



**HAL**  
open science

# Optimisation macroscopique des plans de transports grâce aux véhicules autonomes

Théophile Cabannes

► **To cite this version:**

Théophile Cabannes. Optimisation macroscopique des plans de transports grâce aux véhicules autonomes. Informatique et théorie des jeux [cs.GT]. Institut Polytechnique de Paris, 2023. Français. NNT : 2023IPPAX102 . tel-04515694

**HAL Id: tel-04515694**

**<https://theses.hal.science/tel-04515694>**

Submitted on 21 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSTITUT  
POLYTECHNIQUE  
DE PARIS

NNT : 2023IPPAX102

Thèse de doctorat



# Simulation et optimisation du choix dynamique des itinéraires routiers

Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Paris  
préparée à l'École polytechnique

École doctorale n°626 École doctorale de l'Institut Polytechnique de Paris (EDIPP,  
LIX)  
Spécialité de doctorat : Informatique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 8 novembre 2023, par

**M. THÉOPHILE CABANNES**

Composition du Jury :

Romuald Elie Professeur, Université Paris-Est (INRIA)	Président
Claudia D'ambrosio Professeure, École Polytechnique (LIX)	Rapporteur
Nicolas Coulombel Chercheur, Ecole des pont ParisTech - ENPC (LVMT)	Examineur
Alexandre Bayen Professor and Vice-Provost, UC Berkeley (BAIR)	Examineur
Eric Goubault Professeur, École polytechnique (LIX)	Directeur de thèse



# Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réussite de cette thèse.

Je remercie en premier lieu mon directeur de thèse, Eric Goubault, pour son soutien sans faille. C'est Eric qui m'a conseillé de faire de la recherche sur les transports intelligents lorsque je lui ai dit que je souhaitais faire quelque chose entre l'aménagement du territoire et l'informatique. Eric m'a alors mis en contact avec Alexandre Bayen, mon second directeur de thèse, qui a encadré la partie américaine de cette thèse. Je remercie Alexandre pour son soutien et pour son aide tout au long du doctorat.

Je souhaite également remercier les membres du jury de thèse. Nicolas Coulombel fut mon professeur à l'école des ponts lorsque j'ai suivi les cours d'aménagement du territoire. Ludovic Leclercq est un des experts français de la recherche sur l'affectation du trafic routier. Claudia D'ambrosio a suivi l'évolution de ma thèse en collaboration avec Eric. Romuald Elie m'a permis de structurer la recherche que j'effectuais sur les jeux de routage dynamique en m'exposant à la théorie des jeux à champ moyen.

Je remercie également la ville de Fremont, Google et Eoch qui m'ont fait confiance au cours de cette thèse pour effectuer une collaboration de recherche. Je remercie également toutes les personnes avec qui j'ai collaboré au cours de cette thèse, et en particulier les membres du *Mobile sensing lab*.

Ma gratitude va vers ma famille. Le soutien inconditionnel de ma famille est une des rares choses qui ne change pas avec le temps et avec mon comportement. J'espère pouvoir continuer à contribuer à cette incroyable espace de liberté et d'amour qu'incarne ma famille.

Je suis également profondément reconnaissant envers mes amis. Lorsque ma vie s'emplit de doutes et d'angoisses existentiels, la simple pensée de mes amis me donne une raison de vivre. La question du sens de la vie est fondamentale lorsque l'on entreprend un travail comme un doctorat. Si je doute pouvoir un jour comprendre le sens de nos existences, il me semble que la contribution au commun est un but qui nous rend partialement immortels, que ce soit par la continuation de la famille, par l'animation d'un groupe

d'amis, par l'avancée de la connaissance humaine, par le service à l'État, ou par quoique ce soit qui contribue à la prospérité de l'humanité.

Enfin, je remercie le corps des Ponts, des Eaux, et des Forêts sans qui rien n'aurait été possible. Je suis encore bluffé par la confiance que le corps m'a donnée. Je suis extrêmement reconnaissant envers le corps et de manière plus générale envers l'État français et l'ensemble des contribuables. Je dois mentionner ici l'aide incroyable reçue d'Alexandre et d'Eric, mes deux directeurs de thèse, qui m'ont permis de réaliser l'inimaginable et de le réaliser plusieurs fois.

# Table des matières

<b>I</b>	<b>Contexte scientifique</b>	<b>11</b>
<b>1</b>	<b>Contrôle du trafic routier</b>	<b>13</b>
1.1	L'offre et la demande . . . . .	13
1.1.1	Offre de transport . . . . .	15
1.1.2	Demande de transport . . . . .	16
1.2	Planification et gestion des transports . . . . .	19
1.2.1	Indicateurs clés de performance . . . . .	20
1.2.2	Planification . . . . .	21
1.2.3	Gestion et exploitation . . . . .	23
1.2.4	Outils de planification et de gestion . . . . .	27
1.2.5	Prédiction de l'impact des outils . . . . .	28
1.3	Choix dynamiques d'itinéraires . . . . .	30
1.3.1	L'information de trafic avant 2000 . . . . .	30
1.3.2	Modélisation des choix d'itinéraire . . . . .	32
1.3.3	Impact des choix des itinéraires sur le trafic . . . . .	35
<b>2</b>	<b>Modélisation des choix d'itinéraires</b>	<b>37</b>
2.1	Définitions et notations . . . . .	37
2.1.1	Notations mathématiques principales . . . . .	38
2.1.2	Théorie des probabilités . . . . .	39
2.1.3	Ingénierie du trafic . . . . .	39
2.1.4	Théorie des jeux . . . . .	42
2.1.5	Scénarios de trafic considérés dans la thèse . . . . .	46
2.2	Modèle existant . . . . .	47
2.2.1	Affectation stationnaire du trafic . . . . .	47
2.2.2	Inéquation variationnelle et minimisation . . . . .	51
2.3	Analyse de sensibilité . . . . .	52
2.3.1	Modélisation avec contraintes de capacité . . . . .	52
2.3.2	Analyse de sensibilité des capacités . . . . .	56
2.3.3	Implémentation et résultats . . . . .	61

<b>3</b>	<b>Le regret des conducteurs</b>	<b>65</b>
3.1	Modélisation	65
3.2	Incitation à changer d'itinéraire	68
3.2.1	Écart à un état d'équilibre	68
3.2.2	Réfutation de quantificateurs potentiels de l'écart	69
3.2.3	L'incitation moyenne à dévier	71
3.3	Applications de navigation et équilibre de Nash	75
3.3.1	Convergence théorique vers un équilibre	76
3.3.2	Convergence expérimentale via simulations	78
3.4	Études de cas	86
3.4.1	Amélioration du trafic avec les applications	88
3.4.2	Détérioration du trafic avec les applications	88
3.4.3	Considérations d'urbanisme	89
<b>II</b>	<b>Simulation du choix des itinéraires</b>	<b>93</b>
<b>4</b>	<b>Simulation microscopique</b>	<b>95</b>
4.1	Simulateurs de trafic existants	96
4.1.1	Modèles d'occupation des sols	96
4.1.2	Modèles et simulations de la demande de déplacement	96
4.1.3	Modèles et simulateurs de trafic	98
4.1.4	Motivations	99
4.2	Processus de création	100
4.3	Données d'entrée	102
4.3.1	Réseau	102
4.3.2	Demande Origine-Destination	104
4.3.3	Données de trafic	106
4.4	Simulation	106
4.4.1	Exécution d'une simulation	106
4.4.2	Données de sortie	107
4.5	Calibration	107
4.5.1	Correction des problèmes apparents	108
4.5.2	Calibration de la demande OD sans simulation	109
4.5.3	Calibration de la demande OD avec macrosimulation	110
4.5.4	Choix du modèle de routage	111
4.5.5	Calibration du comportement de conduite	113
4.5.6	Algorithme génétique de calibration	114
4.6	Analyse post-traitement	115
4.6.1	Validation	115
4.6.2	Analyse	119

4.7	Conclusion	119
<b>5</b>	<b>Jeux à champ moyen</b>	<b>123</b>
5.1	Contexte	124
5.1.1	Affectation dynamique du trafic	124
5.1.2	Jeux à champ moyen	124
5.1.3	Travaux connexes	125
5.2	Jeu dynamique à $N$ joueurs	126
5.2.1	Environnement de circulation	127
5.2.2	Politique de routage	128
5.2.3	Dynamique de l'état	128
5.2.4	Fonction de coût	130
5.2.5	Équilibre de Nash	130
5.3	Jeu de routage à champ moyen	133
5.3.1	Configuration	133
5.3.2	Équilibre de Nash	134
5.3.3	Exemple dans le jeu de Pigou	137
5.4	Expériences	138
5.4.1	Contexte	138
5.4.2	Champ moyen et fléau de la dimension	140
<b>III</b>	<b>Optimisation des itinéraires</b>	<b>145</b>
<b>6</b>	<b>Externalités négatives</b>	<b>147</b>
6.1	Mesure du trafic de contournement	148
6.1.1	Égalisation des temps de trajet	149
6.1.2	Données de trafic routier	154
6.1.3	Études des données transversales	154
6.1.4	Besoin de données longitudinales	158
6.2	Matérialisation du trafic	160
6.2.1	Énumération des externalités négatives	160
6.2.2	Les externalités à travers le monde entier	162
6.2.3	Facteurs aggravants les externalités	164
6.3	Techniques d'atténuation	168
6.3.1	Atténuation des externalités en économie	168
6.3.2	Réduction de la demande d'infrastructure	174
6.3.3	Techniques de mitigation originales	177



<b>7</b>	<b>Optimisation des itinéraires</b>	<b>179</b>
7.1	Cadre de l'optimisation	180
7.1.1	Définition	180
7.1.2	Jeux de Stackelberg ou fond de trafic	181
7.1.3	Optimum social sous contrainte d' $\epsilon$ -équilibre de Nash	182
7.1.4	Remarques	184
7.2	Revue des algorithmes	185
7.3	Minimisation du coût social	187
7.3.1	Approximation de l'équilibre utilisateur	187
7.3.2	Approximation de l'optimum social	192
7.4	Optimisation génétique	196
7.4.1	Motivations	196
7.4.2	Algorithme d'optimisation génétique	197
7.5	Comparaison des algorithmes	198
7.5.1	Scénario considéré	198
7.5.2	Algorithmes testés	198
7.5.3	Resultats	203
7.6	Remarques pratiques	204
7.6.1	Métrique de performance	204
7.6.2	Expériences A/B sur l'ensemble du trafic	206
7.6.3	Exemples	207

# Propos préliminaires

En 2017, à la sortie de l'École polytechnique, j'ai cherché à combiner aménagement du territoire et informatique. Eric Goubault m'a alors mis en contact avec Alexandre Bayen dont la recherche sur les transports intelligents combinait informatique et aménagement du territoire. Une partie de la recherche menée par Alexandre essaye de répliquer les techniques de contrôle du trafic aérien au trafic routier. Si les véhicules suivent les recommandations qu'on leur donne, alors on peut penser le trafic routier comme le trafic aérien. Fort de ce constat, ce travail doctoral étudie l'optimisation du trafic routier via les recommandations des applications de navigation.

Depuis les années 2010 et l'apparition des smartphones et des applications de navigation, les conducteurs peuvent adapter en temps réel les itinéraires qu'ils suivent pour atteindre leur destination. Si les véhicules suivent les recommandations d'itinéraires des applications de navigation, on peut imaginer que les exploitants de réseaux de transport puissent collaborer avec les applications de navigation afin d'optimiser en temps réel le trafic routier. Cette thèse a pour but d'aider la communauté scientifique, académique et industrielle à avancer vers cette vision dans laquelle les applications de navigation optimisent le trafic routier à l'échelle macroscopique.

Durant cette thèse, je suis parti du problème très concret de trafic de contournement lié aux applications de navigation GPS (chapitre 6). Cela m'a conduit à développer des modèles (chapitre 3) et des simulations (chapitre 4) permettant d'expliquer ce problème. Enfin, j'ai pu développer des modèles (chapitre 5) et des algorithmes (chapitre 7) permettant d'essayer de résoudre le problème.

Plus précisément, les chapitres 1 et 2 donnent le contexte de la thèse. Le chapitre 1 introduit le contrôle du trafic routier. Le chapitre 2 présente les modèles classiques d'affectation du trafic et pose le cadre théorique nécessaires à la compréhension complète de la thèse. Le chapitre 3 inclut la création du modèle de choix restreint d'itinéraire ainsi que la preuve que les applications de navigation dirige le trafic routier vers un équilibre de Nash. Le chapitre 4 simule le trafic routier dans la ville de Fremont. Le chapitre 5 introduit le

jeu de routage à champ moyen. Le chapitre 6 explique les problèmes empiriques liés au trafic de contournement créé par les recommandations des applications de navigation. Enfin, le chapitre 7 introduit un algorithme génétique permettant d'optimiser les recommandations d'itinéraires faites par les applications de navigation.

Cette thèse a été effectuée en co-tutelle avec l'université de Californie à Berkeley. Pour des raisons administratives, j'ai été inscrit en thèse dans les deux établissements (université de Californie à Berkeley et École Polytechnique). L'organisation de ce manuscrit est différente de celle du manuscrit de la thèse américaine [50]. La section 2.3 ainsi que le chapitre 7 sont uniques à cette thèse.

Au cours de cette thèse, j'ai eu la chance de pouvoir appliquer mes recherches au sein de Google Maps, ce qui m'a permis de combiner aménagement du territoire et informatique au plus haut niveau de ce qu'il me semble se faire en 2023.

## Première partie

# Contexte scientifique sur l'impact du choix des itinéraires routiers sur le trafic routier



# Chapitre 1

## Les itinéraires routiers sont devenus une composante clé du contrôle du trafic routier

Ce chapitre introduit les concepts fondamentaux de l'ingénierie de transport afin de permettre au lecteur d'avoir les connaissances nécessaires à la **compréhension de l'impact des applications de navigation GPS sur le trafic routier** ; le sujet de cette thèse. La section 1.1 présente les notions d'offre et de demande de transport. La section 1.2 décrit la planification et l'exploitation des systèmes de transport. Enfin, la section 1.3 résume la problématique traitée par la thèse.

### 1.1 L'offre et la demande de transport

Les **systèmes de transport** sont des systèmes complexes qui facilitent le déplacement des personnes et des biens à travers le monde. Ces systèmes jouent un rôle essentiel dans nos sociétés et leurs vies économiques en assurant la mobilité de leurs membres. L'optimisation de ces systèmes a ainsi des retombées importantes sur l'activité économique des villes et sur notre capacité à nous déplacer. En 2019, l'Institut de transport de Texas A&M a estimé que les États-Unis ont perdu 166 milliards de dollars sur un an en raison de l'impact de la congestion sur la consommation de carburant et sur la productivité économique [217]. En moyenne, chaque conducteur américain passe 54 heures par an dans les embouteillages, ce qui représente un gaspillage de 79,5 litres de carburant chaque année en raison de la congestion. Cette perte de temps et de carburant représente un coût de 1 010 dollars par conducteur. Sur ces bases de calculs, une réduction de 1% de la congestion

routière aux États-Unis entraînerait une économie annuelle de plus de 1,6 milliard de dollars.

L'**ingénierie du trafic routier** a pour objectif de rendre les déplacements des personnes et des biens plus sûrs, plus efficaces, plus rapides, plus confortables, plus pratiques, plus économiques et plus écologiques [69]. Pour atteindre ces objectifs, les ingénieurs peuvent planifier, gérer et exploiter les infrastructures de transport. La planification, la gestion et l'exploitation des infrastructures de transport peuvent être appréhendées en utilisant les concepts d'**offre** (le réseau routier) et de **demande** (biens ou voyageurs). Les aménageurs urbains et les ingénieurs de trafic, les institutions publiques ou les sociétés de conseil, ainsi que les exploitants de transport, peuvent adapter l'offre de transport à la demande de transport, comme l'a théorisé et recommandé Adam Smith en 1776 dans *La Richesse des nations*[223]. S'il est difficile d'adapter l'offre de transport, ils peuvent essayer d'influencer la demande de transport. En 1798, dans son *Essai sur le principe de population*[166], Thomas Malthus a prédit que si la demande est plus forte que l'offre, alors une "sélection naturelle" aura lieu entre les participants du marché (ici les personnes souhaitant se déplacer). En effet, à Paris, le temps quotidien moyen passé dans les transports est d'environ 1h30min par personne [127], indépendamment de leur accessibilité aux transports. Les personnes ayant une meilleure accessibilité aux installations de transport (temps de trajet plus courts) effectuent plus de déplacements par jour (surtout pour les déplacements de loisirs), tandis que les personnes ayant une accessibilité plus dégradée (temps de trajet plus longs) se contentent de moins de déplacements journaliers. Cela est responsable du paradoxe de la **demande induite** : si l'offre de transport augmente, alors la demande augmentera, car certaines personnes, constituant la **demande latente**, n'ont pas pu satisfaire leurs demandes auparavant en raison du coût plus élevé de l'offre. Cette demande induite a été observée pour la première fois en 1930 lorsque la ville de St. Louis a mesuré une augmentation de la demande suite à l'augmentation de la capacité des routes de la ville [68], traduisant l'adaptation de la demande à l'offre de transport.

Un système de transport efficace est conçu afin que la **capacité** du système de transport soit équivalente à la demande de déplacements. Si la demande de déplacements dépasse la capacité du réseau, celui-ci sera gravement congestionné, ce qui entraînera une augmentation des temps de trajet, des retards, des émissions accrues de polluants, des coûts de transport plus élevés, entre autres. En revanche, si le réseau est surdimensionné par rapport à la demande, il sera économiquement inefficace [236]. Si les chercheurs en transport fournissent des outils pour modéliser, prédire, estimer et analyser l'impact des **politiques de transport** sur le système résultant, la mise en

œuvre de toute politique de transport est un choix politique et doit être envisagée comme telle, que la politique soutienne le *laissez-faire* comme l'a préconisé J.B. Colbert dans les années 1680, ou qu'elle soutienne le fait que l'offre ne doit pas exercer de pression sur la demande et que la demande devrait contrôler ou gérer l'offre, comme l'a préconisé Karl Marx en 1848 dans *Manifeste du Parti communiste* [170] et *Le Capital, Critique de l'économie politique* en 1867 et 1885 [169].

Influencé par Alfred Marshall, qui a défini mathématiquement le concept d'offre et de demande en 1890 dans *Principles of Economics* [168], Arthur Pigou a introduit la notion d'offre de transport et de demande de transport en 1920 dans *The Economics of Welfare* [196].

### 1.1.1 Offre de transport

L'offre de transport résulte des infrastructures de transport et de leurs gestions et exploitations. Les infrastructures de transport comprennent les routes, les gares, les aéroports, les stations de bus, les transports en commun, ainsi que les signalisations routières, et tout le mobilier et l'immobilier permettant le fonctionnement des systèmes de transport. Le **réseau de transport** est la zone géographique où presque toutes les personnes utilisant les infrastructures de transport y résident. La planification et la gestion du réseau de transport est divisées entre plusieurs acteurs. Les institutions publiques sont généralement responsables de la planification des infrastructures de transport et peuvent déléguer leurs conceptions et leurs constructions à des bureaux d'études et des entreprises de travaux publics. Les opérateurs de transport publics et privés sont responsables de la gestion et de l'exploitation des infrastructures de transport.

Cette thèse se concentre principalement sur le réseau de transport accessible par les voitures : le réseau de transport routier. Dans le réseau de transport routier, les routes sont divisées par type en fonction de leurs usages prédestinés. Aux États-Unis, les ingénieurs en transport distinguent trois catégories de routes, qui sont divisées en sept sous-catégories [7, 246] : les routes artérielles, comprenant les autoroutes, les autres voies rapides et les rocade principales et secondaires, les voies de desserte, comprenant les grandes voies de desserte et les petites voies de desserte, et les routes résidentielles. Chaque route peut recevoir un certain nombre de véhicules par heure avant d'être congestionnée. On définit par capacité horaire de trafic routier ce nombre limite de véhicules.

**Définition 1.1.1** (Capacité horaire de trafic routier). *La **densité critique** [179] est la densité de véhicules qu'une route peut recevoir sans être conges-*



tionnée. Au-dessus de cette densité, l'ajout de nouveaux véhicules sur la route entraînera une congestion du trafic. Nous désignons la densité critique comme la **capacité horaire de trafic** dans cette thèse. Ces capacités peuvent être mesurées à l'aide du diagramme fondamental de l'écoulement du trafic [222] ou dérivées en fonction de la géométrie de la route et d'autres caractéristiques [179]. Elles sont généralement utilisées pour estimer comment le temps de trajet d'une section routière évolue en fonction du nombre de véhicules sur la section (définition 2.1.7).

Indépendamment de la capacité horaire de trafic routier, chaque type de routes est conçu pour accueillir un certain nombre de véhicules par jour en fonction de son environnement urbain. Cette capacité quotidienne de planification urbaine constitue une seconde notion de capacité routière.

**Définition 1.1.2** (Capacité quotidienne de planification urbaine). *Chaque route est conçue pour un certain niveau de trafic : le trafic moyen quotidien attendu (Annual Average Daily Traffic - AADT)[7, 8]. Le trafic moyen quotidien est le nombre de véhicules par jour qu'une route peut supporter avant de subir des externalités de trafic qui pourraient entraîner une baisse significative de la qualité de vie des résidents, des coûts d'entretien élevés et des problèmes de sécurité. Nous désignons l'AADT attendu comme la **capacité quotidienne urbaine** dans cette thèse. Ces capacités sont indiquées dans le tableau 1.1.*

Paradoxalement, en raison de la demande latente, la création de nouvelles infrastructures ne réduit pas forcément la congestion dans le réseau [68]. Améliorer l'offre de transport routière a souvent pour effet d'augmenter le nombre total de déplacements dans le réseau (ou la distance totale parcourue) sans diminuer le retard moyen dû à la congestion. Fort de ce constat, la ville de Paris utilise certaines techniques de régulation du trafic (comme l'augmentation du prix de stationnement) pour réduire la congestion en diminuant la part modale de la voiture [78]. Grâce à cette approche, la ville de Paris ne gère pas seulement l'offre, mais gère implicitement la demande de transport.

## 1.1.2 Demande de transport

Pour gérer implicitement la demande de transport, les urbanistes, les aménageurs du territoire et les ingénieurs de transport cherchent à comprendre comment cette demande est influencée par l'offre de transport. La compréhension des choix des voyageurs peut fournir des éléments clés pour répondre à cette question [236]. Lorsqu'une personne voyage, elle effectue successivement cinq choix distincts exprimés par la chaîne de déplacements (*trip chain*), présenter dans la figure 1.1) [249] :

	Arterials				Collectors		Local roads
	Interstate	Other Freeways & Expressway	Other Principal Arterial	Minor Arterial	Major collector	Minor collector	
<b>AADT (rural)</b>	12,000 - 34,000	4,000 - 18,500	2,000 - 8,500	1,500 - 6,000	300 - 2,600	150 - 1,110	15 - 400
<b>AADT (urban)</b>	35,000 - 129,000	13,000 - 55,000	7,000 - 27,000	3,000 - 14,000	1,100 - 6,300	1,100 - 6,300	80 - 700
<b>VMT (rural) Extent for All States</b>	20% - 38%	0% - 8%	14% - 30%	11% - 20%	12% - 23%	2% - 9%	8% - 23%
<b>VMT (urban) Extent for All States</b>	17% - 31%	0% - 17%	16% - 31%	14% - 25%	5% - 13%	5% - 13%	6% - 25%

TABLE 1.1 – Typologies des routes et leurs trafics moyens quotidiens attendus (AADT) et pourcentage des miles (unité de distance) parcourus par véhicule (VMT) aux États-Unis [246]. L'AADT attendu et les pourcentages VMT sont différents en milieu urbain ou en milieu rural. Un réseau en milieu rural signifie que moins de 75% de la population du réseau se trouve dans des centres urbains.

1. Choix de la destination : d'abord, le voyageur choisit sa destination.
2. Choix de l'horaire de départ : ensuite, le voyageur décide de l'horaire auquel il souhaite arriver ou partir.
3. Choix du mode de transport : puis, le voyageur choisit le mode de transport qu'il utilisera. Cela peut être les transports en commun, la voiture privée, le covoiturage, le vélo, la marche ou tout autre mode de transport.
4. Choix de l'itinéraire : après avoir choisi sa destination, son horaire de départ, et s'il conduit à sa destination, le conducteur décide alors de l'itinéraire qu'il souhaite suivre.
5. Choix de la voie : enfin, une fois sur la route et sur un itinéraire spécifique, le conducteur choisit sur quelle voie il circule.

En utilisant cette interprétation des choix des voyageurs, la demande de transport peut être divisée en trois types de demande [249] :

**Définition 1.1.3** (Demande de déplacements). *Premièrement, la **demande de déplacements** est le nombre total de voyageurs utilisant le réseau ainsi que la connaissance de leurs origines, de leurs destinations, et de leurs horaires de départ (ou d'arrivée).*

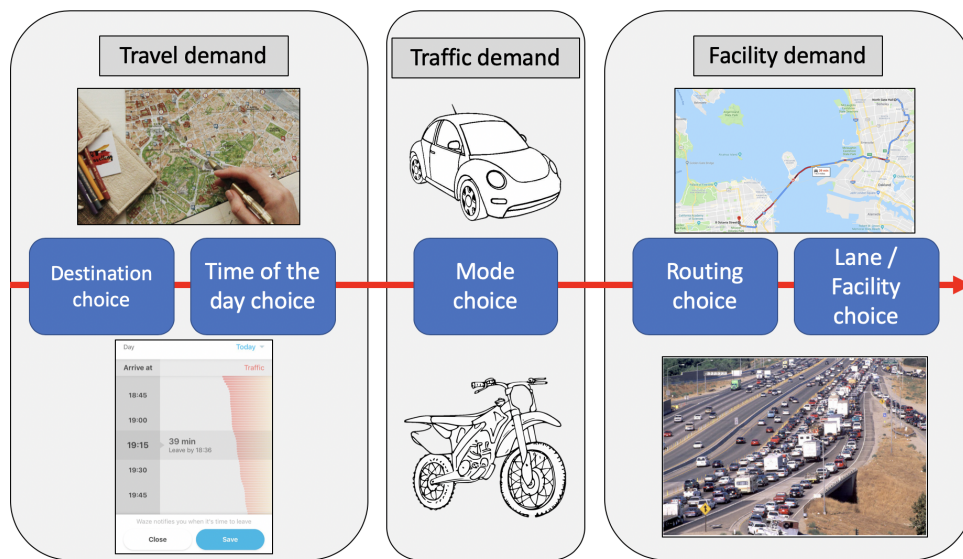


FIGURE 1.1 – La chaîne de déplacements. Premièrement, les voyageurs choisissent leurs destinations et leurs horaires de départ. Cela crée la demande de déplacements dans le réseau. Ensuite, ils choisissent leurs modes de transport. Ceux qui voyagent en voiture contribuent à la demande de trafic. Ensuite, les véhicules routiers (et leurs conducteurs) décident de leurs itinéraires et de leurs voies, contribuant à la demande d’infrastructures de la route ou de la voie. La figure est adaptée de [249, Figure 4].

**Définition 1.1.4** (Demande de trafic routier). *Deuxièmement, la **demande de trafic** (définition 2.1.4) est la demande de déplacements qui utilise le réseau routier.*

**Définition 1.1.5** (Demande d'infrastructure). *Troisièmement, la **demande sur une infrastructure routière** est le nombre de véhicules utilisant une route, une section routière ou une voie.*

En raison de la difficulté de changer les habitudes des gens, la demande routière (que ce soit le choix de la destination ou le choix de l'horaire de départ) est principalement influencée par la planification des systèmes de transport. En revanche, la gestion et l'exploitation des infrastructures impacte la demande d'infrastructures. Le choix du mode de transport et le choix de l'itinéraire sont influencés à la fois par la planification et par la gestion et l'exploitation des systèmes de transport.

**Remarque 1.1.1.** *Durant la thèse, on fait l'hypothèse que la demande d'infrastructure n'influence pas la demande de déplacements. C'est une limitation, car certaines personnes adaptent leurs horaires de départ en fonction de l'état de congestion du réseau. Il en va de même pour le choix du mode de transport, le choix de la destination et même le choix d'effectuer le trajet ou non.*

**Remarque 1.1.2** (But de la thèse). *Avant l'apparition des systèmes d'aide à la navigation, les conducteurs suivaient principalement les panneaux de direction pour se rendre à leurs destinations. Le choix des itinéraires était ainsi principalement influencé par la planification du réseau de transport. Depuis l'apparition des smartphones et des applications de navigation, les conducteurs peuvent adapter en temps réel l'itinéraire qu'ils suivent pour atteindre leurs destinations. Ainsi, le choix d'itinéraire peut maintenant être influencé par les exploitants du réseau de transport. En allant encore plus loin, on peut imaginer que les exploitants de réseau de transport collaborent avec les applications de navigation afin d'optimiser en temps réel le trafic routier. Cette thèse a pour but d'aider la communauté scientifique, académique et industrielle à avancer vers cette vision.*

## 1.2 La planification et la gestion des systèmes de transport

L'opérationnalisation de l'efficacité du réseau de transport réside dans la définition d'**indicateurs clés de performance** (ICP) que l'on souhaite

améliorer. La planification du système a un impact à long terme sur ces ICP, alors que la gestion et l'exploitation du réseau ont un impact à court terme. Plusieurs outils sont à disposition des planificateurs et des gestionnaires pour prédire et améliorer les ICP.

### 1.2.1 Indicateurs clés de performance du transport (ICP)

Nous suggérons de diviser les ICP d'un réseau de transport en **mesures de l'efficacité du système de transport** [154, 249] et **mesures de l'efficacité du fonctionnement de la ville**. À court terme, les ICP sont calculés et surveillés afin d'adapter en temps réel les infrastructures (comme les plans de signalisation). À long terme, les ICP sont modélisés et/ou estimés pour prédire l'impact des nouveaux projets. Les ICP comprennent [154, 249, 36] :

- Les mesures de déplacement. Cela inclut, par exemple, la distance moyenne parcourue par véhicule (VMT), le nombre de déplacements dans le réseau et le trafic quotidien moyen sur des tronçons de route spécifiques.
- Les mesures du temps de trajet, comme le temps de trajet moyen par trajet ou par véhicule (VHT), le temps d'attente moyen aux arrêts de bus, la fiabilité du temps de trajet moyen [94], les regrets marginaux moyens (également connus sous le nom de différence relative ou regrets contrefactuels moyens), le retard moyen des bus ou les temps de trajet entre des emplacements prédéfinis.
- Les mesures de congestion, comme le retard moyen par unité de distance et par véhicule, le temps de trajet moyen par unité de distance et par véhicule, le temps moyen passé dans la congestion, le temps moyen d'arrêt, la vitesse moyenne dans le réseau ou le temps de trajet moyen en bus.
- Les mesures d'efficacité, comme la densité de véhicule par kilomètre, le nombre moyen de personnes par véhicule individuel, le nombre moyen de personnes dans les transports publics ou le temps total durant lequel la capacité d'un bus a été dépassée.
- Les mesures d'efficacité écologique, comme les émissions de particules fines (PM) 2,5, de PM 5, de PM 10, d'O<sub>3</sub>, de carbone, de NO<sub>2</sub>, de SO<sub>2</sub>, de CO, de CO<sub>2</sub>, de gaz à effet de serre (GES) et de composés organiques volatils.
- Les mesures de résilience, comme le nombre de pannes de feu de signalisation ou le temps moyen de réponse aux incidents de trafic.

Selon les connaissances de l'auteur – qui a rencontré les ingénieurs de trafic de six villes différentes aux États-Unis et en France – les mesures de l'efficacité du fonctionnement de la ville sont plus floues. En effet, de

nombreuses villes réagissent aux problèmes exprimés par les résidents et les commerçants sans définir, mesurer ou prédire quantitativement l'efficacité du fonctionnement de la ville. Certains agents municipaux sont sceptiques quant à la possibilité de décrire et de mesurer l'efficacité de la ville uniquement avec des indicateurs quantitatifs. Par conséquent, la notion d'efficacité d'une ville est subjective. Elle est basée principalement sur des intuitions qui dépendent des acteurs qui la définissent. Nous suggérons une sous-classification possible des indicateurs d'efficacité du fonctionnement de la ville en indicateurs financiers, économiques, sociaux, environnementaux et opérationnels.

Les indicateurs financiers peuvent inclure le coût de maintenance des routes, le coût des subventions aux transports en commun, les coûts d'exploitation du système, les recettes d'exploitation, les investissements ou la dette institutionnelle.

Les indicateurs économiques peuvent inclure la productivité de la ville, l'accessibilité à l'emploi [157], l'accessibilité aux commerces [157], le coût des déplacements ou le coût énergétique du système de transport.

Les métriques sociales peuvent inclure des mesures de sécurité routière (nombre de décès, nombre d'accidents), des mesures de la qualité de l'air (densité de composés organiques volatils), des mesures de la santé publique (nombre de décès liés à la pollution des transports), des mesures de la qualité de vie (distribution quotidienne moyenne du bruit pour des segments spécifiques) ou des mesures de l'équité des transports (comme l'accessibilité des résidents les plus mal desservis par les transports).

Les métriques environnementales peuvent inclure les mesures d'émissions de gaz à effet de serre dues aux transports (émissions instantanées ou émissions tout au long du cycle de vie).

Les métriques opérationnelles peuvent inclure les mesures de l'efficacité du système.

Les planificateurs des systèmes des transports influencent principalement ces métriques à long terme, tandis que les gestionnaires et exploitants les influencent principalement à court terme.

### 1.2.2 Planification des systèmes de transport

La planification des systèmes de transport définit les politiques publiques permettant le déplacement des personnes et des biens. Par exemple, la planification intervient lors :

- De la construction d'un nouveau centre commercial, afin d'estimer les futurs besoins de transport.
- De la construction de nouvelles infrastructures (comme une nouvelle gare, ou des nouveaux logements), afin de dimensionner les parkings

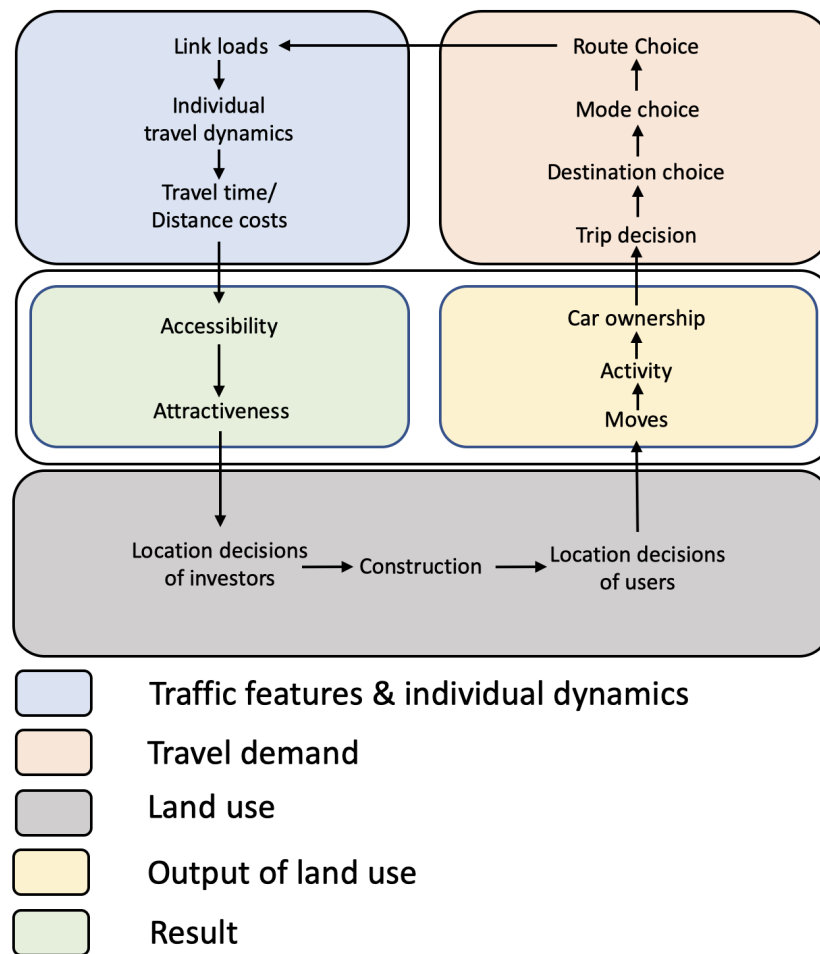


FIGURE 1.2 – Le cycle de l’occupation des sols [262]. Le mode d’occupation des sols détermine les besoins en transport, et le transport, en retour, détermine le développement spatial. La figure est adaptée de [262, Figure 1]

(parkings de bus, parkings de voitures et garages à vélos).

- De la transformation d’une route réservée aux voitures en une route réservée aux vélos pour rendre le réseau de transport plus écologique.
- De la mise en œuvre des mesures d’apaisement de la circulation pour réduire la circulation sur certaines rues.

La planification des systèmes de transport est intrinsèquement liée et interconnectée à l’aménagement du territoire. Comme le montre la figure 1.2, le mode d’occupation des sols détermine les besoins en transport, et le transport, en retour, détermine le développement spatial.

Premièrement, le mode d’occupation des sols alloue un espace aux infrastructures de transport. Deuxièmement, en distribuant spatialement les lieux

de résidence et d'activité, il induit la demande de mobilité.

À travers les décisions des individus d'effectuer un trajet vers un certain lieu, à un certain horaire et avec un certain mode de transport, la demande de transport induit la demande de trafic et d'infrastructures (voir la figure 1.1). Le trafic en résultant diminue l'efficacité du système de transport, ce qui impacte l'accessibilité et l'attractivité des lieux. Les aménageurs du territoire amendent les plans d'urbanisme (mode d'occupation des sols) en fonction de l'accessibilité et de l'attractivité de chaque lieu. En fonction de l'évolution du territoire, les résidents adaptent leurs lieux de résidence, leurs lieux de travail, le choix de l'école de leurs enfants, leurs choix de magasins pour faire leurs courses ou les endroits où aller se divertir. En fonction de leurs besoins de transport et en fonction de l'offre correspondante, les résidents peuvent également modifier leurs modes de déplacement.

Lorsque l'offre de transport devient limitante, les exploitants peuvent marginalement jouer sur la gestion des infrastructures pour augmenter l'efficacité du réseau sans créer de nouvelles infrastructures dispendieuses (routes, transports en commun). La mise en place de nouveaux plans de circulation ou de nouveaux plans de synchronisation des feux de circulation est un exemple d'amélioration de l'exploitation du réseau qui augmente l'efficacité du réseau sans créer de nouvelles infrastructures de transport [254].

### 1.2.3 Gestion et exploitation des systèmes de transport

La gestion et l'exploitation des systèmes de transport constitue toute l'ingénierie des transports qui ne traite pas de la planification ou de la construction des infrastructures de transport [243]. Par exemple, la gestion des systèmes de transport est importante :

- Lors de l'évacuation massive d'une zone en raison d'un danger imminent.
- Lorsqu'un accident de voiture bloque une voie de l'autoroute.
- Lors de la modification des plans de synchronisation des feux de circulation.

Comme pour tout système dynamique, le contrôle du trafic ([249]) nécessite quatre étapes distinctes pour être optimisé (voir la figure 1.3). Tout d'abord, l'état du trafic doit être mesuré et estimé grâce aux capteurs de trafic. Ensuite, la performance du système doit être évaluée. Enfin, le gestionnaire du trafic peut mettre en œuvre des stratégies pour améliorer l'état du trafic. Avant la mise en œuvre de ces stratégies, il convient d'estimer leurs impacts sur l'état du trafic. Finalement, les meilleures stratégies peuvent être mises en œuvre et l'état du trafic doit être à nouveau mesuré et estimé.



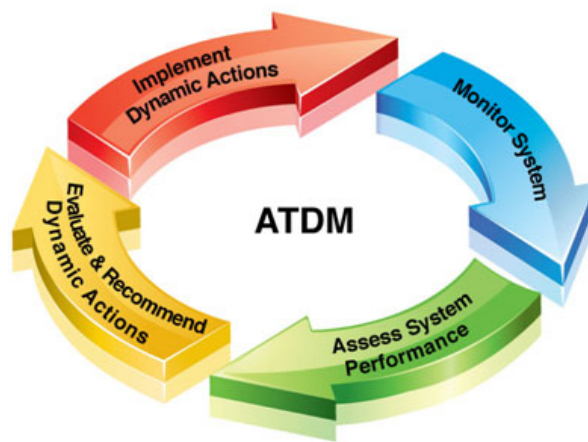


FIGURE 1.3 – La gestion active du trafic et de la demande (ATDM) peut être divisée en un processus en quatre étapes. Tout d'abord, l'état du trafic est mesuré et estimé grâce aux données issues des capteurs de trafic. Ensuite, la performance du système est évaluée. Enfin, le gestionnaire du trafic peut mettre en œuvre des stratégies pour améliorer l'état du trafic. Avant la mise en œuvre de ces stratégies, leurs impacts sur l'état du trafic doivent être évalués. Finalement, les meilleures stratégies sont mises en œuvre et l'état du trafic est à nouveau mesuré et estimé. La figure est reproduite à partir de [249, Figure 1].

### Surveillance du trafic

Pour évaluer l'état du trafic, des relèves de trafic sont effectuées à l'aide de détecteurs de trafic [136] (voir la figure 1.4). Ensuite, les données sont combinées et analysées dans un système qui permet d'estimer et de dévoiler l'état du trafic.

### Mesures de performance des transports

Pour évaluer les performances du système de transport, des indicateurs clés de performance sont définis, mesurés et reportés. Éventuellement, ils peuvent être pondérés ensemble dans une fonction multiobjectif à optimiser.

### Stratégies de gestion du trafic

De nombreux outils et techniques peuvent être utilisés pour améliorer les performances du système de transport sans construire de nouvelles infrastructures. Les stratégies de gestion du trafic peuvent être subdivisées en trois types basés sur la modification des infrastructures statiques, la modification des infrastructures dynamiques et la gestion de la demande :

- Les modifications des infrastructures statiques : sans construire de nouvelles routes, les ingénieurs du trafic peuvent modifier certaines infrastructures pour améliorer l'efficacité du réseau. Par exemple, les marquages au sol peuvent être modifiés. Des barrières de sécurité, des panneaux de signalisation, des ralentisseurs, des panneaux cédez le passage ou des panneaux stop peuvent être ajoutés ou enlevés. L'accès à certaines voies peut être restreint, et les limites de vitesse peuvent être modifiées. Pour promouvoir des rues plus sûres et plus agréables, les plans de circulation peuvent être modifiés comme l'a fait Los Angeles [66].
- Les modifications des infrastructures dynamiques [249] : de manière plus dynamique, les ingénieurs en trafic peuvent gérer des infrastructures dynamiques telles que les feux de signalisation. Les stratégies de contrôle du trafic comprennent le contrôle des feux de signalisation, le contrôle de la capacité des voies, les limitations de vitesse variables, les panneaux à messages variables (voir la figure 1.6), la modification des feux d'accès aux bretelles d'insertion, les avertissements de congestion, l'harmonisation de la vitesse, la gestion des incidents et la tarification dynamique des voies à péage.
- La gestion de la demande de trafic [249] : la demande de trafic peut être également contrôlée. La gestion de la demande de trafic comprend la tarification des péages urbains, la tarification du stationnement, le

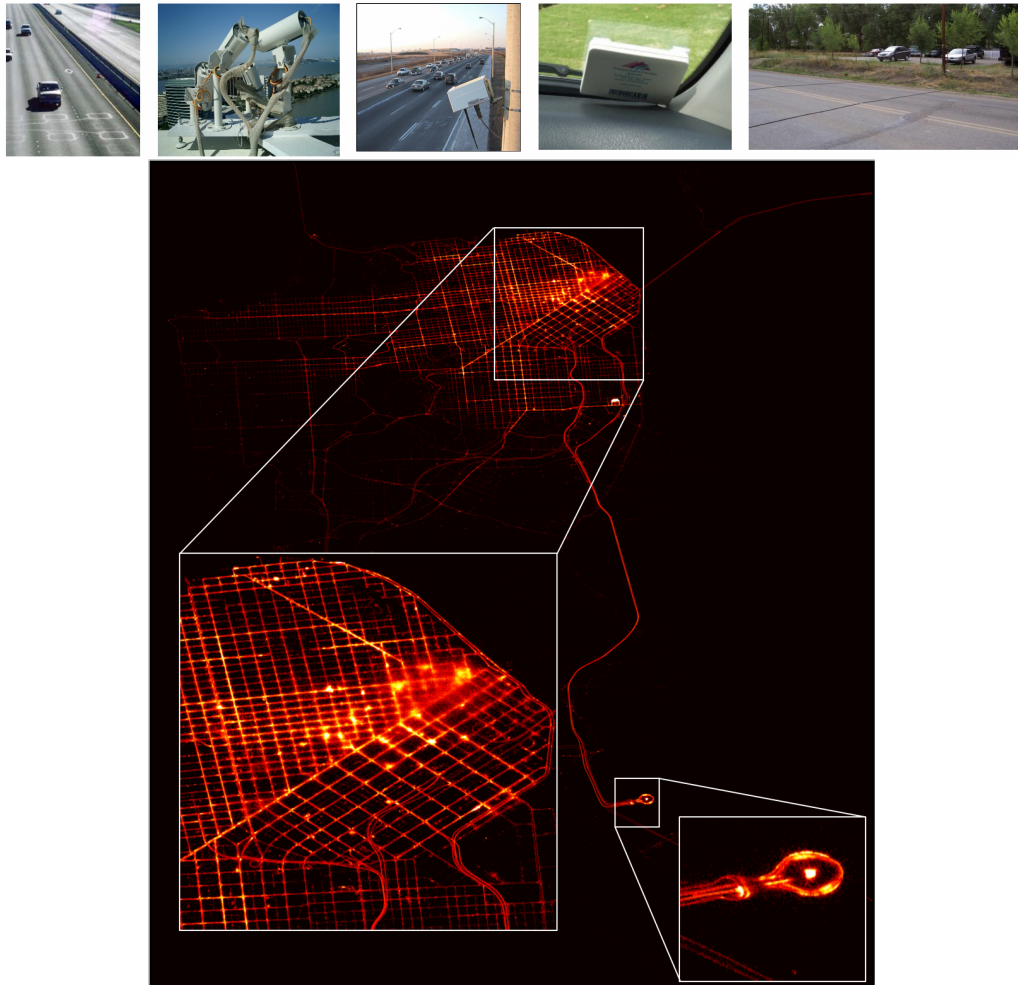


FIGURE 1.4 – Infrastructures et dispositifs de détection. En haut : Infrastructures de détection classiques [136] utilisées à l'époque pré-smartphone (et toujours utilisées aujourd'hui). De gauche à droite : boucles de détection, caméras CCTV, radar, transpondeurs RFID de péage, et tubes pneumatiques de comptage du trafic. En bas : Superposition des traces GPS de 500 véhicules échantillonnées toutes les 30 secondes tout au long d'une journée en 2009 [191].

rationnement de l'espace routier (comme le rationnement pair-impair des plaques d'immatriculation), les incitations au covoiturage, les incitations au télétravail, les incitations aux horaires de travail alternatifs, la conception des transports en commun, l'orientation des itinéraires et la tarification dynamique du stationnement. De manière plus dynamique, cela peut également inclure : la tarification dynamique des péages et des voies payantes (HOT), l'incitation dynamique au covoiturage, le guidage routier dynamique, l'affectation dynamique de la capacité des transports en commun, le paratransit (transport en commun réactif à la demande), les informations prédictives pour les voyageurs et la protection des correspondances lors des transferts.

Les stratégies de contrôle du trafic et les stratégies de gestion de la demande de trafic peuvent être :

- *Intelligentes*, si elles utilisent des technologies avancées comme les systèmes numériques.
- *Actives*, si elles peuvent changer en fonction de l'heure de la journée.
- *Adaptatives*, si elles peuvent s'adapter à la situation du trafic.

### Mise en œuvre et compromis

Les stratégies de gestion du trafic visent à améliorer les performances du système. Premièrement, il faut évaluer l'état actuel du trafic avec une surveillance du trafic. Deuxièmement, il faut évaluer la performance de l'état actuel du trafic par une analyse de performance. Ensuite, il faut comprendre l'impact des outils pouvant être mis en œuvre sur l'état du trafic. Une fois l'impact des différentes stratégies qui peuvent être mises en œuvre connu, il faut en choisir une. Cela nécessite des synergies entre les différents acteurs institutionnels qui peuvent avoir des objectifs différents pour l'état du trafic, car chacun a ses propres indicateurs clés de performance. Idéalement, une fonction objectif qui quantifie de manière unique la performance du système de transport devrait être définie entre les différents acteurs institutionnels. Ensuite, la stratégie qui optimise la fonction objectif peut être choisie.

### 1.2.4 Classification des outils de planification et de gestion des transports

Les différents outils dont disposent les urbanistes et les ingénieurs de trafic pour influencer les choix des voyageurs peuvent être classés en fonction de leurs impacts sur les trois demandes (définitions 1.1.3 à 1.1.5).

Les outils de planification des transports peuvent être divisés entre la construction ou la rénovation des infrastructures et l'incitation faites aux

	Destination choice	Time of the day choice	Mode choice	Route choice	Lane/facility use/choice
<b>Urban infrastructure</b>	Transit oriented development Zoning		Complete street HOV lanes	Direction signs	Speed bump Signs and marking HOV lanes
<b>Incentives</b>	Work from home subsidy	Alternative working hours subsidy	Carpool Public transportation		
<b>Road facilities management</b>			Road space rationing  Traffic signal priority	Turn restriction Access restriction Temporary direction signs Variable message signs Traffic police	Access eligibility Intersection management Ramp metering Reversible lanes Variable speed limits Lane specific signal
<b>Vehicle facilities management</b>	Navigational apps	Navigational apps  Radio	Navigational apps Radio Ride-hailing regulations Demand responsive transport	Navigational apps Radio Fleet management	Navigational apps  Radio
<b>Incentives / pricing</b>	Parking pricing Cordon pricing	Congestion pricing	Public transit subsidy  Biking subsidy	HOT lanes Tolls Road user charge	HOT lanes Tolls

Transportation planning

Transportation management

TABLE 1.2 – Classification d’une liste non exhaustive d’outils de planification des transports et de stratégies de gestion du trafic en fonction de leurs impacts sur la chaîne de déplacements [249]. Un effort de recensement de tous les outils possibles peut être trouvé dans [230]. HOT = voie réservée à occupation multiple et payante, HOV = voie réservée à occupation multiple.

voyageurs [230]. Les stratégies de gestion du trafic peuvent être classifiées entre la gestion des infrastructures routières, la gestion des outils à disposition des véhicules et les politiques de tarification et d’incitation [230]. Le tableau 1.2 résume les différents outils en fonction de leurs types et de leurs impacts sur la chaîne de déplacements (figure 1.1). À titre d’illustration, la figure 1.5 présente tous les moyens de régulation du trafic que Fremont, en Californie, a essayés pour atténuer la circulation de transit dans le quartier de Mission San Jose.

### 1.2.5 Prédire l’impact des outils de planification et des stratégies de gestion

Pour comprendre l’impact d’une politique de transport envisagée par une ville, les planificateurs des transports ont principalement trois options. Premièrement, ils peuvent réaliser des *études de cas*. Par exemple, si la ville de Fremont, en Californie, souhaite comprendre l’impact de la modification des plans de synchronisation des feux de circulation sur Mission Boulevard (une grande artère de la ville) sur la circulation de transit [239], les ingé-



FIGURE 1.5 – À gauche : stratégies de régulation du trafic mises en œuvre par la ville de Fremont pour réduire la circulation sur les routes locales en raison du trafic de transit des navetteurs. À droite : une illustration des restrictions d'accès mises en place par Fremont pendant les heures de pointe de l'après-midi.

nieurs en trafic peuvent essayer d'extrapoler à partir de ce que la ville de Leonia, dans le New Jersey, a fait pour Ford Lee Road [131] ou de ce que la ville de Pleasanton, en Californie, a fait pour Dublin Canyon Road [129]. S'il existe suffisamment d'études de cas, des techniques d'apprentissage supervisé (machine learning) peuvent être utilisées pour faire des prédictions statistiquement significatives sur la manière dont un ensemble de politiques affecte le trafic. Deuxièmement, les villes peuvent utiliser la *méthode essai-erreur* (expériences A/B). La ville de Fremont pourrait essayer de modifier les plans de synchronisation des feux de circulation, de mettre en place des restrictions d'accès, de réguler le trafic sur les bretelles d'autoroute, et bien plus encore [239], en ne conservant que les politiques ayant l'impact le plus souhaitable sur le système. Troisièmement, une ville peut développer une réplique numérique (c'est-à-dire un *modèle*) de son réseau routier afin de tester et d'optimiser les politiques publiques dans cet environnement virtuel [171]. La ville de Fremont pourrait adopter cette approche pour éviter de perturber ses citoyens en modifiant fréquemment les plans de synchronisation des feux de circulation. L'utilisation de répliques numériques est particulièrement utile pour relever les défis complexes des transports, qui n'ont pas été déjà résolus ailleurs (pas d'étude de cas disponible), et où il est impossible de tester rapidement et à moindre coût des solutions potentielles dans le monde réel (une méthode essai-erreur n'est pas réalisable). Ce qui est le cas de la planification de systèmes de transport durables, où la coordination entre les véhicules, les planificateurs des transports et les gestionnaires de trafic est essentielle.

Un plan détaillé pour créer, calibrer et valider une simulation microscopique de trafic à grande échelle est présenté dans le chapitre 4.

## 1.3 L'émergence des choix dynamiques d'itinéraires dans les années 2010

### 1.3.1 L'évolution des systèmes d'information sur le trafic jusqu'en 2020

À la connaissance de l'auteur, jusqu'à la Seconde Guerre mondiale, les informations sur le trafic liées au choix d'itinéraires étaient principalement des informations cartographiques. Dans les années 1950, les panneaux à messages variables (PMV) sont apparus [120], fournissant des informations locales sur les conditions de circulation (voir la figure 1.6).

La fin des années 1960 a vu l'émergence des systèmes électroniques d'aide



FIGURE 1.6 – L'un des premiers panneaux à message variable (PMV) sur la Turnpike du New Jersey dans les années 1950. Les panneaux à message variable étaient les premiers outils permettant de gérer le choix de l'itinéraire en temps réel sans avoir besoin d'un agent de police de la circulation ou de panneaux routiers temporaires. De nos jours, nous envisageons que les panneaux à message variable seront à terme remplacés par des applications de navigation ou tout autre dispositif connecté.

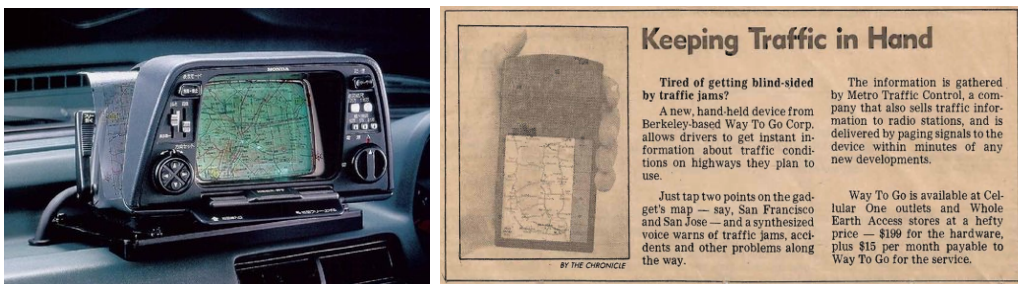


FIGURE 1.7 – Gauche : Prototype d'unité de navigation embarquée développé par Honda en 1981 pour le guidage d'itinéraire. Droite : Publicité dans un journal pour le dispositif *Way to Go* vers 1990, l'un des premiers prototypes d'applications de navigation développées par l'université de Californie à Berkeley.

à la navigation [205], dans lesquels des informations principalement statiques sur les itinéraires étaient fournies aux utilisateurs (voir figure 1.7). En 1975, la Highway Advisory Radio [84] faisait partie des premiers services à fournir des informations de circulation en direct à ses utilisateurs. Cependant, à la connaissance de l'auteur, pendant des décennies, seules quelques autoroutes étaient équipées de capteurs permettant de connaître en temps réel l'état du trafic routier.

Au cours de la décennie 2010, grâce à Internet et aux données GPS, la qualité et la quantité d'informations fournies aux conducteurs a bondi. Tout d'abord, l'explosion de l'utilisation des smartphones et de l'utilisation induite d'internet a considérablement augmenté notre connectivité. En juillet



2019, 4,3 milliards d'utilisateurs actifs ont été recensés sur Internet [225]. Aux États-Unis, en 2019, 95% de la population utilisait Internet chaque mois [224, diapositive 33]. Cette connectivité a conduit à la production d'une quantité considérable de données de trafic, appelées "big data". À l'automne 2018, il était estimé que chaque smartphone utilisait en moyenne 7,0 Go de données par mois [224, diapositive 178]. Ce chiffre est 10 fois plus élevé qu'en 2012 [224, diapositive 178]. Enfin, l'amélioration de la puissance de calcul disponible permet aux applications de navigation de traiter ces données, souvent de manière décentralisée (cloud computing). En conséquence, les années 2010 ont vu l'émergence de nouvelles technologies telles que le transport à la demande [164], les services de transport privé (comme Uber) [70] et les applications de navigation GPS (comme Google Maps, figure 1.7). Ces dernières influencent dynamiquement les choix de mode de transport et l'itinéraire des voyageurs. Par exemple, en 2022, un voyageur utilisant Google Maps peut utiliser l'itinéraire le plus rapide pour se rendre à sa destination [264], mais il peut également utiliser l'itinéraire le plus écologique [12, 110]. En avril 2018, Statista a estimé que Google Maps comptait 154,4 millions d'utilisateurs mensuels aux États-Unis [227]. À terme, tous les véhicules du réseau routier seront connectés, et les gestionnaires du trafic seront en mesure d'améliorer considérablement l'efficacité du système de transport grâce à des suggestions d'itinéraire intelligentes et spécifiques.

### 1.3.2 Modèles classiques de choix d'itinéraire

#### Choix d'itinéraire et panneaux de direction

Afin d'augmenter l'efficacité du système de transport grâce aux économies d'échelle [223], la route est conçue de telle sorte que la circulation soit concentrée sur les voies rapides et les rocades, où la vitesse et la capacité horaire de trafic sont élevées [7]. Généralement, tout trajet commence sur une route locale (ou rue) où la vitesse et la capacité sont faibles. Au cours du trajet, les panneaux de direction sont conçus de manière que la catégorie des routes empruntées par un véhicule suivant les panneaux augmente progressivement (routes locales, puis voies de desserte, puis voies rapides), puis diminue jusqu'à ce que le véhicule atteigne finalement sa destination (voies rapides, voies de desserte, puis routes locales ; voir figure 1.8). Les panneaux de direction ont été conçus pour guider les véhicules, mais également pour contrôler le flux de véhicules sur chaque type de routes [7].

Dans les modélisations de routage de trafic routier qui sont utilisés par les ingénieurs pour planifier le réseau routier, le **modèle d'affectation des itinéraires tout-ou-rien** [192] suppose que les véhicules suivent le chemin

le plus rapide entre leurs origines et leurs destinations dans des conditions de circulation fluide. En supposant que les panneaux de direction indiquent toujours l'itinéraire le plus rapide en condition de circulation fluide, ce modèle représente le fait que les véhicules suivent les panneaux de direction.

### Équilibre de Wardrop

Lorsque la congestion apparaît dans le réseau, le chemin le plus rapide pour atteindre une destination n'est plus forcément celui indiqué par les panneaux de direction. Par conséquent, un deuxième modèle de routage – le **modèle d'affectation stationnaire du trafic** [192] (définition 2.2.7) – est utilisé par les ingénieurs du trafic routier. Ce modèle suppose que les véhicules adaptent leurs itinéraires en fonction de la congestion. Plus précisément, le modèle suppose que les véhicules choisissent les itinéraires qui minimisent leurs temps de trajet en tenant compte de la congestion créée par les autres véhicules. En supposant que la demande de déplacement soit similaire chaque jour, une fois que tous les véhicules ont identifié l'itinéraire qui minimise leurs temps de trajet, aucun véhicule n'a intérêt à changer d'itinéraire : l'état du trafic est en équilibre (définition 2.1.14).

En construisant sur le travail de Pigou [196], Frank Knight a décrit mathématiquement pour la première fois la notion d'équilibre du choix des itinéraires dans les réseaux de transport routier en 1924 dans son ouvrage *Some fallacies in the interpretation of social cost* [137]. En 1950, John Nash a développé des conditions pour prouver l'existence d'un équilibre dans les jeux non coopératif, maintenant appelé équilibre de Nash [178] (définition 2.1.14). En 1952, le concept d'équilibre de Nash a été appliqué au choix des itinéraires dans les réseaux de transport routier par John Wardrop [260]. L'équilibre du choix d'itinéraires des navetteurs d'un jour à l'autre est maintenant appelé aussi bien équilibre de Wardrop, équilibre utilisateur ou équilibre de Nash. Cet équilibre est défini comme un état dans lequel aucun véhicule ne peut diminuer son temps de trajet en étant le seul à changer d'itinéraire. En d'autres termes, l'équilibre de Wardrop est tel que les véhicules n'ont aucune incitation à dévier de leurs choix d'itinéraires (définition 2.1.13). Dans ce modèle, les utilisateurs ne suivent pas forcément les panneaux de direction. En conséquences, certaines routes peuvent recevoir plus de trafic que leurs capacités quotidiennes urbaines (figure 1.8).



FIGURE 1.8 – Suggestion d’itinéraires sur Google Maps dans la région de Fremont, en Californie, le 14 juillet 2022 à 16h30. La requête a été effectuée le 13 juillet et utilise le système de prévision du trafic de Google Maps. Le premier itinéraire suggéré (en bleu, orange et rouge) emprunte une route locale, puis une voie de desserte, puis une voie rapide (autoroute) avant d’utiliser une voie de desserte, puis une route locale pour atteindre sa destination. Les catégories des routes empruntées par le trajet augmentent puis diminuent. Cependant, dans le deuxième itinéraire suggéré (en gris), ce n’est pas le cas : plusieurs voies de desserte sont utilisées entre la même autoroute.

### 1.3.3 L'impact du choix dynamique d'itinéraires sur la circulation routière

Le chapitre 2 présente les modèles de routage communément utilisés dans l'ingénierie du trafic routier. Le chapitre 3 construit un nouveau modèle de routage du trafic routier pour prendre en compte l'impact des applications de navigation sur le trafic. Le chapitre montre que l'état de la circulation converge vers un équilibre de Nash (c'est-à-dire que l'incitation moyenne à dévier diminue de manière monotone jusqu'à 0) lorsque le pourcentage de conducteurs utilisant des applications de navigation augmente.

Afin de s'assurer de l'utilité empirique des modèles théoriques, le chapitre 6 mesure l'impact des applications de navigation sur le trafic de Los Angeles et énumère les quelques impacts négatifs du trafic de contournement issu de l'usage des applications de navigation. En particulier, comme les conducteurs ne suivent plus forcément les panneaux directionnels, ils peuvent éventuellement créer de la congestion sur des routes résidentielles qui ne sont pas conçues pour cela. Afin d'être utile pour les villes et les ingénieurs de trafic, le chapitre liste quelques techniques d'atténuation du trafic sur les routes résidentielles. Poussant plus loin la collaboration avec les villes, le chapitre 4 modélise le trafic de la ville de Fremont, en Californie en utilisant une simulation microscopique afin de comprendre l'impact des applications de navigation sur le trafic routier. Comme les modèles théoriques (présentés dans les chapitres 2 et 3) ne permettent ni de modéliser la dynamique de chaque véhicule, ni de modéliser le choix dynamique d'itinéraire durant les trajets, une simulation microscopique est nécessaire pour complètement comprendre l'impact des applications de navigation sur le trafic routier. En plus de simuler le trafic de la ville de Fremont, le chapitre présente un plan pour créer, calibrer et valider une simulation microscopique du trafic de n'importe quelle ville. Au cours de ce travail, il apparaît que les simulations microscopiques prennent beaucoup de temps à être effectuées, rendant leur utilisation complexe. Afin de permettre de simuler rapidement le trafic routier, tout en modélisant la dynamique du trafic routier et le choix de chaque conducteur, le chapitre 5 utilise la théorie des jeux à champ moyen pour développer un modèle dynamique de choix d'itinéraires. Cela permet ainsi de trouver un juste milieu entre les modèles théoriques simplistes et les simulations microscopiques très complexes.

Le but ultime de cette thèse est de permettre d'intégrer les suggestions d'itinéraires aux moyens disponibles pour gérer les systèmes de transport. Afin d'aller vers cette direction, le chapitre 7 condense des idées pour optimiser la suggestion d'itinéraire en pratique, qui sont principalement issues de l'expérience que l'auteur a pu avoir en collaborant avec Google Maps

dans le cadre de cette recherche. Cet article introduit un nouvel algorithme, l'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation, afin d'optimiser expérimentalement les itinéraires suggérés par une application de navigation.

# Chapitre 2

## Modélisation du choix des itinéraires routiers

Ce chapitre introduit une partie du cadre académique dans lequel s’inscrit cette thèse. Premièrement, la section 2.1 définit les notations et les définitions qui seront utilisées tout au long de la thèse. Deuxièmement, la section 2.2 introduit le modèle d’affectation stationnaire du trafic routier. Ce modèle communément utilisé dans le domaine académique de la modélisation des transports a été décrit en détails dans [192]. Nous avons choisi d’utiliser, dans ce chapitre ainsi que dans le chapitre 3, le modèle d’affectation stationnaire du trafic routier car c’est le modèle le plus simple permettant d’expliquer le choix des itinéraires de chaque conducteur en utilisant la théorie des jeux. Néanmoins, si ce modèle permet, dans le chapitre 3, de montrer l’impact des applications de navigation sur l’état du trafic routier, il faut noter que ce modèle est un modèle statique qui ne permet pas de modéliser les changements d’itinéraire durant les trajets. Pour pallier cette limite, le chapitre 4 utilise une simulation microscopique du trafic dans la ville de Fremont et le chapitre 5 introduit un jeu de routage dynamique, ce qui permet de combiner simulation dynamique du trafic avec la théorie des jeux. Une première application du modèle d’affectation stationnaire du trafic routier est présenté dans la section 2.3 où nous appliquons une analyse de sensibilité du modèle avec des contraintes de capacité afin de comprendre l’impact d’une modification de la capacité d’une section routière sur l’état du trafic routier.

### 2.1 Définitions et notations pré-requises

Dans cette section, nous présentons les notions élémentaires de mathématiques, de probabilités, d’ingénierie du trafic et de théorie des jeux qui

permettent au lecteur d'avoir d'une base de connaissances suffisante pour comprendre la thèse. Le lecteur peut sauter cette section pour l'instant et y revenir afin d'éclaircir les notations présentes plus tard dans cette thèse.

### 2.1.1 Notations mathématiques principales

Dans les chapitres 3, 5 et 7 et dans les quelques équations du chapitre 4, nous supposons que le lecteur est familier avec les notions mathématiques énumérées dans [265].

En particulier, dans cette thèse :

- $\mathbb{N}$  est l'ensemble des entiers naturels.
- $\mathbb{R}$  est l'ensemble des nombres réels.
- $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 0\}$  est l'ensemble des nombres réels positifs ou nuls.
- $\mathbb{R}_{>0} = \{x \in \mathbb{R}, x > 0\}$  est l'ensemble des nombres réels strictement positifs.
- Pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$ , nous désignons par  $\mathbb{N}_n$  l'ensemble des entiers entre 1 et  $n$  :  $\mathbb{N}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ .
- Pour tout entier naturel  $n \in \mathbb{N}$ , nous désignons par  $\mathbb{R}^n$  l'ensemble des  $n$ -uplets de nombres réels. Cette notation est également utilisée pour l'espace vectoriel  $n$ -dimensionnel sur le corps  $\mathbb{R}$ .
- Pour tout ensemble fini  $A$ , nous désignons son cardinal (c'est-à-dire son nombre d'éléments) par  $|A|$ .
- Pour tout ensemble  $A$  et  $B$ , nous désignons par  $A^B$  l'ensemble des fonctions qui associent à chaque élément de  $B$  un élément de  $A$ . Si  $B$  est dénombrable,  $A^B$  s'interprète comme l'ensemble des séquences d'éléments de  $A$  indexées par les éléments de  $B$ .
- Pour tout ensemble fini  $A$  de  $n$  éléments, nous considérons, par abus de notation, que  $\mathbb{R}^A = \mathbb{R}^{|A|} = \mathbb{R}^n$ .
- Pour tout ensemble  $A$  et  $B$ , nous désignons par  $A \times B$  le produit cartésien de  $A$  et  $B$ , c'est-à-dire l'ensemble de tous les couples ordonnés  $(a, b)$  où  $a \in A$  et  $b \in B$ .
- Pour toute famille indexée d'ensembles  $(A_i)_{i \in I}$ , nous désignons par  $\times_{i \in I} A_i$  le produit cartésien de tous les ensembles de la famille.
- Pour tout sous-ensemble  $A$  et  $B$  d'un ensemble  $E$ , nous désignons par  $A \cup B$  l'union de  $A$  et  $B$ .
- Pour toute famille indexée d'ensembles  $(A_i)_{i \in I}$  de sous-ensembles d'un ensemble  $E$ , nous désignons par  $\bigcup_{i \in I} A_i$  l'union de tous les ensembles de la famille.
- Pour tout ensemble  $A$  et une fonction  $f \in \mathbb{R}^A$ , nous définissons  $\min_{a \in A} f(a)$  comme le minimum de la fonction  $f$  sur  $A$ . Si le minimum n'existe pas, la valeur du min est définie comme l'infini  $-\infty$ .

Nous définissons  $\operatorname{argmin}_{a \in A} f(a)$  comme l'ensemble des minimiseurs (éventuellement vide).

**Notation 2.1.1** (Delta de Kronecker). *Pour tout prédicat  $P$ , nous désignons*

$$\delta_P = \begin{cases} 1 & \text{si } P \\ 0 & \text{si } \neg P \end{cases} .$$

Dans la thèse, nous pouvons considérer les  $n$ -uplets de nombres réels comme des vecteurs.

- Pour tout vecteurs  $x$  et  $y$ ,  $x^\top y$  désigne leur produit scalaire.
- Pour tout entiers naturels positifs  $p, n \in \mathbb{N}$ , pour tout vecteur  $x \in \mathbb{R}^n$ , nous désignons par  $\|x\|_p$  la norme  $p$  du vecteur  $x$ .

## 2.1.2 Définitions élémentaires de la théorie des probabilités

Le chapitre 5 utilise certains concepts de la théorie des probabilités.

L'ensemble des mesures de probabilité sur un espace  $A$  est désigné par  $\mathcal{M}(A)$ . Sauf indication contraire, les variables aléatoires sont désignées par des lettres majuscules. L'espérance d'une variable aléatoire réelle  $X$  donnée par la mesure de probabilité  $m$  est désignée par  $\mathbb{E}_m[X]$ .

## 2.1.3 Définitions fondamentales de l'ingénierie du trafic

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la modélisation des déplacements des véhicules.

