

Anneaux tourbillonnaires et érosion dans le sillage d'un disque en translation

Joanne Steiner

► To cite this version:

Joanne Steiner. Anneaux tourbillonnaires et érosion dans le sillage d'un disque en translation. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2023. Français. NNT: 2023UP-AST135. tel-04495983

HAL Id: tel-04495983 https://theses.hal.science/tel-04495983

Submitted on 8 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Anneaux tourbillonnaires et érosion dans le sillage d'un disque en translation

Vortex rings and erosion in the wake of a translating disk

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay

École doctorale n° 579, Sciences Mécaniques et Énergétiques, Matériaux et Géosciences (SMEMaG) Spécialité de doctorat : Mécanique des Fluides Graduate School : Sciences de l'ingénierie et des systèmes. Référent : Faculté des sciences d'Orsay

Thèse préparée dans l'unité de recherche **FAST (Université Paris-Saclay, CNRS)**, sous la direction de **Philippe GONDRET**, professeur, et le co-encadrement de **Cyprien MORIZE**, maître de conférence.

Thèse soutenue à Paris-Saclay, le 26 Octobre 2023, par

Joanne STEINER

Composition du jury

Membres du jury avec voix délibérative

Thomas LEWEKE	Président		
Directeur de recherche CNRS, IRPHE Aix-Marseille			
Université			
Julien CHAUCHAT	Rapporteur & Examinateur		
Maître de conférence HDR, LEGI Université			
Grenoble-Alpes			
Laurent LACAZE	Rapporteur & Examinateur		
Directeur de recherche CNRS, IMFT Université Tou-			
louse			
Philippe PETITJEANS	Examinateur		
Directeur de recherche CNRS, PMMH Ecole Supé-			
rieure de Physique et de Chimie Industrielles			
Sophie RAMANANARIVO	Examinatrice		
Maître de conférence, LadHyX Ecole Polytechnique			

THESE DE DOCTORAT

NNT : 2023UPAST135



ÉCOLE DOCTORALE

Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMAG)

Titre : Anneaux tourbillonnaires et érosion dans le sillage d'un disque en translation **Mots clés :** Mécanique des Fluides, Tourbillon, Érosion, Milieux granulaires, Expérimental, Simulation

Résumé : Les raies ondulent leurs nageoires à proximité du lit de l'océan afin de mettre en suspension une large quantité de sable qu'elles laissent ensuite sédimenter sur leurs corps pour se camoufler. Ce phénomène met en jeu des interactions complexes entre un fluide, un objet en mouvement et un milieu granulaire. L'objectif de cette thèse est de mieux comprendre ces mécanismes en modélisant expérimentalement et numériquement le comportement des poissons plats par un disque rigide en translation à proximité d'un lit de grains. Lorsque le disque se met en mouvement, un anneau tourbillonnaire de démarrage se forme dans son sillage. Nous avons tout d'abord décomposé le mouvement du disque en une translation simple non oscillatoire en milieu infini en variant systématiquement la longueur de course, le diamètre du disque et son temps de parcours. Les simulations 3D axisymétriques reproduisent bien les expériences. Des lois de puissance théoriques déduites de la théorie bidimensionnelle de Wedemever et basées sur ces paramètres de contrôle gouvernant la position, le rayon et la circulation de l'anneau tourbillonnaire sont en excellent accord avec les résultats expérimentaux et numériques en régime inertiel. Après l'arrêt du disque, la vitesse azimutale du tourbillon de démarrage provoque la formation d'un tourbillon d'arrêt sur l'arrête du disque qui déplace et déforme le tourbillon de démarrage. Lorsque le disque s'approche ou s'éloigne d'une paroi solide, les lois d'échelles obtenues en milieu infini sont essentiellement modifiées par la

prise en compte de la distance minimale relative du disque à la paroi. Un écoulement radial sortant ou entrant se manifeste également lors de l'approche ou de l'éloignement du disque. Une étude des seuils d'érosion met en avant le rôle de cet écoulement et des anneaux tourbillonnaires induits par le mouvement du disque sur la mise en mouvement de grains. Enfin, lorsque le disque oscille, les interactions entre tourbillons deviennent plus complexes. Sur l'essentiel de la gamme de paramètres explorés, les anneaux tourbillonnaires se formant de part et d'autre du disque lors de son oscillation en milieu infini présentent un caractère asymétrique, ce qui signifie que l'un des anneaux tourbillonnaires prend le dessus sur l'autre en l'étirant et le détruisant systématiquement. Les propriétés de l'anneau tourbillonnaire sont de nouveau en bon accord avec les lois de puissance théoriques, avec une augmentation dans la valeur des préfacteurs par rapport au cas d'une translation non oscillatoire. En effet, lors du changement de sens du disque, une couche de vorticité a d'ores et déjà commencé à se former sur le contour du disque et contribue à accélérer la croissance de l'anneau tourbillonnaire. L'analyse des résultats proche d'une paroi montre que les lois d'échelles sont modifiées. Enfin, des mesures de seuils d'érosion sont brièvement analysées et sont gouvernés, lorsque le disque est suffisamment éloigné du lit de grains, par les propriétés de l'anneau tourbillonnaire de démarrage.

Title : Vortex rings and erosion in the wake of a translating disk **Keywords :** Fluid Mechanics, Vortex, Erosion, Granular Matter, Experimental, Simulation

Abstract : Rays undulate their fins to suspend a large quantity of sediment from the seabed, which they then let fall onto their bodies to hide. This phenomenon involves complex interactions between a fluid, a moving body, and granular material. This thesis aims to understand these mechanisms by modeling the fish behavior by a rigid disk translating near a granular bed experimentally and numerically. When the disk starts to move, a starting vortex ring forms in its wake. First, we decomposed the motion of the disk into a simple non-oscillatory translation in an unbounded medium by systematically varying the disk's stroke length, diameter, and travel time. The 3D numerical simulations agree very well with the experiments. Theoretical power laws derived from the bidimensional model of Wedemeyer and based on these control parameters governing the vortex position, radius, and circulation agree very well with the experimental and numerical results in the inertial regime. In addition, after the disk stops, the azimuthal velocity of the vortex ring causes the formation of a stopping vortex on the edge of the disk that deforms and stretches the starting vortex. As the disk approaches or moves away from a solid boundary, the scaling laws obtained in an infinite medium

change by considering the relative minimal distance between the disk and the boundary. Squeeze or suction flow occurs as the disk approaches or moves away from the wall. The analysis of the erosion thresholds highlights how this flow and the vortex rings generated during the disk's motion affect the motion at the granular bed surface. Finally, the interactions between vortexes are more complex when the disk oscillates. Over most of the range of parameters considered, the vortex rings generated on either side of the disk in an unbounded medium are asymmetric, which means that one of the vortex rings takes precedence over the other, systematically stretching and destroying it. Again, the properties of the vortex ring are in excellent agreement with the theoretical power laws, with an increase in the value of the prefactors compared with a non-oscillatory translation. Indeed, when the disk changes direction, a vorticity sheet has already begun to form, contributing to the faster growth of the vortex ring. The scaling laws change near a boundary based on the distance between the disk and the boundary. Finally, the starting vortex ring's properties govern the erosion threshold measurements when the disk is far enough from the boundary.

Remerciements

Ce manuscrit de thèse et ces trois dernières années n'auraient pas été ce qu'ils sont désormais sans de nombreuses personnes qui y ont participé de près comme de loin. Je tiens donc à remercier chaleureusement l'ensemble des personnes que j'ai côtoyés au cours de ces années.

Tout d'abord, je souhaite adresser mes plus sincères remerciements à Philippe et Cyprien qui ont accompagné ces trois années de doctorat. Je vous remercie d'avoir mis nombreuses de vos qualités, tant humaines que scientifiques, au service de ma réussite. Nous avons passé de longues heures dans la petite salle à côté de la cafétéria à discuter et vous avez toujours su me guider sur le bon chemin. Vous m'avez beaucoup appris et j'ai beaucoup apprécié travailler avec vous. Cette thèse ne serait également pas ce qu'elle est aujourd'hui sans la contribution d'Ivan. Je tiens à te remercier tout particulièrement pour ton aide sur les problématiques de tourbillon et sur les simulations numériques. Tes lectures de cours furent une réelle mine d'or et j'ai beaucoup apprécié tous les échanges que nous avons pu avoir. Enfin, j'adresse mes remerciements à Alban (Sauret) à la fois pour les échanges que nous avons pu avoir et pour l'accueil à l'Université de Santa Barbara au début de l'année 2023. Ce fut pour moi une aventure extraordinaire dont je garde des souvenirs merveilleux et j'ai adoré collaborer dans un nouvel environnement.

Je remercie également les membres de mon jury de thèse. Tout d'abord, merci à mes deux rapporteurs Julien Chauchat et Laurent Lacaze pour vos retours sur ce manuscrit. Je remercie également Thomas Leweke d'avoir été le Président de mon jury et Philippe Petitjeans et Sophie Ramananarivo d'avoir accepté de faire partie de ce jury.

Chaque doctorat est ponctué de comités de suivi et je souhaite donc en remercier les membres : Ramiro Godoy-Diana, Frédéric Moisy et Maurice Rossi. Vos retours constructifs m'ont permis de prendre du recul sur mon travail et de m'améliorer.

Des petites mains ont également travaillé sur le sujet de ma thèse et j'adresse donc mes remerciements aux quelques stagiaires qui se sont frottés aux problématiques de tourbillons. Tout d'abord, un immense remerciement va à Zhaodong qui a travaillé pendant cinq mois sur une nouvelle expérience et ne s'est pas démotivé face aux nombreux problèmes rencontrés. Toutes mes félicitations et je te souhaite plein de bonheur scientifique dans la suite de ta thèse! Je remercie également Thomas dit expérimentateur et Thomas dit numéricien d'avoir partagé un bout d'aventure avec moi. Merci également d'avoir eu le bon goût de porter le même prénom pour m'épargner d'avoir à trop réfléchir au cours de la rédaction de mon manuscrit de thèse. Je vous souhaite plein de bonnes choses dans vos études.

Je remercie également les enseignants avec qui j'ai collaboré lorsque j'encadrais

des travaux pratiques à l'IUT de Cachan : Sabine, Stéphane, Sébastien et Antoine, ainsi que tous mes étudiants. Ce fut une expérience très enrichissante pour moi et j'ai adoré partagé ces heures de TP avec chacun d'entre vous.

Ces années de doctorat n'auraient pas été les mêmes sans l'ambiance qui règne au FAST et les personnes qui le font vivre. Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble du personnel technique : Rafaël, Johannes, Alban et Lionel qui ont tous les quatre contribué au montage de mon expérience et de celles de mes stagiaires. Merci d'avoir apporté votre expertise, votre patience et votre bonne volonté dans tous ces projets ! Je remercie également Babacar qui a toujours été très réactif lorsque des soucis informatiques me bloquaient la route. Merci également pour ton aide le jour de ma soutenance. J'adresse également mes remerciements à Mai et Fabienne sans lesquelles partir en mission à l'autre bout du monde serait (une mission) impossible. Enfin, merci à Manjula, nouvellement arrivée et à qui je souhaite une bonne continuation.

Le laboratoire FAST est également un lieu où se rencontrent des chercheurs de nombreux horizons. Je remercie l'ensemble d'entre eux de s'être mis sur mon chemin et d'avoir discuté avec moi. J'adresse un remerciement tout particulier à Baptiste qui a rejoint le laboratoire le même jour que moi dans l'équipe Granulaire et Suspension. Merci pour ta bonne humeur et nos nombreuses discussions. Je tiens également à remercier Laurent Talon de m'avoir laissé faire tourner des simulations sur sa machine et d'avoir permis mon prolongement d'un mois. Je remercie également Harold, notre directeur de laboratoire, qui a dû signer un nombre incalculable de paperasse. Merci à Jérôme qui est né avec un plateau d'argent au bout des doigts. Merci à Georges, Laurent et Philippe (à nouveau) de m'avoir accueillie dans le cours de Fluides et Grains de M2 en 2020. Merci également à Anne Davaille pour m'avoir gentiment prêté un laser au début de ma thèse. Également un grand merci à Neil Ribe, Antoine Seguin, Frédérique Giorgiutti avec qui j'ai eu l'occasion d'échanger au cours de ces dernières années.

Comment ne pas parler du FAST sans évoquer les non-permanents qui viennent distiller une part d'eux dans les couloirs et repartent en laissant une trace quasiindiscernable dans leur passage. Je souhaite tout d'abord remercier les deux doctorants qui ont partagé ces trois années au laboratoire avec moi : Jonathan et Souhaila. J'ai été heureuse de partager avec vous la plupart de mes pauses déjeuners. Merci à Jonathan (désormais Docteur!) de m'avoir fait tant rire et d'avoir ri de mes blagues. Merci d'avoir décelé en moi un potentiel humoristique peu à mon avantage. J'attends encore le script du one-woman show et je te souhaite plein de bonheur dans ton post-doc à Cornell. Merci à Souhaila d'avoir partagé tant de discussions sérieuses ou non avec moi. Passer cette semaine à Las Vegas avec toi était super et je n'oublierai pas que nous avons souffert ensemble dans la rédaction de notre manuscrit. Je te souhaite plein de bonheur dans ton futur et j'espère recroiser ton chemin très vite. Je souhaite également remercier les anciens, tantôt de passage au laboratoire. Tout d'abord, un merci chaleureux va à Wladimir. Tu as été comme un grand frère pour moi dans ce laboratoire et je te suis infiniment reconnaissante pour tous tes conseils. Nous aurons l'occasion de nous revoir, je n'en doute pas une seconde. Merci également à Marine qui fut également comme une grande sœur. Merci d'avoir assuré une source de chaleur dans mon bureau et d'avoir été toujours de bon conseil. Merci également à Julien avec qui nous avons assuré la garde alternée du bureau, moi de jour et toi de nuit. Thank you Akash for fruitfull discussions on books and movies. I really appreciated the time we spent together. Thank you Misa for always smiling and being such a nice person. J'adresse également mes remerciements à Adam avec qui j'ai partagé des lectures et des discussions. Avec Jonathan, vous formiez un duo très complémentaire! Merci à Koceila avec qui j'ai partagé des soirées jeu. Merci pour toutes nos discussions et de m'avoir raccompagné en voiture à plusieurs reprises, j'ai vraiment apprécié toutes nos interactions. Merci à Hugo, le plus grand fan de pesto que je connaisse. Merci Manon pour ta gentillesse et ta douceur, j'ai toujours apprécié nos discussions. Merci également à German qui fut un compagnon de jeu et de natation pendant quelques mois, j'ai beaucoup apprécié passer du temps avec toi et prendre conscience de nos points de vue si ressemblants (malheureusement trop tardivement). Enfin, merci à mes trois derniers compagnons de bureau Hassan qui est désormais le chef de ce bureau, Maëlle qui a été là en pleine accalmie du mois de juillet et Ladislas nouvellement arrivé. La place de mon bureau peut désormais devenir tienne. Merci également à Zeinab pour ta douceur et bon courage pour la suite! Enfin, merci à tous les autres : Jishen, Eduardo, Nicolas,... en espérant n'oublier personne. C'est désormais une page qui se tourne et c'est à mon tour de quitter cet endroit pour de nouveaux horizons. J'espère rencontrer des personnes aussi incroyables que vous et j'ai été ravie d'avoir encore eu l'occasion de discuter avec les récents arrivants qui apporteront un vent nouveau.

I also had the opportunity to go to Santa Barabra at the beginning of 2023. I would like to thank my housemates : Carol, Jason and Suraj. I'd also like to thank Kodai who took my room in the house and with whom I spent real good times. I also thank Sreeram and Deok-Hoon who shared their office with me. A great thank goes to Ram with whom I was working during these two months. It was a great pleasure meeting you all.

Je profite de cet avant-dernier paragraphe pour remercier tous mes proches. Je vais commencer par remercier mes colocs de première année de thèse : Nathan, Hugo Levy–Falk et Clara (ne le nions pas, tu fus une coloc). Tout d'abord, merci Nathan pour nos nombreuses discussions autour d'un bon dîner, nos franches parties de rigolades sur Mario Kart sur le canapé mortel. Merci pour ta maîtrise de la pomme de terre sous toutes ses formes et pour ta débrouillardise à l'épreuve de quasiment tout. Merci Hugo pour tous nos échanges. Tu fus mon coloc à Metz, Londres et Massy, autant dire que nous avons passé pas mal de temps sous le même toit! Ce fut un vrai plaisir de te côtoyer toutes ces années et c'est toujours une joie de te recroiser (notamment dans le bus, écrasé entre deux étudiants). Merci d'avoir sauvé une de mes présentations mangée par une clé USB et d'avoir supporté ma présence. Merci également à Clara qui a passé des semaines confinée avec nous. Les cours d'aérobic étaient incroyables et cette partie de cache-cache aussi. Nous ne vivons plus ensemble désormais, mais je garde pour chacun de vous un grand attachement. Je tiens également à remercier Alexandre, passionné de jeux sous toutes leurs formes. Passer du temps avec toi est un vrai plaisir, surtout vu nos nombreux points communs! Je remercie également Yoann qui a essayé de sauver (en vain) un disque dur et qui n'est jamais disponible. Les parties de jeux de société avec toi sont toujours super! Merci à Guillaume et à Paul qui me font toujours beaucoup rire, chacun à leur manière. Merci à Camille que j'ai vraiment redécouverte au cours de ces trois années. Nos discussions ont toujours été très agréables. Merci à Christine qui partage ma passion pour les Colons de Catan et qui est toujours partante pour une partie. Merci à Abbey qui vit à l'autre bout du monde, mais dont la compagnie est toujours aussi agréable. Merci à Hugo S. d'avoir voyagé avec moi (et Nathan et Clara) à Budapest et pour ta grande bonté de cœur. Chaque repas que tu prépares est mémorable et délicieux! Merci à Victor qui est désormais presque mon voisin et dont la compagnie est toujours agréable. Enfin merci à tous les autres Metzterchefs, Emilie, Nicolas, Claire, Johan et Luna. J'adresse également mes remerciements à Florence, fidèle à elle-même qui est maintenant mon amie depuis une quinzaine d'années, espérons que cela continue! Merci à Mélina et Nolwenn, passer des weekends avec vous est toujours aussi distrayant. Je souhaiterais également remercier l'ensemble de ma famille. En particulier, je remercie mes parents qui m'ont toujours soutenue et avec qui j'ai effectué un voyage inoubliable au cours de cette dernière année de thèse. Ce voyage aux États-Unis a été l'occasion de décompresser, de prendre un grand bol d'air frais et de se construire plein de souvenirs en commun. Je remercie également mes trois grands frères Samuel, Daniel et Jean-Philippe, ainsi que ma belle-sœur Carole et mes deux petits neveux Hugo et Nathan qui ont rendu ces trois années plus attendrissantes.

Enfin, merci Aymane d'avoir été un soutien inébranlable, à l'épreuve de mes nombreuses remises en question et d'avoir toujours su trouver les mots adéquats. Merci à toi d'avoir su me guider et répondre à mes interrogations. Merci pour tous les moments que nous avons partagés et toutes nos discussions, à chaque fois très enrichissantes. Enfin, merci d'être toujours le premier dans la file d'attente pour réserver les tickets pour divers événements. J'embarque désormais pour une nouvelle aventure et cette fois-ci c'est moi qui ai deux tickets, tiens-toi prêt!

Table des matières

Préambule

1	Éta	État de l'art 7			
	1.1	Génér	alités sur les tourbillons	7	
		1.1.1	Dynamique des fluides et tourbillons	7	
		1.1.2	Propriétés d'une structure tourbillonnaire	9	
		1.1.3	Modèles de tourbillon	9	
		1.1.4	Advection d'un tourbillon	11	
		1.1.5	Déformation d'un tourbillon	12	
	1.2	Génér	cation de tourbillons	13	
		1.2.1	Études théoriques sur les vortex de démarrage	13	
		1.2.2	Études expérimentales et numériques	18	
	1.3	Impac	ct de tourbillons sur une paroi	28	
	1.4	Érosio	on d'un lit granulaire	30	
		1.4.1	Les milieux granulaires	30	
		1.4.2	Sédimentation et nombre d'Archimède	31	
		1.4.3	Érosion et nombre de Shields	31	
		1.4.4	Seuil d'érosion	33	
	1.5	Érosic	on par impact de tourbillons	35	
		1.5.1	Érosion par anneaux tourbillonnaires	35	
		1.5.2	Érosion au voisinage d'un objet en translation	37	
	1.6	Concl	usion	41	
2	Mé	thodes	s expérimentales et numériques	43	
	2.1	Dispo	sitif expérimental	43	
		2.1.1	Description générale	43	
		2.1.2	Mouvement du disque	45	
		2.1.3	Vélocimétrie par images de particules (PIV)	48	
		2.1.4	Caractérisation des seuils d'érosion	51	
		2.1.5	Paramètres de contrôle et nombres sans dimension	54	
	2.2	Métho	odes numériques	55	
		2.2.1	Basilisk	55	
		2.2.2	Paramètres de simulation	56	
		2.2.3	Convergence des simulations	59	
		2.2.4	Conclusion	61	
	2.3	Traite	ement des données	61	

1

		2.3.1Caractérisation des anneaux tourbillonnaires	61 63	
3	Gér	énération d'un anneau tourbillonnaire par un disque en transla-		
	tion	en milieu infini	69	
	3.1	Paramètres experimentaux et numériques	69 70	
	3.2 2.2	Description de l'écoulement	70 75	
	3.3	Proprietes du vortex de demarrage	75 75	
		3.3.1 LOIS d'échelle dérivées du modèle de Wedemeuren	70 70	
		3.3.2 Lois d'échene derivées du modèle de wedenneyer	(ð 00	
		3.3.4 Influence de l'époissour du discue	02 81	
		3.3.5 Comparaison de la configuration 2D et 3D l'avigumétrie	04 85	
	34	Advection du vortex de démarrage	88	
	3.5	Génération du vortex d'arrêt	90	
	3.6	Évolution du vortex de démarrage après l'arrêt du disque	94	
	3.7	Conclusion	96	
	0.1		00	
4	Tou	billons et érosion générés par un disque en translation proche		
	d'uı	e paroi	99	
	4.1	Paramètres expérimentaux et numériques	00	
	4.2	Ecoulement au voisinage d'un disque s'approchant d'une paroi $\ldots 1$	01	
		4.2.1 Description de l'écoulement $\ldots \ldots \ldots$	01	
		4.2.2 Ecoulement de compression radial sortant sous le disque 1	03	
		4.2.3 Caractérisation de l'anneau tourbillonnaire de démarrage 10	07	
	4.0	4.2.4 Conclusion	19	
	4.3	Erosion par un disque s'approchant d'un lit granulaire	20	
		4.3.1 Mecanismes d'érosion \dots	21	
		4.3.2 Seulls d'érosion par l'écoulement radial avant l'arret du disque 1.	22	
		4.5.5 Seuns d'érosion par impact d'anneaux tourbinonnaires après	റെ	
		1 affet du disque 1 4.3.4 Conclusion	20 21	
	1 1	Écouloment généré par un disque s'éloignant d'une parei	20 21	
	4.4	1/1 Description de l'ácouloment	32 32	
		4.4.2 Écoulement radial moven d'aspiration sous le disque	$\frac{32}{34}$	
		4.4.3 Caractérisation de l'anneau tourbillonnaire	36	
	45	Érosion par un disque s'éloignant d'un lit granulaire	40	
	1.0	4.5.1 Observation qualitative	40	
		4.5.2 Seuils d'érosion	40	
	4.6	$Conclusion \dots \dots$	44	
Б	Tou	hillons of árosion gánárás par un disque en escillation	10	
J	5 1	Régimes d'écoulement	±9 50	
	0.1	5.1.1 Description des régimes	50	
		5.1.2 Diagramme des régimes	52	
		51.2 Influence de l'épaisseur du discue sur les régimes d'écoulement 1	54	
	5.2	Origine de l'asymétrie des anneaux tourbillonnaires	55	

		5.2.1	Anneaux tourbillonnaires symétriques	155
		5.2.2	Anneaux tourbillonnaires asymétriques	159
	de l'anneau tourbillonnaire circulaire en milieu infini	165		
		5.3.1	Description de l'écoulement	166
		5.3.2	Évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire circulaire	167
		5.3.3	Lois d'échelles	169
		5.3.4	Conclusion	173
5.4 Disque en oscillation au voisinage d'une paroi				173
		5.4.1	Influence du confinement sur l'asymétrie des anneaux tour-	
			billonnaires	174
		5.4.2	Évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire circulaire confin	é177
		5.4.3	Influence de la position de départ	178
		5.4.4	Limitation des lois d'échelles de Wedemeyer au voisinage d'une	
			paroi	179
	5.5	Érosio	n induite par un disque oscillant proche d'un lit granulaire	181
		5.5.1	Seuils d'érosion pour un disque oscillant	181
		5.5.2	Modélisation	183
	5.6	Conclu	nsion	185
Co	onclu	sion et	t perspectives	187
\mathbf{A}	Con	figurat	tion et code numérique d'un disque en translation	195
	A.1	Set-up	numérique	195
		A.1.1	Initialisation de la simulation	195
		A.1.2	Conditions aux limites et dans le fluide	198
		A.1.3	Maillage adaptatif	200
	A.2	Vérific	ation de la simulation : simulation d'un anneau tourbillonnaire	200
	A.3	Code 1	numérique complet	201
в	Fich	ier de	simulation pour une plaque (2D) en translation	205

Préambule

Chacun a déjà observé des tourbillons dans son quotidien. Le tourbillon de vidange est l'un des plus communs et peut s'observer lorsqu'on vide son lavabo ou sa baignoire. De même, en déplaçant sa cuillère dans sa boisson chaude matinale, nous générons des tourbillons de démarrage dans le sillage de la cuillère qui favorisent le mélange de la boisson. Les tourbillons représentent des objets captivants que Léonard de Vinci a illustré avec une impressionnante justesse dans différentes configurations, dont dans un écoulement turbulent comme montré sur la figure 1 qui est caractérisé par une superposition de tourbillons à différentes échelles.

Les tourbillons, omniprésents dans la nature, s'organisent sous la forme d'entonnoirs, de tubes verticaux ou horizontaux ou encore de tores. On parle d'anneaux tourbillonnaires dans ce dernier cas, qui sont observés par exemple lorsque les dauphins et les plongeurs expulsent de l'air dans l'eau ("bubble ring" qu'on peut voir sur la figure 2(a)) ou lorsque les fumeurs expulsent de la fumée dans l'air ("smoke ring"). De plus, des anneaux tourbillonnaires se forme dans le ventricule gauche du cœur humain lors de la relaxation cardiaque.

Les tourbillons se manifestent également à plus grande échelle comme, par exemple, les Maelström dans les océans qui se forment par les courants marins. Ces tourbillons puissants se creusent en un large gouffre et ont nourri de nombreux récits de fiction qui en donnent une description démesurée comme dans "Une descente dans le



FIGURE 1 – (a) Illustration d'un écoulement turbulent par Léonard de Vinci (1510) et (b) illustration de la première de couverture de "Une descente dans le Maelström" d'Edgar Allan Poe.



FIGURE 2 – (a) Anneau tourbillonnaire sous-marin dans lequel une bulle d'air occupe le coeur du tourbillon en forme d'anneau (https://commons.wikimedia.org/wiki/ File:Bubble_Ring_in_Sunlight.JPG). (b) Photographie d'une tornade (source : National Severe Storm Laboratory).

Maelström" d'Edgar Allan Poe dont la première de couverture est montrée sur la figure 1(b) ou encore "Vingt mille lieux sous les mers" de Jules Vernes dans lequel le Nautilus se retrouve piégé dans un maelström

"Le maelström ! Un nom plus effrayant dans une situation plus effrayante pouvait-il retentir à notre oreille ? Nous trouvionsnous donc sur ces dangereux parages de la côte norvégienne ? Le Nautilus était-il entraîné dans ce gouffre, au moment où notre canot allait se détacher de ses flancs ?"

Si les maelström ne sont en réalité pas aussi dévastateurs que dans la fiction, les tornades peuvent l'être. Il s'agit de structures tourbillonnaires en forme de colonnes naissant à la base de nuages d'orages notamment et s'allongeant dans la direction



FIGURE 3 – Exemple d'allées tourbillonnaires de von Kàrman dans le sillage atmosphérique de l'île norvégienne de Jan Mayen situé entre les mers de Norvège et du Groenland. (source : NASA)

Préambule



FIGURE 4 - (a) Robot-poisson Jessiko développé par l'entreprise Robotswim et (b) photographie d'un état d'anneaux tourbillonnaires d'un hélicoptère issue de https://www.valair.ch.

du sol. Elles génèrent des vents violents atteignant plusieurs centaines de kilomètres par heure, les tornades les plus puissantes étant capables d'arracher des maisons. Fascinantes, certains individus les chassent et les étudient ce qui permet d'en obtenir des photographies spectaculaires comme celle de la figure 2(b). Enfin, on observe également l'apparition d'allées tourbillonnaires, appelés allées de von Kàrman, dans le sillage de diverses structures solides de taille humaine, par exemple dans le sillage d'une pile de pont, mais aussi de très grande envergure comme c'est le cas sur la photographie de la figure 3 sur laquelle on aperçoit des allées tourbillonnaires dans le sillage atmosphérique de l'île de Jan Mayen situé entre les mers du Norvège et du Groenland.

Les tourbillons que nous venons de décrire sont visibles et relativement connus de tous, mais les tourbillons jouent également un rôle prédominant, même si moins perceptible, dans la propulsion. Tout d'abord, la nage des animaux aquatiques comme la raie [15, 96], les méduses [23], les mammifères marins [189] ou encore de manière plus groupée, les bancs de poissons [110], est possible notamment grâce à la formation de tourbillons. De plus, les animaux volants, que ce soit les insectes [176] ou les oiseaux [173], génèrent également des tourbillons lorsqu'ils volent. Ceci a inspiré des inventions humaines comme par exemple la construction de robots aquatiques capables de nager [96, 136] comme Jessiko, le robot poisson que l'on peut apercevoir sur la photographie de la figure 4(a) et qui oscille sa nageoire caudale afin de se mouvoir. Qui plus est, les avions et les hélicoptères sont des structures volantes dans le sillage desquelles se forment des tourbillons. En particulier, l'état d'anneaux tourbillonnaires des hélicoptères illustré sur la photographie de la figure 4(b) est une configuration dans laquelle un anneau tourbillonnaire entoure le rotor de l'hélicoptère, lui faisant perdre sa portance et pouvant provoquer sa chute.

La formation de tourbillons n'est pas uniquement fondamentale dans la locomotion. Dans le secteur industriel, de tels tourbillons sont générés dans le sillage de plateforme offshore oscillant sous l'effet des vagues [101, 123], dans le sillage d'éoliennes [179] ou encore pour l'extraction d'énergie [8]. La compréhension de la formation de ces tourbillons est primordiale pour éviter la défaillance de structures ou pour maximiser, par exemple, la réception d'énergie dans des champs d'éoliennes.



FIGURE 5 - Séquence d'images montrant l'enfouissement d'une raie extraite de https://www.youtube.com/watch?v=DcWZZXChPAo

Par ailleurs, les tourbillons peuvent interagir avec de la matière et sont alors très efficaces pour la mélanger et la déplacer. Par exemple, des tornades, appelées dust devils en anglais, observées à la fois sur Terre et à la surface de Mars, transportent avec elles du sable initialement à la surface. De plus, l'affouillement des piles de pont serait causé à la fois par des tourbillons en fer à cheval dont l'axe est parallèle aux grains et par des tourbillons colonnes dont l'axe est perpendiculaire à la surface granulaire [69]. Cet affouillement peut causer, à terme, l'effondrement de la structure et est un domaine de recherche actif.

Enfin, dans la nature, les poissons plat, comme les soles par exemple, ondulent leur corps [20, 94] afin de remettre en suspension une large quantité de matériel granulaire qu'ils laissent ensuite retomber sur leur corps pour se dissimuler. Les raies, quant à elles, oscillent leur corps en forme de disque plat tout en battant leurs nageoires pectorales comme on peut le voir sur la séquence d'images de la figure 5, formant par là des tourbillons qui déplacent une large quantité de sédiments qui se redéposent ensuite sur l'animal [146]. Ces mécanismes d'enfouissement permettent alors aux poissons de se camoufler afin d'échapper à des prédateurs ou de chasser à la manière de l'effrayant poisson "stargazer" qui attend le moment opportun pour se jeter sur sa proie. De manière plus artistique, les poissons ballons réalisent de magnifiques fresques, dont on peut apercevoir un exemple sur la figure 6, au fond de l'océan afin de séduire une éventuelle partenaire. Ils effectuent ce long labeur en oscillant leurs nageoires afin de déplacer des sédiments [54].

Les tourbillons et leurs interactions avec un milieu granulaire se manifestent ainsi





à la fois dans la nature et dans les constructions humaines et ce travail de thèse a pour objectif de mieux comprendre cette interaction. Pour ce faire, nous avons mis en place un dispositif expérimental d'érosion par anneaux tourbillonnaires. Les anneaux tourbillonnaires sont générés expérimentalement par un disque rigide en translation que l'on peut placer à proximité d'un lit granulaire et dont on reproduira le mouvement par des simulations numériques. Dans ce manuscrit, nous allons tout d'abord présenter la dynamique et les propriétés des anneaux tourbillonnaires générés par un disque en translation non oscillatoire en milieu infini. Nous allons ensuite étudier l'écoulement au voisinage d'un disque s'approchant et s'éloignant d'une paroi solide ou d'un lit granulaire. En particulier, nous étudierons le lien entre cet écoulement et les seuils d'érosion. L'oscillation du disque, ainsi que son influence sur un lit de grains feront enfin l'objet du dernier chapitre de ce manuscrit. Ce mécanisme d'érosion par impact d'anneaux tourbillonnaires imite sommairement le déplacement de sédiments lors de l'enfouissement des poissons plats et plus particulièrement des raies modélisées ici par un disque rigide. Mais avant toute chose, il convient de faire un état des lieux des recherches portant sur la formation des tourbillons et leurs interactions avec des sédiments.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Généralités sur les tourbillons

L'objectif de cette partie est d'apporter des outils théoriques sur les tourbillons utiles à la compréhension de ce manuscrit de thèse. L'essentiel des résultats peuvent se retrouver dans des ouvrages de référence et notes de cours portant sur les tourbillons [27, 43, 49, 140].

1.1.1 Dynamique des fluides et tourbillons

Le mouvement des fluides est décrit par les célèbres équations de Navier-Stokes. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à un fluide Newtonien incompressible, on obtient

$$\underbrace{\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}}_{\text{Accélération}} + \underbrace{(\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u}}_{\text{Force de pression}}^{\text{Advection}} = \underbrace{-\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p}_{\text{Force de pression}} + \underbrace{\vec{\nu}\Delta\vec{u}}_{\text{Forces massiques}} + \underbrace{\vec{f}_m}_{\text{Forces massiques}}$$
(1.1)

où ρ est la masse volumique du fluide et ν sa viscosité cinématique. On peut alors définir le nombre de Reynolds qui correspond au rapport des forces inertielles



FIGURE 1.1 – Visualisation par encre de tourbillons extraits de (a) Bottausci et Petitjeans [14] et (b) Meunier et Leweke [97].

sur les forces visqueuses $Re = UL/\nu$ où U et L sont respectivement une vitesse caractéristique de l'écoulement et une longueur caractéristique. La conservation de la masse permet d'obtenir l'équation de la continuité qui, pour un fluide incompressible, s'écrit :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \tag{1.2}$$

Le tenseur des gradients de la vitesse $\vec{\nabla} \vec{u}$ s'écrit

$$\vec{\nabla} \vec{u} = \vec{W} + \vec{D}, \tag{1.3}$$

où la partie antisymétrique \overrightarrow{W} correspond au tenseur taux de rotation et la partie symétrique \overrightarrow{D} correspond au tenseur taux de déformation. Il est possible de construire, à partir du tenseur de rotation pure un pseudo-vecteur $\overrightarrow{\omega}$, appelé vecteur vorticité, dont les termes sont

$$\omega_k = \epsilon_{ijk} \omega_{ij} \tag{1.4}$$

où $\epsilon_{ijk} = \pm 1$ lorsque les indices i, j et k sont en permutation directe et indirecte et $\epsilon_{ijk} = 0$ si deux indices au moins sont identiques. Le vecteur vorticité $\vec{\omega}$ correspond au rotationnel du vecteur vitesse

$$\vec{\omega} = \nabla \wedge \vec{u}. \tag{1.5}$$

La vorticité est également directement proportionnelle à la vitesse angulaire Ω d'un élément fluide $\vec{\omega} = 2\vec{\Omega}$. En calculant le rotationnel de l'équation (1.1), on obtient l'équation de la vorticité qui gouverne l'évolution de la vorticité dans un fluide,

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega}}_{\text{Advection}} = \underbrace{(\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}}_{\text{Diffusion visqueuse}} + \vec{\nabla} \times \vec{f_m}.$$
(1.6)

La notion de vorticité est intimement liée à celle de tourbillon. Définir exactement ce qu'est un tourbillon (ou un vortex) est cependant une tâche complexe. Une définition simplifiée serait de considérer qu'un tourbillon correspond à une région dans laquelle le fluide "tourne", tout comme dans les visualisations de tourbillons par injection de colorant montrées sur les photographies de la figure 1.1. Cette définition a l'avantage d'être simple et intuitive, mais manque d'un cadre théorique clair. De manière plus théorique, il s'agit d'une région de l'espace en forme de tube en configuration tridimensionnelle (ou une région circulaire en configuration bidimensionnelle) au sein de laquelle la vorticité est importante. Néanmoins, cette définition ne suffit pas à délimiter clairement une zone contenant un tourbillon. En effet, la vorticité peut être importante dans des régions du fluide où il n'y a pas forcément de tourbillons. En 2D ou en 3D axisymétrique, on délimite en général une région contenant un tourbillon en se basant sur le Q-criterion ou critère de Weiss [49, 178]. Pour ce faire, on calcule la valeur de Q définie comme

$$Q = \frac{1}{2}(\omega^2 - D^2).$$
 (1.7)

Le critère de Weiss indique qu'une structure tourbillonnaire se situe dans une région connexe où Q > 0, c'est-à-dire où l'écoulement est dominé par la rotation. Dans la suite nous nous intéresserons à des tourbillons bidimensionnels ou 3D axisymétriques (anneaux tourbillonnaires).

1.1.2 Propriétés d'une structure tourbillonnaire

Un tourbillon est caractérisé par sa position $\overrightarrow{x_G}$, sa circulation Γ et le rayon de son cœur *a*. Le centre du tourbillon peut être identifié par la valeur maximale de Q ou par le barycentre de vorticité du vortex.

La circulation du vortex est définie sur un contour fermé comme

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = \iint_S \omega dS, \qquad (1.8)$$

où C est le contour fermé entourant le tourbillon et S la surface correspondante. La circulation d'un vortex correspond donc à son "intensité" et, à taille égale, plus un tourbillon a une circulation élevée, plus il tourne vite. À partir de la circulation, on définit le nombre de Reynolds du vortex comme $Re_v = \Gamma/\nu$.

Le rayon du cœur du tourbillon, dit rayon de dispersion, se définit quant à lui comme [76]

$$a^{2} = \frac{\iint \omega |\vec{x} - \vec{x_{G}}|^{2} \mathrm{d}S}{\iint \omega \mathrm{d}S}.$$
(1.9)

Nous détaillerons dans le Chapitre 2 le calcul de ces propriétés et l'implémentation d'une routine sous Matlab permettant d'extraire ces quantités à partir d'un champ de vitesse.

1.1.3 Modèles de tourbillon

Différents modèles de tourbillon existent avec des profils de vorticité et de vitesse différents. Nous présentons ici deux d'entre eux : celui de Rankine et celui de Lamb-Oseen.

a) Tourbillon de Rankine

Le tourbillon de Rankine est l'un des modèles de vortex le plus simple. Dans ce modèle bidimensionnel, la vorticité est considérée uniforme dans le cœur du vortex de rayon a et nulle à l'extérieur. En coordonnées cylindriques (r, θ, z) centrées sur le vortex, les champs de vorticité et de vitesse sont les suivants :

$$\omega_r = 0, \quad \omega_\theta = 0, \quad \omega_z = \begin{cases} \Gamma/\pi a^2 & r \le a, \\ 0 & r > a \end{cases}$$
(1.10)

$$v_r = 0, \quad v_\theta(r) = \begin{cases} \Gamma r / 2\pi a^2 & r \le a, \\ \Gamma / 2\pi r & r > a \end{cases}, \quad v_z = 0. \tag{1.11}$$

Un exemple de la vitesse azimutale $v_{\theta}(r)$ dans un tourbillon de Rankine est reporté sur la figure 1.2 en pointillés. Ce modèle de tourbillon, bien qu'extrêmement simpliste, est très intéressant et permet d'introduire la notion de cœur de tourbillon de taille finie. Il reste néanmoins peu réaliste car la discontinuité de la vorticité en r = a le rend incompatible avec l'existence de la viscosité.

b) Tourbillon de Lamb-Oseen

L'approximation faite par le modèle de Rankine d'une vorticité uniforme dans le cœur du vortex et nulle en-dehors n'est pas très réaliste. C'est pourquoi, un autre modèle de tourbillon a été développé : le modèle de Lamb-Oseen. Ce dernier prend en compte la diffusion visqueuse du vortex au cours du temps (augmentation du rayon) sans discontinuité de vorticité. Si on considère qu'initialement le vortex est un vortex point (rayon nul), alors

$$\omega_z(r,t=0) = \Gamma \delta(r\cos\theta) \delta(r\sin\theta). \tag{1.12}$$

En négligeant les termes inertiels, l'équation de la vorticité (1.6) se réécrit alors, en coordonnées cylindriques,

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} = \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} \right) \tag{1.13}$$

dont la solution exacte est

$$\omega_z = \frac{\Gamma}{4\pi\nu t} e^{-r^2/4\nu t}, \quad v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \bigg(1 - e^{-r^2/4\nu t} \bigg).$$
(1.14)

De manière plus générale, si on considère que le vortex se trouve dans un fluide visqueux à t = 0 et que son rayon initial vaut a_0 alors son rayon diffuse comme

$$a^2(t) = a_0^2 + 4\nu t \tag{1.15}$$



FIGURE 1.2 – Exemple du profil de la vitesse azimutale d'un vortex suivant le modèle de Rankine (- -) et de Lamb-Oseen (-) pour un rayon de dispersion a = 0.01 m et une circulation $\Gamma = 10^{-3}$ m²/s.

et l'équation (1.14) se réécrit

$$\omega_z = \frac{\Gamma}{\pi a(t)^2} e^{-r^2/a(t)^2}, \quad v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left(1 - e^{-r^2/a(t)^2} \right)$$
(1.16)

La vitesse azimutale maximale du tourbillon de Lamb-Oseen est atteinte en $r = \sqrt{\alpha a}$ où $\alpha \simeq 1,25$ et vaut donc

$$V_{\theta}^{\max} = \frac{\Gamma}{2\pi\sqrt{\alpha}a} (1 - e^{-\alpha}) \simeq 0.64 \frac{\Gamma}{2\pi a}$$
(1.17)

Le profil de la vitesse azimutale de Lamb-Oseen est représentée sur la figure 1.2 pour des valeurs identiques de rayon et de circulation au vortex de Rankine. Ces deux modèles sont similaires à l'intérieur et loin à l'extérieur du cœur du vortex, mais diffèrent significativement dans la zone de transition avec une vitesse azimutale maximale bien plus faible dans le modèle de Lamb-Oseen que dans celui de Rankine. En effet, dans le modèle de Rankine la vitesse maximale azimutale vaut $\Gamma/2\pi a$ et est donc 1,6 plus élevée que celle du modèle de Lamb-Oseen. Dans ce manuscrit, le modèle de Lamb-Oseen sera préféré au modèle de Rankine car plus réaliste.

1.1.4 Advection d'un tourbillon

Si un vortex est exposé à un champ de vitesse externe \vec{u} , son centroïde se déplace et sa vitesse d'advection s'écrit alors [27]

$$\frac{\mathrm{d}\vec{x_G}}{\mathrm{d}t} = \frac{\iint \vec{u}\,\omega\mathrm{d}S}{\Gamma}.\tag{1.18}$$

En supposant que le vortex est réduit à un point à la position de son centroïde, on obtient que la vitesse d'advection du vortex est égale à la vitesse eulérienne du fluide en ce point tel que

$$\frac{\mathrm{d}\vec{x_G}}{\mathrm{d}t} = \vec{u}(\vec{x_G}). \tag{1.19}$$

Cette simplification donne en général une bonne approximation de la vitesse du vortex. Ce résultat peut être étendue aux situations dans lesquelles plusieurs vortex sont présents. En particulier, la vitesse induite par un vortex j sur un vortex i s'écrit [140]

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{pmatrix} = \frac{\Gamma_j}{2\pi d^2} \begin{pmatrix} -(y_i - y_j) \\ x_i - x_j \end{pmatrix},\tag{1.20}$$

où d est la distance euclidienne entre les deux vortex tel que $d^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2$.

Par ailleurs, un anneau tourbillonnaire, qui pour rappel est un tourbillon toroïdal, a une vitesse auto-induite due à sa courbure. La vitesse auto-induite prend en compte le rayon du cœur du tourbillon a et le rayon de l'anneau tourbillonnaire R comme illustré sur la figure 1.3. En général, le rayon du cœur du vortex est beaucoup plus petit que le rayon de l'anneau $a/R \ll 1$ et on parle alors d'anneau tourbillonnaire



FIGURE 1.3 – Représentation simplifiée d'un anneau tourbillonnaire. Le tourbillon a une circulation Γ , le rayon du cœur du tourbillon et de l'anneau tourbillonnaire sont notés a et R respectivement.

à rayon mince. Dans le cas représenté sur la figure 1.3, la vitesse auto-induite est dirigée vers le haut et vaut pour un vortex de Lamb-Oseen [140]

$$v_{\rm ring} = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 0.558 \right]. \tag{1.21}$$

La formule est identique pour un vortex de Rankine à condition de substituer la constante 0,558 par 1/4. La génération des tourbillons et plus particulièrement des anneaux tourbillonnaires sera étudiée plus en détails dans la section suivante.

1.1.5 Déformation d'un tourbillon

Lorsqu'un vortex est plongé dans un champ de déformation, son cœur est déformé et peut devenir elliptique. Si on considère un vortex patch, c'est-à-dire un vortex purement bidimensionnel et de vorticité uniforme ω_0 (cas d'un tourbillon de Rankine) dans un champ de déformation uniforme s et stationnaire de sorte que



FIGURE 1.4 – (a) Vortex elliptique de grand rayon a_1 et de petit rayon a_2 et (b) fonction $f(\varepsilon)$ donnée en équation (1.22).

 $u_x = -sy$, $u_y = -sx$, le vortex est alors déformé et devient elliptique comme illustré sur la figure 1.4(a). Le rapport du grand rayon a_1 sur le petit rayon a_2 du vortex est appelé ellipticité et est noté $\varepsilon = a_1/a_2 > 1$. Moore et Saffman [102] ont montré qu'il existe une solution d'équilibre stationnaire entre le champs de déformation et l'ellipticité finale du vortex telle que

$$\frac{s}{\omega_0} = \frac{\varepsilon(\varepsilon - 1)}{(\varepsilon + 1)(\varepsilon^2 + 1)} = f(\varepsilon), \quad \text{pour } s/\omega_0 < 0.15.$$
(1.22)

La fonction $f(\varepsilon)$ est représentée sur la figure 1.4(b). Au-delà de $s/\omega_0 = 0,15$ et $\varepsilon = 2,9$, il n'existe plus de solution d'équilibre et le vortex est principalement détruit. Il a été démontré numériquement que cette solution d'équilibre peut être étendue à un vortex ayant une vorticité gaussienne (cas d'un tourbillon de Lamb-Oseen) tant que le nombre de Reynolds du vortex est très grand devant l'unité $\Gamma/\nu \gg 1$ [26]. La solution $s/\overline{\omega} \simeq f(\varepsilon)$ [26, 27], où la fonction $f(\varepsilon)$ a été définie dans l'équation (1.22), trouvée repose cette fois sur la vorticité moyenne $\overline{\omega} = \Gamma/(\pi a_1 a_2)$ du vortex. La solution est cette fois-ci quasi-stationnaire car le rayon du vortex augmente progressivement par effets visqueux et de la vorticité est arraché progressivement sur la périphérie du vortex. De plus, lorsque $s/\overline{\omega} > 0,15$, une grande quantité de vorticité est arrachée du vortex.

Le champ de déformation peut provenir de la présence de tourbillons dans le fluide. Ainsi, si on considère deux vortex i et j séparés de la distance d, alors le champ de déformation induit par le vortex j sur le vortex i s'écrit

$$s_j = \frac{\Gamma_j}{2\pi d^2}.\tag{1.23}$$

Ce champ de déformation va alors être à l'origine de la déformation du vortex i. De même, le vortex j peut également devenir elliptique sous l'effet du tourbillon i.

1.2 Génération de tourbillons

L'objectif de cette partie est de synthétiser les études théoriques, expérimentales et numériques portant sur la génération de tourbillons.

1.2.1 Études théoriques sur les vortex de démarrage

Le problème de la génération de tourbillons de démarrage dans le sillage d'un objet en mouvement a débuté par les travaux préliminaires de Prandtl en 1904 [125]. Il y justifie la formation de vortex dans le sillage d'un objet en mouvement dans un fluide parfait par l'enroulement symétrique d'une couche de vorticité. Une couche de vorticité est une surface à travers de laquelle la vorticité est discontinue. Un tel phénomène est illustré par exemple sur la figure 1.5(a). Il joint à son étude théorique sur les couches limites des résultats expérimentaux de l'évolution de vortex générés dans le sillage de divers objets (plaque, arc de cercle et cylindre). Cependant, Prandtl ne prédit pas comment le vortex s'enroule.

Ce problème a été ensuite repris par Kaden en 1931 [51] qui a étudié l'enroulement d'une couche de vorticité générée par la translation d'un objet infiniment fin,



FIGURE 1.5 – (a) Génération d'un vortex dans le sillage d'une plaque illustré expérimentalement par Prandtl [125]. (b) Schéma de l'enroulement d'une couche de vorticité au bord d'une plaque de taille 2*H* extrait de Wedemeyer [177].

situé entre -H < y < H, à vitesse constante U à partir du temps initial t = 0 dans un fluide parfait. Cet objet disparaît soudainement juste après et la couche de vorticité initialement au contact de l'objet entre y = -H et y = H s'enroule de manière autosimilaire pour former des tourbillons de part et d'autre de l'objet illustré sur la figure 1.5(b). La vitesse au niveau de la plaque s'écrit alors [27, 140]

$$u_x(0,y) = U$$
, et $u_y(0^{\pm},y) = \frac{\pm Uy}{\sqrt{H^2 - y^2}}$ pour $-H < y < H$. (1.24)

L'intensité de la couche de vorticité en x = 0, c'est à dire la discontinuité de vitesse $\Delta u = u_y(0^+) - u_y(0^-)$ au sein de la couche, vaut alors [27, 140]





FIGURE 1.6 – Schéma des notations utilisées pour le démonstration de l'enroulement de la spirale de Kaden issu des notes de cours de Delbende et Rossi [27]. Couche de vorticité non enroulée à gauche à $t = 0^+$ et enroulée à t > 0 au centre et zoom de la spirale à droite.

Kaden [51] a prédit l'enroulement autosimilaire de la spirale que nous allons maintenant démontrer en nous reposant sur les notations de la figure 1.6. En zoomant sur la couche de vorticité autour de y = -H, on pose Y = y - (-H) et on suppose que $|Y| \ll H$. Dans ce cas, le dénominateur de l'équation (1.25) devient $\sqrt{H^2 - y^2} = \sqrt{(H + y)(H - y)} \simeq \sqrt{2HY}$ et l'intensité de la couche de vorticité se réécrit $\gamma(Y) \simeq -U\sqrt{2H/Y}$. On suppose que la couche de vorticité est complètement verticale à $t = 0^+$ puis qu'elle commence à s'enrouler et que deux rayons r_0 et λr_0 proviennent de deux points sur la couche de vorticité initiale de même rapport Y_0 et λY_0 . Pour ce faire, Kaden a présumé que la vitesse azimutale $v_{\theta}(r, \theta)$ ne dépend pas de θ .

La circulation contenue dans la couche de vorticité entre Y = 0 et Y_0 est conservée au cours du temps et est donc contenue dans le cercle de rayon r_0 . Ainsi, en utilisant l'équation (1.8)

$$\Gamma(r_0) = 2\pi r_0 v_\theta(r_0) = \int_0^{Y_0} \gamma(Y) dY = 2A\sqrt{Y_0}.$$
 (1.26)

avec $A = -U\sqrt{2H}$. Le même argument permet de déduire la circulation dans le cercle de rayon λr_0 :

$$\Gamma(\lambda r_0) = 2\pi \lambda r_0 v_\theta(\lambda r_0) = \int_0^{\lambda Y_0} \gamma(Y) dY = \sqrt{\lambda} \Gamma(r_0).$$
(1.27)

Ce raisonnement permet ainsi d'obtenir l'équation de la vitesse azimutale suivante $v_{\theta}(\lambda r) = v_{\theta}(r)/\sqrt{\lambda}$ dont une solution est $v_{\theta}(r) = \beta \sqrt{2H}U/\sqrt{r}$ où β est une constante. En supposant qu'on peut intégrer la trajectoire d'une parcelle fluide située en (r_p, θ_p) :

$$v_{\theta}(r_p) = r_p \frac{\mathrm{d}\theta_p}{\mathrm{d}t} = \frac{\beta\sqrt{2H}U}{\sqrt{r_p}}$$
(1.28)

Ainsi, en résolvant cette équation on peut estimer le rayon du vortex r_p à une rotation $\theta(t)_p$ par rapport à sa rotation initiale $\theta(0)_p$ [27, 49] :

$$r_p = \left(\frac{-\beta\sqrt{2H}Ut}{\theta_p(t) - \theta_p(0)}\right)^{2/3}.$$
(1.29)

Grâce à l'équation (1.29), il est également possible de remonter à l'espace entre deux rayons $r_p + \Delta r$ et r_p (voir figure 1.6) sur la spirale séparés par un tour complet $\theta'_p(t) - \theta_p(t) = 2\pi$ [27]

$$\Delta r \propto \frac{r_p^{5/2}}{-\sqrt{2H}Ut}.$$
(1.30)

La dépendance en 1/t indique que plus le temps passe, plus l'enroulement du vortex se ressert [51]. Kaden prédit également que la position du vortex par rapport à sa position de départ (Δx , Δy) évolue comme $t^{2/3}$. Pour rappel, ceci n'est valable que lorsque le rayon du tourbillon reste petit devant la longueur de la nappe de vorticité $|Y| \ll H$. Le résultat de l'équation (1.29) prédisant l'enroulement autosimilaire du vortex a ensuite été très largement réutilisé dans la littérature.

En 1939 en particulier, Anton [4] mène une étude théorique de l'enroulement de la couche de vorticité se formant dans le sillage d'une plaque en translation à vitesse uniforme en s'appuyant sur les résultats de Kaden [51]. En utilisant une transformation conforme, il prédit l'évolution de la position du vortex et de sa circulation au cours du temps et étend son étude à des plaques de longueur finie. Il montre également que cette approche n'est valable qu'au début de la formation du vortex.

Wedemeyer reprend également ce problème en 1961 [177]. Tout comme Anton, il considère le problème de l'enroulement d'un vortex dans le sillage d'une plaque dans un premier temps semi-infinie et animée d'une vitesse constante U à partir du temps initial t = 0 et d'une plaque de longueur 2H dans un second temps illustrée sur la figure 1.5(b). Il se repose sur les résultats obtenus par Kaden et propose une nouvelle approche donnant l'évolution de la circulation et de la position du vortex au cours du temps.

L'approche théorique de Wedemeyer repose sur une transformation conforme qui permet d'obtenir à l'ordre zéro l'évolution de la circulation du vortex généré dans le sillage d'une plaque semi-infinie par résolution d'une équation différentielle [177]

$$\frac{-\Gamma}{2\pi U H_1} = 0.635 \left(\frac{Ut}{H_1}\right)^{1/3}$$
(1.31)

où H_1 est alors une longueur arbitraire. Soit

$$\Gamma = c_1 U H_1 \left(\frac{Ut}{H_1}\right)^{1/3} \tag{1.32}$$



FIGURE 1.7 – Évolution de la circulation adimensionnée $-\Gamma/2\pi UH$ en fonction de Ut/H. La ligne pointillée correspond à l'équation (1.31) pour une plaque semi-infinie et la ligne continue à la correction apportée pour une plaque de longueur finie (figure extraite de Wedemeyer [177]).

avec $c_1 = -2\pi \times 0.635 \simeq -4$. Concernant l'évolution de la position du vortex verticale et horizontale Δy et Δx respectivement, Wedemeyer obtient que

$$\Delta y = c_2 H_1 \left(\frac{Ut}{H_1}\right)^{2/3}, \quad \Delta x = c_3 H_1 \left(\frac{Ut}{H_1}\right)^{2/3}, \tag{1.33}$$

où $c_2 \simeq 0.4$ et $c_3 \simeq 0.1$. Il retrouve en particulier la dépendance en $t^{2/3}$ obtenue par Kaden [51]. Les résultats d'ordre un à trois sont obtenus en injectant les résultats d'ordre inférieur dans les équations et par intégration graphique.

En posant $H_1 = H$, l'approche reste valable lorsque la plaque est de longueur finie 2*H* et que le rayon du tourbillon est bien inférieur à *H*, c'est-à-dire au début de la formation du vortex. Sur la figure 1.7 extraite de l'article de Wedemeyer [177], la circulation adimensionnée est tracée en fonction du temps adimensionné Ut/H. La ligne pointillée correspond à l'évolution de la circulation du vortex de démarrage pour une plaque semi-infinie donnée par l'équation (1.31) tandis que la ligne continue correspond à la correction pour une plaque de taille finie. Les prédictions sont très similaires lors des premiers instants de la phase de génération lorsque Ut/H < 0.4, la circulation étant ensuite significativement plus élevée pour une plaque de taille finie.

Wedemeyer a également comparé ses résultats théoriques à des expériences. Il a montré que la circulation et la position du vortex s'écarte de la théorie lorsque Ut/H > 2 car la couche de vorticité du vortex se déstabilise par mécanisme de Kelvin-Helmoltz et a remarqué également qu'au delà d'un certain temps, les vortex forment une allée de von Kàrman. L'instabilité de Kelvin-Helmoltz lors de la formation du vortex conduit à la formation de plus petits vortex dans la couche de vorticité qui s'enroulent progressivement au cours de la translation de la plaque. Cela est bien mis en avant sur les shadowgrammes obtenus par Pierce en 1961 [122] comme illustré sur la figure 1.8. Cette déstabilisation a également été observée dans d'autres études numériques portant sur l'enroulement de la couche de vorticité [1, 59, 129, 154].

Bien que la viscosité soit responsable de la formation de la couche limite et donc des nappes de vorticité, cette dernière n'est pas prise en compte dans les modèles théoriques que nous venons de présenter. Tant que les effets inertiels dominent, à



FIGURE 1.8 – Shadowgramme de Pierce [122] mettant en avant l'apparition d'instabilité de Kelvin-Helmoltz lors de l'enroulement de la couche de vorticité d'un tourbillon.

haut nombre de Reynolds, ces approches restent donc valables.

1.2.2 Études expérimentales et numériques

La génération de tourbillons en laboratoire repose principalement sur deux méthodes : la première consiste à mettre en mouvement un objet dans un fluide initialement au repos afin de générer des vortex de démarrage comme nous venons de le voir et la seconde à éjecter du fluide en-dehors d'un orifice. Nous allons tout d'abord nous intéresser au premier dispositif en nous concentrant essentiellement sur le mouvement des plaques et des disques, géométries s'approchant le plus de notre configuration.

a) Génération par une plaque bidimensionnelle en translation

Nous allons tout d'abord nous concentrer sur les expériences de génération de vortex dans le sillage d'une plaque 2D en translation perpendiculairement à sa surface (voir figure 1.9). Taneda et Honji [160] ont étudié expérimentalement le rayon du vortex généré dans le sillage d'une plaque animée d'un mouvement uniforme ou uniformément accéléré. Ces auteurs ont montré que le rayon du cœur du vortex a est proportionnel à $D^{1/3}L(t)^{2/3}$ où D est la longueur de la plaque et L(t) la distance parcourue depuis son départ $(L(t) = Ut \text{ ou } L(t) = \alpha t^2)$. En particulier, lorsque L(t) = Ut, le rayon du cœur du vortex est bien proportionnel à $t^{2/3}$ ce qui correspond à la prévision du modèle de Kaden [51] (voir équation (1.29)). Selon les auteurs, la constante de proportionnalité n'est pas la même si la plaque est en mouvement uniforme ou uniformément accéléré. Pullin et Perry [127] ont également montré un bon accord entre les prédictions théoriques d'enroulement autosimilaire en fluide parfait avec la position temporelle expérimentale d'un vortex généré dans le sillage d'une plaque en forme de coin pour différents angles et différents profils de la vitesse de l'écoulement. Une illustration de leur expérience est montrée sur la figure 1.9. On y observe en particulier la formation du vortex de démarrage à droite du coin et d'un vortex d'arrêt après l'arrêt du coin à la gauche du coin.

Les études expérimentales limitant les mesures de circulation et de rayon du vortex, des études numériques ont commencé à voir le jour. En particulier, une étude numérique menée par Koumoutsakos et Shiels [57] en 1996 se concentre sur la formation du vortex de démarrage dans le sillage d'une plaque animée d'une vitesse ou d'une accélération constante. La méthode numérique repose sur la "Vortex Method" qui utilisé les équations de la vorticité (voir équation (1.6)). Ils ont mené une large comparaison à différents nombres de Reynolds du vortex avec diverses expériences [122, 127, 160] et ont observé l'apparition d'une instabilité de Kelvin-Helmoltz dans la couche de vorticité uniquement lorsque le disque est en accélération uniforme.

Dans la continuité, Xu et Nitsche [182] ont également effectué des simulations numériques de la génération d'un vortex dans le sillage d'une plaque de longueur finie immobile plongée dans un écoulement à vitesse constante pour un nombre de Reynolds compris entre 250 et 2000. Les simulations numériques ont été effectuées par une méthode mixte des différences finies et semi-lagrangienne. Les auteurs ont remarqué que la position du vortex par rapport à la plaque évolue comme $t^{2/3}$ et



FIGURE 1.9 – Expériences issues de Pullin et Perry [127] pour un coin présentant un angle $\alpha = 5^{\circ}$ plongé dans un fluide en accélération constante. On observe l'apparition d'instabilités de type Kelvin-Helmholtz dans l'enroulement des nappes de vorticité. L'écoulement est stoppé à t = 5,96 s et on observe la formation d'un vortex d'arrêt à gauche du coin.

sa circulation comme $t^{1/3}$, ce qui fait écho aux résultats obtenus par Wedemeyer [177]. Cette étude a été élargie au cas d'un fluide en accélération constante [183] et a permis d'étendre les lois d'échelles obtenues.

Beaucoup d'études numériques reprennent ensuite le problème de la plaque semiinfinie animée d'une vitesse ou d'une accélération constante dans un fluide parfait



FIGURE 1.10 – Résultats numériques extraits de Schneider et al. [144] pour une plaque présentant un bord arrondi et animée d'une vitesse constante ($Re = UD/\nu = 9500$).

ou visqueux [47, 87–89, 144]. Elles mettent en avant la formation d'instabilités de Kelvin-Helmoltz dans la couche de vorticité quelle que soit le profil de vitesse de la plaque, mais ne se concentrent pas sur la caractérisation quantitative des tourbillons. Une illustration de cette instabilité obtenue dans l'une des études numérique est montrée sur la figure 1.10. On observe bien que la nappe de vorticité se déstabilise progressivement lors de son enroulement avec la génération de vortex satellites secondaires. En 2005, Lepage et al. [77] ont caractérisé l'intensité de la nappe de vorticité et son enroulement par l'intermédiaire d'expériences et de simulations numériques, qui sont en très bon accord les unes avec les autres. Les auteurs ont montré que la distribution de la vorticité dans la couche de vorticité n'est pas uniforme et justifient par là l'apparition d'instabilités.

Enfin, les tourbillons, et en particulier la génération d'allées tourbillonnaires dans le sillage d'une plaque bidimensionnelle dans un écoulement uniforme, ont également été étudiés pour un écoulement parallèle à la surface de la plaque [114] ou incliné [70, 143]. Nous ne détaillerons cependant pas ces résultats ici car au-delà du champs d'étude de cette thèse.

b) Génération par un disque en translation

La situation de la plaque est une situation bidimensionnelle dans laquelle le vortex en forme de tube s'étend infiniment dans une direction. Nous allons désormais nous intéresser au vortex généré dans le sillage d'un disque axisymétrique en translation selon son axe de symétrie. Il se forme alors un anneau tourbillonnaire dont la dynamique est différente de par sa courbure.

Taylor [163] s'attaque pour la première fois à ce problème en 1953. Il considère alors un disque de diamètre D en mouvement à une vitesse uniforme U, en faisant l'hypothèse que le disque disparait soudainement juste après. Sa démonstration a en particulier montré que le rayon a du cœur de l'anneau tourbillonnaire est directement piloté par le diamètre du disque et que la vitesse d'advection est proportionnelle à la vitesse du disque. Sa démonstration repose sur des arguments de conservation de l'énergie cinétique et de l'impulsion. Cette démonstration, également reprise par Saffman [140], suppose que le cœur de l'anneau tourbillonnaire est petit devant le rayon de l'anneau R, c'est-à-dire que $a/R \ll 1$ et que le fluide environnant est un fluide parfait. Enfin, l'approche théorique de Taylor [163] repose sur un modèle de vortex de type Rankine.

Tout d'abord, lorsqu'un disque est mis en mouvement, le potentiel des vitesses sur les parois du disque s'écrit en coordonnées cylindriques [73] :

$$\phi = \pm \frac{2U}{\pi} \sqrt{(D/2)^2 - r^2}, \ r < D/2.$$
(1.34)

On en déduit la vitesse radiale sur le disque :

$$u_r(r) = \pm \frac{\partial \phi}{\partial r} = \pm \frac{4Ur}{\pi D} \left(1 - \frac{4r^2}{D^2} \right)^{-1/2}, \ r < D/2.$$
(1.35)

Ainsi, l'intensité de la nappe de vorticité $\gamma(r)$ sur une petite section δr vaut alors

$$\gamma(r)\delta r = \frac{8Ur}{\pi D} \left(1 - \frac{4r^2}{D^2}\right)^{-1/2} \delta r.$$
 (1.36)

D'après Saffman [140], l'énergie cinétique E_d du disque et son impulsion I_d s'expriment alors comme

$$E_{d} = \rho U^{2} D^{3} / 6,$$

$$I_{d} = \rho U D^{3} / 3.$$
(1.37)

L'énergie cinétique et l'impulsion de l'anneau tourbillonnaire de type Rankine se formant et ayant une circulation Γ , un rayon de cœur *a* et d'anneau *R* s'écrivent [140]

$$E_v = \frac{\Gamma^2 R \rho}{2} \left[\ln \left(\frac{8R}{a} \right) - \frac{7}{4} \right], \qquad (1.38)$$
$$I_v = \pi \rho \Gamma R^2.$$

En supposant que l'enroulement du vortex ne change pas l'intensité dans la couche de vorticité [163], on peut alors calculer la circulation du vortex comme étant égale à

$$\Gamma = \int_0^{D/2} \gamma(r) dr = \int_0^{D/2} \frac{8Ur}{\pi D} \left(1 - \frac{4r^2}{D^2} \right)^{-1/2} dr = \frac{2UD}{\pi}.$$
 (1.39)

Taylor a supposé que l'énergie cinétique et l'impulsion sont conservées de sorte que

$$E_d = E_v, \quad I_d = I_v. \tag{1.40}$$

L'égalité des impulsions en remplaçant Γ par sa valeur impose que

$$R = 0,408D,$$
 (1.41)

tandis que l'égalité de l'énergie cinétique impose que

$$a = 0.076D,$$
 (1.42)

ce qui satisfait bien l'hypothèse $a/R \ll 1$. Enfin, on obtient que la vitesse d'advection de l'anneau est bien proportionnelle à la vitesse du disque :

$$v_{\rm ring} = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - \frac{1}{4} \right] = 0,436U \tag{1.43}$$

Les résultats de ce modèle ne sont toutefois valables que lors des tous premiers instants de l'enroulement de la couche de vorticité.

