



**HAL**  
open science

# Modélisations multi-phénoménologiques des contacts et pour les procédés

Thibaut Chaise

► **To cite this version:**

Thibaut Chaise. Modélisations multi-phénoménologiques des contacts et pour les procédés. Mécanique [physics.med-ph]. INSA Lyon; Université Claude Bernard Lyon I, 2023. tel-04526155

**HAL Id: tel-04526155**

**<https://theses.hal.science/tel-04526155>**

Submitted on 29 Mar 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

2023HDR015

Année 2023

# HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon  
et l'Université Claude Bernard Lyon I

## Modélisations multi-phénoménologiques des contacts et pour les procédés

par

**Thibaut Chaise**

Docteur en Mécanique

Soutenue le 24/11/23 devant la commission d'examen

### Composition du jury

<i>Président :</i>	Pr. David HILLS	University of Oxford
<i>Rapporteurs :</i>	Pr. Daniele DINI	Imperial College of London
	Pr. Myriam DUMONT	Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers
	Pr. Delphine RETRAINT	Université de Technologie de Troyes
<i>Examineurs :</i>	Pr. Charles JOUBERT	Université Lyon 1
	Pr. Daniel NELIAS	Institut National des Sciences Appliquées de Lyon
	Pr. Michel PEREZ	Institut National des Sciences Appliquées de Lyon



Mis en page avec la classe thesul.

*A Myriam, Chloé et Nathan.*



# Sommaire

---

---

Dossier Recherche

---

---

1

<b>Introduction</b>
---------------------

<b>1</b>
----------

<b>Méthode semi-analytique pour l'étude multi-phénoménologique des contacts</b>	<b>9</b>
---	----------

1.1	Les méthodes semi-analytiques en modélisation du contact . . . . .	9
1.1.1	Classification et modélisation des contacts . . . . .	9
1.1.2	Historique des méthodes semi-analytiques . . . . .	11
1.2	Résolution <i>surfacique</i> de contacts par méthode semi-analytique . . . . .	12
1.2.1	Contacts normal et tangentiel entre matériaux élastiques . . . . .	12
1.2.2	Applications sur quelques problèmes de contact élastiques . . . . .	23
1.2.3	Formulation des contacts visco-élastiques . . . . .	32
1.3	Résolution de contacts pour des matériaux au comportement <i>volumique</i> . . . . .	45
1.3.1	Prise en compte des hétérogénéités . . . . .	45
1.3.2	Discrétisation et influence sur le contact . . . . .	47
1.3.3	Influences mutuelles entre inclusions . . . . .	50
1.3.4	Plasticité . . . . .	50
1.3.5	Généralisation . . . . .	51
1.3.6	De la variété des comportements hétérogènes . . . . .	53
1.3.7	Ecoulement plastique autour d'une hétérogénéité . . . . .	62
1.4	Quelques applications pratiques . . . . .	65
1.4.1	Endommagement et usure et des éléments roulants . . . . .	65

1.4.2	Modélisation du contact pneu-chaussée . . . . .	71
1.5	Conclusion . . . . .	73

**2****Modélisation métallurgique pour les procédés de fabrication 77**

2.1	Contexte et objectifs . . . . .	77
2.2	Modélisation de la précipitation . . . . .	78
2.2.1	Contexte, matériaux et hypothèses . . . . .	78
2.2.2	Etape de germination . . . . .	79
2.2.3	Etapes de croissance, dissolution et coalescence . . . . .	81
2.2.4	Bilan de masse et gestion des classes . . . . .	82
2.2.5	Détermination des paramètres cristallographiques et thermodynamiques - Application sur quelques séquences de précipitation . . . . .	84
2.2.6	Quelques extensions au modèle de précipitation . . . . .	91
2.3	Prédiction des propriétés mécaniques - effets de la précipitation . . . . .	95
2.3.1	Formulation de la limite d'élasticité . . . . .	96
2.3.2	Exemple d'application sur l' <i>AA6061</i> et l' <i>IN718</i> . . . . .	99
2.4	Vers des simulations métallurgiques des procédés . . . . .	100
2.5	Conclusion et perspectives . . . . .	103

**3****Procédés de mise en compression des surfaces, vers des modèles prédictifs**

3.1	Des procédés classiques de grenailage aux procédés nouveaux . . . . .	107
3.2	Le grenailage par jet d'eau cavitant ou <i>Water Cavitation Peening</i> . . . . .	109
3.2.1	Le grenailage par jet d'eau cavitant, une technologie récente, industrialisée mais encore peu étudiée . . . . .	109
3.2.2	Une stratégie pour l'étude du Cavitation Peening . . . . .	113
3.2.3	Approche expérimentale du <i>WCP</i> - dispositif OCCaPee . . . . .	115
3.2.4	De l'étude du jet cavitant... . . . .	116
3.2.5	... à celle de l'implosion d'une bulle simple. . . . .	126
3.2.6	Une première modélisation du cavitation peening . . . . .	138
3.2.7	<i>Water Cavitation Peening</i> : conclusion et perspectives . . . . .	140
3.3	Vers le développement de l' <i>Electro-Magnetic Peening</i> . . . . .	143
3.3.1	Un procédé nouveau à étudier . . . . .	143
3.3.2	Modélisation de l'effet mécanique d'une impulsion électromagnétique . . . . .	143
3.3.3	Un premier dispositif de mise en compression par impulsions électromagnétiques . . . . .	147

---

3.3.4 <i>Electro-Magnetic Peening</i> : conclusions et perspectives . . . . .	149
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>151</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>157</b>



# Table des figures

1.1	Géométrie des corps en contact . . . . .	12
1.2	Principe des méthodes semi-analytiques . . . . .	18
1.3	Principes du <i>zero-padding</i> et <i>wrap-around</i> pour la méthode DC-FFT . . . . .	20
1.4	Contact de Cattaneo-Mindlin . . . . .	25
1.5	Roulement tractif pour des matériaux similaires et dissimilaires . . . . .	27
1.6	Roulement tractif pour des matériaux similaires et dissimilaires . . . . .	28
1.7	Roulement tractif pour des matériaux similaires et dissimilaires . . . . .	29
1.8	Contact sur massif revêtu . . . . .	31
1.9	Modèle rhéologique de Maxwell généralisé . . . . .	33
1.10	Indentation visco-élastique d'une sphère sur un plan . . . . .	35
1.11	Roulement d'une sphère sur un massif visco-élastique homogène . . . . .	38
1.12	Roulement et glissement en viscoélasticité . . . . .	39
1.13	Glissement avec frottement d'une sphère rigide sur massif viscoélastique revêtu . . . . .	41
1.14	Roulement d'une sphère sur massif viscoélastique multi revêtu . . . . .	42
1.15	Simulation d'usure avec prise en compte de l'accumulation des débris . . . . .	44
1.16	Conversion d'une hétérogénéité en inclusion . . . . .	47
1.17	Méthodes de décomposition . . . . .	49
1.18	Itération surface/plasticité/hétérogénéités . . . . .	53
1.19	Influence de la prise en compte influences mutuelles sur le champ de pression calculée pour l'indentation d'un massif revêtu d'après Koumi [139]. . . . .	54
1.20	Indentation sur un massif élastique contenant une hétérogénéité ellipsoïdale . . . . .	56
1.21	Contact sur un massif viscoélastique contenant une ou des hétérogénéité(s) . . . . .	58
1.22	Simulation de la formation de papillons de fatigue . . . . .	59
1.23	Simulation du contact sur matériaux composites . . . . .	61
1.24	Simulation du contact sur matériau avec prise en compte de la microstructure . . . . .	62
1.25	Roulement sur massif élasto-plastique, influence du type d'écrouissage . . . . .	63
1.26	Indentation sur massif hétérogène élasto-plastique . . . . .	64
1.27	Roulement sur massif hétérogène élasto-plastique . . . . .	67
1.28	Fatigue des surfaces indentées . . . . .	69
1.29	Calcul d'endommagement sur un indent réel . . . . .	70
1.30	Simulation de la présence d'une fissure sous un contact roulant . . . . .	72
1.31	Résultats de simulation du comportement d'une chaussée . . . . .	74
2.1	Géométrie des précipités considérés . . . . .	79
2.2	Illustrations de la théorie classique de la germination/croissance . . . . .	83
2.3	Schéma de principe du logiciel <i>PreciSo</i> . . . . .	83
2.4	Résultats de précipitation avec <i>PreciSo</i> dans un alliage d'aluminium 6061 . . . . .	88



2.5	Résultats de précipitation avec <i>PreciSo</i> dans un alliage base nickel 718 . . . . .	89
2.6	Précipitation hétérogène de deux phases dans l’alliage base nickel 718 . . . . .	92
2.7	Couplage diffusion/précipitation avec <i>node-preciso</i> . . . . .	95
2.8	Géométrie des précipités pour les calculs mécaniques . . . . .	97
2.9	Résultats de simulation de propriétés mécaniques avec <i>preciso</i> . . . . .	101
2.10	Méthodologie et résultats du couplage éléments-finis/ <i>preciso</i> . . . . .	104
3.1	Modélisation du procédé de grenaillage conventionnel . . . . .	108
3.2	Dispositif de mise en compression par jet cavitant . . . . .	110
3.3	Evolution de quelques paramètres procédé . . . . .	111
3.4	Influence de la géométrie de buse sur la longueur du jet cavitant . . . . .	112
3.5	Influence du temps de traitement . . . . .	112
3.6	Méthodologie d’étude du procédé de cavitation peening. . . . .	113
3.7	Dispositif OCCaPee . . . . .	116
3.8	Observation expérimentale du jet cavitant . . . . .	117
3.9	Post-traitement des vidéos de jet cavitant . . . . .	118
3.10	Evolution temporelle de la longueur de jet . . . . .	118
3.11	Géométrie du modèle CFD . . . . .	122
3.12	Champs de vitesse et d’énergie cinétique de turbulence simulés . . . . .	123
3.13	Champs de fraction volumique de vapeur et de pression simulés . . . . .	123
3.14	Confrontation expérimental numérique sur les formes de jet . . . . .	124
3.15	Longueurs de jet normalisées et nombre de Strouhal . . . . .	125
3.16	Représentation spatio-temporelle du champ de pression autour d’une bulle . . . . .	129
3.17	Influence des paramètres sur la pression maximum générée par une bulle . . . . .	130
3.18	Implosion d’une bulle proche d’une paroi : CFD et résultats . . . . .	132
3.19	Dispositif de génération d’une bulle de cavitation . . . . .	133
3.20	Collapse d’une bulle de cavitation loin d’une paroi . . . . .	134
3.21	Collapse d’une bulle de cavitation proche d’une paroi . . . . .	134
3.22	Mesure PVDF de l’implosion d’une bulle . . . . .	135
3.23	Pression maximale générée par une bulle, confrontation modèle et expérience . . . . .	137
3.24	Organigramme des étapes de modélisation du procédé de <i>cavitation peening</i> . . . . .	139
3.25	Contraintes résiduelles de cavitation peening simulée et mesurées . . . . .	140
3.26	Simulation du procédé de mise en compression par impulsions électromagnétiques . . . . .	148
3.27	Prototype <i>EMP</i> de mise en compression par impulsions électromagnétiques . . . . .	149

# Dossier Recherche



# Introduction

## Vision d'ensemble

Ce mémoire présente une synthèse des travaux de recherche que j'ai pu effectuer depuis ma soutenance de thèse en 2011. J'ai effectué ma thèse au sein du **L**aboratoire de **M**écanique des **C**ontacts et des **S**tructures (LaMCoS) sur le développement de modélisation de contact entre matériaux élastoplastiques par méthode semi-analytique avec une application principale à la simulation du procédé de grenailage.

J'ai été recruté à la suite de ma thèse sur un poste contractuel financé par une chaire de recherche avec les entreprises *AREVA* et *SAFRAN* pour travailler sur la modélisation des procédés de fabrication et de leurs conséquences dans l'optique d'une meilleure prédiction des durées de vie en service. C'est dans ce contexte que j'ai eu l'opportunité de travailler avec le laboratoire *Matéis* à la modélisation de la précipitation dans le but de prédire les états microstructuraux, et les propriétés mécaniques qui en découlent, lors des cycles thermomécaniques liées au soudage des alliages à durcissement structural. En parallèle des études sur ce nouveau domaine, j'ai poursuivi mes travaux en mécanique du contact, pour partie dans le domaine du grenailage mais surtout plus généralement sur l'étude des conditions mécaniques sous sollicitations de contact et des endommagements qui en découlent.

En 2013, j'ai été recruté comme maître de conférences au laboratoire LaMCoS, pour poursuivre ces deux voies et avec l'objectif de maintenir et renforcer les collaborations avec le laboratoire Matéis. J'ai été accueilli au sein de l'équipe *Mécanique des Solides et Endommagements - MSE* puis lors de la séparation de celle-ci en deux au sein de l'équipe *mécanique Multiphysique pour les Matériaux et les Procédés - MultiMaP* dont je suis toujours membre.

Des travaux effectués avec la société devenue *Framatome* m'ont amené à m'intéresser à la modélisation de deux procédés de mise en compression originaux, par opposition aux procédés courants de grenailage : le grenailage par jet d'eau cavitant (*Water Cavitation Peening*) et le grenailage par impulsions électromagnétiques. Les phénomènes multiphysiques impliqués dans ces procédés nous ont conduits à monter des collaborations avec deux autres laboratoires, le Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustiques (LMFA) et Ampère, pour la mise en place de dispositifs expérimentaux permettant de mettre en oeuvre, observer et comprendre les phénomènes impliqués dans ces procédés.

Ce mémoire présentera donc une synthèse des travaux effectués dans ces trois domaines d'activité : la modélisation semi-analytique des contacts, la modélisation métallurgique pour les procédés de fabrication et l'étude de procédés de mise en compression par jet d'eau cavitant et par impulsions électromagnétiques.

## Modélisation semi-analytique des contacts

L'une des idées principales de ma thèse était d'utiliser les méthodes semi-analytiques pour réaliser des modélisations de grenailage. Les méthodes semi-analytiques sont une classe de mé-

thodes de résolution des contacts, proches des méthodes aux éléments frontières, qui permettent des résolutions rapides et robustes des contacts. Par rapport aux classiques méthodes par éléments finis elles présentent une excellente stabilité numérique et des coûts de calculs très intéressants, au prix de toutefois d'hypothèses simplificatrices sur les géométries et le comportement matériau. Depuis le début des années 2000, des travaux ont été effectués au sein du LaMCoS pour enrichir les possibilités de ces méthodes et modéliser des contacts entre solides aux comportements matériaux de plus en plus complexes. Le premier et plus important de ces développements a été celui de l'intégration d'un comportement plastique dans le contact par Jacq *et al.* [123] qui a été la base des méthodes sur lesquelles mes travaux de thèse ont pu s'appuyer.

La modélisation rapide de contact entre matériaux élastoplastiques permet l'étude du comportement des éléments roulants, notamment dans les roulements à billes. C'est à travers l'étude du comportement et surtout de l'endommagement et de la prédiction de la durée de vie de ces éléments que nous avons travaillé. Ces travaux ont été réalisés en partenariat avec les entreprises *Snecma* puis *Safran Aircraft Engines*, dans le cadre des travaux de thèse de Corentin Robitaille [223] et Amakoe Ayhee, *SKF Aerospace* dans le cadre de la thèse de Kwassi Vilevo Amuzuga [5] et *Airbus Helicopters* dans le cadre des thèses d'Alexis Bonetto [39] et Florian Meray [171].

Un second domaine dans lequel les méthodes semi-analytiques se sont montrées intéressantes est celui du fretting, notamment au niveau des pieds de pales dans les turbines aéronautiques. J'ai contribué à l'encadrement de plusieurs thèses ayant pour objectif l'étude et la modélisation de ces contacts et ayant mené à l'enrichissement des méthodes semi-analytiques avec les entreprises *Snecma*, *General Electrics* puis *Safran Aircraft Engines* et *Safran Helicopter Engines* : Koffi Espoir Koumi [139], Vamshidhar Done [76], Thibault Beyer [27], Alexis Hingue [121] et aujourd'hui Ben Kabondo Kashala.

Enfin, nous avons engagé des travaux plus récemment, en partenariat avec la laboratoire *GC2D* de l'université de Limoges sur l'étude des endommagements des chaussées. Ils restent des endommagements dus à des éléments roulants mais impliquent des échelles et des physiques complètement différentes. Ces travaux sont ceux de la thèse d'Efoé Rodrigue Wallace [271].

Le premier chapitre de ce mémoire sera orienté sur la thématique commune à l'ensemble de ces travaux des méthodes semi-analytiques de modélisation des contacts. Ce chapitre aura donc pour vocation de présenter les principes fondamentaux de ces méthodes et divers phénomènes (configurations de contact et comportement des matériaux en contact) qu'elles permettent aujourd'hui de prendre en compte. Ces physiques sont pour l'essentiel : la prise en compte de contacts normaux et tangentiels avec des chargements mécaniques complexes, les comportements visco-élastique, élastoplastique et la présence d'hétérogénéités au sein des corps en contact. L'accent sera mis sur les hypothèses de modélisation impliquées et des exemples montrant les phénomènes mis en évidence par les différentes physiques de contact seront présentées. L'objectif est de présenter la variété des possibilités de modélisation regroupées aujourd'hui au sein du code *ISAAC* (*Interface Semi Analytique Appliquée au Contact - Innovative Semi Analytical Algorithm for Contacts*) développé au cours de ces années de recherche en partenariat avec Daniel Nélias et Arnaud Duval.

## **Modélisation métallurgique pour les procédés de fabrication**

La chaire industrielle AREVA-SAFRAN - *Life extension and fabrication processes : virtual simulation for real world prediction* au sein de laquelle j'ai travaillé, s'intéressait à la simulation des procédés de fabrication, et notamment ceux de soudage afin de connaître et maîtriser les états résiduels de ces procédés (état métallurgique) pour permettre des prédictions plus adaptés

---

des durées de vies des pièces mécaniques. L'objectif est donc d'être capable de proposer des modélisations à l'échelle du procédé et donc potentiellement de pièces complètes. Certains travaux de la chaire se sont intéressés dans ce cadre aux techniques de réduction de modèle pour proposer des simulations rapides de ces opérations. Mon travail s'est plutôt orienté sur les problématiques de comportement matériaux. En effet, le comportement mécanique et les déformations et contraintes résiduelles au sein d'une pièce fabriquée sont dépendants de sa microstructure. La simulation d'un procédé de fabrication nécessite donc souvent de descendre à une échelle mésoscopique et de prendre en compte une description plus ou moins explicite de sa microstructure. La question de l'échelle de modélisation se pose alors, afin de garantir à la fois une description suffisamment fine de l'état métallurgique mais aussi des temps de calcul abordables.

J'ai encadré dans ce but deux thèses avec Daniel Nélias du LaMCoS, Michel Perez et Sophie Cazottes de Matéis, ayant pour but de proposer une loi de comportement mécanique, basée sur l'état microstructural dans le but de simuler les opérations de soudage. Celle de Jérôme Blaizot [30] avec *AREVA* s'est intéressé à l'alliage base Nickel 690, celle d'Alexandre Balan [14] avec *Safran* à l'alliage base Nickel 718. L'alliage 718 étant un matériau à durcissement structural nous nous sommes appuyés sur le code *PreciSo* (*Precipitation Software*), initialement développé par Michel Perez, sur lequel j'avais eu l'occasion de développer en accompagnant les travaux de thèse de Didier Bardel [22].

*PreciSo* permet de réaliser des simulations de précipitation en champ moyen, qui permettent une description de l'état microstructural moyennée dans l'espace et offre donc des temps de calculs limités, potentiellement compatibles avec des simulations à l'échelle d'une pièce. Nous avons développé la prise en compte de géométries de précipités en aiguilles et en cylindres et des lois de comportement mécanique s'appuyant sur cette description de l'état de précipitation. Le second chapitre de ce mémoire présentera ces différents développements en tâchant de mettre en avant les particularités que ces géométries amènent à la théorie classique de la germination-croissance. Une fois encore, plusieurs exemples seront présentés pour montrer les possibilités de modélisation et aller jusqu'à une échelle proche de celle du procédé.

## **Etude des procédés de mise en compression des surfaces**

Le procédé de grenailage auquel je me suis intéressé pendant ma thèse est un procédé de mise en compression des surfaces. Il a pour objectif principal d'introduire des contraintes résiduelles de compression dans les zones de surface les plus sollicitées de pièces mécaniques et ainsi d'augmenter leur durée de vie. Pour cela, des billes de taille généralement millimétriques sont projetées à la surface d'une pièce, leur impact générant une déformation plastique et ainsi des contraintes résiduelles. Deux problématiques se posent lors de l'étude de ce procédé. La première est de connaître, compte tenu des paramètres de pilotage du procédé, le chargement mécanique qui sera vu par la surface. Le second est la prédiction de l'état de contrainte et déformation plastique induit par ce chargement. Mes travaux de thèse [58] et ceux de Mandikizinoyou Taro [255] ont permis de proposer des modèles prédisant les contraintes résiduelles mais aussi la rugosité induite par les procédés de grenailage conventionnel ou ultrasonore. Ces procédés sont très répandus industriellement, ont été et sont toujours largement étudiés. Ils présentent toutefois des inconvénients notables au rang desquels : une certaine difficulté à prédire et piloter l'homogénéité et le niveau de chargement (du fait des distributions de vitesses et trajectoires potentiellement complexes des billes), une profondeur de zone traitée assez limitée (de quelques dixièmes de mm au mieux, liée au premier ordre au diamètres des billes utilisées), une pollution possible des surfaces liée à l'endommagement des billes au cours du traitement et enfin une modification de l'état de surface prononcée pouvant induire dans certains cas limites un effet

négalif sur la durée de vie, à contre courant de l'objectif initial.

Dans le cadre de la thèse d'Abayomi Emmanuel Sonde [236] en partenariat avec *Framatome* nous nous sommes intéressés à la modélisation de deux procédés innovants de mise en compression des surfaces qui ont le potentiel de surmonter certains inconvénients des procédés classiques. Le procédé de *water cavitation peening* a été abondamment étudié d'un point de vue expérimental par l'équipe du Pr. Hitoshi Soyama à l'université de Tohoku. En partenariat avec Cyril Mauger au LMFA et Thomas Elguedj au LaMCoS, nous avons développé des modèles pour aller vers la compréhension de ce procédé et la prédiction des pressions qu'il génère sur les pièces traitées. En parallèle, nous avons développé un banc expérimental, *OCCaPee*, permettant de reproduire, d'observer et d'étudier le phénomène. L'approche couplée modélisation et expérimentation que nous avons mis en place pour l'étude du procédé de *cavitation peening* est l'objet principal du troisième chapitre de ce mémoire.

Enfin le second procédé est celui de mise en compression par impulsions électromagnétiques. Ce procédé est, à notre connaissance, nouveau et a pour objectif d'utiliser les champs magnétiques induit par une décharge électrique dans un inducteur pour générer un champ de déformation plastique et des contraintes résiduelles. En partenariat avec Charles Joubert et Laurent Morel du laboratoire Ampère, nous nous sommes atelés au dimensionnement, à la conception puis à la réalisation, dans le cadre de la thèse d'Aurélien Chazottes-Leconte [62], d'un dispositif expérimental pouvant permettre la mise en oeuvre de ce procédé. Nous continuons à mener aujourd'hui deux approches en parallèle. Le développement des méthodes de modélisation électro-magnéto-mécanique de ce procédé est l'objectif de la thèse de Komlavi Mawuli Senyo en partenariat avec Eric Feulvarch et Jean-Michel Bergheau du LTDS. Enfin la thèse de Loup Plantevin a pour objectif l'étude expérimentale du procédé. Le dernier chapitre de ce mémoire abordera quelques éléments de dimensionnement des impulsions électromagnétiques et de réalisation du dispositif expérimental qui permettent aujourd'hui l'étude ce procédé. Les résultats, en cours, sur la modélisation et la mise en oeuvre du procédé et de ces effets ne seront pas abordés dans ce mémoire.

## Autres activités de recherche

Certains travaux de thèse que j'ai encadrés ces dernières années ou encadre actuellement ne sont pas présentés au sein de ce mémoire. J'ai fait d'une part le choix de ne pas présenter ou seulement évoquer les travaux en cours, notamment pour laisser aux doctorants la primeur de la publication des travaux dont ils sont les principaux auteurs. D'autre part, certains des travaux sont en continuité moins directe avec le coeur de mes activités ici présentés.

Les travaux de thèse de Jérôme Blaizot [30] ont permis de proposer une loi de comportement dépendante de la température et de la vitesse de déformation de l'alliage base Nickel 690 [31] dans l'optique de la simulation d'opérations de soudage de ce matériau. Cette loi a pu être appliquée avec succès à la simulation d'un essai industriel de type PVR.

Les travaux de thèse de Pierre Panico, avec *Airbus Helicopters* [198] ont été l'occasion de travailler sur les méthodes asymptotiques de description des contacts et de proposer un critère d'amorçage de fissures en fretting pour différentes conditions de contact [199].

Les travaux de thèse de Pierre Gantier avec *Safran Electronics and Defense* nous ont permis d'ouvrir la voie à l'étude, au sein du laboratoire, du phénomène d'endommagement par pluvioérosion et de renforcer les compétences, autant en modélisation qu'expérimentales, et les partenariats développées dans le cadre de l'étude du procédé de *cavitation peening*.

Enfin les travaux de thèse de Julien Gallet [104] avaient pour objectif était de tester les limites et apports de la mesure des densités de dislocations à l'aide d'un microscope électronique

---

à balayage. Ces travaux ont pu être poussés jusqu'à quantifier l'apport de cette échelle de mesure dans les lois de comportement mécaniques.





# Méthode semi-analytique pour l'étude multi-phénoménologique des contacts

## 1.1 Les méthodes semi-analytiques en modélisation du contact

### 1.1.1 Classification et modélisation des contacts

Le contact est la principale manière utilisée dans les systèmes mécaniques pour transmettre des efforts. En effet, à l'exception des configurations où un fluide (verrins, pistons...) ou une action à distance (effet électromagnétique) sont utilisés, la transmission d'efforts mécaniques se fait par le contact entre une ou plusieurs pièces. La répartition des pressions au sein de ces contacts, leur évolution dans le temps, leurs conséquences sur les pièces jusqu'à leur rupture sont le champ de la mécanique des contacts.

Les contacts peuvent être pilotés par des actions normales, induisant une pression, composante de contrainte normale à la surface de contact et dans le cas d'un chargement aussi tangentiel induire aussi la présence de cisaillements dans le plan du contact. Les interactions entre le problème normal et tangentiel sont généralement considérées comme pilotées par un coefficient de frottement. Très couramment, il est considéré que celui-ci suit une loi de Coulomb, c'est à dire que le coefficient de frottement est le ratio maximal entre l'effort tangentiel et l'effort normal, obtenu lorsque le contact se met à glisser. Pour des valeurs de chargement tangentiel inférieur, le contact est adhérent et l'effort tangentiel borné par l'effort normal multiplié au coefficient de frottement. Cette vision globale peut se généraliser localement : le coefficient de frottement, lorsqu'il est considéré comme constant dans tout le contact, donnant alors le rapport limite entre le cisaillement et la pression et permettant de d'identifier des zones de glissement et d'adhérence locales. Lorsque deux matériaux en contact ont des propriétés élastiques différentes, un chargement même uniquement normal induit des déformations tangentielles différentes entre les deux corps et l'apparition d'effets tangentiels. Le problème est alors dit couplé.

Différentes configurations de contact peuvent être identifiées par les types de géométrie des corps en contact (voir notamment [120]). La configuration la plus courante analysée, du fait de sa simplicité et de l'intérêt qu'elle offre en termes de compréhension, est celle d'une sphère appuyée sur un plan. Le contact est alors dit non-conforme, puisque les géométries ont des courbures différentes, et incomplet puisque l'aire de contact entre les pièces sera variable en fonction du chargement appliqué. Lorsque les géométries des corps sont de courbures comparables, par exemple dans le cas d'un axe au sein d'un alésage avec un jeu faible, le contact sera dit conforme et incomplet. C'est à ces catégories de contact, extrêmement courantes que sera

consacré l'essentiel des études ici présentées.

Les contacts sont dits complets lorsque l'aire de contact est pilotée par la géométrie d'une des pièces. Il s'agit typiquement du cas d'un poinçon non rayonné appuyé sur un plan. Un cas limite sera celui de deux pièces dont les bords communs ont la même géométrie qui sera celle de l'aire de contact. Enfin les contacts dits résorbants sont ceux rencontrés lorsque l'application d'un chargement sur les pièces en contact induit une diminution de l'aire de contact. Typiquement, l'application d'un effort sur une plaque mince posée sur un plan induira un contact de ce type.

Dans les systèmes mécaniques, notamment lorsque les pièces sont élastiques, bien que les niveaux de pression observés localement puissent être conséquents (jusqu'à plusieurs GPa par exemple dans des roulements fortement chargés), les déformations vues par les corps sont faibles. L'analyse des contacts peut donc généralement se faire sous l'hypothèse des petites déformations. C'est sous cette hypothèse que seront faits les travaux ici présentés. Les contacts entre matériaux fortement déformables, tels que des élastomères fortement chargés devront donc être vus comme des cas limites, subissant potentiellement des grandes déformations et l'analyse sera à faire avec plus de recul.

Plusieurs approches courantes sont utilisées pour modéliser les contacts. De nombreuses solutions analytiques existent permettant de décrire un panel large de configurations (voir par exemple les livres de références de Johnson [130] ou Barber [16]). Ces solutions permettent l'obtention de résultats quasi instantanés mais sont parfois soumises à des hypothèses assez restrictives pour leur généralisation à des cas réels.

Plusieurs auteurs ont porté un intérêt aux approches asymptotiques, notamment au sein de l'université d'Oxford [66, 74, 119, 120], de Paris Saclay [180] ou à l'INSA de Lyon [199]. L'intérêt est qu'elles permettent, de manière analogue aux approches en mécanique de la rupture, de décrire de manière analytique les comportements asymptotiques en bordure de contact. Ceci permet la description des singularités en s'affranchissant d'une discrétisation numérique. Ces méthodes ont prouvé leur intérêt notamment pour la description des conditions menant aux endommagements par fretting.

Les méthodes purement numériques sont évidemment très couramment utilisées. La méthode des éléments finis permet une résolution très versatile des contacts. Les limitations en termes de géométrie, de comportements matériaux, de niveaux de déformations sont peu nombreuses. Toutefois, de nombreuses problématiques numériques peuvent être rencontrées (voir par exemple [293]), la robustesse de la résolution des contacts reste parfois délicate et les temps de calcul, sur les configurations complexes, peuvent être significatifs. Si cette méthode est aujourd'hui certainement la plus courante pour les calculs de contact dans des calculs globaux de structures ou de systèmes, notamment dans le domaine industriel, les méthodes alternatives sont couramment rencontrées lorsqu'une étude fine des conditions de contact est souhaitée.

La méthode des éléments frontière (voir par exemple [52, 53, 216, 217]) (*BEM - Boundary Element Method*) présente un grand intérêt pour la résolution des contacts. Elle permet en effet de ne considérer que la frontière des domaines en contact et ainsi permet des économies conséquentes de temps de calcul.

Ce mémoire s'intéressera aux méthodes dites semi-analytiques, proches de la méthode des éléments frontières, qui permettent aujourd'hui une description de nombreuses configurations de contacts, la prise en compte de plusieurs types de comportements matériaux tout en offrant une bonne robustesse dans la résolution des contacts et des temps de calcul intéressants.

## 1.1.2 Historique des méthodes semi-analytiques

Les méthodes semi-analytiques consistent à décomposer un problème complexe à résoudre en une somme de solutions analytiques élémentaires. Les premières approches de ce type ont été réalisées par Bentall et Johnson [25] et Paul et Hashemi [200] pour des cas de contacts élastiques. La méthode a été formalisée avec l'utilisation d'un algorithme de Newton-Raphson par Kalker [132] dans son ouvrage de référence. Cette approche a été utilisée pour modéliser des problèmes de fretting [75, 192] dans des approches bidimensionnelles. D'autres méthodes de résolution numérique ont été utilisées, notamment un algorithme de Gauss-Seidel [124] et aujourd'hui l'algorithme performant du gradient conjugué [214] est principalement utilisé.

Plusieurs techniques accélératrices sont aussi utilisées pour améliorer les temps de calculs, notamment les méthodes multi-grilles, beaucoup dans le domaine des contacts lubrifiés [45, 161] et plus récemment pour simuler des contacts entre matériaux hétérogènes [35–38]. L'autre catégorie de méthodes d'accélération utilisée est celle des transformées de Fourier rapide [131, 154, 191, 212, 213]. Les gains en temps de calcul permis par ces méthodes en font un outil de référence pour l'étude des contacts rugueux de par la finesse des discrétisations qu'ils nécessitent [2]. Plusieurs équipes de recherche ont activement travaillé sur ce sujet, notamment à l'Ohio State university [49, 202–204, 261] ou à Northwestern University [151, 152, 156] où a notamment été introduite la thermoélasticité au début des années 2000.

Les travaux effectués au sein du laboratoire LaMCoS ont été les premiers à introduire l'élasto-plasticité dans les contacts [7, 123, 226] puis la thermo-élasto-plasticité [42, 43, 186, 187].

Plusieurs travaux se sont concentrés sur l'étude de contacts couplés normaux et tangentiels élastiques [101, 286] ou élastoplastiques [96] et à l'étude des conditions d'usure de structures, parfois avec un couplage à un modèle éléments finis [99, 100, 102].

Les travaux des années récentes ont beaucoup porté sur l'intégration d'hétérogénéités dans les corps en contact, le couplage à la plasticité et l'application à différents types de matériau, autant au sein du LaMCoS [6, 28, 29, 97, 142, 145, 147] que dans d'autres équipes de recherche [63, 126, 127, 228, 277, 281, 297, 298, 302, 303, 306, 307, 309] mais aussi à l'intégration progressive de physiques de plus en plus complexes (viscoélasticité notamment [140, 141, 274, 275, 285]), de conditions de contact différentes [166, 272, 280] et à l'amélioration des techniques numériques [150, 282, 283, 296, 308].

Ce chapitre a donc pour vocation d'introduire les grands principes et hypothèses importantes de modélisation des techniques semi-analytiques pour montrer les possibilités de modélisation qu'elles offrent et les travaux effectués au sein du LaMCoS dans ce cadre. L'objectif est de donner une vision d'ensemble des configurations de contact et comportements matériaux pouvant être pris en compte, d'analyser plusieurs de ces configurations représentatives et de voir quelques-unes des applications mises en oeuvre ces dernières années.

Le chapitre sera découpé en trois parties, la première abordera la formulation du contact, montrant notamment des configurations couplées normal et tangentiels. Les méthodes semi-analytiques dérivant des approches par éléments frontières, elles ne nécessitent la prise en compte que de points de calculs en surface aussi longtemps que le comportement du matériau est décrit intrinsèquement par les solutions analytiques utilisées. Cette partie se concentrera donc sur ces cas où une résolution uniquement « surfacique » du contact peut être faite, ce qui englobe les contacts entre matériaux élastiques, revêtus et viscoélastiques. La seconde partie abordera les comportements nécessitant une résolution dans le volume soit essentiellement la prise en compte d'hétérogénéités et de la plasticité. La dernière partie présentera quelques applications pratiques complémentaires.

## 1.2 Résolution *surfactive* de contacts par méthode semi-analytique

### 1.2.1 Contacts normal et tangential entre matériaux élastiques

#### 1.2.1.1 Géométrie des corps en contact

Soient deux solides, notés (1) et (2) en contact dans le plan  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ , la normale au contact  $\mathbf{z}$  est rentrante dans le solide (2) et le repère  $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  est orthonormal, voir Fig. 1.1a. Les géométries de ces corps suivent, *a priori* (il sera brièvement vu ultérieurement comment et dans quelle mesure certaines de ces hypothèses peuvent être dépassées) les hypothèses du contact de Hertz à savoir :

- les surfaces sont continues et non conformes
- les courbures des surfaces sont petites, de sorte que celles-ci sont confondues avec le plan tangent au contact
- les deux corps peuvent être considérés comme semi-infinis (la zone de contact sera petite devant les dimensions des corps en contact)
- l'hypothèse des petites déformations est supposée respectée dans le contact, les déformations linéarisées sont ainsi obtenues à partir de la relation :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (1.1)$$

où  $\mathbf{u}$  représentera les déplacements d'un point donné, de composantes  $u_i$ .

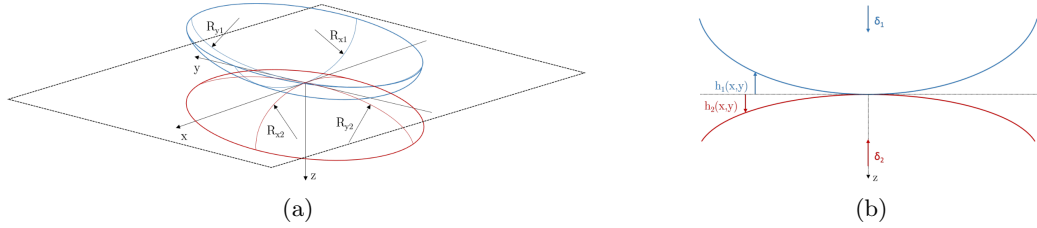


FIGURE 1.1 – Géométrie 3D des corps en contact (1.1a) et projection dans le plan médian de la géométrie des corps en contact (1.1b)

Dans la plupart des applications académiques présentées dans ce mémoire, les corps en contact sont des ellipsoïdes définis par leurs rayons de courbures au niveau de la zone de contact mais il sera conservé à l'esprit que la géométrie non déformée des corps peut être plus générique et est simplement donnée par les fonctions  $h_i(x, y)_{i=1,2}$  définissant la séparation du plan de la surface des corps avec le plan de contact. Des surfaces plus complexes sont ainsi simplement définies par des nuages de points. La séparation initiale des corps (ou *gap* initial) est définie par (voir Fig. 1.1b) :

$$h_0(x, y) = h_2(x, y) - h_1(x, y) \quad (1.2)$$

#### 1.2.1.2 Problème de contact normal

Les géométries initiales des corps sont donc connues, les deux corps sont supposés ici suivre un comportement élastique linéaire isotrope décrit par leurs modules d'Young et coefficients

de Poisson  $(E_i, \nu_i)_{i=1,2}$ . Un effort normal  $P$ , ou déplacement de corps rigide  $\delta_z$  est appliqué selon  $z$  générant par déformation élastique des corps une zone de contact  $\Gamma_c$  sur laquelle se répartit une pression  $p(x, y)$ . Les déplacements élastiques en surface des corps sont donnés par  $\bar{\mathbf{u}}^{(1+2)}(x, y) = \bar{\mathbf{u}}^{(1)}(x, y) + \bar{\mathbf{u}}^{(2)}(x, y)$ . Sauf précision contraire, l'omission de la troisième coordonnée  $z$  sous-entend que sa valeur est nulle et que le déplacement considéré l'est dans le plan du contact. En l'absence d'interpénétration des corps et sans effets magnétiques ou d'adhésion, le gap  $g$ , ou distance entre les deux corps et les pressions  $p$  sont toujours positifs ou nuls :

$$g(x, y) \geq 0 \quad \text{et} \quad p(x, y) \geq 0 \quad (1.3)$$

La formulation du problème de contact normal est alors décrite par le système d'équations suivant :

— l'équilibre des efforts

$$P = \int_{\Gamma_c} p(x, y) dx dy \quad (1.4)$$

— la séparation des surfaces définie en tout point par :

$$g(x, y) = h_0(x, y) + \bar{u}_z^{(1+2)}(x, y) - \delta_z \quad (1.5)$$

— et les conditions de contact

$$g(x, y) = 0, \quad p(x, y) > 0 \quad - \quad (x, y) \in \Gamma_c \quad (1.6a)$$

$$g(x, y) > 0, \quad p(x, y) = 0 \quad - \quad (x, y) \notin \Gamma_c \quad (1.6b)$$

La résolution de ce problème de contact normal consiste à déterminer la distribution de pression pour un effort ou déplacement de corps rigide imposé. La zone de contact, les champs de déplacements élastique et la composante de déplacement ou d'effort non imposé seront aussi déduits.

### 1.2.1.3 Problème de contact tangentiel

Dans le cas où du frottement est considéré entre les deux corps en contact. Si un chargement tangentiel est appliqué, ou si les propriétés élastiques des deux corps sont distinctes, des cisaillements  $q_{\tau, \tau=x, y}$  vont apparaître à l'interface. La résolution du problème de contact tangentiel consiste alors à déterminer cette distribution de cisaillements et les déplacements tangentiels associés. Les mouvements entre les deux corps en contact sont alors définis par les vitesses linéaires de glissement  $v_x$  et  $v_y$ , les déplacements de corps rigide correspondants  $\delta_x$  et  $\delta_y$  ainsi que les vitesses angulaires de roulement  $\omega_x$  et  $\omega_y$  et de pivotement  $\omega_z$ . Différents types de mouvement sont possibles et ont été notamment définis par Kalker [132] qui définit pour cela le ratio entre :

- les vitesses relatives entre les corps 1 et 2 des particules de la zone de contact, et
- les vitesses de ces particules par rapport à la zone de contact.

Lorsque ces deux vitesses sont du même ordre de grandeur, il s'agit d'un mouvement de débattement (ou *shift motion*). Si ce mouvement est de faible amplitude et réalisé pendant un intervalle de temps fini, la configuration de contact sera dite en petit débattement (*finite shift*). Il s'agit typiquement d'une configuration de type fretting, dans laquelle un déplacement tangentiel relatif de faible amplitude est imposé aux corps en contact et génère des alternances de zones de glissement et d'adhérence. Une description exhaustive de la formulation du contact tangentiel dans cette configuration est présentée notamment dans les travaux de Gallego [103], Koumi [139] ou Wallace [271] et sera ici notée ( $f$ ). De manière notable, Gallego [103] introduit aussi dans

la formulation des problèmes de contact normaux et tangentiels des désalignements  $\phi_x$ ,  $\phi_y$  et  $\phi_z$  entre les corps en contact permettant de généraliser la configuration mais qui ne seront pas détaillés ici.

Lorsqu'à l'inverse les vitesses relatives des particules de la zone de contact sont faibles devant leur vitesse par rapport à la zone de contact, le mouvement est dit de roulement (*rolling motion*). Une configuration générale de ce type et qui sera ici présentée est celle d'un solide en roulement dit tractif dans une direction (ici  $\mathbf{x}$ ) et soumis un effort normal  $P$ , deux efforts dans les directions du roulement  $F_x$  et transverse  $F_y$  et un couple de pivotement autour de l'axe  $z$ ,  $M_z$ . Cette configuration est typiquement celle d'une roue en contact avec le sol dans un mouvement d'accélération en virage avec effet de dérive. Cette configuration est présentée de manière détaillée par Wallace [271] et sera ici notée ( $r$ ).

Il est ensuite nécessaire de définir le vecteur glissement  $\mathbf{s}$  qui représente l'amplitude ou distance de glissement entre deux points des corps 1 et 2 de coordonnées à l'instant  $t$   $\mathbf{x}^{t(1)}$  et  $\mathbf{x}^{t(2)}$  dont les dérivées par rapport au temps seront notées  $\dot{\mathbf{x}}^{t(i)}$ . Les déplacements élastiques tangentiels de chacun de ces points sont notés  $\bar{\mathbf{u}}_\tau^{t(i)} = (\bar{u}_x^{t(i)}, \bar{u}_y^{t(i)})$ . L'amplitude de glissement  $\mathbf{s}^t$  à un instant  $t$  peut être définie de manière générique, lorsque le système passe d'un temps  $t$  à un temps  $t'$  :

$$\mathbf{s}^t = \dot{\mathbf{s}}^t (t - t') = \left[ \left( \bar{\mathbf{u}}_\tau^{t(1)} - \bar{\mathbf{u}}_\tau^{t(2)} \right) - \left( \bar{\mathbf{u}}_\tau^{t'(1)} - \bar{\mathbf{u}}_\tau^{t'(2)} \right) \right] - \left( \dot{\mathbf{x}}^{t(1)} - \dot{\mathbf{x}}^{t(2)} \right) (t - t') \quad (1.7)$$

L'expression des glissements peut être précisée dans les deux configurations décrites ci-avant, en notant  $\Delta$  la variation d'une grandeur entre les temps  $t$  et  $t'$ . Dans le cas du fretting ( $f$ ) la cinématique du mouvement au niveau macroscopique sera décrite par les débattements de corps rigides dans les deux directions du plan  $\delta_x$  et  $\delta_y$ . Dans le cas du roulement tractif ( $r$ ), la cinématique est décrite par les micro-déplacements de corps rigides (*creeps*) longitudinal  $\xi_x$ , transverse  $\xi_y$  et de pivotement  $\varphi$  :

$$\mathbf{s}^{t(f)} = \begin{pmatrix} \Delta \bar{u}_x^t - \Delta \delta_x^t \\ \Delta \bar{u}_y^t - \Delta \delta_y^t \end{pmatrix} \quad (1.8) \quad \mathbf{s}^{t(r)} = \begin{pmatrix} \Delta \bar{u}_x^t + \xi_x - \varphi y \\ \Delta \bar{u}_y^t + \xi_y + \varphi x \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Ce glissement relatif entre les points de chacune des surfaces en contact est piloté par la loi de *Coulomb* qui décrit classiquement le comportement glissant ou adhérent à partir du coefficient de frottement  $f$ . Au niveau macroscopique, sous l'application d'efforts normaux et tangentiels  $P$  et  $F_\tau$  les corps seront en contact adhérent tant que  $F_\tau < f \times P$ . Le glissement apparaît lorsque ce seuil est dépassé et l'effort tangentiel est alors borné et égal à  $F_\tau = f \times P$ . En introduisant les cisaillements  $\mathbf{q}_\tau = (q_x, q_y)$  à l'interface entre les corps, cette loi sera ici appliquée à l'échelle locale, c'est à dire en tout point  $(x, y)$  de la surface sous la forme suivante :

- lorsque l'amplitude du vecteur cisaillement est plus faible que la pression multipliée au coefficient de frottement, le point sera en adhérence (*stick*)

$$\sqrt{q_x^2(x, y) + q_y^2(x, y)} < f \times p(x, y) \quad \implies \quad (x, y) \in \text{zone d'adhérence} \quad \Gamma_{stick} \quad (1.10)$$

- lorsque l'amplitude du vecteur cisaillement est égale à la pression multipliée au coefficient de frottement, le point sera en glissement (*slip*)

$$\sqrt{q_x^2(x, y) + q_y^2(x, y)} = f \times p(x, y) \quad \implies \quad (x, y) \in \text{zone de glissement} \quad \Gamma_{slip} \quad (1.11)$$

Avec  $\Gamma_{stick} \cup \Gamma_{slip} = \Gamma_c$

L'équilibre des efforts complète les équations constitutives du problème de contact tangentiel :

$$F_x = \int_{\Gamma_c} q_x(x, y) dx dy \quad (1.12a)$$

$$F_y = \int_{\Gamma_c} q_y(x, y) dx dy \quad (1.12b)$$

$$M_z = \int_{\Gamma_c} (xq_y(x, y) - yq_x(x, y)) dx dy \quad (1.12c)$$

La résolution du problème de contact tangentiel consiste alors à déterminer la distribution de cisaillements et ainsi les zones de glissement et d'adhérence au sein du contact. Ceci se fait soit à efforts tangentiels ou déplacements (débattements macroscopiques ou micro-déplacements dans le cas du roulement tractif) imposés, les autres étant déduits de la résolution.

