



**HAL**  
open science

# Estimation de forces par vision dans les robots continus

Matyas Diezinger

► **To cite this version:**

Matyas Diezinger. Estimation de forces par vision dans les robots continus. Automatique / Robotique. Université Bourgogne Franche-Comté, 2023. Français. NNT : 2023UBFCD061 . tel-04517580

**HAL Id: tel-04517580**

**<https://theses.hal.science/tel-04517580>**

Submitted on 22 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITÉ DE  
FRANCHE-COMTÉ**

**THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉTABLISSEMENT UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ**

**PRÉPARÉE À L'UNIVERSITE DE FRANCHE-COMTÉ**

Ecole doctorale n° 37

Sciences Physiques pour l'Ingénieur et Microtechniques

Doctorat d'Automatique

Par

M. DIEZINGER Matyas

**Estimation de forces par vision dans les robots continus**

Thèse présentée et soutenue à Besançon, le jeudi 21 décembre 2023

Composition du Jury :

M. SZEWCZYK Jérôme  
M. ROSA Benoît  
M. MEZOUAR Youcef  
M. DEQUIDT Jérémie  
M. LAURENT Guillaume  
M. TAMADAZTE Brahim

Professeur à Sorbonne Université  
Chargé de recherche CNRS à ICube  
Professeur à l'Université Clermont Auvergne  
Professeur à l'Université de Lille  
Professeur à SupMicroTech-ENSMM  
Directeur de recherche CNRS à l'ISIR

Président  
Examineur  
Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de thèse  
Codirecteur de thèse



# Remerciements

Ce manuscrit est la synthèse de trois années de travaux effectués dans le cadre de mon doctorat. Je n'aurais pas pu mener à bien ces travaux sans les aides précieuses qui m'ont été apportées. Je tiens donc à remercier par ces quelques lignes toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de cette thèse.

Tout d'abord, je souhaite adresser mes sincères remerciements à messieurs Jérôme SZEWCZYK, Jérémie DEQUIDT, Youcef MEZOUAR et Benoît ROSA qui ont accepté de venir des quatre coins de France pour former mon jury et évaluer mes travaux. Je vous remercie pour votre intérêt sincère et les discussions enrichissantes que nous avons pu avoir. Merci pour vos conseils et les perspectives pertinentes que vous m'avez suggérés.

Je remercie grandement mes encadrants Guillaume LAURENT et Brahim TAMADAZTE qui ont été très présents pour moi. Merci pour votre soutien infaillible et vos conseils avisés. Vous avez su me guider et me donner envie d'avancer pendant ces trois années. Vous n'avez pas compté votre temps et vous vous êtes pleinement impliqués dans cette thèse tout en me laissant mon autonomie.

Je souhaiterais également remercier mes collègues du département AS2M qui forment une équipe efficace dans laquelle l'ambiance de travail est excellente. Merci en particulier à Estelle PETITE et Isabelle GABET qui m'ont apporté leur aide dans toutes les étapes administratives importantes. Merci à Pierre ROUX et Patrick ROUGEOT de l'équipe technique qui m'ont fait profiter de leur expérience pour mettre en place mes démarches expérimentales. Merci à mes collègues doctorants Benjamin MAUZE et Maxence LEVEZIEL qui m'ont toujours apporté leur aide en cas de besoin, ainsi que les autres doctorants avec qui j'ai pu apprécier la vie au laboratoire. Enfin, je remercie les directeurs successifs du département Philippe LUTZ et Yann LE GORREC.

J'aimerais finalement adresser mes remerciements à mon entourage. Merci à mes amis et à ma famille pour leur soutien et leurs encouragements. Merci à mon père, ma mère et mon frère pour leur confiance. Merci à ma compagne Yaël qui m'a soutenu dans les bons comme dans les mauvais moments. Je suis heureux d'avoir pu compter sur vous tous pendant ces trois années.



# Sommaire

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>23</b>
1.1 Robots sériels continus . . . . .	25
1.2 Robots parallèles continus . . . . .	25
1.3 Capteurs pour la commande de Robot Continu (RC)s . . . . .	28
1.4 Estimation de forme par vision . . . . .	30
1.5 Estimation de force . . . . .	31
1.6 Objectifs de la thèse . . . . .	35
<b>2 Estimation de force par mesure visuelle 3D de la courbure</b>	<b>37</b>
2.1 Problématique . . . . .	37
2.2 Reconstruction 3D d'une tige par stéréovision . . . . .	37
2.2.1 Notations et étalonnage . . . . .	38
2.2.2 Détermination des coefficients de distorsion . . . . .	39
2.2.3 Prise d'images . . . . .	40
2.2.4 Rectification . . . . .	40
2.2.5 Détection de tige par corrélation . . . . .	41
2.2.6 Triangulation . . . . .	43
2.2.7 Validation expérimentale de la méthode de reconstruction . . . . .	43
2.3 Estimation de force par courbure 3D . . . . .	44
2.3.1 Notations et hypothèses . . . . .	44
2.3.2 Equilibre des moments . . . . .	46
2.3.3 Courbures, torsions et repères de Frenet . . . . .	48
2.3.4 Fonctionnement complet de la méthode . . . . .	51
2.4 Validation numérique . . . . .	52
2.5 Validation expérimentale . . . . .	53
2.5.1 Estimation de masses suspendues . . . . .	53
2.5.2 Estimation de charge en grandes déformations . . . . .	54
2.6 Discussion . . . . .	55
<b>3 Méthode d'estimation de force par modélisation par éléments finis et comparaison de formes 2D</b>	<b>57</b>
3.1 Problématique . . . . .	57
3.2 Principe général . . . . .	57
3.3 Modélisation . . . . .	58
3.4 Comparaison d'images . . . . .	59

3.5	Minimisation du critère entre les images . . . . .	61
3.6	Validation numérique . . . . .	62
3.7	Validation expérimentale . . . . .	64
3.8	Synthèse . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Étude d'un robot parallèle continu à trois jambes : le TriRod</b>	<b>67</b>
4.1	Conception du TriRod . . . . .	67
4.2	Modélisation numérique par Éléments finis (EF) . . . . .	68
4.3	Analyse du TriRod . . . . .	69
4.3.1	Espace de travail et contraintes internes . . . . .	69
4.3.2	Espace de travail contraint par une force externe . . . . .	72
4.3.3	Raideur . . . . .	74
4.4	Fabrication . . . . .	76
4.5	Résumé . . . . .	77
<b>5</b>	<b>Estimation de forces sur le TriRod</b>	<b>79</b>
5.1	Contexte . . . . .	79
5.2	Estimation des variables articulaires du TriRod . . . . .	79
5.2.1	Principe . . . . .	79
5.2.2	Simulation . . . . .	80
5.2.3	Montage expérimental . . . . .	82
5.2.4	Validation expérimentale . . . . .	83
5.3	Estimation de forces externes . . . . .	85
5.3.1	Principe d'estimation de force . . . . .	85
5.3.2	Estimation de force en simulation . . . . .	85
5.3.3	Validation expérimentale . . . . .	88
5.3.4	Estimation de forces latérales . . . . .	89
5.3.5	Estimation de force de contact . . . . .	90
5.4	Précision et sensibilité . . . . .	90
5.4.1	Paramètres d'optimisation et géométrie du système . . . . .	92
5.4.2	Résolution spatiale et raideur . . . . .	92
5.4.3	Paramètres géométriques . . . . .	93
5.5	Synthèse . . . . .	95
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>99</b>
	<b>Annexes</b>	<b>113</b>
5.6	Stéréovision . . . . .	113
5.6.1	Calculs de l'homographie de rectification . . . . .	113
5.6.2	Calculs de triangulation . . . . .	114

# Table des figures

1	Images de robots générées par l'IA Dall-e. . . . .	19
2	Exemples d'utilisation de robots continus . . . . .	20
1.1	Classement de différents robots manipulateurs fixes. . . . .	24
1.2	Exemples de robots parallèles à articulations flexibles. . . . .	26
1.3	Exemples de robots parallèles continus. . . . .	26
1.4	Exemples de robots parallèles mous. . . . .	27
1.5	Schéma des positions des capteurs et des actionneurs nécessaires à la commande d'un Robot Parallèle Continu (RPC). . . . .	29
1.6	Exemples de formes de robots continus estimées par vision. . . . .	31
1.7	Fonctionnement général des méthodes d'estimation de force fondées sur la courbure. . . . .	32
1.8	Fonctionnement général des méthodes d'estimation de force fondées sur un modèle numérique. . . . .	33
2.1	Système de stéréovision classique. . . . .	38
2.2	Système de stéréovision expérimental. . . . .	41
2.3	Exemples de rectification d'images. . . . .	42
2.4	Schéma de principe de la rectification d'images stéréo. . . . .	42
2.5	Exemples de reconstruction de tiges déformées. . . . .	44
2.6	Déformation d'une tige flexible par un bras robotisé. . . . .	45
2.7	Comparaison de la forme d'une tige estimée par vision avec sa forme modélisée par Éléments finis (EF). . . . .	45
2.8	Notations de forces et de moments sur une tige déformée à l'équilibre statique. . . . .	46
2.9	Représentation spatiale du plan et du cercle osculateurs sur une courbe 3D. . . . .	49
2.10	Influence des bruits de mesure sur le calcul du moment interne. . . . .	50
2.11	Fonctionnement de la méthode d'estimation de force fondée sur la courbure. . . . .	52
2.12	Exemples de tiges modélisées numériquement par Éléments finis (EF). . . . .	52
2.13	Comparaison des forces et moments estimés et théoriques sur dix tiges simulées. . . . .	53
2.14	Comparaison entre forces et moments estimés et forces et moments réels sur des tiges encastrées libres. . . . .	54
2.15	Extraits de vidéo où les forces et moments sont estimés sur une tige soumise manuellement à de grandes déformations. . . . .	55
3.1	Principe d'estimation des forces et moments externes par optimisation de modèle numérique. . . . .	58

3.2	Images des caméras virtuelles comparées aux images en échelle de gris inversée des caméras réelles. . . . .	59
3.3	Illustration des étapes principales de l'évolution du simplexe dans le cas 2D. . . . .	62
3.4	Estimation de force sur une poutre encastrée libre simulée . . . . .	63
3.5	Point de vue des caméras de gauche et de droite sur une tige encastrée-libre . . . . .	64
3.6	Estimation de force sur une poutre encastrée libre réelle. . . . .	65
4.1	Robots parallèles continus ayant inspiré le TriRod. . . . .	68
4.2	Schéma cinématique du TriRod. . . . .	69
4.3	Visualisation du modèle du TriRod dans plusieurs positions. . . . .	70
4.4	Espace de travail du TriRod sans force extérieure. . . . .	72
4.5	Contrainte maximale selon variable d'actionnement maximale. . . . .	73
4.6	Espaces de travail contraints. . . . .	74
4.7	Raideur du TriRod suivant l'axe $x$ . . . . .	75
4.8	Raideur du TriRod suivant l'axe $y$ . . . . .	75
4.9	Raideur du TriRod suivant l'axe $z$ . . . . .	76
4.10	Montage expérimental du TriRod. . . . .	77
5.1	Estimation des variables d'actionnement fondée sur la comparaison de forme. . . . .	80
5.2	Estimation des variables d'actionnement en simulation. . . . .	81
5.3	Éléments physiques modélisés dans un montage en simulation. . . . .	81
5.4	Résultats d'estimation des variables moteurs. . . . .	82
5.5	Montage expérimental ciblant le TriRod. . . . .	83
5.6	Superposition d'images droites et gauches du modèle sur le TriRod. . . . .	83
5.7	Séquence d'images formant la trajectoire à suivre pour l'estimation des variables d'actionnement. . . . .	84
5.8	Résultats d'estimation d'angles moteurs. . . . .	85
5.9	Estimations de la force externe fondées sur la comparaison de forme. . . . .	86
5.10	Résultats d'estimation de force externe. . . . .	87
5.11	Correction d'estimation de force externe. . . . .	87
5.12	Séquence d'images montrant un chargement croissant du TriRod pour l'estimation de force. . . . .	88
5.13	Résultats d'estimation de la force externe. . . . .	89
5.14	Estimation de la force appliquée au TriRod dans plusieurs configurations. . . . .	90
5.15	Images du TriRod au contact d'une plaque horizontale pour mesurer la force de contact. . . . .	91
5.16	Estimation de la force de contact du TriRod à l'approche d'une plateforme située au-dessus de lui. . . . .	91
5.17	Influence de différents paramètres géométriques sur l'estimation de pose en simulation. . . . .	94
5.18	Influences de différents paramètres géométriques modifiés sur trois jambes sur l'estimation de pose en simulation. . . . .	95
5.19	Influence de différents paramètres géométriques sur l'estimation de force en simulation. . . . .	96
5.20	Influences de différents paramètres géométriques modifiés sur trois jambes sur l'estimation de force en simulation. . . . .	96

5.21 Influence d'une erreur de torsion à l'encastrement lors d'un chargement. 97



# Liste des tableaux

1.1	Comparaison de la précision de l'estimation de la force à l'extrémité de cathéters encastrés-libres (flexion planaire simple). . . . .	34
4.1	Volumes des espaces de travail contraint et non contraint. . . . .	74
4.2	Valeurs numériques des paramètres géométriques. . . . .	77
5.1	Pseudo-raideur en newtons par pixels. . . . .	93



# Acronymes

- ACP** Analyse en Composantes Principales
- DVS** Décomposition en Valeurs Singulières
- EF** Éléments finis
- MEB** Microscope Électronique à Balayage
- RC** Robot Continu
- RP** Robots Parallèles
- RPC** Robot Parallèle Continu
- RSC** Robot Sériel Continu
- TCO** Tomographie par Cohérence Optique
- TLD** Transformation Linéaire Directe



# Nomenclature

$\varnothing$	Diamètre de la jambe
$\mathbf{0}_{n \times m}$	Matrice nulle de taille $n \times m$
$\alpha$	Coefficient de corrélation
$\delta$	Déplacement dû à une force
$\delta_i$	Décalage transversal de corrélation d'une ligne $i$
$\epsilon_i$	Erreur quadratique moyenne de corrélation
$\epsilon_{mi}$	Critère de similarité d'images par information mutuelle
$\epsilon_{mc}$	Critère de similarité d'images par les moindres carrés
$\theta$	Angle entre deux caméras
$\theta_\kappa$	Angle local de courbure
$\theta_x$	Inclinaison de l'axe de rotation
$\theta_z$	Orientation de moteur
$\kappa$	Courbure
$\rho$	Masse linéique de la tige
$\sigma$	Contrainte de flexion
$\tau$	Torsion
$a$	Aire d'une section de tige
$\tilde{\mathbf{a}}$	Homogénéisation de dimension par l'ajout d'un 1 à un vecteur quelconque $\mathbf{a}$
$[\mathbf{a}]_\times$	Matrice de pré-produit vectoriel d'un vecteur quelconque $\mathbf{a}$
$\dot{\mathbf{a}}$	Dérivée spatiale d'un vecteur quelconque $\mathbf{a}$
$\mathbf{b}(s)$	Vecteur unitaire binormal
$C$	Point 3D de l'effecteur
$c_x, c_y$	Coordonnées $x$ et $y$ du point principal
$d$	Longueur de bras de levier
$\mathbf{d}(s_1, s_2)$	Vecteur entre deux points d'abscisse $s_1$ et $s_2$
$E$	Module de Young

$\mathbf{f}_{ext}$	Force extérieure
$\mathbf{f}$	Force interne
$f_x, f_y$	Focales selon x et y
$G$	Module de cisaillement
$\mathbf{g}$	Accélération de la gravité
$\mathbf{H}_G, \mathbf{H}_D$	Matrices d'homographies gauche et droite pour la rectification d'image
$H(\mathbf{I})$	Entropie d'une image $\mathbf{I}$
$H(\mathbf{I}, \hat{\mathbf{I}})$	Entropie conjointe des images $\mathbf{I}$ et $\hat{\mathbf{I}}$
$I$	Moment quadratique radial
$\mathbf{I}_{dist}$	Carte des distances d'une image $\mathbf{I}$
$\mathbf{I}_G, \mathbf{I}_D$	Images de gauche et de droite
$\mathbf{I}^{(r)}$	Image rectifiée
$J$	Moment quadratique axial
$\mathbf{K}_G, \mathbf{K}_D$	Matrices des caméras de gauche et de droite
$k_{G1}, k_{G2}$	Coefficients de distorsion radiale de la caméra de gauche
$k_{D1}, k_{D2}$	Coefficients de distorsion radiale de la caméra de droite
$k_{G3}, k_{G4}$	Coefficients de distorsion tangentielle de la caméra de gauche
$k_{D3}, k_{D4}$	Coefficients de distorsion tangentielle de la caméra de droite
$l$	Longueur de jambe
$\mathbf{m}_{ext}$	Moment extérieur
$\mathbf{m}$	Moment interne
$\mathbf{n}$	Vecteur unitaire normal
$P$	Point 3D
$\hat{P}$	Point 3D estimé
$P_m$	Point 3D appartenant au modèle numérique du TriRod
$P_r$	Point 3D appartenant au TriRod réel
$\bar{P}$	Centre de gravité du nuage de points au voisinage de $P$
$\mathcal{P}_G, \mathcal{P}_D$	Plans images gauche et droite
$\mathcal{P}^{(r)}$	Plan des images rectifiées
$\mathbf{P}$	Ensemble de points formant le voisinage de $P$
$\mathbf{p}_G^{(r)}, \mathbf{p}_D^{(r)}$	Points dans les images rectifiées de gauche et de droite
$\mathbf{p}_G, \mathbf{p}_D$	Points 2D dans les images de gauche et de droite

$\mathbf{p}'_G, \mathbf{p}'_D$  Points 2D dans les images de gauche et de droite sans distorsion  
 $\mathbf{q}$  Triplet de variables articulaires  
 $q_0$  Décalage d'angle articulaire fixe  
 $q_i$  Variable articulaire de l'actionneur  $i$   
 $\mathcal{R}_0$  Repère global  
 $\mathcal{R}_G, \mathcal{R}_D$  Repères caméras gauche et droite  
 $\mathbf{R}_G, \mathbf{R}_D$  Matrices de rotation des caméras gauche et droite  
 $r$  Distance des moteurs à l'origine  
 $r_\kappa$  Rayon du cercle osculateur  
 $r_G, r_D$  Distance des points  $\mathbf{p}'_G, \mathbf{p}'_D$  au centre optique  
 $s$  Abscisse curviligne  
 ${}^0T_G, {}^0T_D$  Matrices de transformation des caméras gauche et droite  
 $\mathbf{t}$  Vecteur unitaire tangent  
 $t_G, t_D$  Vecteurs translation des caméras gauche et droite  
 $\mathbf{w}$  Moment interne dû à la gravité



# Introduction

Les premières images qui viennent à l'esprit à l'évocation du mot « robot » sont généralement des automates humanoïdes, des robots mobiles à roues ou des bras mécaniques industriels (figure 1). De façon générale, un robot est défini comme étant un dispositif mécanique équipé de capteurs et d'actionneurs le rendant capable d'effectuer des tâches physiques répondant à des fonctions spécifiques et de façon autonome. Rares sont ceux qui imaginent les robots comme quelque chose de souple ou de flexible.

Dans la recherche, les domaines concernés par la robotique sont très nombreux. Nous mettrons l'accent dans ce qui suit uniquement sur les robots dont la fonction principale est le déplacement et la manipulation d'objets. Ceux-ci sont pour la majorité composés de membres rigides. Dans ces cas, l'élasticité des membres est considérée négligeable ou, lorsque cela est impossible, elle devient un défaut à compenser. Néanmoins, ces déformations peuvent être considérées comme des caractéristiques à part entière de la robotique, de sorte qu'un robot puisse être constitué d'éléments déformables assumés. Ainsi, vers la toute fin du XX<sup>e</sup> siècle, la souplesse et l'aptitude d'un robot à se déformer ont commencé à être considérées comme de potentiels atouts avec l'apparition des premiers robots continus et mous.

Les robots continus sont des robots possédant un nombre de degrés de liberté infini. Ils ne sont pas restreints à l'utilisation d'un petit nombre d'articulations mais possèdent un ou plusieurs membres dont une partie conséquente ou l'entièreté peut se déformer de façon continue. La versatilité et l'adaptabilité de telles structures robotiques est comparable à celles d'espèces animales comme les serpents, les pieuvres ou les éléphants avec leur trompe qui ont inspiré les premiers robots continus [2]. La robotique continue, encore peu développée dans le monde industriel, suscite un intérêt croissant dans la recherche car elle ouvre des portes sur des notions nou-



**FIGURE 1** – Images de robots générées par l'IA Dall-e [1]. A gauche un robot humanoïde, au milieu un robot mobile sur roues et à droite un bras robot manipulateur.



**FIGURE 2** – Exemples de robots continus navigant à travers un réseau vasculaire cérébral factice (à gauche) [3] et utilisé pour la maintenance des composants industriels critiques (à droite) [4].

velles tout à fait avantageuses dans plusieurs domaines. La compliance d'un Robot Continu (RC), qui représente sa capacité à se déformer en réponse à des forces externes ou des obstacles, lui donne une excellente adaptabilité à son environnement. Les dimensions d'un RC, généralement plus petites que celles des robots rigides, facilitent également leurs interventions dans des espaces restreints. Pour ces raisons, les robots souples sont par exemple adaptés pour naviguer dans des environnements inconnus, peu praticables ou étroits (figure 2). De plus, leur compliance est appréciée dans des applications d'interaction homme-robot afin d'assurer la sécurité des utilisateurs en se déformant à leur contact. Enfin, les RCs sont plus faciles à miniaturiser que leurs homologues rigides car dans les petites dimensions il est plus facile de compter sur la souplesse des matériaux que de fabriquer des articulations mécaniques. Les avantages apportés par la robotique continue sont multiples et complémentaires de ceux de la robotique classique. Ce domaine de recherche est construit sur le socle solide de la robotique classique dont il peut réutiliser les outils et principes fondamentaux. Cependant, de nombreux verrous scientifiques restent à lever avant de pouvoir pleinement utiliser des RCs.

Les défis scientifiques clés de la robotique continue rassemblent les éléments principaux suivants. Le premier est le développement de techniques de contrôle des déformations dont la difficulté provient de l'infinité des degrés de liberté d'un RC et donc de l'infinité de formes possibles. Le deuxième défi est l'intégration efficace de capteurs pour la perception et la rétroaction en temps-réel qui pose problème d'un côté par le volume restreint des RCs et d'un autre côté par les variations continues de la plupart des grandeurs physiques (forme, contraintes) tout au long du robot. Le troisième défi est la conception de techniques d'actionnement capables de tirer profit de l'infinité de degrés de liberté et de déformer une architecture robotique souple précisément. La dernière difficulté principale est la sensibilité à l'environnement. La forme des RCs est l'image des forces dues aux interactions avec l'environnement, ce qui la rend très variable et difficile à déterminer.

Les travaux de cette thèse ont pour objectif d'apporter une contribution à l'un des verrous scientifiques mentionnés qui est le retour sensoriel dans la robotique continue en proposant des méthodes d'estimation de formes et de forces. Les forces appliquées par des éléments extérieurs au robot sont des grandeurs qui doivent être mesurées ou estimées avec précision pour plusieurs raisons. La sécurité d'abord car la connaissance des forces en présence permet d'éviter les dommages sur le corps du robot ou sur son environnement. Le contrôle ensuite car le robot doit ajuster sa position et ses

actions en fonction des perturbations externes qui interfèrent sous forme de forces. Enfin, la génération de trajectoire car les forces externes peuvent déformer le robot, ce qui peut autant entraver son mouvement que le faciliter.

L'objectif premier de ces travaux de thèse est d'estimer ces forces extérieures en utilisant la compliance du robot, donc la relation entre efforts et forme. La forme d'un RC n'est pas limitée par un nombre fini d'articulations comme pour un robot rigide classique. Les déformations sont continues et réparties tout au long du corps du robot, ce qui engendre une infinité de configurations possibles résultant de l'application de l'ensemble des forces extérieures. Nous proposons une alternative aux capteurs de force traditionnels, généralement encombrants pour des robots continus, en utilisant des capteurs de forme et de position extéroceptifs pour en déduire les forces extérieures grâce à la compliance des RCs. Les contributions significatives apportées dans ce cadre sont le développement de deux estimateurs de force centrés sur l'exploitation de la compliance, l'une fondée sur l'estimation de courbure et la seconde fondée sur la comparaison de forme avec un modèle numérique. Les autres apports sont l'adaptation de méthodes de vision à ces cas particuliers d'estimation de force sur des robots fins et longilignes, la conception, la fabrication et l'analyse d'un robot parallèle continu et les validations numériques et expérimentales de ces méthodes d'estimation de force.

Ce manuscrit s'articule en cinq chapitres décrivant les travaux réalisés et se termine sur une conclusion générale comprenant les perspectives futures.

Le chapitre 1 donne le contexte de l'état de l'art actuel en commençant par un exposé sur les robots continus existants et les solutions de retours sensoriels mis en place. Ce chapitre présente ensuite un éventail de travaux réalisés sur l'estimation de forme et de force pour des robots continus.

Le chapitre 2 présente une première méthode d'estimation de force fondée sur la courbure dans le cas général d'une jambe de robot continu. Une méthode de reconstruction 3D de la jambe est d'abord développée puis l'estimation de la courbure et de la torsion en tout point est détaillée avant d'arriver à la méthode permettant d'en déduire les forces. Cette méthode est ensuite validée en simulation et expérimentalement.

Le chapitre 3 met en avant une seconde méthode d'estimation de force fondée cette fois-ci sur un modèle numérique de jambe de robot. La mise en place du modèle numérique est détaillée, suivie par les méthodes de comparaison visuelles entre ce modèle et une jambe de robot physique. La méthode d'optimisation utilisée est également décrite. L'estimation de force est ensuite validée en simulation puis expérimentalement.

Le chapitre 4 est consacré à la présentation et à l'étude d'un robot parallèle continu, le TriRod. Sa conception, sa modélisation et sa fabrication sont traitées. Une analyse de son espace de travail et de sa raideur est également menée.

Enfin, le chapitre 5 aborde l'application de la méthode d'estimation de force fondée sur un modèle numérique du TriRod. Cette méthode est premièrement modifiée pour estimer également les variables d'actionnement, avant de servir à estimer des masses appliquées au robot. Une discussion sur la précision de la méthode suit cette validation.

Un dernier chapitre conclut le mémoire en synthétisant les travaux présentés et donne les perspectives de recherche envisagées sous forme d'applications des méthodes d'estimation de force.

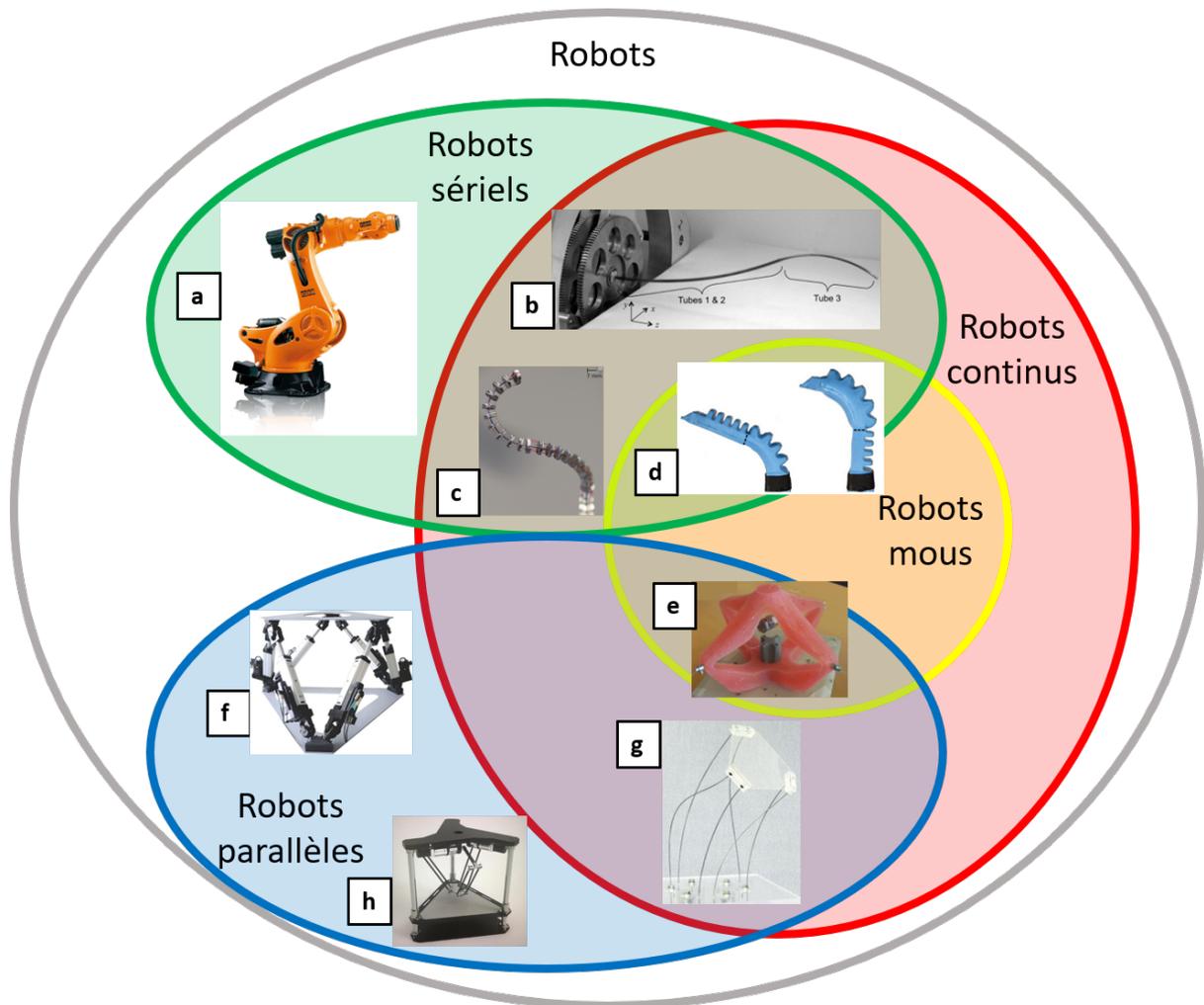


# Chapitre 1

## État de l'art

Un robot, de façon très générale, est un dispositif capable de récupérer des informations sur son environnement au moyen de capteurs et d'interfaces humain-machine et d'agir ensuite physiquement sur cet environnement grâce à des actionneurs mécaniques pour remplir un objectif spécifique. Cette description englobe un très large panel de robots différents que l'on peut séparer selon de nombreux critères. Un robot peut premièrement être mobile [5, 6] ou fixe [7, 8] selon son objectif principal. Nous nous intéresserons principalement aux robots fixes donc la tâche principale est la manipulation et le déplacement d'objets. Ces robots manipulateurs sont répartis selon plusieurs caractéristiques illustrées en figure 1.1. La majorité des robots appartiennent à la catégorie des robots rigides, c'est-à-dire qu'ils ont un nombre fini d'articulations entre lesquels se trouvent des corps considérés comme indéformables. Parmi ces robots, une première distinction concerne leur architecture, qui peut être sérielle ou parallèle. Les robots sériels, souvent utilisés pour leur dextérité [9], sont semblables à un bras. Ils sont composés d'une ou de plusieurs articulations qui se suivent séquentiellement en partant d'un point d'attache et en finissant par un effecteur. Ces bras robotiques sont fréquemment utilisés dans l'industrie [10, 11]. À l'inverse, les robots parallèles comme le robot Delta [12] possèdent plusieurs bras ou chaînes interconnectés formant des boucles cinématiques dont l'interaction donne le déplacement d'un effecteur et ainsi de l'objet transporté [13, 14] (figure 1.1 h). Ils sont utilisés dans l'industrie [15], mais peuvent également servir dans la micromanipulation grâce à leur grande précision [16]. Les robots parallèles rigides peuvent servir de support à inclinaison variable particulièrement stables supportant de grandes charges réparties entre leurs jambes (figure 1.1 f).

Une seconde distinction importante que nous utiliserons pour qualifier les types de robots provient des caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés. Les robots cités précédemment sont qualifiés de rigides car ils sont formés d'éléments dont la déformation est négligeable pour une utilisation standard. Les mouvements sont effectués grâce à des articulations bien définies. Il existe cependant d'autres types de robots construits en intégrant des éléments flexibles. Ce sont les robots continus (RC). Un robot continu a une architecture qui est entièrement ou partiellement flexible, grâce à des éléments qui se déforment de manière continue. Les mouvements que peut effectuer un robot continu sont donc issus, au moins en partie, de la déformation de ces éléments flexibles. La souplesse des RCs est généralement obtenue de deux manières différentes. Une première solution est l'amincissement de certains éléments constitutifs du robot. Cet amincissement peut concerner des zones localisées



**FIGURE 1.1** – Classement de différents robots manipulateurs fixes. a) Robot rigide sériel [11], b) Robot à tubes concentriques [24], c) Robot à tendons [25], d) Robot pneumatique sériel [26], e) Robot parallèle mou [27], f) Plateforme parallèle rigide [28], g) Robot parallèle continu [29], h) Manipulateur parallèle rigide [14].

pour former des articulations souples de robots semi-rigides [17]. Pour cela, la section d'une pièce rigide est diminuée de manière à ce que les contraintes soient localisées et que la pièce, bien que faite d'un seul bloc du même matériau, puisse se déformer à cet endroit précis. Lorsque l'amincissement est généralisé à des zones plus étendues, celles-ci peuvent être désignées comme des jambes flexibles de RCs. Les déformations sont alors réparties de façon continue, ce qui donne un nombre de degrés de liberté infini au robot [18]. Ces robots ont des formes allongées et fines leur permettant de fléchir pour se mouvoir. Une seconde solution pour rendre un robot flexible est l'utilisation de matériaux à module de Young faible comme les élastomères. Les robots de ce type, appelés robots mous, peuvent être des robots mobiles [19, 20] ou des manipulateurs [21] dont les tissus et actionneurs mous bioinspirés imitent des muscles et des membres du monde animal. Avec leurs matériaux constituant, les robots mous peuvent également être utilisés pour remplacer ou simuler des tissus organiques [22] ou pour fonctionner en symbiose avec ceux-ci [23].

## 1.1 Robots sériels continus

Un Robot Sériel Continu (RSC) est un robot flexible longiligne dont la longueur est grande devant les dimensions de sa section. Son aspect et son fonctionnement dépendent principalement de l'actionnement utilisé. Une architecture répandue dans la robotique sérielle continue est par exemple celle des robots à tendons [25, 30, 31]. Un robot à tendons est constitué d'une tige flexible centrale et de tendons répartis uniformément autour de cette colonne vertébrale comme dans l'exemple de la figure 1.1 c. Les tendons de ces robots agissent sur les mouvements du robot par traction. Des plateformes réparties régulièrement le long du robot formant des sections pleines permettent de maintenir ces tendons à distance constante de la colonne centrale. Un second type de RSC est un assemblage de tubes concentriques. Un robot à tubes concentriques [32, 3, 33, 34] est, comme son nom l'indique, un assemblage de plusieurs tubes flexibles pré-courbés les uns dans les autres comme illustré en figure 1.1 b. Les rotations et les translations des tubes intérieurs par rapport aux tubes extérieurs modifient la courbure totale du robot et sa longueur, ce qui lui donne une grande liberté de mouvement. Il existe également d'autres manières d'actionner les RSC, comme par exemple en utilisant des champs magnétiques pour des robots ferromagnétiques [3]. Les RSC mous quant à eux peuvent être soumis à des actionneurs pneumatiques [26] ou hydrauliques [35] gonflant des poches réparties de manière à diriger les mouvements obtenus de manière choisie. Ils ont donc généralement un rapport section/longueur plus importants que les RSC par amincissement.

## 1.2 Robots parallèles continus

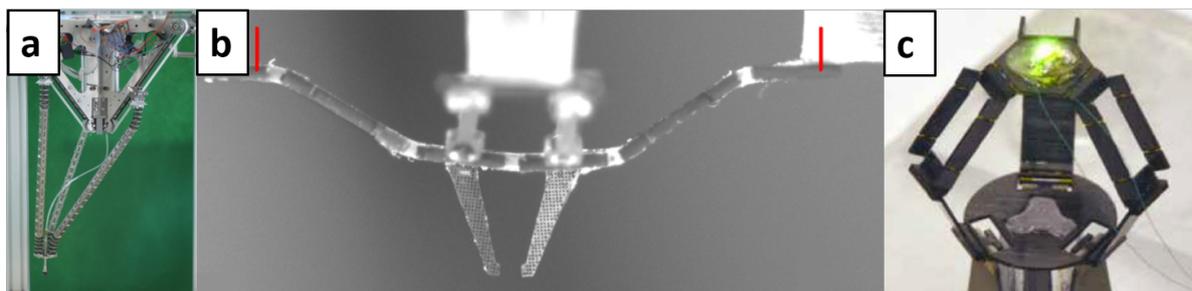
Un Robot Parallèle Continu (RPC) est constitué des plusieurs membres différents actionnés indépendamment à partir d'une même base fixe et reliés ensuite ensemble à un effecteur central. Cet assemblage forme plusieurs boucles interconnectées de jambes souples ou en partie souples.

### Robots parallèles à articulations souples

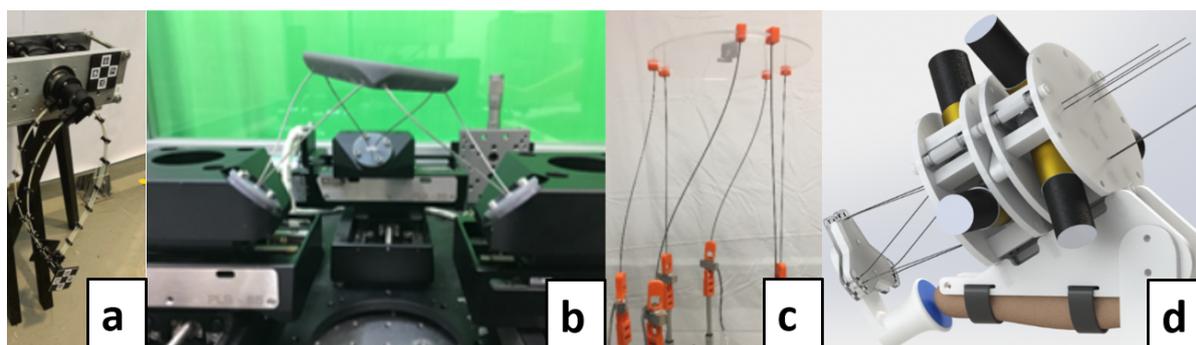
Entre les Robots Parallèles (RP)s rigides et les RPs continus se trouvent d'abord les RPs à articulations souples. Le remplacement d'articulations standards par des articulations souples peut survenir dans plusieurs domaines spécifiques. Cette modification permet par exemple de donner plus de souplesse au robot tout en augmentant son espace de travail [36] (figures 1.2 a). Pour les travaux à petite échelle où la puissance n'est pas requise, les robots parallèles peuvent présenter des articulations flexibles comme moyen de descendre à des échelles submillimétriques. Cela permet également de concevoir des robots beaucoup plus rapides destinés à la micromanipulation tels que le Millidelta [37] suivant des trajectoires périodiques à une fréquence de 75Hz ou le MigriBot [38] capable de déplacer un objet 10 fois par seconde (figures 1.2 b,c).

### RPCs à jambes allongées

Certains RPCs sont constitués de composants très allongés dont le faible rapport section/longueur donne la flexibilité. L'espace de travail de ce type de RPCs est



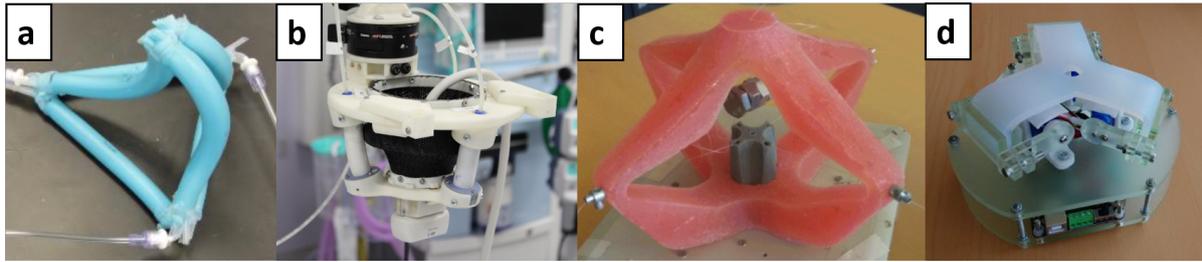
**FIGURE 1.2** – Exemples de robots parallèles à articulations flexibles. a) Robot delta continu [36], b) MilliDelta [37], c) MigriBot [38]



**FIGURE 1.3** – Exemples de robots parallèles continus. a) Robot parallèle 2D [43], b) SpaceFab continu [18], c) Robot parallèle à 6 tiges [29], d) Dispositif haptique parallèle [44]

généralement conséquent par rapport à des architectures rigides équivalentes. Ces robots sont constitués de plusieurs jambes longues, fines et espacées qui peuvent se déformer en formant des courbes continues. Contrairement aux tendons d'un robot à tendons, les jambes d'un RPC doivent être suffisamment raides pour supporter la structure de manière équilibrée et sans affaissement. Elles peuvent être actionnées en translation et/ou en rotation pour déplacer l'effecteur dans la position souhaitée. Les caractéristiques d'un RPC à jambes fines sont variables et dépendent principalement des applications recherchées. La raideur dans certaines directions, le nombre de degrés de liberté ou le type de mouvements voulus sont modifiés par le nombre de jambes, leur actionnement, leurs matériaux et leur géométrie.

Une seule boucle formée par les jambes d'un RPC est suffisante pour que celui-ci puisse se mouvoir en 2D (figure 1.3 a). Avec deux boucles ou plus, les RPCs peuvent se mouvoir dans l'espace 3D (figure 1.3 b,c,d). La mise en relation de plusieurs jambes donne aux RPC une meilleure raideur que les robots sériels, une plus grande compacité et une capacité de produire des efforts plus importants. L'utilisation de jambes continues permet également aux RPCs d'atteindre de bonnes répétabilités [39, 18]. Les RPCs 3D sont généralement constitués de 6 jambes flexibles indépendantes réparties à la manière de la plateforme de Gough-Stewart (figure 1.1 f) pour former une architecture stable [40, 41]. Quel que soit le positionnement et le nombre de jambes, l'architecture épurée des RPCs à jambes allongées les rend faciles à miniaturiser pour des applications à petites échelles. L'amincissement des jambes permet par exemple d'utiliser des matériaux tels que le verre pour concevoir des RPCs à petite échelle [42].



**FIGURE 1.4** – Exemples de robots parallèles mous. a) Robot tétraèdre pneumatique [46], b) Robot à trois jambes hydrauliques [47], c) Robot mou à tendons [48], d) Tripod [49].

## RPCs mous

Les RPCs mous sont désignés de cette manière car ils sont constitués de matériaux à module de Young très faible. Contrairement aux RPCs à jambes fines, les formes des RPCs mous sont variées car la contrainte d'amincissement n'existe pas. Il est cependant à noter que la limite entre un RPC à jambes fines et un RPC mou n'est pas définie de manière précise. De nombreuses méthodes de commande sont utilisables sans distinctions pour chaque type et les lois de déformations sont les mêmes. Certains RPCs sont ainsi difficiles à classer [45] et peuvent appartenir aux deux catégories. Cependant le choix d'actionnement ou d'application peut différer selon si la flexibilité du robot est obtenue par amincissement ou par module de Young faible. Pour les robots mous, qui sont donc très déformables, l'architecture parallèle est utilisée pour apporter une raideur structurelle. Ces robots sont constitués de membres très déformables qui peuvent former à la fois le corps du robot et ses actionneurs [46, 47] (figure 1.4 a,b). L'actionnement pneumatique ou hydraulique des jambes qui les constituent modifie la forme de ces robots sans qu'aucun élément rigide ne soit nécessaire. Ces RPCs mous aux formes très variées (figures 1.4 c,d) peuvent également être actionnés par d'autres moyens tels que des tendons internes [48] ou des servomoteurs externes [49].

