



**HAL**  
open science

# Risque Systémique, Évaluation des Actifs Financiers et Systèmes d'Alertes Systémiques

Jean-Charles Garibal

► **To cite this version:**

Jean-Charles Garibal. Risque Systémique, Évaluation des Actifs Financiers et Systèmes d'Alertes Systémiques. Economies et finances. Université d'Orléans, 2019. Français. NNT : 2019ORLE3212 . tel-04518241

**HAL Id: tel-04518241**

**<https://theses.hal.science/tel-04518241>**

Submitted on 23 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

*ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DE LA SOCIÉTÉ :  
TERRITOIRES, ÉCONOMIE, ET DROIT*

LABORATOIRE D'ÉCONOMIE D'ORLÉANS

## THÈSE

présentée par :

**Jean-Charles GARIBAL**

Soutenance prévue pour le : **26 Novembre 2019**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'Université d'Orléans**

Discipline/ Spécialité : Sciences Économiques

## Risque Systémique, Évaluation des Actifs Financiers et Systèmes d'Alertes Systémiques

**THÈSE dirigée par :**

**M. MAILLET Bertrand**  
**M. COLLETAZ Gilbert**

Professeur, EM Lyon Business School et Université de la Réunion  
Professeur, Université d'Orléans

**RAPPORTEURS :**

**Mme. MIGNON Valérie**  
**M. DARNE Olivier**

Professeur, Université de Paris Nanterre  
Professeur, Université de Nantes

**JURY :**

**M. COLLETAZ Gilbert**  
**M. DARNE Olivier**  
**M. DIRER Alexis**  
**M. HURLIN Christophe**  
**M. MAILLET Bertrand**  
**Mme. MIGNON Valérie**

Professeur, Université d'Orléans  
Professeur, Université de Nantes  
Professeur, Université d'Orléans - **Président du jury**  
Professeur, Université d'Orléans  
Professeur, emlyon business school et Université de la Réunion  
Professeur, Université de Paris Nanterre



**L'Université d'Orléans n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans la thèse ; elles doivent être considérées comme propres à son auteur.**



## Remerciements

Même si cette thèse est, par définition, un travail essentiellement personnel, je souhaite ici rendre hommage et exprimer ma profonde gratitude à tous ceux qui ont contribué à sa réalisation.

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mes directeurs de thèse, les Professeurs Bertrand Maillet et Gilbert Colletaz, pour leur encadrement sans faille et leur étroite collaboration dans les différents projets que j'ai menés ces dernières années. Je les remercie tout particulièrement pour les connaissances qu'ils m'ont apportées, ainsi que pour leurs collaborations et disponibilités infinies. Grâce à eux, j'ai pu participer à de nombreux séminaires et conférences internationales.

Je remercie également spécifiquement le Professeur Bertrand Maillet de m'avoir donné l'opportunité de dispenser des heures de cours magistraux en supplément de ma charge d'enseignement à l'Université d'Orléans, et aussi de m'avoir permis de rapporter certains travaux pour de prestigieuses revues.

Je tiens de même à remercier les membres de mon Jury : en particulier les Professeurs Valérie Mignon et Olivier Darné (rapporteurs), ainsi que les Professeurs Alexis Direr et Christophe Hurlin (examineurs), pour leurs disponibilités et l'honneur qu'ils me font en ayant accepté de participer à mon jury de thèse. Je suis, bien sûr, très reconnaissant à tous les membres du Laboratoire d'Economie d'Orléans (LEO), ainsi qu'à de nombreux chercheurs à travers le monde pour les discussions et les collaborations qui m'ont permis d'approfondir mes recherches.

J'ai une pensée chaleureuse pour mes parents, Myriam et Jean-Claude, mon frère Marc et mon cousin Yannick, qui m'ont toujours encouragé.

Enfin, je voudrais remercier Charlie et Nathalie-Gaëlle pour avoir partagé avec moi ces années conduisant à l'aboutissement de cette thèse.



# Table des matières

<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>DE L'INDICE DE RISQUE SYSTEMIQUE.....</b>	<b>13</b>
1.1. INTRODUCTION.....	13
1.2. BUILDING AN AGGREGATED INDEX OF SYSTEMIC RISK MEASURES USING A SPARSE PCA .....	15
1.2.1. ABOUT SYSTEMIC RISK MEASURES .....	16
1.2.2. USING A SPCA ON SYSTEMIC RISK MEASURES .....	20
1.2.3. CHOOSING AN OPTIMAL INDEX OF SYSTEMIC RISK MEASURES USING VARIOUS CRITERIA .....	23
1.2.4. BACKTESTING AN OPTIMAL INDEX OF SYSTEMIC RISK MEASURES USING VARIOUS CRITERIA .....	30
1.2.4.1. <i>Quantile backtesting procedures</i> .....	31
1.2.4.2. <i>Quantile forecast comparison with modified Diebold-Mariano tests</i> .....	34
1.3. EMPIRICALLY BUILDING AN INDEX OF SYSTEMIC RISK MEASURES .....	36
1.3.1. CONSTRUCTING COMPETING SPARSE INDEXES OF SYSTEMIC RISK MEASURES USING SPCA-LASSO 36	
1.3.2. OPTIMAL CHOICE WITHIN THE SET OF THE SPCA-LASSO COMPETING INDEXES REGARDING FINANCIAL STABILITY AND SEVERE REAL ECONOMY DOWNTURNS CRITERIA.....	39
1.3.3. ENLARGING THE ANALYSIS BY COMPARING COMPETING SPCA INDEXES USING VARIOUS CRITERIA 42	
1.4. ROBUSTNESS TESTS .....	45
1.4.1. ROBUSTNESS TESTS AND LINKS BETWEEN ISRM, FINANCIAL STABILITY AND ECONOMIC FRAGILITY.....	46
1.4.2. BACKTESTING AND COMPARING PREDICTED QUANTILES.....	48
1.5. CONCLUSION .....	57
<b>DU MEDAF AVEC RISQUE SYSTEMIQUE.....</b>	<b>59</b>
2.1. INTRODUCTION.....	59
2.2. DU MEDAF TRADITIONNEL AU MEDAF ETENDU AU RISQUE SYSTEMIQUE .....	61
2.3. TESTS EMPIRIQUES DU MEDAFS SUR LE MARCHE AMERICAIN .....	65
2.4. TESTS DE ROBUSTESSE DU MEDAFS.....	74
2.4.1. MEDAFS SUR LE MARCHE AMERICAIN .....	74
2.4.2. MEDAFS SUR LE MARCHE FRANÇAIS.....	86
2.5. SELECTION DES FACTEURS DE RISQUE ET PERFORMANCE RELATIVE DU MEDAFS PAR RAPPORT AU MEDAF TRADITIONNEL.....	94
2.5.1. SELECTION DES FACTEURS DE RISQUE.....	95
2.5.2. PERFORMANCES RELATIVES DU MEDAFS <i>VIS-A-VIS</i> DU MEDAF.....	97
2.6. CONCLUSION .....	103
<b>DE LA DETERMINATION ET DU CLASSEMENT DES IFIS.....</b>	<b>107</b>
<b>A PARTIR DU MEDAFS.....</b>	<b>107</b>
3.1. INTRODUCTION.....	107
3.2. QU'EST-CE QU'UNE INSTITUTION FINANCIERE D'IMPORTANCE SYSTEMIQUE ? .....	111
3.3. METHODOLOGIE DE DESIGNATION DES IFIS SELON LE REGULATEUR.....	114
3.3.1. L'OBJECTIF DES DOUZE INDICATEURS .....	115
3.3.2. LA TAILLE.....	115
3.3.3. L'INTERCONNEXION .....	116
3.3.4. LA SUBSTITUABILITE.....	116
3.3.5. LA COMPLEXITE .....	117
3.3.6. L'ACTIVITE INTER-JURIDICTIONNELLE. ....	117
3.3.7. POIDS DES DOUZE INDICATEURS DANS LA METHODOLOGIE DU REGULATEUR .....	118

3.4.	METHODOLOGIE D'IDENTIFICATION DES IFIS SELON LE MEDAFS .....	120
3.5.	DISCUSSION DES DEUX METHODOLOGIES.....	123
3.5.1.	POINTS COMMUNS ENTRE LES DEUX METHODOLOGIES .....	124
3.5.2.	DIVERGENCES ENTRE LES DEUX METHODOLOGIES.....	124
3.5.3.	AVANTAGES ET INCONVENIENTS DES DEUX METHODOLOGIES.....	125
3.6.	QUELQUES RESULTATS EMPIRIQUES : IDENTIFIER ET CLASSER LES INSTITUTIONS FINANCIERES D'IMPORTANCE SYSTEMIQUE .....	128
3.7.	CONCLUSION .....	142
<b>A SYSTEMIC RISK EARLY WARNING SYSTEM BASED ON FORECASTED</b>		
<b>COMPONENTS OF AN INDICATOR OF SYSTEMIC RISK MEASURES.....</b>		<b>146</b>
4.1.	INTRODUCTION .....	146
4.2.	BUILDING A DYNAMIC EWS.....	149
4.2.1.	DATING SYSTEMIC CRISIS .....	150
4.2.2.	DYNAMIC LOGIT BINARY-CHOICE EWS.....	152
4.2.3.	DYNAMIC LOGIT MULTINOMIAL-CHOICE EWS.....	155
4.2.4.	MARKOV SWITCHING EWS.....	158
4.3.	EVALUATION METHODOLOGY OF THE SYSTEMIC RISK DYNAMIC EWS .....	161
4.4.	EMPIRICAL APPLICATION OF THE SYSTEMIC RISK DYNAMIC EWS .....	164
4.4.1.	DATASET.....	164
4.4.2.	PRELIMINARY ANALYSIS .....	165
4.4.3.	EMPIRICAL APPLICATION OF THE SYSTEMIC RISK DYNAMIC EWS .....	168
4.4.3.1.	IN-SAMPLE ANALYSIS OF EWS MODELS (LOGIT MODELS) .....	168
4.4.3.2.	IN-SAMPLE ANALYSIS OF EWS MODELS (MARKOV SWITCHING REGIME) .....	176
4.4.3.3.	OUT-OF-SAMPLE ANALYSIS OF EWS MODELS (MARKOV SWITCHING REGIME).....	182
4.5.	CONCLUSION.....	188
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>		<b>191</b>
<b>REFERENCES.....</b>		<b>197</b>
<b>ANNEXES.....</b>		<b>215</b>

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

La récente crise financière de 2008 s'est distinguée à la fois par la rapidité de l'effet de contagion financière et aussi par son impact très négatif sur le secteur réel - avec pour conséquence une contraction de l'activité économique dans bon nombre de pays développés. Un peu moins de dix ans après la crise, un numéro spécial de la *Revue Economique* paru en 2015 dans le volume 66 et intitulé : « *Risque systémique et politiques macro/micro prudentielles* », dresse un bilan des enseignements tirés de la crise, de la mesure et de la régulation du risque systémique. Ce numéro spécial met en exergue la nécessité d'une approche macro-prudentielle complétant la supervision micro-prudentielle des institutions financières, dans le but de tenir compte de leurs interactions et de leur impact sur l'économie réelle (Rochet [2008], Tirole [2008]). En effet, la crise financière a montré que le risque global pesant sur le système financier ne correspond pas simplement à l'agrégation des risques individuels : le risque est endogène au système et il doit être caractérisé comme tel. En d'autres termes, le risque global du système, dans sa caractérisation la plus extrême, est systémique du fait du comportement collectif des agents et des institutions financières qui fragilisent le système dans son ensemble.

L'une des problématiques majeures en économie financière, à la suite de la survenance de ces turbulences sur les marchés financiers, a été, en premier lieu, de tenter de s'accorder sur une (ou des) définition(s) du « risque systémique », multiforme par nature, en insistant sur telle ou telle caractéristique primordiale de celui-ci. En effet, comme le souligne De Bandt *et al.* [2000] :

*« Although the increase in theoretical, empirical and policy analyses of financial instability has been substantial, practically all writings share - in our view - the following limitation: while systemic risk is now widely accepted as the fundamental underlying concept for the study of financial instability*

*and possible policy responses, most work so far tackles one or several aspects of that risk, and there is no clear understanding of the overall concept of systemic risk and the linkages between its different facets. ».*

Il s'agissait ainsi de mettre tout d'abord en avant les différents aspects de ce risque si particulier : la taille de l'institution financière en état de choc, l'effet de levier et le risque extrême de marché, l'absence de liquidité, le phénomène d'interconnexions entre les acteurs et de contagion des chocs, sont ainsi autant d'éléments qui ont été identifiés comme les principaux constituants d'une crise systémique. Dans un deuxième temps, il s'agissait ensuite de construire des outils d'analyse pertinents pour quantifier le risque systémique. De nombreux auteurs ont ainsi proposé des mesures qui rendent compte tant de l'état général du système que de l'identification et du classement des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS)<sup>1</sup> contribuant à ce risque global.

Ainsi, plusieurs définitions du risque systémique coexistent. Toutefois, toutes les définitions s'accordent sur le fait qu'une crise systémique, dans la mesure où il s'agit bien d'une crise significative, aura un impact sur le secteur réel. En effet, si une crise survient dans le secteur bancaire ou sur les marchés financiers et si celle-ci ne se propage pas à l'ensemble des marchés, impactant de fait l'activité réelle au travers d'une contraction de l'offre de crédit ou au travers de faillites en cascades, alors il ne s'agit pas réellement d'un événement systémique dans la mesure où celui-ci demeure au niveau bancaire ou financier. En ce sens, la crise des crédits hypothécaires à risque (*subprimes* en anglais) qui débuta en juillet 2007 aux États-Unis, est un parfait exemple d'une crise systémique avérée. Les défauts répétés des prêts hypothécaires à risque ont été relayés en septembre 2008 par le défaut de plusieurs institutions financières américaines, et aggravés par les ventes massives des titres sur les marchés financiers. Parmi les institutions en souffrance, certaines ont été « sauvées » par le régulateur

---

<sup>1</sup> Le *Financial Stability Board (FSB)* et le comité de Bâle sur la supervision bancaire - *Basel Committee on Banking Supervision (BCBS)* - publient chaque année le classement des IFIS. Le classement annuel de novembre 2018 est disponible à l'adresse suivante : <https://www.fsb.org/2018/11/2018-list-of-global-systemically-important-banks-g-sibs/>. Par ailleurs, un site internet dédié aux classements des IFIS (depuis 2011) est désormais disponible à l'adresse : [www.sifiwatch.fr](http://www.sifiwatch.fr).

et refinancées par les banques centrales affublées du rôle de prêteur en dernier ressort, tandis que d'autres ont été laissées en quelque sorte en déshérence, du fait d'un coût de sauvetage trop élevé. Ainsi, la crise des *subprimes*, qui dégénéra en crise systémique, a conduit un grand nombre d'établissements financiers à ne plus pouvoir poursuivre leurs activités traditionnelles et elle a engendré, de fait, une contraction de l'activité réelle au niveau mondial qui est encore perceptible aujourd'hui. Aux dernières étapes d'un boom du crédit, des prêts hypothécaires peuvent probablement être accordés à des mauvais emprunteurs sur des propriétés surévaluées. Ces hypothèques ont naturellement une valeur de marché inférieure à leur valeur comptable. En cas de ralentissement de l'économie, la valeur des prêts hypothécaires diminue à la suite de la diminution des garanties et des perspectives de remboursement. Les institutions financières peuvent ainsi être obligées de couvrir ces pertes en utilisant leur capital. Si cela n'est pas suffisant, ces institutions deviennent insolvables ; elles peuvent ainsi faire défaut et demander un renflouement en dernier recours.

La globalisation et l'innovation sur les marchés financiers ont conduit à l'interconnexion croissante des marchés et des acteurs économiques au travers de l'augmentation des flux des échanges et d'une plus grande profondeur et complexité des marchés financiers. Bien que de nombreuses innovations aient certainement contribué à l'efficacité des marchés, elles ont également accru le risque entre les agents économiques à la fois au niveau microéconomique (institutions financières) et à l'échelle macroéconomique (pays/régions). Dans ce contexte, l'identification des institutions financières les plus importantes sur le plan systémique (ainsi que des pays) est cruciale (Cf. Huang *et al.* [2009] ; Engle *et al.* [2015] ; Black *et al.* [2016] ; Popescu et Turcu [2017] ; Petrella *et al.* [2018] ; Engle [2018] ; Dicks et Fulghieri [2019] ; Oordt et Zhou [2019]) et, dans le même temps, les caractéristiques des banques qui devraient être suivies de près sont encore en discussion (Laeven *et al.* [2016] ; Brunnermeier *et al.* [2019]). La propagation à l'ensemble de l'économie des externalités négatives dues à un événement systémique est ainsi la pierre angulaire de la définition du risque systémique. Le

Fonds Monétaire International (FMI), dans son rapport sur la stabilité financière globale de 2009, définit le risque systémique comme :

*« ... a risk of disruption to financial services that is caused by an impairment of all or parts of the financial system and that has the potential to cause serious negative consequences for the real economy. ».*

La crise financière de 2008 a ainsi mis en évidence le besoin de renouveler les approches du régulateur, jusque-là essentiellement micro-prudentielles, en y ajoutant une dimension macro-prudentielle (Rochet [2008], Tirole [2008]) et ce, afin de prendre en considération certaines défaillances des marchés financiers. Cette dimension supplémentaire a pour objectif de considérer le risque global comme n'étant pas seulement l'agrégation des risques individuels relatifs aux différentes institutions qui composent le système financier. Le risque global dans sa caractérisation la plus extrême serait ainsi systémique, conduisant, en cas de réalisation, à l'effondrement du système dans son ensemble, du fait des interdépendances et des interactions complexes qui unissent ses composantes.

La littérature académique a ainsi accompagné ce nouvel impératif en matière de supervision bancaire, en proposant un certain nombre de métriques ou encore de mesures de risque systémique<sup>2</sup>. Sont ainsi distinguées, d'un côté, les mesures individuelles qui évaluent le risque systémique des institutions prises isolément et, de l'autre, celles qui ont pour objectif de mesurer le risque systémique global<sup>3</sup>.

Cependant, si effectivement plusieurs mesures ont ainsi déjà été proposées pour quantifier le risque systémique des institutions financières, chacune insiste de fait sur un aspect à la fois particulier et évident du risque systémique. Deux approches peuvent être ici retenues. L'une

---

<sup>2</sup> Un site internet dédié au risque systémique (avec une liste exhaustive des mesures existantes et des ressources en lien avec cette thèse) est disponible à l'adresse : [www.systemic-risk-hub.org](http://www.systemic-risk-hub.org).

<sup>3</sup> Nous renvoyons le lecteur intéressé en annexe (dédiée en outre à la définition des mesures de risque systémique utilisées dans cette thèse). Pour une revue complète de la littérature sur les mesures de risque systémique, voir par exemple Bisias *et al.* [2012] ; De Bandt *et al.* [2015] au sein d'un numéro spécial de la Revue Economique, intitulé : « *Risque systémique et politiques macro/micro prudentielles* », Benoit *et al.* [2017] et Zeldea [2019]. Voir aussi, plus spécifiquement, Abergel *et al.* [2013] ; Diebold et Yilmaz [2014] ; Hautsch *et al.* [2015] et Billio *et al.* [2017] pour la littérature sur les réseaux servant à quantifier le risque systémique.

est fondée sur l'information publique, qui a le mérite d'être relativement transparente et qui permet d'obtenir des mesures disponibles quasiment en temps réel. L'autre approche, plus complète, repose aussi sur des informations privées complémentaires (comptables et/ou réglementaires). La première approche a concentré l'essentiel des efforts de recherche et plusieurs voix s'élèvent aujourd'hui pour pointer les limites et les incertitudes de ce type de mesures. Rien ne serait en effet plus dangereux que de construire une régulation sur un ensemble de critères peu fiables menant à une *pseudo*-sécurité du système financier, qui serait *de facto* mise à mal dès que le risque se matérialiserait effectivement. De plus, rien ne serait plus injuste qu'un système reposant sur de mauvais critères et qui impliquerait que les acteurs sanctionnés paient pour d'autres.

Ainsi, afin de limiter le risque de modèle lié à l'estimation des différentes mesures de risque systémique (Daníelsson *et al.* [2015] ; Boucher *et al.* [2016]), plusieurs propositions concernant la construction d'un indice de risque systémique viennent d'être avancées, encourageant notamment l'utilisation des techniques de réduction de l'information (Nucera *et al.* [2013] ; Giglio *et al.* [2016]).

La deuxième limite des mesures de risque systémique est liée à leur validation empirique. Plusieurs classements d'Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS, adapté de l'anglais *Systemically Important Financial Institutions - SIFI*) coexistent en effet, sans qu'il existe de véritable critère statistique ou économique permettant de privilégier l'un ou l'autre de ces classements à l'aune d'un critère objectif unanimement admis. Par ailleurs, certains résultats tendent déjà à montrer que les principales mesures de risque systémique proposées sont relativement peu fiables (Kupiec et Güntay [2015]). Outre leur fragilité statistique, ces mesures signalent également de nombreuses firmes non-bancaires comme étant systémiques et les résultats apparaissent sensibles à la mesure retenue. Toutefois, plusieurs initiatives ont émergé récemment, visant à proposer des critères de validation économique (Giglio *et al.* [2016]).

C'est dans ce contexte que le premier chapitre de cette thèse proposera un indice de risque systémique, résultant de l'agrégation des différentes métriques proposées dans la littérature académique. Une fois le niveau global du risque systémique mesuré, le deuxième objectif de cette thèse est de proposer un cadre théorique simple pour illustrer plusieurs canaux par lesquels le risque systémique pourrait affecter les prix des actifs. En effet, le risque systémique, vu comme une caractérisation extrême du risque de marché, semble intuitivement jouer un rôle dans l'évaluation des prix des actifs, bien que ce rôle soit difficilement identifié du fait de l'existence supposée d'une relation probablement non-linéaire entre le risque systémique et le prix des actifs. Il est ainsi souvent noté que les turbulences de marché, passées un certain seuil, s'accompagnent la plupart du temps de pertes significatives sur les marchés financiers. Le rôle des interconnexions entre les institutions a aussi été mis en évidence depuis la crise de 2008-2009. Nous montrerons ainsi dans la suite comment le risque systémique modifie la relation d'équilibre du Modèle d'Evaluation Des Actifs Financiers (MEDAF, de l'anglais *Capital Asset Pricing Model – CAPM*; Cf. Sharpe [1964]) et l'estimation des primes de risque liées à chaque facteur. Nous verrons ainsi, dans le cadre de ce modèle d'évaluation, qu'un portefeuille avec un risque systématique élevé pourrait en réalité contenir un risque systémique non négligeable. Par la suite, dans le troisième chapitre, nous proposerons une méthodologie claire et transparente permettant d'identifier les IFIS. Il s'agira alors d'utiliser les résultats de l'estimation du modèle d'évaluation étendu au risque systémique, pour évaluer la sensibilité (et la dangerosité pour le système global) des différentes institutions financières. Enfin, le quatrième et dernier objectif de cette thèse est d'utiliser l'indice agrégé de risque systémique construit dans le premier chapitre pour proposer des systèmes d'alerte systémique fondés sur des modèles *logit* et de changements de régimes dynamiques afin d'évaluer la probabilité de réalisation d'un futur événement systémique.

La suite de cette thèse est organisée comme suit. Dans un premier chapitre, nous présentons la méthode de construction de l'indice de risque systémique avec une illustration

sur le marché américain. Après l'obtention d'un tel indice, nous présentons dans le deuxième chapitre le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (MEDAF) et sa principale extension (celle de Fama et French [1992], [1993]), puis nous proposons le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers avec risque Systémique (MEDAFS). Nous rapportons ensuite nos principaux résultats empiriques d'estimation obtenus sur le marché américain et sur le marché français des actions. Le troisième chapitre est dédié à une application originale du MEDAFS dans le cadre de la détection et du classement des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS) sur le marché américain. Une discussion et une comparaison avec la méthodologie actuellement utilisée par le régulateur sont également proposées. Le quatrième chapitre décrit, enfin, un ensemble de systèmes d'alertes systémiques afin de proposer un nouvel outil de régulation macro-prudentielle permettant d'estimer la probabilité de l'occurrence d'un événement systémique futur. La dernière partie constitue la conclusion.

## **Chapitre I : DE L'INDICE DE RISQUE SYSTÉMIQUE**

Dans le premier chapitre, nous construisons un indice de risque systémique global issu de l'agrégation d'un ensemble de mesures de risque systémique proposées au sein de la littérature académique. Nous retenons l'Analyse en Composantes Principales dite Parcimonieuse (ACPP) comme méthode de construction de cet indice agrégé. Cette méthode de réduction de dimension a la particularité de sélectionner un certain nombre de composantes actives dans l'indice global agrégé. Dans le cas présent, elle a l'avantage d'écarter, lors de la construction de l'indice agrégé de risque, les mesures qui apportent peu à l'explication globale de l'hétérogénéité des données. L'ACPP a aussi l'avantage de permettre l'endogénéisation du paramètre relatif au nombre de mesures à retenir dans la construction d'un indice global représentatif. La valeur optimale de ce paramètre est ici obtenue en retenant l'indice agrégé dont les variations extrêmes positives causent le plus, au sens de Granger [1969], les variations extrêmes négatives de l'activité économique. L'inférence est réalisée en utilisant le

test non paramétrique de causalité dans les risques extrêmes de Hong *et al.* [2009]. Cette approche nous permet de tester un nombre important de décalages temporels dans la relation causale, en escomptant la contribution des décalages les plus élevés. Nous poursuivons ainsi dans cette partie les travaux de Giglio *et al.* [2016] tout en élargissant le panel de mesures considérées, en augmentant le nombre d'institutions financières suivies, en actualisant la période d'étude et en comparant la performance relative de cet indice agrégé à d'autres indices composites de stress financier à expliquer, à la fois l'instabilité financière et les contractions de l'activité réelle. Les résultats obtenus sur le marché américain montrent que l'indice agrégé des mesures de risque systémique est en réalité moins volatil que l'indice fondé sur l'ACP traditionnelle utilisée dans des études antérieures. Enfin, les performances de l'indice obtenu sont en ligne (et parfois même meilleures) avec celles des autres indices de stress financier.

## **Chapitre II : DU MEDAF AVEC RISQUE SYSTÉMIQUE**

Le deuxième chapitre concerne l'évaluation des actifs financiers. Il s'agira de savoir si le risque systémique, relatif dans une certaine mesure à chacun des titres, ne donne pas lieu à l'existence d'une prime de risque systémique qui aurait été oubliée dans le cadre de la valorisation traditionnelle des actions. Le MEDAF, en effet, repose sur la définition de deux paramètres (*Cf.* Sharpe [1964], Lintner [1965] et Mossin [1966]) et est considéré comme le principal modèle de référence pour l'évaluation des actifs financiers et des primes liées aux facteurs de risque. Cependant, l'expérience récente des crises financières a mis en exergue le risque d'effondrement du système financier dans son ensemble. Intuitivement, il nous semble que l'existence de chocs systémiques potentiels, particulièrement marqués pour les institutions financières lors de la dernière crise, devrait avoir un impact sur les prix des actifs financiers. Ces chocs devraient, de plus, permettre de différencier les titres. Autrement dit, le fait de détenir en portefeuille des titres d'institutions particulièrement systémiques devrait conduire

à la révélation d'une prime spécifique liée au risque systémique. Toutefois, il existe déjà une vaste littérature sur de potentiels facteurs de risques intervenant dans la détermination des rentabilités boursières (Holderness et Pontiff [2016]). Ces facteurs sont tellement nombreux que certains auteurs parlent d'un véritable « zoo » (Cochrane [2011] ; Harvey *et al.*, [2016] ; Feng *et al.* [2017] ; Andrei *et al.* [2019]). Dans le cadre de cette littérature et avec toutes les précautions envisageables<sup>4</sup>, il nous semble désormais important d'étudier l'impact du risque systémique sur la valorisation des actifs financiers, à l'instar par exemple des travaux de Billio *et al.* [2017]. Il ressort ainsi de nos analyses empiriques menées d'abord sur le marché américain, puis confirmées sur le marché français, que le risque systémique est effectivement une composante importante de la rémunération liée à la détention de certains titres.

### **Chapitre III : DE LA DÉTERMINATION ET DU CLASSEMENT DES IFIS À PARTIR DU MEDAFS**

Le troisième chapitre concerne la détection des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS). L'intuition est ici que, en utilisant le modèle d'évaluation proposé au chapitre précédent, il devrait être aisé d'isoler et de classer les institutions qui participent le plus au risque du système, en fonction de leur sensibilité (de leur contribution) au risque global enregistré. Ainsi, l'idée sous-jacente est simple : si une institution est particulièrement sensible au facteur de risque systémique, il est probable qu'elle y participe, au moins dans une certaine mesure. En identifiant ces institutions financières et en les mettant éventuellement « sous-surveillance », les autorités de régulation pourraient ainsi, de manière transparente, mettre l'accent sur les faiblesses constatées du système et sur ses failles éventuelles, en s'attaquant systématiquement et prioritairement à la surveillance des institutions les plus systémiques.

---

<sup>4</sup> Notamment en termes de fixation des seuils de significativité. Harvey *et al.* [2016] par exemple indiquent qu'au seuil usuel de significativité de 5%, les statistiques de Student devraient être supérieures à 3 pour que les différents facteurs soient jugés pertinents (voir aussi Feng *et al.* [2017]).

Nous commencerons par présenter la méthodologie d'identification et de classement des IFIS actuellement utilisée par le régulateur. Cette méthodologie a le mérite d'utiliser des données à la fois privées et publiques au travers de douze indicateurs rendant compte d'une dimension spécifique du risque systémique. Ceux-ci sont répartis en cinq catégories. Néanmoins, cette méthodologie présente également certains inconvénients comme, par exemple, la non-standardisation préalable des indicateurs au sein de chaque catégorie qui peut engendrer de potentiels biais dans les classements des institutions (Benoit *et al.*, 2019). Par la suite, nous présenterons notre méthodologie de détection et de classement des institutions avant de discuter et de comparer les deux méthodologies. Enfin, nous montrerons que le système de surveillance proposé permet de ne porter nos efforts que sur certaines institutions financières, augmentant ainsi l'efficacité de la surveillance. Des pistes de politique économique ainsi que l'endogénéisation du seuil de détection en lien avec les forces du régulateur seront également proposées.

#### **Chapitre IV : A SYSTEMIC RISK EARLY WARNING SYSTEM BASED ON FORECASTED COMPONENTS OF AN INDICATOR OF SYSTEMIC RISK MEASURES**

Le quatrième et dernier chapitre de la thèse concerne la mise en place d'un système d'alerte systémique (*EWS* en anglais, pour *Early Warning System*), visant à anticiper au mieux les évolutions du système global et le comportement des principaux acteurs du marché. Cela conduira à la fois à une approche micro-économique et macro-économique de la détection des IFIS et des futures réalisations d'événements systémiques. Un outil combinant à la fois ces deux approches est de grande importance pour le régulateur afin que celui-ci puisse proposer des politiques économiques tenant compte à la fois des risques individuels et du risque du système dans son ensemble. Ce chapitre a ainsi pour objectif de proposer au régulateur un

outil supplémentaire visant à la détection préventive d'éventuels et futurs événements systémiques. Cet outil pourrait servir dans le cadre d'une politique économique visant à veiller à la stabilisation des marchés, en permettant d'assurer des conditions de développement serein de l'économie réelle. Dans ce chapitre, pour mettre en avant ces systèmes d'alertes, nous utiliserons deux types de modèles qui permettront d'estimer la probabilité d'un potentiel événement systémique futur. Le premier type de modèle correspond à un modèle de type *logit* ; le deuxième à un modèle de changements de régimes. Ces deux modèles et leurs extensions, que nous présentons dans ce chapitre, offrent une grande flexibilité dans la spécification du modèle choisi, permettant ainsi de nombreuses comparaisons des prévisions obtenues. Les résultats de ce chapitre montrent l'intérêt de tenir compte d'une dynamique au travers de la probabilité et de l'état passés, contrairement aux *EWS* actuels qui sont fondamentalement statiques, et ce en raison du fait qu'ils n'expliquent la survenue de crises que par des variations de variables exogènes dans la relation.



## Chapitre I

### DE L'INDICE DE RISQUE SYSTEMIQUE

Nous présentons, dans ce premier chapitre de la thèse, la construction de l'indice agrégé des mesures de risque systémique (appelé en anglais *Index of Systemic Risk Measures – ISRM*). Tout au long de ce chapitre, nous insisterons sur la robustesse de notre approche quant au choix de la méthode de construction, l'optimalité de l'indice au sens de plusieurs critères, ainsi que sa performance relative par rapport à d'autres indices de stress financier quant à expliquer à la fois l'instabilité financière et les contractions de l'activité réelle.

#### 1.1. Introduction

The construction of aggregated indexes from different existing metrics recently appeared as a solution in the literature on systemic risk to mitigate the model risk (e.g. Illing and Liu, 2006; Holló et al., 2012; Louzis and Vouldis, 2012; Giglio et al., 2016). The main objective of this strand of the literature is to obtain a risk index that diversifies away the model risk. As part of the quantification of the overall systemic risk, this approach is adopted, in particular, by Giglio et al. (2016) who identify an aggregated index at a given date as the common signal extracted from time-series of various metrics of systemic risk, recovered through a Principal Component Analysis (PCA). In their empirical investigations, it appears that their index predicts periods of sharp slowdown in economic activity. We believe this aspect is the economic criterion that should be the most important. Regarding the individual measures, Nucera et al. (2016) adopt a similar technical approach and they infer a rating issued from other noisy and divergent rankings of competing measures. Beyond the diversification of the model risk, it should be noted that the aggregation also allows us to synthesize the

different dimensions of systemic risk (size, leverage, interconnections, liquidity etc.). The approach of Giglio et al. (2016) suggests a possible solution to address the third motivation we mentioned above, the identification of a criterion function to compare competing systemic risk indicators. In fact, we might try to evaluate the link between systemic risk indicators and the real side of an economy, the latter being proxies, for instance, by a Gross Domestic Product or an Industrial Production Index time series. With respect to the second motivation, the existence of redundancy in systemic risk measures, the adoption of the Principal Component only implicitly and partially account for that, as the aggregated index will be anyway a linear combination of all the underlying risk measures.

In this chapter, we aim at rationalising a criterion for comparing competing systemic risk indexes and, at the same time, we propose an approach that explicitly deal with the known and evident common behaviour among specific systemic risk indicators. In a first step, we retain as a construction tool for the aggregated index the “Sparse” Principal Component Analysis (denoted SPCA hereafter). This method of dimension reduction, as opposed to the standard PCA used in Giglio et al. (2016) to build a systemic risk index, allows us to select a smaller number of active components in the index. Therefore, it has the advantage to retain, for the construction of the aggregated risk index, the measures that, on one side, capture the most relevant features of the data (i.e. the underlying systemic risk measures). On the other side, it allows us to identify the systemic risk measures combination that best explain some output-targeted data, namely, that maximizes the association between the aggregated systemic risk index upward movements and the downturns in both the real economic activity and the financial stability.

The remainder of the chapter is organized as follows. Section 2 presents a whole set of systemic risk measures built on a sample of US financial institutions on a recent period and exposes the construction method of several systemic risk indices using a SPCA, each depending of the fine-tuning parameter governing the sparsity. We further justify the choice

of one unique optimal Index regarding both financial stability and real economy future downturns. Section 3 gives the comparison of four SPCA methodologies according to various criteria. Section 4 is devoted to various robustness tests regarding the targeted variable used for proxying the stress of the financial sector and the health of the real activity. Finally, the last sub-section focusses on an extensive out-of-sample reality check<sup>1</sup>. Section 5 concludes.

## **1.2. Building an Aggregated Index of Systemic Risk Measures using a Sparse PCA**

In recent years, a considerable fraction of the financial economics literature focused on the identification of Systemically Important Financial Institutions (SIFI) by means of quantitative measures. Many of these measures aim at characterizing the conditional link between different financial institutions and the market as a whole, with the purpose of recovering a systemic risk proxy. However, given the many dimensions of systemic risk, these individual measures hardly detect in a systematic fashion all the potential systemic institutions. As a second aspect, we must recall the increasing number of systemic risk indicators, some of them surely conveying similar information, but the various indicators also focus on different and possibly complementary aspects that characterize the systemic risk. We thus face a need for summarizing in a single indicator a plethora of systemic risk measures. To that purpose, we focus on dimension reduction techniques, a set of tools commonly used in statistical analyses to summarize the informative content of several variables or to extract from a complex dataset the relevant information. Among the various methods belonging to the large class of dimension reduction approaches, factor analysis and principal component

---

<sup>1</sup> All the results in the first part of the chapter (until Section 4) are coming from an in-sample analysis on the whole period of studies. Section 4, in the robustness part of the chapter, contains an extensive out-of-sample analysis reality check, which mainly shows that the out-of-sample analysis gives very similar results, mainly because the data are in a daily basis and the results rather stable over the period (see also Giglio et al., 2016, page 460, footnote #13). It appears that both analyses (when using a minimalist random walk hypothesis for the out-of-sample analysis) lead to two optimal (in-sample and simple out-of-sample) Indexes of Systemic Risk Measures with a conditional 20%-extreme Spearman correlation coefficient of 100%, on the US sample as well as on a sample of Financial Institutions on the French market. Robustness checks, showing a close link between both in-sample and out-of-sample analyses, are thus reported in Section 4.

analyses already have a relatively long history in empirical economics and finance. Nonetheless, the use of factor analysis as an information aggregation tool building on a set of systemic risk measures, has received attention only recently. For instance, Moreno and Peña (2013) use a Principal Component Analysis (PCA) on the bank's Credit Default Swaps (CDS), while Giglio et al. (2016) use a PCA on a set of 19 systemic risk measures to build a systemic risk index. Further, Nucera et al. (2016) run a PCA on the rankings of the financial institutions based on a set of 6 systemic risk measures. The study of Nucera et al. (2016) differs from Giglio et al. (2016) as the former applies a PCA on the ranking of 113 companies in the financial sector through a series of systemic risk measures. The latter, instead, focuses on a set of companies over a period of time to build a systemic risk index.

Our objective next is to summarize, complement and extend the work by Giglio et al. (2016) and Nucera et al. (2016). From an empirical viewpoint, we run analyses on databases adopted in previous studies, namely, the database used in Brownlees and Engle (2017) and that is adopted in Giglio et al. (2016). In the following, we present the set of 16 systemic risk measures we use to validate our proposal for the construction of a global Index based on Systemic Risk Measures (ISRM). We compute these measures on a set of 95 financial institutions, on a daily basis, from the 01/03/2001 to the 12/29/2017.<sup>2</sup>

### **1.2.1. About Systemic Risk Measures**

The financial literature has proposed numerous quantitative measures that can be used to identify potentially systemic institutions. We can group them into categories adopting a variety of classification criteria. We consider here an approach based on the data used to compute the measures and limit our lists only to the measures we will adopt in the following

---

<sup>2</sup> Appendix A details the computation of the systemic risk measures, while Appendix B presents the list of the 95 financial institutions in the sample, and Appendix C shows the correlation matrix of the systemic risk measures.

empirical analyses. For a survey on available systemic risk measures,<sup>3</sup> we refer the reader to Bisias et al. (2012), Benoit et al. (2017), and Di Cesare and Rogantini Picco (2018).

In the first group, we include the individual systemic risk measures derived from econometric models measuring the specific risk of a single institution. This is the case for the Component Expected Shortfall (CES) of Banulescu and Dumitrescu (2015), the Conditional Value-at-Risk (CoVaR), the Delta Conditional Value-at-Risk ( $\Delta$ CoVaR) and the Conditional Expected Shortfall (CoES) by Adrian and Brunnermeier (2016), the Marginal Expected Shortfall (MES) of Acharya et al. (2013) and Brownlees and Engle (2017), the SRISK of Acharya et al. (2012) and Brownlees and Engle (2017), the Amihud Illiquidity Measure (AIM) proposed by Amihud (2002) and the Kyle's Lambda measure proposed by Kyle (1985). Finally, we also include in this group to deal with the evolution of the return's dispersion and risk, the volatility (Vol) and the Value-at-Risk (VaR), also aggregated across the system, as well as a (restricted) daily CATastrophic risk in the FINancial sector (CATFIN) *à la* Allen et al. (2012) computed on our sample.<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup> We also did preliminary tests using the GZ spread by Gilchrist and Zakrajsek (2012) and the Pástor and Stambaugh (2003) Illiquidity measure. It happens that Indexes resulting from using the 16 Systemic Risk Measures considered in the chapter, and the one obtained with 18 (the 16 in the chapter and the 2 previously quoted ones, namely the GZ spread and Pástor-Stambaugh Illiquidity measure) are very similar (with a 20%-extreme Spearman correlation coefficient of 100% between resulting Indexes). In other words, these two variables did not add much to the analysis. Moreover, the GZ spread and the Pástor and Stambaugh (2003) Illiquidity measure are monthly reported. That is why the following analyses only use Systemic Risk Measures that are daily and directly computable with public information (so 16 measures in total), for the sake of simplicity and transparency.

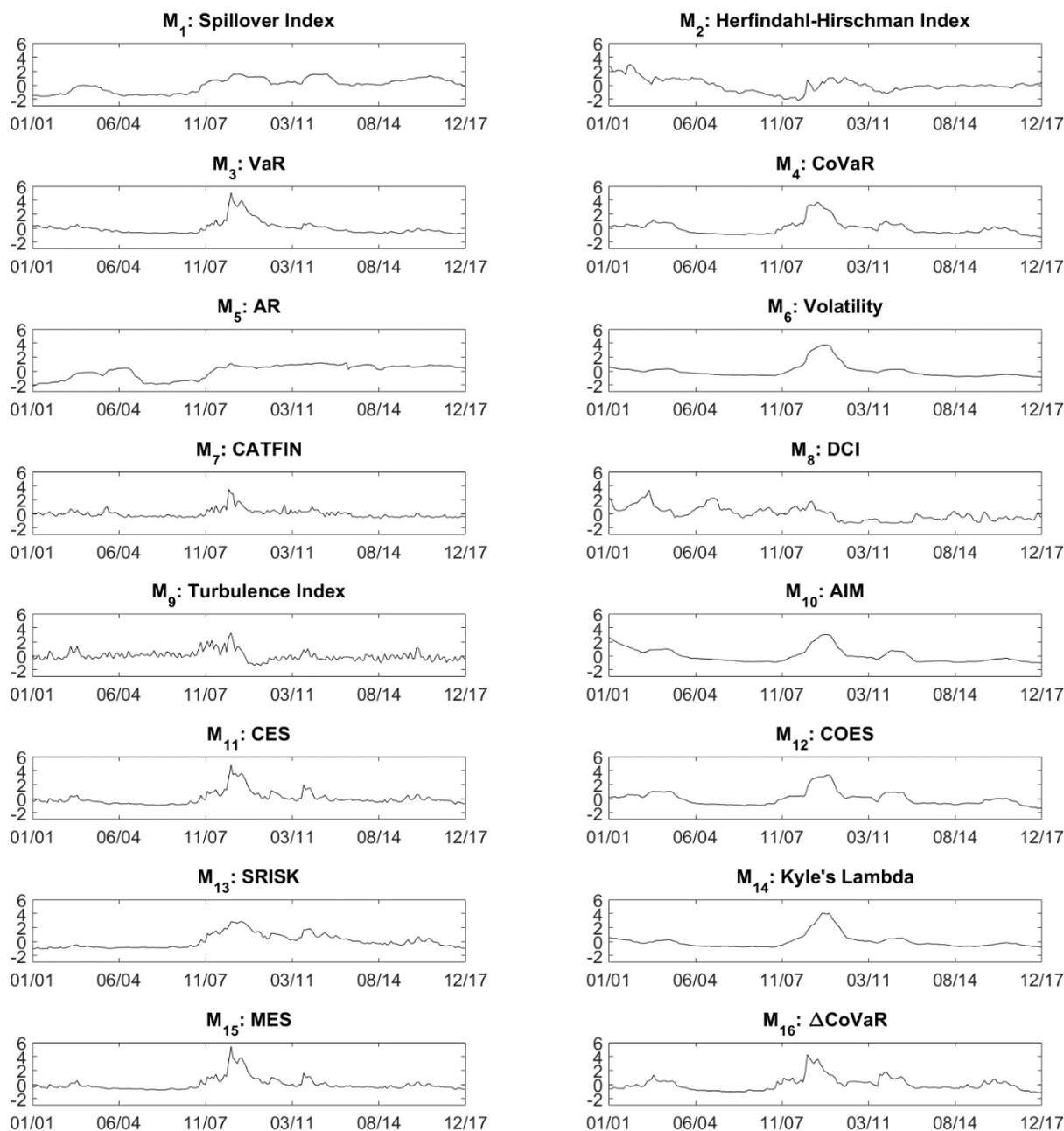
<sup>4</sup> Regarding the volatility, Vol refers here to the standard deviation, and VaR to the Value-at-Risk of the asset returns. To obtain the aggregated Vol and VaR, we compute each individual Vol and VaR for all financial institutions using a one-year rolling window. Then, we aggregate these individual series by taking the average across them at each time  $t$ . Concerning the "restricted" CATFIN, we build a constrained version of the CATFIN measure, following the same methodology by Allen et al. (2012), but based on our limited sample of 95 US Financial Institutions on a daily basis for coherence and time-consistency reasons, as we did for the other 15 SRM. It appears that when aggregating the daily restricted CATFIN on a monthly and quarterly bases, we end up with series that exhibits highly significant Pearson and Spearman correlations with the original monthly CATFIN equals to, respectively, 78% and 70% in monthly, and 84% and 71% in quarterly. It also appears that results when using monthly original CATFIN and monthly aggregated daily restricted CATFIN are very similar (see also footnotes 14 and 22 below, the definition of the CATFIN measure in Appendix A and, in Appendix F and H, the results of horse races between systemic risk measures when predicting the Economic Uncertainty Index by Jurado et al., 2015 and severe economic downturns with Hong et al. (2009) tests).

A second group collects measures that focus, specifically, on a single important aspect of systemic risk, i.e. the level of interconnection of financial institutions or the financial system concentration. In this category, we select, among others, the Spillover Index (SI) by Diebold and Yilmaz (2009), the Dynamic Causality Index (DCI) of Billio et al. (2012), the Turbulence Index (TI) by Kritzman and Li (2010), the Absorption Ratio (AR) of Kritzman et al. (2011), and a concentration measure, the Herfindahl-Hirschman Index (HHI).

Following Giglio et al. (2016) and Caporin et al. (2019), we first compute the various individual measures for each of the 95 financial institutions at each point of time. Whenever necessary, we make use of a rolling-sample estimation method and evaluate the measures using a one-year time window. Secondly, we took an equally weighted average of the individual measures. For reasons of comparability across measures, we transform all of them into z-ratios, i.e. we remove the mean and standardize by the full-sample variance for each measure. We show the dynamics of the different aggregated systemic risk indicators, on a daily basis, in Figure 1.

We clearly see a significant increase in all global systemic risk measures over the period 2007-2008, at the beginning of the financial crisis. Similarly, although a common trend seems to emerge, there are still some disparities between these measures. These differences may stem from the fact that systemic risk is a multidimensional phenomenon, where each of the different metrics is modelling one or several of its specific dimensions. The analysis of correlations between different risk measures confirms this result. Indeed, from the matrix of the correlations among the time patterns of the systemic risk measures (presented in Appendix C), we can note that almost all correlations are statistically significant at a nominal risk level of 5%. This empirical evidence suggests, on the one side, the presence of multi-collinearity across systemic risk measures; on the other side, it reveals, however, the existence of some differences across measures. The latter motivates our interest in proposing an indicator that

integrates all dimensions of systemic risk, as proxied by a collection of systemic risk indicators.



**Fig. 1.** Dynamics of global systemic risk measures. Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. These measures (without considering the macroeconomic variables) are estimated from rolling windows of one year. Here are presented the 16 (aggregated) measures, in a monthly basis, which are in the following order:  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$ : VaR,  $M_4$ : CoVaR,  $M_5$ : AR,  $M_6$ : Volatility,  $M_7$ : CATFIN,  $M_8$ : DCI,  $M_9$ : Turbulence Index,  $M_{10}$ : AIM,  $M_{11}$ : CES,  $M_{12}$ : COES,  $M_{13}$ : SRISK,  $M_{14}$ : Kyle's lambda,  $M_{15}$ : MES and  $M_{16}$ :  $\Delta$ CoVaR. Are presented in this figure the monthly averages of the z-scores of the systemic risk measures.

### 1.2.2. Using a SPCA on Systemic Risk Measures

In this section, we introduce the methodology we adopt to build an Index based on Systemic Risk Measures (ISRM) using Sparse Principal Component Analysis (SPCA). The term “Sparse” refers to the fact that SPCA will potentially focus in our case on a reduced number of systemic risk measures, those perceived as relevant and, at the same time, entering in the composition of the first principal component of a classical PCA. In other words, the SPCA might be seen as a generalization of the classical PCA (that generates linear combinations of all input variables), where the usual PCA is just a special case. In fact, if in a SPCA framework all measures are identified as relevant, then we get back to the classical PCA, where all the systemic risk measures are present. In general, when using a SPCA, not all variables enter in the first principal component. Therefore, this makes SPCA of interest when one wants to reduce the dimension of a multivariate dataset to take into account the most important information. Hence, the fact that SPCA highlights the role of a subset of variables will allow us to identify the most important features of systemic risk. To introduce SPCA we first briefly recall the principle of the PCA.

The PCA is a decomposition of a data set based on orthogonal functions, which are determined from the data. These functions, which are linear combinations of the original variables, are supposed to reproduce a large extent of the existing variability in the data, and they correspond to the most important main axes or components among which the variables move in a multidimensional space. From a statistical point of view, if we consider a matrix  $\mathbf{M}$  of dimension  $T \times p$  of the initial normalized data (see Benoit et al., 2019 on the importance of this point in the context of detecting the Systemically Important Financial Institutions - SIFI), the first component (main axis) is denoted as the vector of dimension  $p$  being the solution of:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p} \{\mathbf{x}' \mathbf{A} \mathbf{x}\} \\ & s. t. \|\mathbf{x}\|_2 = 1, \end{aligned} \tag{1}$$

where  $\mathbf{A} = T^{-1}\mathbf{M}'\mathbf{M}$  is the covariance matrix of  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{M}'$  is its transpose,  $T$  is the size of the sample and  $\|\mathbf{x}\|_2$  stands for the  $L_2$ -norm of vector  $\mathbf{x}$ .

We obtain the first principal component by minimizing the empirical variance of the projected data under an identification constraint associated with a specific norm. The projection data on this component makes it possible to obtain a factor denoted  $\mathbf{F}$ , of dimension  $T \times 1$ , such that  $\mathbf{F} = \mathbf{M}\mathbf{x}$  and whose variance, an eigenvalue of  $A$ , equals  $\lambda = T^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F}$ . The vector  $\mathbf{x}$  gives the loadings (the weights) for linearly combining the systemic risk indexes (the columns of  $\mathbf{M}$ ) into the factor  $\mathbf{F}$ . In the construction of aggregated systemic risk indices, the systemic risk index is associated with the factor  $\mathbf{F}$  (Moreno et Peña, 2013; Giglio et al., 2016).

The previous optimization program has an equivalent representation in terms of linear regression (Zou et al., 2006). Indeed, it is shown that in the linear regression that reads

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{U}, \quad (2)$$

where the dependent variable  $\mathbf{F}$  is the dominant factor of the PCA and  $\mathbf{U}$  is the error term, the normalized value of the Ordinary Least Squares (OLS) estimator of the parameter vector  $\boldsymbol{\beta}$  is proportional to the loading vector of the first principal component, that is:

$$\mathbf{x} = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}}{\|\hat{\boldsymbol{\beta}}\|_2}. \quad (3)$$

Zou et al. (2006) propose to modify the linear regression represented by Eq. (2) in order to obtain a sparse principal component. They suggest to first identify the vector  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^s$  as the solution of the constrained (or penalized) regression:

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}\boldsymbol{\beta}^s + \mathbf{U} \quad (4)$$

$$s. t. P(\boldsymbol{\beta}^s) \equiv \|\boldsymbol{\beta}^s\|_1 = \sum_{j=1}^p |\beta_j^s| \leq \delta,$$

where the parameter  $\delta \geq 0$  defines the upper limit that the L<sub>1</sub>-norm of the parameter vector  $\boldsymbol{\beta}^s$  could take.

Then, they define the loadings of the sparse PCA, denoted as  $\hat{\boldsymbol{x}}^s$  as:

$$\hat{\boldsymbol{x}}^s = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}^s}{\|\hat{\boldsymbol{\beta}}^s\|_2}. \quad (5)$$

Regression (4), introduced by Tibshirani (1996), is also known as the Least Absolute Shrinkage and Selection Operator (LASSO)<sup>5</sup>, and one of its goals is to perform a variable selection. We can easily summarize the limiting behavior of this penalized regression as follows. When  $\delta$  tends to zero, the number of active elements (i.e. those different from zero) in  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^s$ , and therefore in the "sparse" loading vector  $\hat{\boldsymbol{x}}^s$ , also approaches zero, thus leading to a small number of columns of  $\boldsymbol{M}$  entering in the composition of the estimated Sparse PCA factor,  $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{M}\hat{\boldsymbol{x}}^s$ . Note that the degenerated limiting case is  $\delta = 0$ , where  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^s$  and  $\hat{\boldsymbol{x}}^s$  correspond to the zero vector. In the opposite case, when  $\delta$  tends to infinity, the regression (4) is the unrestricted regression (2), and  $\hat{\boldsymbol{x}}^s$  is exactly equal to  $\hat{\boldsymbol{x}}$ , i.e. the main component of a conventional PCA and the number of active elements then takes its maximum value  $p$ .

Therefore, the main factor from a SPCA has a more stable temporal dynamic. As highlighted above, this property is desirable since the implementation of regulatory policies should not be based on noisy and erratic metrics of systemic risk.

---

<sup>5</sup> We use the LARS algorithm (Zou et al., 2006) to estimate the loading vector in the SPCA-LASSO penalized regression. This algorithm is also used to estimate the loading vector for the RIDGE and the Elastic-net penalized regressions (see hereafter). All the results are obtained using MatLab (R2016a).

### 1.2.3. Choosing an Optimal Index of Systemic Risk Measures using various Criteria

There are, indeed, many ways to select an optimal index, starting from purely statistical criteria up to economically based selection rules. In this chapter, we use several criteria to have the full picture, but we will mainly focus on the Granger causality test in extremes by Hong et al. (2009), since it precisely corresponds to our aim of selecting an index connected to financial stability and the future real economy fragility. However, we also check for other points of views in order to see where the differences are, when applying other classical criteria.

We will use a number of approaches, tests and indicators. At first, the Kaiser criterion, which is a common choice in principal component analysis, focuses on the variables included in the optimal index. Secondly, three information criteria (AIC, BIC and SIC) point at the fit of the SPCA outcome with respect to the targeted first Principal Component. Lastly, three indicators assessing the link between an aggregate systemic risk index and a measure of economic activity: a Linear Granger Causality test; a Non-Linear Granger Causality test by Diks and Panchenko (2006); and, finally, the test by Hong et al. (2009) on extreme movements.

The first four criteria are classical in the field of statistical learning (e.g. Hastie et al., 2015). The Kaiser criterion provides the number of explicative variables (the systemic risk measures here) that exceed the average total variance of the Index under studies (noted  $Id_k$  later on, on reference to the number  $k$  of variables considered in the Index). The three parsimony criteria (namely AIC, BIC and SIC) allow us to select a model according to a penalization on the loss of degrees of freedom that result from adding variables to the model (e.g. Li and Zhu, 2008, in the context of Quantile Regression). It happens that these three criteria will lead to very similar results in our case.

Gauging causalities between systemic risk and the real economic activity is, from our point of view, a more appropriate way to select an optimal index of systemic risk. However,

systemic risk is definitely a highly non-linear phenomenon, and a non-linear assessment may be at stake. We briefly resume hereafter the Linear Granger Causality test in order to introduce the non-linear approach we also take into account.

Let  $\mathbf{X}$  and  $\mathbf{Y}$  be two stationary time-series and for simplicity assume that they both have a zero mean. We can represent their linear inter-relationships with common lag order  $h \geq 1$  such that  $\mathbf{X}_t^h = (X_{t-h+1}, \dots, X_t)$  and  $\mathbf{Y}_t^h = (Y_{t-h+1}, \dots, Y_t)$ , as follow:

$$\begin{cases} X_t = \sum_{j=1}^h a_j X_{t-j} + \sum_{j=1}^h b_j Y_{t-j} + \varepsilon_t \\ Y_t = \sum_{j=1}^h c_j X_{t-j} + \sum_{j=1}^h d_j Y_{t-j} + \xi_t, \end{cases} \quad (5)$$

where  $\varepsilon_t$  and  $\xi_t$  are two, possibly contemporaneously correlated, white noise processes,  $m$  is the maximum lag considered, and  $a_j, b_j, c_j, d_j$  are the coefficients of the model.

We detect the presence of causality from  $\mathbf{Y}$  to  $\mathbf{X}$  when we reject the null hypothesis  $H_0: b_1 = b_2 = \dots = b_m = 0$ . Likewise,  $\mathbf{X}$  causes  $\mathbf{Y}$  when we reject a similar null hypothesis based on the coefficients  $c_j$ . When both of these statements are true, there is a feedback relationship between the time-series. The identification of causality depends on the number of lags included in the model. Following the common practice, we perform the selection of the number of lags by the Bayesian Information Criterion. Consequently, the test of causality corresponds to the F-test for the null hypothesis that coefficients  $b_j$  or  $c_j$ , for  $j = [1, 2, \dots, h]$ , according to the direction of the Granger causality tested, are equal to zero.

The econometrics literature proposed some tests of Non-Linear Granger Causality, as for instance in Hiemstra and Jones (1994) and Diks and Panchenko (2006). In this work, we follow the latter approach, as it is shown to be more powerful and less exposed to over-rejection when compared to the former. Let us first here briefly resume the test and suppose we want to infer about the causality between two variables  $\mathbf{X}$  and  $\mathbf{Y}$  using  $q$  and  $p$  lags of those variables, respectively. Consider the vectors  $\mathbf{X}_t^q = (X_{t-q+1}, \dots, X_t)$  and  $\mathbf{Y}_t^p =$

$(Y_{t-p+1}, \dots, Y_t)$ , with  $(q, p) \geq 1^2$ . The null hypothesis that  $\mathbf{X}_t^q$  does not contain any additional information about  $Y_{t+1}$  corresponds to:

$$H_0 = Y_{t+1} | (\mathbf{X}_t^q; \mathbf{Y}_t^p) \sim Y_{t+1} | \mathbf{Y}_t^p. \quad (6)$$

This null hypothesis is equivalent to a statement on the invariance of the distribution of the vector of random variables  $\mathbf{W}_t = (\mathbf{X}_t^q, \mathbf{Y}_t^p, Z_t)$ , where  $Z_t = Y_{t+1}$ . If we drop the time indexes, the joint probability density function  $f_{X,Y,Z}(x, y, z)$  and its marginal, under the null hypothesis, must satisfy the following relationship:

$$f_{X,Y,Z}(x, y, z) f_Y(y)^{-1} = f_{X,Y}(x, y) f_Y(y)^{-1} \cdot f_{Y,Z}(y, z) f_Y(y)^{-1}, \quad (7)$$

for each vector  $(x, y, z)$  in the support of  $(X, Y, Z)$ .

Diks and Panchenko (2006) show that, for a proper choice of weight function,  $g(x, y, z) = f_Y^2(y)$ , the previous relationship is equivalent to:

$$q = E[f_{X,Y,Z}(X, Y, Z) f_Y(Y) - f_{X,Y}(X, Y) f_{Y,Z}(Y, Z)], \quad (8)$$

and they propose the following estimator  $\hat{q}$  such as:

$$\hat{q} = (T - 1)[T(T - 2)]^{-1} \sum_i [f_{X,Y,Z}(X_i, Y_i, Z_i) \hat{f}_Y(Y_i) - \hat{f}_{X,Y}(X_i, Y_i) \hat{f}_{Y,Z}(Y_i, Z_i)], \quad (9)$$

with  $T$  the sample size.

They obtain the last expression by using a local density estimator defined such as:

$$\hat{f}_W(\mathbf{W}_i) = \frac{(2\varphi_T)^{-d_W}}{T - 1} \sum_{j, j \neq i} \mathbb{I}_{ij}^W, \quad (10)$$

where  $\hat{f}_W(\cdot)$  is a local density estimator of a  $d_W$ -variate random vector  $\mathbf{W}$  at  $\mathbf{W}_i$  based on indicator functions such as:  $\mathbb{I}_{ij}^{\mathbf{W}} := \mathbb{I}_{\{\|\mathbf{W}_i - \mathbf{W}_j\| < \varphi_T\}}$ .

In the case of bivariate causality, the test is consistent if the bandwidth is given by  $\varphi_T = CT^{-\beta}$ , for any positive constant  $C$ , a constant  $\beta \in (\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$ , with  $T$  the number of observations. The test statistic is asymptotically normally distributed in the absence of dependence of the vectors  $\mathbf{W}_i$ . For the empirical choice of the bandwidth, Diks and Panchenko (2006) suggest  $\varphi_T = \max(C \cdot T^{-2/7}, 1.5)$ . Diks and Panchenko (2006)<sup>6</sup> derive an optimal bandwidth  $\varphi^*$  according to the mean square error depending on the optimal multiple factor  $C^*$ . Given the non-linear nature of the systemic risk phenomenon, we thus believe that the Non-Linear Granger Causality test should accompany a more traditional Granger causality test.

Our aim, as stated in the introduction, is also to assess to what extent an aggregated index of systemic risk measures can be considered as a leading indicator of economic activity. In fact, given a panel of indicators (either simple or aggregated, a possible criterion for selecting the “optimal” one is to verify which is more related to the real economic activity, i.e. is a more proper leading indicator. This approach mimics the one used by Giglio et al. (2016) to measure the predictive power of their aggregated index extracted from a classical PCA. Indeed, these authors, *via* a quantile regression, test whether the lagged value of the index of systemic risk explain extreme variations in the industrial production. They thus focus on two specifications, with or without the aggregated systemic risk index.

The method we adopt is, however, different, in the sense that we assess to what extent the positive extreme movements of the aggregated index of systemic risk (when systemic risk is high) Granger-cause the negative extreme movements in the Industrial Production. As

---

<sup>6</sup> Cf. Diks and Panchenko (2006), Appendix A.2.

highlighted above, this approach is consistent with the intuition that only the extreme movements of the aggregated index can explain systemic events, inducing strong slowdowns in the future economic activity. We use for this purpose the causality test in distributions tails developed by Hong et al. (2009), which will be our main criterion in the rest of the chapter.

As with the Non-Linear Granger Causality test, we provide below a brief description of the Hong et al. (2009) test. Let us denote as  $y_{1,t} = \Delta PROD_t$  the monthly change in the Industrial Production Index (or any other variable of interest that proxies the real economy health or the stress of financial markets), and  $Q_{1,t}(\alpha; \theta_1)$  be the quantile at the order  $\alpha$  of the distribution of  $y_{1,t}$ , with  $\theta_1$  a vector of parameters associated with the specification of the dynamic of  $y_{1,t}$ . We follow Giglio et al. (2016) by setting  $\alpha$  to 20%. Such a choice comes from a compromise between the limited sample size (due to the use of monthly data) and the need of having a significant number of observations in the left tail of the distribution of  $y_t$  to perform the test. Let  $Hit_{1,t}(\alpha; \theta_1)$  the dummy variable defined as:

$$\begin{aligned} Hit_{1,t}(\alpha; \theta_1) &= \mathbb{I}_{\{y_{1,t} \leq Q_{1,t}(\alpha; \theta_1)\}} \\ &= \begin{cases} 1 & \text{if } y_{1,t} \leq Q_{1,t}(\alpha; \theta_1) \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned} \tag{11}$$

This variable equal 1 when the change in Industrial Production is extreme and negative, corresponding to a severe contraction of economic activity. In the same manner, let us denote  $y_{2,t} = -\Delta F_t^S$ , the opposite of the monthly change in a given aggregated index of systemic risk<sup>7</sup> obtained *via* the SPCA methodology, and  $Hit_{2,t}(\alpha; \theta_2)$  the dummy variable defined as:

$$Hit_{2,t}(\alpha; \theta_2) = \mathbb{I}_{\{y_{2,t} \leq Q_{2,t}(\alpha; \theta_2)\}} \tag{12}$$

---

<sup>7</sup> Monthly data for each aggregated index are obtained as averages of daily data of Figure 2. In total, we have 204 observations for competitor aggregated indices, and 204 monthly observations for the industrial production index.

Note that this variable equal 1 when the change in aggregated systemic index is extreme and positive, indicating a systemic event. The null hypothesis testing in Hong et al. (2009) is:

$$E[Hit_{1,t}(\alpha; \boldsymbol{\theta}_1) | \boldsymbol{\Omega}_{t-1}] = E[Hit_{1,t}(\alpha; \boldsymbol{\theta}_1) | \boldsymbol{\Omega}_{1,t-1}], \quad (13)$$

wherein the information sets on the date  $t-1$  are defined respectively by:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}_{t-1} = \{(y_{1,s}, y_{2,s}), s \leq t-1\} \\ \boldsymbol{\Omega}_{1,t-1} = \{y_{1,s}, s \leq t-1\}. \end{cases} \quad (14)$$

Under the null hypothesis, the positive extreme movements of the aggregated index of systemic risk have no predictive power on the negative extreme movements in Industrial Production. The test statistic proposed by Hong et al. (2009) depends on a weighted sum of the estimated correlations between  $Hit_{1,t}(\alpha; \hat{\boldsymbol{\theta}}_1)$  and  $Hit_{2,t}(\alpha; \hat{\boldsymbol{\theta}}_2)$  where  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_1$  and  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_2$  are consistent estimators of  $\boldsymbol{\theta}_1$  and  $\boldsymbol{\theta}_2$ . This weighted sum is defined by:

$$Z = T \sum_{j=1}^{T-1} \kappa^2(j/d) \hat{\rho}^2(j), \quad (15)$$

with the function  $\kappa(\cdot)$  being a decreasing kernel<sup>8</sup>,  $d$  the truncation parameter<sup>9</sup> and  $\hat{\rho}(j)$  the cross-correlation of order  $j$  between  $Hit_{1,t}(\alpha; \hat{\boldsymbol{\theta}}_1)$  and  $Hit_{2,t}(\alpha; \hat{\boldsymbol{\theta}}_2)$ , that equals to:

$$\hat{\rho}(j) = \frac{\hat{\gamma}(j)}{\hat{s}_1 \hat{s}_2}, \quad (16)$$

where  $\hat{s}_1$  and  $\hat{s}_2$  refer to the estimated standard deviations of  $Hit_{1,t}(\alpha; \hat{\boldsymbol{\theta}}_1)$  and of  $Hit_{2,t}(\alpha; \hat{\boldsymbol{\theta}}_2)$ , respectively, and  $\hat{\gamma}(j)$  is the cross-covariance of order  $j$ , defined by:

---

<sup>8</sup>We use the kernel function from Daniell that induces optimal properties for causality test. See Hong et al. (2009) for further details.

<sup>9</sup>When this parameter  $d$  increases, the value of the function that plays in the Eq. (16) as weighting is higher for low values  $j$  of lags. We discuss the choice of the tuning parameter  $d$  in Appendix D.

$$\hat{\gamma}(j) = \begin{cases} T^{-1} \sum_{t=1+j}^T \{[Hit_{1,t}(\alpha; \hat{\theta}_1) - \hat{\pi}_1][Hit_{2,t-j}(\alpha; \hat{\theta}_2) - \hat{\pi}_2]\} \text{ for } 0 \leq j \leq T-1 \\ T^{-1} \sum_{t=1-j}^T \{[Hit_{1,t+j}(\alpha; \hat{\theta}_1) - \hat{\pi}_1][Hit_{2,t}(\alpha; \hat{\theta}_2) - \hat{\pi}_2]\} \text{ for } 1-T \leq j \leq 0, \end{cases} \quad (17)$$

with  $\hat{\pi}_1$  and  $\hat{\pi}_2$  the empirical means of  $Hit_{1,t}(\alpha; \hat{\theta}_1)$  and of  $Hit_{2,t}(\alpha; \hat{\theta}_2)$ , respectively.

Therefore, we note that in the  $Z$ -statistic all possible lags are considered, but the most distant ones are multiplied by a weight which is decreasing in the distance. This is of relevant interest in the current context as the inclusion of a significant number of lags helps to capture the stronger (or weaker) inertia in the reaction of the economy to a systemic event. Under the null hypothesis of no causality in extreme movements, Hong et al. (2009) demonstrate that:

$$U = \frac{Z - C_T(d)}{[D_T(d)]^{1/2}}, \quad (18)$$

follows a standard normal distribution, with zero mean and unit variance, where:

$$C_T(d) = \sum_{j=1}^{T-1} (1 - j/T) \kappa^2(j/d), \quad (19)$$

and:

$$D_T(d) = 2 \sum_{j=1}^{T-1} (1 - j/T)(1 - (j+1)/T) \kappa^4(j/d). \quad (20)$$

The Monte Carlo simulations carried out by Hong et al. (2009) show that the test has good properties at a finite distance. It is important here to note that the minimum sample size considered by the authors in the simulations is  $T = 500$ , and the minimum quantile is 5% (approximately 25 observations in the tails of distributions). In our case, we have monthly data for the changes in the Industrial Production Index and changes in competitors

aggregated indices lasting for only 204 observations. With a 20% quantile, this leaves us also 40 cases. Such a figure is close to the test application conditions suggested by Hong et al. (2009), namely, the existence of a relatively not too small number of data in the tails of distributions.

Finally, in the last sub-section of the chapter dedicated to robustness checks, we will use several tests to confirm the adequation between the in-sample results presented hereby, and those obtained after a proper out-of-sample analysis. Next section briefly presents the tests we will use in section 4.4 of the chapter dedicated to robustness checks.

#### 1.2.4. Backtesting an Optimal Index of Systemic Risk Measures using various Criteria

Since we are interested on extreme variations of systemic risk as well as deep signs of financial instability and real economy severe downturns, we will finally focus on predicted quantiles for a given target variable, either a financial stability index or a real economy proxy. Let us denote the target variable  $h$ -steps ahead as  $y_{1,t+h}$  and the predicted quantile as  $Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$ . We obtain the latter by estimating, with quantile regression, the following conditional quantile function:

$$Q_{1,t+h}^i(\alpha; \theta_1) = \omega + \vartheta_j X_t^j + \mathbf{Z}_t \boldsymbol{\zeta}'_z, \quad (21)$$

where  $Q_{1,t+h}^i(\alpha; \theta_1)$  is the conditional  $\alpha$ -quantile of a given measure of financial stress or economic activity, denoted  $y_{t+h}^i$  at horizon  $h$ , where  $i$  corresponds to the  $i$ -th column of the general matrix  $\mathbf{Y}$  of all potential targets at time  $t+h$ , such as  $\mathbf{Y} = \{\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3, \dots\}$  is the set of financial stress and economic activity measures under studies,  $X_t^j$  is the unique  $j$ -th predictor at time  $t$  referring to the set of all potential time-series of predictors such as  $\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \dots\}$ ,  $\mathbf{Z}_t$  is the vector of all control variables at time  $t$  such as  $\mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1 \ \mathbf{Z}_2 \ \mathbf{Z}_3 \ \dots]$ ,

$\boldsymbol{\theta}_1 = [\omega, \vartheta_j, \boldsymbol{\zeta}_z]$  is the parameter vector conditioning the conditional  $\alpha$ -quantile, with  $\omega$  a constant,  $\vartheta_j$  the sensitivity of the conditional  $\alpha$ -quantile to the  $j$ -th predictor in  $\mathbf{X}$ , and  $\boldsymbol{\zeta}_z$  the vector of sensitivities of the conditional  $\alpha$ -quantile to the control variables in  $\mathbf{Z}$ .

Different specifications of the conditioning variables would lead *a priori* to different predicted quantiles. Given these predicted quantiles, we are herein interested in assessing their appropriateness with proper statistical approaches.

In the next sub-sections, we briefly recall the main tests we will use to analyze predicted quantiles features, namely, the tests proposed by Kupiec (1995), Jorion (2011), Christoffersen (1998), Engle and Manganelli (2014). We will also use a modified Diebold and Mariano (1995) test proposed by Harvey et al. (1997) to compare quantile forecast based on different loss functions.

