



HAL
open science

Conception pilotée par simulation pour la fabrication additive de composites

Valentin Marchal

► **To cite this version:**

Valentin Marchal. Conception pilotée par simulation pour la fabrication additive de composites. Autre. Université Bourgogne Franche-Comté, 2023. Français. NNT : 2023UBFCA018 . tel-04523725

HAL Id: tel-04523725

<https://theses.hal.science/tel-04523725>

Submitted on 27 Mar 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉTABLISSEMENT UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ
PRÉPARÉE A L'UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE BELFORT-MONTBÉLIARD

Ecole doctorale n°37
SPIM - Sciences Physiques pour l'Ingénieur et Microtechniques

Doctorat de mécanique

Conception pilotée par la simulation pour la fabrication additive de composites

Présentée et soutenue publiquement à Sevenans, le 7 décembre 2023 par

M. Valentin MARCHAL
Ingénieur en Mécanique et Conception

Devant le jury composé de :

M. FENG Zhi-Qiang Président	Professeur des Universités	Université Evry Val d'Essonne (Paris-Saclay)
M. Nabil ANWER Rapporteur	Professeur des Universités	Université Paris-Saclay
M. Marco MONTEMURRO Rapporteur	Professeur des Universités	Arts et Métiers Sciences et Technologies – Institut de Mécanique et Ingénierie de Bordeaux
M. François PEYRAUT Directeur de thèse	Professeur des Universités	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
M. Yicha ZHANG Co-directeur	Maître de Conférences HDR	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Mme Nadia LABED Co-encadrante	Maîtresse de Conférences	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard

REMERCIEMENTS

Ces travaux de thèse ont pu être réalisés grâce à l'implication de différentes personnes, tant sur un plan professionnel que personnel. Ce paragraphe a pour but de les remercier pour leur aide au cours de ces trois années de doctorat.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à mes rapporteurs, Nabil ANWER et Marco MONTEMURRO, pour leur précieuse contribution et leurs critiques constructives. Je suis également honoré d'avoir eu Zhi-Qiang FENG comme président de jury. Sa perspective éclairée et son jugement avisé ont grandement enrichi cette expérience. Je leur suis à tous trois infiniment reconnaissant pour le temps qu'ils ont consacré à l'évaluation de mes travaux de thèse.

Je tiens ensuite à remercier mon directeur de thèse, François PEYRAUT. Son implication continue dans mes travaux de recherche ainsi que sa grande disponibilité m'ont permis d'avancer le plus efficacement possible. Son expertise en simulation numérique a également été d'une grande aide dans la construction des différents modèles utilisés durant ces trois années. Enfin, le partage de son expérience en tant que chercheur m'a aussi aidé à murir et à progresser, tant sur les méthodes de recherche scientifique que sur la présentation des résultats obtenus. Je suis donc reconnaissant d'avoir pu apprendre tant grâce à son implication et ses qualités humaines et scientifiques.

Je souhaite également remercier mon co-directeur de thèse, Yicha ZHANG. Ses connaissances pointues dans le domaine de la fabrication additive m'ont permis de me familiariser rapidement avec les techniques et contraintes qui y sont associées. Je n'oublie pas non plus son aide dans ma participation à deux conférences du domaine, expériences très enrichissantes.

Je remercie aussi ma co-encadrante de thèse, Nadia LABED. Ses connaissances pointues en simulation numérique et en mécanique m'ont permis de progresser grandement dans ce domaine. Son aide a également été très précieuse pour les heures d'enseignements que j'ai effectuées au cours de mon doctorat. Son expérience ainsi que le partage de ses méthodes m'ont aidé à améliorer mes enseignements et à apprécier cette partie importante du travail d'un doctorant.

J'en profite donc pour remercier Said ABBOUDI, Lucas DEMBINSKI, Egon OSTROSI, et Fabien VUILLAMIER qui m'ont offert l'opportunité d'enseigner dans les matières dont ils sont responsables.

Je n'oublie pas non plus les autres personnes avec qui j'ai pu travailler au cours de ces trois années. Je remercie notamment Rémy LACHAT pour toute l'aide qu'il m'a fournie dans l'établissement de protocoles d'essais et la réalisation de ces derniers. Je remercie également Christophe BARCHE et Sophie COSTIL pour le temps qu'ils m'ont accordé pour me former aux différents outils de caractérisation des matériaux. Enfin, je remercie en particulier Christophe MONNOT pour les nombreuses heures qu'il a consacrées au bon fonctionnement de l'imprimante 3D que j'ai utilisée dans mes travaux de recherche.

Merci aussi aux collègues du laboratoire, Hadrien, Monzer, Hichem, Kheira, Romaric et Thomas, pour les moments partagés durant ces trois années.

Du point de vue personnel, ce doctorat n'aurait pas été possible sans mes amis qui m'ont soutenu et supporté tout au long de ce doctorat. Merci à Antoine, Arnaud, Emma, Nils, Victor et tous les autres. Enfin, merci à mes parents, mes grands-parents, mon frère et ma sœur pour leur soutien et leur patience durant cette longue aventure.

TABLE DES MATIERES

Table des illustrations.....	v
Table des tableaux	ix
Acronymes.....	xi
Notations.....	xiii
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Etude bibliographique	9
1.1. Introduction	11
1.2. Contexte industriel et potentiel de la fabrication additive	13
1.2.1. Historique de la fabrication additive	13
1.2.2. Potentiel de la fabrication additive	14
1.3. Procédés de fabrication additive	17
1.3.1. La fusion sur lit de poudre ou PBF (« Powder Bed Fusion »)	18
1.3.2. L'extrusion de matériau ou MEX (« Material Extrusion »).....	19
1.3.3. La projection de matériau ou MJT (« Material Jetting »)	20
1.3.4. La projection de liant ou BJT (« Binder Jetting »)	21
1.3.5. Le dépôt de matière sous énergie concentrée ou DED (« Direct Energy Deposition ») ..	21
1.3.6. La stratification de couches ou SHL (« Sheet Lamination »).....	22
1.3.7. La photopolymérisation en cuve ou VPP (« Vat PhotoPolymerisation »).....	22
1.3.8. Procédé utilisé dans le cadre de cette thèse : la fabrication par filament fondu (FFF) ...	23
1.4. Les matériaux composites à matrices polymères et renforts de fibre.....	27
1.4.1. Différents types de matrices et de renforts	28
1.4.2. Fabrication par filament fondu de polymères à renfort de fibre	30
1.4.3. Prédiction des propriétés élastiques des composites à fibres continues fabriqués par FFF	34
1.5. Outils de conception et de simulation pour les composites à fibres continues	
fabriqués par fusion de filament	39
1.5.1. Optimisation topologique	41
1.5.2. Méthodes d'orientation du matériau	44
1.5.3. Structures en lattice	46
1.6. Contributions proposées dans ces travaux de thèse.....	51

Chapitre 2 : Propriétés élastiques du composite en fonction de la porosité	55
2.1. Introduction	57
2.2. Théorie de l'homogénéisation périodique	61
2.3. Homogénéisation à l'échelle de la fibre	67
2.3.1. Cellule de base	67
2.3.2. Données d'entrée du modèle.....	68
2.3.3. Validation du matériau homogène équivalent.....	74
2.4. Homogénéisation à l'échelle du cordon	81
2.4.1. Formation de porosités en Fabrication par Filament Fondu	81
2.4.2. Dimensions de la cellule de base	83
2.4.3. Validation de la seconde étape d'homogénéisation périodique.....	85
2.5. Corrélations entre modèle numérique et essais mécaniques.....	87
2.5.1. Corrélations entre calculs et essais	87
2.5.2. Etude de la variation de la porosité avec l'angle inter-couche.....	95
2.6. Conclusions	105
Chapitre 3 : Conception rapide pour l'orientation des fibres	107
3.1. Introduction	109
3.2. Etude expérimentale : comparaison entre le renfort avec fibres concentriques et le renfort avec fibres unidirectionnelles	115
3.2.1. Définition de la géométrie étudiée	116
3.2.2. Préparation des pièces testées	117
3.2.3. Essai de flexion trois points.....	120
3.2.4. Conclusion de l'étude expérimentale.....	121
3.3. Méthode de conception rapide pour l'orientation des fibres en FFF-CFC.....	123
3.3.1. Procédure itérative d'orientation des fibres	124
3.3.2. Cas d'étude : clé plate à manche coudé.....	133
3.3.3. Comparaison avec des modèles d'optimisation	138
3.4. Conclusions.....	149
Chapitre 4 : Optimisation mono-objectif de lattices en CrFCC.....	151
4.1. Introduction	153
4.2. Homogénéisation périodique à l'échelle de la lattice	157
4.2.1. Définition d'une cellule de base.....	158

4.2.2.	Le taux de remplissage comme paramètre du modèle d'homogénéisation périodique 159	
4.2.3.	Propriétés homogènes équivalentes en fonction du taux de remplissage	160
4.2.4.	Validation des matériaux homogènes équivalents	162
4.3.	Optimisation du taux de remplissage de la lattice	165
4.3.1.	Limite à la rupture en déformation	168
4.3.2.	Méthode d'optimisation mono-objectif par surface de réponse	172
4.3.3.	Application de la démarche d'optimisation	175
4.4.	Conclusions	187
Conclusions générales et Perspectives		191
	Conclusions Générales	191
	Perspectives	197
Annexes		201
	Annexe A : Dispositifs de FFF-CFC mis au point en laboratoire	201
	Annexe B : Echantillon de code en langage APDL calculant l'orientation du champ de contraintes sur un nœud du maillage	202
	Annexe C : Propriétés élastiques de quatre matériaux homogénéisés (5%, 10%, 15% et 20% de porosité)	204
	Annexe D : Ecart absolu entre modèle homogène et modèle hétérogène pour différentes valeurs de N (cas 2 à 6 à l'échelle du cordon)	206
	Annexe E : Comparaison essai-calcul en fonction de la porosité p pour différents angles de croisement β	208
	208
	Annexe F : Champs de déplacement calculés avec deux algorithmes d'optimisation différents ...	210
	Annexe G : Matériaux homogènes équivalents à la lattice à motif hexagonal en fonction du taux de remplissage TR	211
	Annexe H : Relation entre déformation hétérogène et homogène pour les différents taux de remplissage TR dans les deux cas étudiés	213
	Annexe I : Autorisation de réutilisations des illustrations soumises aux droits d'auteur	217
Références Bibliographiques		223

TABLE DES ILLUSTRATIONS

Figure 1 : Nombre d'articles scientifiques publiés par année comportant le mot clé « additive manufacturing » (extraction à partir de la plateforme de l'éditeur Elsevier).....	14
Figure 2 : Allègement d'un support de siège d'avion grâce aux nouveaux procédés de FA (extrait de [Ani2023]).	15
Figure 3 : Classification des techniques de fabrication additive par Kruth [Kru1991] en fonction de l'état du matériau initial (a) ou de la méthode de création de matière (b).	17
Figure 4 : Représentation schématique du procédé de SLM/SLS.	19
Figure 5 : Différentes méthodes d'extrusion de matériau (Figure adaptée à partir de [Gon2018]).	20
Figure 6 : Représentation schématique du procédé de MJT (Figure adaptée à partir de [Sir2018]).	20
Figure 7 : Représentation schématique du procédé de DED (Figure adaptée à partir de [Lim2021]).	22
Figure 8 : Représentation schématique du procédé de FFF (extrudeur de type « Bowden ») (Figure adaptée à partir de [Fic2022]).	24
Figure 9 : Secteurs d'application des matériaux composites à matrice polymères et renforts de fibres (Données issues de [Pra2017]).	27
Figure 10 : Différentes méthodes d'imprégnation de la fibre : filament préimprégné (a) ; imprégnation dans la tête d'impression (b) ; torsade de mèches de fibres et de matrice (c).	32
Figure 11 : Imprimante Markforged X7 au sein du laboratoire ICB CO2M.	32
Figure 12 : Contraintes dimensionnelles pour le renfort de fibres avec le procédé de Markforged : largeur minimale, épaisseur minimale et surface minimale [Maj2019].	33
Figure 13 : Démarche de Conception pour la Fabrication Additive [Van2020]. Reproduit avec autorisation de Elsevier (Annexe I).	39
Figure 14 : Démarche d'optimisation topologique. De gauche à droite : pièce initiale, résultat d'optimisation topologique, modèle CAO optimisé, validation par simulation, pièce finale (Extrait de [For2023]).	42
Figure 15 : Classification des structures cellulaires [Par2022].	47
Figure 16 : Différentes formes de lattice. De gauche à droite : lattice 2.5D, lattice squelette et TPMS.	47
Figure 17 : Architecture des travaux de thèse en lien avec les verrous en FA.	53
Figure 18 : Méthode d'homogénéisation périodique à deux échelles en deux étapes.	65
Figure 19 : Vue microscopique d'une éprouvette de CrFCC.	67
Figure 20 : Identification d'une cellule de base à l'échelle de la fibre dans une structure CrFCC.	68
Figure 21 : Mesures de la température et de la fraction massique en fonction du temps lors de l'essai d'ATG. ...	70
Figure 22 : Maillages de la cellule de base de la première étape d'homogénéisation (fibre en vert et matrice en bleu ; de gauche à droite : maillage intermédiaire, grossier et fin).	73
Figure 23 : Modules de rigidité à la compression K (gauche) et de cisaillement μ (droite). Symboles carrés : résultats numériques. Traits pleins : bornes d'Hashin-Shtrikman.	75
Figure 24 : Géométrie du modèle pour $N = 2$ (à gauche) et $N = 8$ (à droite).	76

Figure 25 : Sollicitations mécaniques définies pour les corrélations entre le modèle hétérogène et le modèle homogénéisé.....	77
Figure 26 : Ecarts relatifs en fonction de N entre modèle hétérogène et modèle homogène.	78
.....	78
Figure 27 : Champ des déplacements U_x dans le plan xy , en traction selon l'axe x ($a-h$: modèles hétérogènes avec N variant de 2 à 8 ; i : modèle homogène).	78
Figure 28 : comportement des fibres en cisaillement yz (dessus) et xz (dessous).	79
Figure 29 : Vue microscopique des différentes catégories de porosité au sein d'un échantillon de CrFCC imprimé en FFF [Nin2015]. Reproduit avec autorisation de Elsevier (Annexe I).	81
Figure 30 : Sections de 3 échantillons : disposition alignée (a), décalage des cordons (b), espacement des cordons (c) [Rod2003]. Reproduit avec autorisation d'Emerald (Annexe I).	82
Figure 31 : Identification de la cellule de base au sein d'une disposition alignée des cordons.	84
Figure 32 : Cellules de base pour différentes valeurs de p : (a) : $p=0.05$; (b) : $p = 0.10$; (c) : $p = 0.15$; (d) : $p = 0.20$	85
Figure 33 : Ecarts relatifs en fonction de N entre modèle hétérogène et modèle homogène.	86
Figure 34 : a : géométrie des éprouvettes ; $b-d$: trajectoires d'impression des éprouvettes pour les trois différents cas (respectivement $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 90^\circ$ et $\alpha = \pm 45^\circ$). En bleu : trajectoires d'impression de CrFCC. En blanc : trajectoires d'impression du Nylon.	88
Figure 35 : Montage d'essai de traction.....	89
Figure 36 : (a) schéma de l'essai de traction (b) Dimensions de la géométrie utilisée dans la FEA (le volume en couleur cyan correspond au Nylon et le volume violet au CrFCC).	90
Figure 37 : Conditions limites du modèle de traction : (a) Symétrie d'axe x sur le plan médian yz ; (b) symétrie d'axe y sur le plan médian xz ; (c) symétrie d'axe z sur le plan médian xy ; (d) déplacement uniforme d'axe x sur la face supérieure.....	91
Figure 38 : (a) : dix volumes utilisés pour construire le maillage ; (b) maillage hexaédrique à approximation quadratique (les éléments de couleur cyan correspondent au Nylon, les éléments de couleur violette correspondent au CrFCC).	92
Figure 39 : Comparaison essai-calcul : (a) : $\alpha = 0^\circ$; (b) : $\alpha = 90^\circ$; (c) : $\alpha = \pm 45^\circ$	94
Figure 40 : Définition de l'angle inter-couche β	95
Figure 41 : Equivalence des cas $\beta = 90^\circ + \gamma$ et $\beta = 90^\circ - \gamma$ concernant le motif d'impression.	96
Figure 42 : Démarche menée pour créer une loi liant la porosité p et l'angle inter-couche β	97
Figure 43 : Module d'Young calculé en fonction de la porosité p pour chaque angle inter-couche β	98
Figure 44 : Porosité estimée au sein de la pièce en fonction de l'angle inter-couche.	101
Figure 45 : Corrélation entre modèle homogène et essais de traction.	103
Figure 46 : Renfort avec fibres unidirectionnelles (a : 0° ; b : 30° ; c : 60°) et concentriques (d : 3 cordons ; e : 9 cordons ; f : 15 cordons).	115
Figure 47 : Géométrie inspirée des résultats de Zhou et al. [Zho2018] définie pour l'essai de flexion trois points.	116

.....	116
Figure 48 : Géométrie optimisée en flexion en porte à faux avec trois orientations de fibres différentes [Zho2018]. Reproduit avec autorisation de Elsevier (Annexe I).	116
Figure 49 : Routes d'impression de la pièce n°1 (de haut en bas : 0°, 50° et 144°).	118
Figure 50 : Routes d'impression de la pièce n°2 à fibres concentriques.	119
Figure 51 : Routes d'impression de la pièce n°3 (de haut en bas : 0°, 50° et 144°) fibres unidirectionnelles + fibres concentriques.	119
Figure 52 : Flexion trois points. Gauche : machine d'essai. Droite : schéma de principe.	120
Figure 53 : Courbes force-déplacement de l'essai de flexion.	121
Figure 54 : Comparaison entre un maillage à l'échelle d'une couche et un maillage à l'échelle d'un empilement de dix couches [Mar2023].	125
Figure 55 : (a) : identification des directions principales au sein d'un composant ; (b) : attribution de l'angle des fibres pour chaque couche (une seule orientation à gauche, plusieurs orientations à droite) [Mar2023].	127
Figure 56 : Processus d'orientation des fibres unidirectionnelles [Mar2023].	128
Figure 57 : Construction d'un tri-cercle de Mohr à partir des contraintes principales (l'axe des abscisses représente les contraintes normales, l'axe des ordonnées représente les contraintes tangentielles).	129
Figure 58 : Calcul des angles d'orientation optimaux des fibres à partir d'un champ de contraintes.	132
Figure 59 : Géométrie de la clé plate à manche coudé [Mar2023].	134
Figure 60 : Chargement et conditions aux limites [Mar2023].	134
Figure 61 : Déplacement total maximal en fonction de l'angle δ .	136
Figure 62 : Champs de contraintes principales de la pièce lors de l'analyse statique de l'étape I du processus de conception (contrainte principale S1 à gauche, S3 à droite).	137
Figure 63 : Convergence de l'algorithme génétique (FEA avec Ansys Workbench) appliqué au cas présenté dans la section 3.3.2.	140
Figure 64 : Optimisation avec gradient – (a) : initialisation avec trois points différents. (b) : initialisation avec un point déterminé par un algorithme génétique.	141
Figure 65 : Convergence de l'algorithme du gradient appliqué au cas présenté dans la section 3.3.2 avec une initialisation par algorithme génétique.	142
Figure 66 : Comparaison des résultats numériques des différentes stratégies d'orientation du matériau.	145
Figure 67 : Clés imprimées avec la Markforged X7 pour la réalisation de l'essai.	145
Figure 68 : Montage d'essai de flexion simple sur les clés coudées.	146
Figure 70 : Corrélation entre calculs et essais pour les deux méthodes utilisant l'algorithme du gradient.	147
Figure 71 : (a) Lattice 2D à motif élémentaire hexagonal ; (b) Cellule de base avec les fibres du CrFCC orientées à 30°, 90° et 150°.	154
Figure 72 : Homogénéisation à trois échelles différentes pour caractériser le comportement élastique de structures en lattices en CrFCC FFF.	157
Figure 73 : Risque de rupture des fibres pendant l'impression pour différents motifs élémentaires	158

Figure 74 : Cellules de base correspondant à six valeurs de TR. De gauche à droite : 20% ; 30% ; 40% ; 50% ; 60% ; 70%.....	160
Figure 75 : Composantes élastiques homogènes équivalentes de la lattice en fonction du taux de remplissage TR.	161
Figure 76 : De gauche à droite : maillage hétérogène pour N=2 ; N=4 ; N=6 et N=8.	162
Figure 77 : Ecart entre modèles homogène et hétérogène pour six sollicitations différentes et sept valeurs différentes de TR.....	163
.....	163
Figure 78 : Zoom sur les cas n°3 et n°6 de la Figure 77.	163
Figure 79 : Comparaison du champ de déplacements en norme (a) et de déformations équivalentes de von Mises (b).....	166
Figure 80 : Déplacement imposé U sur une lattice avec N=8.	168
Figure 81 : Relation linéaire entre déformations homogènes et hétérogènes pour un taux de remplissage de 20% (Traction selon l'axe x).	169
Figure 82 : Coefficient de sécurité en fonction du taux de remplissage pour les deux cas d'études.	170
Figure 83 : Trajectoires d'impression d'une lattice 2D hexagonale calculées par le logiciel de préparation de Markforged (trajectoires de Nylon en blanc, trajectoires de CrFCC en bleu).	171
Figure 84 : Démarche d'optimisation du taux de remplissage d'une structure en lattice.	173
Figure 85 : Schéma de projet de la démarche d'optimisation sous Ansys Workbench.	175
Figure 86 : Maillage homogène sur lequel est menée l'optimisation.....	177
.....	177
Figure 87 : Courbe de réponse de la déformation hétérogène maximale en traction.	177
Figure 88 : Descente de type gradient sur la surface de réponse initialisé avec le résultat de l'algorithme génétique sur plan d'expérience.....	178
Figure 89 : Champ des déformations équivalentes de Von Mises sur la lattice entière (traction selon l'axe x). .	179
Figure 90 : Courbe de réponse de la déformation hétérogène maximale en cisaillement.	179
Figure 91 : Champ des déformations équivalentes de Von Mises sur la lattice entière (cisaillement dans le plan xy).....	180
Figure 92 : Structure en lattice avec 5 zones à taux de remplissage différents générée avec Rhino Grasshopper.	181
.....	181
Figure 93 : Diminution de la masse de la lattice en augmentant le nombre de zones de division dans le domaine étudié.	185
Figure 94 : Eprouvette d'essai de traction pour un taux de remplissage de 30% : géométrie (à gauche) et montage d'essai (à droite).....	189

TABLE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Résistance mécanique R_m de composites à fibres continues et à fibres courtes en fonction du type de fibre.	29
Tableau 2 : Taux de fibres volumique V_f mesurés sur des CrFCC de Markforged.....	70
Tableau 3 : Propriétés élastiques des matériaux inclus dans la cellule de base (les directions 1, 2 et 3 correspondent aux repères de la Figure 20).	72
Tableau 4 : Résultats de l'étude de sensibilité sur le maillage de la cellule de base de la première étape d'homogénéisation avec une approximation bilinéaire (SOLID185).	73
Tableau 5 : Résultats de l'étude de sensibilité sur le maillage de la cellule de base de la première étape d'homogénéisation avec une approximation quadratique (SOLID186).	74
Tableau 6 : Propriétés élastiques du matériau homogène équivalent (les directions 1, 2 et 3 correspondent aux repères de la Figure 20).....	74
Tableau 7 : Taux de porosité p mesurés sur des CrFCC de Markforged.....	84
Tableau 8 : Valeurs de β définies pour l'étude et valeurs de α_1 ; α_2 correspondantes.	97
Tableau 9 : Coefficients de la dépendance affine (26) liant la porosité à l'angle inter-couche.	99
Tableau 10 : Estimation de la porosité pour chaque valeur de β	100
Tableau 11 : porosités au sein de la pièce calculées avec (35).	102
Tableau 12 : Comparaison de la masse totale et du volume de filament renforcé utilisé pour chaque pièce par rapport à la pièce N°3 (fibres unidirectionnelles +concentriques).....	120
Tableau 13 : Proportion associée à chaque angle d'orientation des fibres.	137
Tableau 14 : Taux de remplissage optimaux calculés avec $N_{div} = 5$	182
Tableau 15 : Résultats de l'étude sur la masse de la pièce optimisée en faisant varier N_{div}	185

ACRONYMES

A :

- ABS : Acrylonitrile-Butadiène-Styrène.
- AFP : Automated Fiber Placement.
- AOO : Angle d'Orientation Optimale.
- APDL : Ansys Parametric Design Language.
- ATG : Analyse Thermogravimétrique.

B :

- BJT : Binder Jetting / Projection de liant.

C :

- CAO : Conception Assistée par Ordinateur.
- CF3D : Continuous Fiber 3D Printing.
- CrFCC : Composite à renfort de fibres continues de carbone.
- CTS : Continuous Tow Shearing.

D :

- DED : Direct Energy Deposition / Dépôt de matière sous énergie concentrée.
- DfAM : Design for Additive Manufacturing / Conception pour la Fabrication Additive.
- DiW : Direct ink Writing.

E :

- EF : Eléments Finis

F :

- FA : Fabrication Additive.
- FC : Fibre de carbone.
- FEA : Finite Element Analysis / Analyse par Eléments Finis.
- FG : Fibre de verre.
- FK : Fibre de Kevlar (ou aramide).
- FFF : Fused Filament Fabrication / Fabrication par Filament Fondu.
- FFF-CFC : Fabrication par Filament Fondu de Composites à renfort de Fibres Continues.

M :

- MEX : Material Extrusion / Extrusion de matériau.
- MJT : Material Jetting / Projection de matériau.
- MOGA : Multi-Objective Genetic Algorithm.

N :

- NLPQL : Non-Linear Programming by Quadratic Lagrangian.

P :

- PA : Polyamide.
- PBF : Powder Bed Fusion / Fusion sur lit de poudre.
- PCL : Polycaprolactone.
- PET-G : Polyéthylène Téréphtalate – Glycol.
- PLA : Polyacide lactique.
- PP : Polypropylène.

S :

- SHL : Sheet Lamination / Stratification de couches.

V :

- VPP : Vat Photopolymerization / Photopolymérisation en cuve.

NOTATIONS

Dans ce mémoire, une grandeur en caractère gras représentera un vecteur ou une matrice.

On adoptera par ailleurs la convention de sommation d'Einstein sur les indices répétés. Par exemple le produit scalaire euclidien noté $\langle \cdot, \cdot \rangle$ entre deux vecteurs à n composantes $\mathbf{u} =$

$\begin{Bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix}$ et $\mathbf{v} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{Bmatrix}$ pourra s'écrire :

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = \sum_{i=1}^n u_i v_i = u_i v_i$$

INTRODUCTION GENERALE

L'évolution et l'amélioration permanente par l'être humain de sa capacité à fabriquer des outils, depuis la création des premiers outils de taille de pierre il y a trois millions d'années aux machines d'usinage à commande numérique aujourd'hui, a permis d'aboutir à des méthodes de fabrication dont la précision peut être de l'ordre de quelques micromètres. Cette évolution s'est grandement accélérée au courant du dix-neuvième siècle avec la première révolution industrielle. L'accès à de nouvelles sources d'énergie a provoqué une modernisation conséquente des outils et donc des techniques de fabrication. On a ainsi vu apparaître les premières manufactures, puis le développement des techniques d'usinage durant le vingtième siècle. Au cours des quatre dernières décennies, l'avènement du numérique a déclenché la création de nouvelles techniques de fabrication, regroupées sous la dénomination « fabrication additive », qui offrent la possibilité de fabriquer des objets en ajoutant de la matière (par opposition aux méthodes d'usinage dites « soustractives »), et ce à partir d'un modèle 3D numérique [And1986, Cru1992, Dec1989, Hou1981, Hul1986, ISO2021, Kod1981]. L'apparition de ces techniques a ouvert aux concepteurs un nouveau champ des possibles : liberté de forme, grand choix de matériaux, possibilité de combiner plusieurs matériaux au sein d'une même pièce, etc. C'est donc sans surprise que la fabrication additive connaît un essor important au niveau de la recherche académique depuis son apparition dans les années 1980 et au niveau industriel depuis la fin des années 1990.

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire de thèse ont été réalisés au sein du Département Conception, Optimisation, Modélisation en Mécanique (CO2M) du Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB UMR 6303). Ces travaux concernent l'adaptation d'un procédé de fabrication additive (la Fabrication par Filament Fondu ou FFF) aux matériaux composites à matrice polymère et renfort de fibre de carbone continue. Ce sujet de thèse a été proposé à la suite de l'acquisition par l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM) d'une machine de Fabrication par Filament Fondu Markforged X7 permettant la fabrication de composites polymère/fibres continues. Cette machine est déployée au sein de la plateforme computationnelle Intelligence in design and mANufacturing (TITAN) du Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne.

L'adaptation du procédé FFF aux matériaux composites à fibres continues ouvre la fabrication additive aux secteurs d'activité concernés par les composites tels que les transports ou les équipements sportifs [Pra2017]. Cependant, comme ce domaine est récent (seulement

une vingtaine de publications annuelles dans web of science avant 2015 [VdW2020]), son déploiement requiert un besoin important de méthodes de conception pour le piloter et élaborer des mécanismes fonctionnels. Les matériaux composites à renfort de fibres continues utilisés dans cette thèse possèdent notamment un comportement hautement anisotrope, ce qui fait de l'orientation des fibres un paramètre de conception clé [Goh2021, Lew2017, Mah2015, Alb2019]. Celui-ci doit être traité en prenant en compte les contraintes liées au procédé de Fabrication par Filament Fondu afin de respecter la démarche de conception pour la fabrication additive décrite par Vaneker et al. [Van2020]. Pour traiter de manière concomitante les deux aspects que sont l'orientation des fibres et les contraintes de fabrication, tout en limitant les coûts de fabrication de prototypes réels, il est important de disposer de maquettes numériques développées avec des outils de simulation par éléments finis. Les travaux de thèse présentés dans ce mémoire s'inscrivent dans cette démarche et font l'objet des quatre chapitres décrits ci-après.

Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art du domaine. Dans un premier temps, un bref historique de la fabrication additive y sera effectué afin de situer son intérêt et son évolution en lien avec le contexte industriel des quatre dernières décennies. Dans un deuxième temps, les sept techniques de fabrication additive recensées par la norme ISO/ASTM 52900 [ISO2021] seront détaillées. Dans un troisième temps, un état de l'art sur les composites à matrice polymère et renfort de fibres sera réalisé en se focalisant sur le comportement mécanique, la caractérisation et l'adaptation de ces composites aux procédés de fabrication additive. Dans un quatrième temps, la démarche à suivre en conception pour la fabrication additive (DfAM pour Design for Additive Manufacturing) sera expliquée. Un état de l'art des outils de DfAM pour la conception de structures légères (optimisation topologique, orientation du matériau, conception de structures en lattice) sera effectué. Ce chapitre, à travers ces différentes parties, met en lumière le besoin concret de méthodes de conception pour la fabrication additive adaptée aux composites polymères/fibres continues fabriqués par filament fondu.

Pour mettre au point ces méthodes de conception, il est essentiel de connaître au préalable les propriétés mécaniques du matériau étudié. **Le second chapitre** de ce manuscrit de thèse porte ainsi sur la prédiction des propriétés élastiques d'un composite à fibres de carbone continues fabriqué par fusion de filament. Ce matériau étant hétérogène, il est important de pouvoir calculer les propriétés d'un matériau homogène qui lui soit équivalent. En effet, le diamètre des fibres de carbone est de l'ordre de dix microns. Un calcul éléments finis sur une

pièce en composite aurait alors été extrêmement consommateur en temps calcul s'il avait fallu adapter la taille des mailles à la dimension des hétérogénéités. Pour trouver un matériau homogène équivalent qui permettra d'alléger considérablement les temps calcul, deux options sont envisageables : la loi des mélanges [Voi1889] ou l'homogénéisation périodique [San1980]. La première étant connue pour fournir des résultats peu précis sur l'estimation des propriétés transverses du matériau [Pol2020], c'est la seconde option que nous avons choisie. Des résultats ont déjà été obtenus avec cette méthode dans le cadre de la fabrication additive de composites par Dutra et al. [Dut2019]. Leur modèle considère la raideur de la matrice environnant la fibre de carbone comme un paramètre à régler afin que les résultats numériques coïncident avec les résultats expérimentaux. Nous avons adopté le même type d'approche mais en considérant un autre paramètre que la raideur de la matrice qui est a priori connue. Il est en effet notoire que des vides se forment entre les cordons déposés lors de l'impression, ce qui induit une porosité impactant significativement et défavorablement les propriétés mécaniques du matériau [Tao2021]. Il nous a donc semblé pertinent de retenir cette porosité, qui résulte du procédé de fabrication, comme paramètre et ce d'autant que des incertitudes pèsent sur sa valeur exacte lorsqu'on consulte la littérature [Blo2018, Cha2019, Eko2021, Mel2015]. Pour intégrer la porosité dans notre modèle d'homogénéisation périodique, nous avons travaillé avec deux niveaux d'hétérogénéité : l'échelle microscopique, au niveau d'une fibre de carbone et de la matrice qui l'environne, et l'échelle mésoscopique, au niveau du cordon déposé et du vide qui apparaît entre cordons lors du dépôt du filament. A cette échelle, la quantité de vide est dépendante de la stratégie d'impression choisie pour le dépôt du filament [Blo2018, Rod2003]. Le changement d'orientation des fibres d'une couche à l'autre constituant un des paramètres d'impression, nous avons choisi d'étudier son influence sur le taux de porosité. En particulier, grâce à une étude expérimentale, nous avons élaboré une formule liant la porosité à l'angle de croisement des fibres d'une couche à l'autre. Il devient ainsi possible de construire un modèle homogène élastique équivalent incluant l'effet de la porosité et permettant de décrire de manière pertinente le comportement du composite à fibres de carbone continues qui sera déposé. Ce modèle équivalent a été élaboré avec le langage APDL du logiciel d'analyse par éléments finis Ansys. Afin que la théorie de l'homogénéisation périodique conduisant à ce modèle équivalent puisse être mise en œuvre dans le contexte d'un code commercial qui est par essence fermé, nous avons utilisé l'approche proposée dans [Che2013]. Cette approche consiste en une reformulation des problèmes élémentaires posés sur la cellule de base de manière à les rendre compatibles en termes de chargement avec les ressources standards d'un code commercial. Une telle approche a déjà été éprouvée dans [Dut2020] à partir du code commercial Abaqus.

A partir du modèle de comportement équivalent que nous avons développé, on peut déployer des techniques visant à aider le concepteur dans l'élaboration d'un produit performant. Dans le cas des composites à fibres continues, un aspect déterminant de la conception est l'orientation des fibres au sein de la pièce [Goh2021, Lew2017, Mah2015, Alb2019], celle-ci apportant du renfort dans la direction de ces fibres. Des méthodes de calcul consistant à déposer les fibres en suivant les flux de contraintes principales ont déjà été proposées dans la littérature pour optimiser l'angle des fibres au sein d'une couche imprimée [Din2021, Izz2021, Jun2022, Mon2015b, Saf2019, Set2006, Zho2018]. Malheureusement, même si ces méthodes de calcul sont séduisantes sur le plan théorique, elles ne respectent pas systématiquement les contraintes du procédé de Markforged ou sont coûteuses à mettre en place sur des géométries complexes. L'objet du **troisième chapitre** de ce mémoire est donc de développer un outil de conception rapide pour l'orientation du matériau au sein d'une pièce, compatible avec le procédé de Markforged et simple à mettre en place. Le choix a été fait de se baser sur un laminé à raideur constante (une seule orientation de fibre par couche imprimée), ce qui est plus simple à mettre en place et qui permet de mieux contrôler la raideur du laminé [Alb2019]. Pour construire cet outil, nous nous sommes basés sur l'intuition logique que la fibre est utilisée de manière optimale lorsqu'elle est alignée avec le champ de contraintes [Nom2019, Saf2019, Zho2018]. Sur cette base, une analyse éléments finis a été réalisée pour déterminer les angles dominants au sein de la structure étudiée. Comme il n'est pas possible de retenir l'ensemble des angles (il y en a trop, autant que de nœuds dans le maillage), ces angles ont été regroupés dans des intervalles centrés autour d'une moyenne grâce à un processus itératif que nous avons développé. Les angles dominants moyens ont ensuite été répartis dans les différentes couches déposées, à raison d'un seul angle par couche et au prorata du volume des zones qu'ils occupent. Cela signifie qu'un angle qui concerne un volume important sera affecté à plus de couches qu'un angle qui concerne un volume plus petit. A ce stade, une dernière difficulté apparaît en raison de la faible taille des couches imprimées en Fabrication par Filament Fondu, de l'ordre du dixième de millimètre. Si on devait raisonner couche par couche, cela impliquerait la création d'un maillage très fin et donc un temps de calcul très long. Pour réduire ce temps de calcul, nous avons opté pour des regroupements par paquet de couches, concrètement par paquet de dix couches, ces regroupements formant des empilements que nous avons nommé « stack ». L'utilisation de ces « stacks » permet de réduire notablement le nombre d'éléments dans le maillage et ainsi d'accélérer significativement le processus de calcul. L'outil de conception rapide que nous avons mis en place a enfin été appliqué au cas d'une clé à manche coudée. Une comparaison sur ce cas d'étude avec les méthodes d'optimisation paramétriques

traditionnelles (gradient [Sch1985] et algorithme génétique [Mur1995]) a montré que, pour un temps de calcul négligeable, l'outil de conception rapide mis en place dans ce chapitre mène à d'aussi bons résultats que des méthodes bien plus coûteuses.

Un avantage des composites à fibres continues est leur haute résistance mécanique quand on les rapporte à leur masse. C'est pourquoi ces matériaux sont utilisés dans les secteurs où la réduction de masse constitue un critère de conception déterminant, comme l'aéronautique ou les sports automobiles [Pra2017]. De plus, les structures en lattice [Par2022] sont également utilisées en construction aéronautique depuis le début des années 2000 [Vas2001]. Les procédés additifs, qui facilitent grandement la fabrication de lattices, offrent alors de nouvelles possibilités aux concepteurs. Les lattices sont en effet connues pour fonctionner en traction ou en compression, sollicitations pour lesquelles le renfort d'un plastique par des fibres de carbone présente le plus d'intérêt. Ainsi, fabriquer des lattices avec renfort de fibres continues paraît être un excellent moyen de fabriquer des structures alliant légèreté et résistance mécanique. **Le quatrième et dernier chapitre** de ce mémoire de thèse propose donc une méthode de conception pour la fabrication additive de structures dites en « nid d'abeille » à renfort de fibres de carbone continues. On parle de « nid d'abeille » car le motif élémentaire de la lattice est un hexagone extrudé dans la direction perpendiculaire au plan dans lequel repose l'hexagone. Cela confère au motif élémentaire l'apparence des cellules d'une ruche. Parmi toutes les géométries possibles de motifs élémentaires proposés dans la littérature, l'hexagone est l'un des plus employés [Mal2015, Moe2022, Sor2018, Yaz2020, Zha2020]. Il présente en effet l'intérêt de posséder un nombre important de côtés (six en tout), ce qui permet d'éviter les angles trop aigus susceptibles de provoquer une rupture des fibres de carbone (qui sont très rigides) avec des virages trop prononcés lors des trajectoires d'impression. Pour élaborer des structures en lattice à cellule hexagonale, le concepteur peut agir sur deux paramètres dimensionnels : la taille des hexagones, qui se répètent périodiquement dans la lattice, et le taux de remplissage, qui représente la proportion de matière par rapport aux parties vides dans chaque hexagone. Comme nous nous sommes placés dans le cadre de la théorie de l'homogénéisation périodique, qui présuppose la présence d'un grand nombre d'hexagones au sein de la lattice, nous n'avons pas considéré la taille des hexagones comme un paramètre à optimiser. Pour être compatible avec cette théorie, la taille de chaque hexagone a en effet été supposée d'emblée petite. Pour ce qui concerne l'optimisation du taux de remplissage, nous avons procédé de deux manières différentes, en considérant d'abord ce taux comme uniforme dans la lattice (optimisation mono-zone) et en le supposant ensuite non constant dans la lattice (optimisation multi-zone). Dans les

deux cas, nous avons employé des méthodes d'optimisation classiques fournies par le logiciel Ansys Workbench, en combinant algorithme génétique (pour réduire les risques de convergence vers un minimum local) et descente de type gradient (pour obtenir une précision suffisante sur le minimum en initialisant le processus de descente avec l'individu le plus performant fourni par l'algorithme génétique). Afin de limiter le coût du temps calcul, les itérations d'optimisation ont été réalisées sur une surface de réponse calculée automatiquement par Ansys Workbench à partir d'un plan d'expérience. Toujours dans l'esprit de réduire le temps calcul, l'optimisation n'a pas porté sur la lattice réelle, qui aurait exigé une taille trop fine pour le maillage, mais sur une lattice homogénéisée au comportement équivalent. Pour obtenir cette lattice équivalente, nous avons réalisé une troisième étape d'homogénéisation périodique, dans la continuité de celles réalisées dans le chapitre 2. Dans le chapitre 2, l'homogénéisation avait porté sur une fibre de carbone noyée dans une matrice au sein d'un filament, puis sur la prise en compte de la porosité lors du dépôt des filaments. Dans ce quatrième chapitre, l'homogénéisation concerne la répétition spatiale du motif hexagonal au sein de la lattice. Les trois étapes d'homogénéisation sont connectées puisque le matériau utilisé dans la cellule de base hexagonale n'est rien d'autre que le matériau homogène équivalent résultant des deux premières étapes d'homogénéisation. La principale difficulté numérique rencontrée dans l'optimisation du taux de remplissage concerne une limitation que nous avons imposée sur la déformation maximale au sein de la lattice. On souhaite en effet réduire la masse de la structure le plus possible mais à condition de ne pas dépasser un niveau maximum de déformation (1.5%, donnée fournie par la société Markforged [Mar2022]) qui risquerait d'entraîner la rupture de la lattice. Dans le cadre d'un processus d'optimisation, ce niveau maximum s'exprime classiquement sous la forme d'une contrainte mathématique de type inégalité. Cette contrainte est prise en charge sans problème par la plupart des optimiseurs dont celui d'Ansys Workbench que nous avons utilisé. Cependant, dans notre cas, l'optimisation porte sur une structure homogène équivalente au cours des itérations et pas sur la lattice réelle. Ainsi, en se basant sur la déformation homogénéisée maximale pour alimenter le critère de rupture, on risque d'être confronté à une situation où ce critère de rupture ne serait pas satisfait pour la lattice hétérogène qui constitue la structure d'intérêt. En effet, pour que la déformation homogénéisée constitue une approximation valable de la déformation hétérogène, il faut la corriger par une contribution calculée à l'échelle microscopique sur la cellule de base [Len1982]. Mais cette correction microscopique alourdit considérablement les calculs alors que nous souhaitons disposer d'un processus d'optimisation rapide. Pour contourner cette difficulté, nous avons minoré le maximum autorisé sur la déformation homogénéisée grâce à une étude paramétrique qui a

permis d'établir l'existence d'une relation linéaire entre les déformations homogène et hétérogène. Cela permet d'introduire une marge de sécurité sur la déformation maximale au sein de la lattice hétérogène et de s'assurer que l'on reste en deçà du seuil de rupture. La pertinence de cette approche a été vérifiée sur deux exemples en extension et en cisaillement. Les travaux que nous avons réalisés sur des cas particuliers de géométrie et de chargement montrent enfin que l'optimisation multi-zone semble constituer une stratégie plus efficace que l'optimisation mono-zone, et ce d'autant qu'il suffit de considérer un nombre peu important de zones d'optimisation (n'entraînant pas de surcoût significatif de calcul) pour améliorer sensiblement l'optimum. Cela ouvre par conséquent des perspectives intéressantes pour la construction d'un outil de conception générative de lattices plus général, en termes de géométrie et de chargement, que celui que nous avons développé.

Ainsi, en se basant sur une prédiction précise des propriétés élastiques, ces travaux de thèse ont abouti à la création de plusieurs outils de DfAM de composites à renfort de fibres de carbone continues :

- Elaboration d'une loi reliant l'angle d'orientation des fibres à la porosité inter-cordons,
- Méthode d'orientation des fibres au sein d'un laminé à raideur constante,
- Méthode d'optimisation mono-zone et multi-zone du taux de remplissage de lattices à structure hexagonale.

CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1. INTRODUCTION

Initialement appelée prototypage rapide lors de sa création au début des années 1980, la fabrication additive (FA) regroupe aujourd'hui divers procédés de fabrication, aussi bien pour des matériaux polymères, métalliques, céramiques ou composites. Surtout connue du grand public sous la forme d'imprimantes 3D à filament thermoplastique, la diversification des techniques de FA lui a permis de connaître un essor important dans les secteurs de l'aéronautique, du spatial et du matériel médical [Asi2020, Bra2020, Cha2023, Zhu2021]. Le principe de la FA, qui repose sur la fabrication couche par couche d'une pièce à partir d'un modèle 3D numérique, offre de nombreux avantages par rapport aux procédés de fabrication soustractifs traditionnels, notamment une réduction des déchets de production et une plus grande liberté de conception [Bra2020, Nar2019]. Ce dernier aspect est d'autant plus intéressant lorsqu'on l'applique à la FA de matériaux composites puisque les méthodes traditionnelles de production sont difficiles à mettre en place lorsque le composite adopte une forme complexe. L'intégration de fibres continues dans les filaments d'impression 3D offre notamment la possibilité de combiner les avantages d'un procédé additif avec la fabrication de matériaux composites à haute performance mécanique. Cela ouvre ainsi la voie à la fabrication personnalisée de composites complexes combinant légèreté et performances élevées. Mais si de tels dispositifs de fabrication sont d'ores et déjà disponibles sur le marché, les modalités de conception du produit fini demeurent encore un domaine d'étude largement ouvert. C'est cette problématique de conception et de simulation des processus de fabrication additive de composites que cette thèse se propose d'explorer, notamment au travers de ce premier chapitre avec une étude bibliographique qui s'articule autour de quatre parties :

- 1) Présentation du contexte industriel et du potentiel de la FA,
- 2) Description des différents procédés de FA en se focalisant sur la Fabrication par Filament Fondu qui a été utilisé au cours des travaux de cette thèse,
- 3) Adaptation des procédés de FA aux matériaux composites à matrice polymère et renfort de fibre,
- 4) Démarche de conception pour la fabrication additive (ou DfAM pour « *Design for Additive Manufacturing* ») et outils de conception de structures légères.

Enfin, ce premier chapitre se clôturera en positionnant les différentes contributions que nous proposons dans cette thèse par rapport aux problématiques soulevées dans l'étude bibliographique.

1.2. CONTEXTE INDUSTRIEL ET POTENTIEL DE LA FABRICATION ADDITIVE

La FA est, telle qu'elle est définie dans la norme, ISO/ASTM 52900 [ISO2021], un « *procédé d'assemblage de matériaux pour fabriquer des pièces à partir de données de modèle 3D, en général couche après couche, à l'inverse des méthodologies de fabrication soustractive et de fabrication de mise en forme* ». Elle est utilisée dans trois situations distinctes : le prototypage rapide, l'outillage rapide ou la fabrication directe de pièces fonctionnelles. Pour créer une pièce en FA, on part d'un modèle 3D numérique (en format STL, OBJ, AMF, ou 3MF). Ce modèle est ensuite découpé couche par couche par un logiciel appelé *slicer*, dépendant de la machine de fabrication utilisée, qui va définir dans un fichier numérique les trajectoires d'impression. Une machine à commande numérique vient ensuite lire ce fichier pour fabriquer la pièce couche par couche. Certains procédés nécessitent également un post-traitement de la pièce [Cha2023, Fra2014, Hei2019, Pag2021, Sir2018].

1.2.1. HISTORIQUE DE LA FABRICATION ADDITIVE

On trouve des procédés de fabrication couche par couche dès les années 1920 comme la méthode de Baker pour la fabrication d'objets de décoration par succession de soudures à l'arc effectuées manuellement [Bak1925]. On retrouve une méthode proche dans les années 1960, appliquée à la fabrication de rouleaux à mouler le grain [Whi1964]. Une troisième méthode de fabrication par addition de soudures a été mise au point au début des années 1970 pour la fabrication de cuves à parois épaisses [Uji1971].

Mais ce n'est que dans les années 1980 qu'apparaît la FA telle qu'elle est décrite dans la norme ISO/ASTM 52900 [ISO2021], avec l'invention par Hideo Kodama d'un procédé de photopolymérisation de résine liquide couche par couche [Kod1981]. Le premier brevet concernant cette technique est déposé en 1984 puis publié en 1986 par Jean-Claude André, Alain le Méhauté et Olivier de Witte [And1986]. Ce brevet n'aboutit cependant pas à une production industrielle faute d'opportunité commerciale. Charles Hull dépose la même année un brevet [Hul1986] qui met en place deux caractéristiques clé de la FA : l'utilisation d'une machine à commande numérique et la fabrication d'une pièce à partir d'un modèle numérique. Hull nomme cette technique de photopolymérisation couche par couche de résine polymère « stéréolithographie ». Ce nom est à l'origine du fichier de modèle numérique STL (pour STereolithography Layers), qui est utilisé aujourd'hui pour tous les procédés de FA.

En parallèle de ces travaux sur les résines photopolymérisables, des brevets sont déposés pour des techniques de FA à partir de matériaux sous forme de poudres. Le premier, publié en 1981 par Ross F. Housholder [Hou1981], repose sur un principe de fusion couche par couche de poudre céramique avec un faisceau laser. Le second est publié à la fin des années 1980 par Carl R. Deckard [Dec1989]. Sa méthode reprend l'utilisation du faisceau laser de Housholder, mais la poudre est frittée et non fondue. Cette variante permet de s'abstenir de l'utilisation d'un deuxième matériau jouant un rôle de moule, ce qui était obligatoire dans la méthode de Housholder. Deckard nomme son procédé « *Selective Laser Sintering* » (Frittage Laser Sélectif).

Un troisième procédé de FA naît à la fin des années 1980. Il s'agit de la FA par dépôt de filament chaud (communément abrégée en FFF pour « *Fused Filament Fabrication* »), dont le brevet est déposé par S. Scott Crump en 1989 [Cru1992] (alors sous le nom de FDM pour « *Fused Deposition Modeling* »). C'est le procédé de FA le plus répandu aujourd'hui.

Ces trois procédés ont vu le jour grâce aux progrès rapides de l'informatique dans les années 1980, ayant mené à l'émergence de la conception assistée par ordinateur (CAO) et des machines à commandes numériques. Ils ont ainsi permis d'accélérer la fabrication de prototypes en réduisant leurs coûts. Cependant, les faibles propriétés mécaniques obtenues restreignaient l'usage de la FA au prototypage rapide. Ce n'est qu'au cours des années 1990 que l'amélioration de ces procédés a permis à la FA de se diversifier, avec notamment l'utilisation du frittage de poudre métallique pour la fabrication de moules de plasturgie. C'est cette diversification qui confère à la FA un grand potentiel de développement.

1.2.2.POTENTIEL DE LA FABRICATION ADDITIVE

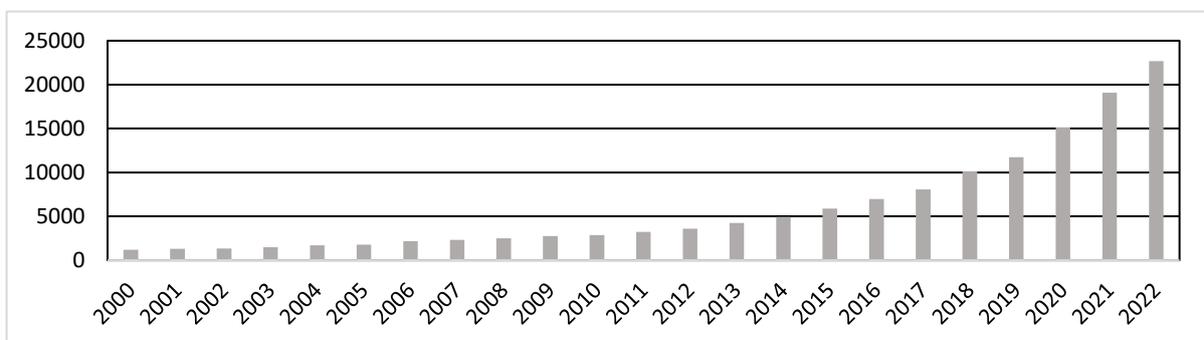


Figure 1: Nombre d'articles scientifiques publiés par année comportant le mot clé « *additive manufacturing* » (extraction à partir de la plateforme de l'éditeur Elsevier).

Au cours des deux dernières décennies, la FA a connu une croissance exponentielle grâce à l'arrivée sur le marché des premières imprimantes 3D financièrement abordables. Cette ouverture du procédé FDM au grand public a déclenché une importante médiatisation de la FA, auprès des particuliers comme auprès de la communauté scientifique. Le nombre d'articles scientifiques traitant de la FA a ainsi été multiplié par dix de 2000 à 2022 (Figure 1).

Même si l'usage de la FA se restreint encore principalement à la recherche et au prototypage, les procédés de FA métallique rencontrent un succès de plus en plus grand auprès des industriels. Chowdhury et al. [Cho2022] évoquent notamment différentes applications dans les secteurs de l'aérospatial, de l'automobile et du biomédical, grâce à la résistance mécanique élevée et à la faible masse des pièces obtenues par frittage de poudres métalliques. De plus, ce procédé permet la fabrication de structures internes complexes, irréalisables avec des procédés d'usinage soustractifs, ce qui ouvre par exemple des opportunités dans la conception d'échangeurs thermiques haute-performance [Li2022].

En parallèle de cet essor des procédés métalliques, l'adaptation des procédés de FA polymère à des matériaux plus performants, comme les composites à renfort de fibre, offre un très grand potentiel industriel. Ces procédés sont en effet bien moins coûteux que les procédés métalliques, tant du point de vue des matières premières utilisées et du matériel d'impression employé que du coût énergétique associé au procédé. Cela est vrai en particulier pour le procédé de FFF, pour lequel on trouve aujourd'hui des machines industrielles permettant d'imprimer des composites à renfort de fibres continues, matériau dont les performances sont équivalentes à celles des alliages d'Aluminium [Mar2022, Ani2023]. L'entreprise Anisoprint présente ainsi une application concernant un bras de support de siège d'avion, permettant de réduire la masse de ce composant de 37.5% en remplaçant l'Aluminium par un composite obtenu par FA (Figure 2).



Figure 2 : Allègement d'un support de siège d'avion grâce aux nouveaux procédés de FA (extrait de [Ani2023]).

Ainsi, de nombreux procédés de FA ont vu le jour au cours des quatre dernières décennies, avec un vaste panel d'applications. Chaque procédé dispose dans un avenir proche d'un haut potentiel d'évolution dans le domaine industriel, ce qui fait de la FA un point central de la recherche et du développement de produits actuellement. Le paragraphe suivant effectuera un inventaire des diverses familles de procédés utilisées en FA, en se focalisant pour finir sur le procédé FFF qui constitue l'objet d'étude de ces travaux de thèse.

1.3. PROCEDES DE FABRICATION ADDITIVE

Un premier recensement des techniques de FA est réalisé par Kruth en 1991 [Kru1991]. Il désigne alors la FA par le terme « incrémentation de matériau ». Deux méthodes de classification y sont proposées : une en fonction de l'état du matériau initial (Figure 3.a) et l'autre en fonction de la méthode de création de matière (Figure 3.b). La première classification est reprise et complétée par Pham et Gault en 1998 [Pha1998].

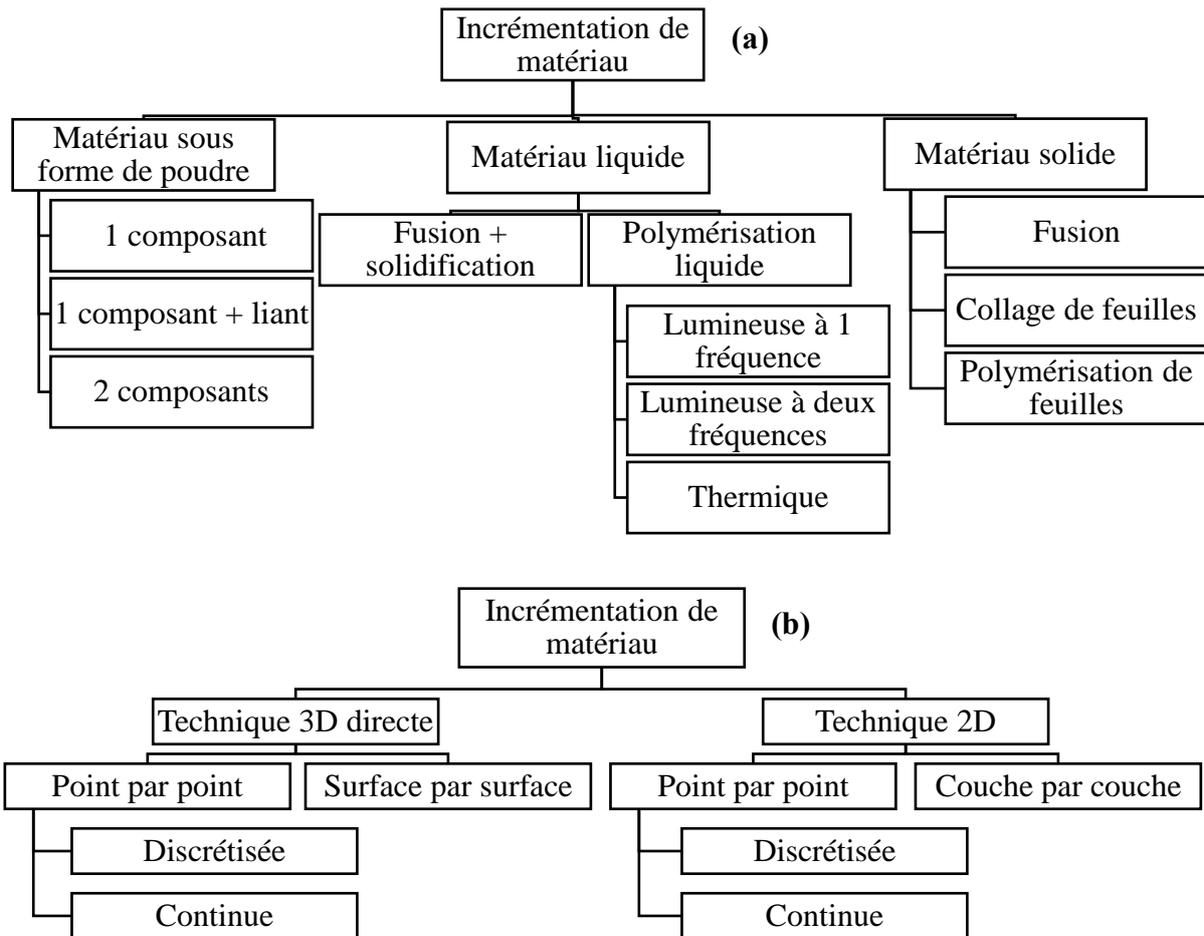


Figure 3 : Classification des techniques de fabrication additive par Kruth [Kru1991] en fonction de l'état du matériau initial (a) ou de la méthode de création de matière (b).

De nos jours, les procédés additifs sont recensés et classés en sept familles dans la norme ISO/ASTM 52900 [ISO2021] : la fusion sur lit de poudre, l'extrusion de matériau, la projection de matériau, la projection de liant, le dépôt de matière sous énergie concentrée, la stratification de couches et la photopolymérisation en cuve. Les caractéristiques de ces sept familles sont explicitées dans les sept paragraphes qui suivent.

1.3.1.LA FUSION SUR LIT DE POUDRE OU PBF (« *POWDER BED FUSION* »)

La fusion sur lit de poudre regroupe deux méthodes d'assemblage de poudre : le frittage et la fusion. Dans le cas du frittage, l'énergie apportée provoque uniquement l'agglomération des grains. Dans le cadre de la fusion, les particules de matière sont fondues par l'apport d'énergie puis soudées lors de la solidification. Il en résulte une porosité plus faible qu'avec le frittage, donc de meilleures propriétés mécaniques. Cependant, le changement d'état de la matière implique un gradient thermique élevé lors de la fabrication, ce qui provoque un fort phénomène de rétractation lors du refroidissement. On peut alors observer d'importantes contraintes résiduelles et déformations d'origine thermique, rendant l'utilisation de supports d'impression nécessaire.

Ces deux méthodes ont été appliquées à des matériaux polymères (frittage laser sélectif – ou SLS - et fusion multi-jet – ou MJF) et métalliques (frittage laser direct – ou DSLS, fusion laser sélective – ou SLM – et fusion par faisceau d'électrons – ou EBM). La SLS a également été appliquée à des matériaux céramiques et composites à matrices polymères. Malgré ces différences, le principe de fonctionnement est le même : dans un premier temps, la poudre est déposée sur la plateforme de fabrication et égalisée à une épaisseur correspondant à une couche d'impression (Figure 4.a). Ensuite, un faisceau d'énergie solidarise la poudre, par frittage ou par fusion, pour obtenir la section transverse de la pièce correspondant à la couche. Dans le cas de la SLM et de la SLS, un faisceau laser est orienté par un miroir (Figure 4.b). Une fois cette étape terminée, la plateforme de fabrication descend d'une hauteur correspondant à l'épaisseur de la couche. De la poudre est alors à nouveau déposée pour préparer la fabrication de la couche suivante (Figure 4.c). Couche après couche, on obtient la pièce correspondant au modèle 3D souhaité. Il faut ensuite dépoudrer la ou les pièces sur le plateau (Figure 4.d).

Ce procédé, en particulier les méthodes de fusion, permet d'obtenir des propriétés mécaniques quasiment équivalentes aux procédés soustractifs, ce qui a ouvert son utilisation à la production dans les secteurs de l'aérospatial et du médical [Cho2022]. Par ailleurs, il est à noter que l'optimisation des paramètres de fabrication de ce procédé demeure une problématique de recherche importante pour améliorer les propriétés mécaniques obtenues, en particulier au niveau des contraintes résiduelles, de la non-fusion de poudre, de la porosité et des variations dimensionnelles d'une pièce à l'autre [Al-M2018].

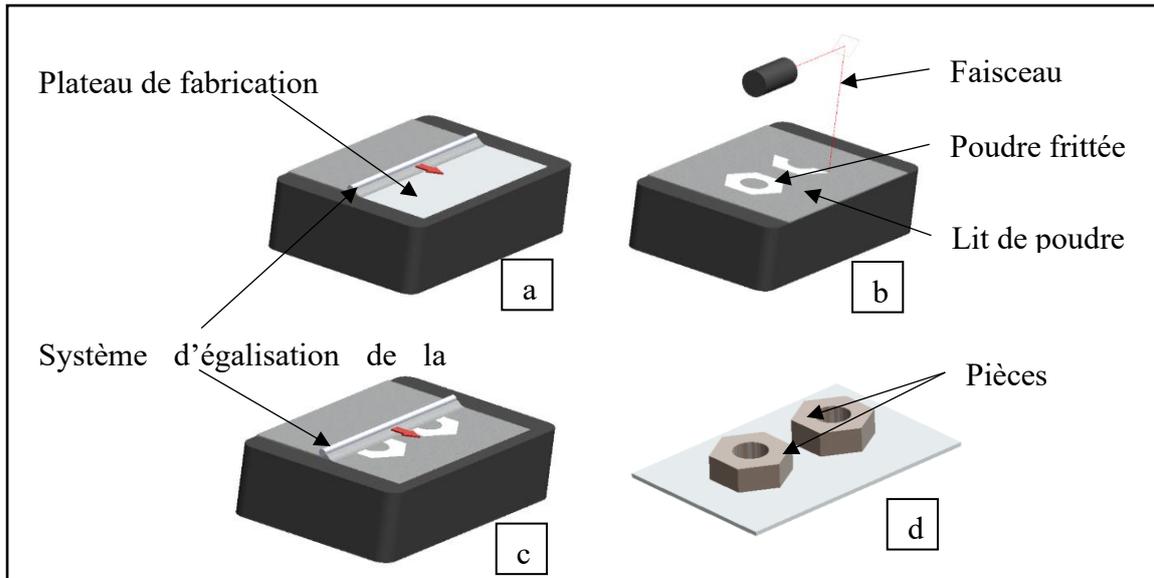


Figure 4 : Représentation schématique du procédé de SLM/SLS.

1.3.2.L'EXTRUSION DE MATERIAU OU MEX (« MATERIAL EXTRUSION »)

Contrairement à la fusion sur lit de poudre, l'extrusion de matériau est une méthode de FA par dépôt direct, ce qui signifie que la matière est déposée par une tête d'impression directement dans le volume de fabrication. Cet aspect permet de s'affranchir de la construction couche-par-couche. On peut en effet déposer la matière directement en trois dimensions, comme avec les stylos 3D [Tak2019]. Cependant, la fabrication couche-par-couche reste la plus utilisée car elle est plus simple à mettre en place.

On distingue trois types d'extrusion [Gon2018] : par seringue avec un matériau sous forme initiale de cartouche (Figure 5.a), par extrusion de filament (Figure 5.b) et par vis-sans-fin avec un matériau sous forme initiale de pellets ou de granulés (Figure 5.c) et. Pour ce qui concerne le deuxième type d'extrusion, la forme la plus connue est la fabrication par filament fondu (FFF) qui consiste en une extrusion de filament en général thermoplastique. Cette technologie ayant été utilisée pour ces travaux de thèse, elle sera détaillée dans le paragraphe 1.3.8.

Une autre méthode de MEX, la DiW (« Direct ink Writing ») est très prometteuse pour la fabrication de biomatériaux et de matériaux intelligents. Adam W. Feinberg et son équipe ont notamment réussi à imprimer un cœur artificiel grâce à cette technique de FA [Hin2015].

Cependant, si la MEX est le procédé de FA le plus polyvalent, il est aujourd'hui principalement freiné par les faibles propriétés mécaniques des pièces obtenues.

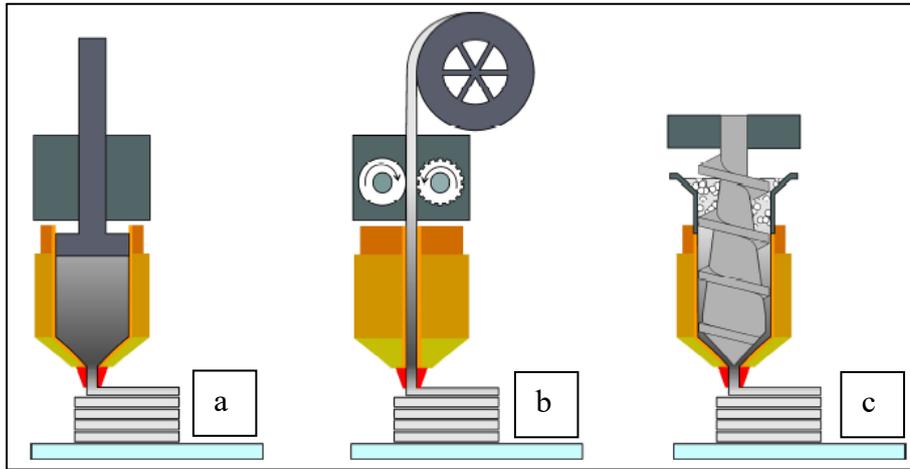


Figure 5 : *Différentes méthodes d'extrusion de matériau (Figure adaptée à partir de [Gon2018]).*

1.3.3.LA PROJECTION DE MATERIAU OU MJT (« *MATERIAL JETTING* »)

La MJT est proche de la DiW car il s'agit d'un dépôt direct de résine photopolymérisable sur un plateau de fabrication ou bien sur la couche imprimée précédemment. La différence entre ces deux procédés est la manière dont la résine est déposée. En MEX, la matière est continuellement extrudée par la tête d'impression, alors qu'elle est projetée sous forme de gouttelettes en MJT, la résine étant continuellement polymérisée par une lampe UV (Figure 6).

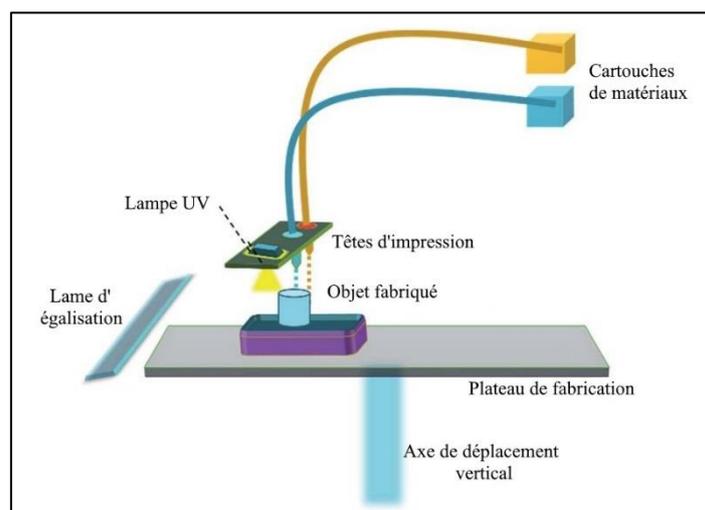


Figure 6 : *Représentation schématique du procédé de MJT (Figure adaptée à partir de [Sir2018]).*

Ainsi la méthode est la même que l'impression 2D sur papier, mais adaptée à une fabrication volumique couche par couche. L'avantage de ce procédé est la possibilité de créer des pièces complexes multi-matériaux avec une grande précision [Ban2018].

1.3.4.LA PROJECTION DE LIANT OU BJT (« *BINDER JETTING* »)

Ce procédé a été développé au sein du Massachusetts Institute of Technology au début des années 1990 [Sac1990]. Son usage premier était la fabrication de moules pour fonderie de métaux, mais son usage s'est diversifié au cours du temps, permettant la fabrication de pièces finies en matériaux céramiques ou métalliques.

Cette technique est une combinaison de la PBF et de la MJT présentées précédemment. La BJT consiste en effet en une fabrication couche-par-couche sur lit de poudre à l'image de la PBF. Toutefois, aucun faisceau d'énergie n'est utilisé pour fondre ou fritter les grains de poudre. Ceux-ci sont solidarisés par un liant projeté sélectivement en gouttelettes (de manière comparable à la MJT) pour fabriquer chaque couche d'impression.

L'utilisation d'un liant liquide permet une impression 3D rapide par rapport à la PBF. De plus, la BJT ne nécessite pas de supports d'impression, peu importe la géométrie, ce rôle étant assuré par le lit de poudre. Cependant, ce procédé présente plusieurs inconvénients, en particulier la faible densité de matière et donc une fragilité des pièces, ainsi qu'un mauvais état de surface. Des post-traitements permettent tout de même de réduire ces inconvénients [Hei2019].

1.3.5.LE DEPOT DE MATIERE SOUS ENERGIE CONCENTREE OU DED (« *DIRECT ENERGY DEPOSITION* »)

Le dépôt de matière sous énergie concentrée est un procédé d'impression 3D métallique. Tout comme la MEX et la MJT, il s'agit d'un procédé par dépôt direct. Cependant, les buses d'impressions de DED ont en général une plus grande souplesse d'orientation (jusqu'à 5 axes). Dans ce procédé, une poudre est projetée depuis la tête d'impression puis immédiatement frittée par un faisceau d'énergie (Figure 7).

La DED peut être utilisée pour la création de pièces entières, mais la faible précision du procédé implique un usinage de la pièce. Son avantage principal réside dans la souplesse d'orientation qui, combinée au dépôt direct de matière, rend le procédé idéal pour réparer, enrober ou personnaliser des pièces déjà existantes [Fra2014].

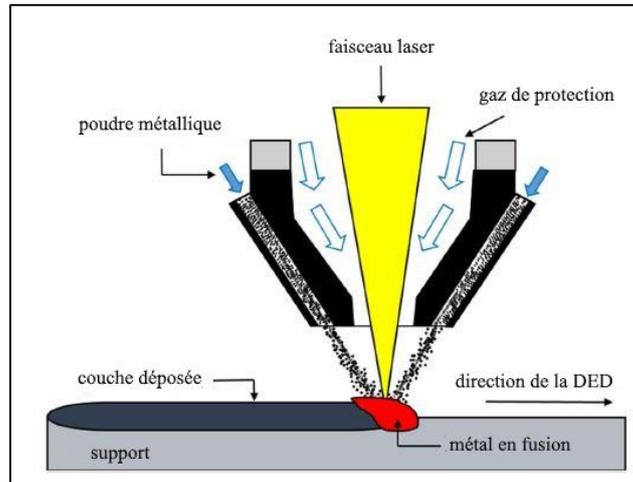


Figure 7 : Représentation schématique du procédé de DED (Figure adaptée à partir de [Lim2021]).

1.3.6.LA STRATIFICATION DE COUCHES OU SHL (« SHEET LAMINATION »)

La SHL, aussi appelée LOM (« *Laminated Object Manufacturing* ») est une technique de FA couche-par-couche dans laquelle des feuilles minces sont empilées puis laminées. Chaque couche est une feuille mince de matériau, découpée à la forme voulue par couteau ou laser pour correspondre à la section transverse de l'objet fabriqué. Il existe plusieurs méthodes de lamination : le collage, le soudage ultrasonique, le serrage ou le brasage [Gib2010].

Initialement utilisée dans les années 1990 avec du papier, en particulier pour la fabrication de maquettes d'architectures, le procédé s'est diversifié avec des feuilles métalliques ou polymères.

1.3.7.LA PHOTOPOLYMERISATION EN CUVE OU VPP (« VAT PHOTOPOLYMERISATION »)

Dans le cas de la VPP, le matériau dans sa forme initiale est une résine photopolymérisable, constituée d'un monomère, d'un oligomère et d'un initiateur de

polymérisation [Pag2021]. Une source de lumière UV est utilisée pour polymériser sélectivement et couche par couche la pièce fabriquée. La polymérisation n'est pas terminée lors de la fabrication pour éviter des contraintes résiduelles trop élevées et des décollements du plateau. La pièce nécessite donc un post-traitement qui consiste en un nettoyage de la pièce, un retrait des supports, un polissage et la finalisation de la polymérisation (sous lampe UV ou source thermique).

On distingue quatre sous-procédés de VPP [Pag2021] : la SLA (« *StereoLithography Apparatus* »), la DLP (« *Digital Light Processing* »), la CLIP (« *Continuous Liquid Interface Production* ») et la 2PL (« *2 Photon Lithography* »). La principale différence entre ces technologies réside dans la méthode utilisée pour polymériser la résine. La SLA utilise un laser dévié par des miroirs [Hul1986]. La DLP utilise un traitement numérique de la lumière, chaque couche étant pixellisée puis projetée sur la résine par un projecteur numérique [Cha2023] ou un écran LCD. La méthode CLIP est proche de la DLP, mais ne nécessite pas d'interruption du mouvement du plateau pour fabriquer la pièce, ce qui réduit la durée de fabrication. De plus, l'utilisation d'un film d'oxygène plutôt qu'une plaque de verre entre la résine et la source de lumière rend ce procédé plus précis. La dernière technique, la 2PL offre une résolution de l'ordre du nanomètre, ce qui ouvre des applications en biotechnologie [Lem2019].

Toutes ces technologies ont en commun une grande précision d'impression et une vitesse d'impression importante. Ces avantages combinés au faible coût des machines de DLP LCD en font un concurrent direct à la FDM sur le marché des imprimantes 3D tout public, bien que les propriétés mécaniques obtenues soient moins bonnes. De plus, l'intégration d'autres éléments au sein des résines a permis d'imprimer des structures complexes intégrant des matériaux intelligents [Ge2016], des conducteurs d'électricité [Mu2017] et également des matériaux céramiques pour améliorer les propriétés mécaniques et thermiques [Ozk2022].

1.3.8. PROCÉDÉ UTILISÉ DANS LE CADRE DE CETTE THÈSE : LA FABRICATION PAR FILAMENT FONDU (FFF)

Comme évoqué précédemment, la FFF est une technologie de FA par MEX créée à la fin des années 1980 par Stratasys [Cru1992] (sous la dénomination FDM pour « *Fused Deposition Modeling* »). Cependant, il faut attendre les années 2000 pour que la FFF s'ouvre au grand public avec les premières imprimantes 3D bon marché comme la RepRap qui était auto-répliquable. De nos jours, le procédé a été adapté à de nombreux thermoplastiques comme le

PLA (« *Polylactic Acid* »), l'ABS (« *Acrylonitrile Butadiène Styrène* »), le PA6 (Polyamide 6 ou Nylon) ou encore le PETG (« *Polyéthylène Téréphtalate – Glycol* ») [Sin2020]. Grâce à cette polyvalence, la FFF permet de développer des applications dans de nombreux secteurs : le biomédical, l'aérospatial, l'automobile, la pharmaceutique, la construction, l'électronique, l'alimentaire, le textile, la joaillerie, les jouets, les sports ou encore l'énergie [Sin2020].

1.3.8.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT ET PARAMETRES DU PROCEDE

Bien que la FFF soit une méthode de FA par dépôt direct (qui permet donc la fabrication en trois dimensions), la quasi-totalité des machines commerciales utilise un principe de fabrication couche-par-couche sur un plateau de fabrication (Figure 8).

