



**HAL**  
open science

# Interactions de solitons : effets collectifs et effets perturbatifs

Martin Dufour

► **To cite this version:**

Martin Dufour. Interactions de solitons : effets collectifs et effets perturbatifs. Optique [physics.optics]. Université de Lille, 2023. Français. NNT : 2023ULILR053 . tel-04505968

**HAL Id: tel-04505968**

**<https://theses.hal.science/tel-04505968>**

Submitted on 15 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale EDSMRE

Unité de recherche PhLAM

Thèse présentée par **Martin DUFOUR**

Soutenue le **27 novembre 2023**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique des milieux dilués**

Spécialité **Optique non-linéaire**

## Interactions de solitons : effets collectifs et effets perturbatifs

**Thèse dirigée par** Pierre SURET      directeur  
Stéphane RANDOUX      co-directeur  
François COPIE      co-encadrant

### Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Christophe FINOT	Professeur à l'Université de Bourgogne	
	Sylvain BARBAY	Directeur de recherche à l'Université de Paris Saclay	
<i>Examineurs</i>	Cristian FOCSA	Professeur à l'Université de Lille	président du jury
	Gil FANJOUX	Professeur à l'Université de Franche-Comté	
<i>Directeurs de thèse</i>	Pierre SURET	Professeur à l'Université de Lille	
	Stéphane RANDOUX	Professeur à l'Université de Lille	
	François COPIE	Maitre de conférence à l'Université de Lille	

## COLOPHON

Mémoire de thèse intitulé « Interactions de solitons : effets collectifs et effets perturbatifs », écrit par Martin DUFOUR, achevé le 26 février 2024, composé au moyen du système de préparation de document L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X et de la classe yathesis dédiée aux thèses préparées en France.

## UNIVERSITÉ DE LILLE

École doctorale EDSMRE

Unité de recherche PhLAM

Thèse présentée par **Martin DUFOUR**

Soutenue le **27 novembre 2023**

En vue de l'obtention du grade de docteur de l'Université de Lille

Discipline **Physique des milieux dilués**

Spécialité **Optique non-linéaire**

# Interactions de solitons : effets collectifs et effets perturbatifs

**Thèse dirigée par** Pierre SURET      directeur  
Stéphane RANDOUX      co-directeur  
François COPIE      co-encadrant

### Composition du jury

<i>Rapporteurs</i>	Christophe FINOT	Professeur à l'Université de Bourgogne	
	Sylvain BARBAY	Directeur de recherche à l'Université de Paris Saclay	
<i>Examineurs</i>	Cristian FOCSA	Professeur à l'Université de Lille	président du jury
	Gil FANJOUX	Professeur à l'Université de Franche-Comté	
<i>Directeurs de thèse</i>	Pierre SURET	Professeur à l'Université de Lille	
	Stéphane RANDOUX	Professeur à l'Université de Lille	
	François COPIE	Maitre de conférence à l'Université de Lille	





## UNIVERSITÉ DE LILLE

Doctoral School EDSMRE  
University Department PhLAM

Thesis defended by **Martin DUFOUR**

Defended on **November 27, 2023**

In order to become Doctor from Université de Lille

Academic Field **Diluted medium physics**

Speciality **nonlinear optics**

# Soliton Interactions: Collective Effects and Perturbative Effects

**Thesis supervised by** Pierre SURET      Supervisor  
Stéphane RANDOUX      Co-Supervisor  
François COPIE      Co-Monitor

### Committee members

<i>Referees</i>	Christophe FINOT	Professeur à l'Université de Bourgogne	
	Sylvain BARBAY	Directeur de recherche à l'Université de Paris Saclay	
<i>Examiners</i>	Cristian FOCSA	Professeur à l'Université de Lille	Committee President
	Gil FANJOUX	Professeur à l'Université de Franche-Comté	
<i>Supervisors</i>	Pierre SURET	Professeur à l'Université de Lille	
	Stéphane RANDOUX	Professeur à l'Université de Lille	
	François COPIE	Maitre de conférence à l'Université de Lille	



Cette thèse a été préparée au

**PhLAM**

2 Av. Jean Perrin  
59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex  
France

☎ +33 3 20 33 60 37

Site <https://phlam.univ-lille.fr>





# Remerciements

La liste des personnes que je veux remercier pour la réussite de ce travail est interminable, je ne pourrai donc malheureusement pas être exhaustif, merci à tous. En particulier, merci aux différents services du laboratoire sans qui notre travail de recherche serait impossible.

Tout d'abord, je veux remercier messieurs Cristian Focsa, Gil Fanjoux, Sylvain Barbay et Christophe Finot pour avoir accepté d'évaluer mon travail. Merci bien évidemment à mes directeurs Pierre et Stéphane qui m'ont accepté en tant que doctorant et qui m'ont aidé durant ces trois dernières années pour la réalisation de ma thèse. Bien que le chemin ne fut pas toujours rose, ils m'ont grandement aidé à évoluer en tant que scientifique et en tant qu'être humain. François... Eh bien, on ne compte plus les galons de bière que je lui dois pour toutes les fois où il m'a sorti de mes galères. Pour faire au plus simple, le jour où j'ouvre ma taverne, tu as accès illimité et à vie à toute la bière que tu pourras boire. Clément, mon camarade de beuverie et de natation... mais surtout de beuverie, merci pour tous ces moments partagés et merci d'avoir écouté mes plaintes sans relâche.

À mes compagnons d'infortune :

Cécilia, merci d'avoir partagé ces trois années avec moi. Je te souhaite une bonne route pour la fin, je suis sûr que ça va bien se passer. Merci également à tous les doctorants qui ont partagé un morceau de chemin : Julien, Rabih, Christelle, Maxime, Shivang, Thomas, Guillaume, Allan, Eve-Line, Eloïse et tout ceux que je ne cite pas.

Merci, Jordan, mon râleur. Ma thérapie marche bien, tu râles moins qu'avant, c'est beau à voir! On est rentré à la fac ensemble, on va en sortir ensemble! J'espère que ta soutenance va bien se passer. Je suis super content d'avoir partagé ce temps de thèse avec toi. Promis, on va retourner à la salle... un jour.

Loïc et Quentin, LA découverte de 2023. Merci pour ces fou-rires, pour la bonne humeur, les discussions, et tout le reste! Je vous souhaite le meilleur pour la suite et que votre doctorat soit une réussite.

Merci à Corentin et Alexandre Lebel. Votre expérience m'a été précieuse et vos conseils d'or. Merci infiniment.

Un gros morceau : Le squatteur de bureau, Alexandre. Il n'y a pas grand-chose qu'on ne se soit déjà dit en face, mais ici, ça sera gravé. Un des meilleurs amis que je pouvais avoir, simplement. On a partagé tellement de trucs ensemble, des périodes sombres, des coups de gueule, des disputes, des problèmes, de la frustration, des idées, des solutions, des moments de gloire, des rires interminables, un bureau (contre mon gré), encore des rires, des discussions profondes et toujours plus de rires. Tu nous mets, Paul et moi, sur un piédestal, mais la vérité, c'est qu'on ne serait pas ce qu'on est sans toi, alors MERCI.

Matthieu, Pierre, Vasco, Max, Val, Beuge, mes amis de toujours, sachez que vous avez participé à la réussite de ce manuscrit, que je vous aime fort et que la distance me tue.

Papa, Maman... Techniquement ce manuscrit est 100% de votre fait, c'est votre réussite aussi. Même sans comprendre ce que je fais, vous me soutenez et vos conseils sont précieux donc merci pour ça. Mais surtout merci pour tout. Merci pour la vie que vous m'avez offerte, merci pour mon éducation, merci pour tous les moments de joie, pour tout ce que vous m'avez offert et merci pour votre amour. Une vie ne sera pas assez pour vous remercier suffisamment.

Gauthier et Pierre, mes nains qui n'en sont plus. Vous êtes des hommes remarquables et je suis fier d'être votre grand-frère. Merci pour tout ce qu'on partage. Merci également à mes grand-mères adorées, merci d'avoir été présentes.

Tara, Romie, Guizmo, Kebab, Nana, feu-Kiki et le nain, mes boules de poils et d'affection (parce que je fais ce que je veux) : je vous adore.

Enfin, Perrine, ma chérie. Je ne sais citer l'ensemble des remerciements que je veux te faire. Je suis le plus heureux du monde de partager ma vie avec toi. Merci pour ton soutien, ta douceur, ton humour et notre complicité. Deux ans que tu me soutiens (et supporte) merci pour ta patience. Merci pour les moments que nous partageons, merci pour les découvertes, merci pour ta cuisine, merci merci merci. Je tâche et tâcherai d'en faire autant pour être à la hauteur de ce que tu fais pour moi. Je t'aime.

# Sommaire

<b>Remerciements</b>	<b>ix</b>
<b>Sommaire</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>5</b>
1.1 Cadre général . . . . .	5
1.1.1 Les ondes non linéaires solitaires . . . . .	6
1.1.2 Turbulence intégrable . . . . .	8
1.2 Équation de Schrödinger non linéaire à une dimension focalisante	10
1.2.1 Propagation d'impulsions optiques dans une fibre optique monomode . . . . .	11
1.2.2 Le soliton en optique fibrée . . . . .	16
1.2.3 Résolution exacte de l'équation : la méthode de diffusion inverse . . . . .	19
1.3 Gaz de solitons . . . . .	27
1.3.1 Description de l'objet . . . . .	27
1.3.2 Théorie cinétique des gaz de solitons . . . . .	28
1.3.3 Objectifs . . . . .	32
<b>2 Réfraction d'un soliton par un gaz de solitons</b>	<b>37</b>
2.1 Réalisation expérimentale . . . . .	38
2.1.1 Génération des signaux optiques . . . . .	38
2.1.2 Détection mono-coup de la dynamique spatio-temporelle	40
2.1.3 Compensation des pertes linéaires . . . . .	44
2.2 Résultats expérimentaux . . . . .	45
2.2.1 Calibration des signaux et normalisation des données expérimentales . . . . .	46
2.2.2 Mesure expérimentale du décalage de position issu de l'interaction entre le soliton et le gaz de solitons . . . . .	50



2.2.3	Mesure du décalage du soliton test en fonction de la taille du gaz . . . . .	51
2.2.4	Vitesse effective du soliton . . . . .	54
2.3	Discussion . . . . .	57
2.3.1	Influence du bruit initial sur la dynamique . . . . .	57
2.3.2	Discussion sur le repérage manuel de la position des solitons . . . . .	59
2.3.3	Fluctuations des paramètres des solitons . . . . .	59
2.3.4	Influence de la dissipation . . . . .	62
2.4	Conclusion du chapitre . . . . .	65
<b>3</b>	<b>Brisure de l'intégrabilité : cas du N-soliton</b>	<b>67</b>
3.1	Solitons et Diffusion Raman stimulée . . . . .	68
3.1.1	Motivation : le gaz de solitons en système non-intégrable . . . . .	68
3.1.2	La diffusion Raman stimulée . . . . .	70
3.1.3	Auto-décalage en fréquence du soliton . . . . .	73
3.2	Dispositif expérimental . . . . .	77
3.2.1	Aperçu global du dispositif expérimental . . . . .	77
3.2.2	Génération d'impulsions solitoniques . . . . .	79
3.2.3	Propagation dans la fibre . . . . .	81
3.2.4	SEAHORSE : détection mono-coup en amplitude et en phase du champ électrique complexe . . . . .	82
3.2.5	Synchronisation signal / détection . . . . .	85
3.3	Observations dans le domaine temporel . . . . .	89
3.3.1	Observation de l'impulsion initiale . . . . .	89
3.3.2	La fission de solitons enregistrée en mono-coup et en champs complexe . . . . .	90
3.3.3	Comparaison avec théorie, simulations et état de l'art . . . . .	91
3.4	Mesure expérimentale du spectre IST . . . . .	95
3.4.1	Passage de la mesure temporelle au spectre IST . . . . .	95
3.4.2	Perturbation déterministe du spectre IST par la SRS . . . . .	98
3.4.3	Observation sur la distance de propagation . . . . .	100
3.5	Discussion . . . . .	102
3.5.1	Condition initiale imparfaite . . . . .	102
3.5.2	Théorie perturbative du soliton fondamental . . . . .	103
3.5.3	Comparaison avec le N-soliton en simulation . . . . .	106
3.6	Conclusion du chapitre . . . . .	109
<b>4</b>	<b>Collisions de petits ensembles de solitons</b>	<b>111</b>
4.1	La collision de solitons optiques . . . . .	111
4.1.1	L'état de l'art . . . . .	111
4.1.2	Résultats récents et objectifs de l'étude . . . . .	112

Sommaire	xiii
4.2 Réalisation expérimentale . . . . .	114
4.2.1 Adaptation du dispositif expérimental . . . . .	114
4.2.2 Résultats préliminaires . . . . .	117
4.2.3 Discussion . . . . .	123
4.3 Conclusion du chapitre . . . . .	125
<b>Conclusion</b>	<b>127</b>
<b>A Traitement des données de la boucle de recirculation optique</b>	<b>131</b>
A.1 Interpolation . . . . .	131
A.2 Découpe . . . . .	132
A.3 Changement de référentiel . . . . .	133
A.4 Corrélation . . . . .	134
<b>B Gigue temporelle liée à la synchronisation de deux lasers impulsion-</b>	
<b>    nels</b>	<b>137</b>
B.1 Synchronisation des deux lasers impulsionnels . . . . .	137
B.2 Comparaison de source radio-fréquence pour la stabilisation du laser maître. . . . .	138
<b>Bibliographie</b>	<b>141</b>



# Introduction générale

Les solitons sont des structures non linéaires que l'on retrouve dans de nombreux systèmes physiques. Il s'agit d'ondes dont la forme est telle que la dispersion subie par le champ est compensée par les effets non linéaires. L'onde ainsi formée a la particularité d'évoluer sans jamais changer de forme, de vitesse ou voir son spectre se déformer. De tels phénomènes peuvent être observés en hydrodynamique [1, 2], dans les fluides de polaritons [3], les condensats de Bose-Einstein [4, 5] et, ce qui nous intéressera plus particulièrement, en optique non linéaire [6].

Les solitons que nous allons considérer sont des formes d'onde non linéaire qui sont des solutions exactes d'une certaine classe d'équations aux dérivés partielles non linéaires à une dimension, appelées « intégrables ». Parmi ces équations, nous pouvons citer les équations de Korteweg de-Vries et de Schrödinger non linéaire à une dimension. Ces équations peuvent être résolues en utilisant la méthode de diffusion inverse<sup>1</sup> [7-9]. Cette méthode décompose une onde évoluant dans l'un de ces systèmes sur une base de modes propres non linéaires, solutions de ces équations. Ces modes propres sont les solitons et sont représentés par un ensemble de valeurs propres constantes du mouvement. Dans la méthode de l'IST, chaque valeur propre est associée à un soliton et indique son intensité et sa vitesse.

La méthode de diffusion inverse est la pierre angulaire de la compréhension des phénomènes non linéaires dans les systèmes que nous considérons. Notamment, en 1971, Vladimir E. Zakharov introduisait le concept de gaz de solitons [10]. Il s'agit d'un objet non linéaire composé d'un grand ensemble de solitons

---

1. inverse scattering transform (IST) en anglais

distribués aléatoirement en vitesse, amplitude et en positions. La dynamique macroscopique d'un tel objet est gouvernée par les interactions microscopiques entre les solitons, ce qui crée une dynamique complexe nécessitant une approche statistique pour être étudiée. C'est ainsi que la théorie cinétique des gaz de solitons a été développée, d'abord pour des gaz dilués par Zakharov, puis pour des gaz denses en 2003 par Gennady El [11]. L'objectif de ce travail de thèse est de réaliser des expériences sur le sujet des gaz de solitons et, le cas échéant, de tester des prédictions issues de la théorie cinétique des gaz de solitons.

Nous utilisons des fibres optiques pour lesquelles la propagation est correctement décrite (aux premiers ordres d'approximation) par l'équation NLS [12]. Dans ce cas, la méthode de diffusion inverse est encore difficilement utilisée expérimentalement en raison de la complexité de sa mise en place et de la difficulté à acquérir les informations nécessaires pour cette analyse. En effet, le calcul de la diffusion inverse requiert le champ électrique complexe (amplitude et phase) avec un enregistrement mono-coup, ou non moyenné du champ. Pour étudier les phénomènes non linéaires du point de vue de la méthode de diffusion inverse et de la théorie des gaz de solitons, l'équipe qui m'a accueillie a développé, pendant les thèses d'A. Tikan et R. El Koussaifi, un dispositif d'acquisition mono-coup du champ électrique complexe appelé le SEAHORSE (pour Spectral Encoding Arrangement with Hologramm Observation for Recording in Single-shot the Electrical field) [13], permettant le calcul de la diffusion inverse de signaux lumineux expérimentaux pour la première fois. En parallèle, durant la thèse d'A. Kraych [14], ils ont mis au point un dispositif d'acquisition mono-coup de toute la dynamique spatio-temporelle de l'intensité des signaux optiques grâce à l'utilisation d'une boucle de recirculation fibrée. Ce dispositif permet de révéler le comportement de la lumière lors de son parcours dans une fibre optique et a été utilisé par exemple pour révéler que le phénomène d'instabilité de modulation peut être décrit par la dynamique des gaz de solitons [15]. La réalisation de ces deux dispositifs a été un déclencheur pour l'observation de gaz de solitons et l'emploi de la méthode de diffusion inverse pour des signaux expérimentaux.

Mon travail de thèse consiste à utiliser ces deux dispositifs pour valider expérimentalement les résultats de la méthode de diffusion inverse et de la théorie

des gaz de solitons. Dans le premier chapitre, nous allons d'abord introduire les concepts et notions nécessaires à la compréhension du manuscrit. En particulier, nous expliquerons en détail ce qu'est la méthode de diffusion inverse ainsi que la théorie des gaz de solitons. Dans le deuxième chapitre, je rends compte de ma contribution à l'exploitation des données acquises lors d'une expérience avec la boucle de recirculation afin de mettre en évidence le phénomène de réfraction de soliton lors de son interaction avec un gaz de solitons. Dans cette expérience, on étudie l'interaction entre un soliton unique et un gaz de solitons et l'on met en évidence un changement de vitesse du soliton du fait de son interaction avec le gaz de solitons. Dans le troisième chapitre, nous nous pencherons sur les interactions de solitons en ensembles plus restreints en utilisant le dispositif SEAHORSE. J'ai développé un dispositif expérimental permettant de créer des solitons et d'observer leurs interactions en présence d'effets perturbatifs tels que la diffusion Raman stimulée. Enfin, dans le dernier chapitre, je présente des résultats préliminaires obtenus à la toute fin de la thèse, qui ouvrent des perspectives de recherche pour le futur.

Ce qui se conçoit bien s'énonce  
clairement, et les mots pour le dire  
arrivent aisément.

---

Nicolas Boileau

# Introduction

Dans ce premier chapitre, nous entamerons une description du contexte dans lequel s'inscrit la physique étudiée. Nous examinerons en détail les concepts de soliton, de la turbulence intégrable et des gaz de solitons. L'introduction des concepts essentiels sera cruciale pour appréhender le contenu du manuscrit. Nous présenterons également deux outils fondamentaux : la théorie de diffusion inverse (méthode IST) et la théorie cinétique des gaz de solitons, qui occupent une place centrale dans le travail de notre équipe. De plus, nous aborderons l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension, modèle central de mon travail. Enfin, un survol des résultats actuels dans ce domaine permettra de dresser un panorama de l'état de l'art de la physique que nous étudions.

## 1.1 Cadre général

Les phénomènes et objets que nous allons examiner s'inscrivent dans le cadre plus général de l'étude des ondes non linéaires aléatoires, en particulier dans le contexte de la turbulence d'onde. Ce domaine a suscité un grand intérêt chez les physiciens au cours de ce dernier siècle, que ce soit en hydronymique ou en optique, par exemple. Notre étude se concentrera spécifiquement sur un cas très particulier de turbulence d'onde : la turbulence dans les systèmes intégrables, récemment introduite par V. E. Zakharov [16]. Les systèmes considérés, en raison de leur nature intégrable, ne peuvent pas présenter une turbulence au



sens classique défini [17]. Cependant, la présence de structures non linéaires telles que les solitons permet d'engendrer des dynamiques complexes regroupées sous le terme "turbulence intégrable".

### 1.1.1 Les ondes non linéaires solitaires

Tout d'abord, parlons de l'objet central de ce manuscrit, le soliton. Historiquement, il est d'usage d'introduire le soliton par l'observation expérimentale effectuée pour la première fois par sir J. Scott Russell. En 1836, Russell, sur son cheval, a suivi une vague dans un canal sur plusieurs kilomètres [18]. Cette vague solitaire s'est propagée sans jamais changer de vitesse ou d'amplitude. En effectuant plusieurs expériences, il finit par trouver de manière empirique la relation liant l'amplitude et la vitesse de l'onde.

En 1895, Diederik J. Korteweg et Gustav de Vries dérivent une équation décrivant le comportement des ondes hydrodynamiques dans un canal, en eaux peu profondes [19]. Cette équation est maintenant connue sous le nom d'équation de Korteweg de-Vries (KdV) et s'écrit :

$$\psi_t + \psi\psi_x + \delta^2\psi_{xxx} = 0 \quad (1.1)$$

où  $\psi$  représente le champ, les indices représentent les dérivées partielles,  $t$  est la variable d'évolution et  $x$  la coordonnée transverse du champ, enfin,  $\delta$  est un coefficient sans dimension mesurant le rapport entre la longueur de dispersion - longueur mesurant la distance pendant laquelle une onde conserve sa forme et ses propriétés - et la longueur non linéaire - longueur mesurant la distance à partir de laquelle les effets non linéaires deviennent significatifs. Ils trouvent également une formulation pour exprimer l'onde solitaire de Russell et établissent mathématiquement sa forme :

$$\psi(0, x) = \frac{v}{2} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\sqrt{v}}{2}(x - vt)\right) \quad (1.2)$$

avec  $v$  la vitesse du soliton mais également un paramètre qui détermine son amplitude et sa largeur et  $\operatorname{sech}$  est la fonction sécante hyperbolique.

Soixante ans plus tard, en 1955, avec l'avènement des ordinateurs, Enrico

Fermi, John Pasta, Stanislaw Ulam et Mary Tsingou effectuaient la première simulation numérique en modélisant une chaîne d'oscillateurs couplés non linéairement [20, 21] afin de modéliser le comportement d'un cristal dont les liaisons inter-atomiques sont non linéaires. En excitant initialement le mode fondamental de la chaîne d'oscillateurs, ils attendaient une équipartition aux temps longs de l'énergie dans les différents modes, c'est-à-dire, une thermalisation de l'énergie. Cependant, ce qu'ils observèrent fut tout autre, non seulement l'énergie semblait se déplacer préférentiellement selon certains modes, mais en plus, le système présentait une périodicité, revenant périodiquement à son état initial.

Norman Zabusky et Martin Kruskal, en 1965, décrivent le comportement la chaîne FPUT en passant à la limite continue et observent l'apparition des récurrences et des « **solitons** ». En effet, à la limite continue, le problème se ramène à l'étude de l'équation de KdV et de ses solutions solitoniques. Dans ces mêmes travaux, Zabusky et Kruskal décrivent comment une onde sinusoïdale se décompose progressivement en un train de solitons et que les solitons interagissant élastiquement, donc sans échange d'énergie ni changement de vitesse. Le soliton était donc défini comme une onde se propageant sans se déformer ni changer de vitesse - vitesse qui est liée à son amplitude - et qui interagit élastiquement avec d'autres solitons.

Deux ans plus tard, en 1967, Clifford Gardner, John Greene, Martin Kruskal et Robert Miura utilisent pour la première fois la méthode de diffusion inverse<sup>1</sup> afin de trouver les solutions exactes de l'équation KdV [9]. Cette méthode, centrale dans mon travail, est développée plus tard dans le chapitre. L'idée générale est que dans les systèmes dispersifs faiblement non linéaires intégrables, il est possible de faire une décomposition non linéaire d'un champ quelconque sur les solutions de l'équation : les solitons.

Par la suite, en 1972, Vladimir Zakharov et Alexey Shabat appliquent cette méthode à l'équation de Schrödinger non linéaire (NLS) et trouvent les solutions exactes [22].

---

1. on utilise généralement le terme anglais « Inverse Scattering method »

$$i\psi_t = -\frac{1}{2}\psi_{xx} - |\psi|^2\psi \quad (1.3)$$

Le soliton a par la suite été étudié largement dans les systèmes décrits par les équations intégrables en hydrodynamique [1, 2], dans les ondes de matière, dans des protéines [23] et en optique non linéaire [24-26]. Le soliton se retrouve également dans les systèmes non intégrables, cependant, bien que le nom soit le même, l'objet peut être subtilement différent selon le système étudié et dans une terminologie plus adaptée, il convient plutôt de les qualifier d'ondes solitaires (solitary wave) ou de solitons dissipatifs (dissipative solitons) [3, 27].

En somme, les solitons que nous allons considérer sont les solitons d'équations aux dérivées partielles particulières dites intégrables. Ces équations, telles que KdV ou NLS, peuvent en principe être résolues par la méthode de diffusion inverse (IST). Dans les systèmes intégrables, les solitons entrent en collision de manière élastique sont à l'origine d'une forme de turbulence appelée « turbulence intégrable ».

## 1.1.2 Turbulence intégrable

La turbulence intégrable est une branche de la turbulence qui se penche sur l'étude du comportement statistique de systèmes d'ondes non linéaires aléatoires décrits par des équations intégrables telles KdV ou NLS. Il est essentiel de noter que la turbulence intégrable diffère de la turbulence d'onde, généralement décrite dans le cadre de la théorie de la turbulence faible [28].

### 1.1.2.1 Turbulence d'onde

La turbulence d'onde est largement étudiée dans de nombreux domaines de la physique, tels que l'optique [29], l'hydrodynamique [17], les ondes de matière [30, 31], les fluides de polaritons [3], et les fluides quantiques [32], parmi d'autres. La turbulence d'onde est généralement définie comme l'étude statistique de la dynamique hors équilibre d'ondes non linéaires aléatoires [17, 28, 33, 34]. Parfois appelée turbulence faible, ce domaine vise à comprendre la cinétique des ondes présentant une dynamique aléatoire dans un milieu faiblement non linéaire,

en examinant des caractéristiques telles que la répartition de l'énergie dans le spectre ou la densité de probabilité en amplitude.

L'un des aspects essentiels de la turbulence d'onde est que l'énergie se redistribue par le biais d'interactions résonnantes entre les modes. Le transfert d'énergie des grandes échelles vers les plus petites par le biais d'interactions non linéaires, si ces dernières sont dissipatives est un exemple typique de turbulence d'onde [17].

### 1.1.2.2 Turbulence en systèmes intégrables

On nomme « **systèmes intégrables** » les systèmes dispersifs non linéaires intégrables par la méthode de diffusion inverse et qui sont caractérisés par l'existence d'une infinité de constantes de l'évolution [7, 8], parmi ceux-là, on retrouve les systèmes notamment décrits par les équations KdV et NLS. Prenons cette dernière 1.3 pour exemple, qui est le modèle central de ce manuscrit. Les premières constantes du mouvement sont : l'énergie totale  $W$ , l'impulsion  $M$  et l'hamiltonien  $H_0$  :

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dx \quad (1.4)$$

$$M = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\psi \psi_x^* - \psi_x \psi^*) dx \quad (1.5)$$

$$H_0 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (|\psi|^4 - |\psi_x|^2) dx \quad (1.6)$$

Dans ces systèmes, la turbulence au sens défini par Nazarenko [30] ne peut pas exister, car il n'y existe que des résonances triviales. Pour l'exemple de l'équation NLS, les conditions de résonances pour un processus d'échange d'énergie à quatre ondes sont données par [16, 17] :

$$\begin{cases} \omega_1(k) + \omega_2(k) = \omega_3(k) + \omega_4(k) \\ k_1 + k_2 = k_3 + k_4 \end{cases} \quad (1.7)$$

On peut interpréter ça comme la conservation du moment et de l'énergie lors d'une collision élastique entre deux particules. Dans le cas de NLS, la relation de dispersion dans le cas quasi-linéaire est  $\omega = -\frac{1}{2}k^2$ , donc :

$$\begin{cases} k_1^2 + k_2^2 = k_3^2 + k_4^2 \\ k_1 + k_2 = k_3 + k_4 \end{cases} \quad (1.8)$$

et l'on ne trouve, à ce système, que des solutions évidentes du type  $k_3 = k_1$   $k_4 = k_2$  ou  $k_1 = k_4$   $k_2 = k_3$ , ce qui signifie qu'il n'y a pas de résonances entre les modes et donc pas d'échange d'énergie.

Cependant, dans un système décrit par 1.3, on peut retrouver des dynamiques aléatoires fortement dépendantes de la condition initiale. On peut prendre pour exemple le phénomène de modulation d'instabilité [15] qui amplifie les composantes spectrales d'une perturbation sur une onde plane de manière exponentielle, créant une dynamique aléatoire fortement dépendante de la perturbation initiale. Un autre exemple, l'objet d'étude principale de notre équipe, est le « **gaz de solitons** » [34]. Il s'agit d'un objet composé d'un grand ensemble de solitons de vitesses, amplitudes et positions différentes qui interagissent et créent une dynamique complexe.

Dans ces systèmes, bien qu'ils soient intégrables, donc que théoriquement toute l'information est connue, les dynamiques complexes engendrées justifient une approche statistique des problèmes comme en turbulence d'onde.

## 1.2 Équation de Schrödinger non linéaire à une dimension focalisante

Dans cette partie, nous allons détailler le modèle central de ce manuscrit : l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (1.3). NLS peut décrire des régimes focalisants ou défocalisants. Dans le cas défocalisant, le signe devant la dispersion et la zoologie des solutions changent. Le soliton existe sous une autre forme : le soliton sombre et non brillant. Dans notre cas, nous nous intéressons à l'équation NLS en régime focalisant (fNLS). Cette équation décrit de nombreux systèmes physiques, elle décrit le comportement de l'onde à la surface de l'eau dans un bassin à une dimension en eaux profondes [35], dans les condensats de Bose-Einstein à une dimension piégés sous forme de « cigares » et en optique

fibrée.

Nous allons prendre le cas d'une onde se propageant dans une fibre optique monomode pour décrire les phénomènes caractéristiques de cette équation puis nous nous intéresserons à la méthode de résolution de cette équation : la méthode de diffusion inverse.

### 1.2.1 Propagation d'impulsions optiques dans une fibre optique monomode

La fibre optique est un guide d'ondes optiques composé de deux matériaux diélectriques. Un premier, le cœur, est caractérisé par un indice de réfraction  $n_1$ . Le deuxième, la gaine, qui entoure le cœur, est caractérisée par un indice de réfraction  $n_2 < n_1$ . La lumière se propage dans la fibre par réflexion totale [36]. L'évolution d'une impulsion lumineuse dans une fibre optique monomode peut être décrite en appliquant les équations de Maxwell à un diélectrique cylindrique [12]. Considérons un champ transverse à la direction de propagation, propageant selon la coordonnée  $z$  en système cylindrique (voir figure 1.1). Le champ peut être décomposé en une enveloppe temporelle  $A(z, t)$  modulant une fréquence porteuse  $\omega_0$  et dont l'énergie est répartie selon les modes transverses de la fibre  $F(x, y)$ . On peut écrire le champ électrique comme :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{x} [F(x, y) A(z, t) \exp(i(k_0 z - \omega_0 t) + c.c.)] \quad (1.9)$$

En considérant que l'enveloppe varie lentement ( $\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \ll \frac{\partial A}{\partial t}$ ) et en considérant que le diélectrique peut se polariser non linéairement et que l'on néglige les dispersions d'ordres supérieurs à 2 ( $\beta_{n>2} = 0$ ), le développement [12] mène à l'équation de Schrödinger non linéaire :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + i \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (1.10)$$

avec  $A$  l'enveloppe lentement variable complexe du champ,  $z$  la distance de propagation dans la fibre,  $t$  le temps absolu,  $\beta_1 = \frac{1}{v_g}$  et  $v_g$  la vitesse de groupe de l'impulsion.  $\beta_2$  est le coefficient de dispersion de vitesse de groupe et  $\gamma$  le coefficient lié à la non-linéarité de type Kerr. Dans une fibre optique, lorsque le

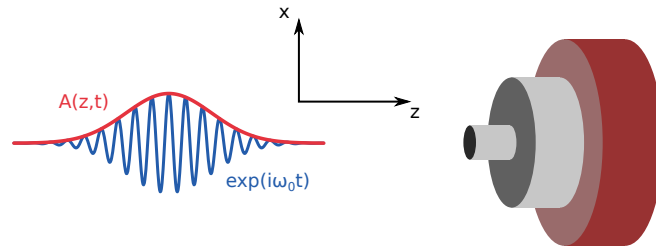


FIGURE 1.1 – Représentation schématique de la propagation d'un champ électrique dans une fibre optique.

coefficient de dispersion de vitesse de groupe est négatif, on dit que le régime de dispersion est anormal, ce qui est associé à la dynamique focalisante de NLS.

Nous allons à présent détailler les différents phénomènes décrits par cette équation.

### 1.2.1.1 Temps retardé

Tout d'abord, nous nous plaçons dans le référentiel qui se déplace à la vitesse de groupe de l'impulsion. Par la transformation [12]  $T = t - \beta_1 z$ , on peut réécrire l'équation 1.10 en :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (1.11)$$

qui décrit l'évolution de l'enveloppe  $A$  dans son propre référentiel. En principe, l'impulsion ne bouge pas et l'on ne voit évoluer que sa forme, cette transformation est utile pour comprendre l'outil « diagramme spatio-temporel » juste après et nous nous placerons toujours, tant bien que mal, dans le référentiel de l'impulsion observée.

On se réfèrera à l'équation (1.11) comme l'équation NLS optique. Elle peut être transformée en équation de NLS (1.3) par la normalisation :

$$x = \frac{T}{T_0} \quad t = \frac{z}{L_{NL}} \quad \psi = \frac{A}{\sqrt{P_0}} \quad (1.12)$$

En effet, en choisissant judicieusement les paramètres  $P_0$ ,  $T_0$  et  $L_{NL}$  nous pouvons adimensionner les variables et transformer la distance de propagation dans la fibre en un temps d'évolution, l'enveloppe lentement variable du champs

optique en un champ adimensionné et le temps rapide attaché au référentiel de l'impulsion en la coordonnée transverse du champ  $\psi$ . Nous le verrons un peu plus tard, tous ces paramètres sont liés les uns aux autres et en choisissant un temps ou une puissance de normalisation, nous déduisons les autres paramètres afin de préserver la physique que nous étudions.

### 1.2.1.2 Dispersion de vitesse de groupe

On s'intéresse maintenant au cas simple :  $\gamma = 0$ . Dans ce cas, l'équation de NLS s'exprime simplement par l'évolution du champ en milieux dispersif :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \quad (1.13)$$

où  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  dans la fibre monomode standard SMF28e à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ . On note que cet effet est analogue à la diffraction d'un faisceau à une dimension dans l'approximation paraxiale [37].

L'évolution d'une impulsion peut se trouver de manière analytique en passant dans l'espace de Fourier :

$$A(z, T) = \text{TF}^{-1} \left[ \tilde{A}(z=0, \omega) e^{i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z} \right] \quad (1.14)$$

Cela signifie que chaque composante de Fourier de l'enveloppe a une vitesse différente et se déphase par rapport aux autres.

En prenant le cas d'un champ d'enveloppe gaussienne décrit par 1.15, de puissance crête initiale 17,5 W et de largeur  $T_0 = 1 \text{ ps}$ , on peut calculer l'évolution de l'enveloppe temporelle en fonction de la distance parcourue.

$$A(z=0, T) = \sqrt{P_0} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{T}{T_0} \right)^2} \quad (1.15)$$

On représente cette évolution sur le diagramme spatio-temporel sur la figure 1.2.a. Sur ce type de diagramme, l'axe des abscisses représente le temps retardé  $T$  (voir sec. 1.2.1.1) qui est le temps attaché au référentiel qui se déplace avec l'impulsion. L'axe des ordonnées indique la distance de propagation. En échelle de couleur, on représente la puissance associée en fonction de  $z$  et de  $t$ . Ainsi, en regardant une coupe en temps à  $z$  fixé, on retrouve l'état de propagation de



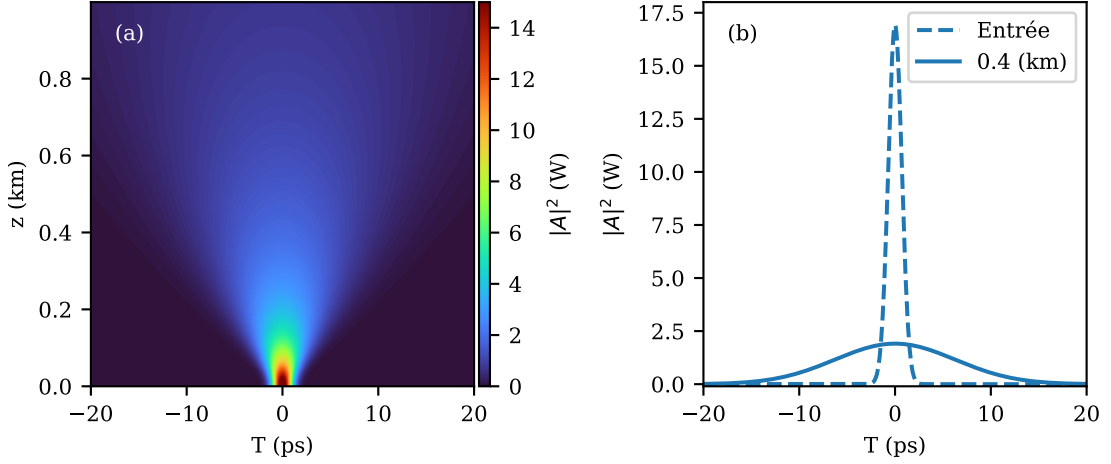


FIGURE 1.2 – Calcul numérique de 1.14 avec la condition initiale (1.15),  $P_0 = 17,5 \text{ W}$ ,  $T_0 = 1 \text{ ps}$  et  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ . (a) Diagramme spatio-temporel (b) coupe transverse de l'évolution à  $z = 0$  et  $z = 0,4 \text{ km}$

l'impulsion. Sur la figure 1.2.b, on représente la condition initiale (1.15) en tirets et la coupe transverse du champ à  $z = 0,4 \text{ km}$ .

On remarque, d'une part, que l'impulsion est toujours centrée autour de  $T = 0 \text{ ps}$ , elle est restée au même endroit de la fenêtre temporelle, l'observateur est placé dans le référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe de l'impulsion. D'autre part, l'impulsion s'est étalée temporellement. C'est un effet lié à la dispersion de vitesse de groupe sur l'impulsion. Le déphasage des composantes induit un élargissement dans le temps de l'enveloppe temporelle tandis que l'énergie est conservée ( $\int_{-\infty}^{\infty} |A(z, T)|^2 dT = \text{cste}$ ).

### 1.2.1.3 Effet non linéaire cubique Kerr

Considérons maintenant la seule non-linéarité cubique ou effet Kerr optique. Cet effet est introduit en considérant que l'indice de réfraction de la fibre change avec l'intensité du champ électrique [38]. Dans ce cas, la polarisation du diélectrique dépend de l'intensité du champ et l'équation décrivant l'évolution en  $z$  de l'enveloppe du champ s'écrit :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (1.16)$$

Nous considérons  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  pour reprendre les valeurs typiques d'une fibre SMF-28. Sur la figure 1.3.a, on représente l'évolution spatio-temporelle de la même condition initiale que plus tôt (1.15) intégrée en utilisant la méthode de Fourier pseudo-spectrale pas-à-pas <sup>2</sup> [39, 40].

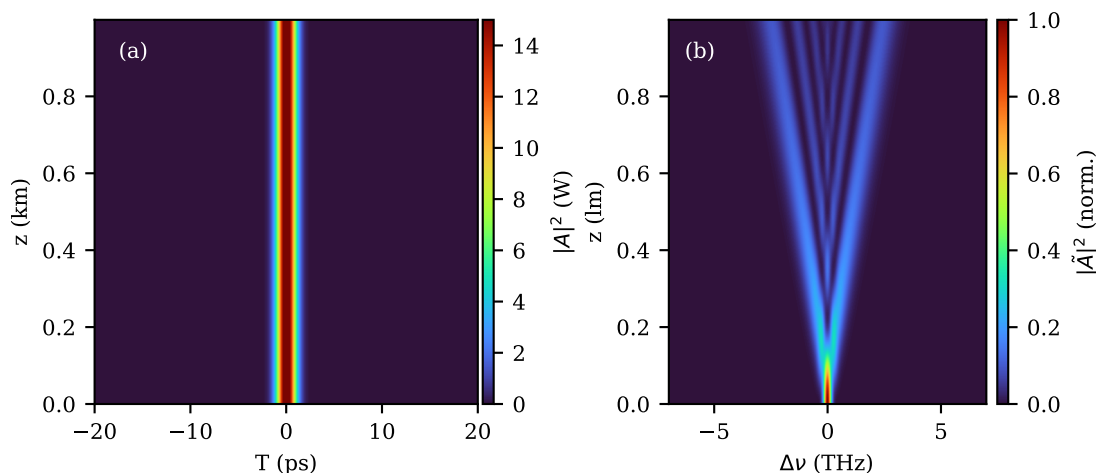


FIGURE 1.3 – Intégration numérique de (1.16) avec (1.15) en condition initiale et  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$  (a) diagramme spatio-temporel de l'évolution de l'intensité du champ. (b) Diagramme spatio-spectral, représentant l'évolution de la densité spectrale de puissance en fonction de la distance parcourue.

L'impulsion ne s'étale plus, elle se maintient tout au long de la propagation. En revanche, on observe cette fois un étalement du spectre de Fourier de l'impulsion (voir figure 1.3.b).

#### 1.2.1.4 Combinaison des deux effets

Dans une fibre optique monomode, au premier ordre d'approximation, les deux effets, la dispersion de vitesse de groupe et la non-linéarité Kerr entrent en jeu. Sur la figure 1.4.a, on représente la simulation numérique de l'évolution de la même condition initiale que précédemment. L'enveloppe gaussienne initiale se déforme, mais sans s'étaler complètement comme dans le cas purement dispersif. À partir de 0,5 km, l'impulsion se contracte puis s'étale et recommence cette dynamique « respiratoire ». L'impulsion reste cependant globalement

<sup>2</sup> Pseudo-spectral split-step method

confinée, faisant émerger une structure dite « solitaire ». De même, sur la figure 1.4.b, l'évolution du spectre de Fourier présente également une dynamique de « respiration ».

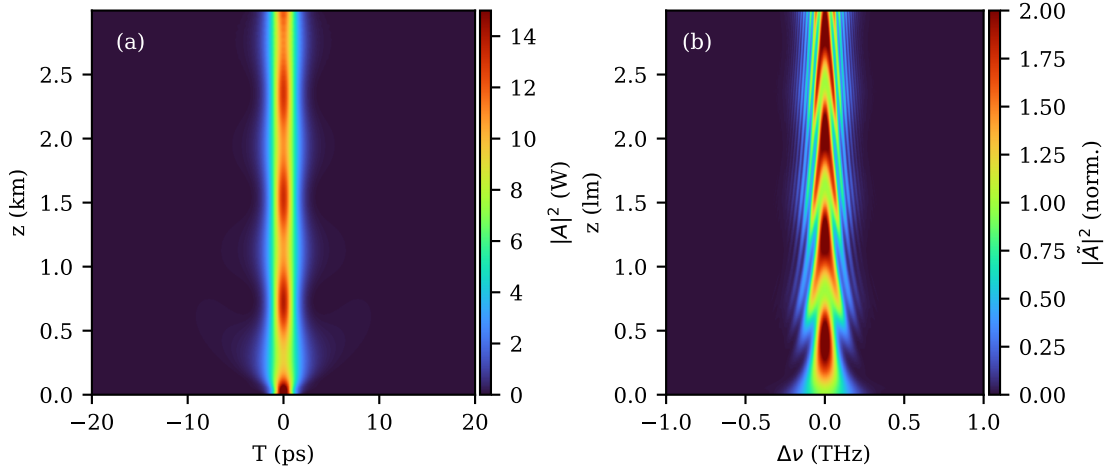


FIGURE 1.4 – Simulation numérique de la propagation de (1.15) dans une fibre en intégrant (1.11) dans les mêmes conditions que précédemment et pour  $z = 3$  km (a) dynamique spatio-temporelle (b) évolution du spectre de Fourier

## 1.2.2 Le soliton en optique fibrée

Le soliton optique est une forme temporelle d'impulsion dont l'expression mathématique (1.17) est une solution exacte de l'équation de fNLS (1.11).

### 1.2.2.1 La forme de l'impulsion

Nous arrivons maintenant à la solution centrale de la physique que nous étudions : le soliton optique. Hasegawa et al. montraient en 1973 qu'il est possible de trouver une forme pour l'impulsion telle que la dispersion de vitesse de groupe et la non-linéarité Kerr se compensent parfaitement. Cette impulsion, le soliton optique, prend la forme :

$$A(z = 0, T) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (1.17)$$

où  $\text{sech}(x) = 1/\cosh(x)$  est la fonction sécante hyperbolique,  $P_0$  la puissance crête du soliton et  $T_0$  sa largeur caractéristique, toutes les deux reliées par la relation :

$$\frac{\gamma T_0^2 P_0}{|\beta_2|} = \frac{L_D}{L_{NL}} = 1 \tag{1.18}$$

avec  $L_D = \beta_2/T_0^2$  la longueur caractéristique de dispersion de vitesse de groupe et  $L_{NL} = 1/\gamma P_0$  la longueur non linéaire caractéristique. Le soliton existe quand ces deux longueurs sont égales, indiquant la balance entre les effets non linéaire et dispersif. Il est important de noter que c'est en considérant ce rapport que la normalisation (1.12) se fait.

Sur la figure 1.5, on trace en bleu le soliton de largeur caractéristique  $T_0 = 1$  ps et la puissance déterminée par (1.18) de  $P_0 = 16,92$  W. La figure 1.5 montre également le champ gaussien utilisé précédemment en condition initiale (voir 1.15).

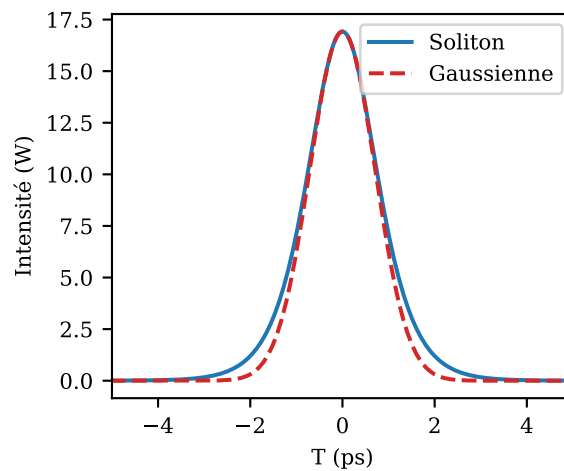


FIGURE 1.5 – Comparaison de la forme en intensité du soliton (1.17) en bleu avec la forme d’impulsion gaussienne (1.15) en rouge

Le soliton a une forme légèrement différente de la gaussienne et cela se traduit dans sa dynamique par une impulsion qui se propage sans se déformer (voir 1.6.a). De plus, sur la figure 1.17.b, on observe que le spectre du soliton reste également inchangé durant la propagation.