**Définition 2.1.1** (Temps). *Le temps est représenté par un intervalle  $\mathcal{T} = [0, T]$  de  $\mathbb{R}$ .*

**Définition 2.1.2** (Intervalles de temps). *Pour des raisons de commodité, le temps est divisé en intervalles de temps  $\theta \in \Theta$  dans les chapitres 4 et 7.*

Les véhicules se déplacent à travers le réseau routier en empruntant des itinéraires et des sections routières spécifiques. Nous formalisons la notion de réseau et d'itinéraires en utilisant la théorie des graphes [105].

**Définition 2.1.3** (Réseau, itinéraires et demande). *Le réseau routier est défini comme un graphe fini fortement connexe orienté  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L})$  où  $\mathcal{V}$  est l'ensemble des sommets (intersections) et  $\mathcal{L} \subset \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  est l'ensemble des liens (sections routières). Pour chaque origine  $o \in \mathcal{V}$  et destination  $d \in \mathcal{V}$ , nous désignons  $\mathcal{P}_{od}$  l'ensemble des itinéraires ne comprenant pas de cycle de  $o$  à*



*d. Nous définissons l'ensemble des itinéraires (sans cycle) réalisable dans le réseau comme  $\mathcal{P} = \bigcup_{o,d \in \mathcal{V}} \mathcal{P}_{od}$ .*

**Notation 2.1.2** (Liens, sommets et itinéraires). *Les notations  $l$  et  $\tilde{l}$  sont utilisées pour les sections routières. Les intersections sont représentées par  $o$  et  $d$ . Les itinéraires sont représentés par  $p$  et  $\tilde{p}$  ou parfois par  $\pi$ .*

**Remarque 2.1.1** (Liens parallèles). *La définition du graphe ne permet pas de modéliser les liens parallèles. Pour modéliser les liens parallèles, il suffit d'ajouter un identifiant à chaque lien dans la définition de  $\mathcal{L}$ . Nous modélisons tout de même des liens parallèles dans le réseau de Pigou (voir section 2.1.5).*

Tout au long de la thèse, nous supposons que le nombre de véhicules  $N_0 \in \mathbb{N}$  utilisant le réseau, ainsi que leurs origines, leurs destinations et leurs heures de départ sont connus. Nous supposons également que le réseau  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L})$ , l'ensemble des temps  $\mathcal{T}$  et l'ensemble des itinéraires  $\mathcal{P}$  sont connus. Cela nous permet de ne pas les énumérer avant chaque définition.

**Définition 2.1.4** (Demande de trafic). *La demande de trafic est constituée de  $N_0$ -uplets d'origine, de destination et d'heure de départ  $(o, d, t) \in \mathcal{V} \times \mathcal{V} \times \mathcal{T}$ .*

Les modèles microscopiques de trafic modélisent chaque véhicule et sa dynamique individuellement (comme dans le chapitre 4). Résoudre analytiquement, voire computationnellement, un modèle mathématique avec de nombreux véhicules modélisés individuellement est un défi. Pour diminuer la complexité, les véhicules peuvent être agrégés en flux (flots, débits ou écoulements), en utilisant des notions de la dynamique des fluides.

**Remarque 2.1.2** (Du microscopique au macroscopique : théorie du champ moyen, jeux non atomiques et jeux à champ moyen). *Dans la théorie des jeux, les jeux non atomiques [216] agrègent un grand nombre d'agents interagissant ensemble (ici, des véhicules qui s'influencent mutuellement par leur position dans le réseau routier) en les représentant par leurs distributions macroscopiques. Cela permet d'éviter de modéliser chaque agent individuellement. L'agrégation macroscopique et déterministe d'un grand nombre de particules suivant des dynamiques stochastiques est connue en physique sous le nom de théorie du champ moyen [21]. En connectant la communauté de la théorie des jeux et celle de la physique statistique, les jeux dynamiques non atomiques avec bruit stochastique sont désignés comme jeux à champ moyen [149, 125]. Par extension, dans cette thèse, nous désignons tout jeu dynamique non atomique comme jeu à champ moyen. Dans le chapitre 5,*

afin d'améliorer le réalisme des modèles de jeux de routage, nous définirons un jeu de routage dynamique que nous résoudrons avec une approximation utilisant un jeu à champ moyen.

Les modèles macroscopiques de trafic utilisent les débits de trafic pour modéliser la dynamique des véhicules. Plus spécifiquement, les véhicules sont agrégés en débit sur des itinéraires et sur des sections routières.

**Définition 2.1.5** (Débit sur une section routière). *Pour chaque section routière  $l \in \mathcal{L}$  et chaque intervalle de temps  $\theta \in \Theta$ , nous définissons le débit de la section routière  $f_{l,\theta} \in \mathbb{R}_+$  comme le nombre de véhicules entrant ou sortant de la section routière  $l$  pendant  $\theta$ .*

*Nous désignons par  $f_l = \sum_{\theta \in \Theta} f_{l,\theta}$  le nombre de véhicules entrant ou sortant de la section routière  $l$  pendant  $\mathcal{T}$ . Nous notons le vecteur de débits sur l'ensemble des sections routières  $\mathbf{f} = (f_l)_{l \in \mathcal{L}}$ .*

**Définition 2.1.6** (Débit sur un itinéraire). *Pour chaque itinéraire  $p \in \mathcal{P}$ , nous définissons le débit  $h_p \in \mathbb{R}_+$  utilisant l'itinéraire  $p$  (débit sur l'itinéraire) comme le nombre de véhicules circulant le long du trajet pendant  $\mathcal{T}$ . Nous notons le vecteur de débits sur l'ensemble des itinéraires  $\mathbf{h} = (h_p)_{p \in \mathcal{P}}$ .*

En 1964, le Bureau of Public Roads a décrit dans le manuel *Traffic assignment manual for application with a large, high speed computer* [253] que le temps de trajet moyen sur une section d'autoroute pendant une heure peut être déduit à partir du débit moyen sur cette section pendant cette heure, ainsi que de la capacité de la section et du temps de trajet en condition de trafic fluide sur la section routière. Par conséquent, dans de nombreux modèles (en particulier dans les modèles macroscopiques stationnaires), on suppose que le temps de trajet sur une section routière est une fonction du débit sur la section routière [192, 179, 222].

**Définition 2.1.7** (Fonction de temps de trajet). *Pour chaque section routière  $l \in \mathcal{L}$ , nous définissons la fonction de temps de trajet sur la section routière  $t_l \in \mathbb{R}_+^{\mathbb{R}_+}$ . Cette fonction donne le temps de trajet sur la section routière en fonction du nombre de véhicules sur la section :  $t_l : x \rightarrow t_l(x)$ . Nous supposons que  $t_l$  est continue. Nous définissons le vecteur de temps de trajet  $\mathbf{t}(x) = (t_l(x))_{l \in \mathcal{L}}$ .*

*Par abus de notation, nous utiliserons à la fois  $t_l$  comme la correspondance entre le volume instantané et le temps de trajet sur la section routière pour les véhicules entrant sur la section routière dans le chapitre 5, et comme la correspondance entre le débit sur la section routière  $f_l$  et le temps de trajet moyen sur cette section dans le chapitre 3.*

**Remarque 2.1.3** (Fonction de temps de trajet). *Pendant le reste de cette thèse, on suppose que les fonctions de temps de trajet sont croissantes en fonction du volume de véhicule sur la section routière ou en fonction du débit sur la section. Plus il y a de véhicules sur une section, plus le temps de trajet sur cette section est important. La thèse suppose que les véhicules cherchent à minimiser leur temps de trajet. Cependant, le temps de trajet peut être interprété comme n'importe quel type de coût (par exemple, il peut être interprété comme la quantité d'émissions de gaz à effet de serre [134]).*

**Définition 2.1.8** (Demande de trafic stationnaire). *Nous définissons la demande de trafic stationnaire  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$  comme l'agrégation des demandes de trafic (définition 2.1.4) sur l'ensemble du temps  $\mathcal{T}$ . Pour toute origine  $o \in \mathcal{V}$  et destination  $d \in \mathcal{V}$ ,  $d_{od}$  désigne le nombre de véhicules voyageant de l'origine  $o$  à la destination  $d$  pendant  $\mathcal{T}$ .*

**Définition 2.1.9** (Zones d'analyse de transport et centroïdes). *Le réseau est divisé spatialement en zones d'analyse de transport (TAZ)  $c \in \mathcal{C}$ , également appelées centroïdes.*

**Définition 2.1.10** (Matrices origine-destination avec horodatage). *Nous désignons par  $d(o, d, \theta)$  l'agrégation (c'est-à-dire la somme) de la demande de trafic sur l'ensemble du temps  $\theta \in \Theta$  et de l'espace  $o, d \in \mathcal{C}$ .*

*Par abus de notation, selon le contexte,  $o$  et  $d$  peuvent désigner des sommets dans les chapitres 3 et 7, des sections routières dans le chapitre 5 ou des centroïdes dans le chapitre 4.*

## 2.1.4 Définitions élémentaires en théorie des jeux

Dans les chapitres 3, 5 et 7, nous modélisons les véhicules comme des joueurs qui choisissent leur itinéraire de manière à minimiser leur temps de trajet en utilisant la théorie des jeux [183]. Le lecteur peut se référer à [176] et [23] pour des manuels plus complets sur la théorie des jeux.

Dans un jeu, on suppose que les joueurs (ici les véhicules) souhaitent jouer une stratégie (choisir un itinéraire) de manière à minimiser leurs coûts (leurs temps de trajet).

**Définition 2.1.11** (Joueur). *Nous désignons l'ensemble des joueurs par  $\mathcal{N} = \mathbb{N}_N$ , où  $N \in \mathbb{N}$  est le nombre de joueurs. Les joueurs sont représentés par  $i$  et  $j \in \mathcal{N}$ .*

**Définition 2.1.12** (Stratégie). *Chaque joueur  $i \in \mathcal{N}$  peut jouer une stratégie  $\pi^i$  dans un ensemble de stratégies possibles  $\Pi^i$ .*

L'uplet des stratégies de chaque joueur est appelé profil de stratégies  $\underline{\pi} = (\pi^i)_i$ . L'ensemble des profils de stratégies est noté  $\underline{\Pi} = \times_{i \in \mathcal{N}} \Pi^i$ .

Pour simplifier les équations, et par abus de notations, nous utilisons la notation  $\underline{\pi} = (\pi^i, \underline{\pi}^{-i})$  où :

$$\underline{\pi}^{-i} = (\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^{i-1}, \pi^{i+1}, \dots, \pi^N)$$

Étant donné que le coût qu'un joueur subit peut dépendre des stratégies des autres joueurs, il est difficile pour un joueur de savoir quelle stratégie jouer sans connaître les stratégies des autres joueurs. Dans le trafic routier, un véhicule peut ne pas savoir quel itinéraire minimise son temps de trajet sans savoir comment le trafic va évoluer dans le réseau.

**Notation 2.1.3** (Fonction de coût). *Pour un joueur  $i \in \mathcal{N}$ , son coût est désigné par  $J^i$ . Le coût d'un joueur est une fonction du profil de stratégies :  $J^i \in \mathbb{R}^{\underline{\Pi}}$ .*

En théorie des jeux non coopératifs, on suppose que les joueurs choisissent la stratégie qu'il estime minimiser leur coût. En ingénierie du trafic, on peut modéliser que les véhicules choisissent les itinéraires qu'ils estiment les plus rapides.

A posteriori, un joueur pourrait réaliser que sa stratégie n'a pas minimisé son coût. Dans ce cas, le joueur aura des regrets contrefactuels : il aurait dû choisir une autre stratégie.

**Définition 2.1.13** (Regret contrefactuel [58]). *Le regret contrefactuel  $\rho^i$  d'un joueur  $i \in \mathcal{N}$  est la différence entre son coût donné un profil de stratégies  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$  et le coût optimal qu'il aurait pu obtenir en étant le seul à changer sa stratégie :*

$$\rho^i(\underline{\pi}) = J^i(\underline{\pi}) - \min_{\pi \in \Pi^i} J^i(\pi, \underline{\pi}^{-i})$$

*Nous supposons ici que  $J^i$  et  $\Pi^i$  sont tels que le minimum existe.*

**Remarque 2.1.4** (Regret contrefactuel, regret marginal, incitations à dévier). *Dans le contexte des jeux répétés, le regret contrefactuel est parfois désigné sous le nom de regret marginal [58], ou regret rétrospectif. Pour distinguer le concept de regret cumulatif et de regret marginal, le regret contrefactuel (ou regret marginal) est parfois également désigné sous le nom d'incitation à dévier de stratégie [23] : si le jeu se reproduisait, le joueur qui n'a pas joué la stratégie optimale pour minimiser son coût aurait une incitation à dévier de sa stratégie précédente. Pour le reste de la thèse, nous utiliserons le terme **incitation à dévier**.*

Si le jeu est joué encore et encore (par exemple, si tous les véhicules effectuent les mêmes trajets chaque jour), alors les joueurs finiront par adapter leurs stratégies les uns aux autres, jusqu'à ce que personne n'ait d'incitation à changer leur stratégie (tous les véhicules empruntent le même itinéraire pour leur trajet chaque jour).

Si aucun joueur n'a d'incitation à changer de stratégie, alors le jeu atteint un équilibre : pour chaque instance du jeu, chaque joueur jouera la même stratégie que dans l'instance précédente du jeu. Cet état d'équilibre est appelé un équilibre de Nash.

**Définition 2.1.14** (Équilibre de Nash [23]). *Un profil de stratégies  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$  est un équilibre de Nash, si, et seulement si, aucun joueur n'a d'incitation à dévier :*

$$\forall i \in \mathcal{N}, \rho^i(\underline{\pi}) = 0$$

Étant donné que les joueurs pourraient ne pas atteindre un état dans lequel personne n'a d'incitation à dévier, la notion d'équilibre de Nash approximatif peut être définie. Plus précisément, un  $\epsilon$ -équilibre de Nash est tel que l'incitation à dévier maximal d'un joueur est plus petite que  $\epsilon$ .

**Définition 2.1.15** ( $\epsilon$ -équilibre de Nash [23]). *Pour tout  $\epsilon \in \mathbb{R}_+$ , un profil de stratégies  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$  est un  $\epsilon$ -équilibre de Nash, si, et seulement si, aucun joueur n'a d'incitation à dévier de plus que  $\epsilon$  :*

$$\forall i \in \mathcal{N}, \rho^i(\underline{\pi}) \leq \epsilon$$

Étant donné qu'un  $\epsilon$ -équilibre de Nash considère le pire cas pour un joueur, nous introduisons la notion d'équilibre Nash  $\epsilon$ -moyen qui est mieux adaptée aux jeux non atomiques (c'est-à-dire aux jeux avec un continuum de joueurs, comme modélisé à la fois dans le chapitre 3 et dans le chapitre 5) :

**Définition 2.1.16** (Équilibre de Nash  $\epsilon$ -moyen). *Pour tout  $\epsilon \in \mathbb{R}$ , un profil de stratégies  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$  est un équilibre de Nash  $\epsilon$ -moyen, si et seulement si, l'incitation moyenne à dévier est inférieure à  $\epsilon$  :*

$$\frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} \rho^i(\underline{\pi}) \leq \epsilon$$

**Remarque 2.1.5** (Équilibre de Nash  $\epsilon$ -moyen). *Dans un équilibre de Nash  $\epsilon$ -moyen, un "joueur" moyen peut espérer gagner  $\epsilon$  en changeant unilatéralement sa stratégie. Comme le souligne [35], cette notion est similaire à la définition des équilibres  $(\epsilon, \delta)$ -Nash dans [91].*

**Notation 2.1.4** (Incitation moyenne à dévier). *Étant donné un profil de stratégies  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$ , l'incitation moyenne à dévier est désignée par  $\bar{\rho}(\underline{\pi}) = \frac{1}{N} \sum_{i \in \mathcal{N}} \rho^i(\underline{\pi})$ .*

**Remarque 2.1.6** (Incitation moyenne à dévier). *Selon le contexte, l'incitation moyenne à dévier peut être appelée regret marginal moyen [58, 48], regret contrefactuel moyen [271], exploitabilité [160] ou écart relatif par rapport à l'équilibre de Nash (en ingénierie du trafic, on parle d'écart relatif par rapport à l'équilibre utilisateur [245]).*

De manière contre-intuitive, un équilibre de Nash peut ne pas minimiser le coût moyen des joueurs. Cela est connu sous le nom de prix de l'anarchie [183]. Le profil de stratégies qui minimise le coût moyen des joueurs est appelé l'optimum social.

**Définition 2.1.17** (Optimum social [183]). *Un profil de stratégies  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$  est un optimum social, si, et seulement si, le coût moyen des joueurs est minimisé :*

$$\forall \underline{\pi}' \in \underline{\Pi}, \sum_{i \in \mathcal{N}} J^i(\underline{\pi}) \leq \sum_{i \in \mathcal{N}} J^i(\underline{\pi}')$$

Les chapitres 3 et 5 étendent la définition classique de la théorie des jeux non coopératifs avec  $N$  joueurs en utilisant des jeux non atomiques (dans le chapitre 3), et des jeux dynamiques et des jeux à champ moyen (dans le chapitre 5). Par conséquent, certaines notations peuvent être réécrites dans les deux chapitres pour plus de commodité.

**Remarque 2.1.7** (Regret stochastique). *Dans le cadre du trafic routier, le temps de trajet d'un véhicule peut dépendre de facteurs aléatoires comme les feux de circulation ou le comportement des autres véhicules. À ce titre, les temps de trajet des véhicules peuvent être appréciés comme des variables aléatoires. Dans la thèse, afin de considérer le temps de trajet comme déterministe, nous pouvons considérer l'espérance du temps de trajet, ou une réalisation d'une variable aléatoire. Comme le temps de trajet est stochastique, il pourrait être intéressant de développer la notion de regret stochastique et d'étendre le cadre des équilibres de Nash au cas stochastique en prenant en compte des contraintes sur la variance du regret. Par exemple, une personne pourrait préférer prendre un itinéraire qui est tout le temps de 22 minutes plutôt qu'un itinéraire de 20 minutes en moyenne, mais qui peut prendre jusqu'à 25 minutes. Néanmoins, l'auteur n'a pas connaissance de l'existence de théorie communément acceptée pour modéliser les regrets stochastique (ici, il conviendrait de définir un équilibre de Nash avec des contraintes sur les moments du regret comme variable aléatoire).*

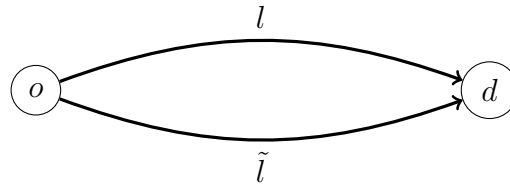


FIGURE 2.1 – Réseau de Pigou considéré dans la thèse.

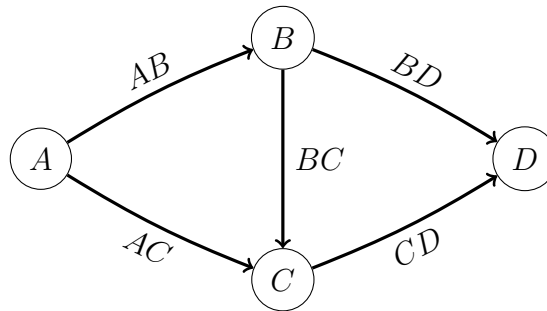


FIGURE 2.2 – Réseau de Braess considéré dans la thèse.

### 2.1.5 Scénarios de trafic considérés dans la thèse

Pendant la thèse, nous considérerons plusieurs scénarios de trafic pour illustrer nos propos. Deux d'entre eux, le réseau de Pigou et le réseau de Braess, seront utilisés dans ce chapitre, dans le chapitre 3 et dans le chapitre 5.

#### Réseau de Pigou

Le réseau de Pigou, illustré dans la figure 2.1, est formé de deux sections routières parallèles  $l$  et  $\tilde{l}$  reliant l'origine  $o$  à la destination  $d$ .

Dans ce réseau, chaque section routière est un itinéraire de l'origine à la destination et  $\mathcal{P} = \{l, \tilde{l}\}$ . La demande  $d_{od}$  et les fonctions de coût  $t_l$  et  $t_{\tilde{l}}$  seront définies lorsque nous les utiliserons dans la thèse. Le réseau de Pigou est dérivé du travail d'Arthur Pigou publié dans [196].

#### Réseau de Braess

Le réseau de Braess, illustré dans la figure 2.2, est formé de quatre intersections ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ ). Le réseau est dérivé de [41]. Il y a trois itinéraires ( $ABD$ ,  $ACD$  et  $ABCD$ ) de  $A$  à  $D$ . La demande  $d$  et les fonctions de coût  $t_{AB}$ ,  $t_{AC}$ ,  $t_{BC}$ ,  $t_{BD}$  et  $t_{CD}$  seront définies lorsque nous les utiliserons dans la thèse.

En plus de ces deux réseaux, les trafics de Sioux Falls, dans le Dakota du Nord, de Fremont, en Californie, et de Los Angeles, en Californie seront modélisés, et les réseaux correspondants seront introduits lorsque nécessaire.

## 2.2 Modèle existant d'affectation stationnaire du trafic routier

Cette section présente le modèle d'affectation stationnaire du trafic routier, qui est communément utilisé en ingénierie du trafic routier. Ce modèle est largement discuté dans [192]. Au sein de cette thèse, nous appréhendons ce modèle en utilisant la théorie des jeux. Le modèle d'affectation stationnaire du trafic routier est similaire au jeu d'affectation de routage statique non atomique [183, Chapitre 18].

L'affectation stationnaire du trafic routier [192] est traditionnellement définie sur un réseau  $\mathcal{G}$  (définition 2.1.3). Pour chaque itinéraire  $p \in \mathcal{P}$  du réseau, le débit de l'itinéraire  $h_p \in \mathbb{R}_+$  est le nombre des véhicules empruntant cet itinéraire  $p$  par unité de temps (définition 2.1.6). Si l'affectation des véhicules sur les itinéraires est stationnaire, alors le débit  $f_l \in \mathbb{R}_+$  sur la section routière  $l \in \mathcal{L}$  (définition 2.1.5) est la somme des débits des itinéraires utilisant cette section  $l$ . Pour une demande donnée  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$  (définition 2.1.8), qui attribue à chaque origine  $o \in \mathcal{V}$  et destination  $d \in \mathcal{V}$  du réseau une demande de débit  $d_{od} \in \mathbb{R}_+$ , nous définissons qu'une affectation de débits sur les itinéraires  $\mathbf{h} = (h_p)_p$  est réalisable si, pour toute paire origine-destination  $(o, d)$ , la demande entre  $o$  et  $d$  est égale à la somme des débits sur les itinéraires entre  $o$  et  $d$ . Étant donné une affectation de débits sur les sections routières  $\mathbf{f}$ , nous supposons que le temps de trajet  $J(p, \mathbf{f})$  de chaque itinéraire  $p$  est la somme des temps de trajet  $t_l$  (définition 2.1.7) de chaque section  $l$  utilisée par l'itinéraire  $p$ . Nous supposons que le temps de trajet  $t_l$  d'une section routière  $l$  dépend uniquement du débit sur cette section  $f_l$  et des caractéristiques de la section  $l$  (comme sa longueur, sa limite de vitesse, sa capacité horaire de trafic, etc.). Une affectation de débits est un *équilibre utilisateur* (définition 2.1.14) si tous les itinéraires utilisés entre une origine  $o$  et une destination  $d$  ont le même temps de trajet pour chaque paire  $od$  (première condition de Wardrop [260]). Nous spécifions cela ci-dessous.

### 2.2.1 Cadre d'affectation stationnaire du trafic [192]

Cette section complète les notations et les définitions présentées dans la section 2.1.



Pour simplifier le modèle de trafic, l'affectation stationnaire du trafic suppose des conditions d'équilibre stationnaire et ne modélise aucune évolution temporelle des débits des itinéraires et des débits des sections routières.

**Définition 2.2.1** (Matrice d'incidence). *Pour chaque itinéraire  $p \in \mathcal{P}$  (définition 2.1.3), nous définissons l'indicateur  $\delta_p = (\delta_{l \in p})_{l \in \mathcal{L}}$  (notation 2.1.1). Ce vecteur est appelé indicateur des sections routières inclus dans l'itinéraire  $p$ . Nous notons la matrice d'incidence  $\Delta = (\delta_p)_{p \in \mathcal{P}}$*

**Hypothèse 2.2.1** (Modèle d'équilibre stationnaire). *Nous supposons des conditions d'équilibres stationnaires, c'est-à-dire  $\forall p \in \mathcal{P}$ ,  $h_p$  est constant dans le temps, et nous avons  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h}$  (avec  $\Delta$  la matrice d'incidence dans la définition 2.2.1).*

**Remarque 2.2.1** (Modèles de routage dynamique). *Les modèles intrinsèquement stationnaires ne peuvent pas modéliser les phénomènes de réacheminement dynamique, c'est pourquoi le chapitre 4 introduit des simulations microscopiques où chaque individu est modélisé. Comme le temps de calcul d'une simulation microscopique est très long, le chapitre 5 introduit un nouveau jeu de routage dynamique et le résout à l'aide de la théorie des jeux à champ moyen.*

Dans ce modèle stationnaire, toute la demande doit être affectée à des itinéraires.

**Définition 2.2.2** (Affectation réalisable). *Étant donné une demande  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$  (définition 2.1.8), nous définissons :*

- $\mathcal{H}_{\mathbf{d}} = \left\{ \mathbf{h} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{P}} \mid \forall (o, d) \in \mathcal{V}^2, \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p = d_{od} \right\}$ , l'ensemble des affectations réalisables des débits sur les itinéraires.
- $\mathcal{F}_{\mathbf{d}} = \Delta \mathcal{H}_{\mathbf{d}} = \{ \mathbf{f} \mid \exists \mathbf{h} \in \mathcal{H}_{\mathbf{d}}, \text{ s.t. } \mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \}$ , l'ensemble des affectations réalisables des débits sur les sections routières.

Nous étendons le temps de trajet des sections routières (définition 2.1.7) au temps de trajet des itinéraires. Dans le modèle stationnaire, le temps de trajet d'un itinéraire est la somme des temps de trajet des sections routières utilisés par l'itinéraire.

**Définition 2.2.3** (Fonction de temps de trajet). *Pour chaque itinéraire  $p \in \mathcal{P}$ , nous définissons le temps de trajet de l'itinéraire  $p$  comme  $J(p, \mathbf{f}) = \sum_{l \in \mathcal{L}} t_l(f_l) \cdot \delta_p(l)$ .*

**Remarque 2.2.2** (Temps de trajet des itinéraires). *Nous faisons parfois référence au temps de trajet d'un itinéraire comme le coût de l'itinéraire.*

*La notation du temps de trajet de l'itinéraire outrepassa la notation 2.1.3. On fait l'hypothèse que les véhicules souhaitent choisir les itinéraires qui minimisent leur temps de trajet.*

Comme indiqué dans section 1.3, les ingénieurs de transport supposent que les véhicules choisissent leur itinéraire de manière à minimiser leur temps de trajet [260]. En interprétant chaque véhicule dans le réseau comme un joueur (définition 2.1.11), chaque choix d'itinéraire d'un véhicule comme une action d'un joueur (définition 2.1.12), et le temps de trajet d'un itinéraire comme le coût de l'action (notation 2.1.3), alors l'affectation stationnaire du trafic peut être appréhendée comme un jeu : le jeu d'affectation de routage statique non atomique.

**Définition 2.2.4** (Jeu d'affectation de routage statique non atomique (chapitre 18 de [183])). *L'ensemble  $(\mathcal{G}, \mathbf{d}, \mathbf{t})$  définit le jeu d'affectation de routage statique non atomique [183, chapter 18].*

Dans un jeu, on suppose que les joueurs (c'est-à-dire les véhicules) choisissent leur action (leur itinéraire) de manière à minimiser leur coût (leur temps de trajet) (voir section 2.1). Le jeu d'affectation de routage non atomique ne modélise pas les véhicules individuels. Au lieu de cela, il modélise l'écoulement du trafic. Par conséquent, le jeu doit être compris comme un jeu avec un ensemble continu de joueurs (représentant chacun une fraction infiniment petite d'un véhicule).

**Remarque 2.2.3** (Les jeux d'affectation de routage non atomiques sont des jeux potentiels). *Les jeux d'affectation de routage non atomiques sont des jeux avec un nombre indénombrable (ou continu) de joueurs. Plus spécifiquement, ce sont des jeux potentiels [175, 214]. Certaines notions définies dans un jeu non coopératif classique avec un nombre fini de joueurs (voir section 2.1) – comme l'incitation à dévier ou le regret (définition 2.1.13), l'équilibre de Nash (définition 2.1.14), ou l' $\epsilon$ -équilibre de Nash (définition 2.1.15) – peuvent être étendues aux jeux non atomiques en utilisant des outils de mesure pour gérer l'ensemble continu de joueurs.*

**Définition 2.2.5** (Incitation à dévier). *Nous étendons la notion d'incitation à dévier (définition 2.1.13) à un itinéraire. L'incitation à dévier d'un véhicule est la différence entre son temps de trajet et le temps de trajet optimal entre son origine et sa destination. Comme dans le jeu d'affectation de routage non atomique le nombre de véhicules est indénombrable, nous définissons*

alors l'incitation à dévier pour un itinéraire  $p$  comme suit :

$$\rho_p(\mathbf{f}) = J(p, \mathbf{f}) - \min_{\tilde{p} \in \mathcal{P}_{od}} J(\tilde{p}, \mathbf{f})$$

**Définition 2.2.6** (Incitation moyenne à dévier). *Étant donné une demande de trafic  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$  et une allocation de débits  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ , nous étendons la notion d'incitation moyenne à dévier (notation 2.1.4) à l'état du trafic défini par l'allocation de débits  $\mathbf{f}$  :*

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}) = \frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p \cdot \rho_p(\mathbf{f})$$

Nous montrons dans la section 3.2 que, étant donné une demande de trafic  $\mathbf{d}$ , l'incitation moyenne à dévier d'un état du trafic est uniquement définie par  $\mathbf{f}$ .

L'extension de la notion d'équilibre de Nash (définition 2.1.14) au jeu d'affectation de routage non atomique est parfois appelée équilibre de Wardrop [260] ou équilibre utilisateur [192].

**Définition 2.2.7** (Équilibre utilisateur [192]). *Pour la demande de trafic  $\mathbf{d}$ , une allocation de débits  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  est un équilibre utilisateur si et seulement si :*

$$\forall o, d \in \mathcal{V}, \forall p \in \mathcal{P}_{od}, h_p > 0 \implies \rho_p(\mathbf{f}) = 0 \quad (2.1)$$

La condition d'équilibre utilisateur est également appelée première condition de Wardrop [260].

**Théorème 2.2.1** (L'équilibre de Nash du jeu de routage est l'équilibre utilisateur de l'affectation stationnaire du trafic routier [183]). *L'équilibre utilisateur est l'équilibre de Nash du jeu de routage non atomique  $(\mathcal{G}, \mathbf{d}, \mathbf{t})$  [206, 175, 214, 183]. La section 2.6.1 de [192] présente une discussion plus approfondie sur la connexion entre les équilibres de trafic et les jeux de réseau.*

Similairement à l'extension de l'équilibre de Nash en équilibre utilisateur, la notion d' $\epsilon$ -équilibre de Nash (définition 2.1.15), d'équilibre de Nash  $\epsilon$ -moyen (définition 2.1.16), et d'optimum social (définition 2.1.17) sont étendus au scénario d'affectation de trafic.

**Définition 2.2.8** ( $\epsilon$ -équilibre utilisateur). *Pour un  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$  et une demande de trafic  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$ , une allocation de débits  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  est un  $\epsilon$ -équilibre utilisateur pour  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$  si et seulement si :*

$$\forall o, d \in \mathcal{V}, \forall p \in \mathcal{P}_{od}, h_p > 0 \implies \rho_p(\mathbf{f}) < \epsilon \quad (2.2)$$

**Définition 2.2.9** (Équilibre utilisateur  $\epsilon$ -moyen [35]). *Pour un  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$  et une demande de trafic  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$ , une allocation de débits  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  est un équilibre utilisateur  $\epsilon$ -moyen si et seulement si :*

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}) < \epsilon \quad (2.3)$$

**Remarque 2.2.4** (Équilibre utilisateur  $\epsilon$ -moyen). *Dans un équilibre  $\epsilon$ -moyen Nash, un “véhicule” moyen (fraction infinitésimale du débit de trafic) peut espérer économiser  $\epsilon$  en changeant unilatéralement son itinéraire.*

**Définition 2.2.10** (Optimum social). *Pour la demande de trafic  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$ , une allocation de débits  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  est un optimum social si et seulement si :*

$$\forall \mathbf{f}' \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \mathbf{f} \leq \mathbf{t}(\mathbf{f}')^\top \mathbf{f}' \quad (2.4)$$

En ingénierie du trafic, l’optimum social est également connu sous le nom d’optimum système [260].

## 2.2.2 Formulation de l’inéquation variationnelle et du problème de minimisation

Pour un jeu statique de routage non atomique, l’équilibre de Nash existe, est unique, et est *facile à calculer*, car il peut être exprimé comme la solution d’un problème d’optimisation convexe, en utilisant une fonction de potentiel convexe (fonction de Rosenthal) [206].

**Définition 2.2.11** (Inéquation variationnelle [192]). *Nous définissons le problème d’inéquation variationnelle comme trouver  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ , tel que :*

$$\forall \mathbf{f}' \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f}' - \mathbf{f}) \geq 0 \quad (2.5)$$

**Définition 2.2.12** (Problème de minimisation [206]). *Nous définissons le problème d’optimisation suivant avec la fonction potentielle de Rosenthal :*

$$\min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(x) \, dx \quad (2.6)$$

**Propriété 2.2.1** (Interprétation et équivalences [206]). *Si pour toutes les sections routières  $l \in \mathcal{L}$ , les fonctions de temps de trajet des sections routières  $t_l(f_l)$  sont des fonctions strictement croissantes du débit de la section  $f_l$ , alors la solution du problème de minimisation (2.6), de l’inéquation variationnelle (2.5) et de l’équilibre utilisateur (2.1) sont identiques : (c’est-à-dire (2.1)  $\iff$  (2.5)  $\iff$  (2.6)).*

## 2.3 Analyse de la sensibilité du trafic routier à la capacité d'une section routière

Dans cette section, nous utilisons le cadre théorique de l'affectation stationnaire du trafic routier afin de comprendre l'impact d'une contrainte de capacité sur le trafic. La section 2.3.1 introduit le modèle d'affectation stationnaire du trafic avec contraintes de capacité [TAP-C]. La formulation duale du problème convexe [TAP-C] permet de comprendre la sensibilité des débits des sections routières aux perturbations de capacité en utilisant les variables duales associées aux contraintes de capacité. Une relaxation linéaire et quadratique du problème [TAP-C] sont présentées dans la section 2.3.2. Ces relaxations permettent d'estimer l'impact d'un changement dynamique de capacité sans recalculer le résultat du problème [TAP-C] perturbé. Finalement, la section 2.3.3 évalue l'impact d'une fermeture d'une route (2 sections routières parallèles allant dans des directions opposées) au sein du réseau de Sioux Falls.

### 2.3.1 Modèle d'affectation stationnaire du trafic avec des contraintes de capacité

Dans cette sous-section, nous introduisons le modèle d'affectation stationnaire du trafic sous contraintes de capacité.

#### Formulation primale du problème d'affectation stationnaire du trafic avec des contraintes de capacité

Afin de faciliter la compréhension du modèle, nous pouvons réécrire la définition 2.2.12 en explicitant la contrainte  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_d$  :

$$[\text{TAP}] \quad \min_{\mathbf{f}, \mathbf{h}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(x) \, dx \quad (2.7)$$

sous réserve de

$$\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \quad (2.8)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p = d_{od} \quad \forall (o, d) \in \mathcal{V}^2 \quad (2.9)$$

$$h_p \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (2.10)$$

Nous notons [TAP] ce problème de minimisation convexe qui représente l'affectation stationnaire du trafic.

Maintenant, nous rajoutons à ce problème initial un ensemble de contraintes sur le débit maximal de chaque section routière. Pour toute section routière  $l \in \mathcal{L}$ , on définit la capacité de la section  $u_l \in \mathbb{R}$ . Nous dérivons alors le modèle d'affectation stationnaire du trafic avec des contraintes de capacité en rajoutant ces contraintes de capacité au problème [TAP] [148] :

$$[\text{TAP-C}] \quad \min_{\mathbf{f}, \mathbf{h}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(x) \, dx$$

sous réserve de

$$\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h} \quad (2.11)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p = d_{od} \quad \forall (o, d) \in \mathcal{V}^2 \quad (2.12)$$

$$h_p \geq 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \quad (2.13)$$

$$f_l \leq u_l \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (2.14)$$

[TAP-C] peut ne pas avoir de solutions si les contraintes de capacité  $\mathbf{u}$  sont incompatibles avec la demande  $\mathbf{d}$ . Dans le reste de cette section, nous supposant que  $\mathbf{u}$  est telle que [TAP-C] possède une solution.

**Remarque 2.3.1** (Les contraintes de capacité réduisent la congestion). *Dans le modèle d'affectation stationnaire du trafic, si l'on veut modéliser l'impact d'une diminution de la capacité d'une section routière, il convient de modifier la fonction de temps de trajet associée à cette section. Ça n'est pas l'approche que nous prenons ici, car nous souhaitons utiliser une analyse de sensibilité d'un problème convexe sous contraintes. La contrainte de capacité  $u_l$  n'est donc pas une contrainte qui peut être vu comme la présence d'un accident bloquant une voie de l'autoroute et induit des embouteillages. Nous pouvons voir cette contrainte néanmoins comme une limitation de l'accès aux voies contraintes. Si l'accès à la voie est contrainte, alors il y aura moins de véhicule sur cette voie, et le temps de trajet sur la voie sera plus rapide. Ce modèle peut expliquer l'impact de la régulation dynamique de l'accès d'une voie. Il peut permettre de calculer le coût optimal d'un péage en faisant l'hypothèse que le coût du péage n'affecte pas la demande en trafic. Il peut également permettre de comprendre l'impact de la fermeture ou de l'ouverture d'une voie routière (ce qui nous intéresse dans la section 2.3.3).*

*Cette analyse de sensibilité s'étend au-delà du transport routier. Elle s'applique à tout problème de flot contraint dans un réseau. Cela inclut les réseaux électriques, les réseaux d'eau et les réseaux de communication [55].*

Nous pouvons maintenant formuler le problème dual de [TAP-C], qui nous permettra de faire une analyse de sensibilité des contraintes de capacité.

### Formulation duale du problème d'affectation stationnaire du trafic avec des contraintes de capacité

Nous associons le vecteur dual  $\mu \in \mathbb{R}^{\mathcal{L}}$  à la contrainte  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h}$ , les variables duales  $\pi_p \in \mathbb{R}$  aux contraintes  $\sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p = d_{od}$ , les variables duales  $\nu_l \in \mathbb{R}_+$  à  $f_l \leq u_l$  et les variables duales  $\lambda_p \in \mathbb{R}_+$  à  $h_p \geq 0$ . Nous définissons  $T_l(f_l) = \int_0^{f_l} t_l(x) dx$  et  $T(\mathbf{f}) = \sum_{l \in \mathcal{L}} T_l(f_l)$ .

Le Lagrangien associé à [TAP-C] est :

$$\begin{aligned} L(\mathbf{f}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\lambda}) &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \left( T_l(f_l) + (-\mu_l + \nu_l) f_l \right) \\ &+ \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} \left( \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_l \delta_{l \in p} - \lambda_p - \pi_{od} \right) h_p \\ &+ \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \pi_{od} d_{od} - \sum_{l \in \mathcal{L}} \nu_l u_l \end{aligned}$$

La fonction duale est donnée par :

$$g(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\lambda}) = \inf_{\mathbf{f}, \mathbf{h}} L(\mathbf{f}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\lambda})$$

Si,  $\forall o, d \in \mathcal{V}$  et  $\forall p \in \mathcal{P}_{od}$ ,  $\pi_{od} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_l \delta_{l \in p} - \lambda_p$  :

$$g(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\lambda}) = - \sum_{l \in \mathcal{L}} \tilde{T}_l(\mu_l - \nu_l) + \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \pi_{od} d_{od} - \sum_{l \in \mathcal{L}} \nu_l u_l$$

Sinon :

$$g(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\lambda}) = -\infty$$

où  $\tilde{T}_l$  est la fonction conjuguée de Fenchel de  $T_l$  [40].

Le problème dual peut être exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\lambda}} & - \sum_{l \in \mathcal{L}} \tilde{T}_l(\mu_l - \nu_l) + \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \pi_{od} d_{od} - \sum_{l \in \mathcal{L}} \nu_l u_l \\ \text{s.t.} & \pi_{od} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_l \delta_{l \in p} - \lambda_p, \quad \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \\ & \boldsymbol{\nu} \geq 0 \\ & \boldsymbol{\lambda} \geq 0 \end{aligned}$$

En résolvant le problème de maximisation ci-dessus par rapport à  $\pi_{od}$ , puisque  $d_{od} > 0$  pour tout  $o, d \in \mathcal{V}$ , la valeur optimale pour la variable duale

$\pi_{od}$  est :

$$\pi_{od}^*(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) = \min_{p \in \mathcal{P}_{od}} \left\{ \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_l \delta_{l \in p} - \lambda_p \right\}$$

Cela peut être interprété comme le coût (ou temps de trajet) minimum entre l'origine  $o$  et la destination  $d$ . Le problème dual pour l'affectation stationnaire du trafic avec des contraintes de capacité peut être écrit comme suit [147] :

$$\begin{aligned} \text{[D-TAP-C]} \quad & \max_{\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\lambda}} - \sum_{l \in \mathcal{L}} \tilde{T}_l(\mu_l - \nu_l) + \sum_{o, d \in \mathcal{V}} \pi_{od}^*(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}) d_{od} \\ & - \sum_{l \in \mathcal{L}} \nu_l u_l \quad \text{s.t. } \boldsymbol{\nu} \geq 0, \boldsymbol{\lambda} \geq 0 \end{aligned}$$

### Formulation des conditions de Karush-Kuhn-Tucket du problème d'affectation stationnaire du trafic avec des contraintes de capacité

Étant donné que [TAP-C] est un problème d'optimisation convexe, les conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) sont des conditions nécessaires et suffisantes pour l'optimalité de  $\mathbf{f}$  pour le problème primal et celle de  $(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\pi})$  pour le problème dual [40]. Ces conditions sont les suivantes :

1. Faisabilité du primal :

$$\begin{aligned} \sum_{o, d \in \mathcal{V}} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} \delta_{l \in p} h_p &= f_l & \forall l \in \mathcal{L} \\ \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p &= d_{od} & \forall o, d \in \mathcal{V} \\ h_p &\geq 0 & \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \\ f_l &\leq u_l & \forall l \in \mathcal{L} \end{aligned}$$

2. Faisabilité du dual :

$$\begin{aligned} \nu_l &\geq 0 & \forall l \in \mathcal{L} \\ \lambda_p &\geq 0 & \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \end{aligned}$$

3. Complémentarité :

$$\begin{aligned} \nu_l (f_l - u_l) &= 0 & \forall l \in \mathcal{L} \\ \lambda_p h_p &= 0 & \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \end{aligned}$$

4. Stationnarité du Lagrangien :

$$\begin{aligned} t_l(f_l) &= \mu_l - \nu_l & \forall l \in \mathcal{L} \\ \pi_k &= \sum_{l \in \mathcal{L}} \mu_l \delta_{l \in p} - \lambda_p & \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \end{aligned}$$



En définissant le "coût de trajet généralisé" d'un itinéraire comme dans [148] :

$$\bar{c}_p(\mathbf{f}) := \sum_{l \in \mathcal{L}} (t_l(f_l) + \nu_l) \delta_{l \in p} \quad \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V}$$

Les conditions KKT donnent que :

$$\begin{aligned} h_p > 0 &\Rightarrow \bar{c}_p(\mathbf{f}) = \pi_k & \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \\ h_p = 0 &\Rightarrow \bar{c}_p(\mathbf{f}) \geq \pi_k & \forall p \in \mathcal{P}_{od}, \forall o, d \in \mathcal{V} \end{aligned}$$

C'est-à-dire que, pour une origine  $o$  et une destination  $d$ , tous les itinéraires avec un débit non nul ont le même coût de trajet généralisé, et tous les itinéraires inutilisés ont un coût plus élevé. Par conséquent, la solution avec des contraintes de capacité satisfait la première condition de Wardrop (définition 2.2.7) par rapport à ce coût de trajet généralisé [148].

Pour une section routière  $l \in \mathcal{L}$  donnée, la variable duale  $\nu_l$  est le temps qui est gagné par les véhicules qui peuvent utiliser la section routière  $l$ . Cette variable peut ainsi être interprétée comme le prix que les personnes sont prêtes à payer pour utiliser cette section routière et gagner un peu de temps de trajet.

### 2.3.2 Estimation de l'impact d'une variation de capacité grâce à l'analyse de sensibilité

Cette sous-section utilise les variables duales  $(\nu_l)_{l \in \mathcal{L}}$  pour estimer l'évolution du trafic en cas de perturbation des contraintes de capacité. L'estimation de la sensibilité du trafic routier aux perturbations des contraintes de capacité permet d'estimer rapidement la solution optimale au problème perturbé [TAP-C]. Tout d'abord, l'analyse de sensibilité du problème dual est présentée. Ensuite, la solution au nouveau problème est estimée en utilisant des relaxations linéaires et quadratiques autour de la solution du problème initial.

#### Analyse de sensibilité

Pour chaque section routière  $l \in \mathcal{L}$ , la contrainte de capacité sur le débit de la section routière dans [TAP-C] est  $f_l \leq u_l$ .

Nous modélisons une diminution de capacité de la section routière  $l$ , telle qu'une restriction d'accès temporaire, comme une diminution de la contrainte

de capacité correspondante. La contrainte de capacité perturbée est définie comme suit :

$$f_l \leq u_l - \delta u_l \quad \forall l \in \mathcal{L}$$

où  $\delta u_l \geq 0$  est l'ampleur de la réduction de la capacité de la section routière  $l$  et est supposée connu.

Considérons le Lagrangien pour [TAP-C] où seules les contraintes de capacité sont dualisées :

$$L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u}) = T(\mathbf{f}) + \boldsymbol{\nu}^T (\mathbf{f} - \mathbf{u})$$

On s'intéresse ici à l'évolution de la solution de [TAP-C] en fonction des contraintes de capacité  $\mathbf{u}$ . Nous pouvons utiliser la définition des affectations réalisables des débits sur les sections routières  $\mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  (définition 2.2.2), afin de définir les fonctions qui donnent la solution du problème primal et du problème dual en fonction de la contrainte de capacité  $\mathbf{u}$  :

$$T^*(\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u})$$

$$D^*(\mathbf{u}) = \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} \min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u})$$

Puisque la dualité forte est vérifiée en raison de la convexité de la fonction objectif du primal, on a :

$$T^*(\mathbf{u}) = D^*(\mathbf{u}) = \min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}(\mathbf{f}, \mathbf{u}), \mathbf{u})$$

$$\text{où } \boldsymbol{\nu}(\mathbf{f}, \mathbf{u}) = \arg \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u})$$

Les variables duales optimales  $\boldsymbol{\nu}^* = \boldsymbol{\nu}(\mathbf{f}^*, \mathbf{u})$  peuvent être calculées avec la solution primale  $\mathbf{f}^*$  en utilisant les conditions KKT.

L'analyse de sensibilité de la perturbation de capacité fournit une borne inférieure sur la variation de la fonction objectif lorsque les capacités des sections routières sont diminuées. Cette analyse est issue de la section 5.6 de [40] :

$$\begin{aligned}
T^*(\mathbf{u}) &= \min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_d} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}^*, \mathbf{u}) \\
T^*(\mathbf{u}) &\leq L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}^*, \mathbf{u}) \quad \forall \mathbf{f} \in \mathcal{F}_d \\
&= T(\mathbf{f}) + \boldsymbol{\nu}^{*T} (\mathbf{f} - \mathbf{u}) \\
&= T(\mathbf{f}) + \boldsymbol{\nu}^{*T} (\mathbf{f} - (\mathbf{u} - \delta \mathbf{u})) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u} \\
&\leq T(\mathbf{f}) + \left( \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} \boldsymbol{\nu}^T (\mathbf{f} - (\mathbf{u} - \delta \mathbf{u})) \right) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u} \\
&= \left( \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} T(\mathbf{f}) + \boldsymbol{\nu}^T (\mathbf{f} - (\mathbf{u} - \delta \mathbf{u})) \right) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u} \\
&= \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u} \\
T^*(\mathbf{u}) &\leq \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u}
\end{aligned}$$

Nous prenons maintenant le minimum sur tous les débits réalisables  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_d$  pour obtenir :

$$\begin{aligned}
T^*(\mathbf{u}) &\leq \min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_d} \max_{\boldsymbol{\nu} \geq 0} L(\mathbf{f}, \boldsymbol{\nu}, \mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u} \\
T^*(\mathbf{u}) &\leq T^*(\mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) - \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u} \\
T^*(\mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) &\geq T^*(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u}
\end{aligned}$$

On constate que pour une réduction de  $\delta u_l$  dans la capacité de la section routière  $l$  dans le réseau routier, le coût optimal augmente proportionnellement à la quantité de réduction de capacité  $\delta u_l$  sur la section saturée  $l$  (correspondant à  $\nu_l^* > 0$ ). En d'autres termes, la borne inférieure évolue en fonction de la diminution de la capacité de la section routière  $\delta u_l$ , ainsi que du paramètre dual optimal  $\nu_l^*$ , qui correspond à la différence de temps de trajet entre les itinéraires utilisant la section saturée  $l$  et ceux ne l'utilisant pas.

L'équation  $T^*(\mathbf{u} - \delta \mathbf{u}) \geq T^*(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\nu}^{*T} \delta \mathbf{u}$  peut être interprétée comme une approximation de premier ordre de  $T^*(\mathbf{u} - \delta \mathbf{u})$ . Nous avons précédemment vu qu'une interprétation de la variable duale est le temps que l'on économiserait en choisissant la section routière saturée  $l$ . Le montant que l'on peut économiser en utilisant une section routière saturée est le gradient de la fonction objectif par rapport à la variable duale.

Dans le contexte des réseaux de communication, les variables duales permettent d'évaluer le degré de saturation des liens du réseau. Les variables

duales peuvent aider les ingénieurs du réseau à comprendre où un incident aura le plus d'impact (sur les liens avec les valeurs les plus élevées pour les variables duales). Cela peut contribuer à mieux allouer les ressources en cas de crise : plus  $\nu_l$  est grand, plus le lien  $l$  est sensible aux perturbations. L'analyse de sensibilité permet également d'évaluer le gain d'efficacité maximal qui pourrait être obtenu en augmentant la capacité d'un lien.

### Analyse de faisabilité et relaxations linéaires et quadratiques

Afin de trouver une borne supérieure sur la variation de la fonction objectif lors d'une réduction de capacité, nous utilisons le fait que le problème primal [TAP-C] est un problème convexe. Par conséquent, toute allocation de débits possible fournit une borne supérieure sur la valeur objectif optimale.

L'allocation optimale des débits sur les sections routières  $\mathbf{f}^* = \Delta \mathbf{h}^*$  pour [TAP-C] original peut être irréalizable pour le nouveau [TAP-C]. Par conséquent, nous approchons la solution optimale  $\mathbf{f}_{\delta \mathbf{u}}^*$  du nouveau [TAP-C] avec des approximations linéaires et quadratiques de la fonction objectif autour de la solution optimale  $\mathbf{f}^*$  de [TAP-C] original.

Pour chaque paire origine-destination  $o, d \in \mathcal{V}$ , nous divisons l'ensemble de tous les itinéraires  $p \in \mathcal{P}_{od}$  en deux catégories : ceux qui contiennent des sections routières saturées –  $l \in \mathcal{L}$  tels que  $f_l^* > u_l - \delta u_l$  – (appelées itinéraires saturés) et ceux qui contiennent des débits de sections routières tous strictement réalisables (appelées itinéraires non saturés).

Nous notons  $\bar{\Delta}$  la matrice d'incidence pour les itinéraires saturés :  $\bar{\Delta} = (\bar{\delta}_{l \in p})_{p \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{L}}$  où :

$$\bar{\delta}_{l \in p} = \begin{cases} 1, & \text{si } \delta_{l \in p} = 1 \text{ et } f_l^* > u_l - \delta u_l \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Le débit total sur les sections routières dû aux itinéraires saturés est alors :  $\bar{\mathbf{f}} = \bar{\Delta} \mathbf{h}^*$ . Il nous suffit de réallouer le débit des itinéraires saturés vers les itinéraires non saturés afin d'obtenir une allocation de débits réalisable pour [TAP-C]. Nous notons  $\bar{\mathbf{d}}$  la demande correspondante à réallouer :

$$\bar{d}_{od} = \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p^* \cdot \max_{l \in \mathcal{L}} \bar{\delta}_{l \in p}$$

Ensuite, nous notons  $\bar{\mathcal{F}}_{\delta \mathbf{u}}$  l'allocation de débits réalisable pour le nouveau [TAP-C] après la réallocation :

$$\bar{\mathcal{F}}_{\delta \mathbf{u}} = \left\{ \mathbf{f}^* - \bar{\mathbf{f}} + \Delta \mathbf{h} \mid \forall \mathbf{h} \in \mathbb{R}^{\mathcal{P}}, \forall o, d \in \mathcal{V}, \bar{d}_{od} = \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p \right. \\ \left. \text{et } \mathbf{f}^* - \bar{\mathbf{f}} + \Delta \mathbf{h} \leq \mathbf{u} - \delta \mathbf{u} \right\}$$

Nous réduisons l'ensemble des allocations de débit réalisables autour de  $\mathbf{f}_{\delta u}^*$  en utilisant notre connaissance de l'allocation optimale  $\mathbf{f}^*$  de [TAP-C] original. La solution optimale  $\mathbf{f}_{\delta u}^*$  du nouveau [TAP-C] est calculée plus rapidement en utilisant une descente de gradient projetée uniquement à l'intérieur de  $\bar{\mathcal{F}}_{\mathbf{a}\delta u}$ .

Pour éviter d'utiliser un algorithme de descente de gradient, qui pourrait être coûteux en termes de calcul, deux approximations possibles sont mentionnées ci-dessous, ainsi que les débits optimaux correspondants.

- Approximation en programme linéaire (LP) : l'approximation suivante de la fonction objectif

$$t_l(s) \approx t_l(f_l^*) \quad \forall s \in \mathbb{R}_+$$

équivalent à approximer la fonction objectif convexe par une fonction linéaire :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}_{\delta u} &\in \arg \min_{\mathbf{f} \in \bar{\mathcal{F}}_{\mathbf{a}\delta u}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(f_l^*) ds \\ \hat{\mathbf{f}}_{\delta u} &\in \arg \min_{\mathbf{f} \in \bar{\mathcal{F}}_{\mathbf{a}\delta u}} \mathbf{f}^\top \mathbf{t}(\mathbf{f}^*) \end{aligned}$$

L'idée de cette relaxation découle de l'analyse de sensibilité où nous utilisons un coût constant par unité de débit. Cette « relaxation » est un LP et est plus facile à résoudre qu'un programme convexe général. Remarquons que résoudre ce LP équivaut à trouver tous les plus courts itinéraires entre les origines et les destinations des itinéraires saturés.

- Approximation en programme quadratique (QP) : l'approximation suivante de la fonction objectif

$$t_l(s) \approx t_l(f_l^*) + (s - f_l^*) \cdot t_l'(f_l^*) \quad \forall s \in \mathbb{R}_+$$

équivalent à approximer la fonction objectif convexe par une fonction quadratique :

$$\hat{\mathbf{f}}_{\delta u} = \arg \min_{\mathbf{f} \in \bar{\mathcal{F}}_{\mathbf{a}\delta u}} \mathbf{f}^\top \mathbf{c}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{2} \mathbf{f}^\top \nabla \mathbf{t}(\mathbf{f}^*) \mathbf{f}$$

Cette « relaxation » est un QP et est également plus facile à résoudre qu'un programme convexe général.

Les analyses de sensibilité et de faisabilité permettent d'estimer la solution de [TAP-C] perturbé sans résoudre explicitement le problème, ce qui est coûteux. Cela peut être pratique pour effectuer des calculs en temps réel d'impact de variation des capacités dynamiques, comme des restrictions d'accès dynamiques.

### 2.3.3 Implémentation et résultats

Dans cette section, nous utilisons un algorithme de descente de gradient projeté avec pénalisation pour résoudre [TAP-C]. Nous commençons par résoudre [TAP-C] sur le réseau de Braess (4 sections routières). Nous présentons l'évaluation de la borne supérieure et des bornes inférieures sur ce réseau. Ensuite, nous résolvons [TAP-C] sur un réseau de Sioux Falls (75 sections routières).

#### Algorithme

Les solveurs convexes ne peuvent pas résoudre directement le [TAP] car cela nécessiterait d'énumérer tous les itinéraires possibles  $\mathcal{P}$  dans le réseau. À la place, les ingénieurs du trafic utilisent une version modifiée de l'algorithme de Frank-Wolfe pour résoudre le [TAP] [95, 99, 24]. L'algorithme de Frank-Wolfe est une méthode de descente de gradient projetée pour trouver des solutions à des problèmes d'optimisation convexe sur des ensembles polyédriques. Pour le [TAP], l'algorithme de Frank-Wolfe alterne entre la résolution d'un sous-problème LP (trouver une allocation optimale tout-ou rien) et une recherche linéaire sur le problème d'origine. La résolution du sous-problème LP consiste à trouver tous les plus courts itinéraires entre chaque origine et chaque destination. C'est la partie chronophage de l'implémentation, et il existe de nombreuses recherches pour optimiser cette partie de l'algorithme [24, 61]. Nous pouvons modifier cet algorithme pour incorporer des contraintes de capacité en pénalisant la fonction objectif [148]. Les recherches peuvent être reproduites en utilisant le code open-source<sup>1</sup>.

Étant donné que l'algorithme est une descente de gradient, il ne trouve pas la solution optimale, mais une approximation de la solution. Nous arrêtons l'algorithme après 2000 itérations de la descente de gradient.

#### Résultats sur un réseau de référence

Nous commençons par résoudre [TAP-C] sur le réseau de Braess (figure 2.2). Sur ce réseau de référence, nous pouvons énumérer tous les itinéraires possibles et utiliser un solveur d'optimisation convexe comme CVX [113]. Nous avons fixé la demande à 100 entre  $A$  et  $D$ , et nous comparons la solution lorsque la capacité de la section  $BC$  diminue de 60 à 0. Les fonctions temps de trajet sont :

$$\begin{aligned} - t_{AB}(x) &= 1 + \frac{x}{100} \\ - t_{AC}(x) &= 2 \end{aligned}$$

---

1. [https://github.com/TheoCabannes/Traffic\\_network\\_framework](https://github.com/TheoCabannes/Traffic_network_framework).

- $t_{BC}(x) = 0.25$
- $t_{BD}(x) = 2$
- $t_{CD}(x) = 1 + \frac{x}{100}$

La figure 2.3 montre la solution exacte et l'approximation de la fonction objectif. Pour ce réseau particulier, la « relaxation » QP donne la solution exacte.

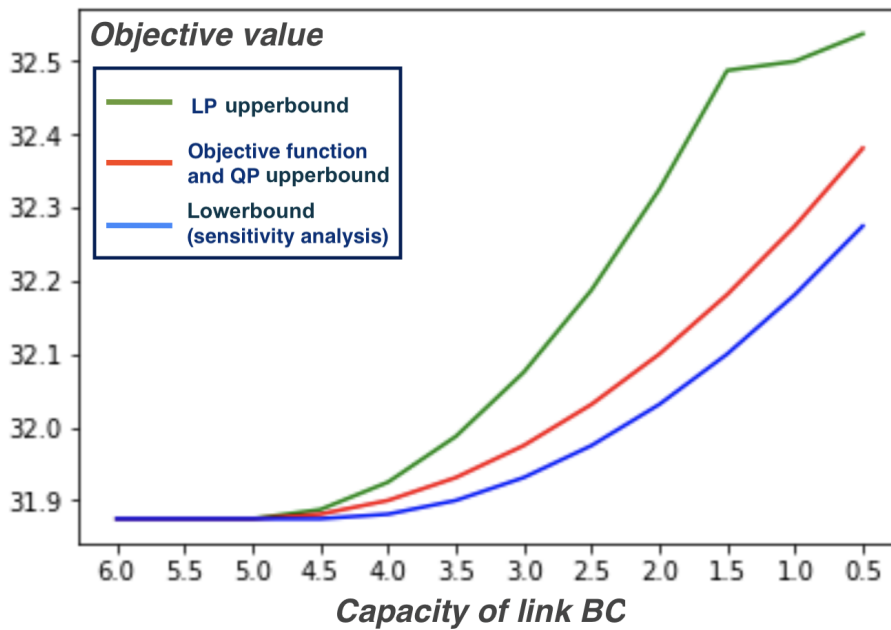


FIGURE 2.3 – La valeur de la fonction objectif et des estimations en fonction de la capacité du lien  $BC$ .

### Analyse sur un réseau plus grand : le réseau de Sioux Falls

Nous réalisons ensuite des simulations sur un réseau plus grand : le réseau de Sioux Falls (figure 2.4). Le réseau contient 24 nœuds, 75 sections routières et plus de 2 500 itinéraires sans cycles. Nous avons obtenu le modèle du réseau, la demande de trafic et le temps de déplacement de chaque section routière en fonction du débit de la section routière à partir d'un référentiel en ligne<sup>2</sup>. La demande totale est de 360 600 déplacements par heure. Nous réduisons la capacité de l'autoroute centrale (pour les sections routières indiquées sur la figure 2.4) de 20 000 véhicules par heure à 0 véhicules par heure.

2. [https://github.com/bstabler/TransportationNetworks/blob/master/SiouxFalls/SiouxFalls\\_trips.tntp](https://github.com/bstabler/TransportationNetworks/blob/master/SiouxFalls/SiouxFalls_trips.tntp)

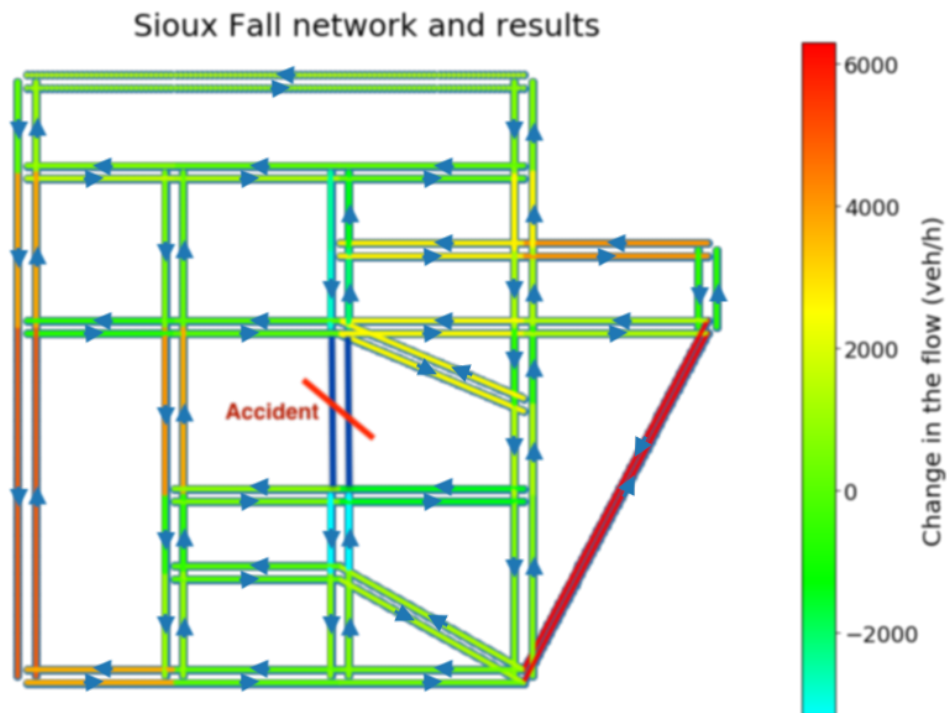


FIGURE 2.4 – La carte de chaleur montre les variations de débit de la solution d'équilibre du trafic pour [TAP-C] lorsque la capacité des deux sections routières du milieu diminue de 20 000 véh/h à 0 véh/h.

Nous ne considérons pas d'autres contraintes de capacité.

Nous utilisons l'algorithme de Frank-Wolfe avec pénalisation [148, 99] pour résoudre [TAP-C] car nous ne pouvons pas énumérer tous les itinéraires du réseau. La différence d'allocation de débits pour une capacité de 0 véh/h par rapport à une capacité de 20 000 véh/h est présentée sous forme de carte de chaleur dans la figure 2.4.





# Chapitre 3

## Le regret des conducteurs explique leur choix d'itinéraires

Ce chapitre pose un cadre théorique permettant de comprendre l'impact de l'utilisation des applications de navigation sur le trafic routier. Premièrement, la section 3.1 modélise le choix dynamique des itinéraires routiers en introduisant le modèle de choix restreint d'itinéraires. Les conducteurs sont divisés en deux groupes, les conducteurs qui utilisent des applications de navigation et ceux qui n'en utilisent pas. Ceux qui ont accès à l'information fournie par les applications de navigation suivent le modèle classique d'affectation stationnaire du trafic. Ceux qui n'ont pas accès à cette information sont contraints de choisir leur itinéraire dans un sous-ensemble d'itinéraires qu'ils connaissent. Deuxièmement, la section 3.2 montre que l'incitation moyenne à dévier permet de calculer l'écart entre un état de trafic observé et l'équilibre utilisateur. La section 3.3 montre théoriquement et expérimentalement que l'état du trafic routier converge monotoniquement vers un équilibre utilisateur lorsque le pourcentage de conducteur utilisant une application de navigation augmente jusqu'à 100%. Finalement, la section 3.4 montre qu'il est possible que l'utilisation d'application de navigation n'améliore pas l'état global du trafic routier.

### 3.1 Modélisation du choix dynamique des itinéraires routier

Cette section présente le modèle de choix restreint d'itinéraires, utilisé pour comprendre l'impact de l'utilisation des applications de navigation sur le trafic routier. Le modèle de choix restreint d'itinéraires est une extension du modèle d'affectation stationnaire du trafic dans lequel les conducteurs

sont divisés entre ceux qui utilisent une application de navigation et ceux qui n'en utilisent pas.

Le modèle d'affectation stationnaire du trafic (définition 2.2.12) suppose que les véhicules possèdent une information parfaite sur l'état du réseau. Par conséquent, ce modèle ne différencie pas les véhicules en fonction des informations qu'ils possèdent sur le trafic. D'une certaine manière, le modèle suppose que tous les véhicules utilisent des applications de navigation. En effet, le modèle ne modélise pas comment un véhicule sans information sur l'état du trafic (c'est-à-dire un conducteur qui n'utilise pas d'application de navigation) choisit son itinéraire. En conséquence, ce modèle ne peut pas expliquer l'impact des applications de navigation sur le trafic routier. Pour résoudre ce problème, le modèle de choix restreint d'itinéraires sépare les véhicules en deux populations : ceux qui ont accès à l'information (les utilisateurs d'applications de navigation) et ceux qui n'ont pas accès à l'information (les conducteurs n'utilisant pas d'applications de navigation). Dans le modèle de choix restreint d'itinéraires, les conducteurs n'utilisant pas d'applications de navigation suivent les panneaux de signalisation, tandis que les utilisateurs d'applications sont modélisés par le modèle d'affectation stationnaire du trafic. Ce modèle est un moyen de concilier le modèle tout-ou-rien et le modèle d'affectation stationnaire du trafic (voir section 1.3).

Pour rendre le modèle de choix restreint d'itinéraires plus générique, les conducteurs n'utilisant pas d'applications de navigation choisissent en réalité leurs itinéraires parmi un sous-ensemble de itinéraires possibles.

Plus spécifiquement, les conducteurs utilisant une application de navigation possèdent une connaissance parfaite de l'ensemble des itinéraires  $\mathcal{P}_{od}$  entre chaque origine  $o \in \mathcal{V}$  et destination  $d \in \mathcal{V}$  (voir définition 2.1.3). Les conducteurs n'en utilisant pas n'ont accès qu'à un sous-ensemble non vide  $\mathcal{P}_{od}^{na}$  d'itinéraires possibles  $\mathcal{P}_{od}$  ( $\mathcal{P}_{od}^{na} \subset \mathcal{P}_{od}$ ) entre chaque origine  $o \in \mathcal{V}$  et destination  $d \in \mathcal{V}$ . Le vecteur de débits de conducteurs utilisant une application de navigation sur l'ensemble des itinéraires est noté  $\mathbf{h}^a$  et le vecteur de débits de conducteurs n'utilisant pas une application de navigation sur l'ensemble des itinéraires est noté  $\mathbf{h}^{na}$  (voir définition 2.2.1). Nous notons  $\mathbf{h} = \mathbf{h}^a + \mathbf{h}^{na}$ . Nous supposons que les utilisateurs et non-utilisateurs d'application de navigation sont uniformément repartis dans le réseau et nous dénotons  $\alpha \in [0, 1]$  le ratio (ou pourcentage) de conducteurs utilisant une application de navigation. Si  $\alpha = 1$ , alors le modèle de choix restreint d'itinéraires est équivalent à l'affectation stationnaire du trafic définie dans définition 2.2.12 et [192]. Dans ce cas, chaque véhicule possède une information parfaite sur l'état du trafic et l'équilibre utilisateur est atteint.

