



**HAL**  
open science

# Optimisation du désordre pour le contrôle des ondes en milieux complexes

Clément Ferise

► **To cite this version:**

Clément Ferise. Optimisation du désordre pour le contrôle des ondes en milieux complexes. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. Université de Rennes, 2023. Français. NNT : 2023URENS080 . tel-04496166

**HAL Id: tel-04496166**

**<https://theses.hal.science/tel-04496166>**

Submitted on 8 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITÉ DE RENNES

ÉCOLE DOCTORALE N° 601

*Mathématiques, Télécommunications, Informatique, Signal, Systèmes,  
Électronique*

Spécialité : *Télécommunications*

Par

**Clément FERISE**

## Optimisation du désordre pour le contrôle des ondes en milieux complexes

Thèse présentée et soutenue à Rennes, le 10 Novembre 2023

Unité de recherche : Institut d'Électronique et des Technologies du numéRique (IETR)

### Rapporteurs avant soutenance :

Sylvain GIGAN Professeur des universités, Sorbonne Université  
Alexandre AUBRY Directeur de recherche CNRS, ESPCI Paris

### Composition du Jury :

*Attention, en cas d'absence d'un des membres du Jury le jour de la soutenance, la composition du jury doit être revue pour s'assurer qu'elle est conforme et devra être répercutée sur la couverture de thèse*

Président :	Fabrice MORTESSAGNE	Professeur des universités, Université Côte d'Azur
Examineurs :	Anne-Sophie BONNET-BEN DHIA	Directrice de recherche CNRS, ENSTA Paris
	Vincent PAGNEUX	Directeur de recherche CNRS, Le Mans Université
	Philippe POULIGUEN	Responsable Innovation Défense, Direction Générale de l'Armement
	Sylvain GIGAN	Professeur des universités, Sorbonne Université
	Alexandre AUBRY	Directeur de recherche CNRS, ESPCI Paris
Dir. de thèse :	Matthieu DAVY	Professeur des universités, Université de Rennes



# REMERCIEMENTS

---

Je tiens tout d'abord à exprimer mes plus sincères remerciements à Matthieu Davy, mon directeur de thèse. Son soutien professionnel, son expertise scientifique et son engagement tout au long de ces trois années ont été absolument essentiels à la réussite de ce projet de recherche. Travailler sous son encadrement, qui a été parfait à tous égards, fut un réel plaisir. Je suis ravi de poursuivre cette collaboration une année supplémentaire en post-doctorat. Nos relations humaines ont toujours été exceptionnellement fluides, et je lui en suis sincèrement reconnaissant. Aussi, je tiens tout particulièrement à le remercier pour le soutien inestimable qu'il m'a apporté durant les épreuves personnelles auxquelles j'ai dû faire face. Sa compassion et ses conseils ont été une source de réconfort et d'une aide immense.

J'adresse également mes sincères remerciements à Anne-Sophie Bonnet-Ben Dhia, Fabrice Mortessagne, Vincent Pagneux et Philippe Pouliguen qui m'ont fait l'honneur de faire partie du jury. Mes remerciements vont également à Sylvain Gigan et Alexandre Aubry, qui ont tous deux accepté le rôle de rapporteurs avant la soutenance de ce manuscrit. Leur expertise et leurs commentaires ont grandement enrichi ce travail.

Je tiens à souligner que ce travail est le fruit de collaborations tant sur le plan national qu'international. Ainsi, je tiens à remercier Michael Horodyski, Matthias Kühmayer et Stefan Rotter de l'Institute for Theoretical Physics à la Vienna University of Technology (TU Wien) pour leurs fructueux efforts. Je remercie aussi Philipp del Hougne de l'Université de Rennes et Élie Chéron, Simon Félix et Vincent Pagneux du Laboratoire de l'Université du Mans (LAUM) pour leurs précieuses contributions.

Ce projet de recherche n'aurait pas été possible sans l'effort conjoint des membres du plateau technique PE2M, Xavier, Christophe et Laurent, qui ont réalisé l'ensemble des pièces nécessaires aux différents dispositifs expérimentaux développés durant cette thèse. Je remercie aussi particulièrement Fred et Cécile qui ont toujours répondu avec gentillesse et professionnalisme à mes diverses demandes.

L'ambiance de travail au laboratoire n'aurait pas été aussi agréable sans les efforts



constant de mon voisin de bureau, Pratik Vadher, visant à rassembler et à favoriser la sympathie entre l'ensemble des doctorants et post-doctorants. Je tiens ici à le remercier chaleureusement, ainsi qu'à exprimer ma reconnaissance envers Mengda, Mor Diama, Ismail, Julien, Raphaël, Jérôme, Gabriel et tous les membres de l'ECLECTIC GROUP que je ne peux tous nommer individuellement.

Enfin, d'un point de vue personnel, je tiens à remercier ma famille et mes amis pour le soutien sans faille qu'ils ont su m'apporter au quotidien. Je suis particulièrement redevable à mon ami écrivain, Richard Clayton, pour son unique perspective et son talent pour trouver de la poésie dans mon travail. En plus du soutien quotidien, il a su, avec sa plume, faire de mes recherches une belle histoire à raconter sur scène lors du concours de vulgarisation scientifique "Ma Thèse en 180 secondes". Je tiens à le remercier sincèrement pour ces longues soirées studieuses d'écriture passées ensemble.

*Je ne peux faire autrement que de dédier ce travail à mon petit frère,  
Quentin,  
qui n'en verra malheureusement jamais l'aboutissement.*

*Tous les adieux sont difficiles, certains sont tragiques.  
Tu me manques.*

*“(...) till the Future dares  
Forget the Past, his fate and fame shall be  
An echo and a light unto eternity! (...)”*

*Percy B. Shelley in Adonais*



# TABLE DES MATIÈRES

---

<b>Publications &amp; Présentations</b>	<b>10</b>
<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 Introduction sur la propagation des ondes en milieux complexes</b>	<b>17</b>
1.1 Théorie de la diffusion . . . . .	17
1.1.1 Libre parcours moyen de transport et de diffusion . . . . .	17
1.1.2 Matrice de diffusion . . . . .	19
1.1.3 Lien avec les canaux propres de transmission . . . . .	20
1.2 Techniques de façonnage du front d'onde incident . . . . .	25
1.2.1 Amélioration de la transmission . . . . .	25
1.2.2 Focalisation . . . . .	28
1.3 Tâches emblématiques de contrôle des ondes . . . . .	30
1.3.1 L'absorption cohérente parfaite . . . . .	30
1.3.2 L'absorption virtuelle parfaite . . . . .	36
1.3.3 États invariants à la diffusion . . . . .	40
1.4 Conclusion du chapitre . . . . .	43
<b>2 Contrôle cohérent spatio-temporel de la diffusion des ondes</b>	<b>45</b>
2.1 Approche matricielle . . . . .	46
2.2 Montage expérimental . . . . .	49
2.3 Résultats expérimentaux . . . . .	51
2.3.1 Distribution d'énergie optimale . . . . .	53
2.3.1.1 Modification des intervalles temporels en entrée et en sortie	54
2.3.1.2 Distribution d'énergie optimale ponctuelle . . . . .	56
2.3.2 Absorption virtuelle parfaite . . . . .	59
2.3.2.1 Modification du nombre de ports couplés à la cavité . . . . .	63
2.3.2.2 Modification de la largeur des intervalles temporels . . . . .	65
2.3.2.3 Impact de la force d'absorption . . . . .	66
2.3.3 États invariants à la diffusion . . . . .	68

2.4	Conclusion du chapitre . . . . .	71
<b>3</b>	<b>Points exceptionnels d'états sans réflexion en milieu diffusif complexe</b>	
	<b><i>PT</i>-symétrique</b>	<b>73</b>
3.1	Introduction aux modes quasi-normaux, aux modes sans réflexion et aux points exceptionnels . . . . .	75
3.1.1	Hermiticité . . . . .	75
3.1.2	Modes quasi-normaux . . . . .	76
3.1.3	Points exceptionnels dans des systèmes non-Hermitiens . . . . .	77
3.1.4	Modes sans réflexion . . . . .	80
3.1.4.1	<i>PT</i> -symétrie de l'opérateur sans réflexion . . . . .	82
3.1.5	Points exceptionnels dans des systèmes définis par des opérateurs <i>PT</i> -symétriques . . . . .	83
3.2	Réalisation expérimentale de points exceptionnels sans réflexion dans un interféromètre multi-miroir de Fabry-Pérot . . . . .	85
3.2.1	Montage expérimental . . . . .	85
3.2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	87
3.2.3	Analyse théorique . . . . .	92
3.2.3.1	Analyse modales des spectres en transmission . . . . .	93
3.2.3.2	Analyse en terme de modes quasi-normaux à l'aide de la théorie des modes couplés . . . . .	95
3.2.3.3	Analyse en terme de modes sans réflexion . . . . .	97
3.2.3.4	Analyse de la distance fréquentielle en fonction de la perturbation à proximité du point exceptionnel sans réflexion . . . . .	101
3.2.3.5	Comportement de la réflexion au point exceptionnel . . . . .	102
3.3	Réalisation expérimentale de points exceptionnels sans réflexion en milieux complexes . . . . .	103
3.3.1	Points exceptionnels dans un milieu désordonné à une dimension . . . . .	104
3.3.2	Points exceptionnels dans une cavité multi-canal . . . . .	105
3.4	Conclusion du chapitre . . . . .	109
<b>4</b>	<b>Amélioration de la transmission en milieux désordonnés présentant une symétrie miroir</b>	<b>110</b>
4.1	Propagation des ondes dans des milieux symétriques . . . . .	111
4.1.1	Impact de la symétrie droite/gauche sur la transmission . . . . .	111

---

4.1.2	Amélioration de la transmission dans des milieux désordonnés symétriques . . . . .	114
4.2	Étude expérimentale : Propagation des ondes dans des milieux symétriques	117
4.2.1	Montage expérimental . . . . .	117
4.2.2	Étude expérimentale : Impact de la symétrie droite/gauche sur la transmission . . . . .	118
4.2.3	Étude expérimentale : Amélioration de la transmission dans des milieux désordonnés symétriques . . . . .	121
4.3	Conclusion du chapitre . . . . .	125
<b>5</b>	<b>Structures "anti-reflexion" pour une transmission parfaite à travers des milieux complexes</b>	<b>126</b>
5.1	Transmission parfaite à travers des milieux désordonnés : Concept . . . . .	128
5.1.1	Montage expérimental . . . . .	132
5.1.1.1	Normalisation du flux . . . . .	134
5.1.1.2	Réalisation expérimentale des milieux désordonnés . . . . .	136
5.2	Optimisation numérique . . . . .	136
5.2.1	Processus de conception inverse . . . . .	137
5.3	Résultats expérimentaux . . . . .	140
5.4	Augmentation de l'énergie stockée . . . . .	143
5.5	Conclusion du chapitre . . . . .	147
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>149</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>

# PUBLICATIONS & PRÉSENTATIONS

---

## Articles publiés dans des revues à comité de lecture

Horodynski, M., Kühmayer, M., **Ferise, C.**, Rotter, S., and Davy, M. (2022). [Anti-reflection structure for perfect transmission through complex media](#). *Nature*, 607(7918), 281-286.

**Ferise, C.**, Del Hougne, P., Félix, S., Pagneux, V., and Davy, M. (2022). [Exceptional Points of P T-Symmetric Reflectionless States in Complex Scattering Systems](#). *Physical Review Letters*, 128(20), 203904.

Davy, M., **Ferise, C.**, Chéron, É., Félix, S., and Pagneux, V. (2021). [Experimental evidence of enhanced broadband transmission in disordered systems with mirror symmetry](#). *Applied Physics Letters*, 119(14), 141104.

**Ferise, C.**, Del Hougne, P., and Davy, M. (2023). [Optimal matrix-based spatiotemporal wave control for virtual perfect absorption, energy deposition, and scattering-invariant modes in disordered systems](#). *Physical Review Applied*, 20(5), 054023.

## Présentations orales

### Conférence & Workshop

*"Anti-reflection structure for perfect transmission through complex media"*. 2023  
Workshop on Microwave Research and Applications, Espagne, Coma-ruga

*"Reflectionless states in complex media"*. 2022  
GdR Complexe, Annual Workshop, France, Paris.

*"Reflectionless states in PT-symmetric scattering systems : Exceptional Points and broadband transmission enhancement through barriers"*. 2022  
AP-S/URSI, 2022 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation, US, Denver.

*"Points exceptionnels d'états sans réflexion en milieu complexe PT-symétrique"*.  
22<sup>ème</sup> édition des Journées Nationales des Microondes, France, Limoges. 2022

### Vulgarisation scientifique

*"Des ondes qui traversent les murs ?"* 2023  
Pint of Science Festival, France, Rennes.

*"Rendre les murs transparents aux ondes"* 2022  
[Interview](#) réalisée par le service Communication de l'Université de Rennes.

*Ma thèse en 180 secondes* 2022  
Qualification locale & Finale inter-régionale Bretagne-Loire 2022, France

# INTRODUCTION

---

La propagation des ondes à travers des environnements désordonnés est sujette à une problématique majeure, la diffusion des ondes. Ce phénomène est à l'origine de nombreuses difficultés, que ce soit la réduction de la connectivité au sein de réseaux sans fil, de l'affaiblissement d'un signal radio ou encore de la limitation de la ligne de vue dans un environnement brumeux. Dans tous les cas, cette diffusion des ondes entraîne des schémas d'interférences d'une complexité apparemment incontrôlable. En effet, que ce soit pour l'imagerie médicale, l'imagerie satellitaire, la détection, la localisation ou de façon générale la transmission d'information, l'un des principaux obstacles à la propagation des ondes à travers la peau, les nuages ou un environnement indoor est certainement le phénomène de "diffusion multiple", aussi appelé "diffusion aléatoire".

Dans le cas le plus simple, c'est-à-dire des ondes émises dans une seule direction et dans un milieu parfaitement homogène, la propagation est idéale et non perturbée. Cependant, cette propagation, appelée "propagation balistique", bien qu'attrayante n'est pas réaliste. En effet, les défauts et les impuretés font partie intégrante des systèmes physiques et il serait illusoire de les penser en être dépourvus. La distribution aléatoire de ces impuretés amène à une atténuation exponentielle de l'onde balistique, des pertes donc, inhérentes aux communications, aussi bien sans fil que filaires. Dans le cas de milieux complexes, le phénomène de diffusion multiple vient drastiquement complexifier la propagation des ondes. En effet, lorsqu'une onde incidente vient frapper un échantillon désordonné, elle sera diffusée par les différents diffuseurs qui composent l'échantillon. L'onde diffusée va donc parcourir simultanément de très nombreuses trajectoires associées pour chacune d'elles à un retard de phase. Les interférences entre ces différentes diffusions forment, au sein du milieu, une distribution aléatoire du champ. Ces multiples diffusions déforment les ondes traversant l'échantillon entraînant ainsi régulièrement un brouillage des fronts d'ondes incidents. Généralement, les interférences entre les ondes diffusées sont qualifiées "d'interférences destructives" car elles tendent à grandement détériorer la transmission. Dans certaines situations extrêmes, la transmission peut être totalement annihilée par ces phénomènes. C'est par exemple le cas lorsque les signaux diffusés sont en parfaite opposition de phase. Ainsi, la somme cohérente de ces signaux est nulle. En revanche, lorsque



les signaux arrivent en phase au point de mesure, leur somme cohérente tend à augmenter l'amplitude du signal résultant. De telles interférences sont qualifiées “d'interférences constructives”.

Notons que la structure interne d'un échantillon n'est généralement pas connue. En revanche, cette information, qu'elle soit accessible ou non, ne serait pour autant pas utile. En effet, calculer et suivre des millions d'évènements de diffusion est numériquement bien trop coûteux pour être envisagé et surtout impossible à réaliser en expérimentation. La propagation des ondes en milieux désordonnés est d'une telle complexité qu'elle est ainsi supposée aléatoire. Malgré cette complexité dépassant grandement la force de calcul, même des ordinateurs récents les plus puissants, les altérations du champ incident, par ses multiples diffusions au sein d'un système diffusif, sont le résultat d'évènements déterministes. Ainsi, deux expérimentations précisément identiques, donnent en principe des résultats en tous points égaux. Cependant, dans la réalité, l'infinie quantité de degrés de liberté présents dans une expérimentation rend impossible sa parfaite répétition. De légères modifications entre les expérimentations ont lieu et entraînent des variations entre les différentes mesures. Le caractère déterministe de la diffusion des ondes permet d'affirmer qu'un champ transmis et mesuré en sortie d'un système diffusif, même s'il présente des schémas d'interférences d'une complexité apparemment incontrôlable, peut théoriquement être contrôlé. De nombreuses techniques ont été étudiées dans cette optique. Cette thèse, entièrement financée par la Direction Générale de l'Armement (DGA), s'inscrit dans ce contexte.

Le premier chapitre de ce manuscrit est en partie dédié à l'introduction théorique de la propagation des ondes en milieux complexes. Nous présentons entre autre un résultat fondamental de la théorie du transport des ondes [1] : même un milieu opaque, diffusant fortement les ondes incidentes, présente des canaux “ouverts”. Ces canaux sont des canaux de transmission parfaite. Lorsqu'ils sont judicieusement excités, l'onde incidente peut se “faufiler” à travers le milieu, pourtant opaque, offrant ainsi une transmission parfaite et une réflexion retour, vers les canaux incidents, nulle. Dans une autre partie de ce chapitre nous examinons de façon non exhaustive plusieurs fonctionnalités emblématiques de contrôle des ondes et présentons des études expérimentales pionnières dans la réalisation de ces fonctionnalités.

Lors du deuxième chapitre, nous examinons une méthode matricielle expérimentale de contrôle des ondes développée dans le cadre de cette thèse. Cette méthode, basée sur des

connaissances *a priori* des propriétés de diffusion du système, a pour but d'exploiter de manière optimale la matrice de transport reliant les degrés de liberté, aussi bien spatiaux que temporels, de la sortie à ceux de l'entrée. Avec cette nouvelle méthode nous avons comme objectif ambitieux de réunir les différentes approches de contrôle des ondes en une seule générale. Grâce au nouvel opérateur développé et introduit en détail dans ce chapitre, nous sommes capable de mettre en relation les degrés de liberté spatiaux et temporels d'un front d'onde incident cohérent avec les degrés de liberté spatiaux et temporels du front d'onde transmis correspondant dans une formulation linéaire simple. Cette nouvelle méthode matricielle est ensuite expérimentalement vérifiée avec la réalisation de trois tâches de contrôle des ondes, soit la distribution optimale d'énergie, l'absorption virtuelle parfaite et enfin, les états invariants de diffusion.

Dans le troisième chapitre, nous nous penchons sur la réalisation expérimentale de phénomènes physiques singuliers, les points exceptionnels. Ces phénomènes physiques, définis comme des singularités spectrales où plusieurs valeurs propres ainsi que les vecteurs propres correspondant coalescent simultanément, sont dans un premier temps discutés à la lumière d'études publiées sur ce sujet. Des systèmes non-Hermitiens à deux résonances sont judicieusement perturbés afin de forcer les modes à fusionner ensemble en un point exceptionnel. Nous examinons deux propriétés caractéristiques des points exceptionnels, leur topologie non-triviale ainsi que la forme quartique aplatie du spectre à la singularité. Nous étudions ensuite une nouvelle famille de points exceptionnels, les points exceptionnels sans réflexion, associés non pas à des résonances du système mais à des états de diffusion sans réflexion. Ces singularités spectrales sont obtenues en expérimentation dans des systèmes à symétrie miroir – symétrie permettant aux valeurs propres sans réflexion d'être réelles – à une et deux dimensions, réguliers et symétriquement désordonnés. Nous montrons entre autre que les points exceptionnels sans réflexion apparaissent lorsque l'espacement spectrale entre deux résonances des modes quasi-normaux est égale à leur largeur de bande et que contrairement aux états sans réflexion, les résonances du système ne coalescent pas. Nous fournissons aussi une analyse théorique soutenant ces résultats.

Ces états sans réflexion permettent une transmission parfaite des modes correspondant. Ainsi, la transmission est presque parfaite sur des bandes de fréquences spécifiques associées aux résonances. Dans le quatrième chapitre, nous étudions la faisabilité d'améliorer sur une large bande de fréquences la conductance. Nous présentons dans un premier temps des études numériques introduisant des phénomènes d'interférences construc-

tives, aux interfaces, des ondes diffusées pouvant nettement améliorer la transmittance moyenne dans des systèmes chaotiques symétriques avec une barrière centrale opaque. La dé-symétrisation du système, via le déplacement de la barrière opaque, tend à drastiquement réduire la conductance à travers le système. Ces phénomènes d'interférences constructives, dus à la symétrie du système, ne sont pas limités à des systèmes réguliers. Nous introduisons en effet un phénomène étonnant, l'ajout symétrique de diffuseurs de part et d'autre de la barrière peut permettre d'augmenter encore plus et de façon large bande la conductance. Dans ce chapitre, nous vérifions en expérimentation, dans le régime des microondes, à l'aide d'une cavité désordonnée à deux dimensions, ces phénomènes d'augmentation large bande de la conductance.

Dans le dernier chapitre de cette thèse, nous présentons une idée encore plus contre-intuitive, un milieu désordonné aléatoire, diffusant les ondes incidentes, peut être rendu parfaitement translucide, quelque soit le front d'onde incident, en ajoutant en amont de celui-ci un second milieu désordonné parfaitement adapté. Dans une première partie, nous développons théoriquement et mathématiquement cette idée. Nous montrons que, de façon très intéressante la structure interne du milieu initial, que nous cherchons à rendre parfaitement translucide, n'a pas besoin d'être connue ni même d'être modifiée. La seule condition d'adaptation nécessaire, entre le milieu complémentaire adapté et celui initial, repose uniquement sur des informations contenues dans la matrice en réflexion du milieu initial. Ces informations sont accessibles par la mesure, fréquemment opérée, de cette matrice. Nous montrons ensuite que la structure interne du milieu complémentaire est obtenue après un processus de conception inverse basé sur le gradient de la fonction objectif. Les solutions numériques sont ensuite implémentées en expérimentation dans le régime des microondes à l'aide d'un guide d'onde rendu désordonné par la présence de diffuseurs métalliques ou en Teflon. Nous observons que la transmission est parfaite, dans tous les modes du guide d'onde, seulement lorsque la position de chaque diffuseurs placés en amont du milieu initial respecte parfaitement celle fournie par l'optimisation numérique. Nous montrons que notre méthode reste toute aussi efficace pour des milieux proposant une force de désordre plus importante ou un nombre de modes électromagnétiques transverses plus élevé. Enfin, la robustesse de notre méthode permet d'optimiser un milieu complémentaire sur une région de longueur inférieure à une longueur d'onde.

Au cours de cette thèse, nous nous sommes aussi intéressés à un phénomène intrigant, le phénomène de la localisation d'Anderson. La localisation d'Anderson est un effet d'in-

terférences, se produisant dans des milieux aléatoires denses, qui conduit à la localisation spatiale des ondes se propageant dans le système [2]. Ainsi, contrairement au cas du régime diffusif, où les ondes tendent à s'étendre à l'ensemble du système lorsqu'elles se propagent dans des milieux désordonnés aléatoires, dans le cas du régime d'Anderson, la densité importante du désordre tend à supprimer de manière cohérente cette expansion. La transmission moyenne est donc annihilée, les ondes se retrouvent piégées dans des régions restreintes du système. Malgré le grand nombre d'observations expérimentales de ce phénomène [3-13], les démonstrations expérimentales claires et sans ambiguïté concernant les ondes électromagnétiques sont à ce jour limitées aux désordres unidimensionnels et bidimensionnels seulement. Dans le cadre de cette thèse, nous avons développé un dispositif expérimental complet permettant de scanner temporellement la transmission des ondes électromagnétiques à travers des milieux métalliques à trois dimensions. Ce montage expérimental est destiné à la compréhension du phénomène de la localisation d'Anderson dans des milieux désordonnés tridimensionnels. L'exploitation numérique des résultats expérimentaux mesurés dépasse le cadre de cette thèse, ainsi aucun chapitre n'est dédié à cette étude. Notons cependant qu'au moment de l'écriture du présent manuscrit, un article sur ce sujet est en cours de rédaction.



# INTRODUCTION SUR LA PROPAGATION DES ONDES EN MILIEUX COMPLEXES

---

Comme présenté dans l'introduction générale de ce manuscrit, malgré l'immense complexité des schémas d'interférences transmis à travers des milieux diffusifs aléatoires, la diffusion des ondes résulte d'évènements déterministes. Il est ainsi possible de contrôler la propagation des ondes à travers de tels milieux. Les techniques de façonnage de front d'onde, dont le but est d'adapter le signal incident en amplitude et en phase à la fonctionnalité de contrôle des ondes souhaitée, ont par exemple été développées dans cet objectif. Notons que ces techniques nécessitent des connaissances précises *a priori* sur les propriétés de diffusion du milieu en question. Dans ce chapitre nous présentons dans un premier temps des paramètres clés de la théorie de la diffusion permettant de caractériser la propagation des ondes. Nous présentons ensuite un outil mathématiques, la matrice de diffusion, permettant de parfaitement caractériser les propriétés de diffusion d'un milieu aléatoire, en reliant le champ incident au milieu au champ transmis. Enfin, après avoir présenté de façon non exhaustive plusieurs études pionnières dans le domaine du façonnage du front d'onde, nous présentons plusieurs fonctionnalités emblématiques actuelles de contrôles des ondes.

## 1.1 Théorie de la diffusion

### 1.1.1 Libre parcours moyen de transport et de diffusion

Deux grandeurs physiques sont principalement utilisées pour quantifier le caractère diffusif d'un milieu : le libre parcours moyen de diffusion  $\ell_s$  (*scattering mean free path* en anglais) et le libre parcours moyen de transport  $\ell_{tr}$  (*transport mean free path*) qui représentent respectivement la distance moyenne entre deux évènements de diffusion et la distance moyenne à partir de laquelle la direction de propagation de l'onde incidente est

oubliée et devient donc aléatoire. Ces deux grandeurs sont reliées par,

$$\ell_{tr} = \frac{\ell_s}{1 - \langle \cos(\theta) \rangle} \quad (1.1)$$

avec  $\theta$  l'angle entre le faisceau incident et celui diffusé. Il est important de noter que la théorie de diffusion ne décrit pas des comportement spécifiques, seulement un comportement moyen. Celle-ci ne prend pas en compte les effets d'interférences entre les signaux diffusés, pour exemple le facteur d'anisotropie,  $\langle \cos(\theta) \rangle$ , est moyenné sur l'ensemble des évènements de diffusion possible.

Tous les évènements de diffusion ne rendent pas aléatoire la direction du faisceau de l'onde incidente, la taille des diffuseurs rentre en compte. En effet, si cette taille est de l'ordre de grandeur d'au moins une longueur d'onde  $\lambda$ , la direction initiale prédomine et l'angle  $\theta$  est généralement faible. La diffusion sera principalement "anisotropique". La direction du faisceau incident pourra cependant être perdue après une longue distance ( $\ell_{tr} > \ell_s$ ). Dans le cas opposé, la diffusion est dite "isotropique" pour  $\langle \cos(\theta) \rangle = 0$  et  $\ell_{tr} = \ell_s$ . La direction du faisceau incident sera perdue dès les premières diffusions. La figure 1.1 est une illustration représentant les phénomènes de diffusion isotropique (à gauche) et anisotropique (à droite).

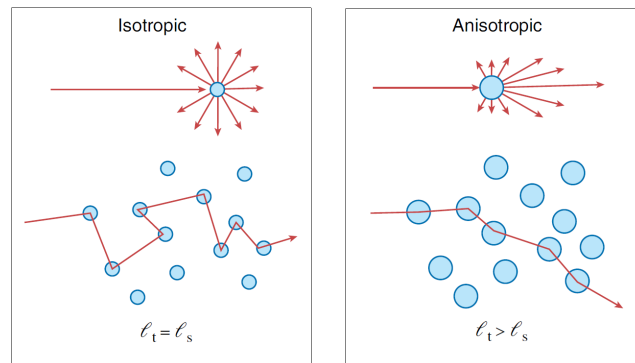


FIGURE 1.1 – Schéma illustrant le phénomène de diffusion isotropique (gauche) et anisotropique (droite). Le paramètre “ $\ell_t$ ” quantifie ici le libre parcours moyen de transport, la notation  $\ell_{tr}$  est utilisée dans le reste du manuscrit.

Figure provenant de [14]

La théorie de diffusion quantifie aussi la transmittance moyenne  $\langle T \rangle$  comme inversement proportionnelle à la longueur  $L$  du milieu diffusif

$$\langle T \rangle \sim \frac{\ell_{\text{tr}}}{L} \quad (1.2)$$

Notons ici l'importance du paramètre caractérisant le libre parcours moyen de transport,  $\ell_{\text{tr}}$ . Ce paramètre,  $\ell_{\text{tr}}$ , régit les propriétés de transport macroscopiques du milieu [15].

Les travaux de cette thèse s'inscrivent dans le cadre du contrôle de la transmission à travers des milieux diffusifs. Ce contrôle de la transmission est accessible par l'intermédiaire de techniques dites de façonnage du front d'onde (*Wavefront shaping* en anglais). Bon nombre de ces techniques repose sur des connaissances *a priori* du système. La mesure de la “matrice de diffusion”, quantifiant les propriétés diffusives du milieu, permet d'accéder à ces informations nécessaires au contrôle de la transmission.

### 1.1.2 Matrice de diffusion

La matrice de diffusion  $S$  est un outil mathématiques dont l'objectif est de relier le champ incident,  $\Psi_{in}$ , à un milieu diffusif au champ sortant,  $\Psi_{out}$ , diffusé,  $\Psi_{out} = S\Psi_{in}$

Que ce soit en électromagnétique (en micro-ondes par exemple comme c'est le cas dans ce manuscrit) ou en acoustique, il est généralement possible d'enregistrer et d'envoyer les signaux sur une large bande de fréquences. La quantité de degré de liberté est ici imposée par la résolution fréquentielle lors de la mesure. La matrice monochromatique de diffusion peut donc être facilement accessible à l'aide d'antennes et de transducteurs, éléments permettant l'émission et la réception en amplitude et en phase des différents signaux souhaités. Dans le cas spécifique des micro-ondes, cette mesure peut être faite via un analyseur de réseau vectoriel (*Vector Network Analyser* – VNA – en anglais) relié aux différents canaux du système. En optique, la mesure de la matrice de diffusion de systèmes complexes est bien moins triviale et a été possible grâce à l'émergence des modulateurs spatiaux de la lumière (*Spatial Light Modulator* – SLM – en anglais) capable de modifier la phase de la lumière réfléchi. Le nombre de degrés de liberté est généralement bien plus important en optique qu'en acoustique ou en micro-ondes, en effet les SLM permettent d'en traiter des millions mais sur une bande de fréquences étroite [16].

Dans le cas spécifique d'un guide d'onde rectangulaire — guide d'onde le plus fréquemment utilisé lors de cette thèse — comprenant  $N_c$  canaux couplés à chacune des deux interfaces, la matrice  $2N_c \times 2N_c$  de diffusion contenant les amplitudes complexes de réflexion et de transmission peut être subdivisée en 4 sous-matrices de taille  $N_c \times N_c$ ,



$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

avec  $r$  et  $t$  ( $r'$  et  $t'$ ) respectivement les matrices de réflexion et de transmission gauches (droites). Dans le cas plus général d'un guide d'onde avec  $N_c$  canaux couplés à gauche et  $M_c$  à droite, la matrice  $(N_c + M_c) \times (N_c + M_c)$  de diffusion peut toujours être subdivisée de la même façon en 4 sous-matrices, cette fois avec des matrices de réflexion  $r$  et  $r'$  de taille  $(N_c \times N_c)$  et  $(M_c \times M_c)$  et des matrices en transmission  $t$  et  $t'$  de taille  $(M_c \times N_c)$  et  $(N_c \times M_c)$  respectivement. Notons que la propriété de conservation du flux impose une unitarité de la matrice de diffusion,

$$S^\dagger S = \mathbb{1} \quad \text{et} \quad S S^\dagger = \mathbb{1} \quad (1.4)$$

La matrice en transmission  $t$  permet de relier un champ  $E_a$ , incident sur le canal  $a$  situé d'un côté du système, au champ  $E_b$ , transmis sur le canal  $b$  situé de l'autre côté du système,  $E_b = t_{ba} E_a$ . Ainsi la transmission mesuré sur un canal  $b$  sortant pour un canal  $a$  incident peut s'écrire  $T_{ba} = |t_{ba}|^2$ . De façon similaire, la réflexion, pour des canaux  $a$  et  $b$  situés du même côté du système diffusif, peut s'écrire  $R_{ba} = |r_{ba}|^2$ . La transmission totale  $T_a$  et la réflexion totale  $R_a$  pour un canal incident  $a$  à gauche peuvent s'écrire,

$$T_a = \sum_{b=1}^{M_c} |t_{ba}|^2 \quad \text{et} \quad R_a = \sum_{b=1}^{N_c} |r_{ba}|^2 \quad (1.5)$$

Dans un système sans gain ni pertes, la somme de la réflexion totale et de la transmission totale doit être unitaire, ainsi  $T_a + R_a = 1$  et  $T'_a + R'_a = 1$ . Il peut être intéressant d'étudier la transmittance  $T$ , c'est à dire la transmission totale pour tous les canaux incident à gauche,  $T = \sum_{a=1}^{N_c} T_a$ . Cette relation peut aussi s'écrire en réflexion,  $R = \sum_{a=1}^{N_c} R_a$ . Ces relations permettent donc de relier les différents canaux couplés du système diffusif, entre eux.

### 1.1.3 Lien avec les canaux propres de transmission

La matrice en transmission  $t$  peut être décomposée en  $N$  canaux propres en transmission, qui permettent de caractériser la transmission à travers un milieu diffusif. Tout canal propre est associé à une valeur propre en transmission  $\tau_n$ , cette valeur propre quantifie la transmission à travers le canal en question pour l'onde incidente correspondante. Ces

“canaux de transmission” sont issus de la décomposition en valeur singulière de la matrice  $t$ ,  $t = U\Sigma V^\dagger$  [17], nous pouvons développer

$$t = \sum_{n=1}^N \mathbf{u}_n \sqrt{\tau_n} \mathbf{v}_n^\dagger \quad (1.6)$$

avec  $U$  et  $V$  des matrices dont les  $n$  colonnes contiennent respectivement les vecteurs singuliers à gauche  $\mathbf{u}_n$  et à droite  $\mathbf{v}_n$  de la matrice  $t$ . La matrice  $\Sigma$  quant à elle est une matrice contenant dans sa diagonale les valeurs singulières  $\sigma_n$  de la matrice  $t$ , toutes réelles, positives ou nulles classées dans l’ordre décroissant. Les valeurs singulières  $\sigma_n$  non-nulles de  $t$  correspondent à la racine carrée des valeurs propres  $\tau_n$  non-nulles des matrices hermitiennes  $t^\dagger t$  et  $tt^\dagger$ ,  $\sigma_n = \sqrt{\tau_n}$ . Ainsi ces deux matrices partagent le même ensemble de valeurs propres  $\tau_n$ . C’est aussi le cas, en l’absence d’absorption si la matrice de diffusion  $S$  est unitaire, pour les matrices  $t^\dagger t'$ ,  $t't^\dagger$ ,  $1 - rr^\dagger$ ,  $1 - r^\dagger r$ ,  $1 - r'r'^\dagger$  et  $1 - r'^\dagger r'$  [15].

La réflexion totale ainsi que la transmission totale peuvent aussi s’écrire en fonction des matrices  $t^\dagger t$  et  $r^\dagger r$ ,  $T = \text{Tr}(t^\dagger t) = \sum_n^N \tau_n$  et  $R = \text{Tr}(r^\dagger r) = \sum_n^N \rho_n$ , avec  $\text{Tr}(A)$  la trace mathématiques de la matrice  $A$  – c’est à dire la somme des coefficients sur la diagonale de  $A$  – et  $\tau_n$  et  $\rho_n$  respectivement les valeurs propres en transmission et en réflexion qui correspondent aux valeurs propres réelles des matrices  $t^\dagger t$  et  $r^\dagger r$ . Ces valeurs propres sont réelles et comprises entre 0 et 1. Bien que leurs somme soient égales ( $T = \sum_a^{N_c} T_a = \sum_n^N \tau_n$ ) il est tout de même important de préciser que les transmissions  $T_a$  et les valeurs propres en transmission  $\tau_n$  (aussi appelés “canaux propres”) ne sont pas similaires et représentent des quantités différentes. La conductance  $g$  peut être définie comme la moyenne de la transmittance,  $g = \langle T \rangle = \langle \sum_a^{N_c} T_a \rangle = \langle \sum_n^N \tau_n \rangle$  [18, 19].

L’analyse de ces valeurs propres en transmission  $\tau_n$  est très souvent effectuée car elle permet de quantifier la possible transmission à travers les canaux propres qui leur sont associés. En effet, la théorie de la diffusion prédit que ces valeurs propres ne sont pas distribuées de façon uniforme entre 0 et 1. La distribution est bimodale [1, 20-22] et comporte deux pics, un proche de  $\tau = 0$  l’autre proche de  $\tau = 1$ . Dans le cas d’un milieu diffusif, cette distribution s’écrit,

$$P(\tau) = \frac{g}{\tau\sqrt{1-\tau}} \quad (1.7)$$

Notons que la distribution des valeurs propres en transmission d’un milieu diffusif est proche de celle d’une cavité chaotique,

$$P(\tau) = \frac{1}{\pi\sqrt{\tau(1-\tau)}} \quad (1.8)$$

Ces distributions théoriques sont représentées sur la figure 1.2. Les canaux propres associés à des valeurs propres faibles ( $\tau_n \sim 0$ ) sont appelés canaux “fermés”, la transmission y est nulle, les canaux propres associés à des valeurs propres importantes ( $\tau_n \sim 1$ ) sont eux appelés “ouverts” et la transmission y est quasiment parfaite.

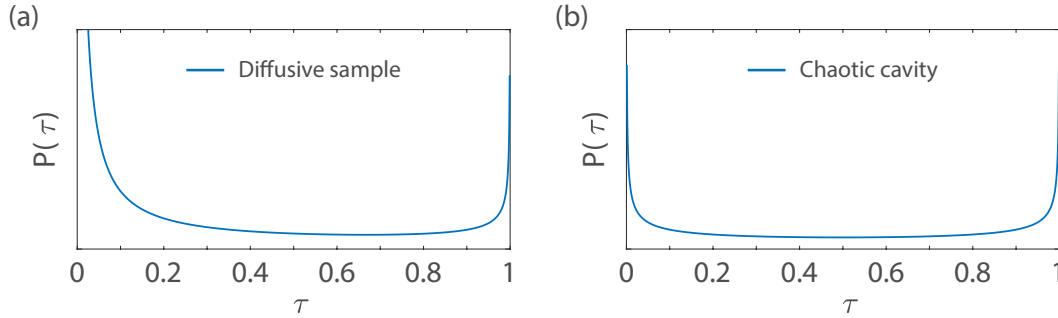


FIGURE 1.2 – Représentation des distributions théoriques des valeurs propres en transmission (a) d’un un milieu diffusif et (b) d’une cavité chaotique.

Par conséquent, la conductance du milieu diffusif est principalement dû à ces canaux ouverts qui sont généralement peu nombreux [14]. Le nombre effectif des canaux propres en transmission  $N_{\text{eff}}$  qui contribue à la transmission est donné par :

$$N_{\text{eff}} = \frac{(\sum_{n=1}^N \tau_n)^2}{\sum_{n=1}^N \tau_n^2} \quad (1.9)$$

Dans des milieux diffusifs sans absorption, où la distribution des valeurs propres en transmission est bimodale, le nombre effectif de canaux propres en transmission  $N_{\text{eff}}$  est proportionnel à la conductance  $g$  [18, 23]

$$\langle N_{\text{eff}} \rangle = \frac{3g}{2} \quad (1.10)$$

La première observation expérimentale de la distribution des valeurs propres en transmission a été réalisée par Benoît Gérardin *et al.* [24] 30 ans après les premières études théoriques [1]. Les auteurs [24] ont mesuré la matrice en transmission avec des ondes élastiques se propageant à travers un guide d’onde désordonné. Le guide d’onde utilisé pour étudier la propagation des ondes élastiques est une plaque homogène de duralumin, ren-

due désordonnée par le perçage de trous circulaires sur toute la largeur du guide d'onde. Une illustration du montage expérimental est représentée sur la figure 1.3(a).

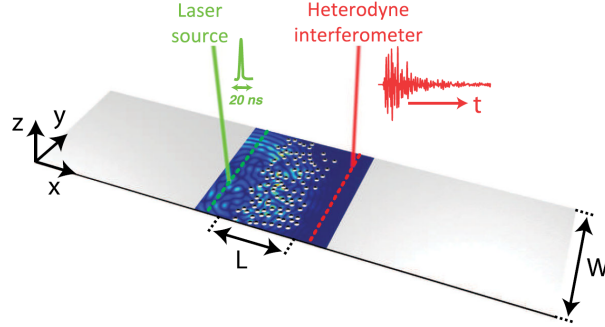


FIGURE 1.3 – Illustration du montage expérimental utilisé par les auteurs.  
Figure provenant de [24]

Les vibrations de la plaque, provoquées par un laser à diode placé à gauche du désordre, sont mesurées à droite avec un interféromètre hétérodyne. Les auteurs ont pu ainsi construire la matrice temporelle de diffusion,  $S$ , en mesurant les réponses impulsionnelles du milieu pour différentes positions du laser. Une transformée de Fourier permet l'obtention de la matrice de diffusion dans le domaine fréquentiel. Les valeurs propres en transmission peuvent ainsi être identifiées à partir de la matrice en transmission,  $t$ , en calculant les valeurs propres de la matrice hermitienne  $tt^\dagger$ . La distribution de ces valeurs propres en transmission est représentée sur la figure 1.4(a). Notons ici que les auteurs ont utilisé la notation  $T$  et  $\rho(T)$  pour désigner respectivement les valeurs propres en transmission et leurs distributions. Pour une question de cohérence, nous gardons les notations jusqu'alors utilisées dans ce manuscrit, c'est à dire  $\tau$  et  $P(\tau)$  respectivement. Comme attendu de la théorie de la diffusion, cette distribution suit une loi bimodale avec un pic prononcé autour de valeurs propres en transmission faibles,  $\tau \sim 0$ , et un autre moins important proche des valeurs propres en transmission unitaires,  $\tau \sim 1$ . Notons l'existence de canaux présentant un coefficient de transmission supérieur à 1. Ceux-ci violent donc la loi de la conservation d'énergie et peuvent être expliqué par la non-unitarité de la matrice de diffusion  $S$ . Cette non-unitarité est due aux bruits expérimentaux inhérents à toute expérimentation. Afin de compenser cet effet indésirable, les auteurs ont construit une matrice de diffusion virtuelle,  $\hat{S}$ , en normalisant les valeurs propres de  $S$ ,

$$\hat{s}_i = \frac{s_i}{|s_i|} \quad (1.11)$$

Après cette normalisation, la distribution des valeurs propres compensées,  $\hat{\tau}$  (notées  $\hat{T}$  sur la figure 1.4(b)), conserve sa propriété bimodale mais cette fois aucun canal n'est associé à un coefficient de transmission supérieur à 1.

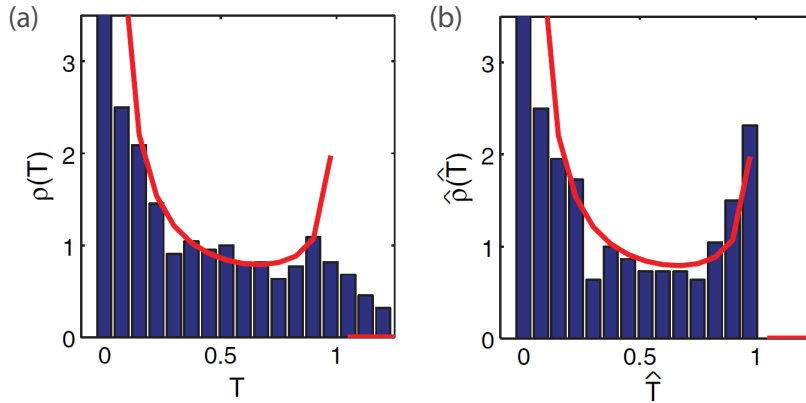


FIGURE 1.4 – Représentation de la distribution des valeurs propres en transmission (a)  $P(\tau)$  associés à la matrice de diffusion  $S$  et (b)  $P(\hat{\tau})$  associés à la matrice de diffusion compensée  $\hat{S}$ . La loi bimodale est représentée en rouge.

Figure provenant de [24]

Avec cette étude, les auteurs ont ainsi confirmé en expérimentation le caractère bimodal de la distribution des valeurs propres en transmission. Ils ont aussi confirmé que l'unitarité de la matrice de diffusion est nécessaire et que des bruits expérimentaux peuvent venir altérer cette distribution. D'autres études ont ensuite oeuvré pour expérimentalement mettre en lumière cette propriété des canaux propres de transmission que ce soit avec de la lumière [25] ou des micro-ondes [26].

Dans bon nombre de situations, nous cherchons à améliorer la transmission à travers un milieu diffusif. Rappelons que les canaux propres en transmission associés à une valeur propre unitaire sont qualifiés de “canaux ouverts” car la transmission du mode correspondant y est parfaite. Les techniques de façonnage de front d'onde, dont l'objectif est de manipuler de façon optimale le front d'onde incident afin de réaliser la fonctionnalité désirée, semblent donc être parfaitement adaptées pour exciter ces canaux propres ouverts et ainsi offrir une transmission parfaite. Notons que ces techniques de façonnage du front d'onde incident ne sont pas uniquement dédiées à l'amélioration de la transmission à travers des milieux désordonnés. Elles peuvent aussi être utilisées dans le but d'une focalisation, qu'elle soit spatiale ou temporelle, ou encore pour contrôler de façon

spatio-temporelle les ondes diffusées. Ce contrôle spatio-temporel permet par exemple la réalisation de tâches iconiques de contrôle des ondes comme la distribution optimale d'énergie, l'absorption cohérente virtuelle ou encore la réalisation d'états invariants à la diffusion. Ces deux dernières tâches sont introduites dans les sections 1.3.2 et 1.3.3.

## 1.2 Techniques de façonnage du front d'onde incident

### 1.2.1 Amélioration de la transmission

Il est possible d'améliorer la transmittance moyenne  $\langle T \rangle$  d'un système diffusif en excitant judicieusement les canaux propres en transmission. Comme déjà présenté dans la partie 1.1.1, la transmittance moyenne évolue en fonction du libre parcours moyen de transport  $\ell_{tr}$  et la longueur  $L$  du système,

$$\langle T \rangle \sim \frac{\ell_{tr}}{L} \ll 1 \quad (1.12)$$

Cependant, un champ pourra être parfaitement transmis en manipulant la forme du signal incident dans le but d'exciter un canal propre de transmission parfaite. Mathématiquement, cela signifie envoyer le vecteur singulier  $\mathbf{v}_{\max}$  qui excitera le canal propre de transmission associé la valeur singulière  $\tau_{\max} \approx 1$ , donc un canal ouvert. Le vecteur singulier  $\mathbf{u}_{\max}$  contient la forme d'onde du signal transmis à travers le système. Dans ce cas, la transmittance est améliorée par [14]

$$\frac{\tau_{\max}}{\langle T \rangle} \sim \frac{L}{\ell_{tr}} \gg 1 \quad (1.13)$$

Dans leurs article, Raktim Sarma *et al.* [27] se sont intéressés au contrôle de la densité de l'énergie dans un milieu désordonné dans le régime de l'optique. Pour cela, ils ont illuminé un guide d'onde  $2D$  avec un faisceau laser dont le front d'onde est parfaitement contrôlable grâce à un SLM. La distribution de l'intensité à l'intérieur du guide d'onde est mesurée à partir de la troisième dimension, à l'aide d'une caméra placée à la verticale du guide d'onde. La figure 1.5 est une illustration représentant le montage expérimental utilisé par les auteurs. L'encart est une micrographie électronique à balayage du guide d'onde rendu désordonné par le perçage de trous, distribués de façon aléatoire sur toute la largeur du guide d'onde. Notons ici que le système est fermé avec des conditions aux limites réfléchissantes aux parois, ainsi l'ensemble des modes incidents peut être contrôlé.

Des études expérimentales antérieures ont également tenté de contrôler la transmission à travers des milieux désordonnés en utilisant cette fois des plaques diffusantes [25, 28, 29]. Ces études utilisaient des milieux ouverts, cela signifie que malgré le grand nombre de degrés de liberté offert par les SLMs, il est impossible de contrôler tous les modes en entrée. Ce contrôle partiel tend à grandement réduire le nombre de valeurs propres en transmission unitaires et donc de fait le nombre de canaux propres ouverts [30]. Malgré cela, notons tout de même la nette augmentation de la transmittance atteinte dans ces études.

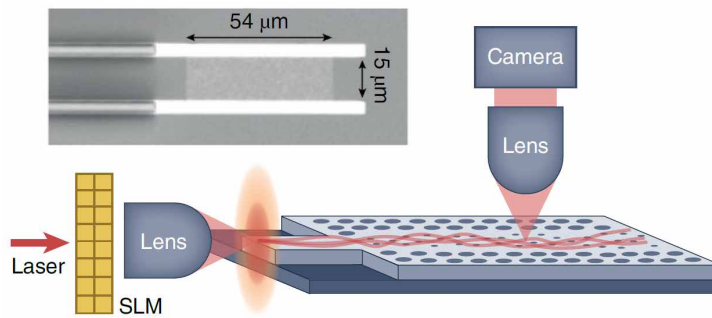


FIGURE 1.5 – Illustration du montage expérimental. L’encart est une micrographie électronique à balayage du guide d’onde désordonné.

Figure provenant de [14]

La figure 1.6 représente la distribution de l’intensité, à l’intérieur du guide d’onde, mesurée par les auteurs pour trois illuminations incidentes différentes. La première illumination incidente considérée est aléatoire. Comme attendu, la distribution de l’intensité de l’énergie au sein du guide d’onde, figure 1.6(a), met évidence l’existence de phénomènes de diffusions multiples. Malgré une certaine longueur de pénétration de l’onde incidente, son intensité semble diminuer avec la distance  $z$ . Ceci est confirmé sur la figure 1.6(d) représentant l’intensité  $I(z)$  moyennée sur la section du guide d’onde en fonction de la distance normalisée  $z/L$ , avec  $L$  la longueur du guide d’onde. L’intensité décroît donc de façon monotone avec l’augmentation de la distance de pénétration  $z$ . Notons qu’en l’absence de pertes, la théorie de la diffusion prédit que cette décroissance est linéaire dans les systèmes quasi-1D. Lorsque l’illumination incidente est optimisée afin de maximiser la transmission au sein de la structure, figure 1.6(b,e), cette décroissance de l’intensité moyenne n’est plus observée. Celle ci est cette fois piquée au centre du désordre  $z/L = 0.5$  et est bien supérieure que celle associée à une illumination incidente arbitraire. Il est aussi important de

constater que l'accumulation de l'intensité dans le système est bien supérieure dans le cas d'une onde incidente excitant les canaux propres (figure 1.6(b)) que dans le cas d'une onde incidente aléatoire (figure 1.6(a)). Ainsi malgré l'amélioration de la transmittance dans le système la propagation n'est pas balistique pour autant mais est due à un phénomène interférométrique. Les auteurs se sont aussi intéressés à la distribution de l'intensité au sein du guide d'onde pour une illumination incidente excitant les canaux fermés du système, figure 1.6(c,f). L'intensité moyennée présente cette fois une décroissance exponentielle en fonction de la distance  $z$  bien plus rapide que pour une illumination incidente aléatoire.

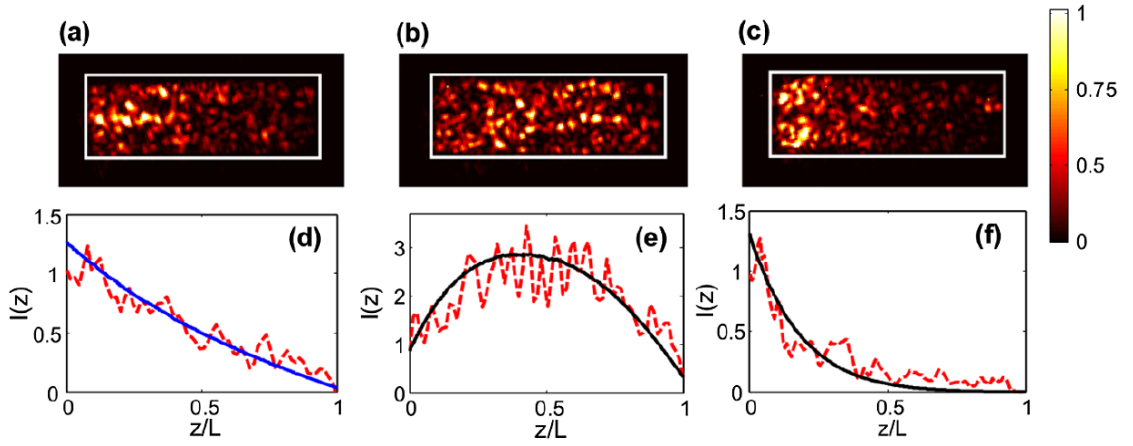


FIGURE 1.6 – (a-c) Représentation de la distribution bi-dimensionnelle de l'intensité  $I(y, z)$  mesurée au sein du guide d'onde désordonné pour une onde incidente (a) aléatoire (b) optimisée afin de maximiser la distance de pénétration et (c) optimisée afin de minimiser la distance de pénétration dans la structure. (d-f) Représentation de l'intensité  $I(z)$  moyennée sur la section du guide d'onde en fonction de la longueur de pénétration. Ces résultats sont obtenus à partir de (a-c).

Figure provenant de [27]

Ainsi, l'utilisation judicieuse des techniques de façonnage de front d'onde peuvent permettre d'améliorer la transmittance dans un système pourtant opaque ou au contraire de grandement la détériorer. Cependant, le contrôle de la transmittance n'est pas la seule fonctionnalité pour laquelle ces techniques sont utilisées. Elles peuvent en effet s'avérer utiles pour focaliser spatialement, en un ou plusieurs points, les ondes transmises à travers un milieu désordonné.



## 1.2.2 Focalisation

L'un des événements les plus importants dans l'étude de la propagation des ondes dans des milieux complexes est certainement la première observation expérimentale de la focalisation d'un faisceau laser à travers un échantillon fortement diffusant. Dans cette étude, Ivo M. Vellekoop et Allard P. Mosk [31] ont judicieusement façonné le front d'onde de l'onde incidente avec un SLM afin de forcer la lumière transmise à travers le milieu diffusant à converger vers un point prédéfini. Une illustration explicative de l'expérience menée par les auteurs est représentée sur la figure 1.7. Dans le cas le plus général, la lumière incidente – représentée par une onde plane sur la figure 1.7(a) – est fortement diffusée par l'échantillon, ainsi la lumière mesurée en sortie forme un motif aléatoire appelé "speckle". Le caractère aléatoire du speckle mesuré en sortie résulte des innombrables diffusion de l'onde au sein de l'échantillon, il n'existe donc plus aucune relation directe entre le front d'onde incident et l'image transmise. L'objectif ici est de faire correspondre le front d'onde incident à l'échantillon de manière à ce que la lumière diffusée soit focalisée dans une zone cible, figure 1.7(b). Le milieu diffusant utilisé par les auteurs est plaque de rutile de  $10.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur. Le libre parcours moyen de transport mesuré par les auteurs est  $\ell_{\text{tr}} \approx 0.55 \pm 0.10 \mu\text{m}$ .