Lorsque le problème de contact n'est pas purement normal les deux problèmes, normal et tangentiel sont résolus dans ces travaux de manière séquentielle en suivant le processus de Panagiotopoulos [197]. C'est à dire que le problème normal est résolu dans un premier temps en supposant une distribution nulle de cisaillements. Puis en supposant le problème normal figé, le problème tangentiel est résolu. Les deux problèmes sont alors alternativement résolus en supposant le second figé jusqu'à convergence. Une résolution couplée des deux problèmes a notamment été proposée par Willner [286].

Un cas particulier du problème tangentiel est celui du glissement total. Typiquement, lorsque le débattement des corps est important, les conditions sont telles que tous les points de la zone de contact sont en glissement. La résolution du problème tangentiel est alors directe une fois le problème normal résolu et la distribution de cisaillements s'écrit, pour un débattement  $\delta_\tau$  connu sous la forme suivante :

$$q_\tau^t(x, y) = f \times p^t(x, y) \frac{\Delta\delta_\tau^t}{|\Delta\delta_\tau^t|} \quad (1.13)$$

Les problèmes de contact ayant été définis, leur résolution sera présentée brièvement ci après. Le premier élément important est l'expression des déplacements élastiques des surfaces, nécessaires à l'expression des gap  $g$  et glissements  $s$  à partir des champs de pression  $p$  et de cisaillements  $q_\tau$ .

#### 1.2.1.4 Détermination des contraintes et déplacements en surface

La résolution du contact décrit précédemment nécessite la détermination des déplacements élastiques des surfaces sous le chargement appliqué. La théorie des potentiels, proposée par Boussinesq [44] et Cerruti [56], décrit le lien entre ce chargement et les champs de contraintes et déformations induits dans le cadre de massifs semi-infinis, élastiques, homogènes et isotropes. Les fonctions obtenues sont dites *fonctions de Green* satisfont l'équilibre mécanique et définissent la réponse du massif à un chargement unitaire. Par une approche similaire Love [157] a défini l'effet d'une pression uniforme appliquée sur une surface rectangulaire puis Vergne [266] celui d'un cisaillement.

Ces fonctions, notamment dans leur version discrétisée, sont couramment nommées *coefficients d'influence* et permettent de lier de manière analytique les chargements en surface aux déplacements élastiques en tout point  $M(x, y, z)$  d'un massif soumis à une pression  $p$  ou un cisaillement  $q_{\tau, \tau=x, y}$  uniformes appliqués à une zone rectangulaire de taille  $\Delta x \times \Delta y$  centrée



en  $O$  (voir Fig. 1.2a). De l'expression de ces déplacements peuvent se déduire l'expression des déformations, des contraintes en tout point du massif à partir des propriétés élastiques et des déplacements en surface donnant alors les coefficients d'influence  $K_i^p$  et  $K_i^{q\tau}$  pour les déplacements en surface soumis à une pression ou un cisaillement et  $C_{ij}^p$  et  $C_{ij}^{q\tau}$  pour les contraintes au sein du massif :

$$\frac{\bar{u}_i}{p} = K_i^p(x, y, z = 0, E, \nu) \quad (1.14a)$$

$$\frac{\bar{u}_i}{q\tau} = K_i^{q\tau}(x, y, z = 0, E, \nu) \quad (1.14b)$$

$$\frac{\sigma_{ij}}{p} = C_{ij}^p(x, y, z, E, \nu) \quad (1.15a)$$

$$\frac{\sigma_{ij}}{q\tau} = C_{ij}^{q\tau}(x, y, z, E, \nu) \quad (1.15b)$$

Les expressions détaillées de ces coefficients sont disponibles notamment dans les travaux de Wallace [271].

### 1.2.1.5 Discrétisation

L'application du principe de superposition permet alors de décrire manière simple le problème de contact. Les surfaces des massifs semi-infinis en contact sont discrétisées sur une grille de  $N_p = N_x \times N_y$  points avec des pas réguliers  $\Delta x$  et  $\Delta y$  dans les directions  $x$  et  $y$ . Chaque point est le centre d'une zone rectangulaire de surface  $S = \Delta x \times \Delta y$  sur laquelle les chargements normaux et tangentiels sont considérés constants. Les champs de pression ou cisaillements sont ainsi discrétisés et les contraintes en tout point  $M(x, y, z)$  d'un massif obtenues par le produit de convolution exprimé ci-dessous et illustré en Fig. 1.2 :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x, y, z) = & \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} p(x_m, y_n) C_{ij}^p(x_m - x, y_n - y, z, E, \nu) \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_x(x_m, y_n) C_{ij}^{q_x}(x_m - x, y_n - y, z, E, \nu) \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_y(x_m, y_n) C_{ij}^{q_y}(x_m - x, y_n - y, z, E, \nu) \end{aligned} \quad (1.16)$$

De manière analogue, les déplacements relatifs des deux surfaces s'obtiennent à partir des propriétés des corps 1 et 2. Il vient alors en un point  $M(x, y)$  de la surface :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(x, y) = & \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} p(x_m, y_n) [K_z^p(x_m - x, y_n - y, E_1, \nu_1) + K_z^p(x_m - x, y_n - y, E_2, \nu_2)] \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_x(x_m, y_n) [K_z^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_1, \nu_1) - K_z^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_2, \nu_2)] \\ & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_y(x_m, y_n) [K_z^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_1, \nu_1) - K_z^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_2, \nu_2)] \end{aligned} \quad (1.17)$$

pour le déplacement normal et pour les déplacements tangentiels :

$$\begin{aligned}
 \bar{u}_\tau(x, y) = & \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} p(x_m, y_n) [K_\tau^p(x_m - x, y_n - y, E_1, \nu_1) - K_\tau^p(x_m - x, y_n - y, E_2, \nu_2)] \\
 & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_x(x_m, y_n) [K_\tau^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_1, \nu_1) + K_\tau^{q_x}(x_m - x, y_n - y, E_2, \nu_2)] \\
 & + \sum_{m=1, N_x} \sum_{n=1, N_y} q_y(x_m, y_n) [K_\tau^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_1, \nu_1) + K_\tau^{q_y}(x_m - x, y_n - y, E_2, \nu_2)]
 \end{aligned} \tag{1.18}$$

Ces expressions pourront aussi se représenter sous la forme matricielle suivante :

$$\bar{\mathbf{u}}_z^p = \mathbf{A}_z^p \mathbf{p}, \quad \bar{\mathbf{u}}_z^{q_x} = \mathbf{A}_z^{q_x} \mathbf{q}_x, \quad \bar{\mathbf{u}}_z^{q_y} = \mathbf{A}_z^{q_y} \mathbf{q}_y \tag{1.19a}$$

$$\bar{\mathbf{u}}_\tau^p = \mathbf{A}_\tau^p \mathbf{p}, \quad \bar{\mathbf{u}}_\tau^{q_x} = \mathbf{A}_\tau^{q_x} \mathbf{q}_x, \quad \bar{\mathbf{u}}_\tau^{q_y} = \mathbf{A}_\tau^{q_y} \mathbf{q}_y \tag{1.19b}$$

Dans le cas où les propriétés élastiques des deux corps en contact sont égales, les contributions de la pression sur les déplacements tangentiels et des cisaillements sur les déplacements normaux sont nuls. Les matrices  $\mathbf{A}_\tau^p$ ,  $\mathbf{A}_z^{q_x}$  et  $\mathbf{A}_z^{q_y}$  sont alors nulles. Le problème est alors dit découplé et la résolution du problème normal ne dépend plus du problème tangentiel. Le problème tangentiel lui dépend toujours du problème normal par la loi de *Coulomb*. Une fois encore, les formulations de ces coefficients sont disponibles dans les travaux de Wallace [271].

### 1.2.1.6 Résolution numérique

La résolution numérique des problèmes de contact est réalisée à l'aide de deux outils essentiels. Le premier est l'usage de transformées de fourier rapides (*Fast Fourier Transforms - FFT*) pour un calcul rapide des déplacements (et des contraintes bien que celles-ci n'interviennent pas dans la résolution du contact). Le second est l'utilisation de l'agorithme du gradient conjugué (*Conjugate Gradient Method - CGM*) pour la résolution du problème de contact. L'apport de ces deux outils est ici présenté.

**Utilisation de la DC-FFT dans la résolution des problèmes de contact** Le calcul des grandeurs mécaniques que sont les déplacements en surface et les contraintes sur la base de coefficients d'influence, présenté en Éqs. (1.16) à (1.18), se fait par le biais de produits de convolution discrets. Ceux-ci sont coûteux en temps de calcul. L'utilisation de la transformée de Fourier permet de réduire ces temps de calcul, en effet dans l'espace fréquentiel, le produit de convolution s'exprime sous la forme d'une multiplication, avec un coût de la FFT de  $O(N \log N)$  opérations pour une domaine de taille  $N$ .

Ce gain ne se fait pas à coût nul. En effet, la périodicité intrinsèque de la transformée de Fourier mène à une erreur dans le calcul de grandeurs mécaniques. Cette problématique du recouvrement entre les données source (ici la pression) et les coefficients d'influence est illustrée en Fig. 1.3a. Ju et Farris [131] et Polonsky et Keer [212] ont montré qu'il était nécessaire d'employer une taille de zone cinq voir huit fois plus grande que la zone de contact pour que cette erreur soit négligeable. Liu *et al.* [154] ont analysé en détails les sources de cette erreur et proposé l'algorithme *Discrete Convolution FastFourier Transform - DC-FFT* qui permet de réaliser le calcul des produits de convolution avec une extension de la zone de calcul réduite à

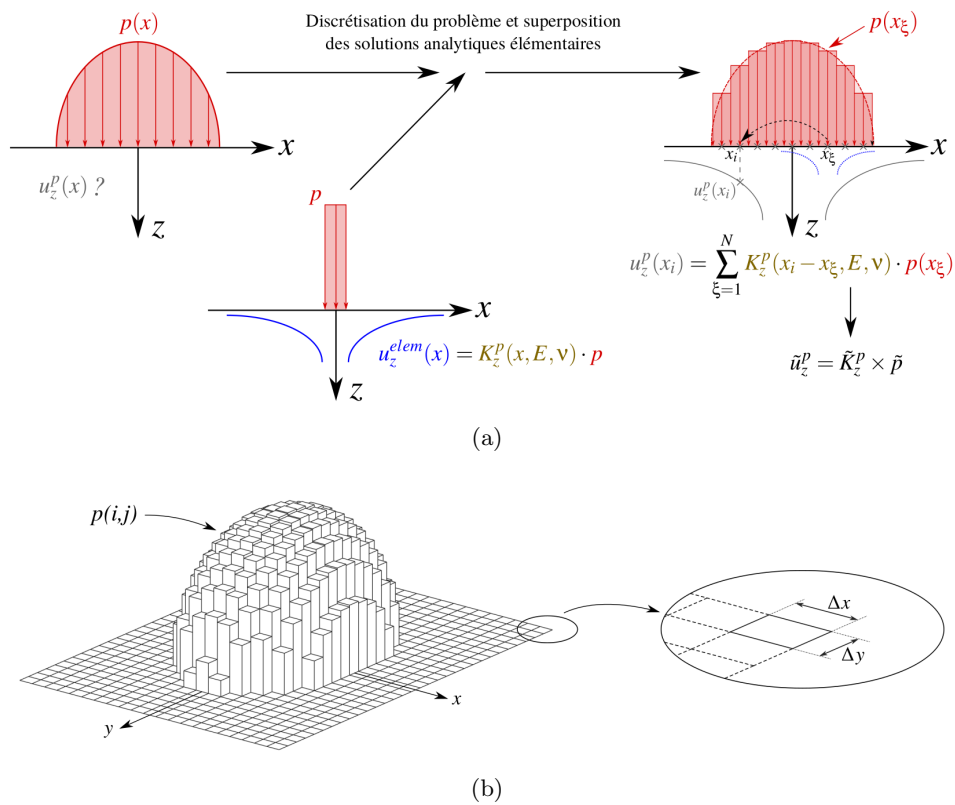


FIGURE 1.2 – Illustration du principe des méthodes semi-analytiques 1.2a et de la discrétisation sur une distribution de pression 1.2b

un facteur 2 en utilisant les techniques de *zero padding* et *wrap around*. L'algorithme de DC-FFT consiste alors, pour calculer dans un exemple mono-dimensionnel les déplacements  $u = K * p$ , ces grandeurs étant définies sur un domaine de taille  $N$ , à :

- étendre le terme source sur un domaine de taille doublée dans chaque dimension en réalisant un *zero padding*, tel qu'illustré en Fig. 1.3b puis appliquer la FFT :

$$\{p_j\}_N \rightarrow \{p_j\}_{2N}, p_j = p_j \quad j \in [0, N-1] \mid p_j = 0 \quad j \in [N, 2N-1] \rightarrow \{\tilde{p}_j\}_{2N} \quad (1.20)$$

- étendre les coefficients d'influence sur le domaine de taille doublée en appliquant un *wrap around* en fonction des propriétés de symétrie des coefficients tel qu'illustré en Fig. 1.3c pour des coefficients symétriques et Fig. 1.3d pour des coefficients antisymétriques :

$$\{K_j\}_N \rightarrow \{\tilde{K}_j\}_{2N} \quad (1.21)$$

- réaliser la multiplication terme à terme dans l'espace fréquentiel

$$\{\tilde{u}_j\}_{2N} = \{\tilde{K}_j\}_{2N} \cdot \{\tilde{p}_j\}_{2N} \quad (1.22)$$

- réaliser la transformée de Fourier inverse IFFT du résultat et ne conserver que les  $N$  termes du domaine d'intérêt

$$\{\tilde{u}_j\}_{2N} \rightarrow \{u_j\}_N \quad (1.23)$$

L'application de cet algorithme nécessite alors  $O(N + 3N \log N)$  opérations là où le calcul par convolution directe aurait nécessité  $O(N^2)$  opérations, présentant un intérêt croissant avec le nombre de points de calcul  $N$ . Cet algorithme permet le calcul rapide des différentes composantes de déplacement en surface à partir des pressions et cisaillements. L'application du même algorithme à l'Éq. (1.16) pour chacune des  $N_z$  profondeurs souhaitées permet le calcul des contraintes.

**Résolution de configuration périodiques** La méthode DC-FFT ici présentée permet de traiter des cas de contacts non périodiques avec les méthodes FFT et est ainsi appliquée à la totalité des résultats présentés dans ce mémoire. Les configurations de contact présentant une périodicité dans une ou deux directions du plan sont cependant nombreuses et il est alors intéressant de profiter des propriétés intrinsèques de périodicité des FFT. De nombreux algorithmes ont ainsi été proposés dans la littérature, notamment l'algorithme de *Continuous Convolution Fast Fourier Transform - CC-FFT*. Celui-ci repose sur l'utilisation des fonctions de réponse fréquentielle (*Frequency Response Functions*) qui sont l'équivalent fréquentiel des fonctions de Green. Ces coefficients sont multipliés dans l'espace fréquentiel au terme source, la pression, à laquelle une FFT, sans *zero-padding* a été appliquée. Il permet de considérer un contact périodique dans les deux directions du plan, utile pour simuler des zooms sur une zone de contact localement plane, à l'échelle des rugosités par exemple. L'algorithme de *Discrete Convolution with Duplicated padding - DCD-FFT* permet lui de ne considérer la périodicité que dans une direction et ainsi de traiter efficacement des cas de contacts linéiques. Quelques applications de ces algorithmes sont renseignées dans les travaux de master de Amuzuga [4] et une review très complète et exhaustive de ces différentes méthodes a été proposée récemment par Wang *et al.* [276].

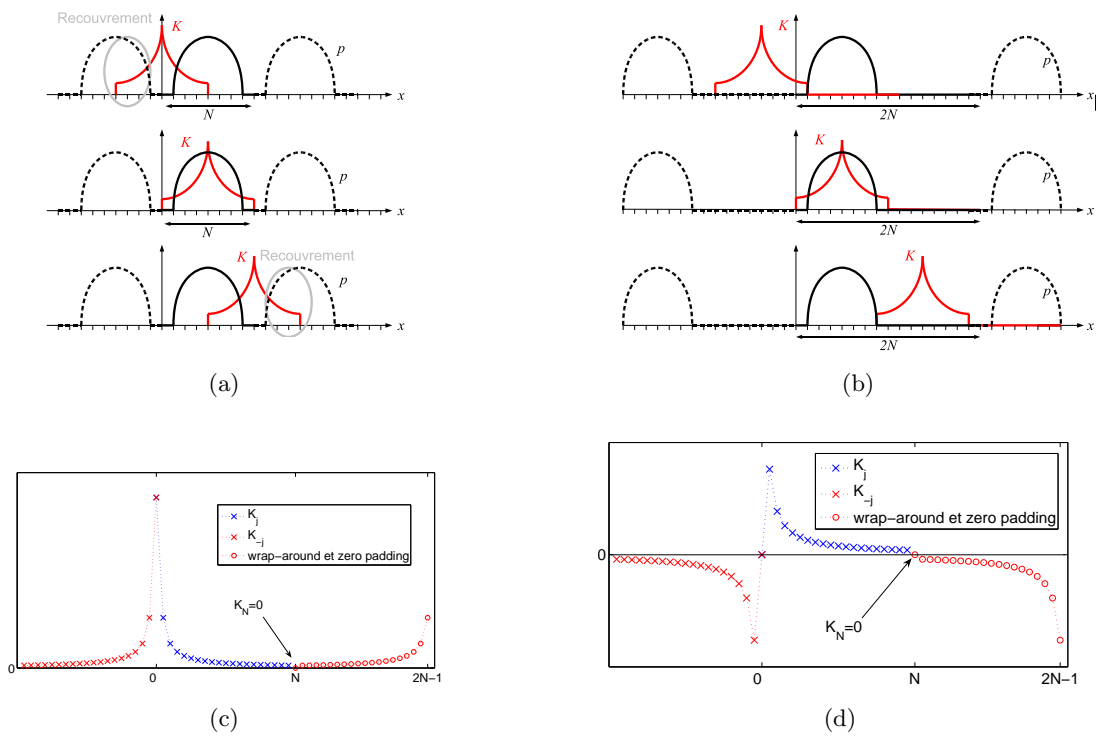


FIGURE 1.3 – Illustration du recouvrement induit par la périodicité du terme source de pression lors d'une convolution 1.3a et suppression du recouvrement par *zero-padding* 1.3b ; illustration mono-dimensionnelle du *wrap-around* et *zero-padding* pour des coefficients symétriques 1.3c et antisymétriques 1.3d d'après Gallego [103]

**Formulation variationnelle et algorithme du gradient conjugué** La résolution numérique des équations du contact, en s'appuyant sur la méthode DC-FFT présentée précédemment est réalisée à l'aide de l'algorithme du gradient conjugué. Cet algorithme a été développé par Hestenes [116] et son utilisation dans le cas de problèmes de contact a été proposée par Polonsky et Keer [212, 214]. Les travaux de Gallego *et al.* [101] notamment présentent l'extension à des problèmes normaux et tangentiels avec pilotage soit en force, soit en déplacement et la transmission de moments au sein du contact si l'application de la force n'est pas centrée. Les travaux de Wallace [271] se sont appuyés sur les mêmes bases pour proposer une résolution du contact tangentiel dans le cas d'un roulement tractif transitoire avec les trois combinaisons de micro-déplacements. Les formulations des algorithmes de résolution du contact étant présentées en détail dans les thèses de Gallego [103] et Wallace [271], seule la résolution du contact normal par CGM sera ici présentée.

Pour cela le problème de contact est d'abord écrit sous sa forme variationnelle, dont les formulations ont été proposées par Duvaut et Lions [79] puis reformulées par Kalker [132] pour les problèmes avec frottement. L'existence et l'unicité de ces solutions est prouvée [79, 132]. La résolution du problème de contact correspond au problème de minimisation de l'énergie complémentaire, soit l'énergie de déformation élastique générée par les pressions  $p$  et cisaillements  $q_\tau$ , en respectant la positivité des pressions et la loi de Coulomb pour les cisaillements, soit :

$$\min \int_{\Gamma_c} \left( h_0 - \delta_z + \frac{1}{2} \bar{u}_z \right) p dS + \int_{\Gamma_c} \left( -\Delta \delta_\tau^t + \frac{1}{2} \bar{u}_\tau^t - \bar{u}_\tau^{t-1} \right) \mathbf{q}_\tau dS \quad (1.24a)$$

$$p \geq 0 \quad (1.24b)$$

$$\|q_\tau\| \leq f \times p \quad (1.24c)$$

En considérant comme indiqué précédemment les problèmes comme découplés et en utilisant les formulations matricielles précédemment introduites, le problème normal peut être réécrit sous la forme :

$$\min \left( \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{A}_z^p \mathbf{p} + \mathbf{h}^{*T} \mathbf{p} + c_\tau \right) \quad (1.25a)$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad (1.25b)$$

$$(1.25c)$$

où  $\mathbf{h}^* = h_0 + \mathbf{A}_z^q \mathbf{q} - \delta_z$  contient donc la géométrie, le déplacement de corps rigide et l'effet des cisaillements, supposés connus, sur le déplacement normal.  $c_\tau = \frac{1}{2} \mathbf{q}_\tau^T \mathbf{A}_\tau^q \mathbf{q}_\tau + (-\Delta \delta_\tau^t - \bar{u}_\tau^{t-1}) \mathbf{q}_\tau$  est une constante relative à l'énergie complémentaire du problème tangentiel qui est donc supposée connue. La résolution du problème normal se ramène alors à celle d'un problème de minimisation de forme quadratique sous contrainte qui s'écrit sous la forme suivante, en introduisant les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda_{ij}$  permettant la prise en compte des contraintes d'inégalités :

$$\min \left( \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{A}_z^p \mathbf{p} + \mathbf{h}^{*T} \mathbf{p} + c_\tau - \sum \lambda_{ij} p_{ij} \right) \Leftrightarrow \mathbf{A}_z^p \mathbf{p} + \mathbf{h}^{*T} - \lambda_{ij} = 0, \quad (1.26a)$$

$$p_{ij} > 0, \quad \lambda_{ij} = 0, \quad (1.26b)$$

$$p_{ij} = 0, \quad \lambda_{ij} \geq 0 \quad (1.26c)$$

Où les équations du problème de contact normal sont retrouvées en identifiant les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda_{ij}$  aux gaps  $p_{ij}$ . L'algorithme du gradient conjugué s'écrit alors :

1. initialisation de  $\mathbf{p}$  devant respecter l'équilibre de la charge dans le cas d'un pilotage en effort. Toute la zone potentielle est supposée en contact, soit  $\lambda_{ij} = 0$ . Une variable  $\xi$  est initialisée à 0.
2. Calcul de  $\bar{\mathbf{u}}_z^p$  par application de la DC-FFT En cas de calcul en effort imposé, une estimation de  $\delta_z$  est effectuée sous la forme :

$$\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} \delta_z = \sum_{(i,j) \in \Gamma_c} \left( \bar{\mathbf{u}}_z^p{}_{ij} + \bar{\mathbf{u}}_z^q{}_{ij} + h_{0\ ij} \right) \quad (1.27)$$

3. Calcul du gap dans la zone de contact courante  $\Gamma_c$  qui est le résidu de l'équation à résoudre

$$g_{ij} = \bar{u}_z^p{}_{ij} + h_{ij}^* \quad (1.28)$$

où  $h_{ij}^*$  contient ici la contribution de la géométrie initiale  $h_0$  et l'éventuelle contribution des cisaillements  $\bar{u}_z^q$

4. Application du gradient conjugué et calcul de la direction de descente :

$$d_{ij} \leftarrow -g_{ij} + \xi \frac{G}{G_{old}} d_{ij}, \quad (i, j) \in \Gamma_c \quad (1.29)$$

$$d_{ij} \leftarrow 0, \quad (i, j) \notin \Gamma_c \quad (1.30)$$

avec  $G = \sum_{(i,j) \in \Gamma_c} g_{ij}^2$

$$G_{old} \leftarrow G \quad (1.31)$$

$$\xi = 1 \quad (1.32)$$

5. Utilisation de la DC-FFT pour le calcul de la direction de descente :  $\mathbf{r}_z^p = \mathbf{A}_z^p \mathbf{d}$  et calcul du pas de descente :

$$\alpha = \frac{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} g_{ij}^2}{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} d_{ij} r_{ij}} \quad (1.33)$$

6. Mise à jour des pressions

$$p_{ij} \leftarrow p_{ij} + \alpha d_{ij} \quad (1.34)$$

7. Vérification et forçage des conditions de complémentarités :

$$\text{si } p_{ij} < 0, (i, j) \in \Gamma_c \text{ alors } p_{ij} = 0, \Gamma_c \leftarrow \Gamma_c \setminus (i, j) \quad (1.35a)$$

$$\text{si } g_{ij} < 0, (i, j) \notin \Gamma_c \text{ alors } p_{ij} \leftarrow -\alpha g_{ij}, \xi \leftarrow 0, \Gamma_c \leftarrow \Gamma_c \cup (i, j) \quad (1.35b)$$

8. Forçage de l'équilibre de la charge :

$$\forall (i, j) \in \Gamma_c \quad p_{ij} \leftarrow p_{ij} + \frac{P}{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} p_{ij} \Delta x \Delta y} \quad (1.36)$$

9. Calcul du critère de convergence

$$\varepsilon = \frac{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} (p_{ij} - p_{old\ ij})}{\sum_{(i,j) \in \Gamma_c} p_{ij}} \quad (1.37)$$

et stockage des pressions :  $\mathbf{p}_{old} \leftarrow \mathbf{p}$

Lorsqu'un nouveau point apparaît dans la zone de contact courante  $\Gamma_c$  l'algorithme est réinitialisé ( $\xi \leftarrow 0$ ) et le calcul des directions de descente repris depuis le début. L'algorithme est répété jusqu'à ce que le critère de convergence passe sous le seuil défini  $\varepsilon_0$ .

De manière similaire le problème tangentiel s'écrira :

$$\min \left( \frac{1}{2} \mathbf{q}_\tau^T \mathbf{A}_\tau^q \mathbf{q}_\tau + \mathbf{W}^{*T} \mathbf{q}_\tau + c_p \right) \quad (1.38a)$$

$$\|\mathbf{q}_{ij} \tau\| \leq f \times p_{ij} \quad (1.38b)$$

où  $\mathbf{W}^* = -\Delta \delta_\tau^t + \mathbf{A}_\tau^p - \bar{\mathbf{u}}_\tau^{t-1}$  contient les déplacements tangentiels de corps rigide, l'effet de la pression, connue, sur le déplacement élastique et les déplacements élastiques au pas de temps précédent et  $c_p = \frac{1}{2} \mathbf{q}_\tau^T \mathbf{A}_\tau^q \mathbf{q}_\tau + (-\Delta \delta_\tau^t - \bar{\mathbf{u}}_\tau^{t-1}) \mathbf{q}_\tau$  est une constante représentant l'énergie complémentaire du problème normal. Celui-ci pourra être écrit sous forme d'un problème de minimisation et résolu par un algorithme du gradient conjugué comparable en transformant la contrainte :  $\|\mathbf{q}_{ij} \tau\| \leq f \times p_{ij} \rightarrow -\frac{\mathbf{q}_{ij} \tau \cdot \mathbf{q}_{ij} \tau}{2f p_{ij}} + \frac{f p_{ij}}{2} \geq 0$ . Les descriptions des algorithmes du CGM dans le cas des problèmes tangentiels dans les différentes configurations possibles et notamment dans celle particulière du glissement total en effort imposé pourront être trouvées de manière exhaustive dans les travaux de thèse de Gallego [103], Wallace [271] ou Bonetto [39].

## 1.2.2 Applications sur quelques problèmes de contact élastiques

La définition des problèmes de contact pour les cas normal et tangentiel ayant été posée. Quelques exemples d'applications sur des cas de contact entre matériaux au comportement élastique sont ici présentés.

### 1.2.2.1 Un contact simple : le cas de Cattaneo-Mindlin

Le premier exemple simple présenté ici est le cas de Cattaneo-Mindlin [55, 175, 176] pour lequel des solutions analytiques, non présentées ici, ont été proposées. Une sphère et un plan de mêmes propriétés élastiques (les problèmes normaux et tangentiels sont donc découplés) sont mis en contact avec un effort normal  $P$ . Un effort tangentiel  $F_x$  est appliqué d'amplitude telle que le régime de glissement total n'est pas atteint :  $F_x < f \times N$ . Ceci va générer un anneau de glissement orienté selon la direction  $\mathbf{x}$ , commençant à l'extérieur du contact et s'étendant vers son centre à mesure que l'effort augmente, pour éventuellement attendre le stade de glissement total.

Des résultats issus d'une simulation semi-analytique de cette configuration sont présentés en Fig. 1.4 pour un coefficient de frottement égal à 0,25 et un effort appliqué tel que  $F_x/fP = 0.5$ . La Fig. 1.4a présente dans le plan  $y = 0$  le champ de pression normalisé. Il correspond ici à la solution analytique de Hertz. Sont ajoutés les champs de cisaillement  $q_x$  normalisés par  $f p_0$  issus de la simulation semi-analytique et de la solution analytique. La correspondance est excellente. Cette représentation permet de visualiser la zone de glissement, dans laquelle  $q_x = f p$  et où donc les courbes de pression et cisaillement sont superposées, et la zone d'adhérence où  $q_x < f p$  correspondant approximativement à  $|x|/a < 0,8$ . La Fig. 1.4b présente une vue bidimensionnelle du champ de cisaillement normalisé, montrant l'axisymétrie de la distribution.



**Solution analytique de Hertz** Les problèmes de contact impliquant des géométries de type hertzienne (sphère, cylindres, ellipsoïdes, plan) sont généralement adimensionnables et ont été décrites par un grand nombre de solutions analytiques. Nombre de ces solutions sont notamment compilées dans les ouvrages classiques de Johnson [130] ou Barber [16]. Les plus classiques sont celles de Hertz [115] qui donne notamment la solution analytique du contact entre deux sphères de rayon  $R_i$  et de propriétés élastiques  $(E_i, \nu_i)$ , généralisable au cas d'une sphère sur un plan. L'aire de contact obtenue est circulaire et la distribution de pression elliptique. Les relations entre l'effort normal appliqué  $P$ , le déplacement de corps rigide correspondant  $\delta_z$ , la pression maximale dans le contact  $p_0$  et le rayon de l'aire de contact  $a$  sont alors :

$$a = \left( \frac{3PR_{eq}}{4E_{eq}} \right)^{1/3} \quad (1.39a)$$

$$\delta_z = \frac{a^2}{R_{eq}} \left( \frac{9P^2}{16R_{eq}E_{eq}^2} \right)^{1/3} \quad (1.39b)$$

$$p_0 = \frac{3N}{2\pi a^2} \left( \frac{6P^2E_{eq}^2}{\pi^3 R_{eq}^2} \right)^{1/3} \quad (1.39c)$$

avec

$$\frac{1}{E_{eq}} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (1.40a)$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.40b)$$

Ces résultats seront utilisés pour adimensionner les résultats présents dans ce mémoire.

### 1.2.2.2 Le roulement tractif transitoire entre matériaux élastique dissimilaires

Les possibilités des formulations de contact sont ici démontrées à travers le cas du roulement tractif entre deux matériaux au comportement élastique dissimilaire. Celui-ci a été présenté par Wallace *et al.* [272] et fait suite à de nombreuses études de la littérature sur ce type de configuration, depuis le travaux précurseur de Carter [54] en passant par les travaux de référence de Kalker [132].

La configuration étudiée est une configuration de roulement, typiquement celui d'un cylindre ou ici d'une sphère, roulant sur un plan. Un frottement piloté par loi de *Coulomb* est pris en contact entre les deux corps, menant à la formation de zones de glissement et d'adhérence. Dans le cas du roulement tractif, la résultante des cisaillements mène à la transmission d'efforts tangentiels à travers le contact. Cette configuration est typiquement celle qui se trouvera à l'interface d'un véhicule avec la route (ou celle du contact roue-rail couramment étudiée dans la littérature). Les cas étudiés ici sont les plus génériques possibles en termes d'efforts, considérant la transmission d'effort dans les directions longitudinale (direction du mouvement de roulement  $\boldsymbol{x}$ ), transversale  $\boldsymbol{y}$  et de pivotement autour de l'axe normal au contact  $\boldsymbol{z}$  représentant typiquement un effet de dérive du à l'inertie dans un virage.

Ces différentes configurations de contact sont pilotées en effort et considèrent le régime transitoire de contact. Il est à noter que la majorité des études présentes dans la littérature se limitent à l'étude du régime stationnaire et piloté en micro-déplacements (*creeps*). Ceux-ci ne sont pas représentés ici mais sont des données de sortie du calcul. De même, par souci de concision des

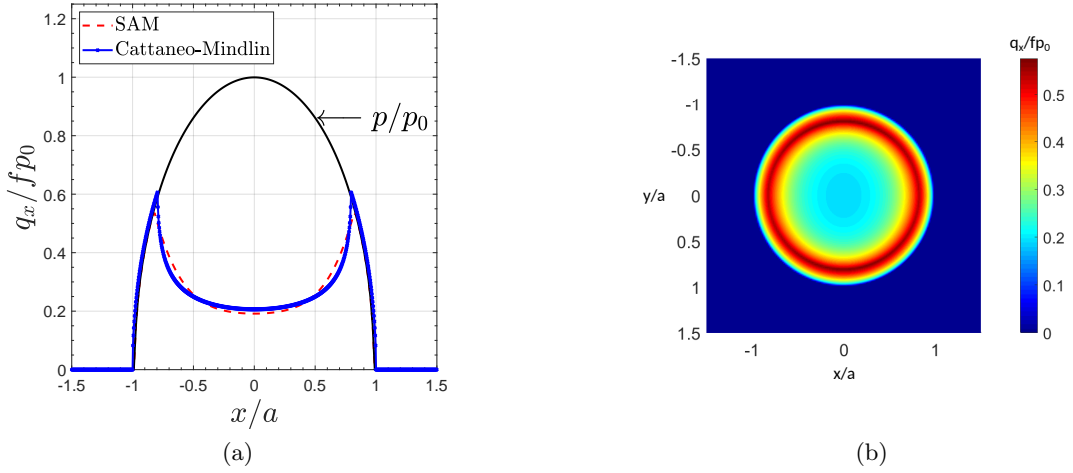


FIGURE 1.4 – Résultats de contact dans le cas de Cattaneo-Mindlin. Représentation des pressions et cisaillements adimensionnés dans le plan  $y = 0$  pour le contact d’une sphère et d’un plan élastiques similaires soumis à un effort normal  $P$  et un effort tangentiel  $F_x = 0.5fP$  1.4a et représentation dans le plan de contact des cisaillements adimensionnés 1.4b d’après Wallace [271].

résultats, l’état stationnaire est principalement ici présenté, les états transitoires étant présentés en détail dans les travaux de Wallace [271, 272]. Toutes les configurations possibles d’efforts tangents sont par contre présentées, avec un effort unique  $F_x$ ,  $F_y$  ou  $M_z$  en Fig. 1.5, les différentes combinaisons de deux efforts imposés en Fig. 1.6 et le cas le plus général des 3 composantes en Fig. 1.7. Sur cette dernière configuration, trois étapes du transitoire sont présentées, en première ligne le cas à  $t = 0$  en début de roulement, en dernière ligne le cas stationnaire et en intermédiaire, un cas transitoire pour  $t = V_t/a = 0.70$  où  $V_t$  est la vitesse de déplacement tangentiel de la sphère et  $a$  toujours le rayon de contact.

Enfin, deux cas de propriétés élastiques sont donnés. En colonne centrale, les matériaux en contact ont les mêmes propriétés élastiques, configuration qui serait vue par exemple dans le contact acier/acier d’une roue sur un rail. En colonne de droite, les matériaux ont des propriétés élastiques dissimilaires, entraînant une modification des conditions de contact et de l’état des zones de glissement et d’adhérence. Ce cas est par exemple celui vu lors du contact d’un pneumatique sur une chaussée. Les problèmes normaux et tangentiels sont alors fortement couplés et typiquement toutes les contributions des contraintes en surface sur les déplacements (Éqs. (1.17) et (1.18)) sont à considérer. L’écart entre les propriétés élastiques est classiquement représentée par l’expression du paramètre de Dundurs  $\beta = \frac{1}{2} = \left[ \frac{(1-2\nu_1)/\mu_1 - (1-2\nu_2)/\mu_2}{(1-\nu_1)/\mu_1 - (1-\nu_2)/\mu_2} \right]$ , où  $\mu_i$  représente les modules de cisaillement des corps en contact. La valeur de ce paramètre évolue entre  $-0.5$  et  $+0.5$  (cas limite lorsqu’un des corps est rigide et l’autre incompressible) et autour de la valeur 0 obtenue lorsque les matériaux sont élastiques similaires ou incompressibles. Dans la configuration ici étudiée,  $\beta$  vaut  $-0,3056$ , le coefficient de frottement  $f = 0.4013$ , les dimensions sont normalisées par le rayon de contact de la configuration de Hertz équivalente  $a$ . Les ratios d’efforts normaux et tangentiels sont renseignés sur chacune des légendes.

Les figures tracées présentent l’amplitude du vecteur cisaillement  $\|\mathbf{q}_\tau\|$  classiquement normalisé par  $fp_0$ . La direction des glissements est représentée par des flèches et les zones de glissement

(*slip*  $S$ ) et d'adhérence sont identifiées.

La première configuration est celle d'un unique effort longitudinal  $F_x$  imposé au contact roulant, Figs. 1.5a à 1.5c, ici seul le micro-déplacement  $\xi_x$  apparaît. La configuration au début du roulement correspond donc à celle du contact de Cattaneo-Mindlin présenté précédemment. A mesure du roulement, un régime stationnaire représenté Fig. 1.5b s'établit qui est celui du roulement tractif le plus couramment rencontré. Une zone d'adhérence, permettant la transmission de l'effort tangent s'établit en amont du contact et une zone de glissement se retrouve en aval du contact. Dans le cas où les matériaux sont dissimilaires (Fig. 1.5c), la zone de glissement est plus importante menant par équilibre à des cisaillements localement plus élevés dans la zone d'adhérence.

Dans la seconde configuration, seul l'effort transverse  $F_y$  est transmis. De manière intéressante, et déjà notée par Johnson et Cook [129] puis Kalker [132] cette configuration mène à la fois à l'apparition de micro-déplacement transverse  $\xi_y$  et de pivotement  $\varphi$ . Cet effet de pivotement induit, plus marqué dans le cas de propriétés dissimilaires, se voit notamment sur l'orientation des vecteurs glissement et de manière forte sur la distribution des cisaillements dans le second cas.

De manière analogue, l'application d'un unique moment  $M_z$  mène à la fois à un pivotement  $\varphi$  et à un micro-déplacement transverse  $\xi_y$ . Le centre de rotation des lignes de glissement, initialement situé au centre du contact est translaté vers l'aval de celui-ci dans le régime stationnaire pour des matériaux similaires. La dissimilarité des propriétés élastiques mène en plus à une dissymétrie autour de la direction transverse  $\mathbf{y}$  à la fois de la distribution de cisaillement et du centre de rotation des lignes de glissement.

Les cas suivants (Fig. 1.6) observent les configurations où deux efforts tangents sont appliqués. Les configurations impliquant un effort longitudinal (Figs. 1.6a et 1.6g) présentent les 3 micro-déplacements  $\xi_x$ ,  $\xi_y$  et  $\varphi$  avec des champs de cisaillements stabilisés relativement similaires pour les différentes configurations et propriétés matériaux (Figs. 1.6b, 1.6c, 1.6h et 1.6i). Comme précédemment, la dissimilarité des propriétés élastiques tend à augmenter la taille de la zone de glissement et ainsi à augmenter l'amplitude de cisaillement maximale.

Dans le cas d'un effort transverse et d'un moment, Fig. 1.6d, seuls les micro-déplacements transverse et de pivotement sont observés et la dissymétrie transverse apparaît avec la dissimilarité des propriétés élastiques.

Enfin, la Fig. 1.7 présente la combinaison des 3 efforts. L'état initial (Figs. 1.7a et 1.7b) est un dérivé du cas de Cattaneo-Mindlin avec deux efforts tangents et un couple qui évolue (Figs. 1.7d et 1.7e) vers l'état stabilisé (Figs. 1.7f et 1.7g) où toutes les composantes de micro-déplacements sont présentes.

Ces exemples montrent donc la capacité des méthodes développées à traiter des configurations de contact complexes et à étudier des configurations de contact très spécifiques. Ces configurations se retrouvent, avec plus ou moins de composantes effectives, dans toute situation de contact roulant où un effort transverse est transmis, beaucoup donc dans le domaine du transport. Cette définition fine des conditions de contact peut être un outil riche pour étudier les capacités à transmettre les efforts, y compris dans les configurations cinématiques limites (virage, dérapage...) mais aussi à étudier les effets d'endommagement. Dans le cas des chaussées par exemple, le fort cisaillement induit par le pneumatique est à l'origine de fortes contraintes dans les couche de surface qui mènent aux dégradations des chaussées avec des effets spécifiques très marquées dans les zones de voirie que sont les rond-points ou les virages (voir [271]).