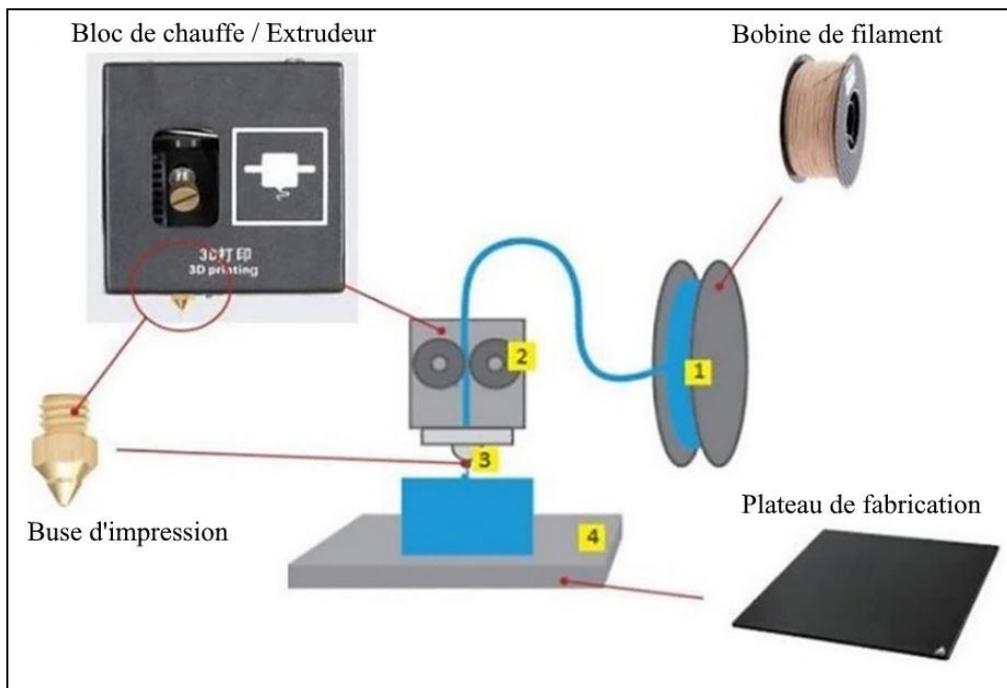


Figure 8 : Représentation schématique du procédé de FFF (extrudeur de type « Bowden ») (Figure adaptée à partir de [Fic2022]).

Le matériau initialement sous forme de filament est enroulé en bobine (1 dans la Figure 8). Un extrudeur dirige le filament vers le bloc de chauffe (2 dans la Figure 8). L'extrudeur peut être placé sur le châssis de la machine ou directement sur la tête d'impression, ce qui alourdit cette dernière mais évite de devoir guider le filament sur une longue distance (on parle alors de disposition « *Bowden* »). La tête d'impression est constituée d'un bloc de chauffe dont le rôle est de fondre le filament thermoplastique. Le matériau liquide coule ensuite dans la buse d'impression (3 dans la Figure 8) qui le dépose couche par couche sur le plateau d'impression (4 dans la Figure 8). La solidification finale forme la pièce correspondant au modèle CAO. Pour

que la fabrication soit possible, la buse d'impression doit avoir trois degrés de liberté en translation par rapport au plateau. Il existe plusieurs dispositifs pour obtenir ces mouvements :

- La buse se déplace en largeur et hauteur, le plateau assurant le déplacement en profondeur (on parle alors d'imprimante cartésienne),
- La buse se déplace en largeur et en profondeur, le plateau se déplaçant verticalement (on parle alors de système coreXY),
- La buse peut se déplacer en trois dimensions grâce à trois moteurs et le plateau est immobile (système appelé Delta),
- La buse se déplace uniquement en hauteur, le plateau se déplaçant en profondeur et tournant sur lui-même autour de l'axe vertical (on parle alors d'imprimante polaire).

Bien que le système coreXY donne la meilleure précision d'impression grâce à un châssis plus rigide, son système de courroies complexe en fait une machine compliquée à entretenir. Le système cartésien, plus simple, est donc plus populaire pour les imprimantes tous publics, le coreXY étant privilégié pour les imprimantes industrielles. Le système Delta offre une vitesse d'impression optimale mais une précision plus faible. Le système polaire permet d'alléger le châssis car la buse se déplace uniquement verticalement.

En dehors de la disposition des éléments mobiles, les paramètres du procédé jouent également un rôle important dans l'obtention d'une fabrication précise et de pièces résistantes [Bra2020, Moh2016]. Mohamed et al. [Moh2016] ont par exemple montré que l'épaisseur des couches, l'orientation de la pièce lors de l'impression, l'espacement entre chaque passage de buse, ainsi que le nombre de contours dans chaque couche, exerçaient une influence importante sur la durée de l'impression, la consommation de filament et la résistance mécanique de la pièce. En plus de ces paramètres liés uniquement aux trajectoires de la buse d'impression, Braconnier et al. [Bra2020] ont également observé une forte influence de la température d'extrusion du filament et de la vitesse de déplacement de la buse sur les propriétés mécaniques.

Ainsi, les propriétés physiques des pièces obtenues par FFF dépendent du matériau utilisé, de la disposition des éléments de la machine et des procédés de fabrication cités ci-dessus.

1.3.8.2. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DU PROCEDE

La FFF, qui est l'un des procédés de FA les plus utilisés [Sin2020], présente de multiples avantages par rapport aux autres procédés de FA :

- Grande diversité de matériaux accessible.

- Faible apport d'énergie requis.
- Outillages complexes non nécessaires.

De très nombreux matériaux polymères thermoplastiques, commerciaux ou recyclés, sont en effet adaptables au procédé [Fic2022]. De plus, le thermoplastique peut être renforcé et jouer le rôle de liant pour d'autres matériaux [Sin2020]. Il existe ainsi des renforts à base de fibres, de matériaux métalliques ou de matériaux céramiques [Cer2013, Aga1996, Gon2018]. Le procédé a également été appliqué à des filaments intégralement métalliques [Kim2018], ce qui requiert un apport d'énergie bien plus grand pour la fusion, mais donne des pièces aux meilleures propriétés mécaniques. Cette hybridation matérielle est également possible en utilisant plusieurs filaments au sein de la même pièce [Fen2019, Arf2022], ou en combinant ce procédé avec d'autres [Jak2021, Cad2021].

Par ailleurs, le procédé ne requiert pas un apport important d'énergie, le point de fusion des polymères étant bas [Dav2017] (en général entre 200°C et 250°C). Il permet également de réduire la quantité de déchets matériels par rapport à la fabrication soustractive ou la PBF.

Enfin, ce procédé ne nécessite pas d'outillage complexes [Nar2019]. Une imprimante 3D FFF suffit pour fabriquer une infinité de géométries, là où les procédés de fabrication traditionnels requièrent un moule pour chaque forme.

Cependant, le procédé est limité par le faible volume d'impression des machines FFF. De plus, les propriétés mécaniques sont plus faibles que celles obtenues avec les procédés traditionnels, pour plusieurs raisons : premièrement, la FFF produit des pièces dont la porosité est importante [Tao2021, Lep2021]. Deuxièmement, l'adhésion est limitée entre les couches, ce qui appauvrit considérablement les propriétés mécaniques dans la direction d'impression [Lep2021, Wu2021].

Pour pallier ces propriétés physiques limitées, l'utilisation de fibres continues semble être la meilleure option. Les matériaux composites à matrice polymère et renfort de fibres continues combinent en effet la légèreté à des propriétés mécaniques proches de celles des métaux. Le prochain paragraphe de cette étude bibliographique décrira ces matériaux, leurs propriétés mécaniques puis se focalisera sur leur FA.

1.4. LES MATERIAUX COMPOSITES A MATRICES POLYMERES ET RENFORTS DE FIBRE

Les polymères sont des matériaux utilisés dans tous les secteurs industriels. Bien que leur production soit aisée et peu coûteuse, leurs propriétés mécaniques ne sont pas suffisantes pour remplacer les métaux, plus lourds et plus chers mais plus résistants.

Cependant, renforcer des polymères avec des fibres améliore considérablement leurs propriétés mécaniques [Kar2013, Bot2003]. On obtient alors un matériau composite, dans lequel le polymère est appelé matrice et la fibre est appelée renfort.

Le rôle de la matrice est de maintenir la disposition des fibres et d'assurer le transfert de charge entre elles. Les fibres, quant à elles, ont pour but d'améliorer les performances mécaniques ou thermiques du polymère de la matrice. La combinaison de polymères et de fibres permet l'obtention de matériaux mécaniquement performants, légers, dimensionnellement stables et météorologiquement stables [Pra2017]. Ces propriétés en font un matériau de choix pour l'aéronautique, où le pourcentage en masse de composites à matrices polymères est passé de 5% dans les années 1970 à 50% de nos jours [Fen2015]. L'aéronautique n'est pas le seul secteur dans lequel les composites à matrice polymère ont remplacé une partie des pièces métalliques puisque l'on trouve de nombreuses applications dans les autres secteurs du transport, le bâtiment, l'électronique ainsi que les sports (Figure 9).

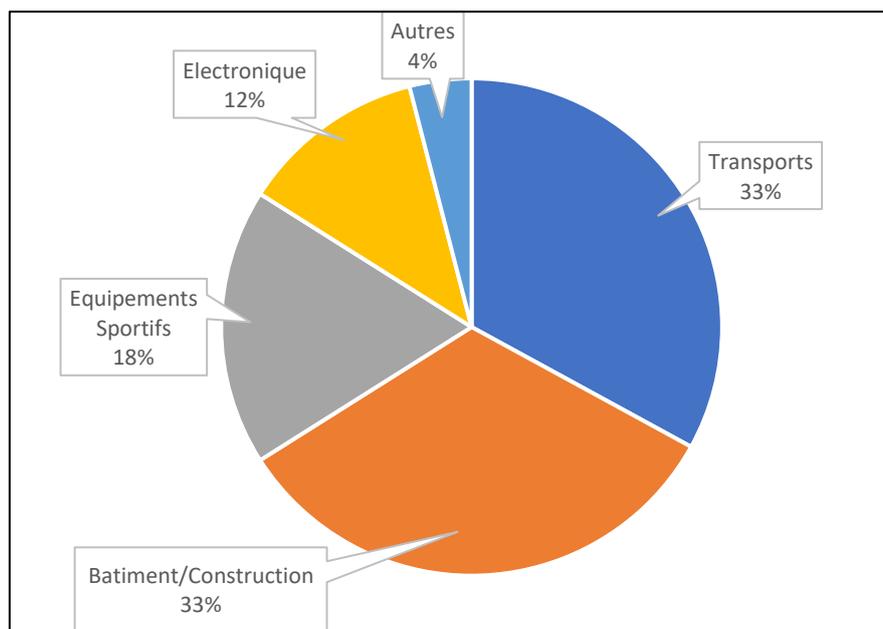


Figure 9 : Secteurs d'application des matériaux composites à matrice polymères et renforts de fibres (Données issues de [Pra2017]).

1.4.1. DIFFERENTS TYPES DE MATRICES ET DE RENFORTS

Comme présenté précédemment, les matériaux composites ont une grande diversité d'applications. Cela est possible grâce à la variété de matrices et de renforts disponibles pour la fabrication de ces matériaux.

1.4.1.1. LES DIFFERENTS TYPES DE MATRICE POLYMERES

On distingue deux types de matrices polymères : thermodurcissables et thermoplastiques [Hsi2021].

Les matrices thermodurcissables sont obtenues par réticulation d'une résine liquide. Il s'agit d'une polymérisation par flux thermique. Cette réaction n'est pas réversible, contrairement à la polymérisation des thermoplastiques qui peut être répétée par fusion/solidification. Cette différence est le principal avantage des matrices thermoplastiques puisque la répétabilité de la polymérisation en fait des matériaux recyclables [Kin2018, Tia2016].

De plus, il a été observé que les composites à matrice thermoplastique avaient les mêmes propriétés que les composites à matrice thermodurcissable [Mur2021]. Cependant, l'interface entre les fibres et la matrice est meilleure avec un polymère thermodurcissable qu'avec un polymère thermoplastique [Ma2016], et les propriétés d'amortissement des thermoplastiques sont moins intéressantes que celles des thermodurcissables [Mur2021].

Ces différences entre les deux types de matrices polymères expliquent que les thermodurcissables soient utilisés pour les composites haute-performance (e.g. les époxydes en aéronautique) et que les thermoplastiques soient utilisés sur les composites moins contraints (e.g. les polyamides dans les circuits d'air et de refroidissement de moteurs thermiques).

1.4.1.2. LES DIFFERENTS TYPES DE RENFORTS

Le choix du renfort fibreux est crucial dans la conception d'un matériau composite, car c'est la fibre qui va donner la rigidité et la résistance au matériau.

Hsissou et al. [Hsi2021] ont recensé six renforts différents : les fibres de verre, de bore, de silice, de carbure de silice, de carbone et d'aramide (ou Kevlar). Kinvi-Dossou [Kin2018] y ajoute les fibres de basalte. La fibre de verre est la plus utilisée. Elle représentait 88% du marché des composites en 2019 [Kec2020], en grande partie grâce à son faible prix par rapport aux autres renforts.

Le renfort de la matrice par des fibres peut se faire de deux manières : fibres courtes ou fibres longues. Dans le premier cas, des fibres hachées ou broyées sont mélangées à la matrice pendant la fabrication. Dans le second cas, les fibres sont continues, en général arrangées en tissus. Eksi et al. [Eks2017] ont comparé les performances de composites à fibres continues de verre, de carbone et d'aramide. Ari et al. [Ari2022] ont réalisé la même étude avec des fibres hachées (Tableau 1).

Type de fibre (30% vol.)	R _m (fibres continues) [Eks2017]	R _m (fibres courtes) [Ari2022]
Polymère non renforcé	-	38 MPa
Verre	220 MPa	78.5 MPa
Aramide	357 MPa	74.2 MPa
Carbone	340 MPa	72.2 MPa

Tableau 1 : Résistance mécanique R_m de composites à fibres continues et à fibres courtes en fonction du type de fibre.

On observe que le type de fibre influence peu la résistance mécanique des composites renforcés par des fibres courtes alors que, dans le cas des fibres continues, le carbone et l'aramide sont de meilleurs renforts que le verre. Le carbone est également plus performant en raideur (42 GPa contre 19 GPa pour l'aramide et 14 GPa pour le verre) [Eks2017]. La comparaison de ces deux études montre que l'utilisation de fibres continues est plus intéressante que l'utilisation de fibres courtes au niveau des performances mécaniques du composite. Ce propos est toutefois à modérer puisque les composites à renfort de fibres continues sont fortement anisotropes. Une mauvaise orientation des fibres peut donc conduire à de mauvaises performances mécaniques [Mar2023].

Ces deux dernières décennies, l'urgence climatique a poussé les chercheurs et ingénieurs à repenser les composites, avec notamment l'utilisation de fibres végétales telles que la jute, le coton ou le sisal par exemple [Nab1999]. Joshi et al. [Jos2004] ont démontré que l'utilisation de renfort de fibres végétales était plus respectueuse de l'environnement que l'utilisation de renfort de fibre de verre. Cependant, leurs propriétés mécaniques plus faibles que celles des renforts synthétiques [Ela2018, Mil2011] freinent leur développement pour les composites à haute performance.

Les matériaux composites à matrices polymères et renfort de fibres sont donc variés, autant par la forme du renfort que par les matériaux impliqués, qui permettent d'obtenir des propriétés mécaniques excellentes par rapport à leur masse. Le paragraphe suivant portera sur l'adaptation des procédés de FA à ces matériaux.

1.4.2.FABRICATION PAR FILAMENT FONDU DE POLYMERES A RENFORT DE FIBRE

1.4.2.1. PROCEDES DE FA DE COMPOSITES

Les principaux avantages de la FA sont la capacité de produire des formes complexes sans nécessité d'outillages hors imprimante 3D [Bra2020] et la grande diversité de matériaux compatibles [Dav2017]. Cependant, les pièces polymères produites par FA ont des propriétés mécaniques faibles par rapport aux techniques soustractives [Mel2015, Lia2018, Nar2019], en particulier au niveau des liaison inter-couches [Dav2017].

D'un autre côté, le renfort par des fibres courtes ou continues (paragraphe 1.4.1.2) constitue un excellent moyen de renforcer les propriétés mécaniques d'un polymère [Eks2017, Ari2022]. Or, la fabrication de composites polymères à renfort de fibres nécessite un outillage et des méthodes de production complexes [Blo2018]. Adapter la FA à ces matériaux composites apparaît donc comme une nécessité pour la production aisée de formes complexes aux propriétés mécaniques performantes [Blo2018, Nin2015, Bla2020].

Le renfort le plus répandu en FA est le renfort par fibres courtes [VdW2020, Par2017]. Il a été utilisé avec cinq des sept procédés de FA décrits dans le paragraphe 1.3 : la PBF [Zhu2016, Yan2011, Goo2011, Jan2016], la MEX-DiW [Naw2020], la VPP [Che1999, Asi2020], la SHL [VdW2020] et la FFF [Jia2017, Bre2018, Nin2015, Ade2022]. Dans le cas de la FFF, l'amélioration des propriétés mécaniques n'est pas l'enjeu principal du renfort de fibres courtes. L'intérêt est principalement thermique, puisque les fibres de carbone réduisent l'expansion thermique du matériau, ce qui améliore la précision de l'impression et réduit les contraintes résiduelles post-fabrication [VdW2020, Bre2018]. Toutefois, l'amélioration des propriétés mécaniques n'est pas non plus négligeable. Ning et al. [Nin2015] ont observé une amélioration de 31.6% de la raideur et de 22% de la résistance à la traction en renforçant un filament d'Acrylonitrile Butadiène Styène (ABS) avec des fibres courtes de carbone. Cette amélioration de la raideur et de la résistance mécanique peut être optimisée selon plusieurs paramètres associés aux fibres : longueur, matériau, fraction massique dans le composite, orientation,

morphologie et énergie interfaciale [Ade2022]. Cependant, le renfort par fibres courtes n'apporte pas d'amélioration suffisante à la FA pour des applications industrielles, en particulier dans les secteurs de l'aéronautique et de l'automobile.

Il a été rappelé dans le paragraphe 1.4.1.2 que les fibres continues étaient le meilleur moyen d'optimiser les propriétés mécaniques d'un composite à matrice polymère. En FA, on trouve des applications à ce type de fibres en FFF, VPP, SHL, DED et DiW [Cer2013, Liu2021, Lu2022, Min2020].

Les procédés les plus utilisés sont la DED, avec notamment l'AFP (*Automatic Fiber Placement*) [Bra2021], le CTS (*Continuous Tow Shearing*) [Kim2014], et la FFF [Zhu2021].

Parmi ces technologies, l'utilisation de la FFF semble la plus intéressante pour la FA de composites. En effet, bien que L'AFP et la CTS utilisent des plis préimprégnés thermodurcissables, donnant une meilleure adhésion entre les différentes couches et entre la matrice et la fibre qu'avec les thermoplastiques utilisés en FFF [Ma2016, Ara2020, VdW2020], elles offrent une liberté de conception moindre. Ces méthodes sont en effet utilisées pour le dépôt de plis à orientation des fibres variable sur une surface support. D'une part, ce support doit être usiné, ce qui complexifie la fabrication. D'autre part, bien que ces méthodes soient pratiques pour la création de laminés sous formes de plaques, la dimension élevée du pli déposé, en général de l'ordre de quelques centimètres limite sa gamme d'utilisation dans le cadre de la DfAM. La FFF offre de son côté de grandes possibilités de conception sans outil supplémentaire. Ainsi, bien que la FFF donne des propriétés mécaniques plus faibles que la CTS ou l'AFP, elle apparaît comme un meilleur candidat pour la fabrication additive de composites à fibres continues, par sa simplicité, sa grande liberté de conception et son faible coût énergétique.

1.4.2.2. TECHNOLOGIES EXISTANTES

Pour fabriquer des composites à fibres continues avec le procédé FFF, il faut imprégner les fibres dans le filament thermoplastique extrudé. Il existe trois méthodes d'imprégnation :

- Fabrication avec filament préimprégné : la mèche de fibres est imprégnée dans le thermoplastique au moment de la fabrication du filament. Le filament obtenu contient donc les deux matériaux avant l'impression (Figure 10.a).
- Imprégnation dans la tête d'impression : une mèche de fibres (ou un filament préimprégné) est coextrudé avec un filament thermoplastique. La fibre est directement imprégnée au moment du dépôt de matériau (Figure 10.b).

- Mélange de deux filaments : la mèche de fibres est torsadée avec une mèche de thermoplastique. La torsade est extrudée dans la tête d'impression, l'imprégnation étant réalisée lors du dépôt de matériau (Figure 10.c).

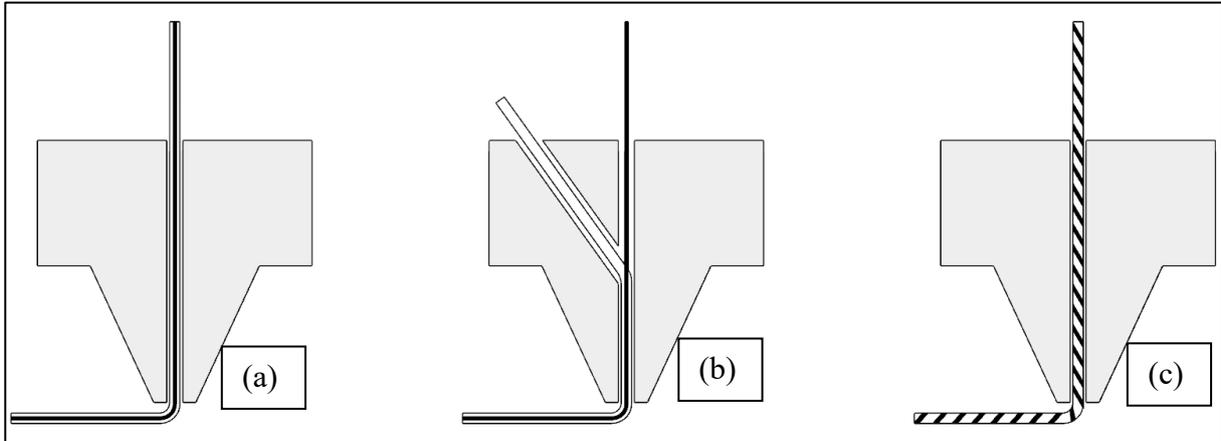


Figure 10 : Différentes méthodes d'imprégnation de la fibre : filament préimprégné (a) ; imprégnation dans la tête d'impression (b) ; torsade de mèches de fibres et de matrice (c).

Les différents laboratoires de recherche dans lesquels ont été mis au point au cours de la dernière décennie des dispositifs de FFF de composites à renfort de fibres continues (FFF-CFC ou CF3D pour *Continuous Fiber 3D Printing*) sont répertoriés dans l'Annexe A.

En complément de ces machines conçues à l'unité en laboratoire, deux sociétés ont contribué à l'essor important du procédé lors de la dernière décennie en commercialisant des machines de FFF-CFC à usage industriel. Il s'agit des sociétés Anisoprint (imprégnation dans la tête d'impression) et Markforged (filament préimprégné). Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé une imprimante Markforged X7 (Figure 11).



Figure 11 : Imprimante Markforged X7 au sein du laboratoire ICB CO2M.

Cette imprimante comporte deux buses d'impression : la première est une buse FDM classique permettant d'imprimer du Nylon pur ou un polyamide renforcé de fibres courtes de carbone, appelé Onyx. La deuxième buse offre la possibilité d'imprimer des polyamides à renforts de fibres continues de carbone, de verre ou d'aramide [Mar2022]. La tête d'impression se déplace selon le système CoreXY décrit dans le paragraphe 1.3.8.1., ce qui offre une grande précision.

1.4.2.3. CONTRAINTES DE CONCEPTION LIEES AU PROCÉDE

L'utilisation de thermoplastiques à renfort de fibres continues en FFF nécessite la prise en compte de nouvelles contraintes de conception : contraintes dimensionnelles, contraintes de dimensionnement et contraintes de tolérancement.

Majko et al. [Maj2019] recensent trois contraintes dimensionnelles pour le renfort de fibres avec le procédé de Markforged : largeur minimale (W sur la Figure 12), épaisseur minimale (H sur la Figure 12) et surface minimale (A sur la Figure 12).

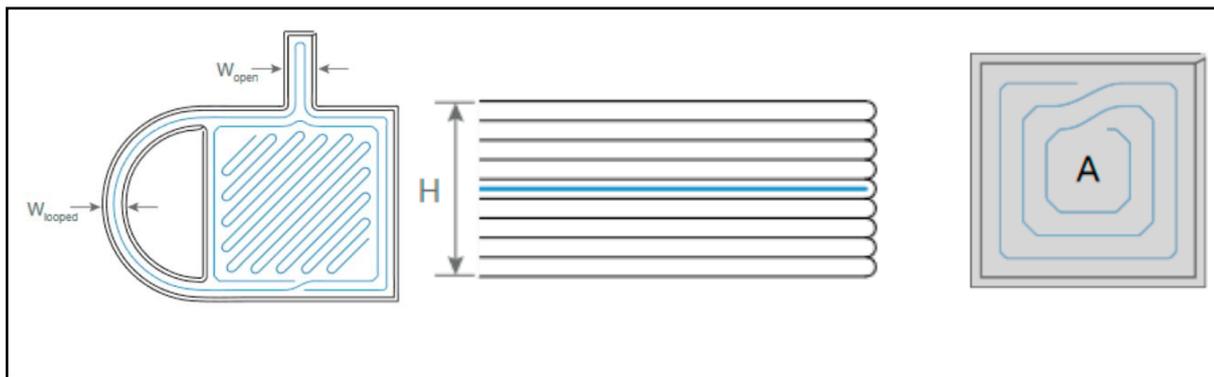


Figure 12 : Contraintes dimensionnelles pour le renfort de fibres avec le procédé de Markforged : largeur minimale, épaisseur minimale et surface minimale [Maj2019].

Ces trois paramètres doivent être respectés pour que le *licer* de Markforged, Eiger, permette de disposer des fibres au sein d'une pièce. Concernant la largeur minimale, celle-ci est due à la présence de « murs » en matériau non-renforcé ou renforcé de fibres courtes. Cette contrainte est imposée par Eiger, avec au minimum une trajectoire d'impression sur le contour de la pièce. Il en est de même pour l'épaisseur minimale, puisque Eiger impose au minimum quatre couches sans fibres continues dans les parties hautes et basses de la pièce.

Des contraintes de dimensionnement sont également à prendre en compte vis-à-vis de l'anisotropie du matériau. Le renfort apporté par les fibres n'étant pas uniforme, le dimensionnement des pièces en FFF-CFC est complexe. Ce sujet sera traité en détail dans le

paragraphe 1.5.2. De plus, le dimensionnement nécessite la prise en compte des défauts liés au procédé, notamment l'impossibilité d'orienter des fibres en 3D et la potentielle rupture de fibres durant l'impression. Enfin, comme pour la FFF de thermoplastiques non-renforcés, la présence importante de vide au sein de la pièce représente un risque réel de rupture des pièces fabriquées non pas par rupture du matériau mais par rupture des liaisons entre les couches imprimées ou entre les cordons déposés.

Enfin, des contraintes dues au tolérancement des pièces existent également. En effet, l'intervalle de tolérance des cotes demandées n'est pas aussi aisé à déterminer qu'avec de l'usinage soustractif. En FA, les dimensions finales obtenues dépendent fortement des paramètres du procédé [Zhu2018]. Toutefois, les paramètres de fabrication n'étant pas modifiables avec la machine Markforged X7, cet aspect ne sera pas traité dans ces travaux de thèse.

1.4.2.4. CONCLUSIONS SUR LA FFF DE COMPOSITES A FIBRES CONTINUES

Les composites produits par les imprimantes industrielles ont des propriétés mécaniques proches de celles des alliages d'Aluminium [Mar2022, Ani2023], ce qui ouvre des opportunités d'applications dans de nombreux domaines. Néanmoins, la simulation du comportement mécanique de ces matériaux est complexe à réaliser en raison de leur hétérogénéité, ce qui rend difficile l'élaboration de lois de comportement réalistes. Au stade de l'avant-projet, cela rend ainsi incertain le travail des concepteurs de structures mécaniques fabriquées par FFF. Le paragraphe suivant détaillera les différentes méthodes utilisables pour prédire les composites à fibres continues fabriqués par FFF.

1.4.3. PREDICTION DES PROPRIETES ELASTIQUES DES COMPOSITES A FIBRES CONTINUES FABRIQUES PAR FFF

Le nombre élevé d'hétérogénéités présentes au sein des matériaux obtenus par FFF-CFC rend complexes leur modélisation. En effet, le produit fini contient un grand nombre de fibres, ces dernières ayant des dimensions de l'ordre de $10\mu\text{m}$ [VdW2019]. Une FEA nécessiterait alors un maillage fin à l'extrême (de l'ordre de plusieurs millions d'éléments) pour modéliser l'ensemble des fibres présentes au sein de la matrice. Si tant est qu'il soit possible de stocker en mémoire les matrices éléments finis (EF) associées à de tels modèles, le temps de calcul qu'il nécessiterait pour la résolution se révélerait incompatible avec les impératifs en termes de délais auxquels sont confrontés les concepteurs. Pour pallier cette difficulté, une solution

consiste à trouver un matériau homogène équivalent dont les propriétés élastiques sont une combinaison de celles de la fibre et de la matrice.

Le comportement équivalent s'élabore à partir de la modélisation des composites à renfort de fibres continues qui sont connus pour être orthotropes [Gor2008], le matériau étant plus raide dans le sens des fibres et plus souple dans les deux autres directions. Dans le cadre de l'élasticité linéaire orthotrope, cela se traduit par la loi de Hooke inverse qui adopte la forme classique [Gor2008] :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \boldsymbol{\sigma} \quad (1)$$

Où $\boldsymbol{\varepsilon}$ représente le tenseur des déformations linéarisées, $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur des contraintes et \mathbf{D} la matrice de souplesse qui relie ces deux tenseurs :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} ; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} ; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Il est à noter que nous avons utilisé dans l'équation (2) la notation de Voigt, une convention standard de représentation des contraintes et des déformations sous forme de vecteurs à 6 composantes en lieu et place de matrices symétriques 3x3. Cette représentation est en effet mieux adaptée au formalisme de la méthode des EF qui sera largement employée dans le cadre de cette thèse.

La loi de comportement (2) comprend douze constantes élastiques : trois modules d'Young (E_1, E_2 et E_3), six coefficients de Poisson ($\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}$ et ν_{32}) et trois modules de cisaillement (G_{23}, G_{13} et G_{12}). Comme les coefficients de Poisson fonctionnent par paire (on parle de coefficient majeur pour ceux situés au-dessus de la diagonale principale de la matrice de souplesse et de coefficients mineurs pour ceux situés en-dessous) :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}, \frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}, \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \quad (3)$$

il ne demeure finalement que neuf constantes à déterminer pour décrire le comportement élastique d'un matériau orthotrope.

Un premier moyen de déterminer ces neuf constantes élastiques serait de caractériser le composite avec des essais sur des éprouvettes imprimées. Le procédé de FFF-CFC mis au point par Markforged (utilisé dans le cadre de cette thèse) a fait l'objet de nombreux essais mécaniques [Blo2018, Cha2019, Dut2019, Eko2021, Fer2021, Goh2021, Maj2019, Nar2019, Pyl2018, VdK2016, VdW2019]. Néanmoins, l'exploitation des résultats contenus dans ces articles est compliquée à réaliser et ce pour plusieurs raisons :

- Dans toutes les références évoquées précédemment, les éprouvettes testées ne sont pas constituées uniquement de composite, le procédé de Markforged impliquant l'utilisation d'un filament non renforcé pour les contours extérieurs de la pièce.
- La manière dont la fibre est intégrée dans l'éprouvette d'essai varie d'un article à l'autre. Il est rare qu'un pli unidirectionnel soit testé. Les éprouvettes sont alors des composites « sandwich » non unidirectionnels [Nar2019, VdW2019].
- La plupart de ces tests ne sont pas utilisés pour de la caractérisation mais pour corrélérer des modèles matériaux déjà établis [VdW2019, Dut2019].
- Certains tests sont utilisés pour des corrélations avec des modèles de simulation mais ces derniers n'utilisent pas de matériaux homogènes équivalents [VdW2019, Maj2019].

Les méthodes de caractérisation n'étant pas utilisables sur le FFF-CFC de Markforged pour les raisons évoquées précédemment, il faut utiliser une méthode de prédiction des propriétés élastiques, dont l'objectif est de déterminer les neuf constantes élastiques de sorte qu'elles rendent compte le plus fidèlement possible du comportement du matériau hétérogène réel. A l'heure actuelle, deux approches sont couramment utilisées : l'une est analytique, il s'agit de la loi des mélanges établie par Voigt à la fin du XIX^{ème} siècle [Voi1889], et l'autre est numérique, il s'agit de l'homogénéisation périodique développée entre autres par Sanchez-Palencia dans les années 1980 [San1980]. En raison du caractère homogène du matériau équivalent obtenu avec ces méthodes de prédiction, le modélisateur pourra alors se contenter d'élaborer un maillage de taille standard pour réaliser les FEA avec des temps de calcul qui soient raisonnables.

La méthode de la loi des mélanges consiste en une loi de proportionnalité entre les propriétés de la fibre et de la matrice basée sur le pourcentage de fibres au sein du matériau. Toutefois, ces modèles ne semblent pas fonctionner pour les composites fabriqués en FFF-CFC. Van de Werken et al. [VdW2019] ont en effet trouvé que la loi des mélanges surestimait les propriétés mécaniques de 20%. De plus, Naranjo-Lozada et al. [Nar2019] ont observé que la précision de la loi des mélanges diminuait lorsque le taux de fibres augmentait. Enfin, la majorité des vérifications faites sur la loi des mélanges ne concerne que les propriétés longitudinales (dans le sens de la fibre) du composite. Dutra et al. [Dut2019] estime notamment que cette méthode est peu précise pour les propriétés transversales (perpendiculaires à la fibre). On pourrait donc se tourner vers d'autres méthodes de prédiction analytiques dérivées de cette loi des mélanges. Neuf modèles ont ainsi été comparés par Polyzos et al. [Pol2020] : loi des mélanges, modèle de Chamis, loi des mélanges modifiée (MROM), modèle de Halpin-Tsai, modèle de Hashin et Rosen, modèle de Pontage, méthode de Mori-Tanaka, méthode auto-cohérente et modèle d'approximation sans interaction. L'étude détaillée réalisée dans [Pol2020] sur ces méthodes analytiques montre une importante dispersion sur la prédiction des propriétés transverses du FFF-CFC de Markforged. En l'absence de consensus sur la bonne méthode analytique à utiliser, nous avons fait le choix de nous orienter vers l'homogénéisation périodique dans le cadre de ces travaux de thèse.

L'homogénéisation périodique est une méthode de prédiction numérique qui, pour être exploitée de manière pratique, requiert souvent l'usage de calculs éléments finis. Il s'agit donc d'une méthode de prédiction plus coûteuse que les différentes variantes existantes de lois des mélanges. En contrepartie, elle est réputée fournir des résultats plus précis, particulièrement pour ce qui concerne les propriétés transverses par rapport à la direction des fibres. L'homogénéisation périodique repose sur l'identification d'un motif géométrique, appelé cellule de base, se répétant périodiquement dans l'espace au sein du matériau. Plusieurs FEA réalisées à l'échelle de cette cellule de base permettent de trouver les propriétés homogènes équivalentes du matériau composite périodique [Gue1990]. Lorsque l'homogénéisation périodique est utilisée avec un code aux éléments finis industriel, il existe plusieurs approches pour réaliser son implémentation. Celle que nous avons utilisée a été proposée par Cheng et al. [Che2013]. Elle repose sur un développement asymptotique à deux échelles du champ de déplacement. Les problèmes cellulaires élémentaires sont alors résolus avec des conditions de périodicité classiques et avec un chargement préalablement calculé grâce à des calculs éléments finis supplémentaires permettant de définir les efforts de réaction aux nœuds. Une autre

approche basée sur l'énergie de déformation est également possible [Bar2008]. Elle consiste à résoudre les problèmes cellulaires élémentaires avec une condition de périodicité (via des équations de couplage portant sur les degrés de liberté) correspondant à l'intégration du chargement dans le premier membre de l'équation variationnelle posée sur la cellule de base, puis à moyenner les contraintes microscopiques associées sur cette même cellule. Si les deux approches sont mathématiquement équivalentes, celle proposée par Cheng et al. [Che2013] a déjà été appliquée au procédé de Markforged [Dut2019] avec une très bonne corrélation sur des essais de traction, de cisaillement et de compression. C'est la raison pour laquelle nous l'avons adoptée dans le cadre de cette thèse avec une démarche similaire mais en introduisant le taux de porosité au sein du composite comme un paramètre additionnel du modèle. Le taux de porosité est induit par le procédé de fabrication et est par ailleurs connu pour jouer un rôle central dans la tenue mécanique du produit final [Tao2021], d'où l'importance de le prendre en compte dans un modèle. Cette approche par homogénéisation périodique (Chapitre 2) doit bien entendu s'inscrire dans un cadre de conception plus vaste impliquant la CAO, la fabrication de la pièce, l'application de la pièce à l'usage prévu et son optimisation en vue d'un possible allègement. Ces problématiques sous-jacentes à la conception sont abordées dans le paragraphe suivant.

1.5. OUTILS DE CONCEPTION ET DE SIMULATION POUR LES COMPOSITES A FIBRES CONTINUES FABRIQUES PAR FUSION DE FILAMENT

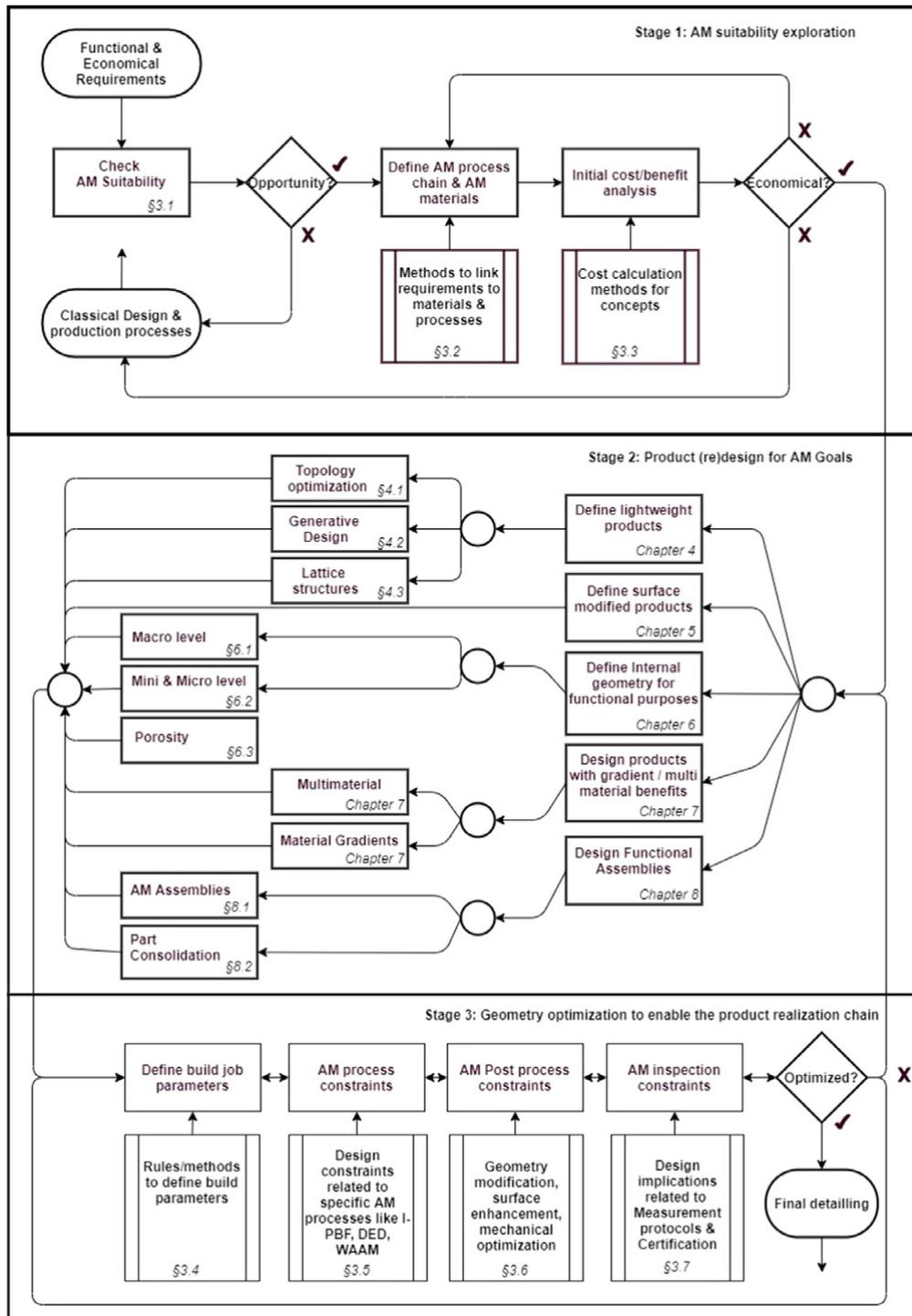


Figure 13 : Démarche de Conception pour la Fabrication Additive [Van2020]. Reproduit avec autorisation de Elsevier (Annexe I).

Les nouvelles technologies que sont les procédés de FA ouvrent de nombreuses perspectives de conception mais impliquent des contraintes qui leur sont propres. Ainsi, bien comprendre la conception pour la fabrication additive, ou DfAM (« *Design for Additive Manufacturing* »), est un enjeu crucial du développement de ces nouvelles technologies. Selon Thompson et al. [Tho2016], l'objectif de la DfAM a pour but de comprendre et de quantifier les impacts des méthodes de conception sur les procédés de fabrication et vice-versa. Pour ce faire, Vaneker et al. [Van2020] ont défini les différentes étapes de procédé et de conception en FA et les ont formalisé dans le cadre d'une démarche complète pour la DfAM (Figure 13).

La première étape de cette démarche de DfAM est de justifier l'intérêt de l'utilisation de la FA pour un cas de conception donné. Il faut ici prendre en compte les besoins techniques et les limites économiques du produit. On va donc commencer par déterminer les procédés de FA et les matériaux à utiliser et, à partir de ce résultat, analyser les coûts et les bénéfices impliqués par l'utilisation de la FA pour ce cas. Dans l'éventualité où la FA ne présenterait pas d'intérêt, la pièce doit être conçue et fabriquée avec des méthodes classiques.

A l'inverse, si le cas de conception est adapté à la FA, la deuxième étape de la démarche de DfAM est d'utiliser des outils de conception et de simulation compatibles avec le procédé de FA choisi pour construire une géométrie optimisée. Cinq catégories d'outils sont présentées dans la Figure 13 :

- Les outils de conception de structures légères (optimisation topologique, conception générative, structures en lattice), dont le but est de maximiser les performances mécaniques d'un cas de conception donné, tout en prenant en compte les possibilités et limites en FA.
- La conception à partir d'une surface, utilisée lorsque l'importance de la forme géométrique prédomine sur celle de la tenue mécanique. Dans ce cas, la surface enveloppe de la pièce à concevoir ne peut pas être modifiée, comme dans le cas d'une prothèse par exemple.
- Les outils de définition de géométrie interne pour optimiser les surfaces internes d'une pièce, à l'échelle macroscopique, par exemple pour un circuit fluide, ou microscopique pour concevoir des mousses.
- Les outils de conception multi-matériaux pour combiner les avantages de matériaux différents au sein de la même pièce.

- Les outils de conception d'assemblages, dont le but est d'utiliser les avantages de la FA pour alléger les gammes de fabrication d'un produit.

Une fois ces outils utilisés pour obtenir une géométrie optimale, la troisième étape de la DfAM consiste en la définition de la fabrication en tant que telle, en prenant en compte différentes contraintes :

- Les contraintes liées au procédé de fabrication.
- Les contraintes de post-traitement.
- Les contraintes d'inspection, de qualité et de certification.

Les deuxième et troisième étapes sont répétées en boucle jusqu'à obtenir une pièce fabricable en tenant compte de ces contraintes.

Le principal avantage des FFF-CFC étant leur excellent ratio masse/propriétés mécaniques, il est très intéressant d'y appliquer les outils de conception de structures légères de la deuxième étape de la démarche de DfAM proposée par Vaneker et al. [Van2020]. On peut ainsi combiner les avantages des FFF-CFC avec ceux de la FA. De plus, les FFF-CFC étant anisotropes, des méthodes d'orientation du matériau doivent être appliquées pour en optimiser les propriétés. Ainsi, trois outils de conception/simulation seront détaillés dans les trois sous-sections qui suivent :

- L'optimisation topologique.
- Les méthodes d'orientation du matériau.
- La conception de structures en lattice.

1.5.1.OPTIMISATION TOPOLOGIQUE

L'optimisation topologique est un outil de conception dont le but est de générer, au sein d'un volume donnée, une distribution optimale de matière en respectant certaines contraintes physiques. On cherche en général à minimiser la souplesse de la structure avec une contrainte en volume à ne pas dépasser. La Figure 14 montre une démarche classique d'optimisation topologique, avec de gauche à droite :

- La pièce initiale à optimiser.
- Le résultat de l'optimisation topologique.
- La géométrie construite à partir de ce résultat.

- Un calcul par EF pour valider la topologie obtenue.
- Les trajectoires d'impression de la pièce.

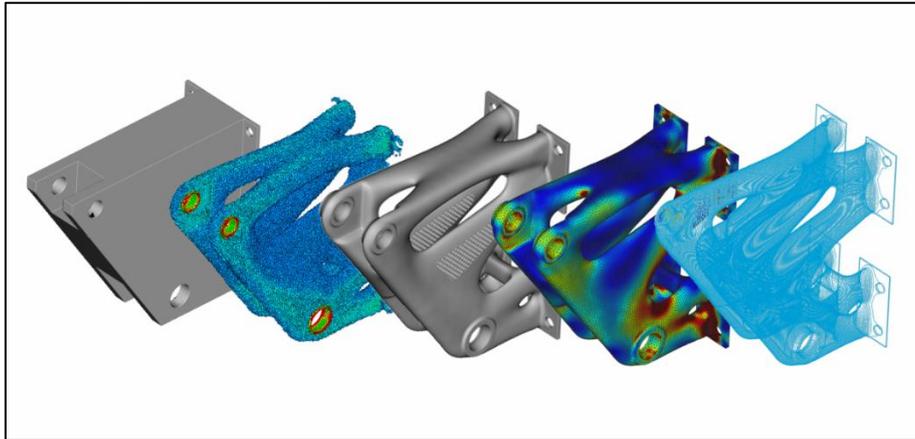


Figure 14 : Démarche d'optimisation topologique. De gauche à droite : pièce initiale, résultat d'optimisation topologique, modèle CAO optimisé, validation par simulation, pièce finale (Extrait de [For2023]).

Pour créer une topologie optimisée, différentes approches ont été étudiées au cours des quatre dernières décennies.

1.5.1.1. OPTIMISATION TOPOLOGIQUE BASEE SUR LA DENSITE AVEC PENALISATION

L'approche SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) a été développée indépendamment par Bendsøe & Sigmund [Ben2004] et par Zhou & Rhozyany [Zho1991]. Elle repose sur la définition d'un champ de pseudo-densité comprise entre 0 et 1 et évaluée au centre de chaque élément d'un maillage EF. Ce champ est optimisé de manière itérative en visant à minimiser la pseudo-densité au sein du volume d'optimisation. Les éléments dont la pseudo-densité vaut 1 correspondent à la matière, ceux dont la pseudo densité vaut 0 correspondent à du vide. Les éléments dont la pseudo-densité est située entre ces deux bornes nécessitent une pénalisation pour obtenir une interface vide/matière nette. A noter que d'autres variantes de pénalisation ont été proposées pour améliorer cette méthode : la pénalisation RAMP proposée par Stolpe & Svanberg [Sto2001] ainsi que la méthode SINH proposée par Bruns [Bru2005]. L'avantage de l'optimisation topologique avec pénalisation est sa simplicité de mise en œuvre avec un code EF.

Une deuxième approche est la méthode d'optimisation structurelle évolutionnelle ou ESO (*Evolutionary Structural Optimization*). Cette méthode, développée par Xie & Steven [Xie1993], repose sur un retrait graduel de matière au sein du domaine d'optimisation. Elle part du principe que la géométrie est optimisée lorsque la contrainte mécanique est uniforme au sein

de la matière et que cette contrainte uniforme est en-dessous du critère de rupture du matériau. Une approche similaire reposant uniquement sur l'ajout de matière (AESO) a été proposée par Querin et al. [Que2000a]. Une méthode rendant possible l'ajout et le retrait de matière (BESO) a finalement été créée à partir de ces deux premiers outils [Que2000b].

Le principal défaut de ces deux approches est qu'elles reposent sur un maillage éléments finis modifié itérativement. D'une part, la reconstruction du maillage à chaque itération est coûteuse en temps de calcul. D'autre part, la construction d'un fichier CAO à partir du résultat d'optimisation topologique est complexe à réaliser car la géométrie optimisée repose sur les éléments du maillage avec un nombre potentiellement important d'angles vifs (du fait du retrait de matière) qu'il faut lisser au niveau de la CAO.

1.5.1.2. METHODES DE DESCENTE BASEE SUR LE GRADIENT

Pour pallier les défauts liés à une densité définie de manière discrète, des méthodes reposant sur la définition d'un champ scalaire à optimiser ont été proposées. L'optimisation est aisée et rapide avec une méthode de descente de type gradient si on dispose d'une expression analytique du champ scalaire.

Une première approche est la méthode par lignes de niveaux (ou level-set) qui a été introduite par Allaire et al. en 2004 [All2004]. Cette approche ne repose pas sur une densité calculée en chaque élément mais sur la définition d'un champ scalaire φ au sein du domaine d'optimisation. La frontière entre matière et vide est définie par l'iso-surface correspondant à $\varphi = 0$ (iso-surface en 3D et iso-ligne en 2D), d'où le nom de la méthode. On obtient ainsi non plus un maillage mais une iso-surface à partir de laquelle on peut construire un fichier CAO.

Enfin, d'autres méthodes permettent de créer des géométries CAO-compatibles en reposant sur la projection d'éléments géométriques sur le maillage EF. Ainsi, on trouve la méthode de projection de géométrie proposée par Norato et al. [Nor2004], dont le principe est de créer la topologie optimisée uniquement par des calculs géométriques sur le domaine d'optimisation fictif, ou l'adaptation de la méthode SIMP aux éléments géométriques NURBS (*Non-Uniform Rational Basis Spline*) proposée par Costa, Montemurro et Pailhès [Cos2021], qui offre une meilleure approximation géométrique du champ de pseudo-densité que la méthode de projection de géométrie.

1.5.1.3. CONCLUSIONS SUR L'OPTIMISATION TOPOLOGIQUE

Ainsi, ces différentes méthodes permettent de créer une géométrie légère en calculant une répartition optimale de la matière au sein d'un domaine d'optimisation donné. Cependant, bien que ces méthodes d'optimisation topologique fonctionnent parfaitement avec un matériau isotrope, elles présentent des limites d'usage avec des matériaux anisotropes. En effet, ces modèles ne prennent initialement pas en compte l'orientation du matériau comme paramètre d'optimisation. Or, les FFF-CFC étant hautement anisotropes, ce paramètre est crucial en DfAM avec ces matériaux. Le paragraphe suivant traitera donc des outils existants pour optimiser l'orientation du matériau dans une pièce à fabriquer.

1.5.2. METHODES D'ORIENTATION DU MATERIAU

Les FFF-CFC présentent des propriétés mécaniques très intéressantes mais leur performance est fortement dépendante de l'orientation des fibres au sein du matériau [Ghi2010]. Deux philosophies de renfort par fibres continues s'affrontent :

- Composites à raideur constante : un seul angle d'orientation des fibres par pli.
- Composites à raideur variable : l'angle d'orientation des fibres varie localement au sein du pli.

Albazzan et al. [Alb2019] ont réalisé une revue bibliographique détaillée des outils permettant d'optimiser l'orientation des fibres avec ces deux philosophies de renfort. Ces outils sont divisés selon deux approches :

- L'approche directe (bottom-up).
- L'approche multi-niveau (top-down).

1.5.2.1. METHODES « BOTTOM UP »

Les méthodes « bottom-up » reposent sur la définition de l'angle d'orientation comme paramètre de conception local. Ainsi, dans le cas d'un composite à raideur constante, on aura autant de paramètres de conception que de couches imprimées ou de plis dans le laminé.

La méthode la plus intuitive consiste à considérer l'orientation comme un paramètre discret calculé en différents points du volume d'optimisation. Cette méthode est intéressante dans le cadre d'un couplage avec un modèle d'optimisation topologique utilisant l'approche SIMP. Différents travaux utilisent ce couplage : Ding et al. [Din2021] proposent ainsi une approche 2D combinant optimisation topologique et orientation du matériau en chaque élément

du maillage final. Zhou et al. [Zho2018] proposent quant à eux une méthode similaire dans laquelle le nombre d'orientations différentes au sein de la pièce est limité à une valeur faible (inférieure à 5), ce qui résulte en une division du domaine d'optimisation en différentes zones à orientation constante. Safonov [Saf2019], Kipping et al. [Kip2023] et Nomura et al. [Nom2019] ont proposé des méthodes de couplage d'optimisation topologique et d'orientation des fibres en 3D. Jung et al. [Jun2022] ont appliqué le même type de stratégie en ajoutant le diamètre de la fibre comme paramètre d'optimisation. Bien que les résultats numériques de ces outils montrent d'excellents résultats, il est très compliqué de convertir ce résultat en trajectoires d'impression à cause de la définition discrète de l'orientation. Pour solutionner ce problème, un outil générant directement les trajectoires des fibres a été créé par Gürdal & Olmedo [Gür1993].

1.5.2.2. METHODES « TOP-DOWN »

Bien que les méthodes bottom-up donnent d'excellents résultats numériquement, elles sont coûteuses en temps de calcul à cause du grand nombre de paramètres de conception qu'elles impliquent. Il est par exemple reporté dans l'état de l'art d'Albazzan et al. [Alb2019] que les approches multi-niveaux, ou « top down », sont bien plus efficaces en temps de calcul.

Parmi ces approches, on trouve les méthodes de Setoodeh et al. [Set2006] ou de Bloomfield et al. [Blo2009], reposant toutes deux sur les paramètres du laminé définis par Tsai & Pagano dans les années 1960 [Tsa1968]. L'intérêt de ces méthodes est de réduire drastiquement le nombre de paramètres d'optimisation en travaillant non plus à l'échelle du pli mais à l'échelle du laminé. En effet, douze paramètres invariants seulement sont suffisants pour décrire le comportement macroscopique du laminé. Les principales difficultés rencontrées avec cette approche sont la définition des bornes des douze paramètres et la modélisation de la rupture du laminé. Toutefois, ces aspects ont été grandement étudiés pour appliquer la méthode « top down » reposant sur les paramètres du laminé pour différentes sollicitations mécaniques ou thermiques. De plus amples informations sur ces travaux sont disponibles dans l'état de l'art d'Albazzan et al. [Alb2019].

Une autre approche, initiée par Vannucci, & Verchery [Van2001] repose sur l'utilisation des invariants polaires du laminé homogénéisé. Comme dans la méthode précédente, on peut modéliser le comportement macroscopique du laminé avec très peu de paramètres, dans ce cas les quatre paramètres polaires du laminé. Cette méthode a été appliquée par Montemurro à la théorie de la déformation de cisaillement du premier ordre [Mon2015a] et à la théorie de la déformation de cisaillement du troisième ordre [Mon2015b]. La méthode a été appliquée au

procédé de Markforged par Izzì, Catapano et Montemurro [Izz2021] pour l'optimisation « top-down » d'un composite à raideur variable.

1.5.2.3. CONCLUSIONS SUR LES METHODES D'ORIENTATION DU MATERIAU

Ainsi, de nombreux outils d'optimisation de l'orientation d'un matériau anisotrope ont été créés, dans le cadre d'un composite à raideur constante ou variable. D'une part, des méthodes « bottom-up » offrent la possibilité d'optimiser localement l'orientation des fibres à l'échelle du pli. D'autre part, les méthodes « top-down » caractérisent le laminé à l'échelle macroscopique et en définissent les plis ultérieurement. Les études bibliographiques de Ghiasi et al. [Ghi2010] et Albazzan et al. [Alb2019] montrent que ces méthodes « top-down » permettent d'obtenir de meilleurs résultats que les méthodes « bottom-up », et ce de manière plus efficace.

Toutefois, il est encore aujourd'hui compliqué d'utiliser le résultat de ces méthodes « top-down » pour fabriquer des pièces de bonne qualité avec le procédé FFF. En effet, il est compliqué de passer d'un résultat macroscopique à des trajectoires d'impression à l'échelle du pli. De plus, il est complexe d'assurer un espacement minimal entre les trajectoires des fibres si celles-ci sont curvilignes.

Par ailleurs, les méthodes « bottom-up » impliquent de nombreux paramètres d'optimisation, au minimum un par couche imprimée (dans le cas d'un composite à raideur constante). L'application à la FFF n'est donc pas viable puisque, en pratique, le nombre de couches est de l'ordre d'une centaine. Les algorithmes évolutionnels utilisés dans ces méthodes ne sont donc pas adaptés pour ce procédé.

Ainsi, au vu des limites présentées (difficulté de passer de la simulation à la fabrication pour les « top-down » et coût en calcul trop grand pour les « bottom-up »), il y a un réel besoin d'un outil d'orientation du matériau qui soit à la fois rapide et adapté à une démarche de DfAM pour les FFF-CFC.

1.5.3. STRUCTURES EN LATTICE

1.5.3.1. DEFINITION DES STRUCTURES EN LATTICE

Selon la classification des structures cellulaires proposée par Park et al. [Par2022] présentée sur la Figure 15, on distingue deux familles de structures cellulaires : les structures

stochastiques, ou aléatoires comme les cellules de Voronoi par exemple, et les structures périodiques appelées lattices.

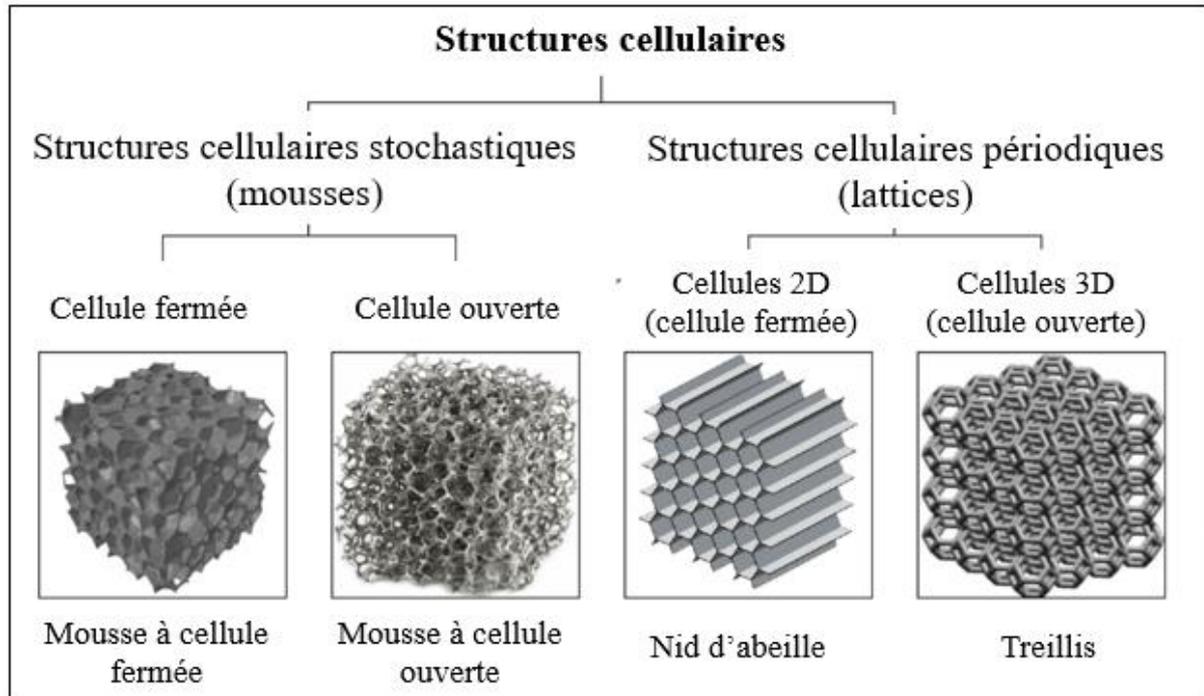


Figure 15 : Classification des structures cellulaires [Par2022].

Ces structures en lattice peuvent être classés en deux catégories d'après Park et al. [Par2022] : les cellules 2D fermées (en « nid d'abeille ») et les cellules 3D ouvertes (treillis). Une autre classification repose sur la méthode de construction des lattices : on distingue les lattice 2.5D (ou *planar lattice*), les lattice squelette (ou *strut-based lattice*) et les TPMS pour Triple Periodic Minimal Surface (ou *surface-based lattice*). Ces trois catégories sont illustrées dans la Figure 16.

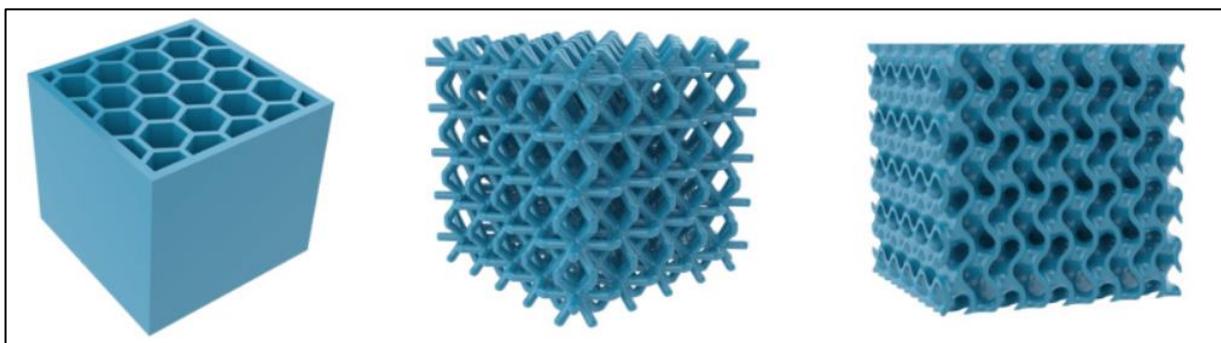


Figure 16 : Différentes formes de lattice. De gauche à droite : lattice 2.5D, lattice squelette et TPMS.

De plus, les structures en lattice présentent un nombre important de paramètres d'optimisation : taux de remplissage, motif élémentaire utilisé, orientation du motif, distorsion du motif, etc. (Figure 16). Cette grande variété de paramétrage permet d'adapter les structures lattices à un cahier des charges précis de manière aisée.

Cependant, le principal inconvénient des lattices était jusqu'alors leur complexité de fabrication avec des procédés d'usinage traditionnels. Mais les progrès en FA dans les dernières décennies, et la grande liberté de conception qui y est associée, ont provoqué un renouveau d'intérêt et un engouement pour les structures lattices, avec des applications dans de nombreux domaines explicités dans le paragraphe suivant.

1.5.3.2. APPLICATIONS DES STRUCTURES EN LATTICE

Les structures en lattice présentent des propriétés très intéressantes, tant en dynamique qu'en statique mais aussi en conduction thermique, ce qui ouvre un très large panel d'applications possibles pour ce type de structure. Un état de l'art de ces différentes applications a notamment été réalisé par Pan et al. [Pan2020]. On y trouve par exemple de nombreuses applications en absorption d'énergie. La disposition de la matière au sein d'une lattice lui confère en effet une excellente résilience mécanique et donc une très bonne capacité à absorber les chocs et les vibrations. Des applications dans ce domaine, avec d'excellentes performances associées, ont notamment été développées avec des lattices en « nid d'abeille » [Yan2015] ainsi qu'avec des lattices 3D [Eva2010].

Les lattices ont également un excellent ratio poids/résistance mécanique. Vasiliev et al. [Vas2001] estiment qu'aucun autre type de structure ne peut atteindre de telles performances par rapport à leur masse et à l'application d'un chargement élevé. Cela ouvre de nombreuses applications en construction aéronautique ou aérospatiale [Fru2007, Moo2015, Vas2006] ou encore dans la fabrication de prothèses médicales [Jet2018].

Enfin, un autre aspect intéressant des structures en lattice est la grande surface extérieure qu'elles offrent pour un volume de remplissage donné. Cette surface importante ouvre de nombreuses opportunités pour la conception d'échangeurs thermiques [Sep2020].

1.5.3.3. CONCLUSIONS SUR LES STRUCTURES EN LATTICE

Si les lattices sont des structures aux propriétés mécaniques très intéressantes, en particulier vis-à-vis de leur importante résistance par rapport à leur masse, les applications actuelles font principalement usage de matériaux métalliques [Pan2020]. Elaborer des lattices avec des FFF-CFC, eux-mêmes réputés pour leur importante résistance mécanique par rapport

à leur masse, permettrait d'amplifier l'avantage originel des lattices [Eic2017]. Il y a donc aujourd'hui un besoin d'outil de DfAM de lattices compatibles avec la FFF plutôt qu'avec des procédés métalliques comme la PBF.

1.6. CONTRIBUTIONS PROPOSEES DANS CES TRAVAUX DE THESE

L'étude bibliographique réalisée dans ce chapitre a permis de mettre en lumière plusieurs aspects liés à la fabrication additive.

Premièrement, il apparaît que la fabrication additive a connu un essor exponentiel au cours des deux dernières décennies. Autrefois réduite à un outil de prototypage rapide à cause des propriétés mécaniques faibles obtenues, la diversification des techniques de FA la rend désormais pertinente pour la fabrication d'outillages et de pièces fonctionnelles dans de nombreux secteurs d'activité.

Deuxièmement, la FFF-CFC est un procédé idéal pour la fabrication de composants mécaniquement performants. Il combine les avantages de la FFF (faible coût énergétique, faible taux de déchets, facilité de mise en place du procédé et grande liberté de conception) avec les avantages des matériaux composites à matrice thermoplastique et renfort de fibres continues (propriétés mécaniques semblables aux alliages métalliques, légèreté, résistance à la corrosion et recyclabilité).

Cependant, le procédé est récent et les propriétés des matériaux obtenues sont encore méconnues. De plus, il y a un réel manque d'outils de DfAM pour assister le concepteur dans la création de composants performants. D'une part, les outils de simulation existants pour orienter les fibres de manière optimale dans la pièce sont complexes à mettre en place dans une démarche de DfAM pour les FFF-CFC. D'autre part, bien que très utilisées avec des matériaux métalliques, les structures lattices ne font pas l'objet d'études approfondies avec le procédé de FFF-CFC. Pour pallier ces manques, trois contributions sont proposées dans ces travaux de thèse.

La première contribution (chapitre 2) traite de la caractérisation d'un composite à renfort de fibres continues fabriqué par fusion de filament, via un modèle d'homogénéisation périodique à deux échelles. Une première homogénéisation est réalisée à l'échelle d'un filament qui contient des fibres de carbone noyées dans du Nylon. Une seconde étape d'homogénéisation est ensuite effectuée à l'échelle des cordons déposés en intégrant la porosité, qui constitue un facteur potentiel d'affaiblissement de la tenue mécanique de la pièce fabriquée. A noter que cette porosité n'est pas une porosité liée aux matériaux utilisées. Il s'agit d'une porosité induite par les vides inter-cordons lors du dépôt des filaments. Elle est donc liée au procédé de

fabrication. Des corrélations avec des essais ont permis de montrer la fiabilité du modèle obtenu, qui pourra donc être utilisé pour élaborer des méthodes de conception.

La seconde contribution (chapitre 3) concerne le développement d'une méthode de conception rapide permettant de maximiser la raideur d'un composant renforcé avec des fibres continues. La méthode proposée est basée sur le champ de contraintes obtenu par FEA. L'un des intérêts de cette méthode est de fournir des résultats dans des délais extrêmement courts, l'idée de base étant de travailler sur un empilement de plusieurs couches au lieu de le faire sur chaque couche déposée.

La troisième contribution (chapitre 4) est un modèle d'optimisation mono-dimensionnelle de lattices en nid d'abeille. Ce modèle permet de réduire la masse des lattices en jouant sur le taux de remplissage des cellules constitutives du lattice. Elle répond donc au besoin de proposer des outils de dimensionnement adaptés aux structures lattices élaborées avec des FFF-CFC, domaine moins traité que les lattices à base de matériaux métalliques. Cette contribution contient une troisième étape d'homogénéisation périodique effectuée à l'échelle du motif géométrique qui se répète au sein du lattice. Afin de pouvoir proposer un outil de dimensionnement rapide, une étude paramétrique préalable a été réalisée avec ce modèle d'homogénéisation. Cela a permis de relier de manière analytique les propriétés mécaniques du lattice à son taux de remplissage. Ainsi, même si l'étude paramétrique s'est révélée coûteuse en temps calcul, elle a permis d'exhiber des lois analytiques fournissant des résultats instantanés. Ces lois ont ensuite été intégrées dans un modèle EF d'optimisation utilisant un taux de remplissage constant en espace comme variable de dimensionnement. Les calculs d'optimisation se sont révélés extrêmement rapides, les modèles EF lourds ayant été externalisés et remplacés par des lois analytiques. Le modèle EF d'optimisation que nous avons développé a ensuite été étendu au cas de l'optimisation multizones, c'est-à-dire avec un taux de remplissage variable en espace comme variable de dimensionnement. Les cas d'étude n'ont été traités qu'avec des zones prédéfinies de manière arbitraire, ce qui est limitatif. Mais les premiers résultats obtenus étant prometteurs, l'approche proposée ouvre la voie à l'application future de la conception générative à l'optimisation multizones de structures lattices.

Nous avons programmé en langage APDL (*Ansys Parametric Design Language*) les modèles EF relatifs aux trois étapes d'homogénéisation périodiques, ainsi que le modèle EF sur lequel repose l'outil de conception basé sur le champ de contrainte. Le modèle EF d'optimisation paramétrique portant sur les épaisseurs par zone au sein d'un lattice a pour sa part été développé à l'aide du logiciel ANSYS Workbench.

A noter enfin que tous les modèles EF que nous avons développés ont été confrontés à des résultats d'essai réalisés sur des éprouvettes que nous avons fabriquées avec une imprimante Markforged X7.

La figure 17 reprend sous forme synthétique l'architecture et l'imbrication des différents développements que nous avons réalisés, en relation avec les obstacles qui existent encore dans le domaine de la fabrication additive.

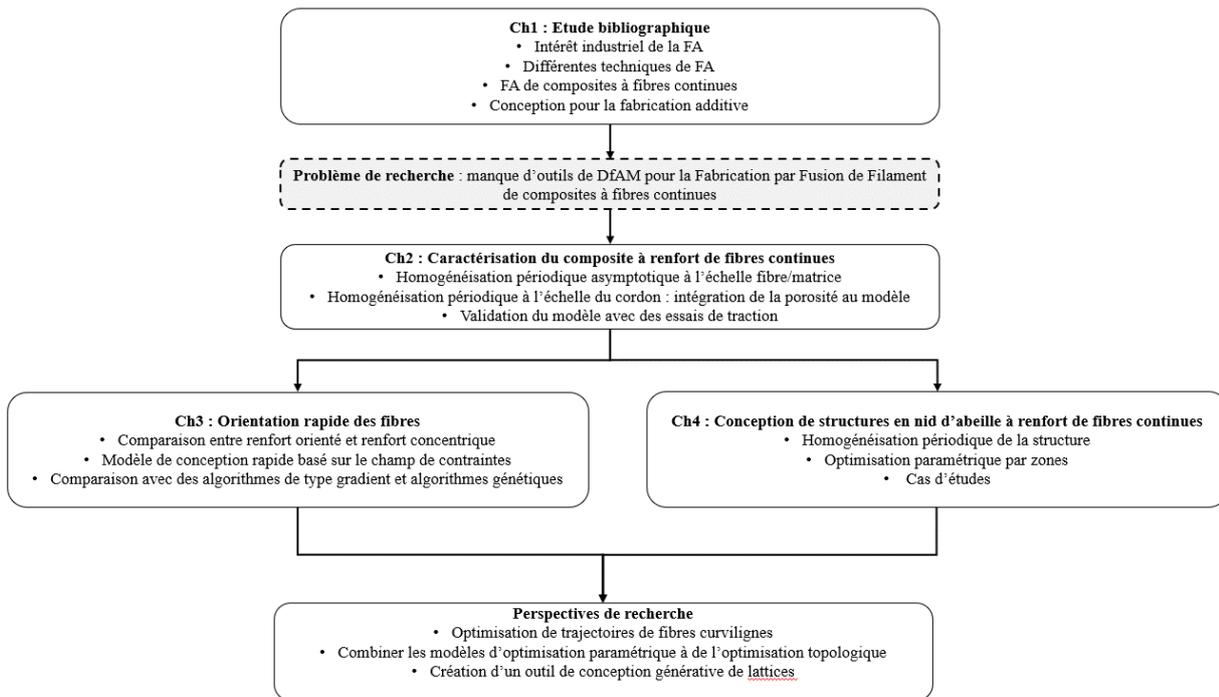


Figure 17 : Architecture des travaux de thèse en lien avec les verrous en FA.

CHAPITRE 2 : PROPRIETES ELASTIQUES DU COMPOSITE EN FONCTION DE LA POROSITE

2.1. INTRODUCTION

L'étude bibliographique du chapitre 1 a mis en évidence le besoin d'outils de conception pour la FFF de thermoplastiques à renfort de fibres continues. Or, les propriétés matérielles sont une donnée d'entrée essentielle aux modèles d'optimisation et de conception, car elles ont un grand impact sur la pertinence du dimensionnement obtenu. Il est donc important de connaître précisément les propriétés d'un matériau avant de développer des outils de conception le concernant. Toutefois, il a également été montré dans le premier chapitre que les propriétés des composites thermoplastiques à renfort de fibres continues fabriqués par FFF ne faisaient pas l'objet d'un consensus. Ce procédé étant récent, il y a en effet peu de recul scientifique sur le résultat obtenu.

La machine utilisée lors de ces travaux de thèse est une Markforged X7 et le matériau sur lequel ces travaux ont été axés est le composite à renfort de fibres continues de carbone (CrFCC). Trois options ont été envisagées pour prédire le comportement de ce matériau : la loi des mélanges, les essais de caractérisation et l'homogénéisation périodique.

La première option a été rapidement écartée, Polyzos et al. [Pol2020] ayant montré la divergence des différentes méthodes sur les propriétés transverses du matériau. Ce sont en effet ces données transversales qui manquent à l'élaboration d'un modèle matériel pertinent, la valeur du module d'Young de ce matériau (60 GPa) étant pour sa part connue [Blo2018, Cha2019, Mar2022, Pyl2018, VdW2019].

La seconde option, la caractérisation par les essais, a été considérée mais un aspect du procédé de Markforged a rendu sa mise en place compliquée. Il est en effet impossible de construire une éprouvette constituée intégralement de matériau composite. Les cinq couches les plus basses et les cinq couches les plus élevées doivent toujours être faites d'un matériau sans renfort de fibre (on parle de « plancher » et de « toit »). De plus, les contours de chaque couche ne peuvent pas non plus être renforcés par des fibres (on parle de « murs »). Ainsi, les pièces fabriquées sont constituées de deux matériaux, ce qui rend l'exploitation des résultats compliquée. A cet égard, Van der Klift et al. [VdK2016] ont montré la versatilité des résultats d'essai (obtenus avec une imprimante MarkOne) en fonction du nombre de couches de composites déposées par rapport au nombre de couches sans fibre. Cet aspect du procédé, en plus de la difficulté de concevoir des éprouvettes de torsion pour déterminer les modules de cisaillement, nous a paru être un facteur limitant pour la mise en place de cette méthode.

La troisième option, l'homogénéisation périodique, présente l'avantage de s'appuyer sur une méthode éprouvée depuis les années 1980 dans le domaine de la modélisation des matériaux composites à structure périodique [Duv1976, Duv1984]. Elle est donc bien adaptée aux composites thermoplastiques à renfort de fibres continues fabriqués par FFF compte tenu de l'organisation géométrique répétitive des fibres. Dutra et al. [Dut2019] ont utilisé l'homogénéisation périodique asymptotique avec succès pour calibrer la valeur de la raideur de la matrice de sorte que les résultats numériques coïncident avec des essais réalisés sur des éprouvettes fabriquées avec une imprimante MarkOne.

Le principe de l'homogénéisation périodique est d'élaborer par le calcul (le plus souvent par FEA) une loi de comportement homogène qui soit équivalente au comportement de la structure hétérogène. Une fois l'homogénéisation périodique réalisée, il deviendra alors possible d'inclure la loi de comportement homogène dans un processus de conception sans avoir recours à des calculs numériques prohibitifs en termes de CPU. C'est ce qui sera fait dans les chapitres 3 et 4 de ce mémoire.