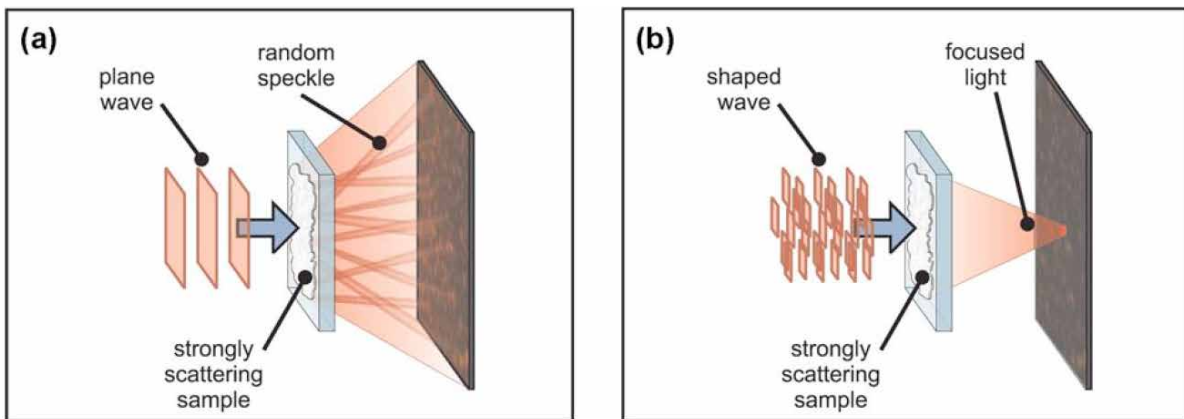


FIGURE 1.7 – Illustration explicative de l'expérience réalisée. (a) Représentation d'onde plane incidente au milieu diffusant. Un motif de speckle est observé en sortie. (b) Représentation du front d'onde de la lumière incidente façonnée de manière à ce que la diffusion au sein du milieu fasse converger la lumière transmise vers une cible prédéfinie.

Figure provenant de [31]

La figure 1.8(a) représente la distribution spatiale de l'intensité de la lumière trans-

mise à travers l'échantillon diffusant pour une onde incidente plane. Ainsi, lorsque le front d'onde du faisceau incident n'est pas spécifiquement façonné, les ondes transmises forment un speckle aléatoire avec des intensités faibles. Les auteurs ont ensuite optimisé le front d'onde incident afin que la lumière transmise soit focalisée en un point. Les résultats, représentés sur la figure 1.8(b), montrent qu'un point lumineux se démarque clairement du fond diffus. L'intensité mesurée sur le point focal est plus de 1000 fois plus importante que celle mesurée sur le speckle non-optimisé. La figure 1.8(c) représente la distribution spatiale de l'intensité de la lumière transmise pour un front d'onde optimisé de manière à faire converger les ondes transmises vers 5 cibles différentes. Les 5 points focaux se détachent du fond diffus avec une intensité plus de 200 fois supérieure à l'intensité diffusée initiale. La phase du front d'onde incident correspondant est représentée sur la figure 1.8(d).

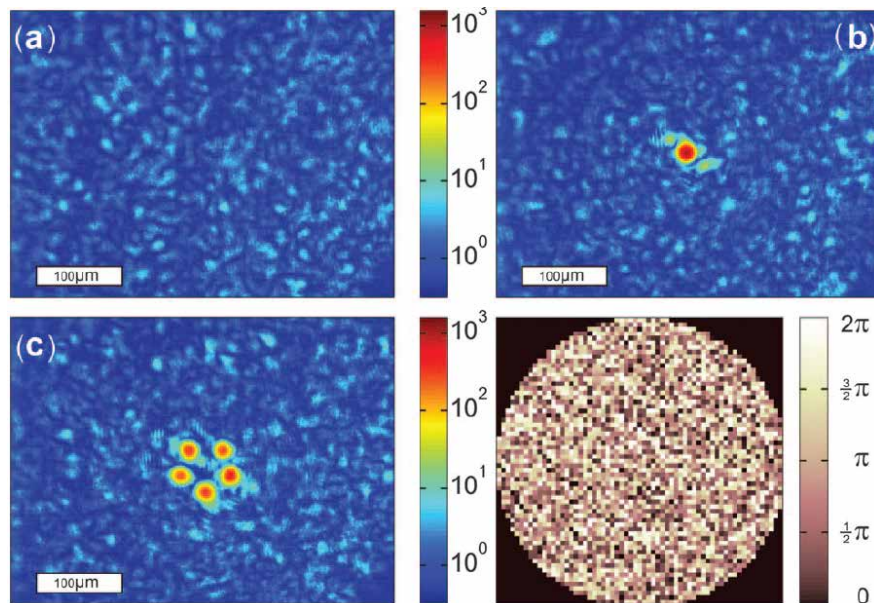


FIGURE 1.8 – Représentation spatiale de l'intensité de la transmission à travers une plaque de rutile de  $10.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur. (a) Transmission pour un faisceau incident non façonné. (b) Transmission après une optimisation pour une focalisation sur une cible unique. (c) Optimisation multi-faisceaux. La lumière transmise est focalisée sur 5 cinq cibles prédéfinies. (d) Représentation de la phase du faisceau incident utilisé pour former (c).

Figure provenant de [31]

Le SLM utilisé en expérimentation par les auteurs permet de contrôler la phase du signal au niveau de chaque pixel. Il est intéressant de constater que ces pixels ne présentent

aucune corrélation entre eux. En effet, chaque pixel semble être parfaitement indépendant de ses voisins. Cela met en évidence la présence de phénomènes de diffusion multiple, se produisant dans l'échantillon, brouillant ainsi complètement le front d'onde incident. Notons que dans le cas d'ondes incidentes monochromatiques, comme c'est le cas ici, le front d'onde incident permettant la focalisation spatiale à travers un milieu diffusant est égale à la conjugaison de phase d'un champ sortant généré par un point source situé au point focal désiré [32].

Avec cette étude, les auteurs ont confirmé en expérimentation la possibilité de spatialement focaliser les faisceaux lumineux transmis à travers un obstacle, opaque et fortement diffusant, sur des zones cibles prédéfinies. Cette étude pionnière sur la focalisation spatiale, a été suivie par de nombreuses autres publications [16, 33-35]. Notons que la focalisation spatiale n'est pas limitée à des études monochromatiques, en effet la mesure et l'analyse de la matrice en transmission multi-spectrale permet une focalisation large-bande à travers un milieu diffusif [14, 36]. Aussi, le phénomène de focalisation spatiale non pas à travers mais au sein d'un milieu diffusif peut être un phénomène intéressant à étudier pour plusieurs applications dans le domaine de l'optique biomédicale par exemple. Ce phénomène a été réalisé en optimisant le front d'onde incident d'un faisceau laser avec des "guidestars" [37].

## 1.3 Tâches emblématiques de contrôle des ondes

### 1.3.1 L'absorption cohérente parfaite

L'absorption cohérente parfaite (*Coherent Perfect Absorption* – CPA – en anglais) est un phénomène physique, développé de façon théorique pour la première fois par Yidong Chong *et al.* [38], désignant un système dans lequel l'interférence des différentes ondes incidentes cohérentes permet l'absorption totale du rayonnement électromagnétique.

Prenons le cas simple d'un système à  $N_c = 2$  ports, éclairé des deux cotés par des ondes incidentes cohérentes. Le milieu considéré ici peut être absorbant, ainsi en plus des fractions transmises et réfléchies de l'énergie incidente, une partie de l'énergie peut aussi être absorbée par le système. Les ondes sortantes sur chaque port sont donc des ondes résultant des interférences entre les ondes réfléchies et transmises depuis l'autre coté du système. La matrice  $N_c \times N_c$  de diffusion  $S$  associée à ce milieu permettant de parfaitement le caractériser (voir section 1.1.2) s'écrit

$$S = \begin{pmatrix} r_{11} & t_{12} \\ r_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

où  $r_{ii}$  et  $t_{ij}$  représentent les coefficients de réflexion et de transmission. Cette matrice de diffusion permet de relier très simplement et de façon linéaire les ondes sortantes aux ondes incidentes par

$$\Psi_{out} = S\Psi_{in} \quad (1.15)$$

avec  $\Psi_{in}$  le champ incident et  $\Psi_{out}$  le champ sortant.

Dans le cas d'une absorption cohérente parfaite, toute l'énergie incidente est absorbée annulant ainsi toute réflexion et toute transmission. Cela revient à annuler toutes les composantes des ondes de sortie dans l'équation 1.15, c'est à dire poser

$$S\Psi_{CPA} = 0. \quad (1.16)$$

Le vecteur  $\Psi_{CPA}$ , non nul, vérifiant cette relation permet donc l'absorption cohérente parfaite et est appelé un "mode propre du CPA". Dans le cas d'une illumination ne correspondant pas au mode propre du CPA,  $\Psi_{CPA}$ , l'équation 1.16 n'est pas vérifiée, l'absorption cohérente parfaite n'est pas atteinte et des ondes sortantes peuvent donc apparaître. La difficulté réside donc dans l'identification de l'ensemble  $\Psi_{CPA}$ .

Chaque phénomène de diffusion peut être caractérisé par la distribution dans le plan des fréquences complexes de ses singularités spectrales, appelées pôles et zéros, de la matrice de diffusion [39-41]. Les pôles sont associés à des fréquences complexes  $\tilde{\nu}_n$  pour lesquelles des ondes sortantes peuvent exister ( $\Psi_{out} \neq 0$ ) malgré une absence d'excitation externe ( $\Psi_{in} = 0$ ). Les zéros sont quant à eux associés à des fréquences complexes  $\tilde{z}_n$  pour lesquelles une onde incidente non nulle ( $\Psi_{in} \neq 0$ ) est parfaitement absorbée empêchant ainsi l'émergence d'ondes sortantes ( $\Psi_{out} = 0$ ). Les pôles  $\tilde{\nu}_n$  et les zéros  $\tilde{z}_n$  de la matrice de diffusion correspondent donc respectivement à des modes d'émission et d'absorption parfait du système. Les zéros (pôles) de la matrice en diffusion coïncident avec des solutions non-physiques comportant des ondes en entrée qui croissent (décroissent) de façon exponentielle en fonction du temps [39, 42]. Ces singularités spectrales existent toujours par paires symétriques par rapport à l'axe imaginaire du plan complexe [39]

$$\{\tilde{\nu}_n, -(\tilde{\nu}_n)^*\} \quad \text{et} \quad \{\tilde{z}_n, -(\tilde{z}_n)^*\}. \quad (1.17)$$

Ainsi une singularité spectrale, que ce soit un pôle ou un zéro, existant à la fréquence réelle  $\nu_n$  sera associée à une autre singularité spectrale de partie imaginaire identique mais de fréquence  $-\nu_n$ .

Dans le cas plus spécifique d'un système sans pertes les pôles et les zéros ne sont plus indépendant entre eux mais existent par paire conjuguée-complexe,

$$\tilde{z}_n = (\tilde{\nu}_n)^* \quad (1.18)$$

avec les zéros  $\tilde{z}_n$  situés dans la moitié supérieure du plan complexe et les pôles  $\tilde{\nu}_n$  dans la moitié inférieure. Ainsi dans un système sans pertes, si un zéro  $\tilde{z}_n$  de la matrice de diffusion existe à la fréquence réelle  $\nu_n$ , un pôle  $\tilde{\nu}_n$  existe aussi à la même fréquence réelle mais avec une partie imaginaire de signe opposé au zéro correspondant. Il est intéressant de noter ici que les zéros d'un système sans pertes, situés donc dans la moitié supérieure du plan complexe, correspondent aux différentes résonances du système.

L'ajout de gain ou de pertes, de façon spatialement homogène, dans un système diffusif influe sur la partie imaginaire de ses singularités spectrales modifiant ainsi leur position, verticale seulement, dans le plan complexe. Les singularités sont tirées vers le haut lorsque du gain est ajouté, vers le bas pour des pertes. Ainsi en ajoutant une quantité judicieuse de gain dans le système un pôle  $\tilde{\nu}_n$  peut être monté jusqu'à l'axe des fréquences réelles. Dans ce cas la matrice de diffusion aura une valeur propre infinie produisant ainsi le phénomène de laser. Inversement, un zéro  $\tilde{z}_n$  peut être descendu sur l'axe réel en ajoutant la quantité de pertes suffisante dans le système. Dans ce cas la matrice de diffusion aura une valeur propre nulle permettant une absorption cohérente parfaite.

Sur la figure 1.9 est représenté un schéma illustrant l'influence des pertes sur la position des zéros de la matrice de diffusion avec en rouge les zéros de la matrice de diffusion lorsqu'un système sans pertes est considéré et en bleu lorsque des matériaux à pertes sont ajoutés dans le même système. La condition à l'absorption cohérente parfaite, c'est à dire l'ajout de pertes dans le but d'obtenir un zéro réel de la matrice de diffusion, peut être interprétée comme le retournement temporel du laser au seuil d'émission du laser, c'est à dire avant d'entrer dans un régime non-linéaire où des effets de saturation peuvent apparaître [43, 44]. Dans un processus de laser, un pôle est amené sur l'axe réel grâce à l'ajout de gain dans le système imposant ainsi à la matrice de diffusion une valeur propre infinie. Ainsi, un système diffusif avec la quantité adéquate de gain produit un champ quittant le système – à une fréquence et une phase toutes deux bien définies – sans pour autant que le système ne soit illuminé par un quelconque champ cohérent incident à cette

fréquence. Lorsque le même système est conservé mais que le milieu à gain est remplacé par un milieu absorbant équivalent, l'ensemble des singularités spectrales ( $\tilde{\nu}_n$  et  $\tilde{z}_n$ ) est tiré vers le bas, un zéro est réel et une valeur propre de la matrice de diffusion est nulle. Le système est cette fois un “anti-laser” au même seuil d'émission, c'est à dire que le système absorbera parfaitement un champ incident à la même fréquence que celle du laser. Le mode propre du CPA,  $\Psi_{\text{CPA}}$ , c'est à dire l'ensemble contenant le champ à injecter dans le système afin que celui-ci soit parfaitement absorbé (équation 1.16), correspond ici au vecteur propre associé à la valeur propre nulle de la matrice de diffusion.

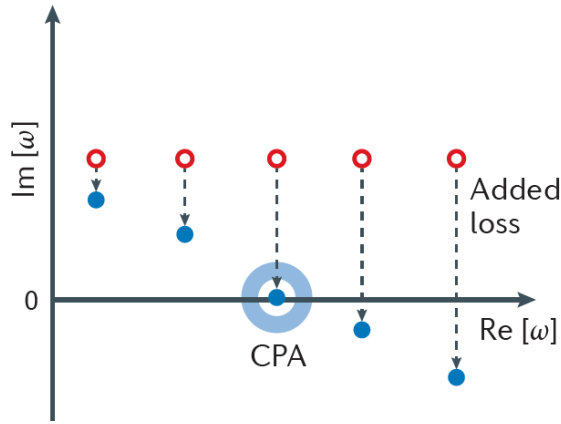


FIGURE 1.9 – Représentation des zéros,  $\tilde{z}_n$ , de la matrice de diffusion dans le plan des fréquences complexes pour des systèmes sans pertes (cercles rouges) et avec des matériaux à pertes (disques bleus).

Figure provenant de [42]

La première réalisation expérimentale de ce phénomène d'absorption cohérente parfaite a été présentée dans l'article de Wenjie Wan *et al.* [43] dans le régime de l'optique. Le système considéré ici est une plaque de Silicium d'une épaisseur environ égale à  $110 \mu\text{m}$  et illuminée des deux côtés par des ondes incidentes cohérentes d'intensité égale. Les auteurs ont mis en évidence l'existence de plusieurs valeurs propres nulles de la matrice de diffusion, pour des longueurs d'ondes aux alentours de  $1000 \text{ nm}$ , indiquant donc plusieurs résonances permettant l'absorption cohérente parfaite par la plaque de Silicium. Les auteurs ont mesuré l'intensité des signaux sortant de chaque côté du système à une résonance CPA. L'intensité des signaux incidents est ici fixée afin qu'elle soit constante et identique sur les deux ports, seule la phase relative  $\phi$  entre les signaux incidents varie. La figure 1.10 représente les signaux expérimentalement mesurés avec en bleu l'intensité

totale en sortie, c'est à dire la somme des intensités mesurées à chaque port, en rouge l'intensité mesurée à droite et en vert l'intensité mesurée à gauche. Ces intensités sont à chaque fois représentées en fonction de la phase relative  $\phi$  des signaux incidents. Pour une question de transparence il est important de noter que cette figure est issue de l'article de Denis G. Baranov *et al.* [42] elle même adaptée de l'article de Wenjie Wan *et al.* [43].

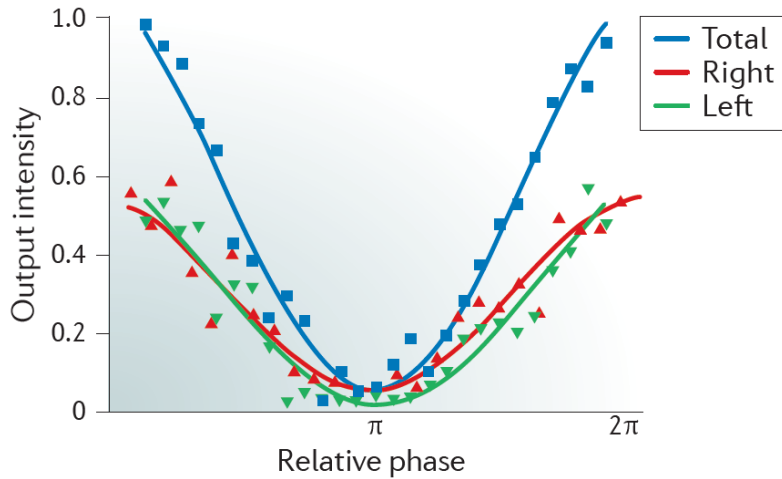


FIGURE 1.10 – Résultats expérimentaux montrant une absorption cohérente parfaite dans une plaque de Silicium d'une épaisseur d'environ  $110 \mu\text{m}$  illuminée par des ondes incidentes cohérentes d'intensité égale et avec une longueur d'onde  $\lambda = 998.4 \text{ nm}$ . L'intensité de sortie totale (bleu) et les intensités de sortie mesurées à gauche (vert) et à droite (rouge) sont représentées en fonction de la phase relative entre les ondes incidentes.

Figure provenant de [42]

En plus de confirmer en expérimentation le phénomène d'absorption cohérente parfaite par le système, l'intensité totale en sortie étant très faible pour  $\phi = \pi$ , ces résultats montrent de façon évidente la forte dépendance de la phase relative des signaux incidents sur l'intensité sortante totale. En effet, le vecteur propre de la matrice de diffusion associé à la résonance du CPA considérée est impair. Ainsi les signaux doivent être anti-symétriques entre eux afin de satisfaire les conditions nécessaires à l'absorption cohérente parfaite, observée en expérimentation (figure 1.10) seulement lorsque les signaux incidents sont en opposition de phase,  $\phi = \pi$ . Les intensités en sortie mesurées à gauche (courbe verte) et à droite (courbe rouge) sont elles aussi minimales pour la même phase relative  $\phi = \pi$ .

De nombreuses autres études se sont penchées sur la réalisation du phénomène d'ab-



sorption cohérente parfaite que ce soit en optique [44, 45], en téraHertz [46], en microondes [47] ou en acoustique [48]. La généralité des concepts utilisés permet d'étendre le phénomène d'absorption cohérente parfaite à des milieux désordonnés aléatoires. De façon analogue avec l'absorption cohérente parfaite, l'absorption cohérente parfaite ALÉATOIRE (*Random-CPA* en anglais), ayant donc lieu dans des milieux désordonnés aléatoires, peut être vu comme le retournement temporel du "laser aléatoire" [49, 50] dans lequel le champ subit de multiples diffusions. Ainsi contrairement à un laser classique, le champ sortant d'un laser aléatoire n'est pas focalisé, sa forme spatiale est bien plus complexe de part ces différentes diffusions. L'absorption cohérente parfaite aléatoire est un phénomène bien plus difficile à réaliser car il nécessite l'identification du retournement temporel de ce champ, dans toute sa complexité, afin de créer un rayonnement cohérent incident qui soit parfaitement absorbé par le milieu désordonné.

Dans l'article de Kevin Pichler *et al.* [51], les auteurs proposent la première observation expérimentale d'une absorption cohérente parfaite par un système désordonné aléatoire. Pour cela ils ont utilisé un guide d'onde à deux dimensions contenant un milieu diffusif composé de 60 diffuseurs cylindriques en métal aléatoirement positionnés. Deux réseaux d'antennes situés de part et d'autre du milieu diffusif sont utilisés afin de contrôler en phase et en amplitude le signal injecté et de mesurer le signal diffusé. Une antenne monopôle est placée au centre du milieu diffusif. Cette antenne est reliée à une résistance de  $50 \Omega$  introduisant ainsi de fortes pertes localisées. La longueur de l'antenne au sein du milieu diffusif est ajustée par les auteurs afin d'obtenir le couplage judicieux induisant la quantité de pertes adéquate permettant une possible absorption cohérente aléatoire parfaite. Après avoir mesuré la matrice de diffusion, un état propre correspondant à une valeur propre proche de zéro est injecté dans le système. La courbe bleue sur la figure 1.11 représente le rapport entre l'intensité mesurée en sortie du milieu diffusif et l'intensité du signal injecté, pour un état d'absorption cohérente parfaite. Une absorption de l'intensité injectée de plus de 99.78% est mesurée par les auteurs. Le minimum très prononcé obtenu à la fréquence désirée est une première signature de l'effet d'absorption cohérente parfaite. Afin de confirmer la réalisation d'une absorption cohérente aléatoire parfaite et non d'une amélioration cohérente de l'absorption [52], les auteurs ont vérifié que l'injection d'un état correspondant au retournement temporel d'un état d'absorption cohérente parfaite par l'antenne centrale ne produit aucune réflexion. Le coefficient de réflexion sur l'antenne central de cet état temporellement retourné, ici du signal ayant subi une conjugaison de phase (opération analogue dans le domaine spectrale), est représenté par la courbe rouge



sur la figure 1.11. Le creux prononcé indique que l’antenne est couplée de manière critique au système aléatoire à une fréquence très proche de celle de l’absorption cohérente parfaite confirmant ainsi la réalisation du phénomène d’absorption cohérente parfaite aléatoire.

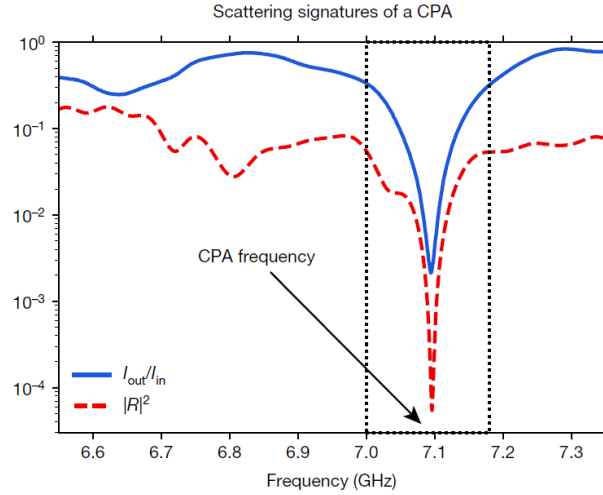


FIGURE 1.11 – Spectre du rapport de l’intensité mesurée en sortie sur l’intensité injectée d’un état d’absorption cohérente parfaite (en bleu) et du signal réfléchi lors d’une injection et d’une mesure par l’antenne centrale (en rouge).

Figure provenant de [51]

### 1.3.2 L’absorption virtuelle parfaite

L’absorption cohérente virtuelle (*Coherent Virtual Absorption* – CVA – en anglais) aussi appelée absorption virtuelle parfaite (*Virtual Perfect Absorption* – VPA) est un concept développé par Denis G. Baranov *et al.* [53] permettant de piéger les ondes dans un milieu sans pertes pendant un certain temps et d’annuler ainsi les ondes transmises, réfléchies et diffusées. Pour une question de cohérence et de simplicité sur les notations, les termes “absorption virtuelle parfaite (VPA)” seront utilisées dans le reste de ce manuscrit.

Contrairement à l’absorption cohérente parfaite (voir section 1.3.1) le concept d’absorption virtuelle parfaite est développé dans des systèmes sans pertes, systèmes où les zéros de la matrice de diffusion ne peuvent pas être sur l’axe réel. C’est pourquoi une onde incidente sera transmise, réfléchi ou diffusée pour toutes les fréquences réelles. De plus, l’absence de pertes impose à tous ces zéros complexes de la matrice de diffusion une partie

imaginaire positive. Ils sont donc tous naturellement situés dans la moitié supérieure du plan complexe [54]. Les premiers travaux sur le concept de VPA ont montré qu'un signal temporel judicieusement choisi peut exciter un zéro complexe de la matrice de diffusion annulant ainsi totalement la transmission, la réflexion et la diffusion dans le système et créant de fait des absorbeurs virtuels [53, 55-57]. Le terme "virtuel" est ici utilisé car cette absorption est réalisée sans ajout de matériaux à pertes. Le signal incident doit donc être judicieusement adapté afin d'exciter un zéro complexe de la matrice de diffusion.

Considérons la convention  $e^{-i\omega t}$ , les zéros de la matrice de diffusion d'un système quelconque sans pertes sont associés à des fréquences complexes  $\omega_0 = \omega' + i\omega''$ , avec  $\omega'' > 0$ . Il est possible d'exciter individuellement chacun de ces zéros complexes avec un signal temporel dont l'amplitude croît de façon exponentielle  $e^{\omega'' t}$  annulant ainsi toute diffusion [53]. Ainsi durant l'excitation transitoire, au fur et à mesure que l'exponentielle  $e^{\omega'' t}$  croît, les ondes sont piégées dans le système. Il est important de noter ici que les ondes ne sont pas absorbées par le système, elles sont seulement stockées. En effet pour des raisons physiques évidentes, l'exponentielle incidente ne peut pas croître indéfiniment. Lorsque celle-ci est stoppée ou modifiée, l'énergie jusqu'alors stockée est subitement libérée. Pendant que les signaux incidents croissent en  $e^{\omega'' t}$ , le système stocke l'énergie proportionnellement à  $e^{2\omega'' t} \cos^2(2\omega' t)$  [56].

Dans l'article [53], les auteurs ont présenté les premiers résultats issus de simulations numériques de cette absorption virtuelle. Pour cela ils ont utilisé un système diffusif à deux ports, une plaque de diélectrique homogène d'épaisseur  $L$  considérée en espace libre. Les zéros complexes de la matrice de diffusion de plaque sans pertes non-magnétique  $v = 1$  d'indice de réfraction  $n = 3$  sont tous situés dans la moitié supérieure du plan complexe.

Afin de ne pas couper brusquement l'exponentielle croissante incidente, une courte décroissance exponentielle, en fonction  $\tau_a$ , est ajoutée après le temps de coupure ( $t = 0$ ). Ainsi, le signal temporel incident  $E_{in}(t)$  est défini par

$$E_{in}(t) = e^{-i\omega' t} e^{\omega'' t} \Theta(-t) + e^{-i\omega' t} e^{-\left(\frac{t}{\tau_a}\right)^2} \Theta(t) \quad (1.19)$$

avec  $\Theta(t)$  la fonction de Heaviside. La partie réelle du champ incident (pointillés rouge) et celle du champ diffusé (vert) par la plaque de diélectrique sont toutes les deux représentées sur la figure 1.12(a). Les auteurs ont fixé ici  $\tau_a = \frac{1}{\omega'}$  imposant ainsi une rapide décroissance du champ incident à 0 après la coupure du champ incident ( $t = 0$ ). Comme attendu, ces résultats montrent que le champ diffusé est nul pour des temps négatifs, c'est

à dire avant l'arrêt de l'illumination. L'énergie n'est relâchée que pour  $\omega't > 0$  quand la croissance exponentielle est stoppée et ne compense donc plus la décroissance du mode correspondant. Il est à noter ici que contrairement à ce que l'on pourrait imaginer au premier abord, le champ diffusé ne correspond pas au retournement temporel du champ incident mais dépend plutôt des modes propres de la cavité. En effet, l'énergie sera relâchée à travers les pôles complexes du système [56]. Dans le cas de systèmes sans pertes, les pôles complexes sont situés de façon symétrique par rapport aux zéros dans le plan complexe, c'est à dire donc dans la moitié inférieure de celui-ci.

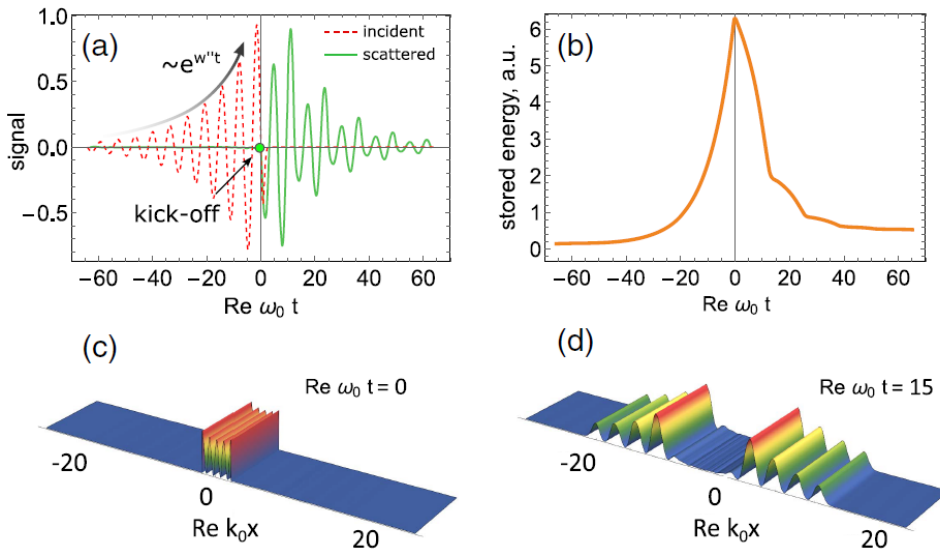


FIGURE 1.12 – Démonstration de l'absorption virtuelle parfaite dans système 1D sans pertes. (a) Le champ diffusé (vert) par la plaque de diélectrique lors de l'illumination avec un champ incident croissant de façon exponentielle (pointillés rouge) et correspondant à un zéro complexe de la matrice de diffusion. La croissance exponentielle se stoppe à  $\omega't = 0$ . (b) L'énergie du champ électromagnétique stockée dans la plaque de diélectrique en fonction du temps pour l'impulsion incidente représentée en (a). (c, d) Le profil d'intensité du champ électrique (c) exactement à  $\omega't = 0$ , et (d) pendant la ré-émission de l'énergie stockée,  $\omega't = 15$ .

Figure provenant de [53]

La figure 1.12(b) représente l'évolution temporelle de l'énergie du champ électrique au sein du diélectrique précédemment considéré. Pour des temps strictement négatifs,  $\omega't < 0$ , c'est à dire durant la phase d'excitation transitoire, l'énergie au sein du diélectrique ne fait qu'augmenter traduisant une accumulation de l'énergie par le diélectrique qui n'est relâchée qu'à l'instant où l'exponentielle croissante est modifiée à  $\omega't = 0$ . Le profil de la distribution du champ dans le diélectrique pour  $\omega't = 0$  représenté sur la figure 1.12(c)

montre de façon explicite la concentration de l'énergie au sein du diélectrique ainsi que l'absence de diffusion. Il est à noter que l'énergie représentée ici est le résultat de la différence entre le champ total et le champ incident et correspond donc au champ diffusé seulement. Lorsque l'exponentielle croissante incidente est modifiée l'énergie jusqu'alors stockée est subitement relâchée, ce qui est confirmé par la la distribution du champ diffusé après la modification de l'exponentielle croissante pour  $\omega't = 15$  représentée sur la figure 1.12(d). L'énergie n'est plus confinée et est redirigée vers les deux ports du système.

L'amplitude croissante du signal incident n'est pour autant pas la seule condition à prendre en compte afin de réaliser une absorption virtuelle parfaite. En effet la phase du signal incident est tout aussi importante. Sur la figure 1.13 sont représentés des signaux issus de simulations numériques présentés dans l'article de Giuseppe Trainiti *et al.* [56].

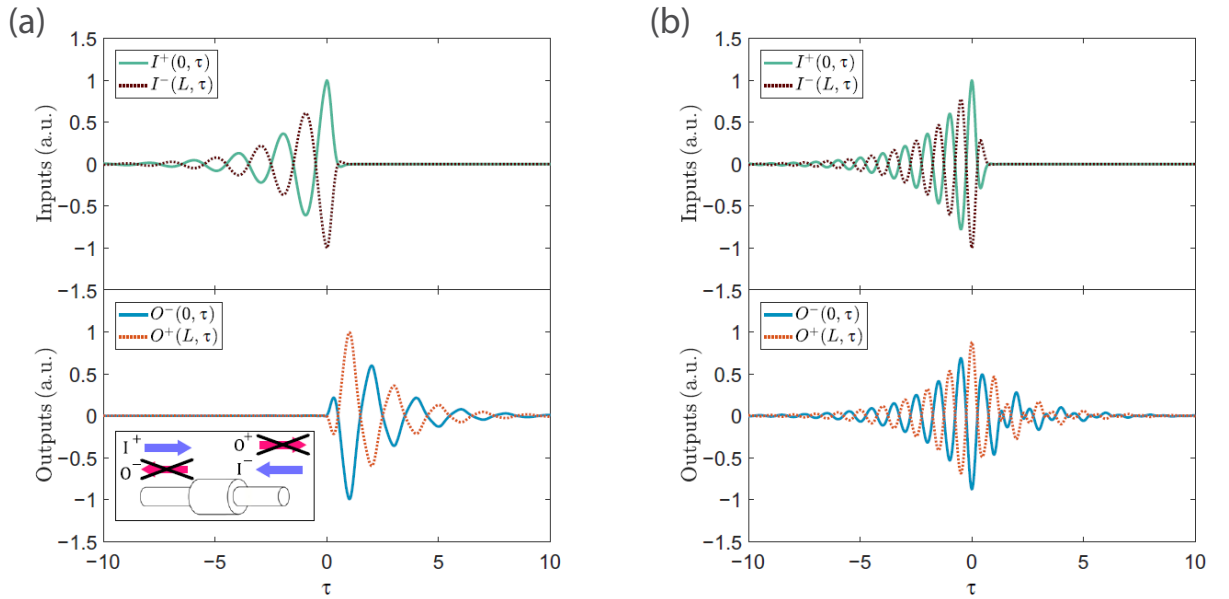


FIGURE 1.13 – (a) Cas d'un zéro complexe anti-symétrique excité anti-symétriquement avec le champ incident à gauche (vert) et à droite (pointillés noir) sur la première ligne et le champ diffusé à gauche (bleu) et à droite (pointillés rouge) sur la seconde. (b) Cas d'un zéro complexe symétrique de façon anti-symétrique avec le même code couleur que celui considéré en (a).

Figure provenant de [56]

La première ligne de ces deux colonnes représente les signaux temporels injectés dans le système diffusif à gauche  $I^+(0, \tau)$  en vert et à droite  $I^-(L, \tau)$  en pointillés noir. La seconde

ligne représente les signaux temporels diffusés et réfléchis à gauche  $O^-(0, \tau)$  en bleu et à droite  $O^+(L, \tau)$  en pointillés rouge. L’encart en bas à gauche est une représentation schématique du système diffusif simulé, c’est à dire un guide d’onde cylindrique à deux ports, sans pertes et considéré pour des ondes élastiques. Les figures 1.13(a) et 1.13(b) représentent donc les signaux injectés et réfléchis pour deux zéros complexes différents de la matrice de diffusion caractérisant le système. Pour ces deux zéros considérés l’excitation est toujours anti-symétrique. Ainsi quand un zéro complexe anti-symétrique est excité (figure 1.13(a)), l’ensemble des conditions nécessaires à l’absorption virtuelle est respecté ce qui permet donc de réaliser ce phénomène. Dans ce cas les signaux diffusés sont nuls durant la phase d’excitation,  $\tau < 0$ . En revanche lorsqu’un zéro symétrique est excité (figure 1.13(b)), l’absorption virtuelle n’est pas atteinte, les signaux diffusés ne sont pas nuls pour  $\tau < 0$  et apparaissent rapidement après le début de l’excitation. Un zéro symétrique correspond à une excitation symétrique, hors ici l’excitation est anti-symétrique. Il suffirait donc d’inverser la phase d’un des deux signaux pour obtenir une absorption parfaite virtuelle et donc supprimer toute réflexion pour tout  $\tau < 0$ .

Les premiers résultats expérimentaux permettant d’observer une absorption parfaite virtuelle ont été réalisés par Giuseppe Trainiti *et al.* [56] avec le même dispositif expérimental que celui considéré sur la figure 1.13, c’est à dire guide d’onde pour des ondes élastiques, cylindrique, à deux ports et sans pertes. Des transducteurs piézoélectriques sont reliés de chaque côté du guide d’onde afin d’assurer les excitations. D’autres réalisations expérimentales de l’absorption virtuelle ont ensuite été menées que ce soit avec des ondes mécaniques à la surface de l’eau [58] ou avec des microondes [59].

### 1.3.3 États invariants à la diffusion

Les modes invariants par rapport à la diffusion (*Scattering invariant modes* – SIM – en anglais) sont des modes, introduits pour la première fois par Pritam Pai *et al.* [60], qui ne sont que peu altérés par la présence d’un système diffusif. Cela signifie que le champ transmis d’un état invariant à la diffusion est le même, qu’il soit diffusé à travers un milieu désordonné ou qu’il soit propagé de manière balistique à travers un milieu homogène.

Prenons le cas d’un milieu diffusif quelconque, caractérisé par sa matrice en transmission  $T_s$ , ainsi qu’un certain volume d’air – non diffusant donc – avec sa matrice en transmission  $T_{\text{air}}$  associée. Le champ électrique sortant,  $\tilde{E}$ , résultant de la diffusion d’un champ électrique incident d’un mode invariant de diffusion sera le même indépendamment

du milieu de propagation considéré, donc de la matrice de transmission  $T_s$  ou  $T_{\text{air}}$  utilisée. Ainsi nous pouvons écrire la relation suivante permettant de relier les champs entrant et sortant sous forme de vecteurs contenant les différents coefficients complexes de diffusion,

$$T_s \tilde{E}_n = \alpha_n T_{\text{air}} \tilde{E}_n \quad (1.20)$$

avec  $\tilde{E}_n$  représentant le  $n^{\text{ième}}$  état d'entrée du mode invariant à la diffusion considéré et  $\alpha_n$  la valeur propre correspondante. Les valeurs propres  $\alpha_n$  sont complexes, elles quantifient donc l'atténuation,  $|\alpha_n|^2$ , et le décalage de phase,  $\arg(\alpha_n)$ , du champ sortant par rapport au champ incident. Le produit  $T_{\text{air}}^\dagger T_{\text{air}}$  est théoriquement unitaire, ainsi nous pouvons écrire l'équation caractérisant les valeurs propres d'un mode invariant de diffusion.

$$T_{\text{air}}^\dagger T_s \tilde{E}_n = \alpha_n \tilde{E}_n. \quad (1.21)$$

En plus de l'introduction théorique du phénomène d'invariance par rapport à la diffusion, les auteurs [60] en ont aussi présenté une observation expérimentale dans le régime de l'optique. Pour ce faire les deux matrices  $T_s$  et  $T_{\text{air}}$  ont été mesurées et ensuite injectées dans l'équation 1.21. Une fine couche de nano-poudre d'oxyde de zinc (ZnO) d'une épaisseur  $e$  environ égale à deux libre parcours moyen,  $e \sim 2\ell_s = 2\ell_{\text{tr}}$ , est utilisée comme milieu diffusif. Le champ d'un état invariant à la diffusion transmis à travers l'oxyde de zinc est représenté sur la figure 1.14 pour une polarisation horizontale (a) et verticale (c). Les mêmes champs incidents cette fois transmis à travers une épaisseur identique d'air sont représentés de façon analogue sur les figures 1.14(b,d). La phase  $\phi$  des champs mesurés est représentée par la couleur et l'amplitude  $I$  par la luminosité. Comme attendu, les champs transmis à travers l'air,  $E_{\text{air}}$ , et à travers la poudre d'oxyde de zinc,  $E_s$ , sont visuellement très proches pour les deux polarisations. La similarité cosinus calculé par les auteurs et elle aussi importante  $\frac{|E_s^* \cdot E_{\text{air}}|}{|E_s||E_{\text{air}}|} = 0.79$ . Il est intéressant de noter que les auteurs ont aussi mis en évidence que cette similarité entre les champs incident et transmis augmente linéairement avec  $|\alpha|$  jusqu'à atteindre une valeur maximale d'environ  $|\alpha| \sim 0.82$ .

Ainsi cette étude expérimentale confirme l'existence de modes permettant l'obtention d'un champ transmis à travers un milieu diffusif similaire au champ incident. Chaque état correspondant à un mode invariant injecté est adapté à la matrice de diffusion mesurée et est caractérisé par une valeur propre  $\alpha_n$  spécifique. Cette valeur propre  $\alpha_n$  complexe, en plus de contenir les coefficients d'atténuation et de décalage en phase permet de quantifier le degré de ressemblance entre le champ incident et le champ sortant, une valeur propre

importante est synonyme de similarité importante.

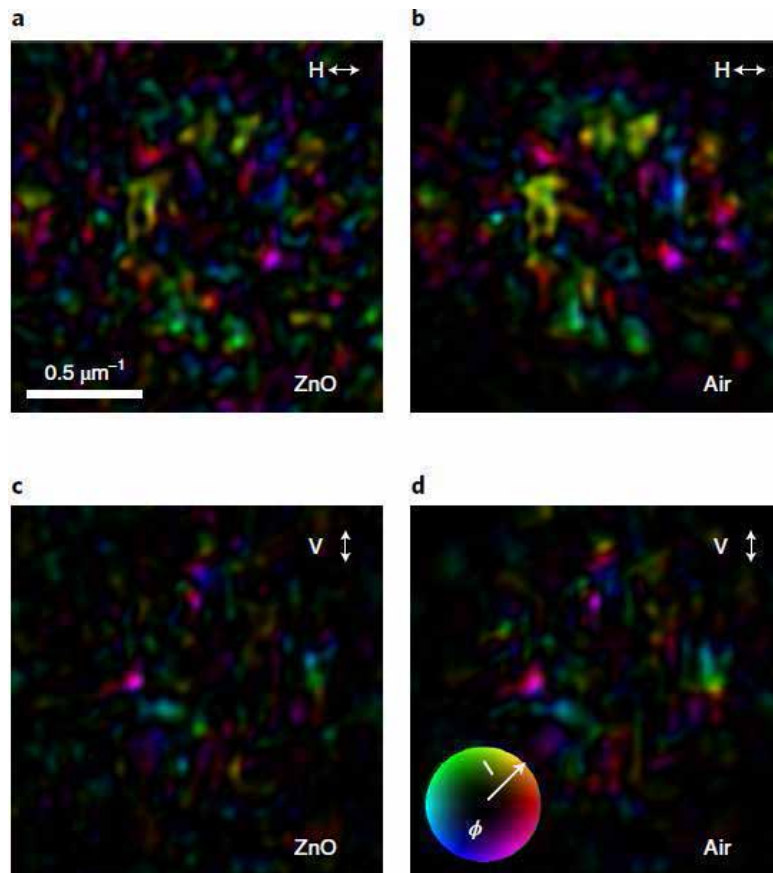


FIGURE 1.14 – Représentation du champ lointain d’un mode invariant à la diffusion transmis à travers une d’oxyde de zinc (a,c) ou à travers la même épaisseur d’air (b,d) pour des polarisations horizontales (a,b) et verticales (c,d). La couleur représente la phase  $\phi$  et la luminosité l’amplitude  $I$  comme montré dans l’encart en (d). La valeur propre  $\alpha_n$  du mode invariant à la diffusion considéré ici est égale à  $|\alpha| = 0.64$ .

Figure provenant de [60]

## 1.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons introduit dans un premier temps des concepts mathématiques nécessaires à la compréhension et à la caractérisation des propriétés de diffusion des ondes se propageant dans des milieux complexes. Les propriétés de diffusion d'un système peuvent être accessibles via la mesure de sa matrice de diffusion, matrice comprenant entre autre des éléments permettant de construire la matrice en transmission. L'analyse mathématique de cette matrice en transmission amène à une propriété étonnante, un système pourtant diffusif peut être rendu parfaitement translucide ou parfaitement opaque en adaptant judicieusement le front d'onde incident. En effet, la décomposition de la matrice en transmission en canaux propres, permet l'identification de canaux de transmission parfaite qualifiés de canaux "ouverts" et de canaux de transmission nulle qualifiés de canaux "fermés".

Nous avons ensuite présenté de manière non exhaustive quelques études pionnières dans le domaine des techniques de façonnage de front d'onde. Ces techniques ont pour objectif de contrôler un front d'onde illuminant un système diffusif – préalablement caractérisé par la mesure de sa matrice de diffusion – dans le but d'une tâche précise. Nous avons montré que ces techniques peuvent par exemple permettre d'exciter des canaux propres ouverts ouvrant ainsi la possibilité d'une transmission parfaite du front d'onde incident spécifique. Ces techniques peuvent aussi s'avérer être utiles pour contraindre les ondes diffusées à converger vers une cible spatialement choisie au sein ou en aval d'un système diffusif.

Enfin nous avons présenté, encore une fois de façon non exhaustive, plusieurs tâches emblématiques de contrôle des ondes, (i) l'absorption cohérente parfaite, (ii) l'absorption virtuelle parfaite et (iii) les états invariants à la diffusion. La première tâche est un phénomène permettant à un milieu diffusif d'absorber totalement tout rayonnement incident électromagnétique. Ce phénomène est réalisé en modifiant les caractéristiques physiques du système afin de forcer un zéro de la matrice de diffusion à se retrouver sur l'axe réel dans le plan des fréquences complexes. La modification du système consiste généralement à l'ajout d'une quantité judicieuse de pertes. La deuxième tâche emblématique de contrôle des ondes, l'absorption virtuelle parfaite, est un phénomène réalisé dans des milieux sans pertes permettant au milieu en question de stocker l'énergie incidente, annulant ainsi toute réflexion, et de la restituer à la demande. Ce phénomène est réalisé en adaptant temporellement le front d'onde incident afin d'exciter un zéro complexe de la matrice de



diffusion. L'énergie stockée est relâchée après l'arrêt ou la modification de l'excitation. La dernière fonctionnalité de contrôle des ondes présentée dans ce chapitre est la réalisation d'états invariants à la diffusion. Ces états particuliers ne sont pas altérés par la présence d'un système diffusif. Ainsi un front incident, associé à un état invariant à la diffusion, est retrouvé à l'identique en sortie d'un système diffusif, exactement comme si la propagation avait eu lieu en espace libre.

Dans la suite de ce manuscrit nous nous intéressons dans un premier temps au contrôle expérimental des ondes dans des milieux désordonnés chaotiques. Nous développons pour cela un nouvel opérateur, basé sur la matrice de diffusion, afin d'identifier les fronts d'ondes optimaux associés aux fonctionnalités de contrôle des ondes recherchées. Nous intéressons ensuite à l'étude de la transmission dans des milieux réguliers ou désordonnés. Nous montrons que des états, permettant un couplage sans réflexion des canaux entrants, peuvent être réalisés en perturbant judicieusement le système. Nous montrons également que l'amélioration large bande de la transmittance moyenne dans un milieu désordonné est fortement corrélée à la symétrie du système. Enfin, nous étudions théoriquement et en expérimentation la faisabilité d'une nouvelle méthode permettant de rendre un milieu désordonné aléatoire diffusif parfaitement translucide à tout front d'onde incident.

# CONTRÔLE COHÉRENT SPATIO-TEMPOREL DE LA DIFFUSION DES ONDES

---

Comme introduit dans la section 1.1.3, il est possible de sculpter le front d'onde incident à un système de diffusion dans le but de contrôler la forme spatiale et/ou temporelle du front d'onde transmis. À chaque technique de contrôle des ondes souhaitée, il faut donc trouver le front d'onde incident optimal. De nombreuses études se sont penchées sur ce sujet dans cette optique, deux approches différentes peuvent être employées : les techniques itératives et les techniques matricielles. Les premières sont des techniques expérimentales dont le but est d'optimiser *in situ* le front d'onde incident, jusqu'à ce que le front d'onde en sortie converge vers une solution souhaitée. Ces techniques expérimentales, utilisées par exemple dans le cas du retournement temporel itératif [61, 62] ou de la focalisation cohérente de la lumière [31, 37, 63, 64], peuvent être utilisées sans connaissance a priori du système de diffusion. Les techniques matricielles, au contraire, s'appuient sur ces connaissances pour le contrôle optimal "théorique" des ondes [15, 33, 65] et nécessitent donc des outils d'algèbre linéaire. Que ce soit par exemple en acoustique, en optique ou en micro-ondes, de nombreux domaines de l'ingénierie des ondes ont exploré les approches matricielles afin de contrôler de façon optimale les ondes cohérentes sous diverses contraintes, par exemple uniquement le contrôle spatial de l'entrée ou uniquement la focalisation dans l'espace et dans le temps. Il n'existe pas à ce jour d'approche générale permettant d'exploiter de manière optimale une matrice de transport reliant les degrés de liberté (*Degrees of freedom* – DoF – en anglais) spatiaux et temporels des deux côtés de l'entrée et de la sortie afin de réaliser de manière optimale une technique arbitraire de contrôle des ondes. Dans ce chapitre, nous présentons une approche développée dans le cadre de cette thèse afin de combler ce manque. Cette approche a été expérimentalement vérifiée dans une cavité désordonnée en réalisant trois tâches emblématiques de contrôle

des ondes : (i) la distribution optimale d'énergie, c'est à dire délivrer de manière optimale l'énergie à un canal de sortie spécifique et à un moment précis, (ii) l'excitation sans réflexion, c'est à dire exciter le système de façon à annuler toutes réflexions durant cette phase transitoire – c'est par exemple le cas avec le phénomène d'absorption virtuelle parfaite présentée dans la section 1.3.2 – et (iii) les états invariants de diffusion mais variant dans le temps. L'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre fait l'objet d'un article en cours de relecture et publié en accès libre sur arXiv [66].

## 2.1 Approche matricielle

La décomposition en valeur singulière de la matrice en transmission donne accès aux canaux propres en transmission du système ainsi qu'aux fronts d'onde incident permettant de les exciter (voir section 1.1.3).

Pour les ondes monochromatiques, la matrice de transport  $\mathcal{H}(\nu)$  relie de façon linéaire les  $N_c$  canaux entrants  $x(\nu)$  aux  $M_c$  canaux sortants  $y(\nu)$ ,  $y(\nu) = \mathcal{H}(\nu)x(\nu)$  avec  $\nu$  la fréquence. Dans le cas spécifique où l'ensemble des canaux connectés est considéré pour l'entrée et la sortie, la matrice de transport  $\mathcal{H}(\nu)$  correspond à la matrice de diffusion  $S(\nu)$  du système. Dans notre système expérimental, les canaux sont définie de façon évidente par les transitions, (voir section 2.2). Cette relation monochromatique entrée-sortie peut être étendue dans le domaine temporel tant du côté de l'entrée que celui de la sortie. Pour ce faire, considérons les  $N_c$  signaux temporels  $x_n(t_m)$  échantillonnés sur  $N_{tx}$  points sur un intervalle de temps  $\Delta t_x = [0 t_c]$ , avec  $t_c$  le temps de coupure des signaux incidents. La transformée de Fourier discrète  $S(\nu_k)$  sur les  $N_\nu$  fréquences,

$$S(\nu_k) = \frac{1}{\sqrt{N_{tx}}} \sum_{m=0}^{N_{tx}-1} s(t_m) e^{-2i\pi\nu_k t_m} \quad (2.1)$$

permet de passer du domaine temporel au domaine fréquentiel, elle peut être exprimée en fonction de l'opérateur de la transformée de Fourier discrète (DFT),  $x_n(\nu) = D_x x_n(t)$  dont les éléments s'écrivent

$$[D_x]_{km} = \frac{1}{\sqrt{N_{tx}}} e^{-i2\pi\nu_k t_m}. \quad (2.2)$$

La matrice  $D_x$  est de dimension  $N_\nu \times N_{tx}$ . Notre approche se veut être générale, ainsi nous devons écrire avec une relation multi-canal linéaire les  $M$  sorties en fonction des  $N$  entrées. Nous commençons par concaténer les matrices temporelles et fréquentielles en

entrée donnant ainsi deux vecteurs  $x_t$  et  $x_\nu$  respectivement de taille  $N_c \times N_{tx}$  et  $N_c \times N_\nu$ .

$$x_t = \begin{pmatrix} x_1(t_1) \\ x_2(t_1) \\ x_1(t_2) \\ x_2(t_2) \\ \vdots \\ x_1(t_{N_{tx}}) \\ x_2(t_{N_{tx}}) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad x_\nu = \begin{pmatrix} x_1(\nu_1) \\ x_2(\nu_1) \\ x_1(\nu_2) \\ x_2(\nu_2) \\ \vdots \\ x_1(\nu_{N_\nu}) \\ x_2(\nu_{N_\nu}) \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Ici, les vecteurs sont donnés pour  $N_c = 2$ . Les éléments de  $x_t$  peuvent donc s'écrire  $x_{t_j} = x_n(t_m)$  avec  $j = (m - 1)N + n$ . Les éléments du vecteurs  $x_\nu$  s'écrivent de façon analogue. Afin de trouver une relation linéaire entre  $x_t$  et  $x_\nu$  nous devons introduire un nouvel opérateur, l'opérateur de la transformée de Fourier discrète multi-canal  $\tilde{D}_x$  de dimensions  $N_c N_\nu \times N_c N_{tx}$ .

$$\tilde{D}_x = \begin{pmatrix} (D_x)_{00} & 0 & \cdots & (D_x)_{0N_{tx}} & 0 \\ 0 & (D_x)_{00} & \cdots & 0 & (D_x)_{0N_{tx}} \\ (D_x)_{10} & 0 & \cdots & (D_x)_{1N_{tx}} & 0 \\ 0 & (D_x)_{10} & \cdots & 0 & (D_x)_{1N_{tx}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ (D_x)_{N_\nu 0} & 0 & \cdots & (D_x)_{N_\nu N_{tx}} & 0 \\ 0 & (D_x)_{N_\nu 0} & \cdots & 0 & (D_x)_{N_\nu N_{tx}} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

L'opérateur est ici aussi écrit pour  $N_c = 2$  mais peut aisément être étendu à un nombre de canaux connecté plus important. Une fois cet opérateur défini, nous pouvons écrire la relation linéaire suivante

$$x_\nu = \tilde{D}_x x_t. \quad (2.5)$$

Nous appliquons la même procédure pour les  $M_c$  signaux de sortie  $y_n(t)$  mesurés durant l'intervalle de temps  $\Delta t_y$ . Nous obtenons ensuite les vecteurs temporels et fréquentiels  $y_t$  et  $y_\nu$  ainsi que l'opérateur de la transformée de Fourier discrète multi-canal en sortie  $\tilde{D}_y$ . Il est intéressant de noter que pour  $N_{tx} = N_\nu$  et  $t_c = t_{\max}$ , avec  $t_{\max}$  le temps maximum défini comme étant inversement proportionnel au pas fréquentiel  $\delta\nu$ ,  $t_{\max} = \frac{1}{\delta\nu}$ , les opérateurs  $D_x$  et  $\tilde{D}_x$  sont tous les deux unitaires. Dans le cas plus général où  $t_c < t_{\max}$ , ce sont

des matrices non-carrées. Ainsi quelque soit l'intervalle de temps en entrée considéré, les relations suivantes sont toujours vérifiées,  $D_x^\dagger D_x = \mathbb{1}_{N_{t_x}}$  et  $\tilde{D}_x^\dagger \tilde{D}_x = \mathbb{1}_{N_c N_{t_x}}$ . Cependant, pour  $t_c < t_{\max}$  nous obtenons  $D_x D_x^\dagger \neq \mathbb{1}_{N_\nu}$  et  $\tilde{D}_x \tilde{D}_x^\dagger \neq \mathbb{1}_{N_c N_\nu}$ . Ces relations peuvent être extrapolées de façon similaire pour les opérateurs  $D_y$  et  $\tilde{D}_y$  en considérant cette fois l'intervalle de temps en sortie.