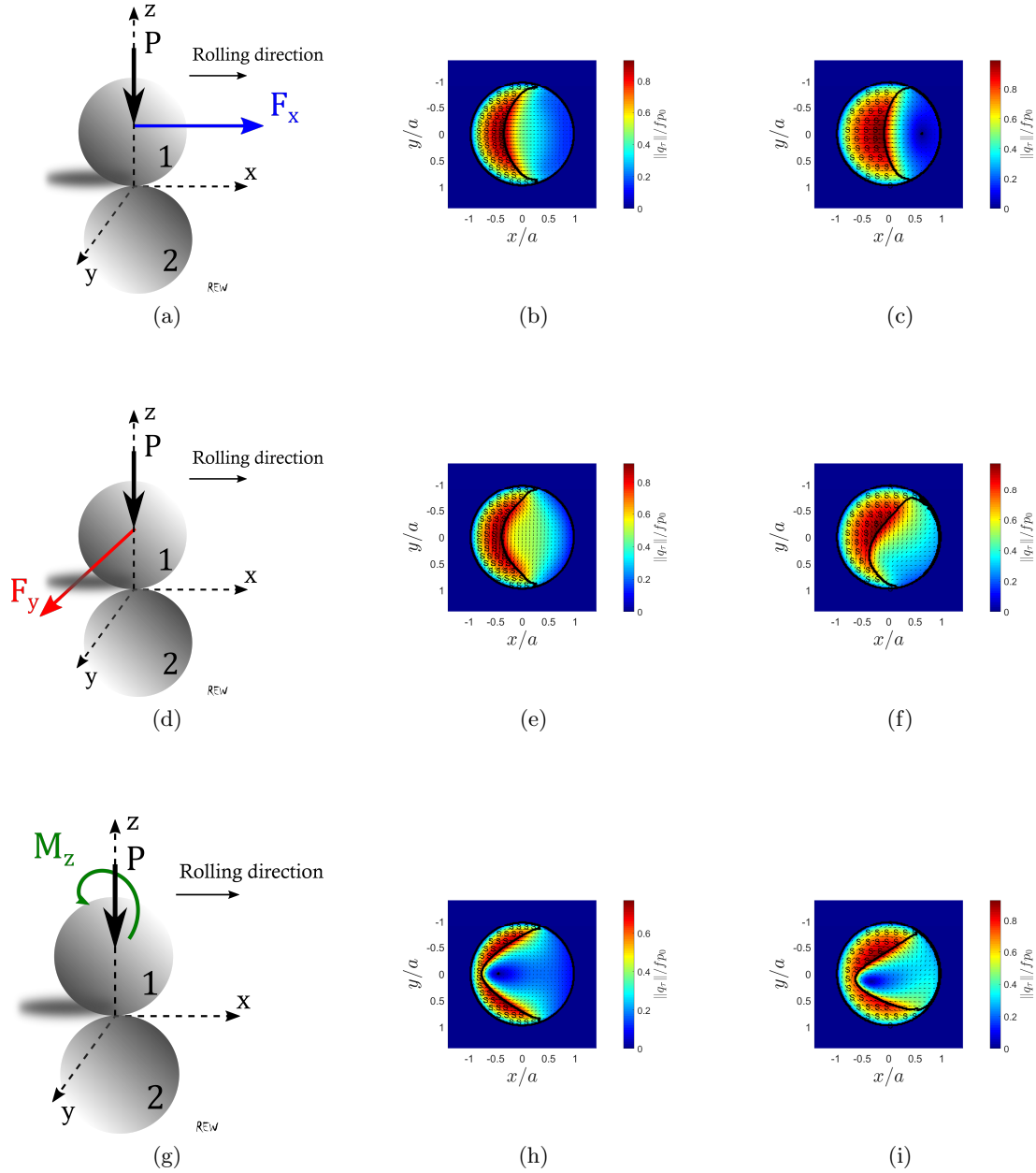


FIGURE 1.5 – Représentation de l’amplitude et de la direction du cisaillement normalisé dans l’état stabilisé pour différentes conditions de roulement tractif pilotées en effort entre deux sphères élastiques ( $f = 0.4013$ ) et effort normal constant : en colonnes de gauche à droite : représentation de la configuration, résultats pour matériaux élastiques similaires et dissimilaires ( $\beta = -0.3056$ ) ; en lignes configuration de chargement avec effort tractif longitudinal ( $F_x/fP = 0.657$ , 1.5a à 1.5c), transverse ( $F_y/fP = 0.657$ , 1.5d à 1.5f) et moment de pivotement purs ( $M_z/fPa = 0.3$ , 1.5g à 1.5i) d’après Wallace *et al.* [272]

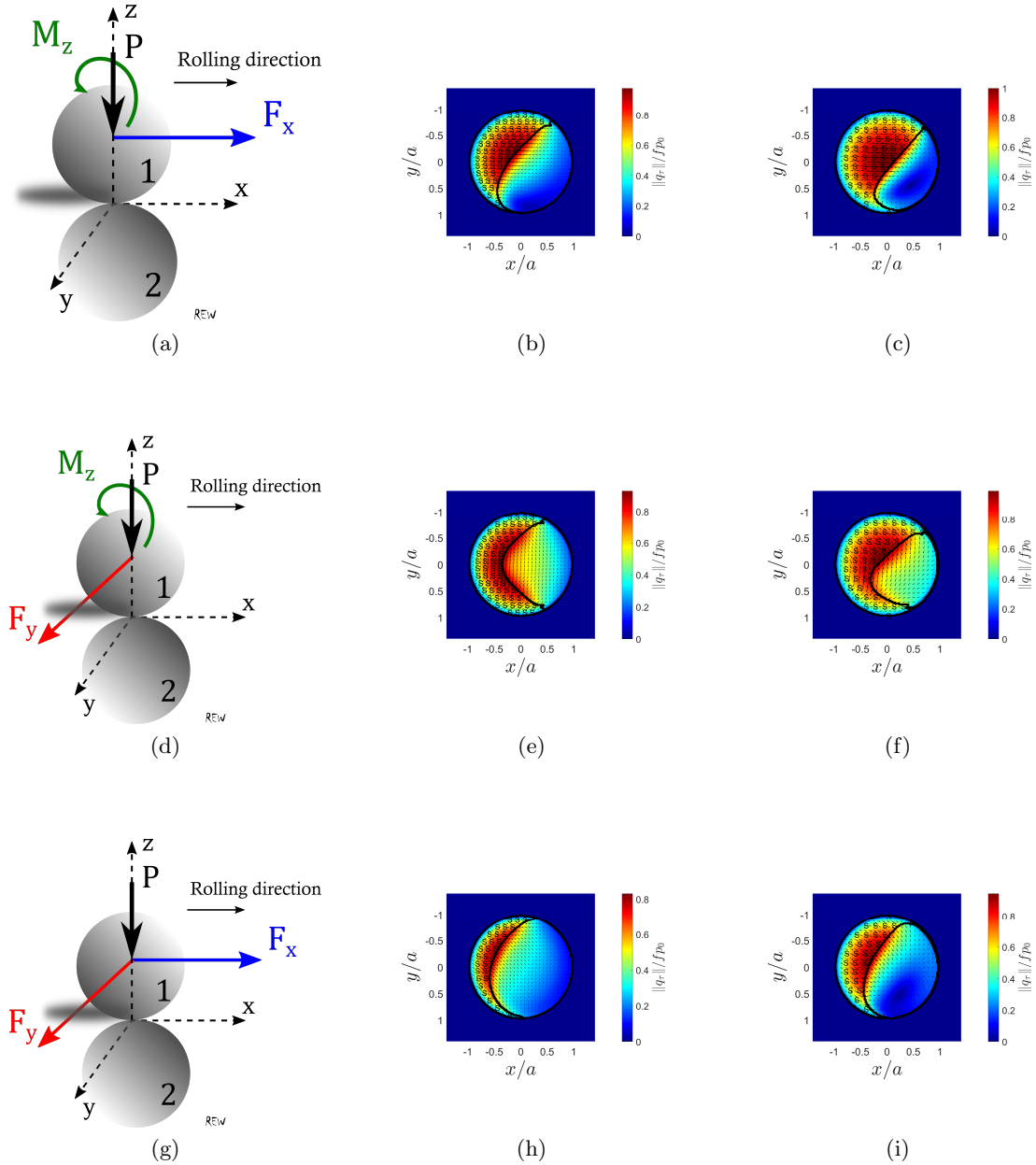


FIGURE 1.6 – Représentation de l'amplitude et de la direction du cisaillement normalisé dans l'état stabilisé pour différentes conditions de roulement tractif pilotées en effort entre deux sphères élastiques ( $f = 0.4013$ ) et effort normal constant : en colonnes de gauche à droite : représentation de la configuration, résultats pour matériaux élastiques similaires et dissimilaires ( $\beta = -0.3056$ ); en lignes configuration de chargement avec combinaisons effort longitudinal et moment ( $F_x/fP = 0.657$  et  $M_z/fPa = 0.15$ , 1.6a à 1.6c), transverse et moment ( $F_y/fP = 0.657$  et  $M_z/fPa = 0.15$ , 1.6d à 1.6f) et des deux efforts transverses ( $F_x/fP = 0.35$  et  $F_y/fP = 0.35$ , 1.6g à 1.6i) d'après Wallace *et al.* [272]

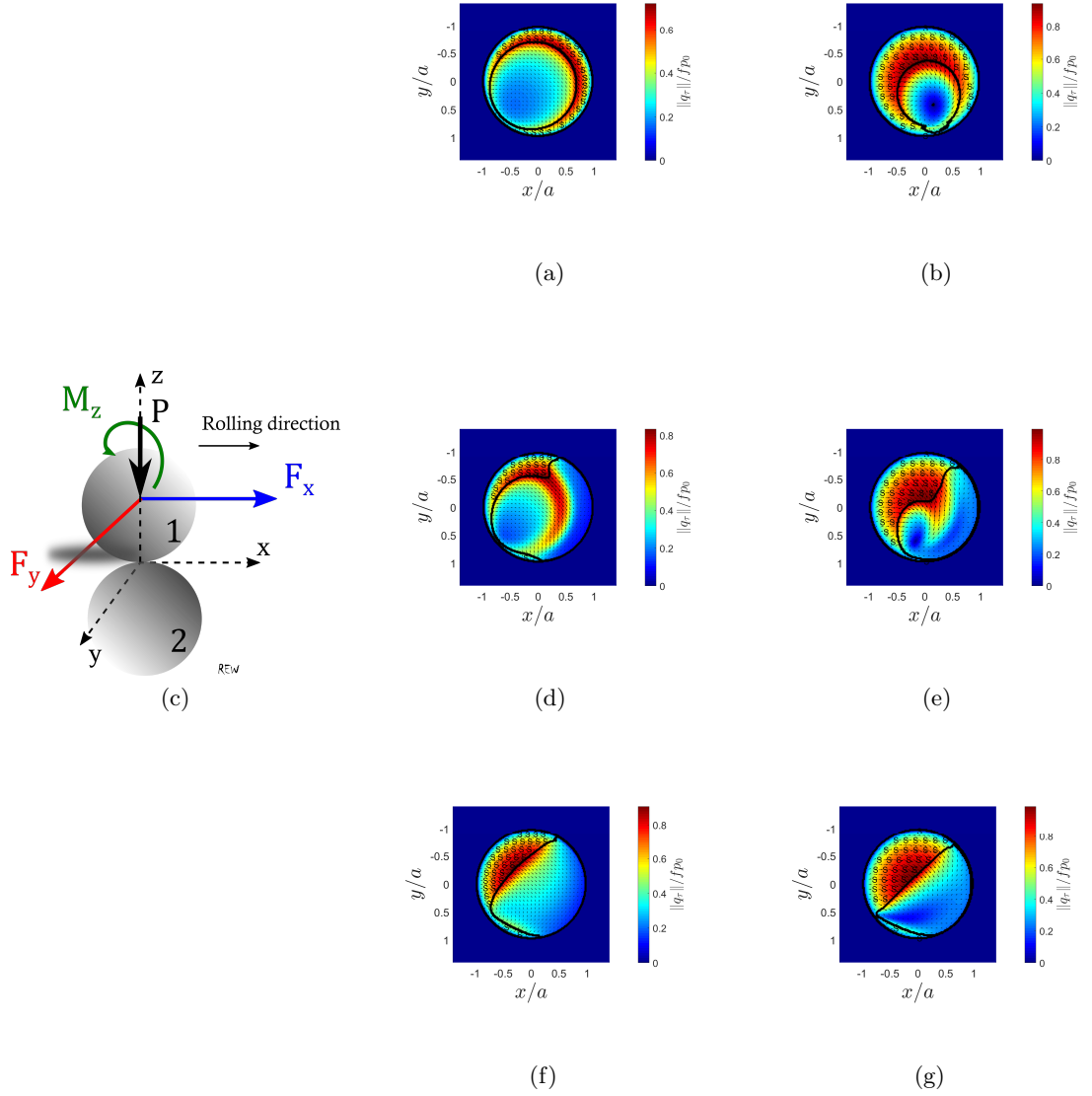


FIGURE 1.7 – Représentation de l’amplitude et de la direction du cisaillement normalisé dans l’état stabilisé pour différentes conditions de roulement tractif pilotées en effort entre deux sphères élastiques ( $f = 0.4013$ ) et effort normal constant : résultats pour matériaux élastiques similaires (colonne de gauche) et dissimilaires ( $\beta = -0.3056$ ) cas de chargement général ( $F_x/fP = 0.35$ ,  $F_y/fP = 0.35$  et  $M_z/fPa = 0.15$ , pour des temps  $t = V_t/a = 0$ ,  $t = V_t/a = 0.70$  et  $t = V_t/a = 2.81$  (stationnaire) d’après Wallace *et al.* [272].

### 1.2.2.3 Extension à des contacts élastiques sur massif non homogène

Les formulations et configurations de contact présentées jusqu'ici faisaient l'hypothèse de massifs au comportement élastique et homogène. Cette hypothèse peut s'avérer restrictive dans de nombreuses configurations. Les pièces mécaniques soumises à des chargements de contact sévères sont en effet souvent revêtues pour renforcer leur résistance à l'usure ou modifier leur propriétés de frottement. Les chaussées routières, plusieurs fois évoquées sont aussi constituées de multiples couches aux propriétés différentes. De manière générale, lorsqu'un matériau est multi-couches et que l'épaisseur des couches est du même ordre de grandeur que les dimensions du contact, la forme du contact sera impactée par la présence des couches. A l'inverse, l'effet d'une couche d'épaisseur très faible sera négligeable sur le contact, tandis qu'un massif revêtu d'une couche d'épaisseur grande devant la taille du contact se comportera comme un massif homogène.

La prise en compte de revêtements peut être effectuée assez simplement en modifiant les coefficients d'influence utilisés lors de la résolution du contact. Cela a notamment été réalisé par Fulleringer [95] pour le cas d'un massif revêtu puis par Wallace [271, 273, 275] pour des massifs multi-couches élastiques, mais aussi visco-élastiques. Les études de cas de contact entre massifs multi-couches sont couramment réalisées par éléments finis. En effet, la formulation analytique des fonctions de Green pour des massifs multi-couches n'est disponible que dans l'espace fréquentiel et est basée sur les potentiels de Papkovitch-Neuber. La résolution du problème dans l'espace fréquentiel pour un massif multi-couches a notamment été proposée par Yu *et al.* [294]. Les formes analytiques des coefficients obtenues sont alors inversées numériquement pour obtenir les coefficients d'influence utilisés pour la résolution du contact. Ceci représente un certain temps de calcul préliminaire mais permet ensuite de traiter des contacts entre massifs élastiques multi-couches avec la même facilité et vitesse d'exécution que pour les cas homogènes élastiques présentés ci-avant. Quelques éléments de la formulation et un exemple de ce type de problème sont ici présentés.

Le massif considéré est constitué de  $L$  couches homogènes, d'épaisseurs constantes  $h_j$  ( $j = 1..L$ ) mais différentes, au comportement linéaire élastique décrit par leurs modules de cisaillements  $\mu_j$  et coefficients de Poisson  $\nu_j$ . Ces couches reposent sur un substrat semi-infini de propriétés  $(\mu_{sub}, \nu_{sub})$ . Les champs de déplacements  $\mathbf{u}$  (où  $u_i^j$  représente la composante  $i$  du déplacement dans la couche  $j$ ) et contraintes élastiques  $\boldsymbol{\sigma}$  (où  $\sigma_{ik}^j$  représente la composante  $ik$  de contrainte dans la couche  $j$ ) sont alors décrits par les coefficients de Papkovitch-Neuber  $\phi_j$  et  $\psi_i^j$  qui sont des fonctions harmoniques de  $(x, y)$  :

$$2\mu_j u_i^j = \phi_{,i}^j + x\psi_{x,i}^j + z_j\psi_{z,i}^j - (3 - 4\nu_j)\psi_i^j \quad (1.41a)$$

$$\sigma_{ik}^j = \phi_{,ik}^j - 2\nu_j (\psi_{x,x}^j + \psi_{z,z}^j) \delta_{ik} - (1 - 2\nu_j) (\phi_{,i,k}^j + \phi_{,k,i}^j) + x\psi_{x,ik}^j + z_j\psi_{z,ik}^j \quad (1.41b)$$

où les dérivées partielles sont représentées par  $\phi_{,x} = \frac{\partial \phi}{\partial x}$  et la notation d'Einstein est utilisée. La transformation de Fourier de ces expressions donne un système d'équations linéaires dans l'espace fréquentiel dont la résolution n'est pas donnée ici. Elle repose sur ces hypothèses de modélisation importantes :

- la surface est soumise à un chargement élémentaire de pression et/ou cisaillement, permettant l'expression sous forme de coefficients d'influence
- à l'interface entre chacune des couches  $j$ , il est fait l'hypothèse de la continuité des

contraintes normales et des déplacements :

$$\sigma_{zx}^j(x, y, h_j) = \sigma_{zx}^{j+1}(x, y, h_j) \quad ux^j(x, y, h_j) = u_x^{j+1}(x, y, h_j) \quad (1.42a)$$

$$\sigma_{zy}^j(x, y, h_j) = \sigma_{zy}^{j+1}(x, y, h_j) \quad uy^j(x, y, h_j) = u_y^{j+1}(x, y, h_j) \quad (1.42b)$$

$$\sigma_{zz}^j(x, y, h_j) = \sigma_{zz}^{j+1}(x, y, h_j) \quad uz^j(x, y, h_j) = u_z^{j+1}(x, y, h_j) \quad (1.42c)$$

Les coefficients d'influence pour un massif multi-couches sont ainsi obtenus, ils décrivent le déplacement ( $K_i^l$  multi-couches) et contraintes ( $C_{ij}^l$  multi-couches avec  $i, j = x, y, z$  et  $l = p, q_x, q_y$ ) et en remplaçant leur expression, plus complexes que pour le massif homogène, dans les Éqs. (1.16) à (1.18) le contact entre des massifs hétérogènes peut être résolu.

Un résultat classique illustrant le comportement typique d'un massif revêtu est présenté en Fig. 1.8. Ces résultats sont issus de travaux de Wallace [271] et reproduisent à l'identique les résultats de simulation de Yu *et al.* [294]. Une sphère rigide est appuyée sur un massif de propriétés élastiques ( $E_{sub}, \nu_{sub}$ ) revêtu de deux couches de propriétés ( $E_i, \nu_i = \nu_{sub}$ ). Les épaisseurs des deux couches sont constantes et toutes deux égales à  $h_i = 0,5a$  impliquant une influence forte des revêtements sur le contact. Trois cas sont étudiés, trois couches de même comportement où la solution homogène (de Hertz) est retrouvée, de rayon de contact  $a$ ; un matériau de rigidité croissante  $E_1 = E_2/2 = E_{sub}/4$  puis décroissante  $E_1 = 2E_2 = 4E_{sub}$ .

La présence de couches de surfaces plus souples que le substrat induit une augmentation de la zone de contact (ici de près d'un facteur 1,5) accompagnée d'une diminution de la pression maximum d'un facteur presque 2. A l'inverse la présence de revêtements durs fait diminuer l'aire de contact et mène, à effort normal constant toujours, à une augmentation de la pression maximale d'un facteur 2.

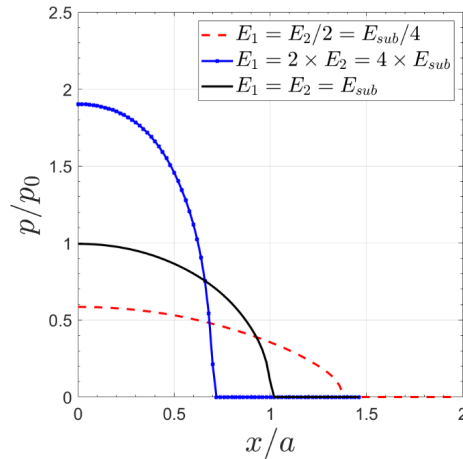


FIGURE 1.8 – Comparaison entre les résultats de pression obtenus par méthode semi-analytique et les résultats de Yu *et al.* [294] pour le contact d'une sphère rigide sur un massif revêtu (module de cisaillement  $\mu_{sub}$ ) de deux couches de module de cisaillement  $\mu_1$  et  $\mu_2$

Cette formulation permet donc de traiter une large gamme de comportements matériaux, sans alourdissement de la résolution et toujours sans nécessiter de passer par une résolution du problème en sous-couches. En effet les solutions analytiques élémentaires utilisées sont toujours issues d'un formalisme de type éléments frontières. Des exemples d'applications, associant le calcul des contraintes en sous-couches (réalisé en post-traitement à partir des résultats de pression



et cisaillement à partir de l'Éq. (1.16) et de la méthode DC-FFT) pour les configurations de contact en roulement tractif sont notamment présentées par Wallace *et al.* [272].

**Autres comportements élastiques des massifs** Les formulations de coefficients d'influence introduites ici sont donc celles de corps homogène et hétérogènes multi-couches.

Des formulations ont été proposées pour le comportement de massifs homogènes et multi-couches au comportement élastique anisotrope par Bagault *et al.* [11, 13].

Taro *et al.* [255, 256] ont développé le formalisme pour la prise en compte du comportement dynamique d'un massif homogène de propriétés élastiques linéaires constantes (donc non dépendantes de la vitesse). Ce formalisme permet de reproduire le comportement de propagations d'ondes élastiques dans un massif homogène soumis à une impulsion de pression, de forme et d'amplitude quelconque, en surface. Ces formulations sont notamment issues de la littérature sur les études sismiques et ont été appliquées à l'étude du procédé de choc laser. Elles offrent à terme la possibilité d'être intégrées à un algorithme de résolution du contact pour permettre de modéliser des contacts dynamiques.

### 1.2.3 Formulation des contacts visco-élastiques

La visco-élasticité décrit un comportement matériau intermédiaire entre celui d'un solide élastique idéal de raideur  $\mu$  et d'un fluide visqueux newtonien, représenté par un amortisseur de viscosité  $\eta$ . Un solide visco-élastique présentera donc un comportement dissipatif mais élastique, c'est à dire que le solide reviendra dans sa configuration initiale un certain temps après la fin de l'application d'une sollicitation mécanique. Ce comportement est typiquement rencontré à température ambiante dans les matériaux polymères et est donc d'intérêt pour l'étude de nombreuses configurations de contact : pneumatiques, joints d'étanchéité...

Le comportement visco-élastique, des polymères notamment, entraîne souvent des grands déformations, éventuellement rapides, pour lesquelles un comportement non linéaire est observé : la réponse du matériau dépend de l'amplitude, de la vitesse et de la cinétique de déformation. Ce type de formulation est toutefois complexe et ces comportements sont généralement représentés de manière empirique.

Dans cette partie seront présentés les développements effectués sur les méthodes semi-analytiques permettant de prendre en compte un comportement visco-élastique linéaire des matériaux en contact, en restant dans un formalisme en petits déformations. Ces travaux sont principalement issus des travaux de thèse de Koumi [139] qui a établi le formalisme pour des contacts normaux et tangentiels visco-élastiques [141] et son extension à la prise en compte d'hétérogénéités au sein des corps en contact [140]. Les travaux de thèse de Wallace [271] ont permis d'étendre ce formalisme à la prise en compte de corps contenant une [273] ou plusieurs [275] couches de revêtements de propriétés visco-élastiques différentes.

Les éléments et hypothèses essentiels de ces formulations sont ici présentés appuyés de quelques exemples permettant de mettre en avant les spécificités et quelques comportements des contacts viscoélastiques.

#### 1.2.3.1 Loi de comportement et formulation du contact

Le modèle de comportement considéré est le modèle de Maxwell généralisé (Fig. 1.9) qui décrit un comportement constitué de  $n$  branches parallèles constituées chacune d'un ressort, de raideur  $\mu_i$  et d'un amortisseur de viscosité  $\eta_i$ , linéaires, et d'une branche supplémentaire contenant un ressort seul  $\mu_0$  permettant le retour élastique total du matériau. Ce modèle rhéologique permet de reproduire les comportements mécaniques des matériaux visco-élastiques linéaires.

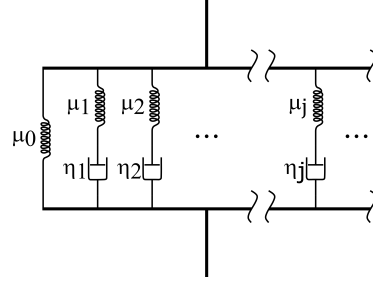


FIGURE 1.9 – Modèle rhéologique de Maxwell généralisé pour la description de la visco-élasticité linéaire

Le comportement des matériaux visco-élastiques est couramment déterminé à partir d'essais de relaxation et de fluage. Le premier consiste à appliquer une déformation constante  $\varepsilon_0$  et à suivre l'évolution de la contrainte  $\sigma(t)$ , permettant ainsi de décrire la fonction de relaxation  $R(t)$ . Le second consiste à imposer une contrainte  $\sigma_0$  et à décrire la fonction de fluage  $J(t)$  en suivant l'évolution de la déformation  $\varepsilon(t)$  :

$$R(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} \quad (1.43) \quad J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} \quad (1.44)$$

Ces deux fonctions sont liées par la relation :

$$\int_0^t J(\xi) R(t - \xi) d\xi = t \quad (1.45)$$

L'analyse mécanique dynamique (DMA) est aussi couramment utilisée pour caractériser le comportement d'un matériau en le soumettant à une sollicitation dynamique, elle ne sera ici pas présentée ni plus abordée.

Le modèle de Maxwell généralisé permet d'écrire la fonction de relaxation sous la forme d'une décomposition en séries de Prony qui est un formalisme général utilisé ici pour décrire le comportements des matériaux :

$$R(t) = \left[ \mu_0 + \sum_{i=0}^n \mu_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right] H(t) \quad (1.46)$$

où  $\tau_i = \eta_i/\mu_i$  est le temps de relaxation de la branche  $i$  et  $H(t)$  la fonction de Heavyside.

Ce comportement est alors introduit dans la résolution du contact. Comme pour l'introduction d'un comportement revêtu, la modification du comportement élastique vers visco-élastique n'intervient qu'au niveau du calcul des déplacements sous une pression ou un cisaillement donnés (Éqs. (1.17) et (1.18)) et s'appliquera à l'identique au calcul des contraintes (Éq. (1.16)). Le principe utilisé est celui de la correspondance élastique/viscoélastique introduit par Lee et Radok [144] et notablement appliqué par Wayne Chen *et al.* [285]. L'idée est de représenter le comportement visco-élastique linéaire en subdivisant l'historique des pressions et en sommant chacune de ces contributions dont l'évolution temporelle sera donnée par la fonction de fluage. Ainsi, appliquée par exemple au calcul du déplacement normal issu d'un champ de pression (calculé sur un unique massif pour simplifier ici l'écriture) :

$\bar{u}_z(x, y) = \sum_{m=1}^{Nx} \sum_{n=1}^{Ny} p(x_m, y_n) K_z^p(x_m - x, y_n - y, z, E, \nu)$ , la démarche à suivre est la suivante :

- factoriser le module d'élasticité de l'expression du coefficient d'influence. En effet l'expression de ces coefficients est telle qu'ils peuvent s'écrire :

$$K_z^p = \frac{1 - \nu}{2\mu} \bar{K}_z^p \quad (1.47)$$

où  $\bar{K}_z^p$  ne dépend pas des propriétés élastiques.

- Remplacer l'expression du module d'élasticité  $\frac{1}{2\mu}$  par la fonction de fluage  $J(t)$ ,
- subdiviser l'historique des champs de pression dans le domaine temporel en intervalles infinitésimaux  $\frac{\partial p}{\partial \xi}$ ,
- prendre en compte l'historique des champs de pression dans le domaine temporel sur un pas de temps infinitésimal  $\Delta t$ ,
- superposer les contributions infinitésimales des champs de pression :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(x, y, t = \alpha \Delta t) = & \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} \bar{K}_z^p(x_m - x, y_n - y) \times \\ & \sum_{k=0}^{\alpha} ((1 - \nu) J[(\alpha - k) \Delta t] [p(x_m, y_n, k) - p(x_m, y_n, k - 1)]) \end{aligned} \quad (1.48)$$

Cette méthodologie se généralise au calcul des contributions des pressions et cisaillements sur chacune des composantes de déplacement.

Dans le cas d'un massif homogène, les coefficients d'influence donnant les contraintes ne dépendent pas du module d'Young mais du coefficient de Poisson uniquement. Celui-ci étant considéré indépendant du temps, le calcul des contraintes s'obtient directement à partir de l'Éq. (1.16).

Le principe de correspondance élastique/viscoélastique permet donc d'intégrer facilement un comportement viscoélastique au formalisme de contact introduit précédemment en ne nécessitant que le stockage de l'historique des pressions et cisaillements pour le calcul des déplacements élastiques (et donc des gaps et/ou glissements).

### 1.2.3.2 Contact normal entre matériaux viscoélastiques

Ce formalisme est ici appliqué à une série de configurations élémentaires de contact normal pour illustration des phénomènes. Le contact étudié est celui d'une sphère sur un plan. Le comportement viscoélastique suit par souci de simplicité un modèle de type Maxwell représentant un unique ressort de raideur  $\mu$  et de coefficient d'amortissement  $\nu$  et donc un unique temps de relaxation  $\tau$ . Les fonctions de fluage et relaxation sont alors données par :

$$R(t) = \mu \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (1.49) \quad J(t) = \frac{1}{\mu} + \frac{t}{\eta} \quad (1.50)$$

L'un des massif suit ce comportement visco-élastique, le second est considéré soit rigide, soit élastique (de propriétés élastiques équivalentes au comportement élastique à  $t = 0$ ) soit viscoélastique (de même propriétés que le premier massif). Un effort constant (donnant pour le cas élastique équivalent, ou au temps initial la solution de Hertz caractérisée par la pression maximale  $p_0$  et le rayon de contact ici noté  $a^*$ ) est appliqué et l'évolution de la pression pour différents temps est suivi et représentée en Fig. 1.10. Les résultats issus de la méthode semi-analytique (SAM) sont ici comparés à ceux issus d'un calcul par éléments finis réalisé sous ABAQUS (FEM).

La correspondance entre les deux méthodes est excellente. L'évolution du champ de pression en fonction du temps montre la relaxation du ou des massifs qui se traduit par une diminution marquée de la pression, d'autant moins marquée que le comportement du second massif est rigide. Le problème étant piloté en effort, cette relaxation s'accompagne d'une augmentation de l'aire de contact. Le comportement en périphérie du contact est aussi intéressant, la relaxation des matériaux avec le temps associée à l'extension de l'aire de contact menant à un comportement instantané plus souple au centre qu'au bord du contact et donc dans le cas de deux massifs viscoélastique à des maxima de pression localisés en périphérie du contact. La solution stabilisée est ici obtenue pour un temps de l'ordre de  $2\tau$ .

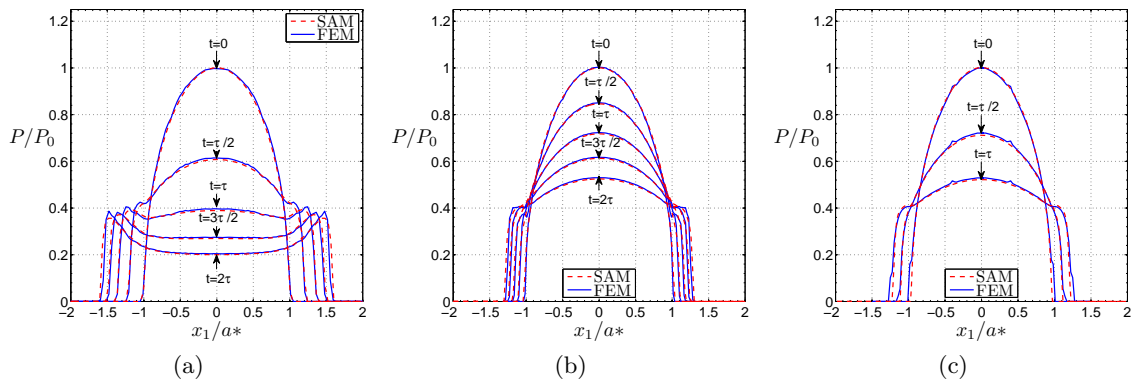


FIGURE 1.10 – Evolution du champ de pression en fonction du temps pour l'indentation d'une sphère viscoélastique sur un massif viscoélastique 1.10a, d'une sphère élastique sur un massif viscoélastique 1.10b, d'une sphère rigide sur un massif viscoélastique 1.10c, comparaison de résultats issus du modèle semi-analytique et d'un modèle éléments finis ABAQUS d'après Koumi [139].

**Note sur les temps de calcul** Les méthodes semi-analytiques présentées jusqu'ici sont intéressantes notamment à deux égards. D'abord, les résolutions de contact sont ici très robustes là où la résolution par éléments finis est notoirement délicate dans les cas de contact. L'autre point intéressant est celui des temps de calcul. Dérivant d'approches par éléments frontières, les cas de contact présentés jusqu'ici permettent de décrire le comportement des massifs en n'ayant besoin de discrétiser que sa surface et uniquement la zone de contact. Dans les cas ici présentés, des paramètres numériques comparables ont été pris entre les deux méthodes, en notant que ce cas-ci, axisymétrique aurait pu être réalisé de manière axisymétrique. Les mêmes tailles de maille ont été prise dans les zones de contact pour travailler à maillages « comparables », cette taille est pilotée par la qualité de la solution éléments finis choisie afin d'avoir un champ de pression non bruité. La conséquence est que le modèle semi-analytique est ici surraffiné, une qualité comparable de solution pouvant être obtenue pour un maillage plus grossier. La résolution par méthode semi analytique a pris ici un temps CPU de 672s, celle par éléments finis de 76 500s. Le gain en temps de calcul, pour cette configuration, est donc de deux ordres de grandeur.

**Vers la modélisation des contacts entre élastomère - effets d'adhésion** La modélisation des contacts entre matériaux élastomères, notamment pour prédire leurs propriétés d'adhérence dans le cas de pneumatiques, peut être réalisée avec une modélisation du contact entre matériaux viscoélastiques. Les méthodes semi-analytiques sont un outil intéressant dans ce cadre. Leurs faibles temps de calcul permettent de simuler un grand nombre de points et ainsi de décrire explicitement les rugosités des surfaces en contact. L'intégration des effets d'adhésion entre les solides est alors un phénomène de petite échelle dont l'effet sur le comportement peut être significatif. Des développements de modèle d'adhésion au sein de méthodes semi analytiques ont notamment été réalisés par [168] et [47]

### 1.2.3.3 Roulement et glissement entre corps viscoélastiques

La mise en place du formalisme viscoélastique a été présentée. Celui-ci va maintenant pouvoir être appliqué à des cas de contacts où un déplacement tangentiel a lieu entre les corps. Les géométries étudiées ici resteront simples : sphère (corps 1) sur plan (corps 2).

Plusieurs configurations seront considérées :

- le *roulement* : la sphère de rayon  $R$  roule à la surface du plan, sa vitesse de rotation est  $\omega$  et dans le cas d'un roulement *pur*, sa vitesse tangentielle  $v$  est telle que  $v = R\omega$ . Cela revient à considérer que la vitesse de déplacement de la zone de contact à la surface des deux corps est identique et égale à  $v$  ;
- le *glissement* : la sphère glisse à la surface du plan sans rouler ( $\omega = 0$ ). La zone de contact est fixe à la surface de la sphère et se déplace à une vitesse  $v$  à la surface du plan.

Des combinaisons de ces deux mouvements sont évidemment possibles. La vitesse de déplacement du repère de contact à la surface du plan est donc  $v$ . Cette vitesse sera ici considérée constante et orientée selon  $\mathbf{x}$  mais rien dans le formalisme n'empêche de considérer une vitesse variable et avec une direction quelconque. Le pas de temps  $\Delta t$  est aussi supposé constant, une fois encore sans que cela soit une limitation du formalisme. L'incrément de déplacement à chaque pas de temps est alors :  $\Delta r = \Delta t v$ . Les équations du contact normal ne sont alors modifiées qu'au niveau du calcul du déplacement normal sous la forme :

- dans le cas du roulement pur :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(x, y, \alpha \Delta t) = & \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} \bar{K}_z^p(x_m - x, y_n - y) \times \\ & \sum_{k=0}^{\alpha} \left( (1 - \nu_1) J^{(1)}[(\alpha - k) \Delta t] + (1 - \nu_2) J^{(2)}[(\alpha - k) \Delta t] \right) \\ & \times [p(x_m - \Delta r, y_n, k) - p(x_m - \Delta r, y_n, k - 1)] \end{aligned} \quad (1.51)$$

- et dans le cas du glissement pur :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(x, y, \alpha \Delta t) = & \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} \bar{K}_z^p(x_m - x, y_n - y) \times \\ & \sum_{k=0}^{\alpha} \left( (1 - \nu_1) J^{(1)}[(\alpha - k) \Delta t] \times [p(x_m, y_n, k) - p(x_m, y_n, k - 1)] \right. \\ & \left. + (1 - \nu_2) J^{(2)}[(\alpha - k) \Delta t] \times [p(x_m - \Delta r, y_n, k) - p(x_m - \Delta r, y_n, k - 1)] \right) \end{aligned} \quad (1.52)$$

Dans le cas viscoélastique, le déplacement relatif des corps associé à l'hystérésis du comportement matériau va mener à l'apparition d'un coefficient de frottement apparent, noté ici  $\mu_{app}$ , ou dans le cas du roulement d'un moment résultant s'appliquant sur la sphère. Ce coefficient apparent se calcule à partir de la composante tangentielle des pressions normales à la surface de contact et de l'effort normal appliqué, toujours dans le cas d'un déplacement selon  $\mathbf{x}$  sous la forme :

$$\mu_{app}(t) = \frac{1}{P(t)} \int_{\Gamma_c(t)} \frac{\partial \bar{u}_z(x, y, t)}{\partial x} p(x, y, t) dx dy \quad (1.53)$$

Il est supposé qu'il n'y a pas de frottement piloté par loi de *Coulomb* entre les corps et donc seul le problème de contact normal est considéré. Dans le cas de massifs au comportement purement élastique, les différentes configurations évoquées, roulement et/ou glissement mèneront à une distribution de pression identique, qui est la même qu'en indentation.

Le comportement d'un contact roulant viscoélastique est présenté en Fig. 1.11. La sphère est ici considérée rigide. Le massif, viscoélastique, suit un comportement linéaire avec une loi de Maxwell généralisée à un seul temps de relaxation  $\tau$ . Les paramètres la loi viscoélastique sont choisis de manière à mettre en exergue l'effet visqueux.

Le problème est piloté soit en déplacement normal (Figs. 1.11a, 1.11b et 1.11d), soit en effort (Fig. 1.11c), tels qu'avec les propriétés viscoélastique du corps, la solution à  $t = 0$  est celle d'un contact hertzien donnant une pression maximale  $p_0$  et un rayon de contact  $a^*$  utilisés pour adimensionner les résultats.

Les pressions sont présentées pour différents temps normalisés par le temps de relaxation  $\tau$  du matériau dans le plan  $y = 0$ . Dans le cas d'un déplacement imposé, sont aussi représentés le coefficient de frottement apparent  $\mu_{app}$  (Fig. 1.11b) et la déformée de la surface autour de la sphère (Fig. 1.11d). Le rapport  $v\tau/a^*$ , variant entre 0,4 et 1,2 permet ici d'interpréter les résultats de manière adimensionnée dans ce cas simplifié où la vitesse de déplacement est constante, l'aire de contact initiale est un cercle et le matériau suit un comportement à un unique temps de relaxation.

Le profil de pression, initialement axisymétrique, se dissymétrise progressivement à mesure que le contact se déplace. L'état stabilisé est obtenu assez rapidement pour  $t \approx 2\tau$ , un peu plus rapidement en déplacement qu'en effort imposé. Autant la pression à l'état stabilisé que son évolution depuis la configuration initiale de Hertz sont différentes entre les deux modes de chargement. La forme de l'état stabilisé reste qualitativement la même et est caractéristique d'un roulement sur corps visqueux. Le matériau relaxant à mesure qu'il se déplace dans le contact cela entraîne une diminution de la raideur et donc une diminution de pression à l'arrière du contact. A l'inverse, le matériau à l'amont du contact a un comportement comparativement plus rigide puisque non encore relaxé, entraînant un pic de pression d'autant plus marqué que le matériau est fortement viscoélastique. Cette dissymétrie est plus forte en effort imposé du fait de la conservation de la charge imposée par le pilotage.

La seconde conséquence de cette dissymétrie de comportement est l'apparition du coefficient de frottement apparent. Le matériau viscoélastique met un certain temps à revenir à sa géométrie initiale après le passage de la charge. La déformée de la surface, visible Fig. 1.11d, symétrique à  $t = 0$ , se déséquilibre avec le mouvement de la charge et ainsi l'équilibre des pressions projetées sur le surface change, induisant un frottement apparent (Éq. (1.53)). Celui-ci est représenté Fig. 1.11b. Un intérêt des modèles développés ici est de voir l'aspect transitoire de l'évolution du coefficient de frottement. Celui-ci augmente rapidement pour tendre vers une valeurs stabilisée. Celle-ci est atteinte plus rapidement que l'état stabilisé de pression ( $t \approx 0.5\tau$ ). Plus la vitesse

relative  $v\tau/a^*$  est importante, moins le matériau en aval du contact a eu le temps de relaxer et de revenir à son état initial et donc plus le frottement apparent est important. Un léger phénomène de dépassement de la valeur stabilisé apparaît même pour la plus grande vitesse de déplacement.

Il sera noté que le formalisme, autant en déplacement qu'en effort imposé a pu être validé par comparaison aux modèles de Carbone et Putignano [53] sur un état stabilisé calculé par méthode des éléments discrets. En effet, les problèmes de glissement ou de roulement, ne présentant plus d'axisymétrie même pour des géométries sphère/plan, engendrent des temps de calculs rhédibitoires par éléments finis.

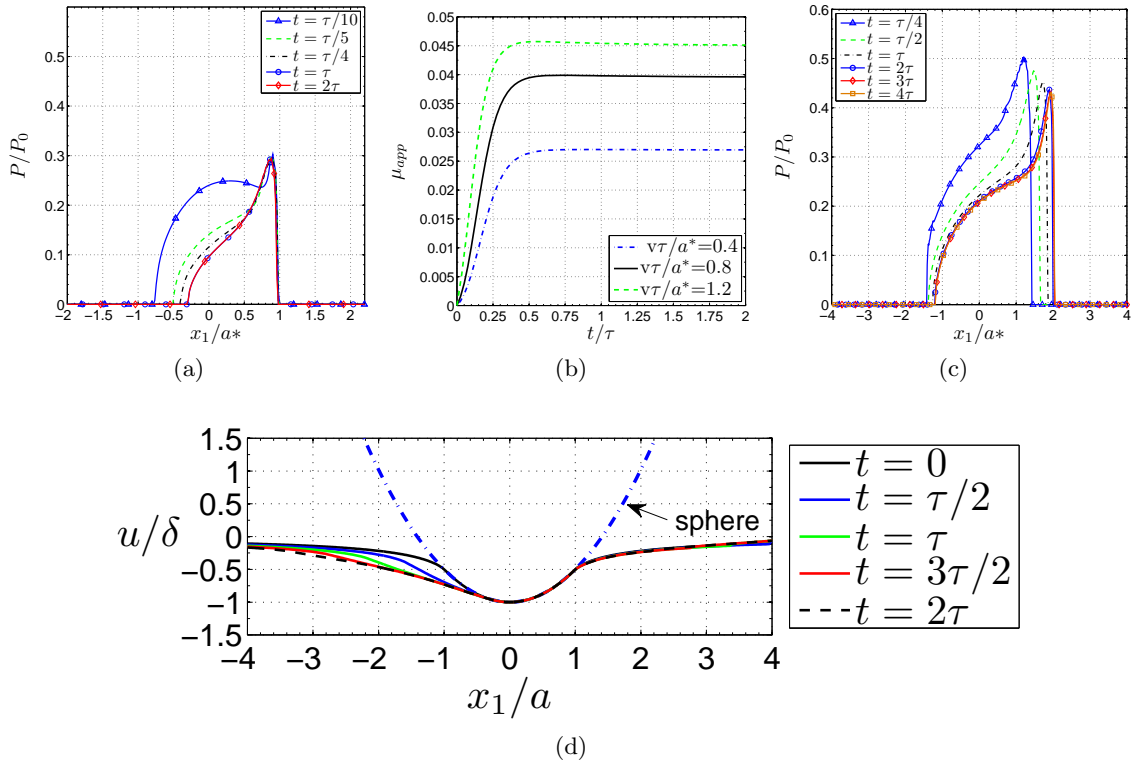


FIGURE 1.11 – Contact roulant d’une sphère rigide sur un massif viscoélastique homogène : champ de pression adimensionnée pour un chargement en déplacement normal imposé et une vitesse normalisée  $v\tau/a^* = 1.2$  1.11a; coefficient de frottement apparent  $\mu_{app}$  en déplacement imposé pour différentes vitesses adimensionnées  $v\tau/a^*$  1.11b; déformation de la surface viscoélastique pour un chargement en déplacement normal imposé et une vitesse normalisée  $v\tau/a^* = 1.2$  1.11d; champ de pression adimensionnée pour un chargement en déplacement normal imposé et une vitesse normalisée  $v\tau/a^* = 1.2$  1.11c d’après Koumi *et al.* [140]

Le comportement viscoélastique induit donc des comportements très spécifiques même dans le cas d’un comportement sans frottement et donc d’un contact purement normal. De manière intéressante, ces comportements sont aussi dépendant du type de déplacement tangentiel et de la loi de comportement des matériaux. Différents types de configurations sont qualitativement représentées en Fig. 1.12. Les géométries déformées (amplifiées dans la direction verticale) d’une sphère de rayon  $R$  et d’un plan mis en contact, de même que le champ de pression dans l’état



stabilisé sont représentés. Sont identifiés la vitesse de glissement  $v$ , de rotation de la sphère  $\omega$ , l'effort normal  $P$  et tangentiel induit  $T$  et le moment résistif  $M$  induit autour du centre de la sphère par la dissymétrie des pressions.

Le cas du roulement d'une sphère rigide sur un massif viscoélastique est celui analysé ci-dessus. Lorsque le massif est rigide et la sphère est viscoléastique, la configuration de contact stabilisée sera similaire mais la surface de contact restant plane et imposée par le plan rigide, aucun effort tangentiel ne sera apparent. Dans le cas du glissement de la sphère, si le massif est viscoélastique, la situation est de nouveau similaire mais si c'est la sphère qui est viscoélastique et qu'elle glisse à la surface du plan rigide, le mouvement des particules viscoélastique par rapport à la zone de contact est nul et la situation de contact similaire à celle observée dans un cas d'indentation (comme dans le cas purement élastique).

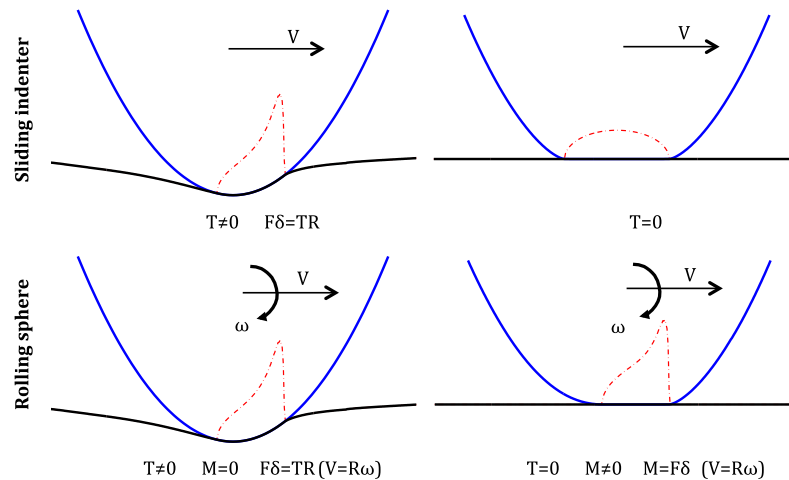


FIGURE 1.12 – Représentation schématique de la géométrie déformée (les déplacements verticaux sont amplifiés) et des distributions de pression (lignes pointillées) pour la solution asymptotique de contacts viscoélastiques sans frottement entre une sphère et un plan pour un même déplacement normal imposé : sphère rigide sur massif viscoléastique (colonne de gauche) et sphère viscoélastique sur massif rigide (colonne de droite). Comparaison entre un cas d'indentation (première ligne) de glissement pur (ligne du milieu) et de roulement pur (ligne du bas). La sphère a un rayon  $R$ ,  $V$  est sa vitesse tangentielle,  $\omega$  sa vitesse de rotation,  $N$  est l'effort normal,  $T$  l'effort tangentiel résultant,  $M$  le moment résistant induit et  $\delta$  le décalage du barycentre des pressions.

#### 1.2.3.4 Extension de la viscoélasticité : problèmes tangentiels et revêtus

Les approches du problème tangentiel, de la prise en compte du comportement de massifs multi-couches et de la viscoélasticité sont maintenant couplées entre elles pour introduire l'influence d'un frottement de type *Coulomb* et des matériaux à plusieurs couches.

