image de la structure tridimensionnelle (3D) de la surface de la terre. Les cartes topographiques utilisées pour modéliser Vulcano par exemple, proviennent du site de la NASA [68–70] et combinent les données de la SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) pour couvrir la surface terrestre de 60 degrés sud à 60 degrés nord. Les données pour le reste de l'hémisphère nord (60-90 degrés nord) proviennent du modèle DEM<sup>1</sup> (Digital Elevation Model) produits par l'U.S. Geological Survey. Les données pour le reste de l'hémisphère sud (60-90 degrés sud) proviennent du projet appelé "RAMP II", pour Radarsat Antarctic Mapping Project Digital Elevation Model, Version 2.

Ces données ont une précision horizontale de 30x30 m<sup>2</sup> et une précision verticale de 10 cm. Pour le puy de Dôme (PdD), nous avons des données obtenues par des mesures Lidar faites en 2012 avec des précisions verticale et horizontale de 10 cm et de 0.5x0.5 m<sup>2</sup> respectivement.

Les ombres dans les données de topographie indiquent des changements de pente ou d'élévation (voir figure 3.10). Les ombres d'un relief proviennent principalement des données d'altitude collectées par les radars spatiaux. Un radar dans l'espace envoie une impulsion d'ondes radio vers la terre et mesure l'intensité et le temps de retour de l'écho. À partir de ces informations, les scientifiques arrivent à déterminer la hauteur et la forme des éléments à la surface.

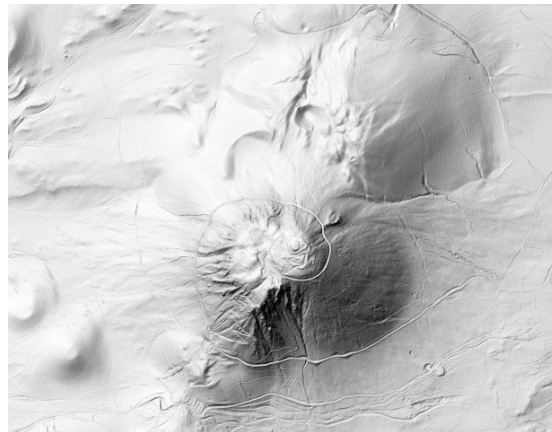


FIGURE 3.10 – Exemple de données de topographie du puy de Dôme obtenues par Lidar faites en 2012 avec des précisions verticale et horizontale de 10 cm et de 0.5x0.5 m<sup>2</sup> respectivement.

### Composition chimique

Le transport d'une particule à travers une cible peut être, en première approximation, décrit par un ensemble de collisions successives indépendantes de la particule avec les différents atomes du milieu. Dans les sections suivantes, nous décrirons la modélisation des interactions des muons avec la matière de la cible. La figure 3.11 montre la composition chimique simulée pour le puy de Dôme et Vulcano respectivement.

---

1. Versions numériques de cartes topographiques

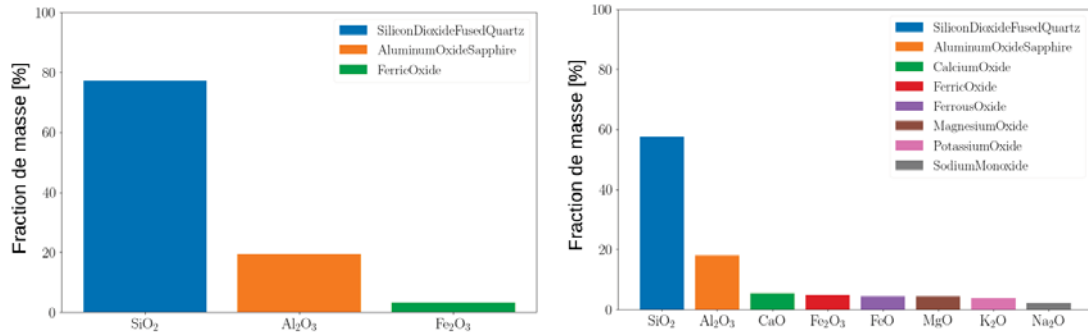


FIGURE 3.11 – Compositions chimiques simulées pour le puy de Dôme (gauche) [71] et Vulcano (droite) [72]. Le composé majoritaire est du SiO<sub>2</sub> dans les deux cas.

Dans les deux cas c’est majoritairement du dioxyde de silicium (SiO<sub>2</sub>). Ces données de composition proviennent des mesures faites aussi bien des échantillons en surface que sur des carottages. Le carottage est une technique de prélèvement d’échantillons qui consiste à découper un échantillon de matière à l’aide d’une tarière pour obtenir un cylindre et le remonter en surface pour identification en laboratoire.

Il faut préciser ici que pour simuler le transport des muons atmosphériques à travers la cible et donc estimer le flux transmis, la composition chimique est supposée uniforme sur toute la cible. Dans la section 6.5.3, une étude de l’effet de la variation de la composition chimique de la cible sur l’estimation du flux transmis sera présentée. À partir de cette incertitude sur le flux, nous allons pouvoir estimer son effet sur la reconstruction de la densité.

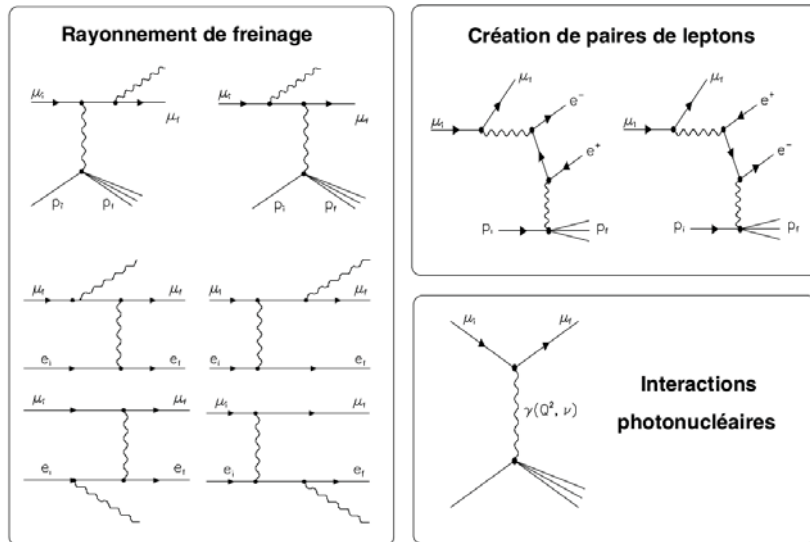


FIGURE 3.12 – Diagrammes de Feynman pour les différentes interactions radiatives des muons à haute énergie.

### 3.5.3 Modélisation des interactions des muons avec la cible

Quand un muon traverse un milieu dense, il interagit avec les atomes de ce milieu. Les muons interagissent presque de la même manière que les électrons. Ces interactions sont en général classées en interactions continues et interactions catastrophiques. La première catégorie inclut l'excitation des électrons, leur ionisation et la création des rayons  $\delta$ . Dans la suite, sauf mention contraire explicite, les pertes par ionisation incluront l'excitation des électrons, l'ionisation et la création des rayons  $\delta$ . Tandis que la deuxième catégorie comprend la création de paire  $e^+e^-$ , le rayonnement de freinage et les interactions photo-nucléaires. La figure 3.12 montre les différents diagrammes de Feynman pour ces différentes interactions radiatives des muons. Ces dernières interactions sont des événements relativement rares, mais la perte d'énergie du muon est importante quand elles arrivent.

L'importance relative des différentes interactions des muons avec la matière dépend de son énergie. Elle dépend également du milieu de propagation. En dessous de quelques centaines de GeV, le muon est une particule au minimum d'ionisation et son parcours moyen est, en première approximation, proportionnel à son énergie. Par contre, au delà du TeV, les pertes radiatives l'emportent et la perte totale d'énergie devient approximativement linéaire avec l'énergie du muon. Au delà de l'énergie seuil où les processus radiatifs dominent, les modélisations des interactions des muons qui ne prennent pas en compte l'effet catastrophique ne sont plus de bonnes approximations.

La perte d'énergie et la diffusion des muons à travers la matière sont les deux phénomènes à prendre en compte dans la modélisation du transport des muons à travers la matière. Ce sont des processus aléatoires qui sont modélisés par la méthode Monte Carlo dans le programme de simulation. Connaissant la fonction de distribution de probabilité d'un processus aléatoire, on peut générer ses événements par Monte Carlo. La section efficace d'interaction d'un processus physique sert dans ce cas, de fonction de distribution de probabilité c'est-à-dire après avoir déterminé la section efficace différentielle, nous pouvons facilement générer les événements aléatoires qui décrivent le processus physique.

Simuler le transport revient donc à générer un ensemble aléatoire d'historiques de ces particules. Le modèle de transport est alors décrit par l'ensemble des sections efficaces de tous les processus d'interaction de la particule avec la cible. Les fonctions de distribution de probabilité qui caractérisent une histoire sont obtenues à partir de ces sections efficaces. Une fois que les fonctions de densité de probabilité sont déterminées, des histoires aléatoires de ces particules dans la matière peuvent être générées par des méthodes d'échantillonnage Monte Carlo. Si un grand nombre d'histoires sont générées, des informations quantitatives relatives au transport peuvent enfin être obtenues par des méthodes d'analyse statistiques.

Les atomes étant supposés isolés, l'interaction de la particule avec le milieu est alors décrite à partir de l'interaction avec un seul atome. Étant donné la plage d'énergie qu'il faut considérer en muographie, nous allons considérer des particules relativistes.

Avant de décrire les interactions des muons avec la matière, nous allons définir quelques constantes physiques utilisées par la suite :

- la constante de structure fine,  $\alpha = \frac{1}{137}$  ;
- la masse de l'électron,  $m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$  ;
- la masse du muon,  $\mu = 105.658 \text{ MeV}/c^2$  ;

- le nombre d'Avogadro,  $N_A = 6.02210^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;
- le rayon classique de l'électron,  $r_e = 2.81810^{-15} \text{ m}$  ;
- $e = 2.718$  ;
- $K = 4\pi N_A r_e^2 m c^2 = 0.307075 \text{ MeV.cm}^2$ .

Notons aussi par

- $Z$ , le numéro atomique ;
- $A$ , le nombre de masse ;
- $\rho$ , la densité du milieu ;
- $E$  et  $p$  ( $c = 1$ ), l'énergie et la quantité du mouvement du muon incident ;
- $\beta = \frac{p}{E}$  et  $\gamma = \frac{E}{\mu}$  ;
- $v = \frac{\sum E_{sec}}{E}$ , la fraction d'énergie transférée aux secondaires.

Quand les muons ont assez d'énergie, en interagissant avec la cible, ils peuvent produire de façon catastrophique d'autres particules ou émettre des photons perdant ainsi de l'énergie. Ces processus qui sont d'une extrême importance pour décrire le transport des muons avec la matière sont : le rayonnement de freinage ou "Bremsstrahlung" en allemand, les interactions photo-nucléaires et la production directe de paires  $e^+e^-$ .

Dans le cas du Bremsstrahlung et de la création de paires, la collision se fait avec un atome cible considéré comme un édifice statique (essentiellement), comme pour la diffusion élastique. L'interaction photo-nucléaire, au contraire, correspond à une collision via un photon de grande virtualité sondant la structure interne en parton (quarks, gluons) des nucléons du noyau. Ce processus souffre d'importantes incertitudes du fait de la méconnaissance des distributions de partons dans le régime de ces collisions. Une première version de PUMAS (v1.0) utilisait différentes paramétrisations de ces processus notamment celles décrites dans Groom et al. [73] et Geant4 [74]. La version actuelle de PUMAS (v1.1) utilise les modélisations récentes développées par exemple par PROPOSAL [75,76]. Durant ces travaux de recherche la version v1.0 de PUMAS a été utilisée.

### Le rayonnement de freinage

Quand une particule chargée traverse la matière, elle interagit avec le champs électromagnétique du noyau des atomes en créant des photons. La section efficace de ce processus peut être exprimée par :

$$\sigma = \sigma_{el} + \Delta\sigma_a^{in} + \Delta\sigma_n^{in}, \quad (3.5)$$

avec  $\sigma_{el}$  la section efficace "élastique" et  $\Delta\sigma_{a,n}^{in}$  les contributions par des processus additionnels qui conduisent à des changements dans la structure électronique et nucléaire de l'atome final.

La section efficace élastique est donnée par :

$$\sigma_{el}(E, v) = \frac{\alpha}{v} \left( 2Z \frac{m}{\mu} r_e \right)^2 \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3}v + v^2 \right) \left[ \ln \frac{\mu}{\delta} - \frac{1}{2} - \Delta_a^{el} - \Delta_n^{el} \right], \quad (3.6)$$

où  $\delta \sim \frac{\mu^2 \omega}{2E(E-\omega)}$  est le transfert minimal de quantité d'impulsion,  $\omega$  étant l'énergie du photon émis. Les corrections d'écrantage  $\Delta_a^{el}$  et  $\Delta_n^{el}$  peuvent être paramétrées respectivement par :

$$\Delta_a^{el} = \ln \left[ 1 + \frac{1}{\delta \sqrt{e} B Z^{-1/3} / m} \right] \quad (3.7)$$

et

$$\Delta_n^{el} = \ln \left[ \frac{D_n}{1 + \delta (D_n \sqrt{e} - 2) / \mu} \right] \quad (3.8)$$

où  $D_n = 1.54A^{0.27}$  et  $B = 182.7$  pour des numéros atomiques  $Z \geq 2$  et 202.4 pour l'hydrogène. Pour les électrons, la correction nucléaire n'est pas significative tandis que pour les muons elle l'est et elle est plus grande que la correction atomique à haute énergie (voir la figure 3.13).

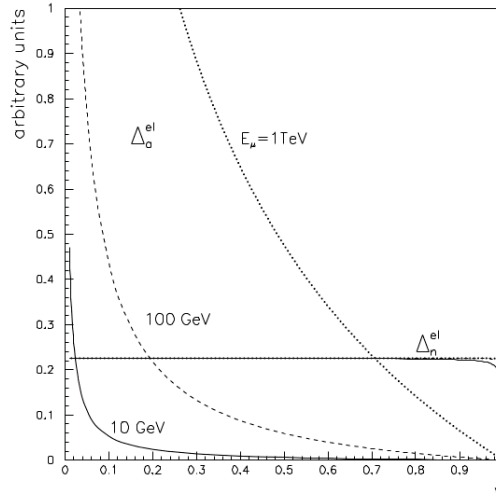


FIGURE 3.13 – Les corrections d'écrantage  $\Delta_a^{el}$  et nucléaire  $\Delta_n^{el}$  de l'oxygène en fonction de la fraction d'énergie transférée aux secondaires pour trois énergies de muons incidents : 10 GeV, 100 GeV et 1 TeV.

Les excitations des noyaux et les excitations “profondes” inélastiques contribuent faiblement à la correction de la section efficace de Bremsstrahlung. Pour l'hydrogène la correction vaut zéro tant que la structure du proton n'est pas prise en compte et pour les atomes dont  $Z \geq 1$ , elle peut être déterminée par :

$$\Delta_n^{in} = \frac{1}{Z} \Delta_n^{el}. \quad (3.9)$$

Pour la roche standard, par exemple, la contribution d'autres processus est de l'ordre de 1% de la section efficace totale.

La manière habituelle de prendre en compte le rayonnement de freinage dans la diffusion des électrons atomiques est de remplacer le facteur  $Z^2$  par  $Z(Z + \zeta)$  dans la section efficace de freinage de diffusion d'un noyau écranté.  $\zeta$  devient sensiblement constant pour des muons de haute énergie. Un aspect important à prendre en compte quand on traite le rayonnement de freinage sur des électrons est que le recul de la cible ne doit pas être

négligé. C'est-à-dire que le muon ne peut pas transférer toute son énergie au photon. Le transfert d'énergie maximale est donné par :

$$v_{max} = \frac{m(E - \mu)}{E(E - p + m)}, \quad (3.10)$$

avec  $m$  la masse de l'électron. Dans ce processus l'énergie du muon est transférée au photon et à l'électron. L'énergie du photon peut être déterminée par :

$$\Delta \left| \frac{dE}{dx} \right|_{rad} = \frac{N_A Z}{A} \frac{8m\alpha r_e^2}{3} \ln \left[ \frac{2E}{\mu} \right] \ln \left[ \frac{2\epsilon_{max}}{m} \right], \quad (3.11)$$

tandis que la perte d'énergie totale du muon est donnée par :

$$\Delta \left| \frac{dE}{dx} \right| = \frac{N_A Z}{A} m\alpha r_e^2 \left( \ln \left[ \frac{2E}{\mu} \right] - \frac{1}{3} \ln \left[ \frac{2\epsilon_{max}}{m} \right] \right) \ln^2 \left[ \frac{2\epsilon_{max}}{m} \right] \quad (3.12)$$

avec  $\epsilon_{max} = \frac{2mp^2}{2mE + \mu^2 + m^2}$  l'énergie maximale que le muon peut transférer dans ce processus.

### La production de paires

La production de paires  $e^+e^-$  est le processus dominant pour des muons au delà du TeV. Pour ces énergies, elle contribue à elle seule à plus de 50% de la perte d'énergie moyenne totale des muons. La perte d'énergie de la production de paire peut être paramétrée par :

$$-\frac{1}{E} \left( \frac{dE}{dX} \right) = \frac{Z}{A} \left[ 0.073 \ln \left( \frac{2E/\mu}{1 + \gamma Z^{2/3} E/\mu} \right) - 0.31 \right] 10^{-6} \left[ \frac{cm^2}{g} \right] \quad (3.13)$$

où  $\gamma = 1.95 \cdot 10^{-5}$  et  $\beta = 6.4 \cdot 10^{-4}$  pour  $Z \geq 2$  et  $\gamma = 4.4 \cdot 10^{-5}$  et  $\beta = 9 \cdot 10^{-4}$  pour hydrogène.

L'effet d'écrantage du noyau par les électrons atomiques doit être pris en compte dans le calcul de la section efficace de ce processus. Cet effet peut être déterminé par le transfert minimal de la quantité de mouvement et est donné par :

$$\gamma = B \frac{\delta}{m} Z^{1/3}. \quad (3.14)$$

Même si cet effet peut ne pas être pris en compte dans le domaine du GeV, il doit impérativement être inclus dans le calcul de la section efficace pour des muons au TeV et au delà.

La section efficace différentielle de ce processus peut être paramétrée par :

$$\sigma = Z(\alpha r_e)^2 (0.7022l_0^2 l_z - 0.2085l_0 l_z^2 - 0.1426l_z^3 - 7.141l_0 l_z + 4.259l_z^2 + 10.854l_0 - 2.597l_z - 8.174) \quad (3.15)$$

avec

$$\begin{aligned} l_0 &= \ln(2E/\mu) \\ l_z &= \ln \left( \frac{2E/\mu}{1 + \beta Z^{2/3} E/\mu} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$



La section efficace totale et la perte d'énergie des muons pour la production de paires sont représentées sur les graphiques gauche et droite respectivement de la figure 3.14, en fonction de l'énergie du muon pour l'eau, la roche standard et le fer.

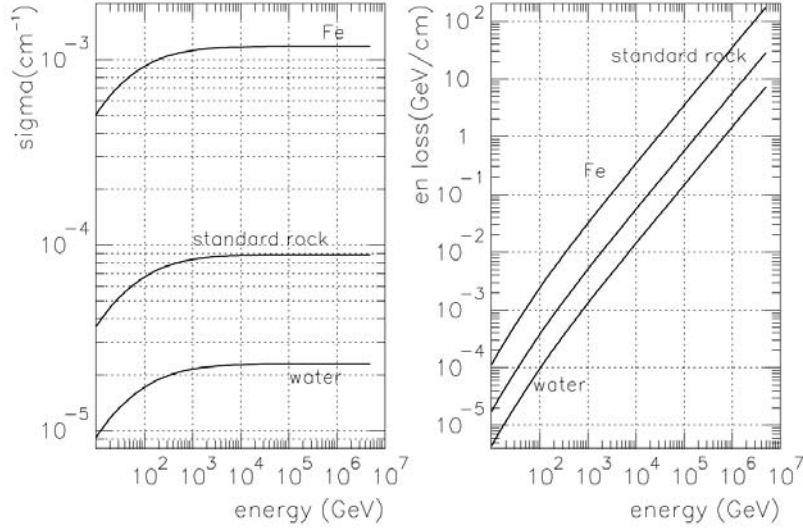


FIGURE 3.14 – Sections efficaces totales [ $\text{cm}^{-1}$ ] (gauche) et pertes d'énergie [ $\text{GeV/cm}$ ] (droite) pour la production de paires dans l'eau, dans la roche standard et dans le fer en fonction de l'énergie du muon. Un seuil de  $v \geq 0.01$  a été appliqué pour les sections efficaces.

### Les interactions photo-nucléaires

Les interactions photo-nucléaires concernent l'interaction inélastique d'un muon avec un noyau. Ce processus est important pour des muons de haute énergie ( $E_\mu \geq 10$  TeV). La perte d'énergie moyenne due à ce processus croît, en première approximation, de façon linéaire avec l'énergie du muon. Notons aussi que les interactions photo-nucléaires conduisent à des transferts d'énergie relativement grands, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.15 dans le cas de la roche standard.

Pour des énergies au delà du TeV, ce processus contribue à environ 10% de la perte d'énergie totale des muons dans la roche standard. Le transfert maximal de quantité de mouvement pour des diffusions à très haute énergie ( $E_\mu \geq \mu$ ) est donnée par :

$$t = Q_{max}^2 = \frac{\mu^2 v^2}{1 - v}. \quad (3.17)$$

La section efficace totale des interactions photo-nucléaires peut être paramétrée par :

$$\begin{cases} \sigma_{\gamma N}(\nu) = 114.3 + 1.647 \ln^2(0.0213\nu) \mu\text{b}, & \text{pour } \nu \geq 17 \text{ GeV} \\ \sigma_{\gamma N}(\nu) = 96.1 + \frac{82}{\sqrt{\nu}}, & \text{pour } \nu < 17 \text{ GeV} \end{cases}. \quad (3.18)$$

Cette section efficace, intégrée à partir d'un seuil de  $v = 0.01$ , est montrée sur le graphique de gauche de la figure 3.16 en fonction de l'énergie du muon. Elle croît légèrement



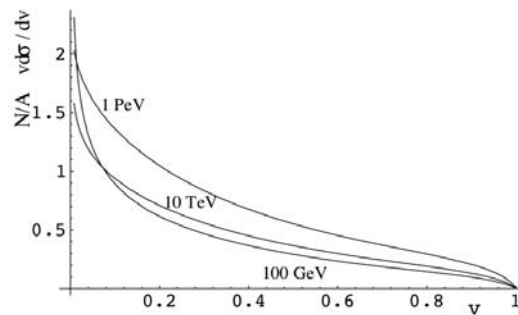


FIGURE 3.15 – Dépendance de la section efficace différentielle avec  $v$  pour la roche standard pour trois énergies du muon : 100 GeV, 10 TeV et 1 PeV.

avec celle-ci. Sur le graphique de droite de la même figure est montrée la perte d'énergie induite par les interactions photo-nucléaires dans l'eau et dans la roche standard, en fonction de l'énergie du muon.

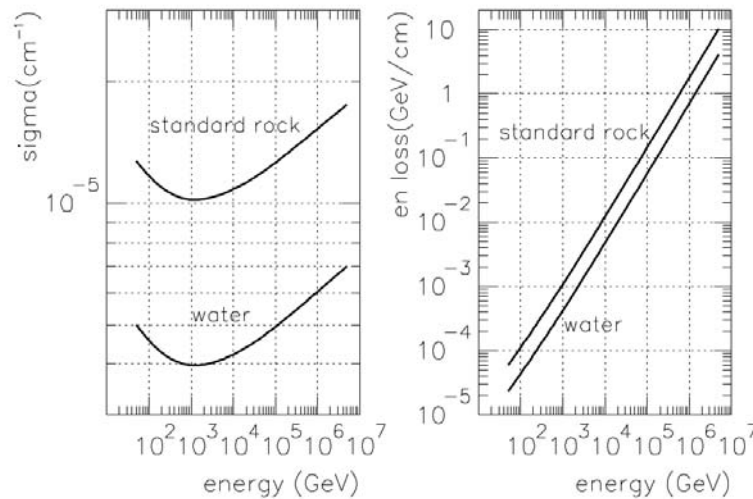


FIGURE 3.16 – Sections efficaces totales et pertes moyennes d'énergie des interactions photo-nucléaires du muon en fonction de son énergie, dans l'eau et la roche standard. Un seuil de  $v = 0.01$  a été appliqué.

### Les collisions élastiques des muons avec les noyaux

Les collisions élastiques des muons avec les noyaux sont des processus de diffusion et peuvent être décrits par un seul paramètre, soit l'angle de diffusion ou la perte d'énergie. Il faut se rappeler que l'angle de diffusion et la perte d'énergie dans le cas des collisions élastiques sont reliées. Dans le référentiel du laboratoire (référentiel où la cible est au repos) le transfert d'impulsion de la particule à l'atome cible ainsi que l'angle de diffusion sont donnés respectivement par :

$$\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}' \quad (3.19)$$

et

$$\cos \theta = \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}'}{p \cdot p'} \quad (3.20)$$

où  $\vec{p}$  et  $\vec{p}'$  sont respectivement les impulsions initiale et finale de la particule incidente.

La déflexion nette de la particule est dû à un ensemble de déflexions à petits angles provenant des diffusions Coulombiennes sur les noyaux du milieu. Pour de petits angles, la diffusion et le déplacement latéral suivent des distributions Gaussiennes. Les diffusions multiples Coulombiennes peuvent être décrites par la théorie de Molière [77, 78]. Dans le cas de petits angles, la déflexion nette suit une Gaussienne de valeur moyenne nulle et d'écart-type donné par :

$$\sigma_\theta = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c p} \sqrt{\frac{x}{X_0} \left[ 1 + 0.038 \ln \frac{x}{X_0} \right]}, \quad (3.21)$$

où  $p$ ,  $\beta c$  sont respectivement la quantité de mouvement et la vitesse du muon,  $x/X_0$  est l'épaisseur de matière traversée en longueur de radiation. La distribution du déplacement latéral  $d$  dans le plan peut être aussi approximée par une Gaussienne d'écart-type donné par :

$$\sigma_d = \frac{x}{\sqrt{3}} \sigma_\theta. \quad (3.22)$$

La plupart des expériences en muographie utilisent ces modélisations pour décrire la diffusion multiple. Certes, l'approximation Gaussienne pour la diffusion multiple fonctionne dans beaucoup de cas, mais comme nous pouvons le voir sur la figure 3.17, la distribution des angles de diffusion montre une queue à grands angles de diffusion. Ces grandes déflexions sont particulièrement importantes dans le cas de la muographie, quand les muons se propagent sur de très grandes distances.

En suivant Salvat [80], la section efficace différentielle totale de ces collisions avec les atomes du milieu cible peut être approximée par :

$$\frac{d\sigma}{d\eta} \approx \frac{\pi r_e^2 m_e^2 Z^2}{\beta^2 p_0^2} \left( \frac{p^2}{A + p^2 \eta} \right)^2, \quad (3.23)$$

où  $\eta = (1 - \cos \theta)/2$  et  $A$  est un facteur d'écrantage obtenu en modélisant la distribution de la charge atomique par une fonction exponentielle de la distance au noyau. Cette expression prend en compte les dépendances principales de la section efficace, c'est-à-dire en  $\eta$  et en  $p$ . D'autres corrections à cette paramétrisation, comme le recul de la cible, le facteur de spin, la correction Coulombienne, la charge nucléaire distribuée, etc. sont décrites dans [81].

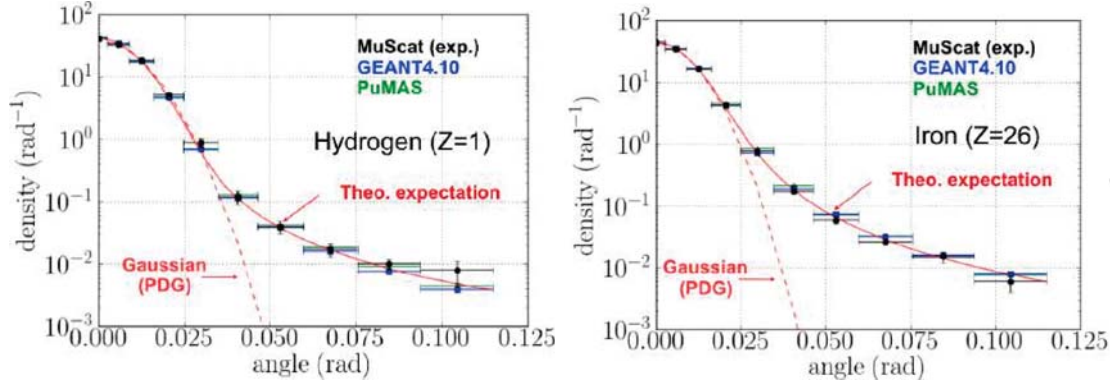


FIGURE 3.17 – Distribution de l'angle de diffusion des muons de 172 MeV sur 159 mm d'hydrogène liquide (gauche) et sur 0.2 mm de fer (droite). La courbe rouge en continue (Theo. expectation) est l'approximation Eikonale [79] pour la section efficace différentielle. Les prédictions avec Geant4 4.10 [74] et PUMAS [65] sont en bleu et rouge respectivement [65].

### Les collisions électroniques

Les collisions électroniques de la particule avec les atomes du milieu ou plus précisément avec les électrons liés, résultent soit en une excitation de l'atome ou une ionisation caractérisée par une perte de l'énergie de la particule. Ces collisions sont modélisées dans PUMAS en suivant le modèle de Salvat [80] avec quelques modifications décrites dans [81].

Contrairement aux collisions élastiques de la particule avec les noyaux, les collisions électroniques conduisent à une faible déflexion, par contre elles sont responsables de l'essentiel des pertes en dessous de l'énergie critique. En fait l'essentiel des pertes implique les électrons des couches externes et se fait sans ionisation. C'est pourquoi on parle également de collisions inélastiques, car elles modifient la structure électronique de la cible. Contrairement aux collisions élastiques sur les noyaux où le potentiel de l'atome est considéré comme statique (non modifié) lors de la collision.

La prise en compte de ces pertes électroniques demande une modélisation de la structure électronique de la cible. Cette structure n'est pas simplement additive dans le cas des atomes liés, qu'il s'agisse de molécules ou de cristaux : un atome n'a pas en principe la même structure électronique s'il est à l'état gazeux ou solide. Un modèle effectif simple pour prendre en compte la structure électronique est celui d'une superposition d'oscillateurs décrivant les états liés des électrons. Ce modèle permet de retrouver l'équation de Bethe-Bloch [82, 83] donnée par :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = K \frac{Z}{A\beta^2} \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2m_e(\gamma^2 - 1)}{I^2} T_{max} \right) - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right] \quad (3.24)$$

avec  $I$  et  $T_{max}$  donnés respectivement par :

$$T_{max} = \frac{2m_e(\gamma^2 - 1)}{1 + 2\gamma m_e/\mu + (m_e/\mu)^2} \quad (3.25)$$

et

$$Z \ln I = \sum Z_k \ln I_k \quad (3.26)$$

où les  $Z_k$  et  $I_k$  sont les différents numéros atomiques des éléments du milieu et leur potentiel d'ionisation respectif. Cette relation prend en compte les différentes énergies de résonance des oscillateurs, et leur nombre d'occupation. Il faut préciser également, dans le cadre de ce modèle on peut également calculer l'effet d'écrantage des interactions distantes, au prix d'hypothèses supplémentaires.

Dans l'équation 3.24,  $\delta$  est une correction apportée pour prendre en compte l'effet de réduction de la perte d'énergie due à l'effet de densité [84]. Cet effet est important à haute énergie car le milieu cible tend à devenir polarisé quand l'énergie de la particule incidente augmente. Par conséquent, l'atome du milieu ne peut plus être considéré comme isolé. Les pertes d'énergie par ionisation en fonction de l'énergie du muon, dans l'hydrogène, l'oxygène, la roche standard et le fer sont montrées sur la figure 3.18.

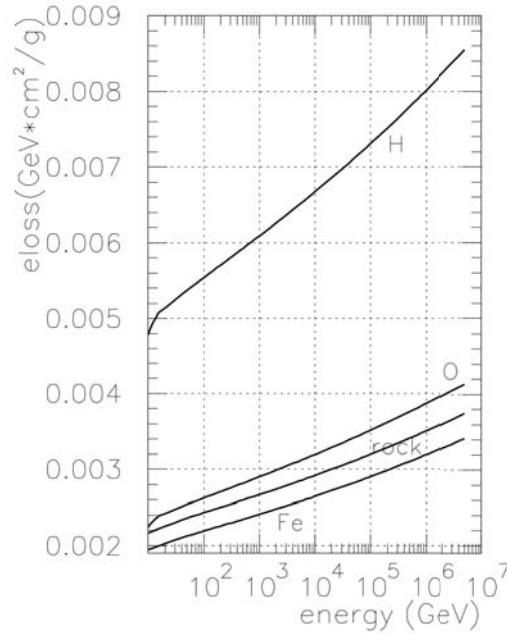


FIGURE 3.18 – Pertes d'énergie par ionisation en fonction de l'énergie du muon, dans l'hydrogène, l'oxygène, la roche standard et le fer.

Pour la couche électronique  $k$  d'énergie de liaison  $E_k$ , on peut définir les sections efficaces  $\sigma_{C,k}$  et  $\sigma_{D,k}$  respectives des collisions proches ( $Q > E_k$ ) et éloignées ( $Q \leq E_k$ ). La section efficace différentielle totale des collisions électroniques est alors donnée par :

$$\frac{d\sigma}{dv} = \sum_{k=1}^n Z_k \left( \frac{d\sigma_{C,k}}{dv} + \frac{d\sigma_{D,k}}{dv} \right), \quad (3.27)$$

La contribution de chacun des processus d'interaction du muon (implémenté dans PUMAS), en terme de pouvoir d'arrêt des muons, est montrée sur la figure 3.19 à travers la roche standard.

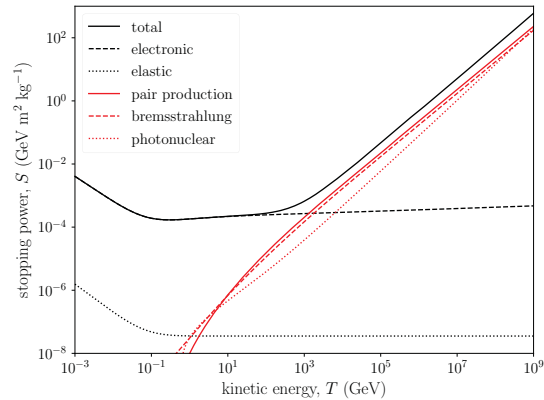


FIGURE 3.19 – Estimation du pouvoir d’arrêt du muon dans la roche standard, en fonction de l’énergie cinétique du muon [81]. Le pouvoir d’arrêt total est indiqué ainsi que les contributions individuelles.

### 3.6 Modèles de transport des muons implémentés dans PUMAS

La bibliothèque PUMAS implémente trois algorithmes de transport étiquetés CSDA, HYBRIDE, et DÉTAILLÉ qui permettent de simuler l’historique complet des muons à travers une cible. L’algorithme CSDA utilise des expressions analytiques pour simuler la perte d’énergie de la particule. Les deux autres algorithmes séparent les interactions en deux lots selon la fraction d’énergie perdue par le muon lors de la collision : des collisions douces ou collisions dures suivant que  $\nu \leq \nu_c$  ou  $\nu > \nu_c$ , avec  $\nu_c$  une valeur seuil d’énergie perdue par le muon.

Pour  $\nu$  grand ( $\nu > \nu_c$ ), la collision est simulée en détail. Mais, pour  $\nu \leq \nu_c$ , un modèle effectif qui rend compte de l’effet collectif de l’ensemble de ces collisions sur un pas  $dx$  est utilisé. Le modèle effectif le plus simple consiste à considérer que ces collisions à petit transfert d’énergie donnent une perte continue (comme dans CSDA), avec la perte d’énergie continue corrigée par l’apport des interactions radiatives avec  $\nu < \nu_c$  (c.f. équation 5 de [81]). Cette approximation semi-continue fonctionne bien lorsque les pertes radiatives dominent. Cependant, en régime d’ionisation il convient de raffiner le modèle effectif, en utilisant par exemple une Gaussienne tronquée afin de rendre compte de la superposition de collisions multiples.

Dans le modèle de transport hybride, les collisions faibles sont simulées par CSDA tandis que dans le modèle détaillé ces collisions sont pleinement simulées par Monte Carlo. En suivant Fernández-Varea et al. [85], un algorithme mixte est également implémenté pour simuler la diffusion de ces particules. Ce processus reproduit la distribution exacte de la diffusion multiple et le déplacement latéral pour un grand nombre de collisions ( $n \geq 20$ ).

Ces algorithmes sont optimisés pour gagner en temps et en ressources CPU. Par exemple, en autorisant la désactivation de la perte d’énergie et/ou de la diffusion tout au long du parcours du muon, cela nous aide à vérifier facilement l’implémentation de la géométrie. Le fait de pouvoir aussi changer de modèle de transport durant la simulation

permet de désactiver si besoin la diffusion des muons quand l'énergie est suffisamment élevée.

Les résultats obtenus pour le transport des collisions légères, pour un muon dans la roche standard, en utilisant les paramètres par défaut de PUMAS, sont visibles sur la figure 3.20. Nous constatons que la partie des collisions légères de la diffusion multiple est dominée par les collisions élastiques jusqu'à de très hautes énergies. Au-dessus de  $\sim 10$  PeV, les interactions photo-nucléaires sont la source dominante de ces diffusions. À partir de cette figure, on pourrait conclure que les diffusions dues aux processus de bremsstrahlung et de production de paires sont négligeables. Cependant, cette conclusion n'est valable que pour les collisions légères.