## Modélisation des RPCs

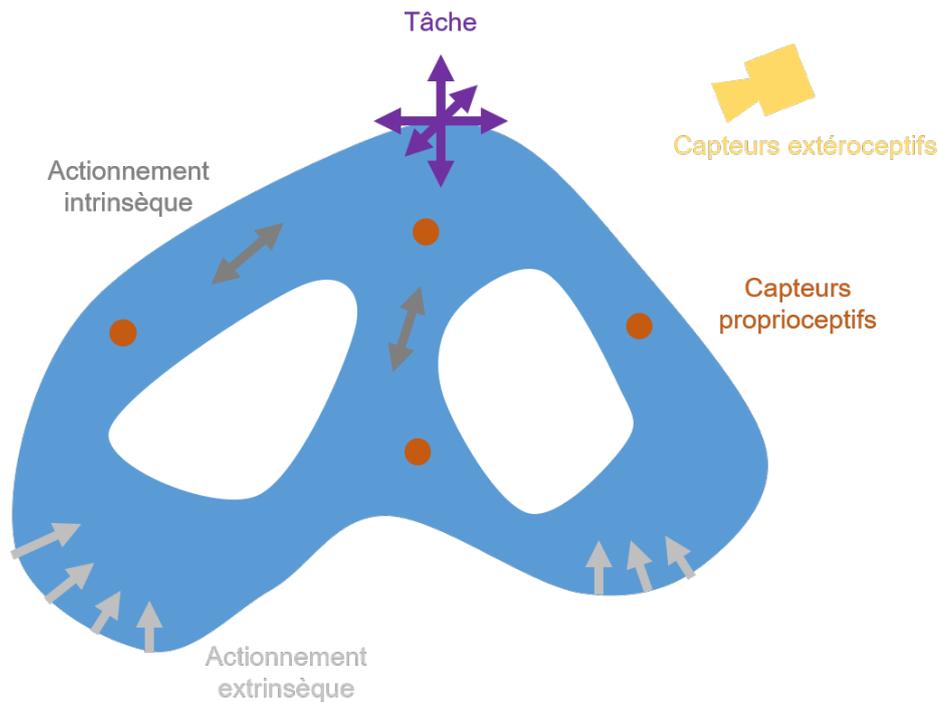
L'architecture parallèle d'un robot est une source de complexité en termes de modélisation car un modèle numérique doit prendre en compte simultanément l'effet de chaque jambe sur l'effecteur. Les modèles numériques utilisés dépendent des caractéristiques des RPCs étudiés. Par exemple pour un RPC à jambes allongées, chaque jambe prise individuellement peut être considérée comme unidimensionnelle. Leurs formes est donc généralement estimée par des modèles standards de poutre comme ceux de Kirchhoff, Euler-Bernoulli, Timoshenko ou Cosserat qui sont répandus et maîtrisés. Ces modèles sont utilisés dans des différents cas selon les déformations observées. Des RPCs à deux dimensions mettant en jeu de petites déformations et uniquement des flexions [50, 45, 43] peuvent être modélisés avec les équations d'Euler-Bernoulli. Le modèle de Timoshenko, également utile en petites déformations, prend en compte le cisaillement tandis que le modèle de Kirchhoff est utilisé pour de grandes déformations sans cisaillement. Le modèle le plus répandu pour les RPCs à trois dimensions est celui de Cosserat [44, 29, 51] car ce modèle est le plus général. Les équations de ces modèles analytiques peuvent être intégrées dans des modèles numériques via différentes méthodes discrètes telles que les méthodes à éléments

finis [18] qui utilisent un maillage de la jambe de robot en éléments de poutre à faibles déformations, les méthodes de shooting [29, 52] dans lesquelles les équations sont intégrées le long de la jambe à partir d'un état initial parfaitement connu, la méthode de courbure continue par morceaux où c'est la courbure qui est discrétisée [53] ou encore des méthodes pseudo-rigides comme une discrétisation des jambes du robot en éléments rigides séparés par des articulations souples [54]. Pour des RPCs mous ou d'autres RPCs ayant des composantes qui ne peuvent pas être considérées comme unidimensionnelles, les modèles de poutre ne peuvent pas être utilisés. Ces robots doivent généralement être modélisés par des éléments finis volumiques pour être contrôlés [48, 49].

### 1.3 Capteurs pour la commande de RCs

L'aptitude des RC à se déformer est un avantage certain en termes d'espace de travail et d'adaptabilité. Cependant, cette flexibilité complexifie la commande de ces robots. En effet, que ce soit la pose, la courbure, les contraintes, les déformations ou les forces, ces grandeurs varient de façon continue dans les éléments déformables et sont donc plus difficiles à estimer précisément. Or la commande d'un robot nécessite un retour d'information précis et complet sur la grandeur commandée ainsi qu'un actionnement adapté pour corriger les valeurs mesurées ou estimées. Plusieurs capteurs sont utilisés pour estimer les grandeurs variables dans un RC, répartis en deux catégories que sont les capteurs proprioceptifs et les capteurs extéroceptifs. Les capteurs sont qualifiés de proprioceptifs lorsqu'ils sont en configuration embarquée ou intégrés au RC, et extéroceptifs lorsqu'ils sont déportés, donc à distance du RC comme schématisé dans la figure 1.5. Les grandeurs variables évoquées définissent l'état d'un RC. Ces grandeurs sont liées entre elles par les lois de comportement qui dépendent du matériau et de l'architecture propre à chaque RC. Ainsi, la pose et la forme d'un RC dépendent directement des contraintes internes qui elles-mêmes dépendent des forces et des moments provenant de l'environnement du robot et de son actionnement. Il est donc possible d'estimer la forme, et donc les déformations, d'un robot en connaissant les forces qui lui sont appliquées, et inversement.

Les capteurs proprioceptifs mesurent des grandeurs localisées par contact direct. Il peut s'agir par exemple des capteurs intégrés aux actionneurs tels que des codeurs de position angulaire [55], des capteurs mesurant la force d'actionnement [56] ou des capteurs de tension de câbles [57]. Ceux-ci sont donc placés en amont du robot au niveau des actionneurs et les informations obtenues par leur intermédiaire doivent être extrapolées pour en déduire la pose, la forme ou les forces intervenant sur les RCs. Un modèle numérique direct permet généralement de déduire l'état d'un robot en utilisant les données connues au niveau de l'actionneur en simulant la réalité physique. D'autres capteurs proprioceptifs peuvent être placés directement sur le corps déformable d'un RCs. On compte parmi ceux-ci des capteurs de déformation tels que les fibres de bragg [58] et assimilés [59] ou les jauges de déformation [60, 61] qui mesurent les modifications de forme dont l'allongement et le rétrécissement, la flexion ou encore la torsion. Des capteurs de pression peuvent être utiles pour déduire l'état de robots actionnés par déplacement fluide. D'autres capteurs proprioceptifs sont placés sur les extrémités des RCs afin de mesurer des forces de contact [62], fonctionnant de manière similaire aux jauges de contraintes. Ces derniers permettent



**FIGURE 1.5** – Schéma des positions des capteurs et des actionneurs nécessaires à la commande d'un RPC.

aux RCs de sentir les obstacles rencontrés. Les capteurs proprioceptifs sont généralement miniaturisés de sorte qu'ils peuvent être ajoutés sur des RCs de diamètre centimétrique sans gêner leur fonctionnement. Les capteurs proprioceptifs sont donc utiles pour mesurer des grandeurs, principalement des déformations, de manière très précise et localisée.

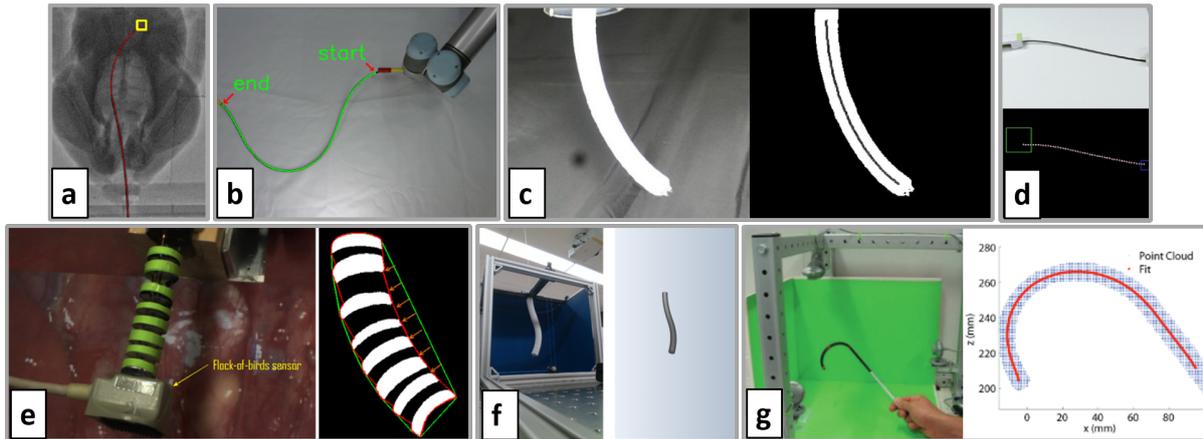
La configuration embarquée n'est cependant pas envisageable dans tous les cas. Pour des robots de taille submillimétriques par exemple, il est difficile d'intégrer des capteurs efficaces sans dénaturer la fonction première du robot. L'intégration de tels capteurs peut également poser des problèmes de biocompatibilité, et de coût, par exemple dans le domaine médical lorsque la partie en contact avec le patient doit être jetée après utilisation. Les capteurs extéroceptifs sont alors une alternative permettant d'avoir des retours sans contact direct avec le corps du robot. Ces capteurs embrassent la scène dans sa globalité et laissent les RCs exempts de contact. Les capteurs extéroceptifs les plus répandus utilisés pour des RC sont les capteurs optiques comme les caméras [63] ou d'autres méthodes d'imageries comme la Tomographie par Cohérence Optique (TCO) [64], mais il existe également des capteurs électromagnétiques [65, 66]. De manière générale, les capteurs extéroceptifs sont utilisés pour mesurer des positions ou des formes de manière globale.

Les capteurs cités peuvent également être utilisés de manières différentes, que ce soient des capteurs proprioceptifs, extéroceptifs ou d'un assemblage des deux. Dans certains cas, les capteurs optiques et magnétiques peuvent être embarqués sur les RC [67, 68]. Dans d'autres cas, certaines applications peuvent se servir d'une combinaison de capteurs pour gagner en précision et profiter des avantages de chacun [69, 70].

## 1.4 Estimation de forme par vision

La pose d'un robot ou d'un objet est définie par sa position et son orientation dans l'espace par rapport à un repère choisi. Elle permet de connaître l'état du robot, la proximité des objets à saisir, les risques de collision potentiels, etc. C'est un élément essentiel à son contrôle et à son utilisation. Or si le calcul de la pose d'un robot rigide ne nécessite que la connaissance de ses variables d'actionnement, l'estimation de la pose d'un RC ou d'un objet déformable de façon générale est plus complexe. En effet, la forme d'un RC est variable dans le temps et la pose de chaque élément infinitésimal du corps du robot est unique et différente des autres. Pour englober la scène dans sa totalité et estimer la forme d'un robot continu, une solution possible est l'utilisation des outils de vision. La vision est principalement employée avec des caméras standards mais elle peut également être utilisée avec tout type de capteurs d'images. Dans le contexte de la robotique continue, les techniques de vision peuvent servir à tirer des informations sur la forme de RCs provenant de microscopes, d'appareils à ultrasons [71] ou à rayons X [72, 73] (figure 1.6 a). L'utilisation de capteurs visuels est très répandue pour suivre des RC car ceux-ci sont adaptés à tous les types de robots et sont non-invasifs. De plus, les caméras sont des capteurs performants et faciles à trouver, et les méthodes de vision sont variées et bien établies dans la littérature. En 2D, la forme d'un objet déformable peut être suivie et contrôlée avec une unique caméra en utilisant un asservissement et une estimation des lois de comportement de l'objet ou une modélisation de celui-ci [74, 75] (figure 1.6 b). Une caméra seule peut permettre d'estimer des formes en trois dimensions dans des conditions spécifiques [76, 77, 78] (figure 1.6 c,d,e).

Ces méthodes, bien que donnant de bons résultats, sont limitées car présentent de nombreux cas singuliers bloquants. Pour prendre en compte plus efficacement la profondeur et donner des résultats en 3D, une solution est l'utilisation de caméras à mesure de profondeur. Certaines de ces caméras mesurent le temps de réflexion d'ondes infrarouges dans le cas des caméras à « temps de vol », d'autres caméras, appelées caméras à lumière structurée, projettent une grille de motifs lumineux et en mesurent les déformations. Ces caméras mesurant la profondeur permettent le développement de méthodes d'estimation de forme en 3D [79, 80] (figure 1.6 f). La troisième dimension peut également être prise en compte grâce à la stéréovision. La stéréovision est l'utilisation simultanée de deux caméras affichant des points de vue différents afin de procéder à la reconstruction tridimensionnelle de l'objet visualisé. Certaines caméras, appelées caméras binoculaires, intègrent les deux points de vue et le processus de reconstruction et afin de générer un résultat 3D qui peut être utilisé directement pour estimer la forme d'un RC [81]. Plus généralement, les méthodes de reconstruction par stéréovision sont utilisées avec deux caméras distinctes étalonnées et positionnées de façon spécifique pour visualiser au mieux la forme des RCs. Ces formes sont dans un premier temps détectées dans les images en deux dimensions avant d'être mises en correspondance pour calculer la forme en trois dimensions. La mise en correspondance peut se faire grâce à des marqueurs visuels [82], sur la forme globale par intersection [83, 84] (figure 1.6 g), ou encore par exemple avec un réseau de neurones [63].

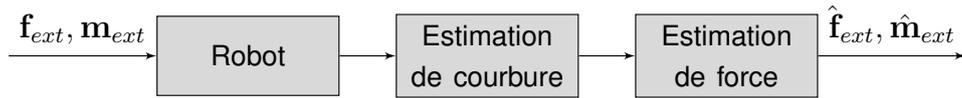


**FIGURE 1.6** – Exemples de formes de robots continus estimées par vision. a) Par rayons X [73], b) Avec une caméra unique [75], c) Avec une caméra unique et un suivi [78], d) Avec un caméra unique et des contraintes connues [77], e) Avec une caméra unique et des marqueurs [76], f) Avec une caméra RGB-D [80], g) Par stéréovision [83]

## 1.5 Estimation de force

La commande en position ou en forme d'un RC nécessite la connaissance de sa pose complète, mais elle doit également prendre en compte l'environnement du robot qui agit sur ce dernier par l'intermédiaire de contraintes. Dans un état statique, la configuration spatiale d'un RC dépend de trois types de contraintes. La première vient des variables articulaires qui sont les valeurs des actionneurs choisies par l'utilisateur. La seconde contrainte est celle des chargements externes sur l'effecteur qui est attendu mais pas connu. Enfin, le dernier type de contraintes provient des contacts dû à l'environnement, appliquées à tout endroit du robot par les obstacles de l'environnement. L'action d'un chargement et de l'environnement sur un RC sous forme de forces et de moments est inconnue car elle ne provient pas d'une commande imposée. Cela peut engendrer des difficultés de contrôle ou un danger pour le robot et son environnement direct. Lorsque le robot est fragile, ou lorsqu'il doit se rapprocher d'éléments à risques comme des organes, il est essentiel d'estimer avec précision les efforts en jeu. Dans d'autres cas si le contact ne pose pas de problèmes, des obstacles peuvent s'avérer utiles à la planification de trajets si les forces de contacts qu'ils engendrent sont connues. Dans tous les cas, l'estimation de forces externes dans un robot continu est essentielle à son contrôle afin de les utiliser, de les réduire ou de les contrebalancer en jouant sur les variables d'actionnement.

Il existe différentes tailles de RCs, mais beaucoup sont utilisés pour de la manipulation fine et ont généralement des diamètres dont l'ordre de grandeur est le millimètre. Un exemple commun d'utilisation est le cathéter, un mince tube flexible utilisé pour être inséré dans le corps à des fins médicales, qui est un RC s'il peut être actionné. L'utilisation de capteurs de force à contact dans ce type de robots n'est pas aisé car ces capteurs sont constitués d'un corps d'épreuve volumineux et d'un moyen intégré de transmettre les grandeurs mesurées à la base du RC. Ces éléments peuvent poser des problèmes de compatibilité ou de taille en modifiant le comportement du robot [85]. Pour réaliser l'estimation de forces sans modifier les propriétés d'un RC, une solution répandue est d'utiliser le corps déformable du robot lui-même comme corps d'épreuve dont la déformation donne la force appliquée. En effet, contrairement aux robots ri-



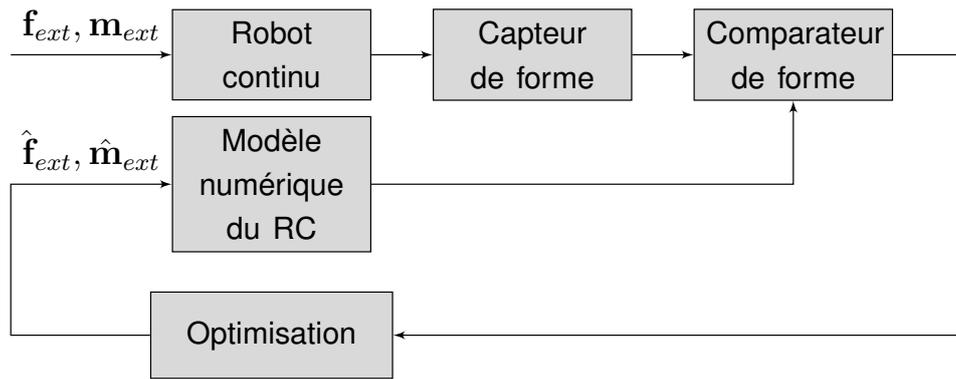
**FIGURE 1.7** – Fonctionnement général des méthodes d’estimation de force fondées sur la courbure.  $\mathbf{f}_{ext}, \mathbf{m}_{ext}$  sont les forces et moments réels et  $\hat{\mathbf{f}}_{ext}, \hat{\mathbf{m}}_{ext}$  sont les forces et moments estimés.

gides, les formes des RCs sont modifiées par l’effet de forces externes et donnent une image exploitable de celles-ci. La manière dont un élément flexible se déforme sous l’action de forces connues est décrite par les lois de comportement liées à ses matériaux constitutifs et à sa géométrie. Ces lois de comportement sont généralement utilisées dans la résolution du problème direct, donc pour calculer la conséquence qui est la déformation d’un RC en fonction de la cause qui est l’application de forces extérieures. Or ce qui nous intéresse est le problème inverse, c’est-à-dire l’estimation des forces qui sont à l’origine des déformations observées. Ce problème nécessite de trouver des solutions parmi de nombreuses combinaisons potentielles pouvant donner les déformations observées. Trois types de méthodes se dégagent dans la littérature pour estimer des forces extérieures sur un RC à partir de l’estimation de ses déformations.

Le premier type de méthode est fondé sur l’apprentissage automatique. Un grand nombre de données vérifiées et considérées comme des vérités-terrain sont fournies à un algorithme d’apprentissage afin de créer un estimateur de force qui ne nécessite ni modèle, ni loi de comportement. Les données d’entrées peuvent être des courbures, des positions, des contraintes internes, des variables d’actionnement ou tout autre élément sur lequel l’algorithme d’apprentissage automatique est entraîné [86, 87].

Le second type de méthode consiste à utiliser les lois de comportement de manière à construire un estimateur résolvant le problème inverse en partant des courbures du robot. Ces méthodes donnent une estimation rapide des forces en passant directement de l’observation des courbures aux résultats en une seule itération (figure 1.7), comme les méthodes utilisant l’apprentissage automatique. La grande différence est que l’estimateur n’est pas construit à l’aveugle à partir de données d’apprentissage mais qu’il est développé en exploitant le lien direct existant entre la courbure et le moment interne d’un élément flexible. Ce lien est issu des lois de comportement des éléments de poutre flexible et permet de calculer les moments internes en tout point. L’application de cette relation tout au long d’un RC à l’équilibre permet d’en déduire les forces et moments externes. Cette méthode est utilisée sur des RC à courbure unidirectionnelle planaire mesurée par vision [88, 89] ou par des fibres de Bragg [90, 91] et peut être utilisée en temps réel avec un suivi temporel [92]. Si ces méthodes sont rapides car sans optimisation, elles nécessitent cependant l’élaboration préalable d’un estimateur spécifique résolvant le problème inverse.

Le troisième type de méthode consiste à construire un modèle numérique du RC soumis à une force initiale fixée et dont la forme est calculée en résolvant le problème direct. La valeur de la force est ensuite estimée par asservissement en comparant le RC et son modèle numérique. Le fonctionnement de ces méthodes fondées sur l’utilisation d’un modèle numérique est décrit en figure 1.8. Les méthodes fondées sur un modèle numérique sont plus lentes car elles sont itératives, mais plus robustes aux bruits de mesure. Elles sont également plus variées et répandues car les paramètres de comparaison possibles entre un RC et son modèle numérique sont multiples. L’estimation de force par modèle a d’abord été intégrée aux boucles de contrôle du RC pour limiter les forces trop importantes lors de son utilisation dans des environnements



**FIGURE 1.8** – Fonctionnement général des méthodes d'estimation de force fondées sur un modèle numérique.

médicaux en fixant une amplitude maximale. Lorsque les courbures sont uniques ou unidirectionnelles, l'estimation de la force se fait en 2D. Parmi les méthodes planaires, la plupart utilisent une unique caméra avec des marqueurs visuels et tendent à minimiser les différences de position [93] ou de courbure [94, 95] entre le modèle numérique et le robot réel. D'autres minimisent l'énergie du robot [85, 96]. Si les forces estimées sont principalement appliquées aux extrémités des robots, elles peuvent également survenir le long du corps de celui-ci et être estimées via des méthodes d'optimisation utilisant la redondance d'informations disponibles [97]. D'autre part, pour prendre en compte des forces sortant légèrement du plan, les courbures peuvent être mesurées par des fibres de Bragg. La comparaison avec le modèle numérique se fait alors directement sur les courbures [98]. Ces capteurs de déformations sont également utilisés pour estimer des forces distribuées dans l'espace 3D [99]. L'estimation de la direction 3D de forces ainsi que de leurs amplitudes utilisent généralement des informations supplémentaires telles que les valeurs des actionneurs ou des capteurs de forces placés aux encastremets à l'extrémité proximale des RC [100]. Des capteurs de pose plus élaborés peuvent également intervenir pour l'estimation de forme tels que des capteurs magnétiques [101].

De manière générale, les différentes méthodes d'estimation de forces appliquées à des RCs de type cathéter donnent des précisions variant majoritairement entre 5% et 10%, comme illustré dans le tableau 1.1. Les méthodes fondées sur des modèles numériques sont généralement plus précises car plus robustes aux bruits de mesure, ce qui leur permet également d'estimer des forces dont la direction dans l'espace n'est pas connue. Ces méthodes sont les plus répandues et sont spécifiques à chaque RC. Les méthodes fondées sur la courbure sont cependant majoritairement plus rapides et applicables à de nombreux RCs différents. Les équations utilisées dans les différents articles cités sont similaires, ce qui permet de décliner facilement ces méthodes fondées sur la courbure à d'autres robots sans les modifier. Les méthodes d'apprentissage combinent la rapidité d'estimation avec la précision, mais sont cependant très spécifiques au RC utilisé. Le temps de traitement en amont de l'estimation est très important, mais permet de ne plus en perdre une fois le modèle d'apprentissage construit.

**TABLE 1.1** – Comparaison de la précision de l'estimation de la force à l'extrémité de cathéters encastrés-ibres (flexion planaire simple).

Auteur	Capteur	Méthode	L (mm)	Ø(mm)	Erreur relative moyenne	Espace d'application de la force
Donat 2020 [86]	Vision	Apprentissage	190	1	3.6% de la force appliquée	2D
Back 2015 [88]	Vision	Fondée courbure	130	3	10% de la force appliquée	2D
Hooshar 2020 [89]	Vision	Fondée courbure	40	6	7.5% de la force maximale	2D
Khan 2017 [90]	Fibres de Bragg	Fondée courbure	210	0.3	6.9 et 7.5% de la force appliquée	2.5D
Brumfiel 2022 [91]	Fibres de Bragg	Fondée courbure	24.85	1.9	15.6% et 60% la force maximale	2D
Hasanzadeh 2015 [94]	Vision	Fondée modèle	70	2.3	11.4% de la force moyenne	2D
Xu 2008 [85]	Tension	Fondée modèle	50	3	2.2% de la force moyenne	2D
Ashwin 2021 [96]	Vision	Fondée modèle	183		0.5% de la force moyenne	2D
Aloi 2019 [97]	Vision	Fondée modèle	200	1.4	6.7% de la force moyenne	2D
Xiao 2023 [98]	Fibres de Bragg	Fondée modèle	290	1.4	3.32% de la force appliquée	2.5D
Al-Ahmad 2021 [99]	Fibres de Bragg	Fondée modèle	170	2.2	5.5% de la force appliquée	3D
Black 2018 [100]	Capteurs de force	Fondée modèle	400		11.96% de la force appliquée	3D
Yousefi 2023 [101]	Magnétique/ vision	Fondée modèle	104	7	4.8% / 10% de la force appliquée	3D

## 1.6 Objectifs de la thèse

L'estimation de force dans la robotique continue peut être menée à bien par de nombreuses méthodes fondées sur le problème inverse via des estimateurs ou sur le problème direct via des modèles numériques et des méthodes d'optimisation. Ces méthodes sont cependant peu développées pour les grandes déformations de RC et les forces 3D quelconques. L'objectif principal de cette thèse est ainsi de développer des méthodes d'estimation de force en prenant en compte des flexions multiples tout en gardant une précision proche ou plus élevée que celles de l'état de l'art. L'estimation de force doit pouvoir être appliquée dans des cas où les déformations ne sont pas contenues dans un plan. Pour pouvoir comparer les manières d'estimer une force externe sur un RC, nous allons élaborer deux méthodes d'estimation de forces, l'une fondée sur l'estimation de la courbure et l'autre sur un modèle numérique. L'estimation de forces doit être validée dans l'espace 3D sur un RC. Pour valider ainsi les estimations de forces, un objectif secondaire est la conception, la fabrication et l'analyse d'un RC original qui sera utilisé comme témoin pour la validation expérimentale. Enfin, pour faciliter la généralisation de ces méthodes à tous types de RC, nous ajoutons un objectif d'estimer la forme du robot conçu sans altérer ce dernier. Nous choisirons des capteurs extéroceptifs, plus précisément des caméras conventionnelles, en prenant en compte la contrainte de ne pas ajouter de marqueurs visuels sur le robot conçu.



# Chapitre 2

## Estimation de force par mesure visuelle 3D de la courbure

### 2.1 Problématique

Le chapitre précédent indique les objectifs généraux qui sont l'estimation de grandes déformations et l'estimation de forces externes sur des RCs continus. Nous allons maintenant répondre à ces objectifs avec une première méthode fondée sur la courbure, en prenant comme exemple une tige élastique. Lorsqu'une force externe est appliquée à l'extrémité d'une tige, celle-ci est déformée dans l'espace. La forme qui en résulte dépend donc directement de cette force et peut donc être utilisée pour réaliser une estimation de la force. Le principe d'une méthode fondée sur la courbure est de résoudre le problème inverse du phénomène de déformation en estimant la cause à partir de la conséquence. Ainsi, au lieu de calculer une force qui engendre une déformation, une telle méthode part des déformations pour estimer la force d'entrée via un estimateur. Cet estimateur reliant déformations et force constitue le cœur du problème fondé sur la courbure. Il peut être construit à partir des modèles de comportement connus de poutres unidimensionnelles. L'estimation de la forme, qui constitue la première étape avant de pouvoir estimer la force externe, peut être réalisée de différentes manières. Toute méthode suffisamment précise peut être utilisée pour donner la forme d'un RC avant d'en déduire la force avec cet estimateur. Il convient cependant de noter que les applications d'un RC nécessitent souvent un retour d'informations minimisant les altérations physiques de l'environnement de travail ou du robot lui-même. Nous choisirons pour cela d'utiliser des caméras et de reconstituer la profondeur avec la stéréovision. L'utilisation de cette méthode est appropriée, à condition de l'adapter au cas des éléments élancés tout en évitant l'utilisation de marqueurs visuels. Le but de ce chapitre est donc de développer un estimateur reliant la forme déformée d'une tige à la force responsable de cette déformation. Des méthodes de stéréovision seront utilisées et adaptées à des objets élancés sans marqueur ni autres altérations.

### 2.2 Reconstruction 3D d'une tige par stéréovision

Un système de stéréovision consiste en une paire de caméras standards placées à des distances similaires de l'objet de manière à visualiser celui-ci avec un angle de vue différent pour chaque caméra comme schématisé en figure 2.1. De cette manière,

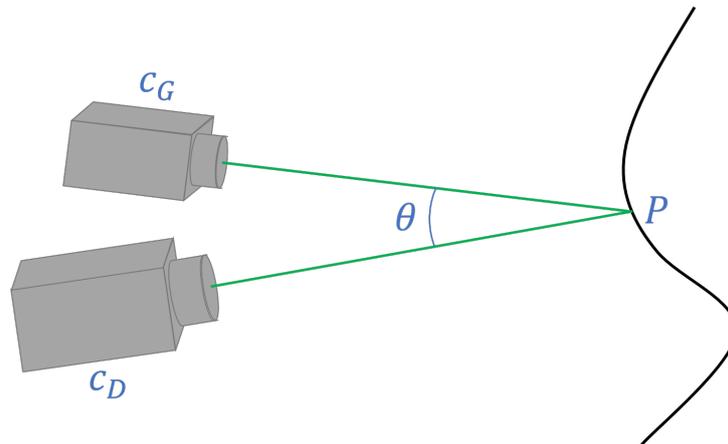


FIGURE 2.1 – Système de stéréovision classique.

les caméras fournissent une paire d'images de l'objet à reconstruire. Les caméras sont au préalable étalonnées afin que leurs paramètres extrinsèques et intrinsèques soient connus. Les deux images de l'objet sont ensuite mises en correspondance grâce à des algorithmes de détection de points caractéristiques qui sont ensuite appariés. Enfin, les deux nuages de points en 2D ainsi obtenus permettent de calculer la position de ces mêmes points dans l'espace en trois dimensions. Cette triangulation se base sur la géométrie spécifique d'un système de stéréovision que l'on appelle géométrie épipolaire, les deux épipôles étant les deux caméras. La stéréovision est généralement appliquée à des objets complexes ayant des surfaces larges et texturées donnant beaucoup de détails. Dans le cadre d'une tige déformée considérée comme unidimensionnelle, la texture est uniforme et la surface faible. Nous allons donc ajouter à l'algorithme certaines étapes spécifiques comme la rectification d'images et la corrélation car les méthodes de détermination standards de points caractéristiques ne fonctionnent pas sur une tige longue et uniforme.

## 2.2.1 Notations et étalonnage

Deux caméras identiques sont placées à distances égales de la tige déformée. Ces caméras sont inclinées légèrement l'une par rapport à l'autre de manière à donner deux angles de vue différents sur la tige. L'angle  $\theta$  entre les caméras est généralement de l'ordre de  $30^\circ$  afin que les points de vue soient suffisamment différents tout en visualisant les mêmes détails de l'objet. Les paramètres relatifs à la caméra de gauche (respectivement droite) seront par la suite indicés  $G$  (respectivement  $D$ ). Avant d'aborder la reconstruction, les caméras utilisées doivent être étalonnées pour que leurs paramètres intrinsèques et extrinsèques soient connus. Chaque caméra permet de projeter les points  $P(x, y, z)$  de l'espace dans une image  $I_G$  ou  $I_D$  pour donner les points 2D  $\mathbf{p}_G(x_G, y_G)$  ou  $\mathbf{p}_D(x_D, y_D)$ . La manière dont cette projection est effectuée dépend de plusieurs paramètres qui sont intrinsèques ou extrinsèques. Les paramètres intrinsèques sont les coefficients de la matrice de la caméra, notée  $\mathbf{K}$ , répartis suivant le modèle sténopé comme décrit dans l'équation (2.1).

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_x & s & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

avec  $f_x$  et  $f_y$  les longueurs focales suivant les axes  $x$  et  $y$  en pixel,  $c_x$  et  $c_y$  les coordonnées du point principal et  $s$  l'angle du coin d'un pixel. Les paramètres intrinsèques regroupent également les coefficients de distorsions que nous allons supposer nuls pour le moment.

L'équation de projection dépend également des paramètres extrinsèques qui définissent la pose de la caméra dans l'espace, c'est-à-dire sa position et son orientation par rapport à un repère global unique  $\mathcal{R}_0$ . La pose d'une caméra peut être donnée par sa translation  $t$  et sa rotation  $R$  que l'on peut regrouper au sein d'une même matrice de transformation homogène  ${}^0T$ . Les repères caméra définis par ces transformations sont notés  $\mathcal{R}_G$  et  $\mathcal{R}_D$ . L'ensemble de ces paramètres intrinsèques et extrinsèques permet d'écrire les modèles de projection de chaque caméra (2.2) formant ensemble le système de stéréovision.

$$\begin{cases} [\tilde{p}_G]_{\times} \mathbf{K}_G [\mathbf{I}_{3 \times 3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 1}] {}^0T_G \tilde{P} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ [\tilde{p}_D]_{\times} \mathbf{K}_D [\mathbf{I}_{3 \times 3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 1}] {}^0T_D \tilde{P} = \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{cases} \quad (2.2)$$

La notation  $(\tilde{\cdot})$  signifie l'homogénéisation des dimensions en rajoutant un 1 comme dernier élément d'un vecteur, la notation  $[\cdot]_{\times}$  représente la matrice de pré-produit vectoriel, les matrices  $\mathbf{I}_{n \times n}$  représentent des matrices identité de taille  $n \times n$  et les matrices  $\mathbf{0}_{n \times m}$  représentent des matrices nulles de taille  $n \times m$ .

L'étalonnage, c'est-à-dire la détermination des matrices  $T_G$ ,  $T_D$ ,  $K_G$  et  $K_D$ , se fait en utilisant un ensemble de paires d'images d'un damier prises sous des inclinaisons et distances différentes par chaque caméra. Le damier est formé de cases carrées de dimensions connues, ce qui permet de connaître précisément la position 3D des intersections. Ces intersections sont ensuite détectées également en 2D dans les images, donnant ainsi un ensemble de couples de points 3D et 2D parfaitement connus et faciles à mettre en correspondance. Les matrices caméra  $K$  peuvent être estimées par optimisation via des fonctions MATLAB<sup>®</sup> fondées sur les méthodes développées dans [102, 103] ou via une toolbox telle que [104].

## 2.2.2 Détermination des coefficients de distorsion

Les derniers paramètres de caméra à déterminer sont les coefficients de distorsion. Ce sont également des paramètres intrinsèques, qui indiquent les taux de distorsion radiales et transversales. La distorsion est un phénomène dû aux lentilles des caméras qui introduisent une déformation de l'image en donnant des courbures aux lignes supposées droites. Prenons comme exemple les points  $p_G$  de la caméra de gauche. La distorsion de l'image de droite est exprimée de la même manière donc les équations ne sont pas réécrites à droite. Ce phénomène introduit une transformation modifiant la position de chaque point  $p_G$  par rapport à sa position théorique  $p'_G$  sur l'image d'une

caméra hypothétique sans distorsion. La décomposition de  $p_G$  en coordonnées pixeles est notée  $p_G = [p_{Gx}, p_{Gy}]$  et celle de  $p'_G$  est notée  $p'_G = [p'_{Gx}, p'_{Gy}]$ . Les équations de distorsions (2.3) donnent les coordonnées d'un point sur l'image réelle distordue à partir des coordonnées de ce point sur une image sans distorsion.

$$\begin{aligned} p_{Gx} &= p'_{Gx}(1 + k_1 r_G^2 + k_2 r_G^4) + 2k_3 p'_{Gx} p'_{Gy} + k_4 (r_G^2 + 2p'_{Gx}{}^2) \\ p_{Gy} &= p'_{Gy}(1 + k_1 r_G^2 + k_2 r_G^4) + 2k_4 p'_{Gx} p'_{Gy} + k_3 (r_G^2 + 2p'_{Gy}{}^2) \end{aligned} \quad (2.3)$$

avec  $k_1, k_2$  les coefficients de distorsion radiale,  $k_3, k_4$  les coefficients de distorsion tangentielle et  $r_G = \sqrt{p'_{Gx}{}^2 + p'_{Gy}{}^2}$ .

Pour commencer le traitement des images  $I_G$  et  $I_D$  et les rendre exploitables, la distorsion devra être corrigée. Cette correction se fait en résolvant numériquement les équations (2.3) avec les points  $p'_G$  comme inconnues.

### 2.2.3 Prise d'images

Les images prises par les deux caméras sont les seuls éléments utilisés pour estimer la forme de la tige déformée. La prise d'image doit donc réunir plusieurs conditions facilitant le traitement de ces images. Premièrement, les réglages des caméras donnant les paramètres estimés dans la section précédente sont faits de sorte que l'objet visualisé soit net et visible dans son entièreté. Contrairement aux systèmes de stéréovision classiques, la disposition des caméras est verticale afin de faciliter la corrélation d'image que nous verrons par la suite. Deuxièmement, la tige doit être facilement détectable dans l'image. Le contraste entre cette tige et le reste est pour cela augmenté en utilisant une source de lumière braquée sur celle-ci et en choisissant un fond sombre et uni. Le montage est visible en figure 2.2. Pour l'application concrète de la stéréovision aux images obtenues, les équations de projection (2.2) seront résolues sur l'ensemble des points de la tige déformée en utilisant les paramètres intrinsèques et extrinsèques connus grâce à l'étalonnage. Les images sont dans un premier temps corrigées de leurs distorsions, pour que les points  $p_G$  et  $p_D$  de la tige dans les deux images puissent être dans un second temps détectés et appariés. Les points  $P$  formant la tige en 3D seront ensuite calculés par triangulation.

### 2.2.4 Rectification

La rectification est une étape réalisée avant la détection des points de la tige pour faciliter ensuite leur mise en correspondance. La plupart des RCs sont souvent constitués de matériaux uniformes et monochromes comme l'acier ou certains polymères. La tige déformée utilisée ici est en acier ressort également monochrome. Ces matériaux sont lisses et uniformes, ils ne présentent pas de caractéristiques visuelles visibles et reconnaissables qui peuvent être détectées puis mises en correspondance. Par ailleurs, comme énoncé dans les objectifs, aucun marqueur visuel supplémentaire ne doit être ajouté pour palier ce manque de points caractéristiques. Pour parvenir à mettre en correspondance les points 2D des images  $I_G$  et  $I_D$ , nous allons utiliser le procédé de rectification d'images. Cette méthode utilise la connaissance des paramètres intrinsèques des caméras pour « rectifier » les images perçues. Le but est de faire en sorte que les deux points images correspondant à un même point réel soient à la même coordonnée horizontale sur chacune des images rectifiées, afin

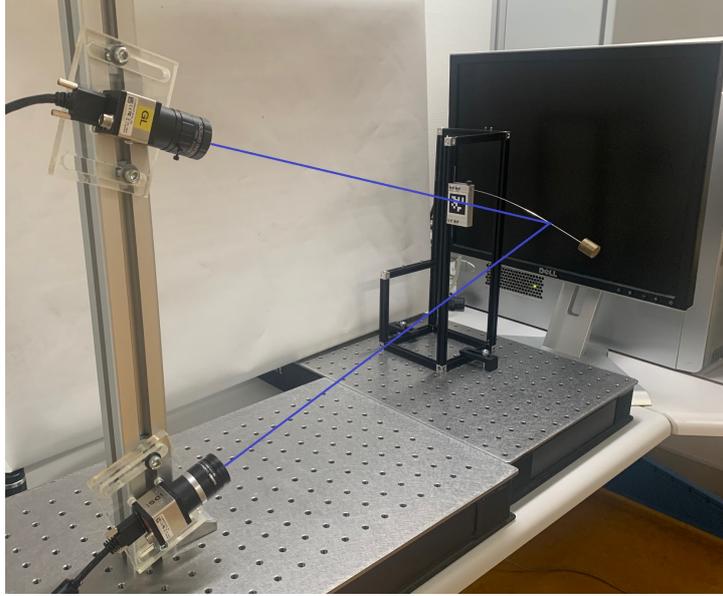


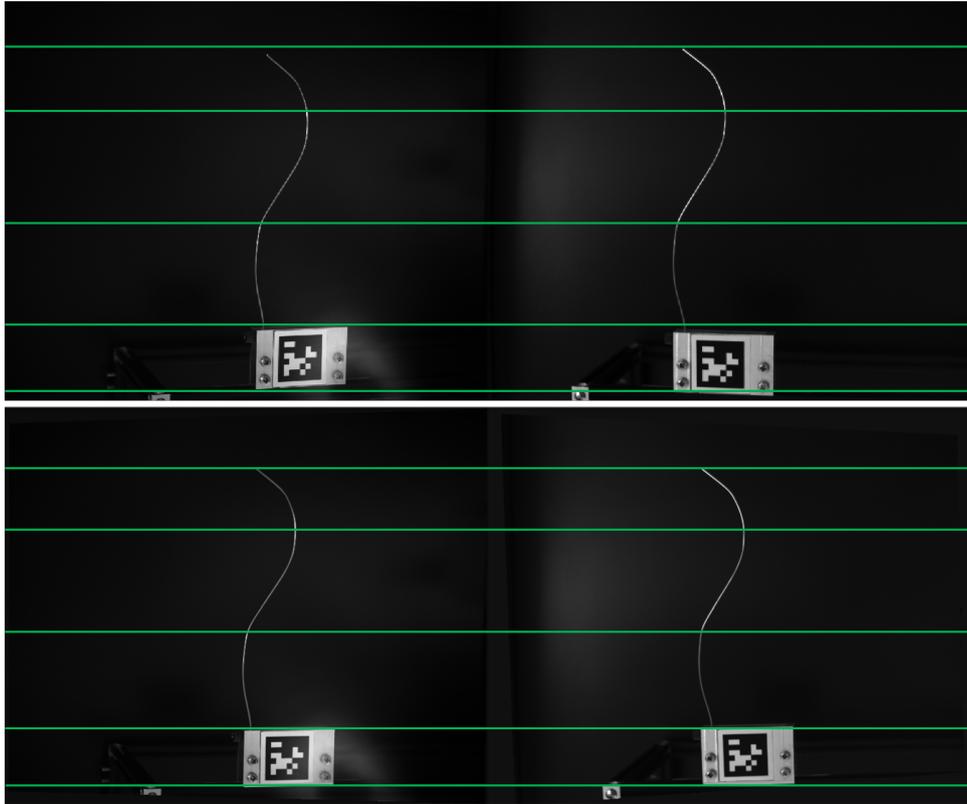
FIGURE 2.2 – Système de stéréovision expérimental.

de contraindre la recherche de correspondance à une seule dimension. Pour profiter de l'avantage de la rectification, le système de stéréovision est modifié de sorte que les caméras capturent la tige dans le sens vertical. Ainsi, chaque point de la tige se retrouve sur la même ligne horizontale dans l'image de droite que dans celle de gauche comme illustré en figure 2.3. La rectification de deux images stéréoscopiques est basée sur l'application de deux matrices d'homographie  $H_G$  et  $H_D$ . Ces homographies sont des matrices de transformation homogène permettant de passer des plans images  $\mathcal{P}_G$  et  $\mathcal{P}_D$  à un unique plan rectifié  $\mathcal{P}^{(r)}$  tout en conservant pour chaque image rectifiée le centre optique de la caméra correspondante comme représenté en figure 2.4. Un point  $p^{(r)}$  dans une image rectifiée est obtenu par multiplication avec la matrice d'homographie appropriée selon l'équation (2.4). Le détail du calcul des matrices d'homographies est présent en annexe 5.6.1.