La possibilité de la propagation d’impulsion de type soliton a été prédite en 1973 et les solitons optiques ont été observés pour la première fois [6] par l’équipe

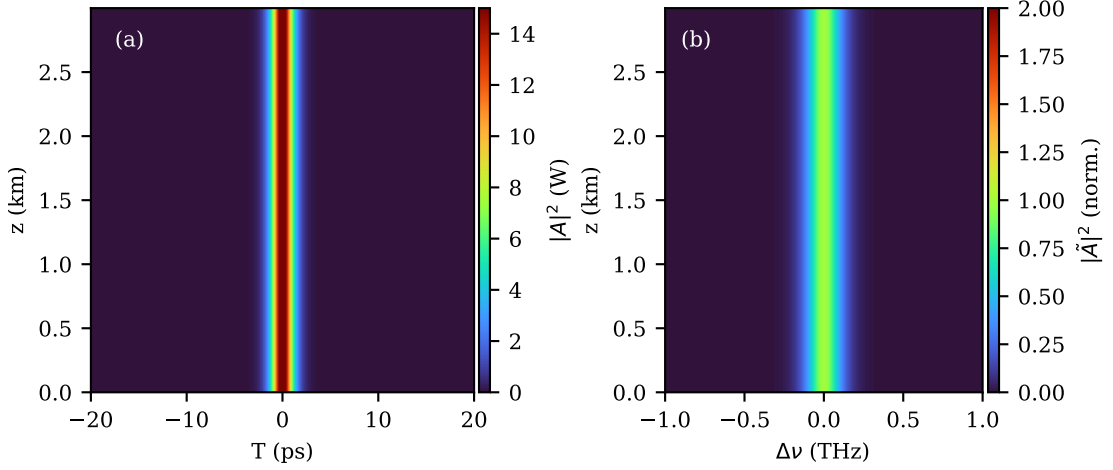


FIGURE 1.6 – (a) Simulation numérique de la propagation du soliton (1.17) dans une fibre SMF28 avec  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $T_0 = 1 \text{ ps}$  et  $P_0 = 16,92 \text{ W}$ . (b) Évolution du spectre associé.

de Mollenauer et Mitschke en 1980 [41] puis le soliton a largement été étudié numériquement et expérimentalement dans le contexte des télécommunications optiques [6, 24-26, 41-49]. Par la suite et encore aujourd'hui, le soliton optique continue de susciter un grand intérêt chez une grande variété de communautés [50] parmi lesquelles celle de la photonique, des supercontinuum, des peignes de fréquences etc.

### 1.2.2.2 Le N-soliton

Il existe également d'autres formes d'impulsions qui portent le nom de soliton. Sur la figure 1.7.a on représente le cas du soliton dit d'ordre 2. On observe une impulsion qui se propage sur une grande distance sans se disperser comme pour le cas du soliton précédent. Cependant, l'impulsion montre une dynamique de compression et d'étalement, revenant périodiquement à sa forme originelle. Ce soliton, appelé 2-soliton, fait partie de la large famille des N-soliton, qui s'écrivent :

$$\psi(x, 0) = N\sqrt{P_0}\text{sech}(x) \quad (1.19)$$

et avec :

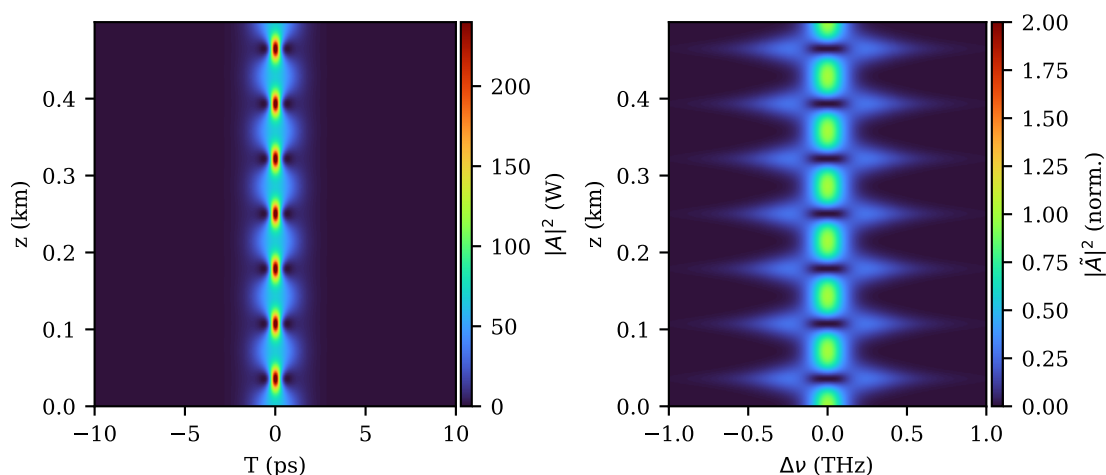


FIGURE 1.7 – (a) Simulation numérique de la propagation du N=2-soliton (1.19) dans une fibre SMF28 avec  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $T_0 = 1 \text{ ps}$  et  $P_0 = 67,68 \text{ W}$ . (b) Évolution du spectre de Fourier associé.

$$N^2 = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (1.20)$$

et  $N$  étant un entier. Pour le 2-soliton,  $N = 2$  et pour le même  $T_0$  que pour le soliton fondamental vu précédemment, on trouve  $P_0 = 67,68 \text{ W}$  et la dynamique est représentée en figure 1.7. Ces solitons ont une période d'oscillation de :

$$z_0 = \frac{\pi}{2} L_{NL} \quad (1.21)$$

Ces impulsions sont également solutions de (1.11), voyons maintenant comment trouver ces solutions.

### 1.2.3 Résolution exacte de l'équation : la méthode de diffusion inverse

#### 1.2.3.1 L'IST, la méthode de résolution exacte des équations d'ondes les systèmes intégrables à une dimension

Les équations de Schrödinger non linéaires à une dimension focalisante (1.3) et défocalisante font partie de la classe des équations aux dérivées partielles

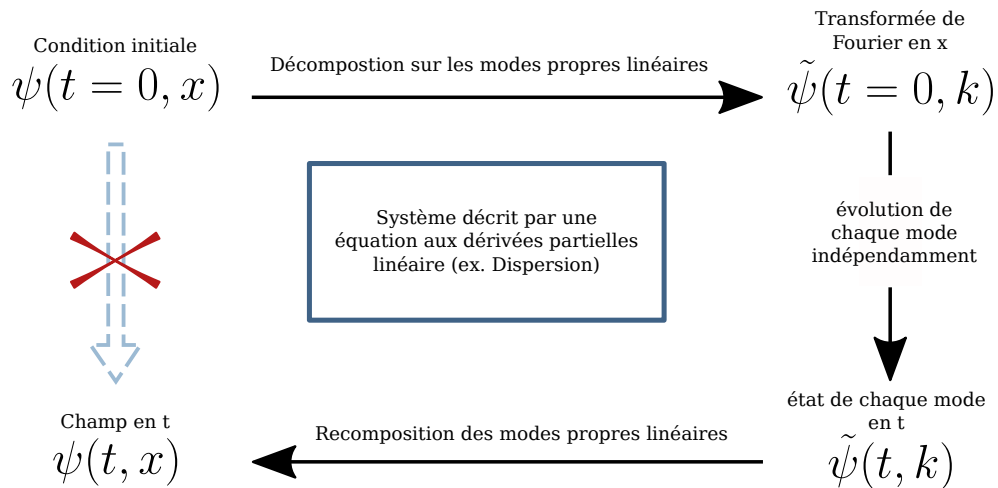


FIGURE 1.8 – Méthode de résolution d’une EDP par transformée de Fourier.

(EDP) dites « *intégrables* ». Cette classe d’équations a la particularité de pouvoir être résolue en utilisant la méthode diffusion inverse<sup>3</sup> ou IST [7, 51, 52].

Cette méthode a été utilisée la première fois par Gardner, Green, Kruskal et Miura en 1968 pour résoudre l’équation de Korteweg de-Vries (KdV) et a ensuite été étendue à 1DNLSE par V. E. Zakharov et A. B. Shabat en 1972 [22].

Le principe de fonctionnement de l’IST est semblable à la résolution des problèmes linéaires comme la dispersion via la méthode de Fourier (1.14). Comme l’explique la figure 1.8, un champ évoluant en  $t$  et décrit selon  $x$  dans un système décrit par une équation aux dérivées partielles linéaires peut être résolue en décomposant le champ initial sur les modes de Fourier ( $e^{ikx}$ ). Dans une équation dispersive comme l’équation 1.13, l’amplitude de chaque mode de Fourier demeure constante tandis que la phase évolue dans le temps. Dans le cas de la dispersion de vitesse de groupe dans une fibre (1.13), il s’agit d’ajouter une phase quadratique en  $k$  à chaque mode dans l’espace de Fourier. Enfin, on recompose le signal pour avoir son évolution à tout temps.

Le principe de la résolution d’équations intégrables par l’IST repose sur le même schéma de principe montré sur la figure 1.9

Trouver analytiquement l’évolution d’un champ dans l’espace direct est compliqué et pour les équations non linéaires, la méthode de Fourier ne peut

3. Inverse scattering transform

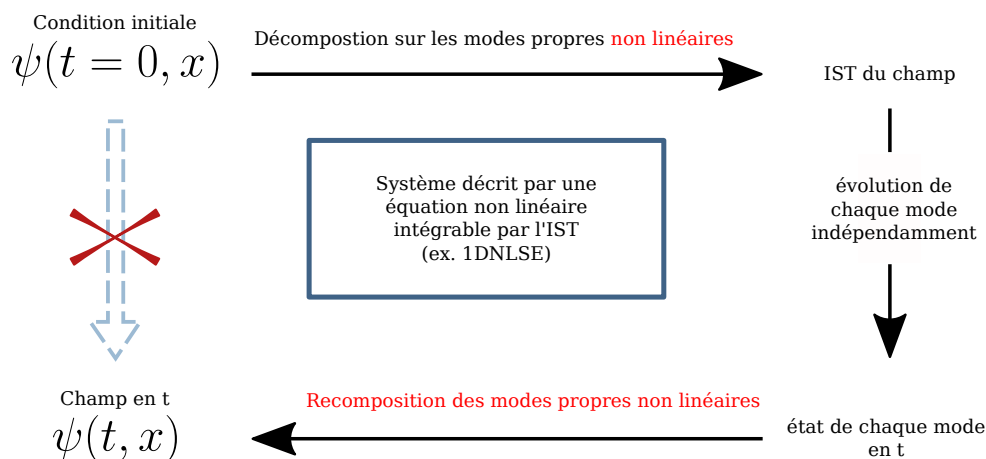


FIGURE 1.9 – Méthode de résolution d’une EDP non linéaire intégrable par la méthode de l’IST.

plus fonctionner. En effet, la non-linéarité du système implique que l’on ne peut plus superposer linéairement des modes de Fourier. Notamment, la distribution de l’énergie peut évoluer, de l’énergie peut être échangée entre les modes.

La méthode de l’IST reprend le même principe d’évolution linéaire de grandeurs nommées les données de diffusions<sup>4</sup> composées d’un spectre discret de valeurs propres constantes, de constantes de normalisation qui sont l’équivalent des phases pour les valeurs propres et d’un spectre continu d’onde radiatives sous la forme d’un coefficient de réflexion. Pour ça, la méthode de l’IST est parfois appelée « Transformée de Fourier non linéaire ». Cette méthode est d’un grand intérêt depuis ces dernières années, car elle est la base de la recherche sur les télécommunications optiques non linéaires [53-55] et surtout, elle est la pierre angulaire de l’étude de la turbulence intégrable, de la théorie cinétique des gaz de solitons et le sujet de ce manuscrit.

### 1.2.3.2 Les bases de la résolution de fNLSE

La méthode de diffusion inverse est très compliquée mathématiquement et est développée dans bon nombre d’ouvrages [7, 12, 22, 25]. Ici, nous n’allons que donner les grandes idées et introduire les éléments importants à la compréhension du manuscrit.

4. Scattering data



L'équation (1.3) résulte de la compatibilité des deux équations matricielles (1.22) et (1.23) :

$$Y_x = \begin{pmatrix} -i\zeta & \psi \\ -\bar{\psi} & i\zeta \end{pmatrix} Y \quad (1.22)$$

$$Y_t = \begin{pmatrix} -i\zeta^2 + \frac{i}{2}|\psi|^2 & \frac{i}{2}\psi_x + \zeta\psi \\ \frac{i}{2}\bar{\psi}_x - \zeta\bar{\psi} & i\zeta^2 - \frac{i}{2}|\psi|^2 \end{pmatrix} Y \quad (1.23)$$

où le macron signifie que l'on utilise le complexe conjugué. Les opérateurs matriciels sont appelés paires de Lax associées à l'équation fNLS. Les et sont associés à la **condition d'isospectralité** 1.24 :

$$\frac{d\zeta}{dt} = 0 \quad (1.24)$$

où  $Y$  est un vecteur propre du problème et  $\zeta$ , sa valeur propre associée est une constante de l'évolution.

L'équation (1.22) permet de trouver les valeurs propres du système et impose (1.24), la **condition d'isospectralité**.

Le problème de diffusion directe (direct scattering) consiste à déterminer les fonctions propres  $Y$  et les valeurs propres  $\zeta$  de l'opérateur matriciel de l'équation 1.22 pour un potentiel donné ( le champ évoluant selon l'équation 1.3), ce qui équivaut à résoudre un problème de diffusion. Sur le schéma 1.10, on représente le phénomène de diffusion. On envoie une onde monochromatique de paramètre  $\zeta$  sur le potentiel  $\psi$  et on cherche les coefficients  $a$  et  $b$  associés à la réflexion et à la transmission du potentiel.

Les données de diffusion du problème sont données par les coefficients de transmission et de réflexion  $1/a(\zeta)$  et  $b(\zeta)/a(\zeta)$ . En cherchant les  $\zeta = \zeta_n; \text{Im}(\zeta_n) > 0$  pour lesquels  $a(\zeta) = 0$  on trouve les valeurs propres discrètes complexes du problème (1.22) associé au potentiel  $\psi$ .

L'ensemble des données de diffusion associé à un champ  $\psi$  s'écrit ainsi :

$$\Sigma(t) = [r(\zeta, t) \zeta \in \mathbb{R}; \{\zeta_n, C_n(t)\} \zeta_n \in \mathbb{C}] \quad (1.25)$$

ce qui représente l'ensemble de son spectre non linéaire. Ce spectre est composé

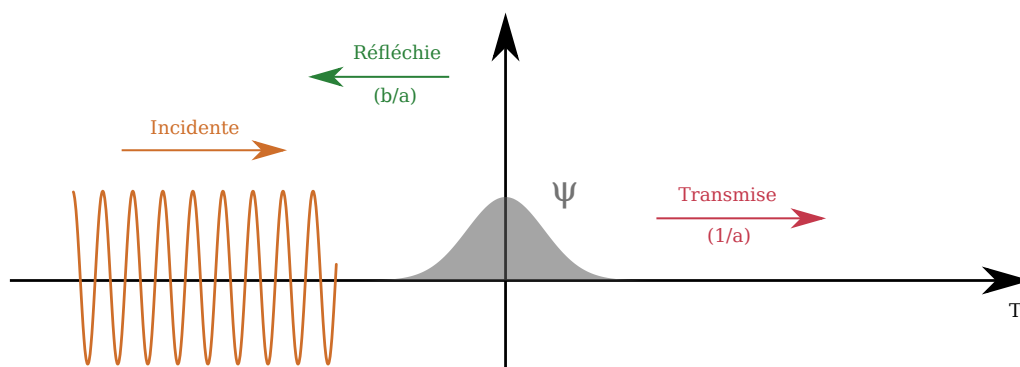


FIGURE 1.10 – Schéma de principe de la théorie de diffusion inverse

d'un jeu de valeurs propres complexes discrètes,  $\zeta_n = \delta_n + i\eta_n$  constantes du mouvement. Ces valeurs propres sont en fait chacune associées à un soliton,  $\delta_n$  est lié à la vitesse du soliton et  $\eta_n$  indique son amplitude. C'est ainsi qu'on retrouve la solution exacte soliton, en cherchant le champ tel que  $a$  vaut zéro pour tous les  $\zeta$  sauf la valeur complexe  $\zeta_n$ . À ces valeurs propres sont associées des constantes de normalisations<sup>5</sup>  $C_n(t)$  qui sont l'équivalent des phases pour les modes de Fourier dans le cas linéaire. Elles vont évoluer lors de la dynamique de manière triviale :  $C_n(t) = C_0 e^{\frac{i}{2} \Re(\zeta_n)^2 t}$ . Ceci forme le spectre discret du champ qui n'est finalement qu'une composition non linéaire de solitons qui interagissent. Enfin, le coefficient  $r(\zeta)$  regroupe tout le contenu du champ qui n'est pas soliton. Cette partie du spectre est continue et concerne des ondes radiatives, les ondes non localisées (contrairement aux solitons) dont l'amplitude décroît, en général, avec le temps.

### 1.2.3.3 Solutions exactes de NLS et spectres IST associés

Nous allons maintenant nous intéresser à quatre spectres IST pertinent pour la compréhension du manuscrit. En premier lieu, la solution soliton fondamental dans le cas de (1.3) s'écrit :

$$\psi(t, x) = 2\eta \operatorname{sech}(2\eta(x - x_s + 2\delta t)) \exp\left(i(4\eta^2 - 4\delta^2)\frac{t}{2} - i2\delta x + i\phi_s\right) \quad (1.26)$$

---

5. norming constants

où  $2\eta$  est l'amplitude du soliton,  $x_s$  est la position initiale du soliton, la vitesse du soliton est donnée par  $v = -2\delta$  et  $\phi_s$  est sa phase initiale. Quand  $t \rightarrow 0$  la condition initiale liée au soliton prend la forme :

$$\psi(x, t = 0) = \psi_0 \operatorname{sech}(x - x_s) e^{-i(vx + \phi_s)} \quad (1.27)$$

où  $\psi_0 = 2\eta$ . Sur la figure 1.11.a est représenté l'évolution spatio-temporelle de (1.27) simulée par l'intégration numérique de (1.3). La vitesse du soliton est de 0.5 et son intensité crête de 1. Le spectre IST associé à ce soliton est représenté sur la figure 1.11.b. À ce soliton, on associe une unique valeur propre  $\zeta = 0.5i + 0.25$ . Son amplitude est donc bien de 1 et sa vitesse de 0.5.

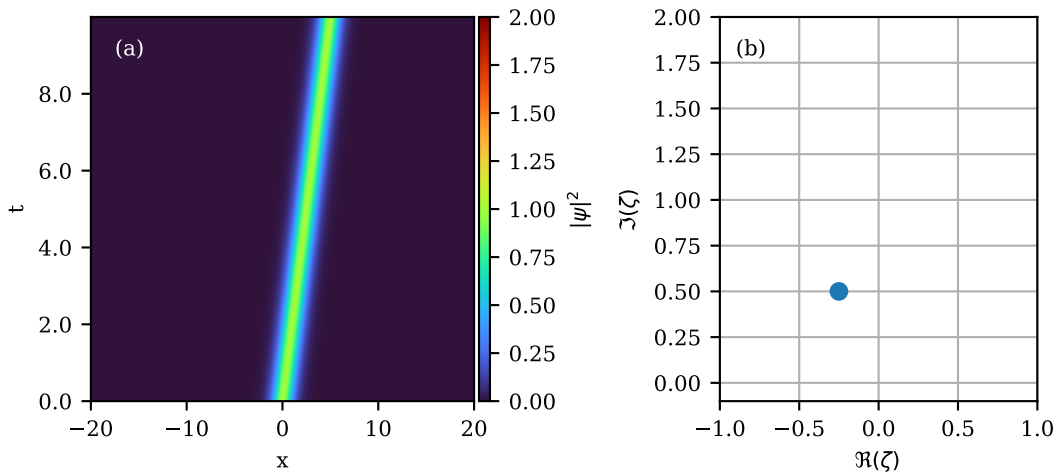


FIGURE 1.11 – Exemple de spectre IST discret pour le soliton fondamental avec une vitesse de groupe égale à 0.5 dans le plan  $(x, t)$ . (a) simulation numérique de (1.3) avec le soliton (1.27) en condition initiale. (b) le spectre IST associé à la dynamique, une valeur propre  $\zeta = 0.5i - 0.25$

Sur la figure 1.12 on s'intéresse au cas des  $N$ -solitons, ici avec  $N = 2$ . Le cas précédemment cité correspond à un spectre de deux valeurs propres  $\zeta_1 = 1.5i$  et  $\zeta_2 = 0.5i$ . La solution 2-soliton est un état lié de solitons, deux solitons de même vitesse et c'est leur interaction qui résulte en une dynamique de compression et d'étalement périodiques.

Un autre exemple très important pour ce manuscrit est la collision de solitons. Deux solitons de vitesses différentes et d'amplitudes égales se traduisent dans

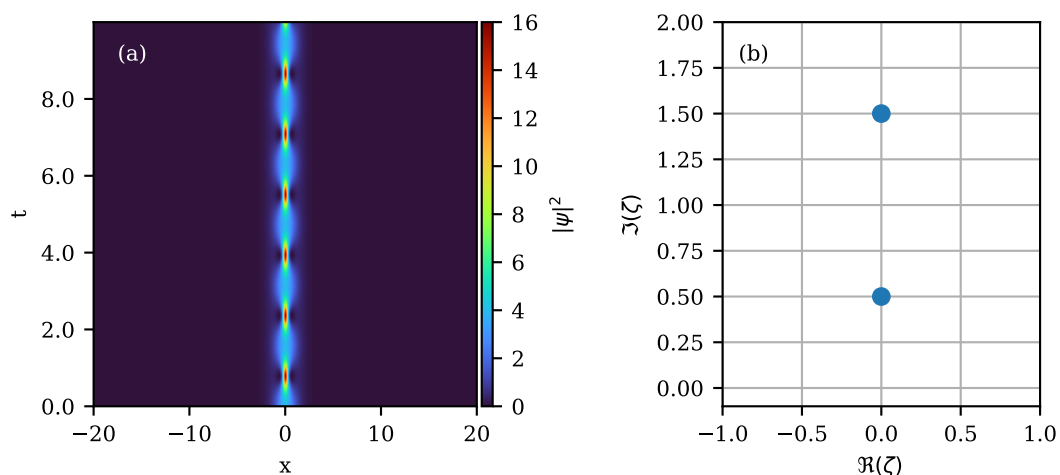


FIGURE 1.12 – Exemple de spectre IST pour le 2-soliton. (a) Simulation numérique de (1.3) de la condition initiale (1.19) avec  $N = 2$  (b) spectre IST associé, deux valeurs propres  $\zeta_1 = 0.5i$  et  $\zeta_2 = 1.5i$

l'IST par deux valeurs propres  $\zeta_1 = 0.5i$  et  $\zeta_2 = 0.5i + 0.7$  (voir figure 1.13.b). Ce spectre IST décrit la dynamique spatio-temporelle représentée sur la figure 1.13.a. Deux solitons de vitesses différentes entrent en interaction et ressortent inchangés en dehors d'un décalage dans leurs trajectoires (et d'un changement en phase) dont nous discuterons juste après.

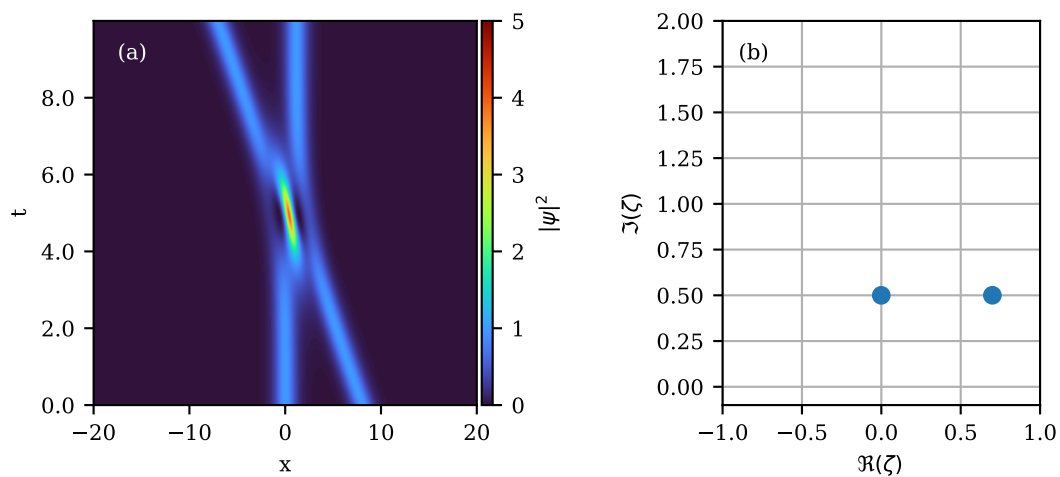


FIGURE 1.13 – Spectre IST de la collision de deux solitons. (a) Simulation numérique de (1.3) de deux solitons (1.27) de vitesse relative 1.4. (b) Spectre IST associé, deux valeurs propres  $\zeta_1 = 0.5i$  et  $\zeta_2 = 0.5i + 0.7$ .

Enfin, la figure 1.14.a représente la dynamique spatio-temporelle d'un gaz de solitons associé au spectre IST 1.14.b. Il s'agit d'un champ composé de cent solitons dont les valeurs propres sont distribuées sur un demi-cercle de rayon 1. le champ associé est calculé en utilisant une méthode récursive utilisant la transformée de Darboux et une précision numérique arbitraire [56]. Le champ résultant est une solution N-soliton au contenu purement discret.

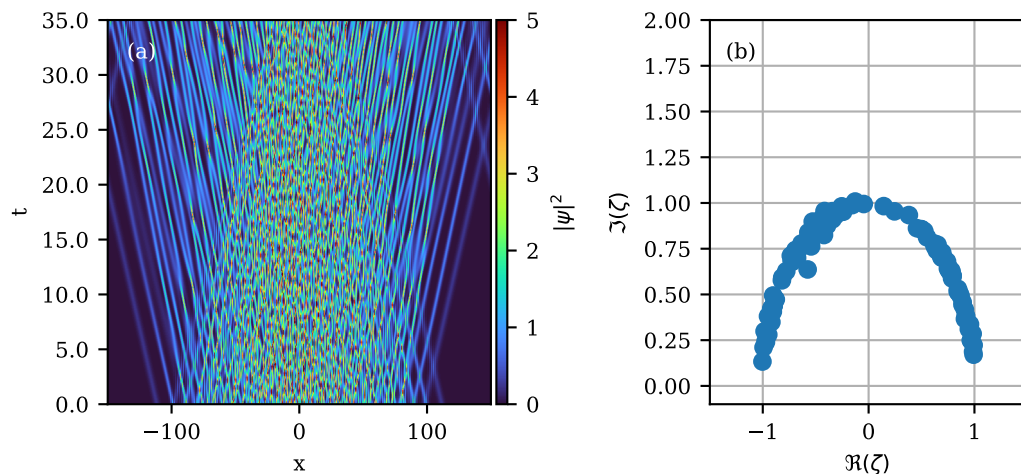


FIGURE 1.14 – Spectre IST d'un exemple de gaz de solitons circulaire. (a) Simulation numérique de (1.3) du champ associé au spectre IST (b). (b) Spectre IST du gaz de solitons circulaire, cent valeurs propres distribuées sur un demi-cercle de rayon 1.

La dynamique est composée d'un grand nombre d'interactions entre les solitons qui la compose. Le spectre IST montre des solitons de vitesses réparties entre -1 et 1 et a la particularité d'avoir les plus grandes vitesses (en valeurs absolues) associées aux plus petites amplitudes. Sur le diagramme spatio-temporel, cela se traduit par les solitons de plus petites amplitudes sortants de la dynamique. Nous pouvons les voir pour  $x < -100$  et  $x > 100$ . Entre -100 et 100 la dynamique est beaucoup plus compliquée, car composé des interactions des cent solitons. L'objet dont on parle est nommé gaz de solitons circulaire. Il s'agit d'un cas particulier des gaz de solitons qui sont étudiés dans notre équipe. Nous en parlons plus en détails dans la section suivante.

## 1.3 Gaz de solitons

Les travaux de recherche de notre équipe porte sur la turbulence intégrable et les gaz de solitons. Le gaz de solitons est un paquet d'onde non linéaire qui se propage dans les systèmes physiques décrits par les équations aux dérivées partielles intégrables à une dimension telles que sont les équations de Korteweg de-Vries (KdV) et de Schrödinger non linéaire (1DNSLE). Ce sont des grands ensembles désordonnés de solitons en interactions dont la dynamique complexe peut être décrite par la méthode de diffusion inverse (IST<sup>6</sup>). Dans ce formalisme, on peut montrer que les interactions entre les solitons du gaz ne se font que deux par deux et sont élastiques [22].

La théorie de l'IST est également à la base de la théorie cinétique des gaz de solitons qui décrit les gaz de solitons d'un point de vue statistique. Dans cette théorie, on définit une densité d'état du gaz de solitons et l'enjeu est de décrire l'évolution spatio-temporelle de cette densité d'état dans le temps.

### 1.3.1 Description de l'objet

**Un gaz de solitons est un exemple de champ composé d'un grand nombre de solitons distribués aléatoirement dans l'espace direct  $(x,t)$  et dans l'espace de l'IST  $(\zeta)$  et dont le spectre continu est nul ( $r(\zeta) = 0$ ).** La dynamique d'un tel objet est uniquement décrite par les interactions entre les solitons qui le composent. Cet objet est donc un cas particulier de la turbulence intégrable : la dynamique est complexe et nécessite une description statistique et l'absence de contenu radiatif permet de décrire l'objet comme le résultat du grand nombre d'interactions entre les modes propres du spectre IST.

Les gaz de solitons ont donc fait l'objet d'un intérêt grandissant ces dernières années et un nombre conséquent de résultats ont émergé tant sur le plan théorique [57-66] qu'expérimental [34, 35, 65], malgré la grande difficulté à les générer précisément.

---

6. « Inverse Scattering Transform »

### 1.3.2 Théorie cinétique des gaz de solitons

En 1971, Zakharov introduisait pour la première fois le concept théorique de gaz de solitons et y attachait la théorie statistique qui permet de décrire l'évolution de ses propriétés statistiques : la théorie cinétique des gaz de solitons. Cette théorie introduit le concept de densité d'état et se base sur les deux résultats principaux de l'IST : les collisions de solitons se font uniquement deux par deux et sont élastiques. Nous allons décrire le plus simplement possible cette théorie en nous basant sur une approche phénoménologique et nous introduirons les résultats nécessaires à la compréhension du manuscrit.

#### 1.3.2.1 Collisions de solitons

Tout d'abord, nous allons appréhender le gaz de solitons comme un grand ensemble de solitons de vitesses différentes qui entrent en collision les uns avec les autres et donc nous allons nous attarder sur le phénomène de collision. Considérons l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension :

$$i\psi_t = -\psi_{xx} - 2|\psi|^2\psi \quad (1.28)$$

On note que cette dernière est légèrement différente de celle employée plus haut. En effet, selon les communautés, l'équation de Schrödinger non linéaire s'écrit de différentes manières et (1.3) et (1.28) sont équivalentes à une transformation conforme près. Par la suite, je préciserai toujours quelle forme sera utilisée. Dans le cas (1.28), le changement de normalisation impacte simplement la relation entre la valeur propre du soliton et sa vitesse. Dans ce cas, la vitesse  $v$  du soliton est reliée à la partie réelle de la valeur propre par  $v = -4\Re(\zeta)$

La théorie de l'IST est caractérisée par la condition d'isospectralité (1.24). Dans les systèmes intégrables, les valeurs propres, et donc les solitons associés, sont conservés lors de l'évolution. La conséquence directe est que deux solitons distincts et de vitesses différentes qui collisionneraient se retrouvent inchangés en forme, en vitesse et en spectre à l'issue du processus d'interaction. Il est important de noter que cette description se fait en principe à temps d'évolutions infinis. On considère deux solitons de vitesses différentes infiniment séparés

quand  $t \rightarrow -\infty$  qui vont entrer en collision et se re-séparer quand  $t \rightarrow +\infty$ . On retrouve les mêmes solitons aux limites de temps infinis. Sur la figure 1.15.a est représenté le diagramme spatio-temporel de la simulation de deux solitons de vitesses différentes qui entrent en collision.

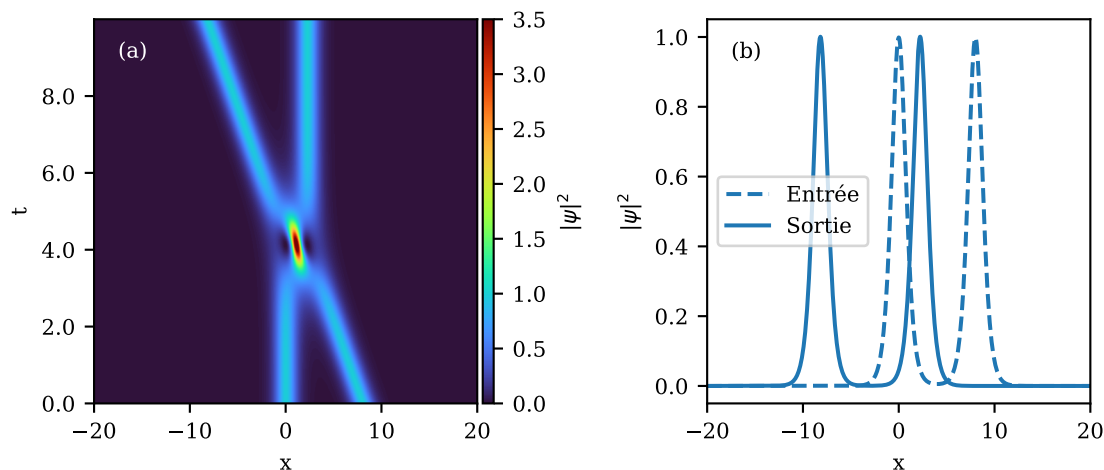


FIGURE 1.15 – Simulation de l'équation (1.28). (a) Diagramme spatio-temporel de la collision de deux solitons fondamentaux (en cas adimensionné) d'amplitudes et de largeur 1 et de vitesses relatives 1.4. (b) Coupes transverses de la condition initiale en tirés et de la fin de la simulation en trait plein.

Les solitons sont tous les deux d'amplitudes 1 et ont une vitesse relative de 1.4. Ils sont disposés initialement de manière à créer une collision à  $t \approx 4$ . Sur la figure 1.15.b, on représente la coupe transverse du champ au début et à la fin de la simulation ( $t = 10$ ). Dans ce cas, on remarque que les solitons restent bien inchangés à l'issue du processus d'interaction. Seul un décalage (et un saut de phase) dans les trajectoires des solitons apparaît après l'interaction, le soliton de vitesse nulle n'est plus centré en 0. Le décalage est prédit par la théorie de l'IST et ne dépend que des valeurs propres des solitons :

$$\Delta x(\zeta_1, \zeta_2) = \pm \frac{1}{\text{Im} \zeta_1} \ln \left| \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 - \bar{\zeta}_2} \right| \quad (1.29)$$

La formule (1.29) décrit comment le soliton  $\zeta_1$  est décalé (en principe à l'infini) après la collision avec le soliton  $\zeta_2$ . Le signe du décalage dépend de la vitesse relative des solitons. Le plus lent est décalé vers  $x > 0$  et inversement. On



note que le décalage dépend exclusivement de la différence qu'il y a entre les deux valeurs propres dans l'espace IST. Plus les valeurs propres sont éloignées, donc les solitons différents en amplitude et/ou en vitesse, moins le décalage sera important. À l'inverse, il y a une divergence du décalage lorsque les valeurs propres tendent l'une vers l'autre. Pour une vitesse relative de 1.14 et deux solitons d'amplitude 1, le délai prédit est de 2.21 et est confirmé par la simulation. Notamment, cet effet a été observé dans les ondes de matière [67], en hydrodynamique [68, 69] et dans les plasmas par exemple [70]. Les collisions de solitons ont également été largement étudiées en optique non linéaire [71-75].

Dans le cas d'un gaz de solitons, la dynamique est gouvernée par ces collisions. Les résultats majeurs de la théorie de l'IST [22] sont que ces collisions n'ont lieu que deux à deux et que chaque soliton interagit avec tous les autres. En effet, sur une dynamique évoluant entre  $t = -\infty$  et  $t = +\infty$ , au début de la dynamique, les solitons les plus rapides sont en  $x \rightarrow \infty$  (à droite) et les moins rapides en  $-\infty$  (à gauche). En  $t \rightarrow \infty$ , l'ordre des solitons s'est inversé et chaque soliton a interagi avec tous les autres.

Prenons l'expérience de pensée d'un soliton test (ou sonde) qui aurait une vitesse bien plus grande que tous les autres. Il se trouverait en  $x \rightarrow \infty$  à  $t = -\infty$  et interagirait avec tous les autres solitons (plus lents) quand  $t \rightarrow \infty$ . Cela signifie que chaque soliton acquiert un décalage total qui sera la somme des décalages induits par chaque collision avec chaque autre soliton du gaz. Une fois de plus, le soliton sonde<sup>7</sup> noté  $\zeta_p$  qui entrerait en collision avec un gaz de solitons acquerrait un décalage qui est la somme des décalages acquis lors de chaque collision individuelle avec chaque composant  $\zeta_i$  du gaz :

$$\Delta x = \sum_i \Delta x(\zeta_p, \zeta_i) \quad (1.30)$$

Et chaque soliton du gaz subira un décalage de la forme (1.30). Donc bien que, comme nous l'avons vu sur la figure 1.14.a, la dynamique d'un gaz de solitons soit très compliquée, elle peut s'expliquer par le prisme des interactions individuelles de chaque composant du gaz. Afin de décrire la dynamique globale d'un gaz

---

7. « Probe »

d'un grand nombre de solitons, il faut cependant passer par une description statistique de ces collisions.

### 1.3.2.2 Théorie cinétique et vitesses effectives des solitons en interaction

La théorie cinétique des gaz de solitons, introduite par V.E. Zakharov en 1971 [66] pour les gaz de solitons décrit par l'équation de KdV, vise à construire une description statistique de ces objets. En 2005, G. El [60] étend cette description aux gaz denses de solitons pour NLS et en 2020 Suret et al. faisaient la première mesure expérimentale de la densité d'état d'un gaz de solitons dans un bassin hydrodynamique [35].

La dynamique du gaz expliquée par la théorie cinétique des gaz de solitons introduit le concept de densité d'état (DOS<sup>8</sup>) notée :

$$f(x, t; \zeta) \tag{1.31}$$

qui exprime la densité de solitons contenus dans un intervalle  $[x, x + dx]$  dans l'espace direct et  $[\zeta, \zeta + d\zeta]$  dans l'espace IST à un instant  $t$ . L'évolution de cette densité d'état décrit le comportement du gaz au cours de son évolution. L'évolution de cette densité d'état dans le cas isospectral (1.24) est décrite par l'équation de continuité :

$$f_t + (sf)_x = 0 \tag{1.32}$$

qui exprime l'évolution de la DOS en fonction du temps induite par le mouvement des valeurs propres selon l'axe  $x$  avec une vitesse moyenne  $s(x, t; \zeta)$ . Nous pouvons remarquer que l'intégration de (1.32) sur  $x$  permet de retrouver la condition d'isospectralité (1.24). Les valeurs propres étant constantes dans l'espace IST, il s'agit donc de trouver comment elles se déplacent selon  $x$  dans l'espace direct, ramenant le problème à exprimer  $s(x, t; \zeta)$ .

Dans le cas d'un soliton sonde interagissant avec un gaz de solitons, l'expression de la vitesse du soliton sonde caractérisé par la valeur propre  $\zeta_p = \delta_p + i\eta_p$  peut être trouvée par :

---

8. « Density of state »

$$s(\zeta_p) = s_0(\zeta_p) + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Delta(\zeta_p, \zeta) f(\zeta) [s(\zeta_p) - s(\zeta)] d\eta d\delta \quad (1.33)$$

où  $s_0(\zeta_p)$  exprime la vitesse du soliton sonde sans interactions avec le gaz de solitons. Le deuxième terme décrit la correction de la vitesse effective du soliton en interaction avec le gaz de solitons. Ce terme se comprend comme une correction apportée par les collisions du soliton sonde caractérisé par  $\zeta_p$  avec des solitons de valeurs propres  $\zeta \in [\zeta, \zeta + d\zeta]$ . La correction en vitesse est donnée par le délai multiplié par le nombre de collisions par unité de temps. Ce dernier s'exprime comme la densité de solitons du gaz multiplié par la vitesse relative des solitons concernés. Ce terme est finalement la modification de la vitesse globale du soliton induite par les retards/accélération cumulée en raison des collisions. Les équations 1.32 et 1.33 constituent les équations de la théorie cinétique des gaz de solitons et permettent de décrire totalement le comportement de la densité d'état du gaz de solitons.

En théorie, comme les systèmes sont intégrables par la méthode de diffusion inverse, il est possible de connaître la forme d'un champ en tout temps et la théorie cinétique des gaz de solitons permet une description statistique de l'évolution du champ. En effet, en connaissant les paramètres des solitons à travers (1.33) et en intégrant l'équation (1.32), il est possible de connaître l'évolution statistique du champ. Cependant, cette intégration est non triviale, la vitesse effective des solitons étant une formule transcendante. Nous allons tout de même voir, dans le chapitre 2, que dans certains cas, cette intégration se fait très bien et nous verrons une preuve expérimentale de cette théorie.

### 1.3.3 Objectifs

#### 1.3.3.1 État de l'art

Tout au long de ce chapitre, nous avons discuté le fait que les solitons et les gaz de solitons suscitent un intérêt depuis de nombreuses décennies. Les solitons ont fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales dans divers domaines de la physique [1-3, 23, 27], notamment en optique non linéaire [6, 24,

26, 41-43, 46, 76, 77]. De même, les problématiques liées aux gaz de solitons ont été abordées tant du point de vue théorique [57, 58, 60-62, 66] qu'expérimental [35, 68, 78-81].

Cependant, il est essentiel de noter que les gaz de solitons sont des objets complexes, et leur description par la théorie cinétique a connu des évolutions récentes [57, 58, 60-62, 66]. Les résultats expérimentaux liés à la théorie cinétique sont encore relativement rares [35, 68, 82].

La génération de gaz de solitons peut prendre deux formes. La génération peut être soit spontanée [15, 63] soit contrôlée [29, 83, 84]. Dans certains cas, la dynamique d'ondes partiellement cohérentes peut se scinder en un train de solitons interagissant, ou encore le phénomène d'instabilité de modulation peut être à l'origine de la génération de gaz de solitons [56].

La génération contrôlée de gaz de solitons peut être réalisée à partir du spectre IST, en distribuant de manière aléatoire les valeurs propres et en leur associant des constantes de normalisation aléatoires [56]. Cependant, cette opération est numériquement complexe, et son implémentation physique requiert un contrôle précis des paramètres de génération du champ [56].

Malgré les défis expérimentaux, quelques résultats récents ont démontré la génération contrôlée de gaz de solitons [35, 68]. Le domaine de l'optique offre des opportunités prometteuses, bien que la génération contrôlée de gaz de solitons reste encore un défi. Les mesures actuelles sont principalement moyennées, et des grandeurs importantes du cadre de la théorie cinétique, telles que la densité d'état ou le spectre IST, sont difficiles à obtenir ou à mesurer [35, 68, 82].

Dans notre équipe, nous avons développé deux dispositifs expérimentaux permettant d'accéder à la dynamique spatio-temporelle du signal optique en mode "mono-coup" (c'est-à-dire sans moyennage) et à l'information sur le champ complexe de la lumière à un instant donné, ce qui permet de calculer le spectre IST. Ces dispositifs nous offrent des mesures de grandeurs caractéristiques de la théorie cinétique des gaz de solitons, auxquelles nous n'avions pas accès auparavant.

### 1.3.3.2 Problématique générale

Dans ce manuscrit, nous abordons deux problématiques majeures :

- Premièrement, la mise en place de la boucle de recirculation par Adrien Kraych [14] a ouvert la voie à l'accès à la dynamique spatio-temporelle de signaux optiques en mode "mono coup", offrant ainsi la possibilité d'explorer la dynamique spatio-temporelle des gaz de solitons. Parallèlement, les travaux de G. El ont contribué au développement de la théorie des gaz de solitons optiques pour l'équation NLS. **Ainsi, l'un des objectifs majeurs de ma thèse est de réaliser une étude expérimentale exploitant la boucle de recirculation pour corroborer les résultats théoriques issus de la théorie cinétique des gaz de solitons.**
- Deuxièmement, nous constatons que la théorie de l'IST et, par extension, la théorie cinétique des gaz de solitons sont généralement développés pour des systèmes d'ondes non linéaires décrits par des équations intégrables. Cependant, en optique, l'équation de NLS ne décrit la dynamique qu'au premier ordre, et le système est rapidement perturbé par des effets tels que les pertes linéaires et les dispersions d'ordres supérieurs. Cette situation soulève une question essentielle : **comment se comportent les interactions des solitons dans des systèmes perturbés, où l'intégrabilité est brisée?** Nous nous intéressons particulièrement à cette problématique pour enrichir notre compréhension des solitons dans des environnements réalistes.

Ces deux axes de recherche visent à explorer en profondeur les propriétés et les comportements des gaz de solitons dans des contextes expérimentaux, tout en prenant en compte les perturbations susceptibles d'influencer leur dynamique. En combinant des études expérimentales novatrices et des analyses théoriques approfondies, cette thèse s'inscrit dans une approche multidisciplinaire visant à éclairer les mécanismes fondamentaux régissant les interactions de solitons optiques.

Tout ce que nous entendons est  
une opinion et non un fait. Tout ce  
que nous voyons est une  
perspective et non la vérité.

---

Marc-Aurèle



## Réfraction d'un soliton par un gaz de solitons

Dans ce chapitre, nous relatons les résultats expérimentaux publiés dans la référence [85]. Nous allons nous intéresser à l'interaction entre un soliton et un gaz de solitons. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, pour les systèmes décrits par les équations intégrables à une dimension telles que l'équation NLS, les collisions de solitons sont élastiques, sans échange d'énergie. Seul un décalage dans leurs trajectoires et dans leurs phases sont signe de la collision [22]. Dans le cas de la collision d'un soliton test avec un gaz de solitons de vitesse différente, les résultats de l'IST prévoient que le décalage spatial du soliton test résulte de l'accumulation des multiples décalages issus de chaque collision/interaction entre le soliton test et les solitons composant le gaz. Par ailleurs, la théorie cinétique des gaz de solitons prévoit un changement de vitesse du soliton test du fait de son interaction avec le gaz de solitons [60, 66]. Dans ce chapitre, nous présentons une expérience d'optique fibrée, réalisée par mon directeur, Stéphane Randoux, et analysée par ce dernier et moi-même, qui met en interaction un soliton et un gaz de solitons et permet d'observer ce décalage et de mesurer le changement de vitesse du soliton dû à son interaction avec le gaz. Ces résultats se placent comme étant les premières mesures expérimentales permettant de valider les résultats de la théorie cinétique des gaz de solitons et en particulier, l'équation 1.33.