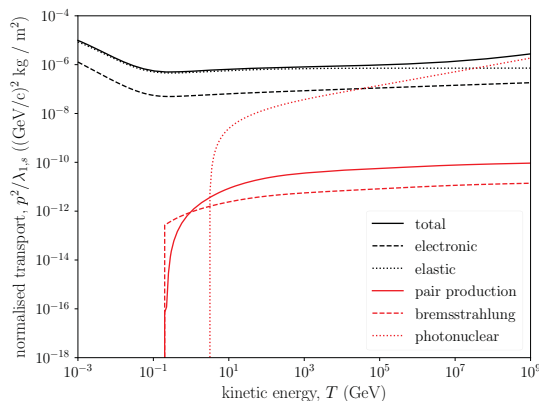


FIGURE 3.20 – Section efficace de transport normalisée,  $\frac{p^2}{\lambda_{1,s}}$ , pour les interactions douces. Un muon dans la roche standard a été considéré. La section efficace de transport totale est indiquée ainsi que les contributions individuelles des différents processus discutés dans [81]. Les valeurs seuil par défaut de PUMAS sont utilisées, c'est-à-dire un rapport élastique de  $C_e = 5\%$  et un seuil relatif de  $x_c = 5\%$  sur la perte d'énergie du projectile.

### 3.7 Transport MC à rebours des muons à travers la cible

De nombreuses expériences utilisent l'approximation CSDA (voir section 6.5.1) pour estimer la probabilité de survie des muons à travers une épaisseur de roche. Dans ce cas, il faut déterminer l'énergie minimale qu'un muon doit avoir pour traverser l'épaisseur de roche. Le flux transmis est alors l'intégrale du flux différentiel à partir de cette énergie minimale jusqu'à l'infini. Dans la section 6.5.1, nous verrons que cette approximation est assez précise pour des épaisseurs de roches en dessous de quelques centaines de mètres de roche standard.

Dans l'expérience MIM nous utilisons un traitement Monte Carlo, ce qui nous permet d'étudier précisément les systématiques sur la reconstruction de la densité, dues au bruit des muons de basse impulsion qui diffusent. L'utilisation d'une simulation Monte Carlo facilite aussi la prise en compte de la complexité des géométries des cibles étudiées. Dans le code de simulation par Monte Carlo, une particule est définie par sa masse, sa charge

et se trouve après chaque interaction dans un état. Un état est défini par une position, une direction et une énergie. Depuis l'altitude maximale où le flux primaire est modélisé jusqu'au télescope, toute l'historique (ensemble des états successifs) d'une particule est connue et peut être enregistrée durant les simulations pour des post-analyses.

La nouvelle position d'une particule, sa direction et sa perte d'énergie sont des événements aléatoires et sont modélisés par la méthode Monte Carlo dans le programme de simulation. Pour passer d'un état  $S_i$  à l'état suivant  $S_f$  la position, la direction et l'énergie de la particule dans l'état  $S_f$  sont estimées par les sections efficaces d'interaction de la particule avec les différents milieux parcourus. En raisonnant de façon simple, un pas constant serait choisi pour passer de la position de l'état  $S_i$  à celle de l'état  $S_f$  de telle sorte que la position de la particule dans l'état  $S_f$  serait décrite par :

$$p_f = p_i + pas * direction_i \quad (3.28)$$

Dans le programme de simulation, le pas n'est pas constant et son algorithme d'évolution est défini dans le moteur de transport [65]. La distance parcourue par la particule entre l'état  $S_i$  et l'état  $S_f$  est bien évidemment le pas.

La nouvelle direction de la particule dans l'état  $S_f$  est conditionnée suivant que la diffusion multiple est prise en compte ou non. Deux modes particuliers de transport peuvent être alors considérés : avec diffusion et sans diffusion.

Sans diffusion, la direction de la particule est supposée constante le long de sa trajectoire c'est-à-dire  $direction_f = direction_i$  et si la diffusion est activée, les diffusions successives de la particule au cours de son parcours dans les différents milieux vont modifier sa trajectoire initiale selon un angle  $\theta$ . Dans ce cas, pour de petits angles de diffusion, ce dernier peut être approximé par une Gaussienne de valeur moyenne nulle et d'écart-type donné par l'équation 3.21.

Rappelons que dans le mode hybride, PUMAS simule les collisions à petit angle par un modèle effectif condensé (dont le libre parcours moyen dépend des sections efficaces), alors que les collisions à grand angle sont simulées en détail.

La possibilité de simuler ou non la diffusion permet d'étudier l'influence du bruit des muons qui diffusent sur la mesure et de déduire une estimation du seuil d'énergie optimal pour mieux reconstruire la densité de la cible. Nous verrons dans les chapitres suivants la technique utilisée dans l'expérience MIM pour atteindre ce seuil en énergie. La perte d'énergie de la particule entre l'état  $S_i$  et l'état  $S_f$  est déterminée par les processus de perte d'énergie par ionisation et par les processus radiatifs décrits plus haut.

L'existence dans PUMAS d'un modèle de transport sans perte d'énergie permet d'estimer rapidement l'épaisseur de roche dans chaque direction.

Puisque la surface du télescope est faible par rapport à la taille de la cible, il faudrait un temps assez long pour avoir suffisamment de données s'il fallait simuler les muons à une certaine altitude en les propageant à travers la cible jusqu'au télescope. Dans ce cas, pour gagner en temps de simulation, nous utilisons un traitement Monte Carlo à rebours, c'est-à-dire les muons sont simulés à partir du détecteur et vont jusqu'à une altitude maximale en traversant la cible (voir la figure 3.21).

En simulation Monte Carlo à rebours on procède par des méthodes de biais, ce qui impose de pondérer les événements en conséquence. Dans ce cas, on pondère chaque événement par le flux primaire comme dans un Monte-Carlo classique. Sauf qu'ici cette

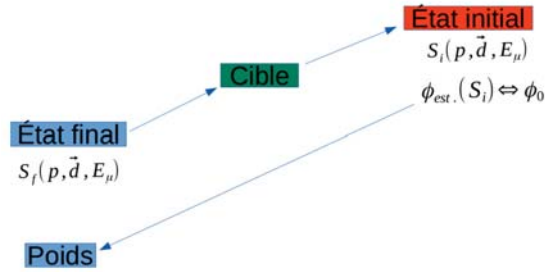


FIGURE 3.21 – Schématisation de propagation à rebours des muons jusqu'à une altitude maximale. La particule accumule un poids durant son parcours.

pondération intervient en fin de parcours, par construction. Par exemple, selon la figure 3.21, la particule commence en  $S_f$  avec un poids  $w_f$  déterminé par la procédure de génération sur la cible. Elle se propage à rebours jusqu'en  $S_i$  où elle a accumulé un poids  $w = w_f * w_J$  et a atteint une énergie  $E_i$ . Le poids final étant donc  $w = w_f * w_J * \phi(E_i)$ .

Le poids  $w_J$  est un facteur Jacobien qu'on applique à chaque pas Monte Carlo pour conserver la densité de probabilité. Cette méthode est un échantillonnage préférentiel et est décrit dans Niess et al. [65]. Les distributions utilisées pour générer l'état initial (dans la région du télescope) sont décrites dans l'annexe B.





## Chapitre 4

# Les télescopes à muons pour la muographie

Pour reconstruire la distribution de densité d'une cible par muographie, il faut d'abord mesurer le flux transmis des muons atmosphériques à travers cette cible à l'aide d'un télescope à muons. Ce télescope fournit une distribution 2D de la carte du nombre de muons transmis à travers la cible, ce qui permet de remonter à la carte de flux transmis après la prise en compte des efficacités de détection.

Le flux de muons atmosphériques étant limité, surtout à haute énergie, la reconstruction de la densité, avec une incertitude statistique raisonnable, impose soit l'utilisation de télescopes de grande taille, soit de campagnes de mesure très longues, soit les deux à la fois dans le cas de volcans de grande taille. Les télescopes doivent être robustes et stables dans le temps et il est indispensable de pouvoir les contrôler à distance dans le cas des volcans actifs. La présence d'un bruit conséquent de muons de basse énergie impose quant à elle le contrôle du seuil de détection en impulsion pour les muons.

De plus, l'utilisation des télescopes dans un environnement naturel pose aussi des contraintes : ils doivent être facilement transportables par exemple et consommer peu d'énergie pour pouvoir être alimentés par des panneaux solaires. Ils doivent supporter aussi de grands écarts de température et d'humidité.

De nombreuses technologies de trajectographes ont été déjà utilisées en muographie, des scintillateurs aux télescopes Cherenkov en passant par des détecteurs gazeux et émulsions nucléaires. Globalement, les détecteurs gazeux ont l'avantage d'offrir, pour un coût raisonnable, de grandes surfaces de détection et d'excellentes résolutions temporelles et en position.

Les projets clermontois TOMUVOL et DIRE ont choisi d'utiliser des GRPCs (Glass Resistive Plate Chamber) pour leur télescopes. Nous allons présenter ces détecteurs de manière synthétique, avant de voir par la suite l'évolution du premier télescope à muons du projet exploratoire TOMUVOL vers un télescope approprié pour un déploiement sur un volcan actif, tout en insistant sur les caractéristiques qui ont un impact direct sur l'inversion muographique.

## 4.1 Les Glass Resistive Plate Chambers pour la détection des particules chargées

Les détecteurs à plaques résistives (RPC) ont vu le jour dans les années 80 [86, 87] et ont connu un développement fulgurant en physique des hautes énergies. Leur principe est simple (figure 4.1, gauche) : quand une particule chargée passe dans un gaz qui se ionise facilement et sur lequel un champ électrique intense est appliqué, des charges d’ionisation créées tout au début du volume de gaz sont amplifiées. En fonction de la tension appliquée sur les électrodes, le détecteur travaille soit en mode *avalanche*, soit en mode *streamer*.

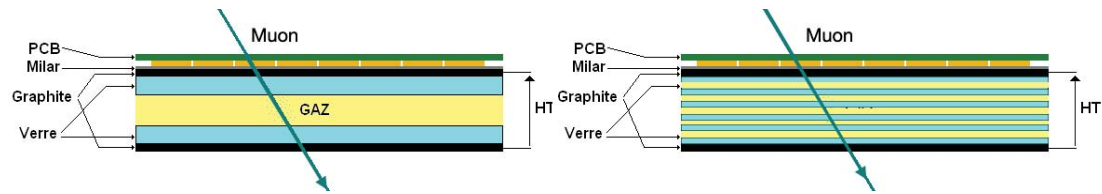


FIGURE 4.1 – Schéma de principe d’une GRPC single-gap (à gauche) et multi-gap (à droite).

Dans le premier cas, la tension n’est pas suffisamment grande pour atteindre la densité de charge critique déclenchant la décharge des électrodes. Dans le deuxième, le niveau critique est atteint et un filament de plasma conducteur se crée au sein du gaz entre les deux électrodes, permettant sa décharge. Les GRPCs sont un cas spécial où les électrodes résistives sont en verre avec un dépôt de graphite pour pouvoir appliquer la haute tension.

Une partie de la charge amplifiée est récupérée par couplage capacitif sur des pistes ou des pads de lecture situés sur un Printed Circuit Board, ou PCB. Bien évidemment, la charge totale produite lors du mode de fonctionnement *streamer* est plus importante, ce qui facilite sa lecture par l’électronique. Par contre, le temps nécessaire au rétablissement des conditions initiales après le passage d’une particule, temps pendant lequel le détecteur ne “voit” plus les particules chargées le traversant (c’est-à-dire le temps mort de détection) est plus important. La dégradation du gaz ionisant et le vieillissement des électrodes est également plus rapide.

Dans le mode de lecture *avalanche*, le vieillissement du détecteur est réduit, ainsi que les besoins de renouvellement du gaz. La cadence de détection peut être augmentée. La charge produite étant plus faible, le mélange gazeux est optimisé pour permettre un développement maximal de l’avalanche et faciliter la lecture du signal, tout en évitant l’apparition de streamers. Typiquement, le mélange gazeux utilisé pour opérer une RPC en mode avalanche comprend deux composants : (1) un gaz s’ionisant facilement, le plus souvent le TFE (Tetrafluoroéthane) ; (2) un quencher ou un mélange de quenchers comme l’hexafluorure de soufre (SF<sub>6</sub>), un gaz fortement électronégatif qui attire les électrons de faible énergie et régule ainsi le développement des avalanches. Dans des environnements de mesure difficiles (haute cadence), un gaz absorbant dans l’ultraviolet, qui capture les photons UV créés lors du développement de l’avalanche avant qu’ils ne génèrent de streamers, comme l’isobutane ou le dioxyde de carbone, est souvent rajouté.

Une évolution plus récente des RPC vise à améliorer la résolution en temps de ces détecteurs et est à la base de nombreux détecteurs de temps de vol utilisés actuellement. Il

s’agit des GRPCs multi-gap (figure 4.1, droite) [88,89]. Dans ce cas, des plaques de verre de très faible épaisseur sont insérées dans le gap gazeux, ce qui a comme conséquence le remplacement de l’avalanche unique des GRPCs single gap par une succession de petites avalanches. Les tensions de fonctionnement sont beaucoup plus hautes pour pouvoir maintenir le même champ électrique par gap et la charge totale est réduite, mais les fluctuations temporelles liées au développement exponentiel d’une avalanche sont réduites et la résolution des GRPC passe des valeurs typiques de la ns à des dizaines de ps.

Pour conclure, les GRPCs sont des détecteurs bon marché, qui offrent des résolutions temporelles de l’ordre de la ns dans leur version single-gap, une grande efficacité de détection. Des grandes surfaces de détection sans de zones mortes sont possibles grâce à la lecture par effet capacitif, à l’aide de PCBs qui se trouvent en dehors du volume actif et sur lesquels la segmentation de lecture peut être facilement optimisée.

## 4.2 Le télescope TOMUVOL et les campagnes de prise de données sur le puy de Dôme

Nous allons décrire le fonctionnement du télescope à muons basé sur la technologie des GRPCs, utilisé par l’expérience TOMUVOL (TOMographie à l’aide des MUons des VOLcans) qui a pris des données sur le puy de Dôme entre 2011 et 2016, lors de six campagnes de prises de données (figure 4.2).

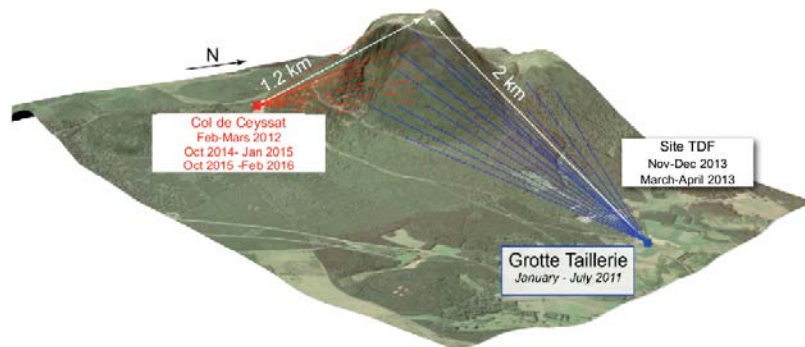


FIGURE 4.2 – Les six campagnes de prise de données sur le puy de Dôme de la collaboration TOMUVOL ont utilisé trois sites différents. “La Grotte Taillerie” était un site souterrain, tandis que le “Col de Ceysnat” (latitude =  $45.7641564^\circ$ , longitude =  $2.9553576^\circ$ ) et “TDF” (latitude =  $45.7699609^\circ$ , longitude =  $2.9806875^\circ$ ) étaient deux sites en surface avec des vues orthogonales sur le puy de Dôme .

Il s’agissait d’un projet exploratoire, collaboration de deux laboratoires clermontois (Laboratoire de Physique Corpusculaire–LPC et Laboratoire Magmas et Volcans–LMV), ainsi qu’un laboratoire lyonnais (l’Institut de Physique Nucléaire de Lyon–IPNL, devenu entre temps l’Institut de Physique des deux Infinis de Lyon) visant à apporter la preuve de faisabilité pour l’imagerie densitométrique d’un volcan à l’aide de muons atmosphériques. Le but était de faire deux cartes de densité 2D par muographie, d’essayer de les combiner dans une image 3D et de les comparer à des images de structure du volcan obtenues par deux méthodes géophysiques traditionnelles, la tomographie par résistivité électrique et

par gravimétrie. Dans cette collaboration, l'IPNL fournissait les chambres GRPC avec leur électronique de lecture, telles que développées dans le projet de calorimétrie hadronique sémi-digitale pour ILC, CALICE. Le LPC assurait la mécanique du télescope et son contrôle-commande, ainsi que le développement des programmes de reconstruction, simulation et analyse. Toutes les mesures géophysiques et leur interprétation étaient réalisées par le LMV.

Les programmes de simulation adéquats et les algorithmes pour le problème inverse n'existant pas au début du projet, le design d'origine du télescope avait été déterminé par les estimations au tout premier ordre du flux transmis de muons balistiques :

- une surface de détection d'environ  $1 \text{ m}^2$  était la surface minimale pour avoir un nombre de muons raisonnable, pour un coût maximal possible ;
- une résolution angulaire d'environ  $10 \text{ mrad}$  était sur-dimensionnée par rapport au flux attendu, mais elle avait été prise comme point de départ.

Le télescope TOMUVOL (figure 4.3) était composé de quatre plans de trajectographes. Pour faciliter le transport et le déploiement sur site, chaque plan de détection, d'une surface totale de  $1 \text{ m}^2$ , était constitué de six chambres GRPC. L'extension horizontale du télescope pouvait être variée selon la résolution angulaire et l'acceptance géométrique voulues.



FIGURE 4.3 – Le télescope TOMUVOL était composé de quatre plans de détection de  $1 \text{ m}^2$  faits de GRPC. La distance entre les plans du télescope pouvait être variée selon la résolution angulaire et l'acceptance géométrique voulues. Cette version du télescope, utilisée sur le site TDF de novembre 2013 à janvier 2014 avait des plans équidistants et une distance de  $1 \text{ m}$  entre les plans extérieurs.

#### 4.2.1 GRPCs et leur cassettes

Les chambres GRPC lyonnaises, d'une taille de  $500 \times 333 \text{ mm}^2$  étaient placées dans des cassettes en aluminium qui assuraient leur protection. Une photo d'une telle cassette, qui était l'unité de détection de base du télescope TOMUVOL est montrée sur la figure 4.4, gauche. Nous pouvons voir sur cette même photo que la cassette offre également le support pour l'électronique Front End des chambres (la carte DIF) et la connectique haute tension

et gaz. A l'intérieur de la cassette (figure 4.4, droite), en plus de la chambre GRPC proprement dite se trouve le PCB de lecture avec des pads en cuivre du côté de la GRPC sur lequel les charges sont induites par effet capacitif. De l'autre côté du PCB se trouvent comme nous allons voir par la suite l'électronique de lecture Very Front End, basée sur l'ASIC HARDROC [90], développée à OMEGA.

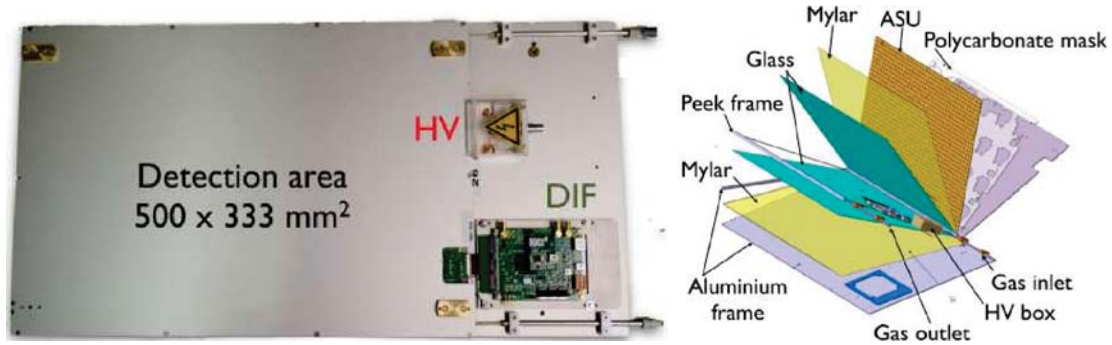


FIGURE 4.4 – Gauche : l'unité de détection de base du télescope TOMUVOL : une cassette de  $50 \times 33.3 \text{ cm}^2$ , droite : le contenu de chaque cassette.

Les cassettes en aluminium assurent aussi un bon contact des pads de lecture et de l'anode, aussi qu'un écrantage des pads de lecture par rapport aux bruits extérieurs. Les plaques en aluminium étant de 3 mm d'épaisseur, les plaques de verre de 1.1 mm et le gap de gaz de 1.2 mm, l'ensemble est très fin et léger. Des "spacers" en peek sont utilisés pour maintenir les plaques de verre à la bonne distance l'une de l'autre. Leur forme (de petits cylindres) et leur nombre ont été choisis de façon à maximiser la résistance des chambres à la déformation sous l'effet du champ électrique, tout en optimisant la circulation du gaz entre les verres et en minimisant le volume inactif à l'intérieur des chambres. Des couches de mylar assurent l'isolation entre l'anode et le PCB. Une masque polycarbonate est ajoutée pour uniformiser l'épaisseur du PCB sur le côté où les ASIC sont montés.

#### 4.2.2 Système de gaz

Pour que les chambres fonctionnent, un mélange gazeux (93% R134 + 5% Isobutane + 2% SF<sub>6</sub>) circule en permanence à très faible débit ( $\sim 1$  litre/h) et à une pression très légèrement supérieure à la pression atmosphérique de manière à éviter toute contamination du gaz dû à des défauts éventuels d'étanchéité.

Ce mélange gazeux est fourni par un mélangeur (figure 4.5, gauche) à partir de bouteilles de gaz, en respectant les consignes de débit données par l'opérateur. Un schéma de l'écoulement du gaz à travers le télescope est présenté sur la figure 4.5, droite. Le système communique en permanence avec le système de contrôle lent (Detector Control System ou DCS) qui enregistre les pressions après les régulateurs et les flux de gaz instantanés à travers chacun des plans de détection dans une base de données. La consommation de gaz totale est estimée en permanence afin de générer des alarmes lorsque les bouteilles de gaz sont presque vides. Une sécurité supplémentaire contre les fuites accidentelles de gaz entre les bouteilles et les débitmètres est assurée par la vérification de la cohérence entre la consommation de gaz et la variation des poids des bouteilles de gaz enregistrés en continu à l'aide de balances électroniques.



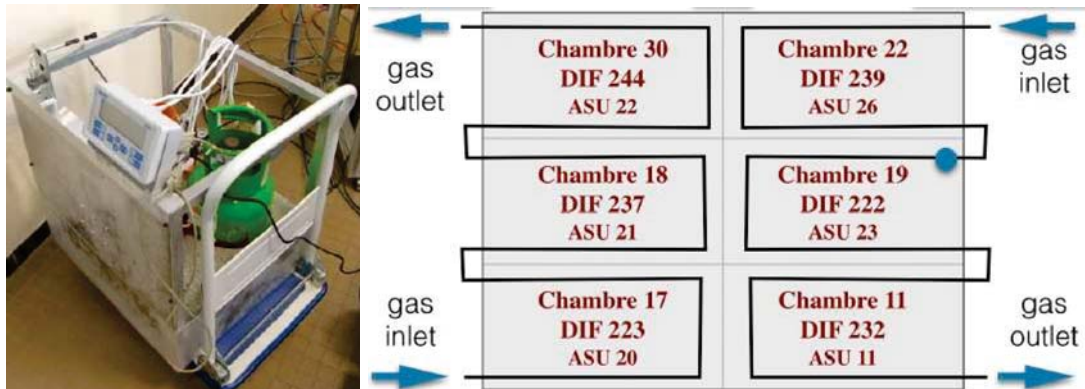


FIGURE 4.5 – Gauche : structure abritant le système de gaz ; droite : Schéma de l’écoulement du gaz à travers un plan de détection. Les quatre plans de détection utilisent quatre entrées de gaz différentes fonctionnant à des débits fixes, mais à l’intérieur d’un plan, l’entrée est divisée de telle sorte que les côtés droit et gauche partagent le débit ; les trois chambres de chaque côté sont enchaînées.

### 4.2.3 L’électronique d’acquisition et de contrôle lent

L’électronique d’acquisition (DAQ) et contrôle lent (figure 4.6) est une électronique synchrone qui inclut :

- une partie “very front end” (VFE) basée sur les ASICS HARDROC2 (HADronic Rpc Detector ReadOut Chip) qui amplifie, met en forme et numérise le signal du télescope ;
- une partie “front end” qui gère les paramètres de fonctionnement de l’électronique VFE et la communication de celle-ci avec un ordinateur ;
- une carte électronique appelée SDCC qui fournit une horloge 5 MHz pour l’ensemble du télescope et gère les commandes rapides (start\_acquisition, stop\_acquisition, reset). Comme cette carte n’a pas suffisamment de voies de sortie pour l’ensemble des cartes DIF, elle est utilisée chaînée avec d’autres cartes, appelées DCC, identiques du point de vue des composants mais avec un firmware différent qui agissent comme multiplicateurs de voies.

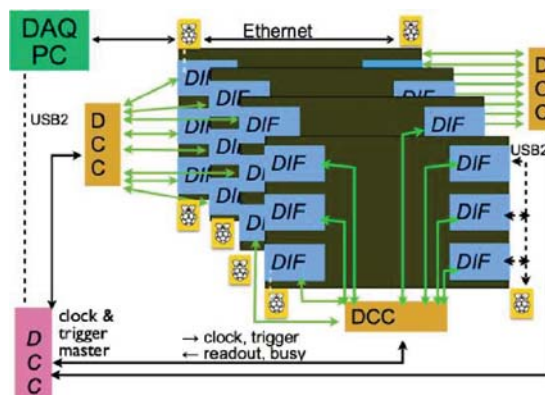


FIGURE 4.6 – Synoptique de l’architecture du système d’acquisition de TOMUVOL.

Les HARDROC ont chacun 64 voies. Chaque voie lisant un pad de 1 cm<sup>2</sup>. Sur chaque PCB sont montés 24 ASIC (6 colonnes de 4) ce qui fait en tout 1536 voies de lecture par GRPC et 9216 voies de lecture pour un plan de détection.

Sur chaque voie, le signal du pad est amplifié (avec un gain ajustable voie par voie), mis en forme et intégré sur un coup d'horloge, avant d'être envoyé sur trois comparateurs fonctionnant pour des charges comprises entre 10 et quelques centaines de fC, 100 fC et 1 pC et 1 pC jusqu'à 30 pC respectivement. Les HARDROC opèrent en mode "auto-déclenché" : si une des 64 voies d'un ASIC passe le seuil du premier comparateur, l'ASIC enregistre dans une mémoire interne une image de l'ensemble des 64 voies de l'ASIC. Trois bits sont enregistrés pour chaque voie : 0 ou 1 en fonction de la valeur de chacun des trois comparateurs. Les valeurs des seuils sont ajustables au niveau de chaque ASIC. La mémoire de l'ASIC peut contenir jusqu'à 127 de ces images instantanées accompagnée d'une étiquette temporelle (timestamp) qui indique quand cette image a été prise depuis le début du cycle d'acquisition à l'aide d'un compteur de coups d'horloge.

La communication entre ASIC et l'ordinateur d'acquisition se fait en deux étapes : une phase d'acquisition et une phase de transfert de données. La phase d'acquisition est arrêtée au début de la fenêtre transfert ou lorsque la mémoire d'un des ASICs est pleine. Ensuite, la deuxième phase de transfert commence, déclenchée par un signal fourni par la SDCC.

La DIF gère l'alimentation des HARDROC, les configure, fait transiter l'horloge et les commandes rapides. Elle concentre également les données des ASIC et les étiquettes avec l'identifiant des ASIC et son propre identifiant, avant de les mettre dans un format USB qui permet leur lecture par un ordinateur.

#### 4.2.4 Surveillance et contrôle du détecteur

Un programme écrit en C++ pilote le contrôle lent du détecteur (DCS) : il gère la configuration du détecteur, enregistre son état dans une base de données locale et gère les alarmes. Un autre programme, installé sur un serveur au LPC, vérifie constamment la connexion à travers le réseau avec le DCS et rapatrie les données de la base de données au LPC.

La configuration du télescope est définie par la géométrie du détecteur, c'est-à-dire les chambres et leur positions et aussi les conditions de fonctionnement (haute tension pour chaque chambre, état de la base de données où les paramètres de contrôle lent des ASIC sont enregistrés c'est-à-dire gain des voies, les seuils, liste des canaux masqués), et les courants consommés par chaque carte DIF, etc.

Plusieurs niveaux d'alarmes sont définis : les alarmes de sécurité sont les plus importantes, elles déclenchent des interventions matérielles : par exemple, une dérive en dehors de la plage autorisée de la consommation de courant éteindra le détecteur ; une perte de la haute tension éteindra la circulation du gaz ; une perte de l'entrée 220 V en entrée de l'onduleur qui alimente le télescope sur une période supérieure à 5 min éteint proprement le télescope.

D'autres alarmes sont considérées comme moins graves et la personne en charge de la surveillance du télescope est avertie par SMS, sans intervention automatique sur le télescope. C'est le cas par exemple, si des variations inhabituelles du débit de gaz ou d'autres paramètres de fonctionnement (ex température) sont détectées. Il existe égale-



ment des alarmes de bas niveau qui sont notifiées par courrier (ex. une des bouteilles de gaz approche de sa fin dans les trois prochains jours), l'arrêt de l'acquisition des données, etc.

Les personnes chargées de la surveillance du télescope communiquent avec le DCS via une page web permettant de changer les conditions de fonctionnement, de vérifier l'historique des commandes antérieures et les éventuelles alarmes.

Une tâche importante du DCS est de surveiller les valeurs environnementales : pression atmosphérique, température et humidité, pour des raisons de sécurité pour s'assurer que le point de rosée n'est pas atteint, mais également pour utiliser les GRPC dans un régime de gain constant.

En effet, le gain d'une GRPC dépend de la densité de gaz dans le gap (qui est déterminée par  $p_0/T$  avec  $p_0$  la pression atmosphérique et  $T$  la température mesurée), mais pas uniquement. Le gain est proportionnel à l'intensité du champ électrique sur le gap, liée à la tension appliquée sur les électrodes de verre, corrigée pour les chutes de tension sur les verres. Ces chutes de tension dépendent par exemple de la température des verres.

Une étude spécifique du gain en fonction des conditions environnementales n'a pas encore été réalisée, mais comme première approche nous avons suivi la recette suggérée par González-Díaz et al. [91]. La haute tension est corrigée pour les variations de pression et de température selon :

$$HV_{eff} = HV \times \frac{P}{P_{ref}} \frac{T_{ref}}{T} \quad (4.1)$$

avec  $P_{ref} = 1013$  hPa et  $T_{ref} = 293.15$  K. La température  $T$  et la pression  $P$  sont enregistrées en continu par le DCS, des moyennes glissantes calculées toutes les 20 min et la tension appliquée est corrigée de manière à travailler à une haute tension normalisée à la pression normale au niveau de la mer et à une température de 20°C.

La variation des paramètres environnementaux mesurés (pression, température, humidité) lors des trois dernières campagnes de prises de données sur le puy de Dôme est montrée sur la figure 4.7.

#### 4.2.5 Incertitude sur la haute tension des GRPC induite par des mesures approximatives de la pression et de la température

Bien évidemment, si les capteurs de pression et température ne sont pas assez précis, la tension effective appliquée sur les GRPC sera mauvaise. Il est important d'utiliser donc des capteurs précis, mais souvent la précision va de paire avec le prix et, dans le cas des baromètres, de la consommation électrique. C'est pourquoi pour la nouvelle version du télescope qui est en train d'être déployée sur Vulcano, nous avons décidé d'utiliser des capteurs bas prix, utilisés par exemple dans les téléphones portable, après une étape d'étalonnage au LPC que j'ai réalisé.

Le tableau 4.1 montre les valeurs maximales possibles de l'incertitude relative de la pression  $\frac{\delta P}{P}$  ou de la température  $\frac{\delta T}{T}$  (en supposant que l'une ou l'autre des contributions est nulle) pour que l'effet de la mauvaise correction sur la tension effective appliquée sur les GRPC ne dépasse pas 50 (100) V. Nous pouvons voir que si les chambres sont utilisées à 7 kV et nous ne voulons pas des variations supérieures à 50 V, le capteur de pression doit être plus précis que 0.7 %.

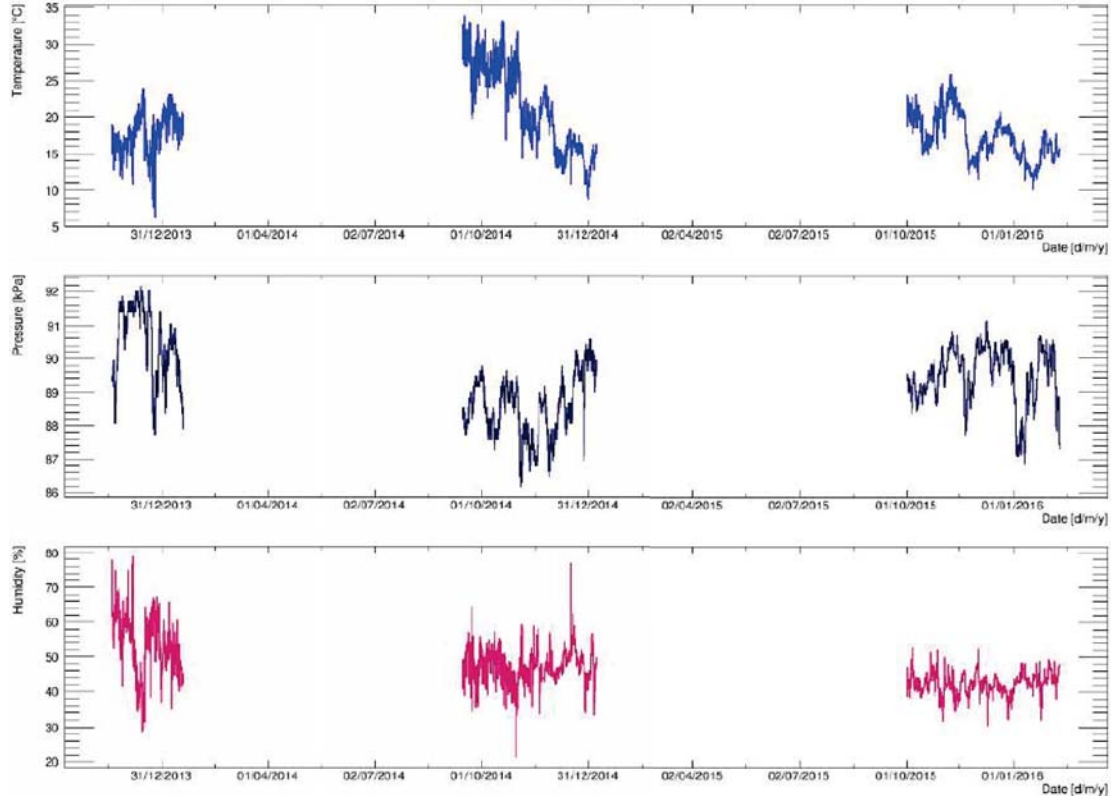


FIGURE 4.7 – Variation des paramètres environnementaux mesurés (température, pression et humidité) lors des trois dernières campagnes de prise de données sur le puy de Dôme.

$HV_{app}$	$\frac{\delta P}{P} / \frac{\delta T}{T}$ ( $\delta HV_{app} = 50$ V)	$\frac{\delta P}{P} / \frac{\delta T}{T}$ ( $\delta HV_{app} = 100$ V)
6 kV	$\leq 0.83\%$	$\leq 1.66\%$
7 kV	$\leq 0.71\%$	$\leq 1.44\%$

TABLE 4.1 – Valeurs maximales possibles sur l'incertitude relative de la pression  $\frac{\delta P}{P}$  et de la température  $\frac{\delta T}{T}$  si l'autre contribution est nulle pour que l'effet de la mauvaise correction ne dépasse pas 50, 100 V dans le cas des hautes tensions appliquées de 6 kV ou 7 kV.

Nous allons commencer par calibrer la sonde de pression contre un baromètre de référence. Pour ce faire, les valeurs enregistrées par la sonde de pression et le baromètre de référence sont enregistrées dans une base de donnée avant d'être comparées. Sur la figure 4.8, la pression mesurée par le nouveau capteur (appelé mesure sur le graphique) et la pression du baromètre de référence (appelé référence sur le graphique) sont représentées en fonction du temps.

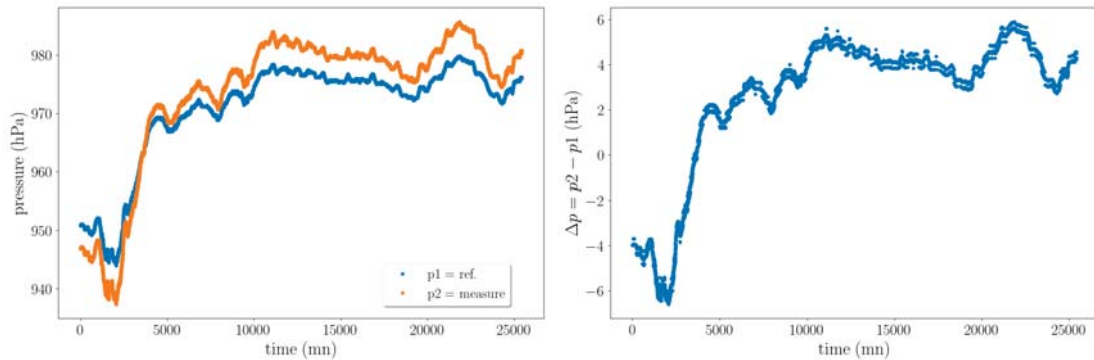


FIGURE 4.8 – Gauche : pressions mesurées par la nouvelle sonde de pression (courbe en jaune abricot) et un baromètre de référence (courbe en bleu) en fonction du temps ; droite : différence des deux mesures en fonction du temps. Le temps  $t = 0$  correspond à la première mesure de pression enregistrée.

La pression de référence  $p_{ref}$  peut être retrouvée à partir d'une correction linéaire des valeurs enregistrées par la nouvelle sonde ( $p2$ ) pour quelles reproduisent les valeurs du baromètre de référence :

$$\hat{p}_{ref} = a \times p2 + b \quad (4.2)$$

avec les paramètres  $a$  et  $b$  ajustés sur l'ensemble de la période dédiée à l'étalonnage.