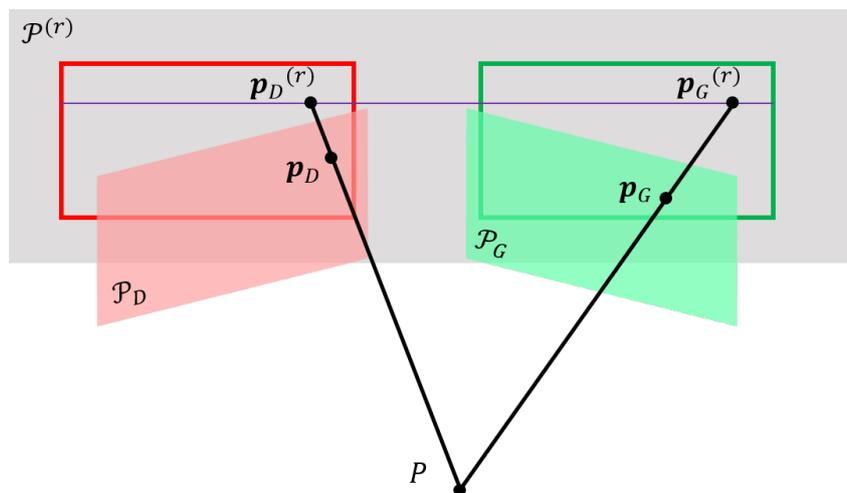
$$\tilde{p}^{(r)} = \lambda H \tilde{p} \quad (2.4)$$

## 2.2.5 Détection de tige par corrélation

La corrélation a pour but de détecter indépendamment les points  $p_D^{(r)}$  et  $p_G^{(r)}$  de la tige dans les deux images rectifiées. Pour chaque image, il est donc nécessaire d'en parcourir les lignes afin de trouver sur chacune d'elle les points correspondants à la tige. L'algorithme de corrélation mis en place parcourt les images rectifiées de haut en bas et de gauche à droite à la recherche d'une première zone claire et peu large représentant le début de la tige. Le point le plus clair de la première section est considéré comme l'extrémité de la tige. On note les coordonnées de ce point dans l'image rectifiée  $(i_0, j_0)$ . Les points suivants sont détectés en corrélant la ligne  $i_0$  contenant cette extrémité avec chaque ligne  $i$  suivante contenant une nouvelle section de la tige afin de trouver la coordonnée transversale  $j_i$  correspondante. La corrélation permet de suivre un ensemble de pixels formant une section de tige d'une ligne à la suivante selon la méthode énoncée dans [105]. Cette méthode est basée sur la minimisation



**FIGURE 2.3** – Exemples de rectification d'images. Les images gauche et droite initiales sont au dessus et les images rectifiées sont en dessous. Les lignes horizontales (vertes) sont appelées droites épipolaires.



**FIGURE 2.4** – Schéma de principe de la rectification d'images stéréo.

de l'erreur quadratique moyenne  $\epsilon_i$  calculée dans l'équation 2.5 pour chaque ligne  $i$ . Le programme s'arrête lorsqu'il n'y a plus de points clairs sur plusieurs lignes signifiant la fin de la tige, ou une discontinuité trop importante. On note cette dernière ligne  $i_f$ .

$$\epsilon_i = \min_{\alpha, \delta j_i} \frac{\sum_j |\alpha \mathbf{I}^{(r)}(i_0, j - \delta j_i) \mathbf{I}^{(r)}(i, j)|^2}{\sum_j |\mathbf{I}^{(r)}(i, j)|^2} \quad (2.5)$$

$\mathbf{I}^{(r)}$  est une image rectifiée,  $\alpha$  est le coefficient de corrélation et  $\delta j_i$  est le décalage transversal recherché dans la ligne  $i$ . Les coordonnées des points successifs de la tige dans l'image sont donc  $(i, j_i)$  avec  $j_i = j_0 + \delta j_i$  et  $i \in [i_0, i_f]$ .

Les deux listes de points  $\mathbf{p}_D^{(r)}$  et  $\mathbf{p}_G^{(r)}$  étant définies, il reste à les mettre en correspondance. Cette étape est immédiate grâce à la rectification, car celle-ci permet de relier directement chaque point de la liste de droite avec le point de la liste de gauche étant placé à la même ligne.

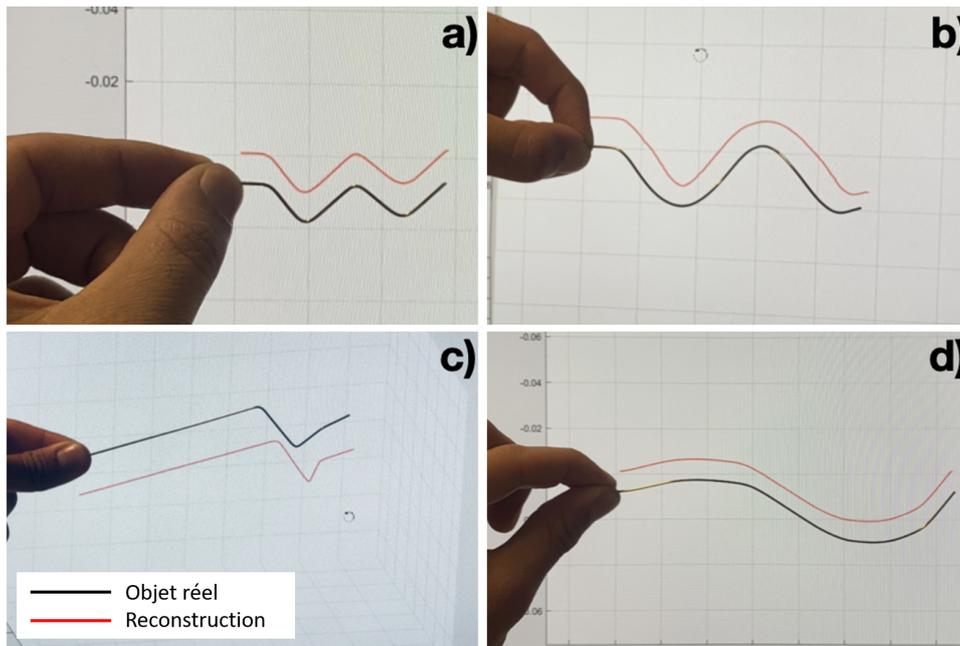
## 2.2.6 Triangulation

Des étapes précédentes de rectification et de corrélation résultent deux listes de points mises en correspondance  $(i_G, j_{Gi})$  et  $(i_D, j_{Di})$  avec  $i_G, i_D \in [i_0, i_f]$ . Les équations de projection (2.2) s'appliquent à des images stéréoscopiques non distordues et non rectifiées, or les listes de points obtenues sont prises dans des images dont la distorsion est effectivement corrigée mais qui sont rectifiées. Avant d'utiliser ces équations pour trianguler les positions 3D de ces points, il est donc nécessaire d'opérer la transformation inverse de la rectification, c'est-à-dire de multiplier chaque point par l'inverse de la matrice homographie correspondante. Nous obtenons ainsi les listes de points  $\mathbf{p}_G$  et  $\mathbf{p}_D$ . La triangulation de ces points à partir des équations de projection se fonde sur la méthode de résolution de la Transformation Linéaire Directe (TLD) d'après [106] détaillée en annexe 5.6.2. Cette méthode passe par une recherche de vecteurs propres d'une matrice élaborée à partir des éléments connus du système d'équations de projection.

## 2.2.7 Validation expérimentale de la méthode de reconstruction

La méthode de reconstruction décrite dans les sections précédentes est testée sur différentes formes de tiges en 2D et 3D visibles en figure 2.5. Les tiges réelles, en noir, sont des tiges d'acier tordues à la main pour obtenir des formes variées. Les formes numériques, en rouge, sont une représentation en trois dimensions de la reconstruction des tiges réelles. Les formes numériques sont affichées sur un écran tandis que les tiges réelles sont tenues à la main afin de comparer visuellement les formes réelles et numériques. Les reconstructions correspondent aux formes réelles dans chaque cas. Seules les parties complètement verticales ne peuvent pas être triangulées en raison de la corrélation des lignes.

Ces exemples d'estimation de forme par stéréovision sont prometteurs mais ils ne donnent pas la précision de la reconstruction car les formes initiales ne sont pas connues de manière précise. Dans le but d'évaluer plus finement cette méthode, une tige en fibre de carbone est déformée en quatre formes différentes avec une orientation et une position connue aux extrémités. Pour cela l'une des extrémité est fixé



**FIGURE 2.5** – Exemples de reconstruction de tiges déformées. a) Forme triangulaire (2D), b) Forme hélicoïdale (3D), c) Trois angles consécutifs d'environ  $90^\circ$  (3D), d) Forme sinusoïdale en (2D)

à un socle tandis que la seconde est déformée en utilisant un bras robotisé dont les coordonnées et l'orientation dans l'espace sont pilotées avec précision comme visible en figure 2.6.

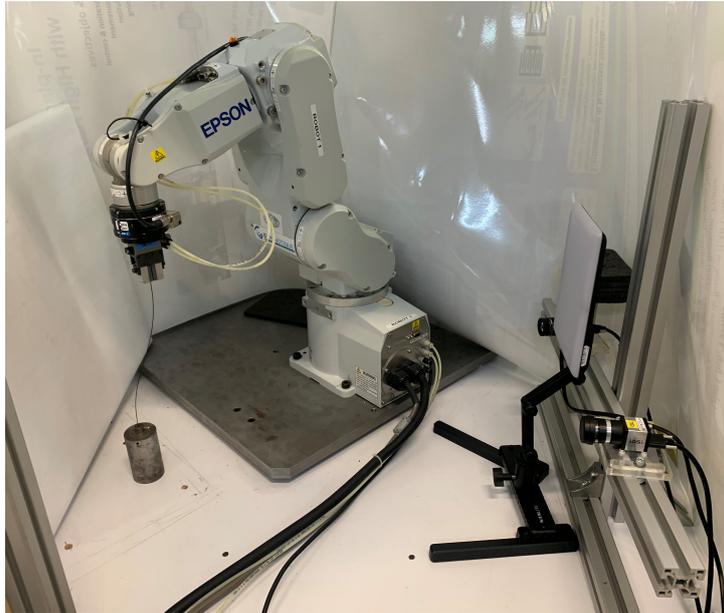
Les caractéristiques de la tige comme la longueur (260mm) et le rayon (0.5mm) sont mesurées à l'aide d'un pied à coulisse avec une précision de  $10\mu\text{m}$ , alors que la densité ( $3032\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) est obtenue grâce à une balance de précision avec une précision de 0.01mg. Quant au module de Young (80GPa) et au module de cisaillement (32GPa), ils sont fournis par le fabricant mais également confirmés par des essais de flexion trois points. Ces paramètres ainsi que les poses des extrémités de la tige sont utilisés afin de créer une simulation de la tige déformée en utilisant un logiciel Éléments finis (EF). La forme reconstruite par vision peut de cette manière être comparée à un modèle précis dans les quatre positions choisies en figure 2.7.

Les formes estimées et théoriques se superposent dans les quatre cas, avec en moyenne une erreur de 2.7% relative à la longueur de la tige. Cette différence peut être expliquée par l'existence potentielle d'une courbure initiale de la tige qui n'est pas prise en compte dans le modèle ainsi que par de petites erreurs latérales dans le processus de corrélation sur les images rectifiées, dues aux conditions d'acquisition.

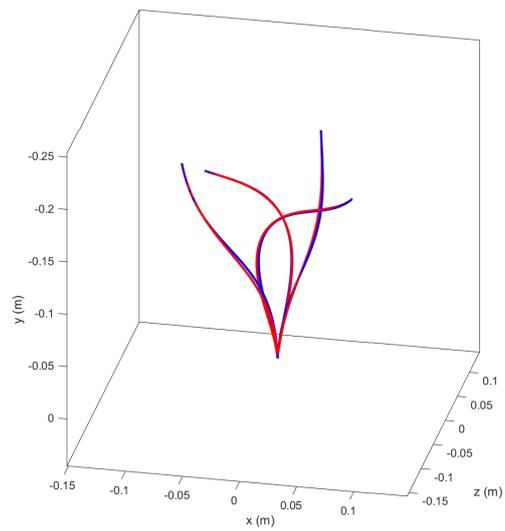
## 2.3 Estimation de force par courbure 3D

### 2.3.1 Notations et hypothèses

Prenons une tige initialement droite et faite d'un matériau élastique, homogène et isotrope. Appliquons ensuite une force et un moment à chacune de ses extrémités afin de changer sa forme qui peut atteindre de grandes déformations. Aucune autre force ou moment extérieur n'est distribué le long de la tige à l'exception de son propre poids qui est connu. Le rapport de la longueur de la tige sur son épaisseur est supérieur



**FIGURE 2.6** – Déformation d'une tige flexible par un bras robotisé.



**FIGURE 2.7** – Comparaison de la forme d'une tige estimée par vision avec sa forme modélisée par EF. Les formes bleues sont les modèles théoriques et les formes rouges sont les reconstructions des tiges réelles.

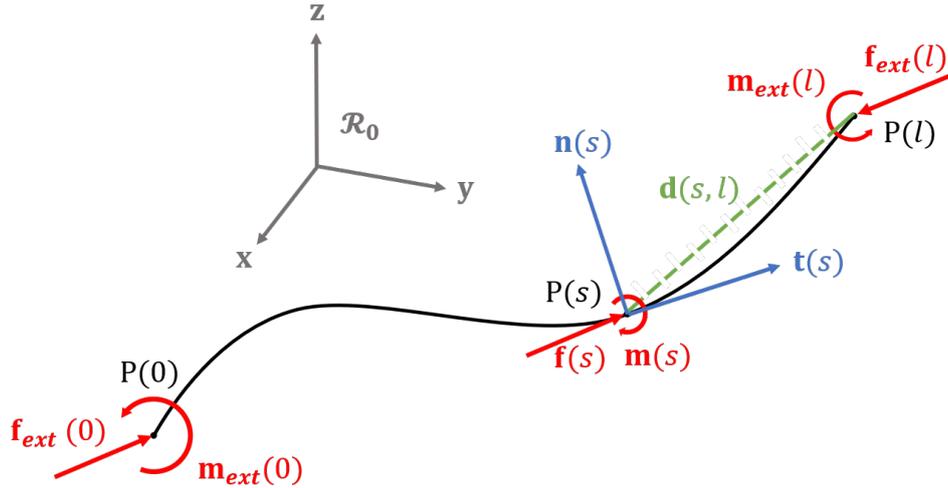


FIGURE 2.8 – Notations de forces et de moments sur une tige déformée à l'équilibre statique.

à 20, de sorte que la tige soit considérée comme unidimensionnelle. Les forces de cisaillement sont alors négligeables par rapport aux moments de flexion et de torsion. La forme 3D de la tige est décrite par ses positions continues  $P(s)$  où  $s$  est l'abscisse curviligne variant entre 0 et la longueur  $l$  de la tige. Les forces extérieures et moments extérieurs appliqués aux extrémités de la tige sont notés  $\mathbf{f}_{ext}(0)$ ,  $\mathbf{f}_{ext}(l)$ ,  $\mathbf{m}_{ext}(0)$ ,  $\mathbf{m}_{ext}(l)$ . Ces forces et moments proviennent d'un chargement quelconque extérieur à la tige. Les inconnues recherchées seront  $\mathbf{f}_{ext}(l)$  et  $\mathbf{m}_{ext}(l)$ . Les inconnues  $\mathbf{f}_{ext}(0)$  et  $\mathbf{m}_{ext}(0)$  peuvent ensuite être trouvées de la même manière. Les forces et moments internes, c'est-à-dire appliqués par une portion de la tige sur une autre portion à l'abscisse  $s$  sont respectivement notés  $\mathbf{f}(s)$  et  $\mathbf{m}(s)$ . L'ensemble de la tige est considéré à l'équilibre statique. Enfin, le repère global reste  $\mathcal{R}_0$ .

### 2.3.2 Equilibre des moments

Le principe fondamental de la dynamique en termes de moments de force implique que, à l'équilibre statique, la somme des moments appliqués à un système isolé est nulle. En partant de cet équilibre, nous pouvons appliquer ce principe à n'importe quelle portion de la tige entre une abscisse quelconque  $s$  et l'extrémité  $l$  de la tige. Les forces et moment en jeu sont représentés sur la figure 2.8. Cela résulte en une équation d'équilibre de moments présentée en (2.6).

$$\mathbf{m}(l) + \mathbf{d}(s, l) \times \mathbf{f}(l) + \mathbf{w}(s) - \mathbf{m}(s) = 0 \quad (2.6)$$

où  $\times$  représente le produit vectoriel,  $\mathbf{w}(s)$  est la contribution au moment induit par la masse de la portion  $[s, l]$  et  $\mathbf{d}(s, l)$  est le vecteur formé entre les points  $P(s)$  et  $P(l)$ .

Cette équation (2.6) relie les variables inconnues représentant le chargement externe en  $l$  à des variables locales qui peuvent être calculées pour toute abscisse  $s$  dans  $[0, l]$  à partir du moment où la forme de la tige est connue. La détermination de ces variables sera détaillée par la suite. En appliquant les méthodes de triangulation de forme décrites dans les sections précédentes, la forme 3D de la tige peut être approchée par un ensemble discret de points  $P(s_i)$  où  $s_i, i \in [1, \dots, n]$  est l'abscisse curviligne discrète. L'équation d'équilibre des moments peut être appliquée dans le

domaine discret à  $n - 1$  portions de la tige, comprises entre les abscisses curvilignes  $s_i$  et  $s_n = l$ , avec  $i \in [1, n - 1]$ . Chacune de ces équations vectorielles est projetée sur les trois axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ , correspondant ainsi à 3 équations scalaires. Nous obtenons de cette manière un système très redondant de  $3 \times (n - 1)$  équations. Ce système, représenté en équation (2.7), permet d'isoler et de calculer la force et le moment recherchés. Par soucis de clarté ce système est noté plus simplement  $\mathbf{A}c = \mathbf{b}$  où le chargement  $c$  est l'inconnue à estimer.

$$\overbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{d}(s_0, s_n)]_{\times} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \vdots & \vdots \\ [\mathbf{d}(s_{n-1}, s_n)]_{\times} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}}^{\mathbf{A}} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{f}(l) \\ \mathbf{m}(l) \end{bmatrix}}^c + \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{w}(s_0) \\ \vdots \\ \mathbf{w}(s_{n-1}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{m}(s_0) \\ \vdots \\ \mathbf{m}(s_{n-1}) \end{bmatrix}}^{-\mathbf{b}} = 0 \quad (2.7)$$

Ce système possède 6 inconnues que sont les coefficients pour chaque direction de  $\mathbf{f}_{ext}$  et  $\mathbf{m}_{ext}$ . Il peut donc théoriquement être résolu à partir de 6 équations donc en connaissant l'état de la tige en deux points différents. Cependant en pratique, la redondance existante d'équations est fortement recommandée pour éviter le bruit dû à l'estimation de pose par vision ou toute autre imprécision locale. La matrice  $\mathbf{A}$  du système reste donc de taille  $3n \times 6$ . Sa résolution peut être menée avec la méthode de décomposition QR [107] dans laquelle la matrice  $\mathbf{A}$  est décomposée en un produit de deux matrices  $\mathbf{Q}$  et  $\mathbf{R}$  où  $\mathbf{Q}$  est une matrice orthogonale et  $\mathbf{R}$  est une matrice triangulaire supérieure. Cette décomposition est écrite dans l'équation (2.8).

$$\mathbf{QR}c = \mathbf{b} \quad (2.8)$$

Cette décomposition permet de réécrire ensuite le système en simplifiant le coté gauche comme montré dans l'équation (2.9) puis de le résoudre simplement par substitution arrière étant donné que la matrice  $\mathbf{R}$  est triangulaire supérieure. Cette opération est effectuée en utilisant la méthode Linsolve de MATLAB<sup>®</sup>. Le vecteur  $c$  résultant contient la force et le moment externe recherchés.

$$\mathbf{R}c = \mathbf{Q}^T \mathbf{b} \quad (2.9)$$

L'application de cette méthode présuppose évidemment l'utilisation de la matrice  $\mathbf{A}$  et du vecteur  $\mathbf{b}$  bien définis. Ainsi, les variables  $\mathbf{d}(s_i, s_n)$ ,  $\mathbf{w}(s_i)$  et  $\mathbf{m}(s_i)$  doivent être calculées pour chaque position  $i \in [1, n - 1]$ . Ces variables sont définies dans un premier temps dans le domaine continu. Premièrement, le vecteur  $\mathbf{d}(s, l)$  est simplement calculé à partir des points  $P(s)$  et  $P(l)$  comme écrit dans l'équation (2.10).

$$\mathbf{d}(s, l) = P(s)P(l) \quad (2.10)$$

Deuxièmement, le moment induit par la masse de la partie isolée de la tige est calculé à partir du moment de force de pesanteur. Ce moment de force est intégré le long de la portion de tige en question comme exprimé dans l'équation (2.11).

$$\mathbf{w}(s) = \int_s^l \mathbf{d}(s, u) \times \mathbf{g} \rho a \, du \quad (2.11)$$

avec  $a$  l'air d'une section de tige,  $\mathbf{g}$  l'accélération de la gravité,  $\rho$  la masse linéique de la tige.

Enfin, le moment interne est estimé à partir de la courbure et de la torsion observées en  $s$  en utilisant les lois de comportement contrainte-déformation (2.12).

$$\mathbf{m}(s) = EI\kappa(s)\mathbf{b}(s) + GJ\tau(s)\mathbf{t}(s) \quad (2.12)$$

avec  $E$  le module de Young,  $I$  le moment quadratique de la section dans la direction radiale,  $G$  le module de cisaillement et  $J$  la constante de torsion (moment quadratique de la section dans la direction axiale).

Les équations précédentes peuvent être transposées ensuite dans le domaine discret en remplaçant  $s$  par  $s_i$  et l'intégrale par une somme finie. L'estimation de la courbure  $\kappa$  et de la torsion  $\tau$  en chaque point dépend du voisinage de ce point. Elle est détaillée dans la section suivante.

### 2.3.3 Courbures, torsions et repères de Frenet

Les notions de courbure et de torsion semblent intuitivement simples à définir. Leurs expressions rigoureuses nécessitent cependant l'introduction d'éléments géométriques supplémentaires définis pour toute courbe continue dont, en premier lieu, un repère local. Le repère de Frenet [108] est un repère local fréquemment utilisé pour des courbes 3D qui nous permettra de calculer la courbure et la torsion. Ce repère est défini par trois vecteurs  $\mathbf{t}(s)$ ,  $\mathbf{n}(s)$  et  $\mathbf{b}(s)$ . La tangente  $\mathbf{t}(s)$  est, comme son nom l'indique, un vecteur tangent à la courbe, orienté vers les abscisses curvilignes croissantes et calculé comme dans l'équation (2.13). La normale  $\mathbf{n}(s)$  est orthogonale à la tangente et orientée de façon centripète par rapport à la courbure. Elle forme avec la tangente ce qu'on appelle le plan osculateur qui contient localement la courbe comme visible en figure 2.9. Localement toujours, la courbe forme dans le plan osculateur un arc de cercle appelé cercle osculateur. La normale est dirigée vers le centre de ce cercle. Elle est calculée à partir de la dérivée de la tangente comme exprimé dans l'équation (2.14). Enfin, la binormale forme avec la tangente et la normale un repère orthonormé direct appelé le repère de Frenet. La binormale est orthogonale au plan osculateur. Elle est calculée avec le produit vectoriel des deux autres vecteurs selon l'équation (2.15).

$$\mathbf{t}(s) = \frac{\dot{P}(s)}{\|\dot{P}(s)\|} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{n}(s) = \frac{\dot{\mathbf{t}}(s)}{\|\dot{\mathbf{t}}(s)\|} \quad (2.14)$$

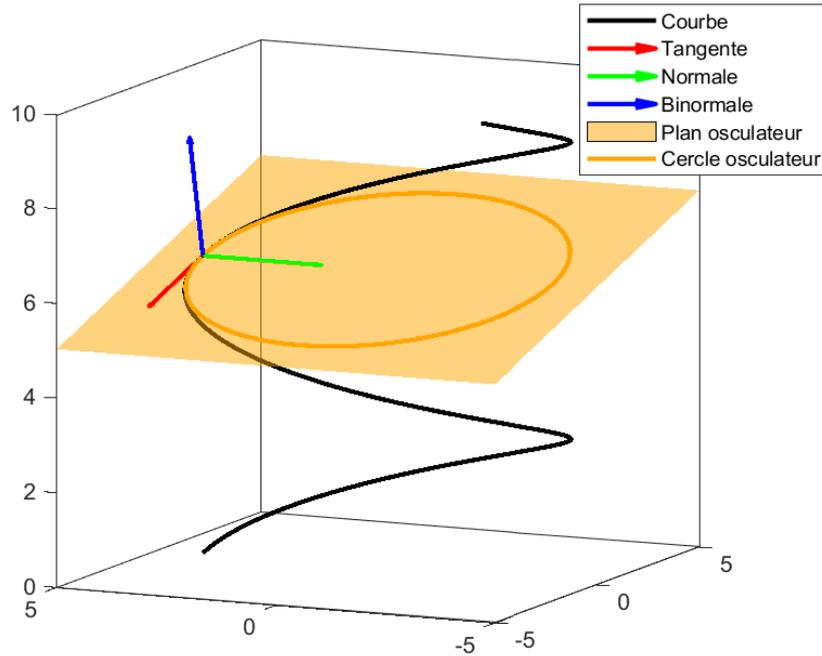
$$\mathbf{b}(s) = \mathbf{t}(s) \times \mathbf{n}(s) \quad (2.15)$$

La tangente à la courbe indique la direction et le sens dans lequel une courbe se déploie. Pour une ligne droite, la tangente est la même en tout point tandis que pour une courbe gauche, plus celle-ci dévie de la ligne droite plus la tangente est également modifiée. Ainsi, la courbure  $\kappa(s)$  peut être définie comme l'amplitude de la dérivée de la tangente  $\mathbf{t}(s)$  par rapport à l'abscisse curviligne  $s$  comme écrit en équations (2.16).

$$\kappa(s) = \|\dot{\mathbf{t}}(s)\| \quad (2.16)$$

D'autre part, la torsion  $\tau(s)$  est le taux de rotation de la section de courbe autour cette tangente et donc équivalent à la rotation du plan osculateur. Les mouvements du plan osculateurs étant définis par ceux de son vecteur directeur  $\mathbf{b}$ , la torsion peut être définie par l'amplitude de la dérivée de la binormale par rapport à l'abscisse curviligne comme indiqué dans l'équation (2.17).

$$\tau(s) = \|\dot{\mathbf{b}}(s)\| \quad (2.17)$$



**FIGURE 2.9** – Représentation spatiale du plan et du cercle osculateurs sur une courbe 3D.

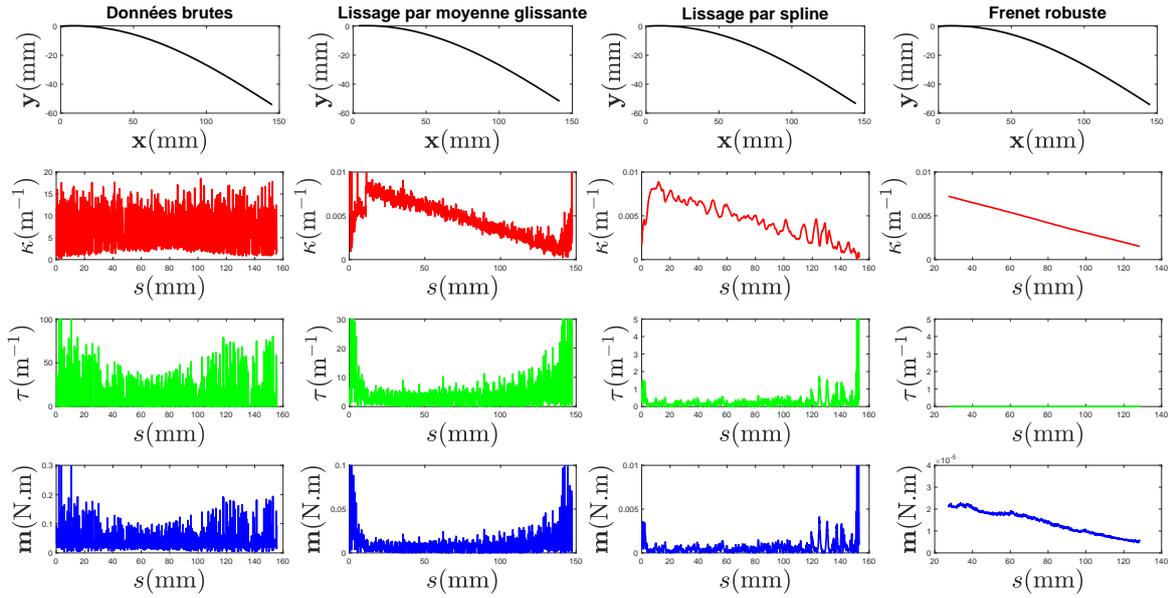
Les précédentes équations associées aux définitions de la tangente et de la binormale donnent une première manière de calculer la courbure et la torsion d'une courbe en un point à partir des positions uniquement selon les équations (2.18) et (2.19).

$$\kappa(s) = \frac{\|\dot{P}(s) \times \ddot{P}(s)\|}{\|\dot{P}(s)\|^3} \quad (2.18)$$

$$\tau(s) = \frac{\dot{P}(s) \cdot (\ddot{P}(s) \times \ddot{P}(s))}{\|\dot{P}(s) \times \ddot{P}(s)\|^2} \quad (2.19)$$

Cependant les calculs mis en place font intervenir des dérivées secondes et troisièmes de la position  $P(s)$ . Or malgré la précision relative de l'estimation de cette position, le nuage de points estimé reste bruité. Le bruit sur la position ou sa première dérivée reste imperceptible devant la longueur de la tige, mais il devient non négligeable et s'amplifie avec les dérivées suivantes. Or les dérivées d'ordre supérieur ou égal à 2 interviennent dans le calcul de la courbure et plus encore dans celui de la torsion, ce qui rend leur estimation trop imprécise pour permettre de calculer le moment interne.

Plusieurs solutions de lissages peuvent être mises en place pour éliminer le bruit de mesure dans le nuage de points  $P(s_i)$  telle que la moyenne glissante ou l'ajustement d'une spline au nuage. Cependant, la dérivation d'ordre 3 pour un ensemble de points discret bruité agit comme un filtre passe-haut amplifiant les perturbations. Cela empêche en particulier l'estimation de la torsion et cache l'effet de la courbure, bien plus important en général, dans le calcul du moment. Ces effets sont visibles en figure 2.10 et comparés à une troisième méthode appelée Frenet Robuste qui donne une estimation peu bruitée des moments internes. La première ligne de figures représente la forme d'une tige encastree libre estimée par stéréovision, brute pour les colonnes nommées « Données brutes » et « Frenet Robuste » et lissée pour les deux autres colonnes par la méthode associée. Les deux lignes de figures suivantes correspondent à la courbure et à la torsion estimées en utilisant les équations (2.18) et (2.19) pour les trois premières colonnes et en utilisant la méthode de Frenet Robuste pour la dernière. La dernière



**FIGURE 2.10** – Influence des bruits de mesure sur calcul du moment interne dans une tige encastree libre selon la methode de lissage utilisee.

ligne de figures represente l'estimation du moment interne qui en decoule. Seuls les moments internes calcules par la derniere methode sont exploitables.

La methode Frenet Robuste est un algorithme d'estimation du repere de Frenet ainsi que de la courbure et la torsion d'une courbe 3D. Cette methode, proposee dans [109] et disponible sur File Exchange<sup>1</sup>, repose sur les notions de cercle et plan osculateurs calcules sur un voisinage de plusieurs points autour du point courant pour eviter l'utilisation de derivees. Dans un premier temps, une fenetre de taille  $2k + 1$  est extraite de la courbe autour du point courant d'abscisse  $s_i$  puis centree sur l'origine pour former l'ensemble de points  $\mathbf{P}(s_i)$  defini dans l'equation (2.20). La taille de la fenetre doit etre ajustee en fonction du nombre total de points de la courbe pour que l'ensemble de points extraits forme un arc ayant une courbure unique et locale.

$$\mathbf{P}(s_i) = \left[ P(s_{i-k}) - \overline{P}(s_i), \dots, P(s_{i+k}) - \overline{P}(s_i) \right] \quad (2.20)$$

ou  $\overline{P}(s_i)$  est le centre de gravite des positions voisines de  $P(s_i)$ .

En utilisant une Analyse en Composantes Principales (ACP), la droite obtenue passant par l'ensemble  $\mathbf{P}(s_i)$  presente une direction principale correspondant a la tangente locale  $\mathbf{t}(s_i)$ . Cette tangente est en effet un vecteur propre de la matrice du nuage de points. La courbure locale etant considere unique, les points sont repartis dans un plan qui est le plan osculateur. Ainsi le second vecteur propre de  $\mathbf{P}(s_i)$ , orthogonal a la tangente et formant le plan osculateur, correspond a la normale  $\mathbf{n}(s_i)$ . De la meme maniere, le dernier vecteur propre formant avec les deux premiers une base orthonormale correspond donc a la binormale  $\mathbf{b}(s_i)$ . Pour estimer ces trois vecteurs propres, nous pouvons utiliser la Decomposition en Valeurs Singulieres (DVS). Cette methode donne la decomposition de la matrice  $\mathbf{P}(s_i)$  en deux matrices de projection  $\mathbf{U}(s_i)$  et  $\mathbf{V}(s_i)$  et en une matrice diagonale  $\mathbf{D}(s_i)$  exprimee dans l'equation (2.21). Cette decomposition donne les valeurs propres de  $\mathbf{P}(s_i)$  qui sont les coefficients de  $\mathbf{D}(s_i)$  et les vecteurs propres associes qui sont les colonnes de  $\mathbf{U}(s_i)$ .

1. [https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/47885-frenet\\_robust-zip](https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/47885-frenet_robust-zip)

$$\mathbf{P}(s_i) = \mathbf{U}(s_i)\mathbf{D}(s_i)\mathbf{V}(s_i)^\top \quad (2.21)$$

Une fois ces vecteurs estimés, il est nécessaire de prendre en compte certaines singularités pouvant survenir car le repère de Frenet n'est pas défini correctement pour calculer la torsion de la courbe. En effet la définition de la normale peut donner lieu à un changement soudain et discontinu de l'orientation du repère. Lorsque la courbure devient nulle en un point de la courbe, par exemple au milieu d'une forme en « S », le plan osculateur et la normale ne sont plus définis et le repère de Frenet est tourné de 180° entre les positions précédentes et suivantes de ce point. Pour empêcher cela, une contrainte de continuité est ajoutée numériquement afin de limiter l'amplitude de rotation de la normale entre deux positions consécutives. Cela permet d'obtenir une torsion continue mais implique également que le vecteur normal ne pointe pas toujours vers le centre du cercle osculateur donnant ainsi une courbure qui peut être négative. Une fois le repère de Frenet et le plan osculateur déterminés, la recherche du cercle osculateur peut se faire en deux dimensions dans le plan correspondant avec la méthode de Newton-Taubin [110]. Cette méthode sert à ajuster un cercle à un l'ensemble de points  $\mathbf{P}(s_i)$ . Le centroïde, les moyennes selon chaque axe et la dispersion des points permet de construire un polynôme caractéristique. La résolution de ce polynôme donne ensuite le centre et le rayon du cercle optimal. La courbure locale est ensuite calculée dans l'équation (2.22) comme étant l'inverse du rayon  $r(s_i)$  du cercle osculateur obtenu.

$$\kappa(s_i) = \frac{1}{r(s_i)} \quad (2.22)$$

La torsion correspond quant à elle au taux de rotation du plan osculateur, c'est-à-dire plus concrètement à la dérivée spatiale de l'angle de rotation de ce plan autour de la tangente. En s'assurant du grand nombre de points 3D définissant la courbe, l'angle entre deux plans osculateurs consécutifs peut être considéré comme une différence infinitésimale, ce qui donne l'équation (2.23) de la torsion.

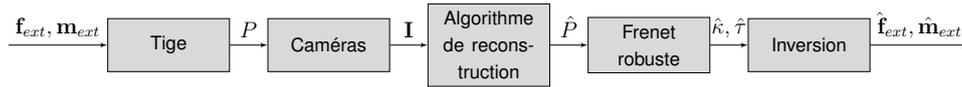
$$\tau(s_i) = \frac{\arcsin(\mathbf{b}(s_{i-1}) \cdot \mathbf{n}(s_i))}{s_i - s_{i-1}} \quad (2.23)$$

Le calcul de la torsion ne dépend plus des dérivées d'ordre trois de la position. Son estimation reste cependant une opération complexe qui requiert plusieurs étapes numériques ajoutant chacune de possibles imprécisions et arrondis. Ainsi, malgré l'utilisation de la méthode Frenet Robuste, l'estimation du moment interne reste bruité à cause de cette torsion qui est particulièrement difficile à estimer sur une courbe dont seules les positions sont connues. Malgré ces imprécisions, les méthodes de calcul de la courbure et de la torsion basées sur le cercle osculateur et le repère de Frenet donnent des résultats moins bruités que lors du calcul des dérivées de la position (figure 2.10), donnant ainsi une meilleure estimation des moments internes  $\mathbf{m}(s_i)$ . Les moments donnent les éléments manquants du système d'équations (2.7) dont la résolution donne une estimation des forces externes appliquées à l'extrémité d'une tige déformée. La validation de cette méthode d'estimation de force et de moment fondée sur la courbure se fait dans les sections suivantes en simulation puis avec des tiges réelles.

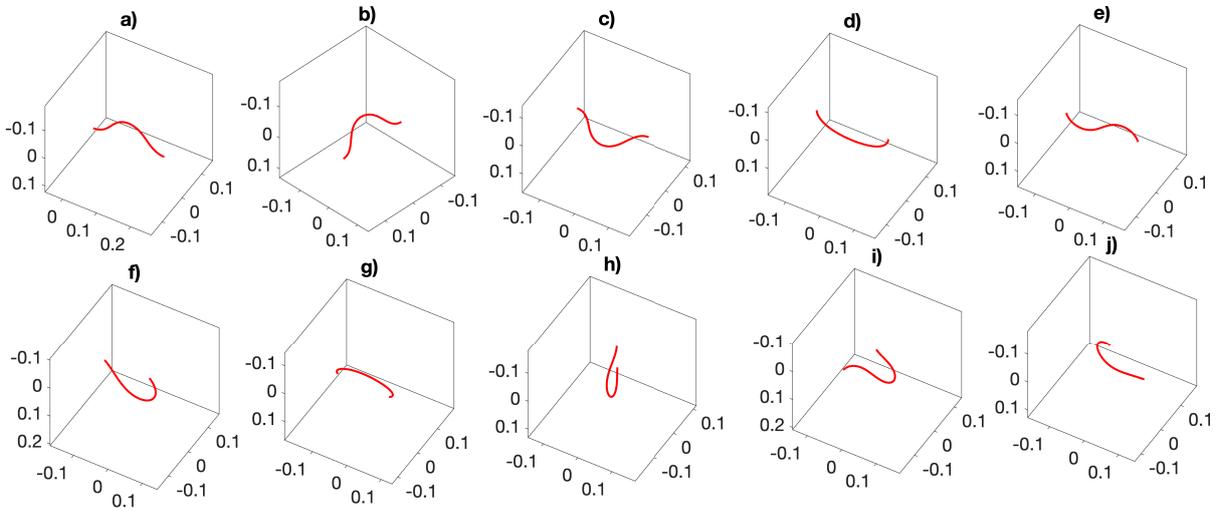
### 2.3.4 Fonctionnement complet de la méthode

Dans les sections précédentes, l'ensemble des outils nécessaires à l'estimation de la force et du moment extérieurs a été développé. La méthode complète fonctionne ainsi selon le schéma synthétisé de la figure 2.11.

Dans un premier temps la jambe d'un RC est déformée sous l'effet d'une force externe quelconque  $\mathbf{f}_{ext}$  et d'un moment externe quelconque également  $\mathbf{m}_{ext}$ . La position 3D  $P(s_i)$  de



**FIGURE 2.11** – Fonctionnement de la méthode d'estimation de force fondée sur la courbure.



**FIGURE 2.12** – Exemple de 10 tiges de 260mm modélisées numériquement par EF. La moitié des formes de tiges sont des cas particuliers (flambage, « C », « S ») tandis que l'autre moitié des formes est choisie aléatoirement.

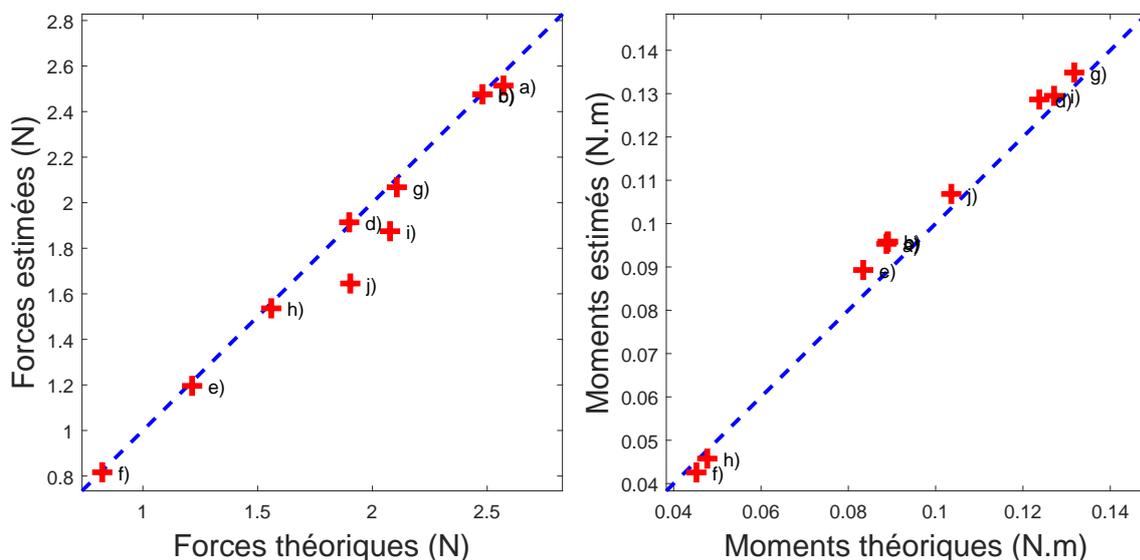
cette jambe en tous points est récupérée par une paire de caméras sous forme d'une paire d'images  $I_G$  et  $I_D$  qui sont utilisées pour reconstruire la forme 3D sous forme d'un nuage de points 3D estimés  $\hat{P}$ . Celui-ci est enfin donné en entrée d'un estimateur qui calcule et résout le système matriciel donné en (2.7) menant à la force estimée  $\hat{f}_{ext}$  et au moment estimé  $\hat{m}_{ext}$ . Cette méthode est rapide et directe car elle ne nécessite pas de retour d'information. Le résultat est obtenu en une seule itération.

## 2.4 Validation numérique

La méthode d'estimation de force et de moment externe est fondée sur l'estimation de la courbure et de la torsion observées. Pour vérifier la pertinence de cette méthode avant son application dans des cas concrets, nous allons modéliser numériquement des tiges déformées et comparer les efforts estimés avec les efforts théoriques. Pour cela, les modèles de poutre sont créés par EF via le logiciel SOFA® (Simulation Open Framework Architecture [111]) dédié à la modélisation d'objets déformables. Des forces et moments externes aléatoires sont appliqués numériquement à un ensemble de 10 poutres initialement droites afin d'obtenir les déformations variées exposées en figure 2.12. Les paramètres choisis pour ces tiges sont une densité de  $2.10^3 \text{kg.m}^{-3}$ , un module de Young de 81GPa, un rayon de 0.5mm, une longueur de 260mm et 50 nœuds.

La méthode d'estimation de force et de moment fondée sur la courbure est appliquée à ces tiges et le résultat est comparé à la vérité-terrain dans la figure 2.13. Ces résultats montrent l'efficacité de la méthode avec des valeurs estimées relativement proches des valeurs recherchées. L'estimation de force donne une erreur moyenne de 0.062N avec une erreur maximale de 0.26N dans une plage de 2.6N, tandis que l'estimation du moment donne une erreur moyenne de 4.4mN.m avec une erreur maximale de 6.8mN.m dans une plage de 130mN.m. Cependant, malgré une très bonne précision de 0.9% sur 8 des 10 forces, les deux cas *i*) et *j*) donnent des résultats plus éloignés avec des erreurs de 9.7% et 13.6%. La torsion est diffi-

cilement visible sur la forme d'une tige déformée mais elle est plus importante dans ces deux cas d'après le modèle théorique, ce qui explique la précision plus faible pour ces estimations. La torsion est en effet la variable la plus difficile à estimer car elle n'est pas lisible directement dans la forme de la tige et est donc souvent bruitée ou mal estimée ce qui fausse l'estimation des moments internes et donc au final de la charge externe.