Quelques années plus tard, Sallet [142] compare les résultats théoriques de Taylor avec des expériences de génération d'anneaux tourbillonnaires. Il montre qu'il y a un assez bon accord avec Taylor [163]. En 1991, Higuchi [45] effectue le même genre d'expérience. Il remonte à la position des vortex au cours du temps, mais n'effectue aucune comparaison avec des précédentes études théoriques.

Des études numériques ont également porté sur ce problème. Higuchi et al. [46], par exemple, ont développé un modèle pour la génération de vortex dans le sillage d'un disque qui repose sur les équations de la vorticité et s'inspire des travaux de Strickland [156]. Ils ont validé leur modèle numérique expérimentalement en s'appuyant sur des mesures de forces de trainée. Johari et Stein [50] ont montré que l'anneau tourbillonnaire se décroche du disque lorsque Ut/D > 14. La circulation et le rayon du vortex atteignent quant à eux des valeurs plateaux dès que Ut/D = 4, la circulation vaut alors $\Gamma = 2.6UD$ tandis que le rayon du cœur du vortex a = 0.3D. Yang et al. [184] ont également montré expérimentalement que la formation du vortex est terminée dès que $Ut/D \simeq 4.7$ légèrement supérieure à la valeur numérique [50]. Par ailleurs, Shenoy et Kleinstreuer [149] ont montré que le nombre de Reynolds basé sur la vitesse et la taille du disque a une influence sur l'axisymétrie de l'anneau tourbillonnaire. Une autre expérience de génération de vortex par la translation d'un disque effectuée par Lian et Huang [82] a mis quant à elle en avant les différentes phases de génération du vortex et une faible influence de l'accélération et du nombre de Reynolds sur la génération de ce dernier. Dans une étude expérimentale, Yang et al. [185] ont identifié trois phases d'évolution de l'anneau tourbillonnaire. En particulier, ils affirment que le vortex perd son axisymétrie lorsque Ut/D > 4par instabilités. De plus, l'évolution temporelle de la circulation du tourbillon adimensionnée par UD en fonction de Ut/D semble être indépendante de U. Le même constat peut être tiré des résultats numériques et expérimentaux de Li et al. [81]. D'autres études expérimentales ont également mis en avant la formation d'anneaux



FIGURE 1.11 – Visualisation extraite de Leweke et al. [80] de l'émission périodique de tourbillons tridimensionnels dans le sillage d'une sphère.



FIGURE 1.12 – Schéma des dispositifs pour la génération d'anneaux tourbillonnaires à la sortie d'un tube de section circulaire à gauche et d'un orifice circulaire à droite.

tourbillonnaires dans le sillage du disque, mais se sont plus précisément intéressés à leur détachement du disque [37, 98].

Il est également possible de générer des structures tourbillonnaires tridimensionnels complexes dans le sillage d'une sphère ou d'un cylindre. Les vortex ont alors été peu caractérisés en terme de circulation et de position. Le comportement de l'écoulement dans le sillage d'une sphère ou d'un cylindre en translation par rapport au fluide présente plusieurs types de régimes [43]. Que ce soit dans le sillage d'un cylindre ou d'une sphère, des allées tourbillonnaires apparaissent au-dessus d'un certain nombre de Reynolds critique. Un exemple d'émission régulière de tourbillons juste au-dessus du nombre de Reynolds critique est illustré sur la figure 1.11 dans le cas d'une sphère. L'émission de vortex dans le sillage d'un cylindre a fait l'objet de nombreuses études à divers nombre de Reynolds expérimentales [2, 119, 141] et numériques [56, 151] pour n'en citer que quelques unes. Les tourbillons sont alors éjectés à une fréquence f qui obéit à la relation [43] St = fD/U = 0.2 sur une gamme de Reynolds comprise entre 300 et 10⁴.

Enfin, de manière plus générale, des simulations numériques permettent de prédire l'organisation des structures tourbillonnaires dans le sillage d'objets de géométries quelconques [9, 109, 156], mais le manque de données expérimentales rend difficile la validation de ces modèles.


FIGURE 1.13 – Visualisation expérimentale issue de Maxworthy [93] de la déstabilisation d'un anneau tourbillonnaire après sa formation et son détachement d'un tube pour $Re = 4.5 \times 10^4$ et L/D = 2.

c) Génération à la sortie d'un tube ou d'un orifice

La génération d'anneaux tourbillonnaires par un système de piston éjectant du fluide à la sortie d'un tube de section circulaire de diamètre D ou d'un orifice de diamètre D est un mécanisme classique et largement étudié dans la littérature. Ces deux géométries sont représentées sur les illustrations de la figure 1.12 avec les notations que nous utiliserons pour la suite. La vitesse du piston est notée U(t), la taille de l'orifice de sortie D et la longueur parcourue par le piston L(t). Maxworthy [93] a mené des travaux expérimentaux en 1977 sur la génération d'un anneau tourbillonnaire à la sortie d'un tube cylindrique dans lequel le fluide est poussé à vitesse constante U. Il tire de nombreuses conclusions de ses travaux dont nous allons donner un résumé succinct pour le champs d'étude de ce manuscrit de thèse. Tout d'abord, Maxworthy a montré que la formation de l'anneau tourbillonnaire dépend du nombre de Reynolds $Re = UD/\nu$ qui est de l'ordre de 10⁴ dans son étude. Il met également en avant que de la vorticité de signe opposée au vortex en formation entre dans ce dernier, ce qui a pour effet de faire baisser sa circulation au cours de sa formation. Lorsque le vortex se détache de l'orifice, un vortex d'arrêt se forme alors et pénètre à l'intérieur du tube tandis que l'anneau tourbillonnaire primaire se propage en s'éloignant du tube. Enfin, les visualisations expérimentales, dont un exemple est donné sur la figure 1.13, montrent que l'anneau tourbillonnaire n'est pas parfaitement axisymétrique lorsqu'il se détache du piston, mais se déstabilise en oscillant. Saffman [139] a mené par la suite une étude théorique sur l'anneau tourbillonnaire se formant à la sortie d'un tube et d'un orifice. En repartant des résultats de Kaden [51], il en a déduit que

$$2R(t) - D \propto L(t)^{2/3} D^{1/3}, \quad a \propto L(t)^{2/3} D^{1/3} \quad \text{et} \quad \Gamma \propto U(t) L(t)^{1/3} D^{2/3}.$$
 (1.44)

L'auteur explique que les résultats sont valables pour les deux configurations de

la figure 1.12 avec un changement dans les coefficients de proportionnalité. L'auteur a vérifié que les équations (1.44) sont en accord avec des études expérimentales antérieures sur la génération de vortex à la sortie d'un tube et d'un orifice [62] et en particulier avec l'étude de Maxworthy [93]. Didden [30] a effectué peu après des expériences de génération d'anneaux tourbillonnaires à la sortie d'un tube circulaire. Une des visualisations obtenues dans un plan médian au tube est montrée sur la figure 1.14. Il retrouve bien expérimentalement que le rayon du cœur du vortex a est proportionnel à $L(t)^{2/3}D^{1/3}$. De plus, les positions du vortex Δr et Δz par rapport au bord du tube (r = D/2 et z = 0) sont proportionnelles à $L(t)^{2/3}D^{1/3}$ au début de la formation du tourbillon. Les résultats s'éloignent ensuite de la prédiction théorique. Ces résultats sont confirmés par une étude numérique de Hettel et al. [44] utilisant la méthode des volumes finis.

Pullin [128] et Nitsche [111] ont étendu cette analyse expérimentale aux vitesses de piston non constante de la forme $U(t) = At^m$ où m = 0, 1, 1/2. En particulier, Nitsche [111] a montré expérimentalement que l'évolution temporelle du vortex est en très bon accord avec les équations (1.44) et avec $\Delta r, \Delta z \propto L(t)^{2/3}D^{1/3}$.

À partir de nouvelles considérations, Gharib et al. [40] ont introduit la notion d'un "nombre de formation" qui correspond au rapport de la longueur de course parcourue par le piston L(t) sur la taille de l'orifice de sortie D. Dans leur étude expérimentale, ils ont étudié différents profils de vitesse du piston, différentes valeurs de D et ont fait varier le rapport L(t)/D dans une large gamme. Ils ont montré que pour l'ensemble des expériences, l'anneau tourbillonnaire cesse de croître audelà d'une certaine valeur critique de L(t)/D et se détache alors du tube. Pour les



FIGURE 1.14 – Visualisation par filaments de colorant de la formation d'un anneau tourbillonnaire à la sortie d'un tube de section circulaire dans son plan médian. Images extraites de Didden [30] pour U = 4,6 cm/s, L/D = 1,4 avec fin du mouvement du piston à t = 1,6 s.

différents écoulement considérés, la valeur du nombre de formation critique varie peu autour de 4 et les auteurs affirment que cette valeur serait universelle. Cette valeur critique n'est d'ailleurs pas s'en rappeler les études sur la génération d'anneaux tourbillonnaires dans le sillage d'un disque [50, 184] qui ont montré que la circulation du tourbillon atteint un plateau lorsque $L(t)/D \simeq 4$. Différentes approches théoriques expliquent ce seuil par une contrainte sur l'énergie du tourbillon [40, 100] ou son volume |84| et toutes retrouvent une valeur critique de L(t)/D proche de 4. Dans une étude numérique utilisant une méthode des éléments finis, Rosenfeld et al. [137] ont montré tout de même que différents profils de vitesse donnent des valeurs différentes du nombre de formation critique. En particulier, un profil de vitesse non impulsif tend à retarder la fin de la croissance du tourbillon tandis qu'elle a lieu plus tôt lorsque la vitesse n'est pas constante sur l'ensemble de la course du piston. Cela explique la variation du nombre de formation obtenue par Gharib et al. [40]. Dabiri [21] résume ces résultats et fait un parallèle avec des systèmes biologiques, comme par exemple la nage ou le vol animal. Concernant la situation purement bidimensionnelle. un dipôle de vortex en forme de tube se forme et des études suggèrent que ce phénomène est retardé [38], voire inexistant [120].

Enfin, certaines études ont superposé un écoulement dans le même sens ou dans le sens contraire à celui imposé par le piston. Krueger et al. [60, 61] ont montré alors qu'un écoulement dans la direction du piston tend à diminuer le nombre de formation critique. À l'inverse, dans le cas d'un écoulement opposé à la direction du piston, le nombre de formation critique augmente permettant aux anneaux tourbillonnaires générés d'emmagasiner plus de circulation [22].

d) Génération par un objet en oscillation

Lorsqu'un objet de taille caractéristique D oscille avec une amplitude A et une fréquence f et donc une vitesse $V(t) = V_m \sin(2\pi f t)$ où $V_m = 2\pi f A$, les structures tourbillonnaires générées par le va-et-vient de l'objet interagissent entre elles, ce qui complexifie davantage l'écoulement généré.

L'oscillation d'un disque dans un fluide initialement au repos a tout d'abord été considérée dans l'étude de de Bernardinis et al. [25] dans laquelle une simulation basée sur la "Vortex Method" et une expérience sont comparées pour $A/D \simeq 0.9$ et $Re \simeq 10^4$. Dans cette unique configuration, les vortex obtenus numériquement sont en bon accord avec l'expérience. Une étude plus étendue a été menée par Tao et Thiagarajan [161] en 2003. Un disque d'épaisseur e est mis en oscillation pour différentes valeurs de rapport d'aspect e/D, A/D et Re. Plusieurs régimes d'émission de vortex sont alors distingués. En particulier, il existe un régime dans lequel les anneaux tourbillonnaires émis lors de chaque cycle sont symétriques et un autre dans lequel ils sont asymétriques, c'est-à-dire qu'il y a émission de vortex quasi-unidirectionnelle. Selon les auteurs, le rapport d'aspect e/D dicte ces régimes. Ainsi, à fort rapport d'aspect, l'écoulement tend à être symétrique car les interactions entre vortex sont faibles. Deng et al. [28] ont observé les mêmes régimes d'écoulement et suggèrent que la fréquence, et donc le nombre de Reynolds, y joue également un rôle.

Shrestha et al. [152] ont mené une étude plus large des différents régimes d'émis-



FIGURE 1.15 – Diagramme des régimes d'écoulement dans le sillage d'une plaque bidimensionnelle en oscillation [152] dans la plan (β, ϵ) où $\beta = fD^2/\nu$ et $\epsilon = A/D$.



FIGURE 1.16 – Visualisation par film de savon d'une allée tourbillonnaire dans le sillage d'un "flapping foil" [145].

sion de vortex par une plaque en oscillation. Dans cette étude la largeur de la plaque ainsi que son épaisseur sont fixées respectivement à D = 14.8 mm et e = 0.53 mm. Il est supposé que la plaque est assez longue pour que l'écoulement soit bidimensionnel. Ces auteurs ont établit un diagramme des régimes d'écoulement dans le plan $(fD^2/\nu, A/D)$ qui est donné sur la figure 1.15. Les régimes A, B et D correspondent à des régimes d'écoulement symétriques tandis que les régimes C et E correspondent à des écoulements asymétriques entre le dessus et le dessous de la plaque. Il est intéressant de constater que l'asymétrie de vortex existe donc également dans une situation purement bidimensionnelle.

D'autres études ont également mis en évidence l'apparition de cette asymétrie et portent plus particulièrement sur l'apparition d'une force de portance sur une oscillation complète associée à cette asymétrie [34, 35]. En complément des différents régimes d'écoulement observés, des études numériques [113, 166] et expérimentales [169] ont montré que les tourbillons se formant dans le sillage d'un disque ou d'une plaque en oscillation peuvent perdre leur symétrie selon la valeur du rapport A/Det du nombre de Reynolds. Cela peut conduire au déplacement de la plaque comme montré par Vandenberghe et al. [169].

De manière similaire, des études se sont intéressées au problème de l'oscillation horizontale d'un cylindre vertical dans un fluide initialement au repos et ont montré que la symétrie des vortex émis lors de chaque demi-oscillation dépend des paramètres d'oscillation du cylindre A/D et fD^2/ν [71, 162]. Plus classiquement, beaucoup d'études portent sur l'oscillation de ce même cylindre cette fois-ci dans un écoulement horizontale uniforme perpendiculaire à l'oscillation du cylindre. En 1969, Toebes [167] en propose une première étude expérimentale et suggère que la circulation et la périodicité d'émission des vortex sont aléatoires. De plus, plusieurs régimes d'émission de vortex sont observés expérimentalement [19, 181] et numériquement [13, 31, 86] en fonction de l'amplitude et la fréquence d'oscillation par rapport aux dimensions du cylindre.

Comme introduit dans le contexte de ce manuscrit, la génération de tourbillons est primordiale dans la locomotion aquatique et aérienne des animaux. Ces tourbillons ont souvent été observés en modélisant les nageoires et les ailes par le battement de plaques [36] ou de profils aérodynamiques cambrés plus ou moins réalistes [41, 118, 133–135, 164, 189] dans un écoulement initialement au repos. Ces études mettent en avant que la locomotion peut être rendue plus efficace par la flexibilité de la plaque [133], son rapport d'aspect [135] ou par des mouvements collectifs [134]. La nage est par ailleurs plus efficace lorsque les tourbillons sont formés à proximité d'une paroi [131, 132]. Enfin, des études se sont penchées également sur le battement d'objets plats profilés non flexibles [103, 145, 148, 175] comme illustré sur la figure 1.16 et flexibles [17, 48, 99] dans un écoulement uniforme. Ces études mettent principalement en évidence la génération d'allées tourbillonnaires de type von Kàrman.

Ainsi, lorsqu'un objet oscille, les interactions entre tourbillons peuvent être significatives et rendent la caractérisation de l'écoulement très délicate. Le problème se complexifie davantage lorsque, par exemple, un disque oscille à proximité d'une paroi comme l'ont regardé numériquement Garrido-Mendoza et al. [39]. L'interaction des tourbillons est alors différente et cela conduit à une modification des forces s'exerçant sur le disque en oscillation. La compréhension de cette configuration nécessite de connaître comment les tourbillons interagissent avec une paroi et c'est ce que nous allons désormais discuter.

1.3 Impact de tourbillons sur une paroi

Lorsqu'un tourbillon s'approche d'une paroi, il est dévié de sa trajectoire en interagissant avec cette dernière. Nous allons nous concentrer ici principalement sur les résultats concernant l'interaction d'anneaux tourbillonnaires avec une paroi.

L'article de Walker et al. [174] est une référence dans ce domaine. Dans cette étude expérimentale et théorique, l'approche d'un anneau tourbillonnaire d'une paroi solide est décortiquée comme schématisée sur la figure 1.17. Expérimentalement, le vortex est généré à la sortie d'un tube, comme décrit dans la section 1.2.2.c . Lorsque l'anneau se trouve à une distance de la paroi de l'ordre du rayon de son cœur, une importante couche limite instationnaire s'y forme et finit par se détacher sous la forme d'un anneau tourbillonnaire secondaire. Le rayon de l'anneau tourbillonnaire primaire grandit à mesure qu'il s'approche de plus en plus lentement de la paroi. L'expansion radiale du vortex primaire est ensuite stoppée par le vortex secondaire. Un vortex tertiaire peut également se former pour des nombres de Reynolds importants. Ces observations ont été confirmées quelques années plus tard par des études numériques [115, 116] qui, en comparant l'évolution d'un anneau tourbillonnaire à l'approche d'une paroi avec une condition de glissement et de nonglissement, montrent que le "rebond" du vortex est bien causé par la séparation de la couche limite et la formation d'un vortex satellite secondaire. Le décollement de la couche limite est d'ailleurs également observé en 2D pour un dipôle de vortex contrarotatifs [58].

De nombreuses études numériques [108, 121, 159] ont confirmé l'évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire et ont apporté des éléments supplémentaires sur la formation et le décollement de la couche limite et les instabilités du vortex secondaire. Par ailleurs, lorsque l'anneau tourbillonnaire s'approche d'une paroi inclinée [83], l'anneau tridimensionnel se déforme et des structures tourbillonnaires plus complexes font leur apparition, cela va toutefois bien au-delà du champs d'étude de cette thèse. Une synthèse des travaux sur les impacts d'anneaux tourbillonnaires contre une paroi peut être retrouvée dans une revue de Verzicco et Orlandi [171].

Enfin, Thompson et al. [165] ont étudié expérimentalement et numériquement par la méthode des éléments spectraux l'approche à vitesse constante U d'une sphère de diamètre D au voisinage d'une paroi. En particulier, les auteurs se sont intéressés à l'interaction avec la paroi de l'anneau tourbillonnaire s'étant formé dans le sillage de la sphère après son arrêt à une certaine distance de la paroi. Il est intéressant de constater que le comportement de l'anneau tourbillonnaire, illustré sur la figure 1.18, est assez similaire au cas précédent avec la génération de vortex secondaires par décollement de la couche limite induit par l'anneau tourbillonnaire primaire. À noter qu'en complément du vortex secondaire se formant par interaction de l'anneau



FIGURE 1.17 – Schéma tiré de Walker et al. [174] des tourbillons primaires, secondaires et tertiaires se formant lors de l'approche d'un anneau tourbillonnaire vers une paroi. (a) Le tourbillon primaire s'approche de la paroi et la couche limite commence à se décoller, (b) génération du tourbillon secondaire et (c) génération du vortex tertiaire.



FIGURE 1.18 – Visualisation expérimentale de l'impact d'un anneau tourbillonnaire généré dans le sillage d'une sphère contre une paroi solide pour $Re = UD/\nu = 800$ et L/D = 5 issue de Thompson et al. [165].

primaire avec la paroi, un vortex d'arrêt peut également se former sur le contour de la sphère à son arrêt lorsque l'anneau tourbillonnaire la contourne.

1.4 Érosion d'un lit granulaire

1.4.1 Les milieux granulaires

Un milieu granulaire est une assemblée de grains, dont la taille est en général supérieure à 100μ m. En-dessous de cette valeur où des forces de type van der Waals interviennent, on parle plutôt de poudre [3]. Ces particules peuvent avoir plusieurs formes et tailles, mais nous ne traiterons que de grains sphériques dans ce manuscrit. Les milieux granulaires sont très présents dans la nature (pouvant former des dunes de sable dans le désert comme illustré sur la figure 1.19(a) ou à la plage, gravier, neige, grains de café illustrés sur la figure 1.19(b), etc), mais également dans de nombreux secteurs industriels (pharmaceutique, agroalimentaire, etc). Il est alors primordial de bien comprendre le comportement de ces milieux qui peuvent se comporter tantôt comme un solide, tantôt comme un fluide, tantôt comme un gaz.

Différentes forces sont à prendre en considération lorsqu'on étudie les milieux granulaires. Elles dépendent de la taille des grains, de leur concentration, mais également du fluide environnant. Ainsi, le comportement d'un milieu granulaire diffère qu'il soit sec (dans l'air) ou mouillé (immergé dans l'eau). Dans la suite, nous allons



FIGURE 1.19Photographies d'exemples de milieux granu-Dune (https://pixabay.com/fr/photos/d%C3% laires. (a)de sable A9sert-dunes-de-sable-dunes-sec-1270345/) (b) grains et de café (https://pixabay.com/fr/photos/grains-de-caf%C3%A9-caf%C3%A9-r%C3% B4ti-haricots-917613/).

nous concentrer sur les milieux granulaires immergés et plus précisément sur leur mise en mouvement. Cela nécessite l'introduction des notions de sédimentation et d'érosion et des deux nombres sans dimension associés à ces processus : les nombres d'Archimède et de Shields.

1.4.2 Sédimentation et nombre d'Archimède

Lorsqu'un grain de diamètre d et de densité ρ_p est lâché dans un fluide de densité ρ et de viscosité dynamique η , il chute sous l'effet de son poids, on dit qu'il sédimente. Sa vitesse de sédimentation maximale U_s dépend du régime de sédimentation, visqueux ou inertiel, dans lequel on se trouve. Le nombre d'Archimède, Arqui est le rapport des forces gravitationnelles sur les forces visqueuses permet de délimiter ces deux régimes

$$Ar = \frac{\rho \Delta \rho g d^3}{\mu^2},\tag{1.45}$$

où g est l'accélération de la pesanteur et $\Delta \rho = \rho_p - \rho$ est la différence de densité entre le grain et le fluide.

Lorsque $Ar \ll 1$, le régime est visqueux, la particule est soumise à une traînée fluide visqueuse $F_d = 3\pi\mu dU_{sv}$ et sa vitesse terminale vaut $U_{sv} = \Delta \rho g d^2/18\mu$. Le nombre d'Archimède correspond donc, à un facteur 18 près, au nombre de Reynolds basé sur la vitesse de sédimentation de la particule en régime visqueux $Re = \rho 18U_{sv}d/\mu$. À l'inverse, en régime inertiel, $Ar \gg 1$, le grain est soumis à une traînée fluide inertielle $F_d = C_d \pi \rho d^2 U_{si}^2/4$ où $C_d \simeq 0.4$ et sa vitesse terminale vaut alors $U_{si} = \sqrt{10\Delta\rho g d/3\rho}$.

1.4.3 Érosion et nombre de Shields

Considérons à nouveau un grain cette fois-ci déposé sur un lit granulaire entre deux autres grains et soumis à un écoulement fluide comme schématisé sur la figure 1.20. Le grain est soumis à son poids apparent P, c'est-à-dire son poids diminué de la

poussée d'Archimède. De plus, l'écoulement fluide exerce sur le grain une contrainte hydrodynamique τ_f . La force motrice exercée par le fluide sur le grain est alors proportionnelle à

$$F_f \propto \tau_f d^2. \tag{1.46}$$

Par ailleurs, des frottements solides s'appliquent entre les grains en contact les uns avec les autres. Selon les lois de Coloumb, cette force de frottement solide est proportionnelle au poids apparent de la particule. Ainsi, si on suppose qu'aucune force de cohésion n'existe entre les grains, la force qui stabilise le grain est proportionnelle au poids apparent telle que

$$F_s \propto \Delta \rho g d^3.$$
 (1.47)

Le nombre de Shields Sh [150] correspond au rapport de la force motrice exercée par le fluide et de la force stabilisatrice tel que

$$Sh = \frac{\tau_f}{\Delta \rho g d}.$$
(1.48)

Ce nombre sans dimension est important dans un contexte d'érosion, mais la détermination de sa valeur quantitative nécessite la mesure de la contrainte hydrodynamique à l'échelle du grain τ_f . La détermination de cette contrainte est complexe et dépend de différents facteurs. On distingue en général deux régimes : le régime visqueux et le régime inertiel.

Dans le régime visqueux, pour des nombres de Reynolds suffisamment faibles, la contrainte à la paroi exercée par l'écoulement est alors d'origine visqueuse. On peut remonter à la contrainte à partir de la connaissance du profil de vitesse dans la couche limite $\tau_f = \mu \partial u / \partial z$. La contrainte se détermine généralement en z = d/2et sa détermination nécessite donc une bonne connaissance du profil de la vitesse à l'échelle du grain.

Dans le régime inertiel, ou turbulent, la force motrice hydrodynamique provient notamment du champ de pression. On considère que le profil de la vitesse près du lit de grain est logarithmique tel que





FIGURE 1.20 – Schématisation de grains à l'équilibre en contact les uns avec les autres.

où $\kappa \simeq 0,41$ est la constante universelle de von Kàrman à condition que le nombre de Reynolds soit suffisamment élevé, δ_v correspond à l'épaisseur de la sous-couche visqueuse à l'intérieur de laquelle les effets visqueux prédominent et B une constante non universelle de l'ordre de 5. La vitesse de frottement u_* est définie par $\tau_f = \rho u_*^2$ et le nombre de Shields en régime inertiel s'écrit alors

$$Sh_* = \frac{\rho u_*^2}{\Delta \rho g d}.$$
(1.50)

La vitesse pariétale u_* n'est pas une vitesse facilement mesurable, c'est pourquoi on y substitue, en général, une vitesse caractéristique de l'écoulement U qui n'est souvent pas locale.

$$Sh = \frac{\rho U^2}{\Delta \rho g d}.$$
(1.51)

La transition entre ces deux régimes visqueux et inertiel dépend d'un nombre de Reynolds particulaire global basé sur le rapport des forces inertielles sur les forces visqueuses

$$Re_p = \frac{Ud}{\nu}.$$
(1.52)

où ν est la viscosité du fluide. Lorsque $Re_p \gg 1$, le régime d'érosion est inertiel, tandis que lorsque $Re_p \ll 1$, la force hydrodynamique responsable du mouvement des grains est visqueuse. Si on a accès à u^* , il est alors possible de définir un nombre de Reynolds particulaire local $Re_p^* = u_*d/\nu$.

1.4.4 Seuil d'érosion

Lorsque nous avons connaissance de la contrainte hydrodynamique τ_f , il est possible de mesurer la contrainte critique, ou de manière équivalent le nombre de Shields critique, à partir de laquelle des grains sont mis en mouvement. On parle alors de seuil d'érosion.

Beaucoup d'études, dont celle de Shields [150] est pionnière, se sont concentrées sur l'érosion d'un lit de grains horizontal par un écoulement homogène et sur la détermination du Shields critique d'érosion dans cette configuration. Les résultats de Shields [150] se regroupent sur une courbe maîtresse tracée sur la figure 1.21. Le nombre de Shields critique est représenté sur cette figure en fonction du nombre de Reynolds particulaire basé sur la vitesse de frottement u_* , $Re_p^* = u_*d/\nu$. Pour les grands nombres de Reynolds particulaire, le nombre de Shields critique tend vers une constante tandis qu'il augmente pour les petits Re_p^* . La tendance de cette courbe maîtresse a été confirmée par de nombreuses études [170, 180] dans lesquelles la taille et la masse volumique des grains ont été modifiées.

Néanmoins, la valeur du nombre de Shields critique dépend de la géométrie des grains et présente une forte dispersion [18, 74]. Cela est notamment une conséquence de la façon dont le lit de grains est préparé par l'expérimentateur ce qui peut donner lieu, par exemple, à des fractions volumiques différentes d'une expérience à l'autre. Une façon de se soustraire à ce problème est de considérer les forces hydrodynamiques ne s'appliquant que sur un grain isolé et déposé sur une paroi non érodable



FIGURE 1.21 – Diagramme du nombre de Shields critique d'érosion en fonction du nombre de Reynolds particulaire basé sur la vitesse de frottement u_* issu de Shields [150].

[130]. La dispersion des données est également causée par la façon dont les seuils sont mesurés. En effet, le seuil d'érosion est atteint lorsqu'un nombre significatif de grains est mis en mouvement, mais cela est sujet à l'interprétation des expérimentateurs. Que représente une quantité significative de grains? Combien de temps faut-il observer le lit de grains? D'autres expérimentateurs mesurent le seuil par des méthodes d'extrapolation du transport sédimentaire à zéro ou à une valeur de référence [24, 150], mais la méthode d'extrapolation utilisée n'est pas toujours identique et peut dépendre de la loi de transport considérée au-dessus du seuil et qui est elle-même sujette à débat. Enfin, lorsque l'écoulement est turbulent, des fluctuations de vitesse importantes peuvent mettre en mouvement des grains pour des vitesses moyennes d'écoulement faibles. Certains auteurs se sont affranchis du problème du caractère instationnaire des écoulements turbulents en se concentrant sur des mesures de seuils d'érosion [117] et de transport des grains [5] dans des écoulements laminaires. Cela limite néanmoins le champs d'étude. Le problème de la mesure du seuil d'érosion est inhérent à ce domaine et il est souvent difficile de comparer quantitativement des seuils d'une étude à l'autre. Il est toutefois possible de vérifier l'accord entre les tendances des courbes.

De nombreuses études se sont intéressées à des configurations plus complexes. Par exemple, lorsque le lit de grains est incliné, le seuil d'érosion est modifié [32, 85]. En effet, si le lit de sédiments est incliné dans le sens de l'écoulement, la valeur du nombre de Shields critique diminue tandis qu'il augmente lorsque le lit est incliné dans le sens opposé à l'écoulement.

Enfin, dans les situations pour lesquelles l'écoulement n'est plus stationnaire et homogène, la détermination de la contrainte au lit granulaire devient bien plus délicate. Parmi ces configurations, il y a notamment l'érosion par jet laminaire et turbulent [6, 7, 42, 63, 72, 147, 153, 158, 172] comme illustré sur la figure 1.22(a). La



FIGURE 1.22 – (a) Schéma d'une expérience d'érosion par jet extrait de Sharma et al. [147]. (b) Schéma des tourbillons se formant au voisinage d'un cylindre dans un écoulement uniforme extrait de Lachaussee [69].

définition du nombre de Shields est alors basée sur des modèles de jet sans mesure précise de la contrainte à la paroi. La morphologie du cratère obtenue au-delà du seuil d'érosion a également été largement étudiée. Qui plus est, l'érosion dans le sillage d'un cylindre, similaire à une pile de pont, est également une situation fortement instationnaire. En effet, des structures tourbillonnaires en fer à cheval (TFC) et en colonne se forment autour et dans le sillage du cylindre [68, 69, 90, 107, 138, 168] comme illustré sur le schéma de la figure 1.22(b). Le caractère très instationnaire de ces tourbillons complexifie la mesure de la contrainte au lit de grains et par là la définition d'un nombre de Shields critique.

Dans les deux dernières configurations présentées ici, le rôle des tourbillons dans l'érosion est essentiel, mais les propriétés des tourbillons qui se forment y sont mal contrôlées et mal connues. Des tourbillons en forme d'entonnoir se forment également dans la couche limite turbulente et peuvent mettre en mouvement des grains [52, 53]. S'intéresser à l'érosion et au transport de grains par des tourbillons, tout en contrôlant ces derniers, est donc un problème très riche et intéressant dont nous allons présenter les principales avancées.

1.5 Érosion par impact de tourbillons

1.5.1 Érosion par anneaux tourbillonnaires

Nous avons vu dans la section 1.2.2.c que la génération d'anneaux tourbillonnaire à la sortie d'un orifice a été largement étudiée dans la littérature. Sutherland [157] fut le premier à suggérer l'utilisation d'un tel mécanisme pour étudier l'impact d'un anneau tourbillonnaire sur un lit granulaire.

Munro et al. [106] reprennent ce mécanisme. Pour différentes tailles et densités de grains, le seuil d'érosion est mesuré et ramené à un nombre de Shields inertiel basé sur la vitesse d'advection de l'anneau tourbillonnaire. Les auteurs observent qu'en régime inertiel ($Re_p \gg 1$), ce nombre de Shields est constant, mais qu'il augmente rapidement lorsqu'on passe dans un régime visqueux ($Re_p \ll 1$). Les auteurs ont également étudié la déformation du milieu granulaire au-dessus du seuil d'érosion

et une séquence d'images d'un tel événement est montré sur la figure 1.23. Le motif d'érosion est circulaire avec des déformations en forme de rainures correspondants, selon les auteurs, à des instabilités de l'anneau tourbillonnaire.

Cette étude a été poursuivie par Bethke et Dalziel [11]. Ils ont comparé des expériences d'impact d'un anneau tourbillonnaire sur une paroi solide et sur un milieu granulaire. Ils ont montré que l'écoulement généré par l'anneau tourbillonnaire proche du lit granulaire correspond à l'écoulement théorique obtenu en fluide parfait contrairement à ce qui est observé lorsqu'il s'approche d'une paroi solide. Ils ont alors mesuré le seuil d'érosion et construit un nombre de Shields basé sur la vitesse locale mesurée expérimentalement au niveau du lit granulaire. Ces auteurs ont en particulier mis en évidence que le nombre de Shields critique d'érosion diminue lorsque la taille des particules augmente $Sh \propto Re_p^{-1/2}$ où Re_p est le nombre de Reynolds particulaire basé sur la vitesse terminale de sédimentation de la particule. Ils ont également montré l'effet de la perméabilité du lit granulaire. En effet, lorsque la taille des particules diminue, la profondeur du cratère obtenue augmente, mais sa largeur diminue, mettant en avant que l'anneau tourbillonnaire pénètre plus profondément dans le lit granulaire car celui-ci est plus perméable. En effet, lorsqu'un anneau tourbillonnaire s'approche d'un milieu très perméable, ce dernier s'étire moins et la formation de l'anneau secondaire est retardée [104]. Enfin, Bethke et Dalziel [11] ont montré qu'une loi de puissance qui dépend de la taille des sédiments relie l'énergie cinétique de l'anneau tourbillonnaire à l'énergie potentielle finale du cratère. Le seuil d'érosion est également grandement modifié lorsqu'on impose une pente au milieu granulaire car la propagation de l'anneau tourbillonnaire n'est plus perpendiculaire au lit de grains [105].

Masuda et al. [92] ne se sont pas concentrés sur l'érosion, mais sur l'influence du milieu granulaire sur le "rebond" de l'anneau tourbillonnaire. La présence de grains limite l'arrachement de la couche de vorticité qui est observé lorsque la paroi est solide et que le fluide ne peut donc pas y pénétrer. De même, ils ont mis en avant la formation d'instabilités en épingle à cheveux tout autour de l'anneau tourbillonnaire primaire. Ces instabilités apparaissent après l'impact de l'anneau tourbillonnaire contre le lit granulaire et l'arrachement du vortex secondaire de la couche limite



FIGURE 1.23 – Séquence d'images montrant la déformation du lit granulaire par l'impact d'un anneau tourbillonnaire au-delà du seuil d'érosion $(Sh/Sh_c = 3,2)$ issue de Munro et al. [106].



FIGURE 1.24 – (a) Photographie montrant des tourbillons en épingle à cheveux ("hairpin vortices") générés après l'impact d'un anneau tourbillonnaire sur un lit granulaire tirée de Masuda et al. [92]. (b) Déformation du milieu granulaire en rainures ("groove") et fossettes ("dimples") extraite de Yoshida et Sano [186].

dont les instabilités 1 proviennent. Ces vortex sont remarquablement illustrés sur la figure 1.24(a).

Selon Yoshida et al. [188], les instabilités de l'anneau tourbillonnaire primaire expliquent la déformation du lit granulaire en rainures observée par Munro et al. [106] et dont un exemple est représenté sur la figure 1.23. Les tourbillons en épingle à cheveux (voir figure 1.24(a)) sont quant à eux responsables d'une déformation du lit granulaire en "fossettes" ("dimples" sur la figure 1.24(b)) à plus haut nombre de Reynolds. Malgré un nombre de Reynolds plus élevé que dans l'étude de Yoshida et al. [188], Munro et al. [106] n'ont pas observé la formation de ces fossettes, probablement car le rayon de leur anneau tourbillonnaire était plus élevé et qu'il n'y avait alors pas formation de vortex en épingle à cheveux. En particulier, il a été observé que le nombre de fossettes et le volume érodé augmentent avec le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de translation du tourbillon et son rayon [186], ainsi que la profondeur maximale du cratère [187].

Ainsi, l'interaction d'un anneau tourbillonnaire avec un milieu granulaire est un problème complexe dû aux différentes instabilités du tourbillon et de la rétroaction des grains sur ce dernier.

1.5.2 Érosion au voisinage d'un objet en translation

Dans le contexte de la resuspension de polluants dans un environnement clos, des études ont porté sur l'interaction de l'écoulement induit par le mouvement d'un objet en translation avec un lit de grains, souvent comparé avec la marche d'un individu.

Eames et Dalziel [33], par exemple, ont observé l'érosion au voisinage d'une sphère s'approchant ou s'éloignant d'un lit granulaire à vitesse constante U. Lorsque la sphère s'approche, l'anneau tourbillonnaire contourne cette dernière et impacte le lit granulaire après son arrêt induit la formation d'un anneau tourbillonnaire d'arrêt en interagissant avec la sphère. Ces deux structures tourbillonnaires érodent ensuite le lit granulaire en un motif bien particulier illustré sur la figure 1.25 qui rappelle le motif d'érosion par anneau tourbillonnaire de la figure 1.23. Ils ont construit un



FIGURE 1.25 – Séquence d'images de l'érosion par l'écoulement induit par une sphère s'approchant d'un lit granulaire et s'arrêtant juste avant de l'impacter issue de Eames et Dalziel [33].

nombre de Shields global basé sur la vitesse de la sphère et trouvé une relation semi-empirique en fonction du nombre de Reynolds particulaire basé sur la vitesse terminale de sédimentation et permettant de déterminer la valeur du nombre de Shields au seuil d'érosion. Ils ont vérifié cette relation en modifiant la masse volumique et la taille des particules afin de faire varier Re_p . Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus lors de l'érosion par vortex [11, 92, 106, 188] avec une décroissance du nombre de Shields critique en $Re_p^{-1/2}$ lorsque $Re_p \leq 1$. Lorsque la sphère s'éloigne de la paroi, l'érosion est en revanche bien moins efficace. Enfin, les auteurs ont également effectué des expériences d'approche d'une sphère en incidence non normale. Dès lors, l'érosion n'est évidemment plus axisymétrique car l'axe de l'anneau tourbillonnaire qui s'approche du lit de sédiments fait un angle avec ce dernier.

Toujours dans ce contexte et à la suite des travaux préliminaires de Mädler et Koch [95], Khalifa et Elhadidi [55] ont établi en 2007 un modèle analytique de l'écoulement dans l'interstice entre le disque et le milieu granulaire dont il s'approche. Ils ont utilisé ce modèle pour prédire le déplacement des particules sous le disque. Ils ont également effectué des simulations numériques de la même configuration afin de mettre en avant le rôle que joue les structures tourbillonnaires dans le déplacement des particules. En effet, lorsque le disque descend, du fluide est éjecté de l'interstice



FIGURE 1.26 – Séquence d'images issue de Kubota et al. [65] montrant la mise en suspension de matière granulaire par l'approche d'un disque (en haut) et son éloignement (en bas) pour $U \simeq 2$ m/s et un espacement minimum entre le disque et le milieu granulaire de h = 0,1 mm.

entre le disque et les grains à très forte vitesse ce qui déplace radialement et peut mettre en suspension des particules. Ils ont montré que le déplacement des particules est plus important sur les bords du disque et que l'anneau tourbillonnaire y contribue de manière très efficace. Cette étude n'est pas confirmée par des études expérimentales et ne s'intéressent qu'à des particules de faible rayon, inférieur à 100 μ m.

Dans le contexte de la resuspension de polluants, Kubota et al. [65, 66] ont mené une étude expérimentale dans laquelle un disque s'approche ou s'éloigne d'une paroi, sur laquelle des particules ont été déposées, à une vitesse typique de celle d'un pied. La mise en suspension des particules est illustrée dans les deux situations sur la séquence d'images de la figure 1.26. Leurs observations sont similaires à celles de Khalifa et Elhadidi [55] lors de l'approche du disque. Le déplacement des particules est important sur les bords du disque et l'anneau tourbillonnaire contribue efficacement au déplacement des sédiments. De plus, le motif d'érosion est marqué par des rainures, tout comme dans les études d'érosion par anneau tourbillonnaire [106, 186, 188] et sont attribuées à des instabilités azimutales de l'anneau tourbillonnaire. Lorsque le disque s'éloigne, ils ont montré cette fois-ci que les particules sont principalement remises en suspension sous le disque. Les auteurs ont toutefois mis en évidence que, de manière analogue à ce que l'on voit sur la figure 1.26, l'approche et l'éloignement du disque sont tout aussi efficaces pour éroder un lit granulaire dans ce cas particulier, ce qui diffère des observations de Eames et Dalziel [33] et est attribué à la différence de géométrie : un disque dans le cas de Khalifa et Elhadidi [55] et une sphère dans le cas de Eames et Dalziel [33].

Zhang et al. [190] ont modélisé quant à eux expérimentalement et numériquement la marche de façon plus réaliste en prenant en compte l'inclinaison d'un pied chaussé



FIGURE 1.27 – Séquence d'images montrant les vortex générés après le piétinement d'un lit de particules par un pied humain. Vues (a) sur le côté (b) à l'avant et (c) au talon de la chaussure issue de Kubota et Higuchi [64].

lorsque celui-ci s'approche du sol. Ils ont montré que la rugosité et la taille de la chaussure ont un effet sur la resuspension des particules. Enfin, Kubota et Higuchi [64] ont poussé l'analyse plus loin en menant des expériences sur le piétinement d'une plaque allongée et d'une pantoufle dont les mouvements imitent ceux d'un humain comme illustré sur la figure 1.27. Ces objets ne sont ni bidimensionnels ni axisymétrique et les auteurs affirment que l'aspect tridimensionnel du problème influence beaucoup les résultats.

Certaines études en revanche s'éloignent de la situation de la resuspension de polluants par la marche et se concentrent sur des mouvements oscillatoires. Martino et al. [91], par exemple, ont considéré une plaque dont la surface est perpendiculaire au lit granulaire et qui oscille parallèlement par rapport à ce dernier. Lors de l'oscillation de la plaque, des tourbillons sont émis de part et d'autre de manière symétrique ou asymétrique selon la distance au lit granulaire et le nombre de Reynolds. L'analyse des seuils d'érosion mesurés par soustraction d'images a suggéré que les grains sont mis en mouvement lorsque la vitesse de la plaque est maximale. Au seuil, le rapport de cette vitesse sur la distance entre la plaque et le lit granulaire est quasiment constant.

Enfin, La Ragione et al. [67] ont considéré quant à eux l'oscillation verticale d'une plaque horizontale à proximité d'un lit de grains. La faible amplitude d'oscillation de cette plaque, de l'ordre du millimètre, est associée à une fréquence d'oscillation de



FIGURE 1.28 – Photographies du lit granulaire initial à gauche et du lit granulaire après 2×10^5 oscillations d'amplitude 1,5 mm et de fréquence 15 Hz de la plaque montrant la formation d'un monticule de grains à droite issus de La Ragione et al. [67].

l'ordre de la dizaine de Hertz. Ils ont observé la formation progressive d'un monticule de grains (voir figure 1.28) sous le centre du disque qu'ils attribuent principalement à un fort gradient de pression lors de la montée de la plaque. Lorsque cette plaque est flexible, plusieurs monticules se forment à la surface [126]. Aucune mention de la formation de vortex n'est cependant faite, probablement parce que la faible amplitude d'oscillation de la plaque ne permet pas leur formation.

1.6 Conclusion

L'état de l'art nous a permis d'introduire des notions sur les tourbillons et les milieux granulaires nécessaires à ce travail de thèse. L'érosion par tourbillons est un problème complexe sur lequel un certain nombre d'études se sont déjà penchés. L'objectif de cette thèse est d'étudier l'érosion d'un milieu granulaire par tourbillons en mettant en translation, non oscillatoire et oscillatoire, un disque. Pour ce faire nous avons mis en place un dispositif expérimental qui sera présenté dans le Chapitre 2 permettant de mettre en mouvement un disque à proximité d'un milieu granulaire. Nous avons également complété nos expériences à l'aide de simulations numériques qui seront également présentées dans ce chapitre. Les études les plus proches de notre configuration et que nous avons présentées dans la dernière partie de l'état de l'art [55, 65, 67] demeurent très descriptives. Aucune de ces études ne quantifient clairement, expérimentalement ou numériquement, le rôle du tourbillon dans l'érosion, voire, dans le cas de La Ragione et al. [67], se trouvent dans un régime d'oscillation du disque dans lequel il n'y a pas formation de tourbillons.

Afin de mieux comprendre le rôle de l'anneau tourbillonnaire dans l'érosion, nous avons décidé de décomposer le mouvement du disque dans un premier temps en ne considérant qu'une simple translation non oscillatoire. En se plaçant en milieu infini, nous allons caractériser quantitativement les anneaux tourbillonnaires se formant dans le sillage du disque dans le Chapitre 3 en nous appuyant sur les résultats théoriques de Wedemeyer [177]. Cela complètera les résultats que nous avons présentés sur la formation des anneaux tourbillonnaires de démarrage. Nous allons ensuite considérer un disque qui s'approche ou s'éloigne d'une paroi solide dans le Chapitre 4 et analyser comment la présence de la paroi modifie les propriétés des anneaux tourbillonnaires obtenus au chapitre précédent. L'étude expérimentale et numérique permet alors de caractériser l'écoulement et la formation d'anneaux tourbillonnaire que l'on rapportera ensuite à des mesures de seuil d'érosion. Ces mesures sont dans la continuité des études d'érosion par vortex que nous venons de présenter. Enfin, au Chapitre 5, nous présenterons des résultats portant sur un disque en oscillation loin et au voisinage d'une paroi solide ou érodable. Ce chapitre permettra de mettre en lumière toutes les complexités de cette situation.

Chapitre 2

Méthodes expérimentales et numériques

L'objectif de ce chapitre est de présenter le dispositif expérimental utilisé dans le cadre de ce travail de thèse ainsi que la configuration numérique implémentée sous le solveur Basilisk [124] afin de reproduire les expériences dans un premier temps, puis d'élargir la gamme de variation des paramètres de contrôle. Le programme de détection des vortex utilisé dans la suite sera également décrit.

2.1 Dispositif expérimental

2.1.1 Description générale

Le dispositif expérimental mis en place au laboratoire FAST est schématisé sur la figure 2.1(a) et une photographie du dispositif est montrée sur la figure 2.1(b). L'objectif de ce dispositif est de générer des anneaux tourbillonnaires et d'en étudier l'impact sur un lit granulaire. Les anneaux tourbillonnaires sont générés en mettant en translation simple ou en oscillation un disque qui se trouve à proximité ou non d'une paroi solide ou érodable (lit granulaire). Les expériences sont réalisées dans une cuve de section carrée de 40 cm de côté et de 60 cm de hauteur. La cuve est remplie d'eau jusqu'à une hauteur d'environ 40 cm à température ambiante et un plafond est placé juste en-dessous de la surface libre de façon à inhiber toute onde de surface qui pourrait perturber l'écoulement. Un disque, de diamètre D et d'épaisseur e, parallèle au fond de la cuve est relié à un moteur par un axe vertical de diamètre 1 cm qui peut se déplacer librement verticalement. Tous les disques utilisés sont rigides, en PVC et peints en noir pour éviter des réflexions parasites.

La translation verticale du disque est assurée par un servomoteur AC (ECMA-C20807RS) et un système d'excentrique schématisés sur les figures 2.2(a) et (b). Le système d'excentrique transforme la rotation de l'axe du moteur en une translation. Pour ce faire, l'excentrique (en jaune sur la figure 2.2) est fixé sur l'axe du moteur et tourne avec ce dernier. Une vis (en bleue sur la figure 2.2) est fixée à cet excentrique avec un décalage par rapport à son axe de rotation. La tête de cette vis est insérée dans une pièce qui peut coulisser librement verticalement (en vert) et ne conserve que le mouvement vertical de la vis. La tige est fixée à cette pièce coulissante au



FIGURE 2.1 – (a) Schématisation et (b) photographie du dispositif expérimental

bout de laquelle se trouve le disque. Le décalage de la vis fixée sur l'excentrique permet de régler la longueur de course du disque L entre 0,2 cm et 6 cm.

Lorsque l'axe du moteur tourne, le système mécanique mis en place permet de faire osciller verticalement le disque. On peut alors fixer le nombre d'oscillations du disque en imposant au moteur de faire le nombre de tours souhaité. Par exemple, le disque réalise une simple translation non oscillatoire lorsque l'axe du moteur effectue un demi-tour.

Le système de coordonnées (r, θ, z) qu'on utilise dans ce manuscrit est indiqué sur la figure 2.1(a). Il est centré radialement sur le disque et verticalement sur la position basse du disque. Le disque se trouve ainsi entre r = 0 et r = D/2 et se déplace verticalement entre z = 0 et z = L. Le disque peut être placé plus ou moins proche du fond de l'aquarium. La distance minimale entre le disque et le fond de la cuve est notée h_0 de sorte que la distance entre le dessous du disque et le fond



FIGURE 2.2 - (a) Schéma mécanique du dispositif expérimental et (b) Agrandissement sur la pièce transformant la rotation du moteur en translation du disque.



FIGURE 2.3 – Exemple d'un motif d'érosion obtenu après plusieurs oscillations du disque pour des billes de verre de diamètre $d = 70 - 110\mu$ m. Le lit granulaire a été creusé sur plus d'un centimètre faisant apparaître le fond de la cuve. On peut également apercevoir le cadre noir autour de la cuve permettant d'aplanir la surface initiale du lit granulaire.

de la cuve se situe entre h_0 et $L + h_0$. Le fond de la cuve peut être recouvert d'un lit granulaire sur une hauteur de 1 cm. Dans ce cas, la distance h_0 correspond alors à la distance entre le disque et la surface du lit granulaire. Le milieu granulaire est composé de billes de verre de diamètre $d \simeq 200 - 300 \mu \text{m}$ sauf mention contraire. La densité des billes de verre est de $\rho_p = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ soit 2,5 fois celle de l'eau. Un cadre de hauteur 1 cm est placé au fond de la cuve pour permettre d'aplanir la surface du lit granulaire avant chaque nouvelle expérience à l'aide d'une raclette. Lors du mouvement du disque, les billes de verre peuvent être mises en mouvement et un motif d'érosion apparait alors à la surface dont un exemple est illustré par la photographie de la figure 2.3.

L'écoulement généré par le mouvement du disque et l'érosion du lit de grains associée seront étudiés dans deux configurations : une configuration en aller simple dans laquelle le disque n'effectue qu'une translation du bas vers le haut ou du haut vers le bas dans les chapitres 3 et 4 et une configuration d'oscillation périodique dans le chapitre 5. Ces deux configurations sont décrites dans les sections suivantes et leurs notations seront rappelées au début des chapitres correspondants.

2.1.2 Mouvement du disque

a) Configuration en translation non oscillatoire

Dans cette configuration, l'axe du moteur n'effectue qu'un demi-tour à vitesse constante, faisant se déplacer le disque dans une direction avec une accélération et une décélération sinusoïdales. On définit le temps de parcours du disque τ , qui



FIGURE 2.4 – Comparaison au cours du temps (a) de la position z_d et (b) de la vitesse V_d expérimentales (o) et consignes (-) pour un disque démarrant en position haute et se dirigeant vers le bas. Les paramètres expérimentaux sont D = 10 cm, L = 4.4 cm, et $\tau = 0.42$ s.

correspond au temps que le disque met pour parcourir la longueur de course L. Ce temps de parcours correspond à la demi-période de rotation du moteur $T = 2\tau$. Dans cette configuration, le temps adimensionné t^* sera défini comme le rapport entre le temps et le temps de parcours du disque $t^* = t/\tau$. La vitesse du disque est nulle avant le départ du disque $t^* < 0$ et après l'arrêt du disque $t^* > 1$. La position verticale initiale d'un disque démarrant en position basse est $z_d(t^* < 0) = 0$ et et celle d'un disque démarrant en position haute $z_d(t^* < 0) = L$. La vitesse et la position du disque au cours du temps pour un disque démarrant en position basse et haute sont données par

$$V_d(0 \le t^* \le 1) = \pm V_m \sin(\pi t^*), \quad V_d(t^* > 1) = 0,$$

$$z_d(0 \le t^* \le 1) = L/2[1 \mp \cos(\pi t^*)],$$

(2.1)

où $V_m = \pi L/2\tau$ est la vitesse maximale du disque atteinte en $t = \tau/2$. Ainsi, le disque accélère lorsque $0 < t^* < 1/2$ et décélère lorsque $1/2 < t^* < 1$. La position finale du disque est $z_d(t^* > 1) = L$ lorsque le disque démarre en position basse et $z_d(t^* > 1) = 0$ lorsque le disque démarre en position haute. Un exemple de la vitesse et de la position obtenues expérimentalement pour un disque démarrant en position haute sont indiquées sur les figures 2.4(a) et (b). La vitesse et la position du disque mesurées expérimentalement sont en bon accord avec leurs valeurs consignes décrites par les équations (2.1).

Le dispositif expérimental ne permet cependant pas de contraindre complètement la position latérale du disque. Ainsi, au cours de la translation du disque et à son arrêt, le disque vibre légèrement radialement. L'amplitude des vibrations dépend de la vitesse de déplacement du disque et donc de la longueur de course et du temps de parcours. Plus le disque se déplace rapidement et plus les vibrations sont importantes. Ce problème expérimental peut perturber l'écoulement, mais il est difficile de prévoir dans quelle mesure. Les vibrations radiales sont caractérisées pour un disque se dirigeant vers le bas avec D = 10 cm, L = 5,2 cm, $h_0 = 2$ cm et $\tau = 0,42$ s sur la figure 2.5. La figure est centrée sur la position radiale moyenne finale du bord du disque ($\delta r = 0$) et les deux lignes pointillées indiquent cette position plus ou moins un pixel ($\simeq 0,1$ mm). Cela signifie que tout ce qui se trouve entre ces lignes correspond à des vibrations de l'ordre du dixième de millimètre et donc à du



FIGURE 2.5 – Mesure du mouvement parasite radial du disque au cours du temps autour de la position moyenne du bord du disque après son arrêt pour L = 5,2 cm, D = 10 cm et $\tau = 0,42$ s. Les lignes pointillées indiquent la position moyenne $\pm 0,1$ mm.

bruit de mesure. On constate que les vibrations après l'arrêt s'amortissent au bout d'une oscillation vibratoire et sont très faibles.

b) Configuration en oscillation

Dans cette configuration, le moteur tourne en permanence à une vitesse de rotation constante et le disque est alors animé d'un mouvement oscillatoire. On note l'amplitude du mouvement du disque A, telle que A = L/2 et on définit le temps adimensionné t^* comme le rapport du temps sur la période d'oscillation du disque $t^* = t/T$.

Le disque peut démarrer en position basse ou en position haute. Lorsque le disque démarre en position basse, son premier mouvement est dirigé vers le haut et lorsqu'il démarre en position haute, son premier mouvement est dirigé vers le bas. La vitesse et la position verticales du disque démarrant en position basse et haute sont données par



FIGURE 2.6 – Comparaison au cours du temps de la (a) position z_d et (b) vitesse V_d expérimentales (o) et consignes (-) d'un disque de diamètre D = 10 cm pour une amplitude d'oscillation A = 1,4 cm et une fréquence f = 0,2 Hz.



FIGURE 2.7 – Mesure du mouvement parasite radial du disque au cours du temps autour de la position moyenne du bord du disque pour A = 2,6 cm, D = 10 cm et f = 0,7 Hz.

$$V_d(t) = \pm V_m \sin(2\pi t^*), z_d(t) = A[1 \mp \cos(2\pi t^*]],$$
(2.2)

où $V_m = 2\pi A f$ est la vitesse maximale du disque atteinte à t = T/4 et t = 3T/4.

Afin de vérifier que la vitesse du disque correspond bien à la vitesse consigne et que le système d'excentrique fonctionne convenablement, la position verticale du bord du disque est enregistrée temporellement durant deux oscillations complètes. On compare la position et la vitesse du disque avec les valeurs consignes sur les figures 2.6(a) et (b) pour A = 1,4 cm, D = 10 cm et f = 0,2 Hz. On constate sur ces figures que le système d'excentrique fonctionne correctement.

Tout comme dans le cas d'une simple translation, le disque vibre radialement. Un exemple de la vibration de l'extrémité du disque est représentée sur la figure sur la figure 2.7 pour A = 2,6 cm, D = 10 cm et f = 0,7 Hz, ce qui correspond à une situation pour laquelle les vibrations sont relativement importantes par rapport aux autres configurations. On relève deux modes de vibration : un premier à la fréquence d'oscillation du disque 0,7 Hz et d'amplitude ~ 0,4 mm et un second à une plus grande fréquence de 18 Hz correspondant à des vibrations de plus petite amplitude (~ 0,05 mm).

2.1.3 Vélocimétrie par images de particules (PIV)

L'écoulement généré par la translation, oscillante ou non, d'un disque est caractérisé par des mesures de vélocimétrie par image de particules (PIV). La PIV est une technique non intrusive qui s'appuie sur le déplacement d'un groupe de particules en un temps Δt donné. Pour ce faire, le fluide est ensemencé de petites particules, des traceurs, dont la densité est proche de celle de l'eau et dont la taille est adaptée à l'échelle de l'écoulement. Pour les expériences décrites dans ce manuscrit, on utilise des particules de verre creuses de diamètre médian 10 μ m et de densité 1,1 g/cm³ proche de la densité de l'eau. La vitesse de sédimentation des particules dans l'eau



FIGURE 2.8 – Schéma de la nappe laser à la sortie (a) d'un barreau cylindrique et (b) d'une lentille de Powell. Le schéma provient du site de Laserline Optics https://laserlineoptics.com/powell_primer.html. La largeur du trait indique la répartition de l'intensité lumineuse.

est de l'ordre du μ m/s, bien inférieure à l'ordre de grandeur de la vitesse de l'écoulement autour du cm/s.

Le fluide est ensuite éclairé dans un plan de façon à rendre visibles les traceurs. Pour ce faire, une lentille de Powell d'angle d'ouverture 30° est placée en sortie d'un laser continu Nd-Yag de 2W. Elle transforme le faisceau du laser en une nappe verticale, qui illumine un plan centré sur l'axe du disque, rendant visibles les particules situées dans ce plan. L'intensité lumineuse de la nappe laser générée en sortie d'une lentille de Powell présente l'avantage d'être plus homogène que celle générée par un barreau cylindrique dont l'intensité lumineuse se répartit sur une gaussienne comme le montre la figure 2.8.

Les expériences ont été enregistrées avec une caméra rapide Phantom (MIRO M110). Un exemple d'une paire d'images obtenue est donné sur la figure 2.9. Seule une moitié du disque est filmée. Cette paire d'images est espacée d'un temps Δt fixé.

Les images ainsi obtenues sont divisées en petites fenêtres d'interrogations. Pour chacune d'entre elles, une carte de corrélation croisée entre les deux images est calculée. Le maximum de corrélation sur l'intensité lumineuse permet de remonter au vecteur déplacement du paquet de particules contenues dans les fenêtres d'interrogation entre les deux images. On remonte ensuite au vecteur vitesse en divisant ce déplacement par Δt .

Cependant, différents paramètres doivent être au préalable optimisés afin d'obtenir des mesures fiables par PIV. Tout d'abord, il faut bien choisir la taille des fenêtres d'interrogation. Elles doivent être suffisamment petites pour obtenir une bonne résolution finale de l'écoulement, mais pas trop pour contenir suffisamment de particules, typiquement au moins cinq. Si on souhaite améliorer la résolution, on peut augmenter la quantité de particules dans le fluide. Dans notre cas, la taille finale des fenêtres d'interrogation est comprise entre 16×16 pixels² et 32×32 pixels². Afin d'obtenir ces fenêtres d'interrogation finales, on effectue tout d'abord un ou deux calculs initiaux (qu'on appelle des "pass") avec des fenêtres plus grandes. L'obtention des champs de vitesse est donc itératif. Le recouvrement utilisé entre les fenêtres d'interrogation est de 75%. Cela signifie, par exemple, que si la taille des fenêtres d'interrogation fait 16×16 pixels², un nouveau vecteur vitesse est calculé tous les quatre pixels. Sur la figure 2.9, on a également agrandi sur chacune des images une boîte de 24×24 pixels² afin de mettre en avant le mouvement des particules pendant Δt .

En parallèle de l'ajustement de la taille des fenêtres d'interrogation, les paramètres de la caméra doivent être réglés. Tout d'abord, la fréquence d'acquisition de la caméra rapide joue sur la fiabilité des calculs. En effet, si l'intervalle de temps Δt entre deux images est trop élevé, les particules parcourent une distance trop importante et ne peuvent plus être suivies par la méthode de corrélation. Il faut donc augmenter la fréquence d'acquisition. Il n'est toutefois pas possible de l'augmenter indéfiniment. En effet, au-delà des limites propres de la caméra, cela réduit le temps d'exposition de la caméra et donc la luminosité reçue par la caméra. Si la luminosité est trop faible, les particules ne sont plus clairement visibles. Par ailleurs, si $\Delta t \to 0$, les traceurs ne bougent plus d'une image à l'autre et cela rajoute du bruit. Il faut donc choisir le meilleur compromis. Dans notre cas, la fréquence des images de la caméra a été adaptée pour chaque expérience entre 10 Hz et 400 Hz. On s'assure ainsi que le déplacement moyen des particules est de l'ordre d'un tiers de la taille d'une fenêtre d'interrogation.

Comme on s'attend à ce que l'écoulement généré dans le sillage du disque soit axisymétrique, seule une moitié du disque est filmée $(r > 0, \theta = 0)$ afin de réduire le temps de calcul ainsi que l'espace nécessaire au stockage des images. En supposant que la situation soit bien axisymétrique, on connait alors l'écoulement dans le sillage du disque pour tout θ . En réalité, chaque réalisation est fluctuante, la convergence est alors obtenue en calculant des moyennes de phase à chaque instant t après le départ du disque sur vingt réalisations indépendantes pour la translation non oscillatoire



FIGURE 2.9 – Exemple de deux images consécutives à (a) $t/\tau = 0.573$ et (b) $(t + \Delta t)/\tau = 0.58$ et zoom sur une fenêtre d'interrogation de 24×24 pixels². Le disque est en translation simple avec L = 2.8 cm, D = 10 cm, $\tau = 2.5$ s et $h_0 = 1$ cm et se dirige vers le bas. La fréquence d'acquisition de la caméra est de 60 Hz ce qui signifie que chaque image est espacée de $\Delta t = 1/60$ s $= \tau/150$.



FIGURE 2.10 – Champ de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) obtenus à partir des images de la figure 2.9 après calcul PIV par le logiciel Davis. Les rectangles noirs représentent le fond de la cuve (en bas) et le disque en $z \simeq 0.01$ m.

et vingt oscillations pour le mouvement périodique. Enfin, les calculs du champ de vitesse à partir des images expérimentales ont été effectués avec le logiciel DAVIS [75]. Le champ de vitesse, avec la vorticité associée, obtenus à partir des images de particules de la figure 2.9 sont montrés sur la figure 2.10. On observe alors le cœur de l'anneau tourbillonnaire en formation dans le sillage du disque se déplaçant vers le bas. Pour rappel, les mesures sont réalisées dans un plan vertical passant par l'axe du disque. On observe donc une coupe de l'anneau tourbillonnaire généré.

2.1.4 Caractérisation des seuils d'érosion

L'un des objectifs de cette thèse est de caractériser l'érosion due à l'impact d'anneaux tourbillonnaires sur un lit granulaire. En particulier, on cherche à déterminer les paramètres qui gouvernent la mise en mouvement des grains. Comme vu dans l'état de l'art, la détermination de ces seuils d'érosion n'est pas évidente et différentes définitions peuvent en être données.

Dans notre cas, la caractérisation des seuils d'érosion a été faite par deux méthodes : une méthode de visualisation à l'œil nu et une méthode de mesure de la déformation du lit granulaire.

a) Méthode de visualisation

Lorsque le seuil est mesuré par visualisation à l'œil nu, on cherche à déterminer la plus petite vitesse de rotation du moteur au-delà de laquelle l'écoulement généré par le disque déplace des grains à la surface du lit granulaire pour un jeu de paramètres $(L \text{ ou } A, D, h_0)$ donné. Pour ce faire, le fluide est éclairé par le laser en configuration non oscillante et par une lumière blanche en configuration oscillante. Après

avoir fixé les paramètres de contrôle de l'expérience, on met le disque en translation pour une certaine valeur de τ ou de f et on observe à l'œil nu sur les films si des grains ont été déplacés par l'écoulement induit par le mouvement du disque. Si cela n'est pas le cas, le seuil d'érosion n'est pas atteint et on reproduit l'expérience en augmentant légèrement la vitesse du disque (ce qui signifie qu'on diminue τ dans le cas d'une translation non oscillatoire et qu'on augmente f dans le cas oscillant). On considère que le seuil d'érosion est atteint lorsqu'on observe quelques grains se déplacer à la surface. Cette méthode, étant uniquement visuelle, souffre de biais liés à l'expérimentateur et le même expérimentateur a effectué les mesures de tous les seuils afin de limiter cette source d'erreur. De plus, afin d'en réduire les incertitudes, chaque mesure a été répétée trois fois pour s'assurer de la répétabilité et leur fiabilité. La moyenne des trois résultats est ensuite conservée comme seuil d'érosion avec un écart à la moyenne de l'ordre de 5-10%.