#### 1.2.4.1. Quantile backtesting procedures

Given the target variable and predicted  $\alpha$ -quantiles defined above in a sample of  $T$  observations, the backtesting procedures make use of the quantity  $Hit_{1,t+h}(\alpha; \boldsymbol{\theta}_1)$  as defined in Eq. (18). Further, we denote hereafter the total number of exceptions  $x$  such as  $x = \sum_{t=1}^T Hit_{1,t+h}(\alpha; \boldsymbol{\theta}_1)$  and the exception rate such as  $x/T$ .

#### The Binomial test (Jorion, 2011)

The Binomial test is the simplest form which tests the accuracy of the estimated quantile as an unbiased measure of  $\alpha$ . It is worth noting that the test is non-parametric and hence it does not make any distributional assumption on  $y_{1,t+h}$ . The test of failure (success) is performed through the binomial probability distribution defined as:

$$f(x) = \binom{T}{x} \alpha^x (1 - \alpha)^{T-x}, \quad (22)$$

where  $\binom{T}{x} = \frac{T!}{x!(T-x)!}$  is the binomial coefficient and where the expected number of failures  $E(x)$  and its variance  $V(x)$  are equal to  $\alpha T$  and  $\alpha(1 - \alpha)T$ , respectively.

The test statistic is the z-score defined as:

$$z = \frac{x - \alpha T}{\sqrt{\alpha T(1 - \alpha)}} \sim \mathcal{N}(0,1) \quad (23)$$

which asymptotically follows a standard normal distribution.

As usual, the p-value is the probability that the standard normal distribution exceeds the z-score in absolute value.

### **The proportion of failure test (Kupiec, 1995)**

The proportion of failure (POF) test is a likelihood ratio test which determines if the exception (failure) rate is consistent with the defined level of probability  $\alpha$ . The test statistic (likelihood ratio) is asymptotically distributed as a  $\chi^2$  distribution with one degree of freedom and is defined as:

$$LR_{POF} = -2 \log \left( \frac{(1 - \alpha)^{T-x} \alpha^x}{\left(1 - \frac{x}{n}\right)^{T-x} \left(\frac{x}{n}\right)^x} \right) \sim \chi^2(1). \quad (24)$$

### **The test on dependence (Christoffersen, 1998)**

The Conditional Coverage Independence (CCI) considers the independence of forecasting errors arguing that if the model is correct specified then exceptions associated to

quantile forecasting are independently distributed. Conversely, if the exceptions exhibit some clustering effect then it may invalidate its effectiveness. The quantity  $Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$  is modelled with a Markov chain and the matrix of transition probabilities is defined as:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{00} & \pi_{01} \\ \pi_{10} & \pi_{11} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

where  $\pi_{ij} = P[Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1) = j | Hit_{1,t+h-1}(\alpha; \theta_1) = i]$  with  $(i, j) = [0, 1]^2$ .

The stochastic process governing  $Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$  described by the Markov chain above has a memory of order one. The probability of an exception (or not) for the current period depends on the occurrence (or not) of an exception in the previous period. This is highlighted by the conditional probability  $\pi_{01}$  (*resp.*  $\pi_{11}$ ) which indicates the probability of having an exception on  $t$  given that there was no exception (there was an exception) on  $t - 1$ . Therefore, the unconditional probability to have an exception is equal to  $\pi_1 = \pi_{01} + \pi_{11}$ . The likelihood ratio of the test is:

$$LR_{CCI} = -2 \log \left( \frac{(1 - \pi_1)^{T_{00} + T_{10}} \pi_1^{T_{01} + T_{11}}}{(1 - \pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1 - \pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}}} \right) \sim \chi^2(1), \quad (26)$$

where  $T_{ij}$  is the number of observations in the state  $j$  for the current period and at state  $j$  for the previous period with  $\pi_{01} = T_{01}/(T_{00} + T_{01})$  and  $\pi_{11} = T_{11}/(T_{10} + T_{11})$ .

#### *Conditional Coverage (CC)*

The CC is a joint test which combines the likelihood ratio of Kupiec's proportion of failure  $LR_{POF}$  (frequency test) and the Christoffersen's Conditional Coverage Independence  $LR_{CCI}$  (independence test). The test statistic is the sum of the likelihood ratios of the two tests:

$$LR_{CC} = LR_{POF} + LR_{CCI} \sim \chi^2(2), \quad (27)$$

which is asymptotically distributed as a  $\chi^2$  distribution with 2 degrees of freedom.

### The Engle and Manganelli (2004) test

As the other presented tests, the hit ratio assumes that if a model is correctly specified, the probability of exceeding  $Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$  should not be dependent on the past information. Therefore, the quantile estimate should be a filtered signal from potentially correlated and heteroskedastic time-series to an independent sequence of indicator functions denoted by  $\Delta Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$  defined as:

$$\Delta Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1) = Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1) - \alpha. \quad (28)$$

Under the correct model's specification,  $\Delta Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$  has a zero-mean and is uncorrelated with its own lags and with those of  $Q_{1,t}(\alpha; \theta_1)$ .

The Engle and Manganelli (2004) Dynamic Quantile (*DQ*) test statistic is:

$$DQ = \frac{\Delta Hit_1(\alpha; \theta_1)' X(X'X)^{-1} X' \Delta Hit_1(\alpha; \theta_1)'}{T\alpha(1-\alpha)} \sim \chi^2(k), \quad (29)$$

where  $\mathbf{X}$  is a  $k$ -columns matrix collecting the constant, the lagged dependent variable and other explanatory variables in the sample, while  $\Delta Hit_1(\alpha; \theta_1)$  is the  $T$ -dimensional vector containing the sample observation of the quantity defined in Eq. (35). The test statistic is distributed as a  $\chi^2$ , with a degree of freedom equal to the rank of  $\mathbf{X}$ .

#### 1.2.4.2. Quantile forecast comparison with modified Diebold-Mariano tests

In the same vein, we will also compare quantile forecast by means of loss functions and using the modified Diebold-Mariano (1995) test by Harvey et al. (1997). We implement this Diebold-Mariano test on the values obtained by a set of loss functions, all using as inputs the predicted quantile  $Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)$  and the observed value for the target variable,  $y_{1,t+h}$ . More precisely, we consider the following loss functions:

1. The pinball loss function, which is widely used in the quantile regression framework (i.e., Hong et al., 2016)

$$f_1[y_{1,t+h}, Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)] = \Delta Hit_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)[y_{1,t+h} - Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)]; \quad (30)$$

2. The loss function proposed by Lopez (1999),

$$f_2[y_{1,t+h}, Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)] = 1 + [y_{1,t+h} - Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)]^2; \quad (31)$$

3. Three Loss functions similar to those proposed in Caporin (2008), which consider the distance between the different forecasts over the backtesting sample, such as:

- the Absolute Deviation (AD),

$$f_3[y_{1,t+h}, Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)] = |y_{1,t+h} - Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)| f_4(y_{1,t+h}, Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)) = |y_{1,t+h} - Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)|; \quad (32)$$

- the Relative Deviation (RD),

$$f_4[y_{1,t+h}, Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)] = \left| 1 - |(y_{1,t+h} - 1) Q_{1,t+h}^{-1}(\alpha; \theta_1)| \right|; \quad (33)$$

- the Squared Relative Deviation (SRD),

$$f_5[y_{1,t+h}, Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)] = \left| (|y_{1,t+h}| - |Q_{1,t+h}(\alpha; \theta_1)|)^2 Q_{1,t+h}^{-1}(\alpha; \theta_1) \right|. \quad (34)$$

The modified Diebold-Mariano tests will allow for a direct comparison of competing specifications for the predicted quantiles as the test verifies the null hypothesis that two alternative models for the conditional quantiles lead to an equal expected loss (where the loss is measured with one of the loss functions above).

Further details on the compared specifications for the conditional quantile functions across a number of target variables will be discussed in a following section.

### 1.3. Empirically Building an Index of Systemic Risk Measures

In the previous section, we first illustrated the dynamics of a collection of systemic risk measures and indicators built from US companies and market data. We now turn to the construction of competing aggregated indexes based on the systemic risk measures, using first the simple SPCA with LASSO (section 3.1). Secondly, with the purpose of identifying an optimal index according to our main criterion which is the Hong et al. (2009) test, we connect the ISRM with both the financial stress state of the markets and the real economic severe downturns (Section 3.2). Optimality will mainly come from the relation between the competing aggregated indexes and both financial stability and economic fragility. Thirdly, we compare in section 3.4 the optimal index obtained from the SPCA with the other optimal indices obtained by the other variants of our approaches according to various criteria.

#### 1.3.1. Constructing Competing Sparse Indexes of Systemic Risk Measures using SPCA-LASSO

Table 1 below shows the dominant principal component derived from the SPCA-LASSO methodology for different values of the parameter  $\delta$ . We chose the sequence of  $\delta$  values in such a way they lead to an increasing number of systemic risk measures entering in the dominant principal component.

When  $\delta = 1$ , which corresponds to the strongest constraint in regression (4), the number of active global systemic risk measures in the dominant component is equal to  $k = 1$ , and the selected index is the Spillover Index of Diebold and Yilmaz (2009). When  $\delta$  increases, the constraint becomes lighter and other systemic risk measures enter into the dominant component. For illustration, when  $\delta = 1.36$ , four measures are active in the index,

namely the Spillover Index of Diebold and Yilmaz (2009), the Herfindahl-Hirschman Index, the VaR and the CoVaR of Adrian and Brunnermeier (2016). For the highest value of  $\delta$  we consider, all measures are active in the dominant component. In that case, the SPCA outcome is identical to the first component of a classical PCA. Note that the latest systemic risk measure to be active in the component is the  $\Delta$ CoVaR Measure. Table 1 below shows the corresponding normalized loadings according to the SPCA methodology and labels the indexes from  $Id_1$  to  $Id_{16}$ .

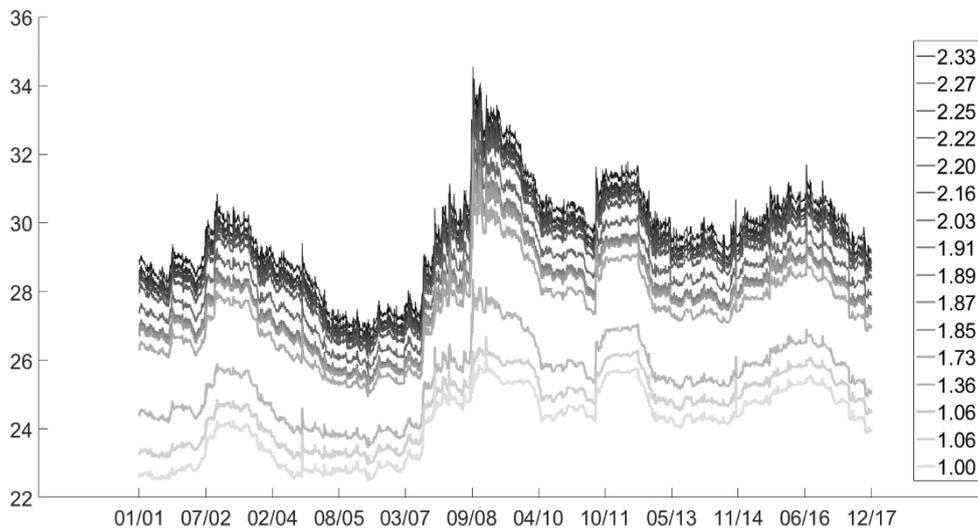
**Table 1:** Variable decomposition of the SPCA components of the ISRM

$\delta$	1.00	1.06	1.06	1.36	1.73	1.85	1.87	1.89	1.91	2.03	2.16	2.20	2.22	2.25	2.27	2.33
$Id_k$	$Id_1$	$Id_2$	$Id_3$	$Id_4$	$Id_5$	$Id_6$	$Id_7$	$Id_8$	$Id_9$	$Id_{10}$	$Id_{11}$	$Id_{12}$	$Id_{13}$	$Id_{14}$	$Id_{15}$	$Id_{16}$
$k$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$	$k=7$	$k=8$	$k=9$	$k=10$	$k=11$	$k=12$	$k=13$	$k=14$	$k=15$	$k=16$
$M_1$	1.00	1.00	1.00	.97	.91	.87	.87	.86	.86	.84	.82	.82	.82	.82	.81	.81
$M_2$	.00	.06	.06	.16	.25	.28	.28	.28	.28	.29	.30	.30	.31	.31	.32	.33
$M_3$	.00	.00	.00	.07	.15	.18	.18	.18	.18	.17	.10	.09	.09	.09	.09	.05
$M_4$	.00	.00	.00	.16	.24	.26	.26	.26	.27	.26	.24	.20	.19	.17	.16	.07
$M_5$	.00	.00	.00	.00	.18	.25	.26	.27	.28	.34	.39	.41	.41	.42	.42	.43
$M_6$	.00	.00	.00	.00	.00	.01	.01	.02	.02	.04	.08	.09	.09	.07	.06	.05
$M_7$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.01	.01	.01	.02	.03	.03	.03	.03	.03
$M_8$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.01	.01	.03	.05	.05	.06	.06	.07	.08
$M_9$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.03	.05	.06	.06	.06	.07	.07
$M_{10}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.02	.05	.06	.06	.06	.06	.08
$M_{11}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.06	.07	.08	.08	.07	.05
$M_{12}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.02	.04	.05	.06	.07
$M_{13}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.01	.02	.02	.04
$M_{14}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.02	.03	.06
$M_{15}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.01	.05
$M_{16}$	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.06

Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation.  $M_1$  to  $M_{16}$  represent the 16 systemic risk measures and are in the following order:  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$ : VaR,  $M_4$ : CoVaR,  $M_5$ : AR,  $M_6$ : Volatility,  $M_7$ : CATFIN,  $M_8$ : DCI,  $M_9$ : Turbulence Index,  $M_{10}$ : AIM,  $M_{11}$ : CES,  $M_{12}$ : COES,  $M_{13}$ : SRISK,  $M_{14}$ : Kyle's lambda,  $M_{15}$ : MES and  $M_{16}$ :  $\Delta$ CoVaR. We recall that the vectors reported in the Table are orthonormal vectors of norm 1.

Figure 2 shows the dynamics of all the 16 aggregate indexes of systemic risk obtained through the analysis of the main sparse components. We obtained those indexes for values of the truncation parameter  $\delta$ , varying from  $\delta = 1.00$  to  $\delta = 2.33$ . The dynamics of the indices move between the two extremes: the Diebold and Yilmaz (2009) index and the traditional first principal component. Indeed, the addition of any extra factor in the index increases its

variability, even if we might recognize that a relevant fraction of the dynamic comes from the Spillover Index. The latter is a consequence of the loading vectors reported in Table 1, where we note that the weight of the Spillover Index is always the largest across all the 16 different aggregated indexes. Notably, the second systemic risk measure, in terms of loadings size, is the Herfindahl-Hirschmann Index, whether the VaR and the Conditional Value-at-Risk (respectively the aggregate of the VaR and the CoVaR of each company) are respectively the third and the fourth in terms of relevance. In Figure 2, the stationarity is verified for all the indices, in variation, according to the Augmented Dickey and Fuller (1979) ADF test and the Phillips and Perron (1988) PP test at a 5% confidence level, although they are not normally distributed according to the Anderson and Darling (1954) AD test, the Shapiro and Wilk (1965) SW test, the D'Agostino and Pearson (1973) DP test and the Jarque and Bera (1981) JB test at a 5% confidence level. In the following, the stationarity and the normality are checked for all the variables used.



**Fig. 2.** Dynamics of the various SPCA indexes (as functions of  $\delta$ ). Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Are presented the dynamics of all the aggregated indexes obtained from SPCA for some specific values of  $\delta$  as reported in the legend. These indexes are based on the 16 systemic risk measures:  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$ : VaR,  $M_4$ : CoVaR,  $M_5$ : AR,  $M_6$ : Volatility,  $M_7$ : CATFIN,  $M_8$ : DCI,  $M_9$ : Turbulence Index,  $M_{10}$ : AIM,  $M_{11}$ : CES,  $M_{12}$ : COES,  $M_{13}$ : SRISK,  $M_{14}$ : Kyle's lambda,  $M_{15}$ : MES and  $M_{16}$ :  $\Delta$ CoVaR. The stationarity is verified for all variables according to the ADF (Dickey and Fuller, 1979) and the PP (Phillips and Perron, 1988) tests (at a 5% confidence level), although they are not normally distributed according to the AD (Anderson and Darling, 1954), the SW (Shapiro and Wilk, 1965), the DP (D'Agostino and Pearson, 1973) and the JB (Jarque and Bera, 1981) tests (at a 5% confidence level).

The following section focuses on the procedure we suggest in order to identify an optimal choice among a set of competing aggregated indexes of systemic risk, i.e. those represented in Figure 2.

### **1.3.2. Optimal Choice within the Set of the SPCA-LASSO Competing Indexes regarding Financial Stability and Severe Real Economy Downturns Criteria**

In the following, we first connect the ISRM (here built using the SPCA- LASSO technique<sup>10</sup>), with a direct measure of the financial distress of Financial Institutions, for controlling that the competing Indexes are strictly connected to the health of the financial system. In our case, the number of bankruptcies is a first obvious way of measuring the severity of a financial systemic crisis. It appears that 21 Financial Institutions experienced collapses in our sample on the period.

The ISRM is well connected with SRM, being a linear combination of SRM, and is closely linked to a direct measure of Systemic Risk financial damages. When dealing with our main criterion which is the Granger extreme causality test by Hong et al. (2009), the following Table 3 gives the statistics for the various competing Indexes. We see here that all the competing Indexes, as soon as they contain at least the first three systemic risk measures, have significant  $U$ -statistics (for a mild  $d$  between 3 and 10), with a shape showing a clear increase in the  $U$ -statistics when the horizon increases. Moreover, it appears that  $Id_6$  is the best index regarding this criterion. However, it is important to note that the indices  $Id_6$  to  $Id_6$  lead to the same results in terms of the  $U$ -statistics meaning that these indices Granger cause in a similar way the macroeconomic downturns, because of the low weights of the additional SRM

---

<sup>10</sup> It will appear in the next section that the other SPCA will yield very similar results; we thus here only use the SPCA-LASSO as an illustration for the sake of simplicity.

entering in their compositions. Indeed, these indices ( $Id_6$  to  $Id_9$ ) are highly correlated. As expected, the lowest correlation is the one evaluated between  $Id_6$  and  $Id_9$  which is equal to 99.14% and 97.85% respectively for Pearson and Spearman correlations in first difference on a daily basis. This correlation is equal to 99.97% and 99.87% respectively again for Pearson and Spearman correlations in first difference on a monthly basis. This result is not surprising since the information contained in the additional SRM entering in the indices  $Id_6$  to  $Id_9$  (from the seventh SRM - which is CATFIN, to the ninth SRM - which is the Turbulence Index) is already captured in the first SRM entering in the composition of the ISRM.<sup>11</sup> We select then the most parsimonious index which has less SRM in its composition and which is  $Id_6$ .

**Table 3:** Causality tests in extreme movements – Indexes of Systemic Risk Measures predicting the Cumulated Index of Collapses as a Target

	SPCA																PCA
$\delta$	1.00	1.06	1.06	1.36	1.73	<b>1.85</b>	1.87	1.89	1.91	2.03	2.16	2.20	2.22	2.25	2.27	2.33	
$Id_i$	$Id_1$	$Id_2$	$Id_3$	$Id_4$	$Id_5$	<b><math>Id_6</math></b>	$Id_7$	$Id_8$	$Id_9$	$Id_{10}$	$Id_{11}$	$Id_{12}$	$Id_{13}$	$Id_{14}$	$Id_{15}$	$Id_{16}$	
$k$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	<b><math>k=6</math></b>	$k=7$	$k=8$	$k=9$	$k=10$	$k=11$	$k=12$	$k=13$	$k=14$	$k=15$	$k=16$	
$U(1)$	3.73	3.73	3.73	1.02	1.02	<b>1.02</b>	1.02	1.02	1.02	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	
$U(2)$	3.80	3.80	3.80	1.30	1.30	<b>1.30</b>	1.30	1.30	1.30	3.89	3.89	3.89	3.89	3.89	3.89	3.89	
$U(3)$	3.88	3.88	3.88	2.19	2.19	<b>2.74</b>	2.74	2.74	2.74	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	
$U(4)$	3.63	3.63	3.63	2.49	2.50	<b>3.70</b>	3.70	3.70	3.70	4.66	4.66	4.66	4.66	4.66	4.66	4.66	
$U(5)$	3.59	3.59	3.59	3.01	3.01	<b>4.52</b>	4.52	4.52	4.52	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	
$U(6)$	3.74	3.74	3.74	3.63	3.62	<b>5.30</b>	5.30	5.30	5.30	5.37	5.37	5.37	5.37	5.37	5.37	5.37	
$U(7)$	3.73	3.72	3.72	4.04	4.04	<b>5.89</b>	5.89	5.89	5.89	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	
$U(8)$	3.77	3.77	3.77	4.45	4.43	<b>6.29</b>	6.29	6.29	6.29	5.66	5.66	5.66	5.66	5.66	5.66	5.66	
$U(9)$	3.74	3.74	3.74	4.75	4.74	<b>6.54</b>	6.54	6.54	6.54	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72	
$U(10)$	3.67	3.66	3.66	4.92	4.93	<b>6.67</b>	6.67	6.67	6.67	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72	

Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the values of the  $U(\cdot)$  statistic of Hong et al. (2009) for inference on causality from monthly variations of each aggregated index to the monthly change in the Collapse index. In bold are highlighted the highest statistics for the best index. The indexes labeled  $Id_1$  to  $Id_{16}$  correspond to the various aggregated indices of systemic risk. The threshold for significance at nominal risk level of 5% is 1.96. The values of  $d$  (for  $d = [1, \dots, 10]$ ) are not expressed in absolute terms.

We will now turn to our main target, following the analysis by Giglio et al. (2016), which is the connection between the ISRM and the severe real economy downturns. For the

<sup>11</sup> However, some horse races (see appendix F) show that some SRM that are not included in the ISRM (for example CATFIN, AIM, Kyle's Lambda and CoES) have some useful information to predict the real economy downturns.

selection of the optimal Index, we will again use the  $U$ -statistic for inferring the existence of tail causality between aggregated indexes of systemic risk and a proxy for gauging the real economy activity, which is first measured by the Industrial Production Index (PROD).

The results of causality tests for the different competing indices (denoted  $Id_i$  to  $Id_{16}$ ) are summarized in Table 4, for different values of the truncation parameter  $d$ , with  $d = [1, \dots, 10]$ . The null hypothesis of no causality from positive and extreme monthly variations of each aggregated index of systemic risk to the negative and extreme monthly variations in Industrial Production, is rejected in all configurations at a nominal 5% threshold (for a mild  $d$  ranging from 1 to 5). When closely reading this Table, the optimal index derived from the SPCA methodology is the aggregated index with 6 variables (for a mild  $d$  ranging from 6 to 10). This index appears to be the most informative, it is relatively more stable over time (compared to the 16-measure Index), whilst it has the highest predictive power (highest test statistic) on severe contractions in the economic activity.

**Table 4:** Causality tests in extreme movements – Indexes of Systemic Risk Measures predicting the IPI as a Target

	SPCA															PCA
$\delta$	1.00	1.06	1.06	1.36	1.73	<b>1.85</b>	1.87	1.89	1.91	2.03	2.16	2.20	2.22	2.25	2.27	2.33
$Id_i$	$Id_1$	$Id_2$	$Id_3$	$Id_4$	$Id_5$	$Id_6$	$Id_7$	$Id_8$	$Id_9$	$Id_{10}$	$Id_{11}$	$Id_{12}$	$Id_{13}$	$Id_{14}$	$Id_{15}$	$Id_{16}$
$k$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	<b><math>k=6</math></b>	$k=7$	$k=8$	$k=9$	$k=10$	$k=11$	$k=12$	$k=13$	$k=14$	$k=15$	$k=16$
$U(1)$	-0.01	-0.01	-0.01	-0.49	-0.64	<b>-0.64</b>	-0.64	-0.64	-0.64	-0.64	-0.70	-0.70	-0.70	-0.70	-0.70	-0.70
$U(2)$	-0.25	-0.17	-0.17	-0.53	-0.68	<b>-0.67</b>	-0.67	-0.67	-0.67	-0.68	-0.89	-0.89	-0.89	-0.74	-0.74	-0.72
$U(3)$	-0.35	-0.12	-0.12	.13	.00	<b>.26</b>	.26	.26	.26	.25	-0.10	-0.10	-0.10	.11	.11	.11
$U(4)$	-0.36	-0.24	-0.24	.83	.70	<b>1.23</b>	1.23	1.23	1.23	1.21	.93	.93	.93	1.11	1.11	1.15
$U(5)$	-0.47	-0.21	-0.21	1.13	1.07	<b>1.80</b>	1.80	1.80	1.80	1.83	1.42	1.42	1.42	1.62	1.62	1.74
$U(6)$	-0.59	-0.11	-0.11	1.32	1.39	<b>2.17</b>	2.17	2.17	2.17	2.18	1.62	1.62	1.62	1.85	1.85	2.01
$U(7)$	-0.60	.22	.22	1.58	1.75	<b>2.56</b>	2.56	2.56	2.56	2.51	1.86	1.86	1.86	2.06	2.06	2.27
$U(8)$	-0.46	.70	.70	1.99	2.17	<b>2.99</b>	2.99	2.99	2.99	2.89	2.15	2.15	2.15	2.30	2.30	2.55
$U(9)$	-0.26	1.27	1.27	2.34	2.53	<b>3.39</b>	3.39	3.39	3.39	3.27	2.41	2.41	2.41	2.49	2.49	2.75
$U(10)$	-0.04	1.85	1.85	2.65	2.84	<b>3.76</b>	3.76	3.76	3.76	3.62	2.62	2.62	2.62	2.62	2.62	2.88

Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the values of the  $U(\cdot)$  statistic of Hong et al. (2009) for inference on causality from monthly variations of each aggregated index to the monthly change in Industrial Production. In bold are highlighted the highest statistics for the best index. The indexes labeled  $Id_i$  to  $Id_{16}$  correspond to the various aggregated indices of systemic risk. The threshold for significance at nominal risk level of 5% is 1.96. The values of  $d$  (for  $d = [1, \dots, 10]$ ) are not expressed in absolute terms. The stationarity is verified for all variables according to the ADF (Dickey and Fuller, 1979) and the PP (Phillips and Perron, 1988) tests (at 5% confidence level), although they are not normally distributed according to the AD (Anderson and Darling, 1954), the SW (Shapiro and Wilk, 1965), the DP (D'Agostino and Pearson, 1973) and the JB (Jarque and Bera, 1981) tests (at a 5% confidence level).

Thus, it appears that  $Id_6$  is the optimal Index of systemic risk measures denoted ISRM when Granger causing both the Cumulated Index of Collapses (for the Financial fragility) and the severe real economy downturns (as measured by the Industrial Production Index here).

### 1.3.3. Enlarging the Analysis by comparing Competing SPCA Indexes using various Criteria

Table 9 presents the comparison among the  $Id_k$  competing Indexes obtained from the four SPCA methodologies: LASSO (Panel A), Elastic-net (Panel B), RIDGE (Panel C) and rSVD (Panel D). For each  $Id_k$  Index, all Panels contain in their first row the optimal number of SRM such as suggested by the Kaiser criterion. The second to the fourth rows of each Panel contain the rankings of each  $Id_k$  Index according to the three parsimony criteria: the Akaike (1969) Information Criterion (AIC), the Bayesian Information Criterion (BIC) and the Schwartz (1978) Information Criterion (SIC). Each Panel provides also, from their fifth and sixth rows, the related rankings for the Linear Granger (1969) Causality (LGC) and the Non-Linear Granger Causality (NLGC) test of Diks and Panchenko (2006) of the  $Id_k$  competing Indexes. Finally, the last three rows of each Panel give the rankings of the Hong et al. (2009) test when considering  $d = 1$ ,  $d = 5$  and  $d = 10$  for each  $Id_k$  Index.

For example, when considering the index  $Id_{16}$  (last column), if we look at the SPCA-LASSO (first panel) and the first line (Kaiser criterion), only 3 variables<sup>12</sup> (the number given in the last cell of the first line) out of the 16 variables considered are relevant in the sense of the Kaiser criterion. This means that the remaining variables in this index are not sufficiently informative for the analysis (since they bring less information that should be randomly expected). Furthermore, regarding  $Id_{16}$  built according to the SPCA-LASSO in panel A, we

---

<sup>12</sup> As the Kaiser criterion (first line of each Panel) suggests that only 3 variables are required in  $Id_{16}$  (last column of each Panel) for the four approaches.

can recover its rank relative to the other indexes according to the various criteria. It is the 14th index according to the three parsimony criteria (AIC, BIC and SIC), the 16th for the Linear Granger Causality test (LGC), the 10th for the Non-Linear Granger Causality test (NLGC)<sup>13</sup> and the 11th (at  $d = 1$ ) and the 6th (for  $d = 5$  and  $d = 10$ ) for the Hong et al. (2009) test (whilst  $Id_6$  is the first for this criterion and choice of  $d = 10$ ).

Overall, the number of measures respecting the Kaiser criterion in the optimal index is 5 (the highest value of the Kaiser criterion for the first Panel, while the Kaiser criterion requires at least 3 variables in the fourth Panel dedicated to the SPCA-rSVD approach) over the 16 measures, highlighting the importance of the following measures in the construction of the index:  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$ : VaR,  $M_4$ : CoVaR,  $M_5$ : AR (and, for the SPCA-rSVD approach,  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index and  $M_5$ : AR). Note that such a choice is not in accordance with the parsimony criteria such as AIC, BIC and SIC. Notably, the lowest model in terms of parsimony criteria is  $Id_{11}$  (and  $Id_{12}$  for the SPCA-rSVD) and the three best models use respectively 10, 2 and 5 (12 for the RIDGE regression) systemic risk measures.

There is also no cluster in the top ranked models for the SPCA-rSVD in terms of AIC, BIC and SIC where  $Id_{15}$ ,  $Id_6$  and  $Id_3$  are respectively the 1st, 2nd, and 3rd models. However, if we consider the link with the real economy, few systemic risk measures should enter in the index for the LGC and the NLGC in the first three Panels. Per contrast, it is different when look at the second Panel dedicated to SPCA-rSVD. Indeed, we need less (more) systemic risk measures when considering LGC (NLGC).

---

<sup>13</sup> When considering the SPCA-rSVD (fourth Panel), the optimal index is  $Id_{11}$  for the Hong et al. (2009) test for  $d = 10$ , but it is ranked second when considering  $d = 5$  and  $d = 1$  for the same test. For Linear Granger Causality test (LGC) and for Non-Linear Granger Causality test (NLGC),  $Id_2$  and  $Id_{10}$  are the optimal indexes.

**Table 6:** Comparison of the  $Id_k$  indices according to various parsimony criteria for the four penalized regressions

	$Id_1$	$Id_2$	$Id_3$	$Id_4$	$Id_5$	$Id_6$	$Id_7$	$Id_8$	$Id_9$	$Id_{10}$	$Id_{11}$	$Id_{12}$	$Id_{13}$	$Id_{14}$	$Id_{15}$	$Id_{16}$
Panel A: SPCA-LASSO																
Kaiser	1	1	1	3	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3
AIC	12	2	10	5	3	8	13	6	15	<b>1</b>	16	4	9	7	11	14
BIC	12	2	10	5	3	8	13	6	15	<b>1</b>	16	4	9	7	11	14
SIC	12	2	10	5	3	8	13	6	15	<b>1</b>	16	4	9	7	11	14
LGC(5)	<b>1</b>	2	3	4	12	13	11	14	15	5	10	6	9	8	7	16
NLGC(5)	5	2	3	1	4	8	6	9	7	12	15	14	11	16	13	10
U(1)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	4	5	5	5	5	5	10	11	11	11	11	11	11
U(5)	16	14	14	12	13	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	9	9	9	7	7	6
U(10)	16	14	14	8	7	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	5	11	11	11	9	9	6
Panel B: SPCA-Elastic-net																
Kaiser	1	1	1	3	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3
AIC	12	2	11	6	3	9	13	8	15	<b>1</b>	16	4	5	7	10	14
BIC	12	2	11	6	3	9	13	8	15	<b>1</b>	16	4	5	7	10	14
SIC	12	2	11	6	3	9	13	8	15	<b>1</b>	16	4	5	7	10	14
LGC(5)	<b>1</b>	2	3	4	12	13	11	14	15	5	10	6	9	8	7	16
NLGC(5)	5	2	3	1	4	8	6	9	7	12	15	14	11	16	13	10
U(1)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	4	5	5	5	5	5	10	11	11	11	11	11	11
U(5)	16	14	14	12	13	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	9	9	9	7	7	6
U(10)	16	14	14	8	7	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	5	11	11	11	9	9	6
Panel C: SPCA-RIDGE																
Kaiser	1	1	1	3	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3
AIC	12	2	10	5	4	9	13	8	15	<b>1</b>	16	<b>3</b>	7	6	11	14
BIC	12	2	10	5	4	9	13	8	15	<b>1</b>	16	<b>3</b>	7	6	11	14
SIC	12	2	10	5	4	9	13	8	15	<b>1</b>	16	<b>3</b>	7	6	11	14
LGC(5)	<b>1</b>	2	3	4	12	13	11	14	15	5	10	6	9	8	7	16
NLGC(5)	5	2	3	1	4	8	6	9	7	12	15	14	11	16	13	10
U(1)	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	4	5	5	5	5	5	10	11	11	11	11	11	11
U(5)	16	14	14	12	13	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	9	9	9	7	7	6
U(10)	16	14	14	8	7	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	5	11	11	11	9	9	6
Panel D: SPCA-rSVD																
Kaiser	1	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
AIC	14	15	<b>3</b>	7	6	<b>2</b>	12	9	10	11	8	16	13	5	<b>1</b>	4
BIC	14	15	<b>3</b>	7	6	<b>2</b>	12	9	10	11	8	16	13	5	<b>1</b>	4
SIC	14	15	<b>3</b>	7	6	<b>2</b>	12	9	10	11	8	16	13	5	<b>1</b>	4
LGC(5)	<b>2</b>	<b>1</b>	3	4	6	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
NLGC(5)	15	13	14	6	7	8	9	4	5	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	10	11	12	16
U(1)	<b>2</b>	<b>1</b>	8	8	8	8	5	5	5	12	12	12	12	<b>2</b>	<b>2</b>	16
U(5)	16	15	14	11	11	11	8	8	8	5	5	5	4	2	3	<b>1</b>
U(10)	16	15	14	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	6	6	6	9	9	9	5	<b>1</b>	12	13

Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017 for a set of 95 financial institutions; authors' computation. The table shows the comparison of the optimal index among the 4 approaches: LASSO, Elastic-net, RIDGE in Panels A to C (almost same results for the three methods) and SPCA-rSVD in Panel D. In each panel of the Table, the first line gives the number of components with respect to the Kaiser criterion, the next three lines give the ranking of the 16 indices according to the Akaike Information Criterion (AIC), the Bayesian Information Criterion (BIC) and the Schwarz Information Criterion (SIC). At the end of each part, the last five lines give the rankings for the Linear Granger Causality (LGC) test (with  $h = 5$  lags), the Non-Linear Granger Causality (NLGC) test (with  $m = 5$  lags and a bandwidth  $\varphi = 2$ ) and for the  $U$ -statistic of the Hong et al. (2009) test for a parameter  $d = 1$ ,  $d = 5$  and  $d = 10$ . Bold values indicate the best choices for each criterion and the values for the optimal index according to the Hong et al. (2009) test. In Panel D, the rows U(1) and U(5) contain any  $U$ -statistics greater than the critical value of 1.96 at 5% (even at 10%) significance level. This is the same for Panels A to C for the rows labelled U(1) and U(5) in which the significance level of 10% can be reached. In all Panels, the rows LGC(5) contain any  $t$ -statistics greater than the critical value of 1.96 at 5% (even at 10%) significance level.

When considering the Hong et al. (2009) test, which is our main criterion, it appears that one needs more systemic risk measures than the Kaiser criterion suggests (6 and 14 systemic risk measures, respectively for the first three Panels and the SPCA-rSVD approach for a small but sufficiently large  $d = 10$ ).

Summarizing, the various approaches we consider by varying the target (either classical PCA or SVD approximation) or the penalty (LASSO, RIDGE or Elastic-net) give very similar results in terms of weightings in the optimal aggregated index and identical rankings according to the tests. Nevertheless, the SPCA-rSVD approach leads to some differences, but is clearly sub-optimal regarding the Hong et al. (2009) test, and also when considering the parsimony criteria. Indeed, the optimal index according to the Hong et al. (2009) test (for a mild  $d = 10$ ) is  $Id_6$  for LASSO, RIDGE and Elastic-net and  $Id_{14}$  for SPCA-rSVD. These two optimal indices are ranked 8th or 9th and 5th according to the AIC, BIC and SIC criteria and both contain more than the maximum number of systemic risk measures when considering the Kaiser criterion.

At this stage, we have built an Index based on Systemic Risk Measures (ISRM) following different technical methodologies, and we have compared them according to various criteria. The next section is devoted to robustness checks.

#### **1.4. Robustness Tests**

First, we connect our ISRM with other direct measures of the stability and distress of the financial system, as a complement of the number of Financial Institution collapses and the Industrial Production Index, using this time simple aggregated Index of financial stability and aggregated Index of Economic Health (in section 4.1). Secondly, we then build a series of out-of-sample comparisons. We comparatively study the link between in-sample and out-of-

sample analyses (showing a very close similarity) in section 4.2. We then compare quantile predictions using various methods (in section 4.3).

#### 1.4.1. Robustness Tests and Links between ISRM, Financial Stability and Economic Fragility

As we have seen previously, the (optimal) ISRM is only composed of Systemic Risk Measures and is connected to the financial stability as *per* construction. We have also shown that the link between the ISRM and the Cumulated Index of Collapses was strong enough. However, we would like to know if this link can be questioned if other measures of the financial stability was used in the analysis.

In the following, we perform the very same Hong et al. (2009) test exercise on the dominant factor obtained by performing a classical PCA on the various proxies of financial stability (i.e. Cumulated Index of Collapses, NFCI, ANFCI, NFCIRISK and NFCICREDIT). Table 7 shows that the link between systemic risk and financial fragility is significant and leads to an optimal index which is  $Id_t$ .<sup>14</sup> Note that, there is no big differences between the values of the  $U$ -statistics of  $Id_6$  and  $Id_{10}$ ;  $Id_t$  has the highest  $U$ -statistics whatever the value for  $d$ . However,  $Id_t$  and  $Id_6$  are really close in terms of  $U$ -statistics whatever the value for  $d$  with, for example, the same value of the  $U$ -statistic when  $d = 1$ .

In the previous sections, the targeted variable for measuring the severity of a real economy crisis was the Industrial Production. We next look at the behavior of our ISRM when the target changes and is now the dominant factor obtained by performing a classical PCA on: the variations of IPI (denoted PROD), the CFNAI, the Economic Uncertainty Index

---

<sup>14</sup> As seen previously, the optimal Index of systemic risk measures is  $Id_6$  when considering the Cumulated Index of Collapses. For NFCI, ANFCI, NFCIRISK and NFCICREDIT, the optimal Indexes are, respectively,  $Id_t$ ,  $Id_{11}$ ,  $Id_{11}$  and  $Id_{10}$ . The link between the 16  $Id_t$  and each of these proxies of financial stability is always highly significant (even at a 1% confidence level) whatever the value for  $d$  (from  $d = 1$  to  $d = 10$ ) with a decreasing shape for the  $U$ -statistics. The results are available upon request.

(EUI) by Jurado et al. (2015) as a predictor of the economic activity, and the ADSI by Aruoba et al. (2009) which is a business conditions index designed to track real business conditions at high frequency.

**Table 7:** Causality tests in extreme movements with the ISRM in predicting the dominant factor (PCA) of the proxies of financial stability as a target

	SPCA															PCA
$\delta$	1.00	1.06	1.06	<b>1.36</b>	1.73	1.85	1.87	1.89	1.91	2.03	2.16	2.20	2.22	2.25	2.27	2.33
$Id_s$	$Id_1$	$Id_2$	$Id_3$	<b><math>Id_4</math></b>	$Id_5$	$Id_6$	$Id_7$	$Id_8$	$Id_9$	$Id_{10}$	$Id_{11}$	$Id_{12}$	$Id_{13}$	$Id_{14}$	$Id_{15}$	$Id_{16}$
$k$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	<b><math>k=4</math></b>	$k=5$	$k=6$	$k=7$	$k=8$	$k=9$	$k=10$	$k=11$	$k=12$	$k=13$	$k=14$	$k=15$	$k=16$
$U(1)$	5,36	7,30	7,30	<b>11,99</b>	11,99	11,99	11,99	11,99	11,99	11,99	9,51	9,51	9,51	7,30	7,30	7,30
$U(2)$	5,39	6,96	6,96	<b>11,68</b>	11,29	11,35	11,35	11,35	11,35	11,35	9,32	9,32	9,32	7,27	7,27	7,28
$U(3)$	5,22	6,30	6,30	<b>10,46</b>	9,87	9,96	9,96	9,96	9,96	9,96	8,36	8,36	8,36	6,50	6,50	6,51
$U(4)$	5,06	6,10	6,10	<b>9,92</b>	9,14	9,43	9,43	9,43	9,43	9,43	7,86	7,86	7,86	6,11	6,11	6,13
$U(5)$	4,96	6,07	6,07	<b>9,66</b>	8,62	9,12	9,12	9,12	9,12	9,13	7,52	7,52	7,52	5,86	5,86	5,87
$U(6)$	4,80	6,01	6,01	<b>9,39</b>	8,18	8,84	8,84	8,84	8,84	8,85	7,21	7,21	7,21	5,64	5,64	5,66
$U(7)$	4,72	5,89	5,89	<b>9,11</b>	7,81	8,56	8,56	8,56	8,56	8,59	7,01	7,01	7,01	5,52	5,52	5,54
$U(8)$	4,64	5,74	5,74	<b>8,80</b>	7,47	8,26	8,26	8,26	8,26	8,29	6,84	6,84	6,84	5,43	5,43	5,49
$U(9)$	4,52	5,57	5,57	<b>8,52</b>	7,22	8,02	8,02	8,02	8,02	8,05	6,72	6,72	6,72	5,36	5,36	5,44
$U(10)$	4,37	5,36	5,36	<b>8,23</b>	6,97	7,79	7,79	7,79	7,79	7,82	6,60	6,60	6,60	5,28	5,28	5,37

Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the values of the  $U(\cdot)$  statistic of Hong et al. (2009) for inference on causality from monthly variations of each aggregated index to the monthly change in the dominant factor of PCA performed on the proxies of financial stability. In bold are highlighted the highest statistics for the best index. The indexes labeled  $Id_1$  to  $Id_{16}$  correspond to the various aggregated indices of systemic risk. The threshold for significance at nominal risk level of 5% is 1.96. The values of  $d$  (for  $d = [1, \dots, 10]$ ) are not expressed in absolute terms. The stationarity is verified for all variables according to the ADF (Dickey and Fuller, 1979) and the PP (Phillips and Perron, 1988) tests (at 5% confidence level), although they are not normally distributed according to the AD (Anderson and Darling, 1954), the SW (Shapiro and Wilk, 1965), the DP (D'Agostino and Pearson, 1973) and the JB (Jarque and Bera, 1981) tests (at a 5% confidence level).

In Table 8, we perform the very same Hong et al. (2009) test exercise on the dominant factor obtained by performing a classical PCA on the previous proxies of economic activity (i.e. PROD, CFNAI, EUI and ADSI) and it is shown that the link between systemic risk and the economic downturns is significant and leads to an optimal index which is  $Id_6$  again. Note that, again, there is no big differences between the values of the  $U$ -statistics of  $Id_6$  and  $Id_{10}$ ;  $Id_6$  has the highest  $U$ -statistics for a mild  $d$  ranging from 3 to 10.<sup>15</sup>

<sup>15</sup> It appears that  $Id_6$  is the optimal Index for the variations of IPI as previously seen but also for its vintages (the first, second and fourth revisions), for CFNAI and its extensions (CFNAIDIFF and CFNAI MA3).  $Id_{10}$  is the optimal Index for the third revision of IPI, the EUI and PAYEMS (both with no big differences in terms of  $U$ -statistics with respect to  $Id_6$ ).  $Id_2$  is the optimal Index when considering the ADSI but again with no big differences with respect to  $Id_6$ . The results are available upon request.

Thus, the ISRM is well connected to both economic activity and financial stability. In the following, we will now turn to study the ISRM out-of-sample.

**Table 8:** Causality tests in extreme movements with the ISRM in predicting the dominant factor (PCA) of the proxies of economic activity as a target

	SPCA																PCA
$\delta$	1.00	1.06	1.06	1.36	1.73	<b>1.85</b>	1.87	1.89	1.91	2.03	2.16	2.20	<b>2.22</b>	2.25	2.27	2.33	
$Id_d$	$Id_1$	$Id_2$	$Id_3$	$Id_4$	$Id_5$	<b><math>Id_6</math></b>	$Id_7$	$Id_8$	$Id_9$	$Id_{10}$	$Id_{11}$	$Id_{12}$	$Id_{13}$	$Id_{14}$	$Id_{15}$	$Id_{16}$	
$k$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	<b><math>k=6</math></b>	$k=7$	$k=8$	$k=9$	$k=10$	$k=11$	$k=12$	$k=13$	$k=14$	$k=15$	$k=16$	
$U(1)$	-0.70	-0.70	-0.70	-0.31	.29	<b>.29</b>	.29	.29	.29	.29	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	
$U(2)$	-0.45	-0.07	-0.07	.28	.79	<b>1.31</b>	1.31	1.31	1.31	1.30	-0.07	-0.07	-0.07	.27	.27	.31	
$U(3)$	-0.02	.49	.49	1.03	1.58	<b>2.85</b>	2.85	2.85	2.85	2.84	.61	.61	.61	1.12	1.12	1.12	
$U(4)$	.48	.86	.86	1.79	2.46	<b>4.49</b>	4.49	4.49	4.49	4.49	1.59	1.59	1.59	2.13	2.13	2.21	
$U(5)$	.48	.88	.88	2.05	2.86	<b>5.36</b>	5.36	5.36	5.36	5.35	2.00	2.00	2.00	2.54	2.54	2.74	
$U(6)$	.45	.96	.96	2.12	3.00	<b>5.78</b>	5.78	5.78	5.78	5.78	2.14	2.14	2.14	2.67	2.67	2.96	
$U(7)$	.63	1.31	1.31	2.28	3.11	<b>6.11</b>	6.11	6.11	6.11	6.09	2.30	2.30	2.30	2.81	2.81	3.16	
$U(8)$	.94	1.84	1.84	2.67	3.26	<b>6.41</b>	6.41	6.41	6.41	6.40	2.55	2.55	2.55	3.05	3.05	3.44	
$U(9)$	1.31	2.49	2.49	3.19	3.42	<b>6.72</b>	6.72	6.72	6.72	6.72	2.86	2.86	2.86	3.34	3.34	3.77	
$U(10)$	1.73	3.19	3.19	3.77	3.60	<b>7.05</b>	7.05	7.05	7.05	7.04	3.19	3.19	3.19	3.65	3.65	4.11	

Note: Datastream, daily data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the values of the  $U(\cdot)$  statistic of Hong et al. (2009) for inference on causality from monthly variations of each aggregated index to the monthly change in the dominant factor of PCA performed on the proxies of economic activity. In bold are highlighted the highest statistics for the best index. The indexes labeled  $Id_d$  to  $Id_{16}$  correspond to the various aggregated indices of systemic risk. The threshold for significance at nominal risk level of 5% is 1.96. The values of  $d$  (for  $d = [1, \dots, 10]$ ) are not expressed in absolute terms. The stationarity is verified for all variables according to the ADF (Dickey and Fuller, 1979) and the PP (Phillips and Perron, 1988) tests (at 5% confidence level), although they are not normally distributed according to the AD (Anderson and Darling, 1954), the SW (Shapiro and Wilk, 1965), the DP (D'Agostino and Pearson, 1973) and the JB (Jarque and Bera, 1981) tests (at a 5% confidence level).

#### 1.4.2. Backtesting and Comparing Predicted Quantiles

We furthermore concentrate on the ISRM<sup>16</sup> predictive ability in anticipating severe economic downturns and thus consider a set of economically relevant target variables, as well as a number of relevant control variables. From a methodological point of view, we associate a severe variation to the lower tails of the target variable and, therefore, we adopt quantile regression to predict a lower quantile of the variables of interest, using ISRM as a predictor. We compare the predictive power of ISRM to that of competing predictors with two different tools. First, we check the accuracy and effectiveness of the forecasted quantiles with a battery

<sup>16</sup> We present here the results using the series SPCA-ISRM (ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI) using the NFCI as the target variable; very similar results are obtained when using the series SPCA-ISRM (ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI) and are not presented here for the sake of space.

of tests contrasting them to the realized observations of the target variables. Secondly, we consider a few loss functions developed in the risk management framework to compare the predicted quantiles generated by alternative predictors. More precisely, we run here tests based on the modified Diebold Mariano tests (Diebold and Mariano, 1995; Harvey et al.; 1997) to assess the null hypothesis of equivalence of expected losses using alternative loss functions such as the Pinball (Hong et al., 2016), Lopez (1999), Absolute Deviation, Relative Deviation, and Squared Relative Deviation (as in Caporin, 2008).

We first consider a set of alternative measures of financial stability: NFCI, ANFCI, NFCIRISK and NFCREDIT as target differentiated variables. Then, for economic activity as target variables: i) Changes on Industrial Production (PROD); ii) the Chicago Fed National Activity Index (CFNAI); iii) the Aruoba-Diebold-Scotti business conditions Index (ADSI); and iv) the Economic Uncertainty Index (EUI) by Jurado et al. (2015). Moreover, we include as controls: i) Changes on Economic Policy Uncertainty Index (EPUI) and the Changes on Equity Market-related Economic Uncertainty Index (EMEUI) by Baker et al. (2016); ii) Changes on the Term spreads<sup>17</sup>; iii) Changes on the TED spread; iv) Changes on the default spread and v) Changes on the Consumer Sentiment of the University of Michigan. We compare the informative content of changes on ISRM to three alternative stress indicators, namely the changes on the OFR Financial Stress Index (OFRFSI), the St. Louis Fed Financial Stress Index (STLFSI) and the Kansas City Financial Stress Index (KCFSI). Accordingly, the out-of-sample analysis is conceived in a quantile regression setting with alternative horizons starting from 1 (one month) to 12 (one year) months.

Given that we are performing a quantile regression at monthly frequency with a limited sample size, we make use of the standard PCA to reduce the dimensionality of the controls; we select the first and the second principal components, thus the quantile regression

---

<sup>17</sup> We consider the 10-Year Treasury Constant Maturity Minus 3-Month Treasury Constant Maturity and the 10-Year Treasury Constant Maturity Minus 2-Year Treasury Constant Maturity.

above always includes one predictor and two control variables. At a given horizon, for each measure of economic activity, we obtain 4 series of the predicted quantile, matched with the various predictors, plus an additional baseline case where we include only the control variables. In the analysis, we set  $\alpha$  equal to 20%.

To present the results for the accuracy and effectiveness of the forecasted quantiles, we select a total of 5 tests which are the most commonly adopted in quantile estimation within a risk management setting: i) the Binomial test (Jorion, 2011); ii) the proportion of failure test (Kupiec, 1995); iii) the Christoffersen's test on dependence (Christoffersen, 1998); iv) the modified Christoffersen's test which aggregates in the previous the proportion of failure test of Kupiec (Christoffersen, 1998) and v) the Hit Ratio of Engle and Manganelli (2004). All tests have null hypotheses associated with the appropriateness of the predicted quantiles, i.e. if we accept the null, at a given predictive horizon, the predictor is capable of correctly monitoring the lower quantile of the target variable.

Given the significant amount of outcomes obtained from the analysis (we have several target variables and different predictors for twelve different horizons), we construct a score indicator for each measure of economic activity at a given horizon: the minimum value of the indicator is 0 (we always reject the null) and the maximum is 5 (all tests do not reject the null). To further summarize the results, we aggregated each measure over the 12 horizons and show the percentage of cases where we accept the null for each measure. We report the results the results of the quantile tests over 12 horizons for the prediction of financial stability and economic activity measures, in Table 11 for the financial stress proxies and Table 12 for the economic variables.

Regarding the NFCI, the ISRM results as the best predictor (45%) followed by the OFRFSI and the estimated quantile obtained by including only the controls (37%). The remaining indicators KCFSI and STLFSI provide the lowest accuracy which is equal to 33%

and 27%, respectively. The KCFSI (58%) is the best predictor for the ANFCI, which isolates the component of financial conditions from the economic conditions and is followed by the ISRM (52%). The STFLSI and the estimated quantile obtained by including only the controls provide an accuracy equal to 50% followed by the OFRFSI. If we consider the CREDIT and RISK components of NFCI, the ISRM provide the lowest accuracy for the first component (17%) and the highest for the second component (38%). Overall, the highest average rank is 2 for both the ISRM and the KCFSI followed by the estimated quantile obtained by including only the controls (last line: average rank is 2.25).

**Table 11:** Quantile passed test frequencies over the 12 monthly horizons for measures of financial stability

	<b>ISRM</b>	<b>OFRFSI</b>	<b>KCFSI</b>	<b>STLFSI</b>	<b>Controls</b>
<i>NFCI</i>	<b>45%</b>	37%	33%	27%	37%
<i>ANFCI</i>	52%	45%	<b>58%</b>	50%	50%
<i>NFCIRISK</i>	17%	<b>28%</b>	<b>28%</b>	23%	27%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>38%</b>	33%	35%	32%	37%
<i>Average Rank</i>	<b>2</b>	2.75	<b>2</b>	3.75	2.25

Note: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the percentage of the passed quantile tests over the 12 horizons for measures of financial stability (first column) using alternative predictors (second to fourth column) and only control variables (last column).

**Table 12:** Quantile passed test frequencies over the 12 monthly horizons for measures of economic activity

	<b>ISRM</b>	<b>OFRFSI</b>	<b>KCFSI</b>	<b>STLFSI</b>	<b>Only Controls</b>
<i>PROD</i>	<b>13.33%</b>	3.33%	1.67%	3.33%	10.00%
<i>CFNAI</i>	28.33%	<b>31.67%</b>	25.00%	30.00%	30.00%
<i>ADSI</i>	<b>51.67%</b>	45.00%	55.00%	48.33%	<b>51.67%</b>
<i>EUI</i>	26.67%	<b>33.33%</b>	26.67%	20.00%	23.33%
<i>Average Rank</i>	<b>2</b>	2.25	2.75	3	2.25

Note: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the percentage of the passed quantile tests over the 12 monthly horizons for measures of economic activity (first column) using alternative predictors (second to fourth column) and only control variables (last column).

Regarding the prediction of Industrial Production Index (PROD) lower quantiles, the ISRM results as the best predictor (13.33%) followed by the estimated quantile obtained by including only the controls (10%). Even if the predictors are very close, the ISRM does not

provide the highest accuracy in predicting the Chicago Fed National Activity Index (CFNAI), the Aruoba-Diebold-Scotti business conditions Index (ADSI) and the Economic Uncertainty Index (EUI). Overall, if we consider the Average Rank (last row in Table 12), the ISRM provides the best average rank (2) with respect to the other financial indices followed by the controls and the OFRFSI.

Next, we furthermore complement our previous tests using a quantile forecast comparison with a modified Diebold-Mariano test. For each measure of economic activity  $\mathbf{y}^i$  (belonging to the set  $\mathbf{Y}$  defined above) and a given loss function, we have 12 forecasting horizons for each predictor  $\mathbf{x}^i$  belonging to the set  $\mathbf{X}$  defined above, plus the results obtained by including only the control variables. Given the significant amount of results obtained from the performed tests, we provide again a score indicator for the Diebold-Mariano test for each measure of economic activity. We aggregate the results over the 12 horizons as follows:

$$S_{jk}^f(\mathbf{y}^i) = \frac{1}{12} \sum_{h=1}^{12} \mathbb{I}_{\{DM_h[f_j(\mathbf{y}^i), f_k(\mathbf{y}^i)] < \Phi^{-1}(\alpha)\}}, \quad (35)$$

where  $f(\cdot)$  indicates the loss function,  $DM_h[f_j(\mathbf{y}^i), f_k(\mathbf{y}^i)]$  is the modified one-side Diebold-Mariano test that under null hypothesis that the quantile regression specifications  $j$  and  $k$  have the same forecast accuracy on the measure of economic activity  $\mathbf{y}^i$ , and the alternative that  $j$  is more accurate than  $k$  at a confidence level of  $\alpha = 5\%$ ;  $\Phi^{-1}(\alpha)$  is the  $\alpha$ -quantile of the standardized normal;  $\mathbb{I}_{\{\cdot\}}$  is the indicator function which is equal one if the condition within brackets is true and zero otherwise (i.e. in our case it is one if null hypothesis is rejected);  $j$  and  $k$  varies from 1 to the total number of predictors as previously defined. If  $j = k$ , we have the comparison with respect to the baseline specification, that is, we set  $f_k(\mathbf{y}^i) = f_{-j}(\mathbf{y}^i)$  where  $f_{-j}(\mathbf{y}^i)$  is the loss function on the forecasted quantiles obtained by excluding the predictor  $\mathbf{x}^j$  and considering only the control variables  $Z_t$ . To further

summarize the results, we express the Diebold-Mariano score indicator for the predictor  $j$  using a given loss function which reads:

$$S_j^f(\mathbf{y}^i) = \frac{1}{J} \sum_{k=1}^J S_{jk}^f(\mathbf{y}^i), \quad (36)$$

We first report in Table 13 the score indicator  $S_j^f(\mathbf{y}^i)$  for each measure of financial stability and include as before a comprehensive case for a global score indicator. In the Aggregate case (ALL) which is the average of all the considered loss functions, ISRM shows the highest score for all the considered measures and therefore the Average Rank which is equal to 1. In the Pinball loss function, the ISRM shows the highest score in 3 three cases (ANFCI, NFCICREDIT and NFCIRISK) while for the NFCI the performance is equal to the one of the STLFSI. Also in this case, therefore, the ISRM shows the highest average rank. Similarly, on the Lopez loss function, the ISRM provides the highest scores in three cases (ANFCI, NFCIRISK and NFCICREDIT) providing the highest average rank (1.25). In the absolute deviation (AD) loss function, the ISRM shows the higher scores in two cases (NFCICREDIT and RISK) and equal to STLFSI for ANFCI. According to the average rank, the ISRM results the best in AD loss function. For the RD loss function, the ISRM provides the best accuracy in any of the considered cases and the average rank is 2. For the SRD loss function, the ISRM returns the higher accuracy in the NFCI and show the highest average rank (1.5).

Similarly, Table 24 reports the score indicator  $S_j^f(\mathbf{y}^i)$  for each measure of economic activity using alternative predictors and loss functions. Moreover, we include a comprehensive case for a global score indicator. In the Aggregate case (All), ISRM shows the highest score in two cases (PROD and ADSI) while results the second best in the remaining target variables (CFNAI and EUI). This is reflected in the Average Rank which is equal to 1.5 for ISRM. In the Pinball loss function, the ISRM shows the highest score in 3 three cases (PROD, CFNAI

and ADSI). Interestingly, only STLFSI provide a positive score for the EUI which indicates that none of ISRM, OFRFSI and KCFSI provide any significant ability to forecast the quantiles of this variable. Regarding the Lopez loss function, the STLFSI provides the highest scores in two cases (CFNAI and EUI) and on the average rank. The ISRM results the best in one case (PROD). In the absolute deviation (AD) loss function, the ISRM shows the higher scores in two cases (PROD and ADSI) as well in the RD (ADSI and EUI). According to the average rank (last row of the panel), the ISRM results the best in AD loss function while the OFRFSI in the RD case. Finally, ISRM shows, however, the worst performance in terms of average rank in the SRD loss function where the other financial indices provide the same score. We note here that the ISRM designed for targeting the NFCI, is ranked first when considering the NFCI as the targeted variable when using all loss functions, and is also generally first when considering a special loss function (in 3 cases out of 5, as for the STLFSI), whilst the other Indexes have a lower ranking (once first for the OFRFSI and never for the KCFSI). In other words, even the results given by all Financial Stress Indexes are rather similar for both predicting quantiles of financial indexes (NFCI) and quantiles of real economy (PROD) we see that the ISRM is rather competitive compared to well-known existing indexes, specifically when targeting the NFCI and the IPI.<sup>18</sup>

---

<sup>18</sup> Appendix H presents supplementary results on both the financial stability and the economic activity when considering additional (univariate) single economic variables and systemic risk measures. In both cases, the ISRM remains competitive with respect to the financial stress indexes and the systemic risk measures.

**Table 13:** Score indicator for each measure of financial stability

	ISRM	OFRFSI	KCFSI	STLFSI
<b>Panel A: All</b>				
<i>NFCI</i>	<b>10%</b>	5%	7%	9%
<i>ANFCI</i>	<b>11%</b>	5%	4%	8%
<i>NFCIRISK</i>	<b>11%</b>	5%	0%	1%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>9%</b>	4%	2%	6%
<i>Average Rank</i>	<b>1</b>	3	3.75	2.25
<b>Panel B: Pinball</b>				
<i>NFCI</i>	<b>11%</b>	2%	9%	<b>11%</b>
<i>ANFCI</i>	<b>13%</b>	0%	11%	11%
<i>NFCIRISK</i>	<b>15%</b>	0%	0%	0%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>17%</b>	2%	0%	6%
<i>Average Rank</i>	<b>1</b>	2.75	2.5	1.75
<b>Panel C: Lopez</b>				
<i>NFCI</i>	4%	4%	2%	<b>15%</b>
<i>ANFCI</i>	<b>11%</b>	4%	2%	9%
<i>NFCIRISK</i>	<b>17%</b>	6%	2%	2%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>9%</b>	4%	0%	2%
<i>Average Rank</i>	<b>1.25</b>	2.25	3.5	2.25
<b>Panel D: AD</b>				
<i>NFCI</i>	9%	9%	15%	<b>19%</b>
<i>ANFCI</i>	<b>13%</b>	2%	9%	<b>13%</b>
<i>NFCIRISK</i>	<b>15%</b>	6%	0%	4%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>13%</b>	4%	4%	9%
<i>Average Rank</i>	<b>1.5</b>	2.75	2.75	1.75
<b>Panel E: RD</b>				
<i>NFCI</i>	<b>11%</b>	<b>11%</b>	2%	2%
<i>ANFCI</i>	<b>15%</b>	<b>17%</b>	0%	0%
<i>NFCIRISK</i>	2%	4%	0%	0%
<i>NFCICREDIT</i>	0%	4%	4%	6%
<i>Average Rank</i>	<b>2</b>	<b>1.25</b>	2.5	2.25
<b>Panel F: SRD</b>				
<i>NFCI</i>	<b>17%</b>	2%	9%	0%
<i>ANFCI</i>	6%	2%	0%	<b>9%</b>
<i>NFCIRISK</i>	6%	<b>9%</b>	0%	0%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>6%</b>	6%	2%	<b>6%</b>
<i>Average Rank</i>	<b>1.5</b>	2	2.75	2.25

Note: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the score indicator for each measure of financial stability (Target) using alternative predictors (second to last column) by considering several loss functions in each Panel: Panel A: the Aggregated (All) case; Panel B: the pinball (Hong et al., 2016); Panel C: Lopez (1999); Panel D: AD; Panel E: RD; and Panel F: SRD (Caporin, 2008). The higher the score, the higher the forecasting ability. The last row "Avg Rank" of each panel reports the average rank. Note: The average rank for the aggregated results (ALL) is obtained on the average scores.

**Table 14:** Score indicator for each measure of economic activity

	ISRM	OFRFSI	KCFSI	STLFSI
<b>Panel A: All</b>				
<i>PROD</i>	<b>10.46%</b>	5.86%	9.62%	3.35%
<i>CFNAI</i>	8.37%	5.86%	1.26%	<b>12.97%</b>
<i>ADSI</i>	<b>9.20%</b>	5.02%	1.67%	5.02%
<i>EUI</i>	5.44%	4.60%	2.93%	<b>7.11%</b>
<i>Average Rank</i>	<b>1.5</b>	2.75	3.25	2
<b>Panel B: Pinball</b>				
<i>PROD</i>	<b>19.14%</b>	4.25%	14.89%	2.13%
<i>CFNAI</i>	<b>17.01%</b>	6.38%	4.25%	<b>17.01%</b>
<i>ADSI</i>	<b>8.51%</b>	2.13%	0.00%	2.13%
<i>EUI</i>	0.00%	0.00%	0.00%	<b>6.38%</b>
<i>Average Rank</i>	<b>1.25</b>	2.25	2.5	2
<b>Panel C: Lopez</b>				
<i>PROD</i>	<b>14.89%</b>	0.00%	4.25%	6.38%
<i>CFNAI</i>	12.76%	8.51%	0.00%	<b>17.01%</b>
<i>ADSI</i>	6.38%	<b>10.63%</b>	4.25%	8.51%
<i>EUI</i>	6.38%	0.00%	0.00%	<b>10.63%</b>
<i>Average Rank</i>	2	2.75	3.5	<b>1.5</b>
<b>Panel D: AD</b>				
<i>PROD</i>	<b>17.01%</b>	2.13%	10.63%	2.13%
<i>CFNAI</i>	12.76%	6.38%	2.13%	<b>21.27%</b>
<i>ADSI</i>	<b>12.76%</b>	10.63%	2.13%	6.38%
<i>EUI</i>	4.25%	4.25%	6.38%	<b>10.63%</b>
<i>Average Rank</i>	<b>1.75</b>	2.75	3	2
<b>Panel E: RD</b>				
<i>PROD</i>	0.00%	<b>14.89%</b>	6.38%	2.13%
<i>CFNAI</i>	0.00%	<b>6.38%</b>	0.00%	2.13%
<i>ADSI</i>	<b>10.63%</b>	2.13%	0.00%	6.38%
<i>EUI</i>	<b>14.89%</b>	8.51%	6.38%	6.38%
<i>Average Rank</i>	2.25	<b>1.75</b>	3	2.5
<b>Panel F: SRD</b>				
<i>PROD</i>	2.13%	8.51%	<b>12.76%</b>	4.25%
<i>CFNAI</i>	0.00%	2.13%	0.00%	<b>8.51%</b>
<i>ADSI</i>	<b>8.51%</b>	0.00%	2.13%	2.13%
<i>EUI</i>	2.13%	<b>10.63%</b>	2.13%	2.13%
<i>Average Rank</i>	2.5	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

Note: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the score indicator for each measure of economic activity (Target) using alternative predictors (second to last column) by considering several loss functions in each Panel: Panel A: the Aggregated (All) case; Panel B: the pinball (Hong et al., 2016); Panel C: Lopez (1999); Panel D: AD; Panel E: RD; and Panel F: SRD (Caporin, 2008). The higher the score, the higher the forecasting ability. The last row "Average Rank" of each panel reports the mean rank for all loss functions considered. Note: The average rank for the aggregated results (ALL) is obtained on the average scores.

### 1.5. Conclusion

This chapter presents, following Giglio et al. (2016), an aggregated measure of global systemic risk that leads once again to the following results as already established by several authors (e.g., Allen et al., 2012; Giglio et al., 2016): some systemic risk measures may help when anticipating the future economic severe downturns. The proposed modelling methodology is based on a Sparse Principal Component Analysis (SPCA), which, in contrast to the conventional PCA, allows us to select a reduced number of systemic risk measures for the construction of the aggregated index.

Thus, the obtained index, by construction, is lightly more parsimonious, has reasonably a more stable dynamics over time, and is better connected to severe real economy downturns used as a target. From the results obtained using US data, it appears indeed that the optimal built index is in fact less volatile than the one based on the traditional PCA used in previous studies. Moreover, it also appears that positive extreme movements of the index are advanced predictors of a sudden severe slowdown in economic activity. In terms of robustness tests, it is shown that the chosen information reduction technique, namely the SPCA-LASSO, provides similar results compared to other methodologies (other SPCA), and that the optimal systemic risk index competes well with other Financial Stress Indexes in terms of connections between the financial system conditions and the real economy states.

We can imagine several extensions and applications of this work. First, applying the methodology to other (European) data would make it possible to assess the robustness of the US results and the differences in responses to the latest crisis periods in Europe (*Cf.* Ben Bouheni and Hasnaoui, 2017). Moreover, it could be worthy to add non-Market-value systemic risk measures into our analysis and find other alternative measures for some aspects (for instance for the illiquidity measures). Finally, a regular monitoring of the ISRM could advantageously serve as a guideline to assess market conditions and the dynamics of the overall systemic risk as an early warning system.



## Chapitre II

# DU MEDAF AVEC RISQUE SYSTEMIQUE

Dans ce chapitre, intitulé « DU MEDAF AVEC RISQUE SYSTÉMIQUE », nous introduisons le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers avec risque Systémique (noté MEDAFS), pour inclure le risque systémique dans le MEDAF traditionnel.<sup>1</sup> Le facteur de risque étant au cœur de ce chapitre et des évaluations du prix des actifs financiers, il était naturel de penser à utiliser dans ce chapitre l'indice de risque systémique (*Index of Systemic Risk Measures – ISRM* en anglais) développé au chapitre précédent (dans une version légèrement modifiée<sup>2</sup>), en appliquant la méthodologie du chapitre 1 au marché des actions américaines d'abord, puis au marché français.

### 2.1. Introduction

La récente crise financière s'est caractérisée par l'effondrement des principales places boursières dans le Monde, remettant de fait en cause l'évaluation traditionnelle des prix des actifs. Traditionnellement, le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (MEDAF) repose sur la définition de deux paramètres (*Cf.* Sharpe [1964], Lintner [1965] et Mossin [1966]), et est considéré comme le modèle de référence pour l'évaluation des actifs financiers et des primes liées aux facteurs de risque. Intuitivement, il nous semble que l'existence de chocs systémiques potentiels, particulièrement marqués pour les institutions financières lors de la dernière crise, devraient avoir un impact sur les prix des actifs financiers et permettre de différencier les

---

<sup>1</sup> Ce chapitre, dans une version réduite portant sur le marché américain, a fait l'objet d'une publication dans la *Revue Economique* (*Cf.* Garibal *et al.*, 2018, *Revue Economique*, 69(3)).

<sup>2</sup> L'indice ISRM US considéré ici n'est pas tout fait celui construit au premier chapitre, au regard des mesures utilisées (certains *spreads* sont considérés ici) et de la période d'étude (ici du 03 janvier 2001 au 29 décembre 2017). Voir ci-après pour plus de détails.

titres. Autrement dit, le fait de détenir en portefeuille des titres d'institutions particulièrement systémiques (les IFIS) devrait conduire à la révélation d'une prime spécifique liée au risque systémique. Il s'agit de savoir si le risque systémique, relatif dans une certaine mesure à chacun des titres, ne donne pas lieu à l'existence d'une prime de risque systémique qui aurait été oubliée dans le cadre de la valorisation traditionnelle des actions.

Une fois l'indice de risque construit, nous pouvons analyser plus avant dans ce chapitre le lien entre notre indice de risque systémique global et les valorisations boursières dans le cadre d'un modèle instantané usuel. Il s'agira de prendre en compte le risque systémique dans l'évaluation traditionnelle des actifs financiers et de voir si, d'une part, ce nouveau facteur de risque est significatif et si, d'autre part, il permet de mieux expliquer la rentabilité des titres financiers sur le marché quand il est ajouté à un ensemble de facteurs de risque communs déjà bien illustrés dans la littérature.

Toutefois, il existe déjà une vaste littérature sur de potentiels facteurs de risque intervenant dans la rémunération des actifs financiers. Tellement nombreux sont ces facteurs que certains auteurs parlent d'un véritable « zoo » (*Cf.* Holderness et Pontiff [2016] ; Cochrane [2011] ; Harvey *et al.*, [2016] ; Feng *et al.* [2017] ; Andrei *et al.* [2019]), ayant pour pensionnaires un grand nombre « d'animaux » - dont certains exotiques, pour imager la présence de nombreux facteurs évoqués dans les études. Dans le cadre de cette littérature et avec toutes les précautions envisageables<sup>3</sup>, il nous semble désormais important d'envisager l'étude de l'impact du risque systémique en termes de valorisation des actifs financiers (Billio *et al.* [2017]). Il ressort ainsi de nos analyses empiriques menées sur le marché américain puis sur le marché français des actions que la rémunération liée à certains titres devrait s'accompagner d'une prime de risque systémique.