## 2.1 Réalisation expérimentale

L'expérience d'optique (représentée sur la figure 2.1) consiste en la génération de deux trains d'impulsions de vitesses différentes, l'un composé de solitons, l'autre de gaz de solitons, combinés et insérés dans une boucle de recirculation optique qui nous permet d'enregistrer la dynamique spatio-temporelle du processus de collision. Nous allons détailler le dispositif expérimental en nous intéressant d'abord à la génération des expériences, puis nous décrivons le mode de fonctionnement de la boucle de recirculation ainsi que l'enregistrement de la dynamique spatio-temporelle.

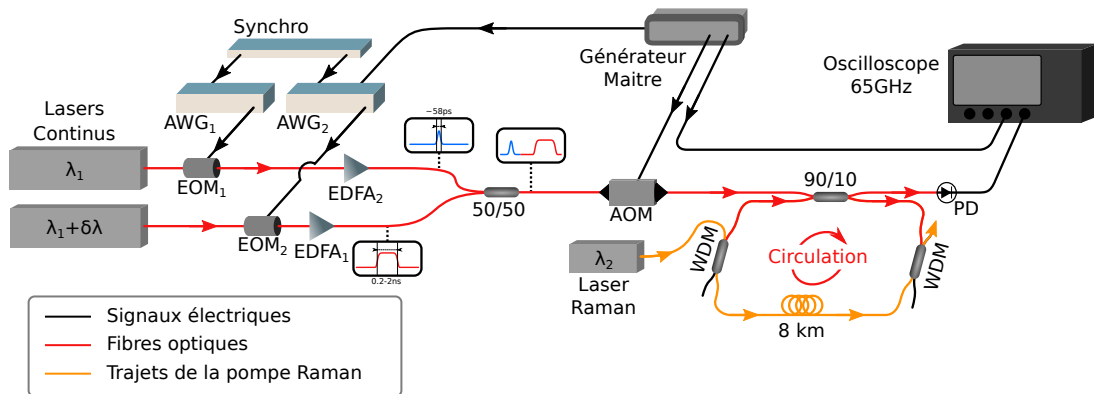


FIGURE 2.1 – Dispositif expérimental représentant la génération du signal lumineux et sa propagation dans la boucle de recirculation fibrée.  $\lambda_1 = 1550$  nm,  $\delta\lambda = 0,125$  nm,  $\lambda_2 = 1450$  nm. AWG : générateur de signaux arbitraires. EDFA : Amplificateur optique dopé Erbium. EOM : modulateur électro-optique en intensité. AOM : Modulateur acousto-optique. PD : photodiode. WDM : multiplexeur en longueur d'onde.

### 2.1.1 Génération des signaux optiques

Sur la figure 2.1, le schéma de l'ensemble de l'expérience mise en place est représenté. Dans cette partie, nous nous intéressons à la partie génération des expériences. Le principe général consiste à générer deux trains d'impulsions de vitesses différentes séparément et de les combiner avant de les faire circuler dans un anneau fibré.

Un premier train d'impulsions est généré en utilisant une source laser continue (APEX-AP3350A) de longueur d'onde  $\lambda_1 = 1550$  nm qui passe dans un modulateur électro-optique d'intensité (EOM<sub>1</sub> - iXblue MX-LN-20) de bande passante 20 GHz. Un générateur de fonctions arbitraires (AWG<sub>1</sub> - Tektronix AWG 70000) de bande passante 25 GHz fournit le signal électrique de la forme sécante hyperbolique.

Le signal issu du générateur de fonction passe ensuite dans un amplificateur de signaux radiofréquences (iXblue - DR-DG-20-Mo) puis est appliqué au modulateur électro-optique afin de générer un train de courtes impulsions ayant une forme voisine de celles de solitons optiques. Ce dernier passe ensuite dans un amplificateur optique dopé Erbium (EDFA<sub>1</sub> - Keopsys CEFA-C-BO-HP) afin d'atteindre la puissance nécessaire pour que les impulsions présentent une dynamique solitonique. Le train est ainsi formé de 29 impulsions de largeur à mi-hauteur  $59 \pm 16$  ps et d'amplitude  $39,2 \pm 5,5$  mW. La mesure des puissances se fait par la calibration des signaux mesurés. La procédure de calibration de la puissance est présentée dans la section 2.2.1.2

Le deuxième train d'impulsions de formes rectangulaires, qui formeront des gaz de solitons sous la forme d'états liés, est généré de la même manière en utilisant une source continue (APEX-AP3350A) de longueur d'onde  $\lambda_1 + \delta\lambda$  avec  $\delta\lambda = 0,125$  nm la différence en longueur d'onde de 0,125 nm. Cette différence en longueur d'onde induit une différence de vitesse de groupe de  $\delta[v_g^{-1}] = \frac{2\pi\beta_2 c}{\lambda_1^2} \delta\lambda = -2,16$  ps/km entre les deux trains dans une fibre monomode standard SMF28e. Un deuxième EOM (EOM<sub>2</sub> - iXblue MX-LN-10) piloté par un deuxième AWG (AWG<sub>2</sub> - Tektronix AWG 70000) module le signal continu en un train de 29 impulsions carrées de largeur comprise entre 200 ps et 2000 ps rangées par ordre de tailles croissantes. Les deux AWG sont synchronisés avec un module (Tektronix - AWGSYNC01), ce qui permet de générer des trains d'impulsions de manière synchrone et d'ajuster le délai entre ceux-ci.

Le signal optique est ensuite amplifié par un deuxième EDFA (EDFA<sub>2</sub> - Keopsys CEFA-C-BO-HP) pour atteindre des impulsions carrées de puissance crête  $19,2 \pm 1,6$  mW.

Les deux trains d'impulsions sont ensuite combinés à travers un coupleur 50/50 puis passent dans un modulateur acousto-optique (AA opto-electronic).

Le modulateur acousto-optique est le déclencheur des expériences, il laisse passer une condition initiale toutes les 20 ms. Cela a pour but de n'insérer qu'une condition initiale par expérience dans la boucle (voir section suivante 2.1.2).

Tout le système est synchronisé sur une horloge maîtresse donnée par le « Générateur maître ». Ce dernier impose l'horloge aux AWG, fournit le signal à l'AOM pour laisser entrer la lumière dans la boucle et fournit un signal créneau à l'oscilloscope qui déclenche les acquisitions en mode séquences (voir section suivante 2.1.2).

### 2.1.2 Détection mono-coup de la dynamique spatio-temporelle

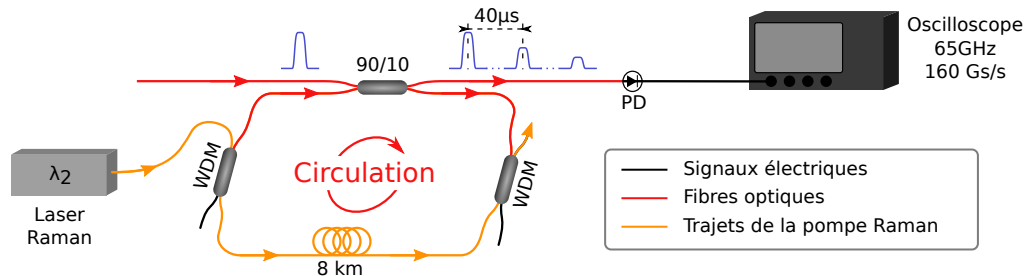


FIGURE 2.2 – Principe de la boucle de recirculation. Le champ optique initial est injecté dans la boucle par le coupleur 90/10. Le signal parcourt la boucle dans le sens indiqué par la flèche rouge. À chaque tour, 10% du signal est extrait puis enregistré par l'oscilloscope ultra-rapide.

Une acquisition est composée d'un train de 29 expériences, chaque expérience étant associée à la propagation d'un soliton et d'un gaz de solitons d'extension fixée. Le train d'expérience généré est ensuite envoyé dans une boucle de recirculation fibrée. Ce dispositif expérimental a été développé lors de la thèse de A. Kraych [15] et est basé sur l'idée des boucles de recirculations développées dans le contexte des télécommunications optiques [86, 87]. Le principe de l'expérience est représenté sur la figure 2.2 et détaillé ci-après.

Le dispositif repose sur une fibre monomode (SMF-28e) de 8 km bouclée sur elle-même à l'aide d'un coupleur 90/10. Le signal initial est injecté dans la boucle via le coupleur. 10% de la puissance entre dans la fibre et propage pendant 8 km. Après chaque tour de boucle, 10% du signal est extrait et enregistré par

une photodiode (Finisar - XPDV2120R-10-20-040) de bande passante 50 GHz et un oscilloscope (TeledyneLecroy - LabMaster 10-65zi) de bande passante 65 GHz et capable d'échantillonner les signaux à une cadence de 160 GSa/s. Les 90% restant du signal sont réinjectés dans la boucle et recirculent. Ainsi, sur l'oscilloscope, on enregistre une trace en vue stroboscopique de la dynamique spatio-temporelle du signal (voir figure 2.3).

L'enregistrement montré sur la figure 2.3.a est un exemple d'acquisition monocoup d'une expérience. L'acquisition totale représente  $16 \times 10^6$  points et fait 100  $\mu\text{s}$  au total. Il est important de noter que l'anneau mesure 8 km de long et qu'à la vitesse de  $2 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ , dans la silice, la lumière parcourt un tour de boucle en 40  $\mu\text{s}$ . Enregistrer 200 tours devrait donc générer un enregistrement de 8 ms et  $1,28 \times 10^9$  points. Cependant, enregistrer en continu n'est pas une méthode optimale. En effet, le signal lumineux passe la majorité du temps dans la boucle, donc le signal enregistré dans la photodiode serait majoritairement compris de zéros.

L'enregistrement se fait en utilisant le « mode séquence » de l'oscilloscope. L'enregistrement ne se fait pas en continu, il est décomposé en sous enregistrements appelés séquences. Chaque séquence d'enregistrement est déclenchée en synchronisation avec le passage du signal lumineux sur la photodiode. Comme montré sur la figure 2.4, le générateur maître du dispositif qui impose l'horloge, fournit un signal créneau au taux de répétition de l'anneau pour indiquer à l'oscilloscope quand déclencher les séquences d'enregistrement. Le générateur fournit d'abord un signal à l'AOM et à l'oscilloscope pour déclencher une expérience. Toutes les 40  $\mu\text{s}$ , la photodiode reçoit le signal d'un tour de fibre. Le générateur maître fournit un signal créneau à  $\sim 25 \text{ kHz}$  qui déclenche une séquence d'acquisition. À chaque front montant, l'oscilloscope enregistre pendant 500 ns puis s'arrête et attend le créneau/tour suivant.

Sur la figure 2.3.b on a zoomé sur une partie de la trace et on discerne un motif qui se répète cinq fois. Il s'agit de cinq séquences, cinq acquisitions de cinq tours consécutifs. Cette méthode permet de s'affranchir de l'enregistrement de signaux d'intensité nulle durant de longues plages de 40  $\mu\text{s}$ . Le temps d'enregistrement n'est donc pas le temps physique et n'a de pertinence qu'à

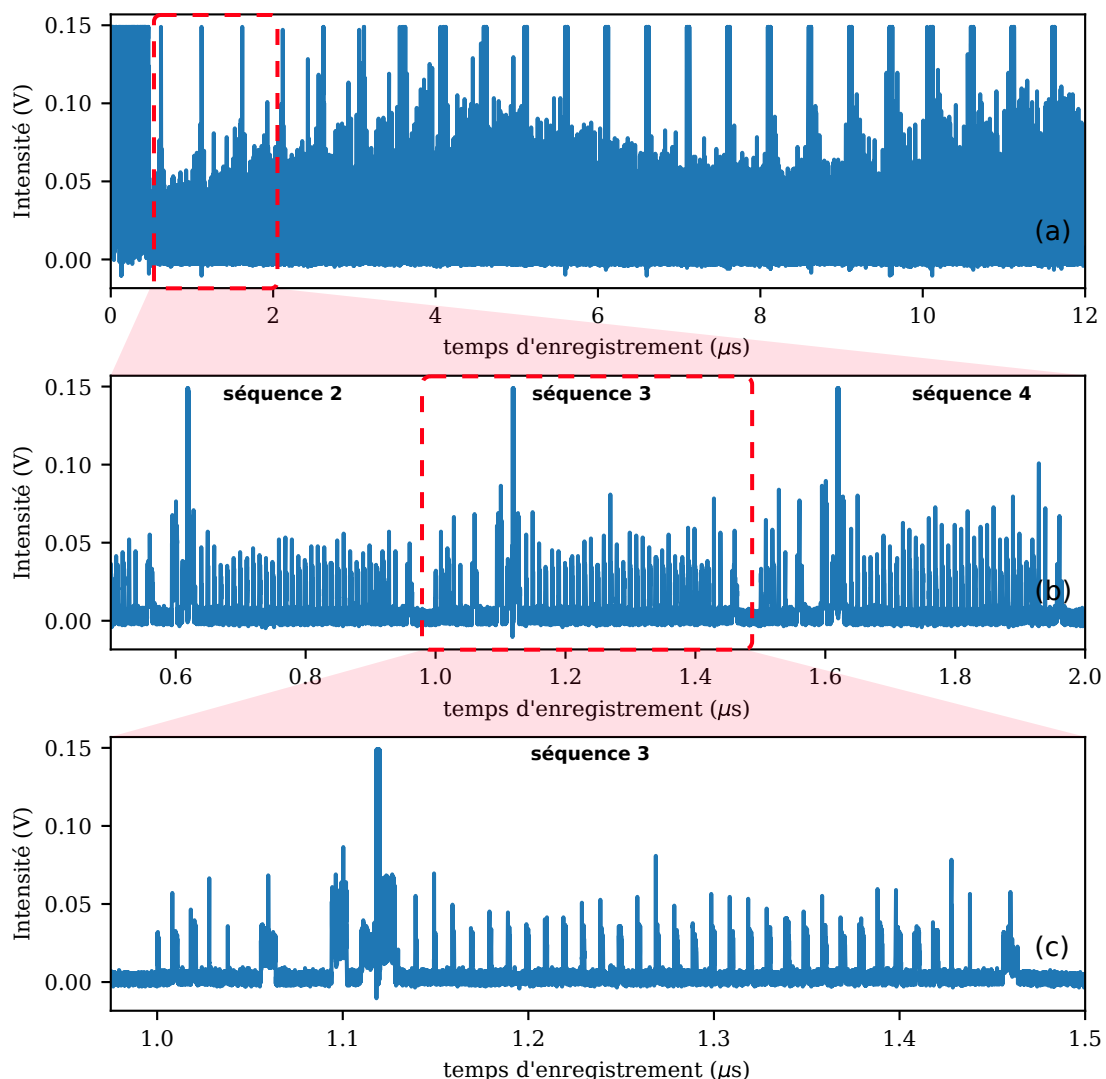


FIGURE 2.3 – Trace typiquement enregistré par l’oscilloscope en mode séquence ici illustrée sur une durée de 12  $\mu\text{s}$ . En pratique la durée totale d’enregistrement est de 100  $\mu\text{s}$ , ce qui correspond à 200 séquences de 500 ns (a) Trace entre 14  $\mu\text{s}$  et 26  $\mu\text{s}$ . (b) zoom entre 15  $\mu\text{s}$  et 17,6  $\mu\text{s}$ . Dans cet intervalle, cinq tours sont discernables. (c) zoom dans un tour (500 ns) entre 16,1  $\mu\text{s}$  et 16,6  $\mu\text{s}$ .

l’intérieur d’une séquence. Dans chaque séquence, le temps attaché est donc le temps retardé qui décrit la forme du signal dans son propre référentiel.

La figure 2.3.c est un zoom dans une séquence. C’est un enregistrement monocoupe du signal lumineux à un instant de sa dynamique. Le traitement des

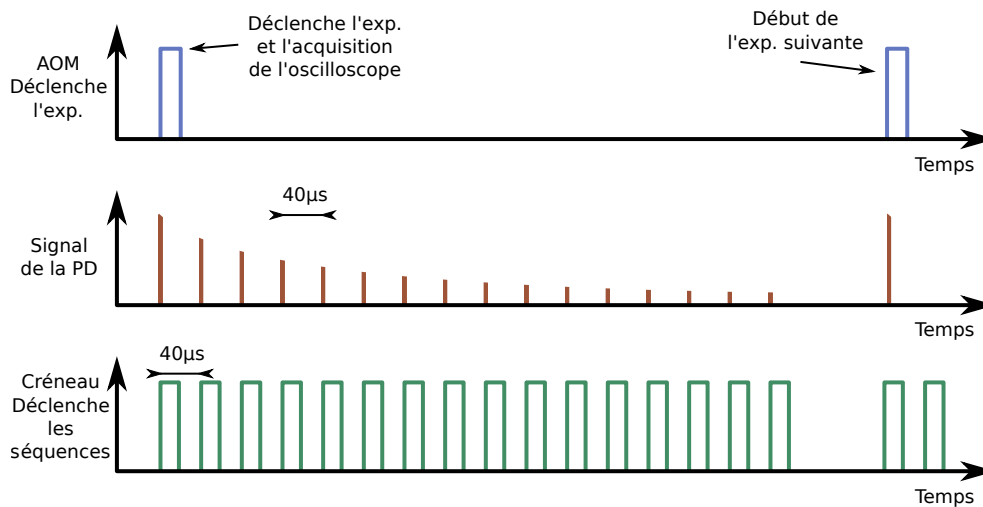


FIGURE 2.4 – Schéma de principe de la synchronisation du déclenchement des séquences d’acquisition avec le passage de la lumière sur la photodiode. Un créneau de période 50 ms déclenche une expérience et l’acquisition de l’oscilloscope. La lumière passe sur la photodiode par intervalles de 40  $\mu$ s. Un créneau de fréquence 25 kHz déclenche chaque séquence d’acquisition.

séquences permet de reconstruire la dynamique spatio-temporelle du signal.

L’enregistrement est traité pour reconstruire la dynamique spatio-temporelle en suivant les étapes suivantes qui sont détaillées dans l’annexe A :

- **Interpolation** : le signal brut enregistré à l’oscilloscope est interpolé pour multiplier le nombre de points par quatre. Entre deux points consécutifs de l’enregistrement, trois points sont insérés pour créer un nouveau signal coïncidant avec le signal original sans ajouter d’information, uniquement pour multiplier artificiellement les points de la courbe.
- **Découpage** : Le signal enregistré en mode séquence est découpé en suivant les séquences. Elles sont placées dans un tableau à 2 dimensions. La direction horizontale du tableau est associée au temps dans le référentiel circulant à la vitesse de groupe des impulsions se propageant dans la boucle de recirculation. La direction verticale indique le numéro séquence (et donc la distance parcourue si on multiplie ce numéro par 8 km).
- **Roulement** : Le mode séquence n’étant pas parfaitement synchronisé, une légère dérive peut être présente. Dans la fenêtre d’acquisition, l’ensemble du signal peut se décaler vers la droite ou la gauche. Toutes lignes sont

donc décalées pour supprimer cet effet de dérive. Cela permet de se placer dans le référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe des signaux (dans notre cas, du train de solitons).

- **Corrélation :** Le déclenchement des acquisitions par l'oscilloscope peut présenter une gigue temporelle, le temps auquel se déclenche l'acquisition d'une séquence peut varier aléatoirement de plusieurs dizaines de picosecondes. Les séquences sont corrélées l'une par rapport à sa précédente pour être recentrée et supprimer la gigue temporelle.

Le jeu de données obtenu après ce raffinement est un diagramme spatio-temporel reconstruisant la dynamique de la lumière durant la propagation dans la boucle (voir figure 2.6).

### 2.1.3 Compensation des pertes linéaires

Le principe de la boucle de recirculation est d'extraire 10% du signal à chaque tour pour l'enregistrer. Cela induit directement une décroissance exponentielle de l'énergie du signal optique circulant dans celle-ci. De plus, la boucle de recirculation est composée d'une fibre SMF28e dont les pertes intrinsèques sont de  $-0,2$  dB/km, soit 1,6 dB de pertes liées à la propagation dans la fibre à chaque tour. Chaque tour représente donc 2,1 dB de pertes, ce qui signifie qu'au deuxième tour, il n'y a plus que 50% de l'énergie initiale et 10% après cinq tours.

Pour pallier cela, nous utilisons un système d'amplification par diffusion Raman stimulée intra-anneau tels qu'ils ont déjà été développés [24, 41, 48]. Le détail de l'amplification Raman étant donné dans le chapitre 3, je ne donnerai ici que les grandes idées. Un laser Raman de longueur d'onde 1450 nm est injecté dans la boucle via des multiplexeurs en longueur d'onde et se propage à contre-sens du signal (voir figure 2.2). Ce laser à 1450 nm agit comme une pompe et génère une amplification sur une large bande de fréquences dont le maximum de gain se trouve à  $\lambda = 1550$  nm. Notre signal expérimental étant centré à  $\lambda = 1550$  nm, il s'en trouve amplifié lors de sa propagation. La puissance de la pompe Raman est ajustée de manière à compenser au mieux les pertes de la boucle.

Sur la figure 2.5, on trace en points bleus l'énergie adimensionnée mesurée

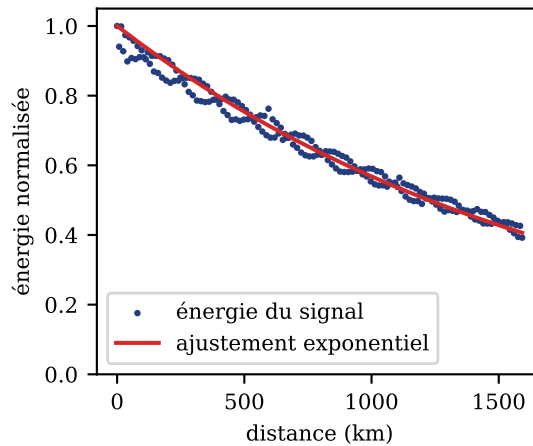


FIGURE 2.5 – Dissipation. (bleu) énergie tour à tour d’une expérience. (rouge) ajustement exponentiel par  $\exp(-\alpha z)$  avec  $z$  la distance parcourue en kilomètres et  $\alpha = 6 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$

(l’intégrale du signal normalisé par rapport au temps) à chaque tour d’expérience et on ajuste les points en utilisant une fonction exponentielle décroissante  $\exp(-\alpha z)$  avec  $z$  la distance en kilomètres. Ce qui permet de trouver un coefficient de pertes effectives  $\alpha = 6 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$ .

Au début de ma période de doctorat, nous avons travaillé à créer un système d’asservissement de la puissance de la pompe Raman sur le niveau du signal de la boucle. L’idée était de détecter à chaque tour la puissance intra-boucle et de modifier dynamiquement la puissance de la pompe pour compenser les pertes indéfiniment. Ce projet n’a pas abouti, mais est actuellement dans certaines idées d’amélioration des performances de la boucle de recirculation.

## 2.2 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous considérons en détails les dynamiques spatio-temporelles associées à 29 collisions de solitons avec des gaz de solitons. Les diagrammes spatio-temporels sont obtenus en utilisant la boucle de recirculation décrite précédemment. Le traitement de données a été effectué par Stéphane Randoux et moi-même. Les enregistrements sont calibrés en puissance en utilisant le phé-



nomène d'instabilité modulationnelle puis traités afin d'extraire l'information sur le décalage du soliton dû à la collision avec le gaz de solitons en fonction de la taille du gaz de solitons. Enfin, nous nous intéresserons au changement de vitesse effective du soliton résultant de son interaction avec le gaz de solitons.

## 2.2.1 Calibration des signaux et normalisation des données expérimentales

### 2.2.1.1 Diagramme spatio-temporel expérimental

La figure 2.6.a montre un enregistrement monocoup global d'une expérience. L'enregistrement se fait sur 199 tours de boucles soit 1592 km. Comme expliqué juste avant, l'enregistrement se fait en utilisant le mode « séquence » de l'oscilloscope, l'acquisition ne se déclenche que périodiquement et de manière discontinue en synchronisation avec le passage du signal lumineux sur la photodiode sur une durée de 500 ns. Les séquences sont ensuite arrangées dans le diagramme spatio-temporel qui décrit l'évolution, pour l'instant en volt en échelle de couleurs, de la condition initiale placée à  $z = 0$  km. L'expérience peut être séparée en deux zones distinctes.

Entre  $t \approx 0$  et  $t \approx 60$  ns, trois impulsions longues de puissances constantes ( $\sim 8$  ns) évoluent selon le phénomène d'instabilité de modulation (IM) déjà observé par A. Kraych en utilisant ce même anneau en 2019 [14]. Ces impulsions serviront la calibration en puissance du diagramme spatio-temporel.

Entre  $t \approx 60$  ns et  $t \approx 340$  ns, 29 solitons et 29 impulsions rectangulaires sont placées. Les impulsions rectangulaires sont de largeurs comprises entre 200 ps et 2 ns. La différence de longueur d'onde entre les solitons et les impulsions carrées est de  $\delta\lambda = 0,13$  nm. Sur les figures 2.6.b-e sont représentés les zooms des évolutions spatio-temporelles des expériences 8, 15, 22 et 29. La différence en longueur d'onde est associée à une différence de vitesse de groupe entre le soliton et le gaz de solitons, ce qui induit la collision entre le soliton et le gaz.

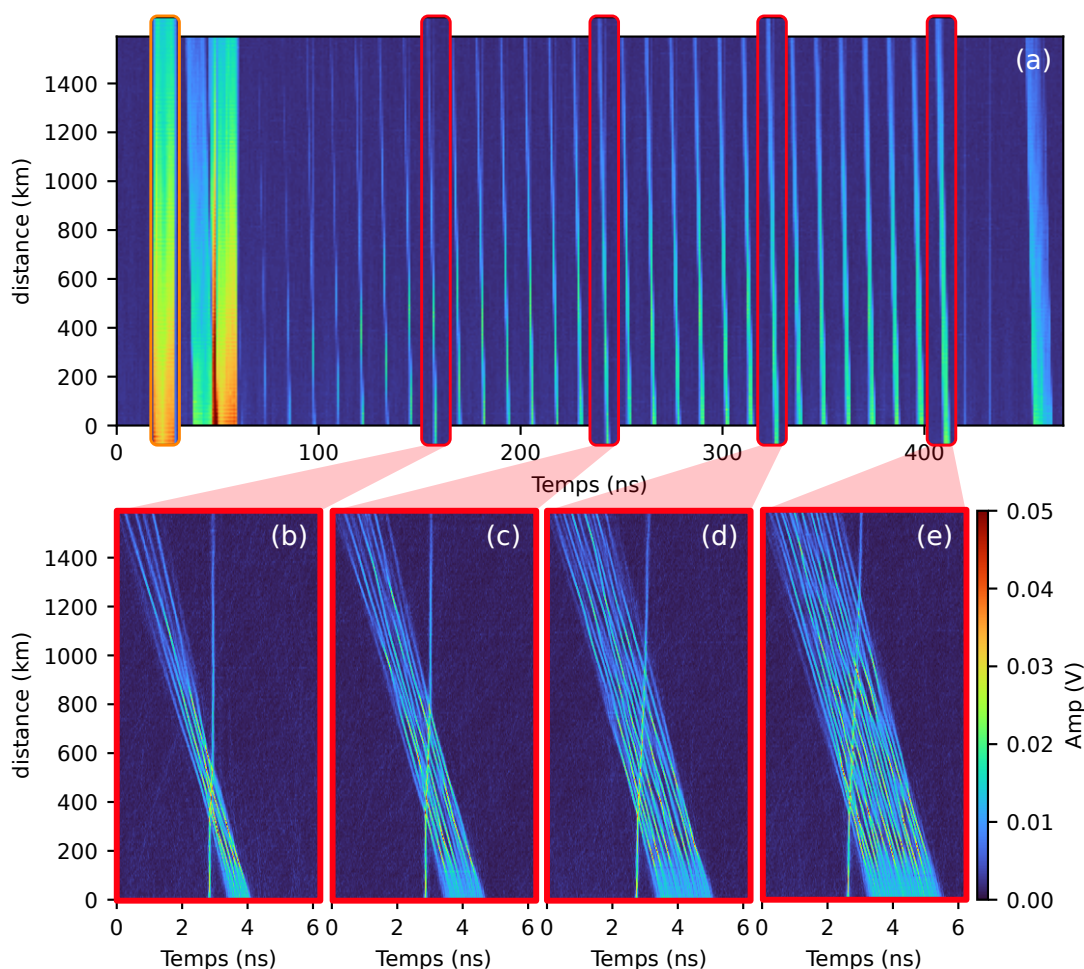


FIGURE 2.6 – (a) Acquisition mono-coup de la dynamique spatio-temporelle global d’une expérience. Entre  $t \approx 0$  et  $t \approx 60$  ns : évolution spatio-temporelle de trois impulsions larges ( $\approx 8$  ns) initialement bruitées. Les impulsions évoluent selon la dynamique de l’instabilité de modulation (IM) [14, 88] en stade non linéaire. Entre  $t \approx 60$  ns et  $t \approx 340$  ns : 29 expériences de collision d’un soliton avec un gaz de solitons. Les gaz de solitons sont initialement des impulsions carrées bruitées de largeurs comprises entre 200 ps et 2 ns. L’évolution est observée sur 1600 km. L’amplitude du signal lumineux enregistré à la photodiode est exprimé en Volts en échelle de couleurs. (b-e) Zooms sur quatre collisions de soliton avec un gaz de solitons pour quatre gaz de solitons d’extensions différentes.

### 2.2.1.2 Calibration en puissance

Le traitement des données brutes passe par une première étape de calibration en puissance du signal pour convertir la tension mesurée en Volts en une

puissance optique exprimée en Watts. On utilise les impulsions longues et le phénomène d'instabilité de modulation pour trouver le facteur de conversion.

La propagation des signaux lumineux dans la boucle de recirculation peut être décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (1.11) avec l'ajout d'un terme de pertes effectives :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{|\beta_2|}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A + i \frac{\alpha_{eff}}{2} A = 0 \quad (2.1)$$

avec, comme expliqué dans le chapitre 1,  $A(z, T)$  l'enveloppe lentement variable du signal,  $z$ , la longueur de propagation,  $T$  le temps retardé dans le référentiel du signal,  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$  le coefficient d'effet Kerr de la fibre et  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2/\text{km}$  le coefficient de dispersion de vitesse de groupe. Parmi les phénomènes bien connus pouvant apparaître dans la dynamique de signaux évoluant selon 1.11 on retrouve le phénomène d'instabilité de modulation (IM).

Pour parler rapidement de l'instabilité de modulation (ou instabilité de Benjamin Feir [88]), il s'agit d'un phénomène présent dans la physique de l'équation de Schrödinger non linéaire focalisante ( $\beta_2 < 0$ ). Une onde plane faiblement modulée se déstabilise en un train d'impulsions suite à l'amplification exponentielle des composantes de la modulation. Sur la figure 2.7.a, on représente un cas d'IM enregistré en monocoup avec la boucle de recirculation. Ce phénomène est un des plus connus de la physique des ondes non linéaires et a donc été largement étudié [88-94] et a été une part importante des travaux d'Adrien Kraych [15]. En condition initiale, à  $z=0 \text{ km}$ , l'impulsion large, en regardant suffisamment loin des bords, peut être considérée comme une onde plane modulée par du bruit optique. L'onde plane se déstabilise et la dynamique évolue en un train d'impulsions caractéristique de l'IM. Sur la figure 2.7.b, la coupe transverse du signal électrique à  $z=94 \text{ km}$  présente un train d'impulsions de période  $T_{MI} = 104,3 \text{ ps}$ .

La période temporelle caractéristique du train d'impulsions généré par le phénomène d'instabilité de modulation  $T_{IM}$  est reliée à la puissance moyenne du signal par la formule [12] :

$$P_0 = \left( \frac{2\pi}{T_{IM}} \right)^2 \frac{|\beta_2|}{2\gamma} \quad (2.2)$$

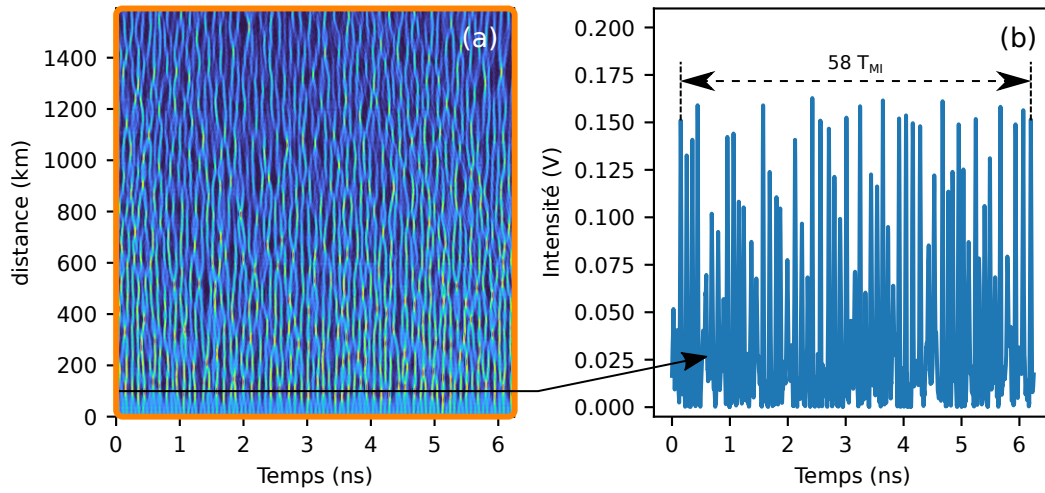


FIGURE 2.7 – Calibration en puissance du signal enregistré. La dynamique de l’instabilité de modulation est utilisée pour calibrer le diagramme spatio-temporel en puissance. La coupe temporelle du signal de MI à  $z = 96$  km présente 58 périodes IM associées à une puissance moyenne de 29 mW.

avec  $P_0$  la puissance moyenne de l’onde plane. À  $T_{MI} = 104,3$  ps on associe donc une puissance de 29 mW qui nous permet de convertir la tension détectée par la photodiode en puissance optique pour l’ensemble du diagramme spatio-temporel enregistré.

### 2.2.1.3 Normalisation vers 1DNLSE adimensionnée

Pour convertir les données expérimentales en résultats comparables avec les résultats de l’IST et de la théorie des gaz de solitons, on normalise les données selon la normalisation :

$$x = \frac{T}{T_0} \quad t = \frac{z}{2L_{NL}} \quad \psi = \frac{A}{\sqrt{P_0}} \quad (2.3)$$

pour comparer avec (1.28), le changement de variable est légèrement différent (voir (1.12)). Le champ est donc normalisé en utilisant  $P_0 = 0,029$  W,  $\beta_2 = -22$  ps<sup>2</sup>km<sup>-1</sup>,  $\gamma = 1,3$  W<sup>-1</sup>km<sup>-1</sup>,  $T_0 = 24,16$  ps et  $L_{NL} = 26,52$  km. Rappelons que  $P_0$  et  $T_0$  sont reliés par 1.20. On note que la longueur non linéaire associée à notre expérience est plus de trois fois plus grande qu’un tour d’anneau (8 km).

### 2.2.2 Mesure expérimentale du décalage de position issu de l'interaction entre le soliton et le gaz de solitons

Comme nous pouvons l'observer sur les figures 2.6.b-e, nous avons accès à 29 expériences de solitons entrant en collision avec des gaz de solitons. Nous avons donc la possibilité d'observer le décalage que subissent les solitons après les collisions. Après la normalisation des 29 diagrammes spatio-temporels, nous pouvons repérer la trajectoire du soliton et mesurer son décalage dû à l'interaction avec le gaz de solitons. Comme montrée sur la figure 2.8.a, la mesure du décalage se fait en plaçant trois points  $P_i(x_i, t_i)$  avec  $i = (0, 1, 2)$  repérés manuellement. Le premier point  $P_0$  est placé au début de la trajectoire du soliton  $t \rightarrow 0$ . Le deuxième point  $P_1$  est placé juste avant la collision. Avec ces deux points, on pourra trouver la trajectoire initiale du soliton. Le troisième point  $P_2$  est placé juste après la collision. De ces trois points, on peut trouver deux équations de

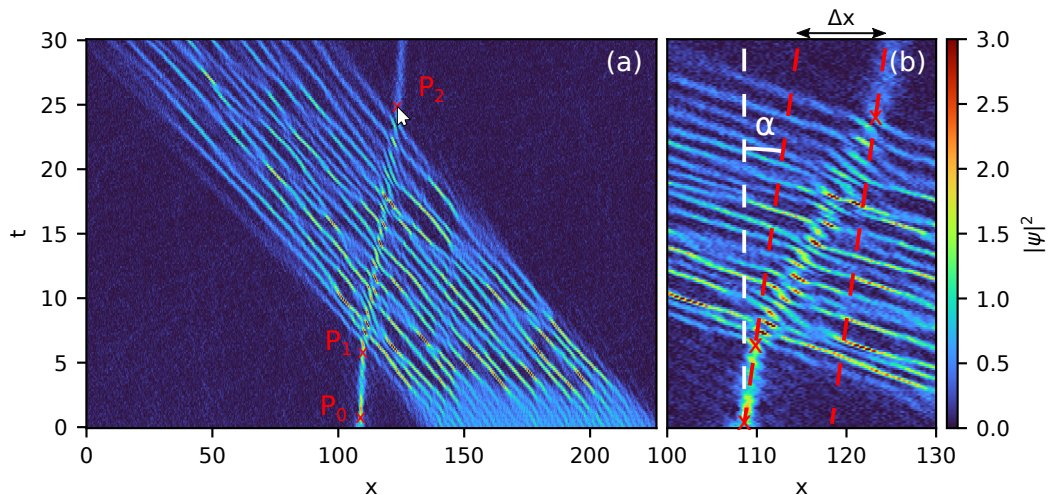


FIGURE 2.8 – Méthode de mesure du décalage du soliton due à la collision avec le gaz de solitons. (a) Dynamique spatio-temporelle de la collision d'un soliton avec un gaz de solitons sur laquelle sont placés trois points  $P_i(x_i, t_i)$  ( $i = 0, 1, 2$ ) pour mesurer  $\Delta x$ . (b) Zoom dans la dynamique révélant le décalage du soliton ainsi que sa vitesse initiale.

droites, l'une passant par  $P_0$  et  $P_1$  et l'autre par  $P_2$ . La première est parallèle au soliton en dehors du gaz. Notons qu'ici, bien que nous nous plaçons dans le référentiel se déplaçant à la vitesse du groupe du train de soliton (voir 2.1.2),

le soliton test a une légère vitesse initiale ( $x(t) \neq x(t = 0)$ ). Nous discuterons ce point un peu plus tard.

La deuxième droite est placée en parallèle de la première en passant par le point positionné en sortie de l'interaction. Nous pouvons remarquer que la deuxième droite ne suit pas la trajectoire du soliton après la fin de l'interaction, ce dernier a manifestement changé de vitesse. Nous discutons ce point un peu plus tard.

De ces deux droites parallèles (voir figure 2.8.b) on extrait une formule simple donnant le décalage subi par le soliton à partir de la mesure de la position des points  $P_0, P_1, P_2$  dans le plan  $(x, t)$  :

$$\Delta x = x_2 - x_0 - t_2 \tan\left(\frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0}\right) \quad (2.4)$$

### 2.2.3 Mesure du décalage du soliton test en fonction de la taille du gaz

On mesure le décalage du soliton pour les 29 expériences et on trace ce décalage en fonction de l'aire mesurée des signaux carrés. En effet, pour un signal initialement carré, le nombre de valeurs propres associées au gaz de solitons est donné par [7] :

$$n = \text{Int}\left(\frac{b}{\pi} + \frac{1}{2}\right) \quad (2.5)$$

avec  $\text{Int}()$  l'opérateur qui isole la partie entière et  $b$  l'amplitude du signal carré. Sans avoir exactement le spectre discret de nos signaux, en connaissant l'aire de ces derniers, nous pourrions connaître le nombre de valeurs propres et estimer leurs valeurs.

Pour calculer l'aire du signal carré associé au gaz de solitons, on passe par un traitement qui lisse et ajuste l'impulsion sur une super-gaussienne. Comme montré en gris sur la figure 2.9, initialement le signal de l'impulsion carré présente une modulation rapide forte. Cette modulation (de fréquence 16 GHz ou 0,13 nm) s'explique par le battement entre les deux lasers source. Le modulateur électro-optique qui taille les impulsions a un taux d'extinction de 20 dB, donc 1% du signal des impulsions solitoniques interfère avec le signal des impulsions

carrées, créant un battement à 16 GHz. Le signal est lissé en faisant la moyenne glissée de l'impulsion. Cette opération est effectuée en faisant le produit de convolution du signal avec une fonction porte (2.8). En noir sur la figure 2.9, l'impulsion moyennée permet de calculer l'aire du gaz de solitons. Le signal est ensuite ajusté en utilisant la forme de la super-gaussienne 2.7 avec  $n$  optimisé pour chaque carré et en contraignant l'aire de l'ajustement par l'aire mesurée.

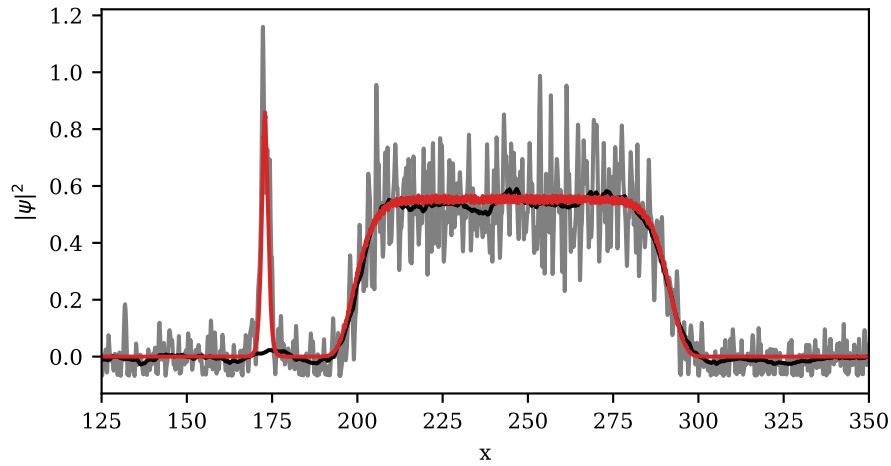


FIGURE 2.9 – En gris, la condition initiale en intensité de l'expérience n°29. En noir, la moyenne lissée de cette condition initiale. En rouge, l'ajustement associé avec du bruit blanc. Le soliton est ajusté en utilisant la fonction sech(x) et le gaz de solitons par une fonction supergaussienne (2.7).

Pour les 29 expériences, on repère, sur la figure 2.10, le décalage du soliton sonde en fonction de l'aire du gaz associé. En cercles bleus, on représente le décalage du soliton sonde mesuré en fonction de l'aire du gaz pour les 29 expériences.

Pour chacune des 29 expériences, une simulation de :

$$i\psi_t = -\psi_{xx} - 2|\psi|^2\psi - i\frac{\epsilon}{2}\psi \quad (2.6)$$

a été effectuée avec  $\epsilon = 2\alpha_{eff}/\gamma P_0 = 0.016$  où  $\alpha_{eff} = 6,2 \times 10^{-4} \text{ km}^{-1}$  mesuré en expérience. Nous avons pris, pour condition initiale, l'ajustement du champs expérimental initial par la forme solitonique 1.27 pour le soliton test et par une forme super gaussienne :



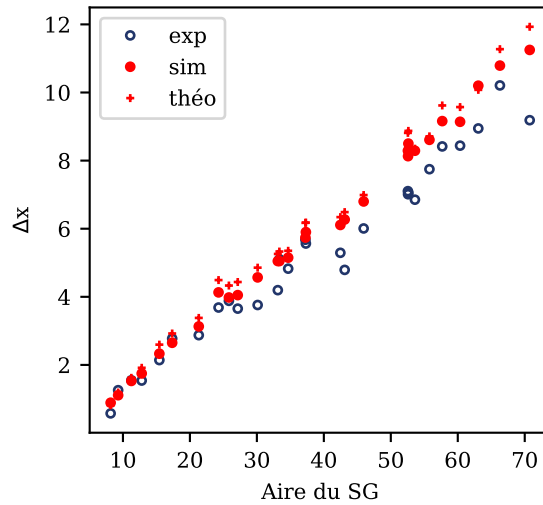


FIGURE 2.10 – Décalage du soliton après collision en fonction de la taille du gaz de solitons. En cercles bleus, le décalage expérimental, en points rouge les simulations de (1.28) avec et en croix rouge le décalage théorique obtenu par le calcul (1.30)

$$\psi(x) = be^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)^n} \quad (2.7)$$

pour le gaz. Dans les deux cas, on a cherché les paramètres optimaux d'ajustement en contraignant le fait que l'aire de l'ajustement doit être égale à l'aire mesurée en expérience. La vitesse relative initiale des deux objets est de 4.53 et on ajoute la vitesse individuelle du soliton repérée lors de la mesure 2.8. Ainsi, pour chaque expérience, nous trouvons le décalage du soliton induit par la collision avec le gaz de solitons, par la même méthode de repérage, en simulation numérique. Ces décalages sont repérés en points rouges sur la figure 2.10.

Enfin, en croix rouges, on a calculé le décalage théorique du soliton en calculant le spectre IST de la condition initiale utilisée en simulation et en appliquant la formule du décalage cumulé (1.30). Les simulations et les mesures expérimentales sont en bon accord avec le calcul théorique. Ce résultat permet de montrer, par une mesure directe, que la méthode de diffusion inverse prédit remarquablement bien le comportement des ondes non linéaires, et en l'occurrence, dans les fibres optiques. Nous pouvons tout de même remarquer la présence d'écarts



entre les différents résultats, nous discuterons de la source des incertitudes un peu plus tard.

### 2.2.4 Vitesse effective du soliton

Intéressons-nous maintenant à la vitesse du soliton sonde. Comme nous l'avons vu plus tôt 1.3.2, la vitesse effective du soliton est modifiée lorsqu'il est en interaction avec un gaz de solitons. Ce phénomène est illustré sur la figure 2.11. On observe l'expérience n°29 en se plaçant à présent dans le référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe du gaz de solitons. La vitesse du soliton devient :  $s_0(\lambda_t) = -4\delta_t = -4.53$  avec  $\delta_t$  la partie réelle de la valeur propre du soliton test. La partie réelle des valeurs propres  $\zeta_i$  du gaz de solitons devient nulle  $\Re(\lambda_i) = 0$ . Sur la figure 2.11.a, la position du soliton sonde est discernable tout au long de l'interaction. Le soliton, de vitesse constante suivant donc une trajectoire rectiligne, change de vitesse à l'entrée du gaz. Ici, nous comparons ce changement de vitesse avec les résultats de la théorie cinétique des gaz de solitons.