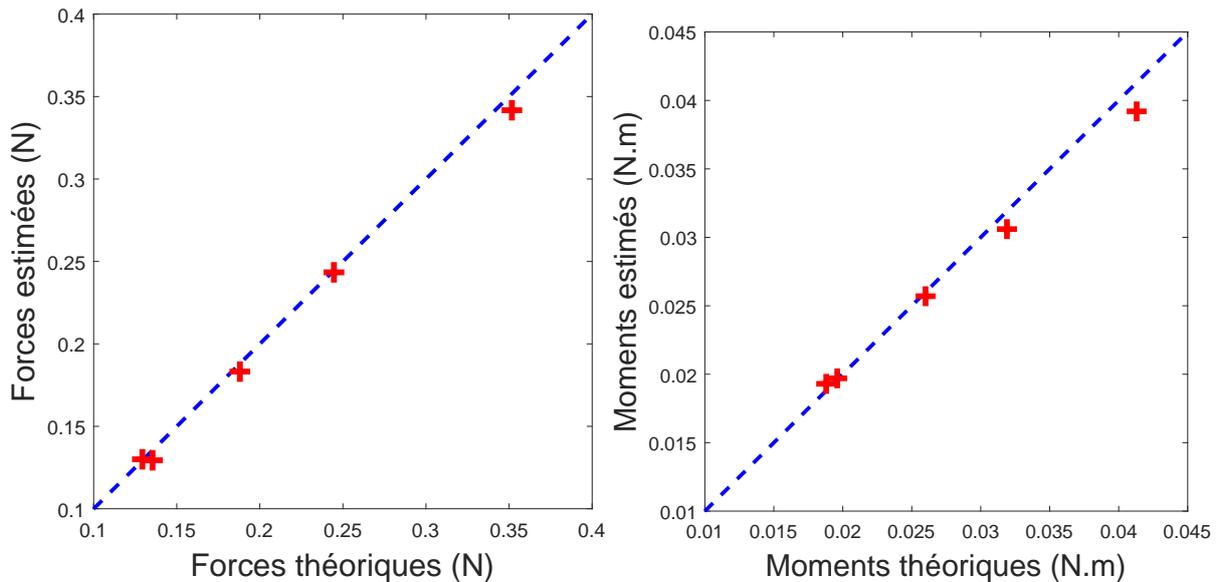
**FIGURE 2.13** – Comparaison des forces et moments estimés et théoriques sur 10 tiges simulées visibles en figure 2.12. La droite en pointillés correspond à l'égalité entre forces/moments théoriques et estimés.

## 2.5 Validation expérimentale

La reconstruction par stéréovision d'une tige déformée associée à la méthode d'estimation de charge basée sur la courbure donnent ensemble une méthode complète permettant d'estimer la force de déformation réelle appliquée sur une tige en utilisant uniquement deux caméras. Nous allons mettre en place deux expérimentations pour évaluer l'efficacité de cette méthode. L'objectif de la première est de connaître la masse d'un objet suspendu à une poutre encadrée libre tandis que le but de la seconde est de suivre les grandes déformations d'une tige dans le temps en estimant la force et le moment appliqués.

### 2.5.1 Estimation de masses suspendues

Prenons le montage expérimental décrit en figure 2.2 avec d'un côté deux caméras étalonnées placées de manière à former un système de stéréovision et d'un autre côté une potence permettant d'encadrer une tige flexible laissée libre à son autre extrémité. Les caméras sont des caméras IDS (UI-3481LE-M-GL) ayant une résolution de 2560 par 1920 pixels et une vitesse d'acquisition de 15ips. Elles sont placées à 50cm de la tige, avec un angle de 30° et une distance de 30cm entre elles. Les tiges utilisées sont en fibre de verre dont les paramètres mécaniques et géométriques ont été mesurés. La densité est de  $3032\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , le module de Young de 60GPa, le module de cisaillement de 24GPa, le rayon de 0.5mm et la longueur de 158mm.



**FIGURE 2.14** – Comparaison entre forces et moments estimés et forces et moments réels sur une tige encastrée libre de 158cm lestée avec 5 masses différentes.

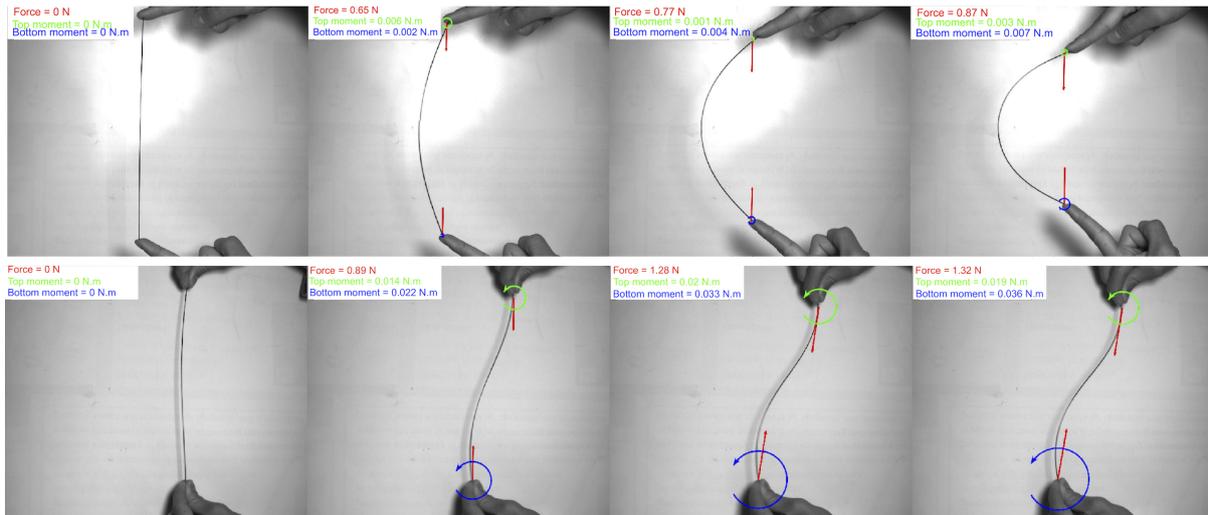
Plusieurs poids sont suspendus tour à tour à l'extrémité libre de la tige. Leurs masses varient entre 12.8g et 35.48g. Le chargement est estimé à l'extrémité encastrée de la tige afin que le moment puisse être estimé également car dans cette configuration, le moment engendré par la masse suspendue est nul à l'extrémité libre de la tige car la masse est équilibrée. La force est quant à elle constante le long de la poutre avec une seule diminution légère selon la proximité à l'encastrement du fait du poids propre de cette poutre. Les résultats de l'estimation sont donnés en figure 2.14.

Les forces appliquées sont estimées avec une précision moyenne de 2.2% en erreur relative, avec un maximum de 4.4% dans le pire des cas. D'autre part, les moments sont estimés en moyenne à 2.7% près avec une erreur maximale de 5.1%. Ces résultats démontrent une très bonne précision de la méthode dans le cas de tiges encastrées libres, plaçant la méthode parmi les deux plus précises de la liste des travaux présentés dans le tableau 1.1.

## 2.5.2 Estimation de charge en grandes déformations

La validation expérimentale précédente concernant des tiges encastrées libres donne des premiers résultats dans des cas simples pour lesquels la binormale est constante, ce qui implique que, quand bien même la méthode est utilisée dans l'espace 3D, la forme de la tige est plane et sans torsion. La validation de la méthode doit par conséquent être plus poussée et prendre en compte des déformations quelconques. Pour cela, une tige plus longue en fibre de carbone est choisie afin de subir des déformations faites à la main. Dans un premier temps, l'algorithme de corrélation d'image décrit en section 2.2.5 est ajusté dans le but de ne pas prendre en compte les éléments perturbateurs détectés, dont principalement les mains de l'opérateur qui apparaissent à l'image. La position de la tige dans chaque image est également gardée en mémoire lors de la reconstruction 3D. Enfin, les forces et moments externes appliqués sur la tige sont estimés aux deux extrémités. Les vecteurs obtenus sont projetés en 2D dans l'image d'une des caméras afin de pouvoir visualiser l'action des mains sur la tige directement dans l'image. Ces opérations sont répétées pour chaque image d'une paire de vidéos filmées avec les caméras dans lesquelles la tige est déformée pour atteindre différentes formes. Certaines images extraites de la vidéo finale sont présentées en figure 2.15.

Dans la majorité des cas, l'estimation du chargement est bonne, cependant plusieurs cas



**FIGURE 2.15** – Extraits de vidéo où les forces et moments sont estimés sur une tige soumise manuellement à de grandes déformations.

problématiques doivent être pris en compte et résolus lors de l'application de la méthode sur une tige en mouvement. Premièrement, la qualité des images et la vitesse d'acquisition des caméras utilisées ne sont pas optimales, de sorte que certaines images dans le flux peuvent être floues ou subir une distorsion due à l'obturateur roulant. L'estimation de force n'est alors simplement pas faisable mais ce détail pourrait être corrigé simplement en utilisant des caméras plus rapides et avec un obturateur global. Cet effet est également réduit en faisant des mouvements lents permettant une bonne capture d'images. Deuxièmement, la forme initiale droite de la tige est une position singulière qui mérite de l'attention pour deux raisons. D'un côté la rectitude de la tige n'est pas assurée car lors de plusieurs manipulations, celle-ci peut parfois être déformée plastiquement et ne pas revenir à sa forme initiale parfaitement droite. D'un autre côté une force de flambage, c'est-à-dire appliquée de part et d'autre dans le sens de la longueur, ne déforme pas ou très peu la tige et peut cependant être importante. Ces deux phénomènes combinés peuvent donner des situations dans lesquelles la méthode d'estimation donne des forces de compression importantes, ici jusqu'à 1N, alors que la déformation observée n'est due qu'à un défaut de rectitude et qu'aucune force n'est appliquée. Pour résoudre ce problème, l'algorithme vérifie si la déviation de la tige est supérieure à un seuil donné, ici 0.2% de la tige, en considérant qu'en-dessous la méthode n'est pas applicable. Pour toute autre configuration quelconque possible et avec une paire d'images exploitable, la méthode porte ses fruits et donne une estimation des forces et des moments à chaque extrémité. Ainsi cette expérience illustre la robustesse de la méthode proposée pour détecter et reconstruire une forme élancée déformée et pour estimer la charge à ses extrémités dans des conditions réelles.

## 2.6 Discussion

La déformation d'un objet élancé et flexible est déterminée par l'action des éléments environnants sur celui-ci, c'est-à-dire par les forces et les moments qui lui sont appliqués. La validation de la méthode développée dans ce chapitre implique que le cheminement inverse est également possible dans certains cas. L'ensemble des forces et moments externes peuvent être déterminés par la forme déformée d'un élément flexible. En effet, la forme complète d'une tige donne un accès immédiat à la connaissance de la courbure et de la torsion de celle-ci en tout point, qui donne ainsi une estimation des moments internes reflétant eux-mêmes les ac-

tions extérieures sur la tige. En utilisant des techniques adaptées de stéréovision, nous avons vu qu'avec ce concept une masse suspendue à une tige encastrée d'un côté peut être déterminé à 2.2% près en moyenne. En simulation, c'est-à-dire sans bruit de mesure, une force et un moment aléatoires engendrant de grandes déformations dans l'espace donnent une erreur relative de 3.2% pour la force et 5.1% pour le moment par rapport à un modèle à EF. Enfin, cette méthode est également fonctionnelle pour des grandes déformations sur des tiges réelles comme le montre son utilisation sur des tiges déformées manuellement. Cependant, cette dernière expérimentation ne possède pas de vérité-terrain car les efforts appliqués par l'opérateur ne sont pas mesurables, ce qui rend difficile la validation de cette méthode en trois dimensions. Il serait donc nécessaire dans des travaux futurs d'utiliser un capteur de force six axes afin de connaître la précision de la méthode élaborée dans les cas de déformations spatiales aléatoires. Nous pouvons cependant conclure que l'estimation de forces et de moments en bout de tige en utilisant sa courbure est une méthode rapide et précise dans les cas d'utilisation validés dans ce chapitre. La précision de la méthode est principalement dépendante de la précision de la prise d'image et donc de la qualité de reconstruction. De plus, il existe des cas particuliers dans lesquels les formes de tige ne permettent pas l'application de cette méthode. En effet une forme de ligne droite ou de cercle parfait ne donne aucune information sur la torsion, ce qui fausse l'estimation de la force.

# Chapitre 3

## Méthode d'estimation de force par modélisation par éléments finis et comparaison de formes 2D

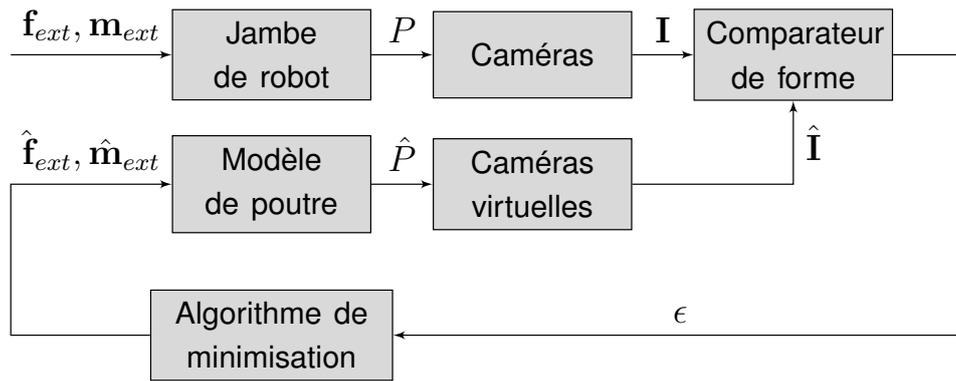
### 3.1 Problématique

La méthode d'estimation de force fondée sur l'estimation des courbures est efficace car elle forme un chemin direct entre les capteurs que sont les caméras et la grandeur que l'on veut estimer, c'est-à-dire la force. Elle répond donc aux objectifs de rapidité et de précision attendus. Cependant, la méthode s'est révélée très sensible à la précision de la reconstruction 3D. Ce chapitre introduit une nouvelle méthode d'estimation de force ayant comme objectif de corriger cet inconvénient de la méthode fondée sur la courbure en mettant en place une boucle d'asservissement afin de diminuer la sensibilité aux bruits de mesure. La boucle de rétroaction devra minimiser l'erreur résiduelle et limiter l'influence des perturbations extérieures. Cette méthode devra également être robuste aux imperfections des images telles que les artefacts lumineux et les flous de mouvement. Nous introduirons pour cela un modèle numérique du RC bien défini qui empêchera l'apparition de formes aberrantes en éliminant le besoin de reconstruction 3D. La nouvelle méthode d'estimation de force est ainsi fondée sur l'utilisation d'un modèle numérique.

### 3.2 Principe général

Comparativement à la méthode fondée sur l'estimation de la courbure décrite en figure 2.11, la méthode fondée sur un modèle nécessite plus d'éléments, d'étapes et d'itérations comme décrit en figure 3.1. Elle commence de la même manière par la déformation d'une jambe de RC, sous l'effet d'une force et d'un moment extérieurs, capturée par une paire de caméras. A partir de ce point, le principe diffère sur trois éléments. Premièrement les images obtenues par les caméras ne sont pas utilisées comme des images stéréo pour reconstruire la forme déformée. Deuxièmement, un modèle numérique de la jambe est déformé en parallèle à la jambe réelle et donne également une paire d'images grâce à des caméras virtuelles. Enfin, l'estimateur est remplacé par un comparateur de forme et un algorithme d'optimisation minimisant les différences entre les deux paires d'images et donnant en sortie une estimation de la force et du moment externes.

Cette méthode d'estimation en boucle fermée fonctionne également avec la vision mais sans reconstruction par stéréovision, et en ajoutant l'optimisation d'un modèle numérique. Le principe est de déplacer et déformer ce modèle de poutre de manière à ce que sa position et



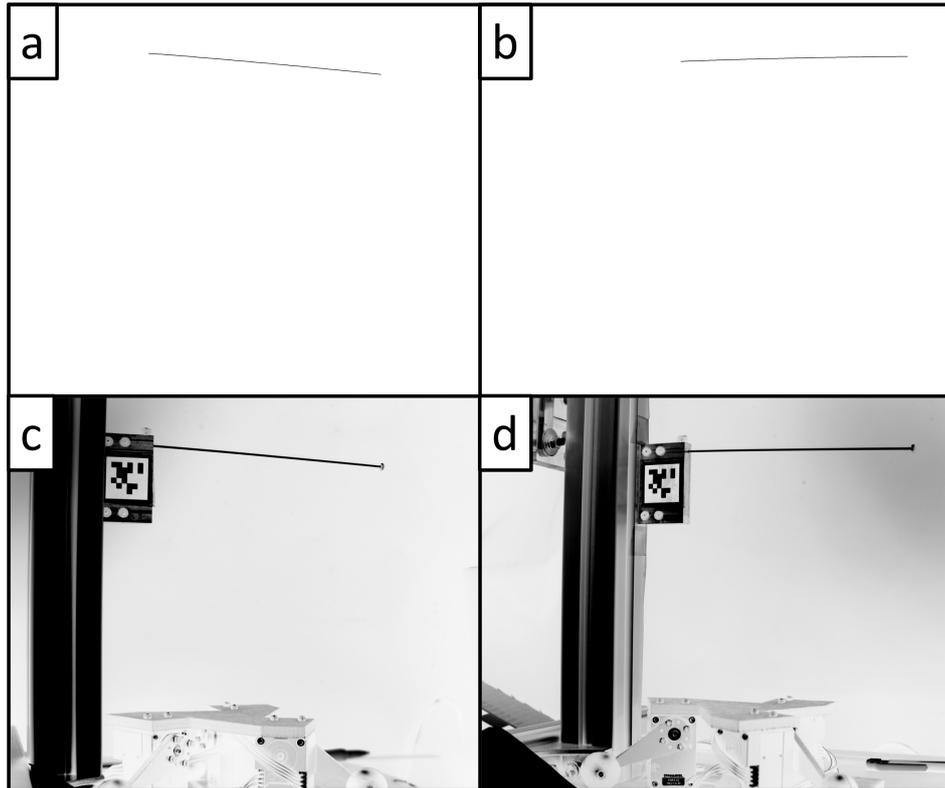
**FIGURE 3.1** – Principe d'estimation des forces et moments externes par optimisation de modèle numérique.  $P$  représente les positions 3D de la jambe réelle et  $\hat{P}$  celles estimées avec le modèle numérique de la jambe.  $I$  est la paire d'images obtenue par les caméras réelles tandis que  $\hat{I}$  est celle obtenue par les caméras virtuelles.  $\epsilon$  est le critère de similarité entre les deux paires d'images.

sa forme soient les mêmes que celles de la jambe de robot réelle. Chaque nouvel élément est décrit dans les sections suivantes.

### 3.3 Modélisation

Contrairement à la robotique rigide pour laquelle la modélisation est simple parce qu'on néglige la déformation élastique des corps, la modélisation de robots souples nécessite la prise en compte de la continuité des déformations. Plusieurs outils de modélisation existent pour estimer le comportement d'un RC comme la représentation à courbure constante par morceaux, la méthode de « shooting » à partir de modèles de poutres ou encore la modélisation par EF. Après avoir testé plusieurs méthodes nous garderons la dernière citée pour la rapidité et la justesse fournies par le logiciel SOFA<sup>®</sup>. Ce logiciel est un environnement de simulation dédié à la modélisation d'objets souples par EF, en particulier les robots à déformation continue. Via le module BeamAdapter, les jambes de RC peuvent être modélisés par interpolation de plusieurs éléments de poutres. Le terme de « poutre » désigne un objet allongé dont la longueur est grande devant les dimensions de sa section. La forme d'une poutre soumise à des contraintes peut être calculée en résolvant les équations différentielles données par différents modèles comme ceux de Bernoulli, de Timoshenko, de Kirschhoff ou de Cosserat. La modélisation d'une jambe de robot avec le logiciel SOFA<sup>®</sup> est réalisée de sorte que tous les paramètres géométriques et matériels de cette jambe soient reportés sur le modèle numérique de poutre afin de la reproduire fidèlement. La poutre est divisée en 10 nœuds et 9 éléments. Ce maillage permet d'avoir une estimation précise de la déformation avec une différence maximale de 0.1mm par rapport à un maillage plus fin pour les plus grandes déformations et les nœuds les plus éloignés.

Une fois le modèle numérique de la jambe créé, il est nécessaire d'ajouter à la simulation des caméras virtuelles donnant des images équivalentes à celles données par les caméras réelles. Pour cela, les paramètres extrinsèques des deux caméras réelles sont utilisés pour positionner les caméras virtuelles dans la simulation sofa afin de garantir les mêmes vues entre la jambe de robot et son modèle numérique. Les images capturées par ces caméras virtuelles sont générées en projetant les points 3D de la poutre numérique sur deux images virtuelles. Cette projection est réalisée à l'aide des équations de projection (2.2) dans lesquelles les paramètres intrinsèques des caméras virtuelles sont pris égaux à ceux des caméras réelles.



**FIGURE 3.2** – Images des caméras virtuelles a) de gauche et b) de droite, comparées aux images en échelle de gris inversée des caméras réelles c) de gauche et d) de droite.

### 3.4 Comparaison d'images

Les caméras réelles et virtuelles fournissent deux paires d'images similaires qui doivent être comparées avec une valeur chiffrée de leur similitude. L'image de gauche du modèle numérique doit être comparée avec l'image de gauche de la jambe de robot et de façon similaire à droite. La comparaison étant la même dans les deux cas nous désignerons dans cette section une image générale  $I$  qui peut être celle de droite ou celle de gauche. Les images en question sont cependant pauvres en information. En effet, le but étant de mettre l'accent sur la jambe flexible uniquement, seule celle-ci est mise en avant dans l'image. Cela représente donc une fine ligne continue sur un fond uni, que ce soit sur les images réelles ou virtuelles comme dans l'exemple de la figure 3.2. Les images du modèle numérique sont binaires et les images de la poutre déformée physique sont fortement polarisées également, donc quasi-binaires. Cela rend la comparaison d'image difficile numériquement car dès lors que les positions de jambes réelle et numérique sont différentes, la similarité sera considérée comme très faible. Un traitement d'image préalable est effectué pour donner plus de reliefs aux images des caméras virtuelles en remplaçant ces images par leurs cartes de distances. Pour une image binaire donc les points d'intérêts ont une valeur de 0 sur un arrière plan de points de valeur 1, cela revient à remplacer la valeur de chaque pixel de l'image par sa distance au plus proche point d'intérêt grâce à l'équation (3.1). Ce processus ajoute donc des niveaux d'importance intermédiaires aux zones entourant les formes recherchées.

$$\mathbf{I}_{dist}(i, j) = \min_{k, l \mid \mathbf{I}(k, l) = 255} \left( (i - k)^2 + (j - l)^2 \right) \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{I}_{dist}$  est la carte de distance d'une image  $\mathbf{I}$  et  $(i, j)$  sont des coordonnées de cette image.

Une fois cette étape mise en place, plusieurs outils existent pour faire de la comparaison d'images. Ces outils sont des critères de similarité visuelle utilisés pour quantifier la différence de forme entre la tige physique et son modèle numérique dans les images obtenues. Dans un premier temps, deux critères de similarité sont mis en place. D'un côté le critère des moindres carrés, donnant la moyenne des carrés des différences entre les images pixel par pixel, et d'un autre côté l'information mutuelle basée sur l'histogramme conjoint. Le critère des moindres carrés  $\epsilon_{mc}$  est calculé dans l'équation (3.2).

$$\epsilon_{mc} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\mathbf{I}(i, j) - \hat{\mathbf{I}}(i, j))^2}{n \times m} \quad (3.2)$$

avec  $n$  et  $m$  respectivement la hauteur et la largeur des images en pixels.

L'information mutuelle nécessite quant à elle plus de détails pour sa mise en place. Définissons l'entropie  $H(\mathbf{I})$  d'une image  $\mathbf{I}$  qui mesure la variabilité des intensités de pixels dans une image comme décrit dans l'équation (3.3). Cette fonction permet ainsi de quantifier le degré de diversité ou d'information dans une image en mesurant son « désordre ». Une image unie, donc très ordonnée, aura une entropie la plus faible. De la même manière, l'entropie conjointe  $H(\mathbf{I}, \hat{\mathbf{I}})$  mesure l'information partagée entre les images  $\mathbf{I}$  et  $\hat{\mathbf{I}}$ . Si elle est faible, alors les deux images sont fortement corrélées car elles sont plus prévisibles et ordonnées ensemble. Cette entropie conjointe se calcule par l'équation (3.4).

$$H(\mathbf{I}) = - \sum_{i=0}^{255} p_{\mathbf{I}}(i) \log(p_{\mathbf{I}}(i)) \quad (3.3)$$

où  $p_{\mathbf{I}}(i) = \mathcal{P}(\mathbf{I} = i)$  est la fonction de distribution de probabilité de l'intensité  $i$ .

$$H(\mathbf{I}, \hat{\mathbf{I}}) = - \sum_{i=0}^{255} \sum_{j=0}^{255} p_{\mathbf{I}\hat{\mathbf{I}}}(i, j) \log(p_{\mathbf{I}\hat{\mathbf{I}}}(i, j)) \quad (3.4)$$

où  $p_{\mathbf{I}\hat{\mathbf{I}}}(i, j) = \mathcal{P}(\mathbf{I} = i \cap \hat{\mathbf{I}} = j)$  est la fonction de distribution de probabilité conjointe des intensités  $i$  et  $j$ .

La mesure de l'information mutuelle entre deux images se fait à l'aide de ces définitions d'entropie comme indiqué dans l'équation (3.5).

$$\begin{aligned} \epsilon_{im} = & - \sum_{i=0}^{255} p_{\mathbf{I}}(i) \log(p_{\mathbf{I}}(i)) - \sum_{i=0}^{255} p_{\hat{\mathbf{I}}}(i) \log(p_{\hat{\mathbf{I}}}(i)) \\ & + \sum_{i=0}^{255} \sum_{j=0}^{255} p_{\mathbf{I}\hat{\mathbf{I}}}(i, j) \log(p_{\mathbf{I}\hat{\mathbf{I}}}(i, j)) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Les deux critères de similarités avancés donnent une bonne idée de la similarité entre deux images. Plus les images se ressemblent, plus leur différence aux moindres carrés est basse et plus leur information mutuelle est élevée. Le plus adapté de ces critères sera déterminé en simulation en comparant les performances de chacun sur des cas d'optimisations aléatoires.

## 3.5 Minimisation du critère entre les images

Jusqu'à présent, différents éléments ont été mis en place tels qu'un modèle numérique, des caméras virtuelles et un comparateur de forme pour arriver en bout de chaîne à une unique valeur indiquant le taux de connaissance de la force recherchée. En effet, plus le critère de similarité est bon, plus les images sont semblables et plus le modèle numérique est proche de la réalité. Or le modèle numérique est contrôlé par des charges extérieures estimées, donc si sa forme est proche de celle de la jambe de robot réelle cela indique que la force et le moment estimés sont également proches des valeurs recherchées. Il reste donc à mettre en place une boucle d'optimisation permettant de modifier la force et le moment estimés en fonction de l'évolution du critère de similarité d'images.

L'utilisation d'un modèle numérique fonctionnant à 60Hz autorise plusieurs évaluations en un temps limité. De ce fait, lorsqu'une itération de la boucle d'optimisation évalue les déformations dues à un certain chargement extérieur, plusieurs évaluations supplémentaires permettent de connaître le comportement de la poutre en déformation dans le voisinage de cette charge. Par conséquent, il est possible d'évaluer la Jacobienne de la fonction objectif et de trouver un point de convergence en utilisant un algorithme de descente de gradient. Cependant, la force et le moment regroupant ensemble 6 inconnues à trouver, cela donne 12 évaluations par itération, ce qui ralentit tout de même le processus. Pour éviter ce ralentissement tout en évitant les minimums locaux, il est plus avantageux d'utiliser l'algorithme du simplexe de Nelder et Mead [112].

Afin de détailler le fonctionnement de l'algorithme d'optimisation de Nelder et Mead, nous allons prendre un cas générique en dimension  $n$ . L'inconnue à estimer est désignée par le vecteur  $\mathbf{x}$  de taille  $n$ . La fonction objectif, qui dans notre cas est le critère de similarité, sera notée  $f$  dans le cas générique. L'outil principal de cette méthode est une figure géométrique évoluant dans un espace  $n$ -dimensionnelle appelé le simplexe. C'est un polytope convexe dont les  $n + 1$  sommets sont autant de valeurs possibles pour  $\mathbf{x}$ . Le simplexe peut également être représenté comme une matrice de taille  $n \times (n + 1)$  dont les colonnes sont des propositions de valeurs de  $\mathbf{x}$ . Ainsi, en notant  $\mathbf{S}$  ce simplexe, la matrice  $\mathbf{S} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n+1})$ . L'évaluation du simplexe par la fonction  $f$  donne les valeurs  $f(\mathbf{S}) = (f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_{n+1}))$ . Les valeurs initiales de simplexe sont choisies de sorte à former une base de l'espace de recherche de  $\mathbf{x}$  à dimension  $n$ . L'estimation de l'inconnue  $\mathbf{x}$  minimisant la fonction  $f$  se fait en renouvelant progressivement les valeurs du simplexe afin d'obtenir un critère plus faible à chaque itération. Chaque itération est composée des étapes suivantes, illustrées dans la figure 3.3 dans le cas où la dimension  $n$  est égale à 2.

- Le simplexe  $\mathbf{S}$  est trié en utilisant les valeurs de  $f(\mathbf{S})$  rangées dans l'ordre croissant. Les sommets triés du simplexe sont re-numérotés  $\mathbf{S} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n+1})$  de telle sorte que la moins bonne valeur soit  $\mathbf{x}_{n+1}$ .
- Le centroïde  $\bar{\mathbf{x}}$  est calculé sans prendre en compte le pire point  $\mathbf{x}_{n+1}$ .
- **Réflexion** : Le point de réflexion  $\mathbf{x}_r$  est calculé comme suit :  $\mathbf{x}_r = 2\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{n+1}$ . Si l'inégalité  $f(\mathbf{x}_1) \leq f(\mathbf{x}_r) < f(\mathbf{x}_{n+1})$  est vérifiée, alors le plus mauvais point  $\mathbf{x}_{n+1}$  est remplacé par  $\mathbf{x}_r$ .
- **Expansion** : Si le point de réflexion vérifie  $f(\mathbf{x}_r) < f(\mathbf{x}_1)$ , le point d'expansion  $\mathbf{x}_e$  est calculé comme suit :  $\mathbf{x}_e = 3\bar{\mathbf{x}} - 2\mathbf{x}_{n+1}$ . S'il vérifie l'inégalité  $f(\mathbf{x}_e) < f(\mathbf{x}_r)$  alors  $\mathbf{x}_{n+1}$  est remplacé par  $\mathbf{x}_e$ .
- **Contraction extérieure** : Si  $f(\mathbf{x}_r) < f(\mathbf{x}_{n+1})$ , alors le point de contraction extérieure  $\mathbf{x}_{oc}$  est calculé comme suit :  $\mathbf{x}_{oc} = 1.5\bar{\mathbf{x}} - 0.5\mathbf{x}_{n+1}$ . S'il vérifie  $f(\mathbf{x}_{oc}) < f(\mathbf{x}_r)$  alors il prend la place de  $\mathbf{x}_{n+1}$ .
- **Contraction intérieure** : Si  $f(\mathbf{x}_{n+1}) \leq f(\mathbf{x}_r)$ , alors le point de contraction intérieure  $\mathbf{x}_{ic}$  est calculé comme suit :  $\mathbf{x}_{ic} = 0.5\bar{\mathbf{x}} + 0.5\mathbf{x}_n$ . S'il vérifie  $f(\mathbf{x}_{ic}) < f(\mathbf{x}_{n+1})$  alors il prend la place de  $\mathbf{x}_{n+1}$ .

- **Rétrécissement** : Si aucun des nouveaux points n'est accepté et ainsi que  $x_{n+1}$  n'a pas été remplacé, alors le simplexe est rétréci comme suit :  $x'_i = x_i + 0.5(x_i - x_1)$  avec  $i \in (2, \dots, n + 1)$ . Chaque valeur  $x_i$  est remplacée par sa nouvelle valeur  $x'_i$ .
- Si les sommets du simplexe sont suffisamment proches les uns des autres et que les valeurs de la fonction stagnent, alors l'algorithme s'arrête. Sinon, il reprend à la première étape.

Le simplexe, mis à jour à chaque itération avec les étapes citées, se déplace dans l'espace d'arrivée de la fonction  $f$  en convergeant progressivement vers le minimum global puis rapetisse pour cerner une valeur vérifiant une tolérance fixée. Dans le cas de l'estimation de force par la méthode fondée sur un modèle, l'inconnue  $x$  est composée des vecteurs force  $f_{ext}$  et moment  $m_{ext}$ , donc avec une dimension six. La fonction objectif  $f$  est, quand à elle, un critère de similarité entre les paires d'images de la jambe réelle et de son modèle numérique.

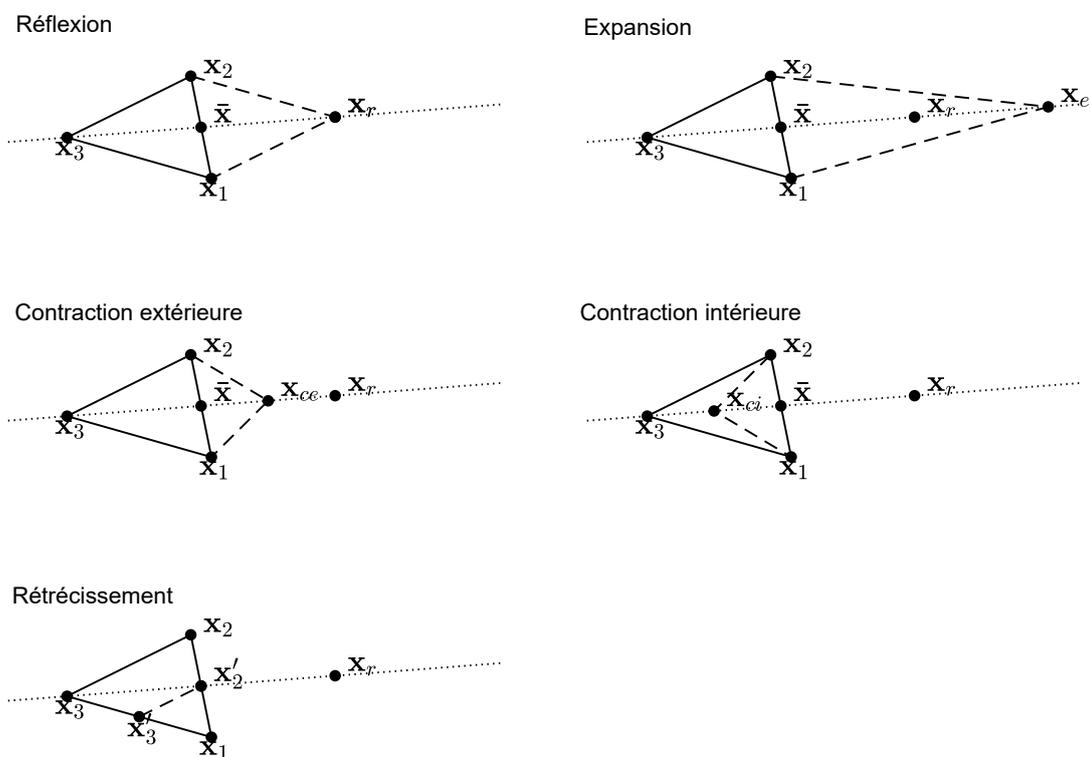
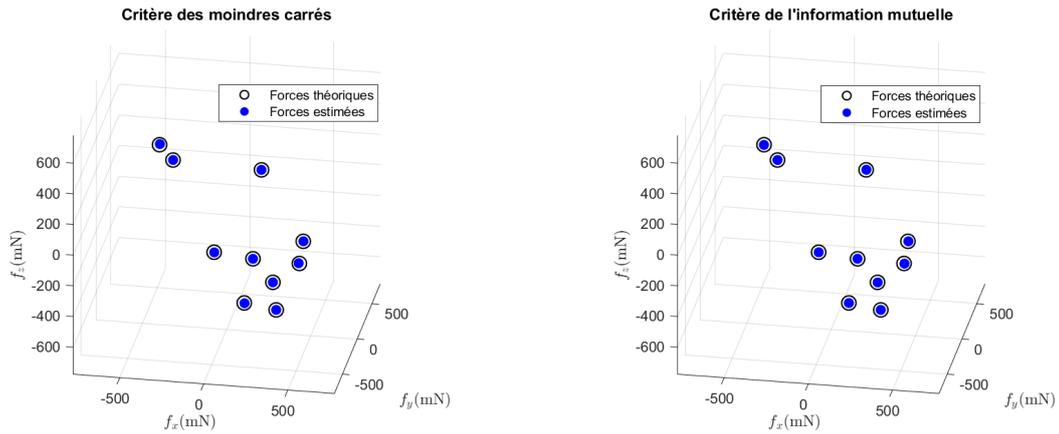


FIGURE 3.3 – Illustration des étapes principales de l'évolution du simplexe dans le cas 2D.

## 3.6 Validation numérique

La méthode d'estimation de force fondée sur un modèle est formée des différentes briques décrites dans les sections précédentes telles que la modélisation, la comparaison d'images et la méthode d'optimisation. Une première validation est faite en simulation pour vérifier la compatibilité de la méthode du simplexe avec chacun des critères de similitude d'images et ainsi pour choisir le plus adapté, et également pour valider le fonctionnement complet de la méthode. Le modèle numérique de poutre utilisé pour la simulation est celui d'une tige encastree libre d'une longueur de 152mm, de rayon 0.5mm, de densité  $3.0 \times 10^{-6} \text{kg.mm}^{-3}$  et d'un

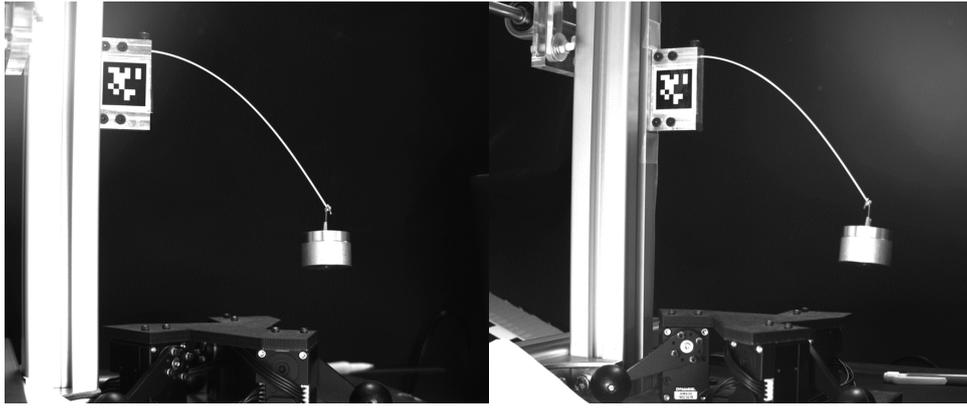


**FIGURE 3.4** – Estimation de force sur une poutre encastree libre simulee. Le critere de comparaison d'images est celui des moindres carres dans la premiere sous-figure et celui de l'information mutuelle dans la seconde sous-figure.

module de Young de 59.6GPa. Afin d'assurer le fonctionnement de l'algorithme d'optimisation, seule une force de direction inconnue sera appliquee sans moment, ce qui reduit le nombre d'inconnues de six a trois. En effet, la convergence de l'algorithme du simplexe se deteriorie considerablement lorsque la dimension augmente [113]. Ainsi, une force d'amplitude et de direction aleatoire est appliquee a l'extremite libre de cette poutre afin d'obtenir une deformation formant la verite-terrain. Cette deformation est projete sur deux images, qui seront les objectifs vises, capturees par les cameras virtuelles. La tige est ensuite relachee, puis l'optimisation est demarree avec ce meme modele numerique en jouant sur la force consideree comme inconnue pour retrouver les memes images de tige deformee. Le simplexe initial est choisi de grande dimension, ce qui donne des deformations initiales d'un ordre de grandeur proche de celui de la longueur de la tige afin d'eviter au mieux les minimums locaux de la fonction critere de similarite. Avec les criteres choisis, les forces estimees convergent vers les valeurs theoriques recherchees et les resultats sont precis, autant pour le critere des moindres carres que pour celui de l'information mutuelle comme illustre en figure 3.4.

L'erreur relative moyenne est de 0.16% pour le critere des moindres carres et de 0.13% pour l'information mutuelle sur un intervalle de forces dont l'amplitude varie de 250mN a 700mN. Pour l'ensemble des cas evalues en simulation, la methode d'estimation de la force converge vers le resultat attendu avec une grande precision. Les differences minimales restantes peuvent etre expliquees par les approximations numeriques et les choix des conditions d'arrat. La methode peut ainsi etre experimentee sur un cas reel.

Pour la suite, le choix du critere de similarite le plus avantageux se fait sur les criteres de precision et de rapidite de la methode, evalues respectivement en pourcentage d'erreur et en nombre d'iterations. Les erreurs relatives sont faibles pour les deux criteres, malgre une legere difference en faveur de l'information mutuelle. Pour ce qui est du temps de calcul, dans les deux cas, environ 70 iterations en moyenne sont necessaires pour obtenir un resultat en partant d'une situation initiale identique dans laquelle la tige est droite. Les iterations prennent un temps equivalent de 0.5s lorsque la force evaluee peut permettre l'equilibre statique stable, et de 4s lorsqu'elle ne l'est pas. Le temps de calcul n'est donc pas discriminant. L'utilisation du critere d'information mutuelle sera conserve pour la suite malgre une difference peu marquee avec l'utilisation du critere des moindres carres. Par ailleurs, la rapidite de la detection des situations instables, qui correspondent a des forces evaluees trop importantes, est le critere principal responsable du temps de calcul total. Le temps actuel pour une estimation complete est de 90s, mais il sera diminue en ameliorant les criteres de stabilite dans des travaux futurs.



**FIGURE 3.5** – Point de vue des caméras de gauche et de droite visualisant une tige encastrée-libre avec un poids suspendu de 35,2g.

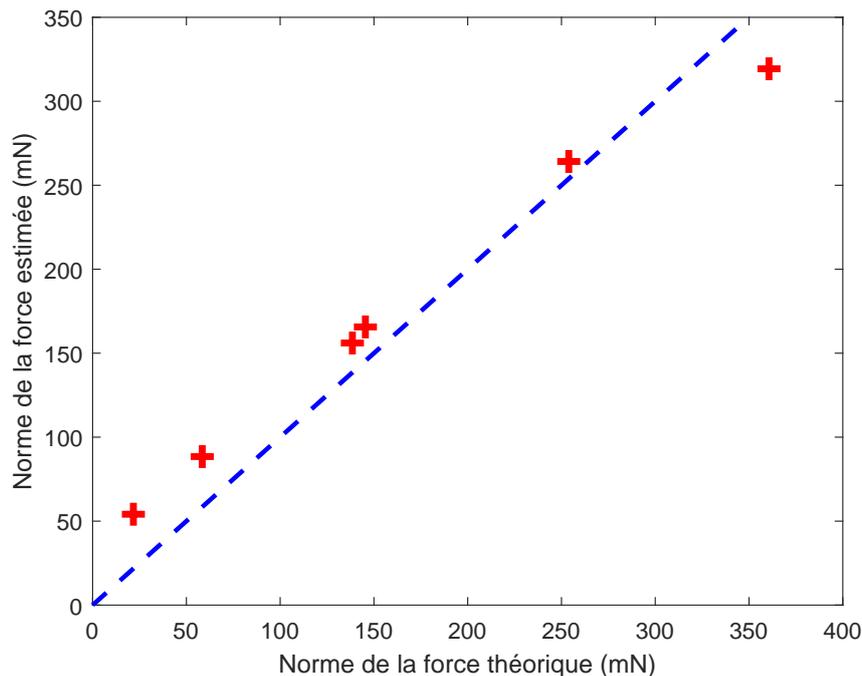
### 3.7 Validation expérimentale

Le montage expérimental de la figure 2.2 est utilisé de la même manière pour la validation expérimentale de la méthode d'estimation de force fondée sur un modèle numérique. Six poids différents sont suspendus tour à tour à l'extrémité d'une tige encastrée-libre en fibre de verre. La tige a une longueur de 146mm et un diamètre de 1mm tandis que les masses sont réparties entre 0g et 35g. Le repère de simulation est pris de telle sorte que la tige soit droite dans la direction  $x$ . Or l'encastrement de la tige réelle est imparfait, ce qui engendre un léger décalage d'angle entre l'axe  $x$  virtuel et l'axe horizontal réel. La force théorique n'est donc pas purement verticale dans le repère de simulation. L'étalonnage extrinsèque des caméras est effectué en utilisant un marqueur AprilTag. Le point de vue des caméras est illustré en figure 3.5. L'application de la méthode d'estimation à cette tige donne les résultats de la figure 3.6.