Sur la figure 4.9, est montré l'ajustement linéaire obtenu sur une première série de pressions mesurées par intervalle de temps d'une minute.

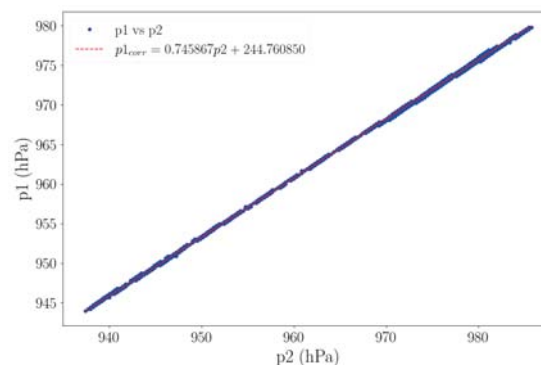


FIGURE 4.9 – Ajustement linéaire de la pression de référence en fonction de la pression mesurée par le nouveau baromètre.

Nous allons maintenant évaluer l'effet de la correction à partir de cet ajustement linéaire sur des mesures moyennées en fonction du temps par rapport à une correction instantanée. L'erreur sera alors calculée par :

$$\Delta p(t) = \bar{p}_1(t, \delta t) - p_1(t) \quad (4.3)$$

où  $\bar{p}_1(t, \delta t)$  est la pression moyenne des pressions mesurées par le baromètre par intervalles glissants de  $t$  à  $t + \delta t$ . Sur la figure 4.10 est montrée la distribution de l'erreur pour deux intervalles glissants : 15 mn et 20 mn.

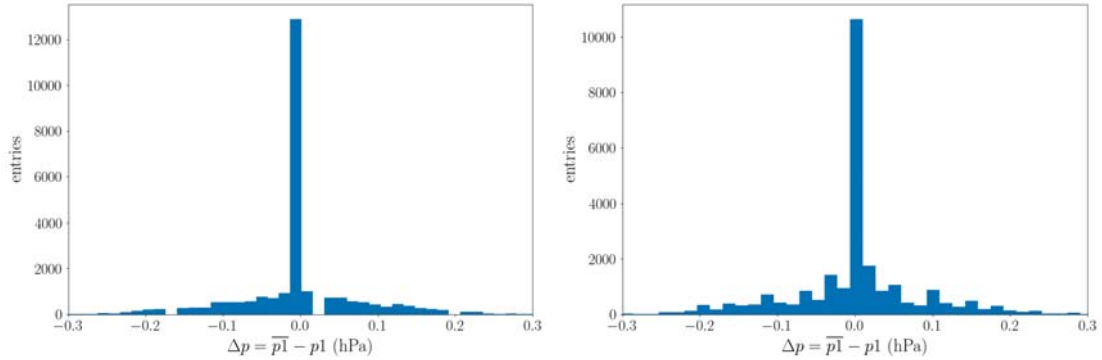


FIGURE 4.10 – Distribution de l'erreur sur l'estimation de la pression du baromètre de référence sur deux intervalles glissants : 15 min(gauche), 20 min (droite).

En augmentant l'intervalle de temps pour faire la correction sur les mesures, l'estimation de l'erreur peut être doublée en passant de 0.05 hPa à 0.09 hPa. Par contre, si on admet une erreur sur la pression mesurée ne dépassant pas 0.5 hPa on peut faire la correction toutes les 20 min.

L'erreur après étalonnage sera donc  $\delta p = \hat{p}_{ref} - p_{ref} = \bar{p}_1 - p_1$  et elle est représentée sur la figure 4.11 en fonction de la pression de référence.

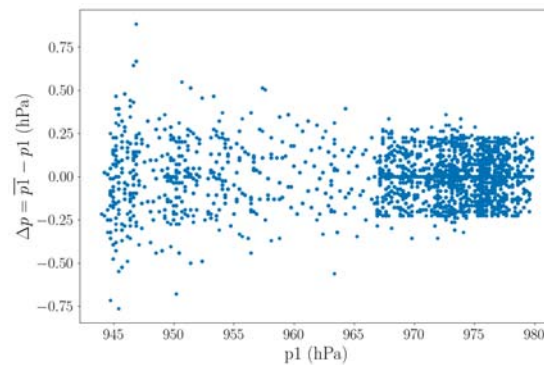


FIGURE 4.11 – Variation de l'erreur après étalonnage en fonction de la pression de référence toutes les 20 min.

En validant la correction sur une nouvelle série de données (récupérées entre décembre 2019 et février 2020), la figure 4.12 montre la distribution de l'erreur de la pression du

nouveau capteur corrigée contre celle du baromètre de référence que nous obtenons sur la nouvelle série de données. Après correction, l'erreur relative par rapport à la pression atmosphérique normale est de 0.03% sur la nouvelle série de données. Ce qui remplit le cahier des charges (voir tableau 4.1).

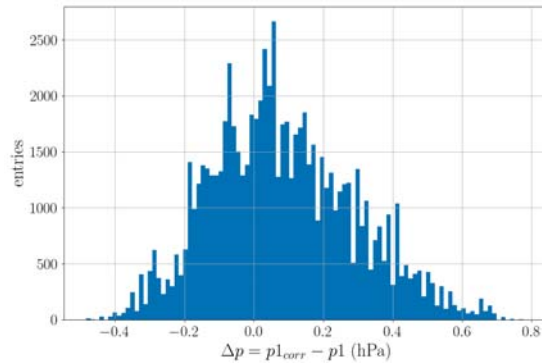


FIGURE 4.12 – Distribution de l'erreur de la pression du nouveau capteur corrigée contre celle du baromètre de référence sur la nouvelle série de données.

#### 4.2.6 Mise en marche du télescope

Avant chaque déploiement sur site, les chambres sont d'abord testées dans un banc de test en cosmiques (voir la figure 4.13) au laboratoire pour vérifier et optimiser leur fonctionnement.



FIGURE 4.13 – Banc d'essai au LPC avec quatre chambres en cours de qualification.

Les tests se proposent de caractériser et optimiser le fonctionnement des chambres en terme de

1. bruit : fréquence des signaux enregistrés en absence de muons traversant les GRPC ;
2. efficacité : probabilité de détecter un muon traversant un GRPC ;

3. multiplicité : nombre moyen de pads donnant un signal quand un muon traverse un des plans de détection et qu'il est enregistré.

Nous voulons le bruit le plus faible possible pour l'efficacité la plus grande et une multiplicité proche de 1. L'efficacité et la multiplicité sont mesurées en fonction de la HV appliquée sur la chambre et des seuils de chaque ASIC.

Les mesures reposent sur la reconstruction des muons atmosphériques descendants à partir des signaux en coïncidence dans trois des quatre chambres mises en service. Par exemple, si la deuxième chambre à partir du bas est caractérisée, les traces des muons sont reconstruites à partir des signaux en coïncidences dans les trois autres chambres. Le point d'intersection des traces reconstruites avec cette chambre est calculée et l'ASIC qui couvre ce point est identifié. L'efficacité moyenne par ASIC est estimée comme :

$$\epsilon = \frac{N_{signal}}{N_{traces}} \quad (4.4)$$

où  $N_{traces}$  est le nombre de traces qui passent par les 16 pads centraux de l'ASIC et  $N_{signal}$  le nombre de ces traces pour lesquelles un pad de l'ASIC en question a enregistré un signal. Cette procédure est répétée pour différentes hautes tensions et seuils de détection, permettant d'établir les courbes d'efficacité représentées sur la figure 4.14.

En même temps que les courbes efficacités sont mesurées, le bruit moyen par ASIC est aussi mesuré, toujours en fonction de la haute tension et du seuil de détection. Un exemple est représenté sur la figure 4.15. Nous pouvons voir que si l'efficacité monte rapidement avec la haute tension avant d'arriver à un plateau, le bruit ne sature pas en fonction de la haute tension.

Pour faciliter la lecture, sur la figure 4.16 sont montrés l'efficacité et le bruit d'un ASIC en fonction de la haute tension d'une chambre.

Le point de fonctionnement de la chambre est défini par la haute tension la plus basse qui permet d'avoir une efficacité correcte sur l'ensemble des ASIC, tout en gardant un bruit moyen assez bas. Le seuil de chaque ASIC est la variable d'ajustement qui permet de remplir les deux critères précédents.

Pour la sous-collection de traces qui sont vues par au moins un des pads de l'ASIC, la valeur moyenne de la distribution du nombre de pads touchés donne la multiplicité moyenne au niveau de l'ASIC. Les distributions et les cartes de l'efficacité et de la multiplicité moyennes par ASIC sont montrées à titre d'exemple pour une des chambres TOMUVOL sur la figure 4.17

Une fois le point de fonctionnement défini, le gain des canaux bruyants, généralement associés à la connexion HV (voir la figure 4.18 gauche où la carte de bruit d'une chambre est montrée) est réduit de façon itérative jusqu'à ce que la distribution du bruit pour la chambre entière soit uniforme. L'optimisation du gain est entièrement automatisée.

L'optimisation faite en laboratoire n'est pas parfaitement reproductible sur site et doit être refaite périodiquement.

#### 4.2.7 Comportement du télescope sur site

La correction élimine la plupart des variations, mais nous observons quelques corrélations restantes avec la température. Elles sont visibles sur la figure 4.19, où en plus de la variation du bruit sur la durée de la campagne, le bruit et le temps mort sont représentés

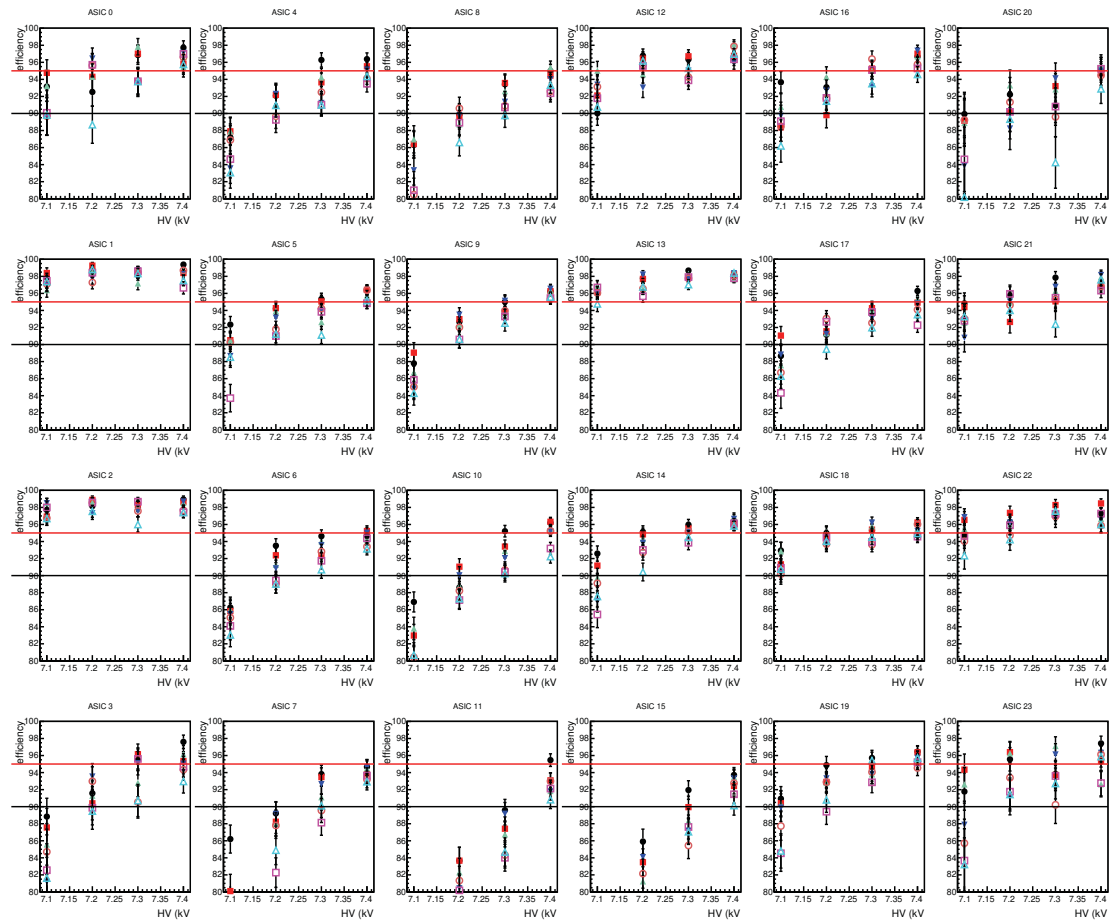


FIGURE 4.14 – Efficacité moyenne par ASIC en fonction de la haute tension, pour des différents seuils du premier comparateur.

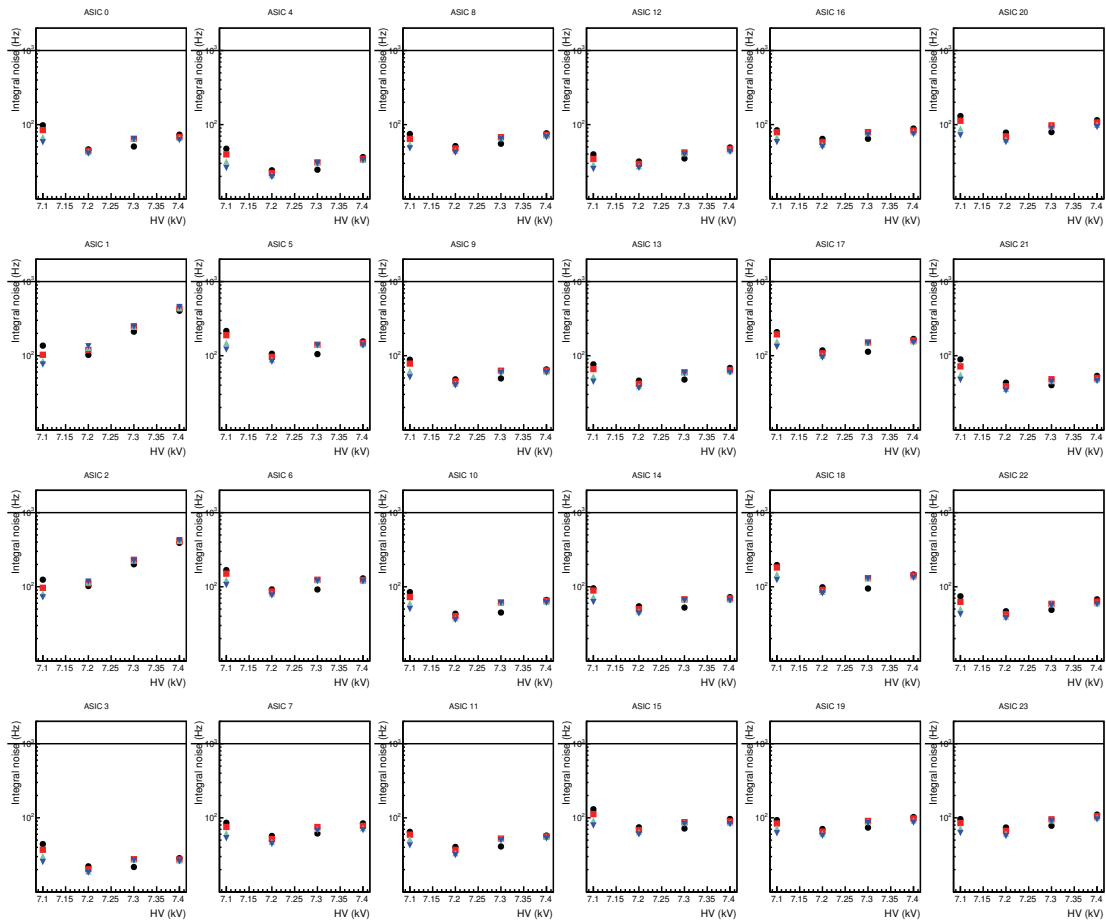


FIGURE 4.15 – Bruit moyen par ASIC en fonction de la haute tension, pour des différents seuils du premier comparateur.



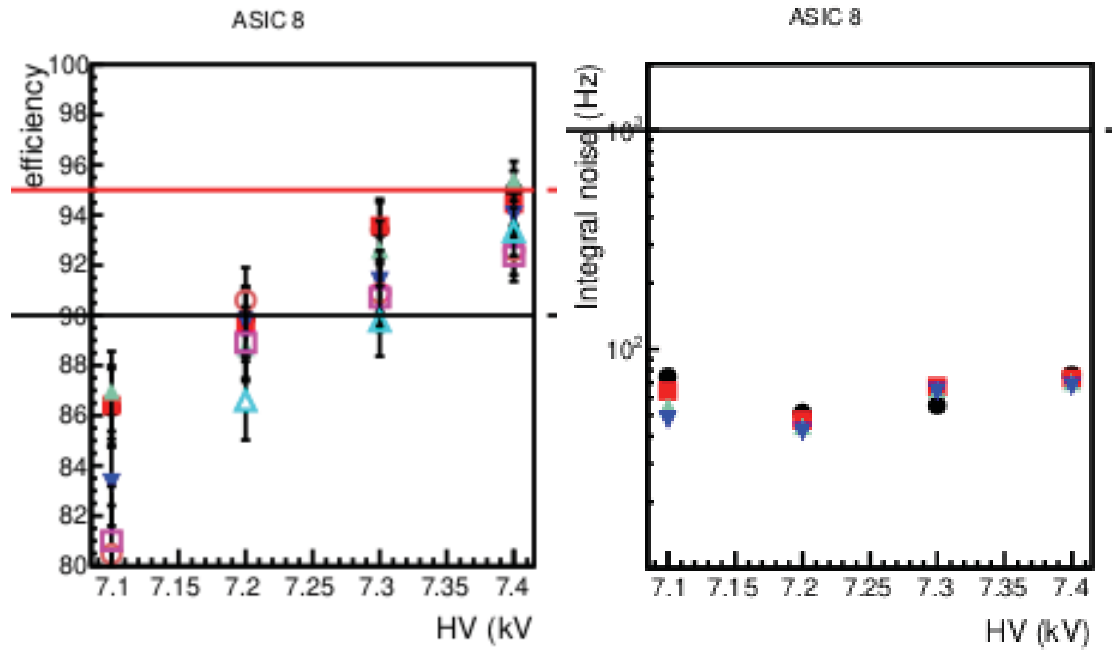


FIGURE 4.16 – Efficacité moyenne (gauche) et bruit moyen (droite) d'un ASIC en fonction de la haute tension.

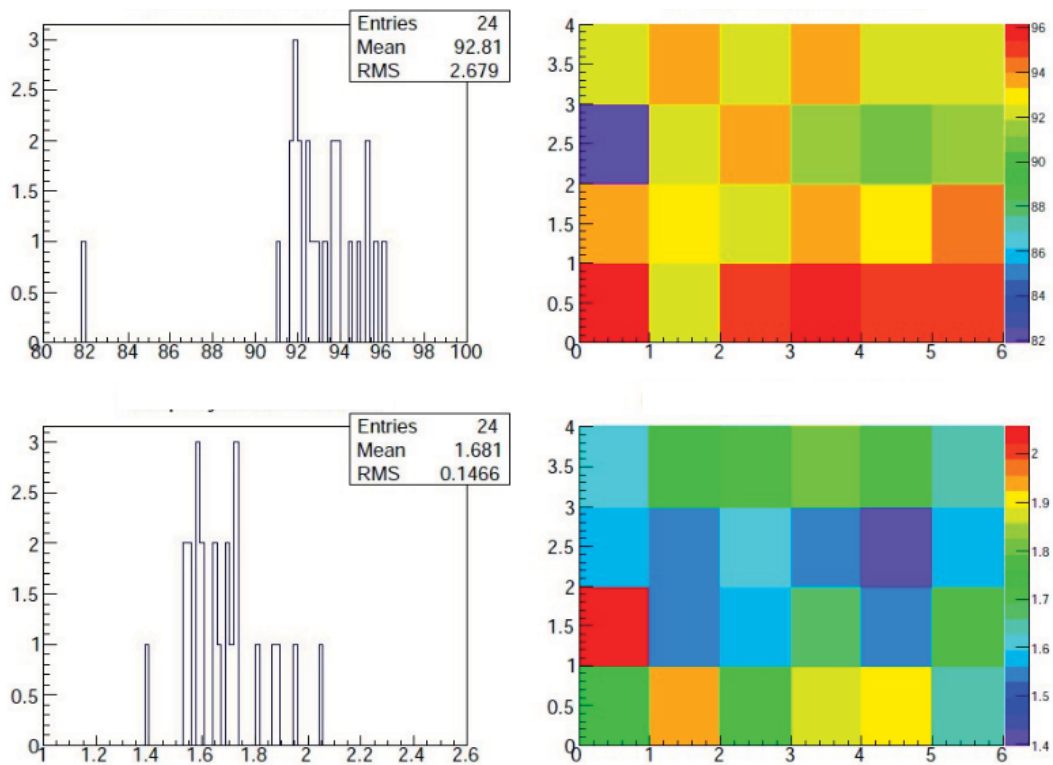


FIGURE 4.17 – Exemple de distributions et des cartes de l'efficacité (haut) et de la multiplicité (bas) moyennes par ASIC pour une des chambres TOMUVOL.

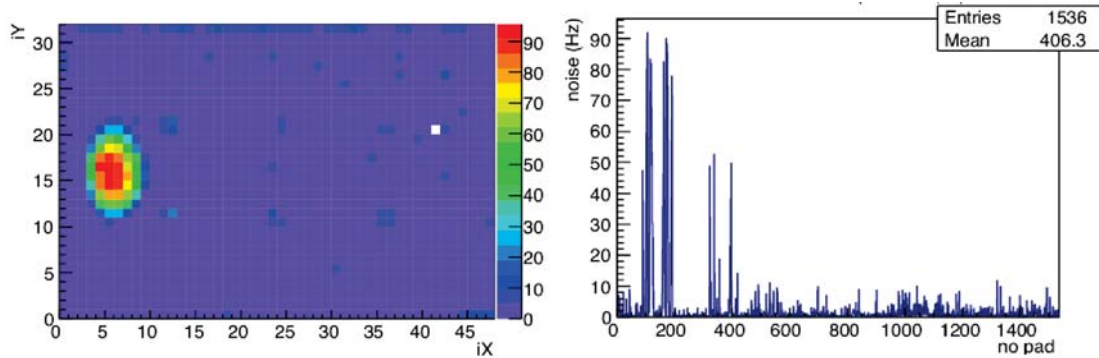


FIGURE 4.18 – Mesure de la distribution du bruit dans une chambre avant l’optimisation du gain : carte du bruit de la chambre (gauche) et bruit en fonction du nombre de pads (droite).

en fonction de la température. Il faut souligner que l’acquisition de données est limitée par le protocole USB1 utilisé pour la lecture des DIFs, ce qui signifie que le temps mort augmente lorsque le bruit augmente. La fraction de temps mort a augmenté jusqu’à 16% lorsque la température a atteint 20°C.

Bien que plusieurs chambres aient été particulièrement bruyantes, la plupart d’entre elles présentaient un bruit moyen inférieur à 1,5 Hz/cm<sup>2</sup>. L’efficacité des chambres GRPC a pu être maintenue de manière assez constante lors des campagnes de mesure. Leur stabilité permet d’utiliser pour la mesure du flux transmis des valeurs moyennes en fonction du temps. Pour minimiser l’impact des fluctuations statistiques sur l’estimation de l’efficacité, elle n’est pas calculée pad par pad, mais moyennée au niveau de chaque ASIC.

Enfin, après plusieurs campagnes d’acquisition de données avec les détecteurs GRPC, TOMUVOL a confirmé que ces derniers sont assez robustes pour des campagnes de terrain. L’expérience acquise sur le puy de Dôme a permis d’optimiser le design d’un télescope : la surface des chambres a été doublée et la lecture par pad a été remplacée par une lecture par pistes croisées pour limiter le prix du télescope et minimiser sa consommation électrique.

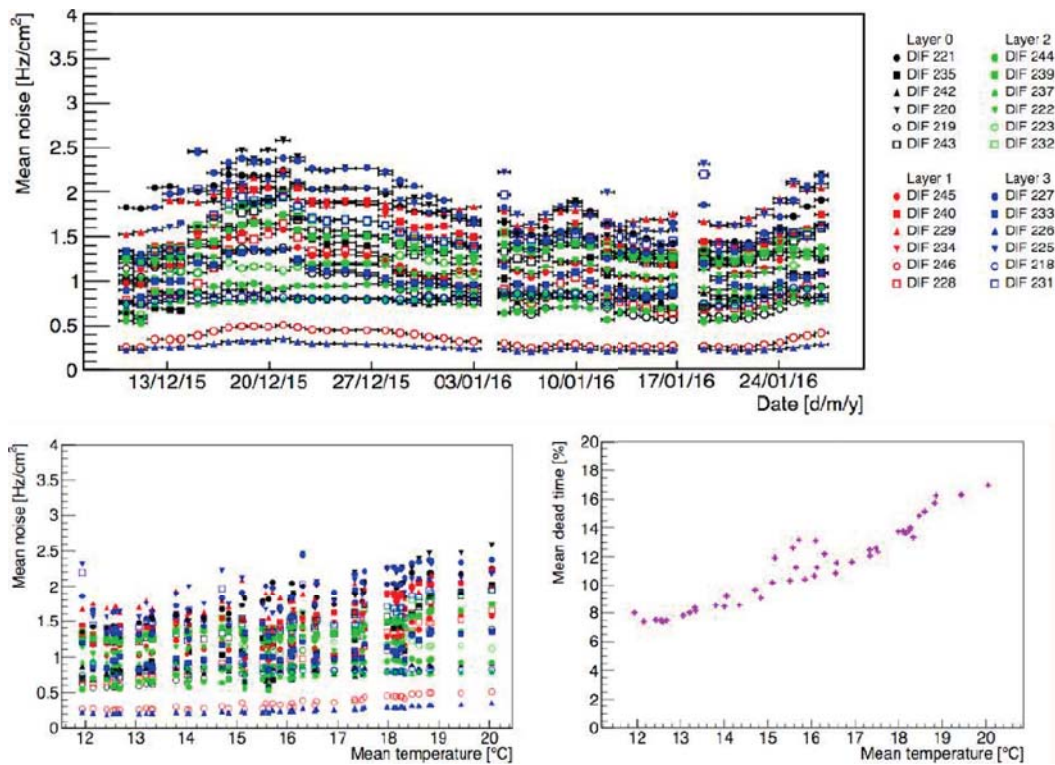


FIGURE 4.19 – Haut : variation du bruit moyen d’un GRPC sur la durée de la campagne de prise de données 2015 sur le puy de Dôme; bas : variation du bruit moyen du GRPC en fonction de la température in situ (gauche), variation du temps mort du DAQ avec la température in situ (droite).

## Chapitre 5

# Estimation du nombre de muons atmosphériques attendus après propagation à travers la cible

L'algorithme développé durant cette thèse pour reconstruire la densité d'une cible à partir du nombre de muons atmosphériques qui traversent la cible consiste à comparer la mesure avec des simulations pour différents modèles de cible. Un modèle de cible est défini par une hypothèse de densité uniforme pour la cible. Dans la section 3.5.2, nous avons présenté la modélisation des cibles étudiées. Dans ce cas le nombre de muons atmosphériques transmis est simulé pour différentes hypothèses de densité de la cible et en utilisant une modélisation du télescope à muons, tel que décrit dans le chapitre précédent.

Le nombre de muons détectés est estimé par convolution du flux de muons transmis, la réponse du télescope et la durée de prise de données selon :

$$N(\alpha, \beta) = \int_t \int_{E_\mu} \int_{\Omega(\alpha, \beta)} \phi(E_\mu, \alpha', \beta') \times S_{eff}(E_\mu, \alpha', \beta') d\Omega dE_\mu dt, \quad (5.1)$$

où  $\phi(E_\mu, \alpha', \beta')$  est le flux transmis des muons atmosphériques à travers le volcan qui arrivent au télescope avec une énergie  $E_\mu$ , et une direction  $(\alpha', \beta')$  dans l'angle solide  $\Omega$ .  $S_{eff}(E_\mu, \alpha', \beta')$  est la surface effective du télescope pour les muons d'énergie  $E_\mu$  et qui arrivent dans des directions  $(\alpha', \beta')$  dans l'angle solide  $\Omega$  et  $t$  est la durée de prise de données.

Il faut noter ici que l'intégrale se fait sur l'angle solide  $\Omega$  autour de la vraie direction  $(\alpha, \beta)$  pour avoir suffisamment de muons pour reconstruire la densité. Du fait que les télescopes utilisés sont généralement des trajectographes et ne permettent pas de mesurer l'énergie des muons, il faut aussi intégrer sur toutes les énergies possibles. Le nombre de muons estimés par la mesure est donc une carte dimensionnelle (2D) du nombre de muons intégré dans un angle solide et sur toute la fenêtre d'énergie des muons qui ont traversé la cible et qui ont pu être détectés.

Pour estimer le nombre de muons détectés après propagation à travers le volcan, il faut donc estimer le flux de muons transmis et modéliser la réponse du télescope. Dans un premier temps nous allons définir les systèmes de référence utilisés pour décrire la direction  $(\alpha, \beta)$  d'un muon. Ensuite nous modéliserons la réponse du télescope et nous

estimerons le flux transmis à travers la cible.

## 5.1 Systèmes de référence utilisés

Pour faciliter la reconstruction des traces et l'implémentation du transport des muons à travers la cible, différents systèmes de référence sont utilisés. Dans cette section nous définissons les systèmes de référence utilisés en simulation et du côté de la mesure. Nous décrirons également les transformations permettant de passer d'un système de référence à un autre.

### 5.1.1 Système de référence utilisé en simulation

Le système de référence spatial cartésien ECEF (Earth-centered, Earth-fixed) (voir la figure 5.1) est utilisé en simulation. L'axe ( $Oz$ ) de ce système coïncide avec l'axe moyen de rotation de la Terre. Les plans ( $xOy$ ) et ( $xOz$ ) sont formés par le plan équatorial moyen perpendiculaire à l'axe ( $Oz$ ) et le plan méridien moyen de Greenwich respectivement. L'axe ( $Ox$ ) passe par le plan méridien et l'axe ( $Oy$ ) oriente le système vers la droite. L'origine  $O$  étant le centre de gravité de la Terre.

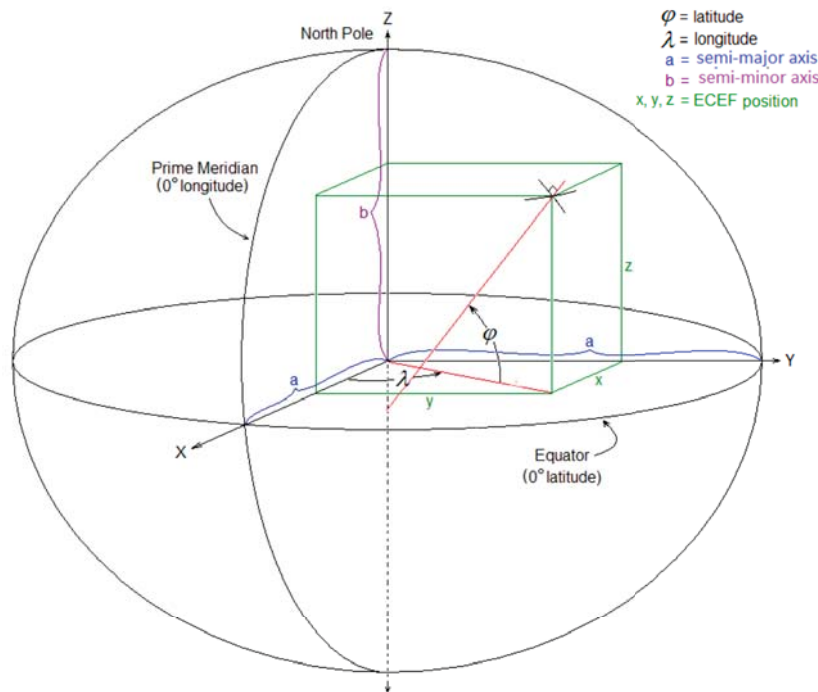


FIGURE 5.1 – Schéma d'un système de référence spatial cartésien ECEF. Les coordonnées ( $x, y, z$ ) sont indiquées par rapport à la latitude et la longitude [92].

Vu la taille de la cible et sa distance par rapport au télescope, et pour prendre en compte les données de topographie, nous utilisons également un système géodésique local. Dans ce système les axes sont tels que ( $Ox$ ) pointe vers l'Est et ( $Oy$ ) vers le Nord

géographique,  $(Oz)$  étant la verticale locale. La direction d'un muon (voir la figure 1.2) est décrite par deux angles : l'azimut  $\beta$  et l'élévation  $\alpha$ .

Un géoïde est défini pour pouvoir modéliser la surface de la Terre. Ce géoïde est en fait la surface théorique de la pesanteur. Il est proche d'un ellipsoïde, c'est-à-dire une surface obtenue en faisant tourner une ellipse sur son axe. On peut alors l'approximer par un ellipsoïde (voir la figure 5.2).

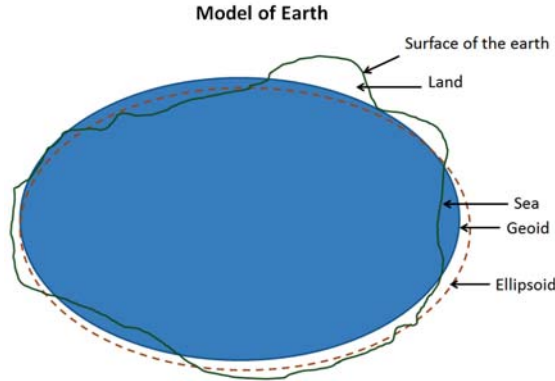


FIGURE 5.2 – Exemple de modélisation de la surface de la Terre [93].

Un système de coordonnées sphériques (longitude, latitude, altitude) est utilisé pour repérer, par rapport à l'ellipsoïde, un point quelconque. Le système géodésique correspond donc aux paramètres de forme de l'ellipsoïde et de positionnement sur celle-ci.

L'ajout de l'ellipsoïde comme surface de référence combinée au système de référence cartésien permet l'utilisation des coordonnées géodésiques. Le centre de l'ellipsoïde coïncide avec l'origine du système et le demi-petit axe, avec l'axe  $(Oz)$ . Il devient alors possible d'effectuer des transformations rigoureuses entre les coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$  et les données ellipsoïdales (latitude, longitude, altitude).

### 5.1.2 Système de coordonnées utilisé dans le référentiel du télescope

La reconstruction des traces des muons mesurés se fait dans le référentiel du télescope où l'axe  $(Oz)$  pointe vers la cible et l'axe  $(Oy)$  est la verticale locale. L'axe  $(Ox)$  est tel que le système  $(Ox, Oy, Oz)$  forme un trièdre direct (voir figure 5.3).

L'axe  $(Oz)$  est une normale aux plans de détection et elle est définie dans le référentiel géocentrique par les angles  $(\alpha_0, \beta_0)$ . Il décrit le pointage du télescope. La direction  $(\alpha, \beta)$  d'un muon dans le référentiel géocentrique peut être obtenue dans le référentiel télescope par les transformations définies par :

$$\begin{aligned}\alpha_{det} &= \zeta \times (\alpha - \alpha_0) \\ \beta_{det} &= \zeta \times (\beta - \beta_0)\end{aligned}\tag{5.2}$$

avec  $\zeta = \frac{z}{z_0}$  le facteur de zoom dans l'approximation de petits angles,  $z$  et  $z_0$  étant la position du centre du télescope et de la cible respectivement. Dans le cas du puy de Dôme, nous utilisons dans les simulations les coordonnées GPS de l'antenne située à son sommet pour positionner le volcan.

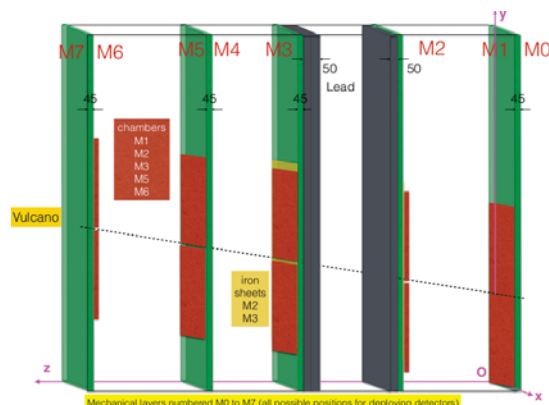


FIGURE 5.3 – Schéma des plans de détection du premier télescope sur Vulcano et définition des axes du référentiel en coordonnées télescope. L’axe (Oz) pointe vers la cible et l’axe (Oy) est la verticale locale. L’axe (Ox) est tel que le système (Ox, Oy, Oz) forme un trièdre direct.

Le centre du télescope et son pointage sont mesurés sur site lors du déploiement du télescope. Pour faire correspondre les systèmes de référence utilisés (en simulation et du côté de la mesure), la position et le pointage du télescope mesurés sont ensuite injectés dans les simulations. Nous développons également dans la section 6.5.4, un algorithme permettant de vérifier, à partir de la mesure de la carte du nombre de muons, la position et le pointage du télescope. L’effet de la précision du pointage et/ou de la position du télescope sur la reconstruction de la densité sera également étudié (section 6.5.4). L’acceptance géométrique définie dans la section 5.4.1 indiquera sur quel intervalle autour de  $(\alpha_0, \beta_0)$  le télescope voit la cible c’est-à-dire quelle région de la cible sera imagée.

Il faut aussi préciser que le nombre de muons doit être estimé du côté de la simulation dans les mêmes conditions du fonctionnement du télescope durant l’acquisition des données. Pour cela, les caractéristiques du télescope nécessaires pour modéliser sa réponse sont estimées à partir des données acquises lors des campagnes de mesure.

## 5.2 Reconstruction des traces des muons

Comme nous avons vu dans le chapitre 4, un télescope à muons est fait à partir des plans de trajectographes et la direction des muons est reconstruite à partir des points d’impact de la trace avec chaque plan. Dans le cas du télescope TOMUVOL, les trajectographes sont des plans de GRPC avec une segmentation de  $1 \text{ cm}^2$ .