L'extension de la viscoélasticité au problème tangentiel se fait en développant de manière similaire à l'Éq. (1.48) l'équivalent élastique/viscoélastique à l'intégralité des composantes de déplacement normal et tangentiels présentés en Éqs. (1.17) et (1.18). Les détails des développements sont une fois encore présentés dans les travaux de thèse de Koumi [139] et Wallace [271]. Des applications à la simulation du fretting (petits mouvements tangentiels alternés menant à des configurations soit de glissement total, soit d'alternance de zones de glissement et d'adhérence)



sur matériau ou entre matériaux viscoélastiques sont notamment présentées dans ces travaux, montrant en plus de l'impact du rapport  $v\tau/a^*$ , l'influence de l'amplitude du débattement.

L'extension au comportement viscoélastique revêtu consiste à considérer un matériau constitué de  $L$  couches reposant sur un substrat. Chaque couche, et le substrat, ont un comportement viscoélastique différent décrit pour une couche  $l$  par une fonction de relaxation  $R^l(t)$  toujours défini par une formulation en série de Prony à  $n$  termes avec donc des raideurs  $\mu_i^l$   $i=0..n$  et temps de relaxation  $\tau_i^l$   $i=1..n$ . Pour rappel, le passage du comportement élastique à viscoélastique se fait en substituant dans les coefficients d'influence le comportement élastique par la fonction de fluage et en discrétisant temporellement le chargement de pression. Dans le cas d'un matériau revêtu, cela implique deux subtilités :

- le module de comportement élastique n'est plus directement factorisable dans les coefficients d'influence  $K_i^{p\text{multi-couches}}$ ,  $i = x, y, z$ . En faisant toujours l'hypothèse que les coefficients de Poisson sont constants en fonction du temps, il est par contre possible d'écrire le comportement en fonction des ratios  $\mu^l/\mu^{l+1}$ . Le déplacement élastique des surfaces d'un matériau multi-couches revêtu peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \bar{u}_z(x, y, \alpha\Delta t) = & \sum_{k=0}^{\alpha} J^1[(\alpha - k)\Delta t] \\ & \sum_{m=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} \bar{K}_z^{p\text{ multi-couches}} \left( x_m - x, y_n - y, \frac{J^l(k\Delta t)}{J^{l+1}(k\Delta t)} \right) \times \\ & [p(x_m, y_n, k) - p(x_m, y_n, k - 1)] \end{aligned} \quad (1.54)$$

Les ratios de comportement entre les différentes couches dépendent donc du temps à partir du moment où les temps de relaxation des différentes couches de matériau sont différentes. Une conséquence de ce fait est que les coefficients d'influence doivent être recalculés à chaque pas de temps du calcul. Dans la pratique cela correspond à une augmentation du temps de calcul dans un cas multi-couches d'environ 50 % par rapport à un cas homogène.

- Le second point important est que l'équation précédente est en fait une approximation de la solution exacte. Cette solution n'est exacte que dans le régime stationnaire et dans le cas où les ratios entre fonctions de fluages des différentes couches sont constants, donc lorsque les temps de relaxation des différentes couches sont les mêmes. Dans un cas général, l'approximation faite peut raisonnablement être considérée comme négligeable. D'une part parce que les termes négligés sont essentiellement dépendant du comportement à basse fréquence qui est rarement prédominant et d'autre part des comparaisons à des simulations éléments finis ont pu montrer l'aspect négligeable de ces contributions sur quelques cas représentatifs.

Une étude détaillée des conséquences de ces hypothèses est présentée par Wallace *et al.* [273] pour le cas d'une couche unique et Wallace *et al.* [275] dans le cas de matériaux multi-couches.

Deux applications sont ici présentées. La première, en Fig. 1.13, présente les champs de pression et cisaillements issus du glissement d'une sphère sur un massif revêtu. Le massif est constitué d'une couche de revêtement dont la raideur pour un temps infini  $\mu_{\infty c}$  est égale à un quart de celle du substrat :  $\mu_{\infty c} = 0.25 \times \mu_{\infty s}$  ou 1. Le comportement viscoélastique de chacune des couches est tel que  $\mu_{\infty c, s} / \mu_{0c, s} = 10$  et  $\tau_c / \tau_s = 1$ . La vitesse de glissement est telle que  $v\tau_s/a = 0.4$  où  $a$  est le rayon de contact du cas homogène de propriétés équivalentes à  $t = 0$  (et  $p_0$  la pression maximale correspondante). Un coefficient de frottement égal à 0,25 est appliqué entre les surfaces.

Au temps initial, la solution sera proche de celle du cas de Cattaneo-Mindlin, à l'effet du revêtement près : une zone de glissement se forme progressivement depuis la périphérie du contact et se propage vers son centre. Pour  $t = \tau_s/10$  (Fig. 1.13a) le contact est encore partiellement adhérent et la zone de glissement du fait de l'effet visqueux est dissymétrique : elle est plus étendue en aval du contact. La repartition de pression par contre est encore symétrique, de forme hertzienne. Pour ce jeu de paramètre à  $t = \tau_s/4$  le contact est complètement glissant (Fig. 1.13b) et la dissymétrie de pression due à l'effet visqueux se forme. Cet effet se développe progressivement jusqu'à l'état stabilisé représenté ici à  $t = 2\tau_s$  (Fig. 1.13c). A toutes les étapes du contact, l'effet du revêtement, plus souple que le substrat se manifeste par un étalement de la zone de contact et une diminution de la pression maximale (et donc par conséquent aussi du cisaillement maximal, celui-ci étant borné par  $f \times p$  dans la zone de glissement).

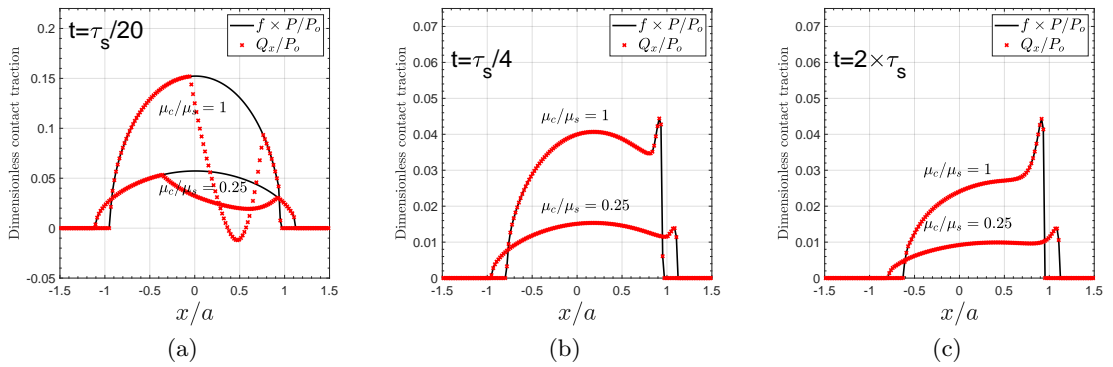


FIGURE 1.13 – Glissement à vitesse  $v\tau_s/a = 0.4$  avec frottement ( $f = 0.25$ ) d'une sphère rigide sur massif viscoélastique revêtu sous effort imposé, évolution des cisaillement dans la direction du glissement et de la pression adimensionnés dans le plan médian pour  $t = \tau_s/20$  1.13a,  $t = \tau_s/4$  1.13b et  $t = 2\tau_s$  1.13c d'après Koumi [139]

Enfin, quelques résultats sont présentés dans un cas particulier d'un matériau multi-couches viscoélastiques. Il est à noter que plusieurs études paramétriques permettant d'identifier l'influence de plusieurs paramètres matériaux sur les conditions de contact mais aussi sur les distributions de contraintes sont présentées dans [273, 275]. Le matériau étudié est ici constitué de 10 couches ( $j = 1..10$ ), d'épaisseurs constantes et égales à  $a_0/10$ . Les modules élastiques des couches sont croissants dans la profondeur ( $\mu_{\infty j} = \left[1 + \frac{j-1}{2}\right] \mu_{\infty sub}$ , voir Fig. 1.14a) et les temps de relaxation décroissants ( $\tau_j = \left[3 - \frac{j-1}{5}\right] \tau_{sub}$ , voir Fig. 1.14b) Sur ce matériau est appuyée une sphère rigide, avec un déplacement (Fig. 1.14e) ou un effort (Fig. 1.14e) normal imposé constant et un roulement à vitesse tangentielle constante telle que  $v\tau_{sub}/a_0 = 0.8$ . Une fois encore  $a_0$  et  $p_0$  correspondent aux conditions de Hertz du cas d'indentation équivalent sur un matériau homogène ayant les propriétés du substrat à  $t = 0$ .

Les champs de pression pour les deux types de chargement (qui correspondent donc au même cas de contact de Hertz à  $t = 0$ ) en fonction du temps sont tracés, de même que l'évolution du coefficient de frottement apparent en Fig. 1.14c. Un premier élément intéressant à noter est le temps de stabilisation beaucoup plus long du problème dans le cas du pilotage en effort. Ceci est du notamment à l'influence du temps de relaxation plus élevé de la première couche mais ne se retrouve pas de manière aussi marquée sur le cas piloté en déplacement. Le second élément

intéressant est la différence de résultats en termes de coefficients de frottement apparent. Le cas piloté en effort mène à un coefficient de frottement élevé (et donc à une résistance au roulement) mais qui tend lentement vers sa valeur stabilisée. A l'inverse, le régime stabilisé est atteint beaucoup plus vite en déplacement imposé, avec une résistance résiduelle au roulement moindre bien que cette valeur stabilisée soit dépassée de manière transitoire autour de  $t = \tau_s/2$ .

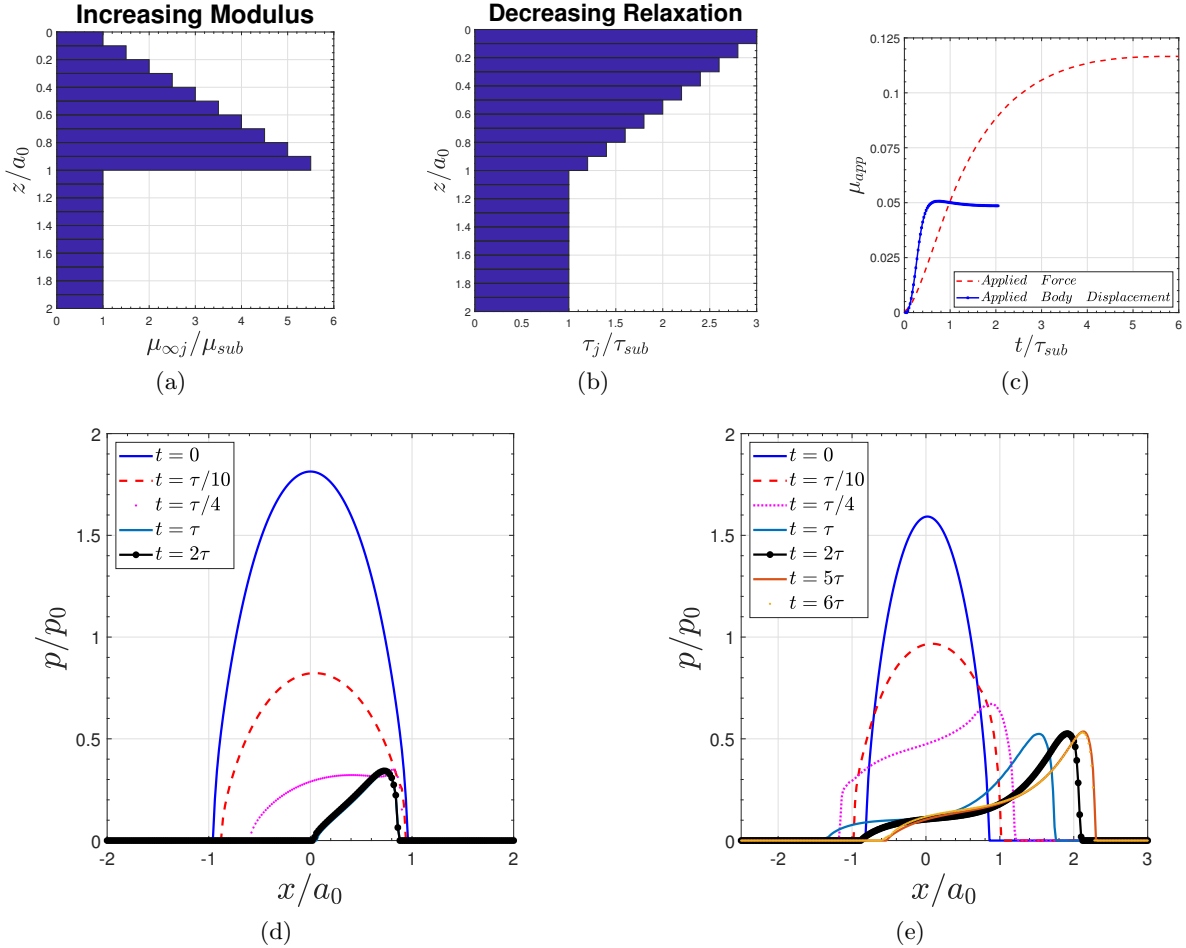


FIGURE 1.14 – Roulement d’une sphère sur un massif viscoélastique multi-revêtu avec 10 couches de modules élastiques croissants 1.14a et de temps de relaxation décroissants 1.14b dans la profondeur à une vitesse normalisée  $v\tau/a = 0.8$  : résultats de coefficients de frottement calculés en fonction du temps 1.14c, de pressions en déplacement 1.14d et effort 1.14e imposés pour différents temps d’après Wallace [271]

Les possibilités de modélisation de contact entre matériaux viscoélastiques sont donc nombreuses. Elles permettent de traiter tout type de configuration de contact (normal et tangentiel, pilotées en effort ou déplacement, en petits ou grands débattement, en glissement total ou partiel) et une très large gamme de comportement matériaux (homogène ou multi-couches du moment que la rhéologie de chacune des couches peut être représentée par une distribution en série de Prony). Plusieurs cas d’applications ont été présentée pour parcourir différentes phénoménologies et notamment pointer l’influence particulière des conditions de contact (roulement, glissement, pilotage) et de la vitesse relative des corps en contact à travers le rapport  $v\tau/a$ .

**Evolution des géométries des corps en contact : intégration de l'usure** Le formalisme de contact présenté jusqu'ici est purement bidimensionnel. Il permet de rendre compte facilement de phénoménologies d'usure (voir les travaux de Boucly [41], Gallego [99, 100, 102, 103] et Done [76, 77]). Le point d'entrée consiste à disposer d'une loi d'usure utilisée pour prédire la quantité de matière enlevée d'un corps en fonction des conditions de contact. Une loi couramment utilisée est celle d'Archard [91, 201] qui décrit le volume usé  $V$  sur  $N$  cycles de chargement en fonction d'un coefficient matériau d'usure  $\alpha_{usure}$ , de la distance glissée par cycle  $\delta_\tau$  et de l'énergie dissipée dans le contact  $E_d$  :  $V = \alpha_{usure} \sum_{n=1}^N \delta_\tau(n) E_d(n)$ . Cette loi peut s'écrire de manière locale sous la forme :

$$\Delta h_{usure}(x, y) = \alpha_{usure} \sum_{n=1}^N \delta_\tau(n) \sum_{t=0}^{t_{cycle}} \mathbf{q}_\tau^t \mathbf{s}^t \quad (1.55)$$

Il suffit alors de calculer l'énergie dissipée en tout point sur un cycle de chargement, connaissant les conditions de contact, puis l'application de cette équation permet de déterminer un volume local de matière enlevé sur les  $N$  cycles considérés. L'évolution de la géométrie usée est alors intégrée au calcul du gap (Éq. (1.5)) :

$$g(x, y) = h_0(x, y) + \bar{u}_z^{(1+2)}(x, y) - \delta_z + \Delta h_{usure}(x, y) \quad (1.56)$$

intégrant ainsi la nouvelle géométrie qui entraînera des modifications de la distribution de pression pour les cycles suivants. Une procédure classique de saut de cycle permet de choisir de manière appropriée le nombre de cycles à appliquer entre deux calculs.

Un exemple de résultat type, issu de Done *et al.* [77] est présenté en Fig. 1.15. La configuration de contact (Fig. 1.15a) est celle d'un cylindre élastique sur un plan, pilotée par un effort normal et un débattement tangentiel tel que le contact est en glissement total. La loi utilisée de type Archard a été identifiée expérimentalement. Deux autres paramètres déterminés expérimentalement sont utilisées en données d'entrée : l'évolution du coefficient de frottement en fonction du nombre de cycle appliqué (Fig. 1.15c) et un pourcentage de particules d'usures éjectées du contact (Fig. 1.15d). Les expériences ont en effet montré qu'une proportion significative des particules d'usure reste coincée dans le contact et influence celui-ci. Ceci est ici modélisé en séparant le débit de matière usée entre les particules effectivement éjectées du contact et celles, restantes, qui sont supposées collées aux surfaces et ainsi contribuent à la géométrie des corps (Fig. 1.15b). Les résultats de simulation comparés aux volumes usés mesurés expérimentalement (à 50 000 et à 100 000 cycles, Fig. 1.15e)) montrent une bonne correspondance lorsque les débris sont correctement pris en compte, l'écart étant significatif avec les simulations qui supposent que 100 % des particules usées sont éjectées.

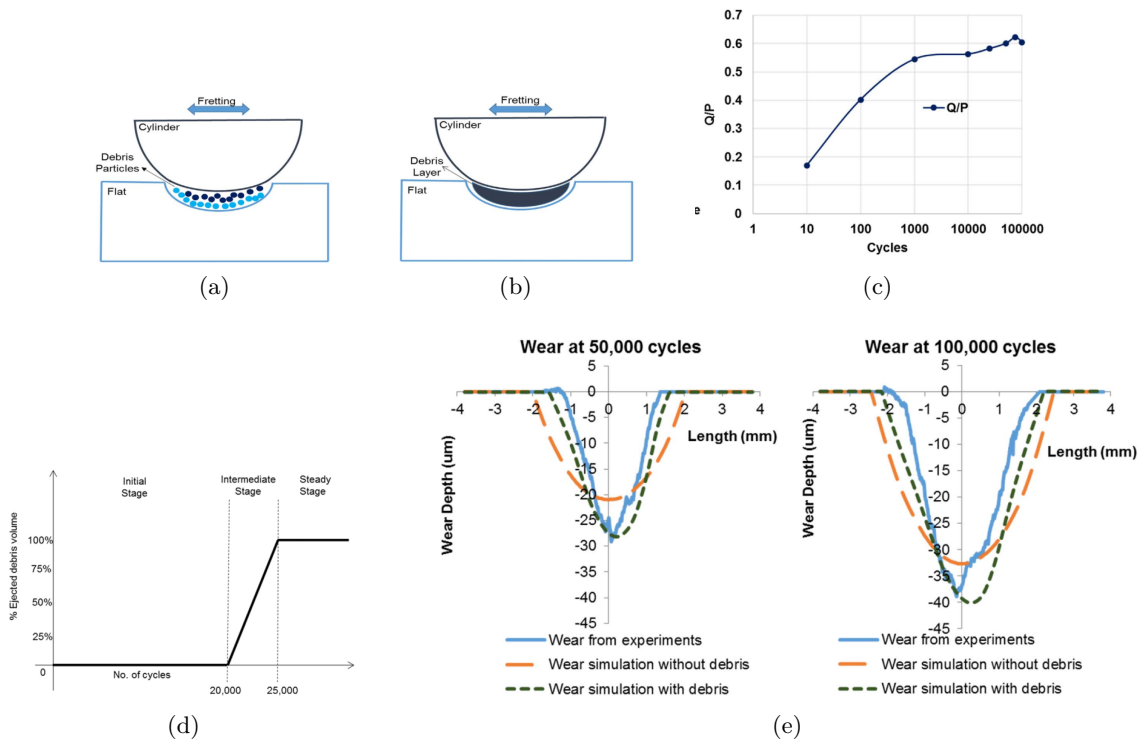


FIGURE 1.15 – Simulation d'un essai de fretting usure avec prise en compte de l'accumulation des débris : principe de l'accumulation des débris sur les pièces en contact 1.15a et 1.15b, évolution du coefficient de frottement 1.15c et du taux d'éjection des débris 1.15d mesurés expérimentalement et utilisés dans les données d'entrée de la simulation et traces d'usures à 50 kCycles et 100 kCycles mesurées et simulées avec et sans prise en compte des débris 1.15e d'après Done *et al.* [77]

### 1.3 Résolution de contacts pour des matériaux au comportement *volumique*

L'intérêt sera ici porté sur des matériaux contenant des hétérogénéités ou un comportement élasto-plastique. En l'absence de solutions analytiques permettant de décrire le comportement sous charge d'un massif de telles propriétés, il n'est pas possible, comme précédemment, de décrire le problème uniquement par la surface. L'idée, toujours permise par le principe de superposition, applicable ici sous l'hypothèse des petites perturbations est que sous chargement de contact (pression et/ou cisaillements), le massif pourra subir en plus de sa déformation élastique :

- dans le cas d'un comportement élasto-plastique, une déformation permanente (ou résiduelle)  $\bar{u}^{res}$  liée à l'apparition de déformations plastiques au sein du massif. Les formulations associées à ce comportement pourront être trouvées en détail dans les travaux de Jacq *et al.* [123], Fulleringer [95], Chaise [58] et Amuzuga [5]
- dans le cas d'un comportement hétérogène, une déformation liée à la présence des hétérogénéités  $\bar{u}^*$  qui elle sera nulle en l'absence de chargement extérieur sur le massif, donc en fin de contact. Le lecteur pourra trouver une description détaillée des formulations associées à la prise en compte de ce comportement dans les travaux de Fulleringer [95], Leroux [146], Koumi [139], Amuzuga [5] et Beyer [27].

Dans le cas particulier d'un couplage entre ces deux comportement [5, 6], la déformation due à la présence d'hétérogénéité pourra demeurer même après déchargement du contact du fait de la présence de contraintes résiduelles dues à la plasticité.

Du point de vue de la résolution du contact, si pour un état de chargement donné, les déplacements en surface induits par la plasticité et/ou les hétérogénéités sont connus, la résolution du contact ne nécessite alors que de prendre en compte ces déplacements dans le calcul du gap (Éq. (1.5)) (et des glissements dans le cas d'un calcul tangentiel) :

$$g(x, y) = h_0(x, y) + \bar{u}_z^{(1+2)}(x, y) + \bar{u}_z^{res}(x, y) + \bar{u}_z^*(x, y) \quad (1.57)$$

La problématique consiste alors à calculer ces déplacements en surface pour des conditions de chargement données.

#### 1.3.1 Prise en compte des hétérogénéités

Eshelby [82] et Mura [182] ont effectué plusieurs travaux pour décrire le comportement de corps de dimensions infinies contenant des hétérogénéités sur lesquels le formalisme ici présenté s'appuie. Une hétérogénéité, ou inhomogénéité, est un sous domaine de propriétés différentes de la matrice environnante. Une inclusion est un sous-domaine possédant les mêmes propriétés élastiques que la matrice mais contenant des déformations d'incompatibilité ou *eigenstrain*. Ces *eigenstrain* sont les déformations présentes au sein de ce sous-domaine en l'absence de chargement mécanique extérieur. Celles-ci sont auto-équilibrées. Lorsqu'un corp hétérogène est soumis à un chargement extérieur, le sous-domaine va subir des déformations différentes de la matrice environnante, incompatibles avec le comportement de celle-ci et donc dans l'hypothèse ici appliquée d'une continuité mécanique parfaite entre l'hétérogénéité et la matrice, des déformations d'accomodation vont apparaître. Eshelby [81] a développé la formulation du tenseur, dénommé aujourd'hui tenseur d'Eshelby  $S_{ijkl}$  qui permet de relier les déformations d'incompatibilités  $\varepsilon_{kl}^*$  avec les déformations d'accomodation  $\varepsilon_{ij}$  et donc le champ de contraintes élastiques qu'elles génèrent sous la forme :

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \times \varepsilon_{kl}^* \quad (1.58)$$

La forme générale de ce tenseur est donnée sous la forme de potentiels harmoniques et biharmoniques basé sur les intégrales elliptiques et sont notamment décrites dans les travaux de Koumi [139]. Des solutions analytiques de ce tenseur ont été proposées par Eshelby pour des inclusions de forme sphérique et plus généralement de forme ellipsoïdales et aussi pour des inclusions de forme cuboïdales [64, 162, 181] permettant alors de décomposer une inclusion de forme complexe en  $Q$  inclusions élémentaires  $q = 1..Q$  de forme cuboïdale. Chacune contient une déformation d'incompatibilité différente, considérée ici comme constante au sein de chacun des inclusions élémentaires. De nombreux travaux dans la littérature proposent des formulations du tenseurs d'Eshelby pour différentes géométries d'inclusions dans différents types de massifs (présentant une ou plusieurs surfaces libres, bimatériaux...)

Ainsi, dans un massif infini, si l'*eigenstrain* d'une inclusion est connue il sera possible de déterminer de manière analytique le champ de contrainte généré par la présence de cette inclusion, soit directement dans le cas d'une inclusion ellipsoïdale (le cas d'une sphère étant un cas limite de celui-ci) sous la forme  $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E}^M \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E}^M \mathbf{S}^{ellips.} \times \boldsymbol{\varepsilon}^*$  où  $\mathbf{E}^M$  est le tenseur des propriétés élastiques de la matrice. Soit dans le cas d'une inclusion de forme plus complexe, en décomposant celle-ci en cuboïdes élémentaires de taille  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$  sous la forme :

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}^M \sum_{q=1}^Q S_{klmn}^{cub.} \times \varepsilon_{mn}^{*(q)} \quad (1.59)$$

Dans le cas d'une hétérogénéité, la méthode dite de l'inclusion équivalente [181], illustrée Fig. 1.16, consiste donc à substituer à une hétérogénéité une inclusion équivalente dont l'effet sur la matrice sera le même, permettant alors de calculer son influence.

Soit donc un sous domaine de l'espace  $\Omega^I$  correspondant à une hétérogénéité contenue dans une matrice  $\Omega^M$ . Celle-ci est soumise à une déformation à l'infini  $\boldsymbol{\varepsilon}^\infty$ , supposée uniforme. La loi de Hooke permet de déterminer les contraintes élastiques qui vont dépendre du champ de déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  perturbé par la présence de l'hétérogénéité :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= E_{ijkl}^I (\varepsilon_{kl}^\infty + \varepsilon_{kl}) && \text{dans } \Omega^I \\ \sigma_{ij} &= E_{ijkl}^M (\varepsilon_{kl}^\infty + \varepsilon_{kl}) && \text{dans } \Omega^M \end{aligned} \quad (1.60)$$

La méthode consiste donc à rechercher l'*eigenstrain*  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  telle que cette hétérogénéité soit équivalente à une inclusion de mêmes propriétés que la matrice :

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}^I (\varepsilon_{kl}^\infty + \varepsilon_{kl}) = E_{ijkl}^M (\varepsilon_{kl}^\infty + \varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad \text{dans } \Omega^I \quad (1.61)$$

Cette équation renferme la condition nécessaire et suffisante à l'équivalence des deux problèmes ci-dessus, en y introduisant le tenseur d'Eshelby  $\mathbf{S}$  et en notant la différence des propriétés élastiques entre la matrice et l'hétérogénéité :  $\Delta \mathbf{E} = \mathbf{E}^I - \mathbf{E}^M$ , il vient :

$$\Delta E_{ijkl} S_{klmn} \varepsilon_{mn}^* + E_{ijkl}^M \varepsilon_{kl}^* = -\Delta E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^\infty \quad (1.62)$$

Il est ainsi possible de calculer facilement l'*eigenstrain* et ainsi à partir de l'expression du tenseur d'Eshelby le champ de contraintes généré par la présence de l'inhomogénéité et qui se superpose au champ initial, ceci dans un massif de dimensions infinies.



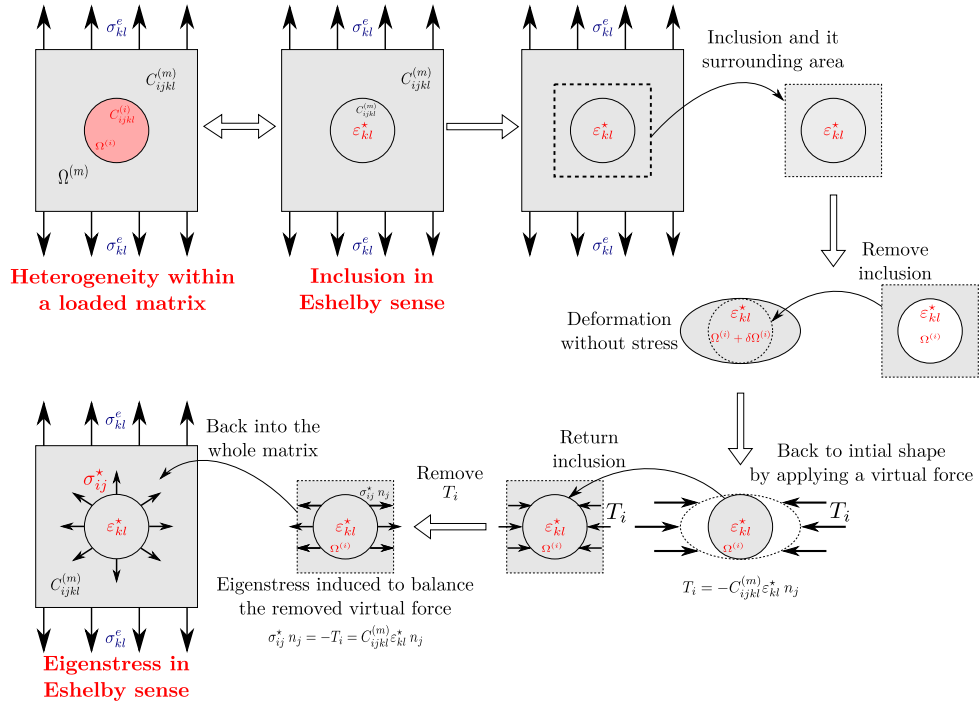


FIGURE 1.16 – Principe de conversion d’une hétérogénéité en une inclusion au sens d’Eshelby et contrainte d’incompatibilité générée associée d’après Amuzuga *et al.* [6]

### 1.3.2 Discrétisation et influence sur le contact

Pour une configuration de contact donnée, connaissant les distributions de pression et cisaillements en surface, il est possible de calculer les contraintes en sous-couche par le biais de l’Éq. (1.16). De ce champ de contrainte peut être déduit le champs de déplacement et dans le cas d’un contact sur massif contenant des inhomogénéités, utilisé pour calculer l’*eigenstrain* au sein de chacune d’entre elle. Il reste donc à déterminer les surcontraintes qui en découlent, en tenant compte de la présence de la surface libre, les formulations de base d’Eshelby s’entendant pour un massif infini.

Plusieurs méthodes de décomposition ont été proposées dans la littérature pour traiter ce problème. La première et certainement la plus classique a été initialement proposée par Chiu [65]. Elle consiste à décomposer le problème d’une inclusion dans un massif semi-infini en trois sous problèmes, illustré en Fig. 1.17a :

- le problème de cette même inclusion, contenant une *eigenstrain*  $\epsilon^*$  dans un massif-infini
- le problème d’une inclusion miroir d’*eigenstrain*  $\epsilon^{*m}$  telle que  $\epsilon_{iz}^{*m} = -\epsilon_{iz}^*$   $i = y, z$  dans un massif-infini positionnée symétriquement par rapport au plan de normale  $z$  de la surface libre
- et enfin un massif semi-infini à la surface duquel est appliqué une distribution normale de contrainte  $-\sigma^n$  qui correspond à la contrainte normale dans le massif infini résultant de la présence des deux inclusions

La somme de ces deux premiers problèmes laisse le plan de surface libre de contrainte de cisaillement et le troisième annule la contrainte de traction. Le champ de contrainte due à la présence d’inhomogénéités de coordonnées  $(x^I, y^I, z^I)$  au sein d’un massif discrétisé en  $N_x \times N_y \times N_z$



cuboïdes s'exprimera donc sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ij}(x, y, z) = & \sum_{x^I=0}^{N_x-1} \sum_{y^I=0}^{N_y-1} \sum_{z^I=0}^{N_z-1} B_{ijkl}(x - x^I, y - y^I, z - z^I) \varepsilon_{kl}^*(x^I, y^I, z^I) \\
 & + \sum_{x^I=0}^{N_x-1} \sum_{y^I=0}^{N_y-1} \sum_{z^I=0}^{N_z-1} B_{ijkl}(x - x^I, y - y^I, z - z^I) \varepsilon_{kl}^{*m}(x^I, y^I, z^I) \\
 & - \sum_{x=0}^{N_x-1} \sum_{y=0}^{N_y-1} C_{zz}^p(x - x^I, y - y^I) \sigma^n(x^I, y^I)
 \end{aligned} \tag{1.63}$$

Où les coefficients  $\mathbf{B}$  sont les coefficients d'influence reliant l'eigenstrain constante au point  $(x^I, y^I, z^I)$  centre de l'inclusion considéré à la contrainte en tout point du massif infini de coordonnées  $(x, y, z)$ . Ils découlent du tenseur d'Eshelby, des propriétés élastique de la matrice et de la géométrie de l'inclusion considérée et sont rappelés notamment dans les travaux de Koumi [139], Amuzuga [5] ou Beyer [27]. La contrainte normale  $\sigma^n$  s'obtiendra donc sous la forme (dans le cas d'une unique inclusion) :

$$\begin{aligned}
 \sigma^n(x', y') = & B_{zzkl}(x' - x^I, y' - y^I, z' - z^I) \varepsilon_{kl}^*(x^I, y^I, z^I) \\
 & + B_{zzkl}(x' - x^I, y' - y^I, z' - z^I) \varepsilon_{kl}^{*m}(x^I, y^I, z^I)
 \end{aligned} \tag{1.64}$$

Les termes de l'Éq. (1.63) correspondent à deux produits de convolution 3D et un produit de convolution 2D qui sont réalisés numérique avec la technique DC-FFT, celle-ci se généralisation au cas 3D [58, 95, 302].

La méthode présentée ici est très générique, elle permet de traiter plusieurs formes d'inclusions et ce sans hypothèse sur la forme du tenseur d'eigenstrain. Les travaux de Chiu [65] proposaient une formulation intégrale du problème pour des inclusions cubiques. Jacq *et al.* [123] ont proposé une résolution analytique des équations intégrales proposées par Chiu [65] permettant le calcul dans le cas d'inclusions de forme cuboïdale dans le cas particulier où la trace de l'eigenstrain est nulle. Ces formulations s'appliquent donc de manière directe à la représentation de déformations plastiques par des inclusions. Une particularité de ces formulations est qu'elles inègrent la présence de la surface libre directement dans l'expression des coefficients  $\mathbf{B}$ . Il n'est ainsi pas nécessaire de réaliser une FFT 3D pour chaque profondeur de calcul mais seulement  $n_z$  FFT2D. La méthode générale appliquée au cas d'inclusions 3D et de géométrie quelconque, présentée ici, a été proposée par Zhou *et al.* [302]. Zhou *et al.* [306] ont aussi proposé une décomposition différente, permettant d'éviter le calcul de l'inclusion miroir et ainsi de réduire les

temps de calculs. Celle-ci est illustrée Fig. 1.17b et donnera :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ij}(x, y, z) = & \sum_{x^I=0}^{n_x-1} \sum_{y^I=0}^{n_y-1} \sum_{z^I=0}^{n_z-1} B_{ijkl}(x - x^I, y - y^I, z - z^I) \varepsilon_{kl}^*(x^I, y^I, z^I) \\
 & - \sum_{x=0}^{n_x-1} \sum_{y=0}^{n_y-1} C_{zz}^p(x - x^I, y - y^I) \sigma^n(x^I, y^I) \\
 & - \sum_{x=0}^{n_x-1} \sum_{y=0}^{n_y-1} C_{zx}^p(x - x^I, y - y^I) \sigma_{zx}(x^I, y^I, 0) \\
 & - \sum_{x=0}^{n_x-1} \sum_{y=0}^{n_y-1} C_{zy}^p(x - x^I, y - y^I) \sigma_{zy}(x^I, y^I, 0)
 \end{aligned} \tag{1.65}$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{zx}(x', y') &= B_{zxkl}(x' - x^I, y' - y^I, z' - z^I) \varepsilon_{kl}^*(x^I, y^I, z^I) \\
 \sigma_{zy}(x', y') &= B_{zykl}(x' - x^I, y' - y^I, z' - z^I) \varepsilon_{kl}^*(x^I, y^I, z^I)
 \end{aligned} \tag{1.66}$$

D'autres formulations pour le calcul des contraintes en massif semi-infini, basées sur les vecteurs de Galerkin ont aussi notablement été proposées par Liu *et al.* [150, 153].

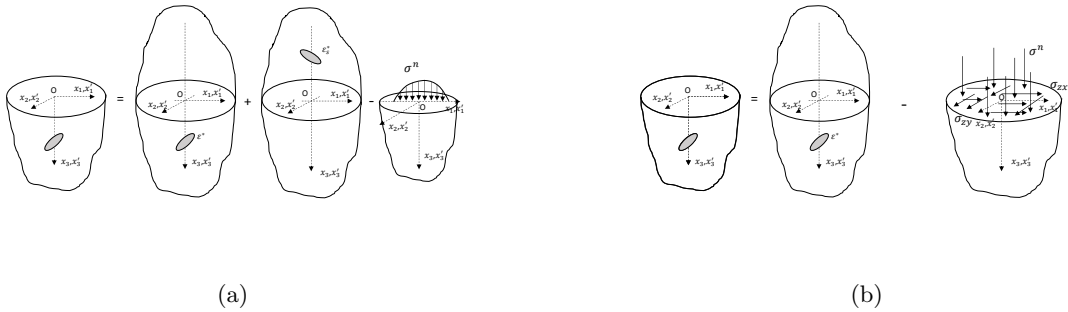


FIGURE 1.17 – Illustration des méthodes de décomposition pour le calcul des effets d'une inclusion en massif semi-infini

Il est ensuite possible de calculer les déplacements en surface. Dans le cas où seul le problème normal est considéré, celui-ci ne dépend que de la contrainte  $\sigma^n$  et sera simplement obtenu sous la forme :

$$\bar{u}_z^*(x, y) = \sum_{x'=0}^{n_x-1} \sum_{y'=0}^{n_y-1} K_z^p(x - x', y - y') \sigma^n(x', y') \tag{1.67}$$

Ainsi il est possible de recalculer le contact, simplement en actualisant le calcul du gap selon l'Éq. (1.57) avec les déplacements calculés ici. La résolution du contact est effectuée comme dans le cas élastique en intégrant simplement cette modification de la géométrie, considérée

comme une constante. Le champ de pression s'en trouvera ainsi modifié et un processus itératif entre le problème de surface (calcul du contact à déplacement due au problème en sous-couche supposé constant) et de volume (calcul des contraintes et déplacement en surface dans le amssif à distribution de pression supposée constante) est réalisé jusqu'à convergence.

### 1.3.3 Influences mutuelles entre inclusions

Lorsque plusieurs inclusions ou inhomogénéités sont présentes, elles interagissent entre elles. En effet le champ de contrainte d'accomodation de chacune va modifier l'*eigenstrain* des autres en modifiant le champ de déformation initial auquel elles sont soumises. Des travaux ont été entrepris pour résoudre le champ des *eigenstrains* à travers l'utilisation d'un algorithme du gradient conjugué [147, 304, 305].

Ainsi dans le cas d'un solide contenant  $n$  inhomogénéités  $\Omega^\Psi$  ( $\Psi = 1..n$ ) discrétisé en  $n_x \times n_y \times n_z$  points de calcul ou cuboïdes. Chaque inhomogénéité, centrée en un point  $(x^\alpha, y^\beta, z^\gamma)$  est de propriétés élastiques  $\mathbf{E}^\Psi$ . L'inclusion équivalente d'Eshelby de chacune de ces hétérogénéités peut être écrite sous la forme :

$$\left( \mathbf{E}_{\alpha,\beta,\gamma}^\Psi \mathbf{E}^{m-1} - Id \right) \boldsymbol{\sigma}_{\alpha,\beta,\gamma}^* + \mathbf{E}_{\alpha,\beta,\gamma}^\Psi \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,\beta,\gamma}^* = \left( Id - \mathbf{E}_{\alpha,\beta,\gamma}^\Psi \mathbf{E}^{m-1} \right) \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,\beta,\gamma}^\infty \quad (1.68)$$

La contrainte  $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha,\beta,\gamma}^*$  en chaque inhomogénéité de coordonnées  $(\alpha, \beta, \gamma)$  est donc influencée par les *eigenstrains* de chacune des autres inhomogénéités :

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha,\beta,\gamma}^* = \sum_{\phi=0}^{n_z-1} \sum_{\zeta=0}^{n_y-1} \sum_{\xi=0}^{n_x-1} \mathbf{B}_{\alpha-\xi,\beta-\zeta,\gamma-\phi} \boldsymbol{\varepsilon}_{\xi,\zeta,\phi}^* \quad (1.69)$$

Ces deux équations permettent d'obtenir une relation entre les contraintes et *eigenstrains* à résoudre :

$$\begin{aligned} & \left( \mathbf{E}_{\alpha,\beta,\gamma}^\Psi \mathbf{E}^{m-1} - Id \right) \sum_{\phi=0}^{n_z-1} \sum_{\zeta=0}^{n_y-1} \sum_{\xi=0}^{n_x-1} \mathbf{B}_{\alpha-\xi,\beta-\zeta,\gamma-\phi} \boldsymbol{\varepsilon}_{\xi,\zeta,\phi}^* + \mathbf{E}_{\alpha,\beta,\gamma}^\Psi \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,\beta,\gamma}^* \\ & = \left( Id - \mathbf{E}_{\alpha,\beta,\gamma}^\Psi \mathbf{E}^{m-1} \right) \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha,\beta,\gamma}^\infty \end{aligned} \quad (1.70)$$

Ce qui peut se voir comme un système linéaire de  $6n$  équations à résoudre de la forme  $A\boldsymbol{\varepsilon}^* = b$ . Celui-ci peut être résolu par un algorithme de type CGM lorsque la matrice  $A$  est symétrique définie positive [146, 305] ou les algorithmes BiCGSTAB (*Bi-Conjugate Gradient Stabilized Algorithm*) ou Orthodir [139] lorsque ce n'est pas le cas, typiquement en présence de cisaillements en surface.

Cette prise en compte des influences mutuelles alourdit donc les temps de calcul, en rajoutant un boucle de convergence dans la résolution du problème inclusionnaire mais elle est nécessaire pour modéliser correctement le comportement lorsque plusieurs inclusions sont présentes et proches les unes des autres.

### 1.3.4 Plasticité

La plasticité est un cas d'application particulier de la méthode de prise en compte des hétérogénéités qui a été implémenté avant celle-ci dans les méthodes semi-analytiques (voir notamment les travaux de thèse de Chaise [58], Fulleringer [95], Amuzuga [5]). Une déformation plastique

peut directement être modélisée par une inclusion dont l'*eigenstrain* sera directement égale à la déformation plastique  $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ . Connaissant le champ de déformation plastique, les contraintes d'équilibre résultant de leur présence sont directement les contraintes résiduelles qui resteraient en l'absence de tout chargement extérieur et qui peuvent être calculées moyennant les différentes méthodes brièvement exposées ci-avant (Éq. (1.63)).

Les lois de comportement plastique utilisées dans ces travaux sont celles s'appliquant couramment aux matériaux métalliques. L'écoulement plastique sera supposé piloté par l'équivalent de von Mises des contraintes noté ici  $J_2(\cdot)$ . Divers comportements d'écrouissages ont été implémentés. Le comportement isotrope sera décrit par l'évolution de la variable d'écrouissage isotrope  $R$  dépendant de la déformation plastique cumulée  $p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p} dt$ . Les lois d'écrouissage couramment utilisés dans les travaux présentés ici étant des lois de Swift [60, 123] ou linéaires [57]. Le comportement cinématique sera lui décrit par l'évolution du tenseur d'écrouissage cinématique  $\mathbf{X}$  qui suivra classiquement une loi de type Armstrong-Frederick [57]. La fonction de charge s'exprimera alors :

$$\begin{aligned} f &= J_2(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - (R + \sigma_{y0}) \\ f < 0 &\implies \text{Comportement élastique} \\ f = 0 &\implies \text{Ecoulement plastique} \end{aligned} \tag{1.71}$$

où  $\sigma_{y0}$  est la limite d'élasticité initiale du matériau.

La prise en compte de la plasticité dans les contacts consistera donc à déterminer le champ de déformation plastique induit par un chargement de pression donné. Ceci se fait en trois étapes :

- localement en chaque point des corps en contact, les contraintes sont calculées et un algorithme du retour radial [41, 58, 95, 231] est utilisé pour calculer l'éventuel incrément de déformation plastique en tout point ;
- les contraintes résiduelles induites par ces déformations sont calculées. Elles induisent une perturbation des contraintes qui nécessite donc un processus itératif pour faire converger les déformations plastiques [5, 58, 95] ;
- une fois le champ de déformation plastique obtenu convergé ( $f \leq 0$  en tout point du massif) les déplacements résiduels induits en surface  $\bar{\mathbf{u}}^{res}$  sont calculés et utilisés comme donnée d'entrée pour modifier le gap (Éq. (1.57)) et recalculer le contact.

Un processus itératif est alors réalisé entre le problème de plasticité en sous-couche et le problème de contact intégrant les déplacements résiduels jusqu'à convergence et application du pas de temps suivant. Contrairement au problème d'hétérogénéité, le problème de plasticité est dépendant de l'histoire de chargement et donc du choix de l'incrément de temps (ou plus généralement de chargement).

De manière analogue à un comportement hétérogène, ce formalisme permet de calcul les déformations plastiques induites par le contact mais aussi l'évolution des champs de pression et cisaillements du fait de la présence de la plasticité.