**Définition 3.1.1** (Équilibre utilisateur du modèle de choix restreint d'itiné-

raires). La première condition de Wardrop pour le modèle de choix restreint d'itinéraires peut être exprimée comme suit : il existe  $(\pi_{od}^a)_{o,d \in \mathcal{V}}$ ,  $(\pi_{od}^{na})_{o,d \in \mathcal{V}}$ ,  $(h_p^a)_{p \in \mathcal{P}}$  et  $(h_p^{na})_{p \in \mathcal{P}^{na}}$  tels que :

$$h_p^a \cdot (J(p, \Delta \mathbf{h}) - \pi_{od}^a) = 0 \quad \forall o, d \in \mathcal{V}, \forall p \in \mathcal{P}_{od} \quad (3.1)$$

$$h_p^{na} \cdot (J(p, \Delta \mathbf{h}) - \pi_{od}^{na}) = 0 \quad \forall o, d \in \mathcal{V}, \forall p \in \mathcal{P}_{od}^{na} \quad (3.2)$$

$$h_p^a \geq 0 \quad \forall o, d \in \mathcal{V}, \forall p \in \mathcal{P}_{od} \quad (3.3)$$

$$h_p^{na} \geq 0 \quad \forall o, d \in \mathcal{V}, \forall p \in \mathcal{P}_{od}^{na} \quad (3.4)$$

$$\pi_{od} \geq 0 \quad \forall o, d \in \mathcal{V} \quad (3.5)$$

$$\pi_{od}^{na} \geq 0 \quad \forall o, d \in \mathcal{V} \quad (3.6)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_{od}^{na}} h_p^{na} = (1 - \alpha) d_{od} \quad \forall o, d \in \mathcal{V} \quad (3.7)$$

$$\sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p^a = \alpha d_{od} \quad \forall o, d \in \mathcal{V} \quad (3.8)$$

**Théorème 3.1.1.** *Si les fonctions de temps de parcours sont strictement croissantes (comme dans propriété 2.2.1), alors il existe une unique allocation de débit satisfaisant la condition de Wardrop ci-dessus ([40]).*

*Démonstration.*

**Lemma 1.** *L'équilibre utilisateur du modèle de choix restreint d'itinéraires résout le problème d'optimisation suivant :*

$$\begin{aligned} \min_{(h_p^a)_{p \in \mathcal{P}}, (h_p^{na})_{p \in \mathcal{P}^{na}}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(x) dx \\ \text{tel que } \mathbf{f} = \sum_{p \in \mathcal{P}} h_p^a \cdot \delta_p + \sum_{p \in \mathcal{P}^{na}} h_p^{na} \cdot \delta_p \\ (1 - \alpha) d_{od} = \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}^{na}} h_p^{na} \quad \forall o, d \in \mathcal{V} \\ \alpha d_{od} = \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p^a \quad \forall o, d \in \mathcal{V} \end{aligned}$$

Sous l'hypothèse de fonctions de temps de parcours strictement croissantes, le problème d'optimisation est strictement convexe, avec un ensemble de contraintes non vide, donc il admet une unique solution [40]. La définition 3.1.1 est la condition KKT de ce problème d'optimisation [192]. Par conséquent, la solution du problème convexe résout la définition 3.1.1. Cela montre que la définition 3.1.1 a une solution. Enfin, l'unicité de la solution peut être démontrée par contradiction [49, Propriété 4.2.].  $\square$

**Notation 3.1.1** (Équilibre de Wardrop pour le choix restreint d'itinéraires). *Étant donné l'hypothèse 2.2.1 et les définitions 2.1.6, 2.2.1 et 2.2.2, nous notons l'allocation de flux de Wardrop  $\mathbf{f}_\alpha^* = \Delta(\mathbf{h}^{a,*} + \mathbf{h}^{na,*})$ .*

## 3.2 Incitation latente des conducteurs à changer d'itinéraire

Cette section introduit le cahier des charges pour évaluer l'écart entre un état de trafic donné et un équilibre utilisateur. Plusieurs fonctions que l'on pourrait envisager sont présentées. Finalement, nous expliquons pourquoi l'incitation moyenne à dévier (définition 2.2.6) est la plus adaptée pour répondre à notre cahier des charges. Il est intéressant de constater que la notion d'incitation moyenne à dévier dans la théorie des jeux est identique à la notion d'écart relatif par rapport à l'équilibre utilisateur dans l'ingénierie des transports.

### 3.2.1 Évaluation de l'écart entre un état du trafic et un équilibre utilisateur

Le trafic routier – défini comme une allocation de débit réalisable  $\mathbf{f}$  (définition 2.2.2) – peut être dans un état qui ne correspond ni à un équilibre utilisateur (définition 2.2.7) ni à un optimum social (définition 2.2.10). Il peut être intéressant de savoir à quel point l'état observé du trafic est éloigné d'un équilibre utilisateur. Cela permettrait de connaître si les véhicules ont efficacement choisi l'itinéraire qui minimise leur temps de trajet compte tenu de l'allocation de débits  $\mathbf{f}$ . Cela est particulièrement pertinent pour évaluer expérimentalement l'impact des applications de navigation sur le trafic. Pour atteindre cet objectif, nous définissons une fonction  $\mathcal{R}$  qui prend en entrée un état de trafic  $\mathbf{f}$  et renvoie une valeur réelle positive qui quantifie dans quelle mesure cet état du trafic  $\mathbf{f}$  est éloigné d'un équilibre utilisateur.

Formellement, étant donné un réseau  $\mathcal{G}$  (définition 2.1.3), une demande de trafic  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{\mathcal{V} \times \mathcal{V}}$  (définition 2.1.8), et une fonction de temps de trajet  $\mathbf{t}$  (définition 2.1.7),  $\mathcal{R}$  doit satisfaire les propriétés suivantes :

- i.  $\mathcal{R} : \mathcal{F}_\mathbf{d} \mapsto \mathbb{R}_+$  est une fonction d'une allocation de débit réalisable  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_\mathbf{d}$  (définition 2.1.5) et renvoie une valeur réelle positive ou nulle.
- ii.  $\mathcal{R}(\mathbf{f}) = 0 \iff \mathbf{f}$  est un équilibre utilisateur (définition 2.2.7). La fonction doit caractériser les équilibres utilisateurs.
- iii. Si  $\mathcal{R}(\mathbf{f}) < \epsilon$  alors  $\mathbf{f}$  est un équilibre utilisateur  $\epsilon$ -moyen (définition 2.2.9) pour  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ .

iv.  $\mathcal{R}$  est une fonction continue par rapport à l'allocation de débits  $\mathbf{f}$ .

Ces propriétés doivent être satisfaites pour chaque réseau  $\mathcal{G}$ , demande de trafic  $\mathbf{d}$  et fonction de temps de trajet  $\mathbf{t}$ .

**Remarque 3.2.1** (Distance). *Comme nous voulons que  $\mathcal{R}$  soit seulement une fonction de l'état observé du trafic  $\mathbf{f}$ , elle ne peut pas être définie comme une distance mathématique. Nous expliquons plus tard pourquoi définir  $\mathcal{R}(\mathbf{f}) = \min_{\mathbf{f}^* \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}^*} d(\mathbf{f}, \mathbf{f}^*)$  – où  $\mathcal{F}_{\mathbf{d}}^*$  est l'ensemble des allocations de débits des équilibres utilisateurs et  $d$  est une métrique induite par une distance (par exemple :  $d(x, y) = \|x - y\|_2$ ) – ne satisfait pas les propriétés que nous souhaitons pour  $\mathcal{R}$ .*

### 3.2.2 Réfutation de fonctions candidates pour quantifier l'écart à un équilibre utilisateur

Dans cette section, nous présentons différentes fonctions qui peuvent être considérées pour quantifier l'écart entre un état observé de trafic et un équilibre utilisateur. Nous utilisons le réseau de Pigou pour montrer que l'incitation moyenne à dévier est la meilleure fonction pour définir  $\mathcal{R}$ .

**Cas considéré.** Nous considérons le réseau de Pigou dans cette section (voir figure 2.1). Le réseau se compose de deux intersections ( $o$  et  $d$ ) et de deux sections routières ( $l_1 = l$  et  $l_2 = \tilde{l}$ ). Le coût de chaque itinéraire dépend du débit sur cet itinéraire ( $f_1$  et  $f_2$ ). Les fonctions de temps de trajet des sections routières (définition 2.1.7) sont :  $t_1(f_1) = 1 + f_1$  et  $t_2(f_2) = M + 2 + f_2$  avec  $M \in \mathbb{R}_+$  donné. Nous considérons une demande  $d_{od} = 1$  entre  $o$  et  $d$ . Le débit de l'équilibre utilisateur peut être directement déterminé à partir du principe de Wardrop :  $f_1^* = 1$  et  $f_2^* = 0$ . Nous notons  $\mathbf{f}^*$  le vecteur  $\mathbf{f}^* = (f_1^*, f_2^*)$ . Maintenant, imaginons que nous observions un débit de trafic  $\mathbf{f}'$  où  $f'_1 = 1 - \alpha$  et  $f'_2 = \alpha$  avec  $0 \leq \alpha \leq 1$  donné. Nous cherchons à comprendre quelles fonctions pourraient servir de candidats (au sens des propriétés (i), (ii), (iii) et (iv) définies précédemment) afin de mesurer l'éloignement entre les débits observés  $\mathbf{f}'$  et un équilibre de Nash (ici  $\mathbf{f}^*$ ).

**Inadéquation d'une fonction basée sur les débit.** Une première approche intuitive consiste à comparer les débits des sections routières entre l'état observé  $\mathbf{f}'$  et les débits de l'équilibre utilisateur  $\mathbf{f}^*$  :  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \|\mathbf{f}^* - \mathbf{f}'\|_2$ . Dans le cas considéré  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \sqrt{2}\alpha$ . La fonction  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  satisfait les propriétés (i), (ii) et (iv) pour le cas que nous considérons. Mais elle ne satisfait pas la propriété (iii). En effet,  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  ne dépend pas de  $M$  (ou des différences

de coût entre les deux itinéraires). Par conséquent, nous considérons qu'une fonction basée sur les débits n'est pas pertinente pour quantifier un écart à Nash.

**Inadéquation d'une fonction basée sur les coûts.** Une autre approche possible consiste à considérer la distance entre les temps de trajet  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \|\mathbf{t}(\mathbf{f}^*) - \mathbf{t}(\mathbf{f}')\|_2$ . Dans le cas considéré, la fonction de temps de trajet est simplement une translation du vecteur de débit, de sorte que nous avons toujours  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \sqrt{2}\alpha$ . Pour les mêmes raisons que pour la fonction basée sur les débits, nous considérons que la fonction basée sur les coûts est inadéquate.

**Inadéquation d'une fonction hybride.** Une troisième approche consiste à considérer une norme sur  $\mathbf{f} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f})$  :  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = |\mathbf{f}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}^*) - \mathbf{f}' \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}')|$  (comme dans [201]). Mais, comme on peut le voir dans définition 2.2.10,  $\mathbf{f} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f})$  est le temps de trajet total sur le réseau (la somme des temps de trajet de tous les débits cumulés). Ainsi, toute fonction sur  $\mathbf{f} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f})$  sera liée à l'optimum social du trafic, et non aux équilibres utilisateurs. Dans le cas considéré,  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \alpha|M - 1 + 2\alpha|$ . Si  $M - 1 + 2\alpha = 0$ ,  $\mathbf{f}'$  n'est pas un équilibre de Nash mais  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = 0$ . Donc  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  ne satisfait pas la propriété (ii).

**Inadéquation d'une fonction similaire à un prix de l'anarchie.** En envisageant une idée similaire au prix de l'anarchie [207], on peut définir  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \frac{\mathbf{f}' \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}')}{\mathbf{f}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}^*)}$  où  $\mathbf{f}^*$  est un équilibre utilisateur. Cela est similaire à la fonction hybride :  $\frac{\mathbf{f}' \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}')}{\mathbf{f}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}^*)} = 1 + \frac{1}{\mathbf{f}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}^*)} \cdot (\mathbf{f}' \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}') - \mathbf{f}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f}^*))$ . Par conséquent, ce type de fonction est inadéquat pour notre objectif.

**La fonction de pire incitation à dévier d'un véhicule.** Une autre approche consiste à définir  $\mathcal{R}$  en utilisant la théorie des jeux. En utilisant les incitations à dévier, nous n'avons pas besoin de connaître les équilibres utilisateurs  $\mathbf{f}^*$  pour déterminer si un état du trafic est un équilibre utilisateur. Un équilibre utilisateur (définition 2.2.7) est défini comme un état du trafic où personne ne peut obtenir un meilleur temps de trajet en étant le seul à changer son itinéraire : c'est-à-dire que personne n'a d'incitation à dévier (définition 2.2.5). Une idée est de définir  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  comme étant la plus grande incitation à dévier des véhicules dans l'affectation de trafic observée. Cela équivaut à définir  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  comme étant le plus petit  $\epsilon$  tel que  $\mathbf{f}'$  soit un  $\epsilon$ -équilibre Nash :

$$\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \max_{\substack{p \in \mathcal{P} \\ h_p > 0}} \rho_p(\mathbf{f}')$$

Comme l'incitation à dévier est définie pour un vecteur de débits des itinéraires  $h_p$  et non un vecteur de débits des sections routières  $\mathbf{f}$ , la propriété (i) n'est pas satisfaite. En supposant que  $h_p$  est connu, la propriété (ii) est satisfaite. Comme  $\frac{\|\cdot\|_1}{n} \leq \|\cdot\|_\infty$ , la propriété (iii) est également satisfaite.

La propriété (iv) n'est pas satisfaite. Pour le cas considéré :

$$\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \begin{cases} M + 2\alpha & \text{si } \alpha > 0 \\ 0 & \text{si } \alpha = 0 \end{cases}.$$

Nous voyons que  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  n'est pas continue avec  $\mathbf{f}'$ . Si  $\alpha = 0$  alors  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = 0$ . Cependant, si  $\alpha = 0^+$  alors  $\mathcal{R}(\mathbf{f}') = M$ .

**Remarque 3.2.2** (Théorie de la mesure et norme infinie). *La pire incitation à dévier d'un véhicule est la norme infinie sur le vecteur des incitations à dévier de chaque véhicule. Néanmoins, comme nous utilisons des débits de véhicules et non des véhicules (c'est-à-dire, nous utilisons un modèle macroscopique du trafic et non microscopique du trafic), nous avons un nombre continu de véhicules. Il conviendrait alors d'utiliser la théorie de la mesure pour définir le cadre théorique permettant de passer des modèles microscopiques aux modèles macroscopiques. Cela est implicitement fait avec les jeux à champs moyens dans le chapitre 5. Néanmoins, ce travail dépasse le cadre de cette thèse.*

**La fonction d'incitation moyenne à dévier des véhicules.** Nous définissons  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  comme l'incitation moyenne à dévier (définition 2.2.6) de l'état du trafic défini par  $\mathbf{f}'$  :

$$\mathcal{R}(\mathbf{f}') = \bar{\rho}(\mathbf{f}')$$

Cela équivaut à définir  $\mathcal{R}(\mathbf{f}')$  est le plus petit  $\epsilon$  tel que  $\mathbf{f}'$  est à un équilibre utilisateur moyen- $\epsilon$  (définition 2.2.9). Nous utiliserons la fonction d'incitation moyenne à dévier  $\bar{\rho}$  comme  $\mathcal{R}$  dans le reste du chapitre.

La prochaine sous-section montre que la fonction satisfait les propriétés (i), (ii), (iii) et (iv).

### 3.2.3 L'incitation moyenne à dévier

Dans cette section, nous formulons certaines propriétés de l'incitation moyenne à dévier, qui quantifie combien de temps un véhicule moyen peut espérer économiser en optimisant son choix d'itinéraire. En particulier, l'incitation moyenne à dévier satisfait les propriétés énoncées précédemment.



**Définition 3.2.1** (Meilleur itinéraire, allocation de débit optimale). *Étant donné une allocation de débit  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ , et le vecteur de temps de trajet  $\mathbf{t}(\mathbf{f})$  en résultant, nous définissons :*

- *L'ensemble des itinéraires optimaux entre  $o$  et  $d$ , comme :*

$$\mathcal{P}_{od}^*(\mathbf{f}) = \operatorname{argmin}_{p \in \mathcal{P}_{od}} \delta_p^\top \mathbf{t}(\mathbf{f})$$

*Ici  $\delta_p$  est le vecteur indicateur des sections routières de  $p$  (voir définition 2.2.1).*

- *Un itinéraire optimal entre  $o$  et  $d$ , comme  $p_{od}^*(\mathbf{f}) \in \mathcal{P}_{od}^*(\mathbf{f})$ .*
- *Une allocation tout-ou-rien  $\mathbf{y}(\mathbf{f}) \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  basée sur les temps de trajet pour l'allocation de débits  $\mathbf{f}$ , comme  $\mathbf{y}(\mathbf{f}) = \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot \delta_{p_{od}^*(\mathbf{f})}$  pour  $p_{od}^*(\mathbf{f}) \in \mathcal{P}_{od}^*(\mathbf{f})$ . Dans cette définition, la demande  $d_{od}$  est complètement allouée à un itinéraire optimal (entre  $o$  et  $d$ ) considérant l'allocation de débits  $\mathbf{f}$ .*

**Définition 3.2.2** (Temps de trajet optimal). *D'après définition 3.2.1, tout itinéraire optimal  $p_{od}^*(\mathbf{f})$  est un itinéraire le plus court (en termes de coût, ou de temps de trajet) entre  $o$  et  $d$  compte tenu du coût sur chaque section routière  $\mathbf{t}(\mathbf{f})$ . Par conséquent, étant donné  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ , nous pouvons définir le temps de trajet minimum entre n'importe quel  $o, d \in \mathcal{V}$  comme :*

$$\pi_{od}(\mathbf{f}) = \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \delta_{p_{od}^*(\mathbf{f})}$$

**Remarque 3.2.3** (Existence et non-unicité). *Pour tout  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ ,  $p_{od}^*(\mathbf{f})$  et  $\mathbf{y}(\mathbf{f})$  existent mais peuvent ne pas être uniques.*

Nous démontrons que l'incitation moyenne à dévier peut être calculée comme le produit scalaire du vecteur de temps de trajet et de l'allocation de débits observés à laquelle est soustrait l'allocation de débits tout-ou-rien, le tout normalisé par la demande totale.

**Propriété 3.2.1** (Incitation moyenne à dévier). *L'incitation moyenne à dévier considérant l'affectation de débits  $\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  peut être calculée comme :*

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}) = \frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{y}(\mathbf{f})) \quad (3.9)$$

où  $\|\mathbf{d}\|_1 = \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od}$  et  $\mathbf{y}(\mathbf{f})$  est une allocation tout-ou-rien, comme défini dans la définition 3.2.1.

*Démonstration.* En utilisant  $\mathbf{f} = \Delta \mathbf{h}$  et  $\sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p = d_{od}$ , nous avons :

$$\begin{aligned} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \mathbf{f} &= \sum_{(o,d) \in \mathcal{V}^2} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p \cdot J(p, \mathbf{f}) \\ \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \mathbf{y}(\mathbf{f}) &= \sum_{(o,d) \in \mathcal{V}^2} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \delta_{p_{od}^*(\mathbf{f})} \cdot d_{od} = \sum_{(o,d) \in \mathcal{V}^2} \pi_{od}(\mathbf{f}) \cdot d_{od} \\ \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{y}(\mathbf{f})) &= \sum_{(o,d) \in \mathcal{V}^2} \left( \left( \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p \cdot J(p, \mathbf{f}) \right) - d_{od} \cdot \pi_{od}(\mathbf{f}) \right) \\ \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{y}(\mathbf{f})) &= \sum_{(o,d) \in \mathcal{V}^2} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p \cdot (J(p, \mathbf{f}) - \pi_{od}(\mathbf{f})) \\ \frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{y}(\mathbf{f})) &= \bar{\rho}(\mathbf{f}) \end{aligned}$$

Notez que cela montre que  $\bar{\rho}$  est définie même si  $\mathbf{y}(\mathbf{f})$  n'est pas unique.  $\square$

**Remarque 3.2.4** (Mesure de l'incitation moyenne à dévier). *Étant donné que l'incitation moyenne à dévier dépend uniquement du débit sur les sections routières, du temps de trajet sur les sections et de la demande de trafic, elle peut être mesurée à l'aide de capteurs de boucle (loop detectors) et d'enquêtes de demande (demand survey). Il n'est pas nécessaire de connaître les débits des itinéraires pour mesurer l'incitation moyenne à dévier.*

**Remarque 3.2.5** (Interprétation de l'incitation moyenne à dévier). *Puisque  $\rho_p(\mathbf{f})$  représente le temps qu'un véhicule sur le trajet  $p \in \mathcal{P}_{od}$  pourrait économiser en choisissant le meilleur itinéraire pour son voyage,  $\bar{\rho}$  peut être interprétée comme le temps moyen qu'un véhicule peut espérer économiser en changeant unilatéralement son itinéraire.*

**Propriété 3.2.2** (L'incitation moyenne à dévier est une valeur réelle positive et caractérise tous les équilibres des utilisateurs). *Étant donné que  $p_{od}^*(\mathbf{f})$  est l'itinéraire le plus rapide entre  $o$  et  $d$  :*

$$\frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{y}(\mathbf{f})) = \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} \frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \cdot \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{x}) \geq 0 \quad (3.10)$$

ainsi :

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}) = 0 \iff \forall \mathbf{f}' \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}, \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f}' - \mathbf{f}) \geq 0 \quad (3.11)$$

L'équation (3.10) implique que  $\forall \mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}, \bar{\rho}(\mathbf{f}) \geq 0$ . Cela signifie que  $\bar{\rho} : \mathcal{F}_{\mathbf{d}} \mapsto \mathbb{R}_+$  est une fonction d'allocation de débits réalisable et renvoie une valeur réelle positive (propriété (i)).

L'équation (3.11) – en utilisant la définition d'inéquation variationnelle d'équilibre des utilisateurs (définition 2.2.11) – montre que  $\bar{\rho}(\mathbf{f}) = 0 \iff \mathbf{f}$  est un équilibre des utilisateurs (propriété (ii)).

**Propriété 3.2.3** (L'incitation moyenne à dévier comme mesure de l'efficacité des véhicules). *Étant donné  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ , d'après la remarque 3.2.5, il est évident que  $\forall \mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ ,  $\bar{\rho}(\mathbf{f}) \leq \epsilon \iff \mathbf{f}$  est un équilibre moyen  $\epsilon$ -Nash (définition 2.2.9). C'est la propriété (iii).*

Par conséquent, l'incitation moyenne à dévier est un bon moyen de caractériser à quel point l'état du trafic est proche d'un équilibre utilisateur.

Un joueur est défini comme efficace s'il prend l'un des meilleurs itinéraires entre son origine et sa destination. Ainsi,  $\bar{\rho}$  peut être interprétée comme une mesure de l'efficacité moyenne des véhicules.

Plus  $\bar{\rho}$  est proche de 0, moins les joueurs sont enclins à changer d'itinéraire. Si  $\bar{\rho} = 0$ , l'équilibre utilisateur est atteint.

**Propriété 3.2.4** (Continuité). *L'incitation moyenne à dévier  $\bar{\rho}(\mathbf{f})$  est continue par rapport à  $\mathbf{f}$ . La propriété (iv) est satisfaite.*

*Démonstration.* Nous avons :

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}) = \frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top (\mathbf{f} - \mathbf{y}(\mathbf{f})) = \frac{1}{\|\mathbf{d}\|_1} \left( \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \mathbf{f} - \min_{\tilde{\mathbf{f}} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \tilde{\mathbf{f}} \right)$$

Comme  $\mathbf{t}(\mathbf{f})$  est continue par rapport à  $\mathbf{f}$  (définition 2.1.7), il suffit de montrer que  $\min_{\tilde{\mathbf{f}} \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \tilde{\mathbf{f}}$  est continue par rapport à  $\mathbf{f}$ . C'est un programme linéaire (LP) ( $\mathcal{F}_{\mathbf{d}}$  défini dans la définition 2.2.2 est un polytope). La valeur objective optimale d'un LP est continue par rapport à la perturbation de la fonction objective [40].  $\square$

**Remarque 3.2.6** (Temps de calcul). *Un itinéraire optimal  $p_{od}^*$  peut être trouvé en  $\mathcal{O}(|\mathcal{L}| \cdot \log(|\mathcal{V}|))$  avec l'algorithme de Dijkstra [82]. L'incitation moyenne à dévier peut être trouvée en  $\mathcal{O}(|\mathcal{L}| \cdot |\mathcal{V}| \log(|\mathcal{V}|))$  avec une application séquentielle de  $|\mathcal{V}|$  algorithmes de Dijkstra.*

L'incitation moyenne à dévier  $\bar{\rho}$  peut être calculée uniquement à partir de “données locales”, c'est-à-dire du temps de trajet sur les sections routières, du débit de ces sections et de la demande. La propriété 3.2.1 montre que nous devons seulement calculer le produit scalaire du vecteur des temps de trajet et de la différence entre l'allocation de débits actuelle et l'allocation de débits tout-ou-rien étant donné le vecteur des temps de trajet actuel. Pour calculer l'allocation de débits tout-ou-rien, seule la demande et le vecteur des temps de trajet actuel sont nécessaires.

**Remarque 3.2.7** (Algorithme de Frank-Wolfe [99, 35]). *L'équilibre utilisateur est l'équilibre de Nash du jeu de routage statique non atomique (théorème 2.2.1). Il a été démontré qu'un algorithme d'apprentissage sans regret dans le routage égoïste converge vers un équilibre de Nash du système [35, 140, 183, Chapitre 4].*

*Pour résoudre le problème de minimisation (2.6), nous pouvons utiliser l'algorithme de Frank-Wolfe [99], un algorithme de descente de gradient projeté. Cet algorithme minimise une approximation de  $\bar{\rho}$  à chaque itération de l'algorithme. Il est équivalent à un algorithme d'apprentissage sans regret [35] :*

---

**Algorithm 1:** Algorithme de Frank-Wolfe : l'incitation moyenne à dévier comme critère de convergence.

---

**Data:**  $(\mathcal{V}, \mathcal{L})$ ,  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ ,  $\mathbf{d} \in \mathbb{R}_+^{|\mathcal{V}| \times |\mathcal{V}|}$ ,  $\mathbf{t} \in \mathbb{R}_+^{|\mathcal{L}|} \rightarrow \mathbb{R}_+^{|\mathcal{L}|}$

Fixer  $k = 1$ ;

Prendre n'importe quelle  $\mathbf{f}^k \in \mathcal{F}_{\mathbf{d}}$ ;

**while**  $\bar{\rho}(\mathbf{f}^k) > \epsilon$  **do**

$k = k + 1$ ;  
     $\mathbf{f}^k = \mathbf{f}^{k-1} + \frac{1}{k} \cdot (\mathbf{y}(\mathbf{f}^{k-1}) - \mathbf{f}^{k-1})$ ;

**end**

**Result:**  $\mathbf{f}^k$

---

À la fin de cet algorithme, nous avons  $\bar{\rho}(\mathbf{f}) \leq \epsilon$ . Ici,  $\epsilon$  est un paramètre d'entrée de l'algorithme qui représente le seuil de précision toléré sur la valeur de  $\mathbf{f}$ .

En génie du trafic, l'incitation moyenne à dévier est appelée l'écart relatif à l'équilibre utilisateur [245], et elle est utilisée comme condition de terminaison pour l'algorithme de Frank-Wolfe.

### 3.3 L'utilisation d'applications de navigation dirige le trafic vers un équilibre de Nash

Cette section montre qu'une augmentation du ratio de conducteurs utilisant une application de navigation dirige l'état du trafic routier vers un équilibre utilisateur. La section 3.3.1 utilise une analyse de sensibilité de l'équilibre utilisateur du modèle de choix restreint d'itinéraires par rapport au ratio de conducteurs utilisant une application de navigation afin de prouver que l'incitation moyenne à dévier diminue de manière monotone vers 0

avec une augmentation de l'utilisation des applications de navigation. Finalement, la section 3.3.2 confirme cela en utilisant diverses simulations macroscopiques et microscopiques représentant le trafic de la zone urbaine de Los Angeles en Californie.

### 3.3.1 Convergence théorique du modèle de choix restreint d'itinéraires vers l'affectation stationnaire du trafic routier lors de l'augmentation de l'utilisation des applications de navigation.

Dans l'équilibre de Nash du modèle de choix restreint d'itinéraires (définition 3.1.1), les utilisateurs de l'application n'ont pas de "regrets" tandis que les non-utilisateurs de l'application "regrettent" de ne pas connaître  $\mathcal{P}_{od}$ . Sans perte de généralité, et pour simplifier la lisibilité des calculs, nous supposons dans cette section que  $\|\mathbf{d}\|_1 = 1$ . Nous pouvons exprimer l'incitation moyenne à dévier associée à  $\mathbf{f}_\alpha^*$  (notation 3.1.1) :

$$\begin{aligned}\bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*) &= \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p \rho_p(\mathbf{f}_\alpha^*) \\ \bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*) &= \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p^a \cdot (\pi_{od}(\mathbf{f}_\alpha^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_\alpha^*)) + h_p^{na} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_\alpha^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_\alpha^*)) \\ \bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*) &= \sum_{o,d \in \mathcal{V}} \sum_{p \in \mathcal{P}_{od}} h_p^{na} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_\alpha^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_\alpha^*))\end{aligned}$$

Le passage à la seconde ligne utilise les équations (3.1) et (3.2). Finalement, l'équation (3.7) donne :

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*) = (1 - \alpha) \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_\alpha^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_\alpha^*)) \quad (3.12)$$

**Théorème 3.3.1** (Continuité de l'incitation moyenne à dévier avec le ratio des utilisateurs de l'application). *L'incitation moyenne à dévier  $\bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*)$  est continue en tant que fonction de  $\alpha$ .*

*Démonstration.* Cela découle de la continuité de l'incitation moyenne à dévier (voir propriété 3.2.4) et de la continuité de  $\mathbf{f}_\alpha^*$  par rapport à  $\alpha$ . La continuité de  $\mathbf{f}_\alpha^*$  par rapport à  $\alpha$  est due à la convexité du modèle de choix restreint d'itinéraires, comme le montre la preuve du théorème 3.1.1. Une preuve plus détaillée est donnée dans [117, Théorème 1].  $\square$

**Théorème 3.3.2** (Monotonie et convergence vers Nash). *Pour  $\alpha_1, \alpha_2$  tels que  $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 1$  :*

$$\bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) \leq \bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) \text{ et } \lim_{\alpha_2 \rightarrow 1} \bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) = 0$$

*Démonstration.* Tout d'abord, étant donné que  $\bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*)$  est continue avec  $\alpha$  (théorème 3.3.1),  $\bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha=1}^*) = 0$  (équation (3.12)) donne  $\lim_{\alpha \rightarrow 1} \bar{\rho}(\mathbf{f}_\alpha^*) = 0$ .

Ensuite, nous pouvons utiliser l'analyse de sensibilité du coût de déplacement  $\pi_{od}(\mathbf{f}_\alpha^*)$  et  $\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_\alpha^*)$  par rapport à  $\alpha$  (comme dans [76, 177]). En utilisant l'équation (3.12), nous avons :

$$\begin{aligned} \bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) &= (1 - \alpha_1) \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*)) \\ &\quad - (1 - \alpha_2) \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*)) \\ &= (\alpha_2 - \alpha_1) \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*)) + (1 - \alpha_2) \cdot \\ &\quad \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot ((\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*)) - (\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*))) \end{aligned}$$

Étant donné que  $\alpha_1 \leq \alpha_2$  et  $\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) \geq \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*)$ , nous avons que  $(\alpha_2 - \alpha_1) \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*)) \geq 0$ .

En utilisant l'analyse de sensibilité de Dafermos du coût de déplacement par rapport à la demande [76, Théorème 4.2], nous montrerons que  $\sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{od} \cdot ((\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*)) - (\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*))) \geq 0$ . Étant donné que  $(1 - \alpha_2) \geq 0$ , cela complètera la preuve.

En vectorisant le problème (définition 3.1.1) en un problème d'affectation de trafic stationnaire, nous notons  $\tilde{\pi}_{o,d} = (\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*), \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*))$ ,  $\tilde{d}_{o,d} = (\alpha_1 d_{od}, (1 - \alpha_1) d_{od})$ , et  $\tilde{\pi}_{o,d}^* = (\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*), \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*))$ ,  $\tilde{d}_{o,d}^* = (\alpha_2 d_{od}, (1 - \alpha_2) d_{od})$ . Cette notation est inspirée de Dafermos [76]. Ensuite, l'analyse de sensibilité de Dafermos du coût de déplacement par rapport à la demande [76, Théorème 4.2] donne :

$$\sum_{o,d \in \mathcal{V}} (\tilde{\pi}_{o,d}^* - \tilde{\pi}_{o,d})^\top (\tilde{d}_{o,d}^* - \tilde{d}_{o,d}) \geq 0$$

Revenons aux notations précédentes :

$$\begin{aligned} &\sum_{o,d \in \mathcal{V}} (\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*))^\top ((\alpha_2 - \alpha_1) d_{o,d}) \\ &\quad - (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) - \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*))^\top ((\alpha_2 - \alpha_1) d_{o,d}) \geq 0 \\ (\alpha_2 - \alpha_1) \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{o,d} \cdot (((\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*)) - (\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*) - \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*))) &\geq 0 \\ \sum_{o,d \in \mathcal{V}} d_{o,d} \cdot (((\pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}^{na}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*)) - ((\pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) - \pi_{od}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*))) &\geq 0 \end{aligned}$$

Cela démontre l'affirmation  $\bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_1}^*) \geq \bar{\rho}(\mathbf{f}_{\alpha_2}^*)$ .  $\square$

L'incitation moyenne à dévier diminue de manière monotone vers zéro lorsque le ratio d'utilisateurs d'applications augmente uniformément en utilisant le modèle de choix restreint d'itinéraires.

### 3.3.2 Simulations montrant la diminution de l'incitation moyenne à dévier avec l'augmentation de l'utilisation des applications

Dans cette sous-section, nous utilisons trois différents scénarios de trafic utilisant trois modèles différents pour montrer que l'incitation moyenne à dévier diminue lorsque le ratio d'utilisateur d'applications de navigation augmente. Tout d'abord, sur un petit réseau avec trois itinéraires indépendant, en utilisant le modèle de choix restreint d'itinéraires, nous montrons que l'incitation moyenne à dévier (définition 2.2.6) converge vers 0 lorsque l'utilisation des applications de navigation augmente. Ensuite, sur le réseau de Los Angeles, CA, des simulations montrent le même phénomène avec le modèle stationnaire de coût cognitif [238]. Finalement, nous simulons également le trafic de Los Angeles avec le simulateur microscopique de trafic Aimsun [241], qui modélise chaque véhicule indépendamment. Des simulations calibrées du trafic sur l'autoroute I-210 à Los Angeles, CA, confirment qu'une augmentation de l'utilisation des applications de navigation diminue l'incitation moyenne à dévier dans le réseau.

Les réseaux de transport, les données de capacité du réseau (définition 1.1.1), de temps de trajet en conditions fluides, les demandes de déplacement (définition 2.1.8), et le solveur utilisé pour l'affectation stationnaire du trafic sont en accès libre [116, 142]. Les fonctions de temps de trajet sur les sections routières (définition 2.1.7) sont définies comme  $t_l(f_l) = t_l^0 \left( 1 + 0.15 \left( \frac{f_l}{c_l} \right)^4 \right)$  où  $t_l^0$  est le temps de trajet en conditions fluides sur la section,  $c_l$  est la capacité horaire du trafic routier de la section, et  $f_l$  est le débit sur la section (définition 2.1.5), comme suggéré par [253]. Open Street Map [116] et OSMNX [37] peuvent être utilisés pour modéliser le réseau routier.

#### Démonstration de l'utilisation des applications sur un petit réseau

Le premier scénario de trafic (illustré dans figure 3.1) utilise un réseau de trois sections routières parallèles, modélisant une autoroute et deux voies de contournement. La capacité horaire du trafic routier sur l'autoroute est de 6 000 véhicules/heure. Les capacités horaires du trafic routier sur les artères sont fixées à 2 000 véhicules/heure. La demande (définition 2.1.8) est fixée à 20 000 véhicules/heure ( $d_{od} = 20000$ ). La demande est répartie

entre les conducteurs qui utilisent une application de navigation  $d_a$  et ceux qui n'en utilisent pas  $d_{na}$ . Nous dénotons  $\alpha \in [0, 1]$  le ratio (ou pourcentage) d'utilisateurs d'applications, de telle sorte que  $d^a + d^{na} = d$  et  $d^a = \alpha d$ . En utilisant le modèle de choix restreint d'itinéraires (définition 3.1.1), les non-utilisateurs d'applications restent sur l'autoroute indépendamment des conditions de circulation.

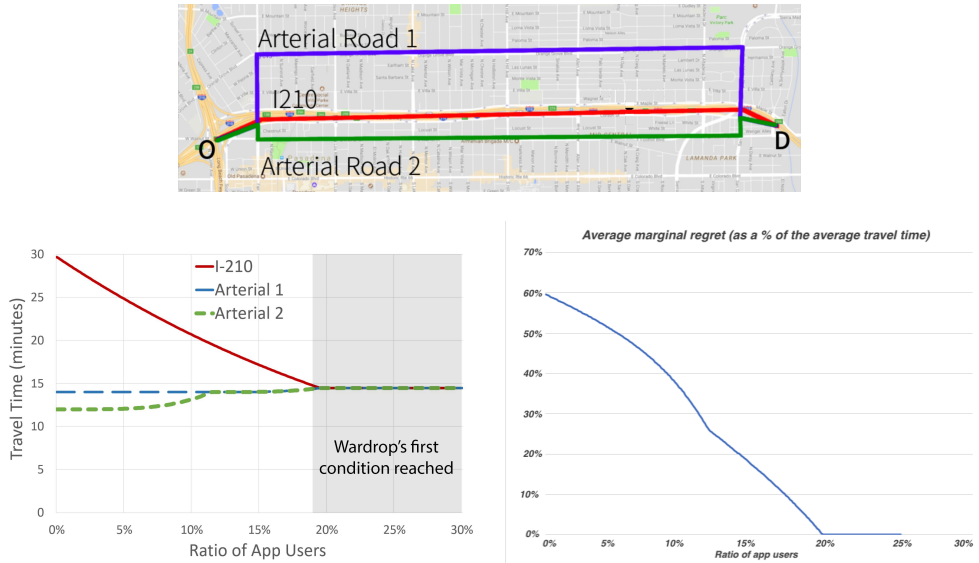


FIGURE 3.1 – En haut : le réseau considéré. En bas : Les temps de trajet des trajets (à gauche) et l'incitation moyenne à dévier (à droite) en fonction du pourcentage d'utilisation des applications de navigation. La circulation converge vers un équilibre utilisateur lorsque l'utilisation des applications de navigation augmente. Figure reproduite de [48, Figure 3].

Comme le montre la figure 3.1, avec 0% d'utilisateurs d'applications, toute la demande de trafic utilise sur l'autoroute. À mesure que le ratio d'utilisateurs d'applications augmente, les utilisateurs d'applications commencent à utiliser la Route Artérielle 2 (AR2), car elle est plus rapide que l'autoroute congestionnée. Ce transfert soulage la congestion sur l'autoroute, mais augmente la congestion sur AR2. Lorsque le temps de trajet sur AR2 devient aussi élevé que le temps de trajet sur la Route Artérielle 1 (AR1), les utilisateurs d'applications commencent également à emprunter AR1. Les temps de trajet cessent d'évoluer lorsque l'utilisation des applications atteint 18%, ce qui correspond à un phénomène d'égalisation des temps de trajet : dans ces conditions, aucun utilisateur d'application ne peut réduire son temps de trajet en changeant d'itinéraire pour réduire son temps de trajet ; l'équilibre utilisateur est atteint.



L'incitation moyenne à dévier diminue avec l'augmentation de l'utilisation des applications. Elle atteint 0 lorsque l'utilisation des applications atteint 18%. À ce moment-là, l'équilibre de Nash est atteint.

**Remarque 3.3.1** (Trafic de contournement et efficacité des autoroutes). *En 1989, Adolf D. May, travaillant avec CalTrans et General Motors, a soutenu le développement des applications de navigation en affirmant que celles-ci répartiraient la congestion dans l'espace, ce qui diminuerait le trafic sur les autoroutes et améliorerait donc l'efficacité des autoroutes [75]. Cela est confirmé par ce premier modèle simple. Cependant, la diminution du trafic sur les autoroutes s'accompagne d'une augmentation du trafic sur certaines routes locales, qui ont une capacité quotidienne de planification urbaine (définition 1.1.2) plus faible que les autoroutes. Par conséquent, la congestion sur ces routes locales crée des défis pour les villes et leurs habitants. Cela est expliqué dans le chapitre 6.*

### Utilisation des applications sur le réseau de Los Angeles

Une deuxième série de simulations est réalisée sur le réseau de Los Angeles (figure 3.2) avec le modèle stationnaire de coût cognitif [238]. Le trafic est simulé pour plusieurs ratios d'utilisation d'applications de navigation (de 0% à 100% avec un incrément de 1% entre les simulations). La demande de trafic est créée à partir de données collectées auprès de l'American Community Survey, composée de 96 077 paires origine-destination. Le réseau est construit à partir de Open Street Map [116]. La demande de trafic correspond au trafic des heures de pointe. Cela permet de montrer les effets de l'utilisation des applications de navigation lorsque le réseau est congestionné.

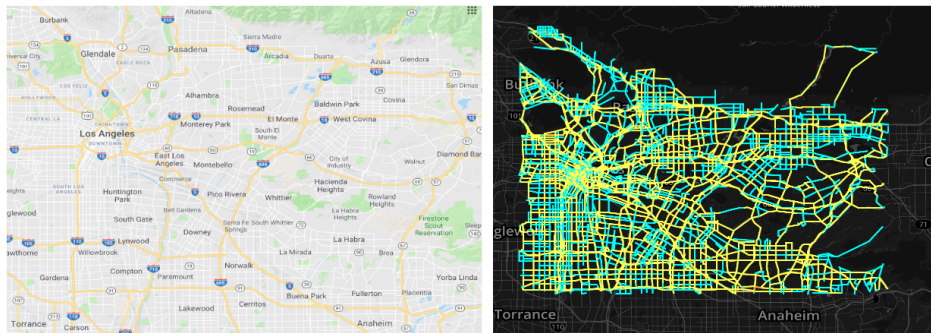


FIGURE 3.2 – Réseau de Los Angeles, utilisé pour l'expérimentation. À gauche : une carte de la zone urbaine de Los Angeles, à droite : le graphe que nous utilisons pour modéliser le réseau. Figure reproduite de [48, Figure 4].

L'incitation moyenne à dévier diminue de manière monotone avec l'augmentation de l'utilisation des applications de navigation (figure 3.3). Le fait que la diminution soit monotone indique que quel que soit le pourcentage d'utilisation d'applications, le trafic se rapproche d'un équilibre utilisateur lorsque l'utilisation des applications augmente.

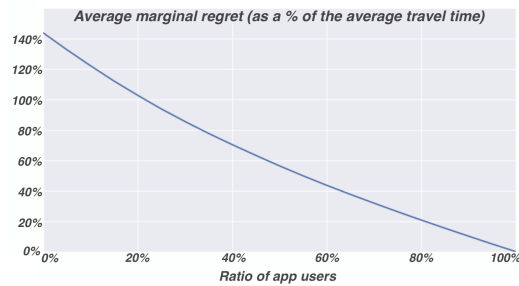


FIGURE 3.3 – Incitation moyenne à dévier en fonction du pourcentage d'utilisation des applications de navigation dans le réseau de Los Angeles. L'incitation moyenne à dévier diminue de manière monotone jusqu'à atteindre 0 lorsque l'utilisation des applications augmente. Figure reproduite de [48, Figure 5].

Nous montrons l'évolution du débit de trafic pour une paire origine-destination particulière. Cette paire origine-destination a été choisie parmi les paires origine-destination avec la plus grande demande. L'origine se situe légèrement au sud-est de Compton et la destination se trouve juste au nord de Burbank. La figure 3.4 montre les cinq principaux itinéraires empruntés par les véhicules faisant le trajet de l'origine à la destination. Presque tous ces itinéraires passent par la SR 2 à travers Glendale. L'un d'eux passe par l'I-210 à travers Pasadena (en vert).

Lorsque uniquement 0% à 35% des conducteurs utilisent une application de navigation, presque tous ces conducteurs empruntent l'itinéraire vert, qui est le plus rapide. Mais ensuite, avec 35% de conducteurs utilisant une application de navigation, les utilisateurs d'applications commencent à emprunter d'autres itinéraires, en particulier le bleu (Itinéraire 1) et le rouge (Itinéraire 3). 35% d'utilisation d'applications est le pourcentage pour lequel le temps de trajet des itinéraires vert, bleu et rouge sont égaux. Lorsque plus de 35% de conducteurs utilisent une application de navigation, le temps de trajet des autres itinéraires passe en dessous de celui de l'itinéraire vert et tous les utilisateurs d'applications quittent l'itinéraire vert pour emprunter les itinéraires les plus rapides.

**Remarque 3.3.2** (Évolution du temps de trajet). *Il est important de noter*

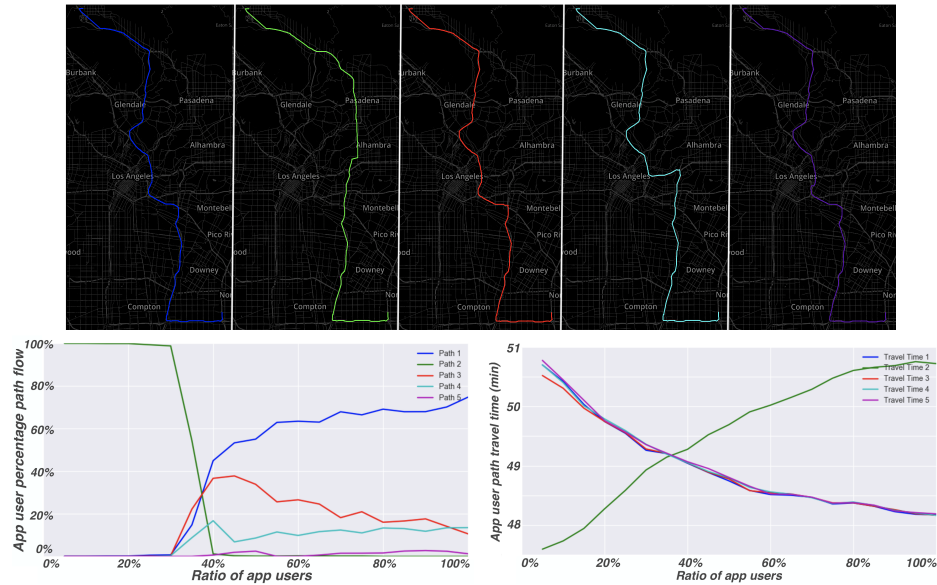


FIGURE 3.4 – Impact de l’augmentation de l’utilisation des applications sur le choix des itinéraires et le temps de trajet pour une paire origine-destination spécifique. En haut : les 5 principaux itinéraires suggérés par les applications de navigation. L’itinéraire bleu est celui utilisé par les conducteurs n’utilisant pas d’applications. En bas à droite : le temps de trajet des 5 itinéraires en fonction du ratio d’utilisation des applications de navigation. En bas à gauche : la répartition des utilisateurs d’applications sur les 5 itinéraires en fonction du ratio d’utilisation des applications. Lorsqu’il n’y a pas d’utilisateurs d’applications, tous les véhicules utilisent l’autoroute. La route secondaire verte est un raccourci pour les utilisateurs d’applications. Lorsqu’il y a plus de 35% d’utilisateurs d’applications, l’itinéraire vert n’est plus un raccourci. Cet itinéraire devient congestionné, car d’autres automobilistes l’utilisent pour leurs trajets. Les utilisateurs d’applications utilisent toujours les itinéraires ayant le plus petit temps de trajet. Figure reproduite de [48, Figure 6].

*que le temps de trajet de ces itinéraires dépend du comportement des conducteurs ayant d'autres origines et/ou destinations. Même lorsque plus de 35% de conducteurs utilisent une application de navigation et qu'aucun conducteur navigant entre l'origine et la destination n'utilise l'itinéraire vert, le temps de trajet de cet itinéraire varie toujours, principalement parce que les véhicules ayant d'autres origines et/ou destinations changent encore d'itinéraire lorsque le ratio d'utilisation des applications augmente.*

### **Démonstration complémentaire à travers des simulations microscopiques sur le réseau de Los Angeles**

Si les modèles précédents présentent le bénéfice d'être analytiques et d'être facilement implémentables à grande échelle, ils ne sont pas réalistes pour modéliser les phénomènes dynamiques de trafic. Afin de mieux relier ce travail à la pratique, nous utilisons ici des simulations microscopiques (qui modélise chaque véhicule et leur comportement de choix d'itinéraires) pour représenter le trafic routier. Ces simulations sont réalisées en utilisant le logiciel *Aimsun* de TSS [241]. Le trafic sur le corridor I-210 entre Pasadena et Monrovia est simulé (figure 3.5). *Aimsun* utilise un modèle de suivi de véhicules pour décrire le mouvement des véhicules individuels à travers un réseau (voir le chapitre 4 pour plus d'explications sur les simulations microscopiques de trafic). Le modèle *Aimsun* du trafic sur l'autoroute I-210 a été calibré par plus de 10 ans de travail d'une équipe de l'université de UC Berkeley en collaboration avec les acteurs institutionnels en charge de la gestion de trafic à Los Angeles [190]. Les données des capteurs de boucle des autoroutes du département des transports de Californie et des études de circulation urbaine sont utilisées pour établir une demande réaliste. Les plans de contrôle de la circulation du département des transports de Californie, d'Arcadia et de Pasadena sont intégrés dans le modèle.

Nous supposons que les applications suggèrent aux utilisateurs d'applications l'itinéraire qu'elles estiment être le plus rapide. Nous supposons également que les utilisateurs d'applications suivent la recommandation des applications. Les utilisateurs d'applications sélectionnent donc les itinéraires les plus rapides étant donné l'état du trafic dans le réseau. Ils peuvent changer d'itinéraire dynamiquement en fonction des informations en temps réel. Nous supposons que les itinéraires induits par les panneaux de signalisation sont conçus pour être les itinéraires obtenus en résolvant l'affectation stationnaire du trafic. Par conséquent, en supposant que les conducteurs n'utilisant pas d'application de navigation suivent principalement les panneaux de signalisation, nous affectons ces conducteurs aux itinéraires issues de l'affectation stationnaire du trafic. Les conducteurs n'utilisant pas d'application de na-

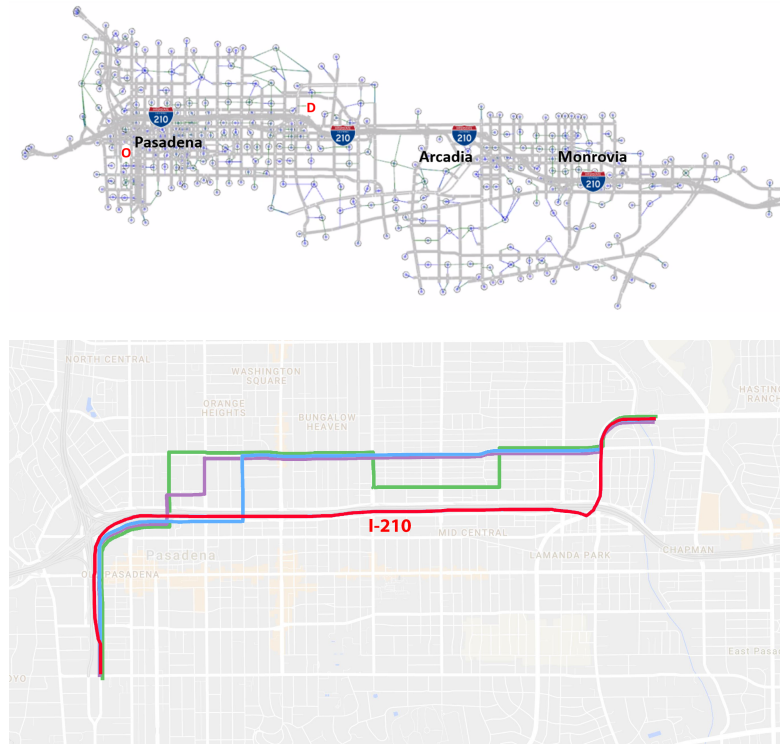


FIGURE 3.5 – En haut : la paire origine-destination étudiée pour les simulations microscopiques. Nous concentrons notre analyse sur une seule paire origine-destination, car la complexité du réseau est élevée et les résultats sont difficiles à interpréter lorsque toutes les paires origine-destination sont perturbées simultanément. En bas : une sélection d'itinéraires que les utilisateurs d'applications peuvent prendre pour éviter la congestion sur l'I-210. L'itinéraire I-210, qui est emprunté par les conducteurs n'utilisant pas d'applications de navigation, est indiqué en rouge. Figure reproduite de [49, Figure 7].

vigation ne peuvent pas changer d'itinéraire pendant leur trajet. Nous nous attendons à ce que les conducteurs sans application passent plus de temps sur l'I-210, tandis que les utilisateurs d'applications peuvent être incités à utiliser des itinéraires alternatifs utilisant des routes secondaires pour éviter la congestion sur l'autoroute.

Étant donné que les coûts des itinéraires (c'est-à-dire les temps de trajet) sont un élément essentiel du comportement des utilisateurs d'applications, ces coûts doivent être calculés fréquemment afin de garantir que les véhicules aient accès à l'information la plus à jour. Une faible fréquence de mise à jour des coûts (par exemple, en mettant à jour les coûts des itinéraires toutes les 20 minutes dans une simulation de 60 minutes) entraînera des effets indésirables. Par exemple, supposons qu'un itinéraire ait un faible temps de trajet (c'est-à-dire un faible coût) en raison d'un faible débit de trafic. Les utilisateurs d'applications commenceront à emprunter cet itinéraire, ce qui entraînera la congestion de l'itinéraire. Cependant, si le coût de l'itinéraire n'est pas mis à jour (car la fréquence de mise à jour du coût est faible), alors les utilisateurs d'applications continueront à emprunter l'itinéraire, aggravant ainsi davantage la congestion. Pour éviter de tels effets, nous utilisons une fréquence de mise à jour des coûts d'une minute.

Le corridor I-210 est composé de plus de 4 000 paires origine-destination et de plus de 10 000 sections routières. Il y a quatre autoroutes principales dans le corridor I-210, à savoir l'autoroute I-210 en direction est/ouest, l'autoroute I-605 en direction nord/sud, l'autoroute California 101 en direction nord/sud et l'autoroute I-134 en direction est/ouest. Le débit de fond d'une heure de pointe typique en semaine est obtenu à partir de PeMS [256] et de données de la ville collectées pour le projet Connected Corridors [190]. Pendant les heures de pointe du trafic, plus de 75 000 véhicules entrent dans le réseau chaque heure. Nous concentrons notre analyse sur une seule paire origine-destination, car la complexité du réseau est élevée et les résultats sont difficiles à interpréter lorsque toutes les paires origine-destination sont perturbées simultanément. Ainsi, nous fixons la demande entre toutes les paires origine-destination, et nous modifions le pourcentage d'utilisateurs d'applications pour une unique paire origine-destination (voir la figure 3.5). Les itinéraires possibles entre l'origine et la destination sont présentés dans la figure 3.5. Nous simulons le trafic pour des ratios d'utilisation d'application de 10% à 90% et par incréments de 10%.

Les débits d'itinéraires et les temps de trajet des itinéraires utilisés pour la paire origine-destination étudiée sont présentés dans la figure 3.6. Les temps de trajet des itinéraires alternatifs (indiqués en orange et vert dans la figure 3.5) convergent vers le temps de trajet de l'autoroute (itinéraire rouge) à mesure que le nombre d'utilisateurs d'applications entre l'origine et la desti-

nation spécifique augmente. Lorsque le nombre d'utilisateurs d'applications de navigation augmente, le trafic sur les raccourcis augmente, rendant ces raccourcis plus longs jusqu'à ce qu'ils ne soient plus des raccourcis. L'incitation moyenne à dévier, indiquée dans la figure 3.6, diminue également à mesure que le pourcentage d'utilisateurs d'applications augmente. L'incitation moyenne à dévier augmente légèrement à 30%, 50%, 80% et 90% d'utilisateurs d'applications. Ce phénomène est causé par un écart entre le temps de trajet prévu et le temps de trajet réel lorsque de nombreux véhicules utilisent les applications de navigation. Dans la simulation, les suggestions données aux utilisateurs d'applications ne tiennent compte que des informations actuelles et passées, sans prévoir les conditions de circulation futures. En conséquence, un grand nombre d'utilisateurs d'applications vont se rediriger vers des itinéraires alternatifs ayant des coûts prévus faibles qui se révéleront avoir des coûts réels élevés, car beaucoup de véhicules les utilisent. En d'autres termes, dans ce scénario, **après 30% d'utilisation des applications de navigation, l'efficacité des prédictions des applications diminue si elles ne tiennent pas compte de leur propre impact sur l'évolution du trafic.**

En conclusion, **l'utilisation des applications de navigation dirige le trafic vers un équilibre de Nash.**

### 3.4 Études de cas sur l'utilisation des applications de navigation

La section 3.3 montre qu'une augmentation de l'usage des applications de navigation dirige l'état du trafic vers un équilibre de Nash. Cependant, cela n'explique pas si cela augmente ou diminue l'efficacité globale du réseau. Dans cette section, nous montrons qu'il n'y a pas une réponse unique à cette question : en fonction du scénario de trafic considéré, une augmentation de l'utilisation des applications de navigation peut augmenter ou diminuer l'efficacité globale du réseau.

Sur le réseau Braess (figure 2.2), nous montrons qu'une augmentation de l'utilisation des applications peut réduire le temps de trajet individuel de chaque véhicule (tant pour les utilisateurs d'applications que pour les conducteurs sans application) dans le réseau. Mais cela peut également augmenter le temps de trajet individuel de chaque véhicule. Ce phénomène est connu sous le nom de paradoxe de Braess [41], une réplique du dilemme du prisonnier [244] dans les jeux de routage.

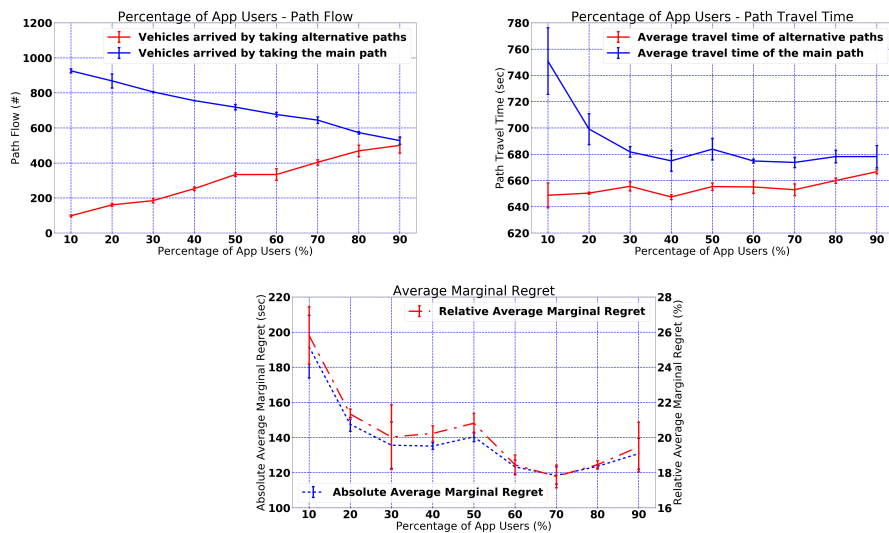


FIGURE 3.6 – Résultats de la simulation du réseau I-210. En haut à gauche : débits sur l’itinéraire principal (autoroute en rouge dans la figure 3.5) et sur les itinéraires alternatifs (en bleu, violet et vert dans la figure 3.5). En haut à droite : convergence des temps de trajet entre l’itinéraire principal (l’autoroute) et les itinéraires alternatifs. En bas : incitation moyenne à dévier absolue et relative en fonction du pourcentage d’utilisation d’applications dans le réseau. L’incitation moyenne à dévier montre qu’après 30% d’utilisation des applications de navigation, l’efficacité des prédictions des applications diminue si elles ne tiennent pas compte de leur propre impact sur l’évolution du trafic. Figure reproduite de [46, Figure 3].



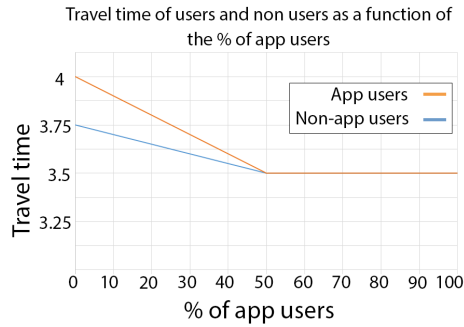


FIGURE 3.7 – Impact de l’augmentation de l’utilisation des applications sur le premier scénario du réseau de Braess : tout le monde obtient un meilleur temps de trajet lorsque l’utilisation des applications augmente.

### 3.4.1 Lorsque l’utilisation des applications de navigation améliorent la situation pour tout le monde

Cette section montre à l’aide d’un exemple simple que l’augmentation de l’utilisation des applications peut conduire à une situation meilleure pour tout le monde (même pour les conducteurs sans application).

À cette fin, considérons le modèle de choix restreint d’itinéraires (définition 3.1.1) sur le réseau de Braess (figure 2.2), un réseau avec quatre intersections ( $A, B, C, D$ ) et trois itinéraires ( $ABD, ACD$  et  $ABCD$ ). La demande est fixée à 100 véhicules qui veulent aller de  $A$  à  $D$ . Les fonctions de temps de trajet des sections routières (définition 2.1.7) sont définies par  $t_{AB}(x) = 1 + \frac{x}{100}$ ,  $t_{AC}(x) = 2$ ,  $t_{BC} = 0.25$ ,  $t_{BD}(x)(x) = 2$  et  $t_{CD} = 1 + \frac{x}{100}$ . Ceci est équivalent à l’expérience de [73].

Les utilisateurs d’applications sont dirigés vers l’itinéraire le plus court entre  $ABCD, ABD$  et  $ACD$ . Les conducteurs sans application ne connaissent pas les itinéraires  $AC$  et  $BD$ . Par conséquent, ils sont dirigés sur l’itinéraire le plus court  $ABCD$ .

Nous constatons que les temps de trajet des utilisateurs d’applications et des conducteurs sans application diminuent en fonction du pourcentage d’utilisation d’applications (figure 3.7).

### 3.4.2 Quand l’utilisation des applications de navigation est pire pour tout le monde

Dans son livre [196], Pigou a introduit la notion de **routage égoïste** à travers un exemple où l’équilibre du trafic n’est pas socialement optimal (c’est-à-dire que répartir la congestion dans le réseau routier n’entraîne pas

une diminution du retard moyen dans le réseau).

Dans cette sous-section, nous présentons une expérience de pensée où l'utilisation des applications de navigation entraîne une version moderne de la *Tragédie des communs* de William Forster Lloyd et Garrett Hardin [159], où les vaches ont été remplacées par des véhicules, l'herbe a été remplacée par la capacité routière, et l'action de manger l'herbe est maintenant incarnée par le choix des itinéraires des véhicules (voir la section 1.1.2 de [183]). En effet, la section 3.3 montre que l'augmentation de l'utilisation des applications amène le trafic à converger vers un équilibre de Nash et le prix de l'anarchie [178, 192, 207] nous indique que les affectations de trafic à l'équilibre de Nash peuvent être pires que l'affectation de trafic socialement optimale. Nous affirmons que les applications de routage peuvent reproduire le paradoxe de Braess [41]. Dans le paradoxe de Braess, l'ajout d'une nouvelle route peut augmenter le temps de trajet total dans le réseau, même sans augmentation de la demande de trafic. Dans notre cas, l'ajout d'une nouvelle route est remplacée par la connaissance d'une nouvelle route grâce aux applications de navigation.

À cette fin, nous considérons la même configuration que la précédente sous-section (figure 2.2), mais avec une connaissance différente du réseau  $\mathcal{P}^{na}$  par les conducteurs sans application. Les utilisateurs d'applications sont dirigés vers l'itinéraire le plus court entre  $ABCD$ ,  $ABD$  et  $ACD$ . On suppose que les conducteurs sans application ne connaissent pas la section routière  $BC$ . Par conséquent, ils sont dirigés sur l'itinéraire le plus court entre  $ABD$  et  $ACD$ .

La figure 3.8 montre que le temps de trajet des utilisateurs d'applications et des conducteurs sans application augmentent avec l'utilisation des applications de navigation.

Dans ce cas particulier, même si l'utilisation des applications diminue l'incitation moyenne à dévier (définition 2.2.6), le temps de trajet de chaque véhicule augmente avec une augmentation de l'utilisation des applications. Cet exemple montre que l'utilisation des applications peut ne pas être bénéfique pour la société. En effet, le chapitre montre que l'utilisation des applications conduit l'état du trafic à converger vers un équilibre de Nash (en utilisant l'incitation moyenne à dévier comme quantificateur), ce qui peut ne pas être socialement optimal.

### 3.4.3 Considérations d'urbanisme

Lors de ce chapitre, nous avons étudié l'impact de l'utilisation des applications des navigations sur l'efficacité du réseau routier. Nous avons montré que l'augmentation de l'utilisation des applications des navigations oriente le trafic vers un équilibre de Nash. Ce phénomène peut diminuer ou augmen-

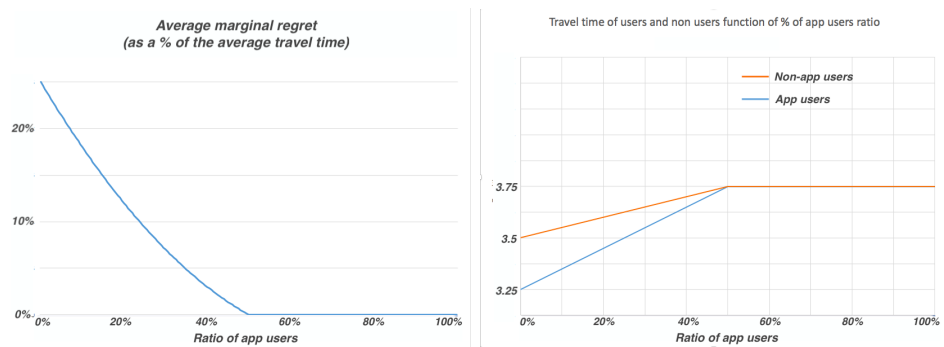


FIGURE 3.8 – Impact de l’augmentation de l’utilisation des applications sur le deuxième scénario du réseau de Braess : tout le monde obtient un temps de trajet pire lorsque l’utilisation des applications augmente. À gauche : l’incitation moyenne à dévier en fonction de l’utilisation des applications. L’incitation moyenne à dévier des véhicules diminue de manière monotone lorsque l’utilisation des applications augmente. À droite : le temps de trajet des utilisateurs d’applications (en bleu) et des conducteurs sans application (en orange) en fonction du ratio d’utilisateurs d’applications. Le temps de trajet de chaque voyageur (conducteurs sans application et utilisateurs d’applications) augmente lorsque l’utilisation des applications augmente. Figure reproduite de [48, Figure 8].

ter le temps de trajet total dans le réseau routier. Cependant, nous n'avons qu'étudié l'impact de l'utilisation des applications sur les temps de trajet au sein du réseau, et nous n'avons jamais considéré les impacts des flux des trafics sur les villes. En fin de compte, les applications de navigation influencent la répartition des véhicules dans l'espace et le temps au sein du système de transport, sans tenir compte des capacités quotidiennes de planification routière urbaine (définition 1.1.2). Ces applications ne font pas la différence entre les routes et les rues. Ce faisant, les systèmes de navigation routière ont un impact non négligeable sur l'ampleur et la répartition des externalités du transport routier. Les externalités peuvent inclure une diminution de certaines mesures de performance opérationnelle du trafic (comme la distance totale parcourue par les véhicules), une diminution de la fiabilité des temps de trajet, une possible diminution de la résilience du réseau en cas de suggestions trompeuses d'itinéraires, une augmentation des dommages aux infrastructures, une augmentation des problèmes de sécurité routière, ou même une diminution de la qualité de vie d'un quartier. Le chapitre 6 étudie les externalités négatives de la circulation de contournement induites par l'utilisation des applications de navigation du point de vue urbanistique.



## Deuxième partie

### Simulation du choix des itinéraires à grande échelle



## Chapitre 4

# Simulation microscopique du trafic routier de la ville de Fremont

Afin d'être utiles et efficaces, l'impact qu'une potentielle politique publique aura sur le système des transports peut être prédit, modélisé ou évalué (voir figure 1.3). Comme indiqué dans la section 1.2, les villes peuvent réaliser des études de cas, elles peuvent tâtonner avec des expérimentations temporaires, ou elles peuvent utiliser des modèles (et des simulations) pour prédire l'impact des techniques de gestion du trafic sur le système.

Dans ce chapitre, nous souhaitons comprendre l'impact des mesures d'apaisement de la circulation visant à modifier les choix d'itinéraires des navetteurs dans le quartier de Mission San Jose à Fremont, en Californie. En particulier, la ville de Fremont a modifié la synchronisation des feux de circulation, a implémenté des restrictions d'accès et a ajouté des stops dans le quartier. Cela a pour objectif de réduire la congestion due aux navetteurs dans le quartier, sans diminuer l'attrait commercial du quartier.

Les différents types de simulations qu'une ville peut effectuer sont présentés dans la section 4.1. La difficulté de créer une simulation de trafic suffisamment réaliste pour être utile à la création de politiques publiques peut être sous-estimée sans exposition préalable aux simulations de trafic. Par conséquent, un aperçu des simulations microscopiques de trafic et une description de leur processus de création, de calibration et de validation sont présentés dans la section 4.2. Pour illustrer le processus, une simulation réaliste du trafic dans le quartier de Mission San Jose à Fremont (réseau de 2000 liens, avec environ 75 000 véhicules chaque jour) utilisant le logiciel Aimsun [241] est mise à disposition des chercheurs qui souhaitent construire sur ce chapitre [143]. La section 4.3 spécifie les données d'entrée nécessaires



pour la création, validation et simulation du trafic routier, et la section 4.4 énumère les étapes à suivre pour exécuter une simulation du trafic routier avec Aimsun [241]. Enfin, la section 4.5 explique le processus de calibration du modèle, et la section 4.6 décrit l'analyse des résultats pouvant être effectuée après l'exécution de la simulation.

Les travaux présentés dans ce chapitre ont été réalisés en collaboration avec une équipe de chercheurs de l'UC Berkeley.

## 4.1 Simulateurs de trafic existants

Chaque année, chaque citoyen américain (États-Unis) perd en moyenne 84 heures et 125 litres de carburant dans les embouteillages [161]. Pour faire face à la congestion, les villes peuvent comprendre l'impact des techniques d'atténuation de la congestion routière en utilisant des jumeaux numériques (c'est-à-dire des simulations) de leurs trafics routiers.

Comme indiqué dans la section 1.2, la planification des transports est intrinsèquement liée et interconnectée à l'aménagement du territoire. Chaque interaction au sein du cycle du mode d'occupation des sols (voir figure 1.2) peut être modélisée à l'aide de différents types de modèles, en fonction du problème que souhaite résoudre un planificateur. Les **modèles d'occupation des sols** estiment l'impact de l'attractivité d'un territoire sur le mode d'occupation des sols. Les **modèles de déplacements** estiment l'impact du mode d'occupation des sols sur les déplacements pendulaires. Les **simulations du trafic routier** estiment comment les déplacements pendulaires s'effectuent au sein du réseau de transports.

### 4.1.1 Modèles d'occupation des sols

Les modèles d'occupation des sols [262] estiment comment l'accessibilité et l'attractivité d'un territoire impactent son mode d'occupation des sols. À titre d'illustration, en utilisant des données de trafic et des données démographiques en entrée, UrbanSim [258] modélise les ménages, l'emploi, l'immobilier et l'évolution potentielle de la localisation des emplois, de la densité urbaine et de la construction d'immeubles.

### 4.1.2 Modèles et simulations de la demande de déplacement

En utilisant des données d'occupation des sols couplées à des données socio-démographiques, les modèles de demande de déplacement estiment les

besoins en transport [180, 213]. Plus spécifiquement, ils estiment et prévoient la demande de déplacement et de trafic (définitions 1.1.3 et 1.1.4). Ces modèles sont pertinents pour estimer les opportunités de changement de mode de transport ou la demande latente, par exemple. Il existe trois approches principales de modélisation de la demande de transport.

Les **modèles basés sur les déplacements** [180] sont les modèles historiques pour générer la demande de transport à partir de données socio-démographiques. En particulier, depuis les années 1950, le modèle classique en quatre étapes [172] a été largement utilisé par les planificateurs. Dans ce modèle, un déplacement consiste en une origine et une destination. Les déplacements sont agrégés dans une matrice origine-destination (**matrice OD**) (définition 2.1.10) en utilisant des zones d'analyse des transports (**TAZs**) (définition 2.1.9). Le modèle génère d'abord une distribution des déplacements sortants et entrants dans les zones d'analyse des transports (TAZs) (*génération des déplacements*). En suite, les déplacements entrants et sortants dans toutes les TAZs sont assortis en matrices origine-destination (OD) (*distribution des déplacements*). Pour chaque paire  $od$ , la répartition modale est estimée (*répartition modale*). Enfin, la demande de trafic est affectée aux itinéraires en utilisant l'affectation statique du trafic (définition 2.2.12) (*affectation des itinéraires*). Le modèle en quatre étapes est un modèle statique qui estime le total des déplacements pendant une journée sans modéliser de dynamique dans le réseau autre que le nombre total de véhicules sur chaque section routière par jour.