Les calculs d'homogénéisation périodique asymptotique, qualifiés d'élémentaires, sont réalisés sur la cellule de base représentative de la géométrie répétitive de la structure et reposent sur le postulat de l'existence d'un développement asymptotique à deux échelles du champ de déplacement [San1980]. L'une des échelles, qualifiée de microscopique, concerne la cellule de base. L'autre échelle, nommée macroscopique, est relative à la structure. Nous avons développé les modèles EF associés à ces calculs d'homogénéisation à l'aide du langage de programmation APDL (« *Ansys Parametric Design Language* ») qui est fourni par le code de calcul industriel Ansys Mechanical APDL. Un échantillon de programmation est fourni en Annexe B pour illustrer la manière dont nous avons programmé nos modèles. A noter que l'utilisation d'un code industriel dans le cadre de l'homogénéisation périodique peut se révéler problématique car le chargement nécessaire à la résolution des problèmes élémentaires est rarement proposé de manière standard dans de tels codes. Ce chargement n'est par exemple pas disponible dans le logiciel Ansys ainsi que dans un autre code généraliste très utilisé comme Abaqus. Une manière de contourner cette difficulté est de scinder les calculs élémentaires, au nombre de six, en dix-huit afin de pouvoir générer le chargement à partir des réactions nodales issues d'un calcul préalable [Che2013]. C'est cette approche qui a été utilisée avec le code Abaqus dans [Dut2020]. Nous l'avons adoptée avec le code Ansys.

L'une des spécificités du processus d'homogénéisation périodique que nous proposons est la prise en compte du taux de porosité via deux étapes distinctes :

1. La première étape opère sur un filament constitué de deux matériaux : du carbone et du Nylon. En supposant périodique la répartition des fibres de carbone dans une matrice en Nylon, on procède à l'homogénéisation périodique. On se situe alors strictement dans le même contexte que les travaux de Dutra et al. [Dut2019] avec notamment une cellule de base identique (Figure 20).
2. Lors du dépôt du filament, il est notoire que des vides apparaissent à l'interface entre cordons déposés [Tao2021], ce qui résulte en une importante porosité au sein du matériau. Cette porosité exerce une influence néfaste en affaiblissant la résistance mécanique du composite imprimé. La deuxième étape d'homogénéisation que nous proposons consiste à intégrer cette porosité dans un modèle à l'échelle du dépôt de filament. Cela permettra de rechercher ultérieurement les configurations optimales d'impression permettant de limiter la présence de porosité. Dans cette deuxième étape d'homogénéisation, la cellule de base est une ellipsoïde (c'est la forme d'un filament lorsqu'il est déposé) entourée de vide représentant les porosités (Figure 31). Cette cellule de base ne contient qu'un seul matériau qui est le matériau homogénéisé résultant de la première étape d'homogénéisation.

Ce chapitre détaillera la mise en place de ces deux étapes d'homogénéisation périodique et présentera les résultats numériques obtenus en les confrontant à des résultats expérimentaux.

2.2. THEORIE DE L'HOMOGENEISATION PERIODIQUE

La méthode de l'homogénéisation périodique a été utilisée dès la fin des années 1970 pour modéliser le comportement de structures composites avec un arrangement périodique de la matière [San1980, Ben1978, Duv1976, Duv1984]. Cette méthode suppose qu'il existe un motif géométrique, appelé cellule de base, qui se répète périodiquement et en très grand nombre au sein du matériau composite. Elle a connu un grand succès grâce à la méthode des EF qui a permis sa mise en œuvre pratique dans le cadre du calcul de structures.

Parmi les différentes méthodes d'homogénéisation périodique existantes, l'homogénéisation périodique asymptotique, qui repose sur le principe de l'existence d'un développement asymptotique à deux échelles du champ de déplacements \mathbf{u} , a été utilisée :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon \mathbf{u}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon^2 \mathbf{u}_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dots; \mathbf{y} = \frac{\mathbf{x}}{\varepsilon} \quad (4)$$

où \mathbf{x} et \mathbf{y} représentent respectivement les coordonnées macroscopiques (au sein du matériau composite) et microscopiques (au sein de la cellule de base). Le paramètre ε représente la taille relative de la cellule de base par rapport à la longueur totale de la structure.

Les coefficients d'élasticité du matériau homogène équivalent A_{pqrs} sont donnés par :

$$A_{pqrs} = \frac{1}{|Y|} \iiint_Y a_{ijkl}(\mathbf{y}) e_{kl}((\boldsymbol{\chi}^0)^{pq} - \boldsymbol{\chi}^{pq})(\mathbf{y}) e_{ij}((\boldsymbol{\chi}^0)^{rs} - \boldsymbol{\chi}^{rs})(\mathbf{y}) dY, \quad (5)$$

où la notation \mathbf{e} représente le tenseur des déformations élastiques liées à la variable microscopique \mathbf{y} :

$$e_{ij}(\boldsymbol{\chi}^{pq}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \chi_i^{pq}}{\partial y_j} + \frac{\partial \chi_j^{pq}}{\partial y_i} \right), \quad (6)$$

$|Y|$ est le volume de la cellule de base, a_{ijkl} sont les coefficients élastiques des matériaux présents dans la cellule de base (les indices i, j, k et l variant de 1 à 3) et $\boldsymbol{\chi}^{pq}(\mathbf{y})$ est la fonction inconnue Y -périodique, solution du problème élémentaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \iiint_Y a_{ijkl}(\mathbf{y}) e_{kl}(\boldsymbol{\chi}^{pq})(\mathbf{y}) e_{ij}(\mathbf{v})(\mathbf{y}) dY = \iiint_Y a_{ijkl}(\mathbf{y}) e_{kl}((\boldsymbol{\chi}^0)^{pq})(\mathbf{y}) e_{ij}(\mathbf{v})(\mathbf{y}) dY \\ \forall \mathbf{v} Y - \text{périodique} \end{array} \right., \quad (7)$$

alors que $(\chi^0)^{pq}$ est une fonction connue définie par :

$$(\chi^0)^{pq} = \frac{1}{2}(y_p \mathbf{e}_q + y_q \mathbf{e}_p), \quad (8)$$

où les vecteurs \mathbf{e}_p et \mathbf{e}_q sont les vecteurs de la base orthonormée en 3D :

$$\mathbf{e}_1 = (1,0,0)^T; \mathbf{e}_2 = (0,1,0)^T; \mathbf{e}_3 = (0,0,1)^T \quad (9)$$

Le membre de gauche de l'équation (7) contient la fonction inconnue χ^{pq} et le membre de droite représente un chargement dépendant de la fonction connue $(\chi^0)^{pq}$ donné par l'équation (8). En tenant compte des symétries des couples d'indices ((p, q) et (q, p) donnent par exemple le même coefficient), il y a six combinaisons possibles pour le couple d'entiers (p, q) : (1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (1,3) et (2,3). L'équation (7) équivaut donc à la résolution de six problèmes différents avec six fonctions inconnues χ^{pq} , chacune d'entre elles correspondant à l'un des six couples (p, q) .

Toutefois, le membre de droite de l'équation (7) ne constitue pas un chargement standard, en ce sens qu'il n'est généralement pas fourni par les logiciels EF commerciaux. Une approche spécifique doit donc être appliquée comme celle proposée par Cheng et al. [Che2013] qui ont observé que les deux membres de l'équation (7) correspondent à une forme standard bilinéaire représentant un problème élastique :

$$\mathbf{K} (\chi)_{FE}^{pq} = \mathbf{K}^0 (\chi^0)_{FE}^{pq}, \quad (10)$$

Les deux vecteurs $(\chi)_{FE}^{pq}$ et $(\chi^0)_{FE}^{pq}$ sont de dimension trois fois le nombre de nœuds du maillage puisqu'il y a trois degrés de liberté en déplacement par nœud. Ces deux vecteurs représentent les composantes nodales de χ^{pq} et $(\chi^0)^{pq}$. Les deux matrices \mathbf{K} et \mathbf{K}^0 représentent pour leur part les matrices de raideur élastique. La matrice \mathbf{K} inclut la condition de Y-périodicité, car $\chi^{pq}(\mathbf{y})$ est une fonction Y-périodique, contrairement à \mathbf{K}^0 car $(\chi^0)^{pq}$ n'est pas Y-périodique (cf. équation (8)). Pour pouvoir déterminer $(\chi)_{FE}^{pq}$ en résolvant l'équation (10), il faut au préalable savoir comment le membre de droite représentant le chargement peut être calculé. En définissant ce chargement par la notation $(\mathbf{f}^0)^{pq}$, on déduit directement du second membre de (10) :

$$\mathbf{K}^0 (\chi^0)_{FE}^{pq} = (\mathbf{f}^0)^{pq} \quad (11)$$

L'équation (11) est un problème par EF élastique standard mais sans inconnues puisque le champ de déplacements $(\chi^0)^{pq}$ est connu en vertu de (8). Il suffit alors d'appliquer l'équation (8) comme condition limite sur tous les nœuds du maillage, de résoudre (11) puis d'extraire des résultats du calcul les forces de réaction. Ces dernières ne sont rien d'autre que $(f^0)^{pq}$. Une fois calculé, on peut intégrer $(f^0)^{pq}$ dans le membre de droite de (10) :

$$\mathbf{K}(\chi)_{FE}^{pq} = (f^0)^{pq} \quad (12)$$

Résoudre l'équation (12) avec des conditions de périodicité permet pour finir de trouver $(\chi)_{FE}^{pq}$ qui est la solution du problème élémentaire (7). Ainsi, il est possible de résoudre l'équation (7) avec des codes EF commerciaux, même si le chargement n'est pas conventionnel. Enfin, les coefficients A_{pqrs} sont calculés à partir de (5) en utilisant la forme standard bilinéaire d'un problème variationnel élastique 3D :

$$A_{pqrs} = \frac{1}{|Y|} \langle (f^0)^{rs} - (f)^{rs}, (\chi^0)_{FE}^{pq} - (\chi)_{FE}^{pq} \rangle, \quad (13)$$

où $(f)^{rs}$ correspond au vecteur des forces nodales liées à l'équation suivante :

$$\mathbf{K}^0(\chi)_{FE}^{rs} = (f)^{rs} \quad (14)$$

Le vecteur $(f)^{rs}$ s'obtient donc en appliquant $(\chi)_{FE}^{rs}$ (connu à ce stade puisqu'obtenu après la résolution de (12)) comme condition limite sur tous les nœuds du maillage, en résolvant l'équation (14), et en récupérant les forces de réaction dans les résultats du calcul. Ces forces de réaction ne sont rien d'autre que $(f)^{rs}$.

Ainsi, l'approche proposée par Cheng et al. [Che2013] peut se résumer en trois étapes :

- Etape 1 : calcul de $(f^0)^{rs}$
Application de l'équation (8) comme condition limite sur tous les nœuds du maillage. Résolution de l'équation (11) par FEA. Récupération des forces de réaction $(f^0)^{rs}$.
- Etape 2 : calcul de $(\chi)_{FE}^{pq}$
Application des forces de réaction $(f^0)^{pq}$ obtenues dans l'étape 1 comme forces de chargement. Résolution de l'équation (12) par FEA en appliquant les conditions de périodicité. Récupération de la solution nodale $(\chi)_{FE}^{pq}$.

- Etape 3 : calcul de $(\mathbf{f})^{rs}$

Application de la solution nodale $(\chi)_{FE}^{rs}$ obtenue dans l'étape 2 comme conditions limites sur tous les nœuds du maillage. Résolution de l'équation (14) par FEA. Récupération des forces de réaction $(\mathbf{f})^{rs}$.

Comme prévu, le chargement non conventionnel de l'équation (7) a été remplacé par une force de réaction standard. Comme il y a six combinaisons possibles pour les couples (p, q) ou (r, s) , chacune de ces trois étapes nécessite six calculs, donc dix-huit FEA au total. Une fois ces dix-huit simulations terminées, les grandeurs $(\mathbf{f}^0)^{rs}$, $(\mathbf{f})^{rs}$ et $(\chi)_{FE}^{pq}$ sont utilisées dans l'équation (13) pour calculer les coefficients homogénéisés A_{pqrs} . Cette stratégie, utilisée avec le code commercial Abaqus par Dutra et al. [Dut2020], a été appliquée sur le CrFCC de Markforged [Dut2019] en définissant la raideur de la matrice comme une variable pour corrélérer les résultats d'homogénéisation périodique avec des essais mécaniques.

Dans ces travaux de thèse, une stratégie similaire sera utilisée avec le code Ansys Mechanical APDL mais en intégrant en plus la porosité comme paramètre du modèle. En effet, les vides au sein de la pièce exercent une influence importante sur les propriétés mécaniques du composite [Blo2018]. Par ailleurs, Ning et al. [Nin2015] ont montré que les porosités au sein des pièces fabriquées par FFF ne se situaient pas à l'échelle de la fibre mais à celle du filament déposé et solidifié, que l'on appelle cordon. C'est la raison pour laquelle nous proposons une méthode d'homogénéisation périodique comprenant deux étapes pour intégrer la porosité dans le modèle. La première étape est à l'échelle d'une fibre et vise à obtenir le comportement équivalent d'un mélange de fibres de carbone et de matrice en Nylon. La seconde étape est à l'échelle des cordons déposés, ces derniers étant environnés de vide de par leur section elliptique (Figure 18). On y utilise alors le résultat de la première étape d'homogénéisation en prenant en compte la porosité. Ces deux étapes d'homogénéisation utilisent la stratégie élaborée par Cheng et al. [Che2013] qui vient d'être exposée dans ce paragraphe. Elles sont détaillées

dans les paragraphes 2.3 et 2.4 qui suivent, la seule différence entre elles provenant du choix de la cellule de base.

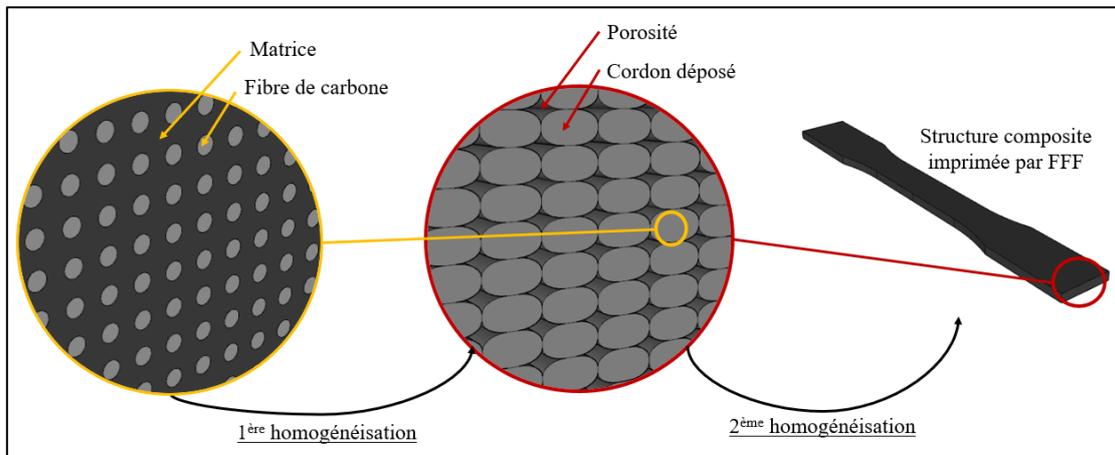


Figure 18 : Méthode d'homogénéisation périodique à deux échelles en deux étapes.

2.3. HOMOGENEISATION A L'ECHELLE DE LA FIBRE

2.3.1. CELLULE DE BASE

Comme expliqué dans le paragraphe précédent, l'arrangement périodique de la matière au sein de la structure est l'hypothèse de départ de l'homogénéisation périodique. Il est donc essentiel d'identifier correctement le motif se répétant périodiquement, appelé cellule de base, pour obtenir des résultats pertinents.

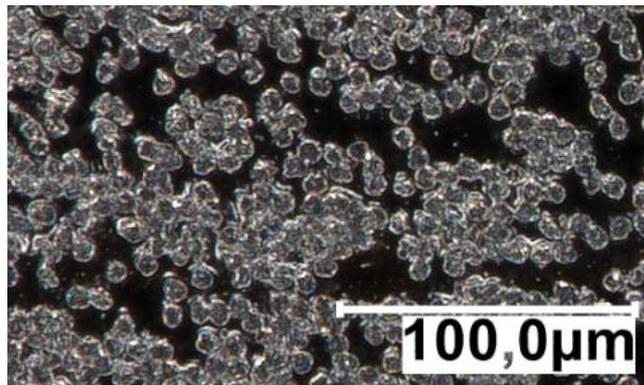


Figure 19 : Vue microscopique d'une éprouvette de CrFCC.

Pour observer cette périodicité, une éprouvette de CrFCC a été imprimée puis sectionnée selon un plan normal à l'orientation des fibres. Un polissage de cette section a permis d'observer l'agencement des fibres de carbone au sein du composite via un microscope numérique. La Figure 19 montre le résultat à l'échelle microscopique. Sur cette photographie, la matrice apparaît en noir et les fibres de carbone en gris clair. On observe une densité importante de fibres au sein du matériau. A première vue, l'organisation des fibres n'est pas parfaitement périodique mais les travaux de Dutra et al. [Dut2019] ont montré que faire l'hypothèse d'une répartition périodique des fibres donnait des résultats pertinents sur le CrFCC de Markforged. Ils se sont appuyés sur les travaux de Ferreira et al. [Fer2014] qui montrent que cette hypothèse est correcte pour des composites laminés traditionnels. Nous l'avons donc retenue pour nos travaux. En particulier, la cellule de base de la Figure 20 est similaire à celle employée dans [Dut2019]. Elle est constituée d'un domaine cubique divisé en deux sous-domaines avec une section cylindrique au centre de la cellule, qui correspond à la fibre, et le reste du domaine représentant la matrice. Bien que cette cellule de base puisse être simplifiée en un modèle 2D, il est préférable d'effectuer les calculs en 3D, sans quoi les coefficients de Poisson et de cisaillement dans les plans tangents à la fibre ne pourront pas être calculés.

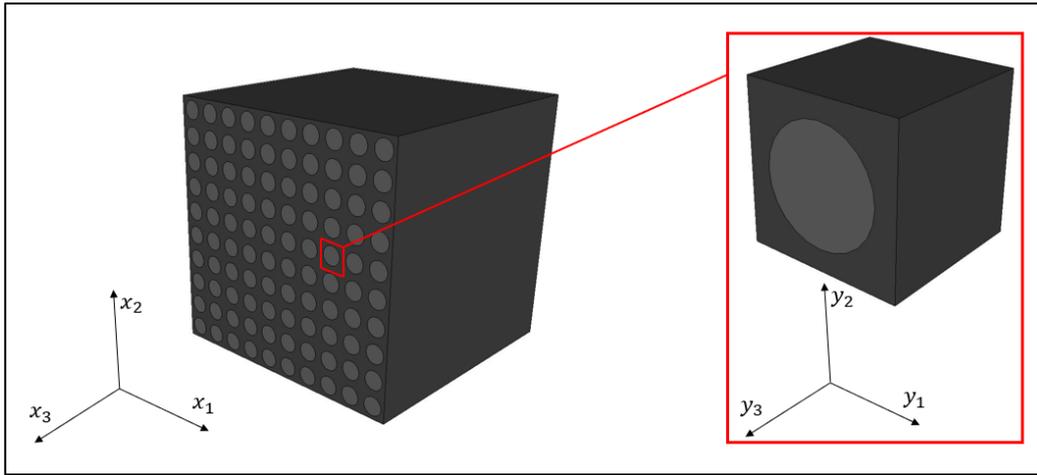


Figure 20 : Identification d'une cellule de base à l'échelle de la fibre dans une structure CrFCC.

Une fois la cellule de base définie, le modèle d'homogénéisation périodique requiert deux données d'entrée complémentaires pour fonctionner :

- Le taux de fibre au sein du composite, qui permettra de régler le rayon du cylindre correspondant à la fibre par rapport aux dimensions du cube de la cellule.
- Les propriétés élastiques de la matrice et de la fibre.

2.3.2. DONNEES D'ENTREE DU MODELE

2.3.2.1. TAUX DE FIBRES AU SEIN DU COMPOSITE

Il existe deux valeurs pour le taux de fibres d'un matériau composite : le taux de fibres volumique V_f et le taux de fibres massique M_f :

$$V_f = \frac{v_f}{v_{total}} = 1 - V_m \quad (15)$$

$$M_f = \frac{m_f}{m_{totale}} = 1 - M_m \quad (16)$$

Avec v_f et m_f le volume et la masse de fibres au sein de la structure composite, v_{total} et m_{totale} le volume et la masse totale de la structure composite et V_m et M_m les fractions volumique et massique de matrice au sein du composite.

Dans le cas de la cellule de base de la Figure 20, c'est le taux volumique V_f qui est intéressant car il donne directement le ratio entre la section du cylindre représentant la fibre et la section carrée de la cellule de base. Ce paramètre est crucial dans le modèle

d'homogénéisation périodique. En effet, les fibres de carbone sont connues pour être des matériaux à la raideur très élevée, de l'ordre de 100 fois la raideur des matrices thermoplastiques. Une faible variation du taux de fibres peut donc causer une variation importante des propriétés homogènes élastiques estimées dans le modèle équivalent.

On distingue deux méthodes quantitatives pour mesurer ce taux de fibres. La première est une analyse photographique microscopique sur une section de matériau, avec laquelle on obtient le taux de fibres volumique V_f en divisant le nombre de pixels représentant les fibres par le nombre de pixels total de l'image numérique [Blo2018, Cha2019, Eko2021, Fer2021, Pyl2018]. La deuxième méthode consiste à d'abord calculer le taux de fibres massique M_f en divisant la masse de fibres (mesurée après avoir dégradé la matrice pour la faire disparaître) avec la masse initiale de l'échantillon [Dut2019, VdK2016]. C'est cette méthode que nous avons choisie. En utilisant les équations (15) et (16), le taux de fibres volumique V_f peut ensuite être facilement calculé en fonction du taux de fibres massique M_f mesuré et des masses volumiques ρ_f et ρ_m de la fibre et de la matrice :

$$V_f = \frac{M_f \rho_m}{\rho_f - M_f \cdot (\rho_f - \rho_m)} \quad (17)$$

Pour mesurer le taux de fibres massique M_f sur un échantillon imprimé avec la Markforged X7, nous avons réalisé une ATG (Analyse Thermogravimétrique). Le principe de cet essai est une dégradation de la matrice par montée en température de l'échantillon. Une montée linéaire de 5°C/min a été choisie, jusqu'à un plateau de 550°C. Ce plateau a été défini en ajoutant 50°C à la valeur maximale du plateau de dégradation des polyamides (matériau de la matrice des CrFCC de Markforged) mesurée par Fontaine et al. [Fon2019]. La difficulté de cet essai est que la température maximale de dégradation de la matrice est très proche de la température minimale de dégradation des fibres de carbone. Ainsi, on observe (cercle rouge sur la Figure 21), deux phénomènes simultanés : la fin de la dégradation de la matrice et le début de la dégradation des fibres, aux alentours de $t = 90$ min pour une fraction massique de 50% environ. La partie linéaire verte de la courbe de la fraction massique correspond à une dégradation régulière de la fibre de carbone, à partir de $t = 110$ min pour une fraction massique de 42% (obtenue par lecture graphique). On suppose que la dégradation de la fibre de carbone est également linéaire lorsque les deux matériaux se dégradent simultanément ($90\text{min} < t < 110\text{min}$). On peut ainsi estimer qu'une masse de fibre de 2.5% s'est déjà dégradée lorsque la matrice est intégralement évaporée. En ajoutant cette valeur aux 42% identifiés

précédemment, on trouve une fraction massique de fibres M_f de 44.5%. En reportant cette valeur dans (17), et en utilisant des valeurs standard pour les masses volumiques d'un polyamide et des fibres de carbone (respectivement $\rho_m = 1.14 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_f = 1.80 \text{ kg.m}^{-3}$), on obtient un taux de fibres volumique V_f de 33.7%. Cette valeur est cohérente avec des mesures extraites de la littérature (Tableau 2), mesures effectuées à partir d'impressions réalisées sur des machines Markforged MarkOne et MarkTwo, sachant que les filaments d'impression sont les mêmes sur ces machines que sur la Markforged X7. La valeur de 33.7% que nous avons obtenu pour V_f sera donc retenue pour dimensionner la cellule de base à l'échelle de la fibre. Le prochain paragraphe discutera des propriétés matérielles à implémenter dans les deux parties du maillage de cette cellule de base, c'est-à-dire la partie cylindrique constituée d'une fibre de carbone et la partie qui l'entoure (matrice) constituée d'un matériau thermoplastique.

Référence	Machine	Méthode de mesure	V_f mesuré
[Blo2018]	MarkOne	Analyse microscopique sur une pièce imprimée	27%
[Cha2019]	MarkTwo	Analyse microscopique sur le filament	35%
[Dut2019]	MarkOne	Calcination de la matrice (ASTM D3171-15)	32.8%
[Eko2021]	MarkTwo	Analyse microscopique sur une pièce imprimée	36.8%
[Fer2021]	MarkTwo	Analyse microscopique sur une pièce imprimée	30%
[Pyl2018]	MarkTwo	Analyse microscopique sur une pièce imprimée	27%
[VdK2016]	MarkOne	Dégradation de la matrice	34.5%

Tableau 2 : Taux de fibres volumique V_f mesurés sur des CrFCC de Markforged.

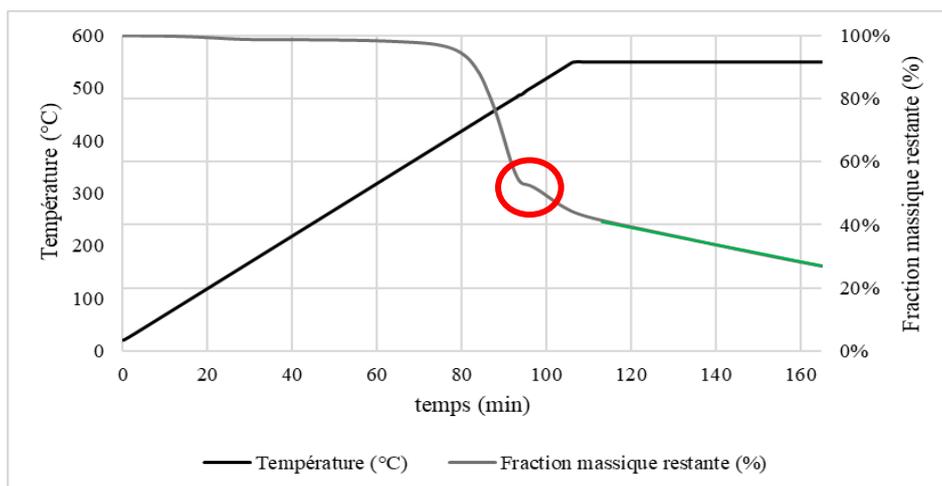


Figure 21 : Mesures de la température et de la fraction massique en fonction du temps lors de l'essai d'ATG.

2.3.2.2. PROPRIETES ELASTIQUES DE LA MATRICE ET DE LA FIBRE

Les propriétés élastiques du matériau homogénéisé sont une combinaison des propriétés élastiques des deux matériaux composant la cellule de base.

La matrice est un thermoplastique. Dans le cas du CrFCC de Markforged, ce matériau est très probablement un Polyamide, de type PA6 ou PA66 [Pol2020]. Les thermoplastiques, par l'enchevêtrement aléatoire et non-structuré de leur chaîne carbonée, sont des matériaux isotropes. Bien que ces matériaux soient non-linéaires en raison de leur plasticité [VdK2016], la matrice sera modélisée avec une loi élastique isotrope linéaire. En effet, la raideur de la matrice est très faible par rapport à celle de la fibre. La plasticité aura donc un faible impact sur les propriétés homogènes équivalentes du composite. Par ailleurs, dans le cadre de notre étude, nous nous sommes limités à de faibles déformations ne générant pas de plasticité. Les propriétés isotropes utilisées dans le modèle (Tableau 3) sont issues des données matérielles fournies par la société Markforged [Mar2022].

La fibre de carbone, quant à elle, est un matériau isotrope transverse. Sa raideur est plus élevée dans la direction longitudinale de la fibre que dans les deux directions transversales. Ce matériau est plus compliqué à modéliser car il n'y a ni données sur le type de fibre utilisé par Markforged, ni consensus dans la littérature sur son module d'Young longitudinal. Par exemple, Van der Klift et al. [VdK2016] trouvent deux valeurs différentes (173.24 GPa et 231.4 GPa) avec deux modèles différents (en faisant varier le nombre de couches renforcées au sein des éprouvettes). Bien que la valeur de 231.4 GPa, une valeur standard pour des fibres de carbone, soit utilisée dans la littérature [Dut2019, Pol2020, VdW2019], nous avons retenu la valeur de 173.24 GPa dans le modèle d'homogénéisation périodique proposé dans ces travaux de thèse. Ce choix se justifie par le fait que :

1. Chabaud et al. [Cha2019] ont trouvé une valeur proche (161 GPa) en mesurant la raideur longitudinale des fibres de carbone utilisées par Markforged.
2. La valeur de raideur de 173.24 GPa pour la fibre donne un module d'Young longitudinal proche de 60 GPa pour le matériau homogène équivalent qui modélise le comportement du composite imprimé. Cela correspond à la valeur annoncée par Markforged [Mar2022].
3. La valeur de 60 GPa pour le composite imprimé a été validée par Blok et al. [Blo2018], Chabaud et al. [Cha2019], Pyl et al. [Pyl2018] et Van de Werken et al. [VdW2019].

Les autres propriétés élastiques de la fibre de carbone ont été extraites des travaux de Csanádi et al. [Csa2017] et sont présentées dans le Tableau 3.

Matrice	E	1.70 GPa
	ν	0.30
Fibre de carbone	E_1	27.55 GPa
	E_2	27.55 GPa
	E_3	173.24 GPa
	ν_{21}	0.30
	ν_{32}	0.30
	ν_{31}	0.30
	G_{12}	10.60 GPa
	G_{23}	10.90 GPa
	G_{13}	10.90 GPa

Tableau 3 : Propriétés élastiques des matériaux inclus dans la cellule de base (les directions 1, 2 et 3 correspondent aux repères de la Figure 20).

2.3.2.3. MAILLAGE DE LA CELLULE DE BASE

Les données présentées dans les deux paragraphes précédents (taux de fibres volumique, propriétés matérielles de la fibre de carbone et de la matrice thermoplastique) ont été implémentées dans une FEA.

Pour construire le maillage de la cellule de base, une étude de sensibilité a été effectuée dans le but de déterminer le nombre d'éléments et l'approximation permettant d'assurer la fiabilité des résultats de cette première étape d'homogénéisation périodique. Trois maillages ont été comparés (Figure 22) : un maillage grossier (640 éléments), un maillage intermédiaire (3600 éléments) et un maillage fin (21600 éléments). De plus, deux types d'éléments ont été comparés pour chacun de ces trois maillages : des éléments SOLID185 (approximation bilinéaire) et SOLID186 (approximation quadratique).

Les résultats de cette étude de sensibilité présentés dans les Tableaux 4 et 5 montrent que les propriétés élastiques du matériau homogénéisé dépendent très peu de la densité du maillage. Ainsi, le maillage grossier donne des résultats très proche de ceux donnés par le maillage fin, l'écart le plus important, -2.94%, étant pour le coefficient de Poisson ν_{21} avec des éléments à approximation bilinéaire SOLID185. On observe par ailleurs que le maillage intermédiaire,

pour un nombre de nœuds raisonnable, permet de corriger ces écarts déjà faibles. C'est donc ce maillage qui sera choisi car la très faible précision supplémentaire procurée par le maillage fin n'est pas intéressante compte tenu de la longue durée des calculs que celui-ci implique.

Concernant le choix de l'approximation, on constate des écarts très faibles entre les résultats obtenus avec les deux approches. L'approximation bilinéaire étant la plus rapide, elle a été choisie pour tous les calculs d'homogénéisation périodique. Les calculs d'homogénéisation périodique par éléments finis étant en effet coûteux, les opérer avec SOLID185 plutôt qu'avec SOLID186 permet d'en réduire considérablement le coût numérique.

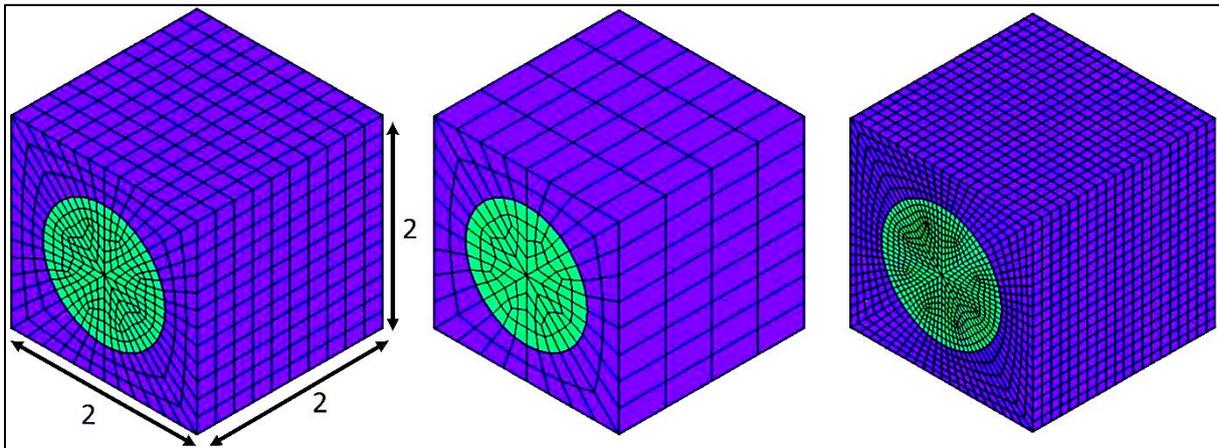


Figure 22 : Maillages de la cellule de base de la première étape d'homogénéisation (fibre en vert et matrice en bleu ; de gauche à droite : maillage intermédiaire, grossier et fin).

SOLID185	Grossier	Intermédiaire	Fin	Ecart Grossier- Fin (%)
Nb nœuds	885	4235	23541	
Nb éléments	640	3600	21600	
E_1 (GPa)	3.40	3.37	3.36	1.18
E_2 (GPa)	3.40	3.37	3.36	1.18
E_3 (GPa)	59.14	59.34	59.45	-0.52
ν_{12} (-)	0.34	0.35	0.35	-2.94
ν_{23} (-)	0.30	0.30	0.30	0.00
ν_{13} (-)	0.30	0.30	0.30	0.00
G_{12} (GPa)	1.02	1.02	1.02	0.00
G_{23} (GPa)	1.22	1.21	1.21	0.82
G_{13} (GPa)	1.22	1.21	1.21	0.82

Tableau 4 : Résultats de l'étude de sensibilité sur le maillage de la cellule de base de la première étape d'homogénéisation avec une approximation bilinéaire (SOLID185).

SOLID186	Grossier	Intermédiaire	Fin	Ecart Grossier- Fin (%)
Nb nœuds	3273	16269	92161	
Nb éléments	640	3600	21600	
E_1 (GPa)	3.35	3.35	3.35	0.00
E_2 (GPa)	3.35	3.35	3.35	0.00
E_3 (GPa)	59.51	59.50	59.50	0.02
ν_{12} (-)	0.35	0.35	0.35	0.00
ν_{23} (-)	0.30	0.30	0.30	0.00
ν_{13} (-)	0.30	0.30	0.30	0.00
G_{12} (GPa)	1.02	1.02	1.02	0.00
G_{23} (GPa)	1.21	1.21	1.21	0.00
G_{13} (GPa)	1.21	1.21	1.21	0.00

Tableau 5 : Résultats de l'étude de sensibilité sur le maillage de la cellule de base de la première étape d'homogénéisation avec une approximation quadratique (SOLID186).

Le maillage volumique de la cellule de base (Figure 22) est donc constitué de 3600 éléments hexaédriques à 8 nœuds fournissant une approximation bilinéaire (type d'élément SOLID185 dans Ansys Mechanical APDL), connectés entre eux par 4235 nœuds.

2.3.3. VALIDATION DU MATERIAU HOMOGENE EQUIVALENT

Le taux de fibres et les différentes constantes élastiques de la matrice et de la fibre ont permis de trouver un matériau homogène isotrope transverse équivalent, dont le comportement élastique est supposément le même que celui du CrFCC de Markforged. Ses constantes élastiques sont listées dans le Tableau 6.

E_1	E_2	E_3
3.37 GPa	3.37 GPa	59.34 GPa
ν_{21}	ν_{32}	ν_{31}
0.35	0.30	0.30
G_{12}	G_{23}	G_{13}
1.02 GPa	1.21 GPa	1.21 GPa

Tableau 6 : Propriétés élastiques du matériau homogène équivalent (les directions 1, 2 et 3 correspondent aux repères de la Figure 20).

Conformément à ce qui avait été annoncé dans le paragraphe 2.3.2.2, on remarque que la valeur du module d'Young E_3 dans le sens des fibres (59.34 GPa) est très proche de la valeur de 60 GPa fournie par la société Markforged [Mar2022]. Cela nous conforte dans les choix que nous avons fait au niveau des propriétés matérielles (paragraphe 2.3.2.2) ainsi que dans la pertinence du modèle d'homogénéisation périodique.

Nous avons par ailleurs vérifié (Figure 23) que les modules homogénéisés de rigidité à la compression K et au cisaillement μ dans le plan d'isotropie étaient bien compris entre les bornes variationnelles inférieures (K^- et μ^-) et supérieures (K^+ et μ^+) d'Hashin-Shtrikman [Has1963, Has1965, Wal1997] :

$$K^- = K_2 + \frac{V_1}{\frac{1}{K_1 - K_2} + \frac{1 - V_1}{K_2 + \mu_2}}; K^+ = K_1 + \frac{1 - V_1}{\frac{1}{K_2 - K_1} + \frac{V_1}{K_1 + \mu_1}} \quad (18)$$

$$\mu^- = \mu_2 + \frac{V_1}{\frac{1}{\mu_1 - \mu_2} + \frac{(1 - V_1)(K_2 + 2\mu_2)}{2\mu_2(K_2 + \mu_2)}}; \mu^+ = \mu_1 + \frac{1 - V_1}{\frac{1}{\mu_2 - \mu_1} + \frac{V_1(K_1 + 2\mu_1)}{2\mu_1(K_1 + \mu_1)}} \quad (19)$$

où les indices 1 et 2 font référence respectivement à la fibre et à la matrice et où V_1 représente la fraction volumique de fibres. On rappelle que K et μ s'expriment en fonction du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν de la manière suivante :

$$K = \frac{1}{3} \frac{E}{1 - 2\nu}; \mu = \frac{1}{2} \frac{E}{1 + \nu} \quad (20)$$

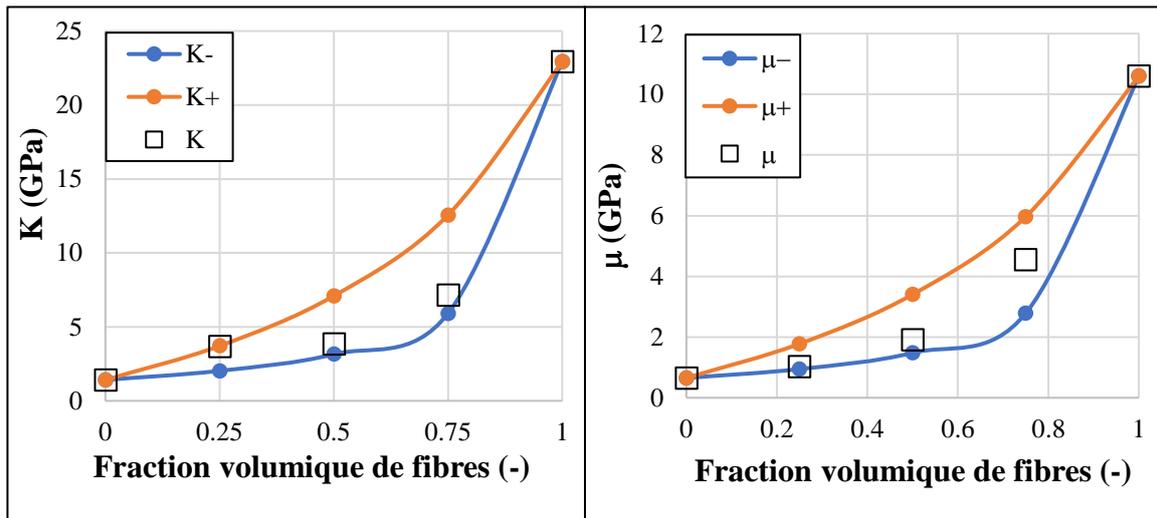


Figure 23 : Modules de rigidité à la compression K (gauche) et de cisaillement μ (droite). Symboles carrés : résultats numériques. Traits pleins : bornes d'Hashin-Shtrikman.

Une autre façon de valider cette première étape d'homogénéisation périodique est de vérifier que le matériau homogène équivalent se comporte de manière similaire au composite fibre/matrice. Pour cela, nous avons comparé deux calculs effectués sur une même structure cubique de dimension $2m \times 2m \times 2m$ mais avec des matériaux différents. Dans le premier calcul, le cube est constitué du matériau homogénéisé. Dans le second calcul, le cube est constitué de plusieurs cellules de base avec les deux matériaux constituant cette cellule (fibre de carbone et matrice thermoplastique). Le nombre de cellules contenues dans le maillage hétérogène est de N^3 , N représentant le nombre de divisions dans chacune des directions x , y et z (Figure 24). Plus le nombre de cellules de base est élevé, plus le calcul réalisé sur la structure homogène devrait converger vers les résultats du calcul effectué sur la structure hétérogène. Afin d'observer cette convergence, nous avons fait varier N de 2 à 8, soit 512 cellules de base au maximum ($512 = 8^3$).

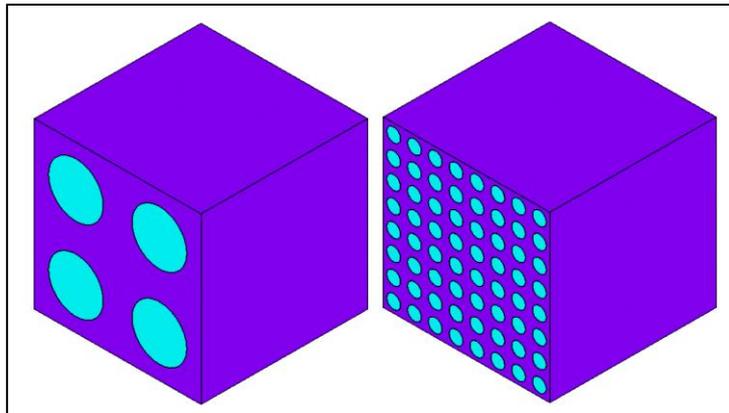


Figure 24 : Géométrie du modèle pour $N = 2$ (à gauche) et $N = 8$ (à droite).

Au niveau du chargement considéré, il est important d'imposer des sollicitations mécaniques différentes du fait de l'anisotropie du matériau. Ainsi, trois sollicitations en traction et trois en cisaillement ont été considérées : traction selon les axes x , y et z et cisaillement dans les plans xy , yz et xz (Figure 25). A noter que le repère (x,y,z) choisi correspond au repère (x_1, x_2, x_3) de la Figure 20. Les fibres sont donc parallèles à l'axe z . Pour chacune des six sollicitations mécaniques, un calcul homogène et sept calculs hétérogènes pour chaque valeur de N ($N = 2, \dots, 8$) ont été réalisés, soit quarante-huit FEA au total.

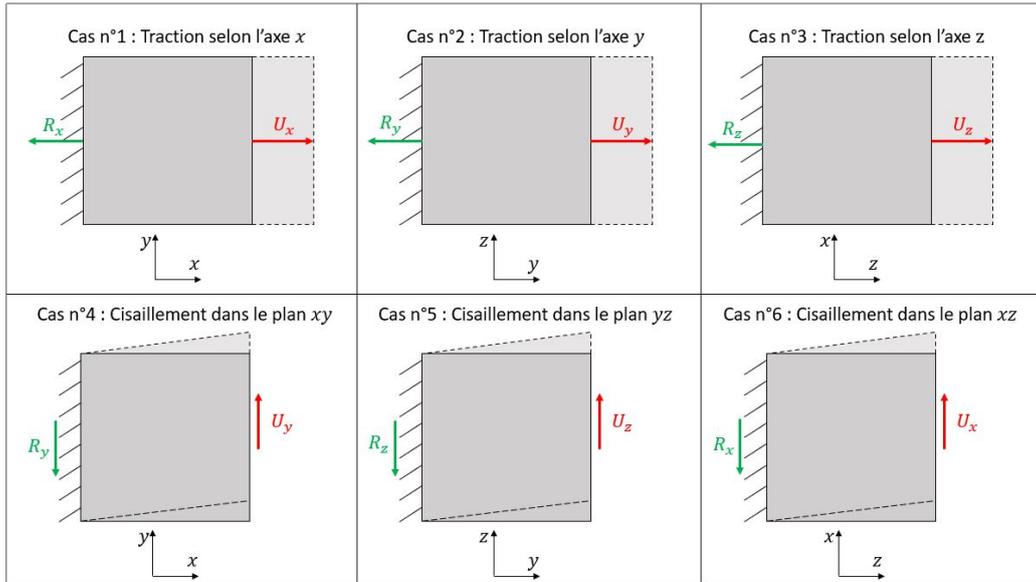


Figure 25 : Sollicitations mécaniques définies pour les corrélations entre le modèle hétérogène et le modèle homogénéisé.

Les conditions limites sur le modèle ont été appliquées sous forme de déplacements imposés avec un encastrement défini sur une face (face de gauche sur la Figure 25) et un déplacement uniforme (U_x , U_y ou U_z) appliqué sur la face opposée (face de droite sur la Figure 25). L'effort de réaction est récupéré sur la face encastree (R_x , R_y et R_z sur la Figure 25). Pour chaque valeur de N et pour chaque sollicitation mécanique s (s variant de 1 à 6), on calcule alors l'écart relatif $E_s(N)$, exprimé en pourcentage, entre le modèle homogène équivalent et le modèle hétérogène :

$$E_s(N) = \frac{100 \times (R_{shomog\grave{e}ne} - R_{sh\acute{e}t\acute{e}rog\grave{e}ne(N)})}{R_{shomog\grave{e}ne}} \quad (21)$$

On constate sur la Figure 26 que l'écart est faible pour chacune des six sollicitations mécaniques dès lors que N est grand. Cela prouve que l'homogénéisation périodique donne une bonne estimation des propriétés élastiques du composite matrice/fibre lorsque le nombre de cellules de bases est suffisamment grand. De plus, l'écart diminue lorsque N augmente, ce qui était attendu puisque le matériau homogène équivalent représente un cas idéalisé où le nombre de cellules de base est infini. On peut également le constater sur la Figure 27 qui montre le champ de déplacement U_x dans le cas de la traction selon x . Plus N augmente, plus le champ des déplacements est similaire à celui du matériau homogène. Le matériau composite réel étant

constitué de plusieurs milliers de fibres, les hypothèses de la méthode de l'homogénéisation périodique sont donc vérifiées.

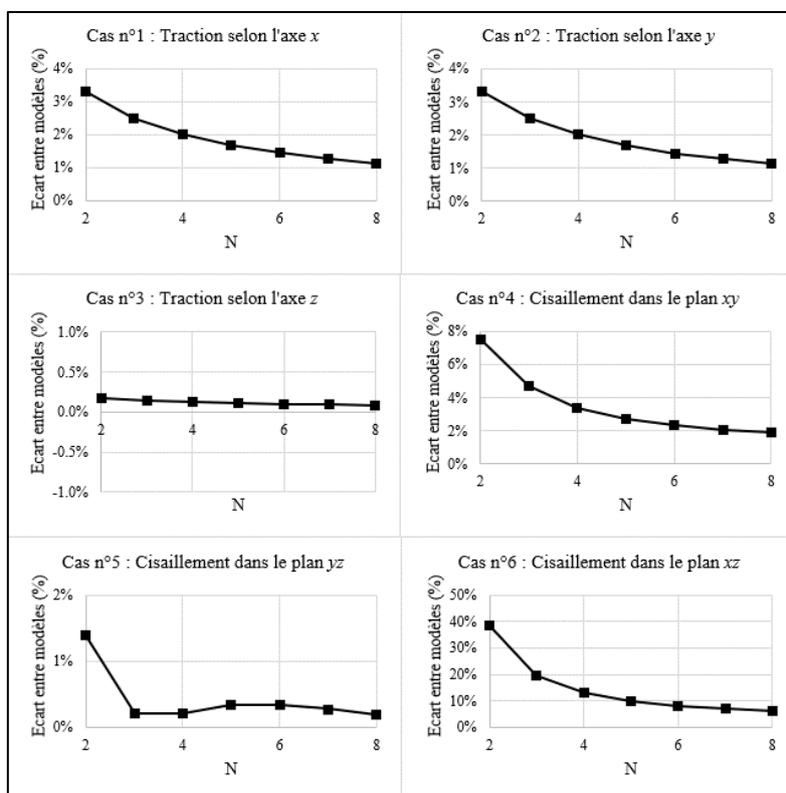


Figure 26 : Ecarts relatifs en fonction de N entre modèle hétérogène et modèle homogène.

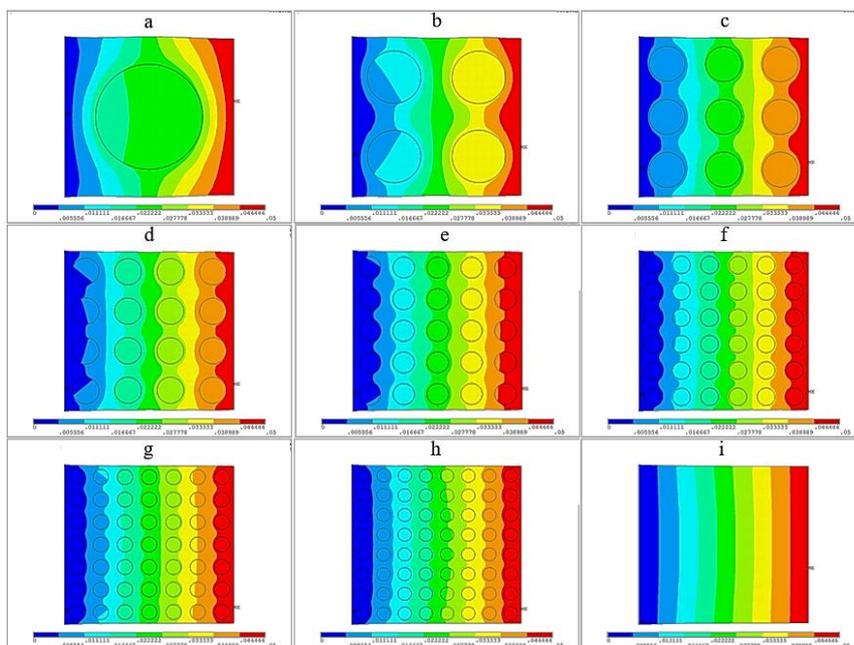


Figure 27 : Champ des déplacements U_x dans le plan xy , en traction selon l'axe x (a-h : modèles hétérogènes avec N variant de 2 à 8 ; i : modèle homogène).

Dans le cas de la traction selon l'axe z , on constate sur la Figure 26 que l'écart est inférieur à 1%, et ce quel que soit la valeur de N . Ce résultat est logique car z est la direction d'extrusion dans la direction des fibres. L'homogénéisation périodique s'apparente dans ce cas à une loi des mélanges qui est connue pour être très précise dans la direction de la fibre [Pol2020].

L'écart le plus important concerne le cisaillement dans le plan xz , avec 40% pour $N = 2$, contrairement au cisaillement dans le plan yz où il n'est que de 1.5%. Cela peut sembler étrange au premier abord que les écarts diffèrent dans ces deux configurations de cisaillement puisque les modules de cisaillement pour le matériau homogénéisé sont les mêmes dans les plans yz et xz (Tableau 6). Cet écart s'explique par la manière dont les fibres sont sollicitées dans ces deux configurations de cisaillement. Dans le plan yz , les fibres glissent en effet l'une sur l'autre alors qu'elles sont étirées dans le plan xz (Figure 28) Les fibres de carbone ayant une raideur très grande par rapport à celle de la matrice, cet étirement augmente la force de réaction, d'où les écarts constatés entre les deux modes de cisaillement.

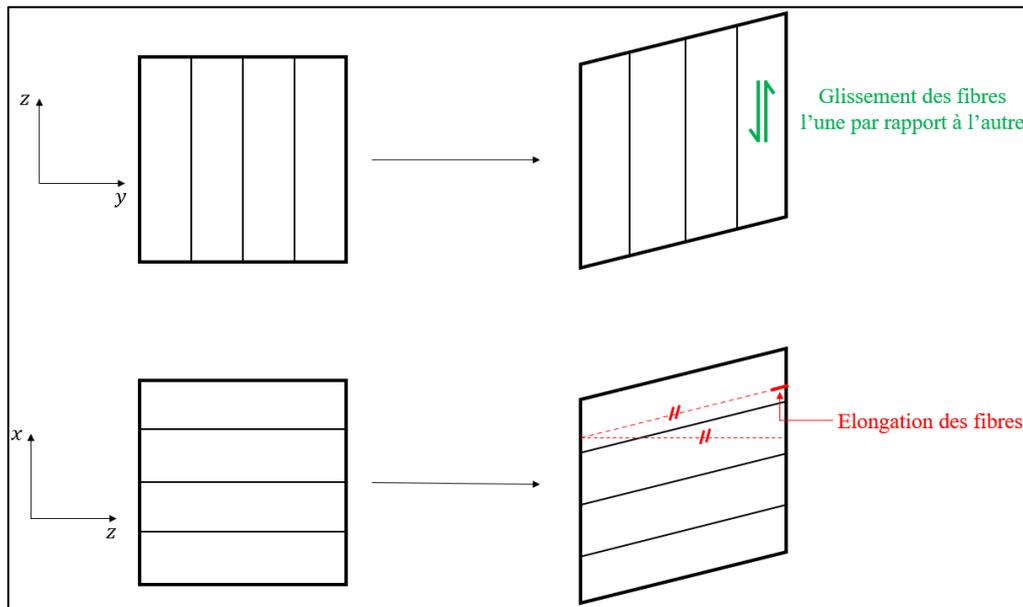


Figure 28 : comportement des fibres en cisaillement yz (dessus) et xz (dessous).

La première étape d'homogénéisation périodique ayant donné des résultats cohérents, la loi de comportement homogène équivalente qui en résulte sera utilisée comme donnée d'entrée dans la seconde étape d'homogénéisation périodique présentée dans le paragraphe 2.4 qui suit.

2.4. HOMOGENEISATION A L'ECHELLE DU CORDON

La seconde étape d'homogénéisation périodique a pour but d'intégrer la porosité dans nos modèles puisqu'elle est connue pour affaiblir la résistance mécanique des pièces fabriquées avec le procédé FFF. Cette seconde étape d'homogénéisation se situe donc à l'échelle du cordon. La cellule de base associée sera constituée du matériau homogène isotrope transverse calculé à l'étape précédente (paragraphe 2.3.2.3) et de porosités. Avant d'élaborer cette cellule de base, on se propose d'abord d'analyser les causes de la porosité et leur arrangement au sein de la matière.

2.4.1. FORMATION DE POROSITES EN FABRICATION PAR FILAMENT FONDU

Ning et al. [Nin2015] ont identifié trois causes d'apparition de porosité au sein d'une structure de CrFCC fabriqué par FFF, toutes à l'échelle du cordon : la formation de bulles de gaz au sein de la matière (1 dans la Figure 29), les vides inter-cordons dus à la forme elliptique des cordons (2 dans la Figure 29) et la formation de trous due au retrait de fibres (3 dans la Figure 29).

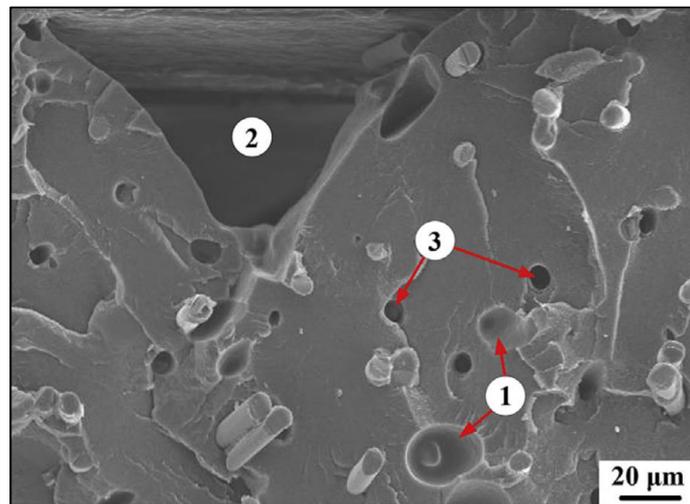


Figure 29 : *Vue microscopique des différentes catégories de porosité au sein d'un échantillon de CrFCC imprimé en FFF [Nin2015]. Reproduit avec autorisation de Elsevier (Annexe I).*

La formation de bulles de gaz étant intrinsèque à la méthode de fabrication de filament utilisée par Ning et al. [Ning2015], elle ne sera pas implémentée dans le modèle d'homogénéisation. De plus, la Figure 29 montre une interface de rupture. Les fibres

manquantes marquées par un 3 sur la Figure 29 ont été arrachées lors de cette rupture. On observe d'ailleurs également des fibres dépassant de la matrice, qui correspondent sans doute à des fibres manquantes sur l'autre interface de rupture. Ces porosités dues aux fibres manquantes ne sont donc pas présentes au sein du matériau, elles existent uniquement en cas de rupture, qui n'est pas prise en compte dans notre modèle. La porosité sera donc intégrée au modèle d'homogénéisation périodique par le biais des vides inter-cordons uniquement.

Rodríguez et al. [Rod2003] ont caractérisé des pièces fabriquées par FFF (filament en ABS) en tenant compte de ces vides inter-cordons. Ils ont analysé les propriétés mécaniques des pièces en jouant sur deux paramètres : le décalage des cordons d'une couche à l'autre et l'espacement des cordons (Figure 30). Ce sont ces deux paramètres qui définissent la géométrie des vides inter-cordons. La Figure 30.a montre une disposition alignée : le cordon de la couche $n + 1$ est déposé selon la même trajectoire que celui de la couche n . La Figure 30.b montre la conséquence du décalage des cordons d'une couche à l'autre sur la géométrie des porosités. La Figure 30.c montre pour sa part l'influence de l'espacement des cordons sur la présence de vides. Dans le cas du procédé d'impression de CrFCC de Markforged, la disposition des cordons est alignée comme sur la Figure 30.a. La cellule de base a donc été élaborée en s'inspirant de cette section centrée sur un cordon elliptique de composite (Figure 31). En effet, même s'il n'est pas totalement exact de supposer que tous les vides inter-cordons sont géométriquement identiques, leur distribution pouvant par ailleurs revêtir un caractère plus ou moins aléatoire, Rodríguez et al. [Rod2003] ont montré que l'homogénéisation périodique fournissait de très bons résultats par rapport à des mesures expérimentales. Nous avons donc adopté l'hypothèse que les vides inter-cordon étaient à géométrie fixe dans la cellule de base et que celle-ci se répétait périodiquement.

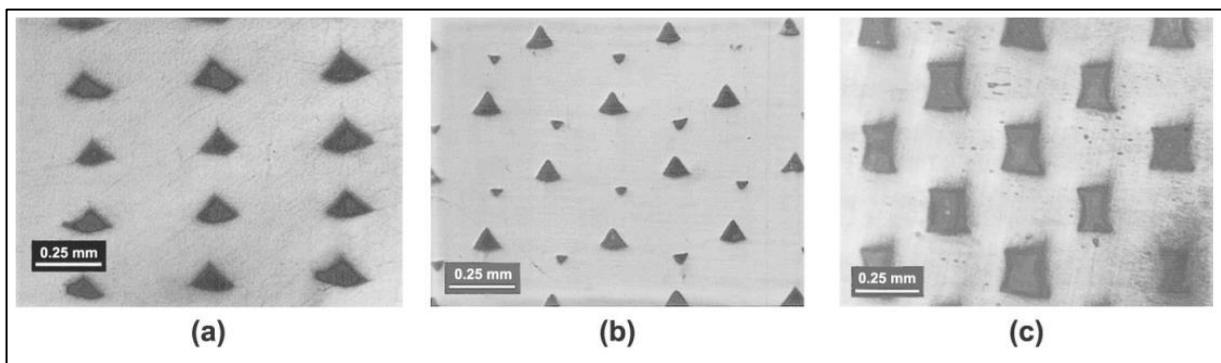


Figure 30 : Sections de 3 échantillons : disposition alignée (a), décalage des cordons (b), espacement des cordons (c) [Rod2003]. Reproduit avec autorisation d'Emerald (Annexe I).

2.4.2. DIMENSIONS DE LA CELLULE DE BASE

Pour dessiner la cellule de base de la Figure 31 qui s'inspire de la Figure 30.a, trois paramètres sont nécessaires : l'épaisseur h d'une couche, l'espacement e entre deux cordons et le taux de porosité p .

Concernant l'épaisseur d'une couche, celle-ci est automatiquement définie par Eiger, le logiciel de préparation d'impression de la Markforged X7. Pour le CrFCC, la valeur de h est de 0.125mm. L'espacement e entre les cordons a été fixé à 0.4mm (diamètre standard d'une buse d'impression FFF). Reste à déterminer p le taux de porosité causée par les vides inter-cordons.

Des modèles de prédiction de ces vides ont été mis au point en se basant sur le modèle d'évolution temporelle de deux gouttelettes de fluide newtonien en contact, proposé par Pokluda et al. [Pok1997]. Le modèle de Bhalodi et al. [Bha2019] permet pour sa part d'estimer la formation de vide inter-cordons en fonction de trois paramètres du procédé : la température d'extrusion, la vitesse de la buse et la température ambiante. Toutefois, l'utilisation de ce modèle est complexe avec le procédé de Markforged pour deux raisons. Premièrement, la vitesse d'extrusion n'est pas une donnée accessible ni paramétrable car elle est imposée par le logiciel Eiger. Deuxièmement, Bhalodi et al. [Bha2019] utilisent ce modèle sur des polymères homogènes. Rien ne permet d'affirmer qu'il soit compatible avec un matériau hétérogène à taux de fibres important comme le CrFCC étudié ici. Ainsi, bien que de tels modèles existent, il est impossible avec un procédé *closed-source* comme celui de Markforged de prédire la proportion de vides inter-cordons ou de la réduire en effectuant une optimisation paramétrique avec le modèle de Bhalodi et al. [Bha2019]. Une autre option serait de passer les pièces imprimées en autoclave afin de réduire la porosité par l'action combinée de la pression et de la température. Cependant, ce procédé complexifie la démarche de DfAM sur deux points :

- La gamme de fabrication en rajoutant un procédé, donc du temps de main d'œuvre et de l'outillage
- Le tolérancement des pièces puisque le passage en autoclave apportera des déformations à la fois thermiques et mécaniques à la pièce.

Ainsi, pour toutes les raisons invoquées précédemment, le paramètre p de la cellule de base ne sera ni estimé analytiquement ni optimisé en lien avec les paramètres du procédé. On n'utilisera pas non plus les données répertoriées dans la littérature sur le taux de porosité du CrFCC de Markforged (Tableau 7) car elles sont peu nombreuses et présentent une dispersion

importante dans une plage allant de 9% à 15%. Nous avons donc choisi de considérer la porosité p comme un paramètre du modèle en le faisant varier dans l'intervalle $[0\%, 20\%]$. Des corrélations avec des essais mécaniques permettront d'identifier la bonne valeur de p dans le paragraphe suivant.

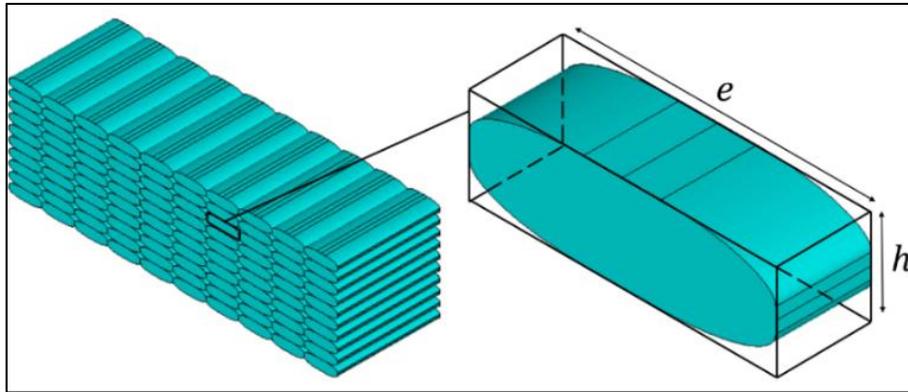


Figure 31 : Identification de la cellule de base au sein d'une disposition alignée des cordons.

Référence	Machine	Méthode de mesure	p mesuré
[Blo2018]	MarkOne	Inconnue	9%
[Cha2019]	MarkTwo	ASTM D2734-16	15%
[Eko2021]	MarkTwo	Analyse microscopique	7-11%
[Mel2015]	MarkOne	Inconnue	10%

Tableau 7 : Taux de porosité p mesurés sur des CrFCC de Markforged.

Pour effectuer cette étude paramétrique de p dans l'intervalle $[0\%, 20\%]$, nous avons considéré les valeurs suivantes : $p = 5\%$, $p = 10\%$, $p = 15\%$ et $p = 20\%$. Les cellules de base correspondantes sont présentées sur la Figure 32. A noter que la valeur $p = 0\%$ correspond au matériau calculé dans la section 2.3. L'homogénéisation a ainsi déjà été réalisée pour cette valeur de porosité (en fait il n'y en pas). C'est la raison pour laquelle la Figure 32 ne comporte pas de cellule de base associée à la valeur $p = 0$.

En réalisant quatre calculs d'homogénéisation périodique avec les quatre cellules de base présentées sur la Figure 32, nous avons obtenu quatre nouveaux modèles élastiques orthotropes dont les propriétés matérielles sont données dans l'Annexe C. La bonne correspondance entre matériaux hétérogènes et matériaux homogénéisés pour cette étape d'homogénéisation sera vérifiée dans le paragraphe suivant.

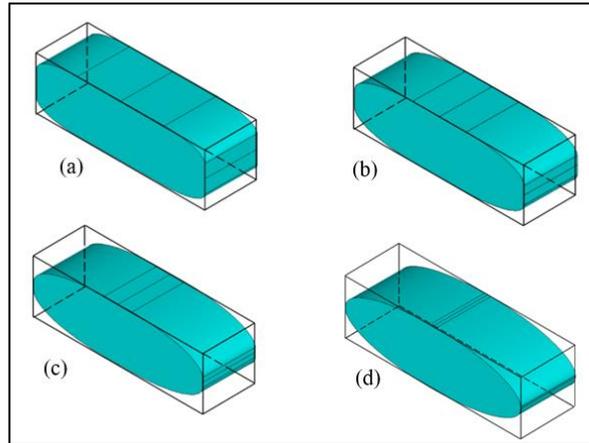


Figure 32 : Cellules de base pour différentes valeurs de p : (a) : $p=0.05$; (b) : $p = 0.10$; (c) : $p = 0.15$; (d) : $p = 0.20$.

2.4.3. VALIDATION DE LA SECONDE ETAPE D’HOMOGENEISATION PERIODIQUE

Pour valider la seconde étape de l’homogénéisation périodique, on procède comme pour la première (paragraphe 2.3.3) en comparant deux FEA réalisées sur une même structure déclinée de deux manières différentes. La première déclinaison est une structure homogène constituée de matériau homogène équivalent. La seconde déclinaison est la même structure mais hétérogène puisque constituée de plusieurs cellules de base. Le nombre de cellules de base présentes dans la structure hétérogène sera progressivement augmenté pour vérifier qu’il y a convergence entre les calculs sur les deux structures.

La comparaison sera réalisée pour chacune des six sollicitations mécaniques décrites dans la Figure 25 et l’écart relatif sera calculé avec la même méthode que pour la première étape d’homogénéisation périodique (équation (21)). La Figure 33 montre par exemple l’écart en traction selon l’axe x pour chacune des quatre valeurs de porosité. On observe que plus la porosité est élevée, plus le nombre de cellules doit être grand pour obtenir un écart faible. Cette observation est également vraie pour les cinq autres sollicitations qui sont présentées en Annexe D. Cela est probablement dû à une géométrie différente des maillages bien que le volume d’étude soit le même. Alors qu’on a des zones sans élément dans le maillage hétérogène, dues à la présence de porosités, on a un parallélépipède rectangle plein dans le cas homogène. Il n’est donc pas étonnant que, quand la porosité est grande, on ait besoin d’un plus grand nombre de cellules pour atténuer l’influence de ces « vides » au sein du maillage et obtenir une bonne corrélation entre modèle hétérogène et homogène.

La corrélation est moins bonne en traction selon l'axe y et pour les trois cisaillements, même si les écarts relatifs tendent finalement vers des valeurs faibles lorsque N est grand. On peut expliquer cela par la présence de vides au sein du maillage hétérogène dans les cas des trois cisaillements, car ces zones sans élément auront nécessairement un comportement en cisaillement différent de celui d'un maillage solide. Dans le cas de la traction en y , cette observation est sans doute la conséquence de la forme elliptique de la cellule de base. Les interfaces entre cellules de bases deviennent de plus en plus petites quand la porosité augmente, en particulier pour les jonctions en x (face de droite sur la Figure 31), qui sont étirées lors de la traction selon y . Ces surfaces présentent donc peu d'éléments et des angles aigus, ces deux facteurs étant susceptibles de générer des sur-contraintes. Toutefois, cet effet s'atténue avec un nombre de cellules tendant vers l'infini.

Les quatre modèles homogénéisés ont ainsi un comportement mécanique équivalent à celui des matériaux hétérogènes pour un grand nombre de cellules de base, conformément à la théorie de l'homogénéisation périodique. Cette seconde étape d'homogénéisation périodique est donc validée.

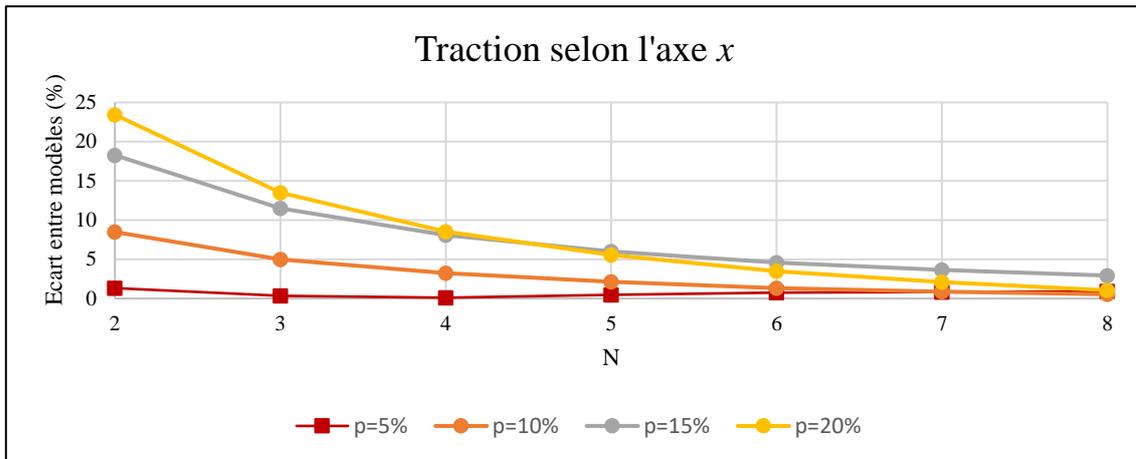


Figure 33 : *Écarts relatifs en fonction de N entre modèle hétérogène et modèle homogène.*

2.5. CORRELATIONS ENTRE MODELE NUMERIQUE ET ESSAIS MECANIQUES

Les paragraphes 2.3. et 2.4. ont montré que l'homogénéisation périodique était précise pour trouver un matériau homogénéisé dont les propriétés élastiques sont équivalentes à celles d'un matériau hétérogène périodique. Cependant, il ne s'agit que de comparaisons entre modèles numériques. Pour valider pleinement le modèle élastique orthotrope obtenu à la suite des deux étapes d'homogénéisation, il est nécessaire d'effectuer des comparaisons entre simulation et essais mécaniques sur des pièces de CrFCC imprimées avec la Markforged X7. C'est l'objet du paragraphe qui suit.

2.5.1. CORRELATIONS ENTRE CALCULS ET ESSAIS

Pour valider le modèle élastique orthotrope équivalent au CrFCC de Markforged, des essais de traction sur trois échantillons de cinq éprouvettes ont été réalisés (Paragraphe 2.5.1.1). Une FEA équivalente à l'essai de traction a ensuite été développée (Paragraphe 2.5.1.2). Enfin, une corrélation entre les résultats d'essai et les résultats de simulation a été faite (Paragraphe 2.5.1.3).

2.5.1.1. ESSAIS DE TRACTION

Le CrFCC de Markforged étant un matériau orthotrope, un seul essai de traction n'est pas suffisant pour valider le modèle homogène équivalent. Ainsi, trois cas de traction ont été définis, la différence entre chaque cas étant l'angle α entre la direction des fibres et la direction de traction. :

- 1^{er} cas : sollicitation longitudinale des fibres ($\alpha = 0^\circ$).
- 2^{ème} cas : sollicitation transversale des fibres ($\alpha = 90^\circ$).
- 3^{ème} cas : sollicitation mixte ($\alpha = \pm 45^\circ$).

La géométrie normée ASTM D638-14 Type I a été choisie pour définir les éprouvettes. En effet, Blok et al. [Blo2018], Laureto et al. [Lau2018], Melenka et al. [Mel2016], Naranjo-Lozada et al. [Nar2019] et Petrusse et al. [Pet2019] ont validé cette géométrie pour effectuer des essais de traction sur des matériaux orthotropes fabriqués par FFF. Les éprouvettes comprennent vingt-six couches imprimées : dix couches en Nylon non-renforcées constituant une contrainte du procédé de Markforged (cinq couches sur le dessus et cinq en-dessous) et seize couches renforcées par des fibres de carbone. Le renfort des couches a été effectué avec la stratégie

« isotrope » du logiciel Eiger. Ce terme isotrope n'est pas à interpréter d'un point de vue matériau puisque que le CrFCC est orthotrope. Dans le cas du renfort de fibres avec Eiger, le terme « isotrope » signifie que toutes les fibres d'une même couche auront la même orientation. Cette option est donc très pratique pour fabriquer les trois échantillons étudiés ici, puisqu'il s'agit de laminés avec un angle par couche. La géométrie des éprouvettes ainsi que les trajectoires de fabrication pour chacun des trois cas sont montrées dans la Figure 34.

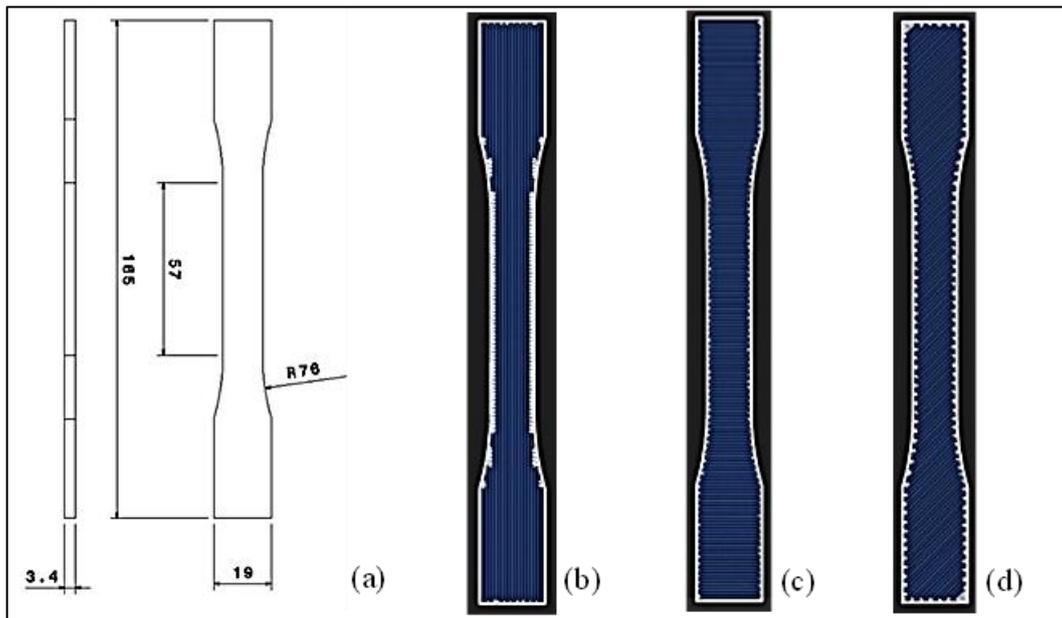


Figure 34 : a : géométrie des éprouvettes ; b-d : trajectoires d'impression des éprouvettes pour les trois différents cas (respectivement $\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 90^\circ$ et $\alpha = \pm 45^\circ$). En bleu : trajectoires d'impression de CrFCC. En blanc : trajectoires d'impression du Nylon.