Dans le cas de nos expériences, nous nous intéresserons au cas particulier d'une condition initiale qui prend la forme d'une impulsion carrée. Dans ce cas, qu'on appelle l'état lié de solitons [63], un champ initialement défini par :

$$\psi(x) = \begin{cases} b & \text{si } |x| \leq L/2 \\ 0 & \text{si } |x| \geq L/2 \end{cases} \quad (2.8)$$

est constitué de solitons de mêmes vitesses (mêmes  $\delta$ ) et d'amplitudes ( $\eta$ ) distribués selon la distribution de Bohr-Sommerfeld [63, 95] et le contenu radiatif diminue exponentiellement avec  $L$  [63] et peut être négligé. De plus, la distribution des parties imaginaires des valeurs propres associées au potentiel 2.8 tend vers la distribution de Weyl  $\varphi(\eta)$  pour les grands nombres de solitons :

$$\varphi(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{b^2 - \eta^2}} \quad (2.9)$$

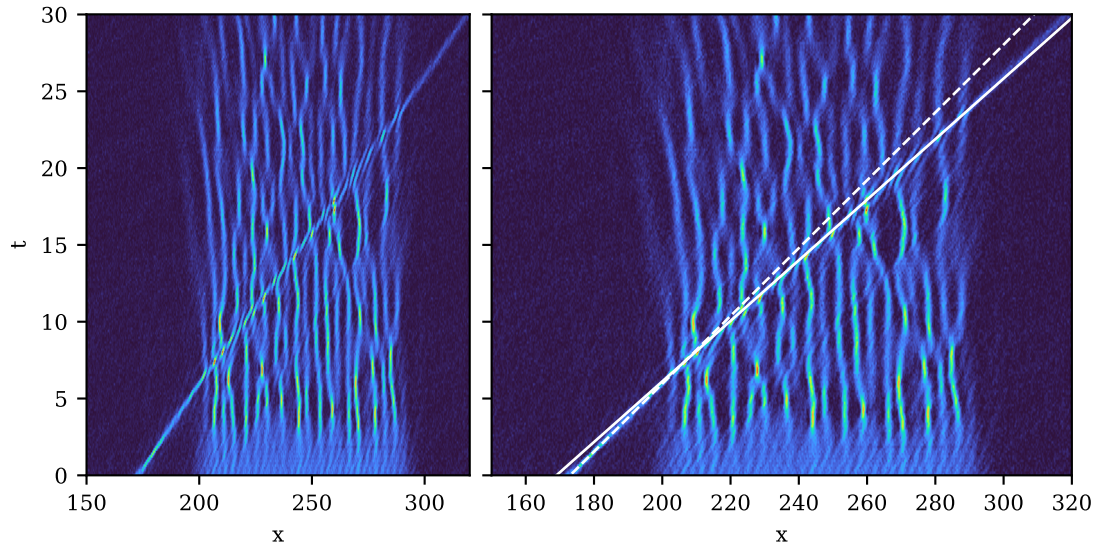


FIGURE 2.11 – (a) Diagramme spatio-temporel expérimental de la collision n°29 dans le référentiel se déplaçant à la vitesse de groupe du gaz. (b) Comparaison de la vitesse effective du soliton dans le référentiel du gaz de solitons. En tirés blancs, la vitesse du soliton en dehors du gaz ( $v = 4.53$ ). En trait plein, la vitesse du soliton à l'intérieur du gaz calculée via (2.13) avec  $b = 0,75$ ,  $\eta_p = 0,53$

Cette distribution permet de trouver la densité d'état pour le gaz de solitons  $f(\lambda) = \varphi(\eta)/\pi$  :

$$f(\lambda = i\eta) = \frac{\eta}{\pi\sqrt{b^2 - \eta^2}} ; \eta \in [0, b] \quad (2.10)$$

On rappelle que la vitesse effective d'un soliton dans un gaz de solitons est donnée par (voir chapitre 1) :

$$s(\lambda_p) = s_0(\lambda_p) + \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \Delta(\lambda_p, \lambda) f(\lambda) [s(\lambda_p) - s(\lambda)] d\eta d\delta \quad (1.33)$$

où  $s_0(\lambda_p)$  exprime la vitesse du soliton sans interaction et est donc lié à la valeur propre du soliton ( $s_0(\lambda_p) = -4\delta_p$ ) et  $\Delta$  est le décalage subi par un soliton lors de sa collision avec un second soliton (1.29). Le deuxième terme décrit la correction de la vitesse du soliton en interaction avec le gaz de solitons. Ce terme se comprend comme une correction apportée par les collisions de  $\lambda_p$  avec des solitons de valeurs propres  $\lambda \in [\lambda, \lambda + d\lambda]$ . La correction en vitesse est donnée par le délai

multiplié par le nombre de collisions par unité de temps. Ce dernier s'exprime comme la densité de solitons du gaz multiplié par la vitesse relative des solitons concernés. L'équation (1.33) peut se réécrire :

$$s(\lambda_p) = -4\delta_p + \frac{1}{2\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \ln \left| \frac{\lambda_p - \lambda}{\lambda_p - \bar{\lambda}} \right|^2 f(\lambda) [s(\lambda_p) - s(\lambda)] d\eta d\delta \quad (2.11)$$

Pour le cas de l'étude de la vitesse du soliton sonde, on se place dans le référentiel du gaz, donc  $\delta = 0$  pour tous les solitons du gaz et  $s(\lambda) = 0$  ce qui permet de simplifier (2.11) :

$$s(\lambda_p) = \frac{v\eta_p}{\eta_p - \int_0^b \Delta(\lambda_p, \eta) f(\eta) d\eta} \quad (2.12)$$

L'intégrale de 2.12 se calcule explicitement [62], ce qui mène à écrire la vitesse effective du soliton sonde dans le gaz :

$$s(\lambda_p) = \frac{v\eta_p}{\text{Im} \sqrt{b^2 - \eta_p^2 + \frac{v^2}{16} + i \frac{\eta_p v}{2}}} \quad (2.13)$$

Sur la figure 2.11.b on trace en pointillés la trajectoire du soliton seul, sa pente étant reliée à la vitesse  $s_0(\lambda_p) = 4.7$ . En trait plein, on trace la droite de pente  $s(\lambda_p) = 5.3$  calculée en utilisant (2.13). Le paramètre  $b = 0.75$  et la valeur propre du soliton  $\lambda_p = 1.13 + i0.53$  sont trouvés en calculant le spectre IST de l'ajustement de la condition initiale de la même manière que pour les simulations de la partie 2.2.3. La droite de pente 5.3 est parallèle à la trajectoire du soliton dans le gaz relevant une bonne concordance entre la théorie cinétique et nos expériences.<sup>1</sup>

1. Note importante : le changement de vitesse de soliton, et de pente dans le diagramme, peut être mis en analogie avec la réfraction d'un rayon de lumière par une lame mince en optique géométrique. Il est possible de pousser l'analogie et de calculer un indice de réfraction non linéaire dépendant des paramètres du gaz de soliton et du soliton. Ce n'est cependant pas fait dans ce manuscrit. En effet, l'indice de réfraction donne le changement de vitesse d'une onde au changement de milieu et cette information est déjà donnée par 1.33, calculer un indice de réfraction serait superflu et pousserait à réfléchir selon cette analogie. L'information importante est contenue dans l'interprétation usant de la théorie cinétique des gaz de soliton et dans l'IST.

## 2.3 Discussion

Dans cette partie, discutons des résultats obtenus précédemment. Comme nous l'avons vu sur la figure 2.9, la condition initiale est fortement modulée, les gaz de solitons sont également modulés en intensité et les solitons tests présents fluctuent les uns par rapport aux autres dans une même expérience. Nous allons nous poser la question de l'influence de ces fluctuations sur les résultats. De plus, les pertes linéaires inhérentes aux expériences d'optique fibrée rendent le système fondamentalement non intégrable. Nous allons donc également nous intéresser à l'impact des pertes sur les résultats obtenus.

### 2.3.1 Influence du bruit initial sur la dynamique

Pour créer les trains d'impulsions, on utilise des modulateurs électro-optiques qui ont des taux d'extinctions de 20 dB, cela signifie que le minimum de transfert atteignable correspond à 1% du maximum de transfert. En superposant les deux trains d'impulsions, on crée donc des interférences de période 62 ps, période qu'on retrouve dans le signal (voir figure 2.9). En plus de ce battement, on retrouve du bruit optique généré par les instruments optiques. Ce bruit provient d'une part de la largeur spectrale des lasers (300 kHz à 3 dB) et du plateau de leur bruit intrinsèque et d'autre part de l'émission spontanée de l'amplificateur dopé Erbium. Notons qu'il faut différencier le bruit présent dans les signaux optiques du bruit de détection.

Nous avons cherché à observer l'impact du niveau de bruit blanc des conditions initiales sur l'expérience. J'ai donc fait des simulations de l'expérience en faisant varier le niveau de bruit de la condition initiale. Sur la figure 2.12, on représente trois simulations numériques de (1.28) pour la condition initiale n°29 pour trois niveaux de bruit différents. Le bruit est ajouté dans le spectre de Fourier. Le spectre est modifié en ajoutant des composantes de Fourier de même amplitude (niveau de bruit) sur une large bande sous la forme d'un plateau comme il est visible sur les spectres 2.12.e et 2.12.f. Chaque composante a une phase spectrale aléatoire. Dans l'espace direct, cela se traduit par une fluctuation

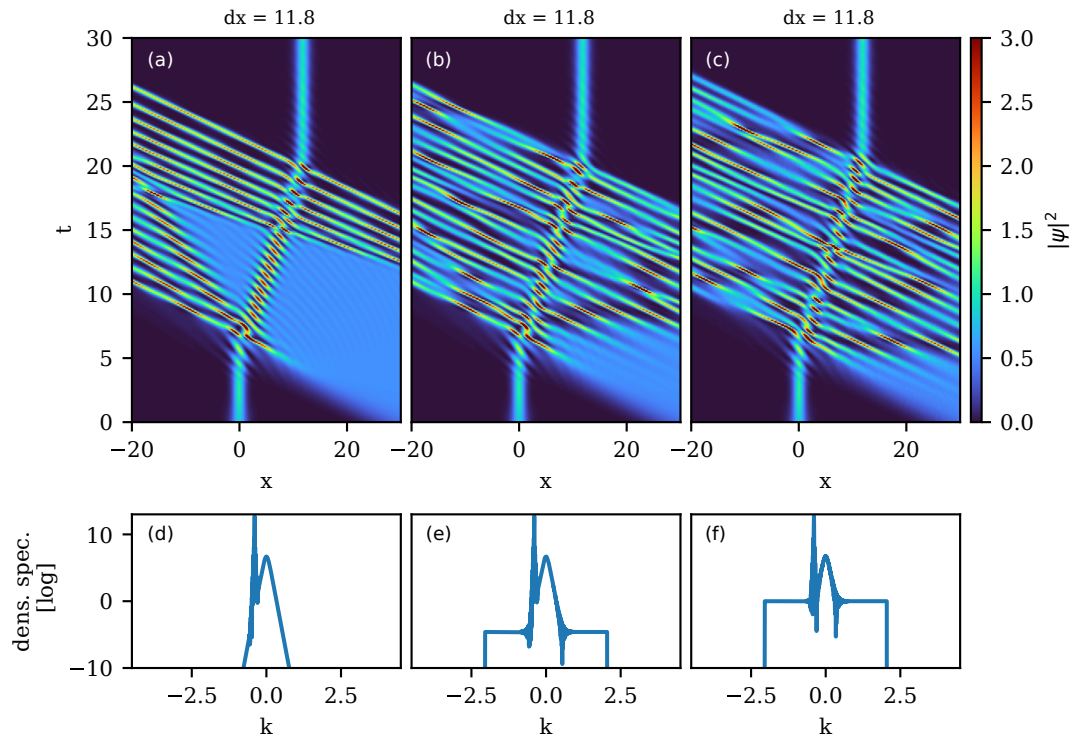


FIGURE 2.12 – (a-b-c) Simulations numériques de l'équation NLS 1.28 de la propagation de la condition initiale n°29 et comparaison du décalage du soliton en fonction du niveau de bruit. (d-e-f) Spectres de Fourier associés aux conditions initiales pour les trois niveaux de bruit. Densité spectrale de puissance exprimée échelle semi-logarithmique en fonction du nombre d'onde  $k$  (tout adimensionné).

aléatoire de l'intensité dépendante de l'énergie injectée dans les modes de bruit. Les simulations sont faites pour trois niveaux d'intensité de bruit : sur la figure 2.12.d, il n'y a pas de bruit (en dehors du bruit numérique). Le spectre, exposé en échelle semi-logarithmique, est composé du soliton centré en  $k = 0$  et d'intensité spectrale maximum de 7 dB et du gaz (pique d'intensité en  $-0.4$ ) d'intensité spectrale maximum égale à 12 dB. Sur la figure 2.12.e les composantes spectrales associées au bruit sont de même intensité ( $-5$  dB) sur une plage spectrale de  $k = -2$  à  $k = 2$ . Sur la figure 2.12.f le plateau est situé à  $-0,5$  dB. Nous pouvons remarquer que le niveau de bruit impacte le temps auquel l'instabilité modulationnelle se déclenche. Plus le niveau de bruit est haut plus la IM se déclenche tôt [12].

Dans les trois cas, nous notons qu'en conditions d'évolution intégrables, le décalage de position du soliton test dû à l'interaction avec le gaz de soliton est de  $\Delta x = 11.8$ , quel que soit le niveau de bruit de la condition initiale dans la simulation numérique. Le niveau de bruit initial n'a pas d'impact sur le décalage du soliton. Le décalage du soliton est impacté par la nature du contenu en soliton du gaz et non par la forme que prend le gaz lors de son évolution.

### 2.3.2 Discussion sur le repérage manuel de la position des solitons

Lors du traitement des données pour mesurer le décalage du soliton, nous repérons la trajectoire de ce dernier en plaçant trois points sur la trajectoire spatiotemporelle (voir la figure 2.8). Cette méthode introduit la précision humaine dans la mesure. Je précise donc ici que la mesure du décalage a été faite par deux personnes, S. Randoux et moi-même, indépendamment, et que nous avons calculé l'incertitude de mesure en répétant la même mesure cinquante fois. Dans ce cas, nous trouvons une incertitude statistique de 0,5 RMS. On note que cette incertitude est la moitié de la largeur typique du soliton. On peut comprendre ça en estimant qu'il est peu probable de placer un point en dehors du soliton.

De même, nous comparons la vitesse effective théorique du soliton avec la trajectoire repérée du soliton dans le gaz de solitons. En principe, dans un gaz de solitons, les solitons sont délocalisés. Ce qu'on observe, c'est l'interaction entre les solitons. Donc ce qu'on observe dans le gaz de solitons lorsque le soliton s'y propage, c'est l'interaction du soliton test avec les solitons du gaz, ce qui forme une trajectoire repérable dont la pente se rapproche fortement de la vitesse du soliton.

### 2.3.3 Fluctuations des paramètres des solitons

Bien que la condition initiale soit construite comme un train d'impulsions toutes identiques, les impulsions générées sont différentes les unes des autres du point de vue de leurs amplitudes, largeurs temporelles, formes, énergie et vitesses. Malgré cela, nous avons une bonne concordance dans nos résultats

expérimentaux, théoriques et en simulation. Cela a donc soulevé la question de la robustesse du modèle face à la forme des impulsions.

### 2.3.3.1 Fluctuations en vitesse des solitons

En premier lieu, on s'intéresse aux fluctuations de vitesse du soliton dans une expérience. Nous disions plus tôt que la différence de fréquence des deux trains d'impulsions de  $\delta\lambda = 0,125$  nm dans une fibre SMF-28e induit une différence de vitesse de groupe  $\delta[v_g^{-1}] = -2,16$  ps km<sup>-1</sup>. Normalisée suivant 2.3, la vitesse relative des deux trains d'impulsions vaut 4.74 en unités adimensionnées. Cependant, la génération expérimentale résulte en un train de solitons qui ont des vitesses légèrement différentes les unes des autres. En relevant la vitesse de chaque soliton, on trouve une déviation standard de 0,1, la vitesse relative moyenne des deux trains d'impulsions est donc de  $4,74 \pm 0,1$ . Cela signifie qu'il y a une incertitude 0,025 sur la partie réelle de la valeur propre. On a cependant pris en compte la vitesse respective de chaque soliton pour faire les simulations pour se rapprocher au maximum des conditions expérimentales.

### 2.3.3.2 Incertitude sur la forme du soliton

Dans un second temps, nous discutons de la forme des solitons. Nous avons supposé que le soliton avait une forme de sécante hyperbolique (1.26) car il s'agit de la forme théorique des solitons de NLS. Dans les faits, les solitons sondes sont des impulsions en forme de « cloche » et on peut se poser la question de l'influence de la forme des impulsions sur le décalage de position du soliton associé à son interaction avec le gaz de solitons.

En imposant que l'énergie de l'impulsion est constante ( $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x)|^2 dx = \text{cste}$ ), on peut comparer les spectres IST de la sécante hyperbolique et de la gaussienne (2.7) en fixant l'aire. Sur la figure 2.13.a on représente trois fonctions « cloches » de mêmes surfaces ( $\mathcal{A} = \pi$ ). En bleu, il s'agit de la fonction  $\psi = \text{sech}(x)$ , en orange la fonction gaussienne d'amplitude égale à la fonction précédente mais de largeur ajustée de sorte que son énergie soit égale à  $\pi$ . En vert, cette fois ci, la fonction gaussienne est de largeur à mi-hauteur égale à la largeur à mi-hauteur de la fonction  $\psi = \text{sech}(x)$  et d'amplitude calculée de sorte que sont

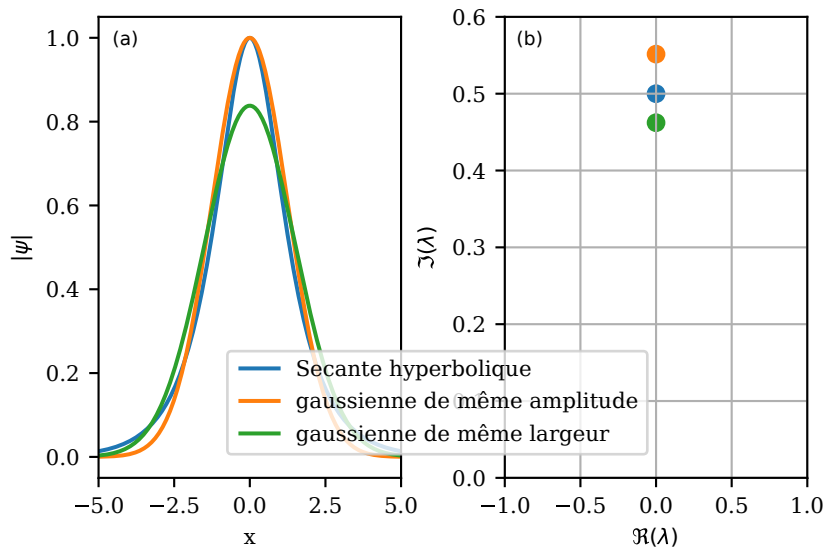


FIGURE 2.13 – (a) Comparaison en champs de la forme du soliton fondamental (bleu), de la fonction gaussienne de même largeur (vert) et de la fonction gaussienne de même intensité (orange) lorsque l’aire est fixée ( $\pi$ ) (b) Comparaison des spectres IST associés.

énergie soit également de  $\pi$ . Sur la figure 2.13.b, on a tracé les spectres IST des trois fonctions représentées en 2.13.a. Pour une même surface et pour ces trois exemples, la partie imaginaire de la valeur propre associée à l’impulsion (encodant l’amplitude du soliton associé dans la méthode IST) peut varier jusqu’à 10%. La comparaison simulation et calcul théorique avec l’expérience peut donc être impactée par le choix de la forme pour l’ajustement de l’impulsion.

J’ai donc refait les simulations en ajustant le soliton sonde par une fonction gaussienne dont l’aire est imposée et dont les paramètres sont trouvés pour être optimaux. Sur la figure 2.14, j’ai représenté le décalage du soliton sonde en simulations. En rouge, on retrouve le décalage du soliton de forme sécante hyperbolique et en cercles verts les impulsions de forme gaussienne. Les différences sont minimales et tombent dans l’incertitude de 0,5 liée à la mesure manuelle.



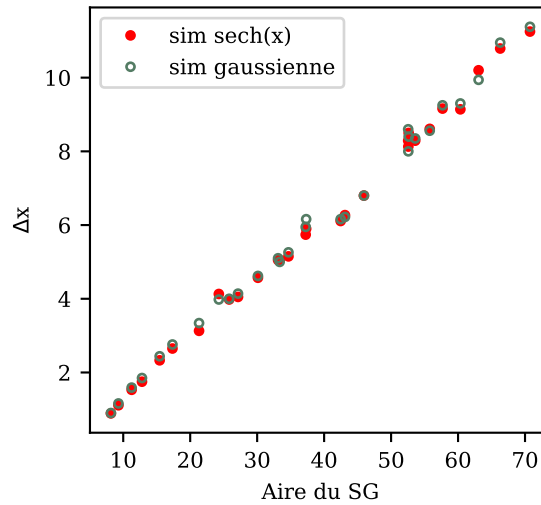


FIGURE 2.14 – Comparaison des simulations de (2.6) en utilisant les conditions initiales expérimentales en fonction de la fonction choisie lors de l’ajustement du soliton : sécante hyperbolique en rouge et gaussienne en vert. Dans les deux cas, l’aire de l’impulsion utilisée dans la simulation numérique est égale à l’aire de l’impulsion mesurée dans l’expérience.

### 2.3.4 Influence de la dissipation

Lors de la mesure de la vitesse effective du soliton (2.11) ou lors du repérage de la trajectoire du soliton (2.8), on peut voir qu’à l’issue du processus d’interaction, le soliton sonde ne reprend pas exactement sa vitesse initiale. Cela signifie que la valeur propre du soliton a changé lors de l’interaction et donc que la condition d’isospectralité 1.24 n’est pas respectée : le système n’est pas parfaitement décrit par l’équation NLS intégrable.

Sur la figure 2.15 on compare les simulations numériques de la collision n°29 dans le cas intégrable (1.28) ( $\epsilon = 0$ ) et dans le cas présentant des pertes linéaires (2.6) avec  $\epsilon = 0,016$ . La comparaison des deux diagrammes spatio-temporels montre que dans le cas non intégrable, le soliton émergent du gaz de solitons a changé de vitesse et d’amplitude, révélant l’impact des pertes sur la perturbation de sa valeur propre. De plus, la position du soliton émergent du gaz de solitons passe de 11.8 en l’absence de dissipation à 11.2 en présence d’une dissipation faible.

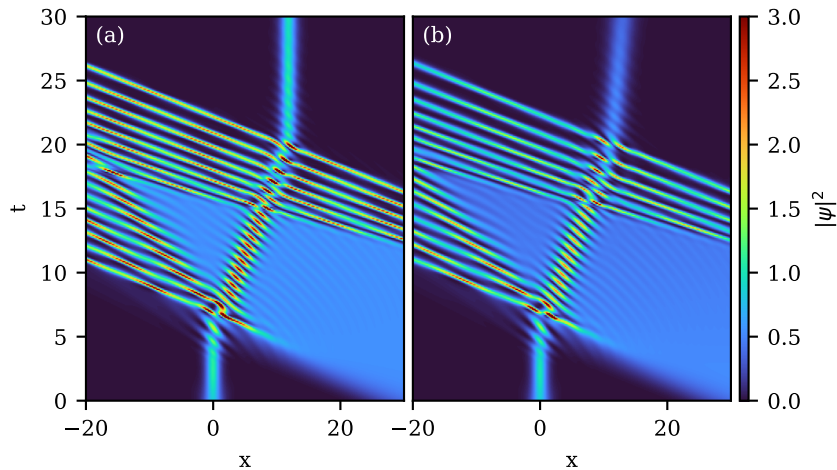


FIGURE 2.15 – Simulations numériques de (2.6) avec la condition initiale associée à l'expérience n°29 avec  $\epsilon = 0$  (a) et  $\epsilon = 0,016$  (b)

Sur la figure 2.16, on compare les spectres IST du signal en condition initiale en bleu et en sortie de simulation en rouge pour le cas non intégrable. La valeur propre caractérisant le soliton test change significativement du fait de la dissipation. Pour le cas de la variation en amplitude, on peut comprendre que le soliton perde en puissance à cause des pertes, mais dans le cas du changement de vitesse, le lien avec les pertes est moins trivial. Il semble que les pertes induisent un couplage entre le soliton et les composants du gaz de solitons, ce qui induit un changement de la vitesse du soliton test.

De même dans le gaz de solitons, la distribution initiale des valeurs propres est fortement perturbée à  $t=30$ . On note que le changement du spectre IST est symétrique autour de la vitesse initiale du gaz et que la dispersion des valeurs propres est inférieure à la vitesse moyenne du gaz. Il est important de comprendre que calculer le spectre IST à un instant donné de l'évolution renseigne sur le contenu en soliton uniquement à ce moment et que ce spectre décrit la dynamique comme si le système devenait intégrable après l'endroit du calcul. Dans le cas non intégrable, le spectre IST change, nous développerons cette idée dans le chapitre 3. À l'intérieur du gaz, les solitons acquièrent différentes vitesses. De plus, on peut remarquer une légère dissymétrie dans la distribution, révélant les collisions inélastiques entre solitons.

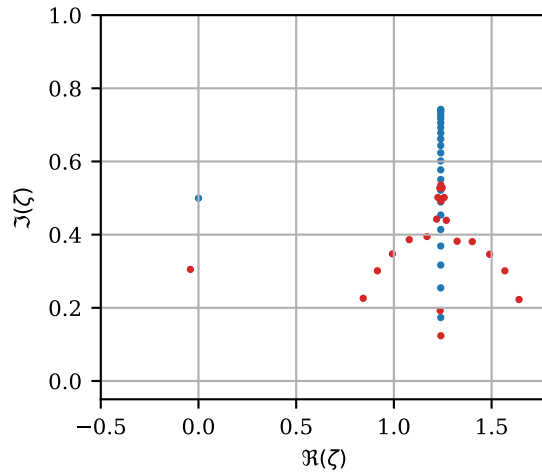


FIGURE 2.16 – Spectre IST du signal en condition initiale (bleu) et à  $t=30$  de la simulation (rouge) 2.15.b

En calculant les décalages de position du soliton test via (1.30) dans le cas intégrable et dans le cas non intégrable à la fin de l'interaction, on trouve respectivement 11,8 et 9,12. On note que dans le cas non intégrable, le calcul est éloigné de la mesure (voir 2.13). Il faut garder à l'esprit que le délai est accumulé tout au long de l'interaction  $\Delta t > 12$  et que le spectre IST a été modifié tout au long de l'interaction. On ne peut donc pas calculer le délai en ne prenant en compte que le spectre IST en fin d'interaction. Au mieux, nous pouvons estimer que le délai sera compris entre celui du cas intégrable (spectre IST constant) et celui du calcul de fin d'interaction (spectre IST en fin d'interaction), ce qui concorde avec la mesure.

Il est cependant remarquable que malgré la perte de l'intégrabilité, les résultats de la théorie de l'IST et de la théorie cinétique des gaz de solitons restent en bonne concordance, ce qui démontre la robustesse de ces théories face aux perturbations qui briseraient l'intégrabilité.

La déformation du spectre IST en présence de perturbations amène vers un autre cadre qui est celui de l'étude des limites des théories que nous utilisons. Nous nous intéresserons à cela dans le chapitre qui suit.

## 2.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à des collisions entre un soliton et un gaz de solitons.

Nous avons mis en place une expérience d'optique fibrée sous la forme d'une boucle de recirculation dans laquelle nous propageons des impulsions solitoniques qui interagissent avec des gaz de solitons d'extensions différentes.

En observant la dynamique spatio-temporelle de ces collisions, nous avons pu relever des marqueurs confirmant les prédictions de la théorie de l'IST et de la théorie cinétique des gaz de solitons.

En relevant le décalage que subit le soliton en fonction de la taille du gaz, nous avons pu confirmer expérimentalement que les collisions dans les gaz de solitons se font deux à deux et se cumulent.

En observant le changement de vitesse effective du soliton lors de son interaction avec le gaz, nous avons pu confirmer les résultats issus de la théorie cinétique des gaz de solitons.

Nous avons également mis en évidence que les pertes intrinsèques de l'expérience brisent l'intégrabilité du système, donc que le spectre IST n'est pas conservé et se déforme de manière non triviale.

Les résultats restent cependant en très bon accord avec les théories avancées, montrant leur robustesse.

We all change, when you think  
about it. We're all different people  
all through our lives. And that's  
OK, that's good, you gotta keep  
moving, so long as you remember  
all the people that you used to be.

---

The Doctor

## Brisure de l'intégrabilité : cas du N-soliton

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au comportement de la solution N-soliton de l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension en régime focalisant 1.3 en évolution dans un système non intégrable. Plus précisément, nous nous intéresserons aux états liés de solitons, des ondes composées de solitons qui n'auraient pas de vitesses relatives en cas purement intégrable. Dans le cas intégrable, les valeurs propres associées aux solitons composant l'onde sont des constantes du mouvement. Ici, nous allons voir comment la brisure de l'intégrabilité par une perturbation faible de l'équation NLS change les propriétés des valeurs propres. La dynamique des gaz de solitons étant régie par les interactions deux à deux des solitons le composant, l'étude du cas microscopique du N-soliton en milieu non intégrable vise à mieux comprendre la dynamique globale des gaz dans un cas similaire.

Dans une fibre optique, les dispersions d'ordres supérieurs, les pertes et les autres termes non linéaires tels que la diffusion Raman stimulée qui s'ajoutent à l'équation de Schrödinger non-linéaire (1.11) suppriment la propriété d'intégrabilité (1.24) et peuvent perturber fortement les valeurs propres du signal. Nous avons mis en place un système expérimental qui nous permet d'observer le comportement des valeurs propres d'une impulsion de forme N-sech (1.20) en propagation non intégrable. Dans notre cas, c'est l'effet de diffusion Raman

stimulée qui servira de perturbation [96] En utilisant un dispositif de mesure mono-coup en amplitude et phase développé par l'équipe au cours des thèses de R. El Koussaifi [97], A. Tikan [13] et A. Lebel, nous pouvons calculer les spectres IST expérimentaux et observer la perturbation des valeurs propres du N-soliton.

## 3.1 Solitons et Diffusion Raman stimulée

### 3.1.1 Motivation : le gaz de solitons en système non-intégrable

Comme nous l'avons dit précédemment, l'objet de notre étude, le gaz de solitons dans 1DNLSE, repose sur l'intégrabilité du système, donc le bon cadre pour comprendre la dynamique est l'espace de l'IST. La méthode de diffusion inverse est un outil mathématique qui s'applique aux équations aux dérivées partielles intégrables comme 1DNLSE et repose sur la condition d'isospectralité définie précédemment (1.24) : l'onde se décompose sur un jeu de valeurs propres complexes qui sont des constantes de l'évolution.

Une question naturelle qui vient tester les limites du cadre est : Que se passe-t-il dans un cas non intégrable? La question de la turbulence d'onde dans les systèmes non intégrables et de l'impact sur les solutions solitons s'est posée dans les années 1980 [98-100] et se pose aujourd'hui dans les expériences de gaz de solitons dans des systèmes qui approchent l'intégrabilité. Dans les récentes expériences sur les gaz de solitons [34, 35], les valeurs propres des ondes observées changent durant l'évolution, indiquant qu'un effet vient perturber le cas intégrable.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au problème d'une perturbation du système de type :

$$i\psi_t + \frac{1}{2}\psi_{xx} + |\psi|^2\psi = i\epsilon f(\psi) \quad (3.1)$$

avec  $f$  qui est une perturbation qui a lieu tout au long de la propagation et  $\epsilon \ll 1$ . La perturbation de l'équation intégrable mène à une théorie perturbative de l'IST [101, 102] qui décrit comment les valeurs propres changent. Cette description repose sur une connaissance poussée des développements mathéma-

tiques de l'IST et n'a été résolue que pour des cas simples.

Avec pour objectif de mieux comprendre les interactions entre solitons dans un système non intégrable, je propose une expérience d'optique qui vise à observer l'interaction de solitons et la perturbation des valeurs propres associées dans un régime non intégrable.

Dans une fibre optique, la propagation de lumière, bien que décrite au premier ordre par 1DNLSE, fait vite intervenir d'autres phénomènes perturbant le comportement intégrable du système. Parmi ces effets, les premiers cités sont la dissipation, la diffusion Raman stimulée, les dispersions d'ordres supérieurs et l'auto-raïdissement<sup>1</sup> [12]. Ces effets ajoutés à 1DNLSE forment l'équation de Schrödinger généralisée (GNLSE) :

$$\underbrace{i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{|\beta_2|}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A}_{1\text{DNLSE}} = - \overbrace{i \frac{\alpha}{2}}^{\text{dissipation}} + \underbrace{i \sum_{k>2}^N \frac{\beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial T^k}}_{\text{dispersions supérieures}} - \overbrace{i \sigma \frac{\partial |A|^2 A}{\partial T}}^{\text{self-steepening}} + \underbrace{\gamma T_{RA} \frac{\partial |A|^2}{\partial T}}_{\text{Diffusion Raman}}$$

(3.2)

Tous ces phénomènes peuvent agir plus ou moins fortement en tant que perturbation de l'intégrabilité de NLS. Dans certains cas, les solutions sont simplement perturbées et prennent une nouvelle forme. Par exemple, le soliton fondamental en présence de pertes linéaires s'adapte adiabatiquement au cours de sa propagation et une solution exacte peut être trouvée [103]. Dans d'autres, la solution n'existe tout simplement plus. Par exemple, en présence de diffusion Raman stimulée, nous allons le voir, la solution N-soliton n'existe pas. Dans tous les cas, tant que les effets d'ordres supérieurs sont perturbatifs, la perte des solutions est associée à la perte de l'isospectralité. Les valeurs propres changent adiabatiquement au cours de l'évolution. Sur des distances de propagation infinitésimales, les valeurs propres bougent très peu, mais sur des distances plus longues, les effets perturbatifs ne peuvent plus être négligés.

---

1. « self-steepening »



Notre étude portera sur la propagation d'impulsions solitoniques en présence de diffusion Raman stimulée. Avec la diffusion linéaire, la diffusion Raman stimulée est souvent le premier effet cité lorsqu'on parle de perturbation en optique fibrée. Dans ce cas, nous allons voir que la solution soliton existe sous une forme adaptative, que les solutions N-solitons n'en sont plus et que les interactions entre solitons ne sont plus élastiques.

### 3.1.2 La diffusion Raman stimulée

Le soliton dans les fibres optiques a été découvert il y a cinquante ans par A. Hasegawa [6]. Le champ de recherche sur les télécommunications optiques ultrarapides dans les années 1980 mène à la première observation du soliton dans une fibre optique [41]. Immédiatement après, l'effet d'auto décalage en fréquence du soliton (SSFS - soliton self-frequency shift) et la fission d'impulsions intenses en solitons fondamentaux sont découverts [96] et expliqués par la présence de diffusion Raman stimulée dans la silice [104].

Le phénomène de diffusion Raman stimulée entre en jeu lorsque la silice composant la fibre ne peut plus être décrite comme répondant instantanément à l'excitation électrique. En prenant en compte la réponse non instantanée de la silice, on introduit un couplage entre l'onde électromagnétique et les phonons de vibration du diélectrique [105]. À travers un processus à 4-photons et par l'intermédiaire d'un phonon, de l'énergie est transmise d'une onde de pompe vers des fréquences plus basses (Stokes) ou plus élevées (anti-Stokes) (fig. 3.1).

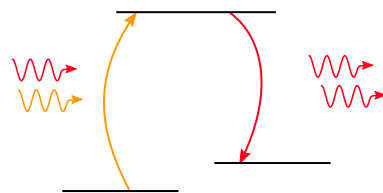


FIGURE 3.1 – Processus à 4-photons de transfert d'énergie d'une pompe (orange) vers la bande Stokes (basse fréquence - rouge) via diffusion stimulée

Ce phénomène est introduit dans la modélisation par l'ajout d'une partie non instantanée dans la polarisation non-linéaire de la fibre [105] :

$$P_{NL}(z, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} E(z, t) \left( (1 - f_R) |E|^2(z, t) + f_R \int_{-\infty}^{\infty} h_R(\tau) |E|^2(z, t - \tau) d\tau \right) \quad (3.3)$$

où  $f_R$  est la fraction de polarisation liée à l'effet non instantané et vaut 0.18 dans le cas de la fibre optique faiblement dopée. Lorsque  $f_R$  vaut zéro, la polarisation non-linéaire revient bien à l'effet Kerr instantané de 1DNLSE.  $h_R$  est la réponse impulsionnelle normalisée de la silice. Cette réponse retardée de la fibre est modélisée en figure 3.2 par la méthode d'élargissement intermédiaire<sup>2</sup> [106], méthode approchant le plus la réponse impulsionnelle expérimentale à ce jour.

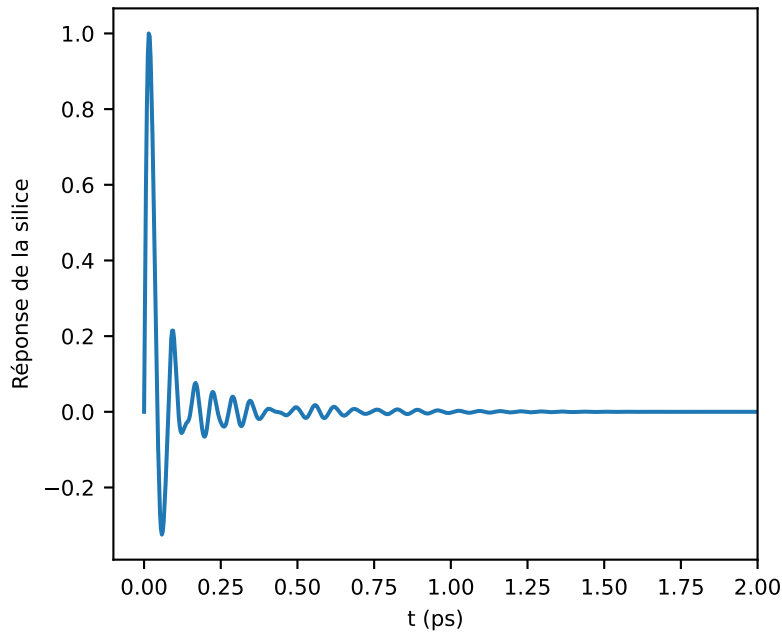


FIGURE 3.2 – Réponse impulsionnelle de la silice modélisée par la méthode d'élargissement intermédiaire [106]

Dans le domaine spectral, la réponse impulsionnelle décomposée en partie réelle et partie imaginaire est montrée sur la figure 3.3. La partie réelle indique la phase spectrale qu'acquiert une composante du signal en fonction du désac-

2. « intermediate broadening »

cord en fréquence  $\Delta f$  avec la pompe. La partie imaginaire est associée au gain induit par la pompe sur une composante spectrale en fonction du désaccord en fréquence entre les deux, avec un maximum de gain pour un désaccord en fréquence de 13 THz. Dans le cas de désaccords faibles, la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle peut être simplifiée par une approximation linéaire que l'on représente en rouge sur la figure 3.3. Dans ce cas  $\tilde{h}_R(\omega) = 1 + i \frac{T_R}{f_R} \omega$  où  $T_R = f_R \frac{d(\text{Im}(\tilde{h}_R))}{d\omega} \approx 3$  fs.

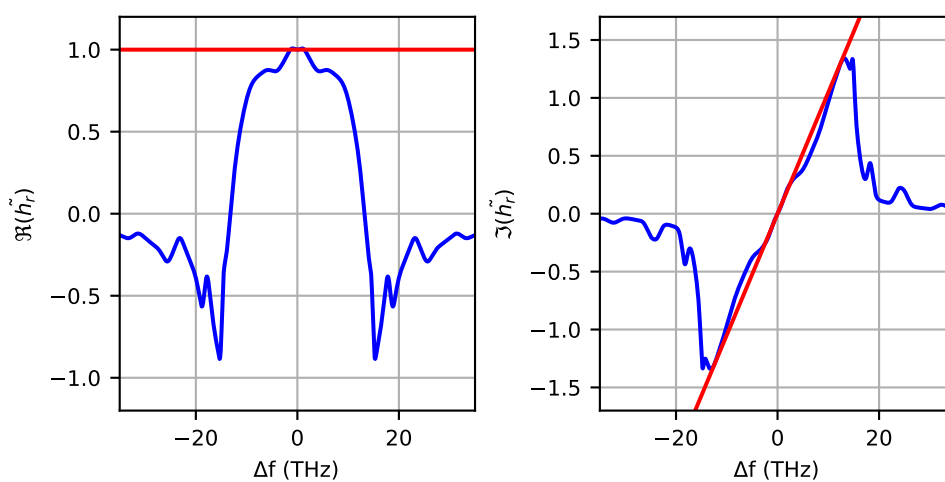


FIGURE 3.3 – Partie réelle et imaginaire de la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle de la silice 3.2. En bleu : la transformée de la réponse modélisée par [106], en rouge : l'approximation linéaire. La partie réelle correspond à la phase induite sur chaque composante et la partie imaginaire est associée à un gain que subi chaque composante.

La diffusion Raman stimulée (SRS - stimulated Raman scattering) est bien connue des opticiens, elle est notamment exploitée pour la création de lasers Raman fibrés [107, 108] et pour l'amplification de signaux optiques [12, 48]. Cet effet a largement été étudié dans les communautés étudiant les supercontinuum, sa large bande dépassant la dizaine de térahertz et son absence de condition d'accord de phase en faisant un bon candidat pour la génération de larges bandes de fréquences [50, 109]. Cet effet est également bien connu comme effet parasite lors de la propagation d'impulsions courtes et intenses tels que les solitons. En effet, juste après la première observation expérimentale des solitons en fibres optiques [41], le tout aussi connu effet d'auto-décalage en fréquence du soliton

(SSFS) a été découvert comme effet induit par la SRS.

### 3.1.3 Auto-décalage en fréquence du soliton

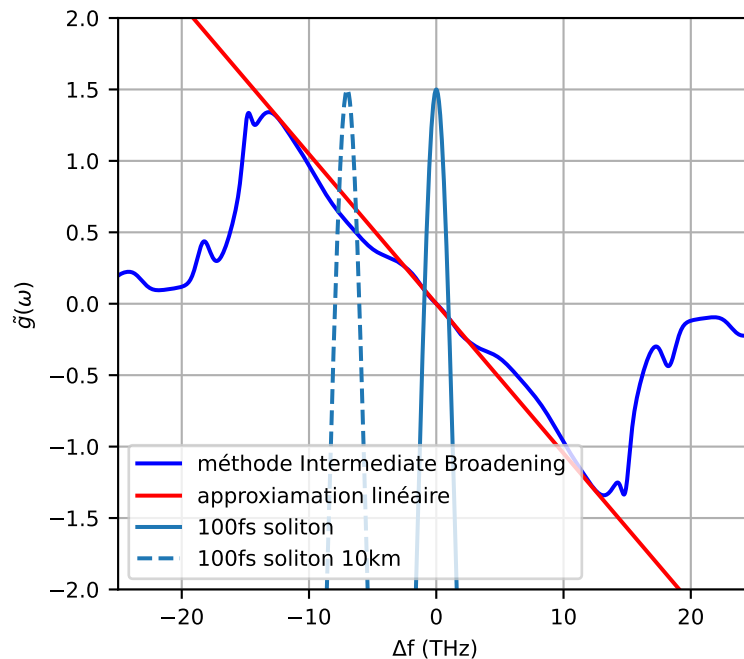


FIGURE 3.4 – Gain Raman sur un soliton de largeur 100 fs.

Sur la figure 3.4 est représenté l'effet de la diffusion Raman stimulée sur un soliton. Une impulsion suffisamment intense et courte (de l'ordre de la picoseconde) génère elle-même un gain par effet Raman. Son spectre suffisamment large va voir ses composantes à basses fréquences être amplifiées et celles à hautes fréquences réduites.

Sur la figure 3.5 est représentée le cas de la propagation d'un soliton fondamental en présence de diffusion Raman stimulée. La figure 3.5.a montre le diagramme spatio-temporel de la simulation d'un soliton de largeur caractéristique  $T_0 = 1,5$  ps dans une fibre SMF. Le soliton voit sa vitesse être modifiée au cours de la propagation, adoptant une trajectoire parabolique, le soliton subi une accélération constante. Sur 10 km le spectre du soliton est décalé de 10 GHz.

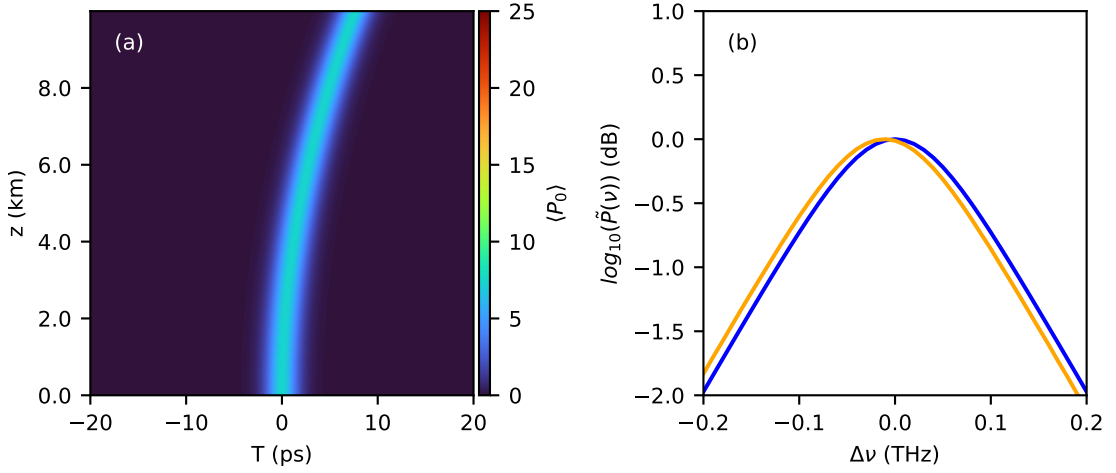


FIGURE 3.5 – Simulation numérique de l'équation (3.2) avec  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta_{k>2} = 0$ ,  $\sigma = 0$ ,  $T_R = 3 \text{ fs}$  (a) Diagramme spatio-temporel décrivant la dynamique d'un soliton fondamental  $N = 1$  de  $T_0 = 1,5 \text{ ps}$  soumis à de la diffusion Raman stimulée. (b) bleu : spectre à  $z = 0 \text{ km}$ , jaune : spectre à  $z = 10 \text{ km}$ .

Dans le cas de la diffusion Raman stimulée en approximation linéaire, en admettant que la solution soliton prenne une forme [45, 110, 111] :

$$A(z = 0, T) = \sqrt{P_0(z)} \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0(z)}\right) e^{i\omega(z)T} \quad (3.4)$$

ou en utilisant les théories perturbatives de l'IST [101, 102, 112, 113] développées dans la section 3.5.2, il est possible de montrer que le soliton fondamental conserve sa forme lors de la propagation et subi un décalage en fréquence :

$$\Delta\omega(z) = -\frac{8|\beta_2|T_R}{15T_0^4}z \quad (3.5)$$

Le décalage en fréquence du soliton est proportionnel à la distance de propagation et confirme que sur 10 km un soliton de largeur caractéristique 1,5 ps est décalé de 10 GHz.

La diffusion Raman stimulée est également connue pour le phénomène de fission de solitons [96, 114, 115]. Une impulsion suffisamment puissante pour contenir plusieurs solitons, comme le 2-soliton introduit par J. Satsuma [116],

voit également sa dynamique changer en présence de SRS.

La figure 3.6.a montre la dynamique spatio-temporelle d'un 2-soliton (1.20) se séparant en deux solitons fondamentaux sous l'influence de la SRS. Après une ou plusieurs compressions typiques du N-soliton (1.21), l'impulsion se sépare en N solitons fondamentaux (ici 2). Les deux solitons se séparent progressivement avec deux vitesses différentes. Pour 1 km de propagation, le soliton le moins intense à acquis une vitesse plus grande (dans le référentiel de l'impulsion). Le soliton le plus intense semble avoir une trajectoire parabolique déjà observée dans le cas du soliton fondamental. On note que son intensité étant plus grande que dans le cas 3.5, son accélération est plus forte.