L'opérateur de la transformée de Fourier discrète multi-canal ayant été introduit, il ne reste maintenant qu'à présenter la matrice multi-bloc diagonale  $S_D$ , dont le  $k^{\text{ième}}$  bloc diagonal est donné par la matrice de diffusion  $S$  à la fréquence  $\nu$ ,  $S(\nu_k)$ . Cette matrice est de dimensions  $N_c N_\nu \times N_c N_\nu$  et s'écrit donc

$$S_D = \begin{pmatrix} S(\nu_1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & S(\nu_2) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & S(\nu_{N_\nu}) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

avec chacun des  $N_\nu$  blocs  $S(\nu_k)$  sur la diagonale s'écrivant, pour  $N_c = 2$

$$S(\nu_k) = \begin{pmatrix} S_{11}(\nu_k) & S_{12}(\nu_k) \\ S_{21}(\nu_k) & S_{22}(\nu_k) \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Les opérateurs nécessaires à l'écriture d'une relation linéaire multi-canal reliant les sorties aux entrées d'un système diffusif ont tous été introduits. Comme présenté dans la section 1.1.2, la matrice de diffusion peut être reliée aux signaux fréquentiels aux deux interfaces par la relation suivante.

$$y(\nu) = S(\nu)x(\nu). \quad (2.8)$$

Grâce à l'équation 2.5 et aux différents opérateurs présentés, nous obtenons

$$\tilde{D}_y y_t = S_D \tilde{D}_x x_t \quad (2.9)$$

ainsi,

$$y_t = \tilde{D}_y^\dagger S_D \tilde{D}_x x_t. \quad (2.10)$$

En définissant l'opérateur  $H$  comme  $H = \tilde{D}_y^\dagger S_D \tilde{D}_x$ , nous pouvons simplement écrire

une formulation linéaire mettant en relation les degrés de liberté spatiaux et temporels d'un front d'onde incident cohérent avec les degrés de liberté spatiaux et temporels du front d'onde transmis correspondant.

$$y_t = Hx_t. \quad (2.11)$$

Dans un système diffusif multi-canal, le front d'onde spatio-temporel incident  $x_T$  donnera en sortie un signal  $y_T$  variant dans le temps et multi-canal. Le signal  $x_T$  peut être estimé à partir du signal  $y_T$  en utilisant le pseudo-inverse  $H^+$  de l'opérateur  $H$  par

$$\hat{x}_T = H^+ y_T \quad (2.12)$$

Ainsi cette approche fournit les signaux théoriques à injecter dans le système diffusif correspondant à la technique désirée de contrôle des ondes. Il est important de noter ici, que ce formalisme fournit les signaux en bande de base, si le système de diffusion fonctionne dans une certaine bande de fréquence supérieure, comme c'est le cas dans notre montage expérimental (voir section 2.2), il faudra monter en fréquence ces signaux.

## 2.2 Montage expérimental

Le montage expérimental utilisé dans cette étude afin de prouver l'efficacité de notre méthode est représenté sur la figure 2.1 pour  $N_c = 2$ . Il est composé d'une cavité électromagnétique "quasi-2D", ne supportant qu'un mode dans sa dimension verticale, avec 15 cylindres métalliques placés aléatoirement en son sein. Cette cavité est carrée (de côté  $L = 205.74$  mm et de hauteur  $H = 10.16$  mm) et malgré ses  $4 \times 4$  ports à gauche et à droite, seulement  $N_c = 2$  ports sont utilisés, les autres ports sont obstrués par une plaque métallique. Ainsi la mesure de la matrice  $2 \times 2$  de diffusion entre 8 et 9 GHz est opérée avec un VNA, relié à ces deux ports via des transitions guide-coaxial. Le pas fréquentiel  $\delta\nu$  lors de cette mesure est de  $\delta\nu = 1.5625$  MHz. Il est important de noter ici qu'un circulateur (Aerocomm J80.160) a été ajouté sur chaque port, directement connecté aux transitions. Ainsi la matrice de diffusion a été mesurée avec ces deux circulateurs connectés. Comme explicitement représenté dans l'encadré rouge sur la figure 2.1, les circulateurs sont des composants électroniques à trois ports dont le principe est de pouvoir rediriger le signal réfléchi sur un port spécifique (un signal est émis par le port 1 vers le port 2, le signal réfléchi,  $s_{22}$ , sera renvoyé sur le port 3). Ainsi, ces deux circulateurs sont utilisés afin

d'envoyer et de mesurer les signaux, de fait un VNA 4 ports est nécessaire pour cette opération.

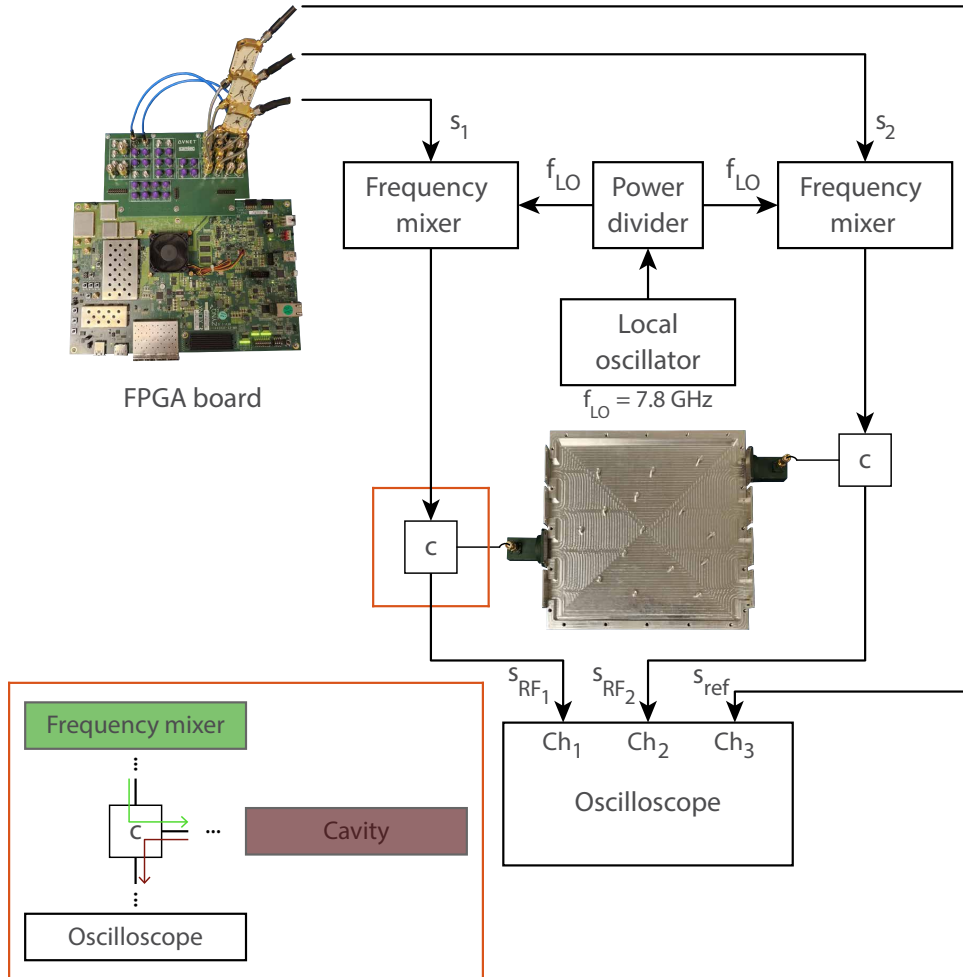


FIGURE 2.1 – Schéma détaillé du montage expérimental. L’encadré rouge montre explicitement le rôle des circulateurs.

Après avoir appliqué l’approche matricielle présentée dans la section 2.1, nous obtenons les signaux temporels théoriques en bande de base, entre 0 et 1 GHz. Il est donc nécessaire de les monter en fréquence afin d’injecter les signaux à la même fréquence que celle paramétrée lors de la mesure de la matrice de diffusion. Ces signaux théoriques sont dans un premier temps numériquement montés en fréquence entre 0.2 et 1.2 GHz, via une transformée de Fourier et une transformée de Fourier inverse successivement. Ces deux signaux en “pseudo bande de base”,  $s_1$  et  $s_2$  sur la figure 2.1, sont ensuite téléchargés sur une carte FPGA (Xilinx *ZYNQ-ZCU111*). Cette carte FPGA a pour but de générer les

signaux à la demande. Deux mélangeurs de fréquence large bande (Mini-Circuits *ZX05-153LH-S+*) sont placés entre la carte FPGA et la cavité afin que ces signaux soient analogiquement montés en fréquence. Dans le but d’assurer une synchronisation entre les signaux convertis, les deux mélangeurs de fréquence sont connectés au même oscillateur local via un diviseur de puissance 4 voies (*AMD-GROUP PD4-2-18-10*). L’oscillateur local est réglé à 7.8 GHz. La montée en fréquence des signaux théoriques se fait en deux temps, elle permet ainsi “d’éloigner” la bande de fréquence  $\Delta f_{\text{RF}}$  du signal modulé et sa bande de fréquence image  $\Delta f_{\text{FI}}$  de la fréquence de l’oscillateur local  $f_{\text{OL}}$ . Dans notre cas nous avons  $f_{\text{OL}} = 7.8$  GHz et les signaux d’entrée  $s_1$  et  $s_2$  dans une bande de fréquence  $\Delta f_{s_1, s_2} = [0.2 \text{ } 1.2]$  GHz. Ainsi les signaux modulés ont comme bande de fréquence  $\Delta f_{\text{RF}} = f_{\text{OL}} + \Delta f_{s_1, s_2}$  soit  $\Delta f_{\text{RF}} = [8 \text{ } 9]$  GHz et  $\Delta f_{\text{FI}} = f_{\text{OL}} - \Delta f_{s_1, s_2}$  soit  $\Delta f_{\text{FI}} = [6.6 \text{ } 7.6]$  GHz. La sortie RF des deux mélangeurs est connectée aux deux circulateurs reliés, aux deux transitions couplées à la cavité. Pour mesurer les signaux réfléchis au sein de la cavité, le troisième port de chaque circulateurs est relié à un oscilloscope ultra large bande (*SDA 816Zi-B*) avec un taux d’échantillonnage de 40 GSamples/s. La sinusoïde créée par l’oscillateur local à la fréquence  $f_{\text{OL}}$ , ainsi que les signaux montés aux bandes de fréquences  $\Delta f_{\text{FI}}$  et  $\Delta f_{\text{RF}}$  sont tous injectés dans la cavité. Un simple filtrage numérique après acquisition des signaux permet d’isoler et de conserver les  $n$  signaux  $s_{\text{RF}_n}$  de bande de fréquence  $\Delta f_{\text{RF}}$  souhaitée, les autres signaux de fréquence  $f_{\text{OL}}$  ou  $\Delta f_{\text{FI}}$  sont éliminés.

## 2.3 Résultats expérimentaux

Comme présenté dans la section 2.1, notre approche matricielle permet de relier linéairement les degrés de libertés spatiaux et temporels d’un front d’onde incident, échantillonné sur intervalle de temps  $\Delta t_x$ , à ceux du front d’onde sortant, échantillonné sur un intervalle de temps  $\Delta t_y$ , équations 2.11 et 2.10. Une photographie de la cavité carrée “quasi-2D” désordonnée, utilisée lors des expérimentations, ainsi qu’une illustration de notre formalisme matriciel pour  $N_c = 2$  sont représentées sur la figure 2.2.

La décomposition en valeur singulières (SVD) d’une matrice de transmission ouvre la voie au contrôle judicieux des ondes afin de maximiser la transmission au sein du système correspondant (voir section 1.1.3). Ainsi la SVD de notre matrice  $H$  est particulièrement intéressante,

$$H = U\sqrt{\Lambda}V^\dagger \quad (2.13)$$



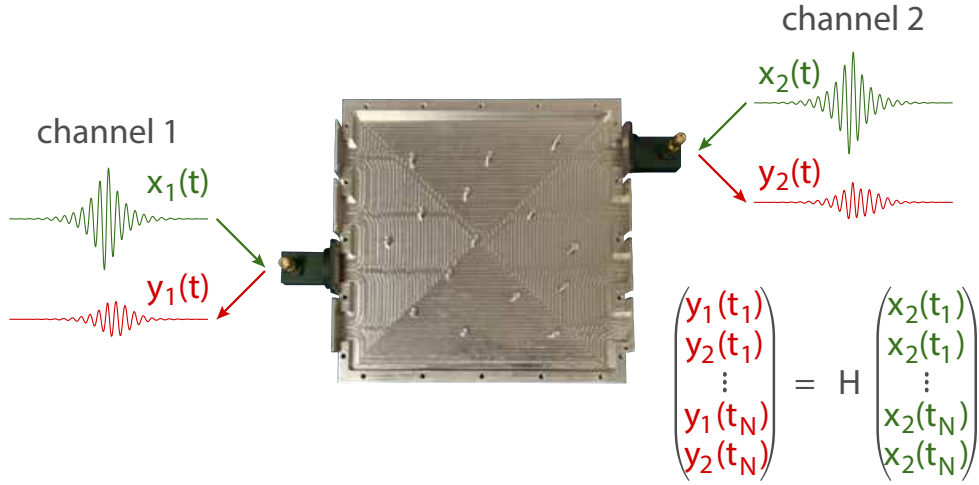


FIGURE 2.2 – Photographie de la cavité carrée “quasi-2D” désordonnée ( $L = 205.74$  mm et  $h = 10.16$  mm). La plaque supérieure a été retirée afin de montrer l’intérieur de la cavité composé de 15 cylindres métalliques. Les schémas et textes ajoutés illustrent notre formalisme matriciel défini dans les équations 2.11 et 2.10.

La matrice diagonale  $\Lambda$  donne directement la réflexion  $\lambda_n$  associée à une intensité de sortie, échantillonnée sur un intervalle de temps  $\Delta t_y$ , lors de l’injection, dans l’intervalle de temps  $\Delta t_x$ , des états spatio-temporels  $x_n(t)$  regroupés dans le vecteur  $V_n$ . La valeur la plus élevée et la plus basse des valeurs singulières  $\lambda_n$  correspondent respectivement à une réflexion maximale et minimale. Ils déterminent donc la gamme complète de réflexion de sortie réalisable et offrent ainsi une méthode simple, pour identifier les états d’entrée théoriques optimaux pour des réflexions de sortie maximales ou minimales. Si la matrice de transport  $H$  était une matrice en transmission, les valeurs singulières  $\lambda_n$  correspondraient aux intensités transmises plutôt que réfléchies.

Le spectre des valeurs singulières de la matrice  $H$ , est représenté sur la figure 2.3(b) dans le cas spécifique où  $\Delta t_x = \Delta t_y = [0 t_c]$  avec  $t_c = \frac{t_{\max}}{2} = \frac{1}{2\delta\nu}$ . La valeur singulière la plus large,  $\lambda_1 = 0.84$ , reste inférieure à 1 en raison de la présence inévitable d’absorption dans notre système expérimental. La non-unitarité des valeurs propres de  $S^\dagger S$ , représentées en fonction de la fréquence sur la figure 2.3(a), indique aussi la présence d’absorption. Cette figure met également en évidence que ce déficit d’unitarité est dépendant de la fréquence. Pour certaines fréquences, la plus faible des deux valeurs propres de  $S^\dagger(\nu)S(\nu)$  est proche de zéro, ceci indique qu’il existe un état temporel capable de conduire à une intensité réfléchie relativement faible. Aussi, nous pouvons observer sur la figure 2.3(b), que les dernières valeurs singulières de la matrice  $H$  sont extrêmement proches de zéro.

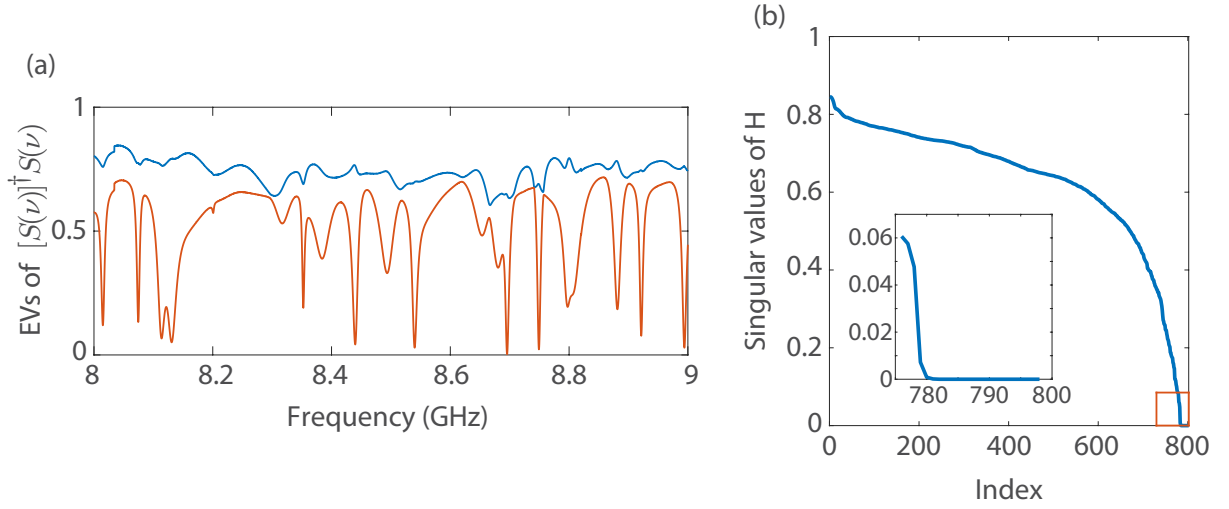


FIGURE 2.3 – (a) Spectre des deux valeurs propres de  $[S(\nu)]^\dagger S(\nu)$ . (b) Spectre des valeurs singulières de  $H$  (voir équations 2.11 et 2.10).

Cela laisse présupposer que l'intensité du signal réfléchi peut être supprimée de façon très efficace, dans l'intervalle  $\Delta t_y$ , si les états spatio-temporels correspondants sont injectés dans la cavité.

### 2.3.1 Distribution d'énergie optimale

Nous commençons par présenter les résultats expérimentaux dont l'objectif est de délivrer la quantité maximale d'énergie possible dans l'intervalle de temps de sortie  $\Delta t_y$  suite à une injection dans l'intervalle de temps  $\Delta t_x$  d'un signal judicieusement contrôlé spatialement et temporellement. L'état contenu dans le premier vecteur singulier  $V_1$  de l'opérateur  $H$  est associé à la valeur singulière  $\lambda_1$  la plus large. L'injection de cet état dans le système offre donc la réflexion maximale durant l'intervalle de temps  $\Delta t_y$  considéré.

Nous représentons sur la figure 2.4, les signaux d'entrée en bleu et de sortie en rouge, expérimentalement mesurés lorsque le premier vecteur singulier  $V_1$  est injecté *in situ* dans le système. Il est à noter que les intervalles  $\Delta t_x$  et  $\Delta t_y$  considérés ici, sont les mêmes que ceux considérés dans la figure 2.3, c'est à dire  $\Delta t_x = \Delta t_y = [0 t_c]$  avec  $t_c = \frac{t_{\max}}{2} = \frac{1}{2\delta\nu}$ . Comme  $\lambda_1 = 0.84$ , la fraction de l'énergie quittant le système devrait théoriquement être de 84%. De plus comme les intervalles  $\Delta t_x$  et  $\Delta t_y$  sont confondus, l'énergie réfléchi devrait seulement l'être durant la phase d'excitation transitoire. Après cette phase, c'est-à-dire durant l'intervalle  $[t_c t_{\max}]$ , l'énergie injectée et l'énergie réfléchi devraient toutes deux

être nulles. Les résultats expérimentaux présentés dans la figure 2.4 sont en parfait accord avec ces prédictions. En effet les signaux temporels expérimentalement mesurés sur les deux ports de la cavité sont représentés sur les figures 2.4(b) et 2.4(c) sur une période  $T \approx [0 \ 0.65] \mu\text{s}$ . Comme supposé, les énergies injectées et réfléchies sont concentrées sur un intervalle  $I \approx [0 \ 0.32] \mu\text{s}$ , avec la fraction attendue (84%) d'énergie quittant le système.

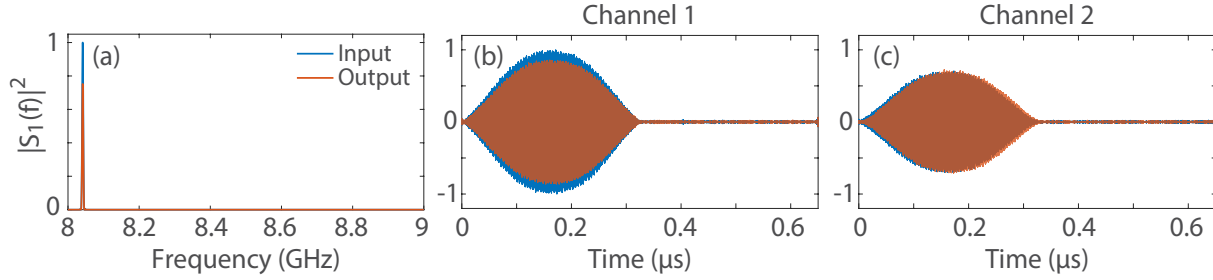


FIGURE 2.4 – Signaux expérimentalement mesurés lors de l’injection spatio-temporelle cohérente *in situ* du vecteur singulier droite de  $H$  correspondant à la première valeur singulière  $\lambda_1 = 0.84$ . Les signaux injectés sont affichés en bleu et les signaux sortants en rouge. (a) Spectre fréquentiel du signal sur le premier canal à gauche de la cavité. (b-c) Signaux temporels sur les deux canaux.

### 2.3.1.1 Modification des intervalles temporels en entrée et en sortie

Nous allons maintenant numériquement étudier l’effet de la largeur de l’intervalle de temps sur les coefficients de réflexion. Pour ce faire, nous modifions les intervalles  $\Delta t_x$  et  $\Delta t_y$  en modifiant le temps de coupure  $t_c$  associé. En revanche, les conditions  $\Delta t_x = \Delta t_y = [0 \ t_c]$  et  $N_c = 2$  sont conservées dans cette partie. Nous représentons sur la figure 2.5(a) le spectre de la première valeur singulière de l’opérateur  $H$  en fonction de  $t_c$ . L’axe temporel est ici normalisé par le temps maximum  $t_{\text{max}}$ . Quatre temps sont pris pour références,  $t_{c1} = 0.004t_{\text{max}}$ ,  $t_{c2} = 0.05t_{\text{max}}$ ,  $t_{c3} = 0.35t_{\text{max}}$  et  $t_{c4} = 0.9t_{\text{max}}$ . Pour  $t_c = 0$  la première valeur singulière est nulle, elle augmente exponentiellement avec  $t_c$  pour rapidement atteindre un plateau à  $\lambda_1 \approx 0.84$ , peu après  $t_c = t_{c2} = 0.005t_{\text{max}}$ . Ainsi, pour  $t_c > t_{c2}$ , la largeur de l’intervalle temporel n’impacte donc pas la proportion d’énergie réfléchi. Les réponses temporelles sur le port 1 pour les quatre temps de coupures  $t_{c1}$ ,  $t_{c2}$ ,  $t_{c3}$  et  $t_{c4}$  sont représentées sur la figure 2.5(b-e) avec en bleu les signaux d’entrée et en rouge les signaux de sortie. Contrairement aux signaux représentés sur la figure 2.4, ces signaux ne sont pas des signaux expérimentalement mesurés lors d’une injection *in situ* de signaux

quelconques. Ce sont des reconstructions numériques faites sous MATLAB à partir des mesures réelles de la matrice de diffusion de la cavité. Afin d'observer plus facilement les réponses temporelles lorsque le temps de coupure  $t_{c1}$  est considéré (figure 2.5(b)), l'axe temporel est réduit à l'intervalle  $[0 \ 0.03] \mu\text{s}$ .

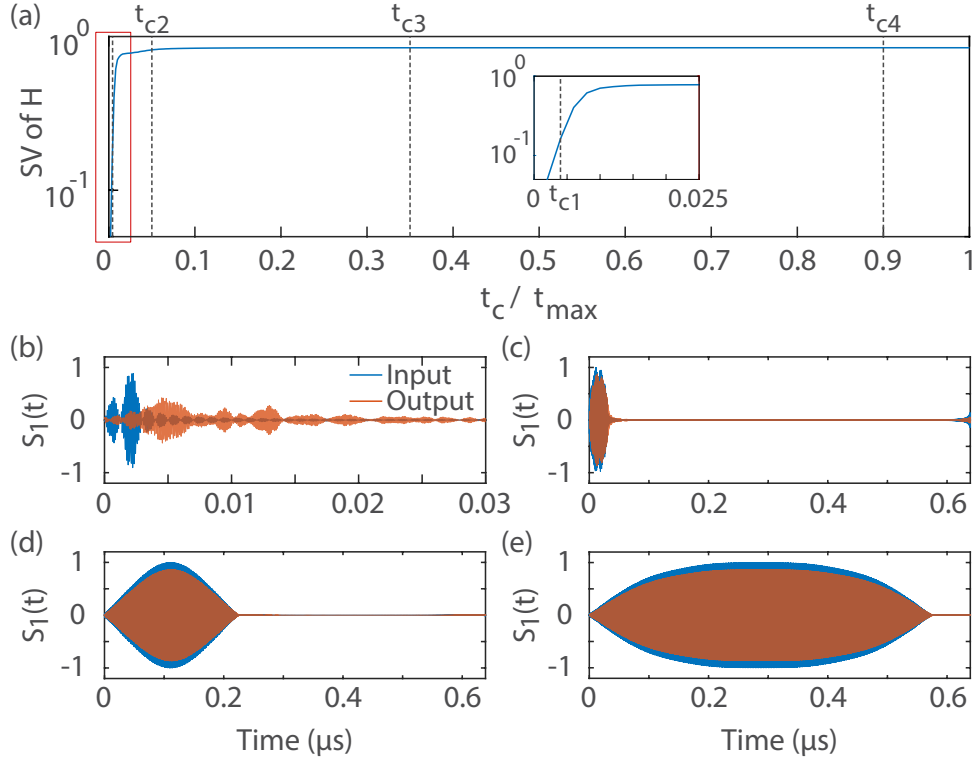


FIGURE 2.5 – (a) Spectre de la première valeur singulière de  $H$  en fonction de  $t_c$ . (b-e) Représentation temporelle issues de simulations numériques lors de l'injection spatio-temporelle du premier vecteur singulier droit de  $H$  pour quatre intervalles de temps d'entrée différents : (b)  $t_{c1} = 0.004t_{\max}$ , (c)  $t_{c2} = 0.05t_{\max}$ , (d)  $t_{c3} = 0.35t_{\max}$  et (e)  $t_{c4} = 0.9t_{\max}$ .

Le ratio  $\eta$  entre l'énergie injectée  $E_{in}$ , moyennée sur les deux ports, et l'énergie réfléchie  $E_{out}$ , moyennée sur les deux ports,  $\eta = \frac{\langle E_{out} \rangle}{\langle E_{in} \rangle}$ , peut être calculé pour les quatre intervalles de temps cités ci-dessus  $t_{c1}$ ,  $t_{c2}$ ,  $t_{c3}$  et  $t_{c4}$ . Ainsi pour  $t_{c2}$ ,  $t_{c3}$  et  $t_{c4}$  nous trouvons respectivement  $\eta_2 \approx 0.79$ ,  $\eta_3 \approx 0.84$  et  $\eta_4 \approx 0.84$ . Comme prédit précédemment, pour  $t_c > t_{c2}$  la largeur de l'intervalle de temps n'impacte que très peu la fraction d'énergie réfléchie car la première valeur singulière  $\lambda_1$  reste approximativement constante,  $\lambda_1 \approx 0.84$ . En revanche cette proportion n'est plus vérifiée pour des intervalles de temps plus courts que  $[0 \ t_{c2}]$ . En effet, lorsque que les intervalles temporels associés au temps de coupure  $t_{c1}$

sont considérés la première valeur singulière  $\lambda_1$  est faible,  $\lambda_1 \approx 0.16$ , le ratio  $\eta_1$  est calculé à  $\eta_1 \approx 0.03$ . Lorsque les intervalles de temps  $\Delta t_x$  et  $\Delta t_y$  sont trop courts, la fraction d'énergie réfléchie durant ce laps de temps est très faible, en revanche elle n'est plus en adéquation avec la prédiction donnée par la valeur singulière  $\lambda_1$  correspondante.

### 2.3.1.2 Distribution d'énergie optimale ponctuelle

Il peut aussi être intéressant d'étudier cette même fonctionnalité de distribution d'énergie optimale lorsque les intervalles  $\Delta t_x$  et  $\Delta t_y$  ne sont pas identiques. Pour ce faire, nous considérons toujours l'intervalle temporel en entrée  $\Delta t_x = [0 t_c]$  avec  $t_c = \frac{t_{\max}}{2}$ , mais maintenant, la définition de l'intervalle temporel de sortie,  $\Delta t_y$ , est modifiée ouvrant ainsi la possibilité de délivrer de façon optimale l'énergie à des temps arbitraires après l'intervalle d'excitation transitoire. Trois exemples sont présentés sur la figure 2.6.

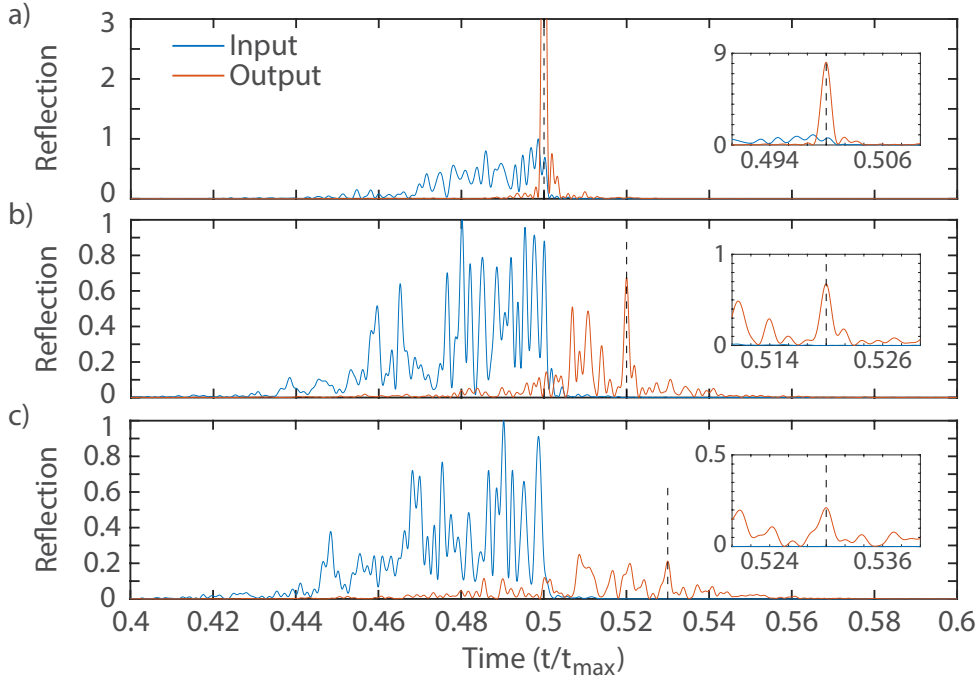


FIGURE 2.6 – Distribution d'énergie optimale à trois temps de sortie : (a)  $t = 0.5t_{\max}$ , (b)  $t = 0.52t_{\max}$  et (c)  $t = 0.53t_{\max}$ . Les figures montrent les moyennes des intensités en entrée (bleu) et en sortie (rouge) en fonction du temps pour une réflexion maximale correspondant à la première valeur singulière de  $H$ . Les encadrés montrent plus en détail l'évolution des intensités autour du temps focal.

Les intervalles de sortie  $\Delta t_y$  sont ici très courts,  $\Delta t_y = \delta(t - t_c)$ . Une forte et rapide augmentation de la réflexion totale est observée à l'instant choisi,  $t_1 = 0.5t_{\max}$ ,  $t_2 = 0.52t_{\max}$

et  $t_3 = 0.53t_{\max}$ . La durée des signaux de sortie focalisés n'est pas arbitrairement courte, elle est déterminée par la largeur de bande du signal en entrée. Notons que le nombre de canaux couplés est ici limité à  $N_c = 2$ . Afin de démontrer l'intérêt de notre approche, nous considérons maintenant une seconde cavité 2D de longueur  $L = 500$  mm, de largeur  $W = 250$  mm et de hauteur  $H = 8$  mm. Deux réseaux de  $N_c = 8$  transitions, opérant entre 10 et 18 GHz, sont couplés aux deux interfaces. Seul le mode fondamental dans la direction verticale est excité. Nous mesurons, avec un pas fréquentiel  $\delta f = 3.9$  MHz, la matrice en transmission entre 10 et 15 GHz. Cette cavité est décrite plus en détails dans la section 3.3.2, figure 3.17. La figure 2.7(a) représente le profil temporel de l'intensité de sortie pour une impulsion incidente délivrée à travers un seul canal à  $t = 0.5t_{\max}$ , avec  $t_{\max} = 0.26 \mu\text{s}$ .

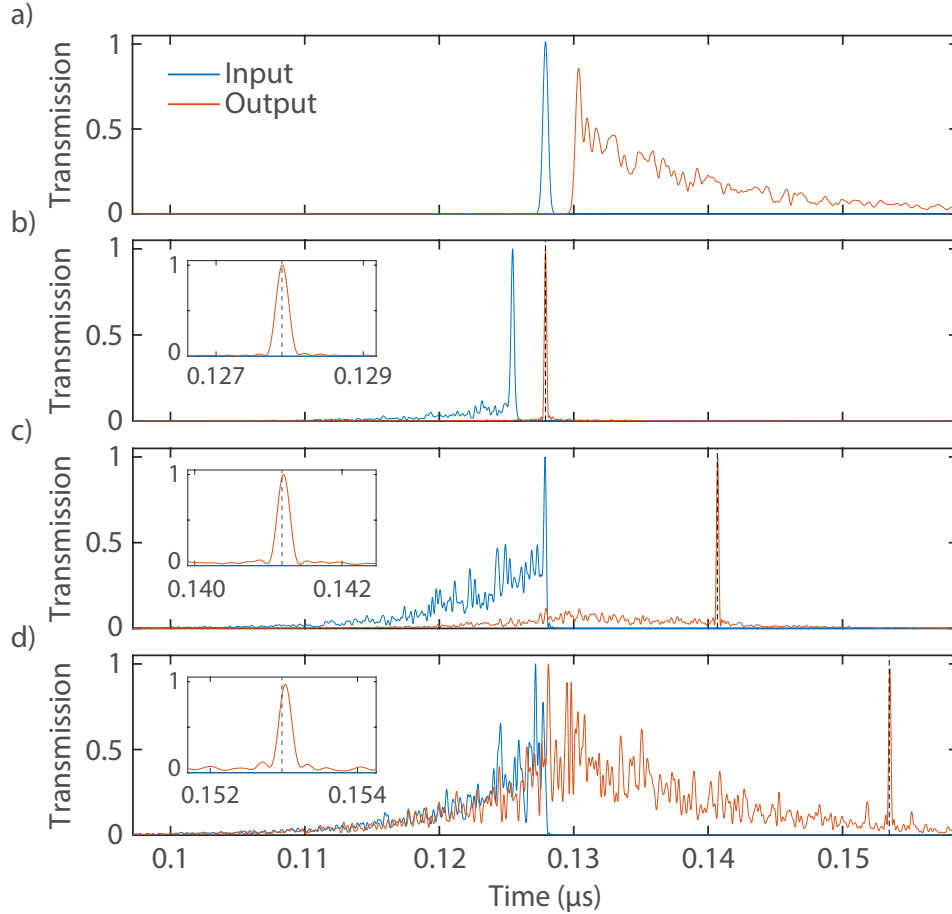


FIGURE 2.7 – (a) Représentation temporelle de l'intensité transmise à travers la cavité sur un canal pour une impulsion incidente à  $t = 0.5t_{\max} = 0.128 \mu\text{s}$ . (b-d) Distribution d'énergie optimale à (b)  $t = 0.5t_{\max}$ , (c)  $t = 0.55t_{\max}$ , (d)  $t = 0.6t_{\max}$  avec  $t_{\max} = 0.26 \mu\text{s}$ .

L'intensité de sortie décroît exponentiellement avec un temps de décroissance  $\tau = 0.0186t_{\max}$ . En utilisant la linéarité de l'équation d'onde, nous pouvons reconstruire l'intensité transmise moyennée sur tous les canaux sortants. Les trois dernières lignes de la figure 2.7 représentent respectivement cette intensité moyenne transmise reconstruite pour une distribution d'énergie optimale à  $\Delta t_y = \delta(t - t_c)$ , avec  $t_c = 0.5t_{\max}$  (b),  $t_c = 0.55t_{\max}$  (c) et  $t_c = 0.6t_{\max}$  (d). Notons que pour chacun de ces cas, le signal optimal incident est supposé être injecté dans l'intervalle temporel  $\Delta t_y = [0 \ 0.5t_{\max}]$ . Une claire augmentation de l'intensité des signaux transmis est observée sur l'intervalle temporel souhaité, même pour des temps longs.

Nous représentons sur la figure 2.8, à gauche, l'intensité transmise pour une distribution d'énergie optimale à différents temps de focalisation –  $t_c = 0.5t_{\max}$ ,  $t_c = 0.52t_{\max}$ ,  $t_c = 0.56t_{\max}$  et  $t_c = 0.7t_{\max}$ , avec  $t_{\max} = 0.26 \mu\text{s}$  – en fonction de la largeur de bande  $\Delta\nu$  des signaux incidents pour  $N_c = 8$  et, à droite, en fonction du nombre de canaux couplés  $N_c$  pour  $\Delta\nu = 5 \text{ GHz}$ .

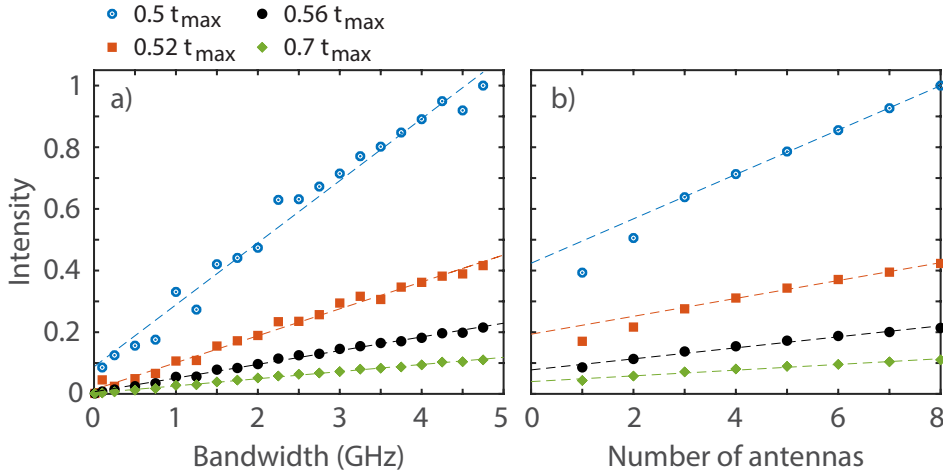


FIGURE 2.8 – Représentation de l'intensité transmise, pour une distribution d'énergie optimale, en fonction de la largeur de bande (a) et du nombre d'antennes émettrices (b). Les marqueurs représentent les données expérimentales pour différents temps  $t_c$  entre  $t_c = 0.5t_{\max}$  et  $t_c = 0.7t_{\max}$  avec  $t_{\max} = 0.26 \mu\text{s}$ . Les données expérimentales peuvent être approximées par un ajustement linéaire, représenté par les courbes en pointillées. Les intensités sont toutes normalisées par leur valeur maximale trouvée pour  $N_c = 8$ , pour une largeur de bande de  $\Delta\nu = 5 \text{ GHz}$  et pour  $t_c = 0.5t_{\max}$ .

Nous observons que l'intensité transmise aux différents temps de focalisation souhaités varie linéairement avec le nombre de canaux couplés,  $N_c$ , et avec la largeur de bande,  $\Delta\nu$ ,

des signaux incidents. Ceci est en accord avec les prédictions théoriques pour les expérimentations de reversement temporel dans des systèmes diffusifs ou chaotiques. Celles-ci démontrent en effet que l'intensité focalisée augmente linéairement avec le nombre de degrés de liberté,  $N_c \times N_f$ . Le paramètre  $N_f$  est défini comme,

$$N_f = \frac{\Delta\nu}{\delta\nu} \quad (2.14)$$

avec  $\delta\nu \sim \frac{1}{\tau}$  la longueur de corrélation spectrale. Pour  $N_c = 8$  canaux couplés et une largeur de bande  $\Delta\nu = 5$  GHz, nous estimons le nombre total de degrés de liberté à environ 190, ce qui est du même ordre de grandeur que le nombre de modes optiques spatialement contrôlables dans l'article de Louisiane Devaud *et al.* [67]. Ainsi, les résultats des figures 2.6 et 2.7 peuvent être comparés à ceux présentés dans cet l'article. Dans celui-ci, les résultats sont limités à un contrôle purement spatial des signaux en entrée. Notre approche matricielle, couplée à la décomposition en valeur singulière de l'opérateur  $H$ , tire pleinement parti des degrés de libertés spatiaux et spectraux pour obtenir une intensité, réfléchie ou transmise, maximale aux instants choisis.

### 2.3.2 Absorption virtuelle parfaite

Dans cette section, nous nous penchons sur la technique de contrôle des ondes opposée à la distribution optimale d'énergie, à savoir l'excitation transitoire sans réflexion d'un système diffusif. Reprenons ici les conditions posées au début de la section 2.3.1,  $N_c = 2$  et  $\Delta t_x = \Delta t_y = [0 t_c]$  avec  $t_c = \frac{t_{\max}}{2} = \frac{1}{2\delta\nu}$ . Comme déjà mentionné au début de la section 2.3, plusieurs valeurs singulières  $\lambda_n$  de  $H$  sont extrêmement proches de zéro (voir figure 2.3(b)). L'injection des vecteurs singuliers droits correspondant à des valeurs singulières très faibles ( $\lambda \sim 0$ ) permet une annulation de la réflexion durant l'intervalle de temps de sortie  $\Delta t_y$  produisant ainsi une excitation transitoire sans réflexion. Deux types d'excitation transitoire sans réflexion de notre système sont observés. Sur la figure 2.9 sont représentés les signaux expérimentalement mesurés correspondants au premier type d'excitation transitoire sans réflexion possible dans notre système. Les signaux représentés en bleu correspondent aux signaux injectés et ceux en rouge aux signaux réfléchis. La première colonne à gauche (figure 2.9(a)) représente les spectres fréquentiels des signaux mesurés sur le canal à gauche de la cavité, les deux autres colonnes (figure 2.9(b-c)) représentent les signaux temporels sur les deux canaux. Ce premier type d'excitation transitoire sans réflexion observé ici est une réalisation expérimentale du concept présenté dans la



section 1.3.2, l'absorption virtuelle parfaite. Comme attendu l'énergie injectée durant l'intervalle de temps en entrée,  $\Delta t_x$ , est entièrement stockée annulant ainsi toute réflexion ou transmission durant l'intervalle de temps en sortie,  $\Delta t_y = [0 \ t_c] \approx [0 \ 0.32] \ \mu\text{s}$ . L'énergie n'est relâchée qu'au moment  $t = t_c$  de la modification des signaux incidents.

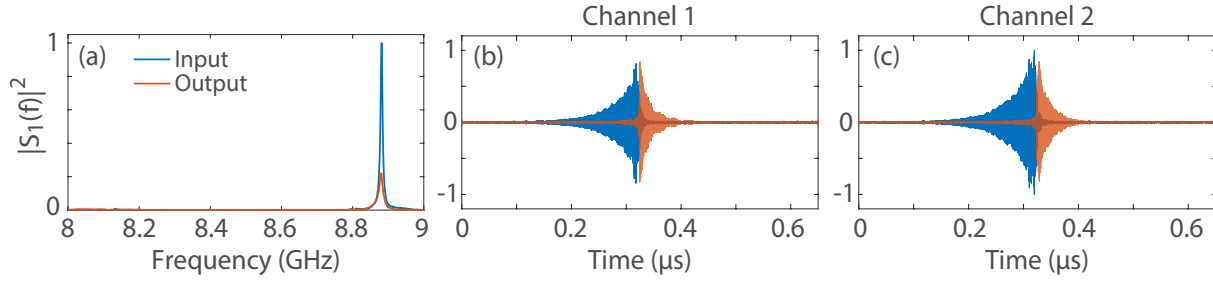


FIGURE 2.9 – Signaux expérimentalement mesurés lors de l'injection spatio-temporelle cohérente *in situ* du vecteur singulier à droite de  $H$  correspondant à une valeur singulière proche de zéro. Les signaux injectés sont affichés en bleu et les signaux sortants en rouge. (a) Spectre fréquentiel des signaux sur le premier canal à gauche de la cavité. (b-c) Signaux temporels sur les deux canaux.

Notre étude n'est pas la première présenter une observation expérimentale de l'absorption virtuelle. Celle-ci a déjà été réalisée avec des ondes élastiques [56], des ondes mécaniques à la surface de l'eau [58] et en microondes [59]. En revanche l'ensemble de ces observations a été réalisé dans des systèmes avec des résonances isolées. Dans ce cas, les pôles  $\tilde{\nu}_n$  et les zéros  $\tilde{z}_n$  sont situés de façon symétrique dans le plan complexe. Ils sont à la même fréquence réelle  $\nu_n$  mais leur partie imaginaire est de signe opposé,  $\tilde{\nu}_n = \nu_n - i(\gamma_n + \gamma_a)$  et  $\tilde{z}_n = \nu_n + i(\gamma_n - \gamma_a)$  avec  $\gamma_n$  la largeur de la résonance et  $\gamma_a$  la force de l'absorption. Comme déjà expliqué dans la section 1.3.2, le signal incident correspondant à un zéro  $\tilde{z}_n$  est un signal monochromatique à la fréquence  $\text{Re}[\tilde{z}_n]$  modulé avec une enveloppe qui croît de façon exponentielle en  $\text{Im}[\tilde{z}_n]$  [53].

Dans le cas où les résonances du système ne sont plus isolées mais superposées, l'identification des pôles et des zéros devient beaucoup moins triviale [56, 59, 68-71]. Cependant, comme détaillé dans le début de la section 2.3, notre approche ne nécessite qu'une décomposition en valeur singulière de l'opérateur  $H$ . Ainsi, les vecteurs singuliers  $V_n$  regroupent les différents signaux à injecter, et ce indépendamment de leur complexité. Sur la figure 2.10 nous représentons des signaux mesurés en expérimentation qui correspondent à une excitation transitoire sans réflexion du système lorsque plusieurs zéros complexes sont considérés. Les signaux fréquentiels mesurés sur le port à gauche de la cavité sont

représentés sur la première colonne. Le code couleur utilisé dans la figure 2.9 est conservé ici. Le spectre fréquentiel du signal injecté, en bleu, met en évidence l'excitation de plusieurs résonances superposées. L'absorption virtuelle est pourtant observée sur les signaux temporels (figure 2.10(b-c)). Toute réflexion est supprimée durant l'excitation transitoire  $[0 t_c]$  avec  $t_c \approx 0.32 \mu\text{s}$ . L'énergie est subitement libérée après l'arrêt de l'exponentielle croissante incidente à  $t = t_c$ . Ainsi la décomposition en valeur singulière de l'opérateur  $H$  produit des vecteurs  $V_n$  pouvant donner lieu à plusieurs excitations transitoires sans réflexion différentes, à la condition que les vecteurs  $V_n$  soient associés à une valeur singulière  $\lambda_n$  proche de zéro. Ces excitations, correspondant donc aux différents états d'absorption virtuelle parfaite, peuvent être associées soit à une résonance isolée (figure 2.9) soit à un ensemble de plusieurs résonances différentes (figure 2.10).

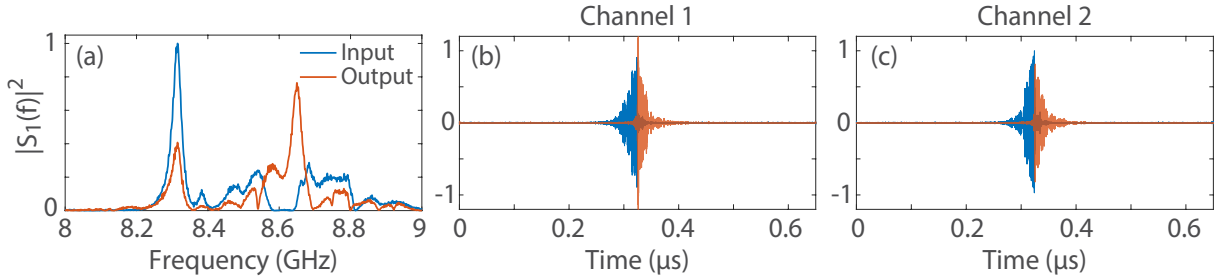


FIGURE 2.10 – Signaux expérimentalement mesurés lors de l'injection spatio-temporelle cohérente *in situ* du vecteur singulier à droite de  $H$  correspondant à une valeur singulière proche de zéro. Les signaux injectés sont affichés en bleu et les signaux sortants en rouge. (a) Spectre fréquentiel des signaux sur le premier canal à gauche de la cavité. (b-c) Signaux temporels sur les deux canaux.

Nous pouvons maintenant nous demander combien d'états d'absorption virtuelle existe pour une matrice de transport  $H$  donnée. Théoriquement, il devrait y avoir autant d'états d'absorption virtuelle que de zéros complexes ayant une partie imaginaire positive. Le nombre total de zéros complexes compris dans la bande de fréquence  $[f_1 f_2]$ , avec  $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$  et  $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$ , peut être estimé par la loi de Weyl [72-74],

$$N_\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \rho(\omega) d\omega \quad (2.15)$$

avec la densité d'états  $\rho(\omega)$  s'écrivant en fonction de l'aire  $A$  de la région diffusante

$$\rho(\omega) \sim \frac{A\omega}{(2\pi c_0^2)}. \quad (2.16)$$

Ceci nous donne une estimation de 25 modes entre 8 et 9 GHz. Ce nombre peut aussi être grossièrement approché en comptant le nombre de résonances du système, c'est à dire en comptant le nombre de pics présents sur la figure 2.3(a). Malheureusement, l'estimation du nombre total de zéros complexes, ici 25, ne prend pas en compte le signe de leur partie imaginaire. En effet notre système étant sujet à des pertes non négligeables,  $\gamma_a > 0$ , certain zéros complexes peuvent se voir être associés à une partie imaginaire négative. Or, une absorption virtuelle n'est possible que via l'excitation judicieuse d'au moins un zéro complexe présent dans la moitié supérieure du plan complexe. Ainsi il faudrait pouvoir les dissocier des zéros à partie imaginaire négative, situés donc dans la moitié inférieure du plan complexe et dont l'excitation ne permet pas l'absorption virtuelle. Pour ce faire nous étudions sur la figure 2.11 le nombre de pics positifs de la partie réelle du temps de Wigner-Smith

$$\tau_W(\nu) = \text{Tr}(Q(\nu)) \quad (2.17)$$

avec  $Q(\nu)$  l'opérateur de Wigner-smith s'écrivant

$$Q(\nu) = -iS^{-1}(\nu) \frac{\partial S(\nu)}{\partial \nu}. \quad (2.18)$$

Il est important de noter que la partie réelle du temps de Wigner-Smith observe une transition de phase au fur et à mesure que la force de l'absorption,  $\gamma_a$ , augmente jusqu'à dépasser la largeur de bande de la résonance,  $\gamma_n$ . Lorsque la quantité de pertes est inférieure à la largeur spectrale de la résonance,  $\gamma_a < \gamma_n$ , le  $n^{\text{ième}}$  zéro complexe est situé dans la moitié supérieure du plan complexe, la partie réelle du temps de Wigner-Smith est positive. Lorsque le  $n^{\text{ième}}$  zéro complexe est sur l'axe réel, la force d'absorption compense exactement la largeur de la résonance,  $\gamma_a = \gamma_n$ , une singularité spectrale se produit et la partie réelle du temps de Wigner-Smith diverge. Enfin, lorsque la force d'absorption domine celle du couplage des modes aux canaux,  $\gamma_a > \gamma_n$ , le  $n^{\text{ième}}$  zéro complexe est situé dans la moitié inférieure du plan complexe, la partie réelle du temps de Wigner-Smith est négative [75]. Ainsi, un pic positif de la partie réelle du temps de Wigner-Smith,  $\text{Re}[\tau_W]$ , est une signature d'un zéro complexe avec une partie imaginaire positive ( $\gamma_a < \gamma_n$ ). Il en est de même pour les pics négatifs avec un zéro à partie imaginaire négative ( $\gamma_a > \gamma_n$ ).

Nous pouvons compter 16 pics positifs de  $\text{Re}[\tau_W]$ , ce qui est cohérent avec le nombre de valeur singulière  $\lambda_n$  de  $H$  inférieur à  $\lambda = 10^{-5}$ , soit 15 (voir figure 2.3(b)). Il est à noter ici que le nombre de valeur singulière très faible ( $\lambda_n < \lambda = 10^{-5}$ ) dépend du nombre  $N_c$

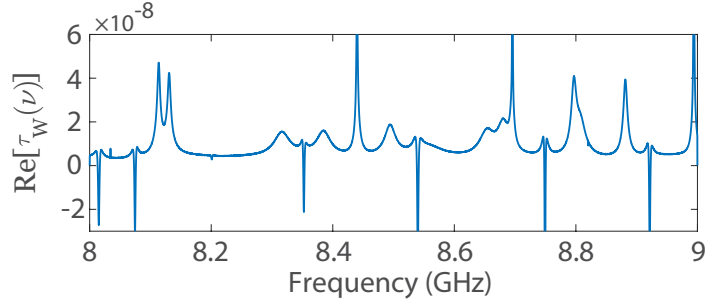


FIGURE 2.11 – Spectre de la partie réelle de la trace de l’opérateur de Wigner-Smith  $Q(\nu)$

de ports couplés à la cavité. Il peut être intéressant d’étudier l’évolution du nombre de  $\lambda_n$  très faible, donc du nombre d’états d’absorption virtuelle parfaite possible, en fonction de  $N_c$ .

### 2.3.2.1 Modification du nombre de ports couplés à la cavité

Dans cette section nous donnons plus de détails sur la relation entre le nombre d’états sans réflexion transitoire et le nombre de zéros complexes à partie imaginaire positive. Pour cela nous faisons varier le nombre  $N_c$  de canaux couplé à la cavité, de  $N_c = 2$  jusqu’à  $N_c = 8$ . Dans chaque cas nous mesurons la matrice de diffusion  $N_c \times N_c$  et calculons le temps de Wigner-Smith  $\tau_W(\nu)$ . Le temps de Wigner-Smith est représenté sur la première colonne de la figure 2.12 pour différentes valeurs de  $N_c$ ,  $N_c = 2$  (a),  $N_c = 4$  (c) et  $N_c = 6$  (e). Dans chacun des cas, le spectre des 40 dernières valeurs singulières  $\lambda_n$  de l’opérateur  $H$  correspondant est représenté sur la seconde colonne.

Pour  $N_c = 2$ , le temps de Wigner-Smith est composé de pics positifs et négatifs, nous comptons 18 valeurs singulières de  $H$  très faibles, c’est à dire inférieures à  $\lambda = 10^{-5}$ . Nous en comptons précédemment 15 pour le même nombre de canaux couplés  $N_c = 2$ . Cette différence est due aux légers changements opérés sur le système. Contrairement au système présenté dans la section 2.2, cette fois l’ensemble des canaux est relié à des transitions guide-coaxial. Auparavant seulement deux transitions étaient connectées à la cavité, les autres ports étaient obstrués par des plaques métalliques. Maintenant pour chaque mesure,  $N_c$  transitions sont reliées au VNA, les autres transitions sont laissées dans un état de circuit-ouvert. Or l’ajout de transitions éloigne les conditions aux limites – ici purement réfléchissantes – du centre de la cavité et augmente donc virtuellement

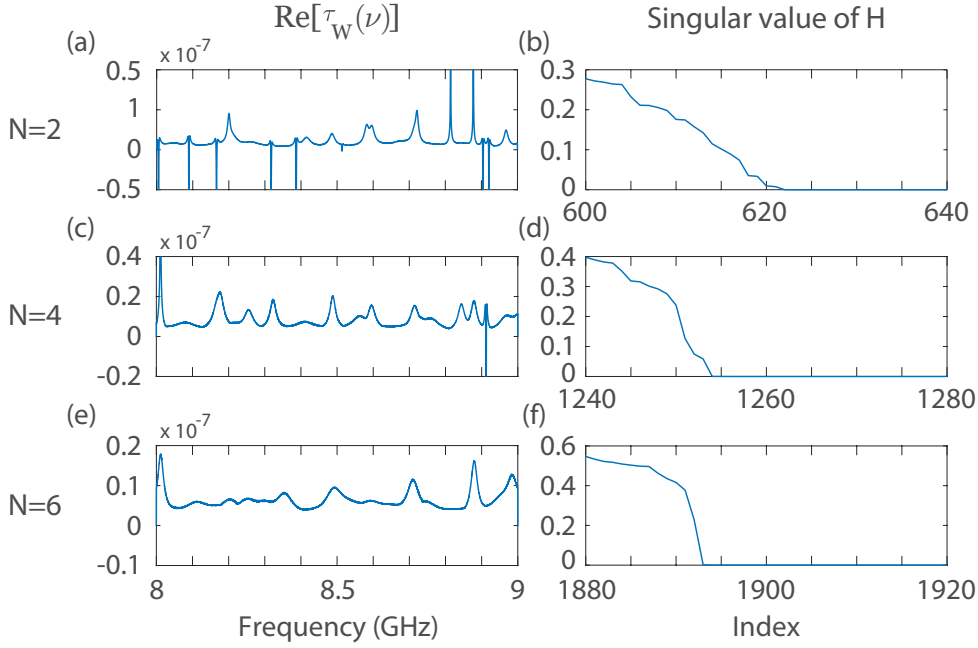


FIGURE 2.12 – (a,c,e) Spectres de la partie réelle de la trace de l’opérateur de Wigner-Smith  $Q(\nu)$  et (b,d,f) spectres des 40 dernières valeurs singulières de  $H$  pour  $N_c = 2$  (a,b),  $N_c = 4$  (c,d) et  $N_c = 6$  (e,f)

la taille de la région diffusante  $A$  impactant ainsi la densité d’état  $\rho(\omega)$  (équation 2.16) et de fait l’estimation du nombre de résonances par la loi de Weyl. C’est pourquoi le nombre de valeurs singulières très faibles est plus important lorsque tous les canaux sont reliés à des transitions guide d’onde - coaxial. Pour  $N_c = 4$ , la partie réelle du temps de Wigner-Smith ne comporte qu’un seul pic négatif et 25 valeurs singulières très faibles sont comptées. Pour  $N_c = 6$ , l’ensemble des pics de  $\text{Re}[\tau_W]$  sont positifs, nous nous attendons à ce que le nombre d’états d’absorption virtuelle soit égale au nombre de résonances du système. Nous trouvons 25 valeurs singulières  $\lambda_n$  de  $H$  inférieure à  $\lambda = 10^{-5}$ , ce qui est en parfait accord avec l’estimation faite par la loi de Weyl. Ainsi pour  $N_c > 6$ , l’ensemble des zéros complexes de notre système a une partie imaginaire positive. Ils sont de fait, tous situés dans la moitié supérieure du plan complexe. Le nombre maximal d’états transitoires sans réflexion possible pour cette cavité, dont tous les ports sont reliés à des transitions, est donc atteint pour  $N_c > 6$ .