Dans la suite, le seuil d'érosion sera souvent présenté sous la forme de la vitesse maximale critique du disque V_m^c à savoir :

$$V_m^c = \frac{\pi L}{2\tau_c} \quad \text{ou} \quad V_m^c = 2\pi f_c A, \tag{2.3}$$

pour un disque en translation non oscillatoire et en oscillation respectivement.

b) Méthode de mesure de la déformation du lit granulaire

Cette méthode permet de déterminer le seuil d'érosion dans un écoulement fortement instationnaire, lorsqu'alors la répétabilité des mesures n'est pas assurée par la visualisation à l'œil nu. Ceci est le cas quand l'érosion est causée par l'impact d'anneaux tourbillonnaires. Dans ce cas, après l'arrêt du disque, le comportement des anneaux tourbillonnaires n'est pas toujours parfaitement reproductible. On effectue donc plusieurs expériences en changeant la vitesse de translation du disque et on étudie la déformation du lit granulaire pour chaque vitesse.

Pour ce faire, on dispose des grains sur une bande de largeur d'environ 1 cm passant sous le centre du disque. Le lit granulaire a toujours une épaisseur de 1 cm. On éclaire ensuite les grains avec une nappe laser afin de les observer. Après avoir disposé la caméra, on observe des images similaires à celles données sur la figure 2.11. On prend une première image avant le déplacement du disque et une seconde après l'arrêt du disque et donc, le cas échéant, l'érosion du lit granulaire. On observe sur l'exemple de la figure 2.11, une déformation subtile du lit granulaire. On mesure la déformation du lit granulaire après érosion en traquant pour chaque pixel radial l'épaisseur de la couche de grains.

On note $\ell_i(n)$ l'épaisseur initiale du lit granulaire en nombre de pixels à la position radiale n et $\ell_f(n)$ l'épaisseur finale du lit granulaire en nombre de pixels à la même position. Les épaisseurs initiale et finale du lit granulaire pour les images de la figure 2.11 sont reportées sur la figure 2.12(a). On observe bien une subtile évolution de l'épaisseur du lit granulaire autour du pixel n = 500. On calcule alors la déformation du lit granulaire δ comme

$$\delta = \frac{1}{N_x} \sum_{n=0}^{N_x} \frac{|\ell_i(n) - \ell_f(n)|}{\overline{\ell_i}},$$
(2.4)



FIGURE 2.11 – Images utilisées afin de déterminer le seuil d'érosion par la méthode de la mesure de la déformation du lit granulaire avant et après déplacement du disque. Le disque se dirige vers le bas et effectue une translation simple avec L = 2,8 cm, D = 10 cm, $h_0 = 1$ cm et $\tau = 0,2$ s.



FIGURE 2.12 – (a) Mesure de l'épaisseur du lit granulaire avant (–) et après (–) le déplacement du disque correspondant aux images de la figure 2.11 pour $\tau = 0,2$ s. (b) Variation de l'épaisseur du lit granulaire en pourcentage pour différentes valeur de τ pour un disque s'approchant du lit granulaire en translation simple avec L = 2,8 cm, D = 10 cm et $h_0 = 1$ cm. Le point le plus clair sur la figure (b) correspond à la valeur de δ déterminée pour l'expérience en figure (a), $\delta \simeq 17$ % et la ligne verticale le seuil estimé d'érosion. La vitesse du disque augmente lorsque τ diminue.

où N_x est le nombre de pixel radial de l'image et $\overline{\ell_i}$ est l'épaisseur moyenne initiale du lit granulaire.

La valeur de δ est représentée sur la figure 2.12 pour différentes valeurs de τ . En particulier, le résultat obtenu à partir des images de la figure 2.11 est indiqué en clair. On considère que le seuil d'érosion est atteint lorsque la mesure de δ excède 10%. On trouve dans cet exemple particulier que $\tau_c \simeq 0.21$ s.

La déformation du lit granulaire δ en fonction de τ est généralement assez bruitée à cause de problèmes de répétabilité, ce qui rend la mesure du seuil d'érosion bien plus complexe. En effet, il n'est pas possible de prendre comme valeur de seuil la plus grande valeur de τ pour laquelle on excède $\delta = 10$ % car on peut observer une plus grande déformation pour une valeur de τ plus élevée. Cette méthode permet néanmoins d'estimer le seuil d'érosion malgré ces problèmes de répétabilité en interpolant la valeur du seuil d'érosion.

Cette mesure de seuil est évidemment très différente de la mesure effectuée par simple visualisation. Il est important de noter qu'on ne mesure pas ici le seuil de déplacement des grains, mais un seuil de déformation minimale du lit granulaire. Les valeurs quantitatives des seuils obtenus par les deux méthodes présentées ici ne peuvent donc pas être directement comparées car elles ne correspondent pas à la même chose.

2.1.5 Paramètres de contrôle et nombres sans dimension

Les différents paramètres de contrôle de l'expérience peuvent être ajustés. Tout d'abord, plusieurs diamètres de disque D, tous rigides, ont été utilisés et varient entre 3,75 et 15 cm avec un pas de 1,25 cm. La longueur de course L peut être ajustée entre 0,2 et 6 cm en réglant le décalage de l'excentrique. La fréquence de rotation du moteur (donc la fréquence d'oscillation du disque) peut être réglée entre 0 Hz et 8 Hz. L'épaisseur du disque e peut varier entre 2 mm et 14 mm en empilant plusieurs disques de même taille. Cependant la grande majorité des expériences ont été réalisées avec une épaisseur de 2 mm et il sera précisé lorsque ceci n'est pas le cas. De plus, la plupart des expériences sont effectuées pour une longueur de course au moins dix fois supérieure à l'épaisseur du disque, à savoir $L \ge 2$ cm. Les quelques rares expériences effectuées avec un rapport e/L non négligeable vont permettre d'étudier l'effet de l'épaisseur du disque sur les résultats obtenus. Enfin, la distance minimale h_0 entre le dessous du disque et la paroi varie entre 0,2 cm et 20 cm. Cette étude, comme on va le voir, fait apparaître plusieurs nombres sans dimension indépendants.

Dans la configuration en milieu infini et à rapport e/L négligeable, les paramètres importants sont : D, L, f, et ν et on peut former deux nombres sans dimension indépendants selon le théorème de Vaschy-Buckingham.

Tout d'abord, on peut définir un nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale du disque et son diamètre de sorte que

$$Re = \frac{V_m D}{\nu}.$$
(2.5)

Le nombre de Reynolds évolue dans la gamme $Re \in [10; 10^5]$.

On peut également définir un nombre sans dimension correspondant au rapport de la longueur de course sur le diamètre du disque

$$\frac{L}{D}.$$
 (2.6)

Ce paramètre évolue dans la gamme $L/D \in [0,2; 2]$.

Lorsque le disque est mis en mouvement à proximité d'une paroi, il faut également prendre en compte la position basse du disque par rapport à la paroi h_0 , on forme alors un nouveau nombre sans dimension qui correspond au rapport de cette distance sur le diamètre du disque tel que

$$\frac{h_0}{D},\tag{2.7}$$

qui évolue dans la gamme $h_0/D \in [0,005; 4]$.

Enfin, dans le cadre de l'érosion généré par l'écoulement induit par le mouvement d'un disque, quatre nouveaux paramètres doivent être pris en compte à savoir : la masse volumique de l'eau ρ , la différence de densité entre les grains et l'eau $\Delta \rho = \rho_p - \rho$, le diamètre des grains d et l'accélération de la gravité g. On peut alors former trois nouveaux nombres sans dimension. Pour commencer, on forme un nombre sans dimension avec les densités du fluide et des grains

$$\frac{\Delta\rho}{\rho},$$
 (2.8)

qui est conservé constant et égal à 1,5 dans notre cas.

On construit également le nombre d'Archimède Ar qui correspond au rapport des forces gravitationnelles et visqueuses :

$$Ar = \frac{\rho \Delta \rho g d^3}{\mu^2},\tag{2.9}$$

où $\mu = \nu \rho$ est la viscosité dynamique du fluide. Pour des grains $d \simeq 250 \ \mu m$, Ar $\simeq 230$ ce qui signifie que les grains sédimentent en régime inertiel.

Enfin, pour caractériser en détail l'érosion induite par une contrainte hydrodynamique sur les grains, on va utiliser un nombre de Shields inertiel global (cela sera justifié par la suite) basé sur la vitesse du disque tel que :

$$Sh = \frac{\rho V_m^2}{\Delta \rho g d},\tag{2.10}$$

qui évolue dans la gamme $Sh \in [0,01; 100]$ On a ainsi un problème faisant intervenir six nombres sans dimension indépendants :

$$Re = \frac{V_m D}{\nu}, \quad \frac{L}{D}, \quad \frac{h_0}{D}, \quad \frac{\Delta\rho}{\rho}, \quad Ar = \frac{\rho\Delta\rho g d^3}{\mu^2}, \quad Sh = \frac{\rho_f V_m^2}{\Delta\rho g d}.$$
 (2.11)

On précisera dans chaque chapitre dans quelle gamme précise chacun de ces nombres évolue.

2.2 Méthodes numériques

La méthode numérique employée pour la simulation de l'écoulement autour d'un disque en translation est décrite dans cette partie. Les simulations sont, sauf mention contraire, axisymétriques. De plus, on ne simule pas le lit granulaire et l'éventuelle érosion associée. Les simulations numériques ont été effectuées essentiellement pour le cas de translation non oscillatoire. L'objectif de ces simulations est de reproduire au mieux les expériences afin de pouvoir élargie la gamme des paramètres explorés.

2.2.1 Basilisk

Les simulations numériques ont été effectuées avec Basilisk [124] qui est un logiciel libre de résolution d'équations différentielles à dérivées partielles. Le code implémenté contient un solveur de volumes finis du second-ordre pour la résolution des équations de Navier-Stokes que nous avons introduites dans l'état de l'art

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla})\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p + \nu\Delta\vec{u} + \vec{f_m}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$
(2.12)

où, pour rappel, \vec{u} est le vecteur vitesse, ν la viscosité cinématique et ρ la densité du fluide, $\vec{f_m}$ les forces massiques et p la pression. Les équations d'advection sont résolues avec un schéma explicite de Bell-Collela-Glez et le terme de viscosité est résolu avec un solveur implicite. La résolution autour du disque se fait par la méthode de frontière immergée qui permet d'imposer les vitesses dans la région où se situe le disque.

L'une des forces de ce logiciel est son fonctionnement en maillage adaptatif. Le maillage est ainsi plus fin là où l'écoulement est le plus complexe. Cela permet d'avoir une bonne résolution de maillage tout en réduisant le temps de calcul et la quantité de données générée. Le maillage est ainsi découpé en un certain nombre de mailles élémentaires au départ et, là où cela est nécessaire, chaque maille sera découpée en quatre mailles plus petites et ainsi de suite jusqu'à un niveau de raffinement optimal. La taille des mailles peut également être augmentée afin de réduire les temps de calcul là où cela est possible.

2.2.2 Paramètres de simulation

Afin de mieux comprendre le code de la simulation, les notations des paramètres de cette dernière sont introduites dans le tableau 2.1. Ces notations ne seront toutefois utilisées que dans cette partie 2.2. L'utilisation des différents paramètres et le code sont détaillés dans l'annexe A.

Les paramètres de la simulation sont tous adimensionnés. Dans cette partie et l'annexe A, les paramètres dimensionnés seront provisoirement affectés d'un symbole *. On choisit d'adimensionner la simulation avec les paramètres de référence $L_{\rm ref}$, $T_{\rm ref}$ et $\rho_{\rm ref}$ qui sont la longueur, le temps et la densité caractéristiques. Les variables du code sont adimensionnées selon le rayon, la période et la densité de sorte que

$$\mathbf{R} = \frac{R^*}{L_{\rm ref}} = 1, \quad \mathbf{T} = \frac{T^*}{T_{\rm ref}} = 1, \quad \mathbf{rho} = \frac{\rho^*}{\rho_{\rm ref}} = 1. \tag{2.13}$$

On adimensionne ensuite les autres paramètres de la simulation

$$\mathbf{A} = \frac{A^*}{R^*}, \quad \mathbf{e} = \frac{e^*}{R^*}, \quad \mathbf{w} = 2\pi \frac{T^*}{T_{\text{ref}}} = 2\pi, \quad \mathbf{U}_{\mathbf{d}} = \mathbf{w} \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{U}_{\mathbf{v}} = \mathbf{U}_{\mathbf{d}} \sin(\mathbf{w}).$$
(2.14)

Il faut également adimensionner la viscosité dynamique. Par analyse dimensionnelle, on trouve que

$$mu = \mu^* \frac{T_{\rm ref}}{\rho_{\rm ref} L_{\rm ref}^2} = \frac{\mu^* T^*}{\rho^* R^{*2}} = 1/\text{Reynolds}$$
(2.15)

À partir des équations (2.14) et (2.15), on peut remonter aux paramètres adimensionnés de la simulation. Le domaine de simulation est schématisé sur la figure 2.13. La simulation est centrée sur la position moyenne du disque et on peut modifier la direction de translation du disque en changeant la vitesse ce dernier. Sur le schéma de la simulation, on définit également le nom des frontières aux limites left, right, top et bottom. Les simulations, sauf mention contraire, sont axisymétriques avec pour axe de symétrie la frontière bottom. En décalant l'origine de la simulation, il est possible d'approcher plus ou moins le disque de la frontière right ce qui permet d'effectuer des simulations à proximité d'une paroi (milieu confiné). On impose une condition de non glissement pour la vitesse et un gradient de pression nul aux frontières left, right et top. Les conditions aux limites sur la frontière bottom sont imposées par le fichier navier-stokes/centered.h et assure l'axisymétrie du problème.

De plus, le niveau de raffinement est contrôlé par la valeur de maxlevel qui correspond à la puissance de 2 du nombre maximum de mailles dans une direction $2^{\max level}$. Un exemple du niveau de maillage en nuances de couleurs est illustré sur la figure 2.14. On voit que le maillage est particulièrement raffiné aux bords du disque, là où le tourbillon se forme et la vorticité est importante (et donc là où il y a de forts gradients de vitesse). Le maillage est plus grossier loin du disque ce qui permet de réduire le nombre de mailles de la simulation et donc de réduire le temps de calcul tout en conservant une très bonne résolution de l'écoulement.

Simulation	Définition du paramètre	Expérience
R	Rayon du disque	R
Т	Période de l'oscillation	T
rho	Densité de l'eau	ho
A	Amplitude de l'oscillation	A, L/2
xp	Position horizontale du disque	z_d
е	Épaisseur du disque	e
U_V	Vitesse du disque	V_d
U_d	Vitesse maximale du disque	V_m
tc	Demi-période de l'oscillation	au
w	Pulsation de l'oscillation	$2\pi f$
muv	Viscosité dynamique	μ
Reynolds	Nombre de Reynolds de la simulation	$R^2/T\nu$
TFINAL	Instant fin simulation	
maxlevel	Nombre maximal de maille dans une direction	
L	Taille du domaine de simulation	
N	Nombre de mailles initial	
CFL	Nombre de Courant	
DT	Pas de temps maximal	

TABLEAU 2.1 – Notation des paramètres de la simulation et correspondance avec les paramètres expérimentaux.



FIGURE 2.13 – Schéma de la géométrie de la simulation numérique



FIGURE 2.14 – Exemple du niveau de raffinement du maillage en nuance de couleurs à proximité du disque. La taille de la maille vaut $4D/2^{\texttt{maxlevel}}$.



FIGURE 2.15 – Évolution temporelle de la circulation issue d'une simulation numérique en milieu infini $h_0 = 17,6$ cm pour (a) la convergence en maillage (\odot) $e/\delta \simeq 10$, (\odot) $e/\delta \simeq 20$ et (\odot) $e/\delta \simeq 40$ et (b) la convergence temporelle (\odot) $\delta t_{\max} = \tau$, (\odot) $\delta t_{\max} = 10^{-1}\tau$ et (\odot) $\delta t_{\max} = 10^{-2}\tau$ avec D = 10 cm, L = 5,2 cm et $\tau = 1$ s.

2.2.3 Convergence des simulations

Nous allons vérifier dans cette partie la convergence du maillage et la convergence temporelle des simulations numériques lorsque le disque effectue une simple translation en milieu infini et proche d'une paroi. Pour ce faire, nous allons mesurer l'évolution temporelle de la circulation de l'anneau tourbillonnaire de démarrage pour différents maillages et pas de temps.

a) Translation d'un disque en milieu infini

Lorsque le disque est en translation en milieu infini, la taille du domaine de simulation est quatre fois supérieure au diamètre du disque. La taille de la plus petite cellule du maillage vaut donc $\delta = 4D/2^{\max level}$ et le rapport $e/\delta = 2^{\max level-2}e/D$ dépend du diamètre du disque. La figure 2.15(a) montre la circulation de l'anneau tourbillonnaire de démarrage dans le sillage d'un disque en translation pour différents raffinements de maillages $\max level = 11$, 12 et 13 correspondant à des rapports $e/\delta \simeq 10$, 20 et 40. Même si les résultats sont légèrement plus lisses pour $e/\delta \simeq 40$, $e/\delta \simeq 20$ est suffisante et donne déjà de très bons résultats. En moyenne, la différence dans la circulation entre $e/\delta \simeq 20$ et $e/\delta \simeq 40$ est de l'ordre de 1,4 %. On choisit donc comme critère que la partie entière de e/δ soit toujours strictement supérieure à 10 quelle que soit le diamètre du disque.

On vérifie également la convergence temporelle de la simulation en faisant varier le pas de temps maximal δt_{max} . Le pas de temps final dépend également du nombre de Courant (CFL) qui est fixé à 0,8 dans le code de Basilisk. Le pas de temps final δt est calculé comme

$$\delta t = \min(\mathrm{CFL}|\Delta/v|_{\min}, \delta t_{\max}), \qquad (2.16)$$

où Δ est la taille d'une cellule et v la vitesse radiale ou verticale dans cette cellule. Sur la figure 2.15(b), l'évolution temporelle de la circulation d'un anneau tourbillonnaire pour différents pas de temps $\delta t_{\text{max}} = \tau$, $10^{-1}\tau$ et $10^{-2}\tau$ est représenté. On remarque que la circulation ne varie que très faiblement d'une simulation à l'autre (de l'ordre


FIGURE 2.16 – Évolution temporelle de la circulation issue d'une simulation numérique en proche paroi pour (•) $e/\delta \simeq 10$, (•) $e/\delta \simeq 20$ et (•) $e/\delta \simeq 40$ avec D =10 cm, L = 2.8 cm, $h_0 = 0.5$ cm et $\tau = 0.83$ s en (a) départ position haute et (b) départ position basse.

de moins de 1%) et c'est ici en fait le nombre de Courant qui suffit à piloter le pas de temps. Nous gardons donc comme condition temporelle que CFL=0,8 et $\delta t_{\rm max} = 10^{-1}\tau$.

b) Translation d'un disque proche d'une paroi

Lorsque le disque est en translation proche d'une paroi, la taille du domaine de simulation est deux fois supérieure au diamètre du disque afin de réduire le temps de calcul. La taille de la plus petite cellule du maillage vaut donc $\delta = 2D/2^{\max l evel}$ et le rapport $e/\delta = 2^{\max l evel-1}e/D$ dépend du diamètre du disque. Sur les figures 2.16(a) et (b), nous montrons l'évolution temporelle de la circulation de l'anneau tourbillonnaire pour une simulation où $\max l evel = 10$, 11 et 12, soit où $e/\delta \simeq 10$, 20 et 40, lorsque le disque démarre en position haute et basse respectivement proche d'une paroi. En moyenne, la différence de circulation entre les deux simulations où $e/\delta \simeq 20$ et $e/\delta \simeq 40$ est de l'ordre de 1,1 % en départ haut et de 1 % en départ bas tandis que la simulation à $e/\delta \simeq 10$ est bien plus bruitée en départ position basse. On choisit donc comme critère, tout comme en milieu infini, que la partie entière de e/δ soit toujours strictement supérieure à 10 quelle que soit le diamètre du disque.

Enfin, on vérifie la convergence temporelle en faisant varier le pas de temps maximum δt_{max} pour un nombre de Courant fixé constant CFL = 0.8 sur la figure 2.17. Entre $\delta t_{\text{max}} = 2 \times 10^{-5} \tau$ et $\delta t_{\text{max}} = 10^{-5} \tau$, la circulation varie en moyenne de 1,4% en départ position haute et de 1,1% en départ position basse. En proche paroi, le pas de temps choisi sera donc $\delta t_{\text{max}} = 2 \times 10^{-5} \tau$. If faut toutefois noter que le pas de temps est beaucoup plus petit par rapport à la situation en milieu infini car l'analyse numérique dans l'interstice entre le disque et la paroi impose un pas de temps beaucoup plus restreint et que le nombre de Courant imposé à 0,8 n'est plus assez restrictif.



FIGURE 2.17 – Évolution temporelle de la circulation issue d'une simulation numérique en proche paroi pour (•) $\delta t_{\max} = 2 \times 10^{-4} \tau$, (•) $\delta t_{\max} = 2 \times 10^{-5} \tau$ et (•) $\delta t_{\max} = 10^{-5} \tau$ pour un nombre de Courant égal à 0,8 et avec D = 10 cm, L = 2,8 cm, $h_0 = 0,2$ cm et $\tau = 2,5$ s en (a) départ position haute et (b) départ position basse.

2.2.4 Conclusion

Grâce au logiciel Basilisk, on a mis en place une simulation numérique simple et peu coûteuse en temps de calcul ($\simeq 20$ minutes pour une simulation en milieu infini jusqu'à $t \simeq 2\tau$) qui, comme on le montrera plus tard, se compare bien aux expériences. L'ensemble du code de la simulation numérique est expliqué et détaillé dans l'annexe A. Grâce à ces simulations, évidemment mieux résolues que les expériences, on peut extraire des informations supplémentaires comme par exemple sur la couche de vorticité ou sur les vortex qui sont mieux résolus. On peut également extraire la vitesse proche de la paroi de manière plus précise et déterminer, par exemple, le comportement de l'écoulement dans la couche limite. Dans toute la suite, les notations des simulations seront adaptées à celles des expériences afin de faciliter les comparaisons et on ne fera plus appel aux notations introduites dans cette partie, sauf mention contraire.

2.3 Traitement des données

2.3.1 Caractérisation des anneaux tourbillonnaires

Au cours de la translation du disque, un anneau tourbillonnaire de démarrage se forme dans le sillage du disque. En complément de ce vortex de démarrage, d'autres vortex secondaires peuvent se former dans ses alentours. L'un des objectifs de ce travail de thèse est de caractériser finement le mécanisme de génération de ces vortex initié par la translation d'un disque aussi bien expérimentalement que numériquement. Pour cela, il est nécessaire de pouvoir remonter aux caractéristiques d'un tourbillon. Dans notre cas, on s'intéresse notamment :

- à la position (r_G, z_G) du barycentre de vorticité du vortex,
- à la position du barycentre de vorticité par rapport au bord du disque Δr et Δz ,

• au rayon de l'anneau tourbillonnaire R.

Ces propriétés sont définies sur la figure 2.18. En parallèle, on cherche à déterminer

- le rayon du cœur du vortex a,
- la circulation du vortex Γ .

Par soucis de simplification, on a schématisé la coupe d'un anneau tourbillonnaire de section circulaire sur la figure 2.18. Néanmoins les vortex ne sont pas forcément tout à fait circulaires, notamment lorsqu'ils se détachent du disque. Certains anneaux tourbillonnaires peuvent alors être de section elliptique et présentent un certain angle d'inclinaison par rapport aux axes principaux. Pour déterminer les caractéristiques d'un vortex elliptique, il faut évaluer :

• l'angle de rotation du vortex α_G par rapport à $(\vec{e_r}, \vec{e_z})$. Les coordonnées $r(\alpha_G)$ et $z(\alpha_G)$ de r et z respectivement dans le nouveau système de coordonnées tournées d'un angle α_G s'écrivent donc

$$r(\alpha_G) = r \cos \alpha_G + z \sin \alpha_G, \quad z(\alpha_G) = z \cos \alpha_G - r \sin \alpha_G. \tag{2.17}$$

Ces coordonnées sont définies sur la figure 2.19(a).

• Les rayons du vortex a_r et a_z selon les axes $r(\alpha_G)$ et $z(\alpha_G)$ de l'ellipse, respectivement, sont définis sur la figure 2.19(b). Dans ce cadre, on définit le rayon de cœur de dispersion du vortex a et son ellipticité ε comme

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_z^2}, \quad \varepsilon = \max\left(\frac{a_r}{a_z}, \frac{a_z}{a_r}\right). \tag{2.18}$$

Dans la section suivante, l'algorithme de détection des vortex implémenté sous Matlab est brièvement décrit.



FIGURE 2.18 – Définition de la géométrie d'un anneau tourbillonnaire axisymétrique se formant dans le sillage d'un disque en translation vers le haut.



FIGURE 2.19 – Définition (a) des coordonnées dans le système de coordonnées tournées de α_G et (b) des caractéristiques d'un vortex elliptique tourné de α_G .

2.3.2 Algorithme de caractérisation des vortex

a) Méthodes des moments

Les propriétés des vortex sont extraites à partir des champs de vitesse obtenus expérimentalement par PIV et numériquement par Basilisk par une méthode dite du moment d'ordre 2 [76]. Les mesures sont faites dans un plan 2D passant par l'axe de symétrie du disque et on suppose que l'écoulement est axisymétrique. Les calculs détaillés dans cette partie sont effectués dans ce plan. La méthode de caractérisation permet de prendre en compte l'éventuelle ellipticité du vortex ainsi que sa rotation par rapport aux axes principaux. Les mesures donnent ainsi accès à la position du centre du vortex, son angle par rapport aux axes, ses rayons selon les axes $r(\alpha_G)$ et $z(\alpha_G)$ et sa circulation. L'algorithme repose sur les équations ci-dessous. Tout d'abord, le centroïde du vortex (r_G, z_G) est repéré comme étant le barycentre de la vorticité ω tel que

$$r_G = \iint_S \frac{r\omega}{\Gamma} \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z, \quad z_G = \iint_S \frac{z\omega}{\Gamma} \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z,$$
 (2.19)

où Γ est la circulation totale dans la surface S considérée. Cette dernière doit être suffisamment grande pour englober l'essentiel de la circulation du vortex. Par définition, la circulation est donnée par

$$\Gamma = \iint_{S} \omega \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z. \tag{2.20}$$

L'angle du vortex α_G par rapport aux axes principaux est solution de

$$\iint_{S} \left[r(\alpha_{G}) - r_{G}(\alpha_{G}) \right] \left[z(\alpha_{G}) - z_{G}(\alpha_{G}) \right] \omega \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z = 0.$$
(2.21)

Les rayons de demi axe du vortex elliptique a_r et a_z selon les axes $r(\alpha_G)$ et $z(\alpha_G)$ sont respectivement donnés par

$$a_r^2 = \int \int \frac{[r(\alpha_G) - r_G(\alpha_G)]^2}{\Gamma} \omega \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z, \quad a_z^2 = \int \int \frac{[z(\alpha_G) - z_G(\alpha_G)]^2}{\Gamma} \omega \, \mathrm{d}r \mathrm{d}z.$$
(2.22)

Un algorithme itératif basé sur ces équations est implémenté sous Matlab. Cet algorithme procède comme suit :

- Une première estimation des caractéristiques du vortex est choisie $r_{G,1}$, $z_{G,1}$, $a_{r,1}$, $a_{z,1}$ et $\alpha_{G,1}$. En général, on prend pour première estimation du barycentre le bord du disque, un rayon de vortex de l'ordre du centimètre et un angle nul.
- On détermine le nouveau barycentre de vorticité $(r_{G,2}, z_{G,2})$ par itération. La surface de calcul est une ellipse centrée sur le barycentre de vorticité, de rayon $(3a_{r,1}, 3a_{z,1})$ et d'angle $\alpha_{G,1}$. On exclut de ce calcul la vorticité de signe opposée au vortex considéré et les mesures se situant dans le disque afin de ne pas fausser les résultats. Un poids en forme de gaussienne est également appliqué selon la distance au barycentre calculée à l'étape précédente. Cela permet de diminuer le bruit et d'avoir une mesure plus fiable.
- On calcule ensuite l'angle du vortex $\alpha_{G,2}$ en cherchant la solution de l'équation (2.21). La surface S est à nouveau une ellipse centrée sur le nouveau barycentre de vorticité $(r_{G,2}, z_{G,2})$ et de rayon $(3a_{r,1}, 3a_{z,1})$.
- Une fois l'angle déterminé, on calcule les rayons $a_{r,2}$ et $a_{z,2}$ du vortex en appliquant l'équation (2.22) sur une surface S qui est une ellipse centrée sur $(r_{G,2}, z_{G,2})$, de rayon $(3a_{r,1}, 3a_{z,1})$ et penchée de $\alpha_{G,2}$
- On détermine l'erreur sur les rayons, l'angle et les positions du vortex de cette itération par rapport à l'itération précédente et on répète les étapes précédentes jusqu'à ce que l'erreur soit inférieure à 10⁻⁶. Il se peut cependant que les résultats oscillent entre deux valeurs très proches sans converger. Dans ce cas, les calculs s'arrêtent au bout de 200 itérations.

La circulation finale du vortex est la circulation totale sur une surface cinq fois supérieure à la taille du vortex pour englober l'essentiel de la circulation du tourbillon. Ce choix a été fait afin de capturer la plus grande partie de la circulation sans trop prendre en compte les bruits de mesure qui se situent loin du vortex.

Concernant le calcul du rayon du vortex, nous verrons par la suite que lors de sa génération, une queue de vorticité peut relier le cœur du vortex au bord du disque. Celle-ci n'est pas prise en compte dans le calcul du rayon du vortex. Ainsi, le rayon mesuré correspond au rayon du cœur du vortex. Pour le calcul de la position du vortex et de sa circulation, la queue de vorticité est en revanche conservée car cette dernière n'a pas d'influence sur le calcul de la position du vortex. Concernant la circulation, des comparaisons seront faites avec la théorie de Wedemeyer [177] qui concerne la génération de tourbillons dans le sillage d'une plaque semi-infinie animée d'une vitesse constante. Dans cette théorie, le calcul de la circulation comprend toute la partie de la couche de vorticité qui s'est enroulée et inclut donc également la queue de vorticité.

Un exemple du résultat de l'algorithme de suivi des vortex est montré sur la figure 2.20 pour un disque en translation simple avec L = 2,8 cm, D = 10 cm et $\tau = 1$ s en milieu infini à l'instant $t/\tau \simeq 0.75$. Dans l'expérience et la simulation correspondante, la position du vortex ainsi que son rayon sont bien résolus. Lorsque



FIGURE 2.20 – Exemple de la détection d'un vortex par la méthode des moments dans le cas d'un disque en translation simple pour L = 2,8 cm, D = 10 cm et $\tau = 1$ s en milieu infini à $t/\tau \simeq 0.75$ pour l'expérience à gauche et la simulation à droite. La petite ellipse (-) correspond au vortex et la grande ellipse (-) correspond au domaine de calcul de la circulation finale (cinq fois la taille du vortex)

le vortex est bien résolu et bien formé, le logiciel n'a aucune difficulté à détecter la position du vortex et calculer sa circulation. Il est néanmoins plus délicat de remonter à la mesure du rayon. Cette mesure est plus bruitée, en particulier au début du mouvement du disque car le vortex est petit et donc moins bien résolu. Les mesures du rayon, quoique bruitées, sont néanmoins le plus souvent fiables, comme nous le verrons dans la suite de ce manuscrit.

b) Méthode du fit de Lamb-Oseen

On va présenter ici une méthode de détermination des propriétés des vortex plus simple et qui repose sur un ajustement du profil de la vitesse sur le modèle de Lamb-Oseen qui a été présentée au Chapitre 2. Il ne s'agit pas de la méthode qui sera en général utilisée dans ce manuscrit, mais elle permet de vérifier que le vortex se comporte bien comme un vortex de type Lamb-Oseen.

Pour rappel, la vitesse azimutale d'un vortex de type Lamb-Oseen s'écrit dans notre système de coordonnées

$$V_{\rm azi}(r,z) = \frac{\Gamma}{2\pi\sqrt{(r-r_G)^2 + (z-z_G)^2}} \Big[1 - \exp\Big(-\frac{(r-r_G)^2 + (z-z_G)^2}{a^2}\Big) \Big].$$
(2.23)

La vitesse maximale est atteinte en $\sqrt{(r-r_G)^2 + (z-z_G)^2} = a_{\max} = \sqrt{\alpha}a$ avec $\alpha \simeq 1,26$. De plus, la vorticité dans le vortex gaussien s'exprime comme

$$\omega(r,z) = \frac{\Gamma}{\pi a^2} \exp(\frac{(r-r_G)^2 + (z-z_G)^2}{a^2}).$$
 (2.24)

Dans cette méthode, on commence par déterminer le barycentre de vorticité afin de trouver la position du vortex. Ce calcul se fait de la même manière que pour la méthode du moment d'ordre 2 et repose sur les équations (2.19).



FIGURE 2.21 – Ajustement des profils de (a) la vitesse azimutale moyenne et (b) la vorticité moyenne d'un vortex pour L = 2,8 cm, D = 12,5 cm et $\tau = 1,67$ s à l'instant $t/\tau = 0,66$. On trouve (a) a = 4,0 mm et $\Gamma = 1,8 \times 10^{-3}$ m²/s par ajustement de l'équation (2.23) et (b) a = 3,9 mm et $\Gamma = 1,8 \times 10^{-3}$ m²/s par ajustement de l'équation (2.24).

Dans un second temps, on calcule la moyenne de la vitesse azimutale à différentes positions r entre le centre du vortex et jusqu'à environ D/5 du centre du vortex. On ajuste ensuite le profil de la vitesse obtenu avec le modèle de Lamb-Oseen de l'équation (2.23) afin de trouver le rayon du vortex et sa circulation. Un exemple d'un tel ajustement avec a et Γ comme paramètres libres est illustré sur la figure 2.21(a) pour L = 2.8 cm, D = 12.5 cm et $\tau = 1.87$ s à l'instant $t/\tau = 0.66$. On trouve alors que a = 4.0 mm et $\Gamma = 1.8 \times 10^{-3}$ m²/s. À partir du profil de la vitesse azimutale, on peut également déterminer le maximum de la vitesse azimutale et la position à laquelle elle est atteinte $a_{\text{max}} = \sqrt{\alpha a}$. Cette vitesse vaut alors

$$\max(V_{\text{azi}}) = \frac{\Gamma}{2\pi a_{\text{max}}} [1 - \exp(-\alpha)]$$
(2.25)

Ainsi on peut également en déduire la circulation. À partir du profil de la vitesse de la figure 2.21(a), on trouve que $a_{\text{max}} = 4,4$ mm soit a = 3,9 mm et que max $(V_{\text{max}}) = 4,8$ cm/s soit $\Gamma = 1,9 \times 10^{-3}$ m²/s.

Enfin, on peut également mesurer la moyenne orthoradiale de la vorticité du vortex à différentes distances r de son centre. On effectue ensuite un ajustement avec le modèle de Lamb-Oseen donné en équation (2.24). Un exemple d'un tel ajustement de la vorticité est illustré sur la figure 2.21(b) pour les mêmes propriétés que sur la figure 2.21(a). On trouve que a = 3,9 mm et $\Gamma = 1,8 \times 10^{-3}$ m²/s. On remarque que les propriétés du vortex déterminées par ces trois méthodes sont assez proches les unes des autres. Néanmoins, ces valeurs dépendent grandement de la qualité de l'ajustement effectué. À titre de comparaison, on trouve a = 4 mm et $\Gamma = 2,5 \times 10^{-3}$ m²/s avec la méthode des moments, soit le même rayon mais une circulation plus élevée.

Ainsi, il également possible de mesurer le rayon et la circulation du vortex en utilisant des ajustements du profil de la vitesse ou de la vorticité par le modèle de Lamb-Oseen. Le problème de cette méthode est qu'elle ne tient pas en compte du fait que le cœur du tourbillon n'est pas forcément symétrique, de son éventuelle ellipticité et donc de sa rotation par rapport aux axes principaux. Enfin, lorsqu'il y a plusieurs vortex, les profils de la vitesse et de la vorticité sont plus complexes et l'ajustement est donc moins performant. C'est pourquoi nous avons choisi d'utiliser la méthode des moments dans ce travail de thèse.

Nous venons de décrire dans ce chapitre le dispositif expérimental et la simulation numérique nous permettant d'étudier la translation d'un disque en milieu infini, proche d'une paroi et proche d'un lit granulaire. Dans le prochain chapitre de ce manuscrit de thèse (Chapitre 3), nous allons caractériser les anneaux tourbillonnaires se formant dans le sillage d'un disque en simple translation en milieu infini et ce afin de mieux comprendre le comportement des tourbillons lorsque le disque se déplace à proximité d'une paroi (Chapitre 4) ou oscille (Chapitre 5).

Chapitre 3

Génération d'un anneau tourbillonnaire par un disque en translation en milieu infini

Dans ce chapitre, les tourbillons générés dans le sillage d'un disque en translation en milieu infini sont étudiés expérimentalement par PIV et numériquement à l'aide de Basilisk. L'essentiel des résultats de ce chapitre a fait l'objet d'un papier paru dans Physical Review Fluids [155]. Ce chapitre sert de préambule pour nous aider ensuite à mieux caractériser les anneaux tourbillonnaires générés par un disque proche d'une paroi (Chapitre 4) et par un disque en oscillation périodique (Chapitre 5).

Nous nous concentrons ici sur le cas d'un disque en translation non uniforme unidirectionnelle, ce qui signifie que le disque se déplace sur une longueur de course L pendant τ avant de s'arrêter définitivement. Dans ce chapitre, le disque se dirige toujours vers le haut. Comme le disque est loin de toute paroi, des conclusions similaires peuvent être tirées pour un disque se dirigeant dans n'importe quelle autre direction, et en particulier vers le bas. L'expression de la vitesse V_d et de la position verticale z_d du disque au cours du temps sont ici données par

$$z_d(t^* \le 1) = L/2[1 - \cos(\pi t^*)], \quad z_d(t^* \ge 1) = L,$$

$$V_d(t^* \le 1) = V_m \sin(\pi t^*), \quad V_d(t^* \ge 1) = 0,$$
(3.1)

où $V_m = \pi L/2\tau$ est la vitesse maximale du disque et $t^* = t/\tau$ est le temps adimensionné. Le disque démarre donc à $t^* = 0$ et s'arrête à $t^* = 1$.

3.1 Paramètres expérimentaux et numériques

Les paramètres des expériences et des simulations numériques qui ont été effectuées sont synthétisés dans le tableau 3.1. Pour les expériences et les simulations, sur les trois premières lignes du tableau, un unique paramètre de contrôle varie, à savoir la longueur de course L, le diamètre du disque D et le temps de parcours τ respectivement, de façon à pouvoir isoler et identifier l'influence de chacun de ces paramètres sur les anneaux tourbillonnaires générés. Sur la dernière ligne, le diamètre du disque ainsi que son temps de parcours varient pour L = 5,2 cm dans les

Expériences							
L (cm)	D (cm)	τ (s)	L/D	Re	Symboles		
2-6	10	$1,\!67$	0,2-0,6	2×10^3 - 5,6 × 10 ³	\bigtriangleup		
2,8	3,75-15	$1,\!67$	$0,\!19\text{-}0,\!75$	10^{3} - 4×10^{3}	\bigtriangledown		
2,8	10	$0,\!25\text{-}2,\!5$	$0,\!28$	2×10^3 - 2×10^4	\diamond		
5,2	$6,\!25\text{-}15$	0,5-2,5	$0,\!35\text{-}0,\!8$	2×10^3 - 2×10^4	0		
Simulations							
L (cm)	D (cm)	au (s)	L/D	Re	Symboles		
2-20	10	$1,\!67$	0,2-2	2×10^3 - 2×10^4			
2,8	5 - 40	$1,\!67$	$0,\!07-\!0,\!56$	10^3 - 10^4	\checkmark		
2,8	10	$0,\!25\text{-}2,\!5$	$0,\!28$	2×10^3 - 2×10^4	•		
2,8-10	7,5-30	0,5-2,5	0,09-0,7	$2{,}6{\times}10^3{}3{\times}10^4$	•		

TABLEAU 3.1 – Symboles et paramètres des expériences et des simulations. Les symboles pleins correspondent aux simulations et les symboles vides aux expériences. L'épaisseur du disque vaut e = 2 mm de sorte que e/D est toujours strictement inférieur à 0,06.

expériences tandis que les gammes de variation des paramètres de contrôle ont été élargies à l'aide des simulations. Expérimentalement, la longueur de course a été variée entre L = 2 cm et 6 cm, le diamètre entre D = 3,75 cm et 15 cm et le temps de parcours τ entre 0,25 s et 2,5 s. Ainsi le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du disque $Re = V_m D/\nu$ varie dans la gamme $10^3 - 2 \times 10^4$ et le rapport L/D varie dans la gamme 0,2 à 0,8. Dans les simulations, $Re \in [10^3; 3 \times 10^4]$ et $L/D \in [0,07; 2]$. Le rapport L/D reste donc toujours inférieur à la valeur critique de 4, en deçà de laquelle l'anneau tourbillonnaire demeure axisymétrique [185]. Enfin, l'épaisseur du disque e est maintenue constante à 2 mm tout au long de ce chapitre sauf mention contraire.

Pour chaque expérience et simulation numérique, on obtient un champ de vitesse instantané dont on déduit le champ de vorticité. On remonte également aux propriétés du vortex qui se forme dans le sillage du disque en utilisant la routine implémentée sous Matlab et décrite dans le chapitre précédent. Dans la suite de ce chapitre, nous commencerons par décrire la génération de l'anneau tourbillonnaire de démarrage obtenu expérimentalement et numériquement pour un jeu de paramètre donné, ce qui permettra de diviser l'évolution de l'anneau tourbillonnaire en trois phases. Nous verrons ensuite que des lois d'échelles gouvernent les propriétés du vortex au cours de sa formation, lorsque le disque est encore en mouvement. Enfin, après l'arrêt du disque, nous étudierons la formation du vortex d'arrêt et expliquerons la dynamique du vortex de démarrage.

3.2 Description de l'écoulement

Dans cette partie, l'écoulement dans le sillage du disque et plus particulièrement la génération d'un anneau tourbillonnaire de démarrage vont être décrits. Pour toute la gamme des paramètres étudiés (voir tableau 3.1), le comportement de l'écoulement est très similaire et les observations décrites dans un exemple particulier pourront être étendues aux autres jeux de paramètres.

Pour commencer, nous allons nous intéresser aux champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleur) expérimentaux de la figure 3.1(a) et numériques de la figure 3.1(b). Ces champs ont été obtenus dans un plan vertical (r, z) passant par l'axe du disque à différents instants pour L = 5,2 cm, D = 10 cm et $\tau = 1$ s. Avant de passer à la description de l'écoulement, il est important de noter que les champs obtenus expérimentalement et numériquement sont visuellement en très bon accord, ce qui est rassurant vis-à-vis de la validité des simulations axisymétriques.

Lorsque le disque se met en mouvement vers le haut à $t^* = 0$, une couche de vorticité positive se forme au-dessus du disque et s'enroule en formant un anneau tourbillonnaire dans le sillage de ce dernier (voir encadré 1 à $t^* = 0.14$). Ce vortex, qui se forme dès les premiers instants du mouvement du disque, est déjà bien visible à $t^* = 0.34$ (voir encadré 2). On observe visuellement que son rayon ainsi que sa vorticité maximale augmentent au cours de sa génération. Cela est particulièrement notable entre $t^* = 0.34$ et $t^* = 0.66$. Si on se concentre plus précisément sur l'instant $t^* = 0.66$, on remarque que l'anneau tourbillonnaire est connecté au bord du disque par une "queue" de vorticité bien définie dans la simulation (voir encadré 4), tandis que des petits tourbillons satellites se forment dans l'expérience et tournent autour du vortex de démarrage (voir encadré 3). La formation de ces irrégularités dans une couche de vorticité a déjà été observée dans des simulations numériques [46, 87, 88] et des expériences [46, 122] portant sur les écoulements tourbillonnaires générés par une plaque en translation à vitesse constante et est due à une instabilité de Kelvin-Helmholtz. L'axisymétrie de la simulation numérique de cette étude semble cependant retarder l'apparition de l'instabilité et on peut s'attendre à ce qu'une simulation 3D non-axisymétrique donne des résultats plus proches de l'expérience sur ce point particulier. De plus, les oscillations radiales parasites du disque dans les expériences, que nous avons mises en avant dans le Chapitre 2, ne sont évidemment pas simulées numériquement et peuvent contribuer à l'apparition de ces instabilités. Enfin, au même instant $t^* = 0.66$, tant dans l'expérience que dans la simulation, une fine couche de vorticité de signe opposée (négative) s'est formée sous le disque, c'està-dire entre le disque et l'anneau tourbillonnaire - cette dernière est particulièrement visible sur le champ issu de la simulation (voir encadré 4). Cette couche de vorticité est formée par le cisaillement que génère la vitesse azimutale du vortex de démarrage sous le disque.

Entre $t^* = 0,66$ et $t^* = 1$, le disque décélère et on constate que le vortex se rapproche du disque avant de commencer à le contourner. Il est difficile de dire, à partir de l'observation de ces champs, comment évolue la taille et la vorticité du vortex entre ces deux instants. On constate néanmoins que la vitesse d'enroulement du tourbillon induit la formation d'un tourbillon secondaire de circulation négative au bord du disque à $t^* = 1$, qu'on appellera tourbillon d'arrêt dans la suite. Il correspond initialement à la fine couche de vorticité de signe négatif sous le disque (bien illustré dans l'encadré 4) qui est ensuite arrachée par le vortex de démarrage lorsque ce dernier contourne le disque. Entre les instants $t^* = 1$ et $t^* = 1,34$, le vortex d'arrêt grossit et gagne en vorticité dû à l'interaction prolongée du vortex de



FIGURE 3.1 – Champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) générés par la translation non oscillatoire du disque mesurés (a) expérimentalement et obtenus (b) numériquement à différents instants $t^* = t/\tau$ lorsque L = 5,2 cm, D = 10 cm et $\tau = 1$ s.

démarrage avec le bord du disque. À $t^* = 1,34$, l'anneau tourbillonnaire de démarrage n'est donc plus alimenté car le disque est à l'arrêt depuis $t^* = 1$. Il s'est détaché du disque et évolue sous l'influence du tourbillon d'arrêt. Leur interaction mutuelle les fait tourner comme on peut le voir en suivant la trajectoire des deux vortex de $t^* = 1.34$ à $t^* = 2$. On constate également que le cœur du vortex de démarrage n'est plus circulaire, mais elliptique (particulièrement visible entre $t^* = 1,34$ et $t^* = 1,68$ aussi bien expérimentalement que numériquement). Cette déformation du vortex de démarrage est la conséquence du champ de déformation induit par le vortex d'arrêt. À $t^* = 2$, les tourbillons de démarrage et d'arrêt sont redevenus presque circulaires et leur circulation maximale, en valeur absolue, a nettement diminué par rapport aux instants précédents comme on le verra par la suite. Ils interagissent moins entre eux et vont diffuser progressivement dans le fluide sous l'effet de la viscosité. Il est intéressant de constater que cette diffusion visqueuse semble plus rapide dans l'expérience que dans la simulation. Cela est particulièrement visible sur le vortex d'arrêt. En effet, à l'instant $t^* = 2$, la vorticité maximale du vortex d'arrêt "numérique" est 1,4 fois supérieure à celle du vortex "expérimental". Cet écart est probablement causé par une perte de l'axisymétrie de l'anneau tourbillonnaire expérimental.

Afin de mieux comprendre la génération du vortex de démarrage, nous allons désormais préciser son évolution temporelle. L'évolution temporelle de la circulation, du rayon et de la position du vortex est illustré sur la figure 3.2 pour L = 2.8 cm, D = 12.5 cm et $\tau = 1.67$ s. Ces grandeurs sont mesurées par la méthode des moments à partir des champs PIV et des simulations numériques. On donne également un exemple des résultats obtenus par un ajustement du profil de vorticité expérimental par le modèle de Lamb-Oseen. En particulier, les évolutions temporelles de la circulation et du rayon de l'anneau tourbillonnaire sont indiquées sur les figures 3.2(a) et (b) respectivement. La position du vortex dans le référentiel du laboratoire et du disque sont représentées sur les figures 3.2(c) et figure 3.2(d) respectivement. L'axe noté z^* sur la figure 3.2(d) a pour origine la position du disque $z_d(t^*)$ au cours du temps, soit $z^* = z - z_d(t^*)$. Pour chaque figure, on compare également les résultats expérimentaux (symboles) avec les résultats de la simulation numérique correspondante (traits pleins). Les grandeurs sont tracées à partir de $t^* = 0.3$ car, avant cet instant, le vortex est trop petit pour être bien caractérisé par l'algorithme implémenté sous Matlab. Avant de présenter plus en détails l'évolution de l'anneau tourbillonnaire, on peut remarquer qu'il y a un bon accord entre les caractéristiques du vortex obtenus par la méthode des moments dans l'expérience et la simulation numérique, ce qui nous conforte à nouveau sur la validité de la simulation numérique 3D axisymétrique. Le rayon a obtenu par la méthode de Lamb-Oseen (symboles \times) est également en accord avec celui obtenu par la méthode des moments avant l'arrêt du disque. On remarque toutefois un écart au-delà de $t^* > 1$ qui est certainement lié à l'étirement du vortex et à l'apparition du vortex d'arrêt ce qui rend plus complexe l'ajustement du profil de la vorticité, qui est pour rappel moyenné selon un cercle et non une ellipse, avec le modèle de Lamb-Oseen. De plus, la circulation du vortex est systématiquement sous-estimée par la méthode de Lamb-Oseen. Dans la méthode des moments, on effectue une intégrale de la vorticité sur une surface cinq fois supérieure au diamètre du vortex. Cette méthode est meilleure qu'un ajustement du



FIGURE 3.2 – Évolution temporelle de (a) la circulation Γ du vortex, (b) son rayon a et la position de son barycentre de vorticité dans (c) le référentiel du laboratoire et (d) le référentiel du disque pour L = 2,8 cm, D = 12,5 cm et $\tau = 1,67$ s. Les symboles (o) et (×) correspondent aux mesures expérimentales par la méthode des moments et par ajustement du profil de la vorticité par le modèle de Lamb-Oseen respectivement tandis que les traits pleins (–) correspondent aux simulations par la méthode des moments. Pour faciliter la visualisation seul un point tous les cinq pas de temps est affiché pour les résultats expérimentaux.

profil de la vorticité par un modèle de Lamb-Oseen car elle permet d'englober les éventuelles dissymétries du vortex. Par conséquent, l'ensemble des résultats présentés et discutés dans la suite de ce manuscrit ont été obtenus par la méthode des moments qui permet une meilleure estimation du rayon après l'arrêt du disque et de la circulation de manière générale.

L'évolution temporelle de la formation du vortex peut être décomposée en trois phases. La première phase correspond à la génération ou formation du vortex, dans laquelle le rayon et la circulation du vortex augmentent continûment. La circulation du vortex atteint un maximum Γ_m à l'instant $t_{\Gamma}^* \simeq 0.7$ comme indiqué sur la figure 3.2(a). Le vortex atteint également un rayon maximum a_m à l'instant $t_a^* \simeq 0.75$ comme indiqué sur la figure 3.2(b). Si on s'intéresse maintenant à la position du vortex lors de sa formation sur les figures 3.2(c) et 3.2(d), on remarque que celui-ci commence par s'éloigner verticalement du disque tandis que sa position radiale est à peu près constante. Dans la suite, on note la distance verticale maximale entre le dessous du disque et le cœur du vortex de démarrage avant l'arrêt du disque $\Delta z_m = \max(\Delta z(t^* < 1))$. Cette dernière est indiquée sur la figure 3.2(d). La distance verticale maximale est atteinte à l'instant $t_{\Delta z}^* \simeq 0.87$ dans ce cas particulier. On verra par la suite que les instants auxquels ces maximum sont atteints ne varient pas significativement lorsque les paramètres de contrôle de l'expérience ou de la simulation sont modifiés. On considère que la phase de formation du vortex se termine lorsque le vortex a atteint son rayon et sa circulation maximum, la première phase de formation de l'anneau tourbillonnaire se termine donc dans cet exemple pour $t^* \simeq 0.7$.

La seconde phase commence à partir de $t^* \simeq 0.7$ et se termine à l'arrêt du disque à $t^* = 1$. Durant cette phase, le disque décélère et le vortex se rapproche du disque tout en le contournant comme le suggère l'évolution de sa position radiale sur les figures 3.2(c) et (d). Par conséquent, le rayon de l'anneau R croit. Bien que le disque soit encore en mouvement au cours de cette deuxième phase, la circulation et le rayon du vortex diminuent d'après les figures 3.2(a) et (b) respectivement.

Enfin, la dernière et troisième phase démarre dès que le disque est à l'arrêt $(t^* > 1)$. Le vortex de démarrage n'est alors plus alimenté, il se détache du disque et sa circulation et son rayon diminuent légèrement. Pour rappel, nous avons vu sur les champs de vitesse et de vorticité de la figure 3.1 qu'au début de cette phase un anneau tourbillonnaire d'arrêt de vorticité opposée se forme sur le bord du disque. Ce vortex d'arrêt n'est pas représenté sur les figures 3.2. Néanmoins, sa présence influence le déplacement de l'anneau tourbillonnaire de démarrage et le fait tourner à proximité du disque comme on le voit sur les figures 3.2(c) et 3.2(d).

En se basant sur l'observation qualitative de l'écoulement et l'évolution temporelle de la circulation et du rayon du vortex de démarrage, la génération du vortex a été décomposée en trois phases : génération $(0 < t^* \leq 0.7)$, advection $(0.7 \leq t^* \leq 1)$ et détachement du disque (pour $t^* > 1$). Dans la suite, nous allons détailler plus précisément l'évolution des propriétés de l'anneau tourbillonnaire lors de ces trois phases lorsqu'on fait varier les différents paramètres de contrôle.

3.3 Propriétés du vortex de démarrage

3.3.1 Lois d'échelle

Au cours de la translation du disque, la circulation, le rayon et la distance au disque de l'anneau tourbillonnaire de démarrage atteignent des valeurs maximales notées Γ_m , a_m , et Δz_m , respectivement (voir figure 3.2). Afin de mieux caractériser l'anneau tourbillonnaire de démarrage, les paramètres de contrôle L, D et τ ont été modifiés indépendamment comme indiqué dans le tableau 3.1. On s'intéressera également ensuite à la distance radiale maximale Δr_m entre le bord du disque et l'anneau tourbillonnaire même si, comme le suggèrent les figures 3.2(c) et 3.2(d), elle ne semble que très peu varier lorsque le disque est en mouvement.

Commençons par observer comment les paramètres de contrôle L, D et τ influencent la circulation maximale Γ_m de l'anneau tourbillonnaire sur les figures 3.3(a)-(c) pour les expériences (symboles vides) et les simulations numériques (symboles pleins). Notons d'abord qu'il y a un bon accord quantitatif entre les simulations numériques et les expériences. La circulation maximale du cœur de l'anneau tourbillonnaire augmente avec la longueur de course L, le diamètre du disque D et comme l'inverse du temps de parcours $1/\tau$. En effet, en augmentant L (respectivement D) tout en maintenant D et τ (respectivement L et τ) constants, le volume de fluide déplacé est d'autant plus important ce qui augmente la circulation du vortex. Par ailleurs, en augmentant $1/\tau$, tout en conservant L et D constants, la vitesse



FIGURE 3.3 – Circulation maximale du vortex Γ_m avant l'arrêt du disque en fonction de (a) la longueur de course L, (b) le diamètre D, et (c) l'inverse du temps de parcours τ du disque. Les autres paramètres sont constants (a) $D = 10 \text{ cm}, \tau = 1,67 \text{ s},$ (b) $L = 2,8 \text{ cm}, \tau = 1,67 \text{ s},$ et (c) L = 2,8 cm, D = 10 cm. Les lignes continues sont des ajustements par des lois d'échelles des résultats expérimentaux (symboles vides) et numériques (symboles pleins) : (a) $\Gamma_m = \alpha L^{4/3}$ où $\alpha \simeq 0,27 \text{ m}^{2/3}/\text{s}$, (b) $\Gamma_m = \beta D^{2/3}$ où $\beta \simeq 0,01 \text{ m}^{4/3}/\text{s}$, et (c) $\Gamma_m = \chi/\tau$ où $\chi \simeq 3,4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

de déplacement du disque augmente et le fluide doit s'enrouler d'autant plus vite pour former l'anneau tourbillonnaire ce qui fait croître la circulation de ce dernier. Dans la gamme des paramètres explorés ici, des lois de puissance semblent pouvoir rendre compte de l'évolution de la circulation maximale. Plus précisément, $\Gamma_m \sim L^{4/3}$ d'après la figure 3.3(a), $\Gamma_m \sim D^{2/3}$ d'après la figure 3.3(c) et $\Gamma_m \sim 1/\tau$ d'après la figure 3.3(c). Ces différents comportements en loi de puissance suggèrent que la circulation maximale du vortex pourrait être proportionnelle à $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$, en accord avec les dimensions de la circulation (m²/s).

Les figures 3.4(a),(b) et (c) montrent la distance verticale maximale du centre du



FIGURE 3.4 – Distance verticale maximale au disque Δz_m avant son arrêt en fonction des mêmes paramètres que sur la figure 3.3. Les lignes continues sont des ajustements en loi de puissance des résultats expérimentaux (symboles vides) et numériques (symboles pleins) : (a) $\Delta z_m = \alpha L^{2/3}$ où $\alpha \simeq 0.09 \text{ m}^{1/3}$, (b) $\Delta z_m = \beta D^{1/3}$ où $\beta \simeq 0.019 \text{ m}^{2/3}$, et (c) $\Delta z_m \simeq 8.5 \text{ mm}$.



FIGURE 3.5 – Rayon maximal du vortex a_m avant l'arrêt du disque en fonction des mêmes paramètres que sur la figure 3.3. Les lignes continues sont des ajustements par des lois d'échelles des résultats expérimentaux (symboles vides) et numériques (symboles pleins) : (a) $a_m = \alpha L^{2/3}$ où $\alpha \simeq 0.045 \text{ m}^{1/3}$; (b) $a_m = \beta D^{1/3}$ où $\beta \simeq 0.01 \text{ m}^{2/3}$ et (c) $a_m \simeq 4.1 \text{ mm}$.

vortex au disque Δz_m avant son arrêt en fonction de L, D et τ , pour les expériences et les simulations numériques correspondantes, qui sont à nouveau en excellent accord quantitatif. La position verticale Δz_m augmente avec la longueur de course L et le diamètre D du disque, mais semble indépendante du temps de parcours du disque τ . En effet, lorsque la longueur de course L (respectivement le diamètre D) augmente tout en maintenant D et τ constants (respectivement L et τ) le volume de fluide déplacé augmente et donc le vortex grossit d'autant plus et s'éloigne du disque. De plus, Δz_m étant une longueur et en supposant que la viscosité est négligeable, il est cohérent qu'elle ne dépende pas de τ . Comme pour la circulation, des lois de puissance semblent émerger des résultats. Pour les gammes de longueur de course L, de diamètre D et de temps de parcours τ considérées ici, la distance verticale maximale du vortex par rapport au disque semble varier comme $L^{2/3}$ (figure 3.4(a)) et $D^{1/3}$ (figure 3.4(b)), suggérant que $\Delta z_m \sim L^{2/3}D^{1/3}$, en accord avec les dimensions d'une longueur.

Le rayon maximal a_m du cœur de l'anneau tourbillonnaire est reporté sur les figures 3.5(a), (b) et (c) en fonction de L, D et τ . L'évolution du rayon maximal a_m suit des lois d'échelle comparables à celles de Δz_m , c'est-à-dire en $L^{2/3}$ et en $D^{1/3}$. Comme le rayon maximal du vortex semble suivre les mêmes lois d'échelle que la distance verticale maximale, à un préfacteur près, cela suggère que le rayon maximal a_m est proportionnel à Δz_m . Plus précisément, on trouve ici que $a_m \simeq 0.48\Delta z_m$ et donc plus le tourbillon grossit, plus il s'éloigne du disque.

Intéressons-nous maintenant à la distance radiale maximale Δr_m du centre du cœur de l'anneau tourbillonnaire par rapport au bord du disque avant que le disque ne s'arrête ($t^* < 1$). Cette distance est reliée au rayon de l'anneau du tourbillon par la relation $R = D/2 - \Delta r$. Les figures 3.6(a), (b) et (c) montrent comment Δr_m varie avec L, D et τ pour les expériences et les simulations numériques, qui ne sont cette fois-ci pas en très bon accord quantitatif. On remarque que Δr_m (et donc le rayon de l'anneau R) ne dépend pas significativement de la longueur de course L, mais augmente avec le diamètre D du disque comme $D^{1/3}$ et semble légèrement diminuer



FIGURE 3.6 – Distance radiale maximale du centre du vortex par rapport au bord du disque Δr_m avant son arrêt en fonction des mêmes paramètres que la figure 3.3. Les lignes continues sont des ajustements par des lois d'échelles des résultats expérimentaux (symboles vides) et numériques (symboles pleins) : (a) $\Delta r_m \simeq 2.8$ mm; (b) $\Delta r_m = \beta D^{1/5}$ où $\beta \simeq 4 \times 10^{-3}$ m^{2/3} et (c) $\Delta r_m = \chi/\tau$ où $\chi \simeq 2.5 \times 10^{-3}$ m s^{1/5}.

avec le temps de parcours τ , même si cette tendance n'est pas claire. Il est en effet assez surprenant, dimensionnellement parlant, que la distance radiale Δr_m puisse dépendre du temps de parcours, ce qui peut signifier que notre système dépend d'un paramètre physique que nous n'avons pas tenu compte.

3.3.2 Lois d'échelle dérivées du modèle de Wedemeyer

Comme le montrent les figures 3.3, 3.4 et 3.5, la circulation, la distance verticale et le rayon maximum semblent obéir à des lois de puissance qui dépendent de la longueur de course L, du diamètre D et du temps caractéristique de déplacement τ du disque. Nous allons montrer dans ce qui suit que ces lois de puissance peuvent être extraites et adaptées des prédictions théoriques de Wedemeyer [177]. Comme introduit dans l'état de l'art, Wedemeyer modélise la croissance auto-similaire d'un tourbillon dans le sillage d'une plaque semi-infinie qui se déplace à vitesse constante perpendiculairement à sa surface à partir de t = 0. Bien que la viscosité soit responsable de la formation de la couche limite et de la nappe de vorticité, l'approche de Wedemeyer n'en tient pas compte, ce qui est justifié pour les écoulements à haut nombre de Reynolds où les effets inertiels dominent. Selon Wedemeyer, ces résultats théoriques peuvent être utilisés pour des plaques de largeur finie tant que le rayon du tourbillon est petit devant cette largeur. Dans notre situation, cette condition est toujours satisfaite car le rapport du rayon maximal du vortex sur le diamètre du disque évolue dans la gamme $a_m/D \in [0,03; 0,12]$. En outre, une comparaison avec la modélisation théorique [177] ne sera pertinente que lors de la phase de génération du vortex, c'est-à-dire tant que le vortex ne s'est pas détaché du disque. Pour rappel, les lois théoriques du modèle de Wedemeyer donnant les évolutions de la circulation et de la position du tourbillon par rapport à une plaque rectangulaire de largeur 2H dans la direction x sont

$$\Gamma(t) = -c_1 U H \left(\frac{Ut}{H}\right)^{1/3}, \quad \Delta z(t) = c_2 H \left(\frac{Ut}{H}\right)^{2/3}, \quad \text{et} \quad \Delta x(t) = c_3 H \left(\frac{Ut}{H}\right)^{2/3}, \quad (3.2)$$

où $c_1 \simeq 4$, $c_2 \simeq 0.4$ et $c_3 \simeq 0.11$ [177].

Pour adapter ces lois à notre configuration, on peut remplacer la vitesse constante U par la moyenne temporelle de la vitesse du disque de $t^* = 0$ à $t^* = t/\tau$, à savoir $U(t^*) = L[1 - \cos(\pi t^*)]/2\tau t^*$, et remplacer Ut par la longueur de course du disque à l'instant t^* , tel que $L(t^*) = L[1 - \cos(\pi t^*)]/2$. L'échelle de longueur H correspond dans notre cas au rayon du disque D/2. Après substitution dans l'expression (3.2) de $\Gamma(t)$, on obtient alors que

$$|\Gamma(t^*)| = c_{\Gamma}(t^*) L^{4/3} D^{2/3} / \tau, \qquad (3.3)$$

où $c_{\Gamma}(t^*) = c_1 [1 - \cos(\pi t^*)]^{4/3} / 4t^*.$

Afin d'obtenir les expressions des distances verticales Δz et radiales Δr entre le centroïde du vortex et le bord du disque, nous faisons les mêmes substitutions dans les équations (3.2) donnant l'évolution de $\Delta z(t)$ et $\Delta x(t)$ de sorte que

$$\Delta z(t^*) = c_z(t^*) L^{2/3} D^{1/3}, \quad \text{et} \quad \Delta r(t^*) = c_r(t^*) L^{2/3} D^{1/3}, \tag{3.4}$$

où $c_z = c_2 [1 - \cos(\pi t^*)]^{2/3}/2$ et $c_r = c_3 [1 - \cos(\pi t^*)]^{2/3}/2$.

Nos expériences et simulations numériques ayant par ailleurs montré que le rayon maximum du vortex a_m est proportionnel à la distance verticale maximale Δz_m , tel que $a_m = 0.48\Delta z_m$, on peut en déduire que la loi d'évolution du rayon devrait être donnée par

$$a(t^*) = c_a(t^*) L^{2/3} D^{1/3}, (3.5)$$

où $c_a(t^*) \simeq 0.48 c_z(t^*)$.

Ainsi, selon l'équation (3.3), à un temps t^* donné, la circulation devrait être proportionnelle à $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$, ce qui est en accord avec les lois d'échelle obtenues sur la figure 3.3 pour la circulation maximale Γ_m . De plus, d'après les équations (3.4) et (3.5), la position verticale du tourbillon Δz et son rayon *a* devraient être proportionnels à $L^{2/3}D^{1/3}$ et indépendants de $1/\tau$ à un temps t^* donné, ce qui est également en excellent accord avec les observations faites à partir des figures 3.4 et 3.5. Les coefficients des lois d'échelle des équations (3.3), (3.4) et (3.5) sont constants pour un temps donné t^* . Par conséquent, les coefficients seront constants pour les valeurs maximales de la circulation, du rayon et de la position verticale à condition que l'instant auquel ces maximum sont atteints ne varie pas de manière significative.