### 1.3.5 Généralisation

Le formalisme ici présenté permet de traiter un très grand nombre de comportement matériaux avec un niveau de finesse (et donc indirectement des temps de calculs) plus ou moins grand. Cette technique peut être vue comme une technique d'enrichissement permettant de compléxifier le comportement des massifs en contact. Quelques remarques et éléments de généralisation peuvent être apportés ici :

- des formes analytiques du tenseur d'Eshleby sont disponibles dans la littérature pour de nombreuses formes d'inclusions. Dans les travaux ici présentés, deux approches seront utilisées pour représenter des inhomogénéités. Soit la géométrie de l'inhomogénéité est « simple » : sphère, ellipse, cube. Celle-ci peut alors représentée par une unique inclusion dont la géométrie sera donc implicitement représentée. Un intérêt fort ici est que la discrétisation spatiale choisie est indépendante de la taille de l'hétérogénéité et la solution du calcul prendra en compte la géométrie parfaite de l'hétérogénéité.
- Cette méthodologie est adaptée tant que le champ de déformation appliquée sur l'hétérogénéité est relativement homogène ce qui implique des contraintes en termes de taille relative des hétérogénéités et du contact. Dans le cas d'hétérogénéités soumises à de forts gradients de contrainte, il est possible de considérer une *eigenstrain* non uniforme. Ce formalisme a été proposé par Moschovidis et Mura [181] et implémenté numériquement par Leroux [146]. Elle est pratiquement peu utilisée.
- La seconde possibilité consiste à discrétiser la ou les hétérogénéités. Le motif élémentaire est alors un cuboïde de dimensions égales à celles de la discrétisation spatiale, un cuboïde ou une inclusion correspondant alors à un point de calcul. L'*eigenstrain* peut alors être considérée sans difficulté comme homogène. Ce cas s'applique soit lorsque le gradient est important soit pour représenter des hétérogénéités de géométrie complexe. Un inconvénient notable est que la description géométrique des hétérogénéités est alors dépendante de la finesse de discrétisation.
- L'*eigenstrain* calculée au sein d'une inclusion peut donc être soit une déformation plastique, soit l'effet d'une hétérogénéité calculée par la méthode de l'inclusion équivalente. Elle peut aussi être une déformation thermique directement calculée à partir d'une température connue  $T$  et du coefficient de dilatation thermique du matériau  $\alpha$  :  $\varepsilon^* = \alpha T \mathbf{Id}$ .

**Intégration d'effets thermiques** De manière plus directe et rapide que la solution proposée ci-dessus, des solutions analytiques modélisant un problème thermique sont aussi classiquement utilisée. Elles permettent par exemple de considérer l'influence sur le champ de contraintes et les déplacements en surface d'une source de chaleur (de flux connu, typiquement générée par le frottement entre les corps). Une intégration de ces formulations au sein de calcul de contact par méthode semi-analytique a par exemple été réalisée par Boucly *et al.* [43] pour un contact thermo-élasto-plastique.

- Des hétérogénéités présentant un comportement plastique sont aussi possibles. Trois problèmes sont alors à résoudre : le problème de contact, la plasticité au sein, ou autour de chacune des hétérogénéités et le problème d'inclusion équivalente. Le calcul de l'*eigenstrain* au sein de chaque inclusion est simplement modifié en tenant compte dans l'Éq. (1.62) de la déformation plastique  $\varepsilon^p$  au sein de celle-ci :

$$\Delta E_{ijkl} S_{klmn} \varepsilon_{mn}^* + E_{ijkl}^M (\varepsilon_{kl}^* + \varepsilon_{kl}^p) = -\Delta E_{ijkl} \varepsilon_{kl}^\infty \quad (1.72)$$

Le couplage entre les trois problèmes est alors illustré en Fig. 1.18 et détaillé dans les travaux de Amuzuga [5, 6].

- Ce formalisme permet l'implémentation d'un comportement élastique anisotrope. La prise en compte d'hétérogénéités anisotropes a été réalisé par Koumi *et al.* [142] et permet par représentation d'une multitude d'hétérogénéités anisotropes de représenter soit des revêtements anisotropes, soit un corps complet anisotrope mais au prix de temps de calculs plus conséquents. Une comparaison en termes de résultats et temps de calcul avec une formulation directe des coefficients d'influence pour des matériaux anisotropes a été réalisée par Bagault [12].

- Enfin, dans tous les cas de comportement présentés dans ce mémoire, seul un des massifs en contact présente un comportement hétérogène. La prise en compte de deux corps hétérogènes ne présente pas de difficulté technique mais simplement un doublement des temps de calcul chacun des problèmes de massifs devant être traités indépendamment. C'est un problème aisément parallélisable. Un cas particulier est à noter, celui de deux corps de même comportement (hétérogène ou plastique) mis en contact sans sollicitation tangentielle. En effet, dans ce cas-ci les déplacements résiduels ou inclusionnaires sont les mêmes dans les deux corps et il suffit de doubler leur valeur lors du calcul du gap (Éq. (1.57)) dans la résolution du contact.

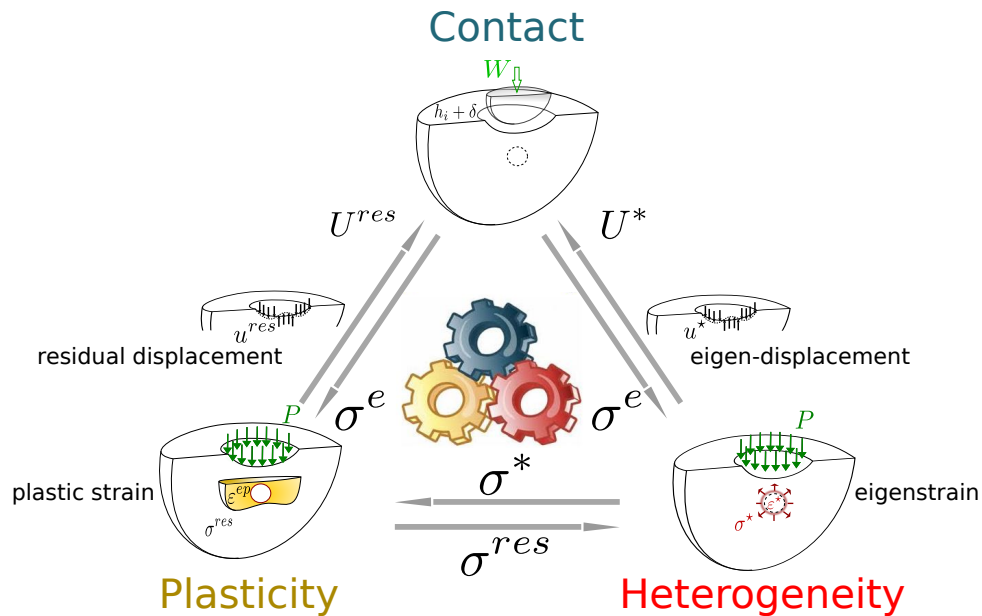


FIGURE 1.18 – Processus d’itération entre les problèmes de contact en surface, de plasticité et d’hétérogénéités d’après Amuzuga *et al.* [6]

### 1.3.6 De la variété des comportements hétérogènes

#### 1.3.6.1 Configurations avec inclusions simples

##### Contact sur massif revêtu, importance des influences mutuelles

Un premier cas simple est ici présenté, celui du contact normal, piloté en effort, d’une sphère rigide pressée sur un massif revêtu. Le revêtement, plus rigide que la matrice, est d’une épaisseur égale à  $0,25a$ . Ce cas peut aussi être traité avec les coefficients d’influences pour des revêtements élastiques avec un calcul uniquement surfacique. Il est ici réalisé en représentant le revêtement par une série d’hétérogénéités de forme cubique ayant les propriétés du revêtement et superposées à la matrice. L’intérêt de passer par des hétérogénéités serait de considérer des revêtement d’épaisseur variable ou de faire évoluer dans le temps les propriétés du revêtement, par exemple s’il s’endommage [27, 95]. Cette méthode nécessite toutefois un enrichissement du massif sur une zone nettement supérieure à la taille du contact ce qui présente des limites en termes d’efficacité numérique.

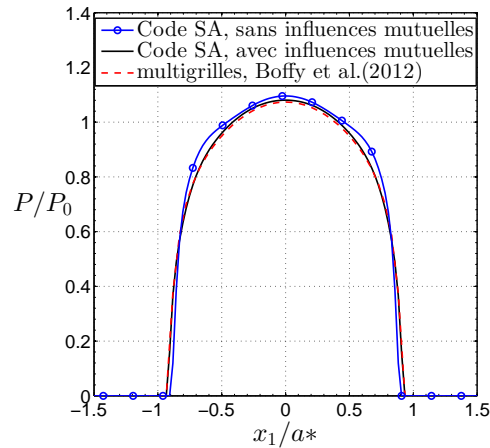


FIGURE 1.19 – Influence de la prise en compte influences mutuelles sur le champ de pression calculée pour l'indentation d'un massif revêtu d'après Koumi [139].

Trois cas sont comparés et leurs résultats en termes de pression de contact tracés en Fig. 1.19. Le premier est issu des travaux de Boffy *et al.* [36] utilisant un algorithme multi-grilles. Les deux autres sont réalisés avec plusieurs inclusions en prenant ou non en compte leurs influences mutuelles. Ce résultat montre à la fois l'excellente correspondance obtenue lorsque les influences mutuelles sont bien prises en compte et les limites d'inclusions sans effet mutuels.

**Prise en compte de massifs de géométrie finie** Des hétérogénéités de propriétés élastiques nulles peuvent être utilisées pour simuler une surface libre, tel que proposé par Wang *et al.* [281]. De nombreux auteurs ont développé des méthodes numérique pour prendre en contact entre des corps de dimensions finies, typiquement quart ou huitième de massif. Les travaux précurseurs de Keer *et al.* [135] reprenant les solutions d'Hetenyi permettent une prise en compte d'une surface libre supplémentaire par un processus itératif. Guilbault [108], puis Ahyee *et al.* [1] ont proposé une méthode approximative pour permettre une résolution directe. Une méthode numérique plus complète et versatile a aussi été proposée par Zhang *et al.* [295].

### Contact sur une hétérogénéité anisotrope

L'influence d'une unique hétérogénéité sur la distribution de pression dans un contact peut être du premier ordre. Dans cet exemple, une sphère rigide est appuyée sur un plan élastique de propriétés  $(E^M, \nu^M)$ . Dans le cas homogène, la pression de contact est hertzienne de valeur maximale  $P_0$  et de rayon  $a^*$ . Ce plan contient une unique hétérogénéité de forme ellipsoïdale, de demi-axes dans les trois directions  $a_1 = 0.4a^*$ ,  $a_2 = a_3 = 0.1a^*$  et son centre est situé à une profondeur  $dx_3 = 0.25a^*$ . L'hétérogénéité est inclinée de  $45^\circ$  autour de la direction transverse. Les résultats présentés en Fig. 1.20 montrent la répartition de pression dans le contact, dans la direction longitudinale pour 3 variations de propriétés :

- l'hétérogénéité est isotrope, son coefficient de Poisson est égal à celui de la matrice  $\nu^I = \nu^M$  et son module d'Young varie, représenté par le rapport  $\gamma = E^I/E^M$ , Fig. 1.20a. Dans cette configuration le cas  $\gamma = 1$  rappelle le cas homogène, de Hertz. Le cas  $\gamma = 2$  d'une hétérogénéité plus rigide que la matrice présente un pic de pression dont l'amplitude dépendra de la profondeur et des propriétés élastiques. De manière symétrique,



une inhomogénéité moins rigide que la matrice mène à un creux dans la distribution de pression. Ce résultat classique a notamment été étudié dans le cas de clusters d'inclusions par Leroux *et al.* [145] ou Amuzuga [5].

Lorsque l'hétérogénéité est rigide ( $\gamma = \infty$ ) le pic de pression atteint ici 5 fois la pression de Hertz tandis que pour le cas ( $\gamma = 0$ ) comparable à une porosité la chute de pression est maximale menant même à un décollement du contact dans la zone à l'aplomb de la pointe de l'inclusion. De manière intéressante, l'effet de pic est aussi marqué lorsque c'est le module de compressibilité qui varie. Ceci montre les effets critiques qu'une poche de fluide incompressible localisée sous un contact peut avoir.

- Dans le second cas, Fig. 1.20b, l'hétérogénéité est une cavité ( $\gamma = 0$ ) de profondeur variable. La zone de contact redevient uniforme pour une profondeur du centre de l'hétérogénéité supérieure à  $0.3a^*$  et l'effet sur le champ de pression disparaît complètement lorsque la profondeur excède  $0.7a^*$ .
- Enfin le 3ème cas, Fig. 1.20c présente le cas d'une hétérogénéité anisotrope. Celle-ci a toujours la même géométrie mais est supposée orthotrope de propriétés  $E_1^I = E^M$ ,  $E_2^I = 3E^M$ ,  $E_3^I = E^M/4$ ,  $\mu_{12}^I = E^M/3$ ,  $\mu_{13}^I = 2E^M$ ,  $\nu_{12}^I = 0.15$ ,  $\nu_{13}^I = 0.26$  et  $\nu_{23}^I = 0.4$ . Les 4 cas correspondent à trois orientations du repère d'orthotropie par rapport au repère géométrique de l'inclusion décrits par les angles  $(\varphi, \theta, \psi)$  de type ZXX tels que : cas 1 -  $(\varphi, \theta, \psi) = (0^\circ, 0^\circ, 0^\circ)$ , cas 2 -  $(\varphi, \theta, \psi) = (90^\circ, 45^\circ, 90^\circ)$ , cas 3 -  $(\varphi, \theta, \psi) = (45^\circ, 60^\circ, 30^\circ)$ , cas 4 -  $(\varphi, \theta, \psi) = (-30^\circ, 45^\circ, 30^\circ)$

Ces résultats montrent donc la versatilité de comportements représentables.

Ce modèle de contact uniquement normal, élastique, avec inclusions élastique permet déjà d'étudier la criticité de présences de défauts (carbures, porosités, fluide piégé) dans un contact en fonction des propriétés élastiques de ceux-ci, de leurs dimensions et de leur localisation. Ils ont notamment été à l'origine de règles d'analyse matière pour des aciers à roulements présentant des carbures via l'identification de tailles et profondeurs limites.

### Roulement sur massif hétérogène viscoélastique

Dans le cadre des travaux de thèse de Koumi [139], le formalisme permettant de prendre en compte le comportement viscoélastique à été couplé à celui considérant les hétérogénéités. Ceci permet de considérer la présence d'hétérogénéités élastiques au sein d'une matrice viscoélastique. Cela peut notamment permettre de traiter le comportement sous sollicitations dynamiques de la matrice des matériaux composites constituant les aubes de soufflantes de certains modèles de turbines aéronautiques.

Le formalisme est donc détaillé dans les travaux de Koumi [139, 140]. En résumé, cela consiste à ajouter à la résolution du contact viscoélastique une contribution des hétérogénéités dépendante du temps  $\bar{u}_z^*(x, y, t)$  calculée à chaque pas de temps. Les contraintes dans un massif viscoélastique infini, comme cela a été mentionné, ne dépendent en fait que du champ de pression à l'instant  $t$  (les propriétés élastique n'apparaissant pas dans l'expression des contraintes) et donc le comportement en sous couche peut être facilement calculé. Le calcul des déplacements en surface par contre prend en compte l'historique des des champs de pression  $\sigma^n$  sur le massif



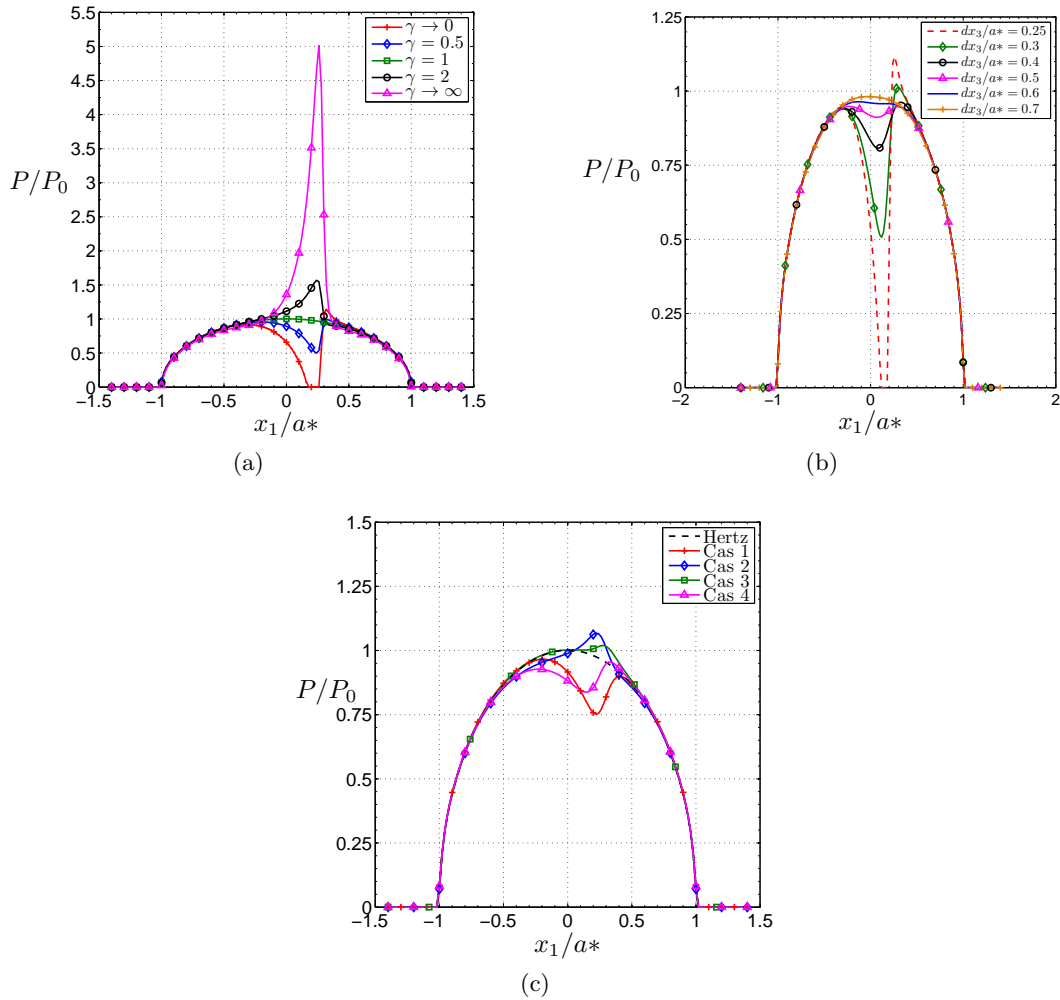


FIGURE 1.20 – Distributions de pression issues de l'indentation d'un massif élastique contenant une hétérogénéité : influence du rapport des modules d'Young  $\gamma = E^I/E^M$  1.20a, de la profondeur  $dx_3$  de l'hétérogénéité 1.20b pour une hétérogénéité orientée à  $45^\circ$  et pour différentes hétérogénéités au comportement anisotrope 1.20c d'après Koumi *et al.* [142]

découlant de la présence des inclusions :

$$\bar{u}_z^*(x, y, \alpha \Delta t) = \sum_{x'=0}^{n_x-1} \sum_{y'=0}^{n_y-1} \bar{K}_z^p(x-x', y-y') \times \sum_{k=0}^{\alpha} (1-\nu_2) J^{(2)}[(\alpha-k)\Delta t] \times [\sigma^n(x', y', k\Delta t) - \sigma^n(x', y', (k-1)\Delta t)] \quad (1.73)$$

Les résultats sont illustrés ici sur deux cas de contact sans frottement d'une sphère rigide sur un massif viscoélastique dont le comportement est modélisé par un modèle de Maxwell avec un unique temps de relaxation  $R(t) = \mu \exp(-t/\tau)$ . Le cas de référence représenté par  $P_0$  et  $a^*$  correspond au module de cisaillement instantané initial  $R(0) = \mu$ .

Le premier est un cas d'indentation sur un massif contenant deux hétérogénéités sphériques de même rayon  $r = 0.1a^*$  positionnée à une profondeur  $dx_3 = 0.4a^*$  et situées dans le plan médian à une distance longitudinale  $dx_1 = \pm 0.3a^*$  du centre du contact. Les deux hétérogénéités ont un comportement élastique isotrope tel que  $\gamma_1 = E^I/E^M(0) = 0.6$  et  $\gamma_2 = E^I/E^M(0) = 0.8$  et les résultats de pression sont représentés Fig. 1.21a. Le comportement des deux hétérogénéités est tel qu'elles sont initialement moins rigide que la matrice, ce qui se voit par une diminution de la pression initiale. Puis, à mesure que le comportement s'adoucit, elles deviennent comparativement plus rigides que la matrice induisant deux pics de surpression dans la distribution du contact au bout d'un temps  $t_\tau$ .

Dans le second cas, la sphère glisse à la surface du plan à une vitesse  $v$  telle que  $v\tau/a^* = 0.6$ . Le massif contient une hétérogénéité sphérique de  $r = 0.15a^*$  positionnée à une profondeur  $dx_3 = 0.3a^*$  et situées dans le plan médian. L'hétérogénéité a un comportement élastique isotrope tel que  $\gamma = E^H/E^M(0) = 0.4$ . Les Figs. 1.21b à 1.21d montrent les résultats de contrainte de von Mises dans le plan moyen à mesure que la sphère passe au dessus de l'hétérogénéité et que le contact relaxe, induisant un effet de surcontrainte passager dans et autour de l'hétérogénéité.

### 1.3.6.2 Modélisation de l'endommagement - formation de papillon de fatigue

Dans les cas présentés ci-avant le comportement élastique des hétérogénéités était considéré constant dans le temps, même si le cas d'une matrice viscoélastique induit des propriétés relatives avec la matrice variables dans le temps.

L'introduction de propriétés des hétérogénéités variable dans le temps peut se faire directement dans le formalisme. En effet, à l'exception des cas viscoélastiques, le comportement des hétérogénéités est « instantané » et ne dépend pas de l'historique. Les propriétés nécessaires des hétérogénéités sont donc prises à l'instant  $t$  et peuvent donc être variables. Cela ouvre donc la possibilité de prendre en compte des comportements de type endommagement. Cela a été réalisé dans les travaux de thèse de Beyer [27].

Le cas étudié ici est présenté de manière détaillée dans [29] et est inspiré des travaux de Mobasher Moghaddam *et al.* [179] dont l'objectif est de simuler la formation de papillons de fatigue ou *butterfly wings* autour d'inclusions présentes dans un matériau élastique sous chargement de contact roulant. La configuration simulée est donc celle d'un cylindre rigide de rayon  $R = 5,5\text{ mm}$  roulant sur un massif élastique en acier ( $E_{acier} = 200\text{ GPa}$  et  $\nu = 0.3$ ) contenant une hétérogénéité en  $Al_2O_3$ . Celle-ci est donc sphérique, de diamètre  $d_{inc} = 0,16a^*$ . Le contact est chargé de telle sorte que la pression maximum soit égale à  $2\text{ GPa}$  et le rayon de contact  $a^* = 0,1\text{ mm}$ . Un coefficient de frottement égal à  $0,05$  est appliqué à ce contact en glissement total.

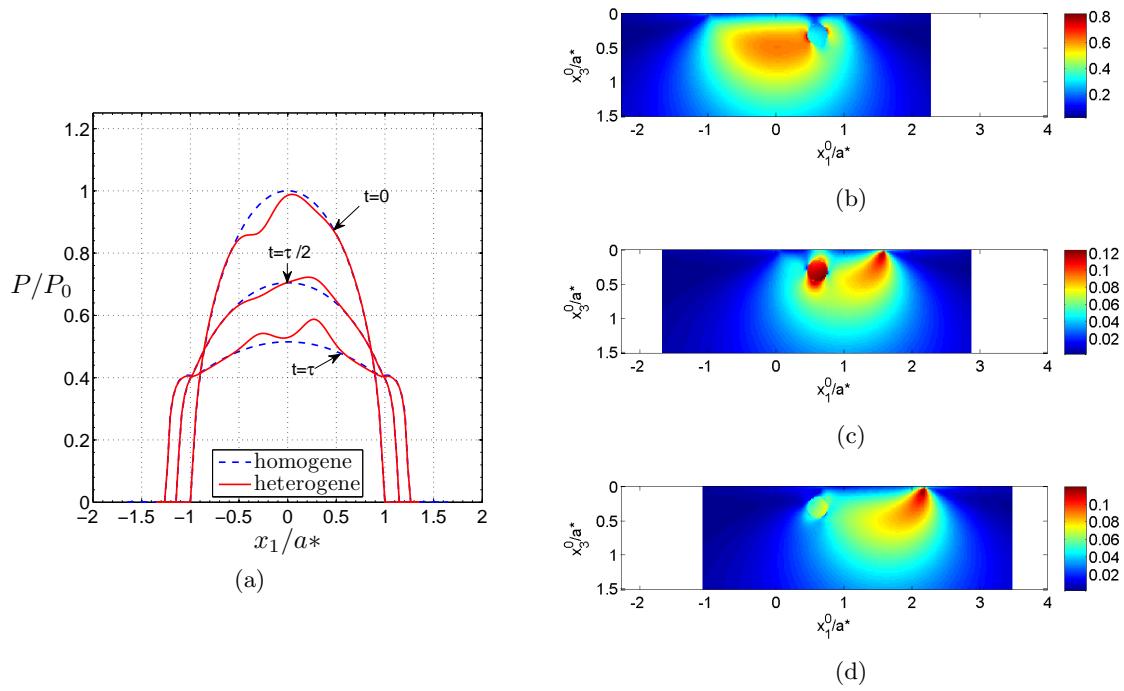


FIGURE 1.21 – Distribution de pression à la surface d'un massif viscoélastique contenant deux hétérogénéités sphériques élastiques avec  $\gamma_1 = E^H/E^M(0) = 0.6$  et  $\gamma_2 = E^H/E^M(0) = 0.8$  1.21a, contrainte de von Mises pour différents pas de temps dans le cas du roulement sur un massif viscoélastique contenant une hétérogénéité sphérique élastique  $\gamma = 0.4$ , une vitesse  $v\tau/a^* = 0.6$  pour  $t = 0$  1.21b,  $t = \tau$  1.21c et  $t = 2\tau$  1.21d d'après Koumi *et al.* [140]

La formation des papillons de fatigue est simulée par la propagation d'un endommagement autour de l'inclusion. L'endommagement est modélisé par l'évolution d'une variable locale scalaire  $D$  influençant la réponse locale du matériau :  $\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) \mathbf{E}\boldsymbol{\varepsilon}$ . L'évolution de l'endommagement au cours de chaque cycle de chargement  $N$  est décrite par :

$$\frac{dD}{dN} = \left( \frac{\Delta\tau}{\tau_r (1 - D)} \right)^m \quad (1.74)$$

où  $\Delta\tau = \tau_{alternating} + |\tau_{mean}|$  qui sont les variations de contrainte de cisaillement et la valeur absolue de la contrainte de cisaillement moyenne.  $\tau_r = 6,11$  GPa et  $m = 10$  sont deux paramètres matériaux identifiés pour représenter la résistance à l'endommagement du matériau. Après chaque cycle de chargement, la contrainte est calculée en chaque point du plan et un éventuel incrément d'endommagement au cours de ce cycle calculé à partir de l'Éq. (1.74). Une procédure de saut de cycle, classique, est mise en place, le nombre de cycles entre deux calculs étant déterminé à partir d'un incrément d'endommagement maximum égal à 0,01.

Au cycle de chargement suivant, une hétérogénéité cuboïdale est ajoutée à chaque point du massif endommagé et ses propriétés sont prises telles que  $\mathbf{E}^I = (1 - D) \mathbf{E}^M$  permettant de modéliser l'endommagement progressif du matériau. Ceci induira une évolution des conditions de contact au fur et à mesure des cycles et une augmentation progressive de l'endommagement.

L'enrichissement progressif du massif par des hétérogénéités simulant l'endommagement est illustré Fig. 1.22a. Les Figs. 1.22b et 1.22c montrent la distribution de l'endommagement autour de l'inclusion d'alumine au bout de  $1 \times 10^8$  cycles et les inclusions ayant enrichi le massif. L'endommagement maximum, correspondant ici à un papillon de fatigue formé est  $D = 0,1$ . Le modèle développé par Mobasher Moghaddam *et al.* [179] a montré sa capacité à représenter qualitativement la formation des papillons de fatigue. Son intégration dans une méthode semi-analytique permet ici la réalisation de ce genre de calcul avec un gain en temps de calcul d'environ un ordre de grandeur avec en plus des modèles éléments finis classiquement utilisé la résolution du contact et donc la prédiction de l'évolution des champs de pression.

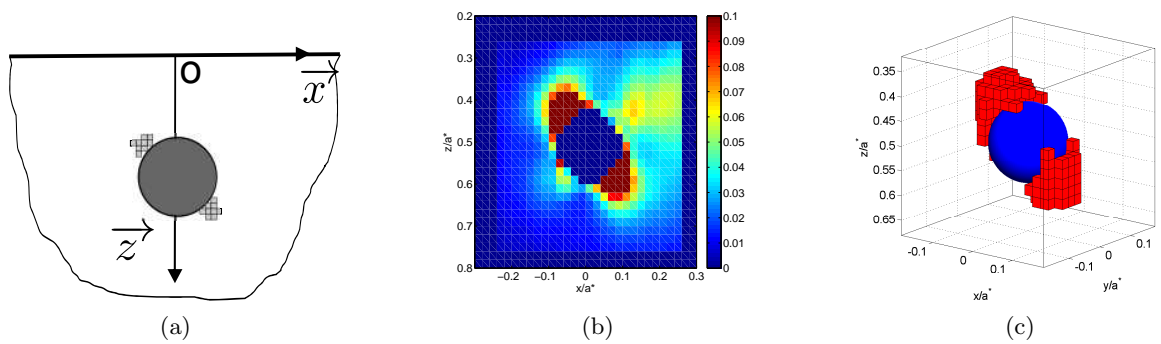


FIGURE 1.22 – Illustration de la méthode d'enrichissement par des hétérogénéités endommagées autour d'une hétérogénéité sphérique pour la simulation de la formation des papillons de fatigue 1.22a, représentation de l'endommagement autour de l'inclusion dans le plan médian 1.22b et des hétérogénéités simulées pour un grand nombre de cycles ( $\approx 1 \times 10^8$  cycles) 1.22c illustrant la formation de la zone endommagée d'après Beyer [27].

### 1.3.6.3 Prise en compte de microstructures dans la modélisation des contacts

Une dernière illustration de la richesse d'enrichissement des méthodes semi-analytique rendue possible par la modélisation d'hétérogénéités est ici présentée. Elle consiste à modéliser une microstructure complète à partir d'hétérogénéités placées en chaque point de calcul du massif et avec des propriétés élastiques différentes. Dans ces cas de figure, la prise en compte des influences mutuelles entre hétérogénéités est essentielle. Les algorithmes mis en place pour déterminer ces influences se sont avérés robustes dans la majorité des cas bien que la convergence soit difficile dans le cas de fortes discontinuités ou anisotropie des propriétés élastiques des hétérogénéités.

Deux cas d'illustration sont présentés ici. Le premier est celui du contact d'une sphère sur un matériau composite constitué de fibres isotropes transverses dont le comportement moyen est de l'ordre de  $50\times$  plus rigide que la matrice dans leur sens longitudinal et comparable dans les directions transverses. La géométrie du composite, illustrée Fig. 1.23a, est modélisée par voxellisation des fibres. Les champs de pression du cas de la matrice seule et sur le composite sont représentés Fig. 1.23c, ils montrent l'influence locale marquée de la présence des fibres, celle-ci pouvant être très significative selon le lieu de l'indentation dans des configurations comme celle-ci où la taille des mèches est de l'ordre de grandeur de la taille du contact. Les contraintes sous charge de von Mises sont représentées dans le plan du contact (Fig. 1.23b) et dans le plan transverse dans la profondeur (Fig. 1.23d). Ils montrent les fortes variations locales de contrainte dues à la microstructure, appuyant la nécessité d'une modélisation explicite (par opposition à l'utilisation de méthodes d'homogénéisation) pour ces échelles de fibres par rapport à la taille du contact. Des résultats plus détaillés de contact et d'endommagement sur matériaux composites sont disponibles dans la thèse de Beyer [27]

Le second cas, Fig. 1.24, illustre une modélisation de microstructure de type granulaire. Pour cela, une représentation de microstructure a été réalisée par tessellation de Voronoi, Fig. 1.24a pour représenter un matériau dont les tailles de grains moyenne seraient proches de la dimension du contact. Chaque point du domaine calculé est enrichi d'une inclusion cuboïdale dont les propriétés élastiques, cubiques sont celles de l'acier :  $C_{11} = 205$  GPa,  $C_{12} = 138$  GPa et  $C_{44} = 126$  GPa. A chaque grain est associée une orientation cristalline aléatoire et les propriétés élastique de chaque hétérogénéité sont définies pour représenter l'orientation du grain auquel elle appartient. Un cas d'indentation simple est simulée sur ce massif hétérogène et la contrainte de von Mises dans la profondeur, normalisée par la pression équivalente du cas hertzien, sont représentés Fig. 1.24b. Ils montrent l'hétérogénéité de contrainte obtenue bien que la distribution de contrainte sous chargement hertzien classique se retrouve. Une analyse détaillée de ces simulations et des potentialités qu'elle offre sur des estimations de durée de vie a été réalisée par Beyer *et al.* [28].

### 1.3.6.4 Comportement de quelques contacts élastoplastiques

### 1.3.6.5 Influence de l'érouissage sur la stabilisation en roulement

Un premier cas d'illustration de contact sur massif élastoplastique est illustré Fig. 1.25. La configuration considérée est le chargement par un effort constant d'une bille élastique sur un massif élastoplastique. Le contact est sans frottement mais un déplacement tangentiel (en grand débattement) est appliqué à la bille sur une distance suffisamment longue pour atteindre un état stationnaire de chargement. Les conditions détaillées de simulation sont renseignées dans [60].

Les résultats tracés sont les déplacements résiduels en surface obtenus à l'issue d'une indentation seule puis pour plusieurs cycles de roulement successifs. Deux lois de comportement, reproduisant la même courbe d'érouissage monotone, sont utilisés : l'un d'érouissage pure-

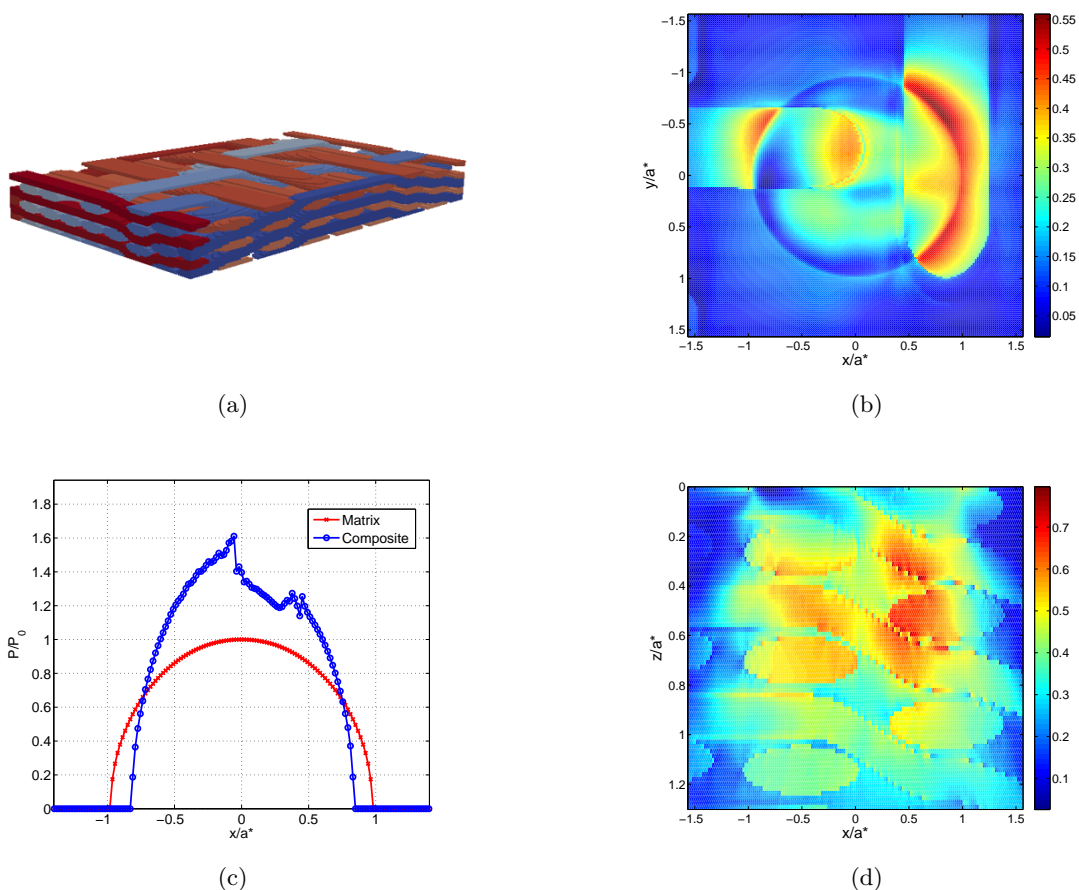


FIGURE 1.23 – Simulation de l’indentation d’une sphère élastique sur un matériau composite modélisé par voxelisation : représentation des fibres voxelisées utilisées pour la simulation 1.23a, contrainte équivalente de von Mises  $\sigma^{VM}$  dans les plan  $z = 0$  1.23b et  $y = 0$  1.23d et pression normalisée pour le contact sur matériau composite et matériau homogénéisé équivalent sous conditions de contact identiques 1.23c d’après Beyer [27]

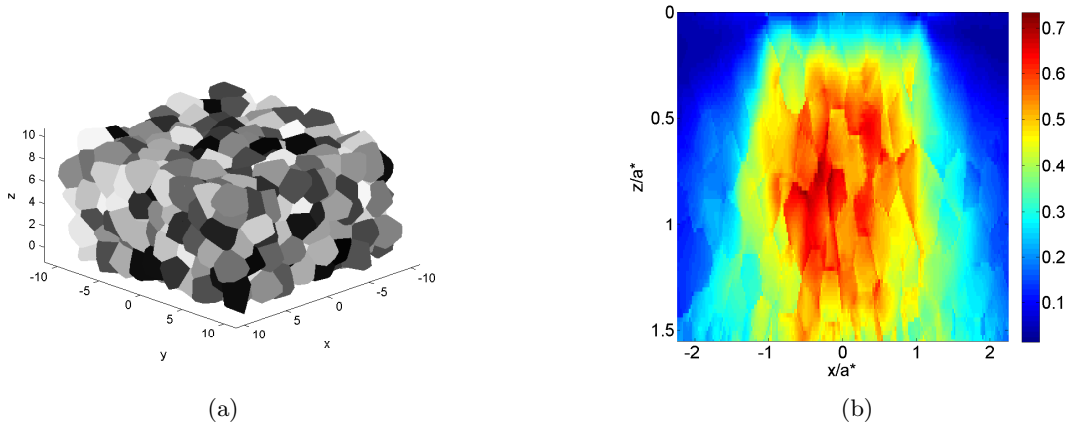


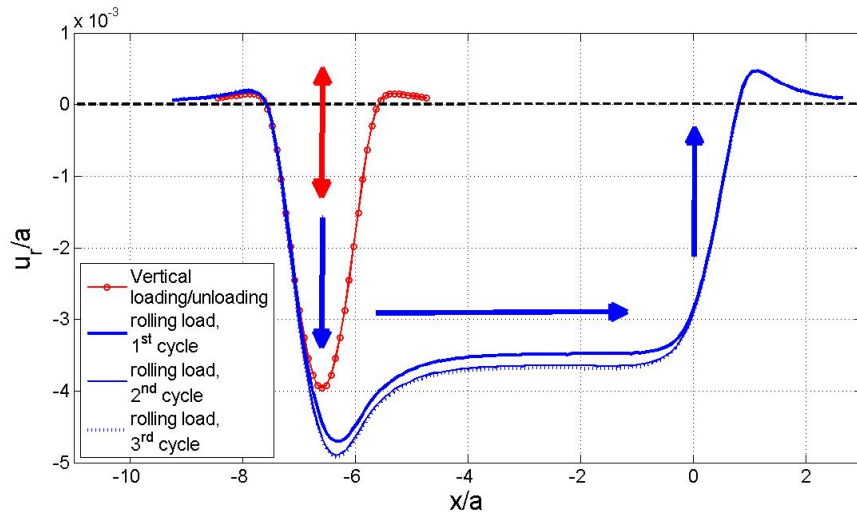
FIGURE 1.24 – Simulation de l'indentation d'une sphère élastique sur un matériau dont la microstructure granulaire a été modélisée par voxellisation : représentation de la structure granulaire générée par tessellation de Voronoi utilisée pour la simulation 1.24a, contrainte équivalente de von Mises  $\sigma^{VM}$  dans les plan  $z = 0$  1.24b d'après Beyer [27].

ment isotrope (Fig. 1.25a), l'autre purement cinématique (Fig. 1.25a). Dans le cas de l'indentation seule, le type d'érouissage n'a quasiment aucune influence ni sur le contact, ni sur les contraintes et déplacements résiduels. En roulement par contre, le comportement est très nettement différent. D'un part les profils à l'issue d'un seul cycle varient, ce qui est du au fait que le cisaillement dans la direction de roulement  $xz$  génère un effet cyclique qui influence donc la distribution de déformation plastique dans le cas d'un érouissage cinématique. Sur plusieurs cycles, cet écart de comportement augmente. Là où un érouissage isotrope mène à un comportement complètement stabilisé dès le troisième cycle de roulement, l'érouissage isotrope ne se stabilise pas même après 5 cycles de roulement, illustrant ici le phénomène de Rochet dans le cas d'un contact roulant.

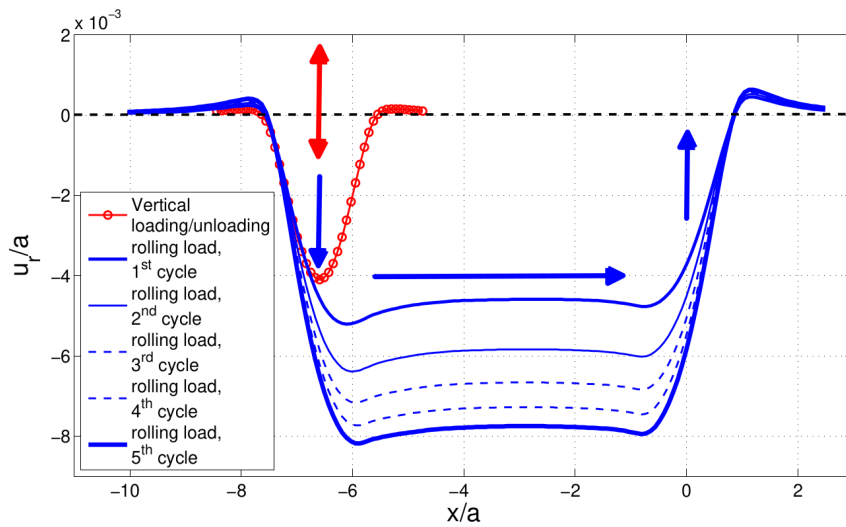
### 1.3.7 Ecoulement plastique autour d'une hétérogénéité

Le couplage entre plasticité et hétérogénéité est ici illustré sur un cas académique. Une sphère élastique est chargée normalement, sans frottement sur un massif élastoplastique contenant une hétérogénéité sphérique de rayon  $\beta = r/a = 0.2$  et centrée en  $\alpha = 0.3a$ . Le niveau de chargement est tel que dans le cas homogène, la déformation plastique équivalente maximum vaut environ 1%. La configuration est représentée en Fig. 1.26a. Les Figs. 1.26b et 1.26c présentent les champs de pression des cas élastique, élasto-plastique, élastique hétérogène et élastoplastique hétérogène pour une hétérogénéité 2 fois plus rigide (respectivement 3 fois moins) que la matrice. Enfin les Figs. 1.26d et 1.26e présentent la distribution de déformation plastique équivalente pour les deux types d'hétérogénéité dans le cas hétérogène élastoplastique. Ce cas académique en apparence simple permet de synthétiser un certain nombre d'effets que des inclusions peuvent avoir sur le contact et le matériau autour d'elles dans le cas de contacts fortement chargés et induisant donc une déformation plastique.

Le premier point important est l'évolution du champ de pression lorsque le massif est élastoplastique. Les déformations plastiques ont un effet adoucissant, menant, à effort imposé, à une augmentation de l'aire de contact et un plafonnement de la pression à  $3 \times$  la limite d'élas-



(a)



(b)

FIGURE 1.25 – Déplacements résiduels issus de l'indentation et de plusieurs cycles de roulement d'une bille rigide sur un massif élastoplastique avec un écrouissage isotrope 1.25a et cinématique 1.25b d'après Chaise et Nélias [60].



ticité. Comme vu précédemment, la présence d'une hétérogénéité induit une augmentation ou un creux de pression, en fonction de ses caractéristiques. Cette variation est ici significative, d'un facteur 1,5 liée à la faible profondeur de l'hétérogénéité considérée. Le couplage des deux comportements induit un comportement mixte, avec une discontinuité de pression proche des bords de l'hétérogénéité. Le comportement en sous-surface est représenté par la répartition de déformation plastique. Deux éléments sont ici à noter. D'une part un augmentation très forte du niveau de déformation plastique maximum d'un facteur plus de 2 dans le cas d'une inclusion molle et presque 4 pour une inclusion rigide. L'autre élément est la localisation de ces maxima de déformation plastique qui sont situés à l'équateur de l'hétérogénéité dans le cas de l'inclusion molle et aux pôles dans le cas de l'inclusion dure.