L'estimation des différentes forces donne une erreur relative moyenne de 14% par rapport aux forces moyennes théoriques variant de 50mN à 350mN. Les résultats sont donc cohérents et la méthode converge dans chaque cas vers une estimation proche du résultat attendu, ce qui rend la méthode valide. Cependant, la précision pourrait être plus élevée au vu des résultats de simulation. Ceci est expliqué en grande partie par les erreurs d'étalonnage des paramètres de caméras. En effet, pour que les résultats obtenus soient précis, la correspondance entre les paramètres de caméras réelles et virtuelles doit également être précise afin que dans une position équivalente du modèle et de la jambe de RC réelle les images se superposent. Or le marqueur AprilTag utilisé pour déterminer les paramètres extrinsèques donne une position précise suivant les axes  $x$  et  $y$  et une orientation précise autour de l'axe  $z$ , mais manque de précision pour la translation et les orientations restantes dans l'espace. Cela explique le décalage systématique dans l'estimation des forces. De plus, l'orientation de la tige par rapport au repère connu du marqueur dépend de son encastrement qui peut également être une source d'erreur pour la détermination de la position des caméras par rapport à la jambe de RC.

### 3.8 Synthèse

L'estimation de force fondée sur l'asservissement d'un modèle numérique est une méthode valide et robuste aux bruits de mesure dans l'image, mais sensible aux paramètres extrinsèques des caméras. Quel que soit le cas d'utilisation, l'optimisation converge vers une unique solution qui ne dépend pas des bruits de mesure. Lorsque l'initialisation est prise dans la position exacte de départ, ici dans l'exemple de la simulation, les résultats obtenus sont très précis. Avec la superposition initiale moins précise de l'expérimentation réelle, les forces



**FIGURE 3.6** – Estimation de force sur une poutre encastree libre réelle.

appliquées sont estimées avec un intervalle d'incertitude plus important. Cette méthode d'estimation de force fondée sur un modèle numérique a l'avantage d'être générique car tout type de modèle d'un RC étudié peut être utilisé et asservi pour donner une estimation des forces extérieures. Elle peut également être utilisée de la même manière pour déterminer d'autres paramètres variables du modèle tels que l'angle d'encastrement ou la forme totale. Cette méthode nécessite cependant plus de temps que la méthode fondée sur la courbure car c'est une méthode itérative, et son étalonnage doit être parfait pour être sûr de la bonne superposition du modèle sur les images. L'estimation de force fondée sur un modèle numérique est préférable à celle fondée sur la courbure pour des architectures de robots complexes comme des robots parallèles. En effet, aucune identification du RC observé ni mise en correspondance de points n'est nécessaire dans les images et les bruits de mesure n'ont pas d'impacts significatifs. De plus, la nécessité d'identifier précisément les paramètres des caméras pour calibrer la superposition initiale est amoindrie pour des architectures plus complexes car le nombre de points de repères connus est plus important.



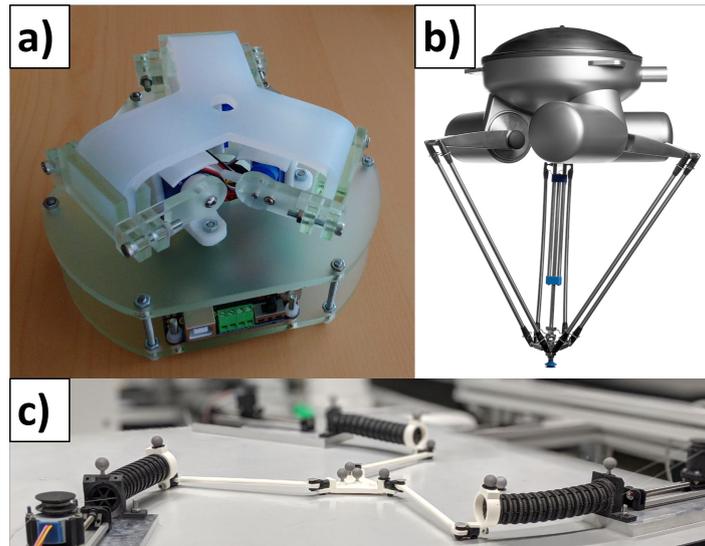
# Chapitre 4

## Étude d'un robot parallèle continu à trois jambes : le TriRod

Jusqu'à présent nous avons vu qu'il est théoriquement possible d'estimer des efforts extérieurs sur des architectures robotiques allongées continues à partir des déformations engendrées. Nous avons également réalisé quelques expérimentations pratiques sur des cas de tiges simples. Nous allons pour la suite concevoir et construire un RC pour mener plus avant la validation expérimentale de ce moyen d'estimer des forces. La conception de ce robot vise à utiliser des matériaux courants et des méthodes de fabrication simples. La conception doit également être épurée pour faciliter l'application des méthodes développées. Nous choisirons pour cela une architecture parallèle. La forme du robot doit cependant apporter une originalité pour fournir de nouvelles pistes d'explorations et pour étoffer la liste des architectures existantes de robots parallèles continus.

### 4.1 Conception du TriRod

Un RPC est composé de plusieurs membres flexibles ou semi-flexibles actionnés formant à minima une boucle cinématique fermée. Avec deux boucles cinématiques ou plus, un RPC peut se déplacer dans l'espace à trois dimensions, ce qui apporte de la complexité et de l'intérêt. Nous choisissons donc une architecture simple à trois jambes encastrées ensemble dans une boule centrale qui constitue l'effecteur du robot. Ces encastrements se font à l'extrémité distale de chaque tige. Les trois encastrements sont dans un même plan et à des intervalles de  $120^\circ$  de sorte à former une étoile régulière à trois branches lorsque le robot est à plat. Afin d'augmenter l'espace de travail et la variété de configurations possibles du robot, nous ajoutons un paramètre supplémentaire qui est un bras de levier rigide allongeant chaque tige. Les jambes du robot sont encastrées à  $90^\circ$  sur ces bras de levier. Le nombre de degrés de liberté n'en est pas affecté mais les mouvements du robot sont plus amples. Chaque jambe formée d'une partie rigide et d'une partie souple est actionnée par un servomoteur rotatif à son extrémité proximale. Dans la suite du manuscrit, ce RPC sera désigné sous le nom de TriRod. Son schéma cinématique est donné en figure 4.2. Le repère global est défini sur ce schéma cinématique. L'origine est positionnée dans le plan formé par les axes de rotation des servomoteurs, à égale distance de ces axes. Ce plan horizontal contient les axes  $x$  et  $y$ . L'orientation de l'axe  $x$  est définie orthogonale à l'axe de rotation de la jambe 1 tandis que l'axe  $y$  est parallèle à ce même axe de rotation. L'architecture ainsi obtenue du TriRod présente certaines caractéristiques similaires avec d'autres RPCs comme ceux présentés en figure 4.1. Lorsqu'elles sont mises en commun, ces caractéristiques que sont l'association de parties rigides et flexibles, le mouvement extra-planaire ou encore l'utilisation d'actionneurs rotatifs,



**FIGURE 4.1** – Robots parallèles continus dont certaines caractéristiques ont inspiré le TriRod. a) Tri-pod [114], b) Robot Delta [115] [116], c) Un RPC 2D [45]

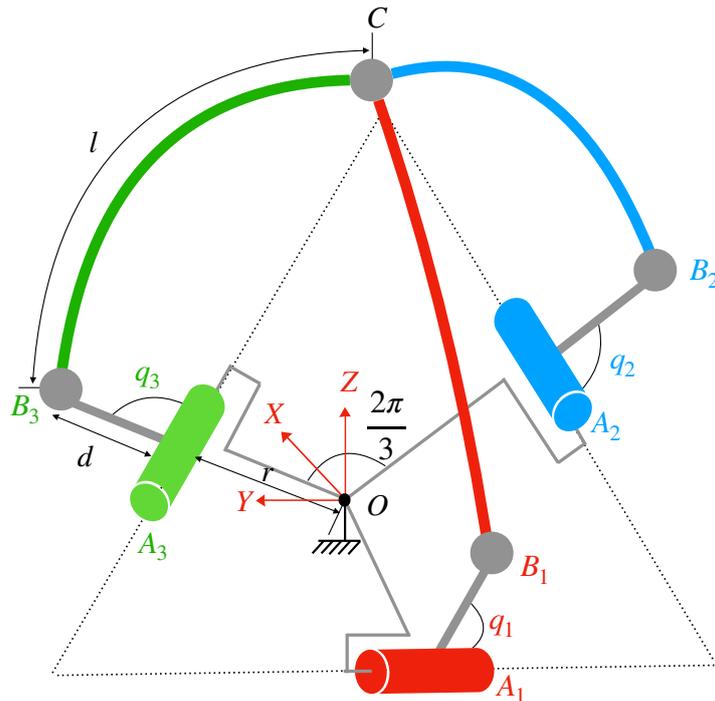
forment une architecture originale.

Définissons dans un premier temps les paramètres géométriques. Les actionneurs sont positionnés sur un cercle virtuel de rayon  $r$  à  $120^\circ$  l'un par rapport à l'autre. Les trois bras de levier sont de longueur  $d$  et les tiges flexibles formant les jambes du TriRod sont d'une longueur  $l$  et ont un diamètre de  $\varnothing$ . Il est à noter que l'ensemble des paramètres peuvent être choisis puis modifiés en fonction de l'utilisation envisagée du TriRod. Ainsi, des combinaisons différentes de matériaux et de paramètres géométriques permettent d'obtenir des comportements différents du TriRod face à des sollicitations en effort équivalentes. Les valeurs numériques des paramètres géométriques seront fixés en utilisant un modèle numérique.

## 4.2 Modélisation numérique par EF

La modélisation du TriRod, tout comme celle de jambes isolées de RCs quelconques, présente une complexité supérieure à la modélisation d'un RPC classique car la déformation élastique ne doit pas être négligée. Au contraire, c'est cette déformation qui donne l'intérêt principal de ce robot. Le logiciel SOFA<sup>®</sup>, déjà présenté précédemment, est encore une fois tout indiqué pour construire un modèle numérique du TriRod. Ce logiciel donne une estimation des déformations du robot plus précise qu'un modèle utilisant des courbures continues par morceau tout en étant plus rapide que les méthodes de shooting testées en intégrant les équations de Cosserat. Le module BeamAdapter est encore une fois utilisé pour modéliser les jambes du TriRod avec 10 nœuds et 100 éléments de subdivision entre chaque nœud. La modélisation du TriRod avec le logiciel SOFA<sup>®</sup> est réalisée de sorte que tous les paramètres géométriques de fabrication du robot soient reportés sur le modèle afin de le reproduire fidèlement. Le temps de calcul nécessaire à ce qu'une forme déformée du robot soit modélisée à partir d'une position de référence est d'environ 50ms. Plusieurs visualisations du modèle déformé sont données en figure 4.3.

Le modèle par EF donne un premier aperçu de la structure complète du TriRod qui permet de fixer les paramètres géométriques. Ceux-ci sont choisis de manière à ce que le TriRod soit capable de soulever des masses allant jusqu'à 75g, tout en restant suffisamment flexible pour que des masses de 10g ou moins engendrent des déformations visibles par les caméras. Le modèle numérique converge ainsi vers une forme déformée stable lorsque des forces com-



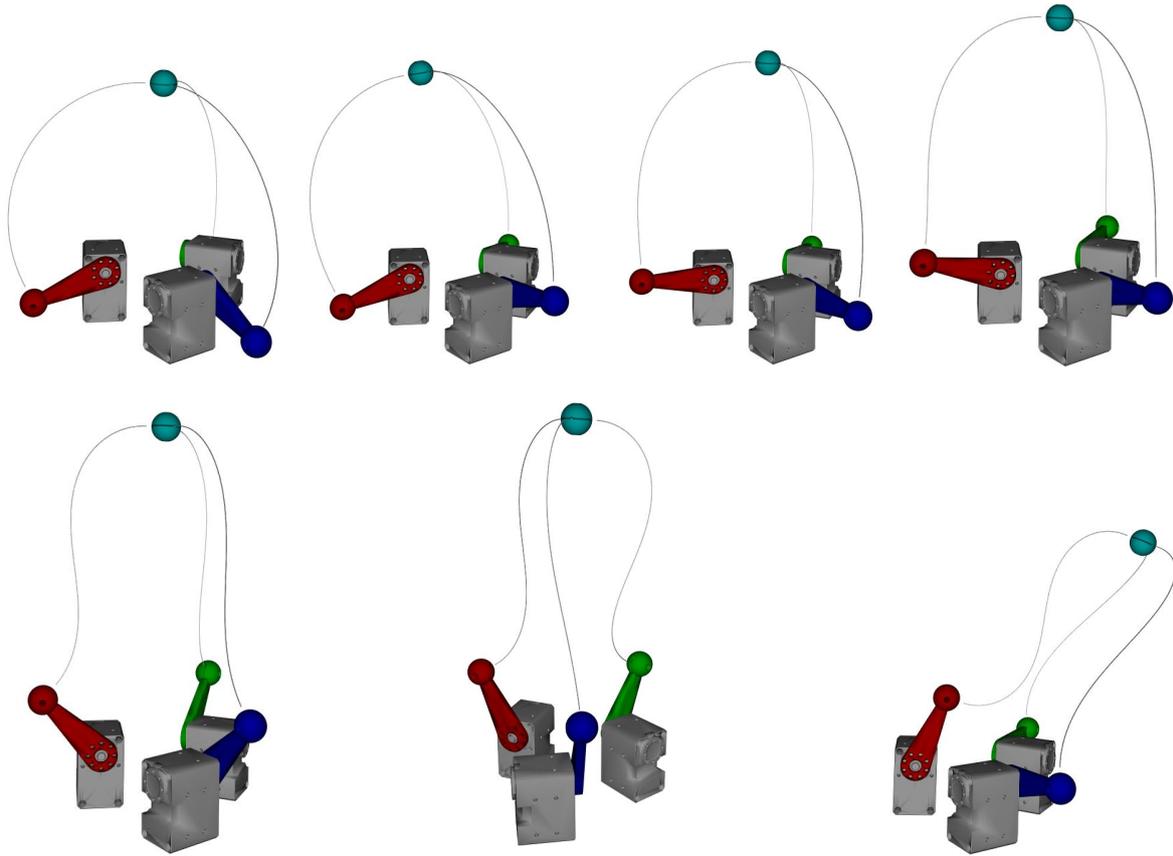
**FIGURE 4.2** – Schéma cinématique du TriRod. Pour  $i \in [1, 2, 3]$  la distance des moteurs au centre est  $r = OA_i$ , la longueur des bras de levier est  $d = A_iB_i$  et la longueur des tiges souple est  $l = \widehat{B_iC}$ .

prises entre 0 et 750mN lui sont appliquées. Les paramètres choisis permettent de guider le compromis entre un espace de travail large avec une rigidité du robot faible et un espace de travail réduit avec une rigidité plus importante. La hauteur maximale du TriRod est limitée à 20cm pour une question de praticité de manipulation et de réutilisation du matériel de vision. Enfin, l'intérêt principal étant la déformation, les tiges flexibles sont choisies environ deux fois plus longues que les bras de levier rigides.

## 4.3 Analyse du TriRod

### 4.3.1 Espace de travail et contraintes internes

L'espace de travail d'un robot est l'ensemble de l'espace atteignable par la partie effective du robot grâce aux mouvements de ces actionneurs. Ainsi l'espace de travail du TriRod est un volume en trois dimensions dont l'effecteur désigné par le point  $C$  sur la figure 4.2 ne peut pas sortir par simple variation des variables d'actionnement  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$  sans effort externe. Les frontières de cet espace de travail sont délimitées par plusieurs éléments. La limitation première est celle des butées physiques des actionneurs qui sont contraints entre  $q_{min} = -22.5^\circ$  et  $q_{max} = 112.5^\circ$ . Lorsque ceux-ci arrivent en butée, le mouvement global du TriRod s'arrête. La seconde limitation, qui peut être plus ou moins restrictive selon les configurations, est celle de la limite d'élasticité. En effet, certaines configurations du robot théoriquement atteignables avec les mouvements des actionneurs peuvent soumettre le TriRod à des déformations non élastiques pour lesquelles le matériau des jambes du robot atteint sa limite d'élasticité. Dans ces positions, les déformations vont détériorer les tiges flexibles soit en modifiant leur courbure initiale par déformation plastique, soit en allant jusqu'à la rupture. Les tiges utilisées pour le TriRod sont en acier ressort dont la limite d'élasticité est de 219GPa. La visualisation de l'espace de travail en simulation permet de prévoir les parcours et les positions que le TriRod pourra atteindre afin de visualiser la présence de limites dues aux butées ou à la limite d'élasticité.



**FIGURE 4.3** – Visualisation du modèle du TriRod dans plusieurs positions. a) position la plus basse où  $\mathbf{q} = [-22.5, -22.5, -22.5]^\circ$ , b) position intermédiaire où  $\mathbf{q} = [-22.5, 0, 10]^\circ$  c) position de repos où  $\mathbf{q} = [0, 0, 0]^\circ$ , d) position intermédiaire où  $\mathbf{q} = [10, 10, 10]^\circ$ , e) position moyenne où  $\mathbf{q} = [45, 45, 45]^\circ$ , f) position instable avec torsion spontanée à  $\mathbf{q} = [63, 63, 63]^\circ$ , g) position limite où  $\mathbf{q} = [122.5, 10, 10]^\circ$

L'espace de travail est une zone continue de l'espace, il doit donc être estimé avec une précision choisie. Afin de l'évaluer, le modèle par EF du robot doit être soumis à une liste échantillonnée de triplets de variables d'actionnements  $\mathbf{q}$  répartis régulièrement, avec un pas donné définissant la précision angulaire. Nous choisissons ici un pas de  $p = 11.25^\circ$ , ce qui donne 12 valeurs d'angle possibles par actionneurs et  $12^3 = 1728$  triplets  $\mathbf{q}$  définissant autant de configurations du robot. Pour chaque triplet  $\mathbf{q}$ , la position  $C$  de l'effecteur du robot est enregistrée. Le nuage de points final formé de toutes ces positions forme une estimation discrète de l'espace de travail. Pour prendre en compte la seconde restriction due à la limite d'élasticité, la contrainte maximale dans l'ensemble du modèle est également évaluée pour chaque configuration. Le nuage de points des positions atteignables est donc croisé avec cette carte des contraintes maximales afin de supprimer les zones dans lesquelles la limite d'élasticité est atteinte ou dépassée afin d'éviter de potentielles détériorations du robot. La forme élancée des tiges implique une contrainte de flexion  $\sigma(s)$  plus importante que les autres types de contrainte. La contrainte maximum est donc calculée pour chaque configuration dans le modèle à EF. La courbure  $\kappa$  utilisée pour calculer cette contrainte est définie comme l'inverse du rayon  $r_\kappa(s)$  du cercle osculateur en chaque point  $s$  comme défini dans les équations (4.1).

$$\begin{aligned}
\kappa(s) &= \frac{1}{r_\kappa(s)} \\
\sigma(s) &= E r \kappa(s) \\
\sigma_{max} &= \max_s \sigma(s)
\end{aligned} \tag{4.1}$$

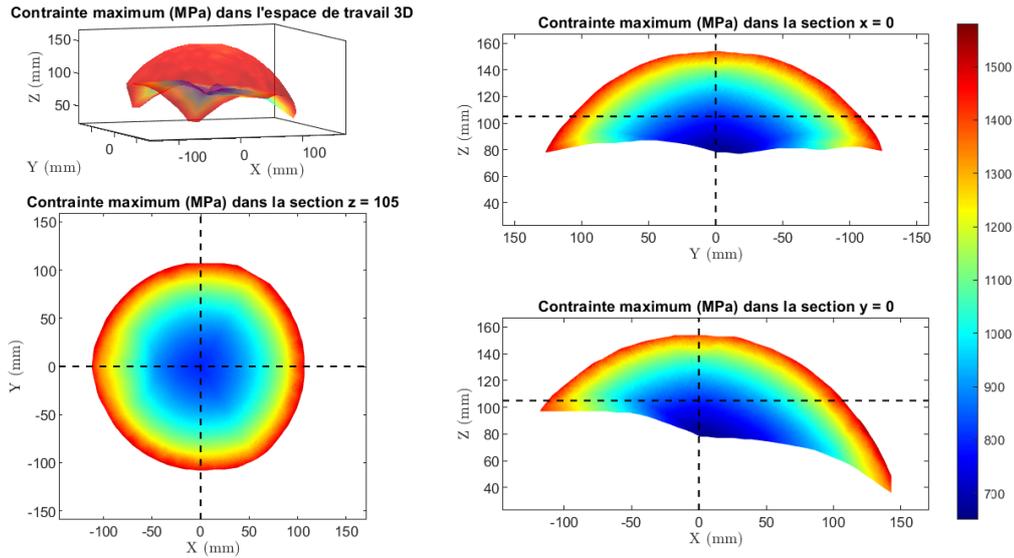
Le cercle osculateur est approximé par le cercle circonscrit entre trois points discrets consécutifs [117]. Les équations donnant cette approximation locale de la contrainte de flexion sont exprimées en (4.2), où les variables suivantes sont définies comme suit.  $j \in [1, n]$  est l'indice courant d'un point  $p_j$  formant le modèle discret d'une jambe,  $\mathbf{u}_j$  et  $\mathbf{v}_j$  sont les segments formés par les points au voisinage de  $p_j$  et ayant un angle de courbure  $\theta_{\kappa_j}$  entre eux,  $\kappa_j$  est la courbure en  $j$ ,  $\sigma_j$  est la contrainte de flexion associée et  $\sigma_{max}$  est la contrainte maximale dans la jambe. Par simplification nous désignerons par la suite par  $\sigma_{max}$  le maximum des contraintes dans les trois jambes.

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_j &= p_{j+1} - p_j \\
\mathbf{v}_j &= p_{j-1} - p_j \\
\theta_{\kappa_j} &= \arccos \left( \frac{\mathbf{u}_j \cdot \mathbf{v}_j}{\|\mathbf{u}_j\| \|\mathbf{v}_j\|} \right) \\
\kappa_j &= \frac{2 \sin \theta_{\kappa_j}}{\|\mathbf{u}_j - \mathbf{v}_j\|} \\
\sigma_j &= E r \kappa_j \\
\sigma_{max} &= \max_j \sigma_j
\end{aligned} \tag{4.2}$$

L'évaluation de la contrainte maximale dans le robot dans chaque configuration ne donne jamais de valeur dépassant la limite d'élasticité. L'espace de travail ne doit donc pas être tronqué car toutes les zones atteignables restent dans le domaine de déformation élastique. L'espace de travail final est représenté en figure 4.4. Le repère global utilisé a été défini dans la section 4.1.

Étudions dans un premier temps uniquement la forme tridimensionnelle de l'espace de travail ainsi construit en mettant de côté la contrainte maximale. Cet espace occupe un volume de  $3.1 \times 10^6 \text{mm}^3$  tandis que l'encombrement du TriRod est d'environ  $2 \times 10^6 \text{mm}^3$ , ce qui donne un rapport d'espace de travail de 1.2. L'espace de travail comporte certaines symétries attendues compte tenu de la géométrie du TriRod. Le plan  $XZ$  est un plan de symétrie de l'espace de travail. Cela peut être expliqué par la géométrie du robot car le plan  $XZ$  est le plan de rotation de l'actionneur du bras  $n^{\circ}1$  et les bras  $n^{\circ}2$  et  $n^{\circ}3$  sont placés de façon symétrique par rapport à ce plan. Il en va de même pour les plans de normales  $n = [\sin(30), \cos(30), 0]$  et  $n = [-\sin(30), \cos(30), 0]$  qui sont les plans de rotation respectifs des bras  $n^{\circ}2$  et  $n^{\circ}3$ , ces plans étant également des plans de symétrie de l'espace de travail. L'espace de travail présente ainsi une symétrie de  $120^\circ$  autour de l'axe  $z$ . Il est notable également que l'espace de travail présente des extrémités allongées dans les configurations formées des trois permutations possibles de  $\mathbf{q} = [112.5, -22.5, -22.5]$  pour lesquelles les actionneurs sont en butée. Ces particularités peuvent être prises en compte dans la suite pour les méthodes d'estimation de force. Ainsi pour éviter de possibles cas problématiques les caméras qui seront nécessaires à la vision doivent être positionnées différemment par rapport aux axes de symétries. Le champ de vision de ces caméras devra aussi recouvrir l'ensemble de l'espace de travail, en particulier les positions extrêmes.

Grâce à la grande flexibilité de l'acier ressort utilisé pour les jambes du robot, les contraintes présentes dans celles-ci sont toujours inférieures à  $1580 \text{MPa}$  et restent donc éloignées de la



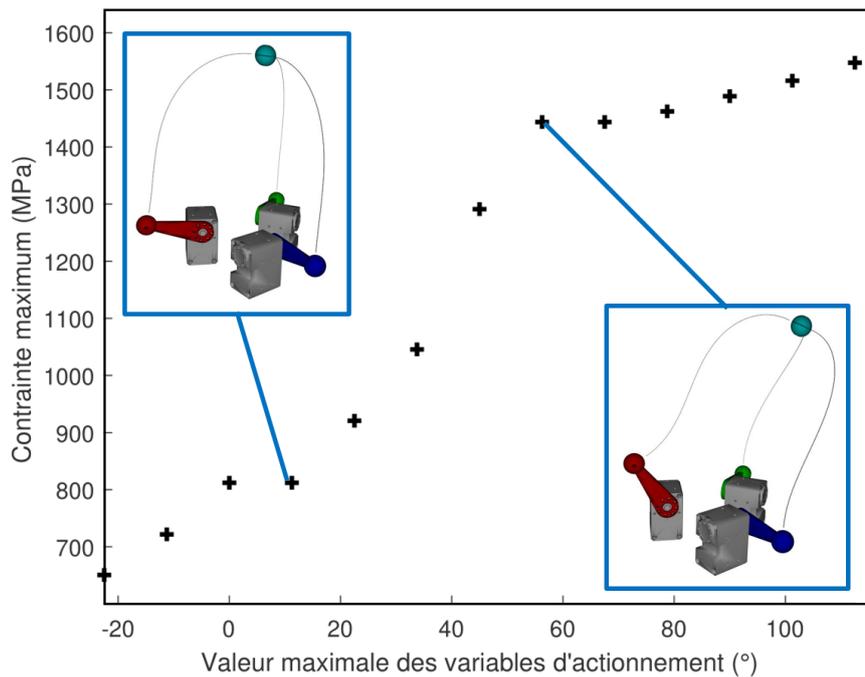
**FIGURE 4.4** – Espace de travail du TriRod sans force extérieure. La contrainte maximale est donnée par la couleur et est comprise entre 650MPa et 1580MPa.

limite d'élasticité qui est à  $219GPa$ . Les déformations trop importantes sont donc évitées par conception. La répartition de cette contrainte maximale dans l'espace de travail est centrée. En effet les positions proches du centre de l'espace de travail, qui correspondent à des configurations pour lesquelles tous les angles sont bas, sont atteintes avec des contraintes faibles et bien réparties. À l'inverse, les positions les plus lointaines sont atteintes en contraignant fortement le TriRod. Pour quantifier et expliquer ce phénomène, la figure 4.5 illustre la contrainte maximale dans le robot suivant la limite supérieure autorisée pour les variables d'actionnement, avec un exemple de forme du TriRod. L'augmentation de la contrainte peut être expliquée par la forme des jambes du TriRod selon sa configuration. Dans des positions basses lorsque les bras de levier rigides sont tous trois entre  $-22.5^\circ$  et  $10^\circ$ , les jambes flexibles suivent une seule courbure ayant un rayon proche du maximum pour cette architecture. Les contraintes maximales qui sont principalement des contraintes de flexion sont donc basses dans cette zone, ne dépassant pas  $850MPa$ . À l'inverse, lorsque au moins un bras de levier se situe entre  $56^\circ$  et  $112.5^\circ$  la forme de la jambe concernée prend nécessairement deux courbures, formant un « S » pour lequel les rayons de courbure sont plus faibles et les contraintes de flexion plus importantes, dépassant les  $1400MPa$ .

Malgré les pics de contraintes atteints dans les configurations éloignées du centre de l'espace de travail, la limite d'élasticité n'est jamais atteinte donc le risque de dégradation est évité. Cependant, il convient d'éviter que le TriRod ne soit soumis à des contraintes internes élevées. En effet, dans un élément continu isotropique, les instabilités surviennent généralement en réponse à des variations importantes des contraintes appliquées. Dans le cas du TriRod, lorsque celui-ci atteint les limites supérieures de son espace de travail pour lesquelles les contraintes sont les plus hautes, une instabilité peut être observée sous forme d'une torsion spontanée de l'ensemble du robot visible sur la figure 4.3f.

### 4.3.2 Espace de travail contraint par une force externe

L'espace de travail d'un robot est en général fixe et ne peut pas être modifié car le robot est contraint par sa structure rigide à une zone bien définie. Cependant les RCs déformables peuvent adopter de nouvelles formes lorsqu'une force externe leur est appliquée. Ainsi, la compliance du TriRod sous l'effet d'une force externe autorise le dépassement des

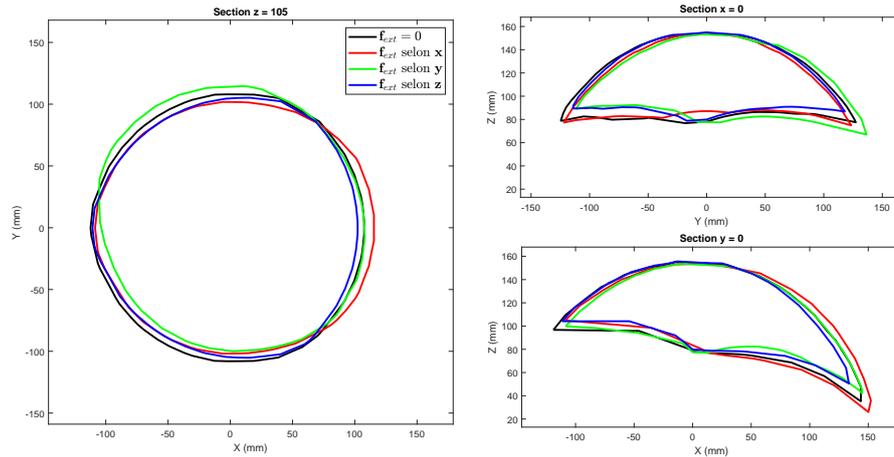


**FIGURE 4.5** – Contrainte maximale dans l'ensemble du TriRod selon la limite supérieure autorisée pour les variables d'actionnement. Pour une limite  $\theta_{lim}$ , la contrainte maximale correspondante est la plus grande valeur de contrainte dans le TriRod pour toutes les configurations  $q$  vérifiant  $q_i \leq \theta_{lim}$  avec  $i \in [1, 3]$ .

frontières de cet espace de travail. L'espace de travail élargi de cette manière sera désigné ici par espace de travail contraint. Ce dernier dépend donc de la direction et de l'amplitude de la force appliquée au robot. L'analyse de l'espace de travail du TriRod peut être complétée par l'estimation de plusieurs espaces de travaux contraints. Pour cela, une même force externe  $f_{ext} = [100, 0, 0]mN$  est appliquée à l'effecteur du TriRod dans chacune des positions discrètes de l'espace de travail. De nouvelles positions spatiales sont alors atteintes par l'effecteur sous l'effet de cette charge externe. L'opération est répétée avec les forces  $f_{ext} = [0, 100, 0]mN$  et  $f_{ext} = [0, 0, 100]mN$ . Les trois espaces de travail contraints sont représentés superposés en figure 4.6.

Lorsque l'espace de travail original est contraint par une force  $f_{ext}$ , il est translaté et allongé dans la direction de celle-ci, et est généralement plus étroit dans la direction transverse. Cela permet au TriRod d'atteindre une partie plus éloignée de l'espace autour de lui tout en l'empêchant d'atteindre certaines zones qui lui sont habituellement accessibles. Ce phénomène est plus ou moins important selon la raideur du TriRod dans la direction de la force car plus la raideur diminue, plus le déplacement est grand. La raideur est une caractéristique importante du robot qui est détaillée dans la section suivante. Le volume de l'espace de travail est donc modifié par l'application de cette force externe comme décrit dans la table 4.1. Selon la raideur du robot dans les positions frontalières de l'espace de travail et dans la direction de la force, le volume de cet espace peut être augmenté ou réduit. Lorsque la force est suivant l'axe  $z$  par exemple, la raideur dans les positions hautes est importante et limite les déplacements tandis que ceux-ci sont plus importants dans les positions basses, ce qui engendre un écrasement et donc une réduction de l'espace de travail.

Cette flexibilité des positions atteignables confère au robot une polyvalence de mouvement. En effet lorsque l'effecteur est soumis à un chargement ou à un contact avec l'environnement, le TriRod va se déformer et la position de l'effecteur va changer. Cela permet d'une part de



**FIGURE 4.6** – Modifications de l'espace de travail du TriRod lors de l'application de forces extérieures.

**TABLE 4.1** – Volume total de l'espace de travail contraint selon la force externe  $f_{ext}$ , et volumes perdu et gagné par rapport au volume de l'espace de travail non-contraint.

$f_{ext}$ (mN)	[0, 0, 0]	[100, 0, 0]	[0, 100, 0]	[0, 0, 100]
Volume total (mm <sup>2</sup> )	$3.1 \times 10^6$	$3.8 \times 10^6$	$3.0 \times 10^6$	$2.3 \times 10^6$
Déformation du volume (%)	0	+22	-3	-26

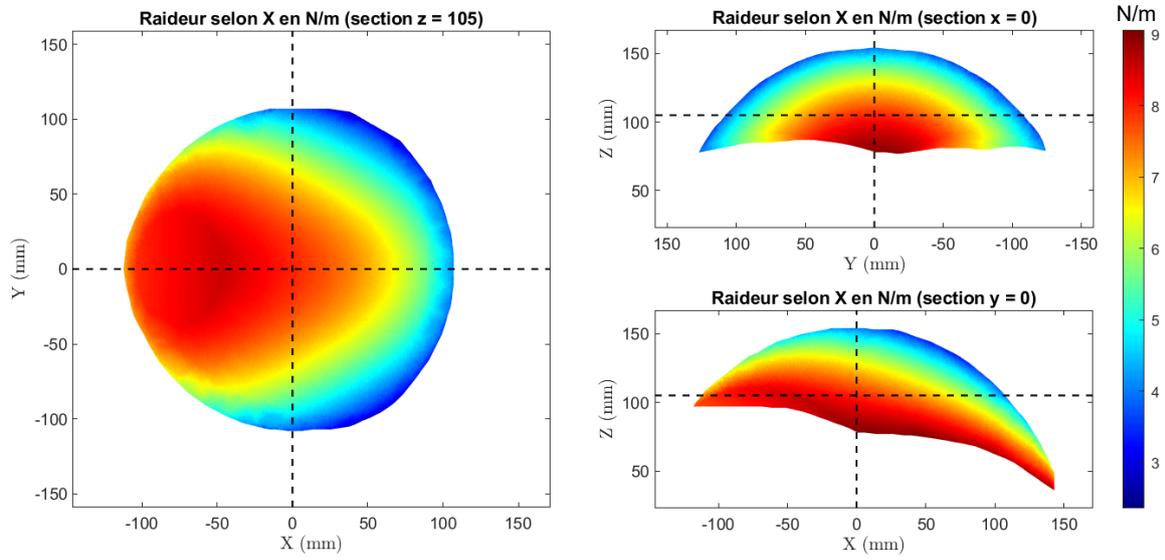
limiter les risques de casse, autant pour le robot que pour son environnement, et d'autre part cela augmente les possibilités de trajectoires de l'effecteur. En effet, lorsque celui-ci rencontre un obstacle le TriRod prend une nouvelle direction en dehors de l'espace de travail initial en réaction passive. Cette dépendance au poids de l'objet transporté peut également constituer un inconvénient si la trajectoire de déplacement doit être très précise, il sera donc nécessaire dans la suite du manuscrit de mettre en place un suivi et une boucle d'optimisation pour connaître les déformations engendrées.

### 4.3.3 Raideur

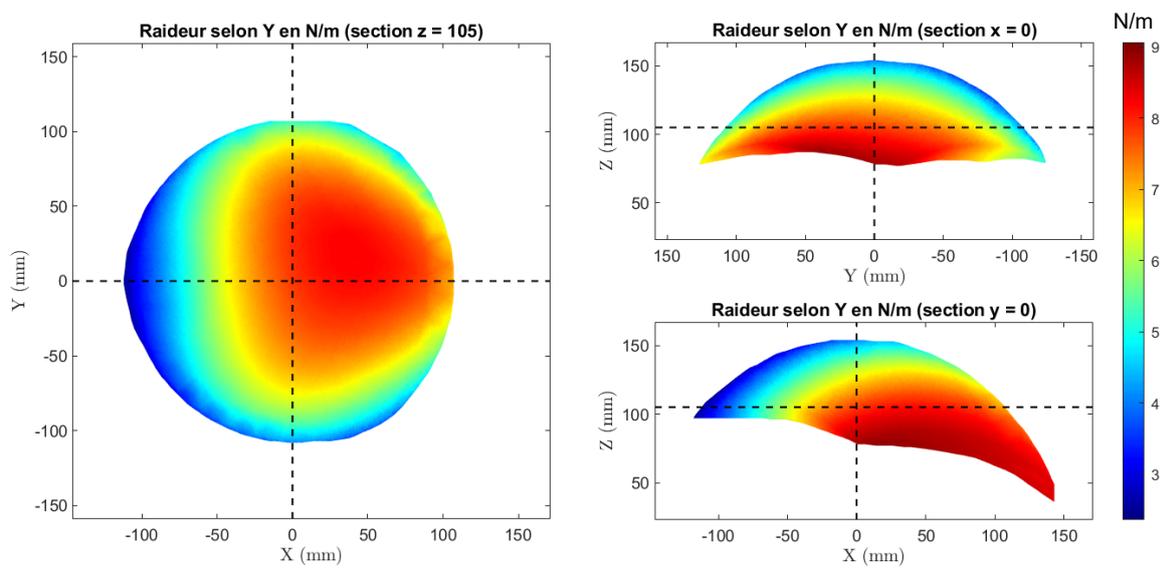
Les méthodes d'estimation de force développées dans ce manuscrit sont fondées sur la lecture des déformations d'un RC sous l'action de cette force. Cette estimation est donc dépendante de la visibilité et de l'existence de ces déformations. Or si la raideur du robot est importante, un chargement externe peut être insuffisant et n'engendrer que des déformations indétectables par les caméras, ce qui n'est pas un inconvénient car le problème de suivi disparaît et le robot peut être considéré comme rigide. Le comportement en raideur du TriRod doit être étudié afin de connaître les limites d'utilisation des méthodes d'estimation de force dans le contexte de ce robot. De plus, la raideur varie en fonction de la position du robot donc du triplet de variables d'actionnement  $q$ , et de la direction dans laquelle la raideur est calculée. Les raideurs directionnelles  $k_x$ ,  $k_y$  et  $k_z$  sont évaluées en simulation dans chaque configuration de l'espace de travail. À cette fin, le TriRod est soumis à un chargement de 0, 1 N dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$ . dans chaque position discrète utilisée pour évaluer l'espace de travail. Le déplacement de l'effecteur est mesuré et la raideur est calculée comme suit.

$$k = \frac{\|f_{ext}\|}{\delta} \quad (4.3)$$

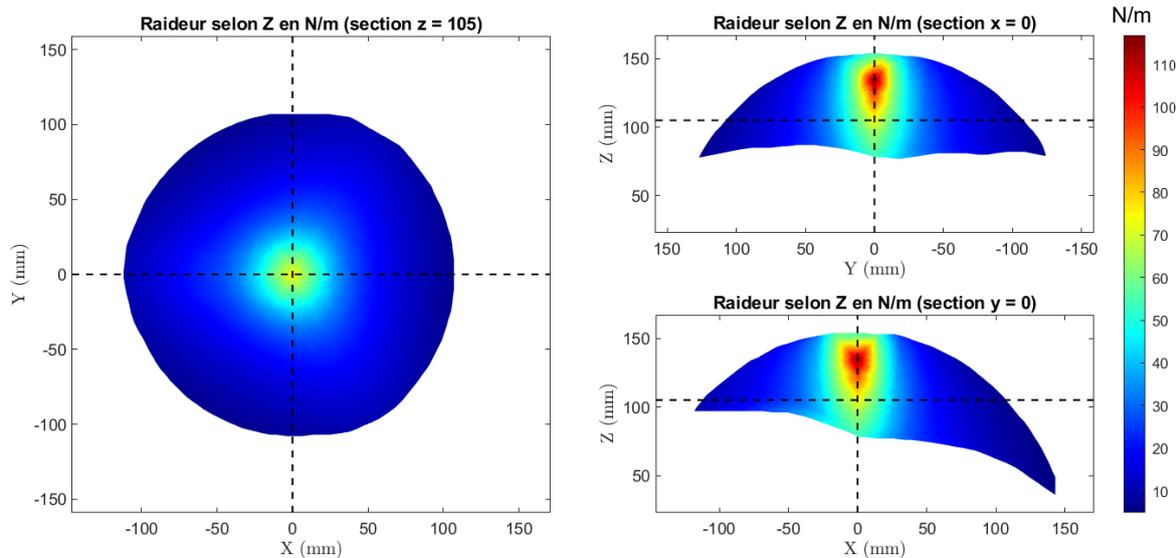
où  $k$  est la raideur,  $f_{ext}$  est la force appliquée à l'effecteur et  $\delta$  est le déplacement qui en résulte.



**FIGURE 4.7** – Raideur au niveau de l'effecteur du TriRod suivant l'axe x dans trois plans de coupe de l'espace de travail.



**FIGURE 4.8** – Raideur au niveau de l'effecteur du TriRod suivant l'axe y dans trois plans de coupe de l'espace de travail.



**FIGURE 4.9** – Raideur au niveau de l'effecteur du TriRod suivant l'axe  $z$  dans trois plans de coupe de l'espace de travail.

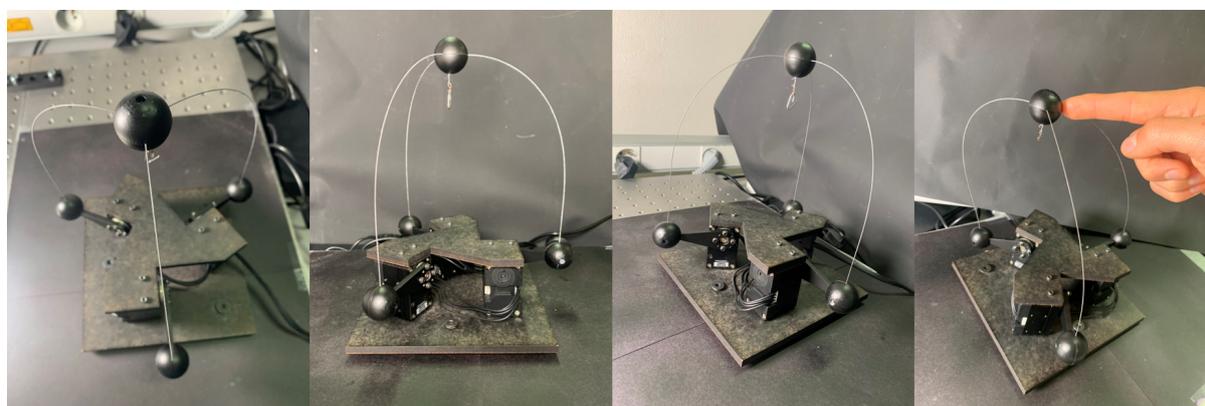
L'évaluation de la raideur en simulation dans l'espace de travail est visible en figures 4.7, 4.8 et 4.9 sous forme de sections de l'espace de travail. Les cartes de raideur selon les axes  $x$  et  $y$  présentent des raideurs comprises entre  $2.6\text{N.m}^{-1}$  et  $9.1\text{N.m}^{-1}$  pour  $k_x$  et  $2.6\text{N.m}^{-1}$  et  $9.1\text{N.m}^{-1}$  pour  $k_y$ , avec les mêmes écarts type de  $1.6\text{N.m}^{-1}$ . La raideur varie dans les deux cas principalement verticalement sans qu'il n'y ait de point très particulier. Dans les positions plus basses (figure 4.3a,b,c,d), les jambes du TriRod sont en forme d'arcs-boutants limitant les déplacements dans le plan  $xy$ . À l'inverse, dans les positions hautes (figure 4.3e,f,g) les «  $S$  » formés par les jambes du robot offrent peu de résistance dans la direction horizontale, ce qui engendre une raideur faible dans le plan  $XY$ . À l'inverse, les cartes de raideur selon l'axe  $z$  (figure 4.9) présentent une zone restreinte de très grande raideur en leur centre. La raideur moyenne  $K_z$  varie ainsi entre  $4.8\text{N.m}^{-1}$  et  $116.9\text{N.m}^{-1}$  avec un écart type de  $12.4\text{N.m}^{-1}$ . La majorité des configurations présente une raideur verticale  $K_z$  des mêmes ordres de grandeurs que les raideurs horizontales  $K_x$  et  $K_y$ , mais les configurations les plus centrées sur l'espace de travail voient leur raideur selon  $z$  augmenter fortement pour atteindre des valeurs dix fois supérieures. La justification de ces valeurs réside dans le placement des trois jambes du robot qui agissent selon la configuration comme des contreforts répartis de façon équivalente autour du centre, contrant ainsi tout effort externe vertical. La zone centrale de l'espace de travail pourra engendrer une diminution de la précision des méthodes d'estimation de force pour les chargements verticaux dans ces configurations.