Commençons par nous intéresser à la circulation maximale Γ_m tracée sur la figure 3.7(a) en fonction de $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$ pour l'ensemble des paramètres expérimentaux et numériques indiqués dans le tableau 3.1. Les données s'alignent bien sur une droite maîtresse avec un préfacteur $c_{\Gamma} \simeq 2$, indiquant que la circulation obéit bien à la loi d'échelle de l'équation (3.3). Le temps maximal t_{Γ}^* auquel la circulation maximale est atteinte est reporté sur la figure 3.7(d), et ne varie pas significativement autour de sa valeur moyenne $t_{\Gamma}^* = 0.70 \pm 0.03$ pour tous les paramètres considérés ici. L'erreur de ± 0.03 correspond ici à l'écart type sur la valeur moyenne. Ce résultat souligne



FIGURE 3.7 – Évolution avant l'arrêt du disque de (a) la circulation maximale du vortex Γ_m , (b) la position verticale maximale du vortex Δz_m , (c) le rayon maximal du cœur du vortex a_m , (d) l'instant t_{Γ}^* auquel la circulation maximale est atteinte, (e) l'instant t_z^* auquel la position verticale maximale est atteinte, et (f) l'instant t_a^* auquel le rayon maximal est atteint lorsqu'on fait varier la longueur de course L, le diamètre D et le temps de déplacement τ du disque. Les lignes pointillées sur les figures (a)-(c) correspondent aux lois de puissance suivantes : (a) $\Gamma_m = c_{\Gamma} L^{4/3} D^{2/3} / \tau$ avec $c_{\Gamma} \simeq 2$, (b) $\Delta z_m = c_z L^{2/3} D^{1/3}$ avec $c_z \simeq 0,2$, et (c) $a_m = c_a L^{2/3} D^{1/3}$ avec $c_a \simeq 0,1$. Pour le rayon et la position verticale, lorsque τ varie, un seul point a été représenté sur les figures (a)-(c), qui correspond au rayon moyen (ou à la distance verticale moyenne) car Δz_m et a_m ne varient pas avec τ . Les lignes continues sur les figures (d)-(f) correspondent à la valeur moyenne des temps de maximum (d) $t_{\Gamma}^* \simeq 0,70$ (e) $t_{\Delta z}^* \simeq 0,85$ et (f) $t_a^* \simeq 0,79$ et les lignes pointillées à la valeur moyenne $\pm 10\%$.

que la dynamique de formation de l'anneau tourbillonnaire n'est que peu modifiée dans toute la gamme des paramètres de contrôle explorés. Le coefficient théorique déduit de l'équation (3.3) à cet instant est $c_{\Gamma}(t_{\Gamma}^*) \simeq 2,6$. La valeur obtenue en ajustant les résultats expérimentaux et numériques de la figure 3.7(a), $c_{\Gamma} \simeq 2$, est légèrement inférieure à cette valeur théorique. Plusieurs raisons peuvent l'expliquer. Tout d'abord, notre problème est 3D axisymétrique tandis que la configuration étudiée par Wedemeyer est purement bidimensionnelle. De plus, l'épaisseur du disque dans notre configuration n'est pas nulle et la vitesse du disque n'est pas constante contrairement au modèle proposé par Wedemeyer.

Intéressons-nous maintenant à la distance verticale maximale de l'anneau tourbillonnaire Δz_m reportée en fonction de $L^{2/3}D^{1/3}$ sur la figure 3.7(b) afin de tester l'équation (3.4). Par soucis de clarté, dans les cas où uniquement le temps de parcours τ varie (troisième ligne du tableau 3.1), seule la valeur moyenne de la position verticale est affichée étant donné que Δz_m est indépendant de τ comme on l'a vu sur la figure 3.4(c). Les résultats s'alignent bien sur une droite maîtresse avec un préfacteur $c_z \simeq 0,2$. Le temps adimensionné $t^*_{\Delta z}$ auquel le maximum est atteint est reporté sur la figure 3.7(e). Comme dans le cas de la circulation, $t^*_{\Delta z}$ ne varie pas beaucoup autour de sa valeur moyenne $t_{\Delta z}^* = 0.85 \pm 0.04$ pour tous les paramètres considérés ce qui justifie l'applicabilité des résultats de l'équation (3.2) à la distance verticale maximum. En utilisant l'équation (3.4), on trouve que la valeur théorique du coefficient à l'instant considéré $c_z(t_{\Delta z}^*) \simeq 0.3$ est à nouveau légèrement supérieure à la valeur $c_z \simeq 0.2$ obtenue à partir des résultats expérimentaux et numériques.

Enfin, le rayon maximal a_m est représenté sur la figure 3.7(c) en fonction de $L^{2/3}D^{1/3}$. Les résultats se regroupent une nouvelle fois sur une droite de préfacteur $c_a \simeq 0,1$. On remarque cependant un léger écart à cette loi pour le plus petit diamètre. En effet, le rapport du rayon du vortex sur le diamètre du disque vaut $a_m/D \simeq 0.12$ dans ce cas et le rayon n'est alors plus négligeable par rapport au diamètre du disque. À nouveau, le temps adimensionné t_a^* indiqué sur la figure 3.7(f) ne dépend pas significativement des paramètres de contrôle, et sa valeur moyenne est $t_a^* = 0,79 \pm 0,07$. Nous ne pouvons cependant pas effectuer de comparaison avec un coefficient théorique car la loi d'échelle obtenue à partir de l'équation (3.5) provient de l'hypothèse suggérée par nos résultats selon laquelle le rayon est proportionnel à la position verticale du tourbillon. En effet, on trouve que $c_a \simeq 0,5c_z$ ce qui implique bien que $a_m = 0.5\Delta z_m$. Cette hypothèse fonctionne donc a priori bien, car les résultats expérimentaux et numériques sont en accord avec la loi de puissance.

En résumé, les résultats expérimentaux et numériques obtenus dans notre configuration sont en très bon accord avec les lois de puissance obtenues selon l'approche de Wedemeyer [177]. Les valeurs des coefficients c_{Γ} et c_z sont néanmoins plus petits que les valeurs théoriques. De plus, aucune loi d'échelle ne ressort des résultats expérimentaux et numériques concernant la distance radiale maximale de l'anneau tourbillonnaire Δr_m , alors que selon l'équation (3.4), cette distance maximale radiale Δr_m devrait être proportionnelle à $L^{2/3}D^{1/3}$. Ceci n'est donc pas en accord aussi bien expérimentalement que numériquement avec les résultats obtenus sur la figure 3.6. Cela semble provenir de l'axisymétrie du problème comme on le détaillera dans la section 3.3.5.

Il est important de noter que le rapport de la longueur de course sur le diamètre



FIGURE 3.8 – Évolution avant l'arrêt du disque (a) de la circulation maximale adimensionnée $\Gamma_m \tau/D^2$ et (b) du rayon maximal de cœur du vortex adimensionné a_m/D en fonction de L/D. Les lignes pointillées correspondent aux lois de puissance suivantes : (a) $\Gamma_m \tau/D^2 = c_{\Gamma}(L/D)^{4/3}$ avec $c_{\Gamma} \simeq 2$ et (b) $a_m/D = c_a(L/D)^{2/3}$ avec $c_a \simeq 0,1$.

du disque L/D semble dicter simultanément l'évolution de la circulation et du rayon adimensionné. En effet, les lois d'échelle (3.3) et (3.5) peuvent se réécrire pour la circulation et le rayon sous forme adimensionnée comme

$$\frac{\Gamma_m \tau}{D^2} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{4/3} \tag{3.6}$$

$$\frac{a_m}{D} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{2/3} \tag{3.7}$$

La circulation et le rayon maximum adimensionnés sont tracés en fonction de L/D sur les figures 3.8(a) et (b) respectivement et les points se regroupent bien sur une loi de puissance de L/D d'exposant 4/3 et 2/3. Ceci est uniquement valable à haut nombre de Reynolds où les effets visqueux sont négligeables. En effet, les lois d'échelle devraient sinon prendre en compte la viscosité du fluide environnant. Nous allons désormais vérifier que nous sommes dans une gamme de Reynolds où les effets de la viscosité sont en effet négligeables.

3.3.3 Influence de la viscosité et du nombre de Reynolds

Afin de vérifier que les effets visqueux n'ont pas d'influence sur la génération de l'anneau tourbillonnaire de démarrage en milieu infini, dans la gamme de paramètres considérée jusqu'ici, et maintenant que nous avons vérifié que les simulations reproduisaient bien les expériences, nous avons fait varier, numériquement, le nombre de Reynolds du disque sur une large gamme, pour un L/D = 0.34, fixé en faisant varier la viscosité comme indiqué dans le tableau 3.2(a).

Le coefficient $c_{\Gamma} = \Gamma_m \tau / L^{4/3} D^{2/3}$ est représenté en fonction de $Re = V_m D / \nu$ sur la figure 3.9(a). Tout d'abord, on remarque que c_{Γ} augmente avec le nombre de Reynolds. Pour les très petits nombres de Reynolds, en-dessous de $Re \simeq 10$, les effets visqueux deviennent excessivement importants et aucun anneau tourbillonnaire ne

L (cm) l	$D (cm) \tau$	- (s)	$\nu (m^2/s)$)	L/D	Re		
3,4	10	1 10-	3 - 5,3 ×	10^{-8}	$0,\!34$	$5,2 - 10^5$		
(a)								
	e (mm)	$L (\rm cm)$	D (cm)	τ (s)	e/D			
	1	1,4	10	$1,\!67$	0,01			
	4	5,6	10	$1,\!67$	$0,\!04$			
	6	8,4	10	$1,\!67$	0,06			
	8	11,2	10	$1,\!67$	$0,\!08$			
	10	14	10	$1,\!67$	$0,\!10$			
(b)								

TABLEAU 3.2 – (a) Paramètres des simulations numériques dans lesquelles Re varie avec L/D = 0.34 constant et (b) paramètres des simulations numériques dans lesquelles l'épaisseur relative du disque e/D varie.



FIGURE 3.9 – Évolution de (a) c_{Γ} et (b) c_a en fonction du nombre de Reynolds $Re = V_m D/\nu$ pour L/D = 0.34. Les lignes continuent indiquent (a) $c_{\Gamma} = 2$ et (b) $c_a \simeq 0.1$. Les résultats de cette figure sont issus du stage de L3 de Thomas Brembilla [16] au laboratoire en juin 2023.

se forme dans le sillage du disque. Un exemple d'un tel écoulement généré dans le sillage d'un disque pour Re = 10 est représenté sur la figure 3.10(a). La valeur de c_{Γ} est ensuite relativement constante sur une décade pour $10 \leq Re \leq 10^2$, puis augmente de $c_{\Gamma} \simeq 1,6$ à $c_{\Gamma} \simeq 1,9$, soit de 20%, sur une décade lorsque $10^2 \leq Re \leq 10^3$. On remarque que sur la gamme de nombre de Reynolds étudiée jusqu'ici, à savoir $10^3 \leq Re \leq 3 \times 10^4$, le coefficient c_{Γ} ne varie que très lentement entre $c_{\Gamma} \simeq 1,9$ et $c_{\Gamma} \simeq 2,1$. Ainsi, c_{Γ} varie d'environ 10% sur cette gamme de nombre de Reynolds et les effets visqueux peuvent y être négligés en première approximation. Enfin, au-



FIGURE 3.10 – Champs de vitesse et de vorticité obtenus numériquement dans le sillage d'un disque pour L/D = 0.34 en $t^* \simeq 0.83$ et (a) Re = 10, (b) Re = 125, (c) $Re = 5.7 \times 10^3$ et (d) $Re = 10^5$.

delà de $Re \gtrsim 10^5$, l'écoulement devient fortement turbulent, l'anneau tourbillonnaire se déstabilise rapidement comme on peut l'observer sur le champ de vitesse et de vorticité de la figure 3.9(d) où $Re = 10^5$ et on peut douter de la pertinence des simulations axisymétriques pour reproduire les expériences. Les résultats obtenus ne sont par conséquent pas représentés et il faudrait probablement effectuer des simulations 3D pour mieux caractériser ce régime.

De même, nous étudions l'effet de la viscosité sur le rayon maximum de cœur du tourbillon en représentant l'évolution de $c_a = a_m/L^{2/3}D^{1/3}$ en fonction du nombre de Reynolds sur la figure 3.9(b). Le rayon maximum diminue avec le nombre de Reynolds. En effet, plus le nombre de Reynolds et élevé, moins le tourbillon diffuse par effet de la viscosité et donc plus son rayon est petit. À l'inverse, à très petit nombre de Reynolds, le tourbillon diffuse et voit donc son rayon augmenter. Entre $10 \leq Re \leq 10^3$, la valeur de c_a diminue de 0,5 à 0,1, soit une diminution importante d'un facteur 5. Cet écart dans le rayon de cœur du tourbillon est particulièrement notable entre les champs de vitesse et de vorticité des figures 3.10(b) et (c) à Re = 125et $Re = 5.7 \times 10^3$. Cette diminution du rayon de cœur du tourbillon est bien pus remarquable que l'augmentation de c_{Γ} observée sur la figure 3.9(a) ce qui signifie que la vorticité moyenne du tourbillon Γ_m/a_m^2 augmente d'un facteur 25 et que la vitesse azimutale de l'ordre de Γ_m/a_m augmente d'un facteur 5 sur cette gamme de Reynolds. Au contraire, sur la gamme de nombre de Reynolds étudiée jusqu'ici $10^3 \leq Re \leq 3 \times 10^4$, le coefficient c_a varie plus lentement entre $c_a \simeq 0.1$ et $c_a \simeq 0.08$ soit une variation de l'ordre de 20%. Les effets visqueux ont donc également une influence négligeable sur le rayon de cœur du tourbillon dans notre gamme d'étude.

Nous allons maintenant étudier l'influence de l'épaisseur du disque sur les lois de puissance. En effet, lorsque l'épaisseur devient très importante par rapport au diamètre du disque, il est possible que cela ait une influence sur les lois d'échelle de Wedemeyer.

3.3.4 Influence de l'épaisseur du disque

Afin de tester l'influence de l'épaisseur du disque sur la génération de l'anneau tourbillonnaire et les lois d'échelle obtenues précédemment, on s'intéresse cette fois à l'épaisseur relative du disque e/D. On a déjà fait varier précédemment le diamètre du disque en maintenant l'épaisseur constante. On conserve donc ces résultats issus des expériences et des simulations. Pour élargir la gamme de paramètres on a lancé de nouvelles simulations numériques en faisant varier l'épaisseur du disque comme reporté dans le tableau 3.2(b).

L'évolution de la circulation maximale normalisée par $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$ est tracée sur la figure 3.11 en fonction du rapport e/D. Pour les petites valeurs de e/D ($e/D \leq 0.05$), la valeur du coefficient c_{Γ} varie peu autour de la valeur $c_{\Gamma} = 2$ déterminée à partir des données expérimentales et numériques sur la figure 3.7. Pour les grandes valeurs de e/D ($e/D \geq 0.05$ plus précisément), la valeur du préfacteur augmente et s'éloigne de la valeur $c_{\Gamma} = 2$. L'épaisseur relative du disque e/D devient alors non négligeable, le décollement de la couche limite et l'enroulement de la couche de vorticité devient fonction de e/D. Dans la gamme des paramètres considérée lors de la détermination des lois d'échelle et répertoriée dans le tableau 3.1, l'accord reste bon et l'influence



FIGURE 3.11 – Évolution de c_{Γ} en fonction de e/D en faisant varier (×) l'épaisseur du disque e et (\bigtriangledown) le diamètre du disque D. La ligne continue représente la valeur du coefficient de proportionnalité $c_{\Gamma} = 2$ de l'équation 3.3. Les lignes en pointillées encadrent la valeur de c_{Γ} à ±10%.

de l'épaisseur du disque peut-être négligée.

Nous n'avons pas poussé plus loin l'étude de l'influence de l'épaisseur du disque sur l'anneau tourbillonnaire généré, mais il serait toutefois intéressant dans le futur de chercher à caractériser la dépendance des lois d'échelle avec l'épaisseur relative du disque.

3.3.5 Comparaison de la configuration 2D et 3D l'axisymétrie

L'approche théorique de Wedemeyer a été développée dans le cas d'une plaque rectangulaire bidimensionnelle en translation et nous allons donc désormais étudier l'effet de l'axisymétrie de notre configuration sur les lois d'échelle. Pour ce faire, nous avons simulé une configuration purement bidimensionnelle avec des paramètres similaires à la configuration tridimensionnelle axisymétrique. Le code utilisé ne sera pas détaillé dans cette partie mais un exemple peut être retrouvé en annexe B. Une étude systématique a été réalisée en faisant varier les différents paramètres du problème à savoir la longueur de course, la largeur et le temps de parcours de la plaque comme indiqué dans le tableau 3.3. Les caractéristiques du vortex, à savoir sa circulation, sa distance au disque ou à la plaque et son rayon maximum pour les simulations 2D plan et 3D axisymétrique sont reportées sur les figures 3.12(a) à (d).

L (cm)	D (cm)	au (s)	L/D	Re
2-6	10	$1,\!67$	0,2-0,6	$1,9 \cdot 10^3$ - $5,7 \cdot 10^3$
2,8	5 - 15	$1,\!67$	$0,\!19\text{-}0,\!56$	$1,3 \cdot 10^3$ - $3,9 \cdot 10^3$
2,8	10	$0,\!25\text{-}2,\!5$	$0,\!28$	$1,8 \cdot 10^3$ - $1,8 \cdot 10^4$

TABLEAU 3.3 – Paramètres des simulations bidimensionnelle. La longueur de course, le diamètre et le temps caractéristique de parcours du disque varient indépendamment.



FIGURE 3.12 – Comparaison de la simulation 2D (\blacksquare , plaque) et 3D axisymétrique (\bullet , disque) montrant l'évolution de (a) la circulation maximale $|\Gamma_m|$ en fonction de $L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1}$, (b) la distance verticale Δz_m , (c) le rayon a_m et (d) la distance horizontale ou radiale Δr_m du vortex en fonction de $L^{2/3}D^{1/3}$ quand on fait varier la longueur de course L, le diamètre D (ou la largeur de la plaque bidimensionnelle) et le temps de parcours τ . Les lignes continues correspondent aux lois d'échelles de Wedemeyer des équations (3.3) et (3.4) dont les préfacteurs théoriques sont (a) $c_{\Gamma} = 2,6$, (b) $c_z = 0,3$ et (d) $c_r = 0,086$. Les lignes en pointillées correspondent aux coefficients d'ajustement suivants dans le cas 2D Cartésien (plaque) : (a) $c_{\Gamma} = 3,8$, (b) $c_z = 0,37$, (c) $c_a = 0,13$ et (d) $c_r = 0,06$ et dans le cas axisymmétrique (disque) : (a) $c_{\Gamma} = 2$, (b) $c_z = 0,2$ et (c) $c_a = 0,1$.

On constate sur les figures 3.12(a), (b) et (c) que, dans le cas 2D plan, la circulation, la distance verticale et le rayon maximum obéissent bien comme attendu aux lois d'échelle des équations (3.3), (3.4) et (3.5), mais avec une modification de la valeur du préfacteur par rapport au cas du disque axisymétrique.

En particulier, sur la figure 3.12(a) on constate que la circulation du tube tourbillonnaire (bidimensionnel) est 1,9 fois plus importante que dans le cas axisymétrique. L'intensité de la couche de vorticité est en effet plus importante dans le cas bidimensionnel que dans le cas axisymétrique [140] et peut expliquer cet écart. En effet, l'intensité de la couche de vorticité pour une plaque (2D) en translation constante à la vitesse U de longueur D est donnée par [140]

$$\gamma_{2D}(y) = 2Uz/\sqrt{(D/2)^2 - z^2}.$$
 (3.8)

Pour un disque de diamètre D en translation à vitesse constante U, l'intensité de la couche de vorticité est cette fois donnée par [140]

$$\gamma_{\rm Axi}(y) = 4Uz/(\pi\sqrt{(D/2)^2 - z^2}).$$
 (3.9)

Ainsi on trouve que le rapport d'intensité des couches de vorticité en configuration 2D Cartésienne et 3D axisymétrique vaut

$$\gamma_{\rm 2D}(y)/\gamma_{\rm Axi}(y) = \pi/2 \simeq 1.6.$$
 (3.10)

Cette valeur est très proche du rapport 1,9 trouvée pour le rapport de la circulation entre la configuration 2D et 3D axisymétrique. Toutefois, la valeur du préfacteur $c_{\Gamma} = 3,8$ dans la simulation 2D est plus élevée que la valeur théorique déterminée d'après l'adaptation du modèle de Wedemeyer dans l'équation (3.3) qui est de 2,6 à l'instant $t_{\Gamma}^* = 0,70$. On en conclut que d'autres facteurs peuvent jouer sur la valeur des coefficients comme la non uniformité de la vitesse du disque (ou de la plaque) en translation.

La distance verticale maximale reportée sur la figure 3.12(b) est également différente dans les simulations 3D axisymétrique et 2D. Plus précisément, on constate que le vortex dans la simulation 2D s'éloigne plus de la plaque que dans la simulation 3D axisymétrique. Cela peut s'expliquer par la différence de vitesse auto-induite des tourbillons formés dans les deux cas. En effet, dans la simulation axisymétrique, on forme un anneau tourbillonnaire qui a une vitesse auto-induite dans la même direction que la translation du disque comme introduit dans l'équation (1.21) du chapitre 1. Si on considère en première approximation que le rayon de l'anneau du tourbillon vaut $R \simeq D/2$, la vitesse autoinduite se réécrit

$$v_{\rm ring} = \frac{\Gamma}{2\pi D} \left[\log\left(\frac{4D}{a}\right) - 0,558 \right]. \tag{3.11}$$

Dans la simulation 2D cartésienne, un dipôle de vortex contrarotatifs est formé aux deux extrémités de la plaque en translation. Ils induisent l'un sur l'autre une vitesse qui s'écrit

$$v_{2D} = \frac{\Gamma}{2\pi R} \simeq \frac{\Gamma}{2\pi D} = \frac{v_{\text{ring}}}{\ln\left(\frac{4D}{a}\right) - 0.558} \simeq \frac{v_{\text{ring}}}{4}, \qquad (3.12)$$

et qui est quatre fois plus faible que la vitesse auto-induite d'un anneau tourbillonnaire en prenant D = 10 cm et a = 5 mm par exemple. L'anneau tourbillonnaire s'approche donc plus vite du disque que les tubes tourbillonnaires de la plaque ce qui explique que le coefficient en configuration 3D axisymétrique $c_z = 0,2$ soit plus faible que celui en configuration bidimensionnelle $c_z = 0,37$.

Par ailleurs, on remarque sur la figure 3.12(c) que le rayon maximal des vortex tubes 2D est plus élevé que le rayon du cœur des anneaux tourbillonnaires en configuration axisymétrique. Etant donné que l'intensité de la couche de vorticité est plus élevée en configuration 2D plan, le vortex grandit plus vite. Il a également plus d'espace pour se développer, étant donné que le vortex est plus éloigné de la plaque en 2D.

Enfin, la distance radiale maximale entre la plaque/le disque et le vortex est représentée en fonction de $L^{2/3}D^{1/3}$ sur la figure 3.12(d). On constate que contrairement au cas axisymétrique, une loi d'échelle ressort des résultats en configuration bidimensionnelle. En effet, on observe bien que Δr_m varie comme $L^{2/3}D^{1/3}$ en 2D plan en accord avec la loi de puissance théorique issue de l'approche de Wedemeyer donnée par l'équation (3.2), ce qui n'est clairement pas le cas de la simulation axisymétrique. En effet, la courbure de l'anneau tourbillonnaire joue un rôle important sur la valeur de son rayon R (voir notation sur la figure 2.18). Lorsque Δr est modifié, R l'est également car $D/2 - \Delta r = R$. Par conservation du volume de l'anneau tourbillonnaire a^2R doit être constant, et donc le rayon du cœur de l'anneau tourbillonnaire doit s'adapter lorsque R change. Cette relation entre le rayon de l'anneau et du cœur du tourbillon impose une contrainte importante sur la position radiale de ce dernier.

Par ailleurs, les préfacteurs obtenus en configuration bidimensionnelle et la valeur des préfacteurs théoriques issus de l'approche de Wedemeyer déterminés à partir des équations (3.3) et (3.4) ne sont pas égaux. Cela peut être dû au profil de la vitesse du disque qui n'est pas constante au cours du temps. En effet, la configuration utilisée dans ce travail de thèse implique des phases d'accélération et de décélération sinusoïdales lors du mouvement du disque, tandis que la vitesse de translation de la plaque est supposée constante dans l'approche de Wedemeyer [177]. Pour une évolution temporelle différente de la vitesse du disque, les coefficients seraient probablement différents. Cette étude va au-delà de l'objectif de cette thèse, mais serait une perspective intéressante.

Ainsi, nous venons de voir l'influence du nombre de Reynolds, de l'épaisseur et de l'axisymétrie du problème sur la formation de l'anneau tourbillonnaire de démarrage et nous allons désormais nous intéresser à la seconde phase d'évolution de l'anneau tourbillonnaire à savoir sa phase d'advection avant l'arrêt du disque.

3.4 Advection du vortex de démarrage

Durant la seconde phase d'évolution du vortex observée jusqu'à l'arrêt du disque, la circulation et le rayon du vortex diminuent comme l'a montré la figure 3.2. Ce constat est assez surprenant car le disque, bien qu'en ralentissement $(t^* > 0.5)$, est toujours en mouvement et continue donc d'alimenter le vortex. Ce phénomène semble être causé par la couche de vorticité de signe opposée qui se forme entre le vortex et le disque. On peut bien observer cette couche sur le champ de vorticité de la figure 3.1 (voir encadré 4 à l'instant $t^* = 0.66$) qui est ensuite aspirée dans le vortex comme le montre la figure 3.13, ce qui provoque une baisse de la circulation du vortex de démarrage. Le mouvement du disque continue à alimenter le vortex, néanmoins, la formation de cette couche de vorticité diminue plus la circulation du vortex que l'entrée de vorticité ne l'augmente. La perte de circulation provoquée par cette couche de vorticité de signe opposée a déjà été observée dans de précédentes études portant sur la formation d'un vortex à la sortie d'un tube [30, 93]. Dans ces études, la phase de formation du vortex est suivie par une baisse de la circulation du vortex avant que ce dernier ne se détache des bords du tube. Cette perte de circulation est imputée à la couche de vorticité de signe opposée se formant entre le vortex et les bords du tube et on observe le même phénomène dans notre configuration.

Rien n'est néanmoins mentionné dans ces études [30, 93] concernant le rayon a du cœur du vortex. La diminution du rayon du vortex peut s'expliquer d'une



FIGURE 3.13 – Zoom de la zone entre le vortex et le disque à $t^* = 0,66$ pour L = 5,2 cm, D = 10 cm et $\tau = 1$ s illustrant l'entrée de la nappe de vorticité de signe opposé dans le vortex de démarrage.



FIGURE 3.14 – Évolution du volume de l'anneau tourbillonnaire a^2R en fonction du temps pour L = 2.8 cm, D = 12.5 cm et $\tau = 1.67$ s. Les symboles (o) correspondent à l'expérience tandis que la ligne (–) correspond à la simulation.

autre manière. Lors de cette seconde phase, le rayon de l'anneau du tourbillon Raugmente également car, comme il est possible de le voir sur les figures 3.2(c)-(d), le vortex cherche à contourner le disque. Par conservation du volume de l'anneau tourbillonnaire, c'est-à-dire $a^2R = cste$, le rayon du cœur du vortex a doit diminuer si R augmente. Sur la figure 3.14, un exemple de l'évolution temporelle expérimentale et numérique du produit a^2R est représentée. Jusqu'à $t^* \simeq 0.7$, c'est-à-dire pendant la phase de génération de l'anneau tourbillonnaire, le volume augmente. Le volume de l'anneau tourbillonnaire est ensuite quasiment constant jusqu'à $t^* \simeq 1.5$, puis augmente par diffusion visqueuse du vortex dans le fluide.

Il est possible d'estimer la perte de circulation et la diminution du rayon du vortex en s'intéressant à leur valeur à l'arrêt du disque $t^* = 1$. On reporte sur les figures 3.15(a), (b) et (c) respectivement la circulation du vortex Γ_{end} en fonction de $L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1}$ et la distance verticale Δz_{end} et le rayon du cœur du vortex a_{end} en fonction de $L^{2/3}D^{1/3}$ à l'arrêt du disque. On constate que la circulation et le rayon du vortex, ainsi que la distance verticale au disque, suivent les mêmes lois d'échelles que pour leur valeur maximum avec une évolution de la valeur du préfacteur. On trouve en effet que $c_{\Gamma}(t^* = 1) \simeq 1,87$, ce qui signifie que la circulation a approximati-



FIGURE 3.15 – Évolution (a) de la circulation, (b) de la distance verticale, et, (c) du rayon du vortex à l'arrêt du disque ($t^* = 1$). Pour le rayon et la position verticale, lorsque τ varie, un seul point est représenté, qui correspond au rayon ou à la position verticale moyens car ils ne varient pas avec τ . Les lignes continues correspondent aux lois de puissance suivantes : (a) $\Gamma_{\rm end} = c_{\Gamma} L^{4/3} D^{2/3} / \tau$ avec $c_{\Gamma} \simeq$ 1,87, (b) $\Delta z_{\rm end} = c_z L^{2/3} D^{1/3}$ avec $c_z \simeq 0.17$, et (c) $a_{\rm end} = c_a L^{2/3} D^{1/3}$ avec $c_a \simeq 0.085$.

vement été réduite de 11% par rapport à sa valeur maximale. Concernant la distance verticale, on obtient $c_z(t^* = 1) \simeq 0.17$ ce qui signifie que le vortex s'est rapproché du disque. Enfin, on obtient $c_a(t^* = 1) \simeq 0.085$ soit une diminution de 11% du rayon du vortex.

Ainsi, la formation d'une nappe de vorticité de signe opposée à l'anneau tourbillonnaire de démarrage provoque une décroissance de sa circulation lorsque le disque est encore en translation. À l'arrêt du disque, l'anneau tourbillonnaire de démarrage se détache du disque et arrache de la vorticité de signe opposé dans la couche limite au voisinage du disque ce qui a pour effet de générer un tourbillon d'arrêt (voir figure 3.1) auquel nous allons désormais nous intéresser.

3.5 Génération du vortex d'arrêt

Dans cette partie, nous allons étudier les propriétés du tourbillon d'arrêt et en extraire les caractéristiques tout comme pour le vortex de démarrage. Dans le cadre de cette étude, nous nous limiterons à des longueurs de course inférieures à 10 cm. En effet, au-delà, plusieurs petits vortex d'arrêts se forment à partir du bord du disque et il devient difficile de les différencier et d'associer à chacun la bonne circulation et le bon rayon. Par ailleurs, certains de ces vortex fusionnent au cours du temps donnant lieu à une augmentation soudaine du rayon et de la circulation. De plus, les résultats expérimentaux ne sont pas assez bien résolus spatialement pour caractériser convenablement l'anneau tourbillonnaire d'arrêt. En revanche les simulations numériques, mieux résolues spatialement, permettent de détecter et de suivre ce vortex d'arrêt et nous n'utiliserons ici que les grandeurs déterminées à l'aide des simulations.

L'évolution temporelle de la circulation, du rayon et de la position du l'anneau tourbillonnaire d'arrêt est montrée sur les figures 3.16(a), (b) et (c). Après la forma-



FIGURE 3.16 – Évolution temporelle (a) de la circulation $|\Gamma_s|$, (b) du rayon a_s et (c) de la position du cœur de l'anneau tourbillonnaire d'arrêt issue d'une simulation pour L = 2.8 cm, D = 10 cm, et $\tau = 1$ s.

tion du vortex d'arrêt $t \gtrsim 1,2$ et une brève croissance de sa circulation, cette dernière diminue lentement (figure 3.16(a)), tandis que son rayon diminue rapidement puis est quasiment constant comme le montre la figure 3.16(b). Enfin, le vortex d'arrêt tourne comme attendu (figure 3.16(c)), sa trajectoire étant liée à la trajectoire du vortex de démarrage. La circulation maximale du vortex d'arrêt $|\Gamma_{s,m}|$ et son rayon maximum $a_{s,m}$ sont indiqués sur les figures 3.16(a) et (b) et nous allons désormais en étudier la dépendance avec les paramètres de contrôle.

Tout d'abord, nous allons nous intéresser à l'évolution des caractéristiques du vortex en fonction de chaque paramètre $(L, D \text{ et } \tau)$ indépendamment, de la même manière que pour le vortex de démarrage. La valeur de la circulation maximale $|\Gamma_{\text{s,m}}|$ du vortex d'arrêt est reportée sur les figures 3.17(a) à (c) en fonction de L, $D \text{ et } 1/\tau$. On constate que sa circulation maximale augmente avec L, $D \text{ et } 1/\tau$. Par ailleurs, les mêmes lois d'échelles que celles du vortex de démarrage semblent dicter la dépendance de la circulation maximale du vortex d'arrêt avec les paramètres $|\Gamma_{\text{s,m}}| \sim L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1}$.

On peut observer le rayon maximal en fonction de L, D et $1/\tau$ sur les figures 3.18(a), (b) et (c) respectivement. Le rayon maximum augmente avec L et D mais ne dépend pas de τ . Plus précisément, il évolue comme $D^{1/3}$ comme pour le rayon maximal du vortex de démarrage. Toutefois, il ne semble pas avoir de dépendance en $L^{2/3}$. En effet, on remarque qu'à grande longueur de course, le rayon du cœur de l'anneau n'augmente quasiment plus avec L car plusieurs vortex d'arrêt se forment successivement. Il semblerait donc que le vortex soit arraché du disque avant de pouvoir grandir davantage.

Les évolutions de la circulation maximale et du rayon maximal du vortex d'arrêt en fonction des lois d'échelles de Wedemeyer correspondantes sont tracées sur les



FIGURE 3.17 – Circulation maximale du vortex d'arrêt $|\Gamma_{\rm s,m}|$ en fonction de (a) la longueur de course L, (b) le diamètre D, et (c) l'inverse du temps de parcours τ du disque. Les paramètres gardés constants sont (a) D = 10 cm, $\tau = 1,67$ s, (b) L = 2,8 cm, $\tau = 1,67$ s, et (c) L = 2,8 cm, D = 10 cm. Les lignes continues sont des ajustements par des lois d'échelles des résultats numériques : (a) $|\Gamma_{\rm s,m}| = \alpha L^{4/3}$ où $\alpha \simeq 0,13 \text{ m}^{2/3}/\text{s}$, (b) $|\Gamma_{\rm s,m}| = \beta D^{2/3}$ où $\beta \simeq 5 \times 10^{-3} \text{ m}^{4/3}/\text{s}$, et (c) $|\Gamma_{\rm s,m}| = \chi/\tau$ où $\chi \simeq 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

figures 3.19(a) et (b) respectivement. L'instant auquel chacun de ces maximum est atteint est également indiqué sur les figures 3.19(c) et (d).

Sur la figure 3.19(a), on constate que la circulation maximale du vortex d'arrêt augmente bien comme $L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1}$ et on trouve un coefficient de proportionnalité $c_{\Gamma,s} \simeq 0.96$. La circulation maximale du vortex d'arrêt est donc environ deux fois inférieure à celle du vortex de démarrage. De plus, on constate que l'instant auquel cette circulation maximale est atteinte, représenté sur la figure 3.19(c), ne varie que très peu en fonction des paramètres du problème et vaut $t_{\Gamma}^* = 1.24 \pm 0.07$. La dynamique d'évolution du vortex d'arrêt est donc très similaire pour chaque jeu de données.



FIGURE 3.18 – Rayon maximal du vortex $a_{s,m}$ en fonction des mêmes paramètres que sur la figure 3.17. Les lignes continues sont des ajustements par des lois d'échelles des résultats numériques : (a) $a_{s,m} = \alpha L^{2/3}$ où $\alpha \simeq 0.026 \text{ m}^{1/3}$; (b) $a_{s,m} = \beta D^{1/3}$ où $\beta \simeq 6 \times 10^{-3} \text{ m}^{2/3}$ et (c) $a_{s,m} \simeq 3.1 \text{ mm}$.



FIGURE 3.19 – Évolution de (a) la circulation maximale $|\Gamma_{\rm s,m}|$, (b) le rayon maximal du cœur $a_{\rm s,m}$ du vortex d'arrêt, (c) l'instant t_{Γ}^* auquel la circulation maximale est atteinte, et (d) l'instant t_a^* auquel le rayon maximal est atteint. Les lignes continues dans les figures (a) et (b) correspondent aux lois de puissance suivantes : (a) $|\Gamma_{\rm s,m}| = c_{\Gamma}L^{4/3}D^{2/3}/\tau$ avec $c_{\Gamma} \simeq 0.96$, et (b) $a_{\rm s,m} = c_aL^{2/3}D^{1/3}$ avec $c_a \simeq 0.06$. Les lignes continues sur les figures (c) et (d) correspondent à la valeur moyenne du temps de maximum (c) $t_{\Gamma}^* \simeq 1.24$ et (d) $t_a^* \simeq 1.26$ et les lignes pointillées à la valeur moyenne $\pm 10\%$.

Enfin, le rayon maximal est illustré sur la figure 3.19(b) en fonction de $L^{2/3}D^{1/3}$. On constate que les données sont assez dispersées autour d'une droite maîtresse de coefficient $c_{a,s} \simeq 0,06$ qui est 1,6 fois plus petit que le coefficient $c_a \simeq 0,1$ de l'anneau tourbillonnaire de démarrage. Sur la figure 3.19(d), on remarque également que l'instant auquel le rayon maximum est atteint varie peu et vaut $t_a^* = 1,26 \pm 0,07$.

On remarque donc que le vortex d'arrêt suit les mêmes lois d'échelle que le vortex de démarrage, avec une diminution des préfacteurs. Le vortex de démarrage arrache la vorticité dans la couche limite au voisinage du disque et semble transmettre au vortex d'arrêt sa dépendance avec les paramètres de contrôle du problème. De plus, la circulation et le rayon maximum du vortex d'arrêt sont environ deux fois plus petits que ceux du vortex de démarrage ce qui signifie que la vitesse azimutale maximale du vortex d'arrêt est comparable à celle du vortex de démarrage. Les deux tourbillons ont donc la même capacité à éroder un lit de grains et c'est pourquoi nous ne pouvont ignorer l'existence du vortex d'arrêt.

3.6 Évolution du vortex de démarrage après l'arrêt du disque

Une fois le disque arrêté $(t^* > 1)$, le vortex de démarrage se détache du disque et évolue dans le fluide sous l'effet, notamment, du vortex d'arrêt que nous venons de caractériser. En particulier, la position du vortex de démarrage, ainsi que sa déformation au cours du temps, sont intimement liés à la présence de ce vortex d'arrêt.

Nous allons tout d'abord discuter l'évolution temporelle de la position du vortex de démarrage. Ce dernier se déplace sous l'effet de sa vitesse autoinduite et de la vitesse induite par le vortex d'arrêt. À partir des mesures du vortex d'arrêt, il devient possible de remonter à la vitesse qu'il induit sur le vortex de démarrage. Cette vitesse a une composante radiale et verticale et s'écrit, au premier ordre¹,

$$\begin{pmatrix} \dot{r} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \frac{\Gamma_s}{2\pi d^2} \begin{pmatrix} -(z-z_s) \\ r-r_s \end{pmatrix},\tag{3.13}$$

où l'indice s indique les paramètres du vortex d'arrêt.

En complément de cette vitesse induite par le vortex d'arrêt, l'anneau tourbillonnaire a également une vitesse auto-induite qui s'écrit comme

$$v = \frac{\Gamma}{4\pi R} \left[\ln\left(\frac{8R}{a}\right) - 0{,}558 \right], \tag{3.14}$$

où la constante 0,558 correspond à la modélisation de la vitesse d'un vortex de type Lamb-Oseen. Finalement, la vitesse du vortex de démarrage (v_r, v_z) doit être pilotée par la superposition de sa vitesse auto-induite et de la vitesse induite par le vortex d'arrêt de sorte que

$$\begin{aligned} v_r &= \dot{r}, \\ v_z &= v_{\rm ring} + \dot{z}. \end{aligned} \tag{3.15}$$

Les figures 3.20(a) et (b) présentent un exemple des composantes radiale et verticale de la vitesse du vortex de démarrage au cours du temps après l'arrêt du disque et la formation du vortex d'arrêt. La vitesse de déplacement du vortex est obtenue en suivant la position barycentre du vortex. On remarque que les vitesses expérimentales et numériques radiales sur la figure 3.20(a) et verticales sur la figure 3.20(b) sont en très bon accord avec les composantes de vitesses du vortex de démarrage de l'équation (3.15). Ainsi, l'influence du vortex d'arrêt associée à la vitesse auto-induite de l'anneau de démarrage sont suffisantes pour expliquer l'évolution temporelle de la position du vortex de démarrage après l'arrêt du disque.

De plus, nous avions constaté sur la figure 3.1 que dès les premiers instants après l'arrêt du disque le cœur du vortex de démarrage est étiré et devient elliptique. La déformation du vortex de démarrage est induite par le champ de déformation

^{1.} Comme on se trouve dans une configuration axisymétrique, l'expression de la vitesse est en réalité plus complexe. La vitesse donnée ici correspond à la vitesse induite par un tube tourbillonnaire et non par un anneau tourbillonnaire, mais on néglige ici les effets de courbure de l'anneau tourbillonnaire d'arrêt.



FIGURE 3.20 – Évolution temporelle (a) de la vitesse radiale et (b) de la vitesse verticale du vortex de démarrage après l'arrêt du disque et la formation d'un vortex d'arrêt pour L = 5,2 cm, D = 10 cm, et $\tau = 1$ s. (\odot) Expérience, (\bullet) simulation, et (-) vitesse du vortex de démarrage issu de la superposition de sa vitesse auto-induite et de la vitesse induite par le vortex d'arrêt et donnée par (a) $v_r = \dot{r}$ et (b) $v_z = v_{ring} + \dot{z}$ selon l'équation (3.15).

engendré progressivement par le vortex d'arrêt. Les lois de Moore et Saffman [102] valables pour un patch de vorticité uniforme 2D, montrent que deux paramètres peuvent favoriser l'étirement d'un vortex : le champs de déformation induit par le vortex d'arrêt (plus ce dernier est important, plus le cœur du vortex de démarrage est étiré) et la vorticité moyenne du vortex déformé (plus elle est faible, plus le vortex est étiré). Dans notre configuration, la vorticité du tourbillon de démarrage n'est pas uniforme et la situation est très instationnaire ce qui rend la comparaison avec Moore et Saffman [102] délicate. Néanmoins, nous allons tout de même nous intéresser à l'ellipticité maximale du cœur du vortex de démarrage pour différentes valeurs des paramètres de contrôle. Cette ellipticité maximale ε_m est tracée en fonction de $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$ sur la figure 3.21 c'est-à-dire en fonction de la circulation maximale du vortex de démarrage (ou d'arrêt) au premier ordre. On remarque ainsi que lorsque $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$ passe sous une certaine valeur, l'ellipticité du vortex de démarrage excède la valeur critique de 2,9 au-delà de laquelle un vortex devrait être détruit par le champ de déformation qui l'entoure dans la configuration de Moore et Saffman [102]. En réalité, on constate que la déformation, qui n'est que temporaire, n'est pas suffisante pour détruire le vortex de démarrage et le vortex reprend peu à peu une forme circulaire (voir figure 3.1). Un exemple de champ de vorticité et du critère Q est représenté sur la figure 3.22 à l'instant $2t^*$. Pour ce jeu de paramètres en particulier, l'ellipticité maximale du vortex de démarrage a excédé la valeur critique $\varepsilon_c = 2,9$ et pourtant le vortex de démarrage n'est pas détruit et continue de se propager. Pour rappel, un vortex est défini comme une région dans laquelle le critère Q est positif Q > 0. On peut donc remarquer la présence de trois vortex dont le vortex de démarrage qui n'a pas été détruit par son interaction avec le vortex d'arrêt. Notons également la présence d'un second vortex d'arrêt proche du disque qui s'est formé lors de la rotation du vortex de démarrage et d'arrêt.

Enfin, l'évolution temporelle du rayon du cœur du vortex de démarrage dans cette troisième phase s'explique par la conservation du volume contenu dans l'anneau tourbillonnaire (voir figure 3.14). On peut remarquer sur cette figure que le volume


FIGURE 3.21 – Ellipticité maximale ε_m du vortex de démarrage induit par le vortex d'arrêt en fonction de $L^{4/3}D^{2/3}/\tau$. La ligne pointillée représente la valeur critique théorique dans le cas d'un patch 2D de vorticité uniforme $\varepsilon_c = 2,9$ [102]



FIGURE 3.22 – Champ de vorticité et champ du critère Q pour L = 5,2 cm, D = 6,25 cm et $\tau = 2,5$ s

du vortex augmente lorsque $t^* > 1,6$. Cela est dû à la diffusion visqueuse du vortex dans le fluide. Nous avions également vu sur la figure 3.2 que la circulation du vortex diminue. La diffusion visqueuse de l'anneau tourbillonnaire dans le fluide explique ce comportement.

3.7 Conclusion

Ce chapitre s'est concentré sur la formation d'un anneau tourbillonnaire et son évolution dans le sillage d'un disque en translation unidirectionnelle en milieu infini. Les résultats issus d'expériences et de simulations numériques axisymétriques sont en très bon accord avec les expériences. L'observation de l'écoulement et des caractéristiques de ce vortex de démarrage ont d'abord permis d'identifier trois phases d'évolution.

La première phase correspond à la formation du vortex lors de la mise en mouvement du disque. Le décollement de la couche limite induit un transport de vorticité qui s'enroule dans le sillage du disque, le rayon du vortex qui en résulte augmente progressivement et ce dernier gagne en circulation. Le centre du vortex s'éloigne verticalement du disque à mesure que son rayon augmente tandis que le rayon de l'anneau reste à peu près constant de l'ordre de D/2. Des lois d'échelle permettent de remonter à la circulation Γ_m , au rayon a_m et à la distance verticale Δz_m maximum du vortex à partir des paramètres de contrôle tel que

$$\frac{\Gamma_m \tau}{D^2} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{4/3},\tag{3.16}$$

$$\frac{a_m}{D} \propto \frac{\Delta z_m}{D} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{2/3}$$
. (3.17)

Ces lois ont été expliquées à partir de l'adaptation de l'analyse théorique de Wedemeyer [177]. Le rapport L/D pilote donc toutes les propriétés de l'anneau tourbillonnaire de démarrage. Ceci n'est valable qu'en régime inertiel dans lequel les effets visqueux sont négligeables. Il est intéressant de remarquer également que la circulation et le rayon de coeur du tourbillon sont liés par la relation simple

$$\Gamma_m \propto \frac{a_m^2}{\tau}.$$
 (3.18)

Nous avons également étudié l'effet de l'épaisseur du disque sur les résultats obtenus en nous concentrant sur la valeur de $c_{\Gamma} = |\Gamma_m/(L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1})|$ de la circulation maximale. On constate que tant que $e/D \leq 0.05$, l'épaisseur du disque n'a pas d'influence sur la circulation du vortex généré. Au-delà de cette valeur néanmoins, le préfacteur c_{Γ} augmente.

Par ailleurs, l'influence de l'axisymétrie du problème a été testée en effectuant des simulations bidimensionnelles plus proche de la configuration de Wedemeyer [177]. Celles-ci mettent en avant une modification des coefficients de proportionnalité des lois d'échelle obtenues. De plus, dans le cas 2D plan et contrairement aux simulations axisymétriques, la distance horizontale maximale Δr_m suit elle aussi une loi d'échelle bien justifiée par l'approche théorique de Wedemeyer.

La seconde phase d'évolution de l'anneau tourbillonnaire commence dès lors que la circulation et le rayon du vortex diminuent tandis que le disque décélère. La perte de circulation jusqu'à l'arrêt du disque est de l'ordre de 11% et s'explique par l'entrée de vorticité de signe opposée dans le cœur du vortex. La diminution du rayon du cœur du vortex est de l'ordre de 11% et s'explique, quant à elle, principalement par la conservation du volume dans l'anneau et l'élargissement du rayon R de l'anneau du tourbillon qui cherche à contourner le disque.

Enfin, la troisième phase commence après l'arrêt du disque. La vitesse d'enroulement du vortex de démarrage arrache de la vorticité dans la couche limite et génère la formation d'un vortex d'arrêt. La circulation maximale de ce vortex suit la loi d'échelle de Wedemeyer adaptée à notre configuration, soit $\Gamma_{\rm s,m} \propto L^{4/3} D^{2/3} / \tau$. De plus, même si les données présentent une certaine dispersion, le rayon maximum du cœur du vortex est bien approximé par la modélisation de Wedemeyer.

Les vortex de démarrage et d'arrêt évoluent ensuite sous l'influence l'un de l'autre lors de la troisième phase, après l'arrêt du disque. L'évolution de la position au cours du temps du vortex de démarrage et son ellipticité sont dictées en partie par le vortex d'arrêt.

Ce chapitre a donc permis de présenter les mécanismes de formation d'un anneau tourbillonnaire dans le sillage d'un disque en translation non oscillatoire loin de toute paroi et va nous servir de point de comparaison dans la suite de ce manuscrit de thèse. Dans le chapitre suivant, on va s'intéresser à l'effet de la présence d'une paroi sur la génération d'un anneau tourbillonnaire dans le sillage d'un disque en translation, selon que le disque s'en approche ou s'en éloigne. Cette étape est nécessaire dans le contexte de l'érosion d'un lit granulaire par un anneau tourbillonnaire.

Chapitre 4

Tourbillons et érosion générés par un disque en translation proche d'une paroi

Nous avons vu au chapitre précédent que toute la physique sous-jacente à la génération d'un anneau tourbillonnaire par la translation d'un disque en régime inertiel et en milieu infini était piloté par la longueur de course relative du disque. La génération de tourbillons au voisinage d'un disque en translation proche d'une paroi rajoute un paramètre de contrôle qui est la distance entre le disque et la paroi, et complexifie encore la situation en faisant apparaître un nouveau nombre sans dimension dans le problème. De plus, si la paroi est déformable (lit de grains dans notre cas), de nouveaux paramètres sont à prendre en considération et un nouveau nombre sans dimension, le nombre de Shields, intervient.

Nous considérerons dans ce chapitre la configuration où le disque s'approche de la paroi et s'en éloigne. Ces deux configurations sont schématisées sur la figure 4.1. Le disque, de diamètre D est animé d'un mouvement vertical sur une longueur de course L parcourue pendant un temps τ . Tout comme dans le chapitre précédent, nous utiliserons dans toute la suite le temps adimensionné par le temps de parcours du disque $t^* = t/\tau$.

Lorsque le disque démarre en position haute et s'approche de la paroi (voir figure 4.1(a)), la position et la vitesse du disque sont décrites par les équations suivantes

$$z_d(t^* \le 1) = L/2[1 + \cos(\pi t^*)], \quad z_d(t^* > 1) = 0,$$

$$V_d(t^* \le 1) = -V_m \sin(\pi t^*), \quad V_d(t^* > 1) = 0,$$
(4.1)

où $V_m = \pi L/2\tau$ est la vitesse maximale du disque atteinte à mi-course. Le disque démarre en position haute $z_d(t^* = 0) = L$, descend jusqu'à la position basse $z_d(t^* = 1) = 0$, puis s'arrête.

Lorsque le disque démarre en position basse et s'éloigne de la paroi (voir figure 4.1(b)), sa position et sa vitesse sont décrites par

$$z_d(t^* \le 1) = L/2[1 - \cos(\pi t^*)], \quad z_d(t^* > 1) = L,$$

$$V_d(t^* \le 1) = V_m \sin(\pi t^*), \quad V_d(t^* > 1) = 0.$$
(4.2)



FIGURE 4.1 – Schémas d'un disque de diamètre D (a) s'approchant ou (b) s'éloignant d'une paroi horizontale. On note h_0 la distance minimale du bas du disque à la paroi.

Le disque démarre alors en position basse $z_d(t^* = 0) = 0$, monte jusqu'à la position haute $z_d(t^* = 1) = L$, puis s'arrête. Un exemple de la position et de la vitesse du disque au cours du temps peuvent être retrouvées sur les figures 2.4(c) et (d) respectivement.

La distance minimale entre le bas du disque et la paroi horizontale est notée h_0 dans les deux configurations. Ainsi la paroi se situe en $z = -h_0 - e/2$ où e = 2 mm est, pour rappel, l'épaisseur du disque qui est gardée constante dans tout ce chapitre.

4.1 Paramètres expérimentaux et numériques

Afin d'étudier l'écoulement généré par un disque en translation non oscillatoire unidirectionnelle à proximité d'une paroi solide sans grain, des mesures PIV et des simulations numériques ont été effectuées et sont résumées dans le tableau 4.1. Expérimentalement, la distance minimale h_0 entre le fond de la cuve et le disque varie entre 0,2 cm et 2 cm, la longueur de course L entre 2 et 5,2 cm, le diamètre du disque D entre 5 et 15 cm et le temps caractéristique τ entre 0,36 et 2,5 s. Numériquement, la gamme des paramètres a été étendue telle que $h_0 \in [0,2; 13]$ cm, $L \in [2; 16]$ cm, $D \in [5; 40]$ cm et $\tau \in [0,36; 2,5]$ s. Ainsi, les nombres sans dimension du problème évoluent dans les gammes $h_0/D \in [5 \times 10^{-3}; 1,3]$, $Re = V_m D/\nu \in [10^3; 2 \times 10^4]$ et $L/D \in [5 \times 10^{-2}; 2]$. Tout comme pour le cas en milieu infini et compte tenu des valeurs du nombre de Reynolds, on se trouve en régime inertiel où les effets de la viscosité sont négligeables. Par ailleurs, la valeur de L/D reste inférieure à la valeur critique au-delà de laquelle l'anneau tourbillonnaire n'est plus axisymétrique $(L/D)_c = 4$ [185].

Pour chaque expérience et simulation, on obtient un champ de vitesse de l'écoulement généré par le disque en translation. Comme dans le chapitre précédent, nous allons tout d'abord décrire qualitativement l'écoulement obtenu en se basant sur un exemple de ces champs de vitesse et de vorticité. Un anneau tourbillonnaire est généré dans le sillage du disque en translation et nous verrons dans quelle mesure la présence de la paroi modifie les lois d'échelles obtenues en milieu infini. En complément de la génération de cet anneau tourbillonnaire, l'approche ou l'éloignement du disque de la paroi génère un écoulement radial sortant ou entrant par compression ou par aspiration entre le disque et la paroi. Lorsque le disque s'approche de la pa-

$h_0 (\mathrm{cm})$	L (cm)	D (cm)	au (s)	L/D	h_0/D	Re	$h_0^2/ u au$	Symboles
0,2	2-5,2	5-15	0,5-2,5	0,19-0,56	0,013-0,04	10^{3} - $9 \cdot 10^{3}$	1,6-8	\land
$_{0,5}$	2 - 5, 2	10	0,5-2,5	$0,\!2\text{-}0,\!52$	$0,\!05$	$2\times 10^3\text{-}9\times 10^3$	10-50	$\checkmark/\bigtriangledown$
1	2 - 5, 2	5 - 15	0,5-2,5	$0,\!19\text{-}0,\!56$	0,067-0,2	$2\times 10^310^4$	40-200	◆/ ◇
$1,\!5$	2 - 5, 2	10	0,5-2,5	$0,\!2\text{-}0,\!52$	$0,\!15$	$2\times 10^310^4$	90-450	•/
2	2 - 5, 2	7,5-15	0,36-0,83	0,19-0,52	$0,\!13\text{-}0,\!27$	$5\times 10^3\text{-}2\times 10^4$	$500 - 10^3$	
0,2-13	2,8-11,2	10-40	0,5	0,28	0,005-1,3	$1,5 imes 10^4$	$0,\!9\text{-}5\times10^4$	
$0,\!4-2$	2-16	8-40	$0,\!5$	0,05-2	$0,\!05$	$1,5 \times 10^4$	32-800	

TABLEAU 4.1 – Symboles et paramètres des expériences et des simulations numériques. Les symboles pleins correspondent aux simulations tandis que les symboles vides correspondent aux expériences. Les mêmes expériences et simulations ont été effectuées en départ haut et bas.

roi, l'anneau tourbillonnaire se forme au-dessus du disque et il est donc plus facile de découpler ces écoulements, c'est pourquoi nous allons dans un premier temps étudier l'écoulement dans cette configuration. Ensuite nous chercherons à coupler l'hydrodynamique du problème à des mesures de seuils d'érosion d'un lit granulaire. La même analyse sera effectuée pour le cas du disque s'éloignant de la paroi.

4.2 Écoulement au voisinage d'un disque s'approchant d'une paroi

4.2.1 Description de l'écoulement

Les champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) générés à proximité d'un disque s'approchant d'une paroi solide lorsque L = 2,8 cm, D = 10 cm $\tau = 0,83$ s et $h_0 = 0,5$ cm sont présentés sur la figure 4.2 à différents instants t^* . Les champs de vitesse obtenus expérimentalement sont à gauche, tandis que les champs de vitesse obtenus par simulation numérique sont à droite sur la figure 4.2(b).

Tout comme en milieu infini, un anneau tourbillonnaire de démarrage se forme dans le sillage du disque. On remarque que l'expérience et la simulation sont en très bon accord qualitatif. Le tourbillon croît en taille et emmagasine de la circulation par le décollement de la couche limite et l'enroulement de la nappe de vorticité lorsque le disque est en mouvement. Cette croissance est particulièrement visible entre les instants $t^* = 0,14$ et $t^* = 0,66$. À $t^* = 0,66$, on aperçoit sur les champs expérimentaux et numériques une queue de vorticité bien définie qui part du dessus du disque, monte et s'enroule dans le vortex. Sur ce même champ, on peut observer une couche de vorticité de signe opposé à celle du vortex de démarrage (voir encadré 1) entre ce dernier et le dessus du disque. Lorsque le disque s'arrête, à $t^* = 1$, cette couche de vorticité est arrachée du disque par la vitesse d'enroulement du vortex de démarrage et plusieurs petits vortex d'arrêts se forment successivement (voir encadré 2). Lors de la translation d'un disque vers un sol granulaire, nous verrons que ces vortex d'arrêts auront un rôle important dans l'érosion. Après l'arrêt du disque entre $t^* = 1,34$ et $t^* = 2$, le vortex d'arrêt principal, c'est-à-dire celui qui s'est formé



FIGURE 4.2 – Champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) générés par la translation d'un disque en départ position haute se dirigeant vers une paroi horizontale indéformable obtenus (a) expérimentalement par PIV et (b) numériquement sur Basilisk à différents instants t^* pour L = 2,8 cm, D = 10 cm et $\tau = 0.83$ s. Le disque s'arrête ici à une distance $h_0 = 0.5$ cm de la paroi. La paroi latérale se situe en r = 0.2 m.

en premier, tourne autour du vortex de démarrage. On remarque également que l'interaction du vortex de démarrage avec le fond de la cuve provoque la formation d'une nouvelle couche de vorticité de signe opposé légèrement visible à $t^* = 1,68$ (voir encadré 3). La formation d'une telle couche de vorticité n'est pas surprenante et a été observée à maintes reprises lors de l'impact d'anneaux tourbillonnaires contre une paroi [115, 116, 159, 174]. Enfin, le mouvement du vortex de démarrage initialement advecté par le disque est fortement contraint par la présence de la paroi après l'arrêt du disque et le vortex "rebondit" contre cette dernière.

En complément de la génération d'anneaux tourbillonnaires, du fluide est éjecté radialement de l'espace entre la paroi et le disque au cours du mouvement de ce dernier (voir encadré 4). Cet écoulement sera appelé écoulement radial par la suite. Comme on peut le voir à $t^* = 0,66$, l'écoulement radial est essentiellement parallèle à la paroi et est responsable de la formation d'une couche de vorticité positive au niveau de la paroi au fond de la cuve, légèrement apparente en bas de l'encadré 4. Après l'arrêt du disque ($t^* > 1$), cet écoulement radial cesse d'exister. Comme nous venons de le voir, l'écoulement est alors essentiellement composé d'anneaux tourbillonnaires qui interagissent les uns avec les autres et avec la paroi.

Dans la suite, nous allons étudier séparément l'écoulement radial et l'anneau tourbillonnaire de démarrage. Ces deux écoulements ne sont évidemment pas indépendants l'un de l'autre, mais peuvent être facilement découplés dans cette configuration en départ position haute.

4.2.2 Ecoulement de compression radial sortant sous le disque

a) Description générale

Comme le montrent les champs de vitesse avant l'arrêt du disque sur les figures 4.2(a)-(b), l'écoulement entre le disque et la paroi est essentiellement unidirectionnel et parallèle à la surface de la paroi et du disque. Un exemple de la variation de la vitesse radiale, issu des mesures expérimentales et des simulations numériques, en fonction de r en z = -3 mm, c'est-à-dire à 2 mm de la paroi, à différents instants pour L = 4.4 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0.5$ cm est illustré sur la figure 4.3. On constate que la vitesse radiale de l'écoulement est nulle au centre du disque en r = 0 et maximale quasiment au bord du disque en $r \simeq D/2$. Dans le cadre de l'étude de l'érosion d'un milieu granulaire, nous nous intéresserons à la contrainte maximale exercée par cet écoulement sur les grains. L'observation des profils de vitesse semble indiquer ici que la contrainte inertielle sera maximale au bord du disque et nous allons donc y concentrer notre étude de l'écoulement.

Un exemple du profil vertical de la vitesse radiale u(z) à différents instants est illustré sur les figures 4.4(a) à (f) en r = D/2. Il y a un bon accord entre la simulation et les expériences loin de toutes parois solides, c'est-à-dire loin du disque et du fond de la cuve. Cependant, au voisinage immédiat de ces parois, l'expérience et la simulation ne sont plus en parfait accord. Les mesures expérimentales ne sont effectivement pas suffisamment bien résolues pour capturer l'écoulement dans les couches limites. En effet, l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre du millimètre, tandis que la résolution des expériences est de l'ordre de 0,5 mm contre 0,1 mm dans les simulations. Expérimentalement, il y a donc très peu de vecteurs vitesses



FIGURE 4.3 – Profil radial de la vitesse radiale à 2 mm de la paroi (z = -3 mm)pour L = 4,4 cm, D = 10 cm, $\tau = 1 \text{ s et } h_0 = 0,5 \text{ cm}$. Les symboles (o) correspondent aux expériences tandis que les lignes continues correspondent aux simulations aux instants correspondants. La partie grisée correspond aux positions à l'extérieur du disque tel que 2r/D > 1.

dans la couche limite. Le bon accord entre la simulation et l'expérience loin des parois suggère toutefois que les simulations sont fiables et qu'elles peuvent servir à mieux comprendre l'écoulement au voisinage des parois. En particulier, on distingue clairement les couches limites à proximité du fond de la cuve et du disque sur la simulation. Ceci est particulièrement visible au fond de la cuve à $t^* = 0.8$ sur la figure 4.4(e) par exemple.

D'après les profils de vitesse u(z) sur les figures 4.4(a) à (f), on remarque que le fluide est chassé et la vitesse radiale sous le disque est bien positive et nulle au contact des parois solides. La vitesse radiale varie peu verticalement dans l'espace entre le disque et la paroi quel que soit t^* . La vitesse radiale est toutefois plus importante, de l'ordre de 40%, à proximité immédiate du disque. C'est principalement à cet endroit que le fluide s'échappe avant de s'enrouler dans le vortex. Au dernier instant représenté ici ($t^* = 0.9$), la vitesse simulée est encore assez loin d'un profil parabolique correspondant au profil de vitesse obtenu à partir des hypothèses de lubrification. On tend vers ces hypothèses lorsque le disque est très proche de la paroi, néanmoins le rapport $h(t)^2/\nu\tau$ vaut 25 à l'arrêt du disque dans le cas présenté sur la figure 4.4 et les effets visqueux sont encore négligeables. Enfin, au-dessus du disque, la vitesse radiale est essentiellement celle de l'anneau tourbillonnaire et est similaire au profil de la vitesse d'un vortex de type Lamb-Oseen que nous avions introduit au chapitre 2.

b) Écoulement moyen

On va désormais chercher à mieux caractériser l'écoulement radial moyen qui s'échappe de l'interstice entre le disque et la paroi. La figure 4.5 schématise notre situation. Sur le schéma, $V_d(t)$ et h(t) sont respectivement la vitesse de déplacement du disque et la distance entre le disque et la paroi solide à l'instant t. On note u(r,z,t)la vitesse radiale de l'écoulement et U(r,t) sa moyenne verticale entre le disque et la paroi sur la hauteur h(t) telle que



FIGURE 4.4 – Profils verticaux de la vitesse radial en r = D/2 à différents instantse pour L = 4,4 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0,5$ cm. Les symboles (o) correspondent à l'expérience et les traits continus (-) à la simulation numérique. Les rectangles gris indiquent la position du disque en mouvement et du fond de la cuve (z = -0,6 cm). La ligne horizontale rouge pointillée indique la position à 2 mm au-dessus de la paroi.

$$U(r,t) = \frac{1}{h(t)} \int_0^{h(t)} u(r,z,t) \, \mathrm{d}z.$$
(4.3)

Ainsi U(D/2, t) sur la figure 4.5 correspond à la moyenne verticale de la vitesse radiale u(r,z,t) en r = D/2. Avec les notations introduites précédemment et en supposant que le problème est axisymétrique, l'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (ru(r,z,t))}{\partial r} + \frac{\partial v(r,z,t)}{\partial z} = 0, \qquad (4.4)$$

où v correspond à la composante verticale de la vitesse. Ainsi, en intégrant l'équation de continuité entre z = 0 et z = h(t), on obtient

$$\frac{h(t)}{r}\frac{\partial(rU(r,t))}{\partial r} + V_d(t) = 0.$$
(4.5)

La résolution de cette équation différentielle donne

$$U(r,t) = -\frac{V_d(t)r}{2h(t)}.$$
(4.6)

Considérant les expressions de $V_d(t) = -V_m \sin(\pi t^*)$ et de $h(t) = h_0 + L/2[1 + \cos(\pi t^*)]$, l'équation précédente s'écrit finalement

$$U(r,t) = \frac{rV_m \sin(\pi t^*)}{2(h_0 + L/2[1 + \cos(\pi t^*)])}.$$
(4.7)



FIGURE 4.5 – Schéma des notations utilisées dans la modélisation.

Ceci n'est évidemment valable qu'en dessous du disque lorsqu'il est en mouvement. D'après l'équation (4.7), cet écoulement moyen est donc maximal, en valeur absolue, à l'extrémité du disque à savoir en r = D/2. Un exemple de l'évolution temporelle de U(D/2, t) obtenu expérimentalement et numériquement est illustré sur la figure 4.6(a) pour L = 4,4 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0,5$ cm et comparé avec l'équation (4.7). On remarque que les vitesses numérique et modèle sont très similaires. Il y a également un très bon accord avec l'expérience jusqu'à $t^* \simeq 0.9$ qui



FIGURE 4.6 – (a) Exemple de l'évolution temporelle de la vitesse d'éjection moyenne en r = D/2 entre le disque et la paroi lorsque L = 4,4 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0,5$ cm. Les symboles correspondent (o) aux expériences et (o) aux simulations et la ligne continue (—) à la modélisation de l'équation (4.7) en r = D/2. (b) Vitesse d'éjection maximale expérimentale (symboles vides) et numériques (symboles pleins) en r = D/2 en fonction de la vitesse modèle U_m donnée par l'équation (4.8) et (c) instant $t_m^{*,\text{mes}}$ auquel cette vitesse est atteinte en fonction de la valeur prédite par le modèle $\arccos(-\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$. (—) 0% d'erreur, (--) 15% d'erreur.

décroche au-delà. Lorsque le disque s'approche de la paroi, il devient en effet de plus en plus délicat d'obtenir une mesure précise de l'écoulement moyen par PIV entre le disque et la paroi car de moins en moins de vecteurs vitesses y sont présents. Par conséquent, la mesure de la valeur moyenne est moins précise. Par exemple, dans le cas présenté ici, la distance finale entre le disque et la paroi est $h_0 = 0.5$ cm et l'espacement entre les vecteurs vitesse est de 0.06 cm; on ne calcule donc la moyenne que sur 8 vecteurs.