---

<sup>3</sup> Notamment en termes de fixation des seuils de significativité. Harvey *et al.* [2016] par exemple indiquent qu'au seuil usuel de significativité de 5%, les statistiques de Student devraient être supérieures à 3 pour que les différents facteurs soient jugés pertinents (voir aussi Feng *et al.* [2017]).

## 2.2. Du MEDAF traditionnel au MEDAF étendu au risque systémique

Nous reprenons la théorie du Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (MEDAF) proposé par Sharpe [1964], Lintner [1965] et Mossin [1966], et son extension à trois facteurs de Fama et French [1993] prenant en compte certaines anomalies dans la valorisation des prix des actifs (Cf. Fama et French [1996]). Puis, nous introduisons ensuite un facteur lié au risque systémique dans le MEDAF étendu au modèle à trois facteurs de Fama-French [1993], au moyen d'un facteur additionnel correspondant à l'indice de risque systémique optimal construit dans la section précédente.

Dans la relation d'équilibre proposée par Sharpe [1964], les rendements des actifs peuvent être expliqués par les rendements du portefeuille de marché tels que :

$$r_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f) + \varepsilon_i, \quad (1)$$

où  $r_i$  et  $r_M$  sont respectivement les rendements du titre  $i$  et les rendements du portefeuille de marché,  $r_f$  est le taux sans risque supposé constant, et  $\varepsilon_i$  le terme résiduel de moyenne nulle et  $\beta_i$  l'exposition de l'actif au risque systématique définie comme :

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\sigma^2(r_M)}. \quad (2)$$

Cette relation permet de déterminer, sous certaines conditions, l'espérance de rendement du titre  $i$  en fonction de l'exposition de l'actif au risque systématique telle que :

$$E(r_i) = E(r_f) + \beta_i[E(r_M - r_f)], \quad (3)$$

où  $E(r_i)$  et  $E(r_M)$  sont respectivement les espérances des rendements du titre  $i$  et des rendements du marché,  $E(r_f)$  reste égale au taux sans risque.

Ce qui nous amène maintenant à la version canonique du MEDAF étendue au modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] dont la représentation est la suivante :

$$E(r_i) = E(r_f) + \beta_i[E(r_M - r_f)] + \gamma_i[E(r_{SMB} - r_f)] + \theta_i[E(r_{HML} - r_f)], \quad (4)$$

où  $r_{SMB}$  représente les rendements du facteur *Small Minus Big* (noté *SMB*), *i.e.* l'écart de rentabilité entre un portefeuille de titre à faible capitalisation (*Small*) et un portefeuille de titre à forte capitalisation (*Large*), et où  $r_{HML}$  représente le facteur *High Minus Low* (noté *HML*), *i.e.* l'écart de rentabilité entre un portefeuille composé de titres avec un ratio *Book Equity* sur *Market Value* élevé et un portefeuille pour lequel ce ratio est faible.

Ainsi, des portefeuilles composés d'entreprises avec des rendements de long terme faibles (appelés *Losers*), auront tendance à avoir un ratio *Book Equity* sur *Market Value* élevé et donc un coefficient devant la prime de risque sur le facteur *HML* positif. Inversement, des portefeuilles avec des rendements de long terme plutôt élevés (*Winners*), auront tendance à avoir un ratio *Book Equity* sur *Market Value* faible, et ainsi un coefficient devant la prime de risque sur le facteur *HML* négatif.

Pour les rendements du facteur *SMB*, des portefeuilles composés d'entreprises avec des rendements élevés auront tendance à avoir un coefficient positif par rapport aux portefeuilles composés de firmes ayant des rendements faibles, qui auront en conséquence un coefficient négatif caractérisant le niveau de la prime de risque sur le facteur *SMB*.

Nous ajoutons par la suite l'indice de risque systémique optimal évoqué à la section précédente (*ISRM*), comme facteur additionnel dans le modèle à trois-facteurs de Fama et French [1993].

Nous obtenons ainsi un modèle à quatre facteurs - modèle (I) ci-dessous - en comparaison du modèle de Fama et French [1993] - modèle (II) ci-dessous, tels que :

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i^{(I)} + \beta_i^{(I)} r_{M,t} + \theta_i^{(I)} r_{SMB,t} + \gamma_i^{(I)} r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t}^{(I)} & (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i^{(II)} + \beta_i^{(II)} r_{M,t} + \theta_i^{(II)} r_{SMB,t} + \gamma_i^{(II)} r_{HML,t} + \varphi_i^{(II)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(II)} & (II) \end{cases} \quad (5)$$

où les facteurs au temps  $t$ , sont les rendements du marché  $r_{M,t}$ , les rendements du facteur *SMB* notés  $r_{SMB,t}$ , ceux du facteur *HML* notés  $r_{HML,t}$  et où le facteur de risque systémique noté  $r_{ISRM,t}$  représentant les rendements de l'indice optimal est le quatrième facteur.

Une fois que nous avons écrit la relation de l'évaluation des actifs dans leur forme la plus simple, en insistant sur la relation linéaire entre le rendement et les primes, nous devons maintenant faire face à d'autres particularités des marchés financiers.

En particulier, nous devons d'abord prendre en compte dans la technique d'estimation les potentielles interrelations entre les rendements des actifs. Nous utilisons la méthode *SURE* de Zellner [1962] (pour *Seemingly Unrelated Regression Estimation*) du modèle proposé (Cf. Kraus et Litzenberg, [1976] ; Barone-Adesi *et al.*, [2003] ; Galagedera et Maharaj, [2008]). Nous considérerons ainsi un système de  $N$  équations simultanées, dont la  $i$ -ième équation est définie dans l'équation (4).

De façon plus compacte, les vecteurs des différentes rentabilités peuvent être empilés dans un vecteur  $\mathbf{r}$  de dimension  $NT$ , avec un même agencement correspondant pour les termes d'erreur, les vecteurs de coefficients, et les régresseurs ; ainsi, nous avons :

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_N \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{F}_{K+1} \end{bmatrix},$$

avec  $\mathbf{r}$  le vecteur des rendements de taille  $(NT \times 1)$  où  $\mathbf{r}_i = (r_{i,t=1}, \dots, r_{i,t=T})'$  pour  $i = (1, \dots, N)$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  le vecteur des termes d'erreur de taille  $(NT \times 1)$  où  $\boldsymbol{\varepsilon}_i = (\varepsilon_{i,t=1}, \dots, \varepsilon_{i,t=T})'$  et  $\mathbf{F}$  la matrice de taille  $[NT \times (K + 1)T]$  des facteurs définis comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{F}_1 = (1, 1, \dots, 1)' \\ \mathbf{F}_2 = (r_{M,t=1}, \dots, r_{M,t=T})' \\ \mathbf{F}_3 = (r_{SMB,t=1}, \dots, r_{SMB,t=T})' \\ \mathbf{F}_4 = (r_{HML,t=1}, \dots, r_{HML,t=T})' \\ \mathbf{F}_5 = (r_{ISRM,t=1}, \dots, r_{ISRM,t=T})'. \end{cases}$$

Ce qui nous conduit à l'équation suivante :

$$\mathbf{r} = \mathbf{F}\boldsymbol{\Lambda} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (6)$$

où  $\boldsymbol{\Lambda} = (\boldsymbol{\Lambda}_1, \boldsymbol{\Lambda}_2, \dots, \boldsymbol{\Lambda}_N)$  de taille  $[(K+1)T \times 1]$  avec  $\boldsymbol{\Lambda}_i = (\alpha_i, \beta_i, \theta_i, \gamma_i, \varphi_i)'$  le vecteur des paramètres de taille  $[1 \times (K+1)]$ . Ce système est de fait identique à celui proposé par Zellner [1962].

Ainsi, sachant que  $\varepsilon_{i,t}$  est le  $i$ -ème terme d'erreur pour l'actif  $i$  à la période  $t$ , l'hypothèse de la corrélation contemporaine des erreurs, mais d'absence de corrélation sur l'ensemble de la période, implique que la matrice de variance-covariance dans le système et dénotée  $\mathbf{V}(\boldsymbol{\varepsilon})$  est :

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_N, \quad (7)$$

où :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1T} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2T} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{T1} & \sigma_{T2} & \dots & \sigma_{TT} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

avec  $\mathbf{I}_N$  la matrice identité de dimension  $N$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}$  la matrice de variance-covariance des résidus de taille  $(T \times T)$  où  $\sigma_{ii} = E(\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\varepsilon}_i)$  est la variance de  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  et  $\sigma_{ij} = E(\boldsymbol{\varepsilon}_i \boldsymbol{\varepsilon}_j)$  pour  $i \neq j$ , avec  $\otimes$  la notation du produit de Kronecker indiquant que chaque élément de  $\boldsymbol{\Sigma}$  est multiplié par  $\mathbf{I}_N$ .

Avec les notations précédentes, l'estimateur des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) classique pour le vecteur  $\boldsymbol{\Lambda}$  s'écrit ainsi :

$$\widehat{\Lambda}_{MCO} = (\mathbf{F}'\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{r}, \quad (9)$$

et pour les Moindres Carrés Généralisés (MCG - en supposant que la matrice  $\Sigma$  est connue), celui-ci s'écrit :

$$\widehat{\Lambda}_{MCG} = [\mathbf{F}'(\Sigma \otimes \mathbf{I})^{-1}\mathbf{F}]^{-1}\mathbf{F}'(\Sigma \otimes \mathbf{I})^{-1}\mathbf{r}. \quad (10)$$

Ce système correspond enfin aux MEDAFS lorsque  $\Lambda$  correspond à la matrice des sensibilités aux trois facteurs de Fama-French avec une constante auxquels on ajoute le facteur de risque systémique. Les résultats empiriques suivants sont ainsi basés sur le système d'équations (10), en lien avec la relation linéaire de l'équation (4), écrite sous forme matricielle dans l'équation (6).

Dans la suite sont reportés les tests empiriques du MEDAFS sur le marché américain des actions.

### **2.3. Tests empiriques du MEDAFS sur le marché américain**

Nous allons maintenant étudier le MEDAF étendu à trois facteurs de Fama-French [1993] dans lequel on prend en compte le risque systémique par l'ajout de l'indice de risque systémique comme facteur supplémentaire et selon l'approche de Billio *et al.* [2017]. L'approche du risque systémique pris en compte comme un coût fera l'objet d'un futur développement. Pour plus de détails sur comment évaluer ce coût du risque systémique, se référer aux contributions de Gouriéroux et Monfort [2013] et de Acharya et Pedersen [2005]. La première étude porte sur le marché français des actions. La deuxième porte sur notre panel composé de 95 institutions financières américaines.

Les premiers tests du MEDAF à la fin des années 1960 consistaient à tester l'équation de la prime de risque en disposant des  $\beta$  et des rendements espérés pour chaque titre ainsi que

les rendements du portefeuille de marché (bien qu'il ne s'agisse que d'un proxy du vrai portefeuille de marché contenant tous les titres sur le marché) :

$$E[r_i - r_f] = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_i + \varepsilon_i, \quad (11)$$

où  $r_{i,t}, r_f$  représentent respectivement les rendements de l'actif  $i$  et le taux sans risque,  $\gamma_0, \gamma_1$  représentent respectivement la constante et le coefficient associé au niveau de la prime de risque  $\beta_i$  de l'actif  $i$ . Dans ces travaux, les rendements espérés étaient représentés par les rendements moyens historiques, le taux sans risque par le bond du trésor à court terme (1 mois ou 3 mois) et le marché par un indice suffisamment représentatif comme le *S&P500*, le *NYSE* et d'autres. Dans notre étude, nous gardons le *S&P500* comme marché représentatif pour le marché US et nous choisissons le CAC40 pour le marché français. Le taux sans risque quant à lui, est fixé arbitrairement à 3% sans prendre en compte l'actualisation. Selon le MEDAF, la constante  $\gamma_0$  devrait être nulle ou non significative car un  $\beta$  nulle devrait être accompagné d'une prime de risque également nulle tandis que le coefficient  $\gamma_1$  devrait être positif et fortement significatif. Les premiers résultats ne furent pas au rendez-vous car fréquemment la constante était significative et non nulle ;  $\gamma_1$  apparaissait fréquemment négatif ou proche de zéro. Cependant, le rejet du MEDAF n'est pas retenu puisque l'équation du MEDAF une fois estimée, nous donne quand même la valeur du coefficient  $\beta$  même si d'après les tests, l'estimation du  $\beta$  n'est pas satisfaisante en termes de signe et de niveau attendus.

Black *et al.* [1972] ont été les premiers à proposer une évaluation du MEDAF palliant, au moins partiellement, le problème d'estimation du  $\beta$ . Même si chaque  $\beta_i$  estimé comprend une erreur :

$$\hat{\beta}_i = \beta_i + \varepsilon_i, \quad (12)$$

il n'y a *a priori* aucune raison pour que les erreurs soient corrélées entre elles. Aussi, si l'on rassemble la totalité des titres en  $N$  portefeuilles équipondérés  $p = 1, \dots, N$  de  $M = \frac{I}{N}$  titres, les  $\beta_i$  vérifieront asymptotiquement que, quand  $I \rightarrow +\infty$  :

$$\left\{ \widehat{\beta}_p = \frac{1}{M} \sum_{i \in p} \beta_i \right\} \xrightarrow{p} \beta_p. \quad (13)$$

Alors :

$$\widehat{\beta}_p = \frac{1}{M} \sum_{i \in p} (\beta_i + \varepsilon_i). \quad (14)$$

Or nous avons asymptotiquement et sous l'hypothèse d'indépendance des erreurs :

$$\lim_{I \rightarrow +\infty} \frac{1}{M} \sum_{i \in p} \varepsilon_i = 0 \Rightarrow \lim_{I \rightarrow +\infty} \left\{ \widehat{\beta}_p = \frac{1}{M} \sum_{i \in p} \beta_i \right\} = \beta_p. \quad (15)$$

Donc, pour des portefeuilles suffisamment grands, le  $\beta$  estimé ( $\beta_p$  ici) doit être proche du vrai  $\beta$  ( $\beta_p$ ). Ainsi, la méthode *BJS* consiste en trois étapes :

- l'estimation des  $\beta$  de chaque actif  $i$  à partir du MEDAF au moyen d'une régression par moindres carrés ordinaires (MCO);
- l'agrégation des  $M$  actifs dans un portefeuilles équipondéré en fonction d'une règle de tri sur les  $\beta$ ;
- l'estimation en coupe transversale sur les portefeuilles selon l'équation (16) ;

$$E[r_p - r_f] = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_p + \varepsilon_p. \quad (16)$$

Contrairement à la littérature sur les tests du MEDAF, qui consiste à tester l'équation de la prime de risque, nous cherchons à tester le MEDAFS, et donc en particulier la significativité

du risque systémique. Pour ce faire, nous nous référons aux travaux de Black *et al.* [1972] et reprenons la méthode *BJS* pour obtenir également dix portefeuilles comme dans leur étude. Nous commençons tout d'abord par créer dix portefeuilles sur chacun des deux marchés. Ces portefeuilles sont construits selon les deux premières étapes. Les  $\beta$  de chaque titre sont d'abord calculés par régression des moindres carrés. Puis, ils sont regroupés en fonction d'une règle de tri non pas sur les  $\beta$  mais sur la constante dans nos portefeuilles. A la date  $t$ , le rendement de chaque portefeuille représente la moyenne pondérée des rendements de chacun des titres qui le compose.

Dans chaque étude ci-dessous, nous comparons le MEDAF traditionnel étendu au modèle à trois facteurs de Fama-French [1993], à notre approche prenant en compte le risque systémique. Tout d'abord, nous ajoutons l'indice de risque systémique comme facteur supplémentaire. Puis, selon l'approche de Billio *et al.* [2017], nous prenons en compte l'interconnexion au sein des marchés.

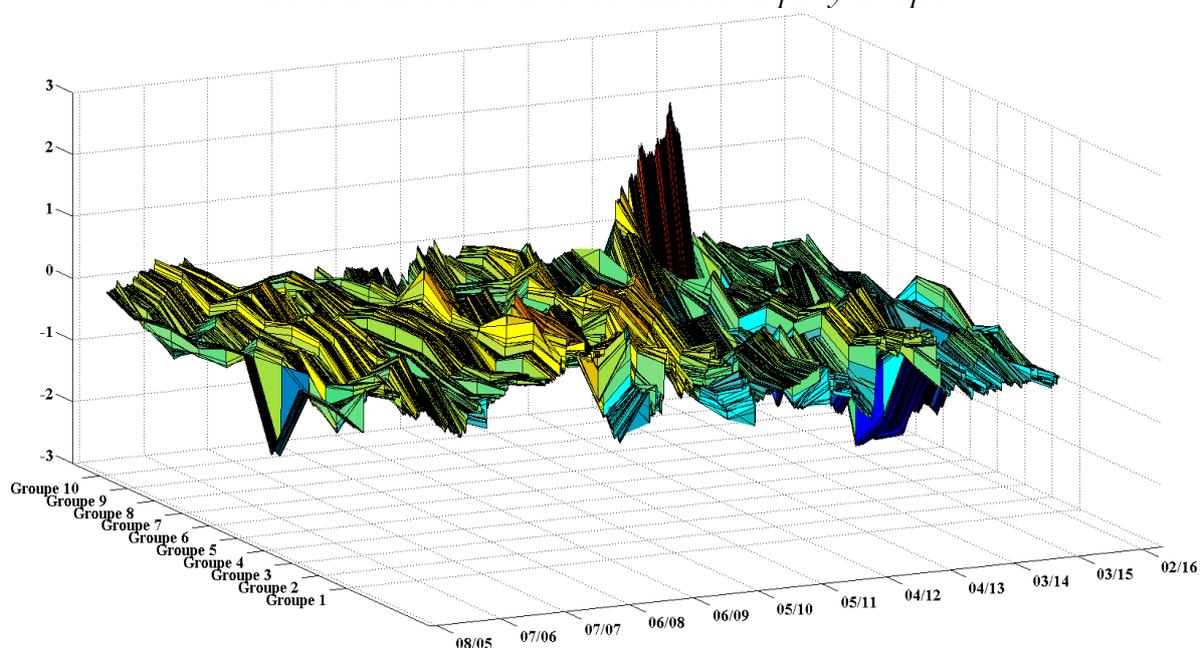
Nous comparons dans la suite le modèle à trois facteurs de Fama et French [1993] (modèle I de l'équation 5) au même modèle étendu au risque systémique (modèle II de l'équation 5), *i.e.*, en rajoutant notre indice de risque systémique comme quatrième facteur, et nous évaluons les différences dans les valeurs des paramètres estimés, ainsi que les coefficients de détermination ajustés pour le MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993], avec ou sans prise en compte de l'indice de risque systémique comme facteur supplémentaire.

Pour les analyses empiriques des prochaines sections, nous utilisons la base de données journalière d'un panel de 60 institutions financières sur le marché américain (*Cf.* Brownlees et Engle [2017]). Cette base de données contient les prix de marché des différents titres et les différents ratios de la capitalisation boursière en fréquence journalière sur la période du 2 septembre 2003 au 26 février 2016 extraits de *Bloomberg*.

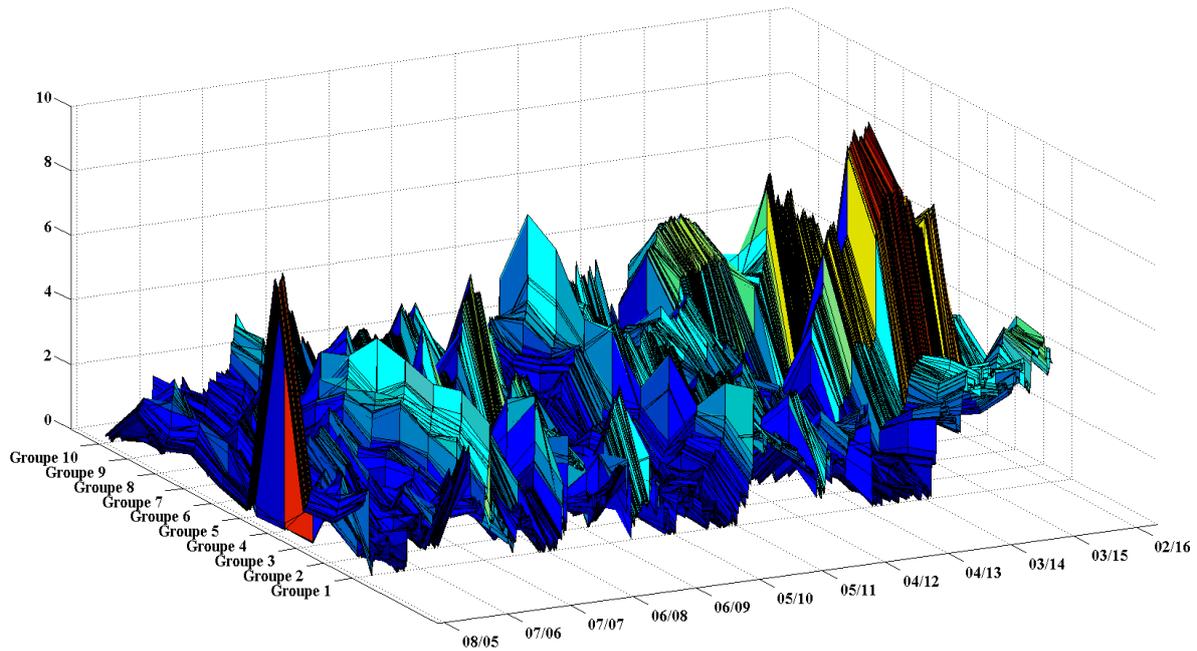
A titre d'illustration et afin de mieux appréhender visuellement le comportement des institutions financières face au risque systémique global, le graphique 1 présente les dynamiques des sensibilités au risque systémique (Panel A), celles de leurs t-statistiques (Panel B) et celles du pouvoir explicatif (Panel C) du MEDAFS pour les dix portefeuilles construits selon la méthode de Black *et al.* [1972] (Cf. *infra* et Tableau 1). On constate globalement sur toute la période que la plupart des portefeuilles sont impactées négativement par le risque systémique (Panel A, à quelque exception notable), qui est très significatif (globalement supérieur à 1,96 : Panel B) et que le MEDAFS a un certain pouvoir explicatif global Panel C). On constate (Panel C) que les  $R^2$  du MEDAFS montent très significativement pour tous les portefeuilles dès 2005 et jusqu'en 2009, pour rester haut sur la suite de la période (jusqu'en 2016).

Graphique 1 : Dynamique du MEDAFS au cours de la période pour les dix groupes de portefeuilles

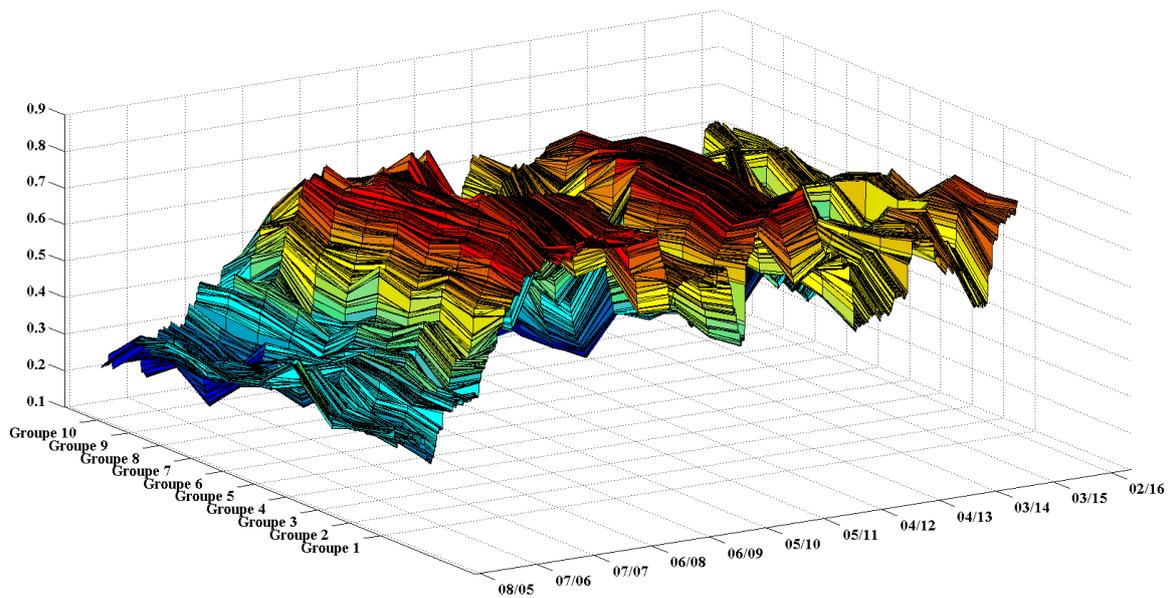
Panel A : Evolution de la sensibilité au risque systémique



*Panel B : Evolution de la significativité de la sensibilité au risque systémique*



*Panel C : Evolution du  $R^2$*



*Source : Bloomberg*, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Les Panel A et Panel B représentent respectivement l'évolution de la sensibilité au risque systémique et sa significativité. Le Panel C quant à lui, représente l'évolution du  $R^2$ . Les dynamiques sont calculées en récursif sur l'ensemble de la période pour les dix groupes de portefeuilles.

Cependant, l'estimation de la relation canonique du MEDAF et de son extension au risque systémique doit prendre en compte les interconnexions entre les titres, et les résultats de

significativité doivent prendre en compte l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité des variables financières.

Dans un premier temps, nous avons estimé par Moindres Carrés Ordinaires (ligne par ligne)<sup>4</sup> la relation du MEDAF du modèle (I) et du modèle (II) du Tableau 1. Dans ce cadre simple, l'ajout du risque systémique comme facteur supplémentaire modifie, bien que très légèrement, l'estimation des paramètres de la relation canonique du MEDAF étendu au modèle à trois facteurs de Fama et French [1993]. Autrement dit et comme on pouvait l'anticiper, l'ajout du facteur de risque systémique se justifie pleinement, et il ne bouleverse pas la relation traditionnelle du MEDAF.

Nous fournissons dans le Tableau 1, les estimations du modèle à trois facteurs de Fama et French [1993] et du modèle étendu au risque systémique (facteur supplémentaire) en utilisant cette fois la méthode *SURE* de Zellner [1962] en système, avec une estimation par Moindres Carrés Généralisés (MCG), et en corrigeant les t-statistiques de Student par la méthode de Newey et West [1987]<sup>5</sup>.

Et les résultats sont alors surprenants car, 1) bien que tous les coefficients soient assez semblables à ceux de l'estimation simple précédente - *i.e.* similaires, et de signe attendu, 2) le nombre de portefeuilles dans lesquels le facteur de risque systémique est significatif est alors divisé par deux, et 3) les seuls portefeuilles significativement exposés au risque systémique sont les portefeuilles à faible  $\beta$ . Ainsi, 4 portefeuilles sont au final significativement sensibles au risque systémique. De plus, on notera aussi que, sur la période totale, le facteur *SMB* n'est plus significatif pour l'ensemble des portefeuilles pour les deux modèles alors que le nouveau

---

<sup>4</sup> Nous avons constaté alors que, dans le cadre de cette première estimation grossière, les coefficients  $\varphi$  lié au risque systémique sont presque tous du signe attendu (tous négatifs sauf pour le portefeuille 3) et significatifs pour la grande majorité des portefeuilles. Plus précisément, le risque systémique doit être pris en compte dans sept portefeuilles sur dix (seuls les portefeuilles 1, 3 et 5 ne sont que peu sensibles au risque systémique).

<sup>5</sup> Nous avons aussi alternativement corrigé les statistiques de Student en utilisant la correction de White (1980) ; les statistiques obtenues sont très similaires à celles corrigées par Newey-West [1987] présentées dans chacune des régressions.

facteur de risque systémique l'est pour quelques portefeuilles au moins. Enfin, tout naturellement, nous constatons que le facteur de marché reste, quant à lui, essentiel et très significatif.

Tableau 1 : Estimation du MEDAF à trois facteurs de Fama-French et du MEDAFS utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (Méthode SURE avec MCG et correction des statistiques de Student pour l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité)

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle II) selon l'équation (6) dont la forme développée est la suivante :

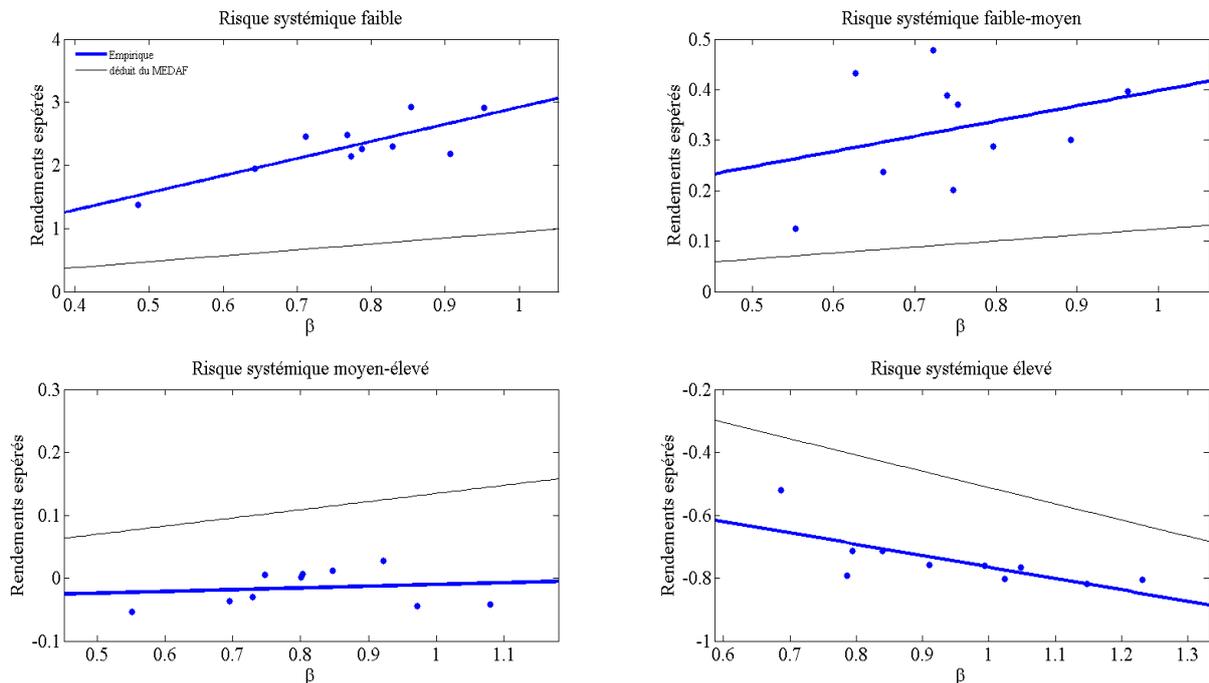
$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i^{(I)} + \beta_i^{(I)} r_{M,t} + \theta_i^{(I)} r_{SMB,t} + \gamma_i^{(I)} r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t}^{(I)} & (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i^{(II)} + \beta_i^{(II)} r_{M,t} + \theta_i^{(II)} r_{SMB,t} + \gamma_i^{(II)} r_{HML,t} + \varphi_i^{(II)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(II)} & (II) \end{cases}$$

	Modèle I (modèle sans risque systémique)					Modèle II (modèle avec risque systémique)					
	$\alpha_i^{(I)}$	$\beta_i^{(I)}$	$\theta_i^{(I)}$	$\gamma_i^{(I)}$	$\bar{R}^2$	$\alpha_i^{(II)}$	$\beta_i^{(II)}$	$\theta_i^{(II)}$	$\gamma_i^{(II)}$	$\varphi_i^{(II)}$	$\bar{R}^2$
Groupe 1	<b>5,88</b> (2,36)	<b>1,12</b> (15,33)	-0,06 (0,75)	<b>-1,16</b> (7,80)	70,12%	<b>5,83</b> (2,27)	<b>1,12</b> (14,02)	-0,06 (0,86)	<b>-1,15</b> (8,02)	-0,12 (0,45)	70,12%
Groupe 2	<b>5,95</b> (2,09)	<b>1,01</b> (18,79)	0,00 (0,08)	<b>-1,07</b> (12,59)	68,61%	<b>5,77</b> (1,99)	<b>1,01</b> (18,68)	0,00 (0,02)	<b>-1,06</b> (12,92)	-0,18 (0,81)	68,67%
Groupe 3	3,80 (1,73)	<b>0,95</b> (15,74)	-0,04 (0,80)	<b>-1,05</b> (14,44)	72,10%	3,93 (1,73)	<b>0,95</b> (14,57)	-0,04 (0,81)	<b>-1,05</b> (14,80)	0,12 (0,54)	72,10%
Groupe 4	0,96 (0,48)	<b>0,95</b> (17,83)	-0,06 (1,07)	<b>-0,95</b> (11,70)	71,48%	0,82 (0,43)	<b>0,94</b> (16,55)	-0,07 (1,24)	<b>-0,94</b> (11,90)	-0,30 (1,92)	71,71%
Groupe 5	<b>6,53</b> (3,10)	<b>0,89</b> (15,03)	0,03 (0,55)	<b>-0,72</b> (10,83)	60,40%	<b>6,42</b> (2,95)	<b>0,88</b> (14,15)	0,03 (0,54)	<b>-0,71</b> (11,32)	-0,05 (0,26)	60,41%
Groupe 6	3,71 (1,79)	<b>0,87</b> (18,05)	-0,10 (1,44)	<b>-0,87</b> (14,16)	66,50%	3,62 (1,74)	<b>0,86</b> (17,82)	-0,11 (1,57)	<b>-0,86</b> (14,52)	-0,20 (1,34)	66,61%
Groupe 7	<b>3,76</b> (2,41)	<b>0,80</b> (10,29)	0,11 (1,30)	<b>-0,42</b> (4,41)	56,88%	<b>3,69</b> (2,33)	<b>0,78</b> (9,87)	0,10 (1,21)	<b>-0,41</b> (4,34)	<b>-0,32</b> (2,06)	57,12%
Groupe 8	3,87 (1,36)	<b>0,78</b> (17,99)	0,01 (0,22)	<b>-0,76</b> (8,04)	56,58%	3,30 (1,16)	<b>0,76</b> (17,71)	-0,01 (0,10)	<b>-0,73</b> (8,34)	<b>-0,50</b> (2,90)	57,07%
Groupe 9	-1,08 (0,65)	<b>0,73</b> (13,72)	0,02 (0,24)	<b>-0,32</b> (4,25)	51,42%	-1,51 (0,87)	<b>0,71</b> (14,10)	0,00 (0,05)	<b>-0,29</b> (3,92)	<b>-0,53</b> (3,89)	52,54%
Groupe 10	3,40 (1,03)	<b>0,62</b> (12,93)	0,05 (1,43)	-0,10 (1,62)	32,35%	3,20 (0,97)	<b>0,61</b> (12,99)	0,04 (1,12)	-0,09 (1,39)	<b>-0,26</b> (2,91)	32,58%

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] sans risque systémique (modèle I) et avec prise en compte du risque systémique (modèle II). Les valeurs du paramètre  $\alpha$  sont exprimées en  $10^{-4}$ . Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode SURE de Zellner (1962), en système avec MCG, et correction des statistiques de Student pour l'hétéroscédasticité par la méthode de Newey-West [1987].

Le graphique 2 représente l'évolution de la relation empirique entre les rendements moyens et le niveau de la prime de risque liée au facteur de marché, le paramètre  $\beta$ , dans différents environnements de risque systémique. Il est à noter que la relation s'inverse et qu'elle devient négative quand le risque systémique est fort. Ainsi, dans un environnement de risque systémique faible - voir le quadrant supérieur gauche, un portefeuille avec un  $\beta$  élevé aura des rendements attendus plus élevés qu'un portefeuille ayant un  $\beta$  faible. Dans un environnement de risque systémique élevé par contre - voir le quadrant inférieur droit, un portefeuille avec un  $\beta$  élevé aura des rendements attendus plus faibles, voir négatifs, que ceux des portefeuilles ayant un  $\beta$  faible.

Graphique 2 : Evolution de la relation empirique entre les rendements moyens et le facteur de risque de marché dans divers environnements de risque systémique



Source : Bloomberg; la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Nous créons tout d'abord dix portefeuilles à partir des classements sur les bêtas estimés par rapport au marché. Le graphique représente les relations rendement-facteur-risque. La période *risque systémique faible* correspond à un facteur de risque systémique  $r_{ISRM,t} \in [-0,0227, -0,0012[$ , la période *risque systémique faible-moyen* correspond à  $r_{ISRM,t} \in [-0,0012, -0,00015[$ , la période *risque systémique moyen-élevé* à  $r_{ISRM,t} \in [-0,00015, 0,00089[$  et la période *risque systémique élevé* correspond à  $r_{ISRM,t} \in [0,00089, 0,0413[$ . L'axe des abscisses représente le niveau des bêtas différents des portefeuilles et l'axe des ordonnées, les rendements espérés annualisés. La ligne fine est la relation prédite par le MEDAF et la ligne en gras est calculée par régression des rendements moyens sur les différents bêtas.

Nos résultats globaux, significatifs mais sensiblement mitigés, nous amènent tout naturellement à envisager dans la section suivante quelques tests de robustesse.

#### **2.4. Tests de Robustesse du MEDAFS**

Dans la suite, nous testons la robustesse du MEDAFS au travers de plusieurs approches :

- i) par décontamination et par orthogonalisation préalables des facteurs au risque systémique,
- ii) en changeant la relation canonique du MEDAF traditionnel et iii) en changeant la modélisation du risque systémique. Ces tests de robustesse sont effectués sur le marché américain et sur le marché français.

##### **2.4.1. MEDAFS sur le marché américain**

Dans la suite, le Tableau 2 compare le MEDAFS (Modèle II dans Tableau 1) au MEDAFS en utilisant cette fois des facteurs que l'on aura préalablement rendu indépendants du risque systémique (Modèle III dans Tableau 2).

Le modèle présenté dans ce tableau (Modèle III dans le Tableau 2) prend ainsi en compte une certaine « décontamination » des facteurs de Fama-French [1993] du facteur de risque systémique. Décontaminer les autres facteurs par rapport au facteur de risque systémique a pour but ici d'éliminer, en partie au moins, l'influence du risque systémique sur ces facteurs, et d'isoler (artificiellement) les vrais apports du risque systémique dans la relation (en éliminant une grande partie de la colinéarité entre les variables).

Les résultats produits dans le Tableau 2 montrent clairement que le facteur de risque systémique est important, puisqu'il ressort très significatif cette fois pour l'ensemble des dix portefeuilles.

Tableau 2 : Estimation du MEDAF et du MEDAFS avec décontamination des trois facteurs de Fama-French, en utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (Méthode SURE avec MCG et correction des statistiques de Student pour l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité)

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle III), adaptée de l'équation (6), dont la forme développée est ici la suivante :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{(III)} + \beta_i^{(III)} \hat{\epsilon}_{M,t} + \theta_i^{(III)} \hat{\epsilon}_{SMB,t} + \gamma_i^{(III)} \hat{\epsilon}_{HML,t} + \varphi_i^{(III)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(III)} \quad (III)$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{\epsilon}_{M,t} = r_{M,t} - \hat{b}_M r_{ISRM,t} \\ \hat{\epsilon}_{SMB,t} = r_{SMB,t} - \hat{b}_{SMB} r_{ISRM,t} \\ \hat{\epsilon}_{HML,t} = r_{HML,t} - \hat{b}_{HML} r_{ISRM,t} \end{cases}$$

	Modèle II (facteurs bruts)						Modèle III (facteurs décontaminés)					
	$\alpha_i^{(II)}$	$\beta_i^{(II)}$	$\theta_i^{(II)}$	$\gamma_i^{(II)}$	$\varphi_i^{(II)}$	$\bar{R}^2$	$\alpha_i^{(III)}$	$\beta_i^{(III)}$	$\theta_i^{(III)}$	$\gamma_i^{(III)}$	$\varphi_i^{(III)}$	$\bar{R}^2$
Groupe 1	<b>5,83</b>	<b>1,12</b>	-0,06	<b>-1,15</b>	-0,12	70,12%	<b>5,39</b>	<b>1,12</b>	-0,06	<b>-1,15</b>	<b>-2,31</b>	70,12%
	(2,27)	(14,02)	(0,86)	(8,02)	(0,45)		(2,11)	(14,02)	(0,86)	(8,02)	(6,88)	
Groupe 2	<b>5,77</b>	<b>1,01</b>	0,00	<b>-1,06</b>	-0,18	68,67%	5,36	<b>1,01</b>	0,00	<b>-1,06</b>	<b>-2,22</b>	68,67%
	(1,99)	(18,68)	(0,02)	(12,92)	(0,81)		(1,85)	(18,68)	(0,02)	(12,92)	(8,18)	
Groupe 3	3,93	<b>0,95</b>	-0,04	<b>-1,05</b>	0,12	72,10%	3,55	<b>0,95</b>	-0,04	<b>-1,05</b>	<b>-1,83</b>	72,10%
	(1,73)	(14,57)	(0,81)	(14,80)	(0,54)		(1,56)	(14,57)	(0,81)	(14,80)	(7,71)	
Groupe 4	0,82	<b>0,94</b>	-0,07	<b>-0,94</b>	-0,30	71,71%	0,47	<b>0,94</b>	-0,07	<b>-0,94</b>	<b>-2,09</b>	71,71%
	(0,43)	(16,55)	(1,24)	(11,90)	(1,92)		(0,24)	(16,55)	(1,24)	(11,90)	(12,02)	
Groupe 5	<b>6,42</b>	<b>0,88</b>	0,03	<b>-0,71</b>	-0,05	60,41%	<b>6,10</b>	<b>0,88</b>	0,03	<b>-0,71</b>	<b>-1,66</b>	60,41%
	(2,95)	(14,15)	(0,54)	(11,32)	(0,26)		(2,82)	(14,15)	(0,54)	(11,32)	(7,40)	
Groupe 6	3,62	<b>0,86</b>	-0,11	<b>-0,86</b>	-0,20	66,61%	3,30	<b>0,86</b>	-0,11	<b>-0,86</b>	<b>-1,81</b>	66,61%
	(1,74)	(17,82)	(1,57)	(14,52)	(1,34)		(1,58)	(17,82)	(1,57)	(14,52)	(9,75)	
Groupe 7	<b>3,69</b>	<b>0,78</b>	0,10	<b>-0,41</b>	<b>-0,32</b>	57,12%	<b>3,44</b>	<b>0,78</b>	0,10	<b>-0,41</b>	<b>-1,57</b>	57,12%
	(2,33)	(9,87)	(1,21)	(4,34)	(2,06)		(2,18)	(9,87)	(1,21)	(4,34)	(8,73)	
Groupe 8	3,30	<b>0,76</b>	-0,01	<b>-0,73</b>	<b>-0,50</b>	57,07%	3,00	<b>0,76</b>	-0,01	<b>-0,73</b>	<b>-1,97</b>	57,07%
	(1,16)	(17,71)	(0,10)	(8,34)	(2,90)		(1,06)	(17,71)	(0,10)	(8,34)	(8,09)	
Groupe 9	-1,51	<b>0,71</b>	0,00	<b>-0,29</b>	<b>-0,53</b>	52,54%	-1,70	<b>0,71</b>	0,00	<b>-0,29</b>	<b>-1,51</b>	52,54%
	(0,87)	(14,10)	(0,05)	(3,92)	(3,89)		(0,98)	(14,10)	(0,05)	(3,92)	(10,08)	
Groupe 10	3,20	<b>0,61</b>	0,04	-0,09	<b>-0,26</b>	32,58%	3,05	<b>0,61</b>	0,04	-0,09	<b>-0,98</b>	32,58%
	(0,97)	(12,99)	(1,12)	(1,39)	(2,91)		(0,93)	(12,99)	(1,12)	(1,39)	(13,79)	

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] avec risque systémique (modèle II) en facteurs bruts et avec facteurs décontaminés du risque systémique (modèle III). Les valeurs du paramètre  $\alpha$  sont exprimées en  $10^{-4}$ . Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode SURE de Zellner (1962) en système avec MCG, et correction des statistiques de Student pour l'hétéroscédasticité par la méthode de Newey-West [1987].

Dans la suite, le Tableau 3 compare plus avant le MEDAFS (Modèle II du Tableau 1) à un MEDAFS dans lequel on aurait préalablement orthogonalisé les facteurs (Modèle IV du Tableau 3).

Tableau 3 : Estimation du MEDAF et du MEDAFS avec orthogonalisation des trois facteurs du modèle de Fama-French, en utilisant l'indice de risque systémique sur le marché américain (Méthode SURE avec MCG et correction des statistiques de Student pour l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité).

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique et orthogonalisation préalable des facteurs (modèle IV), selon l'équation (6), dont la forme développée est ici la suivante :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{(IV)} + \beta_i^{(IV)} \hat{\varepsilon}_{M,t} + \theta_i^{(IV)} \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^{**} + \gamma_i^{(IV)} \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{***} + \varphi_i^{(IV)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(IV)} \quad (IV)$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{M,t} = r_{M,t} - \hat{b}_M r_{ISRM,t} \\ \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^{**} = r_{SMB,t} - (\hat{b}_{SMB}^* r_{M,t} + \hat{b}_{SMB}^{**} r_{ISRM,t}) \\ \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{***} = r_{HML,t} - (\hat{b}_{HML}^* r_{M,t} + \hat{b}_{HML}^{**} r_{SMB,t} + \hat{b}_{HML}^{***} r_{ISRM,t}). \end{cases}$$

	Modèle II (facteurs bruts)						Modèle IV (facteurs orthogonalisés)					
	$\alpha_i^{(II)}$	$\beta_i^{(II)}$	$\theta_i^{(II)}$	$\gamma_i^{(II)}$	$\varphi_i^{(II)}$	$\bar{R}^2$	$\alpha_i^{(IV)}$	$\beta_i^{(IV)}$	$\theta_i^{(IV)}$	$\gamma_i^{(IV)}$	$\varphi_i^{(IV)}$	$\bar{R}^2$
Groupe 1	<b>5,83</b> (2,27)	<b>1,12</b> (14,02)	-0,06 (0,86)	<b>-1,15</b> (8,02)	-0,12 (0,45)	70,12%	<b>5,53</b> (2,16)	<b>1,49</b> (17,23)	<b>0,28</b> (2,84)	<b>-1,15</b> (8,02)	<b>-2,31</b> (6,88)	70,12%
Groupe 2	<b>5,77</b> (1,99)	<b>1,01</b> (18,68)	0,00 (0,02)	<b>-1,06</b> (12,92)	-0,18 (0,81)	68,67%	5,49 (1,89)	<b>1,35</b> (21,36)	<b>0,31</b> (5,15)	<b>-1,06</b> (12,92)	<b>-2,22</b> (8,18)	68,67%
Groupe 3	3,93 (1,73)	<b>0,95</b> (14,57)	-0,04 (0,81)	<b>-1,05</b> (14,80)	0,12 (0,54)	72,10%	3,67 (1,62)	<b>1,29</b> (18,15)	<b>0,27</b> (5,10)	<b>-1,05</b> (14,80)	<b>-1,83</b> (7,71)	72,10%
Groupe 4	0,82 (0,43)	<b>0,94</b> (16,55)	-0,07 (1,24)	<b>-0,94</b> (11,90)	-0,30 (1,92)	71,71%	0,58 (0,30)	<b>1,24</b> (20,22)	<b>0,20</b> (3,11)	<b>-0,94</b> (11,90)	<b>-2,09</b> (12,02)	71,71%
Groupe 5	<b>6,42</b> (2,95)	<b>0,88</b> (14,15)	0,03 (0,54)	<b>-0,71</b> (11,32)	-0,05 (0,26)	60,41%	3,40 (1,63)	<b>1,14</b> (23,12)	<b>0,15</b> (2,47)	<b>-0,86</b> (14,52)	<b>-1,81</b> (9,75)	66,61%
Groupe 6	3,62 (1,74)	<b>0,86</b> (17,82)	-0,11 (1,57)	<b>-0,86</b> (14,52)	-0,20 (1,34)	66,61%	<b>6,19</b> (2,86)	<b>1,11</b> (18,54)	<b>0,24</b> (3,97)	<b>-0,71</b> (11,32)	<b>-1,66</b> (7,40)	60,41%
Groupe 7	<b>3,69</b> (2,33)	<b>0,78</b> (9,87)	0,10 (1,21)	<b>-0,41</b> (4,34)	<b>-0,32</b> (2,06)	57,12%	3,09 (1,09)	<b>1,00</b> (18,86)	<b>0,21</b> (3,58)	<b>-0,73</b> (8,34)	<b>-1,97</b> (8,09)	57,07%
Groupe 8	3,30 (1,16)	<b>0,76</b> (17,71)	-0,01 (0,10)	<b>-0,73</b> (8,34)	<b>-0,50</b> (2,90)	57,07%	<b>3,49</b> (2,20)	<b>0,91</b> (12,02)	<b>0,21</b> (3,36)	<b>-0,41</b> (4,34)	<b>-1,57</b> (8,73)	57,12%
Groupe 9	-1,51 (0,87)	<b>0,71</b> (14,10)	0,00 (0,05)	<b>-0,29</b> (3,92)	<b>-0,53</b> (3,89)	52,54%	-1,67 (0,96)	<b>0,80</b> (15,64)	0,08 (1,67)	<b>-0,29</b> (3,92)	<b>-1,51</b> (10,08)	52,54%
Groupe 10	3,20 (0,97)	<b>0,61</b> (12,99)	0,04 (1,12)	-0,09 (1,39)	<b>-0,26</b> (2,91)	32,58%	3,06 (0,93)	<b>0,64</b> (13,82)	0,06 (1,66)	-0,09 (1,39)	<b>-0,98</b> (13,79)	32,58%

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] avec risque systémique (modèle II) en facteurs bruts et avec facteurs orthogonalisés (modèle IV). Les valeurs du paramètre  $\alpha$  sont exprimées en  $10^{-4}$ . Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode SURE de Zellner (1962) en système avec MCG, et correction des statistiques de Student pour l'hétéroscédasticité par la méthode de Newey-West [1987].

Orthogonaliser les facteurs a ici pour but d'isoler plus encore l'effet final du risque systémique, en supprimant tout problème de colinéarité et en ne traitant que des variables orthogonales. Le Tableau 3 renforce nos précédents résultats, puisque, comme attendu, l'effet du risque systémique, maintenant isolé, est là encore très significatif<sup>6</sup>.

Ainsi, il ressort au final de notre analyse que le risque systémique apparaît 1) comme significatif dans l'estimation de la relation canonique du MEDAF étendue à ce nouveau facteur et que 2) les différents facteurs traditionnels semblent interférer avec ce facteur. A l'instar de ce qu'écrivent Billio *et al.* [2017], il existerait ainsi plusieurs composantes dans les rentabilités boursières : une composante systématique et systémique (liée aux marchés en période de crise), une composante systématique et non-systémique (liée aux marchés dans des conditions « normales »), une composante spécifique et systémique (liée aux titres individuels et à leurs potentielles sensibilités propres au risque systémique), une composante spécifique et non-systémique (liée à des caractéristiques idiosyncratiques des différents titres).

Nous testons enfin la robustesse de ce nouveau facteur de risque systémique dans l'évaluation des actifs en changeant de référence pour la relation canonique d'évaluation factorielle précédente (celle de Fama-French [1993]), en utilisant le Modèle d'Evaluation par Arbitrage (MEA) de Ross [1976] et Roll et Ross [1980], qui explique la rentabilité du titre  $i$  par un ensemble de facteurs communs tirés ici d'une ACP sur les rendements des différents titres (*Cf.* Chamberlain [1983] ; Chamberlain et Rothschild [1983] ; Connor et Korajczyk [1986] ; Brown [1989] ; Ferson et Schadt [1996]).

---

<sup>6</sup> Par rapport au modèle (II) du Tableau 6, les expressions des facteurs *SMB* et *HML* diffèrent dans les modèles (III) et (IV). Les coefficients affectés au facteur de marché et ceux affectés au facteur *SMB* varient aussi de manière relativement importante, plusieurs devenant significatifs (avec une inversion des groupes 7 et 8 dans le modèle (IV) par rapport au modèle (II) - due à un effet mécanique lié à la procédure de reclassement des portefeuilles par rapport au coefficient devant le facteur de marché. Bien que les expressions des facteurs soient effectivement différentes pour le facteur *HML* dans les différents modèles, l'impact sur les coefficients est effectif, mais se fait au-delà de  $10^{-2}$  et ils ne sont donc pas apparents dans ce tableau.

Dans le cadre de notre analyse, nous appliquons une ACP sur les rendements des titres et nous choisissons de ne retenir que les trois premières composantes principales comme facteurs explicatifs du Modèle d'Evaluation par Arbitrage (MEA) dans lequel nous ajoutons le risque systémique, comme précédemment, comme facteur supplémentaire afin d'obtenir le modèle MEA avec risque Systémique (MEAS).

Ainsi, nous ajoutons par la suite l'indice de risque systémique optimal évoqué à la section précédente (*ISRM*), comme facteur additionnel dans le Modèle d'Evaluation par Arbitrage (MEA) dans lequel nous ne prenons en compte que les trois premières composantes principales issues de l'ACP sur les rendements des titres. Nous obtenons ainsi un modèle à quatre facteurs (MEAS) - modèle (VI) ci-dessous - en comparaison du Modèle d'Evaluation par Arbitrage (MEA) - modèle (V) ci-dessous, tels que :

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i^{(V)} + \beta_{1,i}^{(V)} r_{F_1,t} + \beta_{2,i}^{(V)} r_{F_2,t} + \beta_{3,i}^{(V)} r_{F_3,t} + \varepsilon_{i,t}^{(V)} & (V) \\ r_{i,t} = \alpha_i^{(VI)} + \beta_{1,i}^{(VI)} r_{F_1,t} + \beta_{2,i}^{(VI)} r_{F_2,t} + \beta_{3,i}^{(VI)} r_{F_3,t} + \varphi_i^{(VI)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(VI)} & (VI), \end{cases} \quad (17)$$

avec  $r_{F_i,t}$  le rendement du facteur commun  $F_i$  pour  $\{i = 1,2,3\}$  qui représente la  $i$ -ème composante principale par ordre d'explication de la variabilité commune des titres et  $r_{ISRM,t}$  reste toujours le rendement de l'indice de risque optimal.

De même que précédemment, il est utile d'orthogonaliser nos différents facteurs afin de ne prendre en compte que leurs effets nets et en particulier d'estimer l'effet net du facteur de risque systémique au travers du modèle (VII).

Dans la suite, le Tableau 4 reprend les résultats de l'estimation des modèles (V) et (VII). Comme attendu, le pouvoir explicatif reflété par le  $R^2$  est très élevé pour l'ensemble des portefeuilles. Le facteur commun  $F_i$  pour  $\{i = 1,2,3\}$ , représente la  $i$ -ème composante principale par ordre d'explication de la variabilité commune des titres.

Tableau 4 : Estimation du modèle MEA et du modèle MEA avec risque Systémique (MEAS), après orthogonalisation des trois facteurs principaux par rapport à l'indice de risque systémique, sur le marché américain (Méthode SURE avec MCG et correction des statistiques de Student pour l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité).

Nous estimons les différents paramètres du MEA entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs liés à une décomposition factorielle avec prise en compte du risque systémique et orthogonalisation préalable des facteurs, dont la forme développée est ici la suivante :

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i^{(V)} + \beta_{1,i}^{(V)} r_{F1,t} + \beta_{2,i}^{(V)} r_{F2,t} + \beta_{3,i}^{(V)} r_{F3,t} + \varepsilon_{i,t}^{(V)} & (V) \\ r_{i,t} = \alpha_i^{(VII)} + \beta_{1,i}^{(VII)} \hat{\varepsilon}_{F1,t} + \beta_{2,i}^{(VII)} \hat{\varepsilon}_{F2,t}^{**} + \beta_{3,i}^{(VII)} \hat{\varepsilon}_{F3,t}^{***} + \varphi_i^{(VII)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(VII)} & (VII) \end{cases}$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{F1,t} = r_{F1,t} - \hat{b}_1 r_{ISRM,t} \\ \hat{\varepsilon}_{F2,t}^{**} = r_{F2,t} - (\hat{b}_1^* r_{F1,t} + \hat{b}_2^{**} r_{ISRM,t}) \\ \hat{\varepsilon}_{F3,t}^{***} = r_{F3,t} - (\hat{b}_1^* r_{F1,t} + \hat{b}_2^{**} r_{F2,t} + \hat{b}_3^{***} r_{ISRM,t}) \end{cases}$$

	Modèle V (modèle sans risque systémique)					Modèle VII (modèle avec risque systémique)					
	$\alpha_i^{(V)}$	$\beta_i^{(V)}$	$\theta_i^{(V)}$	$\gamma_i^{(V)}$	$\bar{R}^2$	$\alpha_i^{(VII)}$	$\beta_i^{(VII)}$	$\theta_i^{(VII)}$	$\gamma_i^{(VII)}$	$\varphi_i^{(VII)}$	$\bar{R}^2$
Groupe 1	0,10 (0,38)	<b>1,65</b> (16,70)	<b>2,52</b> (13,01)	<b>2,20</b> (6,45)	52,23%	0,07 (0,24)	<b>1,59</b> (15,38)	<b>2,89</b> (13,51)	<b>2,20</b> (6,60)	<b>-1,80</b> (8,65)	52,29%
Groupe 2	<b>-0,29</b> (2,25)	<b>2,17</b> (37,64)	<b>2,16</b> (8,43)	<b>1,05</b> (3,59)	68,87%	<b>-0,33</b> (2,54)	<b>2,02</b> (27,24)	<b>2,28</b> (8,09)	<b>1,03</b> (3,62)	<b>-2,68</b> (17,25)	69,05%
Groupe 3	0,03 (0,40)	<b>2,48</b> (68,87)	<b>0,79</b> (4,71)	<b>1,34</b> (7,13)	74,19%	-0,02 (0,22)	<b>2,47</b> (55,16)	<b>0,99</b> (4,81)	<b>1,33</b> (6,86)	<b>-2,70</b> (18,59)	74,20%
Groupe 4	-0,09 (0,53)	<b>2,89</b> (52,81)	-0,01 (0,04)	<b>1,00</b> (3,47)	73,45%	-0,15 (0,83)	<b>2,91</b> (51,40)	0,10 (0,46)	<b>0,98</b> (3,59)	<b>-3,24</b> (14,85)	73,61%
Groupe 5	0,00 (0,00)	<b>3,06</b> (65,24)	0,00 (0,03)	<b>1,03</b> (3,98)	78,05%	-0,07 (0,74)	<b>3,13</b> (60,09)	0,18 (0,99)	<b>1,04</b> (3,92)	<b>-2,88</b> (18,73)	78,07%
Groupe 6	<b>-0,20</b> (2,25)	<b>3,19</b> (64,79)	<b>-0,49</b> (2,22)	0,17 (0,78)	84,84%	<b>-0,26</b> (2,93)	<b>3,23</b> (57,02)	<b>-0,47</b> (2,50)	0,17 (0,76)	<b>-3,17</b> (26,79)	84,84%
Groupe 7	<b>-0,19</b> (2,01)	<b>3,47</b> (92,89)	<b>-0,85</b> (4,21)	0,05 (0,19)	89,06%	<b>-0,25</b> (2,95)	<b>3,50</b> (57,43)	<b>-0,89</b> (5,02)	0,02 (0,07)	<b>-3,67</b> (25,35)	89,14%
Groupe 8	0,05 (0,64)	<b>3,62</b> (76,87)	<b>-0,76</b> (5,46)	0,08 (0,28)	89,64%	-0,02 (0,35)	<b>3,72</b> (67,43)	<b>-0,69</b> (4,54)	0,10 (0,39)	<b>-3,18</b> (17,48)	89,72%
Groupe 9	-0,03 (0,42)	<b>3,90</b> (73,54)	<b>-0,74</b> (2,65)	0,15 (0,73)	86,67%	-0,11 (1,32)	<b>3,96</b> (112,28)	<b>-0,72</b> (2,74)	0,15 (0,72)	<b>-3,84</b> (28,59)	86,67%
Groupe 10	0,07 (0,61)	<b>4,01</b> (62,30)	<b>-1,30</b> (4,62)	<b>1,14</b> (8,79)	85,57%	-0,01 (0,10)	<b>4,17</b> (63,55)	<b>-1,11</b> (3,84)	<b>1,14</b> (8,75)	<b>-3,83</b> (17,09)	85,57%

Source : Bloomberg; la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEA sans risque systémique (modèle V) et avec prise en compte du risque systémique pour des facteurs orthogonaux (modèle VII). Les valeurs du paramètres  $\alpha_i^{(.)}$ ,  $\beta_{1,i}^{(.)}$ ,  $\beta_{2,i}^{(.)}$  et  $\beta_{3,i}^{(.)}$  sont exprimées en  $10^{-3}$  pour chacun des modèles. Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la t-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode SURE de Zellner (1962), avec MCG, avec correction des t-statistiques par la méthode de Newey-West [1987].

La première composante principale est significative pour l'ensemble des portefeuilles tandis que les deux autres sont significatives pour certains portefeuilles puisque la variabilité commune des titres est largement expliquée par la première composante. L'ajout du risque systémique comme facteur supplémentaire est très intéressant à commenter ici. En effet, ce nouveau facteur est largement significatif pour l'ensemble des portefeuilles avec un signe négatif comme attendu et il améliore également (bien que marginalement) le pouvoir explicatif du modèle. En outre, son ajout permet également d'ajuster légèrement l'estimation des paramètres des trois premiers facteurs désormais nets de l'effet du risque systémique.

Dans la suite, nous présentons brièvement un résumé du modèle de représentation des liens entre risque systémique et risque systématique tel qu'illustré dans Billio *et al.* [2017].

Pour prendre en compte l'interconnexion, nous suivons l'approche de Billio *et al.* [2017]. Nous fixons le coefficient d'impact  $\rho = 0,25$  d'après les estimations de Billio *et al.* [2017] qui estiment ce coefficient sur la période d'avant crise. Puis nous obtenons la matrice de poids  $\mathbf{W}$  en calculant les causalités au sens de Granger entre chaque portefeuille sur l'ensemble de l'échantillon.

Plus précisément, les auteurs envisagent une relation telle qu'en exprimant le Modèle (I) sous forme matricielle et en prenant en compte les interconnexions entre les actifs, l'équation 6 se réécrirait en gardant les mêmes notations :

$$\mathbf{Ar} = \mathbf{\Lambda F} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (18)$$

avec  $\mathbf{A}$  la matrice des relations entre les titres de dimension  $(N \times N)$  telle que  $\mathbf{A} = \mathbf{I}_N - \rho \mathbf{W}$  où  $\mathbf{I}_N$  représente la matrice identité de dimension  $(N \times N)$ ,  $\rho$  un scalaire représentant l'impact global que les autres actifs ont sur l'actif  $i$  (Billio *et al.* [2017] estiment différentes valeurs pour  $\rho$  en fonction du secteur financier étudié) et  $\mathbf{W}$  représente la matrice spatiale de

dimension  $(N \times N)$  des connections, dont les éléments  $W_{i,j}$  représentent les liens entre les titres  $i$  et  $j$ .

En divisant chaque terme de l'équation précédente par la matrice  $A$ , celle-ci peut se réécrire comme suit :

$$\mathbf{r} = A^{-1}\Lambda F + A^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (19)$$

En posant  $\Lambda_S = A^{-1}\Lambda$ , le vecteur de paramètres augmentés du risque lié à l'interconnexion, la relation devient :

$$\mathbf{r} = \Lambda_S F + A^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}. \quad (20)$$

Cette dernière relation permet de tenir compte du risque systémique. Par la suite, Billio *et al.* [2017] montrent que l'équation de décomposition de la variance  $\boldsymbol{\Sigma}_r = V(\mathbf{r})$  dans ce cas est donnée par :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_r &= \Lambda_S \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda_S' + A^{-1} \boldsymbol{\Omega} (A^{-1})'; \\ &= \Lambda_S \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda_S' + A^{-1} \boldsymbol{\Omega} (A^{-1})' + \Lambda \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda' - \Lambda \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda' + \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}; \\ &= \{\Lambda \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda'\} + \{\boldsymbol{\Omega}\} + \{\Lambda_S \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda_S' - \Lambda \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda'\} + \{A^{-1} \boldsymbol{\Omega} (A^{-1})' - \boldsymbol{\Omega}\}, \end{aligned} \quad (21)$$

avec  $\boldsymbol{\Sigma}_F = V(F)$  la matrice de variance-covariance des facteurs et  $\boldsymbol{\Omega} = V(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon \otimes I_N$  la matrice de variance-covariance des erreurs telle que l'élément  $[\boldsymbol{\Omega}]_{i,j}$  pour  $i = j$ , représente le risque spécifique du titre  $i$  et telle que les autres éléments  $[\boldsymbol{\Omega}]_{i,j} = 0$  pour tout  $i \neq j$ .

Au final, le risque global peut être décomposé en quatre sources de risque distinctes :

- les risques liés aux facteurs :  $\Lambda_S \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda_S'$ ;
- les risques spécifiques liés aux titres :  $\boldsymbol{\Omega}$ ;
- l'impact du risque systémique sur les facteurs :  $\Lambda_S \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda_S' - \Lambda \boldsymbol{\Sigma}_F \Lambda'$ ;
- l'impact du risque systémique sur les risques spécifiques :  $A^{-1} \boldsymbol{\Omega} (A^{-1})' - \boldsymbol{\Omega}$ .

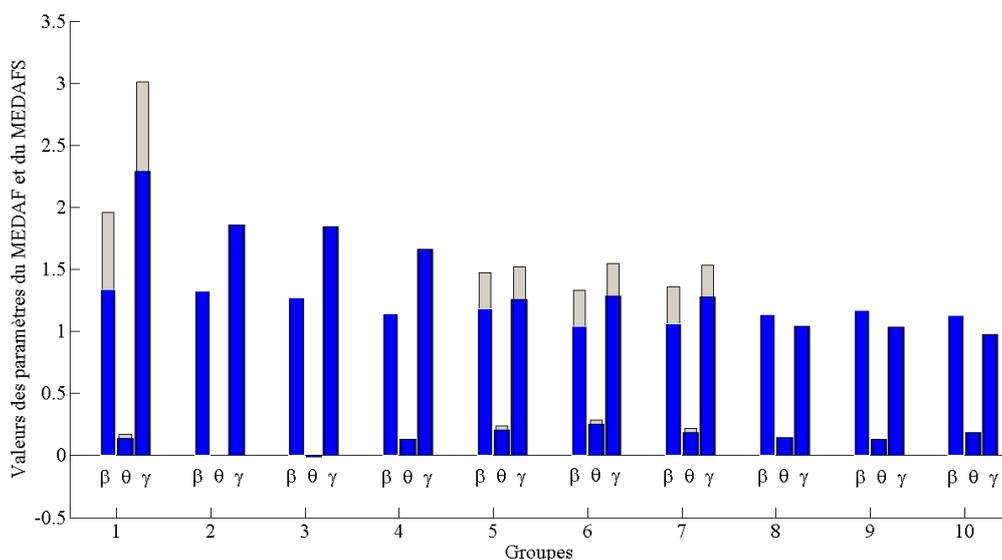
Ainsi, en additionnant les impacts du risque systémique sur les risques systématiques et spécifiques, on obtient la contribution totale du réseau (et donc du risque systémique) au risque total, qui n'est autre que la somme de ces quatre composantes de risque.

Dans le cadre de notre analyse, dans laquelle le nombre de connections inter-institutions intervient dans la construction de l'indice (au travers de la prise en compte du *DCI* de Billio *et al.* [2012]) nous retrouvons cet effet croisé entre risque systématique et risque systémique, qui représente le risque systémique comme une composante extrême du risque systématique normal.

Graphique 3 : L'impact sur les paramètres estimés de l'interconnexion entre nos dix portefeuilles

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle II).

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i + \beta_i r_{M,t} + \theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + \varepsilon & \text{(I)} \\ r_{i,t} = A^{-1}\alpha_i + A^{-1}\beta_i r_{M,t} + A^{-1}\theta_i r_{SMB,t} + \gamma_i r_{HML,t} + A^{-1}\varepsilon & \text{(II)} \end{cases}$$



Source : *Bloomberg*. La base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 28 août 2003 au 22 juin 2014. Calculs des auteurs. La Figure donne pour chacun des dix portefeuilles, les valeurs des paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama-French [1993] et montre l'augmentation en valeur des paramètres estimés lorsque l'on prend en compte l'interconnexion entre nos 10 portefeuilles. Les barres les plus foncées représentent la valeur des paramètres estimés obtenus par le modèle (I). Les barres claires représentent l'augmentation en valeur des paramètres estimés à partir du modèle (II).

Le graphique 3 montre l'augmentation en valeur des paramètres estimés en prenant en compte l'interconnexion, par rapport aux valeurs des paramètres estimés par Moindres Carrés ordinaires. Lorsque l'on prend en compte l'interconnexion entre nos 10 portefeuilles, l'évaluation de la prime de risque liée à chaque facteur est impactée par les autres portefeuilles. En effet, la prise en compte de l'interconnexion montre clairement une sous-estimation de nos paramètres traduisant une sous-estimation du risque lié à chaque facteur et donc du risque total du portefeuille.

Le tableau 5 nous permet de voir comment évolue le risque quand on choisit de prendre en compte l'interconnexion entre nos portefeuilles. Si l'on choisit de ne pas la prendre en compte, le risque systémique est négligé, *i.e.*, les matrices des panels C et D sont nulles. On retrouve alors le risque total expliqué par le MEDAF simple qui est la somme des matrices des panels A et B.

L'aspect tout particulièrement intéressant dans cette étude reste le même que précédemment et il réside dans le fait qu'il est possible à dissocier les portefeuilles à caractère systémique des portefeuilles n'ayant pas ou presque un risque systémique. En effet, en comparant le graphique 17 au panel D du tableau 6, nous constatons que les portefeuilles 2, 3 et 4 ainsi que les trois derniers portefeuilles ne créent pas de risque systémique mais ont un caractère systémique dû à leurs interconnexions avec les quatre autres portefeuilles. Ce qui se traduit dans le panel C. Aussi, la matrice représentée dans le panel D représentant le risque systémique du portefeuille, endogène au réseau, est particulièrement intéressante à examiner puisque les portefeuilles 1, 5, 6 et 7 qui génèrent du risque systémique et donc contribuent au risque systémique du système, voient leurs propres risques diminuer grâce à ce même réseau. On peut interpréter ceci comme un effet de « *fly-to-safety* » (« refuge vers l'absence de risque »...).