L'effet sur le spectre est plus compliqué à discerner due à la présence de deux impulsions de larges spectres proches temporellement induisant un battement. Ce battement est de 0,1 THz ce qui correspond bien à l'espacement de 10 ps entre les impulsions à 1 km.

En observant la coupe temporelle du champ électrique à 1 km on peut obtenir plus d'informations sur la séparation des solitons.

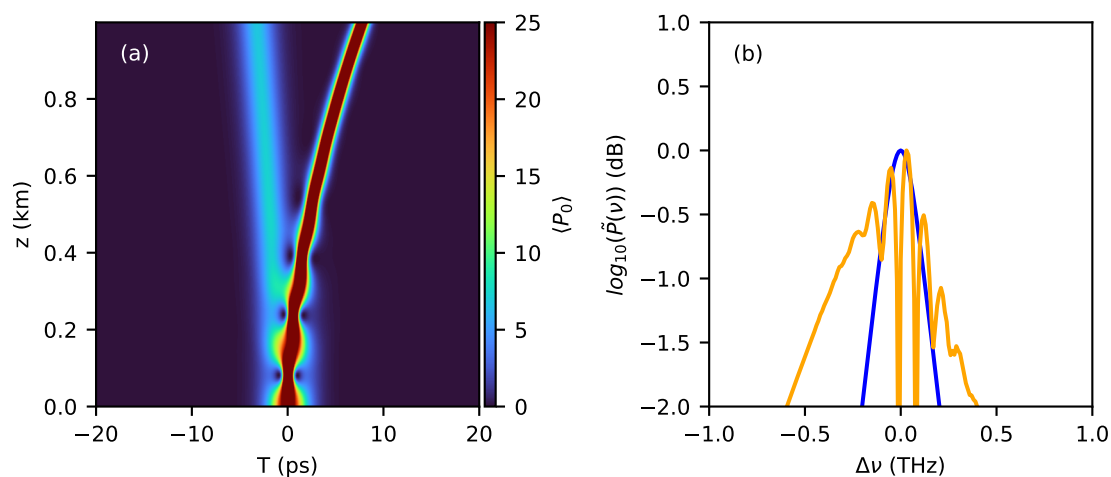


FIGURE 3.6 – Simulation numérique de l'équation (3.2) avec  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\beta_{k>2} = 0$ ,  $\sigma = 0$ ,  $T_R = 3 \text{ fs}$  (a) Diagramme spatio-temporel décrivant la dynamique d'un soliton fondamental  $N = 2$  de  $T_0 = 1,5 \text{ ps}$  soumis à de la diffusion Raman stimulée. (b) bleu : spectre à  $z = 0 \text{ km}$ , jaune : spectre à  $z = 1 \text{ km}$ .

En cherchant une courbe de tendance de la forme  $\text{sech}^2(T)$  (1.26) des deux impulsions, on trouve les paramètres  $P_1 = 69,8 \text{ W}$ ,  $T_1 = 0,49 \text{ ps}$ ,  $P_2 = 6,8 \text{ W}$  et  $T_2 = 1,6 \text{ ps}$ . En insérant les paramètres dans la formule (1.20) on trouve que les deux solitons sont bien d'ordres  $N = 1$  (0.99 et 1.01). De plus, en faisant un ajustement linéaire des phases des deux solitons, on trouve des fréquences instantanées données par :

$$\nu_{inst} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dT} \quad (3.6)$$

de  $-0,64 \text{ Trad/s}$  pour le plus intense et  $0,12 \text{ Trad/s}$  pour le moins intense.

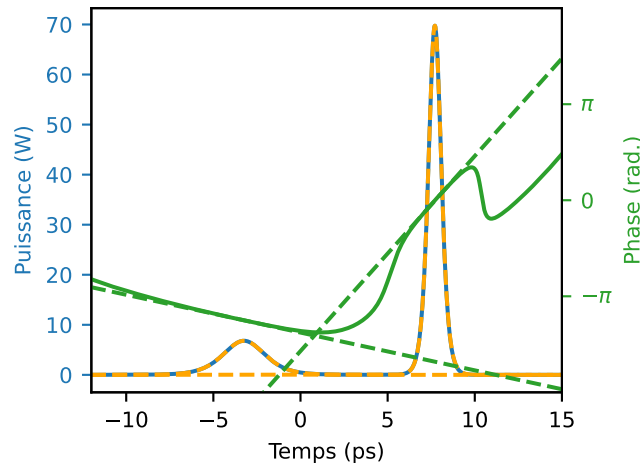


FIGURE 3.7 – Coupe temporelle du champ  $z = 1$  3.6. En bleu : l'intensité, en vert : la phase, en jaune tirés : les ajustements de l'intensité par  $\text{sech}^2(T)$  (par méthode des moindres carrés), en vert tirés : les ajustements linéaires des phases des impulsions

En insérant les paramètres des solitons dans la formule (3.4) le décalage en fréquence n'est plus parfaitement décrit. L'équation (3.4) prévoit respectivement  $-0,61 \text{ Trad/s}$  et  $-5,37 \times 10^{-3} \text{ Trad/s}$ . Une légère différence est à noter entre la théorie et la phase du soliton le plus intense (5%). La déviation du moins intense n'est pas du tout décrite par (3.4). L'interaction non triviale entre les deux solitons induit un red-shift plus important pour le soliton le plus intense et un décalage vers le bleu pour le moins intense. Ce décalage vers les hautes fréquences (décalage vers le bleu) du soliton faible a été observé pour la pre-

mière en simulations numériques en 1988. K. Tai et A. Hasegawa associaient ce phénomène[92] à une conservation du moment total du signal.

Le but de l'étude est de construire une expérience d'optique qui vise à observer ce type de comportement et de chercher à mesurer l'impact de la SRS sur les valeurs propres des impulsions.

## 3.2 Dispositif expérimental

Le principe de l'expérience sera de créer des impulsions composées d'un ou plusieurs solitons, dépendant de la forme et surtout de la puissance d'injection, et de les propager dans une fibre optique dans un régime où la diffusion Raman stimulée est non négligeable. Les impulsions sont ensuite enregistrées, par un système de détection monocoup en amplitude et en phase, de manière à pouvoir effectuer des calculs IST sur des signaux expérimentaux.

### 3.2.1 Aperçu global du dispositif expérimental

Le principe du dispositif expérimental est représenté sur la figure 3.8. Il est composé de deux parties majeures. La première concerne la génération d'impulsions, représentée dans l'encadré « Génération d'impulsions ». J'utilise un laser impulsif à verrouillage de modes (Menlo C-fiber) délivrant des impulsions de largeur temporelle 90 fs et de largeur spectrale de 80 nm. Les impulsions sont envoyées dans un filtre accordable construit de toutes pièces puis dans un amplificateur pour créer les impulsions de largeurs désirées. Cette partie du dispositif est plus amplement décrite dans la partie 3.9. La deuxième grosse partie concerne la détection des signaux optiques et est représentée dans l'encadré « Détection ». J'utilise deux mesures différentes. La première est une détection du spectre en utilisant un analyseur de spectre optique. Cela me donne une mesure moyennée du signal. C'est la méthode la plus utilisée historiquement pour observer la fission de solitons et l'élargissement spectral d'une manière générale [50, 117]. La deuxième mesure est faite à travers le dispositif SEAHORSE pour Spectral Encoding Arrangement with Hologram Observation for Recording in Singleshot the Electrical field. Ce dispositif est détaillé dans la partie 3.2.4.



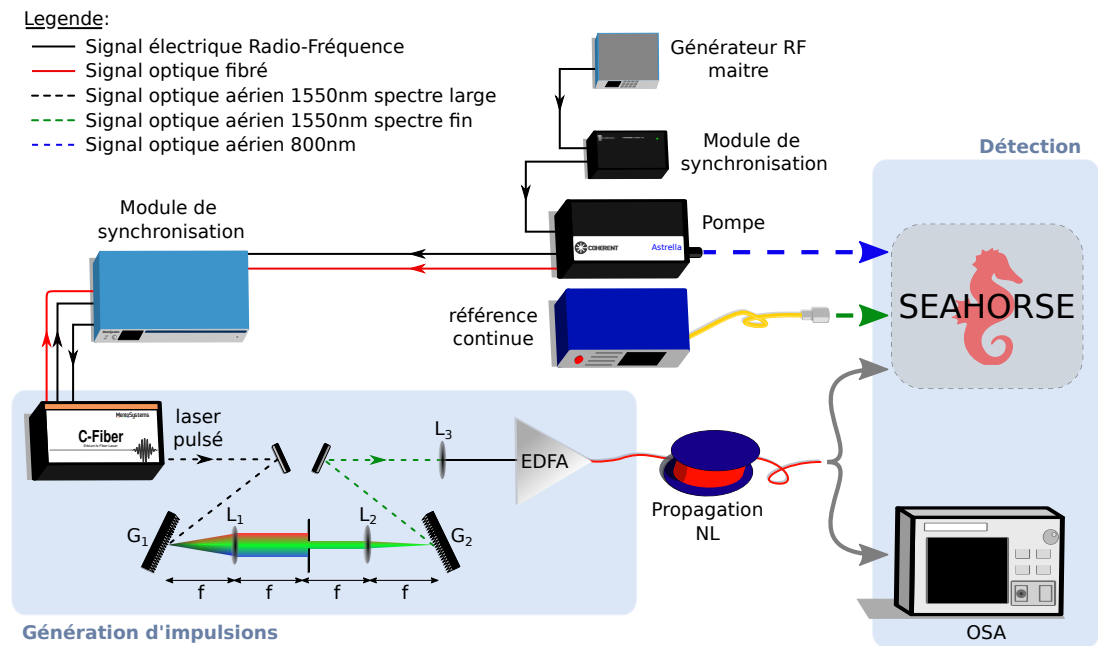


FIGURE 3.8 – Dispositif expérimental global.  $L_{1,2,3}$  : lentille mince.  $G_{1,2}$  réseau échelette.  $f$  : distance focale des lentilles 1 et 2. OSA : analyseur de spectre optique. SEAHORSE : dispositif de mesure monocoup en amplitude et en phase des signaux électriques. EDFA : amplificateur dopé Erbium. Propagation NL : fibre à maintien de polarisation. Laser pulsé : Menlo C-fiber à mode verrouillés. Référence continue : IPG à 1550 nm. Pompe : Astrella laser impulsionnel à mode verrouillés. La pompe et le laser pulsé sont synchronisés temporellement par un module extérieur. La pompe est stabilisée temporellement par synchronisation avec une source électrique radio fréquence "maître" en utilisant un second module extérieur.

Il s'agit d'un dispositif de mesure expérimentale innovant développé par trois doctorants me précédant [84]. Ce dispositif permet de mesurer en monocoup l'amplitude et la phase du signal électrique. C'est ce dispositif qui nous permet d'effectuer des calculs d'IST sur des signaux expérimentaux. Dans la partie 3.2.5 je m'attarderai sur une partie plus technique qui concerne la synchronisation temporelle des impulsions observées avec le SEAHORSE, une partie complexe, mais nécessaire du dispositif.

### 3.2.2 Génération d'impulsions solitoniques

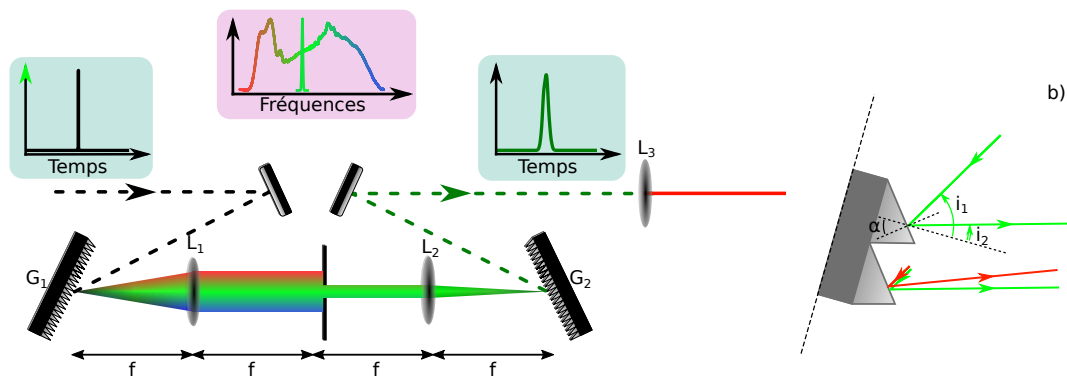


FIGURE 3.9 – fonctionnement du filtre spatio-spectral.  $G_{1,2}$  : Réseaux blazés,  $L_{1,2}$  : lentilles,  $f$  : distance focale des lentilles,  $\alpha$  : angle de blaze caractéristique du réseau,  $i_1$  : angle d'incidence sur la face du réseau (par rapport à la normale de la face),  $i_2$  : angle de diffraction du réseau (par rapport à la normale de la face du réseau)

Tout d'abord, nous nous intéressons à la création des impulsions solitoniques. Un laser à modes verrouillés (C-fiber de chez Menlo<sup>3</sup>) délivre des impulsions de 100 fs à une cadence de 88,05 MHz. Il délivre 100 mW de puissance moyenne soit 1,13 nJ par impulsion. Le spectre optique de ce laser est montré en noir sur la figure 3.10. Ce spectre fait plus de 80 nm de largeur à mi-hauteur et est centré à 1550 nm.

Les impulsions sont envoyées dans un filtre spectral accordable entièrement fabriqué pour l'expérience basé sur le principe du « stretch<sup>4</sup> » [118-124].

3. pour le confort, j'appellerai chaque module par le nom donné par le commerçant.

4. étireur en temps

Comme indiqué sur la figure, les impulsions sont d'abord envoyées sur le réseau  $G_1$  (GR50-0616 Thorlabs). Cela a pour effet de donner à chaque longueur d'onde un angle différent selon la formule du réseau blazé (3.7) :

$$\sin(i_2) = \frac{m\lambda}{a} - \sin(i_1) \quad (3.7)$$

où  $m$  est l'ordre de diffraction, dans notre cas  $m = 1$ .  $\lambda$  est la longueur d'onde diffractée.  $a$  est le pas du réseau et est relié au nombre de traits par millimètre caractéristique du réseau.  $i_1$  est l'angle d'incidence du faisceau d'impulsions par rapport à normale de la face du réseau (et non à la normale de la bande réfléchissante).  $i_2$  est l'angle de diffraction de la longueur d'onde diffractée. Toutes les longueurs d'onde composant l'impulsion initiale sont ainsi séparées chacune avec un angle différent.

Les longueurs d'ondes diffractées traversent ensuite une lentille placée telle que le point d'incidence du faisceau initial sur le réseau se trouve confondu avec le foyer objet. Toutes les longueurs d'ondes suivent ainsi des trajectoires parallèles pour une distance focale et sont focalisées chacune en un point du plan image de la lentille. De cette manière, on retrouve le spectre de l'impulsion initiale étalé selon l'axe transverse du filtre (encadré rose fig. 3.9) dans le plan image de la première lentille ( $L_1$ ).

En plaçant une fente dans le plan image, on peut donc choisir quelles longueurs d'onde passent ou non au travers du filtre. En changeant la position transversale de la fente, on peut sélectionner la longueur d'onde centrale du filtre et donc par extension la vitesse de groupe de l'impulsion. De même, en changeant la largeur de la fente, on choisit la largeur du spectre qui peut passer au travers du filtre.

Après le passage de la fente, les longueurs d'ondes restantes, toujours en trajectoires parallèles les unes aux autres, se propagent sur une deuxième distance focale et traversent la deuxième lentille ( $L_2$ ). Les longueurs d'ondes incidentes, toutes parallèles, se rejoignent dans le point focal image de la deuxième lentille où est placé le deuxième réseau ( $G_2$ ).

Les longueurs d'onde restantes ont toutes un angle différent induit par la lentille. Le réseau est placé antiparallèlement au premier réseau,  $G_1$  de telle

manière que toutes soient réfléchies avec le même angle selon (3.7). Le deuxième réseau permet de superposer toutes les longueurs d'ondes restantes pour reconstituer une impulsion dont le spectre est constitué des composantes que la fente a laissé passer.

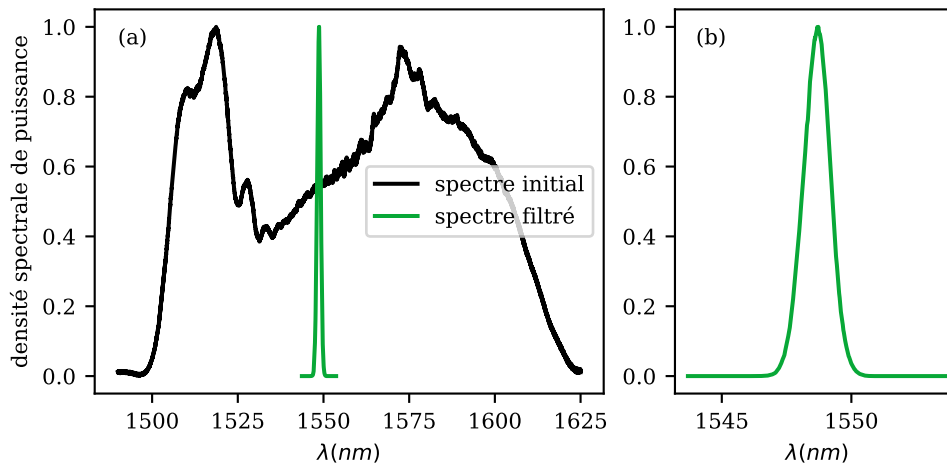


FIGURE 3.10 – (a) Comparaison du spectre expérimental de l'impulsion avant et après filtrage. Les spectres sont normalisés à leurs maximums. (b) agrandissement du spectre filtré

Grâce à ce filtre, le spectre passe de plus de 80 nm à 1 nm de largeur à mi-hauteur (FWHM). De plus, comme montré sur la figure 3.2.2, la fente n'est en fait pas placée exactement dans le plan de Fourier (PF) du filtre, mais est légèrement décalée. En effet, en obstruant le spectre en dehors du plan de focalisation des composantes, le filtrage des longueurs d'ondes ne se fait pas au point le plus focalisé. Les longueurs d'ondes en bord de filtre ne sont donc pas totalement obstruées. Cela a pour effet de donner au spectre des bords moins accentués. Après le filtrage, les impulsions sont envoyées dans un amplificateur puis dans la fibre.

### 3.2.3 Propagation dans la fibre

Les impulsions filtrées sont envoyées dans un amplificateur optique dopé Erbium SMF (BkTel - GOA-1550-160p-FCAPC-FCAPC) qui peut amplifier des impulsions de 1 ps jusqu'à 40 mW de puissance moyenne.

L'amplificateur est sans maintien de polarisation. Un contrôleur de polarisation de type boucles de Lefèvre est installé à la sortie pour avoir un contrôle sur l'état de polarisation des impulsions.

Les impulsions sont ensuite envoyées dans un polariseur fibré (1550nm PM Polarizer Absys) laissant passer la polarisation horizontale au plan optique. De plus, le polariseur couplé au contrôleur de polarisation permet le contrôle de la puissance d'injection dans la fibre. La condition initiale de l'expérience est enregistrée directement après le polariseur avec le maximum de puissance disponible.

Les impulsions sont ensuite injectées dans une fibre à maintien de polarisation (SM15-PS-U25D - Corning). J'ai d'abord essayé avec une fibre de type SMF-28 pour travailler avec le minimum de pertes ( $-0,2$  dB/km). Je me suis cependant heurté au problème de la rotation de polarisation des impulsions lors de la propagation. Après la fission, les impulsions se retrouvaient dans des états de polarisations différents. Le SEAHORSE étant polarisé, (voir juste après), l'acquisition des impulsions était modulée par la projection des polarisations des impulsions sur l'axe de détection. J'ai donc choisi une fibre à maintien de polarisation (PMF) que nous avons en deux exemplaires de 500 m. Ces fibres sont caractérisées par un coefficient de pertes de  $-1$  dB/km et par un coefficient de dispersion  $\beta_2 = -22$  km/ps<sup>2</sup>. J'ai caractérisé le coefficient non-linéaire de la fibre  $\gamma = 1,3$  W<sup>-1</sup> km<sup>-1</sup> en la comparant avec une fibre SMF-28. J'ai soudé les deux fibres pour faire les expériences à 1 km puis j'ai cassé la soudure pour reproduire l'expérience à 500 m.

Les impulsions sont ensuite mesurées via un analyseur de spectre optique (Yokogawa AQ6370D) et surtout en utilisant le dispositif SEAHORSE.

### 3.2.4 SEAHORSE : détection mono-coup en amplitude et en phase du champ électrique complexe

Dans l'objectif d'observer la brisure de l'intégrabilité, nous voulons mesurer le spectre IST des impulsions en entrée et en sortie, nous avons donc besoin d'une mesure expérimentale du champ complexe (en amplitude et en phase). De plus, nous travaillons avec des impulsions de l'ordre de la picoseconde, les outils

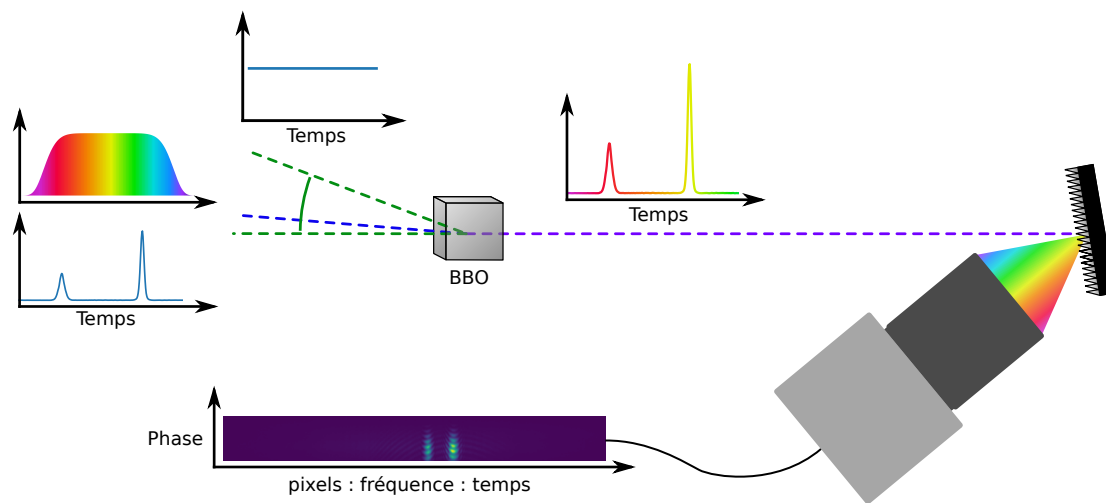


FIGURE 3.11 – Description schématique du SEAHORSE. Trois signaux lumineux sont superposés spatialement et temporellement dans un cristal de BBO pour faire de la génération de somme de fréquences. Le signal observé (deux impulsions), la pompe (dont les fréquences sont rangées dans le temps) et la référence continue qui a un angle vertical avec le signal. Le signal de somme de fréquence est observé via un réseau blazé et une caméra ultra-rapide calibrée en abscisse. L'axe d'abscisse correspond à une fréquence du réseau et donc à un temps de la pompe.

de mesure conventionnels (oscilloscope, analyseurs de spectre optique) ne sont pas adaptés.

J'utilise donc l'outil SEAHORSE - pour Spectral Encoding Arrangement with Hologram Observation for Recording in Singleshot the Electrical field - développé par notre équipe dans les thèses de A. Tikan [13, 84] et R. El Koussaifi [97]. Il s'agit d'un dispositif de mesure mono-coup (par opposition aux dispositifs de mesure moyennée) du champ électrique d'une onde lumineuse.

Le principe, plus largement décrit dans les travaux de mes prédécesseurs A. Tikan, R. El Koussaifi et A. Lebel et schématiquement représenté sur la figure 3.11, repose sur l'encodage de l'information du signal observé dans le spectre d'une pompe impulsionnelle. La pompe, large spectralement, a subi une dispersion telle que chacune des composantes de son spectre est rangée temporellement de manière à pouvoir associer un temps à chaque composante spectrale.

En utilisant un cristal de BBO pour effectuer un mélange à trois ondes entre le

signal et la pompe, un signal de somme de fréquence (SFG) est généré. Le profil du signal observé est ainsi encodé dans le spectre du signal de SFG. Ce dernier est ensuite enregistré par un analyseur de spectre ultra-rapide composé d'un réseau blazé et d'une caméra ultra-rapide (Hamamatsu Orca flash 4.0 V2).

La caméra est synchronisée avec la pompe de manière à pouvoir imager chaque signal de SFG indépendamment. Chaque image correspond donc à une acquisition d'une unique expérience répétée au kilohertz. La caméra a été au préalable calibrée sur son axe horizontal en fréquence pour connaître la correspondance pixel/fréquence. Enfin, comme chaque fréquence est associée à un temps selon la dispersion de la pompe, chaque pixel a en fait une correspondance en temps. Le traitement des images permet de retrouver le profil temporel du signal initial.

De plus une source continue à 1549,3 nm est superposée au signal dans le cristal de BBO avec un petit angle  $\alpha$  de manière à créer une série de franges d'interférences à la verticale. C'est donc la SFG des interférences qui est effectuée selon l'axe vertical de la caméra. Sur les images d'acquisition, les interférences permettent de retrouver l'information sur la forme temporelle de la phase du signal.

Une des subtilités du dispositif repose sur la mise au point de la lentille temporelle. Pendant l'enregistrement caméra, le champ observé est dispersé selon la phase de la pompe. Nous utilisons l'holographie digitale pour reconstituer le signal sans phase de la pompe. Nous avons accès à toute l'information, amplitude et phase, du signal à la mesure. En connaissant la phase de la pompe, nous pouvons l'enlever numériquement du signal pour le retrouver tel qu'il était avant d'entrer dans le SEAHORSE.

Ce dispositif est continûment mis à jour : A. Lebel a amélioré le dispositif en faisant évoluer l'algorithme de traitement de données, supprimant les aberrations liées à l'effet de lentille temporelle [95]. Les dernières mises à jour du dispositif auxquelles j'ai activement participé consistaient à changer la source continue dans l'optique de diminuer le bruit apporté par la référence. La référence constituée d'une diode laser (Apex-AP3350A) amplifiée par un amplificateur dopé Erbium (Keopsys CEFA-C-BO-HP) a été remplacée par une source monomode de puissance (IPG ELR-LP-SF).

Le SEAHORSE donne accès à une richesse d'information très importante :

nous sommes en mesure d'enregistrer en mono-coup (au sens de non moyenné) à la fois l'amplitude et la phase du signal optique que l'on souhaite étudier. Remis dans le contexte des dispositifs de mesure ultra-rapide, composé majoritairement de mesure ou moyennée (auto-corrélation, analyseurs de spectres, ...) ou uniquement en intensité (photodiodes ultra-rapides, streak-caméras, transformée de Fourier dispersive, lentille temporelles commerciales...), ce dispositif se classe parmi les quelques-uns enregistrant tout le champ électrique complexe en mono-coup tout en affichant des performances remarquables. En effet, le SEAHORSE permet d'enregistrer l'information sur une fenêtre de 200 ps avec une résolution inférieure à 300 fs et un bruit particulièrement bas. La turbulence intégrable et les gaz de solitons se basent fortement sur les calculs d'IST, et le spectre IST nécessite le champ électrique au complet pour être calculé. De plus, les calculs d'IST sont particulièrement sensibles au champ. Le SEAHORSE est donc un outil particulièrement adapté pour notre étude.

### 3.2.5 Synchronisation signal / détection

Pour enregistrer des images d'impulsions de l'ordre d'une picoseconde délivrées par un laser à modes bloqués à une cadence de 88 MHz dans une fenêtre de 200 ps dont la cadence d'acquisition est dictée par un laser fonctionnant à la milliseconde, il est nécessaire de synchroniser l'ensemble des sources lumineuses et la caméra de détection du SEAHORSE. J'ai mis au point un dispositif de synchronisation temporel des lasers et le principe du dispositif est représentée sur la figure 3.12.

Tout d'abord, nous partons de l'état de fonctionnement du SEAHORSE tel qu'il a été mis en place : la caméra est asservie au laser de pompe (Astrella - Coherent) par signal radio fréquence, autrement dit les fenêtres d'acquisitions sont dictées par l'Astrella.

« L'Astrella » est un laser composé de quatre modules. D'abord, un laser impulsif à modes verrouillés en phase (le Vitara - Coherent) de longueur d'onde centrale 800 nm et de largeur spectrale 80 nm. C'est l'oscillateur qui crée les impulsions de pompe. Elles sont ensuite envoyées dans un système d'amplification avec dispersion. Les impulsions subissent une dispersion en passant



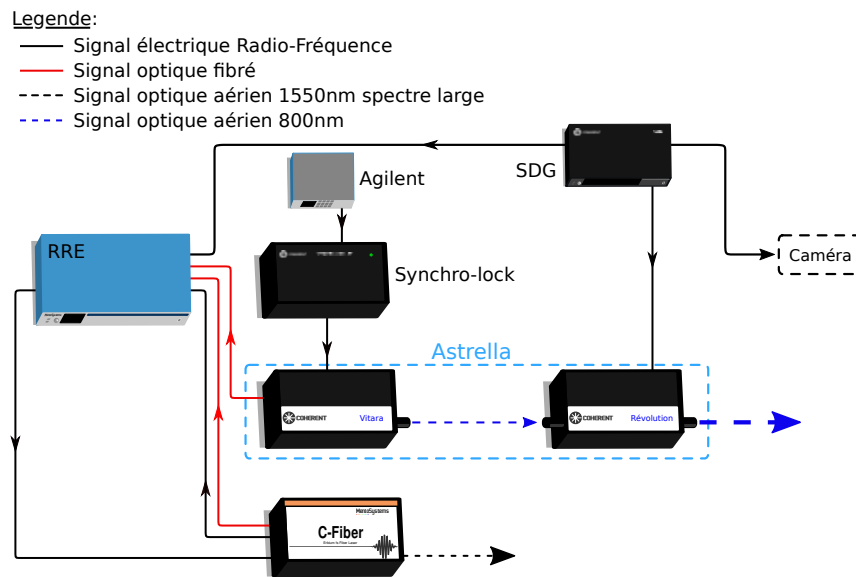


FIGURE 3.12 – Schéma de la synchronisation des deux lasers. RRE et Synchro-lock : modules de synchronisations. C-Fiber et Vitara : deux lasers à modes verrouillés en phase synchronisés entre eux. Agilent : synthétiseur radiofréquence qui donne le temps de référence maître. SDG : module de contrôle de l'amplificateur du Vitara. Révolution : laser qui alimente l'amplification du Vitara.

par un compresseur de Treacy puis sont envoyées dans un amplificateur régénératif [125] alimenté par un laser de puissance (le Révolution - Coherent). Les impulsions sont piégées dans l'amplificateur par des cellules électro-optiques type Pockels. Ces cellules dictent l'entrée et la sortie des impulsions et sont elles-mêmes pilotées par le module de synchronisation (SDG - Coherent). Ce module déclenche la sortie des impulsions par signal électrique radiofréquence et fait passer le taux de répétition du laser de 88 MHz à 1 kHz. Ce même signal pilote également les temps de déclenchement de la caméra, assurant la synchronicité de la pompe avec l'enregistrement. Enfin, un module de synchronisation externe au laser (synchro-lock - Coherent) peut-être utilisé pour synchroniser temporellement l'oscillateur avec une source externe. Nous reviendrons sur ce point un peu plus tard.

De l'autre côté de la table d'expérimentation, le laser C-Fiber (Menlo system) est un laser fibré passivement verrouillé en modes. La fibre est montée sur un module piezo-électrique et un moteur pas à pas qui permettent de finement

modifier la longueur de la cavité et donc contrôler le taux de répétition du laser. Ce laser est associé à un module de synchronisation (RRE-Synchro - Menlo) qui permet de synchroniser temporellement la sortie des impulsions avec une source laser externe. La synchronisation se fait selon deux étapes et nécessite la comparaison de deux signaux optiques et deux signaux électriques.

La première étape de synchronisation se fait électriquement. Le module SDG fournit un signal radiofréquence de 88,05 MHz issu du laser Vitara. Le laser C-Fiber fournit également un signal radiofréquence au module RRE. Par comparaison des phases de signaux électriques, un signal d'erreur est créé à l'aide d'un asservissement PID qui corrige la taille de la cavité du Menlo pour synchroniser les impulsions du Menlo et du Vitara.

La deuxième étape de synchronisation se fait optiquement. Les signaux optiques sont fournis à des photodiodes du module RRE qui génèrent des signaux électriques des douzièmes harmoniques. Par comparaison des phases des signaux électriques, un second signal d'erreur est généré pour corriger la taille de la cavité. La deuxième étape de synchronisation est plus précise que la première. Lors de la comparaison des signaux, un synthétiseur (interne au module RRE) fournit une référence électrique qui est également comparée en phase avec les deux lasers. Le contrôle de la phase électrique et de la fréquence de la référence permettent de créer un délai contrôlé entre les deux trains d'impulsions. Cela permet de gérer le délai entre les deux lasers et donc la position du signal dans la fenêtre d'acquisition.

Malgré la synchronisation des lasers, le signal sur la caméra a un effet de « gigue temporelle », l'impulsion n'est pas à une position fixe sur la caméra (voir annexe B), le centre de masse d'une impulsion, même lorsque les lasers sont synchronisés, varie d'une image à une autre. Sur la figure 3.13 est représentée cette gigue. J'ai fait une acquisition de 10000 impulsions et j'ai repéré le centre de masse de l'impulsion en fonction du pixel horizontal de la caméra (1408 pixels horizontaux). La courbe en points rouges montre la distribution d'images associées à la position du centre de masse selon l'axe horizontal de la caméra en pixel. L'ajustement gaussien de cette répartition révèle un écart type en position de 21 pixels, ce qui correspond à 3,36 ps contre 200 fs annoncées par le constructeur.

La valeur annoncée par l'entreprise est en fait basée sur la synchronisation avec une source pure sans bruit. Nous avons donc ajouté une étape à la synchronisation : la stabilisation du Vitara.

Le module Synchro-lock de Coherent permet de synchroniser l'oscillateur avec une source extérieure. J'ai donc utilisé ce module et ai synchronisé le Vitara sur un générateur électrique (Agilent E4421B)

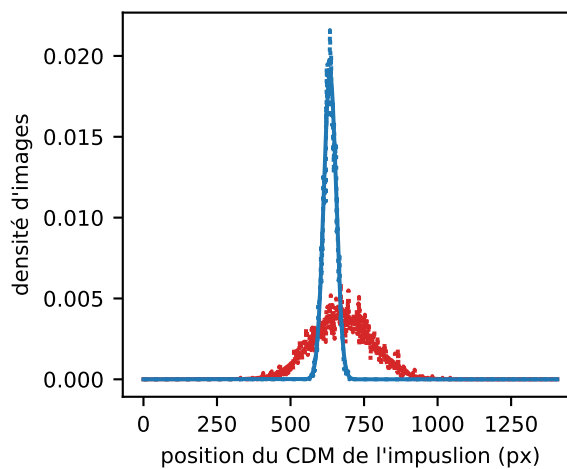


FIGURE 3.13 – Dispersion du signal sur la caméra. En rouge, le Vitara est « libre ». En bleu, le Vitara est synchronisé sur une source radio-fréquence externe. En points, les distributions de position du centre de masse du signal sur l'axe horizontal de la caméra (en pixels). En trait plein des ajustements gaussiens associés.

La synchronisation du Vitara a permis de gagner un facteur 2 sur la gigue temporelle. Sur la figure 3.13, les points bleus sont la répartition des images associées à la présence de l'impulsion sur un pixel horizontal. En trait plein, l'ajustement gaussien révèle un écart type de la gigue de 10 pixels, ce qui correspond à 1,16 ps. Par la suite, le synthétiseur maître du Vitara a été remplacé par un Rohde et Schwarz SMB 100A.

### 3.3 Observations dans le domaine temporel

#### 3.3.1 Observation de l'impulsion initiale

Tout d'abord, nous nous intéressons à la condition initiale de l'expérience. Nous utilisons un analyseur de spectre optique et le SEAHORSE pour observer les impulsions filtrées et amplifiées (fig. 3.14).

Les impulsions sont délivrées au taux de répétition de 88,05 MHz et le SEAHORSE nous permet d'enregistrer le champ électrique à la cadence de 1 kHz. Nous enregistrons donc une impulsion sur 88050 à raison de 1000 par seconde. Après traitement des images caméra et des données brutes, nous remontons au profil temporel de chaque impulsion acquise en amplitude et en phase.

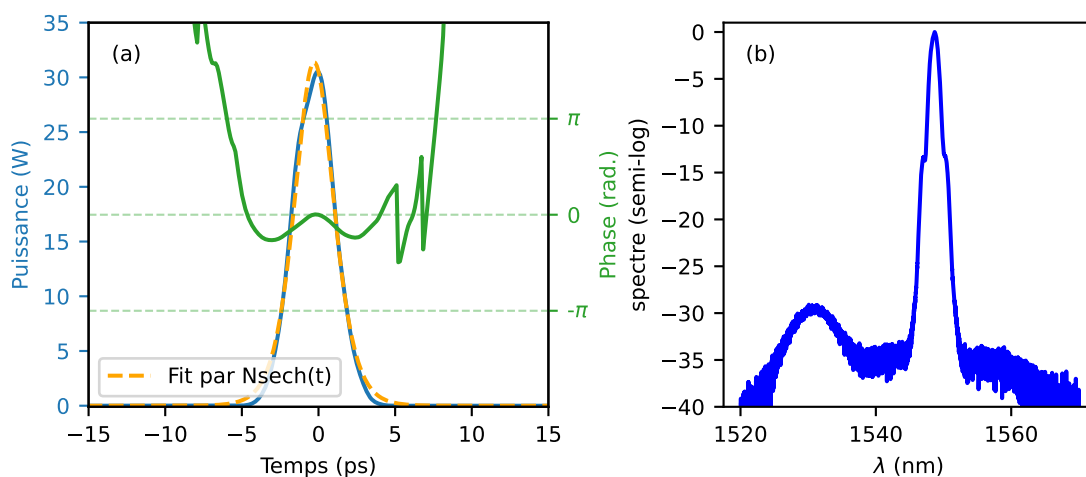


FIGURE 3.14 – a) Trace mono-coup du champ en condition initiale, intensité en bleu, phase en vert et courbe de tendance de l'intensité par le N-sech en orange. b) Spectre optique moyenné associé

Sur la figure 3.14.a est tracé un exemple d'acquisition d'une impulsion au maximum de puissance atteignable en condition initiale enregistrée avec le SEAHORSE. La forme temporelle de l'impulsion en intensité est représentée en bleu, affichant une puissance maximale de 30,5 W. L'impulsion a une largeur à mi-hauteur (FWHM) de 3 ps, soit une largeur caractéristique de soliton de  $T_0 = FWHM/1.76 = 1,70$  ps. On note une légère asymétrie en intensité et la présence

d'une phase non constante, ce qui éloigne la condition initiale expérimentale de la forme N-sech. Notons que j'ai corrigé au mieux la phase linéaire pour me placer dans le référentiel de l'impulsion. Toutes les données issues du SEAHORSE sont corrigées avec la même phase linéaire de 0,5 Trad/s.

L'ajustement de la condition initiale par le N-sech, dans le cas du maximum de puissance, y fait correspondre une puissance de  $P_0 = 31,4 \text{ mW}$  et une largeur  $T_0 = 1,7 \text{ ps}$ . L'ordre du soliton associé est donc  $N = 2.32$  avec les paramètres  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$  et  $\gamma = 1,3 \text{ km}^{-1} \text{ W}^{-1}$  (1.20). Bien que la forme de l'impulsion soit différente en forme du N-sech, l'énergie de l'impulsion est suffisante pour anticiper la présence de deux solitons.

Sur la figure 3.14.b, le spectre initial représenté est large de 1 nm à  $-3 \text{ dB}$  centré à 1548,7 nm. On note la présence de lobes secondaires à  $-12 \text{ dB}$  ainsi que la présence de la bande de gain caractéristique de l'amplification par erbium à  $-30 \text{ dB}$ .

Par la suite, nous envoyons cette condition initiale dans une fibre optique et observons son comportement en champs, spectre et spectre IST en fonction de la puissance initiale.

### 3.3.2 La fission de solitons enregistrée en mono-coup et en champs complexe

Dans un premier temps, j'injecte la condition initiale décrite ci-dessus dans une fibre à maintien de polarisation. En contrôlant la puissance injectée dans la fibre, il est possible d'explorer plusieurs contenus solitoniques : quand on augmente la puissance, on augmente le nombre de solitons contenus dans l'impulsion.

La condition initiale est injectée selon 12 puissances moyennes différentes et nous représentons sur la figure 3.15 un enregistrement du champ en sortie de fibre selon la puissance d'injection. Chaque cas est désigné par son énergie par impulsion (les deux sont liés par un facteur  $88,05 \times 10^{-6} \text{ Thz}$ )

La première mesure se fait à 27 pJ d'énergie par impulsion injectée dans la fibre. L'impulsion se déforme très peu et la phase est constante. En sortie de fibre, cette impulsion se rapproche fortement du soliton fondamental ( $N = 1.04$ ).

En montant la puissance d'injection, après propagation, l'impulsion se comprime à la manière d'un soliton d'ordre supérieur. Notamment, entre 33 pJ et 44 pJ, l'inversement dans la courbure de la phase semble indiquer qu'un saut de phase de  $\pi$  a eu lieu, saut caractéristique de la compression d'une impulsion.

À partir de 60 pJ, l'impulsion se dissymétrise et progressivement, en continuant d'augmenter la puissance d'injection, la fission de l'impulsion en deux solitons apparaît.

La même expérience est réalisée avec une fibre de 1 km de PMF. Le même comportement apparaît. À basse énergie, l'impulsion se comporte comme un soliton fondamental, progressivement, elle se comprime, se dissymétrise et se sépare en deux solitons distincts. Aux pertes près, les solitons issus de la dynamique ont les mêmes caractéristiques que les solitons obtenus après 500 m. Pour le cas 92 pJ, pour les deux longueurs de fibre, les solitons les plus intenses ont des largeurs à mi-hauteur (FWHM) de 1 ps et les moins intenses de 2 ps. Je pousserai l'étude quantitative dans la partie suivante.

On remarque que la dépendance de la séparation entre solitons est fonction de la distance de propagation. La diffusion Raman stimulée change la vitesse des solitons au cours de la propagation, créant cette séparation.

### 3.3.3 Comparaison avec théorie, simulations et état de l'art

Dans cette partie, je propose d'observer les deux cas extrêmes de 27 pJ et 92 pJ aux deux distances de propagations.

Prenons d'abord pour exemple l'impulsion de 27 pJ, après 500 m de propagation dans la fibre représentée en figure 3.17. L'ajustement de l'intensité par la forme du soliton trouve les paramètres  $P_0 = 7,86$  W et  $T_0 = 1,53$  ps ce qui correspond à  $N = 1.04$ , soit très proche du soliton fondamental. En prenant en compte les incertitudes typiques sur les paramètres de la fibre,  $d\gamma = 0,15$  W<sup>-1</sup> km<sup>-1</sup> et  $d\beta_2 = 2,5$  ps<sup>2</sup>/km, on trouve une incertitude sur N de 0.15.

De plus, la phase du soliton présente une courbure très faible et l'ajustement linéaire de la phase trouve un  $\Delta\omega$  de  $-0,003$  Trad/s. Il est difficile de comparer la pente de la phase avec la théorie perturbative du soliton fondamental (3.4) car la phase initiale de l'impulsion a une courbure. Il est donc difficile de trouver

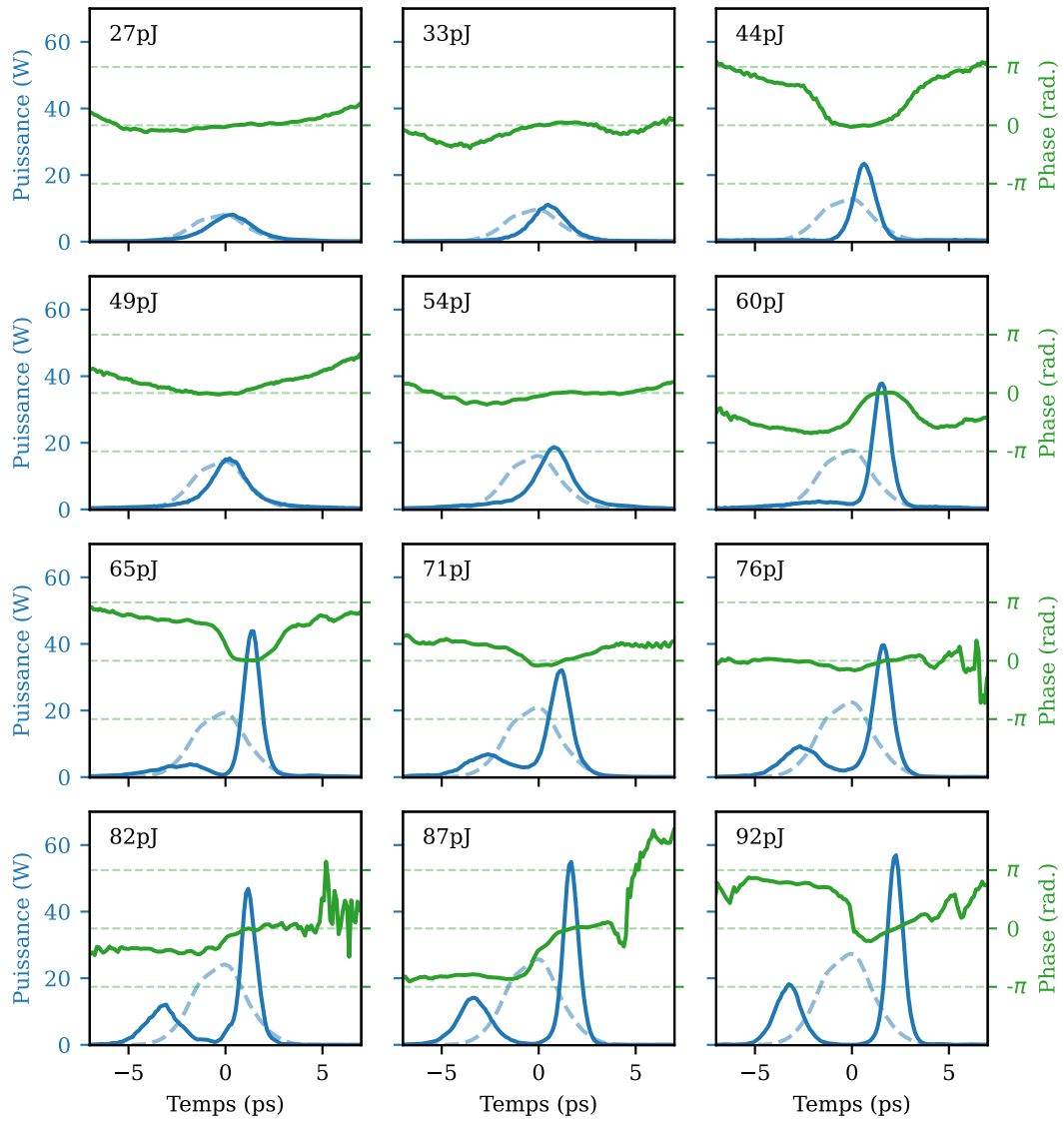


FIGURE 3.15 – Traces temporelles en intensité et phase du champ électrique après 500 m de propagation dans une PMF pour 12 énergies.

l'évolution de la phase due à la SRS.