Comme effectué dans la section 2.3.1.1 pour la distribution d’énergie optimale, il serait intéressant d’étudier l’effet de la largeur de l’intervalle temporel sur les coefficients de réflexion dans le cas de l’excitation transitoire sans réflexion.

### 2.3.2.2 Modification de la largeur des intervalles temporels

Nous suivons la même étude numérique que celle présentée dans la section 2.3.1.1, c'est à dire que nous modifions les intervalles de temps en entrée  $\Delta t_x$  et en sortie  $\Delta t_y$  en modifiant le temps de coupure  $t_c$ . Nous conservons cependant les conditions  $\Delta t_x = \Delta t_y = [0 t_c]$  et  $N_c = 2$ . Ici nous nous intéressons au cas d'une excitation transitoire sans réflexion et non à la distribution optimale d'énergie, ainsi contrairement à la figure 2.5, la figure 2.13(a) représente le spectre de la dernière valeur singulière de l'opérateur  $H$  en fonction du temps  $t_c$  et correspond donc à la réflexion minimale possible durant l'intervalle de temps de sortie  $\Delta t_y$ . L'axe des abscisses est normalisé par le temps maximum  $t_{\max}$ . Nous conservons les mêmes temps de référence que ceux considérés lors du cas de la distribution optimale d'énergie, c'est à dire  $t_{c1} = 0.004t_{\max}$ ,  $t_{c2} = 0.05t_{\max}$ ,  $t_{c3} = 0.35t_{\max}$  et  $t_{c4} = 0.9t_{\max}$ .

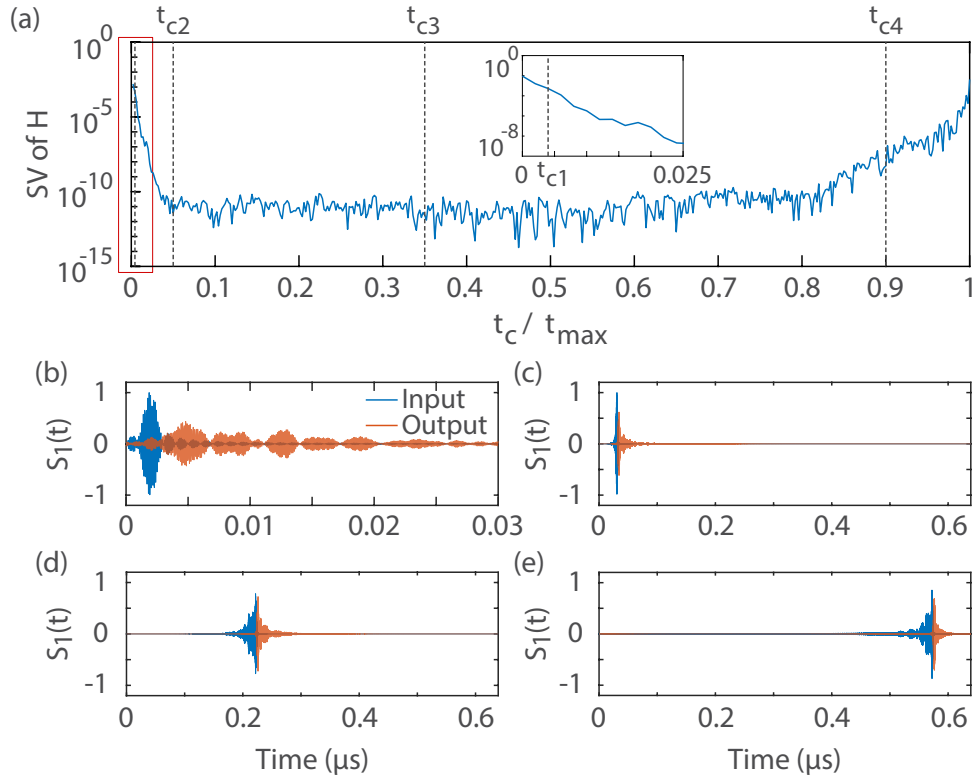


FIGURE 2.13 – (a) Spectre de la dernière valeur singulière de  $H$  en fonction de  $t_c$ , l'axe des abscisses est normalisé par le temps maximal  $t_{\max}$ . (b-e) Représentation temporelle issues de simulations numériques lors de l'injection spatio-temporelle du dernier vecteur singulier droit de  $H$  pour quatre intervalles de temps d'entrée différents : (b)  $t_{c1} = 0.004t_{\max}$ , (c)  $t_{c2} = 0.05t_{\max}$ , (d)  $t_{c3} = 0.35t_{\max}$  et (e)  $t_{c4} = 0.9t_{\max}$ .

La dernière valeur singulière est minimale pour  $t_{c2} < t < 0.8t_{\max}$  avec une valeur moyenne de  $\langle \lambda_{N_\lambda} \rangle \approx 2 \times 10^{-11}$ . Lorsque  $t_c$  est proche de 0 ou de  $t_{\max}$  la dernière valeur singulière est bien supérieure à  $\lambda = 10^{-5}$ , il n'est ainsi pas possible de façonner temporellement le front d'onde incident afin d'annuler la réflexion sur l'intervalle de sortie considéré. Les états d'absorption virtuelle ne sont donc pas envisageables pour ces conditions. Les réponses temporelles simulées sur un port sont représentées sur les deux dernières lignes de la figure 2.13 pour les quatre temps de références considérés avec, en bleu les signaux injectés et en rouge ceux réfléchis. Afin de simplifier l'observation des signaux temporels lorsque le temps de coupure  $t_{c1}$  est considéré (figure 2.13(b)), l'axe des abscisses est réduit à l'intervalle  $[0 \ 0.03] \mu\text{s}$ . Ces signaux sont des reconstructions numériques faites à partir de mesures réelles de la matrice de diffusion. Comme attendu, toute réflexion est annulée durant l'intervalle de temps de sortie  $\Delta t_y$  pour  $t_c = 0.05t_{\max}$  (c),  $t_c = 0.35t_{\max}$  (d) et  $t_c = 0.9t_{\max}$  (e) et l'absorption virtuelle parfaite est donc numériquement observée. Lorsque  $t_c = 0.004t_{\max}$ , la dernière valeur singulière est trop importante et la réflexion est non nulle durant la phase d'excitation transitoire. L'état d'absorption virtuelle parfaite n'est donc pas réalisé ici.

### 2.3.2.3 Impact de la force d'absorption

Comme déjà expliqué dans les sections 1.3.2 et 2.3.2, un état d'absorption virtuelle ne peut avoir lieu que lors d'une excitation judicieuse d'au moins un zéro complexe avec une partie imaginaire strictement positive, zéro situé donc dans la moitié supérieure du plan complexe. Dans cette section, nous démontrons numériquement qu'un état d'absorption virtuelle disparaît lorsque que le zéro complexe concerné croise l'axe réel. Pour ce faire nous considérons ici un système mono-canal  $N_c = 1$ . Notons que l'extrapolation à des systèmes multi-canaux est possible. Pour une résonance, la matrice de diffusion peut s'exprimer par la formule de Breit-Wigner,

$$S(\nu) = 1 - \frac{i\gamma_n}{\nu - \nu_n + i(\gamma_n + \gamma_a)} \quad (2.19)$$

avec  $\gamma_n$  le couplage du canal au système et  $\gamma_a$  la force de l'absorption. Le coefficient de réflexion  $|S(\nu)|^2$  est représenté sur la figure 2.14(a) pour  $\gamma_a = \frac{\gamma_n}{2}$ . La résonance du système est clairement visible à  $\nu = 8.5 \text{ GHz}$ .

Le pôle et le zéro de la matrice de diffusion s'écrivent respectivement  $\tilde{\nu}_n = \nu_n - i(\gamma_n + \gamma_a)$  et  $\tilde{z}_n = \nu_n + i(\gamma_n - \gamma_a)$ . Lorsque  $\gamma_n > \gamma_a$ , la partie imaginaire du zéro complexe est positive.

L'excitation de ce zéro, situé dans la moitié supérieure du plan complexe par un signal mono-chromatique à la fréquence  $\nu_n$  modulé par une exponentielle croissante en  $\gamma_n - \gamma_a$  permet d'obtenir un état d'absorption virtuelle. L'enveloppe du signal incident et celui sortant sont représenté sur la figure 2.14(b), respectivement en bleu et en rouge pour  $\gamma_a = \frac{\gamma_n}{2}$ . Comme attendu, l'énergie non absorbée par le système ( $\gamma_a > 0$ ) est relâchée proportionnellement à  $\gamma_n$  après l'arrêt de l'excitation. Dans le cas d'une absorption plus importante – ce qui se traduit par une augmentation  $\gamma_a$  – une réflexion nulle durant l'intervalle de sortie  $\Delta t_y$  pourrait devenir impossible malgré une excitation judicieusement choisie. Par exemple, pour  $\gamma_a = \gamma_n$ , le zéro de la matrice de diffusion est réel,  $z_n = \nu_n$ , et l'excitation doit être simplement mono-chromatique afin d'être parfaitement absorbée par le système, l'exponentielle croissante n'est ici pas nécessaire. C'est la condition pour une absorption parfaite cohérente (voir section 1.3.1). Pour  $\gamma_a > \gamma_n$ , l'état correspondant à la réflexion minimale présente un pic à  $t = \frac{t_c}{2}$ . La figure 2.14(d) correspond au cas pour  $\gamma_a = 2\gamma_n$ , l'énergie incidente n'est pas exponentiellement croissante et l'énergie réfléchié durant la phase d'excitation n'est pas nulle, elle présente un pic à  $t = \frac{t_c}{2}$ .

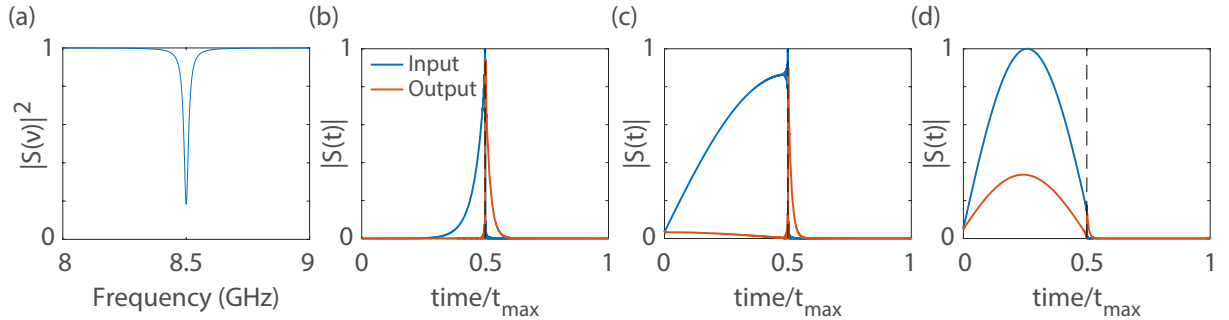


FIGURE 2.14 – (a) Coefficient de réflexion  $|S(\nu)|^2$  pour une unique résonance à  $\nu_n = 8.5$  GHz. La matrice de diffusion est décrite par la formule de Breit-Wigner donnée dans l'équation 2.19. Le taux de décroissance du canal est fixé à  $\gamma_n = 8$  GHz et l'absorption à  $\gamma_a = \frac{\gamma_n}{2}$ . (b-d) Signaux temporels incidents en bleu et sortants en rouge pour une excitation entre 0 et  $t_c = \frac{t_{\max}}{2} = \frac{1}{\delta\nu}$  pour  $\gamma_a = \frac{\gamma_n}{2}$  (b),  $\gamma_a = \gamma_n$  (c) et  $\gamma_a = 2\gamma_n$  (d).

L'évolution de la valeur de la dernière valeur singulière  $\lambda_{N_A}$  de  $H$  en fonction du taux d'absorption  $\frac{\gamma_a}{\gamma_n}$  est représentée sur la figure 2.15. Elle montre de façon évidente que la réflexion peut être parfaitement annulée pour  $\gamma_a \ll \gamma_n$ , ce qui n'est plus le cas lorsque  $\gamma_a$  devient au minimum de l'ordre de grandeur de  $\gamma_n$ . Pour  $\gamma_a = 2\gamma_n$ , la plus petite réflexion possible est relativement forte,  $\min[\lambda_n] = 0.13$ .



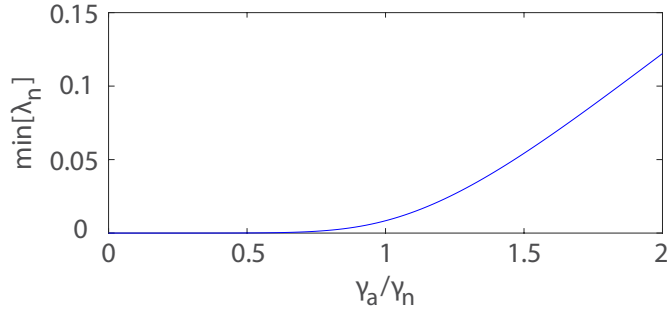


FIGURE 2.15 – Évolution de la valeur de la dernière valeur singulière  $\lambda_{N_\Lambda}$  de  $H$  en fonction du taux d'absorption  $\frac{\gamma_a}{\gamma_n}$ .

### 2.3.3 États invariants à la diffusion

Après avoir étudié dans les sections précédentes les fonctionnalités de distribution optimale d'énergie (section 2.3.1) et d'excitation transitoire sans réflexion (section 2.3.2), nous étudions dans cette section la dernière fonctionnalité de contrôle des ondes de ce chapitre. Elle consiste à exciter des états qui ont la même forme spatiale et temporelle en entrée et en sortie. Ceci est une généralisation du concept présenté dans la section 1.3.3, c'est à dire des états mono-chromatique présentant une forme uniquement spatiale indépendante de la présence d'un système diffusif ou non. Afin d'étudier des états invariants à la diffusion, nous posons le problème de valeur propre suivant

$$Hx_n = \alpha_n x_n \quad (2.20)$$

avec  $H = \tilde{D}_y^\dagger S_D \tilde{D}_x$  l'opérateur déjà définie dans la section 2.1. La résolution de ce problème permet d'identifier les signaux à injecter au sein du système présentant une similitude optimale avec les signaux diffusés durant un intervalle de temps arbitraire. Les valeurs de  $x_n$  et de  $\alpha_n$  satisfaisant l'équation 2.20 sont respectivement les vecteurs propres à droite de  $H$  et les valeurs propres correspondantes. Ainsi, l'injection des vecteurs propres correspondants, à des valeur propres  $|\alpha_n|$  proche de zéro, impose une annulation de toute réflexion durant l'intervalle de temps en sortie  $\Delta t_y$ . Ceci revient à réaliser le phénomène d'excitation transitoire sans réflexion d'ores et déjà observé en expérimentation et présenté dans la section 2.3.2. Les vecteurs propres associés à des valeur propres  $|\alpha_n|$  importantes sont ici plus intéressants. Dans le cas d'une injection de vecteurs propres associés à une valeur propre  $|\alpha_n|$  maximale, notre approche garantie une similitude optimale entre les

signaux injectés dans le système et les signaux sortants. Nous avons expérimentalement vérifié notre approche avec le même montage expérimental que celui utilisé dans les sections précédentes, voir la section 2.2 pour plus de détails.

Reprenons ici les conditions précédemment posées, c'est à dire des intervalles temporels en entrée  $\Delta t_x$  et en sortie  $\Delta t_y$  définis de telle sorte que  $\Delta t_x = \Delta t_y = [0 t_c]$  avec  $t_c = \frac{t_{\max}}{2}$ . Le nombre de canaux couplés à la cavité fixé à  $N_c = 2$ . Deux états invariants à la diffusion, associés à une valeur propre importante, mesurés sur le premier port de la cavité, sont représentés sur la figure 2.16,  $|\alpha| = 0.71$  en (a,b) et  $|\alpha| = 0.58$  en (c,d). Les signaux fréquentiels sont représentés sur la première colonne et les signaux temporels sur la seconde. Les signaux incidents sont affichés en bleu et les signaux sortants en rouge. La courbe noire présente sur la première colonne correspond à la réflexion  $R(\nu)$  moyennée sur les deux ports de la cavité.

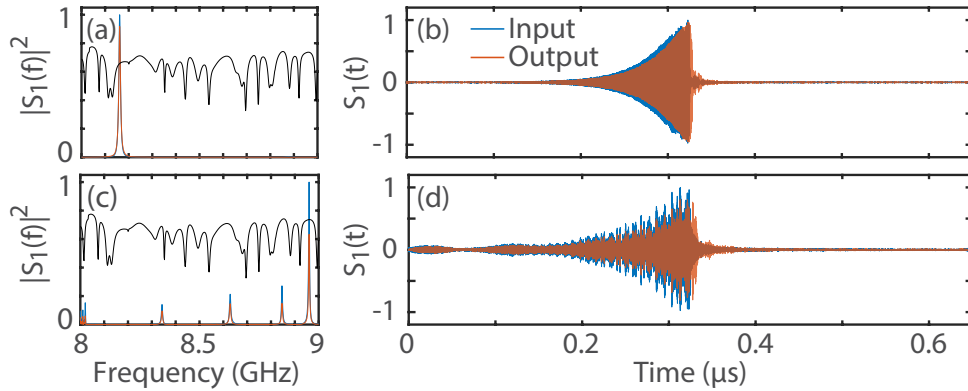


FIGURE 2.16 – Représentation spectrale (a,c) et temporelle (b,d) de deux états invariant mais variant temporellement dans l'intervalle  $[0 \ 3.18] \mu s$ . Les signaux d'entrée en bleu et de sortie en rouge sont représentés pour le premier canal (les signaux mesurés sur le second canal sont similaires).  $|\alpha| = 0.71$  pour (a,b) et  $|\alpha| = 0.58$  pour (c,d). La courbe noire (a,c) correspond à la réflexion  $R(\nu)$  moyennée sur les deux ports entrants.

Deux types d'états invariant à la diffusion sont représentés sur la figure 2.16. Le premier, dont un exemple est représenté sur la première ligne, correspond aux états monochromatique. Le spectre fréquentiel n'est composé que d'un seul pic. Une seule résonance du système est excitée, figure 2.16(a). La seconde ligne de cette figure est un exemple du second type d'état invariant à la diffusion expérimentalement observé dans cette étude, les états poly-chromatiques. La présence de plusieurs pics du spectre fréquentiel confirme l'excitation de plusieurs résonances. Pour ces deux type d'états, les formes spatiales et

temporelles respectives des signaux injectés sont visuellement très proches de celles des signaux réfléchis.

Nous considérons maintenant des états en transmission invariants à la diffusion mais variant dans le temps. Pour cela nous reprenons la cavité plus large, introduit dans la section 2.3.1.2, avec  $N_c = 8$  canaux couplés aux deux interfaces. Nous définissons ici l'intervalle temporel en entrée comme  $\Delta t_x = [0 \ 0.3t_{\max}]$ . L'intervalle temporel en sortie est lui, temporellement décalé d'un facteur  $\Delta\tau$ , ainsi nous avons,

$$\Delta t_y = \Delta t_x + \Delta\tau \quad (2.21)$$

Nous trouvons un coefficient de similarité maximal,  $|\alpha| = 0.77$ , pour  $\Delta\tau = 0.08t_{\max}$ . La figure 2.17 représente l'évolution temporelle moyenne des enveloppes des signaux incidents et sortants. La courbe bleue représente l'enveloppe moyenne du signal injecté dans la cavité, la courbe rouge celle du signal transmis en sortie et la courbe verte celle du signal de sortie décalée de  $-\Delta\tau$ . Pour une question de simplicité de lecture, l'axe des abscisses dans l'encart est limité à un faible intervalle temporel, représenté par les deux lignes verticales en pointillés noirs sur la figure. Notons ici que contrairement au reste de la figure, les signaux représentés dans l'encart correspondent aux intensités temporelles moyennes et non à leur profil.

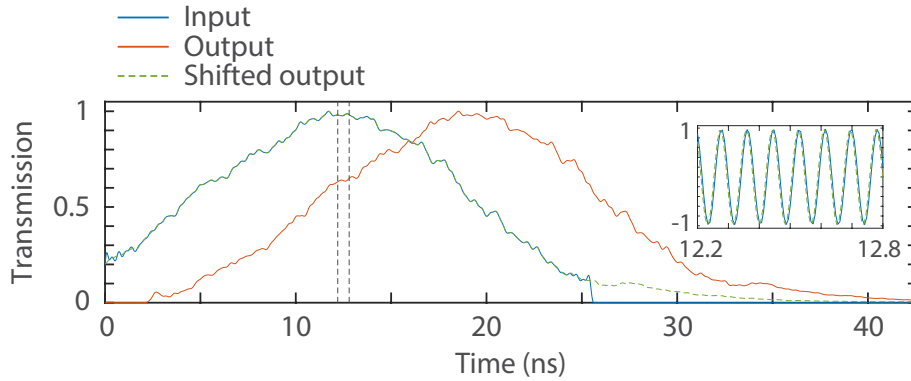


FIGURE 2.17 – Représentation temporelle du profil de l'intensité d'un état en transmission, à travers la cavité quasi-2D large, invariant à la diffusion et variant dans le temps.

Le signal de sortie décalé temporellement de  $-\Delta\tau$ , courbe verte, est visuellement très proche du signal incident.

## 2.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté un formalisme matriciel qui permet de contrôler temporellement et spatialement un front d'onde sortant d'un système diffusif et résultant de la diffusion d'un front onde incident judicieusement choisi.

Notre approche matricielle, présentée en détail dans la section 2.1, permet de relier via l'opérateur  $H$  – déduit de cette approche matricielle – les degrés de libertés spatiaux et temporels d'un front d'onde incident cohérent aux degrés de libertés spatiaux et temporels du front d'onde sortant correspondant. La décomposition en valeur singulière de cet opérateur offre deux ensembles de vecteurs, à gauche  $U_n$  et à droite  $V_n$ , ainsi qu'un ensemble de valeur singulière  $\lambda_n$  correspondante. L'opérateur  $H$  est défini en fonction des opérateurs de la transformée de Fourier discrète multi-canal  $\tilde{D}_x$  et  $\tilde{D}_y$  des signaux en entrée et en sortie respectivement ainsi que de la matrice multi-bloc diagonale  $S_D$ . Les deux opérateurs  $\tilde{D}_x$  et  $\tilde{D}_y$  sont construit pour deux intervalles de temps différents  $\Delta t_x$  en entrée et  $\Delta t_y$  en sortie. Ainsi le choix judicieux de l'état injecté dans le système diffusif permet de maximiser ou de minimiser à notre guise la proportion d'énergie réfléchié durant un intervalle temporel en sortie,  $\Delta t_y$ , arbitraire. Afin de confirmer notre approche matricielle, nous avons dans un premier temps réalisé dans une cavité désordonnée à deux ports une distribution optimale de l'énergie durant un intervalle temporel de sortie identique à celui en entrée. Pour ce faire, nous avons injecté *in situ* dans la cavité des états  $V_n$  associés à des valeurs singulières  $\lambda_n$  maximales. Nous avons mesuré une proportion maximale de 84% de l'énergie quittant le système durant la phase d'excitation transitoire ce qui est cohérent avec la valeur singulière associée  $\lambda \approx 0.84$ .

Nous avons ensuite réalisé des excitations transitoires sans réflexion dont le principe est d'annuler toute réflexion durant la phase d'excitation transitoire du système. Ceci correspond au concept de l'absorption virtuelle parfaite présentée dans la section 1.3.2. Ici l'injection *in situ* des états  $V_n$  associés à des valeurs singulière  $\lambda_n$  très proches de zéro est parfaitement adapté. En effet, en définissant les intervalles temporels d'entrée et de sortie comme étant identiques, l'injection de ces états à valeurs singulières très faibles ( $\lambda \sim 0$ ) permet de minimiser la réflexion alors que le système est excité de façon exponentiel par ses différents ports. L'énergie stockée durant l'excitation du système n'est relâchée qu'après l'arrêt ou la modification des signaux incidents. La modification de la largeur temporelle des intervalles permet de varier la durée de stockage d'énergie. Nous avons aussi mis en évidence dans ce chapitre qu'une excitation transitoire sans réflexion

n'est pas possible lorsque les intervalles considérés sont soit trop courts ( $t_c \sim 0$ ) soit trop larges ( $t_c \sim t_{\max}$ ). De plus, nous avons aussi montré que dans le cas d'une absorption trop importante,  $\gamma_a \geq \gamma_n$ , la réflexion minimale n'est plus négligeable, l'excitation transitoire sans réflexion ne peut donc pas être réalisée.

Nous avons enfin réalisé des états invariants à la diffusion. C'est à dire des états quasiment identiques en entrée et en sortie d'un système diffusif. Pour ce faire nous avons cette fois injecté dans le système des vecteurs propres associés à des valeurs propres importantes permettant ainsi d'assurer une forte similitude entre les signaux incidents et sortants.

Ainsi, l'approche matricielle présentée dans ce chapitre permet d'exploiter une matrice de transport caractérisant un milieu diffusif et reliant les degrés de liberté temporels et spatiaux, aussi bien de l'entrée que de la sortie, de façon optimale. Notre approche, en plus d'offrir une possibilité d'unifier de nombreuses techniques de contrôle des ondes, que ce soit l'inversion temporelle, le façonnage de front d'onde, l'absorption virtuelle parfaite ou encore les modes invariants à la diffusion, permet aussi de les généraliser. En plus de fournir des informations fondamentales, elle peut facilement trouver des applications dans les régimes des micro-ondes et de l'acoustique par exemple où le matériel nécessaire à la génération d'un front d'onde spatio-temporel cohérent est disponible.

# POINTS EXCEPTIONNELS D'ÉTATS SANS RÉFLEXION EN MILIEU DIFFUSIF COMPLEXE $\mathcal{PT}$ -SYMÉTRIQUE

---

Les points exceptionnels sont des singularités spectrales dans des systèmes non-hermitiens où au moins deux valeurs propres ainsi que les vecteurs propres correspondants coalescent simultanément [76-80]. Les points exceptionnels ont principalement été étudiés pour deux modes résonants dans des systèmes avec des pertes. Dans ces conditions, un point exceptionnel peut être atteint si le couplage mutuel entre les résonances satisfait une relation critique avec les facteurs de pertes des modes [81, 82]. Cette relation est mise en évidence dans l'équation 3.7 de la section 3.1.3. Néanmoins les points exceptionnels sont plus facilement réalisables dans des systèmes caractérisés par des opérateurs dit “ $\mathcal{PT}$ -symétriques” – systèmes présentant une quantité de gain et de pertes équivalente où les opérateurs restent invariants après l'action de l'opérateur de symétrie Parité-Temporelle ( $\mathcal{PT}$ ) – où l'ajout d'une quantité gain/perte judicieuse peut être suffisant à l'obtention d'un point exceptionnel. Il est à noter que les valeurs propres d'un opérateur  $\mathcal{PT}$ -symétrique peuvent être sur l'axe réel, c'est à dire composées d'une partie imaginaire nulle. Ainsi un point exceptionnel dans un milieu  $\mathcal{PT}$ -symétrique se produit sur l'axe réel. Deux valeurs propres réelles viennent coalescer ensemble sur l'axe réel pour ensuite le quitter en paire conjuguée complexe, ou inversement, deux valeurs propres complexes viennent coalescer sur l'axe réel pour ensuite se séparer en deux valeurs propres réelles distinctes.

De nombreuses propriétés non-triviales des points exceptionnels ont été étudiées théoriquement et expérimentalement, comme par exemple la conception de l'invisibilité unidirectionnelle [83, 84], la commutation des modes asymétriques [85] ou encore le laser directionnel [86] pour n'en citer que quelques-unes non présentées dans la première section de ce chapitre (section 3.1.3). Les points exceptionnels peuvent aussi être intéressants

pour des applications de détection car la répartition de l'énergie ou de la fréquence entre les  $n$  états propres dégénérés au point exceptionnel varie en fonction de la racine  $n^{\text{ième}}$  de la perturbation [87, 88].

Récemment, une nouvelle catégorie de points exceptionnels associés à des états de diffusion sans réflexion (*reflectionless – RL – scattering states* en anglais) plutôt qu'à des résonances a été introduite, les points exceptionnels sans réflexion [89-93]. Les états sans réflexion sont des états propres d'un opérateur non-Hermitien sans réflexion,  $H_{\text{RL}}$ , basé sur l'équation d'onde dont les canaux entrants couplés au système de diffusion sont représentés par du gain et les canaux sortants par des pertes [91, 92, 94-96]. Lorsqu'une valeur propre est sur l'axe réel, l'état propre correspondant permet un couplage sans réflexion des canaux entrants et ainsi une transmission parfaite. Un cas particulier de ces points exceptionnels sans réflexion, trouvé pour des conditions limites purement entrantes, est la coalescence sur l'axe réel de deux zéros de la matrice de diffusion complète  $S(\omega)$ , les points exceptionnels parfaitement absorbants [90, 93, 97]. Le phénomène de l'absorption cohérente parfaite se produit quand l'absorption au sein d'un système contrebalance le taux d'excitation des canaux entrants [41, 42, 98, 99]. Quand deux états de l'absorption cohérente parfaite coalescent, les pics du spectre de l'absorption possédant une largeur de bande quartique indique l'existence de points exceptionnels parfaitement absorbants [90, 93, 97]. Dans les systèmes à conservation de flux, c'est à dire des systèmes où le flux incident est égal au flux sortant, la probabilité de trouver un mode sans aucune réflexion, donc une transmission parfaite, est naturellement plus importante dans les systèmes respectant une symétrie miroir pour lesquels l'opérateur sans réflexion,  $H_{\text{RL}}$ , est  $\mathcal{PT}$ -symétrique. Dans ce cas les valeurs propres de l'opérateur sans réflexion présentent une propriété intéressante. En effet, la  $\mathcal{PT}$ -symétrie de l'opérateur impose à une valeur propre sans réflexion réelle de rester sur l'axe réel en cas de perturbation continue respectant la  $\mathcal{PT}$ -symétrie, jusqu'à ce qu'elle fusionne avec une autre valeur propre réelle à un point exceptionnel pour ensuite se diviser en une paire conjuguée complexe [90, 92, 96]. L'élargissement spectral des pics en transmission correspondant aux points exceptionnels sans réflexion a été observé dans des filtres AC à la condition de Butterworth [100, 101], dans des cavités multi-miroirs [102-104], dans des simulations numériques de points quantiques [105] et dans des fils atomiques [106] sans pour autant être interprété comme points exceptionnels. Cependant, même si les états propres sans réflexion peuvent être analysés dans le cadre des modes quasi-normaux à l'aide de la théorie des modes couplés [93], une démonstration expérimentale claire des points exceptionnels sans réflexion dans des systèmes désordon-

nés ainsi qu’une analyse en termes de résonances complexes n’ont à ce jour, pas encore été rapportées.

Dans ce chapitre, nous observons en expérimentation l’existence de points exceptionnels, c’est à dire la coalescence de valeurs propres sans réflexion dans des milieux symétriques ordonnés et désordonnés. L’ensemble des résultats présentés dans ce chapitre fait l’objet d’un article [107].

## 3.1 Introduction aux modes quasi-normaux, aux modes sans réflexion et aux points exceptionnels

### 3.1.1 Hermiticité

Les hamiltoniens hermitiens sont des opérateurs grandement utilisés en mécanique quantique ou en électromagnétisme pour décrire des systèmes dit “conservatifs”, c’est à dire soumis à la propriété de conservation d’énergie. Cette conservation d’énergie est un concept fondamental qui façonne notre compréhension de la physique. Un système est hermitien et qualifié de “conservatif” ou “fermé” quand l’énergie de celui-ci n’est pas altérée par son environnement. Mathématiquement, un système Hermitien peut être décrit par un opérateur Hermitien  $H$  qui est égale à son conjugué complexe transposé,  $H = H^\dagger$ , avec  $\dagger$  l’opérateur de la conjugaison complexe transposée. Il est intéressant de noter que la propriété de conservation d’énergie d’un système hermitien impose à l’opérateur le décrivant des valeurs propres réelles [81]. De plus, les différents vecteurs propres sont orthogonaux. Autrement dit, deux vecteurs propres  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  d’un hamiltonien hermitien  $H$  associés à des valeurs propres différentes,  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ , sont orthogonaux entre eux,  $\mathbf{v}_1^\dagger \mathbf{v}_2 = 0$ . Ainsi, un hamiltonien hermitien permet de décrire un système fermé et parfaitement isolé de son environnement, cependant dans bon nombre de cas il peut être intéressant d’étudier des systèmes dit “non-conservatifs”, c’est à dire des systèmes décrits dans des situations réalistes où des échanges d’énergie entre le système et son environnement sont possibles. De tels systèmes peuvent aussi être qualifiés de systèmes “ouverts”.

Physiquement, les échanges d’énergie d’un système non-conservatif sont représentés par des pertes et/ou du gain. Contrairement au cas d’un opérateur hermitien, les valeurs propres d’un opérateur non-hermitien sont complexes et les vecteurs propres ne sont plus orthogonaux entre eux, seule une relation orthogonale, appelée “bi-orthogonalité”, entre



les vecteurs propres à gauche et à droite peut exister [108].

### 3.1.2 Modes quasi-normaux

Les modes quasi-normaux (*Quasi-normal modes* – QNM – en anglais) sont des solutions de l'équation d'onde avec des conditions aux limites purement sortantes [71, 109-112]. Ces modes quasi-normaux correspondent aux résonances complexes du milieu ouvert et sont souvent simplement appelés “modes” dans la littérature. Ces modes correspondent aux valeurs propres discrètes,  $\tilde{\omega}_n$ , d'un problème de valeurs propres basé sur l'équation d'onde définie par les conditions aux limites précédemment citées. Les valeurs propres  $\tilde{\omega}_n$  s'écrivent,

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n - i \frac{\Gamma_n}{2} \quad (3.1)$$

avec  $\omega_n$  la fréquence centrale de la résonance et  $\Gamma_n$  la largeur de bande. Ces résonances complexes correspondent, dans le plan complexe, aux pôles de la matrice de diffusion. Les pôles de la matrice de diffusion sont des modes d'émission parfaite, ce sont des résonances associées à des fréquences complexes où des ondes sortantes existent malgré l'absence d'ondes entrantes [39]. Il est à noter qu'une valeur propre proche de l'axe réel dans le plan des fréquences complexes est associée à une résonance piquée et proche de zéro.

Les conditions aux limites purement sortantes sont modélisées par des pertes sur l'ensemble des canaux du système. Un tel système est donc non-hermitien avec uniquement des pertes. Ainsi la seule présence d'ondes sortantes, c'est à dire de pertes, et non d'ondes entrantes, de gain, impose aux valeurs propres complexes du système des parties imaginaires négatives. Une méthode existe en photonique, principalement, afin d'imposer à chaque interface les conditions limites purement sortantes, elle consiste à utiliser des couches parfaitement adaptées (*Perfectly matched layers* – PML – en anglais).

Une classe spéciale de ces modes quasi-normaux sont les états dont les valeurs propres sont réelles. Les mode correspondants sont des états limites dans le *continuum* (*Bound States in the Continuum* – BIC – en anglais). De tels états sont des ondes qui restent confinées et ne se propagent pas au sein du système. De plus ces modes spécifiques ne peuvent être excités. Les états limites dans le *continuum* peuvent être considérés comme des résonances avec une largeur de bande nulle [113],  $\Gamma = 0$ .

La modification judicieuse de paramètres physiques au sein du système peut entraîner certaines résonances à coalescer ensemble formant ainsi un phénomène physique grandement étudié depuis quelques années, un point exceptionnel.

### 3.1.3 Points exceptionnels dans des systèmes non-Hermitiens

Les points exceptionnels sont des singularités spectrales dans des systèmes non-Hermitiens où au moins deux valeurs propres ainsi que les vecteurs propres correspondants coalescent simultanément [76-80]. Il est important ici de noter le caractère non-Hermitien du système, en effet la coalescence de plusieurs valeurs propres ainsi que des vecteurs propres correspondants formant ainsi un point exceptionnel n'est seulement possible que lorsque le système considéré présente cette caractéristique particulière. Or les valeurs propres d'un opérateur non-Hermitien (ou d'une matrice non-Hermitienne) sont complexes, de fait à un point exceptionnel ce sont à la fois les parties réelles et les parties imaginaires des valeurs propres concernées qui deviennent parfaitement identiques. Les états propres correspondants deviennent eux parallèles au point exceptionnel, cette dernière propriété permet de dissocier les points exceptionnels, où les vecteurs propres coalescent, à d'autres singularités spectrales où des valeurs propres peuvent coalescer sans pour autant que les états propres correspondants coalescent eux-aussi, ces singularités sont appelées "points diaboliques" [114]. Le cas le plus simple pour trouver un point exceptionnel est certainement un système non-Hermitien à deux modes décrit par une matrice  $H$  de dimensions  $2 \times 2$

$$H = \begin{pmatrix} \omega_1 - i\Gamma_1 & \gamma \\ \gamma & \omega_2 - i\Gamma_2 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Cette matrice pourrait en principe décrire un grand nombre de systèmes à deux modes associés aux fréquences complexes  $\omega_1 - i\Gamma_1$  et  $\omega_2 - i\Gamma_2$ . Dans ce cas,  $\omega_1$  et  $\omega_2$  décrivent les fréquences de résonance des modes,  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$  leurs taux de décroissance – ils quantifient donc la quantité de gain et/ou de pertes – et enfin  $\gamma$  quantifie le couplage entre les composants du système. Notons que la matrice  $H$  est bien non-Hermitienne,  $H \neq H^\dagger$ .

Les valeurs propres  $\tilde{\omega}_\pm$  de cet Hamiltonien peuvent se calculer, elles s'écrivent

$$\tilde{\omega}_\pm = \omega_0 - i\Gamma_0 \pm \sqrt{\gamma^2 + (\chi + i\beta)^2} \quad (3.3)$$

avec

$$\omega_0 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \quad ; \quad \Gamma_0 = \frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} \quad (3.4)$$

représentant respectivement la valeur moyenne des fréquences de résonance et celle des coefficients de gain/pertes ainsi que

$$\chi = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad ; \quad \beta = \frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{2} \quad (3.5)$$

qui correspondent aux différences respectives entre ces fréquences et ces coefficients.

Dans le cas d'un Hamiltonien  $2 \times 2$ , comme c'est le cas ici, il y a deux valeurs propres. Pour qu'elles coalescent, les paramètres sous la racine carrée de l'équation des valeurs propres, équation 3.3, doivent être annulés, il faut donc poser  $\gamma^2 + (\chi + i\beta)^2 = 0$  pour avoir

$$\tilde{\omega}_{\text{EP}} = \omega_0 - i\Gamma_0 \quad (3.6)$$

la condition critique à l'obtention d'un point exceptionnel. Les solutions vérifiant cette condition sont

$$(\chi = 0, \gamma = \pm\beta) \quad ; \quad (\beta = 0, \gamma = \pm i\chi) \quad (3.7)$$

Ainsi, en faisant judicieusement varier deux paramètres de l'Hamiltonien jusqu'à satisfaire une solution de la condition critique d'un point exceptionnel, nous pouvons forcer les deux valeurs propres à coalescer en un seul point, le point exceptionnel.

Plusieurs études ont permis l'observation expérimentale de points exceptionnels dans des systèmes variés comme par exemple des billards à microondes [115-117] ou à exciton-polaritons [118], des micro-disques optiques couplés [119] ou encore des cavités déformées utilisées dans le régime des microondes [120] ou de l'optique [121].

Prenons ici l'exemple de l'article de Jung-Wan Ryu *et al.* [119] dans lequel le système utilisé est composé de deux résonateurs optiques. Afin d'atteindre un point exceptionnel, les auteurs ont modifié les caractéristiques des résonateurs pour faire varier leurs fréquences de résonance ainsi que le couplage mutuel dans le but de forcer les deux valeurs propres de leur système à coalescer. Le premier paramètre fixé est le paramètre  $r$  défini comme étant le ratio entre les rayons des deux micro-disques. Le second paramètre,  $d$ , caractérise la distance séparant les deux résonateurs. Ainsi, en modifiant ces deux para-

mètres les auteurs peuvent respectivement faire varier la fréquence de résonance,  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , des deux modes ainsi que le couplage  $\gamma$  entre les résonateurs. La figure 3.1 représente une illustration des deux micro-disques couplés utilisés par les auteurs.

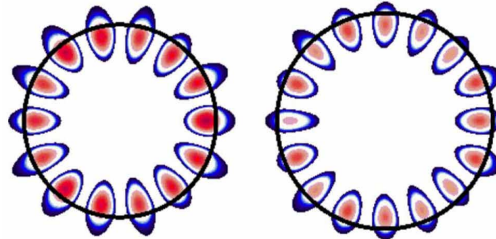


FIGURE 3.1 – Représentation des deux micro-disques couplés ainsi que du motif de l'intensité en champ proche au point exceptionnel.

Figure provenant de [119]

Pour s'assurer qu'un point exceptionnel est bien obtenu, nous pouvons étudier l'évolution des valeurs propres de la matrice  $H$  décrivant le système en fonction des deux paramètres  $r$  et  $d$ , définis précédemment. Rappelons ici que la matrice  $H$  est non-Hermitienne et de dimensions  $2 \times 2$  (équation 3.2), ainsi ses deux valeurs propres sont complexes. La figure 3.2 représente, en fonction des paramètres  $r$  (axe  $x$ ) et  $d$  (axe  $y$ ), la partie réelle (a) et imaginaire (b) de ces deux valeurs propres (axe  $z$ ). La variation des paramètres  $r$  et  $d$  impose une modification des deux valeurs propres, aussi bien dans leur partie réelle que imaginaire. Ainsi, ces variations permettent l'obtention de deux surfaces de Riemann connectées au point exceptionnel, représentées sur la figure 3.2 et donnant cette structure caractéristique. En effet, un point exceptionnel, représenté par un point noir sur la figure, est associé à une topologie non-triviale. La distribution de la partie réelle des valeurs propres présente un anti-croisement des résonances (*Avoided resonances crossing* – ARC – en anglais) avant le point exceptionnel et un croisement des résonances (*Resonances crossing* – RC – en anglais) après. La distribution de la partie imaginaire des valeurs propres présente elle un croisement des résonances avant le point exceptionnel et un anti-croisement après. Il n'y a qu'un seul point, au centre de la figure 3.2, où à la fois les parties réelles et imaginaires des deux valeurs propres coïncident, le point exceptionnel. En d'autres termes, un point exceptionnel est obtenu lorsqu'au moins deux valeurs propres d'un opérateur non-Hermitien coalescent. Avant le point exceptionnel, ces valeurs propres complexes se rapprochent entre elles, en revanche leurs parties imaginaires sont identiques ainsi seules leurs parties réelles varient. Au point exceptionnel les valeurs

propres sont confondues aussi bien dans leurs parties réelles que imaginaires. Après le point exceptionnel, les valeurs propres s'éloignent les une des autres en conservant une partie réelle identique entre elles. Lorsque les paramètres  $r$  et  $d$  varient continûment autour du point exceptionnel en suivant une trajectoire rectangulaire et que l'on retrouve donc les conditions initiales, les deux valeurs propres ne reprennent pas leurs positions initiales. Les parties imaginaires et réelles des valeurs propres sont transportées vers des valeurs différentes ( $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow e$ ). Les valeurs propres ne retrouvent leurs positions initiales qu'après avoir encerclé deux fois le point exceptionnel ( $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow \dots \rightarrow h \rightarrow a$ ) [119].

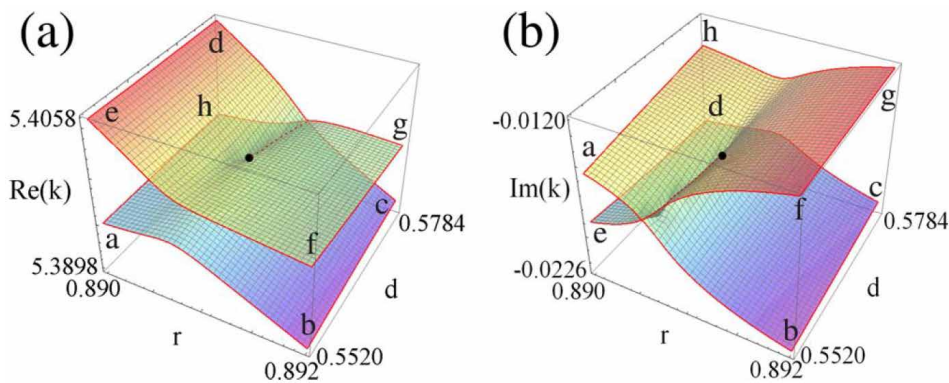


FIGURE 3.2 – Évolution de la partie réelle (a) et imaginaire (b) des valeurs propres des modes résonants lorsque les paramètres  $r$  et  $d$  varient de telle sorte que les valeurs propres sont transportées suivant  $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow \dots \rightarrow h \rightarrow a$ . Le point exceptionnel est représenté par un point noir.

Figure provenant de [119]

Récemment une famille particulière de points exceptionnels a suscité un grand intérêt, les points exceptionnels sans réflexion, associés non pas aux résonances du système mais à des états de diffusion sans réflexion. Ces points exceptionnels ont principalement été étudiés dans des systèmes non-Hermitiens où leur opérateur est dit “ $\mathcal{PT}$ -symétrique” [81, 82, 122, 123].

### 3.1.4 Modes sans réflexion

À l’instar des modes quasi-normaux, section 3.1.2, les modes sans réflexion (*ReflectionLess modes* – RLM – en anglais) sont des solutions de l’équation d’onde avec cette fois des conditions aux limites à chaque interface purement sortantes ou purement entrantes uniquement [91, 92]. Les modes sans réflexion sont donc les valeurs propres discrètes,  $\tilde{\omega}_{RL}$ ,

du problème de valeurs propres correspondant. Les états sans réflexion sont les vecteurs propres associés à chaque valeur propre sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}}$ . Ce sont des états qui, contrairement au cas général où l'énergie incidente à un système de diffusion à travers ses canaux incidents est diffusée par tous les canaux sortants, permettent d'annuler la réflexion retour sur un ensemble spécifique de canaux incidents. Une illustration de ce concept est représenté sur la figure 3.3 à titre explicatif.

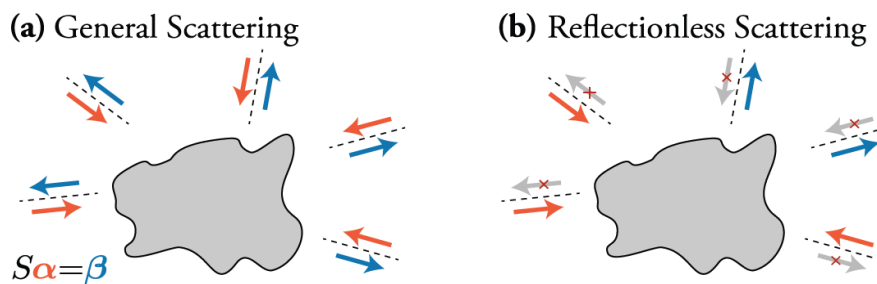


FIGURE 3.3 – Illustration représentant (a) une situation de diffusion classique et (b) une situation sans réflexion. Un système diffusif fini interagit avec un ensemble fini de canaux incidents (flèches rouges) et de canaux sortants (flèches bleues). (a) Dans le cas général et sans symétrie particulière, l'énergie incidente par tous les canaux entrants va être diffusée à travers les canaux sortants. (b) Les états sans réflexion correspondent aux états incidents permettant d'annuler la réflexion sur un ensemble choisi de canaux entrants.

Figure provenant de [92]

Physiquement, les canaux purement entrants sont modélisés par du gain et les canaux purement sortants par des pertes. La non-hermiticité du système, imposée par la présence de gain et de pertes, conduit à des valeurs propres complexes. Contrairement aux modes quasi-normaux situés dans la moitié inférieure du plan complexe, les modes sans réflexion peuvent être situés sur l'ensemble du plan complexe. En effet la partie imaginaire d'un mode sans réflexion peut être aussi bien positive que négative. Les conditions aux limites purement entrantes des modes sans réflexion peuvent être imposées en utilisant la même méthode que celle utilisée pour imposer les conditions aux limites purement sortantes des modes quasi-normaux, c'est à dire utiliser des PMLs. Les conditions purement entrantes peuvent être obtenues en opérant une conjugaison complexe sur les PMLs concernées.

### 3.1.4.1 *PT*-symétrie de l'opérateur sans réflexion

Une propriété intéressante des modes sans réflexion est la *PT*-symétrie de l'opérateur en question. En effet, dans le cas d'un système de diffusion satisfaisant une symétrie miroir, l'opérateur définissant le système est *PT*-symétrique.

Un opérateur non-hermitien (ou une matrice non-hermitienne) est dit *PT*-symétrique s'il est invariant après l'action successive des opérateurs *P* et *T*, c'est à dire après l'action d'une parité (*P*) combinée à celle d'une inversion temporelle (*T*). L'action de parité revient à opérer une symétrie miroir sur le système, l'action d'inversion temporelle peut être réalisée en effectuant une conjugaison complexe. Prenons l'exemple d'un système diffusif à deux ports représenté sur la première ligne de la figure 3.4. Le port à gauche est purement incident, celui à droite purement sortant. Le système est rendu complexe par l'ajout de diffuseurs placés de façon à respecter une symétrie droite/gauche par rapport au centre du système.

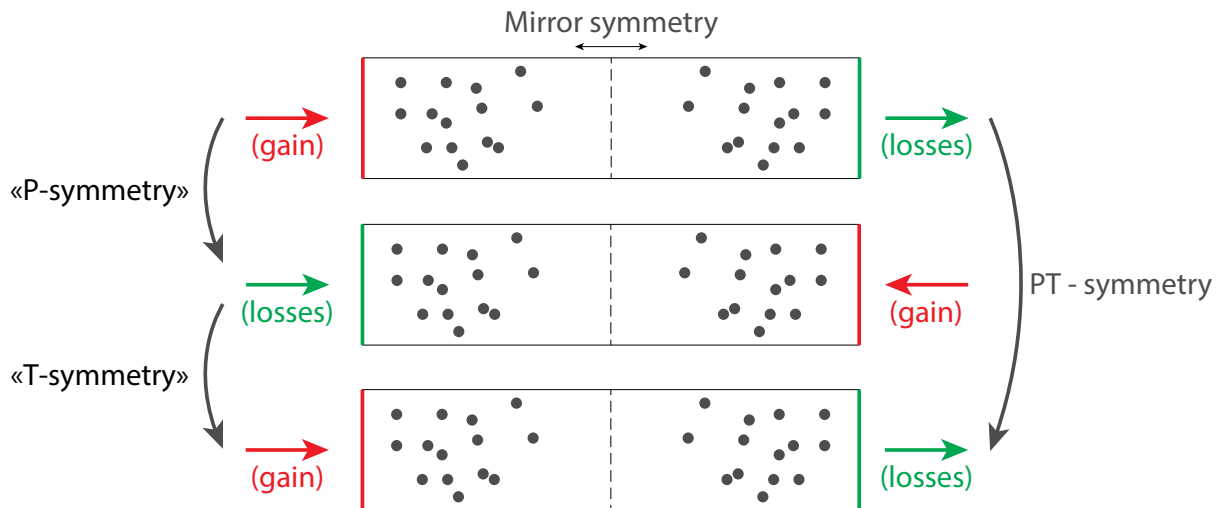


FIGURE 3.4 – Illustration explicative de la *PT*-symétrie. Un système diffusif symétrique à deux ports est représenté sur la première ligne, les systèmes résultants d'une action de parité suivi d'une inversion temporelle sont respectivement représentés sur la deuxième et troisième ligne.

Le système résultant d'une action de parité, *P*, c'est à dire de symétrie miroir, sur le système initial est représenté sur la deuxième ligne de la figure 3.4. L'opération d'inversion temporelle, *T*, consiste à effectuer une conjugaison complexe, cela revient à intervertir du gain par une quantité équivalente de pertes et réciproquement, des pertes par une quantité

équivalente de gain. L'opérateur définissant le système considéré ici est  $\mathcal{PT}$ -symétrique car le système est identique à lui-même après avoir subi l'action combinée des opérateurs  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{T}$ . Ainsi, un opérateur sans réflexion est  $\mathcal{PT}$ -symétrique si le système caractérisé satisfait une relation de symétrie miroir. Cette propriété de  $\mathcal{PT}$ -symétrie permet aux valeurs propres sans réflexion,  $\tilde{\omega}_{\text{RL}}$ , d'être réelles. De plus les valeurs propres sans réflexion à partie imaginaire non-nulle sont associées par paire conjuguée-complexe. La section 3.1.5 de ce manuscrit offre plus de détails sur cette propriété. Il est intéressant de noter que seuls les états propres associés à des valeurs propres sans réflexion,  $\tilde{\omega}_{\text{RL}}$ , réelles permettent une annulation totale de la réflexion retour sur les canaux incidents. La réflexion augmente à mesure que les valeurs propres concernées s'éloignent de l'axe réel.

### 3.1.5 Points exceptionnels dans des systèmes définis par des opérateurs $\mathcal{PT}$ -symétriques

Reprenons l'Hamiltonien non-Hermitien  $H$  de dimensions  $2 \times 2$  utilisé dans la section précédente (équation 3.2) et appliquons-lui une transformation de parité  $\mathcal{P}$ . Cela revient ici à intervertir les éléments diagonaux de la matrice.

$$H_{\mathcal{P}} = \begin{pmatrix} \omega_2 - i\Gamma_2 & \gamma \\ \gamma & \omega_1 - i\Gamma_1 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

L'inversion temporelle,  $\mathcal{T}$ , sur un système modifie le gain par une quantité équivalente de pertes et les pertes par une quantité équivalente de gain. Cela revient à opérer une conjugaison complexe de la matrice  $H_{\mathcal{P}}$ .

$$H_{\mathcal{PT}} = \begin{pmatrix} \omega_2 + i\Gamma_2 & \gamma \\ \gamma & \omega_1 + i\Gamma_1 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Pour que la matrice  $H$  soit considérée  $\mathcal{PT}$ -symétrique, il faut qu'elle reste invariante après l'action de l'opérateur  $\mathcal{PT}$ , c'est à dire après une transformation de parité  $\mathcal{P}$  suivi d'une transformation d'inversion temporelle  $\mathcal{T}$ . Ainsi il faut satisfaire la relation suivante,

$$H = H_{\mathcal{PT}} \quad (3.10)$$

Les deux conditions nécessaires satisfaisant cette relation sont,

$$\{\omega_1 = \omega_2 = \omega'\} \quad ; \quad \{\Gamma_1 = -\Gamma_2 = \Gamma'\} \quad (3.11)$$



Ces conditions imposent entre autre au système d'avoir une quantité équivalente de gain et de pertes,  $\Gamma'$ . Si un mode est associé à un coefficient de perte  $\Gamma'$ , le second mode sera lui associé à un coefficient équivalent de gain  $-\Gamma'$ . De fait, pendant qu'un mode dissipe de l'énergie l'autre l'amplifie.