Les essais ont été effectués sur une machine de traction LR 50K fabriquée par Lloyd Instruments. Afin d'éviter tout risque de dispersion sur les mesures, cinq éprouvettes ont été testées pour chaque cas, soit quinze tests au total. Le montage d'essai, présenté en Figure 35, comprend :

- Une mâchoire supérieure mobile pour étirer l'éprouvette, reliée à un capteur donnant une mesure de la force de traction.
- Une mâchoire inférieure fixe pour maintenir l'éprouvette en place.
- Un extensomètre fixé sur l'éprouvette, donnant une mesure précise du déplacement.

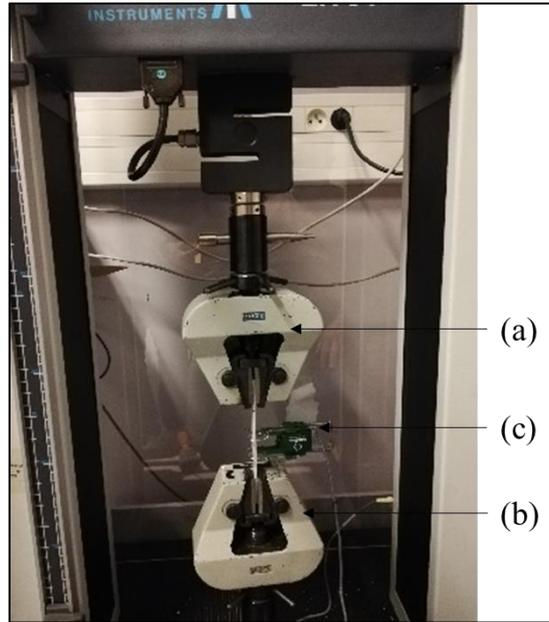


Figure 35 : Montage d'essai de traction.

Il est ensuite aisé de calculer la contrainte et la déformation avec les dimensions géométriques de l'éprouvette :

$$\begin{cases} \sigma = \frac{F_{mesurée}}{S_{éprouvette}} \\ \varepsilon = \frac{\Delta L_{mesuré}}{L_{0_{extensomètre}}} \end{cases} \quad (22)$$

avec $F_{mesurée}$ la force mesurée par le capteur de force, $S_{éprouvette}$ la section de l'éprouvette perpendiculaire à la direction de traction, $\Delta L_{mesuré}$ le déplacement mesuré par l'extensomètre et $L_{0_{extensomètre}}$ l'espacement initial des broches de l'extensomètre.

L'essai est réalisé jusqu'à une déformation de 0.5%, à une vitesse d'étirement de 2mm/min. Les résultats de ces essais sont symbolisés par des cercles noirs sur la Figure 39. Ces points d'essai ont été calculés en faisant la moyenne des contraintes sur les cinq éprouvettes de l'échantillon à une déformation donnée.

Les résultats d'essais vont être confrontés à des calculs numériques pour identifier la valeur de porosité p donnant une bonne corrélation entre calcul et essai. Le modèle utilisé pour les calculs est détaillé dans le paragraphe suivant.

2.5.1.2. MODELE ELEMENTS FINIS DE L'ESSAI DE TRACTION

Géométrie

La mesure du déplacement étant faite par l'extensomètre, seule la matière située entre les deux broches de l'appareil de mesure est intéressante. Ainsi, la géométrie étudiée pour la simulation est un parallélépipède dont la longueur correspond à l'espacement initial de l'extensomètre e (25mm). La largeur l et la hauteur h du parallélépipède correspondent aux moyennes des largeurs et hauteurs des éprouvettes de chaque échantillon. Pour que la géométrie du modèle soit fidèle à celle testée en traction, il est également important de prendre en compte les parois de Nylon imposées par le procédé de Markforged. Un volume correspondant aux cinq couches en-dessous et au-dessus (« plancher » et « plafond ») et deux passages de buse sur les contours (« murs ») est séparé du reste de l'échantillon (Figure 36). L'épaisseur d'une couche étant fixée à 0.125mm par Markforged, l'épaisseur t du « plancher » et du « toit » est fixée à 0.625mm (5×0.125). Le diamètre de la buse d'impression de Nylon étant de 0.4mm, l'épaisseur m des « murs » est de 0.8mm (2×0.4).

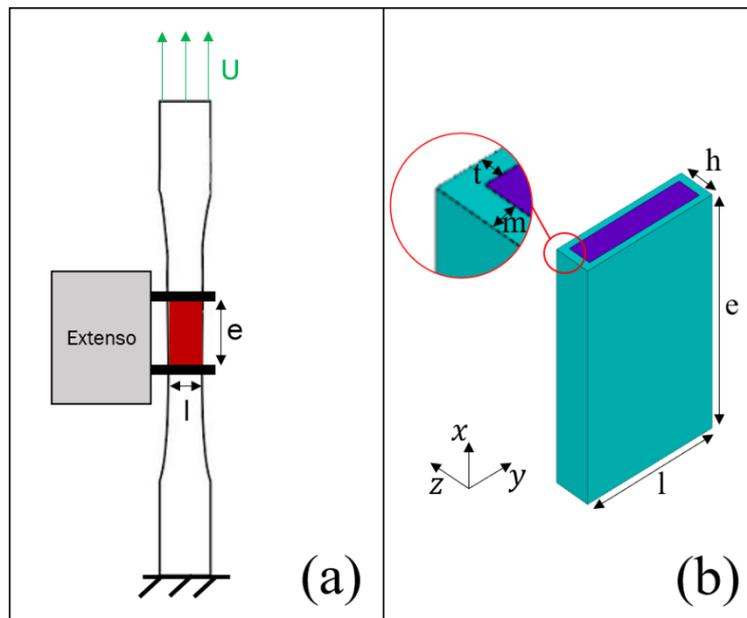


Figure 36 : (a) schéma de l'essai de traction (b) Dimensions de la géométrie utilisée dans la FEA (le volume en couleur cyan correspond au Nylon et le volume violet au CrFCC).

Conditions limites

Compte tenu des symétries géométrique et matérielle de la partie de l'éprouvette où sont effectuées les mesures (Figure 36.b), il est classique de n'en modéliser qu'un huitième avec des conditions aux limites de symétrie (appuis simples) sur les trois surfaces représentées sur les

Figures 37.a, 37.b et 37.c. Sur la face supérieure, on applique un déplacement uniforme vertical valant la moitié du déplacement U_e mesuré par l'extensomètre (Figure 37.d).

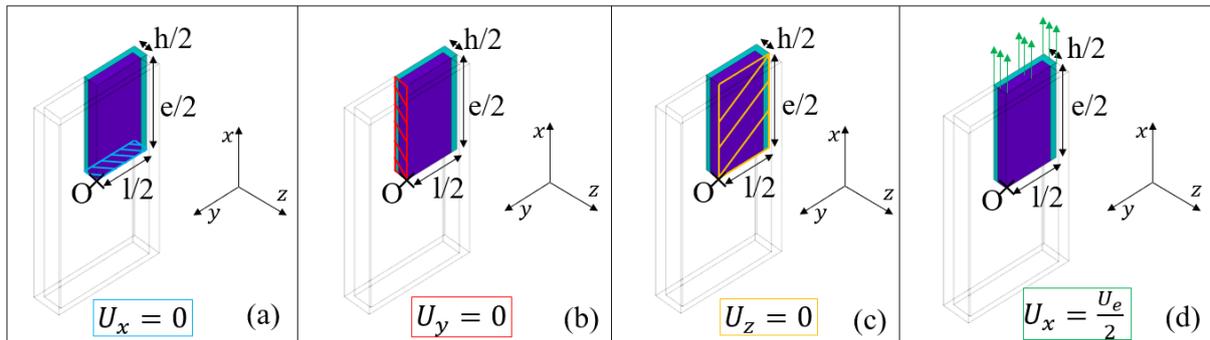


Figure 37 : Conditions limites du modèle de traction : (a) Symétrie d'axe x sur le plan médian yz ; (b) symétrie d'axe y sur le plan médian xz ; (c) symétrie d'axe z sur le plan médian xy ; (d) déplacement uniforme d'axe x sur la face supérieure

Maillage

La géométrie à mailler (Fig. 37) a été construite avec dix volumes parallélépipédiques différents : deux pour le mur et le toit de Nylon et autant que de couches renforcées, soit huit. L'éprouvette comprend en effet seize couches renforcées (paragraphe 2.5.1.1) dont on ne prend en compte que la moitié puisque le modèle ne représente que la moitié de l'épaisseur de l'éprouvette (Figure 38.a). Le transfert des champs mécaniques se fait parfaitement entre volumes juxtaposés en définissant l'interface entre volumes sous la forme d'une seule face commune. Cela permet de ne créer qu'un seul maillage pour l'ensemble des dix parallélépipèdes et ainsi d'éviter de recourir à la modélisation de contacts entre volumes pour assurer les liaisons. Les éléments contacts peuvent en effet créer des contraintes virtuelles susceptibles de fausser le résultat de la FEA si le réglage des paramètres numériques qui leur sont associés ne sont pas effectués correctement.

Les dix volumes ont été maillés avec des éléments hexaédriques à approximation quadratique SOLID186 (Figure 38.b). Dans chaque couche, le matériau a été orienté avec les angles associés au chargement (paragraphe 2.5.1.1) et dont on rappelle les valeurs : 0° dans toutes les couches pour le premier cas d'essai ; 90° dans toutes les couches pour le second ; 45° et -45° alternés une couche sur deux pour le troisième.

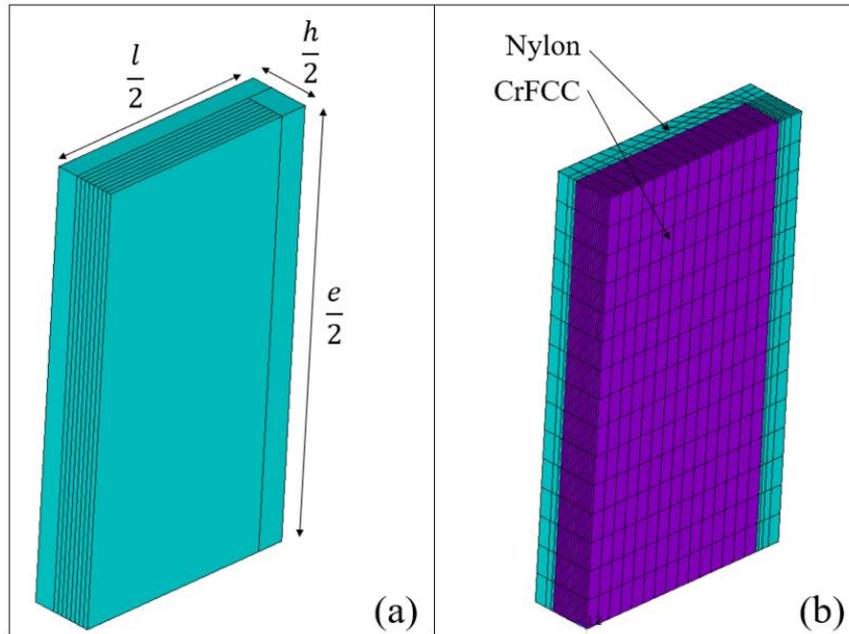


Figure 38 : (a) : dix volumes utilisés pour construire le maillage ; (b) maillage hexaédrique à approximation quadratique (les éléments de couleur cyan correspondent au Nylon, les éléments de couleur violette correspondent au CrFCC).

Post-traitement

L'objectif de cette FEA est de créer une courbe numérique contrainte-déformation comparable à celle établie en essai.

La déformation est calculée en divisant le déplacement imposé sur la face supérieure par la longueur du domaine maillé qui est égale à la moitié de l'espacement initial e de l'extensomètre.

Pour calculer la contrainte, on commence par récupérer la somme des forces de réaction sur les nœuds de la face sur laquelle est imposée le déplacement de traction. On divise ensuite cette force par la section du domaine maillé, soit le quart de la section initiale $h \times l$ de l'éprouvette.

2.5.1.3. CORRELATIONS ENTRE CALCULS ET ESSAIS

Les courbes contrainte-déformation sont tracées sur la Figure 39. Elles portent sur chacune des cinq valeurs de porosité utilisées dans les cellules de base de la Figure 32 ($p=0\%$, 5% , 10% , 15% et 20%) et chacun des trois échantillons de la Figure 34 avec trois orientations différentes des fibres ($\alpha = 0^\circ$, 90° et $\pm 45^\circ$).

On observe tout d'abord que les données d'essai (représentées par des cercles noirs) suivent une loi linéaire, ce qui était attendu puisque notre étude se place dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Dans le cas où l'orientation des fibres α vaut 0° (Figure 39.a), on constate que les cinq droites correspondant aux cinq calculs associés aux cinq valeurs de porosité sont très proches les unes des autres. Il semble donc que la porosité n'exerce pas une grande influence sur la raideur dans la direction des fibres. La porosité qui permet de corréliser le mieux les essais vaut 5%.

L'observation est différente pour les deux autres échantillons, pour lesquels l'influence de la porosité est plus significative avec une dispersion plus importante entre les droites résultant des FEA.

Dans le cas $\alpha = 90^\circ$ (Figure 39.b), la traction s'effectue perpendiculairement aux fibres. La droite calculée avec 15% de porosité est celle qui permet le mieux de corréliser les essais. Cette valeur de 15% correspond à celle mesurée par Chabaud et al. [Cha2019] avec une méthode de mesure de porosité standardisée (Tableau 7).

Dans le cas où les fibres sont alternées de 45° couche après couche ($\alpha = \pm 45^\circ$), on remarque que la droite calculée sans porosité est celle qui coïncide le mieux avec les essais (Figure 39.c).

La principale différence entre les échantillons $\alpha = 90^\circ$ et $\alpha = \pm 45^\circ$ est que les fibres ont la même orientation d'une couche à l'autre dans le premier cas alors qu'elles se croisent avec un angle de 90° dans le second. Intuitivement, il paraît logique qu'un croisement des trajectoires d'impression d'une couche à l'autre résulte en une porosité plus faible qu'un alignement des trajectoires d'impression puisque le dépôt d'une couche alternée favorisera le comblement des porosités apparaissant lors du dépôt de la couche précédente. C'est bien ce résultat que nous avons obtenu avec une porosité de 15% lorsque les trajectoires sont alignées et de 0% lorsqu'elles sont alternées.

La comparaison que nous avons réalisée entre les calculs et les essais montre ainsi que le taux de porosité induit par le procédé FFF pour l'impression de CrFCC dépend du choix opéré dans l'orientation des fibres lors du dépôt du filament. Ce constat est cohérent avec les travaux de Rodríguez et al. [Rod2003] qui ont montré l'influence importante des routes d'impressions d'une couche à l'autre sur la porosité. Il est donc important de prendre en compte cet aspect

lors de la fabrication additive des composites puisque leur raideur dépendra fortement du taux de porosité. Il peut notamment être intéressant pour un concepteur de connaître à l'avance quelle sera le taux de porosité associé à un choix donné d'alternance d'impression des directions de fibres. Cette problématique sera abordée dans la suite de ce chapitre.

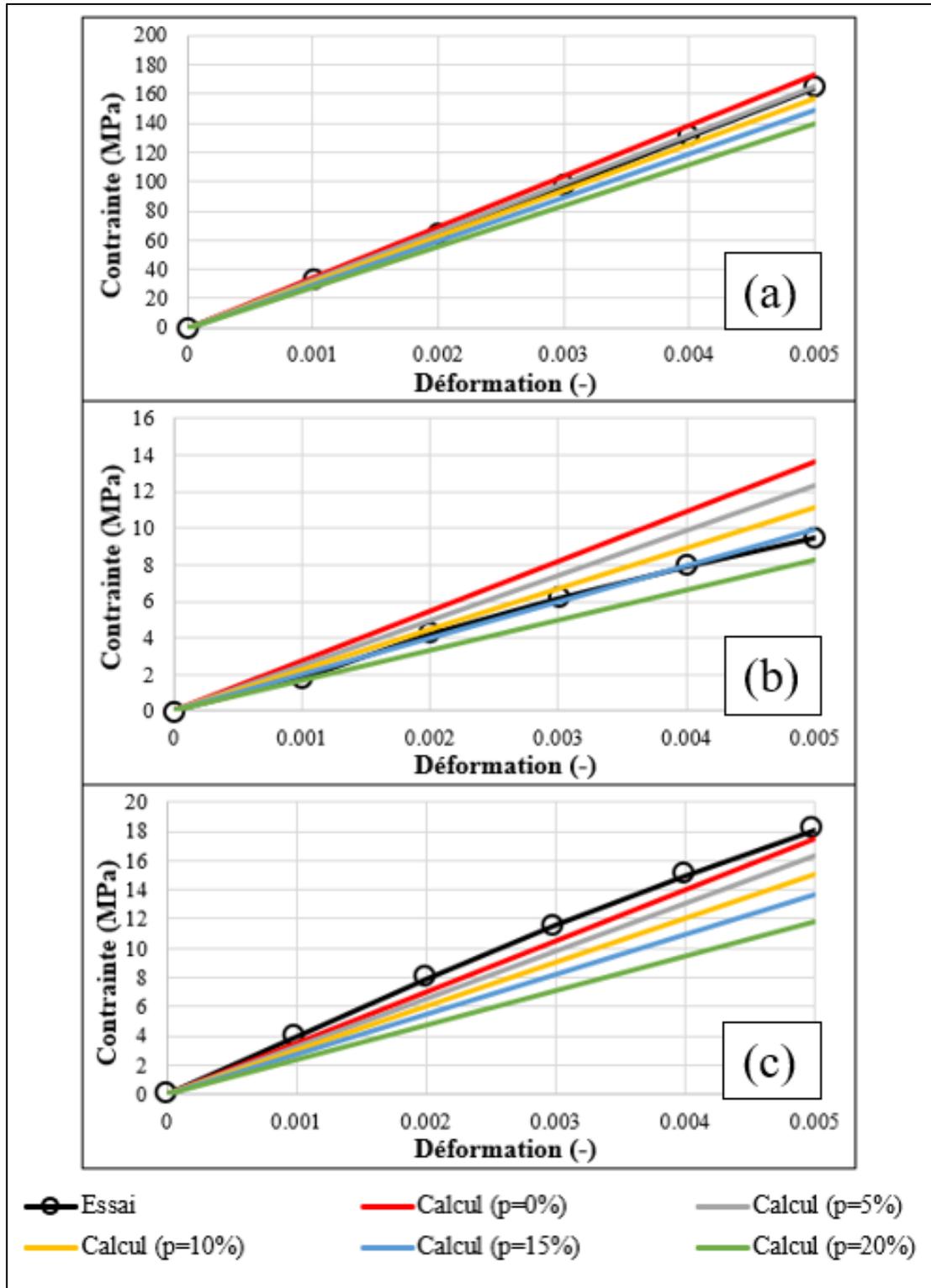


Figure 39 : Comparaison essai-calcul : (a) : $\alpha = 0^\circ$; (b) : $\alpha = 90^\circ$; (c) : $\alpha = \pm 45^\circ$.

2.5.2. ETUDE DE LA VARIATION DE LA POROSITE AVEC L'ANGLE INTER-COUCHE

Pour faciliter l'étude du lien entre le taux de porosité et la direction d'impression des fibres, nous introduisons une nouvelle variable, notée β , qui représente l'angle de croisement des fibres d'une couche à l'autre (ou angle inter-couche). Dans un laminé α_1/α_2 , avec une alternance de couches à α_1 degrés et α_2 degrés, β est égal à la valeur absolue de la différence entre α_1 et α_2 (Figure 40).

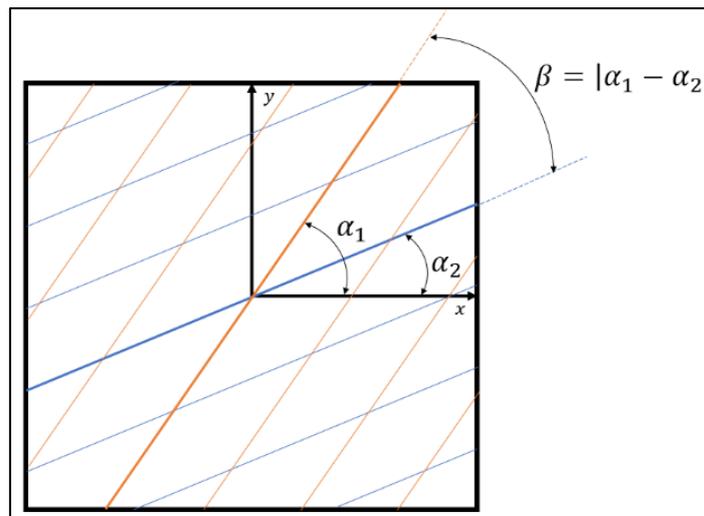


Figure 40 : Définition de l'angle inter-couche β .

Pour effectuer une étude paramétrique en fonction de l'angle β , il faut préalablement définir la plage de variation de cet angle.

A partir des données présentées sur la Figure 39 dans le cas d'une sollicitation longitudinale parallèlement aux fibres ($\alpha = 0^\circ$), on obtient dans un premier temps que la raideur (rapport contrainte/déformation) vaut 34.73 GPa pour une porosité de 0% et 27.95 GPa pour une porosité de 20%. Il n'y a donc qu'un écart de 20% entre ces deux raideurs. Au contraire, dans le cas d'une sollicitation transversale perpendiculairement aux fibres ($\alpha = 90^\circ$), la raideur vaut 2.72 GPa pour une porosité de 0% et 1.65 GPa pour une porosité de 20%. Il y a cette fois-ci un écart de 40% entre ces deux raideurs, ce qui prouve que la porosité exerce une influence plus faible sur la raideur longitudinale que sur la raideur transversale du composite. Ceci s'explique probablement par la forme de « tunnel » des vides au sein de la pièce (Figures 30 et 31). Pour étudier la variation de la porosité avec l'angle β , il est donc préférable de se focaliser sur les propriétés transversales du composite.

De plus, les angles α_1 et α_2 qui permettent de définir β varient dans l'intervalle $[0^\circ; 180^\circ]$. Selon l'expression de β donnée dans la Figure 40, on en déduit que l'angle β appartient à l'intervalle $[0^\circ; 180^\circ]$:

$$0 \leq \alpha_1 \leq 180 ; 0 \leq \alpha_2 \leq 180 \Leftrightarrow 0 \leq \alpha_1 \leq 180 ; -180 \leq -\alpha_2 \leq 0 \quad (23)$$

$$\Rightarrow -180 \leq \alpha_1 - \alpha_2 \leq 180 \Rightarrow 0 \leq \beta = |\alpha_1 - \alpha_2| \leq 180 \quad (24)$$

De surcroît, si on observe la Figure 41, où on a introduit l'angle $\gamma \in [0^\circ; 90^\circ]$ représentant le décalage de β par rapport à 90° , on constate que les cas $\beta = 90^\circ + \gamma$ et $\beta = 90^\circ - \gamma$ donnent en fait le même angle de croisement. Le schéma d'impression y est en effet le même avec une rotation de 90° . Les propriétés élastiques de ces deux cas ne sont pas équivalentes, mais la porosité dépendant uniquement du croisement des cordons d'une couche à l'autre, elle sera la même. Cette symétrie par rapport à 90° permet de restreindre l'étude de β à l'intervalle $[0^\circ; 90^\circ]$.

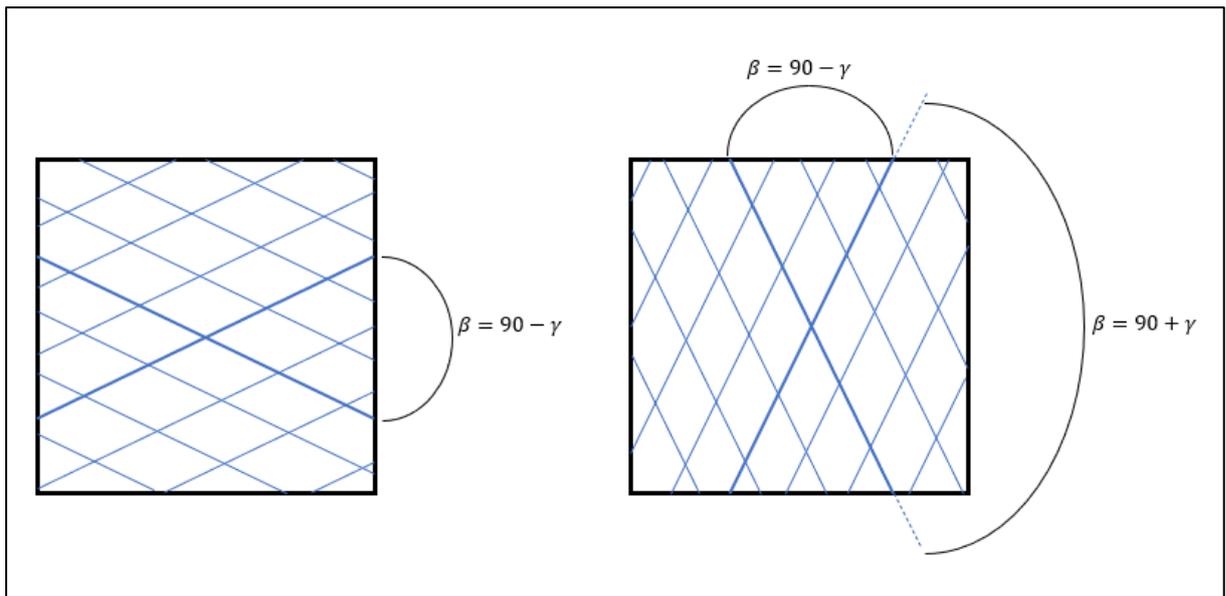


Figure 41 : *Equivalence des cas $\beta = 90^\circ + \gamma$ et $\beta = 90^\circ - \gamma$ concernant le motif d'impression.*

Sept valeurs de β ont été choisies dans l'intervalle $[0^\circ; 90^\circ]$ avec un écart de 15 degrés entre chaque valeur. Les valeurs correspondantes des angles α_1 et α_2 sont fournies dans le Tableau 8.

Les cas $\beta = 0^\circ$ et $\beta = 90^\circ$ correspondent aux essais de traction $\alpha = 90^\circ$ et $\alpha = \pm 45^\circ$ qui ont déjà été présentés dans le paragraphe 2.5.1.3. Les résultats des FEA correspondantes

aux cinq angles supplémentaires ($\beta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ et 75°), ainsi que les résultats d'essai associés, sont présentés en Annexe E.

$\alpha_1; \alpha_2$	β
[90°;90°]	0°
[82.5°;97.5°]	15°
[75°;105°]	30°
[67.5°;112.5°]	45°
[60°;120°]	60°
[52.5°;127.5°]	75°
[45°;135°] = [45°;-45°]	90°

Tableau 8 : Valeurs de β définies pour l'étude et valeurs de $\alpha_1; \alpha_2$ correspondantes.

La démarche utilisée pour relier par une expression explicite la porosité p à l'angle inter-couche β comprend quatre étapes (Figure 42). Chacune de ces étapes est décrite en détail dans la suite de ce chapitre.

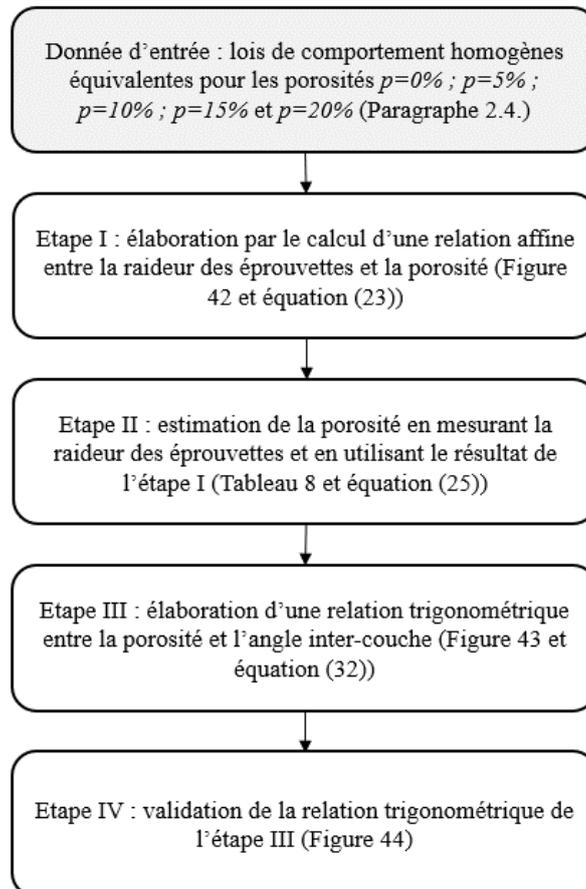


Figure 42 : Démarche menée pour créer une loi liant la porosité p et l'angle inter-couche β .

- Etape I :

Pour chacune des cinq valeurs de porosités ($p=0\%$, 5% , 10% , 15% et 20%) et chacune des sept valeurs de l'angle inter-couches ($\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ et 90°), une FEA de l'essai de traction a été réalisé en utilisant le modèle présenté dans le paragraphe 2.5.1.2. Cela représente trente-cinq ($35 = 5 \times 7$) FEA au total. Pour chacune de ces trente-cinq FEA, une déformation de 0.5% a été appliquée et le module d'Young équivalent de l'éprouvette E_{calcul} a été calculé de manière classique :

$$E_{calcul}(p, \beta) = \frac{F_{réaction}(p, \beta)}{S_{éprouvette}(\beta) \cdot 0.005} \quad (25)$$

avec $F_{réaction}(p, \beta)$ la force de réaction obtenue à l'encastrement lors du calcul et $S_{éprouvette}(\beta)$ la section moyenne des cinq éprouvettes de l'échantillon β .

Les valeurs de E_{calcul} correspondant aux trente-cinq points de calcul sont reportés dans la Figure 43.

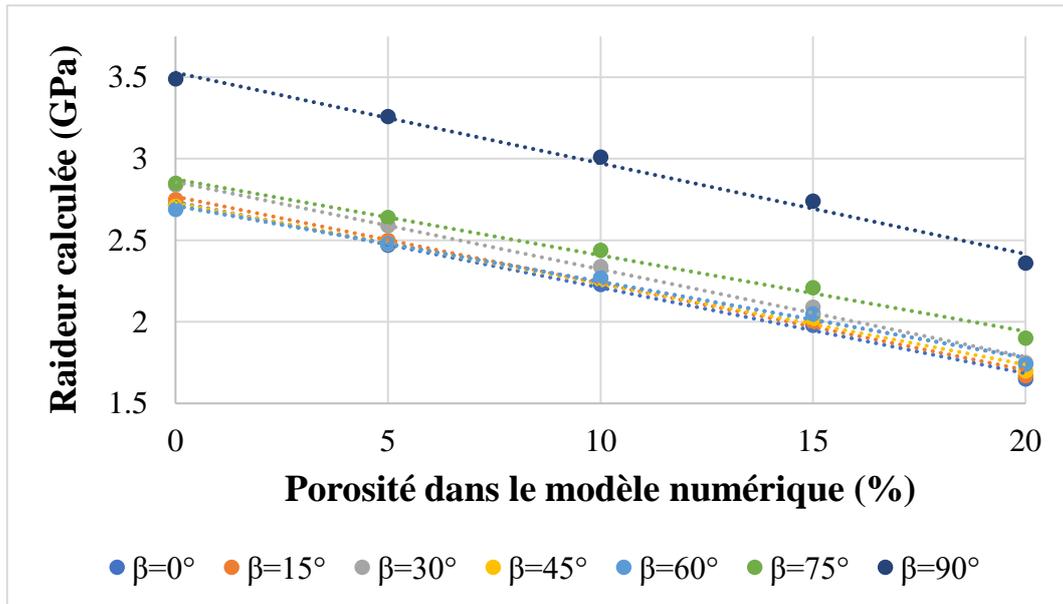


Figure 43 : Module d'Young calculé en fonction de la porosité p pour chaque angle inter-couche β .

On observe sur la Figure 43 que la raideur de l'éprouvette s'exprime de manière affine en fonction de la porosité :

$$E_{calcul}(p, \beta) = a_{\beta} \times p + b_{\beta} \quad (26)$$

Les coefficients a_β et b_β de cette relation affine se calculent analytiquement à partir des points d'essais qui sont tous situés sur des droites (Figure 43). Ces coefficients sont donnés dans le Tableau 9.

Angle inter-couche β (°)	0	15	30	45	60	75	90
Coefficient a_β (10^{-2})	-5.26	-5.32	-5.36	-4.96	-4.66	-4.66	-5.56
Coefficient b_β	2.74	2.77	2.86	2.73	2.71	2.87	3.53

Tableau 9 : Coefficients de la dépendance affine (26) liant la porosité à l'angle inter-couche.

- Etape II :

Pour chacun des sept essais associés à chacune des sept valeurs de l'angle inter-couches ($\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ et 90°), le module d'Young équivalent de l'éprouvette est déterminé avec la même méthode que celle utilisée dans l'étape I :

$$E_{essai}(\beta) = \frac{F_{moyenne\ essai}(\beta)}{S_{eprouvette}(\beta) \cdot 0.005} \quad (27)$$

où $F_{moyenne\ essai}(\beta)$ est la moyenne des forces mesurées en essai de traction avec une déformation de 0.5%. Les raideurs mesurées en utilisant (27) sont données dans la deuxième ligne du Tableau 10.

Il faut noter à ce stade que les raideurs $E_{calcul}(p, \beta)$ et $E_{essai}(\beta)$ résultent d'une combinaison des propriétés du CrFCC et du Nylon. Il ne s'agit donc pas de propriétés matérielles intrinsèques mais de propriétés équivalentes de l'éprouvette composite utilisée pour la comparaison entre les essais de traction et les FEA. Connaissant $E_{essai}(\beta)$ pour chaque valeur de β grâce à (27), on peut aisément estimer la porosité grâce à (26) :

$$p_\beta = \frac{E_{essai}(\beta) - b_\beta}{a_\beta} \quad (28)$$

Les valeurs de porosité estimées avec l'équation (28) sont données dans la troisième ligne du Tableau 10. Comme cela était attendu, les porosités les plus fortes sont obtenues avec un angle β proche de 0° . On sait en effet que la configuration où les fibres ne subissent aucun croisement entre couches est la plus défavorable en termes d'apparition de porosité. A l'inverse, lorsque l'angle β vaut 90° (croisement des fibres à $\pm 45^\circ$. Cf. Tableau 8), on pouvait s'attendre à une porosité plus faible, ce qui est le cas avec une porosité estimée légèrement inférieure à 0. Cette valeur négative de porosité, qui n'est physiquement pas admissible, est induite par les

incertitudes, tant au niveau de la raideur équivalente des éprouvettes (appareils de mesure, procédé de fabrication, etc.) qu'au niveau des nombreuses approximations associées aux modèles numériques. Cette valeur négative de porosité ne doit donc pas être considérée comme une valeur exacte mais comme l'indicateur d'une valeur proche de zéro, son amplitude étant faible.

Angle inter-couche β (°)	0	15	30	45	60	75	90
Raideur mesurée E_{essai} (GPa)	1.90	1.78	2.18	2.14	2.47	2.84	3.62
Porosité p (%) estimée par (28)	15.3	18.0	12.0	11.4	4.7	0.1	-2.3

Tableau 10 : Estimation de la porosité pour chaque valeur de β .

• **Etape III** :

Les valeurs du Tableau 10 permettent d'exprimer la porosité p comme une fonction de l'angle inter-couche β . On note $p(\beta)$ cette fonction. D'après la Figure 40, il est clair qu'en appliquant une rotation de π aux fibres, le composite obtenu est le même matériau, ce qui implique que $p(\beta)$ est une fonction π -périodique. On peut donc la représenter comme une série de Fourier, sous la forme suivante :

$$p(\beta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2n\beta) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2n\beta) \quad (29)$$

où a_0 , a_n et b_n sont les coefficients de Fourier de la série. Par ailleurs, d'après la Figure 41 on a la propriété suivante :

$$p\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = p\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) \quad \forall \gamma \quad (30)$$

ce qui entraîne que :

$$p(\beta) = p(\pi - \beta) \quad \forall \beta \quad (31)$$

En utilisant (29) et (31), on obtient :

$$\begin{aligned} & a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2n\beta) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2n\beta) \\ &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2n(\pi - \beta)) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2n(\pi - \beta)) \end{aligned} \quad (32)$$

ce qui entraîne :

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2n\beta) = 0 \quad \forall \beta \Leftrightarrow b_n = 0 \quad \forall n \quad (33)$$

La série de Fourier (29) ne contient donc pas de termes en sinus, ce qui donne :

$$p(\beta) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2n\beta) \quad (34)$$

Après avoir effectué différents tests sur le nombre de termes en cosinus, il s'avère que se limiter aux deux premiers est suffisant pour obtenir un bon coefficient de détermination R^2 égal à 0.96.

$$p(\beta) = a_0 + a_1 \times \cos(2\beta) + a_2 \times \cos(4\beta) \quad (35)$$

Les trois coefficients a_0 , a_1 et a_2 de la série de Fourier ont été identifiés ($a_0 = 9.085$; $a_1 = 8.288$; $a_2 = -0.797$) avec l'outil « *curve fitting* » de MatLab, en essayant de représenter au mieux l'évolution des sept couples (β, p) contenus dans le Tableau 10 (représentés par des cercles noirs sur la Figure 44). La courbe correspondant à l'équation (35) est tracée en pointillé sur cette Figure. On observe qu'elle représente correctement la tendance générale matérialisée par les cercles noirs.

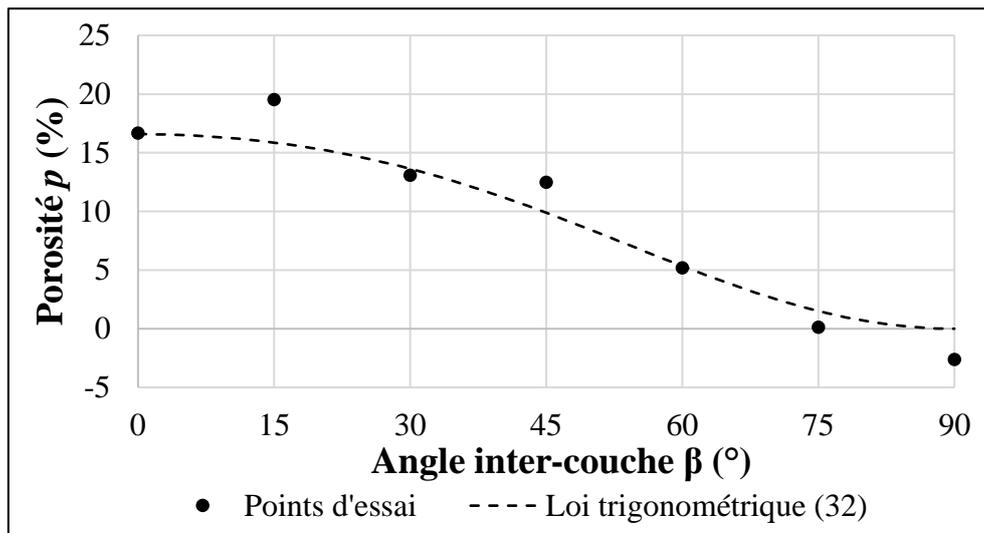


Figure 44 : Porosité estimée au sein de la pièce en fonction de l'angle inter-couche.

- **Etape IV :**

Pour vérifier la pertinence de l'équation (35), nous avons procédé aux calculs complémentaires suivants :

- Pour chacune des sept valeurs de β considérées dans ce chapitre ($\beta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$ et 90°), sept valeurs de porosité ont été calculées avec l'équation (35). Ces valeurs sont reportées dans le Tableau 11 :

Angle inter-couche β (°)	0	15	30	45	60	75	90
Porosité p (%) avec (35)	16.6	15.9	13.6	9.9	5.3	1.5	0.0

Tableau 11 : porosités au sein de la pièce calculées avec (35).

- Les sept valeurs de porosité du Tableau 11 ont été utilisées pour définir sept nouvelles cellules de base.
- Sept nouveaux matériaux homogènes équivalents ont été calculés par homogénéisation périodique avec ces sept cellules de base.
- Les sept nouveaux matériaux homogénéisés ont été implémentés dans le modèle EF de l'essai de traction présenté en section 2.5.1.2, avec les valeurs d'angles de fibres correspondant à la valeur de β concernée (Tableau 9).
- Les FEA de l'essai de traction ont permis de déterminer les modules d'Young équivalents de l'éprouvette pour chaque valeur de β grâce à l'équation (25).
- Les modules d'Young équivalents de l'éprouvette calculés par FEA sont représentés sur la Figure 45 par la courbe en pointillé orange. On note une corrélation quasi-parfaite avec les résultats d'essais extraits de la deuxième ligne du Tableau 10 (symboles noirs en forme de diamant). Si la porosité n'est pas prise en compte dans les modèles EF (courbe pointillé grise), on observe que le calcul ne permet pas de corrélérer correctement les résultats d'essai. C'est particulièrement vrai pour les angles β inférieurs à 60° pour lesquels la porosité est la plus élevée (Figure 44). Cela prouve qu'il est nécessaire de prendre en compte l'effet de la porosité pour prédire correctement la raideur de composants en CrFCC fabriqués avec le procédé FFF et que cette prise en compte via l'équation (35) est quasi-parfaite, compte tenu de l'excellent niveau de corrélation obtenu.

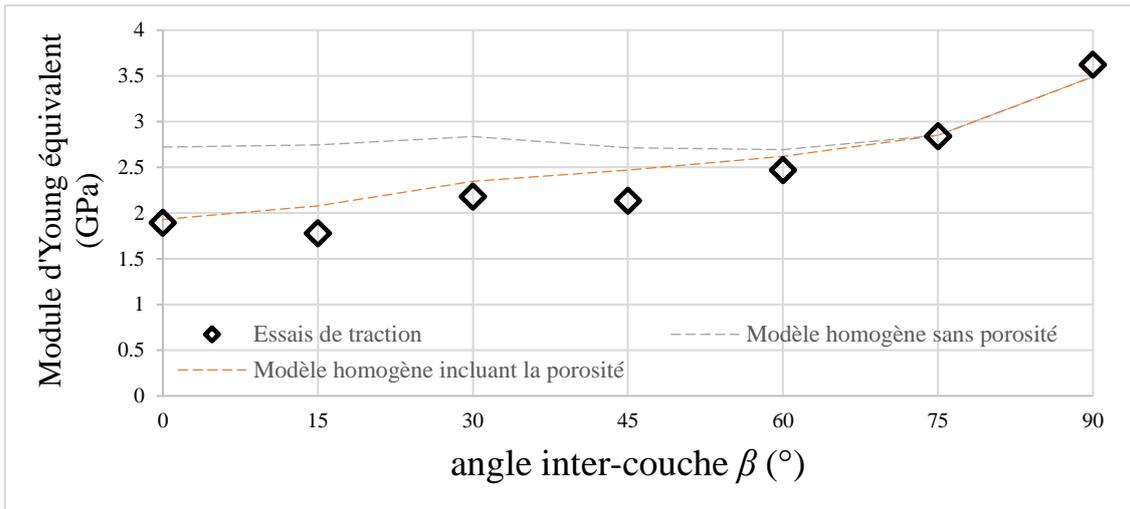


Figure 45 : Corrélation entre modèle homogène et essais de traction.

2.6. CONCLUSIONS

Les propriétés élastiques du CrFCC de Markforged ont été calculées puis validées par des corrélations entre calculs et essais dans ce chapitre.

La mise en place de deux étapes d'homogénéisation a permis d'intégrer la porosité au sein de modèles EF. C'est un point crucial car la présence de porosités au sein de composants fabriqués par FFF n'est pas à négliger, puisqu'elle a un impact important sur les propriétés élastiques. Dans le cas le plus défavorable (16.6% de porosité), à savoir une disposition alignée des cordons imprimés, la porosité entraîne une réduction de 17% de la raideur longitudinale et de 43% de la raideur transversale par rapport à un matériau composite identique sans porosité. Cette valeur de 16.6% est par ailleurs très proche des résultats trouvés par Chabaud et al. [Cha2019], qui estiment la porosité à 15%.

Le modèle incluant la porosité a été validé par des corrélations entre calculs et essais de traction sur sept valeurs d'angles inter-couches différentes, les éprouvettes ayant été fabriquées avec l'imprimante Markforged X7. La porosité a été estimée par une interpolation trigonométrique en fonction de l'angle inter-couches (équation (35)), puis implémentée dans le modèle élastique du matériau composite, ce qui a permis d'obtenir un écart quasiment nul entre le modèle numérique et les essais de traction (Figure 45). Cette équation (35), qui est analytique, peut donc se révéler particulièrement utile pour un concepteur pour la réduction de la porosité au sein de composants en CrFCC imprimés par FFF.

Les lois élastiques homogénéisées dépendantes de la porosité que nous avons élaborées dans ce chapitre seront utilisées dans le prochain chapitre pour optimiser l'orientation des fibres au sein de pièces imprimées en CrFCC.

CHAPITRE 3 : CONCEPTION RAPIDE POUR L'ORIENTATION DES FIBRES

3.1. INTRODUCTION

Le procédé de FFF est encore principalement restreint au prototypage rapide et rencontre des difficultés à s'ouvrir à la fabrication de produits finis. L'impression de composites à fibres continues permet de pallier un des principaux problèmes rencontrés en fabrication additive, à savoir la faiblesse des propriétés mécaniques des composants fabriqués. Les machines commerciales de composites proposent en effet l'impression de filaments aux propriétés mécaniques proches de celles des alliages d'Aluminium [Ani2023, Mar2022], ce qui ouvre la FA à de nouvelles applications industrielles. La FFF a en effet plusieurs avantages sur les autres procédés de FA : la faible consommation énergétique, la possibilité de combiner plusieurs matériaux et une faible quantité de déchets.

Cependant, l'homogénéisation périodique à deux échelles, présentée dans le chapitre précédent, a montré que les CrFCC étaient des matériaux à l'anisotropie élevée. En particulier, le ratio entre la raideur longitudinale et la raideur transversale est proche de vingt-cinq. Il est donc essentiel de prendre en compte l'orientation des fibres comme paramètre de conception pour la fabrication par FFF-CFC. Une mauvaise orientation des fibres mènerait en effet à de mauvaises performances mécaniques, réduisant ainsi l'intérêt de l'utilisation de ce type de filaments plus coûteux que les filaments non-renforcés. Les travaux de [Goh2021, Lew2017, Mah2015] ont montré que l'alignement des fibres avec le champ de contraintes mécaniques est le meilleur moyen d'optimiser la raideur d'un matériau composite à renfort de fibres continues.

Les différentes méthodes permettant d'optimiser les trajectoires de fibres au sein de ce type de matériaux ont été détaillées dans le paragraphe 1.5.2. du Chapitre 1. Ce paragraphe a notamment mis en lumière le besoin d'un outil de conception rapide pour orienter les fibres au sein d'une pièce dont le nombre de couches est grand. En effet, les nombreuses méthodes de simulation et d'optimisation d'orientation des fibres existantes présentent des inconvénients qui limitent leur application à de telles pièces.

Concernant les méthodes dites « *bottom-up* », c'est-à-dire à l'échelle du pli du laminé, elles sont efficaces pour un faible nombre de couches. En effet, Ghiasi et al. ont montré dans leur étude bibliographique [Ghi2010] qu'un algorithme génétique complété par un algorithme de descente de type gradient était la meilleure option pour optimiser les angles de couches d'un laminé à la géométrie complexe. Or, une pièce imprimée en FFF-CFC comporte un grand nombre de couches, de l'ordre d'une centaine, ce qui résulte en un grand nombre de paramètres de conception. Une méthode méta-heuristique telle qu'un algorithme génétique, pour lequel le

nombre d'individus requis pour assurer une diversité suffisante au sein de la population initiale dépend fortement du nombre de paramètres de conception, n'est donc pas viable dans ce cas. Pour ce qui concerne l'algorithme de descente, le calcul du gradient avec un grand nombre de paramètres peut être rapide lorsque le gradient est connu analytiquement, comme dans le cas des méthodes de projection géométrique en optimisation topologique [Cos2021]. Cependant, il n'est a priori pas possible de calculer analytiquement le gradient de la raideur dans le cas d'une pièce comportant de nombreuses couches orthotropes orientées, comme dans les cas d'étude auxquels nous nous intéressons. Sans expression analytique, une estimation du gradient par différences finies devient alors nécessaire, estimation coûteuse en temps de calcul avec un nombre important de paramètres de conception. Pour cette raison, il n'est pas non plus envisageable d'utiliser un algorithme de descente avec gradient dans le contexte de cette thèse.

On peut aussi réduire drastiquement le nombre de paramètres de conception (quatre ou six paramètres en fonction de la méthode, peu importe le nombre de couches) en optimisant l'orientation des fibres non pas à l'échelle des plis mais à l'échelle du laminé directement [Set2006, Blo2009, Mon2015b]. On parle alors de méthode « *top-down* ». Des détails sur cette méthode ont été fournis dans le paragraphe 1.5.2. du Chapitre 1. Cependant, l'état de l'art d'Albazzan et al. [Alb2019] a montré qu'il était complexe de déterminer les intervalles de faisabilité des paramètres du laminé. De plus, il y est expliqué que, bien que les méthodes « *top-down* » soient les plus performantes et efficaces pour orienter optimalement les fibres, leur application à des géométries complexes reste compliquée et coûteuse en temps de calcul. Cela bloque leur application en DfAM où la liberté de conception et la génération de géométries complexes est un outil essentiel de la création de composants performants.

Ainsi, aucun outil de simulation ou d'optimisation existant n'est parfaitement adapté à une démarche de DfAM rapide pour les CrFCC fabriqués avec le procédé de Markforged et comportant un grand nombre de couches. L'objectif de ce chapitre est donc de proposer dans ce contexte contraint un outil permettant de déterminer rapidement une orientation de fibres conférant à la structure étudiée une raideur élevée. Afin d'obtenir la meilleure rigidité possible, il a fallu en tout premier lieu déterminer laquelle des deux méthodes de renfort disponibles avec le slicer de la Markforged X7 était la plus performante. Ces deux méthodes sont le renfort « isotrope » (fibres alignées et unidirectionnelles dans la couche) et le renfort « concentrique » (fibres orientées le long des contours de la couche). Une étude expérimentale présentée dans le paragraphe 3.2. compare ces deux méthodes de renfort ainsi qu'une troisième option consistant à combiner les deux. Cette étude expérimentale a été réalisée sur une structure générée à partir

d'une poutre cantilever optimisée topologiquement dans [Zho2018]. Elle a permis d'établir que la combinaison des deux méthodes donnait les meilleures performances mécaniques. Nous avons donc combiné des fibres concentriques à un renfort unidirectionnel. De plus, le nombre de trajectoires concentriques doit être faible pour deux raisons : leur rôle est de renforcer le contour de la pièce uniquement et un trop grand nombre de trajectoires concentriques empêcherait un remplissage unidirectionnel adéquat de la couche.

Une autre caractéristique de fabrication sur laquelle il a fallu trancher concerne la nature des plis : à raideur constante (fibres unidirectionnelles) ou à raideur variable (fibres curvilignes). Le choix a été fait de concevoir des plis à raideur constante pour deux raisons :

- Dans leur état de l'art, Albazzan et al. [Alb2019] expliquent que la conception de plis à raideur constante permet de contrôler plus efficacement les propriétés élastiques du laminé, ce qui est notre objectif ici.
- Bien que des plis à raideur variable aient été fabriqués par Catapano et al. [Cat2019] avec le procédé Markforged, leur fabrication reste complexe à mettre en place car elle nécessite la génération de surfaces fictives. De plus, le *slicer* Eiger ne permet pas d'assurer la cohésion des trajectoires curvilignes adjacentes, ce qui peut induire une proportion importante de vides. Générer des trajectoires curvilignes par le biais de surfaces fictives sort en outre du protocole standard imposé par le procédé Markforged qui est considéré comme optimisé par le fabricant. Ce procédé permet en effet de produire des pièces de manière reproductible et fiable avec une faible déviation sur les propriétés mécanique des objets imprimés. En raison de cette reproductibilité et de cette fiabilité, nous avons décidé de rester dans le cadre d'utilisation standard du procédé Markforged.

Comme cela a été expliqué précédemment, les méthodes « *top-down* » sont difficiles à implémenter sur des géométries complexes et les méthodes « *bottom-up* » sont coûteuses en temps de calcul pour un grand nombre de couches à optimiser. Pour contourner cette difficulté, nous avons développé une méthode de type « *bottom-up* » mais avec une originalité consistant à regrouper plusieurs couches sous la forme d'empilement sur lequel opérera le calcul de l'orientation des fibres (paragraphe 3.3.). Cela permet de réduire notablement le temps de calcul.

Par ailleurs, afin d'économiser l'usage de filaments renforcés, une analyse statique par éléments finis a été réalisée préalablement sur du Nylon (qui est un matériau isotrope non renforcé) afin d'évaluer si la contrainte de Von Mises maximum dépasse ou non le critère de

rupture du Nylon. S'il y a dépassement, l'empilement où se situe la contrainte de Von Mises maximum est renforcé avec des fibres orientées sur la base des directions principales calculées en chaque nœud du maillage. En revanche, si aucun des nœuds dans le Nylon ne présente de contrainte de Von Mises dépassant le critère à la rupture, le processus itératif s'arrête. L'intérêt de procéder itérativement permet d'éviter le surdimensionnement inutile d'une pièce imprimée. S'il demeure en effet un nombre important de couches en Nylon, mais qu'elles présentent toutes un niveau de contraintes acceptable, il est inutile de les remplacer par des couches renforcées dont le prix est plus important. On se place ainsi dans la posture d'un concepteur qui, dans un contexte de production industrielle, souhaite fabriquer à moindre coût de matière les structures les plus résistantes possibles. Comme l'usage d'algorithmes d'optimisation n'est pas nécessaire pour déterminer les directions principales, les temps de calcul sont très courts et en adéquation avec les besoins des concepteurs. En résumé, le modèle de conception rapide que nous avons développé s'appuie sur les trois axes suivants :

- Fibres unidirectionnelles avec la même orientation au sein de chaque pli.
- Méthode « *bottom-up* » avec regroupement de plusieurs plis au sein d'empilement et emploi d'un processus itératif permettant de limiter au plus juste l'utilisation de couches renforcées dont le prix est plus élevé que du Nylon.

Nous avons testé avec succès cette approche pour déterminer rapidement l'orientation des fibres dans une clé plate à manche coudé fabriquée avec des couches de CrFCC imprimées par FFF. Dans le modèle éléments finis de ce cas d'étude concret, le matériau de chaque couche renforcée est le composite obtenu par homogénéisation périodique dans le deuxième chapitre de ce manuscrit de thèse.

On valide enfin sur l'exemple de la clé plate à manche coudée le concept de conception rapide que nous proposons en le comparant avec des résultats obtenus à l'aide d'approches d'optimisation plus traditionnelles et plus coûteuses comme les algorithmes génétiques ou les méthodes de descente dans la direction du gradient. L'écart sur les résultats, très faible aussi bien numériquement qu'expérimentalement, montre notamment que la conception rapide est cohérente avec des approches plus standards. De plus, l'orientation des fibres calculée avec notre méthode permet d'augmenter la raideur de 21% par rapport à une pièce non optimisée.

Le gain que permet la conception rapide en termes de temps de calcul est enfin très important (de l'ordre d'une vingtaine de secondes contre une dizaine d'heures pour un algorithme génétique par exemple). C'est un point clé pour dimensionner des composites

renforcés car ce gain permet de réaliser des calculs dans le cas où la pièce imprimée comporte un nombre élevé de couches, de l'ordre de quelques centaines par exemple. Une optimisation serait inenvisageable dans ces conditions avec des algorithmes traditionnels tels que les méthodes à gradient ou les algorithmes génétiques. De telles méthodes d'optimisation engendrent en effet des coûts calculs rédhibitoires pour un concepteur si le nombre de variables de dimensionnement (le nombre de couches ici en l'occurrence) est trop élevé.

3.2. ETUDE EXPERIMENTALE : COMPARAISON ENTRE LE RENFORT AVEC FIBRES CONCENTRIQUES ET LE RENFORT AVEC FIBRES UNIDIRECTIONNELLES

Actuellement, le logiciel de préparation à l'impression Eiger, utilisé pour imprimer avec la Markforged X7, propose deux types de renforts de fibres : « isotrope » (fibres unidirectionnelles) et « concentriques » (fibres longeant les frontières de la couche).

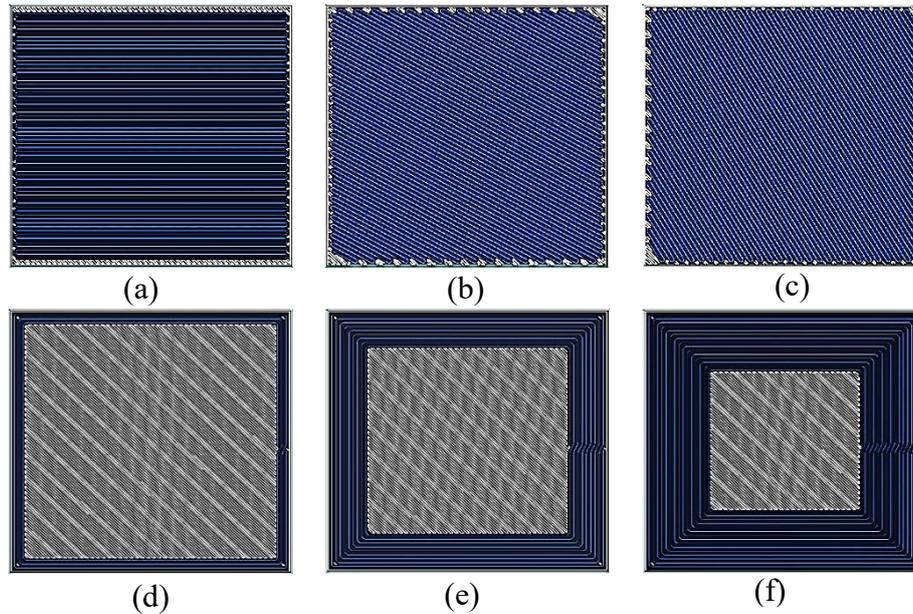


Figure 46 : Renfort avec fibres unidirectionnelles (a : 0° ; b : 30° ; c : 60°) et concentriques (d : 3 cordons ; e : 9 cordons ; f : 15 cordons).

Les deux méthodes de renfort sont paramétrables grâce à l'angle d'orientation des fibres pour le renfort unidirectionnel et au nombre de cordons renforcés pour le renfort concentrique (Figure 46). Dans le cas des fibres unidirectionnelles, on ne peut définir qu'un angle par couche. Il est notamment impossible de définir des zones avec différents angles au sein d'une même couche. Le logiciel remplit la couche intégralement, excepté les zones où les contraintes d'impression rendent le renfort impossible. Concernant les fibres concentriques, on peut choisir de renforcer le contour extérieur uniquement, le contour intérieur uniquement (en cas de trous dans la pièce) ou bien les deux simultanément. Le nombre de cordons concentriques influence directement la proportion de la couche qui sera renforcée.

3.2.1. DEFINITION DE LA GEOMETRIE ETUDIEE

Pour comparer les différentes méthodes de renfort, une étude expérimentale a été menée en utilisant une structure soumise à une flexion trois points (Figure 47). Cette structure constitue une extension par symétrie de la poutre cantilever (Figure 48) optimisée topologiquement dans [Zho2018]. Nous avons choisi une extension par symétrie de cette poutre, plutôt que de la reprendre à l'identique, car un essai de flexion en porte-à-faux est plus compliqué à réaliser sur une pièce réelle qu'un essai en flexion trois points.

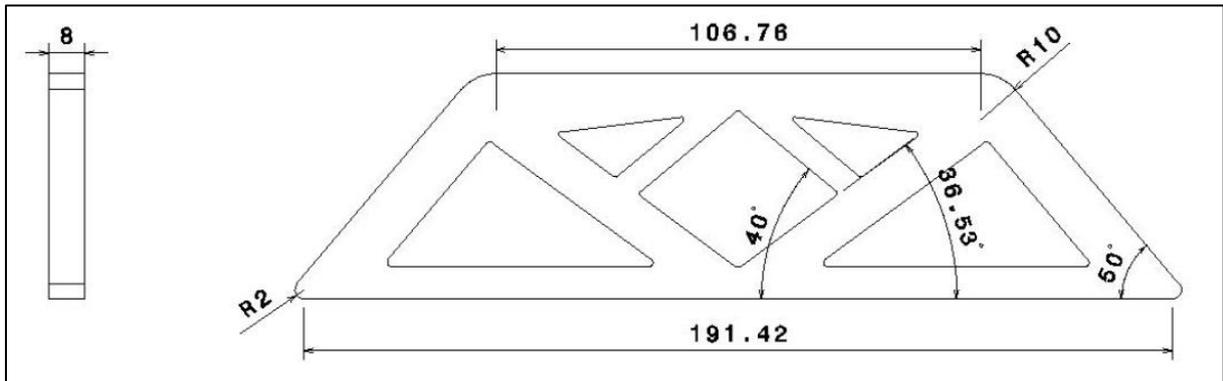


Figure 47 : Géométrie inspirée des résultats de Zhou et al. [Zho2018] définie pour l'essai de flexion trois points.

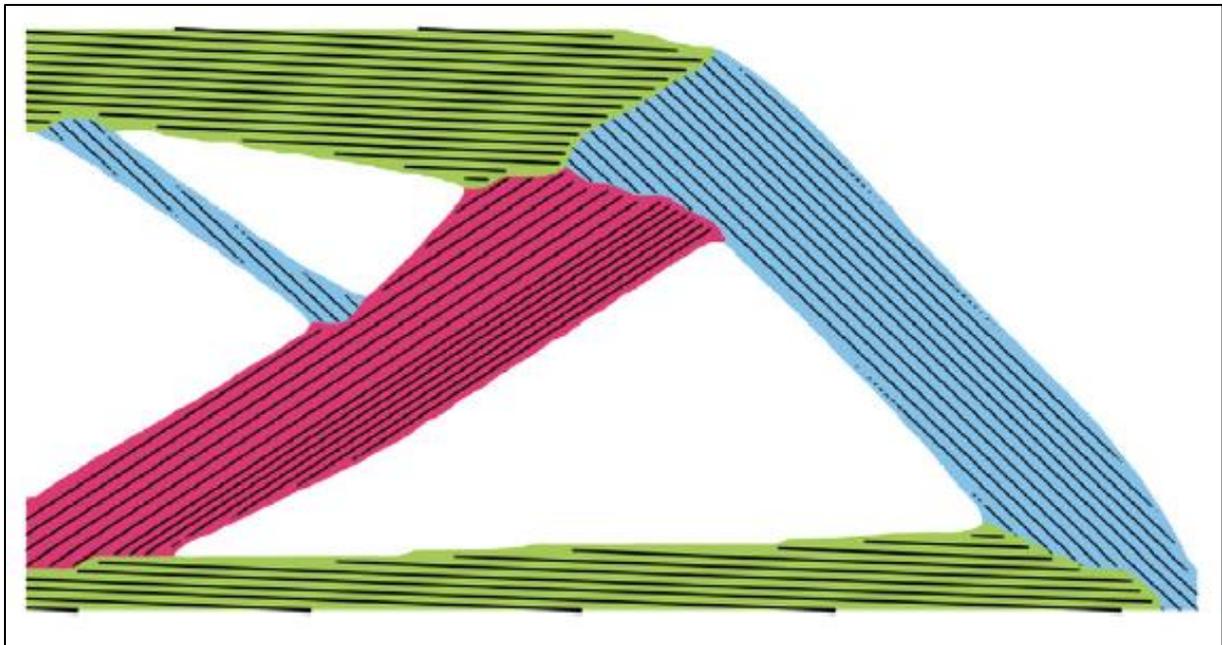


Figure 48 : Géométrie optimisée en flexion en porte à faux avec trois orientations de fibres différentes [Zho2018]. Reproduit avec autorisation de Elsevier (Annexe I).

La géométrie proposée dans [Zho2018] ne comportant pas de dimension, une géométrie identique mise à une échelle correspondant à la machine de flexion a été dessinée. Les cotes que nous avons utilisées sont reportées sur la Figure 47. Cette géométrie présente l'avantage d'avoir une zone de rupture prévisible. En effet, le vide central de la pièce est un quadrilatère, moins rigide qu'une structure triangulaire. De plus, le rouleau de la machine de flexion appuiera de manière centrée sur la structure, on peut donc s'attendre à une rupture sur la ligne de symétrie de la pièce.

Dans le but de faciliter l'impression des pièces, la surface optimisée en 2D a été extrudée. Cela permet de s'assurer d'une part que le contour de toutes les couches est identique en imprimant dans la direction d'extrusion et d'autre part que les fibres renforceront bien la sollicitation puisqu'elles seront disposées dans les directions optimisées. Ces directions optimisées sont au nombre de trois. Elles ont été déterminées dans [Zho2018] et sont représentées par des couleurs bleue, verte et rouge sur la Figure 48.

3.2.2. PREPARATION DES PIÈCES TESTEES

Pour mener à bien cette étude expérimentale, trois pièces avec la géométrie de la Figure 47, seront comparées :

- Pièce n°1 : fibres unidirectionnelles.
- Pièce n°2 : fibres concentriques.
- Pièce n°3 : combinaison de fibres unidirectionnelles et concentriques.

Pour la première pièce avec fibres unidirectionnelles, les angles des couches seront définis selon les angles trouvés par Zhou et al. [Zho2018]. A partir de la Figure 48, ces angles ont été définis avec les valeurs suivantes : 0° (région verte sur la Figure 48), 50° (région rouge sur la Figure 48) et 144° (région bleue sur la Figure 48). Comme notre pièce est construite par symétrie, les angles opposés seront incorporés dans le modèle. La séquence d'angles du laminé est donc : 0° ; 50° ; 144° ; 0° ; -50° ; -144° . Les routes d'impression des trois premiers angles sont montrées sur la Figure 49. Les routes des trois derniers angles sont les symétriques de celles des trois premiers.

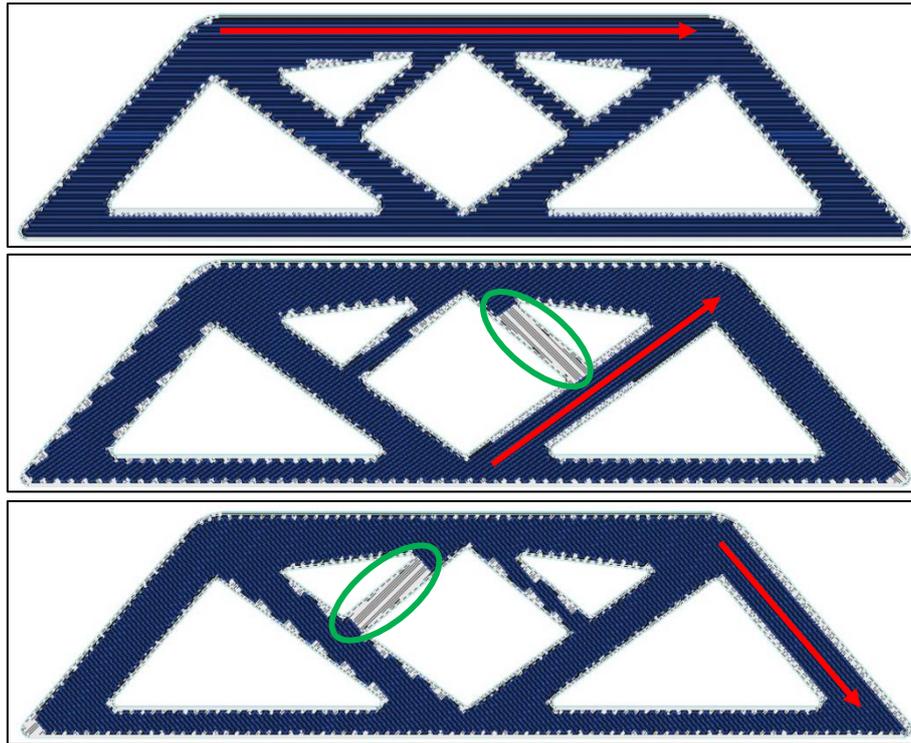


Figure 49 : Routes d'impression de la pièce n°1 (de haut en bas : 0°, 50° et 144°).

On observe sur la Figure 49 que chaque orientation (symbolisée par une flèche rouge pour clarifier la lecture des images) correspond au renfort d'une région identifiée dans la Figure 48. Cela signifie que chaque région n'est renforcée efficacement qu'une couche sur six, sauf pour 0° qui intervient deux fois dans la séquence de six angles (par symétrie). De plus, on constate qu'avec une orientation à 50° et une orientation à 144°, une des deux barres les plus fines du treillis n'est pas renforcée (zones entourées en vert sur la Figure 48). Cela est dû à une contrainte de conception qui est la longueur minimale de trajectoire renforcée. Les fibres étant perpendiculaires à la barre et la barre étant fine, la longueur des routes d'impression est faible, ce qui provoque l'absence de renfort dans ces zones. Pour le reste de la pièce, le renfort semble bien réparti, ce qui assurera une bonne rigidité à la pièce.

La deuxième pièce avec fibres concentriques est quant à elle constituée de couches toutes identiques les unes aux autres. Comme les fibres suivent les contours de la pièce (Figure 50), toutes les barres sont renforcées à chaque couche, contrairement à la pièce n°1. Toutefois, l'optimisation topologique a donné une géométrie dont les contours intérieurs ne sont pas parallèles aux contours extérieurs. Ainsi, il existe des zones non renforcées au sein de la pièce, à la jonction des trajectoires intérieures et extérieures, identifiées par les ellipses rouges sur la Figure 50.

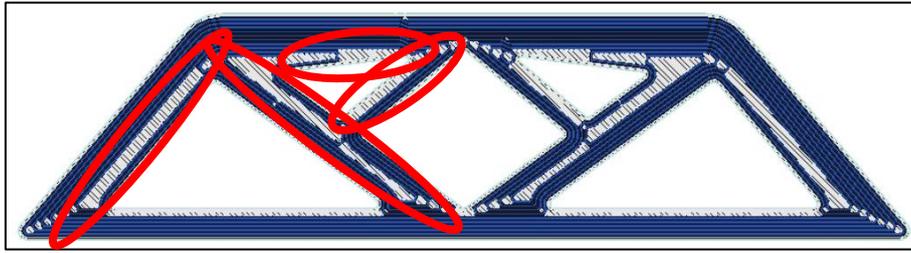


Figure 50 : Routes d'impression de la pièce n°2 à fibres concentriques.

La troisième pièce, constituée d'une combinaison de fibres unidirectionnelles et concentriques, cumule les avantages des deux pièces précédentes : toutes les barres sont renforcées à chaque couche, et chaque barre est renforcée de manière optimale toutes les six couches. Toutefois, l'ajout de cordons concentriques réduit l'épaisseur disponible pour le renfort de fibres unidirectionnelles, ce qui amplifie les problèmes décrits sur la première pièce (Figure 51).

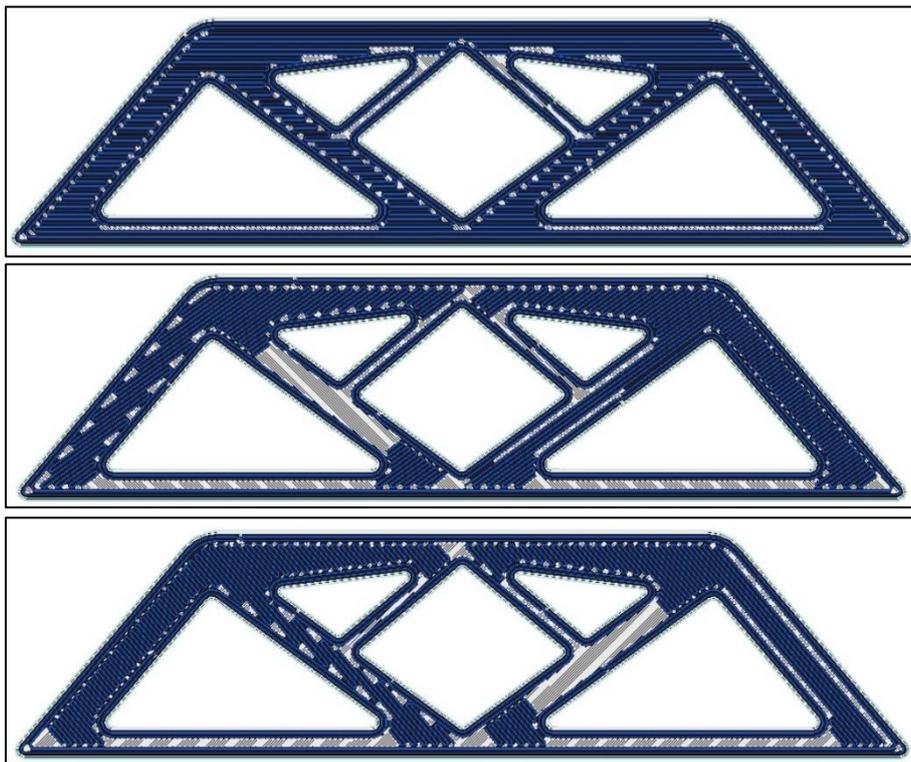


Figure 51 : Routes d'impression de la pièce n°3 (de haut en bas : 0°, 50° et 144°) fibres unidirectionnelles + fibres concentriques.

Dans le but d'effectuer une comparaison pertinente, il est important de vérifier que les trois techniques d'impression donnent des pièces équivalentes en termes de masse et de proportion de CrFCC. Ces données sont estimées par le logiciel Eiger et sont présentées dans le Tableau 12. On observe que la variation est inférieure à 3% entre les différentes pièces, tant

du côté de la masse que du volume de CrFCC. Les routes d'impression des trois pièces, fabriquées avec trois méthodes de renfort différentes, sont équivalentes en termes de masse et de taux de fibres. Cela fait donc sens de les comparer. Le paragraphe suivant portera sur cette comparaison via un essai de flexion trois points réalisé sur ces trois pièces.

Pièce	Masse de la pièce (g)	Variation par rapport à la pièce N°3	Volume de CrFCC (cm ³)	Variation par rapport à la pièce N°3
N°1	47.51	-1.57%	23.50	+2.71%
N°2	48.92	+1.35%	22.48	-1.75%
N°3	48.27	0%	22.88	0%

Tableau 12 : Comparaison de la masse totale et du volume de filament renforcé utilisé pour chaque pièce par rapport à la pièce N°3 (fibres unidirectionnelles +concentriques).

3.2.3. ESSAI DE FLEXION TROIS POINTS

3.2.3.1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

La machine utilisée pour effectuer l'essai est la LR 50K de Lloyd Instruments déjà employée pour les essais de traction présentés dans le chapitre 2 de ce mémoire. Le dispositif d'essai de traction a été remplacé par un dispositif de flexion 3 points (Figure 52). Deux rouleaux fixes servent de support à la pièce testée. Un rouleau central impose un déplacement vertical négatif, ce qui sollicite la pièce en flexion. Les données exportées par la machine d'essai sont la force (en Newton) et le déplacement (en mm).

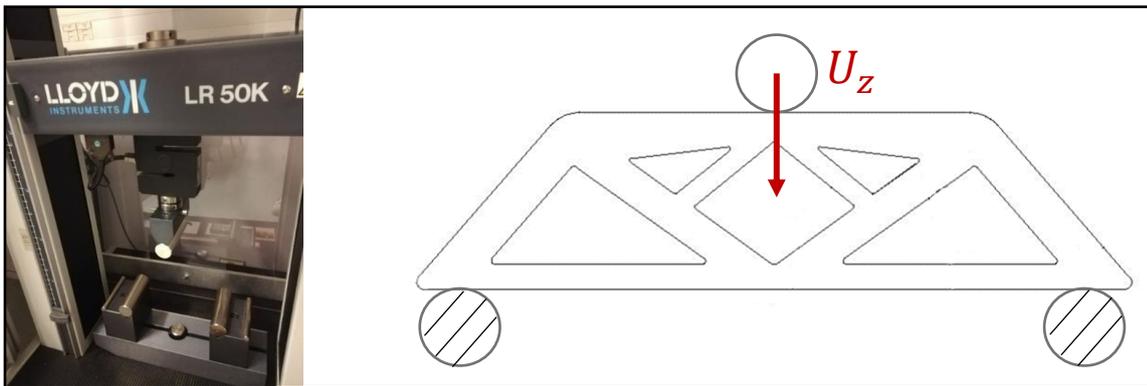


Figure 52 : Flexion trois points. Gauche : machine d'essai. Droite : schéma de principe.

3.2.3.2. RESULTATS DE L'ESSAI

La Figure 53 montre les courbes force-déplacement pour les trois pièces. De prime abord, il est important de préciser que seul le premier essai a pu être mené jusqu'à la rupture. Dans deux derniers cas étudiés, la pièce a glissé en dehors du montage d'essai.