La vitesse moyenne radiale atteint un maximum temporel qu'on peut déterminer théoriquement par un simple calcul de dérivée. Le maximum temporel est atteint en $t_m^* = \arccos(-\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$ et la vitesse radiale maximale $U_m = U(D/2, t_m^*)$ est alors donnée par

$$U_m = V_m \frac{D}{h_0} \frac{1}{4\sqrt{1 + L/h_0}},\tag{4.8}$$

où V_m est la vitesse maximale du disque. Dans l'exemple de la figure 4.6(a), $U_m = 0,11 \text{ m/s}$ ce qui correspond convenablement aux résultats obtenus expérimentalement et numériquement. La vitesse U_m correspond donc au maximum temporel de la vitesse radiale moyennée verticalement en r = D/2. Dans la suite, on se réfèrera à cette vitesse comme la vitesse d'éjection maximale par abus de langage.

La figure 4.6(b) représente la vitesse d'éjection maximale mesurée U_m^{mes} sous le disque pour chaque expérience en symboles vides et simulation en symboles pleins en fonction de la vitesse modèle U_m de l'équation (4.8). On constate qu'il y a un très bon accord entre les vitesses issus du modèle, des simulations et des expériences. Enfin, l'instant $t_m^{*,\text{mes}}$ auquel la vitesse d'éjection maximale est atteinte est représenté sur la figure 4.6(c) pour l'ensemble des expériences et des simulations effectuées en fonction de $\operatorname{arccos}(-\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$. On constate à nouveau un très bon accord entre les expériences et les simulations numériques avec la valeur prédite.

4.2.3 Caractérisation de l'anneau tourbillonnaire de démarrage

Dans cette partie, nous nous concentrons sur la génération et l'évolution de l'anneau tourbillonnaire de démarrage qui se forme dans le sillage du disque au cours de son mouvement d'approche de la paroi.

a) Évolution temporelle du tourbillon de démarrage

Examinons pour commencer l'évolution temporelle expérimentale et numérique des caractéristiques du tourbillon de démarrage qui se forme dans le sillage du disque sur l'exemple de la figure 4.7. Comme lors du chapitre précédent, les caractéristiques d'intérêts sont la circulation (voir figure 4.7(a)), le rayon de cœur (voir figure 4.7(b)) et la position du vortex dans le référentiel du laboratoire (voir figure 4.7(c)) et dans celui du disque (voir figure 4.7(d)). On constate que l'expérience et la simulation sont quantitativement en bon accord tant que $t^* \leq 2$. Au-delà, la circulation du vortex obtenue par simulation numérique devient significativement supérieure à celle mesurée



FIGURE 4.7 – Évolution temporelle des caractéristiques du tourbillon de démarrage pour L = 5,2 cm, D = 10 cm, $\tau = 0,83$ s et $h_0 = 1$ cm. Les symboles ($^{\circ}$) correspondent à l'expérience et les traits continus (-) à la simulation numérique correspondante. (a) Circulation $|\Gamma|$, (b) rayon a, et position (r_G , z_G) dans le référentiel (c) du laboratoire et (d) du disque de l'anneau tourbillonnaire.

expérimentalement. De plus, le rayon du cœur du tourbillon reste approximativement constant quand $t^* > 2$ dans la simulation alors qu'il augmente progressivement dans l'expérience. Enfin, on remarque également que la position du vortex ne suit plus la même trajectoire au-delà de $t^* = 2$. En effet, le rayon de l'anneau R grandit expérimentalement, mais est constant numériquement. Cette divergence est sûrement due à la déstabilisation du tourbillon de démarrage après son impact avec la paroi, il perd alors son axisymétrie qui est forcée dans les simulations. Cet écart est systématique à toutes nos expériences et simulations, c'est pourquoi, dans la suite de cette étude on limitera l'utilisation des simulations aux instants $t^* < 2$.

L'observation de l'évolution temporelle des propriétés du vortex permet, comme en milieu infini, de distinguer trois phases d'évolution du vortex. La première phase correspond à la formation du vortex où il gagne en circulation et grossit ($t^* \leq 0,8$). Le tourbillon s'éloigne en même temps du disque comme on peut le voir sur la figure 4.7(d). Le tourbillon atteint une circulation et un rayon de cœur maximum ainsi qu'une distance verticale maximale avant l'arrêt du disque. En particulier ici, le vortex atteint sa circulation maximale $|\Gamma_m| = 1.2 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ à l'instant $t^*_{\Gamma} \simeq 0.78$, son rayon de cœur croît jusqu'à $a_m = 7.6$ mm atteint à l'instant $t^*_a = 0.9$ et la distance verticale maximale entre le vortex et le disque vaut $\Delta z_m = 1.4$ cm à $t^*_z = 0.94$.

Lors de la seconde phase $(t^* \ge 0.8)$, la circulation et le rayon de cœur diminuent en raison de l'interaction entre le tourbillon et le disque qui ralentit. Tout comme en milieu infini, on impute cette perte de circulation par l'entrée de vorticité de signe opposée située au-dessus du disque dans le vortex (voir encadré 1 de la figure 4.2 à $t^* = 0.66$). De plus, lors de cette seconde phase, le vortex de démarrage commence à contourner le disque et le rayon de l'anneau du tourbillon R augmente donc ce qui conduit à une réduction du rayon de cœur du vortex par conservation du volume. Finalement, lorsque le disque s'arrête $(t^* > 1)$ le rayon de l'anneau continue d'augmenter. On entre alors dans la troisième phase d'évolution du vortex de démarrage dans laquelle le vortex n'est plus alimenté et se détache du disque. Comme on l'a vu sur la figure 4.2, il y a également formation de plusieurs vortex d'arrêts, de vorticité de signe opposé, qu'on ne détaillera pas quantitativement. Le vortex de démarrage impacte la paroi solide horizontale comme cela a déjà été mis en avant dans les études portant sur les anneaux tourbillonnaires s'approchant d'une paroi [58, 83, 115, 116, 159, 174]. Le vortex de démarrage tourne alors dans le fluide sous l'action du vortex d'arrêt comme on peut le voir en suivant sa trajectoire sur les figures 4.7(c)-(d). On remarque également sur la figure 4.7(b) que le rayon de cœur du vortex diminue lentement lorsque $1 < t^* \leq 2$. Tout comme en milieu infini, la diminution de ce rayon après l'arrêt du disque peut s'expliquer par l'augmentation du rayon de l'anneau R et par conservation du volume. Enfin, la circulation diminue également graduellement lorsque $t^* > 1$ comme on peut l'observer sur la figure 4.7(a).

En résumé, le processus de génération du tourbillon de démarrage est très similaire au cas étudié dans le chapitre précédent en milieu infini et l'évolution du vortex peut à nouveau être décomposée en trois phases. Tout d'abord, une phase de génération durant le mouvement du disque au cours de laquelle le vortex de démarrage atteint une circulation et un rayon de cœur maximum tandis que le rayon de l'anneau reste à peu près constant. S'en suit une phase d'advection du vortex dans laquelle ce dernier perd de la circulation et s'approche du disque avec une diminution de son rayon de cœur. Enfin, après l'arrêt du disque, la troisième phase d'évolution commence et le vortex se détache du disque. La présence d'une paroi sous le disque a désormais une influence importante sur le comportement du vortex puisqu'il va impacter la paroi et interagir avec cette dernière en formant éventuellement des vortex pariétaux.

On va désormais étudier l'influence du confinement et donc de la distance h_0 sur les propriétés du vortex. L'évolution temporelle des caractéristiques du vortex pour différentes valeurs de h_0 entre 2 et 0,2 cm, tandis que les autres paramètres restent constants, est représentée sur la figure 4.8. L'allure de l'évolution temporelle de la circulation sur la figure 4.8(a) est similaire pour les différents h_0 . En effet, on observe que la circulation atteint un maximum puis commence à diminuer avant l'arrêt du disque. La circulation maximale du vortex augmente lorsque h_0 diminue. En particulier, la circulation maximale augmente d'un facteur 2 lorsque h_0 diminue d'un facteur 10. En effet, la vitesse d'éjection due à l'approche du disque de la paroi augmentant lorsque h_0 diminue, la vitesse d'enroulement du vortex augmente et par conséquent sa circulation croît. Ces résultats font écho au bénéfice de générer des vortex proches d'une paroi pour la propulsion [131, 132]. En ce qui concerne l'évolution du rayon de cœur du vortex sur la figure 4.8(b), comme pour la circulation, ce rayon augmente jusqu'à une taille maximum puis commence à diminuer avant que le disque ne s'arrête. Par ailleurs, le rayon maximal est plus élevé pour les petites valeurs de h_0 . On remarque également que les instants auxquels la circulation et le rayon maximum sont atteints augmentent légèrement lorsque h_0 diminue. En effet, l'écoulement d'alimentation du vortex peut continuer d'augmenter après le maximum de vitesse du disque lorsqu'il s'approche de la paroi. L'évolution de la position du vortex en fonction de h_0 semble en revanche plus subtile. Cette dernière est représentée dans le référentiel du laboratoire et dans le référentiel du disque sur les figures 4.8(c) et (d) respectivement. On constate que pour la plus petite valeur de h_0 (en violet), le vortex est rapidement dévié de sa trajectoire verticale par la présence de la paroi et s'en éloigne. Pour les autres valeurs de h_0 , il est plus difficile de déterminer à quel point le vortex est dévié de sa trajectoire par la paroi. Quoi qu'il en soit, aucune des trajectoires ne correspond à celle du cas en milieu infini représentée en noir, mettant en évidence une influence significative de la paroi sur la trajectoire du vortex.

Ainsi, pour les différentes valeurs de la distance finale h_0 entre le disque et la paroi, on observe toujours une phase de formation, suivie d'une décroissance du rayon de cœur du vortex et de sa circulation. On a vu que la circulation et le rayon tendent à augmenter plus vite et plus longtemps lorsque le disque s'arrête plus proche d'une paroi. De plus, une fois que le disque s'arrête, la trajectoire du vortex diffère selon la distance à laquelle le disque se trouve de la paroi.

b) Influence de la paroi sur les lois d'échelle

On a vu dans la partie précédente que la présence d'une paroi solide avait une influence sur la génération du vortex de démarrage. Dans le chapitre précédent, nous avions trouvé que la circulation maximale Γ_m , le rayon de cœur maximal a_m et la distance verticale maximale Δz_m d'un anneau tourbillonnaire qui se forme dans le sillage d'un disque en translation non oscillatoire en milieu infini obéissent en régime



FIGURE 4.8 – Évolution temporelle de (a) la circulation $|\Gamma|$ du vortex de démarrage, (b) son rayon *a*, et sa position (r_G , z_G) dans le référentiel (c) du laboratoire et (d) du disque lorsque L = 2.8 cm, D = 10 cm et $\tau = 0.83$ s pour différentes valeurs de h_0 entre 2 et 0.2 cm. En noir est représenté le cas en milieu infini $h_0 \simeq 20$ cm.

inertiel aux lois d'échelles suivantes

$$\frac{|\Gamma_m|\tau}{D^2} \simeq 2\left(\frac{L}{D}\right)^{4/3}, \ \frac{a_m}{D} \simeq 0.1 \left(\frac{L}{D}\right)^{2/3}, \quad \text{et} \quad \frac{\Delta z_m}{D} \simeq 0.2 \left(\frac{L}{D}\right)^{2/3}, \tag{4.9}$$

avec une dépendance des différents paramètres en L/D. En présence d'une paroi solide à la distance minimale h_0 du disque, un nouveau nombre sans dimension doit être introduit : la distance relative h_0/D du disque à la paroi. On s'attend à ce que les paramètres adimensionnés caractérisant les tourbillons $\Gamma_m \tau/D^2$, a_m/D et $\Delta z_m/D$ soient fonctions non seulement de L/D, mais aussi de h_0/D , avec une éventuelle modification de la loi de puissance pour L/D et une possible loi de puissance en h_0/D . Pour mettre plus directement en évidence les modifications par rapport au cas en milieu infini, nous étudions la dépendance des coefficients c_{Γ} , c_a et c_z avec les rapports L/D et h_0/D

$$c_{\Gamma} = \frac{|\Gamma_m|}{L^{4/3} D^{2/3} \tau^{-1}}, \qquad c_a = \frac{a_m}{L^{2/3} D^{1/3}}, \quad \text{et} \quad c_z = \frac{\Delta z_m}{L^{2/3} D^{1/3}}. \tag{4.10}$$

Nous avons effectué des simulations numériques complémentaires en faisant varier h_0/D entre 0,005 et 1,3 comme indiqué sur la sixième ligne du tableau 4.1 pour une longueur de course relative constante L/D = 0,28. Les coefficients c_{Γ} , c_a et c_z obtenus sont tracés en fonction de h_0/D sur les figures 4.9(a), (c) et (e) respectivement.

Sur la figure 4.9(a), la circulation maximale adimensionnée par les lois d'échelles en milieu infini c_{Γ} est tracée en fonction de h_0/D . Les points noirs correspondent à un nombre de Reynolds du disque de 1,5×10⁴ tandis que les points colorés correspondent à $Re = 9 \times 10^3$. Le nombre de Reynolds ne semble pas avoir d'effet sur les résultats ce qui confirme que nous sommes a priori bien en régime inertiel et que nous pouvons donc négliger les effets visqueux. Pour $h_0/D \gtrsim 0.2$, la circulation est indépendante de h_0/D et rejoint la valeur en milieu infinie $c_{\Gamma} \simeq 2$, tandis qu'elle évolue comme $(h_0/D)^{-0.28}$ sur une décade lorsque $h_0/D \leq 0.2$. En effet, l'écoulement entre le disque et la paroi présente une sur-vitesse par rapport à la situation en milieu infini. Le fluide doit alors s'enrouler plus vite dans l'anneau tourbillonnaire ce qui conduit à une augmentation de sa circulation. De plus, l'instant auquel le maximum est atteint t_{Γ}^{*} (voir figure 4.9(b)) est également constant et égal à la valeur en milieu infini lorsque $h_0/D \gtrsim 0.2$ tandis qu'il croît pour $h_0/D \lesssim 0.2$ en tendant comme attendu vers la valeur 1 correspondant à l'arrêt du disque. Cela signifie que la circulation du vortex atteint sa valeur maximale de plus en plus tardivement à mesure que le disque s'arrête proche de la paroi. En effet, lorsque le disque s'approche de la paroi, les vitesses dans l'écoulement alimentant le vortex continuent d'augmenter même après le maximum de vitesse du disque et compensent mieux l'entrée de vorticité de signe opposé dans le tourbillon. On remarque cependant que deux points pour lesquels $h_0/D < 10^{-2}$ s'éloignent légèrement de la loi de puissance $(h_0/D)^{-0.28}$. Pour ces deux points, le rapport $h_0^2/\nu\tau \lesssim 5$ est faible et les effets visqueux entre le disque et la paroi ne sont sans doute plus négligeables. En effet, en faisant varier la valeur de $h_0^2/\nu\tau$ entre 0,5 et 50 comme indiqué dans le tableau 4.2 et en conservant par ailleurs h_0/D et L/D constants, on constate sur la figure 4.10 que c_{Γ} diminue de 30% entre $h_0^2/\nu\tau = 0.5$ et $h_0^2/\nu\tau = 5$ et atteint un plateau lorsque $h_0^2/\nu\tau > 5$. L'effet de la viscosité sur la circulation est donc très faible.



FIGURE 4.9 – (a) Circulation maximale adimensionnée $c_{\Gamma} = \Gamma_m / L^{4/3} D^{2/3} \tau^{-1}$, (b) instants t_{Γ}^* auxquels elle est atteinte, (c) rayon maximal adimensionné $c_a = a_m / L^{2/3} D^{1/3}$, (d) instants t_a^* auxquels il est atteint, (e) distance verticale maximale adimensionnée $c_z = \Delta z_m / L^{2/3} D^{1/3}$ et (f) instants t_z^* auxquels elle est atteinte en fonction de h_0/D lorsque L/D = 0.28 pour un disque s'approchant d'une paroi. Les lignes horizontales correspondent à la valeur obtenue en milieu infini (a) $c_{\Gamma} \simeq 2$, (b) $t_{\Gamma}^* \simeq 0.7$, (c) $c_a \simeq 0.1$, (d) $t_a^* \simeq 0.75$, (e) $c_z \simeq 0.2$ et (f) $t_{\Delta z}^* \simeq 0.87$ et les droites au meilleur ajustement des données par une loi de puissance d'équation (a) $c_{\Gamma} = 1.4(h_0/D)^{-0.28}$ et (c) $c_a = 0.08(h_0/D)^{-0.14}$. La partie grisée correspond aux instant auxquels le disque est à l'arrêt ($t^* > 1$).

Le rayon maximal adimensionné c_a en fonction de h_0/D est représenté sur la figure 4.9(c). Comme pour la circulation, nous observons que lorsque $h_0/D \gtrsim 0.2$, le rayon est indépendant de h_0/D et rejoint sa valeur en milieu infini $c_a \simeq 0.1$, tandis qu'il augmente pour les plus petites valeurs de h_0/D de sorte que c_a est proportionnel à $(h_0/D)^{-0.14}$. Cela signifie qu'une plus grande quantité de fluide est injectée dans le tourbillon et est certainement dû à la sur-vitesse de l'écoulement dans

au (s)	$\nu (m^2/s)$	Re	$h_0^2/\nu\tau$
0,5 - 2,5	$10^{-6} - 10^{-4}$	$175 - 9 \times 10^3$	0.5 - 5

TABLEAU 4.2 – Paramètres des simulations numériques de la figure 4.10 avec $h_0 = 0.5$ cm, L = 2.8 cm et D = 10 cm.



FIGURE 4.10 – Évolution de c_{Γ} en fonction de $h_0^2/\nu\tau$ pour $h_0/D = 0.05$ et L/D = 0.28 lorsque le disque démarre en position haute. Les ronds noirs correspondent aux simulations du tableau 4.2 et les triangles à des expériences correspondantes dans le tableau 4.1.

l'interstice entre le disque et la paroi. Lorsque $h_0/D \leq 10^{-2}$, le rayon cesse de croître probablement car les effets visqueux ne sont plus négligeables. De plus, l'instant auquel le maximum est atteint t_a^* (voir figure 4.9(d)) semble plus élevé que sa valeur en milieu infini $t^* \simeq 0.75$. Ainsi, le rayon du vortex semble augmenter plus longtemps et plus rapidement comme cela été observé sur la figure 4.8(b). Finalement, compte tenu des exposants -0.28 et -0.14 trouvés, la circulation augmente plus vite que le rayon lorsque h_0/D diminue et la vitesse azimutale maximale du tourbillon de démarrage est par conséquent amplifiée par le confinement. Cela signifie également que l'augmentation de la circulation par rapport à la situation en milieu infini n'est pas seulement due à la croissance du rayon du tourbillon, mais également à une vitesse d'enroulement plus élevée.

Enfin, la distance maximale du centre du vortex au disque adimensionnée c_z et l'instant auquel elle est atteinte $t^*_{\Delta z}$ sont tracés sur les figures 4.9(e) et (f) en fonction de h_0/D . Ils semblent, quand à eux, constants quelle que soit la valeur de h_0/D .

Ainsi, les lois d'échelles obtenues en milieu infini pour la circulation et le rayon du vortex de démarrage sont modifiées lorsque h_0/D est suffisamment petit, c'està-dire lorsque le disque s'arrête suffisamment proche de la paroi $(h_0/D \leq 0.2)$. Nous allons désormais étudier l'influence de la longueur de course relative $L/D \in [0.05; 2]$ lorsque $h_0/D = 0.05$ comme indiqué sur la septième ligne du tableau 4.1. Les résultats sont présentés sur la figure 4.11.

Pour commencer, c_{Γ} est tracée en fonction de L/D sur la figure 4.11(a). On remarque que la circulation adimensionnée diminue systématiquement avec L/Dtelle que $c_{\Gamma} \propto (L/D)^{-0,1}$. Ainsi, à D et h_0 fixés, l'influence de la paroi semble moins accentuée pour les grandes longueurs de course L. En effet, on peut supposer que si la longueur de course est très grande, le disque évolue sur une plus longue distance sans ressentir les effets de la paroi tandis que pour une faible longueur de course, l'effet de la paroi se fait sentir sur l'ensemble de la course du disque. La gamme de L/D étudiée ici ne permet pas de retrouver la valeur en milieu infini, mais, en extrapolant la droite, on peut s'attendre à ce que cette dernière soit atteinte pour $L/D \simeq 18$. L'observation de t^*_{Γ} montre également que l'instant auquel la circulation maximale est atteinte est systématiquement légèrement supérieur à sa valeur en milieu infini.

Le rayon du vortex adimensionné c_a est représenté en fonction de L/D sur la figure 4.11(c). On constate que c_a décroît comme $(L/D)^{-0,12}$ et le plateau que nous nous attendons à retrouver en milieu infini n'est pas tout à fait atteint, mais le devrait être pour $L/D \gtrsim 2$. Le rayon semble à nouveau atteindre un plateau lorsque $L/D \lesssim 0.2$. Enfin, la valeur de t_a^* rejoint la valeur en milieu infini lorsque $L/D \simeq 2$.

Enfin, c_z et $t^*_{\Delta z}$ sont représentés en fonction de L/D sur les figures 4.11(e) et (f). La valeur de c_z semble relativement constante sur la gamme de L/D explorée et égale à la valeur en milieu infini $c_z \simeq 0,2$. De même, l'instant auquel la distance verticale maximale est atteinte est constant et égal à la valeur en milieu infini $t^*_{\Delta z} \simeq 0,87$.

Ainsi, l'étude de la circulation, du rayon de cœur et de la distance verticale maximum révèle que les lois d'échelle déduites de l'approche de Wedemeyer sont modifiées par la présence d'une paroi pour la circulation et le rayon de cœur. La distance verticale maximale est relativement constante et ne semble pas être impactée par la présence d'une paroi sur la gamme des paramètres considérés. En particulier, les nouvelles lois d'échelles prennent en compte l'influence de la distance relative du disque à la paroi h_0/D , ainsi qu'une nouvelle dépendance en L/D. Nous allons désormais regrouper l'ensemble des résultats expérimentaux et numériques du tableau 4.1 en fonction de ces nouvelles lois de puissance.

Pour ce faire, nous traçons c_{Γ} et c_a en fonction des lois de puissance trouvées précédemment sur les figures 4.12(a) et (b) respectivement. Les nouvelles lois de puissance empiriques pour la circulation et le rayon de cœur maximum dictées par les données expérimentales et numériques se résument ainsi par

$$c_{\Gamma} = \begin{cases} 2.1, \\ 1.3 \ (L/D)^{-0.1} (h_0/D)^{-0.28}, \end{cases}$$
(4.11)

lorsque $(L/D)^{-0,1}(h_0/D)^{-0,28}$ est inférieur et supérieur respectivement à 1,6.

$$c_a = \begin{cases} 0,1, \\ 6,8 \times 10^{-2} \ (L/D)^{-0,12} (h_0/D)^{-0,14}, \end{cases}$$
(4.12)

lorsque $(L/D)^{-0,12}(h_0/D)^{-0,14}$ est inférieur et supérieur respectivement à 1,4.

Nous vérifions également que ces lois d'échelles valables en milieu confiné sont applicables à l'arrêt du disque $(t^* = 1)$ sur les figures 4.12(c) et (d). À nouveau, il y a un bon accord avec ces nouvelles lois de puissances empiriques et les équations (4.11) et (4.12) se réécrivent alors



FIGURE 4.11 – (a) Circulation maximale adimensionnée $c_{\Gamma} = \Gamma_m/L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1}$, (b) instants t_{Γ}^* auxquels elle est atteinte, (c) rayon maximal adimensionné $c_a = a_m/L^{2/3}D^{1/3}$, (d) instants t_a^* auxquels il est atteint, (e) distance verticale maximale adimensionnée $c_z = \Delta z_m/L^{2/3}D^{1/3}$ et (f) instants t_z^* auxquels elle est atteinte en fonction de L/D lorsque $h_0/D = 0.05$ pour un disque s'approchant d'une paroi. Les lignes horizontales correspondent à la valeur obtenue en milieu infini (a) $c_{\Gamma} \simeq 2$, (b) $t_{\Gamma}^* \simeq 0.7$, (c) $c_a \simeq 0.1$, (d) $t_a^* \simeq 0.75$, (e) $c_z \simeq 0.2$ et (f) $t_{\Delta z}^* \simeq 0.87$ et les droites au meilleur ajustement des données par une loi de puissance d'équation (a) $c_{\Gamma} = 2.8(L/D)^{-0.1}$ et (c) $c_a = 0.1(L/D)^{-0.12}$. La partie grisée correspond aux instant auxquels le disque est à l'arrêt ($t^* > 1$).

$$c_{\Gamma,1} = \begin{cases} 1.9, \\ 1.1 \ (L/D)^{-0.1} (h_0/D)^{-0.28}, \end{cases}$$
(4.13)

lorsque $(L/D)^{-0,1}(h_0/D)^{-0,28}$ est inférieur et supérieur respectivement à 1,7.

$$c_{a,1} = \begin{cases} 0,085, \\ 6,4 \times 10^{-2} \ (L/D)^{-0,12} (h_0/D)^{-0,14}, \end{cases}$$
(4.14)

lorsque $(L/D)^{-0.12}(h_0/D)^{-0.14}$ est inférieur et supérieur à 1,3 respectivement.

Ainsi, la circulation et le rayon de cœur de l'anneau tourbillonnaire à $t^* = 1$ ont diminué de 18% et 6% respectivement par rapport à leur valeur maximale lorsque le disque s'approche d'une paroi. De manière générale, lorsque le disque se dirige vers une paroi, l'anneau tourbillonnaire de démarrage généré dans son sillage présente une circulation et un rayon de cœur plus importants qu'en milieu infini. Par ailleurs, la vitesse azimutale maximale de l'anneau tourbillonnaire de démarrage est augmentée par le confinement ce qui peut avoir un effet non négligeable sur l'érosion.

c) Écoulement peu après l'arrêt du disque $(1 < t^* < 2)$

L'écoulement proche de la paroi après l'arrêt du disque dépend des différents paramètres de contrôle et en particulier de la distance finale h_0 entre le disque de la



FIGURE 4.12 – Circulation (a) maximale c_{Γ} et (c) à l'arrêt du disque $c_{\Gamma,1}$ en fonction de $(L/D)^{-0,1}(h_0/D)^{-0,28}$ et rayon adimensionné (b) maximal c_a et (d) à l'arrêt du disque $c_{a,1}$ en fonction de $(L/D)^{-0,12}(h_0/D)^{-0,14}$ pour un disque s'approchant d'une paroi. Les lignes horizontales correspondent à la valeur obtenue en milieu infini (a) $c_{\Gamma} \simeq 2$, (b) $c_a \simeq 0.1$, (c) $c_{\Gamma,1} \simeq 1.9$ et (d) $c_{a,1} \simeq 0.085$ et les droites ont pour équation (a) $c_{\Gamma} = 1.3(L/D)^{-0.1}(h_0/D)^{-0.28}$, (b) $c_a = 0.07(L/D)^{-0.12}(h_0/D)^{-0.14}$, (c) $c_{\Gamma,1} = 1.1(L/D)^{-0.1}(h_0/D)^{-0.28}$ et (d) $c_{a,1} = 0.064(L/D)^{-0.12}(h_0/D)^{-0.14}$. Les points violets correspondent à des résultats obtenus en milieu infini avec $h_0 \simeq 20$ cm.



FIGURE 4.13 - En haut : Profils de la vitesse radiale en fonction de r à une distance verticale de 1 mm de la paroi à différents instants entre $t^* = 1$ et $t^* = 2$ pour L = 2,2 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0,5$ cm obtenus (o) expérimentalement et (--) numériquement. En bas : Champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) associés obtenus par simulation numérique.

paroi. Des profils de la vitesse radiale à 1 mm au-dessus de la paroi sont représentés sur la figure 4.13 à différents instants pour L = 2,2 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0,5$ cm. Afin de mieux comprendre l'évolution du profil de vitesse, le champ de vitesse et de vorticité issu de la simulation associée apparaissent en-dessous.

À l'arrêt du disque, un pic de vitesse positive est observé au voisinage de l'extrémité du disque en r = D/2. À $t^* = 1,15$, le vortex de démarrage contourne le disque et se rapproche de la paroi. La vitesse mesurée à 1 mm de la paroi y est alors plus élevée. On remarque également un petit pic de vitesse négative qui est associé à la présence d'un vortex secondaire pariétal de vorticité opposée et dont la vitesse est donc opposée à celle du vortex de démarrage (voir encadré 1). Ces vortex sont générés par l'interaction du vortex avec le disque et avec la paroi. Aux instants ultérieurs ($t^* = 1,4, 1,7$ et 2), après l'impact de l'anneau tourbillonnaire sur la paroi, le rayon de l'anneau augmente. On note également là encore la présence de pics de vitesse négative associés à la présence de vortex d'arrêts et pariétaux de vorticité opposée qui tournent autour du vortex de démarrage (figures 4.13(d) et (e)).

On constate qu'il y a un assez bon accord entre l'expérience et la simulation numérique même si cette dernière, mieux résolue, capture mieux le comportement des petits vortex secondaires. De plus, on remarque que l'intensité du vortex de démarrage diminue plus lentement dans la simulation que dans l'expérience (voir figure 4.13(e) à $t^* = 2$) probablement car l'anneau tourbillonnaire expérimental n'est plus axisymétrique tandis que l'axisymétrie est imposée dans la simulation numérique. Le vortex dans l'expérience se déstabilise alors plus facilement. Nous avions également constaté cette différence sur les champs de vitesses et de vorticité instantanés de la figure 4.2.

Cette description est un cas particulier, néanmoins le vortex de démarrage s'approche toujours de la paroi et provoque le même type de pic de vitesse positive avançant au cours du temps dans la direction des r croissants. De petits vortex satellites progressent eux aussi radialement et sont responsables d'une vitesse négative plus ou moins importante selon la proximité du disque avec la paroi.

d) Évolution de l'anneau tourbillonnaire à temps long $(t^* > 2)$

Nous avons vu que les simulations numériques ne sont plus en accord avec les expériences au-delà de $t^* = 2$. Ainsi, nous avons choisi de concentrer l'étude de l'évolution de l'anneau tourbillonnaire au-delà de $t^* > 2$ en nous basant uniquement sur les champs de vitesse obtenus par PIV.

Un exemple du profil de la vitesse radiale expérimentale à 1 mm de la paroi à différents instants t^* est représenté sur la figure 4.14 avec les champs de vitesse PIV associés. Sur les champs de vitesse, on observe principalement le vortex de démarrage qui évolue dans le fluide. Il se déplace vers les r croissants et on peut suivre son déplacement radial en traquant le pic de vitesse positive qui se déplace entre les différents instants. On constate également que la position verticale du vortex varie assez peu. La vitesse radiale négative générée par les vortex secondaires est faible, mais il est difficile de déterminer s'il s'agit d'un effet du manque de précision de la mesure expérimentale ou non car les vortex secondaires y sont mal résolus (voir la différence des profils de vitesse expérimentale et numérique sur la figure 4.13(b) à

 $t^* = 1,15$).

L'évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire de démarrage jusqu'à $t^* = 4$ est représentée sur la figure 4.15 pour la même expérience que sur la figure 4.14. On constate qu'après l'arrêt du disque, la circulation du vortex représentée sur la figure 4.15(a) diminue lentement. On remarque également que le rayon de cœur du vortex sur la figure 4.15(b) augmente au cours du temps, probablement dû à des effets de diffusion visqueuse. Enfin, l'évolution temporelle de la position du vortex dans le référentiel du laboratoire et du disque est représentée sur les figures 4.15(c) et (d) respectivement. On constate qu'après l'arrêt du disque, le vortex tourne une première fois due à son interaction avec le vortex d'arrêt avant de s'approcher lentement de la paroi. Il se déplace également radialement dans la direction des r croissants. Cette observation est cohérente avec les champs de vitesse et de vorticité des figures 4.14. Ainsi, le rayon de cœur du vortex et le rayon de son anneau augmentent et nous n'avons pas conservation du volume de l'anneau tourbillonnaire probablement car le tourbillon diffuse dans le fluide.

4.2.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons étudié l'écoulement généré par un disque en translation s'approchant d'une paroi et avons comparé cette situation à la translation d'un disque en milieu infini. Deux écoulements principaux ont été observés : un écoulement radial sortant de compression dans l'interstice entre le disque et la paroi et la génération d'un anneau tourbillonnaire de démarrage dans le sillage du disque.

Tout d'abord, l'écoulement radial sortant généré par l'approche du disque vers la paroi est maximal au bord du disque et nous avons vu que la prédiction de l'écoulement moyen est en très bon accord avec les résultats expérimentaux et numériques.



FIGURE 4.14 – En haut : Profils de la vitesse radiale en fonction de r issus des champs PIV à une distance verticale de 1 mm de la paroi à différents instants t^* entre $t^* = 2$ et $t^* = 4$ pour L = 3,6 cm, D = 10 cm, $\tau = 0,63$ s et $h_0 = 1,5$ cm. En bas : Champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) correspondants mesurés par PIV.



FIGURE 4.15 – Évolution temporelle du tourbillon de démarrage pour L = 3,6 cm, D = 10 cm, $\tau = 0,63$ s et $h_0 = 1,5$ cm mesuré expérimentalement. (a) Circulation $|\Gamma|$, (b) rayon a, et position (r_G , z_G) dans le référentiel (c) du laboratoire et (d) du disque.

De plus, nous avons analysé l'influence de la paroi sur la génération de l'anneau tourbillonnaire de démarrage. Nous avons comparé les propriétés de l'anneau tourbillonnaire à celles loin de toute paroi (cas du chapitre précédent). Les lois d'échelles de la circulation et du rayon du vortex sont fonctions de h_0/D et une nouvelle dépendance en L/D apparait lorsque le disque est proche de la paroi. Les nouvelles lois d'échelles obtenues pour la circulation et le rayon sont résumées par les équations (4.11)-(4.14).

Enfin, après l'arrêt du disque les interactions de l'anneau tourbillonnaire de démarrage avec le disque et la paroi provoquent la formation de tourbillons d'arrêts et de tourbillons pariétaux. La génération de vortex d'arrêts est très importante dans les mécanismes d'érosion que nous allons décrire dans la partie qui suit.

4.3 Érosion par un disque s'approchant d'un lit granulaire

Nous allons maintenant nous intéresser à l'érosion provoquée par un disque s'approchant d'un lit granulaire. Nous détaillerons tout d'abord les deux mécanismes d'érosion principaux qui sont liés à l'écoulement décrit dans la partie précédente. Ces deux mécanismes donnent lieu à deux seuils d'érosion, bien distincts, que nous étudierons indépendamment et que nous expliquerons en nous reposant sur notre connaissance de l'hydrodynamique. Nous nous sommes restreints aux seuils d'érosion en ne nous intéressant pas aux lois de transport des grains.



FIGURE 4.16 – Photographies à 9 instants différents de l'érosion d'un lit granulaire induite par l'écoulement généré par la translation d'un disque en départ position haute. Le disque est en translation simple avec L = 2.8 cm, D = 10 cm et $\tau \simeq 0.21$ s et s'arrête à la distance $h_0 = 5$ cm du lit granulaire.

4.3.1 Mécanismes d'érosion

Lorsqu'un disque en translation se dirige vers un lit granulaire, des grains peuvent être mis en mouvement par deux mécanismes. Le premier mécanisme, illustré sur la figure 4.16, est observé lorsque le disque est encore en mouvement $t^* < 1$. Les trainées de particules qui ensemencent le fluide permettent de suivre les trajectoires de l'écoulement compte tenu d'un temps d'exposition suffisamment long de la caméra. Sur les photographies de la figure 4.16 entre $t^* = 0.47$ et $t^* = 1.03$, l'écoulement radial sortant, qui se situe entre le disque et le lit granulaire, est à l'origine du déplacement latéral de quelques grains vers l'extérieur du disque. Ce phénomène se produit lorsque le disque arrive en bout de course et est proche du lit granulaire. En effet, au début du mouvement du disque $(t^* = 0.47)$, on peut observer la formation de l'anneau tourbillonnaire dans le sillage du disque, mais aucun grain n'est mis en mouvement au niveau du lit granulaire. L'écoulement n'est alors pas uniquement radial, mais présente également une composante verticale due à l'enroulement du vortex de démarrage proche du bord du disque. À $t^* = 0.84$, un petit monticule de grains se forme (voir encadré rouge) et se déplace à proximité de l'extrémité du disque. Enfin lorsque le disque est arrêté à $t^* = 1,03$, les grains cessent de bouger sous le disque tandis que le vortex de démarrage commence à contourner le disque et à s'approcher du lit granulaire.

C'est après l'arrêt du disque $(t^* > 1)$ qu'on observe le deuxième mécanisme d'érosion. L'anneau tourbillonnaire de démarrage qui s'est formé contourne le disque, impacte le lit granulaire et peut être à l'origine de l'érosion de ce dernier. Son interaction avec le disque est aussi à l'origine de la formation de vortex d'arrêts qui sont eux aussi capable d'éroder le lit granulaire dans certains cas. En particulier, la structure tourbillonnaire responsable de l'érosion en premier lieu (c'est à dire au seuil d'érosion) n'est en général pas le vortex de démarrage, mais un des vortex d'arrêts qui se forme après l'interaction du vortex de démarrage avec le disque. En effet, nous avions vu au chapitre 3 que la vitesse azimutale maximale du vortex d'arrêt est quasiment identique à celle du vortex de démarrage et qu'ils ont donc la même capacité à éroder. La série de photographies prises entre $t^* = 1,12$ et $t^* =$ 2,52 de la figure 4.16 montre un bel exemple d'érosion par un dipôle d'anneaux tourbillonnaire contrarotatifs constitué du vortex de démarrage et du vortex d'arrêt. À $t^* = 1,12$, des grains commencent à se soulever et à $t^* = 1,4$, ils se déplacent à la fois vers l'extérieur du disque par l'action du vortex de démarrage et vers l'intérieur du disque par l'action d'un vortex d'arrêt (voir flèches à $t^* = 1,68$). La quantité de grains entrainés augmente jusqu'à l'instant $t^* = 1,68$. Les grains en suspension sont entrainés par les vortex et suivent donc le mouvement du vortex à l'origine de leur mise en mouvement. Proche du bord du disque, le petit vortex d'arrêt soulève des grains sur une petite hauteur tandis que plus loin du disque, le vortex de démarrage, plus important, soulève des grains sur une hauteur plus élevée. Les grains tourbillonnent aux instants ultérieurs ($t^* = 1.96$ et $t^* = 2.24$) et commencent à se redéposer au sol à $t^* = 2,52$ car l'intensité des vortex n'est plus suffisante pour les maintenir en suspension.

Dans la suite de cette partie, nous allons présenter des résultats de seuils d'érosion par les deux mécanismes que l'on vient d'introduire : l'érosion provoquée avant l'arrêt du disque par l'écoulement radial sortant et l'érosion provoquée par l'impact des anneaux tourbillonnaires après l'arrêt du disque. Pour ce faire, la distance finale entre le disque et le lit granulaire h_0 est variée entre 0,2 et 2 cm, le diamètre du disque D entre 5 et 15 cm et la longueur de course L entre 2 et 5,2 cm. Les seuils sont mesurés par l'une des deux méthodes décrites au Chapitre 2. On précisera dans chaque situation la méthode utilisée. Pour chaque jeu de paramètres, on détermine le temps de parcours critique du disque τ_c au seuil d'érosion et on en déduit ensuite la vitesse critique d'érosion du disque donnée par

$$V_m^c = \frac{\pi L}{2\tau_c}.\tag{4.15}$$

Les paramètres des expériences et les symboles associés sont résumés dans le tableau 4.3.

4.3.2 Seuils d'érosion par l'écoulement radial avant l'arrêt du disque

Comme présenté à la section précédente, l'écoulement radial sortant est à l'origine d'un premier mécanisme d'érosion par cisaillement. On observe alors à l'œil des grains qui se déplacent vers l'extérieur du disque parallèlement à la surface granulaire. Le déplacement des grains a lieu proche du bord du disque en $r \simeq D/2$ ce qui est en accord avec le fait que l'écoulement moyen y est le plus important. Dans cette partie, les seuils d'érosion sont déterminés par la méthode de visualisation détaillée dans la section 2.1.4.a du chapitre 2.

On s'intéresse dans un premier temps à l'évolution du seuil d'érosion en fonction des différents paramètres de contrôle de l'expérience L, D et h_0 . La figure 4.17(a) montre que la vitesse critique d'érosion du disque augmente avec la distance finale entre le disque et le lit de grains h_0 . En effet, plus le disque s'arrête loin du lit

$h_0 (\mathrm{cm})$	L (cm)	D (cm)	Symboles
0,2-2	2	10	•
0,2-2	2,8	10	•
0,2-2	3,6	10	\bigcirc
0,2-2	4,4	10	<u> </u>
0,2-2	5,2	10	•
0,2-2	2,8	5	\diamond
0,2-2	$2,\!8$	7,5	
0,2-2	2,8	12,5	\checkmark
0,2-2	2,8	15	

TABLEAU 4.3 – Symboles et paramètres des expériences effectuées dans le cadre des mesures de seuils d'érosion. Deux seuils sont obtenus pour chaque jeu de données car une mesure de seuil est effectuée pour chaque mécanisme d'érosion (par l'écoulement radial à $t^* < 1$ et par l'impact tourbillonnaire à $t^* > 1$).



FIGURE 4.17 – Vitesse critique d'érosion du disque V_m^c avant l'arrêt du disque $(t^* < 1)$ pour un disque partant en position haute en fonction (a) de la distance minimale au lit granulaire h_0 pour L = 2,8 cm et D = 10 cm, (b) du diamètre du disque D pour L = 2,8 cm et $h_0 = 1$ cm et (c) de la longueur de course L pour D = 10 cm et $h_0 = 1$ cm.

granulaire, plus la vitesse du disque doit être élevée pour que l'écoulement généré puisse déplacer des grains. La dépendance de la vitesse critique d'érosion avec D est tracée sur la figure 4.17(b) et on constate que cette vitesse critique diminue lorsque le diamètre du disque D augmente. En effet, plus le diamètre du disque est important, plus la vitesse de l'écoulement radial sortant est importante toutes choses étant égales par ailleurs. Ainsi, la vitesse du disque nécessaire à la mise en mouvement des grains est diminuée. Enfin, les seuils d'érosion pour différentes valeurs de longueur de course L sont représentés sur la figure 4.17(c). On observe que la vitesse critique du disque augmente lorsque L augmente. Étant donnée que la longueur de course est prise en compte dans la vitesse critique d'érosion, l'effet de L sur V_m^c est plus subtil que celui de h_0 et D.

Pour chaque expérience indiquée dans le tableau 4.3, le seuil d'érosion a donc été déterminé visuellement et l'ensemble des valeurs de seuils sont reportées sur la figure 4.18(a) en fonction de h_0 . Tout comme observé sur les figures 4.17(a), (b)



FIGURE 4.18 – Vitesse critique d'érosion du disque V_m^c par l'écoulement radiale avant l'arrêt du disque (voir équation (4.15)) en fonction de (a) h_0 et en fonction de (b) $4h_0(1 + L/h_0)^{1/2}/D$ (voir équation (4.17)). La ligne continue a pour équation $V_m^c = U_m^c 4h_0(1 + L/h_0)^{1/2}/D$ avec $U_m^c = 21,3$ cm/s.

et (c), la vitesse critique du disque augmente avec h_0 et L et diminue avec D. On constate que les valeurs des seuils sont assez dispersées et l'objectif de la suite de cette partie est de relier l'hydrodynamique décrite précédemment à ces mesures.

Pour ce faire, nous allons nous reposer sur les observations faites dans la partie précédente concernant l'écoulement radial sortant généré par compression sous le disque. Pour rappel, cet écoulement est à l'origine de l'érosion observée lorsque $t^* < 1$ et la vitesse moyenne radiale de cet écoulement atteint un maximum au cours du temps qui s'écrit

$$U_m = V_m \frac{D}{h_0} \frac{1}{4\sqrt{1 + L/h_0}}.$$
(4.16)

La contrainte à la paroi inertielle nécessaire à la mise en mouvement des grains est directement reliée à l'écoulement radial et donc à U_m . En supposant que U_m^c est constant au seuil d'érosion, la vitesse critique du disque doit alors s'écrire comme

$$V_m^c = U_m^c 4h_0 (1 + L/h_0)^{1/2} / D. ag{4.17}$$

Dès lors, on remarque que V_m^c devrait augmenter avec h_0 et L et diminuer lorsque D augmente, en accord avec les observations faites sur les figures 4.17(a) à (c).

La vitesse critique d'érosion du disque est tracée en fonction de $4h_0(1+L/h_0)^{1/2}/D$ sur la figure 4.18(b). On observe que les valeurs de V_m^c se regroupent très bien sur la droite de l'équation analytique (4.17) avec comme coefficient d'ajustement $U_m^c = 21,3$ cm/s ce qui montre que la valeur maximale de la vitesse radiale moyenne gouverne bien les seuils d'érosion avant l'arrêt du disque lorsque $t^* < 1$.

À partir des résultats obtenus, on peut estimer le nombre de Shields qui, pour rappel, est le rapport de la force déstabilisatrice que le fluide exerce sur les grains sur la force stabilisatrice les maintenant en équilibre. Afin de remonter à la force déstabilisatrice, nous devons connaître la contrainte hydrodynamique agissant sur les grains. Le nombre de Reynolds particulaire basé sur la diamètre des grains det sur la vitesse d'éjection maximale au seuil d'érosion $Re_p = U_m^c d/\nu$, est reportée



FIGURE 4.19 – (a) Nombre de Reynolds particulaire Re_p et (b) nombre de Shields critique Sh_{ER}^c basés sur U_m^c en fonction de la distance relative h_0/D . Les lignes continues représentent les valeurs moyennes (a) $\overline{Re_p} \simeq 49$ et (b) $\overline{Sh_{\text{ER}}^c} \simeq 11$. Les lignes en pointillées sur la figure (b) indiquent un écart de ±50% par rapport à la valeur moyenne.



FIGURE 4.20 – Rapport de la vitesse radiale d'éjection U_m sur la vitesse maximale sur une épaisseur de 2 mm au dessus de la paroi en fonction en r = D/2 de h_0/D

sur la figure 4.19(a). La valeur de Re_p est toujours très nettement supérieure à 1 ce qui indique que la contrainte à la paroi est *a priori* inertielle et qu'elle est donc proportionnelle au carré de la vitesse tel que $\tau^f \propto \rho U_m^2$. Nous considérerons donc ici le nombre de Shields basé sur cette contrainte inertielle tel que

$$Sh_{\rm ER} = \frac{\rho U_m^2}{\Delta \rho g d}.$$
(4.18)

La valeur de ce nombre de Shields au seuil d'érosion $Sh_{\rm ER}^c$, défini à partir de U_m^c , est représentée sur la figure 4.19(b) en fonction de h_0/D . On remarque que le nombre de Shields critique n'est pas tout à fait constant autour de sa valeur moyenne $\overline{Sh_{\rm ER}^c} = 11$ et que sa valeur semble légèrement augmenter avec la distance relative à la paroi h_0/D qui semble donc jouer un rôle subtil sur la valeur de la contrainte à la paroi.

Ce nombre de Shields que nous venons d'introduire est basé sur une vitesse moyenne et ne prend pas en compte la variation de la vitesse dans l'interstice entre le disque et le lit granulaire. En revenant sur les simulations numériques, on peut extraire la vitesse au niveau de la couche limite. Pour ce faire, on trace le maximum de la vitesse radiale entre la paroi et jusqu'à 2 mm au-dessus de la paroi $u_{2\rm mm}$ pour les simulations numériques du tableau 4.1 sur la figure 4.4. La couche limite a en effet une épaisseur de l'ordre de 1 mm. Le rapport $U_m/u_{2\rm mm}$ est tracé sur la figure 4.20 et on observe que ce rapport augmente effectivement avec h_0/D ce qui peut expliquer l'augmentation du nombre de Shields critique avec la distance relative à la paroi observée sur la figure 4.19(b). Le rapport $U_m/u_{2\rm mm}$ est toujours inférieur à 2 et le nombre de Reynolds particulaire basé sur $u_{2\rm mm}$ est donc encore bien supérieur à 1.

4.3.3 Seuils d'érosion par impact d'anneaux tourbillonnaires après l'arrêt du disque

Après l'arrêt du disque, l'anneau tourbillonnaire de démarrage s'approche du lit granulaire et génère un vortex d'arrêt en interagissant avec le bord du disque. Ces tourbillons s'approchent et impactent le lit granulaire en génèrant de l'érosion comme l'illustre la figure 4.16. Dans cette partie, les seuils d'érosion sont mesurés par la méthode de mesure de déformation du lit granulaire décrite dans la partie 2.1.4.b.

L'évolution de la vitesse critique d'érosion du disque V_m^c est tracée sur les figures 4.21(a), (b) et (c) en fonction de h_0 , D et L respectivement. Tout d'abord, on peut constater sur la figure 4.21(a) que la vitesse critique d'érosion augmente avec h_0 ce qui se comprend facilement car, plus le disque s'arrête loin du lit granulaire plus il doit se déplacer rapidement afin que l'anneau tourbillonnaire qui en résulte soit suffisamment intense pour déplacer des grains lors de son impact. Par ailleurs, V_m^c diminue lorsque le diamètre du disque augmente (voir figure 4.21(b)), ce qui est logique car, plus le disque est grand, plus l'anneau tourbillonnaire qui se forme dans le sillage du disque aura une circulation importante. Ainsi, à vitesse et longueur de course égales, plus le disque est imposant, plus la vitesse caractéristique du vortex est importante. Enfin, on remarque sur la figure 4.21(c) que la vitesse critique d'érosion diminue lorsque la longueur de course L augmente. Cette tendance s'oppose à celle observée dans le cas de l'érosion par l'écoulement radial.

Les seuils d'érosion obtenus en faisant varier les différents paramètres de contrôle comme indiqué dans le tableau 4.3 sont résumés sur la figure 4.22 en fonction de h_0 . Tout comme pour l'érosion avant l'arrêt du disque, l'objectif de cette partie est de tenter de comprendre et d'expliquer ces mesures.

Repartons de l'observation de l'érosion du lit granulaire sur la séquence d'images de la figure 4.16. Les images montrent un exemple d'érosion par l'impact d'un dipôle d'anneaux tourbillonnaire pour un disque s'arrêtant relativement proche du lit granulaire - on définira dans la suite ce qu'on entend par "proche". Dans ce cas, les grains sont déplacés par l'action des vortex de démarrage et d'arrêt, ce dernier étant coincé entre le disque et le lit granulaire. Lorsque le disque s'arrête plus loin de la paroi, le vortex d'arrêt est libre de tourner autour du vortex de démarrage comme en milieu infini, sans pour autant éroder le lit de grains. Un exemple d'une telle situation est montrée sur la séquence d'images de la figure 4.23. Juste après l'arrêt du disque, à $t^* = 1,08$, l'écoulement est principalement composé du vortex de démarrage et du vortex d'arrêt primaire. Ce vortex d'arrêt se trouve entre le disque et le lit granulaire, mais est trop éloigné des grains pour être en mesure de les déplacer. Sur l'image suivante à $t^* = 1,56$, le vortex d'arrêt a contourné le vortex de démarrage sans avoir érodé le lit granulaire et n'est plus visible. On observe alors un nouveau vortex d'arrêt, contrarotatif au vortex de démarrage, qu'on appellera vortex tertiaire, qui se situe entre le disque et le lit granulaire et qui est responsable du déplacement des grains à $t^* = 1,92$ et à $t^* = 2,28$. Sur l'image à $t^* = 3$, les grains commencent à se redéposer sur le sol près du bord du disque tandis que des grains sont encore entrainés par le vortex de démarrage. On voit mieux ce déplacement à l'instant $t^* = 3,96$. Sur cette image, les grains déplacés par le vortex tertiaire ont quasiment tous sédimenté tandis que le vortex de démarrage continue de déplacer des grains vers l'extérieur qu'il a initialement resuspendus. On constate que l'érosion démarre plus tardivement $(t^* \simeq 1.9)$ comparé au cas sur la figure 4.16 où le disque s'arrête plus proche de la paroi et où l'érosion se produit avant $t^* \simeq 1,4$. Dans cette situation où le disque est plus éloigné du lit granulaire, les tourbillons le sont également et mettent donc plus de temps avant d'impacter le lit de grains.

L'érosion par tourbillons est donc très complexe. Elle peut être causée par l'impact du dipôle constitué de l'association du vortex de démarrage et d'arrêt lorsque le disque s'arrête très proche du lit granulaire. Toutefois, pour des distances d'arrêt plus importantes le vortex d'arrêt n'est pas nécessairement responsable de l'érosion. Dans ce cas, l'érosion a lieu plus tardivement et est causée par des tourbillons tertiaires voire au-delà. Le vortex de démarrage peut également être responsable de l'érosion et du transport de grains comme illustré sur la figure 4.23 à $t^* = 3,96$.

On comprend bien que le fait que le vortex d'arrêt impacte ou non le lit de grains dépend de la distance entre le vortex de démarrage et la paroi. En effet, si l'espace entre le vortex et le lit de grains est trop petit, le vortex d'arrêt n'a pas la place pour passer et n'a pas d'autre alternative que d'impacter le lit de grains en essayant de contourner le vortex primaire. Cela dépend donc de la taille du vortex primaire juste après l'arrêt du disque a_1 et de la distance finale h_0 entre le disque et le lit



FIGURE 4.21 – Vitesse critique d'érosion du disque V_m^c après l'arrêt du disque $(t^* > 1)$ pour un disque démarrant en position haute en fonction (a) de la distance minimale au lit granulaire h_0 pour L = 2,8 cm et D = 10 cm, (b) du diamètre du disque Dpour L = 2,8 cm et $h_0 = 1$ cm et (c) de la longueur de course L pour D = 10 cm et $h_0 = 1$ cm.



FIGURE 4.22 – Vitesse critique d'érosion du disque par impact tourbillonnaire après l'arrêt du disque en fonction de h_0 pour toutes les expériences répertoriées dans la tableau 4.3.



FIGURE 4.23 – Séquence d'images à 6 instants différents de l'écoulement et l'érosion généré par l'impact d'un anneau tourbillonnaire lorsque le disque s'arrête à une distance h_0 du lit granulaire plus importante que sur la figure 4.16. Le disque est en translation simple avec L = 2,8 cm, D = 10 cm, $h_0 = 1$ cm et $\tau \simeq 0,17$ s.

granulaire. On a vu, pour rappel, que lorsque le disque s'approche d'une paroi, le rayon du vortex adimensionné à l'arrêt du disque a_1 vérifie l'équation (4.14).

La figure 4.24(a) indique si l'érosion observée correspond à une situation dans laquelle le vortex d'arrêt impacte le lit granulaire ou non et a été établi par observations de l'érosion à l'œil nu. On remarque que la transition semble s'opérer autour de $h_0/a_1 \simeq 1,2$ indiquée en ligne continue sur la figure 4.24(a). L'instant où les premiers grains se mettent en mouvement $t^{*,c}$ est représenté sur la figure 4.24(b) en fonction de h_0/a_1 . On remarque que pour $h_0/a_1 \leq 1,2$, le moment où l'érosion démarre est presque constant et très proche de $t^* = 1$. Cela signifie que l'érosion a lieu tout juste après l'arrêt du disque et est initiée par le dipôle. Lorsque $h_0/a_1 \gtrsim 1,2$, l'érosion se produit de plus en plus tardivement. En effet, plus le disque s'arrête loin du lit granulaire relativement au rayon du vortex de démarrage, plus les tourbillons tardent à impacter le lit granulaire.

Ainsi, deux situations sont à distinguer lors de l'analyse des seuils d'érosion après l'arrêt du disque et dépendent du rapport h_0/a_1 . Ces deux situations sont schématisées sur les figures 4.25(a) et (b). Dans la situation de la figure 4.25(a), le disque s'arrête très proche du lit granulaire et le dipôle constitué de l'anneau tourbillonnaire de démarrage et d'arrêt se rapproche du lit de grains et l'impacte. C'est donc la vitesse azimutale maximale des deux vortex qui constituent le dipôle,



FIGURE 4.24 – (a) Vitesse critique du disque au seuil d'érosion en fonction du rapport h_0/a_1 entre la distance minimale et le rayon du cœur du vortex de démarrage à $t^* = 1$. (•) L'érosion est causée par le dipôle immédiatement après l'arrêt du disque (EV1) et (•) l'érosion a lieu plus tardivement et est causée par d'autres vortex (EV2). (b) Instant $t^{*,c}$ à partir duquel les premiers grains se mettent en mouvement pour une vitesse de déplacement du disque proche du seuil d'érosion. La ligne horizontale correspond à l'arrêt du disque. Sur les deux figures, la ligne verticale indique la transition $(h_0/a_1)_t = 1,2$ entre EV1 et EV2.

qui on le rappelle sont du même ordre de grandeur, qui engendre la contrainte pariétale maximale responsable de l'érosion. Cette vitesse pariétale peut être estimée par $u_{\tau,1}$

$$u_{\tau,1} = \frac{\Gamma_1}{2\pi a_1}.$$
 (4.19)

où Γ_1 et a_1 sont la circulation et le rayon du vortex de démarrage à $t^* = 1$. Pour rappel, nous avions vu dans le chapitre 3 que la vitesse azimutale maximale du tourbillon d'arrêt est du même ordre de grandeur que celle du vortex de démarrage ce qui signifie que définir $u_{\tau,1}$ à partir du vortex d'arrêt devrait donner une vitesse du même ordre de grandeur.



FIGURE 4.25 – (a) Impact du dipôle constitué du vortex de démarrage et du vortex d'arrêt sur le milieu granulaire lorsque le disque s'arrête proche du lit granulaire $(h_0/a_1 \leq 1,2)$. (b) Comportement de la vitesse en proche paroi lorsque le disque s'arrête plus loin du lit granulaire $(h_0/a_1 \gtrsim 1,2)$.



FIGURE 4.26 – (a) Nombre de Reynolds particulaire $Re_p = u_{\tau,1}d/\nu$ et (b) nombre de Shields pariétal critique Sh_{EV1}^c basé sur $u_{\tau,1}$ la vitesse pariétale induite par l'impact de l'anneau tourbillonnaire de démarrage en fonction de h_0/a_1 . Les lignes verticales indiquent la transition $h_0/a_1 = 1,2$ et la ligne horizontale $\overline{Sh_{\text{EV1}}^c} = 39$.

En utilisant les lois d'échelles (4.13) et (4.14) déterminées à la section précédente pour la circulation et le rayon de cœur, on peut remonter à la vitesse $_{\tau,1}$. Le nombre de Reynolds particulaire Re_p basé sur cette vitesse est tracé sur la figure 4.26(a) et est très nettement supérieur à l'unité sur toute la gamme de h_0/a_1 considérée ce qui confirme que l'érosion par impact tourbillonnaire se produit bien en régime inertiel. Le nombre de Shields inertiel défini à partir de la vitesse pariétale induite par l'impact du dipôle sur le lit de grains peut alors se définir comme

$$Sh_{\rm EV1}^c = \frac{\rho u_{\tau,1}^2}{\Delta \rho g d}.$$
(4.20)

Les valeurs du nombre de Shields local pariétal critique sont reportées sur la figure 4.26(b) en fonction de h_0/a_1 . Pour $h_0/a_1 \leq 1,2$, le nombre de Shields est relativement constant autour de $\overline{Sh}_{\text{EV1}}^c \simeq 39 \pm 15$. Le plateau semble donc confirmer que c'est bien le dipôle constitué par le vortex de démarrage et d'arrêt qui est à l'origine de l'érosion dans ce régime EV1.

Lorsqu'on est au-delà de la transition $h_0/a_1 \gtrsim 1,2$, le nombre de Shields sur la figure 4.26(b) n'est pas constant ce qui suggère qu'un, autre mécanisme est à l'œuvre. Le vortex d'arrêt a l'espace suffisant pour contourner le vortex de démarrage sans impacter le lit granulaire. Dans cette situation, l'érosion est alors générée par la décroissance en 1/r de la vitesse induite par le vortex de démarrage ou par l'impact d'autres vortex (tertiaire par exemple) bien plus tard. En supposant qu'au premier ordre l'érosion est due au vortex de démarrage, la vitesse pariétale qu'il exerce sur le lit de grains s'écrit (voir figure 4.25(b))

$$u_{\tau,2} = \frac{\Gamma_1}{2\pi h_0},$$
(4.21)

où Γ_1 est la circulation de l'anneau tourbillonnaire de démarrage à l'arrêt du disque. On a ici considéré que le tourbillon reste environ à une distance h_0 constante du lit granulaire et que sa circulation évolue peu au cours du temps (voir figures



FIGURE 4.27 – (a) Nombre de Reynolds particulaire $Re_p = u_{\tau,2}d/\nu$ et (b) nombre de Shields pariétal critique $Sh_{\rm EV2}^c$ basé sur la vitesse pariétale $u_{\tau,2}$ induite par le vortex de démarrage en fonction de h_0/a_1 . Les lignes verticales indiquent la transition $h_0/a_1 = 1,2$ et la ligne horizontale indique la valeur moyenne $\overline{Sh_{\rm EV2}^c} = 22$.

4.15(a) et (c)). À nouveau, on utilise la loi d'échelle pour la circulation de l'équation (4.13) afin de déterminer Γ_1 .

La figure 4.27(a) représente le nombre de Reynolds particulaire Re_p basé sur la vitesse pariétale $u_{\tau,2}$ en fonction de h_0/a_1 . On observe que ce Reynolds particulaire est bien supérieur à l'unité sur toute la gamme de h_0/a explorée. Ceci indique une nouvelle fois que la contrainte au lit granulaire est bien inertielle. Ainsi, tout comme précédemment, nous définissons un nombre de Shields pariétal basé sur cette nouvelle vitesse $u_{\tau,2}$ tel que

$$Sh_{\rm EV2} = \frac{\rho u_{\tau,2}^2}{\Delta \rho q d}.$$
(4.22)

Le nombre de Shields critique correspondant est tracé sur la figure 4.27(b) en fonction de h_0/a_1 . Pour $h_0/a_1 \gtrsim 1,2$, ce nombre de Shields critique ne varie pas significativement autour de la valeur $Sh_{EV2}^c = 22 \pm 12$ malgré une certaine dispersion. Ce résultat semble donc bien confirmer que, lorsque le disque s'arrête suffisamment loin du lit granulaire, l'érosion est gouvernée par la vitesse induite par le vortex de démarrage sur le lit granulaire lorsqu'il se situe à une distance h_0 de ce dernier.

4.3.4 Conclusion

Nous avons montré dans cette partie que deux types d'érosion apparaissent lorsqu'un disque s'approche d'un lit granulaire. Le premier mécanisme d'érosion est observé lorsque le disque est encore en mouvement ($t^* < 1$). L'écoulement radial, principalement parallèle à la surface granulaire, généré par l'éjection du fluide entre le disque et le lit granulaire peut engendrer le déplacement de grains au niveau du bord du disque. La contrainte pariétale est alors proportionnelle à la vitesse radiale moyenne et le nombre de Shields construit à partir de cette vitesse est quasiment constant au seuil d'érosion $Sh_{\rm ER}^c \simeq 11 \pm 6$.

Après l'arrêt du disque $(t^* > 1)$, l'anneau tourbillonnaire de démarrage qui a été généré dans le sillage du disque s'approche du lit granulaire et érode directement


FIGURE 4.28 – Nombre de Shields critique Sh^c obtenu dans chaque régime d'érosion pour un disque s'approchant d'un lit granulaire.

ou non ce dernier. Selon le rayon a_1 du vortex de démarrage à $t^* = 1$ et la distance h_0 entre le lit granulaire et le disque, le vortex de démarrage peut s'approcher suffisamment ou non du lit granulaire pour piéger le vortex d'arrêt entre le disque et le lit granulaire. On a estimé que la transition entre les deux situations se situe au voisinage de $h_0/a_1 \simeq 1,2$. Lorsque $h_0/a_1 \lesssim 1,2$, le dipôle constitué du vortex de démarrage et du vortex d'arrêt est responsable de l'érosion. Dans le cas où le disque s'arrête plus loin du lit granulaire $(h_0/a_1 \gtrsim 1,2)$, l'érosion est observée beaucoup plus tardivement et est causée principalement par le vortex de démarrage ou des vortex tertiaires ou plus car le vortex d'arrêt est libre de tourner autour du vortex de démarrage sans impacter le lit de grains. La construction d'un nombre de Shields local basé sur la vitesse azimutale maximale ou en h_0 du vortex de démarrage ont permis de distinguer les deux situations et d'expliquer les seuils d'érosion lorsque $h_0/a_1 \lesssim 1,2$ avec $Sh_{\rm EV1}^c \simeq 39 \pm 15$ et lorsque $h_0/a_1 \gtrsim 1,2$ avec $Sh_{\rm EV2}^c \simeq 22 \pm 12$ respectivement. Les valeurs des nombres de Shields critique obtenues dans chaque régime d'érosion sont résumées sur la figure 4.28.

4.4 Écoulement généré par un disque s'éloignant d'une paroi

Après nous être intéressés en détail à la situation d'un disque s'approchant d'une paroi ou d'un lit de grains, nous allons désormais étudier la situation inverse où le disque s'éloigne cette fois de la paroi ou du lit de grains. Nous allons dans un premier temps analyser l'écoulement avant de nous concentrer finalement sur l'érosion associée. Le mouvement du disque ainsi que les mesures effectuées sont résumés dans la première section de ce chapitre et le schéma de cette nouvelle configuration a été représenté en figure 4.1(b).

4.4.1 Description de l'écoulement

Les champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleurs) obtenus expérimentalement par PIV et numériquement sur Basilisk pour L = 2,8 cm, D = 10 cm, $\tau = 0.83$ s et $h_0 = 0.5$ cm sont représentés à quatre instants différents sur la figure



FIGURE 4.29 – Champs de vitesse (flèches) et de vorticité (échelle de couleur) de l'écoulement autour d'un disque en départ position basse et s'éloignant d'une paroi rigide et imperméable à quatre instants t^* pour L = 2,8 cm, D = 10 cm et $\tau = 0,83$ s. Le disque démarre à une distance $h_0 = 0,5$ cm du lit granulaire. (a) Champs de vitesse mesurés par PIV et (b) champs de vitesse issus de la simulation numérique correspondante.