La position  $(x_i, y_i)$  du point d’impact de la particule dans la  $i$ -ème chambre est alors estimée comme la valeur moyenne des coordonnées des centres des blocs appartenant au “cluster” correspondant. L’incertitude  $(\sigma_{x_i}, \sigma_{y_i})$  associée à la position  $(x_i, y_i)$  est modélisée en prenant en compte l’extension spatiale de chaque “cluster”, suivant les directions  $x$  et  $y$ , mesurée en nombre de cellules, selon :

$$\sigma_{x_i} = \sigma_{y_i} = A \times n_{x,y} \times \frac{1 \text{ cm}}{\sqrt{12}}, \quad (5.3)$$

où  $n_x$  (respectivement  $n_y$ ) est le nombre maximum de blocs appartenant aux “clusters” adjacents suivant la dimension  $x$  (respectivement  $y$ ) et  $A$  est un facteur de normalisation.

Pour simplifier la modélisation, nous allons considérer par la suite une valeur de  $n_{n,y} = 1.6$ . Ceci correspond à la valeur moyenne mesurée pendant les campagnes de mesure et corrigée par un facteur multiplicatif de 0.8 lié au partage de charge sur les pads de lecture au passage d’un muon [12].

Dans le référentiel du télescope, une trace laissée par le passage d’un muon à travers les plans de détection peut être représentée sous la forme :

$$\begin{cases} x = a_x z + b_x \\ y = a_y z + b_y \end{cases} \quad (5.4)$$

Soit  $(x_i, y_i, z_i)_{i=1,N}$ , un ensemble de points dans l’espace ou les  $z_i$  (positions des plans de détection) sont connus et fixes. Les mesures  $x_i$  et  $y_i$  étant indépendantes, les paramètres  $a_x, b_x$  et  $a_y, b_y$  peuvent être estimés séparément en minimisant la fonction de  $\chi^2$  donnée par :

$$\chi^2(a_x, b_x, a_y, b_y) = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - a_x z_i - b_x)^2}{\sigma_{x_i}^2} + \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - a_y z_i - b_y)^2}{\sigma_{y_i}^2} \quad (5.5)$$

Après minimisation, une estimation des paramètres  $a_x$  et  $b_x$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{a}_x &= \frac{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i x_i}{\sigma_{x_i}^2} - \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_{x_i}^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i^2}{\sigma_{x_i}^2} - \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_{x_i}^2}} \\ \hat{b}_x &= \frac{\sum_{i=1}^N \frac{x_i}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i^2}{\sigma_{x_i}^2} - \sum_{i=1}^N \frac{z_i x_i}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_{x_i}^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i^2}{\sigma_{x_i}^2} - \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_{x_i}^2} \sum_{i=1}^N \frac{z_i}{\sigma_{x_i}^2}}, \end{aligned} \quad (5.6)$$

avec des expressions similaires pour  $a_y$  et  $b_y$ .

Nous considérons des plans de surface carrée de  $1 \text{ m}^2$ , équidistants et une distance de 1 m entre les plans extérieurs. Il s’agit de la configuration du premier télescope utilisé par la collaboration TOMUVOL lors de la campagne TDF2013 (figure 4.3). Nous pouvons voir sur la figure 5.4 la variation attendue des résolutions angulaires avec la direction d’incidence du muon. La résolution la plus mauvaise, de 0.3 deg, est obtenue à incidence normale.



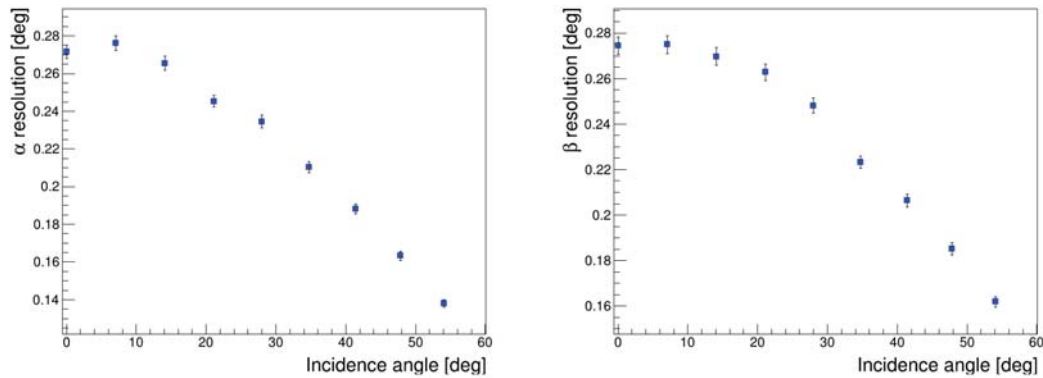


FIGURE 5.4 – Résolutions en degré sur les angles  $\alpha$  (gauche) et sur  $\beta$  (droite) en fonction de l’angle d’incidence du muon sur le télescope. L’angle d’incidence est l’angle de la vraie direction du muon par rapport à la normale aux plans de détection. Une résolution en position de 0.36 cm a été simulée suivant l’équation 5.6.

Les résidus observés pour les traces reconstruites lors de la campagne TDF2013 dans un des plans intérieurs du télescope sont montrés sur la figure 5.5.

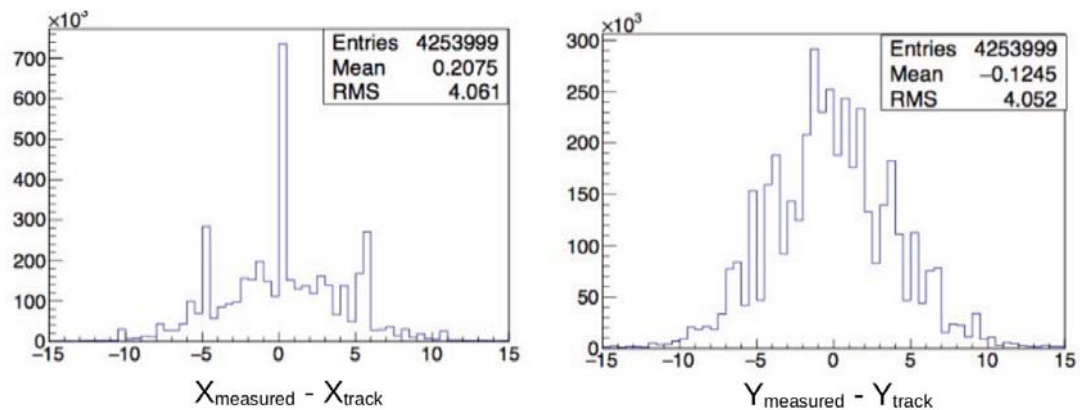


FIGURE 5.5 – Distribution des résidus en mm en x (gauche) et en y (droite) pour un des plans intérieurs du télescope TOMUVOL lors de la campagne TDF2013.

### 5.3 Contrôle du seuil en impulsion du télescope

Lors de la campagne TDF2013, le seuil de détection du télescope était de 120 MeV. Cela vient essentiellement des épaisseurs des cassettes en aluminium (6 mm) qui protègent les GRPC. Ce seuil n’est pas suffisant pour éliminer le bruit des muons de basse énergie qui diffusent [94].

Pour augmenter le seuil en impulsion sur les campagnes suivantes, la collaboration TOMUVOL a rajouté un diffuseur en plomb au milieu du télescope : 5 cm lors de la campagne CDC2014 et 10 cm lors de la campagne CDC2015. L’idée est que les muons

de basse impulsion diffusent dans le plomb et un angle de diffusion peut éventuellement être mis en évidence entre le segment de traces vu avec les deux premiers plans et celui vu avec les deux derniers.

L'épaisseur de plomb rencontrée par les muons en traversant le télescope dépend de la direction d'incidence des muons. Pour modéliser l'effet du plomb sur des muons d'angles différents, nous avons donc généré des traces dans des directions aléatoires dans la fenêtre d'azimut  $[-90^\circ, 90^\circ]$  et d'élévation  $[0^\circ, 90^\circ]$ . La propagation de ces muons à travers le télescope a été simulée avec PUMAS.

Soit  $\theta_z$  la direction initiale des muons par rapport à l'axe (Oz) et  $\hat{\theta}_z$  la direction finale calculée à partir des paramètres  $a_x$  et  $a_y$  de la trace reconstruite selon :

$$\hat{\theta}_z = \arccos \left( \frac{1}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + 1}} \right) \quad (5.7)$$

Après la propagation dans le plomb, le  $\chi_{min}^2$  de la trace reconstruite est détérioré pour les muons de basse impulsion. En sélectionnant par exemple uniquement les traces avec  $\chi_{min}^2 \leq 4$ , nous gardons, comme nous pouvons le voir sur la figure 5.6, la plupart des traces de 10 GeV mais uniquement 20% des traces des muons de 3 GeV. Aucun muon en dessous de 300 MeV ne traverse les quatre plans du télescope avec 10 cm de diffuseur de plomb.

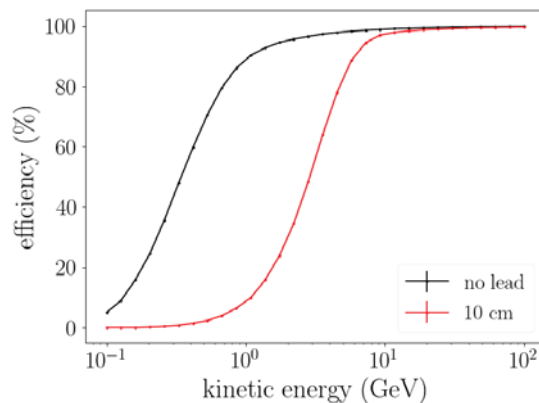


FIGURE 5.6 – Estimation de l'efficacité de sélection des traces bien reconstruites en fonction de l'énergie cinétique des muons pour le télescope TOMUVOL avec 10 cm de plomb. Uniquement les traces avec  $\chi_{min}^2 \leq 4$  sont gardées.

Nous avons vérifié aussi l'impact du plomb sur l'erreur moyenne sur la direction de la trace reconstruite,  $\hat{\theta}_{rms}$ , définie par :

$$\hat{\theta}_{rms} = \langle \hat{\theta}_z - \theta_z \rangle \quad (5.8)$$

Comme nous pouvons le voir sur la figure 5.7, l'incertitude sur la direction reconstruite du muon est meilleure quand l'énergie du muon augmente avec ou sans l'insertion de l'épaisseur de plomb.

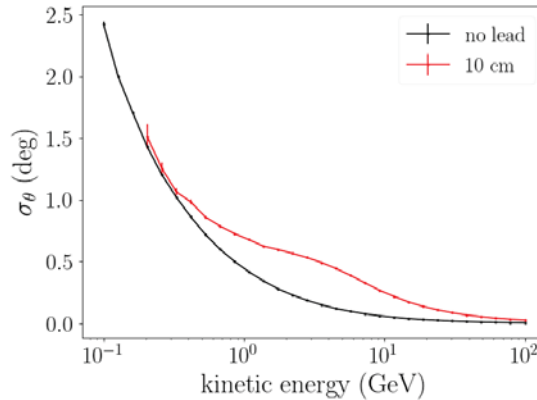


FIGURE 5.7 – Estimation de l'incertitude sur la direction reconstruite du muon en fonction de son énergie cinétique.

L'épaisseur de plomb de 10 cm dégrade l'incertitude de la direction reconstruite pour des muons d'énergie entre 300 MeV et 100 GeV. Par exemple, l'incertitude sur la direction reconstruite d'un muon de 1 GeV avec une épaisseur de plomb de 10 cm est d'environ  $0.57^\circ$ , tandis que sans plomb elle est de  $0.4^\circ$ . C'est le prix à payer si on veut rejeter assez de muons de basse impulsion avec l'insertion du plomb. Une alternative envisagée pour la construction du premier télescope sur Vulcano (figure 5.3) est d'utiliser cinq plans de détection au lieu de quatre. L'épaisseur de plomb servira qu'à ne rejeter les muons de basse impulsion. Les traces seront alors reconstruites en utilisant seulement les points d'impact des muons dans les trois premiers plans avant l'épaisseur de plomb. Ce faisant, nous diminuons certes, la statistique mais nous conservons les muons plus ou moins balistiques. En outre, l'efficacité de sélection et l'incertitude sur les traces reconstruites ne seront plus impactées par le plomb. Une autre alternative que l'équipe MIM est en train d'étudier consiste à utiliser des aimants supra-conducteurs qu'en lieu et place du plomb pour faire dévier la trajectoire des muons de basse impulsion. Ainsi il sera plus facile de sélectionner les muons plus ou moins balistiques à partir de la distribution des angles de déflexion de ces muons.

## 5.4 Modélisation de la réponse du télescope

Pour modéliser la réponse du télescope, il faut prendre en compte particulièrement trois facteurs : sa surface effective, sa réponse en énergie et sa résolution angulaire. Les deux premiers facteurs vont, avec la durée de prise de données, déterminer le nombre de muons mesurés. Le troisième indiquera comment les muons reconstruits sont distribués.

Pour développer la méthode de reconstruction de la densité, nous utilisons un détecteur idéal, c'est-à-dire d'efficacité 100% et sans zones mortes. Dans les sections suivantes, la modélisation de la réponse du télescope et l'effet des zones mortes sur celle-ci seront présentés. L'acceptance géométrique sera donc estimée par Monte Carlo pour prendre facilement en compte l'effet des zones mortes.

### 5.4.1 Modélisation de la surface effective du télescope

La surface effective du télescope pour des muons d'énergie  $E_\mu$  dans la direction  $(\alpha, \beta)$  est estimée par :

$$S_{eff}(E_\mu, \alpha, \beta) = S_{geo} \times A(\alpha, \beta) \times \epsilon(E_\mu, \alpha, \beta), \quad (5.9)$$

avec  $S_{geo}$ ,  $A(\alpha, \beta)$  et  $\epsilon(E_\mu, \alpha, \beta)$  respectivement la surface géométrique (longueur x largeur) du télescope, son acceptation et son efficacité de détecter des muons d'énergie  $E_\mu$  dans la direction  $(\alpha, \beta)$ .

#### Estimation de l'acceptation géométrique

L'acceptation géométrique fait intervenir le fait qu'une particule doit passer par tous les plans de détection pour être considérée comme un événement auquel il faut s'intéresser. En faisant référence aux particules dans Geant4 appelées geantino qui excluent toute interaction avec la matière, l'acceptation géométrique du télescope peut être définie comme la probabilité pour un geantino de traverser tous les plans de détection. On comprend rapidement que les muons qui arrivent dans la direction perpendiculaire aux plans de détection ont plus de chances de traverser tous les plans que ceux provenant des autres directions. L'acceptation géométrique n'est rien d'autre que l'intersection des projections des plans de détection sur la direction du muon normalisée à 1. Ainsi l'acceptation géométrique est maximale (100%) pour des directions perpendiculaires aux plans de détection et décroît quand la direction des muons s'écarte de la normale aux plans de détection jusqu'à s'annuler.

Dans le cas d'un télescope carré, avec une largeur égale à sa hauteur, sans zones mortes ou non instrumentées, l'acceptation peut-être exprimée de façon analytique par :

$$A(\alpha, \beta) = \cos \alpha_{det} \times \cos \beta_{det} \times \max \left( 0, 1 - \frac{d |\tan \beta_{det}|}{l} \right) \times \max \left( 0, 1 - \frac{d |\tan \alpha_{det}|}{l \cos \beta_{det}} \right), \quad (5.10)$$

avec  $(\alpha_{det}, \beta_{det})$  la direction du muon dans le référentiel détecteur défini dans la section 5.1.2,  $l$  la largeur (hauteur) du télescope et  $d$  son extension.

Pour généraliser le fait que tous les télescopes ne sont pas forcément carrés et pour prendre facilement en compte l'effet des zones mortes dans l'estimation de l'acceptation, elle est estimée par Monte Carlo dans le code de la simulation. Dans une direction  $(\alpha, \beta)$ , l'acceptation géométrique est la moyenne pondérée par la valeur absolue du produit scalaire du vecteur unitaire défini par la direction  $(\alpha, \beta)$  et celui défini par la normale aux plans de détection des événements qui traversent tous les plans de détection et qui ne tombent pas dans une zone morte d'un plan. Elle est donc exprimée par :

$$\hat{A}(\alpha, \beta) = \frac{1}{N_{gen}(\alpha, \beta)} \times \sum_{i=1, (\alpha_i, \beta_i) \in \text{bin}(\alpha, \beta)}^{N_{gen}} \eta(\alpha_i, \beta_i) \times w_i \quad (5.11)$$

$$w_i = |\vec{u}(\alpha_i, \beta_i) \cdot \vec{v}(\alpha_0, \beta_0)|$$

où  $\eta(\alpha_i, \beta_i)$  vaut 0 ou 1 suivant que la direction  $(\alpha_i, \beta_i)$  tombe dans une zone morte du télescope ou pas,  $w_i$  est le poids associé à la particule dans la direction  $(\alpha_i, \beta_i)$ ,  $N_{gen}(\alpha, \beta)$

est le nombre d'événements générés dans le bin contenant la direction  $(\alpha_i, \beta_i)$ . Les vecteurs  $\vec{u}(\alpha_i, \beta_i)$  et  $\vec{v}(\alpha_0, \beta_0)$  étant respectivement les vecteurs unitaires décrivant la direction du muon et la normale aux plans de détection.

L'estimation de l'acceptance par Monte Carlo pour un télescope de  $1 \text{ m}^3$  sans zones mortes est comparée au calcul analytique sur la figure 5.8. Sauf dans les régions du contour (les bords du télescope) ou l'incertitude statistique est prononcée, les simulations sont en bon accord avec l'approximation analytique (2%).

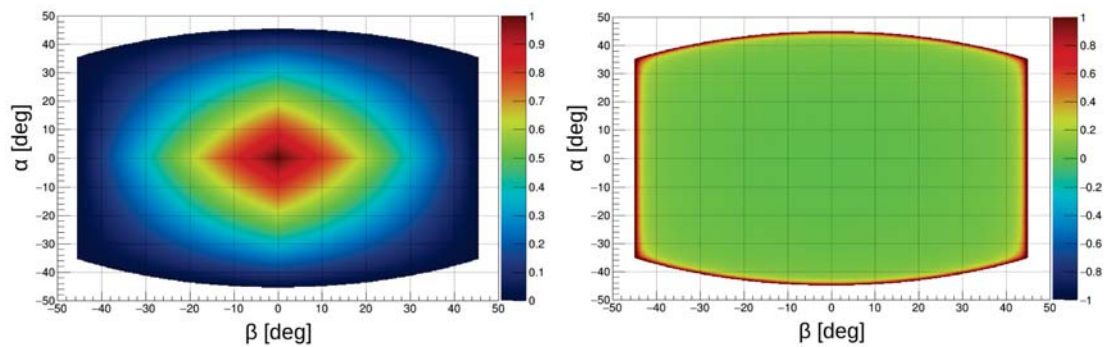


FIGURE 5.8 – Gauche : l'acceptance géométrique estimée par Monte Carlo en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  ; droite : différence relative entre l'acceptance estimée par Monte Carlo et analytiquement, en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$ . Il s'agit d'un télescope idéal de  $1 \text{ m}^3$  avec des plans verticaux sans zones mortes.

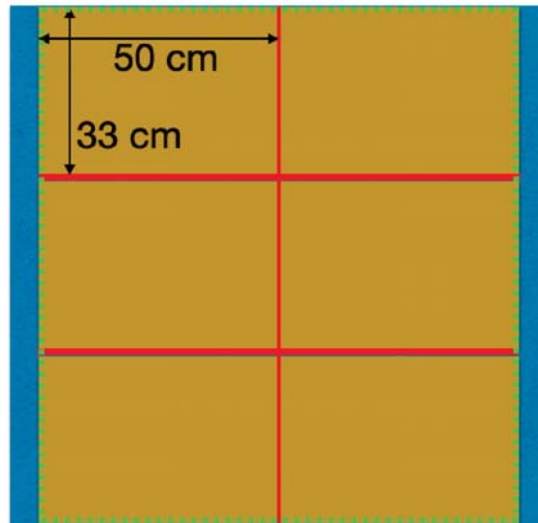


FIGURE 5.9 – Un plan de détection du télescope TOMUVOL. La zone active, instrumentée par des PCB de lecture est indiquée par le carré vert en pointillé de dimension  $1 \times 1 \text{ m}^2$ . Les zones mortes, à la jointure de deux cassettes sont soulignées en rouge.

### L'effet des zones mortes sur l'acceptance du télescope

Le télescope TOMUVOL avait quatre plans de détection et six chambres GRPC par plan (figure 5.9). Pour essayer d'estimer l'effet des zones mortes, nous avons considéré un télescope similaire à celui de TOMUVOL, avec une surface totale de  $1 \text{ m}^2$  et avec des zones mortes (deux horizontales et une verticale) de  $2 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}$  chacune.

Sur la figure 5.10 est montré l'effet des zones mortes sur l'estimation de l'acceptance du télescope. En incidence normale la perte d'acceptance ne dépasse pas 6%, mais pour des traces inclinées les zones mortes s'additionnent et l'effet sur l'acceptance est très important ( $\sim 40\%$ ).

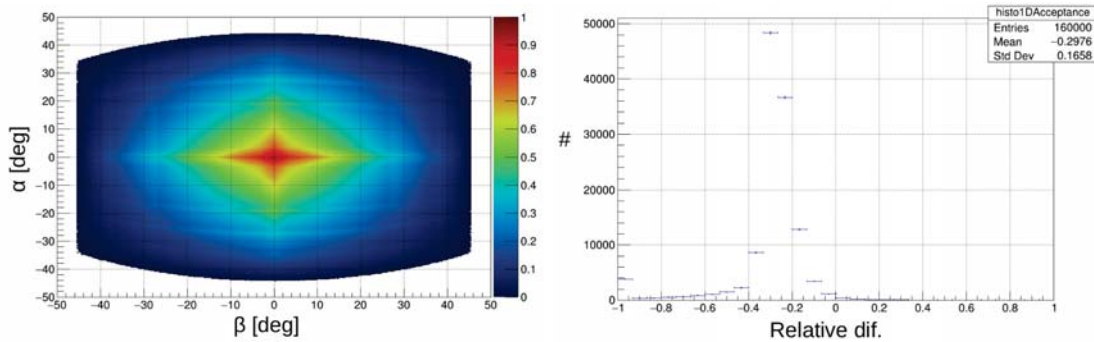


FIGURE 5.10 – Gauche : acceptance géométrique d'un télescope de  $1 \text{ m}^3$  avec zones mortes d'une surface totale de  $0.06 \text{ m}^2$  en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$ ; droite : effet des zones mortes sur l'estimation de l'acceptance. Il est de  $30\% \pm \text{stat}(17\%)$  pour des traces inclinées.

Pour minimiser cet effet, les chambres GRPC des deux télescopes qui seront déployées sur Vulcano ont été agrandies (figure 5.11). Le premier télescope a quatre chambres GRPC par plan, chacune avec une zone active de  $0.667 \times 0.5 \text{ m}^2$ . Le deuxième uniquement deux chambres par plan, mais leur dimension est de  $0.667 \times 1 \text{ m}^2$ .

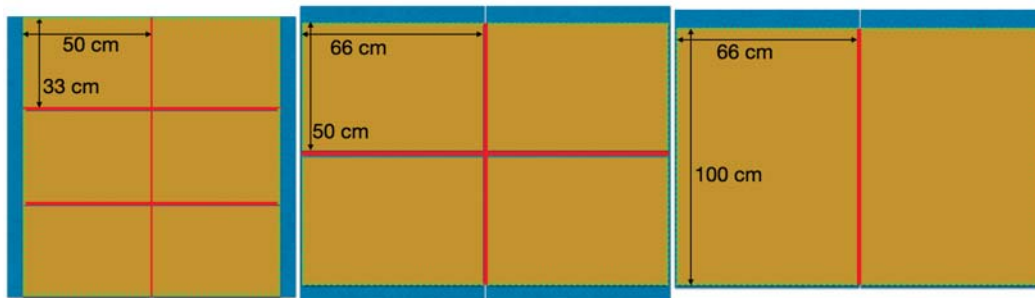


FIGURE 5.11 – Évolution d'un plan de détection de la configuration TOMUVOL (gauche) à DIRE (milieu = premier télescope, droite = deuxième télescope). Dans la configuration DIRE, la zone active de  $1,334 \times 1 \text{ m}^2$  est indiquée par le carré vert en pointillé. Elle est la même dans les deux cas, mais elle est obtenue soit à l'aide de quatre chambres, soit deux de dimension double. Les zones mortes, à la jointure de deux cassettes sont soulignées en rouge.

### Estimation de l'efficacité du télescope

Les télescopes à muons étant des trajectographes, ils ne permettent pas de mesurer l'énergie des muons qui les traversent. Le nombre de muons mesurés est par conséquent l'intégrale du flux transmis à partir du seuil en énergie du télescope.

L'efficacité pour reconstruire une trace va dépendre de la position précise où le muon intercepte chacune des chambres GRPC qui seront utilisées dans la reconstruction. Dans la simulation, nous allons donc corriger avec l'efficacité estimée pour chacune des chambres dans la zone d'impact.

Nous avons vu aussi que les traces inclinées seront mieux reconstruites que les traces à incidence normale, puisque leur longueur de vol dans le télescope, qui dépend de  $\alpha$  et  $\beta$ , est plus grande. Elles seront donc sélectionnées avec une meilleure précision dans l'estimation de l'efficacité. Dans le cas d'un télescope avec un diffuseur de plomb, l'efficacité de sélection des traces dépendra également de l'énergie du muon. Nous pouvons donc écrire l'efficacité de l'équation 5.9 comme :

$$\epsilon(E_\mu, \alpha, \beta) = \epsilon_1(\alpha, \beta) \times \epsilon_2(E_\mu, \alpha, \beta), \quad (5.12)$$

où nous n'avons pas fait apparaître explicitement la dépendance de l'efficacité du point d'impact du muon.

L'efficacité  $\epsilon_2$  ne peut pas être estimée à partir des données puisque les télescopes utilisés ne mesurent pas l'énergie des muons. Ce dernier est alors estimé en simulant un modèle de télescope idéal (section 5.3). L'efficacité  $\epsilon_1$ , qui peut être dans ce cas considérée comme une correction de non idéalité, est estimée à partir des données. Cette estimation requiert une statistique assez importante et elle se fait nécessairement à partir du flux au ciel libre. Si les spectres en énergie du flux au ciel libre et du flux transmis ne sont pas similaires, un biais systématique est introduit dans l'estimation de la surface effective.

Par la suite, pour simplifier les simulations dans le but de développer la méthode de reconstruction, nous utiliserons un télescope idéal, avec  $\epsilon_1(\alpha, \beta) = 1$  pour toute direction  $(\alpha, \beta)$  et tous les points d'impact possibles pour le muon.

### Distribution de l'énergie des muons après propagation à travers la cible

Le bruit des muons de basse impulsion qui affectent la mesure constitue l'un des plus grands soucis en muographie. Des muons qui traversent le télescope comme s'ils venaient de traverser la cible peuvent en réalité venir de partout. Certes, on peut toujours utiliser le contour théorique (estimé du côté de simulation) de la cible pour vérifier si une direction reconstruite pointe dans la roche mais on ne peut pas, du côté de la mesure, savoir précisément si tel muon a vraiment traversé la cible.

La figure 5.12 montre la distribution attendue de l'énergie des muons qui survivent après propagation à travers le puy de Dôme. Elle montre que les muons qui traversent le puy de Dôme et qui survivent, sous les hypothèses d'une densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique montrée sur le graphique de gauche de la figure 3.11, ont un pic aux énergies de quelques GeV. La courbe en rouge montre la distribution de l'énergie de ceux du ciel libre qui arrivent dans la région du télescope vu du site TDF2013. Le flux de ces muons est de loin supérieur au flux de ceux qui traversent la cible. Beaucoup ont assez d'énergie pour traverser le télescope et laisser probablement une trace.



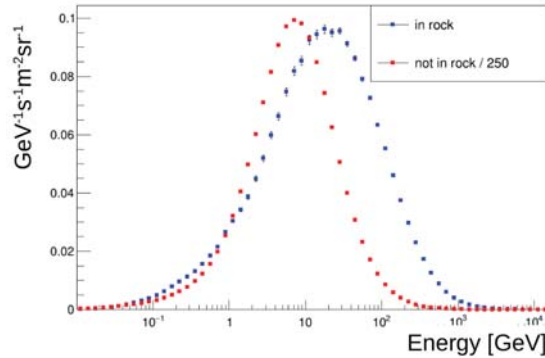


FIGURE 5.12 – Distribution de l'énergie des muons transmis à travers le puy de Dôme vu à partir du site TDF 2013 (latitude =  $45.7699609^\circ$ , longitude =  $2.9806875^\circ$ ). La courbe en bleu donne la distribution de ceux qui traversent la cible tandis que la courbe en rouge donne la distribution de ceux qui arrivent du ciel libre (divisée par 250).

## 5.5 Estimation du flux de muons transmis à travers une cible

Estimer le flux des muons atmosphériques transmis à travers une cible permet d'avoir une estimation du nombre de muons balistiques et de l'importance du bruit, sur une durée donnée de prise de données et un seuil en énergie donnée pour le télescope. Leur comparaison, à l'aide de la notion de pureté du flux transmis, définie par :

$$pureté = \frac{signal}{signal + bruit} \quad (5.13)$$

nous permet d'optimiser le seuil en énergie nécessaire pour imager le volcan. Ce seuil optimal pour la reconstruction de la densité dépend de la cible. Dans la section 5.3, nous avons décrit une technique que nous utilisons pour sélectionner les muons balistiques et donc de rejeter statistiquement les autres. Rappelons que ces muons sont de basse impulsion alors l'estimation du flux sera présentée pour des muons à partir d'un seuil en énergie.

Parmi les muons qui arrivent dans la région du télescope, il y a également des muons de basse impulsion presque horizontaux qui remontent vers la cible puisqu'ils ont diffusé dans l'environnement proche du télescope. Le télescope n'ayant pas une mesure du temps de vol, ils feront partie de l'estimation du flux transmis. Des études [95] ont montré que la plupart de ces muons sont dans les  $10^\circ$  à partir de l'horizontale. Pour les prendre en compte dans une simulation détaillée, nous replions le flux simulé entre l'élévation  $-10^\circ$  et  $0^\circ$  sur celui entre  $0^\circ$  et  $10^\circ$ .

### 5.5.1 Estimation du flux transmis à travers le puy de Dôme

Vu du site TDF2013 (figure 4.2) et une hypothèse de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  pour le puy de Dôme, le graphique à gauche de la figure 5.13 montre une estimation de la carte 2D du flux transmis de muons balistiques attendus pour un seuil en énergie des



muons transmis de 500 MeV. Une estimation de l'épaisseur de roche du puy de Dôme en fonction des angles d'observation  $\alpha$  et  $\beta$  est également montrée sur le graphique à droite de la figure.

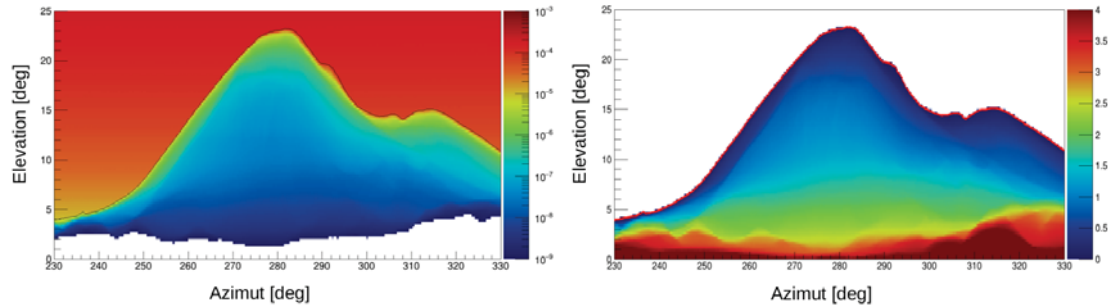


FIGURE 5.13 – Gauche : estimation du flux transmis de muons atmosphériques à travers le puy de Dôme en fonction des angles d'observation  $\alpha$  et  $\beta$  pour un seuil en énergie des muons transmis de 500 MeV ; droite : estimation de l'épaisseur de roche du puy de Dôme en fonction des angles d'observation  $\alpha$  et  $\beta$ .

La carte 2D de la pureté du flux transmis en fonction des angles d'observation  $\alpha$  et  $\beta$  pour un seuil en énergie des muons transmis de 500 MeV est montrée sur le graphique de gauche de la figure 5.14. Le profil de la pureté en fonction de l'épaisseur de roche rencontrée par les muons est montré sur le graphique à droite de la figure pour des muons de différents seuils en énergie : 100 MeV, 200 MeV, 300 MeV et 500 MeV.

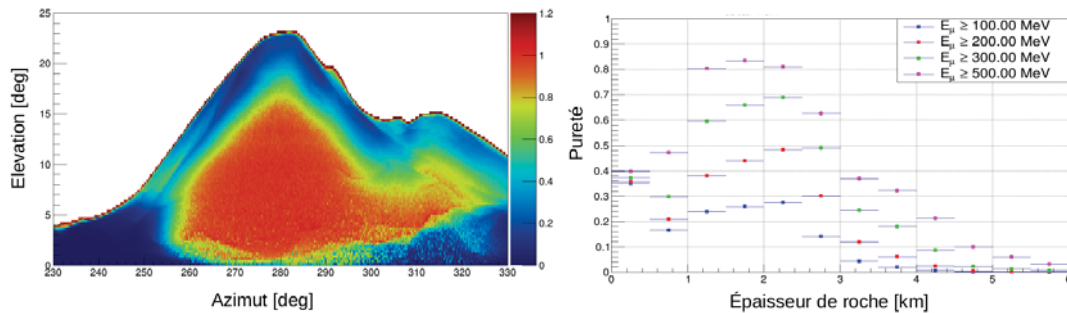


FIGURE 5.14 – Gauche : estimation de la carte 2D de la pureté du flux transmis à travers le puy de Dôme en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  ; droite : profil de la pureté en fonction de l'épaisseur de roche pour différents seuils en énergie des muons transmis.

Le profil de la pureté montre que tenter de reconstruire la densité pour un seuil en énergie des muons transmis de 100 MeV par exemple, n'est pas envisageable. Il montre également que la pureté augmente avec le seuil en énergie. Donc si avec le télescope on arrive à rejeter plus de muons de basse énergie, cela serait très avantageux pour la reconstruction de la densité. D'un autre côté, il faut se rappeler que les muons de haute énergie sont moins nombreux que ceux de basse énergie. Par conséquent, pour en avoir assez, capables de traverser la cible il faut un compromis entre la durée de prise de données, la taille du télescope qu'on peut se permettre de construire vu les technologies actuelles et le seuil en énergie des muons qu'il faut considérer.

Dans les zones où l'épaisseur de roche fait jusqu'à quelques centaines de mètres de roche (proche du contour par exemple) et aussi au delà de 4.5 km de roche (en bas du volcan par exemple) la pureté est faible pour ces seuils en énergie des muons. Par conséquent, si le télescope ne peut pas rejeter les muons au delà de ces seuils, ces zones seraient probablement difficiles à reconstruire puisque le signal est faible par rapport au bruit.

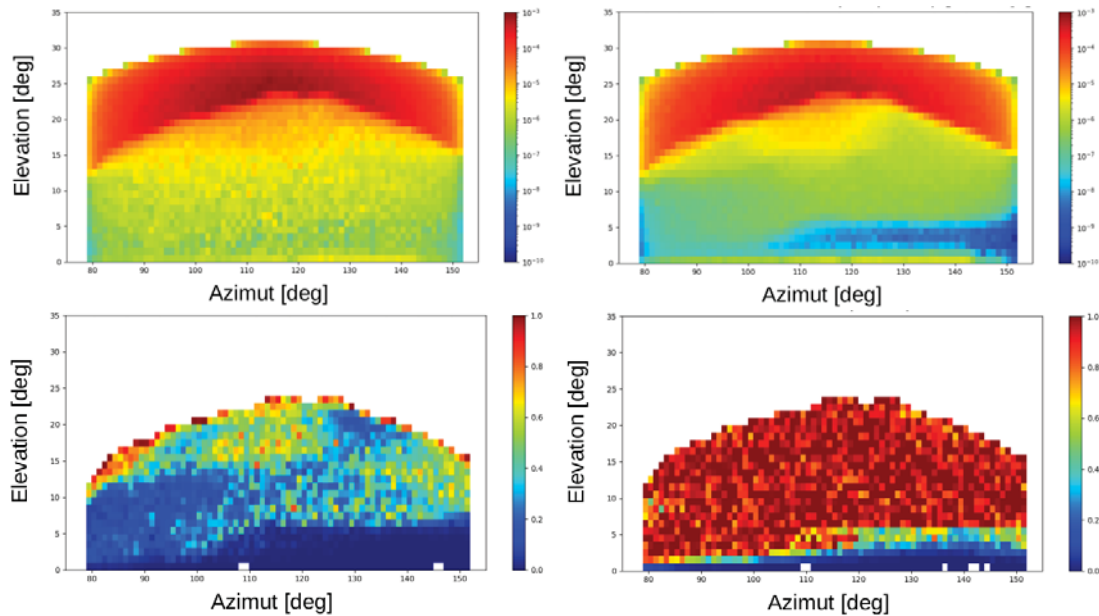


FIGURE 5.15 – Haut : estimation du flux transmis à travers Vulcano en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  des muons vu d'un télescope de position GPS : latitude =  $38.396950^\circ$ , longitude =  $14.956099^\circ$  pour un seuil en énergie des muons transmis de 120 MeV (gauche) et 400 MeV (droite) ; bas : carte de pureté du flux transmis en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  pour un seuil en énergie des muons transmis de 120 MeV (gauche) et 400 MeV (droite). Une densité uniforme de  $1.6 \text{ g/cm}^3$  a été simulée pour Vulcano.

### 5.5.2 Estimation du flux transmis à travers Vulcano

Sur Vulcano, une étude a été faite pour déterminer le site de déploiement optimal parmi plusieurs sites potentiels (graphique en bas à gauche de la figure 1.3) en estimant le flux transmis et la pureté pour chaque site. Un site de déploiement est défini par la position du télescope et son pointage. Pour cette étude, une densité uniforme de  $1.6 \text{ g/cm}^3$  a été simulée pour Vulcano.