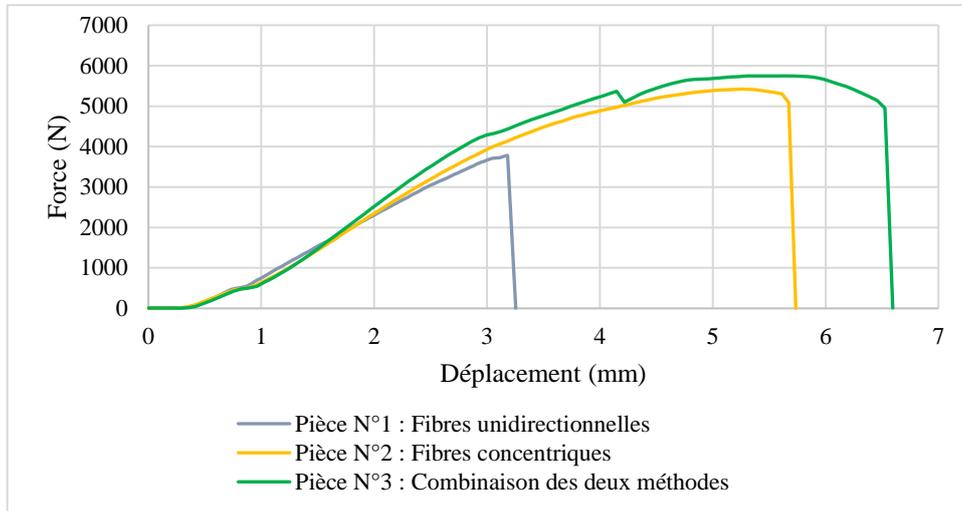


Figure 53 : *Courbes force-déplacement de l'essai de flexion.*

On observe que les trois pièces ont un comportement identique lorsque le déplacement est inférieur à 2mm. Lorsque le déplacement est supérieur à cette valeur, la pièce N°1 subit une rupture prématurée. La rupture a eu lieu dans la zone anticipée lors de la conception de la pièce, à savoir le long de la ligne de symétrie du modèle. La pièce N°3 apparaît comme la plus rigide des trois. Une chute de raideur est observable lorsque le déplacement dépasse 4mm. Ceci correspond à l'apparition d'une fissure dans les « murs » de Nylon non renforcés. Le CrFCC n'a quant à lui pas été endommagé. La chute de l'effort de flexion pour les pièces N°2 et N°3 correspond au glissement progressif de la pièce sur les rouleaux supports.

3.2.4. CONCLUSION DE L'ETUDE EXPERIMENTALE

Des trois méthodes possibles de renfort, la meilleure est la combinaison de fibres unidirectionnelles et concentriques. Les résultats des essais de flexion ont en effet montré que les fibres concentriques augmentaient la résistance mécanique des pièces par rapport à un renfort unidirectionnel. Le mélange des deux méthodes a permis d'optimiser la raideur en comparaison avec le renfort concentrique sans augmenter de façon significative la masse ou le volume par rapport aux deux autres méthodes. Il est maintenant important de déterminer l'angle optimal des fibres unidirectionnelles, ce qui est l'objet du paragraphe suivant.

3.3. METHODE DE CONCEPTION RAPIDE POUR L'ORIENTATION DES FIBRES EN FFF-CFC.

Comme précisé dans l'introduction de ce chapitre, il existe un réel besoin de disposer d'un outil de conception rapide, intégrable dans une démarche de DfAM, pour calculer l'orientation des fibres au sein d'un FFF-CFC. Pour les mêmes raisons que celles invoquées dans l'étude paramétrique sur les vides inter-cordons (Chapitre 2), à savoir l'impossibilité de modifier les paramètres du procédé de l'imprimante Markforged X7 (machine « *closed source* ») utilisée dans le cadre de ces travaux, nous n'avons réalisé aucune optimisation de ces paramètres. Cette optimisation aurait bien entendu été intéressante à effectuer si l'imprimante avait été une machine « *open source* », les paramètres du procédé ayant très probablement un impact sur le tolérancement de l'orientation des fibres et sur l'adhésion entre les différents plis mais nous avons dû renoncer à une telle investigation. L'intérêt de l'outil de conception rapide que nous présentons dans ce paragraphe est donc d'être applicable à un procédé industriel de FFF-CFC (Markforged ou Anisoprint) sans avoir à détourner les « *slicers* » conçus pour ces machines.

En se basant sur l'étude bibliographique d'Albazzan et al. [Alb2019], ainsi que sur les limites du procédé de fabrication de Markforged, il a été choisi de travailler sur des plis à raideur constantes, c'est-à-dire avec des fibres orientées dans la même direction au sein d'un même pli. Cependant, l'épaisseur des couches avec une imprimante Markforged est de 0.125mm. Une pièce d'une dizaine de centimètres d'épaisseur engendrerait par conséquent un modèle d'optimisation comprenant huit cents couches, soient huit-cents paramètres de dimensionnement. Trouver une solution optimale à ce type de modèle demanderait une très grande puissance de calcul et des délais importants, si tant est que la convergence vers une solution optimale puisse être obtenue avec un espace de dimensionnement aussi vaste.

Nous proposons par conséquent une nouvelle méthode de conception qui s'affranchit d'imposer un paramètre de dimensionnement par couche. Cette méthode a pour but de concevoir au moindre coût de revient une structure suffisamment rigide pour ne pas dépasser sous charge le critère de rupture du Nylon. L'idée est de démarrer avec une structure constituée uniquement de Nylon, ce matériau coûtant moins cher en termes de fabrication qu'un composite renforcé, de tester par le calcul cette structure sous charge pour voir si elle dépasse le critère de rupture et, si c'est le cas, de la rigidifier itérativement par des couches renforcées. Le processus itératif permet de ne remplacer par des couches renforcées, dont le prix de fabrication est plus important, que les couches de Nylon qui présentent un niveau de contraintes se situant au-delà

du seuil de rupture. Si les couches en Nylon restantes présentent un niveau de contraintes de Von Mises acceptable, le processus itératif s'arrête. Pour qu'une couche soit renforcée de la manière la plus efficace possible, on utilise la stratégie classique consistant à orienter les fibres selon le champ de contraintes [Nom2019, Saf2019, Zho2018]. La méthode de dimensionnement que nous proposons ne constitue donc pas une méthode d'optimisation au sens mathématique du terme puisque l'on ne cherche pas à minimiser de fonction objectif avec un critère d'arrêt lié à l'obtention d'un minimum de cette fonction. L'arrêt du processus itératif que nous avons mis en place n'est en effet conditionné que par un niveau maximum de contraintes calculées par éléments finis. Si jamais ce niveau de contrainte est acceptable dès le début, aucune itération n'est effectuée. Cette stratégie permet de réaliser des calculs de manière extrêmement rapide. C'est la raison pour laquelle elle sera qualifiée par la suite de méthode de conception rapide.

Cette méthode de conception rapide a été appliquée au cas d'une clé plate à manche coudée (paragraphe 3.3.2.) et ensuite confrontée avec succès à des algorithmes d'optimisation plus traditionnels comme les algorithmes génétiques ou les algorithmes de descente basée sur le gradient (paragraphe 3.3.3.). De plus, une excellente corrélation a été trouvée entre les calculs numériques et des essais effectués sur des clés plates à manche coudée fabriquées avec l'imprimante Markforged X7. La méthode de conception rapide que nous proposons constitue donc un outil utile pour déterminer la bonne orientation des fibres dans une pièce à imprimer en FFF-CFC, et ce avec des temps de calcul très faibles.

3.3.1. PROCEDURE ITERATIVE D'ORIENTATION DES FIBRES

3.3.1.1. DECOUPE DE LA GEOMETRIE EN EMPILEMENTS DE COUCHES IMPRIMEES

La méthode d'optimisation proposée dans ce paragraphe est basée sur une analyse du champ de contraintes en directions principales, en partant du principe connu qu'une fibre de carbone, du fait de son anisotropie, est utilisée optimalement lorsqu'elle est alignée avec le chargement mécanique subi par la pièce en composite [Nom2019, Saf2019, Zho2018]. De plus, dans un but de réduction de temps de calcul, la méthode que nous avons développée n'est pas basée sur un calcul réalisé couche imprimée par couche imprimée mais sur des empilements de plusieurs couches.

L'avantage principal de cette méthode est un allègement considérable du temps de calcul. En effet, un modèle couche par couche impliquerait un maillage très fin pour avoir

suffisamment d'éléments au sein de chaque couche dont les fibres doivent être orientées, donc un très grand nombre de nœuds dans le maillage EF. En opérant non plus à l'échelle d'une couche mais à l'échelle d'un empilement de X couches, on obtient un maillage X^3 fois plus léger. Le temps de calcul et de post-traitement en sera alors considérablement réduit.

La Figure 54 illustre ce principe avec un cube constitué de dix couches imprimées verticalement. Chacune de ces couches correspond à un volume différent maillé avec des éléments hexaédriques SOLID186 à 20 nœuds (approximation quadratique).

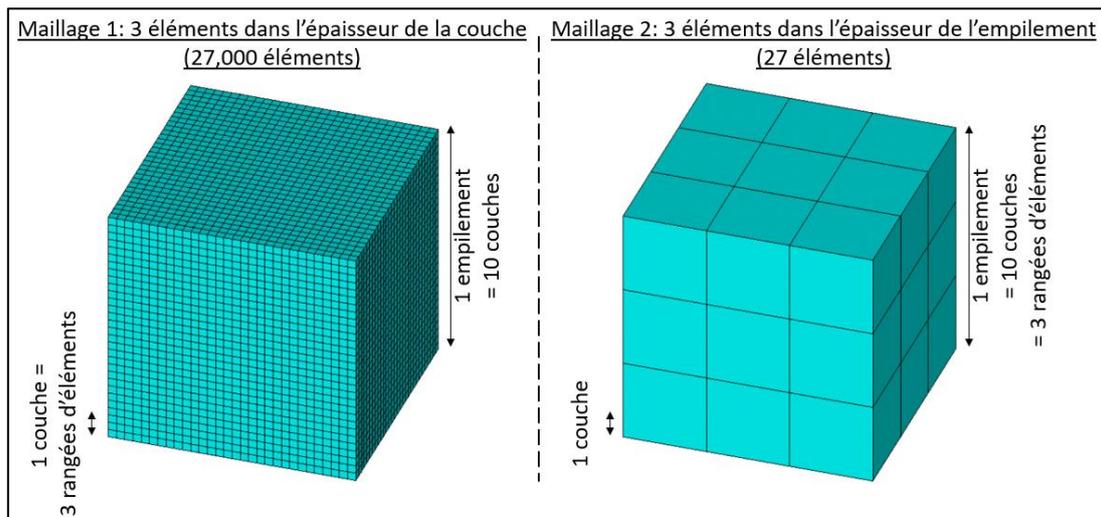


Figure 54 : Comparaison entre un maillage à l'échelle d'une couche et un maillage à l'échelle d'un empilement de dix couches [Mar2023].

Avec le maillage de gauche, nous avons maillé chacune des dix couches du cube avec trois rangées d'éléments. On obtient alors trente rangées d'éléments dans la hauteur ($30 = 3 \times 10$). Le maillage étant tridimensionnel, il comprend au total vingt-sept mille éléments ($27\ 000 = 30 \times 30 \times 30$).

Le maillage de droite a été obtenu en maillant avec trois rangées d'éléments, non plus chacune des dix couches, mais chaque empilement de dix couches. Comme il n'y a qu'un seul empilement dans le cas présent, on obtient trois rangées verticales d'éléments. Le maillage tridimensionnel comprend donc au total vingt-sept éléments ($27 = 3 \times 3 \times 3$). En termes de nombre d'éléments, on obtient un gain d'un facteur mille ($\frac{27\ 000}{27} = 1000 = 10^3$) entre les maillages de gauche et de droite, ce qui est très important.

En choisissant de considérer qu'un empilement était constitué de dix couches ($X = 10$) on obtient une épaisseur d'empilement de 1.25mm puisque chaque couche imprimée par une

machine Markforged est de 0.125mm. Il s'agit d'un bon compromis car une dimension de 1.25mm est suffisamment précise pour prendre en compte les variations de champs de contraintes dans la direction d'empilement, et suffisamment grande pour alléger le maillage et réduire considérablement le temps de calcul. La tentation à éviter serait de définir des empilements avec un trop grand nombre de couches pour réduire encore plus le temps de calcul. Cela conduirait potentiellement à une perte d'informations avec un maillage pas assez fin pour modéliser de manière réaliste le comportement de la pièce.

D'un point de vue pratique, les directions principales de contraintes au sein d'une structure sont préalablement déterminées avec une FEA. Ce calcul permet de définir les directions dominantes dans lesquelles seront alignées les fibres ainsi que les volumes respectifs qu'elles occupent (Figure 55.a). Comme le procédé d'impression ne permet pas de mixer plusieurs angles au sein d'une même couche imprimée, on attribue à chaque couche de l'empilement un angle d'orientation correspondant à une direction dominante. Cette attribution s'opère au prorata du volume concerné par chacun des angles. Par exemple, sur la Figure 55.a, trois zones distinctes ont été détectées :

- Une zone avec une orientation de 0° (50% du volume),
- Une zone avec une orientation de -40° (30% du volume),
- Une zone avec une orientation de 30° (20% du volume).

L'exemple donné sur la Figure 55 comportant un seul empilement de dix couches, cinq d'entre elles (50%) se verront ainsi attribuées un angle de 0° , trois (30%) un angle de -40° et enfin deux (20%) un angle de 30° . A noter que cette attribution s'effectue de manière alternée (Figure 55.b droite) car il a été montré au chapitre 2 que déposer successivement des couches avec une orientation identique favorisait l'apparition de porosités qui sont néfastes à la rigidité des pièces imprimées.

Utiliser un empilement de dix couches permet donc de définir jusqu'à dix angles d'orientation. Cela permet de tenir compte de champs de contraintes complexes avec plusieurs directions principales dominantes. Comme les CrFCC sont connus pour avoir de faibles propriétés mécaniques lorsqu'ils ne sont pas sollicités dans la direction de la fibre, il est important de considérer l'ensemble des directions principales. Cela permet d'éviter d'orienter les fibres dans des directions où elles ne joueraient aucun rôle et de ne pas s'en tenir à une seule de ces directions, sans quoi on pourrait aboutir à la fabrication d'une pièce inefficacement renforcée comme celle illustrée par la Figure 55.b gauche.

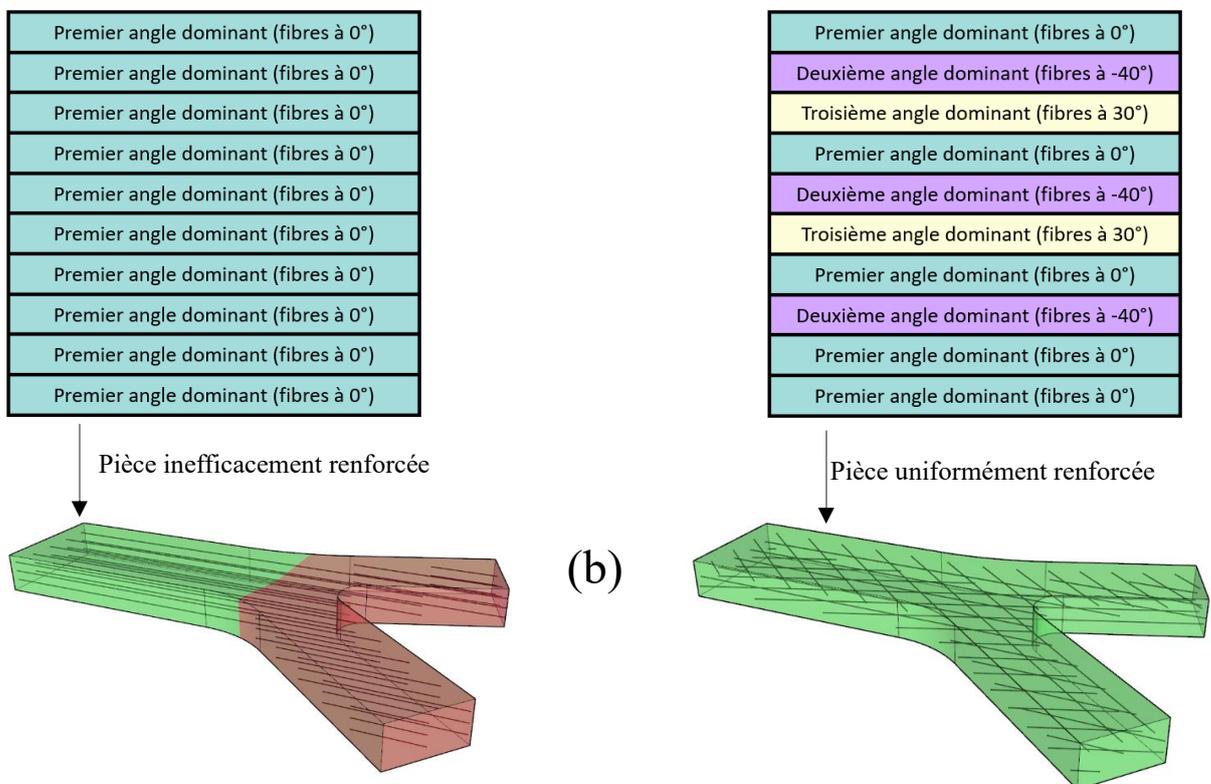
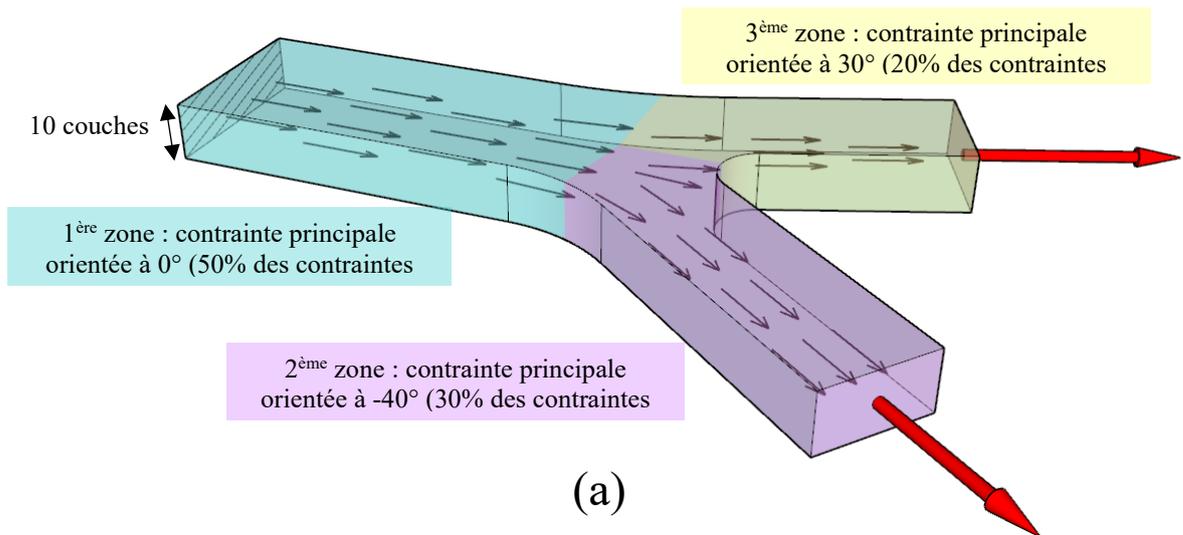


Figure 55 : (a) : identification des directions principales au sein d'un composant ; (b) : attribution de l'angle des fibres pour chaque couche (une seule orientation à gauche, plusieurs orientations à droite) [Mar2023].

3.3.1.2. METHODOLOGIE DE CONCEPTION

Ce paragraphe a pour but de présenter en détail la méthode de conception que nous proposons et dont les principes généraux ont été exposés dans le paragraphe précédent. Chaque étape de cette méthode est décrite sur le processus illustré par la Figure 56.

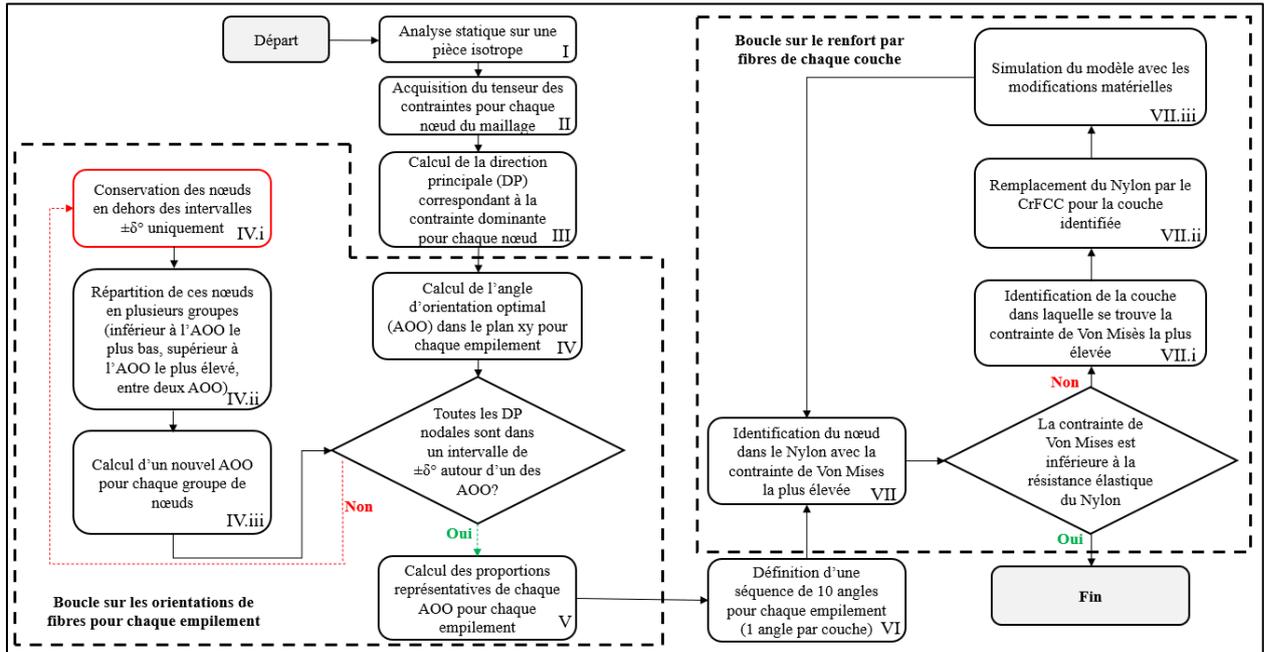


Figure 56 : Processus d'orientation des fibres unidirectionnelles [Mar2023].

Le processus se divise en deux parties : la première est le calcul des angles d'orientation pour chaque empilement de dix couches (étapes I à VI dans la boîte en traits pointillés sur la partie gauche de la Figure 56) ; la seconde consiste en un calcul du nombre minimal de couches renforcées (étape VII dans la boîte en traits pointillés sur la partie droite de la Figure 56). Cette seconde partie du processus d'optimisation concerne des aspects financiers liés aux coûts de fabrication. Le filament en CrFCC étant coûteux, il est effectivement économiquement intéressant d'en limiter la quantité utilisée dans chaque pièce.

- Etape I : FEA statique sur le composant à optimiser. Le matériau utilisé est isotrope. Dans notre cas, il s'agira du polyamide utilisé par l'imprimante Markforged X7 (cf. matrice dans le Tableau 3, paragraphe 2.3.2.2.). Les conditions limites de l'analyse sont définies par le concepteur et correspondent au cas d'étude dimensionnant du composant.
- Etape II : les composantes du tenseur des contraintes σ en chaque nœud sont récupérées.
- Etape III : calcul des contraintes principales et des directions principales en chaque nœud par diagonalisation du tenseur σ :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_1 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 & 0 \\ 0 & 0 & S_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} | & | & | \\ \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ | & | & | \end{bmatrix}^T \quad (36)$$

avec S_1 , S_2 et S_3 les trois contraintes principales et \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 et \mathbf{e}_3 les directions principales correspondantes.

Dans le logiciel Ansys Mechanical APDL, les trois contraintes principales sont fournies de manière ordonnées telles que :

$$S_1 > S_2 > S_3 \quad (37)$$

A partir de ces contraintes, on peut ensuite construire les tri-cercles de Mohr correspondant (Figure 57). Trois informations peuvent être extraites de ces cercles :

- Si S_1 est strictement positive, S_1 représente la contrainte maximale en traction. Si S_1 est négative ou nulle, il n'y a pas de traction.
- Si S_3 est strictement négative, S_3 représente en valeur absolue la contrainte maximale en compression. Si S_3 est positive ou nulle, il n'y a pas de sollicitation en compression.
- La contrainte de cisaillement maximale τ_{max} est égale à la moitié de la différence entre S_1 et S_3 (le plus grand des rayons du tri-cercle de Mohr).

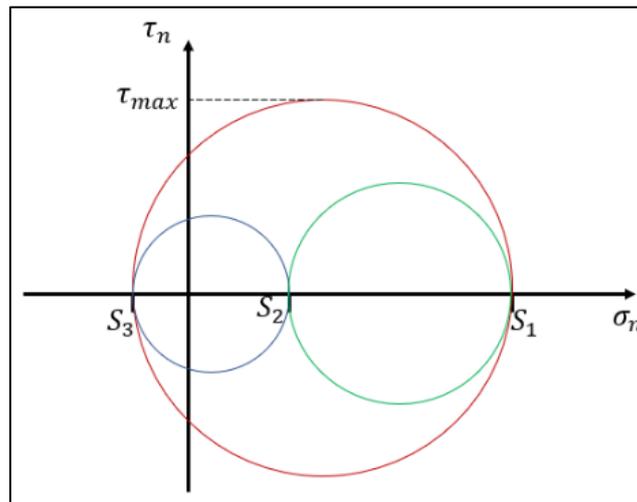


Figure 57 : Construction d'un tri-cercle de Mohr à partir des contraintes principales (l'axe des abscisses représente les contraintes normales, l'axe des ordonnées représente les contraintes tangentielles).

Les étapes I à III qui viennent d'être décrites permettent de déterminer les directions dans lesquelles doivent être orientées préférentiellement les fibres de carbone qui agiront ainsi comme renfort du polyamide. Ces fibres apportant une excellente résistance en traction et en compression (mais un faible renfort en cisaillement puisque les fibres glissent l'une sur l'autre au sein du composite), nous avons comparé les valeurs absolues de S_1 et S_3 pour déterminer la contrainte de traction ou de compression dominante en chaque nœud.

Si $|S_1| > |S_3|$, la traction est la sollicitation dominante et le vecteur e_1 sera utilisé comme direction principale dominante. Si $|S_1| < |S_3|$, la sollicitation en compression est alors dominante et on utilisera e_3 . Dans le cas (peu fréquent) où $|S_1| = |S_3|$, deux situations sont envisageables : $S_1 = S_3$; $S_1 = -S_3$. Dans le premier cas, le tenseur des contraintes est sphérique ce qui implique que toutes les directions sont des directions propres. On peut donc choisir e_1 . Le second cas implique $S_1 > 0$ et $S_3 < 0$ et une intensité équivalente en traction et en compression. Les fibres de carbone étant plus performantes en traction, on choisit également e_1 dans ce cas.

Enfin, la direction principale dominante est projetée dans la base de référence soit le plan (xy) , z étant la direction d'empilement des couches, puis on calcule son angle par rapport à l'axe x . Cet angle est optimal puisqu'il assure qu'une fibre déposée dans la direction qu'il indique offrira la meilleure résistance possible en traction et en compression. Cependant, comme il y a autant d'angles optimaux que de nœuds dans le maillage, et qu'il est techniquement impossible de déposer des fibres avec des orientations différentes au sein d'une même couche, il faut procéder à une moyenne sur ces angles comme expliqué dans les étapes IV à VI qui suivent.

- Etape IV : pour chaque empilement de dix couches, on calcule la moyenne des angles optimaux sur l'ensemble des nœuds de l'empilement. La contribution de chaque nœud est pondérée par la contrainte principale nodale dominante ($|S_1|$ ou $|S_3|$ en fonction de la sollicitation – cf. étape III) afin de minimiser l'influence d'un angle associé à une contrainte nodale de faible intensité. Cette moyenne pondérée sur les directions principales sera dénommée *AOO* (Angle d'Orientation Optimale).

Il existe un risque que la moyenne ne soit pas représentative à un niveau local des directions dominantes de contrainte si les angles calculés en chaque nœud présentent une dispersion importante par rapport à la moyenne. C'est la raison pour laquelle nous avons inclus l'étape IV dans un schéma itératif dont le principe consiste à ne pas raisonner sur une seule moyenne mais sur plusieurs. La Figure 58 fournit une illustration de ce principe. Sur la Figure 58.a, les directions principales symbolisées par les flèches vertes correspondent bien à l'*AOO* calculé. Mais il n'en va pas de même pour la plupart des directions principales symbolisées par les flèches noires. Les nœuds associés à ces flèches noires doivent donc être traités avec le calcul de nouvelles moyennes qui les représentent mieux. On obtient alors deux nouveaux *AOO* représentés par les flèches rouges et bleues (Figure 58.b). Ce

processus itératif se poursuit (Figure 58.c) tant qu'il reste des angles optimaux locaux qui ne sont pas correctement représentés par des moyennes. De manière détaillée, le processus itératif est adossé aux étapes IV.i à IV.iii qui suivent :

- Etape IV.i : si tous les angles nodaux calculés dans l'étape III ne sont pas compris dans un intervalle de la forme $[A00 - \delta, A00 + \delta]$, c'est-à-dire centré sur la moyenne avec un angle δ représentant la tolérance autorisée en termes de dispersion, cela signifie que l' $A00$ n'est pas représentatif de la totalité du champ de contraintes. On attribuera donc la valeur $A00$ uniquement aux nœuds contenus dans l'intervalle $[A00 - \delta, A00 + \delta]$. Pour les nœuds situés en dehors de cet intervalle, on applique les étapes IV.ii et V.iii qui suivent.
- Etape IV.ii : on sépare les nœuds dont l'angle optimal n'appartient pas à l'intervalle $[A00 - \delta, A00 + \delta]$ en deux groupes : le groupe des nœuds dont l'angle d'orientation est supérieur à $A00 + \delta$ et le groupe des nœuds dont l'angle d'orientation est inférieur à $A00 - \delta$.

A noter que, si n_{A00} $A00$ ont déjà été créés (avec n_{A00} strictement plus grand que 1), et si il reste des nœuds avec des angles optimaux n'appartenant à aucun des n_{A00} intervalles associés à ces $A00$, ce n'est pas deux groupes de nœuds qui doivent être créés mais $n_{A00} + 1$: ceux associés aux nœuds dont l'angle optimal est supérieur à la plus grande des valeurs $A00 + \delta$, ceux associés au nœuds dont l'angle optimal est inférieur à la plus petite des valeurs $A00 - \delta$ et ceux associés au nœuds dont l'angle optimal est compris entre deux intervalles, soit au total $1 + 1 + n_{A00} - 1 = n_{A00} + 1$ groupes de nœuds. En cas de chevauchement de deux intervalles de la forme $[A00 - \delta, A00 + \delta]$, les nœuds dont l'angle optimal est situé dans ce chevauchement sont comptabilisés pour chaque $A00$.

- Etape IV.iii : on calcule un nouvel $A00$ pour chacun des groupes définis dans l'étape IV.ii. Les nouveaux $A00$ calculés s'ajoutent aux précédents.

Les étapes IV.i à IV.iii sont répétées tant qu'il reste des nœuds dont l'angle d'orientation optimal n'appartient pas à un intervalle centré sur un $A00$. On s'inscrit par conséquent dans un schéma itératif où, dès lors que n_{A00} $A00$ ont déjà été définis, et qu'il reste des nœuds non associés à un $A00$, $n_{A00} + 1$ groupes de nœuds sont créés à l'itération suivante qui comprend ainsi $2n_{A00} + 1$ $A00$. Il est facile de démontrer par récurrence que l'itération n comprend $2^n - 1$

A_{OO} . A noter par ailleurs que la tolérance δ étant un paramètre du modèle, son impact sur le résultat sera discuté dans le paragraphe suivant.

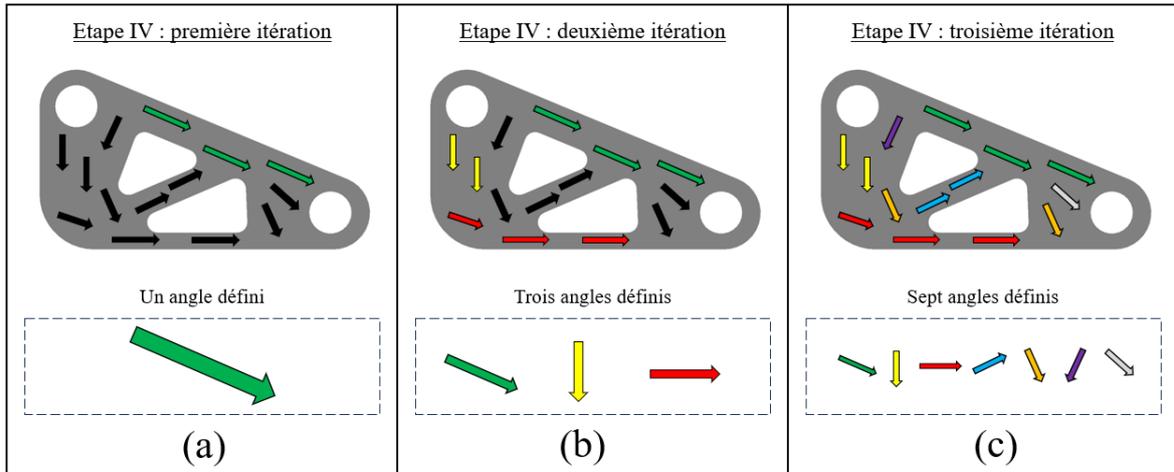


Figure 58 : Calcul des angles d'orientation optimaux des fibres à partir d'un champ de contraintes.

- Etape V : on calcule la proportion de nœuds représentés par chaque A_{OO} , pondérée par la contrainte principale dominante de chaque nœud.
- Etape VI : les proportions calculées dans l'étape V permettent de connaître le nombre de couches (sur les dix que contient un empilement) qui seront concernées par une valeur d' A_{OO} . Pour chaque empilement, on définit une séquence de dix angles sur cette base. Il s'agit de la dernière étape du calcul de l'orientation des fibres. Il peut cependant arriver que plus de dix A_{OO} soient calculés dans l'étape IV. Dans ce cas, certains de ces A_{OO} auront forcément une proportion représentative inférieure à 10%. Leur influence est ainsi négligeable sur le renfort de la pièce. Ils seront donc ignorés dans la création de la séquence d'angles.

A l'issue du calcul de l'orientation des fibres, on réalise une dernière opération qui consiste à essayer d'économiser l'usage de fibres lorsque cela est possible. En effet, la pièce initialement en Nylon (matériau non renforcé disponible sur la Markforged X7) peut se révéler suffisamment solide sans l'ajout de couches renforcées. Pour en juger, on utilise le critère de rupture de Von Mises sur le Nylon, défini à partir des contraintes principales S_1 , S_2 et S_3 de l'équation (36) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_1 - S_3)^2} \leq \frac{Re}{k} \quad (38)$$

La limite élastique en traction Re du Nylon est utilisée pour éviter toute déformation plastique du composant qui pourrait entraîner un dysfonctionnement du mécanisme dans lequel il est intégré. Un coefficient de sécurité k peut être modifié par le concepteur en fonction de son cas dimensionnant. On identifie le nœud sur lequel le critère est le plus défavorable. Si le critère est respecté sur ce nœud, il n'est pas nécessaire d'ajouter des fibres. En revanche, s'il n'est pas respecté, il faut renforcer le Nylon par des fibres. C'est l'objet des étapes VII.i à VII.iii qui fonctionnent dans une boucle itérative (Figure 56) :

- Etape VII.i : On identifie l'empilement auquel appartient le nœud sur lequel le critère de rupture est le plus défavorable. C'est cet empilement qui sera renforcé.
- Etape VII.ii : On remplace le Nylon de la première couche de cet empilement par du CrFCC avec une orientation de fibres correspondant à la séquence de dix angles définie dans l'étape VI.
- Etape VII.iii : On effectue un calcul statique pour vérifier si le critère (38) est satisfait ou non.

Si le critère (38) n'est pas satisfait, on retourne à l'étape VII.i.

A noter que la couche renforcée est exclue du test sur le critère (38). Si ce critère est en effet adapté à du Nylon, il n'est pas pertinent pour un matériau composite. Mais il n'est pas illogique de supposer que, si la limite en rupture devait être dépassée, ce serait plus vraisemblablement dans une couche de Nylon non renforcée que cela devrait survenir. Cela fait donc sens d'exclure la couche renforcée d'un test sur la rupture. Il serait cependant intéressant d'intégrer à l'avenir un critère de rupture de type Tsai-Hill qui soit adapté pour le CrFCC.

Si le critère (38) est satisfait, le processus itératif s'arrête. Les couches en Nylon restantes présentent en effet un niveau de contraintes de Von Mises acceptable vis-à-vis du critère de rupture sur le Nylon. Il est alors inutile de les remplacer par des couches renforcées dont le prix de fabrication est plus important. On adopte ainsi la posture d'un concepteur qui, dans un contexte de production industrielle, souhaite fabriquer à moindre coût de matière les structures les plus résistantes possibles.

3.3.2. CAS D'ETUDE : CLE PLATE A MANCHE COUDE

Dans ce paragraphe, le processus de conception rapide décrit précédemment est appliqué à un cas d'études concret. Les résultats seront comparés avec ceux que nous avons obtenus avec

une optimisation par algorithme génétique et avec une méthode de descente de type gradient. Bien que beaucoup plus coûteuses dans notre cas, de telles méthodes permettent en général de converger vers la solution optimale, notamment lorsqu'on les combine [Ghi2010]. Elles peuvent ainsi être utilisées comme témoin pour valider des méthodes plus rapides en termes de temps de calcul comme celle que nous proposons.

3.3.2.1. DEFINITION DU CAS ETUDIE

La pièce étudiée est une clé plate à manche coudé (Figure 59). Sa géométrie étant une extrusion, elle est simple à fabriquer et ne nécessite pas de support d'impression.

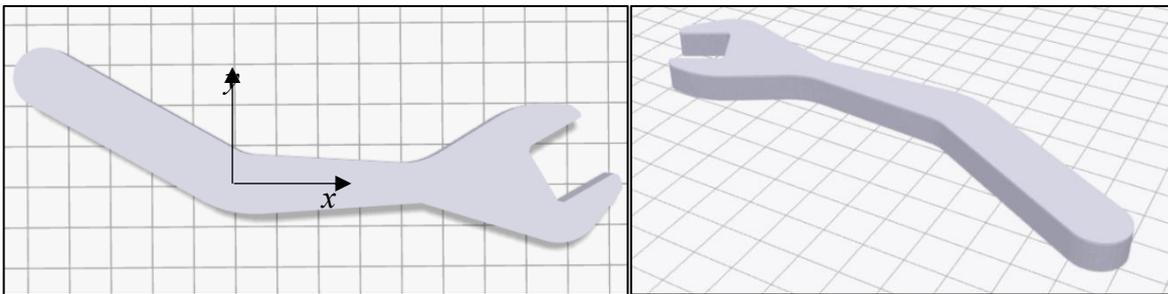


Figure 59 : Géométrie de la clé plate à manche coudé [Mar2023].

La forme coudée du manche de la clé et la sollicitation appliquée rendent le champ de contraintes complexe et donc intéressant à étudier. Nous avons en effet considéré une sollicitation combinant une flexion et une traction/compression (Figure 60). Trois faces, correspondant aux faces en contact avec un écrou carré lors du serrage/desserrage, sont verrouillées, ce qui signifie que les nœuds du maillage appartenant à ces faces ont un déplacement imposé nul dans les trois directions cartésiennes. Une force est appliquée sur le sommet du manche.

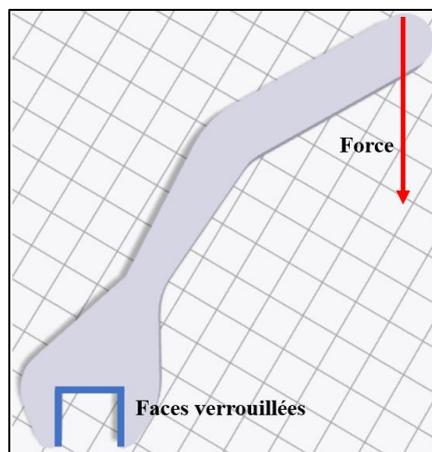


Figure 60 : Chargement et conditions aux limites [Mar2023].

Les couches sont placées dans le plan (xy) et empilées selon l'axe z . L'épaisseur de la pièce est de 7.5mm, soit soixante couches puisqu'une couche fabriquée avec une imprimante Markforged a une épaisseur de 0.125mm. Le procédé de Markforged imposant cinq couches non renforcées au-dessous et cinq couches non renforcées au-dessus de la pièce, seules cinquante couches sont susceptibles d'être renforcées par des fibres de carbone. Cela correspond donc à cinq empilements de dix couches.

L'objectif est de maximiser la raideur, donc de minimiser le déplacement maximal de la pièce. Ce déplacement maximal sera évalué en prenant la plus grande valeur, sur l'ensemble des nœuds du maillage, de la norme du vecteur déplacement. Cette plus grande valeur sera dénommée « déplacement total maximum » dans la suite du chapitre. C'est la dénomination utilisée par le logiciel Ansys Workbench.

A cause d'un manque de données sur les propriétés en rupture des matériaux utilisés par Markforged (notamment le Nylon), seules les étapes I à VI du processus d'optimisation (Figure 56) seront appliquées. On cherchera donc à calculer l'orientation des fibres mais pas à économiser leur usage.

Intuitivement, on chercherait à orienter les fibres le long des deux branches du manche coudé. Le résultat serait donc un laminé orienté à $(0^\circ/-30^\circ)$ par rapport à l'axe x . On verra dans les paragraphes suivants que l'orientation fibres obtenue avec notre approche de conception rapide produit un résultat plus complexe que cela.

3.3.2.2. ETUDE PARAMETRIQUE SUR L'ECART ANGULAIRE δ

L'écart angulaire δ , qui a été défini au paragraphe 3.3.1.2, mesure la dispersion autour des moyennes sur les angles d'orientation optimaux (AOO). Il s'agit donc d'un paramètre de l'approche de conception rapide que nous proposons (étapes I à VI de la Figure 56).

Comme la valeur de ce paramètre est à régler par l'utilisateur avant de lancer le calcul, il convient d'étudier son influence sur le résultat. En effet, plus δ sera grand, moins le nombre d'angles définis sera grand. Un δ trop grand pourrait donc être néfaste au processus d'optimisation en produisant un nombre d'angles optimaux insuffisant pour décrire correctement la manière dont se répartissent les contraintes. A l'inverse, un δ trop petit peut produire un trop grand nombre d'angles optimaux. Dans ce cas, certains de ces angles auront une proportion représentative calculée (étape V de la Figure 56) trop faible et n'apparaîtront pas dans la séquence de dix angles définie à l'étape VI du processus de conception. Il faut ainsi trouver le meilleur compromis pour la valeur de δ . Le temps de calcul très faible (de l'ordre

d'une dizaine de secondes) requis pour les étapes I à VI du processus de conception rapide que nous proposons permet de réaliser un très grand nombre de calculs dans des délais très courts. On peut ainsi facilement conduire une campagne numérique permettant de régler de manière optimale le paramètre angulaire δ . Une telle étude paramétrique a été réalisée et a permis de montrer que 5° était une valeur idéale pour δ (Figure 61).

Dans d'autres cas que celui traité dans ce paragraphe, la valeur de δ pourrait être différente de 5° . Mais le réglage d'une nouvelle valeur optimale adaptée au nouveau cas étudié pourra être réalisée très facilement compte tenu des temps de calcul très courts.

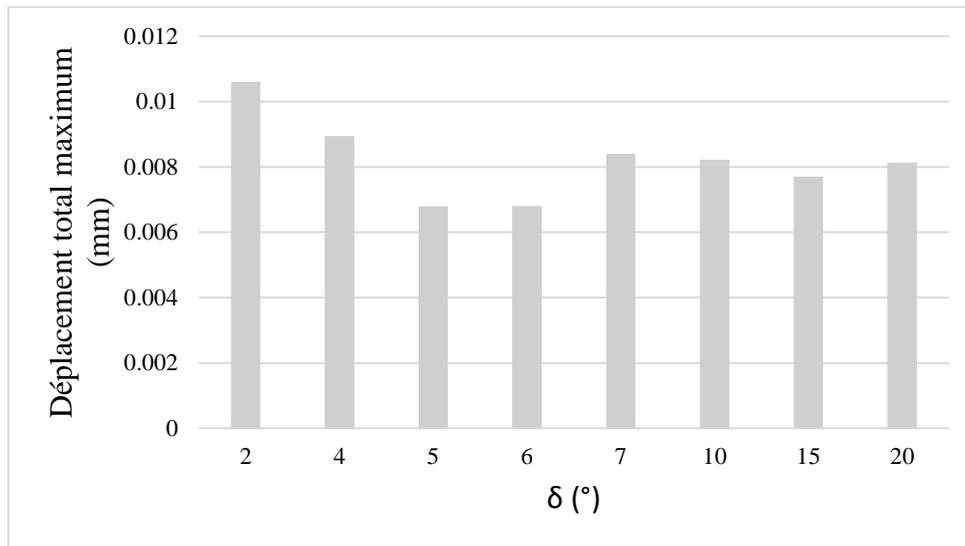


Figure 61 : Déplacement total maximal en fonction de l'angle δ .

3.3.2.3. RESULTATS D'OPTIMISATION

Pour une valeur de δ égale à 5° , le processus de conception rapide de la Figure 56 (étapes I à VI) a permis de faire émerger six angles d'orientation des fibres pour chaque empilement de dix couches et nous avons trouvé que ces six angles étaient identiques dans chacun des cinq empilements considérés pour ce cas d'étude. Les valeurs de ces six angles, ainsi que les proportions associées à chacun d'entre eux (étape VI de la Figure 56) sont présentées dans le Tableau 13.

Le fait que les angles d'orientation des fibres soient les mêmes dans les cinq empilements s'explique par la nature bidimensionnelle des conditions limites du modèle. En effet, la force décrite dans la Figure 60 n'a pas de composante sur l'axe z , et les faces verrouillées correspondent à des segments de droite dans le plan (xy) extrudés selon l'axe z .

Angle d'orientation des fibres (°)	Proportion (%)
-12	30
-2	20
4	20
-28	10
-21	10
11	10

Tableau 13 : Proportion associée à chaque angle d'orientation des fibres.

Compte tenu des proportions contenues dans le Tableau 13 et de l'importance de croiser les fibres pour limiter l'apparition de porosités, la séquence d'empilement des angles que nous avons retenue est la suivante :

$$-12^\circ ; -2^\circ ; 4^\circ ; -28^\circ ; -21^\circ ; 11^\circ ; -12^\circ ; -2^\circ ; 4^\circ ; -12^\circ \quad (39)$$

Les valeurs d'angles obtenues par le processus de conception rapide semblent logiques si on analyse le champ de contraintes au sein de la pièce (Figure 62) après avoir réalisé une analyse statique (étape I du processus de conception, Figure 56). La partie gauche de la Figure 62 représente la plus grande contrainte principale S_1 et la partie droite la plus petite S_3 . Compte tenu des conventions utilisées dans les équations (36) et (37), la partie gauche de la Figure 62 représente donc les zones qui subissent plutôt de la traction et la partie droite les zones travaillant plutôt en compression.

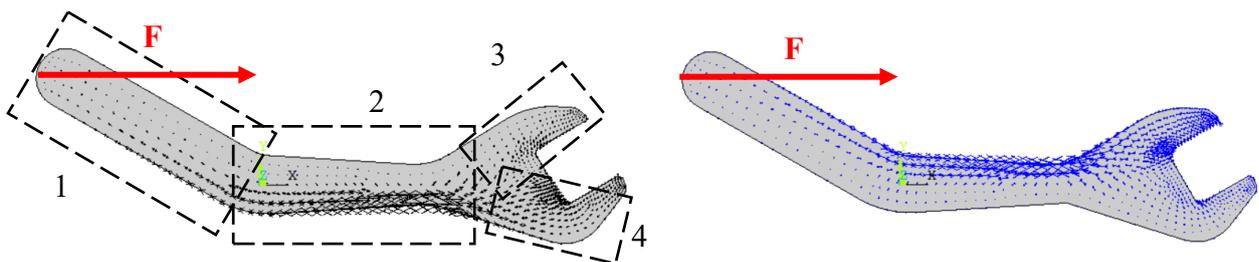


Figure 62 : Champs de contraintes principales de la pièce lors de l'analyse statique de l'étape I du processus de conception (contrainte principale S_1 à gauche, S_3 à droite).

On observe que l'orientation des contraintes principales se décompose en 4 zones : la première est la partie inclinée du manche de la clé. La seconde est la partie droite de la clé. Les zones 3 et 4 correspondent respectivement aux parties hautes et basses de la mâchoire de la clé.

Dans les zones 1 et 2, les contraintes sont orientées parallèlement à la partie du manche qui leur correspond. La partie droite du manche (zone 2) est orientée à 0° , ce qui explique les angles -2° et 4° trouvés par le processus d'optimisation. Les contraintes y sont intenses, c'est pourquoi ces angles représentent à eux deux 40% des proportions totales avec 20% chacun (Tableau 13).

La seconde partie du manche est inclinée à -30° (zone 1), ce qui explique l'angle de -29° calculé par optimisation (Tableau 13). Les contraintes étant moins intenses dans la zone 1 que dans la zone 2, cet angle n'a une proportion associée que de 10%.

Les angles de -12° et de -21° obtenus par (Tableau 13) sont situés entre les valeurs de 0° et -30° qui caractérisent les zones 1 et 2. Ils correspondent probablement aux nœuds situés au niveau du coude qui assurent la transition entre ces deux zones, transition dans laquelle les contraintes sont orientées progressivement de -30° à 0° .

Finalement, les nœuds des zones 3 et 4, dont les contraintes ont un angle supérieur à 0° , sont probablement pour la plupart pris en compte par l'orientation à 11° trouvé par le processus de conception (Tableau 13).

Les angles d'orientation des fibres qui ont été trouvés par le processus de conception rapide (Tableau 13) sont donc cohérents avec une analyse intuitive que l'on peut conduire en examinant la répartition des contraintes au sein de la clé.

3.3.3. COMPARAISON AVEC DES MODELES D'OPTIMISATION

Dans les cas complexes d'optimisation, l'étude de Ghiasi et al. [Ghi2010] a montré l'efficacité des algorithmes génétiques et des descentes de type gradient. On peut mettre en place de telles approches d'optimisation et s'en servir comme références dans le cas de la clé à manche coudé que nous avons étudiée dans le paragraphe 3.3.2. Cela permettra de vérifier la pertinence des résultats que nous avons obtenus dans ce cas avec le processus de conception rapide que nous proposons. L'objectif des paragraphes qui suivent est donc de confronter les performances du modèle de conception rapide proposé dans ce chapitre de thèse avec celles d'un algorithme génétique (paragraphe 3.3.3.1) et celles d'une approche par gradient (paragraphe 3.3.3.2). On se restreindra pour cette comparaison à l'étude d'un seul empilement de dix couches pour deux raisons : la première est que le modèle de conception rapide a donné la même séquence d'angles pour les cinq empilements, un seul empilement est donc

représentatif du résultat sur les cinquante couches ; la seconde est qu'un trop grand nombre de paramètres de conception compliquerait la convergence des modèles génétiques et de descente de type gradient avec estimation du gradient par différences finies. Nous avons développé ces deux modèles d'optimisation avec le logiciel de simulation Ansys Workbench. Pour maximiser la raideur on va chercher à minimiser la fonction objectif « déplacement maximum » qui dépend des dix variables de dimensionnement que sont les angles d'orientation de chaque couche.

3.3.3.1. MODELE D'OPTIMISATION PAR ALGORITHME GENETIQUE

Un algorithme génétique est une métaheuristique dont le principe repose sur une analogie avec la biologie [Hol1975]. A chaque itération (ou génération), une population de solutions (les « enfants ») est créée à partir de la population de la génération précédente qui est constituée de « parents ». Un concept de sélection naturelle est appliqué à chaque génération, ce qui signifie que les solutions « enfants » sont générées en croisant les solutions « parents » les plus adaptées à l'objectif d'optimisation. Il s'en suit une amélioration successive des générations de solutions jusqu'à converger vers un candidat faisable qualifié de « pseudo-optimal », de la même manière qu'une espèce animale ou végétale s'adapterait naturellement à son environnement génération après génération. Cet aspect générationnel de l'optimisation par algorithme génétique est observable sur la courbe de convergence présentée sur la Figure 63. On y distingue en effet clairement dix paliers qui correspondent à dix générations. Les calculs ont été réalisés avec le logiciel Ansys Workbench dans les conditions suivantes :

- Type d'algorithme génétique : MOGA (Multi-Objective Genetic Algorithm) [Mur1995].
- Nombre maximum d'itérations : 10.
- Nombre d'individus dans la population : 50.

Les conditions limites utilisées pour cette optimisation sont les mêmes que pour la méthode de conception rapide présentée dans la section 3.3.2 (Figure 60). Les dix paramètres angulaires ont été initialisés à 0° et varient dans l'intervalle $[-90^\circ ; 90^\circ]$. La séquence d'angles trouvées par optimisation par algorithme génétique est la suivante :

$$13^\circ ; -8^\circ ; -27^\circ ; -9^\circ ; 11^\circ ; -30^\circ ; 12^\circ ; 27^\circ ; -23^\circ ; -4^\circ \quad (40)$$

Par rapport à la séquence d'angle trouvées avec la méthode de conception rapide (équation (39)), on observe un certain nombre d'angles en commun : 11° se retrouve à l'identique, -4° est très proche de -2° , -27° est très proche de -29° , -23° est très proche de -21°

et -8° et -9° sont très proches de -12° . Les différences observées (12° et 13° à la place de -12°) s'expliquent par une approche différente.

A noter par ailleurs que, contrairement à l'algorithme de conception rapide que nous proposons, le temps de calcul pour réaliser l'optimisation par algorithme génétique est extrêmement coûteux. Il est en effet nécessaire de réaliser autant de FEA que d'individus dans une population pour qualifier les performances de chacun de ces individus, soit cinquante calculs puisque nous avons constitué une population avec cinquante individus. Le tout doit ensuite être multiplié par le nombre de générations, soit dix dans notre cas, c'est-à-dire cinq cents calculs FEA au total. Ce nombre de calculs aurait pu être réduit en adossant l'algorithme génétique à un plan d'expérience et en construisant un modèle d'optimisation par surface de réponse. Cependant, avec dix variables de dimensionnement (les dix angles d'orientation des fibres), il aurait fallu un plan d'expériences contenant un très grand nombre de points. Comme chacun de ces points aurait dû faire l'objet d'une FEA, les temps de calculs auraient été élevés pour constituer le plan d'expérience. Un autre inconvénient est que l'optimisation par surface de réponse induit une approximation par rapport à une optimisation directe et peut se révéler moins précise si le plan d'expérience n'est pas assez riche. A cet égard, il est mentionné dans les travaux de Ghiasi et al. [Ghi2010] qu'une optimisation par surface de réponse pouvait manquer l'optimum global d'optimisation.

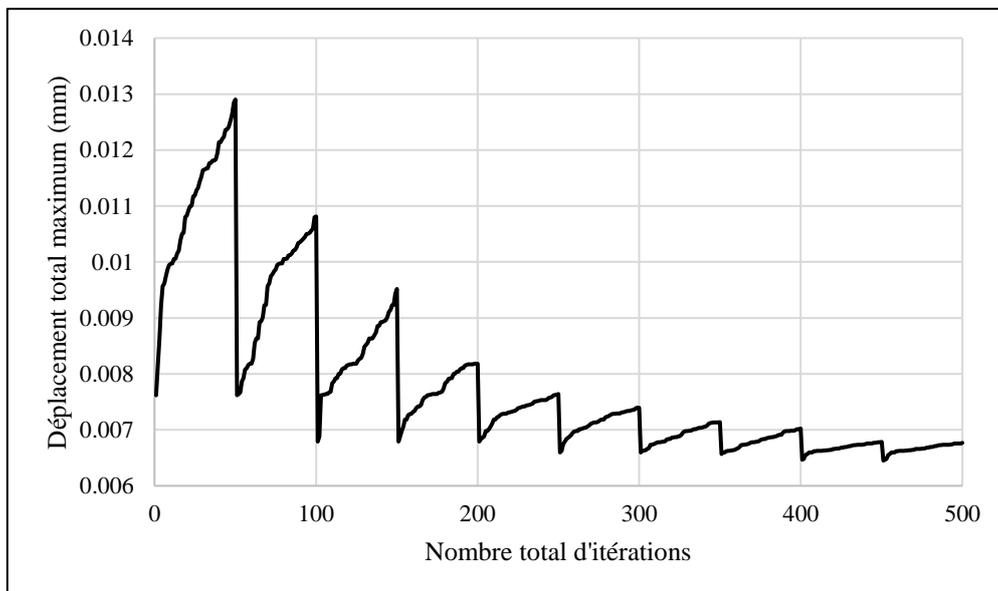


Figure 63 : Convergence de l'algorithme génétique (FEA avec Ansys Workbench) appliqué au cas présenté dans la section 3.3.2.

3.3.3.2. MODELE D'OPTIMISATION PAR ALGORITHME DU GRADIENT

Le principe d'un algorithme d'optimisation basé sur le gradient consiste à descendre progressivement vers le minimum recherché en calculant le gradient de la fonction objectif à chaque itération.

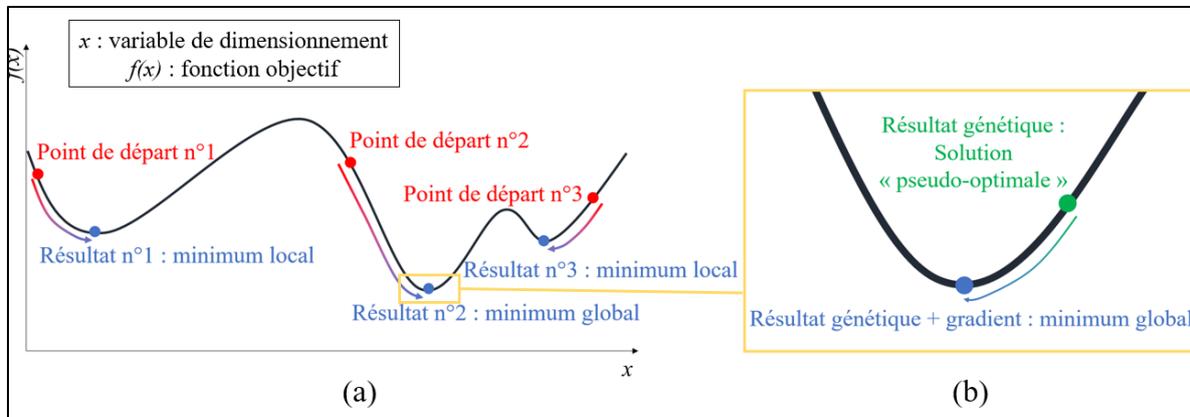


Figure 64 : Optimisation avec gradient – (a) : initialisation avec trois points différents. (b) : initialisation avec un point déterminé par un algorithme génétique.

Cette méthode d'optimisation est efficace et précise dès lors que l'initialisation du processus itératif est opérée à proximité du minimum global. Mais ce minimum global n'est pas connu a priori. En conséquence, si la fonction objectif présente plusieurs optima et si l'initialisation du processus itératif est trop éloignée du minimum global, le risque est de converger vers un optimum local et non global (Figure 64.a). Pour contourner cette difficulté (qui reste le principal inconvénient des méthodes de descente de type gradient), une stratégie possible consiste à balayer préalablement l'espace de dimensionnement avec un algorithme génétique, puis à utiliser le meilleur candidat trouvé (dit « pseudo-optimal ») comme point de départ pour initialiser une descente basée sur le gradient (Figure 64.b). Cette stratégie augmente les chances de converger vers le minimum global puisque l'algorithme génétique permet de cibler une zone de l'espace de conception dans laquelle ce minimum global pourrait potentiellement se trouver. Nous l'avons donc utilisée avec le logiciel Ansys Workbench en sélectionnant comme méthode basée sur le gradient l'algorithme NLPQL (*Non-Linear Programming by Quadratic Lagrangian*) [Sch1985].

La Figure 65 montre la diminution au cours des itérations du déplacement total maximum qui est la fonction objectif dans le cas présent. Au bout de dix itérations, la convergence est stabilisée et on constate une diminution d'environ 7% de la fonction objectif par rapport au point de départ qui, on le rappelle, a été initialisé par un algorithme génétique. Sans être

exceptionnelle, une diminution de 7% n'est pas négligeable et justifie l'utilisation de l'algorithme du gradient en complément d'un algorithme génétique utilisé préalablement.

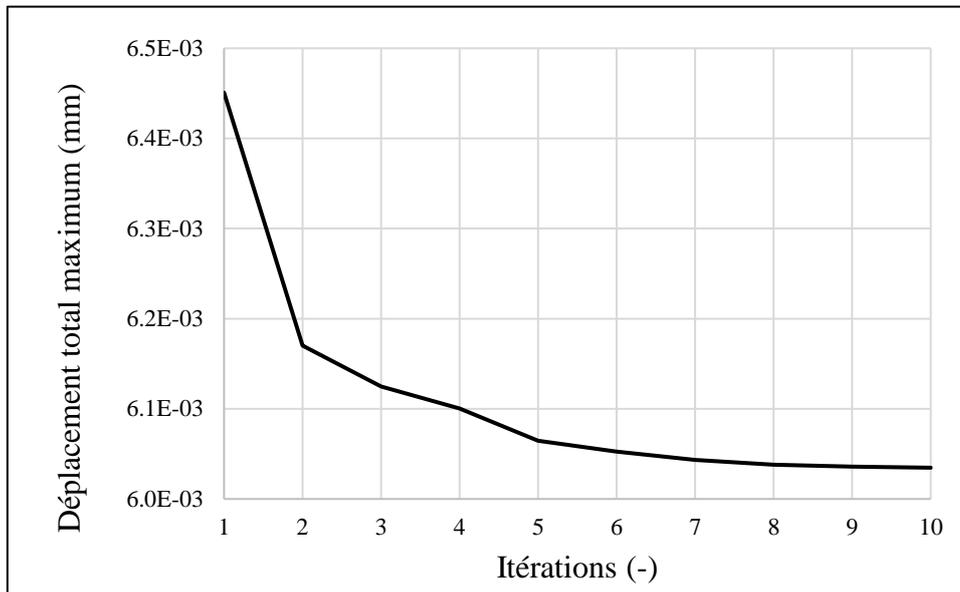


Figure 65 : Convergence de l'algorithme du gradient appliqué au cas présenté dans la section 3.3.2 avec une initialisation par algorithme génétique.

La séquence d'angles trouvée après optimisation est la suivante :

$$-2^\circ ; 8^\circ ; -24^\circ ; -1^\circ ; 20^\circ ; -35^\circ ; -1^\circ ; 8^\circ ; -17^\circ ; 5^\circ \quad (41)$$

Par rapport à la séquence d'angle trouvées par algorithme génétique (équation (40)), on observe une répartition des angles bien plus proche de celle de la conception rapide qu'avec la méthode MOGA uniquement (éq. (40)). Sept angles sur les dix sont en effet dans l'intervalle $[0^\circ, -35^\circ]$ dans les deux cas avec une proximité entre ces angles. On retrouve en particulier une couche orientée à -2° et une à -1° , ce qui correspond aux deux couches à -2° obtenus avec le modèle de conception rapide. On observe aussi une couche orientée à -8° et une autre à -17° , ce qui est très proche de l'angle dominant de -12° trouvé par la méthode proposée dans ce chapitre. Une variation de 5° sur l'angle d'orientation d'une couche a en effet un impact faible sur les propriétés du composite. Ensuite, les orientations à -24° et -35° obtenues après l'optimisation par algorithme du gradient peuvent être apparentées aux -21° et -29° obtenus avec la méthode rapide. Enfin, la couche à 8° est probablement l'équivalent de celle à 11° obtenue par conception rapide. Ainsi, on a 70% de couches identiques ou très proches entre les deux méthodes.

Il faut enfin noter que le temps de calcul d'une méthode d'optimisation basée sur le gradient augmente de manière exponentielle avec le nombre de paramètres de conception. Comme il n'est pas possible de calculer analytiquement le gradient pour le cas étudié dans ce paragraphe, il doit être estimé à chaque itération par un schéma d'approximation de type différences finies. Avec par exemple un schéma centré, le nombre de FEA qu'il faut réaliser est de deux fois le nombre de variables de conception, et ce autant de fois qu'il y a d'itérations, ce qui est extrêmement coûteux. Avec les dix variables de conception utilisées dans ce paragraphe, cela reste accessible mais deviendrait prohibitif avec par exemple une structure constituée de soixante couches, soit soixante variables de conception.

3.3.3.3. COMPARAISON ENTRE LES DIFFERENTES STRATEGIES D'ORIENTATION DES FIBRES

Comparaison numérique

Les séquences d'angles (équations (39), (40) et (41)) trouvées pour chacun des trois algorithmes utilisés – conception rapide (CR), algorithme génétique (AG) et gradient avec initialisation par algorithme génétique (post-AG) – ont été implémentées dans un modèle statique à dix volumes (un volume par couche imprimée), une orientation des fibres étant paramétrable pour chaque volume. Chacun des dix volumes est maillé avec des éléments 3D à approximation quadratique à 20 nœuds SOLID186.

En complément de ces trois approches, nous avons également réalisé une optimisation par gradient en se servant du résultat de conception rapide comme point de départ (post-CR). Cela permet d'évaluer les performances des méthodes d'optimisation basées sur le gradient avec deux types différents d'initialisation : initialisation avec algorithme génétique (post-AG) et initialisation avec conception rapide (post-CR). La séquence d'angles trouvée dans ce dernier cas est la suivante :

$$-10^{\circ} ; 14^{\circ} ; -5^{\circ} ; -39^{\circ} ; 1^{\circ} ; 23^{\circ} ; -8^{\circ} ; 9^{\circ} ; 7^{\circ} ; -21^{\circ} \quad (42)$$

Par rapport à la séquence d'angle trouvées avec la stratégie post-AG (équation (41)), on observe peu d'angles communs bien que 60% des angles aient des valeurs très proches avec des variations de l'ordre de 1° à 2° . Ces variations sont de toutes façons de l'ordre de grandeur de l'incertitude d'orientation des fibres lors de la fabrication. De plus, le déplacement maximal est quasiment identique avec les deux méthodes avec 1% d'écart (Figure 66). La méthode de conception rapide est donc un excellent substitut à l'algorithme génétique en tant qu'initialisation d'un algorithme du gradient, grâce à un temps de calcul infiniment plus faible que ceux de l'algorithme MOGA.

La Figure 66 montre la comparaison entre les quatre stratégies d'optimisation employées, tant du point de vue du déplacement maximum que du temps de calcul. Avec un déplacement total maximum de 6.03 mm , on observe que le meilleur résultat est obtenu en utilisant l'algorithme du gradient initialisé avec le résultat de l'algorithme génétique (post-AG). Par rapport à un renfort intuitif simple (non optimisé) qui serait d'aligner les fibres le long des deux parties droites du manche de la clé ($0^\circ/-30^\circ$), on observe une réduction du déplacement de 21% (6.03 mm contre 7.62 mm). Cependant le temps de calcul pour obtenir ce résultat optimisé est très élevé, de l'ordre de vingt heures.

En revanche, l'algorithme du gradient avec une initialisation à partir de la conception rapide (post-CR) donne un résultat seulement 1% moins bon (6.09 mm contre 6.03 mm) pour une durée de calcul deux fois moindre (environ dix heures). La méthode de conception rapide présentée dans ce chapitre de thèse est donc très intéressante pour servir de substitution à l'algorithme génétique en tant qu'initialisation d'une optimisation par gradient. De plus, cette méthode de conception rapide présente plusieurs autres avantages :

- 1) Bien qu'elle ne trouve pas l'optimum global (6.03 mm), la valeur obtenue avec la conception rapide en est assez proche (6.79 mm) soit environ 10% de plus, pour un temps de calcul qui est négligeable (de l'ordre d'une vingtaine de secondes).
- 2) En termes de répartition des champs de déplacement, le modèle de conception rapide fournit des résultats similaires à ceux obtenus avec une descente de type gradient ou un algorithme génétique (Annexe F).
- 3) La méthode de conception rapide constitue une alternative indispensable aux algorithmes traditionnels, tels que les méthodes à gradient ou les algorithmes génétiques, lorsque le nombre de couches, et donc le nombre de variables de dimensionnement, devient trop important. Dans ce cas, le temps calcul requis par les algorithmes traditionnels devient en effet prohibitif et la recherche de l'optimum global par ce canal est impossible.

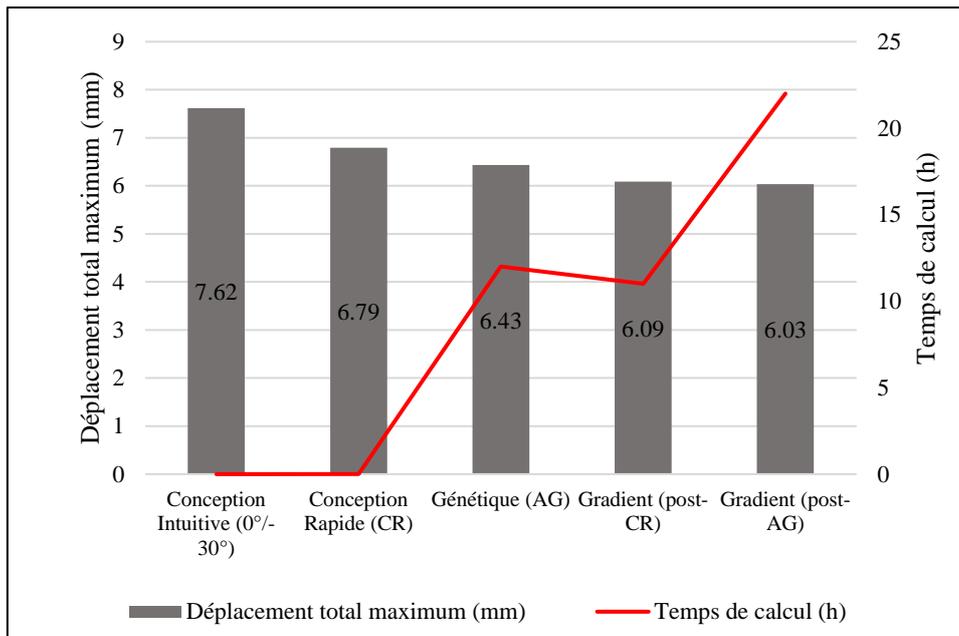


Figure 66 : Comparaison des résultats numériques des différentes stratégies d'orientation du matériau.

Comparaison expérimentale

Pour vérifier que les résultats établis numériquement sont pertinents sur des pièces réelles, trois clés pour chacune des quatre séquences d'angles (équations (39) à (42)) ont été fabriquées, soit douze clés au total (Figure 67). Pour obtenir une pièce suffisamment épaisse pour réaliser l'essai, soixante couches ont été imprimées, dont cinq couches non renforcées au-dessus et cinq en-dessous, soit cinquante couches renforcées au total. Les séquences d'angles (39), (40), (41) et (42) sont donc répétées cinq fois dans chaque pièce, ce qui est pertinent puisque la méthode de conception rapide sur ce modèle à soixante couches avait montré que la séquence d'angles de chaque empilement de dix couches était identique (paragraphe 3.3.2.3.).



Figure 67 : Clés imprimées avec la Markforged X7 pour la réalisation de l'essai.

Un montage d'essai a ensuite été mis en place pour reproduire les conditions aux limites du cas d'études. L'essai a été réalisé avec la machine utilisée pour la traction présentée dans le chapitre 2 de ce manuscrit de thèse, à savoir une LR 50K fabriquée par Lloyd Instruments. Cependant, les mors de traction ont été remplacés par un plateau de compression sur la partie haute, dont le rôle est d'appliquer une force verticale F sur la clé, et par un étau sur la partie basse de la machine, ayant pour but de verrouiller la partie « écrou » de la clé. L'étau n'exerçant pas une force de serrage suffisante pour le déroulement de l'essai, une lame métallique a été rajoutée pour créer un contact plan avec la face interne horizontale de la partie « écrou » de la clé, ce qui a pour résultat de la bloquer en rotation. La Figure 68 montre une photographie du montage d'essai et ses différents éléments.

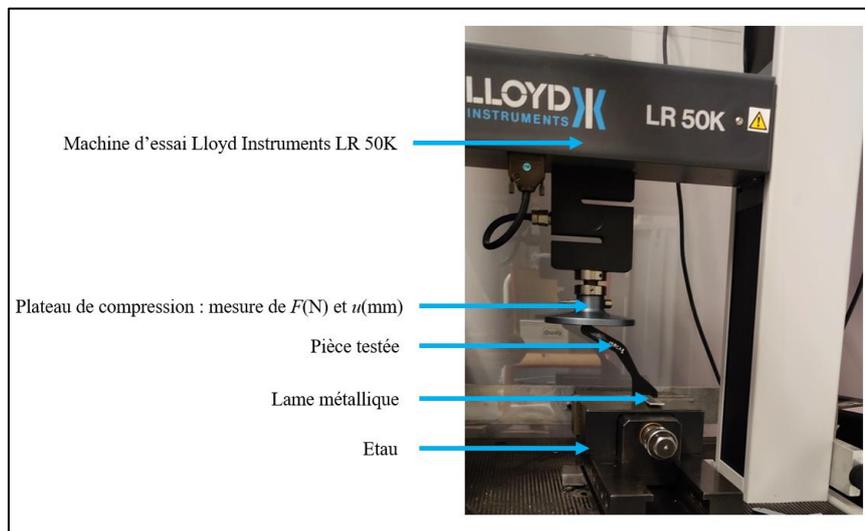


Figure 68 : Montage d'essai de flexion simple sur les clés coudées.

L'essai donne une mesure de force en Newton et une mesure de déplacement en millimètres. La Figure 69 montre les courbes Force – Déplacement des quatre échantillons, chaque courbe étant calculée en faisant la moyenne sur les trois clés coudées de chaque échantillon.

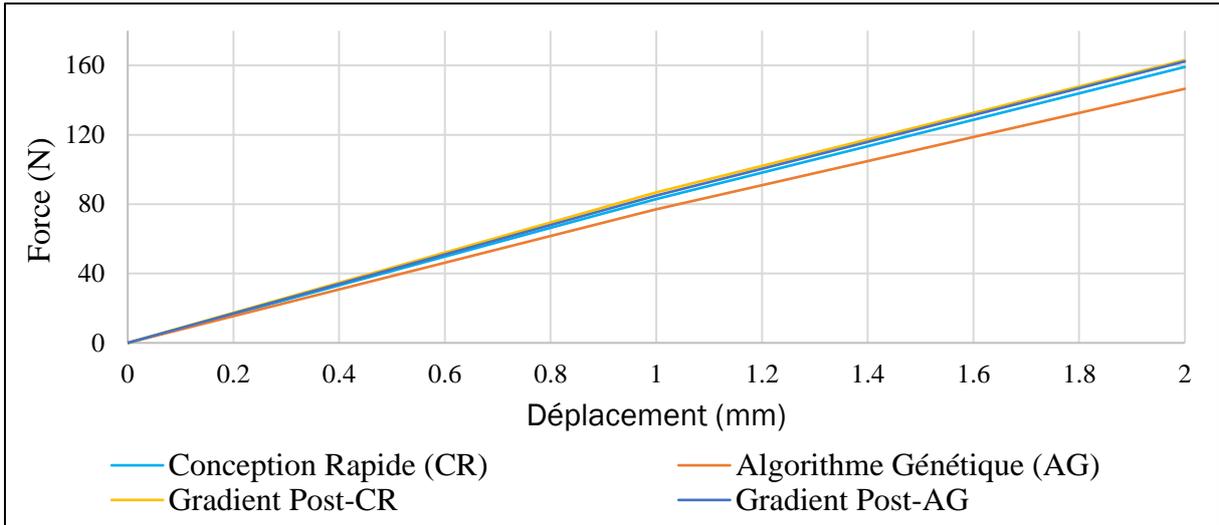


Figure 69 : Courbes Force – Déplacement des quatre échantillons de clés coudées.