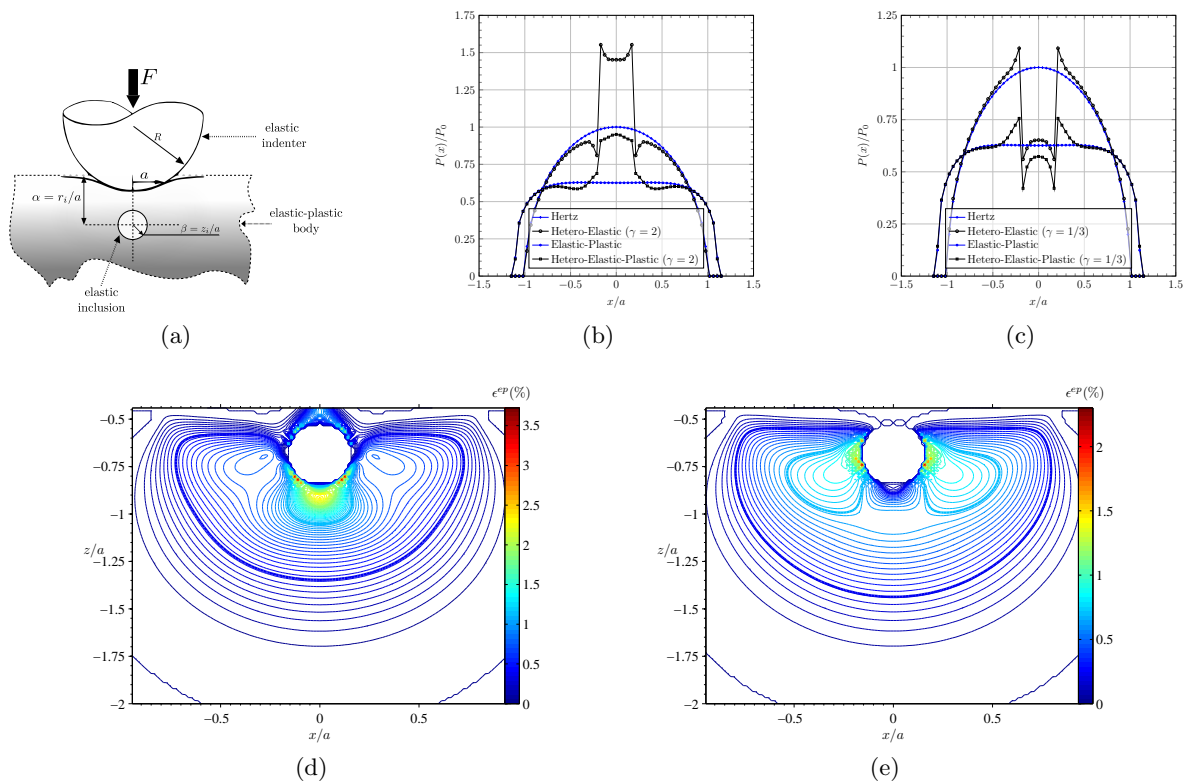


FIGURE 1.26 – Simulation de l'indentation d'une sphère élastique sur un massif élastoplastique contenant une inclusion élastique 1.26a, représentation des champs de pression pour différents comportements de massif contenant une inclusion plus dure ( $\gamma = 2$ ) 1.26b et moins dure ( $\gamma = 1/3$ ) 1.26c et distribution des champs de déformation plastique autour d'hétérogénéités (taille  $\beta = 0.2$ ; profondeur  $\alpha = 0.3$ ) plus dure ( $\gamma = 3$ ) 1.26d et plus molle ( $\gamma = 0$ ) 1.26d que la matrice d'après Amuzuga [5].

## 1.4 Quelques applications pratiques

De multiples configurations académiques de contact impliquant de nombreuses phénoménologie ont été présentées. Elles montrent un panel large de configurations qu'il est possible de considérer et ont pu montrer un certain nombre d'éléments saillants des configurations de contact en fonction des types de chargement et configuration de contact. Quelques applications complémentaires sont ici présentées.

### 1.4.1 Endommagement et usure et des éléments roulants

Les travaux entrepris au LaMCoS ces dernières années ont notamment porté sur la modélisation des endommagements et la prédiction des conditions de ruine des éléments roulants. Trois études s'intéressant à différents types d'endommagement sont ici rapidement présentées :

- le premier cas s'intéresse à la fatigue de sous-couche d'éléments roulants. Celle-ci est causée par les fortes charges appliquées sur les roulements, notamment dans le domaine aéronautique, couplées à la présence d'hétérogénéités qui entraînent des modifications de microstructure et l'apparition de fissures. Les fissures initiées en sous-couche peuvent se propager vers la surface, menant au décrochage d'une écaille qui peut-être de l'ordre de grandeur de la taille du contact et mener à la dégradation rapide du roulement. La meilleure maîtrise de la qualité des matériaux couplée à une réduction des chargements ont eu tendance à rendre secondaire cette cause de défaillance. Néanmoins, le développement de nouvelles nuances telles que les aciers à roulement de type M50 et M50NiL, associé au développement des roulements hybrides dont la raideur des éléments roulants en céramique modifie les conditions de chargement, repose la question. Dans ces deux nuances, des carbures sont présents et la problématique ici posée est l'influence de la présence de ces carbures, de leur géométrie, densité, distribution sur le risque d'endommagement. Ces travaux ont été l'objet de la thèse de Amuzuga [5].
- Le second cas s'intéresse au risque d'endommagement en surface des roulements liés à la présence d'indents. Il s'agit ici de fatigue de surface. Lors du fonctionnement des éléments roulants lubrifiés, la présence de particules, métalliques ou autre, dans les huiles mène à la formation d'indents sur les pistes de roulement. Le roulement sur ces indents induit un risque d'endommagement pouvant mener à l'écaillage et à la ruine des surfaces. Les travaux de thèse de Bonetto [39] ont consisté à proposer un modèle pour étudier ce type d'amorçage et d'endommagement.
- Enfin, le troisième cas s'intéresse à une configuration où une fissure est supposée déjà propagée sous le contact, par exemple avant écaillage suite à propagation d'un endommagement par un indent. La problématique est alors de pouvoir prédire l'évolution du trajet de fissuration afin d'anticiper les conditions menant à une remontée de la fissure. Celle-ci mènera à la formation d'une écaille, détectable. L'autre cas est celui d'une plongée de la fissure en profondeur qui risquerait de mener au cas critique d'une rupture complète d'élément roulant. Le développement de ce modèle couplé de propagation de fissure sous contact a été l'objet de la thèse de Meray [171].

Cette partie présente donc les modèles et quelques résultats succincts développés pour répondre à ces problématiques.

#### 1.4.1.1 Amorçage de l'endommagement autour d'inclusions dans les éléments roulants

Le modèle présenté ici s'intéresse donc au risque d'amorçage autour d'une hétérogénéité sous un contact roulant en fonction de ses propriétés. Le modèle est présenté en [Fig. 1.27a](#).

L'élément roulant est une bille de diamètre  $D = 5,56$  mm en céramique de propriétés élastiques  $E = 310$  GPa et  $\nu = 0,3$ . Elle est chargée par un effort normal tel que la pression de Hertz est  $P_0 = 2,0$  GPa et le rayon de contact  $a = 63,48$   $\mu\text{m}$ . Elle roule sans frottement à la surface du massif sur une distance suffisamment longue de l'amont à l'aval d'une hétérogénéité.

Le massif est supposé constitué d'acier à roulement M50NiL, de propriétés élastiques  $E = 210$  GPa et  $\nu = 0,3$ , et de comportement plastique isotrope décrit par une loi de Swift  $\sigma_y = B(C + \varepsilon^p)^n$  avec  $B = 240$  MPa,  $C = 4$  et  $n = 0,095$ . Le traitement de surface du matériau, se manifeste par un gradient de déformation plastique initial (PG) et un champ de contrainte résiduelles initiales (IS) représenté Fig. 1.27e modélisé par l'ajout de ces contraintes initiales aux calculs des contraintes totales en sous-couches et une variation locale par couche de profondeur de la limite d'élasticité initiale. Le massif contient une hétérogénéité sphérique de rayon  $r = 0,1z$ , localisée à une profondeur  $\alpha = z/a$  (0,3 correspondant à une hétérogénéité proche de la surface, 0,5 à une hétérogénéité localisée à la profondeur de Hertz) et de propriétés élastiques variables : rigide, représentative d'un carbure ( $E = 490$  GPa,  $\nu = 0,3$ ), représentative d'une porosité ( $E = 0$  GPa,  $\nu = 0,3$ ) ou incompressible, représentative d'un fluide piégé dans une porosité ( $E = 2,2$  GPa,  $\nu = 0,5$ ).

Pour différentes configurations et pour un cycle de roulement, les résultats en termes de contrainte sont tracés dans l'espace de Dang Van. Le critère de Dang Van suppose que le risque d'endommagement à un nombre de cycles donné est identifié par :

$$\max_t (\tau_{max}(t) + a_{DV}\sigma_{HP}(t)) \leq b_{DV} \quad (1.75)$$

où  $\tau_{max}(t)$  est le maximum de la contrainte de cisaillement sur le cycle (théoriquement pris dans le plan de cisaillement maximum, à déterminer) et  $\sigma_{HP}(t)$  le maximum de la pression hydrostatique sur ce même cycle.  $a_{DV}$  et  $b_{DV}$  sont des paramètres du matériau. Les trajets de chargement pour différentes propriétés d'hétérogénéités sont tracés en Figs. 1.27b à 1.27d pour des points localisés respectivement au dessus, en amont et sous l'hétérogénéité. La Fig. 1.27f représente l'influence du traitement de surface sur le point critique situé sous une porosité.

Cette approche guidée (seuls quelques points ont été observés, la recherche du point critique d'après le critère de Dang Van n'a pas été faite sur la totalité des points et plans de cisaillement du domaine) permet différentes observations. Lorsque le trajet de chargement dépasse la ligne critique l'hétérogénéité générera a priori un endommagement et sur un grand nombre de cycles une fissuration du matériau. La présence d'une hétérogénéité est toujours plus critique que le cas homogène mais des hétérogénéités dures s'avèrent, dans ces conditions, non critiques. Les porosités ou cavités incompressibles mènent par contre aux trois localisations observées à la génération d'un endommagement. Dans tous les cas, une hétérogénéité localisée dans la zone de Hertz s'avère plus critique, car plus chargée, que celles présente directement sous la surface.

Enfin l'effet protecteur du traitement de surface (PG&IS), dont la profondeur est ici supérieure à la zone de Hertz, apparaît nettement en diminuant la criticité de la présence d'une porosité et ce quelle que soit sa profondeur.

De nombreuses questions restent ouvertes sur ces cas d'endommagement : les propriétés des hétérogénéités sont délicates à connaître, leurs interactions (elles se présentent souvent sous forme de clusters dans le matériau) peuvent être significatives et une analyse complète d'après un critère de Dang Van est numériquement coûteuse et la recherche des paramètres de la loi de comportement matériau nécessite de nombreux essais. La rapidité du modèle présente ici l'intérêt de permettre des études paramétriques larges, intégrant l'incertitude et la variabilité des paramètres.

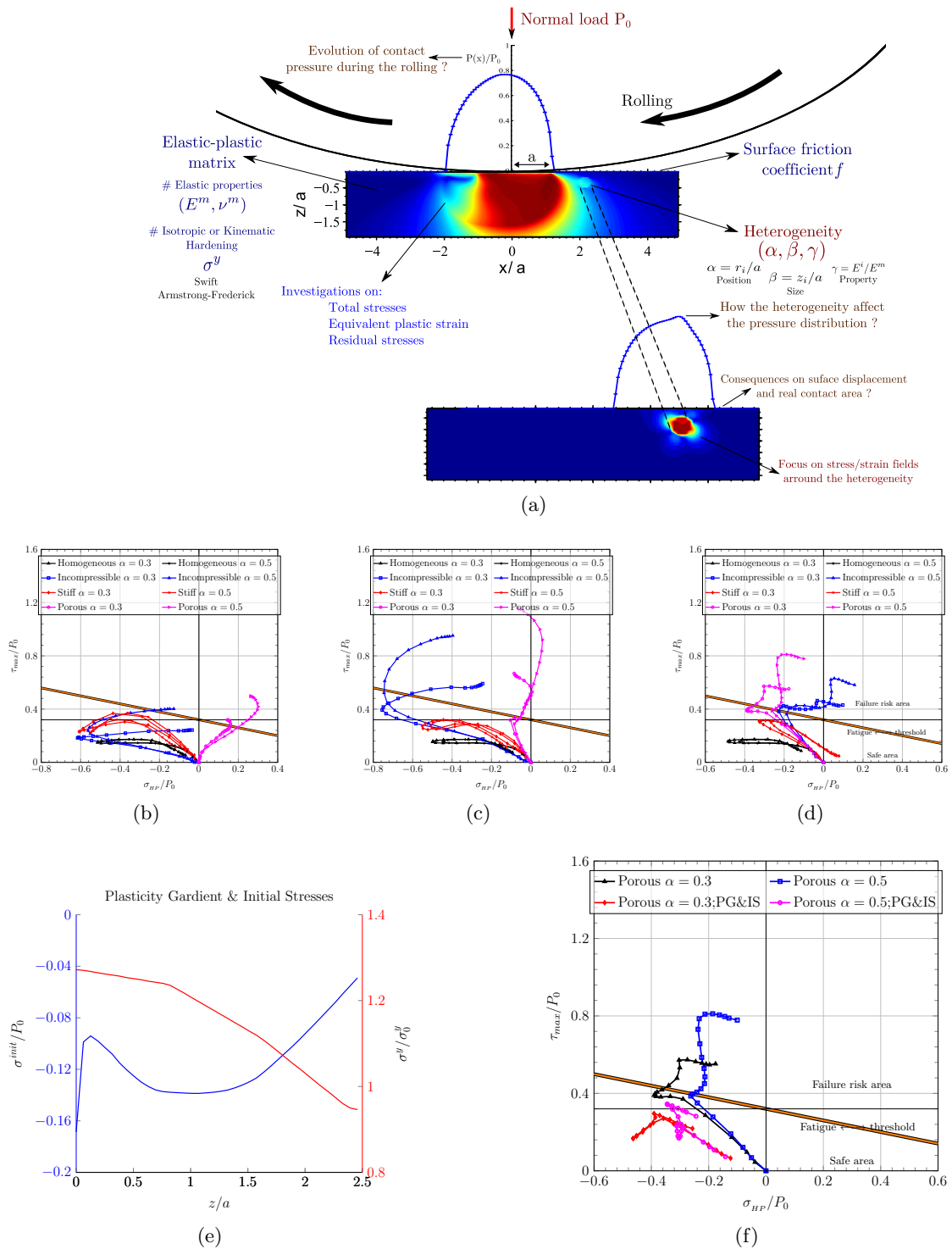


FIGURE 1.27 – Simulation du roulement d’une sphère élastique sur un massif élastoplastique contenant une hétérogénéité : schéma de principe 1.27a, illustration des trajets de chargement dans le plan de pression hydrostatique/cisaillement maximum pour différentes propriétés ( $\gamma$ ) et position par rapport à la direction de roulement ( $\alpha$ ) et différents points au dessus 1.27b en amont 1.27c et sous 1.27d l’hétérogénéité; illustration du renforcement de la surface par une couche écrouie et mise en compression 1.27e et influence du traitement de surface sur les trajets de contrainte pour un point critique situé sous l’hétérogénéité 1.27f d’après Amuzuga [5].

### 1.4.1.2 Amorçage de l'endommagement autour d'indents de géométrie réelle

La méthodologie ici présentée est celle appliquée dans le cadre des travaux de thèse de Bonetto [39]. Elle est illustrée Fig. 1.28. La problématique est donc celle de l'amorçage d'endommagement par des indents en surface d'éléments roulants. Le premier point mis en place est la simulation de la formation de ces indents. En effet, la littérature étudie souvent l'effet d'indents artificiels qui peuvent avoir une géométrie et donc des déformations plastique et contraintes résiduelles assez nettement différentes d'indents réels, réalisés par le passage de particules de pollution entre les éléments roulants. Notamment les indents réels ne présentent pas de géométrie symétrique. Ainsi un modèle éléments finis couplé Euler-Lagrange a été réalisé sous ABAQUS permettant de simuler la forme et les états résiduels issus du passage à grande vitesse d'une particule à travers le contact, en fonction de la géométrie et de ses propriétés matériaux. De bonnes corrélations à des mesures expérimentales tirés de la littérature ont été obtenues [40].

Les champs de contrainte résiduelle et de déformation plastique sont importés en données d'entrée du code ISAAC à partir desquels la géométrie d'indent (donc les déplacements  $\bar{\mathbf{u}}^{res}$ ) est recalculée. Quelques cycles de roulement en élastoplastique sur la surface de l'indent sont réalisés afin d'obtenir une géométrie d'indent stabilisée par le passage de la charge.

Enfin une dernière simulation de roulement sur l'indent est réalisée via ISAAC. Elle est purement élastique, un régime stabilisé ayant été obtenu du fait du comportement isotrope de l'écaillage du matériau. Différents post-traitements sur les distributions de contraintes ont été effectués, plusieurs critères de la littérature ont été comparés en observant leur capacité à prédire les bonnes zones d'amorçage de fissure observées expérimentalement en fonction de différents paramètres du modèle : la pression de contact maximale, les dimensions et matériau de la particule générant l'indent, le coefficient de frottement entre la particule et les éléments roulants et enfin la direction et le taux de glissement entre les deux éléments roulants.

Cette étude a mené à la définition d'un nouveau critère  $NC$  pour prédire l'apparition de fissur en bord d'indent dont la forme est :

$$NC = \max_t \{ \tau_{pr}(t) \} + \alpha \Delta \sigma_n \quad (1.76)$$

où  $\tau_{pr}$  est le cisaillement dans le plan de cisaillement maximum tel que défini dans le critère de Dang Van (voir [39] pour les détails du calcul),  $\Delta \sigma_n$  est l'amplitude de contrainte normale au plan critique définie précédemment et  $\alpha$  est un paramètre matériau, identifié d'après des données de la littérature.

Un exemple de résultat de calcul de ce critère est représenté Fig. 1.29. Le profil représenté Fig. 1.29a est obtenu par simulation du passage d'une particule de diamètre  $\phi_0 = 100 \mu\text{m}$  en acier M50 passant à une vitesse de  $20 \text{ m s}^{-1}$  dans un contact entre deux cylindres en acier AISI 52100 chargé avec une pression de 1,5 GPa et un rayon de contact de  $136 \mu\text{m}$  en roulement pur. Le coefficient de frottement entre les pièces en contact est de 0,01, celui de la particule avec les surfaces de 0,2.

Le calcul du critère développé à l'issue du calcul semi-analytique sur géométrie stabilisée après 5 cycles de roulement est représenté en profondeur dans le plan médian Fig. 1.29b et en surface Fig. 1.29c. Il montre une zone critique d'amorçage de fissure en arrière de l'indent en cohérence avec les observations expérimentales.

### 1.4.1.3 Propagation de fissure sous contact roulant : couplage avec X-FEM

Cette troisième étude présente un couplage entre la méthode semi-analytique intégrée dans le code ISAAC et un modèle de propagation de fissure par X-FEM au sein du code CASTEM. Ces

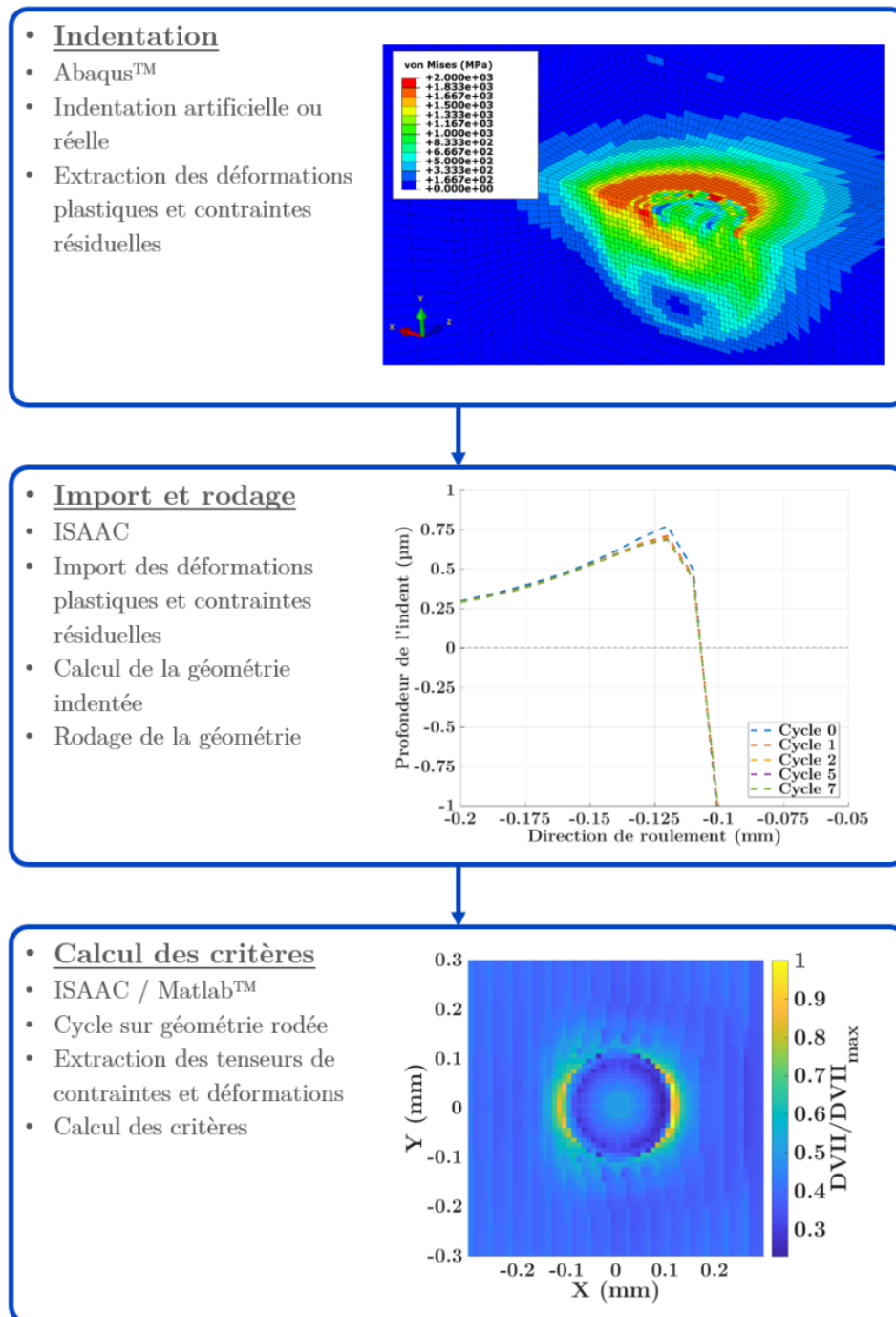


FIGURE 1.28 – Méthode de calcul des critères de fatigue appliquée aux surfaces indentées d’après Bonetto [39].

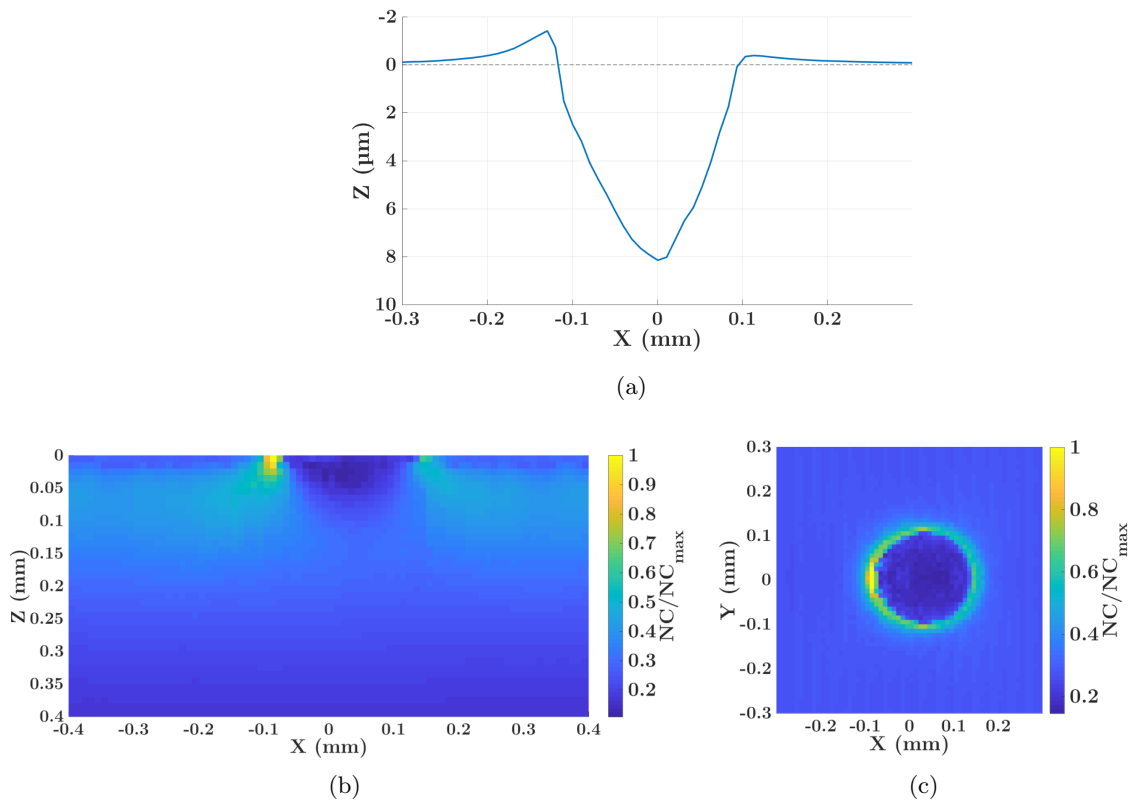


FIGURE 1.29 – Résultats de calcul du critère défini par l'Éq. (1.76) dans les plans ( $y = 0$ ) 1.29b et ( $z = 0$ ) 1.29c pour le roulement sur un indent de géométrie « réelle » représenté en 1.29a d'après Bonetto [39].



travaux ont été l'objet de la thèse de Meray [171] qui ont consisté à développer ce couplage pour réaliser des études de propagation de fissure en mode mixte sous chargement de contact. Une étude paramétrique de la criticité de différentes conditions de chargement, géométrie et forme de fissures a été réalisée et une comparaison à des mesures de propagation de fissures en essais bi-disques ont été faites.

Le principe mis en place consiste à réaliser une modélisation du contact par la méthode semi-analytique pour éviter les coûts de calcul par éléments finis, puis d'en extraire le champ de contrainte. Ces données sont ensuite utilisées en données d'entrée d'un calcul éléments finis sur une boîte de dimensions les plus réduites possibles, contenant une fissure. Ceci permet de limiter au maximum les temps de calculs en réduisant le nombre de degré de liberté du calcul éléments finis. Le pilotage du modèle éléments-finis est réalisé en important sur les noeuds en bordure du modèle les efforts nodaux issus du calcul ISAAC, moyennant un processus de rééquilibrage décrit en détail dans [171, 172]. Au sein du modèle X-FEM, un modèle de propagation de fissures est intégré, prenant en compte les trois modes de chargement du fait de la nature fortement multi-dimensionnelle du chargement de contact. Les résultats sont illustrés (Figs. 1.30c et 1.30d) sur un cas de fissure semi-elliptique, affleurante en surface dont la demi-largeur  $c$  est égale au rayon de contact  $a$ . sont tracés les facteurs d'intensité des contraintes en mode  $I$ ,  $F_I$  et  $II$ ,  $F_{II}$  pris en pointe de fissure pour quatre configurations : avec et sans frottement entre les lèvres de la fissure et pour un coefficient de frottement dans le contact positif (simulant une propagation de fissure dans la surface *menée*) et négatif (simulant une propagation de fissure dans la surface *menante*).

Le modèle, dont les résultats en propagation de fissure ne sont pas présentés ici, permet de retrouver l'absence de sollicitation négative en mode  $I$  en pointe de fissure lorsque le contact entre les lèvres de la fissure est considéré. Surtout en mode  $II$ , la résolution du contact entre les lèvres de la fissure diminue de près d'un facteur 2 l'intensité des contraintes en pointe de fissure.

#### 1.4.2 Modélisation du contact pneu-chaussée

Dans le cadre des travaux de thèse de Wallace [271], l'objectif a été de développer un modèle de comportement des chaussées dans la perspective d'améliorer les modèles de prédiction de l'endommagement des ouvrages routiers. Les apports de la modélisation mise en place sont essentiellement l'intégration de la résolution du contact et donc des conditions de chargement réelles sur des matériaux représentatifs de la structure d'une route, à savoir une structure multi-couches avec des épaisseurs et rigidités relatives des couches très différentes. Ici le comportement viscoélastique des couches n'est pas intégré bien que les outils mis en place le permettent aujourd'hui.

Le dimensionnement des routes est réalisé sur la base d'un chargement normalisé qui est celui d'un essieu de camion. Ceci correspond donc à deux contacts, proches, de pneumatiques donc d'une géométrie complexe, le tout sur une route dont la rugosité peut être significative à l'échelle du contact. Les différentes épaisseurs et rigidité relatives de la chaussée modélisée sont représentées Fig. 1.31h.

Les Figs. 1.31a à 1.31c montrent l'apport d'une modélisation de plus en plus fine du contact.  $Y$  est représenté le champ de pression, d'une valeur nominale dans le cas normalisé de 2 MPa d'abord dans le cas idéalisé (utilisé dans certains outils de dimensionnement) de deux sphères équivalentes, puis avec une géométrie équivalente de pneumatique et enfin en ajoutant la rugosité de la route, toutes deux mesurées expérimentalement. La géométrie réelle des pneumatiques implique une moindre pression maximum du fait de la plus grande surface de contact tandis que l'ajout de la rugosité, diminuant l'aire de contact réelle mène de nouveau à une localisation et



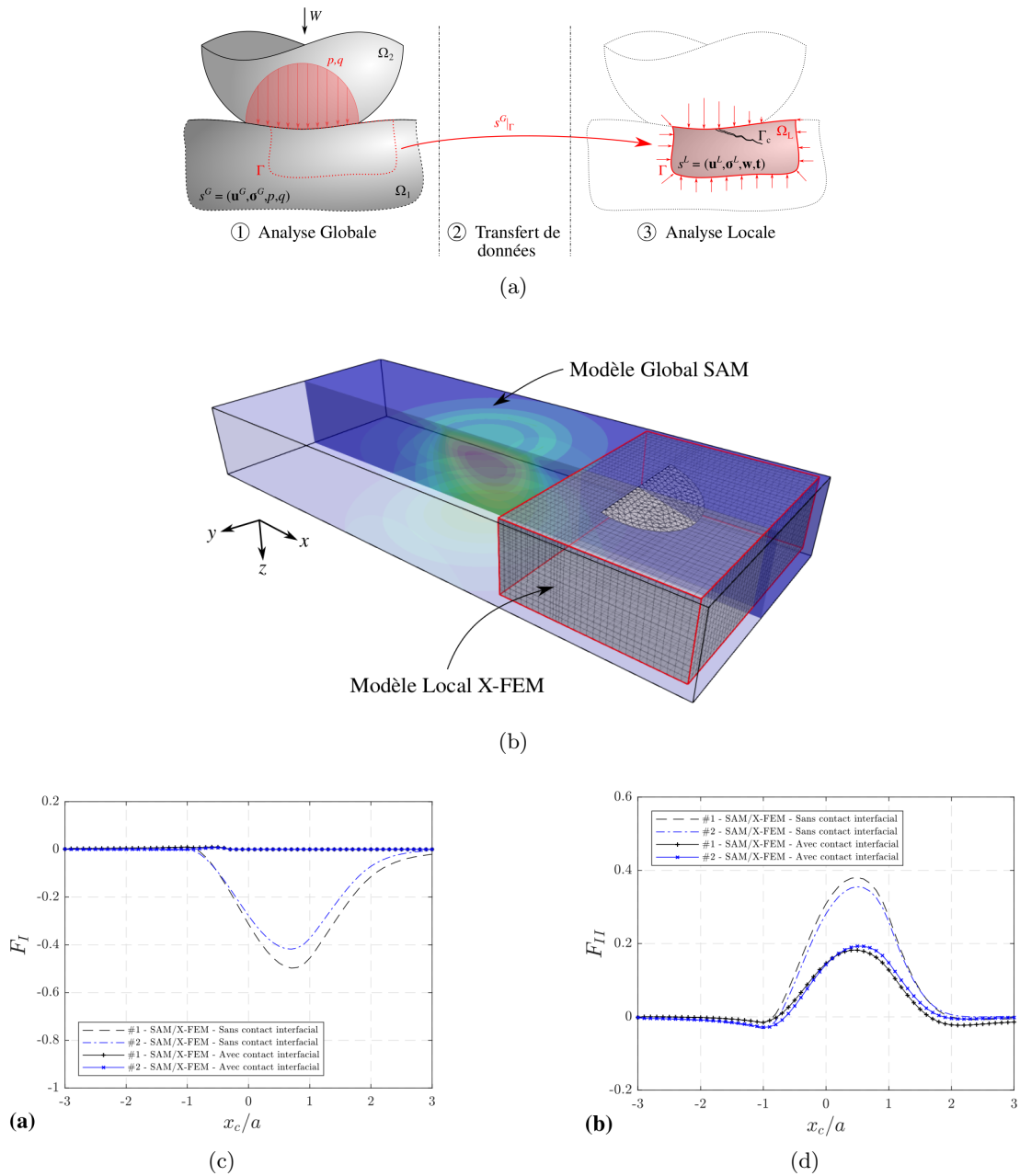


FIGURE 1.30 – Principe de la stratégie globale/locale mis en place pour la résolution du problème de fissuration sous contact 1.30a, définition géométrique 3D du problème d'une fissure semi-circulaire sous un contact roulant couplé SAM/X-FEM mis en place pour l'étude 1.30b, illustration des facteurs d'intensité des contraintes en mode  $I$  1.30c et  $II$  1.30d pour les configurations 1 ( $c = a$  et  $f^{contact} = -0.1$ ) et 2 ( $c = a$  et  $f^{contact} = 0.1$ ) avec et sans prise en compte du contact entre les lèvres de la fissure d'après Meray [171].

une augmentation des pressions maximales.

Les Figs. 1.31d et 1.31e montrent l'influence du chargement de contact à travers l'amplitude des cisaillements calculés dans le contact. La première simule un virage ( $F_x = 0, F_y, M_z \neq 0$ ), la seconde un dérapage ( $F_x, F_y, M_z \neq 0$ ). Les conditions de contact sont logiquement fortement dépendantes du type de chargement, menant à des distributions des contraintes et donc des endommagements potentiellement très différents sur les portions de route en fonction de leur localisation (zone de freinage ou accélération, voies d'insertion, rond-point, virage...).

Les Fig. 1.31f montrent les contraintes normales  $\sigma_{zz}$  de cisaillement  $\sigma_{xy}$  prises dans le plan médian de l'essieu  $y = 0$  à la profondeur de la première couche de la chaussée. Il peut être vu que le type de chargement va mener à des amplitudes de contrainte cycliques plus ou moins grandes et alternées et donc à des sollicitations en fatigue variables.

Enfin la Fig. 1.31i représente la contrainte équivalente de von Mises calculée pour le cas d'un dérapage montrant les concentrations très fortes en surface et aux interfaces de différentes couches.

Ces résultats de modèle ouvrent la voie à de nombreuses analyses pour comprendre les mécanismes d'endommagement des chaussées : déformation permanente en surface, fissuration, décohésion à l'interface entre les différentes couches.

## 1.5 Conclusion

Ce chapitre a donc présenté une synthèse des modèles et développements de la méthode semi-analytique entrepris dans le cadre de différents travaux au sein du LaMCoS. Ces méthodes implémentées au sein du code ISAAC permettent de prendre en compte des conditions diverses de chargement, normaux et tangentiels plus ou moins couplées jusqu'au développement récent du contact roulant tractif transitoire. Les comportements matériaux sont aujourd'hui nombreux. Le comportement plastique a été intégré au début des années 2000, les comportements hétérogènes à la fin de celles-ci, leurs couplages ont suivi permettant une grande variété de modélisations. Ces méthodes ont été utilisées de longue date dans la littérature pour modéliser des comportements entre matériaux viscoélastiques ou rugueux, les développements récents permettent d'y intégrer des matériaux multicouches ou hétérogènes.

Ces méthodes peuvent aussi prendre en compte certains effets de structure (voir par exemple [3]), de périodicité géométrique des corps en contact [276] ou des géométries finies [108, 300] ce qui généralise les cadres d'application. Sans cela en effet, l'influence des effets de structure sur la réponse du contact, les géométries étant considérés comme semi-infinies, peut être une limitation forte.

Les aspects numériques ont été peu abordés dans ce mémoire. Dans les différents travaux entrepris, les apports de ce modèle numérique par rapport aux autres méthodes ont souvent été au coeur de l'attention. Les principales conclusions qu'on peut en tirer sur l'avantage des méthodes semi-analytiques d'un point de vue numérique sont leur robustesse et leur rapidité. La robustesse dans la résolution du contact est un avantage fort par rapport aux méthodes par éléments finis, qui tend à sembler gommé par la robustesse croissante des codes commerciaux qui ne va pas nécessairement de pair avec la qualité des résultats qu'ils fournissent. Les méthodes semi-analytiques conservent aussi une bonne qualité de réponse pour des maillages assez grossiers ce qui offre des possibilités intéressantes pour des études sur des paramétries très larges. L'avantage de la vitesse d'exécution reste le principal point fort des méthodes semi-analytiques du point de vue industriel. De manière synthétique, il pourra être retenu que le gain par rapport aux éléments finis est d'environ un ordre de grandeur pour des problèmes à résolution « volumique »

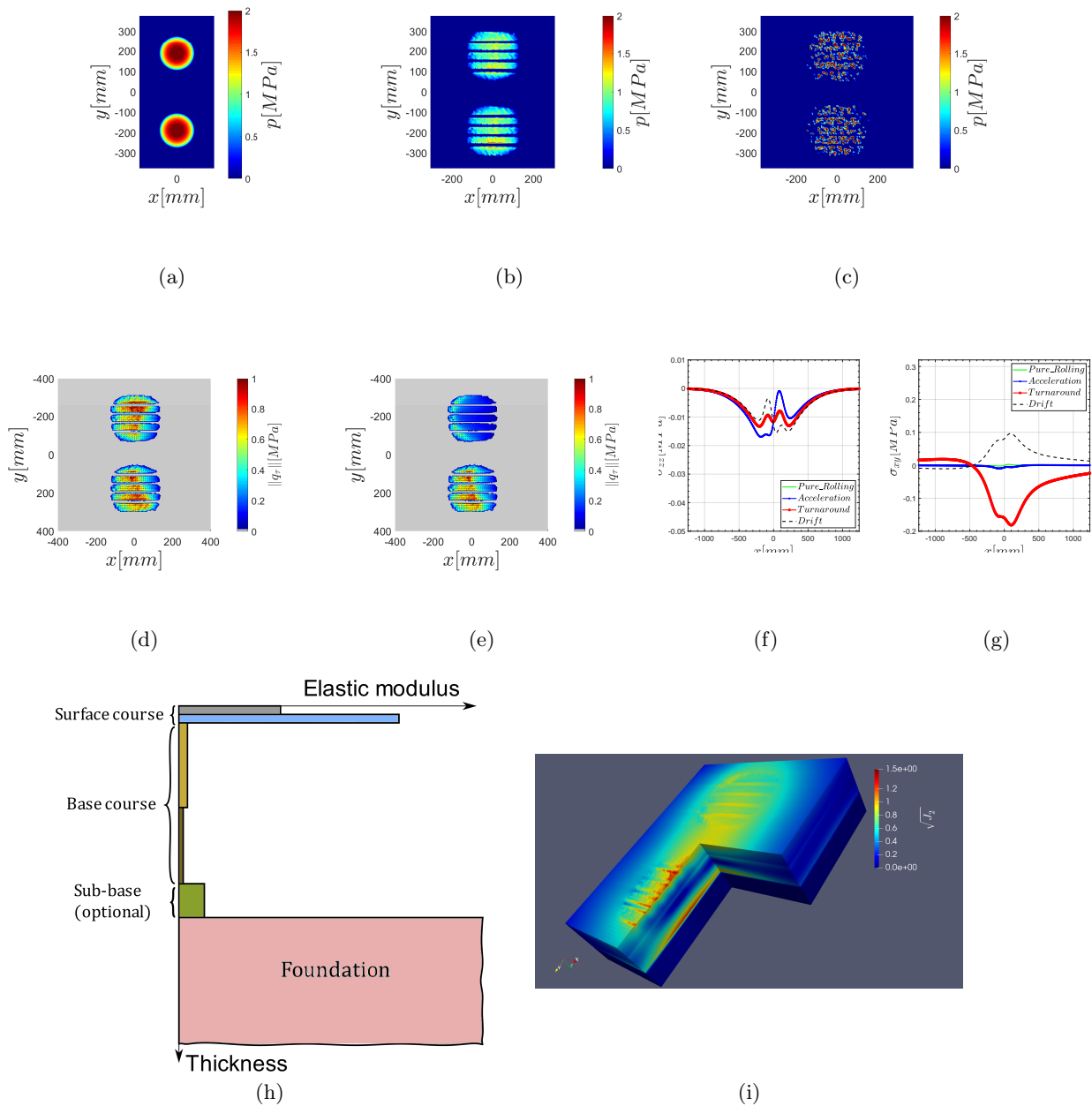


FIGURE 1.31 – Résultats de simulation du comportement d'une chaussée : confrontation des champs de pression en simulant un essieu : par deux sphères équivalentes 1.31a, avec une géométrie réelle de pneumatique 1.31b et en prenant en compte la rugosité de la chaussée 1.31c ; norme du cisaillement obtenu en surface lors de la simulation d'un virage ( $F_x = 0, F_y, M_z \neq 0$ ) 1.31d ou d'un dérapage ( $F_x, F_y, M_z \neq 0$ ) 1.31e et comparaison des champs de contrainte normale et de cisaillement en surface pour différents cas de charge 1.31f et 1.31g ; représentation schématique des propriétés d'une chaussée 1.31h et résultats du second invariant du tenseur des contraintes  $\sqrt{J_2}$  dans le cas d'un dérapage sur chaussée 1.31i d'après Wallace [271].

et d'au moins deux ordres de grandeur pour des résolutions « surfaciques » ce qui rend abordable par exemple des simulations de roulement transitoire sur des matériaux viscoélastiques qui sont hors de portée par une approche de type éléments finis.

Les perspectives seront abordées plus extensivement dans la conclusion générale du mémoire. Elles sont de deux ordres principaux. Le développement des physiques considérées qui se fera beaucoup à travers le couplage de phénomènes individuellement déjà modélisés. D'autre part, les défis des années à venir se feront de mon point de vue sur les couplages entre échelles et entre méthodes. Face à la complexité des problèmes industriels abordés, la prise en compte du contact au sein d'un système ou d'une géométrie complexe, l'interaction entre plusieurs contacts sera un élément important des travaux à venir.



# Modélisation métallurgique pour les procédés de fabrication

## 2.1 Contexte et objectifs : un besoin de modélisation métallurgique des procédés

La modélisation des procédés de fabrication est un défi tant scientifique que technologique. D'une part parce que les matériaux, ici métalliques, subissent des transitoires mécaniques et thermiques rapides, qui engendrent des modifications de leur état microstructural et de leurs propriétés mécaniques. Les procédés génèrent aussi des déformations plastiques inhomogènes qui engendrent à leur tour des contraintes résiduelles. L'état « de base » d'une pièce fabriquée est donc loin de ses propriétés de référence et influencera fortement son comportement, et donc sa durée de vie en service. D'autre part, l'échelle de modélisation d'un procédé de fabrication est celle d'une pièce voire d'une structure, ce qui représente donc une échelle spatiale plusieurs ordres de grandeur au dessus de celle de la microstructure. La modélisation de ces phénomènes multi-échelle est donc difficile surtout si des temps de simulation applicables à des domaines de développement industriels sont à considérer.

Dans ce cadre, le développement de modèles « à la bonne échelle » est envisagé. C'est à dire que l'objectif est d'intégrer une description suffisamment fine des comportements microstructuraux pour être prédictif du comportement mécanique à l'échelle macroscopique tout en restant à une échelle de modélisation qui permette d'envisager des simulations rapides. Les travaux présentés dans ce chapitre s'intéressent à la simulation du comportement de matériaux métalliques, essentiellement à durcissement structural c'est à dire dont les propriétés mécaniques sont pilotées au premier ordre par la présence de précipités. L'enjeu de la simulation est de proposer une description des populations et distributions de taille de ces précipités, des modèles de comportement mécanique qui en découlent puis d'intégrer ces modèles à l'échelle de la simulation du procédé de fabrication.

Le choix de l'échelle de modélisation est celle d'une description en champ moyen de la microstructure, c'est à dire que celle-ci est considérée comme homogène (notamment pour la description des concentrations en espèces chimiques agissant sur l'état de précipitation) à l'échelle spatiale de la simulation. Ces modèles ont l'intérêt de permettre une description complète de l'état de précipitation, par opposition notamment aux modèles plus simplifiés en rayon moyen, et une résolution relativement rapide (de l'ordre d'une à quelques minutes). Ils sont toutefois moins fins que les classiques modèles en champs de phase qui permettent une description explicite de la microstructure mais dont l'échelle fine rend difficile la description d'un volume élémentaire

représentatif du comportement macroscopique. Cette approche de modélisation permet donc une description de l'état de précipitation, qui ainsi pourra être utilisée comme donnée d'entrée pour des modèles de comportement mécanique.

Les travaux présentés dans cette partie concernent donc le développement de ces modèles de précipitation, et notamment (1) leur adaptation à des géométries spécifiques de précipités ; (2) la prise en compte de gradient de propriétés ou de température au sein des modèles à champ moyen, ce afin d'étendre leur domaine *a priori* restreint d'utilisation ; (3) le développement des modèles mécaniques associés à ces géométries et enfin (4) le couplage de ces modèles avec l'échelle macroscopique du procédé.

Les études sur lesquelles se sont appuyées ces travaux consistent à déterminer l'état microstructural ou mécanique d'un matériau à l'issue d'un transitoire thermique, généralement du à une ou plusieurs étapes de fabrication de celui-ci. L'approche globale consiste alors pour le matériau étudié à calibrer un modèle de précipitation puis de comportement mécanique afin de pouvoir l'appliquer à une modélisation de l'opération de fabrication complète. La calibration est réalisée à partir de données expérimentales. Celles-ci sont donc obtenues en réalisant des traitements thermiques simples, de référence (isothermes ou anisothermes, à des températures et vitesses de chauffage et refroidissement représentatives de l'opération finale étudiée) sur des états initiaux de microstructure connus et préalablement caractérisés (idéalement un état remis en solution). Les problématiques associées à la réalisation de ces essais et la caractérisation ne seront pas présentées ici. Il sera noté toutefois qu'une caractérisation fine de l'état de précipitation relève souvent d'un défi de part les faibles dimensions des précipités souvent obtenues pour des transitoires courts et dans les états de durcissement important, qui sont généralement ceux d'intérêt. Les méthodes de caractérisation par microscopie électronique à balayage sont souvent insuffisantes, nécessitant l'emploi de méthodes plus coûteuses en temps ou indirectes, telles que la microscopie électronique en transmission, les méthodes de diffusion de rayons X ou de neutrons, ... La réalisation de transitoires thermiques rapides (de l'ordre de quelques  $100\text{ °C s}^{-1}$ ) relève aussi d'une certaine difficulté expérimentale, bien que les méthodes de chauffage par effet Joule (notamment dans les simulateurs thermomécaniques de type *Gleeble*, utilisé dans les travaux ici présentés) ou par induction, permettent d'atteindre de manière contrôlée ces gammes.