## 4.4 Fabrication

Les actionneurs rotatifs du TriRod sont des servomoteurs Dynamixel XM430-W210-R offrant une résolution angulaire de  $0.044^\circ$ . Un angle de  $0^\circ$  d'un actionneur correspond à une position horizontale du bras de levier dans une direction centrifuge, tandis qu'à un angle de  $90^\circ$  le bras de levier est à la verticale, pointant vers le haut. Le décalage entre les angles ainsi indiqués et les valeurs données par l'encodeur de chaque moteur est mesuré en utilisant des mesures de longueur dans des positions particulières. Ces trois actionneurs sont fixés à un panneau de fibres à densité moyenne (MDF) pour former le bâti fixe du robot. Les bras de levier sont découpés au jet d'eau dans des plaques d'aluminium de  $5\text{mm}$  d'épaisseur et fixés

**TABLE 4.2** – Valeurs numériques des paramètres géométriques choisis, ainsi que les outils de mesure et l'erreur de mesure maximale sur la valeur, provenant de l'outil de mesure et de l'état de fabrication (tiges flexibles, arrondis de calculs et défauts de parallélisme ajoutent des imprécisions aux mesures)

Paramètre	Signification	Valeur $\pm$ erreurmax	Outil de mesure
$\varnothing$ (mm)	Diamètre de jambe	$1 \pm 0.02$	Pied à coulisse
$l$ (mm)	Longueur de jambe	$185 \pm 0.5$	Colonne de mesure
$d$ (mm)	Longueur de bras de levier	$50 \pm 0.1$	Pied à coulisse
$r$ (mm)	Distance moteurs/centre	$40 \pm 0.4$	MMT
$\theta_x$ (°)	Inclinaison des moteurs	$0 \pm 0.5$	MMT
$q_0$ (°)	Décalage d'angle $q$	$0 \pm 3$	Pied à coulisse
$\theta_z$ (°)	Orientation des moteurs	$120 \pm 4.5$	MMT



**FIGURE 4.10** – Montage expérimental du TriRod.

aux servomoteurs. Les jambes flexibles sont des tiges d'acier initialement droites, encastrées ensemble et à chaque bras de levier au moyen de boules imprimées en résines aux points  $B_1, B_2, B_3$  et  $C$ . Les valeurs finales choisies pour les paramètres géométriques ainsi que les outils et la précision de mesure utilisés sont visibles dans le tableau 4.2.

Ces paramètres donnent au TriRod des dimensions globales de  $15 \times 15 \times 9 \text{ cm}^3$  avec une amplitude de mouvement angulaire des actionneurs allant de  $-22.5^\circ$  à  $112.5^\circ$  environ avant d'arriver en butée. La vitesse maximale de l'effecteur est de  $5,2 \text{ mm.s}^{-1}$ , et le TriRod peut supporter un poids allant jusqu'à 75g. Le montage est montré en figure 4.10.

## 4.5 Résumé

Le TriRod est un RPC à trois jambes conçu comme sujet d'expérimentation pour valider les méthodes d'estimation de force par vision. Chaque jambe est constituée d'une partie rigide donnant au robot un espace de travail large et d'une partie déformable dont la forme est utilisée comme capteur de force externe. Différents effets sont visibles sur le TriRod lorsque celui-ci est soumis à un chargement au niveau de son effecteur. Premièrement son espace de travail est variable car il se déforme selon la direction du chargement, ce qui modifie les positions atteignables par le robot. Une force de 100mN peut augmenter le volume de l'espace de travail de 22% si elle est appliquée selon  $x$ , le diminuer de 3% si elle est appliquée selon  $y$  et le

diminuer de 26% pour une force selon  $z$ . Deuxièmement les déplacements engendrés par des forces externes dépendent de la configuration du robot car les différences dans la répartition de la raideur sont très marquées. En effet la raideur moyenne observée est de  $9.4\text{N.m}^{-1}$  mais celle-ci monte jusqu'à  $116.9\text{ N.m}^{-1}$  suivant la direction  $z$ , ce qui devra être pris en compte lors de l'estimation de forces.

# Chapitre 5

## Estimation de forces sur le TriRod

### 5.1 Contexte

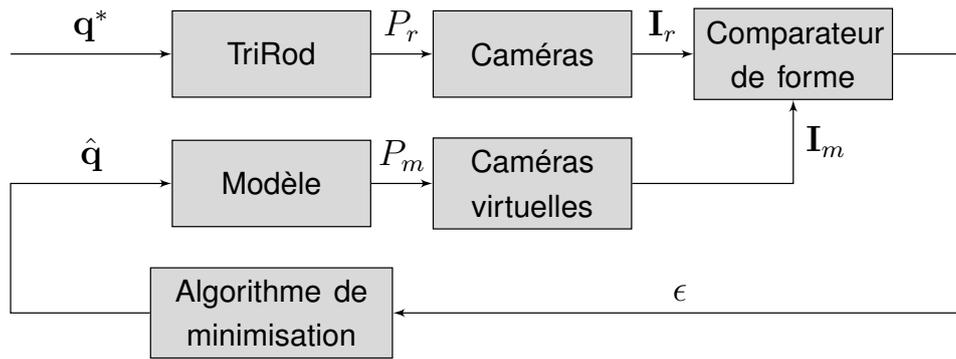
Le TriRod fait partie des robots parallèles continus possédant trois jambes déformables reliées entre elles pour former un effecteur central. Tout effort appliqué à cet effecteur se traduit ainsi en une déformation continue des jambes du robot qui peuvent être utilisées comme des capteurs de force et de position. Nous allons élargir la méthode développée au chapitre 3 pour une seule jambe à l'ensemble de l'architecture du TriRod afin de la valider dans des conditions plus concrètes et pratiques. Ce chapitre vise ainsi à évaluer la méthode d'estimation de force basée sur un modèle en utilisant un RPC réel afin de démontrer son efficacité et de servir d'exemple pour une utilisation future sur d'autres types de robots ou d'autres applications.

Nous allons, dans un premier temps, effectuer une estimation des variables articulaires  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$  sur le TriRod sans chargement. Cette étape centrée sur des variables connues sert à valider la méthode dans un cas familier, mais pourrait également être utile dans le cas d'un contrôle en position des actionneurs ou pour une vérification de la configuration du robot. L'estimation d'un chargement extérieur  $\mathbf{f}_{ext}$  se fera dans un second temps sur le même principe.

### 5.2 Estimation des variables articulaires du TriRod

#### 5.2.1 Principe

Pour réaliser une estimation des positions angulaires des articulations, les constituants qui nous intéressent sur le TriRod sont ses jambes flexibles. Ce sont elles, en effet, qui vont illustrer les changements de configuration du TriRod par leurs déformations. La méthode fondée sur la comparaison entre le robot et son modèle à EF a été validée sur des tiges indépendantes mais peut se généraliser à des formes plus complexes constituées de plusieurs tiges inter-connectées comme elles le sont sur le TriRod. Supposons que nous ayons deux images du TriRod prises de points de vues différents, ainsi que deux images du modèle prises dans les mêmes conditions. Comme décrit dans le chapitre 3, l'information mutuelle de ces images est un critère de similarité entre la forme du robot et celle de son modèle numérique. La maximisation de ce critère par une optimisation itérative mène à une estimation des paramètres qui jouent sur la configuration du robot comme les variables articulaires  $q_i, i \in [1, 2, 3]$ , la force externe  $\mathbf{f}_{ext}$  et le moment externe  $\mathbf{m}_{ext}$  appliqués au nœud central du robot correspondant à son effecteur principal. Nous nous concentrons dans un premier temps à l'estimation des variables articulaires.



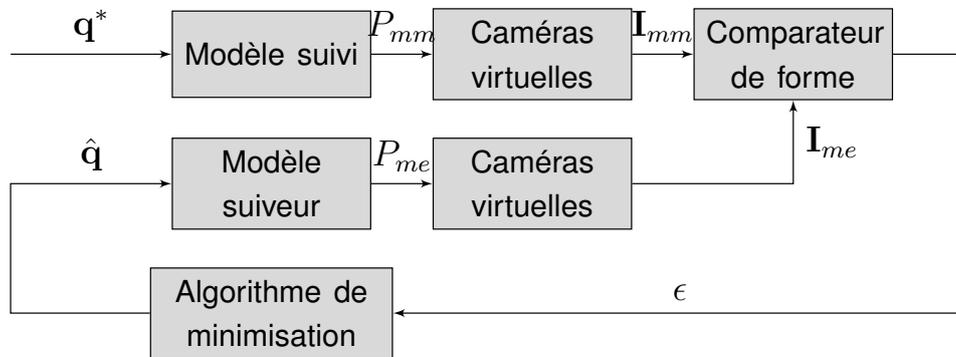
**FIGURE 5.1** – Estimations des variables d'actionnement fondée sur la comparaison de forme.  $\mathbf{q}$  et le triplet d'angles d'entrée des actionneurs,  $P_r$  est la forme 3D du robot TriRod,  $\mathbf{I}_r = [\mathbf{I}_{r1}, \mathbf{I}_{r2}]$  sont deux images 2D du TriRod,  $P_m$  est la forme 3D du modèle numérique, et  $\mathbf{I}_m = [\mathbf{I}_{m1}, \mathbf{I}_{m2}]$  sont deux images 2D du modèle.

Prenons une situation dans laquelle le TriRod n'est soumis à aucune force externe. Nous reprenons donc la méthode de maximisation du critère d'information mutuelle avec pour objet d'étude le TriRod complet constitué de plusieurs tiges flexibles différentes. Sa configuration à chaque instant n'est définie que par la position angulaire des bras de levier rigides, c'est-à-dire par le vecteur  $\mathbf{q}$  des variables articulaires donnant le déplacement relatif des actionneurs. Ces valeurs sont supposées inconnues et doivent être estimées. Le schéma bloc présenté en figure 3.1 est modifié pour que l'algorithme de comparaison d'image influe sur  $\mathbf{q}$  plutôt que sur l'effort externe  $\mathbf{f}_{ext}$  qui est alors considéré comme nul. Cette première étape d'estimation est décrite dans la figure 5.1. Elle permet de valider le modèle en estimant des paramètres déjà connus pour corriger d'éventuels défauts d'équivalence entre le robot et son modèle numérique. Nous la validerons en simulation puis expérimentalement dans les sections suivantes.

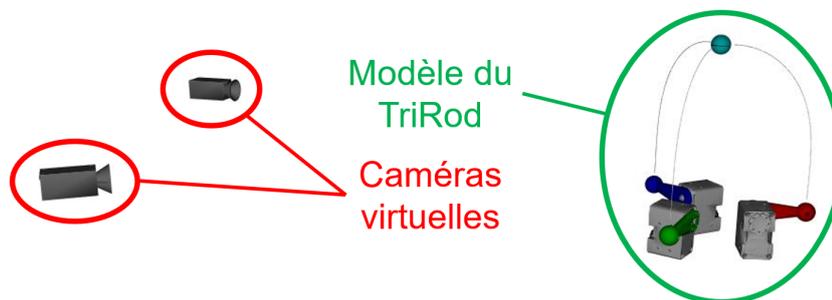
## 5.2.2 Simulation

La simulation est une étape nécessaire dans le processus de validation des méthodes d'estimation de position angulaire. Elle permet en effet de mettre de côté les perturbations inévitables d'un montage expérimental en supprimant l'environnement et les imprécisions de fabrication d'un prototype expérimental. Les sources d'erreurs sont alors moins nombreuses et il est plus facile de vérifier la justesse théorique des méthodes d'estimation. Dans cette section uniquement, les éléments physiques présentés en figure 5.1, c'est-à-dire les caméras et le TriRod seront remplacés par leurs équivalents numériques dans un montage simulé dans l'environnement SOFA<sup>®</sup>. Le schéma bloc de la simulation est présenté en figure 5.2. Il y aura donc un modèle de TriRod, appelé « modèle suivi », qui sera considéré comme l'objectif à atteindre. Le second modèle, ou « modèle suiveur », servira de support à l'optimisation. Les caméras numériques sont des fonctions permettant de projeter les images des modèles dans des plans en deux dimensions, comme le feraient deux caméras positionnées sur la figure 5.3. En simulation, si l'algorithme d'optimisation fonctionne correctement la superposition entre l'objet suivi et l'objet suiveur est plus précise que dans une expérimentation réelle car les modèles à comparer sont construits de manière rigoureusement exacte.

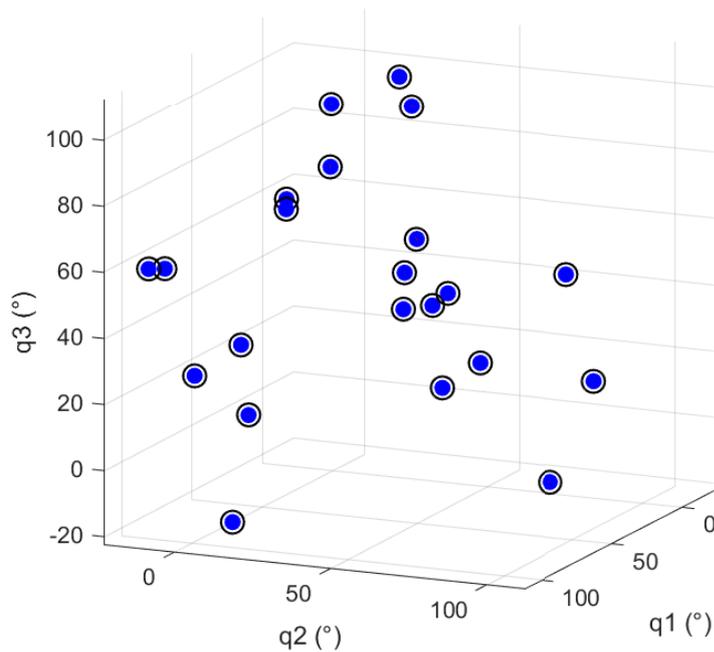
Pour commencer, prenons un triplet aléatoire d'angles moteurs  $\mathbf{q}^* = [q_1^*, q_2^*, q_3^*]$  que nous appliquons au modèle suivi, ce sont les variables objectif que nous souhaitons estimer. Le modèle suiveur n'a pas accès à ces valeurs car elles sont supposées inconnues. Le modèle suiveur est initialisé dans sa position dite de repos pour laquelle les variables articulaires  $q_1, q_2, q_3$  ont une valeur de  $0^\circ$ , illustrée en figure 4.3c. Le critère de similarité entre les images des modèles suivi et suiveur est ensuite évalué pour différents triplets  $\mathbf{q}$  en suivant l'algorithme du



**FIGURE 5.2** – Estimation des variables d'actionnement en simulation.  $P_{mt}$  est la forme 3D du modèle suivi (théorique),  $\mathbf{I}_{mt} = [\mathbf{I}_{mt1}, \mathbf{I}_{mt2}]$  sont deux images 2D du modèle suivi (théorique),  $P_{me}$  est la forme 3D du modèle suiveur (estimé), et  $\mathbf{I}_{me} = [\mathbf{I}_{me1}, \mathbf{I}_{me2}]$  sont deux images 2D du modèle suiveur (estimé).



**FIGURE 5.3** – Éléments physiques modélisés dans un montage en simulation.



**FIGURE 5.4** – Résultats d'estimation des variables moteurs. Les angles estimés sont représentés par des disques bleus et les angles théoriques par des cercles noirs. Les correspondances entre points théoriques et estimés sont des segments rouges dont la longueur est proportionnelle à l'erreur.

simplexe de Nelder et Mead jusqu'à ce que les deux modèles soient superposés avec une précision préétablie. Nous répétons ensuite ces étapes trente fois pour estimer autant de triplets  $q$  aléatoires différents. Les résultats obtenus sont montrés sur la figure 5.4.

Pour des valeurs d'angles prises aléatoirement dans l'espace de travail, c'est-à-dire allant de  $-22.5^\circ$  à  $112.5^\circ$ , l'erreur moyenne tous moteurs confondus est de  $0.05^\circ$ . Nous en déduisons que quelle que soit la position, la méthode d'estimation utilisée converge, et qu'elle converge vers le résultat attendu, validant ainsi cette méthode d'estimation des variables d'actionnement en simulation. L'erreur résiduelle restante peut être expliquée par deux effets. Premièrement, les conditions d'arrêt de l'optimisation sont choisies de sorte que le résultat soit considéré comme valide dans un intervalle de  $0.01^\circ$ , ce qui fixe la précision minimale. Deuxièmement, la résolution des caméras virtuelles est prise égale aux caméras réelles qui seront utilisées pour la validation expérimentale ce qui engendre une limitation sur la déformation minimale visible. L'étude de sensibilité sera approfondie en section 5.4

### 5.2.3 Montage expérimental

Dans l'optique de visualiser les déformations de tiges flexibles et pour faciliter le traitement des images qui va suivre, le montage expérimental doit mettre en valeur les jambes du robot pour que celles-ci soient facilement distinguables par les caméras en se détachant nettement des autres éléments de l'environnement ou du robot lui-même. L'ensemble des éléments rigides du TriRod ainsi que l'arrière plan sont pour cela peints en noir, tandis que les jambes flexibles sont couvertes d'un verni réfléchissant. Les éléments qui complètent l'installation sont les mêmes que dans la section 2.2, c'est-à-dire un panneau LED fournissant une source lumineuse directive et une paire de caméras orientées avec des angles de vue différents comme montré sur la figure 5.5.

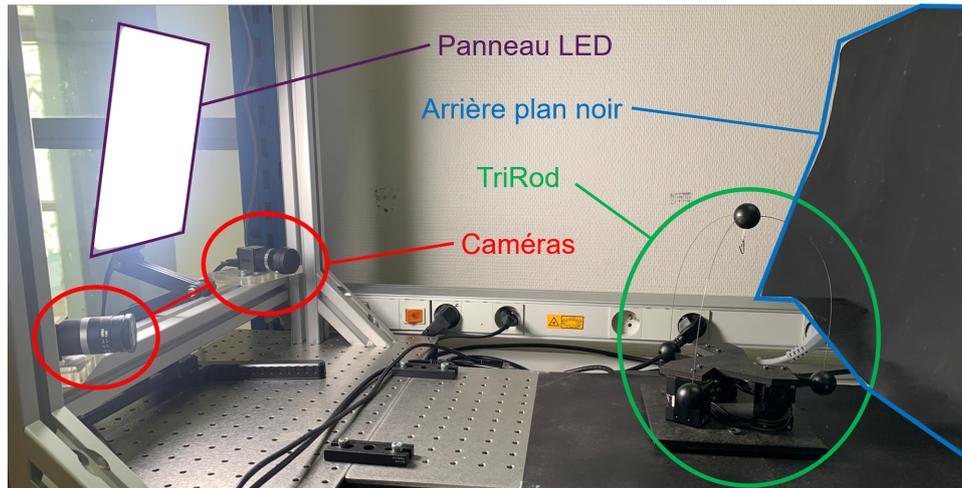


FIGURE 5.5 – Montage expérimental ciblant le TriRod.

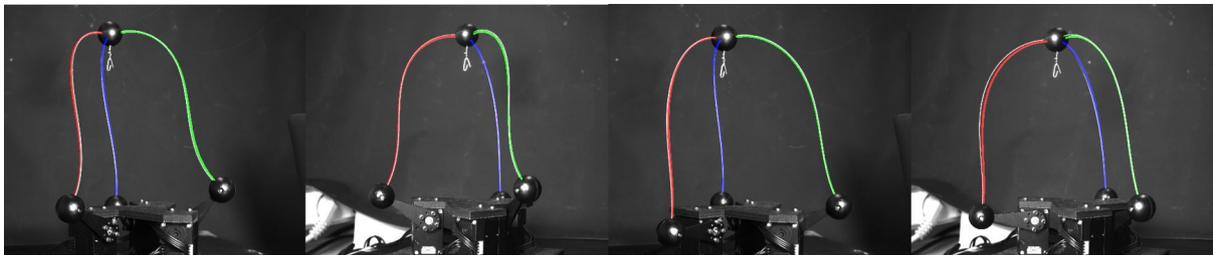
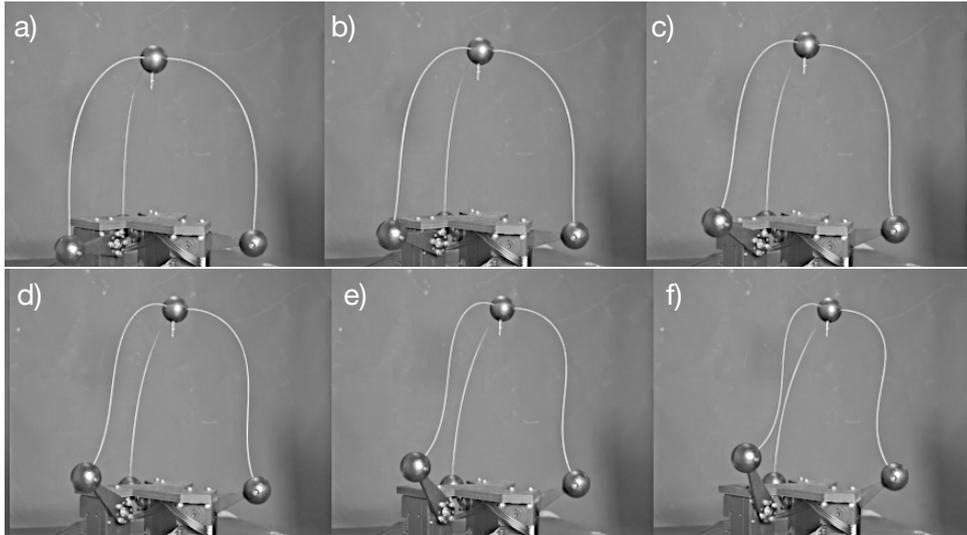


FIGURE 5.6 – Superposition d’images droites et gauches du modèle sur le TriRod. Les deux premières images sont respectivement les images gauche et droite dans la configuration  $\mathbf{q} = [11, 44, 25]^\circ$ . Les deux images suivantes sont les images gauche et droite dans la configuration  $\mathbf{q} = [15, 24, 3]^\circ$ .

## 5.2.4 Validation expérimentale

L’estimation des variables d’actionnement sur le TriRod doit se faire en prenant plusieurs précautions. Premièrement, les paramètres géométriques listés dans le tableau 4.2 doivent être vérifiés et si nécessaire corrigés sur le montage réel. Pour cela, plusieurs images numériques du modèle à géométrie exacte sont prises dans des configurations différentes et superposées à des images du TriRod pour comparaison. Les paramètres peuvent être légèrement modifiés pour améliorer les superpositions d’images entre le modèle et le TriRod. Une fois les paramètres ajustés, la superposition d’images entre le modèle numérique et le robot se fait quelle que soit la configuration (figure 5.6).

Une fois la correspondance entre robots numérique et réel effectuée, l’un et l’autre sont initialisés en position de repos  $\mathbf{q}_r = [0, 0, 0]^\circ$ . La superposition est donc faite à l’état initial. L’objectif est ensuite de déplacer le TriRod selon des trajectoires choisies aléatoirement tout en conservant la superposition de forme avec le modèle. Le suivi du robot permet de découper chaque trajectoire en une série de formes donnant des objectifs intermédiaires pour le modèle afin de mener progressivement le modèle vers une estimation de la position finale du robot réel. La fréquence d’images prises lors du suivi peut monter jusqu’à la fréquence d’images des caméras, c’est-à-dire  $15\text{fps}$ , mais comme décrit en simulation en section 5.2, l’estimation des variables angulaires peut être menée à bien en utilisant uniquement l’image de la configuration finale. Nous prendrons cependant cinq images intermédiaires afin de s’assurer de la convergence de l’algorithme. Ces étapes permettent d’éviter de possibles maximums locaux dans la fonction objectif en conservant la superposition d’images de proche en proche. Prenons par exemple une trajectoire allant de la configuration de repos  $\mathbf{q}_r$  à la configuration finale  $\mathbf{q}_f$ . En plus de l’image initiale du robot, cinq paires d’images sont prises par les deux camé-



**FIGURE 5.7** – Séquence d’images de l’une des caméras formant les étapes intermédiaires de la trajectoire à suivre pour l’estimation des variables d’actionnement. Les valeurs angulaires des actionneurs augmentent linéairement entre a) la position de repos  $\mathbf{q}_r$  et f) la position finale visée  $\mathbf{q}_f$ .

ras à intervalle régulier comme dans l’exemple de trajectoire de la figure 5.7 pour lequel la trajectoire s’effectue entre  $\mathbf{q}_r$  et  $\mathbf{q}_f = [11, 34, 63]^\circ$ .

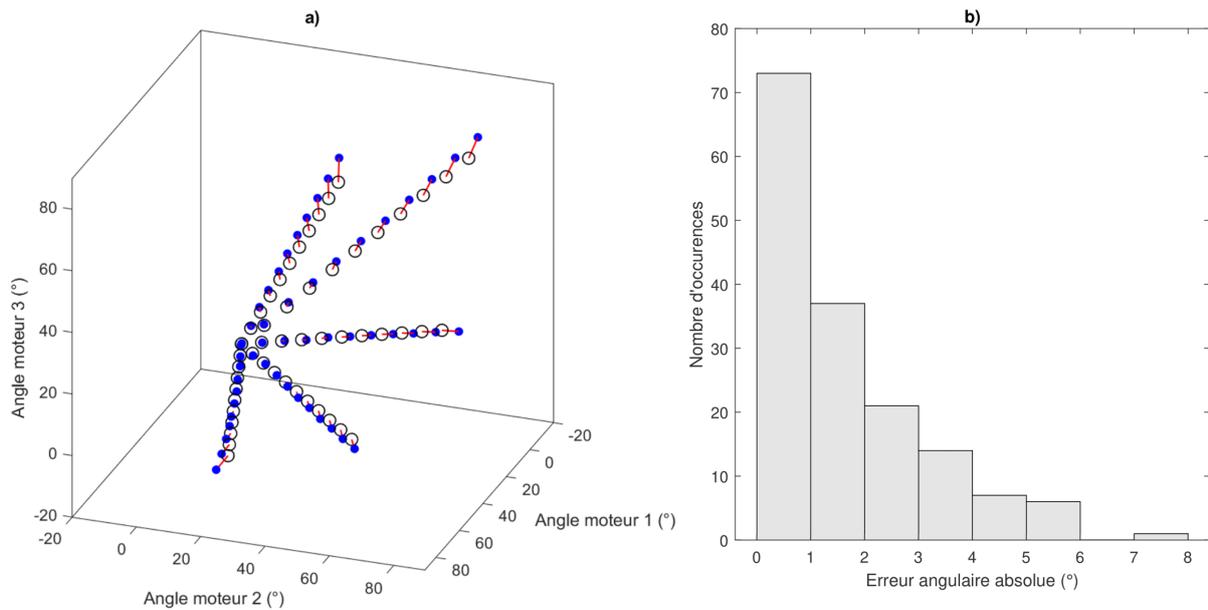
Le suivi de cette trajectoire s’effectue de la manière suivante pour l’estimation des variables d’actionnement. Le robot et son modèle numérique sont initialement disposés de la même façon dans la configuration de repos  $\mathbf{q}_r = [0, 0, 0]$ . Le TriRod est ensuite actionné de façon à atteindre tour à tour les  $n$  configurations intermédiaires  $\mathbf{q}_k, k \in [1, n]$  calculées en équation (5.1) jusqu’à la configuration finale et la plus éloignée  $\mathbf{q}_f$ .

$$\mathbf{q}_k = \frac{k}{n}\mathbf{q}_f + \left(1 - \frac{k}{n}\right)\mathbf{q}_r \quad (5.1)$$

où  $k \in [1, n]$  et  $n \in \mathbb{N}$  le nombre de configurations intermédiaires. Nous prendrons  $n = 10$ .

Lors de chaque étape, une fois le robot stabilisé à un triplet de variables d’actionnement  $\mathbf{q}_k$ , chacune des deux caméras enregistre une image du TriRod. Ces images servent d’objectifs intermédiaires pour  $n$  optimisations. Chaque optimisation est initialisée à l’estimation précédente. Les résultats obtenus sont présentés en figure 5.8.

L’erreur moyenne sur l’estimation des angles moteurs  $q_1, q_2$  et  $q_3$  est de  $1.6^\circ$  pour des déplacements allant de  $0^\circ$  à  $75^\circ$ , avec une erreur minimale inférieure à  $0.1^\circ$  et une erreur maximale de  $7.7^\circ$ . L’erreur moyenne est proche de celle obtenue en simulation. Cependant, il reste un phénomène notable d’éloignement uniforme entre les valeurs estimées et théoriques. Cette différence peut provenir des imprécisions d’identification du TriRod restantes, dont l’effet est décrit en simulation dans la section 5.4.3. Il existe en effet une marge d’erreur sur le positionnement des pièces du robot qui impliquent des différences de forme entre le TriRod réel et son modèle dont la géométrie est théoriquement parfaite. L’erreur d’estimation augmente avec la distance au centre de l’espace de travail, comme cela est visible dans la figure 5.8. Cet effet est visible dans la section 5.4.3 et peut correspondre à une erreur de mesure sur la torsion d’encastrement des jambes ou sur l’angle d’inclinaison des actionneurs. Ceux-ci engendrent en effet des erreurs qui augmentent de la même manière. Dans l’ensemble, les valeurs estimées restent cependant satisfaisantes. Cette première étape validée, nous pouvons nous pencher sur l’objectif principal qui est l’estimation d’une charge extérieure.



**FIGURE 5.8** – Résultats d’estimation d’angles moteurs. La figure a) montre l’espace des actionneurs avec les valeurs désirées sous forme de cercles noirs et les valeurs estimées sous forme de points bleus. Les lignes rouges représentent l’erreur. La figure b) répertorie ces erreurs sous forme d’un histogramme.

## 5.3 Estimation de forces externes

### 5.3.1 Principe d’estimation de force

Supposons qu’une force extérieure d’amplitude et de direction inconnues s’ajoute, agissant sur l’effecteur du TriRod et déformant ses jambes flexibles. L’action de cette force est illustrée par la nouvelle forme du robot et peut donc être estimée de la même manière que les variables d’actionnement. Nous reprenons la méthode de la section 5.2.1 en ajoutant une perturbation sous forme de force externe  $f_{ext}$  sur le TriRod. Les valeurs des actionneurs sont cette fois connues et utilisées pour positionner le modèle correctement par rapport au robot, et l’algorithme d’optimisation donne une estimation  $\hat{f}_{ext}$  de la force, ce qui donne le schéma bloc présenté en figure 5.9.

Le chargement extérieur est une masse suspendue à l’effecteur du TriRod. Les forces prises en compte sont donc des efforts ponctuels correspondant à un objet embarqué ou au contact d’un obstacle. Dans ce cas, le moment extérieur  $m_{ext}$  qui s’applique sur l’effecteur est négligeable et seule la force  $f_{ext}$  sera prise en compte pour l’estimation.

### 5.3.2 Estimation de force en simulation

Une première validation est effectuée par simulation avec un modèle suiveur, un modèle suivi et des caméras virtuelles afin d’identifier de potentielles sources d’erreur indépendantes des perturbations expérimentales. Les triplets de variables d’actionnement donnés aux modèles suivi et suiveur sont les mêmes et ne changent pas pendant l’estimation de force. Les formes des deux modèles diffèrent uniquement par l’application d’une force extérieure aléatoire appliquée au modèle suivi. Cette force est estimée à l’aide du modèle suiveur.

Pour évaluer la méthode d’estimation de force, nous prendrons dans un premier temps la position de repos, où  $q_r = [0, 0, 0]^\circ$ , qui est stable car la raideur est similaire dans toutes les directions (Figures 4.7, 4.8 et 4.9). Cette raideur d’environ  $20\text{N.m}^{-1}$  est adaptée aux efforts

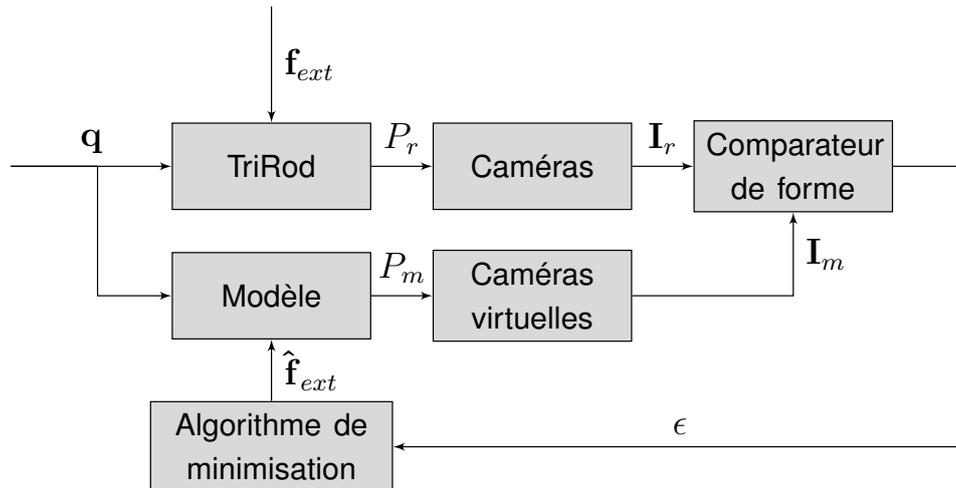


FIGURE 5.9 – Estimations de la force externe fondées sur la comparaison de forme.

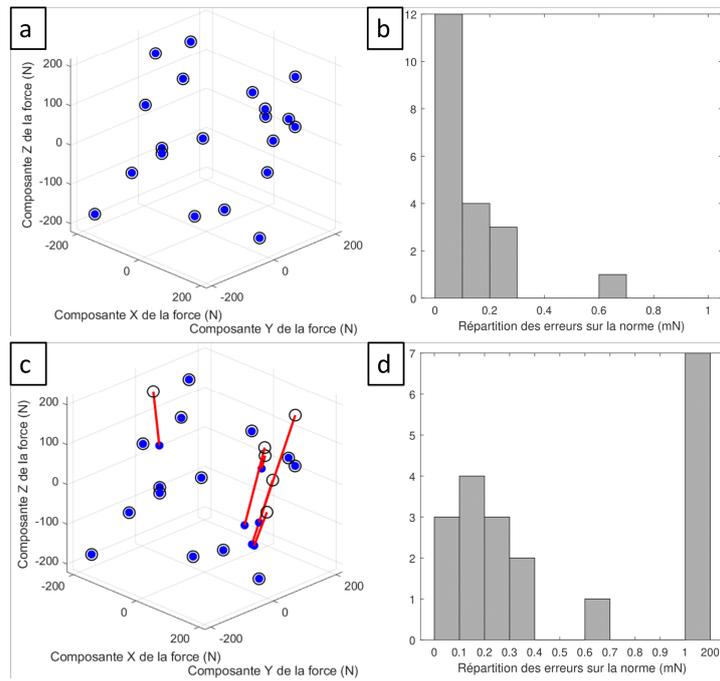
qui seront appliqués expérimentalement au TriRod avec des amplitudes comprises entre 0N et 750mN. Cette position de repos est également celle qui engendre les contraintes les plus faibles, aux alentours de  $1 \times 10^3$  GPa (figure 4.4). Dans un second temps la méthode sera évaluée dans la position dite moyenne, où  $\mathbf{q}_m = [45, 45, 45]^\circ$ , illustrée en figure 4.3e. Cette position est opposée à la position de repos car la raideur  $y$  est répartie de façon inégale, elle est faible pour des forces dans le plan  $XY$  avec une valeur ne dépassant pas  $12\text{N.m}^{-1}$ , et très forte dans la direction  $z$  avec une valeur atteignant  $45\text{N.m}^{-1}$ . Dans cette configuration les contraintes montent jusqu'à  $2 \times 10^3$  GPa. Ces deux configurations très différentes permettent d'évaluer la méthode d'estimation de force dans des situations différentes.

Pour chacune des deux configurations  $\mathbf{q}_r$  et  $\mathbf{q}_m$ , vingt forces sont estimées. Leurs amplitudes varient entre 0N et 200mN et leurs directions sont aléatoires. Les résultats sont affichés en figure 5.10. Dans la configuration  $\mathbf{q}_r$ , la force est estimée avec une erreur moyenne en norme de 0.11mN. Dans la configuration  $\mathbf{q}_m$ , l'erreur moyenne en norme arrive à 14.7mN pour les mêmes forces. Dans cette deuxième configuration, nous pouvons séparer d'un côté 14 cas où la convergence est effective et l'erreur moyenne est alors de 0.3mN, et d'un autre côté 6 cas où l'algorithme n'a pas convergé pour lesquels l'erreur moyenne monte à 48.4mN.

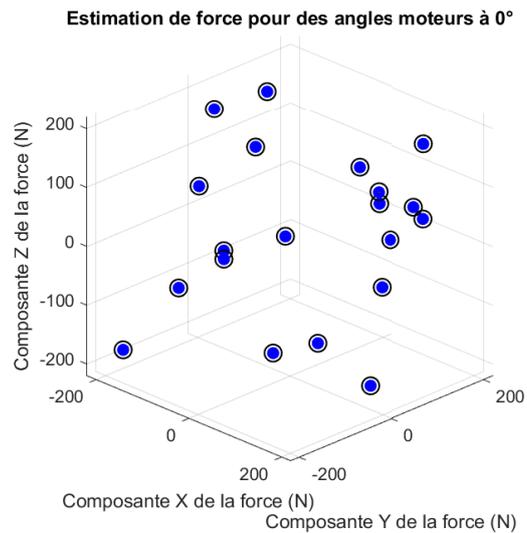
Prenons les 14 cas pour lesquels l'algorithme a convergé dans la figure 5.4 b), ainsi que les 20 cas de la figure 5.4 a). Suivant les directions  $x$  et  $y$ , l'erreur ne dépasse jamais 0.3mN tandis que dans la direction  $z$  l'erreur monte à 1.0mN dans la configuration à  $0^\circ$  et atteint un maximum de 1.4mN dans la configuration  $45^\circ$ . Dans les deux cas, l'algorithme d'optimisation s'arrête car la tolérance sur le critère de similarité entre les images est atteinte. La différence restante entre les axes  $x$  et  $y$  et l'axe  $z$  est la raideur du robot. Cet effet est décrit dans la section 5.4.2.

Prenons maintenant les 6 cas particuliers pour lesquels l'erreur dépasse l'ordre de grandeur attendu de 1mN. Il est remarquable que ces cas problématiques ont pour point commun des forces positives suivant tous les axes, or le simplexe est initialisé de sorte que les premières itérations explorent les forces dans les directions négatives. Nous supposons que la fonction objectif présente donc d'importants extremums locaux qui font converger l'algorithme dans une mauvaise direction et que la position initiale du simplexe est prise à un endroit singulier. Pour vérifier cela, l'estimation des points problématiques est relancée avec une initialisation différente du simplexe. Les 6 cas de mauvaise convergence sont alors corrigés et l'erreur est ramenée à 0.3mN comme montré en figure 5.11, ce qui est cohérent avec les autres estimations.

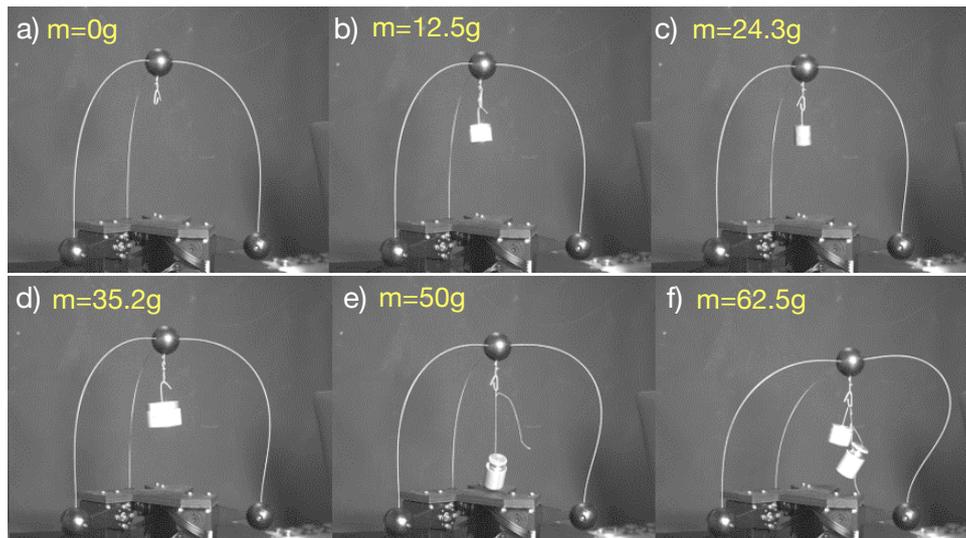
Le simplexe est donc effectivement initialisé à un point instable de la fonction objectif. Ce-



**FIGURE 5.10** – Résultats d'estimation de force externe pour des angles moteurs à a) 0° et c) 45° et histogrammes respectifs des erreurs en b) et d).



**FIGURE 5.11** – Résultats d'estimation de force externe pour les 6 cas problématiques avec initialisation différente.



**FIGURE 5.12** – Séquence d’images de l’une des caméras montrant un chargement croissant du TriRod pour l’estimation de force. Les masses suspendues augmentent de a) absence de masse à f) la masse la plus lourde de 62.5g.

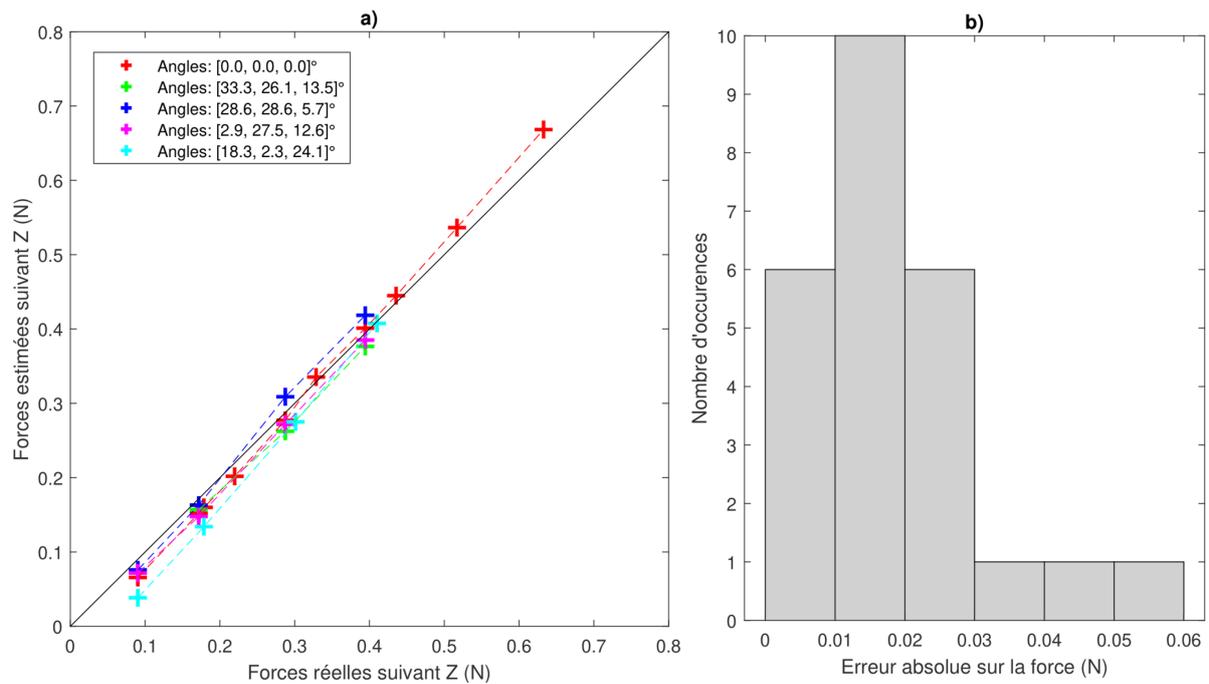
pendant, la méthode doit pouvoir fonctionner quelle que soit la force appliquée. Pour la validation expérimentale décrite en section 5.2.4, nous allons ainsi ajouter des étapes intermédiaires plus rapprochées afin que le modèle suiveur puisse rester proche du modèle suivi sans partir dans de mauvaises directions. Les extremums locaux peuvent de cette manière être évités.