Tableau 5 : Décomposition du risque sur le marché américain

Nous reprenons l'équation de décomposition de la variance selon l'équation (21) :

$$\Sigma_r = \{\Omega\} + \{\beta \Sigma_f \beta'\} + \{\beta_s \Sigma_f \beta_s' - \beta \Sigma_f \beta'\} + \{A^{-1} \Omega (A^{-1})' - \Omega\}.$$

Puis nous estimons les quatre sources de risque distinctes :

- Panel A : le risque spécifique  $\Xi$  ;
- Panel B : le risque systématique  $\beta \Sigma_f \beta'$  ;
- Panel C : l'impact du risque systémique sur le risque systématique  $\beta_s \Sigma_f \beta_s' - \beta \Sigma_f \beta'$  ;
- Panel D : l'impact du risque systémique sur le risque idiosyncratique  $A^{-1} \Omega (A^{-1})' - \Omega$

L'addition de ces risques donne le risque total (Panel E)

<b>Panel A : Risque Spécifique (<math>\Xi</math>)</b>										
Groupes	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
G1	0,48	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G2	0,00	0,27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G3	0,00	0,00	0,25	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G4	0,00	0,00	0,00	0,20	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00	0,00
G7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,17	0,00	0,00	0,00
G8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,15	0,00	0,00
G9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,18	0,00
G10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,16

<b>Panel B : Risque Systématique (<math>\beta \Sigma_f \beta'</math>)</b>										
Groupes	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
G1	0,94	0,83	0,81	0,73	0,65	0,62	0,62	0,59	0,59	0,57
G2	0,83	0,75	0,73	0,66	0,59	0,55	0,56	0,54	0,54	0,52
G3	0,81	0,73	0,71	0,64	0,57	0,54	0,54	0,52	0,53	0,51
G4	0,73	0,66	0,64	0,58	0,52	0,49	0,49	0,47	0,48	0,46
G5	0,65	0,59	0,57	0,52	0,48	0,45	0,45	0,44	0,44	0,43
G6	0,62	0,55	0,54	0,49	0,45	0,42	0,42	0,41	0,41	0,40
G7	0,62	0,56	0,54	0,49	0,45	0,42	0,42	0,41	0,42	0,40
G8	0,59	0,54	0,52	0,47	0,44	0,41	0,41	0,40	0,41	0,39
G9	0,59	0,54	0,53	0,48	0,44	0,41	0,42	0,41	0,42	0,40
G10	0,57	0,52	0,51	0,46	0,43	0,40	0,40	0,39	0,40	0,39

<b>Panel C : Impact du risque systémique sur le risque systématique (<math>\beta_s \Sigma_f \beta_s' - \beta \Sigma_f \beta'</math>)</b>										
Groupes	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
G1	0,85	0,32	0,31	0,28	0,47	0,45	0,45	0,24	0,24	0,23
G2	0,32	0,00	0,00	0,00	0,14	0,14	0,14	0,00	0,00	0,00
G3	0,31	0,00	0,00	0,00	0,13	0,13	0,13	0,00	0,00	0,00
G4	0,28	0,00	0,00	0,00	0,12	0,12	0,12	0,00	0,00	0,00
G5	0,47	0,14	0,13	0,12	0,25	0,24	0,24	0,10	0,10	0,10
G6	0,45	0,14	0,13	0,12	0,24	0,23	0,23	0,10	0,10	0,10
G7	0,45	0,14	0,13	0,12	0,24	0,23	0,23	0,10	0,10	0,10
G8	0,24	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,10	0,00	0,00	0,00
G9	0,24	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,10	0,00	0,00	0,00
G10	0,23	0,00	0,00	0,00	0,10	0,10	0,10	0,00	0,00	0,00

**Panel D : Impact du risque systémique sur le risque spécifique  $(A^{-1}\Omega(A^{-1})' - \Omega)$**

Groupes	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
G1	0,00	-0,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,17	0,00
G2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,09	0,00
G6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,09	0,00
G7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,09	0,00
G8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G9	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
G10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

**Panel E : Risque Total ( $\Sigma_r$ )**

Groupes	G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10
G1	2,28	0,97	1,13	1,02	1,12	1,07	1,07	0,82	0,67	0,80
G2	1,16	1,02	0,73	0,66	0,73	0,69	0,70	0,54	0,54	0,52
G3	1,13	0,73	0,96	0,64	0,71	0,67	0,68	0,52	0,53	0,51
G4	1,02	0,66	0,64	0,78	0,64	0,61	0,61	0,47	0,48	0,46
G5	1,12	0,73	0,71	0,64	0,92	0,69	0,69	0,54	0,46	0,53
G6	1,07	0,69	0,67	0,61	0,69	0,82	0,65	0,51	0,43	0,50
G7	1,07	0,70	0,68	0,61	0,69	0,65	0,83	0,51	0,43	0,50
G8	0,82	0,54	0,52	0,47	0,54	0,51	0,51	0,56	0,41	0,39
G9	0,83	0,54	0,53	0,48	0,55	0,52	0,52	0,41	0,60	0,40
G10	0,80	0,52	0,51	0,46	0,53	0,50	0,50	0,39	0,40	0,55

Source : *Bloomberg*. La base de données comprend un ensemble complet de prix des titres du marché français des actions en données quotidiennes du 28 août 2003 au 22 juin 2014. Calculs des auteurs. Le Tableau 1 donne les matrices des quatre composantes du Risque Total de l'ensemble de nos 10 portefeuilles.

Nous avons mené cette étude pour examiner les différents aspects du risque systémique. A travers l'ajout d'un facteur supplémentaire dans le MEDAF étendu à la Fama-French puis par la prise en compte de l'interconnexion entre nos dix portefeuilles sur les deux marchés français et américain. Réussir à capter les effets du risque systémique est un exercice très difficile compte tenu de sa dimensionnalité et de la non-linéarité de ses effets sur les marchés. Néanmoins, nous arrivons à montrer sa présence mais également son importance au travers de deux manières. A travers la prise en compte de celui-ci comme facteur de risque supplémentaire dans l'évaluation des primes de risque liées à chaque facteur pour un

portefeuille donné. Puis à travers les phénomènes de contagion en prenant en compte l'interconnexion entre chacun de nos portefeuilles.

#### 2.4.2. MEDAFS sur le marché français

Dans cette section, nous menons les tests empiriques du MEDAF étendu au risque systémique (MEDAFS) sur le marché français des actions et plus particulièrement sur les titres composant l'indice SBF 120 ; indice dont les rentabilités en excès du taux sans risque représentent ici le facteur de marché dans le modèle à trois facteurs de Fama-French [1992], [1993]. Les rentabilités de l'indice de risque systémique en excès du taux sans risque représentent le facteur additionnel donnant ainsi la relation du MEDAFS.

Le Graphique 4 présente la dynamique des indices de risque systémique sur les marchés français et américain<sup>7</sup>. Ces indices sont obtenus par une Analyse en Composantes Principales Parcimonieuses (ACPP) selon la méthodologie de Kouontchou *et al.* [2017]<sup>8</sup>. Il s'agit ici de l'indice optimal au sens du test de Hong *et al.* [2009], qui est une agrégation parcimonieuse de 18 mesures de risque systémique.<sup>9</sup> Sur le marché français, les principales mesures de risque systémique, rangées par ordre d'importance relative dans la construction de l'indice, sont les suivantes : le *Herfindahl-Hirschman Index* ( $M_1$ ), l'*Absorption Ratio* ( $M_2$ ), la *CoVaR* ( $M_3$ ), la Volatilité agrégée ( $M_4$ ) et à moindre titre, la *VaR* ( $M_5$ ), la *MES* ( $M_6$ ), le *Default spread* ( $M_7$ ), la *CoES* ( $M_8$ ), la *CES* ( $M_9$ ) et le *Term spread* ( $M_{10}$ ). En comparant les ordres d'entrée des mesures de risque systémique dans les deux *ISRM* sur les marchés français et américain (Cf. Caporin *et*

---

<sup>7</sup>. L'ISRM sur le marché US diffère de l'ISRM US présenté dans la section précédente sur les tests empiriques du MEDAFS sur le marché US comme montré par la suite. Toutefois ces deux ISRM US restent très proches.

<sup>8</sup>. L'intérêt dans l'utilisation d'un indice agrégé des mesures de risque systémique vient de la diversification du risque de mesure inhérent à chaque mesure (*e.g.* Boucher *et al.* [2014], Danielsson *et al.* [2015] ; Boucher *et al.* [2016]). Voir aussi Hastie *et al.* [2015], Zou *et al.* [2006] et Kritzman et Li [2011] pour plus de détails sur les méthodes ACP et ACPP, et Hong *et al.* [2009] sur le test de causalité utilisé pour la sélection de l'indice optimal dans Kouontchou *et al.* [2017], [2018] et Caporin *et al.* [2019].

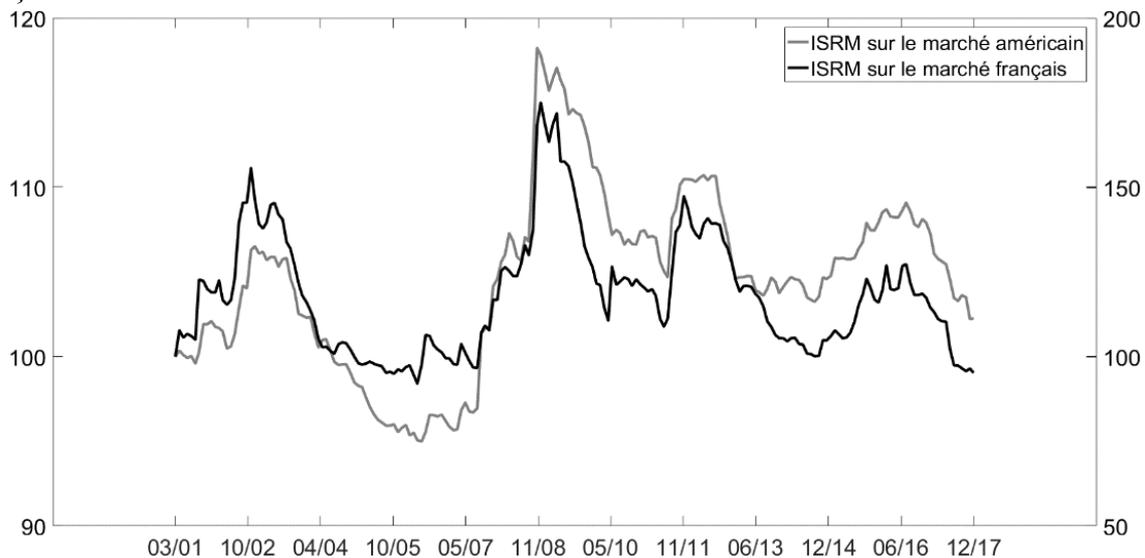
<sup>9</sup>. Giglio *et al.* [2016], Nucera *et al.* [2016], Kouontchou *et al.* [2017] et [2018] et Caporin *et al.* [2019] utilisent respectivement 20, 6, 12, 16 et 18 mesures de risque systémique – voir annexe B pour la définition des mesures.

al. [2019] pour l'*ISRM* sur le marché américain construit à partir d'un panel de 95 institutions financières américaines), il apparaît que l'effet de contagion (mesuré par le *Spillover Index*), dominant sur le marché américain, est remplacé en tête de liste par l'indice de concentration sur le marché français (mesuré par l'indice d'*Herfindahl-Hirschman*). Ceci s'explique probablement par la forte concentration du système financier français (petit nombre d'acteurs) - contrairement au système financier américain considéré comme plus large, ce qui en fait une de ses spécificités. Toutefois, les deux indices de risque systémique (notés *ISRM*) obtenus en suivant la même méthodologie, bien que construits différemment en termes de mesures, ont des dynamiques très similaires, avec des corrélations en différence première au sens de Pearson et de Spearman de 51% et 65%, respectivement, et des corrélations conditionnelles des extrêmes de Pearson et de Spearman de 100% et 97% respectivement (*i.e.* en ne considérant seulement que les variations les plus extrêmes pour un quantile fixé à 20%).

A la lecture du Graphique 4, nous remarquons trois différents régimes dans la dynamique de l'*ISRM* sur les deux marchés. En effet, après une période relativement stable, une élévation du niveau du risque systémique début 2007 apparaît, pour atteindre un plus haut vers la fin 2008 à la fois sur les deux marchés français et américain, avant de revenir à un niveau plus faible mais qui reste relativement élevé comparé à la période avant crise. On retrouve globalement les mêmes périodes de crises sur les deux marchés, avec néanmoins un niveau de risque systémique plus élevé (plus faible) avant crise (après crise) sur le marché français que sur le marché américain.

Une fois l'*ISRM* construit sur le marché français, nous envisageons de tester dans le reste de cette section l'impact du risque systémique dans l'évaluation des actifs, et nous testons les principales relations d'évaluations envisageables dans ce cadre. Nous présentons ici les résultats obtenus en utilisant l'*ISRM* construit sur le marché US afin d'évaluer une potentielle prime de risque sur le marché français. Les résultats obtenus sont proches de ceux obtenus en utilisant l'*ISRM* construit sur le marché français.

Graphique 4 : Dynamique des indices agrégés des mesures de risque systémique (ISRM) sur les marchés français et américain



Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composant l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : L'indice de risque systémique *ISRM* sur le marché français est obtenu par l'Analyse en Composantes Principales dite « parcimonieuse » (ACPP), suivant la méthodologie de Kouontchou *et al.* [2017]. Cet indice est l'agrégation de 18 mesures de risque systémique en fonction de leurs poids respectifs. Les mesures de risque systémique, par ordre d'importance sont les suivantes :  $M_1$  : *Herfindahl-Hirschman Index*,  $M_2$  : *AR*,  $M_3$  : *CoVaR*,  $M_4$  : *Volatilité*,  $M_5$  : *VaR*,  $M_6$  : *MES*,  $M_7$  : *default spread*,  $M_8$  : *CoES*,  $M_9$  : *CES*,  $M_{10}$  : *Term spread*,  $M_{11}$  : *Turbulence Index*,  $M_{12}$  : *DCI*,  $M_{13}$  : *TED spread*,  $M_{14}$  : *Spillover Index*,  $M_{15}$  : *SRISK*,  $M_{16}$  : *AIM*,  $M_{17}$  : *Kyle's Lambda* et  $M_{18}$  :  $\Delta CoVaR$ . L'*ISRM* sur le marché américain est celui utilisé dans Caporin *et al.* [2019]. Le graphique compare ces deux *ISRM* rebasés à 100. L'échelle de gauche correspond à l'*ISRM* sur le marché américain et l'échelle de droite correspond à l'*ISRM* sur le marché français.

Dans la suite, le modèle étendu au risque systémique modèle (II), i.e., en prenant en compte le risque systémique comme facteur additionnel, est confronté au modèle traditionnel à trois facteurs de Fama et French [1992], [1993] modèle (I) au travers de l'évaluation des écarts dans les valeurs des paramètres estimés, ainsi que dans les valeurs des coefficients de détermination ajustés.

Nous commençons tout d'abord par estimer sans précaution les deux modèles (I) et (II) de l'équation (5) via la méthode d'estimation des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) sans correction pour l'hétéroscédasticité. Le Tableau 7 donne les estimations des modèles (I) et (II) sur les institutions financières françaises tandis que les résultats des Tableaux suivants sont obtenus sur la base de dix portefeuilles créés à partir de l'ensemble des titres de l'indice SBF

120 selon la méthode de classement en deux étapes de Black *et al.* [1972] pour atténuer les erreurs de mesures.

Le Tableau 6 compare les modèles (I) et (II) pour les institutions financières françaises retenues. Le facteur de risque systémique est du signe attendu (négatif) pour toutes les institutions financières françaises, et significatifs pour la plupart d'entre elles (à l'exception de BNP PARIBAS et d'AXA - avec une sensibilité proche de zéro). Ce premier résultat, certes grossier, est à ce stade assez encourageant quant à la pertinence du MEDAFS.

Tableau 6 : Estimation du MEDAF à trois facteurs de Fama-French et du MEDAFS utilisant l'indice de risque systémique sur le marché français (MCO sans correction pour l'hétéroscédasticité)

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle II) selon l'équation (5).

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i^{(I)} + \beta_i^{(I)}r_{M,t} + \theta_i^{(I)}r_{SMB,t} + \gamma_i^{(I)}r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t}^{(I)} & (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i^{(II)} + \beta_i^{(II)}r_{M,t} + \theta_i^{(II)}r_{SMB,t} + \gamma_i^{(II)}r_{HML,t} + \varphi_i^{(II)}r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(II)} & (II) \end{cases}$$

	Modèle I (modèle sans risque systémique)					Modèle II (modèle avec risque systémique)					
	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\theta_i$	$\gamma_i$	$\bar{R}^2$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\theta_i$	$\gamma_i$	$\varphi_i$	$\bar{R}^2$
BNP PARIBAS	-0,91 (0,26)	<b>1,40</b> (87,78)	<b>0,17</b> (4,54)	<b>0,26</b> (7,24)	64,71%	-0,56 (0,22)	<b>1,39</b> (72,37)	0,06 (1,23)	<b>0,35</b> (8,03)	-0,02 (1,13)	64,84%
CREDIT AGRICOLE	-5,14 (1,46)	<b>1,33</b> (83,12)	<b>0,12</b> (3,15)	<b>0,36</b> (9,98)	54,20%	-1,50 (0,58)	<b>1,32</b> (68,79)	0,06 (1,40)	<b>0,47</b> (10,90)	<b>-0,05</b> (2,61)	54,37%
SOCIETE GENERALE	-3,21 (0,91)	<b>1,49</b> (93,23)	<b>0,19</b> (4,96)	<b>0,31</b> (8,62)	60,52%	-1,95 (0,76)	<b>1,48</b> (77,36)	<b>0,11</b> (2,33)	<b>0,41</b> (9,50)	<b>-0,10</b> (5,63)	60,89%
NATIXIS	-0,89 (0,25)	<b>1,12</b> (70,42)	<b>0,10</b> (2,73)	<b>0,47</b> (13,01)	35,93%	-0,75 (0,29)	<b>1,12</b> (58,23)	<b>0,13</b> (2,89)	<b>0,55</b> (12,81)	<b>-0,08</b> (4,61)	36,16%
AXA	-2,10 (0,60)	<b>1,61</b> (101,19)	0,00 (0,07)	<b>0,20</b> (5,49)	72,73%	-1,01 (0,40)	<b>1,60</b> (83,49)	-0,03 (0,69)	<b>0,23</b> (5,33)	-0,02 (1,29)	72,76%
CNP ASSURANCES	1,54 (0,44)	<b>0,67</b> (42,05)	<b>0,08</b> (2,06)	0,05 (1,47)	30,43%	1,02 (0,40)	<b>0,69</b> (35,93)	0,07 (1,49)	<b>0,11</b> (2,63)	<b>-0,11</b> (6,06)	31,33%
WENDEL	1,22 (0,35)	<b>1,12</b> (70,15)	<b>0,12</b> (3,18)	<b>0,14</b> (3,96)	48,37%	2,35 (0,92)	<b>1,14</b> (59,29)	<b>0,12</b> (2,64)	<b>0,23</b> (5,43)	<b>-0,10</b> (6,00)	48,92%

Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composants l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1992], [1993] sans risque systémique (modèle I) et avec prise en compte du risque systémique (modèle II). Les valeurs du paramètre  $\alpha$  sont exprimées en  $10^{-4}$ . Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la T-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se *via* la méthode d'estimation des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) sans correction des statistiques de Student pour l'hétéroscédasticité.

Comme déjà énoncé plus haut, des biais potentiels peuvent subsister et être liés à des estimations univariées, non-dépendantes, supposées normales, homoscédastiques, et non-sujettes à des erreurs de mesure. Nous reprenons donc l'estimation par la méthode SURE de Zellner [1962], en système avec MCG (afin de prendre en compte dans la technique d'estimation les potentielles interrelations entre les rendements des différents portefeuilles obtenus selon la méthode de classement en deux étapes de Black et al. [1972] afin d'atténuer les erreurs de mesures) et en corrigeant les statistiques de Student de l'hétéroscédasticité par la méthode de Newey et West [1987].

Mais avant cela, nous proposons ici, une extension de l'estimation par MCG. En gardant les mêmes notations, l'estimateur classique des Moindres Carrés Ordinaires (MCO) pour le vecteur  $\mathbf{\Lambda}$  s'écrit ainsi :

$$\widehat{\mathbf{\Lambda}}_{MCO} = (\mathbf{F}'\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{r}, \quad (22)$$

tandis que pour les Moindres Carrés Généralisés (MCG - en supposant que la matrice  $\mathbf{\Sigma}$  est connue), celui-ci s'écrit :

$$\widehat{\mathbf{\Lambda}}_{MCG} = [\mathbf{F}'(\mathbf{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T)^{-1}\mathbf{F}]^{-1}\mathbf{F}'(\mathbf{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T)^{-1}\mathbf{r}, \quad (23)$$

La relation (23) caractérise le MEDAFS lorsque  $\mathbf{\Lambda}$  correspond à la matrice des sensibilités aux trois facteurs de Fama-French, avec constante, et auquel est ajouté le risque systémique comme facteur supplémentaire. Dans l'application empirique de ce chapitre, les résultats sont ainsi basés sur le système d'équations de la relation (5), en lien avec la relation linéaire de l'équation (4) dont la forme matricielle est donnée dans la relation (6). Toutefois, l'estimation de la relation (6) peut requérir une mémoire importante en fonction des tailles des matrices (*i.e.*  $\mathbf{F}$ ,  $\mathbf{\Sigma}$  et  $\mathbf{r}$ ), d'autant plus grande que le nombre de facteurs  $K$  et ou de titres  $N$  augmente. Pour de grandes dimensions, et une mémoire limitée, il peut être préférable de ne calculer que les éléments diagonaux et supérieurs (ou inférieurs) de la matrice  $\mathbf{\Sigma}$  du fait de la redondance d'information (*i.e.* si  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  pour  $i \neq j$ ). De plus, le temps de calcul (d'autant

plus long également en fonction des tailles des matrices) peut être raccourci en remplaçant le produit de Kronecker dans la relation (23) par un produit d'Hadamard comme suit :

$$\widehat{\Lambda}_{MCG} = \left[ \mathbf{F}'(\{\mathbf{H}_i \odot \mathbf{I}_T\}_{i=\{1, \dots, N^2\}})^{-1} \mathbf{F} \right]^{-1} \mathbf{F}'(\{\mathbf{H}_i \odot \mathbf{I}_T\}_{i=\{1, \dots, N^2\}})^{-1} \mathbf{r}, \quad (24)$$

avec  $\mathbf{H}_i = \mathbf{J}[\text{vec}(\boldsymbol{\Sigma})]_i$  où  $\mathbf{J}$  est une matrice identité ici de même dimension que  $\mathbf{I}_T$  et  $[\text{vec}(\boldsymbol{\Sigma})]_i$  le  $i$ -ème élément de  $\text{vec}(\boldsymbol{\Sigma})$  avec  $\text{vec}(\cdot)$  l'opérateur transformant une matrice en vecteur colonne ;  $\odot$  est l'opérateur du produit d'Hadamard et  $\{\cdot\}_{i=\{1, \dots, N^2\}}$  représente ici l'opérateur de concaténation des  $(N \times N) = N^2$  blocs de matrice  $\mathbf{H}_i \odot \mathbf{I}_T$  de dimension  $(T \times T)$  chacun tel qu'on retrouve la matrice  $\mathbf{V}(\boldsymbol{\varepsilon})$  de taille  $(TN \times TN)$  dans la relation (7).

La relation (24) conduit aux mêmes estimations que la relation (23) puisque  $\boldsymbol{\Sigma} \otimes \mathbf{I}_T \equiv \{\mathbf{H}_i \odot \mathbf{I}_T\}_{i=\{1, \dots, N^2\}} = \{\mathbf{J}\boldsymbol{\Sigma}_{v[i]} \odot \mathbf{I}_T\}_{i=\{1, \dots, N^2\}}$ , avec l'avantage de requérir moins de temps de calcul que le produit de Kronecker classique dans la relation (23).<sup>10</sup> A noter que la matrice  $\mathbf{I}_T \otimes \boldsymbol{\Sigma}$  contient un nombre important d'éléments nuls (l'ensemble des éléments sont nuls en dehors des  $T$  éléments diagonaux de chaque bloc  $\mathbf{H}_i$ ). De même que la matrice  $\mathbf{I}_T \otimes \boldsymbol{\Sigma}$  ne contient que des éléments nuls en dehors de ses  $T$  blocs diagonaux de dimension  $(N \times N)$ . Ainsi, calculer seulement les éléments non-nuls permet également de réduire sensiblement le temps de calcul.

Le Tableau 7 présente ces résultats sur les portefeuilles. Là encore tous les coefficients sont de signe attendu négatif pour l'ensemble des portefeuilles, et ceux-ci sont tous sensibles significativement au facteur de risque systémique, avec des paramètres  $\varphi$  tous significatifs, et des T-statistiques très supérieures à 3 pour un seuil usuel de significativité de 5% comme le recommande Harvey *et al.* [2016] (Cf. également Feng *et al.* [2017]) afin qu'un facteur soit jugé pertinent.

---

10. Voir en annexe pour plus de détails sur le remplacement du produit de Kronecker par un produit d'Hadamard.

Tableau 7 : Estimation du MEDAF à trois facteurs de Fama-French et du MEDAFS utilisant l'indice de risque systémique sur le marché français (SURE avec correction de l'hétéroscédasticité)

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs, à 3 facteurs de Fama-French (modèle I), et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique (modèle II) selon l'équation (1).

$$\begin{cases} r_{i,t} = \alpha_i^{(I)} + \beta_i^{(I)}r_{M,t} + \theta_i^{(I)}r_{SMB,t} + \gamma_i^{(I)}r_{HML,t} + \varepsilon_{i,t}^{(I)} & (I) \\ r_{i,t} = \alpha_i^{(II)} + \beta_i^{(II)}r_{M,t} + \theta_i^{(II)}r_{SMB,t} + \gamma_i^{(II)}r_{HML,t} + \varphi_i^{(II)}r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(II)} & (II) \end{cases}$$

	Modèle I (modèle sans risque systémique)					Modèle II (modèle avec risque systémique)					
	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\theta_i$	$\gamma_i$	$\overline{R^2}$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\theta_i$	$\gamma_i$	$\varphi_i$	$\overline{R^2}$
Groupe 1	<b>4,82</b> (2,95)	<b>0,32</b> (6,18)	0,02 (0,51)	-0,01 (0,20)	30,53%	<b>4,82</b> (3,06)	<b>0,31</b> (6,15)	0,02 (0,29)	-0,01 (0,26)	<b>-0,06</b> (7,44)	32,26%
Groupe 2	<b>3,89</b> (3,38)	<b>0,44</b> (9,13)	0,03 (0,60)	0,01 (0,30)	49,02%	<b>3,90</b> (3,55)	<b>0,44</b> (9,08)	0,02 (0,37)	0,01 (0,23)	<b>-0,06</b> (5,19)	50,31%
Groupe 3	<b>2,89</b> (2,68)	<b>0,53</b> (8,46)	0,04 (0,94)	0,03 (0,57)	56,73%	<b>2,88</b> (2,77)	<b>0,53</b> (8,35)	0,03 (0,77)	0,03 (0,56)	<b>-0,05</b> (3,30)	57,33%
Groupe 4	1,59 (1,26)	<b>0,62</b> (9,97)	0,05 (1,37)	0,07 (1,56)	66,48%	1,61 (1,31)	<b>0,62</b> (9,87)	0,04 (1,16)	0,07 (1,53)	<b>-0,04</b> (6,85)	66,95%
Groupe 5	0,80 (1,05)	<b>0,75</b> (20,87)	0,03 (0,92)	0,05 (1,42)	73,97%	0,84 (1,14)	<b>0,75</b> (20,62)	0,03 (0,71)	0,04 (1,31)	<b>-0,05</b> (7,13)	74,37%
Groupe 6	0,70 (0,78)	<b>0,83</b> (39,70)	<b>0,05</b> (2,70)	<b>0,07</b> (2,14)	76,82%	0,66 (0,75)	<b>0,83</b> (38,47)	<b>0,05</b> (2,53)	<b>0,07</b> (2,04)	<b>-0,05</b> (4,86)	77,23%
Groupe 7	-1,08 (0,89)	<b>0,92</b> (48,35)	<b>0,10</b> (5,30)	0,03 (0,91)	78,31%	-1,15 (0,97)	<b>0,91</b> (48,99)	<b>0,09</b> (4,77)	0,03 (0,87)	<b>-0,06</b> (4,97)	78,75%
Groupe 8	1,49 (1,95)	<b>1,02</b> (26,12)	0,06 (1,82)	<b>0,06</b> (2,22)	78,87%	<b>1,51</b> (1,97)	<b>1,02</b> (27,15)	0,06 (1,75)	<b>0,05</b> (2,08)	<b>-0,04</b> (5,57)	79,11%
Groupe 9	0,06 (0,06)	<b>1,14</b> (40,61)	<b>0,13</b> (4,52)	<b>0,05</b> (2,26)	78,98%	0,05 (0,05)	<b>1,14</b> (43,03)	<b>0,12</b> (4,54)	<b>0,05</b> (2,12)	<b>-0,06</b> (4,47)	79,27%
Groupe 10	-1,23 (1,10)	<b>1,30</b> (34,22)	<b>0,17</b> (3,93)	0,06 (1,21)	78,62%	-1,24 (1,14)	<b>1,30</b> (35,94)	<b>0,16</b> (3,91)	0,06 (1,18)	<b>-0,08</b> (4,71)	79,03%

Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composants l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

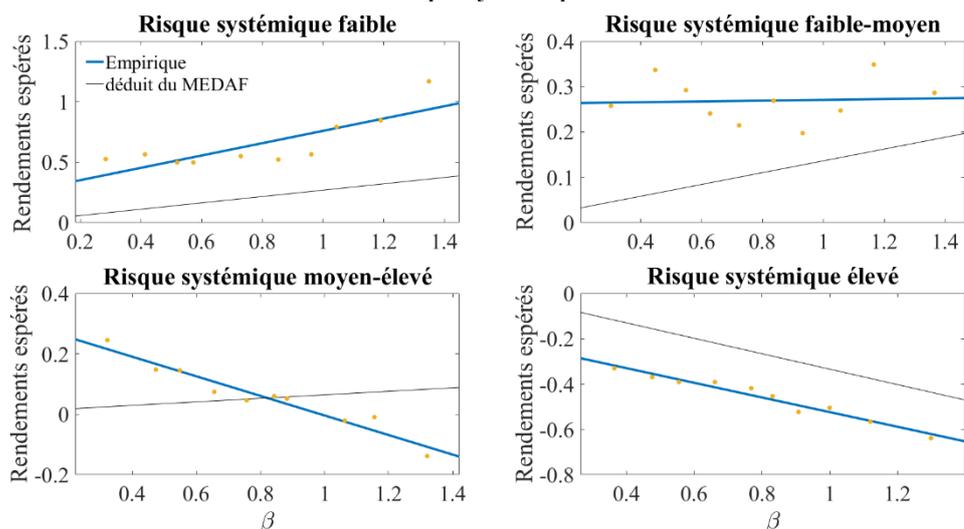
Note : Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1992], [1993] sans risque systémique (modèle I) et avec prise en compte du risque systémique (modèle II). Les valeurs du paramètre  $\alpha$  sont exprimées en  $10^{-4}$ . Les valeurs entre parenthèses représentent le niveau de la T-statistique pour chaque groupe de portefeuille. Les valeurs en gras sont significatives au seuil de 5%. L'estimation des paramètres se fait par la méthode SURE de Zellner [1962] en système avec MCG, et correction des statistiques de Student pour l'hétéroscédasticité par la méthode de Newey et West [1987].

Nous obtenons ainsi une deuxième validation de nos premiers résultats. Toutefois, ceux-ci doivent être mis en contraste avec une étude plus approfondie de l'évolution de la relation entre rentabilité des titres et facteurs de risque. Suivant Rossi et Timmermann [2011] qui étudient la relation entre risque et rentabilité selon différents environnement de

risque, nous cherchons à étudier dans la suite la relation entre rentabilité des titres et le niveau de la prime de risque dans différents environnements de risque systémique allant d'un environnement plutôt faible en termes de risque systémique, à un environnement de risque systémique élevé comme illustré dans le graphique suivant.

Le Graphique 5 montre l'évolution de la relation empirique entre les rendements espérés et le niveau de la prime de risque systématique, le paramètre  $\beta$ , dans différents environnements de risque systémique. On constate que la relation déduite du MEDAF s'inverse et devient négative au fur et à mesure que le risque systémique augmente. Dans un environnement de risque systémique faible représenté par le quadrant supérieur gauche, un portefeuille avec un  $\beta$  élevé aura des rendements attendus plus élevés contrairement à un portefeuille ayant un  $\beta$  faible. Inversement, dans un environnement de risque systémique élevé représenté par le quadrant inférieur droit, un portefeuille avec un  $\beta$  élevé aura des rendements attendus plus faibles voir négatifs contrairement à un portefeuille ayant un  $\beta$  faible.

Graphique 5 : Evolution de la relation empirique entre les rendements espérés et le facteur de risque de marché dans divers environnements de risque systémique



Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composants l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : Nous créons tout d'abord dix portefeuilles à partir des classements sur les bêtas estimés par rapport au marché. La figure fournit les relations rendement-facteur-risque. L'axe des abscisses représente le niveau des bêtas différents des portefeuilles et l'axe des ordonnées, les rendements espérés annualisés. La ligne fine est la relation prédite par le MEDAF et la ligne en gras est calculée par régression des rendements moyens sur les différents bêtas.

La relation canonique du MEDAF semble donc bien liée au régime du risque systémique. Il semble intuitif ainsi de considérer que les facteurs de Fama et French [1992] [1993] peuvent aussi inter-réagir avec celui lié au facteur de risque systémique. Dans la suite, nous comparons toujours le modèle (II) à, cette fois-ci, un modèle (III) dans lequel les facteurs ont été préalablement orthogonalisés<sup>11</sup>. L'orthogonalisation des facteurs<sup>12</sup> a ainsi pour objectif d'isoler au mieux l'effet du risque systémique et renforce l'interprétation de nos précédents résultats en atténuant substantiellement la colinéarité entre nos variables.

Dans la suite, nous étudions la qualité du contenu informationnel du MEDAFS et sa performance relative vis-à-vis du MEDAF traditionnel à 3-facteurs de Fama-French [1992] et [1993].

## **2.5. Sélection des Facteurs de Risque et Performance relative du MEDAFS par rapport au MEDAF traditionnel**

Dans cette section, nous étudions tout d'abord la qualité du contenu informationnel du MEDAFS à expliquer les rendements de nos portefeuilles au travers de la sélection des facteurs de risque *SMB*, *HML* et *ISRM* et de trois critères de parcimonie. Par la suite, nous nous proposons d'étudier i) la performance relative de ce modèle par rapport au modèle traditionnel, à l'aide des critères de Fama et French [2015].

---

<sup>11</sup>. Nous avons également cherché à évaluer un effet « net » du risque systémique, par rapport aux autres facteurs, sur les rentabilités des portefeuilles en décontaminant au préalable les autres facteurs du risque systémique. Nous renvoyons le lecteur en annexe. La décontamination des facteurs par rapport au risque systémique se base sur le théorème de Frisch, Waugh et Lovell. Les résultats obtenus sont toutefois sous-optimaux compte tenu d'un (léger) biais sur les coefficients estimés du fait que les valeurs estimées des constantes diffèrent selon le modèle (II) et le modèle (IV) et peut-être due, en partie, au non-respect de certaines hypothèses sous-jacentes nécessaires (Cf. Lovell [1963] ; Frisch et Waugh [1933] ; Green [2012]).

<sup>12</sup>. A noter que plusieurs méthodes d'orthogonalisation sont possibles. Toutefois, nous cherchons à savoir ici si la composante systémique peut être mise en avant une fois que les autres facteurs ne comportent plus en partie cette composante. Dans leur article, Billio *et al.* [2017] montrent que le risque systémique impacte les valeurs des différents coefficients ; nous cherchons donc ici à déterminer les effets « nets » du risque systémique, d'où la régression proposée dans ce chapitre.

### 2.5.1. Sélection des facteurs de risque

Nous choisissons d'estimer la relation du MEDAFS dans un cadre multivarié où l'on explique la rentabilité de l'ensemble de nos portefeuilles par les facteurs de risques *SMB*, *HML* et *ISRM* au moyen de la régression pénalisée *LASSO*<sup>13</sup>. Ainsi, la qualité du contenu informationnel des facteurs à expliquer les rendements de nos portefeuilles est mesurée à travers les critères d'information usuels (*AIC* – Akaiké [1969] ; *BIC* et *SIC* – Schwartz [1978]). Il s'agit ici de comparer l'apport informationnel de l'indice de risque systémique à ceux liés aux traditionnels facteurs de Fama et French [1992] et [1993], en opérant une sélection de variables à partir d'une régression pénalisée.

Nous étudions ainsi la pertinence de chaque facteur pour expliquer la rentabilité de nos portefeuilles. Nous considérons ici le modèle (II) dans un cadre multivarié comme suit :

$$\mathbf{r} = \mathbf{F}\boldsymbol{\Lambda}^s + \mathbf{U} \quad (25)$$

$$s. c. P(\boldsymbol{\beta}^s) \equiv \|\boldsymbol{\Lambda}^s\|_1 = \sum_{j=1}^p |\Lambda_j^s| \leq \delta,$$

où  $\mathbf{r}$  de taille  $[NT \times 1]$  est le vecteur des rentabilités empilées des  $N$  portefeuilles,  $\mathbf{F}$  de taille  $[NT \times K]$  est la matrice des  $K$  facteurs de risque également empilés et  $\boldsymbol{\Lambda}^s = (\beta_i, \theta, \gamma, \varphi)'$  de taille  $[K \times 1]$  est le vecteur des coefficients. Nous estimons cette relation multivariée au moyen de la régression pénalisée *LASSO* basée sur la norme 1 du vecteur de paramètre telle que la pénalité  $P(\boldsymbol{\beta}^s)$  soit inférieure à  $\delta$  le paramètre de troncature, afin d'en extraire : i) les estimations des coefficients liés aux facteurs de risque ainsi que ii) les valeurs des critères d'information *AIC*, *BIC* et *SIC*. En resserrant la contrainte  $P(\boldsymbol{\beta}^s)$  *i.e.* fixer des

---

<sup>13</sup>. Pour plus de détails sur les régressions pénalisées, nous renvoyons le lecteur en annexe. Voir également Tibshirani [1996], Zou *et al.* [2006], Giglio *et al.* [2016], Kouontchou *et al.* [2017] et [2018] et Caporin *et al.* [2019].

valeurs de plus en plus faibles pour  $\delta$ , nous pouvons ainsi étudier l'importance dans la relation du MEDAFS des facteurs de risque *SMB*, *HML* et *ISRM*.

Tableau 8 : Parcimonie et critères d'information du Modèle (II)

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant les 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systématique (modèle II). Par la suite, la relation est estimée au moyen de la régression pénalisée de la relation (8).

Modèle (II)			
$\delta$	1,07	1,10	1,22
$\theta$	0,00	0,03	0,10
$\gamma$	0,00	0,00	0,06
$\varphi$	-0,07	-0,07	-0,08
AIC	20,18	20,18	20,18
BIC	29,88	29,88	29,88
SIC	19,18	19,18	19,18
Rang (AIC)	1	2	3
Rang (BIC)	1	2	3
Rang (SIC)	1	2	3

Source : *Datastream*, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composants l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : Le Tableau donne les coefficients estimés des différents facteurs au moyen de la régression pénalisée *LASSO* avec comme variable cible, les rendements empilés des portefeuilles et comme variables explicatives, les facteurs de risque du Modèle (II). La première ligne donne la valeur du paramètre  $\delta$  servant à définir la contrainte de la régression *LASSO* basée sur la norme 1 du vecteur de paramètre  $\mathbf{\Lambda}_i = (\beta_i, \theta_i, \gamma_i, \varphi_i)'$ . Les trois lignes suivantes donnent les valeurs des paramètres des facteurs de risque en fonction de la valeur prise par le paramètre  $\delta$ . Les trois lignes suivantes donnent la valeur des critères d'information *AIC*, *BIC* et *SIC* des combinaisons de facteurs. Enfin, les trois dernières lignes donnent leurs rangs.

Ces résultats sont présentés dans le Tableau 8. Plus  $\delta$  est proche de 1,00, plus la contrainte sur les coefficients est forte, en contraignant certains à être nuls<sup>14</sup>. Le Tableau donne les estimations des coefficients affectés à chaque facteur de risque pour différentes valeurs de  $\delta$ . Pour  $\delta = 1,22$ , tous les coefficients sont différents de 0. Par la suite, les coefficients fixés à 0 sont les  $\gamma$  affectés au facteur *HML* et les  $\theta$  affectés au facteur *SMB* pour des valeurs de  $\delta$  de plus en plus faibles. Le Tableau 9 fournit également les valeurs des critères

<sup>14</sup>. Pour  $\delta=1,00$ , seul le coefficient affecté au facteur de marché reste non nul. La représentation combinant risque systématique et risque systématique est très proche en termes de critères d'information de celle ne tenant compte que du facteur de marché.

d'information ainsi que le rang des différentes représentations obtenues en fonction du paramètre  $\delta$ . La représentation la plus parcimonieuse au sens de ces critères (*i.e.* dont les valeurs des critères sont les plus faibles) est celle obtenue pour  $\delta = 1,07$  où le coefficient du facteur de risque systémique (*ISRM*) est non nul et de signe attendu négatif.<sup>15</sup>

Ainsi, comme espéré, le facteur de risque systémique est le premier facteur de risque à être considéré (de signe attendu négatif et significatif), suivi des facteurs *SMB* puis *HML*. Le risque systémique, comme facteur explicatif de la rentabilité des portefeuilles sur le marché français, apparaît donc comme non négligeable et de meilleur contenu informationnel que les deux autres facteurs *SMB* et *HML*.

### **2.5.2. Performances Relatives du MEDAFS *vis-à-vis* du MEDAF**

Comme dans Fama et French [2015], nous étudions dans la suite la capacité relative du MEDAF et du MEDAFS quant à expliquer l'espérance de rentabilité de nos portefeuilles. Nous nous focalisons sur leurs performances relatives car elles nous permettent de juger de l'amélioration permise par l'ajout du facteur additionnel de risque systémique. L'intuition étant que si le modèle sélectionné est approprié, alors la constante ne devrait pas être différente statistiquement de 0 (*Cf.* Merton [1973]). Ainsi, nous utilisons les constantes estimées  $\hat{\alpha}_i$  comme variables d'entrées dans les quatre indicateurs proposés par Fama et French [2015] et présentés ci-dessous.

Le premier indicateur, noté  $I_1$ , considère simplement la moyenne des valeurs absolues des constantes estimées  $\hat{\alpha}_i$  des  $N$  portefeuilles avec  $i = \{1, \dots, N\}$ . Ainsi, le « meilleur modèle »

---

15. La représentation incluant le facteur de risque systémique est bien la plus parcimonieuse (à  $10^{-3}$  près) comme l'indique les rangs des représentations en fonction des différents critères de parcimonie.

est celui qui a la moyenne des valeurs absolues des constantes estimées la plus faible, *i.e.* l'indicateur  $I_1$  le plus faible, comme défini comme suit :

$$I_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{\alpha}_i|, \quad (26)$$

avec  $\hat{\alpha}_i$ , la constante estimée du portefeuille  $i$  et  $N$  le nombre de portefeuilles.

Le second indicateur, noté  $I_2$ , est un ratio, ayant au numérateur l'indicateur  $I_1$  précédent et, au dénominateur, la moyenne des écarts en valeurs absolues des rendements moyens des portefeuilles par rapport à la moyenne transversale des rendements moyens des portefeuilles. Autrement dit, soit  $\bar{r}_i$  l'écart entre le rendement moyen du portefeuille  $i$  noté  $\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{i,t}$  et  $\bar{R}$  la moyenne des rendements moyens de l'ensemble des portefeuilles notée  $\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{R}_i$  ; ainsi,  $\bar{r}_i = \bar{R}_i - \bar{R}$ .

Ce qui donne :

$$I_2 = \frac{I_1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\bar{r}_i|} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{\alpha}_i|}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\bar{r}_i|}. \quad (27)$$

Il est important de noter que nous utilisons les valeurs estimées des constantes et des rendements moyens et non leurs vraies valeurs. De fait, le numérateur et le dénominateur de l'indicateur  $I_2$  sont tous deux sujets à des erreurs d'estimations. Théoriquement, la valeur estimée de la constante  $\hat{\alpha}_i$  est égale à sa vraie valeur  $\alpha_i$ , plus l'erreur d'estimation de celle-ci notée  $\varepsilon_i^{\hat{\alpha}}$  telle que :  $\hat{\alpha}_i = \alpha_i + \varepsilon_i^{\hat{\alpha}}$ . De même,  $\bar{r}_i$  est égal à  $\mu_i$  (représentant le véritable écart entre le rendement moyen du portefeuille  $i$  et la moyenne transversale des rendements moyens des portefeuilles), plus  $\varepsilon_i^{\bar{r}}$  son erreur d'estimation, soit :  $\bar{r}_i = \mu_i + \varepsilon_i^{\bar{r}}$ .

Ainsi, l'indicateur  $I_2$  doit être corrigé des erreurs de mesures  $\varepsilon_i^{\hat{\alpha}}$  (au numérateur) et  $\varepsilon_i^{\bar{r}}$  (au dénominateur). L'indicateur  $I_3$  est alors construit précisément pour corriger l'indicateur

$I_2$  de cette erreur de mesure au numérateur et au dénominateur, en considérant à la fois les carrés des constantes et les carrés des écarts. La moyenne en coupe transversale des  $\mu_i$  est égale à zéro, *i.e.*  $E(\mu_i) = E(x_i - \bar{x}) = E(x_i) - \bar{x} = \bar{x} - \bar{x} = 0$  (où  $x_i$  et  $\bar{x}$  sont les vraies valeurs de  $\bar{R}_i$  et  $\bar{R}$  mesurées sans erreur) et sa variance est :  $V(\mu_i) = E(\mu_i^2) - E(\mu_i)^2 = E(\mu_i^2)$ . Ainsi,  $V(\mu_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i^2$  est la variance en coupe transversale des rendements moyens des portefeuilles. Puisque  $\alpha_i$  est une constante, son espérance  $E(\alpha_i) = \alpha_i$  et sa variance  $V(\alpha_i) = 0$ . Par conséquent,  $E(\hat{\alpha}_i^2) = E[(\alpha_i + \varepsilon_i^{\hat{\alpha}})^2] = E[\alpha_i^2 + (\varepsilon_i^{\hat{\alpha}})^2 + 2\alpha_i \varepsilon_i^{\hat{\alpha}}] = \alpha_i^2 + E[(\varepsilon_i^{\hat{\alpha}})^2]$  ; ce qui implique que  $\alpha_i^2 = E(\hat{\alpha}_i^2) - E[(\varepsilon_i^{\hat{\alpha}})^2]$ . L'indicateur  $I_3$  est alors défini comme étant la part de la variance des portefeuilles inexplicée par le modèle testé :

$$I_3 = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i^2}, \quad (28)$$

avec  $\alpha_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i^2 - \hat{\sigma}_{\hat{\alpha}_i}^2$  et  $\mu_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{r}_i^2 - \hat{\sigma}_{\bar{r}_i}^2$ , où  $\hat{\sigma}_x^2$  est la variance estimée de la variable  $x$ .

Enfin,  $I_4$  correspond à la statistique du test de Gibbons *et al.* [1989] (*GRS test* – en anglais) qui permet de tester si les constantes sont simultanément égales à zéro (sous l'hypothèse  $H_0 : \hat{\alpha} = 0$ ) :

$$I_4 = \frac{T - N - K}{N} (1 + \bar{\mathbf{F}}' \Sigma_F^{-1} \bar{\mathbf{F}})^{-1} \hat{\alpha}' \hat{\Omega}^{-1} \hat{\alpha}, \quad (29)$$

avec  $\bar{\mathbf{F}} = [\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_K]$  de taille  $(1 \times K)$  le vecteur des rentabilités moyennes des  $K$  facteurs, où  $\mathbf{F}_i$  le facteur  $i$  de taille  $(T \times 1)$ , en excès du taux sans risque telle que  $\bar{F}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T F_{i,t} - r_f$ ,  $\hat{\Sigma}_F = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [\mathbf{F}_t - \bar{\mathbf{F}}][\mathbf{F}_t - \bar{\mathbf{F}}]'$  la matrice de variance-covariance des facteurs, et  $\hat{\Omega} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t'$  la matrice de variance-covariance des résidus de la régression.

Le test requiert que les erreurs soient normales, non corrélées et homoscedastiques. Sous l'hypothèse de normalité des rentabilités des portefeuilles, les constantes estimées  $\hat{\alpha}$  suivent la loi normale d'espérance  $E(\hat{\alpha}) = \alpha$  et de variance  $V(\hat{\alpha}) = \frac{1}{T} (1 + \bar{F}'\Sigma_F^{-1}\bar{F})\hat{\Omega}$ , avec  $T$ , la taille de l'échantillon. La statistique de test, sous  $H_0$ , suit une loi de Fisher pour une valeur critique  $F_{\alpha\%}(N, T - N - K)$  à un seuil de risque  $\alpha\%$  donné.

Ainsi, les trois premiers indicateurs doivent être les plus faibles possibles (*i.e.* des constantes qui ne devraient pas être différentes statistiquement de zéro) et le *GRS test* ne doit pas conduire au rejet de l'hypothèse nulle.

Le Tableau 9 suivant compare le MEDAF et le MEDAFS, dans les lesquels les facteurs ont été au préalable orthogonalisés<sup>16</sup>, en fonction de ces quatre indicateurs. Les deux modèles sont estimés selon la méthode *SURE* de Zellner [1962] sur les portefeuilles, avec correction des T-statistiques. Fama et French [2015] montrent que leur nouveau modèle à cinq facteurs a des performances très proches de celles du modèle traditionnel à trois facteurs (*i.e.* les indicateurs  $I_1$  à  $I_3$  similaires et un indicateur  $I_4$  concluant au rejet de l'hypothèse nulle pour les deux modèles étendus). Nous retrouvons également dans notre cas des indicateurs  $I_1$  à  $I_3$  équivalents (à  $10^{-2}$  près) pour les deux modèles, attestant donc d'aucune différence notable.<sup>17</sup> L'indicateur  $I_4$  représentant la statistique de test de Gibbons *et al.* [1989] est légèrement plus élevé pour le modèle avec risque systémique et l'hypothèse nulle est rejetée pour les deux modèles, ce qui suggère aussi qu'il n'existe aucune différence significative. Ainsi, comme sur le marché américain dans le cadre du modèle de Fama et French [2015], nous concluons que

---

**16.** Nous avons également comparé les performances relatives des Modèles (I) et (II) en SURE et en MCO. Nous obtenons des résultats équivalents aux résultats obtenus de la comparaison du MEDAF et du MEDAFS dans un cadre où les facteurs ont été au préalable orthogonalisés. Aucune différence notable n'est à signaler.

**17.** Les résultats diffèrent à  $10^{-6}$  près pour les indicateurs  $I_1$  et  $I_3$ , et à  $10^{-3}$  près pour l'indicateur  $I_2$ ; toutefois, le modèle sans risque systémique possède la moyenne des valeurs absolues des constantes la plus faible.

les deux modèles estimés sur le marché français ont une performance très similaire quand on les juge à l'aune des critères de Fama et French [2015].

Tableau 9 : Performances relatives du MEDAF et du MEDAFS

Nous estimons les différents paramètres du MEDAF entre les rendements excédentaires de chaque portefeuille suivant différents facteurs orthogonalisés, à 3 facteurs de Fama-French, et à 3 facteurs de Fama-French avec prise en compte du risque systémique selon l'équation (1). Par la suite, les indicateurs  $I_1$  à  $I_4$  sont calculés pour chacun des deux modèles.

Pour le modèle (III) avec risque systémique :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{(III)} + \beta_i^{(III)} \hat{\varepsilon}_{M,t} + \theta_i^{(III)} \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^{\circ\circ} + \gamma_i^{(III)} \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{\circ\circ\circ} + \varphi_i^{(III)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(III)} \quad (III)$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{M,t} = r_{M,t} - \hat{b}_M r_{ISRM,t} \\ \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^{\circ\circ} = r_{SMB,t} - (\hat{b}_{SMB}^{\circ} r_{M,t} + \hat{b}_{SMB}^{\circ\circ} r_{ISRM,t}) \\ \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{\circ\circ\circ} = r_{HML,t} - (\hat{b}_{HML}^{\circ} r_{M,t} + \hat{b}_{HML}^{\circ\circ} r_{SMB,t} + \hat{b}_{HML}^{\circ\circ\circ} r_{ISRM,t}). \end{cases}$$

Pour le modèle (IV) sans risque systémique :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{(IV)} + \beta_i^{(IV)} r_{M,t} + \theta_i^{(IV)} \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^* + \gamma_i^{(IV)} \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{**} + \varepsilon_{i,t}^{(IV)} \quad (IV)$$

avec :

$$\begin{cases} \hat{\varepsilon}_{SMB,t}^* = r_{SMB,t} - \hat{b}_{SMB}^* r_{M,t} \\ \hat{\varepsilon}_{HML,t}^{**} = r_{HML,t} - (\hat{b}_{HML}^* r_{M,t} + \hat{b}_{HML}^{**} r_{SMB,t}). \end{cases}$$

	Modèle (IV) sans risque systémique	Modèle (III) avec risque systémique
$I_1$	1,86	1,86
$I_2$	1,25	1,25
$I_3$	2,42	2,43
$I_4$	3,82	3,92

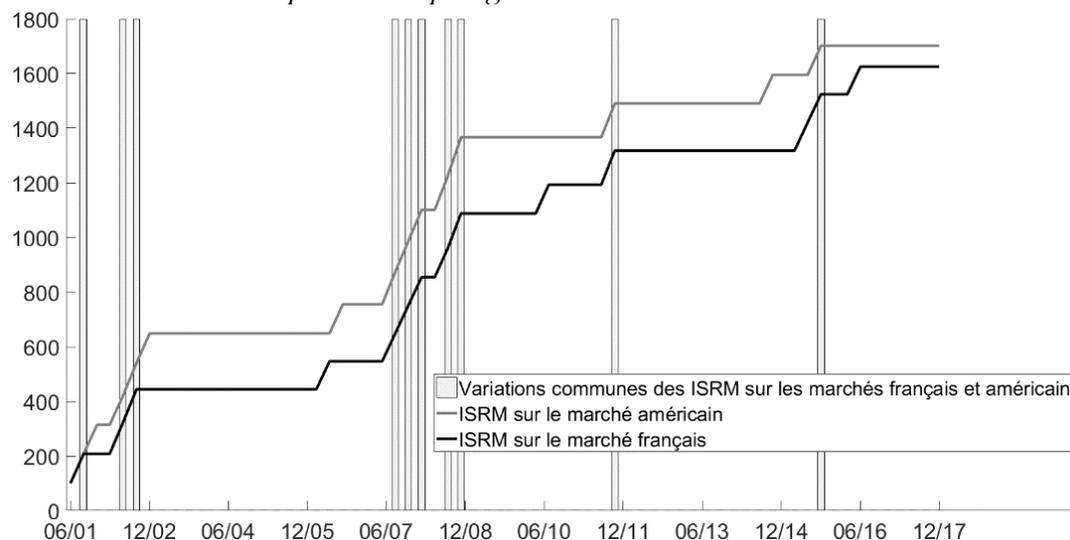
Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composants l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : Le Tableau donne les performances relatives, basées sur les indicateurs  $I_1$  à  $I_4$ , des deux Modèles (I) et (II), à savoir le MEDAF et le MEDAFS sur l'ensemble des 10 portefeuilles. Les valeurs de  $I_1$  et  $I_3$  sont exprimées en  $10^{-4}$  pour les deux modèles. Les p-valeurs de l'indicateur  $I_4$  sont respectivement de 3,61 (sans risque systémique) et de 2,48 (avec risque systémique). Les p-valeurs sont exprimées en  $10^{-5}$ .

De même que Fama et French [2015], nous retrouvons ainsi des résultats plutôt décevants : une part non négligeable de la rentabilité de nos titres reste inexplicée. Néanmoins, nos résultats globaux encourageants concernant le coefficient affecté au risque systémique de signe négatif attendu et fortement significatif en général confirment ceux de Kouontchou *et al.* [2017], [2018] et de Caporin *et al.* [2019] obtenus sur le marché

américain<sup>18</sup>. Ce qui s'explique, en partie, interconnexion des marchés oblige, par une grande proximité entre les *ISRM* construits sur le marché US et sur le marché français comme le montre le graphique suivant.

Graphique 6 : Indices agrégés des mesures de risque systémique (*ISRM*) sur les marchés français et américain en ne considérant que les 20% plus grandes variations trimestrielles



Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composant l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : L'indice de risque systémique *ISRM* sur le marché français est obtenu par l'Analyse en Composantes Principales dite « parcimonieuse » (ACPP), suivant la méthodologie de Kouontchou *et al.* [2017]. Cet indice est l'agrégation de 18 mesures de risque systémique en fonction de leurs poids respectifs. Les mesures de risque systémique, par ordre d'importance sont les suivantes :  $M_1$  : *Herfindahl-Hirschman Index*,  $M_2$  : *AR*,  $M_3$  : *CoVaR*,  $M_4$  : Volatilité,  $M_5$  : *VaR*,  $M_6$  : *MES*,  $M_7$  : *default spread*,  $M_8$  : *CoES*,  $M_9$  : *CES*,  $M_{10}$  : *Term spread*,  $M_{11}$  : *Turbulence Index*,  $M_{12}$  : *DCI*,  $M_{13}$  : *TED spread*,  $M_{14}$  : *Spillover Index*,  $M_{15}$  : *SRISK*,  $M_{16}$  : *AIM*,  $M_{17}$  : *Kyle's Lambda* et  $M_{18}$  : *ΔCoVaR*. L'*ISRM* sur le marché américain est celui utilisé dans Caporin *et al.* [2019]. Le graphique présente les 20% plus grandes variations trimestrielles des deux *ISRM* rebasées à 100. Les aires grises représentent les variations communes entre les deux *ISRM*.

Le Graphique 6 représente les 20% plus grandes variations trimestrielles des deux *ISRM* rebasées à 100 ainsi que les variations communes entre ces deux *ISRM* représentées ici par les aires grises. Les aires communes correspondent principalement à la bulle d'internet en

18. Ces résultats sont également confortés par la significativité des rentabilités de plusieurs portefeuilles (de titres français) au facteur de risque systémique construit sur le marché américain. En effet, dans ce cadre, en utilisant l'*ISRM US* comme *proxy* de l'*ISRM* français, près de la moitié du marché français (ce qui représente cinq portefeuilles sur dix) est impacté négativement et significativement par l'*ISRM US* utilisé dans Caporin *et al.* [2019].

2001 suivie par la crise au Brésil en 2002, à la crise des *subprimes* en 2008, à la crise de la dette souveraine en 2011 et au Krach boursier de 2015 en Chine. Les variations spécifiques à l'*ISRM* sur le marché français correspondent à la crise grecque en 2010 et aux corrections importantes des indices boursiers français et européens fin 2016. En somme, en dehors des événements spécifiques à une zone géographique donnée (en Europe notamment), les deux *ISRM* ont des comportements très similaires, et ce en période de crise mondiale importante notamment. Il n'est donc pas étonnant, *a posteriori*, de retrouver des résultats similaires quant à l'existence d'une prime de risque systémique sur le marché français et sur le marché américain.

En résumé, nos résultats sur le marché français, confirmant les résultats de Kouontchou *et al.* [2018], corroborent également ceux de Fama et French [2015], *i.e.* des performances relatives très proches et l'hypothèse nulle, selon laquelle l'ensemble des constantes sont simultanément nulles, rejetée à la fois pour le MEDAF étendu et le MEDAFS. Toutefois, et comme espéré, le facteur de risque systémique (*ISRM*), avec un coefficient de signe négatif et largement significatif avec des T-statistiques très supérieures à 3 (*Cf.* Harvey *et al.* [2016] et Feng *et al.* [2017]), semble être un facteur non négligeable notamment au sens des critères d'information, pour expliquer la rentabilité des portefeuilles. Les facteurs *SMB* et *HML* (avec des coefficients qui ne sont pas toujours significatifs – *Cf.* Chen *et al.* [1986]) semblent n'apporter parfois que peu d'information supplémentaire sur le marché français.

## 2.6. Conclusion

Nous montrons dans ce chapitre l'existence d'une prime de risque systémique sur le marché français et sur le marché américain en incorporant un facteur de risque systémique dans le MEDAF classique étendu à la Fama et French [1992], [1993]. À la lumière des résultats présentés dans ce chapitre, il apparaît que le Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers avec risque Systémique (MEDAFS) est relativement performant par rapport au modèle

traditionnel à trois facteurs de Fama et French [1992], [1993]. En effet, il ressort de nos analyses que le facteur de risque systémique impacte négativement l'espérance de rentabilité de l'ensemble des portefeuilles et ce, de manière significative (avec des T-statistiques corrigées, correspondant aux coefficients, en général largement supérieures à 3).

Ainsi, à partir d'un ensemble de mesures quantitatives du risque systémique construites sur le marché français et sur le marché américain, nous avons créé un indice de risque systémique en suivant la méthodologie proposée dans le premier chapitre. Nous avons procédé en partant d'un ensemble de dix-huit mesures du risque systémique que nous agrégeons à l'aide de l'Analyse en Composantes Principales Parcimonieuse (ACPP).

Nous testons ensuite le nouveau modèle proposé, le MEDAF, étendu au modèle à trois facteurs de Fama et French [1992] et [1993], auquel nous ajoutons notre indice de risque systémique construit à partir des données du marché français et du marché américain. Nous obtenons ainsi des coefficients significatifs et des signes négatifs pour l'ensemble des portefeuilles sur le marché français et sur le marché américain. En comparant la performance relative du MEDAFS par rapport au MEDAF traditionnel, il apparaît que le MEDAFS permet de mieux expliquer les variations des rendements des actifs que le modèle standard, tout en retrouvant pour l'essentiel, la relation initiale engendrée par le modèle à trois facteurs de Fama et French [1992] et [1993].

Nous proposons également de remplacer le calcul matriciel dans la méthode *SURE* de Zellner [1962], qui utilise des produits de Kronecker, par une réécriture des programmes de minimisation en utilisant des tenseurs et des produits d'Hadamard. Il s'agit là de décomposer chaque résultante des différents produits impliqués dans le calcul, afin de rendre ce dernier plus efficace.

Enfin, nous terminons notre analyse par des tests de robustesse nous permettant de challenger les résultats du MEDAFS. Nous montrons, en premier lieu, que des modélisations

alternatives du risque systémique dans la relation d'évaluation conduisent aux mêmes résultats qualitatifs quant à la significativité du facteur systémique. En outre, nous avons également testé d'autres modèles multifactoriels à quatre moments et de type modèle d'évaluation par arbitrage (voir Ross [1976] et Chen *et al.* [1986]) sur les titres et sur les portefeuilles en prenant en compte le facteur de risque systémique. De nouveau, nous retrouvons le même résultat essentiel sur le marché français, à savoir l'existence d'une prime de risque systémique. Puis, suivant l'approche de Billio *et al.* [2017], nous constatons que plusieurs portefeuilles sont systémiques. Nous établissons alors la décomposition du risque total en quatre composantes : le risque intrinsèque propre à l'institution financière, le risque systématique du marché subi par cette institution, le risque systémique lié au marché et le risque systémique lié à l'institution. Ces résultats montrent donc qu'il est nécessaire de tenir compte des différents risques (systématique et systémique) dans l'évaluation des rendements espérés des actifs financiers, notamment en périodes de fortes turbulences où les différents facteurs sont très interdépendants et modifient donc, de manière structurelle, la relation d'équilibre des différents rendements.



## Chapitre III

### DE LA DÉTERMINATION ET DU CLASSEMENT DES IFIS

#### A PARTIR DU MEDAFS

Dans ce chapitre intitulé « DE LA DÉTERMINATION ET DU CLASSEMENT DES IFIS À PARTIR DU MEDAFS », nous proposons une application originale du Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers avec risque Systémique (noté MEDAFS), déjà introduit au chapitre précédent, dans lequel le risque systémique est ajouté comme facteur additionnel dans la relation canonique du MEDAF traditionnel à la Fama et French [1992, 1993]<sup>1</sup>. L'indice de risque systémique (*Index of Systemic Risk Measures - ISRM* en anglais) utilisé dans ce chapitre est le même que celui que nous avons utilisé dans le chapitre précédent pour le marché américain.

#### 3.1. Introduction

La crise mondiale débutée en 2008 a mis en exergue la nécessité de renouveler les approches de régulation, jusque-là essentiellement micro-prudentielles, en leur ajoutant une dimension macro-prudentielle. L'objectif est ici de corriger certaines défaillances des marchés financiers auxquels est attaché un risque global qui ne consiste pas seulement en l'agrégation des risques individuels relatifs aux différentes institutions qui composent le système financier. Le risque ultime qui pèse sur le système financier est ainsi systémique, dans la mesure où il conduirait, en cas de réalisation extrême, à l'effondrement du système dans son ensemble, en raison des interdépendances et des interactions complexes qui unissent ses composantes.

---

<sup>1</sup> Comme pour le deuxième chapitre, certains résultats de ce troisième chapitre se retrouvent dans un article publié dans la *Revue Economique* (Cf. Garibal *et al.*, 2018, *Revue Economique*, 69(3)); un article plus complet est désormais en préparation pour une soumission prochaine (Cf. Garibal, 2019).

Ainsi, la politique macro-prudentielle trouve sa pleine justification dans le constat que la régulation micro-prudentielle (telle que présentée dans les accords de Bâle, par exemple), bien que nécessaire, n'est pas suffisante pour garantir la stabilité d'ensemble du système financier. En effet, certains aspects de la régulation micro-prudentielle visant à surveiller et à protéger les institutions individuelles, peuvent paradoxalement déstabiliser le système financier dans sa totalité, du fait de leur caractère procyclique (Danielsson [2002] ; Hanson *et al.* [2011]). À titre d'exemple, on peut mentionner le fait que des ratios de fonds propres minimums fixés indépendamment du déroulement du cycle d'activité peuvent être une source de risque systémique. Le respect coûte que coûte de ces ratios sont en effet susceptibles de pousser les institutions à se désendetter et à vendre des actifs risqués dans les mauvais états de la nature, dans des conditions souvent peu avantageuses pour elles dans le cadre de « vente forcées » (*Fire Sales* en anglais - Cf. Cont et Wagalath [2013]). Cela tend à faire chuter les prix et à aggraver ainsi la crise, par un effet de cercle vicieux. Dans certaines conditions, ces actions aboutiraient non pas à augmenter les fonds propres des institutions pour satisfaire les ratios prudentiels mais, au contraire, à fragiliser encore plus ces mêmes institutions. Ainsi, la dimension endogène des risques pesant sur le système financier résulte du comportement collectif des agents et des institutions financières, le risque systémique n'étant pas seulement la résultante de la somme des risques individuels mesurés en dehors de toute autre considération.

Parmi les récentes initiatives en matière de régulation macro-prudentielle, un effort particulier a été dernièrement consacré à la détection des Institutions d'Importance Systémique - IFIS (Benoit *et al.* [2019]). Pendant longtemps, identifier les institutions d'importance systémique revenait simplement à apprécier la taille du bilan des banques dans une logique de type « trop-grosse-pour-faire-faillite » (en anglais « *too-big-to-fail* »). Il n'était pas en effet sans conséquence de laisser une grande institution faire faillite, ce qui interdisait de fait sa faillite. Cependant, la dernière crise de 2007-2008 a mis en évidence d'autres sources

de fragilité du système : elle a montré notamment que certains établissements très (trop) interconnectés faisaient peser aussi un risque sur le système financier dans son ensemble.

Une limite supplémentaire concerne l'applicabilité de ces mesures. Le risque systémique ne se limite pas aux seules banques mais concerne l'ensemble des institutions financières intervenant sur le marché (les compagnies d'assurance, les fournisseurs d'infrastructures de marché, les gérants d'OPCVM, *etc.*). Or, la plupart des mesures ont été conçues pour des institutions financières cotées (institutions financières et compagnies d'assurance). Des exemples montrent que certaines institutions non cotées font courir autant, voire plus de risque au système que d'autres institutions qui sont, elles, cotées. À l'inverse, la mesure du risque systémique faite à partir d'informations privées est peut-être plus complète, mais la difficulté de consolider un certain nombre de positions la rend particulièrement sensible au risque de modèle. Par ailleurs, de grandes entreprises, non-financières, seraient signalées comme systémiques si les critères usités leur étaient appliqués. Enfin, certaines particularités organisationnelles d'institutions financières nationales (en France notamment) ont pour conséquences, peu ou prou, de mettre en avant un risque systémique important.

Nous devons aussi nous interroger sur le comportement stratégique optimal du régulateur, au sens de la théorie des jeux, qui se retrouve en quasi-conflit d'objectifs lorsqu'il doit évaluer le risque systémique et la fragilité des institutions financières. Celui-ci est pris entre la tentation d'être sévère pour être crédible et celle de ne pas l'être pour éviter de créer lui-même un scénario de stress. De même, certains pourraient s'interroger, quelle que soit l'approche retenue pour identifier une institution systémique, sur l'utilité de publier officiellement une liste d'institutions systémiques. Cette publication rend plus explicite un sauvetage en cas de défaillance tout en rassurant les marchés. Toutefois, elle exacerbe le problème potentiel d'aléa moral (Bongini *et al.* [2015]). Certains auteurs (*e.g.* Moeninghoff *et al.* [2016]) montrent ainsi que la désignation officielle des banques comme « systémiquement importantes » a été suivie par une augmentation de leur valeur de marché.

Cet avantage en termes de coût de financement est évalué par certains, même si l'exercice est difficile et périlleux, à quelques dizaines de points de base avant la crise, avec une augmentation nette et significative de cette prime après la crise (Ueda et Weder di Mauro, [2013]). Cette sorte de « garantie implicite » se traduit ainsi par une subvention (cachée et pour d'aucuns indue) aux institutions systémiques en particulier et au système financier dans son ensemble en général. Pire encore, les produits financiers conçus et les opérations initiées par les entités désignées comme systémiques voient leur risque perçu diminuer, ce qui réduit, en apparence du moins, le risque global du système et renforce la position de marché de l'institution. Il existerait ainsi une prime à être systémique.

Néanmoins, dans un cadre où certains effets pervers telle qu'une certaine incitation à prendre des risques sont sous contrôle et l'existence de lacunes relatives sont bien identifiées telles que l'absence de cotation de certains acteurs, la rigidité de la régulation du secteur de l'assurance, les effets potentiels dans d'autres branches d'activité que celles strictement financières, l'existence d'un secteur financier dérégulé (*shadow banking* en anglais), les avantages d'une mise en application transparente et systématique, sur des critères admis d'une régulation pertinente nous semblent d'une plus grande importance en comparaison d'éventuels effets néfastes de la mise en place de cette surveillance (Le Pan [2016]). C'est aussi dans ce contexte que nous proposons dans la troisième partie, une méthodologie claire, justifiée, transparente et évolutive, visant à détecter les institutions financières susceptibles de fragiliser le système.

Ainsi, l'objectif final est désormais de détecter les IFIS sur un ensemble de critères (Das [2016]), en vue de leur appliquer des mesures spécifiques de supervision qui tendent à réduire les risques engendrés par ces institutions et à limiter l'aléa moral qui résulte de la potentielle

garantie publique implicite que reçoivent les institutions perçues comme « trop grosses, trop spéculatives, trop complexes et/ou trop interconnectées ».<sup>2</sup>

Une fois la validation du Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers avec risque Systémique (noté MEDAFS) vérifiée au regard des travaux proposés dans les deux premiers chapitres, nous proposons, dans ce chapitre, une application originale de ce modèle, à travers l'identification et le classement des IFIS. L'intuition, ici, est qu'en utilisant le modèle d'évaluation proposé à l'étape précédente, il devrait être aisé d'isoler et de classer les institutions qui participent le plus au risque du système, en fonction de leur sensibilité (leur contribution) au risque global enregistré.<sup>3</sup> En identifiant ces institutions financières et en les mettant éventuellement « sous-surveillance », les autorités de régulation pourraient ainsi, de manière transparente, mettre l'accent sur les faiblesses constatées du système et sur ses failles éventuelles (en se focalisant, systématiquement et prioritairement, sur la surveillance des institutions les plus systémiques).

Dans la prochaine section, nous exposons les caractéristiques d'une IFIS et la façon dont le caractère systémique de cette institution devrait être expliqué. Puis, nous rappelons la méthodologie actuellement utilisée par le régulateur avant d'illustrer notre propre méthodologie de classement des IFIS.

### **3.2. Qu'est-ce qu'une Institution Financière d'Importance Systémique ?**

L'importance systémique d'une institution devrait être expliquée à travers le risque que la possible faillite de celle-ci conduise à l'effondrement du système. Les grandes banques, les compagnies d'assurance, les systèmes de paiement au niveau des contreparties, les sociétés

---

<sup>2</sup> A titre d'information, voir les propositions résultant du « *CFP SIFI Challenge 2016* » lancé par le *MIT Center for Finance and Policy (MIT CFP)*, ayant pour objectif d'améliorer la définition et l'identification des IFIS : <http://cfpweb.mit.edu/BackgroundInformation/>.

<sup>3</sup> Un site internet dédié aux classements des IFIS (depuis 2011) est disponible à l'adresse : [www.sifiwatch.fr](http://www.sifiwatch.fr).

financières et les fonds d'investissement sont des exemples naturels de candidats potentiels pouvant être considérés comme des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS). Afin de pouvoir déterminer quelles institutions peuvent être actuellement considérées comme des IFIS, il est toutefois nécessaire de définir quelles sont les caractéristiques principales du risque systémique et comment les mesurer.