Les données de topographie utilisées pour modéliser Vulcano ont été obtenues du site de la NASA [68, 69] (précision à l'horizontale de  $30 \times 30 \text{ m}^2$  et de 10 cm à la verticale). La composition chimique simulée est donnée sur le graphique de droite de la figure 3.11.

Sur la figure 5.15 sont montrées les estimations du flux transmis à travers Vulcano en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  des muons avec d'un télescope de position GPS : latitude =  $38.396950^\circ$ , longitude =  $14.956099^\circ$  et pointage à  $115^\circ$  par rapport au Nord

géographique pour un seuil en énergie des muons transmis de 120 MeV. Les cartes de la pureté sont aussi montrées sur la figure pour ces mêmes seuils d'énergie en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  des muons.

La pureté étant très mauvaise pour le seuil en énergie des muons transmis de 120 MeV, nous avons considéré seulement un seuil en énergie de 400 MeV pour l'étude du site optimal. Sur la figure 5.16 sont montrées les estimations des cartes 2D de la pureté du flux transmis des muons à travers Vulcano pour les différents sites potentiels de déploiement montrés sur le graphique en bas à gauche de la figure 1.3. Comme on peut le constater, en raison d'un manque de différence notable entre les différents sites de déploiement du point de vue pureté, le meilleur site du point de vue logistique a été retenu.

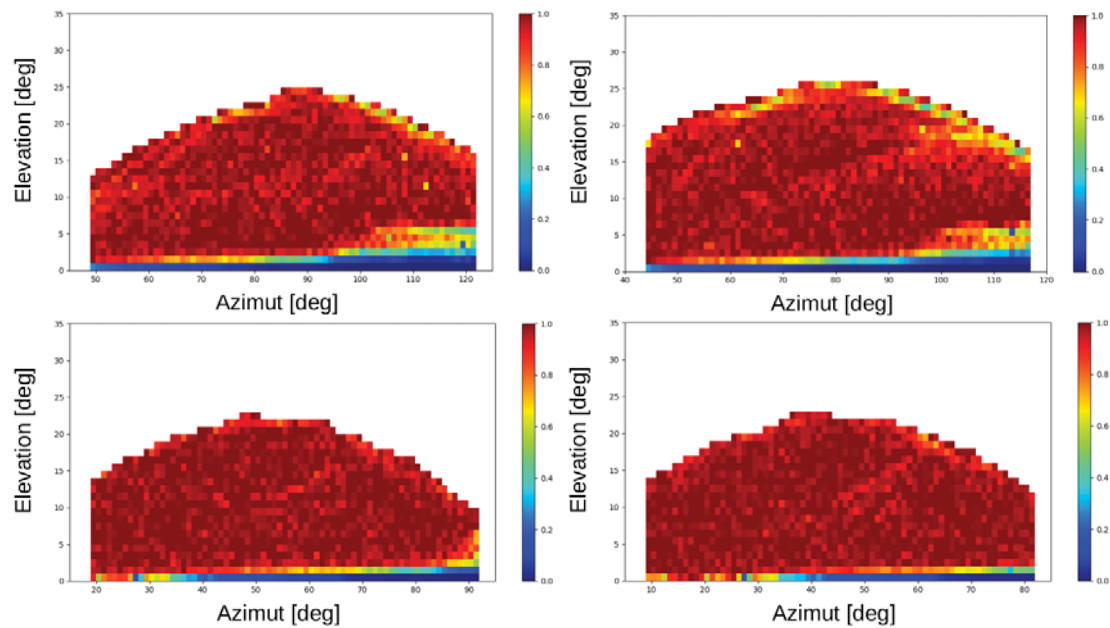


FIGURE 5.16 – Estimation des cartes 2D de la pureté du flux transmis des muons à travers Vulcano pour les sites potentiels de déploiement 2, 3, 4 et 5 montrés sur le graphique en bas à gauche de la figure 1.3 en fonction des angles d'incidence  $\alpha$  et  $\beta$  des muons. Une densité uniforme de  $1.6 \text{ g/cm}^3$  a été simulée pour Vulcano.

## 5.6 Estimation du nombre total de muons détectés

L'équation 5.1 est estimée dans le code de simulation par Monte Carlo (voir annexe A) selon :

$$\hat{N}(\alpha, \beta) = \frac{1}{LMN} \sum_{l=1}^L w_l \sum_{j=1}^M w_j \sum_{i=1}^N w_i \times \phi(E_i, \alpha_j, \beta_j) \times S_{eff}(E_i, \alpha_j, \beta_j) \quad (5.14)$$

avec  $w_i$ ,  $w_j$  et  $w_l$  respectivement les poids des distributions en énergie, en angle solide et en durée de prise de données.

Pour prendre en compte la résolution des traces reconstruites nous procédons comme suit :

- distribution des directions  $(\alpha_j, \beta_j)$  des muons autour de la vraie direction  $\alpha, \beta$  suivant une Gaussienne centrée sur  $(\alpha, \beta)$  et d'écart-type égal à la résolution angulaire des traces reconstruites ;
- estimation du flux transmis  $\phi(E_i, \alpha_j, \beta_j)$  et le poids associé ;
- estimation de la surface effective  $S_{eff}(E_i, \alpha_j, \beta_j)$ .

Pour développer la méthode de reconstruction de la densité, nous travaillons dans les approximations suivantes :

- le détecteur est idéal, c'est-à-dire d'efficacité  $\epsilon_2 = 100\%$  ;
- l'acceptance géométrique du détecteur est constante dans l'angle solide  $\Omega$ .

L'équation 5.1 peut être alors exprimée sous la forme :

$$N(\alpha, \beta) = t \times S_{geo} \times A(\alpha, \beta) \int_{E_\mu} \int_{\Omega(\alpha, \beta)} \phi(E_\mu, \alpha', \beta') d\Omega dE_\mu \quad (5.15)$$

Les distributions utilisées et les poids Monte Carlo associés pour estimer l'intégrale de l'équation 5.15 sont donnés en annexe B.

Comme nous allons le voir, estimer le nombre de muons transmis permet de paramétrer, en amont de la reconstruction de la densité, l'incertitude statistique de la densité reconstruite en fonction du nombre de muons nécessaires. Dans les sections suivantes nous allons estimer le nombre de muons attendus à travers le puy de Dôme ainsi qu'à travers Vulcano. Dans le chapitre 6 nous étudions une paramétrisation de l'incertitude statistique de la densité en fonction du nombre de muons nécessaires pour reconstruire la densité du puy de Dôme à incertitude statistique raisonnable. Par exemple, estimer le nombre de muons attendus permettra de savoir, en première approximation, sur quel angle solide il faut intégrer les muons pour une durée donnée de prise de données avec un télescope donné pour en avoir suffisamment pour reconstruire la densité.

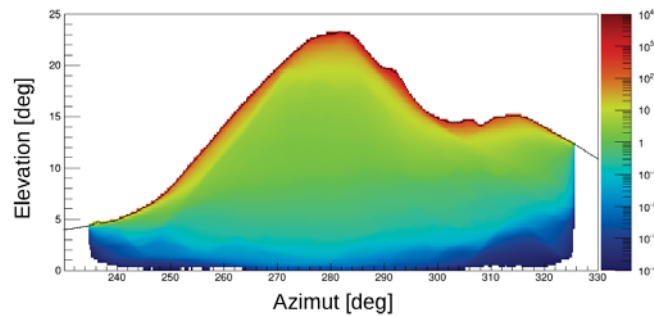


FIGURE 5.17 – Nombre attendu de muons mesurés à travers puy de Dôme sous l'hypothèse de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11 et un télescope idéal de  $1 \text{ m}^3$  sur 24 mois de prise de données. Un seuil en énergie des muons transmis de 60 MeV a été considéré.

### 5.6.1 Estimation du nombre de muons attendus à travers PdD

Le nombre de muons attendus à travers le puy de Dôme pour une durée de prise de données de 24 mois et un seuil d'énergie de 60 MeV, intégré dans un angle solide de  $0.25 \text{ deg} \times 0.25 \text{ deg}$ , vu du site TDF2013 par un détecteur idéal de  $1 \text{ m}^3$ , est montré sur la figure 5.17. La densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  étant simulée. Par exemple, dans la direction  $(\alpha, \beta) = (280^\circ, 22^\circ)$  le nombre de muons attendus est de  $74.3 \pm \text{stat}(0.42)$  et dans la direction  $(\alpha, \beta) = (280^\circ, 15^\circ)$  il est de  $2.7 \pm \text{stat}(0.02)$  sous ces hypothèses. La composition chimique simulée étant celle donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11.

### 5.6.2 Estimation du nombre de muons attendus à travers Vulcano

Pour estimer le nombre de muons attendus à travers Vulcano, une hypothèse de densité uniforme de  $2 \text{ g/cm}^3$  a été simulée. La figure 5.18 montre une estimation de la carte du nombre de muons attendus sur une durée de 24 mois pour des muons transmis au delà de 1 GeV et un détecteur idéal de caractéristiques et de positionnement donnés dans le tableau 5.1.

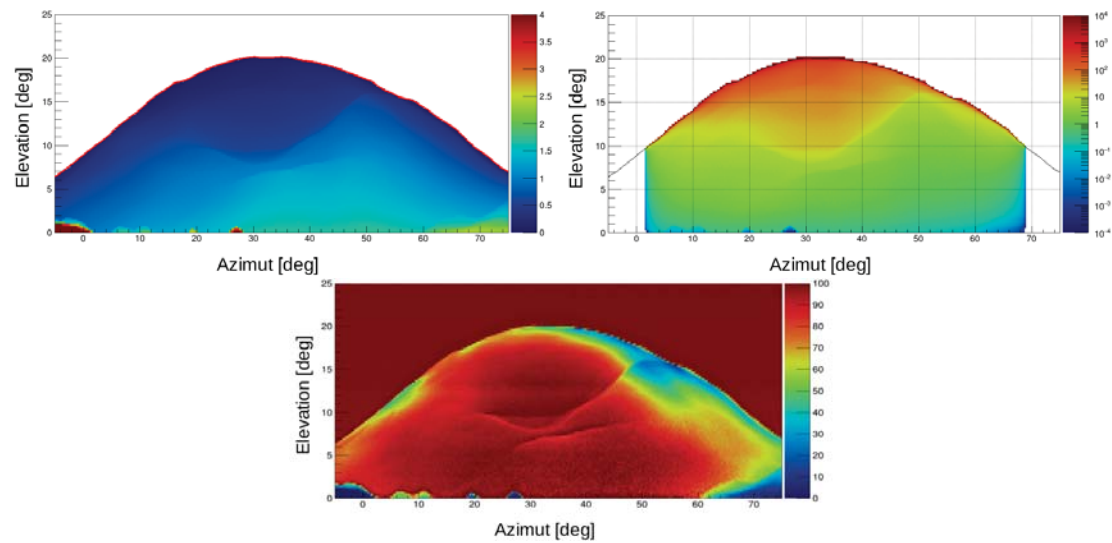


FIGURE 5.18 – Haut : estimations des cartes 2D de l'épaisseur de roche du Vulcano (gauche) et du nombre de muons attendus à travers Vulcano (droite) pour des muons à partir de 1 GeV ; bas : estimation de la carte 2D de la pureté pour des muons transmis au delà de 100 MeV. Une hypothèse de densité uniforme de  $2 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de droite de la figure 3.11 ont été simulées. Les caractéristiques du télescope simulé et son positionnement sont donnés dans le tableau 5.1.

La pureté qui nous dicte, en première approximation, les régions qui seront probablement difficiles à reconstruire pour un seuil donné en énergie, est également montrée sur la figure pour des muons transmis à partir de 100 MeV. Nous voyons clairement dans les régions proches du contour, par exemple aux azimuts  $40^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$  (partie en bleu) que la

Largeur	Hauteur	Extension	Latitude	Longitude
1.4 m	2.09 m	2.12 m	$38.396950^\circ$	$14.956099^\circ$

TABLE 5.1 – Dimensions et positionnement du télescope idéal simulé pour estimer le nombre de muons à travers Vulcano.

pureté est faible pour ce seuil d'énergie des muons. Donc sous ces hypothèses, reconstruire la densité dans ces zones serait difficile parce qu'elles sont constituées essentiellement du bruit de muons de basse impulsion qui diffusent. Les estimations des nombres de muons attendus pour quelques directions sont résumées dans le tableau 5.2.

Direction( $\alpha, \beta$ )	Nombre de muons attendus
$(35^\circ, 18^\circ)$	$119.2 \pm 1.13$
$(35^\circ, 10^\circ)$	$19.7 \pm 0.24$
$(35^\circ, 5^\circ)$	$1.7 \pm 0.03$

TABLE 5.2 – Estimation du nombre de muons attendus après propagation à travers Vulcano sous les hypothèses d'une densité uniforme de  $2 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de droite de la figure 3.11. Un télescope de dimension et de positionnement décrits dans le tableau 5.1 a été simulé.



## Chapitre 6

# Mesure de la densité moyenne 2D par inversion en muographie

Dans ce chapitre, la méthode développée durant la thèse pour reconstruire la densité moyenne 2D de la cible à partir de la mesure de la carte du nombre de muons transmis est décrite. Cette méthode vise à optimiser la reconstruction de la densité de la cible de manière qu'elle se fasse à la meilleure incertitude statistique et à la meilleure résolution spatiale possible. Des études en amont seront d'abord réalisées pour trouver une paramétrisation de l'incertitude statistique en fonction des paramètres dont elle dépend le plus, notamment du nombre de muons nécessaires pour la reconstruction.

La densité reconstruite étant une fonction complexe des paramètres de simulation, nous allons travailler dans des approximations pour modéliser son incertitude statistique. Pour ce faire, l'incertitude statistique sera exprimée, en première approximation, en fonction du nombre de muons et de l'épaisseur de roche pour des directions d'observation prédéfinies. Cette paramétrisation sera ensuite utilisée sur toute la cible.

Une fois la carte du nombre de muons transmis à travers la cible mesurée, le nombre de muons nécessaires pour reconstruire la densité à incertitude statistique donnée sera obtenu en utilisant les paramétrisations. Pour une durée de prise de données prédéfinie, ce nombre déterminera l'angle solide où il faut intégrer les muons observés. Un premier algorithme d'accrétion de bins sera proposé et testé sur une simulation d'une acquisition de données sur le puy de Dôme. Nous allons décrire également un deuxième algorithme qui optimise la résolution spatiale.

Des recommandations pour optimiser la méthode et d'éventuels algorithmes qui n'ont pas été développés durant la thèse, faute de temps, et qui pourraient apporter de meilleurs résultats seront proposés à la fin du chapitre.

### 6.1 Algorithme de reconstruction de la densité

Pour développer l'algorithme de reconstruction de la densité, nous allons considérer une expérience de muographie sur le puy de Dôme, qui utilise un télescope idéal (efficacité de détection à 100%) avec la géométrie du télescope TOMUVOL, tel qu'il a été utilisé lors de la campagne TDF2013 (figure 4.3) : quatre plans de détection de  $1 \text{ m}^2$ , avec 1 m entre les plans extérieurs. Le volcan est discrétisé à l'aide de bins de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  suivant l'azimut et l'élévation, et il a une densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$ , avec la composition chimique



montrée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Nous supposons maintenant que la durée de prise de données peut être suffisamment longue pour que le nombre de muons balistiques dans chaque bin angulaire puisse être estimé avec une incertitude statistique négligeable. Nous appelons par la suite ces estimations “mesures”.

L’algorithme de reconstruction de la densité détermine la densité par dichotomie. Il est appliqué indépendamment pour chaque bin angulaire. Il prend comme point de départ un intervalle initial de densité  $[\rho_{min}, \rho_{max}]$  suggéré par des mesures géophysiques pour toute la cible. Soit  $\rho_c = 0.5 \times (\rho_{min} + \rho_{max})$ , la densité “centre”. Nous estimons le nombre de muons attendus pour  $\rho_{min}$ ,  $\rho_{max}$  et  $\rho_c$  à nouveau avec une incertitude statistique négligeable. Nous sélectionnons parmi  $[\rho_{min}, \rho_c]$  et  $[\rho_c, \rho_{max}]$  l’intervalle qui encadre la “mesure” dans le bin. La procédure est répétée jusqu’à ce que la “mesure” est encadrée par un intervalle  $[\rho_a, \rho_b]$  de largeur inférieure à  $0.01 \text{ g/cm}^3$ .

La densité centrale de l’intervalle  $[\rho_a, \rho_b]$  sera l’estimation de la densité qui sera faite avec une incertitude ne dépassant pas  $0.01 \text{ g/cm}^3$ .

Nous allons voir par la suite comment cet algorithme fonctionne dans le cas d’une expérience avec une prise de données limitée en temps pour laquelle les mesures seront affectées par des fluctuations statistiques. Nous considérons une statistique de Poisson pour les valeurs moyennes correspondant à un an de prise de données. Pour la direction  $(\alpha = 20^\circ, \beta = 280^\circ)$ , environ 2000 toys Monte Carlo reconstruisent la distribution de la densité montrée sur la figure 6.1. Cette distribution nous permet d’étudier la performance de l’algorithme de reconstruction en terme de :

- biais de reconstruction défini comme la différence entre la valeur moyenne des densités reconstruites et la vraie densité simulée pour la “mesure” ;
- incertitude statistique définie par la déviation standard de la distribution de densités reconstruites.

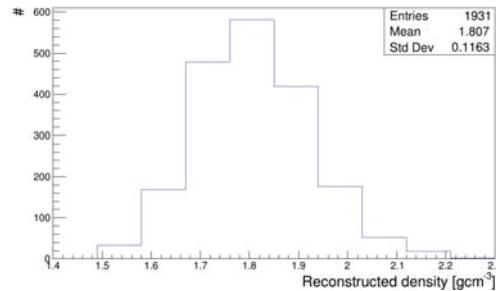


FIGURE 6.1 – Distribution de la densité reconstruite dans la direction  $(\alpha = 20^\circ, \beta = 280^\circ)$  du puy de Dôme. La valeur moyenne est de  $1.81 \text{ g/cm}^3$  avec une déviation standard de  $0.12 \text{ g/cm}^3$ .

En principe pour chaque direction reconstruite, le biais et l’incertitude statistique doivent être estimés à l’aide de toy Monte Carlo. La valeur reconstruite de la densité sera corrigée par la valeur estimée du biais. Malheureusement, expérimentalement les durées de prise de données sont limitées en temps et nous ne disposons pas d’une statistique de muons suffisante pour reconstruire la densité dans chaque bin angulaire de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ . Surtout si nous avons besoin de reconstruire la densité avec une bonne incertitude statistique. Dans des zones où l’épaisseur de roche traversée par les muons est très grande,

nous aurons besoin de dégrader la résolution angulaire de manière à préserver la résolution sur la densité reconstruite. Nous allons voir par la suite la méthodologie qui nous permet de le faire.

## 6.2 Paramétrisation rapide du biais et de l'incertitude statistique sur la densité reconstruite

Dans cette section, nous allons étudier le biais et l'incertitude statistique sur la densité reconstruite pour les paramétrer en fonction du nombre de muons mesurés et de l'épaisseur de roche traversée par les muons.

Nous nous attendons, en effet, à ce que le biais et l'incertitude statistique dépendent des mêmes grandeurs physiques que le flux transmis de muons atmosphériques (l'angle zénithal, l'épaisseur de roche), et bien évidemment du nombre de muons enregistrés par une expérience. Nous savons que l'incertitude statistique varie en  $\frac{1}{\sqrt{\text{nombre de muons}}}$ . Nous allons vérifier lequel des paramètres influence le plus le biais et l'incertitude statistique parmi l'angle zénithal et l'épaisseur de roche. Dans ce but, nous avons choisi de reconstruire les directions représentées sur la figure 6.2.

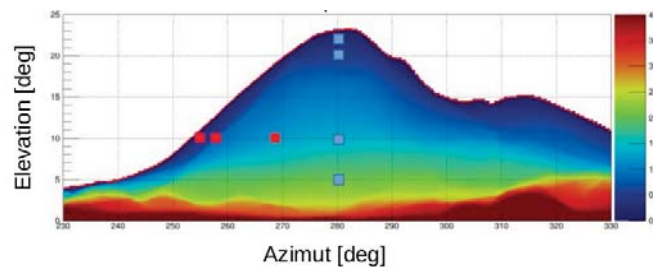


FIGURE 6.2 – Directions sélectionnées pour étudier l'influence du zénith et de l'épaisseur de roche sur l'incertitude statistique de la densité reconstruite.

Les points rouges de la figure 6.2 ont tous la même élévation de  $10.125^\circ$  et des épaisseurs de roche différentes. Les directions en bleu avec un azimut de  $280.125^\circ$ , permettent d'étendre l'intervalle d'épaisseur de roche étudié. La durée de prise de données est choisie dans chaque direction de manière à avoir le même nombre de muons attendus partout, ici 10 muons. L'incertitude statistique obtenue dans chaque direction est représentée sur la figure 6.3 en fonction de l'épaisseur de roche. Nous pouvons remarquer que l'épaisseur de roche a un impact plus important sur l'incertitude statistique que le zénith. Nous allons par la suite factoriser la paramétrisation de l'incertitude statistique en deux fonctions : une fonction dépendant du nombre de muons et une autre de l'épaisseur de roche.

Il faut souligner que la paramétrisation analytique de l'incertitude statistique n'est utilisée que pour définir une segmentation angulaire optimale pour une reconstruction uniforme à travers le volcan. Une meilleure estimation de l'incertitude statistique ne peut être obtenue qu'après la reconstruction de la densité à l'aide de toy Monte Carlo.

Pour l'étude de la paramétrisation du biais et de l'incertitude statistique, nous avons choisi plus de directions que celles sur la figure 6.2 pour avoir une meilleure distribution de

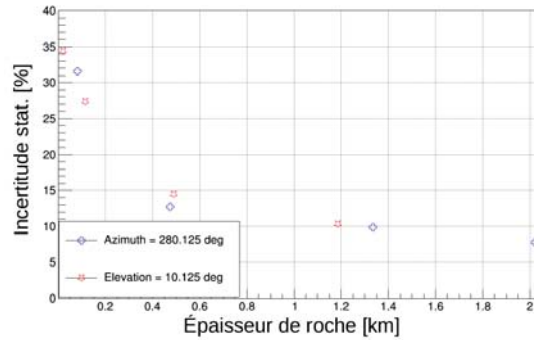


FIGURE 6.3 – Estimation de l’incertitude statistique de la densité en fonction de l’épaisseur de roche pour deux “types” de direction : azimut =  $280.125^\circ$  et élévation =  $10.125^\circ$ . L’incertitude statistique a été estimée en supposant qu’on a mesuré 10 muons dans toutes ces directions. Elle varie beaucoup plus avec l’épaisseur de roche que le zénith. Dans ce cas, en première approximation, l’incertitude sera exprimée en fonction de l’épaisseur de roche.

l’épaisseur de roche de la cible. Des directions où l’épaisseur de roche est faible (proche du contour) ont été enlevées parce que la reconstruction est très peu sensible à la densité ce qui conduit à des incertitudes qui explosent pour ces directions. Ces directions pourront être reconstruites avec la meilleure résolution spatiale possible ( $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ ). Cette région peut être de toute façon étudiée à l’aide de méthodes géophysiques classiques.

Les directions qui seront utilisées pour déterminer les paramétrisations du biais et de l’incertitude statistique sont montrées sur la figure 6.4.

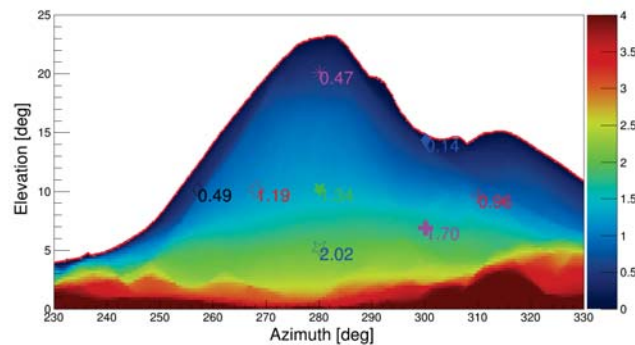


FIGURE 6.4 – Directions qui seront utilisées pour l’étude des paramétrisations du biais et de l’incertitude statistique. Les épaisseurs de roche sont indiquées pour chacune de ces directions.

Sur le graphique en haut de la figure 6.5 est montrée la reconstruction de la densité moyenne de la cible en fonction du nombre de muons disponibles. Comme nous pouvons le voir sur le graphique de bas de la même figure, l’algorithme a un biais positif de l’ordre de 4% qui diminue rapidement avec l’épaisseur de roche. Contrairement à l’incertitude statistique il n’a y a pas d’intérêt particulier à paramétrer analytiquement le biais de

reconstruction. Il sera calculé par des toys Monte Carlo après la reconstruction de la densité.

Nous n'avons pas pris en compte dans cette étude la partie basse du volcan où l'épaisseur de roche fait plus de 3 km. La reconstruction prend trop de temps à cause de la quantité de matière traversée par les muons.

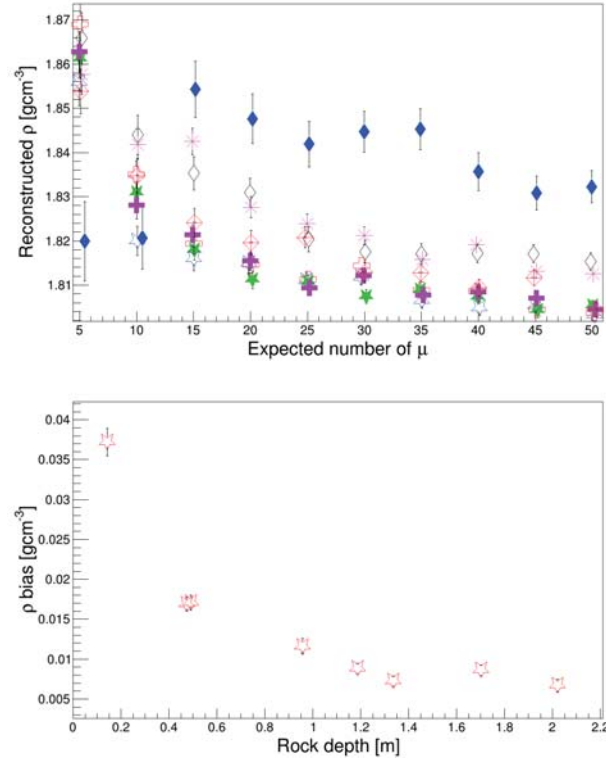


FIGURE 6.5 – Gauche : densité moyenne reconstruite en fonction du nombre de muons disponibles pour les directions montrées sur la figure 6.4 ; droite : estimation du biais de la densité reconstruite en fonction de l'épaisseur de roche pour ces mêmes directions.

Nous allons maintenant déterminer l'expression analytique pour la paramétrisation de l'incertitude statistique avec le nombre de muons et l'épaisseur de roche. Elle peut être exprimée par :

$$u(\alpha, \beta) = \frac{c(\alpha, \beta)}{\sqrt{n}} \quad (6.1)$$

avec  $n$  le nombre de muons disponibles et  $c(\alpha, \beta)$  un paramètre de normalisation qui permet de décrire le comportement asymptotique de l'incertitude statistique à faible et à grande épaisseur de roche et est exprimé par :

$$c(\alpha, \beta) = A \times \exp\left(-\frac{rock(\alpha, \beta)}{r_0}\right) + \frac{B}{\frac{rock(\alpha, \beta)}{r_0}} \quad (6.2)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $r_0$  sont des paramètres à déterminer et  $rock(\alpha, \beta)$  est l'épaisseur de roche dans la direction  $(\alpha, \beta)$ .

L'incertitude statistique en fonction du nombre de muons disponibles et l'ajustement associé sont montrés sur la figure 6.6, gauche, pour les différentes directions sélectionnées. Le paramètre de normalisation est montré sur le graphique de droite de la même figure, avec  $A = 38.10 \pm 4.00$ ,  $B = 1.06 \pm 0.22$  et  $r_0 = 3.96 \pm 1.19$  km.

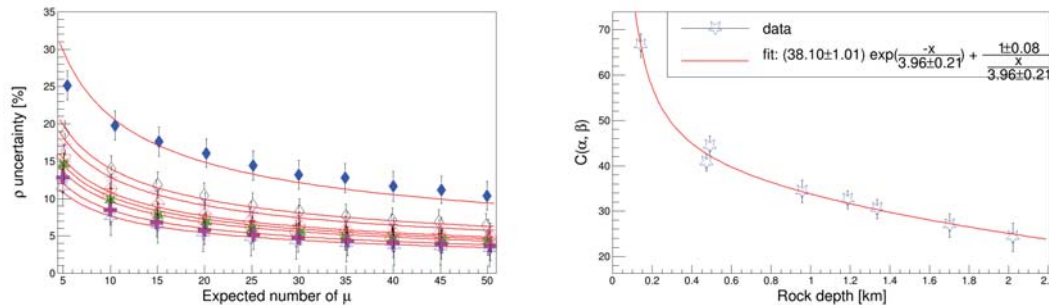


FIGURE 6.6 – Gauche : estimation de l'incertitude statistique de la densité reconstruite en fonction du nombre de muons disponibles pour différentes directions sélectionnées dans le cas du puy de Dôme; droite : paramétrisation du paramètre de normalisation  $c(\alpha, \beta)$  en fonction de l'épaisseur de roche.

Ces deux paramétrisations nous permettront d'estimer rapidement et de façon analytique le nombre de muons nécessaires pour reconstruire n'importe quelle direction de la cible pour une incertitude statistique donnée  $u$  (en %). Il suffit d'inverser les expressions des équations 6.1 et 6.2 pour trouver le nombre de muons pour une incertitude statistique  $u$  et une épaisseur de roche dans la direction considérée.

### 6.3 Algorithme d'accrétion des bins et estimation de la densité à meilleure résolution spatiale

Pour reconstruire la densité avec la meilleure incertitude statistique possible tout en préservant la résolution spatiale, il faut un nombre minimal de muons. Pour un télescope donné et une durée de prise de données, ce nombre minimal de muons peut être obtenu en ajustant l'angle solide nécessaire pour intégrer les muons atmosphériques transmis. Par exemple pour reconstruire la direction  $(\alpha = 310^\circ, \beta = 9.5^\circ)$ , où l'épaisseur de roche fait 0.96 km (voir figure 6.4), à incertitude statistique maximale de 10%, il faut intégrer des muons à partir d'un seuil de 100 MeV dans un angle solide d'environ  $2.5 \text{ deg}^2$ . Cette intégration se fait en accrétant les bins proches comme indiqué sur la figure 6.7 : si dans le bin à reconstruire on a assez de muons alors le bin est reconstruit tel quel, sinon l'accrétion est appliquée.

La densité est reconstruite sur le nouveau bin centré sur la direction considérée et la valeur obtenue est affectée individuellement à l'ensemble des bins de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  utilisés. Après l'algorithme traite une nouvelle direction (le point central du bin  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ , voisin du premier bin angulaire traité). Dans ce cas également la reconstruction se fait

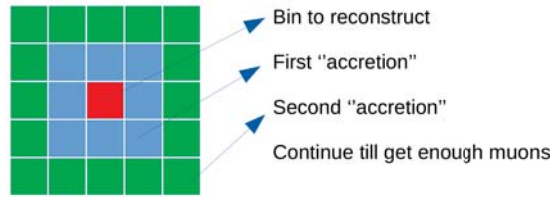


FIGURE 6.7 – Exemple d'accrétion de bins pour avoir un nombre minimal de muons permettant de travailler à incertitude statistique uniforme sur le volcan.

directement si le bin a suffisamment de muons. Dans le cas contraire, l'algorithme d'accrétion est appliqué avant reconstruction. Il est clair qu'à chaque bin plusieurs valeurs de densités peuvent lui être affectées, chacune provenant de reconstruction dans des bins élargis avec des centres plus ou moins proches du bin en question. Un poids  $w_i$  est alors appliqué à chaque valeur de densité  $\rho_i$  attribuée à un bin pour prendre en compte l'éloignement du bin par rapport aux autres bins en question.

La densité finale du bin est ensuite estimée en moyennant toutes les contributions  $\rho_i$  dans chaque bin par les poids  $w_i$  selon :

$$\hat{\rho}(\alpha, \beta) = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i(\alpha, \beta) \times w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (6.3)$$

Le poids  $w_i$  de l'entrée  $i$  est choisi de telle manière qu'il diminue avec la distance du bin  $i$  par rapport au bin principal. Nous avons utilisé une fonction Gaussienne pour paramétrer ces poids.

Pour conclure, nous montrons sur la figure 6.8 une estimation de l'angle solide d'intégration des muons nécessaires pour reconstruire la densité pour une durée donnée de prise de données en fixant le seuil maximal de l'incertitude statistique à 10%. Sur la figure, la ligne rouge verticale indique l'estimation de l'angle solide minimale pour reconstruire les directions choisies sur la figure 6.4 si nous disposons seulement de 4 mois de prise de données.

## 6.4 Test de l'algorithme de reconstruction sur un modèle synthétique du puy de Dôme

Il est difficile de quantifier la résolution spatiale d'un algorithme appliqué sur un modèle synthétique de densité uniforme d'un volcan. C'est pour cela que nous allons considérer par la suite un modèle en damiers pour le puy de Dôme. Chaque damier a une taille de  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$  et les densités simulées sont de  $1.4 \text{ g/cm}^3$  et de  $2.2 \text{ g/cm}^3$  (figure 6.9, gauche).

L'algorithme décrit précédemment est appliqué sur une simulation de ce modèle en damiers du puy de Dôme, en supposant une prise de données d'un an. La pondération de l'équation 6.3 est faite avec des Gaussiennes avec  $\sigma = 1^\circ$ . Les directions en bas du volcan ont été exclues parce qu'elles ont mis beaucoup trop de temps à être reconstruites. Celles proches du contour, comme nous l'avions mentionné plus haut, ont été également exclues vu que l'incertitude statistique est grande dans ces régions.

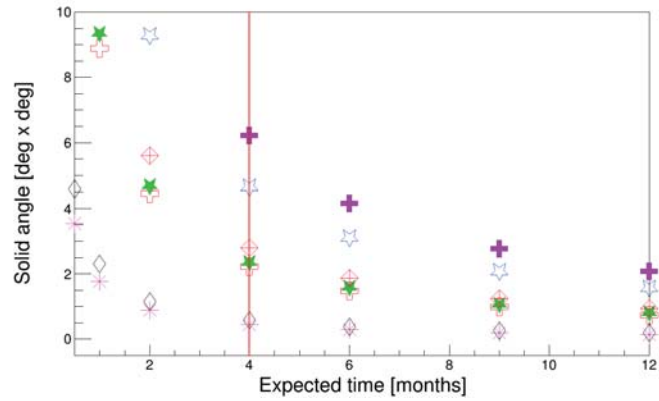


FIGURE 6.8 – Estimation de l’angle solide requis pour reconstruire la densité du puy de Dôme dans les directions sélectionnées sur la figure 6.4 pour obtenir une incertitude statistique maximale de 10%.

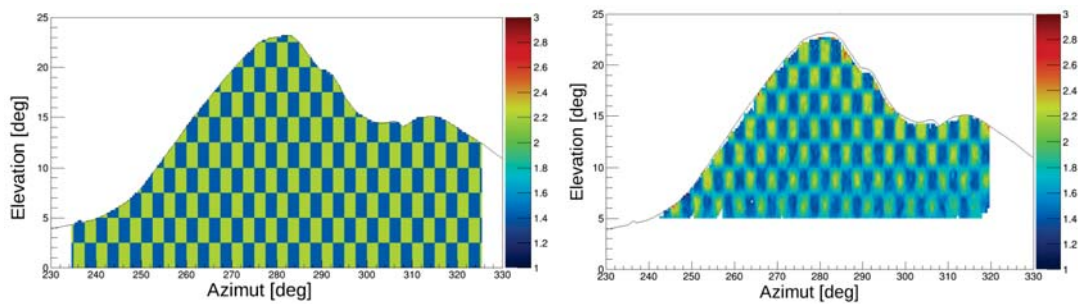


FIGURE 6.9 – Gauche : hypothèse de sous-structure de densité du puy de Dôme utilisée pour évaluer l’algorithme d’accrétion des bins ; droite : sous-structure de la densité reconstruite en appliquant les algorithmes de reconstruction et d’accrétion décrites dans ce chapitre. Des poids Gaussiens avec  $\sigma = 1$  ont été utilisés pour ces premiers résultats. Des muons balistiques à partir de l’énergie 60 MeV ont été considérés et une durée de prise de données d’un an.



Le graphique de droite de la figure 6.9 montre que l'algorithme d'accrétion donne des résultats satisfaisants. La structure est clairement visible sur la carte de densité reconstruite. On perd toutefois, en résolution spatiale à mesure qu'on descend plus bas dans le volcan c'est-à-dire quand l'épaisseur de roche est relativement grande.

## 6.5 Étude de quelques effets systématiques sur la reconstruction de la densité

La méthode développée durant la recherche se veut ambitieuse. Elle permet de reconstruire la densité d'une cible avec la meilleure incertitude statistique tout en préservant la meilleure résolution spatiale possible avec aussi une étude la plus exhaustive possible des effets systématiques qui peuvent affecter la reconstruction de la densité par muographie. Dans les sections précédentes, nous avons développé et évalué les algorithmes permettant de travailler à meilleure incertitude statistique et à meilleure résolution spatiale possible. Dans cette section, nous allons étudier quelques effets systématiques qui pourraient affecter la reconstruction de la densité et nous allons les évaluer dans le cas du puy de Dôme. Parmi ces effets systématiques nous allons évaluer l'impact :

- de l'utilisation de l'approximation CSDA ;
- du bruit des muons de basse impulsion ;
- de la composition chimique simulée ;
- de la précision du pointage et du positionnement du télescope.

Il existe bien sûr d'autres effets systématiques qui peuvent affecter la reconstruction de la densité. C'est le cas par exemple de l'effet de la précision des données de topographie utilisées dans la modélisation de la cible, du modèle de flux primaire de muons atmosphériques utilisé, etc. Ces effets n'ont pas été étudiés, faute de temps.

L'étude de chaque effet sera d'abord présentée sur l'estimation du flux transmis puis sur la densité reconstruite.