### 5.3.3 Validation expérimentale

L’estimation expérimentale d’une force  $f_{ext}$  sur le TriRod réel se fait de façon similaire à l’estimation des variables angulaires  $q_1, q_2, q_3$ . En effet, le montage expérimental est conservé et plusieurs images formant une trajectoire sont nécessaires. Cependant, le modèle et le robot sont dans ce cas positionnés de la même manière avec un triplet de valeurs  $q$  choisi et fixé. Les valeurs choisies pour les actionneurs restent cependant en dessous de  $45^\circ$  afin de rester dans le domaine de bon fonctionnement de la méthode d’estimation de force abordées en section 5.2.2. Le TriRod est ensuite déformé par une charge appliquée à son effecteur. L’amplitude de cette charge est augmentée étape par étape en ajoutant des masses de plus en plus lourdes suspendues au TriRod. Cela donne une séquence d’images telle que représentée en figure 5.12.

De la même manière que pour l’estimation des variables d’actionnement, des images sont prises lorsque le TriRod se stabilise à chaque chargement formant des objectifs intermédiaires. Chaque optimisation est initialisée à l’estimation précédente. Nous obtenons en figure 5.13 cinq ensembles de 3 à 10 points permettant de comparer les forces estimées aux forces réelles dans cinq positions différentes du TriRod.

Nous obtenons une précision moyenne de 20mN pour une gamme de forces allant de 90mN à 633mN. Les erreurs varient d’un minimum de 1mN à un maximum de 52mN. En terme de masse, la précision moyenne de cette méthode correspond à 2g pour le TriRod qui supporte des masses allant de 5g à 75g. Ces résultats montrent que la forme des jambes flexibles est un indicateur fiable des efforts externes, permettant une évaluation de la masse de l’objet transporté. Il est à noter que les estimations convergent vers le résultat attendu dans tous les cas de configuration, ceci malgré plusieurs perturbations. En effet, la superposition initiale entre le modèle et le robot est imparfaite avec des écarts allant jusqu’à 5 pixels, et les images sont entachées de bruits par des réflexions de lumière incontrôlées et des occultations partielles.



**FIGURE 5.13** – Résultats d’estimation de la force externe. La figure a) montre plusieurs estimations de masses dans cinq configurations différentes. Chaque point représente une comparaison entre force estimée et force réelle et chaque couleur une combinaison de variables articulaires. La figure b) répertorie les erreurs sous forme d’histogramme.

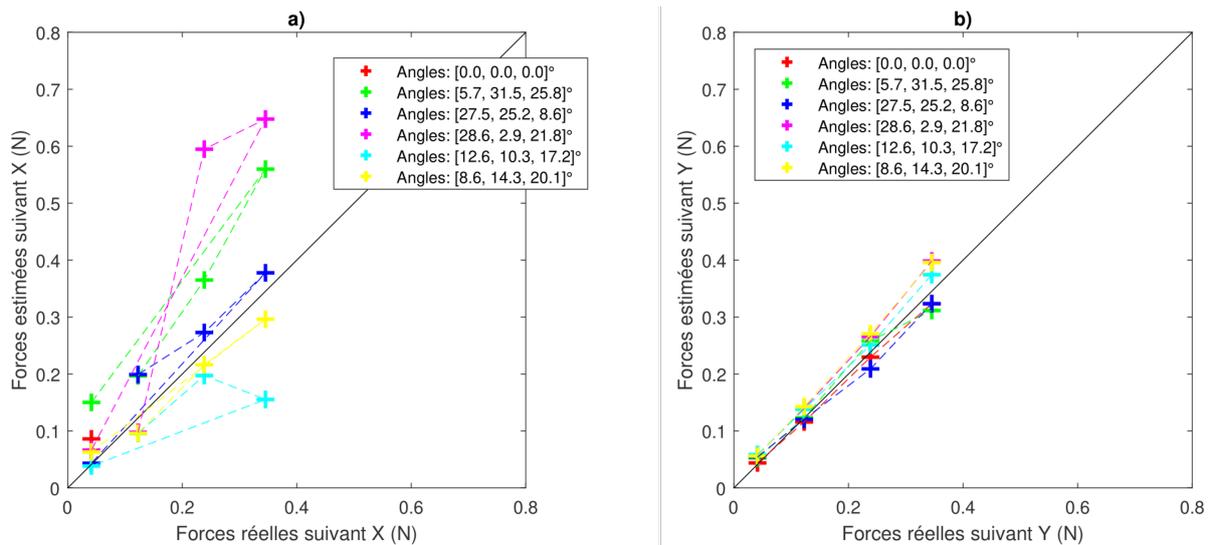
Malgré ces éléments, le fonctionnement en boucle fermée permet d’éviter ces perturbations expérimentales, ce qui rend la méthode d’estimation de force robuste aux bruits de mesure de tous types.

Les erreurs d’estimation de forces extérieures (figure 5.13 b) ne sont cependant pas nulles. Elles proviennent principalement des erreurs d’identification des paramètres dont l’influence est décrite en section 5.4 ainsi que des limites de résolution dans certaines configurations, par exemple lorsque le robot se retrouve dans des postures dites raides.

### 5.3.4 Estimation de forces latérales

L’estimation de force sur le TriRod donne des résultats précis suivant l’axe z. Cet axe a été choisi car il s’agit de l’axe le plus sollicité pour ce type de robot lorsqu’il s’agit d’effectuer des tâches robotiques standards, par exemple de type prise-dépose. Cet axe facilite également la validation expérimentale car la force appliquée peut être connue avec précision en mesurant la masse de l’objet suspendu. Cependant, la méthode fondée sur un modèle numérique est utilisable pour estimer des forces dans toutes les directions, nous réalisons donc des expérimentations supplémentaires pour mesurer des forces dans les directions x et y. Ces forces sont appliquées avec les mêmes poids, et la direction est modifiée grâce à un système de poulie permettant de tirer un fil horizontal. Les résultats sont présentés en figure 5.14.

La précision obtenue pour des forces allant de 41mN à 345mN est de 120mN en moyenne suivant l’axe x ce qui donne 67.3% d’erreur, et est de 20mN en moyenne suivant l’axe y ce qui donne 14.5% d’erreur. Pour l’axe y, la bonne précision obtenue est proche de la précision suivant la direction z. Cependant, la précision suivant la direction x n’est pas satisfaisante. Ceci s’explique par la géométrie du TriRod et la position des caméras. En effet, les caméras et le robot sont presque alignés selon cet axe x, qui est également proche d’un plan de symétrie du TriRod. Cela engendre des paires de configurations différentes donnant des images similaires



**FIGURE 5.14** – Estimation de la force appliquée au TriRod dans plusieurs configurations. a) La force est dirigée suivant l'axe  $x$  et b) La force est dirigée suivant l'axe  $y$

sur les caméras et se traduit par une augmentation du nombre d'extremums locaux dans la fonction critère de similarité. Cette méthode d'estimation est donc applicable et efficace pour estimer des forces en trois dimensions à l'exception de la direction des caméras pour laquelle la précision diminue.

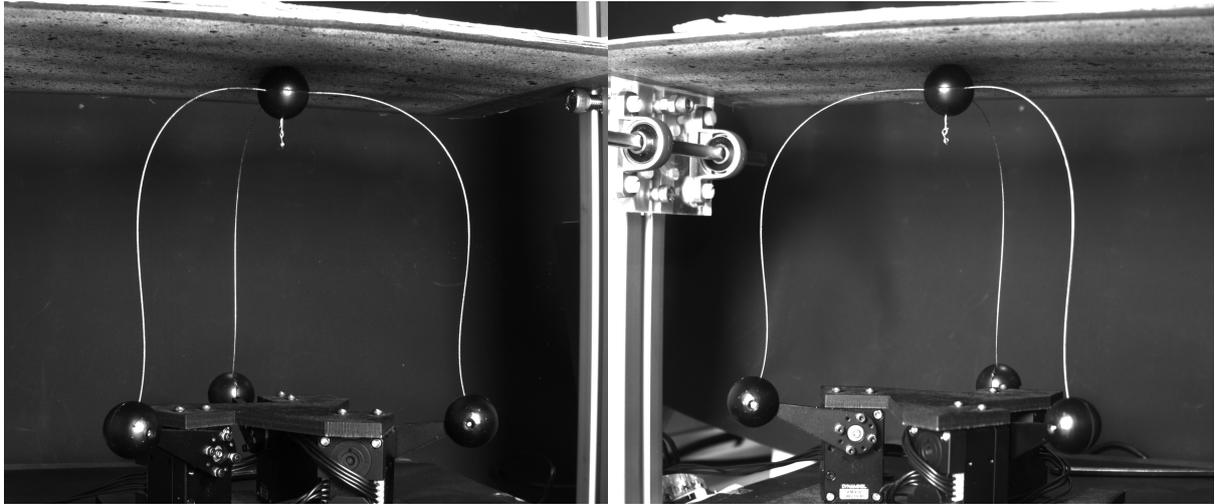
### 5.3.5 Estimation de force de contact

Un cas concret d'estimation de force suivant l'axe  $z$  est expérimenté pour démontrer la possibilité d'utiliser cette méthode comme retour haptique. Pour ce faire, le TriRod est déplacé vers le haut en augmentant les valeurs angulaires des actionneurs par paliers jusqu'à ce que le robot entre en contact avec une plaque rigide lestée et placée au dessus. Le contact est illustré en figure 5.15 du point de vue des caméras. Le TriRod est ensuite actionné pour continuer sa trajectoire jusqu'à ce que la plaque soit soulevée. La force de contact est estimée à chaque palier, en commençant avant le contact et jusqu'à ce que la plaque soit soulevée. Les résultats sont regroupés dans la figure 5.16.

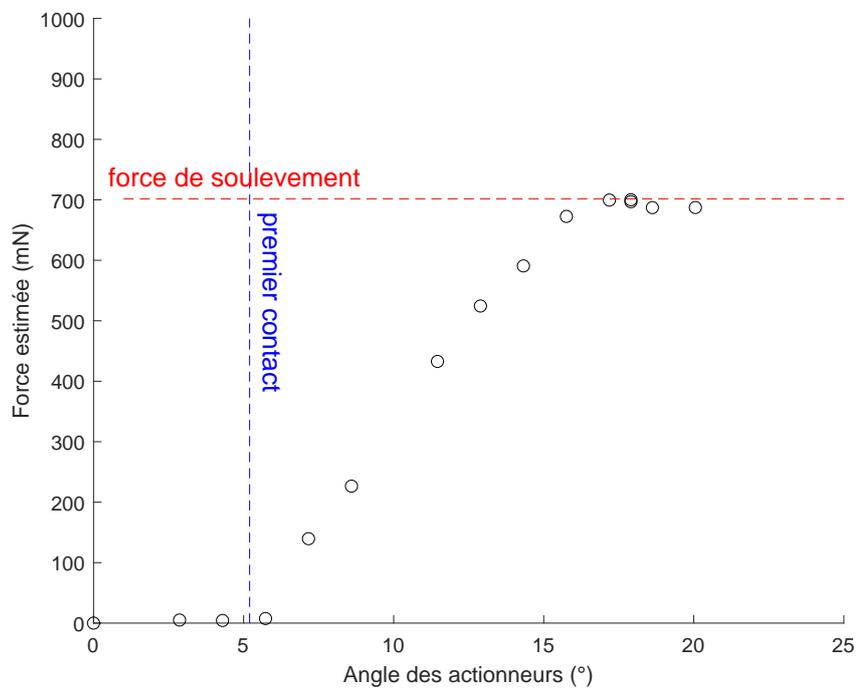
La plaque utilisée est lestée localement à l'aplomb de l'effecteur du TriRod avec une masse. Le poids total de la plaque et de la masse à soulever est de 701,4mN. Le résultat estimé donne une force de contact maximale de 700,2mN, ce qui représente une erreur de moins de 0,2%. De plus, le premier contact, arrivant au troisième palier, est également détecté par une estimation de force qui commence à être non nulle à partir de ce palier. En conclusion la détection de contact est une application appropriée de cette méthode d'estimation de force fondée sur un modèle numérique.

## 5.4 Précision et sensibilité

Plusieurs sources influencent les résultats des estimations d'angles ou de forces. Certains paramètres jouant sur la précision sont inhérents à la méthode d'optimisation, à ses paramètres, à son utilisation et plus encore à la fonction objectif fondée sur le critère de similarité. D'autres paramètres proviennent des choix de montage du système lui-même, c'est-à-dire de la conception du TriRod ou des points de vue et paramètres des caméras. Enfin, les derniers



**FIGURE 5.15** – Images du TriRod au contact d'une plaque horizontale pour mesurer la force de contact. L'image de gauche (respectivement l'image de droite) montre la vue de la caméra de gauche (respectivement de la caméra de droite).



**FIGURE 5.16** – Estimation de la force de contact du TriRod à l'approche d'une plate-forme située au-dessus de lui.

paramètres influant sur la précision sont les imprécisions et bruits dûs aux conditions expérimentales. Tous ces paramètres sont interdépendants, certaines sources d'erreur se compensent tandis que d'autres mènent à des résultats divergeants. Il est donc important de les connaître pour savoir interpréter les résultats obtenus dans l'estimation des variables d'actionnement et des forces externes. La quantification de ces différentes sources d'erreurs à d'une part pour objectif de corriger les imprécisions qui peuvent l'être et d'autre part permet de cerner les limites de la méthode qui pourront être abordées dans des travaux futurs.

### 5.4.1 Paramètres d'optimisation et géométrie du système

Le simplexe de Nelder et Mead est un algorithme de recherche de minimum qui présente à la fois des avantages et des limitations. Sa rapidité réside dans le fait qu'il n'évalue qu'un petit nombre de points à chaque itération, ce qui le rend efficace. De plus, il est très adaptable car il ne nécessite pas la connaissance de la matrice Jacobienne du robot. Cependant, comme pour tout autre algorithme d'optimisation, la convergence dépend fortement de la fonction objectif et de l'initialisation de la recherche. La géométrie du système est responsable de l'apparition d'extremums locaux. Il existe des zones où le simplexe devient inefficace, en particulier dans les configurations pour lesquelles la raideur selon l'un des axes est très élevée. Ces zones sont des vallées formées par la fonction utilisée comme critère. Pour éviter ces zones et donc le ralentissement de l'algorithme, le modèle doit rester proche du robot réel en le suivant étape par étape. La trajectoire du simplexe est quant à elle influencée par plusieurs facteurs tels que les coefficients de modification du simplexe, les conditions d'arrêt et la tolérance sur le résultat. Ces éléments jouent un rôle crucial dans la recherche du minimum optimal et dans la vitesse de convergence. La sélection de ces paramètres est essentielle pour garantir une convergence précise et fiable. Ils sont donc définis à partir d'algorithmes dont l'efficacité est vérifiée [118, 119] puis modifiés légèrement pour s'adapter au cas présent.

### 5.4.2 Résolution spatiale et raideur

Nous avons constaté en simulation que la raideur peut influencer sur la précision des estimations. En effet la figure 5.10 montre des erreurs d'estimation de force principalement réparties selon l'axe  $z$  dans la configuration  $\mathbf{q}_m$ . De plus, les essais réussis pour lesquels l'optimisation converge ont une précision plus faible selon l'axe de plus grande raideur. Nous allons donc développer un exemple quantitatif illustrant le lien entre la raideur et l'estimation de force.

La raideur la plus importante possible sur le TriRod dans sa conception actuelle est, selon les estimations de simulation, la raideur selon l'axe  $z$  lorsque l'effecteur est dans la partie la plus haute de son espace de travail. Le robot a dans cette position une forme globalement allongée et verticale. Or c'est dans une configuration proche de celle-ci que le robot se situe lors des estimations illustrées en figure 5.10 b), et nous voyons effectivement que l'erreur est particulièrement importante suivant l'axe vertical. Nous allons mettre en lumière le lien entre position, raideur et résolution spatiale afin de comprendre ces erreurs. Pour ce faire, nous choisissons les deux configurations utilisées pour l'estimation de force en simulation, c'est-à-dire pour  $\mathbf{q}_r = [0, 0, 0]$  et  $\mathbf{q}_m = [45, 45, 45]^\circ$ . Ce sont en effet des positions représentatives du problème qui nous serviront à illustrer un cas particulier. Nous restreignons l'étude du lien entre raideur et précision de l'estimation de force à deux configurations car la mener sur tout l'espace de travail n'est pas pertinent et trop complexe. Trois forces d'amplitude  $300mN$  sont exercées sur le modèle du TriRod dans chacune des deux configurations choisies, une selon chaque axe  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Pour voir l'effet de cette force sur l'estimation, ce ne sont pas seulement les positions consécutives  $C$  de l'effecteur qui sont nécessaires mais leur projection dans les images numériques car ce sont celles-ci qui seront utilisées dans le critère d'optimisation. Nous projetons

**TABLE 5.1** – Pseudo-raideur en Newtons par pixels pour la position de repos où  $\mathbf{q} = [0, 0, 0]^\circ$  et la position moyenne où  $\mathbf{q} = [45, 45, 45]^\circ$ .

$q_i, \mathbf{f}_{ext}$	$0^\circ, F_X$	$0^\circ, F_Y$	$0^\circ, F_Z$	$45^\circ, F_X$	$45^\circ, F_Y$	$45^\circ, F_Z$
$\tilde{K}_g$ (mN.px $l^{-1}$ )	2.16	1.01	6.81	1.16	0.57	17.38
$\tilde{K}_d$ (mN.px $l^{-1}$ )	2.04	1.04	6.96	1.13	0.62	17.18

donc les positions du point  $C$  dans les images des caméras numériques de droite et de gauche avec les équations de visions de la section 3.3. L'effet de la force sur les images numériques peut alors être illustré par une pseudo-raideur  $\tilde{K}$  en Newtons par pixels liant la distance dans l'image entre deux positions consécutives de  $C$  à l'amplitude de la force ayant servi à ce déplacement. Cette pseudo-raideur est calculée comme suit en équation (5.2).

$$\tilde{K}_i = \frac{\|\mathbf{f}_{ext}\|}{\|p_i(C, \mathbf{f}_{ext}) - p_i(C, 0)\|}, i \in [g, d] \quad (5.2)$$

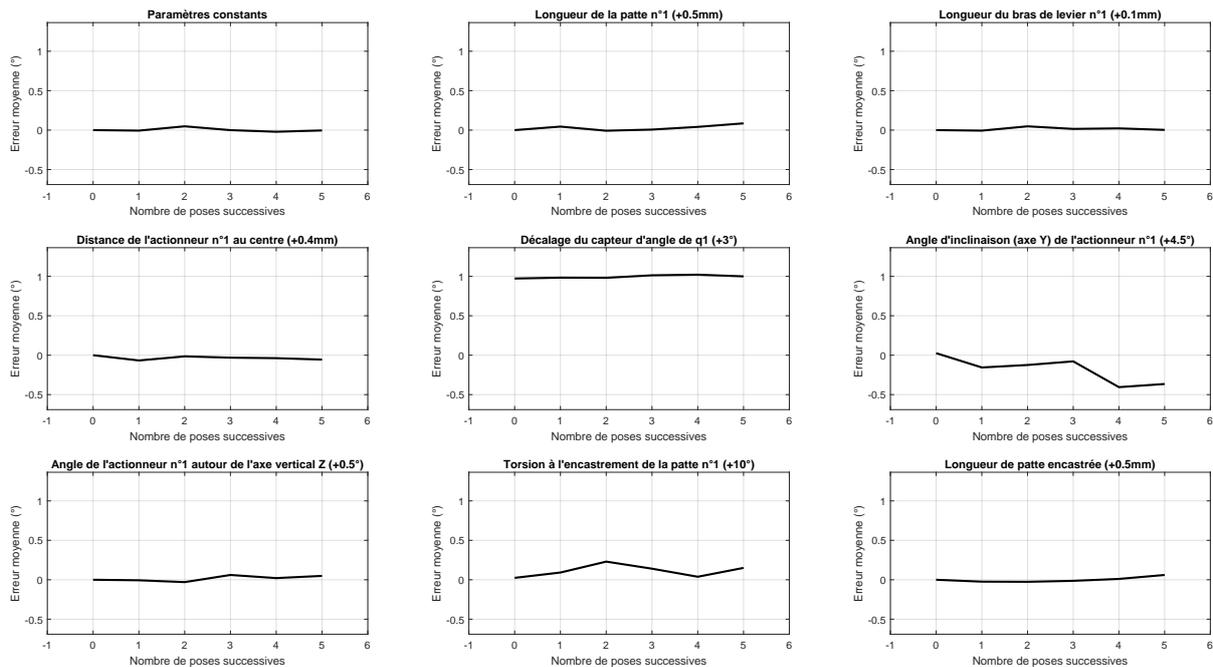
avec  $p_i(C, \mathbf{f}_{ext})$  la position en pixels du points  $C$  dans l'image  $i$  lorsque le modèle numérique est soumis à la force  $\mathbf{f}_{ext}$ ,  $p_i(C, 0)$  la position de  $C$  à vide et  $g, d$  les indices des images de gauche et de droite.

En utilisant les paramètres géométriques et constitutifs du TriRod réel, les valeurs calculées de ces coefficients sont représentées dans le tableau 5.1. Ce tableau montre que dans le pire des six cas testés dans la position moyenne, une force de 17mN selon l'axe vertical ne modifierait la position du centre du robot que d'un pixel. Sachant que l'amplitude de déformation est maximale à cet endroit en  $C$ , la différence de forme dans un tel cas est très faible et les conditions d'arrêt de l'algorithme sont atteintes rapidement. La résolution de la méthode est donc plus faible dans un tel cas, et est plus généralement variable selon la configuration du robot. L'erreur moyenne de 20mN lors de l'estimation expérimentale des forces externes peut provenir en partie de cette raideur importante suivant l'axe vertical mais résulte également d'autres facteurs tels que les paramètres géométriques dont l'influence est étudiée dans la section suivante.

### 5.4.3 Paramètres géométriques

Les méthodes d'estimation fondées sur un modèle sont construites sur l'hypothèse que le comportement du TriRod lors d'une sollicitation en déplacement ou en effort est prévisible grâce au modèle c'est-à-dire que le TriRod et son modèle numérique se déforment de la même manière. Or le montage du TriRod comporte des imprécisions provenant des mesures de paramètres présentées dans le tableau 4.2. La simulation permet de vérifier si des différences de géométrie entre l'objet suivi et l'objet suiveur peuvent mener à des erreurs d'estimation de pose et de forme.

Pour visualiser cette influence nous simulons des erreurs de montage dans le modèle. Les valeurs géométriques du robot réel sont connues avec des précisions différentes selon les outils de mesure utilisés pour les connaître. Nous modifions ainsi l'un après l'autre chaque paramètre géométrique du modèle en lui appliquant l'erreur maximale pouvant être commise lors de la mesure. Nous effectuons ensuite une estimation de pose sur une trajectoire choisie du robot. Les poses à estimer se suivent uniformément entre  $\mathbf{q} = [0, 0, 0]^\circ$  et  $\mathbf{q} = [50, 80, 10]^\circ$  afin de voir les déviations progressives entre les poses estimées et les poses théoriques. Ces poses sont numérotées de 0 à 5. Les résultats de l'estimation sont illustrés en figure 5.17.

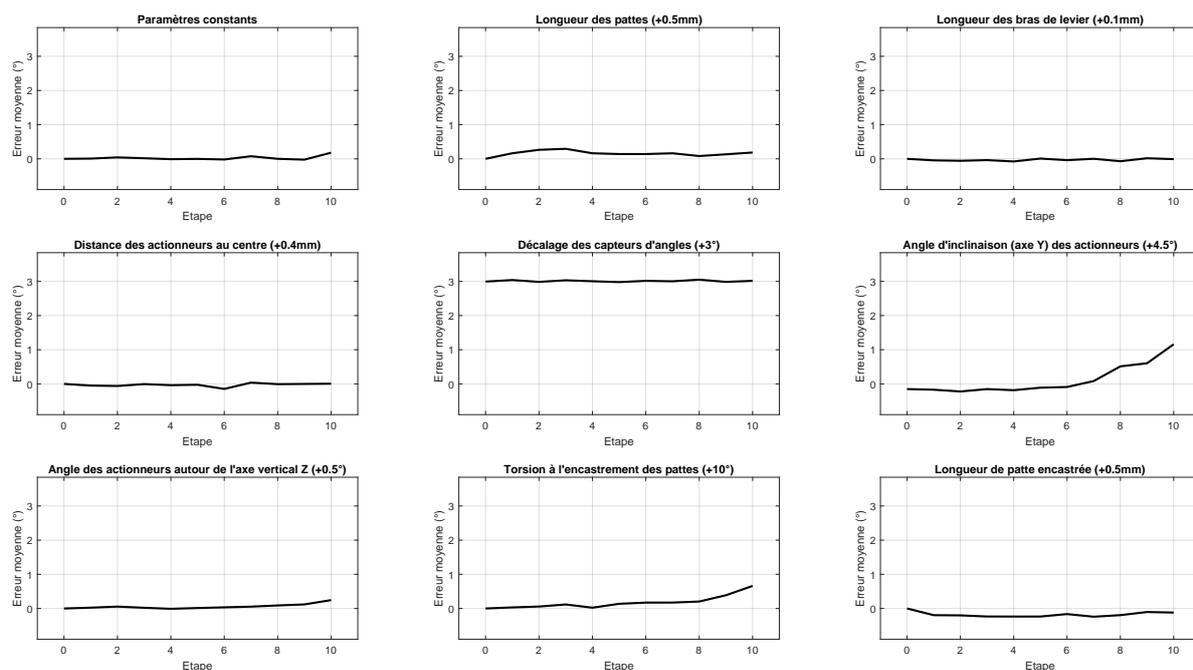


**FIGURE 5.17** – Influence de différents paramètres géométriques sur l'estimation de pose en simulation. Les paramètres sont modifiés sur une unique jambe du TriRod. Les étapes en abscisse indiquent des poses successives du robot avec des angles augmentant uniformément entre  $[0, 0, 0]^\circ$  et  $[50, 80, 10]^\circ$ . L'erreur est la moyenne des erreurs sur les trois moteurs.

Ils représentent l'erreur moyenne sur les trois variables d'actionnement  $q_1, q_2, q_3$  pour chaque pose successive du robot.

Quel que soit le paramètre géométrique modifié, l'erreur d'estimation ne dépasse jamais  $1^\circ$ . La précision de mesure de ces paramètres est donc suffisante pour effectuer l'estimation du triplet de valeurs d'actionnement  $q$ . La majorité des paramètres sont connus avec une précision suffisante pour qu'une erreur de mesure ne se traduise pas en une erreur d'estimation d'angle. Cependant, certains paramètres sont plus influents, en effet l'erreur moyenne obtenue lors de la modification de l'angle d'inclinaison d'un actionneur ou de la torsion à l'encastrement d'une jambe peut monter jusqu'à  $0.4^\circ$  sur les poses les plus éloignées de la position de repos. Ce sont les paramètres pour lesquels l'intervalle de précision de la mesure est le plus large, ce qui explique que l'erreur obtenue peut être plus importante. Un troisième paramètre significatif est le décalage d'un capteur d'angle, c'est-à-dire la précision des capteurs angulaires des actionneurs permettant de s'assurer de la justesse des valeurs théoriques choisies. Sans surprise, le décalage se traduit directement dans l'estimation d'une valeur égale. Les erreurs de mesure peuvent être faites sur plusieurs jambes, ce qui augmente également la divergence du résultat. Ainsi, une erreur d'inclinaison répétée sur les trois jambes peut donner une erreur allant jusqu'à  $1^\circ$  comme illustré en figure 5.18. Cela donne des ordres de grandeur proches des erreurs moyennes obtenues pour l'estimation expérimentale des variables angulaires et les explique en partie.

Les effets de ces modifications de paramètres géométriques peuvent être différents lors de l'application de forces externes. Ces modifications sont donc appliquées une nouvelle fois tour à tour pour visualiser leurs effets lors de l'estimation d'une force sur le robot. Comme précédemment, nous créons une trajectoire formée de plusieurs images prises cette fois-ci entre la configuration à vide, donc sans force, et une configuration déformée par un force de  $[17.5, 140, -700]_{\text{mN}}$ . La force appliquée augmente graduellement et uniformément pour atteindre la force finale choisie. Les résultats obtenus sont exposés en figure 5.19. Selon les cas, l'estimation de force Z peut dépendre fortement de la précision de mesure des paramètres



**FIGURE 5.18** – Influence de différents paramètres géométriques sur l'estimation de pose en simulation. Les paramètres sont modifiés sur les trois jambes du TriRod. Les étapes en abscisse indiquent des poses successives du robot avec des angles augmentant uniformément entre  $[0, 0, 0]^\circ$  et  $[50, 80, 10]^\circ$ . L'erreur est la moyenne des erreurs sur les trois moteurs.

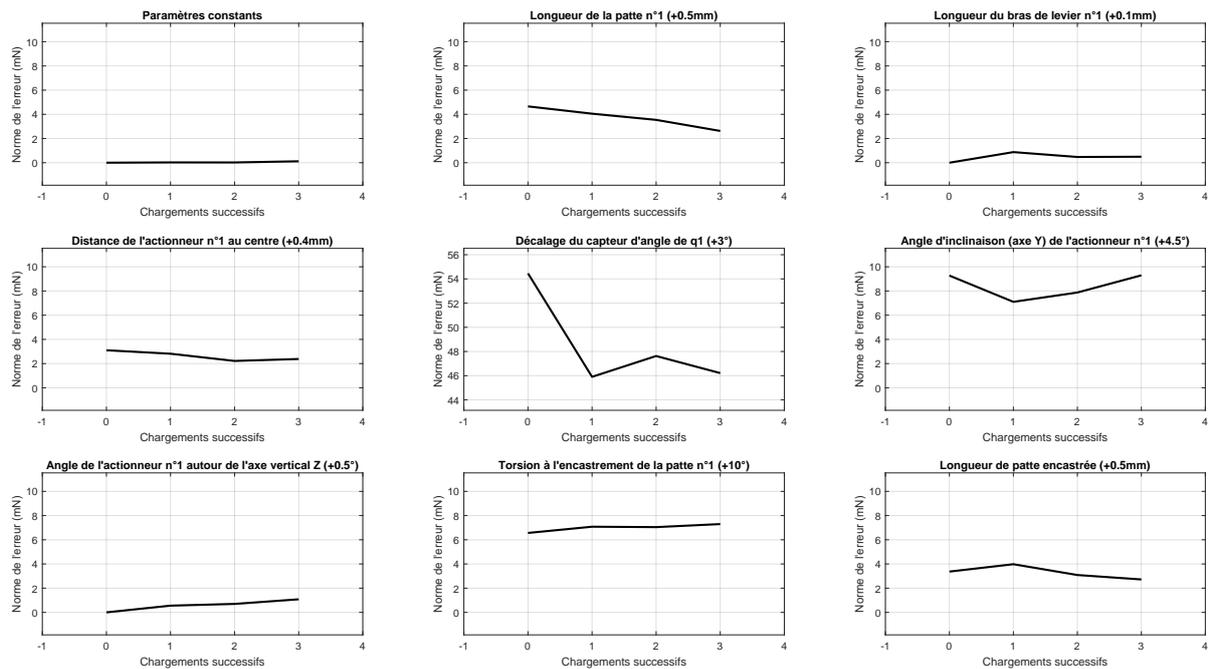
géométriques du robot. La plupart de ces paramètres ont une influence faible, mais certains peuvent engendrer une erreur allant jusqu'à 20mN pour l'effort appliqué dans cette simulation.

La figure 5.19 montre par exemple l'erreur résultante lors de l'estimation d'une force externe sur un robot dont l'une des jambes subit une torsion préalable de  $10^\circ$ . Un chargement important du TriRod peut mener à une amplification forte des effets de ce défaut de montage sur la forme du TriRod. La figure 5.21 montre ce phénomène. À vide, la différence de posture n'est pas visible tandis que lorsqu'un poids est suspendu au TriRod la forme déformée du robot est déportée dans une direction différente selon l'ajout ou non d'une torsion.

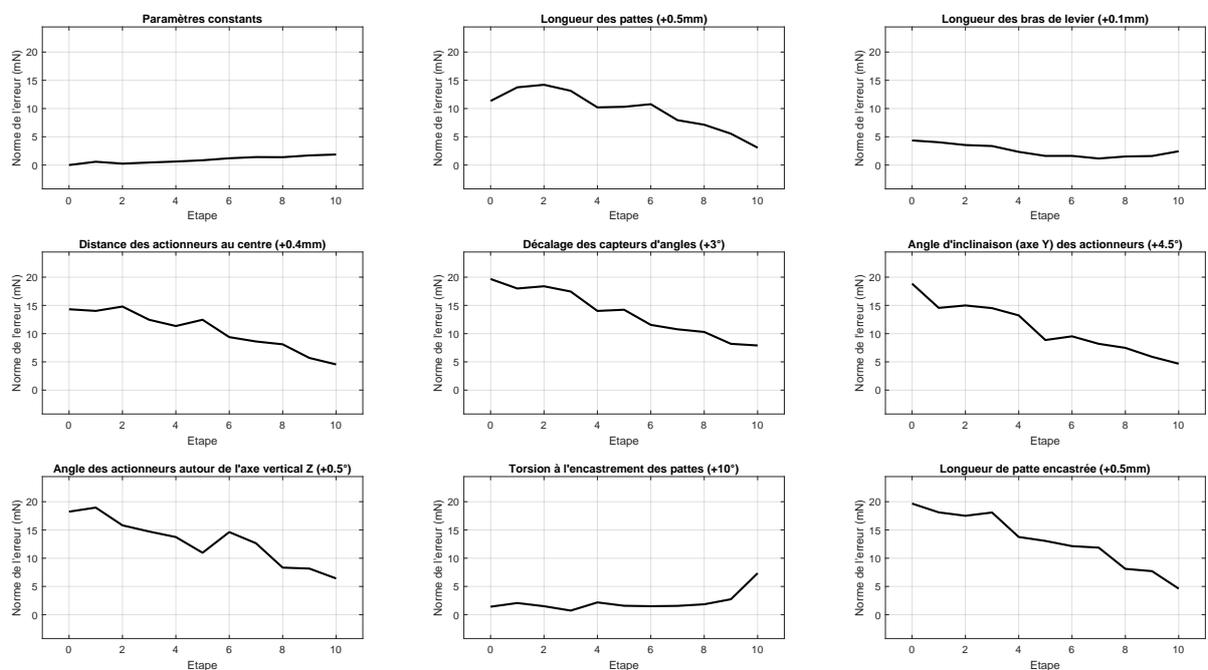
Lorsqu'un paramètre géométrique est modifié sur les trois jambes de robot, l'effet de l'application d'une force est encore plus important, comme visible en figure 5.20. Une force de 70mN d'amplitude est estimée dans l'exemple avec une erreur de 20mN. Cependant, plus la force appliquée est importante, moins les effets des erreurs sur les paramètres géométriques sont visibles dans la plupart des cas. Les différences légères deviennent négligeables par rapport aux grandes déformations.

## 5.5 Synthèse

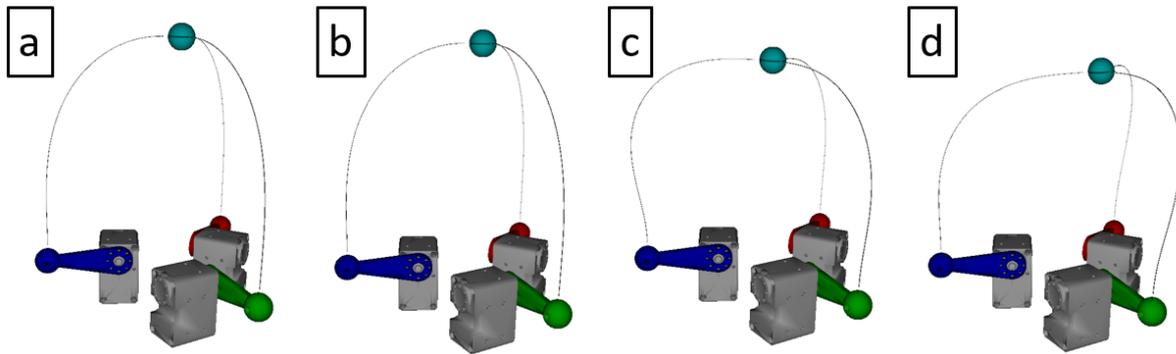
La similarité de forme entre un RC et son modèle numérique est un critère pertinent pour estimer des variables d'actionnement ou une force externe appliquée au robot. Le caractère compliant de ce type de robot est donc un atout car les déplacements et efforts en jeux sont traduits par des déformations accessibles visuellement. Que ce soit pour estimer les valeurs des actionneurs ou une force externe appliquée à l'effecteur, les résultats montrent que cette méthode peut être exploitée car les erreurs moyennes sont respectivement de  $1.6^\circ$  sur une plage allant de  $0^\circ$  à  $75^\circ$  et 20mN sur une plage allant de 90mN à 633mN. Cette méthode fondée sur un modèle s'adapte à des architectures formées de plusieurs éléments souples inter-connectés, ce qui la rend applicable à divers types de RCs en 3D. De plus, cette méthode est robuste aux



**FIGURE 5.19** – Influence de différents paramètres géométriques sur l'estimation de force en simulation. Les paramètres sont modifiés sur une seule jambe. Les étapes en abscisse indiquent des forces successives appliquées sur le robot, augmentant uniformément entre  $[0, 0, 0]$ mN et  $[17.5, 140, -700]$ mN. L'erreur est la différence entre la norme de la force estimée et la norme de la force théorique appliquée.



**FIGURE 5.20** – Influence de différents paramètres géométriques sur l'estimation de force en simulation. Les paramètres sont modifiés sur les trois jambes. Les étapes en abscisse indiquent des forces successives appliquées sur le robot, augmentant uniformément entre  $[0, 0, 0]$ mN et  $[17.5, 140, -700]$ mN. L'erreur est la différence entre la norme de la force estimée et la norme de la force théorique appliquée.



**FIGURE 5.21** – Influence d'une erreur de torsion de  $17^\circ$  à l'encastrement proximal de la seconde jambe (verte) pour un chargement de 70g. La situation a) montre le TriRod sans chargement et sans torsion, la situation b) est la même avec torsion, la situation c) montre le TriRod avec un chargement et sans torsion et la situation d) est la même avec torsion.

bruits de mesure. En effet, les bruits dus à l'utilisation de la vision n'ont aucun effet sur les résultats car les images sont traitées de sorte à être utilisables dans tous les cas. Les erreurs d'identification provenant d'imprécisions de mesure sur les paramètres peuvent introduire des erreurs d'ordre de grandeur  $1^\circ$  et  $10\text{mN}$  mais celles-ci restent fixes et peuvent être maîtrisées. Finalement, les résultats peuvent présenter des écarts d'estimation mais ils restent proches des valeurs attendues. Les expérimentations menées dans cette section valident la méthode fondée sur un modèle et par la même occasion confortent la validité du modèle numérique à EF utilisé. La méthode fondée sur un modèle, validée sur le TriRod, présente cependant certaines limites. Ainsi, les temps de calcul effectifs sont longs car les algorithmes développés n'ont pas été optimisés. Une estimation de position ou de force prend ainsi en moyenne 200s, ce qui empêche l'utilisation de ces techniques pour contrôler un robot en temps réel. La sensibilité des estimations est également limitée par les erreurs d'identification qui rendent les résultats moins précis que ce que la méthode pourrait permettre. L'amélioration de ces deux points est une perspective pour le développement de ces travaux.



# Conclusion et perspectives

La robotique continue est avantageuse dans de nombreux domaines d'applications tels que la navigation dans des environnements restreints, l'interaction humain-robot ou encore la micromanipulation. Le développement et l'utilisation de RCs présente cependant plusieurs défis liés à la nature déformable de ces robots. L'un de ces défis est leur commande, et en particulier le retour sensoriel. En effet, la nature flexible des RCs implique une variation continue des grandeurs telles que les déformations et les forces au sein d'un robot. L'objectif de cette thèse était de contribuer à l'avancement de la recherche sur l'estimation de formes et de forces sur les RCs pour assurer la commande d'un RC. En effet, contrairement aux robots rigides dont la position résulte d'un nombre fini de variables d'actionnement, la position de l'effecteur d'un RC dépend également des déformations dans l'ensemble du robot et des forces externes.

Pour répondre à ces objectifs, deux méthodes d'estimation de force utilisant la compliance des RCs ont été développées. La première méthode est fondée sur l'estimation de la courbure par stéréovision et la résolution du problème inverse. Cette méthode non-itérative s'est révélée rapide et précise pour estimer des forces et des moments appliqués à l'extrémité de jambes de RCs. De manière générale, cette méthode fondée sur la courbure est principalement dépendante de la précision de la reconstruction 3D. Une bonne reconstruction avec peu de bruits de mesure assure un résultat très précis, allant jusqu'à une précision de 2.2% en moyenne pour des jambes de robot encastrées libres. A l'inverse, une reconstruction altérée peut engendrer des erreurs d'estimation. Cette méthode fondée sur la courbure a été appliquée à des tiges sujettes à de grandes déformations dans l'espace, donnant des résultats valides mais dont la précision devra être évaluée dans des travaux futurs en déterminant une méthode précise pour obtenir une vérité terrain.

La seconde approche développée est une méthode itérative fondée sur la comparaison de forme entre un RC et son modèle numérique. Cette approche est moins dépendante de la qualité d'information donnée par les outils de vision. Sa précision est cette fois-ci liée à la qualité de l'étalonnage et à la bonne connaissance des conditions initiales. Cette méthode ne nécessite pas de traitement d'image spécifique pour donner des résultats valides dans tous les cas. Pour des jambes de robot encastrées libres, les résultats sont obtenus avec une erreur moyenne de 14%. Cette précision peut cependant être améliorée si le nombre de points de repères connus augmente, afin d'améliorer la redondance de la mesure. Pour cela, la méthode doit être appliquée à des systèmes à architecture tridimensionnelle qui présentent plus de points d'attache comme le TriRod.

Le TriRod est un RPC conçu avec une architecture originale et fabriqué pour l'application de la méthode d'estimation de force fondée sur un modèle dans un contexte réel. Ce robot constitué de trois jambes en partie rigides et en partie souples est modélisé par éléments finis afin de mettre en place une boucle d'asservissement par comparaison de forme grâce à une paire de caméras. Les résultats d'estimation obtenus ont une précision de 10.5% de la force appliquée pour différentes configurations engendrant de grandes déformations. Quantitativement, cette précision correspond à celles obtenues dans l'état de l'art sur des RC sériels à flexion unique et faibles déformations. Cependant la méthode proposée permet d'estimer des

efforts appliqués à un RC ayant plusieurs jambes dont les déformations sont grandes et en 3D. D'autre part, elle a été validée dans le cas de l'estimation de la valeur maximale d'une force de contact verticale, donnant un résultat d'une précision de 0.2%. Ainsi, la méthode d'estimation de force fondée sur l'utilisation d'un modèle numérique fonctionne pour des grandes déformations et des configurations non planaires pour lesquelles les jambes sont difficiles à distinguer, tout en étant robuste aux bruits de mesure. Cette méthode nécessite cependant plus de temps de calcul et un étalonnage précis.