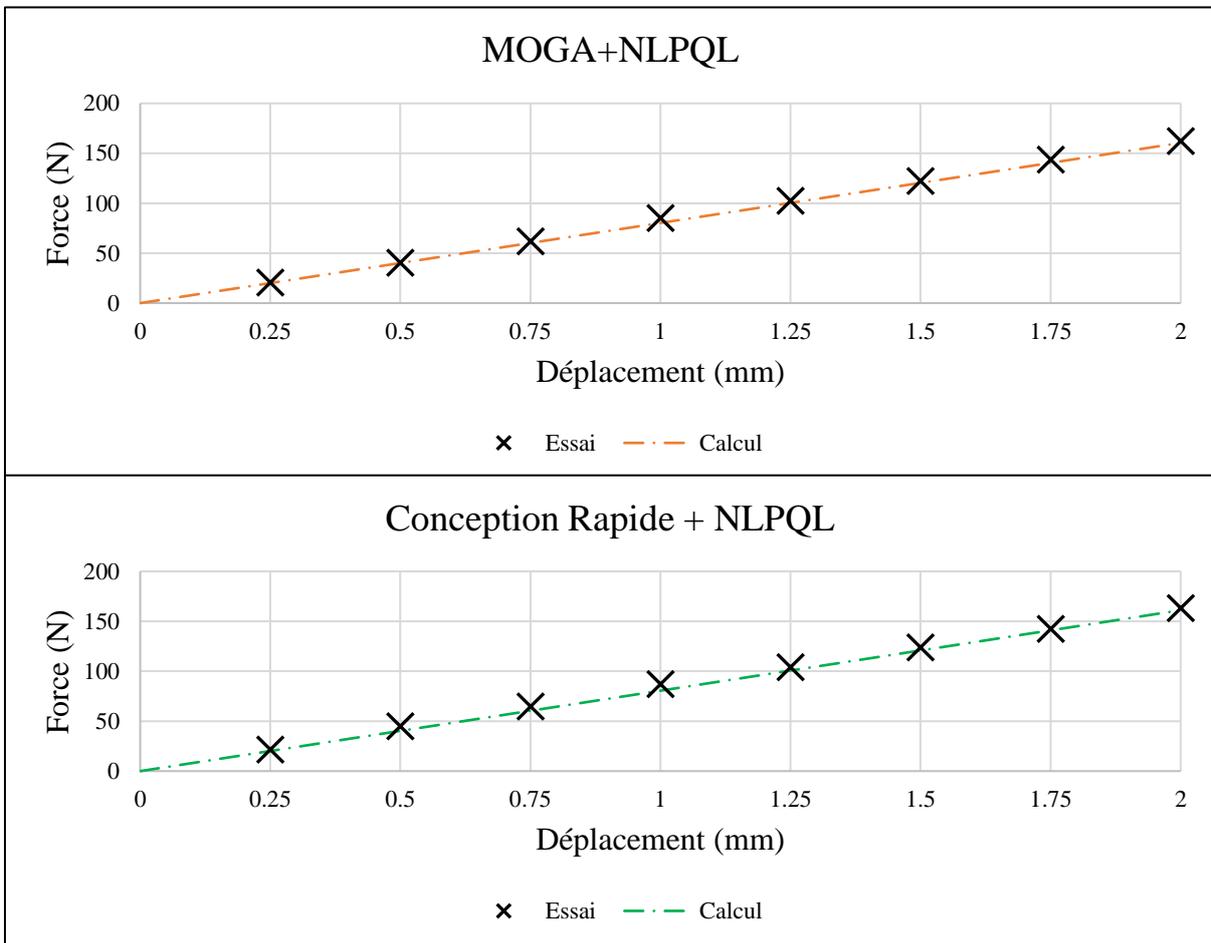


Figure 70 : Corrélation entre calculs et essais pour les deux méthodes utilisant l'algorithme du gradient.

Par ailleurs, en se focalisant sur les deux cas les plus favorables (algorithmes du gradient post-MOGA et post-CR), on constate que les essais donnent le même résultat que les FEA (Figure 70).

L'objectif de l'outil de conception était de minimiser le déplacement pour une force donnée, ce qui est équivalent à maximiser la raideur de la pièce. Nous nous sommes donc limités à la partie linéaire élastique des résultats d'essais pour observer cette raideur. En effet, au-delà, une non-linéarité de la courbe a été observée, s'expliquant principalement par un glissement des pièces dans l'étau qui provoque une chute de la mesure de force.

Il apparaît clairement sur la Figure 69 que la méthode MOGA donne la moins bonne raideur. La méthode de conception rapide, qui était l'objet de ce chapitre, donne une raideur plus haute (8.6%) que la méthode MOGA et légèrement plus faible que les deux méthodes utilisant l'algorithme du gradient (2.4%). A noter que ces deux méthodes donnent des valeurs expérimentales quasiment équivalentes, ce qui confirme la tendance donnée par le calcul avec 1% d'écart sur les deux déplacements maxima (Figure 66).

Cette étude expérimentale a permis de prouver que, sur des pièces fabriquées, la méthode de conception rapide donne des résultats d'aussi bonne qualité que des algorithmes standards (gradient et génétique), mais avec des temps de calcul incomparablement plus faibles. L'écart entre ces différentes méthodes est par ailleurs plus faible expérimentalement que numériquement. En effet, le procédé de fabrication ne peut pas garantir une orientation exacte des fibres. Il peut donc y avoir une variation minimale des angles générant des incertitudes sur la raideur de la pièce.

3.4. CONCLUSIONS

La méthode de conception rapide présentée dans ce troisième chapitre de thèse avait pour objectif de calculer une orientation des fibres visant à maximiser la raideur d'un composant en CrFCC, et ce dans un délai le plus court possible. Bien qu'elle ne permette pas de trouver l'optimum sur lequel converge une méthode d'optimisation par algorithme génétique couplée avec une descente de type gradient, la méthode de conception rapide que nous proposons fournit un résultat intéressant. Celui-ci n'est en effet moins bon que de seulement 10% numériquement et 2.4% expérimentalement dans le cas d'étude que nous avons traité (clé à manche coudé). De surcroît, la méthode de conception rapide nécessite un temps de calcul incomparablement plus court et sa simplicité d'utilisation en fait un outil utile pour le concepteur.

La méthode de conception rapide ne se limite pour l'instant qu'à un seul angle d'orientation de fibres par couche en raison des contraintes de fabrication liées aux procédés de Markforged. Il serait intéressant d'améliorer ultérieurement cette méthode pour anticiper les évolutions des procédés de fabrication additive à l'avenir. Il serait par exemple possible de programmer des trajectoires curvilignes en langage gcode avec les imprimantes de FFF-CFC commercialisées par la société Anisoprint. La définition de trajectoires curvilignes pour que les fibres suivent le champ de contraintes est une option prometteuse, puisque chaque fibre sera utilisée de manière optimale. Cela nécessite toutefois de nouvelles méthodes de calcul plus coûteuses puisque chaque couche ne sera plus définie par un seul paramètre de conception, l'orientation des fibres étant variable localement au sein de chaque couche.

Une autre alternative pour améliorer les performances des composites imprimées, en termes de poids notamment, consiste à générer des espaces vides lors du dépôt du filament. On parle alors de structures lattices. Ce type de structure est étudié dans le quatrième et dernier chapitre de ce mémoire de thèse.

CHAPITRE 4 : OPTIMISATION MONO-OBJECTIF DE LATTICES EN CRFCC

4.1. INTRODUCTION

L'étude bibliographique réalisée sur les lattices (Paragraphe 1.5.3. du chapitre 1) a montré que les structures en lattice permettaient d'obtenir d'excellentes performances mécaniques ou thermiques, et ce pour une masse très faible [Vas2001, Mon2021]. Cependant, leur fabrication avec des moyens d'usinage traditionnels (soustraction de matière à partir d'un volume plein) est coûteuse et complexe. C'est pourquoi la fabrication additive a constitué une innovation majeure dans le domaine des structures en lattice. En effet, avec les diverses techniques présentées dans le paragraphe 1.3. du premier chapitre de ce manuscrit de thèse, la fabrication additive offre des perspectives nouvelles pour fabriquer aisément ces structures complexes en utilisant une panoplie de matériaux variée (métaux, plastiques, céramiques et composites). Toutefois, l'application industrielle des lattices reste grandement restreinte aux matériaux métalliques. Or, les CrFCC étant réputés pour leur excellent rapport masse/performances mécaniques, ils sont des candidats naturels pour la fabrication de ces structures car cela permettrait de combiner les avantages de ces matériaux avec ceux des lattices. Toutefois, les procédés de FFF-CFC industriels actuels permettent l'intégration des fibres uniquement dans le plan d'impression. Ainsi, seules les lattices 2D extrudées en 3D peuvent être efficacement renforcées (Figure 71.b gauche). C'est sur ce type de lattice que nous avons travaillé. Lorsqu'on les fabrique, les trois paramètres dimensionnels sur lesquels le concepteur a prise sont :

- 1) La forme de la cellule de base se répétant au sein de la lattice,
- 2) Les dimensions de la cellule de base ou, ce qui est équivalent, leur nombre au sein de la lattice,
- 3) Le taux de remplissage dans la cellule de base, c'est-à-dire le rapport entre la matière déposée et la quantité de vide.

Le concepteur peut agir sur ces trois paramètres de dimensionnement (*design variables* en anglais) pour minimiser le volume (ou la masse) de la lattice tout en garantissant sa tenue mécanique. On s'inscrit alors dans une problématique d'optimisation sous contraintes qui nécessite des ressources en calcul numérique. Or, si une lattice contient une répétition de plusieurs centaines de motifs géométriques de base, le maillage EF requis pour représenter correctement la nature hétérogène de la géométrie devra comporter un nombre très élevé d'éléments. La conséquence serait un temps de calcul très important avec des FEA se répétant autant de fois que d'itérations dans le cadre du cycle d'optimisation. Un tel processus

d'optimisation serait contre-productif du point de vue d'un concepteur soumis par exemple à des délais de mise en service d'une pièce.

Sur la base ce constat, nous nous sommes fixés comme objectif dans ce chapitre de créer un outil de DfAM alternatif, appuyé par la simulation numérique, mais suffisamment performant pour concevoir rapidement et de manière optimale des lattices 2D renforcées par des fibres de carbone. Pour cela, on va s'appuyer sur les résultats d'homogénéisation obtenus dans le chapitre 2 en les complétant par une nouvelle étape d'homogénéisation à l'échelle de la lattice. L'idée directrice est de constituer une base de données numériques en faisant varier le taux de remplissage, puis de relier les propriétés mécaniques du matériau homogène équivalent à ce taux de remplissage. Le maillage de la structure homogénéisée qui sera inclus dans les boucles d'optimisation sera ainsi de taille raisonnable et les calculs itératifs d'optimisation, avec le taux de remplissage comme variable de dimensionnement, pourront être conduits dans des délais acceptables.

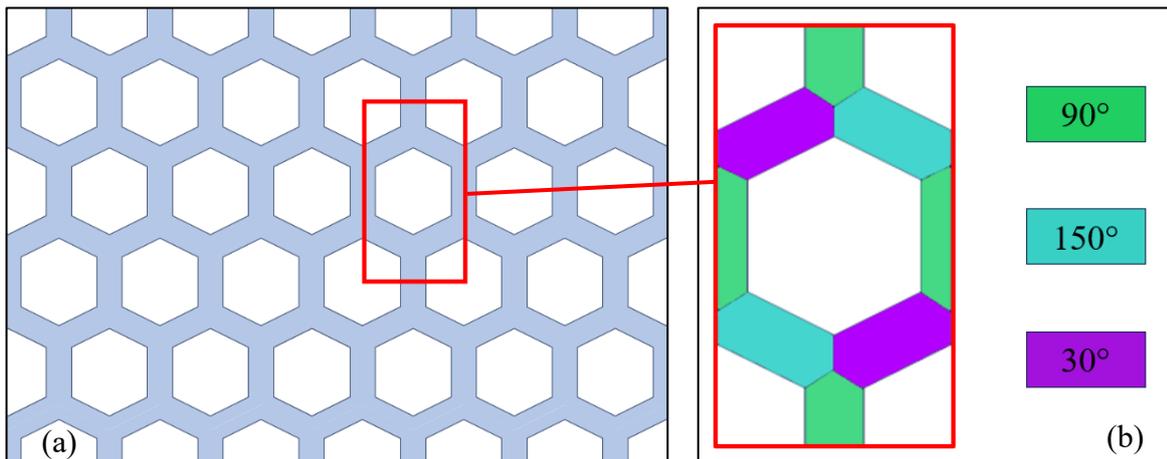


Figure 71 : (a) Lattice 2D à motif élémentaire hexagonal ; (b) Cellule de base avec les fibres du CrFCC orientées à 30°, 90° et 150°.

En ce qui concerne la géométrie de la cellule de base sur laquelle peut agir le concepteur pour améliorer les performances d'une lattice, nous l'avons fixée dès le départ en prenant une structure hexagonale (Figure 71.a). Parmi toutes les géométries possibles, l'hexagone est en effet l'une des plus employées [Mal2015, Moe2022, Sor2018, Yaz2020, Zha2020]. De plus, la fibre de carbone étant très rigide, il est préférable d'utiliser un polygone avec le plus de côtés possibles. Cela permet d'éviter les angles trop aigus susceptibles de provoquer une rupture des fibres avec des virages trop prononcés lors des trajectoires d'impression. L'hexagone répond positivement à cette contrainte.

Enfin, en fixant le nombre de cellules de base présentes au sein de la lattice à une valeur assez grande pour être compatible avec la théorie de l'homogénéisation périodique, nous avons exclu de facto ce paramètre de la liste des variables de dimensionnement. Le processus d'optimisation que nous avons mis en place est donc monodimensionnel puisqu'il ne portera que sur le taux de remplissage. Cela favorisera une convergence rapide vers l'optimum et participera à accélérer le processus de conception.

Ce chapitre 4 est divisé en deux parties :

- 1) Dans la première partie (paragraphe 4.1), on exporte les résultats d'homogénéisation périodique obtenus dans le chapitre 2 (comportement homogène équivalent du cordon composite déposé) au sein de la cellule de base hexagonale caractéristique de la géométrie de la lattice. On effectue ensuite une nouvelle homogénéisation sur cette cellule de base. La cellule de base n'est en effet pas homogène puisque constituée de quatre zones distinctes en termes de comportement (Figure 71.b) : du vide dans la partie centrale de l'hexagone et trois orientations de fibre différentes dans les parties pleines (30°, 90° et 150°). Grâce à une étude paramétrique portant sur le taux de remplissage, la troisième étape d'homogénéisation que nous proposons permettra d'établir des relations analytiques entre les propriétés mécaniques homogènes équivalentes de la lattice et son taux de remplissage. Ce taux de remplissage constituera donc une variable de notre modèle, au même titre que la porosité dans le paragraphe 2.4 du chapitre 2. Il sera utilisé comme variable de dimensionnement dans le cadre d'un processus d'optimisation afin de trouver le meilleur compromis entre la masse de la lattice et sa résistance à la rupture.
- 2) Dans la deuxième partie (paragraphe 4.2), la méthode d'optimisation permettant d'obtenir le meilleur taux de remplissage est présentée en recherchant le meilleur compromis entre l'allègement de la lattice et sa résistance mécanique. Dans ce cadre, la définition d'un critère de rupture efficient sur la déformation maximale sera discutée, la difficulté étant de relier de manière pertinente la déformation sur le matériau homogène équivalent (calculée dans le processus d'optimisation) et la déformation sur la lattice hétérogène qui constitue la vraie structure que l'on souhaite préserver de la rupture. Pour ce qui concerne la partie optimisation, nous avons utilisé des approches standards disponibles dans le logiciel Ansys Workbench, à savoir :
 - Construction d'un plan d'expérience.
 - Construction d'une surface de réponse à partir du plan d'expérience.

- Optimisation par algorithme génétique sur la surface de réponse.
- Affinement du résultat par une descente de type gradient simple sur la surface de réponse.

Le critère à la rupture que nous avons choisi, ainsi que le processus d'optimisation que nous avons mis en place, seront illustrés par deux cas d'étude en traction et en cisaillement. Pour ces deux cas, on opérera dans le cadre d'une approche mono-zone (un seul taux de remplissage dans la lattice) et multi-zone à plusieurs paramètres (séparation de la lattice en plusieurs zones avec plusieurs taux de remplissage à optimiser).

4.2. HOMOGENEISATION PERIODIQUE A L'ECHELLE DE LA LATTICE

Une structure en lattice est la répétition périodique d'un motif géométrique élémentaire qui peut être de petite taille et de géométrie complexe. Ainsi, une FEA sur ce type de structure implique un maillage très dense et par conséquent de longs temps de calcul. Cependant, la périodicité spatiale de la structure est compatible avec les hypothèses de l'approche par homogénéisation périodique utilisée dans le chapitre 2. Il est donc possible de remplacer la lattice hétérogène par une structure homogénéisée qui permettra de réduire drastiquement les temps de FEA.

L'objectif de ce paragraphe est par conséquent de trouver un matériau homogène dont le comportement élastique sera équivalent à celui d'une lattice. Cette étape d'homogénéisation périodique vient s'ajouter et se connecter aux deux étapes d'homogénéisation déjà présentées dans le chapitre 2. Le matériau utilisé pour constituer la lattice sera en effet le CrFCC dont on rappelle que le comportement homogène équivalent résulte de deux homogénéisations reliées l'une à l'autre :

- 1) Comportement homogène équivalent d'un filament en homogénéisant les fibres de carbone et la matrice qui les environne (première étape d'homogénéisation, paragraphe 2.3),
- 2) Comportement homogène équivalent des cordons déposés en homogénéisant le filament équivalent avec la porosité inter-couches (deuxième étape d'homogénéisation, paragraphe 2.4).

Finalement, nous obtenons un processus d'homogénéisation constitué de trois étapes distinctes connectées les unes aux autres comme indiqué sur la Figure 72.

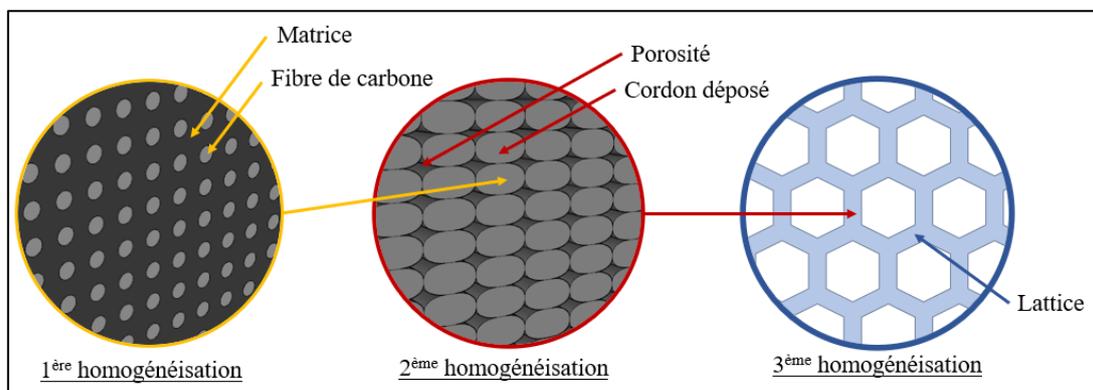


Figure 72 : Homogénéisation à trois échelles différentes pour caractériser le comportement élastique de structures en lattices en CrFCC FFF.

4.2.1. DEFINITION D'UNE CELLULE DE BASE

Contrairement aux deux étapes d'homogénéisation périodique présentées dans le chapitre 2, la géométrie de la cellule de base n'est pas imposée par le matériau ou le procédé de fabrication. Il existe une infinité de motifs élémentaires envisageables pour fabriquer une structure lattice 2D.

Suttakul et al. [Sut2019] ont comparé les performances mécaniques de différents motifs élémentaires 2D. Ils ont montré que les motifs élémentaires les plus performants en rupture sont les dispositions en carré ou en diamant et que le plus rigide était le triangle équilatéral. Cependant, ces formes ne sont pas compatibles avec la FFF de fibre de carbone. En effet, les angles aigus présents dans ces motifs peuvent poser un problème au niveau des trajectoires d'impression. La fibre de carbone étant très rigide, un virage trop prononcé dans la trajectoire de la buse provoque une rupture de ces fibres et par conséquent un affaiblissement de la résistance à la rupture de la pièce. Ce problème peut être évité en utilisant un polygone hexagonal qui possède plus de côtés que les carrés, les diamants ou les triangles (Figure 73). L'hexagone présentant en outre des performances mécaniques satisfaisantes [Sut2019], c'est ce motif qui sera choisi pour cette étude.

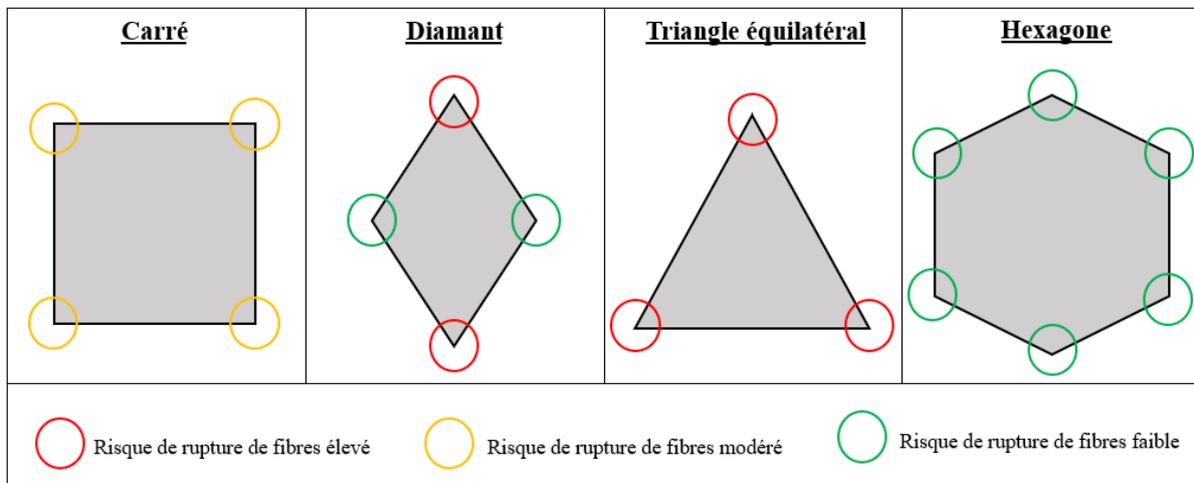


Figure 73 : *Risque de rupture des fibres pendant l'impression pour différents motifs élémentaires*

Le motif géométrique de base de la lattice étant désormais établi, il faut choisir la cellule de base la plus pertinente. Plusieurs études ont déjà été faites sur un motif hexagonal [Mal2015, Moe2022, Sor2018, Zha2020], et toutes proposent la même cellule de base. Une géométrie identique (Figure 71.b) sera donc utilisée dans cette étude.

La principale différence entre la cellule de base proposée ici et celles fournies par la littérature concerne l'utilisation d'un matériau hautement anisotrope dans les parties pleines, en l'occurrence le CrFCC défini dans le chapitre 2 de ce manuscrit de thèse. Cette anisotropie nécessite en particulier de choisir l'orientation des fibres dans chacune des barres constituant les parties pleines de l'hexagone. Nous avons choisi d'orienter les fibres dans le sens des barres car ces dernières fonctionnent en traction/compression et les CrFCC sont efficaces lorsque les fibres sont alignées avec le chargement [Nom2019, Saf2019, Zho2018]. Ainsi, la cellule de base identifiée dans la Figure 71.a nécessite d'être découpée en différentes zones, chacune d'entre elles étant représentées par des couleurs distinctes (vert, bleu et violet) sur la Figure 71.b. Dans chacune de ces zones, les fibres sont orientées avec un angle de 30° , 90° ou 150° selon l'inclinaison des barres.

4.2.2. LE TAUX DE REMPLISSAGE COMME PARAMETRE DU MODELE D'HOMOGENEISATION PERIODIQUE

Pour dimensionner la cellule de base hexagonale, deux paramètres sont nécessaires : la taille de la cellule, égale au diamètre du cercle dans lequel l'hexagone est inscrit, ainsi que le taux de remplissage, correspondant au rapport matière/vide dans le plan d'extrusion.

Selon la théorie de l'homogénéisation périodique, la taille de cellule est un paramètre muet puisque seuls les ratios entre les différentes longueurs interviennent dans les calculs d'homogénéisation. Un facteur d'échelle sur la cellule de base n'a ainsi aucun impact sur les propriétés homogènes équivalentes calculées. Les dimensions ont donc été choisies de manière arbitraire mais en respectant le fait que la cellule est un hexagone régulier.

L'objectif du concepteur est de minimiser la masse d'une pièce en respectant la tenue mécanique de cette dernière. Dans le cas d'une lattice, cela revient à minimiser le taux de remplissage, noté TR , tout en s'assurant que la minimisation ne conduise pas à la rupture de la structure. En effet, plus le taux de remplissage est petit au sein de la lattice, plus la raideur et la résistance de celle-ci seront faibles.

Par définition, le taux de remplissage TR varie entre 0 (pas de matière) et 100% (pas de vide). Toutefois, afin de traiter de manière réaliste des cas pratiques, l'étude paramétrique sera réduite à l'intervalle [20% , 70%]. En effet, un taux de remplissage inférieur à 20% conduirait à une lattice trop fragile. A l'inverse, un taux de remplissage supérieur à 70% n'aurait pas de

réel intérêt avec une lattice surdimensionnée en termes de résistance mécanique. Ne connaissant pas de prime abord comment les propriétés élastiques homogènes équivalentes varient en fonction de TR , il est important de disposer d'un nombre suffisamment important de points de calcul. Ainsi, six cellules de base ont été définies avec TR variant avec un incrément de 10% d'une cellule de base à l'autre (Figure 74).

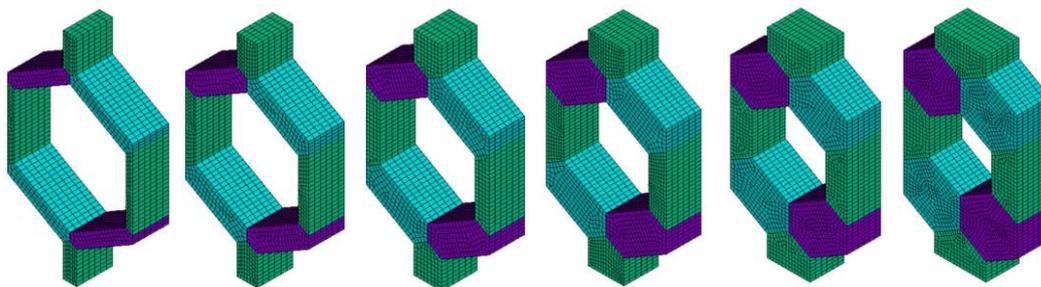


Figure 74 : Cellules de base correspondant à six valeurs de TR . De gauche à droite : 20% ; 30% ; 40% ; 50% ; 60% ; 70%

4.2.3. PROPRIETES HOMOGENES EQUIVALENTES EN FONCTION DU TAUX DE REMPLISSAGE

En appliquant aux six cellules de base présentées dans le paragraphe précédent la méthodologie d'homogénéisation périodique développée dans le chapitre 2 de ce manuscrit de thèse, on obtient six matériaux homogènes équivalents (Annexe G). Il est alors possible d'exprimer les constantes élastiques de ces six matériaux en fonction du taux de remplissage TR (Figure 75).

On observe tout d'abord avec les courbes de tendance de la Figure 75 que toutes les relations entre coefficients élastiques et taux de remplissage sont quadratiques, exceptée celle du module d'Young en z (z étant la direction d'extrusion de la lattice correspondant à l'axe d'empilement des couches). Dans la direction z , le module d'Young varie linéairement avec le taux de remplissage. C'est en effet dans cette direction que la loi des mélanges est une combinaison linéaire des propriétés des matériaux par rapport à la proportion qu'ils représentent. Par ailleurs, c'est également dans cette direction qu'elle est la plus fiable [Pol2020]. Dans notre cas, on aurait donc avec la loi des mélanges :

$$E_{z_{Lattice}} = TR \times E_{z_{composite}} + (1 - TR) \times E_{z_{vide}} \quad (43)$$

En considérant que le vide a une raideur nulle, on trouve bien une relation linéaire entre le module d'Young de la lattice dans la direction z et son taux de remplissage :

$$E_{z_{Lattice}} = E_{z_{composite}} \times TR \quad (44)$$

L'équation (44) correspond à l'équation d'une droite de pente $E_{z_{composite}}$. Le module d'Young dans la direction z ayant été estimé à une valeur de 0.58 GPa (modèle à 16.9% de porosité issu du chapitre 2), la pente de la droite, selon la loi des mélanges (44), serait donc de 5.8×10^{-3} puisque TR est un pourcentage, ce que l'on retrouve sur la Figure 75. On vérifie ainsi que le modèle d'homogénéisation périodique donne strictement le même résultat pour la raideur dans la direction d'extrusion z que la loi des mélanges, connue pour être précise sur cette propriété élastique.

Le coefficient de détermination R^2 étant par ailleurs égal à 1 pour les neuf courbes de tendance, on pourra les utiliser avec confiance dans le cadre d'un processus d'optimisation.

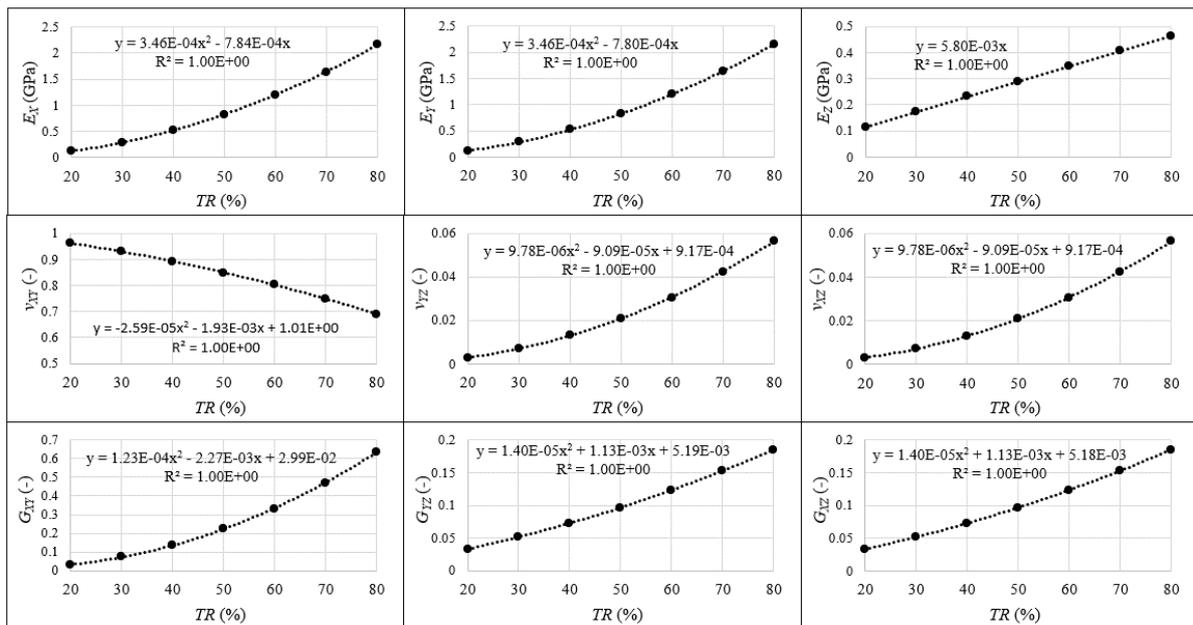


Figure 75 : Composantes élastiques homogènes équivalentes de la lattice en fonction du taux de remplissage TR .

On constate également que le coefficient de Poisson dans le plan d'extrusion du nid d'abeille atteint des valeurs proches de 1. Cela peut paraître surprenant de prime abord puisque cette valeur est peu commune en science des matériaux. Toutefois, c'est un résultat commun pour un nid d'abeille, Hoffman [Hof1958] observant des valeurs du même ordre de grandeur lorsque le motif élémentaire est un hexagone régulier comme dans notre cas.

On remarque enfin que le matériau homogène équivalent est isotrope transverse par rapport à l'axe d'empilement des couches z , avec par exemple des modules d'Young E_x et E_y identiques. Cela correspond aux résultats trouvés par Lee et al. avec une lattice 2D constituée de polygones réguliers [Lee1996]. A cet égard, il est important de noter que les résultats obtenus dans [Lee1996] avec des lattices constituées de matériaux isotropes semblent transposables aux lattices 2D fabriquées avec un matériau hautement anisotrope tel que le CrFCC de Markforged. Cette information est importante car elle indique au concepteur que l'orientation de la pièce dans le plan xy dans lequel sont déposées les couches n'a pas d'influence sur les performances mécaniques obtenues. Ce constat permet d'enlever un paramètre de conception et de simplifier en conséquence le travail du concepteur.

4.2.4. VALIDATION DES MATERIAUX HOMOGENES EQUIVALENTS

Afin de valider l'étape d'homogénéisation réalisée à l'échelle du lattice, il est important de vérifier que le matériau homogène équivalent se comporte comme la lattice hétérogène. Pour ce faire, on procède de la même manière que dans les deux étapes d'homogénéisation du chapitre 2 (paragraphe 2.3.3). L'écart relatif entre les modèles homogène et hétérogène a notamment été calculé avec l'équation (21) du paragraphe 2.3.3. en faisant varier le nombre de cellules (Figure 76). Cet écart est présenté sur la Figure 77 en fonction du nombre N de cellules de base dans chacune des directions x, y et z . La plus grande valeur de N vaut 8, ce qui représente 512 cellules de base ($512 = 8^3$). On observe que l'écart entre modèle homogène et hétérogène tend vers zéro lorsque N augmente. Cette tendance est conforme à ce qui est attendu dans le cadre de l'homogénéisation périodique. Cela permet de valider les propriétés homogènes équivalentes que nous avons obtenues.

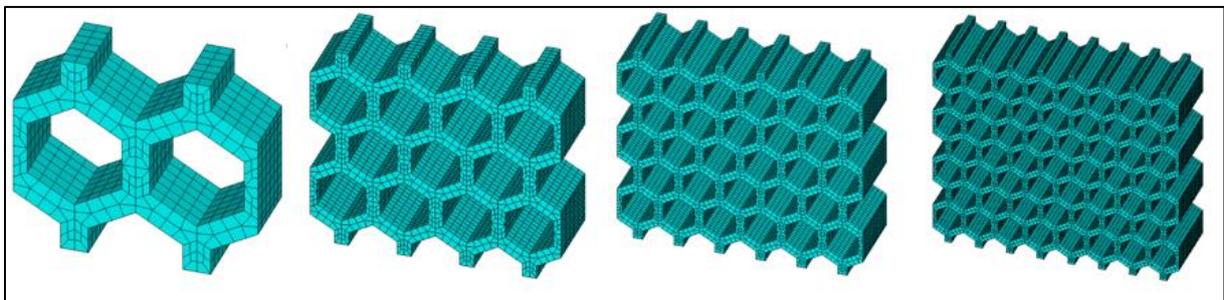


Figure 76 : De gauche à droite : maillage hétérogène pour $N=2$; $N=4$; $N=6$ et $N=8$.

A noter par ailleurs que les cas n°3 et n°6 de la Figure 77 fournissant des courbes très proches les unes des autres, deux graphes mis à l'échelle sont présentés sur la Figure 78 pour les distinguer.

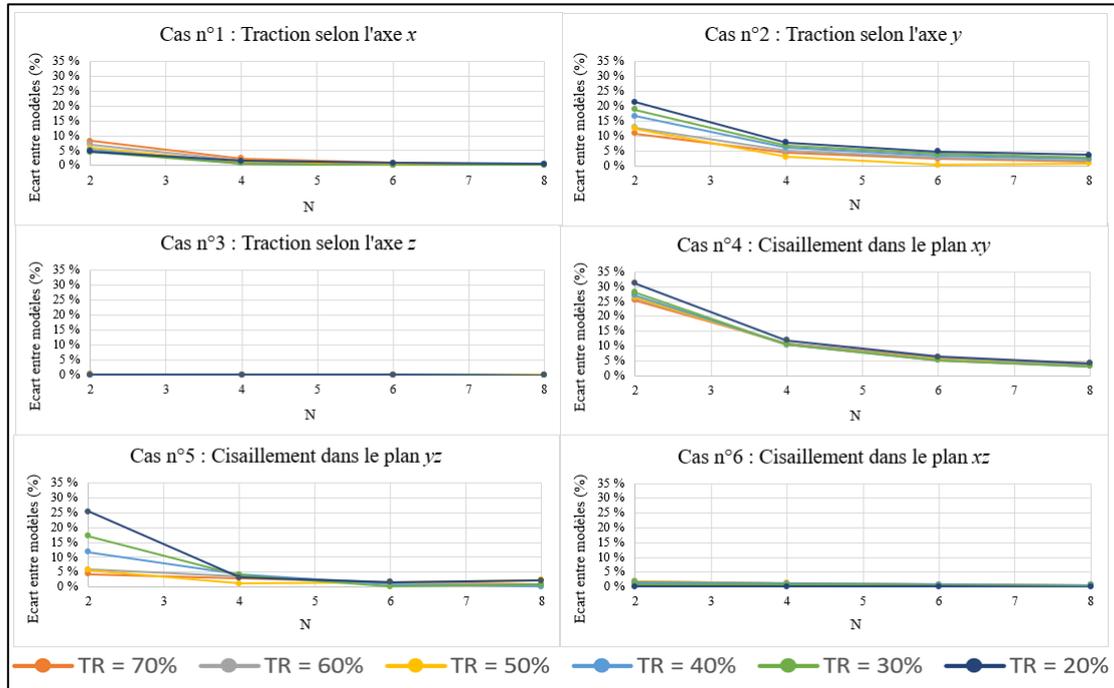


Figure 77 : Ecart entre modèles homogène et hétérogène pour six sollicitations différentes et sept valeurs différentes de TR.

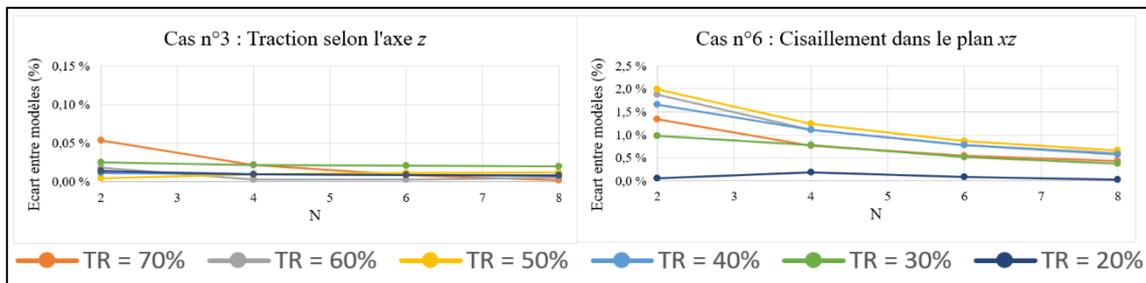


Figure 78 : Zoom sur les cas n°3 et n°6 de la Figure 77.

En complément de la validation numérique qui vient d'être réalisée, il aurait pu être intéressant de réaliser des comparaisons expérimentales en imprimant des éprouvettes de lattices et en mesurant leur raideur. Toutefois, l'obligation d'insérer des parois en Nylon sur les pièces de Markforged rend impossible l'impression de lattices intégralement composée de CrFCC. De surcroît, ces mêmes parois en Nylon nécessitent l'utilisation de motifs élémentaires très grands. En effet, le logiciel de préparation à l'impression des pièces Eiger impose au minimum un cordon d'impression non renforcé sur les contours de la pièce, soit deux cordons

pour la barre d'une lattice. Cela équivaut à une épaisseur de Nylon non renforcé de 0.8mm. Pour que le renfort devienne prépondérant par rapport à cette partie en Nylon, il faudrait donc des brins de lattice de plusieurs millimètres d'épaisseur ce qui impliquerait un motif élémentaire de plusieurs centimètres. Cela n'est pas compatible avec les hypothèses de l'homogénéisation périodique puisque le nombre de cellules de base deviendrait alors trop faible. En effet, le volume de fabrication disponible en FFF est en général de l'ordre de $30\text{cm} \times 30\text{cm} \times 20\text{cm}$. En raison des incertitudes liées au protocole expérimental de vérification qu'il aurait fallu mettre en place, nous avons renoncé à effectuer des tests. Cependant, la validation numérique ayant été probante, nous avons estimé que les résultats d'homogénéisation pouvaient être utilisés avec confiance dans le cadre d'un processus d'optimisation portant sur le taux de remplissage de la lattice. Ce processus d'optimisation est présenté dans le paragraphe suivant.

4.3. OPTIMISATION DU TAUX DE REMPLISSAGE DE LA LATTICE

Le modèle d'optimisation que nous avons développé a pour objectif de minimiser la masse d'une lattice à structure hexagonale en faisant varier son taux de remplissage tout en s'assurant que la déformation maximale ne dépasse pas un niveau risquant de conduire à la rupture. On est donc dans un contexte où deux critères concurrentiels s'affrontent. Diminuer le taux de remplissage va alléger la lattice mais augmenter la déformation. A contrario, augmenter le taux de remplissage va alourdir la lattice mais permettra de donner plus de marge de sécurité par rapport à la rupture en diminuant le niveau de déformation.

Dans le modèle que nous avons développé sur la plateforme logicielle Ansys Workbench, le taux de remplissage sera utilisé comme variable de dimensionnement à minimiser. La déformation maximum représentera pour sa part une contrainte mathématique de type inégalité, avec une borne supérieure (exprimée avec le critère de von Mises) correspondant à la limite à la rupture.

Cette contrainte mathématique portant sur la rupture constitue la principale difficulté que nous avons rencontrée lors de la mise en place de notre processus d'optimisation. En effet, l'utilisation du critère de von Mises peut être discutable compte tenu de l'isotropie transverse du matériau. Toutefois, les sollicitations étudiées dans ce chapitre dans le cadre de l'optimisation du taux de remplissage du lattice sont des sollicitations 2D dans le plan xy (Figure 80) avec une déformation en z négligeable en tout point du maillage (valeurs maximales de 3×10^{-5} contre 3×10^{-3} en x et en y pour la sollicitation en traction et de 3×10^{-5} contre 1×10^{-3} en x et en y pour la sollicitation en cisaillement). Or, le matériau homogénéisé au comportement équivalent à la lattice est isotrope transverse d'axe z (Figure 75 et Annexe G). En considérant le problème comme étant bidimensionnel dans le plan (xy) , le matériau homogénéisé possède alors un comportement isotrope dans ce plan et le critère de Von Mises est applicable.

Par ailleurs, si on se fixe une limite à la rupture en termes de déformation, cette limite sera appliquée au matériau homogénéisé durant les itérations d'optimisation et pas sur la vraie structure qui est la lattice hétérogène. Cela est problématique car la déformation dans le matériau homogène équivalent, contrairement au déplacement, n'est pas représentative de la déformation dans le matériau homogène. On peut le constater sur la Figure 79 où on a représenté les champs de déplacements (en norme) et les champs de déformations (exprimés avec le critère

de von Mises donné par Ansys Workbench) sur une structure lattice avec un taux de remplissage de 30%. Le chargement appliqué à la structure est un effort de traction horizontal selon l'axe x de 2000 N sur la face de droite et les trois degrés de liberté en translation sont bloqués sur la face de gauche. La partie haute sur chacune des Figures 79.a et 79.b représente un champ homogénéisé et la partie basse le même champ sur la vraie lattice hétérogène.

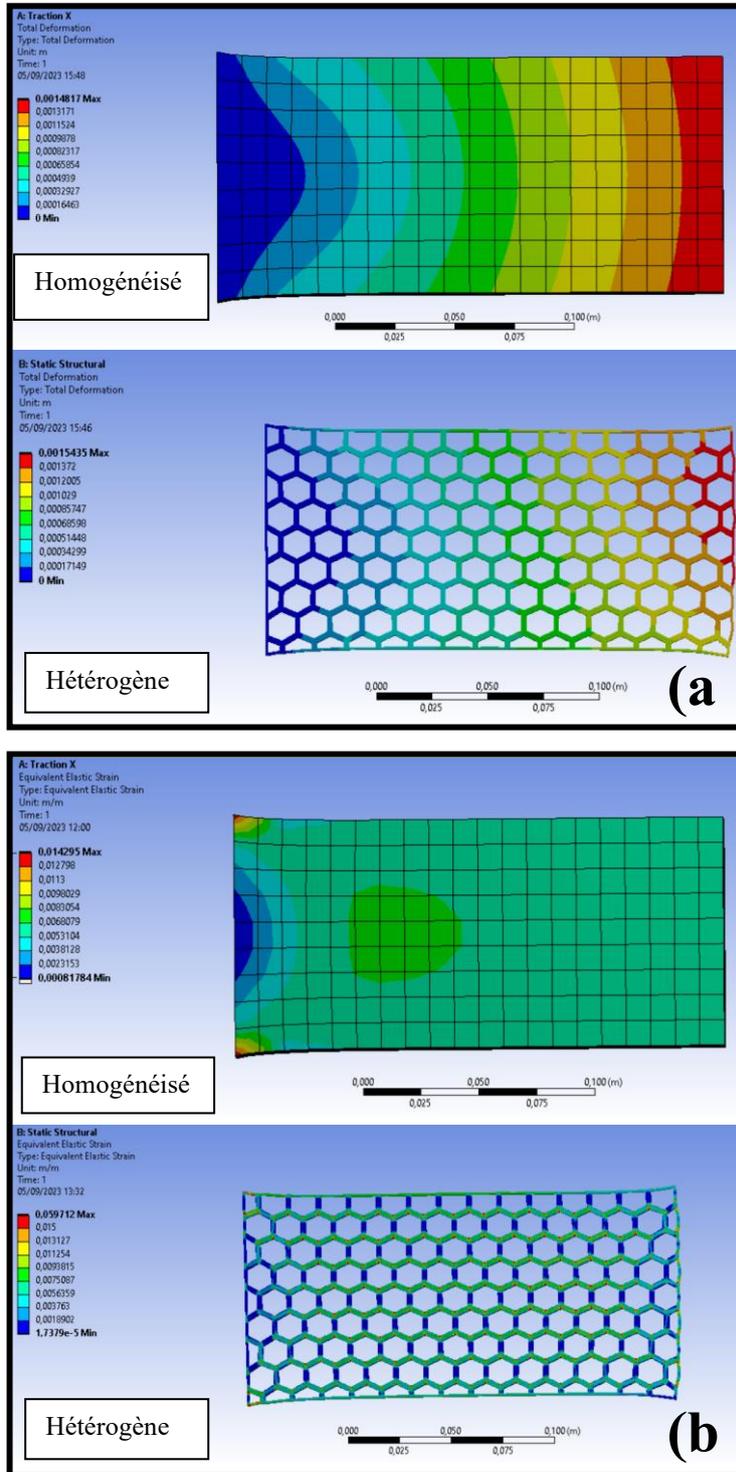


Figure 79 : Comparaison du champ de déplacements en norme (a) et de déformations équivalentes de von Mises (b).

On remarque sur la Figure 79.a que les champs de déplacements présentent une forte proximité entre la structure homogénéisée et la structure hétérogène avec un déplacement maximum identique d'environ 1.5mm. A contrario, les champs de déformations ne sont pas corrélés (Figure 79.b) tant en termes de répartition au sein des deux structures qu'en termes de valeurs maximales avec une déformation maximale de l'ordre de 1.4% dans le matériau homogénéisé contre environ quatre fois plus dans le matériau hétérogène. Ce manque de corrélation sur les déformations est logique puisque la déformation dans la structure homogénéisée n'est pas représentative de la déformation dans la lattice hétérogène. En effet, en vertu du développement asymptotique (4) du chapitre 1, il aurait fallu apporter une correction microscopique à la déformation du matériau homogène pour obtenir une approximation correcte de la déformation hétérogène :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_1(\mathbf{u})(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_0)(\mathbf{x}) - \varepsilon_{pq}(\mathbf{u}_0)(\mathbf{x}) \mathbf{e}(\boldsymbol{\chi}^{pq})(\mathbf{y}) \quad (45)$$

Où \mathbf{x} représente les coordonnées macroscopiques au sein de la lattice hétérogène et \mathbf{y} les coordonnées microscopiques permettant de localiser \mathbf{x} au sein d'une cellule de base. $\boldsymbol{\varepsilon}_1(\mathbf{u})(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ est l'approximation au premier ordre de la déformation hétérogène et $-\varepsilon_{pq}(\mathbf{u}_0)(\mathbf{x}) \mathbf{e}(\boldsymbol{\chi}^{pq})(\mathbf{y})$ est la correction microscopique à apporter à la déformation homogène $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}_0)(\mathbf{x})$.

Pour appliquer la formule (45), il aurait fallu utiliser le tenseur des déformations microscopiques \mathbf{e} défini par (6) et calculer les champs $\boldsymbol{\chi}^{pq}$ qui sont solutions des problèmes élémentaires (7). On rappelle que la résolution de ces problèmes élémentaires nécessite douze FEA à l'échelle de la cellule de base (étapes 1 et 2 du paragraphe 2.2 du chapitre 2). En conséquence, si jamais on envisage d'utiliser la formule (45) dans le cadre d'un processus d'optimisation, ces douze calculs doivent être dupliqués autant de fois qu'il y a besoin d'évaluer la contrainte inégalité sur la déformation maximale au cours des itérations d'optimisation, c'est-à-dire un grand nombre de fois. Si cela est techniquement réalisable, le temps de calcul augmenterait de manière très significative. Nous avons donc décidé de ne pas mettre en œuvre une approche basée sur la formule (45) pour calculer le critère de rupture et de la remplacer par une technique plus simple, moins coûteuse et qui permet de définir un critère compatible avec le matériau homogénéisé tout en étant pertinent pour la lattice hétérogène. Cette technique est présentée dans le paragraphe suivant.

4.3.1. LIMITE A LA RUPTURE EN DEFORMATION

L'objet de ce paragraphe est de définir un critère de rupture applicable au matériau homogène et extensible au matériau hétérogène sans induire de surcoût élevé en termes de temps de calcul comme celui qu'aurait généré l'application de la formule (45).

Pour cela, on considère comme base de départ la valeur limite d'élongation à la rupture de 1.5% donnée par la société Markforged [Mar2022]. Cette valeur sera considérée comme déformation maximale dans la lattice réelle mais pas dans le matériau homogène utilisé dans le processus d'optimisation puisqu'on a vu au paragraphe précédent que les déformations homogène et hétérogène n'étaient pas reliées directement. Il faut donc trouver une relation simple liant la déformation maximale sur le matériau homogène à la déformation maximale sur la lattice sans avoir recours à la formule (45) qui nécessiterait un nombre trop important de FEA si on l'utilisait dans le cadre d'un processus d'optimisation.

Pour établir cette relation, on reprend le maillage hétérogène (Figure 76 avec $N=8$) utilisé pour construire les corrélations présentées dans la Figure 77. Le paramètre N a été fixé à 8 car les corrélations entre modèles hétérogènes et homogènes sont excellentes dans les six cas pour cette valeur (Figures 77 et 78). On souhaite appliquer le modèle d'optimisation à deux cas d'études dans ce chapitre. La relation entre déformation homogène et hétérogène doit donc être établie pour ces deux cas d'études, à savoir une traction selon l'axe x et un cisaillement dans le plan y . Dans les deux cas, la lattice est encadrée sur sa partie gauche et soumise à un déplacement U sur sa partie droite. Dans le premier cas, ce déplacement est selon l'axe x , dans le second elle est selon l'axe y (Figure 80).

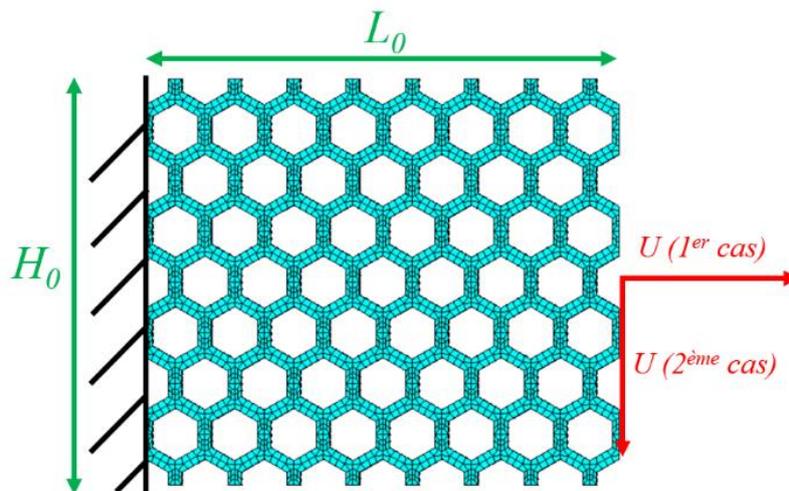


Figure 80 : Déplacement imposé U sur une lattice avec $N=8$.

On introduit ensuite la déformation $\varepsilon_{homogène}$ que subirait un matériau homogène dans un domaine de mêmes dimensions $L_0 \times H_0$ avec les mêmes conditions aux limites :

$$\varepsilon_{homogène} = \frac{U}{L_0} \quad (46)$$

L'idée est d'utiliser l'égalité (46) pour calculer le déplacement imposé U à partir de plusieurs valeurs de $\varepsilon_{homogène}$ ($U = L_0 \times \varepsilon_{homogène}$), de calculer ensuite par FEA la déformation hétérogène avec U comme déplacement imposé et d'en déduire des relations entre déformations hétérogène et homogène. Ces relations serviront ensuite pour définir un critère de rupture à appliquer à la structure homogène pour garantir que la déformation hétérogène se situe en deçà des 1.5% autorisés.

Pour établir les relations recherchées entre déformations homogène et hétérogène, quarante-huit FEA ($48 = 4 \times 6 \times 2$) ont été réalisées avec le modèle de la Figure 80 en considérant quatre valeurs différentes de déformation homogène (0.25%, 0.5%, 0.75% et 1%) et six valeurs différentes de taux de remplissage (20%, 30%, 40%, 50%, 60% et 70%) pour les deux cas présentés. Les relations entre déformations homogène et hétérogène ont été créées avec la déformation équivalente de Von Mises malgré l'isotropie transverse du matériau. Cela se justifie par le fait que les sollicitations que nous avons considérées sont bidimensionnelles dans le plan d'isotropie. Dans ce cas particulier, le comportement du matériau isotrope transverse peut alors être considéré comme isotrope.

La Figure 81 montre la relation entre déformations homogène et hétérogène en traction selon l'axe x pour un taux de remplissage égal à 20%. On observe que cette relation est parfaitement linéaire avec un coefficient de détermination R^2 égal à un.

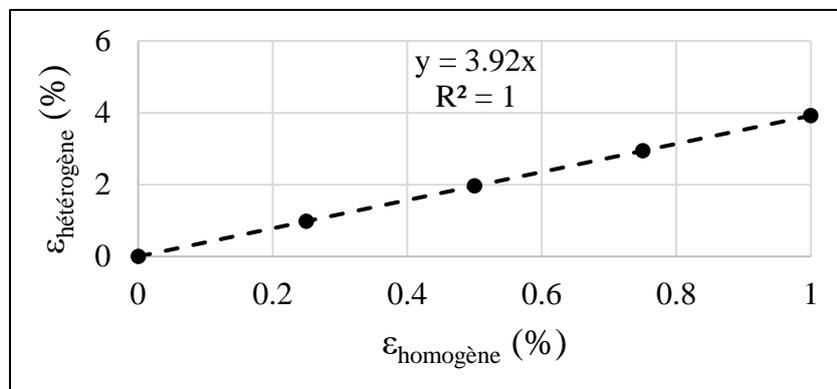


Figure 81 : Relation linéaire entre déformations homogènes et hétérogènes pour un taux de remplissage de 20% (Traction selon l'axe x).

Il en va de même pour les autres valeurs de taux de remplissage et pour le chargement en cisaillement dont les graphes sont fournis dans l'Annexe H. La relation entre la déformation hétérogène $\varepsilon_{hétérogène}$ et la déformation homogène $\varepsilon_{homogène}$ s'écrit donc :

$$\varepsilon_{hétérogène} = a(TR) \times \varepsilon_{homogène} \quad (47)$$

où $a(TR)$ représente la pente de la relation linéaire qui lie $\varepsilon_{homogène}$ à $\varepsilon_{hétérogène}$. En comparant la Figure 81 avec les Figures contenues dans l'Annexe H, on s'aperçoit que cette pente diffère selon le taux de remplissage TR . C'est la raison pour laquelle elle a été notée $a(TR)$.

Le critère de rupture étant de 1.5% sur la structure hétérogène, on déduit de (47) les majorations suivantes :

$$a(TR) \times \varepsilon_{homogène} < 0.015 \Leftrightarrow \varepsilon_{homogène} < \frac{0.015}{a(TR)} \quad (48)$$

Le rapport $\frac{0.015}{a(TR)}$ constitue donc le critère de rupture à appliquer à la déformation homogène au cours des itérations d'optimisation. Il s'agit d'un critère simple et peu coûteux à mettre en œuvre. Il ne nécessite que de connaître la pente $a(TR)$ qui constitue en quelque sorte un coefficient de sécurité.

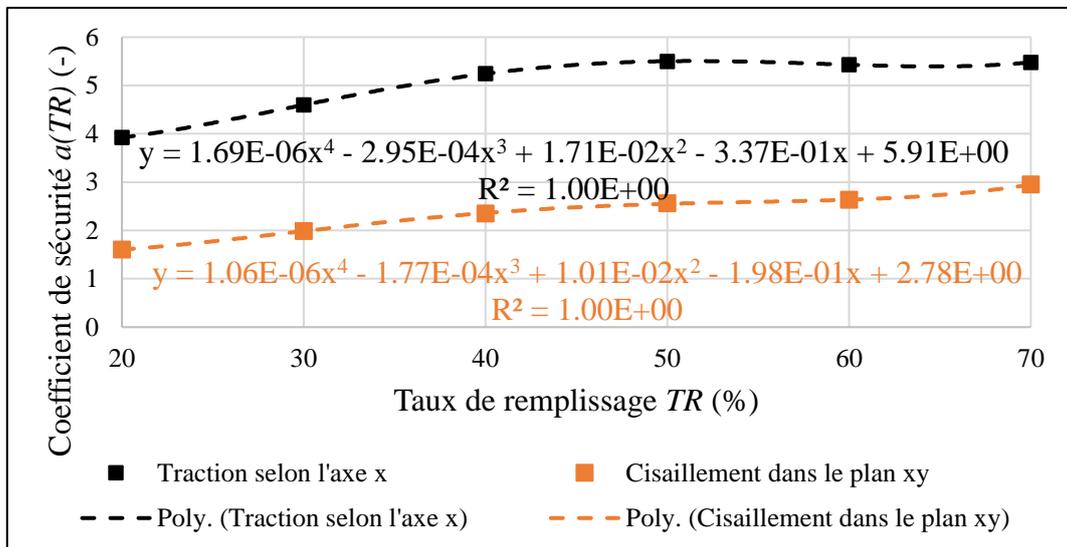


Figure 82 : Coefficient de sécurité en fonction du taux de remplissage pour les deux cas d'études.

Pour obtenir une loi entre $a(TR)$ et TR facile à implémenter, nous avons reporté sur la Figure 82 pour chacun des deux cas d'études les sept pentes relatives à la Figure 81 et aux

Figures contenues dans l'Annexe H. On observe dans les deux cas, traction selon l'axe x et cisaillement dans le plan xy , qu'une loi polynomiale du quatrième degré permet d'exprimer le coefficient de sécurité $a(TR)$ en fonction du taux de remplissage TR . Dans les deux cas, le coefficient de corrélation R^2 est égal à 1. Les deux courbes de tendance étant fiables, elles ont été implémentées dans Ansys Workbench via (48) pour exprimer le critère de rupture en fonction du taux de remplissage TR .

Afin de compléter l'approche numérique que nous avons présentée pour définir un critère à la rupture en déformation, la question s'est posée de fabriquer avec la Markforged X7 disponible au laboratoire des lattices 2D hexagonales. Cela aurait permis de valider expérimentalement le critère de rupture (48) que nous avons établi numériquement. Nous avons cependant renoncé pour deux raisons :

1. Les murs, plancher et plafond de Nylon imposés par le procédé ne permettent pas d'imprimer des barres de treillis fines correspondant à un faible taux de remplissage. Cela impliquerait en effet d'utiliser une taille de cellule de base très grande, de l'ordre de plusieurs centimètres. La conséquence serait un nombre de cellules de base faible, ce qui n'est pas compatible avec la théorie de l'homogénéisation périodique pour le calcul du matériau homogène équivalent.
2. Le logiciel de préparation de la fabrication est « closed source ». On ne peut donc pas définir de trajectoires d'impression manuellement et on doit s'en remettre à une procédure automatique. Or, les structures en lattices étant complexes à préparer de manière automatique, il s'en suit un renfort non-uniforme dans certains cas, ce qui est observable sur la Figure 83.

En attendant qu'une machine de fabrication additive permette de fabriquer des structures lattices avec une procédure manuelle de gestion des trajectoires, le critère de rupture (48) avec la courbe de tendance de la Figure 82 pour définir $a(TR)$ a donc été implémenté dans le processus d'optimisation.

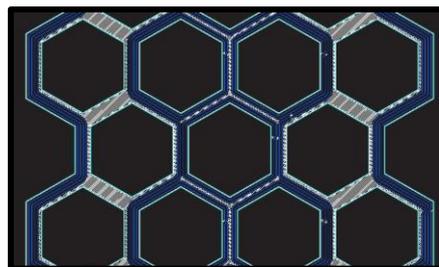


Figure 83 : Trajectoires d'impression d'une lattice 2D hexagonale calculées par le logiciel de préparation de Markforged (trajectoires de Nylon en blanc, trajectoires de CrFCC en bleu).

4.3.2. METHODE D'OPTIMISATION MONO-OBJECTIF PAR SURFACE DE REPONSE

Ce paragraphe présente la méthode utilisée pour optimiser le taux de remplissage de structures lattices à motif élémentaire hexagonal. La démarche est présentée sur la Figure 84. Elle a été implémentée dans le logiciel Ansys Workbench (Figure 85).

Le principe de l'approche que nous proposons consiste à réaliser l'optimisation avec un algorithme génétique (pour limiter les risques d'une convergence vers des minima locaux) en adossant cet algorithme génétique à une surface de réponse pour réduire de manière importante le nombre de FEA et alléger ainsi considérablement le temps de calcul. Les FEA seront alors réalisées en amont via un plan d'expérience (étape II sur la Figure 84) qui alimentera la surface de réponse. L'optimisation par algorithme génétique étant opérée sur la surface de réponse, elle ne nécessite aucune FEA et fournit un optimum de manière quasi instantanée.

Effectuer une optimisation par algorithme génétique sur une surface de réponse présente donc des avantages. Mais cela recèle aussi deux inconvénients. Le premier est que, si un algorithme génétique bien utilisé permet en règle générale de se positionner près de l'optimum global, il ne permet pas toujours de calculer cet optimum avec précision. Le second inconvénient est lié à l'usage d'une surface de réponse. Si le plan d'expérience sur lequel la surface de réponse est adossée n'est pas assez riche, il peut arriver que l'optimum ne soit pas correct. Pour surmonter le premier inconvénient (optimum global imprécis), il suffit de poursuivre l'optimisation par une méthode de descente de type gradient en choisissant comme initialisation le meilleur résultat de l'algorithme génétique. Cette optimisation fait l'objet de l'étape IV de la Figure 84). Pour éviter le second inconvénient (optimum imprécis en raison d'une surface de réponse pas assez riche), il suffit de construire un plan d'expérience suffisamment représentatif de l'étude. Pour ce faire, on choisit l'option « enhanced » d'Ansys Workbench qui permet de générer un plan d'expérience plus dense. Cela augmente nécessairement le temps de calcul mais permet de s'assurer de la pertinence de la surface de réponse.

Dans la dernière étape V, on vérifie que les résultats de l'optimisation, qui a été effectuée sur le matériau homogène équivalent, est bien transposable à la lattice hétérogène qui est la vraie structure d'intérêt. Si tel n'est pas le cas, cela signifie que la lattice ne comporte pas suffisamment de cellules de base pour que la théorie de l'homogénéisation périodique qui est sous-jacente dans le processus d'optimisation soit applicable.

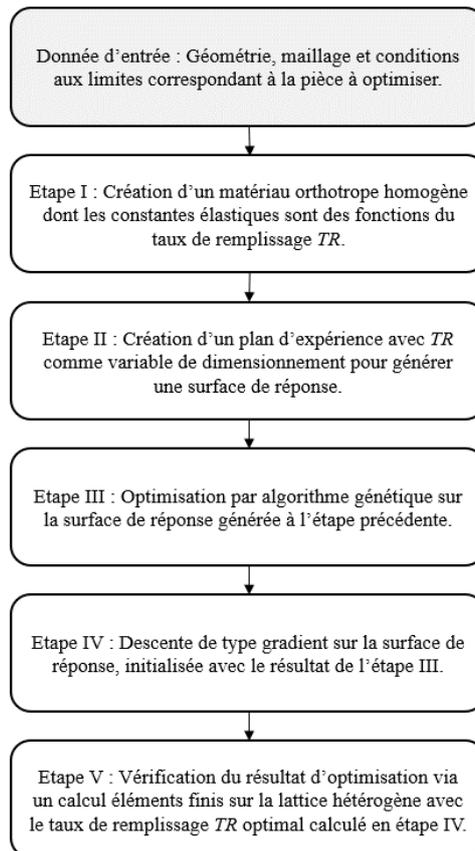


Figure 84 : Démarche d'optimisation du taux de remplissage d'une structure en lattice.

Les étapes I à V de la démarche d'optimisation de la Figure 84 sont décrites de manière détaillée ci-après :

- **Étape I :** les courbes de tendance de la Figure 75, qui expriment la dépendance des propriétés homogènes équivalentes (modules d'Young, modules de cisaillement et coefficients de Poisson) en fonction du taux de remplissage TR , ont été implémentées dans Ansys Workbench.
- **Étape II :** Contrairement aux modèles d'optimisation multidimensionnelle présentés dans le chapitre précédent, avec plusieurs angles d'orientation de fibres comme paramètres de conception, on est confronté ici à un seul paramètre qui est le taux de

remplissage TR . Ainsi, il est aisé de générer un plan d'expérience dont les données sont suffisantes pour bâtir une surface de réponse suffisamment représentative. Nous avons fait le choix d'un plan d'expérience composite face-centré, avec l'option d'Ansys Workbench « enhanced » qui génère pour n_p paramètres $10 \times n_p - 1$ points de conception. Dans notre cas, le plan d'expérience comporte neuf points puisqu'on optimise un seul paramètre (le taux de remplissage) donc n_p vaut 1. Cela permet de décrire efficacement le domaine de définition du paramètre TR . Une surface de réponse est ensuite automatiquement construite par Ansys Workbench à partir de ce plan d'expérience. Comme il n'y a qu'un seul paramètre de conception, il serait plus juste de parler de courbe de réponse plutôt que de surface de réponse.

- **Etape III** : Cette étape concerne la minimisation de la masse de la structure dans la limite du critère de rupture défini par (48). La minimisation a été conduite avec l'algorithme génétique MOGA sur la surface de réponse adossée au plan d'expérience de l'étape II. L'avantage de l'optimisation sur surface de réponse est qu'il n'est pas nécessaire d'effectuer de FEA pour évaluer les performances de chaque individu dans une population donnée. Ainsi, l'optimisation est rapide, quelques secondes avec plan d'expérience contre plusieurs heures sans. L'algorithme génétique a été réglé avec les paramètres suivants : 100 individus par génération, 20 générations au maximum.
- **Etape IV** : L'intérêt des algorithmes génétiques (étape III) est de limiter les risques de convergence vers un minimum local. En contrepartie, il est possible que le minimum trouvé ne soit pas fourni avec une précision extrême. Pour améliorer la précision du résultat, on utilise dans cette étape un algorithme de type gradient (NLPQL). Nous l'avons initialisé avec l'optimum trouvé par l'algorithme génétique à l'étape III. Il est par ailleurs à noter que nous avons opté pour une utilisation de NLPQL sur la surface de réponse pour réduire le temps de calcul. En effet, le fait d'avoir assuré un plan d'expérience riche à l'étape II permet de s'abstenir d'utiliser des FEA supplémentaires (optimisation qualifiée de « directe » par Ansys Workbench). Les paramètres de l'algorithme NLPQL ont été réglés de la manière suivante : approximation du gradient par un schéma centré aux différences finies ; critère de convergence de 1×10^{-4} ; 20 itérations au maximum.

- **Étape V** : Cette dernière étape consiste à vérifier que l'optimisation, qui a été réalisée avec un matériau homogène équivalent, fournit des résultats pertinents s'ils sont appliqués à la structure lattice hétérogène. Pour cela, on réalise une FEA sur cette lattice avec le taux de remplissage optimum et en lui appliquant les conditions aux limites du modèle d'optimisation. On contrôle ensuite si la valeur maximum autorisée en déformation (1.5%) est bien respectée. Si cela n'est pas le cas, cela signifie que le nombre de cellules de base dans la lattice est trop faible. Les hypothèses de la théorie de l'homogénéisation périodique (qui est sous-jacente dans le processus d'optimisation) étant mises en défaut, il est logique que les résultats de l'optimisation ne soient pas transposables au lattice hétérogène. Comme nous avons pris soin de travailler avec des lattices contenant un nombre suffisant de cellules de base, nous n'avons pas été confrontés à ce problème comme le prouvent les résultats présentés dans le paragraphe suivant.

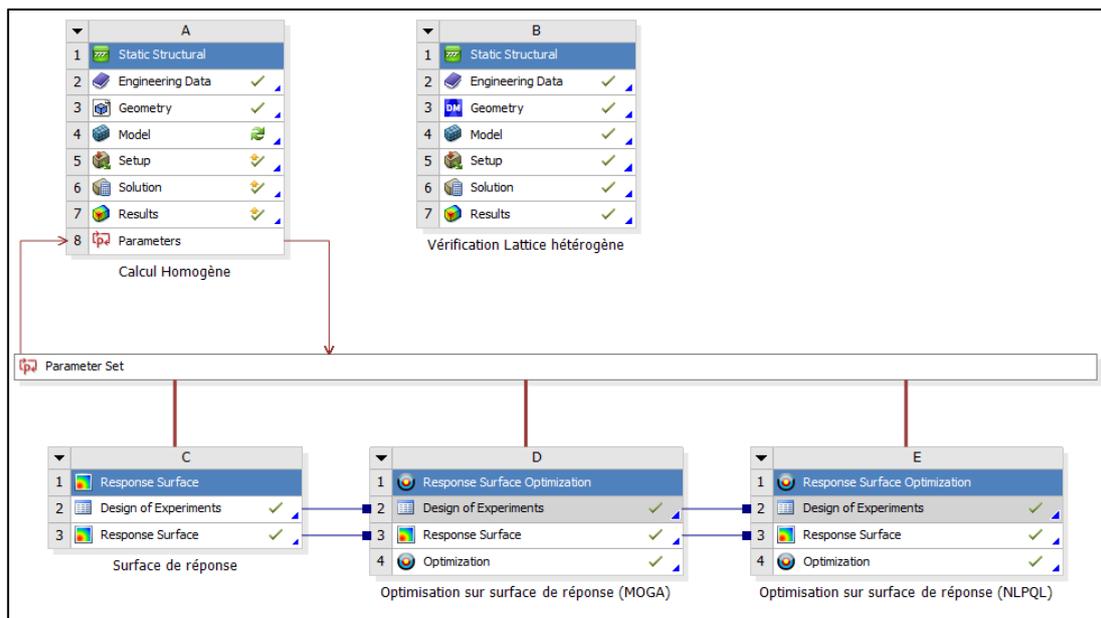


Figure 85 : Schéma de projet de la démarche d'optimisation sous Ansys Workbench.

4.3.3. APPLICATION DE LA DEMARCHE D'OPTIMISATION

Pour éprouver la démarche d'optimisation présentée dans le paragraphe 4.2.2., on propose de l'appliquer à la géométrie utilisée pour construire le critère de rupture (paragraphe 4.2.1.), avec les deux cas d'études différents présentés dans la Figure 80, à la différence près que le chargement s'exprime sous la forme d'une force plutôt que d'un déplacement imposé. Cette force est appliquée sur tous les nœuds de la face de droite, l'intensité de chaque force nodale valant la force totale divisée par le nombre de nœuds. Cela n'aurait en effet aucun intérêt

d'optimiser avec exactement les mêmes conditions aux limites, puisque l'on connaît déjà la relation entre le taux de remplissage TR et la déformation hétérogène via les Figures 81 et 82. Une optimisation analytique à la main aurait été possible et on aurait retrouvé exactement le même résultat avec la démarche d'optimisation de la Figure 84.

Les dimensions du domaine sont $0.139m \times 0.120m \times 0.040m$. Ces dimensions sont compatibles avec le volume d'impression d'une imprimante FFF, dont les dimensions standard d'impression sont $0.3m \times 0.2m \times 0.2m$. De plus, en vue de possibles tests expérimentaux, la pièce est suffisamment grande pour être adaptée à la machine d'essai. On choisit d'appliquer deux sollicitations différentes : une traction selon l'axe x et un cisaillement dans le plan xy .

Dans un premier temps, l'optimisation sera conduite en considérant un remplissage uniforme au sein de la pièce, c'est-à-dire un seul taux de remplissage (paragraphe 4.2.3.1). On se proposera ensuite d'étudier l'application de l'optimisation à plusieurs zones avec des taux de remplissage différents (paragraphe 4.2.3.2).

4.3.3.1. OPTIMISATION MONO-ZONE

Traction selon l'axe x

Pour réaliser cette optimisation, on maille le domaine avec des EF hexaédriques à approximation quadratique avec quinze éléments dans la longueur, douze dans la hauteur et quatre dans l'épaisseur (Figure 86). Une force de 2500 N est appliquée. Le taux de remplissage TR est introduit comme paramètre d'optimisation, et les neuf constantes élastiques du matériau sont définies avec les équations de l'étape I (Figure 75).

Etant donné qu'il n'y a qu'un seul paramètre d'optimisation, le plan d'expérience ne requiert pas un grand nombre de points. Dans ce cas particulier, neuf points ont été définis par Ansys Workbench et leurs performances ont été calculées par FEA. La Figure 87 montre la courbe de réponse de la déformation hétérogène maximale en fonction du taux de remplissage.

Cette déformation a été calculée par Ansys Workbench avec l'équation (47) et les courbes de tendance de la Figure 82.

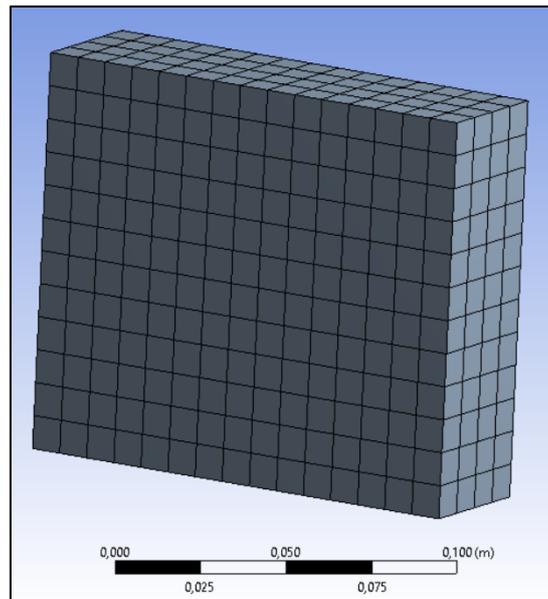


Figure 86 : Maillage homogène sur lequel est menée l'optimisation.

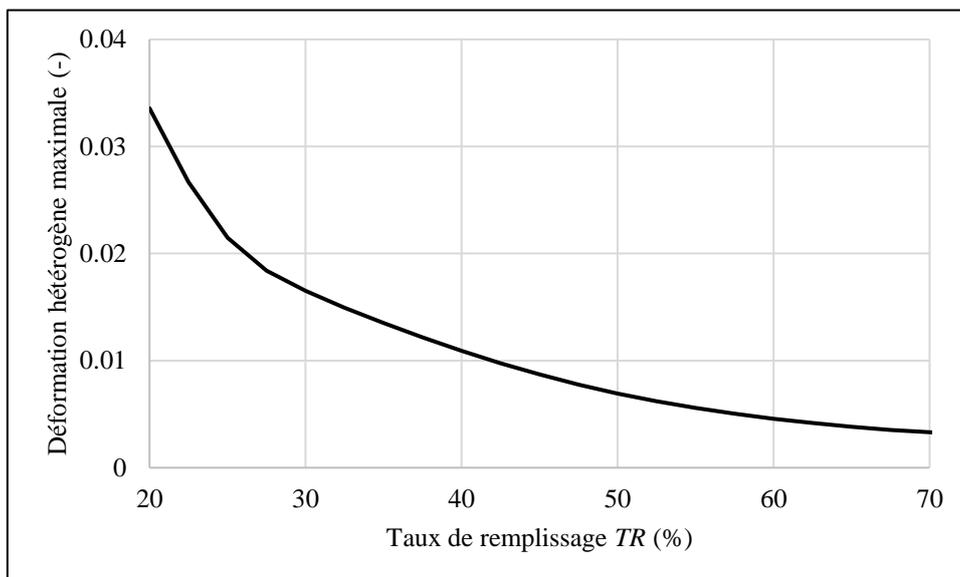


Figure 87 : Courbe de réponse de la déformation hétérogène maximale en traction.

L'optimisation par algorithme génétique avec surface de réponse donne un taux de remplissage optimal de 32.799%. A noter que pour ce cas d'étude, nous sommes confrontés à un problème d'optimisation avec :

- Un seul paramètre de conception (le taux de remplissage),
- Une fonction objectif (volume ou masse) strictement croissante par rapport au paramètre de conception,

- Une contrainte mathématique sur la déformation strictement décroissante par rapport au paramètre de conception (Figure 87).

Il s'agit donc d'un problème d'optimisation simple et sans pathologie particulière. L'intérêt de recourir à l'étape IV de la méthode d'optimisation décrite sur la Figure 84 est donc faible. L'algorithme génétique sur surface de réponse trouvant en effet facilement l'optimum, il n'est pas utile de recourir à l'algorithme du gradient pour améliorer cet optimum, comme le prouve la Figure 88. Le résultat optimal après le gradient est en effet très proche de celui trouvé avec l'algorithme génétique (32.385% contre 32.799% soit seulement 1.26% d'amélioration).