Un système non-Hermitien *PT*-symétrique à deux résonances peut donc être décrit par un Hamiltonian  $H$  défini de la façon suivante

$$H = \begin{pmatrix} \omega' - i\Gamma' & \gamma \\ \gamma & \omega' + i\Gamma' \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Que l'opérateur soit *PT*-symétrique ou non, un point exceptionnel reste une singularité spectrale où au moins deux valeurs propres ainsi que les vecteurs propres correspondants coalescent.

Les valeurs propres de l'opérateur *PT*-symétrique  $H$  s'écrivent

$$\tilde{\omega}_{\pm} = \omega' \pm \sqrt{\gamma^2 - (\Gamma')^2} \quad (3.13)$$

Contrairement au cas d'un système non-Hermitien classique, où les valeurs propres sont toutes complexes, celles d'un opérateur *PT*-symétrique peuvent être réelles si la quantité de gain et de perte  $\Gamma'$  est suffisamment faible par rapport au couplage mutuel  $\gamma$  des modes,  $\frac{\gamma}{\Gamma'} > 1$ , et ce malgré la non-hermiticité de l'opérateur. Cette propriété est certes contre-intuitive mais très importante, un Hamiltonien *PT*-symétrique est non-Hermitien mais peut tout de même donner lieu à des valeurs propres réelles, c'est une caractéristique de la *PT*-symétrie. Au point exceptionnel les valeurs propres sont confondues, les paramètres sous la racine carrée de l'équation 3.13 doivent être annulés pour que les valeurs propres puissent coïncider en un point. La condition nécessaire au point exceptionnel,  $\tilde{\omega}_{\text{EP}}$ , est donc  $\frac{\gamma}{\Gamma'} = 1$  et permet d'écrire

$$\tilde{\omega}_{\text{EP}} = \omega' \quad (3.14)$$

Il est intéressant de noter ici, qu'avant un point exceptionnel, les valeurs propres concernées sont réelles, elle sont donc situées sur l'axe horizontal du plan des fréquences complexes. Elles se rapprochent entre elles à mesure que le rapport  $\frac{\gamma}{\Gamma'}$  diminue. Les valeurs propres coalescent sur l'axe réel à exactement  $\frac{\gamma}{\Gamma'} = 1$  au point exceptionnel,  $\tilde{\omega}_{\text{EP}}$ . L'équation 3.13 prédit aussi qu'après le point exceptionnel, les valeurs propres quittent l'axe réel

par paire conjuguée-complexe. Ainsi dans les milieux non-Hermitiens  $\mathcal{PT}$ -symétriques, une transition de phase se produit au point exceptionnel permettant à plusieurs valeurs propres réelles de devenir complexes et inversement, à des valeurs complexes de devenir réelles en coalesçant ensemble. En effet, lorsque le ratio  $\frac{\gamma}{\Gamma'}$  est inférieur à 1, nous avons  $\gamma^2 - (\Gamma')^2 < 0$  ainsi les deux valeurs propres qui correspondent aux solutions de l'équation 3.13 sont complexes et respectent une relation de conjugaison de phase entre elles,

$$\tilde{\omega}_{\pm} = \omega' \pm i\sqrt{|\gamma^2 - (\Gamma')^2|} \quad \text{avec} \quad \{(\gamma, \Gamma') \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < \gamma < \Gamma'\} \quad (3.15)$$

Contrairement à un système non-Hermitien classique où la variation de deux variables est nécessaire afin d'atteindre un point exceptionnel, dans le cas d'un opérateur non-Hermitien  $\mathcal{PT}$ -symétrique, une seule variable est nécessaire, le ratio  $\frac{\gamma}{\Gamma'}$  peut être modifié en variant uniquement le couplage mutuel  $\gamma$  des modes ou uniquement la quantité de gain et de pertes  $\Gamma'$  dans le milieu.

Dans ce chapitre, nous cherchons à étudier en expérimentation l'apparition de points exceptionnels sans réflexion.

## 3.2 Réalisation expérimentale de points exceptionnels sans réflexion dans un interféromètre multi-miroir de Fabry-Pérot

### 3.2.1 Montage expérimental

Le montage utilisé dans cette étude afin d'observer en expérimentation des points exceptionnels sans réflexion est composé d'un guide d'onde rectangulaire vide mono-mode de longueur  $L = 400$  mm, de largeur  $W = 22.86$  mm et de hauteur  $h = 10.16$  mm. Ce guide d'onde fonctionne dans le régime des microondes et nous l'utilisons dans une bande de fréquence comprise entre 7 et 10 GHz où seul le premier mode fondamental électrique-transverse est transmis. La fréquence de coupure  $f_{c_{mn}}$  du mode électrique-transverse  $\text{TE}_{mn}$  correspond à la fréquence à laquelle le mode en question s'ouvre, c'est à dire la fréquence à partir de laquelle le mode est capable de se propager dans le guide d'onde. Cette fréquence s'écrit

$$f_{c_{mn}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{W}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2} \quad (3.16)$$

avec  $W$  la largeur du guide d'onde et  $h$  son hauteur. Les deux premiers modes  $\text{TE}_{10}$  et  $\text{TE}_{20}$  s'ouvrent respectivement aux fréquences  $f_{c_{10}} \approx 6.56$  GHz et  $f_{c_{20}} \approx 13.12$  GHz. Ceci confirme donc que dans la bande de fréquence utilisée dans notre étude, [7 10] GHz, seul le premier mode électrique-transverse dominant  $\text{TE}_{10}$  se propage.

Les coefficients de réflexion  $r(\nu)$  et de transmission  $t(\nu)$  à travers ce guide d'onde sont mesurés grâce à deux transitions guide-coaxial attachées aux deux ouvertures du guide d'onde et reliées à un VNA (analyseur de réseau vectoriel). Afin de pouvoir observer la coalescence de deux modes, le système est progressivement perturbé en insérant symétriquement par rapport au centre du guide d'onde, deux tiges en aluminium de 2 mm de diamètre à travers deux trous percés sur la plaque supérieure et espacés de 12 mm. La longueur de pénétration  $z$  de ces deux tiges varie de 0 à 8 mm avec un pas  $\Delta z = 0.02$  mm,  $\Delta z \sim \frac{\lambda}{1666}$ . Ce système est donc équivalent à un interféromètre multi-miroir de Fabry-Perot avec une réflectivité variable au centre. Une photographie du guide d'onde est représentée sur la figure 3.5.

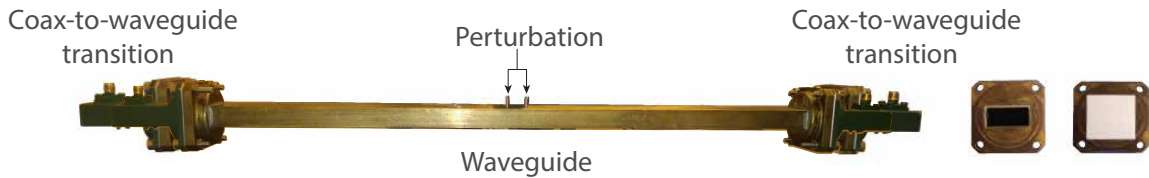


FIGURE 3.5 – Montage expérimental. La longueur de pénétration  $z$  des deux tiges symétriques peut être contrôlée très précisément avec une platine à translation. Les encarts représentent deux canaux, c'est à dire des transitions guide-coaxial, une avec ouverture vide et une autre avec une plaque d'alumine placée devant pour augmenter la réflectivité aux interfaces du guide d'onde.

Comme représenté sur les encarts de la figure 3.5, des plaques d'alumine peuvent être ajoutées entre le guide d'onde et les transition afin d'augmenter la réflectivité aux interfaces. Trois cas sont pris en compte dans cette étude pour comparaison, (i) aucune plaque d'alumine n'est ajoutée, les ouvertures du guide sont donc directement connectées aux transitions, (ii) une plaque d'alumine est ajoutée aux deux interfaces, entre les ouvertures du guide d'onde et les transitions et (iii) deux plaques sont ajoutées des deux côtés.

Afin d'estimer la réflectivité  $R_0$  des interfaces, lorsque chacun de ces trois cas est considéré, nous mesurons la réflexion fournie par zéro, une ou deux plaques d'alumine et nous ajustons le spectre de la réflexion,  $R(\nu, z = 0)$ , du guide d'onde vide avec sa formule théorique pour une cavité de Fabry-Perot.

$$R = 1 - \frac{(1 - R_0)^2}{1 + R_0^2 + 2R_0 \cos \Delta\phi} \quad (3.17)$$

avec  $\Delta\phi = 2kL$  le paramètre permettant de quantifier le décalage de phase de l'onde se propageant d'un miroir du Fabry-Perot à l'autre. Ici  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  correspond au nombre d'onde et  $L$  la distance séparant les deux miroirs, c'est à dire la longueur du guide d'onde. Le spectre de la réflexion, mesuré en expérimentation, et son meilleur ajustement, numérique trouvé à partir de l'équation 3.17, sont représentés sur la figure 3.6 lorsqu'une plaque d'alumine est placée entre les interfaces du guide d'onde et les transitions.

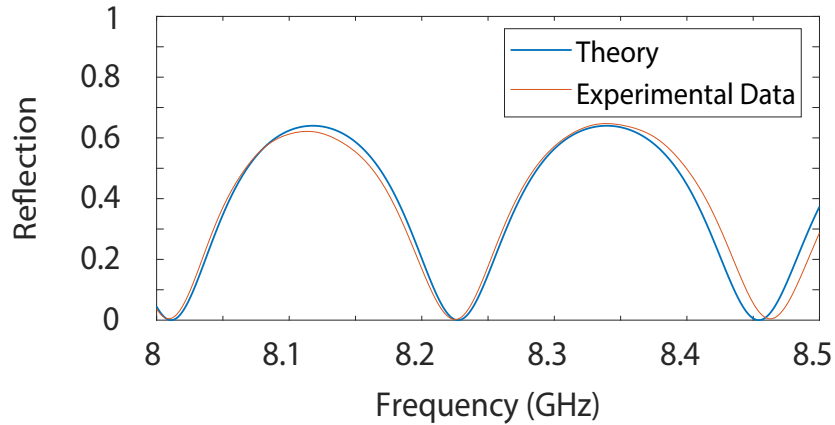


FIGURE 3.6 – Représentation du spectre de la réflexion mesuré en expérimentation (rouge) et celui issu de simulation numérique (bleu) pour un guide d'onde vide,  $z = 0$ , avec une plaque d'alumine ajoutée à chaque interface.

Ainsi nous estimons que  $R_0 = 0.002$ ,  $R_0 = 0.25$  et  $R_0 = 0.46$  pour respectivement zéro, une et deux plaques d'alumine.

### 3.2.2 Résultats expérimentaux

Nous mesurons les coefficients de réflexion  $r(\nu)$  et de transmission  $t(\nu)$  à travers le montage expérimentale présenté dans la section précédente (section 3.2.1). La réflexion mesurée  $R(\nu, z) = |r(\nu, z)|^2$  est représentée sur figure 3.7, avec une échelle logarithmique

en ordonnée, en fonction de la fréquence  $\nu$  et de la distance de pénétration  $z$  des deux tiges insérées dans le guide d'onde de façon symétrique, quand une plaque d'alumine est placée entre chaque transition et le guide d'onde.

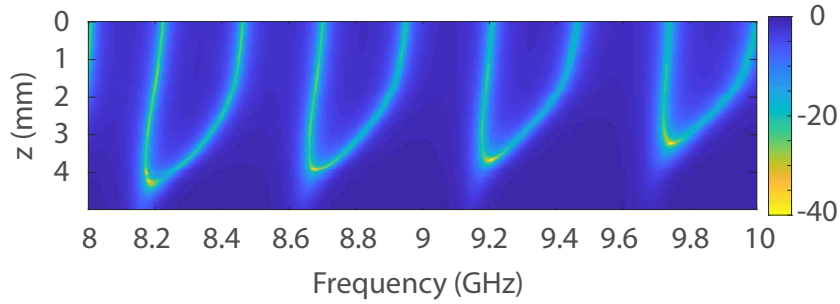


FIGURE 3.7 – Représentation avec une échelle logarithmique de la réflexion,  $10 \log[R(\nu, z)]$ , pour une perturbation symétrique mesurée avec un VNA entre 8 et 10 GHz. Une plaque de diélectrique est ajoutée à chaque interface.

Lorsque le guide d'onde n'est pas perturbé,  $z = 0$ , les fréquences associées à des réflexions très faibles, représentées en jaune sur la figure, sont espacées de façon régulière, un comportement attendu pour un interféromètre de Fabry-Perot. À mesure que le guide d'onde est perturbé, donc que la distance de pénétration des deux tiges symétriques en aluminium centrales croît, ces fréquences (presque) sans réflexion se rapprochent deux par deux jusqu'à coalescer pour une perturbation critique ( $z = z_{EP}$ ) pour ensuite disparaître. Ainsi dans le régime sous-perturbé,  $z < z_{EP}$ , les fréquences sans réflexion cherchent à se rapprocher deux par deux avec l'augmentation de la perturbation  $z$ . Dans le régime sur-perturbé,  $z > z_{EP}$ , les fréquences sans réflexion disparaissent très rapidement après leurs coalescence à la perturbation critique,  $z = z_{EP}$ , reflétant ainsi une augmentation rapide de la réflexion après cette perturbation critique.

La réflexion représentée sur la figure 3.7 correspond à celle mesurée lorsqu'une plaque d'alumine est présente à chaque interface. Cependant, la coalescence des fréquences sans réflexion, à la condition critique  $z = z_{EP}$ , ne dépend pas de la réflectivité  $R_0$  des interfaces, c'est un phénomène plus général. Sur la figure 3.8, nous représentons de la même manière la réflexion sans (a) et pour deux (b) plaques de diélectrique à chaque interface. Notons ici que l'augmentation de la réflectivité,  $R_0$ , des interfaces tend à spectralement piquer les modes sans réflexion.

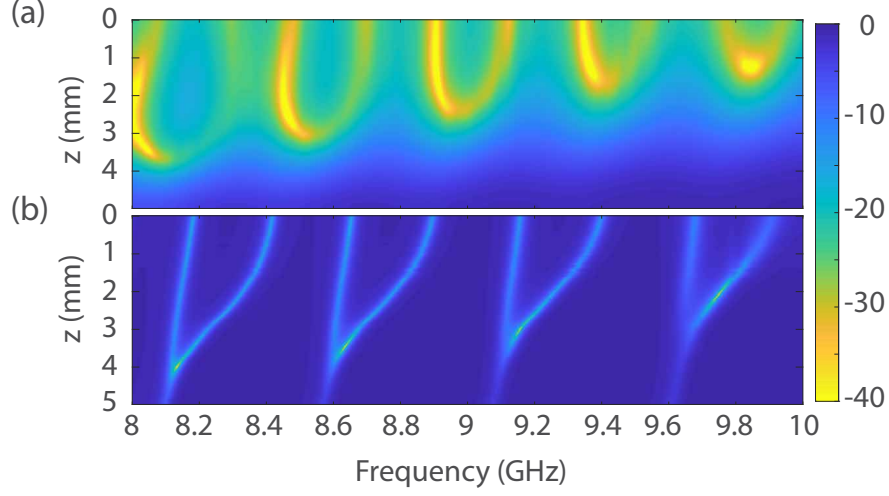


FIGURE 3.8 – Représentation avec une échelle logarithmique de la réflexion pour une perturbation symétrique mesurée avec un VNA entre 8 et 10 GHz sans (a) et avec deux (b) plaques de diélectrique à chaque interface.

Ainsi le système fonctionne toujours comme un interféromètre de Fabry-Perot avec des fréquences sans réflexion régulièrement espacées en l'absence de perturbation et ce, même si aucune plaque d'alumine est ajoutée aux interfaces afin d'augmenter leur réflectivité. Dans ce cas, la réflectivité est certes très faible mais existante. En effet les transitions ne sont pas parfaitement adaptées au guide d'onde et c'est cette désadaptation aux interfaces qui permet cette faible réflectivité. La réflexion moyenne sur la bande de fréquence et le facteur de qualité  $Q$  des résonances sont faibles, ce qui conduit à des zéros larges en réflexion. En revanche lorsque deux plaques de diélectrique sont ajoutées, les résonances avec des facteurs de qualité  $Q$  importants sont piquées, l'instant de coalescence à la perturbation critique  $z = z_{EP}$  est plus étroit.

Il est intéressant de noter que comme indiqué dans la section 3.1.5, dans des systèmes définis par des opérateurs  $\mathcal{PT}$ -symétriques, les valeurs propres réelles le restent jusqu'à ce qu'elles coalescent avec d'autres valeurs propres réelles. Dans notre cas, la perturbation est symétrique par rapport au centre du guide d'onde et la réflectivité est identique aux deux interfaces. Notre système respecte donc une symétrie miroir, l'opérateur le définissant est  $\mathcal{PT}$ -symétrique. C'est pour cela que les fréquences sans réflexion peuvent coalescer à la condition critique  $z = z_{EP}$ .

Afin d'observer l'impact de la  $\mathcal{PT}$ -symétrie sur la coalescence des fréquences sans

réflexion, nous pouvons perturber le système afin de rompre sa symétrie-miroir. Pour cela nous insérons avec le même pas que précédemment,  $\Delta z$ , non plus deux tiges en aluminium de façon symétrique par rapport au centre du guide d'onde mais une seule tige à  $x = \frac{L}{4}$ . La figure 3.9 représente avec une échelle logarithmique la réflexion en fonction de la fréquence  $\nu$  et de la distance de pénétration  $z$  de l'unique tige métallique insérée non-symétriquement par rapport au centre du guide d'onde quand une plaque de diélectrique est placée entre les transitions et le guide d'onde.

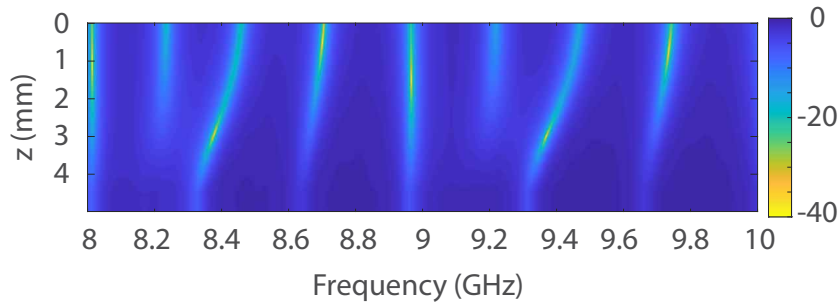


FIGURE 3.9 – Représentation avec une échelle logarithmique de la réflexion pour une perturbation non-symétrique mesurée avec un VNA entre 8 et 10 GHz. Une plaque de diélectrique est ajoutée à chaque interface.

Lorsque que le guide d'onde n'est pas perturbé,  $z = 0$ , nous nous retrouvons dans le cas précédent (figure 3.7) d'un interféromètre de Fabry-Perot classique où les résonances sans réflexion sont régulièrement espacées. À mesure que la distance de pénétration de l'unique tige en aluminium augmente, contrairement au cas représenté sur la figure 3.7, les fréquences sans réflexion ne cherchent plus à se rapprocher deux par deux mais bougent de façon indépendante les unes des autres. De plus, à ces fréquences la réflexion peut augmenter subitement sans pour autant que deux fréquences sans réflexion coalescent, c'est le cas par exemple à  $\nu \approx 8.22$  GHz et  $z \approx 3$  mm. En perturbant non-symétriquement le système, la  $\mathcal{PT}$ -symétrie de l'opérateur est brisée avec la dé-symétrisation du système. Les fréquences sans réflexion peuvent ainsi bouger indépendamment dans le plan complexe. Les fréquences sans réflexion réelle peuvent donc quitter l'axe réel sans devoir coalescer avec d'autres fréquences sans réflexions réelles. Ceci met en évidence l'importance de la  $\mathcal{PT}$ -symétrie de l'opérateur dans notre étude, en effet l'obtention de mode sans réflexion est plus facile dans de telles situations.

Après avoir étudié l'impact d'une perturbation non symétrique sur le système, nous

repreons le cas d'une perturbation symétrique, c'est à dire l'insertion des deux tiges en aluminium de façon symétrique par rapport au centre du guide d'onde.

Nous représentons sur la figure 3.10 le spectre de la réflexion,  $R(\nu, z)$ , à trois instants différents, (a) dans la régime sous perturbé,  $z < z_{EP}$  (c'est à dire avant la coalescence des fréquences sans réflexion), (b) à la condition critique,  $z = z_{EP}$  (à la coalescence) et enfin (c) dans le régime sur-perturbé,  $z > z_{EP}$  (après la coalescence). Pour chacun de ces trois instants, la réflexion est représentée respectivement en vert dans le cas où aucune plaque d'alumine est ajoutée entre le guide d'onde et les transitions,  $R_0 = 0.002$ , en rouge quand une seule plaque est ajoutée,  $R_0 = 0.25$ , et en bleu quand deux plaques sont ajoutées,  $R_0 = 0.46$ . Comme attendu la largeur de bande des résonances décroît avec l'augmentation de la réflectivité aux interfaces  $R_0$ .

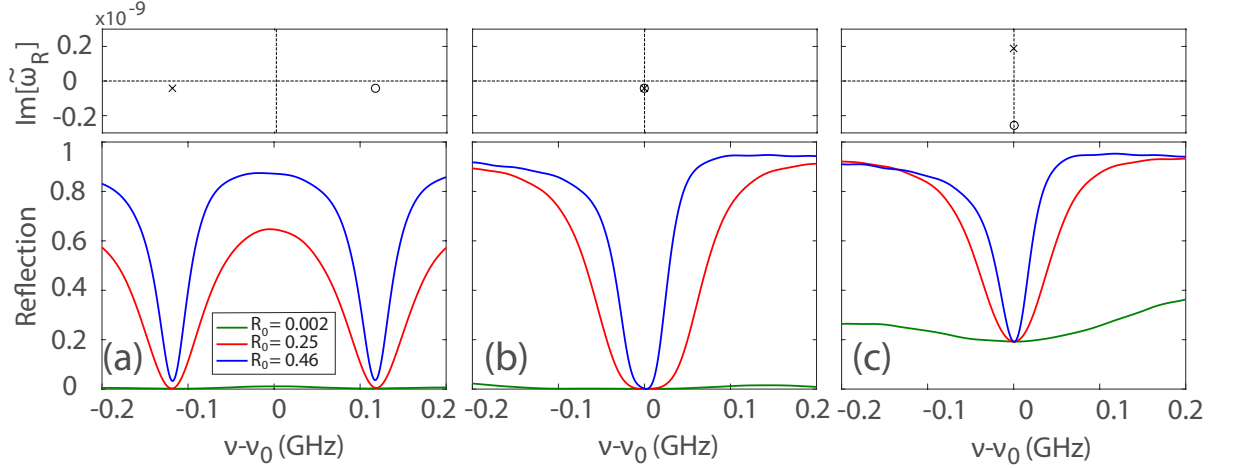


FIGURE 3.10 – Spectre de la réflexion,  $R(\nu, z)$ , (a) dans le régime sous-perturbé  $z < z_{EP}$ , (b) perturbé à la condition critique  $z = z_{EP}$  et (c) dans le régime sur-perturbé  $z > z_{EP}$ , en fonction de la fréquence  $\nu - \nu_0$  avec  $\nu_0 = 8.2$  GHz. Les spectres sont représentés pour respectivement zéro (courbe verte), une (courbe rouge) et deux (courbe bleue) plaques de diélectrique positionnées à chaque interface. Les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{RL\pm}$  trouvées à partir de l'équation 3.30 sont représentées dans la partie supérieure. Elles coalescent à des fréquences complexes, leurs parties imaginaires faibles résultent de la présence inévitable d'absorption dans notre système,  $\text{Im}[\omega_{RL\pm}] = -\gamma_a$  avec  $\gamma_a = 30$  MHz.

Les deux pics présents sur la représentation spectrale de la réflexion dans le régime sous-perturbé (figure 3.10(a)),  $z < z_{EP}$ , se transforment en un seul plus large bande à la condition critique,  $z = z_{EP}$  (figure 3.10(b)). Il est à noter qu'à cette condition critique, le pic présente une forme quartique aplatie caractéristique des points exceptionnels [90, 93,



97, 124]. En effet, à un point exceptionnel un comportement quartique est observé car la réflexion varie en fonction de la perturbation élevée à la puissance 4,  $R \sim \frac{\Delta\omega^4}{\gamma^4}$ , alors que les résonances observent un comportement quadratique avant un point exceptionnel, la réflexion varie en fonction du carré de la perturbation,  $R \sim \frac{\Delta\omega^2}{\gamma^2}$ . Après la coalescence, sur l'axe réel, des deux valeurs propres sans réflexion au point exceptionnel, ces dernières quittent l'axe réel par paires conjuguées-complexes. Dans le régime sur-perturbé,  $z > z_{EP}$  (figure 3.10(c)), le pic ne présente plus la forme quartique aplatie et retrouve la même largeur de bande que les pics présents dans le régime sous-perturbé. La réflexion à la fréquence (précédemment sans réflexion)  $\nu - \nu_0$  augmente avec la distance de pénétration  $z$  des tiges en aluminium à mesure que la partie imaginaire des valeurs propres sans réflexion s'éloigne de l'axe réel. Après le point exceptionnel la transmission parfaite, c'est à dire la réflexion nulle jusqu'alors conservée, est perdue.

### 3.2.3 Analyse théorique

Nous analysons maintenant les valeurs propres sans réflexion trouvées en suivant les minimaux locaux du spectre de la réflexion  $R(\omega, z)$ , en termes de modes quasi-normaux. Les modes quasi-normaux sont des solutions de l'équation d'onde avec des conditions aux limites purement sortantes, aussi bien à l'interface à gauche que celle à droite, voir la section 3.1.2 pour plus de détails.

Les états propres,  $\Psi_n(x)$ , sont associés à des fréquences complexes  $\tilde{\omega}_n$ ,

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n - i\frac{\Gamma_n}{2} \quad (3.18)$$

avec  $\omega_n$  la fréquence centrale et  $\Gamma_n$  la largeur de bande des résonances complexes. Notons ici que la partie imaginaire des fréquences complexes associées à ces modes quasi-normaux est strictement négative. En effet, les conditions limites sortantes aux deux interfaces reflètent les pertes de celles-ci. Le système est donc non-Hermitien. De plus les conditions aux limites étant purement sortantes, le système ne présente pas de gain mais uniquement des pertes, les valeurs propres ont donc toutes une partie imaginaire négative et sont de fait, toutes situées dans la partie inférieure du plan complexe.

L'ensemble des fréquences complexes  $\tilde{\omega}_n$  est extrait à partir d'une analyse modale des spectres en transmission entre 7 et 10 GHz en utilisant la méthode d'inversion harmonique [70, 71].

### 3.2.3.1 Analyse modales des spectres en transmission

Nous cherchons à décomposer les coefficients de transmissions comme :

$$t(\omega) = \sum_n \frac{t_n}{\omega - \omega_n + i\Gamma_n/2}. \quad (3.19)$$

avec  $t_n$  les coefficients de transmission des modes associés à chaque résonance. Nous utilisons la méthode d'inversion harmonique appliquée à la transformée de Fourier inverse de  $t(\omega)$  dans le domaine temporel [69, 71]. Lorsque 19 modes sont considérés, les résultats sont en excellent accord avec les résultats expérimentaux.

Des pertes uniformes dans le système élargissent la largeur de bande des résonances,  $\Gamma_n \rightarrow \Gamma_n + \Gamma_a$ , et réduisent la transmission à travers l'échantillon considéré. Nous cherchons donc à estimer le taux d'absorption  $\Gamma_a$  au point exceptionnel sans réflexion dans le cas d'un interféromètre de Fabry-Perot avec une plaque de diélectrique ajoutée à chaque interface. La transmission maximale trouvée en expérimentation au point exceptionnel sans réflexion est de 0.865. En compensant la largeur de bande de la résonance au point exceptionnel sans réflexion afin de correspondre au spectre de la transmission expérimentale  $T(\omega)$ , nous trouvons que la transmission reconstruite  $\hat{T}(\omega)$  à partir de cette analyse modale atteint l'unité pour  $\Gamma_a = 30$  MHz comme représenté sur la figure 3.11.

Une légère asymétrie, de la résonance de forme quartique, du spectre expérimental de la transmission au point exceptionnel sans réflexion est observée. En effet, la force des deux modes contribuant à cette transmission n'est pas égale. Ils ont pour maximum respectif  $T_n = |t_n|^2 = 1.536$  et  $T_{n+1} = |t_{n+1}|^2 = 1.398$ . Cette différence est certainement due aux erreurs inévitables de fabrication et à la non-uniformité de l'absorption. Il est à noter que la force modale dépasse l'unité en raison de la bi-orthogonalité des modes quasi-normaux dans les systèmes ouverts [125]. Dans les systèmes symétriques, ce qui est le cas ici, la transmission  $T_n$  de chaque mode  $n$  est égal au facteur de Petermann du mode en question,  $T_n = K_n$ , qui est un paramètre permettant de quantifier le degré de complexité des états propres [126]. Dans le cas de résonances du système isolées, nous avons  $K_n \sim 1$ , mais le facteur  $K_n$  croît en cas de superposition modale. Ici nous avons une superposition de deux modes ce qui donne  $T_n = K_n > 1$ . Lorsque le système n'est pas perturbé, les fréquences centrales des résonances coïncident presque avec les fréquences sans réflexion. Cependant et comme représenté sur la figure 3.11, à la condition critique d'un point exceptionnel sans réflexion,  $z = z_{EP}$ , deux résonances superposées contribuent principalement à l'aplatissement du pic sur le spectre de la transmission.

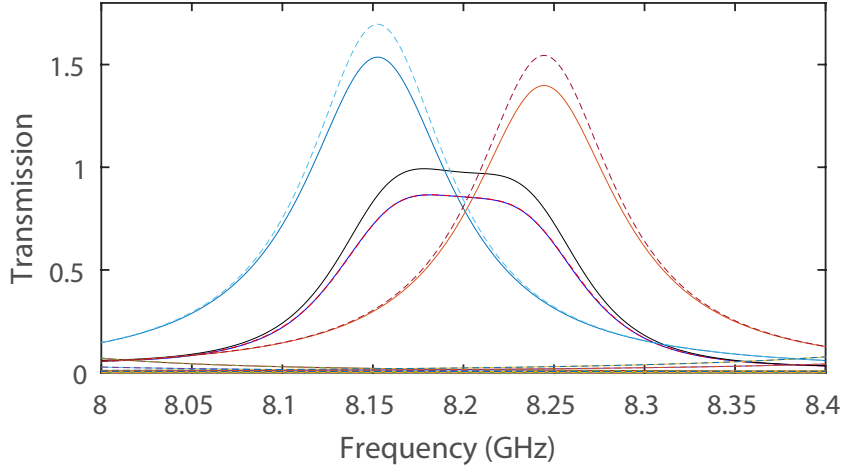


FIGURE 3.11 – Représentation du spectre de la transmission  $T(\omega)$  (courbe bleue) ainsi que de sa reconstruction via l'analyse modale (courbe rouge en pointillés). Les modes correspondants sont représentés en cyan et en orange. En compensant la force de l'absorption,  $\Gamma_n \rightarrow \Gamma_n + \Gamma_a$  avec  $\Gamma_a = 30$  MHz, le maximum du spectre de la transmission reconstruite (courbe noire) atteint l'unité. Les courbes cyan et orange en pointillés représente les contributions des deux modes quand l'absorption n'est pas prise en compte.

La figure 3.12 représente le spectre de la densité d'états  $\rho$  s'écrivant

$$\rho = \frac{1}{2\pi} \sum_n \frac{\frac{\Gamma_n}{2}}{(\omega - \omega_n)^2 + \left(\frac{\Gamma_n}{2}\right)^2} \quad (3.20)$$

Nous observons deux pics sur le spectre de la densité d'états,  $\rho$ , avec une distance spectrale entre les fréquences centrales approximativement égale à la largeur de bande des résonances. Ceci confirme de façon expérimentale que dans des systèmes que l'on pourrait qualifier de résonateurs à trois miroirs, les points exceptionnels sans réflexion sont associés à deux résonances qui se chevauchent mais qui ne coalescent pas comme le prévoit la relation avec les filtres de Butterworth [100] ainsi que les résultats numériques [92]. Il est intéressant de noter que même avec la distance de pénétration des tiges en aluminium maximale,  $z = 8$  mm, les résonances ne coalescent pas.

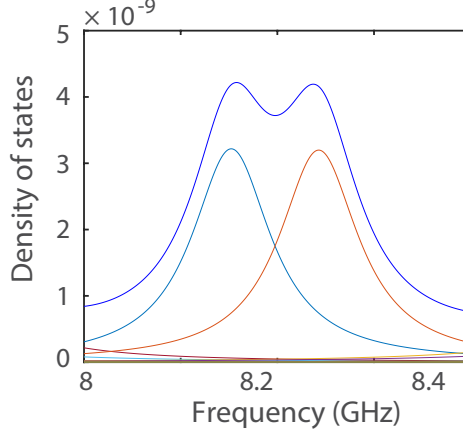


FIGURE 3.12 – Représentation du spectre de la densité d'états, elle présente deux pics correspondant au maximum respectif des deux résonances.

### 3.2.3.2 Analyse en terme de modes quasi-normaux à l'aide de la théorie des modes couplés

Pour confirmer encore une fois que la coalescence des zéros de la réflexion,  $R(\nu)$ , forme bien un point exceptionnel sans réflexion, nous cherchons maintenant à exprimer sous forme d'expressions analytiques les fréquences propres  $\tilde{\omega}_n$  ainsi que les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}}$  à l'aide de la théorie des modes couplés. Nous utilisons pour cela un modèle à deux niveaux. L'Hamiltonien effectif,  $H_{\text{eff}}$ , du système ouvert peut être exprimé dans la base de deux modes successifs d'un guide d'onde fermé à une dimension,

$$H_{\text{eff}} = H_0 - i \frac{V_0 V_0^T}{2} - i \frac{V_1 V_1^T}{2} \quad (3.21)$$

avec la matrice diagonale  $H_0$ , l'Hamiltonien du système fermé s'écrivant

$$H_0 = \begin{pmatrix} \omega_0 - \frac{\delta\omega_0}{2} & 0 \\ 0 & \omega_0 + \frac{\delta\omega_0}{2} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Les paramètres  $\omega_0$  et  $\delta\omega_0$  représentent respectivement la fréquence centrale entre deux résonances et la distance les séparant. Les vecteurs à gauche et à droite  $V_0$  et  $V_1$  permettent eux de quantifier le couplage entre le système fermé et les deux canaux. Dans le cas de systèmes  $\mathcal{T}$ -symétriques, c'est à dire respectant une symétrie d'inversion temporelle – ce qui est le cas ici – ces vecteurs de couplage sont réels.

Pour une cavité vide à une dimension de longueur  $L$ , la  $n^{\text{ième}}$  fonction propre  $\Psi_n(x)$  du système fermé s'écrit

$$\Psi_n(x) = \frac{2}{L} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3.23)$$

Dans notre système les points exceptionnels obtenus en expérimentation résultent d'un chevauchement de deux résonances avec des facteurs de qualité importants, ainsi nous limitons notre analyse à un Hamiltonien à deux niveaux comme précédemment fait par Changqing Wang *et al.* dans leurs article [93]. Dans cet article, les auteurs ont expérimentalement réalisé un point exceptionnel absorbant permettant le phénomène d'absorption parfaite cohérente, ce phénomène est présenté dans la section 1.3.1 de ce manuscrit. Nous considérons donc deux résonances, la première paire et la seconde impaire

$$\{n \equiv 0 \pmod{2}\} \quad \text{et} \quad \{n \equiv 1 \pmod{2}\} \quad (3.24)$$

Les vecteurs de couplage,  $V_0$  et  $V_1$ , sont liés à la dérivée de la  $n^{\text{ième}}$  fonction propre  $\Psi_n(x)$  du système fermé à  $x = 0$  et  $x = L$ . Ainsi en considérant les deux résonances, une paire et l'autre impaire, les deux vecteurs de couplage  $V_0$  et  $V_1$  sont respectivement symétrique et anti-symétrique.

$$V_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad V_1 = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Le paramètre  $\gamma$  quantifie le taux de couplage de chaque canal à la cavité, il dépend donc de la réflectivité des deux interfaces du guide d'onde. Ainsi, l'ajout ou non de plaques de diélectrique entre les transitions et le guide d'onde impacte directement le paramètre  $\gamma$ . Grâce à la définition de l'Hamiltonien,  $H_0$ , du système fermé, équation 3.22, et à l'identification des deux vecteurs de couplage  $V_0$  et  $V_1$ , équation 3.25, nous pouvons développer la définition de l'Hamiltonien effectif  $H_{\text{eff}}$  du système ouvert

$$H_{\text{eff}} = \omega_0 \mathbb{1} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta\omega_0 - i\gamma & 0 \\ 0 & \delta\omega_0 - i\gamma \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Les valeurs propres  $\tilde{\omega}_{n\pm}$  de cet Hamiltonien effectif sont

$$\tilde{\omega}_{n\pm} = \omega_0 \pm \delta\omega_0 - i\frac{\gamma}{2} \quad (3.27)$$

Comme attendu et expliqué au début de cette section (3.2.3), ces valeurs propres  $\tilde{\omega}_{n\pm}$

ont une partie imaginaire négative, elles sont ainsi situées dans la moitié inférieure du plan complexe. Qui plus est, la partie imaginaire de ces valeurs propres  $\tilde{\omega}_{n\pm}$  ne dépend que du couplage des canaux à la cavité. Ainsi la position verticale de ces valeurs propres dans le plan complexe ne devrait pas être modifiée par la perturbation du système via l'insertion des deux tiges en aluminium (voir section 3.2.1 pour plus de détail sur le montage expérimental).

Afin d'observer en expérimentation des points exceptionnels sans réflexion, le guide d'onde est perturbé en insérant de façon symétrique par rapport au centre du guide d'onde deux tiges en aluminium, voir la section 3.2.1. L'insertion de ces tiges en aluminium au centre du guide d'onde entraîne à ce point un changement local de la permittivité,  $\Delta\epsilon(x = \frac{L}{2})$ . Au premier ordre, le décalage fréquentiel d'une résonance est  $\Delta\omega_n \propto -\Delta\epsilon(x)|\psi_n(x)|^2$  [127, 128]. Le champ s'annule au centre du guide d'onde pour des résonances paires, de plus  $\Delta\omega_n \sim 0$ . Pour des résonances impaires,  $|\Psi_n(x)|^2 \neq 0$  et la fréquence centrale se décale vers des fréquences plus basses. À mesure que la distance de pénétration  $z$  des deux tiges en aluminium augmente, les résonances se rapprochent par paires. La fonction  $\omega_0(z)$  représente la fréquence centrale entre deux résonances pour une distance de pénétration  $z$ . La distance qui sépare ces deux résonances est représentée par la fonction  $\delta\omega_0(z)$ .

### 3.2.3.3 Analyse en terme de modes sans réflexion

L'opérateur sans réflexion  $H_{\text{RL}}$  peut être définie de la même façon que l'opérateur effectif  $H_{\text{eff}}$  définie dans l'équation 3.21, il faut cependant cette fois prendre en compte la présence de gain à l'interface à gauche. Cela revient à opérer une conjugaison complexe sur le canal associé au vecteur  $V_0$ . Ainsi nous obtenons,

$$H_{\text{RL}} = H_0 + i\frac{V_0V_0^T}{2} - i\frac{V_1V_1^T}{2} \quad (3.28)$$

avec la matrice  $H_0$  correspondant à l'Hamiltonian du système fermé d'ores et déjà défini dans l'équation 3.22. L'équation définissant l'opérateur sans réflexion  $H_{\text{RL}}$  peut ainsi être développée comme

$$H_{\text{RL}} = \omega_0(z)\mathbb{1} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta\omega_0(z) & i\gamma \\ i\gamma & \delta\omega_0(z) \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Ce développement nous permet de constater que contrairement à l'opérateur effectif  $H_{\text{eff}}$  où les interfaces sont associées à des pertes, le taux de couplage  $\gamma$  des canaux est

cette fois présent sur les éléments anti-diagonaux de l'opérateur sans réflexion  $H_{\text{RL}}$ . Les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm}$  de l'Hamiltonien  $H_{\text{RL}}$  s'écrivent

$$\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm} = \omega_0(z) \pm \frac{1}{2}\sqrt{\delta\omega_0(z)^2 - \gamma^2} \quad (3.30)$$

Notons que la dépendance en fonction de la racine carrée est caractéristique des points exceptionnels.

Une absorption uniforme à l'intérieur du guide d'onde est incorporée en ajoutant une partie imaginaire  $-i\gamma_a$  aux fréquences complexes,  $-\gamma \rightarrow -(\gamma + \gamma_a)$ . Nous avons estimé grâce à l'analyse modale présentée dans la section 3.2.3.1 ce taux d'absorption,  $\gamma_a = 30$  MHz.

L'équation 3.30 permet de décrire le comportement théorique des valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm}$ . Nous pouvons donc comparer ce comportement théorique avec le comportement "réel" des valeurs propres sans réflexion trouvées en expérimentation. Comme expliqué dans les premières lignes de la section 3.2.3, les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm}$  expérimentales sont accessibles en suivant les minimaux locaux du spectre de la réflexion  $R(\omega, z)$ . Cette comparaison est étudiée sur la figure 3.13 en fonction de la distance de pénétration  $z$  des deux tiges en aluminium. Les parties réelles (a) et imaginaires (b) des valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm}$  expérimentales sont représentées par les cercles rouges et les valeurs théoriques par les courbes noires. Les parties réelles et imaginaires des résonances complexes du système sont aussi représentées sur les figures 3.13(a) et 3.13(b) (croix bleues). Lorsque le couplage est faible par rapport à la distance séparant deux résonances,  $\gamma \ll \delta\omega_0$ , les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm}$  correspondantes sont réelles et coïncident avec la fréquence centrale des fréquences propres,  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm} = \omega_{n\pm}$ . À mesure que la perturbation augmente, la distance séparant deux valeurs propres sans réflexion décroît plus rapidement que celle entre deux résonances. Un point exceptionnel sans réflexion est atteint quand la quantité de pertes,  $\gamma$ , à travers les canaux est égale à la distance,  $\delta\omega_0$ , séparant les deux résonances  $\delta\omega(z_{\text{EP}}) = \gamma$ . Lorsque la perturbation est importante les deux valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{\text{RL}\pm}$  forment une paire conjuguée-complexe. Les résultats expérimentaux présentés sur la figure 3.13 sont en très bon accord avec la courbe théorique représentée en noire et développée à partir de l'équation 3.30. Les valeurs des paramètres  $\omega_0(z)$ ,  $\gamma(z)$  et  $\delta\omega_0(z)$  sont extraits grâce à l'analyse modale introduite dans la section 3.2.3.1. L'excellent accord entre les résultats expérimentaux et ceux issus de l'analyse théorique met en valeur l'efficacité de la théorie des modes couplés.

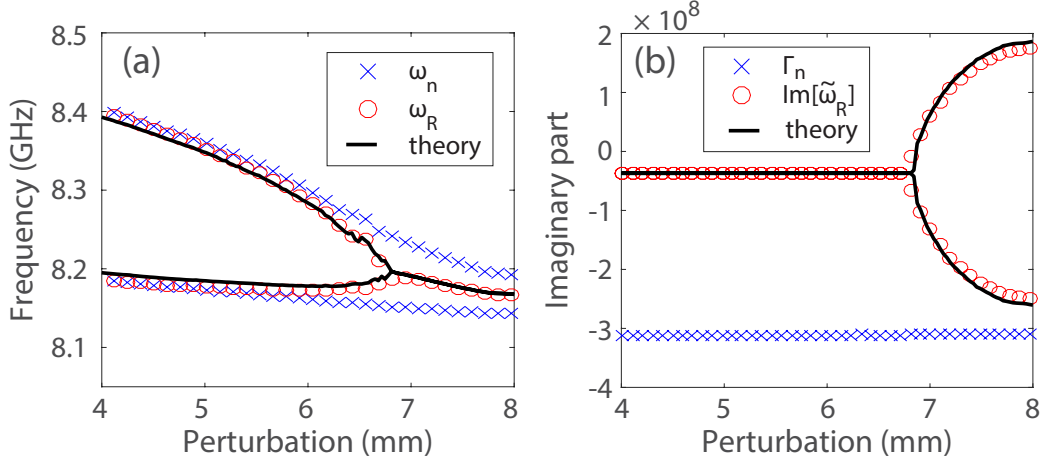


FIGURE 3.13 – Représentation de la partie réelle (a) et imaginaire (b) des valeurs propres sans réflexion mesurées en expérimentation (cercle rouge) et des fréquences propres du système (croix bleues) en fonction de la distance de pénétration  $z$  des deux tiges en aluminium. Les courbes noires correspondent aux valeurs théoriques des valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{RL}$  trouvées à partir de l'équation 3.30.

Dans le cas où la perturbation n'est pas assez importante pour atteindre un point exceptionnel,  $z < z_{EP}$ , la partie imaginaire des valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{RL}$  est égale au taux d'absorption  $\Gamma_{RL} = -\gamma_a$ . Dans le cas où la perturbation est suffisamment importante pour dépasser le point exceptionnel,  $z > z_{EP}$ , nous ajustons la réflexion  $R(\omega = \omega_0)$  en utilisant l'expression analytique du coefficient de réflexion. Pour ce faire nous reprenons l'expression de l'Hamiltonien effectif  $H_{\text{eff}}$  (équation 3.21) du système ouvert introduit dans la section 3.2.3.2. La matrice de diffusion  $S(\omega)$  peut être obtenue à partir de cet Hamiltonien effectif  $H_{\text{eff}}$

$$S(\omega) = 1 - iV^T[\omega\mathbb{1} - H_{\text{eff}}]^{-1}V \quad (3.31)$$

avec le vecteur  $V$  défini comme étant la concaténation des deux vecteurs de couplage,  $V_0$  et  $V_1$

$$V = \begin{pmatrix} V_0 & V_1 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Le coefficient de réflexion  $r(\omega)$  à l'interface à gauche est donc simplement défini comme

$$r(\omega) = 1 - iV_0^T[\omega\mathbb{1} - H_{\text{eff}}]^{-1}V_0 \quad (3.33)$$



Afin de totalement définir le coefficient de réflexion  $r(\omega)$ , nous commençons par développer analytiquement l'opération  $[\omega\mathbb{1} - H_{\text{eff}}]^{-1}$ . Ainsi,

$$[\omega\mathbb{1} - H_{\text{eff}}]^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega - \omega_0 + \frac{1}{2}(\delta\omega_0 + i\gamma)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega - \omega_0 + \frac{1}{2}(-\delta\omega_0 + i\gamma)} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

nous trouvons ensuite

$$r(\omega) = 1 - \frac{i\frac{\gamma}{2}}{\omega - \omega_0 + \frac{1}{2}(\delta\omega_0 + i\gamma)} - \frac{i\frac{\gamma}{2}}{\omega - \omega_0 + \frac{1}{2}(-\delta\omega_0 + i\gamma)}. \quad (3.35)$$

Cette relation peut être simplifiée par

$$r(\omega) = \frac{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\gamma^2 - \delta\omega_0^2}{4}}{(\omega - \omega_0)^2 - \frac{\delta\omega_0^2 + \gamma^2}{4} + i\gamma(\omega - \omega_0)}. \quad (3.36)$$

Nous pouvons factoriser cette expression en fonction des fréquences propres du système  $\tilde{\omega}_{M\pm}$  et des modes propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{RL\pm}$

$$r(\omega) = \frac{(\omega - \tilde{\omega}_{R+})(\omega - \tilde{\omega}_{R-})}{(\omega - \tilde{\omega}_{M+})(\omega - \tilde{\omega}_{M-})} \quad (3.37)$$

Comme attendu le coefficient de réflexion  $r(\omega)$  s'annule pour  $\omega = \tilde{\omega}_{RL\pm}$ . Ainsi, la réflexion  $R(\omega, z)$  est nulle lorsque les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{RL\pm}$  sont réelles, c'est à dire pour  $z < z_{\text{EP}}$  lorsque la perturbation est suffisamment faible pour ne pas atteindre le point exceptionnel et pour  $z = z_{\text{EP}}$ , au point exceptionnel seulement. Lorsque la perturbation est trop importante, les valeurs propres sans réflexion  $\tilde{\omega}_{RL\pm}$  quittent l'axe réel par paire conjuguée-complexe, elles ne sont plus purement réelles. La relation  $\omega = \tilde{\omega}_{RL\pm}$  n'est donc plus vérifiée, le coefficient de réflexion  $r(\omega)$  n'est de fait plus nul. Ce comportement théorique est observé en expérimentation (figures 3.7, 3.8 et 3.10). Des fréquences

associées à une réflexion nulle sont obtenues et se rapprochent deux à deux à mesure que la perturbation augmente. La réflexion associée à ces fréquences reste nulle jusqu'à l'instant de coalescence au point exceptionnel. Après cet instant la réflexion augmente rapidement. Les états de réflexion nulle sont donc perdus. L'ajout d'absorption uniforme dans ce modèle peut être aisément fait en augmentant la largeur de bande des résonances,  $\gamma \rightarrow \gamma + \Gamma_a$ .

### 3.2.3.4 Analyse de la distance fréquentielle en fonction de la perturbation à proximité du point exceptionnel sans réflexion

La figure 3.14 représente la distance fréquentielle séparant deux résonances,  $\delta\omega_0(z)$ , en fonction de la distance de pénétration  $z$  des tiges en aluminium.

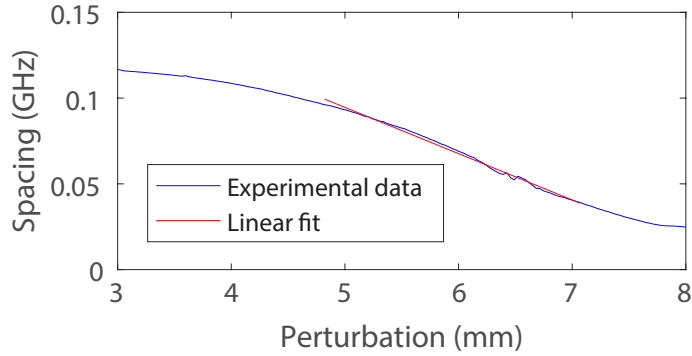


FIGURE 3.14 – Représentation de la distance fréquentielle séparant les fréquences centrales des deux résonances propres du système proches de 8.2 GHz en fonction de la perturbation  $z$ . Les résultats expérimentaux (courbe bleue) sont en bon accord avec l'ajustement linéaire (courbe rouge) aux alentours du points exceptionnel sans réflexion,  $z_{EP} \sim 6.8$  mm.

Au voisinage du point exceptionnel,  $z_{EP} \sim 6.8$  mm, l'évolution de la distance fréquentielle entre deux résonances peut être correctement approximée par une fonction linéaire représentée en rouge sur la figure. De plus, au point exceptionnel cette distance fréquentielle est égale au couplage des canaux,  $\delta\omega(z_{EP}) = \gamma$ , ainsi nous pouvons écrire

$$\delta\omega_0(z) = \gamma + \frac{\kappa}{2}(z_{EP} - z) \quad (3.38)$$

avec  $\kappa$  un coefficient réel positif. L'équation 3.30 permet de définir  $\delta\tilde{\omega}_{RL}$  la distance fréquentielle séparant deux valeurs propres sans réflexion réelle  $\tilde{\omega}_{RL}$

$$\delta\tilde{\omega}_{\text{RL}} = \sqrt{\delta\omega_0(z)^2 - \gamma^2} \quad (3.39)$$

ainsi nous trouvons,

$$\delta\tilde{\omega}_{\text{RL}} = \sqrt{\kappa\gamma(z_{\text{EP}} - z) + \frac{\kappa^2}{4}(z_{\text{EP}} - z)^2} \quad (3.40)$$

A proximité du point exceptionnel sans réflexion, l'évolution en racine carrée de la distance fréquentielle séparant deux modes sans réflexion réels  $\delta\tilde{\omega}_{\text{RL}} \sim \sqrt{\kappa\gamma(z_{\text{EP}} - z)}$  reflète une sensibilité des points exceptionnels à une perturbation extérieure évoluant elle aussi en racine carrée. La même procédure peut être conduite, avec des résultats similaires, sur la partie imaginaire des modes sans réflexions qui forment une paire conjuguée-complexe lorsque la perturbation est suffisamment importante  $z > z_{\text{EP}}$ .

### 3.2.3.5 Comportement de la réflexion au point exceptionnel

L'aplatissement de la réflexion  $R(\omega)$  à proximité d'une singularité spectrale est une signature typique d'un point exceptionnel [93, 97]. L'équation 3.36 définissant le coefficient de réflexion  $r(\omega)$  démontre que la réflexion  $R(\omega)$  observe un comportement quartique aux alentours d'un point exceptionnel. En effet à cet instant la réflexion varie comme

$$R(\omega) \sim \frac{[\omega - \omega_0(z_{\text{EP}})]^4}{\gamma^4} \quad (3.41)$$

Comme attendu, l'élargissement de la résonance au point exceptionnel est observée en expérimentation aussi bien sur le spectre en réflexion, figure 3.10(b), que celui en transmission, figure 3.11.

La figure 3.15 représente avec une échelle linéaire (a) et logarithmique (b) le spectre de la réflexion  $R(\omega)$  à un point exceptionnel. Le spectre mesuré en expérimentation (courbe bleue) est comparé aux spectres théoriques (courbes noire et en pointillés rouge) trouvés à partir de l'équation 3.36. Afin d'étudier l'impact de l'absorption, un spectre est représenté avec de l'absorption (courbe en pointillés rouge) et un autre sans (courbe noire). De l'absorption est ajoutée en augmentant la largeur de bande des résonances,  $\gamma \rightarrow \gamma + \Gamma_a$ . Lorsque l'absorption n'est pas prise en compte, la théorie prédit un creux prononcé à  $\nu = \nu_0$ . Il est important de noter que la réflexion minimale augmente avec l'absorption  $\Gamma_a$ .

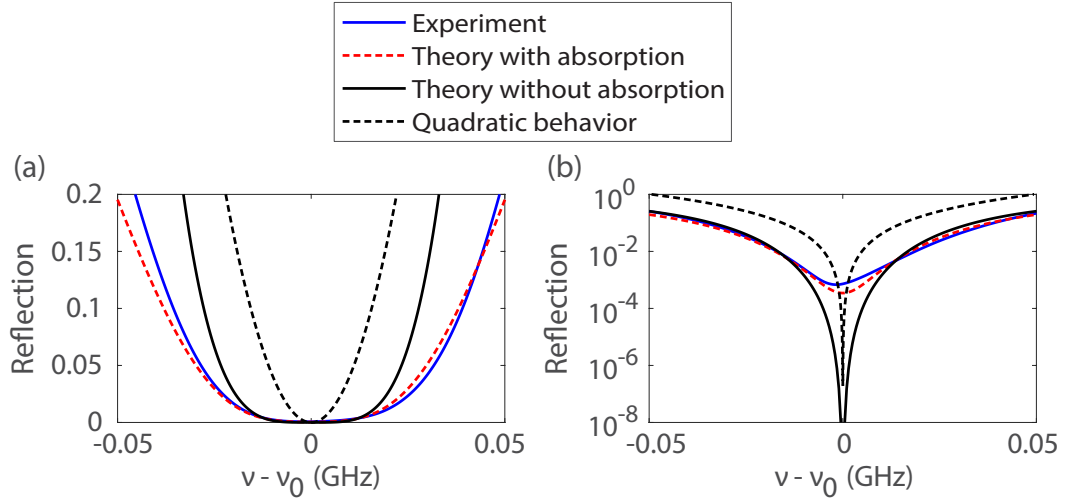


FIGURE 3.15 – Représentation avec une échelle linéaire (a) et logarithmique (b) du spectre de la réflexion  $R(\omega)$  à un point exceptionnel en fonction de la fréquence  $\nu - \nu_0$  avec  $\nu_0 = 8.2$  GHz. Les courbes bleues représentent les données expérimentales, les courbes en pointillés rouge les données théoriques issues de l'équation 3.36 quand de l'absorption est ajoutée et la courbe noire les données théoriques issues de la même équation lorsque l'absorption est retirée. Les courbes en pointillés noir représentent le comportement quadratique qu'observent les résonances éloignées d'un point exceptionnel.