Les **modèles basés sur les activités** [32] étendent les modèles basés sur les déplacements en associant à chaque déplacement un objectif (travail, shopping ou loisirs). Cette caractéristique permet de modéliser des heures de départ hétérogènes. Elle permet également de prendre en compte l'élasticité de la demande par rapport aux conditions de trafic du réseau. MATSim [20], TransCAD [162], Visum ou CEMDAP [197] sont quelques exemples de logiciels permettant de résoudre des modèles basés sur les activités.

Enfin, les **modèles basés sur les agents** étendent le modèle basé sur les activités en modélisant chaque agent, au lieu de chaque déplacement [270]. Par conséquent, les modèles basés sur les agents peuvent reproduire les comportements de covoiturage et modéliser le fait que la plupart des navetteurs rentrent chez eux après le travail pendant la journée. MATSim [20], BEAM [18] (basé sur MATSim) ou ActivitySim [100] sont quelques exemples de logiciels permettant de résoudre des modèles basés sur les agents.

Les modèles de demande de déplacement ne représentent pas la dynamique du trafic sur les liens individuels.

### 4.1.3 Modèles et simulateurs de trafic

L'affectation dynamique de la demande sur le réseau routier est réalisée par des modèles d'**affectation dynamique du trafic** [63, 245]. Une fois que l'itinéraire de chaque véhicule est connu, le calcul dynamique du trafic sur les sections routières du réseau est appelé **chargement dynamique du réseau** [63].

Dans cette thèse, nous considérons la demande de trafic (définition 1.1.4) comme la demande qui utilise le réseau routier, sans spécification d'itinéraires. Cependant, dans la littérature académique en ingénierie des transports, la demande de trafic peut se référer à une notion différente : dans le modèle en quatre étapes [172], elle fait référence à ce que nous avons appelé dans la figure 1.1 la demande d'infrastructure (définition 1.1.5). Notre choix est motivé par le fait que nous nous intéressons à comprendre l'impact du choix des itinéraires sur le trafic. Avec l'augmentation de la quantité d'information disponible pour les conducteurs, l'auteur estime que la **demande de trafic ne devrait plus inclure les choix individuels d'itinéraires**. Par conséquent, les modèles et simulateurs de trafic incluent les modèles qui effectuent à la fois l'affectation dynamique du trafic et le chargement dynamique du réseau, et ils incluent également les modèles qui ne simulent que le chargement dynamique du réseau.

Il existe trois types de modélisation des flux de trafic [60, 63].

Les modèles **macroscopiques** agrègent les véhicules en flux de trafic (définition 2.1.5), en supposant que le trafic se comporte comme un fluide [63]. Ces modèles peuvent être statiques (comme le modèle en quatre étapes [172] ou l'affectation statique du trafic (définition 2.2.12)) ou dynamiques. Aimsun [241], Cube, POLARIS [15], Visum, TransCAD [162] sont quelques exemples de logiciels de simulations macroscopiques.

Les modèles **microscopiques** représentent chaque véhicule dans le réseau [63]. La simulation microscopique reproduit les comportements de conduite individuels et offre une résolution fine du trafic. L'interaction de chaque véhicule avec son environnement est modélisée à l'aide de modèles de suivi de véhicule (car-following behavior), de changement de voie (lane-changing behavior) et de choix d'itinéraire (routing behavior) [63]. Aimsun [241], Cube, TransModeler, POLARIS [15], SUMO [27], Vissim [89], MISIMLab, Synchro, BEAM [18], Paramics [52], ActivitySim [100] sont quelques exemples de logiciels de simulations microscopiques.

Les modèles **mésoscopiques** se situent entre les deux et représentent un compromis entre la modélisation macroscopique et microscopique [63]. Ils modélisent chaque véhicule, mais seulement l'interaction entre un véhicule et le flux de trafic est modélisée. L'interaction entre un véhicule et le flux

de trafic peut être modélisée à l'aide de diagrammes fondamentaux du flux de trafic (fundamental diagram of traffic flow), de fonctions de sortie (exit function) ou de modèles de file d'attente (queuing models) [63]. Certains modèles mésoscopiques sont des modèles basés sur des événements (event-based models) : ils modélisent l'interaction entre les véhicules et le flux de trafic comme des événements qui ne nécessitent pas nécessairement une modélisation continue du temps. Le modèle de jeu de routage à champ moyen présenté dans chapitre 5 est un modèle mésoscopique basé sur des événements qui utilise des diagrammes fondamentaux du flux de trafic. Aimsun [241], Cube, TransModeler, POLARIS [15], SUMO [27], Vissim [89], MISIMLab, Synchro, BEAM [18], Paramics [52], ActivitySim [100] sont quelques exemples de logiciels de simulations mésoscopiques.

Selon la connaissance de l'auteur, parmi les options de simulation de trafic, seules les simulations microscopiques peuvent modéliser l'impact d'un changement de plan de synchronisation des feux de circulation sur le trafic routier à grande échelle. Parmi les simulateurs microscopiques de trafic disponibles, Aimsun est utilisé dans ce chapitre car il offre des options de simulation macroscopique, mésoscopique et microscopique, et peut être utilisé avec une licence académique.

#### 4.1.4 Motivations

Ce chapitre vise à fournir aux urbanistes et ingénieurs les outils et la méthodologie nécessaires pour créer, calibrer et valider une simulation microscopique du trafic routier à grande échelle (grand dans le sens où les choix d'itinéraires ont un impact sur l'état du trafic). Un modèle de simulation précis du trafic facilitera l'ingénierie des transports dans plusieurs aspects, de l'amélioration de la congestion routière [218] aux applications pour la conduite autonome [60]. La littérature académique actuelle propose un aperçu général et une comparaison de la simulation du trafic et de son développement [195, 9, 60, 218], les avantages et les applications de la simulation du trafic [60], et un cadre abstrait pour la construction d'une simulation [154, 250]. La littérature académique actuelle comprend également un examen plus approfondi des modèles de simulation avec différentes techniques de calibrage et de validation des simulations dans différents scénarios [165, 30, 122, 188, 234, 42]. Ce chapitre suit un schéma similaire de création d'une simulation microscopique par rapport à [250], mais introduit également une méthode basée sur l'apprentissage automatique pour l'étalonnage du modèle. L'équipe a constaté que la littérature mentionnée ci-dessus ne partage aucun plan généralisable ou transférable pour le processus de bout en bout de création, de calibrage et de validation d'une simulation microscopique. Étant donné

que les processus de développement de simulations microscopiques de trafic sont très similaires d'une ville à l'autre, ce chapitre vise à fournir un guide détaillé et un code source disponible publiquement pour créer une simulation microscopique de trafic routier pour les villes intéressées.

Il convient de noter que la simulation microscopique du trafic n'a de sens que lorsque des données de trafic détaillées doivent être modélisées et lorsque des études de cas ou des expériences A/B ne sont pas disponibles ou ne sont pas réalisables réalistement (voir section 1.2). Les simulations microscopiques de trafic ne peuvent pas être utilisées pour l'analyse de la demande (comme pour évaluer l'impact des entreprises de transport à la demande sur le nombre de trajets [102]) ou l'analyse du changement de mode de transport [32, 180, 270]. De plus, les simulations microscopiques ne sont pas pertinentes lorsque des données manquent pour calibrer la simulation.

## 4.2 Processus de création du simulateur microscopique de trafic routier

Les simulations de trafic [60] permettent de visualiser le trafic routier et d'estimer les métriques de performance du réseau, en calculant notamment les heures de véhicule parcourues (VHT), les miles de véhicule parcourus (VMT), le retard moyen par véhicule, les émissions de gaz, l'indice d'accessibilité, etc. Elles facilitent ainsi l'analyse des systèmes de transport (section 4.6).

Dans ce chapitre, nous désignons par simulation de trafic la simulation du trafic routier (flux temporel de véhicules dans le réseau), à partir d'une demande de trafic (origine, destination et heure de départ des voyages regroupées) et d'un réseau routier (comprenant les tronçons routiers, les voies, les intersections, les panneaux de signalisation et les plans de synchronisation des feux de circulation) en données d'entrées.

Les simulations peuvent être macroscopique, mésoscopique et microscopique [60] (voir section 4.1). Dans ce travail, Aimsun Next 22 [241] est utilisé pour effectuer des simulations microscopiques, où chaque élément du système de transport est modélisé.

Dans une simulation microscopique, chaque véhicule est modélisé et assigné à un itinéraire. Les mouvements des véhicules sont simulés sur les tronçons routiers [60]. Avant d'être généré, chaque véhicule est défini par une origine, une destination, une heure de départ et éventuellement un type de véhicule (définition 2.1.4). Les origines, destinations et heure de départ des véhicules sont agrégés dans l'espace et le temps en matrices de demandes pour chaque type de véhicule (définition 2.1.10). L'agrégation spatiale est effectuée

à l'aide de zones d'analyse des transports (TAZ) (définition 2.1.9), tandis que l'agrégation temporelle est effectuée à l'aide d'intervalles de temps (définition 2.1.2). Les tronçons routiers contigus sont reliés par des intersections. Les intersections peuvent être signalisées (avec des plans de synchronisation des feux de circulation donnés et un plan de contrôle maître) ou non signalisées (avec des panneaux cédez le passage ou des panneaux stop). L'assignation de chaque véhicule à un itinéraire est parfois appelée assignation d'itinéraire, tandis que la simulation du mouvement des véhicules à travers le réseau est couramment appelée chargement dynamique du réseau [60]. Les flux de trafic (définition 2.1.5) et les temps de parcours au sein du réseau simulés peuvent être comparés à des données mesurées afin de calibrer et de valider un modèle proposé. Pour la simulation microscopique du quartier Fremont San Jose Mission, les données d'entrée sont décrites dans la section 4.3.

En général, lorsqu'il s'agit de modéliser des systèmes de transport, il existe un compromis notable entre le nombre de variables du modèle et le risque de surajustement (overfitting), résultant de la grande quantité de données nécessaires pour calibrer des modèles de transport complexes [42]. Dans cette optique, les données réelles, réservées à la calibration du modèle, doivent être réparties en données d'entraînement et données de test afin de réduire ce risque [268].

Avant de calibrer une simulation microscopique (section 4.5), il est nécessaire de résoudre les problèmes de modélisation du réseau (problèmes de connectivité, nombre incorrect de voies, mauvais plans de synchronisation des feux de circulation, petites erreurs dans le plan de contrôle du trafic principal) ainsi que les erreurs évidentes dans les données de demande. La première phase de la calibration est effectuée sans simulation en faisant correspondre les comptages totaux réels et modélisés des véhicules entrant ou sortant du réseau. Cela est suivi de la deuxième phase de calibration, effectuée par macrosimulation. Une fois la demande calibrée, les comportements de conduite (modèles de routage, de suivi de véhicule, de changement de voie) et les paramètres de la simulation microscopique (comme l'intervalle de temps de simulation) peuvent être calibrés à l'aide d'algorithmes d'optimisation. L'évaluation de la qualité de la simulation prend beaucoup de temps, car elle nécessite d'effectuer une simulation du trafic routier qui est longue. Il convient donc d'utiliser des algorithmes d'optimisation qui ne requiert qu'un nombre restreint d'évaluations séquentielles de la fonction d'objective (pour ce travail, les auteurs ont utilisé un algorithme génétique, algorithme hautement parallélisable).

Une fois calibrée, la simulation microscopique peut être validée à l'aide d'intuitions sur le résultat attendu ou en utilisant des métriques concrètes. Estimer la qualité de simulation microscopique intuitivement consiste princi-

palement à comprendre où et quand se produit la congestion dans le réseau et à vérifier sa cohérence avec les connaissances préalables sur la congestion du réseau. Les mesures de l'efficacité (MOE) peuvent ensuite être utilisées pour une deuxième validation plus rigoureuse et plus facilement reproductible. Par exemple, le retard moyen par véhicule dans le réseau en fonction du temps permet d'identifier si l'heure de pointe du trafic est simulé correctement. Cette métrique constitue un indicateur solide de la qualité globale de la simulation. Enfin, des données plus spécifiques telles que les flux sur les sections routières possédant des capteurs de trafic ainsi que les temps de parcours au sein du réseau peuvent être utilisées pour valider la simulation par rapport aux mesures réelles de trafic.

Une fois que la simulation est créée, calibrée et validée, elle peut être utilisée pour l'analyse du trafic (section 4.6). Par exemple, les causes de la congestion peuvent être déduites de la simulation, et elle peut être utilisée pour tester des politiques d'atténuation de la congestion.

### 4.3 Données d'entrée du simulateur microscopique

Les données requises pour effectuer une simulation microscopique sont un réseau (définition 2.1.3) et une demande de trafic (un ensemble de matrice temporelle origine-destination ; définition 2.1.10). Les mesures de trafic peuvent être utilisées pour calibrer et valider la simulation. Les données utilisées par les auteurs pour simuler le trafic dans le quartier Mission San Jose autour de l'Interstate 680 et de Mission Boulevard (State Route 238/262) à Fremont, CA, sont disponibles publiquement et le processus de calibration des données d'entrée et de leur importation dans Aimsun est reproductible [143].

#### 4.3.1 Réseau

Le réseau routier est constitué de tronçons routiers reliés par des intersections signalisées ou non signalisées. Pour créer ce réseau, les auteurs ont téléchargé la modélisation du réseau de Fremont d'OpenStreetMap (OSM) [116] en utilisant la zone de délimitation définie par les coordonnées suivantes : nord : 37.5524, est : -121.9089, sud : 37.4907 et ouest : -121.9544, et l'a d'abord nettoyé dans ArcGIS [39] (voir figure 4.1). Après avoir importé le réseau dans Aimsun [241], des images satellites de Google Maps et Google StreetView ont été utilisés pour effectuer des ajustements manuels du réseau afin d'assurer l'exactitude de la connectivité, des emplacements des panneaux cédez le passage et des panneaux stop, et du nombre de voies (voir figure 4.2).

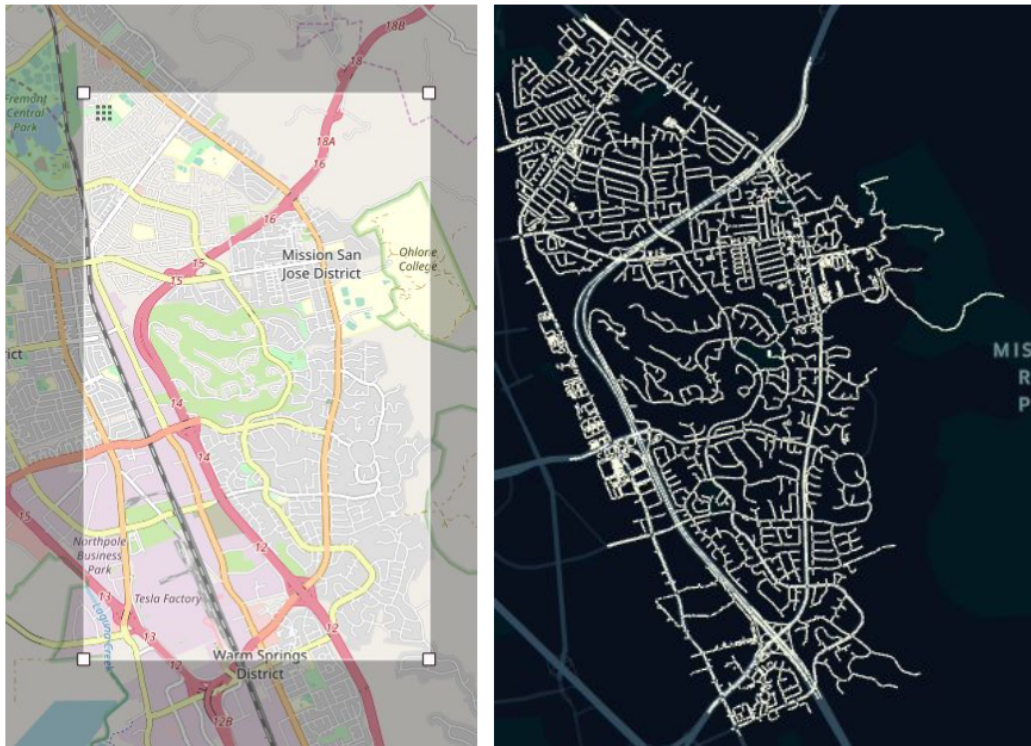


FIGURE 4.1 – À gauche : réseau OSM avec la zone de délimitation du projet. À droite : le réseau Aimsun correspondant après nettoyage.

Les limitations de vitesse ont été calibrées à l'aide des données fournies par la ville de Fremont et les capacités routières ont été ajustées à l'aide des données du modèle Behavior, Energy, Autonomy, and Mobility (BEAM), qui est un modèle open source de transport régional basé sur des agents [18]. Ensuite, les plans de signalisation routière de la ville et de CalTrans ont été importés dans Aimsun à l'aide de son interface graphique (GUI). Enfin, les mesures d'apaisement de la circulation (principalement des restrictions de virage) ont été créées dans le simulateur. Le réseau modélisé comprend 5 626 liens, dont 111 sections d'autoroutes, 373 sections de routes principales, 2 916 sections de routes résidentielles et 2 013 nœuds (intersections), dont 313 sont dotés de panneaux stop et 37 sont dotés de feux de signalisation (26 exploités par la ville et 11 exploités par CalTrans). Le processus global de création et de correction du réseau (avec les plans de signalisation routière) a nécessité environ 600 heures de travail de notre équipe pour être achevé.





FIGURE 4.2 – Une intersection du réseau Aimsun avant et après l’édition manuelle du réseau OSM à l’aide d’images satellites Google.

### 4.3.2 Demande Origine-Destination

Les origines, les destinations et les heures de départ de chaque véhicule sont regroupées dans des matrices de demande origine-destination temporelles (définition 2.1.10). Les origines (ou destinations) sont regroupées en zones d’analyse des transports (TAZ) (définition 2.1.9), qui sont bijectives à l’ensemble des centroïdes reliés aux nœuds d’entrée/sortie internes ou externes du réseau (c’est-à-dire, une TAZ = une centroïde). La zone du réseau de 16 kilomètres carrés est divisée en 84 centroïdes internes et 11 centroïdes externes (voir figure 4.3). Les heures de départ sont regroupées par intervalles de 15 minutes. Entre 14h et 20h, 75 000 véhicules sont modélisés (dont 45 000 navetteurs et 30 000 résidents). Dans ce travail, les données de demande ont été dérivées du modèle de demande SF-CHAMP [133] de l’Autorité de transport du comté de San Francisco et d’une étude de StreetLight [204] réalisée pour la ville de Fremont. Malheureusement, à l’heure actuelle, il n’existe pas de processus reproductible pour créer des données de demande précises. Cela constitue l’un des principaux défis de la simulation réaliste du trafic. L’exactitude des données de demande a été légèrement améliorée grâce à sa calibration utilisant les mesures de trafic aux nœuds d’entrée et de sortie du réseau (section 4.5).

Le processus global de création et de calibration de la demande origine-destination a nécessité environ 600 heures de travail de notre équipe pour être achevé.

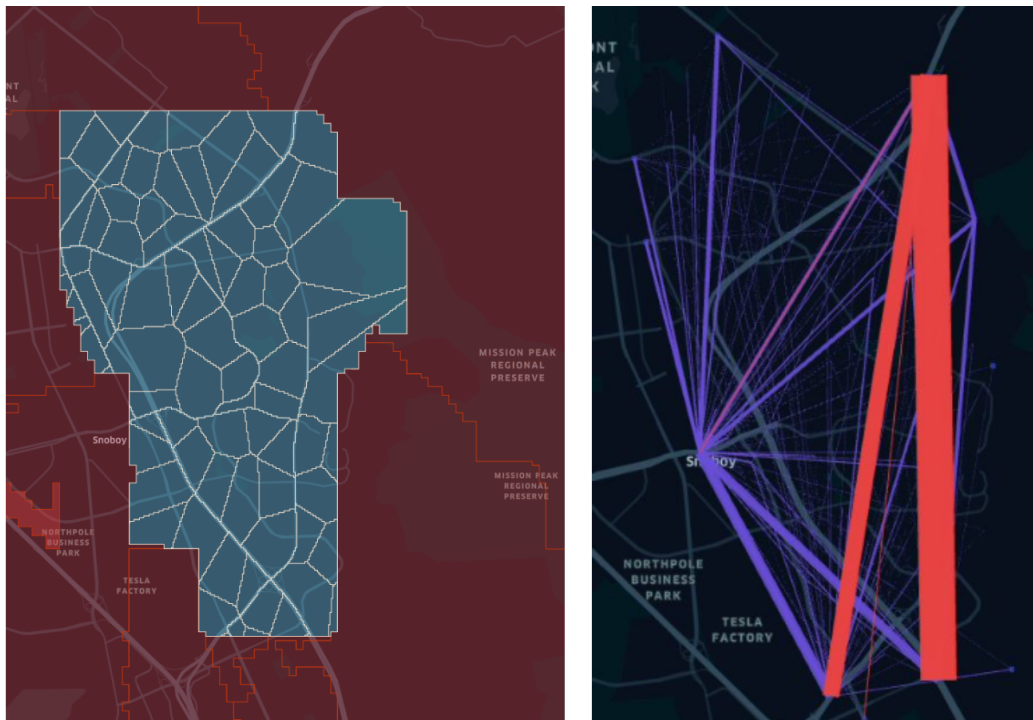


FIGURE 4.3 – À gauche : Zones d'analyse des transports (TAZ). À droite : La demande représentée par des lignes de désir. Un navetteur (regroupé en lignes rouges sur le graphique de droite) est un véhicule avec une origine et une destination, qui sont toutes deux des centroïdes externes (zone TAZ rouge sur le graphique de gauche). Un résident (regroupé en lignes bleues sur le graphique de droite) est un véhicule qui part et/ou arrive d'un centroïde interne (zone TAZ bleue sur le graphique de gauche).

### 4.3.3 Données de trafic

Les mesures de trafic qui peuvent être utilisées pour calibrer la simulation comprennent les données de débit, les données de vitesse et les données de temps de trajet. Chacune de ces données peut être importée directement dans Aimsun. Dans cette étude, les données de débit sont générées à partir de 56 capteurs de débit de la ville et de 27 systèmes de mesure des performances de CalTrans (PeMS) [256]. Les données de vitesse et de temps de trajet peuvent être obtenues à l'aide de l'API Google Maps [108]. Dans cette étude, les données de temps de trajet ont été recueillies lors de conduites dans la région. Le processus global de création des données de trafic a nécessité 400 heures de travail de notre équipe pour être achevé.

## 4.4 Simulation

Une fois les données importées dans le simulateur Aimsun, des simulations peuvent être effectuées, générant des données de trafic simulées.

### 4.4.1 Exécution d'une simulation

Pour exécuter une simulation de trafic dans Aimsun, il faut d'abord créer/importer le réseau. Ensuite, les données de demande OD doivent être importées, et une demande de trafic (une liste de matrices de demande OD temporelles à utiliser) doit être générée. Facultativement, les données de trafic peuvent être importées. Une fois toutes les importations terminées, une simulation de trafic peut être créée, avec de nombreux paramètres configurables (voir la liste complète dans la section 4.5). À ce moment, la simulation peut être effectuée.

La création et l'exécution d'une simulation peuvent être réalisées à l'aide de l'interface graphique (GUI) d'Aimsun, mais dans un souci de reproductibilité, les auteurs ont choisi d'écrire des scripts Python pour chaque étape du processus. Le code open-source est complet, et tous les lecteurs disposant d'une licence Aimsun 22.0.1 devraient être en mesure de reproduire toutes les étapes expliquées ci-dessous et d'exécuter les simulations réalisées par les auteurs [143].

Tout d'abord, le réseau peut être importé directement depuis OpenStreetMap (OSM) dans Aimsun. Pour ce travail, les auteurs ont effectué un traitement des données du réseau OSM dans ArcGIS avant d'importer le réseau OSM à partir d'un fichier externe dans Aimsun. Les limites de vitesse et les capacités des véhicules pour chaque section de route peuvent ensuite être mises à jour. Ensuite, les plans de contrôle du trafic, le plan de contrôle

principal, les stratégies de gestion du trafic ainsi que les régulateurs d'accès sont importés. Parmi ceux-ci, la configuration correcte des plans de contrôle du trafic a pris le plus de temps en raison des nombreux paramètres à modifier pour chaque feu de signalisation afin de prendre en compte différents réglages et modes de fonctionnement. Les données de demande sont également importées dans Aimsun, créées en important les données des centroïdes avec les connecteurs de centroïdes. Les données des centroïdes contiennent les données de demande OD, qui sont converties en demande de trafic. Les données de débit réelles, la dernière partie de l'entrée, sont ensuite importées en tant qu'ensemble de données réelles dans Aimsun.

Un carnet Jupyter a été conçu pour définir toutes les caractéristiques du modèle configurables en dehors d'Aimsun (y compris le pas de temps, le modèle de routage, le comportement de conduite ou l'emplacement de la base de données de sortie) nécessaires pour générer la simulation. Enfin, la simulation peut être exécutée. L'exécution de la simulation d'une durée de 6 heures prend entre 30 minutes et 4 heures, en fonction des données de sortie et de la taille des données d'entrée.

#### 4.4.2 Description des données de sortie de la simulation

Dans Aimsun, bien que la simulation puisse être appréhendée à l'aide de l'interface graphique, il est également possible de les enregistrer les données de sortie du simulateur comme une base de données SQLite. Les tables de sortie [242] contenues dans la base de données de sortie sont définies dans la configuration de la simulation microscopique. Chaque table contient différents types de statistiques, et il est important d'identifier les tables nécessaires à générer avant d'exécuter la simulation pour éviter de générer plus de données que nécessaire, ce qui peut considérablement ralentir l'exécution de la simulation. Par exemple, la table MISYS (système de simulation microscopique) contient des statistiques macroscopiques sur l'ensemble du réseau, telles que VMT, VHT, les émissions totales de gaz ou le retard moyen sur toutes les sections de route. Les bases de données de sortie SQLite sont utilisées comme sources de données principales pour les sorties de simulation tout au long de la calibration (section 4.5), de la validation et de l'analyse (section 4.6).

## 4.5 Calibration

Les défis de la création d'une simulation microscopique réaliste de la circulation urbaine résident dans sa calibration. Pour calibrer une simulation

microscopique, il est d'abord nécessaire de résoudre tous les problèmes liés au réseau. Ensuite, la demande OD peut être calibrée sans simulation en faisant correspondre les données aux mesures du nombre total de véhicules entrant ou sortant du réseau. La macrosimulation peut ensuite être utilisée pour conclure la calibration de la demande, en faisant correspondre la demande aux comptages de trafic accessible dans le réseau. Une fois que la demande OD est calibrée et après avoir choisi la modélisation du choix des itinéraires, les comportements de conduite sont calibrés à l'aide d'un algorithme générique. Les procédures de calibration de la demande OD et de calibration des comportements de conduite peuvent être reproduites en utilisant le code open source [143].

#### 4.5.1 Correction des problèmes apparents du réseau et de la demande

Un premier test visant à vérifier que le réseau et les données de demande d'entrée ne sont pas erronés peut être effectué en exécutant une simulation avec 50% de la demande et en vérifiant l'absence de congestion dans le réseau. La congestion peut être détectée avec l'interface graphique Aimsun en lançant la simulation. Elle peut également être détectée grâce au délai total dans le réseau au fil du temps ou au temps de trajet moyen par unité de distance pour un véhicule. Une deuxième vérification – avec une simulation de demande complète – peut être effectuée en examinant les écarts entre le flux réel et le flux simulé qui sont inférieurs à 50% ou supérieurs à 200%.

L'équipe a utilisé GitHub issues [103] pour signaler, suivre et résoudre tous les problèmes apparents du réseau ou de la demande. En moyenne, chaque test de simulation a identifié 4 à 5 problèmes. Chaque problème a été attribué à un membre de l'équipe, et environ deux problèmes ont été résolus par membre de l'équipe chaque semaine. Au total, 43 problèmes apparents de réseau ou de demande ont été signalés. Le processus global de correction des problèmes apparents a nécessité environ 500 heures. Les problèmes comprenaient :

- Les erreurs de connexions de voies aux intersections.
- Les erreurs de géométries de sections routières.
- Les erreurs de nombres de voies sur une section routière.
- La suppression des parkings accessibles par plusieurs sections routières. En effet, dans les simulations, ces parkings étaient utilisés par certains véhicules pour éviter la congestion aux intersections.
- Les erreurs de plans de feux de circulation.
- Les erreurs de synchronisation des plans de feux de circulation. L'équipe

a identifié un problème de congestion réelle qui pouvait être résolu en synchronisant les feux de circulation gérés par l'État avec les feux de circulation gérés par la ville sur Auto-Mall Pkwy et l'I-680.

L'équipe s'est rendu compte au cours de ce processus que les données de demande utilisées étaient biaisées vers le nord-ouest, ce qui est probablement le résultat de la demande provenant du modèle de demande CHAMP de SFCTA, qui vise à reproduire la circulation à San Francisco (qui se trouve au nord-ouest de Fremont). Des données de demande initiales précises sont essentielles pour une simulation réaliste.

### 4.5.2 Calibration de la demande OD sans simulation

Une première calibration de la demande OD décrite dans la section 4.3 peut être réalisée sans simulation. Pour cela, la demande totale est ajustée à la hausse ou à la baisse de manière que les flux mesurés à chaque point d'entrée ou de sortie du réseau correspondent aux données de demande qui entrent ou sortent du réseau à ce même point (ce point est une centroïde externe). Cette approche est très similaire à celle utilisée dans [111]. La fonction objectif à minimiser est présentée dans l'équation (4.1) :

$$\begin{aligned} \min_{\alpha \in \mathbb{R}} \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{d \in \mathcal{C}_{ext}} \left( f_{mapd(d),\theta} - \alpha \sum_{o \in \mathcal{C}} d(o, d, \theta) \right)^2 \\ + \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{o \in \mathcal{C}_{ext}} \left( f_{mapo(o),\theta} - \alpha \sum_{d \in \mathcal{C}} d(o, d, \theta) \right)^2 \end{aligned} \quad (4.1)$$

En utilisant les notations et définitions de la section 2.1 ;  $\mathcal{C}$  est l'ensemble des centroïdes,  $o$  et  $d$  sont les centroïdes d'origine et de destination,  $\Theta$  est l'ensemble des intervalles de temps, et  $\theta$  est un intervalle de temps,  $f_{l,\theta}$  est le flux de trafic pour l'intervalle de temps  $\theta$  sur le détecteur  $l$ , et  $d(o, d, \theta)$  est le nombre de véhicules qui quittent l'origine  $o$  pour atteindre la destination  $d$  pendant l'intervalle de temps  $\theta$ . Et, où  $\mathcal{C}_{ext}$  est le sous-ensemble des centroïdes externes,  $mapd(d)$  est le détecteur associé au centroïde de destination  $d$ , et  $mapo(o)$  est le détecteur associé au centroïde d'origine  $o$ .

Cette approche peut être utilisée pour déterminer comment la demande évolue au fil des années dans les cas où les données de demande passées ne sont pas disponibles, mais que les données de demande actuelle ainsi que les données de flux historiques sont disponibles.

### 4.5.3 Calibration de la demande OD avec macrosimulation

Une fois que la demande OD est calibrée par rapport aux flux d'entrée ou de sortie, elle peut être calibrée par rapport à tous les flux mesurés dans le réseau en affectant la demande dans le réseau et en comptant le nombre de véhicules passant sur chaque détecteur. Pour affecter la demande sur le réseau sans simuler la dynamique du réseau, l'affectation stationnaire du trafic peut être utilisée [192] (définition 2.2.7). La calibration de la demande vise à faire correspondre les flux de détecteurs simulés et réels. Cet ajustement est réalisé en résolvant les moindres carrés généralisés contraints décrits dans l'équation (4.2), adoptée de [29] :

$$\min_{\hat{d} \in \mathbb{R}_+^{c \times c \times \Theta}} \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{l \in \mathcal{D}} (f_{l,\theta} - \hat{f}_{l,\theta}(\hat{d}))^2 + \gamma \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{o,d \in \mathcal{C}} (d(o,d,\theta) - \hat{d}(o,d,\theta))^2 \quad (4.2)$$

En utilisant les notations et définitions de la section 2.1 ;  $\hat{d}$  est la demande OD calibrée,  $\mathcal{D} \subset \mathcal{L}$  est l'ensemble des détecteurs,  $\hat{f}_{l,\theta}(\hat{d})$  est le flux simulé sur le détecteur  $l$  pendant l'intervalle de temps  $\theta$  compte tenu de la demande  $\hat{d}$ ,  $\mathbf{d}$  est la demande précédente avant la calibration avec macrosimulation et après la calibration sans simulation, et  $\gamma$  est un facteur d'échelle pour éviter le surajustement des données de flux. Dans cette sous-section, la simulation pour créer  $\hat{f}_{l,\theta}(\hat{d})$  est l'affectation statique du trafic (définition 2.2.7).

Pour réduire le risque de surajustement (overfitting), un terme de régularisation qui pénalise les modifications importantes de la demande peut être ajouté pour produire un effet d'équilibrage [29], formulé comme la norme de Frobenius [28] de la différence entre les matrices de demande OD calibrées et originales. Cette approche n'est pas exclusive à la norme de Frobenius - d'autres normes telles que la norme nucléaire [28] pourraient être considérées pour la régularisation. Dans [173], la norme  $l_1$  est utilisée pour comparer les éléments des matrices de demande. La comparaison des résultats entre les résultats de macrosimulation après l'ajustement en utilisant les ensembles d'entraînement et de test avec un faible terme de régularisation est présentée dans la figure 4.4, où l'on peut observer un surajustement. Dans ce travail, pour éviter le surajustement, le terme de régularisation a été multiplié par un grand facteur  $\gamma = 10$  de telle sorte que la matrice de demande OD après la calibration avec macrosimulation était très similaire à la matrice de demande OD après la calibration sans simulation.

Enfin, la validation de la matrice calibrée a été réalisée avec des graphiques bidimensionnels de flux (flux simulé comme une fonction du flux mesuré). Ces graphiques bidimensionnels comparent les valeurs simulées aux valeurs réelles

en les représentant sous forme de nuage de points avec les valeurs réelles sur l'axe des abscisses et les valeurs simulées sur l'axe des ordonnées [86]. Une régression linéaire est ensuite ajustée aux points de données pour tracer la droite d'ajustement [86]. La pente et l'ordonnée à l'origine de la régression peuvent ensuite être comparés à la droite idéale  $y = x$  pour déterminer si le modèle de simulation a tendance à surestimer/sous-estimer les métriques tracées et s'il y a un biais dans le modèle. Des métriques de performance de la régression linéaire [86], telles que le coefficient de détermination ( $R^2$ ), l'erreur quadratique moyenne (RMSE, ou nRMSE lorsqu'elle est normalisée), et l'erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE), peuvent être calculées pour déterminer l'exactitude du flux simulé.

#### 4.5.4 Choix du modèle de routage

Une fois que le réseau est exempt d'erreurs et que la demande est calibrée, la simulation microscopique peut être exécutée. Par sa conception, la simulation microscopique comporte de nombreux paramètres modifiables pour calibrer les comportements individuels des conducteurs. Certains des paramètres de simulation microscopique les plus importants concernent les comportements de routage (c'est-à-dire, de choix d'itinéraires).

Un modèle de routage attribue des itinéraires aux voyageurs pour aller d'une centroïde (origine) à une autre (destination). Il existe deux types de modèles de routage [63] :

1. Le **modèle d'attribution en une seule étape** attribue des itinéraires et exécute la simulation une seule fois. Lors de l'attribution des véhicules à un itinéraire, seules les informations passées et actuelles sont utilisées, et aucune hypothèse n'est faite sur le futur. L'itinéraire est déterminé en suivant un modèle de choix d'itinéraire stochastique (SRC) [63].
2. Le **modèle d'attributions itératives** attribue des itinéraires et exécute la simulation de manière itérative jusqu'à ce que le temps de trajet chaque véhicule ne puisse plus être réduit si le véhicule est le seul à changer son itinéraire. Cet état d'équilibre est appelé équilibre utilisateur dynamique [63] (parfois appelé équilibre de Wardrop ou équilibre de Nash, voir la définition 2.2.7).

Étant donné que l'exécution de nombreuses simulations de manière itérative prend beaucoup de temps, les auteurs ont opté pour un modèle de choix d'itinéraire stochastique (SRC). Plusieurs modèles SRC sont disponibles dans Aimsun (modèle d'itinéraire fixe en conditions de circulation fluide, modèle d'itinéraire fixe en conditions de circulation de trafic, modèle binomial, mo-



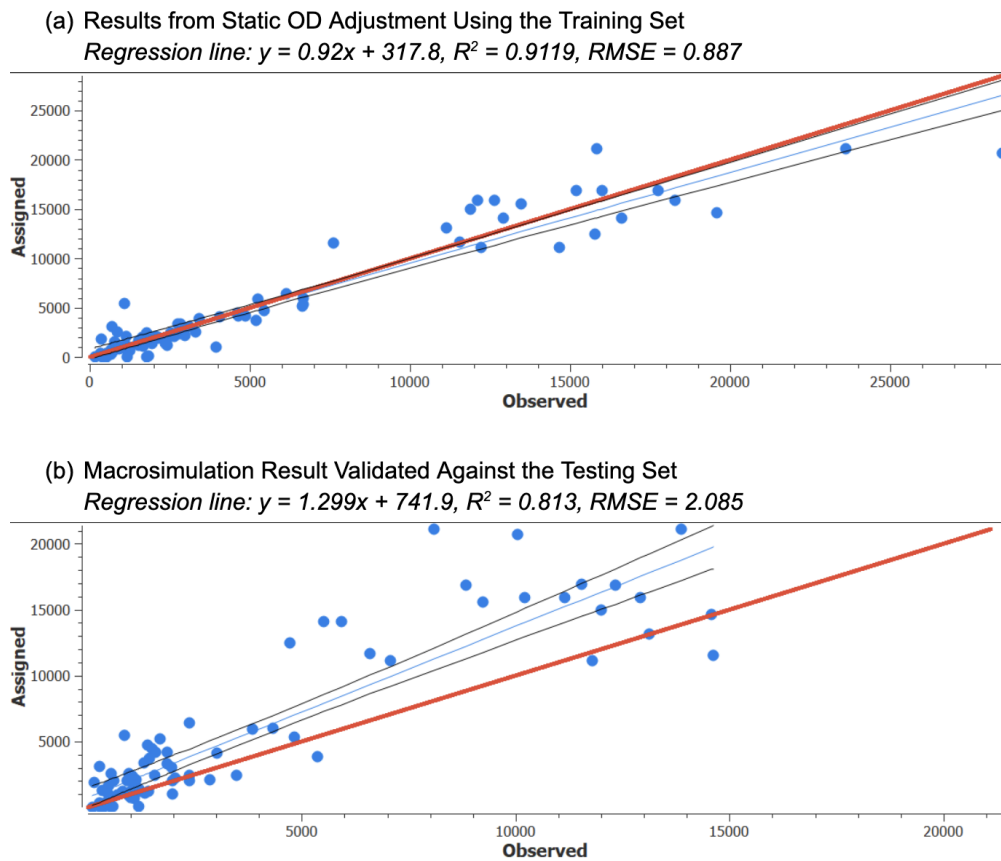


FIGURE 4.4 – Graphiques de régression du flux assigné/simulé par rapport au flux observé/réel après la calibration de la demande dans Aimsun. En haut : résultats de l'entraînement. En bas : résultats du test. De très bons résultats d'entraînement (pente de 0,96 et  $R^2$  de 0,9, tous deux proches de 1) accompagnés de mauvais résultats de test (pente de 1,11 et  $R^2$  de 0,81, plus éloignés de 1) montrent que la calibration a surajusté aux données de demande d'entraînement.

dèle proportionnel, modèle logit et modèle C-logit). En tenant compte du compromis entre précision et temps d'exécution de la simulation, les auteurs ont choisi d'utiliser le modèle C-logit [56] après avoir expérimenté avec les différents modèles.

Les paramètres de choix d'itinéraire C-logit comprennent [56] :

- Le nombre d'itinéraires que chaque véhicule considère.
- La fréquence de mise à jour du calcul des temps de trajet des itinéraires.
- Le pourcentage de véhicules autorisés à changer d'itinéraire en cours de route.
- Les paramètres fixant le calcul du temps de trajet d'un itinéraire en fonction du temps de trajet passés et des temps de trajet instantanés.
- Les paramètres de la fonction de coût C-logit de l'itinéraire (utilité, facteur de pondération, paramètre de chevauchement).

La calibration des paramètres de choix d'itinéraire C-logit a été réalisé dans le cadre de la calibration de la simulation microscopique.

#### 4.5.5 Calibration du comportement de conduite

Une fois que le modèle de choix d'itinéraire est sélectionné, les paramètres spécifiques à la simulation microscopique (comme la durée du pas de temps de simulation) et le comportement de conduite peuvent être calibrés. Les paramètres de comportement de conduite incluent les paramètres de comportement de routage (comme la fréquence de mise à jour du calcul des temps de trajet des itinéraires), les paramètres de suivi de véhicule (comme le temps de réaction des conducteurs) et les paramètres de changement de voie (comme l'agressivité des conducteurs). La liste complète des paramètres pouvant être calibrés se trouve dans [143].

La calibration de la simulation vise à trouver la configuration de paramètres qui minimise la différence entre les données simulées et les données réelles, sans surajustement. Un premier calibrage manuel peut être effectué en fonction de l'intuition avec l'enregistrement de la simulation (par exemple, le temps de réaction peut être ajusté si le rapport de sortie au flux d'entrée à une intersection semble faible). Ensuite, des contraintes peuvent être fixées pour chaque paramètre en fonction des intuitions physiques (le temps de réaction est compris entre 0,2 et 3 secondes) et un calibrage systématique peut être effectué.

Dans le calibrage systématique, une fonction objectif, décrite dans équation (4.3), est définie pour être minimisée (de manière similaire à l'étalonnage de la demande OD dans équation (4.2)) :

$$\min_{\phi} \sum_{\theta \in \Theta} \sum_{l \in \mathcal{D}} (f_{l,\theta} - \tilde{f}_{l,\theta}(\phi))^2 \quad (4.3)$$

où  $\phi$  est un ensemble de paramètres à calibrer,  $\tilde{f}_{l,\theta}(\phi)$  est le flux simulé sur le détecteur  $l$  pour le créneau horaire  $\theta$  compte tenu de la demande calibrée et de l'ensemble de paramètres  $\phi$ . Si nous avons des connaissances a priori sur l'ensemble de paramètres  $\phi$ , un terme de régularisation peut être ajouté pour éviter le surajustement.

Un algorithme d'optimisation peut être utilisé pour trouver les paramètres optimaux spécifiques à la simulation microscopique et les paramètres de comportement de conduite. Les algorithmes d'optimisation comprennent des algorithmes de force brute comme la recherche par grille, la recherche aléatoire [202], des algorithmes d'optimisation classiques disponibles dans la boîte à outils SciPy.Optimize [257], des réseaux de neurones [151] ou des algorithmes génétiques [174]. Étant donné que l'évaluation de la fonction objectif est coûteuse, car elle nécessite l'exécution d'une simulation microscopique, les auteurs ont décidé d'utiliser un algorithme génétique. Les algorithmes génétiques sont particulièrement efficaces pour les fonctions objectifs non explicite, stochastique et avec beaucoup de variance. De plus, ils sont facilement parallélisables et peuvent gérer une optimisation multicritère [174].

#### 4.5.6 Algorithme génétique pour la calibration de la simulation microscopique

L'équipe a suivi l'approche présentée par [165] pour affiner les paramètres de conduite et de simulation microscopique.

En raison du nombre important de paramètres du modèle (35 pour la micro-simulation utilisant le modèle de choix d'itinéraire stochastique C-logit) et du temps d'exécution de chaque simulation sur les ordinateurs de l'équipe (30 à 40 minutes), l'espace de recherche (c'est-à-dire le nombre de paramètres du modèle à calibrer) a été réduit grâce à une analyse de sensibilité. Seuls les 10 paramètres ayant le plus d'impact sur les mesures d'efficacité ont été sélectionnés en comparant l'évolution relative des mesures sur de petites variations de chaque paramètre à l'aide de l'algorithme d'échantillonnage Latin Hypercube (LHS) [126]. La calibration des 10 paramètres sélectionnés a été réalisée en utilisant l'algorithme génétique Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-III [79] à partir de la bibliothèque Distributed Evolutionary Algorithms in Python [93] en utilisant la fonction objectif décrite dans l'équation (4.3). La valeur initiale des paramètres a été fixée aux valeurs par défaut d'Aimsun, sauf si elle a été mise à jour en fonction de l'intuition des auteurs

après avoir analysé le résultat de quelques simulations initiales.

## 4.6 Analyse post-traitement

Une fois que le simulateur est calibré, il est nécessaire de valider l'exactitude de la simulation pour garantir la crédibilité de ses résultats. Une fois que l'exactitude de la simulation est satisfaisante, une analyse du trafic peut être réalisée pour observer comment certaines métriques changent dans différents scénarios.

### 4.6.1 Validation

La première étape de la validation de la simulation consiste à utiliser les mesures d'efficacité du trafic (MOE) [36, 154] (voir section 1.2), qui servent d'indicateurs de la justesse générale des résultats à l'échelle du système. Le temps moyen de retard, la distance totale parcourue par les véhicules dans l'ensemble du réseau et le nombre moyen de véhicules dans la congestion à chaque pas de temps sont quelques exemples de métriques qui peuvent être utilisées pour la validation de la calibration.

Après avoir déterminé que les MOE simulés sont réalistes, l'étape suivante consiste à valider les métriques macroscopiques et microscopiques de la simulation. Les métriques macroscopiques désignent des données qui encapsulent une propriété ou des propriétés dans l'ensemble du réseau de simulation, telles que le débit à tous les détecteurs. En revanche, les métriques microscopiques traitent de données spécifiques à un sous-ensemble du réseau, tel qu'un corridor.

#### Validation des métriques à l'échelle du système

Pour la validation des métriques macroscopiques, des graphiques bidimensionnels comparant les données simulées aux données réelles sont couramment utilisés dans la littérature précédente [218, 11, 59]. Dans ce travail, le débit des détecteurs, les temps de trajet OD, les distances de trajet OD et les métriques à l'échelle du système ont été utilisés pour valider les résultats de la simulation (figure 4.5).

Pour effectuer une analyse plus détaillée des graphiques bidimensionnels, une série chronologique (time-series) des statistiques des graphiques bidimensionnels peut être tracée, ce qui permet de déterminer les moments spécifiques où la simulation nécessite une calibration supplémentaire (figure 4.6).

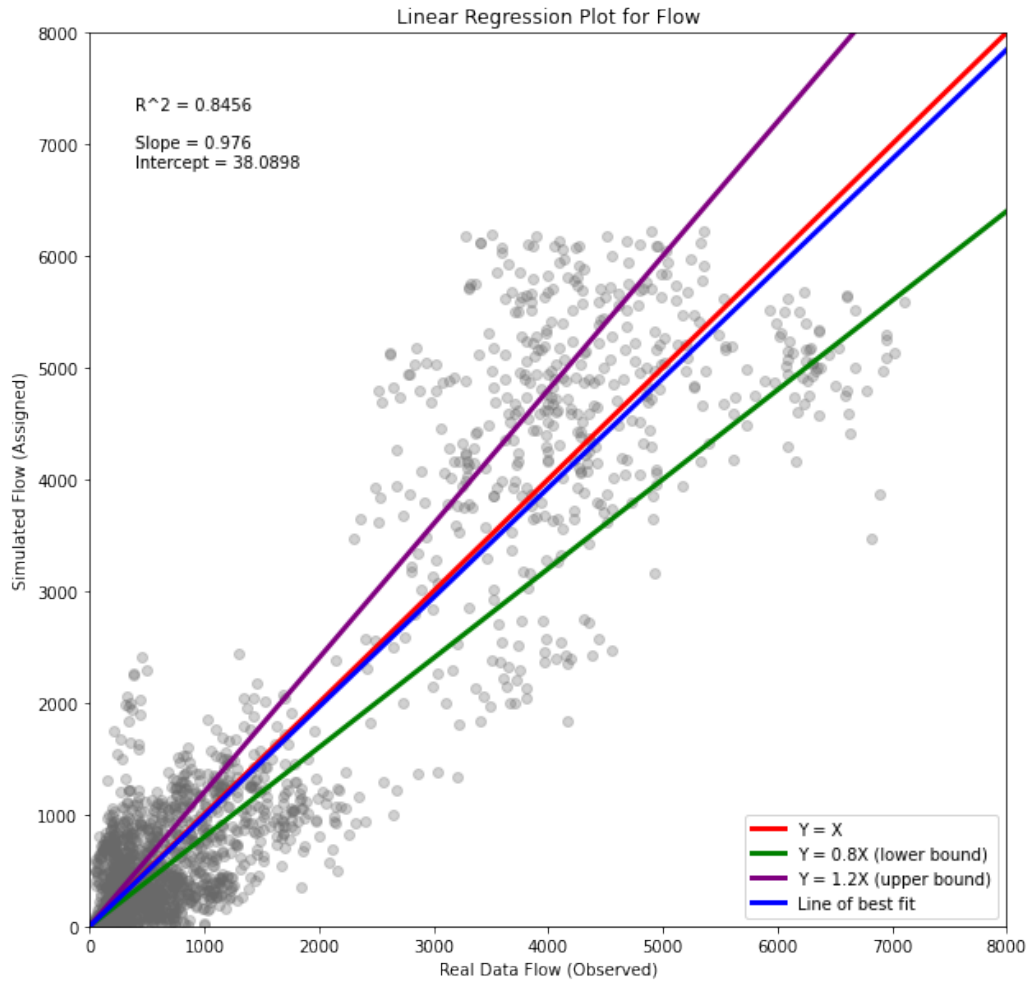


FIGURE 4.5 – Graphique de régression linéaire du nombre de véhicules simulés par rapport aux véhicules réels par intervalles de 15 minutes sur 83 détecteurs du réseau.

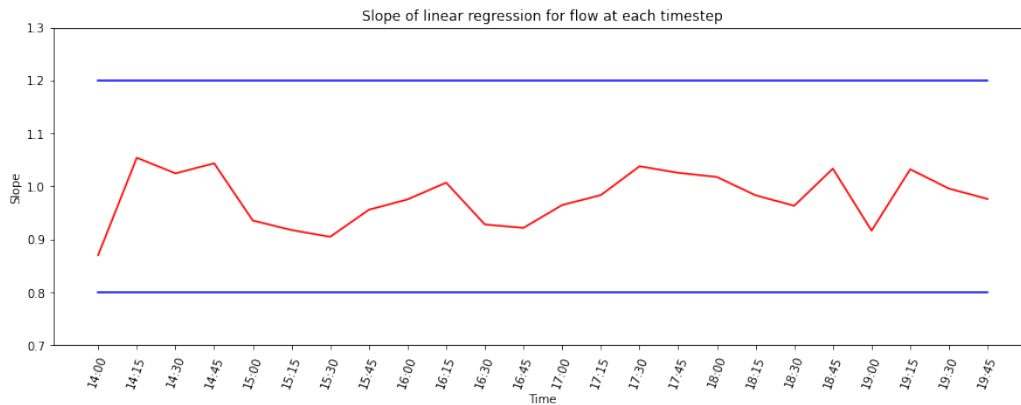


FIGURE 4.6 – Pente de la régression linéaire entre le nombre de véhicules simulés et réels par intervalles de 15 minutes en fonction de l’heure (en rouge). L’établissement de bornes arbitraires inférieure et supérieure de 0,8 et 1,2 (en bleu) montre que la simulation ne surestime ni ne sous-estime le débit réel.

De plus, il peut être utile d’identifier les moments où le débit simulé pour chaque détecteur était supérieur à 1,2 fois ou inférieur à 0,8 fois le débit réel, afin de savoir quels détecteurs nécessitent une calibration supplémentaire.

Les distributions des valeurs réelles et simulées peuvent également être utilisées pour valider visuellement la simulation (figure 4.7).

### Validation des métriques microscopiques

Après la validation des métriques macroscopiques, on peut valider les métriques microscopiques dans les zones importantes pour l’étude du trafic. Dans cet exemple, les auteurs ont choisi de valider les métriques microscopiques du corridor I-680. Les métriques que l’on peut valider comprennent le débit (véh/h), la vitesse (km/h), le temps de retard (h ou h/véh) et la densité de véhicules (véh/km) observés à chaque détecteur de débit dans le corridor (figure 4.8).

Les auteurs ont divisé la validation des métriques microscopiques en deux processus. Le premier processus consiste à visualiser une série chronologique de chaque métrique observée à chaque détecteur. La tendance et les valeurs observées à chaque pas de temps aident à déterminer l’exactitude de chaque métrique à chaque point géographique critique au niveau granulaire.

Ensuite, un diagramme temps-espace (figure 4.9) est utilisé pour valider les relations spatio-temporelles macroscopiques entre les détecteurs dans un corridor. Les graphiques temps-espace décrivent la relation entre l’emplacement des véhicules dans un flux de circulation et le temps alors que les

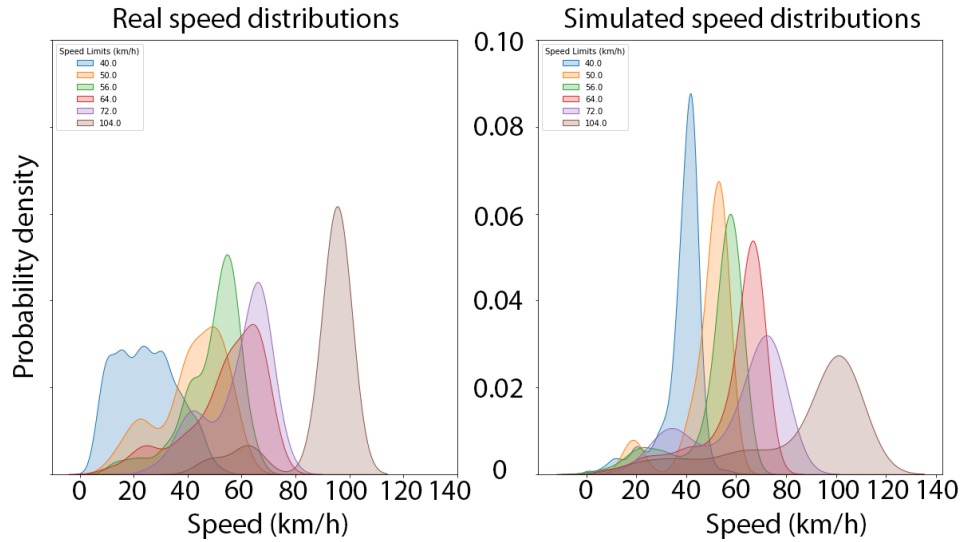


FIGURE 4.7 – À gauche : Estimation de la densité du noyau (KDE) des vitesses réelles sur chaque tronçon de route. À droite : Vitesses simulées correspondantes. Chaque distribution est regroupée par la limite de vitesse sur la route où la vitesse a été observée. La simulation parvient à capturer la plupart des tendances observées dans les distributions réelles de la vitesse moyenne.

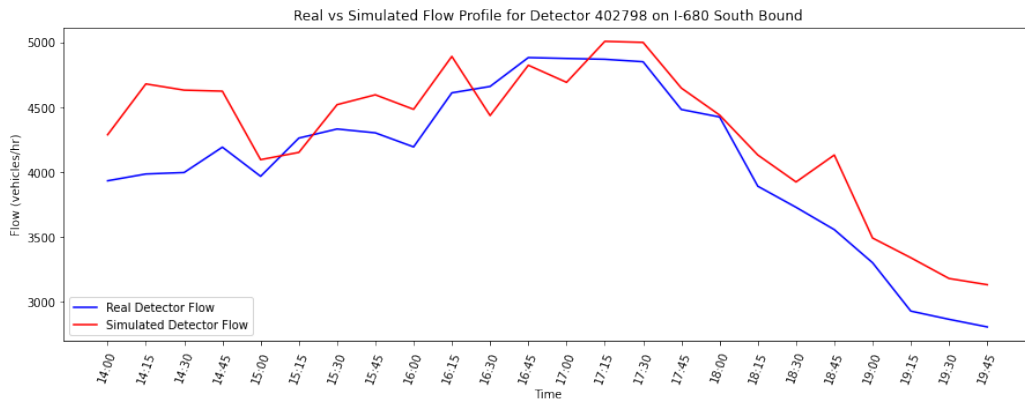


FIGURE 4.8 – Profil de débit simulé et réel pour un détecteur sur le corridor sud I-680. Les tendances observées concordent entre elles.

véhicules progressent le long de l'autoroute [101].

### 4.6.2 Analyse

Après une validation réussie, la simulation microscopique peut être utilisée pour une étude d'analyse du trafic. Cette étude peut aider à comprendre le trafic actuel dans une ville ou à prévoir l'impact d'un scénario "et si" (what if). Notez que la simulation microscopique ne peut être utilisée que pour étudier les effets qui ne nécessitent pas de modifier les données de demande. Le changement des données de demande entraînera des comparaisons entre deux modèles de simulation de trafic différents.

Quelques exemples de changements de scénarios comprennent la mise en œuvre de nouvelles stratégies de réduction de la circulation ou de modifications des comportements de routage ou de conduite. Des exemples de scénarios pouvant être analysés comprennent :

- Le changement des plans de synchronisation des feux de signalisation [239].
- Le changement de la limite de vitesse ou l'ajout de dos-d'âne [239].
- L'ajout de restrictions de virage et/ou d'accès [239].
- Comprendre l'impact de l'augmentation de l'utilisation des applications de navigation sur le trafic (voir section 3.3).
- Comprendre l'impact de l'adoption de l'éco-itinéraire [12, 110] en modifiant la fonction de coût que certains conducteurs minimisent lors du choix de leurs itinéraires.
- Le changement du type de certains véhicules pour étudier l'impact de la mixité des véhicules autonomes dans le trafic [267].

Toutes les métriques des mesures d'efficacité énumérées dans la section 1.2 peuvent être calculées à partir des sorties de la simulation microscopique.

## 4.7 Conclusion

Grâce à la mise en place d'une simulation microscopique du trafic dans le quartier Mission de San Jose à Fremont, en Californie, les auteurs ont conçu et partagé un processus reproductible pour créer, calibrer et valider une simulation microscopique à grande échelle. Le développement d'une simulation microscopique du trafic à grande échelle est un processus fastidieux qui a nécessité environ 2 500 heures réparties entre les auteurs. Ce processus est pertinent uniquement si des études de cas ou des expériences A/B ne peuvent pas être réalisées et si suffisamment de données sont disponibles pour reproduire avec précision la demande de trafic. Une simulation microscopique



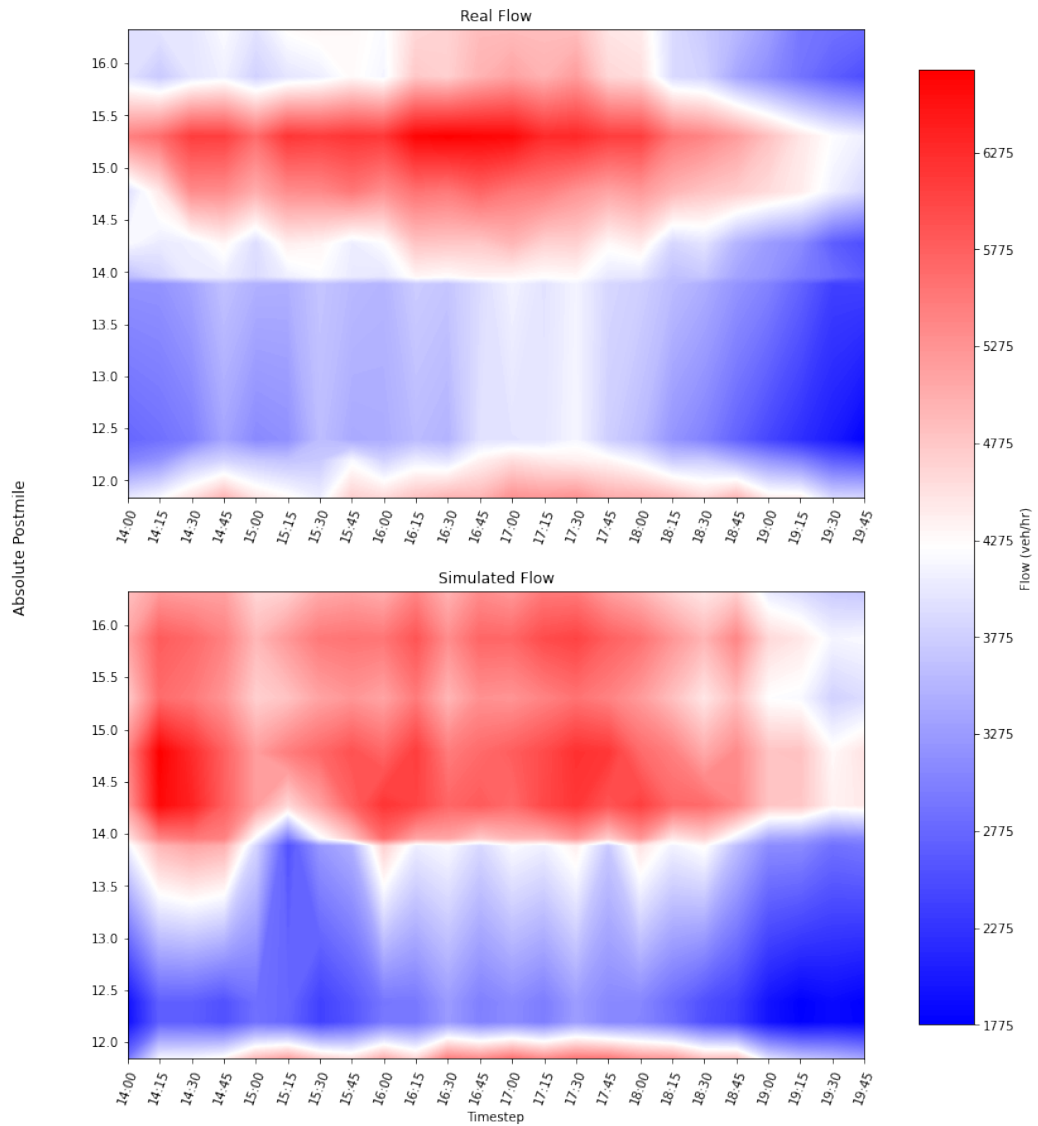


FIGURE 4.9 – Diagramme temps-espace du débit réel par rapport au débit simulé sur l’I-680 sud. Les motifs de congestion sont relativement similaires dans les graphiques réels et simulés.

réaliste du trafic peut être utilisée pour comprendre le trafic actuel et estimer l'impact des politiques sur les comportements de routage ou de conduite sans modifier la demande de trafic (nombre de trajets, heures de départ, origines et destinations). Si la qualité de la simulation est très élevée par rapport à la littérature existante (pente de la ligne de régression du débit de 0,976 et coefficient de détermination correspondant de 0,8456), elle n'est pas encore suffisamment bonne pour être utilisée directement par les ingénieurs de la circulation de la ville de Fremont (erreur quadratique moyenne normalisée du débit de 47%).

Si les simulations microscopiques peuvent reproduire les dynamiques individuelles dans le réseau routier, l'obstacle principal au développement des simulations microscopiques est le temps d'exécution de ces simulations. Pour surmonter cet obstacle, le chapitre 5 développe un jeu de routage dynamique, où le choix des itinéraires ainsi que la dynamique de chaque véhicule sont modélisés et simulés. La théorie des jeux à champ moyen est utilisée pour résoudre efficacement ce jeu lorsque le nombre de véhicules à modéliser dépasse la centaine.



# Chapitre 5

## Simulation dynamique trafic routier utilisant les jeux à champ moyen

Avec l'émergence des applications de navigation et des changements dynamiques de choix d'itinéraires, les schémas de circulation ont évolué (chapitre 1, chapitre 3, chapitre 6). Être capable de modéliser le trafic et en particulier le choix des itinéraires de manière adéquate permet de tirer parti des nouveaux comportements de choix d'itinéraires pour améliorer l'efficacité du réseau.

Cependant, résoudre des problèmes réalistes de choix d'itinéraire nécessite de prendre en compte des systèmes multi-agents à grande échelle, où le nombre de véhicules prenant des décisions stratégiques n'est pas traitable avec des algorithmes classiques [77]. Ce chapitre se concentre sur la recherche d'une approche évolutive pour modéliser les comportements de routage de chaque véhicule dans un environnement de circulation routière dynamique en tant que grand système dynamique multi-agent. Tout d'abord, la section 5.1 présente une revue des modèles de routage dynamique. Ensuite, la section 5.2 présente un nouveau modèle de routage capable de représenter de manière dynamique les comportements individuels en utilisant la théorie des jeux dynamiques : le **jeu de routage dynamique à  $N$  joueurs**. Le jeu de routage dynamique à  $N$  joueurs est un modèle de trafic mésoscopique dynamique avec des dynamiques de congestion explicites (c'est-à-dire que la congestion influence l'évolution de l'état du trafic). De plus, la section 5.3 présente le **jeu de routage à champ moyen** pour simuler efficacement le nouveau modèle de routage. Enfin, la section 5.4 démontre expérimentalement que le jeu de routage de champ moyen permet de modéliser et simuler les comportements dynamiques de routage de 14 000 agents dans un réseau routier de 100 liens.

Ce chapitre est issu de [47].

## 5.1 Contexte des modèles de routage dynamique

### 5.1.1 Affectation dynamique du trafic

Les simulations de trafic dynamique sont utilisées pour modéliser l'évolution temporelle des positions des véhicules dans le réseau routier. Dans les modèles dynamiques, les simulations sont divisées en simulations macroscopiques, simulations mésoscopiques et simulations microscopiques (section 4.1).

Les modèles de routage dynamique sont divisés entre les affectations en une seule étape et les affectations itératives (voir la sous-section sur le choix du modèle de routage dans la section 4.5).

Dans les jeux de routage statiques (définition 2.2.4), la congestion sur chaque lien n'évolue pas au fil du temps. Ces jeux ne peuvent pas reproduire des phénomènes dynamiques tels que le choix de l'heure de départ ou la dynamique des embouteillages. Par conséquent, des extensions dynamiques du jeu de routage statique ont été introduites. En utilisant la formulation potentielle de l'affectation statique du trafic (définition 2.2.12), un premier modèle d'affectation dynamique du trafic a été défini comme la solution d'une inéquation variationnelle dynamique en 1993 [98]. L'approche de l'inéquation variationnelle a été ensuite étendue en 2013 pour prendre en compte à la fois les choix d'itinéraire et les choix d'heure de départ [118]. Cependant, dans de tels modèles dynamiques, les modèles n'utilisent pas explicitement la théorie des jeux. Parallèlement, un premier jeu de routage dynamique a été défini en 1993 [263] en utilisant des jeux différentiels [97]. La résolution du jeu de routage dynamique par apprentissage par renforcement multi-agent a été étudiée en 2020 [221]. Néanmoins, en 2022, à la connaissance de l'auteur, les algorithmes d'apprentissage multi-agent actuels ne permettent pas de modéliser de gros réseaux routiers (plus de 10 000 véhicules) [77]. Cela appelle naturellement de nouvelles méthodes pour étudier les problèmes de choix d'itinéraire avec un grand nombre de véhicules. Nous expliquons ensuite comment une perspective de jeu à champ moyen peut aider à faire un pas important dans cette direction.

### 5.1.2 Jeux à champ moyen

Les jeux à champ moyen (MFG, pour *Mean-Field Games*) ont été introduits dans [149, 125] pour modéliser les dynamiques de jeu différentielles

entre une infinité de joueurs anonymes. De manière similaire à la théorie à champ moyen en physique statistique[21], l'idée clé est d'utiliser une approximation macroscopique d'une grande population de joueurs anonymes et symétriques. Lorsque la population est infinie, chaque joueur n'a pas d'influence sur la distribution de la population. Ainsi, dans un MFG, il n'est pas nécessaire d'étudier toutes les interactions entre les joueurs, mais simplement l'interaction entre un joueur infinitésimal représentatif et la distribution des états des joueurs. Étant donné que les joueurs sont supposés être identiques, il suffit de déterminer la stratégie d'un joueur représentatif en réponse au comportement de la population entière. D'un point de vue mathématique, la solution d'un MFG peut être caractérisée par un système couplé comprenant une équation directe pour l'évolution de la population et une programmation dynamique rétrograde pour les actions du joueur représentatif. Ce système est plus facile à résoudre que l'équilibre de Nash d'un jeu dynamique à un nombre fini de joueurs (résolu par un grand système d'équations de Bellman couplées). Intuitivement, cela est vrai lorsque la représentation de chaque joueur est plus coûteuse que la représentation d'une distribution sur tous les états possibles, ce qui est le cas, par exemple, lorsque le nombre de joueurs est supérieur au nombre d'états possibles.

Les applications des MFG comprennent la modélisation des foules [144, 16, 2], la gestion de l'énergie [211, 153, 5], l'épidémiologie [83, 87, 17] ou les marchés financiers [145, 53, 88]. En théorie du trafic, des approches similaires modélisent l'évolution des véhicules dans le réseau en utilisant l'écoulement du trafic (remarque 2.1.2). La modélisation des véhicules microscopiques sur un lien en tant qu'écoulement de trafic macroscopique a été interprétée comme un jeu à champ moyen en 2015 [62], développant ainsi l'application des MFG à la gestion du trafic routier. En se basant sur cette interprétation, [123] a relié le modèle Lighthill-Whitham-Richards (LWR) [155] sur une seule route à un modèle MFG en 2019. Dans ce jeu à champ moyen [123], on suppose que les véhicules choisissent leurs vitesses pour minimiser une fonction de coût qui pénalise les déplacements à proximité des autres véhicules. En 2021, les auteurs de [123] ont étendu les contrôles des véhicules au choix d'itinéraire dans [124]. Parallèlement, des jeux de routage à champ moyen ont été développés par [210] et [233] en s'appuyant sur la construction de MFG sur les graphes réalisée en 2015 par [115].

### 5.1.3 Travaux connexes

Plusieurs travaux étudient les jeux de routage à champ moyen. Tout d'abord, des modèles en temps continu ont été étudiés. L'existence et l'unicité de l'équilibre de Nash d'un MFG avec congestion sur un graphe ont été

démonstrées dans [115], où l'espace des états est l'ensemble des nœuds. Les modèles dans lesquels l'espace des états est donné par les sections routières (arêtes) ont été analysés dans [3], qui a prouvé l'existence et l'unicité d'un système d'équations avant-arrière avec des conditions appropriées aux sommets du réseau. Dans [25], les auteurs ont analysé un modèle MFG pour le flux de trafic sur les réseaux en utilisant un espace des états qui comprend la distribution des joueurs sur le réseau. Ils ont également relié la condition d'équilibre de Wardrop dynamique aux équilibres de Nash du MFG. Dans les modèles MFG discrets existants pour le routage, les joueurs se déplacent d'une section routière par pas de temps et paient un coût qui augmente avec la proportion de joueurs sur la même section routière. Dans [210], les auteurs ont analysé un modèle MFG et étudié l'impact de l'ajout ou de la suppression de sections routières sur le flux de trafic à l'équilibre. Leur travail fournit une résolution en temps discret d'un jeu de routage à champ moyen sur un réseau à onze liens avec six pas de temps. Dans [233], les auteurs ont proposé un modèle MFG qui se réduit à un processus de décision markovien linéairement soluble et ont montré des liens avec le jeu fictif [44] dans certains cas. Dans [124], le choix d'itinéraire est couplé au choix de vitesse pour modéliser comment les véhicules autonomes pourraient choisir à la fois leurs vitesses et leurs itinéraires pour optimiser le trafic.