Comme évoqué précédemment, le principe du « *too-big-to-fail* » était dominant jusqu'à récemment. En effet, une institution financière était considérée comme systémique par le simple fait de constater sa taille importante. Cependant, d'autres caractéristiques comme le « *too-interconnected-to-fail* », l'effet de levier, l'exposition au marché, les états conditionnels du marché et la complexité d'une institution doivent aussi être prises en compte, en plus de sa taille, pour juger si celle-ci est ou non une IFIS. Ces différents aspects sont cruciaux et c'est la raison pour laquelle plusieurs mesures du risque systémique ont récemment émergé de la littérature académique comme évoqué dans le premier chapitre. Jusqu'à récemment, ces mesures ont été implémentées séparément, en dépit du fait que le risque systémique est clairement un phénomène multidimensionnel.

Plus généralement, on peut distinguer deux approches traditionnelles pour déterminer si une institution financière est une IFIS ou non : les méthodes relatives à la construction d'indicateurs et les méthodes relatives à la modélisation du risque systémique.

La première approche fait état de facteurs liés à la contribution d'une institution au risque systémique, et repose sur un score *ad hoc* qui est utilisé pour déterminer si cette institution est une IFIS. Par exemple, les mesures basées sur la taille d'une institution et sa résilience aux échéances de dettes de courte maturité, peuvent être pondérées et combinées afin d'obtenir un score du risque systémique lié à cette institution. Si ce score est au-dessus d'un certain seuil, alors cette institution sera identifiée comme étant une IFIS. Une question importante est de se demander comment de tels critères devraient être choisis, mesurés, et pondérés pour différents types d'institutions financières.

La seconde approche tient à la modélisation des différentes interconnexions entre les institutions. Les modèles sont calibrés en utilisant des données et des scénarios de crise simulés afin d'estimer l'ampleur des pertes potentielles et les effets de contagion entre les institutions. Ces estimations sont ainsi utilisées pour déterminer la contribution d'une institution aux pertes liées à un événement systémique et son statut en tant que IFIS.

Actuellement, le régulateur emploie typiquement les approches liées à la construction d'indicateurs pour identifier les IFIS. Ces modèles sont considérés comme étant les plus simples à administrer. Bien qu'une approche de modélisation complète des interconnexions entre les institutions soit considérée comme n'étant pas encore réalisable à ce stade (car trop complexe à mettre en œuvre), la combinaison des techniques ou l'incorporation de résultats de modèles comme facteurs dans un modèle d'indicateurs devraient aider à combler le vide entre ces deux approches traditionnelles.

Nous proposons ainsi dans la section suivante une autre approche, complémentaire, qui vise à mesurer la sensibilité effective de telle ou telle institution au risque systémique global, tel que mesurée par notre indice (noté *ISRM* pour *Index of Systemic Risk measures*) comme définit dans notre premier chapitre, dans le cadre du MEDAFS présenté le deuxième chapitre. Cette sensibilité au risque systémique nous servira de *proxy* de l'importance systémique de cette institution et il permettra d'établir un classement des IFIS comme expliqué dans les sections suivantes.

Dans la prochaine section, nous proposons dans ce cadre une application originale du MEDAFS, qui consiste à mesurer l'importance d'une institution financière au travers de sa sensibilité au facteur de risque systémique.

### 3.3. Méthodologie de désignation des IFIS selon le régulateur

Dans cette section, nous détaillons la méthodologie de désignation des Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS) au niveau Global (IFISG), - *Global Systemically Important Banks (G-SIBs)* en anglais, utilisée par le régulateur.

Le Comité de Bâle sur le contrôle bancaire, regroupant les superviseurs bancaires de 28 juridictions, a créé en 2011 un ensemble de 12 d'indicateurs financiers pour identifier les banques d'importance systémique mondiale (G-SIB). Il s'agit de banques dont la faillite pourrait constituer une menace pour le système financier dans son ensemble et avoir de sévères répercussions sur l'activité réelle :

*“The Committee is of the view that global systemic importance should be measured in terms of the impact that a bank’s failure can have on the global financial system and wider economy, rather than the risk that a failure could occur.”* - Basel Committee on Banking Supervision

(BCBS), 2013.<sup>4</sup>

Une institution financière désignée comme étant une G-SIB doit respecter un ratio de fonds propres fondé sur le risque plus élevé pour renforcer sa résilience, et est soumis à une surveillance réglementaire supplémentaire. Ce coussin de fonds propres représente un nouvel outil de régulation macro prudentiel important dont l'objectif est de se prémunir contre le risque systémique. Toutefois, le 9 décembre 2014, la Réserve fédérale a proposé un ensemble de règles permettant la mise en place de ce coussin de fonds propres lié à la dénomination de

---

<sup>4</sup> Cf. Basel Committee on Banking Supervision: *Global systemically important banks: revised assessment methodology and the higher loss absorbency requirement*, Bank for International Settlements, Basel, July 2018, p. 4, disponible à l'adresse suivante : [https://www.bis.org/bcbs/publ/d445.pdf#targetText=A%20bank's%20systemic%20impact%20is,and%20\(iii\)%20securities%20outstanding](https://www.bis.org/bcbs/publ/d445.pdf#targetText=A%20bank's%20systemic%20impact%20is,and%20(iii)%20securities%20outstanding).

G-SIB, et ce, pour certaines des institutions financières américaines. Cet ensemble de règle conduirait à ce que certaines banques détiennent des réserves de fonds propres plus importantes que celles proposées par le Comité de Bâle.

### **3.3.1. L'objectif des douze indicateurs**

Les scores annuels de risque systémique, mis en place par le régulateur, pour les grandes banques du monde entier utilisent tous les mêmes indicateurs. Aux États-Unis, chaque institutions financières dont l'actif s'élève à plus de 50 milliards de dollars est tenue de divulguer annuellement ses indicateurs de risque systémique annuels à la Réserve fédérale.

Le Comité de Bâle désigne les institutions financières ayant les scores les plus élevés comme G-SIB et chacune de ces institutions se voit attribuer une surcharge en capital réglementaire allant de 1% à 3,5% de ses actifs pondérés par le risque. Le Conseil de stabilité financière - *Financial Stability Board (FSB)* - a publié en novembre 2011 le premier classement annuel des G-SIB à l'aide d'un processus élaboré avec le Comité de Bâle. Depuis, ce classement est mis à jour chaque année au tour du mois de novembre.<sup>5</sup>

Dans la suite, nous détaillons les cinq catégories dans lesquelles les douze indicateurs de risque systémique sont regroupés.

### **3.3.2. La Taille**

Cette catégorie comprend une seule mesure (dénommée *Total Exposure*) globale couvrant les expositions totales d'une banque. Cet indicateur reflète l'actif total plus la valeur nette de certaines opérations de financement des titres comprenant également les produits dérivés de crédit ainsi que le risque de contrepartie. Cette mesure de taille est également utilisée pour

---

<sup>5</sup> En juillet 2013, le comité a mis à jour la méthodologie qu'il utilise pour calculer un score de risque systémique pour chaque banque et a publié les derniers scores le 6 novembre 2014.

calculer le ratio de levier supplémentaire de l'institution en accord avec Bâle III. Sous Bâle III, un ratio de levier supplémentaire a été établi pour obliger les grandes banques à détenir des capitaux de Tier 1 d'au moins 3% du total des expositions pour absorber les pertes.<sup>6</sup>

### **3.3.3. L'Interconnexion**

Cette catégorie inclut trois indicateurs dénommés : *Securities Outstanding*, *Intra-financial System Liabilities* et *Intra-financial System Assets*. Cette catégorie comprend les mesures du total des créances d'une banque sur le système financier, de ses systèmes financiers et la valeur totale des titres de créance et de titres de participation émis par une banque. Ces trois indicateurs incluent également les activités d'assurance de l'institution financière. Le défaut de paiement d'une institution financière envers ses contreparties peut accélérer la propagation d'un choc à l'ensemble du système financier si la banque est très interconnectée.

### **3.3.4. La Substituabilité**

Une banque est plus importante sur le plan systémique si elle fournit des services importants et considérés comme difficilement remplaçables (ou au travers d'un certain coût) par ses clients en cas de faillite de celle-ci. Quatre indicateurs mesurent cet effet et sont dénommés : *Assets under custody*, *Payments activity*, *Underwritten transactions in debt and equity markets* et *Trading Volume*. La méthodologie du Comité de Bâle applique un plafond à la catégorie de substituabilité lorsque les indicateurs sont combinés dans une note globale.

---

<sup>6</sup> Ce ratio est fixé à 5% pour les *Bank Holding Companies (BHCs)* aux États-Unis.

### **3.3.5. La Complexité**

Une banque dont les opérations et la structure sont très complexes devrait avoir un impact négatif plus large sur les marchés en cas de faillite. La complexité est mesurée par le montant des produits dérivés détenus par la banque sur le marché OTC, par le montant total des titres de négociation et disponibles-à la vente et par le total des actifs illiquides et difficiles à évaluer, qui sont également connu sous le nom d'actifs de niveau 3. Trois indicateurs entrent dans cette catégorie et sont dénommés comme suis : *Notional amount of over-the-counter (OTC) derivatives*, *Level 3 assets* et *Trading and available-for-sale securities*. Les deux premiers incluent également les activités d'assurance.

### **3.3.6. L'activité inter-juridictionnelle.**

Une banque ayant des activités internationales et étant en difficulté, devrait avoir un impact négatif d'une région à l'autre pendant une crise financière. Il serait également d'autant plus difficile de coordonner les actions à mettre en place entre les régulateurs nationaux pour la sauver. L'ampleur de l'activité mondiale d'une banque est mesurée par le total de ses créances et le total de ses passifs à l'étranger (en dehors du pays dans lequel se trouve le siège de l'institution).

Chaque catégorie de risque systémique soulève d'importants défis de mesure. Même la mesure de la taille est loin d'être simple. Les indicateurs actuels et le coussin de fonds propres sont des étapes importantes d'un processus continu visant à renforcer la réglementation prudentielle des plus grandes institutions financières.

### 3.3.7. Poids des douze indicateurs dans la méthodologie du régulateur

Dans cette section, nous traitons des poids des douze indicateurs utilisés dans la méthodologie de détections des IFIS par le régulateur.

Ces douze indicateurs sont regroupés dans cinq catégories à savoir : La Taille (*Size*), l'Interconnexion (*Interconnectedness*), la Substituabilité (*Substitutability/financial institution infrastructure*), la Complexité (*Complexity*) et l'Activité inter-juridictionnelle (*Cross-jurisdictional activity*). Ces catégories sont d'importance égale dans la méthodologie du régulateur. Autrement dit, chacune de ces catégories contribue de façon équivalente au score qui est attribué à chaque institution financière. Le régulateur donne ainsi un poids identique (20%) à chacune de ces catégories afin de déterminer le score d'une institution. Toutefois, les poids attribués aux indicateurs dans chaque catégorie ne sont pas forcément distribués uniformément. En effet, bien que le poids attribué à la catégorie dénommée Activité inter-juridictionnelle (*Cross-jurisdictional activity*) soit de 20% et que chacun des deux indicateurs regroupés dans cette catégorie ont bien un poids équivalent, soit 10%, il n'en est pas de même la catégorie dénommée Substituabilité (*Substitutability/financial institution infrastructure*) qui regroupe quatre indicateurs. Les deux premiers indicateurs de cette catégorie ont un poids respectif de 6,67% tandis que les deux derniers, paraissant moins importants, ont des poids respectifs de 3,33%. Les autres répartis dans les autres catégories ont des poids équivalents dans leurs catégories respectives. Ainsi, les catégories dénommées : Interconnexion (*Interconnectedness*) et Complexité (*Complexity*), contribuant chacune à hauteur de 20% dans la méthodologie de détection du régulateur et possédants chacune trois indicateurs, ont des indicateurs contribuant respectivement à hauteur de 6,67%. Le Tableau 1 illustre les contributions de chaque indicateur, au sein de chaque catégorie, au score attribué à chaque institution financière selon la méthodologie du régulateur.

Une fois ces scores obtenus pour chaque institution, les douze indicateurs sont alors agrégés en fonction de leurs pondérations présentée dans le tableau 1, fournissant ainsi, le score final de chaque institution. Une fois ces scores totaux obtenus, les institutions étant sous le regard du régulateur, sont par la suite classées du score le plus élevé au score le plus faible. Ce classement obtenu donne également lieu à des « paniers » d'institution. Une institution « tomberait » ainsi dans un panier donné si son score se trouve compris entre les bornes de score attribué à ce panier. Ces paniers sont très importants car ils sont définis de telle sorte à ce que les institutions s'y trouvant à partir de leurs scores, ait une surcharge en capital réglementaire spécifique. Ainsi, les institutions se trouvant dans le panier 4 ont un score très élevé et se voient appliquer une surcharge de 2,5% tandis que celles se trouvant dans le panier 1 se voient attribuer une surcharge de 1%. Concernant les paniers intermédiaires, la surcharge diminue de 0,5% entre chaque panier, passant ainsi à 2% pour le panier 3, puis à 1,5% pour le panier 2. Jusqu'aux jours d'aujourd'hui, aucune SIFI n'est entré dans le panier 5 dont la surcharge s'élève à 3,5%, panier servant surtout de dissuasion à ces institutions.

Tableau 1 : Contribution de chaque indicateur selon la méthodologie du régulateur

Catégorie	Indicateurs	Poids
<i>Size (20%)</i>	<i>Total exposures as defined for use in the Basel III leverage ratio*</i>	20%
<i>Interconnectedness (20%)</i>	<i>Intra-financial system assets*</i>	6.67%
	<i>Intra-financial system liabilities*</i>	6.67%
	<i>Securities outstanding*</i>	6.67%
<i>Substitutability / financial institution infrastructure (20%)</i>	<i>Assets under custody</i>	6.67%
	<i>Payments activity</i>	6.67%
	<i>Underwritten transactions in debt and equity markets</i>	3.33%
	<i>Trading volume</i>	3.33%
<i>Complexity (20%)</i>	<i>Notional amount of over the counter (OTC) derivatives*</i>	6.67%
	<i>Level 3 assets*</i>	6.67%
	<i>Trading and available-for-sale securities</i>	6.67%
<i>Cross-jurisdictional activity (20%)</i>	<i>Cross-jurisdictional claims</i>	10%
	<i>Cross-jurisdictional liabilities</i>	10%

Source : Basel Committee on Banking Supervision: *Global systemically important banks: revised assessment methodology and the higher loss absorbency requirement*, Bank for International Settlements, Basel, July 2018, p. 4. Le tableau présente les contributions de chaque indicateur, au sein de chaque catégorie, au score attribué à chaque institution financière selon la méthodologie du régulateur. \* Extension du périmètre de consolidation aux activités d'assurance.

Dans la section suivante, nous présentons notre propre méthodologie de détection des IFIS au travers du MEDAFS.

### **3.4. Méthodologie d'identification des IFIS selon le MEDAFS**

Notre méthodologie comporte ainsi 5 étapes. Tout d'abord (Cf: le premier et le deuxième chapitres), un panel de mesures de risque systémique est calculé. Ces mesures mettent toutes l'accent sur les différents aspects du risque systémique qui caractérisent les institutions financières. Deuxièmement, nous regroupons les informations extraites à partir de ce panel de mesures de risque systémique défini lors de la première étape, en utilisant la technique de réduction de dimension, à savoir l'Analyse en Composante Principales Parcimonieuses (ACPP). Une fois que nous avons identifié les principales composantes du modèle, nous procédons, dans la troisième étape, à la construction d'un indice agrégé des mesures de risque systémique (dénommé *ISRM*) en utilisant une somme pondérée particulière de ces composantes, reliant le choix final de l'ACPP déterminé par le plus fort lien possible des variations extrêmes de l'indice et du PIB futur. Plus précisément, nous évaluons lequel des indices (parmi les différents candidats potentiels) peut être considéré comme le meilleur indicateur avancé des chocs sur l'activité économique résultant d'un choc systémique. Nous utilisons pour cela le test de causalité extrême de Hong *et al.* [2009]. Quatrièmement, nous ajoutons l'*ISRM* optimal dans le modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] et nous obtenons une nouvelle prime de risque : la prime de risque systémique. C'est alors, en cinquième étape, que nous obtenons la sensibilité (et la significativité) des institutions financières à cette prime de risque systémique en procédant effectivement aux estimations des différentes sensibilités aux facteurs des institutions financières. Ce qui nous donne un critère de classement objectif de l'importance systémique des institutions financières. Ainsi, plus la

sensibilité au risque systémique est élevée pour un seuil de significativité donné, et plus l'institution financière aura un caractère d'importance systémique.

Bien sûr, des distinctions entre les institutions d'importance systémique au niveau national par rapport à celles d'importance systémique au niveau global devraient être prévues et peuvent être obtenues à la fois 1) en sélectionnant les institutions (et l'indice de marché) à partir d'un marché mondial ou national ou d'un secteur économique spécifique, et 2) en construisant un indice basé sur des mesures de risque systémique pertinentes pour le marché étudié.

On notera également ici que la désignation des IFIS selon cette méthodologie n'est pas figée dans le temps. Ainsi, une institution financière ayant une sensibilité qui augmente (ou qui baisse) sensiblement, pourrait changer : devenir IFIS (et être mise sous surveillance) si elle ne l'était pas avant, ou ne plus être IFIS si elle l'était avant. Au gré des conditions de marché (et du niveau global du risque systémique), et suite aux actions entreprises qui conduisent à réduire ou augmenter les risques, la désignation de IFIS pourrait être rendu dynamique, claire et explicite. Notons aussi que toutes les données utilisées sont publiques et que la méthodologie est facile à implémenter. Le modèle et la méthodologie pourraient ainsi être exécutés chaque trimestre (chaque année), et le classement adapté aux nouvelles conditions du marché et aux situations précises des institutions financières.

Classer les potentielles IFIS par leurs sensibilités au risque systémique doit, évidemment, prendre en compte le niveau de significativité des sensibilités. Mais, la sévérité de la significativité retenue (0,1%, 1, 5%, 10%...) doit aussi être adaptée aux conditions du marché et aux ressources des organismes de réglementation. Dans notre proposition, un certain pourcentage des principales IFIS classées en fonction de l'importance de leurs sensibilités au risque systémique devra être choisi (60% dans notre illustration<sup>7</sup>), de manière à ne se focaliser

---

<sup>7</sup> Les scores annuels de risque systémique pour les principales banques à travers le monde sont tous basés sur les mêmes indicateurs. Aux États-Unis, chaque institution financière ayant plus de 50 milliards de dollars d'actifs

que sur les plus systémiques. Par exemple, si le niveau de confiance est fixé à 0,1% pour déterminer la significativité des sensibilités<sup>8</sup> (seuil extrêmement sévère), et si le pourcentage des institutions à suivre est fixé à 60% des institutions significatives, 32 IFIS sont identifiées sur notre échantillon. Dans ce cas, les plus importantes IFIS détectées par l'*Office of Financial Research (OFR)*<sup>9</sup> sont présentes dans l'échantillon des IFIS signalées par notre méthodologie.

La principale idée derrière cette méthodologie est que si les régulateurs peuvent imposer une réduction des mesures de risque systémique à chaque institution détectée comme des IFIS et suivie dans un processus de contrôle, alors l'indice de risque systémique, et donc le risque systémique global, diminueront également. En agissant sur les principaux contributeurs de l'indice, les autorités pourraient ainsi réduire le risque global, et donc, en retour, les risques et sensibilités des différents intervenants, jusqu'à obtenir un risque global jugé raisonnable et supportable par le système dans son ensemble. Ceci en concentrant les forces du régulateur, forcément limitées, sur les principales sources de risque systémique.

Le nombre d'IFIS selon nous, devrait être 1) suffisamment grand pour éviter de négliger un acteur important ; 2) assez grand pour pouvoir contrôler le risque global en imposant des restrictions marginales sur les différents aspects du risque systémique mesurés pour un sous-ensemble d'institutions (les IFIS) ; 3) évolutif de manière rationnelle et transparente pour limiter l'aléa moral ; et 4) sans être trop grand toutefois pour utiliser de manière efficace les ressources des régulateurs.

---

doit divulguer annuellement ses indicateurs de risque systémique au régulateur ; elles sont disponibles sur le *National Information Center* :

<https://www.ffiec.gov/nicpubweb/nicweb/HCSGreaterThan10B.aspx>. Par ailleurs, la publication de l'*OFR* de 2015 sur les données de 2013, répertoriait déjà 33 institutions financières « sensibles ».

<sup>8</sup> Il n'y a pas de différence entre les résultats obtenus avec des seuils 0,1% à 1% de significativité ; une très faible et une faible pour les seuils 5% et 10% (Cf. tableau 6).

<sup>9</sup> Le groupe *HSBC* est considéré comme une *Global Systemically Important Bank (G-SIB)* sur le plan international et est domicilié au Royaume-Uni ; il n'est donc pas IFIS selon l'*OFR* car ce dernier utilise les données de *HSBC North America Holdings Incorporation*. Par ailleurs, la liste des IFIS au niveau global est divulguée tous les ans par le *Financial Stability Board* (voir Benoit *et al.* [2019] pour une étude sur la méthodologie développée par le comité de Bâle pour identifier les IFIS).

Nous rappelons la relation d'évaluation, au temps  $t$ , entre rentabilité des Institutions financières notée  $r_{i,t}$  et divers facteurs de risque soit, les trois facteurs de risque de Fama et French (1992, 1993) et le facteur de risque systémique caractérisant le MEDAFS comme illustré dans le chapitre 2 au travers du Modèle (II) :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{(II)} + \beta_i^{(II)} r_{M,t} + \theta_i^{(II)} r_{SMB,t} + \gamma_i^{(II)} r_{HML,t} + \varphi_i^{(II)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(II)} \quad (II) \quad (1)$$

où les facteurs au temps  $t$ , sont les rendements du marché  $r_{M,t}$ , les rendements du facteur *Small Minus Big* (noté *SMB*) notés  $r_{SMB,t}$  *i.e.* l'écart de rentabilité entre un portefeuille de titre à faible capitalisation (*Small*) et un portefeuille de titre à forte capitalisation (*Large*), les rendements du facteur *High Minus Low* (noté *HML*) notés  $r_{HML}$  *i.e.* l'écart de rentabilité entre un portefeuille composé de titres avec un ratio *Book Equity* sur *Market Value* élevé et un portefeuille pour lequel ce ratio est faible et, enfin comme quatrième facteur, les rendements du facteur de risque systémique notés  $r_{ISRM,t}$  où *ISRM* est l'indice optimal de risque systémique.

Dans la suite, une discussion et une comparaison des deux méthodologies de détections des IFIS à savoir la méthodologie utilisée par le régulateur et celle qui résulte du MEDAFS, est proposée.

### 3.5. Discussion des deux méthodologies

Nous discutons et comparons dans cette section les deux méthodologies de détections des IFIS à savoir la méthodologie utilisée par le régulateur et celle qui résulte du MEDAFS. Nous commençons par évoquer les points communs et les différences entre les deux méthodologies. Puis, nous discuterons les avantages et inconvénients de chacune.

### 3.5.1. Points communs entre les deux méthodologies

Notre proposition d'une application originale du MEDAFS dans la détection des IFIS est une méthodologie basée sur des indicateurs tout comme la méthodologie proposée par le régulateur. Ces deux méthodologies, au travers de leurs indicateurs, capturent plusieurs dimensions du risque systémique, multiforme par nature. On retrouve comme dimensions communes aux deux méthodologies : la taille (au travers de mesures comme la *SRISK* d'Acharya et al., 2012 et de Brownlees et Engel, 2017), l'interconnexion (au travers de mesures comme le *DCI* de Billio et al., 2012), et la substituabilité (au travers de mesures comme l'indice de concentration de Herfindalh-Hirschman noté HHI).<sup>10</sup> Les deux méthodologies s'accordent sur la sévérité d'un choc systémique qui aurait ainsi des conséquences sur les marchés mais également sur l'activité réelle. Enfin, pour les deux méthodologies, la construction de ces indicateurs se fait sur un panel d'institutions financières.

### 3.5.2. Divergences entre les deux méthodologies

Notre proposition diffère de la méthodologie mise en place par le régulateur au niveau de plusieurs aspects. Tout d'abord, notre méthodologie se base sur des données de marché publiques tandis que le régulateur utilise également des données privées indisponibles au grand public. Données lui permettant de prendre en compte d'autres dimensions du risque systémique non prise en compte dans notre méthodologie comme l'activité inter-juridictionnelle. De plus, contrairement au régulateur, notre méthodologie ne fait pas usage de contributions équivalentes entre les dimensions du risque systémique du fait des poids des mesures de risque systémique entrantes dans la composition optimale de l'*ISRM*. Enfin, notre proposition est facilement implémentable et il est possible de suivre à fréquence plus élevée

---

<sup>10</sup> Cf. chapitre 1 pour plus de détails sur les mesures de risque systémique.

(journalière, hebdomadaire, mensuelle, trimestrielle) le classement des IFIS contrairement à la méthodologie du régulateur, difficile à implémenter, qui fournit classement annuel.

### 3.5.3. Avantages et inconvénients des deux méthodologies

Du fait des données à la fois publiques et privées à sa disposition, il en résulte que le régulateur dispose d'une plus grande richesse d'information. Toutefois, il existe plusieurs inconvénients à la méthodologie utilisée par le régulateur comme le souligne plusieurs auteurs (Cf. Benoit et al. [2019], Lambert [2019], Glasserman et Loudis [2015]).

Le premier inconvénient provient des poids de chaque indicateur et de leurs catégories. Benoit et al. [2019] ont montré que la méthodologie du régulateur servant à obtenir un score systémique sur la base d'une pondération égale entre les catégories peut être biaisée du fait de la volatilité entre ces catégories peut être différente. En effet, l'augmentation du score (de 10% par exemple) dans une catégorie donnée (par exemple la taille représentée par un seul indicateur) ne fournirait pas le même signal si ce facteur est standardisé (i.e. a une variance égale à l'unité) ou non (i.e. a une variance de 100 par exemple). La conséquence est directe et intuitive. En effet, le score final d'une institution financière donnée serait ainsi « tiré » par la (les) catégorie(s) la (les) plus volatile(s). Cet effet serait d'autant plus important avec l'augmentation de la variance entre les indicateurs de risque systémique.

Pour corriger cet effet, le régulateur applique un plafond de 5% à la catégorie dénommée substituabilité (*Substitutability / financial institution infrastructure*) ramenant la dispersion des scores dans cette même catégorie à une fourchette de 0 à 500 points<sup>11</sup>. Néanmoins, fixer un

---

<sup>11</sup> Cette fourchette est obtenue à partir de l'équation suivante servant à obtenir les scores notés  $x_{i,k}$  individuels de chaque institution  $i = [1, \dots, N]$  pour chaque indicateurs  $f_k = [1, \dots, F_k]$  dans une catégorie donnée  $k = [1, \dots, K]$ . Le score de chaque indicateur, dans une catégorie donnée, pour chaque institution étant donné par  $X_{i,k,f}$ .

$$x_{i,k} = \frac{1}{F_k} \sum_{f=1}^{F_k} \frac{X_{i,k,f}}{X_{k,f}} \times 10,000.$$

plafond peut provoquer également une incitation chez une institution, ayant déjà un score au-dessus de ce plafond, à ne pas réduire et même voir augmenter son score systémique dans cette catégorie disposant d'un score plafonné engendrant ainsi, un deuxième inconvénient à la méthodologie actuelle du régulateur. A titre d'exemple, considérons une institution ayant un score de 10% dans une catégorie donnée disposant d'un plafond à 5% comme dans la catégorie dénommée substituabilité (*Substitutability / financial institution infrastructure*). Il est de fait intuitif de comprendre que le score de cette institution sera ramené à 5% et ne pourrait pas, de fait, être plus élevé. Ainsi, l'institution, avantagée dans ce sens, ne sera pas pénalisée par un score à 10% puisque celui-ci sera ramené à 5%. Cette institution serait avantagée dans ce cas de figure puisqu'elle n'aurait aucune incitation à réduire son score et à internaliser les externalités qu'elle générerait.

Au contraire, en reprenant l'exemple juste au-dessus, fixer un plafond décorrèle la relation entre score systémique et surcharge de capital réglementaire. De plus, la possibilité de mettre en place un plafond rend plus vraisemblable le lobbying de certaines institutions ayant un score élevé pour forcer le régulateur à fixer un plafond en-dessous de leurs scores respectifs (Lambert, 2019). Ces deux points qui viennent d'être évoqués mettent en lumière deux autres inconvénients de la méthodologie actuelle utilisée par le régulateur.

Enfin, un dernier inconvénient mis en lumière par Benoit et al. [2019] et Glasserman et Loudis [2015] se base sur le taux de change utilisé par le régulateur pour convertir les scores des indicateurs des banques non européennes exprimés dans leurs monnaies respectives en euro. Les auteurs montrent que le taux de change a un impact sur les scores des institutions et que celui-ci peut favoriser plus ou moins les institutions étrangères plutôt que les institutions de la zone Euro. Plus précisément, *ceteris paribus*, une appréciation de l'Euro

---

Ici,  $X_{k,f}$  représente la somme des scores des indicateurs pour l'ensemble des institutions dans une catégorie donnée. Ainsi, un plafond fixé à 500 points de base dans une catégorie donnée, reviendrait à limiter la dispersion des scores par institution à une fourchette allant de 0 à 500.

conduit à des scores de risque systémique plus élevés pour les institutions financières de la zone Euro. De même, une telle appréciation implique également une réduction mécanique des scores de risque systémique pour les institutions financières non-membres de la zone euro du fait du taux de change entre l'Euro et la devise locale de ces institutions. Inversement, une dépréciation de l'euro conduit à une réduction du score des institutions financières de la zone euro et à une augmentation du score des institutions non-membres de la zone Euro.

Notre proposition originale d'utiliser l'*ISRM* comme facteur supplémentaire dans le MEDAF traditionnel afin d'en déduire la sensibilité et la significativité de chaque institution financière, n'est pas sujette à plusieurs des inconvénients, résumés plus haut, de la méthodologie utilisée par le régulateur. En effet, concernant le premier inconvénient, l'*ISRM* est construit (Cf. chapitre 1) comme étant l'agrégation d'un ensemble de mesures du risque systémique reflétant chacune une dimension particulière de ce risque. Ces mesures sont au préalable standardisées (i.e. de variance unitaire) afin de les rendre « comparables » de telle sorte que les grandes variations de chacune des mesures soient ramenées à la même échelle. De plus, la contribution de chaque mesure de risque systémique dans l'indice global n'est pas arbitraire du fait que notre approche a le mérite d'apprendre et de sélectionner les dimensions du risque systémique les plus importantes conditionnellement à l'information présente dans l'ensemble des mesures de risque systémique utilisées. Il est important de noter que, du fait de la stabilité de la dynamique des facteurs au travers de la méthode de réduction de dimension utilisée (Cf. chapitre 1), un classement dynamique peut être établi ainsi que des prévisions de celui-ci à divers fréquence (journalière, hebdomadaire, mensuelle, trimestrielle, annuelle) contrairement à la fréquence annuelle utilisée dans le classement du régulateur. Cette stabilité vient, en outre, des poids, positifs, attribués à chaque mesure de risque systémique et qui sont « contrôlés » par un paramètre de parcimonie (le paramètre  $\delta$  évoqué dans le chapitre 1). Enfin, notre proposition, tout comme celle du régulateur, peuvent être robustes à l'effet de

change en fixant des taux de change de référence plutôt que de les laisser évoluer d'une année à l'autre.

Notre approche est ainsi plus flexible, sans plafond fixé, répliquable du fait des données publiques utilisées, et a le mérite d'être dynamique, quelle que soit la fréquence des données, afin d'apprendre en fonction de l'information disponible.

Nous présentons dans la suite une application de notre méthodologie et une comparaison avec le classement réalisé par l'*Office of Financial Research (OFR)*, selon la méthodologie proposée par le régulateur, en 2013, 2014 et 2015. Nous présentons également les résultats de l'estimation de la relation canonique du MEDAFS dans un cadre dynamique, en échantillon, sur les douze *BHC* (pour « *Bank Holding Companies* »), répertoriées comme *G-SIB* par l'*Office of Financial Research (OFR)* en 2013 et détectées ainsi comme Institutions Financières d'Importance Systémique.

### **3.6. Quelques résultats empiriques : identifier et classer les institutions financières d'importance systémique**

Dans cette sous-section, nous appliquons notre méthodologie de classement des IFIS sur les différentes institutions américaines de notre base de données. Nous commençons tout d'abord par étudier les 8 institutions les plus « sensibles » qui sont mises en avant par le régulateur en 2013. Puis nous considérons le cas des douze *BHC* avant de généraliser notre approche à l'ensemble des 60 potentielles IFIS américaines.

Dans le tableau 2 ci-dessous, sont reportés les résultats des estimations du MEDAFS pour les 8 *Global Systemically Important Bank (G-SIB)* considérées à savoir, JP Morgan (JPM), Citigroup (CITIGROUP), Bank of America (BAC), Morgan Stanley (MS), Goldman Sachs (GS), Wells Fargo (WFC), Bank of New York Mellon (BK) et State Street (STT).

Tableau 2 : Estimation du modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] avec un facteur de risque systémique additionnel (ISRM) appliqué aux huit G-SIB américaines

Dans le tableau ci-dessous sont représentées les estimations du MEDAFS régit par l'équation :

$$r_{i,t} = \alpha_i^{(II)} + \beta_i^{(II)} r_{M,t} + \theta_i^{(II)} r_{SMB,t} + \gamma_i^{(II)} r_{HML,t} + \varphi_i^{(II)} r_{ISRM,t} + \varepsilon_{i,t}^{(II)} \quad (II).$$

	MEDAFS (II)					
	$\alpha_i^{(II)}$	$\beta_i^{(II)}$	$\theta_i^{(II)}$	$\gamma_i^{(II)}$	$\varphi_i^{(II)}$	$\overline{R^2}$
JPM	1,62	1,30***	-0,31***	-0,11**	-2,76***	59,09%
CITIGROUP	1,56**	1,64***	-0,37***	0,06	-2,48***	45,36%
BAC	-2,16	1,64***	-0,11**	-0,05	-3,17***	47,79%
MS	-0,56	1,88***	0,08	0,18***	-1,70***	52,54%
GS	3,62	1,21***	-0,14***	0,03	-1,34***	54,87%
WFC	1,34	1,28***	-0,25***	-0,34***	-2,98***	48,34%
BK	0,64	1,35***	-0,05	-0,35***	-1,69***	58,45%
STT	-3,58	1,47***	-0,09**	-0,26***	-0,85***	47,74%

Source : Bloomberg; la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 60 institutions financières en données quotidiennes du 03/09/2003 au 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le tableau donne les valeurs des différents paramètres du MEDAF à trois facteurs de Fama et French [1993] avec prise en compte du risque systémique (modèle II) pour l'ensemble des 8 G-SIB listées par l'OFPR. Les valeurs du paramètre  $\alpha$  sont exprimées en  $10^{-4}$ . L'estimation des paramètres se fait par la méthode SURE de Zellner [1962] en système avec MCG. Les seuils de significativité sont fixés respectivement à 10%, 5% et 1% pour \*, \*\* et \*\*\*.

A la lecture du tableau 2, il apparaît que le facteur de risque systémique ressort significatif pour l'ensemble des G-SIB et toutes voient leurs rentabilités impactées négativement par ce nouveau facteur. Le facteur de marché ressort également significatif tandis que les facteurs SMB et HML ne le sont que pour la plupart des G-SIB (mais pas pour toutes). Ainsi, le classement obtenu à partir du tableau 2, en prenant la valeur absolue des coefficients liés au facteur de risque systémique, serait le suivant sur l'ensemble de la période du 03/09/2019 au 24/06/2014. En première place on retrouverait BAC, suivie de WFC, puis JPM en troisième place. Par la suite, on retrouverait CITIGROUP, MS, BK, GS et STT, respectivement aux positions 4, 5, 6, 7 et 8.

Tableau 3 : Comparaison des classements des 8 G-SIB américaines sur la période de 2013 à 2015

Panel A : Comparaison des classements sur trois périodes

G-SIB	Classement effectué à partir de l'OFR			Classement effectué à partir du MEDAFS		
	2013	2014	2015	2013	2014	2015
JPM	1	1	1	3	3	4
CITIGROUP	2	2	2	4	4	3
BAC	3	3	3	2	2	2
MS	4	5	6	8	6	7
GS	5	4	4	6	1	6
WFC	6	6	5	1	7	1
BK	7	7	7	7	8	8
STT	8	8	8	5	5	5

Panel B : Corrélations avec le classement de l'OFR

Corrélations*	2013			2014			2015		
	$\rho$	$\tau$	$\gamma$	$\rho$	$\tau$	$\gamma$	$\rho$	$\tau$	$\gamma$
Valeurs	0,29	0,14	0,29	0,64	0,43	0,64	0,50	0,29	0,50

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base des 8 G-SIB en données quotidiennes du 03/09/2003 au 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le Panel A donne les classements de l'OFR en 2013 en comparaison avec les classements obtenus par le modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] étendu au risque systémique pour 3 périodes 2013, 2014 et 2015. Le Panel B renseigne sur les similarités des classements, au travers des corrélations entre le celui de l'OFR en 2013 et ceux obtenus via le MEDAFS pour les 3 périodes (\* $\rho$  : Spearman ;  $\tau$  : Kendall ;  $\gamma$  : Pearson).

Dans le tableau 3, nous comparons les classements de l'OFR aux classements obtenus à partir du MEDAFS sur 3 années : 2013, 2014 et 2015. Le Panel A présente le classement de chaque G-SIB. Ce classement évolue au cours du temps, avec toutefois de fortes similarités entre les classements pour chaque institution financière selon les périodes. Plus précisément, le Panel B montre les corrélations de rang de Spearman ( $\rho$ ), Kendall ( $\tau$ ) et Pearson ( $\gamma$ ) sur ces 3 périodes pour les deux classements (OFR versus notre méthodologie). Ces différentes corrélations indiquent que, s'il existe une certaine proximité entre les deux classements, ils sont néanmoins différents.

Sur les trois périodes considérées (2013, 2014, 2015), les institutions JPM, CITIGROUP et BAC sont par exemple les plus systémiques pour l'OFR, tandis qu'elles occupent globalement les 2-ème, 3-ème et 4-ème places dans notre méthodologie. Nos classements sont

donc assez proches des classements de l'*OFR*. Notre méthodologie capte par ailleurs la montée du risque systémique de WFC depuis 2013 qui, comme l'indique l'*OFR* sur son site<sup>12</sup> et dans ses rapports<sup>13</sup>, accroît considérablement son risque. Les autres *G-SIB* sont plus ou moins classées dans le même ordre entre 2013 et 2015. Ainsi, les différences des classements et la comparaison avec ceux de l'*OFR* sont principalement dues aux facettes du risque systémique que chaque méthodologie met en avant.

Le tableau 4 donne les classements obtenus par quatre méthodologies différentes pour les années 2014 et 2015. Tout comme montré précédemment, ces classements évoluent au cours du temps, avec toutefois de fortes similarités entre les classements pour chaque institution financière selon les périodes. Les deux premiers classements proviennent des méthodologies de l'*OFR* et du MEDAFS et sont déjà reportés dans le tableau 3 pour les années 2013, 2014 et 2015. Les deux autres classements, basés sur les mêmes indicateurs que le classement de l'*OFR* mais seulement conjointement disponibles pour les années 2014 et 2015, sont ceux obtenus par la méthodologie de l'*OFR* sans prendre en compte le plafond de la catégorie Substituabilité, ici notée *OFR (cap)*, et par la méthodologie de Benoit et al. [2019], ici noté Pitfalls, correspondant aux classements ajustés des effets de change<sup>14</sup> et de variance entre catégories. Sur les deux périodes considérées, les deux classements de l'*OFR* ainsi que celui de Benoit et al. [2019] identifient les mêmes institutions étant les plus systémiques à savoir :

---

<sup>12</sup> Cf. le graphique des classements des 8 *G-SIB* américaines pour les années 2013, 2014 et 2015 : <https://www.financialresearch.gov/gsib-scores-chart/>. A noter, toutefois, que le classement mis à jour en 2016 tient compte d'une neuvième institution, à savoir, la *Royal Bank of Canada*. Cette institution figure également dans le premier panier « *bucket* » des *SIFI* imposées à une surcharge en capital réglementaire de 1%. RBC n'était pas encore considérée comme étant une *SIFI* en 2015.

<sup>13</sup> Cf. l'*OFR briefs* d'avril 2016: « ...*this brief shows that systemic importance scores rose significantly for three of the largest Chinese banks and Wells Fargo & Co. In addition, U.S. banks continued to have the highest systemic importance scores. The scores show that many of the largest U.S. banks are highly interconnected and lack substitutes for the financial services they offer* ». [https://www.financialresearch.gov/briefs/files/OFRbr\\_2016-03\\_Systemic-Importance-Data-Shed-Light-on-Global-Banking-Risks.pdf](https://www.financialresearch.gov/briefs/files/OFRbr_2016-03_Systemic-Importance-Data-Shed-Light-on-Global-Banking-Risks.pdf)

<sup>14</sup> Le taux de change de référence choisi correspond à la valeur au comptant au dernier jour ouvrable de décembre 2011. Benoit et al. [2019] justifient ce choix du fait qu'il s'agit de l'année de référence pour les valeurs des seuils utilisés dans la construction des paniers dans le classement des institutions. C'est également l'année où la première liste d'IFIS a été publiée.

JPM, CITIGROUP et BAC. Ces trois méthodologies identifient également la même G-SIB, classée huitième, à savoir STT. Malgré quelques différences, il apparaît que ces trois méthodologies proposent des classements très similaires. Le classement à partir du MEDAFS montre plus de différence par rapport aux trois autres méthodologies.

Tableau 4 : Comparaison des classements des 8 G-SIB américaines sur la période de 2014 à 2015

G-SIB	OFR		MEDAFS		OFR (cap)		Pitfalls	
	2014	2015	2014	2015	2014	2015	2014	2015
JPM	1	1	3	4	1	1	1	1
CITIGROUP	2	2	4	3	2	2	2	2
BAC	3	3	2	2	3	3	3	3
MS	5	6	6	7	4	5	4	5
GS	4	4	1	6	5	4	5	4
WFC	6	5	7	1	7	7	6	6
BK	7	7	8	8	6	6	7	7
STT	8	8	5	5	8	8	8	8

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base des 8 G-SIB en données quotidiennes du 03/09/2003 au 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le tableau renseigne sur les classements de l'OFR, du MEDAFS, de l'OFR sans prendre en compte le plafond de la catégorie Substituabilité ici noté OFR (cap) et de Benoit et al. [2019] ici noté Pitfalls, pour les 2 périodes 2014 et 2015.

Tableau 5 : Comparaison des classements des 8 G-SIB américaines sur la période de 2014 à 2015

	2014				2015			
	Corrélation de Kendall ( $\tau$ )							
	OFR	MEDAFS	OFR (cap)	Pitfalls	OFR	MEDAFS	OFR (cap)	Pitfalls
OFR	1,00	0,43	0,86	0,93	1,00	0,29	0,79	0,86
MEDAFS	0,43	1,00	0,29	0,36	0,29	1,00	0,07	0,14
OFR (cap)	0,86	0,29	1,00	0,93	0,79	0,07	1,00	0,93
Pitfalls	0,93	0,36	0,93	1,00	0,86	0,14	0,93	1,00
	Corrélation de Pearson ( $\gamma$ )							
OFR	1,00	0,64	0,95	0,98	1,00	0,50	0,88	0,93
MEDAFS	0,64	1,00	0,50	0,52	0,50	1,00	0,17	0,33
OFR (cap)	0,95	0,50	1,00	0,98	0,88	0,17	1,00	0,98
Pitfalls	0,98	0,52	0,98	1,00	0,93	0,33	0,98	1,00
	Corrélation de Spearman ( $\rho$ )							
OFR	1,00	0,64	0,95	0,98	1,00	0,50	0,88	0,93
MEDAFS	0,64	1,00	0,50	0,52	0,50	1,00	0,17	0,33
OFR (cap)	0,95	0,50	1,00	0,98	0,88	0,17	1,00	0,98
Pitfalls	0,98	0,52	0,98	1,00	0,93	0,33	0,98	1,00

Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base des 8 G-SIB en données quotidiennes du 03/09/2003 au 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le tableau renseigne sur les similarités des classements, au travers des corrélations entre le celui de l'OFR et ceux obtenus via le MEDAFS, via la méthodologie de l'OFR sans prendre en compte le plafond de la catégorie Substituabilité ici notée OFR (cap) et par Benoit et al. [2019] ici noté Pitfalls, pour les 2 périodes 2014 et 2015 (\* $\rho$  : Spearman ;  $\tau$  : Kendall ;  $\gamma$  : Pearson).

Le tableau 5, montrant les corrélations de ces classements, confirme ces différences et similarités entre les classements de chaque méthodologie sur les deux périodes. En effet, on constate que, pour les deux périodes, le classement le moins corrélé avec les autres est celui proposé par le MEDAFS. Les trois autres classements ont de fortes corrélations entre eux. Ce résultat n'est pas étonnant du fait que les trois méthodologies (*OFR*, *OFR sans cap* et *OFR corrigée des pitfalls*) sont basées sur les mêmes douze indicateurs.

Tableau 6 : Comparaison des classements des 8 G-SIB américaines sur la période de 2014 à 2015

<i>G-SIB</i>	<i>OFR</i>		<i>OFR (cap)</i>		<i>Pitfalls</i>	
	2014	2015	2014	2015	2014	2015
JPM	495	464	646	629	589	542
CITIGROUP	426	430	494	495	471	428
BAC	324	345	305	325	306	299
MS	236	212	259	261	256	232
GS	261	252	247	236	239	205
WFC	203	250	172	203	184	201
BK	151	160	209	225	164	167
STT	147	148	162	168	129	127

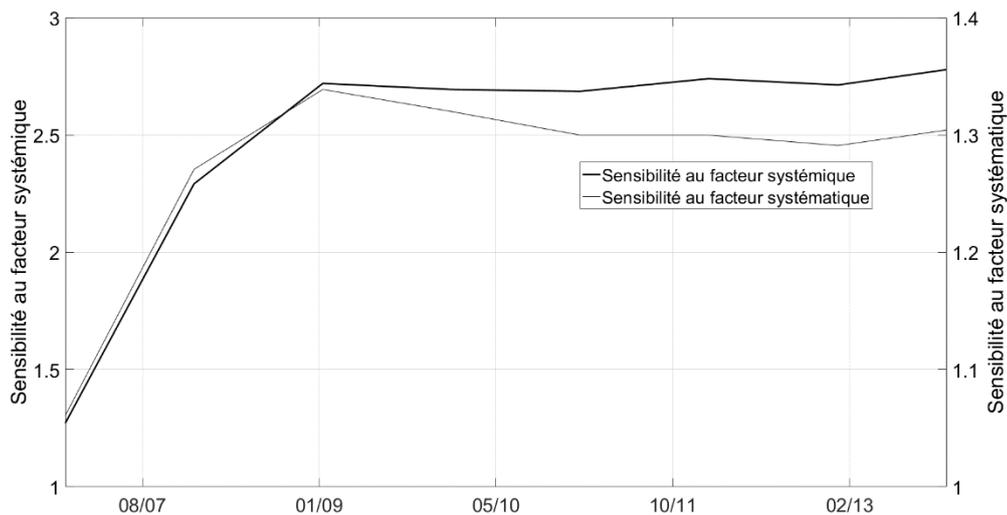
Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base des 8 G-SIB en données quotidiennes du 03/09/2003 au 24/06/2014. Calculs des auteurs. Le tableau renseigne sur les scores des institutions obtenus à partir des méthodologies de l'*OFR* avec et sans prendre en compte le plafond de la catégorie Substituabilité ici notée *OFR (cap)* et de Benoit et al. [2019] ici noté *Pitfalls*, pour les 2 périodes 2014 et 2015.

Comme le montre le Tableau 6, ces fortes corrélations entre les trois méthodologies basées sur les douze indicateurs de stress du régulateur, sont également dues aux écarts<sup>15</sup> entre les scores obtenus par chaque institution, et ce, malgré les modifications pouvant y être apportées (retrait du *cap*, standardisation des catégories, neutralisation de l'effet de change). En effet, on constate bien que les trois premières (JPM, CITIGROUP et BAC) ont des scores très élevé par rapports aux 5 autres G-SIB ce qui justifie leurs places en têtes de liste. De plus,

<sup>15</sup> Ces écarts dans les scores sont à la base de la définition des paniers (*buckets*) servant à distinguer les IFIS entre elles.

les écarts entre leurs scores respectifs sont tels dans la méthodologie du régulateur que la prise en compte de certaines modifications (retrait du *cap*, standardisation des catégories et prise en compte de l'effet de change) ne modifierait pas les rangs de ces trois institutions. On observe le même phénomène pour STT, toujours huitième, qui possède un score sensiblement plus faible que les autres. Finalement, on remarque que ces modifications changent cependant le classement de certaines institutions ayant des scores très proches. C'est en effet le cas pour les classements de MS, GS, WFC et BK qui peuvent changer selon la méthodologie.

Graphique 1 : Evolutions des coefficients de sensibilité au risque systématique et au risque systémique pour JPM



Source : Bloomberg, Datastream, séries journalières du 03/09/2003 au 24/06/2014. Sont représentées les sensibilités aux facteurs de risque systématique (trait noir) et systémique (trait gris clair) en valeurs absolues pour JPM.

La recherche d'un classement stable est tout à fait légitime du point de vue du régulateur. Le graphique 1 montre l'évolution des sensibilités aux risques systématique et systémique pour JPM.

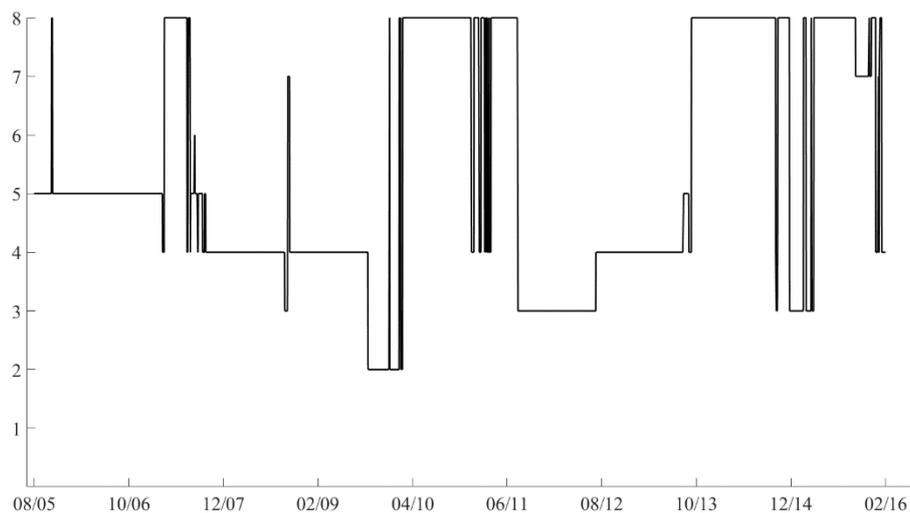
Il est reconnu que le *beta* d'un actif est relativement stable dans le temps. On constate sur ce graphique que la sensibilité au risque systémique a la même propriété de stabilité. Ainsi, deux IFIS qui auraient des sensibilités au risque systémique très proches, pourraient

effectivement changer de rang dans le classement, mais ce changement pourrait être considéré comme anecdotique. L'ampleur et la significativité du risque systémique doivent être prises en compte conjointement.

Le graphique 2 ci-après représente l'évolution dynamique du classement de l'institution financière JPM (parmi les 8 autres *G-SIB*).

On constate que ce classement évolue au cours du temps : JPM, par exemple, se situe entre la 2-ième et 8-ième place sur tout l'échantillon, avec un rang faible entre 2006 et 2007 (faible risque), qui se détériore rapidement durant la crise. Ceci illustre la nécessité de suivre dynamiquement ce classement à partir de notre méthodologie, car il est intuitif de penser que le classement des IFIS variera en fonction des conditions de marchés, du comportement individuel et collectif des institutions et de l'évolution du cadre de supervision réglementaire et du contrôle effectif des autorités.

*Graphique 2 : Evolution du classement de JPM*



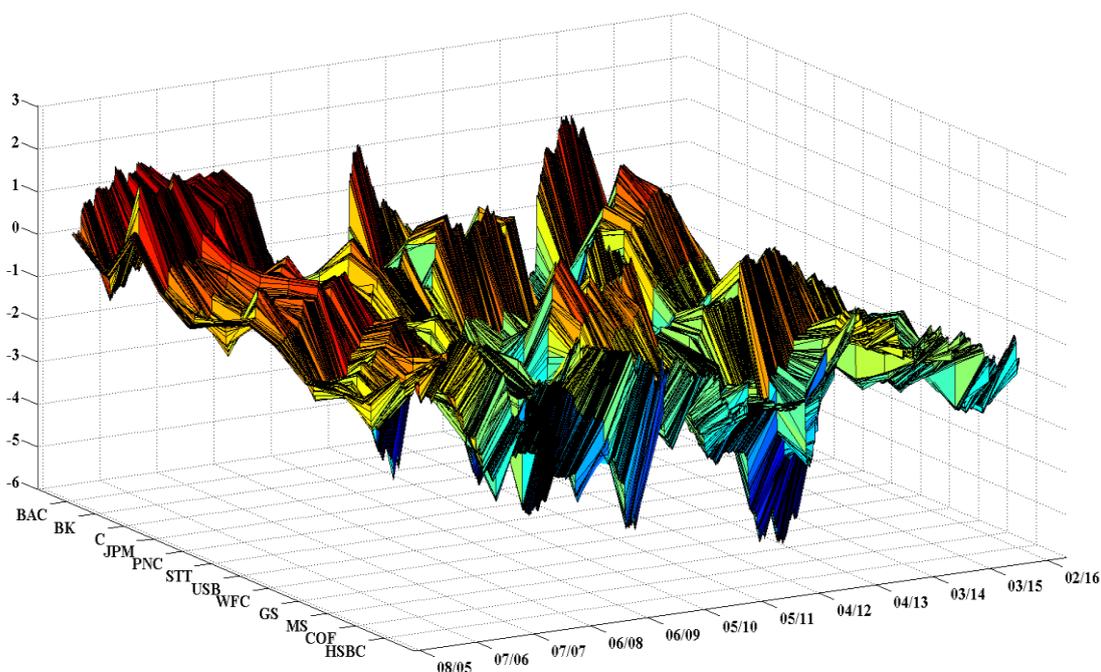
*Source : Bloomberg*, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 2 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Ce graphique représente l'évolution du classement de l'institution financière JPM sur l'ensemble de la période. En ordonnées sont représentées les positions qu'elle occupe dans le classement parmi les 8 *G-SIB* : du rang 1 (haut risque) au rang 8 (risque le plus faible des institutions les plus risquées).

A titre d'illustration et afin de mieux appréhender visuellement le comportement des institutions financières, les douze *BHC*, face au risque systémique global, le graphique suivant présente les dynamiques des sensibilités au risque systémique (Panel A), celles de leurs t-statistiques (Panel B) et celles du pouvoir explicatif (Panel C) du MEDAFS pour les dix portefeuilles construits selon la méthode de Black *et al.* [1972].

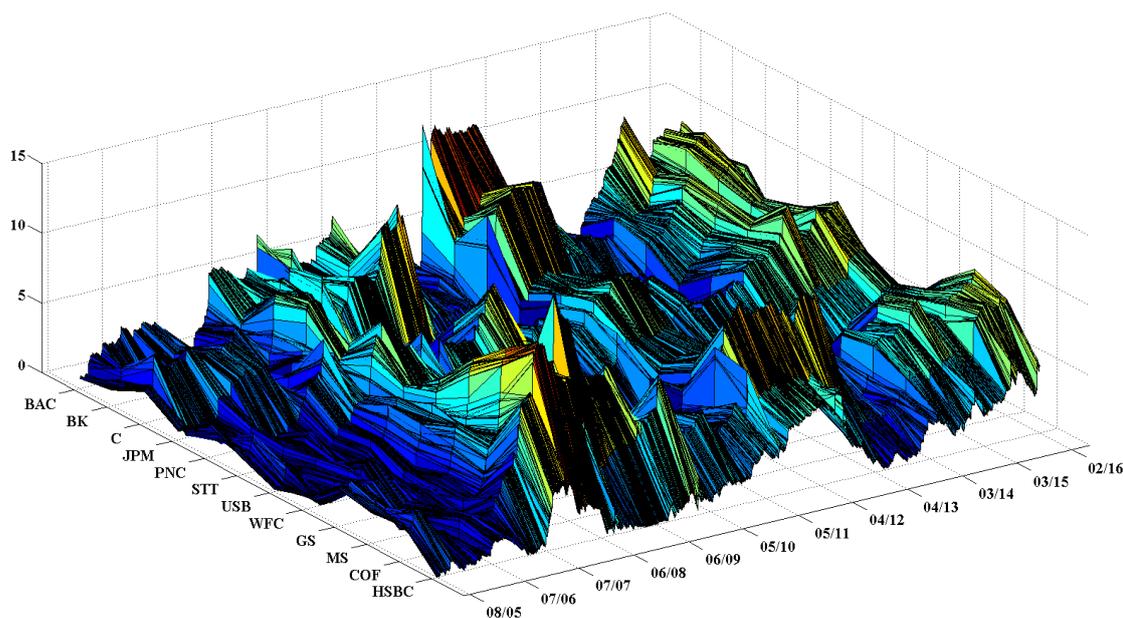
Le graphique 3 ci-dessous représente le même phénomène concernant les dynamiques des sensibilités au risque systémique (Panel A), celles de leurs t-statistiques (Panel B) et celles du pouvoir explicatif (Panel C) du MEDAFS, cette fois pour les douze *BHC* (pour « *Bank Holding Companies* »), répertoriées comme *G-SIB* par l'*Office of Financial Research (OFR)* à la suite de l'année 2013 et détectées ainsi comme Institutions Financières d'Importance Systémique.

*Graphique 3 : Dynamique du MEDAFS au cours de la période pour les 12 BHC identifiées comme IFIS*

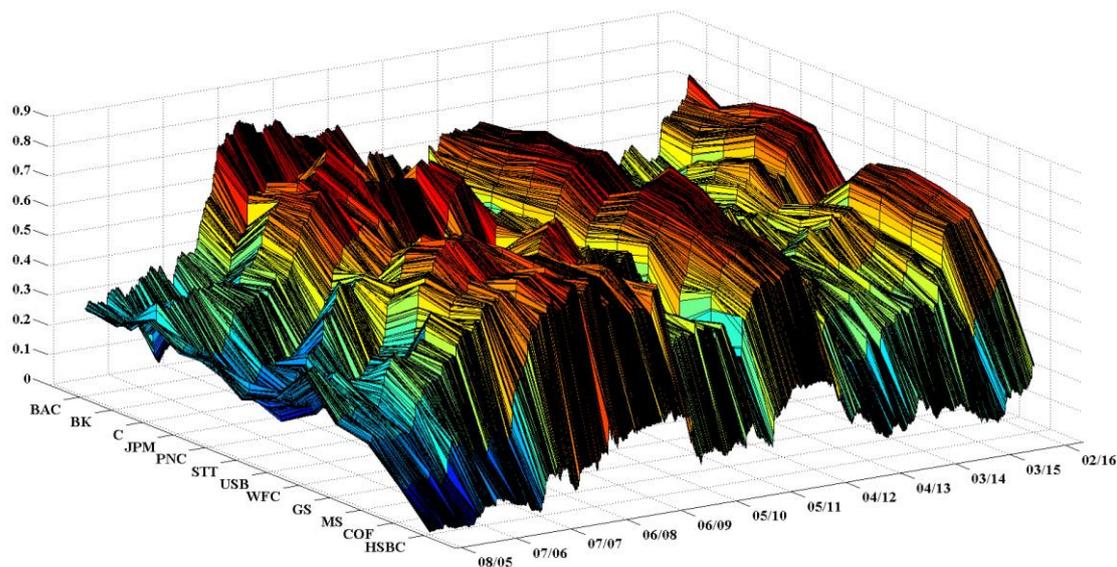
*Panel A : Evolution de la sensibilité au risque systémique*



*Panel B : Evolution de la significativité de la sensibilité au risque systémique*



*Panel C : Evolution du  $R^2$*



Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données américaine comprenant 95 institutions financières en données quotidiennes du 02 septembre 2003 au 26 février 2016. Calculs des auteurs. Les Panel A et Panel B représentent respectivement l'évolution de la sensibilité au risque systémique et sa significativité. Le Panel C quant à lui représente l'évolution du  $R^2$ . Les dynamiques sont ici calculées en récursif à partir de 2005 et sur l'ensemble de la période, pour les douze *BHC* identifiées comme IFIS par l'*OFR* en 2013 (Cf. la liste des *Tickers* en annexe : BAC, BK, C, JPM, PNC, STT, USB, WFC, GS, MS, COF et HSBC).

Le constat, individuel ici, est le même sur toute la période et pour chaque institution financière : celles-ci sont pour la plupart impactées négativement par le risque systémique (Panel A), qui est très significatif (globalement supérieur à 1,96 : Panel B), particulièrement

sur certaines périodes notamment en période de crise, comme par exemple lors de la crise de 2008-2009 où les  $R^2$ , globalement supérieur à 30%, sont les plus élevés (Panel C).

Le tableau 7 donne le nombre d'IFIS détectées pour un seuil de significativité donné selon deux méthodes d'estimation : les MCO et la méthode *SURE* de Zellner [1962]. Les différents seuils retenus sont 0,1%, 1, 5% et 10%. Ces seuils sont arbitraires et ils peuvent être adaptés aux conditions du marché et aux ressources des organismes de réglementation.

Dans cette proposition, un certain pourcentage des principales IFIS classées en fonction de l'importance de leurs sensibilités au risque systémique est fixé à 60% de manière à ne se focaliser que sur les plus systémiques. Plus la contrainte sur la significativité est lâche (passant donc de 0,1% à 10%), et, naturellement, plus le nombre d'IFIS détectées est important. Par exemple, si le niveau de confiance est fixé à 0,1% pour déterminer la significativité des sensibilités (seuil extrêmement sévère), et si le pourcentage des institutions à suivre est fixé à 60% des institutions significatives, alors 46 IFIS sont identifiées en utilisant les MCO et 32 pour la méthode *SURE*. Dans la dernière colonne du tableau, le niveau de confiance est fixé à 10% pour déterminer la significativité des sensibilités (seuil peu sévère) : 54 (par les MCO) et 34 (en utilisant la méthode *SURE*) IFIS sont respectivement identifiées.

Tableau 7 : Nombre d'IFIS détectées pour un seuil de significativité donné

Panel A : Détection sur la période du 03/09/2003 au 24/06/2014

Méthode d'Estimation	IFIS pour 0,1% de significativité		IFIS pour 0,5% de significativité		IFIS pour 1% de significativité		IFIS pour 5% de significativité		IFIS pour 10% de significativité	
	MCO	<i>SURE</i>	MCO	<i>SURE</i>	MCO	<i>SURE</i>	MCO	<i>SURE</i>	MCO	<i>SURE</i>
Institutions financières significatives	46	32	49	32	51	32	53	34	54	34
Percentile des institutions financières les plus significatives (60%)	27	19	29	19	30	19	31	20	32	20
En pourcentage par rapport à l'échantillon global	45%	32%	48%	32%	50%	32%	52%	33%	53%	33%

Panel B : Détection sur la période du 09/03/2003 - 02/26/2016

Méthode d'Estimation	IFIS pour 0,1% de significativité		IFIS pour 0,5% de significativité		IFIS pour 1% de significativité		IFIS pour 5% de significativité		IFIS pour 10% de significativité	
	MCO	SURE	MCO	SURE	MCO	SURE	MCO	SURE	MCO	SURE
Institutions financières significatives	23	36	26	38	29	38	37	45	40	49
Percentile des institutions financières les plus significatives (60%)	13	21	15	22	17	22	22	27	24	29
En pourcentage par rapport à l'échantillon global	22%	35%	25%	37%	28%	37%	37%	45%	40%	48%

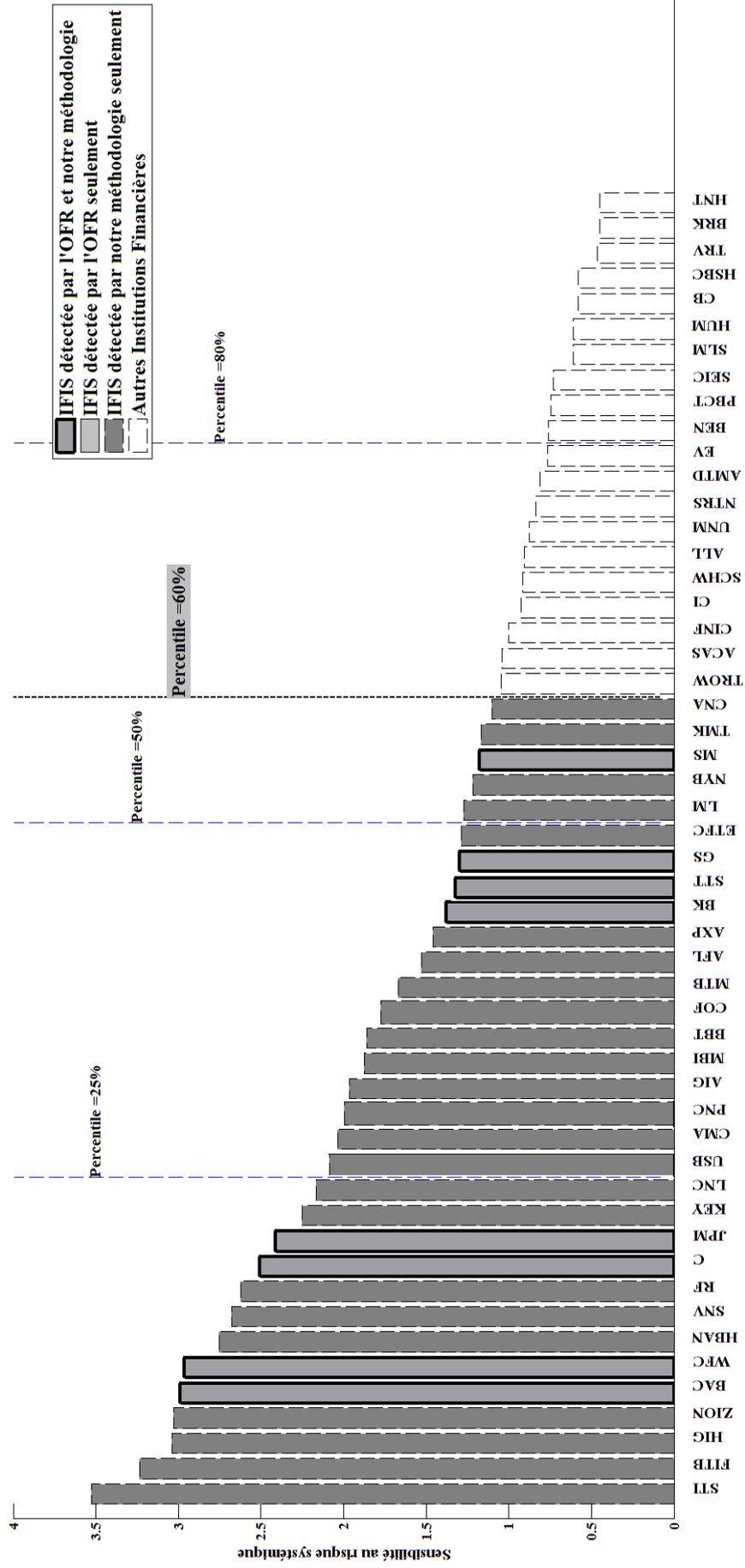
Source : Bloomberg, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données composée de 60 institutions financières américaines en données quotidiennes du 03/09/2003 au 24/06/2014. Calculs des auteurs. Ce tableau donne le nombre d'IFIS détectées par notre méthodologie en fixant un percentile de 60% pour différents niveaux de significativité selon que l'estimation du modèle à trois facteurs de Fama-French [1993] étendu au risque systémique, se fait au moyen des MCO ou de la méthode SURE proposée par Zellner [1962]. Le tableau est constitué de 5 colonnes indiquant les seuils 0,1%, 0,5%, 1%, 5% et 10%. La première ligne indique la méthode d'estimation, la deuxième indique le nombre d'institutions financières significatives, la troisième ligne indique le nombre d'institutions financières retenues à partir du percentile choisi (60% ici) et la dernière ligne donne le pourcentage des institutions retenues sur le total l'ensemble des institutions.

Le graphique 4 ci-dessous donne la comparaison entre les IFIS désignées par l'OFR en 2013 et celles détectées en utilisant notre méthodologie pour un percentile fixé à 60% des IFIS classées par leurs sensibilités au risque systémique à un niveau de significativité fixé à 0,1%.

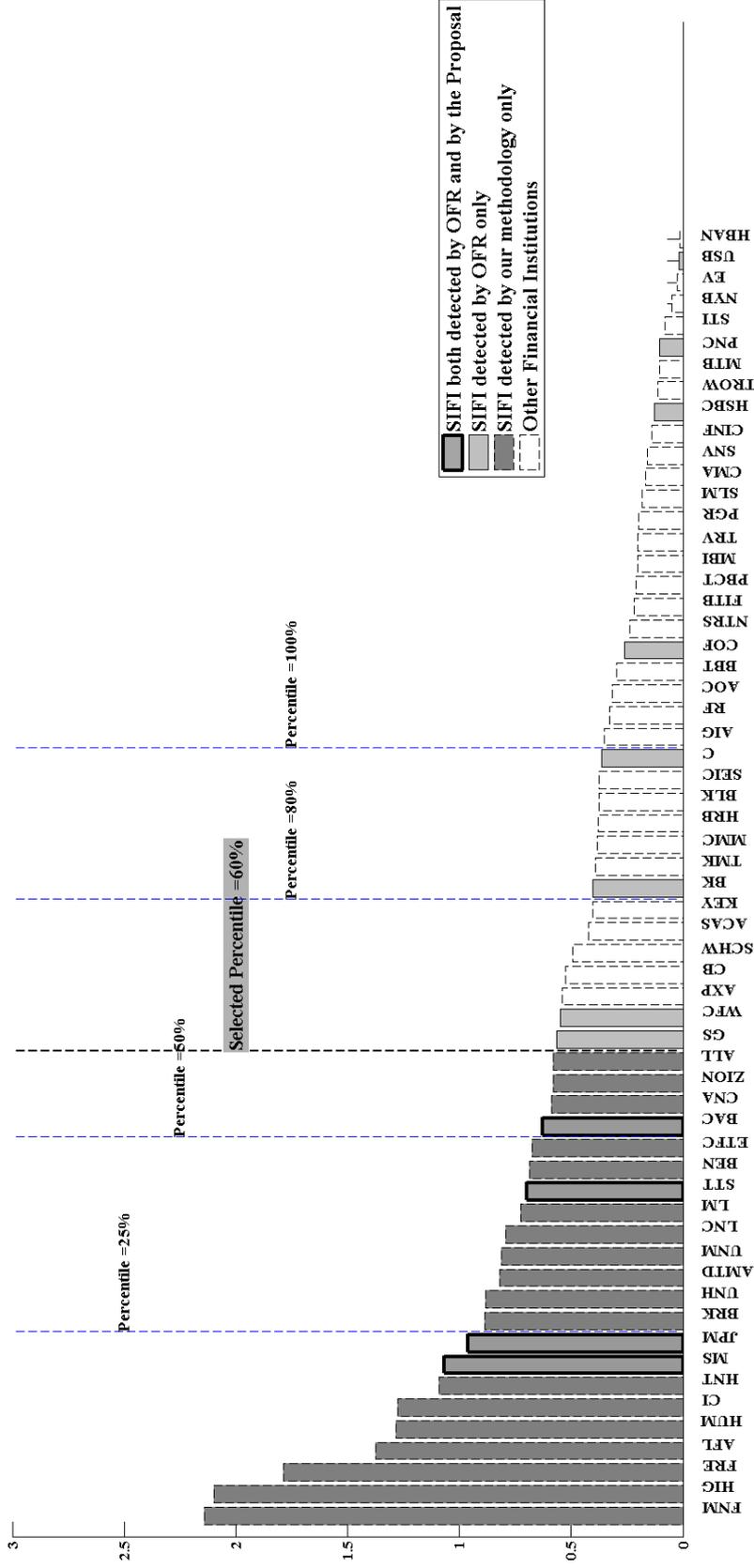
En gris foncé sont représentées le percentile des IFIS détectées par notre méthodologie (60% ici, soit 32 institutions financières). En blanc sont représentées les institutions financières n'appartenant pas à ce percentile. Les barres en gris clair représentent les IFIS détectées seulement par l'OFR. Les huit G-SIB sont toutes détectées pour un percentile fixé à 60%. Les bars en gris (mi- foncé, encadré de noir) représentent les IFIS détectées à la fois par l'OFR et par notre méthodologie sur la période du 03/09/2003 au 24/06/2014.