Le choix s'est donc porté sur ce mémoire sur la présentation des développements effectués dans les modèles de précipitation et de comportement mécanique, leur couplage à des échelles macroscopique et sur la présentation d'applications caractéristiques, représentatives des possibilités des modèles développés. Quelques perspectives sur les travaux et améliorations envisagées sur un avenir proche conclueront ce chapitre.

## 2.2 Modélisation de la précipitation

### 2.2.1 Contexte, matériaux et hypothèses

La modélisation de la précipitation telle que mise en oeuvre dans ces travaux est présentée ici. Elle s'appuie sur les théories classiques de la croissance et de la germination, largement utilisées pour modéliser l'évolution de l'état de précipitation. L'implémentation numérique de ces modèles a originalement été proposée par Wagner et Kampmann [270].

Cette théorie a été implémentée dans le code *PreciSo* [206, 208] originalement pour le cas classique de précipités sphériques. Les travaux réalisés au cours des thèses de Didier Bardel [22] et Alexandre Balan [14] ont notamment consisté à développer un formalisme pour la théorie classique de la germination croissance prenant en compte des géométries de précipités non sphériques. Les deux géométries considérées, représentées ci-après sont d'une part des aiguilles

(*needle*) de longueur totale  $l$ , constituées d'un cylindre de longueur  $l - 2r_p$  compris entre deux hémisphères de rayon  $r_p$  et de facteur de forme  $\xi = l/r_p$ ; et d'autre part des cylindres (*cyl*) de rayon  $2r_p$  et de longueur  $T_p$ , de facteur de forme  $q = 2r_p/T_p$

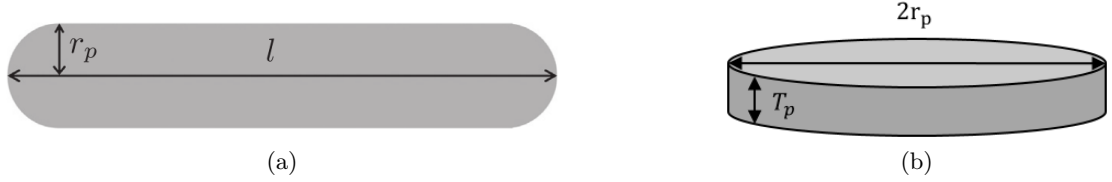


FIGURE 2.1 – Géométrie des précipités considérés : aiguilles (2.1a) et cylindres (2.1b)

Dans cette partie, les équations permettant de prédire la germination et la croissance de précipités seront rappelées en précisant en parallèle les différences pour les deux types de géométries. Dans un certain souci de généralité le formalisme sera présenté :

- pour une unique famille de précipités  $p$  *générique* de chimie  $A_xB_y$  précipitant dans une matrice  $m$  ;
- il sera supposé que les deux espèces chimiques  $A$  et  $B$  diffusent à des vitesses comparables. Dans le cas où l'une des espèces diffuse plus rapidement (typiquement dans le cas du carbone pour la simulation de la précipitation de carbures ou lorsqu'une des espèces constituant le précipité est la matrice), des simplifications sont possibles sur les équations de croissance ;
- la précipitation est considérée comme homogène et l'énergie élastique due à la présence des précipités dans la matrice est négligée ;
- la fraction volumique de précipités reste « faible », ceci se traduit par le fait que les précipités n'interagissent pas directement entre eux (pas d'effet d'*impingement*) si ce n'est *via* l'effet Gibbs-Thomson et à travers les concentrations d'éléments en solution dans la matrice ;
- le modèle adopte une représentation lagrangienne de la distribution de précipités, ainsi décrite comme une série de classes  $i$  de rayon  $r_i$  et de densité de précipités par  $m^3$   $N_i$ .

Des éléments sur l'implémentation numérique du code sont disponibles dans les références suivantes : [14, 22, 206, 208]

### 2.2.2 Étape de germination

La première étape consiste à déterminer la variation d'enthalpie libre (ou énergie de Gibbs)  $\Delta G$  du système due à l'apparition d'un précipité de volume  $V_p$ , de surface  $S_p$  et d'énergie d'interface  $\Gamma$  dans la matrice :

$$\Delta G = V_p \Delta g + S_p \Gamma \quad (2.1)$$

Soit pour des précipités de géométrie non sphérique :

$$\Delta G^{needle} = \left( \frac{3\xi}{4} - \frac{1}{2} \right) \frac{4}{3} \pi r_p^3 \Delta g + \left( \frac{\xi}{2} \right) 4\pi r_p^2 \Gamma \quad (2.2)$$

$$\Delta G^{cyl} = \frac{2\pi}{q} r_p^3 \Delta g + \left( 1 + \frac{2}{q} \right) 2\pi r_p^2 \Gamma \quad (2.3)$$



où  $\Delta g$  est la force motrice de nucléation qui s'exprime, dans l'hypothèse d'une solution solide idéale sous la forme :

$$\Delta g = -\frac{k_B T}{V_{at}^p (x+y)} \ln \left[ \frac{X_A^m x X_B^m y}{X_A^{eq} x X_B^{eq} y} \right] \quad (2.4)$$

Ici  $k_B$  est la constante de Boltzmann égale à  $1,381 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ ,  $T$  la température du système,  $V_{at}^p$  le volume atomique du précipité (égal au volume d'une maille divisé par le nombre d'atomes contenu dans celle-ci,  $V_{mol}^p = V_{at}^p (x+y)$  est le volume molaire du précipité),  $X_i^m$  et  $X_i^{eq}$  les fractions atomiques de l'élément  $i$  respectivement dans la matrice à l'instant considéré et à l'équilibre (soit pour un temps infiniment long). Le produit de ces dernières correspond au produit de solubilité  $K_S$ , généralement exprimé sous la forme :

$$K_S = X_A^{eq} x X_B^{eq} y = 10^{-\frac{A}{T} + B} \quad (2.5)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes à déterminer expérimentalement ou à partir de bases de données thermodynamiques. A partir des Éqs. (2.2) et (2.3) la barrière énergétique de germination  $\Delta G^*$  et le rayon critique  $r^*$  correspondant peuvent être déterminés.  $r^*$  est donc le rayon à partir duquel le gain énergétique fourni par la formation d'un précipité (à une température  $T$  donnée) est suffisant pour compenser la formation d'une nouvelle surface :

$$\Delta G^{* \text{ needle}} = \frac{16}{3} \pi \frac{\Gamma^3}{\Delta g^2} \frac{2\xi^3}{(3\xi - 2)^2} \quad (2.6) \quad \Delta G^{* \text{ cyl}} = \frac{16}{3} \pi \frac{\Gamma^3}{\Delta g^2} \frac{(q+2)^3}{18q} \quad (2.7)$$

$$r^{* \text{ needle}} = -\frac{2\Gamma}{\Delta g} \frac{2\xi}{3\xi - 2} \quad (2.8) \quad r^{* \text{ cyl}} = -\frac{2\Gamma(q+2)}{3\Delta g} \quad (2.9)$$

La taille des germes stables qui apparaissent à une température  $T$  donnée sont ainsi connus. Du fait de l'agitation thermique, les précipités stables formés ont un rayon initial  $r_{k_B T}^* = r^* + 0,5\sqrt{\frac{k_B T}{\pi\Gamma}}$ , voir Fig. 2.2a.

Le taux de germination, soit la quantité de germes formés par unités de volume et de temps, est classiquement donné par l'équation de Kampmann et Wagner [133] :

$$\frac{dN}{dt} = N_0 Z \beta^* \exp \left[ -\frac{\Delta G^*}{k_B T} \right] \left[ 1 - \exp \left( \frac{-t}{\tau} \right) \right] \quad (2.10)$$

où  $N_0$  est la densité de sites de nucléation. Dans le cas d'une germination homogène il est généralement pris égal à l'inverse du volume atomique de la matrice  $V_{at}^m$  ou plus rigoureusement de celui de la solution solide sursaturée, qui peut être approximé à partir des nombres d'atomes présents en substitution dans celle-ci (voir les travaux de Bardel [22]).

Dans l'expression précédente,  $\beta^*$  est le taux de condensation des monomères qui forment un germe, pris dans ces travaux comme simplement dépendant du rayon critique  $r^*$ ;  $\tau$  est le temps d'incubation nécessaire pour qu'un germe sous critique passe la barrière de germination  $\Delta G^*$  et atteigne sa taille définitivement stable  $r_{k_B T}^*$ ; la fonction d'incubation  $f(t, \tau) = [1 - \exp(\frac{-t}{\tau})]$  est plus classiquement présente dans la littérature sous la forme  $f(t, \tau) = \exp(\frac{-t}{\tau})$  mais est implémentée dans *PreciSo* sous cette forme du fait d'une meilleure adéquation avec des modélisations atomistiques de type Monte-Carlo [167]; enfin  $Z$  est le facteur de Zeldovitch :

$$\beta^* = \frac{4\pi r^*}{a^4} \left[ \frac{X_A^p}{D_A X_A^m} + \frac{X_B^p}{D_B X_B^m} \right] \quad (2.11)$$

$$\tau = \frac{2}{\pi\beta^*Z^2} \quad (2.12)$$

$$Z^{needle} = \frac{V_{at}^p(x+y)}{\pi r^*_{needle} 2(3\xi-2)} \sqrt{\frac{2\xi\Gamma}{k_B T}} \quad (2.13) \quad Z^{cyl} = \frac{V_{at}^p(x+y)}{3\pi r^*_{needle} 2} \sqrt{\frac{\Gamma q(q+2)}{2k_B T}} \quad (2.14)$$

avec  $a$  le paramètre de maille de la matrice,  $D_i$  le coefficient de diffusion de l'élément  $i$  dans la matrice à la température considérée et enfin  $X_i^p$  la fraction atomique de l'élément  $i$  dans le précipité (soit  $x/(x+y)$  et  $y/(x+y)$  respectivement pour les éléments  $A$  et  $B$ ).

Ces équations permettent donc de prédire le nombre de germes qui seront créés à un instant  $t$  et pour une température  $T$ . Ces germes stables sont créés à une taille  $r_{k_B}^* = r^* + 0.5\sqrt{\frac{k_B T}{\pi\Gamma}}$ .

### 2.2.3 Etapes de croissance, dissolution et coalescence

L'Éq. (2.10) permet ainsi de prédire l'apparition éventuelle de nouveaux précipités de taille connue. Ces précipités vont alimenter une nouvelle classe. A chaque pas de temps l'étape suivante consiste à déterminer la croissance de chacune des classes existantes. La diffusion des éléments  $i$  au sein de la matrice est supposée pilotée par leurs coefficients de diffusion  $D_i$  :

$$D_i = D_i^0 \exp\left[-\frac{Q_i}{RT}\right] \quad (2.15)$$

où les termes pré-exponentiels  $D_i^0$  et énergie d'activation  $Q_i$  sont supposés expérimentalement connus et  $R$  est la constante des gaz parfaits.

Les équations de croissance des précipités ont été adaptés pour les géométries considérées à partir de l'équation de Zener-Hillert [118]. L'hypothèse classiquement faite est celle d'un équilibre local et de l'obtention d'un profil de concentration stationnaire autour du précipité illustré en Fig. 2.2b. Pour un précipité constitué de deux éléments, un système non linéaire de deux équations reliant le taux de croissance aux inconnues que sont les concentrations à l'interface précipité/matrice de chacun des éléments  $X_i^{int}$  :

$$\frac{dl}{dt} = 1.5 \frac{D_i}{2r_p} \frac{X_i - X_i^{int}(r_p)}{\alpha X_i^p - X_i^{int}(r_p)} \quad (2.16) \quad \frac{dr_p}{dt} = \frac{q}{2} \frac{D_i}{r_p} \frac{X_i - X_i^{int}(r_p)}{\alpha X_i^p - X_i^{int}(r_p)} \quad (2.17)$$

$i = A, B$   $i = A, B$

où  $\alpha$  est le ratio entre les volumes atomiques moyens de la solution solide et du précipité  $\alpha = V_{at}^{SS}/V_{at}^p$ . Dans la littérature, cette expression se trouve parfois sous une forme simplifiée avec  $\alpha = 1$  soit  $V_{at}^{SS} = V_{at}^m$  ce qui n'est vrai qu'en l'absence d'éléments de substitution.

Dans les équations classiques de Zener-Hillert, est présent un terme multiplicatif supplémentaire qui rend compte des effets de capillarité, c'est-à-dire que la courbure de l'interface matrice/précipités limite la diffusion. Cet effet Gibbs-Thomson, qui a pour conséquence que les précipités de grande taille sont plus stables est exprimé de la manière suivante [205] ce qui explique que les concentrations à l'interface  $X_i^{int}(r_p)$  soient dépendantes du rayon du précipité dans les Éqs. (2.16) et (2.17) :

$$X_A^{int} x(r_p) X_B^{int} y(r_p) = K_S \cdot \exp\left(\frac{r_0}{r_p}\right) \quad (2.18)$$

où  $r_0$  est la longueur de capillarité donnée par :

$$r_0^{needle} = \frac{4\xi\Gamma V_{at}^p(x+y)}{(3\xi-2)k_B T} \quad (2.19) \quad r_0^{cyl} = \frac{2(q+2)\Gamma V_{at}^p(x+y)}{3k_B T} \quad (2.20)$$

Dans le cas où l'un des éléments diffuse beaucoup plus rapidement que l'autre (typiquement quand un des éléments du précipité, tel que le carbone, est présent en interstitiel dans la matrice), ou s'il constitue la matrice, la croissance n'est plus alors pilotée que par la diffusion du second élément et le système d'équation se simplifie. A l'inverse, lorsque le précipité est constitué de deux (ou plus) éléments dont les coefficients de diffusion sont comparables, et *a fortiori* en cas de chimie complexe, la résolution de ce système peut devenir couteuse en temps de calcul, le système devant être résolu pour chaque classe de précipités. Cette résolution permet donc de déterminer le taux de croissance de chacune de ces classes.

### 2.2.4 Bilan de masse et gestion des classes

A chaque pas de temps, sont donc résolues l'équation de nucléation (et crée une éventuelle nouvelle classe), de croissance et dissolution (une classe peut décroître et si son rayon devient trop faible, typiquement de l'ordre d'un rayon atomique, elle est supprimée) et de coalescence (par l'effet Gibbs-Thomson). Ce processus est illustré en Fig. 2.2c. Un schéma explicite à pas de temps  $\Delta t$  adaptatif est implémenté dans *PreciSo*, celui-ci est contrôlé par une variation maximum du rayon critique  $r^*$  [206] ou des concentrations d'éléments en solution solide (nettement moins rapide mais plus robuste), dont la positivité est aussi vérifiée. Si le pas de temps est validé, un bilan de masse permet de calculer les atomes restant en solution solide :

$$X_i^m = \frac{X_i^0(1 + \alpha f_v - f_v) - X_i^p \alpha f_v}{1 - f_v} \approx \frac{X_i^0 - X_i^p \alpha f_v}{1 - \alpha f_v} \text{ si } \alpha f_v \ll 1 \quad (2.21)$$

$i = A, B$

Cette seconde expression, simplifiée, du bilan de masse est celle classiquement utilisée dans la littérature. L'expression complète (rigoureuse surtout sur le volume atomique de la solution solide  $V_{at}^{SS}$  plutôt que celui de la matrice est utilisé pour calculer  $\alpha$ ) a une influence négligeable même pour des fractions volumiques de précipités de quelques dizaines de pourcents [22]. Dans cette expression, les  $X_i^0$  sont les concentrations totales en élément chimique  $i$  dans l'alliage considéré et  $f_v$  la fraction volumique de précipités calculée à partir de leur nombre  $N_j$  dans chacune des classes  $j$  :

$$f_v^{needle} = \sum_j \pi r_{pj}^3 \left( \xi - \frac{2}{3} \right) N_j \quad (2.22) \quad f_v^{cyl} = \sum_j 2\pi \frac{r_{pj}^3 N_j}{q} \quad (2.23)$$

Ces équations peuvent se généraliser dans le cas où plusieurs familles de précipités  $p$  (chacune présentant une fraction volumique  $f_v^p$ ) coexistent. Les équations de germination et croissance sont calculées pour chacune des familles (sans interaction entre familles, comme entre précipités, si ce n'est par l'intermédiaire de la solution solide dans le cas où plusieurs familles de précipités partagent au moins un élément) puis lors du bilan de masse l'Éq. (2.21) se généralise en remplaçant les termes  $f_v$  (resp.  $\alpha f_v$ ) par  $\sum_p f_v^p$  (resp.  $\sum_p \alpha_p f_v^p$ ).

Enfin, avant de passer au pas de temps suivant, un rééquilibrage du nombre de classes (*class management*) peut être effectué, en conservant le rayon moyen des précipités et la fraction volumique totale. L'objectif est d'éviter les oscillations numériques et conserver un nombre de classes « adéquat » (typiquement entre 250 et 500).

L'enchaînement de ces étapes dans leur intégration au sein du logiciel *PreciSo* est indiqué Fig. 2.3a.

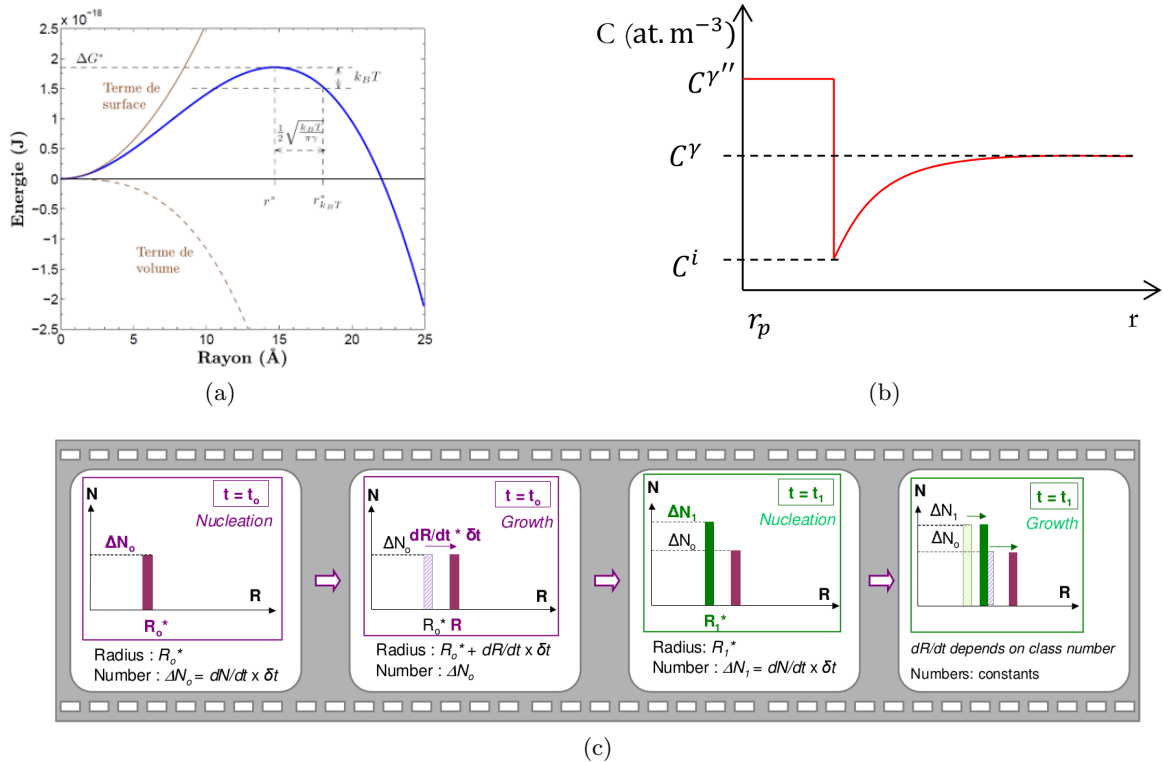


FIGURE 2.2 – Energie de Gibbs pour un précipité sphérique, illustration de la barrière de germination d’après Perez *et al.* [207] (2.2a) ; profil de concentration autour d’un précipité (2.2b) ; séquence de germination/croissance dans l’approche lagrangienne de *PreciSo* (à chaque pas de temps, une nouvelle classe de précipités est créée (germination) et toutes les classes existantes croissent) (2.2c)

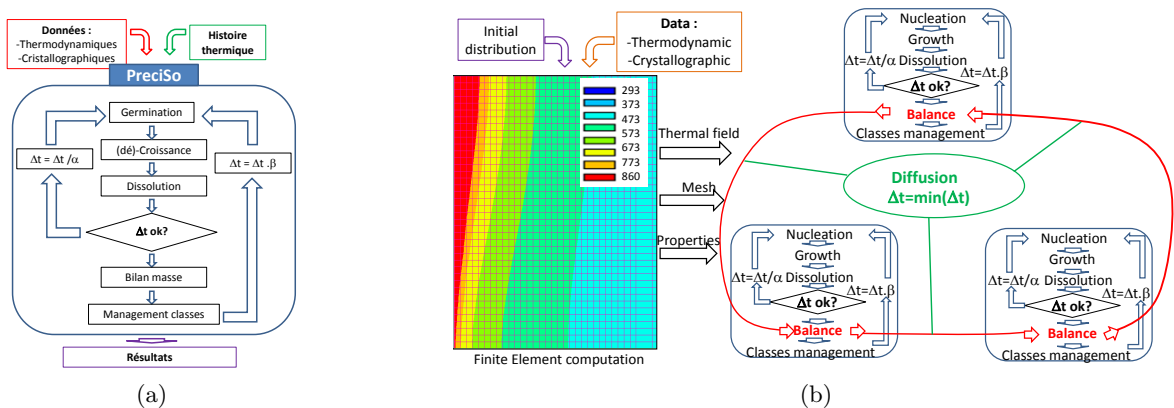


FIGURE 2.3 – Schéma de principe du logiciel *PreciSo* (Fig. 2.3a) et de son couplage multi-noeud *node-PreciSo* phasé avec un code externe par éléments-finis (Fig. 2.3b)

### 2.2.5 Détermination des paramètres cristallographiques et thermodynamiques - Application sur quelques séquences de précipitation

Les équations résolues par le modèle *PreciSo* ayant été présentées, quelques exemples d'application sur des géométries de précipités non sphériques sont présentées ici. La détermination des données thermodynamiques pertinentes étant souvent un des points clefs de la modélisation, les sources de ces données et leur méthodes d'obtention seront ici mis en avant.

#### 2.2.5.1 Alliages étudiés et hypothèses de modélisation

L'alliage d'aluminium (AA) 6061 a été étudié dans le cadre des travaux de thèse de Bardel [22] faisant eux-même suite à ceux de Maisonnette [164] réalisés en partenariat avec *AREVA-NP*, aujourd'hui *Framatome*. L'objectif de ces travaux était d'étudier l'influence du procédé de soudage, réalisé par faisceau d'électrons, sur les propriétés mécaniques résiduelles de l'AA6061 dans le cadre de son utilisation au sein du réacteur nucléaire de recherche Jules Horowitz. En effet, l'AA6061 est un aluminium additionné de Magnésium et Silicium qui précipitent sous forme de bâtonnets ou aiguilles (précipités  $\beta'$  et  $\beta''$ ) conférant au matériau des propriétés mécaniques importantes (limite d'élasticité de l'ordre de 270 MPa) dans son état de précipitation optimal T6. Le cycle thermique induit par les opérations de soudage induit une modification de l'état de précipitation et en conséquence une chute des propriétés mécaniques. L'objectif est donc de pouvoir proposer un modèle prédictif de l'état de ces propriétés, ainsi que des contraintes résiduelles, à l'issue du processus de fabrication. Il est nécessaire pour une prédiction correcte de modéliser l'état de précipitation puis le comportement mécanique, essentiellement piloté par la distribution de précipités. La géométrie en bâtonnets (*needles*) des précipités nécessite la prise en compte particulière décrite dans les équations précédentes.

Les principales hypothèses de modélisation utilisées sont les suivantes :

- la précipitation est considérée comme homogène et l'énergie élastique due à la présence des précipités dans la matrice est négligée
- un seul type de précipité équivalent,  $\beta'' - \beta'$  est considéré, sa chimie est supposée être celle des précipités  $\beta'$  :  $Mg_{18}Si_{10}$ . Cette simplification est couramment utilisée dans la littérature [183, 184, 189, 230] du fait de la difficulté à quantifier expérimentalement ces deux phases séparément
- les précipités ont une géométrie en forme d'aiguille décrite en Fig. 2.1a avec un facteur de forme  $\xi = 11$  considéré constant. Cette valeur ayant été déterminée à partir de mesure de diffusion de neutrons aux petits angles.

Le second alliage étudié est l'alliage base Nickel (*Inconel*) 718, ici noté *IN718* étudié dans le cadre des travaux de thèses de Balan [14] en partenariat avec *Safran Aircraft Engines*. La problématique est ici similaire à la précédente : être capable de prédire l'évolution de l'état de précipitation suite à un cycle thermique rapide (de type soudage typiquement) et prédire les propriétés mécaniques résiduelles : la limite d'élasticité dans un premier temps mais idéalement aussi le comportement en écrouissage. L'*IN718* est un alliage à durcissement structural à base Nickel contenant des proportions importantes de Titane, Aluminium mais surtout de Niobium. C'est l'alliage base Nickel le plus utilisé au monde avec des applications notamment dans les domaines aérospatiaux et de l'énergie [169]. Trois phases de précipités vont être ici d'importance sur le comportement mécanique. La phase  $\gamma'$  est une phase durcissante de chimie  $Ni_3(Ti, Al)$  atteignant des fractions volumiques de plusieurs dizaines de pourcents dans certains alliage base Nickel mais dont la proportion est moindre dans l'*IN718*. La phase  $\gamma''$  de chimie  $Ni_3Nb$  est la principale phase durcissante de l'alliage avec des proportions typiquement autour de 15 % dans

les états de fort durcissement. La phase  $\delta$  de composition identique à  $\gamma''$  mais de domaine de précipitation, stabilité et cristallographie différentes présente elle un effet durcissant négligeable mais contribue par contre à l'ancrage des joints de grains. Elle a donc une importance capitale dans les traitements thermiques de longue durée, typiquement lors d'opérations de forgeage. Elle apparaît typiquement à des températures plus hautes et pour des temps de précipitation plus longs que  $\gamma''$

Les principales hypothèses de modélisation pour ce second alliage sont ainsi :

- la précipitation est considérée comme homogène et l'énergie élastique due à la présence des précipités dans la matrice est négligée
- l'influence mutuelle entre les précipités est négligée (pas de prise en compte des phénomènes d'*impingement*) malgré les fractions volumiques atteintes. L'interaction entre précipités ne se fait qu'à travers l'évolution des compositions en éléments précipitant dans la solution solide.
- seule la précipitation de la phase  $\gamma''$  est considérée. La précipitation de la phase  $\delta$  est négligée de même que celle de la phase  $\gamma'$  et ce bien que certaines études [72, 210, 228, 258–260] aient montré un phénomène de coprécipitation et donc une influence probable de la précipitation de  $\gamma'$  sur celle de  $\gamma''$
- les précipités ont une géométrie cylindrique telle que décrite en Fig. 2.1b de facteur de forme  $q$  considéré variable en fonction de la taille du précipité et suivant la loi d'évolution linéaire déterminée à partir d'observations MET et de données de la littérature :

$$q = 2 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \times 2r_p + 2 \quad (2.24)$$

### 2.2.5.2 Détermination des principaux paramètres thermodynamiques

La modélisation de la précipitation nécessite la connaissance d'un certains nombres de paramètres cristallographiques et thermodynamiques et d'hypothèses associées. Une composition  $A_xB_y$  doit être choisie, supposée généralement constante, ainsi qu'une géométrie, couramment déterminée par observation microscopique, le facteur de forme des précipités pouvant être supposé variable (*cf.* paragraphe précédent). Le paramètre de maille  $a$  de la matrice dans laquelle se fait la précipitation, son volume atomique  $V_{at}^m$  et le volume atomique  $V_{at}^p$  du précipité peuvent généralement être trouvés dans la littérature et sont aussi généralement considérés constants.

Les coefficients de diffusion  $D_i$  (Éq. (2.15)) des éléments contribuant à la précipitation doivent aussi pouvoir être calculés. Lorsque la matrice est un des constituants du précipité ou pour des éléments présents en interstitiel dans la matrice, la diffusion pourra être supposée beaucoup plus rapide que celle des autres éléments et sont effet négligé. Les coefficients de diffusion (*via* les termes pré-exponentiels  $D_i^0$  et les énergies d'activation  $Q_i$ ) peuvent aussi être généralement trouvés dans la littérature.

Les paramètres les plus critiques à déterminer sont l'énergie d'interface  $\Gamma$  et le produit de solubilité  $K_S$ . Ce dernier, indépendant de la composition de l'alliage considéré, est couramment considéré comme dépendant de deux constantes  $A$  et  $B$  (Éq. (2.5)) et nécessite donc la connaissance des concentrations à l'équilibre dans la matrice des éléments constituant le précipité à deux températures différentes. Ces données peuvent être extraites de bases de données thermodynamiques, notamment pour des précipités stables, telles que *Thermocalc*. Une autre méthode consiste à caractériser deux états de précipitations stabilisés, la mesure de la fraction volumique de précipités à l'équilibre permettant alors de déterminer le produit de solubilité. La détermination de la température de dissolution des précipités permet une détermination simple d'un de ces états, la fraction volumique de précipités à l'équilibre étant alors nulle.



Enfin la détermination de l'énergie d'interface  $\Gamma$  est souvent la plus délicate. Si des valeurs peuvent être trouvées dans la littérature (voir par exemple Devaux *et al.* [73] pour le cas des précipités  $\gamma''$  dans l'*IN718*), la très grande sensibilité des modèles à ce dernier paramètre implique généralement la nécessité d'un ajustement sur la reproduction de quelques états de précipitations (rayon moyens de précipités, fraction volumique, idéalement aussi distribution bien que celles-ci soient très rarement présentées dans la littérature, peut-être du fait de l'imperfection visuelle de l'accord généralement obtenue, voir par exemple Balan *et al.* [15]), déterminés expérimentalement. La détermination de ces états est une difficulté en soi dans la mesure où elle nécessite la mise en oeuvre, de manière non exhaustive, soit de méthodes de caractérisation par microscopie électronique soit de mesures indirectes type diffraction. La taille limite des précipités visibles par la ou les méthodes utilisées, la représentativité du volume exploré sont quelques-uns des biais qui complexifient la corrélation entre mesures expérimentales et données du modèle. Des éléments complémentaires sur ces problématiques pourront être trouvés dans les travaux de thèses sus-cités [14, 22] et publications associées [15, 17, 20].

Une étude de sensibilité sur les valeurs de ces différents paramètres (énergie d'interface, produit de solubilité et diffusion) sur une séquence de précipitation isotherme a été réalisée par Balan [14] permettant ainsi de guider l'ajustement de paramètres dans le cadre de la calibration d'un modèle. Un résumé des paramètres de précipitations utilisés dans les modèles présentés dans ce mémoire, ainsi que les sources et éventuelles hypothèses de ceux-ci est renseigné dans le [Tab. 2.1](#).

### 2.2.5.3 Illustration sur quelques séquences de précipitation

Des résultats de séquences de précipitation dans les deux alliages étudiés sont ici présentés.

La [Fig. 2.4a](#), tirée de [20] présente le rayon moyen de précipités simulé par *preciSo* pour différents échantillons chauffés à  $15\text{ }^\circ\text{C s}^{-1}$  jusqu'à différentes températures maximum depuis un état de base T6, représentatives des conditions de soudage vues par l'application, suivi d'un refroidissement naturel. Les états de précipitation ont été caractérisés par microscopie électronique en transmission (*TEM*) et diffusion de neutrons aux petits angles (*Small Angle Neutron Scattering SANS*). Les résultats numériques et expérimentaux présentent un très bon accord sur les rayons moyens, de même que sur les fractions volumiques non représentées ici. La variation de la vitesse de chauffage à température maximum constante mène à un moins bon accord bien que celui reste de bonne qualité. En rappelant que les paramètres du modèles ont été tirés de la littérature et d'un calage sur les données expérimentales du traitement isotherme menant à l'état T6 (état de durcissement maximum obtenus après un traitement à  $175\text{ }^\circ\text{C}$  pendant 8 h depuis un état remis en solution), le modèle montre une bonne robustesse sur une large gamme de paramètres en régime anisotherme. Il permet ainsi de prédire avec une bonne confiance les états de précipitation à l'issue de cycles thermiques de soudage.

La [Fig. 2.4b](#), tirée de [21], présente la fraction volumique de précipités dans un joint soudé. Pour cette étude, une simulation thermique de l'opération de soudage a été réalisée, utilisant, de manière classique, une source thermique équivalente recalée sur des données expérimentales de mesure de température. En chaque point du maillage éléments finis réalisé, l'historique de température a été relevé et utilisé comme donnée d'entrée pour une simulation de la précipitation par *preciSo*. Il sera noté que la précipitation dans les alliages d'aluminium n'a pas d'influence significative sur l'histoire thermique vue par le matériau, contrairement par exemple à ce qui est observé lors de changements de phase dans les aciers. Les simulations thermiques et métallurgiques du procédé sont alors indépendantes et peuvent être simplement phasées. De plus la précipitation en chaque noeud étant ici indépendante de celles des noeuds voisins, le calcul est

	Paramètre	Valeur	Source(s) et hypothèse(s)
$\beta'' - \beta'$ dans l'AA6061	$A_x B_y$	$Mg_{18}Si_{10}$	[268]
	Géométrie	<i>needle</i>	
	$q$	11	Bardel <i>et al.</i> [20]
	$a$	$4,05 \times 10^{-10}$ m	[218]
	$V_{at}^m$	$1,66 \times 10^{-29}$ m <sup>3</sup>	[268]
	$N_0$	$1/V_{at}^m$	précipitation homogène
	$D_i^0$	$2,2 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	[183] avec $i = Mg, Si$
	$Q_i$	130 kJ mol <sup>-1</sup>	
	$V_{at}^p$	$1,92 \times 10^{-29}$ m <sup>3</sup>	[268]
	$A$	30 750 K	obtenus à partir de la $f_v$ de précipité dans l'état T6
	$B$	-16,3	et de la température de dissolution [20]
	$\Gamma$	$0,108$ J m <sup>-3</sup>	obtenue à partir de la densité de précipités mesurée à l'état T6 [20]
$\gamma'$ dans l'IN718	$A_x B_y$	$Ni_3Nb$	[174]
	Géométrie	<i>cylinder</i>	
	$q$	Éq. (2.24)	[15]
	$a$	$3,616 \times 10^{-10}$ m	[252]
	$V_{at}^m$	$1,182 \times 10^{-29}$ m <sup>3</sup>	[252]
	$N_0$	$1/V_{at}^m$	précipitation homogène
	$D_{Nb}^0$	$8,8 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	[73, 134]
	$Q_{Nb}$	263 kJ mol <sup>-1</sup>	ajustement d'après [73, 111, 158]
	$V_{at}^p$	$1,157 \times 10^{-29}$ m <sup>3</sup>	[269]
	$A$	3294 K	[15] obtenus à partir de données de la littérature de
	$B$	0,3997	$f_v$ précipitées à l'équilibre [48, 73, 78, 85, 87]
	$\Gamma$	$0,1$ J m <sup>-3</sup>	[73]
$\delta_{edge}$ et $\delta_{disl}$ dans l'IN718	$A_x B_y$	$Ni_3Nb$	[174]
	Géométries	<i>sphere</i> <i>needle</i>	pour $\delta_{edge}$ pour $\delta_{disl}$
	$q_{edge}$	-	
	$q_{disl}$	7,6	déterminé Low <i>et al.</i> [158] à partir de données de littérature [8, 169, 288]
	$a$	$3,6077 \times 10^{-10}$ m	[155]
	$V_{at}^m$	$1,1739 \times 10^{-29}$ m <sup>3</sup>	[155]
	$N_0_{edge}$	Éq. (2.25)	
	$f_{edge}$	0,2	
	$N_0_{disl}$	Éq. (2.26)	précipitation hétérogène d'après [158]
	$f_{disl}$	1	
	$D_{Nb}^0$	$8,8 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	[73, 134]
	$Q_{Nb}$	286 kJ mol <sup>-1</sup>	ajustement d'après [73, 111, 134, 158]
	$V_{at}^p$	$1,2312 \times 10^{-29}$ m <sup>3</sup>	[267]
	$A$	$5,66 \times 10^4$ K	
	$B$	23,8	[158] obtenus à partir de données de la littérature de
	$C$	$2,95 \times 10^7$ K <sup>2</sup>	$f_v$ précipitées à l'équilibre [24, 155, 225, 251]
	$\Gamma_{edge}$	$0,1$ J m <sup>-3</sup>	[251]
$\Gamma_{disl}$	Éq. (2.29)	avec $a = -5,5 \times 10^{-2}$ , $b = -5,7 \times 10^{-4}$ et $c = 0,118$ obtenus à partir des diagrammes TTT de [155]	

Tableau 2.1 – Paramètres des modèles de précipitation présentés



aisément parallélisable. La distribution volumique de fraction volumique précipitée ainsi obtenue, depuis un état remis en solution dans la zone fondue jusqu'à l'état T6 dans le matériau de base loin de la ligne de fusion, peut être utilisée pour la prédiction des propriétés mécaniques post-soudage du matériau et montre les possibilités de couplage du modèle de précipitation avec une simulation du procédé.

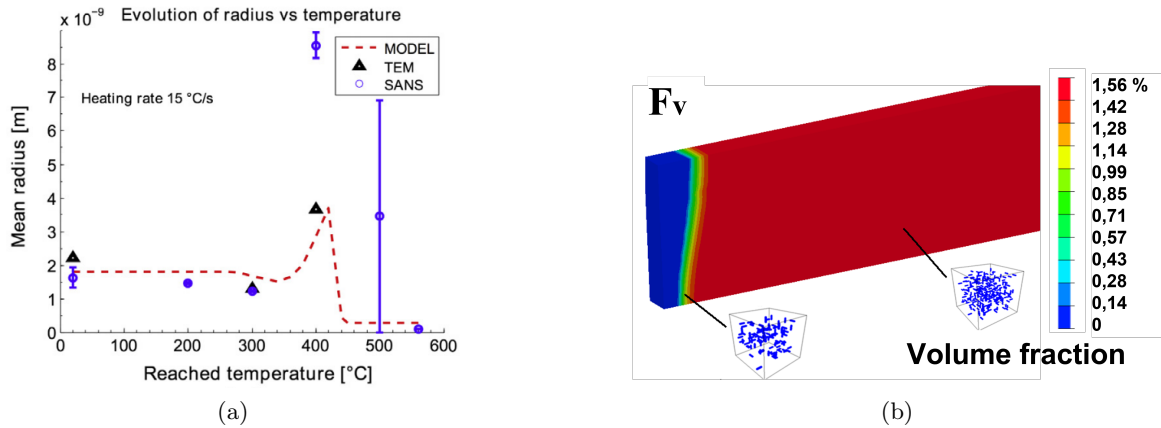


FIGURE 2.4 – Confrontation des résultats de précipitation issus de simulations *PreciSo* et de mesures expérimentales, évolution du rayon moyen des précipités équivalents  $\beta'' - \beta'$  dans un alliage d'aluminium 6061 depuis l'état T6 pour différents traitements anisothermes à température maximum variable (2.4a d'après Bardel *et al.* [20]) et évolution de la fraction volumique de précipités dans la section d'un joint soudé suite à un transitoire thermique calculé par éléments finis (2.4b d'après Bardel *et al.* [21]).

Dans les travaux de Balan *et al.* [15], les paramètres du modèle de précipitation de la phase  $\gamma''$  dans l'*IN718* ont été ajustés à partir de mesures de rayons réalisés suite à différents traitements isothermes à 660 °C, 720 °C et 760 °C par *MET* et *SANS* complétées de données de la littérature à des températures proches. Ces trois températures traversent le nez de précipitation de la phase  $\gamma''$  (visible en Fig. 2.9c) en évitant les zones de trop forte précipitation des phases  $\gamma'$  et de la phase  $\delta$  concurrente d  $\gamma''$ . La Fig. 2.5a montre les résultats du modèle en termes de rayons moyens et différentes mesures à 720 °C, la partie ombrée de la courbe numérique indiquant une variation de  $\pm 10$  °C. Comme précédemment, un bon accord du modèle est obtenu en isotherme (y compris sur les distributions de précipités, aussi mesurées) et celui-ci est confronté à des historiques thermiques transitoires.

Différents cycles thermiques, représentatifs d'une opération de soudage, ont été simulés sur un *IN718* depuis l'état *Direct Aged DA*, couramment utilisé industriellement, obtenu après 6 h20 min de traitement à 760 °C depuis un état remis en solution. Après un chauffage à  $50 \text{ °C s}^{-1}$  plusieurs températures maximum  $T_{Max}$  sont atteintes. Pour chacune, deux états de précipitations (rayon moyen, fraction volumique et densité de précipités) sont représentés, le premier est celui à température maximum, tel qu'il serait obtenu après une trempe à l'eau et le second à l'issue d'un refroidissement à  $20 \text{ °C s}^{-1}$ . Ce graphique donne donc une vision synthétique d'un ensemble d'états obtensibles d'après le modèle à l'issue d'une opération de soudage. En dessous de 800 °C, aucune modification de l'état de précipitation n'est observée tandis qu'au dessus d'environ 1000 °C, tous les précipités sont dissous à haute température avec une phase de nucléation au cours du refroidissement menant à une forte densité de précipités de petit rayon en fin de

cycle. Entre ces deux extrêmes, différents états de précipitation sont obtenus dont l'influence sur les propriétés mécaniques a par la suite été étudié.

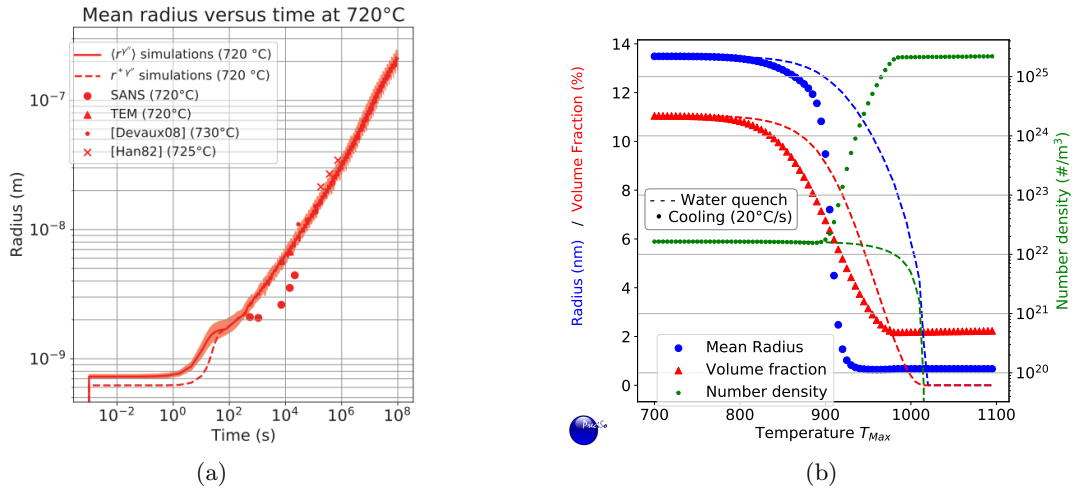


FIGURE 2.5 – Confrontation des résultats de précipitation issus de simulations *PreciSo* et de mesures expérimentales d'après Balan *et al.* [15], évolution du rayon moyen des précipités  $\gamma''$  dans un alliage base nickel 718 en fonction du temps pour un traitement thermique isotherme à 720 °C depuis un état remis en solution (2.5a) et des paramètres microstructuraux après des transitoires thermiques de différentes températures maximums depuis l'état *Direct Aged* (d'après 2.5b).

#### 2.2.5.4 Précipitation hétérogène et compétition entre familles de précipités

Le modèle *preciSo* présenté permet donc de modéliser la précipitation homogène dans des conditions thermiques transitoires. La prise en compte de conditions un peu plus complexes est aussi possible avec ce même modèle et présentée ici, dans un cas où deux phases précipitées sont en compétition, toutes deux précipitant en conditions hétérogènes.

La problématique a été étudiée dans le cadre de travaux de master de Low *et al.* [158] en partenariat avec *Framatome*. La problématique est celle de la précipitation de la phase  $\delta$  dans l'*IN718*, précédemment présenté. Cette phase est connue à la fois pour diminuer la sensibilité à la rupture et pour freiner la croissance de grains lors de mise en forme à chaud sur l'alliage. Il a de plus été montré que l'écroissage issu du laminage à froid favorisait la précipitation de cette phase [252]. Des données de littérature fournissent notamment des proportions de phase  $\delta$  dans l'alliage en fonction du taux d'écroissage de celui-ci [155]. En complément des traitements thermiques sur tôle laminée, de taux d'écroissage connu ont été réalisés pour faire précipiter la phase  $\delta$  puis caractériser celle-ci. Ces observations ont pu confirmer certains éléments importants de la littérature pour la modélisation, à savoir : que la phase  $\delta$  précipité à la fois depuis la matrice [252] ou depuis la phase  $\gamma''$  lorsqu'elle la précède ; mais aussi de manière hétérogène sur des défauts existants (joints de grains, bandes de glissements ou défauts d'empilement [8, 232, 252]). Enfin, Singh *et al.* [232] ont pu montrer que les dislocations créent des canaux de diffusion du Niobium favorisant la précipitation de la phase  $\delta$ .