Le fait que les modèles existants ne tiennent compte de la congestion que par le biais des fonctions de coût conduit à une ambiguïté quant à la définition du temps de trajet : le temps de traversée du graphe et le coût du joueur peuvent différer. Ces problèmes rendent ces modèles difficilement applicables à l'ingénierie du trafic routier. De plus, dans ce chapitre, la principale motivation pour l'utilisation de méthodes de routage basées sur MFG est d'obtenir une politique d'équilibre efficace dans le jeu de routage à nombre fini de joueurs, ce qui n'a pas été réalisé dans les travaux précédents.

La section 5.2 introduit un jeu de routage dynamique à  $N$  joueurs avec des dynamiques de congestion explicites. La section 5.3 introduit le jeu de routage à champ moyen correspondant. Enfin, section 5.4 résout des jeux de routage dynamique à  $N$  joueurs avec le jeu de routage à champ moyen correspondant.

## 5.2 Jeu dynamique à $N$ joueurs

Cette section introduit le jeu de routage dynamique. Le jeu de routage dynamique modélise l'évolution de  $N$  véhicules sur un réseau routier. Les véhicules sont décrits par leurs emplacements actuels sur une section routière, le temps qu'ils passeront sur la section routière avant de la quitter (c'est-à-

dire leurs temps d'attente) et leurs destinations. L'action d'un véhicule est de choisir la section routière contiguë à la section routière sur laquelle il se situe vers laquelle il souhaite se rendre. Lorsqu'un véhicule arrive sur une section routière, le temps d'attente du joueur (le véhicule) est déterminé en fonction du nombre de joueurs (véhicule) sur la section routière à ce moment-là. Au fil du temps, le temps d'attente d'un véhicule diminue jusqu'à devenir négatif, puis le véhicule passe à une section routière suivante et le temps d'attente est réattribué. Le coût total pour le véhicule est le temps de trajet. Dans le jeu à champ moyen correspondant (MFG), les véhicules du jeu à  $N$  joueurs sont remplacés par un véhicule représentatif et la distribution de la position des véhicules au sein du réseau.

### 5.2.1 Environnement de circulation

Dans ce chapitre, nous réutilisons les notations introduites dans section 2.1. Pour plus de commodité, nous supposons que l'horizon temporel  $T$  (définition 2.1.1) est suffisamment grand pour que tout véhicule puisse parcourir le réseau.

Le nombre de joueurs dans le jeu  $N \in \mathbb{N}$  (définition 2.1.11) n'est pas nécessairement le nombre total de véhicules  $N_0$  dans le scénario réel (définition 2.1.4). Chaque joueur du modèle correspond à une proportion du nombre réel de véhicules, ce qui permet de définir un joueur comme une portion infinitésimale de flux qui n'affecte pas le temps de trajet du réseau dans le jeu à champ moyen correspondant (MFG) (voir section 5.3). Dans le cas où  $N = N_0$ , un joueur est un véhicule. Un joueur  $i \in \mathcal{N}$  démarre sur une section routière d'origine  $L_0^i \in \mathcal{L}$  à une heure de départ  $W_0^i \in \mathcal{T}$ , et souhaite rejoindre pour destination une autre section routière  $D_0^i \in \mathcal{L}$ . Le triplet  $(L_0^i, W_0^i, D_0^i)$  est l'état initial du joueur : le joueur souhaite partir au moment  $W_0^i$  de  $L_0^i$  et tente d'atteindre  $D_0^i$ . Nous supposons que l'état initial des joueurs  $(L_0^i, W_0^i, D_0^i) \in (\mathcal{L} \times \mathcal{T} \times \mathcal{L})^{\mathcal{N}}$  est distribué selon une distribution à support fini  $m_0 \in \mathcal{M}(\mathcal{L} \times \mathcal{T} \times \mathcal{L})$ . Tant l'origine que la destination sont modélisées comme des sections routières, de sorte que l'emplacement du véhicule est toujours décrit comme une section routière. Dans les configurations expérimentales, une section routière d'origine est ajoutée avant chaque nœud d'origine et une section routière de destination est ajoutée après chaque nœud de destination. Être sur la section routière d'origine signifie ne pas encore être parti, et être sur la section routière de destination signifie avoir terminé le trajet.

À tout instant  $t$ , l'état d'un joueur  $i$  est non seulement la section routière  $L_t^i \in \mathcal{L}$  où il se trouve, mais aussi le temps  $W_t^i \in \mathcal{T}$  qu'il doit attendre avant de pouvoir quitter cette section routière, ainsi que sa destination  $D_t^i \in$



$\mathcal{L}$ .  $L_t^i$  et  $W_t^i$  sont des variables aléatoires en raison de la stochasticité du choix d'action d'un joueur. Bien que la destination soit constante dans le temps ( $D_t^i = D_0^i$  pour tout  $t$ ), l'inclusion de cette information dans l'état permet de suivre l'objectif dans la politique du joueur. L'espace d'états pour chaque véhicule est  $\mathcal{X} = \mathcal{L} \times \mathcal{T} \times \mathcal{L}$ , où la première composante représente l'emplacement actuel et la dernière représente la destination (rappelons que la destination est représentée par une section routière dans notre modèle). L'espace des trajectoires des véhicules est  $\mathcal{X} = \mathcal{X}^{\mathcal{T}}$ . Les trajectoires d'états sont dans l'espace des triplets (emplacement, temps d'attente, destination), ce qui fournit plus d'informations que les trajectoires physiques uniquement en termes d'emplacements. Au niveau de la population, les états de tous les agents sont un vecteur  $\underline{X} = (X^i)_{i \in \mathcal{N}}$ . L'espace des états pour l'ensemble de la population est  $\mathcal{X} = \mathcal{X}^{\mathcal{N}}$ , et l'espace correspondant des trajectoires est  $\underline{\mathcal{X}} = \mathcal{X}^{\mathcal{T} \times \mathcal{N}}$ . Nous appelons respectivement état du jeu et trajectoire du jeu, l'état et la trajectoire de la population.

### 5.2.2 Politique de routage

Lorsqu'un joueur est sur une section routière  $l \in \mathcal{L}$ , il peut essayer de se déplacer vers une autre section routière parmi les successeurs de  $l$ , et la transition est réalisée à condition que le temps d'attente soit inférieur ou égal à zéro. Les joueurs sont autorisés à avoir des actions stochastiques. Nous appelons donc fonction de stratégie et nous notons  $\boldsymbol{\pi}$  une fonction de  $\mathcal{X} \times \mathcal{T}$  à  $\mathcal{M}(\mathcal{L})$  telle que, pour tout  $x = (l, w, d)$ ,  $\boldsymbol{\pi}_t(x)$  a un support parmi les successeurs de  $l$ . Chaque joueur a le même ensemble de stratégies, nous notons donc  $\boldsymbol{\Pi}$  l'ensemble des fonctions de stratégie (voir définition 2.1.12). Par conséquent, l'ensemble des profils de stratégie est  $\boldsymbol{\Pi} = \boldsymbol{\Pi}^{\mathcal{N}}$ . Une stratégie peut également être appelée politique (politique à rétroaction ou politique en boucle fermée). La notation  $\boldsymbol{\pi}_t(\tilde{l}|l, w, d)$  représente la probabilité à l'instant  $t$  avec laquelle l'agent souhaite passer de  $l$  à  $\tilde{l}$  étant donné que son temps d'attente est  $w$  et sa destination est  $d$ .

### 5.2.3 Dynamique de l'état

Étant donné un profil de stratégie  $\boldsymbol{\pi} \in \boldsymbol{\Pi}$ ,  $\underline{X}_t = (\underline{L}_t, \underline{W}_t, \underline{D}_t) \in \underline{\mathcal{X}}$  désigne la variable aléatoire correspondant aux liens, aux temps d'attente et aux destinations de tous les joueurs au temps  $t \in \mathcal{T}$ . Le processus stochastique de l'état de la population est noté  $\underline{\mathbf{X}} = (\underline{X}_t)_{t \in \mathcal{T}} \in \underline{\mathcal{X}}$ . Les interactions entre les joueurs se font à travers les fonctions de temps de trajet  $(t_l)_{l \in \mathcal{L}}$  (définition 2.1.7). Lorsqu'ils arrivent sur une section routière, les joueurs se voient attribuer un temps de trajet qui est donné par  $t_l$  en fonction du nombre

de véhicules sur la section routière. Ainsi, l'interaction entre un véhicule et le reste des véhicules est uniquement modélisée par le nombre de véhicules sur la même section routière. Il est donc pratique d'introduire la distribution empirique des emplacements des véhicules  $\nu_{\underline{l}} \in \mathcal{M}(\mathcal{L})$  correspondant à un profil d'emplacement  $\underline{l} = (l^i)_{i \in \mathcal{N}} \in \mathcal{L}$ . Pour tout  $\tilde{l} \in \mathcal{L}$ ,  $\nu_{\underline{l}}(\tilde{l}) = \frac{1}{N} \#\{i \mid l^i = \tilde{l}\} \in [0, 1]$  est la proportion de joueurs sur la section routière  $\tilde{l} \in \mathcal{L}$ , étant donné  $\underline{l} \in \mathcal{L}^{\mathcal{N}}$ .

C'est toute l'information dont on a besoin sur l'état du jeu pour calculer les interactions entre les joueurs sur la section routière  $\tilde{l}$ . Remarquons que  $\nu_{\underline{l}}(\tilde{l})$  est invariant par permutation des composantes du vecteur  $\underline{l}$ .

Fixons un profil de stratégie  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$ . Nous notons par  $\underline{U}$  la variable aléatoire à valeurs dans  $\mathcal{L}^{\mathcal{T} \times \mathcal{X} \times \mathcal{N}}$  associée à la distribution de probabilité donnée par le profil de stratégie : pour chaque  $(t, x, i) \in \mathcal{T} \times \mathcal{X} \times \mathcal{N}$ ,  $U_t^i(x)$  est une variable aléatoire à valeurs dans  $\mathcal{L}$  avec une distribution de probabilité  $\pi_t^i(x)$ .

L'évolution de l'état du jeu  $\underline{X}_t = (\underline{L}_t, \underline{W}_t, \underline{D}_t)$  est donnée par la dynamique suivante. Au temps initial,  $(L_0^i, W_0^i, D_0^i)$ ,  $i \in \mathcal{N}$  est donné, puis la dynamique est la suivante :

$$\begin{aligned} t_{k+1} &= t_k + \min\{W_{t_k}^i, i \in \mathcal{N}\} \\ L_{t_{k+1}}^i &= \begin{cases} U_{t_{k+1}}^i(X_{t_k}^i) & \text{si } i \in I_{t_{k+1}} \\ L_{t_k}^i & \text{sinon ;} \end{cases} \\ W_{t_{k+1}}^i &= \begin{cases} t_{L_{t_{k+1}}^i}(\nu_{L_{t_{k+1}}^i}(L_{t_{k+1}}^i)) & \text{si } i \in I_{t_{k+1}} \\ W_{t_k}^i - (t_{k+1} - t_k) & \text{sinon ;} \end{cases} \\ L_t^i &= L_{t_k}^i \quad \forall k, \forall t \in [t_k, t_{k+1}[ , \forall i \in \mathcal{N} \\ W_t^i &= W_{t_k}^i - (t - t_k) \quad \forall k, \forall t \in [t_k, t_{k+1}[ , \forall i \in \mathcal{N} \\ D_t^i &= D_0^i, \quad t \in \mathcal{T}, \end{aligned}$$

où  $I_{t_{k+1}} := \{i \in \mathcal{N}, W_{t_k}^i + t_k - t_{k+1} = 0\}$  et en utilisant  $(t_k)_{k \in \mathbb{N}} \in \mathcal{T}^{\mathbb{N}}$  la séquence des temps auxquels l'un des véhicules change de section routière avec  $t_0 = 0$  et, pour tout  $k \in \mathbb{N}$ ,  $t_k = T$  si tous les joueurs sont arrivés à leurs destinations. La destination est constante dans le temps et n'est pas affectée par le hasard de la stratégie. Remarquez que  $\underline{U}^i = (U_t^i)_{t \in \mathcal{T}}$  est défini pour tout  $t$  mais utilisé seulement lorsque le joueur passe d'une section routière à l'autre, c'est-à-dire lorsque le véhicule peut sortir de la section routière sur laquelle il se trouve. Cela permet de réduire toute stratégie pure (c'est-à-dire déterministe) à un choix d'itinéraire.

### 5.2.4 Fonction de coût

Étant donné un profil de politique  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$ , le coût pour le joueur  $i \in \mathcal{N}$  (notation 2.1.3) est son temps moyen d'arrivée, qui peut être défini comme :

$$J^i(\underline{\pi}) = \mathbb{E}_{\underline{\pi}} [\min\{t \in \mathcal{T}, L_t^i = D^i\}] = \mathbb{E}_{\underline{\pi}} \left[ \int_{t \in \mathcal{T}} r(X_t^i) dt \right]$$

où le coût instantané est défini comme suit : pour tout  $x = (l, w, d)$ ,  $r(x) = \delta_{l \neq d}$  (notation 2.1.1). Notez que le coût de fonctionnement (running cost) est indépendant de l'état du reste de la population, contrairement à d'autres modèles de routage ou d'autres modèles de mouvement de foule dans lesquels les interactions ne sont pas dans la dynamique mais dans la fonction de coût, comme [115, 25, 210, 233, 124].

De plus, la population est homogène (tous les joueurs ont la même évolution de dynamique et le même coût d'exécution). Le joueur  $i \in \mathcal{N}$  interagit avec les autres joueurs uniquement à travers  $\nu$  et c'est pour cette raison que la fonction de coût  $J^i$  ne dépend pas directement de l'indice  $i$  mais uniquement de  $\pi^i$  : en tant que fonction,  $J^i = J^j$  pour tous  $j \in \mathcal{N}$ . Le profil de politique  $\underline{\pi}^{-i}$  pour le reste de la population est utilisé uniquement pour calculer  $\nu = (\nu_t)_{t \in \mathcal{T}}$ . Bien que  $\underline{\pi}^{-i}$  soit nécessaire pour calculer  $\nu$ , il n'est pas suffisant, car  $\nu$  est également influencé par la politique  $\pi^i$  choisie par le joueur en question. Cependant, l'influence de chaque joueur diminue lorsque  $N$  augmente. Cela sera la base de l'approche du champ moyen présentée dans la section 5.3, où  $\nu$  peut être calculé avec  $\underline{\pi}^{-i}$  uniquement.

### 5.2.5 Équilibre de Nash

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à calculer un équilibre de Nash du jeu (définition 2.1.14), en supposant que tous les joueurs optimisent individuellement leurs propres coûts. Nous appelons donc équilibre de Nash une solution du jeu.

**Théorème 5.2.1** (Existence d'un équilibre de Nash à  $N$  joueurs, théorème de Kakutani-Fan-Glisckberg [104]). *En supposant la continuité de la fonction de coût par rapport aux profils de politique, il existe un équilibre de Nash dans le jeu de routage à  $N$  joueurs.*

*Preuve du théorème 5.2.1.* La preuve de l'existence d'un équilibre de Nash repose sur le théorème de Kakutani-Glicksberg-Fan [104] qui nécessite la continuité de la fonction de coût par rapport au profil de politique.

Étant donné que  $\mathcal{N}$  et  $\mathcal{L}$  sont finis et que les temps d'attente d'origine sont donnés, le temps entre deux actions dans le jeu à  $N$  joueurs est nécessairement

de la forme

$$\sum_{l,k} \alpha_{l,k} t_l \left( \frac{k}{N} \right) + \sum_{i \in \mathcal{N}} \beta_i W_0^i,$$

où  $(\alpha_l)_{l \in \mathcal{L}} \in \{-1, 0, 1\}^{\mathcal{L}}$ ,  $k \in \{0, \dots, N\}$  et  $\beta_i \in \{-1, 0, 1\}^N$ . Cela génère au plus  $3^{|\mathcal{L}|(N+1)+N}$  possibilités. Par conséquent, il existe un temps minimum entre deux actions. Comme l'horizon temporel  $T$  est fixe, cela implique qu'il existe un nombre maximum de fois  $M$  où une action peut être prise. Par conséquent, une politique n'a besoin de définir une action que sur tous les instants où une action doit être prise. Le nombre  $K$  d'instants où une action doit être prise est inférieur à  $\binom{3^{|\mathcal{L}|(N+1)+N}}{M}$ . Sans perte de généralité, nous nous limitons à l'ensemble des politiques qui est un sous-ensemble de  $\mathcal{M}(\mathcal{L})^{\mathcal{L} \times K}$ , ce qui rend l'ensemble des politiques pures un sous-ensemble de  $\mathcal{L}^{\mathcal{L} \times K}$  fini, et l'ensemble des politiques mixtes (son enveloppe convexe) un sous-ensemble compact de l'espace vectoriel euclidien  $\mathbb{R}^{\mathcal{L} \times \mathcal{L} \times K}$ . Nous montrerons plus tard que tout équilibre de Nash dans l'ensemble des politiques mixtes restreintes est un équilibre de Nash dans l'ensemble des politiques mixtes non restreintes.

Nous désignons par  $\mathcal{K} \subseteq \mathbb{N}$  l'ensemble des indices de politiques pures. Nous notons  $\mathcal{P} = \{p_k, k \in \mathcal{K}\}$  l'ensemble des chemins (définition 2.1.3) (dans ce cas, l'ensemble des politiques pures). L'ensemble des politiques mixtes est un sous-ensemble du simplexe sur l'ensemble des politiques pures  $\mathcal{M}(\mathcal{P})$ . Par conséquent, pour tout  $\boldsymbol{\pi} \in \mathcal{M}(\mathcal{P})$ , il existe  $\alpha \in \mathcal{M}(\mathcal{K})$  identifié avec un vecteur de longueur  $|\mathcal{K}|$  tel que  $\boldsymbol{\pi} = \alpha \cdot (p_k)_{k \in \mathcal{K}}$ . Nous désignons par  $\tilde{\boldsymbol{\Pi}} \subseteq \mathcal{M}(\mathcal{P})$  l'ensemble des politiques mixtes restreintes et par  $\tilde{\boldsymbol{\Pi}} = \tilde{\boldsymbol{\Pi}}^N$  l'ensemble des profils de politiques mixtes restreintes.

**Lemma 2** (Le coût est une combinaison convexe des coûts des stratégies pures). *Pour tout  $\boldsymbol{\pi} \in S$ , et pour tout  $i \in \mathcal{N}$  avec le correspondant  $\alpha \in \mathcal{M}(\mathcal{K})$  tel que  $\boldsymbol{\pi}^i = \alpha \cdot (p_k)_{k \in \mathcal{K}}$*

$$J^i(\boldsymbol{\pi}^i, \boldsymbol{\pi}^{-i}) = \sum_{k \in \mathcal{K}} \alpha_k J^i(p_k, \boldsymbol{\pi}^{-i}).$$

*Démonstration.* L'égalité est une conséquence directe de la linéarité de la valeur attendue par rapport à la distribution de probabilité.  $\square$

Ensuite, soit la correspondance (à valeurs ensemblistes) de meilleure réponse  $\phi : \tilde{\boldsymbol{\Pi}} \rightarrow 2^{\tilde{\boldsymbol{\Pi}}}$  définie par, pour tout  $\boldsymbol{\pi} \in \tilde{\boldsymbol{\Pi}}$ ,

$$\phi(\boldsymbol{\pi}) = \bigtimes_{i \in \mathcal{N}} \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\pi}'^i \in \tilde{\boldsymbol{\Pi}}} J^i(\boldsymbol{\pi}', \boldsymbol{\pi}^{-i}).$$

**Lemma 3** (La correspondance de meilleure réponse a un graphe fermé).  $\phi$  a un graphe fermé.

*Démonstration.* Pour toute séquence  $(\underline{\pi}_q)_{q \in \mathbb{N}} \in \tilde{\mathbf{\Pi}}^{\mathbb{N}}$  convergente vers  $\underline{\pi}_\infty$  et toute séquence  $(x_q)_{q \in \mathbb{N}} \in \tilde{\mathbf{\Pi}}^{\mathbb{N}}$  convergente vers  $x_\infty$  telle que  $x_q \in \phi(\underline{\pi}_q)$  pour tout  $q \in \mathbb{N}$ , nous avons, pour tout  $i \in \mathcal{N}$  :

$$J^i(x_q^i, \underline{\pi}_q^{-i}) \leq \alpha \cdot (J^i(p_k, \underline{\pi}_q^{-i}))_{k \in \mathcal{K}} \quad \forall \alpha \in \mathcal{M}(\mathcal{K}),$$

ce qui est vérifié dans la limite à condition que  $J^i$  soit continue par rapport au profil de politique (notre hypothèse de régularité). Par conséquent,  $x_\infty \in \phi(\underline{\pi}_\infty)$  et  $\phi$  a un graphe fermé.  $\square$

**Proposition 1** (La correspondance de meilleure réponse a un point fixe). *La correspondance  $\phi$  est une correspondance de Kakutani-Glicksberg-Fan, donc elle admet un point fixe [104], qui est un équilibre de Nash du jeu à  $N$  joueurs.*

*Démonstration.*

L'ensemble  $\tilde{\mathbf{\Pi}}$  est :

- non vide (nous supposons qu'au moins un chemin existe entre chaque origine et destination)
- compact (en tant que distribution de probabilité sur un support fini)
- convexe (en tant que distribution de probabilité sur un support fini)
- un sous-ensemble d'un espace vectoriel topologique localement convexe de Hausdorff (en tant que distribution de probabilité sur un support fini).

La fonction  $\phi(\underline{\pi})$  est non vide et convexe pour tout  $\underline{\pi} \in \tilde{\mathbf{\Pi}}$  (car la minimisation est un problème linéaire). La fonction  $\phi$  a un graphe fermé (lemme 3). Par conséquent, par le théorème de Kakutani-Glicksberg-Fan [104],  $\phi$  a un point fixe.  $\square$

La preuve du théorème 5.2.1 est conclue en notant qu'un point fixe  $\underline{\pi} \in \tilde{\mathbf{\Pi}}$  de  $\phi$  est un équilibre de Nash dans  $\mathbf{\Pi}$ . En effet, par définition de  $\phi$  :

$$\forall i \in \mathcal{N}, \forall \underline{\pi}' \in \tilde{\mathbf{\Pi}}, J^i(\underline{\pi}^i, \underline{\pi}^{-i}) \leq J^i(\underline{\pi}'^i, \underline{\pi}^{-i}).$$

À partir de là, par lemme 2 et par construction de  $\tilde{\mathbf{\Pi}}$  :

$$\forall i \in \mathcal{N}, \forall \underline{\pi}' \in \mathbf{\Pi}, J^i(\underline{\pi}^i, \underline{\pi}^{-i}) \leq J^i(\underline{\pi}'^i, \underline{\pi}^{-i}).$$

La dernière ligne indique que l'équilibre de Nash dans l'ensemble  $\tilde{\mathbf{\Pi}}$  est un équilibre de Nash dans l'ensemble  $\mathbf{\Pi}$  et termine la preuve de l'existence de l'équilibre de Nash.  $\square$

## 5.3 Jeu de routage à champ moyen

Résoudre le jeu à  $N$  joueurs dans la section 5.2 est impossible (du moins très long) lorsque  $N$  est très grand. Nous nous tournons donc vers une version MFG du jeu de routage ci-dessus, qui peut être utilisée pour fournir des équilibres de Nash approximatifs et dont la qualité s'améliore lorsque  $N \rightarrow +\infty$ . Cela repose sur l'étude des interactions entre un joueur typique et la distribution représentant le reste de la population. Ceci est possible grâce à l'anonymat et à la symétrie des interactions, ce qui nous permet de nous concentrer sur les équilibres de Nash symétriques. De manière intuitive, la loi des grands nombres permet de considérer la distribution d'état plutôt que les nombreuses variables aléatoires qui en sont issues.

### 5.3.1 Configuration

L'état d'un joueur typique au temps  $t$  est une variable aléatoire notée  $X_t = (L_t, W_t, D_t)$  qui prend des valeurs dans  $\mathcal{X} = \mathcal{L} \times \mathcal{T} \times \mathcal{L}$ . Au temps 0, la distribution d'état de la population est  $m_0$  et est connue des joueurs.

L'espace des politiques est toujours  $\Pi$ . Pour une politique  $\pi$ , nous notons par  $\pi_t(\tilde{l}|l, w, d)$  la probabilité avec laquelle un joueur typique utilisant la politique  $\pi$  voudrait aller de  $l$  à  $\tilde{l}$  étant donné que son temps d'attente est  $w$  et sa destination est  $d$ . La variable aléatoire de routage est désignée par  $U$ .

Supposons qu'un agent infinitésimal utilise la politique  $\pi$  tandis que le reste de la population utilise  $\pi'$ . Soit  $\nu = (\nu_t)_{t \in \mathcal{T}} \in \mathcal{M}(\mathcal{L})^{\mathcal{T}}$  le flux de distributions sur  $\mathcal{L}$  induit par la population utilisant  $\pi'$ . L'évolution de l'état d'un joueur typique est donnée par les dynamiques suivantes. Soit  $t_0 = 0$  et soit  $(L_0, W_0, D_0)$  un état initial donné. Alors, les dynamiques suivent :

$$\begin{aligned} t_{k+1} &= W_{t_k} + t_k \\ L_{t_{k+1}} &= U_{t_k}(X_{t_k}) \\ W_{t_{k+1}} &= t_{L_{t_{k+1}}}(\nu_{t_{k+1}}(L_{t_{k+1}})) \\ L_t &= L_{t_k} \quad \forall k, \forall t \in [t_k, t_{k+1}[ \\ W_t &= W_{t_k} - (t_k - t) \quad \forall k, \forall t \in [t_k, t_{k+1}[ \\ D_t &= D_0, \quad t \in \mathcal{T}. \end{aligned}$$

Ici,  $(t_k)_{k \in \mathbb{N}} \in \mathcal{T}^{\mathbb{N}}$  désigne la séquence de temps où le joueur représentatif change de lien (nous prenons  $t_k = T$  s'il n'y a plus de changements), et  $\nu_t(l) \in [0, 1]$  est la proportion de la population en champ moyen sur le lien  $l$  au temps  $t$ .

Le coût du joueur typique utilisant la politique  $\pi$  lorsque la population utilise la politique  $\pi'$  est défini comme :

$$J(\pi, \pi') = \mathbb{E}_{\pi, \pi'} \left[ \int_{t \in \mathcal{T}} r(X_t) dt \right]$$

où l'état du joueur représentatif  $\mathbf{X} = (X_t)_{t \in \mathcal{T}}$  suit la dynamique mentionnée précédemment étant donné la politique  $\pi$ , et la fonction de coût instantané  $r$ , qui est la même que celle du jeu à nombre fini de joueurs (voir section 5.2). De manière analogue au jeu à  $N$  joueurs, la politique  $\pi'$  est utilisée uniquement pour déduire  $\nu = (\nu_t)_{t \in \mathcal{T}}$  qui apparaît dans l'évolution de  $\mathbf{W}$ . Ainsi, la fonction de coût  $J$  pourrait être également écrite comme une fonction de  $(\pi, \nu)$  plutôt que de  $(\pi, \pi')$ . Contrairement au régime de joueurs finis, nous soulignons qu'ici  $\pi'$  détermine complètement  $\nu$  car le joueur considéré est infinitésimal et donc sa politique  $\pi$  n'affecte pas le flux  $\nu$  des distributions de localisations de la population.

### 5.3.2 Équilibre de Nash

Le pendant de l'équilibre de Nash à  $N$  joueurs dans le régime à champ moyen peut maintenant être introduit.

**Définition 5.3.1** (Équilibre de Nash à champ moyen (Définition 3.1. de [209])). *Un équilibre de Nash à champ moyen (MFNE) est une politique  $\pi^* \in \Pi$  telle que :  $J(\pi^*, \pi^*) \leq J(\pi', \pi^*)$  pour tout  $\pi'$ , ou de manière équivalente :*

$$\pi^* \in \underset{\pi \in \Pi}{\operatorname{argmin}} J(\pi, \pi^*).$$

**Théorème 5.3.1** (Existence d'un équilibre de Nash à champ moyen, théorème de Kakutani-Fan-Glisckberg [104]). *En supposant la continuité de la fonction de coût par rapport aux profils de politique, et en supposant que le support de la distribution initiale du temps d'attente est un ensemble fini, il existe un équilibre de Nash à champ moyen.*

*Preuve du théorème 5.3.1.* Cette preuve est similaire à la preuve du théorème 5.2.1 tant que la fonction de coût est continue par rapport au profil de politique, ce qui est supposé ici. Dans le jeu de champ moyen, étant donné un temps de départ, l'ensemble des politiques pures peut être restreint à l'ensemble des chemins  $\mathcal{P}^{\operatorname{supp}(W_0)}$  donné le temps de départ  $W_0$ , avec  $K$  le nombre de chemins possibles (avec moins d'un certain nombre de cycles, ce qui est possible en raison du temps de trajet minimum sur chaque lien et de l'horizon temporel fini) multiplié par le nombre de temps de départ possibles. On suppose que le support de la variable aléatoire de temps de départ

$\text{supp}(W_0)$  est fini par conception. Par conséquent, une politique pure doit être comprise comme le choix d'un chemin  $p \in \mathcal{P}$  étant donné un temps de départ  $W_0$ . Encoder la politique dans  $\mathbf{\Pi}$  qui correspond à n'importe quel choix d'un chemin donné un temps de départ peut nécessiter un travail de notation, que nous ne ferons pas ici. Le lecteur doit comprendre que la preuve repose sur la recherche d'un équilibre de Nash où l'ensemble des politiques est l'ensemble des distributions de probabilité sur l'ensemble des chemins étant donné le temps de départ. Puis la preuve repose sur montrer que cette politique d'équilibre de Nash peut être traduite en une politique dans  $\mathbf{\Pi}$ , et ensuite montrer que dans l'ensemble des  $\mathbf{\Pi}$  la politique est toujours un équilibre de Nash. Pour établir l'existence d'un équilibre de Nash dans l'ensemble des distributions de probabilité sur l'ensemble des chemins donné un temps de départ  $S = \mathcal{M}(\mathcal{P}^{\text{supp}(W_0)})$ , les mêmes arguments que ceux de la preuve du théorème 5.2.1 peuvent être utilisés avec l'application  $\phi : S \rightarrow 2^S$  définie par :

$$\phi(\pi) = \bigtimes_{i \in \mathcal{N}} \underset{\pi' \in S}{\text{argmin}} J(\pi', \pi)$$

qui est une application de Kakutani-Fan-Glisckberg. Ensuite, on peut convertir le choix du chemin étant donné un temps de départ en une liste d'actions dans le temps, puis le convertir en une politique  $\pi^*$  dans  $\mathbf{\Pi}$ . Ensuite, on peut montrer par contradiction qu'il ne peut pas exister une politique  $\pi$  dans  $\mathbf{\Pi}$  qui donne un résultat strictement meilleur que la politique  $\pi^*$  dans la fonction de coût  $J(\pi, \pi^*)$ . Par conséquent,  $\pi^*$  est également un équilibre de Nash dans l'ensemble  $\mathbf{\Pi}$ .  $\square$

La continuité de la fonction de coût par rapport aux politiques joue un rôle crucial.

**Remarque 5.3.1** (Contre-exemple de l'existence d'un équilibre de Nash sans continuité). *Ici, nous présentons un contre-exemple de l'existence d'un équilibre de Nash du jeu à champ moyen lorsque les fonctions de congestion ne sont pas continues.*

*Considérons un réseau avec deux liens, disons  $l, \tilde{l}$ , reliant les liens d'origine et de destination. Soit la fonction de congestion définie comme suit :*

$$t_l(\mu) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu < 0.5 \\ 2 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$t_{\tilde{l}}(\mu) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu \leq 0.5 \\ 2 & \text{sinon} \end{cases}$$

*Alors le jeu à champ moyen n'admet pas d'équilibre de Nash. En effet, si  $\nu_t(l) < 0.5$ , alors  $t_l = 1$  et  $t_{\tilde{l}} = 2$ , et si  $\nu_t(l) \geq 0.5$ , alors  $t_l = 2$  et  $t_{\tilde{l}} = 1$ .*



Dans ce cas, il n'y a pas d'allocation de flux telle que les temps de trajet soient égaux sur les itinéraires utilisés, donc il n'y a pas d'équilibre de Nash. Cela est dû à la discontinuité du coût des actions pures par rapport à la distribution d'état.

Un des avantages de considérer un cadre à champ moyen est que tout MFNE est un équilibre de Wardrop dynamique.

**Théorème 5.3.2** (Équilibre de Wardrop dynamique [260]). *Pour tout équilibre de Nash à champ moyen, toutes les trajectoires induites des joueurs ayant le même état initial (origine, temps d'attente, destination), ont le même temps de trajet (c'est-à-dire le même coût total).*

*Preuve de théorème 5.3.2.* Le lemme 2 est toujours valable dans le cadre du jeu à champ moyen, avec l'ensemble des politiques pures correspondant à un choix d'itinéraires. Cela implique que si la politique d'équilibre  $\underline{\pi}^*$  est une politique mixte; c'est-à-dire s'il existe  $\mathcal{K}^* \subset \mathcal{K}$  et  $\alpha \in \mathcal{M}(\mathcal{K})$  tels que :

$$\begin{aligned}\underline{\pi}^* &= \alpha \cdot (p_k)_{k \in \mathcal{K}} \\ \alpha_k &> 0 \quad \forall k \in \mathcal{K}^* \\ \alpha_k &= 0 \quad \forall k \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{K}^*.\end{aligned}$$

Alors  $J(\underline{\pi}^*, \underline{\pi}^*) = J(p_k, \underline{\pi}^*)$  pour tout  $k \in \mathcal{K}^*$ . Dans le jeu à champ moyen, cela se traduit par l'égalité du temps de trajet sur tous les itinéraires  $p_k$  avec  $k \in \mathcal{K}^*$ .  $\square$

Toute politique d'équilibre de Nash à champ moyen  $\underline{\pi}^*$  peut être utilisée par les joueurs dans un jeu à  $N$  joueurs. Intuitivement, plus  $N$  est grand, plus la population se rapproche du régime à champ moyen. En fait, il peut être démontré, sous des conditions appropriées, que  $\underline{\pi}^* = (\underline{\pi}^*, \dots, \underline{\pi}^*) \in \underline{\Pi}$  est un équilibre de Nash approximatif dont la qualité s'améliore avec  $N$  au sens que :

$$\bar{\rho}^N(\underline{\pi}^*) \rightarrow 0, \quad \text{quand } N \rightarrow +\infty.$$

où  $\bar{\rho}^N(\underline{\pi}^*)$  est l'incitation moyenne à la déviation (notation 2.1.4) de la politique à champ moyen optimale  $\underline{\pi}^*$  dans le jeu de routage à  $N$  joueurs. Ainsi, si tous les agents utilisent la politique d'équilibre de Nash à champ moyen, alors l'incitation d'un joueur individuel à dévier diminue lorsque la population devient plus grande. Par exemple, [209] prouvent dans leur cadre que : si  $\underline{\pi}^*$  est un MFNE, alors pour tout  $\epsilon > 0$ , il existe  $N_0 \in \mathbb{N}$  tel que pour tout  $N \geq N_0$ , le profil de politique à  $N$  joueurs  $(\underline{\pi}^*, \dots, \underline{\pi}^*) \in \underline{\Pi}$  satisfait :  $\bar{\rho}^N(\underline{\pi}^*) \leq \epsilon$ .

**Remarque 5.3.2** (Équation de Hamilton-Jacobi-Bellman). *On peut montrer que l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman qui doit être résolue pour le joueur représentatif lorsque la distribution de l'état du joueur est connue est équivalente à trouver le plus court chemin pour le joueur représentatif. Lorsqu'il existe plusieurs plus courts chemins, n'importe quel plus court chemin minimisera l'hamiltonien du système. L'hamiltonien est une combinaison linéaire du temps de trajet des différents itinéraires possibles pondérée par la distribution du choix d'action du joueur représentatif. Cependant, la condition de point fixe indique que la distribution de l'état du joueur doit être répartie entre les plus courts chemins de sorte que leurs temps de trajet soient toujours égaux.*

Ensuite, pour illustrer cette propriété dans notre modèle, un calcul explicite est effectué dans le réseau de Pigou simple, puis vérifié empiriquement sur les réseaux de Pigou (figure 2.1) et de Braess (figure 2.2).

### 5.3.3 Politique d'équilibre à champ moyen dans le jeu à $N$ joueurs de Pigou

Pour illustrer cela, nous présentons un exemple simplifié pour lequel la solution peut être calculée analytiquement.

Le réseau (figure 2.1) a 2 nœuds et 2 liens parallèles,  $l$  et  $\tilde{l}$ , reliant ces 2 nœuds. La fonction de coût est :  $t_l(x) = 0.5T$ ,  $t_{\tilde{l}}(x) = xT$  pour tout  $x \in [0, 1]$ , où  $x$  est la proportion de trafic sur chaque lien (ce qui est similaire à fixer la demande  $d_{od} = 1$ ). Le temps de départ (temps d'attente initial) est le même pour tous les agents. L'équilibre de Nash à champ moyen peut être calculé et donne une distribution d'équilibre avec des proportions  $\nu_t(l) = \nu_t(\tilde{l}) = 0.5$ . D'autre part, l'équilibre de Nash pour le jeu à  $N$  joueurs est tel que  $\nu_t(l)$  – la proportion actuelle de joueurs sur  $\tilde{l}$  – est incluse dans  $[\frac{1}{2} - \frac{1}{N}, \frac{1}{2}]$ . L'incitation moyenne à la déviation de la politique d'équilibre à champ moyen  $\underline{\pi}^*$  dans le jeu à  $N$  joueurs est

$$\bar{\rho}^N(\underline{\pi}^*) = \frac{T}{N2^N} \sum_{m=1}^N \binom{N-1}{m} \max \left\{ \frac{N}{2} - m - 1, m + 1 - \frac{N}{2} \right\},$$

qui tend vers 0 lorsque  $N \rightarrow \infty$ .

*Démonstration.* PREUVE DE L'INCITATION MOYENNE À LA DÉVIATION DE LA POLITIQUE D'ÉQUILIBRE À CHAMP MOYEN DE PIGOU DANS LE JEU À  $N$  JOUEURS CORRESPONDANT.

Du point de vue d'un joueur, si les autres joueurs suivent la politique d'équilibre à champ moyen, alors la probabilité que  $m$  autres joueurs soient

sur le lien  $\tilde{l}$  est  $\binom{N-1}{m}0.5^{N-1}$ . Dans ce cas, le temps de trajet sur le lien  $\tilde{l}$  est de  $2\frac{mT}{N}$  si le joueur ne l'utilise pas, ou de  $2\frac{(m+1)T}{N}$  s'il l'utilise. Si le joueur suit la politique d'équilibre à champ moyen, avec 50% il utilisera le lien  $l$  et aura une incitation à la déviation de  $0.5T \max\{0, 1 - 2\frac{m+1}{N}\}$ , et avec 50% il utilisera le lien  $\tilde{l}$  et aura une incitation à la déviation de  $0.5T \max\{0, 2\frac{m+1}{N} - 1\}$ . Par conséquent, l'incitation à la déviation du joueur est :

$$\begin{aligned} \bar{\rho}^N(\underline{\pi}^*) &= 0.5T \sum_{m=1}^{N-1} \binom{N-1}{m} 0.5^{N-1} \left( .5 \max\{0, 2\frac{m+1}{N} - 1\} \right. \\ &\quad \left. + 0.5 \max\{0, 1 - 2\frac{m+1}{N}\} \right) \\ &= \frac{T}{N2^N} \sum_{m=1}^N \binom{N-1}{m} \max\left\{\frac{N}{2} - m - 1, m + 1 - \frac{N}{2}\right\} \end{aligned}$$

□

## 5.4 Expériences

Les expériences montrent que (1) calculer l'équilibre à champ moyen est plus facile que calculer l'équilibre de Nash à  $N$  joueurs à l'aide d'algorithmes à la pointe de l'état de l'art (minimisation du regret contrefactuel échantillonné [271] - sampled counterfactual regret minimization) et (2) il donne une excellente approximation de l'équilibre à  $N$  joueurs lorsque  $N$  est grand (au-dessus de 30 dans le cas des réseaux de Pigou [196] et de Braess [41]). Les expériences montrent également que (3) l'algorithme de descente en miroir en ligne [194] (online mirror descent) permet de calculer l'équilibre à champ moyen sur le réseau de Sioux Falls, un cas d'utilisation classique dans les jeux de réseau de trafic routier [1], avec 14 000 véhicules (répartis sur deux paires origine-destination) et des fonctions de temps de trajet réalistes.

### 5.4.1 Contexte

Toutes les expériences sont menées dans le cadre d'OpenSpiel [146], une bibliothèque open source qui contient une collection d'environnements et d'algorithmes pour appliquer l'apprentissage par renforcement et d'autres algorithmes d'optimisation dans les jeux. Le code est disponible publiquement sur GitHub [80].

**Objectif des expériences.** Les expériences visent à montrer que la politique d'équilibre à champ moyen est plus rapide à calculer que la politique à

$N$  joueurs et qu'elle approxime bien une politique d'équilibre dans le jeu à  $N$  joueurs correspondant. Intuitivement, l'approche du champ moyen est pertinente lorsque le nombre d'états possibles pour chaque joueur est inférieur au nombre de joueurs. Dans ce cas, calculer les probabilités de distribution de la population sur les états possibles est plus rapide que simuler la trajectoire de chaque joueur. L'approximation est correcte lorsque la représentation de la distribution de probabilité sur l'espace des états est équivalente à la représentation de la somme de chaque variable aléatoire individuelle d'état du joueur, ce qui est le cas avec un grand nombre de joueurs grâce au théorème de la limite centrale [31]. Dans le MFG, l'hétérogénéité entre les joueurs est codée dans l'état, afin d'utiliser la même politique pour chaque joueur sans perte de généralité. Par exemple, dans notre modèle, la destination d'un joueur est représentée dans son état.

**Mesures.** La qualité de l'approximation de la politique d'équilibre de Nash complétée par la politique candidate est mesurée par l'incitation moyenne à dévier de stratégie (notation 2.1.4).

**Implémentation.** Le jeu à  $N$  joueurs est encodé en tant que jeu simultané à somme générale et information parfaite. Le MFG correspondant est encodé en tant que jeu à champ moyen à somme générale et information parfaite. OpenSpiel propose de nombreux algorithmes pour trouver des équilibres de Nash dans des jeux simultanés ou des MFG. Ces algorithmes comprennent des algorithmes sans modèle tels que le Neural Fictitious Self-Play [119] et des algorithmes basés sur des modèles tels que le Counterfactual Regret Minimization (et certaines variantes) [271], que nous utilisons pour résoudre le jeu à  $N$  joueurs. Les expériences résolvent le MFG en utilisant l'algorithme de descente en miroir en ligne (online mirror descent) [194]. Les expériences réalisées dans OpenSpiel utilisent une discrétisation temporelle fixe.

**Réseaux.** Comme les jeux de réseau classiques considèrent la demande entre les nœuds, nous ajoutons des liens d'origine et de destination artificiels avant et après chaque nœud du réseau (Pigou [196], Braess [41] et Sioux Falls [1]). Cela permet de définir la position des véhicules uniquement en utilisant des liens, et de définir l'état de ne pas avoir commencé un trajet et d'avoir terminé un trajet.

Le *réseau de Pigou* [196] comporte deux liens  $l$ ,  $\tilde{l}$  et deux nœuds (un nœud d'origine et un nœud de destination) qui proviennent de la conversion du nœud d'origine et du nœud de destination (figure 2.1). Une discrétisation temporelle de 0,01, avec un horizon temporel de 2, est utilisée. Les fonctions de coût sont  $t_l(x) = 2$ ,  $t_{\tilde{l}}(x) = 1 + 2x$  et toute la demande quitte le lien d'origine au temps 0 et se dirige vers le lien de destination.

Le jeu du *réseau de Braess* est l'extension dynamique du jeu décrit dans

[41] (figure 2.2). Le réseau comporte 5 liens  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ ,  $BD$  et  $CD$ , un nœud d'origine  $A$  converti en un lien d'origine  $OA$  et un nœud de destination  $D$  converti en un lien de destination  $DE$ . Les fonctions de coût sont  $t_{AB}(x) = 1 + x$ ,  $t_{AC}(x) = 2$ ,  $t_{BC}(x) = 0.25$ ,  $t_{BD}(x) = 2$ ,  $t_{CD}(x) = 1 + x$ . Toute la demande quitte le lien d'origine au temps 0 et se dirige vers le lien de destination. Nous utilisons un pas de temps de 0,05 et un horizon temporel de 5.

Dans le jeu du *réseau de Braess augmenté*, un lien de destination  $CF$  est ajouté au réseau de Braess (figure 2.2) et 50 véhicules supplémentaires quittent l'origine pour  $DE$  aux temps 0, 0,5 et 1, tandis que 50 autres quittent l'origine pour  $CF$  aux temps 0 et 1, totalisant 250 véhicules avec 2 destinations différentes et 3 horaires de départ différents.

Le jeu du *réseau de Sioux Falls* est utilisé par la communauté du trafic pour des preuves de concept sur un réseau d'environ 100 liens [1]. Le réseau (76 liens sans les liens d'origine et de destination), les fonctions de congestion des liens et une demande de trafic origine-destination sont open source [1] (le réseau est présenté avec les résultats dans figure 5.5). Comme le jeu de routage classique [183, Chapitre 18] est un jeu statique, la demande est simplement une liste de triplets origine, destination et comptes, et ne fournit aucun horaire de départ. Nous utilisons les données du réseau (y compris les fonctions de congestion) et générons une demande spécifique au jeu. Nous modélisons 7 000 véhicules partant au temps 0 du nœud 1 vers le nœud 19, et 7 000 véhicules partant au temps 0 du nœud 19 vers le nœud 1. Nous utilisons un pas de temps de 0,5 et un horizon temporel de 50.

## 5.4.2 Le jeu à champ moyen résout le fléau de la dimensionnalité lié au nombre de joueurs

Dans cette section, la politique d'équilibre à champ moyen est calculée pour les jeux de réseau de Braess et de Pigou. En plus d'être considérablement plus rapide à calculer par rapport à l'équilibre de Nash à  $N$  joueurs, l'équilibre à champ moyen fournit une excellente approximation lorsque  $N$  est supérieur à 30.

L'évolution de la politique d'équilibre à champ moyen de Braess est donnée dans la figure 5.1. Le temps de trajet sur les trois itinéraires possibles est égal, ce qui encode la condition d'équilibre de Nash du MFG à condition que le temps de trajet sur chaque lien soit un multiple du pas de temps, conformément au théorème 5.3.2.

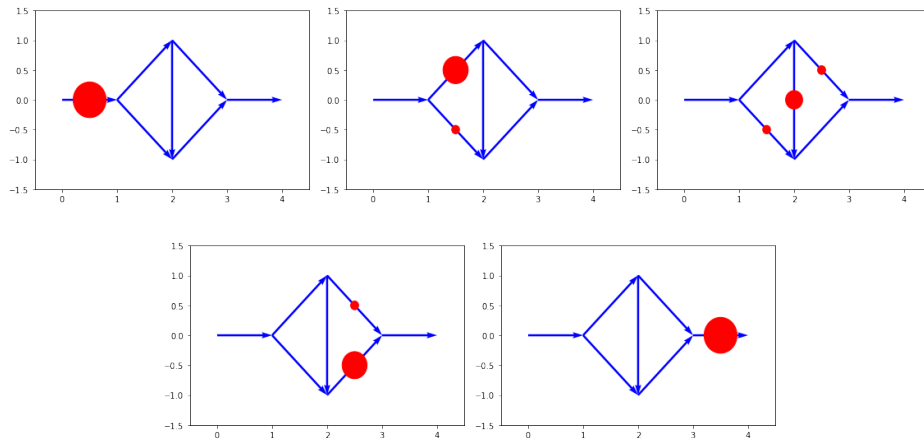


FIGURE 5.1 – Dynamique du réseau de Braess dans l'équilibre de Nash à champ moyen. De gauche à droite, de haut en bas : la position des voitures au temps 0.0, du temps 0.25 à 1.75, au temps 2.0, du temps 2.25 à 3.75, au temps 4.0. Le temps de trajet sur chaque itinéraire est égal à 3.75. L'égalisation du temps de trajet caractérise l'équilibre de Nash à champ moyen (théorème 5.3.2). Cette figure est reproduite à partir de [47, Figure 1].

**Alors que résoudre un jeu à  $N$  joueurs est inabordable pour de nombreux joueurs, cela peut être fait pour le jeu à champ moyen.**

Nous comparons le temps d'exécution des algorithmes pour résoudre le jeu à  $N$  joueurs et le jeu à champ moyen, en fonction du nombre de joueurs modélisés. La minimisation du regret contrefactuel avec échantillonnage externe (ext CFR) est utilisée dans le jeu à  $N$  joueurs, car c'est l'algorithme le plus rapide pour résoudre le jeu de routage dynamique à  $N$  joueurs dans la bibliothèque d'algorithmes OpenSpiel (la comparaison effectuée dans le cadre d'OpenSpiel n'est pas rapportée ici). La descente de miroir en ligne (OMD) est utilisée dans le MFG. Le temps d'exécution de 10 itérations de ext CFR et OMD en fonction du nombre de véhicules modélisés est rapporté dans la figure 5.2. D'une part, comme l'équilibre de Nash à champ moyen ne dépend pas du nombre de véhicules modélisés par le MFG, le temps de calcul de 10 itérations de OMD est indépendant du nombre de véhicules modélisés. D'autre part, le coût computationnel de 10 itérations de ext CFR augmente exponentiellement avec le nombre de joueurs, rendant le calcul d'un équilibre de Nash avec de nombreux joueurs inabordable en utilisant les algorithmes de la bibliothèque OpenSpiel.

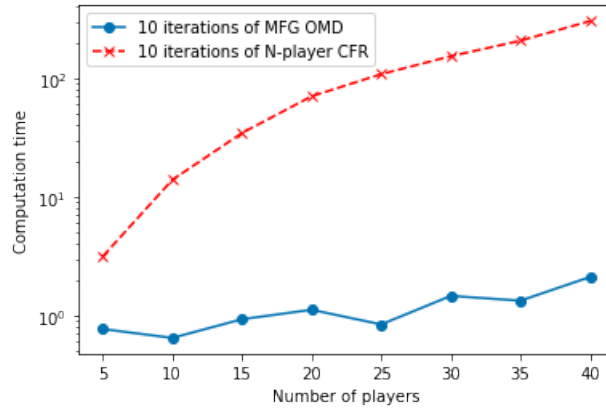


FIGURE 5.2 – Temps de calcul de 10 itérations de la descente de miroir en ligne (OMD) dans le MFG et de 10 itérations de minimisation du regret contrefactuel échantillonné en fonction du nombre de joueurs  $N$ . En première approximation, le temps d'exécution de l'algorithme MFG ne dépend pas du nombre de joueurs. Cette figure est reproduite à partir de [47, Figure 2].

**La politique d'équilibre à champ moyen est une bonne approximation de la politique d'équilibre à  $N$  joueurs lorsque  $N$  est suffisamment grand.**

Dans le jeu de réseau de Pigou, la politique d'équilibre à champ moyen est presque un équilibre de Nash dans le jeu à  $N$  joueurs dès que  $N$  est supérieur à 20 joueurs (figure 5.3). Cela a été démontré théoriquement dans la section 5.3, et est confirmé en utilisant l'incitation moyenne à dévier de la politique d'équilibre à champ moyen dans le jeu à  $N$  joueurs.

Dans le jeu de réseau de Braess, la politique d'équilibre à champ moyen est presque un équilibre de Nash dans le jeu à  $N$  joueurs dès que  $N$  est supérieur à 30 joueurs.

Les expériences montrent la capacité à apprendre la politique d'équilibre à champ moyen sur les 76 liens du réseau Sioux Falls [1], avec 14 000 véhicules se rendant à deux destinations différentes. En utilisant la descente de miroir en ligne, nous constatons que l'incitation moyenne à la déviation diminue à 1,55 (pour un temps de trajet de 27) sur 100 itérations, voir figure 5.4. Nous utilisons un taux d'apprentissage fixe de 1 dans les 30 premières itérations de l'algorithme, de 0,1 dans les 31 à 60 premières itérations, puis un taux d'apprentissage fixe de 0,01 dans les 40 itérations restantes pour produire figure 5.4.

La politique à champ moyen résultante n'est pas exactement la politique d'équilibre de Nash du MFG car son incitation moyenne à la déviation est

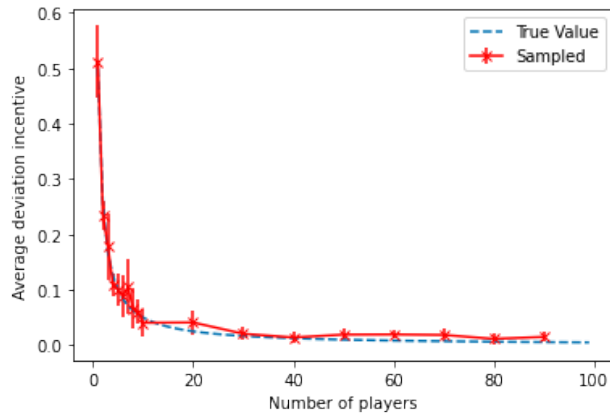


FIGURE 5.3 – Incitation moyenne à dévier de la politique d’équilibre de Nash dans le jeu à  $N$  joueurs en fonction de  $N$  dans le cas du jeu de Pigou. Les valeurs échantillonnées sont les valeurs calculées dans OpenSpiel en testant toutes les meilleures réponses pures possibles et en échantillonnant les trajectoires de jeu pour obtenir les retours attendus. Cette figure est reproduite à partir de [47, Figure 3].

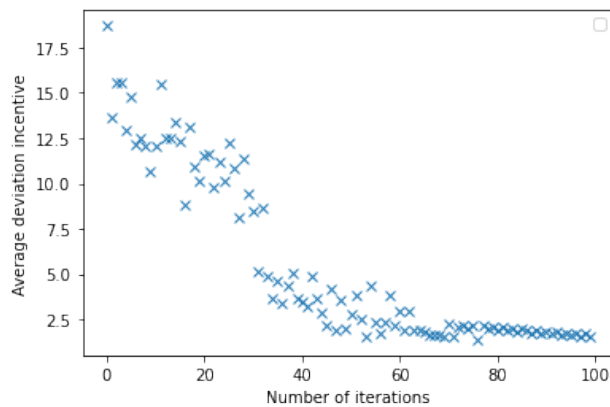


FIGURE 5.4 – Inclination moyenne à la déviation de la descente de miroir en ligne dans le MFG de Sioux Falls en fonction du nombre d’itérations de l’algorithme de descente. Après 100 itérations de l’algorithme, l’incitation moyenne à la déviation est de 1,55. Cette figure est reproduite à partir de [47, Figure 4].



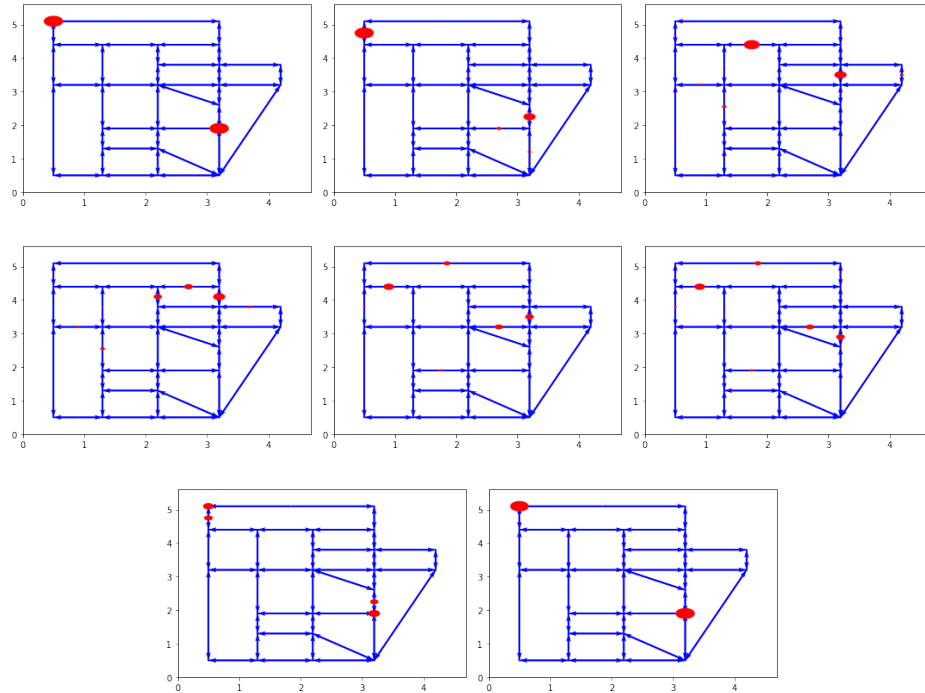


FIGURE 5.5 – Dynamique du réseau de Sioux Falls à l'équilibre de Nash à champ moyen. De gauche à droite, de haut en bas : les emplacements des voitures au temps 0,0, 2,5, 10,0, 12,5, 21,0, 22,0, 26,5, 27,5. Certains véhicules arrivent à destination avant d'autres véhicules qui ont quitté l'origine au même moment : l'équilibre de Nash n'a pas été atteint. En moyenne, les joueurs peuvent s'attendre à économiser 1,55 unité de temps en étant les seuls à être réacheminés sur un meilleur itinéraire. Cette figure est reproduite à partir de [47, Figure 5].

de 1,55 (pour un temps de trajet de 27,5). L'évolution du jeu présentée dans la figure 5.5 montre que certains véhicules allant du nœud 19 au nœud 1 ont un temps de trajet plus long que d'autres : à l'instant de temps 26,5 (figure 5.5g), certains véhicules sont arrivés au nœud 1 (en haut à gauche) et d'autres non.

L'incitation moyenne de la politique à champ moyen apprise ne peut pas être calculée numériquement dans le jeu à 14 000 joueurs en raison du grand nombre de joueurs.

Troisième partie

Optimisation du choix dynamique  
des itinéraires routiers



## Chapitre 6

# Externalités négatives du choix dynamique des itinéraires routiers

Au cours de la décennie des années 2010, l'utilisation des applications de navigation a modifié l'état de la circulation (voir le chapitre 3), en particulier en répartissant les embouteillages aux alentours des zones habituelles de congestion. En 1920, Arthur Pigou [196] a montré que le routage égoïste peut conduire à un état de circulation sous-optimal en raison du prix de l'anarchie [207]. Outre une possible diminution des performances opérationnelles des transports dans l'expérience de pensée du paradoxe de Pigou (section 3.4), l'utilisation des applications de navigation provoque un report de la congestion sur certaines routes locales. Le section 6.1 montre que l'égalisation des temps de trajet (condition d'équilibre de Wardrop, voir la définition 2.2.7) et le report de la congestion qui en résulte sont observées à partir de données sur le terrain à Los Angeles, en Californie. Malheureusement, sur certaines routes locales à faible capacité, la congestion résultant des suggestions des applications de navigation dépasse la capacité quotidienne de planification urbaine (définition 1.1.2). Comme l'avait prédit Thomas Malthus [166], cela a un impact négatif sur l'efficacité du système. En effet, la congestion entraîne des coûts directs et indirects pour la société [158], ce qui peut provoquer la colère des résidents négativement impactés par la congestion (section 6.2). Dans plusieurs pays du monde, des résidents ont partagé leurs mauvaises expériences dues au trafic de contournement lié à l'utilisation des applications de navigation. D'innombrables rapports dans les médias (voir figure 6.1) ont souligné les risques de sécurité entraînés par la congestion sur les routes résidentielles et dans les rues. À cela s'ajoute le bruit des véhicules et son impact négatif pour la santé mentale, la pollution et la dégradation de la qualité de l'air respiré par les résidents, sans mentionner la congestion à laquelle les résidents font maintenant face à cause du trafic de contournement. À long

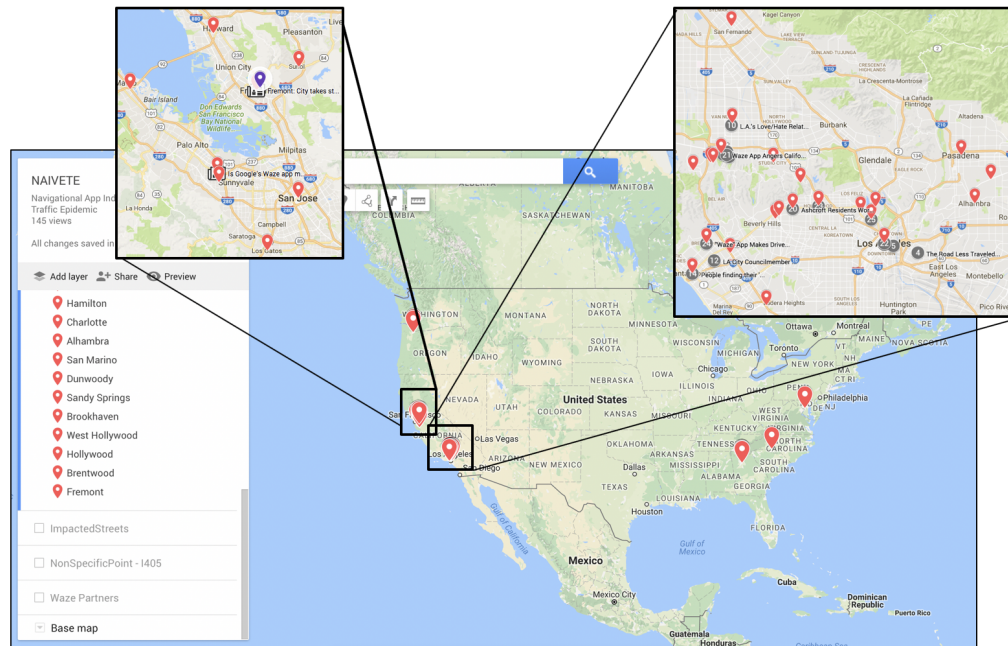


FIGURE 6.1 – Exemple des occurrences des externalités négatives dues à l'utilisation des applications de navigation présentées par les médias aux États-Unis, notamment en Californie du Nord et du Sud. La figure est adaptée de [49, Figure 1].

terme, ces externalités peuvent être atténuées en modifiant la circulation en réduisant la demande de trafic (définition 1.1.4) ou en augmentant l'offre d'infrastructures. Cependant, à court terme, dans les zones urbaines où il est difficile de réduire la demande de trafic ou d'augmenter l'offre d'infrastructures, l'atténuation des externalités négatives dues à l'utilisation des applications de navigation ne peut être abordée qu'en influençant le choix d'itinéraire des véhicules. Malheureusement, en 2022, peu d'outils de gestion du trafic peuvent influencer le choix d'itinéraire. Certains de ces outils sont présentés dans la section 6.3.

## 6.1 Mesure du trafic de contournement à l'aide de détecteurs à boucle inductive

Grâce aux applications de navigation présentant l'état du trafic en temps réel, les conducteurs – qui historiquement suivaient les panneaux de circulation et ainsi les routes principales pour leurs trajets – empruntent main-

tenant les itinéraires les plus rapides pour atteindre leurs destinations. Par exemple, le figure 6.2 montre qu'à Fremont, en Californie, pendant les heures de pointe, les itinéraires qui évitent la congestion en utilisant des voies secondaires peuvent être 10 minutes plus rapides que les itinéraires utilisant l'autoroute. En conséquence, certains véhicules empruntent ces raccourcis, modifiant les schémas de circulation et la demande d'infrastructures en résultant. Cela finit par créer des embouteillages dans les rues de la ville. Si la nouvelle demande d'infrastructures induite par le trafic de contournement sur les routes résidentielles dépasse la capacité quotidienne de planification urbaine, alors des externalités négatives de la circulation – telles que la dégradation de la santé publique due au bruit et à la pollution de l'air, les risques liés à la sécurité en raison du risque élevé de collisions de la circulation et les embouteillages – apparaissent.

### 6.1.1 L'égalisation des temps de trajet montre que les conducteurs utilisent les trajets de contournement à Los Angeles, en Californie

Dans cette section, une étude de cas – publiée dans [49] – est réalisée le long de l'autoroute I-210 en direction Est dans la zone urbaine de Los Angeles, en Californie. En raison de la géographie du corridor, l'utilisation des applications de navigation dévie une partie du trafic sur l'autoroute vers des itinéraires parallèles à l'autoroute I-210. Pour étudier le trafic de contournement dû à l'utilisation des applications de navigation, cinq itinéraires – régulièrement suggérés par Google Maps en 2017 – qui mènent du nord-ouest de Pasadena, en Californie, à Azusa, en Californie (au nord-est de Los Angeles, en Californie) sont pris en compte pour l'étude, dont un le long de l'I-210 et quatre itinéraires alternatifs (voir figure 6.3).

En utilisant les données de temps de trajet d'INRIX (figure 6.3), nous constatons que le 10 mars 2014, le temps de trajet sur l'autoroute a augmenté entre 15h30 à 16h00, à tel point que l'autoroute n'est plus l'itinéraire le plus rapide à 16h. Entre 16h et 16h20, les temps de trajet de tous les itinéraires ont augmenté. Tous les itinéraires ont eu le quasiment le même temps de trajet entre 16h00 et 17h00. Cette égalisation des temps de trajet entre les itinéraires entre 16h00 et 17h00 indique que l'état du trafic est à équilibre utilisateur (définition 2.2.7). En supposant que certains véhicules suivent les suggestions des applications de navigation, cette égalisation des temps de trajet est en accord avec la théorie développée dans la section 3.3.

Il est probable que l'état du trafic avant 16h00 était déjà en équilibre de Nash, même si les temps de trajet sur chaque itinéraire n'étaient pas

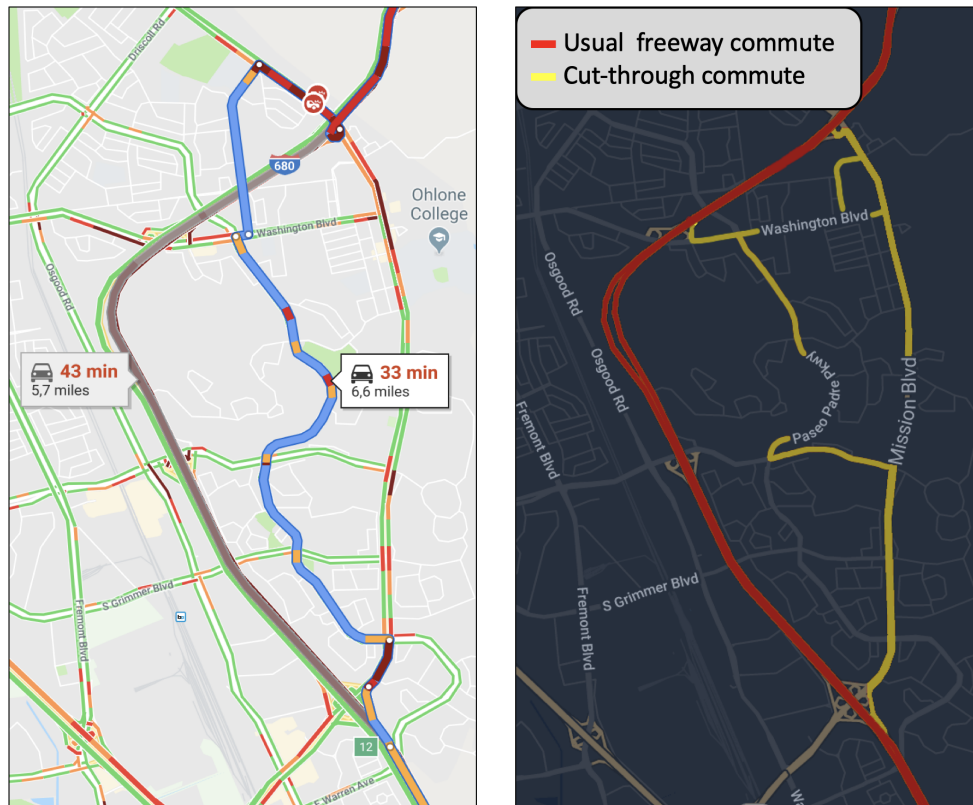


FIGURE 6.2 – Trafic de contournement à Fremont, en Californie. À gauche : capture d'écran des itinéraires suggérés par Google Maps en juillet 2019 pour aller du sud-est au nord-est de la carte. La distance entre le côté ouest et le côté est de la carte est d'environ 3 km. À droite : carte de Fremont, en Californie, montrant les trajets habituels sur l'autoroute et les trajets de contournement.

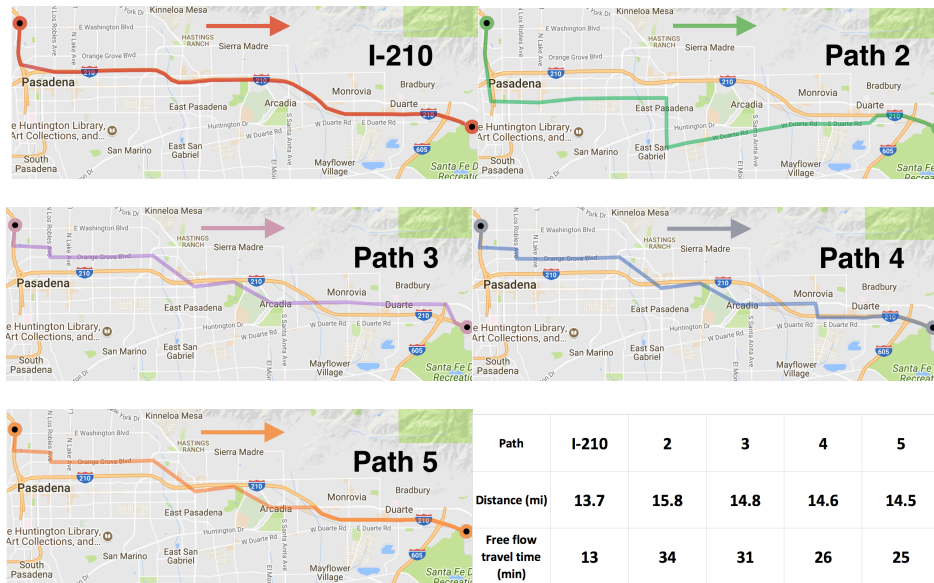


FIGURE 6.3 – Tronçon de l’autoroute I-210 et quatre itinéraires alternatifs parallèles pris en compte pour l’analyse des temps de trajet. Ces itinéraires ont été choisis parmi les itinéraires régulièrement suggérés par Google Maps pour l’expérience, car ils incluent principalement des voies secondaires et routes résidentielles. La sous-figure en bas à droite montre la distance et le temps de trajet sans obstruction de chaque itinéraire. La figure est reproduite de [49, Figure 2].