*Graphique 4 : Comparaison de la détection des IFIS*

Panel A : Comparaison sur la période 09/03/2003 - 06/24/2014



Panel B : Comparaison sur la période 09/03/2003 - 02/26/2016



Source : *Bloomberg*, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres de notre base de données composée de 60 institutions financières américaines en données quotidiennes du 03/09/2003 au 02/26/2016. Calculs des auteurs. En abscisse sont reportés les *Tickers* des institutions financières et en ordonnées sont représentées les sensibilités (en valeur absolue) au risque systémique. On y retrouve également le classement obtenu par l'*OFR* en 2013 représenté par les bars de couleur gris clair, en gris foncé sont représentées les *SIFI* détectées par notre méthodologie (pour un percentile fixé à 60% et un seuil de significativité à 0,1%). En gris mi-foncé dont les bordures sont épaisses, sont représentées les *SIFI* détectées à la fois par notre méthodologie et par l'*OFR*. En blanc sont reportées les autres institutions financières.

### 3.7. Conclusion

Nous avons proposé, dans ce chapitre, une application originale du MEDAFS développé sur la base des deux chapitres précédents. Nous utilisons le MEDAFS pour identifier les IFIS. Ainsi, un classement de ces institutions est proposé et effectué à partir des paramètres les plus statistiquement significatifs : l'importance des institutions financières serait ainsi déterminée par leur sensibilité (et leur significativité) au risque systémique global. Pour que le régulateur puisse concentrer ses forces, forcément limitées, sur les principales sources du risque systémique, nous proposons de fixer un percentile (60% ici) des institutions financières ayant une sensibilité au risque systémique des plus grandes et de les suivre activement. Dans notre étude, nous identifions ainsi 32 IFIS parmi 54 institutions financières qui présentent un risque systémique significatif. Par ailleurs, une comparaison avec le classement de l'*OFR* montre que les « *Global Systemically Important Banks* » américaines (*US G-SIB*) sont aussi identifiées au travers de notre proposition sur la période courant du 03/09/2003 au 24/06/2014.

Bien que notre proposition diffère de la méthodologie mise en place par le régulateur au niveau de plusieurs aspects, notre méthodologie a néanmoins *a priori* quelques avantages. Tout d'abord, notre méthodologie se fonde sur des données publiques tandis que le régulateur utilise également des données privées indisponibles au grand public. De plus, contrairement au régulateur, notre méthodologie ne fait pas l'hypothèse de contributions équivalentes entre les dimensions du risque systémique du fait du poids des mesures de risque systémique entrantes dans la composition optimale de l'*ISRM*. Enfin, notre proposition est facilement implémentable et elle permet de suivre à fréquence plus élevée (journalière, hebdomadaire, mensuelle, trimestrielle) le classement des IFIS, contrairement à la méthodologie du régulateur, difficile à implémenter, qui fournit un classement annuel.

Enfin, nous pouvons conclure sur de potentielles pistes de recherche complémentaires qui s'ouvrent désormais.

Par exemple, notre proposition de méthodologie pour l'identification des IFIS pourrait certainement être améliorée encore grâce à l'utilisation de modèles de prévision des différentes variables sous-jacentes entrant dans la construction d'un système d'alerte (*Early Warning System* ; Candelon *et al.* [2012] ; [2014] – Cf. chapitre 4 de cette thèse), de manière à anticiper au mieux les évolutions du système global et le comportement des principaux acteurs de marché.

Par ailleurs, la fixation arbitraire du seuil de détection (60% ici dans nos travaux) pourrait faire l'objet d'une étude plus approfondie, en lien avec les ressources du régulateur, forcément limitées, afin d'obtenir un seuil optimal fondé sur un ou plusieurs critères de validation statistiques et économiques. Par exemple, on pourrait ainsi imaginer à ce stade une fonction de coût en lien avec le modèle économique du régulateur dans lequel le coût relatif à la supervision d'une institution financière serait inférieur au coût de sauvetage de celle-ci, ce qui permettrait de déterminer de manière endogène un seuil de dépenses à engager et ainsi un seuil de détection endogène en lien avec ces dépenses.

De plus, l'avantage majeur de notre proposition est de pouvoir concilier la vision macro-prudentielle et la vision micro-prudentielle dans la mesure du risque systémique ce qui pourrait permettre à terme de proposer des politiques économiques visant à réduire ce risque. Il serait ainsi intéressant d'étudier les changements de position dans les classements des IFIS si un contrôle strict du niveau des mesures de risque systémique prises en compte dans l'indice de risque agrégé était imposé (par exemple une baisse imposée de 10% de chacune des mesures ou une baisse de 20% d'une mesure reflétant une dimension particulière du risque systémique), et ce notamment pour une institution particulière. De telles analyses conduiraient à des politiques de réduction des risques relatifs à une ou plusieurs dimensions du risque systémique, et à la surveillance des institutions financières les plus contributrices au risque systémique. Ceci contribuerait directement à réduire le risque global pesant sur le système dans son ensemble.

Enfin, une méthodologie alternative de classement des IFIS à partir du MEDAFS pourrait être envisagée à partir du modèle de Billio et al. [2017], dans lequel le risque systémique serait pris en compte à travers l'interconnexion des titres. Il s'agirait ainsi d'identifier et de classer les institutions financières contribuant le plus au risque global au travers de leurs interconnexions, et de comparer cette nouvelle méthodologie à celle que nous avons proposée dans le troisième chapitre de notre thèse.

## Chapitre IV

# A SYSTEMIC RISK EARLY WARNING SYSTEM BASED ON FORECASTED COMPONENTS OF AN INDICATOR OF SYSTEMIC RISK MEASURES

Dans ce quatrième et dernier chapitre de la thèse, nous proposons un système d'alerte systémique (*Early Warning System* en anglais – *EWS*) afin d'obtenir une estimation de la probabilité d'un éventuel événement systémique futur. Nous utilisons deux types de modèle : le premier étant fondé sur un modèle *logit* dynamique et le second sur un modèle de changement de régimes à la Markov à deux états.<sup>1</sup> Dans ces deux modèles, l'indice de risque systémique (*ISRM*) développé au chapitre 1 est utilisé comme variable d'entrée dans la définition des états des conditions financières du marché.

### 4.1. Introduction

The Global Financial Crisis (GFC) of 2008 had a strong negative impact both on the financial markets and on the real economic activity. Such crisis event was characterized as a systemic crisis. In reaction, policymakers,

---

<sup>1</sup> Les résultats préliminaires de ce quatrième chapitre se retrouvent dans un article en préparation pour une soumission prochaine (*Cf. Colletaz et al., 2019*).

practitioners and academics had developed and proposed several systemic risk measures to gauge systemic risk. Due to its severe impact on all markets and on real activity, it seems appropriate to propose Early Warning System (EWS) models to evaluate the probability of a future systemic event and set off an alarm before the occurrence. Thus, regulators will be able to propose efficient policy responses with sufficient time to react against future systemic events.

Unfortunately, existing EWS have little appeal since the recent financial crisis EWS models are fundamentally static (see Rose and Spiegel, 2012), in the sense that they explain the occurrence of crises only through changes in exogenous macroeconomic variables.

Indeed, since crises are persistent events, EWS models should be dynamic and an evaluation methodology should be used to select the optimal EWS model among the static and the dynamic possibilities. To overcome this issue, we rely on the dynamic logit based EWS framework proposed by Candelon et al. (2014) and the evaluation methodology used by Candelon et al. (2012). Most of the EWS literature focuses on identifying which leading indicators should be included in such a model, while the evaluation of EWS is generally based on “second-best” criteria, such as the Noise-to-Signal Ratio (NSR), the Quadratic Probability Score (QPS), the Log Probability Score (LPS). We rely on the Area Under the Receiving Operating Characteristic (ROC) Curve (Area Under Curve – AUC in brief) criterion, and the associated ROC test, in order to select the best-performing discrete-choice EWS, i.e. dynamic with some specifications or static.

Furthermore, the dynamic EWS framework will allow us to easily estimate and compare several binary EWS specifications, including the static one following the exact maximum likelihood estimation method proposed by Kauppi and Saikkonen (2008). In addition, we propose to construct a second type of EWS based on a Markov Switching Regime Model with two states (Hamilton, 1994; Kim and Nelson, 1999; Wang, 2003; Hamilton, 2005; Brooks, 2002; Alexander, 2008 and Tsay, 2002) which provides more flexibility than the logit-based EWS. We also assess its relative performance compared to various specifications using the evaluation methodology for logit models. To the best of our knowledge, this study is probably among the first ones addressing a robust evaluation methodology on various EWS types both in a static and a dynamic framework.

Another reason for this study, that is obviously the main reason, is the fact that systemic risk is a multi-dimensional phenomenon. This implies that there is no unique and commonly accepted definition of systemic risk and both regulators and academics proposed several ways to quantify this risk through its dimensions, i.e. liquidity, size, leverage, interconnexions, concentration... The multi-dimensional aspect of systemic risk is the reason why there is not a unique definition of systemic risk on which academics and regulators fully agree. Then extract and aggregate all the available information from the existing several ways is a particular difficult exercise. Giglio et al. (2016), Kouontchou et al. (2017) and Caporin et al. (2019) propose to use reduction dimension technics such as Principal Components Analysis (PCA) or its generalization aka Sparse Principal

Components Analysis (SPCA) to aggregate the whole available information extracted from the systemic risk measures in a simple index called Index of Systemic Risk Measures (ISRM). This chapter contributes to the existing literature on systemic crises by using this index denoted ISRM in a new generation of EWS, which takes into account the endogenous dynamic of this index.

This chapter is organized as follows. The systemic crisis dating method and the methods used to build dynamic EWS in time-series are discussed in Section 2. Section 3 presents the evaluation methodology we use in this chapter, before presenting the empirical applications of these models in Section 4 with a preliminary in-sample analysis. Section 5 concludes.

#### **4.2. Building a dynamic EWS**

Traditionally in the literature, EWS models are proposed in a static framework. Such proposals do not consider the persistence property of crises captured by lagged endogenous indicators. But dynamics should be a key characteristic that will help to provide more accurate signals of further stress events. Hence, following Candelon et al. (2014) we consider a dynamic version of EWS based on the exact maximum likelihood estimation method by Kauppi and Saikkonen (2008).

#### **4.2.1. Dating systemic crisis**

There is no common method for dating systemic crisis since the most important and the only one crisis since this last twenty years has been identified recently as the subprime crisis in the following of the Lehman Brothers' collapse. However, the regulation of the system in a macroprudential approach and particularly for some specific financial institutions called Systemically Important Financial Institutions (SIFI), is increasing since the Dodd-Frank Act. These improvements should lead to a reduction in the occurrence of systemic events. Then dating systemic crisis is a particular difficult task. In other forecasting fields like currency crisis forecasting, the most common method of identifying such crisis periods implies the computation of an index of speculative pressure. If this index exceeds a certain threshold, a crisis episode is identified. However, it should be noted that, given the imperfections of existing crisis dating methods, the crisis periods identified in this way are cross-checked with the historical evidence of currency crises in each country. In this field, Candelon et al. (2014, 2012) and Lestano and Jacobs (2004) identify currency crisis periods using the KLR modified pressure index (KLRm), which, unlike the traditional KLR index, also includes interest rates.

In a systemic risk perspective based on US data, we propose to use the National Financial Condition Index (NFCI) and set the threshold value

indicating worst financial conditions as follow:

$$y_l = \mu_{NFCI} + \sigma_{NFCI}, \quad (1)$$

where  $y_l$  is the corresponding threshold of the dependent variable, the NFCI here,  $\mu_{NFCI}$  and  $\sigma_{NFCI}$  are respectively the empirical mean and empirical standard deviation of the NFCI. This leads to the following binary dating crisis, we define  $y_t$  the binary state taking the value of 1 if the variable of interest is exceeding its own threshold (i.e.  $y_t$  takes the value of 1 at date  $t$  and 0 otherwise):

$$y_t = \begin{cases} 1 & \text{if } NFCI_t > y_l \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2)$$

where  $y_t$  is the value of the variable of interest at time  $t$  and  $y_l$  its corresponding threshold.

From a regulator's point of view, it should be important to know whether there will be a crisis within a certain horizon than in a certain month, with the perspective that this time period should allow the authorities to take steps to prevent the crisis and propose some policy actions. As a consequence, the state variable, which serves as a crisis dummy variable should take the value of 1 if there will be at least one crisis in the following six months and 0 otherwise:

$$y_t^6 = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_{j=1}^6 y_{t+j} > 0 \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (3)$$

where  $y_t^6$  is the dummy variable taking the value of 1 if there will be at least one crisis in the following six months and 0 otherwise. For the sake of simplicity and space, we will consider only the monthly case using  $y_t$ .

In the following, we present the Dynamic EWS model in a binary and in a multinomial setting.

#### 4.2.2. Dynamic logit binary-choice EWS

Keeping the same notation as in Candelon et al. (2014), consider first the time series version on  $t = [1, \dots, T]$  time periods of the dynamic binary-choice EWS. We denote the systemic crisis binary variable by  $y_t$ . At each time  $t$ ,  $y_t$  takes the value of 1 during crisis periods and 0 otherwise. Similarly,  $\mathbf{x}_{t-1}$  corresponds to the vector of explanatory variables at the previous time period  $t - 1$ .

The one-step-ahead dynamic EWS specification accounting both for endogenous and exogenous crisis persistence takes the following form:

$$P_{t-1}(y_t = 1) = F(\pi_t) = F(\gamma + \alpha y_{t-1} + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta} + \delta\pi_{t-1}), \quad (4)$$

where  $P_{t-1}(y_t = 1)$  is the conditional probability of observing a systemic

crisis, given the available information set at time  $t - 1$ ,  $\pi_t$  is the index at time  $t$  and  $F$  is the logistic cumulative distribution function defined as follows:

$$P_{t-1}(y_t = 1) = F(\pi_t) = \frac{e^{\gamma + \alpha y_{t-1} + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta} + \delta \pi_{t-1}}}{1 + e^{\gamma + \alpha y_{t-1} + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta} + \delta \pi_{t-1}}}. \quad (5)$$

The main advantage of this general framework is that it makes it easy to estimate and compare different alternative EWS specifications under the same Exact Maximum Likelihood (EML) framework. This leads us to four specifications, the benchmark model, i.e. the static EWS model (labelled Model 1) in which the probability of systemic events is only explained by the set of explicative variables, as well as three types of dynamic EWSs: one including the lagged binary dependent variable (labelled Model 2), a dynamic one including the lagged index (called Model 3), and, finally, a dynamic model which includes both the lagged binary dependent variable and the lagged index (called Model 4). Each Model  $i = [1, \dots, 4]$  leads to the couple  $(P_i, F_i)$ , such as:

$$\begin{cases} P_1(y_t = 1) = F_1(\gamma + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta}) \\ P_2(y_t = 1) = F_2(\gamma + \alpha y_{t-1} + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta}) \\ P_3(y_t = 1) = F_3(\gamma + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta} + \varphi \pi_{t-1}) \\ P_4(y_t = 1) = F_4(\gamma + \alpha y_{t-1} + \mathbf{x}_{t-1}\boldsymbol{\beta} + \varphi \pi_{t-1}), \end{cases} \quad (6)$$

where  $P_i(\cdot)$  is the probability obtained from the logistic cumulative distribution function denoted  $F_i(\cdot)$  for a Model  $i$ . For the ease of notations,

the Model index  $i$  will be omitted hereafter.

Model 2 contains the lagged binary dependent variable  $y_{t-1}$  and thus consider the impact of the previous regime on the current crisis probability. Note the existence of threshold effects, as the index must exceed a certain threshold in order to set off a crisis in the previous period, i.e.,  $y_{t-1} = 1$ . Model 3 includes the lagged index  $\pi_{t-1}$  but not the lagged binary dependent variable  $y_{t-1}$ . Here, any increase in the index is transmitted linearly to the next period, thus always increasing the probability of a crisis. The potential most informative dynamic model (Model 4) is the combination of Models 2 and 3, including both the lagged dependent variable  $y_{t-1}$  and the lagged index  $\pi_{t-1}$  in addition of the lagged explicative variables  $x_{t-1}$ .

However, since  $\varphi$  is an autoregressive parameter in Models 3 and 4, it has to satisfy the usual stationarity condition. Otherwise, the crisis becomes perpetual, which is a non-sense. To tackle this problem, we use a constrained maximum likelihood estimation method<sup>2</sup> in which the log-likelihood function takes the following general form:

$$\text{LogL}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{t=1}^T l_t(\boldsymbol{\theta}) \quad (7)$$

---

<sup>2</sup> See Candelon et al. (2012) and Kauppi and Saikkonen (2008) for more details.

$$= \sum_{t=1}^T \left[ y_t \log F(\pi_t(\boldsymbol{\theta})) + (1 - y_t) \log (1 - F(\pi_t(\boldsymbol{\theta}))) \right],$$

where  $\boldsymbol{\theta}$  is the vector of parameters.

The EML estimators have the desired large-sample properties. Furthermore, we tackle the autocorrelation problem induced by the construction of a  $j$ -month-ahead crisis variable by considering a Gallant correction for the covariance matrix.

#### 4.2.3. Dynamic logit multinomial-choice EWS

Furthermore, and for the regulator's point of view, it should be interesting to split the binary choice (crisis or no crisis) into different states of nature leading to a multinomial logit. Here, we define four states. This means that  $y_t$  for  $t = [1, \dots, T]$  can take 3 different values from 0 to 2. When  $y_t = 0$ , no crisis occurs, whilst when  $y_t = 1$ , the systemic risk in the financial system increases and when  $y_t = 2$ , the systemic event occurs. This leads to the following considering the more complex dynamic model (Model 4) presented above:

$$\begin{cases} P_4(y_t = 0) = \frac{1}{1 + e^{z_{t-1}\theta_1} + e^{z_{t-1}\theta_2}} \\ P_4(y_t = 1) = \frac{e^{z_{t-1}\theta_1}}{1 + e^{z_{t-1}\theta_1} + e^{z_{t-1}\theta_2}} \\ P_4(y_t = 2) = \frac{e^{z_{t-1}\theta_2}}{1 + e^{z_{t-1}\theta_1} + e^{z_{t-1}\theta_2}}, \end{cases} \quad (8)$$

with  $\theta_i = [\gamma_i, \alpha_i, \beta_i, \varphi_i]$  for  $i = [1, 2]$  the parameter vector and  $\mathbf{z}_{t-1} = [1, y_{t-1}, x_{t-1}, \pi_{t-1}]$  the matrix of all the explicative variables including respectively a scalar of one for the intercept, the lagged values of the states, the lagged values of the additional explicative variables and the lagged values of the index.  $\theta_1$  measures the effect of a change in the independent variable  $\mathbf{z}_{t-1}$  on the probability of being in a state 1 period relative to the probability of being in the tranquil regime (state 0). Likewise, it is possible from Eq. (8) to measure the effect of a change in the independent variable on the probability of being in a state 2 period relative to the probability of being in the tranquil regime (state 0):

$$\begin{cases} \frac{P_4(y_t = 1)}{P_4(y_t = 0)} = e^{z_{t-1}\theta_1} \\ \frac{P_4(y_t = 2)}{P_4(y_t = 0)} = e^{z_{t-1}\theta_2}. \end{cases} \quad (9)$$

However, there is a real practical limitation of the logit models as far as these models are used in real time to detect shifts in financial conditions. Indeed, the estimation of logit models requires the exact knowledge of the regime state of the financial conditions for all the

sample to set the values of the dependent variable in the models. This knowledge is precisely the drawback of the based logit /probit EWS. In real time decision at the neighborhood of a turning point if re-estimation of the parameters is desirable, a view of the financial conditions in recent months right up to the current period would have to be considered, in particular if more than two states are possible. This view is precisely what would not be known in real time.

Another drawback of logit / probit models comes from the sources of the shift which may come from a change in location and / or scale regimes of the dependent variable that can have a non-normal distribution.

To overcome these drawbacks, we propose in the following section a Markov Switching based EWS in which it is possible to consider more than two states. Markov type models do not suffer from this aforementioned drawback of logit / probit models since estimates of phase probability, giving the dependent variable, are produced as an output of the model. Furthermore, location and / or scale shifts and assumptions on the likelihood of the errors are easily overcome (see Hamilton, 1994, Kim and Nelson, 1999, Wang 2003, see Hamilton, 2005, Brooks, 2002, Alexander, 2008 and Tsay, 2002).

#### 4.2.4. Markov Switching EWS

Markov Switching model can be represented as follow:

$$y_t = \mu_{S_t} + \varepsilon_t, \text{ with } \varepsilon_t \sim L(\Phi), \quad (10)$$

where  $y_t$  is no more the vector of the states but the variable of interest, in our case the variations of the NFCI at time  $t$ ,  $\mu_{S_t}$  represents the location parameter depending on the state  $S_t = [1, \dots, k]$  and  $\varepsilon_t$  the usual error term that follow a particular distribution with  $\Phi$  the parameters of a given distribution. If  $S_t = 1$ , this means there is only one state of the world and equation (9) can be estimated using a linear regression model under general conditions. In this setting, shifts are allowed only on the location parameter.

It is also possible to allow a shift in both the location of the dependent variable and on the parameters of the errors (usually on the variance of the error term to satisfy  $E(\varepsilon) = 0$ ) denoted now  $\Phi_{S_t}$  as follow:

$$y_t = \mu_{S_t} + \varepsilon_t, \text{ with } \varepsilon_t \sim L(\Phi_{S_t}), \quad (11)$$

Equation (10) is interesting when assessing the behavior of a particular dependent variable alone. However, in a forecasting perspective, we need to add additional explicative variables to extract some signals on the variation of a given dependent variable from them.

Equation (11) gives the generalization of Equation (10) taking account also for additional explicative variables and can nest a high variety of Markov Switching specifications:

$$y_t = \sum_{n_{nS}=1}^{N_{nS}} \beta_i x_{i,t}^{nS} + \sum_{n_S=1}^{N_S} \phi_{j,S_t} x_{j,t}^S + \varepsilon_t, \quad (12)$$

where  $N_{nS}$  and  $N_S$  are the respective numbers of non-switching  $\beta_i$  and switching  $\phi_{j,S_t}$  coefficients contained in the whole parameter vector  $\theta$ . Variables  $\mathbf{x}_t^{nS}$  and  $\mathbf{x}_t^S$  are subsets of  $\mathbf{x}_t$  containing respectively the  $N_{nS}$  non-switching and  $N_S$  switching variables.  $\varepsilon_t \sim L(\Phi_{S_t})$  is the error term, following a peculiar law.

Remember that  $S_t$  is the unobservable Markov Switching variable which evolves according to the following transition probability matrix controlling for a switch from a particular state to another:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

where the element  $p_{ij}$  is the transition probability from state  $j$  to state  $i$  such that  $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1 \forall (i, j) = [1, \dots, k^2]$ . For example, consider that state of the world is 2 for some time  $t$ . This means that the probability of a switch from state 2 to state 1 between time  $t$  and  $t + 1$  will be given by  $p_{12}$ . Likewise, a probability of staying in a given state  $j$  is determined

by  $p_{jj}$ . This illustrates one of the central points of a Markov Switching model, that is, the switching of the states of the world is a stochastic process itself.<sup>3</sup>

This transition matrix is usually assumed to be constant. However, there is no guarantee that the transition probabilities remain constant over time and depend on the set of parameters related to the explicative variables. A natural extension is thus to let them evolve over time (Wang, 2003) as follows:

$$\mathbf{P}_t = \begin{bmatrix} p_{11,t} & \cdots & p_{1k,t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1,t} & \cdots & p_{kk,t} \end{bmatrix} \quad (14)$$

where  $p_{ij,t} = P[(S_t = j | S_{t-1} = i) | \mathbf{\Omega}_t]$ , with  $\mathbf{\Omega}_t$  the available information set up to time  $t$ .<sup>4</sup>

In our study, the estimation of the Markov Switching Model is done by maximum likelihood from the likelihood function  $f(y_t | S_t = j, \boldsymbol{\theta})$  corresponding to the following log-likelihood function:

$$\log L = \sum_{t=1}^T \log \sum_{S_t=1}^k f(y_t | S_t = j, \boldsymbol{\theta}) P(S_t = j | \mathbf{\Omega}_t). \quad (15)$$

---

<sup>3</sup> The probabilities of each regime over time can be represented as an Auto-Regressive (AR) process, see Hamilton (1994).

<sup>4</sup> Each element  $p_{ij,t}$  can be estimated by assuming some cumulative distribution functions.

It is also interesting to have an estimate of the expected duration  $E(D)$  of a regime as it measures the length of staying at a particular state (Kim and Nelson, 1999), written as follows:

$$E(D) = \sum_{j=1}^{\infty} jP(D = j) \approx \frac{1}{1 - p_{jj}}, \quad (16)$$

where  $D$  is the duration of state  $j$ .

In the following, we present the evaluation methodology.

#### 4.3. Evaluation Methodology of the Systemic Risk Dynamic EWS

In this section, we rely on the area under the ROC curve (AUC) criterion, and the associated ROC test to find the best-performing discrete-choice EWS.

The ROC (for Receiving Operating Characteristic) curve is a graphical tool revealing the predictive abilities of an EWS model. It corresponds to the trade-off between sensitivity and one minus specificity for all possible cut-off and is obtained through all the couples  $\{Se(c) ; [1 - Sp(c)]\}$  corresponding to each value of the cut-off, denoted  $c$ , ranging from 0 to 1.

An EWS with predictive abilities has a ROC curve passing through the coordinates (0,1). In other words, the EWS makes a perfect discrimination between crisis and non-crisis periods. In contrast, an EWS with no predictive abilities should have a ROC curve evolving along the so-called line of discrimination from the

origin (0,0) to the right corner at the coordinates (1,1). Then, the area under the ROC curve, denoted AUC, well illustrate the predictive ability of an EWS. Indeed, an area approaching 1 illustrates that the EWS is getting closer to the perfect discrimination. Conversely, an area approaching 0 indicates poor predictive ability while an area approaching .5 indicates a random classification.

The AUC criterion is both easy to understand and straightforward to implement as follows:

$$AUC = \int_0^1 [Se(c) \times Sp^*(c)] dSp^*(c). \quad (17)$$

with  $Sp^*(c) = 1 - Sp(c)$ .

Equation (17) can be rewritten<sup>5</sup> using a non-parametric kernel estimator as follows:

$$AUC = \frac{1}{T_1 \times T_0} \sum_{j:y_j=0} \sum_{i:y_i=1} K(\hat{p}_j \hat{p}_i), \quad (18)$$

where  $T_1$  (*resp.*  $T_0$ ) is the number of crisis (tranquil) periods in the sample.  $K(\cdot)$  is the kernel function that depends on the estimated crisis probabilities in crisis ( $p_i, \forall i = [1, \dots, k] : y_i = 1$ ) and tranquil periods ( $p_j, \forall j = [1, \dots, k] : y_j = 0$ ) as follows:

---

<sup>5</sup> It is also possible to approximate the area under the ROC curve by using an average of a finite number of trapezoidal approximations.

$$K(\hat{p}_j \hat{p}_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{p}_i < \hat{p}_j \\ \frac{1}{2} & \text{if } \hat{p}_i = \hat{p}_j \\ 0 & \text{if } \hat{p}_i > \hat{p}_j. \end{cases} \quad (19)$$

Thus, the best EWS according to the AUC criterion is the outperforming one whatever the cut-off, and implicitly it is the best one conditional to the choice of the optimal cut-off.

The question is now, how discriminate two EWS models providing similar AUC values? An answer to this question is to use the non-parametric test of comparison of ROC curves proposed by DeLong et al., (1988) which is based on the comparison of the areas under the ROC curves of the two EWS models. The null hypothesis of the test is that the areas ( $AUC_1$  and  $AUC_2$ ) of the two EWS models (1 and 2) are equal i.e.  $H_0: AUC_1 = AUC_2$ , the two forecast are equivalent. In other words, neither of the models perform better than the other. The AUC test statistic is defined as follows:

$$W_{AUC} = \frac{(AUC_1 - AUC_2)^2}{V(AUC_1 - AUC_2)} \sim \chi^2(1) \quad (20)$$

where  $V(x)$  represents the variance of  $x$ .

In the following, we present the estimation results of both methodologies logit based and Markov Switching based methodologies on the NFCI.

#### **4.4. Empirical application of the Systemic Risk Dynamic EWS**

In this section, we empirically evaluate the four settings of EWS as previously presented and compare their performances in predicting systemic events.

##### **4.4.1. Dataset**

We follow Caporin et al. 2019 and use the same dataset of 16 Systemic Risk Measures (SRM) based on the daily data of 95 American financial institutions from the 01/03/2001 to the 12/29/2017. We also use here their Index of Systemic Risk Measures (ISRM).

The National Financial Condition Index (NFCI) is considered as the dependent variable on which we apply the dating procedure described above for the logit based EWS.

We also add two Financial Stress Indexes proposed by the Federal reserves of Kansas City (KCFSI) and of Saint Louis (STLFISI). It is important to note that these two FSI are well known and used by practitioners and academics. These two last FSI contain also the Term, the TED and the Default Yield spreads that are well-known predictors of both economic activity and financial stability.

All the variables are used in a monthly basis. Like Kumar et al. (2003), we deal with outliers by dampening every variable to reduce the impact of

extreme values using the formula:  $f(x_t) = \text{sign}(x_t) \times \ln(1 + |x_t|)$ .

#### 4.4.2. Preliminary analysis

We estimate our benchmark model, i.e., the static logit EWS model (labelled Model 1), as well as three types of dynamic logit EWS models: one including the lagged binary dependent variable (labelled Model 2), a dynamic one including the lagged index (called Model 3), and, last but not least, a dynamic model which includes both the lagged binary dependent variable and the lagged index (called Model 4). Each Model  $i$  leads to the couple  $(P_i, F_i)$ .

The four specifications are compared on their forecasting abilities. However, note that the parameter of the lagged binary dependent variable is significant most of the time and has a positive sign. It follows that the probability of being in a crisis increases if a crisis regime prevailed in the previous period. This clearly indicates that the crisis persistence should be considered in the construction of systemic crisis EWS models.

Specifically, we chose the most parsimonious dynamic specification by relying on the Akaike Information Criterion (AIC) and the Schwarz Information Criterion (SIC). These information criteria reveal that the already existing Financial Stress Indices (FSI) proposed by the Kansas City and the Saint-Louis Federal Reserves (hereafter KCFSI and STLFSI

respectively), the ISRM and the systemic risk measures have important explanatory power, especially when the lagged dependent variable and/or the lagged index are present in the model, i.e. the dynamic models.

Tables 1 and 2 show respectively the AIC and the SIC results with the associate ranks of each model for each indicator.

**Table 1: Information criteria (AIC criterion)**

Indices and SRM	Model 1	Rank	Model 2	Rank	Model 3	Rank	Model 4	Rank
KCFSI	79.01	4	74.45	3	69.71	2	<b>67.00</b>	<b>1</b>
STLFSI	77.88	4	74.01	3	69.24	2	<b>67.83</b>	<b>1</b>
ISRM (Id <sub>0</sub> )	73.83	4	71.14	3	65.60	2	<b>63.15</b>	<b>1</b>
Spillover Index	79.94	4	74.16	3	63.75	2	<b>62.48</b>	<b>1</b>
HHI	72.68	3	70.88	2	73.59	4	<b>69.47</b>	<b>1</b>
VaR	75.70	4	72.85	3	68.65	2	<b>64.79</b>	<b>1</b>
CoVaR	76.07	4	<b>72.98</b>	<b>1</b>	73.58	2	74.44	3
AR	72.95	4	69.07	3	<b>59.64</b>	<b>1</b>	60.52	2
Volatility	70.22	3	70.08	2	71.12	4	<b>69.23</b>	<b>1</b>
CATFIN	<b>65.53</b>	<b>1</b>	65.88	2	66.43	3	66.88	4
DCI	80.03	3	<b>74.19</b>	<b>1</b>	80.05	4	74.70	2
Turbulence Index	81.47	4	75.25	3	<b>70.37</b>	<b>1</b>	71.33	2
AIM	71.90	3	70.39	2	72.09	4	<b>68.00</b>	<b>1</b>
CES	76.93	4	72.48	3	<b>68.92</b>	<b>1</b>	71.80	2
COES	78.98	3	<b>74.56</b>	<b>1</b>	79.97	4	75.20	2
SRISK	79.08	4	73.68	3	66.22	2	<b>63.93</b>	<b>1</b>
Kyle's Lambda	74.56	3	71.67	2	75.56	4	<b>70.61</b>	<b>1</b>
MES	76.73	4	72.83	3	<b>68.36</b>	<b>1</b>	71.99	2
$\Delta$ CoVaR	78.57	4	74.07	2	<b>70.80</b>	<b>1</b>	74.52	3

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table shows the AIC results and the rankings of each model for each indicator. Model 1 is the static model (the benchmark), which considers that the occurrence of crises can be explained only by macroeconomic factors. Models 2 to 4 are dynamic, including the lagged binary crisis variable  $y_{i,t-1}$  (Model 2), the lagged index  $\pi_{i,t-1}$  (Model 3), and both of them (Model 4), in addition to leading macroeconomic indicators. Bold values correspond to the best model for each indicator according to AIC.

Considering Table 1, it appears that dynamic models, in particular Model 4 followed by Model 3, have, globally, the lowest AIC values for both the composite indicators and the individual systemic risk measures.

**Table 2: Information criteria (SIC criterion)**

Indices and SRM	Model 1	Rank	Model 2	Rank	Model 3	Rank	Model 4	Rank
KCFSI	87.62	4	87.37	3	<b>82.63</b>	<b>1</b>	84.23	2
STLFSI	86.49	3	86.93	4	<b>82.16</b>	<b>1</b>	85.06	2
ISRM ( $Id_6$ )	82.45	3	84.06	4	<b>78.52</b>	<b>1</b>	80.38	2
Spillover Index	88.56	4	87.08	3	<b>76.67</b>	<b>1</b>	79.71	2
HHI	<b>81.29</b>	<b>1</b>	83.80	2	86.51	3	86.71	4
VaR	84.32	3	85.77	4	<b>81.58</b>	<b>1</b>	82.02	2
CoVaR	<b>84.69</b>	<b>1</b>	85.91	2	86.5	3	91.68	4
AR	81.57	3	81.99	4	<b>72.56</b>	<b>1</b>	77.75	2
Volatility	<b>78.84</b>	<b>1</b>	83.01	2	84.04	3	86.46	4
CATFIN	<b>74.15</b>	<b>1</b>	78.80	2	79.36	3	84.11	4
DCI	<b>88.65</b>	<b>2</b>	<b>87.11</b>	<b>1</b>	92.98	4	91.94	3
Turbulence Index	90.09	4	88.17	2	<b>83.3</b>	<b>1</b>	88.56	3
AIM	<b>80.52</b>	<b>1</b>	83.31	2	85.01	3	85.23	4
CES	85.55	3	85.40	2	<b>81.84</b>	<b>1</b>	89.03	4
COES	87.60	2	<b>87.49</b>	<b>1</b>	92.90	4	92.43	3
SRISK	87.70	4	86.60	3	<b>79.14</b>	<b>1</b>	81.16	2
Kyle's Lambda	<b>83.18</b>	<b>1</b>	84.60	2	88.48	4	87.84	3
MES	85.35	2	85.76	3	<b>81.29</b>	<b>1</b>	89.22	4
$\Delta$ CoVaR	87.19	3	86.99	2	<b>83.72</b>	<b>1</b>	91.75	4

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table shows the SIC results and the rankings of each model for each indicator. Model 1 is the static model (the benchmark), which considers that the occurrence of crises can be explained only by macroeconomic factors. Models 2 to 4 are dynamic, including the lagged binary crisis variable  $y_{i,t-1}$  (Model 2), the lagged index  $\pi_{i,t-1}$  (Model 3), and both of them (Model 4), in addition to leading macroeconomic indicators. Bold values correspond to the best model for each indicator according to SIC.

Regarding Table 2, Model 3 has again, globally the lowest SIC values and is most of the time challenged by Model 1 and Model 2. Overall, Model

3 using the Absorption Ratio (AR) has both the lowest AIC and SIC values. When considering only the composite indicators (i.e., KCFSI, STLFSI and ISRM), the ISRM has the lowest AIC and SIC values whatever the model used.

In the following we will evaluate the forecasting abilities of the models.

#### **4.4.3. Empirical application of the Systemic Risk Dynamic EWS**

However, the question is, are these EWS models characterized by better forecasting abilities than the traditional static EWS? In this section, we statistically test the in-sample forecasting abilities of the static and dynamic systemic risk EWS models. To do this, we apply the EWS evaluation methodology described earlier.

##### **4.4.3.1. In-sample analysis of EWS models (logit models)**

As in the preliminary analysis, we check the in-sample forecasting abilities of the static and dynamic time series models for the whole dataset (01/03/2001 to the 12/29/2017). First, we consider the case where the event studied is crisis at time  $t$ . We assess the forecasting abilities of these alternative specifications by considering both the AUC evaluation criterion and the ROC comparison test (Lambert and Lipkovich, 2008). These tools are better suited to the evaluation of EWS than classic measures like QPS,

LPS and the tests associated with them.

Tables 3 and 4 report the results of the AUC performance assessment criterion, the ROC test statistic and the p-values for the two-time series models, i.e. static and dynamic logit models.

**Table 3: In-sample model comparison (static versus dynamic logit models) using AUC criterion**

Systemic risk Measures	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
KCFSI	.48	.56	<b>.80</b>	.79
STLFSI	.51	.55	<b>.79</b>	.78
ISRM ( $Id_6$ )	.66	.67	.84	<b>.87</b>
Spillover Index	.59	.62	.87	<b>.87</b>
HHI	.74	.74	.75	.77
VaR	.50	.58	<b>.83</b>	.81
CoVaR	.59	.60	<b>.81</b>	.74
AR	.74	.74	.87	<b>.87</b>
Volatility	.77	.76	.76	<b>.78</b>
CATFIN	.84	.85	.84	<b>.85</b>
DCI	.62	.70	.62	<b>.77</b>
Turbulence Index	.51	.66	.75	<b>.75</b>
AIM	.77	.77	.76	<b>.78</b>
CES	.62	.65	<b>.84</b>	.71
COES	.57	.59	.58	<b>.66</b>
SRISK	.63	.63	.84	<b>.85</b>
Kyle's Lambda	.81	.81	.81	<b>.81</b>
MES	.58	.65	<b>.81</b>	.72
$\Delta$ CoVaR	.51	.58	<b>.81</b>	.74

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table shows the AUC criterion results. Model 1 is the static model (the benchmark), which considers that the occurrence of crises can be explained only by macroeconomic factors. Models 2 to 4 are dynamic, including the lagged binary crisis variable  $y_{i,t-1}$  (Model 2), the lagged index  $\pi_{i,t-1}$  (Model 3), and both of them (Model 4), in addition to leading macroeconomic indicators. Bold values correspond to the best model for each indicator according to the AUC criterion.

In Table 3, we use the AUC test to assess the performances of the four models among the composite indicators and the systemic risk measures. It appears that the best type of EWS model is the dynamic logit model. The results are similar between Model 3 and Model 4 (Model 2 results are closer too but often lower than the other dynamic models, especially for the composite indices) but are in favor of Model 4. The highest AUC values are obtained from Model 4 when considering the ISRM, the Spillover Index and the Absorption Ratio (AR).

In Table 4, we rely on the ROC test to assess deeper the differences between the forecasting performances of the four models. This test allows us to verify, for each composite indicator and systemic risk measure, whether the differences between the performances of the models are significant. Models 3 and 4 are different than model 1 only for some systemic risk measures.<sup>6</sup>

Furthermore, we find two Models for which the dynamic time series specification has different forecasting abilities than the static one for all the composite indicators. Indeed, the ROC test rejects the null hypothesis of equal forecasting abilities for KCFSI, STLFSI and ISRM when considering models 1 and 3. This is also the case when considering models 1 and 4 at a

---

<sup>6</sup> Note that the difference between the performances of the Models 1 and 3 for the Kyle's Lambda, is significant and tends to infinity in value here because of the estimated variance that tends to zero in the denominator of the ROC statistic while the squared difference of the two AUC values is also close to zero. Then, Models 1 and 3 are equivalent in this case.

5% level of significance. Thus, it is important to take into account dynamic specifications including the endogenous persistence of the crisis by including the lagged binary dependent variable in the model for the forecasting abilities of systemic crisis EWS models.

**Table 4: In-sample model comparison (static versus dynamic logit models) using ROC test**

	Model 1 VS Model 2		Model 1 VS Model 3		Model 1 VS Model 4	
	Statistic	p-value	Statistic	p-value	Statistic	p-value
KCFSI	.70	.40	<b>5.33</b>	.02	<b>4.18</b>	.04
STLFSI	.55	.46	<b>4.11</b>	.04	<b>3.61</b>	.06
ISRM (Id <sub>6</sub> )	.05	.82	<b>3.64</b>	.06	<b>4.85</b>	.03
Spillover Index	.40	.53	<b>1.49</b>	.00	<b>9.55</b>	.00
HHI	.22	.64	.04	.84	.26	.61
VaR	.65	.42	<b>6.72</b>	.01	<b>5.76</b>	.02
CoVaR	.33	.57	<b>4.41</b>	.04	2.36	.12
AR	.00	.99	1.69	.19	1.73	.19
Volatility	1.51	.22	1.10	.29	.36	.55
CATFIN	.21	.65	.01	.91	.28	.60
DCI	.84	.36	.01	.90	1.16	.28
Turbulence Index	.47	.49	2.66	.10	2.66	.10
AIM	.03	.86	.10	.75	.11	.74
CES	.35	.55	<b>3.29</b>	.07	.47	.49
COES	.34	.56	1.09	.30	.32	.57
SRISK	.01	.94	2.57	.11	3.39	.07
Kyle's Lambda	.42	.51	.00	1.00	.01	.90
MES	.58	.45	2.46	.12	.69	.40
$\Delta$ CoVaR	.72	.40	<b>5.06</b>	.02	2.43	.12

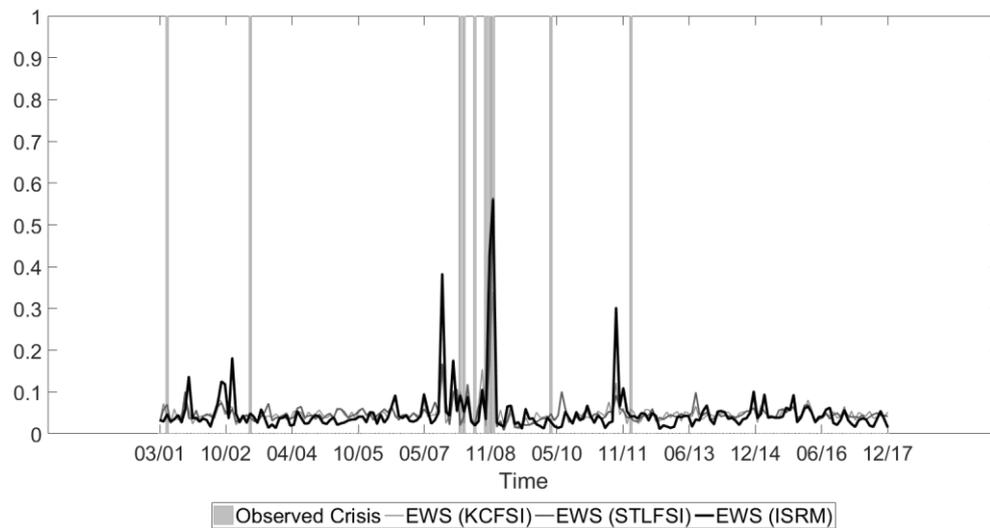
Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table presents the results of the ROC test. Model 1 is the static model (the benchmark), which considers that the occurrence of crises can be explained only by macroeconomic factors. Models 2 to 4 are dynamic, including the lagged binary crisis variable  $y_{i,t-1}$  (Model 2), the lagged index  $\pi_{i,t-1}$  (Model 3), and both of them (Model 4), in addition to leading macroeconomic indicators. Bold values correspond to the best model for each systemic risk measure according to the ROC test. The bold values are significant at a 10% level of significance.

Figure 1 presents the in-sample crisis at time  $t$  probabilities from the static (Model 1) and the dynamic logit model (Model 4) for each of the

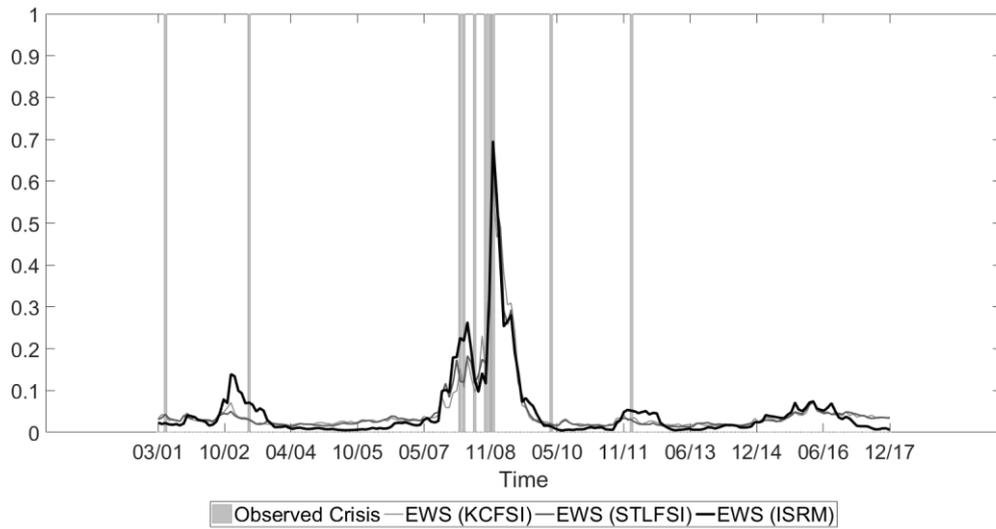
composite indicators namely KCFSI, STLFSI and ISRM in the sample from the 01/03/2001 to the 12/29/2017. Figure 1 shows the importance of taking dynamics (both by introducing the lagged state and the lagged index) into account. Panel A presents the probability obtained from the static model (Model 1) on all the sample for the three composite indicators compared to the probabilities obtained from Models 3 and 4 (Panels B and C respectively).

**Figure 1: In-sample forecast (static versus dynamic logit models)**

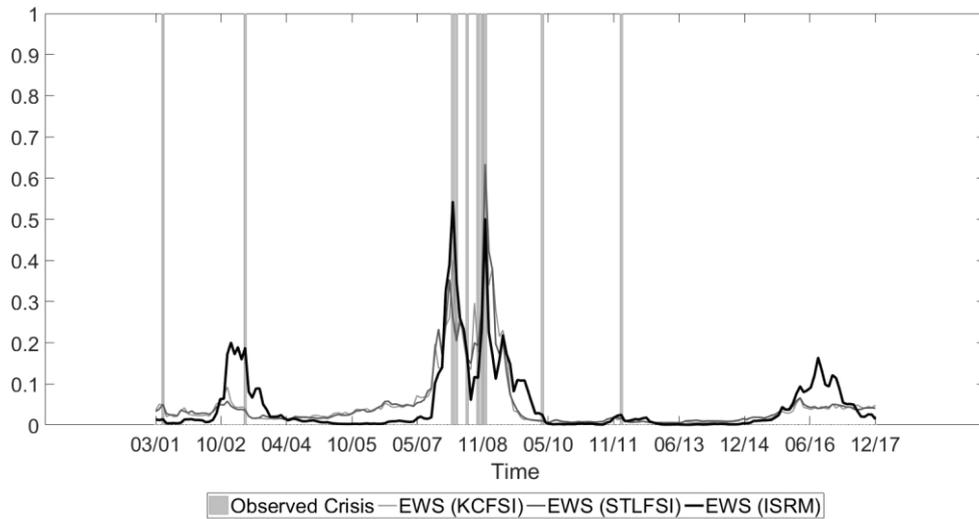
Panel A: EWS (Model 1)



Panel B: EWS (Model 3)



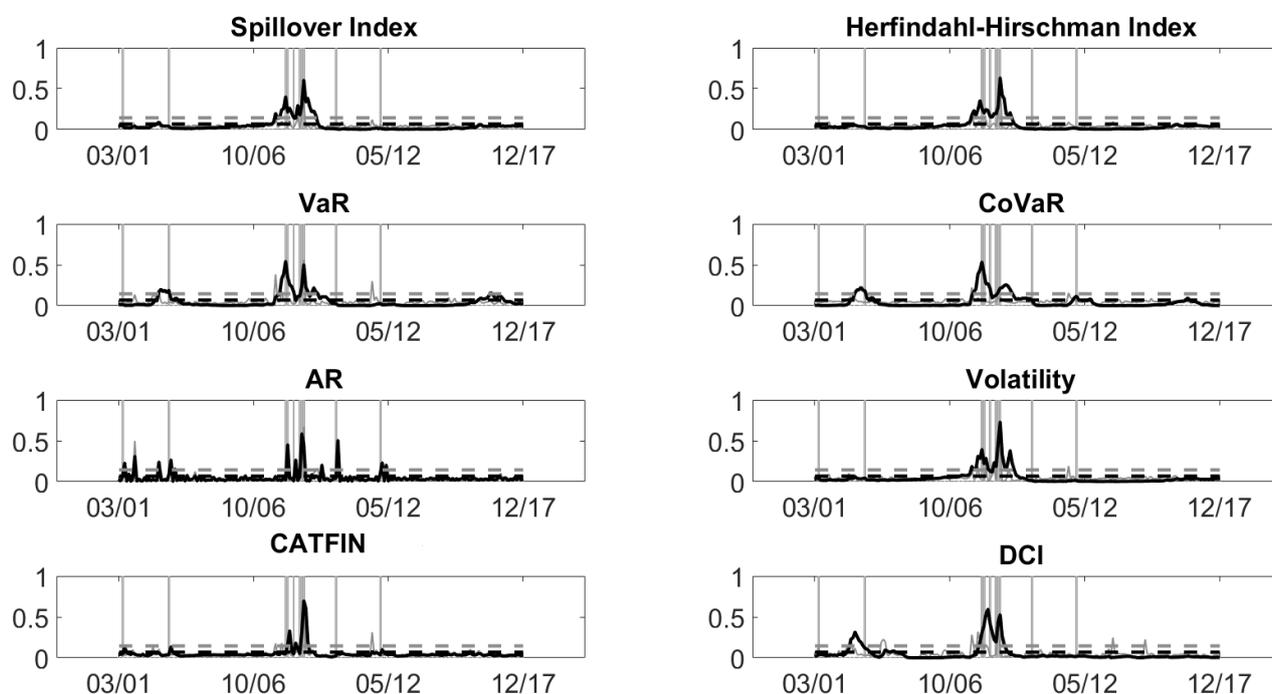
Panel C: EWS (Model 4)

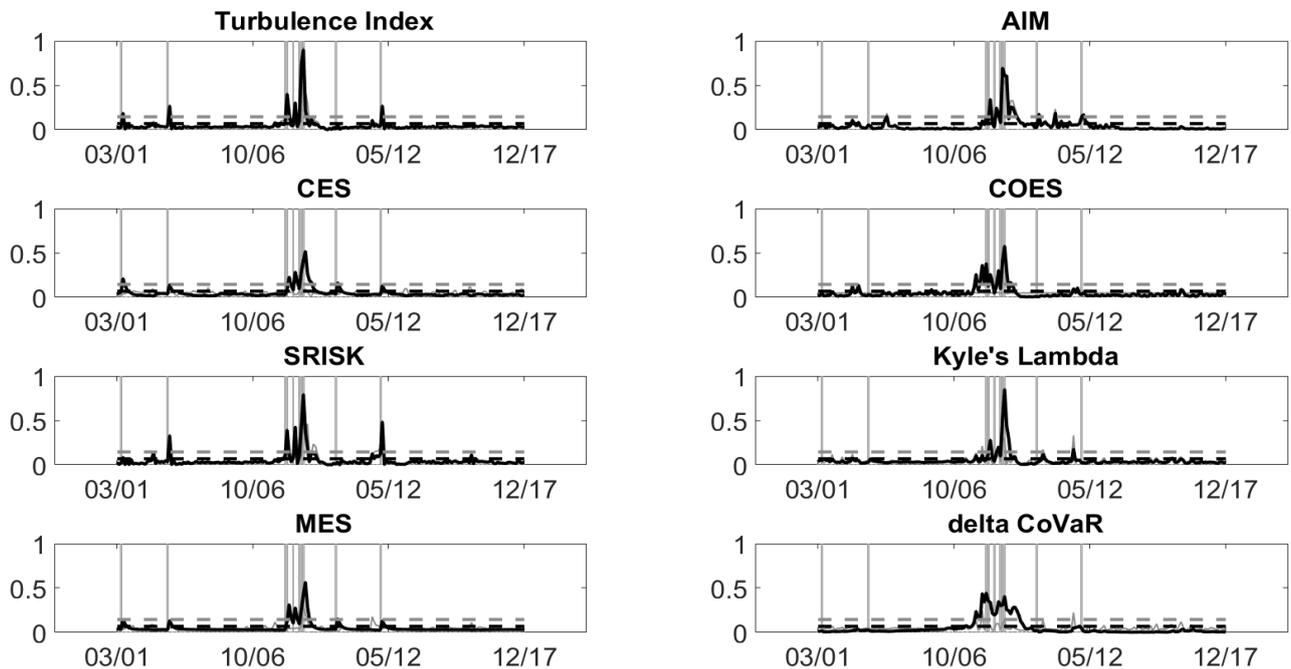


Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation.  
Note: Panel A Panel B and Panel C present respectively the observed crisis in grey areas the probability obtained by the EWS (line) for Model 1, Model 3 and Model 4 based on the composite indicators namely: KCFSI, STLFSI and ISRM.

Furthermore, Figure 2 presents the in-sample crisis at time  $t$  probabilities from the static (Model 1) and the dynamic logit model (Model 4) for each of the systemic risk measure in the sample from the 01/03/2001 to the 12/29/2017. The optimal cut-off for the static model is also displayed, meaning that this model identifies a crisis period if the associated probability exceeds that threshold. Note that the optimal cut-off is the one that best discriminates between crisis and calm periods. It is important to note that the static framework has always a higher cut-off than in the dynamic framework.

**Figure 2: In-sample forecast (static versus dynamic logit models 1 and 4)**





Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: this Figure presents respectively the crisis in grey areas, the optimal cut-off in dashed line and the probability obtained by the EWS solid line. Model 1 and Model 4 are respectively represented in grey and black.

We do not perform an out-of-sample analysis for the logit models because of the instability of the parameters in the beginning of the out-of-sample period and the lack of crisis observations after 2012 when the parameters become stable.

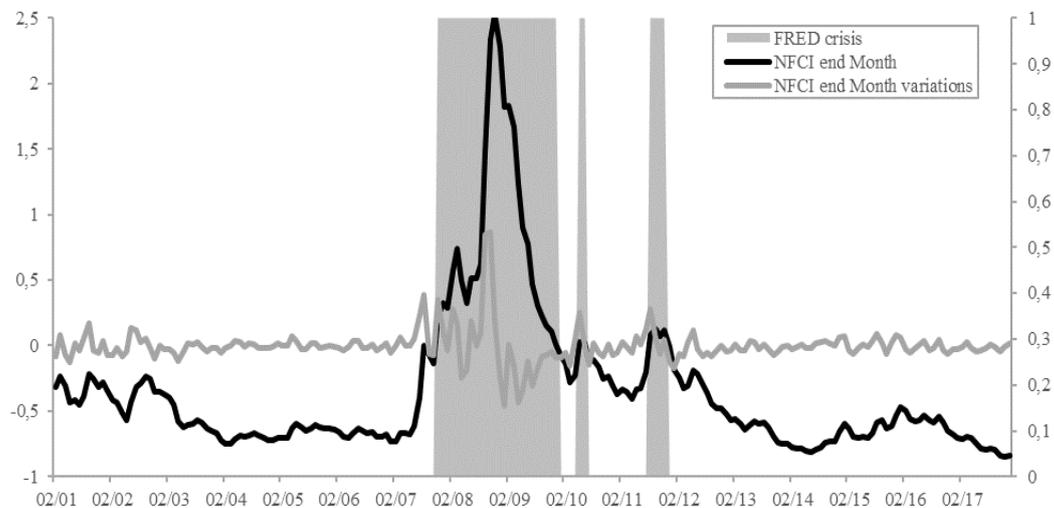
In the following sections, we will illustrate the results obtained by using Markov Switching Regime Models. We consider only two regimes characterized by state 1 (calm period) and state 2 (crisis period).

#### 4.4.3.2. In-sample analysis of EWS models (Markov Switching Regime)

In this section, we illustrate the in-sample Constant Transition Probabilities (CTP) and Time Varying Transition Probabilities (TVTP) dynamics of the Markov Switching Regime Model. We consider two regimes: regime 1 is the calm period whilst regime 2 corresponds to the stress regime. All the variables are allowed to switch over time in the specification of the Markov Switching Regime Model.

Figure 3 illustrates the dynamics of the NFCI (in level and in variations) and the stress periods corresponding to a positive value of the NFCI in level as reported on the FRED website. It appears that 3 stress periods can be observed (i.e. when NFCI, in level, is above the value of zero) with the largest period corresponding to the Global Financial Crisis (GFC) period. Level and variations of the NFCI both reach a pic during the GFC period. The last crisis periods correspond to the sovereign debt crisis periods in Europe between 2011 and 2012. In the remaining periods, variations of the NFCI remain relatively low.

**Figure 3: NFCI and stress periods**

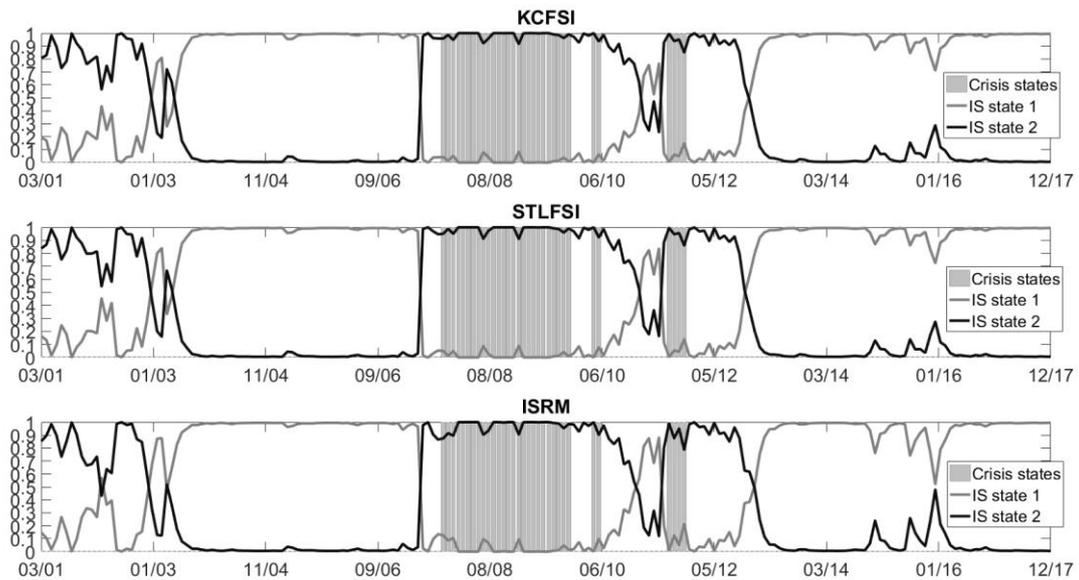


Source: Bloomberg, monthly data from the 09/03/2003 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: Panel A and, Panel B show respectively the variations of the NFCI and the conditional variance of the NFCI.

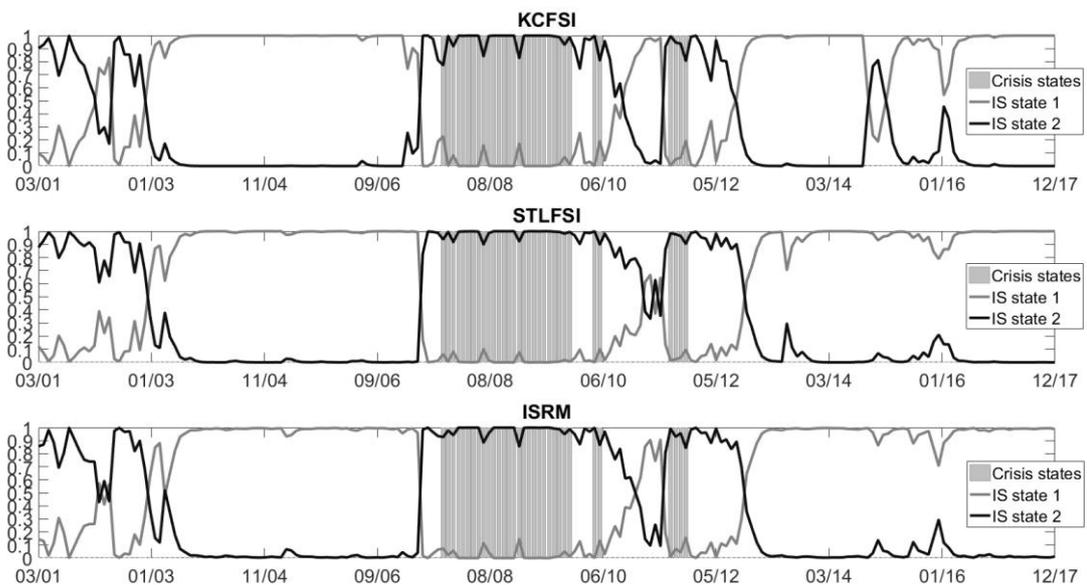
Figure 4 shows the TVTP of the two regimes over the in-sample period for the three composite indicators namely, KCFSI, STLFSI and ISRM. For the sake of place, we consider only the three composite indicators here. It appears that both the composite indicators outperform relatively well in discriminating the regimes in-sample whatever the specification of transition probabilities used. However, all models detect a state 2 (crisis) in the beginning and at almost the end of the sample in 2001 and in 2016 respectively. In the end of 2017, no state 2 (crisis) are detected.

**Figure 4: In-sample forecast (Markov Switching Model)**

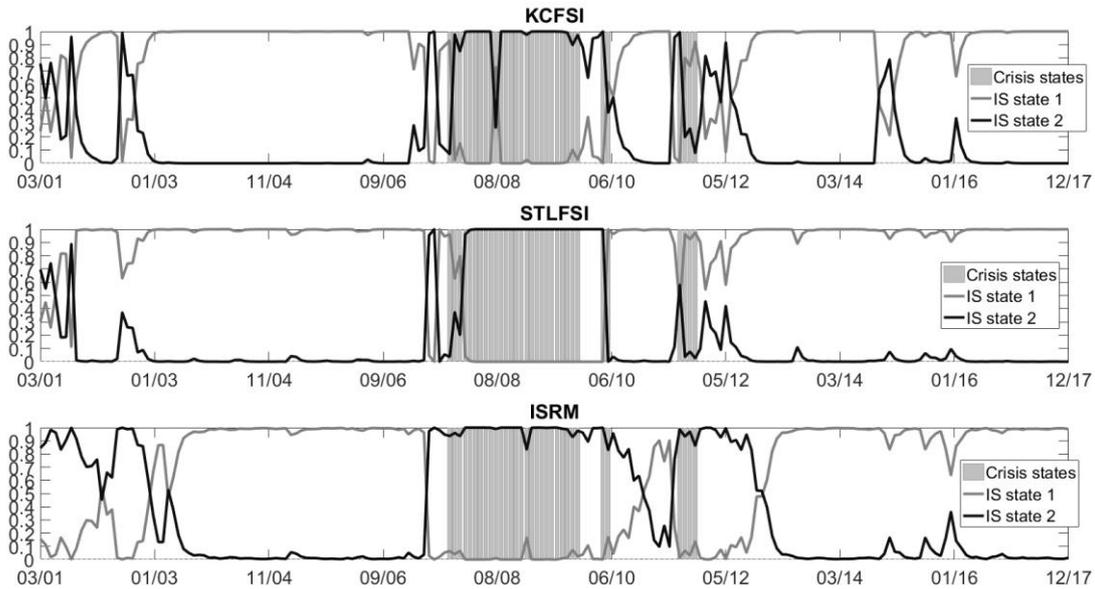
**Panel A: Constant Transition Probabilities**



**Panel B: Time Varying Transition Probabilities**



Panel C: Time Varying Transition Probabilities with lagged state



Source: Datastream, monthly data from the 09/03/2003 to the 02/26/2016; authors' computation. Note: The Figure presents the observed crisis in grey areas and the transition probabilities obtained by the EWS (line) based on the composite indicators namely: KCFSI, STLFSI and ISRM. Panel A to C presents the results of Markov Regime switching models with constant transition probabilities, time varying transition probabilities and time varying transition probabilities with lagged state respectively.

Table 5 shows the in-sample results of the AUC criterion when using the Markov Regime Switching Models used. When considering the three composite indicators, Markov Regime Switching with time varying transition probabilities (Model 2) has the highest AUC value for KCFSI STLFSI and ISRM. It appears that Model 1 and Model 2 have the highest AUC values for almost all the systemic risk measures. Model 3 has the highest AUC value only for the DCI. Then, when considering Markov Regime Switching models, dynamics should be taken into account for composite indicators and many systemic risk measures. However, note that

the AUC values are close between the three models used for all the composite indicators and the systemic risk measures and favor also Markov Regime Switching with constant transition probabilities (Model 1). Finally, it appears that taking into account lagged state variable does not bring more added value than the two first specifications.

**Table 5: In-sample model comparison (Markov Regime Switching Models with Two States) using the AUC criterion**

Systemic risk Measures	Model 1	Model 2	Model 3
KCFSI	.95	<b>.95</b>	.95
STLFSI	.95	<b>.96</b>	.93
ISRM (Id <sub>6</sub> )	.94	<b>.95</b>	.94
Spillover Index	<b>.95</b>	.95	.95
Herfindahl-Hirschman Index	<b>.95</b>	.95	.95
VaR	.94	<b>.95</b>	.92
CoVaR	.94	<b>.95</b>	.90
AR	.95	<b>.96</b>	.95
Volatility	<b>.95</b>	.81	.91
CATFIN	<b>.95</b>	.95	.94
DCI	.95	.87	<b>.95</b>
Turbulence Index	.95	<b>.95</b>	.92
AIM	.95	<b>.96</b>	.96
CES	.94	<b>.95</b>	.87
COES	.95	<b>.96</b>	.95
SRISK	<b>.94</b>	.89	.88
Kyle's Lambda	<b>.96</b>	.95	.93
MES	.94	<b>.94</b>	.89
$\Delta$ CoVaR	<b>.95</b>	.92	.87

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table shows the AUC criterion results. Model 1 corresponds to Constant Transition Probabilities, Model 2 and Model 3 to Time Varying Transition Probabilities without and with lagged state respectively. Bold values correspond to the best model for each indicator according to the AUC criterion.

**Table 6: In-sample model comparison (Markov Regime Switching Models) using ROC test**

	Model 1 VS Model 2		Model 1 VS Model 3	
	Statistic	p-value	Statistic	p-value
KCFSI	.20	.65	.00	.95
STLFSI	<b>9.67</b>	.02	.82	.37
ISRM (Id <sub>6</sub> )	<b>3.00</b>	.08	.14	.71
Spillover Index	.01	.93	.03	.87
HHI	2.03	.15	.30	.58
VaR	<b>4.99</b>	.03	1.22	.27
CoVaR	.07	.79	2.37	.12
AR	<b>4.91</b>	.03	.29	.59
Volatility	<b>1.44</b>	.00	.65	.42
CATFIN	.54	.46	.54	.46
DCI	<b>13.19</b>	.00	.40	.53
Turbulence Index	<b>6.61</b>	.01	<b>4.45</b>	.03
AIM	1.19	.27	.76	.38
CES	.91	.34	<b>3.24</b>	.07
COES	1.75	.19	.04	.83
SRISK	<b>3.69</b>	.05	<b>2.84</b>	.09
Kyle's Lambda	.17	.68	.52	.47
MES	.01	.93	2.59	.11
$\Delta$ CoVaR	<b>3.13</b>	.08	<b>4.00</b>	.05

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table presents the results of the ROC test. Model 1 corresponds to Constant Transition Probabilities, Model 2 and Model 3 to Time Varying Transition Probabilities without and with lagged state respectively. Bold values correspond to the best model for each systemic risk measure according to the ROC test. The bold values are significant at a 10% level of significance.

Table 6 presents the statistic and the p-value of the ROC test when comparing the Markov Regime Switching model with constant transition probabilities (Model 1) against the dynamic Models 2 and 3. Models 2 and 3 are different than Model 1 only for some systemic risk measures, the STLFSI and the ISRM, in-sample. The ROC test does not reject the null hypothesis of equal forecasting abilities for KCFSI, HHI, CoVaR, CATFIN, AIM, Kyle's Lambda and MES when considering any dynamic

models. The ROC test rejects the null hypothesis for ISRM and STLFSI when considering model 2 at a 10% level of significance.

We will turn to the out-of-sample analysis of the Markov Switching Regime models.

#### **4.4.3.3. Out-of-sample analysis of EWS models (Markov Switching Regime)**

In this section, we assess the out-of-sample performance of the static and the dynamic logit models. The out-of-sample is performed recursively and the whole sample containing 202 observations is split into two subsamples: the training sample considers the first 51 observations in which state 2 (crisis) has no observations; the out-of-sample considers the remaining 151 observations in which more state 2's observations are available.

Figure 5 shows the TVTP of the two regimes over the out-of-sample period for the three composite indicators namely, KCFSI, STLFSI and ISRM.

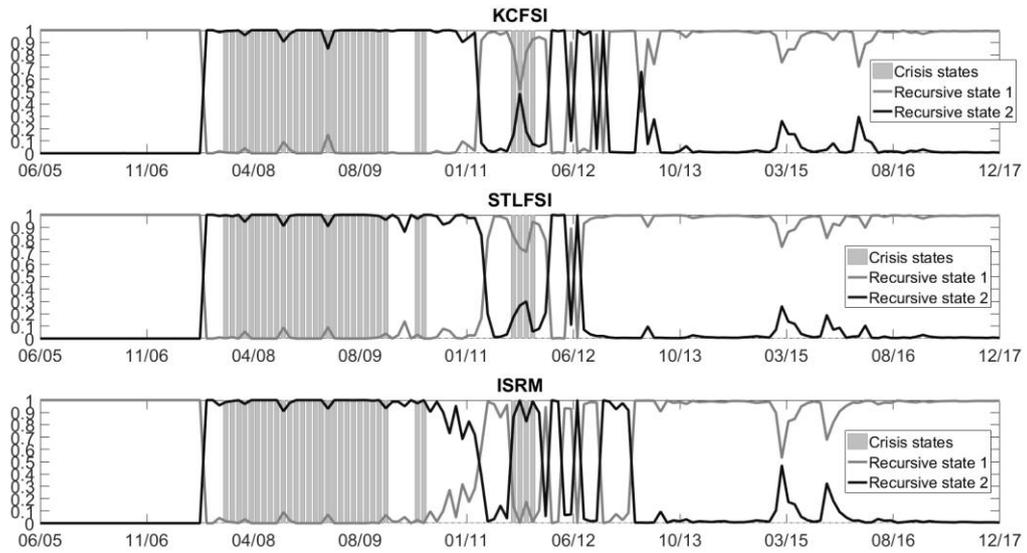
The first Panel (Panel A) of the Figure displays the recursive estimation of the Constant Transition Probabilities (CTP) which have a look-ahead bias since they result on in-sample recursion until  $t + 1$ , allowing them to have the information in  $t + 1$ . This so-called “unfair” out-of-sample is

however informative about the two following dynamic specifications (which are true out-of-sample analyses). Indeed, a dynamic specification close to the static unfair one should be able to discriminate well the crisis as the unfair which has the information about  $t + 1$ . As we can see, the unfair static analysis greatly discriminates the crisis periods from the normal ones.