Les résultats expérimentaux sont en excellent accord avec la théorie lorsqu'elle contient une quantité adaptée d'absorption. La forme quartique de la résonance, une caractéristique des points exceptionnels, est ici conservée car le taux d'absorption est relativement faible. La réflexion minimale trouvée en expérimentation est  $R_{\min} \sim 10^{-3}$ . Nous pouvons noter ici que malgré la présence d'absorption dans notre système, la largeur de bande de la résonance au point exceptionnel est plus importante que celles qui en sont éloignées (courbes en pointillés noir) et qui observent donc un comportement quadratique,  $R \sim \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\gamma^2}$ .

### 3.3 Réalisation expérimentale de points exceptionnels sans réflexion en milieux complexes

Les points exceptionnels sans réflexion ne sont pas limités aux milieux réguliers, ils peuvent aussi exister dans bon nombre de systèmes de diffusion complexes.

### 3.3.1 Points exceptionnels dans un milieu désordonné à une dimension

Afin d'observer des points exceptionnels en milieux complexes, nous reprenons le dispositif expérimental présenté dans la section 3.2.1. C'est à dire un guide d'onde rectangulaire mono-mode dont une photographie est représentée sur la figure 3.5. Le milieu est rendu complexe en insérant dans le guide d'onde, un désordre constitué de 28 sphères métalliques de 5 mm de diamètre. Le premier milieu considéré est symétrique, l'emplacement des sphères sur la moitié gauche du guide d'onde est tirée d'une distribution aléatoire uniforme, cette moitié est ensuite reproduite avec une symétrie miroir sur la moitié droite du guide d'onde. Le second milieu considéré est lui entièrement aléatoire. Le système est perturbé de la même façon que précédemment, deux tiges en aluminium espacées de 2 mm sont progressivement insérées de façon symétrique par rapport au centre du guide d'onde.

À l'instar des figures 3.7, 3.8 et 3.9, la figure 3.16 représente la réflexion, mesurée en expérimentation à travers ce guide d'onde, en fonction de la fréquence  $\nu$  et de la distance de pénétration  $z$  des deux tiges en aluminium pour un désordre symétrique (a) et aléatoire (b). L'encart sur la figure 3.16(b) est une photographie des sphères métalliques insérées dans le guide d'onde. Elles sont disposées sur une plaque de mousse Rohacell n'interférant que peu avec les microondes. Le désordre photographié ici est aléatoire. Lorsque le guide d'onde n'est pas perturbé,  $z = 0$ , le spectre de la réflexion  $R(\nu, z = 0)$  présente toujours des fréquences sans réflexion, en jaune, mais contrairement au cas du guide d'onde vide ces fréquences sans réflexion sont espacées de façon aléatoire. Lorsque le milieu au sein du guide d'onde est symétrique (figure 3.16(a)) et à mesure que la distance de pénétration  $z$  des deux tiges métalliques insérées symétriquement augmente, les fréquences sans réflexion se rapprochent deux à deux jusqu'à coalescer à un point exceptionnel sans réflexion,  $z = z_{EP}$ . Il est intéressant de noter ici que la condition nécessaire à un point exceptionnel  $z = z_{EP}$  est maintenant variable selon la paire de fréquences sans réflexion considérée. Ceci traduit donc de la distribution aléatoire du champ à l'intérieur du guide d'onde. De plus, contrairement au cas spécifique de l'interféromètre de Fabry-Perot présenté en détails dans la section 3.2, les valeurs propres sans réflexion ne sont pas toutes sur l'axe réel en l'absence de perturbation,  $z = 0$ . Nous pouvons aussi noter le comportement intéressant des valeurs propres sans réflexion aux alentours de 8.73 GHz. Elles coalescent dans un premier temps à un point exceptionnel pour  $z = 1$  mm, s'éloignent ensuite l'une de l'autre en restant sur l'axe réel pour ensuite se rapprocher de nouveau jusqu'à former

un second point exceptionnel sans réflexion à  $z = 3.8$  mm.

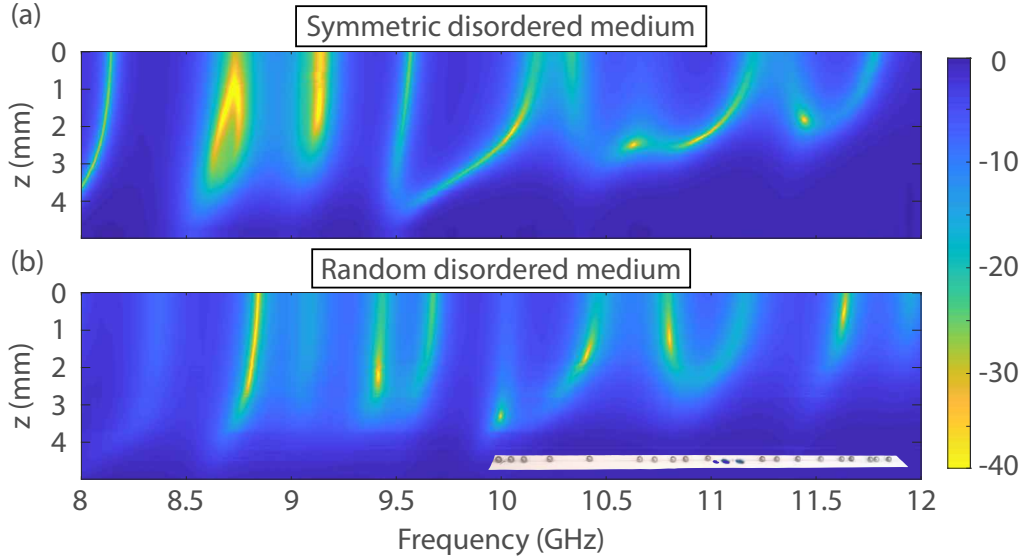


FIGURE 3.16 – Représentation de la réflexion  $R(\nu, z)$  pour un désordre symétrique (a) et aléatoire (b). L’encart montre une photographie des sphères métalliques insérées dans le guide d’onde.

Lorsque le milieu au sein du guide d’onde est aléatoire, figure 3.16(b), le spectre de la réflexion  $R(\nu, z)$  présente des fréquences sans réflexion aléatoirement espacées lorsque les tiges métalliques ne sont pas encore insérées,  $z = 0$ . Avec un désordre symétrique, les valeurs propres sans réflexion ne peuvent quitter l’axe réel qu’en coalescant avec d’autres valeurs propres sans réflexion. Dans le cas d’un milieu sans symétrie apparente, les valeurs propres sans réflexion ne sont pas sujettes à cette propriété et peuvent donc quitter l’axe réel d’elles mêmes sans pour autant coalescer avec une autre valeur propre sans réflexion. Ainsi, la coalescence de deux valeurs propres sans réflexion à un point exceptionnel dans un milieu aléatoire est moins probable que dans un milieu symétrique. Ceci explique pourquoi moins de points exceptionnels sans réflexion sont observés avec un milieu aléatoire, figure 3.16(b), qu’un milieu symétrique, figure 3.16(a).

### 3.3.2 Points exceptionnels dans une cavité multi-canal

Des points exceptionnels sans réflexion ont aussi été réalisés dans un milieu symétrique désordonné multi-canal.

Pour ce faire nous utilisons une cavité métallique rectangulaire multi-canal de longueur  $L = 500$  mm, de largeur  $W = 250$  mm et de hauteur  $h = 8$  mm représentée sur la figure 3.17. Deux réseaux de  $N = 4$  transitions opérant entre 11 et 16 GHz sont couplés à la cavité. Il est important de noter ici que 8 transitions sont visibles de chaque côté de la cavité, cependant seulement 4 d'entre elles sont reliées au VNA. Les autres transitions sont laissées en circuit ouvert ce qui est équivalent à une condition limite métallique. Un réseau de  $14 \times 20$  trous est percé sur la plaque supérieure de la cavité en respectant une symétrie par rapport au centre. Ces trous sont espacés de 12 mm. Cette cavité est rendue désordonnée en ajoutant, via ces trous et de façon symétrique, 10 tiges métalliques. La cavité est perturbée de la même manière que celle présentée dans la section 3.2, c'est à dire en insérant progressivement et symétriquement par rapport au centre de la cavité deux tiges métalliques.

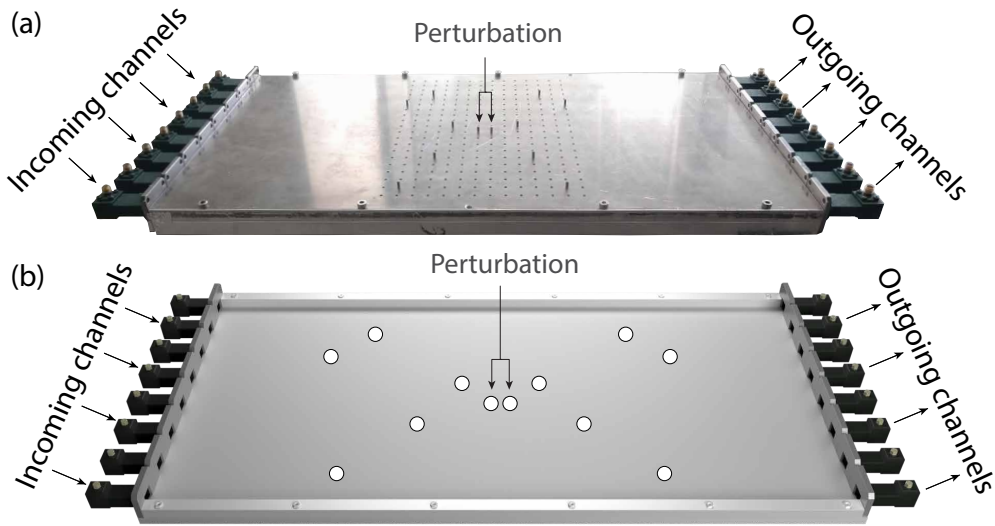


FIGURE 3.17 – (a) Photographie de la cavité multi-canal. (b) Illustration de la cavité après avoir enlevé la plaque supérieure afin de voir le désordre symétrique à l'intérieur.

Les matrices de réflexion  $r(\nu)$  de dimensions  $N \times N$  sont mesurées aux deux interfaces, à gauche et à droite, de la cavité. En ajustant la distance de pénétration des deux tiges métalliques centrales nous obtenons un point exceptionnel sans réflexion sur la dernière valeur propre  $\tau_4(\nu, z)$  de la matrice  $r^\dagger r$  à 11.15 GHz. Le spectre des 4 valeurs propres de la matrice  $r^\dagger r$ ,  $[\tau_1(\nu), \dots, \tau_4(\nu)]$ , est représenté sur la figure 3.18 lorsque la perturbation n'est pas assez importante pour atteindre un point exceptionnel (a),  $z < z_{EP}$ , et quand elle l'est suffisamment (b),  $z = z_{EP}$ .

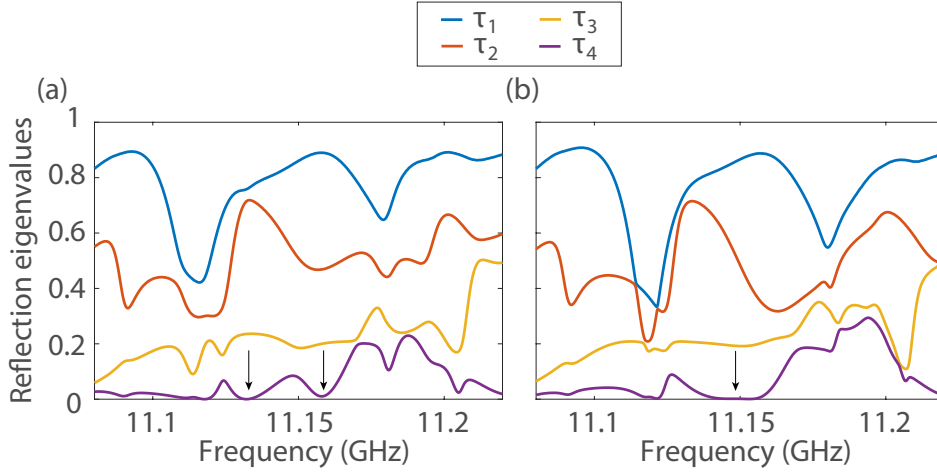


FIGURE 3.18 – Spectre des valeurs propres en réflexion  $[\tau_1(\nu), \dots, \tau_4(\nu)]$  dans une cavité désordonnée multi-canal dans le régime sous perturbé (a),  $z < z_{\text{EP}}$ , et à la condition critique (b),  $z = z_{\text{EP}}$ . Les flèches noires indiquent la fréquence des zéros de  $\tau_4(\nu)$ .

Les fréquences sans réflexion sont indiquées par les flèches noires. Lorsque la perturbation est inférieure à la perturbation critique,  $z < z_{\text{EP}}$ , le spectre de la dernière valeur propre en réflexion,  $\tau_4(\nu, z < z_{\text{EP}})$ , associé à ces fréquences sans réflexion présente une forme quadratique, figure 3.18(a). Lorsque que la condition critique est respectée,  $z = z_{\text{EP}}$ , les zéros de  $\tau_4(\nu, z)$  coalescent à un point exceptionnel avec une forme quartique, figure 3.18(b), comportement attendu à un point exceptionnel. Au point exceptionnel sans réflexion, la plus petite valeur propre en réflexion,  $\tau_4(\nu, z)$ , est proche de zéro avec une forme quartique alors qu'aucune diminution n'est observée sur la valeur propre en réflexion supérieure,  $\tau_3(\nu, z)$ .

Nous cherchons à vérifier que le point exceptionnel sans réflexion trouvé sur la dernière valeur propre de  $r^\dagger r$ , c'est à dire sur la dernière valeur propre en réflexion à gauche,  $\tau_4(\nu, z)$ , existe aussi à droite. La figure 3.19 représente le spectre de la dernière valeur propre en réflexion pour les matrices à gauche (a) et à droite (b). Comme attendu et malgré les erreurs inévitables de fabrication pouvant ainsi entraîner une légère asymétrie de la cavité, le point exceptionnel sans réflexion multi-canal peut être observé sur la dernière valeur propre en réflexion  $\tau_4(\nu, z)$  pour les deux matrices en réflexion  $r$  et  $r'$  pour  $z = 6.2$  mm, c'est à dire aussi bien à gauche, figure 3.19(a), que à droite, figure 3.19(b).

Il est à noter que le front d'onde incident  $\nu_R$  non-trivial correspondant à un état sans réflexion est donné par le vecteur propre de la matrice  $r^\dagger r$  avec la valeur propre la



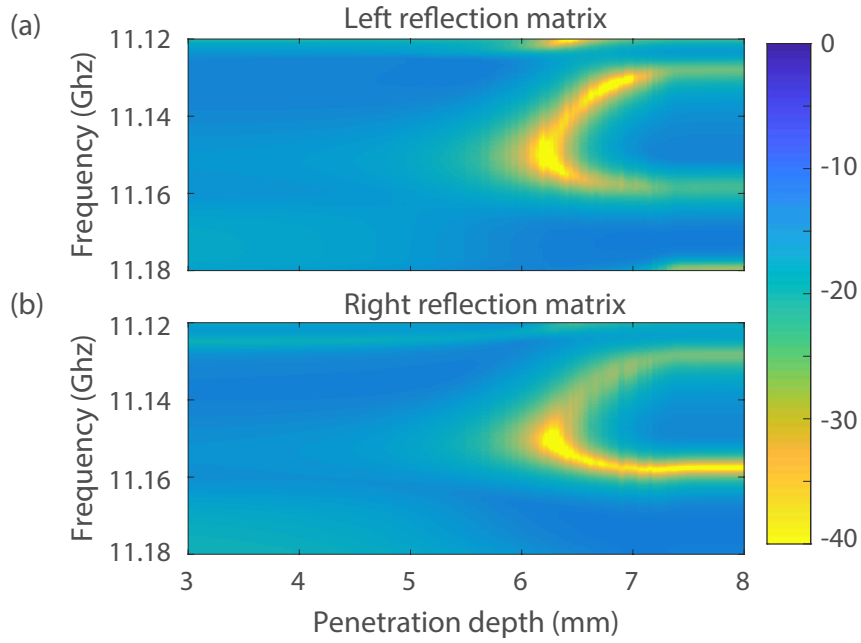


FIGURE 3.19 – Représentation avec une échelle logarithmique de la dernière valeur propre en réflexion  $\tau_4(\nu, z)$  à gauche (a) et à droite (b) dans la cavité multi-canal.

plus faible [51]. Quand la distance fréquentielle  $\delta$  séparant deux zéros de la plus petite valeur propre en réflexion est grande, les vecteurs correspondants sont indépendants. Leur degré de corrélation  $C = |v_{R+} v_{R-}^\dagger|$  est ici égal à 0.55 pour une distance fréquentielle  $\delta = 0.03$  GHz. Ceci distingue les points exceptionnels des points diaboliques. Ces derniers ont des états non-dégénérés [79], les vecteurs propres deviennent fortement corrélés,  $C \rightarrow 1$ , à mesure que les deux états sans réflexion coalescent.

## 3.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude permettant l'observation expérimentale de la coalescence d'états sans réflexion à un point exceptionnel sans réflexion dans des milieux, non-désordonnés et complexes, à une dimension ainsi que dans des milieux diffusifs complexes multi-canaux.

Après avoir présenté la physique des points exceptionnels dans la première section de ce chapitre, section 3.1.3, nous avons introduit un dispositif expérimental équivalent à un interféromètre de Fabry-Perot à trois miroirs. La variation judicieuse de la réflectivité du miroir central permet l'obtention de points exceptionnels sans réflexion. L'analyse modale des spectres en transmission a permis de mettre en évidence que dans un tel système symétrique, où le spectre peut être reproduit via la contribution de deux modes qui se chevauchent, un point exceptionnel sans réflexion nécessite que la distance fréquentielle séparant les deux résonances complexes soit parfaitement égale au couplage des modes symétriques et anti-symétriques. Grâce à une analyse théorique en terme de modes quasi-normaux à l'aide de la théorie des modes couplés, nous avons aussi montré que contrairement aux modes sans réflexion qui coalescent au point exceptionnel, les résonances propres du système ne coalescent pas même lorsque la perturbation est maximale. L'élargissement du spectre de la réflexion, caractéristique des points exceptionnels, est aussi observée lorsque le système est judicieusement perturbé. Les pics présents sur le spectre ont une forme quadratique lorsque la perturbation ne permet pas d'atteindre un point exceptionnel et une forme quartique à l'instant exact de la coalescence des modes sans réflexion au point exceptionnel sans réflexion.

Des points exceptionnels sans réflexion ont aussi été réalisés dans des milieux désordonnés à une dimension où le caractère variable de la condition au point exceptionnel reflète la distribution aléatoire du champ au sein du système.

L'analyse des point exceptionnels sans réflexion a ensuite été étendue aux systèmes multi-canaux complexes. La coalescence des modes sans réflexion à un point exceptionnel a été observée sur la valeur propre en réflexion la plus petite aussi bien sur la matrice en réflexion à gauche qu'à droite. Ceci confirme donc la généralité de la physique des points exceptionnels qui ne sont donc pas limités aux systèmes classiques et peuvent être étendus à des systèmes de diffusion complexes.

# AMÉLIORATION DE LA TRANSMISSION EN MILIEUX DÉSORDONNÉS PRÉSENTANT UNE SYMÉTRIE MIROIR

---

Dans le chapitre précédent nous avons constaté qu’une perturbation judicieuse d’un système définit par un opérateur  $\mathcal{PT}$ -symétrique permet l’obtention d’états de diffusion assurant un couplage sans réflexion des canaux entrants et ainsi une transmission parfaite. Ces modes, qualifiés de “modes sans réflexion” sont associés à des résonances spectrales – de transmission parfaite – piquées. Nous avons vu que la largeur de bande de ces résonances peut être augmentée en forçant plusieurs modes sans réflexion à coalescer ensemble. Malgré cette propriété intéressante, la transmission n’est parfaite que sur de faibles bandes de fréquences associées à ces résonances, la transmission n’est que peu altérée en dehors de ces bandes de fréquences spécifiques. Dans ce chapitre nous cherchons pas à obtenir une transmission parfaite sur une bande de fréquence spécifique, mais une augmentation de la transmittance moyenne d’un système sur une large bande. Ainsi, contrairement aux techniques de façonnage du front d’onde incident, présentées par exemple dans les deux premiers chapitres de ce manuscrit, qui ne permettent une transmission parfaite que pour quelques états incidents particuliers, nous cherchons ici à étudier un phénomène plus général, c’est à dire réel pour n’importe quel front d’onde incident.

Des études théoriques ont montré que la conductance à travers une barrière opaque augmente dans des milieux symétriques par rapport à des milieux non-symétriques, en raison des interférences constructives entre les trajectoires symétriques des ondes diffusées [129, 130]. Cette augmentation significative a aussi été étudiée de façon large bande dans des guides d’onde avec des conditions aux limites ouvertes aux deux interfaces [131]. La transmission à travers des milieux aléatoires respectant une symétrie droite/gauche et comportant une barrière au centre peut être plus importante que la transmission à travers

des systèmes composés uniquement de la barrière. La présence de milieux symétriques de part et d'autre de la barrière impacte directement la distribution des valeurs propres en transmission. En effet, au lieu d'être limitée à une valeur maximale imposée par la force de la barrière seule, la distribution des valeurs propres en transmission dans les configurations aléatoires coïncide avec celle attendue en l'absence de barrière. Les canaux ouverts – dont l'excitation permet une transmission parfaite des états propres correspondants – proche de l'unité sont retrouvés. De plus, plusieurs études ont mis en évidence une grande sensibilité de la conductance à un déplacement, même inférieur à la longueur d'onde, de la barrière centrale ou à l'ajout progressif de défaut de symétrie dans le désordre avoisinant la barrière [129, 131-133].

Toutefois, ces études théoriques n'avaient jusqu'à présent été confirmées que par des simulations numériques, aucune démonstration expérimentale claire de l'impact de la symétrie droite/gauche n'avait à ce jour été proposée. Dans ce chapitre, nous présentons une étude expérimentale démontrant l'amélioration large bande de la transmission, due à la symétrie miroir, dans une cavité multi-canal dans laquelle une barrière est placée. Nous étudions en expérimentation la sensibilité de la conductance à la symétrie miroir de la cavité vide en déplaçant progressivement la barrière centrale. Nous observons clairement que la conductance est maximale pour une configuration parfaitement symétrique. L'interférence cohérente des chemins de diffusions est illustrée par la variation temporelle de la transmission. Nous ajoutons dans un second temps un désordre symétrique par rapport à la barrière centrale dans la cavité. Nous constatons une augmentation maximale de la conductance d'un facteur trois.

L'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre fait l'objet d'un article [134].

## 4.1 Propagation des ondes dans des milieux symétriques

### 4.1.1 Impact de la symétrie droite/gauche sur la transmission

Dans leurs article [129], Robert S. Whitney *et al.* ont montré que dans un système diffusif symétrique, la transmission peut être nettement améliorée à travers une barrière opaque grâce à l'interférence constructive des signaux diffusés aux interfaces. Afin d'expliquer ce phénomène, les auteurs ont pris l'exemple d'un système diffusif respectant une

symétrie droite/gauche représenté sur la figure 4.1. Ce système peut être associé à une cavité 2D avec une barrière placée en son centre.

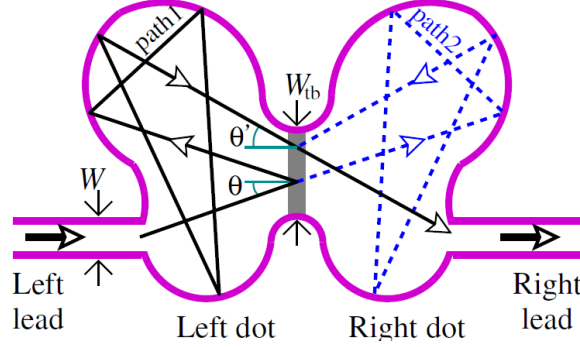


FIGURE 4.1 – Cavité 2D respectant une symétrie miroir. Une barrière opaque est placée au centre de la cavité afin de conserver la symétrie droite/gauche.  
Figure provenant de [129]

Comme représenté sur la figure 4.1, pour une onde incidente à gauche frappant la barrière avec un angle  $\theta$ , le champ transmis à un canal peut être divisé en deux chemins de diffusions symétriques. Le premier chemin de diffusion, représenté en noir sur la figure 4.1, est successivement réfléchi par la barrière, avec un coefficient de réflexion  $r(\theta)$ , puis réfléchi sur les parois de la cavité à gauche et enfin transmis à travers la barrière, avec un coefficient de transmission  $t(\theta')$ , avant d'être absorbé par le canal sortant à droite. La contribution du champ,  $\psi_1$ , pour une longueur de diffusion  $L_1$  s'écrit

$$\psi_1 = r(\theta)t(\theta')e^{ikL_1} \quad (4.1)$$

avec  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  le nombre d'onde. Le second chemin de diffusion, représenté en bleu sur la figure 4.1, est dans un premier temps transmis à travers la barrière pour ensuite suivre un chemin qui est le symétrique, sur le côté droit de la cavité, du premier chemin de diffusion (noir). La contribution de ce champ,  $\psi_2$  peut aussi s'écrire en fonction de sa longueur de diffusion  $L_2$ .

$$\psi_2 = t(\theta)r(\theta')e^{ikL_2} \quad (4.2)$$

Dans le cas général d'un système non-symétrique, les distances de propagation des ondes diffusées sont différentes,  $L_1 \neq L_2$ , l'intensité transmise totale  $I$ , s'écrit

$$I = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 \quad (4.3)$$

En revanche dans le cas spécifique d'un système diffusif respectant une symétrie miroir droite/gauche les distances de propagation des ondes diffusées sont identiques,  $L_1 = L_2$ . L'intensité transmise totale  $I$  s'écrit cette fois

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 \quad (4.4)$$

Ainsi l'intensité transmise totale dans un système diffusif symétrique est bien supérieure à celle transmise dans un système diffusif sans symétrie,  $|\psi_1 + \psi_2|^2 \gg |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2$ . Notons, que bien qu'une seule paire de chemins de diffusion soit représentée sur la figure 4.1, ce phénomène existe pour toutes les paires de chemins de diffusion symétriques. Afin de numériquement vérifier ce phénomène, les auteurs [129] ont simulé la conductance à travers une cavité  $2D$  symétrique, représentée sur l'insert de la figure 4.2, pour différentes positions de la barrière. Les points rouges représentent la conductance simulée en fonction du déplacement  $\delta L$  de la barrière par rapport au centre de la cavité. Pour  $\delta L = 0$  la barrière est au centre de la cavité, le système est donc parfaitement symétrique.

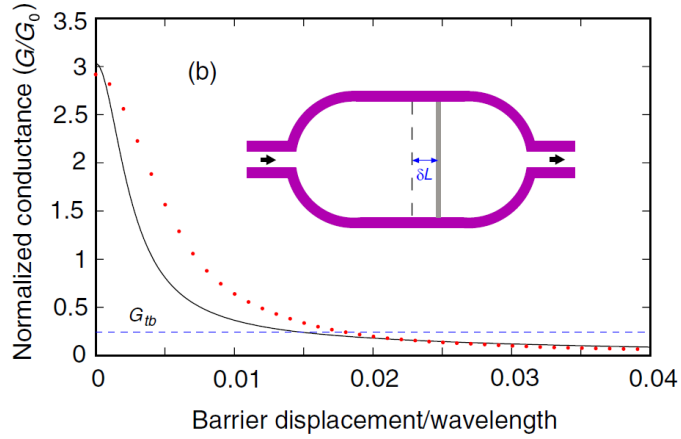


FIGURE 4.2 – Représentation de la conductance moyenne en fonction de la position la barrière dans une cavité  $2D$  symétrique. Les points rouges sont des résultats issus de simulations, la courbe noire représente les valeurs théoriques et la courbe bleue indique la conductance de la barrière seule.

Figure provenant de [129]

Comme attendu, la conductance est maximale quand la barrière est placée au centre

de la cavité,  $\delta L = 0$ . En revanche, la conductance  $g$  décroît avec la dé-symétrisation progressive du système, c'est à dire avec l'augmentation du déplacement de la barrière, caractérisé par le paramètre  $\delta L$ , par rapport au centre de la cavité. La courbe bleue représente la conductance de la barrière seule, qui est de fait indépendante de la position de la barrière. Ainsi, cette étude [129] a clairement mis en évidence un phénomène d'interférences constructives dans des systèmes symétriques entraînant une augmentation de la conductance.

#### 4.1.2 Amélioration de la transmission dans des milieux désordonnés symétriques

Dans leurs article [131], Élie Chéron *et al.* ont numériquement montré que la transmission pouvait être encore améliorée dans des milieux symétriques désordonnés. Pour cela, les auteurs ont considéré trois systèmes diffusifs différents, (i) un guide d'onde homogène avec une barrière opaque centrale, (ii) un guide d'onde rendu aléatoire via l'ajout de diffuseurs de part et d'autre de la barrière centrale et (iii) un guide d'onde désordonné par les diffuseurs placés des deux côtés de la barrière de façon à respecter une symétrie miroir droite/gauche. Ces trois situations sont représentées sur la figure 4.3.

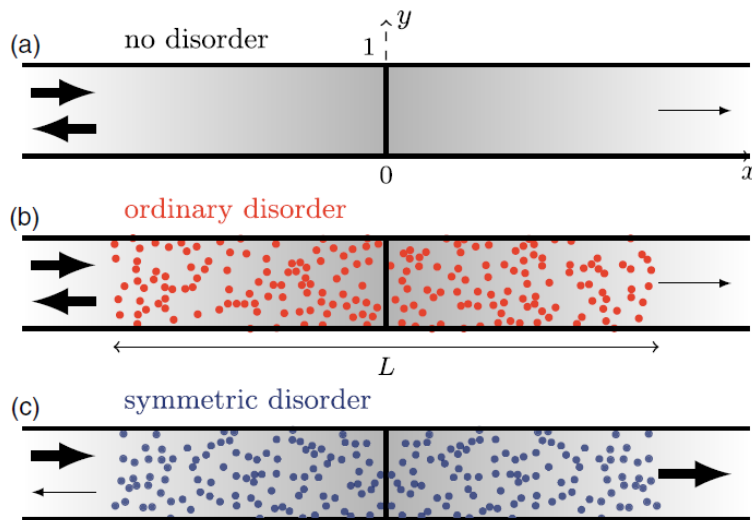


FIGURE 4.3 – Illustration d'une barrière opaque dans un guide d'onde (a) homogène (b) désordonné sans symétrie apparente et (c) désordonné de façon à respecter une symétrie miroir droite/gauche.

Figure provenant de [131]

Les auteurs ont ensuite simulé la conductance pour chacune des ces trois situations. Dans le premier cas (figure 4.3(a)), la conductance du système, représentée en fonction de la fréquence, par la courbe noire sur la figure 4.4, est directement donnée par la transmittance de la barrière. Ainsi l'opacité de la barrière détermine la conductance du système.

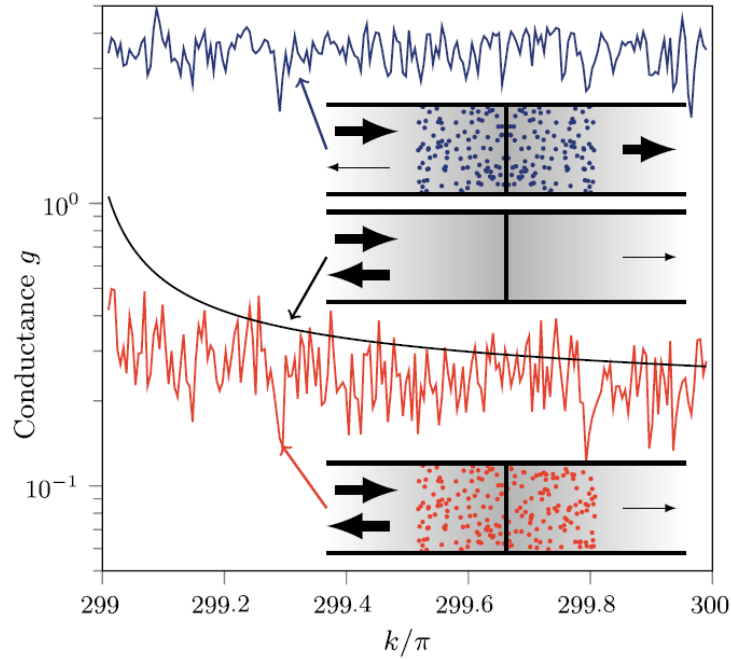


FIGURE 4.4 – Représentation de la conductance à travers une barrière opaque dans un guide d'onde homogène (courbe noire), dans un guide d'onde désordonné aléatoire (courbe rouge) et dans un guide d'onde désordonné où la position des diffuseurs autour de la barrière respecte une symétrie droite/gauche (courbe bleue).

Figure provenant de [131]

Lorsqu'un désordre aléatoire est ajouté de part et d'autre de la barrière, figure 4.3(b), nous attendons à ce que la conductance associée soit impactée. En effet, l'effet combiné de la barrière et du désordre aléatoire devrait conduire à un système plus opaque que celui avec la barrière seule. La conductance simulée, représentée par la courbe rouge sur la figure 4.4, confirme nos attentes. En revanche, lorsque la position des diffuseurs placés des deux côtés de la barrière centrale respecte une symétrie droite/gauche, les auteurs observent un tout autre comportement. En effet, une forte augmentation de la conductance est notée (courbe bleue sur la figure 4.4), environ 15 fois supérieure à la transmittance de la barrière seule. Notons aussi le caractère large bande de cette augmentation. Les auteurs précisent que même si les conductances représentées sur la figure 4.4 ne sont pas moyennées



sur différents désordres mais proviennent de simulations uniques, l'augmentation large bande de la conductance dans les milieux désordonnés symétriques est observée pour n'importe quelle réalisation symétrique du désordre entourant la barrière.

Comme introduit dans la section 1.1.3 de ce manuscrit, la décomposition de la matrice en transmission, en canaux propres permet l'identification de canaux de diffusion à transmission parfaite, et ce même pour un milieu désordonné. La distribution des valeurs propres en transmission suit une loi bimodale et comporte deux pics, un centré sur les canaux fermés où la transmission et les valeurs propres en transmission associées sont nulles et un autre centre sur les canaux ouverts où la transmission ainsi que les valeurs propres en transmission associées sont unitaires. Après avoir étudié la conductance dans des milieux désordonnés, symétriques ou non-symétriques, en présence d'une barrière centrale opaque, les auteurs [131] se sont intéressés à l'impact de ces milieux désordonnés sur cette propriété bimodale. La figure 4.5 trace la distribution des valeurs propres en transmission pour différentes configurations.

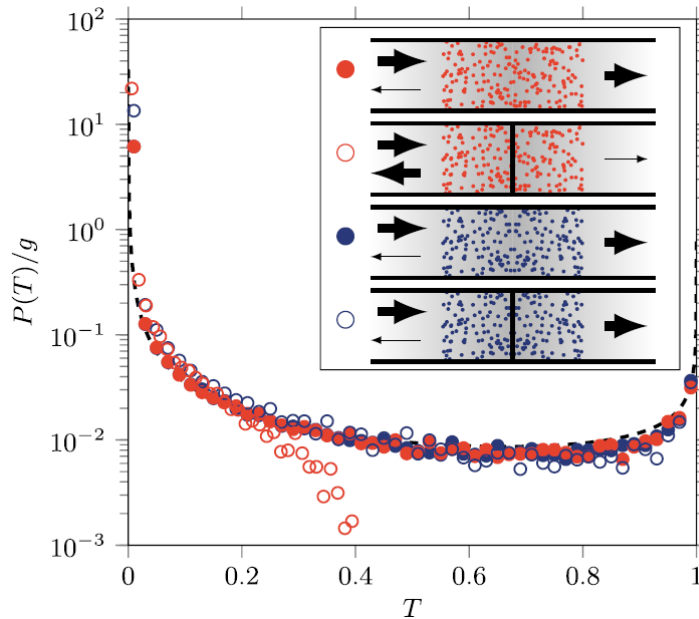


FIGURE 4.5 – Représentation de la distribution des valeurs propres en transmission pour des guide d'ondes désordonnés aléatoires (rouge) et symétriques (bleu). Les disques pleins correspondent aux guides d'onde sans barrière centrale et les cercles vides aux guides d'onde avec une barrière centrale.

Figure provenant de [131]

Les valeurs propres en transmission représentées en rouge sont associées à des désordres

aléatoires, celles représentées en bleu sont associées à des milieux symétriques. Les disques pleins correspondent aux valeurs propres en transmission d'un système désordonné sans barrière centrale alors que les cercles correspondent à un système désordonné avec une barrière centrale. Ainsi, en l'absence de barrière (disques rouges ou bleus) la symétrie du système n'impacte pas la distribution des valeurs propres en transmission, dans les deux cas elle suit une loi bimodale. En revanche l'ajout d'une barrière opaque au centre du système peut briser cette propriété de distribution bimodale. La distribution des valeurs propres en transmission, d'un système composé d'une barrière centrale entourée par un désordre aléatoire (cercles rouges), est restreinte à un intervalle étroit,  $[0 \ 0.4]$ . Cette plage est limitée par une valeur de seuil imposée par l'opacité de la barrière centrale. Lorsque le désordre entourant la barrière centrale respecte une symétrie miroir droite/gauche, l'effet de coupure imposée par la barrière n'est plus observé et la distribution des valeurs propres (cercles bleus) retrouve une propriété bimodale, propriété attendue pour un milieu désordonné.

Ce phénomène d'amélioration large bande de la transmittance dans des milieux désordonnés symétriques en présence d'une barrière centrale opaque, peut être expliqué à la lumière de l'étude menée par Robert S. Whitney *et al.* [129], section 4.1.1. La symétrie du système induit des interférences constructives aux interfaces sortantes entre les signaux diffusés. En effet la barrière opaque placée au centre du système, permet l'existence de chemins de diffusion, symétriques par paire (voir figure 4.1). L'ajout d'un désordre symétrique de part et d'autre de la barrière centrale tend à augmenter la transmission via l'augmentation du nombre de ces paires de chemins de diffusion symétriques. Dans ce chapitre, nous cherchons à observer en expérimentation les propriétés des systèmes symétriques présentées dans les études numériques précédemment introduites [129, 131].

## 4.2 Étude expérimentale : Propagation des ondes dans des milieux symétriques

### 4.2.1 Montage expérimental

Le montage expérimental utilisé dans notre étude est constitué d'une cavité multi-canal de longueur  $L = 0.5$  m, de largeur  $W = 0.25$  m et de hauteur  $h = 0.008$  m. Cette cavité  $2D$ , identique à celle présentée dans la section 3.3.2 (figure 3.17), ne supporte qu'un mode propagatif dans sa dimension verticale. Le spectre de la matrice en transmission  $t(\nu)$

est mesuré entre deux réseaux de  $N = 8$  antennes. Ces antennes sont des transitions guide d'onde-coaxial couplées entre 11 et 17 GHz et attachées aux interfaces à gauche et à droite de la cavité. La matrice en transmission est donc construite à partir des coefficients de transmissions  $t_{ba}(\nu)$  mesurés entre une antenne émettrice  $a$  et une antenne réceptrice  $b$ . De fortes réflexions internes au niveau des interfaces à gauche et à droite de la cavité peuvent exister en raison des conditions aux limites métalliques qui y sont présentes. Ces conditions aux limites résultent de l'espacement entre les antennes. L'ensemble des ouvertures de la cavité est contrôlé par des antennes, qu'elles soient émettrices ou réceptrices. La matrice en transmission mesurée est donc complète.

### 4.2.2 Étude expérimentale : Impact de la symétrie droite/gauche sur la transmission

Dans cette section, nous cherchons à confirmer expérimentalement l'effet d'interférences étudié numériquement et proposé par Robert S. Whitney *et al.* [129]. Ainsi nous cherchons à étudier l'impact de la symétrie miroir droite/gauche sur la conductance.

Une barre métallique rectangulaire de 4 mm de hauteur est utilisée comme barrière opaque et est placée au centre de la cavité, respectant ainsi la symétrie du système. La matrice en transmission complète est mesurée dans ces conditions. La symétrie du système est ensuite brisée par le décalage de la barrière centrale de  $\Delta x = 0.05$  m vers l'interface à droite. La figure 4.6(a) représente une illustration du montage expérimental. La transmittance est calculée par la somme de la transmission totale sur tous les canaux incidents,

$$T(\nu) = \sum_{ba} |t_{ba}(\nu)|^2 \quad (4.5)$$

Son spectre fréquentiel est représenté sur la figure 4.6(b) pour deux configurations,  $\Delta x = 0$  et  $\Delta x = 0.05$ . La courbe bleue représente la transmittance mesurée pour un système symétrique, avec la barrière placée au centre de la cavité  $\Delta x = 0$ , la courbe rouge représente la transmittance mesurée pour un système non-symétrique, avec la barrière décalée du centre de  $\Delta x = 0.05$  m. Comme attendu, nous pouvons observer une augmentation large bande de la transmittance pour une configuration symétrique par rapport à une configuration sans symétrie apparente. La conductance  $g$ , exprimée sans dimension, est calculée en moyennant la transmittance sur l'ensemble de la bande de fréquence,

$$g = \langle T(\nu) \rangle \quad (4.6)$$

Nous trouvons  $g = 4.44$  dans le cas symétrique,  $\Delta x = 0$ , et  $g = 3.52$  dans le cas non-symétrique,  $\Delta x = 0.05$  m.

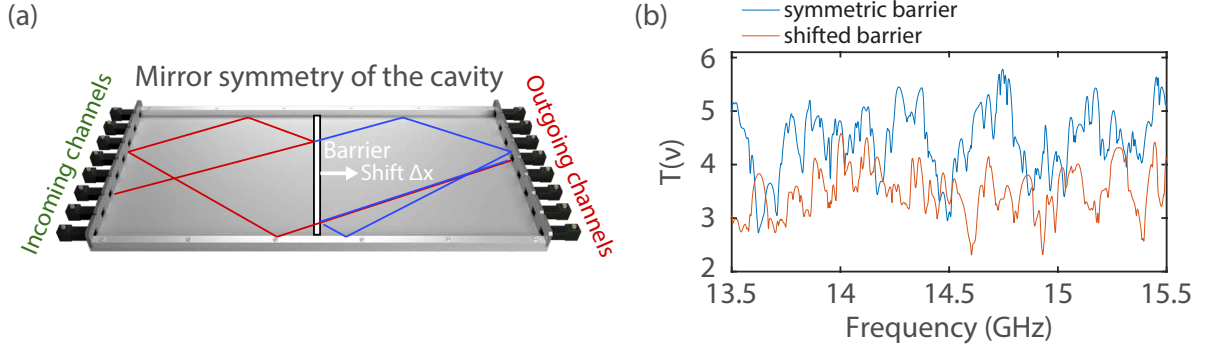


FIGURE 4.6 – (a) Schéma de la cavité 2D utilisée, une barrière opaque est placée au centre afin de créer une symétrie miroir droite/gauche. Les tracés rouges et bleus représentent deux chemins de diffusion qui interfèrent constructivement à l’interface à droite quand le milieu est symétrique. (b) Représentation du spectre de la transmittance  $T(\nu)$  quand la barrière est placée au centre de la cavité (courbe bleue) et quand elle est décalée de  $\Delta x = 0.05$  m (courbe rouge).

La transmittance  $T(\nu)$  peut aussi être exprimée en fonction des  $N_\tau$  valeurs propres en transmission  $\tau_n(\nu)$  de la matrice hermitienne  $t^\dagger(\nu)t(\nu)$  [19],

$$T(\nu) = \sum_{n=1}^{N_\tau} \tau_n(\nu) \quad (4.7)$$

La figure 4.7 représente les distributions des valeurs propres en transmission  $\tau_n(\nu)$  trouvées en expérimentation pour une configuration symétrique (bleu) et une autre non-symétrique (rouge). Les configurations sont celles considérées dans la figure 4.6(b). Comme attendue pour des cavités multi-canal, ces distributions suivent une loi bimodale et comportent deux pics [15, 20-22]. Un correspondant aux canaux fermés, centré sur  $\tau \sim 0$ , et l’autre correspondant aux canaux ouverts, centré sur  $\tau \sim 1$ . Nous observons ici que les valeurs propres associées aux canaux ouverts ne sont pas unitaires. Le pic est ici trouvé pour  $\tau = 0.9$ . Cette légère diminution est due à la présence de pertes dans le système [24, 30]. En effet, de faibles pertes dans le milieu entraîne un décalage du second pic, correspondant donc aux canaux ouverts, vers des valeurs propres en transmission inférieures.

Nous précisons aussi qu'en plus de décaler le second pic caractéristique de la distribution des valeurs propres en transmission, les pertes dans un milieu tendent à le diminuer sans pour autant le supprimer. Lorsque le milieu considéré est non-symétrique ( $\Delta x = 0.05$ ), le second pic de la distribution des valeurs propres en transmission est fortement réduit ce qui entraîne une diminution de la valeur de la conductance  $g$ .

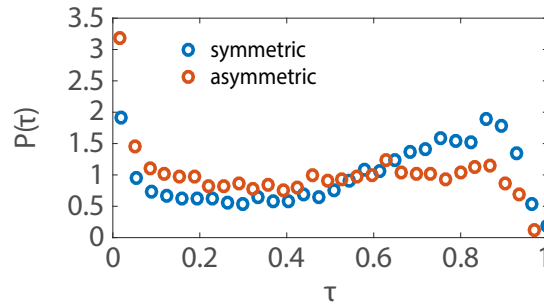


FIGURE 4.7 – Distribution  $P(\tau)$  des valeurs propres en transmission pour une configuration symétrique (bleu) et pour une configuration non-symétrique (rouge).

La figure 4.8 représente la variation de la conductance en fonction du décalage de la barrière centrale,  $\Delta x$ , par rapport au centre de la cavité. Comme espéré la conductance est maximale pour une configuration symétrique,  $\Delta x = 0$ . Celle-ci décroît ensuite rapidement avec l'augmentation du décalage  $\Delta x$  jusqu'à une valeur seuil,  $\Delta x = 0.015$  m, après laquelle la conductance atteint un plateau.

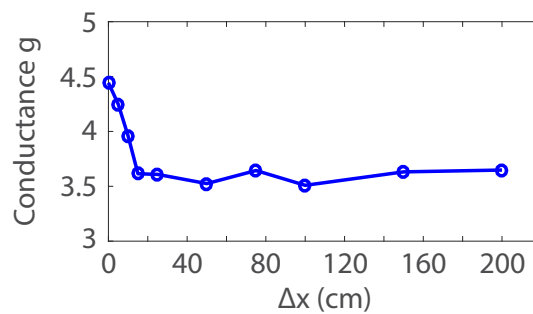


FIGURE 4.8 – Représentation de la variation de la conductance en fonction de la distance de décalage de la barrière  $\Delta x$  par rapport au centre de la cavité.

Ces résultats expérimentaux confirment donc en expérimentation l'étude théorique proposé par Robert S. Whitney [129]. L'interférence constructive des signaux diffusés

aux interfaces dans des milieux symétriques permet une amélioration de la conductance. Afin d'illustrer l'impact de ces interférences, nous étudions la variation temporelle du champ transmis,  $\tilde{T}(t) = \sum_{ba} |\tilde{t}_{ba}(t)|^2$ . Les coefficients temporels de transmission,  $\tilde{t}_{ba}(t)$ , du champ sont obtenus à partir d'une transformée de Fourier inverse des éléments,  $t_{ba}(\nu)$ , de la matrice en transmission pour une impulsion Gaussienne de fréquence centrale  $f_0 = 14.5$  GHz et de largeur de bande  $\Delta f = 400$  MHz. Sur la figure 4.9, nous comparons la variation temporelle du champ transmis  $\tilde{T}(t)$  pour  $\Delta x = 0$  représentée en jaune,  $\Delta x = 0.02$  m représentée en rouge et pour  $\Delta x = 0.07$  m représentée en bleu.

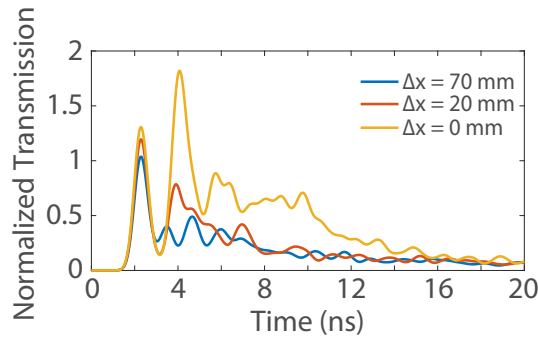


FIGURE 4.9 – Représentation de la variation temporelle de la transmission pour un décalage de la barrière  $\Delta x = 0.07$  m en bleu,  $\Delta x = 0.02$  m en rouge et  $\Delta x = 0$  m en jaune.

L'amplitude de la première impulsion, à  $t_0 = 2.1$  ns, ne dépend que peu du décalage  $\Delta x$ . L'onde balistique à travers la cavité n'est en effet que légèrement influencée par la position de la barrière. Cependant le deuxième pic, associé à la double diffusion illustrée sur la figure 4.6(a), est augmenté par la symétrie miroir du système, donc pour  $\Delta x = 0$ , avec une amplitude dépassant même celle de l'onde direct. Aux temps longs, les impulsions associées aux diffusions multiples entre la barrière et les interfaces sont mélangées et ne peuvent donc pas être résolues temporellement. Cependant la transmission temporelle  $\tilde{T}(t)$  pour une configuration symétrique,  $\Delta x = 0$ , reste dominante par rapport à celle des autres configurations,  $\Delta x = 0.02$  m et  $\Delta x = 0.07$  m, jusqu'à  $t = 20$  ns.

### 4.2.3 Étude expérimentale : Amélioration de la transmission dans des milieux désordonnés symétriques

Dans la section précédente nous avons expérimentalement observé l'impact de la position de la barrière seule dans une cavité  $2D$ . Nous avons vu que la conductance est

maximale lorsque la barrière est placée au centre de la cavité assurant ainsi une symétrie miroir droite/gauche du système. Nous cherchons maintenant à observer en expérimentation les résultats numériques proposés par Élie Chéron *et al* [131]. Nous montrons que la conductance peut être encore améliorée en introduisant un milieu diffusif symétrique. Une collection de  $N_s$  cylindres en aluminium est placée de part et d'autre de la barrière centrale. Notons ici que contrairement à la section précédente, la barrière est maintenant une barre métallique de 7.8 mm de hauteur. Une illustration de ce montage expérimental est représenté sur la figure 4.10(a). La transmittance  $T(\nu)$  est représentée sur la figure 4.10(b) en fonction de la fréquence  $\nu$  pour trois configurations différentes, (i) pour  $N_s = 0$ , c'est à dire pour une cavité avec une barrière seulement, (ii) pour  $N_s = 30$  diffuseurs placés aléatoirement des deux côtés de la barrière et (iii) pour  $N_s = 50$  diffuseurs placés de part et d'autre de la barrière centrale de façon à respecter une symétrie miroir droite/gauche. Les transmittances mesurées pour ces trois configurations sont représentées sur la figure 4.10(b) en bleu, en jaune et en rouge respectivement. Nous remarquons que pour une configuration non-symétrique (courbe jaune), le système est légèrement plus opaque que celui composé d'une barrière seule, car la force du désordre a augmenté. Cependant, une nette amélioration large bande est observée lorsque les diffuseurs sont placés autour de la barrière de façon à garantir la symétrie du système (courbe rouge).

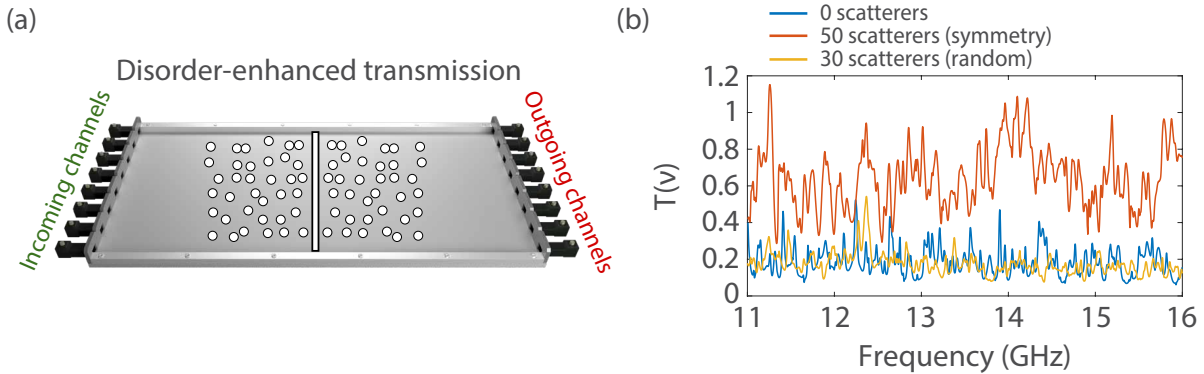


FIGURE 4.10 – (a) Schéma de la cavité 2D utilisée. (b) Représentation du spectre de la transmittance  $T(\nu)$  pour une barrière centrale de 7.8 mm de hauteur, en l'absence de diffuseurs (courbe bleu), avec  $N_s = 50$  diffuseurs cylindriques placés de façon à respecter une symétrie miroir droite/gauche (courbe rouge) et avec  $N_s = 30$  diffuseurs cylindres placés de façon aléatoire (courbe jaune).

La figure 4.11 représente la conductance, exprimée sans dimension et trouvée en moyen-

nant la transmittance mesurée en expérimentation sur la bande de fréquence, en fonction du nombre de diffuseurs entourant la barrière centrale. Ces diffuseurs sont placés autour de la barrière soit de façon aléatoire, courbe rouge, soit de façon symétrique, courbe bleue. L'ajout de diffuseurs de façon aléatoire autour de la barrière tend à réduire la conductance car la force du désordre augmente avec l'augmentation du nombre de diffuseurs. En revanche, ceci n'est plus vrai lorsque les diffuseurs placés autour de la barrière respectent une symétrie droite/gauche. En effet, pour des configurations symétriques la conductance augmente avec le nombre de diffuseurs  $N_s$  jusqu'à une valeur maximale  $g = 0.64$  pour  $N_s = 50$ . Après cette valeur maximale, la conductance diminue avec l'augmentation de  $N_s$ . Notons tout de même que d'importantes fluctuations sont observées autour de cette valeur maximale,  $N_s = 50$ .

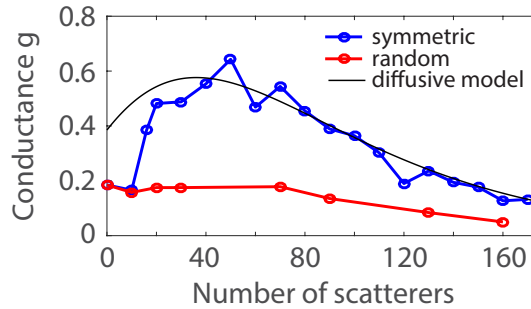


FIGURE 4.11 – Représentation de la variation de la conductance en fonction du nombre de diffuseurs placés autour de la barrière. Les diffuseurs sont placés de façon symétrique (courbe bleue) ou aléatoire (courbe rouge).

Nous cherchons maintenant à comparer ces résultats expérimentaux à un modèle diffusif. Notons que cette section théorique n'a pas été développée dans le cadre de cette thèse mais par les autres co-auteurs de l'article publié à ce sujet [134].