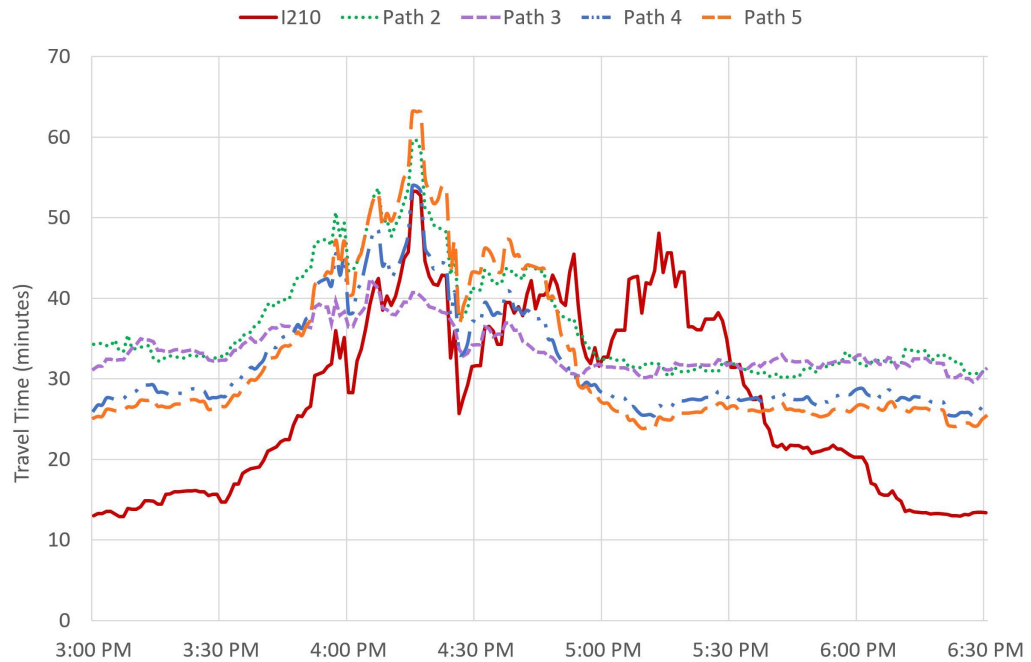


FIGURE 6.4 – Évolution des temps de trajet sur les itinéraires parallèles à l’I-210 (figure 6.3) le 10 mars 2014. Au début et à la fin de l’heure de pointe (15h-18h), le temps de trajet sur l’autoroute est proche du temps de trajet en conditions fluides, et l’autoroute est plus rapide que les itinéraires de contournement. Cependant, lorsque le temps de trajet sur l’autoroute augmente, les itinéraires de contournement deviennent bénéfiques. Pendant les périodes de forte congestion, les conducteurs peuvent se délester vers les voies secondaires pour réduire leurs temps de trajet, ce qui entraîne une égalisation des temps de trajet entre les différents itinéraires. La figure est reproduite de [49, Figure 3].

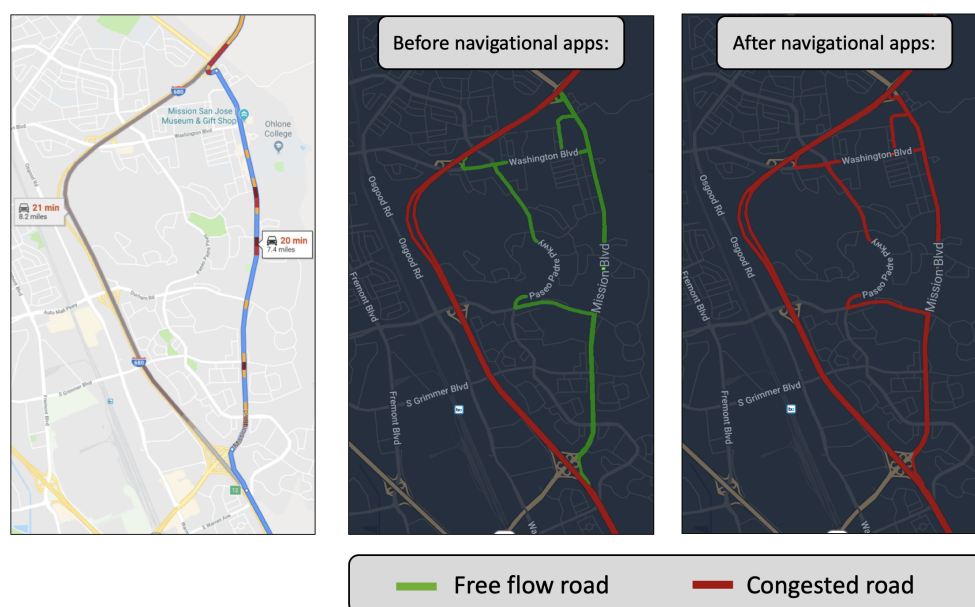


FIGURE 6.5 – Illustration de l’impact des applications de navigation sur le réseau de Fremont, en Californie. À gauche : égalisation des temps de trajet des trajets autoroutiers et des trajets de raccourci (capture d’écran des directions suggérées par Google Maps pour aller vers le nord à 16 heures le lundi 8 juillet 2019). Au milieu : avant les applications. À droite : après les applications. L’égalisation des temps de trajet encode le fait que les applications de navigation orientent l’état du trafic vers un équilibre de Nash.

égaux. En effet, tous les véhicules, voyageant de l’origine à la destination mentionnées dans la figure 6.3, ont emprunté l’autoroute. Le délestage vers les voies secondaires et routes résidentielles se produit uniquement lorsque la circulation est fortement congestionnée.

Cette égalisation des temps de trajet se traduit par la propagation de la congestion des autoroutes vers les voies secondaires, comme le montre la figure 6.5. Si la propagation de la congestion des autoroutes aux routes secondaires peut être considérée comme une augmentation de l’efficacité du réseau (comme le déclarent les départements des relations publiques des sociétés développant des applications de navigation [232, 261]), il a été démontré que ce phénomène pourrait générer un débit élevé sur des routes à faible capacité [238, Figure 6].

La consultation d’études de cas [187], le suivi des suggestions d’itinéraires des applications de navigation (figure 6.2) et l’expérience humaine (articles de journaux, plaintes des résidents) ont démontré qualitativement que l’utilisation d’applications de navigation augmente le trafic de contournement.

Pour quantifier dans quelle mesure l'augmentation du débit de trafic est due à l'utilisation d'applications de navigation et dans quelle mesure elle est due à une augmentation de la demande de trafic, des données de trafic sont nécessaires. Il est impossible de quantifier la prévalence du trafic de contournement sans données de trafic.

### 6.1.2 Données de trafic routier

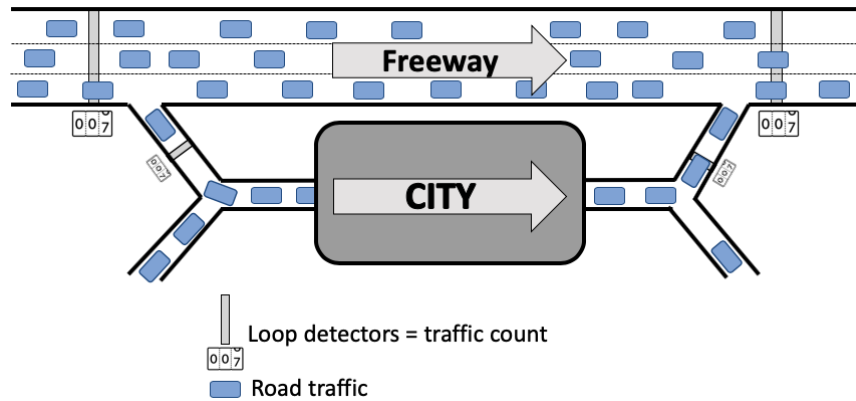
- Les ingénieurs de trafic distinguent deux types de données de trafic [243] :
- Les **comptages de trafic** sont des données transversales. À un endroit spécifique, un détecteur compte le nombre de véhicules passant par une section de route donnée (voir figure 6.6). Il fournit aux ingénieurs en circulation le débit de la section en fonction de l'heure de la journée (définition 2.1.5).
  - Les trajectoires de tous les véhicules ou d'un sous-ensemble de véhicules qui se trouvent à l'intérieur du réseau routier sont des **données de trajectoire et de mouvements des véhicules** (voir figure 6.6). Cela nécessite l'identification des véhicules et permet de comprendre comment le trafic s'écoule à l'intérieur du réseau (définition 2.1.6).

### 6.1.3 Les données transversales suggèrent que l'utilisation des applications de navigation augmente le trafic sur les routes résidentielles près de l'I-210 à Los Angeles, CA

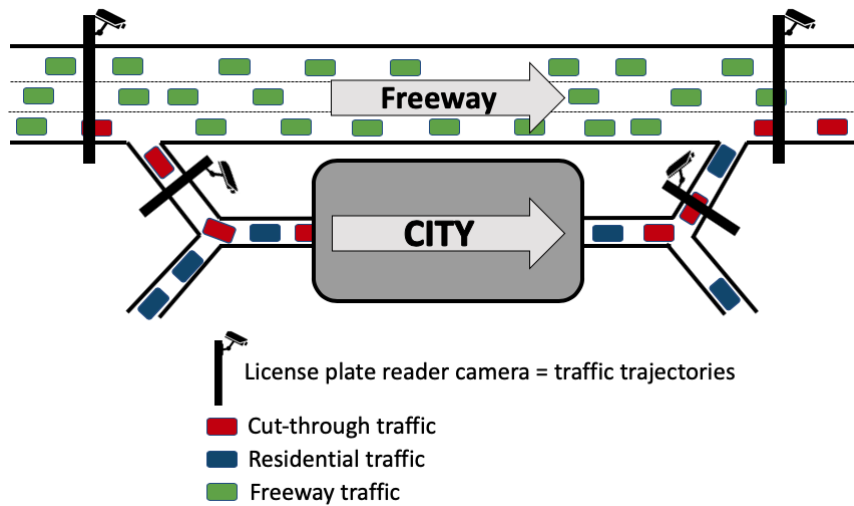
Les données transversales peuvent être considérées comme des comptages de trafic : elles donnent le débit de trafic à un endroit spécifique à tout moment [243]. D'un point de vue de la mécanique des fluides, les données transversales sont appelées données eulériennes. Elles sont également appelées données statiques.

Les données transversales peuvent être obtenues à partir de plusieurs types de capteurs [136], y compris des boucles inductives, des magnétomètres, des capteurs magnétiques, des radars à micro-ondes, des capteurs infrarouges actifs ou des radars laser, des capteurs infrarouges passifs, des capteurs ultrasoniques, des capteurs acoustiques et des processeurs d'images vidéo. Certains de ces capteurs sont représentés dans la figure 1.4.

Combinées dans un système, les données transversales peuvent indiquer le débit de trafic sur presque toutes les sections de route du réseau (c'est-à-dire, l'allocation du débit de sections routières). Par exemple, le trafic sur les autoroutes de Californie est surveillé par PeMS [256]. Les données PeMS,



(a) Données transversales



(b) Données de trajectoire

FIGURE 6.6 – Illustration schématique des données transversales, des données de mouvements des véhicules et des données de trajectoire. (a) Les données transversales peuvent être obtenues grâce à des boucles inductives. Elles comptent le nombre de véhicules passant par des points spécifiques. Agrégées dans un système, les données permettent d'estimer le nombre de véhicules sur n'importe quelle section de route. Cependant, elles ne montrent pas explicitement l'existence du trafic de contournement, car elles ne rendent pas compte des itinéraires des véhicules. (b) Les données de trajectoire peuvent être obtenues grâce à des caméras de lecture de plaques d'immatriculation. Elles identifient chaque véhicule et déterminent leurs itinéraires. Combinées dans un système, elles peuvent estimer le nombre de véhicules sur n'importe quel itinéraire du réseau. Elles peuvent montrer explicitement l'existence du trafic de contournement (c'est-à-dire les véhicules en rouge).

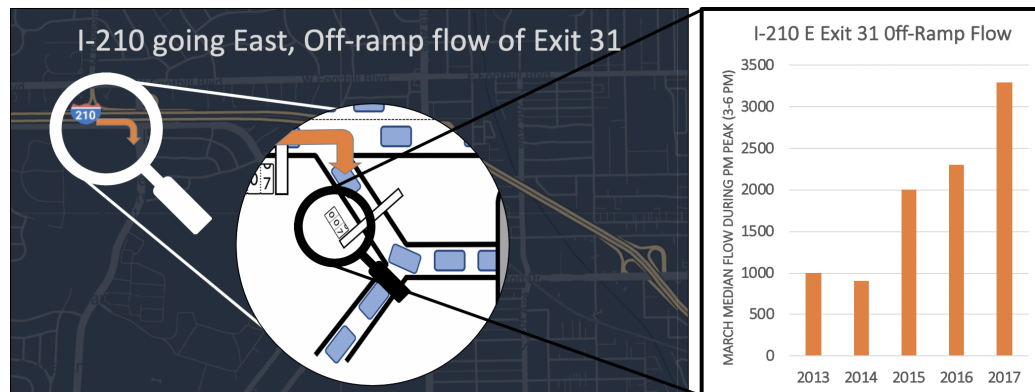


FIGURE 6.7 – À gauche : Emplacement du détecteur de trafic de la sortie 31 de l’autoroute I-210 Est à Arcadia, en Californie. À droite : Évolution du débit médian de la sortie de l’I-210 pendant les heures de pointe durant les jours ouvrés de mars entre 2013 et 2017. La multiplication par 3 fois du débit de sortie entre 2014 et 2017, associée à la diminution de la vitesse sur les voies parallèles, fournit des éléments appuyant l’augmentation du trafic de contournement induits par l’usage des applications de navigation. La figure est adaptée de [49, Figure 4].

qui consistent en des données de débit provenant de capteurs de boucles inductives, sont disponibles au public.

L’analyse des données PeMS (figure 6.7) montre que, pendant les heures de pointe du soir, les débits médians des sorties de l’autoroute I-210 vers Michillinda Avenue et Baldwin Avenue durant les jours ouvrés de mars ont connu une multiplication respective de 1,5 et 3 entre 2013 et 2017. Ces deux sorties sont situées le long du trajet I-210 montré dans la figure 6.3, et elles étaient fréquemment recommandées par des applications telles que Google Maps en 2017. Bien que certaines de ces augmentations puissent s’expliquer par une augmentation de la demande pour Arcadia, il est peu probable que cela puisse être expliqué uniquement par la croissance de la demande. De plus, étant donné que ces sorties étaient fréquemment recommandées par des applications de navigation qui avaient gagné en popularité pendant la même période, l’augmentation du débit peut être partiellement expliquée par l’utilisation d’applications. Cependant, les données transversales ne révèlent pas le trafic de contournement causé par les conducteurs utilisant la sortie 31.

**Remarque 6.1.1** (Qualité des données PeMS). *Les données PeMS ne sont pas exploitables pour le cas de Fremont, en Californie, car les détecteurs de boucle de sortie sur l’I-680 vers Mission Street boulevard sont en mauvais*

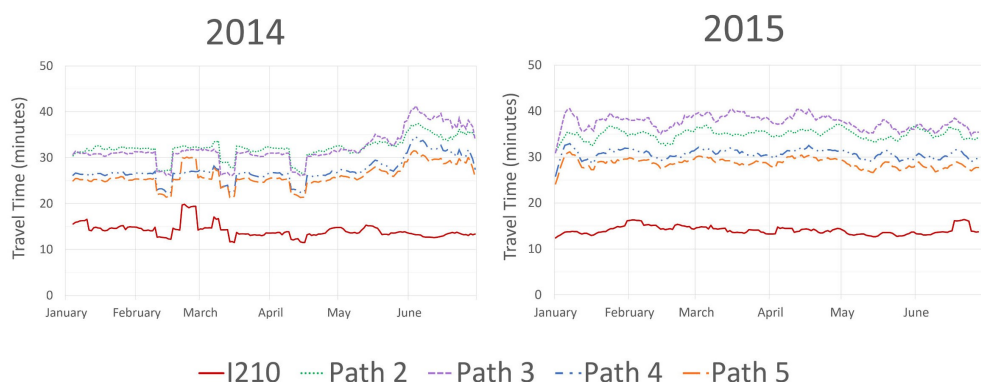


FIGURE 6.8 – Évolution du temps de trajet moyen calculé à partir des données INRIX sur les cinq itinéraires considérées (figure 6.3) entre 16h30 et 17h30 en 2014 et 2015, pour chaque semaine de janvier à juin. Alors que le temps de trajet sur l’I-210 reste à peu près constant sur deux ans, les itinéraires alternatifs subissent une augmentation de 20% du temps de trajet. La figure est reproduite de [49, Figure 4].

état (seulement 14% du trafic est observé sur le détecteur de sortie VDS 403255 - Mission Blvd off diag - I680-N du mardi 11/03/2014 00 :00 au lundi 11/03/2019 11 :59 :59).

En plus d’observer l’évolution des temps de trajet (figure 6.4), ou d’examiner l’augmentation du débit de sortie sur l’autoroute au fil des années, nous examinons les données de vitesse INRIX sur les voies alternatives de l’I-210 entre 2014 et 2015 (figure 6.3). À mesure que le nombre d’utilisateurs d’applications augmente, on s’attend à ce que le temps de trajet sur les rues principales augmente également en raison du détournement accru du flux autour des congestions sur l’autoroute. Le temps de trajet moyen sur les itinéraires a été calculé pendant les heures de pointe pour chaque semaine de janvier à juin chaque année. Comme prévu, en une année, les temps de trajet le long des itinéraires alternatifs ont augmenté d’environ 20%, soit d’environ cinq minutes (figure 6.8).

Le temps de trajet sur l’I-210 oscillait autour de 15 minutes au cours des deux années, restant à peu près constant dans le temps. Cela peut être expliqué par une *demande latente* ou par le coût marginal très faible d’extraire des véhicules de l’autoroute (une voie typique d’autoroute a une capacité d’environ 2000 véhicules par heure). Soit tous les véhicules qui sont retirés en raison des comportements de déviation induits par les applications de navigation sont remplacés par des véhicules qui ne voyageaient pas auparavant en raison de la congestion sur l’autoroute. Soit, la quantité de véhicules retirés

est trop faible par rapport au nombre total de véhicules utilisant l'autoroute pour avoir un impact sur le temps de trajet sur l'autoroute.

Bien que les données transversales donnent des indices significatifs (c'est-à-dire l'égalisation du temps de trajet et la multiplication par 3 fois du débit de la sortie de l'I-210 en 4 ans) sur l'existence du trafic de contournement, elles n'indiquent pas d'où viennent les gens ni où ils se rendent (allocation des débits d'itinéraire) (voir figure 6.6). Par conséquent, la gravité du trafic de contournement causé par une augmentation de l'utilisation des applications de navigation et la déviation induite par les informations n'a jamais été quantifiée globalement en raison du manque de données de trajectoire disponibles publiquement.

#### **6.1.4 Les données de mouvements des véhicules sont nécessaires pour quantifier l'ampleur du trafic de contournement induit par l'utilisation des applications de navigation**

Les données de trajectoire (trajectory data) représentent les trajectoires de chaque véhicule du réseau. Les données de mouvements des véhicules (floating car data) sont un sous-ensemble des données de trajectoire : il s'agit des trajectoires de certains véhicules. D'un point de vue de la mécanique des fluides, les données de trajectoire sont appelées données lagrangiennes. Elles sont également appelées données dynamiques.

Les données actuelles de trajectoire et de mouvements des véhicules nécessitent l'identification des véhicules à l'intérieur du réseau. Elles peuvent être obtenues à partir de lecteurs de plaques d'immatriculation, de véhicules équipés de caméras, de drones, de caméras fixes (comme les données NG-SIM [255]), de dispositifs GPS qui fournissent la position GPS en temps réel des véhicules, ou de traces GPS qui fournissent les positions GPS passées des véhicules [243].

Les données de mouvements des véhicules peuvent montrer explicitement l'existence du trafic de contournement causé par l'utilisation d'applications de navigation. Ces données montrent les itinéraires de contournement utilisés par les utilisateurs d'applications, ainsi que le nombre de personnes empruntant les différents itinéraires de contournement. À Fremont, une étude de circulation [204] utilisant des données de mouvements des véhicules a montré qu'au cours des heures de pointe de l'après-midi en 2019, 10% du trafic censé emprunter l'I-680 utilisait plutôt le boulevard Mission ou la route Paseo Padre (Paseo Padre Parkway). À Pleasanton, une étude sur la circulation [130] a montré que le trafic de contournement représentait 84% du trafic sur le trajet

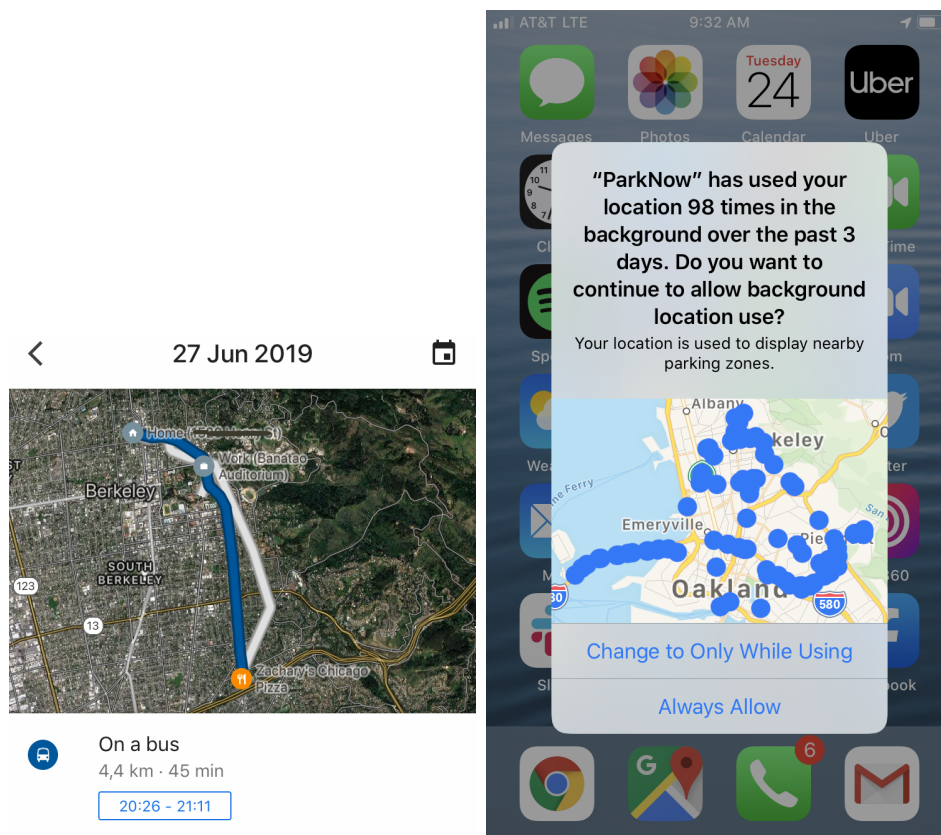


FIGURE 6.9 – Suivi de localisation et de mode de transport sur Google Maps. Capture d'écran d'un iPhone en juin 2019.

de Laurel Creek en 2016.

Actuellement, en 2023, l'auteur de cette thèse n'est pas au courant de l'existence d'un centre de contrôle du trafic routier dans le monde occidental qui aient accès à de telles données. Cela s'explique principalement par le fait que l'obtention de données de mouvements des véhicules nécessite l'identification des véhicules, ce qui peut être coûteux et soulever des problèmes de confidentialité.

Cependant, beaucoup d'applications présentent sur les smartphones enregistrent l'emplacement GPS du smartphone. Par conséquent, ces applications ont accès aux données de mouvements des véhicules (voir figure 6.9).

Pour améliorer la qualité des stratégies de contrôle de la circulation mises en œuvre par les villes, celles-ci pourraient demander aux applications de navigation de leur fournir les données de mouvements des véhicules provenant des utilisateurs de smartphone. Cela pourrait nécessiter de nouvelles réglementations ou de nouveaux partenariats entre les villes et les applications de



navigation. La France a déjà adopté une réglementation exigeant des applications de navigation de partager leurs données de circulation [13]. Cependant, il y a évidemment des problèmes de confidentialité qui pourraient empêcher les applications de navigation de partager des données d'utilisateurs avec des entités gouvernementales. De plus, de nombreuses applications de navigation cherchent à stocker moins de données sensibles sur leurs utilisateurs sur leurs serveurs pour améliorer la confidentialité des utilisateurs [109].

## 6.2 Matérialisation du trafic de contournement au niveau résidentiel

Comme le montre la section 6.1, l'une des conséquences de l'utilisation des applications de navigation est de propager la congestion des autoroutes vers sur les routes résidentielles alentours. Lorsque certaines routes reçoivent un trafic plus élevé que celui qu'elles sont conçues pour supporter (c'est-à-dire lorsque la demande des infrastructures sur certaines routes locales dépasse leurs capacités de planification urbaine correspondante), cela devient un cauchemar pour les résidents.

Intrinsèquement, les applications de navigation ne tiennent pas compte de la capacité quotidienne de planification urbaine, mais considèrent uniquement la capacité de trafic routier horaire. En d'autres termes, en 2023, les suggestions des applications de navigation ne prennent en compte peu d'autres caractéristiques que les temps de parcours dans les réseaux routiers. Par exemple, à la connaissance de l'auteur, en 2023, les suggestions des applications de navigation n'incluent pas de connaissances explicites sur les rues avec beaucoup de fréquentation piétonne ou sur les emplacements des écoles primaires.

### 6.2.1 Énumération des externalités négatives dues au trafic de contournement

Grâce aux applications de navigation, certains travailleurs économisent quelques minutes en choisissant l'itinéraire optimal pour se rendre à leurs destinations. Néanmoins, les applications de navigation peuvent créer un trafic important sur des routes résidentielles, ce qui entraîne de nombreuses externalités négatives pour les communautés touchées par ce nouveau trafic. Ces externalités négatives peuvent inclure des temps de déplacement plus longs, des retards, des temps de déplacement peu fiables [94], du bruit, des émissions de gaz à effet de serre et des émissions de polluants, des accidents

de la route (figure 6.10), une diminution de l'accessibilité dans les quartiers touchés, des erreurs de direction [139], l'usure des routes, etc.

L'usage des applications de navigation modifie la distribution spatiale des niveaux de bruit et d'émissions de polluants dans les zones affectées par le trafic de contournement [184, 90]. À long terme, la congestion accroît le stress psychologique [259, 184] et réduit le temps de loisirs des personnes, ce qui diminue leurs activités physiques. De nombreuses études et reportages médiatiques ont montré que le trafic routier est fortement associé à la diminution du bien-être mental des navetteurs ou des résidents qui vivent près des routes empruntées : l'imprévisibilité du trafic est une source importante de stress, et elle peut facilement perturber les routines quotidiennes. La pollution de l'air et la pollution sonore produite par le trafic crée également frustration et anxiété [184].

**Usure des routes.** La charge cumulative sur la route dépend du nombre de véhicules l'empruntant et de leurs poids. L'usure des routes augmente avec le nombre de véhicules utilisant la route [181, 135, 235]. Le financement des transports projette l'usage de chaque route, afin que les coûts des transports soient équitablement répartis entre les institutions, citoyens et usagers [240]. Il existe trois sources de financement principales pour les systèmes de transport [240, 34] :

1. les impôts sur l'essence.
2. les revenus provenant des péages.
3. les autres impôts, tels que l'impôt sur le revenu ou la taxe sur la valeur ajoutée.

Aux États-Unis, la plupart de ces revenus vont aux États, qui sont donc principalement responsables des infrastructures de transport. En particulier, les États sont chargés de l'entretien des autoroutes, les routes conçues pour être utilisées par les navetteurs. Les États ne sont pas responsables de l'entretien des routes résidentielles. Comme les petites villes ne peuvent pas se permettre de réparer les dommages causés par une utilisation intensive de leurs routes résidentielles, si les navetteurs utilisent certaines routes locales, alors l'État devrait subventionner l'entretien de ces routes.

**Préoccupations concernant la sécurité.** Selon une enquête de 2012 sur la sécurité routière [54], les excès de vitesse constituent un facteur aggravant dans la plupart des accidents et sont responsables d'un tiers des accidents mortels. À Leonia, dans le New Jersey, un piéton est décédé en 2014 après avoir été heurté par un bus sur Fort Lee Road, une route résidentielle utilisée par les navetteurs utilisant les applications de navigation [96].

Sur 69 articles de journaux recensés par l’auteur (un sous-ensemble des articles présentés dans la figure 6.1) et traitant des externalités négatives de l’utilisation des applications de navigation, 39 d’entre eux traitent des problèmes de sécurité, 23 d’entre eux traitent des problèmes de congestion, et 16 font état de problèmes de bruit et de qualité de vie.

**Remarque 6.2.1** (Suggestions d’itinéraires utilisant plus d’information sur le réseau qu’uniquement les temps de trajet). *Notez que certaines applications de navigation prennent en compte certaines caractéristiques du réseau routier au-delà des temps de trajet de chaque section routière. Cela peut inclure les péages, la consommation de carburant ou des considérations de sécurité routière [198]. Par exemple, depuis 2021, dans Google Maps, un utilisateur peut demander d’avoir un itinéraire écologique pour atteindre sa destination [110, 12].*

## 6.2.2 Les externalités négatives dues au trafic de contournement sont présentes dans le monde entier

Le trafic de contournement et les externalités négatives qui en résultent en raison de l’utilisation des applications de navigation ont été signalés partout dans le monde. Pour ne citer que quelques villes, San Francisco, en Californie, Boston, dans le Massachusetts, Medford, dans le Massachusetts, Tel Aviv, en Israël, Leonia, dans le New Jersey, Los Angeles, en Californie, Fremont, en Californie, Bordeaux, en France, Lyon, en France, Meudon, en France ont tous exprimé leurs préoccupations concernant ces problèmes [163].

Au début de l’année 2018, les résidents d’Echo Park, dans le comté de Los Angeles, en Californie, ont commencé à signaler un trafic excessif sur la rue Baxter, l’une des pentes les plus raides d’Amérique. Les conducteurs non familiers avec la pente de 32% de la rue Baxter risquent des collisions avec des véhicules venant en sens inverse qui sont difficiles à voir en plus de risquer des défaillances de freinage. De nombreux véhicules ont dérapé sur les jardins des voisins [229] (voir figure 6.10). Le contournement se produisait généralement pendant les heures de pointe, lorsque les véhicules se dirigeant vers le sud sur la rue Alessandro étaient dirigés vers la rue N. Alvarado pour éviter le trafic causée par l’insertion de la rue Alessandro sur Glendale Blvd. Les utilisateurs d’applications étaient dirigés pour tourner à gauche sur la rue Baxter depuis la rue Alessandro pour contourner le goulot d’étranglement en empruntant soit la rue N. Alvarado, soit Lake Shore Blvd. au lieu de Glendale Blvd. En mai 2018, Echo Park a transformé les deux pâtés de maisons de la rue Baxter de chaque côté de la rue N. Alvarado en rues à sens unique disjointes pour empêcher les navetteurs de prendre la rue Baxter [57].



FIGURE 6.10 – Accident d’autobus, car il a été dirigé sur la rue Baxter, une route trop raide. Photos par Ingrid Peterson via Flickr.

À Leonia, New Jersey (9 200 habitants), le débit de trafic sur Fort Lee Road est passé de 4 000 à 14 000 véhicules par jour entre 2014 et 2017, selon le maire Judah Zeigler [185]. Si la circulation est uniformément répartie sur 11 heures, en 2017, cela représente un débit de trafic qui 24 véhicules entrant dans la rue chaque minute (contre 6 véhicules entrant chaque minute en 2014)! Fort Lee Road est un collecteur urbain. La route est donc conçue pour recevoir un débit de trafic quotidien inférieur à 6 300 véhicules par jour, ce qui représente 9 véhicules entrant dans la rue chaque minute [246] (voir figure 1.8). Par conséquent, les préoccupations concernant la sécurité ont été soulevées par les résidents [131]. En effet, un piéton est décédé en 2014 sur la route Fort Lee après avoir été heurté par un autobus [96].

À Lyon, en France, depuis 2022, les véhicules en provenance du sud peuvent emprunter le Quai Jean-Jacques Rousseau pour éviter les embouteillages sur l’autoroute A7. À Bordeaux, en France, l’Avenue de Courrejean est empruntée par certains véhicules souhaitant éviter l’autoroute A62 en provenance du sud. À Meudon, en France, la Rue d’Arthelon est empruntée par certains navetteurs se rendant à Paris depuis les banlieues du sud-ouest qui n’empruntent pas l’autoroute N118.

À Fremont, en Californie, pour effectuer des tâches quotidiennes comme

recupérer leurs enfants à l'école ou faire des courses, les résidents du quartier Mission San Jose subissent maintenant la congestion due au trafic de contournement (voir figure 6.11). Mission San Jose est un quartier de la ville de Fremont, en Californie, une banlieue de la région de la baie de San Francisco située dans le comté d'Alameda. La communauté est située à l'entrée sud de la Sunol Grade, un col de montagne sur l'autoroute I-680 qui relie les principaux pôles d'emploi de la Silicon Valley au sud-ouest aux communautés résidentielles du nord-est. En raison de sa position à l'entrée d'un des corridors de transport les plus fréquentés de la région, la circulation à côté du quartier le long de l'autoroute I-680 a toujours été intense [4]. Cependant, avec l'avènement des détours en temps réel favorisé par l'utilisation des applications de navigation, de plus en plus de trafic a été acheminé sur les rues du quartier au fil du temps [186]. En 2019, avant l'épidémie de Covid-19, malgré les mesures de gestion du trafic mises en place par la ville de Fremont, le quartier Mission San Jose souffrait toujours de lourds embouteillages. Ce problème a été exacerbé les quelques années avant 2019 par l'augmentation de la croissance de l'emploi dans la Silicon Valley, ce qui pourrait expliquer que les politiques de la ville n'ont pas considérablement amélioré la situation [239]. Avec l'augmentation continue de la congestion, les résidents ont commencé à blâmer les politiques de la ville de développement de nouvelles unités de logement et de parcs de bureaux à proximité pour être responsable d'une hausse de la demande de trafic. Les défis du trafic de contournement sont dus à la fois à l'utilisation des applications de navigation et à une demande de trafic élevée. Le trafic dans le quartier Mission San Jose a sensiblement diminué durant l'épidémie de Covid-19, et l'avènement du télétravail dans la Silicon Valley. En 2023, la ville de Fremont a mentionné que le trafic dans le quartier ne représentait plus un problème majeur pour les résidents.

### 6.2.3 Facteurs aggravants des externalités négatives du trafic de contournement : la demande de déplacement et de trafic

Comme mentionné précédemment, les externalités négatives du trafic de contournement sont dues à une demande d'infrastructures (définition 1.1.5) qui dépasse la capacité quotidienne de planification urbaine des routes affectées. Puisque la demande d'infrastructures est la résultante de la chaîne de déplacement (figure 1.1), toute augmentation de la demande de déplacements (définition 1.1.3) ou de la demande de trafic (définition 1.1.4) aggravera le trafic de contournement.



FIGURE 6.11 – Quartier de Fremont, Californie, près de l’I-680, encombré. La photo a été prise depuis un drone et publiée dans [65, Page 1].

### Augmentation de la demande de déplacements

La demande de déplacements augmente globalement en raison de plusieurs facteurs. Premièrement, la population mondiale augmente : il y avait 2 536 millions d’êtres humains sur la terre en 1950, il y en a 7 380 millions en 2015 [251]. Ainsi, en conséquence de l’augmentation de la population, il y a plus de personnes souhaitant se déplacer. Deuxièmement, les gens se concentrent davantage dans les villes. L’urbanisation (pourcentage de personnes vivant dans les zones urbaines) augmente dans le monde : en 2020, 55% de la population mondiale vit dans les zones urbaines, et en 2050, ce chiffre devrait atteindre 68% selon les projections de l’ONU [252]. Par conséquent, l’augmentation de la démographie est concentrée dans les zones métropolitaines, créant ainsi une demande de déplacement accrue pour ces zones spécifiques. Une conséquence indirecte de l’urbanisation – qui augmente encore davantage la demande de déplacement – est le développement de l’étalement urbain, conduisant à une augmentation de la distance moyenne des trajets quotidiens. Par exemple, en France, la distance médiane du trajet domicile-travail est passée de 7 km en 1975 [237, Tableau 2] à 8 km en 1982 [237, Tableau 2], 13 km en 1999 [74, Tableau 6], et 15 km en 2013 [74, Tableau 6].

Fremont, en Californie, est un exemple frappant où l’augmentation de la demande de déplacement a largement exacerbé le trafic de contournement (figure 6.12). Fremont est située dans la région de la baie de San Francisco, à l’est de la Silicon Valley. Entre 2014 et 2018, 152 000 nouveaux emplois ont été créés dans la Silicon Valley. Cependant, seules 28 000 unités de logement ont été créées dans la vallée. Sur les 152 000 nouveaux travailleurs de la

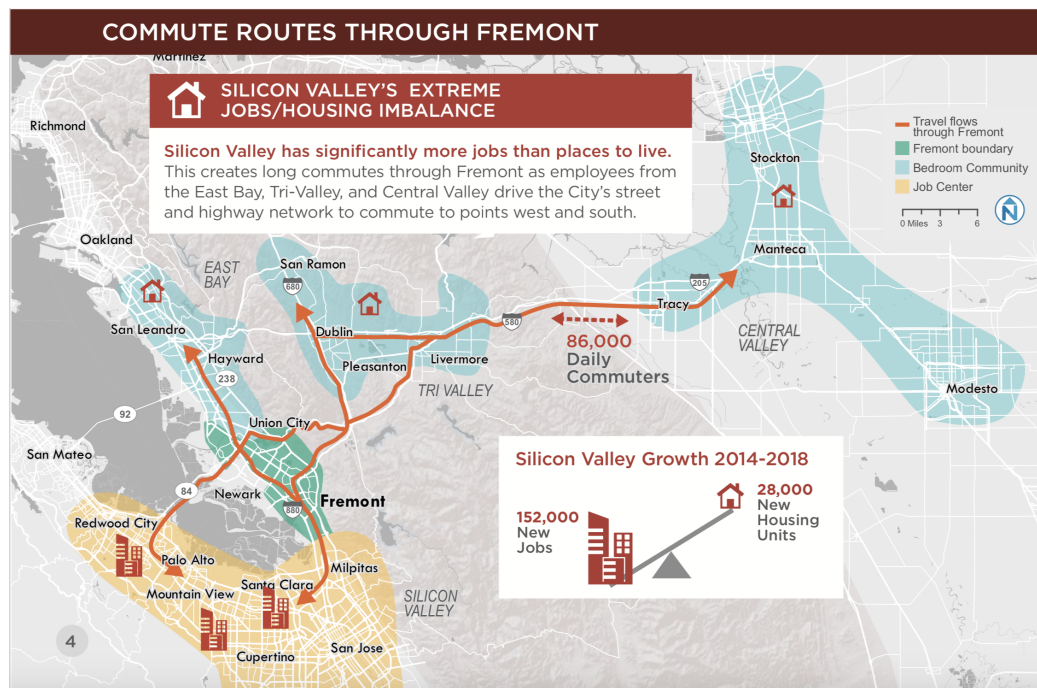


FIGURE 6.12 – Illustration schématique du trafic créé à Fremont, en Californie, en raison de l'augmentation démographique dans la région de la baie de San Francisco. Capture d'écran du Plan d'action sur la mobilité de Fremont en mars 2019 [239, Page 4].

Silicon Valley, 86 000 vivent au nord ou à l'est de Fremont, en Californie, augmentant ainsi le nombre de navetteurs entre l'est de la baie et la Silicon Valley. Si un conducteur traversant Fremont via l'I-680 pour se rendre au nord utilise une application de navigation comme Google Maps, alors il est probable que l'application lui suggère d'utiliser Mission Boulevard plutôt que l'I-680 (voir figure 6.2). En 2018, la circulation sur Mission Boulevard était si dense que les commerçants du boulevard se sont plaints de la baisse de l'accessibilité des commerces.

### Augmentation de la demande de trafic

Comme la demande de déplacements augmente, la demande de trafic augmente également partout dans le monde. Cependant, la demande de trafic peut augmenter plus que la demande de déplacement si la part modale de la voiture augmente. C'est le cas dans certaines villes, où les **véhicules de transport avec chauffeur** (VTC) comme Uber et l'augmentation de la

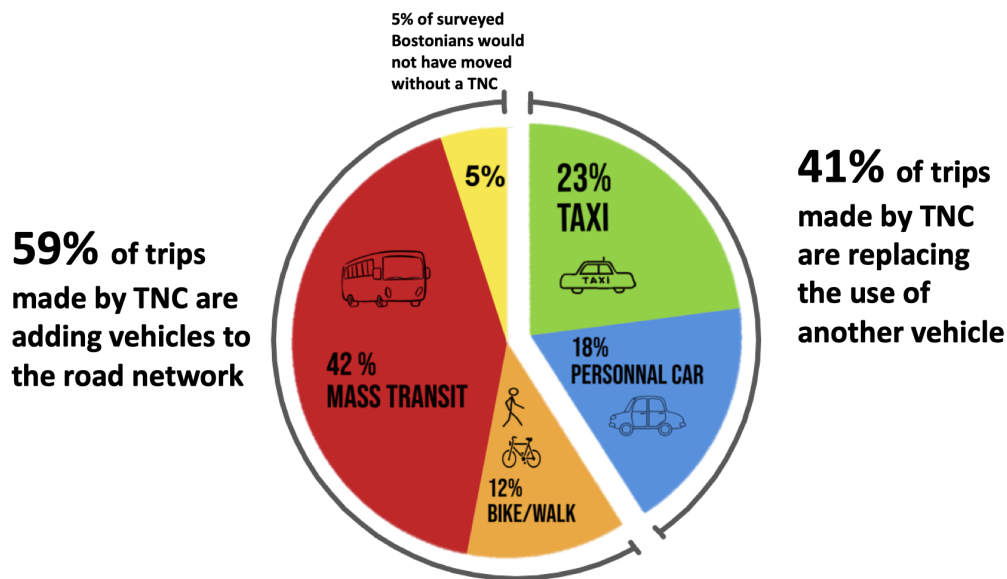


FIGURE 6.13 – Remplacement du mode de transport par les VTC telles qu’Uber et Lyft à Boston en février 2018. [102, Figure 11].

**livraison à la demande** augmentent le nombre de véhicules dans le réseau routier.

La demande de trafic a considérablement augmenté suite à l’émergence soudaine des VTC tels qu’Uber et Lyft [45]. Uber a été créé en mars 2009. Dix ans plus tard, en 2019, on estimait qu’Uber comptait 110 millions d’utilisateurs actifs dans le monde chaque mois [226]. Statista indique que 996,7 millions de personnes ont utilisé des VTC en 2019 dans le monde [226]. Ces nouveaux utilisateurs - près de 1 milliard de nouveaux utilisateurs en 10 ans - représentent souvent de nouvelles voitures sur les routes. Selon le Boston Metropolitan Area Planning Council, en 2018, 59% des trajets effectués par des VTC ajoutent des véhicules au réseau routier (voir figure 6.13 ou [102, Figure 11]). En conséquence, **l’augmentation mondiale de la demande de trafic due aux VTC peut être estimée à environ 588 millions de trajets annuels** (56% des 996,7 millions d’utilisateurs de VTC). À San Francisco, en Californie, Lyft et Uber étaient responsables de 13% du total de la distance parcourue par les véhicules dans la ville en 2019 [19].

En même temps que l’augmentation de la demande de trafic due aux VTC, une autre augmentation de la demande de trafic est due au développement de la **livraison du dernier kilomètre**. Selon le département de recherche économique de la Réserve fédérale de St. Louis [10], les ventes au détail en



ligne ont fortement augmenté au cours des années 2010. Représentant 1% du total des ventes en 2000, elles représentaient 10% du total des ventes en 2019 (avant l'épidémie de Covid-19). En conséquence, la livraison du dernier kilomètre a considérablement augmenté le nombre de camions et de petits camions de livraison sur les routes. L'analyse des données de l'administration fédérale des autoroutes des États-Unis par Brookings [43] montre que les camions - qui roulaient 40% du temps dans les zones urbaines (et 60% sur les autoroutes) en 1966 - roulaient 60% du temps dans les zones urbaines en 2014. Cela a entraîné une **augmentation de 8 fois de la distance parcourue par tous les camions dans les zones urbaines entre 1966 et 2014.**

### 6.3 Techniques d'atténuation du trafic de contournement

Pour atténuer les externalités négatives du trafic de contournement, les villes peuvent adopter plusieurs approches, y compris celles répertoriées dans le tableau 1.2. En théorie économique, les externalités sont les coûts indirects induits par le marché libre. Curieusement, le concept a été introduit pour la première fois par Pigou dans [196] en 1920, en utilisant l'exemple de la circulation routière et du choix d'itinéraire. De nombreuses solutions pour atténuer les externalités négatives peuvent être trouvées dans la littérature économique. Comme indiqué dans section 6.2, les externalités négatives du trafic de contournement peuvent également être atténuées en réduisant la demande de trafic dans le réseau.

#### 6.3.1 Atténuation des externalités négatives en économie

Dans la littérature économique, plusieurs types de solutions pour réduire les externalités d'un marché sont suggérés [64] :

- **Quota** (cap-and-trade) : attribution de quotas pour l'utilisation de l'offre.
- **Taxe pigouvienne** : imposition du marché qui génère les externalités.

Dans le cas spécifique des externalités dues à l'utilisation des applications de navigation, si un régulateur ne peut pas contrôler directement les applications de navigation (ce qui est le cas dans les économies libres), alors les réglementations et les politiques visant à atténuer les externalités ne peuvent pas différencier les utilisateurs d'applications et les non-utilisateurs d'appli-

cations. L'ajout d'une taxe qui s'applique à tout le monde, mais qui devrait cibler un ensemble spécifique d'utilisateurs est ce que l'on appelle une taxe à différenciation imparfaite [114].

### Quota d'utilisation de la route

Une première approche pour atténuer le trafic de contournement consiste à l'interdire. Dans cette approche, la route peut être restreinte à la circulation des non-résidents. En économie, cette approche a été théorisée par Ronald Coase dans [71]; des quotas sont attribués à l'utilisation de l'offre.

Aux États-Unis, la ville de Leonia, dans le New Jersey, a utilisé cette approche. Le 22 janvier 2018, sous la pression des habitants de la ville, la ville a fermé 60 rues à la circulation de transit pendant les heures de pointe [156, 185]. Tout automobiliste circulant sur Fort Lee Road pendant les heures de pointe était sanctionné par la police locale. Cependant, aux États-Unis, toutes les routes sont publiques. Par conséquent, le 30 janvier 2018, une résidente d'une ville voisine a déposé une plainte accusant Leonia de "porter atteinte à son accès aux routes publiques et de violer le droit du public à la liberté de mouvement" [200]. La route a été rouverte en août 2018 après l'invalidation des arrêtés de restriction par la Cour supérieure de l'État [141].

En France, certaines routes peuvent être marquées comme réservées aux riverains [72]. Les navetteurs n'ont pas le droit d'emprunter les routes réservées aux riverains. Cependant, transformer une route locale en route réservée aux riverains nécessite beaucoup de travail administratif, et que cela ne peut être fait que pour certaines routes spécifiques. Le Parlement français a donc décidé de réglementer directement les applications de navigation en 2021 [14]. À Tel Aviv, en Israël, certains résidents se sont réunis pour créer un groupe qui a intenté un procès contre une application de navigation [269].

En économie, l'approche par quotas est pertinente lorsque des outils existent pour atténuer l'externalité et lorsque les externalités peuvent être correctement évaluées. Si les externalités ne sont pas correctement évaluées, alors l'approche par quotas pourrait affecter négativement le marché sans en être conscient. Par exemple, à Leonia, les restrictions imposées aux non-résidents ont posé des problèmes aux entreprises locales, car elles ont réduit l'accessibilité de la ville et, par conséquent, son attractivité [231].

Lorsque le système est complexe et que l'estimation précise des externalités du marché est difficile, il est possible d'adopter des contraintes moins strictes sur le marché en utilisant des taxes.

### Taxation pigouvienne des externalités

Une autre manière de réduire les externalités négatives d'un marché (ou les défaillances du marché) est de les intégrer au marché en les taxant. Les taxes sur les coûts des externalités des participants du marché sont appelées taxes pigouviennes [215], car elles ont été dérivées des travaux d'Arthur Pigou [196]. Par exemple, une taxe sur le sucre qui décourage les alimentations malsaines et compense les coûts économiques de l'obésité est une taxe pigouvienne.

Dans le cas des applications de navigation, une taxe pigouvienne évidente consiste à faire payer les navetteurs pour l'utilisation d'une route spécifique. À titre d'exemple, entre Monterey et Carmel-by-the-Sea, en Californie, la route de 17 miles est soumise à un péage pour maintenir le calme dans la zone résidentielle environnante [247].

**Tarifcation de Lombard Street.** Un autre exemple est Lombard Street à San Francisco, Californie. Dans les années 2010, selon une étude menée par l'autorité des transports de San Francisco, la "crookedest street" accueillait plus de 2 millions de visiteurs par an [212]. Lors d'une journée chargée, la section pittoresque de Lombard Street (entre Hyde St et Leavenworth St) était encombrée de plus de 8 000 piétons et 2 500 véhicules. Cet engorgement congestionne les zones environnantes, en particulier au-dessus de la partie sinueuse (débordant au-dessus de Larkin St). Les résidents se sont plaints du désordre causé par l'afflux de visiteurs : en effet, selon une enquête, le bruit, les déchets et les incidents de violation de propriété rendaient cet endroit moins supportable qu'une zone résidentielle ordinaire [212]. Pour contrer ces problèmes, de nombreuses propositions ont été faites. Par exemple, une proposition à court terme (proposée par les résidents par le biais d'une enquête) était de pénaliser les entreprises de tourisme qui contribuaient à la surconcentration des visiteurs et d'être plus strict sur le comportement des visiteurs (ajouter plus d'agents de police et augmenter les amendes dans cette zone). Il y avait aussi une proposition de mettre en place des panneaux dans différentes langues pour dissuader les visiteurs d'utiliser cette route. Une solution à long terme consistait à mettre en place une tarification de la route pour réguler le nombre d'allers-retours. En juin 2014, la "crookedest street" a été complètement fermée aux véhicules (à l'exception des résidents) pendant les 6 heures les plus fréquentées de la journée (de midi à 18 heures). En conséquence, il n'y avait plus de congestion au-dessus de la section problématique de la rue et le nombre de piétons était plus élevé [212]. Réguler le nombre de voitures et remodeler l'infrastructure semblait être une solution pour contrer les problèmes liés au trafic de contournement. À cet égard, le conseil des

superviseurs de San Francisco (San Francisco's Board of Supervisors) a approuvé à l'unanimité une législation de l'État le 16 avril 2019, qui oblige les personnes souhaitant emprunter la rue à réserver et à payer des frais (\$5 ou \$10 selon le jour). Le projet de loi a été accepté à la fois par l'assemblée californienne et le Sénat à une large majorité [51]. Cependant, le gouverneur Gavin Newsom a émis son veto sur le projet de loi pour éviter les problèmes d'équité sociale [112] : la route devrait être "accessible à tous, quelle que soit leurs capacités à payer".

**Tarification électronique des routes (ERP) à Singapour.** À Singapour, la tarification électronique des routes permet au gouvernement de taxer l'utilisation de certaines routes pendant des heures spécifiques de la journée [106]. Combiné à des lecteurs de plaques d'immatriculation, le système ERP à Singapour peut retracer les itinéraires des véhicules dans le réseau. Par conséquent, ce système est capable d'influencer le choix des itinéraires de tout véhicule grâce à des incitations financières spécifiques. Cependant, l'auteur estime qu'en raison des menaces potentielles pour la vie privée, il est peu probable que de tels systèmes existent dans le monde occidental dans un avenir proche.

**Diminution de la limite de vitesse en tant que taxe pigouvienne à différenciation imparfaite.** Lorsqu'on considère le temps de trajet comme un coût de déplacement, l'augmentation du temps de trajet sur certaines routes locales peut également être interprétée comme une taxe pigouvienne. Par exemple, la ville de Fremont a installé des ralentisseurs en 2016 pour ralentir la circulation et éviter le trafic de contournement dans le quartier de Mission San Jose [26]. Les stratégies de gestion du trafic présentées précédemment étaient sélectives : l'accès contrôlé (comme à Leonia, NJ) ou la tarification des non-résidents (comme la route de 17 miles entre Monterey, CA et Carmel, CA) n'a d'impact que sur les navetteurs. Cependant, la diminution de la limite de vitesse augmente le temps de trajet pour chaque véhicule, pénalisant ainsi autant les résidents que les navetteurs. Cet impact uniforme sur les véhicules est dû à une différenciation fiscale imparfaite [81] : cela affecte chaque véhicule de la même manière, même si les navetteurs ont une externalité négative plus élevée sur les routes résidentielles que les résidents.



FIGURE 6.14 – Le réseau de référence pour le jeu de Fremont.

### Le jeu de Fremont ou le coût de la différenciation imparfaite dans la gestion du trafic

Dans cette sous-section, nous introduisons un exemple de penser pour comprendre le coût de la différenciation imparfaite lors de la réduction de la limite de vitesse afin de calmer la circulation. Considérons le réseau illustré dans la figure 6.14.

Le réseau est une simplification du réseau de Fremont, CA, où le lien  $l_1$  représente l'autoroute I-680, et les liens  $l_2$  et  $l_3$  représentent le boulevard Mission, une voie urbaine mineure utilisée comme raccourci par certains navetteurs. Nous utilisons l'affectation stationnaire du trafic (section 2.2) pour représenter le trafic dans le réseau. La demande des navetteurs est fixée à  $d_{od_1} = 20$ , la demande des résidents est fixée à  $d_{od_2} = 1$ . Il n'y a pas d'autre demande.

Nous considérons trois itinéraires  $p_1 = od_1$ ,  $p_2 = od_2d_1$  et  $p_3 = od_2$ . Nous

n'envisageons aucun autre itinéraire. Toute la demande des résidents utilise l'itinéraire  $p_3$ , et la demande des navetteurs doit être répartie entre  $p_1$  et  $p_2$ . Nous notons  $h_1 = h_{p_1}$ ,  $h_2 = h_{p_2}$  et  $h_3 = h_{p_3}$ .

Nous considérons que la ville de Fremont peut modifier la limite de vitesse sur la section du boulevard Mission  $l_2$ . Par conséquent, les fonctions de temps de trajet des liens (définition 2.1.7) sont données par :

$$\begin{aligned} t_1(\mathbf{h}) &= 8 + f_1 \\ t_2(\mathbf{h}) &= 2 + \boldsymbol{\pi} + 2f_2 \\ t_3(\mathbf{h}) &= 4 + 2f_3 \end{aligned}$$

où  $\boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}_+$  est une variable que Fremont peut choisir pour mettre à jour la limite de vitesse sur  $l_2$ , et  $\mathbf{f} = \Delta\mathbf{h}$ .

Nous notons  $\gamma = \frac{h_1}{d_{od_1}}$  le pourcentage de navetteurs utilisant l'autoroute I-680. La condition d'équilibre utilisateur (définition 2.2.7) donne que  $\gamma = \min\{1, 0.8 + 0.1\boldsymbol{\pi}\}$ .

Nous considérons que la ville de Fremont souhaite fixer la limite de vitesse (c'est-à-dire trouver  $\boldsymbol{\pi}$ ) de manière à minimiser le temps de trajet des résidents et à ce qu'aucun navetteur n'utilise les routes résidentielles. Un compromis doit être fait par la ville lors de la fixation de la limite de vitesse : une limite de vitesse élevée permet un temps de trajet rapide pour les résidents, mais entraîne un trafic de contournement élevé, tandis qu'une limite de vitesse faible peut réduire le trafic de contournement, mais pénalise les résidents qui conduisent. Nous modélisons le coût que la ville de Fremont minimise comme suit :

$$J_F(\mathbf{h}) = h_2^2 + 2t_2(\mathbf{h})$$

Dans cette configuration,  $\boldsymbol{\pi}^* = 5$  minimise le coût pour la ville. Dans ce cas,  $\gamma = 0.85$ ,  $t_2 = 25$  et  $t_1 = 15$ . Les résultats sont présentés et discutés dans la figure 6.15.

La variable  $\boldsymbol{\pi}^*$  peut être interprétée comme une taxe pigouvienne. Les navetteurs subissent la taxe pigouvienne. Si  $\boldsymbol{\pi} = 0$ , alors  $\gamma = 0.85$  et le temps de trajet des navetteurs serait  $t_1 = 24$ . Par conséquent, les navetteurs subissent une perte sèche (deadweight loss) de 1 sur leurs temps de trajet [121].

Idéalement, la ville pourrait minimiser la quantité de trafic de contournement tout en maximisant la vitesse pour les résidents. Cela pourrait être réalisé avec une tarification basée sur l'itinéraire, par exemple. Dans ce contexte, l'utilisation de  $p_2$  serait fortement taxée, tandis que l'utilisation de  $p_3$  ne serait pas taxée. Cependant, dans le scénario présenté, la ville ne peut pas différencier entre les navetteurs et les résidents lors de la fixation de la limite de vitesse sur le boulevard Mission ( $l_2$ ). La réduction de la limite de vitesse

sur le boulevard Mission constitue une taxe pigouvienne avec une différenciation imparfaite [81]. La taxe optimale serait telle que  $\gamma = 1$  et  $\pi = 0$ . Dans ce cas, les résidents auraient un temps de trajet de  $t_2 = 4$ . Par conséquent, le coût de la différenciation imparfaite dans cet exemple de référence est de 11 [81].

Au lieu d'augmenter le coût pour les participants du marché (les véhicules) qui créent des externalités, un régulateur peut subventionner les participants du marché qui n'en créent pas. Par exemple, une ville peut subventionner les transports en commun pour réduire la demande de trafic.

### 6.3.2 Réduction de la demande d'infrastructure par la gestion des infrastructures routières

Étant donné que le trafic de contournement est un problème de demande d'infrastructure, une ville peut gérer ses infrastructures routières pour réduire cette demande. En 2022, l'auteur a principalement constaté que la réduction de la vitesse sur les routes de contournement (taxes Pigou) et l'ajout de restrictions d'accès (quotas) ont été mises en œuvre pour atténuer le trafic de contournement.

Pour **réduire la vitesse sur les routes de contournement**, les villes peuvent :

- Mettre en place des **panneaux d'arrêt**, comme cela a été fait à Fremont, en Californie (voir figure 1.5) [128].
- Mettre en place des **ralentisseurs**, comme cela a été fait à Pasadena, en Californie [167] ou partiellement à Fremont, en Californie [26].
- Réduire les **limitations de vitesse** [54]. Cela peut être réalisé en mettant en place des alertes de vitesse réduite ou des zones de vitesse réduite autour des écoles ou des résidences pour personnes âgées [228].
- Modifier le **timing des feux de signalisation** [85], comme cela a été fait à Fremont (voir figure 1.5).

Les **restrictions d'accès** peuvent être mises en œuvre en utilisant :

- Des **barrières de déviation** (diverters) ; Berkeley, en Californie, utilise des barrières de déviation pour interdire l'utilisation de certaines routes. Cela a été fait pour rediriger la circulation vers les routes principales dans le réseau, qui est un réseau quadrillé avec beaucoup routes résidentielles.
- Des **restrictions de tournant** ; Dans le quartier de Sherman Oaks à Los Angeles, des panneaux de signalisation indiquant "pas de tournant" ont été installés pour rediriger le trafic de contournement [22].
- Des **restrictions de tournant dynamiques** ; À Fremont, en Califor-

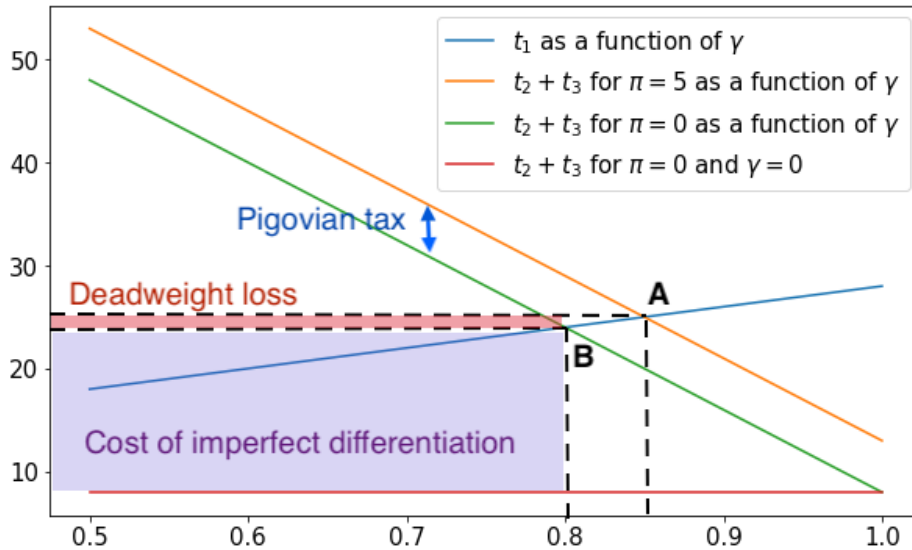


FIGURE 6.15 – Les résultats du jeu de Fremont. Le coût du itinéraire  $p_1$  en fonction du pourcentage de navetteurs utilisant l'autoroute I-680  $\gamma$  est représenté en bleu. Ce coût ne dépend pas de l'action  $\pi$  de Fremont. Les autres courbes représentent le coût de l'itinéraire  $p_2$  pour différents scénarios. La condition d'équilibre des utilisateurs se traduit par l'égalisation du temps de trajet entre  $p_1$  et  $p_2$ . Sur la figure, cette égalisation se produit aux intersections des courbes (points A et B). Lorsque le marché n'est pas réglementé ( $\pi = 0$ ), le coût de  $p_2$  est indiqué en vert. Dans ce cas, l'équilibre des utilisateurs est situé au point B, où  $\gamma = 0.8$  et  $t_1 = 24$ . Lorsque la ville de Fremont régule au mieux le marché ( $\pi = 5$ ), le coût de  $p_2$  est indiqué en orange en fonction de  $\gamma$ . Dans ce cas, l'équilibre des utilisateurs est tel que  $\gamma = 0.85$  et  $t_1 = 25$ . La régulation optimale serait telle que  $\gamma = 1$  et  $\pi = 0$ . Dans ce cas, le coût de  $p_2$  est indépendant de  $\gamma$ , et il est égal à 9 comme indiqué en rouge sur la figure. En économie, la différence de coût de  $p_2$  entre le scénario de marché libre et le scénario avec régulation est appelée perte sèche (deadweight loss). C'est la distance  $y$  entre A et B (égale à 1 dans ce scénario). La différence de coût de  $p_3$  entre le scénario avec régulation et le scénario avec régulation optimale ( $\gamma = 1$  et  $\pi = 0$ ) est le coût de la différenciation imparfaite. Le coût de la différenciation imparfaite pour  $p_2$  est la distance entre B et la courbe rouge (égal à 15 dans ce scénario).



nie, des panneaux à messages variables [266] indiquant des restrictions de tournant dynamiques ont été utilisés (voir figure 1.5).

- Un **accès contrôlé** ; À Leonia, dans le New Jersey, la police a appliqué la fermeture de 60 rues à tous les conducteurs, à l'exception des résidents et des personnes employées dans la commune, pendant les heures de pointe du matin et de l'après-midi en 2018 [156]. La ville de Leonia, dans le New Jersey, a été rapidement rejointe par Weehawken, dans le New Jersey, une ville voisine [132].
- Une **fermeture de route** [248] ; À Baxter Street, à Los Angeles, en Californie, on est allé encore plus loin en fermant une direction de la route [57] pour empêcher les accidents des conducteurs suivant les instructions des applications de navigation qui ne sont pas aptes à gérer la pente raide de la route.

D'autres outils ont été mis en œuvre. Par exemple, la ville de Fremont a utilisé des panneaux à messages variables pour inciter les conducteurs à ne pas emprunter les routes de contournement (figure 1.5).

La demande d'infrastructure peut également être réduite en diminuant la demande de déplacements et de trafic. Certains outils ont été présentés dans tableau 1.2. Cependant, réduire la demande de déplacements ou de trafic n'est pas quelque chose qui peut être réalisé par les villes seules (par exemple, Fremont, en Californie, fait partie de la région de la baie de San Francisco ou Leonia, dans le New Jersey, fait partie de la région métropolitaine de New York). Cela nécessite une réflexion à long terme sur l'aménagement urbain, qui n'est pas directement liée à la gestion du trafic.

**Étude de cas de Pleasanton.** Avant l'apparition des applications de navigation, la ville de Pleasanton, en Californie, luttait déjà contre le trafic de contournement sur ses routes locales [152]. En 2000, pendant les heures de pointe du matin, les véhicules venant des villes à l'est de Pleasanton (comme Livermore, Tracy ou Stockton) et se dirigeant vers la région de la baie (en particulier vers la Silicon Valley) faisaient face à des embouteillages pour rejoindre la route I-680 en direction du sud à partir de la route I-580 en direction de l'ouest (et vice versa l'après-midi). Pour éviter les embouteillages, certains véhicules empruntaient les routes locales de Pleasanton, créant ainsi beaucoup de trafic dans les quartiers résidentiels.

Suivant les recommandations de la figure 1.3, la ville de Pleasanton a d'abord évalué l'état de la circulation en effectuant des relevés de vitesse en 2002 [33]. La ville de Pleasanton a ensuite décidé de mettre en place plusieurs mesures pour calmer la circulation, notamment le contrôle des rampes d'accès, la réduction des limites de vitesse et la fermeture de certaines voies.

Par la suite, pour répondre aux plaintes de chaque résident, la ville a lancé son programme de régulation de la circulation : le “City of Pleasanton Neighborhood Traffic Calming Program” [67]. En 2022, ce programme filtre les plaintes des résidents concernant les excès de vitesse ou les volumes élevés de trafic et les transmet au département de gestion du trafic de la ville. Après avoir évalué l’importance des problèmes de circulation, le département de gestion du trafic de la ville met en place des solutions efficaces et proportionnées. Tout d’abord, des panneaux de limitation de vitesse sont installés temporairement pour réduire la vitesse excessive. Ensuite, des radars de vitesse peuvent être introduits. Si le problème persiste, la ville peut mettre en place des ralentisseurs, des fermetures de rues ou des restrictions de tournant. Par exemple, des résidents se sont plaints du trafic de contournement sur la route Laurel Creek [130]. Des études de circulation menées en 2016 ont montré que les conducteurs empruntant la route de contournement représentaient 84% du trafic [130]. La ville a décidé de mettre en œuvre un premier ensemble de mesures de régulation de la circulation, ce qui a entraîné une réduction de 60% du trafic de contournement. Pour avoir un impact plus important, la ville a finalement décidé de fermer la route Laurel Creek en direction sud à toutes les voies venant de Dublin Canyon.

### 6.3.3 Techniques de mitigation originales

Alors que la ville de Pleasanton a abordé les défis du trafic de contournement en utilisant des techniques classiques des manuels de gestion du trafic, d’autres villes et résidents ont utilisé des techniques originales.

Des panneaux de signalisation factices ont été installés pour perturber les conducteurs. Par exemple, dans le quartier Sherman Oaks à Los Angeles, en Californie, des panneaux “pas de tournant” ont été installés par des résidents [22]. Des panneaux visant à sensibiliser les automobilistes au trafic de contournement ont été observés par [208, 203].

Certains résidents sont allés plus loin en essayant de tromper les applications en injectant de fausses données dans l’application, en demandant aux résidents de marcher lentement avec l’application activée pour fournir des points GPS de déplacements lents à l’application, ou en signalant de faux accidents. Cette technique avait été précédemment utilisée par des étudiants du Technion pour mettre en évidence les faiblesses de Waze face aux cyberattaques [182]. Internet contenait plusieurs forums de discussion sur la façon de “tromper” les applications (ou de “maintenir les applications à l’écart des quartiers”), voir par exemple [6].



## Chapitre 7

# Optimisation de la suggestion des itinéraires en pratique

Dans ce chapitre, nous souhaitons optimiser expérimentalement l'état macroscopique du trafic d'une zone urbaine en améliorant les suggestions d'itinéraires. Dans un premier temps, nous posons les critères pour que l'optimisation soit effective. Nous ne pouvons uniquement suggérer des itinéraires à une partie restreinte des véhicules, car tous les conducteurs n'ont pas forcément accès à nos suggestions. Nous ne pouvons pas suggérer des routes trop longues aux conducteurs, sinon ils ne suivront pas les suggestions. La section 7.1 introduit ces contraintes comme la recherche de l'affectation optimale du trafic dans un  $\epsilon$ -équilibre de Nash d'un jeu Stackelberg.

La section 7.2 passe en revue les algorithmes d'optimisation de suggestions d'itinéraires existants et dresse un cahier des charges de ce que l'on attend en pratique d'un tel algorithme. Concrètement, nous recherchons un algorithme qui puisse trouver une affectation du trafic qui améliore l'état du trafic, dont le résultat puisse être calculé sur un scénario de trafic modélisant une zone métropolitaine, qui ne soit pas spécifique à un unique indicateur de performance du système, qui puisse être compris afin de pouvoir être facilement débogué, et dont la solution puisse être appliquée expérimentalement sachant que la pratique puisse être légèrement différente des scénarios d'entraînement.

La section 7.3 introduit l'algorithme de routage itératif et l'algorithme de routage en une étape. Ces deux algorithmes peuvent être déduits à partir du modèle d'affectation stationnaire du trafic routier. Ces algorithmes minimisent soit le temps de trajet, soit le coût social. Le coût social est introduit en utilisant la théorie des jeux et il est estimé à partir des diagrammes fondamentaux du trafic. Afin d'avoir un algorithme qui correspond à nos critères, la section 7.4 introduit un algorithme génétique pour optimiser les suggestions

d'itinéraires en trouvant les fonctions de coût social optimales. Afin de tester et de comparer les différents algorithmes d'optimisation à notre disposition, nous utilisons les simulations microscopiques comme une réplique numérique du monde. Sur un petit exemple, la section 7.5 montre que l'algorithme génétique est l'algorithme le plus optimal. Cet exemple montre également les limitations des algorithmes théoriques en pratique.

Finalement, la section 7.6 présente quelques remarques sur l'optimisation expérimentale du choix des itinéraires.

Le lecteur peut construire sur le travail présenté au sein de ce chapitre qui n'a pas été encore publié dans la littérature académique. Ce travail est inspiré du travail effectué par l'auteur au sein de Google.

## 7.1 Cadre abstrait de l'optimisation expérimentale de la suggestion d'itinéraire

Dans ce chapitre, nous modélisons tous les véhicules individuellement afin d'avoir un modèle qui puisse être utilisable expérimentalement tout en étant analytique. Cela nous oblige à étendre les concepts définis dans le chapitre 2 à cette configuration. Nous utilisons toujours le cadre de la théorie des jeux dans ce chapitre. La définition analytique du cadre microscopique permet de traduire directement les équations du chapitre en code exécutable dans le simulateur microscopique SUMO [27] ou dans le code d'un système de recommandations d'itinéraires.