Pour le cas d'une impulsion de 27 pJ, après 1000 m de propagation dans la fibre, l'ajustement de l'intensité par (1.26) trouve les paramètres  $P_0 = 10,7$  W et  $T_0 = 1,17$  ps ce qui correspond à  $N = 0,93 \pm 0,14$ .

L'ajustement linéaire de la phase trouve un  $\Delta\omega$  de  $-0,01$  Trad/s.

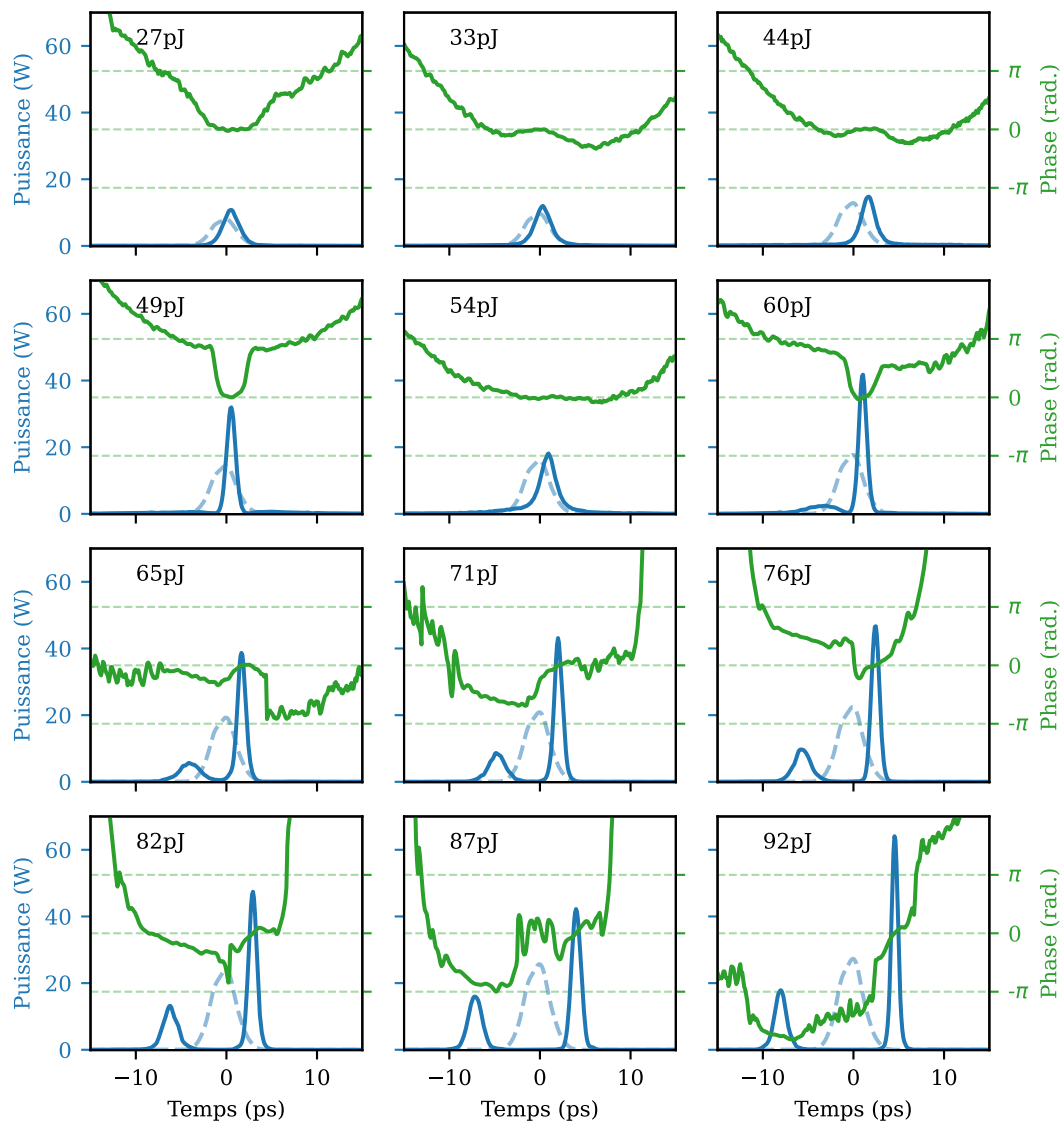


FIGURE 3.16 – 12 enregistrements à puissances différentes du champ électrique après propagation dans 1000 m de PMF.

Pour le cas d'une impulsion de 92 pJ, après 500 m de propagation dans la fibre, l'ajustement de l'intensité des deux impulsions trouve les paramètres  $P_1 = 57,8 \text{ W}$ ,  $T_1 = 0,51 \text{ ps}$ ,  $P_2 = 18 \text{ W}$  et  $T_2 = 0,86 \text{ ps}$  ce qui correspond à  $N_1 = 0,94 \pm 0,14$  et  $N_2 = 0,89 \pm 0,13$ , avec le soliton le plus intense est désigné par 1 et le



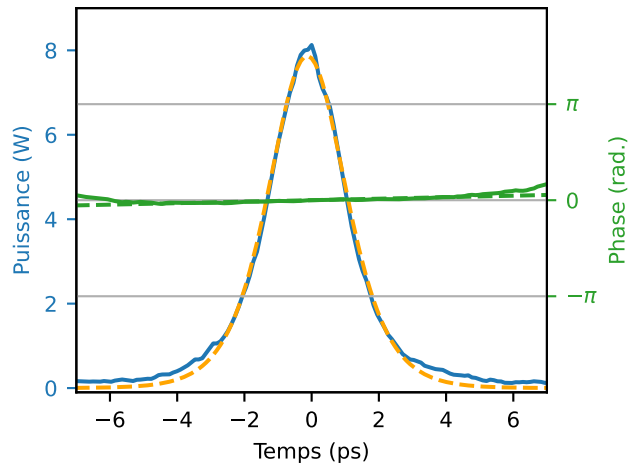


FIGURE 3.17 – Impulsion 27 pJ à 500 m. Bleu : Trace temporelle, Orange pointillé : ajustement de l'intensité par (1.26) Vert : phase, Vert pointillé : ajustement linéaire de la phase.

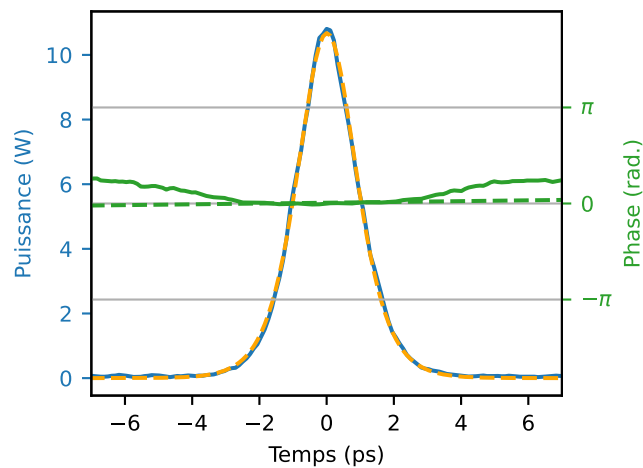


FIGURE 3.18 – Impulsion 27 pJ à 1000 m. Bleu : Trace temporelle, Orange pointillé : ajustement de l'intensité par (1.26) Vert : phase, Vert pointillé : ajustement linéaire de la phase.

moins intense par  $2^5$ . De même, la dynamique de séparation en deux impulsions est une caractéristique indiquant la présence de solitons dans le signal.

La phase du soliton 1 indique un  $\Delta\omega$  de  $-0,15$  Trad/s. La phase du soliton 2 montre une fréquence instantanée positive ( $\Delta\omega = 0,01$  Trad/s) très faible.

5. convention que je garderai dans tout le chapitre

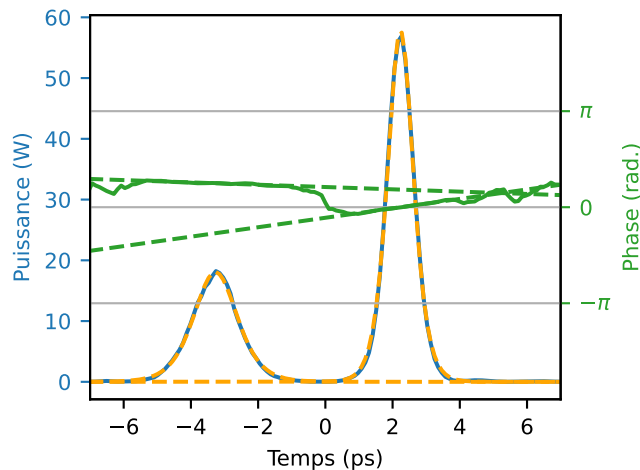


FIGURE 3.19 – Impulsions 92 pJ à 500 m. Bleu : Trace temporelle, Orange pointillé : ajustement de l'intensité par (1.26) Vert : phase, Vert pointillé : ajustement linéaire de la phase.

Enfin, pour le cas d'une impulsion de 92 pJ, après 1000 m de propagation dans la fibre, l'ajustement de l'intensité des deux impulsions trouve les paramètres  $P_1 = 65,5$  W,  $T_1 = 0,46$  ps,  $P_2 = 18$  W et  $T_2 = 0,83$  ps. Les N correspondants sont de  $0,90 \pm 0,13$  et  $0,86 \pm 0,13$ .

la phase du soliton 1 indique un  $\Delta\omega = -0,22$  Trad/s et le soliton 2  $0,08$  Trad/s. La théorie prévoit  $0,035$  Trad/s.

Avec l'acquisition mono-coup du champ électrique, nous pouvons calculer les spectres IST de chaque image et nous intéresser maintenant à l'impact de la SRS sur ce dernier.

## 3.4 Mesure expérimentale du spectre IST

### 3.4.1 Passage de la mesure temporelle au spectre IST

Grâce à la mesure mono-coup du champ électrique 3.14 nous sommes en mesure de calculer l'IST du signal, c'est, à ma connaissance, la première fois que l'IST de solitons expérimentaux est effectuée. Pour ça, le champ, le temps et la distance de propagation sont normalisés suivant (1.12) et en utilisant les paramètres  $T_0 = 1,7$  ps et  $P_0 = 5,86$  W.

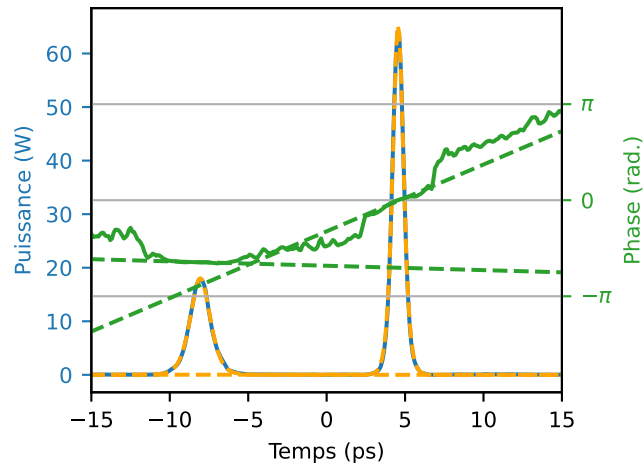


FIGURE 3.20 – Impulsion 92 pJ à 1000 m. Bleu : Trace temporelle, Orange pointillé : ajustement de l'intensité par (1.26) Vert : phase, Vert pointillé : ajustement linéaire de la phase.

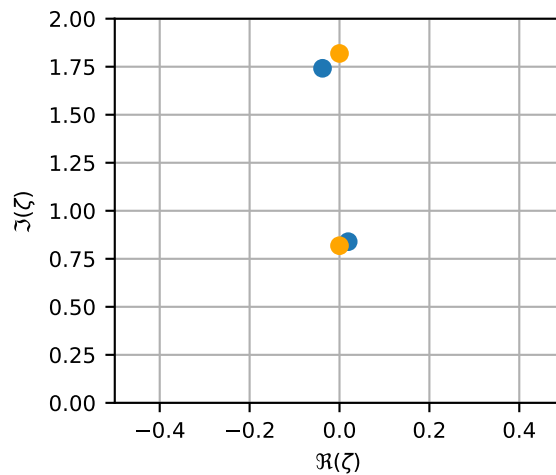


FIGURE 3.21 – Partie discrète du spectre IST d'une impulsion initiale 3.14

Sur la figure 3.21, on montre le spectre IST discret calculé en utilisant le champ de la condition initiale à pleine puissance. Ce spectre révèle la présence de deux valeurs propres :  $\zeta_1 = -0.04 + 1.74i$  et  $\zeta_2 = 0.01 + 0.84i$ . L'ajustement associé trouve les valeurs propres  $\zeta_1^f = 1.82i$  et  $\zeta_2^f = 0.82i$ . La condition initiale est donc légèrement différente de la solution N-soliton. De plus, les deux valeurs propres expérimentales présentent des parties réelles différentes. L'impulsion initiale est donc composée des deux solitons d'amplitudes différentes et de

vitesse légèrement différentes.

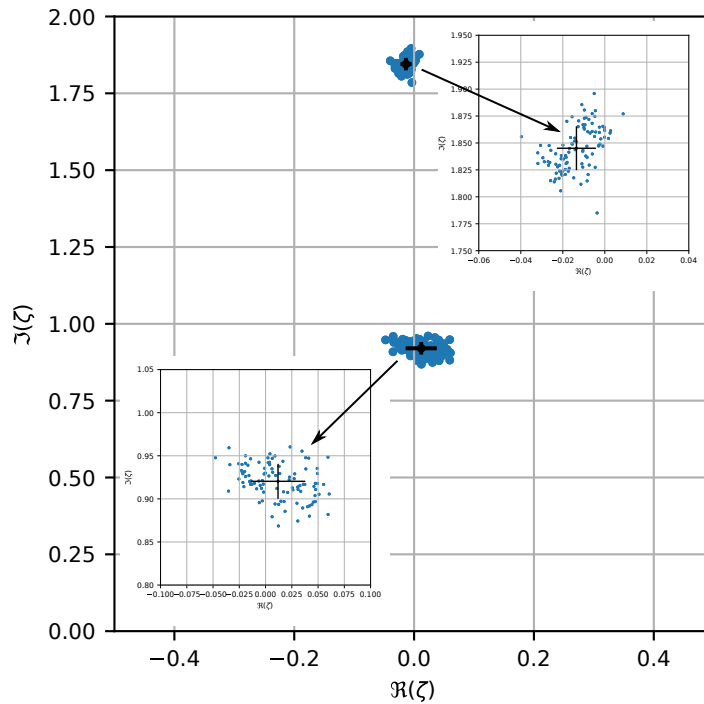


FIGURE 3.22 – Spectres IST de 99 captures du champ en condition initiale.

Le taux de répétition de l'expérience (1 kHz) permet d'enregistrer un grand nombre de conditions initiales et d'en faire les IST. Sur la figure 3.22<sup>6</sup>, j'ai tracé les spectres IST de 99 acquisitions. Pour chaque acquisition, il y a bien 2 valeurs propres calculées. Les valeurs propres moyennes calculées sont :

- $\bar{\zeta}_1 = -0.014 + 1.85i \pm 0.01 + 0.02i$
- $\bar{\zeta}_2 = 0.012 + 0.92i \pm -0.03 + 0.02i$

Le spectre IST discret de la condition initiale a une très bonne répétabilité et en moyenne, le signal comprend deux solitons de vitesses légèrement différentes. Nous pouvons tenter de donner une unité aux déviations standards. La déviation en partie réelle indique une déviation physique en THz en suivant :

$$\Delta\nu = \frac{\Re(\Delta\zeta)}{\pi T_0} \quad (3.8)$$

6. deux jeux de données différents ont été utilisés pour les figures 3.21 et 3.22

Les déviations physiques sont de 6 GHz et 2 GHz pour respectivement  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ . Physiquement, cela signifie qu'il y a une incertitude sur la mesure de fréquence centrale associée à chaque soliton dans le signal. Je n'ai pas d'explication sur la différence d'incertitude entre les deux valeurs propre et je n'ai pas non plus d'explication certaine sur l'origine des incertitudes. D'un point de vue de la génération du signal, une variation en fréquence peut venir de fluctuations mécaniques du filtre ou d'une variation de puissance dans l'amplificateur Erbium, dans l'EDFA, l'impulsion acquiert une phase non triviale liée à sa puissance, la longueur de propagation dans l'amplificateur et à la puissance de pompe. D'un point de vue de la mesure, la phase mesurée peut dépendre de la fréquence de référence et de la position du signal dans la fenêtre (voir thèse de doctorat de Alexandre Lebel).

En partie imaginaire, la déviation s'exprime selon :

$$\Delta P = 2\text{Im}(\Delta\zeta)\text{Im}(\zeta)P_0 \quad (3.9)$$

ce qui donne des incertitudes relatives en puissance de 0,22 W et 0,1 W. Ces incertitudes peuvent être originaires de fluctuations de puissance d'injection, d'amplification et/ou de la pompe.

L'étude du spectre IST de la condition initiale révèle la présence de deux solitons avec une très bonne répétabilité. La suite de l'étude vise à observer le comportement des valeurs propres après propagation dans la fibre optique.

### 3.4.2 Perturbation déterministe du spectre IST par la SRS

De la même manière que pour la condition initiale, je fais 99 acquisitions du champ et j'observe les spectres IST moyens après propagation dans une fibre optique. Pour rappel, l'observation se fait à distance fixe (500 m et 1 km) et je regarde le résultat de la propagation en fonction de la puissance initiale. Il faut cependant être conscient que faire l'IST ne peut s'appliquer qu'aux systèmes intégrables. Calculer l'IST d'un champ qui a évolué dans un système non intégrable trouve un jeu de valeurs propres qui indique quel serait le comportement du champ s'il évoluait dans un système intégrable à partir de la mesure.

Sur la figure 3.23 j'ai représenté trois cas différents. La puissance initiale associée

à l'expérience est indiquée en échelle de couleur. À basse énergie d'injection est associé le jaune puis en montant la puissance d'injection les tracés passent par le vert puis le bleu.

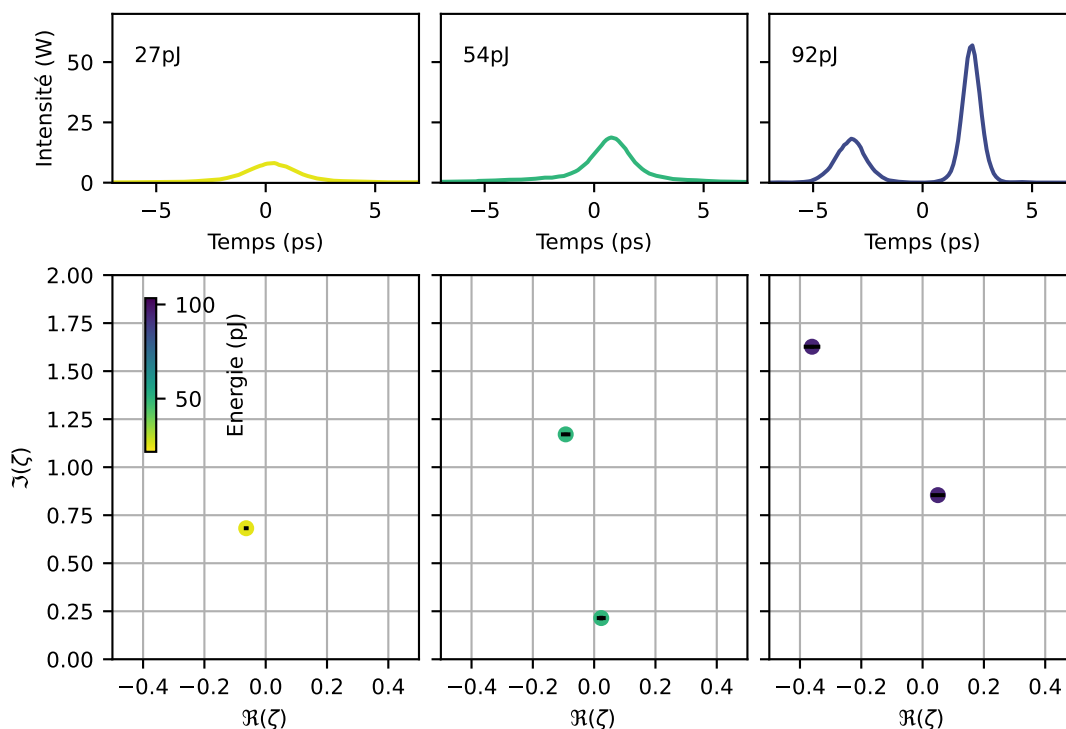


FIGURE 3.23 – Spectres IST de la fission à différentes puissances d'injection. Haut : exemple de trace d'impulsion à trois puissances. Bas spectres IST moyennés aux mêmes puissances

Sur la ligne du haut, j'ai retracé les intensités des cas observés pour la compréhension. Sur la ligne du bas, il s'agit des spectres IST moyennés sur 99 acquisitions pour chaque cas. Donc, pour 27 pJ voir un exemple sur la figure 3.23, on associe le spectre IST moyenné du dessous de la même couleur. L'IST révèle la présence d'une valeur propre  $\bar{\zeta}_1 = -0.064 + 0.68i$ .

En montant la puissance d'injection, on regarde le cas 54 pJ, le champ en exemple est tracé en vert et l'IST (en vert aussi) révèle deux valeurs propres  $\bar{\zeta}_1 = -0.093 + 1.17i$  et  $\bar{\zeta}_2 = 0.023 + 0.21i$  bien que le champ ne montre qu'une impulsion. La première valeur propre a augmenté en partie réelle et une deuxième

apparaît. De plus,  $\bar{\zeta}_1$  s'est légèrement décalé en partie réelle négative, indiquant un changement de vitesse du soliton.

Enfin, pour l'exemple à 92 pJ, l'intensité en bleu montre deux impulsions. L'IST associée montre deux valeurs propres  $\bar{\zeta}_1 = -0.36 + 1.63i$  et  $\bar{\zeta}_2 = 0.049 + 0.85i$ . Attention, la représentation peut prêter à confusion : la partie réelle de l'IST indique la vitesse du soliton, et non sa position. La valeur propre qui a la partie imaginaire la plus importante (respectivement faible) désigne l'impulsion la plus intense (resp. faible). Donc la valeur propre  $\bar{\zeta}_1$  (resp. 2) à gauche (resp. droite) désigne le soliton de droite (resp. gauche). En augmentant la puissance d'injection, les deux valeurs propres augmentent en partie imaginaire,  $\bar{\zeta}_1$  a acquis une partie réelle qui s'associe à un fort changement de vitesse du soliton et  $\bar{\zeta}_2$  a acquis une partie réelle positive qui révèle un décalage vers le bleu du soliton le plus faible.

Enfin, les incertitudes statistiques restent faibles, indiquant que la perturbation des valeurs propres est bien déterministe.

### 3.4.3 Observation sur la distance de propagation

Sur les figures 3.24 et 3.25, j'ai représenté en une fois la position des valeurs propres (toujours en moyenne) après propagation en fonction de la puissance injectée.

Sur la figure 3.24, après 500 m de propagation, à basse puissance (en jaune) une seule valeur propre est présente et décalée vers les parties réelles négatives, puis en montant la puissance (vert) la valeur propre monte le long de l'axe imaginaire et se décale un peu plus vers les parties réelles négatives. Passé un certain seuil ( $\sim 50$  pJ) il y a deux valeurs propres dans le signal. La première, associée à la partie imaginaire la plus importante, continue de monter selon l'axe imaginaire et se décale de plus en plus vers les parties réelles négatives. La deuxième valeur propre, associée à la partie imaginaire la plus faible, se décale vers les parties réelles positives, ce qui peut s'interpréter comme un décalage vers le bleu de la deuxième valeur propre. Je souhaite souligner que le décalage vers le bleu d'un soliton, sans être méconnu [24, 25], est bien moins couramment observé que son

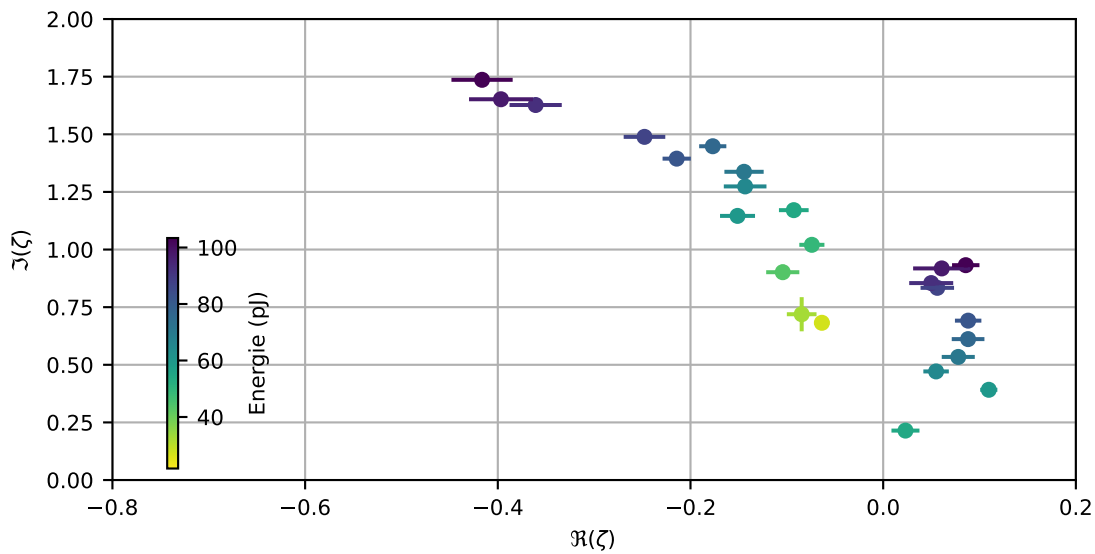


FIGURE 3.24 – Valeurs propres discrètes (IST) après 500 m de propagation en fonction de la puissance d’injection

homologue rouge. Nous développerons le sujet dans la section suivante.

En augmentant encore la puissance, les parties imaginaires continuent d’augmenter et les parties réelles sont continûment décalées vers les parties réelles négatives et positive respectivement.

Sur la figure 3.25, j’ai représenté la même expérience après, cette fois, 1 km de propagation.

Le même comportement est observé : plus on augmente la puissance d’injection, plus la première valeur propre augmente en partie imaginaire et plus la partie réelle est décalée vers les basses vitesses. Passé le même seuil de 50 pJ, la deuxième valeur propre est créée et elle est de plus en plus décalée vers les hautes vitesses. En comparant les deux figures, on voit bien que l’effet de décalage des valeurs propres, et donc le changement de vitesse des solitons, augmente avec la distance parcourue.



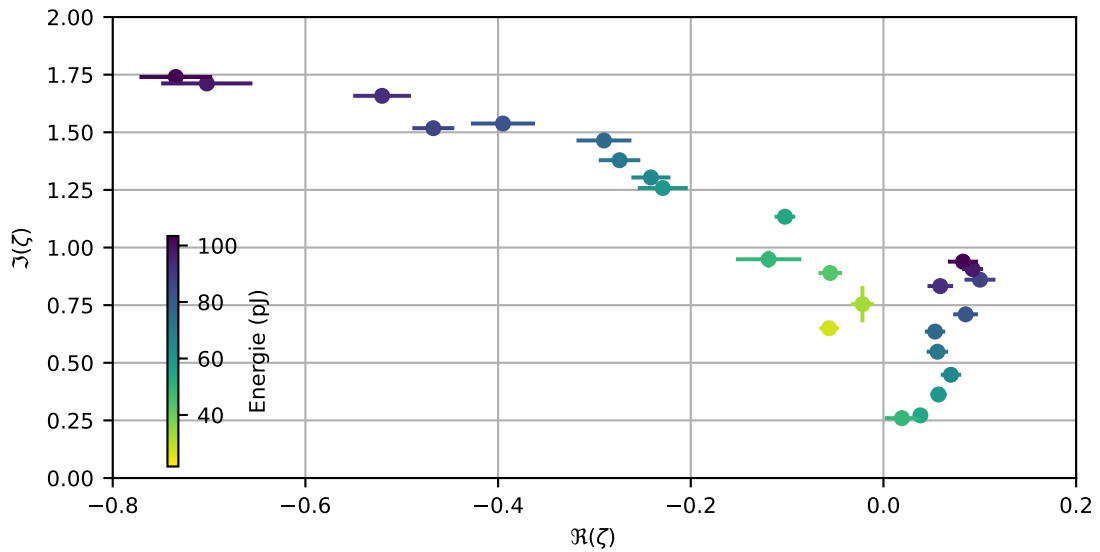


FIGURE 3.25 – Valeurs propres discrètes (IST) après 1000 m de propagation en fonction de la puissance d'injection

## 3.5 Discussion

En observant les spectres IST expérimentaux avant et après propagation dans une fibre optique, on constate la perte de l'intégrabilité du système : les valeurs propres qui sont des constantes du mouvement dans un système purement intégrable évoluent dans notre système au cours de la propagation. Ceci est la signature de la présence d'effets perturbatifs. Nous discutons dans cette section quels sont les effets significatifs qui provoquent ce comportement et nous mettons ces résultats expérimentaux en regard de simulations numériques et de résultats théoriques déjà connus.

### 3.5.1 Condition initiale imparfaite

Comme nous l'avons vu précédemment, la condition initiale ne correspond pas tout à fait au cas de l'état lié N-soliton tel qu'introduit par Satsuma [116]. Bien que la courbe de tendance en l'intensité soit convaincante, la phase initiale dévie de la phase initiale du N-soliton et l'IST révèle la présence de deux solitons de vitesses très légèrement différentes. Cela signifie, d'un point de vue théorique,

qu'à distance de propagation infinie en milieu intégrable, les deux solitons composant l'impulsion se sépareraient.

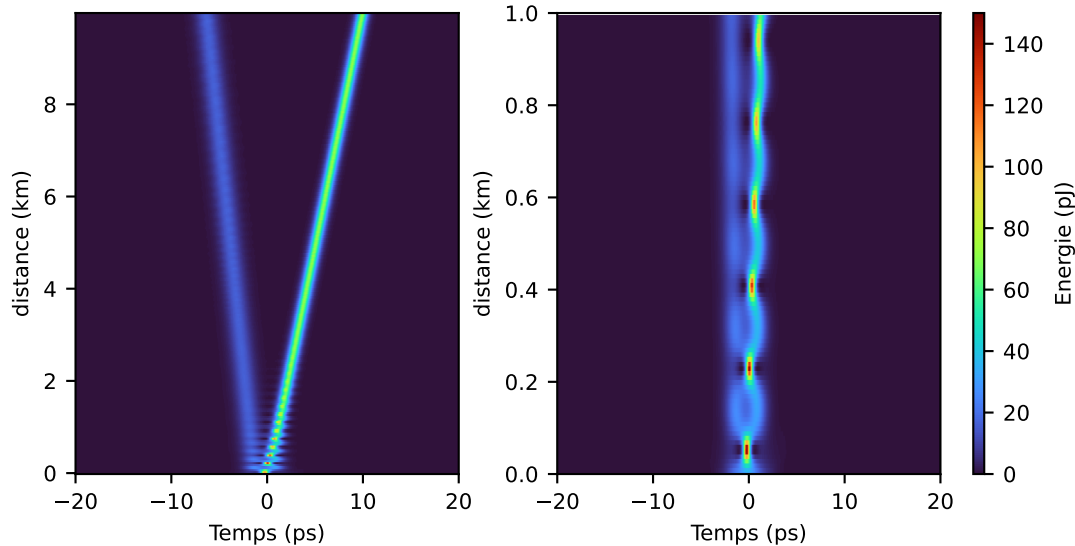


FIGURE 3.26 – Simulation numérique de (1.11) avec l'enregistrement 3.14 en condition initiale.  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $z = 1,10 \text{ km}$  À grande distance de propagation 10 km, l'impulsion se sépare en deux. Sur la distance de l'expérience (1 km) l'impulsion commence à se séparer bien que la simulation soit intégrable.

Sur la figure 3.26, j'ai fait la simulation de la propagation de la condition initiale expérimentale dans une fibre optique intégrable (1.11), et, après 10 km de propagation, l'impulsion se sépare bien en deux solitons de vitesses constantes. Après 1 km, la séparation est très légère.

Les solitons ont cependant des vitesses constantes, la simulation est intégrable donc le spectre IST de fin de propagation est le même que le spectre IST initial. Cet effet de séparation est complètement décorrélé de la séparation due aux changements de vitesses en cas non intégrable.

### 3.5.2 Théorie perturbative du soliton fondamental

Comme rappelé en introduction, l'impact d'une perturbation de type (3.1) sur le spectre IST a beaucoup été étudié en théorie [101, 102, 112, 126]. Dans

la majeure partie des cas, l'étude de la perturbation se fait en admettant que la solution soliton adopte la forme :

$$\psi(t, x) = \eta \operatorname{sech}(\eta(x - q(t))) \exp(i\phi(t) - i\delta x) \quad (3.10)$$

avec  $q$  la position du centre du soliton et  $\phi$  la phase du soliton. Sans détailler les théories mathématiques, le principe repose sur le fait de chercher comment varient les paramètres  $\eta$ ,  $\delta$ ,  $q$  et  $\phi$ . Dans la littérature, il existe plusieurs manières de dériver des équations différentielles sur la variation de paramètres, parmi lesquelles : la méthode par perturbation adiabatique, le calcul perturbatif de l'IST et la méthode variationnelle des constantes du système. Toutes mènent au système d'équations différentielles :

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{dt} &= \Re \int_{-\infty}^{\infty} f(\psi) \psi^*(x) dx \\ \frac{d\delta}{dt} &= -\operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\infty} f(\psi) \tanh(\eta(x - q)) \psi^*(x) dx \\ \frac{dq}{dt} &= -\delta + \frac{1}{\eta^2} \Re \int_{-\infty}^{\infty} f(\psi) (x - q) \psi^*(x) dx \\ \frac{d\phi}{dt} &= \operatorname{Im} \int_{-\infty}^{\infty} f(\psi) (1/\eta - (x - q) \tanh(\eta(x - q))) \psi^*(x) dx + \frac{1}{2}(\eta^2 - \delta^2) + q \frac{dq}{dt} \end{aligned} \quad (3.11)$$

En considérant que :

$$f(\psi) = -i\tau_R \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial x} \quad (3.12)$$

qui est la version normalisée de la perturbation Raman en approximation linéaire avec  $\tau_R = T_R/T_0$ , on peut montrer que le soliton fondamental garde sa partie imaginaire  $\eta$  constante, et que la partie réelle  $\delta$  suit une évolution :

$$\delta(t) = -\frac{8\tau_R \eta^4}{15} t \quad (3.13)$$

Ce qui signifie qu'à distance de propagation fixée ( $t = \text{constante}$ ) la partie réelle et la partie imaginaire du soliton sont reliés par une relation du type  $\operatorname{Im}(\zeta) \propto (\operatorname{Re}(\zeta))^{1/4}$ .

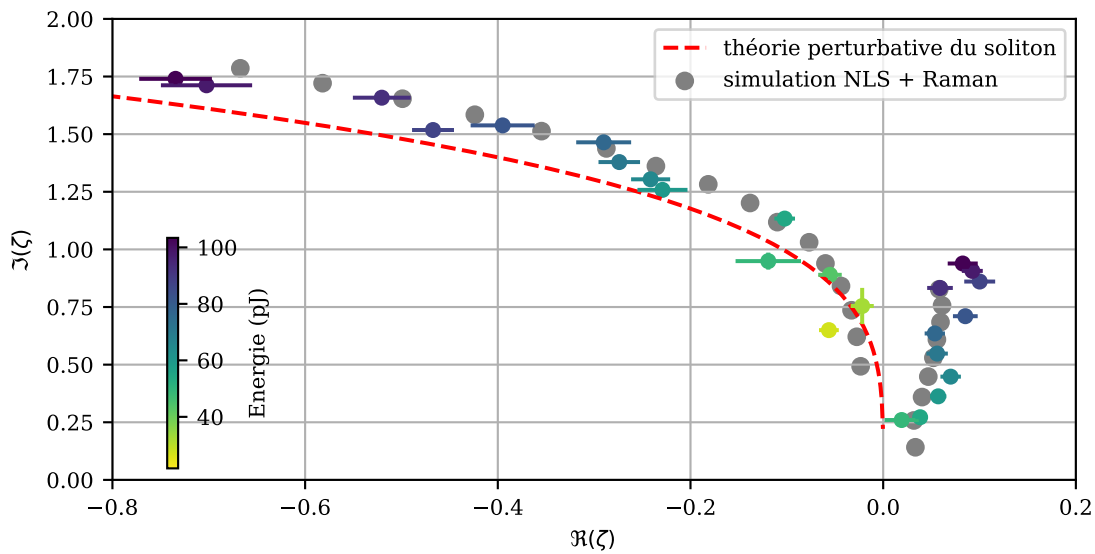


FIGURE 3.27 – Comparaison entre les points expérimentaux, la courbe théorique (3.13) de la perturbation des valeurs propres à 1 km de propagation et l’intégration numérique de 3.2 sur 1 km et pour 16 valeurs d’énergies initiales comprises entre 0 et 90 pJ avec 3.14 en condition initiale.

Sur la figure 3.27, en tirés rouges, j’ai tracé cette loi avec  $t = 7.63$ , le nombre de longueurs non-linéaires parcourues par l’impulsion dans 1 km de fibre. On remarque que la première valeur propre suit cette loi sans y correspondre parfaitement. De plus, la théorie perturbative du soliton ne prend pas en compte le déplacement de la deuxième valeur propre et surtout ne prend pas en compte l’interaction des deux solitons. Cette interaction qui perturbe les valeurs propres. La diffusion Raman stimulée étant un effet fortement dépendant de la forme du signal, les variations d’intensité induite par l’interaction entre les deux solitons engendre un comportement qui n’est pas pris en compte par la théorie perturbative d’un unique soliton, ce qui peut expliquer l’écart entre les mesures et la courbe.

En points gris, j’ai tracé les IST de simulations de l’équation de NLS (3.2) avec la forme d’impulsion 3.14 expérimentale en condition initiale pour seize valeurs d’énergies comprises entre 0 et 92 pJ. Cette simulation ne prenait en compte que la diffusion Raman stimulée en effet d’ordre supérieur. Cette simulation

concorde très bien avec nos mesure et l'écart pourrait être expliqué par les pertes linéaires que je n'ai pas prises en compte dans la simulation.

### 3.5.3 Comparaison avec le N-soliton en simulation

Tout d'abord, on s'intéresse à l'évolution du spectre IST du 2-soliton en fonction de la distance de propagation. Notons que c'est une expérience que nous ne pouvons pas faire en expérience pour l'instant. Il est cependant intéressant, maintenant que nous avons vu le comportement des valeurs propres à distance fixe et puissance croissante, de regarder le comportement (la trajectoire) des valeurs propres à puissance fixe et en fonction de la distance. Il faut, cependant, faire attention à cette manœuvre. L'IST ne s'applique qu'aux systèmes intégrables. Appliquer l'IST à une propagation non intégrable renseigne sur l'état du système au moment de l'observation et indique comment le système évoluerait si l'évolution se poursuivait en cas intégrable.

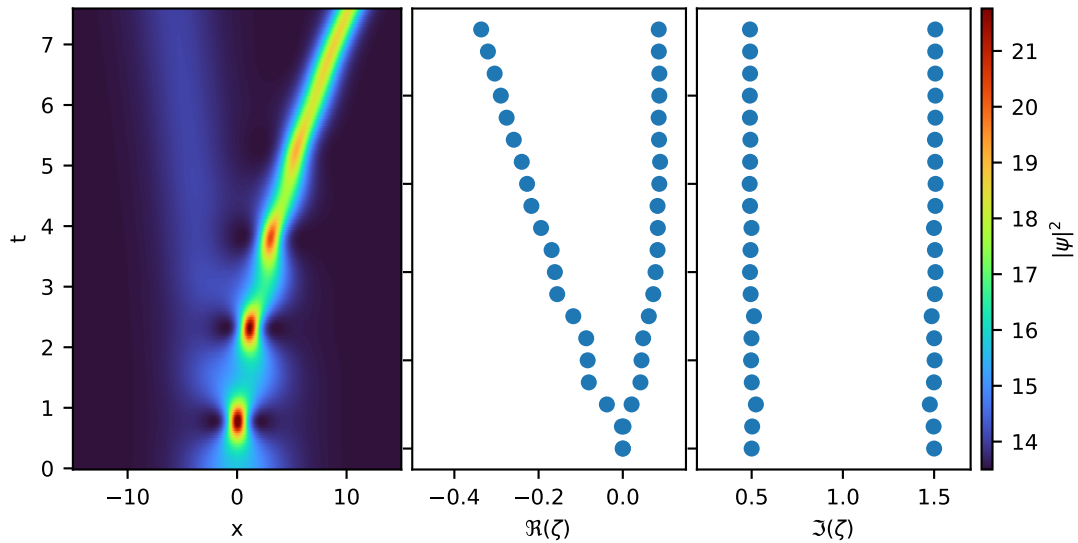


FIGURE 3.28 – a. Simulation numérique de (3.2) avec  $\gamma = 1,3 \text{ W}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_2 = -22 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ,  $\beta_{n \neq 2} = 0$ ,  $T_R = 3 \text{ fs}$  d'un 2-soliton. b. évolution de la partie réelle des valeurs propres du signal en fonction de  $t$ . c. évolution de la partie imaginaire des valeurs propres en fonction de  $t$ .

Sur la figure 3.28 j'ai tracé l'évolution spatio-temporelle normalisée d'un

2-soliton en présence de SRS. La simulation a été effectuée en prenant une impulsion de taille 1,7 ps et propagée pendant 1 km, pour reproduire l'état des expériences, puis j'ai normalisé de la même manière que pour le traitement de données un peu plus haut. J'ai également représenté le spectre IST du signal en fonction de la propagation. On remarque d'abord que la partie imaginaire des valeurs propres ne varie que très peu, et les variations sont symétriques, suivant la conservation de l'énergie. Les parties réelles des deux valeurs propres quant à elles divergent très vite. Au début, la solution 2-soliton a bien deux valeurs propres de parties réelles nulles mais dès le début de la propagation les deux valeurs propres acquièrent des vitesses opposées. Tant que les deux impulsions sont toujours en interaction, les changements de vitesse ne sont pas triviaux. Une fois séparées, l'impulsion la plus intense subit un changement de vitesse proportionnel à la distance parcourue, ce qui rappelle le cas du soliton fondamental. Une fois l'interaction terminée, le soliton se déplace comme seul et l'approximation (3.13) recommence à fonctionner.

La deuxième valeur propre acquiert une partie réelle positive, un décalage vers le bleu dû à l'interaction, puis semble ne plus changer de vitesse une fois l'interaction terminée. Il s'avère qu'à très longues distance de propagation, on verrait l'effet de SSFS s'appliquer, ce qui aurait pour effet de décaler la deuxième valeur propre vers les basses vitesses.

Dans la référence Okamawari (1995) [113], une étude poussée de la théorie perturbative de l'IST dans le cas d'un N-soliton en présence de diffusion Raman stimulée est effectuée.

Le développement de la théorie perturbative de l'IST mène à une forme particulièrement compliquée qui décrit l'évolution des valeurs propres en fonction de  $Z$  (la variable d'évolution). Ils s'intéressent à l'évolution des valeurs propres dans le cas :

$$V(T, 0) = \operatorname{sech}\left(T - \frac{\Delta T}{2}\right) + \operatorname{sech}\left(T + \frac{\Delta T}{2}\right) \quad (3.14)$$

où  $V$  est le champ exprimé en fonction de  $T$ ,  $Z$  leur variable d'évolution et  $\Delta T$  est l'écartement initial entre les deux solitons.

L'intégration de leurs équations leur a permis de démontrer qu'après l'inter-

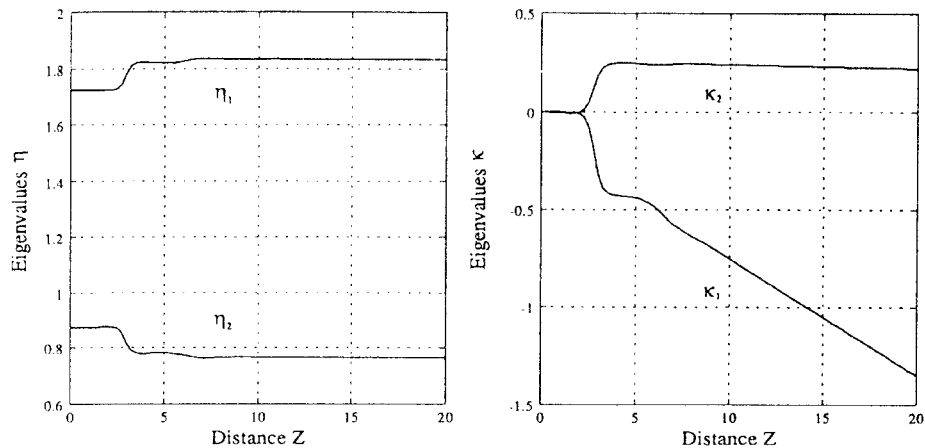


FIGURE 3.29 – Figure tirée de [113]. Intégration numérique décrivant de l'évolution de la partie imaginaire et de la partie réelle des valeurs propres d'un champ (3.14) en présence de SRS et en fonction de la distance de propagation avec (3.14) pour condition initiale et  $\Delta T = 8$  largeurs de soliton.

action, les deux solitons acquièrent des vitesses opposées, comme dans notre cas du N-soliton. Du point de vue la partie imaginaire, la première augmente, la deuxième diminue symétriquement, un échange d'énergie a eu lieu, l'interaction n'est pas élastique. Du point de vue la partie réelle, on retrouve la même dynamique que pour notre N-soliton, la première valeur propres acquiert une vitesse négative qui est proportionnelle à la distance de propagation, la deuxième acquiert une partie réelle positive constante sur le temps d'intégration, le soliton est comme décalé vers le bleu.

Bien que les cas ne soient pas identiques, le N-soliton étant la limite du cas (3.14), on retrouve la même dynamique dans la perturbation des valeurs propres. Cependant, cette théorie ne s'applique pas exactement aux données expérimentales recueillies. Cette expérience ouvre de nouvelles questions quant au développement des méthodes perturbatives de l'IST.

## 3.6 Conclusion du chapitre

Nous avons observé, grâce au dispositif SEAHORSE, la fission d'une impulsion composée de solitons. Grâce à l'enregistrement du champ électrique complexe des impulsions en monocoup, nous avons été en mesure de calculer les spectres IST d'impulsions solitoniques et d'observer la déviation des valeurs propres (Section 4.). Notamment, nous avons révélé le déplacement des valeurs propres en parties réelles, ce qui s'associe à un changement de vitesse des impulsions, ce qui concorde avec la fission d'une impulsion puissante en plusieurs solitons de vitesses différentes.