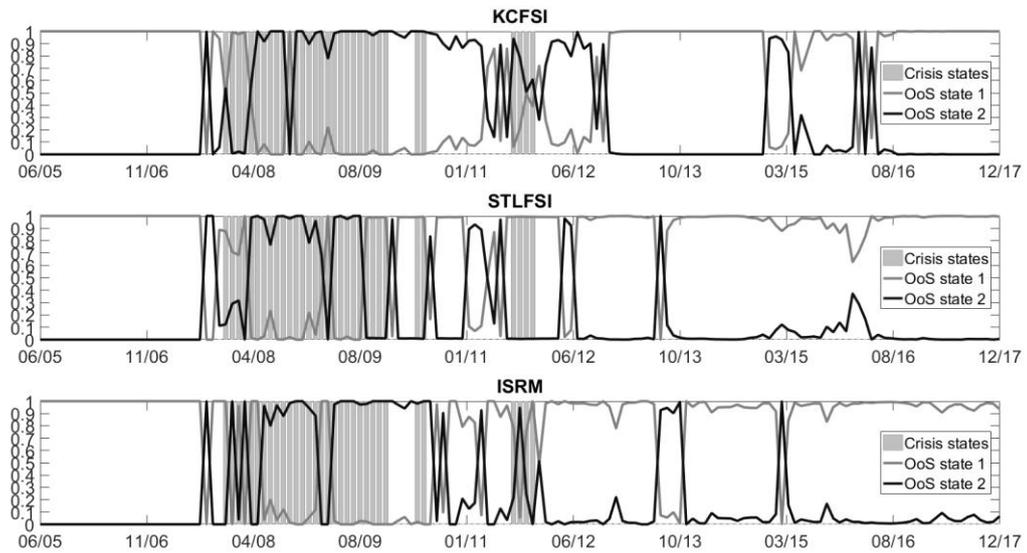
By contrast of the CTP, the two following TVTP specifications are pure out-of-sample analyses since they are forward-looking without the information at time  $t + 1$ . Regarding the TVTP specifications without the lagged state (Panel B), this time, all the composite indicators have success in switching from regime 1 (no crisis) to regime 2 (crisis) during the GFC period. All of them switch to regime 2 in 2007 but do not stay at regime 2 before the GFC occurs. Globally, during the crisis periods, the composite indicators keep high TVTP from state 1 to state 2. Between the end of 2012 and of 2016, STLFSI discriminates better the regimes than the KCFSI and the ISRM which switch twice from state 1 to state 2. After 2016, the transition probabilities from state 1 to state 2 remain close to 0 for all the three composite indicators. When considering the TVTP specification with the lagged state (Panel C), it seems that all indicators do not discriminate better the crises periods than the TVTP specifications without lagged state.

**Figure 5: Out-of-sample forecast (Markov Switching Model)**

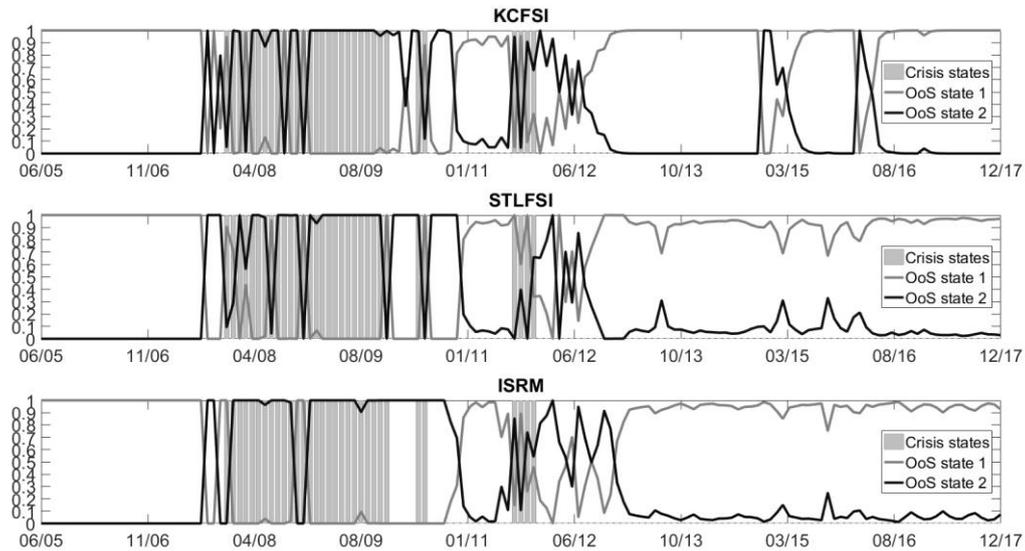
**Panel A: Constant Transition Probabilities (Recursive)**



**Panel B: Time Varying Transition Probabilities**



Panel C: Time Varying Transition Probabilities with lagged state



Source: Datastream, monthly data from the 09/03/2003 to the 02/26/2016; authors' computation. Note: The Figure presents the observed crisis in grey areas and the transition probabilities obtained by the EWS (line) based on the composite indicators namely: KCFSI, STLFSI and ISRM. Panel A to C presents the results of Markov Regime switching models with constant transition probabilities, time varying transition probabilities and time varying transition probabilities with lagged state respectively.

As previously did in the in-sample analysis, Tables 7 and 8 report the results of the AUC performance assessment criterion, the ROC test statistic and the p-values for the two-time series models, i.e., static and dynamic logit models.

Table 7 presents the out-of-sample results of the AUC criterion for the three Markov Regime Switching Models and for all the composite indicators and systemic risk measures. First, it is important to recall that the constant transition probabilities of Model 1 are computed recursively and do not correspond to a true out-of-sample exercise here. Thus,

without surprise, Model 1 is expected to have the highest AUC value relative to the two out-of-sample probabilities obtained from the two dynamic specifications. However, note that Models 2 and 3 are close to each other and are not so far, in terms of AUC value, from Model 1.

**Table 7: Out-of-sample model comparison (Markov Regime Switching Models) using AUC criterion**

Systemic risk Measures	Model 1	Model 2	Model 3
KCFSI	<b>.91</b>	.87	.87
STLFSI	<b>.92</b>	.78	.77
ISRM (Id <sub>6</sub> )	<b>.94</b>	.79	.86
Spillover Index	<b>.95</b>	.94	.92
Herfindahl-Hirschman Index	<b>.95</b>	.81	.86
VaR	<b>.93</b>	.86	.69
CoVaR	<b>.94</b>	.82	.78
AR	<b>.93</b>	.83	.90
Volatility	<b>.92</b>	.78	.71
CATFIN	<b>.96</b>	.81	.69
DCI	<b>.94</b>	.89	.76
Turbulence Index	<b>.94</b>	.91	.86
AIM	<b>.94</b>	.80	.89
CES	<b>.94</b>	.61	.82
COES	<b>.94</b>	.87	.82
SRISK	<b>.92</b>	.84	.79
Kyle's Lambda	<b>.95</b>	.92	.79
MES	<b>.93</b>	.76	.80
$\Delta$ CoVaR	<b>.93</b>	.85	.71

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table shows the AUC criterion results. Model 1 corresponds to Constant Transition Probabilities, Model 2 and Model 3 to Time Varying Transition Probabilities without and with lagged state respectively. Bold values correspond to the best model for each indicator according to the AUC criterion.

**Table 8: Out-of-sample model comparison (Markov Regime Switching Models) using ROC test**

	Model 1 VS Model 2		Model 1 VS Model 3		Model 2 VS Model 3	
	Statistic	p-value	Statistic	p-value	Statistic	p-value
KCFSI	1.35	.24	1.03	.31	.00	1.00
STLFSI	<b>12.18</b>	.00	<b>6.11</b>	.01	.00	.98
ISRM (Id <sub>6</sub> )	<b>6.94</b>	.01	<b>3.39</b>	.07	.86	.35
Spillover Index	.65	.42	1.04	.31	.32	.57
HHI	<b>6.85</b>	.01	<b>6.99</b>	.01	.56	.46
VaR	<b>3.27</b>	.07	<b>11.55</b>	.00	<b>4.58</b>	.03
CoVaR	<b>3.94</b>	.05	<b>8.12</b>	.00	.25	.62
AR	<b>3.88</b>	.05	.35	.55	1.46	.23
Volatility	<b>4.43</b>	.04	<b>7.69</b>	.01	.44	.50
CATFIN	<b>6.84</b>	.01	<b>16.94</b>	.00	1.68	.20
DCI	<b>5.57</b>	.02	<b>8.21</b>	.00	<b>4.10</b>	.04
Turbulence Index	1.01	.31	<b>3.24</b>	.07	.92	.34
AIM	<b>5.39</b>	.02	1.71	.19	1.95	.16
CES	<b>25.90</b>	.00	<b>5.29</b>	.02	<b>6.54</b>	.01
COES	<b>3.25</b>	.07	<b>5.90</b>	.02	1.34	.25
SRISK	<b>3.54</b>	.06	<b>6.00</b>	.01	.83	.36
Kyle's Lambda	.56	.45	<b>6.32</b>	.01	<b>2.91</b>	.09
MES	<b>1.02</b>	.00	<b>6.32</b>	.01	.33	.57
ΔCoVaR	<b>4.17</b>	.04	<b>1.84</b>	.00	<b>6.33</b>	.01

Source: Datastream, monthly data from the 01/03/2001 to the 12/29/2017; authors' computation. Note: the Table presents the results of the ROC test. Model 1 corresponds to Constant Transition Probabilities, Model 2 and Model 3 to Time Varying Transition Probabilities without and with lagged state respectively. Bold values correspond to the best model for each systemic risk measure according to the ROC test. The bold values are significant at a 10% level of significance.

Table 8 shows the out-of-sample results of the ROC test (statistics and their corresponding p-values) when comparing Model 1 (the non-true out-of-sample analysis which is expected to be the best model) with the two dynamic specifications (Models 2 and 3) and when comparing Model 2 with Model 3. It appears that the Null hypothesis of equal forecasting abilities between Model 1 and one of the two dynamic models (Models 2 and 3) is rejected for almost all the systemic risk measures and composite indicators at a 10% level of significance. Then, Models 2 and 3 are different from Model

1, in terms of forecast. From the previous table on the AUC values, it appears, as expected, that Model 1 is the best model in terms of forecasting abilities for almost all the indicators. The difference between Model 1 and the dynamic Models is not significant for the KCFSI and the Spillover Index at a 10% level of significance. Finally, when comparing Model 2 with Model 3, it appears that the two dynamic specifications differs in terms of predictive abilities for some systemic risk measures at a 10% level of significance.

#### **4.5. Conclusion**

In this fourth and last chapter, we propose a solution to partially fill the gap between, first, having various isolated systemic risk indicators and, secondly, recovering forecasts in the highly difficult exercise of predicting systemic risk.

With the SRM and the ISRM developed in the first chapter in hands, we use different logit and Markov Switching based EWS to obtain a crisis probability forecast based on a dating crisis methodology for the National Financial Condition Index (NFCI). Forecasting abilities of the different EWS are then compared and discussed in a unified evaluation framework designed specifically for EWS.

Thus, we show that dynamic logit models consistently outperform the static one in the in-sample forecast exercise. In addition, the optimal

EWS for each systemic risk measure yields good forecasting probabilities, which are generally beyond the optimal cut-off in the crisis periods and below this threshold the rest of the time.

We also show that Markov Switching Regime based EWS have also good forecasting abilities and their performances are close to the performance of an unfair out-of-sample analysis. Both dynamic models are similar in terms of predictive abilities for almost all the indicators used, highlighting the importance of taking into account the dynamics of the transition probabilities.

Finally, future research could be to use machine learning technics (for example Support Vector Machine – SVM) to determine and classify the states of the various composite and individual indicators entering as input variables in the EWS models. Another future work could be to perform a pure forecasting analysis using the forecasted composite and individual indicators entering in both the EWS and the ISRM.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans le premier chapitre de cette thèse, nous avons développé, à la suite de Giglio *et al.* [2016], une méthodologie de construction d'un indice de risque systémique, dénommé *Index of Systemic Risk Measures (ISRM)*. Cet indice est construit *via* une Analyse en Composantes Principales Parcimonieuse (ACPP) portant sur de nombreuses mesures de risque systémique (qui en capturent les différents aspects), afin de maximiser le lien potentiel entre la survenance d'un choc systémique et son impact, à la fois sur la stabilité financière et sur la croissance future, de manière à ce que les actions entreprises pour réduire le risque systémique contribuent au mieux à la stabilité financière du système dans son ensemble et à limiter l'impact d'un tel choc sur l'économie réelle. La rationalité de l'exercice réside dans la multiplicité des métriques de risque systémique, à la fois individuelles et globales, introduites dans la littérature depuis la dernière crise financière globale, et des redondances potentielles entre celles-ci. Ces dernières émergent du fait que chaque métrique évalue une ou plusieurs facettes particulières du risque systémique, alors que précisément il nous faut prendre en considération le caractère multidimensionnel de ce risque global, qui est par nature multiforme. Pour faire face à ce problème, une première approche consiste à organiser une comparaison relative des différentes approches et à déterminer, à l'aune de certains critères, la (les) meilleure(s) mesure(s) de risque systémique (Benoit *et al.* [2017a] et Poledna *et al.* [2017]). Une autre solution consiste à agréger l'ensemble de ces mesures au moyen d'une technique de réduction de l'information, qui se justifie aussi pleinement du fait de l'existence d'un important risque de modèle inhérent à leur estimation. À l'instar de Giglio *et al.* [2016], nous avons choisi de suivre cette dernière voie et la méthodologie adoptée est fondée sur une Analyse en Composantes Principales Parcimonieuse (ACPP) qui permet de sélectionner un nombre plus ou moins restreint de mesures de risque systémique dans la construction de

l'indice agrégé. En conséquence, l'indice ainsi obtenu est le plus parcimonieux possible à l'aune de différents critères et il a, par construction, une dynamique plus stable dans le temps. Sur l'ensemble de la période, les mesures qui contribuent le plus à la construction de l'indice sont : le *Spillover Index*, le *Herfindahl-Hirschman Index*, la *VaR*, la *CoVaR*, l'*Absorption Ratio*, et la *volatilité*. D'autres mesures viennent aussi s'ajouter dans sa composition, mais avec des poids relativement plus faibles, à savoir la *CATFIN*, le *Dynamical Causality Index (DCI)*, le *Turbulence Index*, la mesure d'illiquidité d'Amihud (*AIM*), la *CES*, la *COES*, la *SRISK*, le Lambda de Kyle (*Kyle's Lambda*), la *MES* et la  $\Delta CoVaR$ . Les principales dimensions du risque systémique sont ainsi prises en compte dans notre indice final.

Une fois cet indice construit, nous avons mis en évidence, dans le deuxième chapitre de cette thèse, la relation entre le risque systémique et les rendements des actifs financiers à partir du Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers (MEDAF), étendu à la Fama et French [1993]. Nous avons ajouté à l'analyse le facteur de risque systémique précédemment construit dans le premier chapitre. En incorporant ce nouveau facteur dans le MEDAF classique, nous montrons que le nouveau modèle d'équilibre, nommé Modèle d'Equilibre des Actifs Financiers avec risque Systémique (MEDAFS), permet de retrouver, d'une part, la relation classique entre les rendements de l'actif et le risque systématique (mesuré par le *bêta*) et, d'autre part, une relation entre les rendements de l'actif et le risque systémique. Nous montrons ainsi que le risque systémique influence significativement l'évaluation des actifs financiers et ce, sur deux marchés, à savoir le marché américain et le marché français des actions. Toutefois, il apparaît au regard des nombreuses analyses menées, que le risque systémique joue un rôle non linéaire dans l'évaluation des actifs. En effet, en étudiant l'évolution de la relation canonique du MEDAF entre rendements moyens et sensibilités au risque systématique lié au facteur de marché dans plusieurs environnements de risque systémique - allant d'un risque faible à risque élevé - il apparaît que la relation du MEDAF, croissante dans un environnement faible, s'inverse au fur et à mesure que le risque systémique augmente, pour finalement complètement

s'inverser dans un environnement de risque systémique élevé. Cet effet non linéaire est également mis en lumière à travers l'analyse de l'évolution, dans le temps et sur l'ensemble de la période, des sensibilités et de leurs significativités au risque systémique. Nous proposons également de remplacer le calcul matriciel dans la méthode *SURE* utilisant des produits de Kronecker, par une réécriture des programmes de minimisation en utilisant des tenseurs et des produits d'Hadamard. Il s'agit là de décomposer chaque résultante des différents produits impliqués dans le calcul, afin de rendre ce dernier plus efficace.

Dans le troisième chapitre de cette thèse, en lien étroit avec la méthodologie actuellement utilisée par le régulateur, nous avons proposé une application originale du MEDAFS afin d'identifier les Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS). Ainsi, un classement de ces institutions est proposé et effectué à partir des paramètres les plus statistiquement significatifs : l'importance des institutions financières serait ainsi déterminée par leur sensibilité (et leur significativité) au risque systémique global. Pour que le régulateur puisse concentrer ses forces, forcément limitées, sur les principales sources du risque systémique, nous proposons de fixer un percentile (60% ici) des institutions financières à surveiller ayant les sensibilités au risque systémique les plus grandes et les plus significatives. Dans notre étude, nous identifions ainsi 32 IFIS<sup>1</sup> parmi 54 institutions financières qui ont un risque systémique significatif. Par ailleurs, une comparaison avec le classement de l'*OFR* montre que les « *Global Systemically Important Banks* » américaines (*US G-SIB*) sont aussi identifiées au travers de notre proposition sur la période courant du 03/09/2003 au 24/06/2014.

Enfin, dans le quatrième et dernier chapitre de cette thèse, nous avons proposé un système d'alerte systémique sur la base d'un modèle *logit* dynamique et d'un modèle à changements de régimes afin d'estimer la probabilité d'occurrence d'un futur événement systémique. Ce nouvel outil mis à la disposition du régulateur devrait permettre de déployer des politiques

---

<sup>1</sup> Un site internet dédié aux classements des IFIS (depuis 2011) est disponible à l'adresse : [www.sifiwatch.fr](http://www.sifiwatch.fr).

prudentielles de réduction du risque systémique au travers de ses multiples canaux (interconnexion, taille, effet de levier, contagion) et au travers d'indices composites comme l'indice de risque systémique développé au chapitre 1 et les indices de stress proposés par différentes réserves fédérales américaine.

Pour terminer, nous mentionnerons plusieurs pistes de recherche complémentaire.

En premier lieu, des recherches supplémentaires pourraient être menées concernant la construction de l'indice global de risque systémique. Il pourrait ainsi être intéressant d'essayer de compléter au mieux le panel de mesures de risque systémique utilisées dans la création de l'*ISRM*, de manière à ne sous-estimer aucun aspect du risque systémique.<sup>2</sup> Par exemple, d'autres mesures utilisant des données de marchés pourraient permettre d'améliorer l'approche proposée. On pourrait considérer par exemple la *Systemic Expected Shortfall (SES)* d'Acharya *et al.* [2017] dont les auteurs en ont montré le pouvoir prédictif durant la crise de 2007-2009, ou encore le *Realized Systemic Risk Beta (RSRB)* de Hautsch *et al.* [2015] qui permettrait de mieux mesurer la contribution des IFIS à un événement systémique au travers de leurs expositions et de leurs interconnexions. Le fait que nous utilisons une ACP et un critère de pertinence relatif au lien entre risque systémique et économie réelle nous permet de gérer les potentielles redondances de chacune des nouvelles mesures prises en considération et, finalement, de juger de l'apport de telle ou telle mesure supplémentaire dans l'analyse globale.

En second lieu, plusieurs prolongements concernant le MEDAFS pourraient être envisagés. Afin de vérifier plus avant la robustesse du MEDAFS, il serait pertinent d'étendre cette étude à d'autres marchés plus larges (comme le *DJI500* aux *USA* et l'*Eurostoxx600* en Europe). D'autres extensions du MEDAF original sont également envisageables, avec l'ajout de facteurs supplémentaires (Brown [1989] ; Jegadeesh et Titman [1993] ; Carhart [1997] ;

---

<sup>2</sup> Un site internet dédié au risque systémique (avec une liste exhaustive des mesures existantes et des ressources en lien avec cette thèse) est disponible à l'adresse : [www.systemic-risk-hub.org](http://www.systemic-risk-hub.org).

Pástor et Stambaugh [2003] ; Fama et French, [2012] et [2015] ; Holderness et Pontiff [2016] ; Feng *et al.* [2017] ; Andrei *et al.* [2019]), au risque peut-être de considérer des variables très corrélées entre elles.<sup>3</sup> Concernant la méthode d'estimation, des améliorations de la méthode *SURE* de Zellner [1962] sont à l'étude, au travers par exemple de la prise en compte de l'incertitude sur la matrice de variance-covariance des Moindres Carrés Généralisés (MCG).

En troisième lieu, notre proposition de méthodologie pour l'identification des IFIS pourrait certainement être encore améliorée grâce à l'utilisation de modèles de prévision des différentes variables sous-jacentes entrant dans la construction d'un système d'alerte (*Early Warning System* ; Candelon *et al.* [2012] ; [2014]). Ceux-ci permettraient en effet d'anticiper au mieux les évolutions du système global et le comportement des principaux acteurs du marché. De plus, le choix de la fixation du seuil de détection, encore arbitraire ici, pourrait faire l'objet d'une endogénéisation fondée sur un critère économique et/ou statistique, en lien avec les ressources du régulateur et l'importance des dégâts potentiels causés. Il serait également intéressant d'étudier les changements dans les classements des IFIS si la relation du MEDAFS venait à changer. Enfin, à partir des résultats obtenus dans cette thèse, plusieurs pistes de recherche s'ouvrent désormais sur la définition d'un modèle macroéconomique incluant un secteur financier sujet à des chocs, qui se propageraient à l'ensemble des agents du secteur financier et du secteur réel (Brunnermeier et Sannikov [2019] ; Brunnermeier et Cheridito [2019] ; He et Krishnamurthy [2019]). Un tel modèle permettrait d'illustrer les canaux de propagations du risque systémique ainsi que des politiques économiques servant à réduire ce risque ainsi que le coût engendré pour la société.

---

<sup>3</sup> Carhart [1997] propose par exemple de rajouter l'effet *momentum* représentant la différence entre les rendements des titres performants (*Winners*) et ceux des titres les moins performants (*Losers*) sur le marché comme facteur supplémentaire (noté *WML*). Toutefois, le facteur *momentum* et notre facteur de risque systémique, bien que construits différemment, montrent un coefficient de corrélation de 0,70 sur toute la période étudiée (et de 0,90 sur la période de crise 2008-2009). L'intuition étant que les turbulences de marchés s'accompagnent en générales de primes de risques négatives sur les marchés actions.



## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Abiad, A., 2003. Early warning systems: a survey and a regime switching approach. IMF Working Paper, 60 pages.
2. Abergel, F., Chakrabarti, B., Chakraborti, A., Ghosh, A., 2013. Econophysics of systemic risk and network dynamics, Springer, 298 pages.
3. Acharya, V., Brownless, C., Engle, R., Farazmand, F., Richardson, M., 2013. Measuring systemic risk, in Roggi-Altman (dir.), Managing and Measuring Risk: Emerging Global Standards and Regulation after the Financial Crisis, World Scientific Series in Finance, 65-98.
4. Acharya, V., Engle, R., Richardson, M., 2012. Capital shortfall: a new approach to ranking and regulating systemic risks. American Economic Review 102 (3), 59-64.
5. Acharya, V., Pedersen, L., Philippon, T., Richardson, M., 2017. Measuring systemic risk. Review of Financial Studies 30 (1), 2-47.
6. Andrei, D., Cujean, J., Fournier, M., 2019. The Low-Minus-High portfolio and the factor Zoo. SSRN Working Paper, 47 pages.
7. Adrian, T., Brunnermeier, M., 2016. CoVaR. American Economic Review 106 (7), 1705-1741.
8. Akaike, H., 1969. Fitting autoregressive models for prediction. Annals of the Institute of Statistical Mathematics 21 (1), 243-247.
9. Alexander, C., 2008. Market risk analysis: Practical Financial Econometrics. John Wiley & Sons, 426 pages.

10. Allen, L., Bali, T., Tang, Y., 2012. Does systemic risk in the financial sector predict future economic downturns? *Review of Financial Studies* 25 (10), 3000-3036.
11. Amihud, Y., 2002. Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets* 5 (1), 31-56.
12. Amihud, Y., Mendelson, H., 1986. Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of Financial Economics* 17, 223-249.
13. Anderson, T., Darling, D., 1954. A test of goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association* 49 (268), 765-769.
14. Aruoba, S.B., Diebold, F.X. and Scotti, C., 2009. Real-time measurement of business conditions. *Journal of Business and Economic Statistics* 27 (4), 417-427.
15. Baker, S. R., Bloom, N., Davis, S., 2016. Measuring economic policy uncertainty. *The Quarterly Journal of Economics* 131 (4), 1593-1636.
16. Bali, T., 2003. An extreme value approach to estimating volatility and value at risk. *Journal of Business* 76, 83-108.
17. Bali, T., 2007. A generalized extreme value approach to financial risk measurement. *Journal of Money, Credit, and Banking* 39, 1611-1647.
18. Bali, T., Theodossiou, P., 2008. Risk measurement performance of alternative distribution functions. *Journal of Risk and Insurance* 75, 411-437.
19. Bali, T., Brown, J., Tang, Y., 2017. Is economic uncertainty priced in the cross-section of stock returns? *Journal of Financial Economics* 126 (3), 471-489.
20. Banulescu, G.-D., Dumitrescu, E.-I., 2015. Which are the SIFIs? A component expected shortfall approach to systemic risk. *Journal of Banking and Finance* 50 (C), 575-588.
21. Barone-Adesi, G., Gagliardini, P., Urga G., 2003. Testing asset pricing models with coskewness. *Journal of Business and Economic Statistics* 22 (4), 474-485.

22. Bekaert, G., Hoerova, M., 2014. The VIX, the variance premium and stock market volatility. *Journal of Econometrics* 183 (2), 181-192.
23. Ben Bouheni, F., Hasnaoui, A., 2017. Cyclical behavior of the financial stability of eurozone commercial banks. *Economic Modelling* 67, 392-408.
24. Benoit, S., Colliard, J.-E., Hurlin, C., Pérignon, C., 2017. Where the risks lie: a survey on systemic risk. *Review of Finance* 21 (1), 109-152.
25. Benoit, S., Hurlin, C., Pérignon, C., 2019. Pitfalls in systemic-risk scoring. *Journal of Financial Intermediation* 38, 19-44.
26. Berg, A., Pattillo, C., 1999. Predicting currency crises: the indicators approach and an alternative. *Journal of International Money and Finance* 18, 561-586.
27. Bernanke, B., Gertler, S., 1989. Agency costs, net worth, and business fluctuations. *American Economic Review* 79 (1), 14-31.
28. Bernanke, B., Gertler, S., Gilchrist, S., 1999. Chapter 21 The financial accelerator in a quantitative business cycle framework. *Handbook of Macroeconomics* 1 (C), 1341-1393.
29. Billo, M., Caporin, M., Panzica, R., Pelizzon, L., 2017. Network connectivity and systemic risk. *University Ca' Foscari Venezia Working Paper*, 43 pages.
30. Billio, M., Getmansky, M., Lo, A., Pelizzon, L., 2012. Econometric measures of connectedness and systemic risk in the finance and insurance sectors. *Journal of Financial Economics* 104 (3), 535-559.
31. Bisias, D., Flood, M., Lo, A., Valavanis, S., 2012. A survey of systemic risk analytics. *Annual Review of Financial Economics* 4, 255-296.
32. Black, L., Correa, R., Huang, X. et Zou, H., 2016. The systemic risk of European banks during the financial and sovereign debt crises. *Journal of Banking and Finance* 63, 107-125.

33. Black, F., Jensen, M., Scholes, M., 1972. The capital asset pricing model: some empirical tests. *Studies in the Theory of Capital Markets*, Praeger Publishers Inc., 54 pages.
34. Bloom, N., Bond, S., Van Reenen J., 2007. Uncertainty and investment dynamics. *Review of Economic Studies* 74, 391-415.
35. Bongini, P., Nieri, L., Pelagatti, M., 2015. The importance of being systemically important financial institutions. *Journal of Banking and Finance* 50, 562-574.
36. Brooks, C., 2002. *Introduction to econometrics*. Cambridge University Press, 674 pages.
37. Bostandzic, D., Weiß, G. and Neumann, S., 2014. What factors drive systemic risk during international financial crises? *Journal of Banking and Finance* 41, 78-96.
38. Boucher, C., Daniélsson, J., Kouontchou, P., Maillet, B., 2014. Risk models-at-risk. *Journal of Banking and Finance* 44 (1-2), 72-92.
39. Boucher, C., Kouontchou, P., Maillet, B., 2016. *Du risque des mesures de risque systémique*. *Revue Economique* 67 (2), 263-278.
40. Brown, S., 1989. The number of factors in security returns. *Journal of Finance* 44, 1247-1262.
41. Brownlees, C., Engle, R., 2017. Srisk: a conditional capital shortfall index for systemic risk measurement. *Review of Financial Studies* 30 (1), 48-79.
42. Brunnermeier, M., Sannikov, Y., 2014. A macroeconomic model with a financial sector. *American Economic Review* 104 (2), 379-421.
43. Brunnermeier, M., Rother, S., Schnabel, I., 2019. Asset price bubbles and systemic risk. *Review of Financial Studies* (Forthcoming), 83 pages.
44. Brunnermeier, M., Cheridito, P., 2019. Measuring and allocating systemic risk. *Risks* 7 (46), 2-19.

45. Brunnermeier, M., Sannikov, Y., 2019. The I Theory of Money. NBER Working Paper No. 22533, 65 pages.
46. Bussiere, M., Fratzscher, M., 2006. Towards a new early warning system of financial crises. *Journal of International Money and Finance* 25 (6), 953-973.
47. Campbell J., Thompson, S., 2008. Predicting excess stock returns out of sample: can anything beat the historical average? *Review of Financial Studies* 21, 1509-1531.
48. Canina L., Figlewski, S., 1993. The informational content of implied volatility. *Review of Financial Studies* 6 (3), 659-681.
49. Candelon, B., Dumitrescu, E.-I., Hurlin, C., 2009. Towards a unified framework to evaluate financial crisis early warning systems. METEOR research memorandum RM/10/046.
50. Candelon, B., Dumitrescu, E.-I., Hurlin, C., 2012. How to evaluate an early warning system? Towards a unified statistical framework for assessing financial crises forecasting methods. *IMF Economic Review* 60 (1), 75-113.
51. Candelon B., Dumitrescu E.-I., Hurlin C., 2014. Currency crisis early warning systems: Why they should be dynamic. *International Journal of Forecasting* 30, 1016-1029.
52. Caporin, M., 2008. Evaluating value-at-risk measures in the presence of long memory conditional volatility. *Journal of Risk* 10 (3), 79-110.
53. Caporin, M., Costola, M., Garibal, J-Ch., Maillet, B., 2019, Systemic Risk and Severe Real Economy Downturns: A Sparse Meta-analysis. *Mimeo*, 92 pages.
54. Carhart, M., 1997. On persistence in mutual fund performance. *Journal of Finance* 52, 57-82.
55. Carro, J. M., 2007. Estimating dynamic panel data discrete choice models with fixed effects. *Journal of Econometrics* 140, 503-528.

56. Chen, L.P., Collin-Dufresne, R., Goldstein, S., 2009. On the relation between credit spread puzzles and the equity premium puzzle. *Review of Financial Studies* 22 (9), 3367-3409.
57. Chen, H., Xu, Y., Yang, J., 2012. Systematic risk, debt maturity, and the term structure of credit spreads. NBER working paper series, 62 pages.
58. Chen, N.-F., Roll, R., Ross, S., 1986. Economic forces and the stock market. *Journal of Business* 59 (3), 383-403.
59. Chordia, T., Roll, R., Subrahmanyam, A., 2001. Market liquidity and trading activity. *Journal of Finance* 56, 501-530.
60. Cochrane, J., 2011. Presidential address: discount rates. *Journal of Finance* 66, 1047-1108.
61. Colletaz, G., Garibal, J-Ch., Maillet, B., 2019. A systemic risk early warning system based on forecasted components of an indicator of systemic risk measures. *Mimeo*, 43 pages.
62. Cont, R., Wagalath, L., 2013. Running for the exit: distressed selling and endogenous correlation in financial markets. *Mathematical Finance* 4 (23), 718-741.
63. Christoffersen, P., 1998. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review* 841-862.
64. D'Agostino, R., Pearson, E., 1973. Testing for departures from normality. Empirical results for the distribution of  $b_2$  and  $\sqrt{b_1}$ . *Biometrika* 60, 613-622.
65. D'Aspremont, A., El Ghaoui, L., Jordan, M., Lanckriet, G., 2007. A direct formulation for sparse PCA using semidefinite programming. *Society for Industrial and Applied Mathematics Review* 49 (3), 434-448.
66. Danielsson, J., 2002. The Emperor has no clothes: limits to risk modelling. *Journal of Banking and Finance* 26, 1273-1296.

67. Danielsson, J., James, K.R., Valenzuela, M., Zer, I., 2016. Model risk of risk models. *Journal of Financial Stability* 23, 79-91.
68. Das, S., 2016. Matrix metrics: network-based systemic risk scoring. *Journal of Alternative Investments* 18 (4), 33-51.
69. De Bandt, O., Hartmann, P., 2000. Systemic risk: a survey. European Central Bank Working Paper 35, 79 pages.
70. De Bandt, O., Heam, J.-C., Labonne, C., Tavoraro, S., 2015. *La mesure du risque systémique après la crise financière*. *Revue Economique* 66 (3), 481-500.
71. Delong, R., DeLong, D., Clarke-Pearson, D., 1988. Comparing the areas under two or more correlated receiver operating characteristic curves: a nonparametric approach. *Biometrics* 44, 837-845.
72. Di Cesare, A., Rogantini Picco, A., 2018. A survey of systemic risk indicators. Banca d'Italia Occasional Paper n°438, 78 pages.
73. Dickey, D., Fuller, W., 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association* 74, 427-431.
74. Dicks, L. Fulghieri, P., 2019. Uncertainty aversion and systemic risk. *Journal of Political Economy* 127 (3), 1118-1155.
75. Diebold, F., Mariano, R., 1995. Comparing predictive accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics* 13, 253-265.
76. Diebold, F., Yilmaz, K., 2009. Measuring financial asset return and volatility spillovers, with application to global equity markets. *Economic Journal* 119 (534), 158-171.
77. Diks, C., Panchenko, V., 2006. A new statistic and practical guidelines for nonparametric granger causality testing. *Journal of Economic Dynamics and Control* 30 (9-10), 1647-1669.

78. Diks, C., Panchenko, V., 2005. A note on the Hiemstra–Jones test for Granger non-causality. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics* 9 (2), 1-9.
79. Engle, R., Manganelli, S., 2004. CAViaR: conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics* 22 (4), 367-381.
80. Engle, R., Jondeau, E. et Rockinger, M., 2015. Systemic risk in Europe. *Review of Finance* 19 (1), 145-190.
81. Engle, R., 2018. Systemic risk 10 years later. Forthcoming in *Annual Review of Financial Economics*.
82. Estrella, A., Trubin, M., 2006. The yield curve as a leading indicator: some practical issues. *Current Issues in Economics and Finance* 12 (5), 1-7.
83. Falcetti, E., Tudela, M., 2006. Modelling currency crises in emerging markets: a dynamic probit model with unobserved heterogeneity and autocorrelated errors. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 68 (4), 445-471.
84. Fama, E., French, K., 2015. A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics* 116, 1-22.
85. Fama, E., French, K., 2012. Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics* 105, 457-472.
86. Fama, E., French, K., 1996. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *Journal of Finance* 51, 55-84.
87. Fama, E., French, K., 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics* 33, 3-56.
88. Fama, E., French, K., 1992. The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance* 47, 427-465.

89. Feng, G., Giglio, S., Xiu, D., 2017. Taming the factor zoo. Chicago Booth Research Paper N°17-4, 69 pages.
90. Frankel, J., Saravelos, G., 2012. Can leading indicators assess country vulnerability? Evidence from the 2008–09 global financial crisis. *Journal of International Economics* 87 (2), 216-231.
91. Galagedera, D., Maharaj, E., 2008. Wavelet time-scales and conditional relationship between higher-order systematic co-moments and portfolio returns. *Quantitative Finance* 8 (2), 201-215.
92. Garibal, J-Ch., Kouontchou, P., Maillet, B., 2018. *Du MEDAF avec risque systémique à la détermination des institutions financières d'importance systémique*. *Revue Economique* 69 (3), 443-475.
93. Garibal, J-Ch., 2019. What is a SIFI? On the systemic importance of financial institutions as determined by an extended CAPM with systemic risk. *Mimeo*, 23 pages.
94. Giglio, S., Kelly, B., Pruitt, S., 2016. Systemic risk and the macroeconomy: an empirical evaluation. *Journal of Financial Economics* 119 (3), 457-471.
95. Gilchrist, S., Zakrajsek, E., 2012. Credit spreads and business cycle fluctuations. *American Economic Review* 102 (4), 1692-1720.
96. Gertler, S., Kiyotaki, N., 2010. Chapter 11 Financial intermediation and credit policy in business cycle analysis. *Handbook of Macroeconomics* 3, 547-599.
97. Glasserman, P., Loudis, B., 2015. A comparison of U.S. and international global systemically important banks. Office of Financial Research, Brief Series 15-07.
98. Ghosh, S. R., Ghosh, A. R., 2003. Structural vulnerabilities and currency crises. *IMF Staff Papers* 50 (3), 481-507.

99. Goodhart, C., 2006. A framework for assessing financial stability? *Journal of Banking and Finance* 30, 3415-3422.
100. Gouriéroux, C., Monfort A., 2013. Allocating systemic risk in a regulatory perspective. *International Journal of Applied and Theoretical Finance* 16 (7), 1-20.
101. Granger, C., 1969. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica* 37, 424-438.
102. Green, W., 2012. *Econometric analysis*. Pearson 7<sup>th</sup> Edition, 1241 pages.
103. Hamilton, J., 1994. *Time series analysis*. Princeton University Press, 816 pages.
104. Hanson, S., Kashyap, A., Stein, J., 2011. A macroprudential approach to financial regulation. *Journal of Economic Perspectives* 25 (1), 3-28.
105. Harvey, C., Liu, Y., Zhu, H., 2016. ... and the cross section of expected returns. *Review of Financial Studies* 29 (1), 5-68.
106. Harvey, D., Leybourne, S., Newbold, P., 1997. Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of forecasting* 13 (2), 281-291.
107. Hastie, T., Tibshirani, R., Wainwright, M., 2015. *Statistical learning with sparsity: the lasso and generalizations*, in Chapman & Hall/CRC Monographs on Statistics & Applied Probability 143, 367 pages.
108. Hautsch, N., Schaumburg, J., Schienle, M., 2015. Financial network systemic risk contributions. *Review of Finance* 19 (2), 685-738.
109. He, Z., Krishnamurthy, A., 2013. Intermediary asset pricing. *American Economic Review* 103 (2), 732-770.
110. He, Z., Krishnamurthy, A., 2019. A Macroeconomic framework for quantifying systemic risk. *American Economic Journal: Macroeconomics* 11 (4), 1-37.

111. Hiemstra, C., Jones, J., 1994. Testing for linear and nonlinear granger causality in the stock price-volume relation. *Journal of Finance* 49 (5), 1639-1664.
112. Hirtle, B., Kovner, A., Vickery, J., Bhanot, M., 2016. Assessing financial stability: the capital and loss assessment under stress scenarios (CLASS) model. *Journal of Banking and Finance* 69, 35-55.
113. Holderness, C., Pontiff, J., 2016. Does academic research destroy stock return predictability? *Journal of Finance* 71 (1), 5-32.
114. Holló, D., Kremer, M., Lo Duca, M., 2012. CISS - a composite indicator of systemic stress in the financial system. ECB working paper 1426, 51 pages.
115. Hong, Y., Liu, Y., Wang, S., 2009. Granger causality in risk and detection of extreme risk spill-over between financial markets. *Journal of Econometrics* 150 (2), 271-287.
116. Hong, T., Pinson, P., Fan, S., Zareipour, H., Troccoli, A., Hyndman, R. J., 2016. Probabilistic energy forecasting: Global energy forecasting competition. *International Journal of Forecasting* 32 (3), 896-913.
117. Huang, X., Zhou, H., Zhu, H., 2009. A framework for assessing the systemic risk of major financial institutions. *Journal of Banking and Finance* 33, 2036-2049.
118. Illing, M., Liu, Y., 2006. Measuring financial stress in a developed country: an application to Canada, *Journal of Financial Stability* 2 (4), 243-265.
119. Jarque, C., Bera, A., 1981. Efficient tests for normality, heteroskedasticity and serial independence of regression residuals: monte carlo evidence. *Economics Letters* 7, 313-318.
120. Jegadeesh, N., Titman, S., 1993. Returns to buying winners and selling losers: implications for stock market efficiency. *Journal of Finance* 48 (1), 65-91.
121. Jorion, P., 2011. *Financial risk manager handbook*. 6th Edition, Wiley Finance.

122. Jurado, K., Ludvigson, S., Ng, S., 2015. Measuring uncertainty. *American Economic Review* 105 (3), 1177-1216.
123. Kaminsky, G., Lizondo, S., Reinhart, C., 1998. Leading indicators of currency crises. *IMF Staff Papers*, 45(1), 1-48.
124. Kauppi, H., Saikkonen, P., 2008. Predicting US recessions with dynamic binary response models. *The Review of Economics and Statistics*, 90(4), 777-791.
125. Kelly, B., Pruitt, S., 2015. The three-pass regression filter: a new approach to forecasting using many predictors. *Journal of Econometrics* 186 (2), 294-316.
126. Kim, J., Nelson, C., 1999. *State-space models with regime switching*. MIT Press, Cambridge, 302 pages.
127. Kiyotaki, N., Moore, J., 1997. Credit cycles. *Journal of Political Economy* 105 (2), 211-248.
128. Koenker, R., Hallock, K., 2001. Quantile regression. *Journal of Economic Perspectives* 15, 143-156.
129. Kouontchou, P., Lendasse, A., Miche, Y., Maillet, B., 2013. Forecasting financial markets with classified tactical signals. *European Symposium on Artificial Neural Networks ESANN-2013*, 363-368.
130. Kouontchou, P., Modesto, A., Maillet, B., Tokpavi, S., 2017. *Quand l'union fait la force : un indice de risque systémique*. *Revue Economique* 68 (4), 63-82.
131. Kraus, A., Litzenberger, R., 1976. Skewness preferences and the valuation of risk assets. *Journal of Finance* 31 (4), 1085-1100.
132. Kritzman, M., Li, Y., 2010. Skulls, financial turbulence, and risk management. *Financial Analysts Journal* 66 (5), 30-41.

133. Kritzman, M., Li, Y., Page, S., Rigobon, R., 2011. Principal components as a measure of systemic risk. *Journal of Portfolio Management* 37 (4), 112-126.
134. Kumar, M., Moorthy, U., Perraudin, W., 2003. Predicting emerging market currency crashes. *Journal of Empirical Finance* 10, 427-454.
135. Kupiec, P., 1995. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. *Journal of Derivatives* 3 (2), 73-84.
136. Kupiec, P., Güntay, L., 2015. Testing for systemic risk using stock returns. *Journal of Financial Services Research* 49 (2), 203-227.
137. Kwiatkowski, D., Phillips, P., Schmidt, P. Shin, Y., 1992. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. *Journal of Econometrics* 54 (1-3), 159-178.
138. Kyle, A., 1985. Continuous auctions and insider trading. *Econometrica*, 53 (6), 1315-1336.
139. Laeven, L., Valencia, F., 2012. Systemic banking crises database: an update. IMF working paper 163, 33 pages.
140. Laeven, L., Ratnovski, L., Tong, H., 2016. Bank size, capital, and systemic risk: some international evidence. *Journal of Banking and Finance* 69, 25-34.
141. Lambert, T., 2019. Lobbying on regulatory enforcement actions: evidence from U.S. commercial and savings banks. *Management Science* 65 (6), 2545-2572.
142. Lambert, J., Lipkovich, I., 2008. A macro for getting more out of your ROC curve. SAS global forum, paper 231.
143. Le Pan, N., 2016. Fault lines: earthquakes, insurance, and systemic financial risk. C. D. Howe Institute, Commentary 454, 24 pages.

144. Lestano, L., Jacobs, J., 2004. A comparison of currency crisis dating methods: East Asia 1970–2002. CCSO Working Papers 200412, CCSO Centre for Economic Research, 45 pages.
145. Li, Y., Zhu, J., 2008. L1-norm quantile regression. *Journal of Computational and Graphical Statistics* 17 (1), 163-185.
146. Lintner, J., 1965. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics* 47, 13-37.
147. Lo, A., MacKinlay, A., 1988. Stock market prices do not follow random walks: evidence from a simple specification test. *Review of Financial Studies* 1, 41-66.
148. Löffler, G., Raupach, P., 2018. Pitfalls in the use of systemic risk measures. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 53 (1), 269-298.
149. Lopez, J., 1999. Regulatory evaluation of value-at-risk models. *Journal of Risk* 1, 37-64.
150. Louzis, D., Vouldis, A., 2017. A methodology for constructing a financial systemic stress index: an application to Greece. *Economic Modelling* 29 (4), 1228-1241.
151. Mendoza, E., 2010. Sudden stops, financial crises, and leverage. *American Economic Review* 100 (5), 1941-1966.
152. Mittnik, S., Semmler, W., 2013. The real consequences of financial stress. *Journal of Economic Dynamics and Control* 37, 1479-1499.
153. Moenninghoff, S., Ongena, S., Wieandt, A., 2015. The perennial challenge to abolish too-big-to-fail in banking: empirical evidence from the new international regulation dealing with global systemically important banks. *Journal of Banking and Finance* 61, 221-236.
154. Moreno, M., Peña, J., 2013. Systemic risk measures: the simpler the better? *Journal of Banking and Finance* 37 (6), 1817-1831.
155. Mossin, J., 1966. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica* 34 (4), 768-783.

156. Nucera, F., Schwaab, B., Koopman, S., Lucas, A., 2016. The information in systemic risk rankings. *Journal of Empirical Finance* 38, 461-475.
157. Office of Financial Research. "OFR Financial Stress Index." OFR, updated daily. <https://www.financialresearch.gov/financial-stress-index/>
158. Oordt, M., Zhou, C., 2019. Systemic risk and bank business models. *Journal of Applied Econometrics* 34 (3), 365-384.
159. Pástor, L., Stambaugh, R., 2003. Liquidity risk and expected stock returns. *Journal of Political Economy* 111, 642-685.
160. Petrella, L., Laporta, A. et Merlo, L., 2018. Cross-country assessment of systemic risk in the European stock market: evidence from a covar analysis. *Social Indicators Research* 1-18.
161. Pickands, J., 1975. Statistical inference using extreme order statistics. *Annals of Statistics* 3,119-131.
162. Phillips, P., Perron, P., 1988. Testing for a unit root in time-series regression. *Biometrika* 75 (2), 335-346.
163. Poledna, S., Bochmann, O., Thurner, S., 2017. Basel III capital surcharges for G-SIBs are far less effective in managing systemic risk in comparison to network-based, systemic risk-dependent financial transaction taxes. *Journal of Economic Dynamics and Control* 77, 230-246.
164. Popescu, A., Turcu, C., 2017. Sovereign debt and systemic risk in the eurozone: a macroeconomic perspective. *Modelling* 67, 275-284.
165. Schwartz, G., 1978. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics* 6 (2), 461-464.

166. Rose, A. K., Spiegel, M. M., 2012. Cross-country causes and consequences of the 2008 crisis: early warning. *Japan and the World Economy* 24 (1), 1-16.
167. ROSS S., 1976. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory* 13, 341-360.
168. Shapiro, S., Wilk, M., 1965. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika* 52, 591-611.
169. Sharpe, W., 1964. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance* 19 (3), 425-442.
170. Shen, H., Huang, J., 2008. Sparse principal component analysis via regularized low rank matrix approximation. *Journal of Multivariate Analysis* 99, 1015-1034.
171. Tibshirani, R., 1996. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society (B)* 58 (1), 267-288.
172. Tsay, R., 2002. *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley and Sons, 720 pages.
173. Tudela, M., 2004. Explaining currency crises: a duration model approach. *Journal of International Money and Finance* 23 (5), 799-816.
174. Stewart, G., 1987. Collinearity and least squares regression. *Statistical Science* 2, 68-100.
175. Ueda, K., Weder Di Mauro, B., 2013. Quantifying structural subsidy values for systemically important financial institutions. *Journal of Banking and Finance* 37 (10), 3830-3842.
176. Wang, P., 2003. *Financial Econometrics*. Taylor and Francis, 337 pages.
177. White, H., 1980. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica* 48 (4), 817-838.

178. Zhang, Z., 2001. Speculative attacks in the Asian crisis. IMF Working Paper 189, International Monetary Fund, Washington DC, 21 pages.
179. Zeldea, C., 2019. Systemic risk: an overview. *Financial Studies* 23 (3), 34-48.
180. Zellner, A., 1962. An efficient method for estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. *Journal of the American Statistical Association* 57 (298), 348-368.
181. Zou, H., Hastie, T., 2005. Regularization and variable selection via the elastic net. *Journal of the Royal Statistical Society (B)* 67, 301-320.
182. Zou, H., Hastie, T., Tibshirani, R., 2006. Sparse principal component analysis. *Journal of Computational and Graphical Statistics* 15 (2), 265-286.



## ANNEXES DU CHAPITRE 1

**Appendix A: The main systemic risk measures**

This appendix presents the details of the various systemic risk measures used in this study. For the individual systemic risk measures indexed by  $i$ , a global measure is derived: it corresponds to the cross sectional mean of the individual measures at time  $t$ . The description order is deduced here by the entry order of the systemic risk measures in the composition of the index when using the SPCA-LASSO (see Table 2).

All the systemic risk measures are computed using a rolling window of 252 opening days (one year) from 01/03/2001 to 12/29/2017. The financial institutions used are listed in a table below in Appendix B. For the individual systemic risk measures, we compute the measures for each of the 95 financial institutions in each period and take an equal weighted average. Giglio et al. (2016) use the same method for the 20 largest financial institutions.

- **Measure 1 (M<sub>1</sub>), Spillover Index (SI):** this index proposed by Diebold and Yilmaz (2009), aggregates the contribution of each variable to the error total variance forecast on the returns. It quantifies the degree of contagion in the system and is expressed as a VAR of order  $p$  for  $N$  variables to forecast  $H$  periods ahead as follows:

$$SI_t = \frac{\sum_{h=0}^{H-1} \sum_{i,j=1}^N a_{h,ij}^2}{\sum_{h=0}^{H-1} tr(\mathbf{A}_h \mathbf{A}'_h)} \times 100, \quad (\text{A1})$$

with  $\mathbf{A}_h$  the matrix of contributions of each financial institution from their returns in the VAR( $p$ ) framework with the  $\mathbf{A}_h$  element denoted  $a_{h,ij}$  is the contribution to the variance of the institution  $i$  by the institution  $j$ . The numerator is the sum of these contributions on each forecast period ahead represents the total spillover in the system. The denominator corresponds to the total variance of the forecast error; as an illustration, for  $h = 0$  and  $(i, j) = [1, 2]^2$  then  $a_{0,11}^2 + a_{0,12}^2 + a_{0,21}^2 + a_{0,22}^2 = tr(\mathbf{A}_0 \mathbf{A}'_0)$ , with  $tr(\cdot)$  being the trace operator. In our study, we use a VAR(2) for a horizon of  $H = 10$ .

- **Measure 2 (M<sub>2</sub>), Herfindahl-Hirschman Index (HHI):** is an index quantifying the concentration in the system. It captures the potential fragility of the system from its concentration and the threat of the defaults of the largest companies. It is defined as the sum of the squared market values out of the squared sum of these same market values such as:

$$HHI_t = N \frac{\sum_{i=1}^N (ME_{i,t})^2}{(\sum_{i=1}^N ME_{i,t})^2}, \quad (\text{A2})$$

with  $ME_{i,t}$  the market value of the institution  $i$  at time  $t$  and  $N$  the number of financial institutions.

- **Measure 3 (M<sub>3</sub>), Value-at-Risk (VaR):** is the Value-at-Risk of the system or for a market index. It is the maximal potential loss for a given probability on a time horizon and is defined as:

$$Prob[r_{i,t} \leq VaR_{i,t}(\alpha)] = \alpha, \quad (A3)$$

with  $Prob(\cdot)$  is the probability of the event in  $(\cdot)$ ,  $r_{i,t}$  is the return of the institution  $i$  at time  $t$  for a given risk level  $\alpha$  (fixed at 5%).

- **Measure 4 (M<sub>4</sub>), Conditional Value-at-Risk (CoVaR):** introduced by Adrian and Brunnermeier (2016), it corresponds to the  $VaR$  of the system (or simply the  $VaR$  of the market index), conditional on institutions being under distress. If one denotes  $r_{m,t}$  the market returns, then we have:

$$Prob[r_{m,t} \leq CoVaR_{i,t}(\alpha) \mid r_{i,t} \leq VaR_{i,t}(\alpha)] = \alpha, \quad (A4)$$

with  $Prob(\cdot)$  the probability of the event in  $(\cdot)$ ,  $r_{i,t}$ , the returns of the institution  $i$  and  $CoVaR_{i,t}(\alpha)$ , the  $CoVaR$  of the institution  $i$  at time  $t$  for a given risk level  $\alpha$  (fixed at 5% in our application).

- **Measure 5 (M<sub>5</sub>), Absorption Ratio (AR):** proposed by Kritzman et al. (2011), it measures the tendency of the markets to co-move in the same way and is written as follow:

$$AR_t = \frac{\sum_{j=1}^J \sigma_{E_{j,t}}^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{a_{i,t}}^2}, \quad (A5)$$

with  $J$  the number of eigen vectors,  $\sigma_{E_{j,t}}^2$  the variance of the eigen vector  $j$  and  $\sigma_{a_{i,t}}^2$  the variance of the asset  $i$  at time  $t$ . The eigen values and vectors are obtained from the sample covariance matrix of the  $N$  asset returns at time  $t$  estimated on rolling one-year periods. Only the  $J$  largest eigen values (we use 20% of the number of assets returns series) are summed to get the numerator while the denominator is the *trace* of the sample covariance matrix.

- **Measure 6 (M<sub>6</sub>), Volatility (Vol):** is the aggregated volatility of all the financial institutions in the system or simply the volatility of a market index. It is defined as the standard deviation of a one-year period of opening days as follows:

$$Vol_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{a_{i,t}}, \quad (A6)$$

where  $\sigma_{a_{i,t}}$  corresponds to the standard deviation of asset return  $i$  at time  $t$  considering a rolling window of one year.

- **Measure 7 (M<sub>7</sub>), CATastrophic risk in the FINancial sector (CATFIN):** proposed by Allen et al. (2012), this measure is the average of three Value-at-Risk (VaR) estimates evaluated at the  $\alpha = 1\%$  risk level, on the cross-section of a large sample of returns at each time  $t$ . The three implied VaR are briefly described below.

The first VaR is based on the Generalized Pareto Distribution (GPD) of Pickands (1975) used to take more extreme returns into account. The Generalized Pareto Distribution is the following:

$$G_{\xi}(M_{i,t}, \mu, \sigma) = \left[ 1 + \xi \left( \frac{\mu - M_{i,t}}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}},$$

where  $M_{i,t}$  are the excess return exceedances over a given threshold denoted  $l$  such that  $r_{i,t} < l$ . Extremes here are defined as the 10% left tail of the distribution of the returns in cross-section. The parameters  $\mu$ ,  $\sigma$  and  $\xi$  are respectively the location, scale and shape parameters of the GPD distribution. The VaR from the GPD denoted  $VaR_{GPD}(\alpha)$  is obtained following Bali (2003, 2007) who provides the following closed-form solution:

$$VaR_{GPD}(\alpha) = \mu + \left( \frac{\sigma}{\xi} \right) \left[ \left( \frac{\alpha N}{n} \right)^{-\xi} - 1 \right],$$

where  $n$  and  $N$  are respectively the number of extremes and the number of total data points.

The second VaR denoted  $VaR_{NP}(\alpha)$  is based on a nonparametric approach without imposing any restrictions on the moments and is estimated as the  $\alpha = 1\%$  cutoff point of the distribution of the returns in cross-section.

The third VaR denoted  $VaR_{SGED}(\alpha)$  is obtained from the Skewed Generalized Error Distribution (SGED) following Bali and Theodossiou (2008) and provides more flexibility to model tail-thickness and skewness. The probability density function of the SGED is the following:

$$f(r_i, \mu, \sigma, \kappa, \lambda) = \frac{C}{\sigma} \exp\{-[1 + \text{sign}(r_i - \mu + \delta\sigma)\lambda]^{\kappa} \theta^{\kappa} \sigma^{\kappa}\}^{-1} |r_i - \mu + \delta\sigma|^{\kappa},$$

where  $C = \kappa/[2\theta\Gamma(1/\kappa)]$ ,  $\theta = \Gamma(1/\kappa)^{1/2}\Gamma(3/\kappa)^{-1/2}S(\lambda)^{-1}$ ,  $S(\lambda) = \sqrt{1 + 3\lambda^2 - 4A^2\lambda^2}$ ,  $A = \Gamma(2/\kappa)\Gamma(1/\kappa)^{-1/2}\Gamma(3/\kappa)^{-1/2}$ ,  $\delta = [\text{mode}(r) - \mu]/\sigma$ ,  $\mu$  and  $\sigma$  are the mean and standard deviation of excess returns,  $\lambda$  is a skewness parameter such that  $|\lambda| < 1$ ,  $\kappa$  is a scaling parameter such that  $\kappa > 0$ ,  $\text{sign}(\cdot)$  is the sign function,  $\Gamma(\cdot)$  is the gamma function and the operator  $\text{mode}(\cdot)$  represents the mode of the density of the returns.

The SGED parameters are estimated by maximum likelihood. Then, the VaR from the SGED distribution denoted  $VaR_{SGED}(\alpha)$  is obtained by numerical integration of the SGED density until the desired  $\alpha = 1\%$  risk level is reached, such as:

$$\int_{-\infty}^{VaR_{SGED}(\alpha)} f(z, \mu, \sigma, \kappa, \lambda) dz = \alpha,$$

These three VaR denoted  $VaR_{GPD}(\alpha)$ ,  $VaR_{NP}(\alpha)$  and  $VaR_{SGED}(\alpha)$  are estimated on the cross-section of the excess returns for a given date  $t$  resulting on three time-series VaR on the all sample from  $t = [1, \dots, T]$ .

Finally, the CATFIN measure is obtained by averaging these three VaR at each time  $t$  such as:

$$CATFIN_t = \frac{1}{3} (VaR_{GPD}(\alpha) + VaR_{NP}(\alpha) + VaR_{SGED}(\alpha)), \quad (A7)$$

for a given  $\alpha = 1\%$ .

- **Measure 8 (M<sub>8</sub>), Dynamic Causality Index (DCI):** built by Billio et al. (2012), it measures the degree of interconnexions in the system as the number of significant Granger-causalities divided by the total number of Granger causalities such as:

$$DCI_t = (\#GC_t^*) / (\#GC_t), \quad (A8)$$

with  $\#GC_t^*$  the number of significant estimated Granger causalities and  $\#GC_t$  the total number of Granger causalities at time  $t$  between the asset returns (only considering them with no factor augmentation). The maximum lag considered corresponds to a one-year rolling window.

- **Measure 9 (M<sub>9</sub>), Turbulence Index (TI):** introduced by Kritzman and Li (2010), this index reflects the excess volatility and compares the squared realized returns to their historical volatility; it is written:

$$TI_t = (\mathbf{r}_t - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{r}_t - \boldsymbol{\mu}), \quad (A9)$$

with  $\mathbf{r}_t$  the vector of the  $N$  asset returns at time  $t$ ,  $\boldsymbol{\mu} = E(\mathbf{r})$  the historical mean returns of dimension  $(1 \times N)$  and  $\boldsymbol{\Sigma} = E[(\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu})'(\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu})]$  of dimension  $(N \times N)$  the sample covariance matrix estimated over a one-year rolling window of the returns.

- **Measure 10 (M<sub>10</sub>), Amihud Illiquidity Measure (AIM):** built by Amihud (2002), this measure captures the illiquidity level of the trades on a given asset. The variable  $AIM_{i,t}$  is defined:

$$AIM_{i,t} = \frac{1}{K} \sum_{\tau=t-K}^t \frac{|r_{i,\tau}|}{VOLD_{i,\tau}}, \quad (A10)$$

where  $|r_{i,\tau}|$  is the absolute return of the institution  $i$  and  $VOLD_{i,\tau}$  is the daily volume in dollars of the same asset  $i$  at time  $\tau$ , in a given period from  $t - K$  to  $t$ . More precisely,  $VOLD_{i,\tau}$  represents all trade prices multiplied by the number of shares relating to each price; it corresponds to the daily volume in dollar at time  $\tau$ .

- **Measure 11 (M<sub>11</sub>), Component Expected Shortfall (CES):** is introduced by Banulescu and Dumitrescu (2015), it quantifies the contribution of an institution to the risk of the system by multiplying the  $MES_{i,t}$  of this institution at time  $t$  by its weight in the system such as:

$$CES_{i,t}(\alpha) = -w_{i,t}MES_{i,t} \left[ \alpha = E \left( r_{i,t} \mid r_{m,t} \leq VaR_{m,t}(\alpha) \right) \right], \quad (A11)$$

where  $r_{i,t}$ ,  $r_{m,t}$  are the returns of the institution  $i$  and the returns of the market respectively, and  $VaR_{m,t}(\alpha)$  is the  $VaR$  of the market portfolio for a given risk level  $\alpha$ , at time  $t$ . The weight of the institution  $i$  denoted  $w_{i,t}$  is simply its market value divided by the total market value of the system. We compute the  $MES_{i,t}$  according to Brownlees and Engle (2017) based on a DCC-MVGARCH(1,1,1,1) model.

- **Measure 12 (M<sub>12</sub>), Conditional Expected Shortfall (CoES):** also introduced by Adrian and Brunnermeier (2016), it corresponds to the  $ES$  of the system (or simply the  $ES$  of the market index), conditional on institutions being under distress. If one denotes  $r_{m,t}$  the market returns, then we have:

$$CoES_{i,t}(\alpha) = E[r_{m,t} \mid r_{m,t} \leq CoVaR_{i,t}(\alpha)], \quad (A12)$$

with  $r_{i,t}$ , the return of the institution  $i$  and  $CoVaR_{i,t}(\alpha)$  the  $CoVaR$  of the institution  $i$  at time  $t$  for a given risk level  $\alpha$  (fixed at 5% in our application).

- **Measure 13 (M<sub>13</sub>), Systemic RISK (SRISK):** proposed by Acharya et al. (2012) and Brownlees and Engle (2017); it corresponds to the amount of capital needed by a firm in distress when the market is also in distress and is defined as:

$$SRISK_{i,t}(1 - \alpha) = \max \{0, \gamma D_{i,t} - (1 - \gamma)W_{i,t}[1 - LRMES_{i,t}(1 - \alpha)]\}, \quad (A13)$$

with  $\gamma$  the prudential capital requirement required by the regulator,  $D_{i,t}$  the amount of debt and  $W_{i,t}$  the amount of liabilities of the institution  $i$  at time  $t$ .  $LRMES_{i,t}(1 - \alpha)$  is the long run approximation (six months) of the  $MES_{i,t}(1 - \alpha)$  of the institution  $i$  at time  $t$  and is defined such as:

$$LRMES_{i,t}(1 - \alpha) \approx 1 - \exp[18 \times MES_{i,t}(1 - \alpha)].$$

- **Measure 14 (M<sub>14</sub>), Kyle's Lambda:** introduced by Kyle (1985), it measures the price impact of the asset on its own liquidity, that is, the required volume of trade to increase the asset price by one unit. This is an inverse proxy of the liquidity in which: the higher the  $\lambda$ , the higher the illiquidity of the asset and the lower the market depth. It is often estimated on a daily basis by using all the intraday trades. In our case, we estimated it by using the closing volume and price of each day:

$$r_{i,t} = \hat{c}_i + \hat{\lambda}_{i,t} \text{Sign}(r_{i,t}) \log(v_{i,t} p_{i,t}) + \epsilon_{i,t},$$

with  $r_{i,t}$ ,  $v_{i,t}$  and  $p_{i,t}$  being respectively the asset's return, the volume traded and the price of the stock of institution  $i$  at time  $t$ ,  $\text{Sign}(\cdot)$  is the strict Sign function (with  $\text{Sign}(r_{i,t}) = \text{Sign}(r_{i,t-1})$  when  $r_{i,t} = 0$ );  $\hat{c}_i$  and  $\hat{\lambda}_{i,t}$  are estimated coefficients at time  $t$  and  $\epsilon_{i,t}$  is the residual of the regression.

The aggregate measure of market liquidity (*MLI*) is then defined as:

$$MLI_t = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{\lambda}_{i,t}}{N}, \quad (\text{A14})$$

with  $N$  the number of assets for which the measure is calculated at time  $t$ .

- **Measure 15 (M<sub>15</sub>), Marginal Expected Shortfall (MES):** is proposed by Acharya et al. (2012) and Brownlees and Engle (2017); it is defined as the conditional mean returns of the institution  $i$  when the market, as a whole, is in distress. This situation can be written as follow:

$$MES_{i,t}\{\alpha = E[r_{i,t} | r_{m,t} \leq VaR_{m,t}(\alpha)]\}, \quad (\text{A15})$$

with  $r_{i,t}$ ,  $r_{m,t}$  are the returns of the institution  $i$  and the returns of the market and  $VaR_{m,t}(\alpha)$  is the *VaR* of the market portfolio for a given risk level  $\alpha$ , at time  $t$ . The *MES* is equal to the partial derivative of the Expected Shortfall (ES) of the market portfolio with respect to the weights of the institution  $i$ , and then measures its marginal systemic risk contribution. We compute it according to Brownlees and Engle (2017) based on a DCC-MVGARCH(1,1,1,1) model.

- **Measure 16 (M<sub>16</sub>), Delta Conditional Value-at-Risk ( $\Delta CoVaR$ ):** also proposed by Adrian and Brunnermeier (2016); it is the difference between the *CoVaR* (see definition of M<sub>3</sub>) of the institution  $i$  at a given risk level  $\alpha = 5\%$  and the *CoVaR* of the same institution but at  $\alpha = 50\%$  (median state):

$$\Delta CoVaR_{i,t}(\alpha) = CoVaR_{i,t}(\alpha) - CoVaR_{i,t}(.5), \quad (\text{A16})$$

where  $CoVaR_{i,t}(\alpha)$  is the *VaR* of the system for a given risk level  $\alpha$ , conditional on institution  $i$  being under distress at time  $t$ .

## Appendix B: Database

### Appendix B1. The Financial Institutions

This section is dedicated to the 95 large US Financial Institutions (FI) with a market capitalization greater than 5 bln USD as of the end of June 2007, used for the implementation of the systemic risk measures. This set of US FI is the same used in Brownlees and Engle (2017), in Adrian and Brunnermeier (2016), Giglio et al. (2016), Acharya et al. (2017) among others.

These institutions fall into four financial industry groups, according to their SIC codes, covering the Depositories (Banks), the Insurers, the Broker-Dealers agencies. The last one group is dedicated to the “Others” Financial Institutions that are not in the other three groups.

The 21 collapsed Financial Institutions (AON, BOT, CBSS, CBH, BSC, NMX, LEHM, SAF, UB, NCC, WB, MER, SOV, MI, WMC, ABKFQ, CVH, HCBK, HNT, ACAS and JNS) are shaded in grey in the following Table.

The Prices and the balance sheet data are obtained from Datastream and cover the period from 01/03/2000 to 12/29/2017 on a daily basis. The database is unbalanced in that not all companies have been trading continuously during the sample period.

**Table B1**

Tickers of Financial Institutions

Panel A: Banks (29)			
BAC	BANK OF AMERICA CORP	PBCT	PEOPLE'S UNITED FINANCIAL
BBT	BB&T CORP	PNC	PNC FINANCIAL SERVICES GROUP
BK	BANK OF NEW YORK MELLON CORP	RF	REGIONS FINANCIAL CORP
C	CITIGROUP INC	SNV	SYNOVUS FINANCIAL CORP
CBH	COMMERCE BANCORP LLC/NJ	SOV	SOV SOVEREIGN BANCORP
CMA	COMERICA INC	STI	SUNTRUST BANKS INC
HBAN	HUNTINGTON BANCSHARES INC	STT	STATE STREET CORP
HCBK	HUDSON CITY BANCORP INC	UB	UNIONBANCAL CORPORATION
JPM	JPMORGAN CHASE & CO	USB	US BANCORP
KEY	KEYCORP	WB	WACHOVIA CORP
MI	MARSHALL & ILSLEY CORP	WFC	WELLS FARGO & CO
MTB	M & T BANK CORP	WM	WASHINGTON MUTUAL
NCC	NATIONAL CITY CORP	WU	WESTERN UNION CO
NTRS	NORTHERN TRUST CORP	ZION	ZIONS BANCORPORATION
NYCB	NEW YORK COMMUNITY BANCORP		
Panel B: Insurers (34)			
ABK	AMBAC FINANCIAL GROUP INC	FNF	FIDELITY NATIONAL FINL-A
AET	AETNA INC	GNW	GENWORTH FINANCIAL INC-CL A
AFL	AFLAC INC	HIG	HARTFORD FINANCIAL SVCS GRP
AIG	AMERICAN INTERNATIONAL GROUP	HNT	HEALTH NET INC
AIZ	ASSURANT INC	HUM	HUMANA INC
ALL	ALLSTATE CORP	L	LOEWS
AOC	AON PLC	LNC	LINCOLN NATIONAL CORP
WRB	WR BERKLEY CORP	MBI	MBIA INC
BRK	BERKSHIRE HATHAWAY INC-CL A	MET	METLIFE INC
CB	CHUBB CORP	MMC	MARSH & MCLENNAN COS
CFC	COUNTRYWIDE FINANCIAL CORP	PFG	PRINCIPAL FINANCIAL GROUP
CI	CIGNA CORP	PGR	PROGRESSIVE CORP
CINF	CINCINNATI FINANCIAL CORP	PRU	PRUDENTIAL FINANCIAL INC
CNA	CNA FINANCIAL CORP	SAF	SAFECO CORP
CVH	COVENTRY HEALTH CARE INC	TMK	TORCHMARK CORP

**Table B1 (Cont.)**

## Tickers of Financial Institutions

Panel B (Cont.): Insurers (34)			
TRV	TRAVELERS COS INC/THE	UNM	UNUM GROUP
UNH	UNITEDHEALTH GROUP INC	WLP	WELLPOINT
Panel C: Brokers-Dealers (10)			
AGE	EDWARDS (A.G.) INC	MER	MERRILL LYNCH & CO INC
BSC	BEAR STEARNS	MS	MORGAN STANLEY
ETFC	E*TRADE FINANCIAL CORP	NMX	NYMEX HOLDINGS INC
GS	GOLDMAN SACHS GROUP INC	SCHW	SCHWAB (CHARLES) CORP
LEH	LEHMAN BROTHERS HOLDINGS INC	TROW	T ROWE PRICE GROUP INC
Panel C: Others (22)			
ACAS	AMERICAN CAPITAL LTD	COF	CAPITAL ONE FINANCIAL CORP
AMP	AMERIPRISE FINANCIAL INC	FITB	FIFTH THIRD BANCORP
AMTD	TD AMERITRADE HOLDING CORP	FNM	FANNIE MAE
AXP	AMERICAN EXPRESS CO	FRE	FREDDIE MAC
BEN	FRANKLIN RESOURCES INC	ICE	INTERCONTINENTALEXCHANGE GRO
BLK	BLACKROCK INC	JNS	JANUS CAPITAL GROUP INC
BOT	CBOT HOLDINGS INC-CLASS A	MA	MASTERCARD
CBG	CBRE GROUP INC – A	LM	LEGG MASON INC
CBSS	COMPASS BANCSHARES	NYX	NYSE EURONEXT
CIT	CITADEL EFT INC	SEIC	SEI INVESTMENTS COMPANY
CME	CME GROUP INC	SLM	SLM CORP

Note: Datastream. Sample of 95 American Financial Institutions. This Table reports the tickers of the institutions. The Financial Institutions (FI) that have experienced a collapse in the sample are shaded in the Table.