### 7.1.1 Définition de l'optimisation du choix d'itinéraire et de l'équilibre utilisateur

Premièrement, afin de pouvoir identifier les véhicules au sein du réseau routier, nous associons à chaque véhicule un identifiant. Nous considérons ici qu'un véhicule est un joueur et nous utilisons donc la définition 2.1.11.

**Notation 7.1.1** (Identifiant des véhicules). *Nous associons à chaque véhicule de la demande de trafic un identifiant dans  $\mathbb{N}_{N_0}$ . Nous désignons par  $\mathcal{N}$  l'ensemble des identifiants de véhicules dans la demande. Pour tout identifiant de véhicule  $i \in \mathcal{N}$ , nous notons  $o_i, d_i$  et  $t_i$  son origine, sa destination et son horaire de départ :  $(i, o_i, d_i, t_i) \in \mathcal{N} \times \mathcal{V} \times \mathcal{V} \times \mathcal{T}$ .*

Nous rappelons que le réseau  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{L})$ , l'ensemble des temps  $\mathcal{T}$ , le nombre de véhicules  $N_0 \in \mathbb{N}$  dans le réseau, ainsi que leurs origines, leurs destinations et leurs horaires de départ sont connus. C'est-à-dire qu'ils sont prédéfinis dans chaque définition.

Nous considérons que l'action d'un véhicule est le choix de son itinéraire. Ainsi l'ensemble des stratégies possibles est ici l'ensemble des affectations d'itinéraire possibles (définition 2.1.12).

**Définition 7.1.1** (Ensemble des affectations d'itinéraire possibles). *Nous définissons l'ensemble des affectations d'itinéraire possibles  $\underline{\Pi}$ , l'ensemble des séquences  $\underline{\pi} = (\pi^i)_{i \in \mathcal{N}}$  de  $\mathcal{N}$  vers  $\mathcal{P}$  telles que  $\pi^i \in \mathcal{P}_{o_i d_i}$ .*

Dans la plupart du chapitre, nous considérons le temps de trajet moyen dans le réseau comme la métrique de performance que nous souhaitons minimiser. Nous supposons également que le coût que chaque véhicule (notation 2.1.3) souhaite minimiser est son temps de trajet. Et nous supposons que le temps de trajet de chaque véhicule est uniquement défini par le choix des itinéraires (les actions) de tous les véhicules.

**Définition 7.1.2** (Temps de trajet). *Nous définissons la fonction temps de trajet :  $J : \underline{\Pi} \mapsto \mathbb{R}_+^{\mathcal{N}}$  de telle sorte que  $J^i(\underline{\pi})$  soit le temps de trajet du véhicule  $i \in \mathcal{N}$  si l'affectation d'itinéraires de la demande de trafic est  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$ .*

Avec ces notations, la définition du regret contrefactuel du choix d'itinéraire d'un véhicule (définition 2.1.13) s'applique toujours. Cela nous permet ainsi d'étendre la définition de l'équilibre utilisateur à notre contexte en le définissant comme l'équilibre de Nash de notre jeu (définition 2.2.7). Nous pouvons également étendre la définition de l'optimum social (définition 2.1.17).

### 7.1.2 Jeux de Stackelberg ou fond de trafic

De manière réaliste, tous les véhicules du réseau ne vont pas suivre les suggestions d'itinéraires qu'une application peut faire. En particulier, les conducteurs n'utilisant pas d'applications de navigation ne peuvent pas suivre les suggestions des applications de navigation. Comme lors des chapitres précédents, il convient donc de diviser les véhicules en deux populations : les véhicules qui suivent les recommandations et ceux qui ne les suivent pas. Nous pouvons faire l'hypothèse que les véhicules qui ne suivent pas les recommandations soit s'adaptent à ce que les autres véhicules font, soit ne changent pas leurs choix d'itinéraire quelque soit le choix des véhicules qui suivent les recommandations.

Dans le cas où les véhicules qui ne suivent pas les recommandations adaptent leurs itinéraires en fonction des autres véhicules, alors le jeu de routage est un jeu de Stackelberg. Cela signifie que nous devons prendre en compte le fait que le trafic qui ne suit pas les recommandations va s'adapter au trafic qui les suit, contrebalançant potentiellement l'impact que nous

souhaitons avoir. Le lecteur peut référer à [38] pour plus d'information sur les jeux de routage Stackelberg.

Dans notre cas, nous faisons l'hypothèse que les véhicules qui ne suivent pas les recommandations ne s'adaptent pas à ce que les autres véhicules font (de manière similaire au modèle de choix restreint d'itinéraires). Cette hypothèse est raisonnable si l'impact que nous avons sur le trafic est suffisamment petit pour que ces conducteurs ne changent pas leurs habitudes. Nous pouvons alors considérer que ces véhicules constituent un fond de trafic sur lequel nous n'avons aucun impact. Comme leurs impacts sur le trafic est similaire à une diminution de la capacité des routes, nous pouvons, sans perte de généralité, ne pas modéliser ces véhicules. Nous supposons donc dans ce chapitre que tous les véhicules modélisés (identifiés par  $\mathcal{N}$ ) suivent les recommandations. Nous faisons également l'hypothèse que les véhicules suivent les recommandations même si ces recommandations les pénalisent (c'est-à-dire leur font perdre un peu de temps).

### 7.1.3 Optimum social sous contrainte d' $\epsilon$ -équilibre de Nash

Les clients d'une application de navigation sont ses utilisateurs. Ainsi, si les conducteurs utilisant une certaine application de navigation A le regrette car leurs temps de trajet est plus long en utilisant l'application A plutôt qu'en utilisant l'application B, alors il y a de forte chance que ces conducteurs arrêtent d'utiliser l'application A et utilisent l'application B à la place. Par conséquent, si l'on souhaite optimiser le trafic via les suggestions d'itinéraire, il convient de ne pas donner des itinéraires avec un regret trop important aux conducteurs.

Ainsi, en pratique, nous devons faire un compromis entre le temps de trajet perdu par les utilisateurs n'ayant pas les suggestions d'itinéraire optimales et le temps de trajet moyen au sein du réseau. Pour cela, nous mettons une contrainte sur le regret maximal que chaque utilisateur peut avoir. Premièrement, nous définissons l'ensemble des affectations d'itinéraire  $\epsilon$ -équilibre de Nash.

**Définition 7.1.3** (Ensemble des affectations d'itinéraire  $\epsilon$ -équilibre de Nash). *Pour tout  $\epsilon \in \mathbb{R}_+$ , nous définissons  $\underline{\Pi}^\epsilon \subset \underline{\Pi}$  comme l'ensemble des affectations d'itinéraire telles que si  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}^\epsilon$  alors le profil de stratégies  $\underline{\pi}$  est un  $\epsilon$ -équilibre de Nash (définition 2.1.15).*

Concrètement, nous cherchons l'optimum social au sein des affectations d'itinéraire  $\epsilon$ -équilibre de Nash.

**Définition 7.1.4** (Optimum social  $\epsilon$ -juste). *Pour tout  $\epsilon \in \mathbb{R}_+$ , le profil de stratégies  $\underline{\pi}^* \in \underline{\Pi}$  est un optimum social  $\epsilon$ -juste s'il résout le problème :*

$$\min_{\underline{\pi} \in \underline{\Pi}^\epsilon} \sum_{i \in \mathcal{N}} J^i(\underline{\pi})$$

### Contraintes sur les regrets en pratique

Expérimentalement, nous souhaitons suggérer des itinéraires qui sont au pire soit X secondes, soit Y % plus long que le meilleur possible. La définition 2.1.13 introduit la notion de regret absolu d'un conducteur : si le conducteur avait choisi un autre itinéraire, il aurait pu gagner X secondes de temps de trajet.

Ce regret absolu ne prend pas en compte le temps de trajet total du conducteur. Il convient donc d'introduire la notion de regret relatif d'un conducteur : si le conducteur avait choisi un autre itinéraire, il aurait pu passer X % de temps en moins à conduire.

**Définition 7.1.5** (Regret contrefactuel relatif). *Le regret contrefactuel relatif  $\hat{\rho}^i$  d'un joueur  $i \in \mathcal{N}$  est la différence relative entre son coût étant donné un profil de stratégies  $\underline{\pi}$  et le coût optimal qu'il aurait pu obtenir en changeant unilatéralement sa stratégie :*

$$\hat{\rho}^i(\underline{\pi}) = \frac{J^i(\underline{\pi}) - \min_{\underline{\pi} \in \underline{\Pi}^i} J^i(\underline{\pi}, \underline{\pi}^{-i})}{\min_{\underline{\pi} \in \underline{\Pi}^i} J^i(\underline{\pi}, \underline{\pi}^{-i})}$$

Nous pouvons alors étendre la notion d' $\epsilon$ -équilibre de Nash à la notion de regret relatif, en définissant les équilibres de Nash  $\epsilon$ -relatif. On pourrait alors définir l'ensemble des équilibres de Nash  $\epsilon$ -relatif et l'ensemble des  $\epsilon_1$ -équilibres de Nash ou  $\epsilon_2$ -relatifs. Finalement, nous pourrions définir l'optimum social au sein de l'ensemble des  $\epsilon_1$ -équilibres de Nash ou  $\epsilon_2$ -relatifs.

En pratique, dans ce travail, nous calculons le plus court chemin dans un graphe en le recherchant au sein d'une table d'itinéraires possibles. Pour chacun des itinéraires possibles, nous estimons a priori le regret de l'itinéraire et nous ne conservons que les itinéraires qui n'ont pas un regret trop grand. Cela est très similaire à ce que fait Google Maps pour l'algorithme d'eco-routing : *“Google also developed time vs. fuel efficiency trade-off parameters to ensure the eco-friendly route does not significantly increase the ETA of a journey. Based on this logic, we remove route candidates that would noticeably increase travel time or would not provide meaningful fuel savings.”* [110].



### 7.1.4 Remarques sur le cadre de l'optimisation de la suggestion d'itinéraire

Dans ce chapitre, nous supposons que pour tout  $\epsilon \in \mathbb{R}_+$ , l'ensemble  $\mathbf{II}^\epsilon$  (définition 7.1.3) est non vide. Cela nous permet de nous assurer qu'il existe un optimum social  $\epsilon$ -juste (que nous cherchons à trouver dans le reste de ce chapitre).

**Remarque 7.1.1** (Optimum social  $\epsilon$ -relatif Nash et Stackelberg dans le jeu de routage à champ moyen). *Il pourrait être intéressant de caractériser théoriquement les propriétés de l'optimum social  $\epsilon$  relatif Nash et Stackelberg dans le cadre de l'affectation stationnaire de trafic (section 2.2) et dans le cadre du jeu de routage à champ moyen (chapitre 5). Le jeu de routage à champ moyen permet de prendre en compte les dépendances temporelles entre les véhicules.*

**Remarque 7.1.2** (Stochasticité des temps de trajet et des regrets). *Comme le temps de trajet d'un véhicule peut être stochastique (voir remarque 2.1.7), le regret d'un véhicule est également stochastique. Ainsi, il convient donc de mettre une contrainte sur les moments du regret des véhicules.*

**Remarque 7.1.3** (Information imparfaite et temps de trajet contrefactuel). *Comme la prédiction du temps de trajet de chaque itinéraire ne peut pas être parfaite (on ne connaît jamais le futur), on ne peut mettre qu'une contrainte sur les regrets estimés a priori pour chaque itinéraire. On peut apprécier a posteriori si notre estimation est correcte. Néanmoins, la stochasticité des temps de trajet rend la détermination du temps de trajet contrefactuel d'un véhicule difficile. C'est-à-dire qu'il est difficile de savoir après coup quel aurait été le temps de trajet d'un véhicule utilisant un autre itinéraire que celui qu'il a suivi.*

**Remarque 7.1.4.** *Avec les données actuellement à disposition des applications de navigation, il est très difficile de déterminer si un état du trafic est optimal ou non. Sachant cela, afin de s'assurer de l'optimisation des itinéraires en pratique, il convient de définir des métriques de performance qui peuvent être mesurées précisément et dont le ratio bruit / impact potentiel est le plus faible possible. Ensuite, on peut utiliser des expériences A/B bien conçues (voir section 7.6) pour trouver une suggestion d'itinéraire optimal pour les métriques considérées.*

## 7.2 Revue des algorithmes d'optimisation existants

Dans cette section, nous présentons les algorithmes d'optimisation des suggestions d'itinéraire présents dans la littérature académique. Le problème que nous essayons de résoudre (définition 7.1.4) n'a pas été défini au préalable dans la littérature, ce qui nous amène à restreindre notre recherche à l'ensemble des algorithmes essayant de trouver l'optimum social expérimentalement ou dans les simulations microscopiques. Selon nos besoins, nous avons cinq critères pour juger les différents algorithmes existants :

1. **Risque de sous-apprentissage** : Est-ce que l'algorithme permet de trouver une affectation d'itinéraires optimale (ou presque optimale) ?
2. **Passage à l'échelle** : Est-ce que l'algorithme est utilisable sur de grands réseaux (plus de 1000 sections routières) ?
3. **Extensibilité** : Est-ce que l'algorithme peut être utilisé pour minimiser autre chose que le temps de trajet moyen au sein du réseau ?
4. **Interprétabilité** : Est-ce que le résultat de l'algorithme peut être compris afin de permettre de le déboguer ?
5. **Risques de sur-apprentissage** : Est-ce que le résultat de l'algorithme est robuste à des changements de la configuration du réseau ou à des changements de la demande ?

L'algorithme de force brute [138] essaie toutes les affectations d'itinéraires possibles et retourne l'affectation optimale. Si elle est optimale, cette approche ne passe pas à l'échelle car le nombre d'affectations d'itinéraires possibles croît de manière exponentielle avec le nombre de sections routières dans le réseau.

L'algorithme d'évitement dynamique [150] pénalise l'utilisation de quartiers congestionnés afin de diminuer la congestion dans le réseau. Il passe très bien à l'échelle, mais il ne garantit pas une affectation d'itinéraires optimale.

Les modèles de routage présentés dans la section 4.5.4 peuvent être utilisés pour définir des algorithmes d'optimisation des choix d'itinéraires. Dans la famille des modèles d'attribution d'itinéraires en une seule étape, l'algorithme de chemin le plus rapide (one-shot all-or-nothing algorithm) [63] affecte à chaque véhicule l'itinéraire qui est estimé le plus rapide lorsque le véhicule commence son trajet. Les autres modèles d'attribution d'itinéraires en une seule étape (one-shot algorithm) comme l'algorithme C-logit (utilisé dans le chapitre 4) peuvent également être utilisés. Cependant, les algorithmes d'attribution d'itinéraires en une seule étape ne sont pas optimaux car ils ne

connaissent pas le temps de trajet effectif des véhicules mais uniquement le temps de trajet estimé des véhicules.

Les algorithmes d’attributions itératives pallient ce problème en utilisant une procédure itérative d’affectations qui s’arrête lorsque que tous les temps de trajet estimés sont égaux aux temps de trajet effectifs [63, 193]. Une telle procédure est utilisée dans le cadre stationnaire pour calculer l’équilibre utilisateur (remarque 3.2.7). Malheureusement, cette procédure itérative peut être longue voir ne pas converger. De plus, s’il y a un “prix de l’anarchie” [207], l’équilibre utilisateur ne minimise pas le temps de trajet moyen dans le réseau. En effet, en contribuant à la congestion, un véhicule a un impact négatif sur le temps de trajet des autres véhicules. Il convient de prendre en compte ce coût (appelé coût marginal) pour minimiser le temps de trajet moyen au sein du réseau. Pour minimiser la durée moyenne des trajets dans le réseau, un véhicule doit minimiser son coût social effectif (qui est la somme de son temps de trajet et du coût marginal qu’il a sur les temps de trajet des autres véhicules). Nous pouvons utiliser les algorithmes d’attribution d’itinéraires en une seule étape et les algorithmes d’attributions itératives en utilisant les coûts sociaux plutôt que les temps de trajet des véhicules.

Le coût marginal d’un véhicule sur les temps de trajet des autres véhicules peut être difficile à calculer en raison de la relation complexe entre les choix d’itinéraires des véhicules et leurs temps de trajet effectifs. Par conséquent, ce coût est souvent approximé à partir des débits sur les sections routières et des temps de trajet, comme cela est fait dans [219] et [199]. Les coûts marginaux des liens peuvent être approximés à l’aide de diagrammes fondamentaux de trafic sous la forme de fonctions de performance des liens [192, Sect. 2.4] ou en utilisant la théorie des files d’attente (queue-theory) [199]. Selon le modèle de trafic utilisé, le coût marginal du lien peut avoir différentes formulations analytiques, comme le montre [220].

Comme la plupart des algorithmes existant ne répondent pas totalement aux critères que nous recherchons, la section 7.4 introduit un algorithme qui apprend la fonction de coût marginal des liens afin de minimiser le temps de trajet dans le réseau tout en utilisant un algorithme de routage en une étape. Cela change notre perspective : plutôt qu’apprendre l’affectation optimale d’itinéraires, ce nouvel algorithme apprend les coûts optimaux des sections routières. Cela a été réalisé en 2021 par [189] qui utilise une carte des poids des arêtes (edge weight map).

Nous avons classé les différents algorithmes d’optimisation des suggestions d’itinéraire selon nos critères dans la figure 7.1. Nous avons inclus notre approche - l’algorithme d’optimisation génétique des coûts des sections routières (GECO) - dans ce tableau.

Algorithm		Underfitting risk	Scalability	Extensibility	Interpretability	Overfitting risks	
Brute force algorithm		Low	Bad	Good	Bad	N/A	
Dynamic avoidance		High	Good	Fair	Good	Fair	
One-shot	all or nothing	travel time	High	Good	Fair	Good	Low
		social cost*	Medium	Fair	Bad	Fair	Fair
	C-logit	travel time	High	Good	Fair	Good	Low
		social cost*	Medium	Fair	Bad	Fair	Fair
Iterative equilibrium	travel time	Medium	Bad	Fair	Good	Fair	
	social cost*	Medium	Bad	Bad	Fair	Fair	
Edge weight map		Low	Bad	Good	Bad	High	
GECO		Low	Fair	Good	Bad	Fair	

\*FD-based or queue-based, link-based or path-based marginal cost computation

FIGURE 7.1 – Les différents algorithmes d’optimisation des suggestions d’itinéraire selon les critères qui nous importent.

## 7.3 Minimisation du coût social estimé avec le diagramme fondamental du trafic

Dans cette section, nous présentons l’algorithme de routage itératif et l’algorithme de routage en une étape afin d’approximer l’équilibre utilisateur dans les simulations microscopiques (section 7.3.1). Les simulations microscopiques permettent de reproduire les résultats obtenus tout en étant proches de ce qui est possible de faire dans le monde réel. La section 7.3.2 explique comment l’optimum social peut être calculé comme l’équilibre utilisateur des coûts sociaux des véhicules. Nous approximations le coût social d’un véhicule en utilisant le diagramme fondamental de l’écoulement du trafic routier. Nous avons donc quatre algorithmes à notre disposition : l’équilibre utilisateur en une étape, l’équilibre utilisateur itératif, l’optimum social en une étape et l’optimum social itératif. La section 7.5 présentera leurs résultats des différents algorithmes sur un scénario simple. Comme ces algorithmes sont déduits théoriquement du cadre stationnaire, ils ne sont pas les plus pertinents dans le cadre dynamique. Afin de répondre à ce problème, la section 7.4 introduira l’algorithme d’optimisation génétique des coûts des sections routières.

### 7.3.1 Approximation de l’équilibre utilisateur dans les simulations microscopiques

Dans cette sous-section, nous approximations l’équilibre utilisateur dans les simulations microscopiques en adaptant l’algorithme utilisé dans l’affectation stationnaire de trafic (définition 2.2.12) aux simulations microscopiques. De

manière simplifiée, l'algorithme (Algorithme 1, défini dans la remarque 3.2.7) part d'une affectation d'itinéraire puis, itérativement, calcule le temps de trajet sur chaque section routière pour cette affectation, regarde quelle est la nouvelle affectation qui minimise le temps de trajet de chaque véhicule si les temps de trajet ne changent pas et met à jour l'affectation d'itinéraires.

### Statistiques, coût des sections routières et fonction de routage

Pour utiliser l'Algorithme 1 (remarque 3.2.7) dans notre contexte, nous avons besoin d'agrèger le trafic de manière macroscopique par intervalles de temps et par sections routières. Nous utilisons donc la définition 2.1.2 des intervalles de temps. Nous étendons les notions de débit et de temps de trajet d'une section routière à la notion de statistiques de trafic d'une section routière.

**Définition 7.3.1** (Statistiques de trafic d'une section routière). *Nous définissons l'ensemble des statistiques de trafic d'une section routière  $\mathcal{S}$ . Les statistiques de trafic par intervalles de temps et par sections routières sont supposées être une fonction de l'affectation d'itinéraires des véhicules :  $s : \underline{\Pi} \mapsto \mathcal{S}^{\mathcal{L} \times \Theta}$ , de telle sorte que  $s_{l,\theta}(\underline{\pi}) \in \mathcal{S}$  soient les statistiques de trafic de la section  $l \in \mathcal{L}$  durant l'intervalle de temps  $\theta \in \Theta$ .*

Nous laissons la définition des statistiques de trafic  $\mathcal{S}$  vague afin que nous puissions l'adapter en fonction de nos besoins. Nous pouvons par exemple imaginer que  $\mathcal{S} = \mathbb{R}_+^2$  de telle sorte que  $(t, f) \in \mathcal{S}$  correspondent au temps de trajet  $t$  et au débit de véhicule  $f$  de la section.

Nous définissons maintenant le coût sur une section routière comme une fonction des statistiques de cette section.

**Définition 7.3.2** (Coût d'une section routière). *Le coût d'une section routière est donné par une fonction des statistiques de la section :  $c : \mathcal{S} \mapsto \mathbb{R}_+$ .*

Remarquez que la fonction de coût ne dépend pas de la section mais uniquement de ses caractéristiques. Pour simplifier les futures notations, nous pouvons définir la fonction qui associe les statistiques de chaque section routière pour chaque intervalle de temps aux coûts sur chaque section par intervalles de temps.

**Notation 7.3.1** (Coûts des sections routières). *Nous notons  $\tilde{c} : \mathcal{S}^{\mathcal{L} \times \Theta} \mapsto \mathbb{R}_+^{\mathcal{L} \times \Theta}$  la fonction définie par :*

$$\tilde{c}((l, \theta) \rightarrow s_{l,\theta}) = (l, \theta) \rightarrow c(s_{l,\theta})$$

Nous définissons maintenant une fonction de routage comme une fonction qui associe un itinéraire à chaque véhicule en fonction des coûts de chaque section pour chaque intervalle de temps.

**Définition 7.3.3** (Fonction de routage). *Nous définissons une fonction de routage  $r$  comme une fonction qui associe un itinéraire à chaque véhicule en fonction des coûts de chaque section pour chaque intervalle de temps :  $r : \mathbb{R}_+^{\mathcal{L} \times \Theta} \mapsto \underline{\Pi}$ .*

### Algorithme de routage itératif

En composant les fonctions de routage, de coût et de statistique, nous pouvons maintenant définir une affectation d'itinéraire d'équilibre.

**Définition 7.3.4** (Affectation d'itinéraire d'équilibre). *Étant donné une fonction de statistiques de trafic  $s : \underline{\Pi} \mapsto \mathcal{S}^{\mathcal{L} \times \Theta}$ , une fonction de coût  $c : \mathcal{S} \mapsto \mathbb{R}_+$ , une fonction de routage  $r : \mathbb{R}_+^{\mathcal{L} \times \Theta} \mapsto \underline{\Pi}$  et la notation 7.3.1, une affectation d'itinéraire  $\underline{\pi}^* \in \underline{\Pi}$  est une affectation d'équilibre si c'est un point fixe de la fonction  $r \circ \tilde{c} \circ s$ . C'est-à-dire :  $\underline{\pi}^* = r(\tilde{c}(s(\underline{\pi}^*)))$ .*

Cela nous permet de définir l'algorithme de routage itératif.

**Définition 7.3.5** (Algorithme de routage itératif). *L'algorithme de routage itératif est la fonction  $(r \circ \tilde{c} \circ s)^n$  où  $n \in \mathbb{N}$  est le nombre d'itérations de l'algorithme.*

La fonction  $s$  nécessite d'effectuer une simulation du trafic pour être calculée. Les simulations microscopiques du trafic prennent beaucoup de temps. Si une simulation microscopique prend 30 minutes, et si l'algorithme itératif est séquentiel, cela prend un jour de faire 50 itérations de l'algorithme. Pour effectuer 1000 itérations de l'algorithme, il faudra ainsi attendre 20 jours.

### Algorithme de routage en une étape

Afin de répondre au problème du long temps de calcul de l'algorithme de routage itératif, nous pouvons définir l'algorithme de routage en une étape. L'idée est de n'effectuer qu'une unique simulation pour calculer les itinéraires optimaux. Dans le cadre de l'algorithme en une étape, nous utilisons la division de la simulation par les intervalles de temps, et nous choisissons l'affectation des itinéraires des véhicules partant durant l'intervalle de temps  $\theta \in \Theta$  en fonction des statistiques de trafic observés lors des précédents intervalles de temps (par abus de notation, les intervalles de temps  $\theta' \in \Theta$  tel que  $\theta' < \theta$ ).

Pour simplifier les notations, nous ordonnons les intervalles de temps  $\theta \in \Theta$  en les indexant. Cela nous permet ainsi d'écrire  $\theta_i$  et  $\theta_{i-1}$ . Nous définissons l'ensemble des joueurs partants avant l'intervalle  $\theta \in \Theta$  comme  $\mathcal{N}_{<\theta} = \{i \mid \exists \tau_0, \tau_1 \in \mathbb{R}, \theta = [\tau_0, \tau_1) \text{ et } t_i < \tau_0\}$ . Nous définissons l'ensemble des joueurs partants durant l'intervalle  $\theta \in \Theta$  comme  $\mathcal{N}_\theta = \{i \mid \exists \tau_0, \tau_1 \in \mathbb{R}, \theta = [\tau_0, \tau_1) \text{ et } \tau_0 \leq t_i < \tau_1\}$ . Nous définissons l'ensemble des stratégies des joueurs  $\mathcal{N}_{<\theta}$  comme  $\underline{\Pi}_{<\theta}$  et celles des joueurs  $\mathcal{N}_\theta$  comme  $\underline{\Pi}_\theta$ . Nous étendons la définition de  $s$  à  $\hat{s}_\theta : \underline{\Pi}_{<\theta} \mapsto \mathcal{S}^\mathcal{L}$ , avec  $\hat{s}_{\theta_i}(\underline{\pi}_{<\theta_i}) \simeq s_{\cdot, \theta_{i-1}}(\underline{\pi})$ . De la même manière que pour la notation 7.3.1, nous étendons la définition de  $c$  à  $\hat{c} : \mathcal{S}^\mathcal{L} \mapsto \mathbb{R}_+^\mathcal{L}$ . Finalement, nous définissons la fonction de routage des joueurs  $\mathcal{N}_\theta$  comme  $r_\theta : \mathbb{R}_+^\mathcal{L} \mapsto \underline{\Pi}_\theta$ . Tout cela nous permet de définir l'algorithme de routage en une étape comme étant l'algorithme initialisé tel que :

- $\hat{s}_{\theta_0}$  retournent les statistiques des sections routières en situation de trafic fluide.
- $\underline{\pi}_{\theta_i} = r_{\theta_i}(\hat{c}(\hat{s}_{\theta_i}(\underline{\pi}_{<\theta_i})))$ .

**Remarque 7.3.1** (Statistiques après échauffement). *Il est possible initialiser les statistiques des sections routières  $\hat{s}_{\theta_0}$  non comme les statistiques en situation de trafic fluide mais comme les statistiques observées après une période d'échauffement (warm-up period).*

**Remarque 7.3.2** (Changement dynamique d'itinéraire). *Afin de modéliser le changement dynamique d'itinéraire au sein du réseau routier, lorsque nous calculons les itinéraires des véhicules  $\mathcal{N}_\theta$  nous pouvons également modifier les itinéraires des véhicules  $\mathcal{N}_{<\theta}$  qui sont encore dans le réseau au début de  $\theta$ . Cela peut être fait en considérant les véhicules toujours dans le réseau au début de  $\theta$  comme une demande résiduelle comme modélisée dans [59].*

**Remarque 7.3.3** (Temps de trajet estimé et temps de trajet effectif). *Le coût d'une section routière  $c(s_{l,\theta})$  peut être le temps de trajet estimé de la section routière durant l'intervalle de temps  $\theta$ . Ce temps de trajet peut être différent du temps de trajet effectif sur la section routière durant l'intervalle de temps  $\theta$ . Il se peut même que durant l'intervalle de temps  $\theta$  les véhicules voyageant sur la section routière  $l$  aient des temps de trajet très différents les uns des autres. Si les temps de trajet estimé sont égaux aux temps de trajet effectif, alors les véhicules n'auront pas de regret et le résultat de l'algorithme est équivalent au résultat de l'algorithme de routage itératif. Pour tenir compte du trafic futur dans les estimations de temps de trajet, des modèles historiques de trafic peuvent être utilisés, en exploitant le fait que les schémas de trafic soient similaires d'un jour à l'autre.*

**Remarque 7.3.4** (Algorithme de routage en une étape et applications de navigation). *En pratique, si tous les conducteurs utilisent une application de*

navigation, alors l'état du trafic serait très similaire à celui modélisé par le résultat de l'algorithme de routage en une étape.

**Remarque 7.3.5** (Répartition du trafic et algorithme C-logit). *Si tous les conducteurs sont envoyés sur un itinéraire, alors l'itinéraire risque d'être congestionné. Pour améliorer le trafic, il peut être intéressant d'envoyer les conducteurs ayant la même origine et la même destination sur différents itinéraires, comme cela est fait par le modèle C-logit [56].*

### Approximation de l'équilibre utilisateur

Maintenant que nous avons défini les algorithmes de routage itératif et les algorithmes en une étape, nous ne devons uniquement définir les fonctions de routage et les fonctions de coûts et les fonctions de statistiques pour définir l'algorithme utilisé pour approximer l'équilibre utilisateur dans les simulations microscopiques.

Dans notre cas, nous définissons le coût d'une section routière  $l \in \mathcal{L}$  durant l'intervalle de temps  $\theta \in \Theta$  comme étant le temps de trajet moyen observé sur cette section durant cet intervalle de temps.

La fonction de routage calcule le plus court chemin pour les poids d'arêtes donnés par les coûts de chaque section routière. Ce calcul de plus court chemin peut être fait avec l'algorithme de Dijkstra ou avec une recherche dans une table d'itinéraires possibles [24]. Dans l'algorithme itératif, lors de l'itération  $n$ , un véhicule a une probabilité de  $\frac{1}{\text{itération}}$  d'être envoyé sur l'itinéraire le plus court. Sinon, le véhicule suit l'itinéraire de l'itération précédente.

**Remarque 7.3.6** (Approximations effectuées). *Dans le cadre que nous avons défini, nous faisons les approximations suivantes :*

1. *Le temps de trajet d'un véhicule  $i$  qui part à l'instant  $t_i$  dans l'intervalle de temps  $\theta$  est égale à la somme des temps de trajet  $c(s_{l,\theta})$  des sections routières  $l$  utilisées par l'itinéraire  $\pi^i$  du véhicule. On fait donc l'hypothèse que tous les véhicules voyageant sur une section routière pendant un intervalle de temps ont le même temps de trajet (pas de variance des temps de trajet). On fait également l'hypothèse que les véhicules traversent les intersections instantanément. Finalement, on ne prend pas en compte qu'un véhicule qui part à l'instant  $t_i$  dans l'intervalle de temps  $\theta$  peut arriver à la section routière  $l$  au prochain intervalle de temps. C'est-à-dire que nous estimons les temps de trajet en utilisant les temps de trajet instantanés au sein du réseau. Cette dernière hypothèse peut être résolue en utilisant des fenêtres de temps roulantes.*



2. L'algorithme de routage itératif converge vers un équilibre utilisateur. Ici, on fait l'hypothèse qu'au moins un équilibre utilisateur existe.

**Remarque 7.3.7** (Taille des intervalles de temps et signifiante statistique). D'un côté, nous souhaitons que les intervalles de temps soient le plus petit que possible afin de réduire la variance des statistiques de trafic. D'un autre côté, nous souhaitons que les intervalles de temps soient suffisamment grands afin que les statistiques de trafic soient significatives.

**Remarque 7.3.8** (Méthode des Moyennes Successives Modifiée). L'algorithme que nous avons présenté ci-dessus et qui approxime l'équilibre utilisateur est très similaire à l'algorithme présenté dans [92, Chapitre 1], appelé méthode des moyennes successives modifiée (Modified Method of Successive Averages).

### 7.3.2 Approximation de l'optimum social

Dans cette sous-section, nous approximations l'optimum social dans les simulations microscopiques en utilisant le coût social des véhicules.

#### Optimum social comme un équilibre de Nash

Dans le modèle d'affectation stationnaire de trafic (section 2.2.1), l'optimum social (définition 2.2.10) résout le problème de minimisation :

$$\min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{a}}} \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \mathbf{f}$$

Dans ce modèle, l'équilibre utilisateur (définition 2.2.7) résout le problème de minimisation :

$$\min_{\mathbf{f} \in \mathcal{F}_{\mathbf{a}}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(x) \, dx$$

En remarquant que la fonction  $h : x \rightarrow xt(x)$  a pour dérivé  $h'(x) = t(x) + xt'(x)$ , on montre que  $\sum_{l \in \mathcal{L}} \int_0^{f_l} t_l(x) + x \cdot t'_l(x) \, dx = \mathbf{t}(\mathbf{f})^\top \mathbf{f}$ . Cela nous permet de voir que l'optimum social est un équilibre de Nash pour les fonctions de coût :  $f_l \rightarrow t_l(f_l) + f_l \cdot t'_l(f_l)$  pour chaque section routière  $l \in \mathcal{L}$  (voir [73, 192] pour plus de détails).

En modifiant les fonctions de coût des sections routières, on peut ainsi utiliser l'algorithme qui calcule l'équilibre utilisateur afin de calculer l'optimum social de l'affectation stationnaire de trafic.

**Définition 7.3.6** (Coût social dans le modèle stationnaire). *Dans le modèle d'affectation stationnaire de trafic, on définit la fonction de coût social comme la fonction  $sc_l(f_l) = t_l(f_l) + f_l \cdot t'_l(f_l)$  pour chaque section routière  $l \in \mathcal{L}$ .*

On peut interpréter ce coût social comme étant l'impact qu'un véhicule a sur le temps de trajet global au sein du réseau en naviguant sur la section  $l$ . Le terme  $t_l(f_l)$  représente le temps de trajet du véhicule sur la section. Le terme  $t'_l(f_l)$  représente la variation du temps de trajet sur la section due à la congestion induite par la présence du véhicule. Enfin, le terme  $f_l$  est le nombre de véhicules qui sont impactés par la variation du temps de trajet, c'est-à-dire le nombre de véhicules utilisant la section  $l$ . Lorsqu'un véhicule essaye de minimiser son coût social, il essaye de minimiser son impact sur le temps de trajet total dans le réseau routier (ce qui est similaire à minimiser le temps de trajet moyen dans le réseau). Si tous les véhicules minimisent leurs coûts sociaux, alors le temps de trajet moyen dans le réseau est minimisé.

### Coût social dans les simulations microscopiques

On va maintenant montrer le concept de coût social dans le cadre des simulations microscopiques. Pour cela, nous définissons premièrement le temps de trajet des véhicules si un véhicule ne voyage pas.

**Définition 7.3.7** (Temps de trajet avec un véhicule en moins). *Par abus de notations, pour deux véhicules  $i, j \in \mathcal{N}$  et une affectation d'itinéraires  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$ , nous définissons  $J^j(\underline{\pi}^{-i})$  le temps de trajet du véhicule  $j$  dans l'affectation d'itinéraires  $\underline{\pi}$  sans le véhicule  $i$ .*

Nous pouvons maintenant définir l'impact qu'un véhicule  $i \in \mathcal{N}$  a sur le temps de trajet d'un autre véhicule  $j \in \mathcal{N}$  comme étant  $J^j(\underline{\pi}) - J^j(\underline{\pi}^{-i})$ . Cela nous permet de définir le coût social dans notre cadre.

**Définition 7.3.8** (Coût social). *Étant donné un véhicule  $i \in \mathcal{N}$  et une affectation d'itinéraire  $\underline{\pi} \in \underline{\Pi}$ , nous définissons le coût social du véhicule comme :*

$$sc^i(\underline{\pi}) = J^i(\underline{\pi}) + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} J^j(\underline{\pi}) - J^j(\underline{\pi}^{-i})$$

Dans notre cadre, l'optimum social est un équilibre de Nash par rapport au coût social.

**Propriété 7.3.1** (L'optimum social est un équilibre de Nash pour le coût social). *L'optimum social  $\underline{\pi}$  pour les fonctions de coût  $(J^i)_{i \in \mathcal{N}}$  est un équilibre de Nash pour les fonctions de coût social  $(sc^i)_{i \in \mathcal{N}}$ .*

*Démonstration.* Par définition de l'optimum social (définition 2.1.17), si  $\underline{\pi}$  est un optimum social :

$$\sum_{i \in \mathcal{N}} J^i(\underline{\pi}) \leq \sum_{i \in \mathcal{N}} J^i(\underline{\pi}') \quad \forall \underline{\pi}' \in \underline{\Pi}$$

Cela donne que  $\forall \underline{\pi}' \in \underline{\Pi}$  et  $\forall i \in \mathcal{N}$  :

$$J^i(\underline{\pi}) + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} J^j(\underline{\pi}) - J^j(\underline{\pi}^{-i}) \leq J^i(\underline{\pi}') + \sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} J^j(\underline{\pi}') - J^j(\underline{\pi}^{-i})$$

En se restreignant à  $\underline{\pi}' = (\underline{\pi}'^i, \underline{\pi}^{-i})$  pour toute  $\underline{\pi}'^i \in \underline{\Pi}^i$  alors :

$$sc^i(\underline{\pi}) \leq sc^i((\underline{\pi}'^i, \underline{\pi}^{-i})) \quad \forall \underline{\pi}'^i \in \underline{\Pi}^i$$

La démonstration est vraie qu'importe le joueur  $i \in \mathcal{N}$ . Cela prouve que si  $\underline{\pi}$  est un optimum social pour les fonctions de coût  $(J^i)_i$ , alors  $\underline{\pi}$  est également un équilibre de Nash pour les fonctions de coût social  $(sc^i)_i$ .  $\square$

Cette propriété montre que dans le cadre général, on peut utiliser les algorithmes qui calculent les équilibres de Nash afin de calculer l'optimum social du jeu.

**Remarque 7.3.9** (Un équilibre de Nash pour le coût social peut ne pas être l'optimum social). *Dans le cadre du modèle stationnaire, la convexité des fonctions de coût (définition 2.1.7) permet de montrer l'équivalence entre les équilibres de Nash pour le coût social et l'optimum social. Cela n'est pas forcément vrai dans le cadre général. Si l'optimum social est un équilibre de Nash pour le coût social, les équilibres de Nash pour le coût social ne sont pas forcément l'optimum social. Cela est lié à la notion d'équilibre de Nash fort. Dans la preuve ci-dessus, montrer que pour tout joueur  $j \in \mathcal{N}$ , on a que  $\forall i \in \mathcal{N}$  et  $\forall \underline{\pi}'^i \in \underline{\Pi}^i$ ,  $sc^j(\underline{\pi}) \leq sc^j((\underline{\pi}'^i, \underline{\pi}^{-i}))$  ne signifie pas forcément que  $\forall \underline{\pi}' \in \underline{\Pi}$ ,  $sc^j(\underline{\pi}) \leq sc^j(\underline{\pi}')$ . Si une stratégie  $\underline{\pi}$  est telle que le premier est vrai mais non le second, cela signifie que la stratégie est un équilibre de Nash qui n'est pas un optimum de Pareto. Néanmoins, si la fonction  $sc^i$  est convexe, alors la propriété est vraie et tout équilibre de Nash pour le coût social est un optimum social.*

### Approximation du coût social avec les fonctions de congestion

La propriété 7.3.1 montre que pour calculer l'optimum social, nous pouvons utiliser les algorithmes utilisés pour calculer les équilibres de Nash. Nous avons besoin pour cela de calculer le coût social de chaque véhicule

pour chaque affectation d'itinéraires possibles. Nous pouvons approximer ce coût social en utilisant la définition du coût social dans le modèle stationnaire de trafic (définition 7.3.6).

Dans les simulations microscopiques ainsi que dans la vie réelle, le temps de trajet d'un véhicule sur une section routière dépend de son profil de vitesses qui lui-même dépend du comportement des véhicules l'entourant. Le temps de trajet n'est donc pas forcément une fonction du nombre de véhicules sur la section routière comme modélisé par la définition 2.1.7. Néanmoins, les **diagrammes fondamentaux de l'écoulement du trafic routier** [222] font l'hypothèse que le temps de trajet moyen sur une section routière est une fonction du nombre de véhicules sur cette section routière. Nous appelons ces fonctions les fonctions de congestion. En faisant l'hypothèse que les fonctions de congestion existent pour tous les liens du réseau, nous pouvons étendre la définition du coût social du modèle stationnaire au cadre des simulations microscopiques.

**Définition 7.3.9** (Approximation du coût social avec les fonctions de congestion). *Pour un véhicule  $i \in \mathcal{N}$  ayant un temps de départ  $t_i$  dans l'intervalle de temps  $\theta \in \Theta$  ( $t_i \in \theta$ ), on définit le coût marginal du véhicule utilisant les fonctions de congestion comme :*

$$\hat{m}c^i = \sum_{l \in \pi^i} f_{l,\theta} \cdot t'_l(f_{l,\theta})$$

Où la fonction  $t_l$  est la fonction de congestion de la section routière  $l$  et étend la définition 2.1.7.

Cela nous permet de définir l'approximation du coût social du véhicule utilisant les fonctions de congestion comme étant :

$$\hat{s}c^i = \sum_{l \in \pi^i} t_l(f_{l,\theta}) + f_{l,\theta} \cdot t'_l(f_{l,\theta})$$

**Remarque 7.3.10** (Approximations effectuées pour calculer l'optimum social dans les simulations microscopiques). *Nous effectuons ici toujours les mêmes approximations que celles listées dans la remarque 7.3.6. En plus de ces approximations, nous faisons l'hypothèse que les fonctions de congestion existent et nous faisons également les approximations que :*

1.  $J^i(\underline{\pi}) \simeq \hat{s}c^i - \hat{m}c^i = \sum_{l \in \pi^i} t_l(f_{l,\theta})$
2.  $\sum_{j \in \mathcal{N} \setminus \{i\}} J^j(\underline{\pi}) - J^j(\underline{\pi}^{-i}) \simeq \hat{m}c^i = \sum_{l \in \pi^i} f_{l,\theta} \cdot t'_l(f_{l,\theta})$

L'approximation consistante à approximer le coût social avec les fonctions de congestion fait l'hypothèse qu'un véhicule qui part durant l'intervalle de

*temps  $\theta$  n'impacte pas les véhicules voyageant dans les intervalles de temps suivants  $\theta$ . Cette approximation est très forte. Cette approche ne permet pas de modéliser la congestion qui n'est pas uniforme sur une section routière, ni les retours de congestion. Une autre approche pour approximer le coût social dans un contexte dynamique est d'utiliser une approche basée sur la théorie des files d'attente (queue-based marginal cost) comme effectué par [199].*

## 7.4 Optimisation génétique des fonctions de pénalisation des sections routières

Dans cette section, nous introduisons l'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation afin de satisfaire les critères définis dans la section 7.2.

### 7.4.1 Motivations

Dans la section précédente, nous avons introduit quatre algorithmes : l'algorithme de routage en une étape pour le temps de trajet, l'algorithme de routage en une étape pour le coût social, l'algorithme de routage itératif pour le temps de trajet et l'algorithme de routage itératif pour le coût social. Théoriquement, dans le cadre du modèle d'affectation stationnaire du trafic routier, uniquement l'algorithme de routage itératif pour le coût social est optimal. Néanmoins, comme le souligne la remarque 7.3.10, beaucoup d'hypothèses et d'approximations sont effectuées pour cet algorithme. En particulier, l'existence de fonction de congestion n'est pas évidente dans un contexte dynamique. Nous ne sommes donc peu sûrs de l'optimalité expérimentale de cet algorithme. La méthode naïve pour connaître les allocations d'itinéraires optimales consiste à effectuer une recherche exhaustive (algorithme de force brute) de toutes les allocations de trajet possibles pour trouver celle optimale. Cependant, cela n'est pas réalisable en pratique, car cet algorithme prend beaucoup de temps à être calculé. Il est donc intéressant de réfléchir à un nouvel algorithme qui puisse satisfaire les critères énumérés dans la section 7.2.

Dans la section précédente, nous avons vu que l'approximation du coût social est clé dans l'algorithme de routage itératif pour le coût social. Expérimentalement, nous devons apprendre cette fonction de congestion. Au lieu d'approximer la fonction en fonction de calculs théoriques, nous proposons d'apprendre la fonction qui optimise le temps de trajet moyen au sein du réseau routier. De plus, expérimentalement, l'algorithme de recherche du plus court chemin dans les applications de navigation est extrêmement optimisé

et il doit être très rapide pour répondre aux demandes des utilisateurs. Il est donc difficile de le changer. Il s'avère, par contre, qu'il est très facile de modifier les poids des arêtes du graphe qui sont utilisés pour l'algorithme de plus court chemin. Additionnellement, cela peut être effectué de manière asynchrone au calcul du plus court chemin en temps réel, permettant de ne pas réduire le temps de réponse des applications de navigation aux requêtes de suggestions d'itinéraires. Pour répondre à ces considérations, nous introduisons l'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation des sections routières. Notre approche consiste à changer et à réduire la taille de l'espace de recherche de l'algorithme de force brute (ou de recherche exhaustive) afin de pouvoir l'utiliser en pratique.

### 7.4.2 Algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation des sections routières

L'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation apprend les fonctions de coût social qui minimisent le temps de trajet moyen dans l'algorithme de routage en une étape.

Plus précisément, nous définissons la fonction paramétrique du coût des sections routières.

**Définition 7.4.1** (Fonction paramétrique du coût des sections routières). *Nous définissons la fonction paramétrique du coût des sections routières comme étant  $\hat{c} : \mathcal{A} \times \mathcal{S} \mapsto \mathbb{R}_+$  où  $\mathcal{A}$  est l'ensemble des paramétrisations possibles de la fonction.*

Étant donné une paramétrisation  $\alpha \in \mathcal{A}$  de la fonction  $\hat{c}$  nous pouvons utiliser l'algorithme de routage en une étape comme défini dans la section 7.3. Cet algorithme est particulièrement rapide, car il n'effectue qu'une unique simulation du trafic routier. L'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation utilise l'algorithme génétique à clé biaisée aléatoire (BRKGA) [107] avec un décodeur personnalisé pour trouver la paramétrisation optimale  $\alpha \in \mathcal{A}$  de la fonction  $\hat{c}$  afin de minimiser le temps de trajet moyen dans le réseau.

Les algorithmes génétiques peuvent être appréciés comme des algorithmes de recherche exhaustive stochastique (ou algorithme de force brute) astucieux. Notre approche peut être étendue à d'autres fonctions objectifs (par exemple afin de minimiser la consommation de carburant moyenne dans le réseau).

## 7.5 Comparaison des algorithmes sur un petit exemple

Cette section utilise des simulations microscopiques du trafic de Salt Lake City, dans l’Utah, pour comparer les algorithmes présentés dans les deux précédentes sections. Sur ce petit exemple, on montre que l’algorithme GECCO est le plus performant.

### 7.5.1 Scénario considéré

Dans cette étude expérimentale, nous utilisons le simulateur microscopique de trafic SUMO [27] afin de comparer les algorithmes présentés dans la section 7.2. Afin de pouvoir interpréter les résultats, nous avons considéré un scénario de trafic simple, avec une paire origine-destination et deux itinéraires possibles à Salt Lake City (voir la figure 7.2). Un fond de trafic issu d’une simulation reproduisant le trafic à Salt Lake City en décembre 2020 [12] est ajouté pour rendre la simulation réaliste. Le scénario modélise 1 050 véhicules se déplaçant entre 16h et 19h entre l’origine et la destination. Le profil de la demande est affiché dans la figure 7.3. En utilisant l’itinéraire attribué à chaque véhicule comme entrée, le simulateur microscopique de trafic SUMO simule la dynamique du trafic et évalue la durée moyenne du trajet des véhicules. SUMO est utilisé avec les paramètres par défaut de comportement de suivi des véhicules.

### 7.5.2 Algorithmes testés

#### Affectations de référence

Nous considérons deux affectations d’itinéraires de référence. La référence 1 place tous les véhicules sur l’itinéraire vert (à gauche) sur la figure 7.2. La référence 2 répartit uniformément les véhicules entre les deux itinéraires.

#### Taux de répartition optimal

L’approche de force brute consiste à tester toutes les affectations d’itinéraires possibles et à renvoyer la meilleure. Parce que cette approche est trop intensive en termes de calculs, nous nous sommes limités à tester tous les ratios correspondant à des affectations d’itinéraires stochastiques où nous répartissons aléatoirement les véhicules entre les deux itinéraires selon le ratio testé. Dans cette approche, nous ne testons pas toutes les affectations

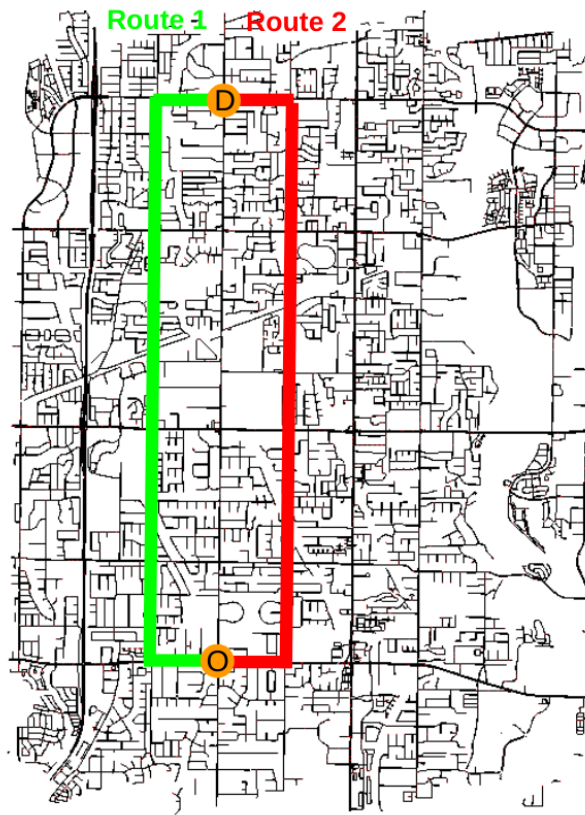


FIGURE 7.2 – Le scénario considéré. Le scénario est extrait d’une simulation reproduisant le trafic à Salt Lake City en décembre 2020 [12].

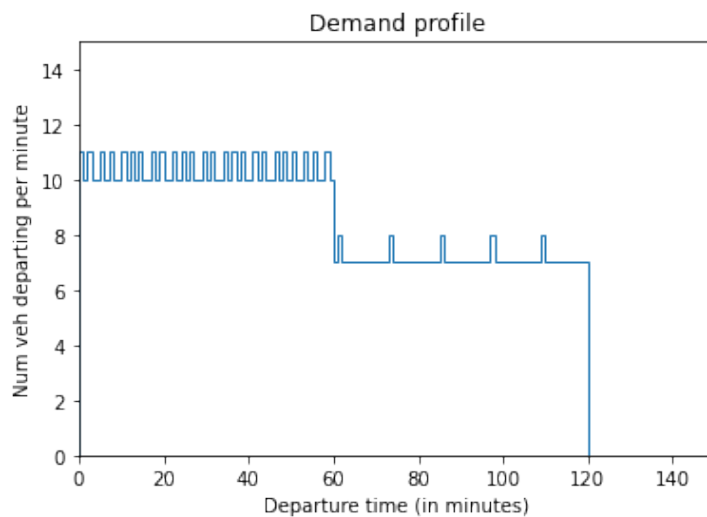


FIGURE 7.3 – Profil de la demande.



d'itinéraires possibles. Par exemple, nous ne testons pas l'affectation qui envoie toute la demande sur un itinéraire pendant la première moitié de la simulation puis sur l'autre itinéraire pendant le reste de la simulation.

### Algorithme de routage en une étape pour le temps de trajet

Dans tous les algorithmes présentés ci-dessous, nous utilisons la recherche dans une table d'itinéraires possibles pour calculer le plus court chemin entre deux sommets dans un graphe. Dans les algorithmes de routage en une étape nous avons utilisé un intervalle de temps de 5 minutes et nous avons utilisé le dernier coût observé durant l'intervalle de temps précédent pour prédire le coût dans l'intervalle de temps suivant. Dans l'algorithme de routage en une étape pour le temps de trajet, nous utilisons le temps de trajet sur les sections routières comme le coût de la section. Plus précisément, la fonction  $s$  (définition 7.3.1) retourne le dernier temps de trajet sur chaque section routière pour chaque intervalle de temps en utilisant la fonction `edge.getTraveltime`<sup>1</sup> du module TraCI de SUMO. La fonction  $c$  (définition 7.3.2) retourne également le dernier temps de trajet de la section. Nous simulons le trafic durant l'intervalle  $\theta$  en utilisant la fonction `simulationStep` de TraCI.

La fonction de routage  $r$  (définition 7.3.3) utilise une recherche de table. Les itinéraires des véhicules sont associés aux véhicules en utilisant la fonction `vehicle.add` de TraCI. Nous pouvons également utiliser une autre méthode en utilisant le module de routage automatique par effort<sup>2</sup> de SUMO. Dans cette seconde méthode, nous pouvons directement modifier les poids des arêtes via TraCI<sup>3</sup>. SUMO utilisera alors un algorithme de Dijkstra pour trouver les itinéraires qui minimisent les coûts des véhicules. Cette approche ne permet pas de mettre une contrainte explicite sur les regrets estimés des itinéraires.

### Algorithme de routage itératif pour le temps de trajet

Dans les algorithmes de routage itératif, nous simulons le trafic 50 fois. Nous divisons chaque simulation en intervalle de temps de 15 minutes. Pour la  $i^{\text{ème}}$  simulation, nous avons prédit le coût de déplacement pendant chaque intervalle de temps comme le coût de déplacement observé pendant la simulation  $i-1$  pour le même intervalle de temps. Plus précisément, la fonction  $s$  (définition 7.3.1) retourne le temps de trajet moyen sur chaque section routière pour chaque intervalle de temps en utilisant les fichiers XML issus de

---

1. [https://sumo.dlr.de/pydoc/traci.\\_edge.html#EdgeDomain-getTraveltime](https://sumo.dlr.de/pydoc/traci._edge.html#EdgeDomain-getTraveltime)
2. [https://sumo.dlr.de/docs/Simulation/Routing.html#routing\\_by\\_effort](https://sumo.dlr.de/docs/Simulation/Routing.html#routing_by_effort)
3. [https://sumo.dlr.de/pydoc/traci.\\_edge.html#EdgeDomain-setEffort](https://sumo.dlr.de/pydoc/traci._edge.html#EdgeDomain-setEffort)

la simulation précédente<sup>4</sup>.

D'une itération à l'autre, nous ne mettons à jour seulement  $1/i$  % des itinéraires des véhicules qui utilisent les applications de navigation afin d'atteindre l'équilibre utilisateur avec l'algorithme. La fonction de routage  $r$  (définition 7.3.3) utilise une recherche de table ; c'est-à-dire que chaque véhicule dont l'itinéraire est mis à jour est attribué à l'itinéraire qui minimise son coût de déplacement en utilisant la recherche de table. Nous pouvons également utiliser le module Duarouter de SUMO<sup>5</sup> pour assigner chaque véhicule à une route, mais cela ne permet pas de mettre une contrainte explicite sur les regrets estimés des itinéraires.

### Algorithme de routage en une étape pour le coût social

Pour calculer le coût social, nous utilisons les fonctions de congestion comme décrit dans la définition 7.3.9.

**Calcul des fonctions de congestion à partir des simulations.** Nous apprenons les fonctions de congestion à partir des simulations microscopiques de SUMO. Afin d'observer tous les régimes de trafic possibles pour chaque section routière, nous effectuons 20 simulations avec plusieurs niveaux de demande  $N_0$ . Nous utilisons soit 20%, soit 40%, soit 60%, soit 80%, soit 100%, soit 120%, soit 140%, soit 160%, soit 180% ou soit 200% de la demande totale pour chacune des simulations. Les nouvelles demandes sont créées en supprimant ou en dupliquant uniformément certains véhicules directement dans SUMO. Pour chaque niveau de demande, nous réalisons deux simulations SUMO avec deux configurations stochastiques (random seed) différentes. Pour chaque simulation, chaque section et chaque intervalle de temps de 15 minutes, nous récupérons le temps de trajet moyen et la densité moyenne sur la section. Nous simulons une heure de trafic. Par conséquent, pour chaque section routière, nous disposons de 80 points de données couplant densité moyenne sur la section et temps de trajet moyen correspondant.

Pour chaque section routière, nous utilisons les 80 points afin d'apprendre une fonction de congestion de la forme [222] :

$$\nu_l(\rho) = \nu_{min,l} + (\nu_{max,l} - \nu_{min,l}) \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{max,l}} \right)^{\alpha_l} \right)^{\beta_l}$$

Où  $\nu_l$  est la vitesse moyenne harmonique sur la section pendant l'intervalle de temps :  $\nu_l = \frac{t_l}{\lambda_l}$ ,  $\lambda_l$  est la longueur de la section  $l$  et  $t_l$  est le temps de trajet

4. [https://sumo.dlr.de/docs/Simulation/Output/Lane-\\_or\\_Edge-based\\_Traffic\\_Measures.html#generated\\_output](https://sumo.dlr.de/docs/Simulation/Output/Lane-_or_Edge-based_Traffic_Measures.html#generated_output)

5. <https://sumo.dlr.de/docs/duarouter.html>

sur la section,  $\rho$  est la densité moyenne de véhicule sur la section,  $\nu_{max,l}$ ,  $\nu_{min,l}$ ,  $\rho_{max,l}$  sont des paramètres à ajuster correspondant respectivement à la vitesse maximale, la vitesse minimale et la densité maximale sur la section, et  $\alpha_l$  et  $\beta_l$  sont des paramètres à calibrer.

Nous utilisons la fonction `scipy.optimize.curve_fit`<sup>6</sup> pour apprendre la vitesse moyenne harmonique en fonction de la densité.

Avec la fonction de congestion calibrée, nous utilisons pour le coût social :

$$sc^i(\underline{\pi}) = \sum_{l \in \pi^i} t_{l,\theta} \left( 1 - \rho_{l,\theta} \frac{\nu'_l(\rho_{l,\theta})}{\nu_l(\rho_{l,\theta})} \right)$$

Où  $\theta$  est l'intervalle de temps contenant l'horaire de départ  $t_i$  du véhicule  $i$ ,  $t_{l,\theta}$  est le temps de trajet moyen sur la section  $l$  durant l'intervalle de temps  $\theta$  dans la simulation correspondant à l'affectation d'itinéraire  $\underline{\pi}$ ,  $\rho_{l,\theta}$  est la densité moyenne sur la section  $l$  durant l'intervalle de temps  $\theta$  dans la simulation correspondant à l'affectation d'itinéraire  $\underline{\pi}$  et  $\nu'_l(\rho) = -\alpha_l \beta_l (\nu_{max,l} - \nu_{min,l}) \left( \frac{\rho^{\alpha_l - 1}}{\rho_{max,l}^{\alpha_l}} \right) \left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{max,l}} \right)^{\alpha_l} \right)^{\beta_l - 1}$ .

**Remarque 7.5.1** (Implémentation du coût social dans les simulations). *Pendant la simulation, nous pouvons vérifier que les fonctions de congestion sont correctes en comparant, pour une section  $l \in \mathcal{L}$  et un intervalle de temps  $\theta \in \Theta$ , le temps de trajet moyen de la section donnée par la simulation  $t_{l,\theta}$  et la valeur prédite par la fonction de congestion en utilisant la densité moyenne de la section donnée par la simulation  $t_l(\rho_{l,\theta})$ .*

**Configuration de l'algorithme de routage en une étape pour le coût social.** Nous utilisons TraCI pour récupérer la densité observée en utilisant la fonction `edge.getLastStepVehicleNumber`. La fonction  $s$  utilise TraCI pour récupérer la densité et le temps de trajet sur chaque section. La fonction  $c$  utilise les fonctions de congestion apprises afin d'estimer le coût social de chaque section. Enfin, la fonction  $r$  est similaire à celle utilisée dans le cadre de l'algorithme de routage en une étape pour le temps de trajet.

### Algorithme de routage itératif pour le coût social

Dans l'algorithme de routage itératif, la fonction  $s$  utilise les fichiers XML de SUMO pour récupérer la densité moyenne et le temps de trajet moyen sur chaque section pour chaque intervalle de temps à la fin d'une simulation.

6. [https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve\\_fit.html](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve_fit.html)

La fonction  $c$  est similaire à celle utilisée dans le cadre de l'algorithme de routage en une étape pour le coût social. Enfin, la fonction  $r$  est similaire à celle utilisée dans le cadre de l'algorithme de routage itératif pour le temps de trajet.

### **GECO – algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation**

Dans l'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation, nous utilisons la même configuration que dans l'algorithme de routage en une étape. La fonction  $s$  utilise TraCI pour récupérer la densité, la vitesse et le temps de trajet sur chaque section. De plus, la limite de vitesse, la priorité de la section et la longueur de la section sont ajoutées à l'ensemble des statistiques de chaque section routière. Une fonction linéaire est utilisée pour modéliser la fonction paramétrique de coût des sections routières (définition 7.4.1). Une simulation correspond à une paramétrisation linéaire de la fonction. Nous utilisons l'algorithme BRKGA pour trouver la paramétrisation optimale de la fonction. L'algorithme BRKGA est hautement parallélisable. Nous utilisons dix générations de population comprenant 1000 organismes par population.

### **7.5.3 Résultats**

Tous les résultats proviennent de simulations SUMO sur le scénario de référence (figure 7.2, figure 7.3). Pour chaque algorithme d'affectation de trajets considéré, les résultats sont rapportés dans la figure 7.6.

#### **Affectations de référence**

La durée moyenne du trajet dans la référence 1 est de 23,47 minutes. La figure 7.4 montre que la congestion se développe pendant la première heure avant de diminuer pendant la deuxième heure. Le temps de trajet moyen dans la référence 2 est de 16,58 minutes. Dans les deux références, le temps de trajet (figure 7.4) sur un itinéraire donné un moment de départ présente une variance élevée (environ 20%) comme expliqué dans la remarque 2.1.7. Cela s'explique par le fait que le temps de trajet d'un véhicule peut changer en fonction du nombre de feux rouges qu'il rencontre. Cela démontre la difficulté à estimer de manière contrefactuelle le temps de trajet d'un itinéraire, et donc à estimer l'incitation moyenne à dévier (définition 2.2.6).

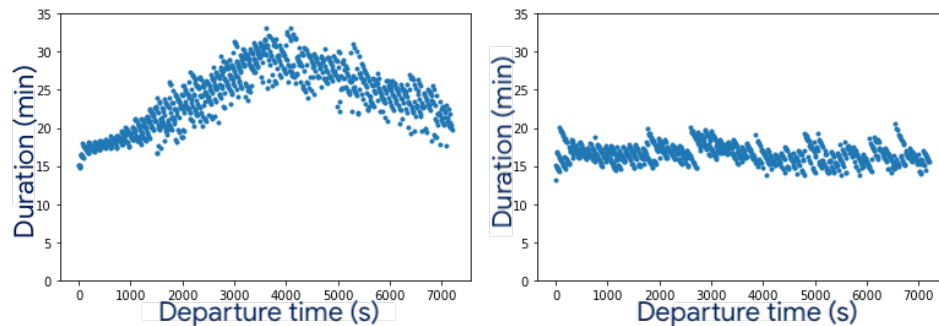


FIGURE 7.4 – Durée du trajet en fonction de l’heure de départ (un point = un véhicule) pour la référence 1 (à gauche) et la référence 2 (à droite).

### Taux de répartition optimal

La durée moyenne du trajet en fonction de la fraction de véhicules utilisant l’itinéraire 1 est montrée sur la figure 7.5. Pour une fraction donnée, les véhicules sont répartis aléatoirement sur les deux itinéraires indépendamment de leurs horaires de départ.

### GECO

Dans ce petit benchmark, GECO surpasse tous les autres algorithmes (voir figure 7.6). Les travaux futurs évalueront le passage à l’échelle et les risques de surapprentissage de GECO.

## 7.6 Remarques sur l’optimisation expérimentale du choix des itinéraires

Cette section introduit quelques remarques pratiques sur l’optimisation expérimentale de la suggestion des itinéraires au sein d’applications de navigation. Les remarques sont largement dérivées de l’expérience que l’auteur a pu avoir au sein de Google Maps.

### 7.6.1 Métrique de performance

Expérimentalement, il convient de définir une métrique de performance que l’on puisse mesurer et dont le ratio bruit divisé par l’impact que l’on peut avoir sur la métrique soit le plus petit possible.

Nous pouvons supposer que l’état du trafic est complètement défini en fonction de l’affectation des itinéraires de chaque véhicule. Et nous pouvons

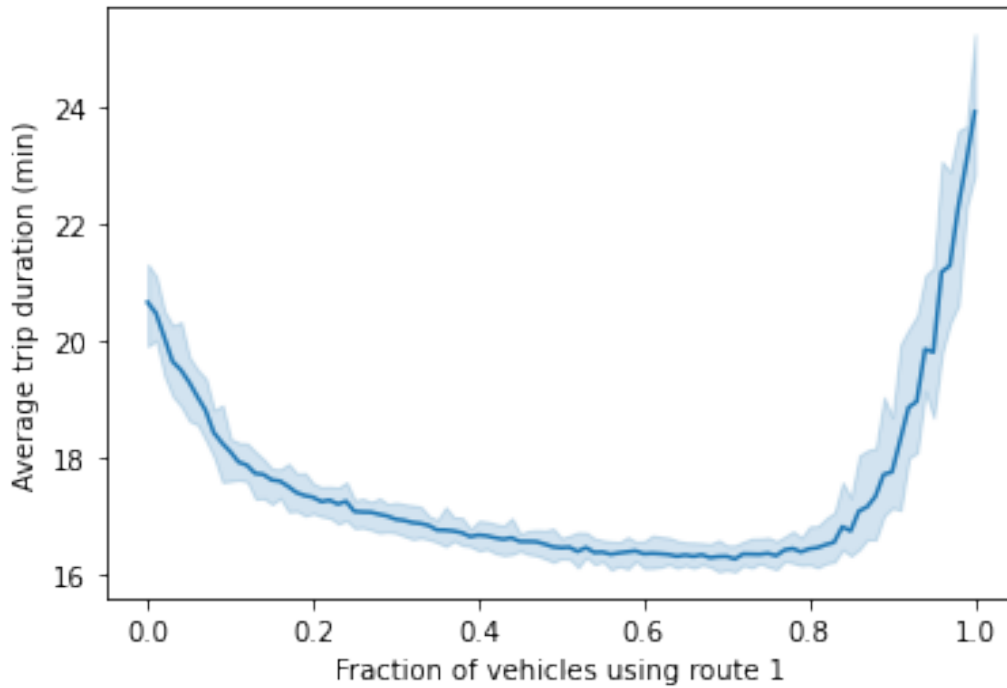


FIGURE 7.5 – Durée moyenne du trajet en fonction de la fraction de véhicules utilisant l’itinéraire 1.

également supposer que les métriques de performance que l’on souhaite optimiser le sont également en fonction de l’état du trafic. Cela nous permet donc de définir ces métriques de performance comme une fonction de l’affectation des itinéraires.

**Définition 7.6.1** (Métriques de performance). *Nous définissons une métrique de performance du système  $\mathbf{m}$  comme une fonction de l’ensemble des affectations d’itinéraire possibles vers les nombres réels :  $\mathbf{m} : \mathbf{\Pi} \mapsto \mathbb{R}$ .*

Nous pouvons alors définir l’objectif de trouver l’affectation d’itinéraire qui maximise la métrique de performance du système comme un problème de maximisation.

**Définition 7.6.2** (Optimisation du choix d’itinéraire). *Trouver l’affectation d’itinéraire qui maximise la métrique de performance du système  $\mathbf{m}$  revient à résoudre le problème :*

$$\max_{\pi \in \mathbf{\Pi}} \mathbf{m}(\pi)$$

L’ensemble des affectations possibles d’itinéraires étant fini, ce problème a une solution.

Algorithm	Average trip duration (in minutes)
Baseline 1	23.47
Baseline 2	16.58
Optimal split	16.24
One-shot TT	15.88
One-shot SC	16.02
Equilibrium TT	16.96
Equilibrium SC	16.69
GECO	15.86

FIGURE 7.6 – Résultats. GECO surpasse tous les autres algorithmes.

Il convient de noter que pour une affectation possible d'itinéraires donnée, la métrique de performance du système peut être stochastique.

### 7.6.2 Expériences A/B sur l'ensemble du trafic

Dans la vie réelle, nous n'avons pas la possibilité de pouvoir appliquer un contrôle et un traitement à un unique état de trafic, car il est quasi impossible d'avoir deux états de trafic exactement identiques. Il convient donc de faire des expériences A/B afin de savoir si un nouveau schéma de routage (ou une nouvelle pénalisation des sections routières dans l'algorithme de routage) a un impact positif sur la métrique de performance que nous souhaitons optimiser et que nous pouvons mesurer.

Dans un premier temps, des expériences A/B peuvent permettre de connaître la réaction des utilisateurs en fonction des recommandations de l'application.

Par leurs interactions dans le réseau routier, les véhicules sont dépendants les uns des autres. Ainsi, nous ne pouvons pas diviser les utilisateurs d'une application entre un groupe contrôle (ou groupe témoin) et un groupe traitement indépendant les uns des autres. Pour contrer ces effets de réseau, nous pouvons utiliser une "switchback experiment", qui consiste à diviser le groupe contrôle et le groupe traitement en fonction du temps. Durant un jour, tous les utilisateurs sont dans le groupe traitement et durant un autre jour, tous

les utilisateurs sont dans le groupe contrôle. Si cela est fait sur suffisamment de jours, nous pouvons alors faire l'hypothèse que les résultats du groupe témoin et du groupe contrôle sont identiquement distribués en enlevant l'impact de l'expérience. Cela permet ainsi de s'assurer que les résultats sont significatifs statistiquement.

### 7.6.3 Exemples

Cette sous-section introduit deux exemples d'optimisation expérimentale du choix des itinéraires relativement facile à réaliser.

#### Eco-routing

Google Maps peut suggérer les itinéraires minimisant la consommation d'essence au sein du réseau routier. Dans ce cadre, la métrique de performance mesurée est la consommation d'essence moyenne des utilisateurs de l'application. La stratégie est de suggérer à chaque utilisateur l'itinéraire qui est estimé minimiser la consommation d'essence de l'utilisateur. Une "switch-back experiment" consiste alors à mesurer la métrique de performance les jours où les suggestions sont activées et à désactiver ces suggestions pour certains jours de contrôle. Enfin, une analyse de signifiante statistique prudente permet de mesurer l'impact de cette fonctionnalité sur la consommation d'essence moyenne des utilisateurs de Google Maps. L'impact mesuré est une réduction d'un million de tonnes de CO<sub>2</sub> émises par an à travers le monde [110].