4.29. Comme précédemment, la translation du disque conduit à la formation d'un anneau tourbillonnaire de démarrage dans son sillage et les champs expérimentaux et numériques sont visuellement en relativement bon accord. À $t^* = 0,66$, une couche de vorticité (voir encadré 1) de signe opposé à celle du vortex de démarrage s'est formée entre le vortex et le disque. On observe de même le décollement de la couche limite au voisinage de la paroi par le vortex (voir encadré 2). Cette couche de vorticité était également visible pour un disque s'approchant de la paroi, cependant, lorsque le disque s'en éloigne, la composante verticale de la vitesse d'enroulement du tourbillon peut être responsable de la formation d'un nouveau tourbillon au fond de la cuve, en r = 0,035 m pour ce cas particulier (voir encadré 3 à $t^* = 1$). Dans cette étude, même si le vortex de démarrage s'éloigne de la paroi, sa vitesse d'enroulement est suffisante pour former un nouveau vortex au contact de la paroi. Ce



FIGURE 4.30 – Profil radial de la vitesse radiale à 6 mm de la paroi (z = -4 mm) pour L = 2.8 cm, D = 10 cm, $\tau = 0.5$ s et $h_0 = 1$ cm pour une expérience (o) et la simulation numérique associée (—) à $t^* = 0.09$; 0.39; 0.79. La partie grisée correspond aux positions au-delà du disque telles que 2r/D > 1.

vortex pariétal ne se forme cependant pas pour tous les paramètres et en particulier pour les plus grandes valeurs de h_0 .

4.4.2 Écoulement radial moyen d'aspiration sous le disque

Tout d'abord un exemple de la variation de la vitesse radiale en fonction de r en z = -4 mm en dessous du disque s'éloignant de la paroi ($h_0 = 10$ mm), c'est-à-dire à 6 mm au-dessus de la paroi, est montré à différents instants sur la figure 4.30. On constate que la vitesse radiale de l'écoulement est bien négative sous le disque (voir encadré 4 de la figure 4.29), nulle en r = 0 et maximale, en valeur absolue, quasiment au niveau de l'extrémité du disque en r = D/2. Tout comme pour un disque démarrant en position haute, l'observation du profil de vitesse suggère que la contrainte pariétale sera maximale au voisinage de l'extrémité du disque. À $t^* = 0,09$ on peut noter que la vitesse expérimentale est inférieure à la vitesse issue de la simulation numérique. Cet écart est imputé à l'ombre entre le disque et la paroi qui limite l'obtention d'un champ PIV fiable lorsque le disque est très proche de la paroi. Une fois que le disque s'est suffisamment éloigné de la paroi l'expérience et la simulation numérique sont en très bon accord.

Un exemple du profil vertical de la vitesse radiale au bord du disque à différents instants est représenté sur la figure 4.31. Les résultats expérimentaux sont représentés par des symboles vides tandis que les résultats numériques sont tracés par une ligne continue bleue. Lorsque le disque s'éloigne de la paroi, l'écoulement entre le disque et la paroi correspond à la superposition d'un écoulement radial entrant par aspiration et par la formation de l'anneau tourbillonnaire. Ceci est clairement visible à l'instant $t^* = 0.8$. Pour rappel, lorsque le disque s'éloigne de la paroi, la vitesse radiale (voir la figure 4.4) est toujours positive entre le disque et la paroi. Dans le cas présent où le disque s'éloigne de la paroi, la vitesse radiale est négative près du fond où le fluide entre sous le disque, mais positive à proximité immédiate



FIGURE 4.31 – Profil vertical de la vitesse radiale au bord (r = D/2) d'un disque s'éloignant d'une paroi à différents instants de t^* de 0,1 à 0,8 lorsque L = 4,4 cm, D = 10 cm, $\tau = 1$ s et $h_0 = 0,5$ cm. Les symboles (o) correspondent à l'expérience et (-) la simulation numérique. Les rectangles gris indiquent la position du disque et de la paroi. La ligne pointillée rouge indique la position à 2 mm de la paroi.

du bord du disque. Cela est causé par la vitesse azimutale d'enroulement du vortex qui se forme dans le sillage proche du disque. L'écoulement dans l'interstice entre le disque et la paroi n'est donc pas strictement unidirectionnel en raison de la présence de ce vortex, contrairement au cas du disque en départ position haute. De plus, la présence du vortex est à l'origine d'une composante verticale de la vitesse non négligeable comme on peut le deviner sur la figure 4.29.

L'analyse basée sur l'équation de la continuité qui a été adoptée dans la partie 4.2.2 nous permet de remonter à la vitesse radiale maximale dans la situation d'éloignement comme dans la situation d'approche. On obtient alors de façon similaire que la vitesse maximale au bord du disque (en valeur absolue) $U_m = |U(D/2, t^*)|$ s'écrit comme

$$U_m = V_m \frac{D}{h_0} \frac{1}{4\sqrt{1 + L/h_0}},$$
(4.23)

atteinte à l'instant $t_m^* = \arccos(\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$.

Un exemple de l'évolution temporelle de cette vitesse radiale moyenne est représentée sur la figure 4.32(a). La simulation, l'expérience et le modèle sont en très bon accord. La vitesse radiale maximale est tracée sur la figure 4.32(b), à la fois pour les expériences et les simulations numériques, en fonction de la vitesse théorique U_m définie par l'équation (4.23). On remarque que malgré la présence du tourbillon de démarrage sous le disque, la vitesse moyenne issue de l'équation (4.23) est toujours en bon accord avec les mesures issues des expériences et des simulations numériques. Comme la vitesse radiale sous le disque est à la fois positive et négative, cela signifie



FIGURE 4.32 – (a) Évolution temporelle de la vitesse radiale moyenne entre le disque et la paroi pour L = 2 cm, D = 10 cm, $\tau = 0.83 \text{ s}$ et $h_0 = 1 \text{ cm}$. Les symboles correspondent aux (o) expériences, (•) aux simulations et la ligne continue (—) au modèle. (b) Vitesse maximale mesurée expérimentalement et numériquement due à l'écoulement radial entrant sous le disque en r = D/2 en fonction de l'expression de la vitesse U_m déduite du modèle et (c) instant expérimental et numérique $t_m^{*,\text{mes}}$ auquel cette vitesse maximale est atteinte en fonction de $t_m^* = \arccos(\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$. (—) 0% d'erreur, (--) 20% d'erreur.

que l'écoulement entrant sera d'autant plus important afin de compenser l'écoulement sortant dû à la présence du vortex. Les vitesses dans l'espace entre la paroi et le tourbillon sont donc bien plus importantes que lorsque le disque s'approche de la paroi et on s'attend à ce que l'érosion par l'écoulement radial soit plus efficace lorsque le disque s'éloigne que lorsqu'il s'approche du milieu granulaire. Enfin, l'instant auquel la vitesse maximale radiale est atteinte est indiqué sur la figure 4.32(c)en fonction de son expression dérivée de la condition d'incompressibilité. Cet instant $t_m^{*,mes}$ est cohérent avec le modèle pour les simulations, mais s'en éloigne un peu plus pour les expériences probablement dû à l'erreur de mesure liée à la zone d'ombre qui se situe entre le disque et la paroi et au faible nombre de vecteurs vitesse fiables obtenu sur les champs PIV lorsque le disque est très proche de la paroi.

4.4.3 Caractérisation de l'anneau tourbillonnaire

a) Évolution temporelle du vortex de démarrage

Un exemple de l'évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire de démarrage lors de sa génération est présenté sur la figure 4.33 pour une expérience et la simulation numérique correspondante. On remarque tout d'abord qu'il y a un bon accord quantitatif entre les caractéristiques du vortex dans la simulation et l'expérience malgré un écart de l'ordre de 15% pour la circulation. Tout comme dans la situation en milieu infini, la circulation et le rayon du cœur de l'anneau tourbillonnaire augmentent jusqu'à $t_{\Gamma}^* \simeq 0,68$ et $t_a^* \simeq 0,85$ respectivement. On remarque sur les figures 4.33(c) et (d) que le tourbillon s'éloigne verticalement du disque jusqu'à ce qu'il atteigne une distance maximale Δz_m du disque à $t_z^* \simeq 0,91$. Au-delà de cet instant, le vortex se rapproche du disque et commence à le contourner ce qui est associé à un élargissement du rayon de l'anneau du tourbillon.



FIGURE 4.33 – Évolution temporelle du tourbillon pour L = 2,8 cm, D = 10 cm, $\tau = 2,5$ s et $h_0 = 1$ cm à partir ($^{\circ}$) des expériences et (-) des simulations numériques. (a) Circulation, (b) rayon de cœur, et position dans le référentiel (c) du laboratoire et (d) du disque.

b) Influence de la paroi sur les lois d'échelle de Wedemeyer

Comme pour le disque en départ position haute, nous allons mettre en évidence l'écart par rapport au cas infini en étudiant la dépendance de la circulation c_{Γ} , du rayon de cœur c_a et de la distance verticale c_z maximum adimensionnés avec les rapports L/D et h_0/D Pour ce faire, nous avons tout d'abord effectué des simulations à L/D = 0.28 constant en faisant varier h_0/D dans la gamme [0,005; 2] comme indiqué sur la sixième ligne du tableau 4.1. Pour chaque simulation et expérience, nous mesurons c_{Γ} , c_a et c_z qui ont ensuite été tracés sur les figures 4.34(a), (b) et (c) respectivement. Nous ne montrons pas ici les instants auxquels chaque maximum est atteint car aucune variation significative de ces derniers n'est observée.

Sur la figure 4.34(a), la circulation maximale c_{Γ} adimensionnée par la loi d'échelle de Wedemeyer en milieu infini est tracée en fonction de h_0/D . Pour $h_0/D \gtrsim 0.3$, la circulation du vortex de démarrage est égale à sa valeur en milieu infini $c_{\Gamma} \simeq 2$ tandis qu'elle est plus importante lorsque le disque démarre plus proche de la paroi de sorte que $c_{\Gamma} \propto (h_0/D)^{-0.28}$ lorsque $h_0/D \lesssim 0.3$. Étant donné que le tourbillon se développe entre la paroi et le disque et compte tenu de la conservation de la masse, l'écoulement entre le tourbillon et la paroi augmente d'autant plus que le tourbillon



FIGURE 4.34 – (a) Circulation maximale adimensionnée c_{Γ} , (b) rayon maximal adimensionné c_a , (c) distance verticale adimensionnée c_z en fonction de h_0/D lorsque L/D = 0.28 et (d) c_{Γ} , (e) c_a et (f) c_z en fonction de L/D lorsque $h_0/D = 0.05$ pour un disque s'éloignant d'une paroi. Les lignes pointillées horizontales représentent les valeurs en milieu infini (a) et (d) $c_{\Gamma} \simeq 2$, (b) et (e) $c_a \simeq 0.1$ et (c) et (f) $c_z \simeq 0.2$ et les droites continues ont pour équation (a) $c_{\Gamma} = 1.5(h_0/D)^{-0.28}$ et (d) $c_{\Gamma} = 2.8(L/D)^{-0.18}$.

se forme proche de la paroi. Cette sur-vitesse peut expliquer l'augmentation de la circulation.

Le rayon maximal du cœur du vortex c_a adimensionné est représenté en fonction de la distance relative à la paroi h_0/D sur la figure 4.34(b). Cette fois-ci, et contrairement à ce qui a été observé pour un disque démarrant en position haute, le rayon maximal du vortex de démarrage ne semble pas dépendre de h_0/D et les données se regroupent autour de la valeur $c_a \simeq 0,1$ obtenue en milieu infini avec un écart de ±30%. On pourrait s'attendre à ce que rayon du tourbillon soit limité par la distance



FIGURE 4.35 – (a) Circulation maximale adimensionnée c_{Γ} en fonction de $(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28}$. La ligne pointillée indique sa valeur en milieu infini $c_{\Gamma} \simeq 2$ et la droite a pour équation $c_{\Gamma} = 1,13(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28}$. (b) Circulation adimensionnée $c_{\Gamma,1}$ à l'arrêt du disque $(t^* = 1)$ en fonction de $(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28}$. La ligne pointillée indique la valeur obtenue en milieu infini $c_{\Gamma,1} \simeq 1,9$ et la droite a pour équation $c_{\Gamma} = 0,8(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28}$. Les symboles (\bigcirc) et (\bullet) correspondent à des résultats expérimentaux et numériques obtenus en milieu infini lorsque $h_0 \simeq 20$ cm. Le disque s'éloigne de la paroi.

entre le disque et la paroi, néanmoins la paroi n'a pas d'influence sur le rayon du vortex même lorsque le disque démarre très proche de la paroi. Ceci est probablement dû au fait que la distance à la paroi croît plus vite que le rayon du vortex. Ainsi cette dernière ne l'empêche pas de se développer. Le confinement induit tout de même une circulation plus élevée dans un vortex de même rayon ce qui implique que la vitesse azimutale maximale du tourbillon est amplifiée par la présence de la paroi. Enfin, la distance verticale maximale adimensionnée c_z est tracée sur la figure 4.34(c) en fonction de h_0/D . Tout comme pour le disque en départ position haute, c_z semble constant quelle que soit la valeur de h_0/D .

Nous allons désormais étudier l'influence de L/D lorsque la distance relative à la paroi est constante $h_0/D = 0.05$ comme indiqué sur la septième ligne du tableau 4.1.

La valeur de c_{Γ} , représentée en fonction de L/D sur la figure 4.34(d), diminue avec L/D de sorte que $c_{\Gamma} \propto (L/D)^{-0,18}$. Les effets de la paroi sont surtout importants au début du mouvement du disque lorsque celui-ci est proche de la paroi et diminuent au fur et à mesure que le disque s'en éloigne. Ainsi, à très grande longueur de course du disque, le disque évolue d'autant plus longtemps sur une grande distance sans ressentir les effets de la paroi. La gamme de L/D explorée ici ne permet cependant pas de retrouver la valeur en milieu infini, mais, en extrapolant la droite, on s'attend à ce que cette dernière soit atteinte pour $L/D \simeq 5$.

Le rayon du vortex adimensionné c_a est représenté en fonction de L/D sur la figure 4.34(e). On remarque qu'il est constant et proche de sa valeur en milieu infini $c_a \simeq 0,1$ sur toute la gamme de L/D considérée ici. Enfin, c_z est tracé en fonction de L/D sur la figure 4.34(f) et reste lui aussi approximativement constant et égal à sa valeur en milieu infini $c_z \simeq 0,2$.

Ainsi, l'étude de l'anneau tourbillonnaire de démarrage généré par la translation

d'un disque s'éloignant d'une paroi révèle que la loi d'échelle de la circulation déduite de l'approche de Wedemeyer est modifiée par la présence de la paroi tandis que les lois d'échelle du rayon et de la position verticale ne le sont pas. Nous allons désormais synthétiser l'ensemble des résultats du tableau 4.1 en fonction de la nouvelle loi de puissance obtenue empiriquement. Ainsi, c_{Γ} est représenté en fonction de $(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28}$ sur la figure 4.35(a). Les nouvelles lois de puissance pour la circulation maximum déduites des données expérimentales et numériques sont

$$c_{\Gamma} = \begin{cases} 2,1, \\ 1,13(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28} \end{cases}$$
(4.24)

lorsque $(L/D)^{-0.18}(h_0/D)^{-0.28}$ est inférieur et supérieur respectivement de 1,9.

Nous observons également cette loi d'échelle empirique en fonction de la circulation $c_{\Gamma,1}$ à l'arrêt du disque $(t^* = 1)$ sur la figure 4.35(b). Lorsque $(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28} \leq 2,5$, nous retrouvons la valeur de la circulation en milieu infini avec $c_{\Gamma,1} \simeq 1,9$. Sinon, la circulation à $t^* = 1$ ne suit pas de manière convaincante la loi d'échelle obtenue pour la circulation maximale.

4.5 Érosion par un disque s'éloignant d'un lit granulaire

4.5.1 Observation qualitative

Lorsque le disque s'éloigne du lit granulaire, on observe un seul type d'érosion car l'anneau tourbillonnaire évolue alors sous le disque et n'impacte, de ce fait, pas directement le lit granulaire. Le seuil d'érosion par l'écoulement radial entrant est cependant modifié par rapport au cas de l'approche du disque car la présence du vortex sous le disque modifie la vitesse radiale et la contrainte pariétale. Un exemple d'érosion du lit granulaire par un disque s'éloignant du lit granulaire est illustré sur la séquence d'images de la figure 4.36. Dans cet exemple, la vitesse du disque est largement supérieure à la vitesse critique d'érosion afin que les images soient plus parlantes. On remarque qu'à $t^* = 0,1$, des grains commencent subtilement à se soulever en formant un monticule proche du lit granulaire. On remarque que de plus en plus de grains sont mis en suspension aux instants suivants. Les grains se déplacent principalement vers le haut et l'intérieur du disque dû à la présence de l'écoulement radial entrant et du tourbillon de démarrage. L'érosion se produit donc très tôt dans le mouvement du disque lorsque le tourbillon de démarrage commence à se former.

4.5.2 Seuils d'érosion

Les seuils d'érosion sont mesurés par la méthode de visualisation décrite dans la section 2.1.a en faisant varier les paramètres comme indiqué dans le tableau 4.3. Pour un jeu de paramètres donné, on augmente progressivement la vitesse d'éloignement du disque jusqu'à trouver la vitesse critique au-delà de laquelle quelques grains se sont mis en mouvement. On détermine ainsi le temps de parcours critique du disque

 τ_c . Comme pour le cas de l'approche, on en déduit alors la vitesse critique d'érosion du disque $V_m^c = \pi L/2\tau_c$.

L'évolution des seuils d'érosion lorsque chaque paramètre de contrôle varie individuellement $(h_0, D \text{ et } L)$ est représentée sur les figures 4.37(a),(b) et (c). On constate que V_m^c augmente avec la distance minimale au lit granulaire h_0 (voir figure 4.37(a)), diminue avec le diamètre du disque D (voir figure 4.37(b)) et augmente avec la longueur de course L (voir figure 4.37(c)). Ces tendances concernant les seuils d'érosion avec les paramètres de contrôle sont identiques au cas où le disque s'approche du lit granulaire et que l'érosion se produit par l'écoulement radial sortant.

L'ensemble des valeurs de la vitesse critique d'érosion est représenté sur la figure 4.38(a) en fonction de h_0 . On constate que l'érosion provoquée par un disque s'éloignant est systématiquement plus efficace que pour ce même disque en approche avant l'arrêt du disque (érosion par l'écoulement radial sortant). En effet, pour la même distance minimale à la paroi (voir à $h_0 = 2$ cm par exemple) la vitesse critique d'érosion du disque en départ position basse ne dépasse pas les 25 cm/s ici, tandis qu'elle pouvait atteindre jusqu'à 60 cm/s pour un disque s'approchant d'un lit de grains (voir figure 4.18).

Tout comme pour le disque en approche, on peut définir un nombre de Shields permettant d'appréhender le comportement des seuils d'érosion lorsque les différents paramètres de contrôle sont modifiés. L'approche est identique à celle conduite dans la partie 4.3.2 et repose sur la vitesse radiale maximale d'aspiration U_m

$$U_m = V_m \frac{D}{h_0} \frac{1}{4\sqrt{1 + L/h_0}}.$$
(4.25)

En supposant que U_m est constante au seuil d'érosion, on obtient alors la relation suivante entre la vitesse du disque critique d'érosion et les paramètres géométriques :

$$V_m^c = U_m^c 4h_0 (1 + L/h_0)^{1/2} / D.$$
(4.26)

D'après l'équation (4.26), on s'attend à ce que la vitesse du disque critique augmente lorsque h_0 et L augmentent et diminue lorsque D augmente, ce qui est très



FIGURE 4.36 – Séquence d'images à 6 instants différents de l'écoulement généré et l'érosion associée par la translation unidirectionnelle d'un disque en départ position basse avec L = 5,2 cm, D = 10 cm, $h_0 = 0,5$ cm et $\tau \simeq 0,4$ s. Cette expérience a été obtenue dans le cadre du stage de Thomas Berger [10].



FIGURE 4.37 – Vitesse critique d'érosion du disque V_m^c avant l'arrêt du disque pour un disque en départ position basse en fonction (a) de la distance minimale au lit granulaire h_0 pour L = 2,8 cm et D = 10 cm (b) du diamètre du disque D pour L = 2,8 cm et $h_0 = 1$ cm et (c) de la longueur de course L pour D = 10 cm et $h_0 = 1$ cm.



FIGURE 4.38 – Vitesse critique d'érosion du disque V_m^c en fonction de (a) h_0 et (b) $4h_0(1 + L/h_0)^{1/2}/D$. La droite a pour équation $V_m^c = U_m^c 4h_0(1 + L/h_0)^{1/2}/D$ avec comme coefficient directeur $U_m^c = 13.4$ cm/s.

bon en accord avec les observations faites à partir des figures 4.37(a), (b) et (c).

La vitesse critique expérimentale d'érosion est représentée en fonction de $4h_0(1 + L/h_0)^{1/2}/D$ sur la figure 4.38(b). On remarque que les points se regroupent relativement bien sur une droite maîtresse de coefficient directeur $U_m^c \simeq 13.4$ cm/s. Cette valeur est bien inférieure à celle trouvée dans le cas d'un disque s'approchant, $U_m^c \simeq 21.3$ cm/s pour rappel, ce qui confirme une nouvelle fois que l'érosion est plus efficace lorsque le disque s'éloigne. En effet, le tourbillon de démarrage qui se forme sous le disque favorise l'érosion avant l'arrêt du disque.

Avant de définir un nombre de Shields basé sur la vitesse de l'écoulement moyen radial entrant sous le disque, nous vérifions sur la figure 4.39 que le nombre de Reynolds particulaire $Re_p = U_m^c d/\nu$ basé sur la vitesse moyenne critique d'érosion est bien supérieur à 1. Comme cela est bien le cas, nous en déduisons que la contrainte pa-



FIGURE 4.39 – (a) Nombre de Reynolds particulaire Re_p basé sur U_m^c et (b) nombre de Shields critique Sh_{DPB}^c en fonction de h_0/D . La ligne continue indique la valeur moyenne $\overline{Sh_{\text{DPB}}^c} \simeq 3.4$ et les lignes pointillées encadrent cette valeur à ±50%.

riétale est inertielle, c'est-à-dire telle que $\tau^f \propto \rho U_m^2$. On considèrera donc le nombre de Shields inertiel suivant

$$Sh_{\rm DPB} = \frac{\rho U_m^2}{\Delta \rho g d}.$$
(4.27)

La valeur de ce nombre de Shields critique Sh_{DPB}^c , représenté sur la figure 4.39(b) augmente avec la distance relative du disque au lit de grains h_0/D . En effet, on s'attend à ce que plus le disque démarre proche du lit granulaire, plus le vortex qui se forme dans son sillage va jouer un rôle important sur la contrainte pariétale. En particulier, si le vortex est très proche de la paroi, la contrainte qu'il y exerce sera d'autant plus importante que s'il en est plus éloigné, d'où cette tendance à l'augmentation du nombre de Shields avec la distance relative à la paroi h_0/D . Par ailleurs, plus le diamètre du disque est grand pour une distance initiale donnée, plus le vortex est imposant et donc plus il est à même de modifier la contrainte pariétale. Enfin, l'influence de la longueur de course est plus délicate à expliquer. En effet, plus la longueur de course augmente et plus le vortex est grand. Néanmoins, le disque s'éloigne également d'autant plus vite du lit granulaire et les deux effets s'opposent.



FIGURE 4.40 – Instants auxquels on observe les premiers grains se mettre en mouvement pour une vitesse du disque légèrement supérieure au seuil d'érosion lorsque le disque démarre en position basse.



FIGURE 4.41 – Rapport de U_m sur la vitesse maximale sur une épaisseur de 2 mm au-dessus de la paroi en r = D/2 en fonction de h_0/D

Il est donc difficile de déterminer lequel des deux effets prédomine.

L'instant auquel les premiers grains sont mis en mouvement pour un nombre de Shields légèrement supérieur au nombre de Shields critique est représenté sur les figures 4.40(a) et (b) en fonction de $\arccos(-\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$ et de h_0/D respectivement. La valeur de $t^{*,c}$ est très dispersée autour de $\arccos(-\frac{L/2}{L/2+h_0})/\pi$ ce qui met en évidence que l'érosion n'est pas seulement due à l'écoulement radial et la contribution de la formation du tourbillon est probablement à l'origine cette dispersion des données. Sur la figure 4.40(b), on remarque en effet que l'instant auquel l'érosion démarre augmente sensiblement avec h_0/D ce qui suggère que le seuil n'apparait pas forcément quand la vitesse radiale est maximale. Selon l'instant où l'érosion démarre, ce tourbillon est plus ou moins formé et plus ou moins éloigné du lit de grains. On s'attend donc à ce qu'il contribue différemment à la mise en mouvement des sédiments. Ce phénomène n'est pas aussi important lorsque le disque démarre en position haute car le tourbillon se forme au-dessus du disque.

Le nombre de Shields global que nous avons construit ne prend pas en compte la subtile variation de la vitesse pariétale due à la présence du tourbillon de démarrage. En revenant sur les simulations numériques, on peut s'intéresser à la vitesse au niveau de la couche limite. Pour ce faire, on extrait le maximum de la vitesse radiale $u_{2\rm mm}$ entre la paroi et jusqu'à 2 mm au-dessus de cette dernière sur la figure 4.31. La couche limite a en effet une épaisseur de l'ordre de 1 mm. Le rapport $U_{\rm m,th}/u_{2\rm mm}$ est tracé sur la figure 4.41 et on observe effectivement que ce rapport augmente bien avec la distance relative h_0/D ce qui peut expliquer l'augmentation de Sh_c avec h_0/D observée sur la figure 4.39(b).

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence d'une paroi située à la distance minimale h_0 du disque sur les propriétés de l'anneau tourbillonnaire généré dans le sillage d'un disque en translation et nous avons tenté de relier l'hydrodynamique aux mesures de seuils d'érosion.

Lorsque le disque s'approche d'une paroi, un vortex se forme dans son sillage, au-dessus du disque, tandis que du fluide est chassé de l'espace entre le disque et la paroi par un écoulement radial sortant de compression. L'écoulement entre le disque et la paroi est essentiellement radial et sa vitesse est maximale au bord du disque en r = D/2. Le maximum temporel de la vitesse moyenne expérimentale et numérique est en bon accord avec la vitesse U_m déduite à partir de la condition d'incompressibilité.

Les propriétés de l'anneau tourbillonnaire se formant dans le sillage du disque s'approchant de la paroi sont modifiées par rapport à la situation en milieu infini. Le rayon et la circulation obéissent à de nouvelles lois d'échelles, déterminées empiriquement, basées sur la distance relative du disque à la paroi h_0/D et la longueur de course relative L/D. En particulier, la circulation et le rayon maximum de l'anneau tourbillonnaire de démarrage sont plus élevés qu'en milieu infini et peuvent s'écrire, en forme dimensionnée, comme

$$\Gamma_m \propto L^{1,23} D^{1,05} h_0^{-0,28} \tau^{-1}, \qquad a_m \propto L^{0,55} D^{0,59} h_0^{-0,14}.$$
 (4.28)

Ainsi, en plus de la nouvelle dépendance en h_0 , les exposants sur la longueur de course L et D sont légèrement modifiés par rapport aux lois d'échelle déduites de l'approche de Wedemeyer pour lesquelles $\Gamma_m \propto L^{4/3}D^{2/3}\tau^{-1}$ et $a_m \propto L^{2/3}D^{1/3}$. La nouvelle dépendance en L est très proche de celle obtenue en milieu infini et l'écart est plus important sur l'exposant en D. De plus, on ne retrouve plus que $\Gamma_m \propto a^2/\tau$, mais que

$$\frac{\Gamma_m \tau}{a^2} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{0,13},\tag{4.29}$$

est faiblement dépendant de L/D lorsqu'un disque s'approche d'une paroi.

Cet écart par rapport à la loi obtenue en milieu infini implique également que la vitesse azimutale Γ_m/a_m est légèrement modifiée. En effet, en milieu infini cette vitesse est proportionnelle à $L^{2/3}D^{1/3}\tau^{-1}$ et elle est, pour un disque s'approchant d'une paroi, proportionnelle à $L^{0.68}D^{0.46}h_0^{-0.14}\tau^{-1}$.

Après l'arrêt du disque, le vortex contourne le disque et impacte la paroi lorsque le disque est suffisamment proche. Il y a également génération d'anneaux tourbillonnaires d'arrêts qui tournent autour du vortex de démarrage et modifient sa trajectoire, tout comme en milieu infini. À noter que ces observations ont été effectuées sur des expériences et des simulations numériques axisymétriques en bon accord avec les résultats PIV jusqu'à $t^* \simeq 2$.

Lorsque le disque s'approche d'un lit de grains, deux seuils d'érosion sont alors à distinguer. Un premier mécanisme d'érosion est dû à l'écoulement radial sortant avant l'arrêt du disque $(t^* < 1)$. Les seuils d'érosion suggèrent que la contrainte à la paroi est inertielle et proportionnelle à U_m^2 . Le second type d'érosion est dû à l'impact de l'anneau tourbillonnaire de démarrage et de ses vortex d'arrêt contre le lit de grains après l'arrêt du disque. Si le disque s'arrête proche du lit granulaire tel que $h_0/a_1 \leq 1,2$, la vitesse localisée proche des grains vaut $\Gamma_1/2\pi a_1$ où Γ_1 et a_1 sont la circulation et le rayon de cœur du vortex de démarrage à $t^* = 1$. Lorsque le disque s'arrête plus loin de la paroi, la vitesse caractéristique proche du lit granulaire est alors donnée par $\Gamma_1/2\pi h_0$. Ces deux vitesses expliquent relativement bien les seuils d'érosion obtenus expérimentalement. Les seuils d'érosion en terme de nombre de



FIGURE 4.42 – Nombre de Shields basé sur la vitesse du disque critique Sh_D^c pour un disque (a) s'approchant et (b) s'éloignant d'un lit de grains à la distance minimale h_0 . (\triangleright) Érosion par l'écoulement radial sortant avant l'arrêt du disque, (\blacktriangleleft) érosion par l'écoulement radial entrant avant l'arrêt du disque et (\bullet) érosion par vortex après l'arrêt du disque.

Shields critique basé sur la vitesse du disque $Sh_D^c = \rho (V_m^c)^2 / \Delta \rho dg$ sont résumés sur la figure 4.42(a). De manière générale, le seuil d'érosion par l'écoulement radial sortant est plus faible que celui par impact tourbillonnaire, mais ce résultat est à considérer avec précaution. En effet, les méthodes de mesure des seuils par écoulement radial et par anneaux tourbillonnaires étant différentes, le seuil correspond à une quantité de grains déplacée différente.

Nous avons également étudié la situation inverse dans laquelle le disque s'éloigne d'une paroi. À nouveau, les simulations numériques axisymétriques et les expériences sont en bon accord. Dans cette configuration, l'écoulement radial entrant et l'anneau tourbillonnaire sont tous deux situés entre le disque et la paroi et contribuent conjointement à l'érosion. Nous avons vu que les vitesses radiales maximales, expérimentales et numériques, sont en bon accord avec la vitesse maximale U_m déduite de la condition d'incompressibilité. De plus, la loi d'échelle gouvernant la circulation du tourbillon de démarrage est modifiée par la présence de la paroi, mais cela n'est pas le cas pour son rayon de cœur et sa distance verticale au disque. Cette nouvelle loi peut s'écrire, sous forme dimensionnée, comme

$$\Gamma_m \propto L^{1,15} D^{1,12} h_0^{-0,28} \tau^{-1}.$$
 (4.30)

À nouveau, les exposants sur la longueur de course L et D sont légèrement modifiés par rapport aux lois d'échelle déduites de l'approche de Wedemeyer. De plus, le rapport

$$\frac{\Gamma_m \tau}{a^2} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{-0.18} \left(\frac{h_0}{D}\right)^{-0.28},\tag{4.31}$$

a désormais une dépendance en L/D et h_0/D non négligeable et n'est plus du tout constant. Tout comme lorsque le disque s'approche de la paroi, lorsqu'il s'en éloigne, la vitesse azimutale du tourbillon est modifiée et est désormais proportionnelle à $L^{0,48}D^{0,79}h_0^{-0,28}\tau^{-1}$. L'exposant en h_0 est plus élevé pour un disque s'éloignant de la paroi que pour un disque s'en approchant ce qui signifie que le confinement a un effet plus important sur la vitesse azimutale du tourbillon lorsque le disque s'éloigne de la paroi.

L'étude des seuils d'érosion lorsque la paroi est un lit de grains montre que le nombre Shields inertiel critique basé sur U_m n'est pas tout à fait constant. En effet, il semble y avoir un effet du rapport h_0/D sur le nombre de Shields probablement dû à la contribution de l'anneau tourbillonnaire de démarrage dans l'érosion. Les seuils d'érosion en terme du nombre de Shields basé sur la vitesse du disque sont résumés sur la figure 4.42(b). Les seuils obtenus sont plus faibles en situation d'éloignement qu'en situation d'approche car l'enroulement du tourbillon en formation sous le disque rend l'érosion plus efficace.

Dans le chapitre suivant, nous allons aborder l'oscillation du disque en étudiant d'abord l'écoulement généré dans son sillage avant de le connecter à des mesures de seuils d'érosion.

Chapitre 5

Tourbillons et érosion générés par un disque en oscillation

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux anneaux tourbillonnaires qui se forment dans le sillage d'un disque en oscillation à proximité ou non d'une paroi. En plus de l'étude hydrodynamique, nous allons analyser des mesures de seuils d'érosion. Pour commencer, nous caractériserons l'écoulement généré par l'oscillation d'un disque en milieu infini en mettant en évidence plusieurs régimes d'écoulement. Nous nous concentrerons ensuite sur les régimes dans lesquels au moins une structure tourbillonnaire subsiste dont nous extrairons les propriétés pour les comparer aux lois d'échelles établies au chapitre 3 en translation non oscillatoire. Dans un deuxième temps, nous caractériserons les anneaux tourbillonnaires générés dans le sillage d'un disque oscillant proche d'une paroi. Enfin, nous présenterons des mesures de seuils d'érosion. L'essentiel des résultats présentés dans la suite sont expérimentaux. En effet, nous verrons que les simulations divergent des expériences après seulement quelques oscillations.

Nous allons désormais rappeler les notations utilisées dans ce chapitre. Le disque peut démarrer à t = 0 en position haute (vitesse négative au début) ou en position basse (vitesse positive au début) tout comme lors d'une translation sans oscillation. On note cette fois-ci le temps adimensionné $t^* = t/T$ modulo 1, où T = 1/f est la période et f la fréquence d'oscillation du disque. On note également l'amplitude d'oscillation A. À noter que A = L/2 et $T = 2\tau$ où L est la longueur de course et τ le temps de parcours du disque en simple translation. La vitesse et la position du disque au cours du temps lorsqu'il démarre en position basse et haute sont donc, pour t > 0,

$$V_d(t^*) = \pm V_m \sin(2\pi t^*), z_d(t^*) = A[1 \mp \cos(2\pi t^*)],$$
(5.1)

où $V_m = 2\pi A f$ est la vitesse maximale du disque.

Lorsque le disque oscille à proximité d'une paroi horizontale, la distance minimale entre le bas du disque et cette paroi est notée h_0 de sorte que la distance entre le bas du disque et la paroi oscille entre h_0 et $h_0 + 2A$.

5.1 Régimes d'écoulement

Dans un premier temps, nous allons caractériser les différents régimes d'écoulement au voisinage d'un disque d'épaisseur e = 2 mm oscillant en milieu infini. Pour ce faire, nous avons fait varier expérimentalement le diamètre du disque $D \in [5; 15]$ cm, la fréquence $f \in [0,05; 5]$ Hz, et l'amplitude d'oscillation $A \in [0,2; 3]$ cm. On place le disque loin de toutes les parois afin que leur influence soit négligeable. Le disque démarre toujours en position basse, puis on attend un nombre suffisant d'oscillations, typiquement une vingtaine, pour qu'un régime permanent s'installe, c'est-à-dire que l'écoulement soit similaire d'une oscillation à l'autre. Afin de visualiser l'écoulement, l'eau de la cuve est ensemencée de particules PIV éclairées par une nappe laser. En utilisant un temps d'exposition de la caméra suffisamment long, on peut suivre à l'œil la trajectoire des particules qui laissent une trainée sur l'image. Dans notre gamme de paramètres, le nombre de Reynolds varie dans la gamme $Re \in [30; 10^5]$ et le rapport $A/D \in [0,01; 0.52]$. Pour construire le diagramme des écoulements, nous allons utiliser un autre nombre sans dimension $\beta = Re/2\pi \times D/A = fD^2/\nu$ qui varie dans la gamme $\beta \in [10^2; 10^5]$. Nous allons maintenant décrire les régimes observés.

5.1.1 Description des régimes

a) Écoulement symétrique sans vortex (S)

Le premier régime d'écoulement est observé pour des faibles nombres de Reynolds $Re \leq 150$. Les particules de fluide ne s'enroulent pas complètement pour former un vortex et sont animées d'un léger mouvement autour du disque. Un exemple de cet écoulement est illustré sur la figure 5.1. Dans ce régime, l'écoulement est parfaitement symétrique toutes les demi-oscillations, c'est-à-dire que l'écoulement est similaire dans le sillage du disque qu'il monte ou descende.

b) Anneaux tourbillonnaires symétriques (VS)

Pour des nombre de Reynolds légèrement supérieurs $150 \leq Re \leq 600$, des tourbillons se forment par alternance de chaque côté du disque lorsque celui-ci monte



FIGURE 5.1 – Visualisation de l'écoulement symétrique dans le sillage du disque en position basse à gauche et en position haute à droite. Les paramètres expérimentaux sont D = 5 cm, A = 0.6 cm et f = 0.05 Hz, $Re \simeq 100$, A/D = 0.12, $\beta = 125$.



FIGURE 5.2 – Visualisation des anneaux tourbillonnaires symétriques dans le sillage d'un disque en position basse à gauche et en position haute à droite. Les paramètres expérimentaux sont D = 10 cm, A = 1,4 cm, f = 0,05 Hz, $Re \simeq 400$, A/D = 0,14, $\beta = 500$.

ou descend comme illustré sur la figure 5.2. Les tourbillons qui se forment à chaque demi-oscillation interagissent faiblement et une symétrie haut/bas des tourbillons apparait.

c) Anneaux tourbillonnaires asymétriques (VA)

Un troisième régime d'écoulement est observé à nombre de Reynolds encore plus élevé, typiquement lorsque $Re \in [500; 10^5]$, dans lequel les interactions entre vortex sont alors importantes. Une visualisation de cet écoulement est montrée sur la figure 5.3. On observe une brisure de symétrie entre les anneaux tourbillonnaires situés endessous et au-dessus du disque en oscillation. En effet, on remarque que le vortex du dessus à un cœur bien circulaire et ce vortex étire le vortex du dessous jusqu'à le détruire en plusieurs petits vortex. Comme nous le verrons plus tard, cette asymétrie se met en place dès les premières oscillations du disque. Lorsque le disque démarre



FIGURE 5.3 – Visualisation des anneaux tourbillonnaires asymétriques dans le sillage d'un disque en position basse à gauche et en position haute à droite. Les paramètres expérimentaux sont D = 10 cm, A = 1,4 cm, f = 0,5 Hz, $Re \simeq 4000$, A/D = 0,14, $\beta = 5000$.



FIGURE 5.4 – Visualisation de l'écoulement turbulent dans le sillage d'un disque en position basse à gauche et en position haute à droite. Les paramètres expérimentaux sont D = 5 cm, A = 2.6 cm, f = 0.5 Hz, $Re \simeq 4000$, A/D = 0.52, $\beta = 1250$.

en position basse, nous observons que le vortex prédominant se situe au-dessus du disque comme sur la figure 5.3, toutefois dans certaines rares exceptions la situation peut s'inverser.

d) Écoulement turbulent (T)

Enfin, lorsque $Re \gtrsim 10^4$ l'écoulement dans le sillage du disque devient clairement turbulent avec des fluctuations très importantes du champ de vitesse. On peut apercevoir un exemple de cet écoulement sur la figure 5.4. Les interactions entre les vortex et avec le disque sont tellement importantes qu'il n'y a plus d'anneaux tourbillonnaires clairement définis, ils se déstabilisent extrêmement vite pour former une superposition de vortex à plus petite échelle. On ne distingue plus de structure tourbillonnaire cohérente dans l'écoulement qui est fortement instationnaire et fluctuant lors de chaque oscillation.

5.1.2 Diagramme des régimes

Ainsi, nous avons distingué quatre régimes d'écoulements :

1. Écoulement symétrique (S) : mouvement oscillant des particules qui contournent le disque sans générer de vortex.

- 2. Anneaux tourbillonnaires symétriques (VS) : des vortex sont générés de part et d'autre du disque, la symétrie des anneaux tourbillonnaires haut/bas est respectée.
- 3. Anneaux tourbillonnaires asymétriques (VA) : à chaque oscillation un seul vortex de démarrage est émis, il étire et détruit son voisin initialement créé de l'autre côté du disque.
- 4. Écoulement turbulent (T) : aucun anneau tourbillonnaire cohérent n'est généré.

Pour la construction du diagramme des régimes d'écoulements, nous avons choisi d'utiliser le nombre de Reynolds $Re = 2\pi A f D/\nu$ et le nombre sans dimension $\beta = f D^2/\nu$. Cette représentation diffère de celle donnée par Shrestha et al. [152] qui ont représenté les différents régimes d'écoulement dans le sillage d'une plaque 2D oscillante dans le plan ($\beta, A/D$) (voir figure 1.15 du chapitre 1). Dans cette étude, différents régimes d'écoulement, dont les régimes de tourbillons symétriques et asymétriques, avaient été observés. Lors de nos visualisations, nous avons constaté que l'augmentation de A ou de D tend à favoriser l'apparition des anneaux tourbillonnaires asymétriques et l'utilisation du paramètre A/D ne nous a donc pas paru judicieuse dans notre cas. Cet effet n'a pas été observé par Shrestha et al. [152] car la longueur de leur plaque a été conservée constante.

Le diagramme des écoulements dans le plan (Re, β) est indiqué sur la figure 5.5. On constate que pour les faibles nombre de Reynolds $Re \leq 150$, l'écoulement généré



FIGURE 5.5 – Diagramme des régimes d'écoulement autour d'un disque oscillant dans le plan (Re, β). Les symboles correspondent (\Box) à l'écoulement symétrique sans vortex (S), (\bigcirc) aux anneaux tourbillonnaires symétriques (VS), (\triangle) aux anneaux tourbillonnaires asymétriques (VA) et (\rightleftharpoons) à l'écoulement turbulent (T). Les lignes verticales correspondent aux constantes Re = 180 et $Re = 5 \times 10^2$. Les droites permet de délimiter les écoulements tourbillonnaires symétriques et asymétriques.

est symétrique et ne fait pas apparaitre de vortex (S). Lorsque le Reynolds augmente un peu 150 $\leq Re \leq 600$, des anneaux tourbillonnaires contrarotatifs bien définis et symétriques se forment de part et d'autre du disque (VS). Pour $Re \geq 5 \times 10^2$ et pour les expériences se situant entre les courbes d'équation $\beta = 0.3Re^{1.3}$ et $\beta = 0.04Re^{1.3}$, les anneaux tourbillonnaires sont asymétriques (VA). Enfin, pour de suffisamment grandes valeurs de Re ($Re > (25\beta)^{1/1.3}$), l'écoulement devient turbulent.

Ce diagramme donne un premier aperçu de l'évolution de l'écoulement en fonction des différents paramètres de contrôle de notre problème. On constate toutefois qu'aucune démarcation nette entre les régimes d'écoulement ne ressort de ce diagramme et que pour des expériences très proches dans le diagramme (Re, β), les écoulements observés peuvent être très différents (par exemple les différents points pour $Re \simeq 10^3$, $\beta \simeq 10^3$). Nous pensons que cela peut être dû à un effet de l'épaisseur du disque *e* qui n'est pas prise en compte dans ce diagramme.

5.1.3 Influence de l'épaisseur du disque sur les régimes d'écoulement

Nous avons effectué des expériences supplémentaires dans lesquelles l'épaisseur du disque varie entre e = 2 mm et e = 14 mm pour D = 11,25 cm, f = 0,7 Hz et A = 1; 1,4; et 2 cm sur la figure 5.6. On constate que pour les grands rapport e/D et e/A, l'écoulement se symétrise. En effet, lorsque e/D et e/A augmentent, la taille du vortex diminue par rapport à l'épaisseur du disque, les vortex du haut et du bas sont alors plus éloignés l'un de l'autre et interagissent donc moins. On comprend alors facilement que l'épaisseur relative du disque joue un rôle important, notamment



FIGURE 5.6 – Diagramme (e/D, e/A). Les symboles correspondent aux anneaux tourbillonnaires (\odot) symétriques et (Δ) asymétriques. Les couleurs correspondent aux expériences à β = 7000 et (–) $Re \simeq 4.4 \times 10^3$ (A = 1 cm), (–), $Re \simeq 6.2 \times 10^3$ (A = 1.4 cm), (–) $Re \simeq 8.8 \times 10^3$ (A = 2 cm). La droite a pour équation $e/A \simeq 0.02(e/D)^{-1.7}$.

lorsque le disque est petit ou que l'amplitude d'oscillation est faible par rapport à l'épaisseur du disque. Dans toute la suite de ce chapitre, l'épaisseur du disque est gardée constante et égale e = 2 mm.

Ainsi, nous avons vu que l'alternance d'anneaux tourbillonnaires générés par un disque en oscillation pouvait être asymétrique. En particulier, nous venons de voir que l'épaisseur relative du disque est un paramètre important qui peut faire passer une expérience d'un régime à l'autre. Dans le diagramme de Shrestha et al. [152], le rapport e/D est gardé constant et leurs régimes ne se superposent pas sur le diagramme comme nous l'observons dans notre situation. Cette épaisseur relative joue donc un rôle majeur. Nous allons maintenant nous intéresser à la mise en place de cette asymétrie.

5.2 Origine de l'asymétrie des anneaux tourbillonnaires

Nous allons maintenant nous intéresser à l'origine de l'asymétrie entre les vortex qui se forment lors de chaque demi-oscillation du disque. Pour ce faire, nous allons observer la mise en place au cours des cinq premières oscillations du disque des régimes d'anneaux tourbillonnaires symétriques dans un premier temps et asymétriques dans un second temps. Les champs de vitesse/vorticité sont obtenus à partir de la moyenne d'ensemble de vingt réalisations expérimentales indépendantes.

5.2.1 Anneaux tourbillonnaires symétriques

Tout d'abord, observons l'écoulement généré dans le sillage d'un disque lors de ses premières oscillations lorsque les anneaux tourbillonnaires sont symétriques. Des mesures de champs de vitesse par PIV au cours des cinq premières oscillations d'un disque démarrant en position basse ont été réalisées avec A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,05 Hz et e = 2 mm, ainsi lorsque $Re \simeq 400$ et $\beta = 500$. Les champs de vitesse et de vorticité sont représentés à différents instants sur la figure 5.7.

Lors de la première demi-oscillation, un anneau tourbillonnaire se forme dans le sillage du disque. À l'instant $t^* = 0.3$, ce vortex a une circulation de 3.3×10^{-4} m²/s. À $t^* = 0.8$, lorsque le disque revient, lors de la seconde demi-oscillation, on remarque que le premier vortex de démarrage s'est détaché du disque compte tenu que ce dernier est reparti en sens inverse et a été complètement détruit par le cisaillement induit par le disque et le second vortex de démarrage. Ce second vortex généré à son tour lorsque le disque descend est en partie déformé et entrainé par le premier vortex qui s'est détaché du disque lorsque ce dernier a fait un demi-tour. Ce vortex secondaire a alors une circulation plus importante en valeur absolue de -4.2×10^{-4} m²/s.

Lorsque le disque commence à remonter pour entamer sa seconde oscillation, un vortex tertiaire de vorticité positive se forme de nouveau dans le sillage du disque (voir à l'instant $t^* = 1,3$). Ce dernier est déformé par le vortex secondaire qui s'est formé à la demi-oscillation précédente, mais n'est pas détruit. Sa circulation vaut alors $5,7 \times 10^{-4}$ m²/s. On constate que la circulation de ce vortex est quasiment deux fois plus élevée que ce qu'elle était à l'oscillation précédente pour le vortex primaire.



FIGURE 5.7 – Champs de vitesse et de vorticité déterminés expérimentalement durant les cinq premières oscillations d'un disque démarrant en position basse pour A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,05 Hz, $Re \simeq 400$, $\beta = 500$ dans le régime VS. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 0$, $z_d(t^* = 0,5) = 2,8$ cm et $z_d(t^* = 1) = 0$ et le mouvement est ensuite périodique.



FIGURE 5.8 – Champs de vitesse et de vorticité obtenus par simulation numérique pour les mêmes paramètres que la figure 5.7. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 0$, $z_d(t^* = 0,5) = 2,8$ cm et $z_d(t^* = 1) = 0$ et le mouvement est ensuite périodique.

Le vortex est également plus grand qu'à l'oscillation précédente à $t^* = 0,3$. Lors de la demi-oscillation suivante, un nouveau vortex quaternaire de circulation négative



FIGURE 5.9 – Évolution temporelle (a) de la circulation $|\Gamma|$ et (b) du rayon de cœur *a* des vortex principaux qui se forment à chaque demi-oscillation pour A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,05 Hz, $Re \simeq 400$, $\beta = 500$. Les points rouges indiquent les propriétés du vortex de circulation positive se formant en-dessous du disque et les points bleus celles du vortex de circulation négative se formant au-dessus du disque. Les lignes horizontales correspondent aux valeurs pour un disque en translation non oscillatoire (a) $\Gamma = 3,8 \times 10^{-4}$ m²/s et (b) $a_m = 4,3$ mm.

se forme, il est déformé, mais ni détruit, ni arraché du disque. Sa circulation vaut $-5,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ et est supérieure (en valeur absolue) à celle du vortex secondaire de l'oscillation précédente à $t^* = 0.8$, mais quasiment égale à celle du vortex tertiaire.

Lors des trois oscillations suivantes, les comportements des vortex sont très similaires et deux vortex se forment systématiquement de part et d'autre du disque lors de l'oscillation de ce dernier sans qu'aucun des deux vortex ne parviennent à détruire l'autre. Les vortex ont la même taille et leur circulation varie peu d'une oscillation à l'autre. Les circulations des vortex "positifs" générés sous le disque sont 5.7×10^{-4} m²/s, 5.5×10^{-4} m²/s et 5.5×10^{-4} m²/s aux instants $t^* = 2.3$, $t^* = 3.3$ et $t^* = 4.3$ respectivement. Les circulations des vortex "négatifs" générés au-dessus du disque sont -5×10^{-4} m²/s, -4.5×10^{-4} m²/s et -4.5×10^{-4} m²/s aux instants $t^* = 2.8$, $t^* = 3.8$ et $t^* = 4.8$.

Les champs de vitesse et de vorticité obtenus numériquement pour les mêmes paramètres que l'expérience représentée sur la figure 5.7 sont donnés sur la figure 5.8. On remarque que les champs sont très similaires et que la simulation semble bien reproduire l'expérience.

L'évolution temporelle de la circulation $|\Gamma|$ et du rayon *a* du cœur des anneaux tourbillonnaires en formation lors de chaque demi-oscillation est représentée sur les figures 5.9(a) et (b) respectivement (on ne suit pas l'évolution du vortex audelà de chaque demi-oscillation). La circulation et le rayon maximum d'un anneau tourbillonnaire pour un disque en translation non oscillatoire en milieu infini et déduits des lois d'échelles (voir équations (4.9)) sont indiqués en trait plein sur les figures et valent respectivement $\Gamma = 3.8 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ et a = 4.3 mm. Lors de la première demi-oscillation, la circulation maximale du vortex mesurée sur la figure 5.9(a) est très proche de la valeur obtenue pour un disque en translation simple comme attendu. Lors des demi-oscillations suivantes, la circulation des vortex est plus élevée que celle en translation simple. En effet, lors du changement de direction du disque, il s'y forme un tourbillon secondaire. En translation non oscillatoire, ce tourbillon secondaire est arraché du disque à son arrêt, mais lorsque le disque oscille, ce tourbillon n'est pas arraché et vient, au contraire, alimenter le nouveau vortex de démarrage faisant ainsi augmenter sa circulation plus rapidement. On constate également que la circulation du vortex positif est toujours plus élevée que celle du vortex négatif, mettant en avant que l'écoulement n'est pas tout à fait symétrique même si nous observons deux vortex bien distincts sur les champs PIV de la figure 5.7. Enfin, à chaque demi-oscillation, la circulation atteint un maximum avant l'arrêt du disque et a un profil similaire à l'évolution temporelle de la circulation d'un vortex en formation dans le sillage d'un disque en simple translation. Le comportement du rayon, représenté sur la figure 5.9(b), est assez différent du comportement en translation non oscillatoire. Tout d'abord, lors de la première demi-oscillation, le rayon maximal du cœur du vortex $a_m \simeq 7.5$ mm est quasiment deux fois plus grand que le rayon maximal en translation non oscillatoire pour lequel $a_m \simeq 4.3$ mm. Nous pensons que cette différence provient de la diffusion visqueuse du vortex. En effet, dans ce cas précis, le nombre de Reynolds est de l'ordre de 400 alors qu'il n'était jamais inférieur à $Re = 10^3$ dans l'étude de la génération du vortex en translation non oscillatoire. Ainsi, les effets visqueux ne sont plus négligeables et, en supposant que l'augmentation de la taille du rayon est de l'ordre de $\sqrt{\nu\tau}$, on trouve que le rayon croît de 3 mm. Au cours des demi-oscillations suivantes, le rayon du cœur du vortex augmente du début de la formation du vortex jusqu'au changement de direction du disque. Le rayon du cœur des anneaux tourbillonnaires positifs et négatifs sont assez similaires.

Ainsi, en plus de l'épaisseur e, le nombre de Reynolds semble jouer un rôle important dans l'installation de l'asymétrie de l'écoulement. Plus le nombre de Reynolds est faible, plus les tourbillons diffusent au cours de la formation et voient donc leur vorticité moyenne diminuer. De ce fait, leur capacité à déformer et détruire le tourbillon généré par la demi-oscillation suivante diminue [26, 102] et les anneaux tourbillonnaires restent, de ce fait, bien symétriques.

5.2.2 Anneaux tourbillonnaires asymétriques

Nous allons maintenant mener une analyse similaire pour un exemple d'écoulement d'anneaux tourbillonnaires asymétriques. Les champs PIV lors des cinq premières oscillations d'un disque démarrant en position basse et dont les paramètres sont A = 2 cm, D = 10 cm, f = 0.3 Hz, $Re = 3.8 \times 10^3$, $\beta = 3000$ sont représentés à différents instants sur la figure 5.10.

Lors de la première demi-oscillation, un vortex se forme dans le sillage du disque qui monte. À l'instant $t^* = 0,3$, ce vortex primaire a une circulation de $3,1 \times 10^{-3}$ m²/s. À $t^* = 0,8$, lorsque le disque redescend lors de sa seconde demi-oscillation, on remarque que le vortex de démarrage primaire a arraché une partie du vortex de démarrage secondaire en formation sur le dessus du disque et les deux vortex forment alors un dipôle de vortex en haut à droite du champs de vorticité (voir encadré 1). Une partie du second vortex est cependant restée fixé au disque (voir encadré 2). Ce phénomène n'avait pas été observé pour l'écoulement symétrique sur les figures 5.7. Le vortex secondaire a une circulation de $-3,3 \times 10^{-3}$ m²/s.

Lors de la première phase de la seconde oscillation, le disque commence à re-



FIGURE 5.10 – Champs de vitesse et de vorticité déterminés par PIV durant les cinq premières oscillations d'un disque démarrant en position basse pour A = 2 cm, D = 10 cm, f = 0,3 Hz, $Re = 3,8 \times 10^3$, $\beta = 3000$ dans le régime VA. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 0$, $z_d(t^* = 0,5) = 4$ cm, $z_d(t^* = 1) = 0$ et le mouvement est ensuite périodique.



FIGURE 5.11 – Champs de vitesse et de vorticité obtenus par simulation numérique pour les mêmes paramètres que la figure 5.10. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 0$, $z_d(t^* = 0,5) = 4$ cm, $z_d(t^* = 1) = 0$ et le mouvement est ensuite périodique.

monter et un vortex tertiaire de vorticité positive se forme dans le sillage du disque. Une grande partie de ce vortex est cependant emportée par le vortex secondaire qui s'est formé à la demi-oscillation précédente (voir $t^* = 1,3$). Sous le disque, on ne voit plus qu'un reste de vorticité très étiré (voir encadré 3). Lors de la demi-oscillation suivante, un nouveau vortex de circulation négative se forme, qui n'est en retour pas déformé, ni détruit, ni arraché du disque compte tenu que le vortex du dessous de la demi-oscillation précédente a été fortement étiré. Sa circulation vaut $-6.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ et est largement supérieure à celle du vortex de l'oscillation précédente.

Lors des trois prochaines oscillations, le comportement des vortex est très similaire. L'anneau tourbillonnaire au-dessus du disque reste quant à lui bien circulaire et connecté au disque, tandis que l'anneau tourbillonnaire de vorticité positive est complètement étiré, voire détruit, et ne peut donc plus interagir avec le vortex de vorticité négative. Les circulations des vortex "négatifs" sont $-6.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, $-6 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ et $-5.8 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ à $t^* = 2.8$, $t^* = 3.8$ et $t^* = 4.8$. On ne donne pas ici les circulations des vortex "positifs" qui sont complètement détruits. On peut avoir l'impression sur les champs PIV qu'un vortex elliptique se forme sous le disque. Il s'agit en réalité d'une collection de petits vortex qui ont été successivement arrachés du disque par cisaillement comme nous l'avons vu sur la figure 5.3 et qui forment, par effet de moyenne de phase, un tourbillon elliptique, qui en réalité n'en est pas un.

Ainsi, la mise en place de l'asymétrie se produit lors des deux premières oscillations du disque lorsque les tourbillons interagissent fortement. Pour un disque démarrant en position basse, l'anneau tourbillonnaire qui prédomine se situe audessus du disque, sauf dans de très rares cas. Lorsque le disque démarre au contraire en position haute, l'anneau tourbillonnaire prédominant se situe sous le disque, sauf dans de très rares cas. La position de l'anneau tourbillonnaire bien formé dépend donc majoritairement de la condition initiale sur la position de départ du disque.

Nous avons également effectué une simulation numérique avec les mêmes paramètres afin de vérifier s'il y a ou non un bon accord entre simulations et expériences. Un exemple des champs de vitesse et de vorticité obtenu pour les mêmes paramètres que la figure 5.10 est montré sur la figure 5.11. On remarque qu'au cours des deux premières oscillations, il y a un relativement bon accord qualitatif entre l'expérience et la simulation. Cependant, lors des oscillations suivantes la simulation commence à différer ostensiblement de l'expérience. On remarque, par exemple, que des structures tourbillonnaires détruites dans l'expérience sont toujours présentes dans les simulations à $t^* = 2.8$ ou $t^* = 4.3$ par exemple. Ces différences notables entre l'expérience et la simulation axisymétrique peuvent être le fruit d'une non axisymétrie de l'écoulement dans les expériences qui n'est évidemment pas pris en compte dans les simulations numériques. Ces divergences empêchent alors toute comparaison simulations/expériences et nous avons donc décidé de ne pas simuler le disque en oscillation. Il est tout de même notable que dans les simulations numériques le vortex qui se situe au-dessus du disque semble prédominer celui du dessous, comme dans les expériences. Le sens de l'asymétrie est donc bien reproduit par les simulations axisymétriques. Il serait toutefois intéressant d'effectuer des simulations 3D afin de reproduire les expériences d'oscillation du disque ce qui permettrait de caractériser plus précisément les interactions entre les tourbillons.



FIGURE 5.12 – Évolution temporelle expérimentale de (a) la circulation $|\Gamma|$ et (b) du rayon *a* des vortex qui se forment à chaque demi-oscillation pour A = 2 cm, D = 10 cm et f = 0,3 Hz. Les points rouges indiquent les propriétés du vortex de circulation positive (sous le disque) et les points bleus celles du vortex de circulation négative (sur le disque). L'anneau tourbillonnaire qui prédomine est celui situé audessus du disque. Les lignes horizontales correspondent aux valeurs pour un disque en translation non oscillatoire (a) $\Gamma = 3,7 \times 10^{-3}$ m²/s et (b) $a_m = 5,2$ mm.

L'évolution temporelle de la circulation et du rayon des anneaux tourbillonnaires générés expérimentalement lors des cinq premières oscillations du disque est tracée sur les figures 5.12(a) et (b). On indique également en trait plein la circulation et le rayon maximal d'un vortex qui se forme dans le sillage d'un disque en translation simple $|\Gamma_m| = 3.7 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ et $a_m = 5.2 \text{ mm}$ avec les mêmes paramètres de contrôle. On remarque que lors de la première demi-oscillation, la circulation et le rayon maximal du vortex sont proches des résultats obtenus en translation non oscillatoire en milieu infini. Cela n'est pas surprenant car nous nous trouvons dans la gamme de nombre de Reynolds étudiée dans le chapitre 3 avec $Re \simeq 4 \times 10^3$. Par la suite, la circulation de l'anneau tourbillonnaire dominant (en bleu) atteint un maximum à chaque demi-oscillation bien supérieur à celui d'un disque en translation simple. Le rayon a le même comportement. A nouveau, l'anneau tourbillonnaire est la combinaison de ce qui aurait été, en translation non-oscillatoire, un tourbillon de démarrage et d'arrêt. Le vortex "positif" qui se forme sous le disque est quant à lui rapidement détruit et on ne le représente plus à partir de la troisième oscillation $(t^* > 3).$

Nous avons par ailleurs observé que, pour certains rares jeux de paramètres (environ 13%), l'asymétrie qui se met en place est inversée, c'est-à-dire que le vortex qui détruit l'autre se trouve sous le disque et non pas au-dessus lorsque le disque démarre en position basse. On donne un exemple du développement de cette asymétrie haut/bas inversée sur la figure 5.13 pour un disque démarrant en position basse et pour A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,1 Hz ($Re \simeq 9 \times 10^2$, $\beta = 1000$). Contrairement à la situation précédente, le vortex secondaire qui se forme au retour de la première oscillation est fortement déformé par le premier vortex. Ce vortex secondaire qui résulte de l'interaction avec le précédent est très étiré et a alors plus de difficulté à interagir avec le vortex tertiaire qui se forme à la demi-oscillation suivante et ce dernier, situé sous le disque, va progressivement prendre le dessus. À $t^* = 1,8$ et $t^* = 2,8$, le vortex négatif est toujours présent tandis que le vortex positif n'est pas



FIGURE 5.13 – Visualisation des champs de vitesse et de vorticité obtenus par PIV durant les cinq premières oscillations d'un disque pour A = 1,4 cm, D = 10 cm et f = 0,1 Hz (régime VA inversé). Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 2,8$ cm, $z_d(t^* = 0,5) = 0$, $z_d(t^* = 1) = 2,8$ cm et le mouvement est ensuite périodique.

déformé et prend toujours le dessus à partir de la quatrième oscillation. On peut avoir l'impression sur les champs à $t^* = 3,8$ et $t^* = 4,8$ que le vortex négatif est elliptique. Cela est à nouveau lié à un effet de moyenne qui lisse les résultats et le tourbillon négatif est en réalité composé d'une collection de plus petits tourbillons qui sont arrachés par le tourbillon positif.

En conclusion, les origines de l'asymétrie sont multiples. Elle provient principalement d'une forte interaction entre les anneaux tourbillonnaires générés lors de chaque demi-oscillation et d'une prédominance de l'un des vortex sur l'autre. Cela dépend de la circulation des vortex ainsi que de leur rayon par rapport à l'épaisseur du disque. En effet, plus le disque est épais, moins les vortex générés de part et d'autre de ce dernier interagissent les uns avec les autres. De plus, si la diffusion visqueuse est très importante, les interactions sont également fortement réduites. Cela explique que des anneaux tourbillonnaires asymétriques apparaissent pour des plus grands nombres de Reynolds que les tourbillons symétriques comme observés sur le diagramme de phase de la figure 5.5. On appellera par la suite vortex circulaire l'anneau tourbillonnaire prédominant peu affecté par l'interaction avec son alter-ego situé de l'autre côté du disque et qui présente un cœur bien circulaire au cours de sa formation. Pour rappel, l'anneau tourbillonnaire circulaire se situe au-dessus du disque lorsque le disque démarre en position basse et en-dessous du disque lorsque le disque démarre en position haute, sauf en de très rares exceptions, de l'ordre de 13%des cas. Ainsi, la position de départ du disque pilote en première approximation la position du tourbillon circulaire prédominant.

5.3 Étude de l'anneau tourbillonnaire circulaire en milieu infini

Dans cette partie, nous allons maintenant nous intéresser aux propriétés de l'anneau tourbillonnaire prédominant qui se forme dans le sillage d'un disque en oscillation dans le régime d'écoulement tourbillonnaire asymétrique ou, en de rares cas, symétrique. Cela nous permet d'étendre les résultats à l'ensemble des régimes faisant apparaître des anneaux tourbillonnaires.

Comme nous venons de le voir, lorsque le disque oscille, il faut attendre plusieurs oscillations pour qu'un régime "permanent" s'installe, c'est-à-dire pour que l'écoulement ne soit pas significativement modifié d'une oscillation à l'autre. Ainsi, pour chaque expérience, nous attendons que le régime "permanent" s'installe (typiquement une vingtaine d'oscillations) avant d'enregistrer l'écoulement durant vingt oscillations complètes. On effectue ensuite une moyenne de phase afin de lisser les résultats et d'obtenir un champ PIV correspondant à l'écoulement caractéristique sur une période d'oscillation. Nous n'effectuons pas de simulation numérique dans cette configuration car, comme nous l'avons vu dans la section précédente, les erreurs de la simulation s'accumulent très rapidement et les résultats numériques divergent sensiblement des expériences.

Les expériences effectuées dans cette étude sont résumées dans le tableau 5.1. On y fait varier indépendamment l'amplitude A, le diamètre D et la fréquence d'oscillation f du disque. Le disque démarre toujours en position basse. Lorsque les anneaux tourbillonnaires sont asymétriques, le vortex circulaire se situe au-dessus du disque et se forme lorsque le disque descend $-0.5 < t^* < 0$, les résultats seront alors indiqués en symboles vides. Dans les rares cas où l'écoulement est symétrique,

A (cm)	D (cm)	f (Hz)	A/D	Re	Symboles
0,4-2,6	10	0,7	0,04-0,26	$1,7 imes 10^3 - 10^4$	\bigtriangledown
1,4	3,75-15	0,7	$0,\!09-\!0,\!4$	$2\times 10^3-9\times 10^3$	\diamond
1,4	10	0,05 - 2	$0,\!14$	$4\times 10^2 - 2\times 10^4$	\bigtriangleup
1	10	0,1-2,5	0,1	$6\times10^2-1, 6\times10^4$	\bigcirc

TABLEAU 5.1 – Symboles et paramètres des expériences permettant de caractériser le vortex prédominant se formant dans le sillage d'un disque en oscillation démarrant en position basse. Dans les figures qui vont suivre, les symboles sont vides lorsque l'écoulement est asymétrique et pleins lorsqu'il est symétrique.

les symboles seront pleins.

Nous allons tout d'abord décrire le comportement du vortex prédominant en nous appuyant sur les champs de vitesse et de vorticité, mais également sur l'évolution temporelle des caractéristiques du tourbillon circulaire. Nous allons ensuite comparer les propriétés de ce vortex aux lois d'échelle théoriques de Wedemeyer et aux résultats obtenus lorsque le disque effectue une translation non oscillatoire en milieu infini.