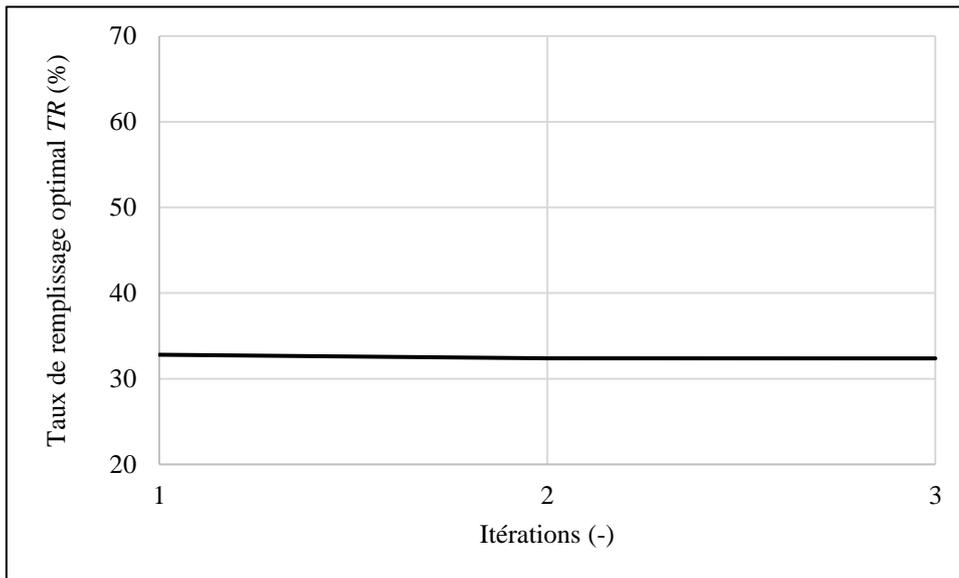


Figure 88 : Descente de type gradient sur la surface de réponse initialisé avec le résultat de l'algorithme génétique sur plan d'expérience.

Pour finaliser cette optimisation, une vérification sur le modèle réel (lattice) est nécessaire. Une lattice avec le taux de remplissage optimal calculé a donc été maillée. On y applique les mêmes conditions aux limites que dans le calcul d'optimisation sur le modèle homogène, à savoir un encastrement sur sa face de gauche et une force de traction de 2500 N sur sa face de droite. Le champ de déformations équivalentes de cette structure est présenté sur la Figure 89. On constate que le maximum calculé est d'environ 0.9%. Cette valeur étant inférieure à 1.5%, le résultat de l'optimisation est validé mais cela prouve aussi que le coefficient de sécurité $a(TR)$ est trop sévère dans ce cas. Il pourrait être affiné par des essais et/ou des calculs numériques plus sophistiqués.

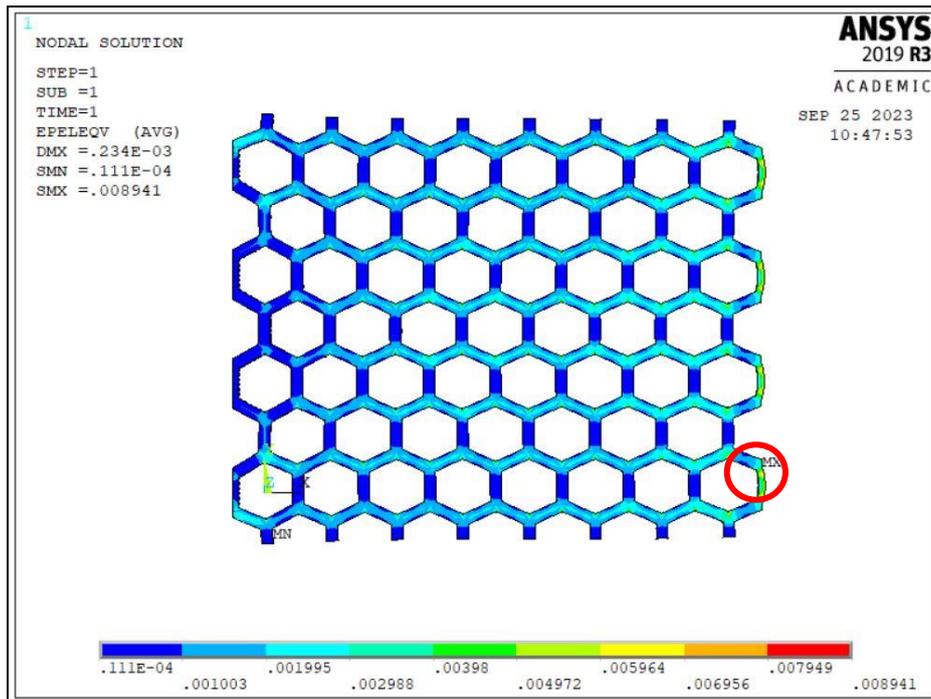


Figure 89 : Champ des déformations équivalentes de Von Mises sur la lattice entière (traction selon l'axe x).

Cisaillement dans le plan xy

Dans le but de compléter les résultats présentés en traction, on propose un deuxième cas d'étude simple, en remplaçant la force en x par une force en y de même intensité. Comme avec le cas précédent, la variation de la déformation maximale en fonction du taux de remplissage est strictement décroissante (Figure 90).

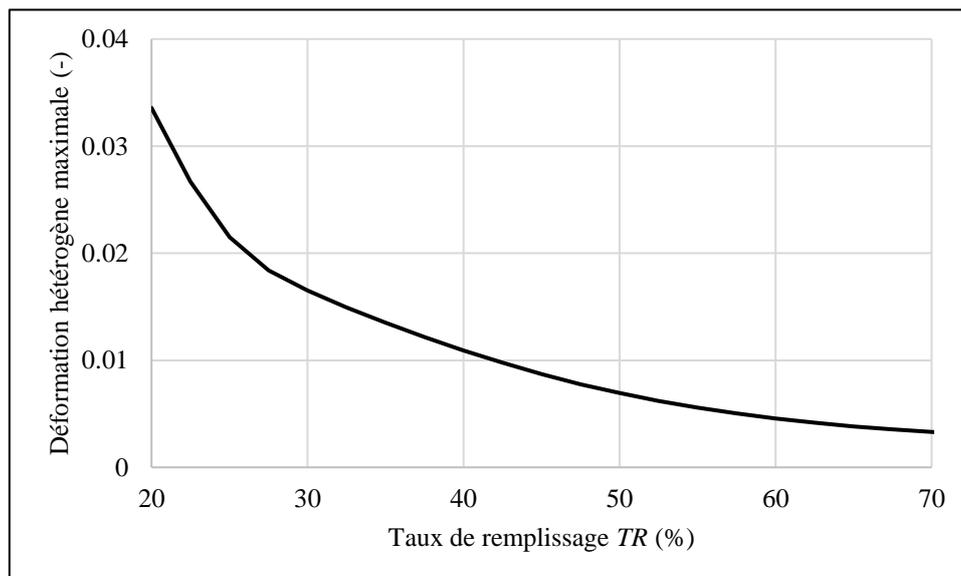


Figure 90 : Courbe de réponse de la déformation hétérogène maximale en cisaillement.

Après optimisation par agrégation génétique sur surface de réponse, le taux de remplissage trouvé est de 52.071%. Cette valeur n'est, comme en traction, que très légèrement améliorée par la descente de type gradient (52.009% contre 52.071% auparavant).

En effectuant le calcul de cisaillement sur la lattice hétérogène, on observe sur la Figure 91 une déformation équivalente maximale de 1.53% qui ne dépasse que de très peu le 1.5% critique. Cela signifie que le coefficient de sécurité choisi précédemment (paragraphe 4.2.1) est valable pour se situer en deçà du seuil à la rupture, tant en traction qu'en cisaillement.

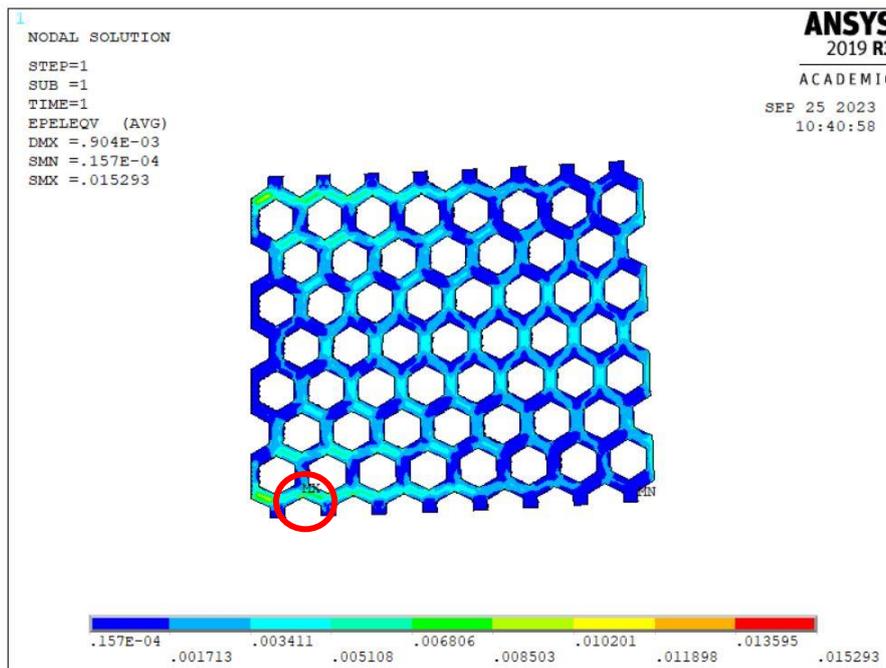


Figure 91 : Champ des déformations équivalentes de Von Mises sur la lattice entière (cisaillement dans le plan xy).

Maintenant que la méthode d'optimisation a été approuvée sur deux cas simples, on se propose de reprendre ces mêmes cas en appliquant la méthode à une lattice dont le taux de remplissage varie spatialement. On divise donc la lattice en zones, chaque zone ayant un taux de remplissage variable à optimiser.

4.3.3.2. OPTIMISATION MONO-OBJECTIF A PLUSIEURS PARAMETRES : DECOUPAGE DU DOMAINE EN DIFFERENTES ZONES A DIFFERENTS TAUX DE REMPLISSAGE

Dans ce paragraphe, on étudie l'intérêt d'appliquer l'optimisation mono-objectif multi-zone aux cas d'étude présentés sur la Figure 80. On définit notamment le taux de remplissage comme un paramètre local $TR(x)$ plutôt que comme un paramètre global constant TR . Il faut donc diviser la structure étudiée en plusieurs zones. Dans ce cas d'étude, on divisera le modèle

homogène en N_{div} divisions dans la direction x , en conservant dans chaque zone un nombre fixe de soixante-quatre cellules de base. Cela permet de rester compatible avec la théorie de l'homogénéisation périodique, avec comme présumé que le nombre de cellules de base par zone est important. Les dimensions du motif élémentaire de la lattice diminuent donc quand N_{div} augmente. Ce dernier sera alors choisi raisonnablement faible afin de conserver une taille de motif élémentaire suffisamment grande pour être cohérente avec le procédé de FFF. En pratique on fera varier N_{div} de 1 à 5, le cas $N_{div} = 1$ correspondant au paragraphe 4.2.3.1. La Figure 92 illustre le cas $N_{div} = 5$ avec cinq zones ayant cinq taux de remplissage différents.

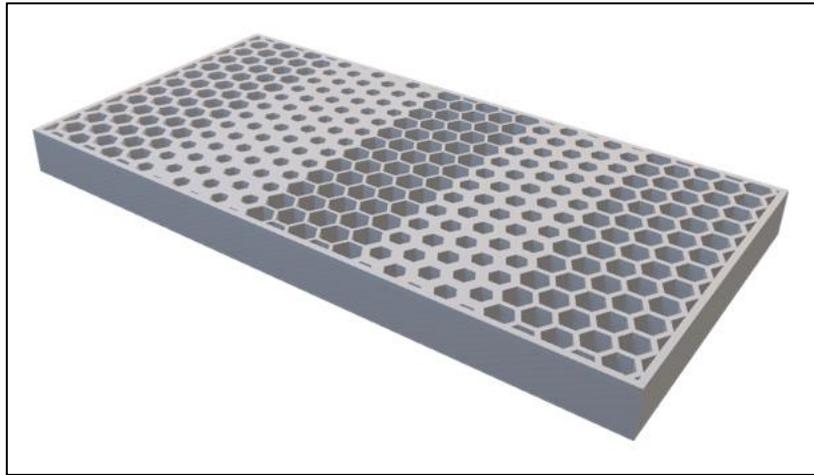


Figure 92 : Structure en lattice avec 5 zones à taux de remplissage différents générée avec Rhino Grasshopper.

L'objectif est de calculer N_{div} taux de remplissages optimum. Par rapport à l'optimisation mono-zone, quelques modifications ont été apportées aux différentes étapes de la démarche d'optimisation générique présentée dans le paragraphe 4.2.2 :

- Etape I : N_{div} matériaux différents sont définis, chaque matériau étant associé à un taux de remplissage $TR_{N_{div}}$. Les équations liant les constantes élastiques du matériau N_{div} à $TR_{N_{div}}$ sont celles présentées dans la Figure 75.
- Etape II : N_{div} paramètres d'optimisation sont définis, ce qui implique un plan d'expériences plus conséquent que pour l'optimisation mono-zone, le nombre de points avec ce type de plan d'expérience étant de $10 \times N_{div} - 1$. On passe donc d'un plan d'expérience à 9 points (optimisation mono-zone avec $N_{div} = 1$) à un plan d'expérience allant jusqu'à 49 points (optimisation multi-zone avec $N_{div} = 5$).

- Etape III : La minimisation de la masse n'est plus équivalente à la minimisation d'un seul paramètre, puisque plusieurs taux de remplissage sont définis. Cependant, la masse étant proportionnelle à la moyenne des taux de remplissage TR_{moyen} , on minimise cette moyenne :

$$TR_{moyen} = \frac{\sum_1^{N_{div}} TR_{n_{div}}}{n_{div}} \quad (49)$$

où $TR_{n_{div}}$ représente le taux de remplissage de la zone n_{div} . Le critère de rupture $a(TR_{n_{div}})$ associé à cette zone est recalculé à chaque itération d'optimisation en injectant la mise à jour du taux de remplissage $TR_{n_{div}}$ dans les équations des courbes de tendance de la Figure 82.

- Etape IV : Comme le nombre de points du plan d'expérience augmente avec N_{div} , la surface de réponse est suffisamment bien configurée pour garantir une convergence de l'algorithme MOGA vers un optimum précis. La contribution de la descente de type gradient fournit alors le même minimum.
- Etape V : Le coefficient de sécurité ayant déjà été validé sur les cas d'études mono-zone, cette étape sera ignorée car la construction géométrique du modèle hétérogène aux interfaces entre zones est compliquée à réaliser avec Ansys.

Dans le cas où le nombre de zones N_{div} est égal à cinq, les taux de remplissage optimaux que nous avons obtenus sont présentés dans le Tableau 14.

Cas d'études	Taux de Remplissage TR (%)						
	Zone 1	Zone 2	Zone 3	Zone 4	Zone 5	Moy	Mono-zone
Traction x	38.70	20.17	22.00	22.25	20.00	24.63	32.39
Cisaillement xy	53.54	34.52	29.07	28.73	20.00	33.17	52.01

Tableau 14 : Taux de remplissage optimaux calculés avec $N_{div} = 5$.

On observe que le taux de remplissage moyen avec cinq divisions est bien plus faible que le taux de remplissage calculé en optimisant un taux de remplissage uniforme. Le gain est de 24.0% en traction, en passant de 32.39% à 24.63% de remplissage moyen. Ce gain est de 36.2% en cisaillement, en passant de 52.01% à 33.17% de remplissage moyen. On constate par ailleurs que le taux de remplissage diminue lorsque l'on s'éloigne de l'encastrement (la zone 1 étant la zone de l'encastrement), ce qui est logique puisque l'encastrement est l'endroit où les

contraintes, donc les déformations, sont concentrées. Il est donc important d'avoir plus de matière à l'encastrement, et moins de matière dans les zones qui en sont éloignées. La division de la pièce en différentes zones a donc permis non-seulement une réduction du taux de remplissage de la lattice, mais aussi une meilleure répartition de ce dernier vis-à-vis du champ des déformations équivalentes.

Enfin, pour pouvoir évaluer en termes d'allègement l'amélioration que procure le passage de l'optimisation mono-zone à l'optimisation multi-zone, il est nécessaire de calculer préalablement le volume $V_{lattice}$ de la lattice. Ce volume s'obtient en multipliant le taux de remplissage moyen TR_{moyen} , donné par (49), par le volume $V_{domaine}$ de la structure pleine :

$$V_{lattice} = TR_{moyen} \times V_{domaine} \quad (50)$$

Dans le cas de notre étude, $V_{domaine}$ est le volume du domaine parallélépipédique de dimensions $0.2 \text{ m} \times 0.1 \text{ m} \times 0.03 \text{ m}$. A partir du volume $V_{lattice}$ défini par (50), on déduit la masse $m_{lattice}$ de la lattice optimisée :

$$m_{lattice} = \rho_{composite} \times V_{lattice} \quad (51)$$

La densité $\rho_{composite}$ représente la masse volumique du filament déposé qui constitue la matière de la lattice. Cette densité s'exprime de la manière suivante :

$$\rho_{composite} = (1 - p) \times [V_f \rho_f + (1 - V_f) \rho_m] \quad (52)$$

avec p qui représente la porosité au sein du composite estimée à 0.166 pour un angle inter-couche β égal à zéro degré (Tableau 11 du paragraphe 2.5.2, chapitre 2). L'angle inter-couche a été choisi égal à zéro puisqu'il n'y a pas de croisement de fibres dans la lattice. Celle-ci étant extrudée en profondeur, chaque couche est identique à la précédente. Les quantités V_f , ρ_f et ρ_m sont respectivement le taux de fibres dans un filament ($V_f = 0.337$), la masse volumique de la fibre de carbone ($\rho_f = 1.80 \text{ kg.m}^{-3}$) et la masse volumique de la matrice ($\rho_m = 1.14 \text{ kg.m}^{-3}$). Ces données chiffrées sont extraites du paragraphe 2.3.2.1 du chapitre 2. La quantité $V_f \rho_f + (1 - V_f) \rho_m$ représente donc la masse volumique d'un cordon déposé et la pondération de cette masse par $1 - p$ est la masse volumique d'un cordon déposé en tenant compte de l'apparition de porosité aux inter-couches. En multipliant cette masse volumique par le volume de la lattice (équation (51)), on obtient bien la masse de matière dans la lattice.

La masse $m_{lattice}$ définie par (51) a été considérée comme la fonction objectif à minimiser dans notre processus d'optimisation, tout en imposant par ailleurs de rester inférieur à la limite 1.5% de rupture en déformation. La Figure 93 montre l'évolution de cette masse en fonction du nombre de zones N_{div} pour les deux cas traités (traction et cisaillement). On constate que plus N_{div} augmente, plus les pièces obtenues sont légères. Ainsi, lorsque N_{div} passe de 1 à 2, la masse diminue de 11.4% en traction et de 23.4% en cisaillement (Tableau 15). Cette réduction de la masse est plus faible lorsqu'on passe de 2 à 3 : 7.6% en traction et 5.8% en cisaillement. Cette tendance se confirme lorsque N_{div} varie de 3 à 5, même si elle est plus marquée en traction qu'en cisaillement.

Cas d'études	N_{div}	TR_{moyen} (%)	$m_{lattice}$ (g)	Variation de la masse par rapport au point de départ (%)	Variation de la masse par rapport au point précédent (%)
Traction x	1	32.38	279	0.0	-
	2	28.69	247	-11.4	-11.4
	3	26.50	228	-18.2	-7.6
	4	24.85	214	-23.3	-6.2
	5	24.63	212	-24.0	-0.9
Cisaillement xy	1	52.01	447	0.0	-
	2	39.83	343	-23.4	-23.4
	3	37.53	323	-27.8	-5.8
	4	34.72	299	-33.2	-7.5
	5	33.17	285	-36.2	-4.5

Tableau 15 : Résultats de l'étude sur la masse de la pièce optimisée en faisant varier N_{div} .

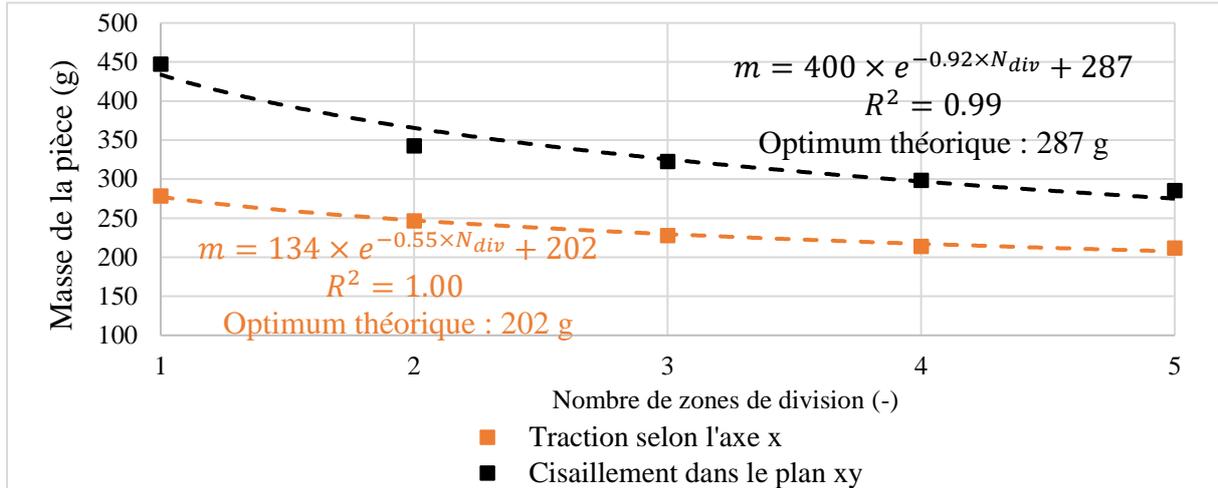


Figure 93 : Diminution de la masse de la lattice en augmentant le nombre de zones de division dans le domaine étudié.

Il apparaît sur la Figure 93 que la décroissance de la masse de la pièce en fonction de N_{div} peut être modélisée par une loi exponentielle avec un excellent coefficient de corrélation R^2 dans les deux cas de chargement (1.00 en traction et 0.99 en cisaillement). La première information intéressante à en tirer est que le gain en masse lié à l'augmentation de N_{div} est de plus en plus faible lorsque N_{div} devient grand. Ensuite, on peut estimer un minimum théorique de la masse en fonction de N_{div} avec ces deux lois. On constate qu'un nombre de division égal à 5 a déjà permis d'atteindre ce minimum théorique en cisaillement (285 g pour un optimum théorique de 287 g) et une valeur très proche en traction (212 g pour un optimum théorique de 202 g). On peut donc supposer que l'augmentation du paramètre N_{div} a peu d'intérêt au-delà d'une certaine valeur. Ainsi, la méthode présentée dans ce chapitre avec un N_{div} relativement bas (engendrant donc peu de paramètres d'optimisation) permet de trouver rapidement une valeur proche de l'optimum possible sans mobiliser d'importantes ressources de calcul (environ quinze minutes sur un processeur Intel Core i7-10850H avec 32 GB de RAM).

Les résultats que nous avons obtenus confirment ainsi que l'optimisation multi-zones est un outil de DfAM intéressant car la définition de paramètres comme variables locales et non globales (taux de remplissage par zone) conduit à une meilleure optimisation de la répartition des masses au sein d'une lattice que si une optimisation mono-zone avait été utilisée.

4.4. CONCLUSIONS

Ce chapitre avait pour objectif de caractériser le comportement élastique d'une lattice 2D fabriquée en CrFCC en FFF et de proposer un outil de DfAM permettant de concevoir efficacement ce type de structure.

Pour ce faire, une troisième étape d'homogénéisation périodique a été ajoutée aux deux étapes présentées dans le chapitre 2. Un motif élémentaire hexagonal a été choisi pour éviter la rupture de fibres lors de l'impression. Une cellule de base a ensuite été définie sur ce motif puis sa géométrie a été paramétrée en fonction du taux de remplissage de la lattice. Le taux de remplissage constitue en effet un paramètre déterminant dans la conception de ce type de structure. A partir du paramétrage de la géométrie par le taux de remplissage, des lois exprimant les constantes élastiques du matériau homogène équivalent à la lattice en fonction de son taux de remplissage ont été établies.

Ces lois ont été utilisées pour alimenter une méthode d'optimisation du taux de remplissage de la lattice. Le taux de remplissage a été défini comme paramètre de conception dans le modèle d'optimisation que nous avons élaboré, modèle qui combine de manière classique un algorithme génétique et un gradient sur surface de réponse. Il a été montré que la descente basée sur le gradient n'apportait pas d'amélioration significative par rapport à l'optimisation par algorithme génétique. L'intérêt de conserver une descente de type gradient pour l'optimisation mono-objectif conduite dans ce chapitre avec une seule variable de dimensionnement est donc limité. Toutefois, il est important de l'intégrer dans la démarche en vue de futures évolutions, par exemple dans le cadre plus général d'une conception générative multi-objectifs, avec l'obtention d'un front de Pareto permettant de choisir le meilleur compromis entre les différents objectifs.

Pour limiter la déformation maximum atteinte dans ce modèle d'optimisation, et éviter ainsi la rupture de la lattice, un critère a été établi en combinant des données fabricant de l'imprimante Markforged X7 que nous employons au laboratoire avec des calculs numériques que nous avons réalisés. Ce critère, basé pour l'essentiel sur une approche intuitive, n'est qu'une première étape et devra être affiné ultérieurement.

La méthode d'optimisation que nous proposons a été appliquée à deux cas de charge simples (traction horizontale et cisaillement dans le plan d'extrusion), ce qui a permis de vérifier son bon fonctionnement dans le cadre d'une optimisation mono-zone (un seul taux de

remplissage). Ensuite, l'application de l'optimisation multi-zone à ces deux cas d'études a été faite (autant de taux de remplissage que de zones prédéfinies dans le lattice). Par rapport à l'optimisation mono-zone, un découpage en cinq zones du domaine d'étude a permis d'améliorer le résultat d'optimisation (en termes de réduction de masse) de 24.0% en traction et de 36.2% en cisaillement.

Le principal axe d'amélioration de cette méthode concerne le critère de rupture. Celui proposé dans ce chapitre n'est en effet applicable que pour les deux cas de chargement de la Figure 80. Il ne peut donc être généralisé à un chargement quelconque. Pour obtenir un critère général, il faudrait calculer de manière moins empirique la relation entre déformation homogène et déformation hétérogène, en impliquant par exemple une correction microscopique déterminée sur la cellule de base. Mais cela induirait des calculs supplémentaires sur la cellule de base, et ce à chaque itération d'optimisation, avec une augmentation conséquente des temps de calcul.

Ainsi, une autre piste a été choisie, celle d'effectuer des essais sur des lattices fabriquées par impression 3D pour établir le critère expérimentalement. Une première session d'essais a pu être lancée dans le cadre d'un partenariat avec le *Laboratory of intelligent aircraft assembly*, laboratoire rattaché au *College of mechanical and electrical engineering* situé à l'*University of Aeronautics and Astronautics* de Nanjing en Chine. Ces essais ont été effectués sur un échantillon d'éprouvettes à 30% de taux de remplissage. La géométrie de l'éprouvette et le montage d'essais sont présentés dans la Figure 94. Les résultats sont encourageants puisque la raideur trouvée en essai (0.31 GPa) est très proche (6.5% d'écart) de celle estimée par l'homogénéisation périodique (0.29 GPa – cf. Annexe G avec le taux de remplissage TR égal à 30%). Toutefois, la géométrie de l'éprouvette est à améliorer pour obtenir des données en rupture, celle-ci étant localisée trop aléatoirement d'une éprouvette à l'autre. Des essais complémentaires menés à la rupture pour différentes valeurs de taux de remplissage constituent une voie prometteuse pour élaborer à l'avenir un critère plus général que celui présenté dans ce chapitre.

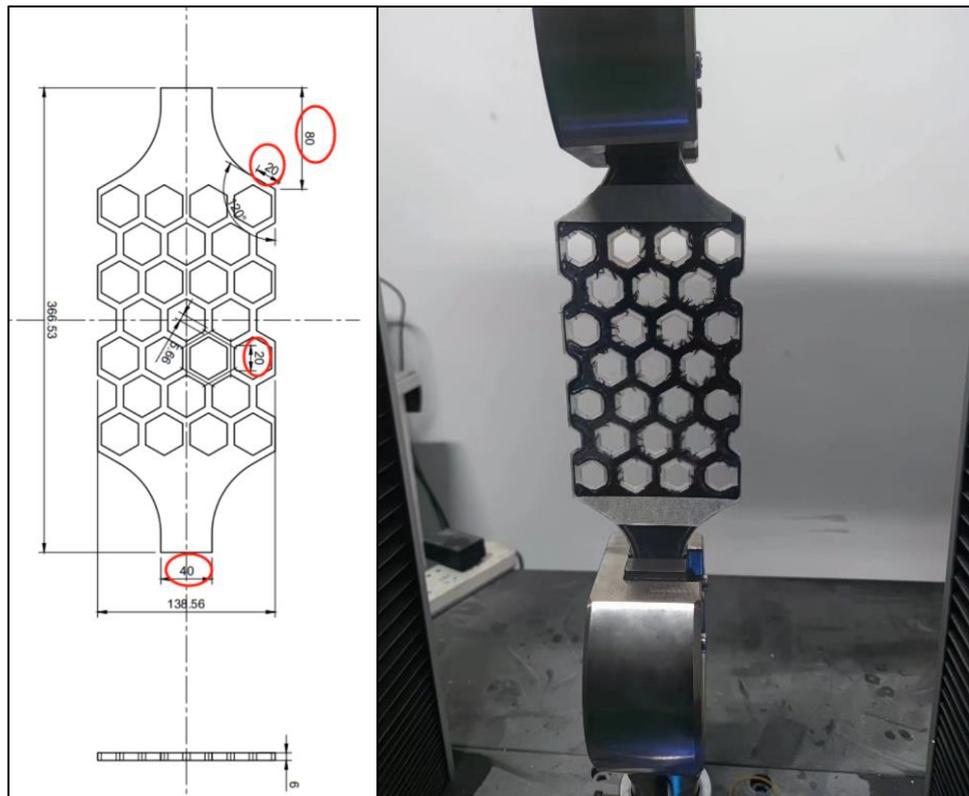


Figure 94 : *Eprouvette d'essai de traction pour un taux de remplissage de 30% : géométrie (à gauche) et montage d'essai (à droite).*

CONCLUSIONS GENERALES ET PERSPECTIVES

CONCLUSIONS GENERALES

Cette thèse a été effectuée à l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard (UTBM), au sein du Département Conception, Optimisation, Modélisation en Mécanique (CO2M) du Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (ICB UMR 6303). Elle avait pour objectif la création d'outils de conception pour la fabrication par filament fondu de matériaux composites à fibre continues.

La création d'outils de conception et de simulation efficaces nécessite la connaissance préalable des matériaux utilisés. Nous avons donc dans un premier temps prédit le comportement élastique d'un composite à matrice en Nylon et à renfort de fibres carbonées continues, obtenu par procédé de FFF avec une imprimante Markforged X7. Afin que les temps calcul associés aux outils logiciels créés soient compatibles avec les délais requis en phase de conception, la théorie de l'homogénéisation périodique asymptotique a été choisie dans le chapitre 2 du mémoire pour décrire le comportement fortement hétérogène du composite. Cela a permis de générer des modèles éléments finis avec un matériau homogène équivalent permettant l'usage de maillages de taille raisonnable. La méthode de l'homogénéisation périodique asymptotique a été déclinée à deux niveaux d'hétérogénéité différents. Le premier niveau, à l'échelle microscopique, concerne une fibre et la matrice qui l'entourne. Le paramètre déterminant à cette échelle étant le taux de fibres, celui-ci a été estimé via un essai d'Analyse ThermoGravimétrique (TGA) à une valeur de 33.7%. Une fibre cylindrique, inscrite dans un cube constitué d'une matrice en Nylon, et avec un rayon assurant une proportion de 33.7% de fibres dans le cube, a donc été utilisée comme cellule de base dans le modèle d'homogénéisation périodique. Ce dernier permet de calculer les propriétés élastiques homogénéisées d'un cordon déposé lors de la fabrication par filament fondu. Cependant, même si la buse d'impression a une section circulaire, les cordons déposés ont une section elliptique car l'épaisseur de couche est en général plus faible que le diamètre de la buse. La matière est donc écrasée lors du dépôt. Cette forme elliptique implique intrinsèquement la présence de vides entre les cordons. Une deuxième étape d'homogénéisation périodique a donc été conduite à l'échelle mésoscopique sur une cellule de base parallélépipédique centrée sur un cordon elliptique entouré de vide. Les propriétés homogénéisées de la première étape ont été appliquées dans la zone elliptique non vide. Les deux étapes d'homogénéisation périodique asymptotique,

qui sont connectées l'une à l'autre, ont été implémentées en langage APDL avec le logiciel Ansys Mechanical. Une étude paramétrique a révélé qu'une porosité de 16.6% permettait de corrélérer un essai de traction lorsque les fibres avaient le même angle d'une couche à l'autre. Cette valeur de 16.6% est par ailleurs cohérente avec des estimations fournies dans la littérature. Toutefois, il a aussi été observé que ce taux de porosité changeait lorsque l'angle d'orientation variait d'une couche imprimée à l'autre. Une étude expérimentale a donc été réalisée avec sept valeurs d'angle de croisement des fibres d'une couche à l'autre, encore appelé angle inter-couche. La plage de variation, de 0° à 90°, a montré une décroissance de la porosité lorsque l'angle inter-couche augmentait, et ce jusqu'à une valeur proche de 0% de porosité. Ce résultat est très intéressant car il suggère d'alterner les angles d'orientations des fibres entre les couches pour minimiser la proportion représentée par les vides inter-cordons qui, au vu de leurs dimensions et de leur géométrie, sont d'importantes amorces de rupture au sein de la pièce. En complément, une loi reliant la porosité à l'angle inter-couche a été déduite des observations expérimentales. Cette loi fournit un guide au concepteur pour lui indiquer le niveau de porosité résultant d'un choix d'angles inter-couche au niveau du procédé d'impression.

Une fois démontré qu'alterner les angles d'orientation des fibres d'une couche à l'autre permettait d'optimiser la raideur du matériau imprimé, il restait à choisir de la manière la plus pertinente possible les valeurs des angles au sein de chacune de ces couches. Cette problématique a été abordée dans le troisième chapitre du mémoire, sachant que les fibres doivent être orientées en fonction de l'état de contrainte interne puisque les propriétés élastiques homogénéisées calculées dans le second chapitre ont montré un ratio de près de vingt-cinq entre la raideur longitudinale dans le sens des fibres et la raideur transversale du matériau (49.5 GPa contre 1.9 GPa). Des méthodes reposant sur l'idée intuitive que la fibre de carbone est utilisée au maximum de son potentiel lorsqu'elle est alignée avec le champ des contraintes au sein de la couche imprimée ont déjà été testées numériquement avec succès dans la littérature pour calculer une orientation optimale de fibres. Cependant, aucune de ces méthodes n'est applicable concrètement au procédé de FFF dans son état de développement actuel. En effet, les méthodes d'optimisation à l'échelle du pli, dites « bottom-up », génèrent un nombre trop important de paramètres de dimensionnement : une pièce imprimée en FFF a en général plus d'une centaine de couches, ce qui résulterait en autant de paramètres de dimensionnement. Ensuite, bien qu'elles permettent une réduction drastique du nombre de paramètres et une optimisation plus efficace, les méthodes d'optimisation à l'échelle du laminé, dites « top-down », sont difficiles à appliquer à des géométries complexes. Nous avons donc développé un algorithme de calcul

de l'orientation des fibres qui soit compatible avec le procédé FFF en travaillant sur un laminé à raideur constante (un seul angle d'orientation par couche), ce qui est simple à mettre en place avec le procédé de Markforged. L'idée principale consiste à conserver le principe d'aligner les fibres avec le champ de contraintes mais en ne gardant que les directions dominantes qui seront ensuite distribuées de manière alternée entre chaque couche. De plus, comme les couches sont de faible épaisseur (0.125 mm avec de la fibre de carbone sur une Markforged X7), une méthode couche-par-couche aurait nécessité un maillage très fin donc d'importants temps de calcul. Pour trouver un juste compromis entre densité du maillage et précision du résultat, nous avons appliqué notre processus de conception rapide à des empilements de dix couches. Cette méthode a été implémentée en langage APDL avec le logiciel Ansys Mechanical et a été validée avec un cas d'étude correspondant au serrage d'un écrou par une clé à manche coudé. L'étude numérique a révélé que, pour un temps de calcul infiniment plus faible (quelques secondes contre une dizaine d'heures de calcul), notre méthode donnait un résultat seulement 10% moins bon qu'un algorithme génétique. De plus, en complétant chacune de ces deux méthodes par une descente de type gradient, la raideur optimale trouvée est identique : la flèche maximale est de 6.09 mm avec la méthode rapide complétée par une descente de type gradient, contre 6.03 mm avec un algorithme génétique complété par cette même descente de type gradient. Ce résultat a été corroboré par une étude expérimentale sur des clés fabriquées avec la machine Markforged X7 disponible au sein du laboratoire. Les courbes force-déplacement des deux échantillons post-gradient sont en effet superposées, montrant une raideur équivalente obtenue avec les deux méthodes. De plus, les points d'essai collent parfaitement avec les courbes de simulation numérique. Cette excellente corrélation constitue en outre une validation, sur un cas d'étude concret, du modèle élastique homogénéisé qui a été obtenu au chapitre 2 et qui a été utilisé comme matériau dans l'outil de conception rapide du chapitre 3. Nous avons ainsi créé un outil de DfAM de composites à fibres continues qui permet au concepteur de trouver très rapidement une orientation efficace des fibres au sein de la pièce en fonction des sollicitations mécaniques qui lui sont appliquées.

L'orientation des fibres au sein d'une pièce n'est pas le seul moyen d'en optimiser ses propriétés mécaniques. En effet, la FA a rendu la fabrication de structures en lattice plus aisée qu'avec des techniques employées auparavant comme les procédés d'usinage soustractifs. Ces structures en lattice sont utilisées en FA comme motif de remplissage au sein d'une pièce imprimée. En effet, elles ont l'avantage d'être légères par rapport à la raideur qu'elles apportent. De plus, ces structures s'apparentent à des treillis, les sollicitations dominantes dans leur

comportement mécanique sont la traction et la compression, cas de charge pour lesquels la fibre de carbone apporte le meilleur renfort. Ainsi, la FFF de lattices en composites à renfort de fibres de carbone continues semble prometteuse pour la conception de structures légères et performantes mécaniquement. Toutefois, la simulation numérique et l'optimisation de ces structures sont complexes, car la petite dimension des motifs élémentaires et la faible épaisseur de matière dans les brins implique un maillage fin dès lors que l'on souhaite procéder à des calculs par éléments finis. Les simulations sont donc longues et demandent une importante puissance de calcul, ce qui bloque l'application de démarches d'optimisation paramétrique classiques, par algorithme génétique ou par descente de type gradient par exemple. Pour résoudre ce problème, nous avons proposé dans le quatrième et dernier chapitre du mémoire une troisième étape d'homogénéisation périodique à l'échelle du motif élémentaire de la lattice. Cette troisième étape vient compléter les deux premières élaborées dans le chapitre 2. En raison des contraintes du procédé de fabrication, une lattice 2D, dite en « nid d'abeille », a été utilisée. En effet, la Markforged X7 ne permet l'intégration des fibres que dans la couche d'impression, donc dans un plan. Il est donc impossible de définir des trajectoires de fibre en trois dimensions, d'où le choix d'une lattice 2D. Le motif élémentaire choisi est un hexagone, l'absence d'angles aigus au sein du motif permettant d'éviter une rupture des fibres pendant la fabrication. Des cellules de base correspondant à ce motif hexagonal ont donc été créées avec différents taux de remplissage, le matériau au sein de la lattice étant celui issu de la deuxième étape d'homogénéisation dans le cas d'un angle inter-couche nul. La lattice étant un motif 2D extrudé, chaque couche est en effet identique à la précédente. Il n'y a donc pas de croisement des fibres. Dans ce cas, la porosité est maximale d'après les conclusions du chapitre 2 mais cet inconvénient ne peut malheureusement pas être contourné. L'extrusion sans croisement de fibres constitue en effet une contrainte de fabrication inévitable pour pouvoir imprimer des lattices. Une analyse éléments finis a été réalisée sur la lattice ainsi que sur le matériau homogène équivalent. Ces deux analyses fournissent des résultats très proches au-delà d'une cinquantaine de cellules, et ce pour tous les taux de remplissage. Nous avons donc pu établir des lois fiables donnant chaque constante élastique du matériau homogène équivalent en fonction du taux de remplissage. Grâce à cette troisième étape d'homogénéisation, la lattice hétérogène a pu être remplacée par un matériau homogène équivalent dans le cadre d'une optimisation portant sur la recherche du taux de remplissage optimal. Ainsi, les calculs d'optimisation ont pu être menés sur un matériau homogène générant un maillage plus léger qu'un matériau hétérogène, avec comme bénéfice une réduction importante du temps calcul. L'optimisation de la masse de la lattice s'effectue en minimisant le taux de remplissage (celui-

ci étant inclus dans le modèle via les constantes élastiques du matériau) tout en s'assurant, via un critère à respecter, que la réduction de masse n'entraîne pas la rupture de la lattice. Cependant, le fait d'avoir remplacé la lattice par un matériau homogène dans le modèle d'optimisation a amené une nouvelle difficulté liée au choix d'un critère pertinent de rupture en déformation. En effet, la théorie de l'homogénéisation périodique indique que le champ de déformation dans la lattice hétérogène (qui constitue la structure d'intérêt) n'est correctement prédit par le champ de déformation dans la lattice homogène équivalente (qui constitue la structure utilisée dans les itérations d'optimisation) qu'avec une correction microscopique coûteuse en temps calcul. Pour éviter ce coût, des calculs complémentaires ont été réalisés, sans avoir recours à une analyse éléments finis microscopique sur la cellule de base, afin d'établir un lien entre la déformation dans la lattice hétérogène et celle dans le matériau homogénéisé. On en déduit un coefficient de sécurité à appliquer sur la déformation dans le matériau homogène équivalent en fonction du taux de remplissage. Le modèle éléments finis que nous avons développé sur cette base a été implémenté dans le logiciel Ansys Workbench avec une optimisation par algorithme génétique sur une surface de réponse alimentée par un plan d'expérience. Les temps de calcul sont très faibles car l'algorithme génétique est connecté à une surface de réponse qui permet d'en réduire significativement le coût. Nous avons appliqué notre méthode d'optimisation à deux cas d'étude : une traction horizontale et un cisaillement dans le plan d'extrusion de la lattice. Les résultats ont validé la pertinence du critère de sécurité que nous avons introduit. En effet, un calcul de vérification sur la lattice hétérogène avec le taux de remplissage optimal a montré que la déformation maximale restait en-dessous de la déformation à la rupture. Une dernière étude a enfin été conduite pour évaluer l'intérêt de diviser le domaine en différentes zones, chacune ayant un taux de remplissage différent. L'étude a été probante, puisqu'une division en cinq zones du domaine donne une masse 24% plus faible en traction et 36% plus faible en cisaillement qu'une pièce optimisée avec un seul taux de remplissage uniforme. Nous nous sommes limités à cinq zones car le gain en masse devient très vite de plus en plus faible quand le nombre de divisions augmente. Il n'y a donc pas d'intérêt à diviser le domaine en un trop grand nombre de zones.

Ainsi, ces travaux de thèse ont permis d'élaborer trois outils de DfAM de matériaux composites à fibres continues : une loi donnant la porosité en fonction de l'angle inter-couche, un outil de conception rapide pour orienter les fibres dans les couches imprimées et un modèle d'optimisation du taux de remplissage d'une structure en nid d'abeille.

PERSPECTIVES

Les outils de DfAM présentés dans ce mémoire apportent une assistance numérique au concepteur pour la FFF de CrFCC. Toutefois, ils peuvent être améliorés de plusieurs manières.

Une première amélioration serait de réaliser des essais de mesure de porosité sur des éprouvettes pour compléter les résultats du second chapitre. En effet, les valeurs de porosité que nous avons obtenues ont été déterminées de manière indirecte, en les ajustant pour que les lois de comportement dans lesquelles elles interviennent fournissent les mêmes résultats numériques en termes de raideur que des essais de traction effectués sur des éprouvettes composites. Une mesure précise de porosité, via une méthode d'essai de type sec/humide (ASTM D2734-16) sur les sept angles inter-couches considérés, permettrait d'intégrer dans notre modèle une valeur directement mesurée. Il serait ensuite intéressant de calibrer les propriétés mécaniques de la matrice, sur lesquelles pèsent également des incertitudes d'après Dutra et al. [Dut2019], en s'en servant comme paramètre d'ajustement pour corroborer les essais de traction.

Une seconde amélioration serait de remplacer le critère de rupture qui porte actuellement dans le chapitre 3 sur les contraintes de Von mises dans le Nylon isotrope par un critère de rupture de type Tsai-Hill ou équivalent relatif au composite renforcé par des fibres. Cela permettrait de s'assurer que la méthode de conception rapide proposée dans le chapitre 3 fournit bien des solutions permettant d'éviter la rupture. Cela permettrait également d'intégrer un critère de rupture adapté aux matériaux composites dans le processus itératif permettant d'obtenir les meilleurs angles d'orientation des fibres. Cependant, pour obtenir des données expérimentales en rupture sur le matériau composite, il faudrait être capable de fabriquer des éprouvettes composites sans ajout de Nylon, ce qui est impossible de manière automatique avec la Markforged X7 qui impose des murs, toit et plancher en Nylon. Une solution serait peut-être de post-traiter les éprouvettes avec de l'usinage pour ne garder que le cœur en composite et de mener un essai jusqu'à la rupture.

Il est également important de préciser que l'outil de DfAM présenté dans le chapitre 3 de ce mémoire a été pensé pour être compatible avec le procédé de FFF de composites à fibres continues dans son état actuel. Toutefois, la FA est en plein développement et évolue rapidement. Il faut donc repenser perpétuellement les outils de conception y afférents pour les adapter à l'évolution des procédés. Dans cette optique, une troisième perspective d'amélioration serait de modifier le modèle d'orientation des fibres en l'adaptant à une définition curviligne

des trajectoires d'impression. Ce type de modèle existe déjà [Nom2019, Zha2018, Izz2021] mais a été appliqué majoritairement en 2D. Kipping et al. [Kip2023] ont récemment adapté la méthode à un modèle 3D avec une machine développée en laboratoire. Une amélioration intéressante de notre code serait donc de garder le principe d'orientation des fibres selon le champ des contraintes, qui garantit un temps de calcul court par rapport à d'autres méthodes d'optimisation, mais en définissant cette fois des trajectoires curvilignes au sein de chaque empilement de dix couches. Différentes solutions seraient probablement trouvées pour chaque empilement. Il faudrait donc les répartir dans les dix couches comme on le fait actuellement avec les orientations rectilignes. De manière plus générale, si on prend en compte la nécessité de réduire la porosité au sein de la pièce tout en suivant les flux de contraintes, la conception générative peut conduire à une grande variété de solutions : certaines ayant une porosité faible mais des propriétés mécaniques non optimales par rapport au flux de contraintes, d'autres avec une porosité importante mais avec des fibres orientées de manière optimale selon le chargement. On pourrait alors imaginer un code d'optimisation multi-objectifs qui générerait non pas une unique solution mais une famille de solutions, dans laquelle le concepteur pourrait choisir la solution qui lui convient le mieux, en appliquant des filtres à un front de Pareto. Une fois cette solution sélectionnée, l'étape suivante serait de la convertir en trajectoires d'impression. Cela ne peut être réalisé avec l'imprimante Markforged X7 que nous avons utilisée mais deviendrait possible avec une machine telle que l'Anisoprint Composer A3. Cette machine FFF de CrFCC utilise en effet le format gcode pour les fichiers d'impression, qui est un langage « open source » que l'on peut coder soi-même avec le plug-in Grasshopper du logiciel de conception Rhino. Comme l'Université de Technologie de Belfort-Montbéliard a très récemment fait l'acquisition d'une telle machine, de futurs travaux de recherche pourraient combiner la méthode de conception rapide que nous avons proposée dans le chapitre 3 avec l'optimisation du renfort que procure la définition de trajectoires curvilignes, ce qui permettrait d'obtenir des pièces de très haute performance mécanique.

Concernant l'optimisation de structures en lattice, on peut légitimement questionner le fait que nous avons appliqué un critère de rupture en déformation au matériau homogène équivalent dans le cadre des itérations d'optimisation. Ce critère concerne en effet la lattice hétérogène (valeur maximum de 1.5% fournie par la société Markforged) et l'utiliser avec le matériau homogène équivalent n'est correct que si y apporte une correction microscopique calculée à l'échelle de la cellule de base. Nous n'avons pas considéré cette correction pour des raisons liées au temps de calcul et l'avons remplacé par un coefficient de sécurité calculé de

manière assez rudimentaire. Une approche plus sophistiquée serait de calculer la correction microscopique sur des points appartenant à un plan d'expérience. Les analyses éléments finis associées resteraient coûteuses mais, comme elles seraient limitées aux points constituant le plan d'expérience, elles seraient externalisées de la boucle d'optimisation effectuée sur la surface de réponse. Le coût numérique final serait alors peut-être acceptable. Une autre piste serait de s'appuyer sur des essais de rupture menés sur des éprouvettes en lattice avec différents taux de remplissage. On pourrait alors établir de manière empirique un critère de rupture en fonction du taux de remplissage. Ces essais ont récemment débuté dans le cadre d'un partenariat avec le *Laboratory of intelligent aircraft assembly*, laboratoire rattaché au *College of mechanical and electrical engineering* situé à l'*University of Aeronautics and Astronautics* de Nanjing en Chine. Les premiers résultats sont encourageants puisque la raideur trouvée en essai sur une lattice (0.31 GPa) est proche (6.5% d'écart) de celle estimée par l'homogénéisation périodique (0.29 GPa). Toutefois, la géométrie de l'éprouvette génère des ruptures trop aléatoires. Elle devra donc être améliorée pour permettre ultérieurement l'établissement d'un critère empirique utilisable.

Enfin, il est important de rappeler que le modèle d'optimisation multi-zone présenté dans le quatrième chapitre, bien que performant, concerne uniquement l'optimisation du taux de remplissage de la lattice. Or, de nombreux autres paramètres peuvent être pris en compte. On pourrait notamment optimiser la géométrie du motif élémentaire. Sur cette problématique, Montemurro et al. [Mon2021] ont par exemple travaillé sur l'optimisation topologique de motifs élémentaires de lattice 3D pour les composites à fibres continues. Une autre voie d'amélioration serait une découpe optimisée des différentes zones. Elle était arbitraire dans les cas d'étude présentés dans le chapitre 4 alors qu'elle pourrait reposer sur un premier résultat de simulation sur le domaine de dimensionnement. On pourrait par exemple adosser la découpe à un résultat d'optimisation topologique identifiant les zones nécessitant le plus de matière et celles qui en ont le moins besoin. Enfin, le modèle proposé ne vise pour l'instant qu'à optimiser la raideur de la lattice, là ou d'autres propriétés mécaniques pourraient être impliquées (résilience, déformation maximale, etc.). Il pourrait donc être intéressant de se servir du modèle d'optimisation proposé comme base pour construire un outil de conception générative plus complexe, prenant en compte plusieurs paramètres d'optimisation et plusieurs objectifs. Cela permettrait de fournir une plus grande diversité de lattices performantes en répondant aux nombreux compromis auxquels sont confrontés les concepteurs.

ANNEXES

ANNEXE A : DISPOSITIFS DE FFF-CFC MIS AU POINT EN LABORATOIRE

Laboratoires	Références	Type de machine	Matériaux utilisés	Imprégnation
State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, China	[Tian2016]	Imprimante 3D développée en interne	PP/FC	Dans la tête d'impression
Department of Manufacturing, SMEC, VIT, Vellore, Tamil Nadu, India	[Ara2020]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PLA/FC	Torsade
Department of Mechanical Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109	[Tse2016]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PCL/FC	Filament préimprégné
University of Twente, Drienerlolaan 5, 7522 NB Enschede, The Netherlands	[Van2017]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PP/FG	Torsade
College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016, China	[Li2016]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PLA/FC	Dans la tête d'impression
Tokyo University of Science, 2641 Yamazaki, Noda, Chiba 278-8510, Japan	[Mat2016]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PLA/FC PLA/Fibre de jute	Dans la tête d'impression
Institut für Verbundwerkstoffe GmbH, Erwin-Schrödinger-Straße, Gebäude 58, 67663 Kaiserslautern	[Dom2017]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PP/FG	Filament préimprégné
TU Braunschweig, Institute for Engineering Design, 38106 Braunschweig, Germany	[Kus2021]	Imprimante FFF de bureau modifiée	PLA/FC PLA/Fibre de lin	Dans la tête d'impression

ANNEXE B : ECHANTILLON DE CODE EN LANGAGE APDL CALCULANT L'ORIENTATION DU CHAMP DE CONTRAINTES SUR UN NŒUD DU MAILLAGE

```

! ACQUISITION OF THE STRESS COMPONENTS AND PRINCIPAL DIRECTIONS
!
ALLSEL,ALL
!
NSLE,S,CORNER ! Selecting the corner nodes
!
*GET,NB_NODES,NODE,,COUNT ! Computing the number of nodes
*GET,MIN_NODE,NODE,,NUM,MIN ! Finding the first node
!
*DIM,N_STABL,,NB_NODES,6 ! Defining the stress table
*DIM,N_PTABL,,NB_NODES,3 ! Defining the principal stress table
*DIM,N_ZCOOR,,NB_NODES ! Defining the Z coordinate table
*DIM,N_NUMBR,,NB_NODES ! Defining the number of node
!
! Acquisition of the different stress components
!
VAL_LOOP=MIN_NODE ! Initialization of the loop
!
*DO,I,1,NB_NODES,1
    !
    NODE_LOOP=VAL_LOOP
    !
    *GET,N_ZCOOR(I),NODE,NODE_LOOP,LOC,Z
    *GET,N_PTABL(I,1),NODE,NODE_LOOP,S,1
    *GET,N_PTABL(I,2),NODE,NODE_LOOP,S,2
    *GET,N_PTABL(I,3),NODE,NODE_LOOP,S,3
    *GET,N_STABL(I,1),NODE,NODE_LOOP,S,X
    *GET,N_STABL(I,2),NODE,NODE_LOOP,S,Y
    *GET,N_STABL(I,3),NODE,NODE_LOOP,S,Z
    *GET,N_STABL(I,4),NODE,NODE_LOOP,S,XY
    *GET,N_STABL(I,5),NODE,NODE_LOOP,S,YZ
    *GET,N_STABL(I,6),NODE,NODE_LOOP,S,XZ
    N_NUMBR(I)=NODE_LOOP
    !
    *GET,VAL_LOOP,NODE,NODE_LOOP,NXTH
*ENDDO
!
*VFUN,N_DTABL,DIRCOS,N_STABL ! Computing the principal direction components for
each node
!
!
!
! Computation of the nodes' informations

```

```

!
*DIM,N_ANGLE,,NB_NODES
*DIM,N_STRESS,,NB_NODES
*DIM,X_PDC,,NB_NODES !Principal Direction XCoordinate
*DIM,Y_PDC,,NB_NODES !Principal Direction YCoordinate
!
*DO,I,1,NB_NODES,1
!
! Computation of the associated principal stress (traction or compression)
*IF,N_PTABL(I,1),ABGT,N_PTABL(I,3),THEN
!
N_STRESS(I)=ABS(N_PTABL(I,1))
X_PDC(I)=N_DTABL(I,1)
Y_PDC(I)=N_DTABL(I,2)
!
*ELSEIF,N_PTABL(I,3),ABGT,N_PTABL(I,1),THEN
!
N_STRESS(I)=ABS(N_PTABL(I,3))
X_PDC(I)=N_DTABL(I,7)
Y_PDC(I)=N_DTABL(I,8)
!
*ELSE
!
N_STRESS(I)=ABS(N_PTABL(I,1))
X_PDC(I)=N_DTABL(I,1)
Y_PDC(I)=N_DTABL(I,2)
!
*ENDIF
!
*IF,X_PDC(I),EQ,0,THEN
N_ANGLE(I)=90 ! If the X value is equal to zero, the angle is 90°
*ELSE
N_ANGLE(I)=ATAN(Y_PDC(I)/X_PDC(I))*(180/3.1415926) ! Computation
of the node angle
*ENDIF
!
*ENDDO

```

ANNEXE C : PROPRIETES ELASTIQUES DE QUATRE MATERIAUX HOMOGENEISES (5%, 10%, 15% ET 20% DE POROSITE)

- Matériau avec 5% de porosité

E_1	E_2	E_3
2.93 GPa	1.93 GPa	56.38 GPa
ν_{21}	ν_{32}	ν_{31}
0.21	0.017	0.017
G_{12}	G_{23}	G_{13}
0.62 GPa	0.80 GPa	1.11 GPa

- Matériau avec 10% de porosité

E_1	E_2	E_3
2.51 GPa	1.26 GPa	53.41 GPa
ν_{21}	ν_{32}	ν_{31}
0.013	0.017	0.017
G_{12}	G_{23}	G_{13}
0.38 GPa	0.55 GPa	1.00 GPa

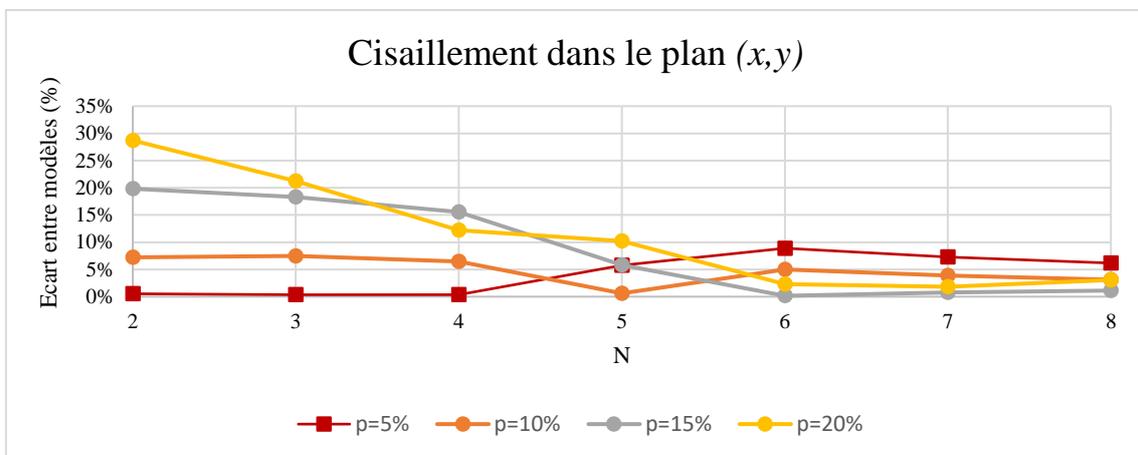
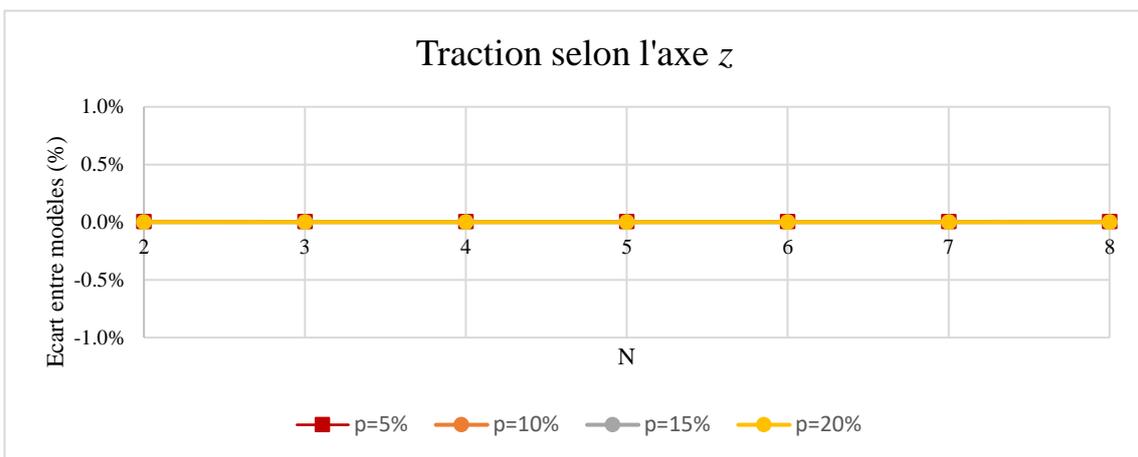
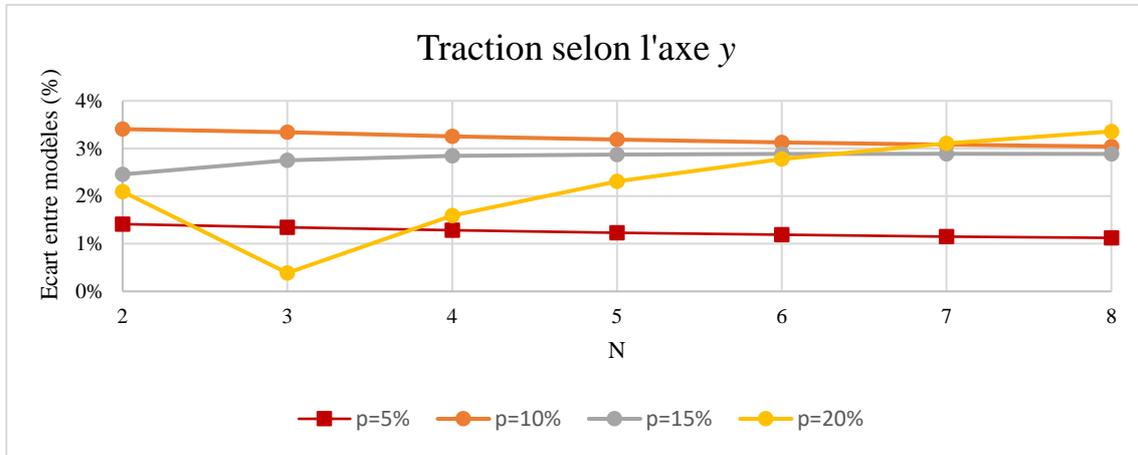
- Matériau avec 15% de porosité

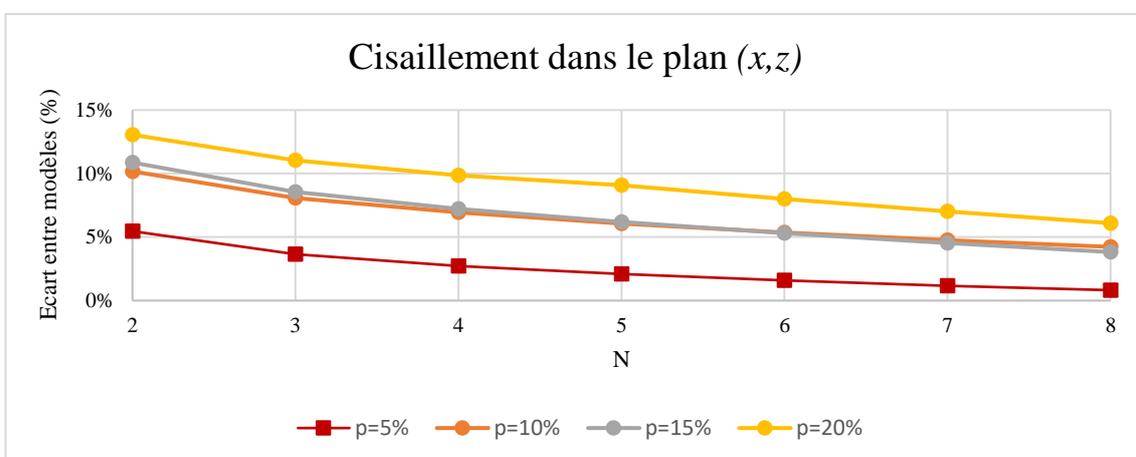
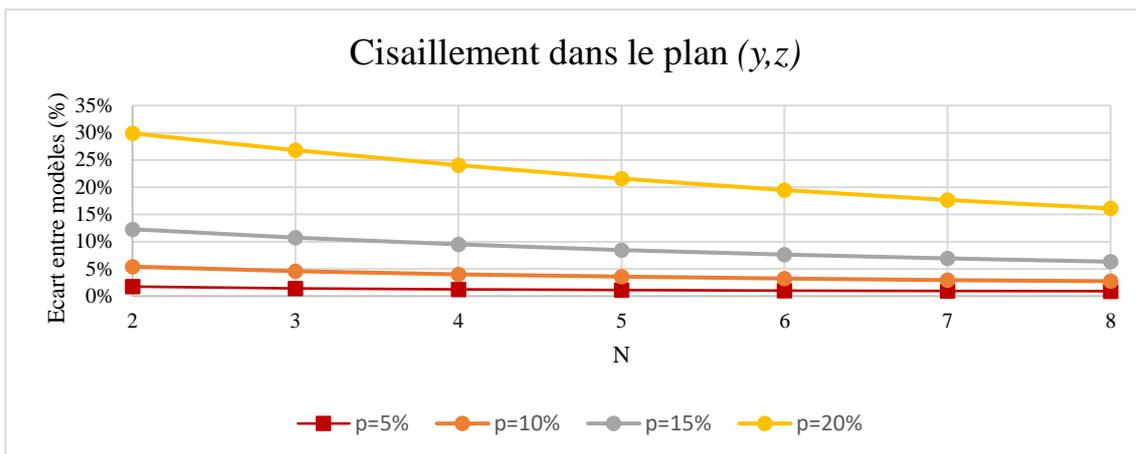
E_1	E_2	E_3
2.07 GPa	0.75 GPa	50.44 GPa
ν_{21}	ν_{32}	ν_{31}
0.0092	0.017	0.017
G_{12}	G_{23}	G_{13}
0.25 GPa	0.37 GPa	0.87 GPa

- Matériau avec 20% de porosité

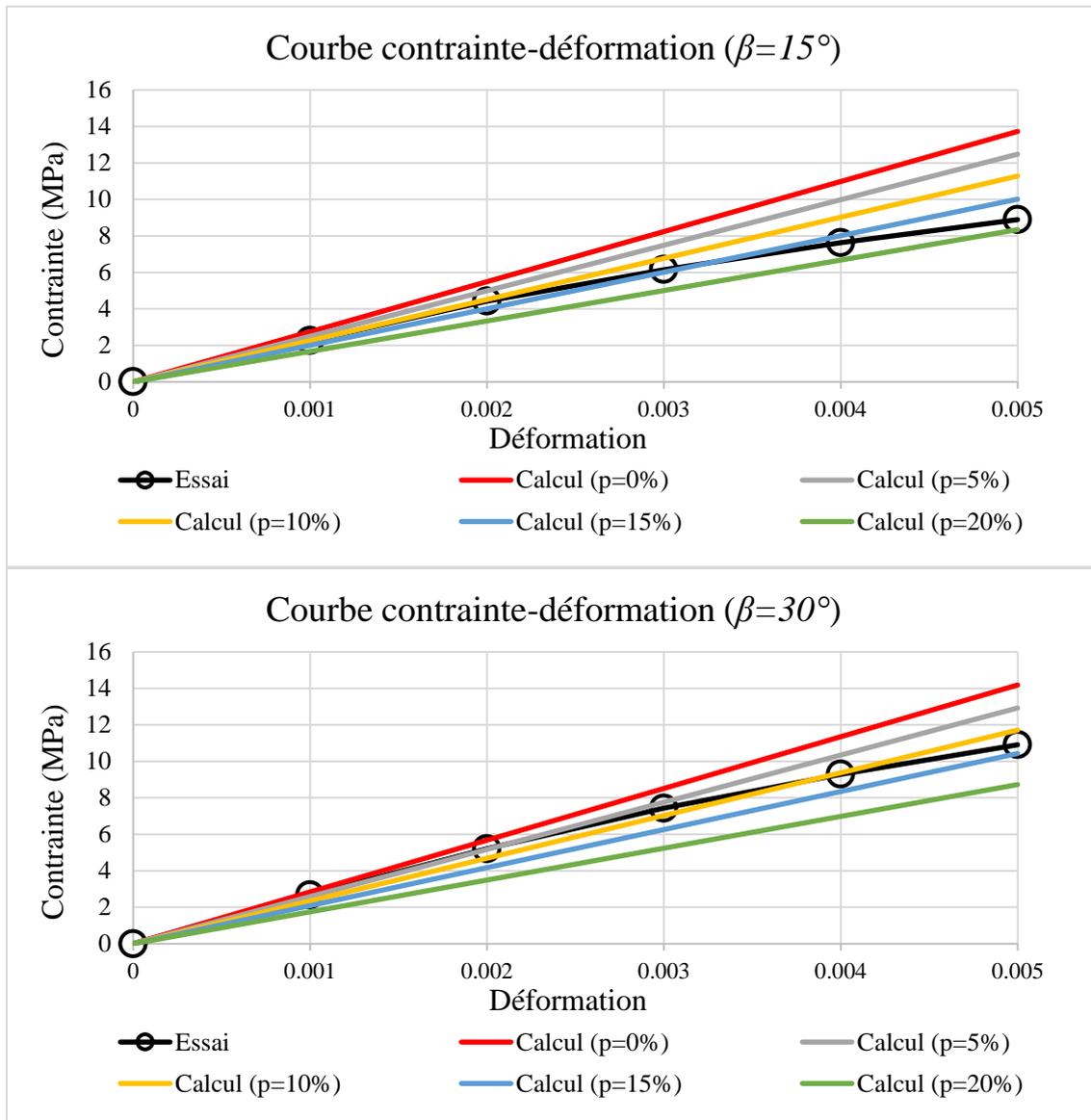
E_1	E_2	E_3
1.50 GPa	0.32 GPa	47.48 GPa
ν_{21}	ν_{32}	ν_{31}
0.0053	0.017	0.017
G_{12}	G_{23}	G_{13}
0.15 GPa	0.19 GPa	0.69 GPa

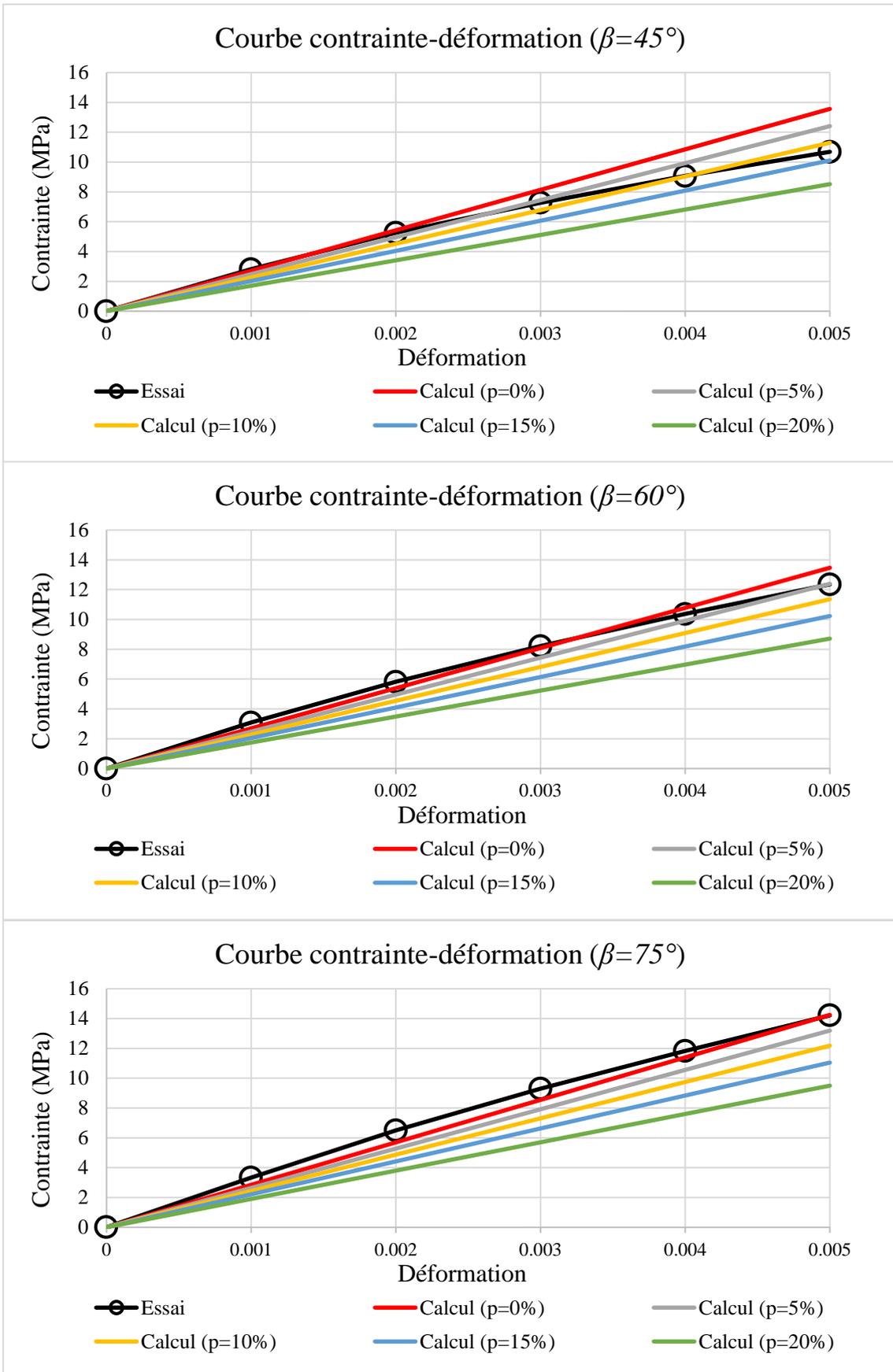
ANNEXE D : ECARTS ABSOLUS ENTRE MODELE HOMOGENE ET MODELE HETEROGENE POUR DIFFERENTES VALEURS DE N (CAS 2 A 6 AL'ECHELLE DU CORDON)



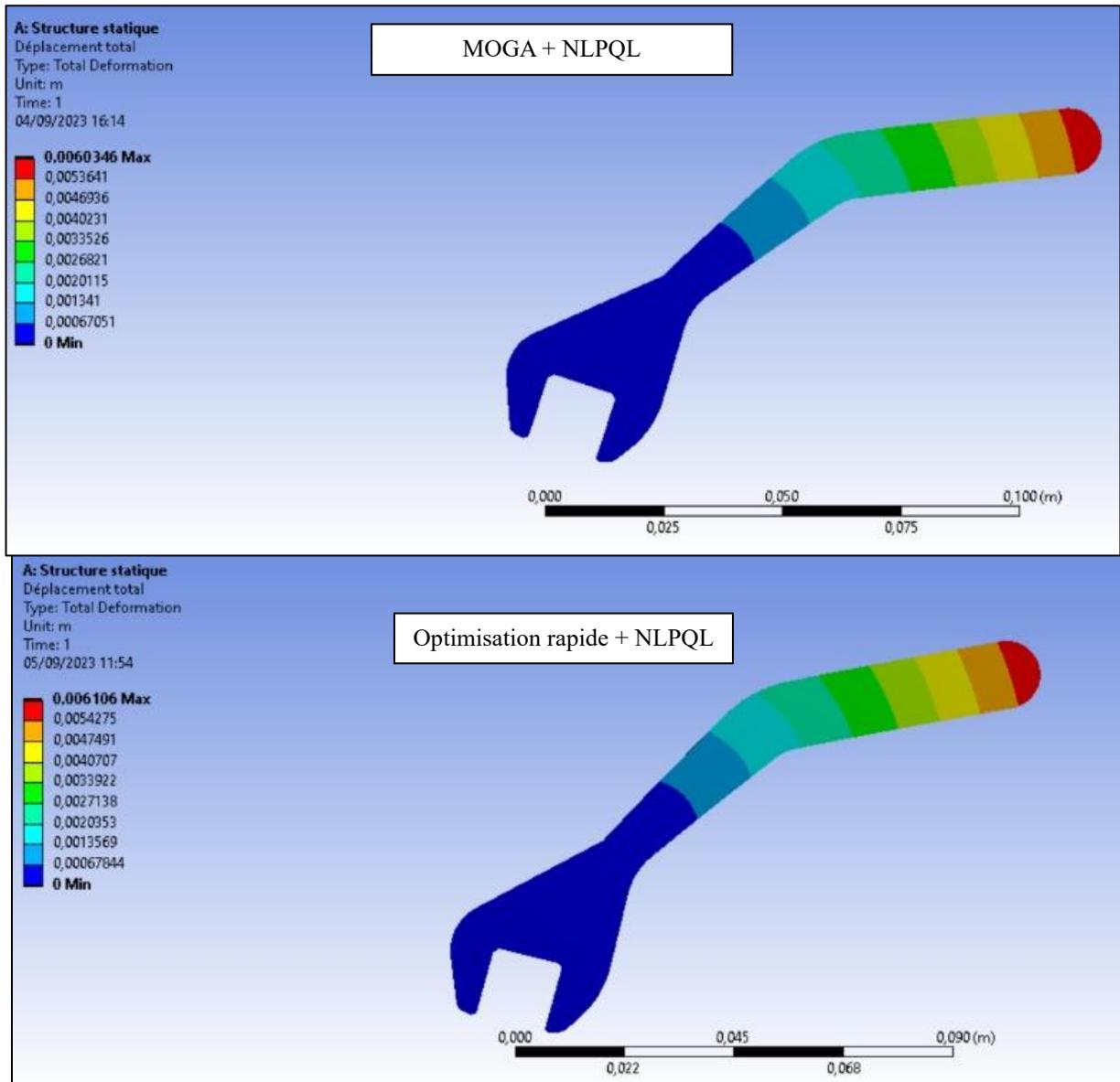


ANNEXE E : COMPARAISON ESSAI-CALCUL EN FONCTION DE LA POROSITE P POUR DIFFERENTS ANGLES DE CROISEMENT β





ANNEXE F : CHAMPS DE DEPLACEMENT CALCULES AVEC DEUX ALGORITHMES D'OPTIMISATION DIFFERENTS



Norme du déplacement en chaque nœud du maillage.