## Appendix B2. Control variables and proxies for real economic activity and financial stability

This section presents the control variables and the proxies for both the real economic activity and the financial stability. The series span from 01/03/2000 to 12/29/2017 on a monthly basis.

The Catastrophic Risk in the Financial sector (CATFIN) measure of Allen et al. (2012) is available at: [http://faculty.msb.edu/tgb27/CATFIN\\_2017.xlsx](http://faculty.msb.edu/tgb27/CATFIN_2017.xlsx).

The Aruoba-Diebold-Scotti Business Conditions Index (ADSI) of Aruoba et al. (2009) is downloadable at: <https://www.philadelphiafed.org/research-and-data/real-time-center/business-conditions-index>

The Economic Uncertainty indices of Jurado et al. (2015) are available at: <https://www.sydneyludvigson.com/data-and-appendixes>.

The FSI proposed by the Office of Financial Research (OFRFSI) is available at: <https://www.financialresearch.gov/>.

The two FSI proposed by the Federal Reserves of Kansas City and Saint Louis are also available on the Saint Louis Federal Reserve website: <https://fred.stlouisfed.org/>.

All the series presented in the Table below are available and downloadable on the Saint Louis Federal Reserve website: <https://fred.stlouisfed.org/>.

**Table B2**

Control variables and proxies for real economic activity and financial stability

Proxies for Financial Stability (5)			
Collapse	Cumulated number of collapse (rebased)		
NFCI	National Financial Condition Index		
ANFCI	Adjusted National Financial Condition Index		
NFCICREDIT	National Financial Condition Index (CREDIT)		
NFCIRISK	National Financial Condition Index (RISK)		
Proxies for Economic activity (13)			
IPI	Industrial Production	PAYEMS	Non-farm payrolls
Vintages	IPI vintages (1 <sup>st</sup> , 2 <sup>nd</sup> , 3 <sup>rd</sup> and last revisions)	RSXFS	Advance Retail Sales
CFNAI	Chicago Fed National Activity Index	TOTALSA	Total Vehicle Sales
CFNAIMA3	Chicago Fed National Activity Index (MA3)		
CFNAIDIFF	Chicago Fed National Activity Index (Diffusion)		
ADSI	Aruoba-Diebold-Scotti Business Conditions Index		
HOUST	Housing Starts		
Controls (7)			
EPUI	Economic Policy Uncertainty Index		
EMEUI	Equity Market-related Economic Uncertainty		
Term	Term spread 10Y minus 3M and 10Y minus 2Y		
TED	TED spread		
DES	Default spread		
CSUM	Consumer Sentiment of the University of Michigan		

Note: Datastream, FRED and ALFRED. Database of control variables and proxies for real economic activity and financial stability. This Table reports the names and the acronyms of the variables.

### Appendix C: Correlations among the systemic risk measures

From the correlation matrix of systemic risk measures, we note that almost all the correlations are significant at a nominal size of 5%, except, for example, for the correlation between the DCI and the HHI, between the SRISK and the aggregate volatility. The strongest correlations (above .90) are related to the global systemic risk measures (aggregated by taking the average of the individual measures) and correspond to CoVaR and VaR; CoVaR and CoES and CES and MES. This latter result is confirmed by the analysis of the conditional correlations between the different risk measures. Indeed, the correlations above the quantile at  $\alpha = 80.00\%$  (simultaneous peaks two by two of the systemic risk measures) are all equal to 1.00 and significant at the nominal size of 1.00%.

**Table C1**

Pearson and Spearman correlations among the systemic risk measures

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$M_9$	$M_{10}$	$M_{11}$	$M_{12}$	$M_{13}$	$M_{14}$	$M_{15}$	$M_{16}$
$M_1$	<b>1.00</b>	-.29	.46	.48	<b>.82</b>	.38	.20	-.53	.01	.17	.57	.47	.75	.47	.53	.64
$M_2$	-.26	<b>1.00</b>	.07	.17	-.18	.20	-.02	.28	-.25	.49	-.11	.21	-.33	.20	-.11	-.05
$M_3$	.45	.19	<b>1.00</b>	<b>.93</b>	.24	<b>.87</b>	.49	.14	.27	.72	<b>.91</b>	<b>.82</b>	.79	<b>.82</b>	<b>.95</b>	<b>.90</b>
$M_4$	.47	.24	<b>.94</b>	<b>1.00</b>	.22	<b>.91</b>	.41	.16	.17	<b>.84</b>	<b>.83</b>	<b>.96</b>	.74	<b>.88</b>	<b>.84</b>	<b>.93</b>
$M_5$	.79	-.18	.26	.24	<b>1.00</b>	.17	.13	-.55	-.09	-.06	.38	.20	.57	.24	.33	.40
$M_6$	.21	.29	<b>.89</b>	<b>.84</b>	.06	<b>1.00</b>	.37	.15	.02	<b>.87</b>	.69	<b>.92</b>	.68	<b>.98</b>	.72	.75
$M_7$	.11	.13	.50	.45	.02	.48	<b>1.00</b>	.06	.41	.29	.42	.35	.40	.33	.45	.42
$M_8$	-.54	.23	.01	.04	-.64	.17	.11	<b>1.00</b>	.21	.30	.01	.13	-.25	.03	.05	-.01
$M_9$	-.07	-.22	.11	.08	-.13	.03	.35	.24	<b>1.00</b>	-.04	.33	.04	.19	-.07	.35	.27
$M_{10}$	.18	.44	<b>.83</b>	<b>.86</b>	.01	<b>.92</b>	.45	.21	.00	<b>1.00</b>	.49	<b>.88</b>	.40	<b>.85</b>	.51	.61
$M_{11}$	.71	-.05	<b>.81</b>	.78	.53	.54	.33	-.22	.10	.48	<b>1.00</b>	.68	<b>.86</b>	.65	<b>.98</b>	<b>.92</b>
$M_{12}$	.44	.27	<b>.90</b>	<b>.97</b>	.22	<b>.86</b>	.44	.04	.03	<b>.88</b>	.71	<b>1.00</b>	.66	<b>.91</b>	.68	<b>.84</b>
$M_{13}$	<b>.83</b>	-.37	.61	.55	.70	.37	.21	-.42	.03	.22	<b>.85</b>	.50	<b>1.00</b>	.69	<b>.84</b>	<b>.84</b>
$M_{14}$	.49	.29	<b>.90</b>	<b>.89</b>	.34	<b>.89</b>	.42	-.09	-.09	<b>.86</b>	.72	<b>.89</b>	.55	<b>1.00</b>	.67	.72
$M_{15}$	.68	-.04	<b>.85</b>	<b>.82</b>	.48	.61	.37	-.18	.11	.54	<b>.98</b>	.76	<b>.83</b>	.75	<b>1.00</b>	<b>.91</b>
$M_{16}$	.68	.01	<b>.86</b>	<b>.91</b>	.47	.65	.37	-.17	.10	.64	<b>.88</b>	<b>.88</b>	.76	.77	<b>.90</b>	<b>1.00</b>

Note: Datastream, daily data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation.  $M_1$  to  $M_{16}$  represent the 16 systemic risk measures and are in the following order:  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$ : VaR,  $M_4$ : CoVaR,  $M_5$ : AR,  $M_6$ : Volatility,  $M_7$ : CATFIN,  $M_8$ : DCI,  $M_9$ : Turbulence Index,  $M_{10}$ : AIM,  $M_{11}$ : CES,  $M_{12}$ : COES,  $M_{13}$ : SRISK,  $M_{14}$ : Kyle's lambda,  $M_{15}$ : MES and  $M_{16}$ :  $\Delta$ CoVaR.. The significant correlation at a 5% level are in black, the non-significant correlations are in grey and the correlations above .80 are in bold. The north-west out-of-diagonal elements (upper top-right triangle) are the Pearson correlations, while the others south-east out-of-diagonal elements (lower bottom-left triangle) are the Spearman correlations. When computing the correlations for the conditional concordant extreme variations of measures above their respective 20<sup>th</sup> quantiles, they appear to be all equal to 1.

## Appendix D: About the choice of $d$ in the Hong et al. (2009) Test

In this appendix, we discuss the choice of an optimal value for the truncation parameter  $d$ . Figures D1 and D2 below, show respectively the Weights ( $W$ ) and the Cumulated Weights ( $CW$ ) for different values of  $j$  lags from  $j = 1$  to  $J = 50$ . When this parameter  $d$  is high, the value of the kernel function of Daniell that plays in the Eq. (16) corresponds to higher weights on the highest values of the  $j$  first lagged values of variables (past values are more important in other words; whilst when  $d$  is small only the first lags are considered).

The Weights denoted  $W(\cdot)$ , for a specific  $d$ , are defined as:

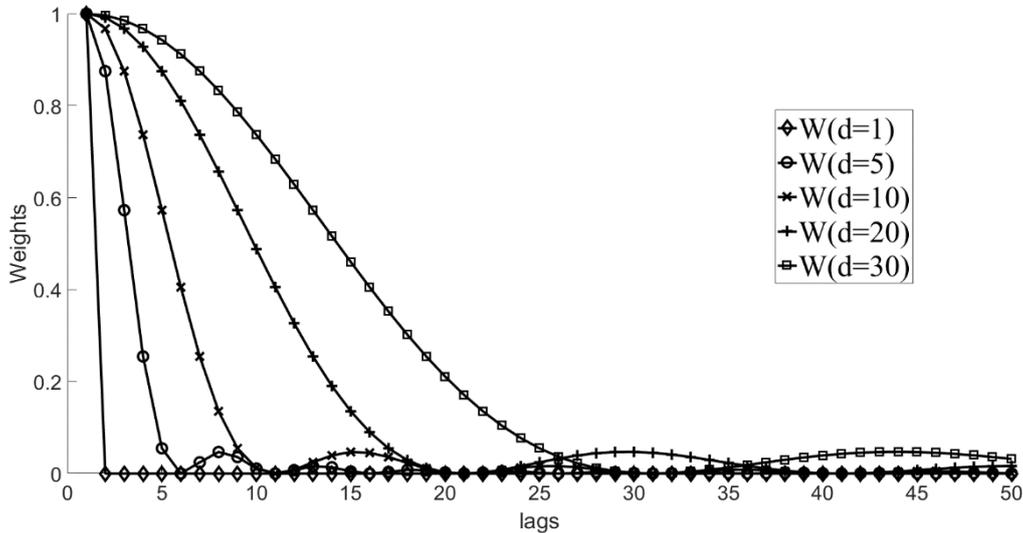
$$W(d) = \kappa^2 \left( \frac{j}{d} \right), \quad (\text{D.1})$$

while the Cumulated Weights – denoted  $CW(\cdot)$ , reads as follows:

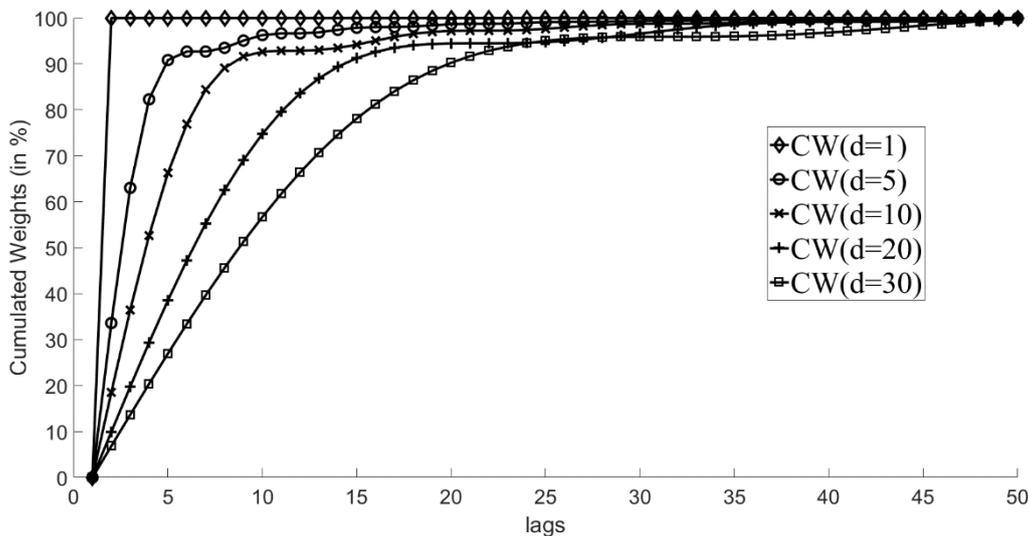
$$CW(d) = \sum_{j=1}^J \kappa^2 \left( \frac{j}{d} \right), \quad (\text{D.2})$$

with  $\kappa(\theta) = \sin(\pi\theta) / (\pi\theta)$  the kernel function of Daniell.

It appears also that low values of  $d$  such as the ones used ( $d = 1, d = 5, d = 10$ ) compared to relatively high values (such as  $d = 20$  and  $d = 30$ ), reduces more drastically the impact of large values of lags.



**Fig. D1.** Weights values according to different values of the truncation parameter  $d = 1, d = 5, d = 10, d = 20$  and  $d = 30$ . The Figure shows the impact for different values of the truncation parameter  $d$ , on the weight function used in the Hong et al. (2009) test. This weight function corresponds to the kernel function from Daniell that induces optimal properties for the causality test.



**Fig. D2.** Cumulated weights values according to different values of the truncation parameter  $d = 1, d = 5, d = 10, d = 20$  and  $d = 30$ . The Figure shows the impact for different values of the truncation parameter  $d$ , on the cumulated weights in the Hong et al. (2009) test. This weight function corresponds to the kernel function from Daniell that induces optimal properties for the causality test.

Comparing these shapes of the weights to the decreasing shape of the forecasting power – measured by the  $R^2$  - of the regression of Industrial Production (advanced) on the ISRM

(lagged) relationship, for  $h = [1, \dots, 10]$  forecast horizons (see Figure 11), the tuning parameter  $d$  should have low values. For example, in the case of OLS, the  $R^2$  goes to zero for a horizon of  $h \geq 5$  periods ahead. For a tuning parameter  $d = 5$ , the cumulated weights are higher than 90% . This leads us to choose low values for values for  $d$  ( $<10$ ).

## Appendix E: Supplementary Result Comparison between SPCA Methods

In this Table, we compare the loadings and the U-statistic of the Hong et al. (2009) test for  $Id_{14}$  among the four proposed methodologies. Again, the results are very similar in terms of loadings and the U-statistics.

**Table E1**  
Comparison of the  $Id_{14}$  according to four penalized regressions

SPCA Indexes via:				
Indices	LASSO $Id_{14}$	Elastic-net $Id_{14}$	RIDGE $Id_{14}$	rSVD $Id_{14}$
$\delta$	2.25	2.25	2.25	1.85
$M_1$	.82	.82	.82	.84
$M_2$	.31	.31	.31	.32
$M_3$	.09	.09	.09	.01
$M_4$	.17	.17	.17	.03
$M_5$	.42	.42	.42	.43
$M_6$	.07	.07	.07	.01
$M_7$	.03	.03	.03	.00
$M_8$	.06	.06	.06	.04
$M_9$	.06	.06	.06	.04
$M_{10}$	.06	.06	.06	.04
$M_{11}$	.08	.08	.08	.01
$M_{12}$	.05	.05	.05	.03
$M_{13}$	.02	.02	.02	.00
$M_{14}$	.02	.02	.02	.02
$M_{15}$	.00	.00	.00	.01
$M_{16}$	.00	.00	.00	.02
$U(1)$	-.70	-.70	-.70	-.01
$U(5)$	1.62	1.62	1.62	1.49
$U(10)$	2.62	2.62	2.62	4.03

Note: Datastream, daily data from 01/03/2001 to 12/29/2017 for a set of 95 financial institutions; authors' computation. The table shows the comparison of the optimal index among the 4 approaches (LASSO, Elastic-net, RIDGE and SPCA-rSVD) for the loadings and the statistic of Hong et al. (2009). The first line gives the value of the parameter  $\delta$ . The 16 following lines give the loadings of the 16 measures  $M_1$  to  $M_{16}$  in the following order:  $M_1$ : Spillover Index,  $M_2$ : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$ : VaR,  $M_4$ : CoVaR,  $M_5$ : AR,  $M_6$ : Volatility,  $M_7$ : CATFIN,  $M_8$ : DCI,  $M_9$ : Turbulence Index,  $M_{10}$ : AIM,  $M_{11}$ : CES,  $M_{12}$ : COES,  $M_{13}$ : SRISK,  $M_{14}$ : Kyle's lambda,  $M_{15}$ : MES and  $M_{16}$ :  $\Delta$ CoVaR.. We recall that the vectors reported in the Table are orthonormal vectors with norm equal to 1. The last three lines correspond to the values of the Hong et al. (2009) test statistics for different values of the parameter  $d = 1$ ,  $d = 5$  and  $d = 10$ .

## Appendix F: Supplementary Result regarding the Decomposition of the Economic Uncertainty Index

In this Appendix, we add the EUI into the analysis to assess which systemic risk measure performs better (or worst) in predicting the Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015). It appears that it reveals some links with both the real economic activity (as a predictor as mentioned by Bloom et al., 2007) and with the various systemic risk measures we use.

Tables F.1 and F.2 present the estimated values of the adjusted  $R^2$  via OLS and the pseudo- $R^2$  via QR for each measure for each horizon (univariate regression only). In these two Tables, the SRM are ranked here for the sake of simplicity according to the values of their  $R^2$  from the regression, in a decreasing order, for an arbitrary  $h = 1$ . We observe that the  $R^2$  and the pseudo- $R^2$  are quite high for the volatility and liquidity measures, less for the main systemic risk measures entering the composition of the ISRM (i.e. the CoVaR, the Herfindahl-Hirschman Index and the Spillover Index) and close to 0 for the DCI and the Turbulence Index.

**Table F.1.**

Forecast power from the  $R^2$  of the **Economic Uncertainty Index – Systemic Risk Measures** relationship via OLS for a  $h = [-6, \dots, 6]$  forecast quarterly horizons following the relationship:

$$\Delta Y_{t+h} = \Delta X_t \beta + \varepsilon_t,$$

where  $\Delta Y_{t+h}$  is Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015) variation at time  $t + h$  and  $\Delta X_t$  is the variation of each systemic risk measures at time  $t$ . The results reported here are on a quarterly basis.

$h$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
Volatility	9.54	.35	3.61	15.00	<b>21.62</b>	18.12	<b>23.76</b>	<b>26.45</b>	<b>24.91</b>	<b>20.88</b>	13.23	6.61	2.62
Kyles Lambda	13.47	3.05	1.05	12.19	<b>21.27</b>	18.21	<b>22.04</b>	<b>23.08</b>	<b>21.80</b>	18.29	10.95	4.68	1.74
AIM	8.59	1.20	1.31	10.15	16.35	12.50	14.65	16.13	17.49	17.16	11.33	4.88	1.63
VaR	.04	3.98	7.56	8.05	8.23	4.69	9.12	16.01	14.69	14.74	12.46	9.93	5.14
CoVaR	2.58	.56	4.58	8.52	8.89	4.52	13.53	15.09	13.79	13.10	11.07	8.27	3.49
COES	8.15	.65	1.17	7.79	<b>10.66</b>	5.77	15.76	13.33	12.32	11.61	9.25	6.14	2.60
SRISK	.33	1.35	4.35	4.28	2.60	.55	5.05	9.21	10.96	15.93	18.62	17.82	9.40
$\Delta$ CoVaR	.34	1.53	3.23	3.35	2.95	.78	6.84	7.86	5.91	5.68	6.30	6.88	3.56
MES	.17	5.43	7.50	4.82	2.88	.91	4.14	7.72	5.97	6.54	7.42	8.81	5.60
CES	.09	4.50	6.46	4.02	2.03	.42	3.86	6.80	5.28	5.97	7.10	8.42	5.14
HHI	4.53	2.30	1.45	.27	.27	.89	<b>10.08</b>	6.35	2.62	.44	.14	.22	.20
Spillover Index	.87	.01	.00	.20	1.91	3.04	4.24	5.89	7.19	<b>11.32</b>	<b>16.43</b>	<b>14.94</b>	7.87
CATFIN	1.25	4.22	2.58	1.52	1.19	.17	.74	5.05	5.69	7.73	8.80	6.93	2.92
AR	.16	.18	1.14	2.44	1.94	.81	1.27	2.96	5.53	<b>10.33</b>	<b>12.87</b>	7.58	3.54
DCI	1.46	2.41	3.17	4.43	3.30	1.12	.53	.78	.05	.59	.78	.36	.47
Turbulence Index	9.86	11.30	3.98	.78	.16	.32	2.19	.27	.34	.01	1.68	5.02	3.65

Forecast power from the  $R^2$  of the Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015) – systemic risk measures relationship for a  $h = [-6, \dots, 6]$  forecast quarterly horizons. Datastream, quarterly data from the 01/2001 to the 12/2017; authors' computation. This table shows the explained power  $R^2$  between the  $h$ -horizon Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015) and the various systemic risk measures. The values are in percent. The values that are below 10% are unlighted, the values between 10% and 20% are in black and the values above 20% are in bold. The systemic risk measures are ranked according to  $h = 1$ .

For short horizons and a forward-looking analysis, (i.e.  $h = [0, \dots, 3]$ ), Volatility is among the best predictive measures, with the AIM and Kyle Lambda. The CoVaR and the Herfindahl-Hirschman Index also have some meaning for short horizons (for  $h = 1$  to 3 and for  $h = 1$  respectively), while the SRISK and the Spillover Index have some predictive power for  $h = [3, \dots, 6]$ .

**Table F.2**

Forecast power from the pseudo- $R^2$  of the **Economic Uncertainty Index – Systemic Risk Measures** relationship *via* QR for a  $h = [-6, \dots, 6]$  forecast quarterly horizons following the relationship:

$$\Delta Y_{t+h} = \Delta X_t \beta + \varepsilon_t,$$

where  $\Delta Y_{t+h}$  is Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015) variation at time  $t + h$  and  $\Delta X_t$  is the variation of each systemic risk measures at time  $t$ . The results reported here are on a quarterly basis.

$h$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
Volatility	1.16	.01	1.04	3.16	8.81	10.32	5.41	<b>11.73</b>	14.15	13.72	8.94	5.43	4.19
Kyles Lambda	1.04	.03	.36	2.09	6.72	10.42	5.21	9.96	11.44	11.75	8.16	5.20	3.56
AIM	.10	.39	.02	.22	5.06	8.60	1.39	7.63	<b>11.09</b>	<b>12.04</b>	9.47	5.82	4.10
COES	1.54	.05	.55	.02	3.16	6.06	4.37	6.62	<b>12.12</b>	<b>11.16</b>	7.00	3.93	1.42
CoVaR	.20	.30	.18	.17	3.96	4.38	2.78	5.59	9.55	9.30	7.35	5.47	3.62
VaR	.09	.68	.05	2.41	4.77	4.12	1.37	5.31	9.39	8.71	7.11	7.22	5.52
HHI	7.07	2.31	.18	.06	.10	1.15	9.10	4.39	3.94	1.79	.21	1.01	.51
Turbulence Index	5.77	1.25	.16	1.68	1.71	.07	6.08	3.96	2.39	.65	.04	1.60	3.53
DCI	.74	.66	.08	2.16	3.75	4.60	.84	3.62	3.66	.65	2.49	3.51	3.58
Spillover Index	.11	1.46	.68	.11	1.38	1.10	.54	3.55	7.09	<b>13.07</b>	8.72	6.23	5.16
CATFIN	.04	.11	.04	2.75	2.76	1.66	.11	2.61	4.90	5.67	4.24	3.49	2.42
SRISK	.10	.36	.60	4.47	5.59	2.07	.23	2.25	7.97	<b>11.45</b>	<b>12.46</b>	<b>12.15</b>	8.73
AR	1.16	1.04	3.81	3.66	.95	.67	1.84	2.00	.06	.13	1.59	3.85	4.71
$\Delta$ CoVaR	.21	.05	.48	.10	2.63	1.97	.20	1.10	5.45	5.53	3.71	5.07	3.72
MES	.06	.12	.10	2.64	4.16	2.13	.02	.61	4.16	5.28	4.77	6.06	4.21
CES	.12	.10	.00	2.60	4.25	1.58	.01	.59	3.48	5.07	5.01	6.29	4.25

Forecast power from the pseudo- $R^2$  of the Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015) – systemic risk measures relationship for a  $h = [-6, \dots, 6]$  forecast quarterly horizons. Datastream, quarterly data from the 01/2001 to the 12/2017; authors' computation. This table shows the explained power  $R^2$  between the  $h$ -horizon Economic Uncertainty Index of Jurado et al. (2015) and the various systemic risk measures. The values are in percent. The values that are below 10% are unlighted, the values between 10% and 20% are in black and the values above 20% are in bold. The systemic risk measures are ranked according to  $h = 1$ .

## Appendix G: Supplementary Results regarding the Correlations between Out-of-sample (I and II) versions of the ISRM using both SPCA and 3PRF Methodologies

In this Appendix, we provide the Pearson and Spearman correlations between i) the two out-of-sample versions of the SPCA-ISRM namely ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI and, ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI and ii) the two out-of-sample versions of the 3PRF-ISRM namely ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI and ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI, in monthly and quarterly frequencies.

From Table G.1, it appears that the lowest Spearman correlation is between ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI and ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI. The lowest Pearson correlation is between ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI and ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI. The highest are between ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI and ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI, respectively for Spearman and Pearson correlations. It appears also that the SPCA indexes (highly correlated between them) are less correlated with the 3PRF indexes (relatively highly correlated between them).

**Table G.1**

Pearson and Spearman correlations among the out-of-sample (I and II) versions of the ISRM using both SPCA and 3PRF Methodologies (monthly)

	ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI	ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI	ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI	ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI
ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI	<b>100.00</b>	<b>96.70</b>	32.78	47.52
ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI	<b>93.66</b>	<b>100.00</b>	35.29	49.67
ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI	29.41	27.18	<b>100.00</b>	69.11
ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI	26.31	25.00	75.20	<b>100.00</b>

Note: Datastream, daily data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the Pearson and Spearman correlations between the indexes labeled SPCA-ISRM (ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI, SPCA-ISRM (ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI), 3PRF-ISRM (ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI), 3PRF-ISRM (ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI). The significant correlation at 5% level are in black and bold. The north-west out-of-diagonal elements (upper top-right triangle) are the Pearson correlations, while the others south-east out-of-diagonal elements (lower bottom-left triangle) are the Spearman correlations.

From Table G.2, it appears that the lowest Spearman and Pearson correlations are between ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI and ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI. The highest are between ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI and ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI, respectively for Spearman and Pearson correlations. As it is the case for the monthly frequency,

it appears also that the SPCA indexes (highly correlated between them) are less correlated with the 3PRF indexes (relatively highly correlated between them) in quarterly frequency.

**Table G.2**

Pearson and Spearman correlations among the out-of-sample (I and II) versions of the ISRM using both SPCA and 3PRF Methodologies (quarterly)

	ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI	ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI	ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI	ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI
ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI	<b>100.00</b>	<b>98.75</b>	50.21	69.80
ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI	<b>97.39</b>	<b>100.00</b>	53.81	73.04
ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI	52.94	58.68	<b>100.00</b>	<b>81.98</b>
ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI	65.63	69.61	<b>84.27</b>	<b>100.00</b>

Note: Datastream, daily data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the Pearson and Spearman correlations between the indexes labeled and SPCA-ISRM (ISRM-SPCA-OoS I / FirstPC-IPI, SPCA-ISRM (ISRM-SPCA-OoS II / FirstPC-NFCI), 3PRF-ISRM (ISRM-3PRF-OoS I / FirstPC-IPI), 3PRF-ISRM (ISRM-3PRF-OoS II / FirstPC-NFCI). The significant correlations at 5% level are in black and in bold. The north-west out-of-diagonal elements (upper top-right triangle) are the Pearson correlations, while the others south-east out-of-diagonal elements (lower bottom-left triangle) are the Spearman correlations.

## **Appendix H: Supplementary Result regarding Backtesting and Comparing Predicted Quantiles with a larger set of predictors and economic target variables**

In this Appendix, we repeat the analysis by including a larger set of additional economic target variables and predictors in order to have a more complete picture. We also extend the previous analysis on financial targets by using additional predictors.

Following the previous notations, we first start by the financial fragility and detail the set of predictors and target variables by keeping the same controls as in the previous analyses.

### Predictors

We consider: i) Changes on the proposed ISRM index; ii) Changes on the OFR Financial Stress Index (OFR FSI); iii) Changes on the St. Louis Fed Financial Stress Index (STLFSI); iv) Changes on the Kansas City Financial Stress Index (KCFSI); and also some variables that have appeared as good predictors of real activity such as: v) Changes on the aggregated volatility of all the financial institutions (Volatility,  $M_6$ ); vi) Changes on the Kyle Lambda (Kyle,  $M_{14}$ ) by Kyle (1985); vii) Changes on the Amihud Illiquidity Measure (AIM,  $M_{10}$ ) by Amihud (2002); and viii) Changes on the CATastrophic risk in the FINancial sector (CATFIN,  $M_7$ ) proposed by Allen et al. (2012).

### Results on the Target Financial variables

We consider: i) the National Financial Condition Index (NFCI), ii) the Adjusted NFCI (ANFCI) and the two components in risk and credit of the NFCI denoted iii) NFCIRISK and iv) NFCICREDIT respectively.

Table H.1 shows the quantile test over 12 horizons for the prediction of financial stability measures augmented by systemic risk measures. Regarding the NFCI, both the ISRM and the CATFIN result the best predictor (45%) followed by the OFR index and the estimated quantile obtained by including only the controls (37%). The KCFSI and the CATFIN (58%) are the best predictor for the adjusted NFCI (ANFCI) which is followed by Kyles and ISRM. If we consider the CREDIT and RISK components of NFCI, the ISRM provide the lowest accuracy for the first component (17%) and the second-best accuracy for the second component (38%).

Overall, the highest average rank is 2.5 for both the Volatility measure followed by the CATFIN (2.25), Kyles (2.75) and ISRM and KCFSI (3).

**Table H.1**  
Quantile passed test frequencies over the 12 monthly horizons for measures of economic activity

	ISRM	OFR	KCFSI	STLFSI	Volatility	Kyle's l.	AIM	CATFIN	Controls
NFCI	<b>45%</b>	37%	33%	27%	35%	30%	32%	<b>45%</b>	37%
ANFCI	52%	45%	<b>58%</b>	50%	52%	53%	47%	<b>58%</b>	50%
NFCIRISK	17%	28%	28%	23%	<b>33%</b>	30%	30%	30%	27%
NFCICREDIT	<b>38%</b>	33%	35%	32%	37%	43%	<b>38%</b>	33%	37%
Avg Rank	3	4	3	5.5	2.5	2.75	3.5	<b>2.25</b>	3.25

Note: Datastream, monthly data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the percentage of the passed quantile tests over the 12 monthly horizons for measures of economic activity (first column) using alternative predictors (second to fourth column) and only control variables (last column).

Table H.2 includes the score indicator  $S_j^f(\Delta Y^t)$  for each measure of financial stability

a. In the Aggregate case (ALL) which is the average of all the considered loss functions, ISRM shows the highest score for all the considered measures and therefore the Average Rank which is equal to 1. In the Pinball loss function, the ISRM shows the highest score in all the considered measures and therefore, the ISRM shows the highest average rank. On the Lopez loss function, the ISRM provides the highest scores in three cases (ANFCI, NFCIRISK and NFCICREDIT) providing the highest average rank (1.5). Regarding the NFCI, the CATFIN provides the highest accuracy (18%). In the absolute deviation (AD) loss function, the ISRM shows the higher scores in two cases (NFCICREDIT and RISK) while for NFCI and ANFCI, the STFLSI provides the highest accuracy. According to the average rank, the STLFSI results the best in AD loss function followed by the ISRM. For the RD loss function, the ISRM provides the best accuracy in any of the considered cases and the average rank is 3.25. On the SRD loss function, the ISRM returns the higher accuracy in the NFCI and show the highest average rank (3.25).

**Table H.2**

Score indicator for each measure of financial stability

	ISRM	OFR	KCFSI	STLFSI	Volatility	Kyles	AIM	CATFIN
<b>Panel A: All</b>								
<i>NFCI</i>	<b>14%</b>	9%	11%	11%	2%	5%	3%	11%
<i>ANFCI</i>	<b>15%</b>	7%	8%	11%	10%	7%	8%	9%
<i>NFCIRISK</i>	<b>13%</b>	5%	4%	5%	6%	3%	6%	7%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>12%</b>	4%	4%	8%	1%	2%	4%	4%
<i>Average Rank</i>	<b>1</b>	5.5	5	2.75	5	6.5	4.5	3
<b>Panel B: Pinball</b>								
<i>NFCI</i>	<b>18%</b>	8%	12%	14%	1%	6%	3%	14%
<i>ANFCI</i>	<b>17%</b>	5%	12%	16%	0%	0%	2%	6%
<i>NFCIRISK</i>	<b>16%</b>	1%	2%	3%	0%	0%	3%	4%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>16%</b>	1%	0%	7%	0%	1%	4%	0%
<i>Average Rank</i>	<b>1</b>	4.5	3.75	2.25	6.25	5.5	4.5	3.25
<b>Panel C: Lopez</b>								
<i>NFCI</i>	16%	12%	14%	17%	1%	4%	2%	<b>18%</b>
<i>ANFCI</i>	<b>23%</b>	9%	11%	12%	0%	5%	1%	17%
<i>NFCIRISK</i>	<b>20%</b>	4%	6%	7%	0%	0%	2%	11%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>19%</b>	5%	3%	9%	0%	2%	3%	6%
<i>Average Rank</i>	<b>1.5</b>	4.75	4.25	2.5	7.5	6.25	6.25	2
<b>Panel D: AD</b>								
<i>NFCI</i>	17%	15%	21%	<b>22%</b>	1%	7%	1%	19%
<i>ANFCI</i>	20%	7%	18%	<b>21%</b>	1%	3%	1%	14%
<i>NFCIRISK</i>	<b>22%</b>	14%	13%	17%	0%	0%	3%	16%
<i>NFCICREDIT</i>	<b>20%</b>	5%	6%	15%	0%	1%	2%	6%
<i>Average Rank</i>	2	4.5	3.25	<b>1.5</b>	7	6.25	6.25	3.25
<b>Panel E: RD</b>								
<i>NFCI</i>	<b>6%</b>	<b>6%</b>	1%	1%	1%	2%	0%	3%
<i>ANFCI</i>	12%	9%	1%	0%	<b>24%</b>	17%	16%	6%
<i>NFCIRISK</i>	1%	2%	0%	0%	<b>11%</b>	5%	5%	2%
<i>NFCICREDIT</i>	1%	<b>3%</b>	<b>3%</b>	<b>3%</b>	<b>3%</b>	1%	7%	5%
<i>Average Rank</i>	3.25	3	4.75	5	<b>2.25</b>	2.75	2.75	3.25
<b>Panel F: SRD</b>								
<i>NFCI</i>	<b>12%</b>	2%	7%	1%	5%	3%	7%	1%
<i>ANFCI</i>	4%	2%	0%	6%	<b>23%</b>	12%	20%	0%
<i>NFCIRISK</i>	7%	4%	0%	0%	<b>19%</b>	11%	15%	3%
<i>NFCICREDIT</i>	4%	5%	<b>6%</b>	<b>6%</b>	3%	3%	5%	3%
<i>Average Rank</i>	3.25	4.5	4.25	4.5	2.25	3.5	<b>2</b>	5.75

Note: Datastream, monthly data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the score indicator for each measure of financial stability (Target) using alternative predictors (second to last column) by considering several loss functions in each Panel: Panel A: the Aggregated (All) case; Panel B: the pinball (Hong et al., 2016); Panel C: Lopez (1999); Panel D: AD; Panel E: RD; and Panel F: SRD (Caporin, 2008). The higher the score, the higher the forecasting ability. The last row "Average Rank" of each panel reports the average rank. The average rank for the aggregated results (ALL) is obtained on the average scores.

### Results on the Target Economic variables:

Regarding the economic variables, we have: i) Changes on Industrial Production (PROD); ii) the Chicago Fed National Activity Index (CFNAI); iii) the Aruoba-Diebold-Scotti Business Conditions Index (ADS); iv) Changes on New Privately Owned Housing Units Started (HOUST); v) Changes on Advance Retail Sales excluding Food Services (RSXFS); vi) Changes on Total Nonfarm Payrolls - All Employees (PAYEMS) and vii) Changes on the Economic Uncertainty Index (EUI) by Jurado et al. (2015).

Given the new inclusion and as shown in Table H.3, the ISRM is the only one which provides additional information with respect to the controls in the prediction of Industrial Production (PROD) lower quantiles (13.33%). Volatility, Kyle Lambda and AIM measures are in line with the controls (10%) while the remaining variables have a worst performance.

**Table H.3**

Quantile passed test frequencies over the 12 monthly horizons for measures of economic activity

	<b>ISRM</b>	<b>OFRFSI</b>	<b>KCFSI</b>	<b>STLFSI</b>	<b>Volatility</b>	<b>KYLE</b>	<b>AIM</b>	<b>CATFIN</b>	<b>Controls</b>
<i>PROD</i>	<b>13.33%</b>	3.33%	1.67%	3.33%	10.00%	10.00%	10.00%	6.67%	10.00%
<i>CFNAI</i>	28.33%	31.67%	25.00%	30.00%	<b>35.00%</b>	23.33%	30.00%	30.00%	30.00%
<i>ADS</i>	<b>51.67%</b>	45.00%	55.00%	48.33%	46.67%	45.00%	45.00%	43.33%	<b>51.67%</b>
<i>HOUST</i>	61.67%	55.00%	61.67%	60.00%	73.33%	60.00%	<b>78.33%</b>	65.00%	58.33%
<i>RSXFS</i>	46.67%	56.67%	<b>65.00%</b>	55.00%	51.67%	50.00%	53.33%	63.33%	50.00%
<i>PAYEMS</i>	<b>36.67%</b>	<b>36.67%</b>	33.33%	33.33%	30.00%	33.33%	30.00%	33.33%	33.33%
<i>EUI</i>	26.67%	<b>33.33%</b>	26.67%	20.00%	30.00%	26.67%	30.00%	16.67%	23.33%
<i>Average Rank</i>	3.29	3.29	3.00	3.71	<b>2.86</b>	4.29	3.00	3.57	3.71

Note: Datastream, monthly data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the percentage of the passed quantile tests over the 12 monthly horizons for measures of economic activity (first column) using alternative predictors (second to fourth column) and only control variables (last column).

As previously seen, the ISRM does not provide the highest accuracy in estimating the Chicago Fed National Activity Index (CFNAI) where the best predictor in the new case is the Volatility (35%). For the Aruoba-Diebold-Scotti Business Conditions Index (ADS), only the KCFSI index adds an information value with respect to the controls case (55%) while the other perform even lower. For the Economic Uncertainty Index (EUI), the ISRM adds information value to the control case but as seen previously, the best predictor is the OFRFSI followed by Volatility and AIM. Regarding the new included economic target variables, ISRM is the best predictor with OFRFSI for the PAYEMS (36.67%), while for HOUST the AIM indicator provides the higher score (78.33%) followed by the Volatility (73.33). In this case, the ISRM

is in line with the other financial stress indexes. Finally, the ISRM worst performance is with RSXFS (46.67%) which is also below the control case (50%).

Overall, if we consider the Average Rank (last row in Table H.3), the Volatility measure provides the highest rank and the ISRM provides the fourth best rank (3.29).

If we focus on loss functions (Table H.4), the ISRM results the best predictor in terms of average rank on the aggregate case (All). On a single loss function basis, ISRM is the best predictor when Pinball and Lopez loss functions are used and CATFIN, Volatility and OFRFSI provides the highest score with AD, RD and SRD loss functions, respectively.

**Table H.4**

Score indicator for each measure of economic activity

	ISRM	OFR	KCFSI	STLFSI	Volatility	Kyles	AIM	CATFIN
<b>Panel A: All</b>								
<i>PROD</i>	<b>12.94%</b>	9.39%	14.82%	6.05%	5.22%	5.22%	5.01%	6.26%
<i>CFNAI</i>	13.57%	10.44%	5.85%	<b>15.45%</b>	6.26%	4.38%	3.13%	10.65%
<i>ADS</i>	<b>12.94%</b>	7.72%	5.64%	7.72%	4.18%	4.59%	6.89%	7.52%
<i>HOUST</i>	6.26%	<b>8.98%</b>	6.05%	5.64%	6.05%	3.13%	5.22%	8.98%
<i>RSXFS</i>	<b>11.69%</b>	8.35%	5.43%	6.26%	4.38%	3.13%	2.71%	9.81%
<i>PAYEMS</i>	<b>9.39%</b>	7.93%	6.05%	3.34%	4.18%	1.25%	0.84%	3.76%
<i>EUI</i>	7.10%	6.05%	5.43%	9.19%	2.09%	1.25%	1.46%	<b>10.02%</b>
<i>Average Rank</i>	<b>1.71</b>	2.71	4.00	3.43	5.29	6.71	6.71	2.71
<b>Panel B: Pinball</b>								
<i>PROD</i>	23.16%	17.89%	<b>25.26%</b>	5.26%	3.16%	5.26%	5.26%	10.53%
<i>CFNAI</i>	<b>24.21%</b>	17.89%	13.68%	22.10%	0.00%	0.00%	1.05%	15.79%
<i>ADS</i>	<b>17.89%</b>	9.47%	9.47%	10.53%	1.05%	2.11%	4.21%	7.37%
<i>HOUST</i>	4.21%	2.11%	3.16%	0.00%	0.00%	2.11%	1.05%	<b>7.37%</b>
<i>RSXFS</i>	<b>16.84%</b>	6.32%	5.26%	5.26%	7.37%	3.16%	0.00%	10.53%
<i>PAYEMS</i>	<b>14.74%</b>	9.47%	2.11%	3.16%	0.00%	0.00%	1.05%	4.21%
<i>EUI</i>	1.05%	0.00%	3.16%	5.26%	1.05%	2.11%	1.05%	<b>7.37%</b>
<i>Average Rank</i>	<b>1.86</b>	3.57	3.57	3.71	5.86	5.57	5.57	2.71
<b>Panel C: Lopez</b>								
<i>PROD</i>	<b>16.84%</b>	4.21%	11.58%	10.53%	2.11%	2.11%	4.21%	7.37%
<i>CFNAI</i>	<b>17.89%</b>	7.37%	3.16%	<b>17.89%</b>	0.00%	0.00%	2.11%	9.47%
<i>ADS</i>	10.53%	<b>11.58%</b>	6.32%	9.47%	1.05%	3.16%	5.26%	8.42%
<i>HOUST</i>	4.21%	10.53%	10.53%	9.47%	2.11%	2.11%	1.05%	<b>17.89%</b>
<i>RSXFS</i>	15.79%	11.58%	8.42%	8.42%	2.11%	2.11%	2.11%	<b>20.00%</b>
<i>PAYEMS</i>	<b>11.58%</b>	9.47%	2.11%	9.47%	0.00%	0.00%	0.00%	5.26%
<i>EUI</i>	8.42%	2.11%	1.05%	<b>12.63%</b>	5.26%	0.00%	2.11%	7.37%
<i>Average Rank</i>	<b>1.86</b>	3.00	3.86	2.43	5.57	5.86	5.29	2.57

Panel D: AD								
<i>PROD</i>	<b>21.05%</b>	3.16%	17.89%	5.26%	3.16%	3.16%	4.21%	6.32%
<i>CFNAI</i>	25.26%	12.63%	10.53%	<b>26.31%</b>	1.05%	0.00%	1.05%	20.00%
<i>ADS</i>	<b>14.74%</b>	<b>14.74%</b>	9.47%	9.47%	3.16%	1.05%	5.26%	<b>14.74%</b>
<i>HOUST</i>	7.37%	12.63%	9.47%	13.68%	3.16%	2.11%	1.05%	<b>15.79%</b>
<i>RSXFS</i>	11.58%	3.16%	9.47%	2.11%	3.16%	4.21%	1.05%	<b>18.95%</b>
<i>PAYEMS</i>	<b>16.84%</b>	13.68%	2.11%	3.16%	0.00%	0.00%	1.05%	4.21%
<i>EUI</i>	5.26%	7.37%	5.26%	<b>12.63%</b>	3.16%	0.00%	2.11%	10.53%
<i>Average Rank</i>	2.29	3.43	3.57	2.86	5.57	6.14	5.86	<b>2.00</b>

Panel A: RD								
<i>PROD</i>	0.00%	<b>14.74%</b>	7.37%	3.16%	11.58%	4.21%	10.53%	4.21%
<i>CFNAI</i>	0.00%	5.26%	1.05%	2.11%	<b>23.16%</b>	18.95%	5.26%	4.21%
<i>ADS</i>	<b>12.63%</b>	2.11%	1.05%	7.37%	8.42%	8.42%	8.42%	3.16%
<i>HOUST</i>	12.63%	7.37%	4.21%	3.16%	<b>23.16%</b>	7.37%	18.95%	0.00%
<i>RSXFS</i>	6.32%	<b>11.58%</b>	3.16%	8.42%	6.32%	3.16%	3.16%	0.00%
<i>PAYEMS</i>	2.11%	4.21%	<b>14.74%</b>	1.05%	7.37%	1.05%	0.00%	2.11%
<i>EUI</i>	14.74%	7.37%	12.63%	8.42%	0.00%	0.00%	0.00%	<b>20.00%</b>
<i>Average Rank</i>	3.86	3.14	4.14	4.43	<b>2.43</b>	4.00	3.71	4.29

Panel E: SRD								
<i>PROD</i>	4.21%	7.37%	<b>12.63%</b>	6.32%	6.32%	11.58%	1.05%	3.16%
<i>CFNAI</i>	1.05%	<b>9.47%</b>	1.05%	<b>9.47%</b>	7.37%	3.16%	6.32%	4.21%
<i>ADS</i>	9.47%	1.05%	2.11%	2.11%	7.37%	8.42%	<b>11.58%</b>	4.21%
<i>HOUST</i>	3.16%	<b>12.63%</b>	3.16%	2.11%	2.11%	2.11%	4.21%	4.21%
<i>RSXFS</i>	8.42%	<b>9.47%</b>	1.05%	7.37%	3.16%	3.16%	7.37%	0.00%
<i>PAYEMS</i>	2.11%	3.16%	9.47%	0.00%	<b>13.68%</b>	5.26%	2.11%	3.16%
<i>EUI</i>	6.32%	<b>13.68%</b>	5.26%	7.37%	1.05%	4.21%	2.11%	5.26%
<i>Average Rank</i>	3.71	<b>2.57</b>	3.86	3.71	3.71	3.71	3.86	4.43

Note: Datastream, monthly data from 01/03/2001 to 12/29/2017; authors' computation. The Table shows the score indicator for each measure of economic activity (Target) using alternative predictors (second to last column) by considering several loss functions in each Panel: Panel A: the Aggregated (All) case; Panel B: the pinball (Hong et al., 2016); Panel C: Lopez (1999); Panel D: AD; Panel E: RD; and Panel F: SRD (Caporin, 2008). The higher the score, the higher the forecasting ability. The last row "Average Rank" of each panel reports the average rank. The average rank for the aggregated results (ALL) is obtained on the average scores.

ANNEXES DES CHAPITRES 2 ET 3

**Appendix A.1. Mesures de risque systémique**

Dans la construction de l'*Index of Systemic Risk Measures (ISRM)*, nous utilisons les mesures de risque systémiques suivantes afin de capturer l'instabilité, l'activité économique, le degré d'interconnexion et de concentration et les conditions de liquidité dans le système (Cf. Giglio *et al.* [2016] et Kouontchou *et al.* [2017]). Ces mesures peuvent être classées en quatre catégories :

- Les variables macro financières utilisées comme indicateurs avancés de l'activité économique : *Credit Default Yield Spread*, *TED Spread* and *Term Spread*.
- Agrégation des mesures de risque systémique entre les institutions financières : la *Value-at-Risk* conditionnelle (*CoVaR*) et la *Delta Conditional Value-at-Risk ( $\Delta CoVaR$ )* d'Adrian et Brunnermeier [2016] et la *Marginal Expected Shortfall (MES)* de Acharya *et al.* [2013] et Brownlees et Engle [2017].
- Les mesures de risque systémique utilisées pour prendre en compte le degré d'interconnexion et la concentration dans le système : l'indice *Spillover* de Diebold et Yilmaz [2009], l'indice de causalité dynamique (*DCI*) de Billio *et al.* [2012], la mesure Turbulence de Kritzman et Li [2010], l'*Absorption Ratio (AR)* de Kritzman *et al.* [2011] et l'indice de concentration de *Herfindahl-Hirschman*.
- Nous utilisons aussi la mesure *Amihud Illiquidity Measure (AIM)* d'Amihud [2002] pour prendre en compte les conditions de liquidité dans le système.

Ces 16 mesures correspondent dans l'ordre à :  $M_1$  : *Spillover Index*,  $M_2$  : *Herfindahl-Hirschman Index*,  $M_3$  : *VaR*,  $M_4$  : *Absorption Ratio*,  $M_5$  : *CoVaR*,  $M_6$  : *MES*,  $M_7$  : *Term Spread*,  $M_8$  : *Default Yield Spread*,  $M_9$  : *CES*,  $M_{10}$  : *Volatility*,  $M_{11}$  : *Dynamical Causality Index*,  $M_{12}$  : *SRISK*,  $M_{13}$  : *Turbulence Index*,  $M_{14}$  :  $\Delta CoVaR$ ,  $M_{15}$  : *TED Spread* et  $M_{16}$  : *Amihud Illiquidity Measure*. Nous ne présentons ici que les quatre mesures additionnelles à l'ensemble des douze mesures utilisées par Kouontchou *et al.* [2017].

## Appendix A.2. La base de données des institutions financières

A partir d'une base de données qui contient les valeurs nettes des actifs et les caractéristiques des 95 (grandes) institutions financières (Cf. Brownlees et Engle, [2017]), nous construisons une base de données cylindrique des valeurs nettes en USD pour 60 institutions financières du 03/09/2003 au 26/02/2016, dont la liste nominative est présentée dans le tableau suivant.

Tableau A.2.1 : Noms et abréviations des Institutions Financières considérées

Banques (21)		Assurance (20)		Courtiers (5)		Autres (14)	
BAC	Bank of America	AFL	Aflac	ETFC	E-Trade Financial	ACAS	American Capital
BBT	BB&T Bank of New York Mellon	AIG	American International Group	GS	Goldman Sachs	AMT	TD Ameritrade
BK		ALL	Allstate Corp	MS	Morgan Stanley	AXP	American Express
C	Citigroup	AOC	Aon Corp	SCHW	Schwab Charles	BEN	Franklin Resources
CMA	Comerica Inc.	BRK	Berkshire Hathaway	TRO	T. Rowe Price	BLK	Blackrock
HBA		CB	Chubb Corp	W		COF	Capital One Financial
N	Huntington Bancshares Hong Kong & Shanghai	CI	CIGNA Corp Cincinnati Financial Corp			EV	Eaton Vance
HSBC	Banking Corporation	CINF				FITB	Fifth Third Bancorp
JPM	JP Morgan Chase	CNA	CNA Financial corp			FNM	Fannie Mae
KEY	Keycorp	HIG	Hartford Financial Group			FRE	Freddie Mac
MTB	M & T Bank Corp	HNT	Health Net			HRB	H&R Block
NTRS	Northern Trust New York Community Bancorp	HUM	Humana			LM	Legg Mason SEI Investments Company
NYB		LNC	Lincoln National			SEIC	
PBCT	Peoples United Financial	MM				SLM	SLM Corp
PNC	PNC Financial Services	C	Marsh & McLennan				
RF	Regions Financial	PGR	Progressive				
SNV	Synovus Financial	TMK	Torchmark				
STI	Suntrust Banks	TRV	Travelers				
STT	State Street	UNH	United health Group				
USB	US Bancorp	UNM	Unum Group				
WFC	Wells Fargo & Co						
ZION	Zion						

Source : *Bloomberg*. Dans ce tableau sont reportés les *Tickers* des institutions.

### Appendix A.3. Table des corrélations entre les mesures de risque systémique

Le tableau suivant donne les corrélations de Pearson et de Spearman entre les mesures de risque systémique représentées dans le graphique 1 (Cf. article). Les corrélations supérieures à 0.80 sont en gras.

Tableau A.3.1 : Corrélation de Pearson et de Spearman entre les mesures de risque systémique

	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_4$	$M_5$	$M_6$	$M_7$	$M_8$	$M_9$	$M_{10}$	$M_{11}$	$M_{12}$	$M_{13}$	$M_{14}$	$M_{15}$	$M_{16}$
$M_1$	<b>1,00</b>	0,43	0,59	<b>0,84</b>	0,60	0,57	0,45	0,61	0,58	0,61	-0,23	<b>0,84</b>	0,23	0,66	0,26	0,61
$M_2$	0,40	<b>1,00</b>	0,38	0,41	0,43	0,35	0,68	0,39	0,33	0,51	0,03	0,47	-0,11	0,35	-0,19	0,60
$M_3$	0,79	0,36	<b>1,00</b>	0,37	<b>0,94</b>	<b>0,97</b>	0,31	<b>0,87</b>	<b>0,97</b>	0,79	0,11	0,59	0,52	<b>0,93</b>	0,67	0,57
$M_4$	0,72	0,30	0,48	<b>1,00</b>	0,31	0,36	0,54	0,34	0,37	0,37	-0,24	<b>0,83</b>	0,09	0,42	0,06	0,45
$M_5$	0,67	0,35	0,77	0,23	<b>1,00</b>	<b>0,92</b>	0,33	<b>0,89</b>	<b>0,91</b>	<b>0,82</b>	0,17	0,50	0,45	<b>0,94</b>	0,57	0,62
$M_6$	0,72	0,26	<b>0,91</b>	0,49	0,71	<b>1,00</b>	0,24	<b>0,88</b>	<b>1,00</b>	0,72	0,13	0,60	0,52	<b>0,94</b>	0,69	0,49
$M_7$	0,32	0,63	0,44	0,33	0,38	0,26	<b>1,00</b>	0,18	0,24	0,47	-0,01	0,44	-0,09	0,25	-0,11	0,54
$M_8$	0,71	0,29	0,70	0,32	0,68	0,66	0,08	<b>1,00</b>	<b>0,87</b>	0,74	0,09	0,56	0,40	<b>0,85</b>	0,55	0,52
$M_9$	0,73	0,25	<b>0,89</b>	0,49	0,71	<b>0,99</b>	0,25	0,66	<b>1,00</b>	0,70	0,13	0,61	0,53	<b>0,94</b>	0,69	0,48
$M_{10}$	0,76	0,47	<b>0,89</b>	0,48	0,67	0,74	0,61	0,65	0,72	<b>1,00</b>	-0,07	0,53	0,16	0,64	0,28	<b>0,93</b>
$M_{11}$	-0,21	0,02	-0,23	-0,17	0,01	-0,13	-0,05	-0,21	-0,11	-0,32	<b>1,00</b>	-0,31	0,20	0,14	0,21	-0,22
$M_{12}$	0,75	0,38	0,76	0,67	0,40	0,74	0,28	0,61	0,74	0,74	-0,36	<b>1,00</b>	0,15	0,59	0,16	0,56
$M_{13}$	0,14	-0,24	0,16	0,05	0,22	0,23	-0,28	0,17	0,22	-0,05	0,25	0,02	<b>1,00</b>	0,56	0,65	-0,05
$M_{14}$	<b>0,81</b>	0,33	<b>0,82</b>	0,55	<b>0,85</b>	<b>0,81</b>	0,34	0,67	<b>0,82</b>	0,67	-0,02	0,62	0,27	<b>1,00</b>	0,68	0,43
$M_{15}$	0,08	-0,39	0,15	-0,19	0,34	0,26	-0,49	0,41	0,26	-0,03	0,17	-0,01	0,48	0,25	<b>1,00</b>	0,00
$M_{16}$	0,76	0,64	0,75	0,64	0,46	0,61	0,63	0,54	0,60	<b>0,88</b>	-0,39	<b>0,84</b>	-0,20	0,54	-0,29	<b>1,00</b>

Source : Bloomberg, données journalières du 02/09/2003 au 26/02/2016 ; calculs des auteurs. Sont présentés sur le bloc haut (droit) du tableau les coefficients de corrélation de Pearson des différentes mesures prises deux par deux, tandis que dans le bloc bas (gauche) du tableau, ce sont les coefficients de corrélation de rang de Spearman qui sont reproduits. Les 16 mesures de risque systémique sont représentées par  $M_1$  à  $M_{16}$  et correspondent dans l'ordre à :  $M_1$  : Spillover Index,  $M_2$  : Herfindahl-Hirschman Index,  $M_3$  : VaR,  $M_4$  : Absorption Ratio,  $M_5$  : CoVaR,  $M_6$  : MES,  $M_7$  : Term Spread,  $M_8$  : Default Yield Spread,  $M_9$  : CES,  $M_{10}$  : Volatility,  $M_{11}$  : Dynamical Causality Index,  $M_{12}$  : SRISK,  $M_{13}$  : Turbulence Index,  $M_{14}$  :  $\Delta$ CoVaR,  $M_{15}$  : TED Spread et  $M_{16}$  : Amihud Illiquidity Measure. Les corrélations significatives au seuil nominal de 5% sont en noir (et les autres en gris). Les corrélations au-dessus de 0,80 sont en gras.

L'analyse des corrélations conditionnelles entre les différentes mesures de risque, *i.e.* les corrélations au-dessus du quantile à  $\alpha = 80,00\%$  (pics simultanés deux à deux des mesures de risque systémique) sont toutes égales à 1,00 et significatives au seuil de 1,00%.

#### Annexe A.4. Robustesse du choix de la régression pénalisée

Dans cette annexe, nous étudions plus en amont, le choix de la régression pénalisée utilisée dans la construction de l'indice agrégé des mesures de risque systémique noté *ISRM*. Dans les études précédentes (Cf. Giglio *et al.* [2016] et Kouontchou *et al.* [2017] et [2018] et Caporin *et al.* [2019]), la méthode de construction de l'*ISRM* se base sur une Analyse en Composantes Principales (ACP) et une approche parcimonieuse de celle-ci (ACPP).

Tibshirani [1996] et Zou *et al.* [2006] ont montré que ces deux approches peuvent être représentées au travers d'une régression linéaire (pénalisée ou non) où la première composante principale d'une ACP classique, notée  $F$ , est régressée sur l'ensemble des variables explicatives (ici, les mesures de risque systémique) représentées par la matrice  $M$  comme suit :

$$\begin{aligned} F &= M\beta^s + U \\ \text{s. c. } P(\beta^s) &\equiv \|\beta^s\|_1 = \sum_{j=1}^p |\beta_j^s| \leq \delta, \end{aligned} \tag{A.4.1}$$

où  $\|\cdot\|_1$  correspond à la norme 1 et  $P(\beta^s)$  la contrainte sur les poids des mesures de risque systémique dont la somme des valeurs absolues des paramètres de la régression doit être inférieur à  $\delta$ , un paramètre de raffinement du facteur  $F$ . Ainsi, relaxer la contrainte  $P(\beta^s)$  (*i.e.* laisser tendre  $\delta$  vers l'infini), permet de retrouver la première composante principale issue d'une l'ACP classique. En revanche, resserrer la contrainte (*i.e.*  $\delta$  petit), permet d'approximer  $F$ , tout en allouant plus de poids à certaines mesures et en fixant d'autres à zéro afin de réduire le nombre de variables explicative dans  $M$ . Cette régression est connue comme étant la régression *LASSO basée* sur un seuillage doux (Cf. Kouontchou *et al.* [2017] et [2018]).

Néanmoins, il existe d'autres seuillages et par conséquent d'autres pénalisations comme les régressions pénalisées *RIDGE* qui se base sur la norme 2 et *Elastic-net* qui est une combinaison des pénalisations des normes 1 et 2 et donc du *LASSO* et du *RIDGE*. Dans le cas du *RIDGE*, l'expression de la contrainte est la suivante :

$$P(\beta^s) \equiv \|\beta^s\|_2 = \sum_{j=1}^p (\beta_j^s)^2 \leq \delta, \tag{A.4.2}$$

où  $\|\cdot\|_2$  correspond à la norme 2. Dans le cas de l'*Elastic-net*, la contrainte est la combinaison des deux contraintes précédentes comme suit :

$$P(\beta^s) \equiv \frac{1-\alpha}{2} \|\beta^s\|_2 + \alpha \|\beta^s\|_1 = \sum_{j=1}^p \left[ \frac{1-\alpha}{2} (\beta_j^s)^2 + \alpha |\beta_j^s| \right] \leq \delta, \quad (\text{A.4.3})$$

avec  $\alpha$ , le paramètre de lissage permettant de contrôler l'importance de chacune des deux pénalisations.

Dans le Tableau suivant, nous reprenons la méthodologie de Kouontchou *et al.* [2017] et [2018] et nous comparons ces trois approches en termes de poids pour chacune des mesures de risque systémique dans l'indice optimale (l'*ISRM*) composé de 10 mesures de risque systémique ( $\text{Id}_{10}$ ). Le Tableau donne également la valeur de la U-statistique (Cf. également Hong *et al.* [2009]) pour un paramètre  $d = 10$ . Le paramètre  $d$  correspond au nombre de retards retenus dans le test de causalités de Hong *et al.* [2009] entre les variations extrêmes positives de l'*ISRM* et les variations extrêmes négatives de la Production Industrielle française en fréquence mensuelle.

*Tableau A.4.1 : Comparaison des indices optimaux issues des trois méthodologies LASSO, Elastic-net et RIDGE*

Indices	ACPP via LASSO	ACPP via Elastic-net	ACPP via RIDGE
	$\text{Id}_{10}$	$\text{Id}_{10}$	$\text{Id}_{10}$
$\delta$	2,59	2,59	2,59
<b>M<sub>1</sub></b>	0,50	0,50	0,50
<b>M<sub>2</sub></b>	0,64	0,64	0,64
<b>M<sub>3</sub></b>	0,33	0,33	0,33
<b>M<sub>4</sub></b>	0,30	0,30	0,30
<b>M<sub>5</sub></b>	0,20	0,20	0,20
<b>M<sub>6</sub></b>	0,24	0,24	0,24
<b>M<sub>7</sub></b>	0,14	0,14	0,14
<b>M<sub>8</sub></b>	0,10	0,10	0,10
<b>M<sub>9</sub></b>	0,09	0,09	0,09
<b>M<sub>10</sub></b>	0,04	0,04	0,04
<b>M<sub>11</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>12</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>13</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>14</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>15</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>16</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>17</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b>M<sub>18</sub></b>	0,00	0,00	0,00
<b><math>U(d=10)</math></b>	4,83	4,83	4,83

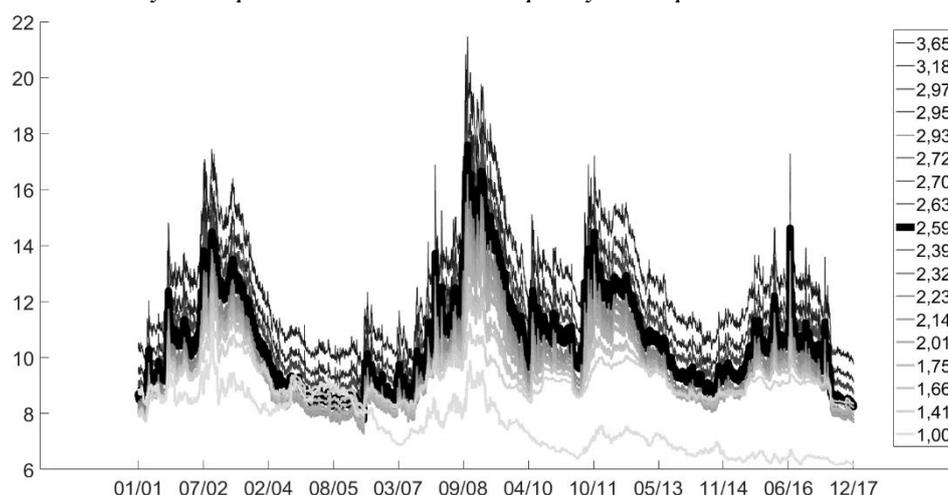
*Source* : *Datastream*, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composants l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

*Note* : Le Tableau donne la comparaison des compositions de l'*ISRM* optimal obtenues selon les trois méthodologies *LASSO*, *Elastic-net* et *RIDGE* ainsi que la valeur de la U-statistique du test de Hong *et al.* [2009]. La première ligne du tableau donne les valeurs des différents paramètres  $\delta$  pour les 3 indices. Les 18 mesures de risque systémique sont représentées par  $M_1$  à  $M_{18}$  et correspondent dans l'ordre à :  $M_1$  : *Herfindahl-Hirschman Index*,  $M_2$  : *AR*,  $M_3$  : *CoVaR*,  $M_4$  : *Volatilité*,  $M_5$  : *VaR*,  $M_6$  : *MES*,  $M_7$  : *Default spread*,  $M_8$  : *CoES*,  $M_9$  : *CES*,  $M_{10}$  : *Term spread*,  $M_{11}$  : *Turbulence Index*,  $M_{12}$  : *DCI*,  $M_{13}$  : *TED spread*,  $M_{14}$  : *Spillover Index*,  $M_{15}$  : *SRISK*,  $M_{16}$  : *AIM*,  $M_{17}$  : *Kyle's lambda* et  $M_{18}$  : *ACoVaR*. Les mesures actives dans la composante (par colonne) sont représentées en noir, tandis que celles qui sont inactives sont en gris. La dernière ligne du Tableau donne la valeur de la U-statistique du test de Hong *et al.* [2009] pour un paramètre  $d = 1$ . Le paramètre  $\alpha$  dans la contrainte de l'*Elastic-net* est fixé à 0,5.

Les trois approches donnent les mêmes résultats à deux décimales près du fait de l'importance des 4 premières mesures de risque systémique qui entre dans la composition de l'indice optimale, à savoir : L'indice de concentration d'Herfindahl-Hirschman, l'*Absorption Ratio*, la *CoVaR* et la Volatilité. A noter que la *MES* ( $M_6$ ) est bien la 6-ème mesure à rentrer dans la composition de l'*ISRM* bien qu'elle est un poids plus élevé que celui de la *VaR* ( $M_5$ ). En effet, la *VaR* a un poids plus faible du fait des poids (plus importants) attribués à la volatilité ( $M_4$ ) et à la *MES* ( $M_6$ ) afin de maximiser la variabilité de l'indice (*i.e.* l'information extraite des mesures de risque systémique).

Ainsi, les trois méthodologies conduisent à choisir comme indice optimal l'indice  $Id_{10}$  composé de 10 mesures de risque systémique.

Graphique A.4.1 : Dynamiques des indices de risque systémiques concurrents



Source : Datastream, la base de données comprend un ensemble complet de prix des titres composant l'indice SBF 120 en données quotidiennes du 31/12/1999 au 29/12/2017. Calculs des auteurs.

Note : La figure présente les dynamiques en fréquence journalière des 18 indices de risque systémiques concurrents construits sur l'ensemble des institutions financières françaises. La légende à droite représente la valeur de leur  $\delta$  respectif. L'indice optimal selon le test de Hong *et al.* [2009] est représenté par un trait noir épais. L'indice dont le  $\delta = 1,00$  (en bas) correspond à  $Id_1$  et est composé uniquement du *Herfindahl-Hirschman Index*. L'indice dont le  $\delta = 3,62$  (en haut) correspond à  $Id_{18}$  et représente la première composante principale issue d'une ACP classique où l'ensemble des 18 mesures entrent dans sa composition.

A titre d'illustration, le graphique présente les dynamiques de l'ensemble des indices  $Id_k$ ,  $k = \{1, \dots, 18\}$  concurrents. Autrement dit, les indices composés successivement de 1 à 18 mesures de risque systémique. Les compositions des indices étant très proches pour les trois méthodologies, les indices représentés sont obtenus *via* la régression *LASSO*. L'*ISRM* ( $Id_{10}$  pour un  $\delta = 2,59$ ) est représenté par un trait noir épais. Les indices  $Id_1$  et  $Id_{18}$  sont respectivement

composés de 1 et de 18 mesures et se situent respectivement en bas et en haut du graphique. L'*ISRM* se trouve entre ces deux indices puisqu'il est plus volatile que  $Id_1$  et moins volatile que  $Id_{18}$ . L'ensemble des indices  $Id_k$  construits sur le marché français reflètent bien les périodes de crises importantes comme la crise financière de 2008.



**Jean-Charles GARIBAL**

## **Risque Systémique, Évaluation des Actifs Financiers et Systèmes d'Alertes Systémiques**

### **Résumé :**

La récente crise financière globale de 2008, qualifiée de crise systémique, s'est distinguée à la fois par la rapidité de l'effet de contagion financière et aussi par son impact très négatif sur le secteur réel conduisant à une contraction de l'activité économique dans bon nombre de pays développés. Une des problématiques majeures en économie financière à la suite de ces événements turbulents a été, en premier lieu, de tenter de s'accorder sur une (ou des) définition(s) du risque systémique, multiforme par nature, en insistant sur telle ou telle caractéristique primordiale de celui-ci, afin de doter le régulateur d'outils d'analyse pertinents. La littérature académique a ainsi accompagné ce nouvel impératif en matière de supervision micro- et macro-prudentielle, en proposant un certain nombre de métriques ou de mesures de risque systémique. Toutefois, plusieurs problématiques restent à étudier, notamment quant à la pertinence de ces mesures pour pleinement caractériser le risque systémique et ses sources (le risque de modèle des métriques proposées, les institutions contribuant le plus à la montée du risque global du système, les canaux de transmissions, etc.).

Cette thèse examine et présente en détail les différentes contributions au sein de la littérature académique et propose de répondre à plusieurs des limites évoquées. Le chapitre 1 introduit ainsi la construction d'un indice global de risque agrégé des mesures de risque systémique afin de tenir compte de sa multi-dimensionalité mais également de diversifier le risque de modèle inhérent à l'usage de telles métriques. Le chapitre 2 est dédié à l'extension du Modèle d'Évaluation des Actifs Financiers au risque Systémique (MEDAFS). L'indice de risque systémique construit au chapitre 1 est utilisé comme facteur additionnel et une application sur le marché américain et sur le marché français est proposée. Le chapitre 3 propose une application originale de ce nouveau modèle pour la détection des potentielles Institutions Financières d'Importance Systémique (IFIS). Enfin, le chapitre 4 présente un panel de systèmes d'alertes systémiques comme outils de prévention d'éventuels événements systémiques futurs.

Mots clés : Risque systémique, Régulation bancaire, IFIS.

## **Systemic Risk, Asset Valuation and Systemic Risk Early Warning Systems**

### **Abstract :**

The recent global financial crisis of 2008, described as a systemic crisis, was distinguished both by the rapidity of the financial contagion effect and also by its very negative impact on the real sector leading to a contraction of economic activity in many developed countries. One of the major problems in financial economics as a result of these turbulent events was, first of all, to try to agree on one (or more) definition (s) of systemic risk, multiform by nature, by insisting on such or such essential characteristic of it in order to provide relevant analysis tools to the regulator. The academic literature has thus accompanied this new imperative in terms of micro- and macro-prudential supervision, by proposing a number of metrics or systemic risk measures. However, several limits remain in particular in terms of the measures proposed but also in relation to the characterization of systemic risk itself and the detection of its sources (model risk of the proposed metrics, the institutions contributing the most, the transmission channels, etc.).

This thesis examines and presents in detail different contributions within the academic literature and proposes some answers to these several mentioned limits. Chapter 1 presents the building and the backtest of a global aggregated risk index of systemic risk measures in order to take into account its multi-dimensionality but also to diversify the model and estimation risks inherent to the use of such metrics. Chapter 2 is dedicated to the extension of the traditional Capital Asset Pricing Model to take into account Systemic risk (CAPMS) by taking into account the systemic risk index built in chapter 1 as an additional factor and proposes an application on the US market and on French market. Chapter 3 proposes an original application of this new model for the detection of potential Systemically Important Financial Institutions (SIFI). Finally, Chapter 4 presents a systemic early warning system as a prevention tool against potential future systemic events.

Keywords: Systemic Risk, Banking regulation, SIFI.

**Laboratoire d'Économie d'Orléans (LEO), UMR 7322,  
Faculté de droit, d'Économie et de Gestion,  
Rue de Blois, BP 26739, 4  
5067 Orléans Cedex2**