5.3.1 Description de l'écoulement

Les champs de vitesse et de vorticité à différents instants sont représentés sur les figures 5.14 pour un disque démarrant en position basse et A = 2,2 cm, D = 10 cm et f = 0.7 Hz. Ainsi les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = -0.5) = 4.4$ cm, $z_d(t^* = 0) = 0$ et $z_d(t^* = 0.5) = 4.4$ cm. Le tourbillon circulaire est généré lors de la deuxième demi-oscillation du disque, c'est-à-dire pour $-0.5 < t^* < 0$ lorsque le disque descend. On observe la formation de ce vortex sur les champs à $t^* = -0.33$ et $t^* = -0.16$. On remarque que le vortex est alimenté et grossit tout en s'éloignant du disque. Lorsque le disque change de direction et commence à se diriger vers le haut à $t^* = 0.01$, le vortex s'est déjà beaucoup approché du disque et commence à arracher la nappe de vorticité positive qui se forme entre le disque et le vortex. À l'instant suivant, à $t^* = 0.18$, le vortex négatif étire le vortex se forme lors du retour du disque. On remarque en effet qu'aux deux instants ultérieurs représentés ici, $t^* = 0.35$ et $t^* = 0.49$, le vortex positif a été complètement détruit. Il ne peut donc pas interagir avec le vortex négatif lors de la formation de ce dernier. Les champs de vorticité étant lissés, on peut avoir l'impression d'apercevoir un vortex elliptique, mais il ne s'agit là que d'un effet de la moyenne d'une succession de plusieurs petits vortex. À $t^* = 0.49$, on remarque que de la vorticité négative commence déjà à remonter au-dessus du disque : le vortex de démarrage qui se forme lorsque le disque descend va absorber cette vorticité négative et verra donc sa circulation et son rayon augmenter plus vite que lorsque le disque effectue une translation simple comme dans le chapitre 3.

Ainsi, le comportement des vortex lors d'une oscillation complète est très similaire au comportement observé lors de la cinquième oscillation du disque sur la figure 5.10. L'un des vortex a pris définitivement le dessus sur l'autre et cette asymétrie perdure même après plusieurs centaines d'oscillations. Dans la suite, nous allons concentrer notre étude sur le tourbillon circulaire.



FIGURE 5.14 – Champs de vitesse et de vorticité dans le sillage d'un disque en oscillation démarrant en position basse pour A = 2,2 cm, D = 10 cm et f = 0,7 Hz à différents instants adimensionnés $t^* = t/T$ modulo 1. L'anneau tourbillonnaire circulaire se forme lorsque $-0.5 < t^* < 0$. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = -0,5) = 4,4$ cm, $z_d(t^* = 0) = 0$ et $z_d(t^* = 0,5) = 4,4$ cm.

5.3.2 Évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire circulaire

L'évolution temporelle de la circulation, du rayon de cœur et de la position du vortex circulaire qui se forme lors d'une oscillation complète du disque est indiquée sur les figures 5.15(a) à (d) pour A = 1,4 cm, D = 10 cm et f = 0,6 Hz. Le disque démarre en position basse à $t^* = 0$. Le vortex circulaire se forme donc au-dessus du disque lorsque $-0.5 < t^* < 0$, c'est pourquoi l'évolution temporelle du vortex est


FIGURE 5.15 – Évolution temporelle (a) de la circulation $|\Gamma|$, (b) du rayon a et de la position du vortex circulaire dans le référentiel (c) du laboratoire et (d) du disque. Le disque à démarré en position basse et le vortex circulaire prédominant est en formation au-dessus du disque lorsque $-0.5 < t^* < 0$. Les paramètres de l'expérience sont A = 1.4 cm, D = 10 cm et f = 0.6 Hz.

représentée entre $-0.5 < t^* < 0.5$.

On remarque que, de manière similaire à un disque en translation simple, la circulation du vortex représentée sur la figure 5.15(a) augmente jusqu'à atteindre sa valeur maximale $|\Gamma_m| \simeq 7.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ à $t_{\Gamma}^* \simeq -0.16$. Cette circulation est atteinte avant que le disque ne change de direction à $t^* = 0$ et continue à diminuer une fois que le disque a changé de direction et que le vortex n'est plus alimenté.

De même le rayon du vortex représenté sur la figure 5.15(b) augmente lors de la formation du vortex et atteint sa valeur maximum $a_m \simeq 7.8$ mm à $t_a^* \simeq -0.11$. Le rayon diminue ensuite légèrement lorsque le disque remonte et interagit avec le vortex. Il se stabilise pendant un court instant avant d'augmenter à nouveau par diffusion visqueuse.

Enfin, la position du vortex au cours du temps est représentée sur les figures 5.15(c) et (d) dans le référentiel du laboratoire et du disque respectivement. On remarque que, lors de sa formation, le vortex commence d'abord par s'éloigner du disque verticalement et atteint une distance maximale $\Delta z_m \simeq 15$ mm dans le cas présent. Il s'en approche ensuite et le contourne. Contrairement au cas en translation unidirectionnelle, le vortex de démarrage ne tourne pas, mais s'éloigne verticalement du disque en permanence. Il n'est pas influencé par la formation d'un vortex d'arrêt car ce dernier est d'abord absorbé par le vortex de démarrage de la demi-oscillation précédente avant d'être détruit et sa vitesse d'advection a donc une composante de vitesse auto-induite verticale toujours négative. Le rayon de l'anneau R croît également.

En comparaison, pour un disque en translation simple avec les mêmes paramètres de contrôle, on trouve que $\Gamma_m = 4.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$, $a_m = 4.1 \text{ mm}$ et $\Delta z_m = 8.6 \text{ mm}$.

Pour ce jeu de paramètres, lorsque le disque oscille, on remarque donc que le vortex est plus grand, emmagasine plus de circulation et s'éloigne plus du disque que dans une situation en simple translation. Cela est en accord avec les observations que nous avons faites à la section précédente et avec le fait que la couche de vorticité négative que l'on aperçoit à $t^* = 0,49$ sur la figure 5.14 alimente le tourbillon, au lieu de former un vortex d'arrêt comme dans la configuration non oscillatoire.

5.3.3 Lois d'échelles

Nous avons observé à la section précédente que l'évolution du vortex circulaire lors de sa formation est très similaire à celui d'un anneau tourbillonnaire en formation dans le sillage d'un disque en translation non oscillatoire. Toutefois, la circulation, le rayon et la distance verticale maximum du vortex lors de sa formation sont plus élevés pour un disque oscillant. Nous allons maintenant vérifier si les lois d'échelle de Wedemeyer [177] fonctionnent également pour un disque en oscillation. Pour rappel, ces lois s'écrivent lors d'une translation non oscillatoire :

$$|\Gamma_m| \propto L^{4/3} D^{2/3} / \tau, \ a_m \propto L^{2/3} D^{1/3}, \ \text{et} \ \Delta z_m \propto L^{2/3} D^{1/3}.$$
 (5.2)

Ces lois d'échelles deviennent, en adaptant les nouvelles notations introduites pour un disque en oscillation,

$$|\Gamma_m| \propto A^{4/3} D^{2/3} f, \ a_m \propto A^{2/3} D^{1/3}, \ \text{et} \ \Delta z_m \propto A^{2/3} D^{1/3}.$$
 (5.3)

Les expériences, reportées dans le tableau 5.1, ont été effectuées en faisant tout d'abord varier A, D et f indépendamment (trois premières lignes du tableau).

La circulation maximale du vortex circulaire est représentée sur les figures 5.16(a), (b) et (c) en fonction de A, D et f respectivement. Pour rappel, les symboles vides correspondent au régime d'écoulement de tourbillon asymétrique et les symboles pleins au régime symétrique.

Sur la figure 5.16(a), la circulation maximale $|\Gamma_m|$ est représentée en fonction de A et semble évoluer comme une loi de puissance de A. En particulier la loi d'échelle obtenue à partir de l'approche de Wedemeyer suggère que la circulation dépend de $A^{4/3}$ et le meilleur ajustement de la circulation par une loi de puissance en $A^{4/3}$ reporté en pointillé est en bon accord avec les résultats expérimentaux. La circulation maximale $|\Gamma_m|$ est ensuite représentée en fonction de D sur la figure 5.16(b). Selon l'équation (5.3), $|\Gamma_m|$ serait proportionnelle à $D^{2/3}$. Le meilleur ajustement par cette loi d'échelle est représenté en pointillés sur la figure et est une nouvelle fois en bon accord avec les résultats expérimentaux. Enfin, la circulation maximale en fonction de la fréquence d'oscillation f est reportée sur la figure 5.16(c). En théorie, $|\Gamma_m|$ doit être proportionnelle à la fréquence d'oscillation du disque et les résultats expérimentaux sont en bon accord avec cette prédiction.

La distance verticale maximale Δz_m du centroïde du vortex au disque est tracée en fonction de A, D et f sur les figures 5.17(a), (b) et (c) respectivement. On constate que Δz_m augmente avec A et en particulier comme $A^{2/3}$ comme indiqué l'équation (5.3). Pour les deux plus petites amplitudes du mouvement cependant, A = 0,2 cm et A = 0,4 cm, les valeurs expérimentales s'éloigne de la loi d'échelle.



FIGURE 5.16 – Circulation maximale du vortex $|\Gamma_m|$ en fonction (a) de l'amplitude d'oscillation A (D = 10 cm, f = 0.7 Hz), (b) du diamètre D (A = 1.4 cm, f = 0.7 Hz), et (c) de la fréquence d'oscillation f du disque (A = 1.4 cm, D = 10 cm). Les lignes pointillées sont des ajustements par des lois de puissance : (a) $|\Gamma_m| = \alpha A^{4/3}$ où $\alpha \simeq 2.8 \text{ m}^{2/3}/\text{s}$, (b) $|\Gamma_m| = \beta D^{2/3}$ où $\beta \simeq 0.04 \text{ m}^{4/3}/\text{s}$, et (c) $|\Gamma_m| = \chi f$ où $\chi \simeq 0.01 \text{ m}^2$.

L'amplitude d'oscillation étant dans ce cas très faible et de l'ordre de l'épaisseur du disque, le vortex qui se forme est bien trop petit pour être correctement résolu. En effet, pour une amplitude d'oscillation de 0,2 cm, seul trois-quatre vecteurs vitesses se trouvent dans le vortex circulaire. Sur la figure 5.17(b), Δz_m est représenté en fonction de D. D'après l'équation (5.3), $\Delta z_m \propto D^{1/3}$ et le meilleur ajustement par cette loi d'échelle est représenté en pointillés sur la figure et est en bon accord avec les résultats expérimentaux. De même que pour les faibles amplitudes, les plus petits disques ne fonctionnent pas très bien avec la loi d'échelle. À nouveau la résolution



FIGURE 5.17 – Distance verticale maximale entre le vortex circulaire et le disque Δz_m en fonction des mêmes paramètres que la figure 5.16. Les lignes pointillées sont des ajustements par des lois de puissance : (a) $\Delta z_m = \alpha A^{2/3}$ où $\alpha \simeq 0.28 \text{ m}^{1/3}$, (b) $\Delta z_m = \beta D^{1/3}$ où $\beta \simeq 0.035 \text{ m}^{2/3}$, et (c) $\Delta z_m \simeq 16 \text{ mm}$.



FIGURE 5.18 – Rayon maximal du vortex circulaire a_m en fonction des mêmes paramètres que pour la figure 5.16. Les lignes pointillées sont des ajustements par des lois de puissance : (a) $a_m = \alpha A^{2/3}$ où $\alpha \simeq 0.14 \text{ m}^{1/3}$; (b) $a_m = \beta D^{1/3}$ où $\beta \simeq 0.015 \text{ m}^{2/3}$ et (c) $a_m \simeq 7.1 \text{ mm}$.

expérimentale ne permet pas de bien caractériser le vortex et la courbure de l'anneau joue certainement un rôle important. Enfin, Δz_m semble indépendant de f comme on peut le voir sur la figure 5.17(c), ce qui est effectivement prédit par l'équation (5.3), sauf pour la plus petite fréquence f = 0.05 Hz pour laquelle $Re \simeq 400$. Les effets visqueux ne sont alors plus négligeables et le modèle de Wedemeyer n'est plus applicable.

Le rayon maximal du cœur du vortex circulaire a_m est successivement représenté en fonction de A, D et f sur les figures 5.18(a), (b) et (c). Bien que la mesure du rayon maximum soit particulièrement bruitée, on observe raisonnablement bien la même dépendance avec les paramètres de contrôle que la distance verticale à savoir $a_m \propto A^{2/3}$, $a_m \propto D^{1/3}$, tandis que le rayon est indépendant de la fréquence d'oscillation.

L'ensemble des résultats sont représentés sur les figures 5.19(a) à (c) en fonction des lois d'échelle associées de l'équation (5.3). Les valeurs de la circulation maximale $|\Gamma_m|$, représentées sur la figure 5.19(a) en fonction de $A^{4/3}D^{2/3}f$, se regroupent bien sur une courbe maîtresse de coefficient $\tilde{c}_{\Gamma} \simeq 17$. En comparaison, ce coefficient vaut 10 lorsque le disque effectue une translation simple, en adaptant les résultats aux notations du disque en oscillation. La valeur de la circulation est donc 1,7 fois plus élevée. Comme nous l'avons vu sur le champ de vorticité à $t^* = 0,49$ de la figure 5.14, une couche de vorticité négative se forme sous le disque. Pour un disque en translation simple, cette couche de vorticité est responsable de la formation d'un vortex d'arrêt. Mais, lorsque le disque oscille, cette couche de vorticité va alimenter le vortex en formation à la demi-oscillation suivante faisant ainsi augmenter la circulation plus rapidement que lorsque le disque effectue une simple translation. Les instants t^*_{Γ} auxquels $|\Gamma_m|$ est atteinte, pour chaque expérience, sont indiqués sur la figure 5.19(d) et varient peu autour de la valeur moyenne $t^*_{\Gamma} = -0,16 \pm 0,02$.

La distance verticale maximale Δz_m est représentée en fonction de $A^{2/3}D^{1/3}$ sur la figure 5.19(b). Les données se regroupent bien sur une droite maîtresse de coefficient



FIGURE 5.19 – Évolution de (a) la circulation maximale $|\Gamma_m|$, (b) la position verticale maximale du vortex Δz_m , (c) le rayon maximal du cœur du vortex a_m , (d) instant t_{Γ}^* auquel la circulation maximale est atteinte, (e) instant t_z^* auquel la position verticale maximale est atteinte, et (f) instant t_a^* auquel le rayon maximal est atteint. Les lignes continues dans (a)-(c) correspondent aux lois de puissance suivantes : (a) $|\Gamma_m| = \tilde{c}_{\Gamma} A^{4/3} D^{2/3} f$ avec $\tilde{c}_{\Gamma} \simeq 17$, (b) $\Delta z_m = \tilde{c}_z A^{2/3} D^{1/3}$ avec $\tilde{c}_z \simeq 0,6$, et (c) $a_m = \tilde{c}_a A^{2/3} D^{1/3}$ avec $\tilde{c}_a \simeq 0,3$. Pour le rayon et la position verticale, lorsque fvarie, un seul point a été représenté sur les figures (b)-(c). Il correspond au rayon moyen (ou à la distance verticale moyenne) qui ne varient pas avec f. Les lignes continues sur les figures (d)-(f) correspondent à la valeur moyenne de l'instant du maximum (d) $t_{\Gamma}^* = -0,16$ (e) $t_z^* = -0,08$ et (f) $t_a^* = -0,1$.

 $\tilde{c_z} = 0.6$. Pour un disque en translation simple, ce coefficient vaut 0.32. Le vortex s'éloigne donc quasiment deux fois plus du disque lorsque ce dernier oscille. Cela peut être dû au fait que le vortex est plus grand et a une inertie plus importante. Les instants t_z^* auxquels Δz_m est atteint sont indiqués sur la figure 5.19(e) et varient assez peu autour de leur valeur moyenne $t_z^* = -0.08 \pm 0.04$.

Enfin, le rayon maximal de cœur du vortex circulaire a_m est représenté en fonction de $A^{2/3}D^{1/3}$ sur la figure 5.19(c). Encore une fois, le rayon semble obéir à la loi d'échelle théorique de Wedemeyer et le coefficient de la droite obtenue vaut $\tilde{c_a} \simeq 0,3$. Ce coefficient vaut 0,15 en translation simple et le vortex qui se forme lorsque le disque oscille est donc deux fois plus gros qu'en translation simple. Tout comme pour la circulation, comme le tourbillon est l'addition de l'anneau de démarrage et d'arrêt, il est plus grand que lors d'une translation non oscillatoire. Notons également que $\tilde{c_a} \simeq \tilde{c_z}/2$ et que donc, tout comme en translation non oscillatoire, la distance verticale maximale est deux fois plus élevée que le rayon maximal. De plus, t_a^* varie peu autour de la valeur moyenne indiquée en trait plein sur la figure 5.19(f) $t_a^* = -0,1 \pm 0,04$.

Les propriétés du vortex circulaire qui se forme dans le sillage d'un disque en oscillation suivent donc les lois d'échelle de Wedemeyer. Les préfacteurs obtenus sont cependant plus élevés que lors d'une translation simple : le vortex emmagasine plus de circulation, est plus gros et s'éloigne plus du disque. Cette augmentation dans la valeur des coefficients est imputé à la formation d'une couche de vorticité à la demi-oscillation précédent la formation du vortex. Cette couche de vorticité vient se greffer au vortex au début de sa génération. Nous avons également vérifié la validité des lois d'échelle à l'instant où le disque change de direction à $t^* = 0$. Nous trouvons alors $c_{\Gamma,0} \simeq 13$, $c_{z,0} \simeq 0.5$ et $c_{a,0} \simeq 0.25$ ce qui signifie que le tourbillon a perdu environ 23% de sa circulation et que son rayon a diminué de 17%. Ces coefficients sont encore une fois plus élevés que ce qu'ils sont lors d'une translation non oscillatoire.

5.3.4 Conclusion

Lorsqu'un disque oscille loin de toute paroi, plusieurs types d'écoulement peuvent être observés. Nous nous sommes concentrés dans cette partie sur les régimes d'écoulement présentant des anneaux tourbillonnaires. Lorsque le disque démarre en position basse, l'anneau tourbillonnaire circulaire est généré au-dessus du disque lorsqu'il se dirige vers le bas pour $t^* \in [-0,5;0]$ (sauf dans quelques rares exceptions). Nous avons concentré l'essentiel de notre étude sur ce vortex prédominant qui détruit son alter ego dans le régime d'écoulement des anneaux tourbillonnaires asymétriques.

Après avoir décrit l'évolution temporelle du tourbillon sur une oscillation complète du disque, nous avons testé les lois d'échelle théoriques provenant des résultats de Wedemeyer sur la circulation, le rayon et la distance verticale maximum du vortex. Nous avons constaté que ces lois d'échelle sont en bon accord avec les résultats expérimentaux de sorte que :

$$\begin{aligned} |\Gamma_m| &\simeq 17 A^{4/3} D^{2/3} f, \\ a_m &\simeq 0.3 A^{2/3} D^{1/3}, \\ \Delta z_m &\simeq 0.6 A^{2/3} D^{1/3}. \end{aligned} \tag{5.4}$$

En adaptant les coefficients d'échelle \tilde{c}_{Γ} , \tilde{c}_a et \tilde{c}_z , ces lois fonctionnent également lorsque le disque change de direction de translation à $t^* = 0$.

Dans la partie suivante, nous allons étendre notre étude aux expériences effectuées pour un disque oscillant à proximité d'une paroi et démarrant en position basse et haute.

5.4 Disque en oscillation au voisinage d'une paroi

L'étude des seuils d'érosion que nous allons mener dans la section suivante nécessite une meilleure connaissance de l'influence d'une paroi sur la génération d'anneaux tourbillonnaires dans le sillage d'un disque en oscillation. Pour ce faire, nous avons effectué des mesures PIV de l'écoulement pour un disque qui oscille perpendiculairement à une paroi horizontale. L'essentiel des expériences présentées ici ont été effectuées pour un disque démarrant en position basse et sont résumées dans le tableau 5.2. Nous élargirons ces dernières au départ en position haute en présentant quelques expériences dans cette configuration.

$h_0 = 1 \text{ cm}$								
A (cm)	D (cm)	f (Hz)	A/D	h_0/D	Re	Symboles		
1 - 3	10	0,3	0,1 - 0,3	0,1	$2\times10^3-5, 7\times10^3$	$\triangle / \blacktriangle$		
1,4	5 - 15	$_{0,3}$	0,09-0,28	0,07 - 0,2	$1{,}3\times10^3-4\times10^3$			
1,4	10	0,2-1	$0,\!14$	0,1	$2\times 10^3-9\times 10^3$	$\bigtriangleup/\blacktriangle$		
$h_0 = 1.5 \mathrm{cm}$								
A (cm)	D (cm)	f (Hz)	A/D	h_0/D	Re	Symboles		
1,4	5-15	0,3	0,09-0,28	0,1 - 0,3	$1,3\times 10^3-4\times 10^3$	\bigtriangledown / \checkmark		
1,4	10	0,2-1	$0,\!14$	$0,\!15$	$2\times 10^3-9\times 10^3$	$\nabla / \mathbf{\nabla}$		
·								
$h_0 = 2 \text{ cm}$								
A (cm)	D (cm)	f (Hz)	A/D	h_0/D	Re	Symboles		
1,4	5-15	0,3	0,09-0,28	0,13 - 0,4	$1,3\times 10^3-4\times 10^3$	$\langle \rangle / \diamond$		
1,4	10	0,2-1	$0,\!14$	$0,\!15$	$2\times 10^3-9\times 10^3$	$\langle \rangle / \diamond$		
<u></u>								
$h_0 = 3 \text{ cm}$								
A (cm)	D (cm)	f (Hz)	A/D	h_0/D	Re	Symboles		
1,4	5-15	0,3	0,09-0,28	0,2 - 0,6	$1,3\times 10^3-4\times 10^3$			
11	10	0.9.1	0.14	0.15	9×10^{3} 0×10^{3}			

TABLEAU 5.2 – Symboles et paramètres des expériences pour un disque oscillant et démarrant en position basse (symboles vides) et haute (symboles pleins) à proximité d'une paroi.

5.4.1 Influence du confinement sur l'asymétrie des anneaux tourbillonnaires

Les champs de vitesse et de vorticité générés par un disque oscillant au voisinage d'une paroi et démarrant en position basse sont présentés sur la figure 5.20 pour A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,5 Hz et $h_0 = 1,5$ cm. On constate qu'une structure tourbillonnaire bien définie et avec un cœur bien circulaire se forme entre la paroi et le disque lorsque celui-ci monte (voir les champs à $t^* = 0,18$; 0,35 et 0,49). Ce vortex dominant situé entre le disque et la paroi est ensuite responsable de l'étirement et de la destruction du vortex essayant de se former au-dessus du disque lorsqu'il descend (voir les champs à $t^* = 0,67; 0,84$ et 0,01).

À noter que le vortex circulaire se situe sous le disque contrairement à ce qui avait été observé sur la figure 5.14 pour un disque oscillant en milieu infini et démarrant en position basse. La présence de la paroi modifie donc les conditions aux limites et joue un rôle majeur sur l'asymétrie observée. On observe sur la figure 5.21, les champs de vitesse/vorticité pour $h_0 = 1$ cm, $h_0 = 1,5$ cm, $h_0 = 2$ cm et $h_0 = 3$ cm à $t^* = 0,3$. Tous les autres paramètres sont identiques à savoir A = 1,4 cm, D = 10 cm et f = 0,5 Hz. On remarque alors que le vortex circulaire se situe systématiquement sous le disque pour les petits h_0 et au-dessus du disque pour les grands h_0 comme observée sur la figure 5.14 en milieu infini.

Ainsi, selon la proximité du disque avec une paroi, l'asymétrie des vortex peut



FIGURE 5.20 – Champs de vitesse et de vorticité pour un disque en oscillation proche d'une paroi pour A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,5 Hz et $h_0 = 1,5$ cm à différents instants. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 0, z_d(t^* = 0,5) = 2,8$ cm et $z_d(t^* = 1) = 0.$

s'inverser. Un diagramme de phase indiquant la position du vortex prédominant dans l'espace $(h_0/A, h_0/D)$ pour un disque démarrant en position basse est présenté sur la figure 5.22. Nous avons vérifié que la fréquence d'oscillation f n'influence pas le sens de l'asymétrie dans la gamme de paramètres considérée. On constate que le vortex prédominant avec un cœur bien circulaire se situe systématiquement au-dessus du disque lorsque $h_0/D \gtrsim 0.18$, on retrouve alors l'asymétrie du milieu infini. Lorsque h_0/D diminue, la présence de la paroi inverse l'asymétrie des anneaux tourbillonnaires pour un disque démarrant en position basse et le vortex prédominant circulaire se situe alors entre le disque et la paroi. Lorsque le disque démarre en position haute, nous observons également que le vortex circulaire se place sous le disque à de telles valeurs de h_0/D ce qui suggère que ce ne sont plus les conditions initiales qui fixent la position du vortex prédominant lorsque le disque oscille au voisinage d'une paroi. Afin d'obtenir une délimitation plus précise des deux régimes



FIGURE 5.21 – Champs de vitesse et de vorticité pour un disque en oscillation proche d'une paroi lorsque A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,5 Hz et (a) $h_0 = 1$ cm, (b) $h_0 = 1,5$ cm, (c) $h_0 = 2$ cm, (d) $h_0 = 3$ cm à l'instant $t^* = 0,3$. Le disque se situe en position basse à $t^* = 0, z_d(t^* = 0) = 0$.



FIGURE 5.22 – Diagramme des régimes d'anneaux tourbillonnaires asymétriques produit par un disque en oscillation à la distance minimale h_0 au-dessus de la paroi dans le plan $(h_0/D, h_0/A)$ indiquant si le vortex prédominant se situe (∇) en-dessous du disque ou (Δ) au-dessus du disque. Le disque démarre toujours ici en position basse.

en milieu infini et confiné, il serait nécessaire d'effectuer un plus grand nombre d'expériences, en particulier au voisinage de $h_0/D \simeq 0.18$ en départ position basse et haute.



FIGURE 5.23 – Évolution temporelle (a) de la circulation $|\Gamma|$, (b) du rayon *a* et de la position du vortex (r_G, z_G) dans le référentiel (c) du laboratoire et (d) du disque. Le vortex est en formation sous le disque qui a démarré en position basse. Les paramètres de l'expérience sont A = 2 cm, D = 10 cm, f = 0.3 Hz et $h_0 = 1$ cm, soit une distance relative du disque à la paroi $h_0/D = 0.1$.

5.4.2 Évolution temporelle de l'anneau tourbillonnaire circulaire confiné

Un exemple de l'évolution temporelle de la circulation, du rayon de cœur et de la position de l'anneau tourbillonnaire avec un cœur bien circulaire se formant sous le disque lorsque ce dernier démarre en position basse en régime confiné $(h_0/D = 0,1)$ est représenté sur la figure 5.23. Les positions verticales du disque sont $z_d(t^* = 0) = 0$, $z_d(t^* = 0,5) = 4$ cm et $z_d(t^* = 1) = 0$. Comme on vient de le voir, pour ce jeu de paramètres $(h_0/D < 0,18)$, le vortex prédominant se situe sous le disque. L'évolution temporelle de la circulation représentée sur la figure 5.23(a) a le même profil que celle reportée sur la figure 5.15(a), c'est-à-dire qu'elle atteint un maximum avant que le disque ne change de direction puis diminue progressivement. De même, le rayon de cœur de l'anneau tourbillonnaire a indiqué sur la figure 5.23(b) croît et atteint un maximum avant que le disque ne change de direction. Il décroît ensuite jusqu'à $t^* \simeq 0,7$ puis réaugmente. Au-delà de $t^* \gtrsim 0,85$, le vortex est quasiment détruit et n'est donc plus détectable par la routine Matlab.

Enfin, l'évolution de la position du vortex au cours du temps est représentée sur les figures 5.23(c) et (d). On constate sur la figure 5.23(d) que le vortex s'éloigne dans un premier temps verticalement du disque et atteint une distance verticale maximale Δz_m avant que le disque ne change de direction. La paroi a également un effet sur la position radiale du vortex qui se déplace, lors de sa formation, vers l'intérieur du disque comme on peut le voir sur la figure 5.23(c). Après le changement de direction du disque à $t^* = 0.5$, le vortex continue de se diriger vers les z croissants et contourne le disque puisque, pour rappel, le vortex de démarrage n'est pas influencé par un



FIGURE 5.24 – Évolution temporelle de la circulation $|\Gamma|$ pour A = 1,4 cm, D = 10 cm, f = 0,5 Hz lorsque le vortex circulaire se situe (a) sous le disque en départ position haute et basse (milieu confiné, $h_0 = 1$ cm, $h_0/D = 0,1$) (b) sous le disque en départ position haute et au-dessus du disque en départ position basse (milieu infini, $h_0 = 3$ cm, $h_0/D = 0,3$) pour un disque qui démarre en (\circ) position basse et en (\bullet) position haute.

vortex d'arrêt dans le cas oscillant.

En complément des anneaux tourbillonnaires se formant de part et d'autre du disque, un écoulement radial entrant et sortant vient modifier la structure des tourbillons lorsque le disque monte ou descend. Même si cet écoulement n'est pas décrit ici, il influe forcément la formation des tourbillons. Dans la suite, nous allons étudier en détail le vortex circulaire, sans distinguer s'il se situe au-dessus ou en-dessous du disque. Mais, avant de comparer les résultats aux lois d'échelles de Wedemeyer, nous allons introduire quelques résultats obtenus pour un disque démarrant en position haute.

5.4.3 Influence de la position de départ

On a vu que lorsque le disque démarre en position haute, le vortex prédominant circulaire se situe également sous le disque en milieu confiné. Ainsi, lorsque le disque démarre en position basse ou haute et que la condition $h_0/D \leq 0.18$ est respectée, on peut s'attendre à obtenir des résultats très similaires. À l'inverse, lorsque $h_0/D \geq 0.18$, on se retrouve en milieu infini et dans ce cas le sens de l'asymétrie dépend de la position de démarrage du disque.

Observons tout d'abord une situation en milieu confiné dans laquelle $h_0/D < 0,18$. Pour ce faire, nous avons relevé la circulation des vortex au cours du temps pour un disque démarrant en position basse (symboles vides) et en position haute (symboles pleins) sur la figure 5.24(a) pour $h_0/D = 0,1$. Par soucis de simplification, la formation des deux vortex démarre au même instant $t^* = 0$ même si en pratique le vortex commence à se former, en départ position haute, à $t^* = 0,5$ lorsque le disque monte. L'évolution temporelle de la circulation en valeur absolue de l'anneau tourbillonnaire prédominant est très similaire dans les deux cas. Cela signifie que, proche de la paroi, la position de départ du disque n'a plus d'influence et qu'après un certain nombre d'oscillation, les écoulements sont identiques. De plus, la circulation maximale des vortex vaut $\Gamma_m \simeq 9 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$. D'après les lois d'échelles trouvées en milieu infini, la circulation devrait valoir $\Gamma_m \simeq 6,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$, soit une différence significative de l'ordre de 45%. La présence de la paroi augmente donc la circulation du vortex car l'écoulement radial est contraint par la présence de la paroi. Cet effet avait déjà été remarqué lorsque le disque s'approche ou s'éloigne de la paroi dans le chapitre 4 avec un bénéfice relevé dans la littérature pour la propulsion à proximité d'une paroi [131, 132].

Par ailleurs, la circulation de l'anneau tourbillonnaire prédominant pour un disque en oscillation plus loin de la paroi, c'est-à-dire $h_0/D = 0.3$, en départ position basse (symboles vides) et haute (symboles pleins) est représentée sur la figure 5.24(b). Cette fois-ci, le vortex prédominant se situe sous le disque en départ position haute et au-dessus du disque en départ position basse. Ces deux vortex sont contrarotatifs, mais on constate néanmoins que leur circulation, en valeur absolue, est très similaire quelle que soit la position de départ ce qui signifie que l'asymétrie est simplement inversée. La circulation maximale des anneaux tourbillonnaires vaut alors $\Gamma_m \simeq 6.5 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$. En utilisant les lois d'échelles obtenues en milieu infini, la circulation maximale vaudrait $\Gamma_m \simeq 6.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$. L'écart, de l'ordre de 5%, est minime on peut raisonnablement considérer qu'on se retrouve dans une situation très similaire à celle en milieu infini et qu'il n'y a donc plus d'influence de la paroi.

La présence de la paroi a donc pour effet d'augmenter la circulation du tourbillon, ce que nous avions déjà observé lors d'une translation non oscillatoire dans le chapitre précédent. Nous allons donc désormais observer comment les lois d'échelle de Wedemeyer qui étaient encore bien applicables loin de toute paroi sont désormais modifiées par la présence d'une paroi.

5.4.4 Limitation des lois d'échelles de Wedemeyer au voisinage d'une paroi

Tout comme lorsque le disque effectue une translation non oscillatoire, nous nous attendons à ce que les lois de puissance de Wedemeyer soient modifiées lorsque le disque oscille à proximité d'une paroi avec un nouvelle dépendance en h_0/D et A/D. Nous observons sur la figure 5.25(a) l'évolution du rapport $\tilde{c}_{\Gamma} = |\Gamma_m|/A^{4/3}D^{2/3}f$ en fonction de h_0/D pour l'ensemble des expériences que nous avons effectuées. Ici le rapport A/D n'est pas gardé constant. On constate une croissance du coefficient \tilde{c}_{Γ} lorsque la distance relative au disque h_0/D diminue. De plus, on remarque une forte dispersion des données lorsque A/D varie (symboles Δ). Ainsi, la circulation ne semble plus être proportionnelle à $A^{4/3}$. Lorsque h_0/D augmente, \tilde{c}_{Γ} tend vers sa valeur en milieu infini $\tilde{c}_{\Gamma}(\infty) \simeq 17$ indiquée en trait continu et atteint un plateau lorsque $h_0/D \gtrsim 0,2$. La présence de la paroi contribue donc à la formation d'anneaux tourbillonnaires plus intenses.

De même, nous observons l'évolution du rapport $\tilde{c}_z = \Delta z_m / A^{2/3} D^{1/3}$ sur la figure 5.25(b) et du rapport $\tilde{c}_a = a_m / A^{2/3} D^{1/3}$ sur la figure 5.25(c). Le coefficient \tilde{c}_z diminue avec h_0/D et atteint sa valeur en milieu infini $\tilde{c}_z(\infty) \simeq 0.6$ pour $h_0/D \gtrsim 0.2$. La distance verticale diminue due aux effets de confinement liés à la présence de la paroi sous le disque. Le coefficient d'échelle du rayon \tilde{c}_a illustré sur la figure 5.25(c) est quant à lui assez bruité et les points se regroupent autour de la valeur obtenue loin de toute paroi $\tilde{c}_a(\infty) \simeq 0.3$ sans effet notable de cette dernière.

Ainsi, les lois d'échelle de Wedemeyer ne sont plus vérifiées lorsque le disque



FIGURE 5.25 – Évolution des coefficients (a) $\tilde{c_{\Gamma}}$, (b) $\tilde{c_z}$ et (c) $\tilde{c_a}$ en fonction de h_0/D . Les lignes continues indiquent les valeurs obtenues en milieu infini (a) $\tilde{c_{\Gamma}}(\infty) \simeq 17$, (b) $\tilde{c_z}(\infty) \simeq 0.6$ et (c) $\tilde{c_a}(\infty) \simeq 0.3$.

oscille à proximité d'une paroi et lorsque $h_0/D \leq 0.2$. Cette transition est très proche de la transition de l'inversion de l'asymétrie observée plus tôt à $h_0/D \simeq 0.18$. Dans toute la suite, on utilisera la transition $h_0/D \simeq 0.2$ pour distinguer les régimes en milieu confiné et infini. On constate également un effet de l'amplitude d'oscillation (et donc de A/D) sur les lois d'échelle de la circulation. Afin de bien distinguer les effets de A/D et h_0/D sur les lois d'échelles il faudrait mener une étude systématique en faisant varier ces deux paramètres individuellement tout comme nous l'avons fait lors d'une translation non oscillatoire. Nous n'avons malheureusement pas eu le temps de mener de telles expériences et cela reste en perspective de ce travail.

En résumé, cette étude préliminaire sur la génération de tourbillons dans le sillage d'un disque oscillant à proximité d'une paroi (distance minimale variant entre $h_0 = 1 \text{ cm et } h_0 = 3 \text{ cm}$) montre que la paroi modifie les conditions aux limites et l'asymétrie des vortex se formant en-dessous et au-dessus du disque. Lorsque le disque est "proche" de la paroi, c'est-à-dire lorsque $h_0/D \lesssim 0.2$, le vortex prédominant se situe toujours sous le disque, quelle que soit la position de démarrage de ce dernier. Cet anneau tourbillonnaire a, après plusieurs oscillations, les mêmes propriétés que le disque ait démarré en position haute ou basse. À l'inverse, lorsque la distance relative du disque à la paroi est plus grande $h_0/D \gtrsim 0.2$ l'asymétrie des vortex est identique à celle en milieu infini. Il serait toutefois nécessaire de mener un plus grand nombre d'expériences afin de délimiter clairement le changement d'asymétrie. Enfin, le rapport h_0/D joue un rôle sur les lois de puissance théoriques décrivant la circulation, la distance verticale et le rayon maximum loin de toute paroi. L'influence de la paroi est particulièrement visible lorsque $h_0/D \leq 0.2$. Il y a également un effet de A/D sur les lois d'échelles et il serait nécessaire de mener de nouvelles expériences afin de bien déterminer les effets respectifs de h_0/D et A/D.

Nous allons maintenant présenter des mesures de seuils d'érosion obtenus pour un disque oscillant à proximité d'un lit granulaire et nous aider des éléments de compréhension apportés par ce chapitre afin d'amorcer une explication de ces mesures.

5.5 Érosion induite par un disque oscillant proche d'un lit granulaire

Comme nous l'avons vu précédemment, la circulation et le rayon de cœur de l'anneau tourbillonnaire formé dans le sillage d'un disque en oscillation sont plus importants. Le vortex circulaire correspond en fait à une combinaison du vortex de démarrage qui se forme classiquement dans le sillage du disque en translation simple et du vortex d'arrêt qui se forme lorsque le disque ralentit et, ici, change de direction. On s'attend donc à ce que l'érosion soit bien plus prononcée que dans le cas d'une translation non oscillatoire.

Dans cette partie, nous présenterons tout d'abord l'ensemble des mesures expérimentales des seuils d'érosion. La mesure des seuils a été faite par visualisation du mouvement des grains éclairés en lumière blanche. Pour ce faire, nous augmentons progressivement la vitesse d'oscillation du disque jusqu'à observer plusieurs grains bouger lors de chaque oscillation. Dans ce cas, le seuil d'érosion vient d'être dépassé. Chaque mesure est répétée trois fois pour en estimer la répétabilité et la moyenne des trois résultats est prise pour seuil d'érosion. Le seuil d'érosion sera représenté sous forme de la vitesse maximale du disque critique V_m^c mesurée pour A, D et h_0 donnés.

Dans la suite nous distinguerons les seuils mesurés selon que le disque démarre en position basse ou haute. Les mesures ont été effectuées pour les mêmes trios de paramètres (A, D, h_0) en départ bas et haut avec des valeurs résumées dans le tableau 5.3. Dans ces expériences, la distance entre le lit granulaire et le disque en oscillation va bien au-delà du cas de la translation simple pour laquelle nous nous concentrions sur des situations en très proche paroi. Quelques mesures ont tout de même été effectuées très proches de la paroi. Cette partie, encore très exploratoire, nous donnera simplement quelques pistes de réflexion.

5.5.1 Seuils d'érosion pour un disque oscillant

Un exemple de seuils d'érosion mesurés en fonction de h_0 , D et A est représenté sur les figures 5.26(a), (b) et (c) respectivement pour un disque démarrant en position basse (symboles vides) et en position haute (symboles pleins). Sur la figure 5.26(a), on observe que la vitesse critique d'érosion V_m^c augmente avec h_0 quelle que soit la position de départ, ce qui signifie que plus le disque est éloigné

A (cm)	D (cm)	$h_0 (\mathrm{cm})$	Départ bas	Départ haut
3,4	$[5\ 7,5\ 10\ 12,5]$	1-12	$[\triangledown \ \triangleright \ \triangleleft \ \circ]$	
2,7	$[5\ 7,5\ 10\ 12,5]$	0,25-12	$[\triangledown \triangleright \triangleleft \bigcirc]$	
2,25	$[7,5 \ 10 \ 12,5]$	0,25-12	$[\triangleright \triangleleft \circ]$	[▶ ◀ ●]
1,5	10	1-12	\triangleleft	◀
1,1	10	1-12	\triangleleft	<

TABLEAU 5.3 – Symboles et paramètres des expériences de mesure de seuils d'érosion pour un disque en oscillation au voisinage d'un sol granulaire.



FIGURE 5.26 – Seuils d'érosion pour un disque oscillant démarrant en position basse (symboles vides) et haute (symboles pleins) lorsque (a) h_0 varie (A = 2,25 cm et D = 7,5 cm), (b) D varie (A = 2,7 cm et $h_0 = 2$ cm) et (c) A varie (D = 10 cm, $h_0 = 5$ cm et $h_0/D = 0,2$). Les lignes pointillées correspondent à $h_0/D = 0,2$.

du milieu granulaire, plus la vitesse du disque nécessaire à la mise en mouvement des grains doit être importante comme attendu. Les traits en pointillés indiquent la valeur de h_0 correspondante à la distance relative du disque à la paroi de transition entre milieu infini et confiné $h_0/D \simeq 0.2$. On remarque qu'en milieu confiné les seuils d'érosion en départ position basse et haute sont quasiment identiques tandis qu'il sont plus légèrement élevés en départ position haute qu'en départ position basse en milieu infini. Cela signifie que l'érosion est légèrement plus efficace lorsque le disque démarre en position basse et que l'anneau tourbillonnaire circulaire se forme paradoxalement au-dessus du disque. Sur la figure 5.26(b), V_m^c est tracée en fonction de D. On constate que V_m^c augmente lorsque le diamètre du disque D diminue en position basse et haute. Cela n'est pas surprenant car plus le disque est petit, plus les vitesses de l'écoulement le seront également. Enfin, sur la figure 5.26(c), on observe que V_m^c est constante avec l'amplitude d'oscillation A en position basse. Cela signifie donc que la vitesse critique d'érosion est la même lorsque A est modifié et donc que la fréquence d'oscillation critique du disque au seuil d'érosion est inversement proportionnelle à A. En position haute, V_m^c diminue lorsque A augmente. Cette diminution rappelle ce que nous avions observé dans le cas d'une translation non oscillatoire pour un disque s'approchant du lit granulaire lorsque l'érosion était causée par l'impact d'anneaux tourbillonnaires.

Toutes les mesures de vitesses critiques d'érosion sont rassemblées sur les figures 5.27 (a) et (b) pour un disque démarrant en position haute et basse respectivement en fonction de h_0 . On remarque que V_m^c augmente clairement avec h_0 . De plus, V_m^c augmente lorsque D diminue. La tendance de V_m^c avec A est quant à elle plus subtile et délicate à analyser. Dans la suite, nous allons tenter de présenter une approche qui permet de réunir les données lorsque la paroi n'a pas d'influence sur les propriétés des anneaux tourbillonnaires c'est-à-dire lorsque $h_0/D \gtrsim 0.2$.



FIGURE 5.27 – Seuils d'érosion pour un disque oscillant démarrant en position (a) haute et (b) basse en fonction de h_0 .

5.5.2 Modélisation

Lorsque le disque est suffisamment éloigné de la paroi, le vortex prédominant se situe alors au-dessus du disque en départ position basse et en-dessous en départ position haute. Les propriétés du tourbillon sont similaires dans les deux situations et seules leurs positions sont modifiées.

a) Départ position basse

Traitons tout d'abord la situation d'un disque oscillant en départ position basse. Dans cette configuration, on a vu que le vortex prédominant se forme au-dessus du disque et tout comme en translation simple, le vortex en formation s'approche du lit granulaire, l'impacte et l'érode éventuellement. Par analogie avec la situation dans laquelle le disque effectue une translation simple, la vitesse que ce vortex induit sur la paroi s'il se situe à une distance h_0 de cette dernière est donnée par



FIGURE 5.28 – (a) Vitesse induite par le vortex à la distance h_0 au seuil d'érosion $V^c(h_0)$ pour un disque oscillant démarrant en position basse en fonction de h_0/D . La ligne continue indique la constante $V(h_0) \simeq 1.8$ cm/s et les lignes pointillées un écart à ±50 %. (b) Nombre de Shields critique $Sh^c(h_0)$ construit à partir de $V^c(h_0)$. La ligne continue indique la constante $Sh_{h_0}^c \simeq 0.08$ et les lignes pointillées un écart à ±50 %. Les lignes verticales continues indiquent la transition entre milieu infiné et confiné $h_0/D = 0.2$.

$$u(h_0) = \frac{\Gamma_m}{2\pi h_0},\tag{5.5}$$

et est donc proportionnelle à

$$u(h_0) \propto \frac{A^{4/3} D^{2/3} f}{h_0} = V(h_0)$$
 (5.6)

en considérant la loi d'échelle de la circulation pour un disque oscillant en milieu infini donnée dans l'équation (5.4).

Ceci est vrai lorsque le vortex se situe au-dessus du disque et que les lois de puissance sont encore applicables, c'est-à-dire lorsque $h_0/D \gtrsim 0.2$. Notons également que l'anneau tourbillonnaire ne reste pas à une distance constante h_0 du lit granulaire, mais s'en approche et que les hypothèses émises ici sont approximatives.

Sur la figure 5.28(a), nous constatons qu'au-delà de $h_0/D \gtrsim 0.2$, la valeur de la vitesse critique d'érosion $V^c(h_0)$ atteint un plateau et les données se répartissent autour de la valeur moyenne $V^c(h_0) \simeq 1.8$ cm/s indiquée en trait plein et correspondant à un Reynolds particulaire $Re_p = 5.4$ supérieur à 1. Le plateau obtenu suggère que l'érosion est dans ce cas bien provoquée par le vortex se formant sur le dessus du disque. Étant donnée la valeur de Re_p , on définit un nombre de Shields inertiel basé sur la vitesse $V(h_0)$

$$Sh_{h_0} = \frac{\rho_f V(h_0)^2}{\Delta \rho_g d}.$$
 (5.7)

Sa valeur critique au seuil d'érosion se répartit autour d'un plateau pour $h_0/D \gtrsim 0,2$ autour de la valeur moyenne $Sh_{h_0}^c \simeq 0,08$ représentée en trait plein sur la figure 5.28(b).

b) Départ position haute

Lorsque le disque démarre en position haute et qu'il est suffisamment loin de la paroi, c'est-à-dire $h_0/D \gtrsim 0.2$, le vortex prédominant se situe alors systématiquement sous le disque. On suppose que tant que le vortex est suffisamment petit par rapport à l'espacement entre le disque et le lit granulaire, ce qui est relativement bien le cas car $h_0/D > 0.2$, la vitesse au niveau du lit granulaire est proportionnelle à la vitesse du vortex lorsque ce dernier se situe à une distance h_0 du fond de la cuve. Cette vitesse est proportionnelle à $V(h_0)$ définie en équation (5.6). Nous définissons alors le même Shields Sh_{h_0} que lorsque le disque démarre en position basse (voir équation (5.7)). La vitesse critique $V^c(h_0)$ et le nombre de Shields critique $Sh_{h_0}^c$ sont représentés sur les figures 5.29 (a) et (b) respectivement et atteignent tous deux une valeur plateau indiquée par un trait continu lorsque $h_0/D \gtrsim 0.2$, $V^c(h_0) \simeq 2.3$ cm/s et $Sh_{h_0}^c \simeq 0.12$. Ces valeurs sont plus élevées que lors d'un départ en position basse ce qui est cohérent avec la figure 5.26 et suggère que l'érosion est alors bien plus efficace lorsque le disque démarre en position basse et que $h_0/D \gtrsim 0.2$.

Ainsi, lorsque $h_0/D \gtrsim 0.2$ et que le disque démarre en position basse ou haute, la vitesse qui pilote les seuils d'érosion est la vitesse azimutale du vortex circulaire à une distance h_0 de son centre. On remarque sur la figure 5.29, que cette vitesse critique



FIGURE 5.29 – (a) Vitesse induite par le vortex à la distance h_0 au seuil d'érosion $V^c(h_0)$ pour un disque oscillant démarrant en position haute en fonction de h_0/D . La ligne continue indique la constante $V^c(h_0) \simeq 2.3$ cm/s et les lignes pointillées l'écart à ±50 %. (b) Nombre de Shields critique $Sh^c(h_0)$ construit à partir de $V^c(h_0)$. La ligne continue indique la constante $Sh^c_{h_0} \simeq 0.12$ et les lignes pointillées l'écart à ±50 %. Les lignes continues verticales indiquent la transition entre milieu infini et confiné $h_0/D = 0.2$.

d'érosion croît rapidement lorsque $h_0/D \leq 0.2$ compte tenu de la non prise en compte de la paroi. En effet, lorsque le disque est très proche de la paroi $(h_0/D \leq 0.2)$, le vortex prédominant se situe entre le disque et le lit granulaire. L'explication des seuils d'érosion est alors plus complexe. En effet, nous avons vu dans la section précédente que lorsque $h_0/D \leq 0.2$, les lois de puissance de Wedemeyer ne sont plus applicables et nous ne savons pas dans quelles mesures ces lois sont modifiées. De plus, l'écoulement radial entrant/sortant à chaque demi-oscillation influence également l'érosion du lit granulaire. Ainsi, les seuils pour lesquels $h_0/D \leq 0.2$ nécessitent une analyse plus approfondie, c'est pourquoi nous ne chercherons pas ici à identifier les mécanismes en jeu lorsque le disque est très proche de la paroi.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes concentrés sur l'écoulement généré par un disque en oscillation en milieu infini, puis proche d'une paroi solide et d'un lit granulaire.

Lorsque le disque oscille en milieu infini, différents types d'écoulement ont été observés selon les paramètres de l'expérience : écoulements symétriques sans vortex à faible nombre de Reynolds Re, alternance d'anneaux tourbillonnaires symétriques ou asymétriques à nombre de Reynolds intermédiaires et écoulements turbulents à grand Re. Nous avons fait varier les différents paramètres et avons répertorié ces différents régimes d'écoulement dans le plan (Re, β). Nous avons mis en évidence que l'épaisseur du disque e peut jouer également un rôle non négligeable sur les régimes écoulements observés. L'établissement d'un diagramme de phase plus précis serait cependant probablement nécessaire pour une meilleure compréhension des régimes dans l'espace des paramètres.

Nous nous sommes ensuite plus particulièrement intéressés aux anneaux tour-

billonnaires. Nous avons constaté que, pour un grand nombre de jeu de paramètres, l'écoulement tourbillonnaire est asymétrique ce qui signifie qu'un vortex principal se forme préférentiellement lors d'une des deux demi-oscillations, tandis que le second vortex est très étiré par le cisaillement imposé par le premier vortex et détruit. Cette asymétrie se maintient durant de nombreuses oscillations du disque. L'observation des premières oscillations du disque montre que l'asymétrie des vortex se met en place progressivement lors des toutes premières oscillations du disque : l'un des anneaux tourbillonnaires prend alors le dessus sur l'autre, détruisant, lors du changement de direction du disque, le vortex qui devait se former à ce moment-là. De plus, la position du vortex circulaire dépend essentiellement des conditions initiales, à savoir la position de départ du disque. Ainsi, lorsque le disque démarre en position basse, le vortex prédominant se forme au-dessus du disque, sauf en de rares exceptions (environ 13% des cas) que nous n'expliquons pas.

Nous avons ensuite décrit et caractérisé l'anneau tourbillonnaire prédominant généré dans le sillage d'un disque oscillant en milieu infini. La circulation, la distance verticale au disque et le rayon maximum du cœur de l'anneau tourbillonnaire suivent les lois d'échelles théoriques déduites de l'approche de Wedemeyer. Les préfacteurs sont toutefois bien plus élevés que lors d'une translation non oscillatoire car, lorsque le disque oscille, l'anneau tourbillonnaire formé correspond à la combinaison du tourbillon de démarrage et du tourbillon d'arrêt qui se forment lors du déplacement et du changement de sens du disque. De même, à l'instant où le disque change de sens, les propriétés du tourbillon suivent les lois d'échelles de Wedemeyer avec un changement dans les préfacteurs. Ces derniers sont, comme pour les propriétés maximales, plus élevés que lors d'une translation simple. La trajectoire du tourbillon est également modifiée par rapport à la configuration en translation simple car le vortex n'est pas influencé par la présence d'un vortex d'arrêt.

Nous avons également mené une étude préliminaire du disque oscillant proche d'une paroi. Nous avons constaté que lorsque le disque est suffisamment proche de la paroi $h_0/D \leq 0.2$, le vortex prédominant se situe toujours entre le disque et la paroi, quelle que soit la position de départ du disque. Les propriétés du vortex sont alors très similaires. Lorsque le disque est plus éloigné de la paroi, $h_0/D \gtrsim 0.2$, le sens de l'asymétrie est le même qu'en milieu infini. Enfin, tout comme pour un disque en translation simple, nous avons constaté que la loi d'échelle dépend de h_0/D et A/Dlorsque $h_0/D \leq 0.2$.

Enfin, nous avons terminé ce chapitre en présentant des mesures de seuils d'érosion obtenus pour un disque en oscillation démarrant en position basse et haute sur une large gamme de h_0 . Nous avons vu que, quelle que soit la position de départ du disque, lorsque le disque est suffisamment éloigné de la paroi, $h_0/D \ge 0.2$, la vitesse induite par le vortex en h_0 déduite des lois de puissance de Wedemeyer en milieu infini est quasiment constante au seuil d'érosion. Le nombre de Shields critique au seuil d'érosion est plus élevé en position haute que basse, indiquant que l'érosion est plus efficace lorsque le disque démarre en position basse. Cependant, pour les plus petites valeurs de $h_0/D \le 0.2$, un examen plus approfondi de l'écoulement au voisinage du disque oscillant très proche d'une paroi serait nécessaire à la compréhension des seuils d'érosion.

Conclusion et perspectives

Dans ce manuscrit de thèse, des résultats expérimentaux, mesurés par PIV, et numériques, simulés dans une configuration 3D axisymétrique avec Basilisk, sur la génération d'anneaux tourbillonnaires dans le sillage d'un disque en translation unidirectionnelle ou en oscillation en milieu infini et au voisinage d'une paroi ont été présentés.

Dans le Chapitre 3 de ce manuscrit, le disque rigide est animé, expérimentalement et numériquement, d'une translation unidirectionnelle en milieu infini, c'est-à-dire loin de toute paroi. Dans la gamme de Reynolds étudiée, $Re \in [10^3; 3 \times 10^4]$, les simulations axisymétriques reproduisent très bien les expériences ce qui confirme que l'écoulement est bien axisymétrique. Un anneau tourbillonnaire est généré dans le sillage du disque lorsqu'il est en mouvement et nous avons extrait sa circulation Γ , le rayon de son cœur a et sa position (r_G, z_G) . Lorsque le disque est en mouvement, le tourbillon s'éloigne verticalement du disque et voit sa circulation et son rayon augmenter jusqu'à des valeurs maximales Δz_m , Γ_m et a_m . Le rayon R de l'anneau du tourbillon est quant à lui quasiment constant au cours de sa génération. En nous appuyant sur les résultats théoriques bidimensionnels de Wedemeyer [177], nous avons montré que Δz_m , Γ_m et a_m suivent des lois d'échelles, fonctions des paramètres de contrôle de l'expérience. En particulier, en régime inertiel où les effets visqueux sont négligeables, toutes les grandeurs de l'anneau tourbillonnaire, excepté le rayon de l'anneau R, sont pilotés par la longueur de course relative L/D du disque.

$$\frac{\Gamma_m \tau}{D^2} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{4/3} \tag{5.8}$$

$$\frac{a_m}{D} \propto \frac{\Delta z_m}{D} \propto \left(\frac{L}{D}\right)^{2/3} \tag{5.9}$$

Le tourbillon d'arrêt qui se forme après l'arrêt du disque suit les mêmes lois d'échelle que le vortex de démarrage avec un changement dans la valeur des préfacteurs.

Au Chapitre 4, le disque s'approche ou s'éloigne cette fois-ci d'une paroi rigide ou d'un lit de grains. Nous avons dans un premier temps considéré le cas d'un disque en départ position haute s'approchant d'une paroi jusqu'à une distance h_0 . L'écoulement au voisinage du disque peut être décomposé en un écoulement de compression radial sortant entre le disque et la paroi et la formation d'anneaux tourbillonnaires. L'écoulement radial sous le disque est caractérisé par une forte vitesse d'éjection qui atteint théoriquement un maximum en excellent accord avec les données expérimentales et numériques. Par ailleurs, l'évolution temporelle qualitative de l'anneau tourbillonnaire lors du mouvement du disque est très similaire au cas en milieu infini. En particulier, le vortex de démarrage atteint à nouveau une distance verticale, une circulation et un rayon maximum. La présence d'une paroi induit néanmoins une modification des lois d'échelles de Wedemeyer valables en milieu infini. En prenant en compte la distance relative du disque à la paroi, h_0/D , nous trouvons de nouvelles lois d'échelles empiriques pour la circulation et le rayon maximum adimensionnés qui dépendent simultanément de L/D et h_0/D . La distance verticale maximale, quant à elle, ne semble pas être affectée par la présence de la paroi. Les nouvelles lois d'échelles se résument par

$$c_{\Gamma} = \begin{cases} 2,1, \\ 1,3 \ (L/D)^{-0,1} (h_0/D)^{-0,28}, \end{cases}$$
(5.10)

lorsque $(L/D)^{-0,1}(h_0/D)^{-0,28}$ est inférieur et supérieur respectivement à 1,6 et

$$c_a = \begin{cases} 0,1, \\ 6,8 \times 10^{-2} \ (L/D)^{-0,12} (h_0/D)^{-0,14}, \end{cases}$$
(5.11)

lorsque $(L/D)^{-0.12}(h_0/D)^{-0.14}$ est inférieur et supérieur respectivement à 1,4.

Les résultats décrochent des nouvelles lois d'échelle lorsque $h_0^2/\nu\tau < 5$ probablement car les effets visqueux entre le disque et la paroi ne sont plus négligeables. Après l'arrêt du disque, l'anneau tourbillonnaire de démarrage interagit avec le disque en formant un ou plusieurs tourbillons d'arrêt, s'approche de la paroi et interagit avec cette dernière en v arrachant de la vorticité de signe opposée et en formant éventuellement des tourbillons pariétaux. Les expériences et les simulations numériques sont en bon accord jusqu'à ce que l'anneau tourbillonnaire de démarrage impacte la paroi et perde, expérimentalement, son axisymétrie. La dualité de l'écoulement se manifeste également dans l'observation des seuils d'érosion lorsque la paroi est un lit de sédiments puisque des grains sont alors mis en mouvement sous le disque, proche de son extrémité, lorsque ce dernier est encore en mouvement $(t^* < 1)$ et plus loin du disque après son arrêt $(t^* > 1)$. Ces deux types d'érosion sont caractéristiques des deux écoulements. En effet, le premier régime d'érosion est causé par l'écoulement radial sortant et le nombre de Shields construit à partir de la vitesse d'éjection maximale est quasiment constant au seuil d'érosion. Le second régime d'érosion provient de l'impact des anneaux tourbillonnaires. Lorsque le disque s'arrête très proche du lit granulaire, le dipôle d'anneaux tourbillonnaires constitué du tourbillon de démarrage et du tourbillon d'arrêt érode le lit granulaire et le nombre de Shields construit à partir de la vitesse azimutale maximale de l'anneau tourbillonnaire de démarrage à l'arrêt du disque est constant. Lorsque le disque est s'arrête plus loin du lit granulaire, le tourbillon d'arrêt contourne le tourbillon de démarrage sans impacter ni éroder le lit granulaire. L'érosion est alors causée par le tourbillon de démarrage ou d'autres tourbillons d'arrêt bien plus tardivement. Un nombre de Shields construit à partir de la vitesse de l'anneau tourbillonnaire de démarrage à une distance h_0 de son cœur est trouvé constant.

Dans la seconde partie du Chapitre 4, la configuration contraire où le disque démarre en position basse et s'éloigne de la paroi est étudiée. Dans cette situation, l'écoulement radial entrant et l'anneau tourbillonnaire se superposent sous le disque et ne peuvent plus être séparés aussi distinctement que lorsque le disque s'approche de la paroi. La vitesse radiale maximale est malgré tout toujours en bon accord avec les expériences et les simulations numériques. De plus, les lois d'échelles pour la circulation maximale sont modifiées par la présence de la paroi, mais le rayon et la distance verticale ne sont que très peu affectés par cette dernière. On trouve alors que

$$c_{\Gamma} = \begin{cases} 2,1, \\ 1,13(L/D)^{-0,18}(h_0/D)^{-0,28} \end{cases}$$
(5.12)

lorsque $(L/D)^{-0.18}(h_0/D)^{-0.28}$ est inférieur et supérieur respectivement de 1,9.

Un seul mécanisme d'érosion est alors observé. Cette érosion a lieu sous le disque, proche de son extrémité, et lors de la phase d'accélération du disque $(t^* < 0,5)$, c'est-à-dire lorsque le disque est au plus proche du lit de grains. Le nombre de Shields construit à partir de la vitesse radiale maximale augmente avec la distance relative du disque à la paroi h_0/D et est la conséquence de la présence de l'anneau tourbillonnaire de démarrage en formation sous le disque. Ce dernier tend en effet à diminuer la vitesse critique d'érosion.

Enfin, le cas d'un disque en oscillation a été abordé dans le Chapitre 5. Tout d'abord, loin de toute paroi, différents régimes d'écoulement ont été mis en évidence. À très faible nombre de Reynolds, aucun vortex n'est détecté et à très haut nombre de Reynolds, l'écoulement est turbulent. Pour des valeurs intermédiaires du nombre de Reynolds, une alternance d'anneaux tourbillonnaires sont émis de part et d'autre du disque, lors de chaque aller et retour du disque, de façon symétrique ou asymétrique. Lorsque l'émission de vortex est asymétrique, un tourbillon se forme préférentiellement lors d'une translation, mais pas lors de l'autre. Cette asymétrie se met en place dès les premières oscillations du disque et semble provenir de l'interaction plus ou moins importante des vortex émis lors de chaque demi-oscillation. Le sens de l'asymétrie dépend des conditions initiales, c'est-à-dire de la position de départ du disque de sorte que lorsque le disque démarre en position basse, l'anneau tourbillonnaire prédominant avec un cœur bien circulaire se situe au-dessus du disque tandis qu'il se situe sous le disque lorsque le disque démarre en position haute, sauf en de rares exceptions (environ 13% des cas) dont nous ignorons l'origine à ce stade. Nous nous sommes concentrés sur des situations où il y avait formation d'au moins un vortex et nous avons alors caractérisé l'évolution temporelle des propriétés du vortex prédominant tels que sa circulation, son rayon et sa position. Au cours de la formation du tourbillon, ces grandeurs atteignent des maximum qui suivent les mêmes lois d'échelle que pour une simple translation, avec une augmentation cependant de la valeur des préfacteurs. En effet, lorsque le disque entance son changement de direction, un tourbillon commence déjà à se former à l'extrémité du disque et vient alimenter le tourbillon de démarrage qui croît donc plus vite que lors d'une simple translation. La trajectoire du tourbillon est également modifiée par rapport à la configuration non oscillatoire. Lorsque le disque oscille à proximité d'une paroi, sa position de départ n'a plus d'influence sur le sens de l'asymétrie des vortex. De plus, les propriétés de l'anneau tourbillonnaire sont affectées par la présence de la paroi, mais nous n'avons pas mené une étude suffisamment approfondie pour déterminer



FIGURE 6.1 – (a) Évolution temporelle de la masse de grain en suspension lorsque L = 5,2 cm, D = 10 cm, $\tau = -0,3$ s, $h_0 = 1$ cm lorsque le disque s'approche de la paroi et (b) photographie de l'expérience à $t^* = 3,3$ lorsque la masse de grains en suspension est maximale.

les nouvelles lois d'échelles qui s'appliquent dans ce cas. Il semble toutefois que le confinement augmente la circulation et n'a pas d'influence sur le rayon du cœur du tourbillon. Enfin, des mesures de seuils d'érosion ont été présentées à la toute fin. L'oscillation du disque rend l'érosion plus importante que lors d'une simple translation. De plus, lorsque le disque est suffisamment éloigné de la paroi $(h_0/D \ge 0.2)$, l'érosion est plus efficace lorsque le disque démarre en position basse. Le seuil d'érosion est alors dicté, en position basse comme haute, par la vitesse azimutale de l'anneau tourbillonnaire à une distance h_0 de son centre. L'analyse exploratoire des seuils d'érosion n'a pas été poussée à la situation en très proche paroi $(h_0/D \le 0.2)$.

Il est intéressant, en complément de ce manuscrit, d'en offrir quelques perspectives. Tout d'abord, une étude plus approfondie du cas du disque en oscillation pourrait être menée afin de mieux prédire et comprendre l'asymétrie des anneaux tourbillonnaires. Concernant l'érosion, il serait intéressant d'effectuer des mesures de seuils plus proches du lit de grains et de mieux caractériser l'écoulement dans cette configuration.

Par ailleurs, on s'est contenté de mesurer des seuils d'érosion, mais nous aurions pu également effectuer des mesures complémentaires lors de la translation d'un disque s'approchant ou s'éloignant d'un lit granulaire de la quantité de grains en suspension au cours du temps pour en extraire des lois de transport des sédiments. Un stage expérimental de L3 effectué par Thomas Berger en juin 2023 s'est intéressé à ce problème [10]. Pour ce faire, on dispose des grains sur une bande de largeur et de profondeur 1 cm passant sous l'axe du disque. L'expérience est éclairée par un panneau LED disposé derrière la cuve transparente par rapport à la caméra et on mesure l'intensité lumineuse de chaque pixel lorsque des grains sont en suspension (voir figure 6.1(b)). Une calibration préliminaire nous permet alors de remonter à la quantité de grains dans chaque pixel et donc à la quantité de grains en suspension. Un exemple de l'évolution temporelle de la quantité de grains en suspension pour un disque démarrant en position haute est représenté sur la figure 6.1(a) et une photographie de l'expérience à $t^* = 3,3$ sur la figure 6.1(b). La masse de grains en suspensions augmente une fois que les anneaux tourbillonnaires ont impacté le lit de grains à $t^* \simeq 1.5$ et atteint un maximum à l'instant $t^* \simeq 3.3$ dans cet exemple particulier.

De plus, la configuration étudiée dans ce manuscrit de thèse est similaire au



FIGURE 6.2 – Illustration schématique tirée du rapport de stage de Zhaodong Niu [112] du mécanisme de génération de tubes tourbillonnaires à proximité d'un lit granulaire. (a) Vue de côté et (b) vue du dessus.

comportement des poissons plats et des raies qui ondulent leur corps pour suspendre des sédiments et les laissent tomber sur eux pour se camoufler. Toutefois, l'ensemble de ce manuscrit de thèse repose sur des résultats obtenu pour un disque rigide et il serait également intéressant d'étudier l'érosion par un disque plus ou moins flexible. Pour aller plus loin, on pourrait même analyser le comportement d'un robot poisson qui oscille ses nageoires de manière similaire à celle d'un vrai poisson. L'étude de robots bio-inspirés font d'ailleurs l'objet de travaux au laboratoire FAST.