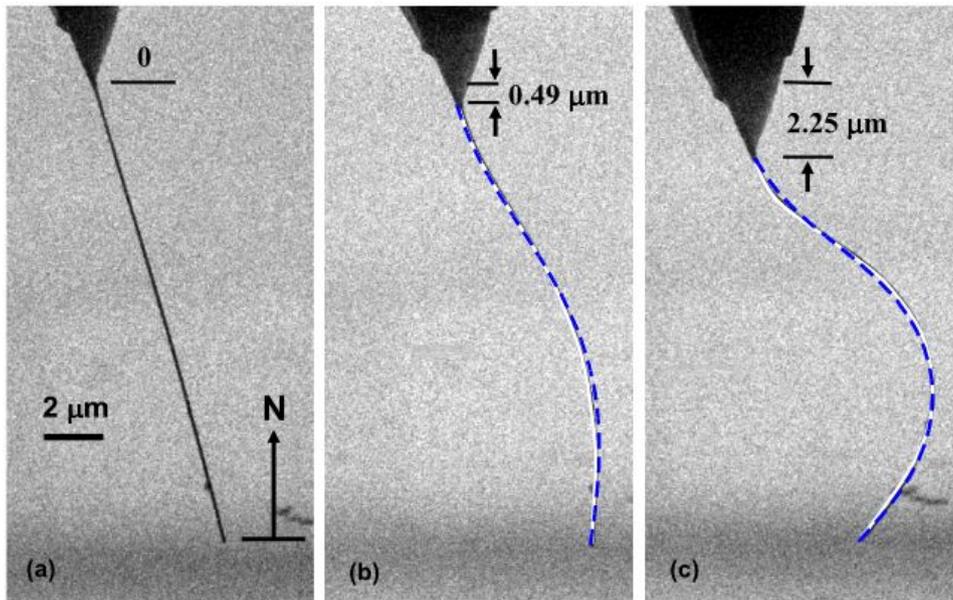
Que ce soit de manière directe ou indirecte, l'utilisation de la forme pour l'estimation des forces est une approche pertinente qui permet d'assurer un retour sensoriel complet pour des RCs. La première méthode est adaptée à des robots dont l'architecture est formée de jambes souples visibles dont la courbure peut être mesurée avec précision car dans ce cas les résultats sont rapides et précis. Comme mentionné précédemment, cette méthode pourrait être améliorée par l'ajout de capteurs de courbure proprioceptifs plus précis afin de diminuer les bruits de mesure et d'augmenter encore la vitesse en réduisant le temps de reconstruction. La seconde méthode est à l'inverse plus indiquée dans des cas où l'architecture est complexe, la forme difficile à mesurer, et où l'étalonnage préalable est possible. Les résultats sont alors peu dépendants des perturbations. L'algorithme de cette méthode peut être optimisé de manière à réduire le temps de traitement et donc gagner en rapidité pour être utilisé en temps réel.

Des travaux futurs pourront être menés pour utiliser le modèle numérique établi du TriRod comme source de données pour alimenter une méthode d'estimation de force fondée sur l'apprentissage afin d'avoir une troisième source de comparaison. Le principe d'une telle méthode repose sur la création d'une banque d'images très fournie du TriRod déformé par des forces externes dans des configurations différentes. Ces images peuvent être créées en simulation grâce aux caméras virtuelles capturant les déformations du modèle numérique EF, permettant ainsi d'accéder à des vérités-terrain rapidement, sans matériel expérimental et sans perturbations. Cette méthode par apprentissage pourrait être une manière alternative d'estimer la force nécessitant une préparation longue mais fonctionnant ensuite à grande fréquence en reliant immédiatement une paire d'images du TriRod déformé à une estimation de la force, sans traitements supplémentaires.

Les perspectives comprennent également différentes applications des deux méthodes présentées. La méthode fondée sur un modèle numérique semble cependant plus appropriée à des utilisations concrètes. La robustesse de cette méthode et son fonctionnement ne nécessitant que des images 2D la rendent par exemple utilisable dans les conditions particulières de la manipulation sous microscope. Une application future de cette méthode peut être ainsi l'estimation de force de contact sur des architectures continues submillimétriques en utilisant des images prises par un Microscope Électronique à Balayage (MEB). L'estimation de force dans ce cas servirait à déterminer les caractéristiques mécaniques de RCs de petite taille telles que la raideur, la limite de rupture en flexion ou le comportement en situation de flambage comme illustré en figure 5.22 [120].

Cette méthode fondée sur un modèle numérique est également particulièrement appropriée pour la détection de contacts comme le montre la précision des résultats expérimentaux obtenus pour l'estimation d'une force de contact verticale. Le première force non nulle estimée permet de situer le premier contact dans un intervalle de  $2^\circ$  sur les variables d'actionnement. La détection de contact peut se faire de manière équivalente pour situer l'apparition d'un contact dans le temps. Les changements brusques survenant lors d'un contact se traduisent en effet par l'apparition d'une force extérieure qui peut être détectée et estimée afin de caractériser le contact. La détection de contact est utile dans la commande de position d'un RC en mouvement afin d'ajuster la consigne en évitant ou en prenant en compte ce contact.

L'amélioration de la vitesse d'estimation de force sur cette méthode est un apport qui sera traité en priorité dans les travaux futurs pour ouvrir la voie à des applications en temps-réel telles que la commande dynamique du TriRod. L'estimation dynamique de forces externes sur



**FIGURE 5.22** – Flambage d'une tige nanométrique observée par un MEB [120].

l'effecteur d'un RPC est une étape essentielle vers l'utilisation d'architectures robotiques continues et légères dans des manipulations de type prise-dépose. L'économie d'énergie réalisée grâce à ces robots s'accompagne d'une dynamique faible due à l'inertie prépondérante de la masse d'un objet manipulé par rapport à celle du robot lui-même. Le temps de réponse long, les déformations dynamiques et les oscillations qui peuvent en résulter doivent donc être compensées par l'utilisation d'une commande dynamique adaptée.

Une vitesse d'estimation suffisante pour donner des résultats en temps-réel peut également rendre possible l'utilisation du TriRod ou d'un autre RPC comme une interface haptique. La nature compliant de ces robots leur donne une grande liberté de mouvement qui peut être exploitée par un utilisateur pour transmettre une commande de mouvement à six degrés de libertés. Cette utilisation du TriRod comme « souris 3D » serait fondée sur une estimation en temps réel de la position et de la force imposées au TriRod par un utilisateur. De plus, la force estimée peut être asservie pour offrir un retour haptique à l'utilisateur grâce aux actionneurs. Pour cela, une boucle d'asservissement purement numérique, indépendante de l'estimation de force, devrait servir à estimer les variables articulaires nécessaires à contrer la force imposée.



# Bibliographie

- [1] OpenAI, “Dall-e : Creating images from text,” OpenAI Blog, 2023. [Online]. Available : <https://openai.com/research/dall-e>
- [2] B. Jones and I. Walker, “Kinematics for multisection continuum robots,” IEEE Transactions on Robotics, vol. 22, no. 1, pp. 43–55, Feb. 2006.
- [3] Y. Kim, G. A. Parada, S. Liu, and X. Zhao, “Ferromagnetic soft continuum robots,” Science Robotics, vol. 4, no. 33, p. eaax7329, 2019.
- [4] D. A. Troncoso, J. A. Robles-Linares, M. Russo, M. A. Elbanna, S. Wild, X. Dong, A. Mohammad, J. Kell, A. D. Norton, and D. Axinte, “A continuum robot for remote applications : From industrial to medical surgery with slender continuum robots,” IEEE Robotics and Automation Magazine, vol. 30, no. 3, pp. 94–105, 2023.
- [5] T. Kamegawa, T. Akiyama, S. Sakai, K. Fujii, K. Une, E. Ou, Y. Matsumura, T. Kishutani, E. Nose, Y. Yoshizaki et al., “Development of a separable search-and-rescue robot composed of a mobile robot and a snake robot,” Advanced Robotics, vol. 34, no. 2, pp. 132–139, 2020.
- [6] D. Zhang, C. Guo, H. Ren, P. Zhu, M. Xu, and H. Lu, “The design of an aerial/ground dual-modal mobile robot for exploring complex environments,” in 2021 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics (RCAR). IEEE, 2021, pp. 393–398.
- [7] K. Kruthika, B. K. Kumar, and S. Lakshminarayanan, “Design and development of a robotic arm,” in 2016 International Conference on Circuits, Controls, Communications and Computing (I4C). IEEE, 2016, pp. 1–4.
- [8] U. Kim, D. Jung, H. Jeong, J. Park, H.-M. Jung, J. Cheong, H. R. Choi, H. Do, and C. Park, “Integrated linkage-driven dexterous anthropomorphic robotic hand,” Nature communications, vol. 12, no. 1, p. 7177, 2021.
- [9] M. Quigley, A. Asbeck, and A. Ng, “A low-cost compliant 7-dof robotic manipulator,” in 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2011, pp. 6051–6058.
- [10] H. A. Almurib, H. F. Al-Qrimli, and N. Kumar, “A review of application industrial robotic design,” in 2011 Ninth International Conference on ICT and Knowledge Engineering. IEEE, 2012, pp. 105–112.
- [11] S. Shepherd and A. Buchstab, “Kuka robots on-site,” Robotic Fabrication in Architecture, Art and Design 2014, pp. 373–380, 2014.
- [12] I. Bonev, “Delta parallel robot-the story of success,” Newsletter, available at <http://www.parallelmic.org>, 2001.

- [13] R. Clavel, "Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté," EPFL, Tech. Rep., 1991.
- [14] F. A. Azad, S. Rahimi, M. R. H. Yazdi, and M. T. Masouleh, "Design and evaluation of adaptive and sliding mode control for a 3-dof delta parallel robot," in 2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE). IEEE, 2020, pp. 1–7.
- [15] D. Artemov, V. Masyuk, S. Orekhov, and I. Pchelkina, "3dof parallel robot analysis," in IOP Conference Series : Materials Science and Engineering, vol. 489, no. 1. IOP Publishing, 2019, p. 012052.
- [16] J. Hesselbach, J. Wrege, A. Raatz, and O. Becker, "Aspects on design of high precision parallel robots," Assembly Automation, vol. 24, no. 1, pp. 49–57, 2004.
- [17] D. Farhadi Machekposhti, N. Tolou, and J. Herder, "A review on compliant joints and rigid-body constant velocity universal joints toward the design of compliant homokinetic couplings," Journal of Mechanical Design, vol. 137, no. 3, p. 032301, 2015.
- [18] O. F. Gallardo, B. Mauze, R. Dahmouche, C. Duriez, and G. J. Laurent, "Turning an articulated 3-ppsr manipulator into a parallel continuum robot," in 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2021, pp. 4955–4960.
- [19] T. Du, J. Hughes, S. Wah, W. Matusik, and D. Rus, "Underwater soft robot modeling and control with differentiable simulation," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 6, no. 3, pp. 4994–5001, 2021.
- [20] D. S. Shah, J. P. Powers, L. G. Tilton, S. Kriegman, J. Bongard, and R. Kramer-Bottiglio, "A soft robot that adapts to environments through shape change," Nature Machine Intelligence, vol. 3, no. 1, pp. 51–59, 2021.
- [21] Z. Gong, X. Fang, X. Chen, J. Cheng, Z. Xie, J. Liu, B. Chen, H. Yang, S. Kong, Y. Hao et al., "A soft manipulator for efficient delicate grasping in shallow water : Modeling, control, and real-world experiments," The International Journal of Robotics Research, vol. 40, no. 1, pp. 449–469, 2021.
- [22] M. A. Horvath, L. Hu, T. Mueller, J. Hochstein, L. Rosalia, K. A. Hibbert, C. C. Hardin, and E. T. Roche, "An organosynthetic soft robotic respiratory simulator," APL bioengineering, vol. 4, no. 2, 2020.
- [23] V. Levering, Q. Wang, P. Shivapooja, X. Zhao, and G. P. López, "Soft robotic concepts in catheter design : an on-demand fouling-release urinary catheter," Advanced healthcare materials, vol. 3, no. 10, pp. 1588–1596, 2014.
- [24] P. Dupont, J. Lock, and B. Itkowitz, "Real-time position control of concentric tube robots," IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), vol. 2010, pp. 562–568, 05 2010.
- [25] E. Amanov, T.-D. Nguyen, and J. Burgner-Kahrs, "Tendon-driven continuum robots with extensible sections—a model-based evaluation of path-following motions," The International Journal of Robotics Research, vol. 40, no. 1, pp. 7–23, 2021.
- [26] C. B. Teeple, T. N. Koutros, M. A. Graule, and R. J. Wood, "Multi-segment soft robotic fingers enable robust precision grasping," The International Journal of Robotics Research, vol. 39, no. 14, pp. 1647–1667, 2020.

- [27] Z. Zhang, J. Dequidt, and C. Duriez, "Vision-Based Sensing of External Forces Acting on Soft Robots Using Finite Element Method," IEEE Robotics and Automation Letters, 2018.
- [28] "Kilonewton : Essais vibratoires," [https://www.kilonewton.fr/essais\\_vibratoires/vibrateurs.html](https://www.kilonewton.fr/essais_vibratoires/vibrateurs.html), consulté le 25/09/2023.
- [29] V. Aloï, C. Black, and C. Rucker, "Stiffness Control of Parallel Continuum Robots," in Volume 1 : Advances in Control Design Methods ; Advances in Nonlinear Control ; Advances Atlanta, Georgia, USA : American Society of Mechanical Engineers, Sep. 2018, p. V001T04A012.
- [30] W. Ba, X. Dong, A. Mohammad, M. Wang, D. Axinte, and A. Norton, "Design and validation of a novel fuzzy-logic-based static feedback controller for tendon-driven continuum robots," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 26, no. 6, pp. 3010–3021, 2021.
- [31] M. Wang, X. Dong, W. Ba, A. Mohammad, D. Axinte, and A. Norton, "Design, modelling and validation of a novel extra slender continuum robot for in-situ inspection and repair in aeroengine," Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 67, p. 102054, 2021.
- [32] R. J. Webster, A. M. Okamura, and N. J. Cowan, "Toward active cannulas : Miniature snake-like surgical robots," 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 2857–2863, 2006.
- [33] C. Girerd and T. K. Morimoto, "Design and control of a hand-held concentric tube robot for minimally invasive surgery," IEEE Transactions on Robotics, vol. 37, no. 4, pp. 1022–1038, 2020.
- [34] Q. Peyron, Q. Boehler, P. Rougeot, P. Roux, B. J. Nelson, N. Andreff, K. Rabenorosoa, and P. Renaud, "Magnetic concentric tube robots : introduction and analysis," The International Journal of Robotics Research, vol. 41, no. 4, pp. 418–440, 2022.
- [35] M. D. Gilbertson, G. McDonald, G. Korinek, J. D. Van de Ven, and T. M. Kowalewski, "Serially actuated locomotion for soft robots in tube-like environments," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 2, no. 2, pp. 1140–1147, 2017.
- [36] Z. Yang, X. Zhu, and K. Xu, "Continuum Delta Robot : a Novel Translational Parallel Robot with Continuum Joints," in 2018 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM). Auckland : IEEE, Jul. 2018, pp. 748–755.
- [37] H. McClintock, F. Z. Temel, N. Doshi, J.-s. Koh, and R. J. Wood, "The milliDelta : A high-bandwidth, high-precision, millimeter-scale Delta robot," Science Robotics, vol. 3, no. 14, p. eaar3018, Jan. 2018.
- [38] M. Leveziel, W. Haouas, G. J. Laurent, M. Gauthier, and R. Dahmouche, "Migribot : A miniature parallel robot with integrated gripping for high-throughput micromanipulation," Science Robotics, vol. 7, no. 69, p. eabn4292, 2022.
- [39] B. Mauzé, R. Dahmouche, G. J. Laurent, A. N. André, P. Rougeot, P. Sandoz, and C. Clévy, "Nanometer precision with a planar parallel continuum robot," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 5, no. 3, pp. 3806–3813, 2020.
- [40] C. E. Bryson and D. C. Rucker, "Toward parallel continuum manipulators," IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2014.

- [41] E. M. Young and K. J. Kuchenbecker, "Implementation of a 6-DOF Parallel Continuum Manipulator for Delivering Fingertip Tactile Cues," IEEE Transactions on Haptics, vol. 12, no. 3, pp. 295–306, Jul. 2019.
- [42] C. Nwafor, G. J. Laurent, and K. Rabenorosoa, "Miniature parallel continuum robot made of glass : Analysis, design, and proof-of-concept," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2023.
- [43] F. Zaccaria, E. Idà, and S. Briot, "Design and experimental equilibrium stability assessment of a rfrfr continuum parallel robot," Mechatronics, vol. 95, p. 103064, 2023.
- [44] E. M. Young and K. J. Kuchenbecker, "Design of a parallel continuum manipulator for 6-DOF fingertip haptic display," in 2017 IEEE World Haptics Conference (WHC). Munich : IEEE, Jun. 2017, pp. 599–604.
- [45] K. Nuelle, T. Sterneck, S. Lilge, D. Xiong, J. Burgner-Kahrs, and T. Ortmaier, "Modeling, calibration, and evaluation of a tendon-actuated planar parallel continuum robot," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 5, no. 4, pp. 5811–5818, 2020.
- [46] J. A. Rivera and C. J. Kim, "Spatial parallel soft robotic architectures," in 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Chicago, IL, USA : IEEE, Sep. 2014, pp. 548–553.
- [47] L. Lindenroth, D. Stoyanov, K. Rhode, and H. Liu, "Towards intrinsic force sensing and control in parallel soft robots," Nov. 2021, number : arXiv :2111.10338 arXiv :2111.10338 [cs].
- [48] Z. Zhang, A. Petit, J. Dequidt, and C. Duriez, "Calibration and External Force Sensing for Soft Robots Using an RGB-D Camera," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 4, no. 3, pp. 2356–2363, Jul. 2019.
- [49] G. Zheng, "Control of a Silicone soft tripod robot via uncertainty compensation," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 5, no. 2, pp. 2801–2807, 2020.
- [50] F. J. Campa, M. Diez, D. Diaz-Caneja, and O. Altuzarra, "A 2 dof continuum parallel robot for pick and place collaborative tasks," Mechanisms and Machine Science, vol. 73, 2019.
- [51] S. Lilge, T. D. Barfoot, and J. Burgner-Kahrs, "Continuum Robot State Estimation Using Gaussian Process Regression on  $\$SE(3)\$," The International Journal of Robotics Research, vol. 41, no. 13-14, pp. 1099–1120, Nov. 2022, arXiv :2210.14842 [cs].$
- [52] G. Wu and G. Shi, "Experimental statics calibration of a multi-constraint parallel continuum robot," Mechanism and Machine Theory, vol. 136, pp. 72–85, Jun. 2019.
- [53] H. Cheng, H. Liu, X. Wang, and B. Liang, "Approximate piecewise constant curvature equivalent model and their application to continuum robot configuration estimation," in 2020 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC). IEEE, 2020, pp. 1929–1936.

- [54] G. Chen, Y. Kang, Z. Liang, Z. Zhang, and H. Wang, "Kinetostatics modeling and analysis of parallel continuum manipulators," Mechanism and Machine Theory, vol. 163, p. 104380, 2021.
- [55] D. V. A. Nguyen, C. Girerd, Q. Boyer, P. Rougeot, O. Lehmann, L. Tavernier, J. Szewczyk, and K. Rabenorosoa, "A hybrid concentric tube robot for choles-teatoma laser surgery," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 7, no. 1, pp. 462–469, 2021.
- [56] R. Yasin and N. Simaan, "Joint-level force sensing for indirect hybrid force/position control of continuum robots with friction," The International Journal of Robotics Research, vol. 40, no. 4-5, pp. 764–781, 2021.
- [57] K. Xu and N. Simaan, "An Investigation of the Intrinsic Force Sensing Capabi-lities of Continuum Robots," IEEE Transactions on Robotics, vol. 24, no. 3, pp. 576–587, Jun. 2008.
- [58] R. Xu, A. Yurkewich, and R. V. Patel, "Curvature, Torsion, and Force Sensing in Continuum Robots Using Helically Wrapped FBG Sensors," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 1, no. 2, 2016.
- [59] F. Monet, S. Sefati, P. Lorre, A. Poiffaut, S. Kadoury, M. Ar-mand, I. Iordachita, and R. Kashyap, "High-Resolution Optical Fiber Shape Sensing of Continuum Robots : A Comparative Study \*," in 2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Paris, France : IEEE, May 2020, pp. 8877–8883.
- [60] Y. Toshimitsu, K. W. Wong, T. Buchner, and R. Katzschmann, "Sopra : Fabri-cation and dynamical modeling of a scalable soft continuum robotic arm with integrated proprioceptive sensing," in 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2021, pp. 653–660.
- [61] Q. Zhao, J. Lai, K. Huang, X. Hu, and H. K. Chu, "Shape estimation and control of a soft continuum robot under external payloads," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 27, no. 5, pp. 2511–2522, 2022.
- [62] H. Yan, Y. Wang, W. Shen, F. Li, G. Gao, T. Zheng, Z. Xu, S. Qian, C. Chen, C. Zhang, G. Yang, and T. Chen, "Cable-Driven Continuum Robot percep-tion Using Skin-Like Hydrogel Sensors," Advanced Functional Materials, vol. 32, no. 34, p. 2203241, Aug. 2022.
- [63] J. M. Croom, D. C. Rucker, J. M. Romano, and R. J. Webster, "Visual Sensing of Continuum Robot Shape Using Self-Organizing Maps," IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2010.
- [64] G. Del Giudice, A. L. Orekhov, J.-H. Shen, K. M. Joos, and N. Simaan, "Inves-tigation of micromotion kinematics of continuum robots for volumetric oct and oct-guided visual servoing," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 26, no. 5, pp. 2604–2615, 2020.
- [65] A. W. Mahoney, T. L. Bruns, P. J. Swaney, and R. J. Webster, "On the inse-parable nature of sensor selection, sensor placement, and state estimation for continuum robots or "where to put your sensors and how to use them"," in 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2016, pp. 4472–4478.

- [66] J. Edelmann, A. J. Petruska, and B. J. Nelson, “Magnetic control of continuum devices,” The International Journal of Robotics Research, vol. 36, no. 1, pp. 68–85, 2017.
- [67] G. Chen, M. Pham, and T. Redarce, “Sensor-based guidance control of a continuum robot for a semi-autonomous colonoscopy,” Robotics and Autonomous Systems, vol. 57, no. 6-7, pp. 712–722, Jun. 2009.
- [68] H. Guo, F. Ju, Y. Cao, F. Qi, D. Bai, Y. Wang, and B. Chen, “Continuum robot shape estimation using permanent magnets and magnetic sensors,” Sensors and Actuators A : Physical, vol. 285, pp. 519–530, Jan. 2019.
- [69] A. Gao, N. Liu, M. Shen, M. EMK Abdelaziz, B. Temelkuran, and G.-Z. Yang, “Laser-profiled continuum robot with integrated tension sensing for simultaneous shape and tip force estimation,” Soft robotics, vol. 7, no. 4, pp. 421–443, 2020.
- [70] F. Campisano, S. Caló, A. A. Ramirez, J. H. Chandler, K. L. Obstein, R. J. Webster, and P. Valdastri, “Closed-loop control of soft continuum manipulators under tip follower actuation,” The International Journal of Robotics Research, vol. 40, no. 6-7, pp. 923–938, Jun. 2021.
- [71] Z. Yin, Y. Hong, X. Sun, Z. Shen, Y. Zhang, F. Ju, and B. W. Drinkwater, “A miniature continuum robot with integrated piezoelectric beacon transducers and its ultrasonic shape detection in robot-assisted minimally invasive surgeries,” in 2022 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). IEEE, 2022, pp. 5945–5950.
- [72] E. J. Lobaton, J. Fu, L. G. Torres, and R. Alterovitz, “Continuous shape estimation of continuum robots using x-ray images,” in 2013 IEEE international conference on robotics and automation. IEEE, 2013, pp. 725–732.
- [73] A. Vandini, C. Bergeles, B. Glocker, P. Giataganas, and G.-Z. Yang, “Unified tracking and shape estimation for concentric tube robots,” IEEE Transactions on Robotics, vol. 33, no. 4, pp. 901–915, 2017.
- [74] D. Navarro-Alarcon and Y.-H. Liu, “Fourier-Based Shape Servoing : A New Feedback Method to Actively Deform Soft Objects into Desired 2-D Image Contours,” IEEE Transactions on Robotics, vol. 34, no. 1, pp. 272–279, Feb. 2018.
- [75] J. Qi, W. Ma, D. Navarro-Alarcon, H. Gao, and G. Ma, “Adaptive Shape Servoing of Elastic Rods using Parameterized Regression Features and Auto-Tuning Motion Controls,” arXiv :2008.06896 [cs, eess], Aug. 2020, arXiv : 2008.06896.
- [76] A. Reiter, R. E. Goldman, A. Bajo, K. Iliopoulos, N. Simaan, and P. K. Allen, “A learning algorithm for visual pose estimation of continuum robots,” in 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. IEEE, 2011, pp. 2390–2396.
- [77] J. Zhu, D. Navarro-Alarcon, R. Passama, and A. Cherubini, “Vision-based manipulation of deformable and rigid objects using subspace projections of 2D contours,” Robotics and Autonomous Systems, 2021.
- [78] J. Lu, F. Liu, C. Girerd, and M. C. Yip, “Image-based Pose Estimation and Shape Reconstruction for Robot Manipulators and Soft, Continuum Robots via Differentiable Rendering,” Feb. 2023, arXiv :2302.14039 [cs].

- [79] R. Lagneau, A. Krupa, and M. Marchal, "Automatic Shape Control of Deformable Wires Based on Model-Free Visual Servoing," IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 5, no. 4, pp. 5252–5259, Oct. 2020.
- [80] C. Shentu, E. Li, C. Chen, P. T. Dewi, D. B. Lindell, and J. Burgner-Kahrs, "MoSS : Monocular Shape Sensing for Continuum Robots," Mar. 2023, arXiv :2303.00891 [cs].
- [81] J. Li, Y. Sun, H. Su, G. Zhang, and C. Shi, "Marker-based shape estimation of a continuum manipulator using binocular vision and its error compensation," in 2020 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). IEEE, 2020, pp. 1745–1750.
- [82] H. Zheng, S. Pinzello, B. G. Cangan, T. Buchner, and R. K. Katzschmann, "Vise : Vision-based 3d real-time shape estimation of continuously deformable robots," arXiv preprint arXiv :2211.05222, 2022.
- [83] D. B. Camarillo, K. E. Loewke, C. R. Carlson, and J. K. Salisbury, "Vision based 3-D shape sensing of flexible manipulators," IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008.
- [84] M. M. Dalvand, S. Nahavandi, and R. D. Howe, "High speed vision-based 3d reconstruction of continuum robots," in 2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC). IEEE, 2016, pp. 000 618–000 623.
- [85] K. Xu and N. Simaan, "An investigation of the intrinsic force sensing capabilities of continuum robots," IEEE Transactions on Robotics, vol. 24, no. 3, pp. 576–587, 2008.
- [86] H. Donat, S. Lilge, J. Burgner-Kahrs, and J. J. Steil, "Estimating Tip Contact Forces for Concentric Tube Continuum Robots Based on Backbone Deflection," IEEE Transactions On Medical Robotics and Bionics, vol. 2, pp. 619–630, 2020.
- [87] J. Hao, D. Song, C. Hu, and C. Shi, "Two-dimensional shape and distal force estimation for the continuum robot based on learning from the proximal sensors," IEEE Sensors Journal, vol. 23, no. 10, pp. 10 836–10 846, 2023.
- [88] J. Back, T. Manwell, R. Karim, K. Rhode, K. Althoefer, and H. Liu, "Catheter Contact Force Estimation from Shape Detection using a Real-Time Cosserat Rod Model," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2015.
- [89] A. Hooshiar, A. Sayadi, M. Jolaei, and J. Dargahi, "Accurate Estimation of Tip Force on Tendon-driven Catheters using Inverse Cosserat Rod Model," International Conference on Biomedical Innovations and Applications (BIA), 2020.
- [90] F. Khan, R. J. Roesthuis, and S. Misra, "Force Sensing in Continuum Manipulators using Fiber Bragg Grating Sensors," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2017.
- [91] T. A. Brumfiel, A. Sarma, and J. P. Desai, "Towards fbg-based end-effector force estimation for a steerable continuum robot," in 2022 International Symposium on Medical Robotics (ISMR). IEEE, 2022, pp. 1–7.

- [92] D. C. Rucker and R. J. Webster, "Deflection-Based Force Sensing for Continuum Robots :A Probabilistic Approach," IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011.
- [93] W. Wei and N. Simaan, "Modeling, Force Sensing, and Control of Flexible Cannulas for Microstent Delivery," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 134, no. 4, p. 041004, Jul. 2012.
- [94] S. Hasanzadeh and F. Janabi-Sharifi, "Model-based Force Estimation for Intra-cardiac Catheters," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2015.
- [95] M. Khoshnam, A. C. Skanes, and R. V. Patel, "Modeling and Estimation of Tip Contact Force for Steerable Ablation Catheters," IEEE Transactions on Biomedical Engineering, pp. 1404 – 1415, 2015.
- [96] K. Ashwin, S. K. Mahapatra, and A. Ghosal, "Profile and contact force estimation of cable-driven continuum robots in presence of obstacles," Mechanism and Machine Theory, vol. 164, p. 104404, Oct. 2021.
- [97] V. A. Aloï and D. C. Rucker, "Estimating Loads Along Elastic Rods," Int. Conf. on Rob. and Auto., 2019.
- [98] Q. Xiao, X. Yang, and Y. Chen, "Curvature-based force estimation for an elastic tube," Robotica, vol. 41, no. 6, pp. 1749–1761, 2023.
- [99] O. Al-Ahmad, M. Ourak, J. Vlekken, and E. Vander Poorten, "FBG-Based Estimation of External Forces Along Flexible Instrument Bodies," Frontiers in Robotics and AI, 2021.
- [100] C. B. Black, J. Till, and D. C. Rucker, "Parallel Continuum Robots : Modeling, Analysis, and Actuation-Based Force Sensing," IEEE Transactions on Robotics, vol. 34, no. 1, pp. 29–47, Feb. 2018.
- [101] M. Yousefi, M. Jamshidian Ghaleshahi, and H. e. a. Nejat Pishkenari, "Model-aided 3d shape and force estimation of continuum robots based on cosserat rod theory and using a magnetic localization system." Intel Serv Robotics, vol. 16, p. 471–484, 2023.
- [102] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol. 22, no. 11, pp. 1330–1334, 2000.
- [103] J. Heikkila and O. Silvén, "A four-step camera calibration procedure with implicit image correction," in Proceedings of IEEE computer society conference on computer vision and pattern recognition. IEEE, 1997, pp. 1106–1112.
- [104] J.-Y. Bouguet, "Camera calibration toolbox for matlab," [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/), 2004.
- [105] M. Guizar-Sicairos, S. T. Thurman, and J. R. Fienup, "Efficient subpixel image registration algorithms," in Optics Letters, 2nd ed., 2008, vol. 33, pp. 156–158.
- [106] R. Hartley and A. Zisserman, Multiple View Geometry in Computer Vision, 2nd ed. Cambridge University Press, 2000.
- [107] P. Businger and G. H. Golub, "Linear least squares solutions by householder transformations," Numerische Mathematik, vol. 7, no. 3, pp. 269–276, 1965.

- [108] F. Frenet, “Sur les courbes à double courbure,” Journal de mathématiques pures et appliquées, vol. 17, pp. 437–447, 1852.
- [109] A. Gong, S. Rode, G. Gompper, U. B. Kaupp, J. Elgeti, B. Friedrich, and L. Alvarez, “Reconstruction of the three-dimensional beat pattern underlying swimming behaviors of sperm,” The European Physical Journal E, vol. 44, no. 7, p. 87, 2021.
- [110] G. Taubin, “Estimation of planar curves, surfaces, and nonplanar space curves defined by implicit equations with applications to edge and range image segmentation,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, no. 11, pp. 1115–1138, 1991.
- [111] E. Coevoet, T. Morales-Bieze, F. Largilliere et al., “Software toolkit for modeling, simulation and control of soft robots,” Adv. Rob., vol. 31, pp. 1208–1224, 2017.
- [112] J. A. Nelder and R. Mead, “A Simplex Method for Function Minimization,” The Comput. J., vol. 7, p. 308–313, 1965.
- [113] L. Han and M. Neumann, “Effect of dimensionality on the nelder–mead simplex method,” Optimization Methods and Software, vol. 21, no. 1, pp. 1–16, 2006.
- [114] G. Zheng, “Control of a silicone soft tripod robot via uncertainty compensation,” IEEE Robotics and Automation Letters, vol. 5, no. 2, pp. 2801–2807, 2020.
- [115] L. Rey and R. Clavel, “The delta parallel robot,” in Parallel Kinematic Machines : Theoretical Aspects and Industrial Requirements. Springer, 1999, pp. 401–417.
- [116] Codian robotics. [Online]. Available : <https://www.codian-robotics.com>
- [117] O. Gonzalez and J. H. Maddocks, “Global curvature, thickness, and the ideal shapes of knots,” Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 96, no. 9, pp. 4769–4773, 1999.
- [118] J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, “Convergence properties of the nelder–mead simplex method in low dimensions,” SIAM Journal on optimization, vol. 9, no. 1, pp. 112–147, 1998.
- [119] C. T. Kelley, “Detection and remediation of stagnation in the nelder–mead algorithm using a sufficient decrease condition,” SIAM journal on optimization, vol. 10, no. 1, pp. 43–55, 1999.
- [120] V. V. Dobrokhotov, M. M. Yazdanpanah, S. Pabba, A. Safir, and R. W. Cohn, “Visual force sensing with flexible nanowire buckling springs,” Nanotechnology, vol. 19, no. 3, p. 035502, 2007.
- [121] A. Fusiello, E. Trucco, and A. Verri, “Rectification with Unconstrained Stereo Geometry,” Proceedings of the British Machine Vision Conference, pp. 400–409, 1997.



# Annexes

## 5.6 Stéréovision

### 5.6.1 Calculs de l'homographie de rectification

La rectification de deux images stéréographiques est une transformation appliquée à l'ensemble des points de chaque image afin de les redresser de manière à ce que deux points correspondant à un même élément 3D se retrouve sur la même ligne dans les deux images. En d'autres termes, ce processus permet de rendre chaque paire de lignes épipolaires, soit colinéaires et parallèles à l'un des axes de l'image. Cette transformation est particulière à chaque caméra et est représentée par la matrice homographie  $\mathbf{H}$  permettant de passer des plans images  $\mathcal{P}_G$  et  $\mathcal{P}_D$  au plan de rectification  $\mathcal{P}^{(r)}$  par les équations (5.3) et (5.4). Ainsi, un point  $\tilde{\mathbf{p}}_G \in \mathbf{I}_G$ , respectivement  $\tilde{\mathbf{p}}_D \in \mathbf{I}_D$ , correspond à un point  $\tilde{\mathbf{p}}_G^{(r)} \in \mathbf{I}_G^{(r)}$ , respectivement  $\tilde{\mathbf{p}}_D^{(r)} \in \mathbf{I}_D^{(r)}$ .

$$\tilde{\mathbf{p}}_G^{(r)} \simeq \mathbf{H}_G \tilde{\mathbf{p}}_G \quad (5.3)$$

$$\tilde{\mathbf{p}}_D^{(r)} \simeq \mathbf{H}_D \tilde{\mathbf{p}}_D \quad (5.4)$$

où le symbole  $\simeq$  désigne une égalité des vecteurs à un facteur d'échelle près, qui peut être éliminé en normalisant le résultat sur sa dernière composante.

Pour les calculs qui suivront dans l'ensemble de cette section, tirés de A. Fusiello [121], seule la matrice homographie  $\mathbf{H}_G$  de la caméra de gauche sera calculée comme exemple. Celle de droite étant définie de la même manière en inversant les paramètres de droite et de gauche. Premièrement, la construction du plan de rectification se fait à partir des plans images définis par les équations de projection (2.2). L'équation de projection de la caméra de gauche peut être réécrite sous la forme (5.5).

$$\tilde{\mathbf{p}}_G \simeq \mathbf{K}_G [\mathbf{R}_G \mid \mathbf{t}_G] \tilde{P} \quad (5.5)$$

On note  $C_G$  et  $C_D$  les centres optiques respectifs des caméras gauche et droite. Le centre optique d'une caméra est le point de l'espace correspondant au centre de la lentille de la caméra. Sa projection sur le plan image est positionnée à l'origine de l'image. Ainsi, une manipulation de l'équation (5.5) appliquée au centre optique donne une réécriture du vecteur translation sous la forme  $\mathbf{t}_G = -\mathbf{R}_G C_G$ . Cela permet d'écrire la relation (5.6) suivante.

$$P - C_G \simeq (\mathbf{K}_G \mathbf{R}_G)^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_G \quad (5.6)$$

Le plan de rectification est défini par une équation de projection équivalente avec des caractéristiques particulières. Premièrement, la rectification ne doit pas changer le centre optique, c'est-à-dire que la translation de la matrice de transformation sera donc la même et que seule la matrice de rotation est modifiée. On note  $[\mathbf{x}_G^{(r)}, \mathbf{y}_G^{(r)}, \mathbf{z}_G^{(r)}]$  les axes orientant le plan de rectification  $\mathcal{P}^{(r)}$ , qui sont également les colonnes de sa matrice de rotation  $\mathbf{R}_G^{(r)}$ . De la même manière,  $[\mathbf{x}_G, \mathbf{y}_G, \mathbf{z}_G]$  sont les axes directionnels de  $\mathcal{P}_G$ . Deuxièmement, deux points issus des images de droite et de gauche et correspondant à un même point de l'espace doivent se retrouver sur une même ligne après rectification. On appelle ces lignes des droites épipolaires. Pour cela, le nouvel axe  $\mathbf{x}_G^{(r)}$  est choisi orthogonal à la ligne de base qui est la droite passant par les deux centres optiques. Finalement, l'inclinaison doit être conservée, donc le nouvel axe  $\mathbf{y}_G^{(r)}$  est défini orthogonal à l'ancien axe  $\mathbf{z}_G$ . L'axe  $\mathbf{z}_G^{(r)}$  est ensuite pris de sorte à former un repère direct. Les équations de ces axes sont regroupés en (5.7).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_G^{(r)} &= \frac{C_G C_D}{\|C_G C_D\|} \\ \mathbf{y}_G^{(r)} &= [\mathbf{z}_G]_{\times} \mathbf{x}_G^{(r)} \\ \mathbf{z}_G^{(r)} &= [\mathbf{x}_G^{(r)}]_{\times} \mathbf{y}_G^{(r)}\end{aligned}\tag{5.7}$$

Le centre optique étant conservé, l'équation (5.6) appliquée à un point dans l'image et au même point dans le plan de rectification donne la relation (5.8) d'où l'on peut déduire la matrice d'homographie en identifiant les termes de l'équation (5.3).

$$\tilde{\mathbf{p}}_G^{(r)} \simeq (\mathbf{K}_G \mathbf{R}_G^{(r)}) (\mathbf{K}_G \mathbf{R}_G)^{-1} \tilde{\mathbf{p}}_G\tag{5.8}$$

## 5.6.2 Calculs de triangulation

Notons  $\mathbf{P}_G = \mathbf{K}_G [\mathbf{I}_{3 \times 3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 1}] {}^0\mathbf{T}_G$  la matrice de projection de la caméra de gauche et  $\mathbf{P}_D = \mathbf{K}_D [\mathbf{I}_{3 \times 3} \mid \mathbf{0}_{3 \times 1}] {}^0\mathbf{T}_D$  celle de droite. La méthode de triangulation par TLD d'après R. Hartley [106] se fonde sur une décomposition des équations matricielles de projection (2.2) en un système d'équations linéaires. Pour cela, nous définissons les fonctions  $\mathcal{L}_i$  qui isolent la ligne  $i$  d'une matrice telle qu'une matrice  $\mathbf{P}$  puisse s'écrire  $[\mathcal{L}_1(\mathbf{P}); \mathcal{L}_2(\mathbf{P}); \mathcal{L}_3(\mathbf{P})]$ . De la même manière, la décomposition d'un point image  $\mathbf{p}$  est notée  $\mathbf{p} = [p_x, p_y]$ . Les équations de projection peuvent être réécrites sous la forme des systèmes (5.9) et (5.10) comprenant trois équations dont deux sont linéairement indépendantes.

$$\begin{cases} p_{Gx} \mathcal{L}_3(\mathbf{P}_G) \tilde{\mathbf{P}} - \mathcal{L}_1(\mathbf{P}_G) \tilde{\mathbf{P}} = 0 \\ p_{Gy} \mathcal{L}_3(\mathbf{P}_G) \tilde{\mathbf{P}} - \mathcal{L}_2(\mathbf{P}_G) \tilde{\mathbf{P}} = 0 \\ p_{Gx} \mathcal{L}_2(\mathbf{P}_G) \tilde{\mathbf{P}} - p_{Gy} \mathcal{L}_1(\mathbf{P}_G) \tilde{\mathbf{P}} = 0 \end{cases}\tag{5.9}$$

et

$$\begin{cases} p_{Dx} \mathcal{L}_3(\mathbf{P}_D) \tilde{\mathbf{P}} - \mathcal{L}_1(\mathbf{P}_D) \tilde{\mathbf{P}} = 0 \\ p_{Dy} \mathcal{L}_3(\mathbf{P}_D) \tilde{\mathbf{P}} - \mathcal{L}_2(\mathbf{P}_D) \tilde{\mathbf{P}} = 0 \\ p_{Dx} \mathcal{L}_2(\mathbf{P}_D) \tilde{\mathbf{P}} - p_{Dy} \mathcal{L}_1(\mathbf{P}_D) \tilde{\mathbf{P}} = 0 \end{cases}\tag{5.10}$$

Le système complet sans redondances peut donc s'écrire  $\mathbf{A}(\mathbf{p}_G, \mathbf{p}_D)P = 0$  à l'aide d'une matrice de triangulation  $\mathbf{A}$  défini en (5.11).

$$\mathbf{A}(\mathbf{p}_G, \mathbf{p}_D) = \begin{bmatrix} p_{Gx}\mathcal{L}_3(\mathbf{P}_G) - \mathcal{L}_1(\mathbf{P}_G) \\ p_{Gy}\mathcal{L}_3(\mathbf{P}_G) - \mathcal{L}_2(\mathbf{P}_G) \\ p_{Dx}\mathcal{L}_3(\mathbf{P}_D) - \mathcal{L}_1(\mathbf{P}_D) \\ p_{Dy}\mathcal{L}_3(\mathbf{P}_D) - \mathcal{L}_2(\mathbf{P}_D) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Le problème de triangulation revient alors à une recherche de vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{A}(\mathbf{p}_G, \mathbf{p}_D)$ . Cette recherche peut se faire avec une décomposition DVS telle que dans l'équation (2.21). Le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre correspond à la position de l'espace du point  $P$ . Cette opération de triangulation doit ensuite être répétée pour chaque paire de points  $\mathbf{p}_G, \mathbf{p}_D$  pour donner le nuage de point complet.



**Titre :** Estimation de forces par vision dans les robots continus

**Mots clés :** Robot continu, Estimation de pose, Estimation de force, Vision par ordinateur

**Résumé :** Dans le domaine de la robotique, la recherche sur les architectures flexibles et continûment déformables est en plein essor. Ces robots continus proposent des solutions adaptées à des domaines tels que la chirurgie, la navigation dans des environnements étroits ou la micromanipulation. Le développement de robots continûment déformables fait cependant face à plusieurs verrous scientifiques majeurs. En effet, la conception, la modélisation, la stabilité et le contrôle de robots déformables sont d'autant plus complexes qu'ils présentent un nombre infini de degrés de libertés et de configurations. Cette thèse propose plusieurs solutions pour améliorer la commande de robots continus en introduisant des techniques extéroceptives d'estimation de pose et de force. Les formes sont estimées par vision tandis que les forces sont estimées à partir des déformations en utilisant les lois de comportement des éléments déformables.

**Title :** Vision-based force estimation in continuum robots

**Keywords :** Continuum robot, Pose estimation, Force estimation, Computer vision

**Abstract :** In the robotic research community, the field of flexible and continuously deformable robotics is very active. Continuum robotics offer advanced solutions for fields such as surgery, narrow spaces navigation and micromanipulation. However, the development of continuously deformable robots faces several major scientific challenges. Indeed, the design, modeling, stability and control of deformable robots are all the more complex as they present an infinite number of degrees of freedom and configurations. This thesis proposes several solutions to improve continuum robots control by introducing exteroceptive techniques of pose and force estimation. Shapes are estimated by vision, while forces are estimated from deformations using the behavior laws of deformable elements.



Université Bourgogne Franche-Comté  
32, avenue de l'Observatoire  
25000 Besançon