Nous avons tenté de faire un lien entre la présence de diffusion Raman stimulée en tant que phénomène perturbatif et la perturbation des valeurs propres en nous appuyant sur les travaux de Okamawari et Kodama notamment (Section 5). Nous avons vu que, sans décrire parfaitement notre cas, les résultats théoriques et numériques actuels décrivent bien les phénomènes observés en expérience. De plus, les résultats expérimentaux présentés ont démarré une réflexion en partenariat avec Andrey Gelash<sup>7</sup>, un collaborateur théoricien, pour trouver une description plus précise des effets perturbatifs sur la méthode de l'IST.

---

7. Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB), UMR6303 CNRS–Université Bourgogne Franche-Comté, 21078 Dijon, France



It is of great advantage of the student of any subject to read the original memoirs on that subject, for science is always most completely assimilated when it is in the nascent stage...

---

James C. Maxwell

# Collisions de petits ensembles de solitons

Ce chapitre présente des résultats préliminaires sur les collisions de solitons optiques, observées à l'aide du dispositif SEAHORSE précédemment décrit. Dans notre étude sur les gaz de solitons, nous nous concentrons sur la collision de solitons en tant qu'interaction fondamentale régissant leur dynamique. Nous examinons les résultats existants, les nouvelles avancées théoriques liées aux collisions de solitons, et décrivons les modifications apportées au dispositif expérimental décrit dans le chapitre précédent pour créer et observer une collision de solitons. Grâce au SEAHORSE, nous pouvons observer ces collisions en mode mono-coup et récupérer le spectre IST associé.

## 4.1 La collision de solitons optiques

### 4.1.1 L'état de l'art

Nous avons déjà introduit le phénomène de collisions de solitons dans les systèmes intégrables dans le chapitre 1. Rappelons que deux solitons de vitesses différentes entrent en interaction et ressortent inchangés à l'issue du processus d'interaction. Ils se retrouvent à l'identique en forme, spectre et vitesse [66]. À l'issue de l'interaction, cependant, un décalage des solitons dans leurs trajectoires

peut être observé 1.15 et la valeur du décalage est totalement prédite par la théorie de l'IST en suivant la formule (1.29). Cette dynamique a beaucoup été étudiée dans la majorité des systèmes présentant l'existence de solitons, dans les ondes de matière [5, 67], en hydrodynamique [68] et bien-sûr en optique [72, 73, 127]. Encore aujourd'hui, ce phénomène reste intéressant, notamment comme nous l'avons vu pour comprendre la dynamique locale des gaz de solitons [60].

### 4.1.2 Résultats récents et objectifs de l'étude

L'étude apportée dans ce chapitre a été initiée par des simulations réalisées par un de nos collaborateurs : Giacomo Roberti<sup>1</sup>.

Récemment, dans des travaux réalisés par Michael Borghese et al. [128], il a été révélé que lors de l'interaction de solitons en présence de contenu radiatif ( $r(\zeta) \neq 0$ ) le résultat de la collision est perturbé. Le système étant intégrable, les solitons sont retrouvés à l'identique après la collision, mais le décalage dans leurs trajectoires change :

$$\Delta x(\zeta_1, \zeta_2) = \sum_{i=2}^N \pm \frac{1}{\text{Im} \zeta_1} \ln \left| \frac{\zeta_1 - \zeta_i}{\zeta_1 - \bar{\zeta}_i} \right| - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{x/2t} \log(1 + |r(\zeta)|^2) \frac{d\zeta}{(\zeta - \text{Re}(\zeta_1))^2 + \text{Im}(\zeta_1)^2} \quad (4.1)$$

Comme nous l'avons vu dans l'étude de la collision d'un soliton avec un gaz de solitons, un soliton  $\zeta_1$  subit le décalage  $\Delta x$  qui est lié à sa collision avec chaque autre soliton. Ce décalage est donné par le premier terme de (4.1). Cependant, en présence de contenu radiatif,  $r(\zeta)$  est différent de zéro, le décalage  $\Delta x$  est donc modifié et le deuxième terme de (4.1) apparaît. Nous pouvons observer cet effet en considérant l'expérience représentée sur la figure 4.1.

Un soliton de vitesse nulle, centré en  $x = 0$  entre en collision avec une onde test de forme  $A \text{sech}(x)$  avec  $A$  grandissant et pouvant être non entier. Quand  $A$  est entier, l'onde test prend la forme de la solution  $N$ -soliton (1.19) et  $r(\zeta) = 0$ . Lorsque  $A$  est non entier, le calcul du spectre IST permet de révéler les

1. Department of Mathematics, Physics and Electrical Engineering, Northumbria University, Newcastle upon Tyne, United Kingdom

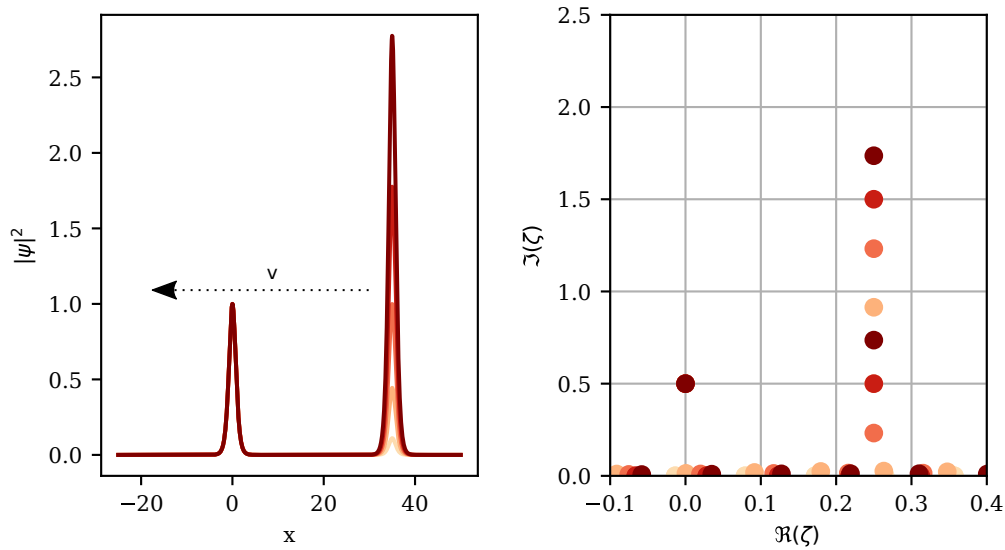


FIGURE 4.1 – Schéma de principe de l'expérience. Un soliton fondamental, d'amplitude 1 et de vitesse nulle, est centré en  $x = 0$ . Une onde de forme  $A\operatorname{sech}(x)e^{ivx}$  d'amplitude  $A$  allant de 0 à 3.1 et de vitesse  $v$  est positionné de manière à entrer en collision avec le soliton. Le décalage que subi le soliton de vitesse nulle dû à la collision avec l'onde incidente est relevé en fonction de l'amplitude  $A$  afin d'observer l'impact du contenu radiatif (lorsque  $A$  est non entier) sur le décalage du soliton. Sur la figure de droite, les spectres IST des ondes représentées à gauche. Ces valeurs propres permettent de calculer un décalage ne prenant en compte que l'interaction des solitons. Cette valeur ne prend pas en compte le contenu radiatif  $r(\zeta) \neq 0$ .

valeurs propres présentes associées aux solitons, mais l'impulsion est également composée de contenu radiatif  $r(\zeta) \neq 0$ . On observe ensuite le décalage subit par le soliton de vitesse nulle après la collision avec le  $A$ -soliton en fonction de  $A$ . Sur la figure 4.2, la valeur du décalage subit par le soliton est relevée en fonction de l'amplitude  $A$  en simulation numérique. Pour réaliser la simulation, on intègre numériquement 1DNLSE (1.3) avec, pour condition initiale, un soliton centré en  $x = 0$  (1.26), d'amplitude 1, de vitesse nulle et un  $A$ -soliton de vitesse 0.125. Le décalage repéré en simulation est donné en points rouges. Le calcul du décalage par (1.29) en ne prenant en compte que les valeurs propres discrètes associées aux solitons, dans le cas hypothétique où les solitons sont seuls responsables du décalage, est représenté par les croix noires. Lorsque la valeur de  $A$  est entière,

les deux valeurs sont égales, car le contenu est purement solitonique. Lorsque la valeur de  $A$  s'éloigne de valeurs entières, une différence se crée, notamment aux valeurs demi-entières, due au contenu radiatif.

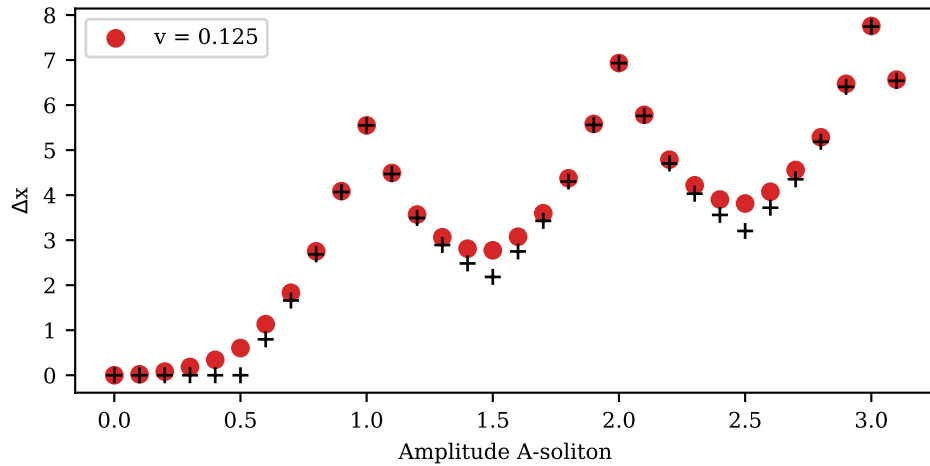


FIGURE 4.2 – Décalage caractéristique que subi un soliton après sa collision avec une onde de forme  $A \operatorname{sech}(x) e^{-i v x}$  avec  $A$  allant de 0 à 3.1 et  $v = 0.125$ . En point rouge, le décalage du soliton en simulation. En croix noire, le décalage du soliton prédit par la méthode de diffusion inverse. La différence entre les deux courbes vient de l'effet du contenu radiatif, absent lors du calcul (croix noires)

De plus, la simulation révèle un aspect en « marches d'escalier » du décalage en fonction de  $A$ . Sur la figure 4.3, on observe que cet aspect dépend fortement de la vitesse relative des solitons. Plus la vitesse relative est basse, plus les « marches » se creusent. **L'objectif de cette étude est d'observer expérimentalement cet effet de dépendance du décalage en fonction de l'amplitude du soliton test.**

## 4.2 Réalisation expérimentale

### 4.2.1 Adaptation du dispositif expérimental

Pour effectuer les mesures expérimentales de la collision de deux solitons, le dispositif expérimental présenté dans le chapitre précédent a été adapté selon de schéma de principe représenté sur la figure 4.4. L'idée générale du dispositif est de séparer le signal du laser Menlo C-fiber en deux voies et de créer une

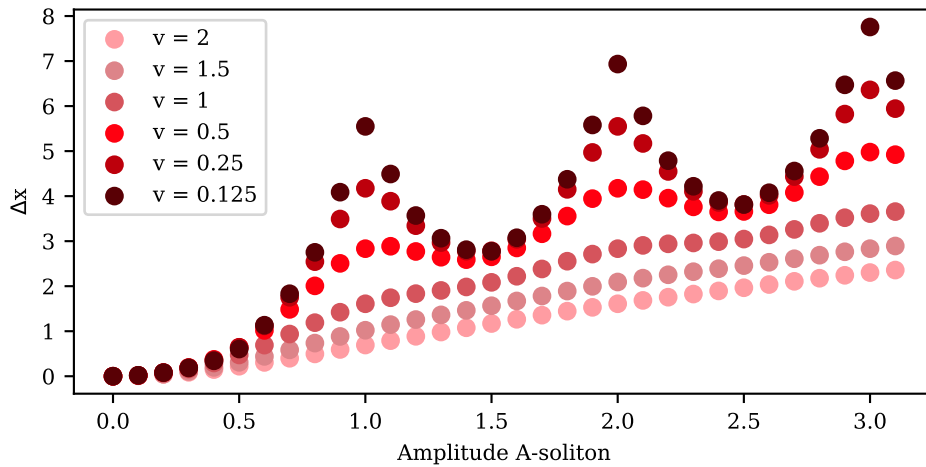


FIGURE 4.3 – Simulations numériques. Repérage du décalage du soliton après sa collision avec une onde de forme  $A\text{sech}(x)e^{-i\nu x}$  avec  $A$  allant de 0 à 3.1 et  $\nu$  allant de 0.125 à 2.

impulsion dans chaque voie avec un contrôle sur le délai et sur la vitesse relative des impulsions.

#### 4.2.1.1 Première impulsion

La plateforme expérimentale est représentée sur la figure 4.4. Il s'agit d'une adaptation du dispositif 3.8. On y retrouve donc une partie des éléments présentés auparavant : le laser impulsif Menlo C-fiber qui génère les impulsions de base, le filtre réglable construit de toute pièce et les systèmes de détections, l'analyseur de spectre optique et le SEAHORSE, sont les mêmes que précédemment. De plus, le système de synchronisation du laser Menlo avec le système de détection SEAHORSE est également le même.

Pour créer une première impulsion, on utilise la même technique que dans le chapitre 3. L'impulsion du laser Menlo passe dans un coupleur 90/10 et 90% de l'énergie est envoyée dans le filtre réglable fait main. L'adaptabilité du centre du filtre nous permettra de régler la vitesse relative des impulsions. La première impulsion, après le filtre, passe dans une ligne à délai qui nous permettra de gérer la distance entre les deux impulsions avant la collision. L'impulsion passe ensuite dans un premier amplificateur, EDFA<sub>2</sub> (Keopsys - PEFA - SP-C-PM-27-

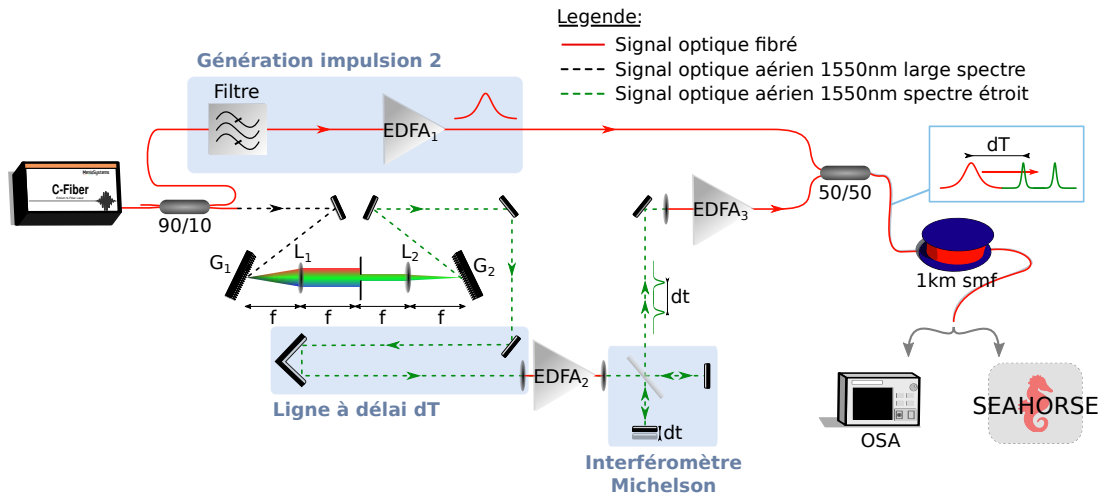


FIGURE 4.4 – Dispositif expérimental adapté. EDFA<sub>i</sub> : Amplificateur optique dopé erbium. G<sub>i</sub> réseau de diffraction en échelle blazé. L<sub>i</sub> lentille mince de distance focale  $f = 10$  cm. OSA : analyseur de spectre optique. SEA HORSE : Dispositif de détection mono-coup du champ électrique. smf : fibre optique monomode. dt : délai créé entre les deux impulsions jumelles. dT : Délai créé entre les signaux des deux bras.

B130-FA-FA).

L'impulsion est ensuite envoyée dans un interféromètre de Michelson [129]. Le délai entre les deux bras de l'interféromètre est tel qu'en sortie, deux impulsions jumelles sont créées et séparées de 45 ps. L'une servira à la collision et l'autre sera une impulsion de référence pour mesurer l'effet de la collision. Les deux impulsions passent ensuite dans un second amplificateur, EDFA<sub>3</sub> (BKtel - GOA-1550-160p-FCAPC-FCAPC), pour donner suffisamment de puissance aux jumelles pour en faire des solitons.

#### 4.2.1.2 Deuxième impulsion

Pour créer la deuxième impulsion, que l'on appellera soliton test, le deuxième bras du 90/10, la partie 10% est envoyée dans un filtre fixe de largeur  $\Delta\lambda = 1$  nm centré en  $\lambda_0 = 1549$  nm puis dans un amplificateur optique, EDFA<sub>1</sub> (PriTel - HPPMFA-13) pour avoir la puissance nécessaire pour réaliser l'expérience.

### 4.2.1.3 Composition de la condition initiale

Les deux bras de la partie génération sont recombinaés en utilisant un coupleur 50/50. En observant la condition initiale par le SEAHORSE, on peut régler la distance entre les impulsions jumelles et le soliton test. Les trois impulsions sont ensuite envoyées pour propager dans une fibre type SMF-28e de 3,5 km.

En observant le signal lumineux en sortie de fibre, on règle ensuite le centre du filtre adaptable pour établir la bonne vitesse relative entre les jumeaux et le soliton test afin que la collision ait lieu.

Une fois la condition initiale établie, on peut adapter les différents paramètres en fonction des expériences. En changeant le délai entre les deux bras, il est possible de laisser la collision avoir lieu ou non, on peut changer la puissance des impulsions et leur vitesse relative.

## 4.2.2 Résultats préliminaires

### 4.2.2.1 Collision dans le domaine temporel

Ici, nous observons les premières acquisitions effectuées avec le dispositif décrit juste avant. Les expériences sont préliminaires, l'avancement en restera à l'étude d'une collision. Dans un premier temps, nous allons nous intéresser à chaque bras indépendamment.

Observons tout d'abord le comportement du bras fournissant les deux impulsions jumelles. Sur la figure 4.5.a, on observe une acquisition parmi cent du champ électrique des impulsions jumelles. L'intensité de l'enveloppe du champ est tracée en bleu et la phase en vert. Les deux impulsions, sans être identiques, sont tout de même très similaires en amplitude et en phase. Les impulsions sont séparées initialement de 42 ps en réglant l'interféromètre de Michelson en conséquence. Sur la figure 4.5.b, on compare la condition initiale (a) avec la sortie d'une fibre SMF de longueur 3,5 km.

En tirés clairs, on trace la même acquisition qu'en (a) pour référence. On y superpose en trait plein une acquisition de sortie de fibre. Les deux impulsions sont toujours séparées de 42 ps. Leurs positions se superposent très bien avec les positions des conditions initiales. On remarque que l'impulsion de droite change



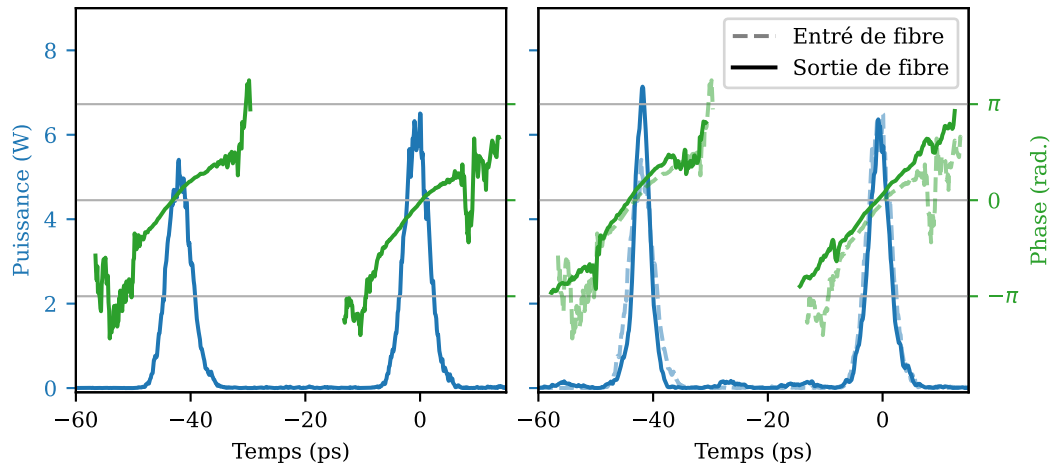


FIGURE 4.5 – Acquisition mono-coup au SEAHORSE du champ électrique complexe des deux impulsions jumelles. (a) Une acquisition de condition initiale. En bleu l’intensité de l’enveloppe, en vert la phase. (b) Comparaison entre la condition initiale et la sortie de la fibre SMF de longueur 3,5 km. En tirés clairs, la même acquisition qu’en (a). En trait plein une acquisition de sortie de fibre.

très peu de forme. L’autre en revanche semble présenter un état de compression. De plus, on observe une certaine quantité d’énergie en dehors des impulsions. Du contenu radiatif s’est séparé des impulsions lors de la propagation.

En observant les phases des impulsions, nous pouvons remarquer un changement de pente commun aux deux jumelles. Comme vu dans le chapitre 3, la diffusion Raman stimulée est responsable de l’auto-décalage en fréquence du soliton, ce qui se traduit par un changement dans la composante linéaire de la phase du soliton. Les deux impulsions, similaires, subissent le même décalage en fréquence.

La similarité des impulsions va nous permettre de créer une collision avec l’une et d’utiliser l’autre comme référence temporelle.

Nous observons maintenant le soliton test. Comme pour les jumeaux, la figure 4.6.a représente une acquisition mono-coup au SEAHORSE du champ électrique d’une impulsion. Cette impulsion est asymétrique et sa phase présente une forme non monotone et elle aussi est asymétrique.

En observant la forme de l’impulsion en sortie de fibre sur la figure 4.6.b, l’impulsion s’est étalée, symétrisée et sa phase s’est aplatie. En effectuant un

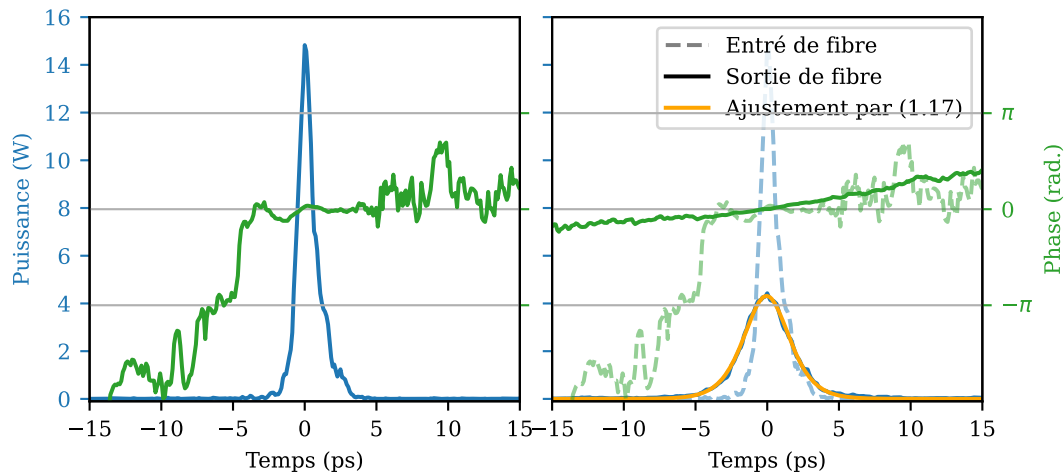


FIGURE 4.6 – Acquisition mono-coup au SEAHORSE du champ électrique complexe du soliton test. (a) Une acquisition de condition initiale. En bleu l’intensité de l’enveloppe, en vert la phase. (b) Comparaison entre la condition initiale et la sortie de la fibre SMF de longueur 3,5 km. En tirés clairs, la même acquisition qu’en (a). En trait plein une acquisition de sortie de fibre. En jaune, l’ajustement de la sortie de fibre par la forme du soliton (1.17)

ajustement par méthode des moindres carrés sur l’intensité de l’impulsion en sortie avec la forme du soliton optique (1.17), tracé en orange, on révèle un très bel exemple d’adaptation adiabatique du soliton lors de sa propagation qui prend la forme du soliton fondamental ( $N = 1.06$ ).

Enfin, la figure 4.7 représente la collision de solitons optique en expérience. Nous nous intéressons d’abord aux figures (c) et (a). Comme l’indique la flèche rouge, la propagation dans la fibre se fait du bas vers haut. À l’état initial, sur la figure (c), les trois impulsions sont créées, nommons les impulsions de gauche à droite jumeau<sub>1</sub>, jumeau<sub>2</sub> et soliton test. Comme à chaque fois, il s’agit d’une unique acquisition mono-coup d’une condition initiale. Les deux jumeaux sont à gauche et sont séparés de 41,8 ps. Le soliton test à droite est séparé du jumeau<sub>2</sub> de 56,2 ps. La figure (a) représente l’état de la lumière après s’être propagé pendant 3,5 km de fibre monomode. L’exemple de condition initiale en (c) est tracé en tirés sur la figure (a) pour référence.

En comparant les impulsions une à une, il est possible de comprendre la dynamique de la lumière durant la propagation. Tout d’abord, le jumeau<sub>1</sub>, qui

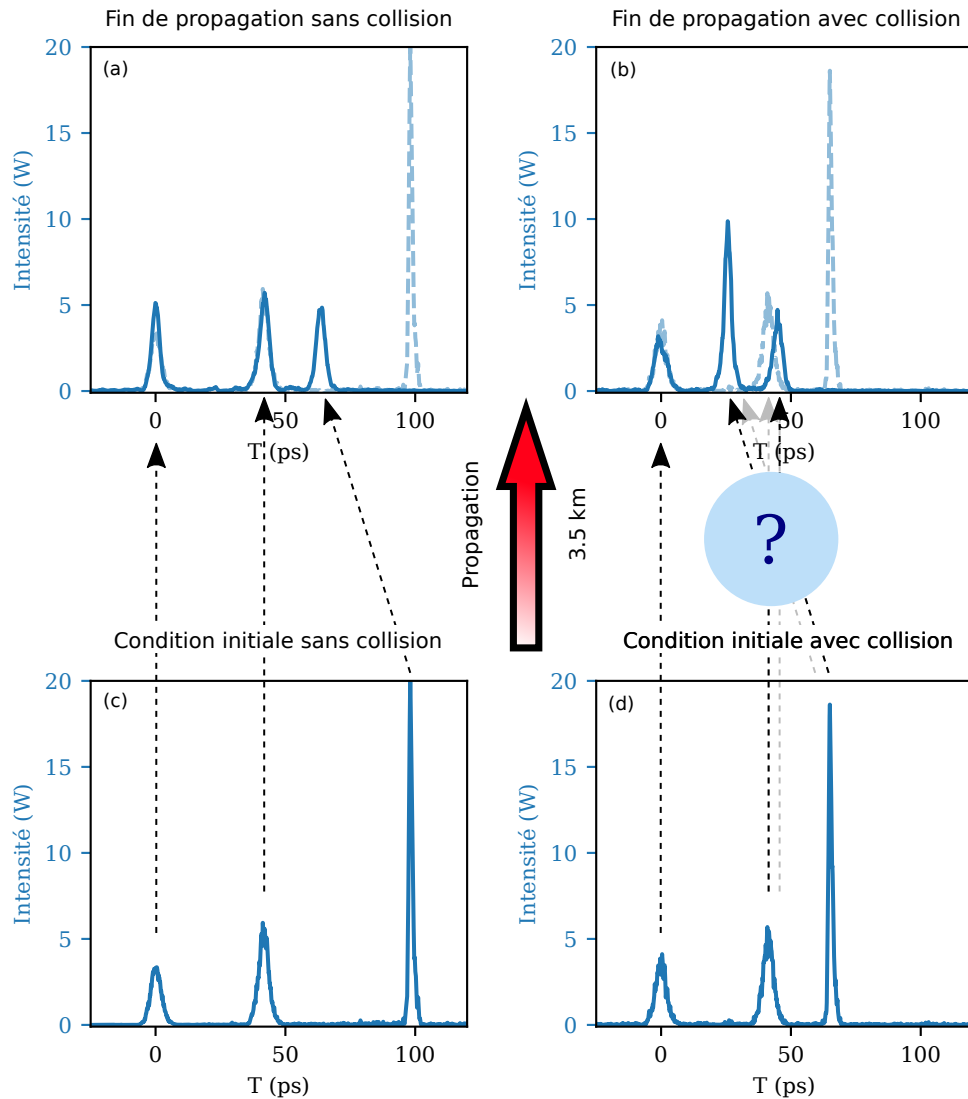


FIGURE 4.7 – Acquisitions mono-coup au SEAHORSE du champ électrique complexe des trois impulsions dans un cas sans collision dans l'autre avec. (c) Condition initiale du cas sans collision. Les deux impulsions jumelles sans vitesse relative à gauche et le soliton test de vitesse différente à droite. (d) Condition initiale, dans le cas avec collision, le soliton test est rapproché des jumelles. (a) En tirés clairs, la même acquisition qu'en (c). En trait plein, une acquisition de sortie de fibre, sans collision, le soliton test est toujours à droite des deux jumelles. (b) En tirés clairs, la même acquisition qu'en (d). En trait plein, une acquisition de sortie de fibre, avec collision, le soliton test est entre les jumelles, il a traversé la jumelle de droite.

sert de référence, est centré en zéro et n'évolue pas beaucoup comme vu plus haut. De même, en l'absence de collision, le jumeau<sub>2</sub> ne change pas beaucoup de forme et reste à la même distance du jumeau<sub>1</sub>. Le soliton test, quant à lui, subi la même dynamique que plus tôt, il s'adapte adiabatiquement à la forme du soliton optique. De plus, on note que la différence de vitesse relative entre les jumeaux et le soliton test induit le rapprochement du soliton test vers les jumeaux sans qu'il y ait de collision.

Observons maintenant le cas avec collision. Sur la figure 4.7.d, les trois impulsions à l'état initial sont visibles. On note que le soliton test est rapproché des jumeaux et est maintenant séparé du jumeau<sub>2</sub> de 23,2 ps. Sur la figure 4.7.b, nous observons que le jumeau<sub>1</sub>, la référence, est correctement centré et superposé à son homologue en condition initiale. Le soliton test, comme dans le cas précédent, se déplace relativement aux jumeaux. Il a échangé sa place avec le jumeau<sub>2</sub>. Nous observons que sa forme a changé, il est plus intense et plus étroit. Le jumeau<sub>2</sub> quant à lui semble avoir été décalé de 4,78 ps par rapport à sa position initiale et semble plus faible. Il semble qu'un échange d'énergie, non prévu par la théorie intégrable, ait eu lieu. Encore une fois, la diffusion Raman stimulée est l'explication que nous allons étudier en premier pour expliquer cet échange d'énergie.

L'échange de position entre le jumeau<sub>2</sub> et le soliton test montre que la collision entre ces deux impulsions a eu lieu. De plus, le décalage du jumeau<sub>2</sub> par rapport à sa position de référence appuie la présence de la collision. Nous allons par la suite comparer la valeur du décalage avec la valeur prédite par l'IST.

#### 4.2.2.2 Traitement IST

Nous pouvons, grâce à l'acquisition mono-coup du champ électrique, calculer les spectres IST comme dans le chapitre précédent. Nous utilisons la normalisation (1.12) avec le temps caractéristique  $T_0 = 1,96$  ps. Le calcul des spectres IST est représenté sur la figure 4.8.

Le spectre IST de la condition initiale (voir 4.7.d) est représenté en bleu. Comme pour le chapitre 3, nous représentons les spectres IST moyennés sur cent acquisitions. Il y a trois valeurs propres pour trois impulsions. Il y a deux

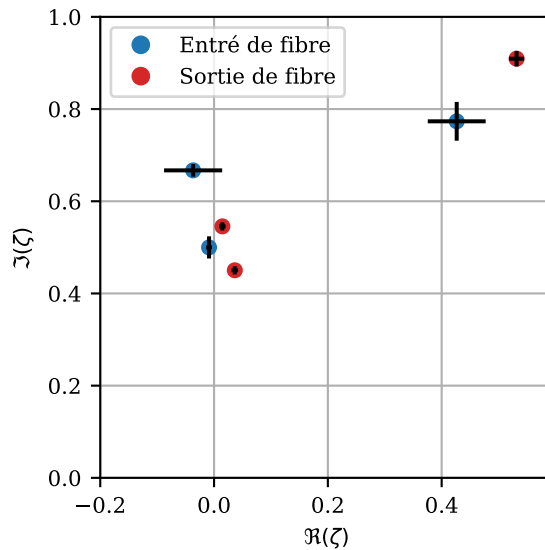


FIGURE 4.8 – Spectres IST de la condition initiale 4.7.d en bleu et 4.7.b en rouge

impulsions de vitesses quasi-nulles qui sont associées aux jumeaux. La troisième valeur propre est de vitesse différente ( $v=0.82$ ) est associée au soliton test. En rouge, il s'agit du spectre IST du signal en sortie de fibre après une propagation de 3,5 km. Nous y retrouvons les trois valeurs propres des trois impulsions. Nous observons qu'elles ont changé. La valeur propre associée au soliton test a vu sa partie réelle et sa partie imaginaire augmenter. Les deux valeurs propres associées aux jumeaux sont plus basses en partie imaginaire et plus grande en partie réelle.

Tout d'abord, intéressons-nous à l'objectif de l'étude, le décalage du soliton. En observant les amplitudes des impulsions, on peut associer la valeur propre  $-0.04 + i0.67$  au soliton dont on mesure le décalage en condition initiale. Le soliton test a une valeur propre de  $0.43 + i0.77$  en condition initiale. Le calcul du décalage prévu par l'IST (1.29) prévoit un décalage dans le domaine adimensionné de +1.7. La mesure adimensionnée que nous faisons est de +2.4. De même, en prenant les valeurs propres en sortie de fibre, on calcule un décalage de +1.5. Il y a donc une différence significative dans la mesure et le calcul.

### 4.2.3 Discussion

Les résultats présentés ici sont une première réalisation expérimentale visant à vérifier la faisabilité des expériences. Les résultats doivent donc être répétés, affinés et affirmés. De plus, pour réaliser l'expérience décrite plus tôt, un contrôle sur la puissance du soliton test devra être mis en place. Ces résultats peuvent cependant être analysés tout en gardant à l'esprit le fait qu'ils sont préliminaires.

#### 4.2.3.1 Discussion sur les spectres IST

Nous pouvons observer sur les spectres IST représentés sur la figure 4.7 un comportement surprenant des valeurs propres. Dans les systèmes intégrables, les valeurs propres sont constantes (1.24). Nous avons vu dans les chapitres 2 et 3 que dans les expériences, les ordres perturbatifs modifient cette propriété et les effets comme les pertes et surtout la diffusion Raman stimulée modifient adiabatiquement les valeurs propres au cours de l'évolution. En l'occurrence, les ordres de grandeurs utilisés dans mes expériences (la picoseconde et le watt) sont des conditions favorables pour que la diffusion Raman stimulée soit suffisamment importante pour jouer un rôle conséquent. Pour rappel, la SRS a pour effet global de déplacer les parties réelles des valeurs propres vers  $-\infty$ .

Les valeurs propres associées aux jumeaux (autour de  $\Re(\zeta) = 0$ ) sont déplacées vers les parties réelles positives. De même, la valeur propre associée au soliton test est également déplacée vers les valeurs propres positives. Ce comportement est contradictoire avec l'effet de la diffusion Raman stimulée sur les solitons.

Nous pouvons également constater que la valeur propre associée au jumeau qui entre en collision voit sa partie imaginaire baisser plus que celle du jumeau témoin. Dans la même idée, la partie imaginaire du soliton test est augmentée. Cela Pourrait être une trace de l'échange d'énergie entre ces deux impulsions.

Le comportement des valeurs propres concernant leurs parties réelles reste pour moi inexplicable. Je ne suis pas parvenu à retrouver ce comportement en simulations. De mon point de vue, réaliser les expériences de nouveau pourrait révéler une erreur en expérience ou soulever de nouvelles questions.

#### 4.2.3.2 Limitations et perspectives

De plus, les expériences ont été réalisées en utilisant une fibre smf28 de 3,5 km sans maintien de polarisation. Cela peut avoir deux conséquences dont l'importance est difficile à estimer sans plus d'expériences. Le manque de maintien de polarisation et les fortes puissances des solitons de l'ordre de la picoseconde peut induire des effets liés à la rotation non linéaire de polarisation. Cela peut induire que lors de la détection par le SEAHORSE, qui est sensible à la polarisation du champ, les différentes impulsions soient sur des polarisations différentes, faussant la mesure. De plus, la rotation non linéaire de polarisation induit que le modèle devient un set d'équation de Schrödinger non linéaire couplées décrivant les différentes composantes du champ. Les interactions entre les différents axes de rotation ne me sont pas triviales et ne sont pas intégrables par la méthode IST. Le modèle couplé peut être envisagé, cependant notre objectif étant d'observer de la dynamique intégrable par l'IST, je pense que l'utilisation de fibre à maintien de polarisation est le premier choix à faire.

## 4.3 Conclusion du chapitre

Les résultats présentés dans ce chapitre sont le point de départ d'une étude sur la collision de solitons optique observée en mono-coup en utilisant le SEA-HORSE. L'objectif principal est d'être capable de mesurer le décalage caractéristique d'un soliton lorsqu'il subit une collision et de mettre la mesure de ce décalage en parallèle du calcul prédit par l'IST et d'observer le rôle du contenu non solitonique sur ce décalage. En ayant la mesure du champ au complet, nous sommes en mesure de calculer le spectre IST expérimental et de vérifier le calcul théorique. Pour cela, le dispositif expérimental décrit dans le chapitre 3 a été modifié de manière à pouvoir créer trois impulsions. Deux jumelles de même vitesse et amplitude sont créées dans un bras du dispositif et une troisième de vitesse différente dans le deuxième bras. En gérant le délai entre les jumeaux et l'impulsion test, nous pouvons créer une collision de soliton et repérer le décalage subi par un des jumeaux en le comparant à son frère.

Les résultats obtenus montrent que la collision a eu lieu et le décalage est repérable. De plus, nous sommes capables de calculer le décalage prédit par le spectre IST. Les résultats actuels sont prometteurs, mais ne permettent pas encore de conclure. Les spectres IST ont un comportement que nous n'expliquons pas encore et de nouvelles expériences doivent être effectuées pour lever certaines interrogations. De plus, le dispositif expérimental doit être amélioré, notamment par l'installation d'un contrôleur de puissance et l'utilisation de fibre à maintien de polarisation.





# Conclusion

Les travaux réalisés durant cette thèse concernent les interactions de solitons dans les fibres optiques décrites par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension. Nous étudions ces interactions dans un contexte d'études des effets collectifs de ces solitons sous la forme de gaz de solitons et d'études des effets perturbatifs.

Dans le chapitre 1 nous introduisons le contexte dans lequel s'inscrit mon étude et les outils utiles à sa compréhension. En 2009, V. Zakharov introduisait l'étude de la turbulence d'onde dans les systèmes dits intégrables. Dans ces systèmes, il existe des structures non linéaires appelés les solitons qui ont la particularité d'entrer en collisions de manière élastique. Ils ressortent inchangés à l'issue du processus d'interaction. Le seul marqueur est un décalage dans les trajectoires après la collision. De plus, les collisions de solitons ont pour propriété de ne s'effectuer que deux par deux. Ceci a pour conséquences qu'un grand nombre de solitons de vitesses, amplitudes et positions distribuées aléatoirement, un gaz de solitons, peut se décrire en ne considérant que les collisions des solitons deux à deux. Le gaz de solitons reste cependant un objet complexe qui nécessite une approche statistique nommée théorie cinétique des gaz de solitons [60]. Cette théorie, novatrice dans la description de ces objets, prédit, entre autres, qu'un soliton test entrant dans un gaz de solitons subit un décalage induit par la collision avec chaque composant du gaz de solitons. Cela se traduit par un changement de la vitesse effective du soliton lors de son interaction avec le gaz. L'objectif de ma thèse a été de fournir la première preuve expérimentale de la véracité de cette théorie et de m'intéresser plus en détails aux interactions de solitons.

Dans le chapitre 2, nous rapportons les premiers résultats expérimentaux

liés à la théorie cinétique des gaz de solitons. Dans une boucle de recirculation fibrée mise en place durant la thèse de A. Kraych, Stéphane Randoux a créé un jeu d'expériences dans lesquelles des solitons entraînent en collision avec des gaz de solitons de tailles différentes. En analysant les données, nous avons pu reconstruire la dynamique spatio-temporelle de ces expériences. Cela nous a permis de mesurer le décalage caractéristique des solitons après la collision avec les gaz et de montrer une bonne concordance entre les expériences, les simulations associées et les résultats théoriques prédis par la méthode de diffusion inverse. De plus, le changement de vitesse effective du soliton mesuré lors de la traversée du gaz est en très bonne concordance avec la théorie cinétique des gaz de solitons. Cela a donc permis de prouver expérimentalement cette théorie.

Dans le chapitre 3, nous nous sommes intéressés à l'influence des effets perturbatifs sur la dynamique intégrable. En effet, la méthode de diffusion inverse et la théorie cinétique des gaz de solitons repose sur le caractère intégrable de l'équation étudiée (ici NLS). Dans le cas de signaux optiques expérimentaux, les effets perturbatifs cassent cette propriété. En l'occurrence, nous avons vu que le phénomène de diffusion Raman stimulée induit par les très courtes impulsions utilisées change les propriétés des solitons. J'ai utilisé le dispositif de lentille temporelle hétérodyne SEAHORSE mis en place par A. Tikan et R. El Koussaifi pour mesurer le champ électrique de solitons interagissant sous l'influence de la diffusion Raman stimulée. Dans le cas intégrable, une impulsion très intense peut être composée des solitons superposés de vitesses identiques. La dynamique d'un tel objet est caractérisée par l'interaction de ces deux solitons qui restent superposés indéfiniment. La diffusion Raman stimulée changeant la vitesse des solitons, cette impulsion est en fait brisée en plusieurs solitons. Grâce au dispositif SEAHORSE, j'ai pu observer expérimentalement ce résultat et avoir une mesure du spectre IST discret des signaux. Cela a révélé que les valeurs propres de l'impulsion, qui sont des constantes du mouvement dans le cas intégrable, change adiabatiquement lors de la propagation. À ma connaissance, il s'agit d'une première mesure expérimentale d'un phénomène connu, mais assez peu expliqué (du point de vue de l'IST) dans la littérature actuelle. Ces résultats sont le début d'une discussion avec A. Gelash dont le but est d'exprimer le comportement des valeurs propres lors de l'interaction de soliton en cas non

intégrable.

Dans le dernier chapitre, je présente des résultats préliminaires d'une expérience de collision de solitons en utilisant le dispositif SEAHORSE. Le but est de mesurer le décalage des solitons lors de la collision est de pouvoir appuyer cette mesure du calcul IST associé avec le spectre IST mesuré. De plus, dans ces travaux, nous cherchons à observer l'impact du contenu non solitonique sur la collision. Enfin, les ordres de grandeurs utilisés étant les mêmes que pour le chapitre 3, la diffusion Raman stimulée joue un rôle dans l'interaction que nous voulons observer. Les résultats présentés montrent la réalisation d'une collision et la mesure du spectre IST associé, mais les résultats obtenus sont encore préliminaires et de nouvelles expériences sont nécessaires, pour conclure sur le sujet.

Pour conclure, lors de ma thèse, j'ai pu profiter des dispositifs mis en place par les doctorants me précédant pour apporter un appui expérimental aux théories liées aux gaz de solitons. Ces deux dispositifs complémentaires vont, j'en suis sûr, continuer de prouver leur utilité en apportant réponses et questions liées à la dynamique non linéaire de signaux optiques.



# Traitement des données de la boucle de recirculation optique

Dans cette annexe, nous voyons plus en détails le traitement de données effectué entre l'acquisition avec l'oscilloscope et le diagramme représentant la dynamique spatio-temporelle de l'enveloppe temporelle de la lumière dans la boucle de recirculation présentée dans le chapitre 2.

L'acquisition du signal optique se propageant dans la boucle de recirculation est enregistré tour à tour par un oscilloscope de bande passante 50 GHz et de capacité d'échantillonnage de 160 Gs/s. L'enregistrement se fait en mode séquence de l'oscilloscope. Ce mode permet d'enregistrer les données uniquement lorsque le signal sort de la boucle. Les données brutes de l'oscilloscope prennent la forme indiquée sur la figure 2.3. Les données brutes sont ensuite affinées de sorte que la dynamique spatio-temporelle du signal puisse être reconstruite. C'est ce raffinement des données que nous allons expliciter dans cette annexe.

## A.1 Interpolation

Tout d'abord, le signal d'origine subi une interpolation. Il s'agit d'une technique de traitement du signal visant à multiplier artificiellement le nombre de points sans modifier l'information. Cette interpolation trouve son but plus tard dans le traitement. Afin de corriger une gigue temporelle de l'acquisition, nous allons avoir besoin de pouvoir ajuster la position des tours les uns par rapport aux autres et multiplier le nombre de points nous permettra d'être plus précis.

Sur la figure A.1, en orange, nous traçons une partie du signal électrique enregistré par l'oscilloscope. Afin de bien comprendre, j'ai choisi de ne montrer le signal qu'entre  $t = 0,758\,793\ \mu\text{s}$  et  $t = 0,759\,04\ \mu\text{s}$ .

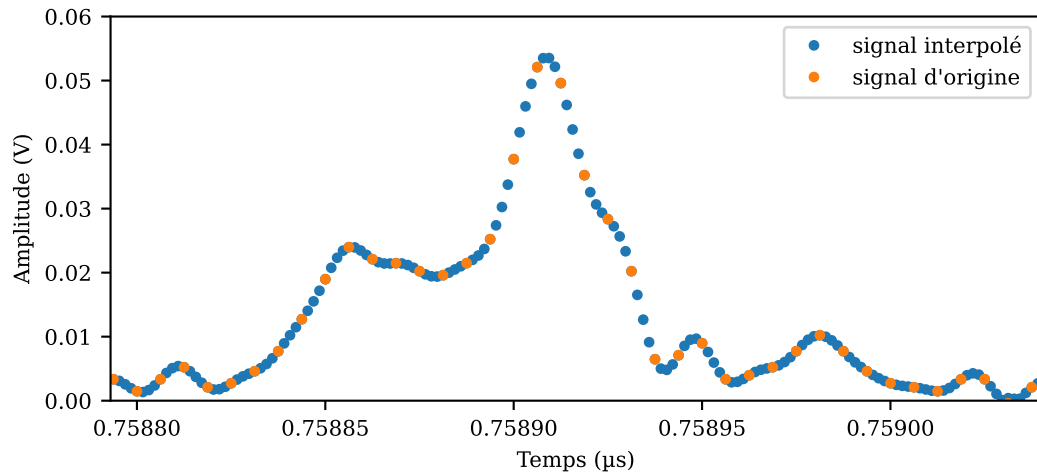


FIGURE A.1 – Interpolation du signal d’origine enregistré avec l’oscilloscope en orange. Le nombre de points est multiplié ici par quatre. Entre chaque point d’acquisition, trois points sont ajoutés de manière coïncidente avec le signal d’origine. Le signal interpolé est représenté en bleu.