### 6.5.1 Effet de l'utilisation de l'approximation CSDA

Comme mentionné dans les chapitres précédents, la plupart des expériences de muographie utilisent l'approximation CSDA pour l'inversion, c'est-à-dire l'inversion est faite à partir des muons balistiques, sans prendre en compte les muons diffusés et le caractère stochastique des pertes d'énergie pour des muons au delà du TeV. Nous allons voir dans cette section si l'approximation CSDA induit des effets systématiques sur la probabilité de survie des muons et sur la reconstruction de la densité.

#### Effet de l'utilisation de l'approximation CSDA sur l'estimation du flux transmis

En supposant le même modèle de cible pour le puy de Dôme, c'est-à-dire de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11, nous avons comparé le flux transmis dans l'approximation CSDA avec celui prédit par une simulation avec ou sans prendre en compte la diffusion des muons



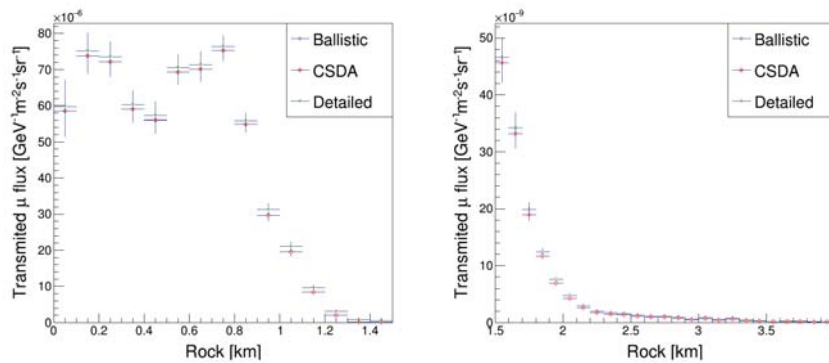


FIGURE 6.10 – Profile du flux de muons transmis en fonction de l'épaisseur de roche pour des épaisseurs de roche inférieures à 1.5 km (gauche) et des épaisseurs de roche supérieures à 1.5 km (droite) pour les trois modèles de transport CSDA, balistique (sans diffusion) et détaillée à travers le puy de Dôme. Le volcan est supposé de densité uniforme et des muons au delà de 60 MeV sont considérés.

(détaillée, hybride avec PUMAS). La figure 6.10 montre le profil du flux transmis pour les trois modèles (sans diffusion, approximation CSDA et simulation détaillée).

Sur la figure 6.11 est montrée l'estimation du flux transmis obtenu par approximation CSDA et pour une simulation détaillée, relatif au flux transmis des muons balistiques. Pour des muons transmis au delà de 60 MeV, l'effet est de 10% pour des épaisseurs de roche en dessous de 2 km et de 40% pour des épaisseurs de roche de l'ordre de 4 km. Par contre en utilisant les muons balistiques au lieu d'utiliser une simulation détaillée (ou le bruit des muons qui diffusent est pris en compte), on induit une erreur sur l'estimation du flux transmis. Cette erreur, je le rappelle, dépend du seuil en énergie des muons transmis que l'on considère, c'est-à-dire de la capacité qu'a le télescope de rejeter des muons de basse énergie. Dans cette étude, puisque le seuil en énergie des muons transmis considéré est très faible (60 MeV) alors l'effet des muons de basse impulsion est très grand. Nous avons déjà montré (section 5.5) que reconstruire la densité du puy de Dôme avec un seuil en énergie de 60 MeV n'était pas envisageable pour de grandes épaisseurs de roche.

### Effet de l'utilisation de l'approximation CSDA sur la reconstruction de la densité

Pour cette étude de l'effet de l'utilisation de l'approximation CSDA sur la reconstruction de la densité, nous avons utilisé Geant4 [74]. Et un peu plus tard durant la thèse, l'étude a été confirmée en utilisant la bibliothèque PUMAS [81]. Deux types de matériaux, l'aluminium et la roche standard, ont été simulés. La roche standard a la même définition que celle du site PDG [96]. Le flux primaire des muons atmosphériques a été, dans cet exercice, modélisé par une loi de puissance en énergie selon :

$$\phi(E) = \frac{dN(E)}{dE} = A \times \left[ \frac{E}{E_0} \right]^{-\gamma} \quad (6.4)$$

avec  $\gamma$  est l'indice de puissance du spectre de muons primaires et il a été pris égal à 2.7,

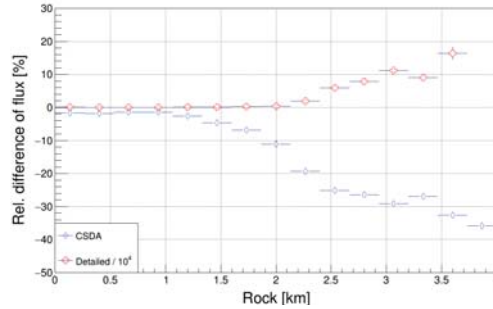


FIGURE 6.11 – Différence relative de flux de muons transmis dans l’approximation CSDA et pour une simulation détaillée par rapport au flux de muons balistiques en fonction de l’épaisseur de roche à travers le puy de Dôme. Le volcan est supposé de densité uniforme et des muons au delà de 60 MeV sont considérés.

$E$  est l’énergie des muons en GeV et  $E_0 = 1$  GeV,  $A$  étant une constante de normalisation du flux primaire en  $\text{GeV}^{-1}$ .

La perte d’énergie moyenne liée à la propagation des particules chargées dans la matière dans l’approximation CSDA est calculée selon :

$$\frac{dE}{dX} = a(E) + b(E) \times E \quad (6.5)$$

Le premier terme  $a(E)$  représente la perte d’énergie par ionisation/excitation et le second terme  $b(E) \times E$  inclut les divers processus stochastiques : le bremsstrahlung, la production de paires  $e^+e^-$  et les réactions photo-nucléaires. Dans cette équation,  $\frac{dE}{dX}$  est la perte d’énergie moyenne exprimée en  $\text{MeV.cm}^2.\text{g}^{-1}$

Environ  $10^8$  muons de 1 GeV à 1 PeV ont été simulés avec le code développé dans Geant4 à travers l’aluminium puis dans la roche standard selon la loi de puissance ci-dessus. Pour s’assurer que les muons perdent toute leur énergie dans la matière, une épaisseur de 5000 km a été simulée. Le flux de muons tombe rapidement avec l’énergie selon la loi de puissance utilisée or il faut assez de muons de haute énergie pour bien décrire l’effet de l’utilisation de cette approximation et aussi pour traverser nos cibles d’intérêt de l’ordre du kilomètre. Dans ce cas, une distribution de biais en  $E^{-1}$  a été choisie.

Le tableau 6.1 indique les conditions de simulations dans Geant4 (version 10.01) pour cette étude. Notamment, les particules secondaires ( $e^-$ ,  $e^+$  et  $\gamma$ ) qui ne peuvent pas parcourir au moins le cut par défaut ne sont pas engendrées dans Geant4. Le tableau 6.2 montre les valeurs simulées par la roche standard.

Liste de physique	Cut par défaut de prod. secon.	Épaisseur de matière
Standard EM, decays	1 mm	5000 km

TABLE 6.1 – Paramètres de simulation utilisés dans Geant4 pour étudier l’effet de l’utilisation de l’approximation CSDA sur la reconstruction de la densité

L’énergie minimale  $E_c$  qu’un muon doit avoir pour traverser l’épaisseur  $X = \int \rho(x)dx$  de matière est déterminée par interpolation des données du site PDG. Le nombre total

Z	$\langle \frac{Z}{A} \rangle$	$\rho[\text{g}/\text{cm}^3]$	I(eV)
11	0.5	2.65	136.4

TABLE 6.2 – Définition de la roche standard simulée dans Geant4

de muons qui arrive à traverser cette quantité  $X$  de matière est obtenu par intégration du flux de  $E_c$  à  $E_{max}$ . Puisque des muons de 1 GeV à 1 PeV ont été simulés, alors la probabilité CSDA de survie des muons après propagation à travers l'épaisseur  $X$  de matière est donnée par :

$$T(E_c) = \frac{\int_{E_c}^{1\text{PeV}} dN(E)}{\int_1^{1\text{PeV}} dN(E)} \quad (6.6)$$

Inversement, en connaissant la probabilité de survie CSDA, l'énergie minimale  $E_c$  des muons peut être facilement déterminée par une combinaison des équations 6.6 et 6.4 et également de déduire l'épaisseur de matière  $X_{CSDA}$ . La densité reconstruite par CSDA est alors donnée par :

$$\hat{\rho}_{CSDA} = \frac{X_{CSDA}}{\int dx} \quad (6.7)$$

L'algorithme de reconstruction de la densité dans l'approximation CSDA suit ces étapes :

1. pour une quantité de matière  $X$ , la probabilité de survie des muons est déterminée par Monte Carlo ;
2. l'énergie CSDA minimale  $E_c$  correspondant à la probabilité de survie est calculée en utilisant l'équation 6.6 ;
3. la quantité de matière  $X_{CSDA}$  correspondant à l'énergie minimale  $E_c$  est déterminée ;
4.  $\hat{\rho}_{CSDA}$  est calculée selon l'équation 6.7.

### Parcours moyen des muons estimé avec Geant4 et par l'approximation CSDA

Pour estimer la probabilité de survie d'un muon d'une énergie  $E_\mu$  à travers une épaisseur  $X$  de matière en prenant en compte les processus catastrophiques de l'interaction du muon avec la matière, un traitement par Monte Carlo s'impose. Tout d'abord, nous définissons le parcours moyen du muon comme la valeur moyenne des parcours  $X_i = \rho \times x_i$  (le milieu étant de densité uniforme) jusqu'à ce que le muon perde toute son énergie. Si le parcours moyen est supérieur à l'épaisseur de matière que le muon aura à traverser alors nous admettons que sa probabilité de survie est 100% sinon il sera arrêté par l'épaisseur de roche. Sur la figure 6.12 est montrée une distribution des parcours Monte Carlo des muons de 1 GeV à travers l'aluminium obtenu avec le code de simulation dans Geant4.

Le parcours moyen (range) obtenu par simulation Monte Carlo pour des muons de 1 GeV vaut  $578.8 \pm 17.46 \text{ g}/\text{cm}^2$  et CSDA donne  $577.3 \text{ g}/\text{cm}^2$ . Le parcours moyen Monte Carlo pour des muons de 1 PeV vaut  $1.381 \cdot 10^6 \pm 3.613 \cdot 10^5 \text{ g}/\text{cm}^2$  (voir figure 6.13) et CSDA donne  $1.576 \cdot 10^6 \text{ g}/\text{cm}^2$ . Sur les graphiques de droite des distributions des parcours

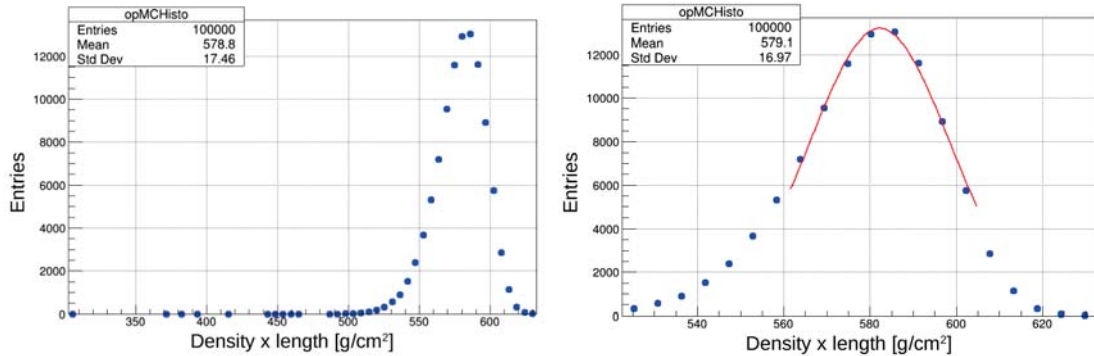


FIGURE 6.12 – Estimation du parcours moyen Monte Carlo et ajustement Gaussien entre [moyenne – écart-type, moyenne + 1.5 x écart-type] pour des muons de 1 GeV à travers l’aluminium.

Monte Carlo, un ajustement Gaussien (dans l’intervalle [moyenne – écart-type, moyenne + 1.5 x écart-type]) est également montré. Le parcours moyen du muon pourrait être pris aussi égal à la valeur moyenne de l’ajustement mais dans cet exercice la moyenne empirique a été utilisée.

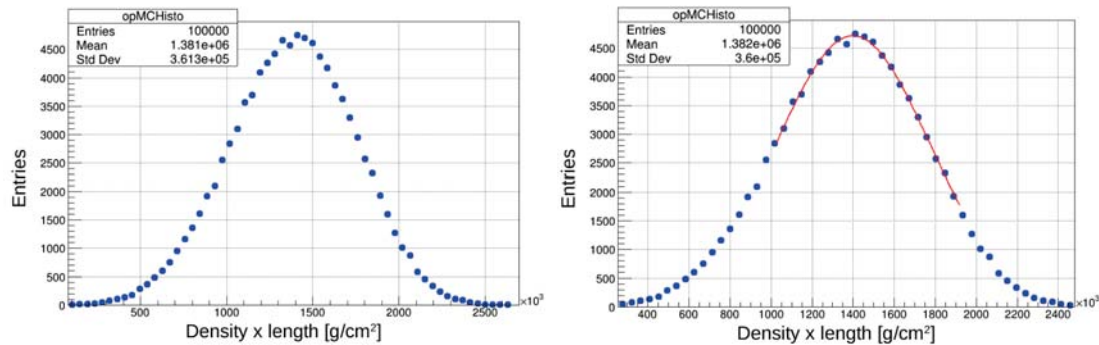


FIGURE 6.13 – Estimation du parcours moyen Monte Carlo et ajustement Gaussien entre [moyenne – écart-type, moyenne + 1.5 x écart-type] pour des muons de 1 PeV à travers l’aluminium.

Les parcours moyens de l’approximation CSDA sont obtenus par interpolation des données du site PDG par la méthode **Eval** de la classe **Interpolator** de ROOT CERN [97]. Sur la figure 6.14, où les parcours moyens CSDA et Monte Carlo sont montrés, indique qu’au delà de quelques centaines de GeV, plus de muons perdent d’énergie par les processus stochastiques ce qui se traduit par une queue à gauche dans les distributions des parcours Monte Carlo.

Le parcours moyen Monte Carlo devient donc plus petit que le parcours moyen CSDA. La figure 6.15, montre la comparaison entre le parcours moyen Monte Carlo et CSDA à travers l’aluminium.

Utiliser l’approximation CSDA pour estimer la probabilité de survie des muons à travers la matière, revient à négliger les caractères catastrophiques des interactions des

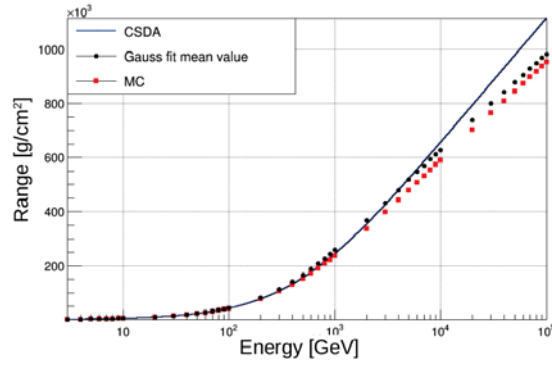


FIGURE 6.14 – Estimation du parcours moyen Monte Carlo et CSDA des muons en fonction de l'énergie cinétique des muons à travers l'aluminium.

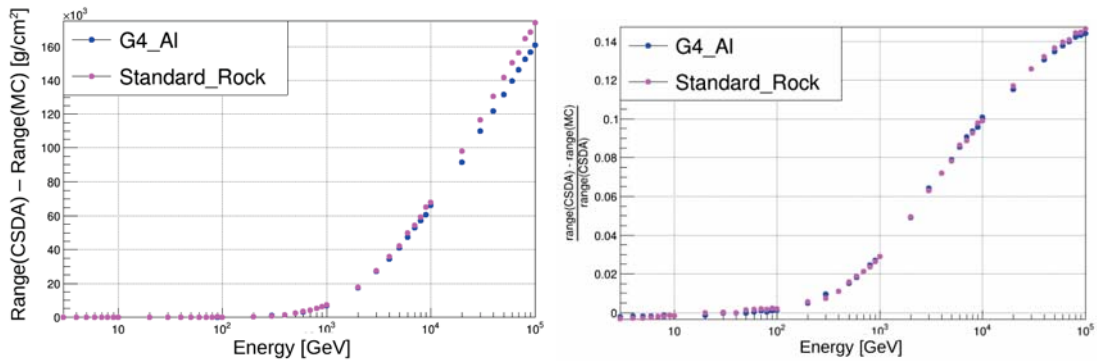


FIGURE 6.15 – Différences absolue (gauche) et relative (droite) du parcours moyen CSDA par rapport au parcours Monte Carlo des muons en fonction de l'énergie cinétique des muons à travers l'aluminium et la roche standard.

muons à haute énergie avec la matière, et sous-estime leur probabilité de survie (voir figure 6.16, gauche). Des systématiques sont alors induites sur la reconstruction de la densité. Le graphique de droite de la figure 6.16 montre que pour des épaisseurs de roche standard au delà de 3 km, l'effet sur la densité reconstruite est de 3%.

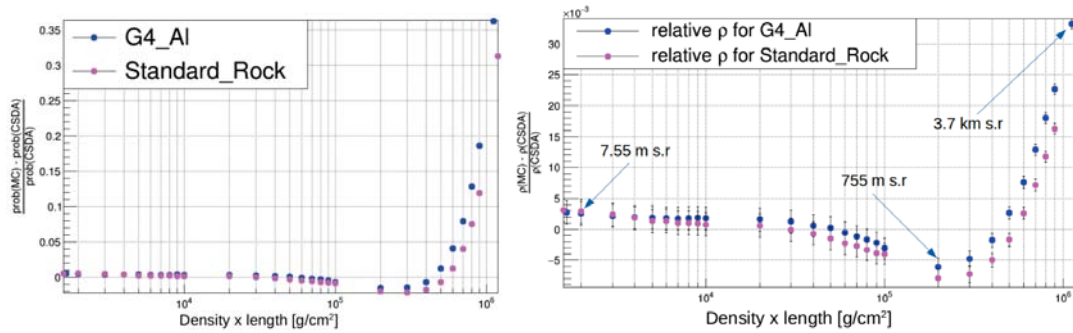


FIGURE 6.16 – Gauche : différence relative de probabilité de survie Monte Carlo et CSDA en fonction de l'épaisseur densitométrique  $\text{density} \times \text{length}$ ; droite : effet systématique de l'utilisation de l'approximation CSDA sur la reconstruction de la densité. Pour des épaisseurs de roche standard au delà de 3 km, l'effet est de 3%.

Pour optimiser le code permettant de reconstruire la densité et ainsi gagner en temps de simulation et en ressources CPU, nous pourrions utiliser l'approximation CSDA quand l'épaisseur de roche fait quelques dizaines de mètres. Par contre quand l'épaisseur de roche est grande ( $> 1 \text{ km}$ ) nous utiliserions un traitement Monte Carlo pour prendre en compte les processus stochastiques des muons à haute énergie et réduire les systématiques que l'approximation CSDA induirait sur la reconstruction de la densité pour ces épaisseurs de roche. Mais comme nous l'avons mentionné plus haut, par souci de simplicité pour développer la méthode de reconstruction de la densité, un traitement Monte Carlo est utilisé quel que soit l'épaisseur de roche de la cible.

### 6.5.2 Effet du bruit des muons qui diffusent

Seuls les muons balistiques apportent de l'information sur la direction à reconstruire. Ceux de basse impulsion qui diffusent de part et d'autre et qui arrivent dans la direction visée constituent un bruit pour la mesure.

Dans cette section, nous estimons l'effet du bruit des muons qui diffusent sur la reconstruction de la densité. Nous étudions simultanément plusieurs cas en fonction du seuil en énergie des muons du télescope, en supposant que les muons en dessous de l'énergie seuil  $E_{th}$  ont été complètement rejetés dans la mesure.

#### Effet d'un modèle de cible de densité non uniforme sur l'estimation du bruit des muons qui diffusent

Comme nous l'avons mentionné plus haut, pour estimer le flux transmis des muons à travers la cible, nous supposons que cette dernière est de densité uniforme. Et cela induit des systématiques sur la reconstruction de la densité de la cible à cause principalement

de la diffusion des muons à travers la cible. En effet, supposons les scénarios de diffusion montrés sur la figure 6.17.

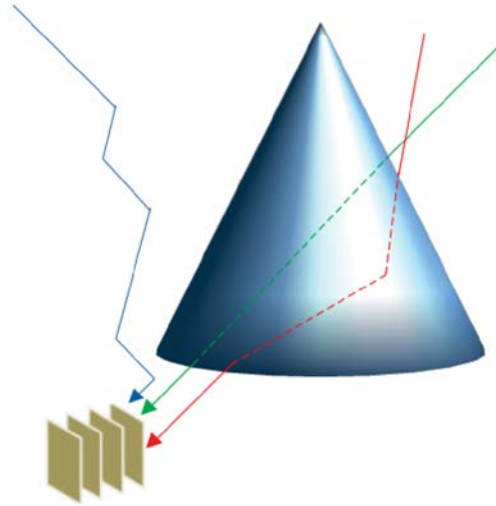


FIGURE 6.17 – Scénarios de diffusion des muons à travers une cible.

En plus des muons balistiques (en vert) qui arrivent dans la direction à reconstruire, d'autres diffusent en traversant la cible (en rouge) et vont finalement pointer dans cette même direction. D'autres (en bleu) ne traversent jamais la cible, mais ils ont diffusé de part et d'autre et vont finalement pointer dans la direction d'observation. Ceux qui ont réellement traversé la cible en diffusant dans des directions où la densité du volcan est probablement différente de celle visée nécessitent une attention particulière. Dans cette section, l'effet de la variation de la densité dans des bins plus ou moins proches sur l'estimation du bruit des muons diffusés est étudié. Nous allons utiliser un traitement Monte Carlo pour propager les muons à travers la cible pour étudier précisément tous ces différents types d'événements.

Utiliser les muons balistiques pour reconstruire la densité induit des systématiques venant au moins de deux aspects. D'une part, une systématique qui concerne la diffusion des muons de basse impulsion proprement dite qui affectent la mesure et d'autre part de l'effet de variation de densité dans des bins différents du bin observé. Dans la section 6.5.1, l'effet d'utiliser seulement les muons balistiques sur l'estimation du flux transmis pour un modèle de cible de densité uniforme est présenté. Cette étude permet de prendre en compte cette première systématique de diffusion des muons sans faire varier la densité de la cible dans des bins différents du bin d'observation. Dans cette section, l'étude prend en compte systématiquement l'effet combiné de la diffusion des muons de basse impulsion et de la variation de la densité de la cible.

La distribution des angles de diffusion des muons est montrée sur la figure 6.18. Les muons qui traversent la cible sont représentés en vert. Ce sont majoritairement des muons qui font de petits angles de diffusion, principalement des muons de haute impulsion. Il en existe très peu qui ont diffusé avec un angle plus grand que  $12^\circ$ . En bleu, ce sont ceux qui n'ont jamais traversé la cible mais qui arrivent quand même dans la direction visée



( $\alpha = 10^\circ, \beta = 280^\circ$  dans cet exemple). La courbe en rouge (pratiquement nulle) a été testée pour vérifier les muons qui feraient un seul pas dans la cible et arrivent dans la direction c'est-à-dire des muons qui diffusent juste sur la surface de la cible.

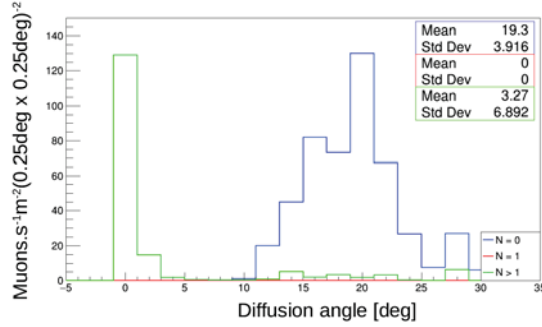


FIGURE 6.18 – Distributions des angles de diffusion des muons à travers le puy de Dôme (supposé de densité de  $1.8 \text{ g/cm}^2$ ) et qui arrivent au niveau du télescope dans la direction ( $\alpha = 10^\circ, \beta = 280^\circ$ ) avec une énergie au delà de  $60 \text{ MeV}$ . La courbe en vert : pour des muons qui ont traversé la cible, courbe en bleu : pour des muons qui n'ont jamais traversé la cible et courbe en rouge : pour muons qui ont diffusé juste sur la surface de la cible.

Il faut aussi préciser que ceux qui ne traversent jamais la cible et qui pointent dans la direction visée peuvent être un peu délicat à identifier du côté de la mesure. En effet, il existe un autre cas où des muons peuvent, par exemple, après avoir diffusés dans les milieux proches du télescope, remonter tout en traversant ce dernier comme s'ils venaient de traverser la cible. Le télescope ne peut pas identifier de tels muons puisqu'il ne dispose pas d'une mesure de leur temps de vol. Ces muons sont probablement de basse impulsion puisqu'ils ont un grand angle de diffusion. Une technique pour les rejeter statistiquement consiste à intercaler, par exemple, entre les plans de détection une épaisseur de plomb pour les faire diffuser. Ce dernier cas a été également exclu dans cette étude puisque seuls ceux qui traversent la cible sont pris en compte.

Nous allons comparer l'estimation du bruit en supposant que la cible est de densité  $1.4 \text{ g/cm}^3$  puis de  $2.2 \text{ g/cm}^3$  par rapport au bruit estimé pour une densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$ .

Soit  $A(\rho)$ , l'expression donnée par :

$$A(\rho) = \frac{B(\rho) - B(\rho_{ref})}{B(\rho_{ref})} \quad (6.8)$$

où  $B(\rho)$  représente l'estimation du bruit en supposant que le volcan est de densité uniforme  $\rho$ . Une estimation de l'incertitude associée au calcul de l'expression 6.8 peut être donnée par :

$$\epsilon = \sqrt{\epsilon_{B(\rho)}^2 + \epsilon_{B(\rho_{ref})}^2} \quad (6.9)$$

où  $\epsilon_{B(\rho)}$  et  $\epsilon_{B(\rho_{ref})}$  sont respectivement l'incertitude relative du bruit pour la densité  $\rho$  et  $\rho_{ref}$ .



Dans cette étude, seules les directions où  $\epsilon$  est inférieure à 5% sont considérées. Dans le cas où il y en a assez de statistique, un binning de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  est considéré, autrement le binning est dégradé jusqu'à  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$  pour couvrir toute la cible.

L'estimation de l'effet de densité non-uniforme sur l'estimation du bruit des muons qui diffusent est montrée sur la figure 6.19. Elle montre qu'une variation de la densité de 22% induit une variation du bruit des muons diffusant en traversant la cible qui n'excède pas 5%. Ce résultat est très encourageant puisqu'il confirme que la non uniformité de la cible ne devrait pas conduire à des effets très importants sur l'estimation du bruit.

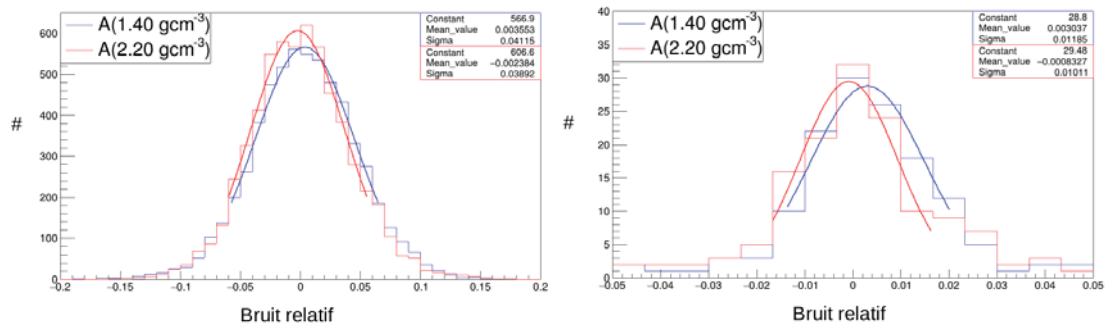


FIGURE 6.19 – Estimation de l'effet d'une cible de densité non-uniforme sur l'estimation du bruit des muons qui diffusent dans un angle solide de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$  (gauche) et de  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$  (droite). Une variation de la densité du puy de Dôme de 22% induit une variation inférieure à 5% sur le bruit des muons qui diffusent. Le seuil de détection est considéré comme étant de 60 MeV.

### Effet du bruit des muons qui diffusent sur la reconstruction de la densité

Pour cette étude, nous comparons la reconstruction de la densité avec les muons balistiques avec la reconstruction de la densité pour des simulations détaillées avec différents seuils en énergie des muons transmis. L'effet (en terme de biais défini comme dans la section 6.2) du bruit des muons qui diffusent sur la reconstruction de la densité en fonction de l'épaisseur de roche dans le cas du puy de Dôme est montré sur la figure 6.20. Des différents seuils en énergie des muons transmis sont considérés. Comme on peut le constater, le biais n'est pas constant et il varie en fonction de la capacité à rejeter les muons de basse impulsion.

Ces études ont également montré que tenter de reconstruire la densité du puy de Dôme pour un seuil en énergie des muons transmis en dessous 300 MeV n'est pas envisageable. Par contre on ne gagne pas grand chose avec un seuil de 1.5 GeV par rapport à un seuil de 1 GeV et l'augmentation du seuil pénalise par ailleurs le flux de muons balistiques. Dans les régions où l'épaisseur de roche varie entre 1 et 2.5 km, le biais est de  $0.4 \text{ g/cm}^3$  pour un seuil de 300 MeV et inférieur à  $0.2 \text{ g/cm}^3$  pour un seuil en énergie des muons transmis supérieur à 300 MeV.

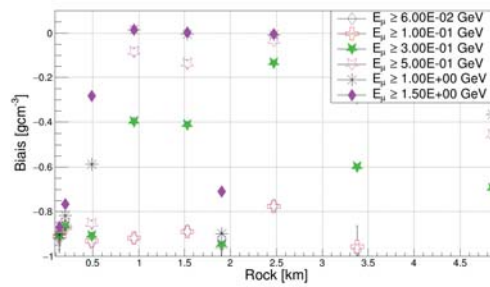


FIGURE 6.20 – Biais de reconstruction, défini comme dans la section 6.2 en fonction de l'épaisseur de roche. Six seuils différents en énergie des muons après la cible ont été étudiés : 60 MeV, 100 MeV, 300 MeV, 500 MeV et 1 GeV, 1.5 GeV.

### 6.5.3 Effet de la composition chimique simulée

Dans cette section, nous allons étudier l'effet de la composition chimique simulée sur la reconstruction de la densité. L'estimation du flux transmis pour la composition chimique suggérée par les géologues du puy de Dôme [71] est comparée aux estimations du flux transmis pour deux compositions chimiques différentes : la roche standard et le basalte. De la même manière, nous allons comparer la reconstruction de la densité pour ces deux compositions chimiques avec la reconstruction pour la composition chimique connue du puy de Dôme.

#### Effets de variation de la composition chimique de la cible sur l'estimation du flux transmis

La composition chimique du basalte a été simulée telle que donnée dans le tableau 6.3 selon [98]. Les éléments chimiques dont le pourcentage est inférieur à 2% ne sont pas simulés.

SiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	FeO	MgO	CaO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O
51.69	3.03	12.62	2.30	6.04	5.72	6.36	3.84	6.00

TABLE 6.3 – Composition chimique simulée pour le basalte [98] pour étudier l'effet de la composition chimique sur l'estimation du flux transmis de muons atmosphériques et sur la reconstruction de la densité du puy de Dôme. Les éléments chimiques dont le pourcentage est inférieur à 2% ne sont pas simulés.

Nous sommes certains que la composition chimique du puy de Dôme n'est ni la roche standard, ni le basalte. Ce faisant, nous nous plaçons dans des cas limites de variation de composition chimique pour voir si l'effet est significatif. L'effet de la composition chimique simulée sur l'estimation du flux de muons transmis en fonction de l'épaisseur de roche dans le cas du puy de Dôme est montré sur la figure 6.21. Par exemple pour des épaisseurs de roche faisant moins de 2 km et sous l'hypothèse d'une densité uniforme du puy de Dôme de 1.8 g/cm<sup>3</sup>, l'effet est moins de 10% sur le flux transmis. Pour des épaisseurs de roche du puy de Dôme allant jusqu'à 6 km, le flux transmis pour le basalte est diminué de 35% .

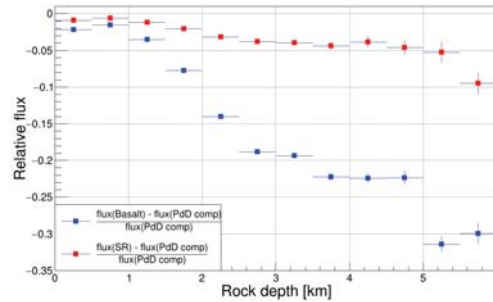


FIGURE 6.21 – Variation relative du flux ( $\frac{\phi_{basalt} - \phi_{pdd}}{\phi_{pdd}}$ ) en fonction de l'épaisseur de roche. Uniquement des muons avec une énergie supérieure à 60 MeV sont considérés. Le flux est intégré dans des bins de  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ .

Sur la figure 6.21, la pente de la courbe du flux transmis par rapport au basalte est plus prononcée que celle par rapport à la roche standard. En effet, la composition chimique du puy de Dôme (figure 3.11 gauche) est plus différente du basalte que de la roche standard. Il est important que des compositions chimiques réalistes soient utilisées dans les simulations.

### Effet de la composition chimique simulée sur la reconstruction de la densité

Comme pour l'étude de l'effet de la composition chimique simulée sur l'estimation du flux de muons transmis, nous nous plaçons dans les mêmes cas limites de composition chimique simulée sur la reconstruction de la densité du puy de Dôme. L'effet de la composition chimique simulée sur la reconstruction de la densité en fonction de l'épaisseur de roche de la cible est montré sur la figure 6.22. Il est de 2% pour la roche standard sur toute la plage d'épaisseur de roche simulée et de 4% pour le basalte seulement dans les grandes épaisseurs de roche ( $> 2.5$  km). Nous estimons donc que l'effet de la composition chimique simulée sur la reconstruction de la densité est négligeable, dans le cas du puy de Dôme.

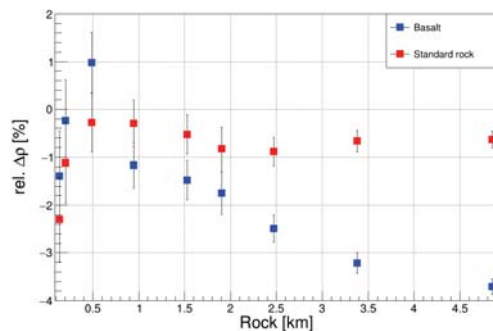


FIGURE 6.22 – Variation de la densité reconstruite pour la roche standard et le basalte relative à la densité reconstruite pour la composition chimique du puy de Dôme en fonction de l'épaisseur de roche.

Il faut également noter que seuls les muons balistiques ont été utilisés pour reconstruire la densité de la cible. En effet, ce choix a été fait pour éviter des effets combinés de la composition chimique simulée et le bruit des muons qui diffusent. L'étude de ces effets a été dissociée pour pouvoir les étudier séparément.

#### 6.5.4 Effet de la précision de la position et du pointage du télescope

Pour pouvoir travailler dans des référentiels (simulations et mesure) qui se correspondent, la position et le pointage du télescope mesurés sur site lors des campagnes des prises de données sont utilisés dans les simulations. Dans cette section, nous allons étudier l'effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur l'estimation du flux transmis et sur la reconstruction de la densité de la cible. Dans un premier temps, nous allons décrire un algorithme permettant d'estimer, à partir de la mesure de la carte du nombre de muons, la position et le pointage du télescope.

##### Estimation de la position et du pointage du télescope à partir de la mesure

Soit  $(\alpha, \beta)$ , le pointage du télescope défini par la normale aux plans de détection dans le référentiel géocentrique. La figure 6.23, haut gauche, montre le contour théorique du puy de Dôme, c'est-à-dire l'intersection des directions du volcan avec l'air libre pour un pointage du télescope de  $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 280^\circ)$ . La carte du nombre de muons mesurés avec le télescope en supposant cette fois-ci que la normale aux plans de détection pointe vers  $(\alpha, \beta) = (0.5^\circ, 280.5^\circ)$  est visible sur la figure 6.23, haut droite. Le télescope étant positionné à une distance  $z$  par rapport à l'antenne du puy de Dôme.

Le nombre de muons varie brusquement à l'intersection du volcan et l'air libre. En utilisant le gradient de la carte du nombre de muons, nous estimons le contour du volcan. Un seuil est appliqué sur le gradient de la carte du nombre de muons pour isoler les points proches du contour. Le graphique de bas de la figure 6.23 montre la superposition du gradient du nombre de muons attendus après propagation à travers le puy de Dôme pour un seuil de 300 muons et le contour théorique.

Estimer la position et le pointage du télescope à partir de la mesure revient en quelque sorte à faire correspondre les deux courbes du graphique en bas de la figure 6.23. Pour ce faire, nous cherchons à minimiser la fonction du  $\chi^2$  donnée par :

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j w_j D_{ij}^2 \quad (6.10)$$

dont la formulation est donnée en annexe C. Dans cette équation, les  $D_{ij}$  sont les distances (angulaire) entre deux directions dont l'une est sur le contour théorique et l'autre sur la carte du gradient du nombre de muons (avec seuil). Les  $w_j$  étant des poids correspondant aux gradients du nombre de muons.