#### Minimisation des goulots d'étranglement du trafic

Un autre exemple possible d'une optimisation concrète du trafic via les suggestions de Google Maps est de minimiser les goulots d'étranglement du trafic. La métrique de performance est ici le nombre et la durée d'existence de goulots d'étranglement du trafic au sein du réseau. Plusieurs manières de quantifier les goulots d'étranglement à partir des données accessibles dans une application de navigation peuvent être envisagées. Une stratégie possible consisterait à appliquer une pénalité fixe pour l'usage d'un goulot d'étranglement dans un itinéraire pour rejoindre sa destination. On pourrait également envisager une contrainte forte comme dans le cadre de l'algorithme d'évitement dynamique.





# Conclusion

Pendant plus de six ans et demi de recherche sur l'impact des applications de navigation sur le trafic routier, j'ai pu utiliser le contexte académique de l'ingénierie du trafic routier afin d'appréhender l'impact de l'usage des applications de navigation sur l'état du trafic routier. Cela m'a naturellement poussé à simuler le choix des itinéraires des véhicules à grande échelle, soit en utilisant des simulations microscopiques réalistes, soit en développant de nouveaux modèles de théorie des jeux. Finalement, au cours d'une collaboration de recherche avec Google de presque trois ans, j'ai pu essayer d'optimiser expérimentalement le choix dynamique des itinéraires routiers dans le monde.

Plus précisément, le chapitre 1 introduit les notions d'offre et de demande de transport et montre que les conducteurs qui utilisent des applications de navigation ne suivent pas forcément les panneaux de direction comme cela est fait par la plupart des autres conducteurs. Le chapitre 2 introduit les modèles existants modélisant l'impact du choix des itinéraires sur le trafic routier. Ce chapitre utilise le modèle d'affectation stationnaire du trafic afin de modéliser l'impact d'une diminution de la capacité d'une route en utilisant une analyse de sensibilité de la solution d'un problème convexe vis-à-vis des contraintes du problème. Le chapitre 3 introduit le modèle de choix restreint d'itinéraires pour modéliser l'impact de l'usage des applications de navigation sur le trafic routier. Le chapitre montre que l'incitation latente moyenne des conducteurs à changer d'itinéraire décroît monotoniquement vers 0 lorsque l'usage des applications de navigation augmente au sein des conducteurs. Cela est confirmé dans plusieurs modèles de trafic, dont des simulations microscopiques du trafic au sein de la zone urbaine de Los Angeles, en Californie. Ces simulations montrent que les applications de navigation doivent prendre en compte leurs propres impacts sur le trafic dans leurs prévisions dès lorsqu'elles sont utilisées par plus de 30% des conducteurs. Sur de petits exemples, le chapitre montre que l'utilisation des applications de navigation n'augmente pas nécessairement l'efficacité du trafic routier.

Afin d'aider les villes à améliorer leurs réseaux de transport routier, le chapitre 4 fournit une méthodologie pour le développement, la calibration et

la validation de simulation microscopique du trafic routier d'une ville. Comme les simulations microscopiques du trafic routier prennent beaucoup de temps à être simulées, le chapitre 5 introduit le jeu de routage à champ moyen. Ce jeu dynamique de choix d'itinéraires permet de simuler rapidement le trafic d'une zone urbaine, comme illustré sur le réseau de Sioux Falls avec 76 liens, 100 intervalles de temps et 14 000 véhicules.

Finalement, plus expérimentalement, le chapitre 6 montre l'impact négatif que l'usage des applications de navigation a sur la qualité de vie de certains quartiers qui subissent le trafic de contournement créé par les conducteurs conscients des itinéraires alternatifs. Les données montrent que les temps de trajet de certains itinéraires parallèles à l'I-210 à Los Angeles, en Californie, sont égaux au temps de trajet de l'autoroute pendant les heures de pointe. Cela indique l'existence de comportements de routage conscients de l'information liés à l'usage des applications de navigation. Des études de cas indiquent qu'à Fremont, en Californie, pendant les heures de pointe du soir de 2019, jusqu'à 10% du trafic censé emprunter l'I-680 emprunte les routes locales. À Pleasanton, en Californie, la circulation de transit représentait jusqu'à 84% du trafic sur certaines routes locales en 2016. Enfin, le chapitre 7 introduit l'algorithme d'optimisation génétique des fonctions de pénalisation afin de pouvoir expérimentalement optimiser la suggestion des itinéraires. Le chapitre donne également quelques pistes de réflexions pour les lecteurs qui souhaiteraient optimiser la suggestion des itinéraires au sein d'une application de navigation.

## La voie à suivre

Le parcours de doctorat m'a aidé à envisager les domaines sur lesquels la recherche en transport devrait se concentrer dans le futur. Tout d'abord, à mon avis, la communauté académique devrait continuer à croiser la recherche économique, l'urbanisme, l'ingénierie du trafic et le contrôle optimal des systèmes dynamiques pour résoudre les problèmes liés à l'optimisation des transports.

La communauté académique travaillant sur les simulations du trafic routier doit poursuivre l'effort de développer des modèles de simulation à grande échelle afin d'améliorer la circulation routière à l'échelle métropolitaine. Je m'attends à ce que le jeu de routage à champ moyen soit un outil extrêmement utile pour représenter efficacement le choix dynamique d'itinéraire à l'échelle métropolitaine. De plus, des directives devraient être créées sur la manière de valider les modèles de trafic (et en particulier les simulations microscopiques). Les techniques utilisées dans l'apprentissage automatique (machine learning)

devraient être exploitées pour valider les modèles de trafic. En particulier, tous les modèles de trafic et toutes les simulations de trafic devraient être validés en utilisant des données séparées entre les données d'entraînement et les données de validation. S'appuyant sur le chapitre 4, la communauté des simulations de trafic peut développer une boîte à outils de calibrage pour les simulations microscopiques de trafic. Je pense que les efforts visant à réduire le niveau de sous-détermination dans le calibrage des simulateurs de trafic peuvent également s'appuyer sur les techniques développées pour l'apprentissage automatique (par exemple, en utilisant l'analyse robuste en composantes principales sur les matrices de demande OD). Finalement, pour être applicables en pratique, il faut que les algorithmes d'optimisation des itinéraires soient robustes à des variations de la demande et des conditions de trafic. L'algorithme génétique présenté dans le chapitre 7 de la thèse est un bon candidat d'algorithme d'optimisation des recommandations d'itinéraires robuste à une variation de la demande.

Enfin, je pense que la communauté de recherche en transport devrait essayer autant que possible de rester connectée aux besoins des planificateurs et des ingénieurs en transport en travaillant sur des cas d'usage concrets. En particulier, les projets de recherche devraient être élaborés en collaboration avec les villes et les ingénieurs de trafic.



# Bibliographie

- [1] Mustafa ABDULAAL et Larry J LEBLANC. “Continuous equilibrium network design models”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 13.1 (1979), p. 19-32.
- [2] Yves ACHDOU et Jean-Michel LASRY. “Mean field games for modeling crowd motion”. In : *Contributions to partial differential equations and applications*. Springer, 2019.
- [3] Yves ACHDOU et al. “Finite horizon mean field games on networks”. In : *Calculus of Variations and Partial Differential Equations* 59.5 (2020), p. 1-34.
- [4] ALAMEDA COUNTY TRANSPORTATION COMMISSION. *Interstate 680 Sunol Express Lanes (Phase 1 and Phase 2)*. Août 2018.
- [5] Clémence ALASSEUR, Imen Ben TAHER et Anis MATOUSSI. “An extended mean field game for storage in smart grids”. In : *Journal of Optimization Theory and Applications* 184.2 (2020).
- [6] ALISSA WALKER FOR GIZMODO. *Is It Really Possible To Trick Waze To Keep Traffic Off Your Street?* 2014. URL : <https://gizmodo.com/is-it-really-possible-to-trick-waze-to-keep-traffic-off-1660273215> (visité le 15/07/2022).
- [7] AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAYS AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO). *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. 2013, p. 934. ISBN : 9781560515081.
- [8] AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAYS AND TRANSPORTATION OFFICIALS (AASHTO). *Guidelines for geometric design of very low-volume local roads (ADT $\leq$ 400)*. T. L. 202. 2001, p. 72. ISBN : 1560511664.

- [9] C ANTONIOU et al. *Fundamentals of Traffic Simulation*. Sous la dir. de Jaume BARCELÓ. T. 145. International Series in Operations Research & Management Science. New York, NY : Springer New York, 2010. ISBN : 978-1-4419-6141-9. DOI : [10.1007/978-1-4419-6142-6](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6142-6). URL : <http://iet.jrc.ec.europa.eu/%20http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6142-6>.
- [10] ARCHIVAL ECONOMIC DATA, ST. LOUIS FED. *E-Commerce Retail Sales as a Percent of Total Sales*. 2019. URL : <https://alfred.stlouisfed.org/series?seid=ECOMPCTSA> (visité le 06/08/2019).
- [11] Neha ARORA et al. “An Efficient Simulation-Based Travel Demand Calibration Algorithm for Large-Scale Metropolitan Traffic Models”. In : *arXiv* (2021). DOI : <https://doi.org/10.48550/arXiv.2109.11392>. URL : <https://arxiv.org/abs/2109.11392>.
- [12] Neha ARORA et al. “Quantifying the sustainability impact of Google Maps: A case study of Salt Lake City”. In : *arXiv preprint arXiv:2111.03426* (2021).
- [13] ASSEMBLÉE NATIONALE, FRANCE (FRENCH PARLIAMENT). *LOI n° 2021-1104 du 22 août 2021 portant lutte contre le dérèglement climatique et renforcement de la résilience face à ses effets, Article 109*. [https://www.legifrance.gouv.fr/eli/loi/2021/8/22/2021-1104/jo/article\\_109](https://www.legifrance.gouv.fr/eli/loi/2021/8/22/2021-1104/jo/article_109). 2021.
- [14] ASSEMBLÉE NATIONALE, FRANCE (FRENCH PARLIAMENT). *LOI n° 2021-1104 du 22 août 2021 portant lutte contre le dérèglement climatique et renforcement de la résilience face à ses effets, Article 122*. [https://www.legifrance.gouv.fr/eli/loi/2021/8/22/2021-1104/jo/article\\_122](https://www.legifrance.gouv.fr/eli/loi/2021/8/22/2021-1104/jo/article_122). 2021.
- [15] Joshua AULD et al. “POLARIS: Agent-based modeling framework development and implementation for integrated travel demand and network and operations simulations”. In : *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 64 (2016), p. 101-116.
- [16] Alexander AURELL et Boualem DJEHICHE. “Mean-field type modeling of nonlocal crowd aversion in pedestrian crowd dynamics”. In : *SIAM J. Control Optim.* 56.1 (2018), p. 434-455. ISSN : 0363-0129. DOI : [10.1137/17M1119196](https://doi.org/10.1137/17M1119196). URL : <https://doi.org/10.1137/17M1119196>.
- [17] Alexander AURELL et al. “Optimal incentives to mitigate epidemics: a Stackelberg mean field game approach”. In : *arXiv preprint arXiv:2011.03105* (2020).

- [18] Sangjae BAE et al. *Behavior, Energy, Autonomy, Mobility Modeling Framework*. Rapp. tech. 7 Summits IT AG LTD, Zurich, Zurich; Sky-lite Networks, Fremont, CA; Lawrence . . . , 2019.
- [19] Melissa BALDING et al. *Estimated TNC Share of VMT in Six US Metropolitan Regions*. Fehr & Peers, 2019. URL : <https://1y4yclbm79aqghpmlxoezrdw-wpengine.netdna-ssl.com/wp-content/uploads/2019/08/TNC-VMT-Findings.pdf>.
- [20] Michael BALMER et al. “MATSim-T: Architecture and simulation times”. In : *Multi-agent systems for traffic and transportation engineering*. IGI Global, 2009, p. 57-78.
- [21] Albert-László BARABÁSI, Réka ALBERT et Hawoong JEONG. “Mean-field theory for scale-free random networks”. In : *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 272.1-2 (1999), p. 173-187.
- [22] Dana BARTHOLOMEW. “Sherman Oaks residents blame Waze navigation app for clogging streets.” In : *Los Angeles Daily News* (jan. 2017).
- [23] Tamer BAŞAR et Geert Jan OLSDER. *Dynamic noncooperative game theory*. T. 23. Siam, 1999.
- [24] Hannah BAST et al. *Route Planning in Transportation Networks*. available via <https://arxiv.org/pdf/1504.05140.pdf>. 2015.
- [25] Dario BAUSO, Xuan ZHANG et Antonis PAPACHRISTODOULOU. “Density flow in dynamical networks via mean-field games”. In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 62.3 (2016), p. 1342-1355.
- [26] BEA KARNES. *Speed Lumps Being Installed to Slow Traffic*. 2016. URL : <https://patch.com/california/fremont/speed-lumps-being-installed-slow-traffic> (visité le 28/09/2019).
- [27] Michael BEHRISCH et al. “SUMO—simulation of urban mobility: an overview”. In : *Proceedings of SIMUL 2011, The Third International Conference on Advances in System Simulation*. ThinkMind. 2011.
- [28] Genrich BELITSKII et al. *Matrix norms and their applications*. T. 36. Birkhäuser, 2013.
- [29] Michael GH BELL. “The estimation of origin-destination matrices by constrained generalised least squares”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 25.1 (1991), p. 13-22.
- [30] E. BERT, A. TORDAY et A. DUMONT. “Calibration of Urban Network Microsimulation Models”. In : *Proc., 5th Swiss Transport Research Conf., Ascona, Switzerland* January (2005).



- [31] Dimitri P BERTSEKAS et John N TSITSIKLIS. *Introduction to probability*. T. 1. Athena Scientific Belmont, MA, 2002.
- [32] Chandra R. BHAT et Frank S. KOPPELMAN. “Activity-Based Modeling of Travel Demand”. In : *Handbook of Transportation Science*. Boston : Kluwer Academic Publishers, 2006, p. 39-65. DOI : [10.1007/0-306-48058-1\\_3](https://doi.org/10.1007/0-306-48058-1_3). URL : [http://link.springer.com/10.1007/0-306-48058-1\\_3](http://link.springer.com/10.1007/0-306-48058-1_3).
- [33] Jeb BING. *City cameras now watch your car, but not you*. 2002. URL : [https://www.pleasantonweekly.com/morgue/2002/2002\\_05\\_10.cameras10.html](https://www.pleasantonweekly.com/morgue/2002/2002_05_10.cameras10.html) (visité le 15/07/2022).
- [34] Laura BLISS. *U.S. Transportation Funding Is Not Created Equal*. 2017. URL : <https://www.citylab.com/transportation/2017/07/us-transportation-funding-is-not-created-equal/534327/> (visité le 18/08/2019).
- [35] Avrim BLUM, Eyal EVEN-DAR et Katrina LIGETT. “Routing without regret: on convergence to nash equilibria of regret-minimizing algorithms in routing games”. In : *Proceedings of the twenty-fifth annual ACM symposium on Principles of distributed computing*. T. 6. PODC '06 1. New York, NY, USA : ACM, 2006, p. 45-52. DOI : [10.4086/toc.2010.v006a008](https://doi.org/10.4086/toc.2010.v006a008). URL : <http://www.theoryofcomputing.org/articles/v006a008>.
- [36] Transportation Economics Committee Transportation Research BOARD. *Transportation Benefit-Cost Analysis*. URL : <http://bca.transportationeconomics.org/>.
- [37] Geoff BOEING. “OSMnx: A Python package to work with graph-theoretic OpenStreetMap street networks”. In : *Journal of Open Source Software* 2.12 (2017).
- [38] Vincenzo BONIFACI, Tobias HARKS et Guido SCHÄFER. “Stackelberg routing in arbitrary networks”. In : *Mathematics of Operations Research* 35.2 (2010), p. 330-346.
- [39] Bob BOOTH, Andy MITCHELL et al. *Getting started with ArcGIS*. 2001.
- [40] Stephen BOYD et Lieven VANDENBERGHE. *Convex Optimization*. New York, NY, USA : Cambridge University Press, 2004. ISBN : 0521833787.
- [41] Dietrich BRAESS. “Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung”. In : *Unternehmensforschung* 12.1 (1968), p. 258-268.

- [42] Elmar BROCKFELD, Reinhart D KÜHNE et Peter WAGNER. “Calibration and Validation of Microscopic Traffic Flow Models”. In : *Transportation Research Record* 1876.1 (2004), p. 62-70. DOI : [10.3141/1876-07](https://doi.org/10.3141/1876-07). URL : <https://doi.org/10.3141/1876-07>.
- [43] BROOKINGS. *New e-commerce entry Jet means rock-bottom prices . . . and more city trucks*. 2015. URL : <https://www.brookings.edu/blog/the-avenue/2015/07/28/new-e-commerce-entry-jet-means-rock-bottom-prices-and-more-city-trucks/> (visité le 06/08/2019).
- [44] George W BROWN. “Iterative solution of games by fictitious play”. In : *Activity analysis of production and allocation* 13.1 (1951), p. 374-376.
- [45] BRUCE SCHALLER. *The New Automobility: Lyft, Uber and the future of American cities*. 2018. URL : <http://www.schallerconsult.com/rideservices/automobility.pdf>.
- [46] Theophile CABANNES et al. “Measuring Regret in Routing: Assessing the Impact of Increased App Usage”. In : *IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, Proceedings, ITSC* November (2018), p. 2589-2594. DOI : [10.1109/ITSC.2018.8569758](https://doi.org/10.1109/ITSC.2018.8569758).
- [47] Theophile CABANNES et al. “Solving N-Player Dynamic Routing Games with Congestion: A Mean-Field Approach”. In : *Proceedings of the 21st International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*. 2022, p. 1557-1559.
- [48] Théophile CABANNES et al. “Regrets in Routing Networks”. In : *ACM Transactions on Spatial Algorithms and Systems* 5.2 (juill. 2019), p. 1-19. ISSN : 23740353. DOI : [10.1145/3325916](https://doi.org/10.1145/3325916). URL : <http://dl.acm.org/citation.cfm?doid=3350424.3325916>.
- [49] Théophile CABANNES et al. “The impact of GPS-enabled shortest path routing on mobility: a game theoretic approach”. In : *Transportation Research Board 97th Annual Meeting* (2018).
- [50] Theophile Charles Prosper CABANNES. *The impact of information-aware routing on road traffic, from case studies to game-theoretical analysis and simulations*. University of California, Berkeley, 2022.
- [51] CALIFORNIA STATE LEGISLATURE. *AB-1605 City and County of San Francisco: Crooked Street Reservation and Pricing Program*. [https://leginfo.legislature.ca.gov/faces/billVotesClient.xhtml?bill\\_id=201920200AB1605](https://leginfo.legislature.ca.gov/faces/billVotesClient.xhtml?bill_id=201920200AB1605). 2019. (Visité le 06/08/2022).

- [52] Gordon DB CAMERON et Gordon ID DUNCAN. “PARAMICS—Parallel microscopic simulation of road traffic”. In : *The Journal of Supercomputing* 10.1 (1996), p. 25-53.
- [53] Pierre CARDALIAGUET et Charles-Albert LEHALLE. “Mean field game of controls and an application to trade crowding”. In : *Mathematics and Financial Economics* 12.3 (2018).
- [54] Tom CARMODY et al. “2012 - forbes etal. - Methods and Practices for Setting Speed Limits-An Informational Report.pdf”. In : () .
- [55] Robert L CARTER et Mark E CROVELLA. “Measuring bottleneck link speed in packet-switched networks”. In : *Performance evaluation* 27 (1996), p. 297-318.
- [56] Ennio CASCETTA et al. “A modified logit route choice model overcoming path overlapping problems. Specification and some calibration results for interurban networks”. In : *Transportation and Traffic Theory. Proceedings of The 13th International Symposium On Transportation And Traffic Theory, Lyon, France, 24-26 July 1996*. 1996.
- [57] CBS LOS ANGELES. *Steep Street Plagued By Navigation App Traffic Will Go One-Way*. 2018. URL : <https://losangeles.cbslocal.com/2018/05/21/navigation-app-street-goes-one-way/> (visité le 15/08/2019).
- [58] Nicolo CESA-BIANCHI et Gábor LUGOSI. *Prediction, learning, and games*. Cambridge university press, 2006.
- [59] Cy CHAN et al. “Quasi-Dynamic Traffic Assignment using High Performance Computing”. In : *Open Access Publications from the University of California* (2021). URL : <https://escholarship.org/uc/item/0f09r1x7>.
- [60] Qianwen CHAO et al. “A Survey on Visual Traffic Simulation: Models, Evaluations, and Applications in Autonomous Driving”. In : *Computer Graphics Forum* 39.1 (2020), p. 287-308. DOI : <https://doi.org/10.1111/cgf.13803>. URL : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/cgf.13803>.
- [61] Boris V CHERKASSKY, Andrew V GOLDBERG et Tomasz RADZIK. “Shortest paths algorithms: Theory and experimental evaluation”. In : *Mathematical programming* 73.2 (1996), p. 129-174.
- [62] Geoffroy CHEVALIER, Jerome LE NY et Roland MALHAMÉ. “A micro-macro traffic model based on mean-field games”. In : *2015 American Control Conference (ACC)*. IEEE. 2015, p. 1983-1988.

- [63] Yi-Chang CHIU et al. “Dynamic traffic assignment: A primer (Transportation Research Circular E-C153)”. In : (2011).
- [64] Vidar CHRISTIANSEN et Stephen SMITH. “Externality-Correcting Taxes and Regulation”. In : *The Scandinavian journal of economics* 114.2 (2012), p. 358-383.
- [65] CITY OF FREMONT. *Taming Traffic in Fremont*. Rapp. tech. 2017, p. 2-3. URL : <https://fremont.gov/DocumentCenter/View/36420/FINAL-Traffic-Newsletter-11-1-17?bidId=>.
- [66] CITY OF LOS ANGELES. *Complete Streets*. Rapp. tech. 2014, p. 252.
- [67] CITY OF PLEASANTON. *Traffic Calming Program*. Rapp. tech. 2012. URL : <https://www.cityofpleasantonca.gov/civicax/filebank/blobdload.aspx?BlobID=23868>.
- [68] CITY OF ST. LOUIS. “Report of the Transportation Survey Commission of the City of St. Louis”. In : (1930).
- [69] CIVILENGINEERINGBIBLE.COM. *What is Transportation Engineering?* URL : <https://civilengineeringbible.com/article.php?i=113> (visité le 28/09/2018).
- [70] R. CLEWLOW et G. MISHRA. “Disruptive transportation: The adoption, utilization, and impacts of ride-hailing in the United States (NO. UCD-ITS-RR-17-07). University of Clifornia, Davis, Institute of Transportation Studies, Davis, CA.” In : October (2017).
- [71] R. H. COASE. “The Problem of Social Cost”. In : *The Journal of Law & Economics* (1960). URL : [www.jstor.org/stable/724810](http://www.jstor.org/stable/724810).
- [72] CODE GÉNÉRAL DES COLLECTIVITÉS TERRITORIALES. *Article L2213-4*. [https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article\\_lc/LEGIARTI000039783412/](https://www.legifrance.gouv.fr/codes/article_lc/LEGIARTI000039783412/). 1996.
- [73] Serdar ÇOLAK, Antonio LIMA et Marta C GONZÁLEZ. “Understanding congested travel in urban areas”. In : *Nature communications* 7 (2016), p. 10793.
- [74] Maud COUD\’ENE et David LEVY. “De plus en plus de personnes travaillent en dehors de leur commune de r\’esidence”. In : *Insee Premi\’ere* 1605.Juin (2016), p. 1-4.
- [75] Adolf D.MAY. *The Highway Congestion Problem and the Role of In-Vehicle Information Systems*. 1989.

- [76] Stella DAFERMOS et Anna NAGURNEY. “Sensitivity analysis for the asymmetric network equilibrium problem”. In : *Mathematical programming* 28.2 (1984), p. 174-184.
- [77] Constantinos DASKALAKIS, Paul W GOLDBERG et Christos H PAPADIMITRIOU. “The complexity of computing a Nash equilibrium”. In : *SIAM Journal on Computing* 39.1 (2009), p. 195-259.
- [78] Quentin DAVID, Matteo DEL FABBRO, Paul VERTIER et al. “Etude sur la “gratuité” des transports en commun à Paris”. In : *Paris, France* (2018).
- [79] Kalyanmoy DEB et Himanshu JAIN. “An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: solving problems with box constraints”. In : *IEEE transactions on evolutionary computation* 18.4 (2013), p. 577-601.
- [80] DEEPMIND. *Open Spiel*. [https://github.com/deepmind/open\\_spiel](https://github.com/deepmind/open_spiel). Accessed: 2022-08-07.
- [81] Peter A DIAMOND. “Consumption externalities and imperfect corrective pricing”. In : *The Bell Journal of Economics and Management Science* (1973), p. 526-538.
- [82] Edsger W DIJKSTRA. “A note on two problems in connexion with graphs”. In : *Edsger Wybe Dijkstra: His Life, Work, and Legacy*. 2022, p. 287-290.
- [83] Josu DONCEL, Nicolas GAST et Bruno GAUJAL. “A mean field game analysis of sir dynamics with vaccination”. In : *Probability in the Engineering and Informational Sciences* (2020), p. 1-18.
- [84] Warren F DORSEY. *Highway advisory radio operational site survey and broadcast equipment guide*. Rapp. tech. 1979.
- [85] Mariagrazia DOTOLI, Maria Pia FANTI et Carlo MELONI. “A signal timing plan formulation for urban traffic control”. In : *Control Engineering Practice* 14.11 (2006), p. 1297-1311. ISSN : 09670661. DOI : [10.1016/j.conengprac.2005.06.013](https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2005.06.013).
- [86] Norman R DRAPER et Harry SMITH. *Applied regression analysis*. T. 326. John Wiley & Sons, 1998.
- [87] Romuald ELIE, Emma HUBERT et Gabriel TURINICI. “Contact rate epidemic control of COVID-19: an equilibrium view”. In : *Mathematical Modelling of Natural Phenomena* (2020).

- [88] Romuald ELIE, Tomoyuki ICHIBA et Mathieu LAURIÈRE. “Large banking systems with default and recovery: A mean field game model”. In : *arXiv preprint arXiv:2001.10206* (2020).
- [89] Martin FELLENDORF et Peter VORTISCH. “Microscopic traffic flow simulator VISSIM”. In : *Fundamentals of traffic simulation*. Springer, 2010, p. 63-93.
- [90] Jay M. FINKELMAN et al. “Noise and driver performance.” In : *Journal of Applied Psychology* 62.6 (1977), p. 713-718. ISSN : 1939-1854. DOI : [10.1037/0021-9010.62.6.713](https://doi.org/10.1037/0021-9010.62.6.713). URL : <http://doi.apa.org/getdoi.cfm?doi=10.1037/0021-9010.62.6.713>.
- [91] Simon FISCHER, Harald RÄCKE et Berthold VÖCKING. “Fast convergence to Wardrop equilibria by adaptive sampling methods”. In : *SIAM Journal on Computing* 39.8 (2010), p. 3700-3735.
- [92] Michael FLORIAN, Michael MAHUT et Nicolas TREMBLAY. “Application of a Simulation-Based Dynamic Traffic Assignment Model”. In : *Simulation Approaches in Transportation Analysis: Recent Advances and Challenges*. Sous la dir. de Ryuichi KITAMURA et Maso KUWAHARA. Boston, MA : Springer US, 2005, p. 1-22. ISBN : 978-0-387-24109-8. DOI : [10.1007/0-387-24109-4\\_1](https://doi.org/10.1007/0-387-24109-4_1). URL : [https://doi.org/10.1007/0-387-24109-4\\_1](https://doi.org/10.1007/0-387-24109-4_1).
- [93] Félix-Antoine FORTIN et al. “DEAP: Evolutionary Algorithms Made Easy”. In : *Journal of Machine Learning Research* 13 (juill. 2012), p. 2171-2175.
- [94] Mogens FOSGERAU. “The valuation of travel-time variability”. In : *Internatioanl Transport Forum* (2017), p. 39-56. DOI : [10.1787/9789282108093-3-en](https://doi.org/10.1787/9789282108093-3-en).
- [95] Marguerite FRANK et Philip WOLFE. “An algorithm for quadratic programming”. In : *Naval research logistics quarterly* 3.1-2 (1956), p. 95-110.
- [96] FREDRICK KUNKLE FOR THE WASHINGTON POST. *Everybody stop: N.J. finds simple way to cut crashes involving pedestrians*. 2017. URL : <https://www.washingtonpost.com/news/tripping/wp/2017/07/18/everybody-stop-n-j-finds-simple-way-to-cut-crashes-involving-pedestrians/> (visité le 13/07/2022).
- [97] Avner FRIEDMAN. *Differential games*. Courier Corporation, 2013.
- [98] Terry FRIESZ et al. “A variational inequality formulation of the dynamic network user equilibrium problem”. In : *Operations Research* 41.1 (1993), p. 179-191.

- [99] Masao FUKUSHIMA. “A modified Frank-Wolfe algorithm for solving the traffic assignment problem”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 18.2 (1984), p. 169-177.
- [100] Emanuele GALLI et al. “ActivitySim: large-scale agent-based activity generation for infrastructure simulation”. In : *Proceedings of the 2009 spring simulation multiconference*. 2009, p. 1-9.
- [101] NJ GARBER et LA HOEL. “Fundamental Principles of Traffic Flow”. In : *Traffic and highway engineering*. 4th Ed. Cengage Learning, 2009, p. 213-214.
- [102] Steven R GEHRKE, Alison FELIX et Timothy REARDON. “Fare choices: A survey of ride-hailing passengers in metro Boston”. In : *Metropolitan Area Planning Council* (fév. 2018), p. 19. URL : <http://www.mapc.org/wp-content/uploads/2018/02/Fare-Choices-MAPC.pdf>.
- [103] GITHUB. *Project planning for developers*. <https://github.com/features/issues>. Accessed: 2022-08-07.
- [104] Irving L GLICKSBERG. “A further generalization of the Kakutani fixed point theorem, with application to Nash equilibrium points”. In : *Proceedings of the American Mathematical Society* 3.1 (1952), p. 170-174.
- [105] Chris GODSIL et Gordon ROYLE. *Algebraic Graph Theory*. T. 207. Springer New York, 2001. ISBN : 978-0-387-95220-8. DOI : [10.1007/978-1-4613-0163-9](https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0163-9). URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4613-0163-9>.
- [106] Mark GOH. “Congestion management and electronic road pricing in Singapore”. In : *Journal of transport geography* 10.1 (2002), p. 29-38.
- [107] José Fernando GONÇALVES et Mauricio GC RESENDE. “Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization”. In : *Journal of Heuristics* 17.5 (2011), p. 487-525.
- [108] GOOGLE. *Direction API*. <https://developers.google.com/maps/documentation/directions>. Accessed: 2022-08-07.
- [109] GOOGLE. *Google privacy*. 2022. URL : <https://policies.google.com/privacy?hl=en-US> (visité le 07/08/2022).
- [110] GOOGLE MAPS. *Google Maps Eco-Friendly Routing: Accelerating the journey to sustainability for one billion people*. 2021. URL : <https://www.gstatic.com/gumdrop/sustainability/google-maps-eco-friendly-routing.pdf> (visité le 09/07/2022).

- [111] Jason B GORDON, Haris N KOUTSOPOULOS et Nigel HM WILSON. “Estimation of population origin–interchange–destination flows on multimodal transit networks”. In : *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 90 (2018), p. 350-365.
- [112] GOVERNOR GAVIN NEWSOM. *AB-1605 Veto letter*. <https://www.gov.ca.gov/wp-content/uploads/2019/10/AB-1605-Veto-Message.pdf>. 2019. (Visité le 06/08/2022).
- [113] Michael GRANT et Stephen BOYD. *CVX: Matlab Software for Disciplined Convex Programming, version 2.1*. <http://cvxr.com/cvx>. Mars 2014.
- [114] Bruce C. GREENWALD et Joseph E. STIGLITZ. “Externalities in Economies with Imperfect Information and Incomplete Markets”. In : *The Quarterly Journal of Economics* (1986). URL : [www.jstor.org/stable/1891114](http://www.jstor.org/stable/1891114).
- [115] Olivier GUÉANT. “Existence and uniqueness result for mean field games with congestion effect on graphs”. In : *Applied Mathematics & Optimization* 72.2 (2015), p. 291-303.
- [116] Mordechai HAKLAY et Patrick WEBER. “Openstreetmap: User-generated street maps”. In : *IEEE Pervasive computing* 7.4 (2008), p. 12-18.
- [117] Michael A. HALL. “Properties of the Equilibrium State in Transportation Networks”. In : *Transportation Science* 12.3 (1978), p. 208-216. ISSN : 00411655, 15265447. URL : <http://www.jstor.org/stable/25767914>.
- [118] Ke HAN, Terry L FRIESZ et Tao YAO. “Existence of simultaneous route and departure choice dynamic user equilibrium”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 53 (2013), p. 17-30.
- [119] Johannes HEINRICH et David SILVER. “Deep reinforcement learning from self-play in imperfect-information games”. In : *arXiv preprint arXiv:1603.01121* (2016).
- [120] Ronald Paul HILL et Myron LAIBLE. “Changeable message signs: a technology whose time has come”. In : *Journal of Public Policy & Marketing* 16.1 (1997), p. 173-176.
- [121] James R HINES. “Three sides of Harberger triangles”. In : *Journal of Economic Perspectives* 13.2 (1999), p. 167-188.
- [122] Yaron HOLLANDER et Ronghui LIU. “The principles of calibrating traffic microsimulation models”. In : *Transportation* 35.3 (2008), p. 347-362. ISSN : 00494488. DOI : [10.1007/s11116-007-9156-2](https://doi.org/10.1007/s11116-007-9156-2).



- [123] Kuang HUANG et al. “A game-theoretic framework for autonomous vehicles velocity control: Bridging microscopic differential games and macroscopic mean field games”. In : *Discrete & Continuous Dynamical Systems - B* 22.11 (2017). ISSN : 1553-524X. DOI : [10.3934/dcdsb.2020131](https://doi.org/10.3934/dcdsb.2020131). URL : <http://dx.doi.org/10.3934/dcdsb.2020131>.
- [124] Kuang HUANG et al. “Dynamic driving and routing games for autonomous vehicles on networks: A mean field game approach”. In : *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 128 (2021), p. 103189.
- [125] Minyi HUANG, Roland P. MALHAMÉ et Peter E. CAINES. “Large population stochastic dynamic games: closed-loop McKean-Vlasov systems and the Nash certainty equivalence principle”. In : *Communications in Information and Systems* 6.3 (2006). ISSN : 1526-7555. URL : <http://projecteuclid.org/euclid.cis/1183728987>.
- [126] DE HUNTINGTON et CS LYRINTZIS. “Improvements to and limitations of Latin hypercube sampling”. In : *Probabilistic engineering mechanics* 13.4 (1998), p. 245-253.
- [127] DRIEAT ÎLE-DE-FRANCE. “Enquête globale de transport”. In : *Enquêtes transport et déplacements* (2019).
- [128] JENNIFER OLNEY. *Bay Area transportation experts say apps may make traffic worse*. 2018. URL : <https://abc7news.com/technology/bay-area-transportation-experts-say-apps-may-make-traffic-worse/4688216/> (visité le 28/09/2019).
- [129] JEREMY WALSH FOR PLEASANTON WEEKLY. *City OKs partial street closure to curtail cut-through traffic*. 2018. URL : <https://pleasantonweekly.com/news/2018/02/20/city-oks-partial-street-closure-to-curtail-cut-through-traffic> (visité le 08/07/2022).
- [130] JEREMY WALSH FOR PLEASANTON WEEKLY. *City OKs partial street closure to curtail cut-through traffic*. 2018. URL : <https://pleasantonweekly.com/news/2018/02/20/city-oks-partial-street-closure-to-curtail-cut-through-traffic> (visité le 15/07/2022).
- [131] JOHN CICHOWSKI FOR NORTH JERSEY. *How Leonia found smooth sailing with its last-ditch traffic fix to stop bridge commuters*. 2018. URL : <https://www.northjersey.com/story/news/columnists/john-cichowski/2018/01/27/leonias-last-ditch-traffic-fix-stop-george-washington-bridge-commuters/1068170001/> (visité le 15/08/2019).

- [132] JOSHUA JONGSMA. *Reports: Weehawken joins Leonia in closing local roads during commute*. 2018. URL : <https://www.northjersey.com/story/news/bergen/leonia/2018/02/13/reports-weehawken-joins-leonia-closing-local-roads-during-commute/335521002/> (visité le 28/09/2019).
- [133] Alireza KHANI et al. *Integration of the FAST-TrIPs person-based dynamic transit assignment model, the SF-CHAMP regional, activity-based travel demand model, and san francisco's citywide dynamic traffic assignment model*. Rapp. tech. 2013.
- [134] A. KHIYAMI, A. KEIMER et A. BAYEN. "Structural Analysis of Specific Environmental Traffic Assignment Problems". In : *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. Nov. 2018, p. 2327-2332. DOI : [10.1109/ITSC.2018.8569488](https://doi.org/10.1109/ITSC.2018.8569488).
- [135] Aman KISHORE et al. "Prevention of Highway Infrastructure Damage Through Commercial Vehicle Weight Enforcement Annual Indian Roads Congress ( Irc ) Session". In : 306 (2000).
- [136] Lawrence A KLEIN, Milton K MILLS, David R P GIBSON et al. *Traffic detector handbook: Volume I*. Rapp. tech. Turner-Fairbank Highway Research Center, 2006.
- [137] Frank H KNIGHT. "Some fallacies in the interpretation of social cost". In : *The Quarterly Journal of Economics* 38 (4 1924), p. 582-606.
- [138] Donald Ervin KNUTH. *The art of computer programming*. T. 3. Pearson Education, 1997.
- [139] Rachel KRAUS. *Out of traffic, into a ditch: Why Waze on snowy mountain roads could be a bad idea*. URL : <https://finance.yahoo.com/news/traffic-ditch-why-waze-snowy-192643966.html>.
- [140] Walid KRICHENE, Benjamin DRIGHÈS et Alexandre BAYEN. "On the convergence of no-regret learning in selfish routing". In : *Proceedings of the 31st International Conference on Machine Learning* 32.2 (2014), p. 163-171. URL : <http://proceedings.mlr.press/v32/krichene14.html>.
- [141] KRISTIE CATTAFI FOR NORTH JERSEY. *Leonia, trying to block commuters from its local roads, applauds latest court decision*. 2020. URL : <https://eu.northjersey.com/story/news/bergen/leonia/2020/03/07/leonia-nj-george-washington-bridge-commuter-ban-gets-new-life/4975666002/> (visité le 15/07/2022).
- [142] Mobile Sensing LAB. *Open source static traffic assignment solver*. <https://github.com/megacell>. Accessed: 2018-09-25.

- [143] Mobile Sensing LAB. *Traffic microsimulation toolbox*. <https://github.com/Fremont-project/traffic-microsimulation>. Accessed: 2022-07-15.
- [144] Aimé LACHAPELLE et Marie-Therese WOLFRAM. “On a mean field game approach modeling congestion and aversion in pedestrian crowds”. In : *Transportation research part B: methodological* 45.10 (2011), p. 1572-1589.
- [145] Aimé LACHAPELLE et al. “Efficiency of the price formation process in presence of high frequency participants: a mean field game analysis”. In : *Mathematics and Financial Economics* 10.3 (2016).
- [146] Marc LANCTOT et al. “OpenSpiel: A Framework for Reinforcement Learning in Games”. In : *CoRR* abs/1908.09453 (2019). arXiv : 1908.09453 [cs.LG]. URL : <http://arxiv.org/abs/1908.09453>.
- [147] Torbjörn LARSSON, Zhuangwei LIU et Michael PATRIKSSON. “A dual scheme for traffic assignment problems”. In : *Optimization* 42.4 (1997), p. 323-358.
- [148] Torbjörn LARSSON et Michael PATRIKSSON. “An augmented Lagrangean dual algorithm for link capacity side constrained traffic assignment problems”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 29.6 (1995), p. 433-455.
- [149] Jean-Michel LASRY et Pierre-Louis LIONS. “Mean field games”. In : *Japanese Journal of Mathematics* 2.1 (2007). ISSN : 0289-2316. DOI : 10.1007/s11537-007-0657-8. URL : <http://dx.doi.org/10.1007/s11537-007-0657-8>.
- [150] Ludovic LECLERCQ, Andres LADINO et Cécile BECARIE. “Enforcing optimal routing through dynamic avoidance maps”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 149 (2021), p. 118-137.
- [151] Yann LECUN, Yoshua BENGIO et Geoffrey HINTON. “Deep learning”. In : *nature* 521.7553 (2015), p. 436-444.
- [152] LESLIE FULBRIGHT FOR SFGATE. *I-580 home to 3 of Bay Area’s worst traffic bottlenecks / East Bay gridlock fueled by growth in San Joaquin Valley*. 2005. URL : <https://www.sfgate.com/bayarea/article/I-580-home-to-3-of-Bay-Area-s-worst-traffic-2706604.php> (visité le 15/07/2022).
- [153] Feng LI, Roland P MALHAMÉ et Jerome LE NY. “Mean field game based control of dispersed energy storage devices with constrained inputs”. In : *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE. 2016.

- [154] Edward LIEBERMAN et Ajay K. RATHI. “Traffic simulation”. In : *Federal Highway Administration* (1992).
- [155] Michael James LIDTHILL et Gerald Beresford WHITHAM. “On kinematic waves II. A theory of traffic flow on long crowded roads”. In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 229.1178 (1955), p. 317-345.
- [156] LISA W. FODERARO FOR NYT. *Navigation Apps Are Turning Quiet Neighborhoods Into Traffic Nightmares*. URL : <https://www.nytimes.com/2017/12/24/nyregion/traffic-apps-gps-neighborhoods.html> (visité le 24/12/2017).
- [157] Todd LITMAN. “Evaluating Accessibility for Transport Planning: Measuring People’s Ability to Reach Desired Goods and Activities. Victoria Transport Policy Institute.—Canada”. In : *Victoria Transportation Policy Institute* January 2008 (2012).
- [158] Todd Alexander LITMAN. *Transportation Cost and Benefit Analysis: Techniques, Estimates and Implications*. Victoria Transport Policy Institute, 2009.
- [159] William Forster LLOYD. *Two lectures on the checks to population. England: Oxford University*. Oxford University, 1833.
- [160] Edward LOCKHART et al. “Computing approximate equilibria in sequential adversarial games by exploitability descent”. In : *arXiv preprint arXiv:1903.05614* (2019).
- [161] Tim LOMAX, David SCHRANK, Bill EISELE et al. “2021 urban mobility report”. In : (2021).
- [162] Hong Q LU et Priya NIMBOLE. “Intro to TransCAD GIS”. In : *Model Research and Development Unit Transportation Planning Branch* (2002).
- [163] Jane MACFARLANE. “When apps rule the road: The proliferation of navigation apps is causing traffic chaos. It’s time to restore order”. In : *IEEE Spectrum* 56.10 (2019), p. 22-27.
- [164] Jenny MAGEEAN et John D NELSON. “The evaluation of demand responsive transport services in Europe”. In : *Journal of Transport Geography* 11.4 (2003), p. 255-270.

- [165] Palak MAHESHWARY et al. “A methodology for calibration of traffic micro-simulator for urban heterogeneous traffic operations”. In : *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)* 7.4 (2020), p. 507-519. ISSN : 20957564. DOI : [10.1016/j.jtte.2018.06.007](https://doi.org/10.1016/j.jtte.2018.06.007). URL : <https://doi.org/10.1016/j.jtte.2018.06.007>.
- [166] Thomas Robert MALTHUS. *An essay on the principle of population: Or, a view of its past and present effects on human happiness, with an inquiry into our prospects respecting the future removal or mitigation of the evils which it occasions*. London, Reeves et Turner, 1798.
- [167] Aarian MARSHALL. *There are better ways to kill traffic than lying to Waze*. Juill. 2016. URL : <https://www.wired.com/2016/07/better-ways-kill-traffic-lying-waze/>.
- [168] Alfred MARSHALL. *Principles of Economics*. Great Mind Series, 1890.
- [169] Karl MARX. *Capital. A Critique of Political Economy*. Verlag von Otto Meisner, 1867.
- [170] Karl MARX et Friedrich ENGELS. *The Communist Manifesto*. London : Communistischer Arbeiterbildungsverein, 1848.
- [171] Millard MCELWEE, Bingyu ZHAO et Kenichi SOGA. “Real-time Analysis of City Scale Transportation Networks in New Orleans Metropolitan Area using an Agent Based Model Approach”. In : *MATEC Web of Conferences* 271.8 (avr. 2019). Sous la dir. de H. SADEK, p. 06007. ISSN : 2261-236X. DOI : [10.1051/mateconf/201927106007](https://doi.org/10.1051/mateconf/201927106007). URL : <http://leader.pubs.asha.org/article.aspx?doi=10.1044/leader.PPL.21082016.20%20https://www.matec-conferences.org/10.1051/mateconf/201927106007>.
- [172] Michael G MCNALLY. “The four-step model”. In : *Handbook of transport modelling*. Emerald Group Publishing Limited, 2007.
- [173] Aditya Krishna MENON et al. “Fine-grained OD estimation with automated zoning and sparsity regularisation”. In : *Transportation Research Part B: Methodological* 80 (2015), p. 150-172.
- [174] Seyedali MIRJALILI. “Genetic algorithm”. In : *Evolutionary algorithms and neural networks*. Springer, 2019, p. 43-55.
- [175] Dov MONDERER et Lloyd S SHAPLEY. “Potential games”. In : *Games and economic behavior* 14.1 (1996), p. 124-143.
- [176] Roger B MYERSON. *Game theory*. Harvard university press, 2013.

- [177] A. NAGURNEY. *Network Economics: A Variational Inequality Approach*. Advances in Computational Economics. Springer US, 1998. ISBN : 9780792383505. URL : <https://books.google.com/books?id=dJwL96FVPE8C>.
- [178] John NASH. “Equilibrium points in n-person games”. In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36 (1 1950), p. 48-49.
- [179] NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING, AND MEDICINE AND OTHERS. “Highway Capacity Manual”. In : (2016).
- [180] NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING, AND MEDICINE AND OTHERS. “Travel demand forecasting: Parameters and techniques”. In : (2012).
- [181] B Y David M NEWBERY. “Road Damage Externalities and Road User Charges Author ( s ): David M . Newbery Published by : The Econometric Society Stable URL : <http://www.jstor.org/stable/1911073> . ROAD DAMAGE EXTERNALITIES AND ROAD USER CHARGES ’ that road users create externalitie”. In : *Econometrica* 56.2 (1988), p. 295-316.
- [182] NICHOLAS TUFNELL FOR WIRED. *Students hack Waze, send in army of traffic bots*. 2014. URL : <https://www.wired.co.uk/article/waze-hacked-fake-traffic-jam> (visité le 15/07/2022).
- [183] N. NISAM et al. *Algorithmic game theory*. Cambridge University Press, 2007.
- [184] Raymond W. NOVACO et Oscar I. GONZALEZ. “Commuting and well-being”. In : *Technology and Psychological Well-being*. Sous la dir. d’Yair AMICHAÏ-HAMBURGER. August. Cambridge : Cambridge University Press, 2009, p. 174-205. ISBN : 9780511635373. DOI : [10.1017/CB09780511635373.008](https://doi.org/10.1017/CB09780511635373.008). URL : [https://www.cambridge.org/core/product/identifier/CB09780511635373A016/type/book\\_part](https://www.cambridge.org/core/product/identifier/CB09780511635373A016/type/book_part).
- [185] Samantha Raphelson for NPR. *New Jersey Town Restricts Streets From Commuters To Stop Waze Traffic Nightmare*. 2018. URL : <https://www.npr.org/2018/05/08/609437180/new-jersey-town-restricts-streets-from-commuters-to-stop-waze-traffic-nightmare> (visité le 15/08/2019).
- [186] Jennifer OLNEY. *Bay Area transportation experts say apps may make traffic worse*. Nov. 2018.
- [187] Kaleb OSAGIE. *The Waze Effect: 4 Steps For Cities To Fight Back*. 2018. URL : <https://www.streetlightdata.com/waze-effect-4-steps-for-cities-to-fight-back/>.

- [188] Irena Ištoka OTKOVIĆ, Aleksandra DELUKA-TIBLJAŠ et Sanja ŠURDONJA. “Validation of the calibration methodology of the micro-simulation traffic model”. In : *Transportation Research Procedia* 45.2019 (2020), p. 684-691. ISSN : 23521465. DOI : [10.1016/j.trpro.2020.02.110](https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.02.110). URL : <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.02.110>.
- [189] Alvaro PARICIO et Miguel A LOPEZ-CARMONA. “Application of traffic weighted multi-map optimization strategies to traffic assignment”. In : *IEEE Access* 9 (2021), p. 28999-29019.
- [190] Institute Transportation Studies PARTNERS FOR ADVANCED TRANSPORTATION TECHNOLOGY. *Connected Corridors*. 2018. URL : <https://connected-corridors.berkeley.edu/resources/document-library> (visité le 01/05/2018).
- [191] Anthony D. PATIRE et al. “How much GPS data do we need?” In : *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 58 (2015), p. 325-342. ISSN : 0968-090X. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.trc.2015.02.011>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0968090X15000662>.
- [192] Michael. PATRIKSSON. *The traffic assignment problem: models and methods*. Courier Dover Publications, 2015. ISBN : 0486787907.
- [193] Srinivas PEETA et Hani S MAHMASSANI. “System optimal and user equilibrium time-dependent traffic assignment in congested networks”. In : *Annals of Operations Research* 60.1 (1995), p. 81-113.
- [194] Julien PEROLAT et al. “Scaling up Mean Field Games with Online Mirror Descent”. In : *arXiv preprint arXiv:2103.00623* (2021).
- [195] Matti PERSULA. “Simulation of Traffic Systems - An Overview”. In : *Journal of Geographic Information and Decision Analysis* 3.1 (1999), p. 1-8. ISSN : 1435-5949.
- [196] Arthur Cecil PIGOU. *The Economics of Welfare*. 1920. DOI : [10.4337/9781788118569.00060](https://doi.org/10.4337/9781788118569.00060).
- [197] Abdul PINJARI et al. “Cemdap: Modeling and microsimulation frameworks, software development, and verification”. In : *Proceedings of the transportation research board 87th annual meeting, Washington DC*. 2008.
- [198] Jacopi PRISCO. *Why UPS trucks (almost) never turn left*. 2017. URL : <https://www.cnn.com/2017/02/16/world/ups-trucks-no-left-turns/index.html>.

- [199] Zhen Sean QIAN, Wei SHEN et HM ZHANG. “System-optimal dynamic traffic assignment with and without queue spillback: Its path-based formulation and solution via approximate path marginal cost”. In : *Transportation research part B: methodological* 46.7 (2012), p. 874-893.
- [200] RACHEL DOVEY. *Lawsuit Filed Against N.J. Town That Banned Waze Drivers*. 2018. URL : <https://nextcity.org/daily/entry/lawsuit-filed-against-nj-town-that-banned-waze-drivers> (visité le 28/09/2019).
- [201] Gabriel de O RAMOS, Ana LC BAZZAN et Bruno C da SILVA. “Analysing the impact of travel information for minimising the regret of route choice”. In : *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 88 (2018).
- [202] LA RASTRIGIN. “Random search as a method for optimization and adaptation”. In : *Stochastic Optimization*. Springer, 1986, p. 534-544.
- [203] Gary RICHARDS. *Is Google’s Waze app making traffic worse?* Jan. 2016.
- [204] ROBERT REES AND RONALD RAMOS, FEHR & PEERS. *SR-262 (Mission Boulevard) Cross Connector Project – Local Street Analysis*. 2019. URL : [https://www.alamedactc.org/wp-content/uploads/2020/12/SR\\_262-Local\\_Existing\\_Memorandum\\_Final\\_Dec2019.pdf](https://www.alamedactc.org/wp-content/uploads/2020/12/SR_262-Local_Existing_Memorandum_Final_Dec2019.pdf) (visité le 06/08/2022).
- [205] Dan A ROSEN, Frank J MAMMANO et Rinaldo FAVOUT. “An electronic route-guidance system for highway vehicles”. In : *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 19.1 (1970), p. 143-152.
- [206] Robert W. ROSENTHAL. “A class of games possessing pure-strategy Nash equilibria”. In : *International Journal of Game Theory* 2.1 (déc. 1973), p. 65-67. ISSN : 1432-1270. DOI : [10.1007/BF01737559](https://doi.org/10.1007/BF01737559). URL : <https://doi.org/10.1007/BF01737559>.
- [207] Tim ROUGHGARDEN et Eva TARDOS. “How bad is selfish routing?” In : *Journal of the ACM (JACM)* 49.2 (mars 2002), p. 236-259. ISSN : 00045411. DOI : [10.1145/506147.506153](https://doi.org/10.1145/506147.506153). URL : <http://doi.acm.org/10.1145/506147.506153%20http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=506147.506153>.
- [208] RYAN BRADLEY FOR THE NEW YORKER. *Waze and the traffic panopticon*. 2015. URL : <https://www.newyorker.com/business/currency/waze-and-the-traffic-panopticon> (visité le 15/07/2022).



- [209] Naci SALDI, Tamer BAŞAR et Maxim RAGINSKY. “Markov–Nash Equilibria in Mean-Field Games with Discounted Cost”. In : *SIAM Journal on Control and Optimization* 56.6 (2018), p. 4256-4287.
- [210] Rabih SALHAB, Jerome LE NY et Roland P MALHAMÉ. “A mean field route choice game model”. In : *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE. 2018, p. 1005-1010.
- [211] Sumudu SAMARAKOON et al. “Energy-efficient resource management in ultra dense small cell networks: A mean-field approach”. In : *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*. 2015.
- [212] SAN FRANCISCO COUNTY TRANSPORTATION AUTHORITY. *Lombard Study : Managing Access to the " Crooked Street "*. City of San Francisco, 2017. URL : [https://www.sfcta.org/sites/default/files/2019-03/Lombard\\_existing\\_conditions\\_report\\_092816.pdf](https://www.sfcta.org/sites/default/files/2019-03/Lombard_existing_conditions_report_092816.pdf).
- [213] SAN FRANCISCO COUNTY TRANSPORTATION AUTHORITY et CAMBRIDGE SYSTEMATICS INC. “San Francisco Travel Demand Forecasting Model Development: Executive Summary”. In : 29 (2002).
- [214] William H. SANDHOLM. “Potential Games with Continuous Player Sets”. In : *Journal of Economic Theory* 97.1 (2001), p. 81-108. ISSN : 00406376. DOI : [10.1136/thx.2005.042960](https://doi.org/10.1136/thx.2005.042960).
- [215] Agnar SANDMO. *Pigouvian Taxes*. London : Palgrave Macmillan UK, 2016, p. 1-4. ISBN : 978-1-349-95121-5. DOI : [10.1057/978-1-349-95121-5\\_2678-1](https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5_2678-1). URL : [https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5\\_2678-1](https://doi.org/10.1057/978-1-349-95121-5_2678-1).
- [216] David SCHMEIDLER. “Equilibrium points of nonatomic games”. In : *Journal of statistical Physics* 7.4 (1973), p. 295-300.
- [217] David SCHRANK, Bill EISELE et Tim LOMAX. “2019 Urban Mobility Report”. In : *Texas A&M Transportation Institute* August (2019).
- [218] Sajjad SHAFIEI, Ziyuan GU et Meead SABERI. “Calibration and validation of a simulation-based dynamic traffic assignment model for a large-scale congested network”. In : *Simulation Modelling Practice and Theory* 86 (août 2018), p. 169-186. ISSN : 1569190X. DOI : [10.1016/j.simpat.2018.04.006](https://doi.org/10.1016/j.simpat.2018.04.006).
- [219] Wei SHEN, Yu NIE et H Michael ZHANG. “On path marginal cost analysis and its relation to dynamic system-optimal traffic assignment”. In : *Transportation and Traffic Theory*. 2007.

- [220] Wei SHEN et HM ZHANG. “What do different traffic flow models mean for system-optimal dynamic traffic assignment in a many-to-one network?” In : *Transportation research record* 2088.1 (2008), p. 157-166.
- [221] Zhenyu SHOU et Xuan DI. “Multi-Agent Reinforcement Learning for Dynamic Routing Games: A Unified Paradigm”. In : *CoRR* abs/2011.10915 (2020). arXiv : 2011.10915. URL : <https://arxiv.org/abs/2011.10915>.
- [222] Florian SIEBEL et Wolfram MAUSER. “On the fundamental diagram of traffic flow”. In : *SIAM Journal on Applied Mathematics* 66.4 (2006), p. 1150-1162.
- [223] Adam SMITH. *The Wealth of Nations: An inquiry into the nature and causes of the Wealth of Nations*. W. Strahan et T. Cadell, 1776.
- [224] We are SOCIAL. *Digital in 2019*. 2019. URL : <https://wearesocial.com/uk/digital-2019> (visité le 11/08/2019).
- [225] STATISTA. *Global digital population as of July 2019*. 2019. URL : <https://www.statista.com/statistics/617136/digital-population-worldwide/> (visité le 11/08/2019).
- [226] STATISTA. *Monthly number of Uber’s active users worldwide from 2016 to 2019 (in millions)*. 2019. URL : <https://www.statista.com/statistics/833743/us-users-ride-sharing-services/> (visité le 06/08/2019).
- [227] STATISTA. *Most popular mapping apps in the United States as of April 2018, by monthly users*. 2019. URL : <https://www.statista.com/statistics/865413/most-popular-us-mapping-apps-ranked-by-audience/> (visité le 11/08/2019).
- [228] STEVE HENDRIX FOR THE WASHINGTON POST. *Traffic-weary homeowners and Waze are at war, again. Guess who’s winning?* 2016. URL : [https://www.washingtonpost.com/local/traffic-weary-homeowners-and-waze-are-at-war-again-guess-whos-winning/2016/06/05/c466df46-299d-11e6-b989-4e5479715b54\\_story.html](https://www.washingtonpost.com/local/traffic-weary-homeowners-and-waze-are-at-war-again-guess-whos-winning/2016/06/05/c466df46-299d-11e6-b989-4e5479715b54_story.html) (visité le 15/07/2022).
- [229] STEVE LOPEZ FOR THE LOS ANGELES TIMES. *On one of L.A.’s steepest streets, an app-driven frenzy of spinouts, confusion, and crashes*. 2018. URL : <https://www.latimes.com/local/california/la-me-lopez-echo-park-traffic-20180404-story.html> (visité le 13/07/2022).

- [230] Knowledgebase on SUSTAINABLE URBAN LAND USE et TRANSPORT. *A Policy Guidebook*. Intelligent Energy Europe Programme of the European Union, 2016. URL : <http://www.konsult.leeds.ac.uk/pg/>.
- [231] SVETLANA SHKOLNIKOVA AND JOSHUA JONGSMA FOR NORTH JERSEY. *Business owners protest as new traffic signage planned in Leonia*. 2018. URL : <https://www.northjersey.com/story/news/bergen/leonia/2018/02/14/new-signage-aims-make-leonia-more-accessible-business-protest-planned/339241002/> (visité le 15/08/2019).
- [232] TALA SALEM. *Why some cities have had enough of Waze*. 2018. URL : <https://www.usnews.com/news/national-news/articles/2018-05-07/why-some-cities-have-had-enough-of-waze> (visité le 07/05/2018).
- [233] Takashi TANAKA et al. “Linearly solvable mean-field traffic routing games”. In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 66.2 (2020), p. 880-887.
- [234] Mostafa H. TAWFEEK et al. “Calibration and validation of micro-simulation models using measurable variables”. In : *12th International Transportation Specialty Conference 2018, Held as Part of the Canadian Society for Civil Engineering Annual Conference 2018* 6 (2019), p. 12-22.
- [235] Brian TAYLOR et al. “The importance of commercial vehicle weight enforcement in safety and road asset management”. In : *Traffic Technology International 2000 Annual Review* (2000), p. 234-237. URL : <http://engrwww.usask.ca/entropy/tc/publications/pdf/irdtrafficttechwhyweighv2finalpostedpdf.pdf>.
- [236] Dušan TEODOROVIĆ et al. “Transportation Demand Analysis”. In : *Transportation Engineering* (jan. 2017), p. 495-568. DOI : [10.1016/B978-0-12-803818-5.00008-1](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-803818-5.00008-1). URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128038185000081?via%3Dihub>.
- [237] Christophe TERRIER. “Les d’éplacements domicile-travail en France : l’évolution de 1975 à 1982”. In : *Espace, populations, soci’et’es* 4.2 (1986), p. 333-342. ISSN : 0755-7809. DOI : [10.3406/espos.1986.1145](https://doi.org/10.3406/espos.1986.1145). URL : [https://www.persee.fr/doc/espos\\_0755-7809\\_1986\\_num\\_4\\_2\\_1145](https://www.persee.fr/doc/espos_0755-7809_1986_num_4_2_1145).

- [238] J. THAI, N. LAURENT-BROUTY et A. M. BAYEN. “Negative externalities of GPS-enabled routing applications: A game theoretical approach”. In : *2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. Nov. 2016, p. 595-601. DOI : [10.1109/ITSC.2016.7795614](https://doi.org/10.1109/ITSC.2016.7795614).
- [239] THE FREMONT MOBILITY TASK FORCE. *Fremont Mobility Action Plan*. City of Fremont, 2019. URL : <https://www.fremont.gov/DocumentCenter/View/40583/FREMONT-Mobility-Action-Plan-Final-3-1-19?bidId=>.
- [240] TONY DUTZIK AND GIDEON WEISSMAN FROM FRONTIER. *Who Pays for Roads*. 2015. URL : <https://frontiergroup.org/reports/fg/who-pays-roads> (visité le 18/08/2019).
- [241] TRANSPORT SIMULATION SOFTWARE. *Aimsun Next 22*.
- [242] TRANSPORT SIMULATION SOFTWARE. *Aimsun Next 22.0.1 Users Manual: OutputDatabaseDefinition*. <https://docs.aimsun.com/next/22.0.1/UsersManual/OutputDatabaseDefinition.html>. Accessed: 2022-08-07.
- [243] Martin TREIBER et Arne KESTING. *Traffic flow dynamics: Data, models and simulation*. Springer Berlin Heidelberg, 2013, p. 1-503. ISBN : 9783642324604. DOI : [10.1007/978-3-642-32460-4](https://doi.org/10.1007/978-3-642-32460-4). URL : <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-32460-4>.
- [244] Albert W TUCKER. “A two-person dilemma”. In : *Prisoner’s Dilemma* (1950).
- [245] U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Guidebook on the Utilization of Dynamic Traffic Assignment in Modeling*. Mai 2020. URL : <https://ops.fhwa.dot.gov/publications/fhwahop13015/sec2.htm>.
- [246] U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Highway Functional Classification: Concepts Criteria, and Procedure*. 2013. URL : <https://trid.trb.org/view/1266295>.
- [247] U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Non-Interstate System Toll Roads in the United States*. 2015. URL : <https://www.fhwa.dot.gov/policyinformation/tollpage/t1part4.cfm> (visité le 15/07/2022).
- [248] U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Road Closure and Lane Closure*. 2019. URL : [https://ops.fhwa.dot.gov/wz/construction/full\\_rd\\_closures.htm](https://ops.fhwa.dot.gov/wz/construction/full_rd_closures.htm) (visité le 25/06/2019).

- [249] U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *The active transportation and demand management program (ATDM): Lessons learned*. 2013. URL : <http://ops.fhwa.dot.gov/publications/fhwahop13018/fhwahop13018.pdf>.
- [250] U.S. DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Traffic Analysis Toolbox Volume III: Guidelines for Applying Traffic Microsimulation Modeling Software 2019 Update to the 2004 Version*. Avr. 2019. URL : <https://ops.fhwa.dot.gov/publications/fhwahop18036/index.htm> (visité le 14/07/2022).
- [251] UNITED NATIONS, DEPARTMENT OF ECONOMIC AND SOCIAL AFFAIRS, POPULATION DIVISION. *World Population Prospects: The 2017 Revision, Online Demographic Profiles*. 2017. URL : <https://population.un.org/wpp/Graphs/DemographicProfiles/> (visité le 01/06/2019).
- [252] UNITED NATIONS, DEPARTMENT OF ECONOMIC AND SOCIAL AFFAIRS, POPULATION DIVISION. *World Urbanization Prospects: The 2018 Revision*. 2018. URL : <https://population.un.org/wpp/Graphs/DemographicProfiles/> (visité le 01/06/2019).
- [253] UNITED STATES. BUREAU OF PUBLIC ROADS. *Traffic assignment manual for application with a large, high speed computer*. T. 2. US Department of Commerce, Bureau of Public Roads, Office of Planning, Urban Planning Division, 1964.
- [254] US DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. *Manual on Uniform Traffic Control Devices; for Streets and Highways*. US Department of Transportation, Federal Highway Administration., 2009.
- [255] US DEPARTMENT OF TRANSPORTATION FEDERAL HIGHWAY ADMINISTRATION. *Next Generation SIMulation (NGSIM)*. 2005. URL : [www.ngsim-community.org](http://www.ngsim-community.org).
- [256] Pravin VARAIYA. “Freeway Performance Measurement System (PeMS), Version 4”. In : UCB-ITS-PR. April (2004).
- [257] Pauli VIRTANEN et al. “SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python”. In : *Nature Methods* 17 (2020), p. 261-272. DOI : [10.1038/s41592-019-0686-2](https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2).
- [258] Paul WADDELL. “UrbanSim: Modeling urban development for land use, transportation, and environmental planning”. In : *Journal of the American planning association* 68.3 (2002), p. 297-314.

- [259] Abraham WANDERSMAN et Maury NATION. “Urban neighborhoods and mental health: Psychological contributions to understanding toxicity, resilience, and interventions.” In : *American Psychologist* 53.6 (1998), p. 647-656. ISSN : 1935-990X. DOI : [10.1037/0003-066X.53.6.647](https://doi.org/10.1037/0003-066X.53.6.647). URL : <http://doi.apa.org/getdoi.cfm?doi=10.1037/0003-066X.53.6.647>.
- [260] John Glen WARDROP. “Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research.” In : *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 1 (3 mai 1952), p. 325-362. ISSN : 1753-7789. DOI : [10.1680/ipeds.1952.11259](https://doi.org/10.1680/ipeds.1952.11259). URL : <http://www.icevirtuallibrary.com/doi/10.1680/ipeds.1952.11259>.
- [261] WAZE CONNECTED CITIZEN PROGRAM. *Case Studies*. 2019. URL : <https://www.waze.com/en/ccp/casestudies> (visité le 14/08/2019).
- [262] Michael WEGENER. “Overview of Land Use Transport Models”. In : août 2004, p. 127-146. DOI : [10.1108/9781615832538-009](https://doi.org/10.1108/9781615832538-009). URL : <http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/9781615832538-009>.
- [263] Byung-Wook WIE. “A differential game model of Nash equilibrium on a congested traffic network”. In : *Networks* 23.6 (1993), p. 557-565.
- [264] WIKI WAZE. *Routing server*. 2019. URL : [https://wiki.waze.com/wiki/Routing\\_server](https://wiki.waze.com/wiki/Routing_server) (visité le 13/06/2019).
- [265] WIKIPEDIA. *Glossary of mathematical symbols*. 2022. URL : [https://en.wikipedia.org/wiki/Glossary\\_of\\_mathematical\\_symbols](https://en.wikipedia.org/wiki/Glossary_of_mathematical_symbols) (visité le 13/07/2022).
- [266] WISCONSIN DEPARTMENT OF TRANSPORTATION. “Variable-message sign”. In : *Intelligent Transportation Systems (ITS), Design Manual*. 2000. Chap. 6. URL : <http://www4.uwm.edu/cuts/itsdm/chap6.pdf>.
- [267] Cathy WU et al. “Flow: Architecture and benchmarking for reinforcement learning in traffic control”. In : *arXiv preprint arXiv:1710.05465* 10 (2017).
- [268] Yun XU et Royston GOODACRE. “On splitting training and validation set: A comparative study of cross-validation, bootstrap and systematic sampling for estimating the generalization performance of supervised learning”. In : *Journal of analysis and testing* 2.3 (2018), p. 249-262.
- [269] Naomi ZEVELOFF. “Israelis Sue Waze Navigation App for Creating Neighborhood Traffic Jam.” In : *Forward* (déc. 2016).

- [270] Hong ZHENG et al. “A primer for agent-based simulation and modeling in transportation applications”. In : (2013).
- [271] Martin ZINKEVICH et al. “Regret minimization in games with incomplete information”. In : *Advances in neural information processing systems* 20 (2007), p. 1729-1736.

**Titre :** Simulation et optimisation du choix dynamique des itinéraires routiers

**Mots clés :** Simulation du trafic routier, théorie des jeux, ingénierie du trafic routier

**Résumé :** La présente thèse de doctorat porte sur la simulation et l'optimisation du choix dynamique des itinéraires routiers, qui est l'un des défis majeurs de l'ingénierie du trafic routier. Les conducteurs sont souvent confrontés à des choix d'itinéraires lorsqu'ils doivent se rendre d'un point A à un point B, et ces choix peuvent influencer considérablement la congestion du trafic et la durée des déplacements.

Cette thèse propose une approche basée sur la théorie des jeux et l'ingénierie du trafic routier pour modéliser le comportement des conducteurs dans le choix de leurs itinéraires. En utilisant cette approche, nous avons développé des modèles mathématiques pour simuler les choix dynamiques d'itinéraires des conducteurs, en prenant en compte l'impact de la congestion du trafic sur les temps de parcours.

Les résultats de cette recherche montrent que l'utilisation de la théorie des jeux permet de créer des modèles plus précis et plus réalistes pour la simulation et l'optimisation du choix dynamique des itinéraires routiers. Les simulations ont permis de mieux comprendre le comportement des conducteurs et de proposer des stratégies pour améliorer la fluidité du trafic.

En conclusion, cette thèse de doctorat montre que l'utilisation de la théorie des jeux et de l'ingénierie du trafic routier permet de modéliser et d'optimiser de manière efficace le choix dynamique des itinéraires routiers. Les résultats de cette recherche ouvrent la voie à des améliorations significatives dans la gestion du trafic routier, en contribuant à la création de systèmes de transport plus efficaces et plus durables.

**Title :** Road traffic routing simulation and optimisation

**Keywords :** Road traffic simulation, transportation engineering, game theory

**Abstract :** This doctoral thesis focuses on the simulation and optimization of dynamic route choice in road traffic, which is one of the major challenges of traffic engineering. Drivers are often faced with route choices when traveling from point A to point B, and these choices can significantly influence traffic congestion and travel times.

This thesis proposes an approach based on game theory and traffic engineering to model driver behavior in route choice. Using this approach, we have developed mathematical models to simulate drivers' dynamic route choices, taking into account the impact of traffic congestion on travel times.

The results of this research show that the use of game theory allows for more accurate and realistic models for the simulation and optimization of dynamic route choice in road traffic. The simulations have provided a better understanding of driver behavior and proposed strategies to improve traffic flow.

In conclusion, this doctoral thesis shows that the use of game theory and traffic engineering allows for effective modeling and optimization of dynamic route choice in road traffic. The results of this research pave the way for significant improvements in traffic management, contributing to the creation of more efficient and sustainable transportation systems.