Nous utilisons une méthode d’interpolation dite de Fourier. Nous effectuons la transformée de Fourier du signal et nous ajoutons artificiellement des composantes nulles aux très hautes fréquences. Cela signifie que nous estimons ne pas avoir la bande passante nécessaire pour voir ces très hautes fréquences et que, par conséquent, l’information dans ces composantes est nulle. En ajoutant ces composantes nulles aux très hautes fréquences, nous ajoutons autant de points dans le spectre sans changer l’échantillonnage en fréquence. En faisant la transformée de Fourier inverse, nous avons gardé la même taille de fenêtre, car l’échantillonnage en fréquence n’a pas été changé ( $\Delta\nu = \text{constant}$ ). En revanche, la taille de la fenêtre spectrale a été augmentée d’un facteur quatre par l’ajout des composantes nulles à haute fréquence. Dans l’espace directe, cela se traduit par un échantillonnage plus petit et un nombre de points plus grand. Sur la figure A.1, les points bleus représentent le signal interpolé par quatre. Il est important de noter que cette méthode n’ajoute pas d’information, elle ne fait que supposé que nous sommes incapables de voir les composantes très rapides.

## A.2 Découpe

Comme nous l’avons vu dans le chapitre 2, l’acquisition du signal se fait en mode séquence de l’oscilloscope. Un tour de boucle correspond à une séquence d’acquisition. Nous pouvons donc séparer toutes les séquences et le ranger dans

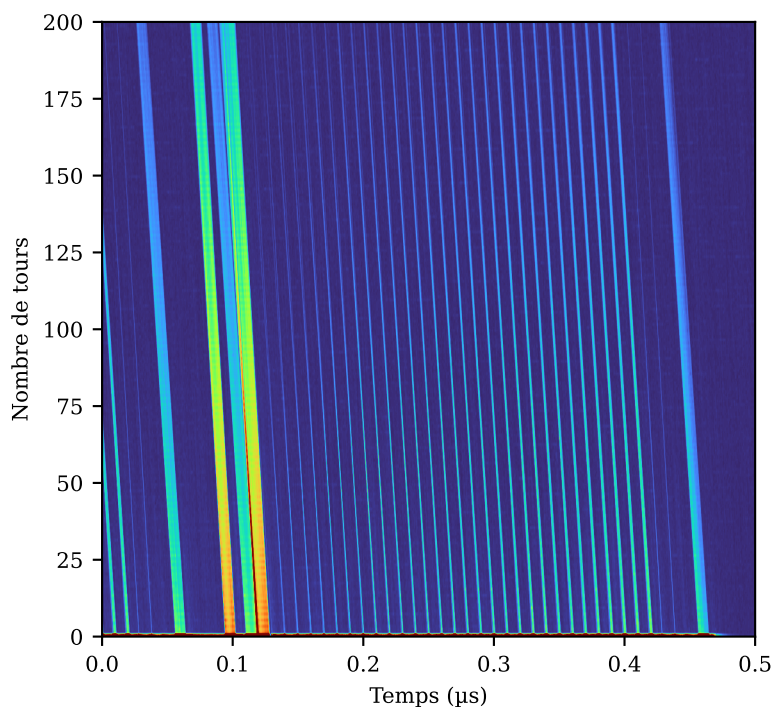


FIGURE A.2 – Résultat de la découpe du signal interpolé représenté dans un diagramme spatio-temporel. Chaque séquence d'acquisition est placée dans une ligne à l'horizontale. Chaque ligne est donc un tour d'acquisition. L'axe horizontal est associé au temps attaché au référentiel du signal. L'intensité du signal est représentée en échelle de couleur.

une matrice où chaque ligne horizontale sera associée à un tour de boucle.

Sur la figure A.2, il s'agit du diagramme spatio-temporel après avoir découpé le signal en séquences. L'axe horizontal est associé au temps attaché au référentiel se déplaçant avec l'impulsion. Chaque ligne horizontale à un signal enregistré après un tour de boucle.

### A.3 Changement de référentiel

Comme nous pouvons le remarquer sur la figure A.2, les trajectoires sont diagonales. Cela signifie qu'à chaque tour, le signal est décalé vers les temps courts. Cette dérive temporelle a pour origine une mauvaise synchronisation de l'acquisition avec le passage du signal optique. Le démarrage de la séquence d'acquisition est chaque tour un petit peu plus en retard sur le passage du



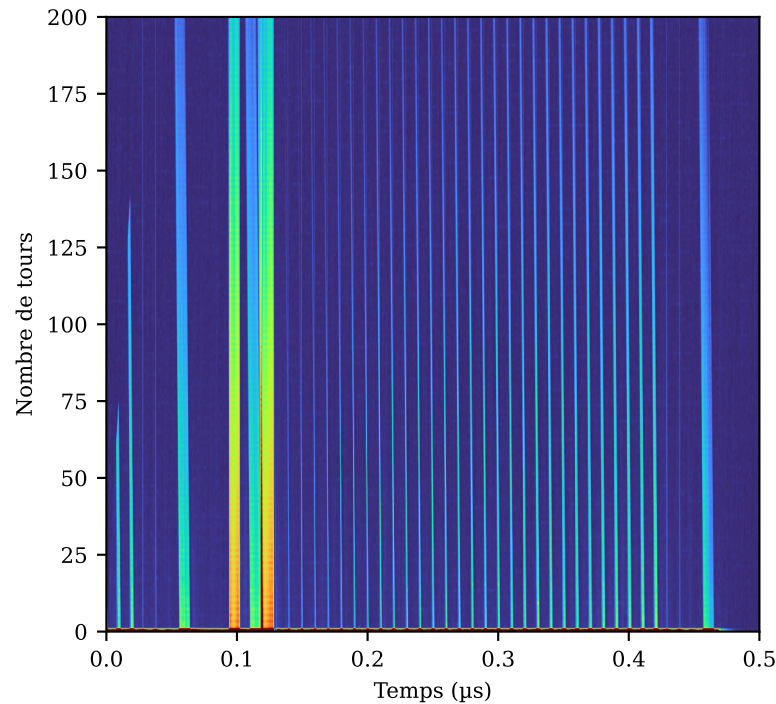


FIGURE A.3 – Diagramme spatio-temporel après le changement artificiel du référentiel.

signal optique. Nous pouvons modifier cela en décalant chaque ligne de manière à retarder artificiellement le temps d'acquisition, recentrant ainsi le signal au centre la fenêtre à chaque tour. Dans ce cas, nous pouvons voir que les trajectoires sont maintenant à temps constant, il n'y a plus de dérive temporelle globale du signal dans le diagramme spatio-temporel.

Il faut cependant regarder les données de plus près. Sur la figure A.4, nous observons une des expériences du jeu de donnée. Nous pouvons remarquer que bien que la dynamique de dérive globale ait été corrigée, un effet de gigue temporelle persiste.

## A.4 Corrélation

Sur la figure A.4, un effet de tremblement dans la trajectoire peut être remarqué. Cet effet se voit fortement sur la trajectoire du soliton par exemple. Cet effet de gigue temporelle prend son origine dans le mode d'acquisition séquence. Ce mode d'acquisition déclenche autant de séquences d'acquisitions que nécessaire.

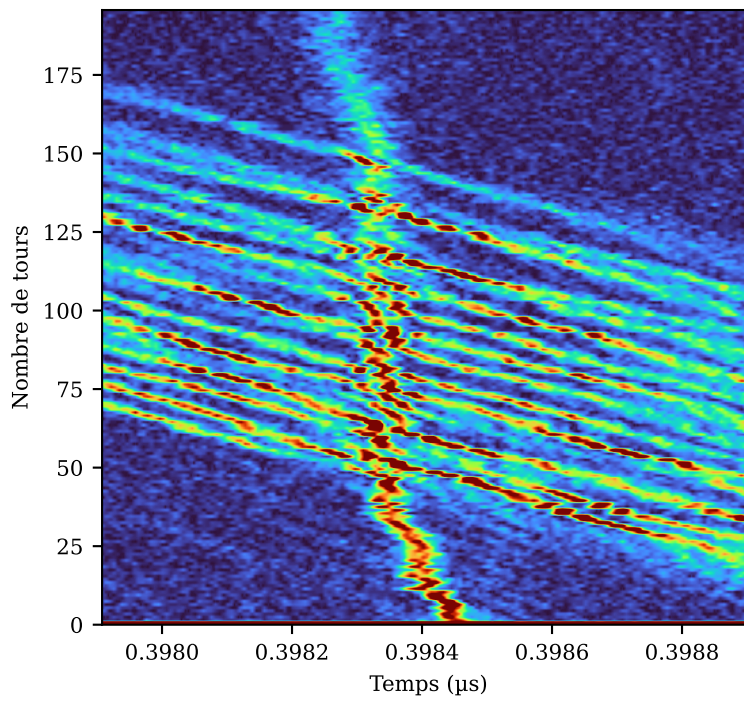


FIGURE A.4 – Zoom sur une expérience du jeu de données. Bien que la dérive globale ait été corrigée, une gigue temporelle persiste.

Au démarrage de l'acquisition, le déclenchement peut présenter une gigue intrinsèque à l'oscilloscope ou liée au signal déclenchant l'acquisition.

Pour enlever cet effet, nous passons par la dernière étape de traitement du signal : la corrélation des tours successifs. Pour chaque tour, nous calculons sa fonction de corrélation  $\Gamma_i(\tau)$  croisée avec le tour précédent :

$$\Gamma_i(\tau) = \int E_{i-1}(t)E_i^*(t + \tau)d\tau \quad (\text{A.1})$$

où  $\tau$  est le décalage entre les deux tours successifs,  $E_{i-1}$  et  $E_i$  sont les tours de boucle  $i$  et  $i-1$ . Le maximum de cette fonction de corrélation indique pour quel décalage  $\tau$  les deux tours se superposent le mieux. Ainsi, pour chaque tour, nous trouvons le décalage adapté pour corriger la gigue temporelle. De cette manière, nous trouvons le diagramme décrivant la dynamique spatio-temporelle des signaux lumineux observés dans le chapitre 2.

# Gigue temporelle liée à la synchronisation de deux lasers impulsionsnels

Dans cette annexe nous voyons comment l'asservissement d'un laser maître par une source radio-fréquence externe influence le comportement de la synchronisation de laser esclave sur le maître.

## B.1 Synchronisation des deux lasers impulsionsnels

Dans le chapitre 3, le dispositif expérimental visant à faire une mesure monocoup d'impulsions d'un laser à modes verrouillés est présenté. Pour rappel, le dispositif SEAHORSE est basé sur le principe de lentille temporelle. Un laser impulsionsnel de pompe à subi une dispersion et par somme de fréquence, la phase quadratique de ce dernier est appliquée au signal optique observé. Le signal optique observé est une impulsion délivrée par un autre laser impulsionsnel. Pour que le dispositif soit efficace, les deux impulsions doivent être superposées spatialement et temporellement dans le cristal. Pour cela, le laser esclave délivrant le signal observé (Menlo - C-fiber) est synchronisé avec la pompe, via un module de synchronisation (Menlo - RRE synchro). Le laser délivrant le signal observé est l'esclave du laser de pompe qui devient le maître. Le module de synchronisation corrige les paramètres du laser esclave en mesurant une erreur entre les laser maître et esclave. Cependant, si les paramètres du laser maître varient, le module de synchronisation ne peut plus corriger efficacement et la synchronisation se perd. La stabilité du laser maître est donc un facteur crucial dans la synchronisation des deux lasers.

Le maître est donc asservi à une source radio-fréquence externe en utilisant le module de synchronisation Synchro-lock de chez Coherent afin de stabiliser son taux de répétition. Cependant, le choix de la source radio-fréquence a aussi son importance.

## B.2 Comparaison de source radio-fréquence pour la stabilisation du laser maître.

Pour la comparaison de bruit de phase temporelle entre deux lasers impulsionsnels ultra rapides, les techniques couramment utilisées requièrent une corrélation croisée entre les lasers dans un cristal non linéaire [130-132]. En observant les caractéristiques de la corrélation croisée des deux lasers il est possible de remonter à leur gigue temporelle relative. Nous avons cependant la chance d'avoir une mesure directe du délai entre les deux impulsions. En effet, la caméra enregistrant le signal en fin de dispositif est déclenchée par le laser maître et est donc synchronisée avec ce dernier. Sur la caméra nous voyons donc, à travers la position du signal esclave sur l'axe horizontal, le délai entre le maître et l'esclave. Sur la figure B.1, nous pouvons observer trois images d'une seule séquence d'acquisition de durée 10 s. Dans ce cas, le laser de pompe est asservi à un générateur de signaux arbitraires Agilent E4421B. Les trois images sont prises au hasard, parmi 10000. La tâche de couleur (la couleur n'a pas d'importance) est le signal optique esclave. Sur trois images exemples, la position de l'impulsion est à trois endroits bien différents, montrant que, bien que le maître soit asservi à une source externe radio-fréquence, le délai entre le maître et l'esclave varie rapidement d'une image à l'autre.

Sur la figure B.2, il s'agit de trois images caméra d'une autre acquisition. Dans cette expérience, le laser maître est stabilisé avec un synthétiseur de signaux électrique Rohde et Schwarz SMB 100A, conçu pour délivrer des signaux sinusoïdaux bien plus purs que le générateur basse fréquence. Dans cette acquisition, le signal lumineux esclave en couleur bouge très peu d'une image à l'autre. Il y a toujours un effet de gigue temporelle mais l'effet est fortement amoindri (comme caractérisé dans le chapitre 3).

La stabilisation de laser maître par une référence radio-fréquence externe soigneusement choisie permet de réduire l'effet de gigue temporelle du signal esclave sur la caméra. Cela permet d'avoir une meilleure observation pendant les expériences. Cependant, il n'a pas été possible de réduire la gigue au point de la rendre insignifiante dans nos mesures. Il est donc nécessaire d'avoir des points de repères relatifs dans la fenêtre (voir chapitre 4).

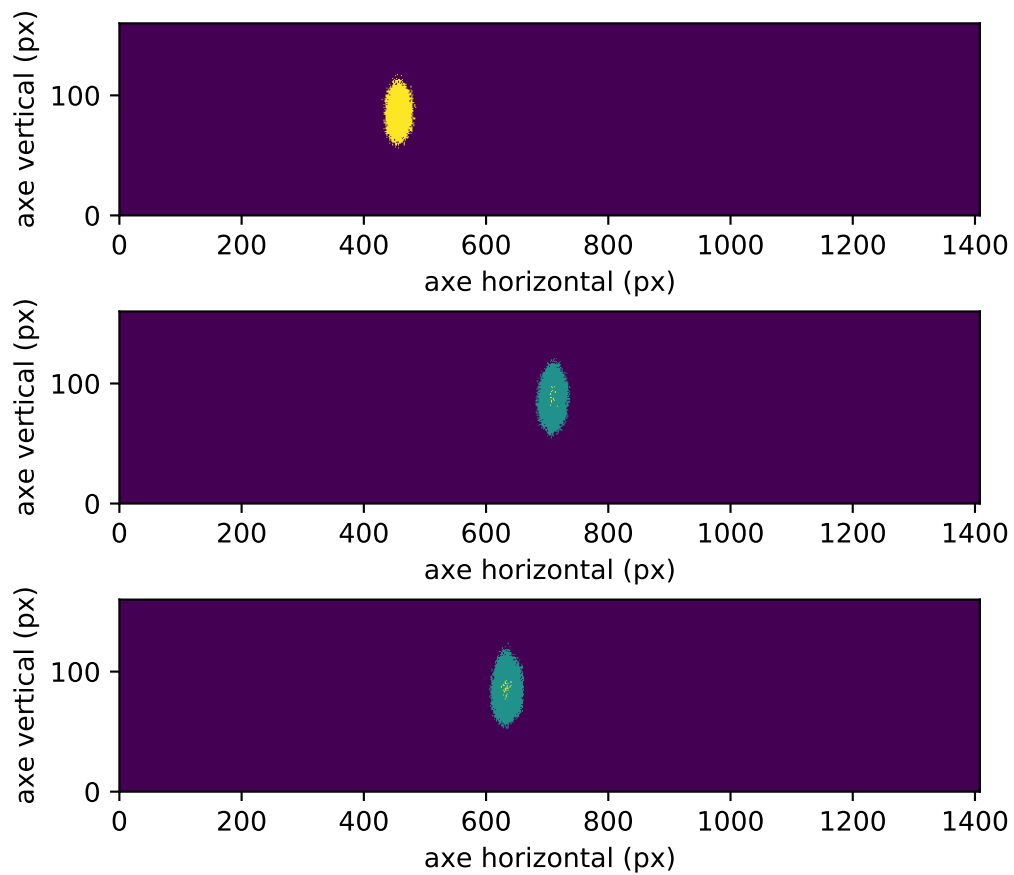


FIGURE B.1 – Trois images caméra d’une acquisition SEAHORSE d’une impulsion synchronisée avec la pompe. La pompe est elle même synchronisée sur une source radio-fréquence externe Agilent E4421B

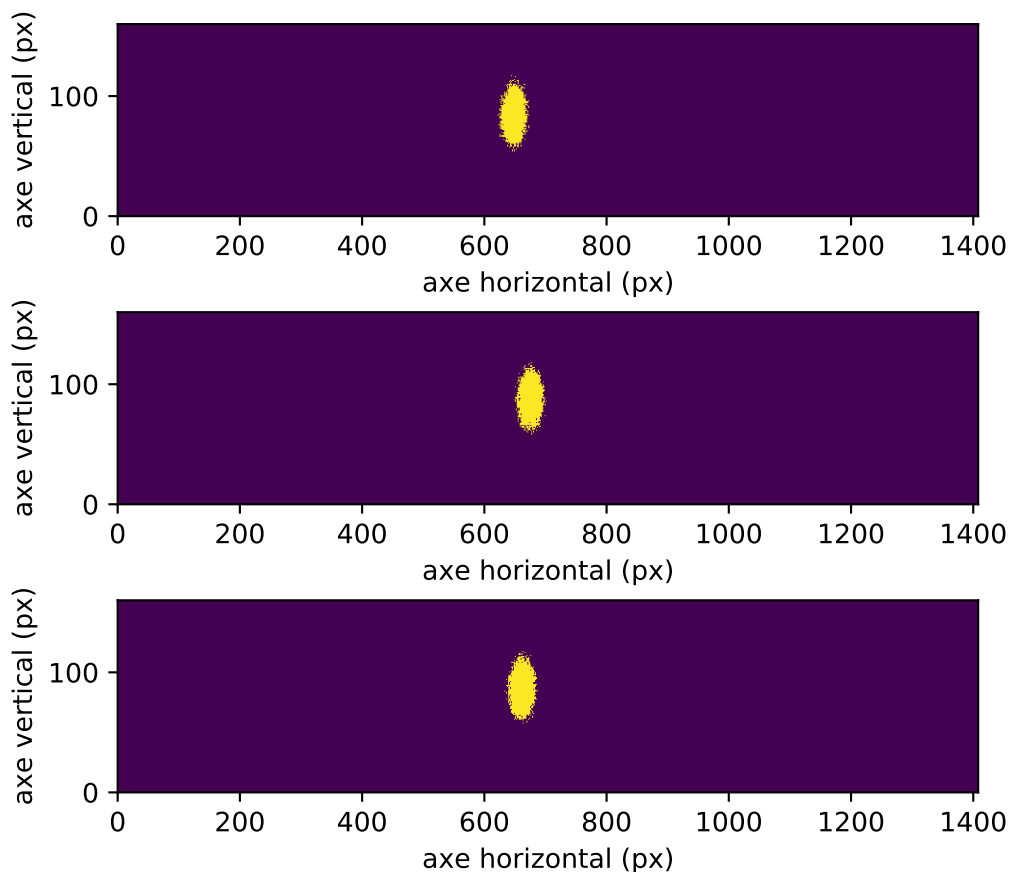


FIGURE B.2 – Trois images caméra d’une acquisition SEAHORSE d’une impulsion synchronisée avec la pompe. La pompe est elle même synchronisée sur une source radio-fréquence externe synthétiseur de signaux radio fréquence Rohde et Schwarz SMB 100A

# Bibliographie

- [1] S. TRILLO et al. “Experimental Observation and Theoretical Description of Multisoliton Fission in Shallow Water”. In : *Physical Review Letters* 117.14 (2016), p. 144102.
- [2] Henry C. YUEN et Bruce M. LAKE. “Nonlinear deep water waves : Theory and experiment”. In : *The Physics of Fluids* 18.8 (1975), p. 956-960.
- [3] A. AMO et al. “Polariton Superfluids Reveal Quantum Hydrodynamic Solitons”. In : *Science* 332.6034 (2011), p. 1167-1170.
- [4] S. BURGER et al. “Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates”. In : *Physical Review Letters* 83.25 (1999), p. 5198-5201.
- [5] Toshiya KINOSHITA, Trevor WENGER et David S. WEISS. “A quantum Newton’s cradle”. In : *Nature* 440.7086 (2006), p. 900-903.
- [6] Akira HASEGAWA et Frederick TAPPERT. “Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. II. Normal dispersion”. In : *Applied Physics Letters* 23.4 (1973), p. 171-172.
- [7] Jianke YANG. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*. SIAM, 2010.
- [8] V E ZAKHAROV. “EXACT THEORY OF TWO-DIMENSIONAL SELF-FOCUSING AND ONEDIMENSIONAL SELF-MODULATION OF WAVES IN NONLINEAR MEDIA”. In : (1972).
- [9] Clifford S. GARDNER et al. “Method for Solving the Korteweg-deVries Equation”. In : *Physical Review Letters* 19.19 (1967), p. 1095-1097.
- [10] V. E. ZAKHAROV. “Kinetic Equation for Solitons”. In : *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 33 (1971). ADS Bibcode : 1971JETP...33..538Z, p. 538.
- [11] G.A. EL. “The thermodynamic limit of the Whitham equations”. In : *Physics Letters A* 311.4 (2003), p. 374-383.
- [12] G. P. AGRAWAL. *Nonlinear fiber optics*. Fifth edition. Amsterdam : Elsevier/Academic Press, 2013. 629 p.



- [13] Alexey TIKAN. “Integrable turbulence in optical fiber experiments : from local dynamics to statistics”. Thèse de doct. 2018.
- [14] Adrien E. KRAYCH et al. “Nonlinear Evolution of the Locally Induced Modulational Instability in Fiber Optics”. In : *Physical Review Letters* 122.5 (2019), p. 054101.
- [15] Adrien E. KRAYCH. “Instabilités Modulationnelles dans un anneau de recirculation fibré.” Thèse de doct. 2020.
- [16] Vladimir E. ZAKHAROV. “Turbulence in Integrable Systems”. In : *Studies in Applied Mathematics* 122.3 (2009), p. 219-234.
- [17] S NAZARENKO. *Wave turbulence*. T. 825. Springer Science & Business Media, 2011.
- [18] British Association for the ADVANCEMENT OF SCIENCE. *Report of the Committee on Waves : appointed by the British Association at Bristol in 1836 [and consisting of Sir J. Robison and J. Scott Russell]*. 1838.
- [19] D. J. KORTEWEG et G. DE VRIES. “XLI. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves”. In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 39.240 (1895), p. 422-443.
- [20] Thierry DAUXOIS, Michel PEYRARD et Stefano RUFFO. “The Fermi–Pasta–Ulam ‘numerical experiment’ : history and pedagogical perspectives”. In : *European Journal of Physics* 26.5 (2005), S3-S11.
- [21] E FERMI, J PASTA et S ULAM. “Collected Papers of Enrico Fermi ed E Segrè”. In : *Chicago, IL : University of Chicago Press* (1965).
- [22] V. E. ZAKHAROV et A. B. SHABAT. “Exact Theory of Two-dimensional Self-focusing and One-dimensional Self-modulation of Waves in Nonlinear Media”. In : *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics* 34 (1972), p. 62.
- [23] A.S. DAVYDOV. “Solitons and energy transfer along protein molecules”. In : *Journal of Theoretical Biology* 66.2 (1977), p. 379-387.
- [24] Akira HASEGAWA. “Numerical study of optical soliton transmission amplified periodically by the stimulated Raman process”. In : *Applied Optics* 23.19 (1984), p. 3302.
- [25] Akira HASEGAWA et Yuji KODAMA. *Solitons in optical communications*. Oxford series in optical and imaging sciences 7. Oxford : Oxford ; New York : Clarendon Press ; Oxford University Press, 1995. 320 p.
- [26] J. R. TAYLOR, éd. *Optical Solitons : Theory and Experiment*. 1<sup>re</sup> éd. Cambridge University Press, 1992.

- [27] François LEO. “Étude des structures dissipatives dans les cavités optiques passives : Théorie et expériences”. Thèse de doct. ULB, 2011.
- [28] A. PICOZZI et al. “Optical wave turbulence : Towards a unified nonequilibrium thermodynamic formulation of statistical nonlinear optics”. In : *Physics Reports* 542.1 (2014), p. 1-132.
- [29] Pierre WALCZAK, Stéphane RANDOUX et Pierre SURET. “Optical Rogue Waves in Integrable Turbulence”. In : *Physical Review Letters* 114.14 (2015), p. 143903.
- [30] Sergey NAZARENKO et Miguel ONORATO. “Wave turbulence and vortices in Bose–Einstein condensation”. In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 219.1 (2006), p. 1-12.
- [31] Ying ZHU et al. “Direct and Inverse Cascades in Turbulent Bose-Einstein Condensates”. In : *Physical Review Letters* 130.13 (2023), p. 133001.
- [32] German V. KOLMAKOV, Peter Vaughan Elsmere McCLINTOCK et Sergey V. NAZARENKO. “Wave turbulence in quantum fluids”. In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 111 (supplement\_1 2014), p. 4727-4734.
- [33] Stéphane RANDOUX et al. “Optical Random Riemann Waves in Integrable Turbulence”. In : *Physical Review Letters* 118.23 (2017), p. 233901.
- [34] Pierre SURET et al. “Soliton refraction through an optical soliton gas”. In : (2023). Publisher : arXiv Version Number : 1.
- [35] Pierre SURET et al. “Nonlinear Spectral Synthesis of Soliton Gas in Deep-Water Surface Gravity Waves”. In : *Physical Review Letters* 125.26 (2020), p. 264101.
- [36] K.C. KAO et G.A. HOCKHAM. “Dielectric-fibre surface waveguides for optical frequencies”. In : *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers* 113.7 (1966), p. 1151-1158.
- [37] Joseph GOODMAN. *Introduction to Fourier optics*. 3<sup>e</sup> éd. Roberts & Co. Publishers, 2005.
- [38] R. Y. CHIAO, E. GARMIRE et C. H. TOWNES. “Self-Trapping of Optical Beams”. In : *Physical Review Letters* 13.15 (1964), p. 479-482.
- [39] Jerome MOLONEY et Alan NEWELL. *Nonlinear Optics*. 1<sup>re</sup> éd. CRC Press, 2018.
- [40] J. A. FLECK, J. R. MORRIS et M. D. FEIT. “Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere”. In : *Applied physics* 10.2 (1976), p. 129-160.

- [41] L. F. MOLLENAUER, R. H. STOLEN et J. P. GORDON. "Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers". In : *Physical Review Letters* 45.13 (1980), p. 1095-1098.
- [42] N. DORAN et K. BLOW. "Solitons in optical communications". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 19.12 (1983), p. 1883-1888.
- [43] J. P. GORDON et H. A. HAUS. "Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission". In : *Optics Letters* 11.10 (1986), p. 665.
- [44] A. HASEGAWA. "Soliton-based optical communications : an overview". In : *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 6.6 (2000), p. 1161-1172.
- [45] Y. KODAMA et A. HASEGAWA. "Nonlinear pulse propagation in a mono-mode dielectric guide". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.5 (1987), p. 510-524.
- [46] L. F. MOLLENAUER et al. "Extreme picosecond pulse narrowing by means of soliton effect in single-mode optical fibers". In : *Optics Letters* 8.5 (1983), p. 289.
- [47] L. F. MOLLENAUER, M. N. ISLAM et R. H. STOLEN. "Experimental demonstration of soliton propagation in long fibers : loss compensated by Raman gain". In : *Optics Letters* 10.5 (1985), p. 229.
- [48] L. MOLLENAUER, J. GORDON et M. ISLAM. "Soliton propagation in long fibers with periodically compensated loss". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 22.1 (1986), p. 157-173.
- [49] M. J. POTASEK, Govind P. AGRAWAL et S. C. PINAULT. "Analytic and numerical study of pulse broadening in nonlinear dispersive optical fibers". In : *Journal of the Optical Society of America B* 3.2 (1986), p. 205.
- [50] John M. DUDLEY, Goëry GENTY et Stéphane COEN. "Supercontinuum generation in photonic crystal fiber". In : *Reviews of Modern Physics* 78.4 (2006), p. 1135-1184.
- [51] Mark J. ABLOWITZ et al. "The Inverse Scattering Transform-Fourier Analysis for Nonlinear Problems". In : *Studies in Applied Mathematics* 53.4 (1974), p. 249-315.
- [52] Mark J. ABLOWITZ et Harvey SEGUR. *Solitons and the inverse scattering transform*. SIAM studies in applied mathematics 4. Philadelphia : SIAM, 1981. 425 p.

- [53] Sergei K. TURITSYN. “Nonlinear Fourier transform based transmission”. In : *2017 European Conference on Optical Communication (ECOC)*. 2017 European Conference on Optical Communication (ECOC). 2017, p. 1-3.
- [54] Sergei K. TURITSYN, Igor S. CHEKHOVSKOY et Mikhail P. FEDORUK. “Nonlinear Fourier transform for characterization of the coherent structures in optical microresonators”. In : *Optics Letters* 45.11 (2020). Publisher : Optica Publishing Group, p. 3059-3062.
- [55] S. K. TURITSYN, I. S. CHEKHOVSKOY et M. P. FEDORUK. “Nonlinear Fourier transform for analysis of optical spectral combs”. In : *Physical Review E* 103.2 (2021). Publisher : American Physical Society, p. L020202.
- [56] A. A. GELASH et D. S. AGAFONTSEV. “Strongly interacting soliton gas and formation of rogue waves”. In : *Physical Review E* 98.4 (2018), p. 042210.
- [57] Dmitry S. AGAFONTSEV et al. “Bound-state soliton gas as a limit of adiabatically growing integrable turbulence”. In : *Chaos, Solitons & Fractals* 166 (2023), p. 112951.
- [58] Thibault BONNEMAIN, Benjamin DOYON et Gennady EL. “Generalized hydrodynamics of the KdV soliton gas”. In : *Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical* 55.37 (2022), p. 374004.
- [59] G. A. EL. “Critical density of a soliton gas”. In : *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science* 26.2 (2016), p. 023105.
- [60] G. A. EL et A. M. KAMCHATNOV. “Kinetic Equation for a Dense Soliton Gas”. In : *Physical Review Letters* 95.20 (2005), p. 204101.
- [61] G. A. EL et al. “Kinetic Equation for a Soliton Gas and Its Hydrodynamic Reductions”. In : *Journal of Nonlinear Science* 21.2 (2011), p. 151-191.
- [62] Gennady EL et Alexander TOVBIS. “Spectral theory of soliton and breather gases for the focusing nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical Review E* 101.5 (2020), p. 052207.
- [63] Andrey GELASH et al. “Bound State Soliton Gas Dynamics Underlying the Spontaneous Modulational Instability”. In : *Physical Review Letters* 123.23 (2019), p. 234102.
- [64] Giacomo ROBERTI et al. “Numerical spectral synthesis of breather gas for the focusing nonlinear Schrödinger equation”. In : *Physical Review E* 103.4 (2021), p. 042205.
- [65] Pierre SURET et al. “Soliton Gas : Theory, Numerics and Experiments”. In : (2023). Publisher : arXiv Version Number : 1.
- [66] V E ZAKHAROV. “KINETIC EQUATION FOR SOLITONS”. In : *JETP* (1971).

- [67] Jason H. V. NGUYEN et al. "Collisions of matter-wave solitons". In : *Nature Physics* 10.12 (2014), p. 918-922.
- [68] Ivan REDOR et al. "Experimental Evidence of a Hydrodynamic Soliton Gas". In : *Physical Review Letters* 122.21 (2019), p. 214502.
- [69] Ryogo HIROTA. "Exact  $N$ -soliton solutions of the wave equation of long waves in shallow-water and in nonlinear lattices". In : *Journal of Mathematical Physics* 14.7 (1973), p. 810-814.
- [70] D W AOSSEY et al. "Interacting geometric solitons in a positive ion-negative ion plasma". In : *Journal of Physics D : Applied Physics* 26.2 (1993), p. 215-221.
- [71] P. A. ANDREKSON et al. "Observation of multiple wavelength soliton collisions in optical systems with fiber amplifiers". In : *Applied Physics Letters* 57.17 (1990). Publisher : American Institute of Physics, p. 1715-1717.
- [72] B. J. HONG et C. C. YANG. "Interactions between femtosecond solitons in optical fibers". In : *Journal of the Optical Society of America B* 8.5 (1991), p. 1114.
- [73] B. J. HONG et C. C. YANG. "Ultrashort-soliton interactions in optical fibers". In : *Optics Letters* 15.19 (1990), p. 1061.
- [74] F LUAN. *Energy exchange between colliding solitons in photonic crystal fibers*. 2006. URL : <https://www.osapublishing.org/viewmedia.cfm?r=1&rwjcode=oe&uri=0E-14-21-9844&html=true> (visité le 06/11/2020).
- [75] F. M. MITSCHKE et L. F. MOLLENAUER. "Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers". In : *Optics Letters* 12.5 (1987), p. 355.
- [76] Akira HASEGAWA et Frederick TAPPERT. "Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion". In : *Applied Physics Letters* 23.3 (1973), p. 142-144.
- [77] L. F. MOLLENAUER et K. SMITH. "Demonstration of soliton transmission over more than 4000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain". In : *Optics Letters* 13.8 (1988), p. 675.
- [78] A. SCHWACHE et F. MITSCHKE. "Properties of an optical soliton gas". In : *Physical Review E* 55.6 (1997), p. 7720-7725.
- [79] G. STEINMEYER et al. "Dynamical pulse shaping in a nonlinear resonator". In : *Physical Review A* 52.1 (1995), p. 830-838.

- [80] F MITSCHKE, G STEINMEYER et A SCHWACHE. “Generation of one-dimensional optical turbulence”. In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 96.1 (1996), p. 251-258.
- [81] S. PERRARD et al. “Capillary solitons on a levitated medium”. In : *Physical Review E* 92.1 (2015), p. 011002.
- [82] Giulia MARCUCCI et al. “Topological control of extreme waves”. In : *Nature Communications* 10.1 (2019), p. 5090.
- [83] Pierre SURET et al. “Single-shot observation of optical rogue waves in integrable turbulence using time microscopy”. In : *Nature Communications* 7.1 (2016), p. 13136.
- [84] Alexey TIKAN et al. “Single-shot measurement of phase and amplitude by using a heterodyne time-lens system and ultrafast digital time-holography”. In : *Nature Photonics* 12.4 (2018), p. 228-234.
- [85] Pierre SURET et al. “Soliton refraction through an optical soliton gas”. In : (2023). Publisher : arXiv Version Number : 1.
- [86] Jan-Willem GOOSSENS, Yves JAOUËN et Hartmut HAFERMANN. “Experimental Demonstration of Data Transmission Based on the Exact Inverse Periodic Nonlinear Fourier Transform”. In : *Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2019*. Optical Fiber Communication Conference. San Diego, California : OSA, 2019, p. M1I.6.
- [87] Jan-Willem GOOSSENS, Hartmut HAFERMANN et Yves JAOUËN. “Experimental realization of Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou recurrence in a long-haul optical fiber transmission system”. In : *Scientific Reports* 9.1 (2019), p. 18467.
- [88] T. Brooke BENJAMIN et J. E. FEIR. “The disintegration of wave trains on deep water Part 1. Theory”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 27.3 (1967), p. 417-430.
- [89] J. M. DUDLEY et al. “Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation”. In : *Optics Express* 17.24 (2009), p. 21497.
- [90] K. HAMMANI et al. “Spectral dynamics of modulation instability described using Akhmediev breather theory”. In : *Optics Letters* 36.11 (2011), p. 2140.
- [91] Arnaud MUSSOT et al. “Fibre multi-wave mixing combs reveal the broken symmetry of Fermi–Pasta–Ulam recurrence”. In : *Nature Photonics* 12.5 (2018), p. 303-308.

- [92] Kuo-chou TAI, Naoaki BEKKI et Akira HASEGAWA. "Fission of optical solitons induced by stimulated Raman effect". In : *Optics Letters* 13.5 (1988), p. 392.
- [93] Guillaume VANDERHAEGEN et al. "Observation of four Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou recurrences in an ultra-low-loss optical fiber". In : *Optics Express* 28.12 (2020), p. 17773.
- [94] G. VAN SIMAEYS, Ph. EMPLIT et M. HAELTERMAN. "Experimental Demonstration of the Fermi-Pasta-Ulam Recurrence in a Modulationally Unstable Optical Wave". In : *Physical Review Letters* 87.3 (2001), p. 033902.
- [95] Alexandre LEBEL et al. "Single-shot observation of breathers from noise-induced modulation instability using heterodyne temporal imaging". In : *Optics Letters* 46.2 (2021), p. 298.
- [96] F. M. MITSCHKE et L. F. MOLLENAUER. "Discovery of the soliton self-frequency shift". In : *Optics Letters* 11.10 (1986), p. 659.
- [97] Rebecca EL KOUSSAIFI. "Statistique et dynamique ultra-rapides dans des expériences d'optique non linéaires fibrées". Thèse de doct. 2017.
- [98] V.G. MAKHANKOV. "Dynamics of classical solitons (in non-integrable systems)". In : *Physics Reports* 35.1 (1978), p. 1-128.
- [99] V. E. ZAKHAROV et al. "Soliton turbulence". In : *Pisma v Zhurnal Eksperimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki* 48 (1988). ADS Bibcode : 1988PZETF..48...79Z, p. 79-82.
- [100] A.I. D'YACHENKO et V.E. ZAKHAROV. "Soliton turbulence in nonintegrable wave systems". In : *Zh.Eksp. Teor. Fiz.* 96 (1989), p. 2026-2031.
- [101] V I KARPMAN et E M MASLOV. "Perturbation theory for solitons". In : (1977).
- [102] V.I. KARPMAN et V.V. SOLOV'EV. "A perturbation theory for soliton systems". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 3.1 (1981), p. 142-164.
- [103] K.J. BLOW et N.J. DORAN. "The asymptotic dispersion of soliton pulses in lossy fibres". In : *Optics Communications* 52.5 (1985), p. 367-370.
- [104] J. P. GORDON. "Theory of the soliton self-frequency shift". In : *Optics Letters* 11.10 (1986), p. 662.
- [105] K.J. BLOW et D. WOOD. "Theoretical description of transient stimulated Raman scattering in optical fibers". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 25.12 (1989), p. 2665-2673.
- [106] Dawn HOLLENBECK et Cyrus D. CANTRELL. "Multiple-vibrational-mode model for fiber-optic Raman gain spectrum and response function". In : *Journal of the Optical Society of America B* 19.12 (2002), p. 2886.

- [107] S.G. GRUBB et al. "High-Power 1.48  $\mu\text{m}$  Cascaded Raman Laser in Germanosilicate Fibers". In : *Optical Amplifiers and Their Applications*. Optical Amplifiers and Their Applications. Davos : OSA, 1995, SaA4.
- [108] V R SUPRADEEPA, Yan FENG et Jeffrey W NICHOLSON. "Raman fiber lasers". In : *Journal of Optics* 19.2 (2017), p. 023001.
- [109] Chinlon LIN et R. H. STOLEN. "New nanosecond continuum for excited-state spectroscopy". In : *Applied Physics Letters* 28.4 (1976), p. 216-218.
- [110] K. J. BLOW, N. J. DORAN et David WOOD. "Suppression of the soliton self-frequency shift by bandwidth-limited amplification". In : *Journal of the Optical Society of America B* 5.6 (1988), p. 1301.
- [111] Masataka NAKAZAWA et al. "Observation of the trapping of an optical soliton by adiabatic gain narrowing and its escape". In : *Physical Review Letters* 65.15 (1990), p. 1881-1884.
- [112] V.I. KARPMAN et V.V. SOLOV'EV. "A perturbational approach to the two-soliton systems". In : *Physica D : Nonlinear Phenomena* 3.3 (1981), p. 487-502.
- [113] T. OKAMAWARI, A. HASEGAWA et Y. KODAMA. "Analyses of soliton interactions by means of a perturbed inverse-scattering transform". In : *Physical Review A* 51.4 (1995), p. 3203-3220.
- [114] P. BEAUD et al. "Ultrashort pulse propagation, pulse breakup, and fundamental soliton formation in a single-mode optical fiber". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.11 (1987), p. 1938-1946.
- [115] A.B. GRUDUNIN et D.V. DIANOV. "Decay of femtosecond pulses in single-mode optical fibers". In : *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz* 46.5 (1987), p. 175-177.
- [116] Junkichi SATSUMA et Nobuo YAJIMA. "B. Initial Value Problems of One-Dimensional Self-Modulation of Nonlinear Waves in Dispersive Media". In : *Progress of Theoretical Physics Supplement* 55 (1974), p. 284-306.
- [117] J. K. LUCEK et K. J. BLOW. "Soliton self-frequency shift in telecommunications fiber". In : *Physical Review A* 45.9 (1992), p. 6666-6674.
- [118] Sterling BACKUS et al. "High power ultrafast lasers". In : *Review of Scientific Instruments* 69.3 (1998), p. 1207-1223.
- [119] Y. FAINMAN et al. "Nonlinear space-time information processing". In : *Critical Review Collection*. Bellingham, United States, 1999, p. 1029604.
- [120] O. MARTINEZ. "3000 times grating compressor with positive group velocity dispersion : Application to fiber compensation in 1.3-1.6  $\mu\text{m}$  region". In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.1 (1987), p. 59-64.



- [121] O. MARTINEZ. “Design of high-power ultrashort pulse amplifiers by expansion and recompression”. In : *IEEE Journal of Quantum Electronics* 23.8 (1987), p. 1385-1387.
- [122] O. E. MARTINEZ. “Grating and prism compressors in the case of finite beam size”. In : *Journal of the Optical Society of America B* 3.7 (1986), p. 929.
- [123] O. E. MARTINEZ, J. P. GORDON et R. L. FORK. “Negative group-velocity dispersion using refraction”. In : *Journal of the Optical Society of America A* 1.10 (1984), p. 1003.
- [124] A. M. WEINER, J. P. HERITAGE et E. M. KIRSCHNER. “High-resolution femtosecond pulse shaping”. In : *Journal of the Optical Society of America B* 5.8 (1988), p. 1563.
- [125] Donna STRICKLAND et Gerard MOUROU. “Compression of amplified chirped optical pulses”. In : *Optics Communications* 56.3 (1985), p. 219-221.
- [126] D.J. KAUP et A.C NEWELL. “Solitons as particles, oscillators, and in slowly changing media : a singular perturbation theory”. In : *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 361.1707 (1978), p. 413-446.
- [127] François COPIE, Pierre SURET et Stéphane RANDOUX. “Space-time observation of the dynamics of soliton collisions in a recirculating optical fiber loop”. In : *Optics Communications* 545 (2023), p. 129647.
- [128] Michael BORGHESE, Robert JENKINS et Kenneth D.T.-R. McLAUGHLIN. “Long time asymptotic behavior of the focusing nonlinear Schrödinger equation”. In : *Annales de l’Institut Henri Poincaré C, Analyse non linéaire* 35.4 (2018), p. 887-920.
- [129] Albert A. MICHELSON et Edward W. MORLEY. “LVIII. On the relative motion of the earth and the luminiferous Æther”. In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 24.151 (1887), p. 449-463.
- [130] F. SALIN et al. “Autocorrélation interférométrique monocoup d’impulsions femtosecondes”. In : *Revue de Physique Appliquée* 22.12 (1987). Publisher : Société Française de Physique, p. 1613-1618.
- [131] Seong-Il SHIN et Yong-Sik LIM. “Simple Autocorrelation Measurement by Using a GaP Photoconductive Detector”. In : *Journal of the Optical Society of Korea* 20.3 (2016). Publisher : Optical Society of Korea, p. 435-440.

- 
- [132] Junbao CHEN, Wei XIA et Ming WANG. “Characteristic measurement for femtosecond laser pulses using a GaAs PIN photodiode as a two-photon photovoltaic receiver”. In : *Journal of Applied Physics* 121.22 (2017). Publisher : American Institute of Physics, p. 223103.





**Résumé**

Les solitons sont des ondes non linéaires résultant de l'équilibre entre les effets dispersifs et les effets non linéaires lors d'évolution. Ces objets ont la particularité de se propager sans jamais changer de forme, de vitesse ou de spectre de Fourier. De plus, dans une certaine classe de systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles non linéaires à une dimension dites "intégrables" par la méthode de diffusion inverse (IST), ces ondes ont la particularité d'entrer en interaction uniquement deux à deux et de manière élastique. Deux solitons entrant en collisions ressortent, à l'issue du processus d'interaction, inchangés en forme, vitesse ou spectre. Seul un décalage dans les trajectoires des solitons est discernable. Ainsi, en 1971, V. E. Zakharov introduit le concept de "gaz de solitons". Il s'agit d'un ensemble de solitons distribués aléatoirement en amplitudes, vitesses et positions qui interagissent les uns avec les autres, créant une dynamique complexe nécessitant une description statistique : la théorie cinétique des gaz de solitons. Dans ce travail de thèse, nous allons étudier expérimentalement les interactions de solitons dans les fibres optiques. En effet, aux premiers ordres d'approximation, la propagation de l'enveloppe temporelle lentement variable d'un signal optique se propageant dans une fibre optique monomode peut être décrite par l'équation de Schrödinger non linéaire à une dimension (NLS) qui fait partie des équations solvables par la méthode de diffusion inverse. L'objectif du travail présenté dans cette thèse est d'apporter une validation expérimentale des résultats de la méthode IST et de la théorie cinétique des gaz de solitons.

**Mots clés :** turbulence intégrable, gaz de solitons, optique non linéaire

---

**Abstract**

Solitons are nonlinear waves resulting from the delicate balance between dispersive and nonlinear effects during their evolution. These entities possess the unique ability to propagate without ever altering their shape, speed, or Fourier spectrum. Moreover, in a certain class of one-dimensional nonlinear partial differential equations known as "integrable" through the inverse scattering transform (IST) method, these waves have the distinct property of interacting solely in pairs and elastically. When two solitons collide, they emerge from the interaction process unchanged in shape, speed, or spectrum. The only noticeable change is a shift in their trajectories. In 1971, V.E. Zakharov introduced the concept of a "soliton gas." It comprises solitons randomly distributed in amplitudes, speeds, and positions that interact with one another, giving rise to complex dynamics necessitating a statistical description: the kinetic theory of soliton gases. In this thesis, we will experimentally investigate soliton interactions in optical fibers. Indeed, at the first level of approximation, the propagation of the slowly varying temporal envelope of an optical signal in a single-mode optical fiber can be described by the one-dimensional nonlinear Schrödinger equation (NLS), which is among the equations solvable through the inverse scattering transform. The objective of the work presented in this thesis is to provide experimental validation of the results obtained through the IST method and the kinetic theory of soliton gases.

**Keywords:** integrable turbulence, soliton gas, nonlinear optics

---

**PhLAM**

2 Av. Jean Perrin – 59650 Villeneuve-d'Ascq Cedex – France