La minimisation fournit alors l'estimation de la position et le pointage du télescope. Un souci existe toutefois dans sa résolution. En effet les paramètres du  $\chi^2$  étant corrélés et les algorithmes définis dans Minuit/ROOT [97] ne convergent pas. Une solution numérique simple et rapide revient à redéfinir le  $\chi^2$  comme fonction seulement du pointage c'est-à-dire de  $(\alpha, \beta)$  et à faire varier le facteur zoom  $\zeta$  dans une boucle et déterminer le minimum

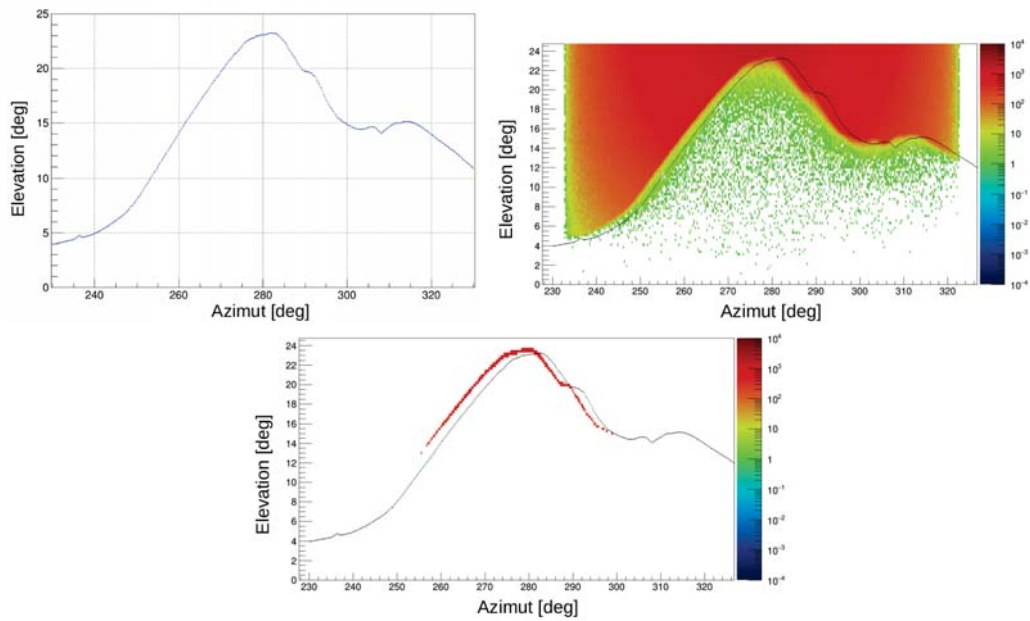


FIGURE 6.23 – Haut : contour théorique (gauche) du puy de Dôme pour un pointage du télescope de  $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 280^\circ)$  et estimation de la carte 2D du nombre de muons attendus à travers le puy de Dôme pour un pointage  $(\alpha, \beta) = (0.5^\circ, 280.5^\circ)$ ; bas : superposition du gradient de la carte 2D du nombre de muons attendus pour un seuil du nombre de muons de 300 et le contour théorique.

pour chacun de ces  $\zeta$ . Il est donc possible de tomber sur plusieurs minima. Dans ce cas le minimum retenu est le minimum global. En suivant ces démarches sur une mesure faite pour un pointage du télescope à  $(\alpha, \beta) = (0.5^\circ, 280.5^\circ)$  et un facteur zoom  $\zeta = 0.99$ , l'algorithme donne  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\zeta}) = (0.54^\circ, 280.5^\circ, 0.99)$ .

Nous avons étudié un autre algorithme permettant d'estimer, par une autre méthode, l'un des paramètres (le facteur zoom par exemple) pour s'affranchir de cette corrélation qui existe entre les paramètres du  $\chi^2$ . Malheureusement, cet algorithme, n'a pas été implémenté, faute de temps.

La mesure ou l'estimation de la position et le pointage sont toujours affectées d'une incertitude. Nous allons d'abord étudier l'effet de la précision du positionnement et du pointage du télescope sur le flux transmis. Ensuite l'étude sera faite sur la reconstruction de la densité de la cible. Dans un premier cas, nous allons étudier cet effet en faisant varier le pointage puis le positionnement séparément et enfin d'étudier l'effet combiné sur l'estimation du flux transmis. Nous allons nous placer, une fois de plus, dans des cas limites de variation du pointage et/ou du positionnement du télescope pour voir si l'effet est significatif.

### **Effet de la précision de la position du télescope sur l'estimation du flux transmis**

Le télescope utilisé sur le puy de Dôme (site TDF2013) fait 1 m d'extension donc nous admettons une incertitude maximale sur le positionnement de son centre de  $\pm 0.5$  m. Nous comparons le flux transmis vu d'un même télescope placé respectivement à  $+0.5$  m et à  $-0.5$  m de son centre idéal avec celui vu par ce même télescope à partir de son centre. Le pointage étant fixé à  $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 280^\circ)$ . La position du télescope est ici interprétée en terme de facteur "zoom"  $\zeta$  (section 5.1.2).

L'effet de la précision du positionnement du télescope sur l'estimation du flux transmis des muons pour une variation de  $\pm 0.5$  m du positionnement, dans le cas du puy de Dôme, est montré sur la figure 6.24. Le volcan est supposé de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV sont considérés..

En admettant qu'on ne peut pas se tromper de la mesure du positionnement du télescope de plus de  $\pm 0.5$  m alors l'incertitude maximale relative sur l'estimation du flux transmis des muons atmosphériques est inférieure à 6%. Seuls des muons d'énergie au delà de 60 MeV sont considérés dans un angle solide  $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ . Le positionnement  $\zeta = 1.002$  correspond à une incertitude sur le positionnement d'environ 1 m.

### **Effet de la précision du pointage du télescope sur l'estimation du flux transmis**

Dans ce cas, nous admettons que l'incertitude maximale sur le pointage est de  $(\delta\alpha = 0.25^\circ, \delta\beta = 0.5^\circ)$ . En admettant que la position a été mesurée de façon exacte, la figure 6.25 montre l'effet de la précision du pointage du télescope sur l'estimation du flux transmis des muons atmosphériques à travers le puy de Dôme. Comme nous pouvons le constater sur la figure, l'effet induit par l'incertitude sur l'élévation l'emporte sur l'effet induit par l'incertitude sur l'azimut dans l'estimation du flux de muons transmis. En outre, elle augmente avec l'épaisseur de roche de la cible. Pour des épaisseurs de roche au delà de 2.5 km, une incertitude sur la mesure de l'élévation du pointage de  $0.25^\circ$  induit

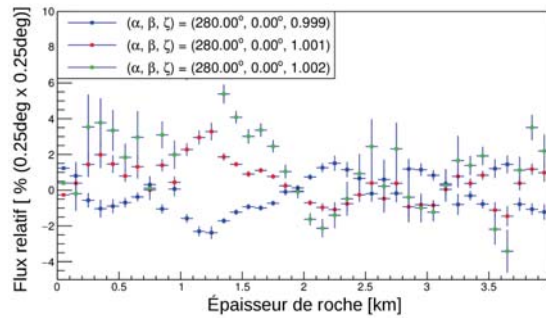


FIGURE 6.24 – Estimation de l’effet sur le flux transmis de la précision de la position du télescope en fonction de l’épaisseur de roche dans le cas du puy de Dôme. Ici, le pointage est supposé mesuré de façon exacte. Le puy de Dôme est supposé de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV ont été considérés.  $\zeta = 0.999$  correspond à  $-0.5 \text{ m}$  et  $\zeta = 1.001$  correspond à  $+0.5 \text{ m}$  du centre théorique.

une incertitude relative sur l’estimation du flux transmis supérieure à 30% dans le cas du puy de Dôme.

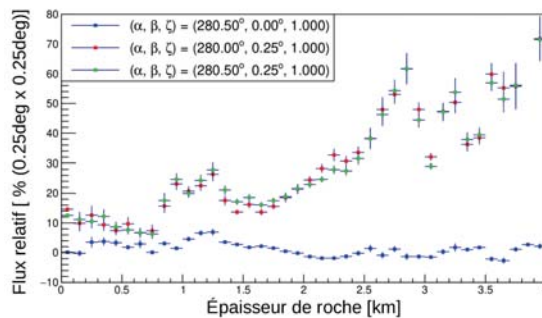


FIGURE 6.25 – Estimation de l’effet sur le flux transmis de la précision du pointage du télescope dans le cas du puy de Dôme. La position du centre du télescope est supposée mesurée de façon exacte. Le puy de Dôme est supposé de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV sont considérés.

Il est donc important de mesurer l’élévation du pointage du télescope de façon la plus précise possible soit durant les campagnes de prise de données ou en utilisant un algorithme comme celui décrit plus haut.

### Effet combiné de la précision de la position et du pointage du télescope sur l’estimation du flux transmis

Ici nous combinons les deux effets de précision du positionnement et du pointage sur l’estimation du flux transmis. Le même modèle de cible a été simulé et seuls les muons transmis au delà de 60 MeV sont considérés. Sur la figure 6.26 est montrée l’estimation de



l'effet combiné des précisions de la position et du pointage du télescope sur le flux transmis. En comparant les figures 6.25 et 6.26 nous voyons que l'effet induit par l'incertitude sur l'élévation l'emporte sur les deux autres, c'est-à-dire sur l'effet induit par la précision de l'azimut et sur la position du centre du télescope.

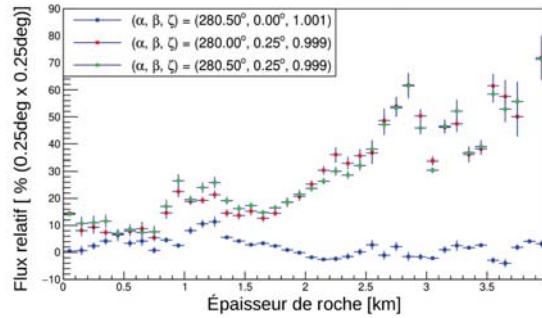


FIGURE 6.26 – Estimation de l'effet combiné sur le flux transmis de la précision de la position et du pointage du télescope dans le cas du puy de Dôme. Ce dernier est supposé de densité uniforme de  $1.8 \text{ g/cm}^3$  et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV ont été considérés.

### Effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur la reconstruction de la densité

Nous allons, dans cette section, étudier l'effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur la reconstruction de la densité. Nous supposons, comme dans le cas précédent, que la mesure a été faite pour un pointage et position du télescope différents que ceux simulés. Nous admettons une incertitude maximale sur la mesure du pointage de  $0.5^\circ$  en azimut et de  $0.25^\circ$  en zénith et une incertitude maximale sur la mesure de la position du télescope égale à la moitié de son extension.

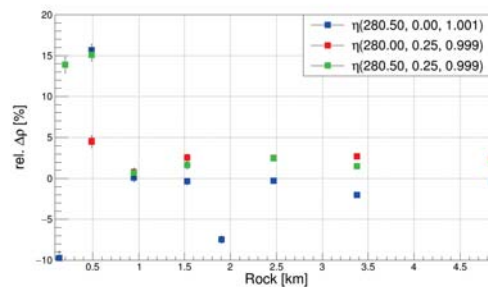


FIGURE 6.27 – Effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur la reconstruction de la densité. Trois sites différents utilisés pour la reconstruction ont été étudiés : le premier pour une position définie par le facteur zoom = 1.001 et le pointage  $(\beta, \alpha) = (280.5^\circ, 0^\circ)$ , le deuxième pour un facteur zoom = 0.999 et un pointage  $(\beta, \alpha) = (280.0^\circ, 0.25^\circ)$  et le dernier pour un facteur zoom = 0.999 et un pointage  $(\beta, \alpha) = (280.5^\circ, 0.25^\circ)$



Pour cette étude, nous supposons que la mesure a été faite pour un pointage et position du télescope en  $(\alpha, \beta, \zeta) = (0^\circ, 280^\circ, 1)$  sur le puy de Dome et nous allons tenter de reconstruire la densité en imposant une incertitude sur le pointage de  $(\Delta\alpha, \Delta\beta) = (0.25^\circ, 0.5^\circ)$  et sur le facteur de zoom de 0.1%. Ensuite nous comparons ces reconstructions avec celle obtenue pour le vrai pointage et la vraie position c'est-à-dire  $(\alpha, \beta, \zeta) = (0^\circ, 280^\circ, 1)$ . Sur la figure 6.27 est montré l'effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur la reconstruction de la densité dans le cas du puy de Dôme. Trois sites différents, décrits dans le tableau 6.4, ont été simulés pour l'étude de cet effet sur la reconstruction de la densité.

$\alpha$ (deg)	$\beta$ (deg)	$\zeta$
0.0	280.5	1.001
0.25	280.0	0.999
0.25	280.5	0.999

TABLE 6.4 – Pointage et positionnement du télescope simulés pour estimer l'effet sur la reconstruction de la densité

La figure 6.27 montre que l'effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur la reconstruction de la densité est plus grande dans les régions où l'épaisseur de roche est faible. Cet effet induit une incertitude de 5% sur la densité reconstruite pour des épaisseurs de roche supérieures à 1 km. Dans la zone du contour où l'épaisseur de roche est faible, l'effet est de 15% sur la densité reconstruite.

# Chapitre 7

## Conclusion et perspectives

Ce document présente une méthode de reconstruction de la distribution de la densité d'une cible en utilisant le flux transmis des muons atmosphériques. Cette technique d'imagerie en physique des particules s'appelle muographie. Dans la section 2.1, nous avons montré comment une distribution de la carte 2D de densité d'une cible peut être obtenue à partir de la mesure du flux de muons transmis à travers cette cible. Si plusieurs mesures muographiques sont disponibles pour la même cible, on peut, en les combinant, reconstruire une distribution de la carte 3D de la densité de la cible par des méthodes tomographiques (section 2.3). Reconstruire la distribution 3D de la densité d'une cible permet d'avoir une idée de sa structure interne qui sera utile pour comprendre les systèmes hydro-thermaux actifs.

La muographie présente d'excellents avantages en la combinant avec d'autres mesures géophysiques. Joindre la muographie et la gravimétrie, par exemple, peut permettre non seulement de reconstruire la densité de la cible en 3D mais aussi avec une meilleure sensibilité partout sur la cible. Par contre, comme nous l'avons indiqué dans la section 2.4, la muographie sous-estime la densité par rapport à la gravimétrie. Nous avons montré que cela pourrait être dû à une mauvaise estimation du bruit des muons de basse impulsion qui diffusent et qui arrivent dans la direction d'observation et de la difficulté de rejeter ces muons dans la mesure. La solution proposée par certains auteurs d'utiliser une constante de biais pour s'affranchir de ce problème permet, certes, d'avoir une meilleure estimation de la distribution de la densité tout en évitant d'augmenter le nombre de variables dans le système d'équations mais ne résout pas complètement le problème. Dans la section 6.5.2, nous avons montré que le biais induit sur la densité reconstruite par le bruit de fond des muons qui diffusent n'est pas constant dans toutes les directions d'observation et dépend en outre de la capacité qu'a le télescope de rejeter ces muons de basse impulsion. Dans la méthode développée durant la thèse, nous prenons en compte l'effet du bruit de ces muons dans la reconstruction de la densité de la cible.

Nous avons également indiqué dans la section 2.2.2 que combiner la muographie et l'imagerie par étude sismique permet d'avoir d'autres informations sur la roche à savoir par exemple, la porosité, la saturation en fluides, etc. [31]. Jointe avec la muographie, l'imagerie par résistivité électrique (section 2.2.3) a le potentiel de fournir également une estimation de la nature en eau de la roche.

Certaines études semblent montrer que si on a suffisamment de mesures muographiques, on peut se passer des données gravimétriques pour reconstruire la densité de la

cible. Vu les problèmes déjà relatés (sections 2.2.1, 2.2.2 et 2.2.3) qui existent avec les méthodes conventionnelles en géophysique, la muographie offre donc un moyen unique de reconstruire la densité d'une cible d'intérêt avec un coût global raisonnable.

L'objectif de ces travaux de recherche est non seulement de développer une méthode permettant de reconstruire la densité avec une incertitude statistique maximale prédéfinie tout en préservant la meilleure résolution spatiale possible mais aussi de prendre en compte, de manière la plus exhaustive possible, les systématiques qui peuvent affecter la muographie. Pour atteindre cet objectif, des études en amont de la reconstruction de la densité ont été d'abord effectuées dans le but de trouver par exemple une paramétrisation de l'incertitude statistique utilisable sur toute la cible (section 6.2).

Les algorithmes de reconstruction et d'accrétion décrits dans les sections 6.2 et 6.3 pour travailler à incertitude statistique maximale et meilleure résolution spatiale possible ont été utilisés sur un modèle de cible avec sous-structure (densité variable) et les résultats sont plutôt encourageants.

Cette thèse a montré l'intérêt d'utiliser un traitement Monte Carlo dans la reconstruction de la densité d'une cible, notamment par l'étude du bruit de fond des muons qui diffusent. Plusieurs expériences utilisent l'approximation CSDA pour reconstruire la densité mais cette approximation induit des systématiques sur la reconstruction et l'effet a été étudié et quantifié dans la section 6.5.1 pour deux matériaux différents (la roche standard et l'aluminium).

Plusieurs autres paramètres peuvent induire des erreurs systématiques sur la reconstruction de la densité, notamment la précision du modèle de flux primaire de muons atmosphériques utilisé et la précision des données topographiques utilisées dans la modélisation de la cible. Dans ce document, nous avons étudié quelques-unes de ces systématiques sur la reconstruction de la densité dans le cas du puy de Dôme, à savoir : l'effet du bruit de fond des muons de basse impulsion (section 6.5.2), de la composition chimique simulée dans la modélisation de la cible (section 6.5.3), de la précision sur la position et/ou du pointage du télescope (section 6.5.4).

Nous avons également étudié d'autres algorithmes, notamment un algorithme permettant de déterminer, de façon optimale, le nombre de muons nécessaires pour reconstruire la densité à incertitude statistique plus ou moins constante. Malheureusement, cet algorithme n'a pas été totalement implémenté et nous ne l'avons pas présenté dans ce document. La méthode décrite dans ce document donne déjà des résultats intéressants mais il reste encore des choses à étudier et à prendre en considération pour améliorer encore la précision de la reconstruction de la densité en optimisant du même coup l'utilisation des ressources disponibles.

Un travail d'optimisation du code de reconstruction peut être, par la suite, envisagé pour gagner en temps de simulation et en ressources CPU. Par exemple, on peut penser à optimiser l'algorithme de reconstruction en utilisant l'approximation CSDA quand l'épaisseur de roche est faible ( $< 1$  km) et un traitement Monte Carlo dans le cas contraire. On peut également envisager d'améliorer les paramétrisations permettant par exemple de travailler avec une incertitude statistique maximale prédéfinie. Il faudra aussi étudier et prendre en compte d'autres systématiques qui peuvent affecter la reconstruction de la densité, notamment le modèle du flux primaire de muons atmosphériques, la précision des données de topographie dans la modélisation de la cible.

Nous pourrions tester d'autres poids d'une distribution triangulaire, par exemple, dans l'algorithme d'accrétion des bins et de comparer les résultats avec ceux obtenus pour des poids Gaussiens. Nous pourrions également envisager de reconstruire la densité dans un premier temps qui servira d'un modèle itératif à ré-injecter comme modèle de cible initiale et répéter la reconstruction jusqu'à un certain critère de convergence que l'on définira. En procédant ainsi, nous introduisons non seulement une contrainte qui pourrait grandement améliorer le résultat final de la densité reconstruite et également l'estimation du flux de muons transmis qui dépend de la distribution de densité le long du parcours des muons.



# Bibliographie

- [1] Ahmed Tarek Abouelfadl Mohamed. *The Standard Model of Particle Physics*, pages 3–35. Springer International Publishing, Cham, 2020. doi:10.1007/978-3-030-59516-6\_1.
- [2] Antonio Pich. The standard model of particle physics : Status and low-energy tests. In *Astronomy, Cosmology and Fundamental Physics*, pages 105–116. Springer-Verlag, 2003. doi:10.1007/10857580\_10.
- [3] Guardincerri E. et al. Imaging the inside of thick structures using cosmic rays. *AIP Advances*, 6(1) :015213, 2016. doi:10.1063/1.4940897.
- [4] Saracino G. et al. Imaging of underground cavities with cosmic-ray muons from observations at mt. echia (naples). *Scientific Reports*, 7(1) :1181, Apr 2017. doi:10.1038/s41598-017-01277-3.
- [5] R. Han et al. Cosmic muon flux measurement and tunnel overburden structure imaging. *Journal of Instrumentation*, 15(06) :P06019–P06019, Mar 2020. doi:10.1088/1748-0221/15/06/p06019.
- [6] Luis W. Alvarez et al. Search for hidden chambers in the pyramids. *Science*, 167(3919) :832–839, Feb 1970. doi:10.1126/science.167.3919.832.
- [7] Morishima Kunihiko et al. Discovery of a big void in khufu’s pyramid by observation of cosmic-ray muons. *Nature*, 552(7685) :386–390, Dec 2017. doi:10.1038/nature24647.
- [8] Fujii et al. Performance of a remotely located muon radiography system to identify the inner structure of a nuclear plant. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2013(7), Jul 2013. doi:10.1093/ptep/ptt046.
- [9] K Nagamine et al. Method of probing inner-structure of geophysical substance with the horizontal cosmic-ray muons and possible application to volcanic eruption prediction. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 356(2) :585–595, Mar 1995. doi:10.1016/0168-9002(94)01169-9.
- [10] Lorenzo Bonechi et al. Atmospheric muons as an imaging tool. *Reviews in Physics*, 5 :100038, Nov 2020. doi:10.1016/j.revip.2020.100038.
- [11] Cristina CARLOGANU. Considerations on using atmospheric muons for imaging purposes, 2016.
- [12] Bene Samuel. *Imagerie tomographique d’un volcan à l’aide des muons atmosphériques*. Theses, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, Dec 2016. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01584221>.

- [13] <https://www.britannica.com/place/Vulcano-Island>. Last accessed : July 17th, 2022.
- [14] J. Selva et al. Multiple hazards and paths to eruptions : A review of the volcanic system of vulcano (aeolian islands, italy). *Earth-Science Reviews*, 207 :103186, 2020. doi:10.1016/j.earscirev.2020.103186.
- [15] Tanabashi et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 98 :030001, Aug 2018. doi:10.1103/PhysRevD.98.030001.
- [16] P.B. Pal, V.P. Varshney, and D.K. Gupta. Approximate expressions for continuous slowing down approximation ranges of high energy electrons and positrons. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 21(1) :14–19, 1987. doi:10.1016/0168-583X(87)90133-9.
- [17] Subodh Kumar Gupta and Dharmandra Kumar Gupta. Continuous slowing-down approximation range of 50-kev–100-mev electrons. *Journal of Applied Physics*, 52(3) :1175–1178, 1981. doi:10.1063/1.329733.
- [18] Tabata et al. An analytic formula for continuous slowing-down approximation ranges of 1-kev to 1-gev electrons. "*Bulletin of the University of Osaka Prefecture, Series A Engineering and Natural Sciences*", 43 :77–82, Dec 1994. [https://www.academia.edu/23272583/An\\_analytic\\_formula\\_for\\_continuous\\_slowing\\_down\\_approximation\\_ranges\\_of\\_1\\_keV\\_to\\_1\\_GeV\\_electrons](https://www.academia.edu/23272583/An_analytic_formula_for_continuous_slowing_down_approximation_ranges_of_1_keV_to_1_GeV_electrons).
- [19] Tatsuo Tabata et al. An analytic formula for the extrapolated range of electrons in condensed materials. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 119(4) :463–470, 1996. doi:10.1016/S0168-583X(96)00687-8.
- [20] Sh. Mohammed, Adel Trabelsi, and Kais Manai. Stopping power, csda range, absorbed dose and cross sections calculations of f18 simulated in water using geant4 code. *Indian Journal of Science and Technology*, 11 :1–10, 2018. doi:10.17485/ijst/2018/v11i6/87358.
- [21] Grimes et al. An approximate analytical solution of the bethe equation for charged particles in the radiotherapeutic energy range. *Scientific Reports*, 7(1) :9781, Aug 2017. doi:10.1038/s41598-017-10554-0.
- [22] T. R. LaFehr. Standardization in gravity reduction. *GEOPHYSICS*, 56(8) :1170–1178, 1991. doi:10.1190/1.1443137.
- [23] David A. Chapin. The theory of the bouguer gravity anomaly : A tutorial. *The Leading Edge*, 15(5) :361–363, 1996. doi:10.1190/1.1437341.
- [24] D.A.G Nowell. Gravity terrain corrections — an overview. *Journal of Applied Geophysics*, 42(2) :117–134, Oct 1999. doi:10.1016/S0926-9851(99)00028-2.
- [25] Xiong Li and Hans-Jürgen Götze. Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics. *GEOPHYSICS*, 66(6) :1660–1668, 2001. doi:10.1190/1.1487109.
- [26] R. I. Hackney and W. E. Featherstone. Geodetic versus geophysical perspectives of the ‘gravity anomaly’. *Geophysical Journal International*, 154(1) :35–43, Jul 2003. doi:10.1046/j.1365-246X.2003.01941.x.
- [27] Barnoud et al. 3-D linear inversion of gravity data : method and application to Basse-Terre volcanic island, Guadeloupe, Lesser Antilles. *Geophysical Journal International*, 205(1) :562–574, Feb 2016. doi:10.1093/gji/ggw030.

- [28] Giovanna Berrino et al. Thirty years of precise gravity measurements at mt. vesuvius : an approach to detect underground mass movements. *Annals of Geophysics*, 56 :0436, Nov 2013. doi:10.4401/ag-6442.
- [29] G. Berrino et al. On the capability of recording gravity stations to detect signals coming from volcanic activity : The case of vesuvius. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 150(1) :270–282, Feb 2006. doi:10.1016/j.jvolgeores.2005.07.015.
- [30] Greco et al. *Absolute and Relative Gravity Measurements at Volcanoes : Current State and New Developments Under the NEWTON-g Project*, pages 1–7. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, Dec 2020. doi:10.1007/1345\_2020\_126.
- [31] T. Vanorio, J. Virieux, P. Capuano, and G. Russo. Three-dimensional seismic tomography from p wave and s wave microearthquake travel times and rock physics characterization of the campi flegrei caldera. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 110(B3), Mar 2005. doi:10.1029/2004JB003102.
- [32] Ramirez et al. Stochastic inversion of electrical resistivity changes using a markov chain, monte carlo approach. *Journal of Geophysical Research*, 110 :1–18, Feb 2005. doi:10.1029/2004JB003449.
- [33] Girard et al. Méthodologie d'imagerie électrique haute résolution des aquifères côtiers en milieu volcanique à la réunion. report, BRGM, May 2008. <https://infoterre.brgm.fr/rapports/RP-56612-FR.pdf>.
- [34] Minami et al. Temporal variation in the resistivity structure of the first nakadake crater, aso volcano, japan, during the magmatic eruptions from november 2014 to may 2015, as inferred by the active electromagnetic monitoring system. *Earth, Planets and Space*, 70(1) :138, Aug 2018. doi:10.1186/s40623-018-0909-2.
- [35] Greenhalgh et al. Solutions, algorithms and inter-relations for local minimization search geophysical inversion. *Journal of Geophysics and Engineering*, 3(2) :101–113, Mar 2006. doi:10.1088/1742-2132/3/2/001.
- [36] Ricketts R. E. Practical optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 18(6) :954–954, Jun 1982. doi:10.1002/nme.1620180612.
- [37] Malcolm Sambridge and Klaus Mosegaard. Monte carlo methods in geophysical inverse problems. *Reviews of Geophysics*, 40(3) :3–1, 3–29, Dec 2002. doi:10.1029/2000RG000089.
- [38] Tanaka et al. Three-dimensional computational axial tomography scan of a volcano with cosmic ray muon radiography. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 115(B12), Dec 2010. doi:10.1029/2010JB007677.
- [39] Seigo Miyamoto and Shogo Nagahara. *Tomographic Imaging of Volcano Structures with Cosmic-Ray Muons*, chapter 2, pages 19–32. American Geophysical Union (AGU), Jan 2022. doi:10.1002/9781119722748.ch2.
- [40] Albert Tarantola. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. doi:10.1137/1.9780898717921.
- [41] Nishiyama et al. Integrated processing of muon radiography and gravity anomaly data toward the realization of high-resolution 3-d density structural analysis of vol-



- canoes : Case study of showa-shinzan lava dome, usu, japan. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 119(1) :699–710, Dec 2013. doi:10.1002/2013JB010234.
- [42] Jourde et al. Improvement of density models of geological structures by fusion of gravity data and cosmic muon radiographies. *Geosci. Instrum. Method. Data Syst. Discuss*, Apr 2015. doi:10.5194/gid-5-83-2015.
- [43] Rosas-Carbajal et al. Three-dimensional density structure of la soufrière de guadeloupe lava dome from simultaneous muon radiographies and gravity data. *Geophysical Research Letters*, 44(13) :6743–6751, Jul 2017. doi:10.1002/2017GL074285.
- [44] Ryuichi Nishiyama. *Joint Inversion of Muography and Gravity Data for 3D Density Imaging of Volcanoes*, chapter 3, pages 33–42. American Geophysical Union (AGU), Jan 2022. doi:10.1002/9781119722748.ch3.
- [45] Heck et al. *CORSIKA : A Monte Carlo code to simulate extensive air showers*, Feb 1998. <https://inspirehep.net/literature/469835>.
- [46] Ilaria Brivio and Michael Trott. The standard model as an effective field theory. *Physics Reports*, 793 :1–98, Feb 2019. doi:10.1016/j.physrep.2018.11.002.
- [47] Brian Henning, Xiaochuan Lu, and Hitoshi Murayama. How to use the standard model effective field theory. *Journal of High Energy Physics*, 2016(1) :23, Jan 2016. doi:10.1007/JHEP01(2016)023.
- [48] Image : Daniel Dominguez. Particles of the standard model of particle physics. <https://home.cern/science/physics/standard-model>. Last visited 2022.
- [49] Domenico Pacini. Penetrating radiation at the surface of and in water. *arXiv : History and Philosophy of Physics*, Aug 2017. doi:10.48550/ARXIV.1002.1810.
- [50] Victor F. Hess. Nobel prize for physics : Prof. victor f. hess. *Nature*, 138(3499) :873–873, Nov 1936. doi:10.1038/138873b0.
- [51] Arthur H. Compton. A geographic study of cosmic rays. *Phys. Rev.*, 43 :387–403, Mar 1933. doi:10.1103/PhysRev.43.387.
- [52] Bruno Rossi. On the magnetic deflection of cosmic rays. *Phys. Rev.*, 36 :606–606, Aug 1930. doi:10.1103/PhysRev.36.606.
- [53] Thomas H. Johnson. The azimuthal asymmetry of the cosmic radiation. *Phys. Rev.*, 43 :834–835, May 1933. doi:10.1103/PhysRev.43.834.
- [54] Luis Alvarez and Arthur H. Compton. A positively charged component of cosmic rays. *Phys. Rev.*, 43 :835–836, May 1933. doi:10.1103/PhysRev.43.835.
- [55] Anatoli Fedynitch. Mceq - matrix cascade equations. Version 1.2, <https://github.com/afedynitch/MCEq>.
- [56] Doll et al. The karlsruhe cosmic ray project kascade, Jan 1990. <https://core.ac.uk/download/pdf/197569966.pdf>.
- [57] Horandel et al. Results from the kascade, kascade-grande, and lopes experiments. *Journal of Physics : Conference Series*, 39 :463, 2006. doi:10.1088/1742-6596/39/1/122.
- [58] Gaisser et al. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, Jun 2016. doi:10.1017/CB09781139192194.

- [59] Dmitry Chirkin. Fluxes of atmospheric leptons at 600 gev - 60 tev. *arXiv : High Energy Physics - Phenomenology*, Jul 2004. doi:10.48550/ARXIV.HEP-PH/0407078.
- [60] Guan et al. A parametrization of the cosmic-ray muon flux at sea-level, Sep 2015. doi:10.48550/ARXIV.1509.06176.
- [61] Hiroyuki K. M. Tanaka. *Principles of Muography and Pioneering Works*, chapter 1, pages 1–17. American Geophysical Union (AGU), Jan 2022. doi:10.1002/9781119722748.ch1.
- [62] Cohu et al. Atmospheric & geodesic controls on muon rate : A numerical study based on corsika. *Journal of Advanced Instrumentation in Science*, 2022(1) :250, 2022. doi:10.31526/jais.2022.250.
- [63] S. Agostinelli et al. Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3) :250–303, Jul 2003. doi:10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
- [64] Sokalski et al. Mum : Flexible precise monte carlo algorithm for muon propagation through thick layers of matter. *Phys. Rev. D*, 64 :074015, Sep 2001. doi:10.1103/PhysRevD.64.074015.
- [65] Niess et al. Backward monte-carlo applied to muon transport. *Computer Physics Communications*, 229 :54–67, Aug 2018. doi:10.1016/j.cpc.2018.04.001.
- [66] L. Cazon et al. A model for the transport of muons in extensive air showers. *Astroparticle Physics*, 36(1) :211–223, Aug 2012. doi:10.1016/j.astropartphys.2012.05.017.
- [67] S. Haino et al. Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the bess-tev spectrometer. *Physics Letters B*, 594(1-2) :35–46, Jul 2004. doi:10.1016/j.physletb.2004.05.019.
- [68] Michael Kobrick. The Definitive Merged Global Digital Topographic Data Set. <https://earthdata.nasa.gov/esds/competitive-programs/measures/definitive-merged-gdt-data-set>, last visited 2022.
- [69] NASA. U.S. Releases Enhanced Shuttle Land Elevation Data. <https://www2.jpl.nasa.gov/srtm> last visited 2022.
- [70] Feras Al-Obeidat et al. Cloud-based lineament extraction of topographic lineaments from nasa shuttle radar topography mission data. *Procedia Computer Science*, 83 :1250–1255, 2016. doi:10.1016/j.procs.2016.04.260.
- [71] Barbet et al. Regional modeling of aerosol chemical composition at the puy de dôme (france). In Douw G. Steyn and Nadine Chaumerliac, editors, *Air Pollution Modeling and its Application XXIV*, pages 49–53. Springer International Publishing, Feb 2016. doi:10.1007/978-3-319-24478-5\_8.
- [72] Aiuppa et al. Chemical mapping of a fumarolic field : La fossa crater, vulcano island (aeolian islands, italy). *Geophysical Research Letters*, 32(13), Jul 2005. doi:10.1029/2005GL023207.
- [73] Donald E. et al. Muon stopping power and range tables 10 mev-100 tev. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 78(2) :183–356, Jul 2001. doi:10.1006/adnd.2001.0861.

- [74] S. Agostinelli et al. Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3) :250–303, 2003. doi:10.1016/S0168-9002(03)01368-8.
- [75] Koehne et al. Proposal : A tool for propagation of charged leptons. *Computer Physics Communications*, 184(9) :2070–2090, Sep 2013. doi:10.1016/j.cpc.2013.04.001.
- [76] Dunsch et al. Recent improvements for the lepton propagator proposal. *Computer Physics Communications*, 242 :132–144, Sep 2019. doi:10.1016/j.cpc.2019.03.021.
- [77] H. A. Bethe. Molière’s theory of multiple scattering. *Phys. Rev.*, 89 :1256–1266, Mar 1953. doi:10.1103/PhysRev.89.1256.
- [78] O. Voskresenskaya and A. Tarasov. Molière’s multiple scattering theory revisited. *arXiv e-prints*, page arXiv :1204.3675, Apr 2012. <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2012arXiv1204.3675V>.
- [79] S. J. Wallace. Eikonal expansion. *Phys. Rev. Lett.*, 27 :622–625, Aug 1971. doi:10.1103/PhysRevLett.27.622.
- [80] Francesc Salvat. A generic algorithm for monte carlo simulation of proton transport. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 316 :144–159, Dec 2013. doi:10.1016/j.nimb.2013.08.035.
- [81] Valentin Niess. The PUMAS library. *Computer Physics Communications*, 279 :108438, Oct 2022. doi:10.1016/j.cpc.2022.108438.
- [82] D. E. Groom and S. R. Klein. Passage of particles through matter. *The European Physical Journal C - Particles and Fields*, 15(1) :163–173, Mar 2000. doi:10.1007/BF02683419.
- [83] Anwar Kamal. *Passage of Charged Particles Through Matter*, pages 1–81. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2014. doi:10.1007/978-3-642-38655-8\_1.
- [84] R.M. Sternheimer et al. Density effect for the ionization loss of charged particles in various substances. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 30(2) :261–271, Mar 1984. doi:10.1016/0092-640X(84)90002-0.
- [85] J.M. Fernández-Varea et al. On the theory and simulation of multiple elastic scattering of electrons. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 73(4) :447–473, Apr 1993. doi:10.1016/0168-583X(93)95827-R.
- [86] R. Santonico and R. Cardarelli. Development of resistive plate counters. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 187(2) :377–380, Aug 1981. doi:10.1016/0029-554X(81)90363-3.
- [87] V.V. Parkhomchuck et al. A spark counter with large area. *Nuclear Instruments and Methods*, 93(2) :269–270, May 1971. doi:10.1016/0029-554X(71)90475-7.
- [88] M. Petrovici et al. A large-area glass-resistive plate chamber with multistrip readout. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 487(3) :337–345, Jul 2002. doi:10.1016/S0168-9002(01)02192-1.

- [89] P. Fonte. Applications and new developments in resistive plate chambers. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 49(3) :881–887, 2002. doi:10.1109/TNS.2002.1039583.
- [90] Dulucq et al. Hardroc : Readout chip for calice/eudet digital hadronic calorimeter. In *IEEE Nuclear Science Symposium & Medical Imaging Conference*, pages 1678–1683, 2010. doi:10.1109/NSSMIC.2010.5874060.
- [91] D. González-Díaz et al. The effect of temperature on the rate capability of glass timing rpcs. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 555(1) :72–79, Dec 2005. doi:10.1016/j.nima.2005.09.005.
- [92] Système de coordonnées centré sur la terre et fixe sur la terre. [https://wblog.wiki/fr/Geocentric\\_coordinate\\_system](https://wblog.wiki/fr/Geocentric_coordinate_system). Last visited 2022.
- [93] Les systèmes de coordonnées de référence. <https://maeltheuliere.github.io/rspatial/les-syst%C3%A8mes-de-coordonn%C3%A9es-de-r%C3%A9f%C3%A9rence.html>. Last visited 2022.
- [94] Ambrosino et al. Joint measurement of the atmospheric muon flux through the puy de dôme volcano with plastic scintillators and resistive plate chambers detectors. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 120(11) :7290–7307, Oct 2015. doi:10.1002/2015JB011969.
- [95] Valentin Niess. In private discussion with v. niess, 2020.
- [96] Particle Data Group et al. Review of particle physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2020(8), Aug 2020. doi:10.1093/ptep/ptaa104.
- [97] Brun et al. Root-project/root : V6.18/02. <https://root.cern/>.
- [98] Ma Zheng-Jing et al. Effects of rain and heat-cool cycles on the weathering behavior of basalt from wudalianchi, heilongjiang province, ne china, 11 2019. doi:10.1007/s10064-019-01512-3.
- [99] Werner Krauth. Introduction to monte carlo algorithms. Lecture, <https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00092936>, Sep 2006.
- [100] Hammersley John. *Monte carlo methods*. Springer Science & Business Media, 2013. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-009-5819-7>.