Ce modèle diffusif a été introduit dans l'étude d'Élie Chéron *et al.* [133], pour des guides d'ondes désordonnés avec des conditions aux limites ouvertes aux interfaces à gauche et à droite. Nous précisons ici que nous ne nous attendons pas à ce que ce modèle décrive fidèlement nos résultats expérimentaux trouvés pour un petit nombre de diffuseurs,  $N_s$ , placés de part et d'autre de la barrière centrale. Ce modèle ne prend en effet pas en compte les fortes réflexions internes aux deux interfaces. Cependant, lorsque le nombre de diffuseurs  $N_s$  augmente, la contribution du champ est principalement due aux multiples diffusions au sein du désordre, les réflexions internes aux interfaces peuvent ainsi être



négligées. Les paramètres clés, ici à étudier sont (i) la force de la barrière  $\varsigma_B = \frac{g_0}{N}$ , avec  $g_0$  la conductance de la barrière seule en l'absence de désordre, (ii) la longueur normalisée de l'échantillon  $s = \frac{L}{\ell_{tr}}$ , avec  $\ell_{tr}$  le libre parcours moyen de transport et (iii) le paramètre  $s_a = \sqrt{\frac{\ell_a}{2\ell_{tr}}}$  définie en fonction de la force de l'absorption balistique  $\ell_a$ . La conductance théorique,  $g_{theo}(s, s_a, \varsigma_B)$ , avec des pertes s'écrit :

$$\frac{1}{g_{theo}(s, s_a, \varsigma_B)} = \frac{\alpha(s, s_a, \varsigma_B)}{g_B(s, s_a)} + \frac{1}{g_E(s, \varsigma_B)}. \quad (4.8)$$

Lorsque la force de l'absorption est importante, le régime diffusif ( $s_a \ll s \ll N$ ), avec donc des pertes, est caractérisé par une décroissance exponentielle de la conductance,

$$g_B(s, s_a) = \frac{2N}{s_a} e^{-s/s_a} \quad (4.9)$$

Le paramètre  $\alpha(s, s_a, \varsigma_B)$  est défini comme  $\alpha(s, s_a, \varsigma_B) = 1 + \frac{1}{2s_a^2\varsigma_B}$ , l'amélioration de la conductance, due à la symétrie miroir du système, est quantifiée par le paramètre  $g_E(s, \varsigma_B)$ ,

$$g_E(s, \varsigma_B) = \left[ 1 + \frac{s\varsigma_c}{1 - \varsigma_c} \right] \frac{N\varsigma_B}{1 - \varsigma_B} \quad (4.10)$$

avec  $\varsigma_c \simeq 0.4$  un paramètre trouvé en simulations numériques. Enfin, la conductance dans des cavités chaotiques vides est égale à  $\frac{N}{2}$ . Ainsi, nous estimons que la conductance associée à la barrière en l'absence de réflexions internes est  $g_0 \sim 2g(N_s = 0) = 0.4$ . Ceci donne  $\varsigma_B = 0.05$ .

La variation de la conductance théorique, en fonction du nombre  $N_s$  de diffuseurs placés autour de la barrière centrale, est représentée par la courbe noire sur la figure 4.11. Le dernier paramètre,  $\varsigma_a = 3.6$ , est obtenu après un ajustement de la queue de distribution de la conductance théorique  $g(N_s)$  pour un grand nombre de diffuseurs,  $N_s > 100$ . La courbe théorique ainsi obtenue est en bon accord avec les résultats expérimentaux précédemment introduits.

## 4.3 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude expérimentale fournissant une observation claire de l'impact des effets d'interférences constructives, dus à la symétrie miroir du système, sur la transmission à travers des cavités multi-canal symétriques, qu'elles soient désordonnées ou régulières.

Nous avons dans un premier temps étudié l'impact de la symétrie sur la transmission dans une cavité avec une barrière seule. L'article publié par Robert S. Whitney *et al.* [129] prédit que la conductance est maximale lorsque le système est parfaitement symétrique. Ceci a été expérimentalement vérifié en mesurant la transmission à travers la barrière placée dans une cavité permettant de fortes réflexions internes à ses interfaces à gauche et à droite. Les effets d'interférences constructives des signaux diffusés produisent une augmentation de la proportion des canaux propres en transmission ouverts, et par conséquent une augmentation de la conductance. Notons ici que ces augmentations reflètent des phénomènes observés sur une large bande en fréquence.

Nous nous sommes intéressés dans un second temps à l'impact du désordre sur la transmission. L'étude numérique proposée par Élie Chéron *et al.* [131] présente en effet un phénomène d'interférence produisant une augmentation supplémentaire de la conductance dans des milieux désordonnés symétriques. Ce phénomène contre-intuitif a été expérimentalement observé en introduisant de part et d'autre de la barrière centrale des diffuseurs placés de façon à respecter une symétrie miroir droite/gauche. La conductance peut ainsi être améliorée en introduisant un nombre adéquat de diffuseurs. Cette augmentation, large bande, de la conductance n'est observée que pour des configurations symétriques. En effet en l'absence de symétrie miroir, la conductance ne fait que diminuer avec l'augmentation du nombre de diffuseurs. Cette diminution est expliquée par l'effet combiné de la force du désordre, qui augmente avec le nombre de diffuseurs, et celle de la barrière.

# STRUCTURES "ANTI-REFLEXION" POUR UNE TRANSMISSION PARFAITE À TRAVERS DES MILIEUX COMPLEXES

---

De façon évidente, la modification aléatoire d'un système diffusif, que ce soit via l'insertion d'une perturbation ou via l'ajout de diffuseurs, tend à dégrader ses propriétés de diffusion. Or, nous avons montré dans le précédent chapitre, que de façon contre-intuitive la conductance au sein d'un système diffusif symétrique, composé d'une barrière seule, pouvait être améliorée en ajoutant de façon symétrique des diffuseurs de part et d'autre de la barrière préalablement placée sur l'axe de symétrie. Ainsi l'augmentation de la force du désordre au sein du système peut permettre une augmentation de la proportion de ses canaux propres ouverts.

Dans ce chapitre nous poussons cette idée contre-intuitive encore plus loin. En effet, la question fondamentale soulevée ici est de savoir s'il est possible de trouver une méthode opérationnelle qui permette la transmission parfaite, non seulement de l'énergie d'un champ incident spécifiquement conçu pour exciter les canaux propres du système – via des techniques de façonnage de front d'onde par exemple – mais également de l'énergie de tous les champs incidents à un milieu désordonné. Quelque soit donc la distribution spatiale du champ transmis. Pour les mêmes raisons que celles avancées dans l'introduction du chapitre précédent, l'utilisation des techniques de façonnage du front d'onde ne sont ici pas suffisantes pour atteindre cet objectif ambitieux. En effet, seule une faible portion des canaux de transmission du système sont ouverts, tous les autres sont "fermés" – donc de transmission nulle et de réflexion parfaite – ou offrent une transmission et une réflexion intermédiaires. Notons ici que contrairement au chapitre précédent, où l'augmentation de la transmittance au sein du système a été observée sur une large bande de fréquence, la méthode proposée dans ce chapitre permet une transmission parfaite à travers un milieu

---

désordonné aléatoire, quelque soit le front d'onde incident, pour une plage de fréquences très étroite autour d'une fréquence d'optimisation spécifique. Le caractère large bande des études présentées dans le précédent chapitre n'est ici pas recherché.

Le façonnage des fronts d'ondes incidents n'étant pas envisageable, la seule option semble être la modification du milieu désordonné lui-même. Plusieurs protocoles ont récemment été proposés pour la conception de milieux hyperuniformes et non-Hermitiens qui présentent une transmission parfaite, même pour certaines structures internes désordonnées [135-138]. Bien que ces stratégies puissent être utilisées au cours du processus de fabrication de matériaux présentant les propriétés souhaitées, leurs application à des milieux désordonnés existants après la fabrication est extrêmement difficile, en particulier parce que la structure interne de ces milieux est généralement non seulement inconnue, mais aussi inaccessible. En effet, nous cherchons ici à obtenir une transmission parfaite à travers un milieu désordonné non conçu à cet effet. Ainsi, afin de se rapprocher d'une situation réaliste, la méthode que nous cherchons ici à développer doit être opérationnelle sans pour autant modifier la structure interne du milieu désordonné en question.

Dans ce chapitre, nous présentons une technique viable afin de rendre un milieu désordonné arbitraire et fixe, parfaitement translucide à tous les fronts d'ondes incidents possibles en plaçant un milieu complémentaire judicieusement conçu juste devant lui. Contrairement aux couches d'adaptation qui suppriment la désadaptation d'impédance uniquement dans les milieux stratifiés [139-141], cette "structure anti-réflexion" ajoutée est elle-même un milieu désordonné, avec la propriété particulière d'être parfaitement adaptée au milieu fixe que l'on souhaite de transmission parfaite. Plus important encore, il n'est pas nécessaire de connaître la structure interne de ce milieu initial. La condition d'adaptation nécessaire repose uniquement sur la matrice en réflexion d'un côté du milieu qui est accessible et fréquemment mesurée en expérimentation. La tâche restante consiste donc à concevoir le milieu complémentaire en amont du milieu initial, de manière à ce qu'il ait lui-même une matrice de réflexion souhaitée pour satisfaire la condition d'adaptation mutuelle des deux milieux.

L'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre fait l'objet d'un article [142].

## 5.1 Transmission parfaite à travers des milieux désordonnés : Concept

Le concept de notre méthode est représenté sur la figure 5.1. Un milieu désordonné fixe (a) est considéré comme milieu initial. Ce milieu a une épaisseur  $L$  et la transmission moyenne,  $\langle T \rangle$ , d'un front d'onde incident à gauche varie typiquement comme,

$$\langle T \rangle \sim \frac{\ell_{\text{tr}}}{L} \quad (5.1)$$

avec  $\ell_{\text{tr}}$  le paramètre caractérisant le libre parcours moyen de transport.

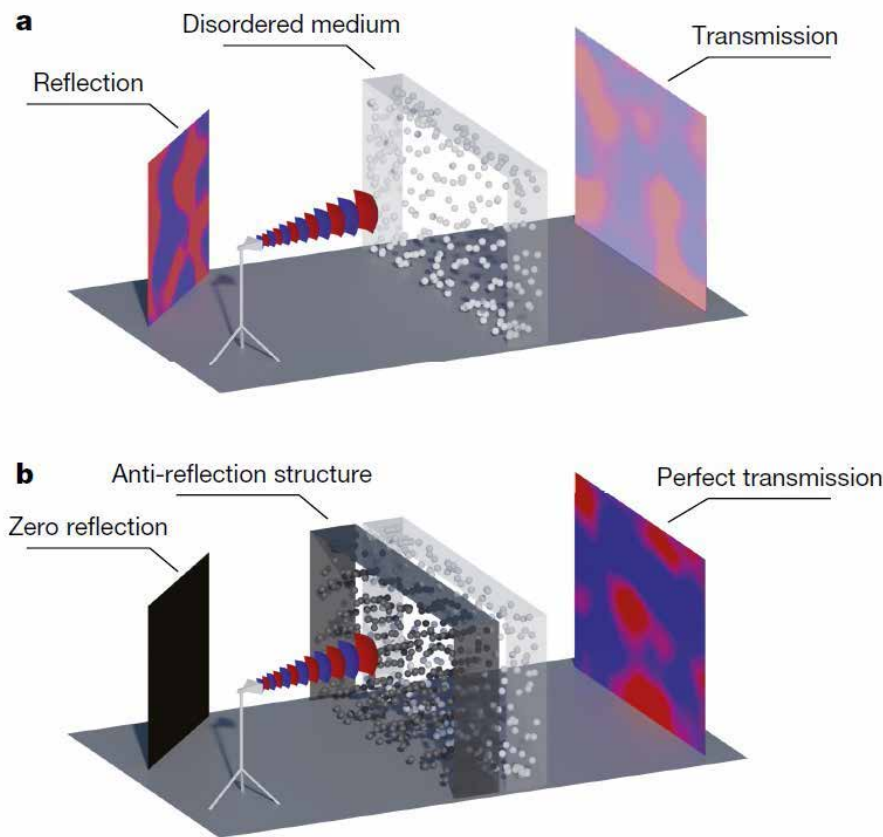


FIGURE 5.1 – Illustration du concept. (a) La transmission d'une onde incidente à un milieu désordonné est typiquement réduite par les nombreuses diffusions. (b) En superposant un milieu complémentaire, une transmission parfaite et une réflexion nulle peuvent être obtenues pour tous fronts d'ondes incidents.

Par conséquent, en ajoutant un second milieu désordonné directement à gauche du

premier, la transmission moyenne à travers ces deux milieux devrait logiquement être encore réduite puisque l'épaisseur totale,  $L$ , de la région diffusante est augmentée. Ici, au contraire, nous cherchons à obtenir l'inverse. En effet, en concevant judicieusement le milieu ajouté à gauche afin qu'il soit complémentaire du milieu initial à droite, la transmission totale à travers ce nouveau système translucide, composé donc du milieu complémentaire situé en amont du milieu désordonné initial, devrait atteindre la valeur maximale possible. C'est à dire la transmission dans le cas où les deux milieux ne sont même pas présents et où tous les champs incidents traversent le système sans réflexion arrière vers les canaux incidents. Cette idée est illustrée sur la figure 5.1(b).

Avant de concevoir un tel système, nous devons identifier les conditions d'adaptation nécessaires entre les deux milieux, le milieu complémentaire et celui initial. Considérons la matrice de diffusion,  $S(\nu)$ , du système total qui permet de relier le champ incident au champ sortant.

$$S = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Il est à noter qu'en l'absence d'absorption, de part la propriété de conservation des flux, la matrice de diffusion est unitaire,  $S^\dagger S = \mathbb{1}$ . Cette matrice est composée d'une matrice en réflexion à gauche,  $r$ , et à droite,  $r'$ , du système ainsi que des matrices en transmission correspondantes,  $t$  et  $t'$ , voir la section 1.1.2

Le système total étant composé de deux milieux distincts, la matrice de diffusion de ce système peut être définie en fonction des matrices de diffusion  $S_L$  et  $S_R$  correspondant respectivement au milieu complémentaire à gauche et au milieu initial à droite. Une illustration est représentée sur la figure 5.2.

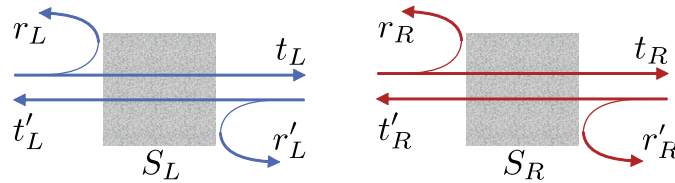


FIGURE 5.2 – La matrice de diffusion du système total peut être décomposée en deux matrices de diffusion,  $S_L$  caractérisant le milieu complémentaire à gauche et  $S_R$  caractérisant le milieu initial fixé à droite.

Nous pouvons écrire la matrice en réflexion,  $r$ , ainsi que celle en transmission,  $t$ , de la matrice de diffusion  $S$  du système total, équation 5.2, en fonction des éléments des matrices  $S_L$  et  $S_R$ .

$$t = t_R(\mathbb{1} - r'_L r_R)^{-1} t_L, \quad (5.3)$$

$$r = r_L + t'_L r_R (\mathbb{1} - r'_L r_R)^{-1} t_L. \quad (5.4)$$

La même procédure peut être réitérée pour définir la matrice en réflexion à droite,  $r'$ , ainsi que pour la matrice en transmission à gauche,  $t'$ , nous obtenons ainsi,

$$t' = t'_L(\mathbb{1} - r_R r'_L)^{-1} t'_R, \quad (5.5)$$

$$r' = r'_R + t_R(\mathbb{1} - r'_L r_R)^{-1} r'_L t'_R. \quad (5.6)$$

En utilisant la propriété de l'unitarité de la matrice  $S_L$ , nous pouvons écrire les relations suivantes

$$t_L t_L^\dagger + r'_L r'_L{}^\dagger = \mathbb{1}, \quad (5.7)$$

$$r_L t_L^\dagger + t'_L r'_L{}^\dagger = 0, \quad (5.8)$$

nous déduisons ainsi que de façon remarquable, si la réflexion à droite du milieu complémentaire,  $r'_L$ , satisfait la relation suivante,

$$r'_L{}^\dagger = r_R \quad (5.9)$$

la réflexion à gauche du système total,  $r$ , disparaît entièrement,  $r = 0$ .

$$\begin{aligned} r &= r_L + t'_L r_R (\mathbb{1} - r'_L r_R)^{-1} t_L \\ &= r_L + t'_L r'_L{}^\dagger (t_L t_L^\dagger)^{-1} t_L \\ &= r_L + t'_L r'_L{}^\dagger (t_L^\dagger)^{-1} \\ &= r_L - r_L t_L^\dagger (t_L^\dagger)^{-1} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

En considérant cette fois l'unitarité de la matrice  $S_R$ , nous pouvons écrire [15]

$$t_R^\dagger t_R + r_R^\dagger r_R = \mathbb{1} , \quad (5.11)$$

$$r_R^\dagger t'_R + t_R^\dagger r'_R = 0 \quad (5.12)$$

c'est donc aussi bien la réflexion à gauche du système total,  $r$ , que celle à droite,  $r'$  qui s'annulent,  $r = 0$  et  $r' = 0$ , lorsque la condition critique de l'équation 5.9 est respectée. En effet,

$$\begin{aligned} r' &= r'_R + t_R(\mathbb{1} - r'_L r_R)^{-1} r'_L t'_R \\ &= r'_R + t_R (t_R^\dagger t_R)^{-1} r_R^\dagger t'_R \\ &= r'_R + (t_R^\dagger)^{-1} r_R^\dagger t'_R \\ &= r'_R - (t_R^\dagger)^{-1} t_R^\dagger r'_R \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

Aussi, la propriété de l'unitarité de la matrice de diffusion  $S$  du système complet permet d'affirmer qu'au même moment, la transmission devient parfaite des deux cotés,

$$t^\dagger t = \mathbb{1} \quad ; \quad t'^\dagger t' = \mathbb{1} \quad (5.14)$$

Nous avons ainsi identifié une relation simple (équation 5.9) à satisfaire afin de réaliser un système diffusif complexe à transmission parfaite pour lequel tout fronts d'onde incidents,  $\Psi_{\text{in}}$ , est parfaitement transmis,

$$\|t \Psi_{\text{in}}\|^2 = 1 \quad (5.15)$$

D'un point de vue conceptuel, l'équation 5.9 constitue une généralisation matricielle d'une condition de couplage critique, condition bien connue des problèmes de diffusion uni-dimensionnelle [42]. Il est important de noter ici que l'équation 5.9 repose aussi bien sur la phase que l'amplitude des ondes. Plus important encore, notre approche ne nécessite aucune connaissance *a priori* de la structure interne du désordre initial à droite, seule sa matrice en réflexion à gauche,  $r_R$ , est nécessaire pour concevoir un système de diffusion



parfaitement translucide. Nous notons aussi que les équation 5.3 et 5.4 reste vraies lorsque le milieu fixe à droite est absorbant. Ainsi en considérant une matrice  $r_R$  avec des pertes nous pouvons toujours concevoir une structure à transmission parfaite. Nous cherchons maintenant à démontrer notre concept en expérimentation.

### 5.1.1 Montage expérimental

Nous utilisons un guide d'onde de longueur  $L = 1$  m, de largeur  $W = 0.1$  m et de hauteur  $h = 0.008$  m supportant  $N = 4$  ou  $N = 7$  modes transverses et un seul mode dans sa dimension verticale dans les gammes de fréquences de fonctionnement  $[6.6 - 7.4]$  GHz et  $[10.7 - 11.7]$  GHz. Un réseau de 7 antennes est utilisé en émission à gauche et un autre identique à droite en réception. Notons que les antennes utilisées ont une faible distance de pénétration,  $z$ , dans le guide d'onde,  $z = 0.003$  m. Ainsi elles sont faiblement couplées au guide d'onde de part leur légère désadaptation d'impédance. Des mousses absorbantes sont ajoutées aux deux extrémités du guide d'onde pour simuler des conditions aux limites ouvertes. Le désordre interne du guide d'onde est composé de deux milieux réalisés par un arrangement de diffuseurs cylindriques en Téflon ou en métal, un milieu complémentaire à gauche (bleu) l'autre initial à droite (rouge). La figure 5.3, représente une illustration du montage expérimental.

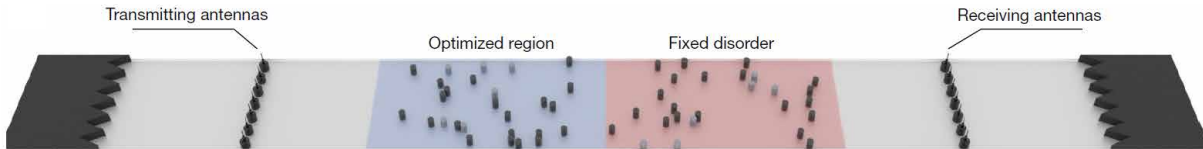


FIGURE 5.3 – Illustration du montage expérimental. Les mesures sont réalisées dans un guide d'onde électromagnétique de longueur  $L = 1$  m, de largeur  $W = 0.1$  m et de hauteur  $h = 0.008$  m. Des mousses absorbantes sont ajoutées des deux côtés du guide afin de minimiser la réflexion aux extrémités. Deux réseaux identiques de 7 antennes sont utilisés en émission et en réception respectivement. La longueur de pénétration des antennes est de  $z = 0.003$  m. La matrice en transmission  $t(\nu)$  dans la base des modes du guide d'onde est reconstruite au moyen du transformation sinusoïdale, équation 5.16.

Nous mesurons dans un premier temps les coefficients de transmission  $t_{\text{exp}}(y_2, y_1)$  entre les 7 antennes émettrices et les 7 antennes réceptrices aux emplacements  $y_1$  et  $y_2$  respectivement. L'espacement entre deux antennes émettrices ou réceptrices est fixé à  $\frac{W}{8}$ , avec  $W = 0.10$  m la largeur du guide d'onde. Les éléments  $t_{mn}(\nu)$  de la matrice en transmission

$t(\nu)$  dans la base des modes du guide d'onde sont reconstruits au moyen d'une double transformation sinusoïdale

$$t_{mn} = \sum_{y_1, y_2} t_{\text{exp}}(y_2, y_1) \sqrt{k_n(\nu)k_m(\nu)} \sin\left(\frac{m\pi}{W}y_2\right) \sin\left(\frac{n\pi}{W}y_1\right) \quad (5.16)$$

Le  $n^{\text{ième}}$  mode transverse est donné par

$$k_n = \frac{2\pi}{c_0} \sqrt{\nu^2 - (n\nu_c)^2} \quad (5.17)$$

avec  $\nu_c = \frac{c_0}{2h}$  la fréquence de coupure du mode,  $c_0$  la vitesse de la lumière et  $h = 0.008$  m la hauteur du guide d'onde.

Il est important de noter ici que la transmission n'est pas directement accessible mais est reconstruite (équation 5.16). Afin de pouvoir comparer les différents résultats expérimentaux entre eux, nous supposons que la transmission à travers le guide d'onde vide est parfaite. Les résultats expérimentaux mesurés doivent tous ensuite être normalisés par cette transmission mesurée à vide,  $T_n^0(\nu)$ . Nous cherchons dans un premier temps à vérifier que la matrice de transmission,  $t^0(\nu)$ , du guide d'onde vide est diagonale dans la base des modes du guide d'onde. Les éléments de la matrice  $t^0(\nu)$  sont représentés sur la figure 5.4 à  $\nu = 7$  GHz (a) et  $\nu = 11.2$  GHz (b).

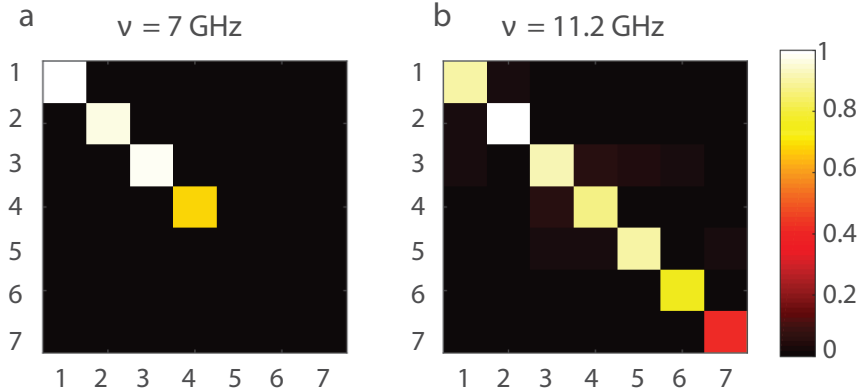


FIGURE 5.4 – Matrice de transmission du guide d'onde vide. Intensité mesurées en expérimentation des éléments en transmission,  $|t_{mn}^0|^2$ , dans la base des modes du guide d'onde pour un guide d'onde vide à 7 GHz (a) et 11.2 GHz (b). À ces fréquences, le guide d'onde supporte respectivement  $N = 4$  et  $N = 7$  modes.

Le caractère diagonale de la matrice en transmission du guide d'onde vide dans la

base des modes du guide d'onde confirme donc que le couplage des antennes est faible et n'affectera donc que très peu les futurs résultats. En effet, un couplage important donne lieu à une grande amplitude des éléments qui ne sont pas sur la diagonale de la matrice  $t^0(\nu)$ . Nous pouvons observer que la transmission du dernier mode est inférieure à celle des premiers modes. Ceci peut être expliqué par les pertes dans le guide d'onde car le dernier mode est associé à des temps plus longs.

### 5.1.1.1 Normalisation du flux

Les coefficients de transmission,  $t_{mn}$ , obtenus à partir de la double transformation sinusoidale, équation 5.16, ne sont pas normalisés en fonction du flux. Ainsi, la transmission de chaque mode,  $n$ , du guide d'onde mesurée pour un guide d'onde désordonné,  $T_n(\nu) = \sum_m |t_{mn}(\nu)|^2$ , doit être normalisée par sa valeur pour un guide d'onde vide,  $T_n^0(\nu)$ . La transmission moyenne à travers le guide d'onde désordonné peut donc être estimée par

$$T(\nu) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{T_n(\nu)}{T_n^0(\nu)} \quad (5.18)$$

Ceci revient à normaliser la matrice de transmission de telle sorte que

$$\tilde{t}_{mn}(\nu) = \frac{t_{mn}(\nu)}{\sqrt{T_n^0(\nu)}} \quad (5.19)$$

et de calculer la transmission moyenne de chaque mode du guide d'onde avec,

$$T_n(\nu) = \frac{1}{N} \sum_{n,m=1}^N |\tilde{t}_{mn}(\nu)|^2 \quad (5.20)$$

Afin de vérifier les potentiels résultats expérimentaux, nous cherchons à retrouver la distribution bimodale des valeurs propres en transmission [1, 22], voir section 1.1.3. La distribution des valeurs propres en transmission,  $\tau$ , de la matrice  $\tilde{t}^\dagger(\nu)\tilde{t}(\nu)$  est représentée sur la figure 5.5 pour 10 réalisations expérimentales aléatoires différentes où 34 diffuseurs cylindriques en Téflon et 6 en aluminium sont placés de façon aléatoire au sein du guide d'onde. Comme attendu de la théorie de la diffusion, la distribution des valeurs propres en transmission,  $\tau$ , est bimodale avec deux pics. Un centré sur les canaux fermés avec  $\tau \sim 0$  et l'autre sur les canaux ouverts avec  $\tau \sim 1$ . Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la prédiction théorique,

$$P_0(\tau) \propto \frac{1}{\tau\sqrt{1-\tau}} \quad (5.21)$$

Toutefois et conformément aux autres travaux sur ce sujet [24], nous observons la présence de valeur propre en transmission supérieur à l'unité. La distribution bimodale et plus précisément le pic associé aux canaux ouverts est très sensible aux bruits inhérents à toute expérimentation.

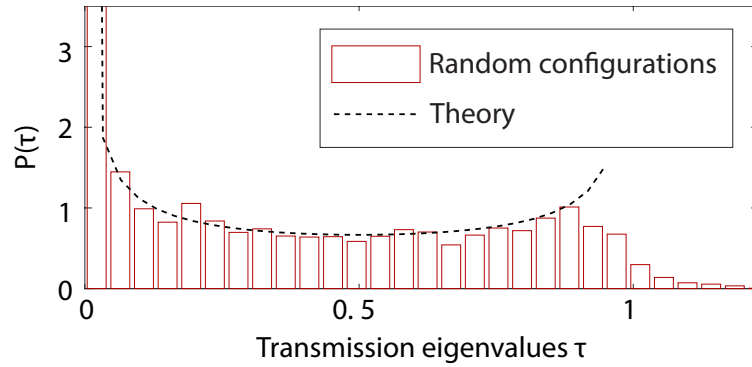


FIGURE 5.5 – Distribution des valeurs propres en transmission mesurées en expérimentation pour un guide d'onde supportant  $N = 4$  modes transverse. Le milieu désordonné aléatoire est composé de 34 diffuseurs cylindriques en Teflon et de 6 en aluminium. La courbe en pointillés noirs représente la loi bimodale théorique,  $P_0(\tau)$

Une matrice de diffusion non-unitaire – due à l'existence de ces erreurs expérimentales – entraîne une déviation des résultats par rapport à la théorie avec des valeurs propres en transmission présentant des coefficients supérieurs à l'unité [24]. Ces canaux ouverts violent virtuellement la conservation de l'énergie. En raison de l'étalement des valeurs propres avec une transmission importante, l'amplitude du pic correspondant diminue également. Dans notre cas, ce niveau de bruit provient de la normalisation des éléments de la matrice de transmission,  $\tilde{t}^\dagger(\nu)\tilde{t}(\nu)$ , en utilisant la transmission à travers le guide d'onde vide. En particulier, le dernier mode du guide d'onde avec un grand angle entre  $\mathbf{k}$  et la direction longitudinale présente un temps de parcours important pour le guide d'onde vide et est donc très sensible à l'absorption globale. En présence d'un milieu avec une faible force de désordre, le champ sortant est mélangé dans tous les modes, ce qui peut réduire la sensibilité à l'absorption. Par conséquent, la normalisation peut conduire à des valeurs propres de transmission supérieures à l'unité.

### 5.1.1.2 Réalisation expérimentale des milieux désordonnés

Le montage expérimental ayant été introduit, nous sommes maintenant dans la capacité de mesurer la transmission moyenne, associée à chaque mode, à travers le guide d'onde désordonné. Rappelons que la position de chaque diffuseurs composant le milieu complémentaire à gauche est optimisée dans le but d'une transmission parfaite pour un désordre initial spécifique fixé à droite. La section 5.2 de ce manuscrit est dédiée à la présentation de la méthode d'optimisation utilisée dans cette étude. En expérimentation, le désordre interne du guide d'onde, composé donc du milieu complémentaire à gauche et du désordre initial à droite, est réalisé à l'aide de diffuseurs cylindriques en Téflon ou en métal. La position de ces diffuseurs est obtenue grâce à l'algorithme d'optimisation, section 5.2. Afin de placer précisément les diffuseurs au sein du guide d'onde, la plaque supérieure est retirée, une image représentant la position de chacun des diffuseurs des deux milieux est projetée dans le guide d'onde à l'aide d'un vidéo-projecteur fixé à sa vertical. L'image projetée est minutieusement calibrée pour minimiser les possibles erreurs dans le positionnement des diffuseurs placés ensuite manuellement. Malgré l'étape de calibration, de légères imprécisions peuvent tout de même résulter de cette procédure non automatisée.

Il est important de préciser que la phase d'optimisation numérique mentionnée ici n'a pas été réalisée dans le cadre des travaux présentés dans ce manuscrit, mais par l'équipe du Professeur Stefan Rotter – *Institute for Theoretical Physics, Vienna University of Technology (TU Wien)* – dont les membres sont également co-auteurs de l'article publié sur ce sujet [142].

## 5.2 Optimisation numérique

Nous devons donc maintenant concevoir un milieu complémentaire à placer à gauche du milieu initial et dont la matrice en réflexion à droite respecte la condition de couplage critique de l'équation 5.9 à la fréquence désirée que nous fixons à  $\nu_0 = 7$  GHz et  $\nu_0 = 11.2$  GHz pour respectivement  $N = 4$  et  $N = 7$  modes. Cette condition critique nécessite que les valeurs individuelles de la transmission moyenne à travers le milieu complémentaire et le milieu initial fixe soient égales,  $T_L = T_R$ . Nous commençons la méthode d'optimisation en implémentant un désordre complémentaire composé d'un arrangement de diffuseurs en Téflon et en métal placés aléatoirement dans une région de longueur identique à celle

du milieu initial,  $L = 0.2$  m. Ce milieu complémentaire est fixé à gauche et présente une réflexion similaire à celle du désordre initial à droite. À ce stade, la matrice  $t^\dagger t$  qui représente la transmission globale  $t$  à travers les deux milieux est elle aussi aléatoire comme représentée sur la figure 5.6(a) pour  $N = 7$  modes. La distribution des valeurs propres en transmission  $\tau$ , représentée sur la figure 5.6(b) pour 2500 configurations aléatoires, de la matrice  $t^\dagger t$  suit une loi bimodale [1, 22],  $P(\tau)$  (équation 5.21), comportement attendu pour un système diffusif. La transmission moyenne,  $\langle \tau \rangle$ , moyennée sur les fréquences et sur l'ensemble des 2500 configurations est  $\langle \tau \rangle = 0.40$ . L'étape suivante consiste à optimiser la position des diffuseurs du milieu complémentaire dans le but d'une transmission parfaite rendue théoriquement possible si la condition critique d'adaptation désirée, équation 5.9, est satisfaite.

### 5.2.1 Processus de conception inverse

Comme l'espace de conception pour trouver une solution optimale à ce problème inverse est énorme et le nombre de degrés de liberté très important, il ne suffit pas d'utiliser un algorithme de recherche aléatoire. Nous avons plutôt besoin d'une procédure itérative basée sur le gradient de la fonction objectif  $f$ , la transmission moyenne à travers l'échantillon, en fonction des paramètres du système, les positions de chaque diffuseurs composant le milieu complémentaire [143].

$$f = \frac{1}{N} \text{Tr}(t^\dagger t) \quad (5.22)$$

Des procédures de ce type [144, 145] ont été implémentées dans bon nombre de techniques computationnelles [143, 146, 147] comme par exemple pour la conception de dispositifs compacts et efficaces en nanophotonique [148, 149], pour le confinement de la lumière des milieux désordonnés à forte diffusion [150] ou pour le calcul analogique en utilisant des méta-structures [151].

La méthode utilisée dans cette étude pour calculer le gradient est basée sur l'opérateur généralisé de Wigner-Smith [152-155],  $Q_\alpha$ . Cet opérateur généralisé est une généralisation de l'opérateur de retard-temporel de Wigner-Smith [156, 157],  $Q$ , s'écrivant

$$Q = -iS^{-1} \frac{\partial S}{\partial \omega} \quad (5.23)$$

Cet opérateur est défini par la dérivée de la matrice de diffusion  $S$  du système en

fonction de la fréquence  $\omega$  de l'onde incidente. L'opérateur,  $Q_\alpha$ , utilisé dans notre étude est défini par la dérivée de la matrice de diffusion non pas en fonction de la fréquence  $\omega$  mais d'un paramètre  $\alpha$  arbitraire. Ainsi nous pouvons écrire

$$Q_\alpha = -iS^{-1} \frac{\partial S}{\partial \alpha} \quad (5.24)$$

Des relations analytiques permettent de relier les propriétés de diffusion d'un système, caractérisées par la fonction  $U(\mathbf{r})$ , aux amplitudes de diffusion contenues dans la matrice de diffusion  $S$  associée [153],

$$U(\mathbf{r}) = k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) \quad (5.25)$$

avec  $k = \frac{\omega}{c}$  le nombre d'onde,  $c$  la célérité de la lumière,  $\varepsilon$  la fonction diélectrique et  $\mathbf{r}$  le vecteur position. La fonction  $\varepsilon(\mathbf{r})$  peut donc être vue comme une fonction diélectrique variant dans l'espace. Ainsi, il est possible de décrire une variation de la fonction  $U(\mathbf{r})$  par sa dérivée en fonction d'un paramètre arbitraire  $\alpha$ ,

$$\langle u | Q_\alpha | u \rangle = \langle u | -iS^{-1} \frac{\partial S}{\partial \alpha} | u \rangle = \frac{1}{2} \langle \Psi_u | \frac{\partial U}{\partial \alpha} | \Psi_u \rangle \quad (5.26)$$

Ici  $|\Psi_u\rangle$  est la fonction d'onde résultant d'une injection décrite par le vecteur  $|u\rangle$ . En exploitant ces relations, il est donc possible de modifier le système diffusif, via la dérivée  $\frac{\partial U}{\partial \alpha}$ , pour obtenir, via l'opérateur généralisé de Wigner-Smith  $Q_\alpha$ , le changement désiré sur la matrice de diffusion  $S$ . Dans notre étude, nous cherchons à optimiser la position des diffuseurs du milieu complémentaire pour une transmission parfaite. Ainsi le paramètre clé,  $\alpha$ , est donc naturellement défini comme  $\alpha = \mathbf{r}_n$ , avec  $\mathbf{r}_n$  la position du  $n^{\text{ième}}$  diffuseur du milieu complémentaire. L'opérateur  $Q_\alpha$  est défini comme

$$\langle u | Q_{\mathbf{r}_n} | u \rangle \propto \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} |\Psi_u(\mathbf{r}_n)|^2 d\varphi \quad (5.27)$$

Maintenant nous pouvons donc, pour une fonction d'onde dans le champ proche d'un diffuseur donnée,  $\Psi_u(\mathbf{r}_n)$ , déduire quel déplacement du  $n^{\text{ième}}$  diffuseur entraîne un déplacement de la matrice de diffusion dans la bonne direction. L'avantage de cette approche est que le nombre de simulations électromagnétiques que nous devons effectuer augmente linéairement avec le nombre de modes et est indépendant du nombre de paramètres du système, typiquement le nombre de diffuseurs. En effet il est important de noter que les valeurs propres l'opérateur généralisé de Wigner-Smith  $Q_\alpha$  sont directement proportion-

nelles à la force appliquée sur le diffuseur ciblé [152, 153]. En conséquence de quoi, nous pouvons calculer l'opérateur  $Q_\alpha$  et donc le gradient de la fonction objectif  $f$  en utilisant le champ électrique – avec lequel nous calculons la force – au niveau des diffuseurs sans avoir besoin de déplacer un seul diffuseur. Cependant, pour chacun des  $N$  modes du guide d'onde, 2 simulations électromagnétiques sont nécessaires.

À la fin de l'optimisation, la transmission issue des simulations,  $T_{\text{sim}}$ , est extrêmement proche de l'unité, entre  $T_{\text{sim}} = 0.995$  et  $T_{\text{sim}} = 0.999$  selon les configurations. Ainsi à la fréquence  $\nu_0$  désirée, la matrice  $t(\nu_0)^\dagger t(\nu_0)$  est proche d'une matrice identité, comme représentée sur figure 5.6(a). La transmission est donc parfaite non par pour un seul mode mais pour tous les  $N$  modes du guide d'onde. La figure 5.6(b) représente la distribution des valeurs propres en transmission  $\tau$  de la matrice  $t^\dagger t$  pour 2500 configurations différentes.

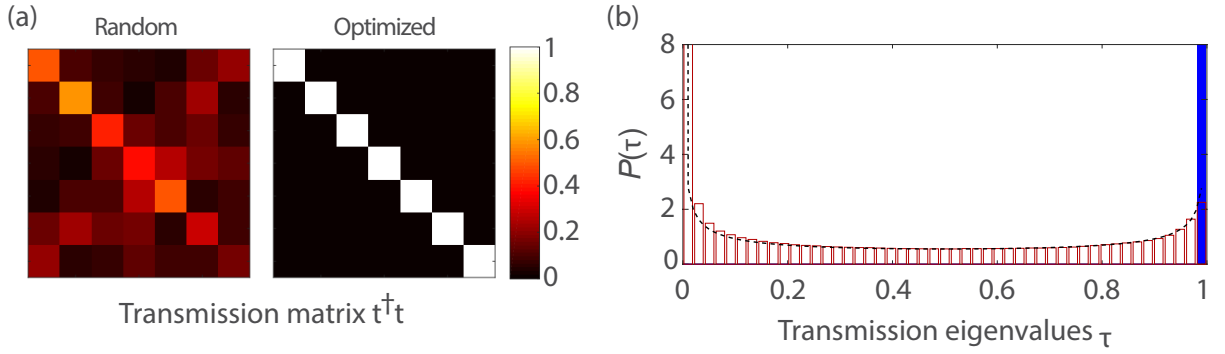


FIGURE 5.6 – (a) Simulation de l'amplitude des éléments de la matrice  $t^\dagger t$  pour un milieu complémentaire à gauche aléatoire et optimisé pour une transmission parfaite pour  $N = 7$  modes. (b) La distribution des valeurs propres en transmission  $\tau$  de  $t^\dagger t$  issue de simulations numériques pour 2500 configurations aléatoires devient une distribution de Dirac,  $P(\tau) = \delta(\tau - 1)$  pour une région complémentaire optimisée afin que la matrice  $t^\dagger t$  devienne une matrice identité.

Cette distribution des valeurs propres en transmission suit une loi bimodale, équation 5.21, lorsque les milieux complémentaires à gauche sont aléatoires (rectangles rouges). Cette distribution bimodale est identique à celle représentée sur la figure 5.6(b). Dans les cas où la position de chaque diffuseurs des milieux complémentaires est optimisée pour une transmission parfaite, la distribution  $P(\tau)$  associée (bleue) est un Dirac centré sur  $\tau = 1$ ,

$$P(\tau) = \delta(\tau - 1) \quad (5.28)$$



Ainsi, dans un tel système diffusif translucide, tous les canaux propres en transmission sont ouverts,  $\tau_n = 1 \forall n$ .

### 5.3 Résultats expérimentaux

Nous cherchons maintenant à démontrer en pratique ce concept à l'aide d'un dispositif expérimental composé d'un guide d'onde rectangulaire supportant  $N = 4$  ou  $N = 7$  modes transverses et un seul mode dans sa dimension vertical sur la bande de fréquence [6.6 – 7.4] GHz et [10.7 – 11.7] GHz. Ce dispositif expérimental a été introduit de façon précise dans la section 5.1.1. Le désordre initial est composé dans un premier temps d'un arrangement de 17 diffuseurs cylindriques en Téflon et de 3 en métal placés dans le guide d'onde, à droite, dans une région de 0.2 m de longueur, voir figure 5.3. La transmission,  $T$ , s'écrit

$$T = \frac{\sum_{b,a=1}^N |t_{ba}|^2}{N} \quad (5.29)$$

et est égale à  $T = 0.64$  à  $\nu_0 = 7$  GHz. Ceci donne une estimation du libre parcours moyen de transport,  $\ell_{tr} \approx 0.23$  m. Le désordre complémentaire est placé en amont du premier sur une région de longueur identique, 0.2 m. Les spectres transmission issues de simulations numériques,  $T(\nu)$ , en fonction de la fréquence sont représentés sur la figure 5.7(a) pour cette configuration. La courbe bleue représente la transmission à travers le système complet pour un milieu complémentaire optimisé pour une transmission parfaite. Comme attendu, cette courbe présente une résonance prononcée à  $\nu = \nu_0 = 7$  GHz. La colonne à gauche représente une illustration du milieu désordonné initial en rouge et celui optimisé en bleu. Nous insistons sur le fait que la conception d'un milieu complémentaire optimisé est un évènement rare. En effet la transmission ne dépasse pas 0.75 pour les 2500 configurations aléatoires que nous avons simulées. La région rosée sur la figure 5.7(a) représente la gamme des valeurs obtenues pour ces 2500 configurations aléatoires. Ainsi malgré la large variation des valeurs en transmission obtenues, une transmission parfaite n'est jamais "accidentellement" atteinte. La courbe rouge en pointillée indique la valeur moyenne des ces configurations numériques aléatoires. Nous précisons aussi que la géométrie résultant de l'optimisation n'est pas une structure hyper-uniforme et ne repose pas non plus sur une symétrie miroir spéciale comme dans les études publiées tentant de réaliser un désordre parfaitement transparent [138] ou une augmentation de la transmission à travers des barrières [131]. En ce sens, notre méthode est plus générale.

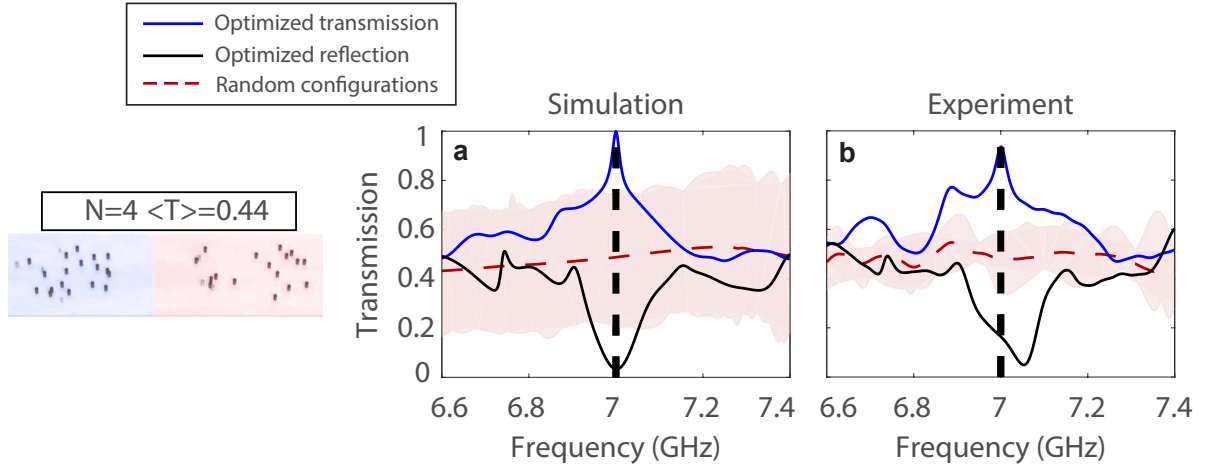


FIGURE 5.7 – (a) Représentation du spectre en transmission issu de simulations numériques pour des milieux complémentaire optimisés pour une transmission parfaite (courbe bleue) et une réflexion parfaite (courbe noire) à  $\nu_0 = 7$  GHz. (b) Représentation spectrale des résultats expérimentaux correspondants.

Enfin, pour démontrer la flexibilité de notre méthode de conception inverse, nous ne l'utilisons pas seulement pour maximiser la transmission mais aussi pour la minimiser. Ainsi nous maximisons la réflexion du système complet pour le même nombre de diffuseurs. La courbe noire sur la figure 5.7(a) représente donc la transmission à travers le système complet pour un désordre complémentaire optimisé non pas pour une transmission parfaite mais pour une réflexion maximale. Comme attendu nous obtenons à creux très proche de 0 pour  $\nu = \nu_0 = 7$  GHz,  $T_{\text{sim}} = 0.03$ . Les résultats expérimentaux sont représentés de façon analogue sur la figure 5.7(b). Ces résultats sont obtenus en expérimentation dans le guide d'onde d'ores et déjà présenté. Nous tentons de reproduire la solution obtenue numériquement en plaçant les diffuseurs aux positions calculées par la méthode d'optimisation, voir section 5.2.1, et en mesurant la transmission à travers le système complet à l'aide de deux réseaux de 7 antennes, voir section 5.1.1 pour plus de détails sur le dispositif expérimental. Les résultats expérimentaux ainsi obtenus reproduisent fidèlement les résultats numériques avec une transmission maximale de  $T_{\text{exp}} = 0.94$ . Cette transmission maximale expérimentale est légèrement inférieure à celle théorique attendue du fait de l'impact des pertes dans le guide d'onde. Notons ici que la gamme des valeurs en transmission expérimentale pour des milieux complémentaires aléatoires représentée en rose est obtenue pour 10 réalisations aléatoires différentes.

Nous rappelons que la condition critique, équation 5.9 est l'unique condition à satisfaire pour la conception des milieux complémentaires optimisés. Nous pouvons donc optimiser des milieux (i) dans une région plus étroite, (ii) avec une plus grande intensité du désordre et (iii) pour un nombre,  $N$ , de modes plus important. Les résultats numériques et expérimentaux associés à ces trois configurations sont représentées sur la figure 5.8 de façon analogue à la figure précédente.

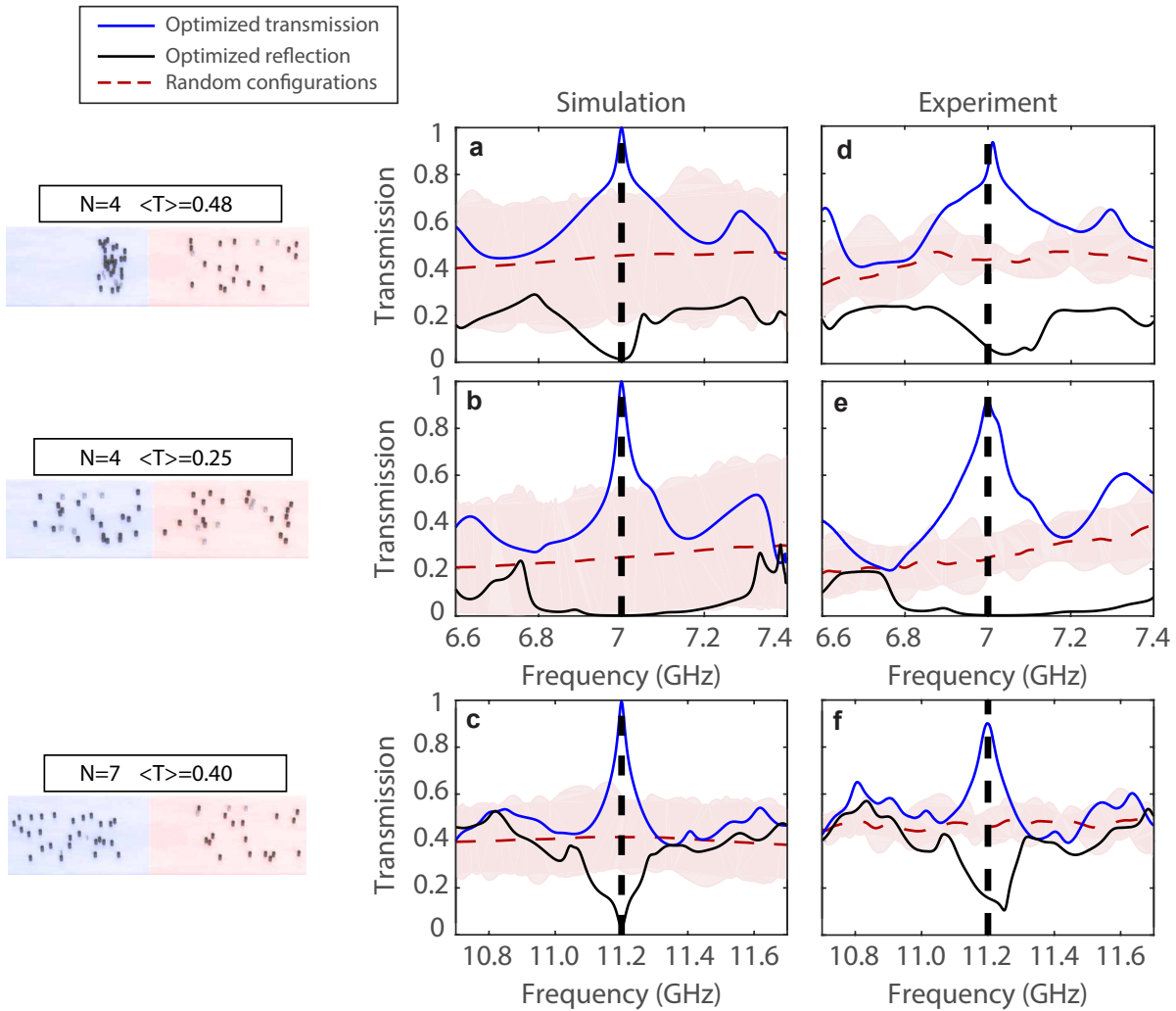


FIGURE 5.8 – (a-c) Représentation du spectre en transmission issu de simulations numériques pour des milieux complémentaires optimisés pour une transmission parfaite (courbe bleue) et une réflexion parfaite (courbe noire) à  $\nu_0 = 7$  GHz (a,b) et  $\nu_0 = 11.2$  GHz (c). (d-f) Représentation spectrale des résultats expérimentaux correspondants.

Les spectres en transmission observés sur la première ligne de la figure 5.8 correspondent à un milieu initial fixé sur une région de longueur 0.2 m et dont la force de diffusion est identique à celle du milieu initial considéré dans le cas précédent, figure 5.7. Les milieux complémentaires optimisés pour une transmission (courbes bleues) ou une réflexion (courbes noires) parfaite sont fixés en amont du milieu initial sur une région dont la longueur est proche de celle d'une longueur d'onde uniquement. Nous atteignons une transmission parfaite à  $\nu_0 = 7$  GHz dans ces conditions.

Nous appliquons maintenant la même procédure en considérant cette fois un désordre initial avec une force de diffusion plus importante. Le nombre de diffuseurs constituant ce milieu est augmenté à 26 (20 en Téflon et 6 métal) donnant une estimation du libre parcours moyen de transport à  $\ell_{\text{tr}} \approx 0.095$  à 7 GHz. Les milieux complémentaires sont fixés à gauche sur une longueur identique à celle du milieu initial à droite, soit 0.2 m. Comme représenté sur la 2<sup>ième</sup> ligne de la figure 5.8, une transmission est encore une fois atteinte à la fréquence désirée,  $\nu_0 = 7$  GHz.

Enfin, pour confirmer la robustesse de notre méthode nous décidons de l'appliquer sur une autre bande de fréquence, [10.7 – 11.7] GHz, où  $N = 7$  modes sont supportés par le guide d'onde dans sa dimension transversale et un seul dans sa dimension verticale. Nous cherchons maintenant à optimiser la transmission (ou la réflexion) à la fréquence  $\nu_0 = 11.2$  GHz. Le désordre initial, constitué de 17 diffuseurs cylindriques en Téflon et 3 en métal, est toujours fixé à droite dans le guide d'onde sur une région de longueur 0.2 m. À 11.2 GHz nous avons une transmission  $T = 0.58$  et une estimation du libre parcours moyen de transport  $\ell_{\text{tr}} \approx 0.18$  m. Les désordres complémentaires sont fixés à gauche sur une région de 0.2 m de longueur. Les spectres en transmission sont représentés sur la 3<sup>ième</sup> ligne de la figure 5.8 et présentent toujours un pic de transmission parfaite à  $\nu_0 = 11.2$  GHz.

## 5.4 Augmentation de l'énergie stockée

Une conséquence remarquable de notre méthode de conception de milieux translucides concerne la distribution spatiale de l'intensité  $W(x, y)$  au sein du milieu, et avec elle le temps de parcours  $\tau_{\text{D}}$ . Comme l'ont montré de nombreuses études antérieures [17, 26, 27, 158], les canaux de transmission ouverts dans les milieux désordonnés sont associés à la fois à une profondeur de pénétration accrue du rayonnement incident et à un temps de parcours plus long dans le désordre.

Maintenant que nous avons réussi à concevoir un système ne comprenant que des canaux de transmission ouverts, nous pourrions nous demander si notre méthode augmente naturellement ces deux quantités, la profondeur de pénétration du rayonnement incident et le temps de parcours, pour tous les champs incidents. Afin de vérifier ceci, nous représentons dans un premier temps sur la figure 5.9 la distribution spatiale de l'intensité dans le système complet, c'est à dire le milieu complémentaire en amont du milieu initial, pour une injection du mode fondamental. Les milieux considérés ici correspondent aux configurations de la figure 5.8(c) avec un désordre complémentaire optimisé pour une transmission parfaite, un unique désordre complémentaire aléatoire et enfin un désordre complémentaire optimisé pour une réflexion parfaite respectivement représentés sur la première, deuxième et troisième ligne de la figure 5.9.

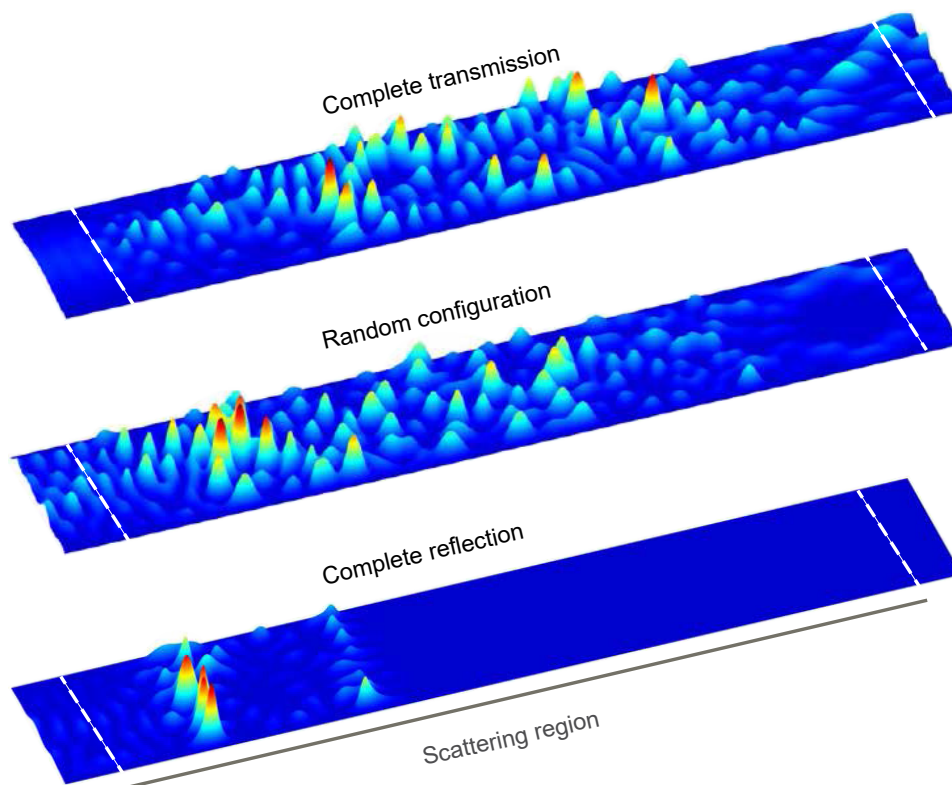


FIGURE 5.9 – Représentation de la distribution de l'intensité lors de l'injection du mode fondamental du guide d'onde pour un échantillon entièrement translucide (en haut), pour une configuration aléatoire unique (au milieu) et pour un échantillon entièrement réfléchissant (en bas). Les configurations correspondent à celles de la figure 5.8(c). Les lignes blanches en pointillés délimitent la région de diffusion.