L'érosion par tourbillons se manifeste également dans d'autres configurations comme l'affouillement de piles de pont ou l'érosion par jet que j'ai eu l'occasion d'étudier au cours de mon doctorat. En effet, l'érosion dans le sillage des piles de pont est due à des tourbillons d'axe parallèle, comme dans ce manuscrit, et perpendiculaire au lit granulaire. L'étude d'érosion par tourbillons dont l'axe est perpendiculaire au lit de grains a fait l'objet d'un stage de M2 de 5 mois en 2022



FIGURE 6.3 – Exemple d'un motif d'érosion obtenu après plusieurs fermetures des "flaps" à une vitesse supérieure à celle du seuil d'érosion. Illustration issue du rapport de stage de Zhaodong Niu [112].

effectué par Zhaodong Niu [112] que j'ai coencadré. Le principe de l'expérience consistait à générer un dipôle de tube tourbillonnaire par la fermeture symétrique de deux portes (ou "flaps") verticales sur toute la hauteur de la cuve [12, 29, 79] comme illustré sur le schéma de la figure 6.2. Ce stage a été l'occasion d'apporter une première caractérisation des tourbillons par PIV à différentes hauteurs. Les motifs d'érosion que laissent ces vortex dans leur sillage ont également fait l'objet d'une étude préliminaire dont un exemple est présenté sur la figure 6.3. Trois fosses d'érosion distinctes apparaissent : un motif d'érosion au centre (encadrée rouge) et deux sillages qui se sont créés en haut et en bas sur l'image (encadrés bleus) montrant que les tourbillons s'éloignent très rapidement de leur position centrale à la fin de leur formation.

Enfin, j'ai eu l'occasion durant mon doctorat d'effectuer des expériences à l'Université de Santa Barbara en Californie de janvier à mars 2023 sur l'érosion de grains cohésifs par jet sous la supervision d'Alban Sauret. Ces expériences se sont focalisées sur la mesure du profil du cratère se formant au-delà du seuil d'érosion et l'influence de la cohésion des grains sur ce dernier. Des photographies du cratère observé pour différentes cohésions de grains pour un jet situé à la même distance du lit granulaire et pour une même vitesse de sortie de l'air sont montrées sur la figure 6.4. Le nombre de Bond *Bo* correspond alors au rapport de la force de cohésion entre les grains sur la force gravitationnel. Comme attendu, plus les grains sont cohésifs, c'est-à-dire plus le nombre de Bond est élevé, moins le cratère induit par le jet est profond et large.



FIGURE 6.4 – Exemple de motifs d'érosion par un jet d'air obtenus pour différentes cohésion de grains, lorsque le nombre de Bond *Bo* augmente, lorsque la distance entre le lit granulaire et le jet est de h = 7,7 cm et le débit d'air vaut Q = 20 L/min. Le diamètre du jet vaut $D_J = 4,8$ mm de sorte que $h/D_J \simeq 16$ et la vitesse moyenne en sortie du jet vaut $U_J \simeq 18$ m/s

De plus, lorsque la cohésion augmente, le cratère perd son caractère axisymétrique et des fosses asymétriques se creusent tout autour du centre du cratère comme on peut le voir pour Bo = 7 sur la figure 6.4.

Ainsi, ce manuscrit de thèse a permis de mettre en avant la complexité des phénomènes d'érosion par tourbillons. De nombreuses perspectives restent évidemment ouvertes afin de mieux comprendre ces phénomènes dans diverses configurations et illustrent combien il est important d'approfondir encore davantage ces questions dans l'avenir afin d'avoir une meilleure compréhension des mécanismes d'érosion dans l'avenir.

Annexe A

Configuration et code numérique d'un disque en translation

A.1 Set-up numérique

Dans cette annexe, nous allons détailler le code de la simulation numérique¹. La partie du code permettant de générer les fichiers de résultats et les animations ne sera pas détaillée. L'ensemble du code est accessible à la fin de cette annexe. Par soucis de clarification, l'ordre d'apparition des lignes de code dans la suite ne correspond pas forcément à l'ordre réel dans le corps du code. Le cas décrit cidessous correspond à une simulation de la translation d'un disque en milieu infini pour L = 5,2 cm, D = 10 cm et $\tau = 1$ s.

A.1.1 Initialisation de la simulation

• Tout d'abord, on indique les fichiers de la librairie de Basilisk nécessaire à la simulation. Dans notre cas, il s'agit de

```
1 #include "axi.h"
2 #include "navier-stokes/centered.h"
3 #include "fractions.h"
```

La première ligne indique que la simulation est 3D axisymétrique. Afin de passer à une simulation 2D cartésienne, il faut commenter cette ligne du code. La seconde ligne indique les équations à résoudre et le schéma utilisé. Ici il s'agit des équations de Navier-Stokes avec un schéma centré. Enfin, la dernière ligne est le fichier qui sert à définir le disque et sa position à chaque pas de temps. Cela sera expliqué plus en détails dans la suite.

 Pour ne pas avoir à redéfinir à chaque fois l'expression de la position du disque, on la définit avec

^{1.} Le code de cette simulation reprend deux exemples disponibles dans les sandbox de Stéphane Popinet et de Antoon van Hooft

¹ #define PLATE (1-pow(2*fabs(x-xp)/e,20) - pow(y/R,20))

où x_p correspond à la position moyenne du disque et R à son rayon. Le disque se situe à toutes les valeurs de x et y pour lesquelles l'expression précédente est supérieure à 0. L'équation paramétrique du disque est donc donnée par

$$\left(\frac{2|\mathbf{x} - \mathbf{x}\mathbf{p}|}{\mathbf{e}}\right)^{20} + \left(\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{R}}\right)^{20} < 1.$$
 (A.1)

Cette expression nous permet de définir un rectangle avec des bords légèrement arrondis dans le domaine de simulation. Plus l'exposant dans l'expression est important (ici 20), moins les bords sont arrondis. Dans notre cas, les bords sont légèrement arrondis.

• De même, on définit l'expression de la vitesse du disque à chaque instant t

```
1 #define U_V (U_d*(t<tc)*sin(w*t))
```

Pour rappel, U_d correspond à la vitesse maximale du disque. Dans le cas de la commande ci-dessus, le disque n'effectue qu'une simple translation vers les x croissants. Lorsque t>tc où tc est la demi-période de l'oscillation, la vitesse est nulle et le disque est donc à l'arrêt. Si on souhaite simuler une oscillation complète du disque, il faut dans ce cas supprimer la partie (t<tc).

On va ensuite définir les valeurs des paramètres comme indiqués dans les équations (2.13) à (2.15). Pour rappel, dans l'exemple donné ci-dessous, les variables sont choisies pour un disque de rayon R* = 5 cm et d'épaisseur e* = 2 mm. Le temps de parcours du disque τ* (ce qui correspond à la demi-période d'une oscillation) est de 1 s, soit une période T* de 2 s. On détermine ensuite les variables adimensionnées de la simulation comme suit

$$\begin{aligned} & \texttt{R} = 1, \quad \texttt{T} = 1, \quad \texttt{rho} = 1, \quad \texttt{A} = 2,6/5 = 0,52, \quad \texttt{xp} = -\texttt{A}, \\ & \texttt{e} = 0,2/5 = 0,04, \quad \texttt{w} = 2\pi, \quad \texttt{Reynolds} = \frac{0,05^2}{2 \times 10^{-6}} = 1250. \end{aligned} \tag{A.2}$$

Ce qui donne finalement dans le code

```
1 double R = 1.;
2 double T = 1.;
3 double tc = 0.5;
4 double TFINAL = 1;
5 double Reynolds = 1250.;
6 double A = 0.52;
7 double e = 0.04;
8 double w = 2.*pi;
```

```
9 double xp = -0.52;
10 double U_d;
```

Ici la valeur de la densité du fluide environnant n'est pas spécifiée car sa valeur rho est par défaut égale à 1 dans Basilisk 2 .

• On définit ensuite quelques paramètres de la simulation.

```
1 double L = 8.;
2 int maxlevel = 12;
3 face vector muv[];
4 scalar plt[];
```

où L est la taille du domaine de simulation. Ici le domaine fait donc 8 fois le rayon du disque R. La valeur maxlevel correspond à la puissance de 2 du nombre maximum de mailles par direction. Cela signifie qu'au minimum, une maille aura pour longueur $L/2^{maxlevel}$. La vérification de la convergence du maillage a été détaillé dans le chapitre 2.

Enfin les variables muv et plt[] serviront dans la suite du code à définir la viscosité dynamique et la position du disque à chaque pas de temps.

• La variable de viscosité **muv** est définie dans un événement de propriétés et est récupérée à chaque pas de temps.

```
1 event properties(i++) {
2    foreach_face()
3        muv.x[] = fm.x[]*(1./Reynolds);
4 }
```

Un facteur de métrique de face fm.x[] vient se multiplier à la valeur de la viscosité. Cela permet d'adapter le terme visqueux dans les calculs en axisymétrique. Il faut donc redéfinir la viscosité à chaque pas de temps car le maillage est localement modifié.

• On va ensuite initialiser la simulation avec la fonction main.

```
int main() {
1
     size(L);
2
     origin (-L/2, 0.);
3
     N = 1 << (maxlevel - 3);
4
     mu = muv;
5
     U d = A*w;
6
     DT = 0.05;
\overline{7}
     run();
8
  }
9
```

^{2.} La densité est définie dans le fichier navier-stokes/centered.h

Tout d'abord, l'instruction size(L) indique au programme la taille du domaine de simulation qui sera ici un carré de taille L×L. On place ensuite l'origine en définissant le point en bas à gauche de la simulation qui est ici situé en (-L/2, 0). On peut décaler l'origine afin que le disque soit plus proche des parois. N est une variable globale qui indique la résolution initiale du maillage. La commande indique que $N = 2^9$ (maxlevel-3). On affecte la valeur muv à la variable globale mu qui correspond à la viscosité dynamique. On définit la vitesse du disque U_d et le pas de temps maximal DT qui vaut 0,05T dans cet exemple. Le pas de temps final depend également du nombre de Courant (CFL) qui est fixé à 0,8 dans le code de Basilisk. Le pas de temps final δt est calculé comme

$$\delta t = \min(\text{CFL}|\Delta/v|_{\min}, \delta t_{\max}) \tag{A.3}$$

où Δ est la taille d'une cellule et v la vitesse radiale ou verticale dans cette cellule. Nous avons vérifié la convergence temporelle dans le chapitre 2.

On appelle enfin la fonction **run()** qui fera appel aux différentes fonctions, comme la fonction **init_grid** qui initialise le maillage initial de la simulation et prend en argument la valeur de la variable globale N.

A.1.2 Conditions aux limites et dans le fluide

• On définit ensuite les conditions aux limites. On considère que les frontières de la simulation sont des parois solides en y imposant une condition de non glissement. Ainsi la vitesse tangentielle et normale est nulle aux parois. Cela correspond à une condition de Dirichlet de valeur 0.

On applique également une condition de Neumann de valeur 0 sur la pression au niveau des quatre parois ce qui signifie que le gradient de pression est nul aux limites. On impose ce gradient nul à la fois sur la pression au centre de la maille **p** et sur la pression sur les arrêtes de la maille **pf**.

```
u.n[left] = dirichlet(0);
1
2
  u.t[left] = dirichlet(0);
  p[left]
              = neumann (0.);
3
   pf[left]
               = neumann(0.);
4
5
  u.n[right] = dirichlet(0);
6
  u.t[right] = dirichlet(0);
\overline{7}
  p[right]
             = neumann(0.);
8
   pf[right]
             = neumann (0.);
9
10
  u.t[top] = dirichlet(0);
11
12
  u.n[top] = dirichlet(0);
  p[top]
             = neumann(0.);
13
```

Les conditions aux limites sur la frontière bottom sont définies dans le fichier navier-stokes/centered.h et nous n'avons donc pas besoin de les définir ici. On rappelle ces conditions ici.

• On impose que le fluide est initialement au repos (vitesse nulle partout) et on raffine le maillage autour du disque avec les instructions suivantes

```
1 event init (t = 0)
2 {
3     plt.prolongation = plt.refine = fraction_refine;
4     foreach()
5         u.x[] = 0.;
6 }
```

• On définit un événement moving_plate qui permet de déplacer le disque à chaque pas de temps. Le disque est pris en compte par la méthode de la frontière immergée. Cela signifie qu'à chaque instant, le disque est modélisé par une portion du fluide de viscosité infinie et dont la vitesse est imposée. Le solveur résout ensuite les vitesses de l'écoulement autour et aux frontières du disque. Pour ce faire, on détermine tout d'abord la position du disque xp et on va ensuite forcer les vitesses de l'écoulement dans la partie du fluide où se situe le disque. L'événement est défini comme suit

```
event moving plate (i++)
1
     xp += dt * U V;
2
     fraction(plt, PLATE);
3
4
     foreach(){
       u.y[] *= (1-plt[]);
5
       u.x[] = u.x[]*(1 - plt[]) + plt[]*U_V;
6
     }
\overline{7}
  }
8
```

Le déplacement du disque à chaque pas de temps vaut $dt*U_V$, on met donc à jour la valeur de xp. On redéfinit ensuite la fraction volumique contenant le disque plt. Cette variable vaut 1 dans le disque et 0 en dehors (fluide). Cela nous permet d'imposer les vitesse à l'intérieur du disque, c'est-à-dire là où plt vaut 1. Ainsi, la vitesse u.y[] est nulle dans le disque et ne change pas dans le fluide. La vitesse u.x[] ne change pas si on est en-dehors du disque (u.x[]*(1-plt[])) et est égale à la vitesse de déplacement du disque U_V à l'intérieur du disque $(plt[]*U_V)$. Une fois l'écoulement imposé dans le disque, le programme résout le fluide en prenant en compte ces nouvelles conditions.

A.1.3 Maillage adaptatif

• Enfin, on fait appel à un dernier évènement **adapt** permettant de faire l'opération de maillage adaptatif de la simulation.

```
1 event adapt (i++) {
2     adapt_wavelet ({plt,u.x,u.y}, (double[]) {0.005,3e-3,3e-3},
     maxlevel, 4);
3 }
```

Cette partie du code indique que le maillage est raffiné tant que l'estimation des erreurs numériques dépassent une certaine valeur. Plus précisément, les erreurs portent ici sur la position du disque plt[] et les vitesses selon x et y u.x et u.y. Tant que l'erreur sur la position du disque est supérieure à 0,005 ou que l'erreur sur les vitesses du fluide est supérieure à $3 \cdot 10^{-3}$, le maillage est raffiné. Le niveau de raffinement se situe entre 2^4 et $2^{maxlevel}$. La taille des mailles peut également augmenter si l'erreur obtenue est très faible comparé aux erreurs seuils en position et en vitesse. On a vérifié que l'erreur indiquée dans adapt_wavelet est suffisamment petite. Pour cela, on a diminué d'un facteur 10 les erreurs seuils et on a remarqué que les résultats étaient inchangés. Une visualisation du niveau de maillage en nuances de couleurs est illustrée sur la figure 2.14.

A.2 Vérification de la simulation : simulation d'un anneau tourbillonnaire

Afin de vérifier que la simulation axisymétrique fonctionne correctement, on procède à deux vérifications permettant de s'assurer de l'effet de la viscosité et que l'axisymétrie du vortex est bien respectée. Ces vérifications sont effectuées sur une simulation dans laquelle on insère un anneau tourbillonnaire à l'instant initial qu'on laisse évoluer librement (sans disque)³.

Tout d'abord, afin de s'assurer que la viscosité est bien définie, on vérifie que la dissipation de l'énergie cinétique E vérifie la relation suivante ([78], p. 169)

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \dot{E} = -\nu\epsilon,\tag{A.4}$$

où E est l'énergie cinétique et ϵ est l'enstrophie définies telles que

$$E = \frac{1}{2} \int_{S} ||u||^2 \mathrm{d}S, \quad \epsilon = \int_{S} ||\omega||^2 \mathrm{d}S. \tag{A.5}$$

La figure A.1(a) représente l'évolution temporelle du rapport $-\nu\epsilon/\dot{E}$. On trouve que ce rapport vaut en moyenne 0,95, ce qui est très proche de 1 et confirme que l'éffet de la viscosité est correctement simulé.

^{3.} Le code utilisé pour cette simulation reprend l'exemple donné à l'adresse suivante http://basilisk.fr/sandbox/bugs/vortex_ring.c



FIGURE A.1 – (a) Valeur du rapport $-\nu\epsilon/\dot{E}$ en fonction du temps dans la simulation (-) par rapport à la théorie (- -) égale à 1. (b) Position du vortex au cours du temps dans la simulation (-) et position théorique $x = -0.05 + v_{\text{ring}}t$ (- -).

Enfin, on peut vérifier que l'axisymétrie de la simulation est bien respectée en calculant la vitesse d'advection de l'anneau tourbillonnaire. Dans la simulation, la circulation du vortex est égale à $\Gamma = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ et le rayon de l'anneau tourbillonnaire $R_{\text{ring}} = 0.05$ m. Le rayon du vortex vaut quant à lui a = 5 mm. La vitesse d'auto-advection du vortex est définie alors :

$$v_{\rm ring} = \frac{\Gamma}{4\pi R_{\rm ring}} \left[\ln\left(\frac{8R_{\rm ring}}{a}\right) - 0.558 \right] = 1.6 \text{ mm/s}$$
(A.6)

Comme l'illustre la figure A.1(b), la vitesse d'advection de l'anneau tourbillonnaire est bien reproduite dans la simulation. En effet, la vitesse d'advection de l'anneau tourbillonnaire au cours du temps est en très bon accord avec sa vitesse auto-induite de l'équation (A.6).

A.3 Code numérique complet

```
1
   /**
2
3
   An example of axisymmetric viscous flow around a simple solid boundary
4
       (a disk) in movement.
5
   We use the centered Navier-Stokes solver, with immersed boundaries. */
6
7
  #include "axi.h"
8
  #include "navier-stokes/centered.h"
9
  #include "fractions.h"
10
11
12
  #define PLATE (1-\text{pow}(2*\text{fabs}(x-xp)/e, 20) - \text{pow}(y/R, 20))
  #define U_V (U_d*(t < tc)*sin(w*t))
13
14
   double R = 1.;
15
```

```
16 double T = 1.;
   double tc = 0.5;
17
   double TFINAL = 1;
18
   double A = 0.28 * R;
19
  double e = 0.04 * R;
20
21 double w = 2.* pi/T;
  double U_d = A*w;
22
23 double xp = -0.28 R;
_{24} double Reynolds = 750.;
_{25} int maxlevel = 12;
  double L = 8.;
26
  face vector muv[];
27
28 scalar plt [];
  int num;
29
  int numVel;
30
31
   // We define the initial simulation domain and mesh
32
33
   int main() {
34
     size(L);
35
     origin (-L/2, 0.);
36
     N = 1 << (maxlevel-3);
37
     mu = muv;
38
     DT = 0.05;
39
     \operatorname{run}();
40
   }
^{41}
42
   // We update the valeur of the dynamic viscosity
43
   event properties(i++) {
44
     foreach_face()
45
       \operatorname{muv.x}[] = \operatorname{fm.x}[] * (1. / \operatorname{Reynolds});
46
   }
47
48
   // We set the boundary conditions
49
50
   u.n[left] = dirichlet(0);
51
   u.t[left] = dirichlet(0);
52
   p[left] = neumann(0.);
53
   pf[left] = neumann(0.);
54
55
   u.n[right] = dirichlet(0);
56
   u.t[right] = dirichlet(0);
57
  p[right] = neumann(0.);
58
   pf[right] = neumann(0.);
59
60
  u.t[top] = dirichlet(0);
61
   u.n[top] = dirichlet(0);
62
             = neumann (0.);
   p[top]
63
64
   // We initiate the domain
65
  event init (t = 0)
66
67 {
     plt.prolongation = plt.refine = fraction_refine;
68
     foreach()
69
       u.x[] = 0.;
70
71 }
```

```
202
```

```
72
    // We move the disk/plate in 2D
73
    event moving_plate(i++){
74
      xp += dt *U_V;
75
      fraction(plt, PLATE);
76
      foreach(){
77
        u.y[] *= (1-plt[]);
78
        u.x[] = u.x[]*(1 - plt[]) + plt[]*UV;
79
      }
80
    }
81
82
   // Velocity files
83
84
    event logfileVelocity (t+=T/300., t<=TFINAL)
85
   {
86
      numVel = numVel + 1;
87
      char filename [ FILENAME_MAX ];
88
      sprintf(filename, "fieldVel%d.txt",numVel);
89
      puts(filename);
90
      FILE *fp = fopen (filename, "w");
91
      foreach()
92
        fprintf(fp, "%f %f %f %f %f \n",x,y,u.x[],u.y[]);
93
   }
^{94}
95
    // Vorticity files
96
    event logfileOmega (t = T/300., t = TFINAL)
97
    {
98
      num = num + 1;
99
      char filename [ FILENAME_MAX ];
100
      sprintf(filename, "field%d.txt",num);
101
      puts(filename);
102
      scalar omega[];
103
      FILE *fp = fopen (filename, "w");
104
      vorticity (u, omega);
105
      foreach()
106
        fprintf(fp, "%f %f %f %f %f \n", x, y, omega[], Delta);
107
108
    }
109
110
111
    // We adapt according to the error on the immersed geometry and
112
        velocity.
113
    event adapt (i++) {
114
      adapt_wavelet ({plt, u.x, u.y}, (double[]) {0.005, 3e-3, 3e-3}, maxlevel,
115
       4); //cs \{3e-20\}
116 }
```
Annexe B

Fichier de simulation pour une plaque (2D) en translation

```
1
   /**
\mathbf{2}
3
  An example of 2D viscous flow around a simple solid boundary (a plate)
4
      in movement
5
  We use the centered Navier-Stokes solver, with immersed boundaries. */
6
7
  #include "navier-stokes/centered.h"
8
  #include "fractions.h"
9
10
11 #define PLATE (1-pow(2*fabs(x-xp)/e, 20) - pow(y/R, 20))
  #define U_V (U_d*(t < tc)*sin(w*t))
12
13
  double R = 1.;
14
15 double T = 1.;
16 double tc = 0.5;
17 double TFINAL = 1;
18 double A = 0.28 * R;
19 double e = 0.04 * R;
20 double w = 2.* pi/T;
<sup>21</sup> double U_d = A*w;
22 double xp = -0.28;
_{23} double Reynolds = 500.;
_{24} int maxlevel = 12;
_{25} double L = 8.;
26 face vector muv[];
27 scalar plt [];
   int num;
28
  int numVel;
29
30
  // We degine the initial simulation domain and mesh
31
32
33
  int main() \{
    size(L);
34
     origin (-L/2, -L/2);
35
     N = 1 << (maxlevel - 3);
36
```

```
const face vector muv[] = \{1/Reynolds, 1/Reynolds\};
37
     mu = muv;
38
     DT = 0.05;
39
     run();
40
   }
41
42
  // We set the boundary conditions
43
  u.n[left] = dirichlet(0);
44
  u.t[left] = dirichlet(0);
45
   p[left] = neumann(0.);
46
             = \operatorname{neumann}(0.);
   pf[left]
47
48
  u.n[right] = dirichlet(0);
49
  u.t[right] = dirichlet(0);
50
  p[right] = neumann(0.);
51
   pf[right] = neumann(0.);
52
53
  u.t[top] = dirichlet(0);
54
   u.n[top] = dirichlet(0);
55
            = neumann (0.);
  p[top]
56
57
  u.t[bottom] = dirichlet(0);
58
   u.n[bottom] = dirichlet(0);
59
   p[bottom] = neumann(0.);
60
61
   // We initiate the domain
62
   event init (t = 0)
63
  {
64
     plt.prolongation = plt.refine = fraction_refine;
65
     //We set the initial velocity field.
66
     foreach()
67
       u.x[] = 0.;
68
   }
69
70
   // We move the plate in 2D
71
   event moving_plate(i++){
72
     xp += dt *U_V;
73
     fraction(plt, PLATE);
74
     foreach(){
75
       u.y[] *= (1-plt[]);
76
       u.x[] = u.x[]*(1 - plt[]) + plt[]*U_V;
77
78
     }
   }
79
80
   // Velocity files
81
   event logfileVelocity (t+=T/300., t<=TFINAL)
82
   {
83
     numVel = numVel + 1;
84
     char filename [ FILENAME_MAX ];
85
     sprintf(filename, "fieldVel%d.txt",numVel);
86
     puts(filename);
87
     FILE *fp = fopen (filename, "w");
88
89
     foreach()
        fprintf(fp, "%f %f %f %f %f \n",x,y,u.x[],u.y[]);
90
  }
^{91}
^{92}
```

206

```
93
    // Vorticity files
^{94}
    event logfileOmega (t+=T/300., t<=TFINAL)
95
   {
96
      num = num + 1;
97
      char filename [ FILENAME_MAX ];
98
      sprintf(filename, "field%d.txt",num);
99
      puts(filename);
100
      scalar omega[];
101
        FILE *fp = fopen (filename, "w");
102
      vorticity (u, omega);
103
        foreach()
104
        fprintf(fp, "%f %f %f %f %f \n", x, y, omega[], Delta);
105
      }
106
107
108
    // We adapt according to the error on the embedded geometry and
109
       velocity.
110
    event adapt (i++) {
111
      adapt_wavelet ({plt, u.x, u.y}, (double[]) {0.005, 3e-3, 3e-3}, maxlevel,
112
       4);
113
   }
```

Bibliographie

- M. Abid et A. Verga. Stability of a vortex sheet roll-up. *Physics of Fluids*, 14(11):3829–3834, Nov. 2002. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/1. 1502660.
- [2] E. Achenbach. Vortex shedding from spheres. Journal of Fluid Mechanics, 62(2) :209–221, Jan. 1974. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/ S0022112074000644.
- [3] B. Andreotti, Y. Forterre, et O. Pouliquen. Les milieux granulaires : entre fluide et solide. Cnrs edition, 2011.
- [4] L. Anton. Ausbildung eines wirbels an der kante einer platte. Ingenieur-Archiv, 10(6):411-427, 1939.
- [5] P. Aussillous, J. Chauchat, M. Pailha, M. Médale, et l. Guazzelli. Investigation of the mobile granular layer in bedload transport by laminar shearing flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 736:594–615, Dec. 2013. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/jfm.2013.546.
- [6] S. Badr, G. Gauthier, et P. Gondret. Erosion threshold of a liquid immersed granular bed by an impinging plane liquid jet. *Physics of Fluids*, 26(2) :023302, Feb. 2014. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.4863989.
- S. Badr, G. Gauthier, et P. Gondret. Crater jet morphology. *Physics of Fluids*, 28(3):033305, Mar. 2016. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/1.4943160.
- [8] A. Barrero-Gil, S. Pindado, et S. Avila. Extracting energy from vortex-induced vibrations : a parametric study. *Applied Mathematical Modelling*, 36(7) :3153– 3160, 2012.
- [9] E. Berger, D. Scholz, et M. Schumm. Coherent vortex structures in the wake of a sphere and a circular disk at rest and under forced vibrations. *Journal* of *Fluids and Structures*, 4(3) :231–257, May 1990. ISSN 08899746. doi : 10.1016/S0889-9746(05)80014-3.
- [10] T. Berger. Érosion générée par l'impact d'un anneau tourbillonaire., 2023.
- [11] N. Bethke et S. B. Dalziel. Resuspension onset and crater erosion by a vortex ring interacting with a particle layer. *Physics of Fluids*, 24(6) :063301, June 2012. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/1.4716000.

- [12] P. Billant et J.-M. Chomaz. Experimental evidence for a new instability of a vertical columnar vortex pair in a strongly stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 418 :167–188, Sept. 2000. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10. 1017/S0022112000001154.
- [13] H. M. Blackburn et R. D. Henderson. A study of two-dimensional flow past an oscillating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 385 :255–286, Apr. 1999. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112099004309.
- [14] F. Bottausci et P. Petitjeans. Visualizations of Vortex Filaments. *Physics of Fluids*, 14(9) :S13–S13, 09 2002. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.4739203.
- [15] R. G. Bottom II, I. Borazjani, E. L. Blevins, et G. V. Lauder. Hydrodynamics of swimming in stingrays : numerical simulations and the role of the leadingedge vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 788 :407–443, Feb. 2016. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2015.702.
- [16] T. Brembilla. Effet du nombre de reynolds sur la formation d'un anneau tourbillonnaire., 2023.
- [17] P. Brousseau, M. Benaouicha, et S. Guillou. Fluid-structure interaction effects on the deformable and pitching plate dynamics in a fluid flow. *Applied Ocean Research*, 113 :102720, Aug. 2021. ISSN 01411187. doi : 10.1016/j.apor.2021. 102720.
- [18] J. M. Buffington et D. R. Montgomery. A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers. Water Resources Research, 33(8) :1993–2029, Aug. 1997. ISSN 00431397. doi : 10.1029/96WR03190.
- [19] J. Carberry, J. Sheridan, et D. Rockwell. Forces and wake modes of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 15(3-4) :523–532, Apr. 2001. ISSN 08899746. doi : 10.1006/jfls.2000.0363.
- [20] K. A. Corn, S. C. Farina, A. P. Summers, et A. C. Gibb. Effects of organism and substrate size on burial mechanics of English sole, *Parophrys vetulus*. *Journal of Experimental Biology*, page jeb.176131, Jan. 2018. ISSN 1477-9145, 0022-0949. doi: 10.1242/jeb.176131.
- [21] J. O. Dabiri. Optimal vortex formation as a unifying principle in biological propulsion. Annual Review of Fluid Mechanics, 41:311–331, 2009.
- [22] J. O. Dabiri et M. Gharib. Delay of vortex ring pinchoff by an imposed bulk counterflow. *Physics of Fluids*, 16(4) :L28–L30, Apr. 2004. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.1669353.
- [23] J. O. Dabiri, S. P. Colin, et J. H. Costello. Fast-swimming hydromedusae exploit velar kinematics to form an optimal vortex wake. *Journal of Experimental Biology*, 209(11) :2025–2033, June 2006. ISSN 1477-9145, 0022-0949. doi: 10.1242/jeb.02242.

- [24] T. Day. A study of the transport of graded sediments., 1980.
- [25] B. de Bernardinis, J. M. R. Graham, et K. H. Parker. Oscillatory flow around disks and through orifices. *Journal of Fluid Mechanics*, 102 :279–299, Jan. 1981. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112081002644.
- [26] I. Delbende et M. Rossi. The dynamics of a viscous vortex dipole. *Physics of Fluids*, 21(7), July 2009. ISSN 1070-6631.
- [27] I. Delbende et M. Rossi. Lecture notes on vortex dynamics, 2020-21.
- [28] J. Deng, L. Teng, C. P. Caulfield, et X. Mao. Instabilities of interacting vortex rings generated by an oscillating disk. *Physical Review E*, 94(3) :033107, Sept. 2016. ISSN 2470-0045, 2470-0053. doi: 10.1103/PhysRevE.94.033107.
- [29] R. G. Diana. Dynamique des tourbillons pancake en milieu stratifié : diffusion et interaction ondes-tourbillons. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2004.
- [30] N. Didden. On the formation of vortex rings : Rolling-up and production of circulation. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP, 30(1): 101–116, Jan. 1979. ISSN 0044-2275, 1420-9039. doi : 10.1007/BF01597484.
- [31] S. Dong et G. Karniadakis. DNS of flow past a stationary and oscillating cylinder at. *Journal of Fluids and Structures*, 20(4) :519–531, May 2005. ISSN 08899746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2005.02.004.
- [32] D. Doppler. Stabilité et dynamique de pentes granulaires sous-marines. PhD thesis, ENSTA ParisTech, 2005.
- [33] I. Eames et S. B. Dalziel. Dust resuspension by the flow around an impacting sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 403 :305–328, Jan. 2000. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112099007120.
- [34] F. G. Ergin. Experimental investigation of vortex ring shedding from oscillating disc. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 27(4): 458–464, 2021. ISSN 1300-7009. doi: 10.5505/pajes.2020.34711.
- [35] M. Ezoji, N. Shabakhty, et L. Tao. Hydrodynamic damping of solid and perforated heave plates oscillating at low KC number based on experimental data : A review. *Ocean Engineering*, 253 :111247, June 2022. ISSN 00298018. doi : 10.1016/j.oceaneng.2022.111247.
- [36] A. L. Facci et M. Porfiri. Analysis of three-dimensional effects in oscillating cantilevers immersed in viscous fluids. *Journal of Fluids and Structures*, 38 : 205–222, Apr. 2013. ISSN 08899746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2012.11.006.
- [37] H. V. Fuchs, E. Mercker, et U. Michel. Large-scale coherent structures in the wake of axisymmetric bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, 93(1) :185–207, July 1979. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112079001841.

- [38] L. Gao et S. C. M. Yu. Formation of Leading Vortex Pair in Two-Dimensional Starting Jets. AIAA Journal, 54(4) :1364–1369, Apr. 2016. ISSN 0001-1452, 1533-385X. doi : 10.2514/1.J054485.
- [39] C. A. Garrido-Mendoza, K. P. Thiagarajan, A. Souto-Iglesias, A. Colagrossi, et B. Bouscasse. Computation of flow features and hydrodynamic coefficients around heave plates oscillating near a seabed. *Journal of Fluids and Structures*, 59:406–431, Nov. 2015. ISSN 08899746. doi : 10.1016/j.jfluidstructs.2015.10. 003.
- [40] M. Gharib, E. Rambod, et K. Shariff. A universal time scale for vortex ring formation. *Journal of Fluid Mechanics*, 360 :121–140, 1998.
- [41] R. Godoy-Diana, C. Marais, J.-L. Aider, et J. E. Wesfreid. A model for the symmetry breaking of the reverse Benard-von Karman vortex street produced by a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics*, 622 :23–32, Mar. 2009. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112008005727. arXiv :0812.4137 [physics].
- [42] S. D. Guleria et D. V. Patil. Experimental investigations of crater formation on granular bed subjected to an air-jet impingement. *Physics of Fluids*, 32 (5):053309, May 2020. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/5.0006613.
- [43] E. Guyon, J.-P. Hulin, et P. Luc. *Hydrodynamique physique*. CNRS Edition, 2012.
- [44] M. Hettel, F. Wetzel, P. Habisreuther, et H. Bockhorn. Numerical verification of the similarity laws for the formation of laminar vortex rings. *Journal of Fluid Mechanics*, 590 :35–60, 2007. doi : 10.1017/S0022112007007677.
- [45] H. Higuchi. Wake behind a circular disk in unsteady and steady incoming streams. In 11th Aerodynamic Decelerator Systems Technology Conference, San Diego, CA, U.S.A., Apr. 1991. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.1991-852.
- [46] H. Higuchi, H. Balligand, et J. Strickland. Numerical and experimental investigations of the flow over a disk undergoing unsteady motion. *Journal of Fluids and Structures*, 10(7):705–719, Oct. 1996.
- [47] T. Hou, G. Stredie, et T. Wu. A 3d numerical method for studying vortex formation behind a moving plate. *Communications in Computational Physics*, 1, 04 2006.
- [48] A. Ihara et H. Watanabe. On the Flow Around Flexible Plates, Oscillating with Large Amplitude. *Journal of Fluids and Structures*, 8(6):601–619, Aug. 1994. ISSN 08899746. doi: 10.1006/jfls.1994.1030.
- [49] M.-D. Z. Jie-Zhi Wu, Hui-Yang Ma. Vorticity and Vortex Dynamics. Springer Berlin, Heidelberg, 2007.

- [50] H. Johari et K. Stein. Near wake of an impulsively started disk. *Physics of Fluids*, 14(10) :3459–3474, Oct. 2002. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.1502267.
- [51] H. Kaden. Aufwicklung einer unstabilen unstetigkeitsfläche. Ingenieur-Archiv, 2(2):140–168, 1931.
- [52] D. Kaftori, G. Hetsroni, et S. Banerjee. Particle behavior in the turbulent boundary layer. I. Motion, deposition, and entrainment. *Phys. Fluids*, 7(5): 13, 1995.
- [53] D. Kaftori, G. Hetsroni, et S. Banerjee. Particle behavior in the turbulent boundary layer. II. Velocity and distribution profiles. *Physics of Fluids*, 7(5): 1107–1121, 05 1995. doi: 10.1063/1.868552.
- [54] H. Kawase, Y. Okata, et K. Ito. Role of Huge Geometric Circular Structures in the Reproduction of a Marine Pufferfish. *Scientific Reports*, 3(1):2106, July 2013. ISSN 2045-2322. doi: 10.1038/srep02106.
- [55] H. E. Khalifa et B. Elhadidi. Particle Levitation Due to a Uniformly Descending Flat Object. Aerosol Science and Technology, 41(1):33–42, Feb. 2007. ISSN 0278-6826, 1521-7388. doi: 10.1080/02786820601064857.
- [56] I. Kim et A. J. Pearlstein. Stability of the flow past a sphere. Journal of Fluid Mechanics, 211 :73–93, Feb. 1990. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112090001501.
- [57] P. Koumoutsakos et D. Shiels. Simulations of the viscous flow normal to an impulsively started and uniformly accelerated flat plate. *Journal of Fluid Mechanics*, 328 :177–227, 1996. doi: 10.1017/S0022112096008695.
- [58] W. Kramer, H. J. H. Clercx, et G. J. F. van Heijst. Vorticity dynamics of a dipole colliding with a no-slip wall. *Physics of Fluids*, 19(12) :126603, Dec. 2007.
- [59] R. Krasny. Desingularization of periodic vortex sheet roll-up. Journal of Computational Physics, 65(2) :292–313, Aug. 1986. ISSN 00219991. doi : 10.1016/0021-9991(86)90210-X.
- [60] P. S. Krueger, J. O. Dabiri, et M. Gharib. Vortex ring pinchoff in the presence of simultaneously initiated uniform background co-flow. *Physics of Fluids*, 15 (7):L49–L52, July 2003. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/1.1584436.
- [61] P. S. Krueger, J. O. Dabiri, et M. Gharib. The formation number of vortex rings formed in uniform background co-flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 556 : 147, June 2006. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112006009347.
- [62] C.-H. Krutzsch. Über eine experimentell beobachtete Erscheinung an Wirbelringen bei ihrer translatorischen Bewegung in wirklichen Flüssigkeiten. Annalen der Physik, 427(6):497–523, 1939. ISSN 00033804, 15213889. doi : 10.1002/andp.19394270604.

- [63] S. Kuang, C. LaMarche, J. Curtis, et A. Yu. Discrete particle simulation of jet-induced cratering of a granular bed. *Powder Technology*, 239 :319–336, May 2013. ISSN 00325910. doi : 10.1016/j.powtec.2013.02.017.
- [64] Y. Kubota et H. Higuchi. Aerodynamic Particle Resuspension Due to Human Foot and Model Foot Motions. Aerosol Science and Technology, 47(2) :208– 217, Feb. 2013. ISSN 0278-6826, 1521-7388. doi : 10.1080/02786826.2012. 742486.
- [65] Y. Kubota, J. W. Hall, et H. Higuchi. An Experimental Investigation of the Flowfield and Dust Resuspension Due to Idealized Human Walking : Disk Model. In Volume 2 : Fora, Parts A and B, pages 753–758, San Diego, California, USA, Jan. 2007. ASMEDC. ISBN 978-0-7918-4289-8 978-0-7918-3805-1. doi : 10.1115/FEDSM2007-37584.
- [66] Y. Kubota, J. W. Hall, et H. Higuchi. An Experimental Investigation of the Flowfield and Dust Resuspension Due to Idealized Human Walking. *Journal* of Fluids Engineering, 131(8):081104, Aug. 2009. ISSN 0098-2202, 1528-901X. doi: 10.1115/1.3176962.
- [67] L. La Ragione, K. Laurent, J. T. Jenkins, et G. P. Bewley. Bedforms produced on a particle bed by vertical oscillations of a plate. *Phys. Rev. Lett.*, 123 : 058501, Aug 2019. doi : 10.1103/PhysRevLett.123.058501.
- [68] F. Lachaussée, Y. Bertho, C. Morize, A. Sauret, et P. Gondret. Competitive dynamics of two erosion patterns around a cylinder. *Physical Review Fluids*, 3(1) :012302, Jan. 2018. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.3. 012302.
- [69] F. Lachaussee. Érosion et transport de particules au voisinage d'un obstacle. PhD thesis, 2018.
- [70] K. M. Lam et C. T. Wei. Numerical Simulation of Vortex Shedding from an Inclined Flat Plate. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 4(4) :569–579, Jan. 2010. ISSN 1994-2060, 1997-003X. doi: 10.1080/19942060.2010.11015342.
- [71] K. M. Lam, J. C. Hu, et P. Liu. Vortex formation processes from an oscillating circular cylinder at high Keulegan–Carpenter numbers. *Physics of Fluids*, 22 (1):015105, Jan. 2010. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/1.3291069.
- [72] C. Q. LaMarche et J. S. Curtis. Cratering of a particle bed by a subsonic turbulent jet : Effect of particle shape, size and density. *Chemical Engineering Science*, 138 :432–445, Dec. 2015. ISSN 00092509. doi : 10.1016/j.ces.2015.08. 030.
- [73] H. Lamb. Hydrodynamics, 4th Edition. Cambridge university press edition.

- [74] J. W. Lavelle et H. O. Mofjeld. Do Critical Stresses for Incipient Motion and Erosion Really Exist? *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(3) :370–385, Mar. 1987. ISSN 0733-9429, 1943-7900. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9429(1987) 113:3(370).
- [75] LaVision. Davis, 2016. Version 8.2. Available at https://www.lavision.de/fr/products/davis-software/.
- [76] S. Le Dizès et A. Verga. Viscous interactions of two co-rotating vortices before merging. *Journal of Fluid Mechanics*, 467 :389–410, Sept. 2002.
- [77] C. Lepage, T. Leweke, et A. Verga. Spiral shear layers : Roll-up and incipient instability. *Physics of Fluids*, 17(3), 03 2005. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/ 1.1863249.
- [78] M. Lesieur. Turbulence in fluids. Kuwer Academic Publishers, 1997.
- [79] T. Leweke et C. H. K. Williamson. Cooperative elliptic instability of a vortex pair. Journal of Fluid Mechanics, 360 :85–119, Apr. 1998. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112097008331.
- [80] T. Leweke, M. Provansal, D. Ormières, et R. Lebescond. Vortex Dynamics in the Wake of a Sphere. *Physics of Fluids*, 11(9) :S12–S12, 09 1999. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.4739162.
- [81] R. Li, L. Jia, et Q. Xiao. A study of vortex ring generation by a circular disc with its application in bionic investigation. In *ICMT 2014*, GBR, July 2014.
- [82] Q. Lian et Z. Huang. Starting flow and structures of the starting vortex behind bluff bodies with sharp edges. *Experiments in Fluids*, 8 :95–103, 1989.
- [83] T. T. Lim. An experimental study of a vortex ring interacting with an inclined wall. *Experiments in Fluids*, 7(7):453–463, July 1989.
- [84] P. F. Linden et J. S. Turner. The formation of 'optimal' vortex rings, and the efficiency of propulsion devices. *Journal of Fluid Mechanics*, 427 :61–72, Jan. 2001. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112000002263.
- [85] T. Loiseleux, P. Gondret, M. Rabaud, et D. Doppler. Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Physics of Fluids*, 17(10) :103304, 2005. ISSN 10706631. doi : 10.1063/1. 2109747.
- [86] X.-Y. Lu et C. Dalton. Calculation of the timing of vortex formation from an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, 10(5):527–541, July 1996. ISSN 08899746. doi: 10.1006/jfls.1996.0035.
- [87] P. Luchini et R. Tognaccini. The start-up vortex issuing from a semi-infinite flat plate. Journal of Fluid Mechanics, 455 :175–193, 2002.

- [88] P. Luchini et R. Tognaccini. Viscous and inviscid simulations of the start-up vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 813:53–69, 2017.
- [89] Luchini, P. et Tognaccini, R. Comparison of viscous and inviscid numerical simulations of the start-up vortex issuing from a semi-infinite flat plate. *ESAIM : Proc.*, 7 :247–257, 1999. doi : 10.1051/proc:1999023. URL https: //doi.org/10.1051/proc:1999023.
- [90] C. Manes et M. Brocchini. Local scour around structures and the phenomenology of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 779 :309–324, Sept. 2015. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2015.389.
- [91] R. Martino, I. Toriggia, A. Paterson, et M. Piva. To-and-fro motion of a submerged plate above an erodible bed. *Environmental Fluid Mechanics*, 18(4) :787–805, Aug. 2018. ISSN 1567-7419, 1573-1510. doi : 10.1007/ s10652-017-9559-3.
- [92] N. Masuda, J. Yoshida, B. Ito, T. Furuya, et O. Sano. Collision of a vortex ring on granular material. Part I. Interaction of the vortex ring with the granular layer. *Fluid Dynamics Research*, 44(1) :015501, Feb. 2012. ISSN 0169-5983, 1873-7005. doi : 10.1088/0169-5983/44/1/015501.
- [93] T. Maxworthy. Some experimental studies of vortex rings. Journal of Fluid Mechanics, 81(03) :465, July 1977. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/ S0022112077002171.
- [94] A. McKee, I. MacDonald, S. C. Farina, et A. P. Summers. Undulation frequency affects burial performance in living and model flatfishes. *Zoology*, 119 (2):75–80, Apr. 2016. ISSN 09442006. doi: 10.1016/j.zool.2015.12.004.
- [95] L. Mädler et W. Koch. Particle resuspension burst from dust layers induced by impacting objects. Journal of Aerosol Science, 30 :S731-S732, 1999. ISSN 0021-8502. doi : https://doi.org/10.1016/S0021-8502(99) 80376-0. URL https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S0021850299803760. Proceedings of the 1999 European Aerosol Conference.
- [96] A. Menzer, Y. Gong, F. E. Fish, et H. Dong. Bio-inspired propulsion : Towards understanding the role of pectoral fin kinematics in manta-like swimming. *Biomimetics*, 7(2) :45, 2022.
- [97] P. Meunier et T. Leweke. Elliptic instability of a co-rotating vortex pair. Journal of Fluid Mechanics, 533 :125–159, 2005.
- [98] J. J. Miau, T. S. Leu, T. W. Liu, et J. H. Chou. On vortex shedding behind a circular disk. *Experiments in Fluids*, 23(3) :225–233, July 1997. ISSN 0723-4864, 1432-1114. doi: 10.1007/s003480050106.
- [99] S. Michelin, S. G. Llewellyn Smith, et B. J. Glover. Vortex shedding model of a flapping flag. *Journal of Fluid Mechanics*, 617 :1–10, Dec. 2008. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112008004321.

- [100] K. Mohseni et M. Gharib. A model for universal time scale of vortex ring formation. *Physics of Fluids*, 10(10) :2436–2438, Oct. 1998. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.869785.
- [101] B. Molin, F. Remy, et T. Rippol. Experimental study of the heave added mass and damping of solid and perforated disks close to the free surface. 2007.
- [102] D. W. Moore et P. G. Saffman. Structure of a line vortex in an imposed strain. In J. H. Olsen, editor, *Aircraft Wake Turbulence and Its Detection*, pages 339–354, Boston, MA, 1971.
- [103] J. Moubogha Moubogha, U. Ehrenstein, et J. A. Astolfi. Forces on a pitching plate : An experimental and numerical study. *Applied Ocean Research*, 69 : 27–37, Dec. 2017. ISSN 01411187. doi : 10.1016/j.apor.2017.09.003.
- [104] A. Mujal-Colilles, S. B. Dalziel, et A. Bateman. Vortex rings impinging on permeable boundaries. *Physics of Fluids*, 27(1) :015106, Jan. 2015. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.4906504.
- [105] R. J. Munro. The interaction of a vortex ring with a sloped sediment layer : Critical criteria for incipient grain motion. *Physics of Fluids*, 24(2) :026604, Feb. 2012. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.3683555.
- [106] R. J. Munro, N. Bethke, et S. B. Dalziel. Sediment resuspension and erosion by vortex rings. *Physics of Fluids*, 21(4) :046601, Apr. 2009. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.3083318.
- [107] T. Nagel, J. Chauchat, C. Bonamy, X. Liu, Z. Cheng, et T.-J. Hsu. Threedimensional scour simulations with a two-phase flow model. Advances in Water Resources, 138 :103544, 2020. ISSN 0309-1708. doi : https://doi.org/10.1016/ j.advwatres.2020.103544.
- [108] A. M. Naguib et M. M. Koochesfahani. On wall-pressure sources associated with the unsteady separation in a vortex-ring/wall interaction. *Physics of Fluids*, page 11, 2004.
- [109] R. Natarajan et A. Acrivos. The instability of the steady flow past spheres and disks. *Journal of Fluid Mechanics*, 254 :323–344, Sept. 1993. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112093002150.
- [110] J. W. Newbolt, J. Zhang, et L. Ristroph. Flow interactions between uncoordinated flapping swimmers give rise to group cohesion. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 116(7):2419–2424, Feb. 2019. ISSN 0027-8424, 1091-6490. doi: 10.1073/pnas.1816098116.
- [111] M. Nitsche. Scaling properties of vortex ring formation at a circular tube opening. *Physics of Fluids*, 8(7) :1848–1855, July 1996. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.868967.
- [112] Z. Niu. Érosion par émission de vortex., 2022.

- [113] A. N. Nuriev, A. M. Kamalutdinov, et A. G. Egorov. A numerical investigation of fluid flows induced by the oscillations of thin plates and evaluation of the associated hydrodynamic forces. *Journal of Fluid Mechanics*, 874 :1057–1095, Sept. 2019. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2019.477.
- [114] Y. Ohya, Y. Nakamura, S. Ozono, H. Tsuruta, et R. Nakayama. A numerical study of vortex shedding from flat plates with square leading and trailing edges. *Journal of Fluid Mechanics*, 236 :445–460, Mar. 1992. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112092001472.
- [115] P. Orlandi. Vortex dipole rebound from a wall. Physics of Fluids A : Fluid Dynamics, 2(8) :1429–1436, Aug. 1990.
- [116] P. Orlandi et R. Verzicco. Vortex rings impinging on walls : axisymmetric and three-dimensional simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 256 :615–646, Nov. 1993.
- [117] M. Ouriemi, P. Aussillous, M. Medale, Y. Peysson, et l. Guazzelli. Determination of the critical Shields number for particle erosion in laminar flow. *Physics of Fluids*, 19(6) :061706, June 2007. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.2747677.
- [118] J. Panda et K. Zaman. Experimental investigation of the flowfield of an oscillating airfoil. In 10th Applied Aerodynamics Conference, Palo Alto, CA, U.S.A., June 1992. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi : 10.2514/6.1992-2622.
- [119] H. Pao et T. W. Kao. Vortex structure in the wake of a sphere. Physics of Fluids, 1977.
- [120] G. Pedrizzetti. Vortex formation out of two-dimensional orifices. Journal of Fluid Mechanics, 655 :198–216, July 2010. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112010000844.
- [121] S. Pellerin et A. Giovannini. Interaction vortex boundary layer : numerical study of wall mechanisms. ESAIM : Proceedings, 7 :325–334, 1999. ISSN 1270-900X. doi : 10.1051/proc:1999030.
- [122] D. Pierce. Photographic evidence of the formation and growth of vorticity behind plates accelerated from rest in still air. *Journal of Fluid Mechanics*, 11 (3):460–464, 1961.
- [123] R. Pinguet, M. Benoit, B. Molin, et F. Rezende. CFD analysis of added mass, damping and induced flow of isolated and cylinder-mounted heave plates at various submergence depths using an overset mesh method. *Journal of Fluids* and Structures, 109 :103442, Feb. 2022. ISSN 08899746. doi : 10.1016/j. jfluidstructs.2021.103442.
- [124] S. Popinet. Basilisk, 2009. Available at http://basilisk.fr/.

- [125] L. Prandtl. Uber die Entstehung von Wirbeln in der idealen Flussigkeit, mit Anwendung auf die Tragflugeltheorie und andere Aufgaben, pages 18–33. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 1904. ISBN 978-3-662-00280-3. doi : 10.1007/978-3-662-00280-3_2. URL https://doi.org/10.1007/ 978-3-662-00280-3_2.
- [126] A. Prati, M. Larcher, J. T. Jenkins, et L. La Ragione. Particles bed morphology under an oscillating stiff and flexible plates. *EPJ Web of Conferences*, 249 : 09003, 2021. ISSN 2100-014X. doi : 10.1051/epjconf/202124909003.
- [127] D. Pullin et A. Perry. Some flow visualization experiments on the starting vortex. Journal of Fluid Mechanics, 97(2):239–255, 1980.
- [128] D. I. Pullin. Vortex ring formation at tube and orifice openings. *Physics of Fluids*, 22(3):401, 1979. ISSN 00319171. doi: 10.1063/1.862606.
- [129] D. I. Pullin et W. R. C. Phillips. On a generalization of Kaden's problem. *Journal of Fluid Mechanics*, 104 :45–53, Mar. 1981. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112081002802.
- [130] G. Quibeuf, F. Charru, et L. Lacaze. Particle motion within the viscous sublayer of a turbulent shear flow. *Phys. Rev. Fluids*, 5 :014306, Jan 2020. doi : 10.1103/PhysRevFluids.5.014306.
- [131] D. B. Quinn, G. V. Lauder, et A. J. Smits. Flexible propulsors in ground effect. *Bioinspiration & Biomimetics*, 9(3) :036008, Mar. 2014. ISSN 1748-3182, 1748-3190. doi: 10.1088/1748-3182/9/3/036008.
- [132] D. B. Quinn, K. W. Moored, P. A. Dewey, et A. J. Smits. Unsteady propulsion near a solid boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, 742 :152–170, Mar. 2014. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2013.659.
- [133] S. Ramananarivo, R. Godoy-Diana, et B. Thiria. Rather than resonance, flapping wing flyers may play on aerodynamics to improve performance. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(15) :5964–5969, Apr. 2011. ISSN 0027-8424, 1091-6490. doi : 10.1073/pnas.1017910108.
- [134] S. Ramananarivo, F. Fang, A. Oza, J. Zhang, et L. Ristroph. Flow interactions lead to orderly formations of flapping wings in forward flight. *Physical Review Fluids*, 1(7) :071201, Nov. 2016. ISSN 2469-990X. doi : 10.1103/PhysRevFluids.1.071201.
- [135] V. Raspa, S. Ramananarivo, B. Thiria, et R. Godoy-Diana. Vortex-induced drag and the role of aspect ratio in undulatory swimmers. *Physics of Fluids*, 26 (4):041701, Apr. 2014. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi: 10.1063/1.4870254.
- [136] D. T. Roper, S. Sharma, R. Sutton, et P. Culverhouse. A review of developments towards biologically inspired propulsion systems for autonomous underwater vehicles. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M : Journal of Engineering for the Maritime Environment, 225(2) :77–96, 2011. doi : 10.1177/1475090210397438.

- M. Rosenfeld, E. Rambod, et M. Gharib. Circulation and formation number of laminar vortex rings. *Journal of Fluid Mechanics*, 376 :297–318, Dec. 1998. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112098003115.
- [138] A. Roulund, B. M. Sumer, J. Fredsøe, et J. Michelsen. Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile. *Journal of Fluid Mechanics*, 534 :351–401, June 2005. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112005004507.
- [139] P. G. Saffman. The number of waves on unstable vortex rings. Journal of Fluid Mechanics, 84(4) :625–639, Feb. 1978. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112078000385.
- [140] P. G. Saffman. Vortex Dynamics. Cambridge Monographs on Mechanics. Cambridge University Press, 1993. doi: 10.1017/CBO9780511624063.
- [141] H. Sakamoto et H. Haniu. A Study on Vortex Shedding From Spheres in a Uniform Flow. Journal of Fluids Engineering, 112(4) :386–392, Dec. 1990. ISSN 0098-2202, 1528-901X. doi: 10.1115/1.2909415.
- [142] D. W. Sallet. Impulsive motion of a circular disk which causes a vortex ring. *Physics of Fluids*, 18(1) :109, 1975. ISSN 00319171. doi : 10.1063/1.860982.
- [143] T. Sarpkaya. An inviscid model of two-dimensional vortex shedding for transient and asymptotically steady separated flow over an inclined plate. *Journal* of Fluid Mechanics, 68(1):109–128, 1975. doi: 10.1017/S0022112075000717.
- [144] K. Schneider, M. Paget-Goy, A. Verga, et M. Farge. Numerical simulation of flows past flat plates using volume penalization. *Computational and Applied Mathematics*, 33 :481–495, 2014.
- [145] T. Schnipper, A. Andersen, et T. Bohr. Vortex wakes of a flapping foil. *Journal of Fluid Mechanics*, 633 :411–423, Aug. 2009. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/S0022112009007964.
- [146] S. G. Seamone et D. A. Syme. The ocellate river stingray Potamotrygon motoro exploits vortices of sediment to bury into the substrate. Journal of Fish Biology, 99(5) :1729–1734, Nov. 2021. ISSN 0022-1112, 1095-8649. doi: 10.1111/jfb.14833.
- [147] R. S. Sharma, M. Gong, S. Azadi, A. Gans, P. Gondret, et A. Sauret. Erosion of cohesive grains by an impinging turbulent jet. *Physical Review Fluids*, 7(7): 074303, July 2022. ISSN 2469-990X. doi: 10.1103/PhysRevFluids.7.074303.
- [148] J. X. Sheng, A. Ysasi, D. Kolomenskiy, E. Kanso, M. Nitsche, et K. Schneider. Simulating vortex wakes of flapping plates. In S. Childress, A. Hosoi, W. W. Schultz, et J. Wang, editors, *Natural Locomotion in Fluids and on Surfaces*, pages 255–262, New York, NY, 2012. Springer New York. ISBN 978-1-4614-3997-4.

- [149] A. R. Shenoy et C. Kleinstreuer. Flow over a thin circular disk at low to moderate Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 605 :253–262, 2008.
- [150] A. Shields. Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement (traduit de l'allemand). PhD thesis, Berlin : Preußische Versuchsanstalt für Wasserbau, 1936.
- [151] S. Shirayama. Flow past a sphere Topological transitions of the vorticity field. AIAA Journal, 30(2) :349–358, Feb. 1992. ISSN 0001-1452, 1533-385X. doi : 10.2514/3.10925.
- [152] B. Shrestha, S. N. Ahsan, et M. Aureli. Experimental study of oscillating plates in viscous fluids : Qualitative and quantitative analysis of the flow physics and hydrodynamic forces. *Physics of Fluids*, 30(1) :013102, Jan. 2018. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.5001330.
- [153] G. T. Smedley, D. J. Phares, et R. C. Flagan. Entrainment of fine particles from surfaces by gas jets impinging at normal incidence. *Experiments* in Fluids, 26(4):324–334, Mar. 1999. ISSN 0723-4864, 1432-1114. doi: 10.1007/s003480050295.
- [154] S.-I. Sohn. Self-similar roll-up of a vortex sheet driven by a shear flow : Hyperbolic double spiral. *Physics of Fluids*, 28(6) :064104, June 2016. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.4953780.
- [155] J. Steiner, C. Morize, I. Delbende, A. Sauret, et P. Gondret. Vortex rings generated by a translating disk from start to stop. *Phys. Rev. Fluids*, 8 : 064702, Jun 2023. doi: 10.1103/PhysRevFluids.8.064702.
- [156] J. H. Strickland. Prediction method for unsteady axisymmetric flow over parachutes. *Journal of Aircraft*, 31(3):637–643, May 1994. ISSN 0021-8669, 1533-3868. doi: 10.2514/3.46542.
- [157] A. J. Sutherland. Proposed mechanism for sediment entrainment by turbulent flows. Journal of Geophysical Research, 72(24) :6183–6194, Dec. 1967. ISSN 01480227. doi : 10.1029/JZ072i024p06183.
- [158] B. R. Sutherland et S. Dalziel. Bedload transport by a vertical jet impinging upon sediments. *Physics of Fluids*, 26(3) :035103, Mar. 2014. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.4867707.
- [159] J. D. Swearingen, J. D. Crouch, et R. A. Handler. Dynamics and stability of a vortex ring impacting a solid boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, 297 : 1–28, Aug. 1995.
- [160] S. Taneda et H. Honji. Unsteady flow past a flat plate normal to the direction of motion. *Journal of the Physical Society of Japan*, 30(1):262–272, 1971.
- [161] L. Tao et K. Thiagarajan. Low KC flow regimes of oscillating sharp edges I. Vortex shedding observation. *Applied Ocean Research*, 25(1) :21–35, Feb. 2003. ISSN 01411187. doi: 10.1016/S0141-1187(03)00031-2.

- [162] M. Tatsuno et P. W. Bearman. A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers and low Stokes numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 211 :157–182, Feb. 1990. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112090001537.
- [163] G. I. Taylor. Formation of a Vortex Ring by Giving an Impulse to a Circular Disk and then Dissolving it Away. *Journal of Applied Physics*, 24(1):104–104, Jan. 1953. ISSN 0021-8979, 1089-7550. doi: 10.1063/1.1721114.
- [164] W. Thielicke et E. J. Stamhuis. The influence of wing morphology on the three-dimensional flow patterns of a flapping wing at bird scale. *Journal of Fluid Mechanics*, 768 :240–260, Apr. 2015. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/jfm.2015.71.
- [165] M. C. Thompson, T. Leweke, et K. Hourigan. Sphere–wall collisions : vortex dynamics and stability. *Journal of Fluid Mechanics*, 575 :121–148, Mar. 2007. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S002211200600406X.
- [166] X. Tian, L. Xiao, X. Zhang, J. Yang, L. Tao, et D. Yang. Flow around an oscillating circular disk at low to moderate Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 812 :1119–1145, Feb. 2017. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi: 10.1017/jfm.2016.800.
- [167] G. H. Toebes. The Unsteady Flow and Wake Near an Oscillating Cylinder. Journal of Basic Engineering, 91(3) :493–502, Sept. 1969. ISSN 0021-9223. doi: 10.1115/1.3571165.
- [168] J. Unger et W. H. Hager. Down-flow and horseshoe vortex characteristics of sediment embedded bridge piers. *Experiments in Fluids*, 42(1) :1-19, Dec. 2006. ISSN 0723-4864, 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-006-0209-7. URL http://link.springer.com/10.1007/s00348-006-0209-7.
- [169] N. Vandenberghe, J. Zhang, et S. Childress. Symmetry breaking leads to forward flapping flight. *Journal of Fluid Mechanics*, 506 :147–155, May 2004. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112004008468.
- [170] V. A. Vanoni. Measurements of critical shear stress for entraining fine sediments in a boundary layer., 1964.
- [171] R. Verzicco et P. Orlandi. Wall/Vortex-Ring Interactions. Applied Mechanics Reviews, 49(10) :447–461, Oct. 1996. ISSN 0003-6900, 2379-0407. doi : 10. 1115/1.3101985.
- [172] J. Vessaire, G. Varas, S. Joubaud, R. Volk, M. Bourgoin, et V. Vidal. Stability of a Liquid Jet Impinging on Confined Saturated Sand. *Physical Review Letters*, 124(22) :224502, June 2020. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.124.224502.
- [173] J. J. Videler, E. J. Stamhuis, et G. D. E. Povel. Leading-Edge Vortex Lifts Swifts. *Science*, 306(5703) :1960–1962, Dec. 2004. ISSN 0036-8075, 1095-9203. doi : 10.1126/science.1104682.

- [174] J. D. A. Walker, C. R. Smith, A. W. Cerra, et T. L. Doligalski. The impact of a vortex ring on a wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 181 :99–140, Sept. 1987.
- [175] Z. J. Wang. Vortex shedding and frequency selection in flapping flight. Journal of Fluid Mechanics, 410 :323–341, May 2000. ISSN 00221120. doi : 10.1017/ S0022112099008071.
- [176] Z. J. Wang. Dissecting insect flight. Annual Review of Fluid Mechanics, 37 (1):183–210, Jan. 2005. ISSN 0066-4189, 1545-4479. doi: 10.1146/annurev. fluid.36.050802.121940.
- [177] E. Wedemeyer. Ausbildung eines Wirbelpaares an den Kanten einer Platte. Ingenieur-Archiv, 30(3) :187–200, 1961.
- [178] J. Weiss. The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 48(2) :273-294, 1991. ISSN 0167-2789. doi: https://doi.org/10.1016/0167-2789(91)90088-Q. URL https: //www.sciencedirect.com/science/article/pii/016727899190088Q.
- [179] J. Whale, C. Anderson, R. Bareiss, et S. Wagner. An experimental and numerical study of the vortex structure in the wake of a wind turbine. *Journal* of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 84(1):1–21, 2000.
- [180] C. M. White. The equilibrium of grains on the bed of a stream. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 174(958) :322–338, 1940.
- [181] C. Williamson et A. Roshko. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. Journal of Fluids and Structures, 2(4) :355–381, July 1988. ISSN 08899746. doi: 10.1016/S0889-9746(88)90058-8.
- [182] L. Xu et M. Nitsche. Scaling behaviour in impulsively started viscous flow past a finite flat plate. *Journal of Fluid Mechanics*, 756 :689–715, 2014. doi : 10.1017/jfm.2014.451.
- [183] L. Xu et M. Nitsche. Start-up vortex flow past an accelerated flat plate. *Physics of Fluids*, 27(3), 03 2015. ISSN 1070-6631. doi : 10.1063/1.4913981.
- [184] A. Yang, L. Jia, et X. Yin. Experimental Study of a Starting Vortex Ring Generated by a Thin Circular Disk. *Journal of Bionic Engineering*, 7(S4) :S103–S108, Dec. 2010. ISSN 1672-6529, 2543-2141. doi : 10.1016/S1672-6529(09) 60223-7.
- [185] A. Yang, L. Jia, et X. Yin. Formation process of the vortex ring generated by an impulsively started circular disc. *Journal of Fluid Mechanics*, 713 :61–85, 2012.
- [186] J. Yoshida et O. Sano. Erosion of the granular layer due to the collision of a vortex ring. *Fluid Dynamics Research*, 46(6) :061421, Dec. 2014. ISSN 0169-5983, 1873-7005. doi : 10.1088/0169-5983/46/6/061421.

- [187] J. Yoshida et O. Sano. Pattern Formation Due to the Collision of the Vortex Ring on a Granular Layer. Journal of the Physical Society of Japan, 84(1): 014403, Jan. 2015. ISSN 0031-9015, 1347-4073. doi: 10.7566/JPSJ.84.014403.
- [188] J. Yoshida, N. Masuda, B. Ito, T. Furuya, et O. Sano. Collision of a vortex ring on granular material. Part II. Erosion of the granular layer. *Fluid Dynamics Research*, 44(1) :015502, Feb. 2012. ISSN 0169-5983, 1873-7005. doi : 10.1088/ 0169-5983/44/1/015502.
- [189] D. Zhang, J.-D. Zhang, et W.-X. Huang. Physical models and vortex dynamics of swimming and flying : a review. Acta Mechanica, 233(4) :1249–1288, Apr. 2022. ISSN 0001-5970, 1619-6937. doi : 10.1007/s00707-022-03192-9.
- [190] X. Zhang, G. Ahmadi, J. Qian, et A. Ferro. Particle Detachment, Resuspension and Transport Due to Human Walking in Indoor Environments. *Journal of Adhesion Science and Technology*, 22(5-6) :591–621, Jan. 2008. ISSN 0169-4243, 1568-5616. doi: 10.1163/156856108X305624.