# Annexe A

## Estimation d'intégrale par la méthode Monte Carlo

La méthode Monte Carlo [99] (MC) est une méthode mathématique basée sur l'utilisation des nombres aléatoires et de concepts de probabilité. Elle s'appuie sur l'utilisation de la loi des grands nombres et le théorème central. Hammersley [100] définit les méthodes de Monte Carlo comme la branche des mathématiques expérimentales qui s'intéresse aux expériences sur les nombres aléatoires.

La méthode Monte Carlo peut être utilisée pour estimer une grandeur définie par une intégrale. Elle peut être aussi utilisée par exemple, pour introduire une approche statistique du risque dans une décision financière

### A.1 Estimation d'intégrale

Soit l'intégrale donnée par :

$$I = \int_a^b f(x)dx \quad (\text{A.1})$$

que l'on cherche à estimer la valeur et également l'incertitude associée. Supposons que la variable  $x$  suit une distribution  $g$  et  $h$  une fonction de la variable  $x$  définie sur l'intervalle  $[a, b]$ . L'espérance mathématique de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $[a, b]$  est alors donnée par :

$$E[h] = \int_a^b h(x)g(x)dx \quad (\text{A.2})$$

En posant  $h \times g = f$  alors l'équation A.2 peut s'écrire sous la forme :

$$E\left[\frac{f}{g}\right] = \int_a^b f(x)dx = I \quad (\text{A.3})$$

Cela veut dire que l'intégrale  $I$  de l'équation A.1 est exactement l'espérance mathématique de la fonction  $\frac{f}{g}$  que l'on peut estimer par :

$$\hat{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{f(x_i)}{g(x_i)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \times w_i \quad (\text{A.4})$$

Dans le document, nous appelons  $w_i = \frac{1}{g(x_i)}$ , le poids Monte Carlo appliqué à chaque terme  $f(x_i)$  de la somme de l'équation A.4. Les  $x_i$  étant distribués selon la distribution  $g$ . Selon la loi des grands nombres, quand  $n$  est très grand  $\hat{I}$  tend vers  $I$ . Donc estimer l'intégrale  $I$  revient à échantillonner les  $x_i$  selon  $g$  puis à calculer la valeur de  $\hat{I}$  selon l'équation A.4 pour un  $n$  donné. Rappelons que la distribution  $g$  est quelconque. Dans la pratique on essaie d'utiliser une distribution qui minimise la variance. Cette technique s'appelle "Importance sampling" en anglais ou "Échantillonnage préférentiel" en français. Dans le cas particulier où la distribution  $g$  est uniforme, c'est-à-dire  $g(x) = \frac{1}{b-a}$ , on obtient la formule donnée par la méthode des rectangles :

$$\hat{I} = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) = (b-a) \times \bar{f} \quad (\text{A.5})$$

La méthode Monte Carlo s'applique de la même façon pour des intégrales multiples.

## A.2 Estimation de l'incertitude associée

Soit  $\sigma^2$ , la variance de  $\frac{f}{g}$  donnée par :

$$\sigma^2 = E \left[ \left( \frac{f}{g} \right)^2 \right] - \left( E \left[ \frac{f}{g} \right] \right)^2 = E \left[ \left( \frac{f}{g} \right)^2 \right] - I^2 \quad (\text{A.6})$$

La variance de la moyenne empirique est donc donnée par :

$$Var \left[ \hat{I} \right] = E \left[ \hat{I}^2 \right] - E \left[ \hat{I} \right]^2 \quad (\text{A.7})$$

Une estimation de la variance de  $\hat{I}$ , notée  $\hat{\sigma}^2$ , peut-être calculée par :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{f(x_i)}{g(x_i)} \right)^2 - I^2 = \frac{\sigma^2}{n} \quad (\text{A.8})$$

L'écart-type varie donc en  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ . L'espérance mathématique de l'estimateur de la variance donnée par :

$$E \left[ \hat{\sigma}^2 \right] = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \quad (\text{A.9})$$

montre que ce dernier est asymptotiquement non-biaisé. Un estimateur non biaisé peut être alors défini par :

$$\hat{S}^2 = \frac{n}{n-1} \hat{\sigma}^2 = \frac{\sigma^2}{n-1} \quad (\text{A.10})$$

## A.3 Cas d'une distribution biaisée

Une distribution de biais est souvent utilisée pour diminuer ou augmenter le poids de certaines valeurs de  $f(x_i)$  qui nous intéressent particulièrement. L'équation de l'espérance

mathématique de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $[a, b]$  échantillonné suivant la densité  $g$  peut s'écrire sous la forme A.11.

$$E[h] = \int_a^b h(x) \frac{g(x)}{b(x)} b(x) dx \quad (\text{A.11})$$

Avec  $b(x) \neq 0$ , la distribution de biais. En posant  $f(x) = h(x) \times w(x) \times b(x)$  avec  $w(x) = \frac{g(x)}{b(x)}$  comme précédemment, on trouve l'expression de A.12 que l'on sait estimer par Monte Carlo et l'incertitude associée.

$$I = \int_a^b f(x) dx = E \left[ \frac{f}{w \times b} \right] \quad (\text{A.12})$$





# Annexe B

## Distributions et poids Monte Carlo utilisés dans l'estimation du nombre de muons détectés

Pour estimer le nombre de muons mesurés du côté de la simulation, l'expression 5.14 est utilisée. Dans ce cas, il faut générer un grand nombre  $N$  d'états aléatoires de muons pour estimer le flux transmis, la surface effective pour ces états et appliquer les poids Monte Carlo obtenus à partir des distributions de probabilité utilisées pour chaque variable.

### B.1 Distribution en énergie

L'énergie des muons s'étant étendu sur plusieurs décades, alors pour générer le même nombre d'événements dans chaque décade, l'énergie est donc distribuée en  $E^{-1}$  (uniforme en logarithme) sur l'intervalle  $[E_{min}, E_{max}]$ . Les poids  $w_i$  et les  $E_i$  dans l'équation 5.14 sont alors donnés par :

$$\begin{aligned} E_i &= E_{min} \times \exp\left(u \cdot \ln\left(\frac{E_{max}}{E_{min}}\right)\right) \\ w_i &= E_i \times \ln\left(\frac{E_{max}}{E_{min}}\right) \end{aligned} \tag{B.1}$$

où  $u$  est une réalisation d'une variable aléatoire  $U$  de distribution uniforme sur  $[0, 1]$ .

### B.2 Distribution sur l'angle solide

L'angle solide différentiel est donné par :

$$d\Omega = |\sin\theta d\theta d\beta| = |d(\cos\theta)d\beta| = |d(\sin\alpha)d\beta| \tag{B.2}$$

avec  $\theta$ , le complémentaire de l'angle  $\alpha$  dans le document.

En distribuant  $\sin\alpha$  et  $\beta$  uniformément dans les intervalles  $[\sin_{min}, \sin_{max}]$  et  $[\beta_{min}, \beta_{max}]$  respectivement, les poids  $w_j$  et les directions  $(\alpha_j, \beta_j)$  dans l'équation 5.14 sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \alpha_j &= \frac{180}{\pi} \times \arcsin(\sin_{min} + u \times (\sin_{max} - \sin_{min})) \\
 \beta_j &= \beta_{min} + v \times (\beta_{max} - \beta_{min}) \\
 w_j &= \frac{\pi}{180} (\beta_{max} - \beta_{min}) \times (\sin_{max} - \sin_{min})
 \end{aligned}
 \tag{B.3}$$

On note bien les facteurs  $180/\pi$  et  $\pi/180$  qui sont indispensables pour les conversions degré et radian.  $u$  et  $v$  étant des réalisations de deux variables aléatoires  $U$  et  $V$  indépendantes de distributions uniformes sur  $[0, 1]$ .

### B.3 Durée des prises de données

En pratique, une expérience de prise de données avec le détecteur peut être réalisée sur plusieurs durées. Par exemple une première prise de données peut durer 1 mois et une deuxième 4 mois, etc. Dans ce cas et si la réponse du détecteur (son efficacité par exemple) dépend de la période de prises de données alors il faut en prendre en considération dans les équations précédentes et tirer aléatoirement le temps. Dans le cas où une seule prise de données a été réalisée et en supposant que l'efficacité ne dépend pas du temps de prise de données alors tirer uniformément sur l'intervalle de temps  $[0, t]$  où  $t$  représente la durée de prise de données revient tout simplement à prendre le terme  $\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L w_l$  dans l'équation 5.14 égal à  $t$ .

## Annexe C

# Fonction de minimisation permettant d'estimer la position et le pointage du télescope

Soit  $c(\alpha, \beta)$  le contour théorique de la cible, estimé pour une position  $z_0$  et un pointage  $(\alpha_0, \beta_0)$  du télescope. Soit  $N_{grad}(\alpha, \beta)$  le gradient 2D du nombre de muons calculé par :

$$N_{grad}(\alpha, \beta) = \sqrt{(\Delta_H)^2 + (\Delta_V)^2} \quad (C.1)$$

avec  $\Delta_H$  et  $\Delta_V$  le gradient du nombre de muons selon le zénith et selon l'azimuth respectivement.

L'objectif est d'estimer la position et le pointage du télescope pour lesquels nous avons mesuré la carte du nombre de muons. Pour ce faire, nous essayons de faire correspondre les deux référentiels (mesure & simulation). Soit  $z$  et  $(\alpha, \beta)$  la position et le pointage du télescope qui fournit la carte du gradient du nombre de muons mesurés. Il suffit d'estimer ces trois paramètres.

Le contour étant les directions de l'intersection du volcan et de l'atmosphère, nous savons que dans cette zone le gradient du nombre de muons mesurés varie brusquement. À cause des incertitudes statistiques, nous imposons un seuil sur le gradient du nombre de muons pour ne garder que les directions proches du contour.

Soit  $(x_i, y_i)$  l'azimuth-élévation d'une direction du contour théorique pour la position  $z_0$  et le pointage  $(\alpha_0, \beta_0)$  du télescope. Soit  $(x'_i, y'_i)$  cette même direction corrigée d'un décalage de position et de pointage des paramètres  $z$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ . Nous avons donc, par approximation de petits angles :

$$\begin{aligned} x'_i &= \zeta \times (x_i + \alpha - \alpha_0) \\ y'_i &= \zeta \times (y_i + \beta - \beta_0) \end{aligned} \quad (C.2)$$

avec  $\zeta = \frac{z}{z_0}$ .

Soit  $(X_j, Y_j)$  une direction de la carte du gradient de nombre de muons mesurés dont la valeur est au-dessus du seuil et vaut  $w_j$ . Nous définissons la distance angulaire des deux directions  $(x_i, y_i)$  et  $(X_j, Y_j)$  par :

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - X_j)^2 + (y_i - Y_j)^2} \quad (C.3)$$

Pour trouver une estimation des paramètres  $z$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ , nous minimisons la fonction  $\chi^2$  définie par :

$$\chi^2 = \sum_i \sum_j w_j D_{ij}^2 \quad (\text{C.4})$$

# Table des figures

1.1	Schémas de principe de l'imagerie par transmission à gauche et de l'imagerie par diffusion à droite. Un flux de muons se propageant à travers une cible peut subir deux effets : une baisse d'intensité induite par l'absorption suite à des pertes d'énergie ou la diffusion Coulombienne. La densité intégrale vue par les muons le long de leur parcours est mesurée par imagerie par transmission, tandis que la diffusion donne accès à la composition chimique via le numéro atomique [11]. . . . .	18
1.2	Configuration d'une mesure standard pour l'imagerie des volcans où les deux angles $\alpha$ et $\beta$ utilisés pour reconstruire la carte 2D de densité du volcan sont définis [12]. . . . .	19
1.3	Vulcano dans les îles Éoliennes, au nord de la Sicile (haut), sites de déploiement potentiels (bas, gauche) et un zoom sur le cratère (bas, droite) [13]. . . . .	21
2.1	Un exemple de télescope à muons [11] constitué de plusieurs plans de détection, avec une segmentation $\delta$ , déployé à une distance $D$ d'un volcan. Les plans de détection sont supposés être verticaux dont les plans externes sont espacés d'une distance de $d$ . . . . .	31
2.2	Grandeurs utilisées pour une reconstruction de la densité 3D du volcan. Un muon dans la direction $i$ traverse l'épaisseur densitométrique de roche totale $X_i = \sum_j \rho_j \times r_{ij}$ . . . . .	32
2.3	Présentation schématique des différentes grandeurs utilisées dans une inversion jointe linéaire de muographie et de données gravimétriques [44] . . . . .	33
3.1	Particules du Modèle Standard de la physique des particules (Image : Daniel Dominguez/CERN) [48] . . . . .	38
3.2	Gauche : gerbe produite par interaction d'un rayon cosmique avec l'atmosphère ; droite : exemple de composition d'une gerbe en particules. . . . .	39
3.3	Estimation du flux de muons atmosphériques en fonction de l'énergie des muons pour trois directions : $\theta = 0^\circ$ (haut, gauche), $\theta = 78.5^\circ$ (haut, droite), $\theta = 90^\circ$ (bas) en différentes altitudes obtenue par simulation avec MCEq [55]. . . . .	40
3.4	Estimation du flux primaire de muons atmosphériques à l'altitude 1.6 km pour des muons négatifs (gauche) et positifs (droite) en fonction de l'énergie cinétique et la direction des muons, obtenue par simulation détaillée avec CORSIKA [45] . . . . .	42

3.5	Flux différentiel de muons atmosphériques au niveau de la mer en fonction de l'énergie des muons, calculé à partir de l'équation 3.4, pour différents zéniths. . . . .	44
3.6	Gauche : différences relatives du flux transmis de muons atmosphériques par rapport au flux de muons balistiques estimé pour une simulation en mode direct dans la roche standard en fonction de l'épaisseur de roche ; droite : erreurs relatives Monte Carlo sur le flux intégré dans la roche standard en fonction de l'épaisseur de roche [65]. . . . .	45
3.7	Temps de traitement nécessaire $\tau_{100}$ pour simuler le transport des muons en fonction de la longueur de propagation $s$ pour les programmes de simulation Geant4, PUMAS et MUM. Le nombre de muons propagés est choisi pour obtenir une incertitude statistique de 1% sur le taux intégré de muons transmis. Le mode de transport "forward" de PUMAS correspond à la simulation des muons en sens direct c'est-à-dire à partir de l'atmosphère jusqu'au télescope, tandis que le mode de transport "backward" correspond à la simulation à rebours des muons. Les temps de traitement pour des simulations détaillées et pour des muons balistiques sont également montrés [65]. . . . .	46
3.8	Estimation du flux de muons atmosphériques en ciel libre au niveau de la mer en fonction de l'énergie cinétique des muons pour quatre directions : $\theta = 0^\circ$ (muons verticaux), $\theta = 45^\circ$ , $\theta = 75^\circ$ , $\theta = 90^\circ$ (muons horizontaux). . . . .	47
3.9	Gauche : comparaison du flux de muons atmosphériques en ciel libre au niveau de la mer, estimé par PUMAS à partir du flux prédit par CORSIKA à 1.6 km avec le flux mesuré par les expériences BESS, L3+C et DESY [67], en fonction de l'impulsion des muons. Droite : différence relative entre notre simulation et les mesures, toujours en fonction de l'impulsion des muons. L'écart maximal est de 12%. . . . .	48
3.10	Exemple de données de topographie du puy de Dôme obtenues par Lidar faites en 2012 avec des précisions verticale et horizontale de 10 cm et de $0.5 \times 0.5 \text{ m}^2$ respectivement. . . . .	49
3.11	Compositions chimiques simulées pour le puy de Dôme (gauche) [71] et Vulcano (droite) [72]. Le composé majoritaire est du $\text{SiO}_2$ dans les deux cas. . . . .	50
3.12	Diagrammes de Feynman pour les différentes interactions radiatives des muons à haute énergie. . . . .	50
3.13	Les corrections d'écrantage $\Delta_a^{el}$ et nucléaire $\Delta_n^{el}$ de l'oxygène en fonction de la fraction d'énergie transférée aux secondaires pour trois énergies de muons incidents : 10 GeV, 100 GeV et 1 TeV. . . . .	53
3.14	Sections efficaces totales [ $\text{cm}^{-1}$ ] (gauche) et pertes d'énergie [GeV/cm] (droite) pour la production de paires dans l'eau, dans la roche standard et dans le fer en fonction de l'énergie du muon. Un seuil de $v \geq 0.01$ a été appliqué pour les sections efficaces. . . . .	55
3.15	Dépendance de la section efficace différentielle avec $v$ pour la roche standard pour trois énergies du muon : 100 GeV, 10 TeV et 1 PeV. . . . .	56
3.16	Sections efficaces totales et pertes moyennes d'énergie des interactions photo-nucléaires du muon en fonction de son énergie, dans l'eau et la roche standard. Un seuil de $v = 0.01$ a été appliqué. . . . .	56

3.17	Distribution de l'angle de diffusion des muons de 172 MeV sur 159 mm d'hydrogène liquide (gauche) et sur 0.2 mm de fer (droite). La courbe rouge en continue (Theo. expectation) est l'approximation Eikonale [79] pour la section efficace différentielle. Les prédictions avec Geant4 4.10 [74] et PUMAS [65] sont en bleu et rouge respectivement [65]. . . . .	58
3.18	Pertes d'énergie par ionisation en fonction de l'énergie du muon, dans l'hydrogène, l'oxygène, la roche standard et le fer. . . . .	59
3.19	Estimation du pouvoir d'arrêt du muon dans la roche standard, en fonction de l'énergie cinétique du muon [81]. Le pouvoir d'arrêt total est indiqué ainsi que les contributions individuelles. . . . .	60
3.20	Section efficace de transport normalisée, $\frac{p^2}{\lambda_{1,s}}$ , pour les interactions douces. Un muon dans la roche standard a été considéré. La section efficace de transport totale est indiquée ainsi que les contributions individuelles des différents processus discutés dans [81]. Les valeurs seuil par défaut de PUMAS sont utilisées, c'est-à-dire un rapport élastique de $C_e = 5\%$ et un seuil relatif de $x_c = 5\%$ sur la perte d'énergie du projectile. . . . .	61
3.21	Schématique de propagation à rebours des muons jusqu'à une altitude maximale. La particule accumule un poids durant son parcours. . . . .	63
4.1	Schéma de principe d'une GRPC single-gap (à gauche) et multi-gap (à droite). . . . .	66
4.2	Les six campagnes de prise de données sur le puy de Dôme de la collaboration TOMUVOL ont utilisé trois sites différents. "La Grotte Taillerie" était un site souterrain, tandis que le "Col de Ceyssat" (latitude = $45.7641564^\circ$ , longitude = $2.9553576^\circ$ ) et "TDF" (latitude = $45.7699609^\circ$ , longitude = $2.9806875^\circ$ ) étaient deux sites en surface avec des vues orthogonales sur le puy de Dôme . . . . .	67
4.3	Le télescope TOMUVOL était composé de quatre plans de détection de $1 \text{ m}^2$ faits de GRPC. La distance entre les plans du télescope pouvait être variée selon la résolution angulaire et l'acceptance géométrique voulues. Cette version du télescope, utilisée sur le site TDF de novembre 2013 à janvier 2014 avait des plans équidistants et une distance de 1 m entre les plans extérieurs. . . . .	68
4.4	Gauche : l'unité de détection de base du télescope TOMUVOL : une cassette de $50 \times 33.3 \text{ cm}^2$ , droite : le contenu de chaque cassette. . . . .	69
4.5	Gauche : structure abritant le système de gaz ; droite : Schéma de l'écoulement du gaz à travers un plan de détection. Les quatre plans de détection utilisent quatre entrées de gaz différentes fonctionnant à des débits fixes, mais à l'intérieur d'un plan, l'entrée est divisée de telle sorte que les côtés droit et gauche partagent le débit ; les trois chambres de chaque côté sont enchaînées. . . . .	70
4.6	Synoptique de l'architecture du système d'acquisition de TOMUVOL. . .	70
4.7	Variation des paramètres environnementaux mesurés (température, pression et humidité) lors des trois dernières campagnes de prise de données sur le puy de Dôme. . . . .	73



4.8	Gauche : pressions mesurées par la nouvelle sonde de pression (courbe en jaune abricot) et un baromètre de référence (courbe en bleu) en fonction du temps ; droite : différence des deux mesures en fonction du temps. Le temps $t = 0$ correspond à la première mesure de pression enregistrée. . .	74
4.9	Ajustement linéaire de la pression de référence en fonction de la pression mesurée par le nouveau baromètre. . . . .	74
4.10	Distribution de l'erreur sur l'estimation de la pression du baromètre de référence sur deux intervalles glissants : 15 min(gauche), 20 min (droite). . . . .	75
4.11	Variation de l'erreur après étalonnage en fonction de la pression de référence toutes les 20 min. . . . .	75
4.12	Distribution de l'erreur de la pression du nouveau capteur corrigée contre celle du baromètre de référence sur la nouvelle série de données. . . . .	76
4.13	Banc d'essai au LPC avec quatre chambres en cours de qualification. . .	76
4.14	Efficacité moyenne par ASIC en fonction de la haute tension, pour des différents seuils du premier comparateur. . . . .	78
4.15	Bruit moyen par ASIC en fonction de la haute tension, pour des différents seuils du premier comparateur. . . . .	79
4.16	Efficacité moyenne (gauche) et bruit moyen (droite) d'un ASIC en fonction de la haute tension. . . . .	80
4.17	Exemple de distributions et des cartes de l'efficacité (haut) et de la multiplicité (bas) moyennes par ASIC pour une des chambres TOMUVOL. . .	80
4.18	Mesure de la distribution du bruit dans une chambre avant l'optimisation du gain : carte du bruit de la chambre (gauche) et bruit en fonction du nombre de pads (droite). . . . .	81
4.19	Haut : variation du bruit moyen d'un GRPC sur la durée de la campagne de prise de données 2015 sur le puy de Dôme ; bas : variation du bruit moyen du GRPC en fonction de la température in situ (gauche), variation du temps mort du DAQ avec la température in situ (droite). . . . .	82
5.1	Schéma d'un système de référence spatial cartésien ECEF. Les coordonnées $(x, y, z)$ sont indiquées par rapport à la latitude et la longitude [92]. . . .	84
5.2	Exemple de modélisation de la surface de la Terre [93]. . . . .	85
5.3	Schéma des plans de détection du premier télescope sur Vulcano et définition des axes du référentiel en coordonnées télescope. L'axe (Oz) pointe vers la cible et l'axe (Oy) est la verticale locale. L'axe (Ox) est tel que le système $(Ox, Oy, Oz)$ forme un trièdre direct. . . . .	86
5.4	Résolutions en degré sur les angles $\alpha$ (gauche) et sur $\beta$ (droite) en fonction de l'angle d'incidence du muon sur le télescope. L'angle d'incidence est l'angle de la vraie direction du muon par rapport à la normale aux plans de détection. Une résolution en position de 0.36 cm a été simulée suivant l'équation 5.6. . . . .	88
5.5	Distribution des résidus en mm en x (gauche) et en y (droite) pour un des plans intérieurs du télescope TOMUVOL lors de la campagne TDF2013. . . . .	88
5.6	Estimation de l'efficacité de sélection des traces bien reconstruites en fonction de l'énergie cinétique des muons pour le télescope TOMUVOL avec 10 cm de plomb. Uniquement les traces avec $\chi_{min}^2 \leq 4$ sont gardées. . . .	89

5.7	Estimation de l'incertitude sur la direction reconstruite du muon en fonction de son énergie cinétique. . . . .	90
5.8	Gauche : l'acceptance géométrique estimée par Monte Carlo en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ ; droite : différence relative entre l'acceptance estimée par Monte Carlo et analytiquement, en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ . Il s'agit d'un télescope idéal de $1\text{m}^3$ avec des plans verticaux sans zones mortes. . . . .	92
5.9	Un plan de détection du télescope TOMUVOL. La zone active, instrumentée par des PCB de lecture est indiquée par le carré vert en pointillé de dimension $1 \times 1 \text{ m}^2$ . Les zones mortes, à la jointure de deux cassettes sont soulignées en rouge. . . . .	92
5.10	Gauche : acceptation géométrique d'un télescope de $1 \text{ m}^3$ avec zones mortes d'une surface totale de $0.06 \text{ m}^2$ en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ ; droite : effet des zones mortes sur l'estimation de l'acceptance. Il est de $30\% \pm \text{stat}(17\%)$ pour des traces inclinées. . . . .	93
5.11	Évolution d'un plan de détection de la configuration TOMUVOL (gauche) à DIRE (milieu = premier télescope, droite = deuxième télescope). Dans la configuration DIRE, la zone active de $1,334 \times 1 \text{ m}^2$ est indiquée par le carré vert en pointillé. Elle est la même dans les deux cas, mais elle est obtenue soit à l'aide de quatre chambres, soit deux de dimension double. Les zones mortes, à la jointure de deux cassettes sont soulignées en rouge. . . . .	93
5.12	Distribution de l'énergie des muons transmis à travers le puy de Dôme vu à partir du site TDF 2013 (latitude = $45.7699609^\circ$ , longitude = $2.9806875^\circ$ ). La courbe en bleu donne la distribution de ceux qui traversent la cible tandis que la courbe en rouge donne la distribution de ceux qui arrivent du ciel libre (divisée par 250). . . . .	95
5.13	Gauche : estimation du flux transmis de muons atmosphériques à travers le puy de Dôme en fonction des angles d'observation $\alpha$ et $\beta$ pour un seuil en énergie des muons transmis de 500 MeV; droite : estimation de l'épaisseur de roche du puy de Dôme en fonction des angles d'observation $\alpha$ et $\beta$ . . . . .	96
5.14	Gauche : estimation de la carte 2D de la pureté du flux transmis à travers le puy de Dôme en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ ; droite : profil de la pureté en fonction de l'épaisseur de roche pour différents seuils en énergie des muons transmis. . . . .	96
5.15	Haut : estimation du flux transmis à travers Vulcano en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ des muons vu d'un télescope de position GPS : latitude = $38.396950^\circ$ , longitude = $14.956099^\circ$ pour un seuil en énergie des muons transmis de 120 MeV (gauche) et 400 MeV (droite); bas : carte de pureté du flux transmis en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ pour un seuil en énergie des muons transmis de 120 MeV (gauche) et 400 MeV (droite). Une densité uniforme de $1.6 \text{ g/cm}^3$ a été simulée pour Vulcano. . . . .	97
5.16	Estimation des cartes 2D de la pureté du flux transmis des muons à travers Vulcano pour les sites potentiels de déploiement 2, 3, 4 et 5 montrés sur le graphique en bas à gauche de la figure 1.3 en fonction des angles d'incidence $\alpha$ et $\beta$ des muons. Une densité uniforme de $1.6 \text{ g/cm}^3$ a été simulée pour Vulcano. . . . .	98

5.17	Nombre attendu de muons mesurés à travers puy de Dôme sous l’hypothèse de densité uniforme de $1.8 \text{ g/cm}^3$ et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11 et un télescope idéal de $1 \text{ m}^3$ sur 24 mois de prise de données. Un seuil en énergie des muons transmis de 60 MeV a été considéré. . . . .	99
5.18	Haut : estimations des cartes 2D de l’épaisseur de roche du Vulcano (gauche) et du nombre de muons attendus à travers Vulcano (droite) pour des muons à partir de 1 GeV ; bas : estimation de la carte 2D de la pureté pour des muons transmis au delà de 100 MeV. Une hypothèse de densité uniforme de $2 \text{ g/cm}^3$ et de composition chimique donnée sur le graphique de droite de la figure 3.11 ont été simulées. Les caractéristiques du télescope simulé et son positionnement sont donnés dans le tableau 5.1. . . . .	100
6.1	Distribution de la densité reconstruite dans la direction ( $\alpha = 20^\circ, \beta = 280^\circ$ ) du puy de Dôme. La valeur moyenne est de $1.81 \text{ g/cm}^3$ avec une déviation standard de $0.12 \text{ g/cm}^3$ . . . . .	104
6.2	Directions sélectionnées pour étudier l’influence du zénith et de l’épaisseur de roche sur l’incertitude statistique de la densité reconstruite. . . . .	105
6.3	Estimation de l’incertitude statistique de la densité en fonction de l’épaisseur de roche pour deux “types” de direction : azimut = $280.125^\circ$ et élévation = $10.125^\circ$ . L’incertitude statistique a été estimée en supposant qu’on a mesuré 10 muons dans toutes ces directions. Elle varie beaucoup plus avec l’épaisseur de roche que le zénith. Dans ce cas, en première approximation, l’incertitude sera exprimée en fonction de l’épaisseur de roche. . . . .	106
6.4	Directions qui seront utilisées pour l’étude des paramétrisations du biais et de l’incertitude statistique. Les épaisseurs de roche sont indiquées pour chacune de ces directions. . . . .	106
6.5	Gauche : densité moyenne reconstruite en fonction du nombre de muons disponibles pour les directions montrées sur la figure 6.4 ; droite : estimation du biais de la densité reconstruite en fonction de l’épaisseur de roche pour ces mêmes directions. . . . .	107
6.6	Gauche : estimation de l’incertitude statistique de la densité reconstruite en fonction du nombre de muons disponibles pour différentes directions sélectionnées dans le cas du puy de Dôme ; droite : paramétrisation du paramètre de normalisation $c(\alpha, \beta)$ en fonction de l’épaisseur de roche. . . . .	108
6.7	Exemple d’accrétion de bins pour avoir un nombre minimal de muons permettant de travailler à incertitude statistique uniforme sur le volcan. . . . .	109
6.8	Estimation de l’angle solide requis pour reconstruire la densité du puy de Dôme dans les directions sélectionnées sur la figure 6.4 pour obtenir une incertitude statistique maximale de 10%. . . . .	110

6.9	Gauche : hypothèse de sous-structure de densité du puy de Dôme utilisée pour évaluer l'algorithme d'accrétion des bins ; droite : sous-structure de la densité reconstruite en appliquant les algorithmes de reconstruction et d'accrétion décrites dans ce chapitre. Des poids Gaussiens avec $\sigma = 1$ ont été utilisés pour ces premiers résultats. Des muons balistiques à partir de l'énergie 60 MeV ont été considérés et une durée de prise de données d'un an. . . . .	110
6.10	Profil du flux de muons transmis en fonction de l'épaisseur de roche pour des épaisseurs de roche inférieures à 1.5 km (gauche) et des épaisseurs de roche supérieures à 1.5 km (droite) pour les trois modèles de transport CSDA, balistique (sans diffusion) et détaillée à travers le puy de Dôme. Le volcan est supposé de densité uniforme et des muons au delà de 60 MeV sont considérés. . . . .	112
6.11	Différence relative de flux de muons transmis dans l'approximation CSDA et pour une simulation détaillée par rapport au flux de muons balistiques en fonction de l'épaisseur de roche à travers le puy de Dôme. Le volcan est supposé de densité uniforme et des muons au delà de 60 MeV sont considérés.	113
6.12	Estimation du parcours moyen Monte Carlo et ajustement Gaussien entre [moyenne - écart-type, moyenne + 1.5 x écart-type] pour des muons de 1 GeV à travers l'aluminium. . . . .	115
6.13	Estimation du parcours moyen Monte Carlo et ajustement Gaussien entre [moyenne - écart-type, moyenne - 1.5 x écart-type] pour des muons de 1 PeV à travers l'aluminium. . . . .	115
6.14	Estimation du parcours moyen Monte Carlo et CSDA des muons en fonction de l'énergie cinétique des muons à travers l'aluminium. . . . .	116
6.15	Différences absolue (gauche) et relative (droite) du parcours moyen CSDA par rapport au parcours Monte Carlo des muons en fonction de l'énergie cinétique des muons à travers l'aluminium et la roche standard. . . . .	116
6.16	Gauche : différence relative de probabilité de survie Monte Carlo et CSDA en fonction de l'épaisseur densitométrique $density \times length$ ; droite : effet systématique de l'utilisation de l'approximation CSDA sur la reconstruction de la densité. Pour des épaisseurs de roche standard au delà de 3 km, l'effet est de 3%. . . . .	117
6.17	Scénarios de diffusion des muons à travers une cible. . . . .	118
6.18	Distributions des angles de diffusion des muons à travers le puy de Dôme (supposé de densité de 1.8 g/cm <sup>2</sup> ) et qui arrivent au niveau du télescope dans la direction ( $\alpha = 10^\circ, \beta = 280^\circ$ ) avec une énergie au delà de 60 MeV. La courbe en vert : pour des muons qui ont traversé la cible, courbe en bleu : pour des muons qui n'ont jamais traversé la cible et courbe en rouge : pour muons qui ont diffusé juste sur la surface de la cible. . . . .	119
6.19	Estimation de l'effet d'une cible de densité non-uniforme sur l'estimation du bruit des muons qui diffusent dans un angle solide de $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ (gauche) et de $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ (droite). Une variation de la densité du puy de Dôme de 22% induit une variation inférieure à 5% sur le bruit des muons qui diffusent. Le seuil de détection est considéré comme étant de 60 MeV.	120

6.20	Biais de reconstruction, défini comme dans la section 6.2 en fonction de l'épaisseur de roche. Six seuils différents en énergie des muons après la cible ont été étudiés : 60 MeV, 100 MeV, 300 MeV, 500 MeV et 1 GeV, 1.5 GeV.	121
6.21	Variation relative du flux ( $\frac{\phi_{basalt}-\phi_{pdd}}{\phi_{pdd}}$ ) en fonction de l'épaisseur de roche. Uniquement des muons avec une énergie supérieure à 60 MeV sont considérés. Le flux est intégré dans des bins de $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ .	122
6.22	Variation de la densité reconstruite pour la roche standard et le basalte relative à la densité reconstruite pour la composition chimique du puy de Dôme en fonction de l'épaisseur de roche.	122
6.23	Haut : contour théorique (gauche) du puy de Dôme pour un pointage du télescope de $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 280^\circ)$ et estimation de la carte 2D du nombre de muons attendus à travers le puy de Dôme pour un pointage $(\alpha, \beta) = (0.5^\circ, 280.5^\circ)$ ; bas : superposition du gradient de la carte 2D du nombre de muons attendus pour un seuil du nombre de muons de 300 et le contour théorique.	124
6.24	Estimation de l'effet sur le flux transmis de la précision de la position du télescope en fonction de l'épaisseur de roche dans le cas du puy de Dôme. Ici, le pointage est supposé mesuré de façon exacte. Le puy de Dôme est supposé de densité uniforme de $1.8 \text{ g/cm}^3$ et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV ont été considérés. $\zeta = 0.999$ correspond à $-0.5 \text{ m}$ et $\zeta = 1.001$ correspond à $+0.5 \text{ m}$ du centre théorique.	126
6.25	Estimation de l'effet sur le flux transmis de la précision du pointage du télescope dans le cas du puy de Dôme. La position du centre du télescope est supposée mesurée de façon exacte. Le puy de Dôme est supposé de densité uniforme de $1.8 \text{ g/cm}^3$ et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV sont considérés.	126
6.26	Estimation de l'effet combiné sur le flux transmis de la précision de la position et du pointage du télescope dans le cas du puy de Dôme. Ce dernier est supposé de densité uniforme de $1.8 \text{ g/cm}^3$ et de composition chimique donnée sur le graphique de gauche de la figure 3.11. Seuls des muons transmis au delà de 60 MeV ont été considérés.	127
6.27	Effet de la précision de la position et du pointage du télescope sur la reconstruction de la densité. Trois sites différents utilisés pour la reconstruction ont été étudiés : le premier pour une position définie par le facteur zoom = 1.001 et le pointage $(\beta, \alpha) = (280.5^\circ, 0^\circ)$ , le deuxième pour un facteur zoom = 0.999 et un pointage $(\beta, \alpha) = (280.0^\circ, 0.25^\circ)$ et le dernier pour un facteur zoom = 0.999 et un pointage $(\beta, \alpha) = (280.5^\circ, 0.25^\circ)$ .	127

# Liste des tableaux

3.1	Estimation du flux total des muons en ciel libre au niveau de la mer pour différents intervalles d'énergie des muons en différents zéniths. L'énergie $E_\mu$ des muons est en GeV et le flux $\phi_{tot}$ en $\text{GeV}^{-1}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$ . . . . .	44
4.1	Valeurs maximales possibles sur l'incertitude relative de la pression $\frac{\delta P}{P}$ et de la température $\frac{\delta T}{T}$ si l'autre contribution est nulle pour que l'effet de la mauvaise correction ne dépasse pas 50, 100 V dans le cas des hautes tensions appliquées de 6 kV ou 7 kV. . . . .	73
5.1	Dimensions et positionnement du télescope idéal simulé pour estimer le nombre de muons à travers Vulcano. . . . .	101
5.2	Estimation du nombre de muons attendus après propagation à travers Vulcano sous les hypothèses d'une densité uniforme de $2 \text{ g/cm}^3$ et de composition chimique donnée sur le graphique de droite de la figure 3.11. Un télescope de dimension et de positionnement décrits dans le tableau 5.1 a été simulé. . . . .	101
6.1	Paramètres de simulation utilisés dans Geant4 pour étudier l'effet de l'utilisation de l'approximation CSDA sur la reconstruction de la densité . . .	113
6.2	Définition de la roche standard simulée dans Geant4 . . . . .	114
6.3	Composition chimique simulée pour le basalte [98] pour étudier l'effet de la composition chimique sur l'estimation du flux transmis de muons atmosphériques et sur la reconstruction de la densité du puy de Dôme. Les éléments chimiques dont le pourcentage est inférieur à 2% ne sont pas simulés. . . . .	121
6.4	Pointage et positionnement du télescope simulés pour estimer l'effet sur la reconstruction de la densité . . . . .	128