ANNEXE G : MATERIAUX HOMOGENES EQUIVALENTS A LA LATTICE A
MOTIF HEXAGONAL EN FONCTION DU TAUX DE REMPLISSAGE TR

- $TR = 20\%$

E_1	E_2	E_3
0.12 GPa	0.12 GPa	0.12 GPa
ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
0.96	0.29×10^{-2}	0.29×10^{-2}
G_{12}	G_{23}	G_{13}
30.75 MPa	33.05 MPa	33.05 MPa

- $TR = 30\%$

E_1	E_2	E_3
0.29 GPa	0.29 GPa	0.17 GPa
ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
0.93	0.70×10^{-2}	0.70×10^{-2}
G_{12}	G_{23}	G_{13}
74.41 MPa	51.98 MPa	51.98 MPa

- $TR = 40\%$

E_1	E_2	E_3
0.52 GPa	0.52 GPa	0.23 GPa
ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
0.89	1.3×10^{-2}	1.3×10^{-2}
G_{12}	G_{23}	G_{13}
138.41 MPa	73.00 MPa	73.00 MPa

- $TR = 50\%$

E_1	E_2	E_3
0.83 GPa	0.83 GPa	0.29 GPa
ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
0.85	2.08×10^{-2}	2.08×10^{-2}
G_{12}	G_{23}	G_{13}
223.95 MPa	96.55 MPa	96.55 MPa

- $TR = 60\%$

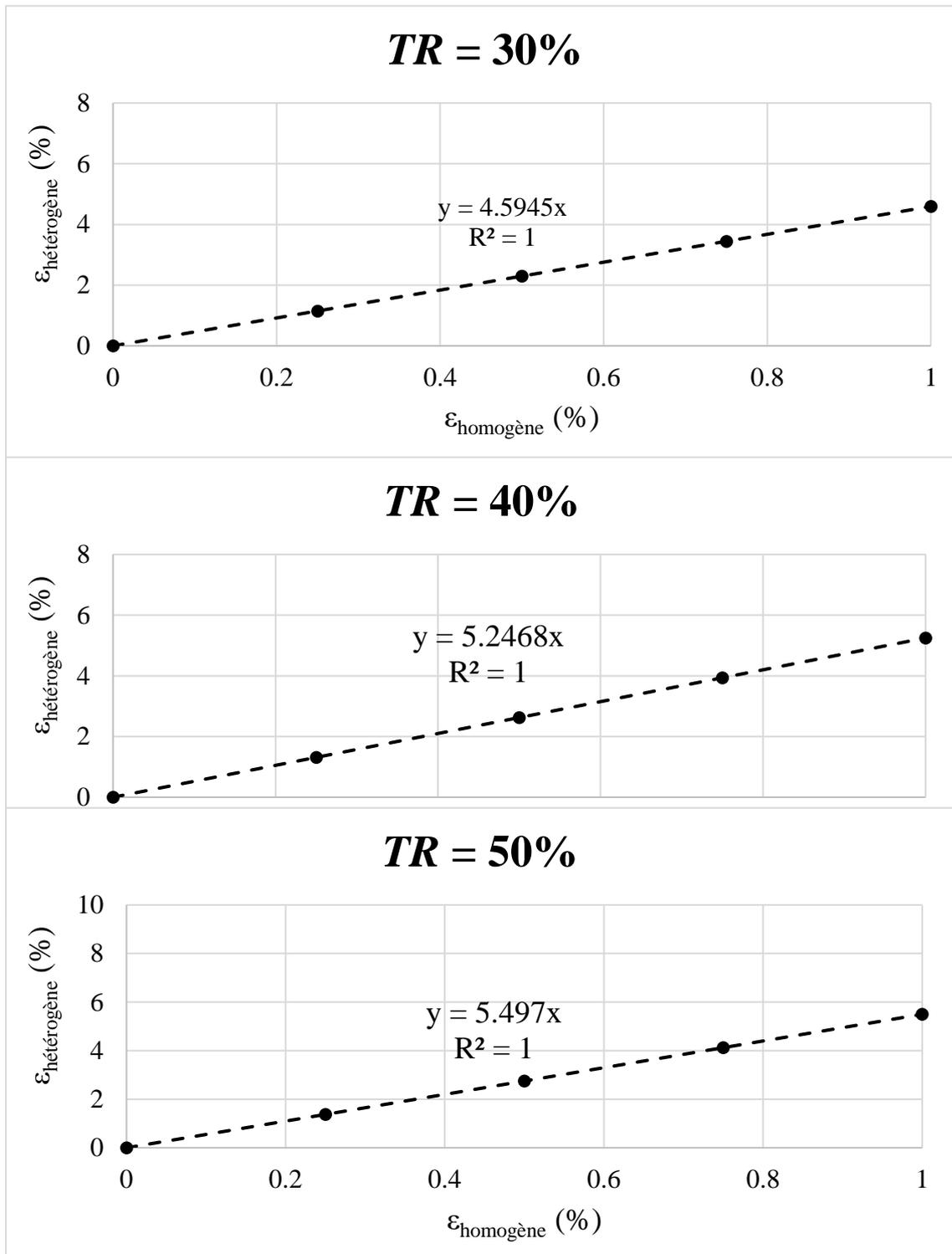
E_1	E_2	E_3
1.20 GPa	1.20 GPa	0.35 GPa
ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
0.80	3.05×10^{-2}	3.05×10^{-2}
G_{12}	G_{23}	G_{13}
332.20 MPa	123.01 MPa	123.01 MPa

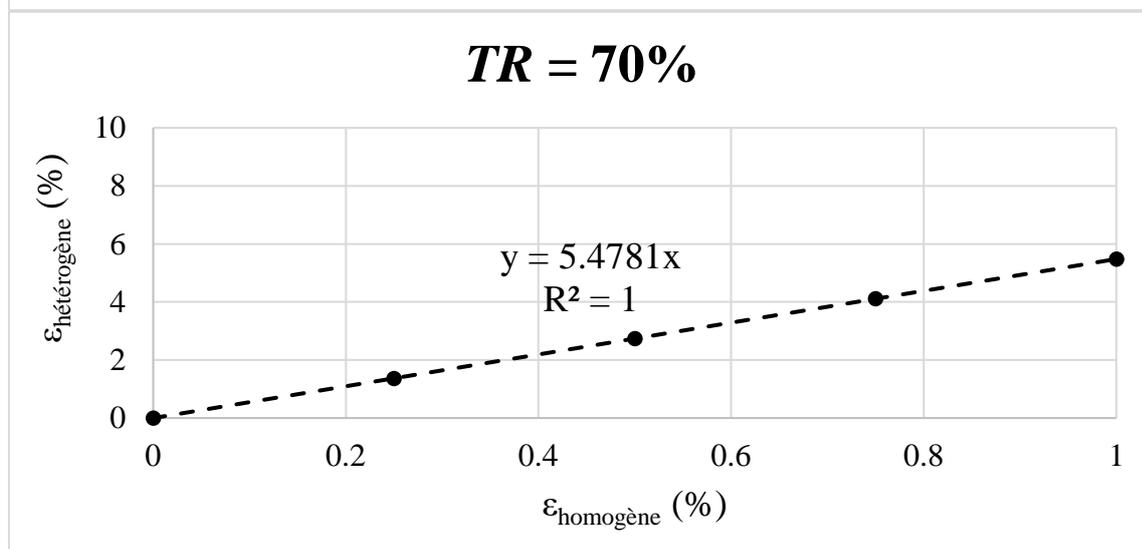
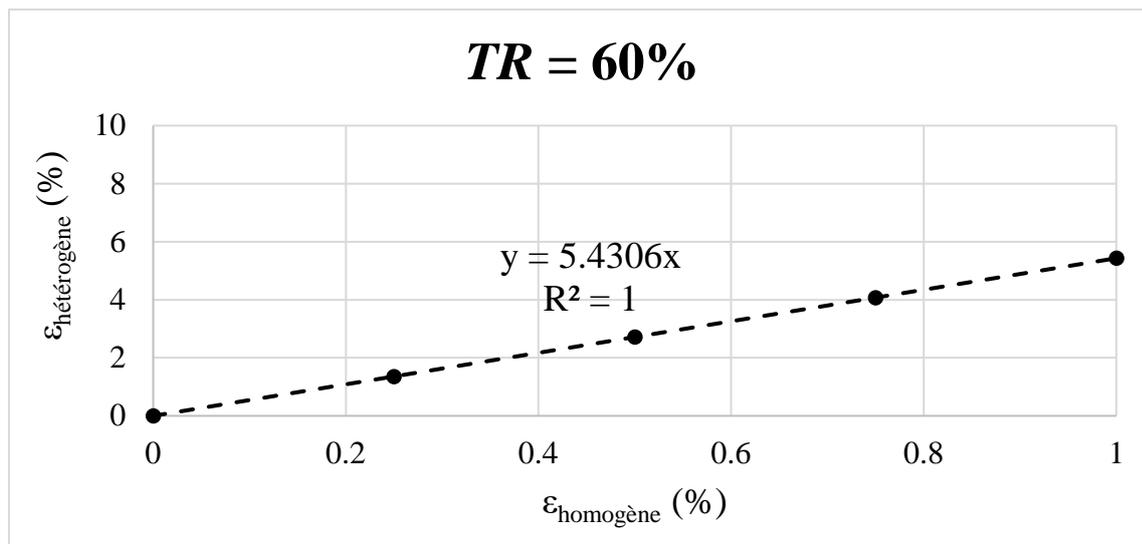
- $TR = 70\%$

E_1	E_2	E_3
1.64 GPa	1.64 GPa	0.41 GPa
ν_{12}	ν_{23}	ν_{13}
0.75	4.24×10^{-2}	4.24×10^{-2}
G_{12}	G_{23}	G_{13}
467.36 MPa	152.63 MPa	152.63 MPa

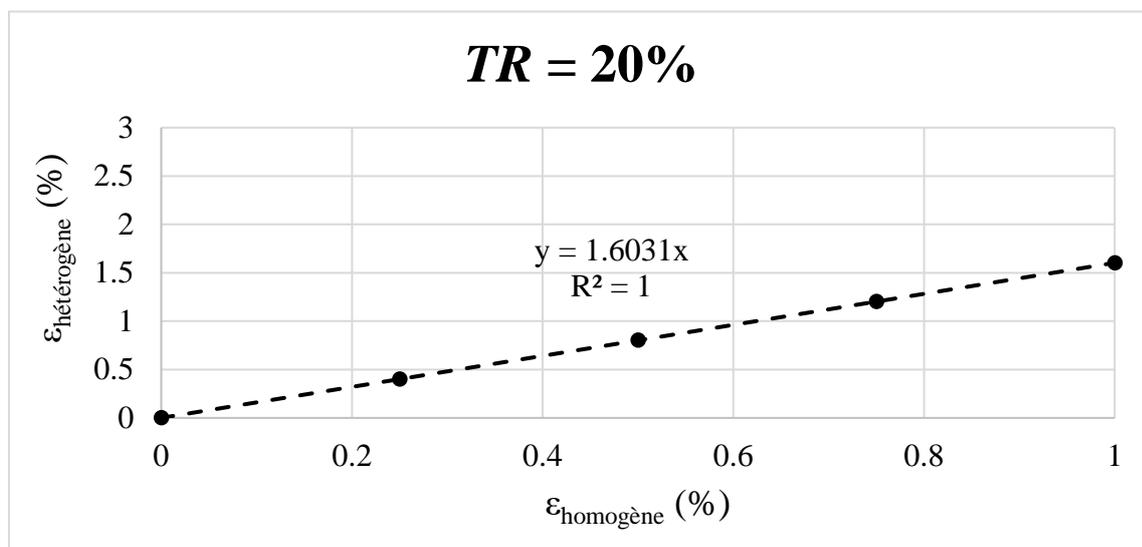
ANNEXE H : RELATION ENTRE DEFORMATION HETEROGENE ET HOMOGENE POUR LES DIFFERENTS TAUX DE REMPLISSAGE TR DANS LES DEUX CAS ETUDIÉS

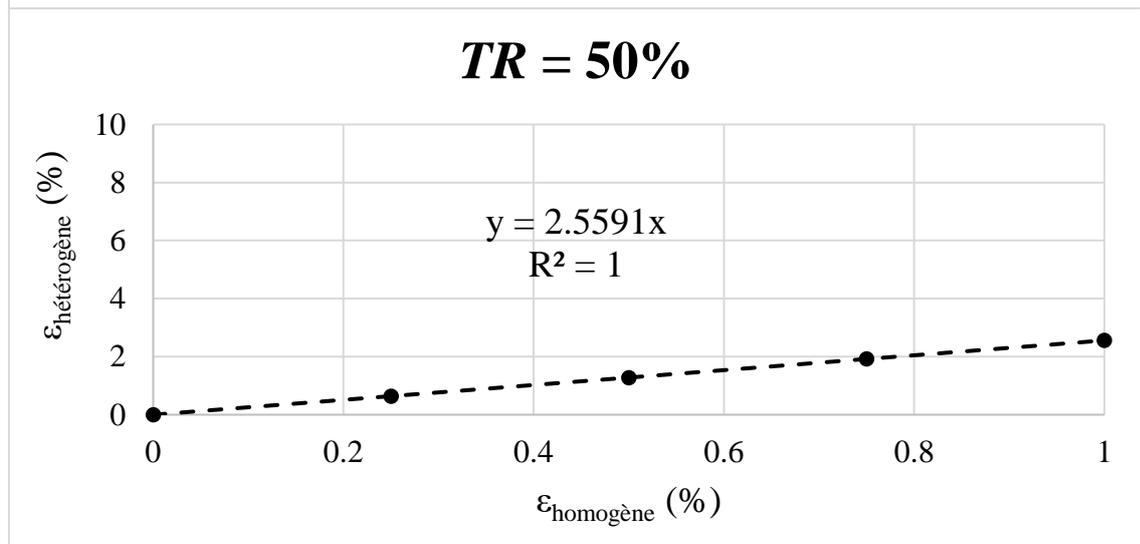
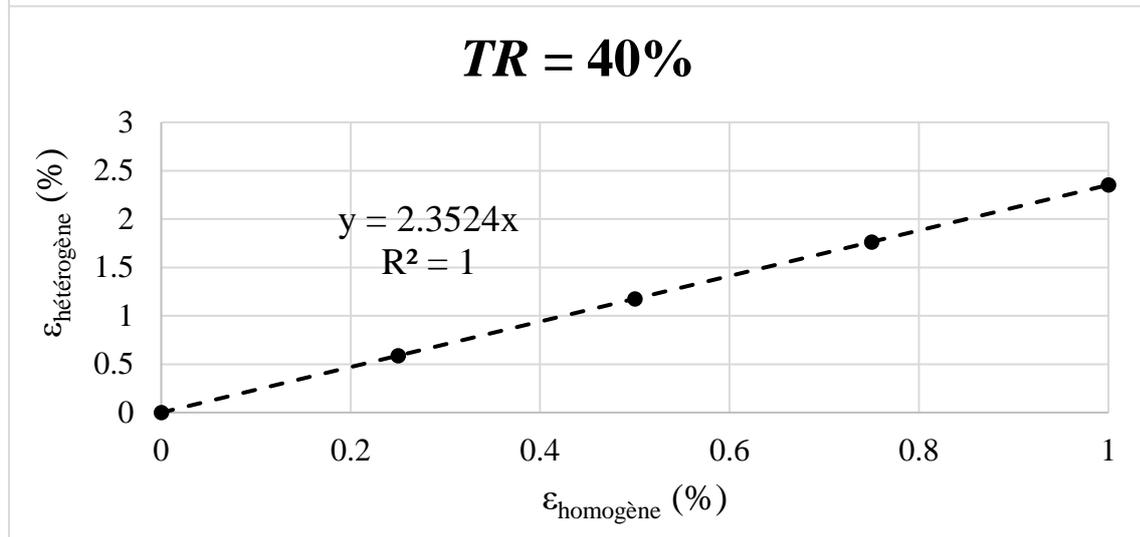
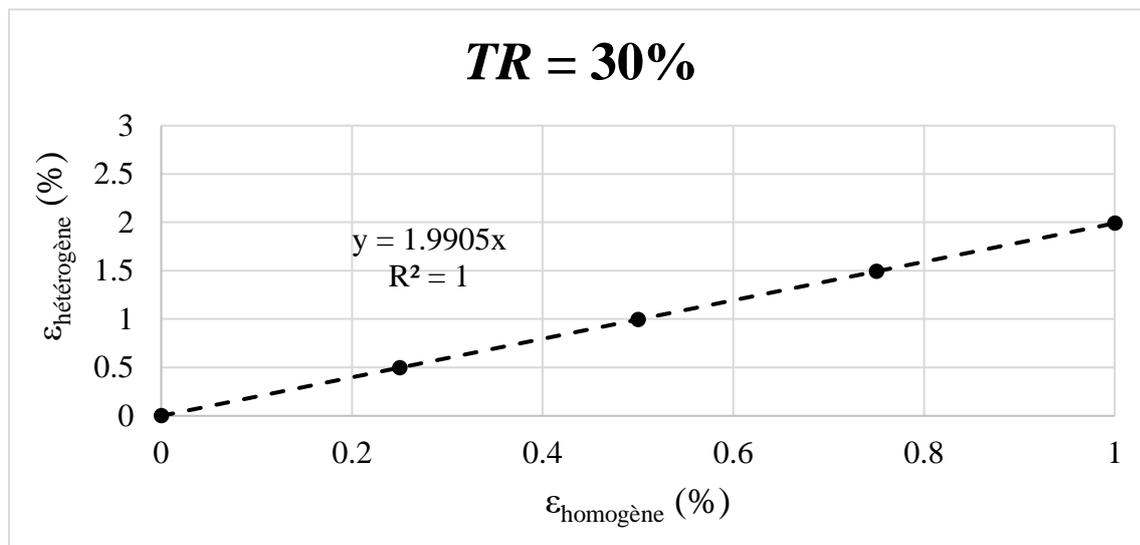
- Traction selon l'axe x :

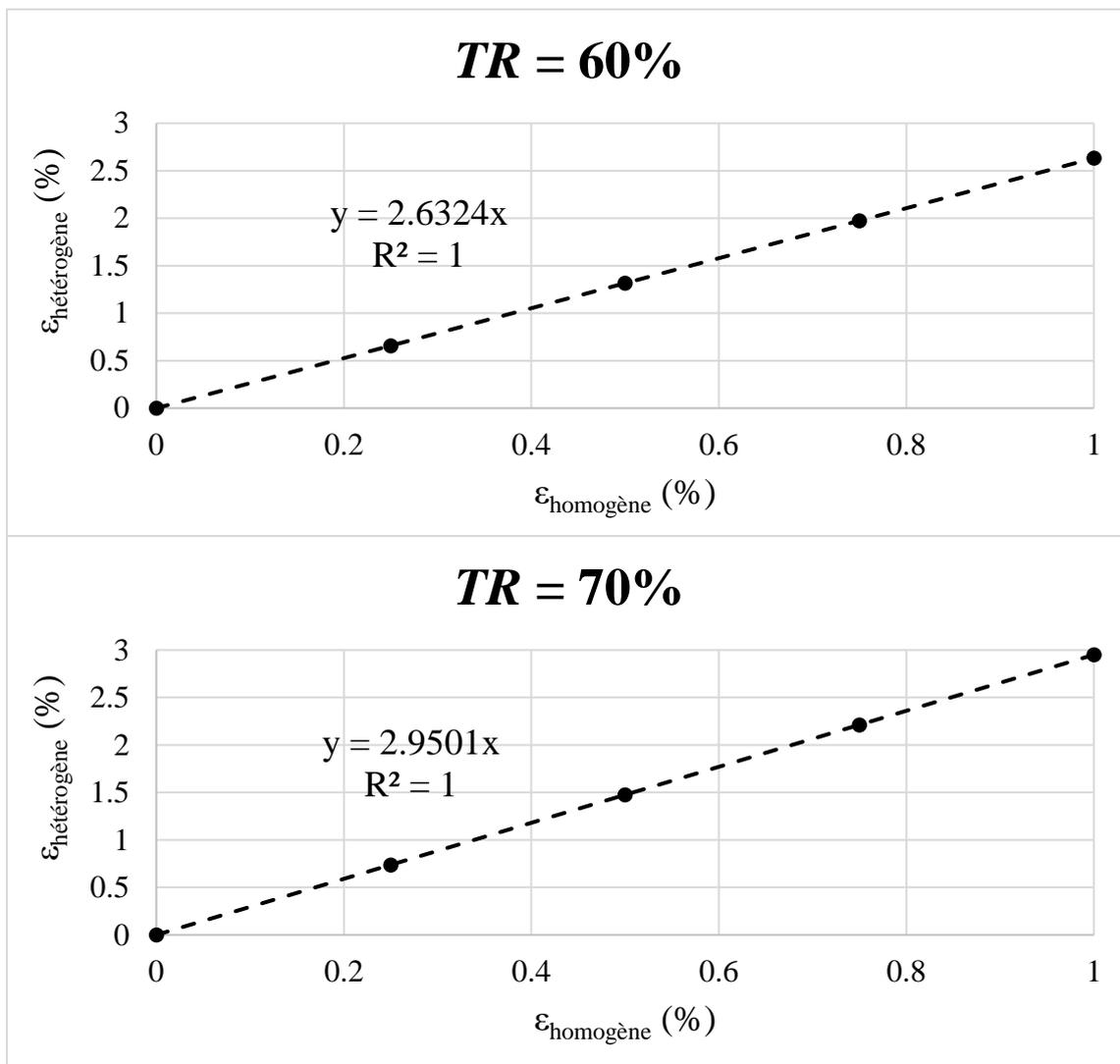




- Cisaillement dans le plan xy :







ANNEXE I : AUTORISATION DE REUTILISATIONS DES ILLUSTRATIONS SOUMISES AUX DROITS D'AUTEUR.

- [Van2020] :

ELSEVIER LICENSE TERMS AND CONDITIONS	
Oct 02, 2023	
This Agreement between Université de Technologie de Belfort-Montbéliard – Valentin Marchal ("You") and Elsevier ("Elsevier") consists of your license details and the terms and conditions provided by Elsevier and Copyright Clearance Center.	
License Number	5545450306319
License date	May 10, 2023
Licensed Content Publisher	Elsevier
Licensed Content Publication	CIRP Annals - Manufacturing Technology
Licensed Content Title	Design for additive manufacturing: Framework and methodology
Licensed Content Author	Tom Vaneker, Alain Bernard, Giovanni Moroni, Ian Gibson, Yicha Zhang
Licensed Content Date	Jan 1, 2020
Licensed Content Volume	69
Licensed Content Issue	2
Licensed Content Pages	22
Start Page	578
End Page	599
Type of Use	reuse in a thesis/dissertation
Portion	figures/tables/illustrations
Number of figures/tables/illustrations	1
Format	electronic
Are you the author of this Elsevier article?	No
Will you be translating?	No
Title	Conception pilotée par la simulation pour la fabrication additive de composites
Institution name	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Expected presentation date	Nov 2023
Portions	Figure 2
Requestor Location	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard 1 Rue Denfert-Rochereau Belfort, 90000 France Attn: Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Publisher Tax ID	GB 494 6272 12
Total	0.00 EUR
Terms and Conditions	

- [Nin2015] :

ELSEVIER LICENSE TERMS AND CONDITIONS	
Oct 02, 2023	
This Agreement between Université de Technologie de Belfort-Montbéliard – Valentin Marchal ("You") and Elsevier ("Elsevier") consists of your license details and the terms and conditions provided by Elsevier and Copyright Clearance Center.	
License Number	5560800051025
License date	Jun 02, 2023
Licensed Content Publisher	Elsevier
Licensed Content Publication	Composites Part B: Engineering
Licensed Content Title	Additive manufacturing of carbon fiber reinforced thermoplastic composites using fused deposition modeling
Licensed Content Author	Fuda Ning, Weilong Cong, Jingjing Qiu, Junhua Wei, Shiren Wang
Licensed Content Date	Oct 1, 2015
Licensed Content Volume	80
Licensed Content Issue	n/a
Licensed Content Pages	10
Start Page	369
End Page	378
Type of Use	reuse in a thesis/dissertation
Portion	figures/tables/illustrations
Number of figures/tables/illustrations	1
Format	electronic
Are you the author of this Elsevier article?	No
Will you be translating?	No
Title	Conception pilotée par la simulation pour la fabrication additive de composites
Institution name	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Expected presentation date	Nov 2023
Portions	Figure 11
Requestor Location	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard 1 Rue Denfert-Rochereau Belfort, 90000 France Attn: Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Publisher Tax ID	GB 494 6272 12
Total	0.00 EUR
Terms and Conditions	

- [Rod2003] :

Order Date	05-jun-2023	Type of Use	Republish in a thesis/dissertation
Order License ID	1362244-1	Publisher	EMERALD GROUP PUBLISHING LIMITED
ISSN	1355-2546	Portion	Image/photo/illustration
LICENSED CONTENT			
Publication Title	Rapid prototyping journal	Publication Type	Journal
Article Title	Mechanical behavior of acrylonitrile butadiene styrene fused deposition materials modeling	Start Page	219
		End Page	230
		Issue	4
Date	01/01/1995	Volume	9
Language	English		
Country	United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland		
Rightsholder	Emerald Publishing Limited		
REQUEST DETAILS			
Portion Type	Image/photo/illustration	Distribution	Worldwide
Number of Images / Photos / Illustrations	1	Translation	Original language of publication
Format (select all that apply)	Electronic	Copies for the Disabled?	No
Who Will Republish the Content?	Academic institution	Minor Editing Privileges?	No
Duration of Use	Life of current edition	Incidental Promotional Use?	No
Lifetime Unit Quantity	Up to 499	Currency	EUR
Rights Requested	Main product		
NEW WORK DETAILS			
Title	Conception pilotée par la simulation pour la fabrication additive de composites	Institution Name	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
		Expected Presentation Date	2023-10-03
Instructor Name	Pr. François Peytaut		
ADDITIONAL DETAILS			
Order Reference Number	N/A		
The Requesting Person/Organization to Appear on the License	Valentin Marchal		
REQUESTED CONTENT DETAILS			
Title, Description or Numeric Reference of the Portion(s)	Figure 3	Title of the Article/Chapter the Portion is From	Mechanical behavior of acrylonitrile butadiene styrene fused deposition materials modeling
Editor of Portion(s)	Rodríguez, Jos F.; Thomas, James P.; Renaud, John E.	Author of Portion(s)	Rodríguez, Jos F.; Thomas, James P.; Renaud, John E.
Volume / Edition	9	Issue, if Republishing an Article From a Serial	4
Page or Page Range of Portion	219-230	Publication Date of Portion	2003-10-01

- [Zho2018] :

ELSEVIER LICENSE TERMS AND CONDITIONS	
Oct 02, 2023	
<hr/> <p>This Agreement between Université de Technologie de Belfort-Montbéliard – Valentin Marchal ("You") and Elsevier ("Elsevier") consists of your license details and the terms and conditions provided by Elsevier and Copyright Clearance Center.</p>	
License Number	5567620644369
License date	Jun 14, 2023
Licensed Content Publisher	Elsevier
Licensed Content Publication	Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering
Licensed Content Title	Multi-component topology and material orientation design of composite structures (MTO-C)
Licensed Content Author	Yuqing Zhou, Tsuyoshi Nomura, Kazuhiro Saitou
Licensed Content Date	Dec 1, 2018
Licensed Content Volume	342
Licensed Content Issue	n/a
Licensed Content Pages	20
Start Page	438
End Page	457
Type of Use	reuse in a thesis/dissertation
Portion	figures/tables/illustrations
Number of figures/tables/illustrations	1
Format	electronic
Are you the author of this Elsevier article?	No
Will you be translating?	No
Title	Conception pilotée par la simulation pour la fabrication additive de composites
Institution name	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Expected presentation date	Nov 2023
Portions	Figure 7d
Requestor Location	Université de Technologie de Belfort-Montbéliard 1 Rue Denfert-Rochereau
	Belfort, 90000 France Attn: Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
Publisher Tax ID	GB 494 6272 12
Total	0.00 EUR
Terms and Conditions	

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Ade2022] ADENIRAN O., CONG W. et AREMU A. Material design factor in the additive manufacturing of Carbon Fiber Reinforced Plastic Composites: A state-of-the-art review. *Advances in Industrial and Manufacturing Engineering*. 2022, vol. 5, 100100. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.aime.2022.100100>.
- [Aga1996] AGARWALA M.K., VAN WEEREN R., BANDYOPADHYAY A., et al. Filament Feed Materials for Fused Deposition Processing of Ceramics and Metals. *SFF Symposium Proceedings Archive*. 1996, pp.451-458. Disponible sur : <http://utw10945.utweb.utexas.edu/1996TOC>.
- [Al-M2018] AL-MESLEMI Y., ANWER N. et MATHIEU L. Modeling Key Characteristics in the Value Chain of Additive Manufacturing. *Procedia CIRP*. 2018, vol. 70, pp.90-95. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.03.283>.
- [Alb2019] ALBAZZAN M.A., HARIK R., TATTING B.F. et al. Efficient design optimization of nonconventional laminated composites using lamination parameters: A state of the art. *Composite Structures*. 2019, vol. 209, pp.362-374. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.10.095>.
- [All2004] ALLAIRE G., JOUVE F. et TOADER A-M. Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method. *Journal of Computational Physics*. 2004, vol. 194, pp.363-393. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2003.09.032>.
- [And1986] ANDRE J-C., LE MEHAUTE A. et DE WITTE O. Dispositif pour réaliser un modèle de pièce industrielle. Brevet FR2567668. 17 janvier 1986. Disponible sur : <https://data.inpi.fr/brevets/FR2567668>.
- [Ani2023] Anisoprint (2023). <https://anisoprint.com>. (Visité le 05/05/2023).
- [Ara2020] ARAVIND A.U., BHAGAT A.R. et RADHAKRISHNAN R. A novel use of twisted continuous carbon fibers in additive manufacturing of composites. *Materials Today: Proceedings*. 2020, vol. 46, n°17, pp.7049-7055. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.07.665>.
- [Arf2022] ARIFVIANTO B., SATITI B.E., SALIM U.A., et al. Mechanical properties of the FFF sandwich-structured parts made of PLA/TPU multi-material. *Progress in Additive Manufacturing*. 2022, n°7, pp.1213-1223. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s40964-022-00295-6>.
- [Ari2022] ARI A., BAYRAM A., KARAHAN M., et al. Comparison of the mechanical properties of chopped glass, carbon, and aramid fiber reinforced polypropylene. *Polymers and Polymer Composites*. 2022, vol.30, pp.1-13. Disponible sur : <https://doi.org/10.1177/09673911221098570>.
- [Asi2020] ASIF S., CHANSORIA P. et SHIRWAIKER R. Ultrasound-assisted vat photopolymerization 3D printing of preferentially organized carbon fiber reinforced polymer composites. *Journal of Manufacturing Processes*. 2020, vol. 56, pp.1340-1343. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2020.04.029>.
- [Bak1925] BAKER Ralph. Method of making decorating articles. Brevet US1533300. 14 avril 1925. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US1533300>.

- [Ban2018] BANDYOPADHYAY A. et HEER B. Additive manufacturing of multi-material structures. *Materials Science & Engineering R*. 2018, vol. 129, pp. 1-16. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.mser.2018.04.001>.
- [Bar2008] BARBERO E.J. Finite element analysis of composite materials. Ed. Taylor and Francis Group, 2008.
- [Ben1978] BENSOUSSAN A., PAPANICOLAU G. et LIONS J.L. Asymptotic Analysis for Periodic Structures. Elsevier Science, 1978, 699 p. ISBN : 978-0-08-087526-2.
- [Ben2004] BENDSØE M.P. et SIGMUND O. Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications. 2^{ème} édition. Heidelberg : Springer Berlin, 2004, 370p. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/978-3-662-05086-6>.
- [Bha2019] BHALODI D., ZALAVADIYA K. et GURRALA P.K. Influence of temperature on polymer parts manufactured by fused deposition modeling process. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2019, vol. 41, 113. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1616-z>.
- [Bla2020] BLANCO I. The Use of Composite Materials in 3D Printing. *Journal of Composites Science*. 2020, vol. 4, n°2, 42. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/jcs4020042>.
- [Blo2009] BLOOMFIELD M.W., DIACONU C.G. et WEAVER P.M. On feasible regions of lamination parameters for lay-up optimization of laminated composites. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*. 2009, vol. 465, pp.1123-1143. Disponible sur : <https://doi.org/10.1098/rspa.2008.0380>.
- [Blo2018] BLOK L.G., LONGANA M.L., YU H., et al. An investigation into 3D printing of fibre reinforced composites. *Additive Manufacturing*. 2018, vol. 22, pp.176-186. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2018.04.039>.
- [Bot2003] BOTELHO E.C., FIGIEL Ł., REZENDE M.C., et al. Mechanical behavior of carbon fiber reinforced polyamide composites. *Composites Science and Technology*. 2003, vol. 63, n°13, pp.1864-1855. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00119-2](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00119-2).
- [Bra2020] BRACONNIER D.J., JENSEN R.E. et PETERSON A.M. Processing parameter correlations in material extrusion additive manufacturing. *Additive Manufacturing*. 2020, vol. 31, 100924. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100924>.
- [Bra2021] BRASINGTON A., SACCO C., HALBRITTER J. et al. Automated fiber placement: A review of history, current technologies, and future paths forward. *Composites Part C: Open Access*. 2021, vol. 6, 100182. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2021.100182>.
- [Bre2018] BRENKEN B., BAROCIO E., FAVALORO A., et al. Fused filament fabrication of fiber-reinforced polymers: A review. *Additive Manufacturing*. 2018, vol. 21, pp.1-16. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2018.01.002>.
- [Bru2005] BRUNS T.E. A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid-void topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2005, vol. 30, pp.428-436. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s00158-005-0537-x>.

- [Cad2021] CADIOU T., DEMOLY F. et GOMES S. A hybrid additive manufacturing platform based on fused filament fabrication and direct ink writing techniques for multi-material 3D printing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2021, vol. 114, pp.3551-3562. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s00170-021-06891-0>.
- [Cat2019] CATAPANO A., MONTEMURRO M., BALCOU J-A., et al. Rapid Prototyping of Variable Angle-Tow Composites. *Aerotecnica Missili & Spazio*. 2019, vol. 98, pp.257-271. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s42496-019-00019-0>.
- [Cer2013] CERNEELS J., VOET A., IVENS J., et al. Additive Manufacturing of Thermoplastic Composites. *Composites Week @ Leuven*, 16/09/2013, Louvain, Belgique, pp.2-7. Disponible sur : <https://lirias.kuleuven.be/1672772?limo=0>.
- [Cha2019] CHABAUD G., CASTRO M., DENOUAL C., et al. Hygromechanical properties of 3D printed continuous carbon and glass fibre reinforced polyamide composite for outdoor structural applications. *Additive Manufacturing*. 2019, vol. 26, pp. 99-105. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.01.005>.
- [Cha2023] CHAUDHARY R., FABBRI P., LEONI E., et al. Additive manufacturing by digital light processing: a review. *Progress in Additive Manufacturing*. 2023, vol. 8, pp. 331-351. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s40964-022-00336-0>.
- [Che1999] CHEAH C.M., FUH J.Y.H., NEE A.Y.C., et al. Mechanical characteristics of fiber-filled photo-polymer used in stereolithography. *Rapid Prototyping Journal*. 1999, vol. 5, n°3, pp. 112-119. Disponible sur : <https://doi.org/10.1108/13552549910278937>.
- [Che2013] CHENG G-D., CAI Y-W. et XU L. Novel implementation of homogenization method to predict effective properties of periodic materials. *Acta Mechanica Sinica*. 2013, vol. 29, pp.550-556. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s10409-013-0043-0>.
- [Cho2022] CHOWDHURY S., YADIAH N., PRAKASH C., et al. Laser powder bed fusion: a state-of-the-art review of the technology, materials, properties & defects, and numerical modelling. *Journal of Materials Research and Technology*. 2022, vol. 20, pp. 2109-2172. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2022.07.121>.
- [Cos2021] COSTA G., MONTEMURRO M. et PAILHÈS J. NURBS hyper-surfaces for 3D topology optimization problems. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2021, vol. 28(7), pp.665-684. Disponible sur : <https://doi.org/10.1080/15376494.2019.1582826>.
- [Cru1992] CRUMP S. Scott. Apparatus and method for creating three-dimensional objects. Brevet US5121329A. 9 juin 1992. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US5121329A>.
- [Csa2017] CSANÁDI T., NÉMETH D., ZHANG C. et al. Nanoindentation derived elastic constants of carbon fibres and their nanostructural based predictions. *Carbon*. 2017, vol. 119, pp.314-325. <http://doi.org/10.1016/j.carbon.2017.04.048>.
- [Dav2017] DAVIS C.S., HILLGARTNER K.E., HAN S.H., et al. Mechanical strength of welding zones produced by polymer extrusion additive manufacturing. *Additive Manufacturing*. 2017, vol. 16, pp.162-166. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.06.006>.
- [Dec1989] DECKARD Carl R. Method and apparatus for producing parts by selective sintering. Brevet US4863538A. 5 septembre 1989. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US4863538A>.

- [Din2021] DING H. et XU B. A novel discrete-continuous material orientation optimization model for stiffness-based concurrent design of fiber composite. *Composite Structures*. 2021, vol. 273, 114288. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114288>.
- [Dom2017] DOMM M., SCHLIMBACH J. et MITSCHANG P. Optimizing mechanical properties of additively manufactured FRPC. 21st International Conference of Composite Materials, 20-25 Août 2017, Xi'An, Chine. Disponible sur : <https://iccm-central.org/Proceedings/ICCM21proceedings/papers/3317.pdf>.
- [Dut2019] DUTRA T.A., FERREIRA R.T.L., RESENDE H.B., et al. Mechanical characterization and asymptotic homogenization of 3D-printed continuous carbon fiber-reinforced thermoplastic. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2019, vol. 41, 133. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s40430-019-1630-1>.
- [Dut2020] DUTRA T.A., FERREIRA R.T.L., RESENDE H.B., et al. A complete implementation methodology for Asymptotic Homogenization using a finite element commercial software: preprocessing and postprocessing. *Composite Structures*. 2020, vol. 245, 112305. Disponible sur <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112305>.
- [Duv1976] DUVAUT G. Analyse fonctionnelle et mécanique des milieux continus. Application à l'étude des matériaux composites élastiques à structure périodique – Homogénéisation. In : KOITER W.T. *Theoretical and Applied Mechanics*. Amsterdam : North-Holland Publishing Company, 1976, pp. 119-132.
- [Duv1984] DUVAUT G. Homogénéisation matériaux composites. In : CIARLET P.G., ROSEAU M. *Trends and Applications of Pure Mathematics to Mechanics*. Berlin : Springer Berlin Heidelberg, 1984. (Lecture Notes in Physics, n° 195). https://doi.org/10.1007/3-540-12916-2_51.
- [Eic2017] EICHENHOFER M., WONG J.C.H. et ERMANNI P. Continuous lattice fabrication of ultra-lightweight composite structures. *Additive Manufacturing*. 2017, vol. 18, pp. 48-57. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.08.013>.
- [Eko2021] EKOI E.J., DICKSON A.N. et DOWLING D.P. Investigating the fatigue and mechanical behaviour of 3D printed woven and nonwoven continuous carbon fibre reinforced polymer (CFRP) composites. *Composites Part B*. 2021, vol. 212, 108704. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.108704>.
- [Eks2017] EKŞİ S. et GENEL K. Comparison of Mechanical Properties of Unidirectional and Woven Carbon, Glass and Aramid Fiber Reinforced Epoxy Composites. *Acta Physica Polonica A*. 2017, vol. 132, pp.879-882. Disponible sur <https://doi.org/10.12693/APhysPolA.132.879>.
- [Ela2018] ELANCHEZHIAN C., VIJAYA RAMNATH B., RAMAKRISHNAN G., et al. Review on mechanical properties of natural fiber composites. *Materials Today: Proceedings*. 2018, vol. 5, pp.1785-1790. Disponible sur <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.276>.
- [Eva2010] EVANS A.G., HE M.Y., DESHPANDE V.S., et al. Concepts for enhanced energy absorption using hollow micro-lattices. *International Journal of Impact Engineering*. 2010, vol. 37(9), pp.947-959. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.03.007>.
- [Fen2015] FENDZI C. Contrôle Santé des Structures Composites : Application à la Surveillance des Nacelles Aéronautiques. Thèse en spécialité traitement du signal. Paris : Arts et Métiers ParisTech, 2015, 253 p. Disponible sur : <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01264825>.

- [Fen2019] FENOLLOSA F., GOMÀ J.R., BUJ-CORRAL I., et al. Foreseeing new multi-material FFF-Additive Manufacturing concepts meeting mimicking requirements with living tissues. *Procedia Manufacturing*. 2019, vol. 41, pp. 1063-1070. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.10.034>.
- [Fer2014] FERREIRA R.T.L, RODRIGUES H.C., GUEDES J.M., et al. Hierarchical optimization of laminated fiber reinforced composites. *Composite Structures*. 2014, vol. 107, pp.246-259. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2013.07.051>.
- [Fer2021] FERNANDES R.R., TAMIJANI A.Y. et AL-HAIK M. Mechanical characterization of additively manufactured fiber-reinforced composites. *Aerospace Science and Technology*. 2021, vol. 113, 106653. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.ast.2021.106653>.
- [Fic2022] FICO D., RIZZO D., CASCIARO R., et al. A Review of Polymer-Based Materials for Fused Filament Fabrication (FFF): Focus on Sustainability and Recycled Materials. *Polymers*. 2022, vol. 14, n°3, 465. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/polym14030465>.
- [Fon2019] FONTAINE P., MARGOTO O.H., WEISS-HORTALA E., et al. Propriétés physico-chimiques de fibres de carbone issues du recyclage par vapo-thermolyse de composites à matrice PEEK et de mélange de composites. Bordeaux : Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, 2019, 10p. Disponible sur : https://hal.science/hal-02421104v1/file/JNC21_FONTAINEP_Article_1.pdf.
- [For2023] FORMLABS. Topology Optimization 101: How to Use Algorithmic Models to Create Lightweight Design. Disponible sur : <https://formlabs.com/blog/topology-optimization/>.
- [Fra2014] FRAZIER William E. Metal Additive Manufacturing: A Review. *Journal of Materials Engineering and Performance*. 2014, vol. 23, pp. 1917-1928. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s11665-014-0958-z>.
- [Fru2007] FRULLONI E., KENNY J.M., CONTI P., et al. Experimental study and finite element analysis of the elastic instability of composite lattice structures for aeronautic applications. *Composite Structures*. 2007, vol. 78, pp.519-528. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2005.11.013>.
- [Ge2016] GE Q., SAKHAEI A.H., LEE H., et al. Multimaterial 4D Printing with Tailorable Shape Memory Polymers. *Scientific Reports*. 2016, vol. 6, 31110. Disponible sur : <https://doi.org/10.1038/srep31110>.
- [Ghi2010] GHIASI H., FAYAZBAKHS K., PASINI D., et al. Optimum stacking sequence design of composite materials Part II : Variable stiffness design. *Composite Structures*. 2010, vol. 93, pp.1-13. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2010.06.001>.
- [Gib2010] GIBSON I., ROSEN D., STUCKER B. Sheet Lamination Processes. In : *Additive Manufacturing Technologies*. Boston, MA : Springer, 2010, pp. 223-252. Disponible sur : https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1120-9_8.
- [Goh2021] GOH G.D., TOH W., YAP Y.L., et al. Additively manufactured continuous carbon fiber-reinforced thermoplastic for topology optimized unmanned aerial vehicle structures. *Composites Part B*. 2021, vol. 216, 108840. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.108840>.
- [Gon2018] GONZALEZ-GUTIERREZ J., CANO S., SCHUSCHNIGG S., et al. Additive Manufacturing of Metallic and Ceramic Components by the Material Extrusion of Highly-

- Filled Polymers: A Review and Future Perspectives. *Materials*. 2018, vol. 11, n°5, 840. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/ma11050840>.
- [Goo2011] GOODRIDGE R.D., SHOFNER M.L., HAGUE R.J.M., et al. Processing of a Polyamide-12 carbon nanofibre composite by laser sintering. *Polymer Testing*. 2011, vol. 30, n°1, pp.94-100. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2010.10.011>.
- [Gor2008] GORNET L. Généralités sur les matériaux composites. Engineering School. 2008. Disponible sur : <https://cel.hal.science/cel-00470296v1>.
- [Gue1990] GUEDES J.M. et KIKUCHI N. Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1990, vol. 83, n°2, pp.143-198. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(90\)90148-F](https://doi.org/10.1016/0045-7825(90)90148-F).
- [Gür1993] GÜRDAL Z et OLMEDO R. In-plane response of laminates with spatially varying fiber orientations - Variable stiffness concept. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. 1993, vol. 31(4), pp. 751-759. Disponible sur : <https://doi.org/10.2514/3.11613>.
- [Has1963] HASHIN Z. et SHTRIKMAN S. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1963, vol. 11(2), pp.127-140. Disponible sur [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(63\)90060-7](https://doi.org/10.1016/0022-5096(63)90060-7).
- [Has1965] HASHIN Z. On elastic behaviour of fibre reinforced materials of arbitrary transverse phase geometry. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 1965, vol. 13, pp.119-134. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(65\)90015-3](https://doi.org/10.1016/0022-5096(65)90015-3).
- [Hei2019] HEISEL C. Conception et réalisation, par fabrication additive, de matériaux cellulaires architecturés. Thèse en spécialité Mécanique des solides, génie mécanique, productique, transport et génie civil. Limoges : Université de Limoges, 2019, 213 p. Disponible sur : <https://www.theses.fr/2019LIMO0046>.
- [Hin2015] HINTON T.J., JALLERAT Q., PALCHESKO R.N., et al. Three-dimensional printing of complex biological structures by freeform reversible embedding of suspended hydrogels. *Science Advances*. 2015, vol. 1, n°9. Disponible sur : <https://doi.org/10.1126/sciadv.1500758>.
- [Hof1958] HOFFMAN G.A. Poisson's Ratio for Honeycomb Sandwich Cores. *Journal of the Aero/Space Sciences*. 1958. Disponible sur : <https://doi.org/10.2514/8.7765>.
- [Hol1975] HOLLAND J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. 1975. University of Michigan Press, 183 p.
- [Hou1981] HOUSHOLDER R.F. Molding process. Brevet US4247508A. 27 janvier 1981. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US4247508A>.
- [Hsi2021] HSISSOU R., SEGHIRI R., BENZEKRI Z., et al. Polymer composite materials: A comprehensive review. *Composite Structures*. 2021, vol. 262, 113640. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113640>.
- [Hul1986] HULL C. Apparatus for production of three-dimensional objects by stereolithography. Brevet US4575330. 11 mars 1986. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US4575330>.

- [ISO2021] ISO/ASTM. Fabrication additive – Principes généraux – Fondamentaux et vocabulaire. ISO/ASTM 52900. 2021. Disponible sur : <https://www.iso.org/fr/standard/74514.html>.
- [Izz2021] IZZI M.I., CATAPANO A. et MONTEMURRO M. Strength and mass optimisation of variable-stiffness composites in the polar parameters space. Structural and Multidisciplinary Optimization. 2021, vol. 64, pp.2045-2073. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s00158-021-02963-7>.
- [Jak2021] JAKSA L., PAHR D., KRONREIF G., et al. Development of a Multi-Material 3D Printer for Functional Anatomic Models. International Journal of Bioprinting. 2021, vol. 7, n°4, 420. Disponible sur <https://doi.org/10.18063/ijb.v7i4.420>.
- [Jan2016] JANSSON A. et PEJRYD L. Characterisation of carbon fibre-reinforced polyamide manufactured by selective laser sintering. Additive Manufacturing. 2016, vol. 9, pp.7-13. Disponible sur <https://doi.org/10.1016/j.addma.2015.12.003>.
- [Jet2018] JETTÉ B., BRAILOVSKI V., DUMAS M., et al. Femoral stem incorporating a diamond cubic lattice structure: Design, manufacture and testing. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials. 2018, vol. 77, pp.58-72. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2017.08.034>.
- [Jia2017] JIANG D. et SMITH D.E. Anisotropic mechanical properties of oriented carbon fiber filled polymer composites produced with fused filament fabrication. Additive Manufacturing. 2017, vol. 18, pp.84-94. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.08.006>.
- [Jos2004] JOSHI S.V., DRZAL L.T., MOHANTY A.K., et al. Are natural fiber composites environmentally superior to glass fiber reinforced composites ?. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2004, vol. 35, n°3, pp.371-376. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2003.09.016>.
- [Jun2022] JUNG T., LEE J., NOMURA T., et al. Inverse design of three-dimensional fiber reinforced composites with spatially-varying fiber size and orientation using multiscale topology optimization. Composite Structures. 2022, vol. 279, 114768. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114768>.
- [Kar2013] KARSLI N.G. et AYTAC A. Tensile and thermomechanical properties of short carbon fiber reinforced polyamide 6 composites. Composites Part B: Engineering. 2013, vol. 51, pp. 270-275. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.03.023>.
- [Kec2020] KECHIDI M. « Le marché des matériaux composites », Nacelles, Les matériaux de l'aéronautique : approches historiques et patrimoniales, Brèves / Short Stories. 2020. Disponible sur <https://revues.univ-tlse2.fr:443/pum/nacelles/index.php?id=919>.
- [Kim2014] KIM B.C., WEAVER P.M. et POTTER K. Manufacturing characteristics of the continuous tow shearing method for manufacturing of variable angle tow composites. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2014, vol. 61, pp.141-151. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2014.02.019>.
- [Kim2018] KIM Y., LEE J., OH J. Fabrication of fine metal patterns using an additive material extrusion process with a molten metal. Microelectronic Engineering. 2018, vol. 191, pp. 10-15. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.mee.2018.01.014>.

- [Kin2018] KINVI-DOSSOU G R. Etude de la résistance à l'impact et de l'endommagement des composites stratifiés à matrice Elium acrylique : caractérisation expérimentale et modélisation numérique multi-échelle. Thèse en spécialité mécanique des matériaux. Metz : Université de Lorraine, 2018, 194 p. Disponible sur : <https://hal.univ-lorraine.fr/tel-02126958>.
- [Kip2023] KIPPING J. et SCHÜPPSTUHL T. Load-Oriented Nonplanar Additive Manufacturing Method for Optimized Continuous Carbon Fiber Parts. *Materials*. 2023, vol. 16, n°3, 998. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/ma16030998>.
- [Kod1981] KODAMA H. Automatic method for fabricating a three-dimensional plastic model with photo-hardening polymer. *Review of Scientific Instruments*. 1981, vol. 52(11), pp. 1770-1773. Disponible sur : <https://doi.org/10.1063/1.1136492>.
- [Kru1991] KRUTH J.P. Material Incess Manufacturing by Rapid Prototyping Techniques. *CIRP Annals*. 1991, vol. 40, n°2, pp. 603-614. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)61136-6](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61136-6).
- [Kus2021] KUSCHMITZ S., SCHIRP A., BUSSE J., et al. Development and Processing of Continuous Flax and Carbon Fiber-Reinforced Thermoplastic Composites by a Modified Material Extrusion Process. *Materials*. 2021, vol.14, n°9, 2332. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/ma14092332>.
- [Lau2018] LAURETO J.J. et PEARCE J.M. Anisotropic mechanical property variance between ASTM D638-14 type i and type iv fused filament fabricated specimen. *Polymer Testing*. 2018, vol. 68, pp.294-301. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2018.04.029>.
- [Lee1996] LEE J., CHOI J.B. et CHOI K. Application of homogenization FEM analysis to regular and re-entrant honeycomb structures. *Journal of Materials Science*. 1996, vol. 31, pp.4105-4110. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/BF00352675>.
- [Lem2019] LEMMA, E.D., SPAGNOLO B., DE VITTORIO M., et al. Studying Cell Mechanobiology in 3D: The Two-Photon Lithography Approach. *Trends in Biotechnology*. 2019, vol. 37, n°4, pp.358-372. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.tibtech.2018.09.008>.
- [Len1982] LENE F. et LEGUILLON D. Homogenized constitutive law for a partially cohesive composite material. *International Journal of Solids and Structures*, 1982, vol. 18, pp.443-458. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(82\)90082-8](https://doi.org/10.1016/0020-7683(82)90082-8).
- [Lep2021] LEPOIVRE A. Etude des transferts thermiques et de l'adhésion à l'échelle du cordon dans le procédé de fabrication additive FFF (extrusion de filament fondu). Thèse en spécialité Thermique. Nantes : Université de Nantes, 2021, 234 p. Disponible sur : <https://theses.fr/2021NANT4021>.
- [Lew2017] LEWICKI J.P., RODRIGUEZ J.N., ZHU C., et al. 3D-Printing of Meso-structurally Ordered Carbon Fiber/Polymer Composites with Unprecedented Orthotropic Physical Properties. *Scientific Reports*. 2017, vol.7, 43401. Disponible sur : <https://doi.org/10.1038/srep43401>.
- [Li2016] LI N., LI Y. et LIU S. Rapid prototyping of continuous carbon fiber reinforced polylactic acid composite by 3D printing. *Journal of Materials Processing Technology*. 2016, vol. 238, pp.218-225. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2016.07.025>.

- [Li2022] LI N., HUGO J-M, SERRET D., et al. A two-step parametric generative method for heat exchangers design in additive manufacturing. *Procedia CIRP*. 2022, vol. 109, 508-512. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2022.05.286>.
- [Lia2018] LIAO G., LI Z., CHENG Y., et al. Properties of oriented carbon fiber/polyamide 12 composite parts fabricated by fused deposition modeling. *Materials and Design*. 2018, vol. 139, pp.283-292. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.11.027>.
- [Lim2021] LIM J-S., OH W-J., LEE C-M., et al. Selection of effective manufacturing conditions for direct energy deposition process using machine learning methods. *Scientific Reports*. 2021, vol. 11, 24169. Disponible sur : <https://doi.org/10.1038/s41598-021-03622-z>.
- [Liu2021] LIU G., XIONG Y. et ZHOU L. Additive manufacturing of continuous fiber reinforced polymer composites: Design opportunities and novel applications. *Composites Communications*. 2021, vol. 27, 100907. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.coco.2021.100907>.
- [Lu2022] LU Y., HAN X., GLEADALL A., et al. Continuous fibre reinforced Vat photopolymerization (CONFIB-VAT). *Additive Manufacturing*. 2022, vol. 60, 203233. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2022.103233>.
- [Ma2016] MA Y., YANG Y., SUGAHARA T., et al. A study on the failure behavior and mechanical properties of unidirectional fiber reinforced thermosetting and thermoplastic composites. *Composites Part B: Engineering*. 2016, vol. 99, pp.162-172. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.06.005>.
- [Mah2015] MAHAJAN C. et CORMIER D. 3D Printing of Carbon Fiber Composites With Preferentially Aligned Fibers. 2015 Industrial and Systems Engineering Research Conference, 2015, Nashville (USA-TN).
- [Maj2019] MAJKO J., SAGA M., VASKO M., et al. FEM analysis of long-fibre composite structures created by 3D printing. *Transportation Research Procedia*. 2019, vol. 40, pp.792-799. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2019.07.112>.
- [Mal2015] MALEK S. et GIBSON L. Effective elastic properties of periodic hexagonal honeycombs. *Mechanics of Materials*. 2015, vol. 91, pp.226-240. Disponible sur : <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2015.07.008>.
- [Mar2022] Markforged (2022). Material Datasheet: Composites. <https://www-objects.markforged.com/craft/materials/CompositesV5.2.pdf> (Visité le 05/05/2023).
- [Mar2023] MARCHAL V., ZHANG Y., LABED N., et al. Fast layer fiber orientation optimization method for continuous fiber-reinforced material extrusion process. *Materials Science in Additive Manufacturing*. 2023, vol. 2, n°1, 49. Disponible sur <https://doi.org/10.36922/msam.49>.
- [Mat2016] MATSUZAKI R., UEDA M., NAMIKI M., et al. Three-dimensional printing of continuous-fiber composites by in-nozzle impregnation. *Scientific Reports*. 2016, vol. 6, 23058. Disponible sur <https://doi.org/10.1038/srep23058>.
- [Mel2015] MELENKA G.W., SCHOFIELD J.S., DAWSON M.R., et al. Evaluation of dimensional accuracy and material properties of the MakerBot 3D desktop printer. *Rapid Prototyping Journal*. 2015, vol. 21, n°5, pp.618-627. Disponible sur : <https://doi.org/10.1108/RPJ-09-2013-0093>.

- [Mil2011] MILANESE A.C., HILÁRIO CIOFFI M.O. et JACOBUS H. Mechanical behavior of natural fiber composites. *Procedia Engineering*. 2011, vol. 10, pp.2022-2027. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.04.335>.
- [Min2020] MING Y., ZHANG S., HAN W., et al. Investigation on process parameters of 3D printed continuous carbon fiber-reinforced thermosetting epoxy composites. *Additive Manufacturing*. 2020, vol. 33, 101184. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101184>.
- [Moe2022] MOEINI M., BEGON M. et LEVESQUE M. Numerical homogenization of a linearly elastic honeycomb lattice structure and comparison with analytical and experimental results. *Mechanics of Materials*. 2022, vol. 167, 104210. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2022.104210>.
- [Moh2016] MOHAMED O.A., MASOOD S.H. et BHOWMIK J.L. Mathematical Modeling and FDM process parameters optimization using response surface methodology based on Q-optimal design. *Applied Mathematical Modelling*. 2016, vol. 40, pp.10052-10073. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.apm.2016.06.055>.
- [Mon2015a] MONTEMURRO M. An extension of the polar method to the first-order shear deformation theory of laminates. *Composite Structures*. 2015, vol. 127, pp.328-339. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.03.025>.
- [Mon2015b] MONTEMURRO M. The polar analysis of the Third-order Shear Deformation Theory of laminates. *Composite Structures*. 2015, vol. 131, pp.775-789. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.06.016>.
- [Mon2021] MONTEMURRO M., BERTOLINO G., et ROINÉ T. A general multi-scale topology optimization method for lightweight lattice structures obtained through additive manufacturing technology. *Composite Structures*. 2021, vol. 258, 113360. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113360>.
- [Moo2015] MOON S.K., TAN Y.E., HWANG J., et al. Application of 3D printing technology for designing light-weight unmanned aerial vehicle wing structures. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*. 2015, vol. 1(3), pp.223-228. Disponible sur : <http://doi.org/10.1007/s40684-014-0028-x>.
- [Mu2017] MU Q., WANG L., DUNN C.K., et al. Digital light processing 3D printing of conductive complex structures. *Additive Manufacturing*. 2017, vol. 18, pp. 74-83. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2017.08.011>.
- [Mur1995] MURATA T. et ISHIBUCHI H. MOGA: multi-objective genetic algorithms. *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. 1995. Disponible sur : <https://ieeexplore.ieee.org/iel2/3507/10439/00489161.pdf>.
- [Mur2021] MURRAY R.E., BEACH R., BARNES D., et al. Structural validation of a thermoplastic composite wind turbine blade with comparison to a thermoset composite blade. *Renewable Energy*. 2021, vol. 164, pp.1100-1107. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.renene.2020.10.040>.
- [Nab1999] NABI SAHEB D. et JOG J.P. Natural Fiber Polymer Composites : A Review. *Advances in Polymer Technology*, 1999, vol. 18, n° 4, pp.295-382. Disponible sur : [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2329\(199924\)18:4%3C351::AID-ADV6%3E3.0.CO;2-X](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2329(199924)18:4%3C351::AID-ADV6%3E3.0.CO;2-X).

- [Nar2019] NARANJO-LOZADA J., AHUETT-GARZA H., ORTA-CATAÑÓN P., et al. Tensile properties and failure behavior of chopped and continuous carbon fiber composites produced by additive manufacturing. *Additive Manufacturing*. 2019, vol. 26, pp.227-241. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2018.12.020>.
- [Naw2020] NAWAFLEH N. et CELIK E. Additive manufacturing of short fiber reinforced thermoset composites with unprecedented mechanical performance. *Additive Manufacturing*. 2020, vol. 33, 101109. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101109>.
- [Nin2015] NING F., CONG W., QIU J., et al. Additive manufacturing of carbon fiber reinforced thermoplastic composites using fused deposition modeling. *Composites Part B*. 2015, vol. 80, pp. 369-378. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.06.013>.
- [Nom2019] NOMURA T., KAWAMOTO A., KONDOH T., et al. Inverse design of structure and fiber orientation by means of topology optimization with tensor field variables. *Composites Part B*. 2019, vol. 176, 107187. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2019.107187>.
- [Nor2004] NORATO J., HABER R., TORTORELLI D., et al. A geometry projection method for shape optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 2004, vol. 60(14), pp.2289-2312. Disponible sur : <https://doi.org/10.1002/nme.1044>.
- [Ozk2022] OZKAN B., SAMENI F., BIANCHI F., et al. 3D printing ceramic cores for investment casting of turbine blades, using LCD screen printers: The mixture design and characterization. *Journal of the European Ceramic Society*. 2022, vol. 42, pp. 658-671. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2021.10.043>.
- [Pag2021] PAGAC, M., HAJNYS J., Ma Q-P., et al. A Review of Vat Photopolymerization Technology: Materials, Applications, Challenges, and Future Trends of 3D Printing. *Polymers*. 2021, vol. 13, 598. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/polym13040598>.
- [Pan2020] PAN C., HAN Y. et LU J. Design and Optimization of Lattice Structures: A Review. *Applied Sciences*. 2020, vol. 10, 6374. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/app10186374>.
- [Par2017] PARANDOUSH P. et LIN D. A review on additive manufacturing of polymer-fiber composites. *Composite Structures*. 2017, vol. 182, 36-53. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.08.088>.
- [Par2022] PARK K-M, MIN K-S. et ROH Y-S. Design Optimization of Lattice Structures under Compression: Study of Unit Cell Types and Cell Arrangements. *Materials*. 2022, vol.15, 97. Disponible sur : <https://doi.org/10.3390/ma15010097>.
- [Pet2019] PETRUSE R.E., PUȘCAȘU S., PASCU A., et al. Key factors toward a high-quality additive manufacturing process with ABS material. *Materials Today: Proceedings*. 2019, vol. 12, pp.358-366. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.03.136>.
- [Pha1998] PHAM D.T. et GAULT R.S. A comparison of rapid prototyping technologies. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 1998, vol. 38, pp. 1257-1287. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(97\)00137-5](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(97)00137-5).
- [Pok1997] POKLUDA O., BELLEHUMEUR C.T. et VLACHOPOULOS J. Modification of Frenkel's model for sintering. *American Institute of Chemical Engineers Journal*. 1997, vol. 43(12), pp.3253-3256. Disponible sur : <https://doi.org/10.1002/aic.690431213>.

- [Pol2020] POLYZOS E, KATALAGARIANAKIS A., POLYZOS D., et al. A multi-scale analytical methodology for the prediction of mechanical properties of 3D-printed materials with continuous fibres. *Additive Manufacturing*. 2020, vol. 36, 101394. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101394>.
- [Pra2017] PRASHANTH S., SUBBAYA K.M., NITHIN K., et al. Fiber Reinforced Composites: A Review. *Journal of Material Sciences & Engineering*. 2017, vol. 6, 341. doi : <https://doi.org/10.4172/2169-0022.1000341>.
- [Pyl2018] PYL L., KALTEREMIDOU K-A. et VAN HEMELRIJCK D. Exploration of specimen geometry and tab configuration for tensile testing exploiting the potential of 3D printing freeform shape continuous carbon fibre-reinforced nylon matrix composites. *Polymer Testing*. 2018, vol. 71, pp.318-328. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2018.09.022>.
- [Que2000a] QUERIN O., STEVEN G. et XIE Y. Evolutionary structural optimisation using an additive Algorithm. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2000, vol. 34(3), pp.291-308. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(99\)00044-X](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(99)00044-X).
- [Que2000b] QUERIN O., YOUNG V., STEVEN G. et al. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2000, vol. 189(2), pp.559-573. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(99\)00309-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00309-6).
- [Rod2003] RODRÍGUEZ J.F., THOMAS J.P. et J.E. RENAUD. Mechanical behavior of acrylonitrile butadiene styrene fused deposition materials modeling. *Rapid Prototyping Journal*. 2003, vol. 9, n°4, pp.219-230. Disponible sur : <https://doi.org/10.1108/13552540310489604>.
- [Sac1990] SACHS E., CIMA M., CORNIE J. Three-Dimensional Printing: Rapid Tooling and Prototypes Directly from a CAD Model. *CIRP Annals*. 1990, vol. 39, n°1, pp. 201-204. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)61035-X](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)61035-X).
- [Saf2019] SAFONOV A.A. 3D topology optimization of continuous carbon fiber-reinforced structures via natural evolution method. *Composite Structures*. 2019, vol. 215, pp.289-297. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.02.063>.
- [San1980] SANCHEZ-PALENCIA E. *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*. Berlin : Springer Berlin Heidelberg, 1980, 400 p. (Lecture Notes in Physics, n° 127). ISBN : 978-0-387-10000-5.
- [Sch1985] SCHITTKOWSKI K. NLPQL: A fortran subroutine solving constrained nonlinear programming problems. *Annals of Operations Research*. 1985, vol. 5, pp.485-500. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/BF02739235>.
- [Sep2020] SEPTET C., EL ACHKAR G., LE METAYER O., et al. Experimental investigation of two-phase liquid–vapor flows in additive manufactured heat exchanger. *Applied Thermal Engineering*. 2020, vol. 179, 115638. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.115638>.
- [Set2006] SETOODEH S., ABDALLA M.M. et GÜRDAL Z. Design of variable–stiffness laminates using lamination parameters. *Composites Part B: Engineering*. 2006, vol. 37(5), pp. 301-309. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2005.12.001>.

- [Sin2020] SINGH S., SINGH G., PRAKASH C., et al. Current status and future directions of fused filament fabrication. *Journal of Manufacturing Processes*. 2020, vol. 20, pp.288-306. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2020.04.049>.
- [Sir2018] SIREESHA M., LEE J., KIRAN A.S.K., et al. A review on additive manufacturing and its way into the oil and gas industry. *RSC Advances*. 2018, vol. 8, 22460. Disponible sur : <https://doi.org/10.1039/c8ra03194k>.
- [Sor2018] SOROHAN S., CONSTANTINESCU D.M., SANDU M., et al. On the homogenization of hexagonal honeycombs under axial and shear loading. Part I: Analytical formulation for free skin effect. *Mechanics of Materials*. 2018, vol. 119, pp.74-91. Disponible sur : <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmat.2017.09.003>.
- [Sto2001] STOLPE M. et SVANBERG K. An alternative interpolation scheme for minimum compliance topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2001, vol. 22, pp.116-124. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s001580100129>.
- [Sut2019] SUTTAKUL P., NANKORN P. et VO D. Effective out-of-plane rigidities of 2D lattices with different unit cell topologies. *Archive of Applied Mechanics*. 2019, vol. 89, pp.1837-1860. Disponible sur : <https://doi.org/10.1007/s00419-019-01547-8>.
- [Tak2019] TAKAHASHI H. et KIM J. 3D Pen + 3D Printer: Exploring the Role of Humans and Fabrication Machines in Creative Making. *Proceedings of the 2019 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*. 2019, pp. 1-12. Disponible sur : <https://doi.org/10.1145/3290605.3300525>.
- [Tao2021] TAO Y., KONG F., LI Z., et al. A review on voids of 3D printed parts by fused filament fabrication. *Journal of Materials Research and Technology*. 2021, vol. 15, pp.4860-4879. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2021.10.108>.
- [Tho2016] THOMPSON M.K., MORONI G., VANEKER T., et al. Design for Additive Manufacturing: Trends, opportunities, considerations, and constraints. *CIRP Annals*. 2016, vol. 65, pp. 737-760. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2016.05.004>.
- [Tia2016] TIAN X., LIU T., YANG C., et al. Interface and performance of 3D printed continuous carbon fiber reinforced PLA. *Composites: Part A*. 2016, vol. 88, pp. 198-205. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2016.05.032>.
- [Tsa1968] TSAI S.W. et PAGANO N.J. Invariant Properties of Composite Materials. Rapport technique AFML-TR-67-349. Wright-Patterson Air Force Base, Etats-Unis (OH) : Air Force Materials Laboratory, 1968, 34 pages. Disponible sur : <https://apps.dtic.mil/sti/tr/pdf/AD0668761.pdf>.
- [Tse2016] TSE L.Y.L, KAPILA S. et BARTON K. Contoured 3D printing of fiber reinforced polymers. *Solid Freeform Fabrication Symposium: Proceedings of the 27th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium – An Additive Manufacturing Conference*. 2016, pp.1205-1216. Disponible sur : <https://hdl.handle.net/2152/89667>.
- [Uji1971] UJIIE Akira. Method of and apparatus for constructing substantially circular cross section vessel by welding. Brevet US3558846A. 26 janvier 1971. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US3558846A>.
- [Van2001] VANNUCCI P. et VERCHERY G. Stiffness design of laminates using the polar method. *International Journal of Solids and Structures*. 2001, vol. 38(51), pp. 9281-9294. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(01\)00177-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(01)00177-9).

- [Van2017] VANEKER T.H.J. Material extrusion of continuous fiber reinforced plastics using commingled yarn. *Procedia CIRP*. 2017, vol. 66, pp.317-322. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.03.367>.
- [Van2020] VANEKER T., BERNARD A., MORONI G., et al. Design for additive manufacturing: Framework and methodology. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. 2020, vol. 69, pp.578-599. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2020.05.006>.
- [Vas2001] VASILIEV V.V., BARYNIN V.A. et RASIN A.F. Anisogrid lattice structures – survey of development and application. *Composite Structures*. 2001, vol. 54, pp.361-370. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(01\)00111-8](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(01)00111-8).
- [Vas2006] VASILIEV V.V. et RAZIN A.F. Anisogrid composite lattice structures for spacecraft and aircraft applications. *Composite Structures*. 2006, vol. 76, pp.182-189. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2006.06.025>.
- [VdK2016] VAN DER KLIFT F., KOGA Y., TODOROKI A., et al. 3D Printing of Continuous Carbon Fibre Reinforced Thermo-Plastic (CFRTP) Tensile Test Specimen. *Open Journal of Composite Materials*. 2016, vol. 6, pp.18-27. Disponible sur : <http://dx.doi.org/10.4236/ojcm.2016.61003>.
- [VdW2019] VAN DE WERKEN N., HURLEY J., KHANBOLOUKI P., et al. Design considerations and modeling of fiber reinforced 3D printed parts. *Composites Part B*. 2019, vol. 160, pp.684-692. Disponible sur <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.12.094>.
- [VdW2020] VAN DE WERKEN N., TEKINALP H., KHANBOLOUKI P., et al. Additively manufactured carbon fiber-reinforced composites: State of the art and perspective. *Additive Manufacturing*. 2020, vol. 31, 100962. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100962>.
- [Voi1889] VOIGT W. Über die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper. *Annalen der Physik*. 1889, vol. 274(12), pp.573-587.
- [Wal1997] WALL P. A Comparison of homogenization, Hashin-Shtrikman bounds and the Halpin-Tsai Equations. *Applications of Mathematics*. 1997, vol. 42, pp.245–257. Disponible sur : <https://doi.org/10.1023/A:1023034411371>.
- [Whi1964] WHITE William D. Jr. Pressure roller and method of manufacture. Brevet US3156968A. 17 novembre 1964. Disponible sur : <https://patents.google.com/patent/US3156968A>.
- [Wu2021] WU L., PARK J., KAMAKI Y., et al. Optimization of the fused deposition modeling-based fabrication process for polylactic acid microneedles. *Microsystems & Nanoengineering*. 2021, vol. 7, 58. Disponible sur : <https://doi.org/10.1038/s41378-021-00284-9>.
- [Xie1993] XIE Y.M. et STEVEN G.P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. *Computer & Structures*. 1993, vol. 49(5), pp.885-896. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90035-C](https://doi.org/10.1016/0045-7949(93)90035-C).
- [Yan2011] YAN C., HAO L., XU L., et al. Preparation, characterisation and processing of carbon fibre/polyamide-12 composites for selective laser sintering. *Composites Science and Technology*. 2011, vol.71, n°16, pp.1834-1841. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2011.08.013>.

- [Yan2015] YANG L., HARRYSSON O., WEST H., et al. Mechanical properties of 3D re-entrant honeycomb auxetic structures realized via additive manufacturing. *International Journal of Solids and Structures*. 2015, vol. 69-70, pp.475-490. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2015.05.005>.
- [Yaz2020] YAZDANPARAST R. et RAFIEE R. Developing a homogenization approach for estimation of in-plan effective elastic moduli of hexagonal honeycombs. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020, vol. 117, pp.202-211. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.04.012>.
- [Zha2018] ZHANG H., YANG D. et SHENG Y. Performance-driven 3D printing of continuous curved carbon fibre reinforced polymer composites: A preliminary numerical study. *Composites Part B: Engineering*. 2018, vol. 151, pp.256-264. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.06.017>.
- [Zha2020] ZHAO Y., GE M. et MA W. The effective in-plane elastic properties of hexagonal honeycombs with consideration for geometric nonlinearity. *Composite Structures*. 2020, vol. 234, 111749. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.111749>.
- [Zho1991] ZHOU M. et ROZVANY G.I.N. The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1991, vol. 89(1-3), pp.309-336. Disponible sur : [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(91\)90046-9](https://doi.org/10.1016/0045-7825(91)90046-9).
- [Zho2018] ZHOU Y., NOMURA T. et SAITOU K. Multi-component topology and material orientation design of composite structures (MTO-C). *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2018, vol. 342, pp.438-457. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.07.039>.
- [Zhu2016] ZHU W., YAN C., SHI Y., et al. A novel method based on selective laser sintering for preparing high-performance carbon fibres/polyamide12/epoxy ternary composites. *Scientific Reports*. 2016, vol. 6, 33780. Disponible sur : <https://doi.org/10.1038/srep33780>.
- [Zhu2018] ZHU Z., ANWER N., HUANG Q., et al. Machine learning in tolerancing for additive manufacturing. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. 2018, vol. 67, pp.157-160. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2018.04.119>.
- [Zhu2021] ZHUO P., LI S., ASHCROFT I.A., et al. Material,extrusion additive manufacturing of continuous fibre reinforced polymer matrix composites: a review and outlook. *Composites Part B*. 2021, vol. 224, 109143. Disponible sur : <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2021.109143>.

« Conception pilotée par la simulation pour la fabrication additive de composites. »

Mots clés : fabrication additive ; matériaux composites ; méthode des éléments finis ; optimisation par métamodèles.

Résumé : La fabrication additive par impression 3D incluant des renforts de fibres de carbone connaît aujourd'hui un essor rapide car ce procédé permet la fabrication personnalisée de composites complexes combinant légèreté et performances élevées. Mais si de tels dispositifs de fabrication sont d'ores et déjà disponibles sur le marché, avec des variantes des méthodes par dépôt de fil, leurs modalités d'utilisation en termes de processus demeurent encore un domaine d'étude largement ouvert. L'un des principaux obstacles est de pouvoir réaliser l'impression d'un composite qui soit conforme à des spécifications de conception données. Ainsi, il n'existe pas d'outil de prise de décision permettant aux utilisateurs de concevoir des composants de composites adaptés à ce processus de fabrication, même si de nombreuses pratiques existent déjà avec les procédés d'injection traditionnels. Ce sujet de thèse explorera le développement d'une méthode de conception basée sur le calcul pour résoudre ce problème.

« Simulation-driven design for additive manufacturing of composites. »

Keywords: additive manufacturing; composite materials; finite elements method (FEM); metamodels-based optimization.

Abstract: Nowadays, additive manufacturing including carbon-fibre reinforcement is in great expansion. This process allows indeed the customised manufacturing of complex composites combining lightness and high performances. Such manufacturing devices are already available on the market, with various filament deposition methods, but their use in terms of process is still an open issue. One of the main problems is to print a composite fitting the given design specifications. Hence, there is yet no decision-taker tool allowing the users to design composite components adapted to this process, even if numerous methods using traditional injection processes already exist. This thesis will explore the development of a simulation-based design method to solve this problem.