La figure 5.10(a) représente la densité de l'énergie moyennée sur la section transversale du guide d'onde,  $W(x) = \langle W(x, y) \rangle_y$  pour les trois mêmes configurations, c'est à dire pour une configuration translucide (courbe bleue), une aléatoire (courbe rouge) et une réfléchissante (courbe noire). Il est à noter que la courbe rouge, représentant le profil de l'énergie normalisée sur la section transversale du guide d'onde, est une moyenne sur les 2500 configurations numériques aléatoires réalisées. La gamme des valeurs aléatoires obtenues est représentée par la zone rosée.

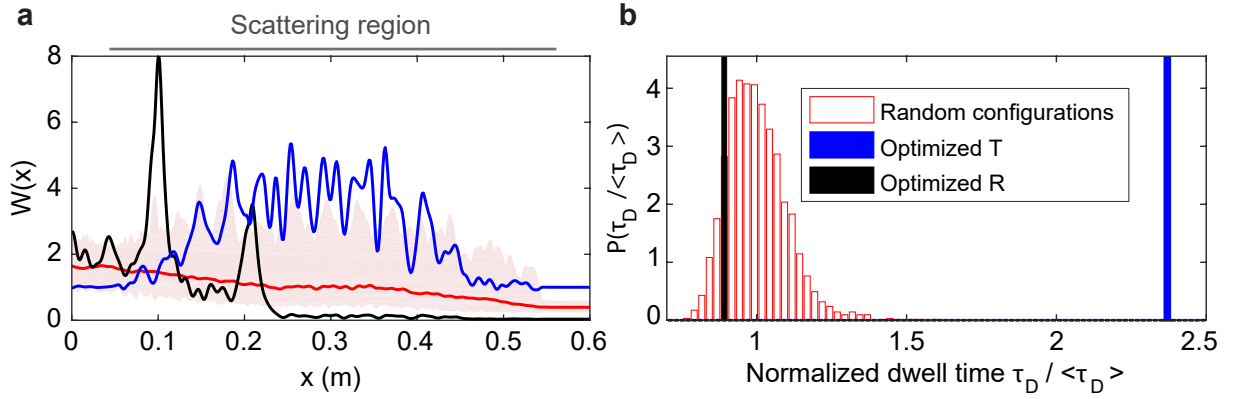


FIGURE 5.10 – (a) Profil de l'énergie normalisée sur la section transversale du guide d'onde,  $W(x)$ , pour une transmission parfaite (courbe bleue), une réflexion parfaite (courbe noire) et pour une moyenne de 2 500 configurations aléatoires (courbe rouge). L'ensemble de la plage des valeurs aléatoires est indiqué par la zone rosée. (b) Probabilité de distribution du temps de parcours normalisé,  $\frac{\tau_D}{\langle \tau_D \rangle}$  pour un échantillon à transmission parfaite (bleu), à réflexion parfaite (noire) et pour des configurations aléatoires (rouge).

Nous pouvons noter de façon claire que l'accumulation de l'intensité dans un milieu parfaitement translucide est plus importante que dans les autres configurations. Les pics de l'intensité de l'énergie maximale pour un milieu translucide se déplacent en moyenne vers le centre de l'échantillon, comportement en accord avec le profil des canaux de transmission ouverts dans des milieux aléatoires [17, 26, 27, 159]. Dans le cas trivial d'une configuration parfaitement réfléchissante, l'optimisation donne une solution offrant une profondeur de pénétration faible dans le milieu.

Le temps de parcours dans les échantillons translucides tombe dans la queue de la distribution  $P(\tau_D)$  calculée pour 2500 configurations aléatoires, comme représenté sur la figure 5.10(b). Ceci montre clairement la nette amélioration du temps de parcours dans

ces milieux translucides. En revanche, pour une configuration parfaitement réfléchissante,  $W(x)$  se rapproche du profil des canaux fermés et décroît de façon presque exponentielle avec  $x$ , ce qui correspond à un temps de séjour inférieur à  $\langle \tau_D \rangle$

## 5.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons démontré théoriquement et expérimentalement qu'un milieu désordonné peut être rendu parfaitement translucide pour tous fronts d'ondes incidents en plaçant un milieu complémentaire judicieusement optimisé devant lui.

Nous avons vu dans une première partie que le système complet, composé d'un milieu complémentaire en amont d'un milieu initial, peut être décrit par une matrice de diffusion elle-même composée de deux sous-matrices caractérisant respectivement les deux désordres internes. Nous avons aussi mis en évidence une condition matricielle critique simple (équation 5.9) permettant d'annuler la réflexion et donc, dans le cas d'un système sans pertes, d'atteindre une transmission parfaite pour tous les  $N$  modes du guide d'ondes. Nous précisons que la condition matricielle critique identifiée permettant l'annulation de toute réflexion repose seulement sur la matrice en réflexion à gauche du milieu initial. Ainsi, notre méthode ne nécessite aucune connaissance *a priori* sur la structure interne du désordre initial. Seule la connaissance précise de la réflexion des ondes frappant ce milieu est nécessaire, connaissance accessible par la simple mesure de la matrice en réflexion.

Cette méthode a été dans un premier temps implémentée numériquement via un algorithme d'optimisation basé sur le gradient de la fonction objectif. Le gradient est calculé à l'aide de l'opérateur généralisé de Wigner-Smith,  $Q_\alpha$ , défini par la dérivée de la matrice de diffusion du système en fonction de la variation de la position des diffuseurs composant le milieu complémentaire. Cette méthode d'optimisation numérique a l'avantage de ne nécessiter que 2 simulations électromagnétiques pour chacun des  $N$  modes transverses du guide d'onde. La quantité de simulation électromagnétiques est donc indépendante du nombre de diffuseurs dans le système.

Les résultats numériques issues de cette optimisation ont été expérimentalement confirmés dans un guide d'onde rectangulaire ne comportant qu'un unique mode dans sa dimension verticale et  $N = 4$  ou  $N = 7$  modes transverses selon la bande de fréquence utilisée. Afin de reconstruire convenablement les  $N$  modes du guide d'onde, des réseaux de 7 antennes sont utilisés en émission et en réception. Les milieux internes sont composés de diffuseurs cylindriques en Téflon ou en aluminium placés au sein du guide d'onde aux positions fournies par la méthode d'optimisation numérique. Les résultats expérimentaux mesurés reproduisent fidèlement les résultats numériques.





# CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

---

Le contrôle des ondes en milieux aléatoires est un domaine prolifique permettant la réalisation de phénomènes fascinants. Dans ce manuscrit, nous avons entre autre montré que la complexité d'un système diffusif, imposant au sein de l'échantillon de multiples diffusions des ondes incidentes ce qui entraîne un brouillage du motif envoyé, n'était pas une fatalité et pouvait même être utilisée à notre avantage. En effet, le caractère déterministe des diffusions des ondes incidentes permet en théorie leur contrôle. Les techniques de façonnage de front d'onde sont très largement utilisées dans cet objectif.

La première partie de cette thèse, financée en totalité par la Direction Générale de l'Armement (DGA), est dédiée à ce sujet. Le formalisme développé permet de contrôler temporellement et spatialement un front d'onde transmis à travers un milieu désordonné aléatoire. La méthode analytique présentée, basée sur la connaissance *a priori* de la matrice de diffusion du système, introduit un nouvel opérateur reliant de façon optimale les degrés de liberté spatiaux et temporels de la sortie aux degrés de liberté spatiaux et temporels de l'entrée dans une relation linéaire simple. L'intérêt de notre approche réside dans cette relation linéaire. En effet, dans le domaine temporel, un signal de sortie est généralement la convolution de la réponse impulsionnelle temporelle et du signal temporel incident. Or, nous avons transformé cette opération de convolution en une relation linéaire. Ainsi, les outils d'algèbre linéaire peuvent maintenant être utilisés pour obtenir des états d'entrée optimaux pour diverses tâches de contrôle des ondes. Notre approche n'est donc pas limitée aux seules fonctionnalités de contrôle des ondes présentées dans ce manuscrit, mais peut en principe, être étendue à un grand nombre de fonctionnalités. Nous pouvons noter qu'une telle approche, combinant de manière optimale les degrés de liberté spatiaux et temporels, était déjà connue par exemple pour l'inversion temporelle. Cependant, nous l'avons généralisée à n'importe quelle tâche de contrôle des ondes. De plus, nous avons montré que notre procédure permet d'étendre des phénomènes actuellement étudiés dans la littérature. Nous avons par exemple proposé la première démonstration expérimentale du phénomène d'absorption virtuelle parfaite dans des milieux complexes

---

avec une superposition modale significative. Cette démonstration a été possible sans pour autant développer des techniques renforcées et compliquées afin d'identifier les zéros complexes. Cette méthode peut donc être appliquée indépendamment de la force de diffusion du milieu et indépendamment de la position des singularités spectrales de la matrice de diffusion. Les tâches de distribution optimale d'énergie et de réalisation d'états invariants à la diffusion ont aussi été généralisées en considérant l'utilisation optimale des degrés de liberté aussi bien spatiaux que temporels. Même si les degrés de liberté spatiaux sont généralement limités en optique, cette généralisation présente un grand intérêt en acoustique et en micro-ondes, où les degrés de liberté spatiaux sont fortement limités par les exigences matérielles. Nous pensons donc que cette méthode générale permet d'ouvrir le champ des possibles dans le domaine du contrôle des ondes que ce soit par exemple pour de l'imagerie, du stockage de l'énergie, de la détection ou des télécommunications.

Dans la seconde partie de cette thèse, nous nous sommes intéressés au contrôle des ondes, non pas en adaptant les signaux incidents, comme c'est par exemple le cas pour les techniques de façonnage de fronts d'ondes, mais en modifiant les propriétés de diffusion du milieu diffusif lui même.

Le deuxième chapitre de cette thèse est dédié à l'étude des points exceptionnels sans réflexion. Nous avons observé la coalescence de modes sans réflexion en points exceptionnels sans réflexion dans des interféromètres multi-miroir de Fabry-Perot, réguliers ou désordonnés de façon symétrique, à une dimension, avec une réflectivité variable au centre et dans des systèmes désordonnés aléatoires multi-canaux. Nous avons montré que les points exceptionnels sans réflexion ne sont atteints que lorsque la  $\mathcal{PT}$ -symétrie de l'opérateur est conservée. Le comportement quartique, caractéristique des points exceptionnels, n'est noté qu'à l'instant précis de la coalescence des modes sans réflexion concernés. Dans l'ensemble de ce chapitre, les points exceptionnels présentés ont été étudiés dans le cas d'états sans réflexion. L'obtention de points exceptionnels basés sur les états sans transmission [160] serait une extension intéressante de nos travaux. À l'instar des modes sans réflexion dans le cas d'un opérateur  $\mathcal{PT}$ -symétrique, pour un système sans pertes et sans gain les modes sans transmission sont tous situés sur l'axe réel ou sous forme de paires conjuguées complexes dans le plan des fréquences complexes. Ainsi la modification judicieuse des propriétés de diffusion du système peut permettre la coalescence de ces modes sans transmission en points exceptionnels sans transmission. Théoriquement ces points exceptionnels sans transmission devraient produire les mêmes comportements que les points exceptionnels sans réflexion observés dans ce chapitre.

---

Dans le troisième chapitre, nous nous sommes attelés à améliorer de façon large bande la transmittance moyenne au sein de systèmes désordonnés. Nous avons observé en expérimentation, dans le domaine des microondes, un phénomène d'interférences intéressant. En effet, la symétrie d'un système permet l'interférence constructive des signaux transmis aux interfaces sortantes ce qui entraîne une augmentation de la conductance. Ce phénomène a été vérifié en plaçant au centre de la cavité vide une barrière opaque. Nous avons aussi montré que la conductance pouvait encore être augmentée de façon large bande en ajoutant de part et d'autre de la barrière centrale des diffuseurs placés de manière à conserver la symétrie du système. Nous observons une augmentation maximale d'un facteur 3 entre les configurations symétriques et aléatoires.

Dans le dernier chapitre de cette thèse nous avons présenté une méthode opérationnelle permettant de rendre un milieu désordonné aléatoire parfaitement translucide à tous les fronts d'ondes incidents. Cette méthode consiste à superposer un second milieu complémentaire optimisé, en amont du premier milieu. La force de notre approche réside dans la condition d'adaptation, simple, entre les deux milieux. En effet, nous avons démontré que la seule connaissance de la matrice en réflexion du milieu initial est nécessaire. Cette méthode est donc applicable même si la structure interne de ce milieu n'est pas connue, ce qui est généralement le cas. De plus, la structure interne n'est en aucun cas modifiée lors du procédé. Ainsi notre méthode tend à rendre possible l'idée folle de rendre un milieu aléatoire transparent aux ondes, quelque soit leur angle d'incidence, sans pour autant détruire ou détériorer le milieu en question. Nous avons introduit une méthode d'optimisation numérique novatrice, développée par l'équipe du Professeur Stefan Rotter, basée sur l'opérateur généralisé de Wigner-Smith. Cette approche a pour avantage de ne pas faire dépendre le nombre de simulations électromagnétiques, numériquement très coûteuses, sur le nombre de diffuseurs, mais seulement sur le nombre de modes se propageant au sein du dispositif expérimental. Nous confirmons ensuite notre approche en expérimentation à l'aide d'un guide d'onde, à microondes, à deux dimensions. Les résultats numériques sont fidèlement reproduits pour différentes configurations. Nous montrons ainsi qu'il est possible d'optimiser le milieu complémentaire dans une région de longueur inférieure à une longueur d'onde. Ceci permet d'imaginer des applications d'optimisation en temps réels à l'aide des métasurfaces par exemple. En effet, comme seule la matrice de réflexion de ce milieu complémentaire doit être modifiée, nous pensons que de minces métasurfaces pourraient être utilisées à cette fin. Ceci permettrait de créer des structures "anti-réflexion" sur mesure et potentiellement adaptables dans le temps, dotées de propriétés fascinantes

---

pour des applications dans les domaines des communications sans fil, du filtrage, de la collecte d'énergie et de l'imagerie. De plus, la généralité de notre méthode permet d'optimiser notre système non pas pour une transmission parfaite mais pour une transmission nulle, le rendant ainsi parfaitement opaque. De fait, ces minces métasurfaces pourraient aussi en principe être utilisées afin de créer des structures parfaitement opaques pour certaines fréquences spécifiques seulement. De telles applications, permettant de filtrer une faible bande de fréquences, pourraient être employées dans le cadre de la sécurité électromagnétique ou pour des applications militaires. À long terme, nous nous attendons à ce que les progrès de la puissance de calcul et de la microfabrication rendent notre approche applicable à des systèmes comportant un nombre de modes de plus en plus important.

Comme indiqué dans l'introduction générale de ce manuscrit, nous avons développé au cours de cette thèse un dispositif expérimental permettant de scanner temporellement la transmission d'ondes électromagnétiques à travers des milieux métalliques à trois dimensions. Ce montage expérimental à été initialement développé afin d'étudier le phénomène de la localisation d'Anderson. Cependant, ce dispositif peut être utilisé pour d'autres applications, comme par exemple la mesure de matrices de transport de plus grande taille, à travers des milieux à trois dimensions, qu'ils soient diffusants ou localisés. Ces matrices de transport peuvent, par exemple, être à la base de techniques de façonnage de front d'ondes. Cependant, il est important de noter que le dispositif expérimental développé n'est actuellement pas utilisable à des fins de contrôle des ondes. En effet, de telles techniques imposent de pouvoir manipuler les signaux incidents aussi bien en phase qu'en amplitude, plusieurs émetteurs sont donc nécessaires. Actuellement, seule deux antennes, une de part et d'autre du milieu diffusif, sont utilisées dans notre montage expérimental. En remplaçant l'antenne émettrice fixe par un réseau fixe d'antennes nous serions capable de contrôler les ondes incidentes. Ainsi modifié, le dispositif expérimental permettrait théoriquement de scanner temporellement la transmission des ondes électromagnétiques, judicieusement adaptées aux fonctionnalités de contrôle des ondes souhaitées. Notons que le montage expérimental utilisé dans le deuxième chapitre est limité à deux ports pour des raisons matérielles. En effet, même si la carte FPGA utilisée permet le contrôle de plusieurs voies indépendantes, nous ne disposons aujourd'hui que du matériel analogique suffisant pour la montée en fréquence de deux signaux seulement. Ainsi, la seule modification du dispositif expérimental développé pour étudier la localisation d'Anderson dans des milieux tri-dimensionnels n'est pas suffisant pour appliquer en expérimentation l'approche présentée dans le chapitre 2. Il faudrait en plus de cette modification augmenter

---

les ressources matérielles en acquérant un diviseur de puissance avec un nombre de voies plus important ainsi que des diviseurs de fréquences et des circulateurs supplémentaires.



# BIBLIOGRAPHIE

---

- <sup>1</sup>O. N. DOROKHOV, « On the coexistence of localized and extended electronic states in the metallic phase », *Solid State Commun.* **51**, 381-384 (1984).
- <sup>2</sup>P. W. ANDERSON, « Absence of Diffusion in Certain Random Lattices », *Phys. Rev.* **109**, 1492-1505 (1958).
- <sup>3</sup>B. KRAMER et A. MACKINNON, « Localization : Theory and Experiment », *Rep. Prog. Phys.* **56**, 1469-1564 (1993).
- <sup>4</sup>M. IMADA, A. FUJIMORI et Y. TOKURA, « Metal-insulator transitions », *Rev. Mod. Phys.* **70**, 1039-1263 (1998).
- <sup>5</sup>J. BILLY, V. JOSSE, Z. ZUO, A. BERNARD, B. HAMBRECHT, P. LUGAN, D. CLÉMENT, L. SANCHEZ-PALENCIA, P. BOUYER et A. ASPECT, « Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder », *Nature* **453**, 891-894 (2008).
- <sup>6</sup>F. JENDRZEJEWSKI, A. BERNARD, K. MÜLLER, P. CHEINET, V. JOSSE, M. PIRAUD, L. PEZZÉ, L. SANCHEZ-PALENCIA, A. ASPECT et P. BOUYER, « Three-Dimensional Localization of Ultracold Atoms in an Optical Disordered Potential », *Nat. Phys.* **8**, 398-403 (2012).
- <sup>7</sup>E. GUAZZELLI, E. GUYON et B. SOUILLARD, « On the Localization of Shallow Water Waves by a Random Bottom », *J. Physique Lett.* **44**, 837-841 (1983).
- <sup>8</sup>A. A. CHABANOV, M. STOYTCHEV et A. Z. GENACK, « Statistical signatures of photon localization », *Nature* **404**, 850-853 (2000).
- <sup>9</sup>T. SCHWARTZ, G. BARTAL, S. FISHMAN et M. SEGEV, « Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices », *Nature* **446**, 52-55 (2007).
- <sup>10</sup>M. SEGEV, Y. SILBERBERG et D. N. CHRISTODOULIDES, « Anderson localization of light », *Nat. Photonics* **7**, 197-204 (2013).
- <sup>11</sup>R. WEAVER, « Anderson localization of ultrasound », *Wave Motion* **12**, 129-142 (1990).
- <sup>12</sup>H. HU, A. STRYBULEVYCH, J. H. PAGE, S. E. SKIPETROV et B. a. VAN TIGGELEN, « Localization of Ultrasound in a Three-Dimensional Elastic Network », *Nat. Phys.* **4**, 945-948 (2008).
- <sup>13</sup>L. A. COBUS, W. K. HILDEBRAND, S. E. SKIPETROV, B. A. VAN TIGGELEN et J. H. PAGE, « Transverse Confinement of Ultrasound through the Anderson Transition in Three-Dimensional Mesoglasses », *Phys. Rev. B* **98**, 214201 (2018).
- <sup>14</sup>H. CAO, A. P. MOSK et S. ROTTER, « Shaping the propagation of light in complex media », *Nature Physics* **18**, 994-1007 (2022).



- 
- <sup>15</sup>S. ROTTER et S. GIGAN, « Light fields in complex media : Mesoscopic scattering meets wave control », *Rev. Mod. Phys.* **89**, 015005 (2017).
- <sup>16</sup>A. P. MOSK, A. LAGENDIJK, G. LEROSEY et M. FINK, « Controlling waves in space and time for imaging and focusing in complex media », *Nature Photon.* **6**, 283-292 (2012).
- <sup>17</sup>M. DAVY, Z. SHI, J. PARK, C. TIAN et A. Z. GENACK, « Universal structure of transmission eigenchannels inside opaque media », *Nat. Commun.* **6** (2015).
- <sup>18</sup>M. DAVY, Z. SHI et A. Z. GENACK, « Focusing through random media : Eigenchannel participation number and intensity correlation », *Phys. Rev. B* **85**, 035105 (2012).
- <sup>19</sup>Y. IMRY et R. LANDAUER, « Conductance viewed as transmission », *Reviews of Modern Physics* **71**, S306 (1999).
- <sup>20</sup>H. U. BARANGER et P. A. MELLO, « Mesoscopic transport through chaotic cavities : A random S-matrix theory approach », *Physical review letters* **73**, 142 (1994).
- <sup>21</sup>R. JALABERT, J.-L. PICHARD et C. BEENAKKER, « Universal quantum signatures of chaos in ballistic transport », *Europhysics Letters* **27**, 255 (1994).
- <sup>22</sup>C. W. J. BEENAKKER, « Random-matrix theory of quantum transport », *Rev. Mod. Phys.* **69**, 731 (1997).
- <sup>23</sup>Z. SHI, M. DAVY et A. Z. GENACK, « Statistics and control of waves in disordered media », *Optics Express* **23**, 12293-12320 (2015).
- <sup>24</sup>B. GÉRARDIN, J. LAURENT, A. DERODE, C. PRADA et A. AUBRY, « Full Transmission and Reflection of Waves Propagating through a Maze of Disorder », *Phys. Rev. Lett.* **113**, 173901 (2014).
- <sup>25</sup>M. KIM, Y. CHOI, C. YOON, W. CHOI, J. KIM, Q.-H. PARK et W. CHOI, « Maximal energy transport through disordered media with the implementation of transmission eigenchannels », *Nat. Photonics* **6**, 581-585 (2012).
- <sup>26</sup>M. DAVY, Z. SHI, J. WANG, X. CHENG et A. Z. GENACK, « Transmission Eigenchannels and the Densities of States of Random Media », *Phys. Rev. Lett.* **114**, 033901 (2015).
- <sup>27</sup>R. SARMA, A. G. YAMILOV, S. PETRENKO, Y. BROMBERG et H. CAO, « Control of Energy Density inside a Disordered Medium by Coupling to Open or Closed Channels », *Phys. Rev. Lett.* **117**, 086803 (2016).
- <sup>28</sup>H. YU, T. R. HILLMAN, W. CHOI, J. O. LEE, M. S. FELD, R. R. DASARI et Y. PARK, « Measuring large optical transmission matrices of disordered media », *Physical review letters* **111**, 153902 (2013).
- <sup>29</sup>S. POPOFF, A. GOETSCHY, S. LIEW, A. D. STONE et H. CAO, « Coherent control of total transmission of light through disordered media », *Physical review letters* **112**, 133903 (2014).
- <sup>30</sup>A. GOETSCHY et A. D. STONE, « Filtering Random Matrices : The Effect of Incomplete Channel Control in Multiple Scattering », *Phys. Rev. Lett.* **111**, 063901 (2013).

- 
- <sup>31</sup>I. M. VELLEKOOP et A. P. MOSK, « Focusing coherent light through opaque strongly scattering media », *Opt. Lett.* **32**, 2309-2311 (2007).
- <sup>32</sup>Z. YAQOUB, D. PSALTIS, M. S. FELD et C. YANG, « Optical phase conjugation for turbidity suppression in biological samples », *Nature photonics* **2**, 110-115 (2008).
- <sup>33</sup>I. M. VELLEKOOP et A. P. MOSK, « Universal Optimal Transmission of Light Through Disordered Materials », *Phys. Rev. Lett.* **101**, 120601-4 (2008).
- <sup>34</sup>H. YU, J. PARK, K. LEE, J. YOON, K. KIM, S. LEE et Y. PARK, « Recent advances in wavefront shaping techniques for biomedical applications », *Current Applied Physics* **15**, 632-641 (2015).
- <sup>35</sup>H. YU, K. LEE et Y. PARK, « Ultrahigh enhancement of light focusing through disordered media controlled by mega-pixel modes », *Optics express* **25**, 8036-8047 (2017).
- <sup>36</sup>D. ANDREOLI, G. VOLPE, S. POPOFF, O. KATZ, S. GRÉSILLON et S. GIGAN, « Deterministic control of broadband light through a multiply scattering medium via the multispectral transmission matrix », *Sci. Rep.* **5**, 1-8 (2015).
- <sup>37</sup>R. HORSTMAYER, H. RUAN et C. YANG, « Guidestar-assisted wavefront-shaping methods for focusing light into biological tissue », *Nat Photon* **9**, 563-571 (2015).
- <sup>38</sup>Y. CHONG, L. GE, H. CAO et A. D. STONE, « Coherent perfect absorbers : time-reversed lasers », *Phys. Rev. Lett.* **105**, 053901 (2010).
- <sup>39</sup>V. GRIGORIEV, A. TAHRI, S. VARAULT, B. ROLLY, B. STOUT, J. WENGER et N. BONOD, « Optimization of resonant effects in nanostructures via Weierstrass factorization », *Phys. Rev. A* **88**, 011803 (2013).
- <sup>40</sup>V. GRIGORIEV, S. VARAULT, G. BOUDARHAM, B. STOUT, J. WENGER et N. BONOD, « Singular analysis of Fano resonances in plasmonic nanostructures », *Phys. Rev. A* **88**, 063805 (2013).
- <sup>41</sup>A. KRASNOK, D. BARANOV, H. LI, M.-A. MIRI, F. MONTICONE et A. ALÚ, « Anomalies in light scattering », *Adv. Opt. Photonics* **11**, 892-951 (2019).
- <sup>42</sup>D. G. BARANOV, A. KRASNOK, T. SHEGAI, A. ALÙ et Y. CHONG, « Coherent perfect absorbers : linear control of light with light », *Nat. Rev. Mater.* **2**, 17064 (2017).
- <sup>43</sup>W. WAN, Y. CHONG, L. GE, H. NOH, A. D. STONE et H. CAO, « Time-reversed lasing and interferometric control of absorption », *Science* **331**, 889-892 (2011).
- <sup>44</sup>Z. J. WONG, Y.-L. XU, J. KIM, K. O'BRIEN, Y. WANG, L. FENG et X. ZHANG, « Lasing and anti-lasing in a single cavity », *Nature photonics* **10**, 796-801 (2016).
- <sup>45</sup>T. ROGER, S. VEZZOLI, E. BOLDUC, J. VALENTE, J. J. F. HEITZ, J. JEFFERS, C. SOCI, J. LEACH, C. COUTEAU, N. I. ZHELUDEV et D. FACCIO, « Coherent perfect absorption in deeply subwavelength films in the single-photon regime », *Nat. Commun.* **6**, 7031 (2015).

- 
- <sup>46</sup>M. PU, Q. FENG, M. WANG, C. HU, C. HUANG, X. MA, Z. ZHAO, C. WANG et X. LUO, « Ultrathin broadband nearly perfect absorber with symmetrical coherent illumination », *Optics express* **20**, 2246-2254 (2012).
- <sup>47</sup>Y. SUN, W. TAN, H.-q. LI, J. LI et H. CHEN, « Experimental demonstration of a coherent perfect absorber with PT phase transition », *Physical review letters* **112**, 143903 (2014).
- <sup>48</sup>C. MENG, X. ZHANG, S. T. TANG, M. YANG et Z. YANG, « Acoustic coherent perfect absorbers as sensitive null detectors », *Scientific reports* **7**, 1-8 (2017).
- <sup>49</sup>H. CAO, « Lasing in random media », *Waves in random media* **13**, R1 (2003).
- <sup>50</sup>D. S. WIERSMA, « The physics and applications of random lasers », *Nature physics* **4**, 359-367 (2008).
- <sup>51</sup>K. PICHLER, M. KÜHMAYER, J. BÖHM, A. BRANDSTÖTTER, P. AMBICHL, U. KUHL et S. ROTTER, « Random anti-lasing through coherent perfect absorption in a disordered medium », *Nature* **567**, 351-355 (2019).
- <sup>52</sup>Y. CHONG et A. D. STONE, « Hidden black : Coherent enhancement of absorption in strongly scattering media », *Physical review letters* **107**, 163901 (2011).
- <sup>53</sup>D. G. BARANOV, A. KRASNOK et A. ALÙ, « Coherent virtual absorption based on complex zero excitation for ideal light capturing », *Optica* **4**, 1457-1461 (2017).
- <sup>54</sup>Y. D. CHONG, L. GE, H. CAO et A. D. STONE, « Coherent Perfect Absorbers : Time-Reversed Lasers », *Phys. Rev. Lett.* **105**, 053901 (2010).
- <sup>55</sup>S. LONGHI, « Coherent virtual absorption for discretized light », *Optics Letters* **43**, 2122-2125 (2018).
- <sup>56</sup>G. TRAINITI, Y. RA'DI, M. RUZZENE et A. ALÙ, « Coherent virtual absorption of elastodynamic waves », *Sci. Adv.* **5**, eaaw3255 (2019).
- <sup>57</sup>D. L. SOUNAS, « Virtual perfect absorption through modulation of the radiative decay rate », *Physical Review B* **101**, 104303 (2020).
- <sup>58</sup>L.-P. EUVÉ, P. PETITJEANS, A. MAUREL et V. PAGNEUX, « Transient total absorption for water waves : a two port setup », in *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts* (2021), A27-007.
- <sup>59</sup>T. DELAGE, O. PASCAL, J. SOKOLOFF et V. MAZIÈRES, « Experimental demonstration of virtual critical coupling to a single-mode microwave cavity », *J. Appl. Phys.* **132**, 153105 (2022).
- <sup>60</sup>P. PAI, J. BOSCH, M. KÜHMAYER, S. ROTTER et A. P. MOSK, « Scattering invariant modes of light in complex media », *Nat. Photonics* **15**, 431-434 (2021).
- <sup>61</sup>C. PRADA, F. WU et M. FINK, « The iterative time reversal mirror : A solution to self-focusing in the pulse echo mode », *The Journal of the Acoustical Society of America* **90**, 1119-1129 (1991).

- 
- <sup>62</sup>C. PRADA, J.-L. THOMAS et M. FINK, « The iterative time reversal process : Analysis of the convergence », *The Journal of the Acoustical Society of America* **97**, 62-71 (1995).
- <sup>63</sup>I. M. VELLEKOOP, A. LAGENDIJK et A. P. MOSK, « Exploiting disorder for perfect focusing », *Nature Photon.* **4**, 10.1038/nphoton.2010.3, 320-322 (2010).
- <sup>64</sup>C. MA, X. XU, Y. LIU et L. V. WANG, « Time-reversed adapted-perturbation (TRAP) optical focusing onto dynamic objects inside scattering media », *Nature Photonics* **8**, 931 (2014).
- <sup>65</sup>M. TANTER, J.-L. THOMAS et M. FINK, « Time reversal and the inverse filter », *The Journal of the Acoustical Society of America* **108**, 223-234 (2000).
- <sup>66</sup>C. FERISE, P. del HOUGNE et M. DAVY, « Matrix approach for optimal spatio-temporal coherent control of wave scattering », arXiv preprint arXiv :2308.02512 (2023).
- <sup>67</sup>L. DEVAUD, B. RAUER, M. KÜHMAYER, J. MELCHARD, M. MOUNAIX, S. ROTTER et S. GIGAN, « Temporal light control in complex media through the singular-value decomposition of the time-gated transmission matrix », *Phys. Rev. A* **105**, L051501 (2022).
- <sup>68</sup>L. CHEN et S. M. ANLAGE, « Use of transmission and reflection complex time delays to reveal scattering matrix poles and zeros : Example of the ring graph », *Phys. Rev. E* **105**, 054210 (2022).
- <sup>69</sup>V. A. MANDELSHTAM et H. S. TAYLOR, « Harmonic inversion of time signals and its applications », *J. Chem. Phys.* **107**, 6756-6769 (1997).
- <sup>70</sup>U. KUHL, R. HÖHMANN, J. MAIN et H. J. STÖCKMANN, « Resonance Widths in Open Microwave Cavities Studied by Harmonic Inversion », *Phys. Rev. Lett.* **100**, 254101 (2008).
- <sup>71</sup>M. DAVY et A. Z. GENACK, « Selectively exciting quasi-normal modes in open disordered systems », *Nat. Comm.* **9**, 4714 (2018).
- <sup>72</sup>H. WEYL, « Ueber die asymptotische Verteilung der Eigenwerte », *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse* **1911**, 110-117 (1911).
- <sup>73</sup>W. ARENDT, R. NITTKA, W. PETER, F. STEINER et W. SCHLEICH, *Mathematical Analysis of Evolution, Information, and Complexity, Weyl's Law* (Wiley-VCH, Weinheim, Germany, 2009), p. 1-71.
- <sup>74</sup>R. PIERRAT, P. AMBICHL, S. GIGAN, A. HABER, R. CARMINATI et S. ROTTER, « Invariance property of wave scattering through disordered media », *Proc. Natl. Acad. Sci.* **111**, 17765-17770 (2014).
- <sup>75</sup>P. del HOUGNE, K. B. YEO, P. BESNIER et M. DAVY, « On-demand coherent perfect absorption in complex scattering systems : time delay divergence and enhanced sensitivity to perturbations », *Laser & Photonics Reviews* **15**, 2000471 (2021).

- 
- <sup>76</sup>W. HEISS, « Repulsion of resonance states and exceptional points », *Phys. Rev. E* **61**, 929 (2000).
- <sup>77</sup>M. V. BERRY, « Physics of Nonhermitian Degeneracies », *Czechoslov. J. Phys.* **54**, 1039-1047 (2004).
- <sup>78</sup>I. ROTTER, « A non-Hermitian Hamilton operator and the physics of open quantum systems », *J. Phys. A* **42**, 153001 (2009).
- <sup>79</sup>N. MOISEYEV, *Non-Hermitian quantum mechanics* (Cambridge University Press, 2011).
- <sup>80</sup>H. CAO et J. WIERSIG, « Dielectric microcavities : Model systems for wave chaos and non-Hermitian physics », *Rev. Mod. Phys.* **87**, 61-111 (2015).
- <sup>81</sup>M.-A. MIRI et A. ALÙ, « Exceptional points in optics and photonics », *Science* **363**, eaar7709 (2019).
- <sup>82</sup>Ş. K. ÖZDEMİR, S. ROTTER, F. NORI et L. YANG, « Parity–time symmetry and exceptional points in photonics », *Nat. Mater.* **18**, 783-798 (2019).
- <sup>83</sup>Z. LIN, H. RAMEZANI, T. EICHELKRAUT, T. KOTTOS, H. CAO et D. N. CHRISTODOULIDES, « Unidirectional Invisibility Induced by  $\mathcal{PT}$ -Symmetric Periodic Structures », *Phys. Rev. Lett.* **106**, 213901 (2011).
- <sup>84</sup>R. FLEURY, D. SOUNAS et A. ALÙ, « An invisible acoustic sensor based on parity-time symmetry », *Nat. Commun.* **6**, 5905 (2015).
- <sup>85</sup>J. DOPPLER, A. A. MAILYBAEV, J. BÖHM, U. KUHL, A. GIRSCHIK, F. LIBISCH, T. J. MILBURN, P. RABL, N. MOISEYEV et S. ROTTER, « Dynamically encircling an exceptional point for asymmetric mode switching », *Nature* **537**, 76 (2016).
- <sup>86</sup>B. PENG, Ş. K. ÖZDEMİR, M. LIERTZER, W. CHEN, J. KRAMER, H. YILMAZ, J. WIERSIG, S. ROTTER et L. YANG, « Chiral modes and directional lasing at exceptional points », *Proc. Natl. Acad. Sci.* **113**, 6845 (2016).
- <sup>87</sup>W. CHEN, Ş. KAYA ÖZDEMİR, G. ZHAO, J. WIERSIG et L. YANG, « Exceptional points enhance sensing in an optical microcavity », *Nature* **548**, 192-196 (2017).
- <sup>88</sup>H. HODAEI, A. U. HASSAN, S. WITTEK, H. GARCIA-GRACIA, R. EL-GANAINY, D. N. CHRISTODOULIDES et M. KHAJAVIKHAN, « Enhanced sensitivity at higher-order exceptional points », *Nature* **548**, 187-191 (2017).
- <sup>89</sup>A. GORBATSEVICH et N. SHUBIN, « Coalescence of resonances in dissipationless resonant tunneling structures and PT-symmetry breaking », *Ann. Phys.* **376**, 353-371 (2017).
- <sup>90</sup>W. R. SWEENEY, C. W. HSU, S. ROTTER et A. D. STONE, « Perfectly absorbing exceptional points and chiral absorbers », *Phys. Rev. Lett.* **122**, 093901 (2019).
- <sup>91</sup>W. R. SWEENEY, C. W. HSU et A. D. STONE, « Theory of reflectionless scattering modes », *Phys. Rev. A* **102**, 063511 (2020).

- 
- <sup>92</sup>A. D. STONE, W. R. SWEENEY, C. W. HSU, K. WISAL et Z. WANG, « Reflectionless excitation of arbitrary photonic structures : a general theory », *Nanophotonics* **1** (2020).
- <sup>93</sup>C. WANG, W. R. SWEENEY, A. D. STONE et L. YANG, « Coherent perfect absorption at an exceptional point », *Science* **373**, 1261-1265 (2021).
- <sup>94</sup>A. A. GORBATSEVICH et N. M. SHUBIN, « PT-symmetry breaking in resonant tunneling heterostructures », *JETP Lett.* **103**, 769-773 (2016).
- <sup>95</sup>A. GORBATSEVICH et N. SHUBIN, « Unified theory of resonances and bound states in the continuum in Hermitian tight-binding models », *Phys. Rev. B* **96**, 205441 (2017).
- <sup>96</sup>A.-S. BONNET-BEN DHIA, L. CHESNEL et V. PAGNEUX, « Trapped modes and reflectionless modes as eigenfunctions of the same spectral problem », *Proc. R. Soc. A* **474**, 20180050 (2018).
- <sup>97</sup>S. SUWUNNARAT, Y. TANG, M. REISNER, F. MORTESSAGNE, U. KUHL et T. KOTTOS, « Non-linear coherent perfect absorption in the proximity of exceptional points », *Commun. Phys.* **5**, 1-7 (2022).
- <sup>98</sup>H. LI, S. SUWUNNARAT, R. FLEISCHMANN, H. SCHANZ et T. KOTTOS, « Random Matrix Theory Approach to Chaotic Coherent Perfect Absorbers », *Phys. Rev. Lett.* **118**, 044101 (2017).
- <sup>99</sup>Y. V. FYODOROV, S. SUWUNNARAT et T. KOTTOS, « Distribution of zeros of the S-matrix of chaotic cavities with localized losses and coherent perfect absorption : non-perturbative results », *J. Phys. A Math* **50**, 30LT01 (2017).
- <sup>100</sup>S. BUTTERWORTH, « On the theory of filter amplifiers », *Wirel. Eng.* **7**, 536-541 (1930).
- <sup>101</sup>V. K. AATRE, *Network theory and filter design* (New Age International, 1986).
- <sup>102</sup>H. VAN DE STADT et J. M. MULLER, « Multimirror fabry-perot interferometers », *J. Opt. Soc. Am. A* **2**, 1363-1370 (1985).
- <sup>103</sup>J. STONE, L. STULZ et A. SALEH, « Three-mirror fibre Fabry-Perot filters of optimal design », *Electron. Lett.* **26**, 1073-1074 (1990).
- <sup>104</sup>M. STEPHEN, M. FAHEY et I. MILLER, « Solid, 3-mirror Fabry-Perot etalon », *Appl. Opt.* **56**, 2636-2640 (2017).
- <sup>105</sup>Y. S. JOE, D. S. IKELER, R. M. COSBY, A. M. SATANIN et C. SUB KIM, « Characteristics of transmission resonance in a quantum-dot superlattice », *J. App. Phys.* **88**, 2704-2708 (2000).
- <sup>106</sup>H.-W. LEE et C. KIM, « Effects of symmetries on single-channel systems : Perfect transmission and reflection », *Phys. Rev. B* **63**, 075306 (2001).
- <sup>107</sup>C. FERISE, P. DEL HOUGNE, S. FÉLIX, V. PAGNEUX et M. DAVY, « Exceptional Points of P T-Symmetric Reflectionless States in Complex Scattering Systems », *Physical Review Letters* **128**, 203904 (2022).

- 
- <sup>108</sup>Y. ASHIDA, Z. GONG et M. UEDA, « Non-hermitian physics », *Advances in Physics* **69**, 249-435 (2020).
- <sup>109</sup>E. CHING, P. LEUNG, A. M. VAN DEN BRINK, W. SUEN, S. TONG et K. YOUNG, « Quasinormal-mode expansion for waves in open systems », *Reviews of Modern Physics* **70**, 1545 (1998).
- <sup>110</sup>P. LEUNG, S. LIU et K. YOUNG, « Completeness and orthogonality of quasinormal modes in leaky optical cavities », *Physical Review A* **49**, 3057 (1994).
- <sup>111</sup>Z. SHI et A. Z. GENACK, « Dynamic and spectral properties of transmission eigenchannels in random media », *Phys. Rev. B* **92**, 184202 (2015).
- <sup>112</sup>F. ALPEGGIANI, N. PARAPPURATH, E. VERHAGEN et L. KUIPERS, « Quasinormal-mode expansion of the scattering matrix », *Physical Review X* **7**, 021035 (2017).
- <sup>113</sup>C. W. HSU, B. ZHEN, A. D. STONE, J. D. JOANNOPOULOS et M. SOLJAČIĆ, « Bound states in the continuum », *Nature Reviews Materials* **1**, 1-13 (2016).
- <sup>114</sup>M. V. BERRY et M. WILKINSON, « Diabolical points in the spectra of triangles », *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* **392**, 15-43 (1984).
- <sup>115</sup>C. DEMBOWSKI, H.-D. GRÄF, H. HARNEY, A. HEINE, W. HEISS, H. REHFELD et A. RICHTER, « Experimental observation of the topological structure of exceptional points », *Physical review letters* **86**, 787 (2001).
- <sup>116</sup>C. DEMBOWSKI, B. DIETZ, H.-D. GRÄF, H. HARNEY, A. HEINE, W. HEISS et A. RICHTER, « Encircling an exceptional point », *Physical Review E* **69**, 056216 (2004).
- <sup>117</sup>B. DIETZ, T. FRIEDRICH, J. METZ, M. MISKI-OGLU, A. RICHTER, F. SCHÄFER et C. STAFFORD, « Rabi oscillations at exceptional points in microwave billiards », *Physical Review E* **75**, 027201 (2007).
- <sup>118</sup>T. GAO, E. ESTRECHO, K. BLOKH, T. LIEW, M. FRASER, S. BRODBECK, M. KAMP, C. SCHNEIDER, S. HÖFLING, Y. YAMAMOTO et al., « Observation of non-Hermitian degeneracies in a chaotic exciton-polariton billiard », *Nature* **526**, 554-558 (2015).
- <sup>119</sup>J.-W. RYU, S.-Y. LEE et S. W. KIM, « Coupled nonidentical microdisks : Avoided crossing of energy levels and unidirectional far-field emission », *Physical Review A* **79**, 053858 (2009).
- <sup>120</sup>E. PERSSON, I. ROTTER, H.-J. STÖCKMANN et M. BARTH, « Observation of resonance trapping in an open microwave cavity », *Physical review letters* **85**, 2478 (2000).
- <sup>121</sup>S.-B. LEE, J. YANG, S. MOON, S.-Y. LEE, J.-B. SHIM, S. W. KIM, J.-H. LEE et K. AN, « Observation of an exceptional point in a chaotic optical microcavity », *Physical review letters* **103**, 134101 (2009).
- <sup>122</sup>R. EL-GANAINY, K. G. MAKRIS, M. KHAJAVIKHAN, Z. H. MUSSLIMANI, S. ROTTER et D. N. CHRISTODOULIDES, « Non-Hermitian physics and PT symmetry », *Nat. Phys.* **14**, 11 (2018).

- 
- <sup>123</sup>L. FENG, R. EL-GANAINY et L. GE, « Non-Hermitian photonics based on parity–time symmetry », *Nature Photonics* **11**, 752-762 (2017).
- <sup>124</sup>J. SOL, D. R. SMITH et P. del HOUGNE, « Meta-programmable analog differentiator », *Nat. Commun.* **13**, 1713 (2022).
- <sup>125</sup>M. DAVY et A. Z. GENACK, « Probing nonorthogonality of eigenfunctions and its impact on transport through open systems », *Phys. Rev. Res.* **1**, 033026 (2019).
- <sup>126</sup>C. POLI, O. LEGRAND et F. MORTESSAGNE, « Statistics of resonance states in a weakly open chaotic cavity with continuously distributed losses », *Phys. Rev. E* **82**, 055201(R) (2010).
- <sup>127</sup>M. COTRUFO, E. VERHAGEN et A. FIORE, « Control of the electromagnetic field in a cavity by an external perturbation », in *Quantum Sensing and Nano Electronics and Photonics XIV*, t. 10111 (), p. 1011128.
- <sup>128</sup>K. G. COGN’EE, W. YAN, F. LA CHINA, D. BALESTRI, F. INTONTI, M. GURIOLI, A. F. KOENDERINK et P. LALANNE, « Mapping complex mode volumes with cavity perturbation theory », *Optica* **6**, 269-273 (2019).
- <sup>129</sup>R. S. WHITNEY, P. MARCONCINI et M. MACUCCI, « Huge conductance peak caused by symmetry in double quantum dots », *Physical review letters* **102**, 186802 (2009).
- <sup>130</sup>R. S. WHITNEY, H. SCHOMERUS et M. KOPP, « Semiclassical transport in nearly symmetric quantum dots. I. Symmetry breaking in the dot », *Physical Review E* **80**, 056209 (2009).
- <sup>131</sup>É. CHÉRON, S. FÉLIX et V. PAGNEUX, « Broadband-Enhanced Transmission through Symmetric Diffusive Slabs », *Phys. Rev. Lett.* **122**, PRL, 125501 (2019).
- <sup>132</sup>É. CHÉRON, S. FÉLIX et V. PAGNEUX, « Broadband subwavelength sensitivity to symmetry defects of disordered slabs », *Phys. Rev. B* **102**, 134201 (2020).
- <sup>133</sup>É. CHÉRON, S. FÉLIX et V. PAGNEUX, « Sensitivity to losses and defects of the symmetry-induced transmission enhancement through diffusive slabs », *Sci. Rep.* **10**, 16635 (2020).
- <sup>134</sup>M. DAVY, C. FERISE, É. CHÉRON, S. FÉLIX et V. PAGNEUX, « Experimental evidence of enhanced broadband transmission in disordered systems with mirror symmetry », *Applied Physics Letters* **119**, 141104 (2021).
- <sup>135</sup>M. FLORESCU, S. TORQUATO et P. J. STEINHARDT, « Designer disordered materials with large, complete photonic band gaps », *Proceedings of the National Academy of Sciences* **106**, 20658-20663 (2009).
- <sup>136</sup>S. HORSLEY, M. ARTONI et G. LA ROCCA, « Spatial Kramers–Kronig relations and the reflection of waves », *Nature Photonics* **9**, 436-439 (2015).
- <sup>137</sup>E. RIVET, A. BRANDSTÖTTER, K. G. MAKRIS, H. LISSEK, S. ROTTER et R. FLEURY, « Constant-pressure sound waves in non-Hermitian disordered media », *Nature Physics* **14**, 942-947 (2018).



- 
- <sup>138</sup>O. LESEUR, R. PIERRAT et R. CARMINATI, « High-density hyperuniform materials can be transparent », *Optica* **3**, 763-767 (2016).
- <sup>139</sup>H.-T. CHEN, J. ZHOU, J. F. O'HARA, F. CHEN, A. K. AZAD et A. J. TAYLOR, « Antireflection coating using metamaterials and identification of its mechanism », *Physical review letters* **105**, 073901 (2010).
- <sup>140</sup>P. SPINELLI, M. VERSCHUUREN et A. POLMAN, « Broadband omnidirectional antireflection coating based on subwavelength surface Mie resonators », *Nature communications* **3**, 692 (2012).
- <sup>141</sup>K. IM, J.-H. KANG et Q.-H. PARK, « Universal impedance matching and the perfect transmission of white light », *Nature Photonics* **12**, 143-149 (2018).
- <sup>142</sup>M. HORODYNSKI, M. KÜHMAYER, C. FERISE, S. ROTTER et M. DAVY, « Anti-reflection structure for perfect transmission through complex media », *Nature* **607**, 281-286 (2022).
- <sup>143</sup>S. MOLESKY, Z. LIN, A. Y. PIGGOTT, W. JIN, J. VUCKOVIĆ et A. W. RODRIGUEZ, « Inverse design in nanophotonics », *Nat. Photonics* **12**, 659-670 (2018).
- <sup>144</sup>S. RESISI, Y. VIERNIK, S. M. POPOFF et Y. BROMBERG, « Wavefront shaping in multimode fibers by transmission matrix engineering », *APL Photonics* **5**, 036103 (2020).
- <sup>145</sup>N. J. DINSDALE, P. R. WIECHA, M. DELANEY, J. REYNOLDS, M. EBERT, I. ZEIMPEKIS, D. J. THOMSON, G. T. REED, P. LALANNE, K. VYNCK et O. L. MUSKENS, « Deep Learning Enabled Design of Complex Transmission Matrices for Universal Optical Components », *ACS Photonics* **8**, 283-295 (2021).
- <sup>146</sup>J. S. JENSEN et O. SIGMUND, « Topology optimization for nano-photonics », *Laser Photonics Rev.* **5**, 308-321 (2011).
- <sup>147</sup>S. SO, T. BADLOE, J. NOH, J. BRAVO-ABAD et J. RHO, « Deep learning enabled inverse design in nanophotonics », *Nanophotonics* **9**, 1041-1057 (2020).
- <sup>148</sup>V. LIU, Y. JIAO, D. A. B. MILLER et S. FAN, « Design methodology for compact photonic-crystal-based wavelength division multiplexers », *Opt. lett.* **36**, 591-593 (2011).
- <sup>149</sup>B. SHEN, P. WANG, R. POLSON et R. MENON, « An integrated-nanophotonics polarization beamsplitter with  $2.4 \times 2.4 \mu\text{m}^2$  footprint », *Nat. Photonics* **9**, 378-382 (2015).
- <sup>150</sup>F. RIBOLI, N. CASELLI, S. VIGNOLINI, F. INTONTI, K. VYNCK, P. BARTHELEMY, A. GERARDINO, L. BALET, L. H. LI, A. FIORE, M. GURIOLI et D. S. WIERSMA, « Engineering of light confinement in strongly scattering disordered media », *Nat. Mater.* **13**, 720 (2014).
- <sup>151</sup>N. MOHAMMADI ESTAKHRI, B. EDWARDS et N. ENGHETA, « Inverse-designed metastructures that solve equations », *Science* **363**, 1333 (2019).
- <sup>152</sup>P. AMBICHL, A. BRANDSTÖTTER, J. BÖHM, M. KÜHMAYER, U. KUHL et S. ROTTER, « Focusing inside Disordered Media with the Generalized Wigner-Smith Operator », *Phys. Rev. Lett.* **119**, PRL, 033903 (2017).

- 
- <sup>153</sup>M. HORODYNSKI, M. KÜHMAYER, A. BRANDSTÖTTER, K. PICHLER, Y. V. FYODOROV, U. KUHL et S. ROTTER, « Optimal wave fields for micromanipulation in complex scattering environments », *Nature Photonics* **14**, 149-153 (2020).
- <sup>154</sup>D. BOUCHET, S. ROTTER et A. P. MOSK, « Maximum information states for coherent scattering measurements », *Nat. Phys.* **17**, 564-568 (2021).
- <sup>155</sup>P. del HOUGNE, R. SOBRY, O. LEGRAND, F. MORTESSAGNE, U. KUHL et M. DAVY, « Experimental Realization of Optimal Energy Storage in Resonators Embedded in Scattering Media », *Laser Photonics Rev.*, 2000335 (2021).
- <sup>156</sup>E. P. WIGNER, « Lower Limit for the Energy Derivative of the Scattering Phase Shift », *Phys. Rev.* **98**, 145-147 (1955).
- <sup>157</sup>F. T. SMITH, « Lifetime Matrix in Collision Theory », *Phys. Rev.* **118**, 349-356 (1960).
- <sup>158</sup>M. DURAND, S. M. POPOFF, R. CARMINATI et A. GOETSCHY, « Optimizing Light Storage in Scattering Media with the Dwell-Time Operator », *Phys. Rev. Lett.* **123**, 243901 (2019).
- <sup>159</sup>Z. SHI et A. Z. GENACK, « Diffusion in translucent media », *Nat. Commun.* **9**, 1862 (2018).
- <sup>160</sup>Y. KANG et A. Z. GENACK, « Transmission zeros with topological symmetry in complex systems », *Phys. Rev. B* **103**, L100201 (2021).

---

**Titre :** Optimisation du désordre pour le contrôle des ondes en milieux complexes

**Mot clés :** Microondes, Façonnage de front d'onde, Milieux aléatoires & Désordonnés, Modes sans réflexion, Transmission parfaite

**Résumé :** Les travaux présentés dans ce manuscrit de thèse se portent sur le contrôle des ondes en milieux complexes. Les techniques de façonnage de fronts d'ondes ont été développées dans l'optique de contrôler la forme spatiale et/ou temporelle du signal sortant en adaptant spécifiquement le signal incident et ont fourni d'incroyable résultats. Dans cette thèse nous présentons une nouvelle approche de technique de façonnage de fronts d'ondes qui tire pleinement parti des degrés de liberté spatiaux et temporels à l'entrée et à la sortie d'un système diffusif aléatoire. Cette nouvelle approche permet la réalisation et la généralisation de plusieurs tâches emblématiques de contrôle des ondes. Nous élargissons ensuite notre champ de recherche

pour considérer des approches où le milieu diffusif lui-même est modifié. Nous nous penchons notamment sur l'étude de perturbations critiques, dans des milieux symétriques, permettant la coalescence d'états sans réflexion  $\mathcal{PT}$ -symétriques en points exceptionnels sans réflexion. Enfin, dans les deux derniers chapitres, nous cherchons à augmenter la transmission en ajoutant des diffuseurs supplémentaires au milieu diffusif initial. Nous montrons que, grâce à un positionnement judicieux, il est possible d'améliorer la conductance sur une large bande de fréquences ou d'obtenir une transmission parfaite à une fréquence spécifique, quelque soit le front d'onde incident.

---

**Title:** Disorder optimization for wave control in complex media

**Keywords:** Microwave, Wavefront shaping, Random & Disordered Media, Reflectionless modes, Perfect transmission

**Abstract:** This thesis focuses on wave control in complex media. Wavefront shaping techniques have been developed with the aim of controlling the spatial and/or temporal shape of an output pattern by tailoring the incident wavefront, with remarkable results. We introduce a new wavefront shaping approach that fully leverage both spatial and/or temporal degrees of freedom at the input and output sides of a random diffusive system. This novel method enables the realization and generalization of several emblematic wave control functionalities. We then expend our research

to approaches in which the diffusive medium itself is modified. In particular, we focus on the study of critical perturbations in symmetrical media, leading to the coalescence of  $\mathcal{PT}$ -symmetric reflectionless states into reflectionless exceptional points. Finally, in the last two chapters, we seek to increase the transmission by adding additional scatterers to the initial diffusive medium. We demonstrate that, through suitable positioning, we can achieve broadband conductance enhancement or perfect transmission at a specific frequency, regardless of the incident wavefront.