Le modèle ainsi mis en place est donc basé sur les hypothèses suivantes :

- deux populations de phase  $\delta$  sont modélisées,  $\delta_{disl}$  précipitant exclusivement sur les dislocations et  $\delta_{edge}$  précipitant exclusivement aux joints de grains.
- La phase  $\delta_{disl}$  précipite sous forme de sphères tandis que la géométrie des précipités  $\delta_{disl}$  correspond à des aiguilles (Fig. 2.1a) de facteur de forme constant  $q_{disl} = 7.6$ .
- La précipitation des autres phases est négligée, ainsi notamment le modèle ne considère pas la phase  $\gamma''$  de même chimie que  $\delta$ . Les résultats du modèle à des températures inférieures à 900 °C, notamment sur les temps courts sont donc à prendre avec du recul.
- la réduction de la barrière de nucléation aux joints de grains est représentée par l'ajout d'un facteur  $f_{edge} = 0.2$  ce qui modifie l'expression de  $\Delta G^*$  sous la forme suivante :  $\Delta G^*_{edge} = f_{edge} \Delta G^*_{sphere}$ .
- les densités de sites de nucléation sont estimées pour chacune des populations à partir du taux de laminage  $R$  (ou réduction d'épaisseur de tôle), de la taille de grains avant laminage  $d$ , de la densité de dislocation initiale  $\rho_{disl}^0$  ainsi que du paramètre de maille  $a$  et du vecteur de Burgers  $b = a/\sqrt{2}$ , tous connus, selon les formules suivantes :

$$N_{0\ edge} = \frac{\rho_{edge}}{a} \quad N_{0\ disl} = \frac{\rho_{disl}}{a} \quad (2.25)$$

$$\rho_{edge} = \frac{1}{d^2} \left( 3 + \frac{R^2}{1-R} \right) \quad \rho_{disl} = \rho_{disl}^0 - \frac{2 \ln(1-R)}{\sqrt{3} \ bd} \quad (2.26)$$

- ainsi que suggéré par Perrard *et al.* [209], la diffusion du Niobium est supposée accélérée par les « courts circuits » formés par les dislocations et joints de grains auxquels les phases précipitent. Le taux de nucléation (Éq. (2.10)) est ainsi modifié comme suit, en fonction de la densité instantanée de précipité  $N_j$  de chaque famille  $j$  :

$$\frac{dN_j}{dt} = \frac{dN}{dt} \left[ 1 - \exp \left( - \frac{\rho_j^2 \frac{dN}{dt}}{2N_j^3 (D_{Nb})_j} \right) \right] \quad (2.27)$$

$j = edge, disl$

où  $(D_{Nb})_j = 10^7 D_{Nb}$  est le coefficient de diffusion le long de ces « courts circuits ».

- Le produit de solubilité des deux phases est donné par l'équation quadratique suivante :

$$\log_{10} K_S = -\frac{A}{T} + B + \frac{C}{T^2}. \quad (2.28)$$

- Enfin, l'énergie d'interface  $\Gamma_{edge}$  est supposée constante pour la phase  $\delta_{edge}$  et sa valeur issue de la littérature [251], tandis que celle pilotant la précipitation intra-granulaire  $\Gamma_{disl}$ , du fait de niveaux de défauts cristallins différents, de la présence de ségrégation de Niobium et de l'influence de l'écroutissage est considérée variable, et légèrement supérieure :

$$\Gamma_{disl} = aR^2 + bR + c \quad (2.29)$$

Comme précédemment, les valeurs des paramètres ainsi que leurs sources sont rappelées dans le Tab. 2.1. La Fig. 2.6 présente différents résultats de cette étude mettant en avant les possibilités de ce modèle. Sur la Fig. 2.6a sont représentés différents diagrammes TTT (pour une fraction massique égale à 50 % de sa valeur à l'équilibre) calculés pour différents ratios d'écroutissage. La comparaison aux résultats de la littérature issus de Liu *et al.* [155] ayant servi pour la calibration de l'influence de  $R$  montre une très bonne adéquation pour les hautes températures. En deçà de 900 °C, une précipitation de  $\gamma''$  est attendue et le modèle montre une précipitation plus rapide de  $\delta$  que celle observée expérimentalement. Ces premiers résultats montrent la possibilité de prendre en compte l'influence de l'état d'écroutissage sur la précipitation. Sur la Fig. 2.6b, les résultats du modèle, calibrés sur les résultats de Liu *et al.* [155] pour des alliages écrouis, sont comparés à différentes sources de la littérature [24, 34, 50, 196], *a priori* sur des alliages non écrouis. L'accord entre les différents résultats est plutôt bon, notamment avec ceux de Oradei-

Basile et Radavich [196] pour lequel l'état microstructural initial est plus proche de celui des résultats utilisés pour la calibration.

Sur la Fig. 2.6c, les résultats du modèle sont comparés à la cinétique de précipitation observée par Liu *et al.* [155] à 910 °C sur un échantillon à  $R = 0,25$ . L'accord du modèle avec les résultats expérimentaux est une fois encore bon. Le modèle permet aussi d'observer la compétition entre les deux phases précipitées. La précipitation de  $\delta_{edge}$  est d'abord freinée par la présence de la phase  $\delta_{disl}$ , dont la précipitation est plus rapide. Sur un temps plus long, le modèle prédit que la phase  $\delta_{edge}$  prend le pas jusqu'à la disparition complète de  $\delta_{disl}$ .

Le modèle est ensuite confronté à des résultats issus des analyses sur la nuance fournie par *Framatome*, de composition et taux d'érouissage différents, connus, sans calibration complémentaire. Une éprouvette découpée dans une tôle laminée a été traitée avec un gradient thermique connue par le biais d'une simulation numérique (voir [158]). La distribution de précipités est ainsi simulée en différents points de l'éprouvette puis comparée à des mesures réalisées à la microscopie électronique à balayage. La généralisation du modèle est de bonne qualité avec une adéquation notable aussi sur la distribution de précipités, Fig. 2.6d.

Ces résultats montrent donc les possibilités offertes par les modèles de précipitation intégrés dans *preciSo* dans des cas de précipitation homogène, hétérogène, avec une ou plusieurs familles de précipités en compétition. Il est à noter qu'une calibration fine des modèles nécessite des données nombreuses et complètes. La maîtrise des moyens de caractérisation est donc fondamentale. La généralisation des modèles est aussi relativement bonne.

## 2.2.6 Quelques extensions au modèle de précipitation

Les développements réalisés au sein du logiciel *preciSo* permettent ainsi de modéliser la précipitation de différentes géométries de précipité dans des cycles thermiques transitoires. *PreciSo* est un modèle en *champ moyen*, supposant donc que l'état de précipitation et les différentes données d'entrées sont homogènes à l'échelle de la boîte de calcul.

Cette approche est limitante dans un certain nombre de configurations, typiquement pour représenter des états de précipitation au sein d'un gradient thermique, de composition... Les approches de type champ de phase sont une réponse évidente à ces problématiques mais elles se positionnent à une échelle plus fine et les volumes simulés et temps de calculs associés sont alors nettement plus importants et dans la majorité des cas encore rhédibitoires pour des applications à l'échelle industrielle. Des travaux ont ainsi été effectués pour proposer une amélioration des modèles à champs moyen. L'idée est d'intégrer une simulation de la diffusion à longue distance entre différentes instances de calcul en champs moyen. Cette approche est peu courante dans la littérature et permet d'aborder différents problèmes complexes de précipitation.

La diffusion est traitée au sein de *NodePreciSo* par la méthode des volumes finis, facilement intégrable au sein de *preciSo*, elle permet aussi de conserver les quantités de matière et d'utiliser des maillages non structurés (mais admissibles). Comme pour le traitement de la diffusion, les espèces sont supposées suivre une loi de Fick. Ainsi au sein de chaque élément du maillage  $e$  défini, l'équation de conservation des espèces s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint C^e dV = D \iint \overrightarrow{grad}(C^e) \cdot \overrightarrow{n} dS \quad (2.30)$$

où  $C^e$  est la concentration au sein de l'élément  $e$  pour une espèce chimique donnée. Au sein de chaque élément  $e$  de volume  $V^e$  et pour chaque espèce chimique  $i$ , le nombre d'atome  $n_i^e$  est

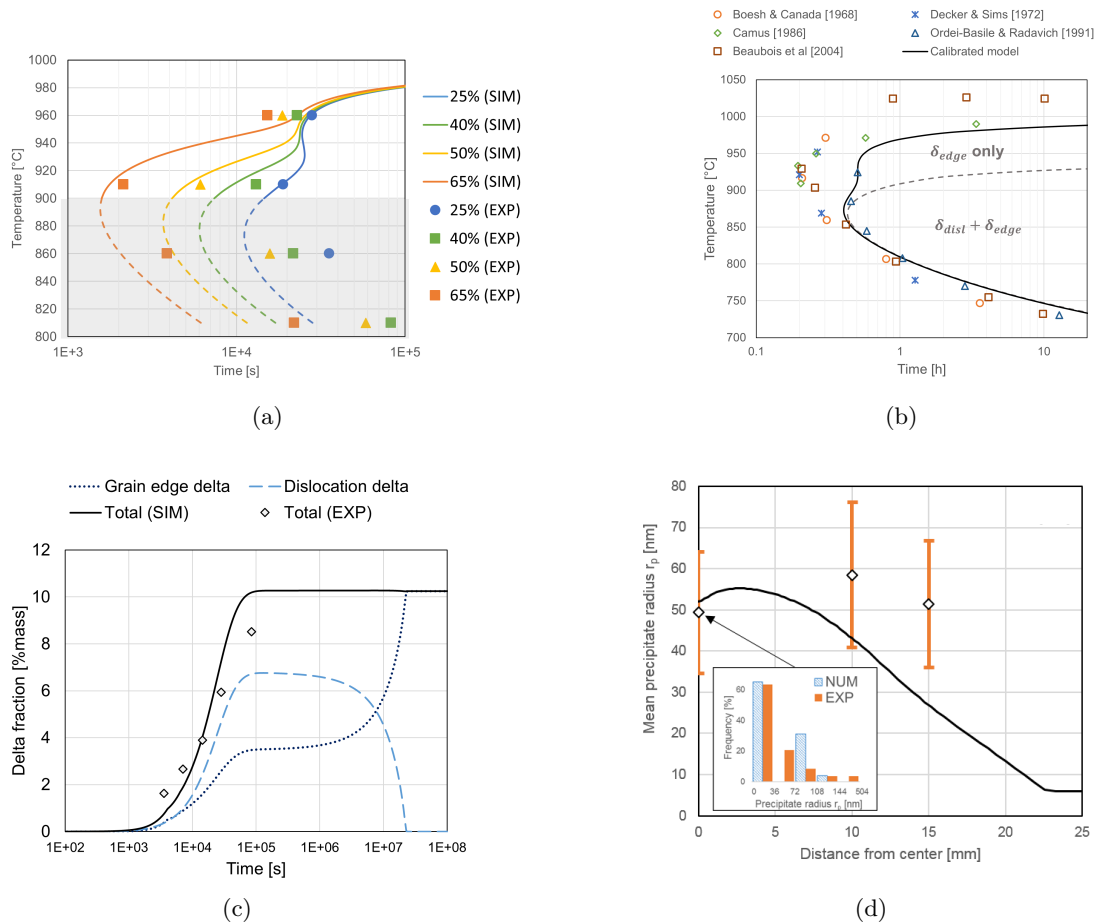


FIGURE 2.6 – Quelques résultats de simulation de la précipitation hétérogène de deux populations  $\delta_{edge}$  et  $\delta_{disl}$  dans l'*IN718* d'après *Low et al.* [158] : diagrammes TTT à 0,5 % de fraction massique simulés et mesurés (d'après *Liu et al.* [155]) pour différents taux d'écroutissage (2.6a), diagramme TTT prédit par le modèle confronté à différentes sources de la littérature (2.6b), évolution simulées et mesurées [155] des populations de précipités pour un traitement isotherme à 910 °C sur un échantillon à  $R = 0,25$  (2.6c) et distribution et rayons moyens de précipités simulés et confrontés à des mesures expérimentales sur une éprouvette soumise à un gradient d'histoire thermique (2.6d).

défini comme :

$$n_i^e = \frac{X_i^e \cdot V^e}{V_{at}^e} \quad (2.31)$$

avec  $V_{at}^e$  le volume atomique moyen de la maille donné par :

$$V_{at}^e = \frac{1}{\frac{1-f_v}{V_{at}^{SS}} + \frac{f_v}{V_{at}^p}} \quad (2.32)$$

Ou plus généralement dans le cas de  $p$  familles de précipités considérés :

$$V_{at}^e = \frac{1}{\frac{1-\sum_p f_v^p}{V_{at}^{SS}} + \sum_p \frac{f_v^p}{V_{at}^p}} \quad (2.33)$$

En considérant un volume indépendant de la diffusion et que la concentration au sein de chaque élément est uniforme, il est alors possible d'écrire la variation de la quantité d'atomes  $n$  d'une espèce chimique  $j$  donnée entre les mailles  $e$  et  $e + 1$  durant un pas de temps  $\Delta t$  :

$$\Delta n_{e \rightarrow e+1}^j = -D^j(T) \frac{(X_{SS}^i/V_{at}^{SS})_{e+1} - (X_{SS}^i/V_{at}^{SS})_e}{|P_{e+1} - P_e|} S_{e \rightarrow e+1}^j \Delta t \quad (2.34)$$

Ici  $P_e$  est le barycentre de l'élément  $e$ ,  $S_{e \rightarrow e+1}^j$  est la surface d'échange entre les deux éléments  $e$  et  $e + 1$ ,  $X_{SS}^i$  et  $V_{at}^{SS}$  sont toujours la fraction atomique en solution solide de l'élément  $i$  et le volume atomique de la solution solide.

Le pas de temps  $\Delta t$  utilisé est le même pour calculer la diffusion des éléments entre noeuds que pour calculer l'évolution de l'état de précipitation au sein de chaque noeud. Aux conditions sur le pas de temps de *preciSo* se rajoute donc la condition de stabilité Courant-Friedrichs-Lewy [22] pour la résolution explicite du problème de diffusion ainsi mise en place. Ainsi à chaque pas de temps du calcul, les équations de diffusion Éq. (2.34) entre chaque paire d'élément connecté et de précipitation au sein de chaque élément sont résolues avant de résoudre le bilan de masse Éq. (2.21) et de vérifier la validité des concentrations au sein de chaque élément. Ce schéma a été vérifié et validé par rapport à des solutions analytiques issues de la littérature [22]. La gestion du pas de temps est délicate dans la mesure où les problèmes de précipitation (notamment pendant les phases de germination) et de diffusion peuvent avoir des temps caractéristiques nettement différents.

Cette approche permet une ouverture large des problèmes traités avec le modèle *preciSo* en permettant de faire communiquer différents éléments aux propriétés différentes (champ de température, familles de précipités considérés, concentrations initiales...). Chaque élément correspond à une instance de *preciSo* pouvant avoir des propriétés différentes de ses voisins et l'échange d'information entre les éléments est représenté par la diffusion des échanges chimiques entre voisins. Plusieurs applications ont été envisagées et réalisées :

- dans le cadre des travaux de thèse de Didier Bardel [22] un couplage a été réalisé entre une simulation numérique thermique par éléments finis du soudage d'un joint en *AA6061* et le modèle de précipitation décrit précédemment. *NodePreciSo* a été utilisé pour représenter l'ensemble des éléments (à intégration réduite avec un unique point d'intégration rendant aisée la définition des barycentres et surfaces des éléments pour le calcul de la diffusion). Au sein de chaque élément, l'histoire thermique issue du calcul éléments finis est prise comme donnée d'entrée avec des états de précipitation et concentrations initiaux communs. Les résultats du calcul montrent que l'état de précipitation à l'issue de

l'opération de soudage est le même, que la diffusion entre les éléments soit considérée ou non.

- Coffigniez *et al.* [67] ont utilisé le modèle *nodePreciSo* pour modéliser l'état de précipitation au sein de pièces métalliques issues de fabrication additive. La problématique est celle de la fragilisation mécanique du fait des interactions entre les poudres et la matrice lors des étapes de frittage. Un modèle de type *core-shell* simplifié à 3 noeuds concentriques, représentant une particule de poudre de titane, sa couche de surface et une matrice riche en carbone et oxygène, a été mis en place. Le modèle permet ainsi de montrer et prédire la précipitation de carbures de Titane au sein de la pièce fabriquée du fait de l'interaction avec les éléments de la matrice lors du processus de frittage.
- Enfin, Roussel *et al.* [224] ont aussi utilisé ce modèle de précipitation entre différents noeuds pour étudier l'influence de gradients de composition issus du processus de solidification sur la précipitation des carbures et leur distribution au sein d'aciers FeNiCr. Ce modèle est décrit un peu plus en détail ci-après.

La problématique ici étudiée est donc celles d'acier FeNiCr, dits résistants aux hautes températures (ils sont prévus pour travailler à des températures de service de 750 °C à 1100 °C). Un fort pourcentage de chrome permet d'améliorer leur résistance à la corrosion, tandis que le nickel apporte une résistance au fluage. Lors du processus de solidification, des carbures primaires  $M_7C_3$  riches en chrome se forment au sein de zones qui seront alors appauvries en chrome. Dans la gamme des températures de service, les carbures  $M_7C_3$  sont instables et vont se transformer en carbures  $M_{23}C_6$ , stables. Cette transformation s'accompagne d'une précipitation secondaires de carbures  $M_{23}C_6$  dont il a été montré qu'ils ont un rôle significatif dans la résistance au fluage. Les alliages après des temps de vieillissement importants montrent ainsi des zones sans précipité (*Precipitate Free Zones FPZ*) entourant les carbures primaires, à fortes densité de précipités (*High density Precipitate Zones HPZ*) à quelques  $\mu\text{m}$  de ceux-ci et enfin des zones à faible densités de précipités (*Low density Precipitate Zones LPZ*) à plus grande distance. La formation de ces zones est notamment attribuée aux flux d'éléments chimiques lors du vieillissement et au gradient de composition de composition initiaux.

Un modèle a ainsi été mis en place basé sur le formalisme présenté ci-avant. Une représentation monodimensionnelle composée de 21 éléments est mise en place, illustrée Fig. 2.7b :

- les éléments sont espacés d'1  $\mu\text{m}$  et présentent une surface d'échange unitaire entre voisins.
- L'élément 0 représente un carbure  $M_7C_3$ , il est initialement constitué de 18at% de chrome et 12at% de carbone, sa transformation, qui n'est pas modélisée, étant pilotée par la diffusion du chrome, sa surface d'échange avec l'élément 1 est réduite à  $1,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$  correspondant aux ratios des coefficients de diffusion du chrome et du carbone à la température considérée. La précipitation est empêchée au sein de ce noeud.
- Les éléments 1 à 20 représentent la matrice austénitique autour du carbure primaire, ils ne contiennent initialement aucun précipité. Leur concentration en carbone est initialement nulle, une concentration initiale en chrome, visible sur la figure Fig. 2.7a représentative des conditions expérimentales observée est imposée.
- La simulation est réalisée à température constante de 750 °C sur un temps de  $1 \times 10^6$  s, les diffusions du chrome et du carbone sont modélisées de même que la précipitation des carbures  $M_{23}C_6$  au sein des éléments 1 à 20.
- Les paramètres de diffusion et de masses atomiques des éléments considérés (matrice Fe, ainsi que C et Cr) sont tirés de la littérature [170, 188], le produit de solubilité, volume atomique de la matrice et des précipités sont tirés de la base *Thermocalc TCFE8*, seul l'énergie d'interface des précipités avec la matrice  $\Gamma$  a été ajustée à  $0,5 \text{ J m}^{-2}$

Une série de résultats est présentée en Fig. 2.7, les fractions volumiques de précipités secon-



daïres et les concentrations en chrome sont visibles en Fig. 2.7a et une représentation schématique des distributions de précipités pour différents temps en Fig. 2.7b. A l'état initial, il n'y a aucun précipité et un gradient de concentration en chrome entre les différents éléments, représentatifs de la déplétion locale en chrome due à la formation pendant la solidification du carbure primaire. Le carbone diffuse rapidement depuis l'élément 0 vers les autres, permettant une germination de petits précipités dans les éléments à partir de 6, la concentration en solution solide de chrome dans les premiers éléments étant trop faible pour permettre la précipitation, ce qui explique la présence de *FPZ*. Les différentes concentrations en chrome dans les éléments dont que les plus éloignés vont contenir de nombreux petits précipités tandis que les éléments intermédiaires, typiquement 6 à 8, vont contenir des précipités de plus grand rayon et moins nombreux. Du fait de l'effet Gibbs-Thomson, ces précipités vont s'avérer plus stables que les petits, accroissant progressivement les différences de tailles de précipités entre ces éléments intermédiaires (qui forment donc la *HPZ*) et ceux de plus grand indice (*LPZ*). Le modèle permet ainsi de rendre compte de ces phénomènes de précipitation où la concentration en chrome, initiale puis du fait de sa diffusion progressive au cours du temps et des étapes de précipitation, pilote l'état final de précipitation.

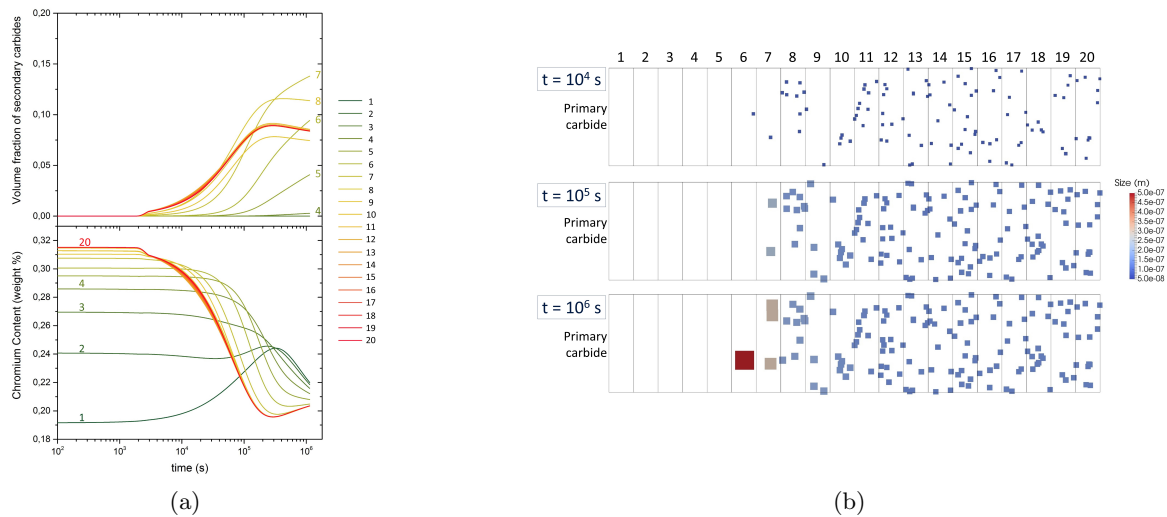


FIGURE 2.7 – Illustrations de résultats issus de *node-preciso* transformation des carbures primaires  $Cr_7C_3$  situé au noeud 0 en carbures secondaires  $Cr_{23}C_6$  dans un acier FeNiCr en fonction du gradient de concentration en chrome d'après Roussel *et al.* [224] : représentation des évolutions de fractions volumiques et concentrations en chrome dans différents noeuds 1-20 de plus en plus distants du carbure primaire (2.7a) et représentation schématique des distributions de précipités à différents temps dans ces mêmes noeuds (2.7b).

## 2.3 Prédiction des propriétés mécaniques - effets de la précipitation

Les modèles de précipitation ainsi développés permettent donc de rendre compte de conditions variées d'évolution de populations de précipités au sein de différents alliages. Ces états de précipitation pilotant les caractéristiques mécaniques, leur prédiction permet aussi de prédire les propriétés mécaniques des matériaux.



La prédiction des propriétés mécaniques et notamment de la limite d'élasticité du fait de l'état de précipitation est un élément clef pour connaître l'effet des procédés de fabrication sur les pièces fabriquées. Les travaux présentés ici concernent le développement de modèles mécaniques permettant de prédire la limite d'élasticité dans des matériaux à durcissement structural avec des précipités de géométries cylindrique ou en aiguilles. Une extension des modèles ici proposées à la prise en compte de l'écrouissage dans l'*AA6061* a notamment été proposée par Bardel *et al.* [19], proposant de voir notamment l'évolution des contributions en écrouissage isotrope ou cinématique en fonction de l'état de précipitation.

Le formalisme proposé se base sur les travaux de Friedel [93] qui ont notamment été améliorés par Kocks *et al.* [138] et Deschamps *et al.* [71] et permet de prendre en compte l'effet de la précipitation dans la description de la limite d'élasticité. Comme pour les équations gouvernant la précipitation, les équations constitutives du modèle sont rappelées dans le cas des deux géométries ici présentées et des applications seront présentées sur les deux alliages étudiés dans les travaux de Bardel *et al.* [20], l'*AA6061* et de Balan *et al.* [15], l'*IN718*.

### 2.3.1 Formulation de la limite d'élasticité

La limite d'élasticité du matériau  $\sigma_y$  est donnée comme la somme de différentes contributions :

$$\sigma_y = \sigma_0 + \Delta\sigma_{SS} + \sqrt{\Delta\sigma_p^2 + \Delta\sigma_d^2} \quad (2.35)$$

Ici  $\sigma_0$  est la limite d'élasticité de base du matériau, elle comprend généralement l'effet de la contrainte de Peierls-Nabarro mais selon le choix d'application pourra intégrer d'autres contributions constantes dans le domaine d'étude.  $\Delta\sigma_p$  est la contribution au durcissement des précipités, décrite ci-après.  $\Delta\sigma_d$  est la contribution des joints de grains au durcissement, très classiquement représentée par la loi de Hall-Petch, qui notablement, sera considérée constante ou nulle dans les alliages ici étudiés et donc non détaillée. Enfin  $\Delta\sigma_{SS}$  est la contribution des éléments présents en solution solide classiquement exprimée sous la forme :

$$\Delta\sigma_{SS} = \sum_i k_i (X^{i_{wt\%}})^p \quad (2.36)$$

où  $k_i$  est un coefficient dépendant de chacun des éléments en solution  $i$  de concentration  $X^{i_{wt\%}}$  et  $p$  un coefficient dépendant du matériau considéré.

Pour les précipités, l'expression suivante permet de déterminer la contrainte à laquelle les dislocations arrivent à franchir les précipités :

$$\Delta\sigma_p = \frac{M\bar{F}}{b\bar{L}} = \frac{M \sum_j N_j(r_{pj}) F_j(r_{pj})}{b\bar{L} \sum_j N_j(r_{pj})} \quad (2.37)$$

où  $\bar{F}$  est la résistance moyenne des obstacles,  $\bar{L}$  la distance moyenne entre les différents précipités,  $M$  et  $b$  sont le facteur de Taylor et le vecteur de Burgers du matériau considéré. Pour une distribution de précipités de densité  $N_j$  pour chacune de ses classes  $j$  de rayon moyen  $r_{pj}$ ,  $F_j$  est la force s'appliquant sur chacun de ces précipités. En fonction de leur taille, les précipités pourront soit être cisailés (ou **sheared** pour ceux de plus petite taille) ou contournés (ou **by-passed** pour ceux de plus grande taille). Selon le mécanisme, la force de résistance au franchissement est donné par :

$$F_j^{sh} = kGb\bar{r}_p \quad (2.38)$$

pour les précipités cisailés et :

$$F_j^{bp} = 2\beta Gb^2 \quad (2.39)$$

pour les précipités contournés. Ici  $k$  est une constante matériau représentant la résistance au cisaillement des précipités,  $G$  est le module de cisaillement de la matrice et  $\beta$  une constante. La transition entre ces deux mécanismes est généralement donnée par le rayon critique de transition  $r_c$  qui est celui pour lequel ces deux contributions sont égales :

$$r^c = \frac{2\beta b}{k} \quad (2.40)$$

Il est ainsi nécessaire d'exprimer les longueurs moyennes entre obstacles pour les différentes contributions ( $L_{sh}$  et  $L_{bp}$ ), dépendantes de la géométrie des précipités et de leur distribution.

Pour les cas étudiés, les configurations géométriques sont représentées Fig. 2.8. Les précipités, autant  $\beta'' - \beta'$  dans l'*AA6061* que  $\gamma''$  dans l'*IN718* sont orientés le long des directions  $\{100\}$  et les plans de glissement sont ceux de la famille  $\{111\}$  :

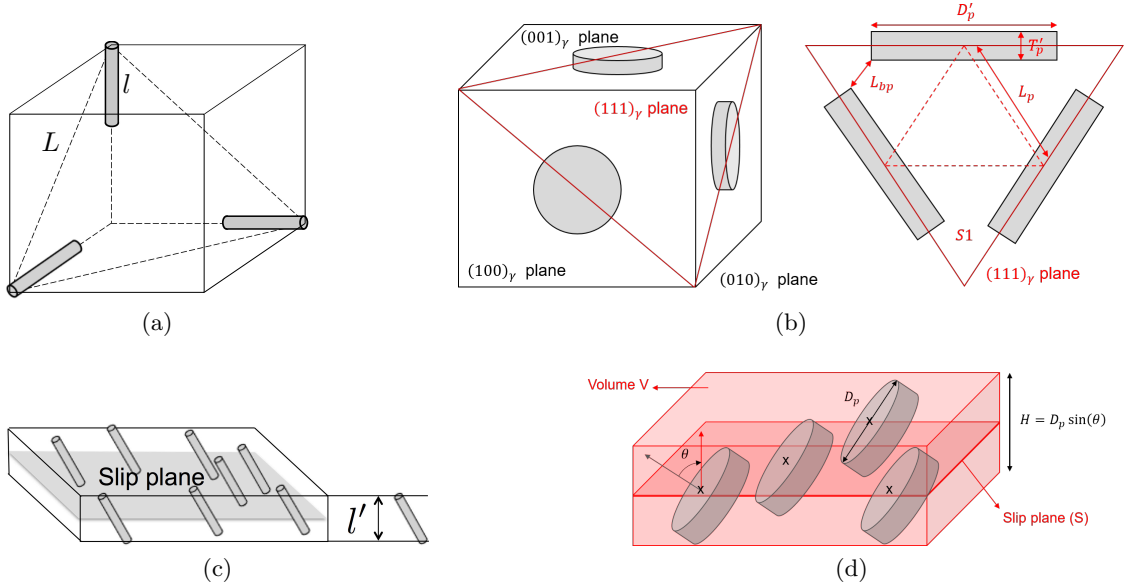


FIGURE 2.8 – Disposition dans le plan de glissement  $\{111\}$  de précipités de géométrie en aiguilles Fig. 2.8a dans l'*AA6061* et en disques Fig. 2.8b dans l'*IN718* et représentations de l'intersection du plan de glissement avec les précipités dans un parallélogramme Fig. 2.8c et Fig. 2.8d

L'espace moyen entre précipités est d'abord considéré à partir du nombre moyen de précipités  $N_a$  par unité de surface dans les plans de glissement (Fig. 2.8a et Fig. 2.8b) :

$$\bar{L}^{needle} = \sqrt{\frac{2}{N_a \sqrt{3}}} \quad (2.41) \quad \bar{L}^{needle} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2N_a}} \quad (2.42)$$

Puis, en considérant un parallélépipède encadrant les plans de glissement (Fig. 2.8c et Fig. 2.8d), le nombre de précipités  $N_a$  peut être relié à la distribution des précipités *via* l'expression du nombre de précipités par unité de volume :

$$N_a^{needle} = \sum_j l_i N_i \sqrt{3} \quad (2.43) \quad N_a^{needle} = \sqrt{\frac{8}{3}} \sum_j N_j r_{pj} \quad (2.44)$$

Menant finalement à l'expression de l'espace moyen entre les différents précipités pour chacune des géométries :

$$\bar{L}^{needle} = \sqrt{\frac{2}{\sum_j l_j N_j}} \quad (2.45)$$

$$\bar{L}^{cyl} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2} \sum_j N_j r_{pj}}} \quad (2.46)$$

Dans le cas du contournement,  $L_{bp}$  est l'espace laissé entre les précipités aux dislocations pour les contourner. Dans le cas des géométries en aiguilles, du fait de leur orientation, celui-ci est directement considéré comme étant égal à l'espace entre les précipités. Dans le cas des géométries cylindriques, une expression un peu plus complexe a été développée passant par l'expression de  $D'_p$  et  $T'_p$  qui sont les rayons et épaisseurs moyens des précipités dans le plan de cisaillement. Dans les deux cas, seuls les précipités effectivement contournés, donc dont le rayon moyen est plus grand que le rayon de transition  $r_c$ , sont considérés pour le calcul de cette distance moyenne entre précipités contournés :

$$\begin{aligned} L_{bp}^{needle} &= \bar{L}^{needle} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\sum_{j>j_c} l_j N_j}} \quad (2.47) \end{aligned} \quad \begin{aligned} L_{bp}^{cyl} &= \bar{L}^{cyl} - \frac{D'_p}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} T'_p \\ &= \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2} \sum_{j>j_c} N_j r_{pj}}} \\ &\quad - \frac{\pi \sum_{j>j_c} N_j r_{pj}}{4 \sum_{j>j_c} N_j} \\ &\quad - \frac{3 \sum_{j>j_c} N_j \frac{r_{pj}}{q_j}}{\sqrt{2} \sum_{j>j_c} N_j} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Dans le cas des précipités cisailés, la distance moyenne entre obstacles  $L_{sh}$  dépend du rayon de courbure de la dislocation, lui-même dépendant de la contrainte appliquée sur celle-ci. En effet, sous contrainte, la dislocation va se courber jusqu'à interagir avec les précipités. Le calcul de cette distance est réalisé suivant l'argument de Friedel [93], détaillé par Esmaeili *et al.* [83] qui indique que l'aire  $A$  balayée par une dislocation après avoir franchi un obstacle contient exactement un obstacle permettant d'écrire que  $AN_a = 1$ . Ceci qui permet de trouver géométriquement l'expression de la distance moyenne entre obstacles cisailés (où  $\Gamma_l = \beta G b^2$  est la tension de ligne de la dislocation) :

$$L_{sh}^{needle} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}\Gamma_l}{\bar{F}}} \bar{L} \quad (2.49)$$

$$L_{sh}^{cyl} = \sqrt{\frac{4\Gamma_l}{\sqrt{3}F_{sh}}} \bar{L} \quad (2.50)$$

Dans le cas de précipités cylindriques, le rayon moyen des précipités dans le plan de cisaillement  $r_p^{eq}$  est calculé en considérant la surface équivalente entre un tel précipité sphérique et un rectangle de surface  $D'_p T'_p$ , voir Fig. 2.8b :

$$r_p^{eq} = \sqrt{\frac{D'_p T'_p}{\pi}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{r_p}{\sqrt{q}} \quad (2.51)$$

Ce qui permet d'arriver aux expressions finales des contributions au durcissement par contournement :

$$\Delta\sigma_{bp}^{needle} = \sqrt{2}M\beta Gb \sqrt{\sum_{j>j_c} l_j N_j} \quad (2.52)$$

et cisaillement :

$$\Delta\sigma_{sh}^{needle} = M (kG)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{b \sum_{j<j_c} l_j N_j}{2\sqrt{3}\Gamma_l}} \times \left[ \frac{\sum_{j<j_c} N_j r_{pj}}{\sum_{j<j_c} N_j} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (2.54)$$

$$\Delta\sigma_{bp}^{cyl} = 2M\beta Gb \left[ \sqrt{\frac{3}{4\sqrt{2} \sum_{j>j_c} N_j r_{pj}}} - \frac{\pi \sum_{j>j_c} N_j r_{pj}}{4 \sum_{j>j_c} N_j} - \frac{3 \sum_{j>j_c} N_j \frac{r_{pj}}{q_j}}{\sqrt{2} \sum_{j>j_c} N_j} \right]^{-1} \quad (2.53)$$

$$\Delta\sigma_{sh}^{cyl} = M (kG)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{3}{2} \right)^{\frac{1}{8}} \sqrt{\frac{b}{\Gamma_l \sum_{j<j_c} N_j r_{pj}}} \times \left[ \frac{\sum_{j<j_c} N_j r_{pj} q_j^{-0.5}}{\sum_{j<j_c} N_j} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (2.55)$$

Ces deux contributions sont sommées de manière quadratique [70, 138] bien qu'une somme linéaire soit parfois utilisée par certains auteurs [87]. Des descriptions plus détaillées de ces calculs géométriques sont disponibles dans les travaux d'Alexandre Balan [14, 15] et de Didier Bardel [20, 22].

### 2.3.2 Exemple d'application sur l'AA6061 et l'IN718

Les modèles décrits dans la section précédente ont été calibrés sur des essais de traction sur des éprouvettes dans différents états microstructuraux connus afin de mettre en place des modèles prédictifs de la limite d'élasticité pour les alliages AA6061 et IN718. Les résultats présentés ci après sont utilisés en suite des modèles de précipitation présentés en Sec. 2.2.5.3. Les données et hypothèses des modèles utilisés sont résumées ci après dans le Tab. 2.2.

Quelques résultats clefs de ces modèles sont présentés en Fig. 2.9. La première présente les limites d'élasticité prédites par le modèle pour un AA6061 initialement à l'état T6 chauffé à différentes températures maximales. De même que le modèle permettait de prédire le rayon moyen des précipités à l'issue de ces différents traitements, l'abatement de limite d'élasticité du fait de la dissolution des précipités à haute température est ici visible en Fig. 2.9a. Il est important de noter que le modèle ici proposé ne contient aucun paramètre d'ajustement et que l'ensemble des coefficients utilisés sont tirés de la littérature. Un bon agrément est aussi obtenu lorsque différentes vitesses de chauffe sont considérés, montrant aussi les capacités du modèle de précipitation à traiter des états thermiques instationnaires.

Sur la Fig. 2.9b, est appliqué le modèle précédemment présenté à l'IN718. Ici est représentée la limite d'élasticité totale ainsi que les contributions des différents phénomènes en fonction du temps de maintien pour un traitement à 720 °C sur un alliage initialement mis en solution. La reproduction des limites d'élasticité obtenues expérimentalement est bonne, la courbe montre l'évolution du durcissement depuis l'état remis en solution ( $t \rightarrow 0$  s) à mesure que les précipités atteignent leur maximum de durcissement puis pour des temps plus longs, la croissance des précipités et l'activation du phénomène de contournement, moins efficace mène à une diminution progressive de la limite d'élasticité. Lorsque le rayon moyen de la distribution de précipités est proche du rayon critique  $r_c$  ( $t \approx 2 \times 10^4$  s) les deux mécanismes sont en concurrence. Pour des temps très longs (qui ne sont jamais atteints dans des conditions industrielles normales), le

	Paramètre	Valeur	Source(s) et hypothèse(s)
$\beta'' - \beta'$ dans l'AA6061	$b$	$2,86 \times 10^{-10}$ m	[218]
	$M$	2	[71, 98, 229, 230]
	$\beta$	0,28	[98, 229]
	$\sigma_0$	10 MPa	[71], limite d'élasticité de l'aluminium pur
	$G$	26,9 GPa	[163]
	$r_c$	1,8 nm	[20], à partir de l'état T6
	$k_{Mg}$	$29 \text{ MPa} \cdot \text{wt.}\%^{-2/3}$	[183]
	$k_{Si}$	$66,3 \text{ MPa} \cdot \text{wt.}\%^{-2/3}$	[183]
	$p$	$\frac{2}{3}$	[183]
$\gamma''$ dans l'IN718	$b$	$2,54 \times 10^{-10}$ m	[193]
	$M$	3,06	[70, 98, 229, 230]
	$\beta$	0,25	[46]
	$\sigma_0$	137 MPa	[15], contribution constante pour cette étude : limite d'élasticité pure et effet de la taille de grain
	$G$	80 GPa	[94]
	$r_c$	12 nm	[61]
	$k$	0,02	[61, 193]
	$k_{Nb}$	$1170 \text{ MPa} \cdot \text{at.}\%^{-0.5}$	[177]
		$p$	0,5

Tableau 2.2 – Paramètres des modèles de prédiction de la limite d'élasticité présentés

modèle prédit une limite d'élasticité encore plus basse que pour l'état remis en solution, les précipités de grand diamètre n'ayant quasiment aucune contribution au durcissement tandis que la contribution du durcissement en solution solide est diminuée du fait de l'absorption du niobium en solution par les précipités.

Le modèle ainsi développé sur l'IN718 a été utilisé pour représenter Fig. 2.9c un diagramme « TT- $\sigma_y$  ». Sur ce graphique est superposée la limite d'élasticité prédite par le modèle à un graphique TTT de la précipitation de  $\gamma''$  (courbes représentant les seuils de précipitation à 10, 50 et 90 % de la fraction volumique à l'équilibre). Ce graphique, bien que questionnable aux plus basses températures (où la précipitation conjointe de la phase  $\gamma'$  avec  $\gamma''$  est attendue) et au plus hautes températures (où celle de  $\delta$  est aussi attendue) est toutefois un outil intéressant pour prévoir des traitements thermiques afin d'optimiser les propriétés mécanique de l'alliage ou prédire l'évolution de celles-ci au cours des étapes de fabrication. Les zones de durcissement maximum sont cohérentes avec les traitements courants industriels (*Direct Aged*).

## 2.4 Vers des simulations métallurgiques des procédés

Un intérêt fort des modélisation à l'échelle d'un champ moyen de précipitation telles que présentées ci-avant est qu'elles offrent des temps de calcul permettant de les appliquer à des échelles de simulations des procédés. Pour cela un couplage entre les modèles de précipitation et de propriétés mécaniques doit être réalisé avec un code de calcul par éléments finis à l'échelle duquel se fait la simulation du procédé.

Le schéma global de ce couplage est représenté en Fig. 2.3b. Une opération de soudage par faisceau d'électrons a été réalisée sur deux plaques d'AA6061 jointes et instrumentée. Une source

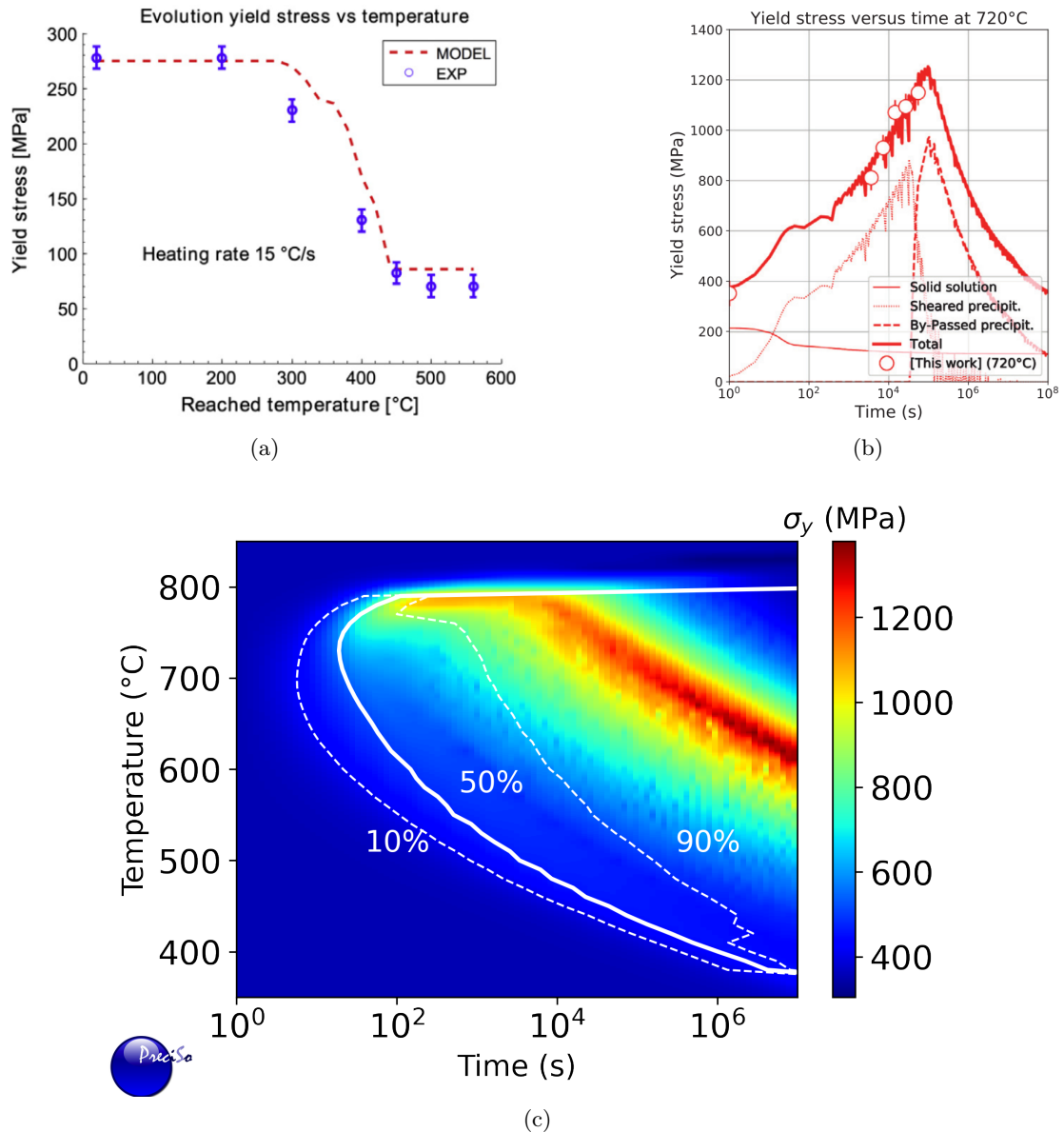


FIGURE 2.9 – Confrontation des résultats de limites d'élasticité prédites et des mesures expérimentales (i) pour un alliage d'aluminium 6061 ayant subi différents traitements anisothermes à température maximum variable depuis l'état T6 (2.9a d'après Bardel *et al.* [20]) et (ii) pour un alliage base nickel 718 d'après Balan *et al.* [15]), en fonction du temps subissant un traitement thermique isotherme à 720 °C depuis un état remis en solution (2.9b) et diagramme « TT- $\sigma_y$  » donnant l'évolution de la limite d'élasticité en fonction de la durée de traitement thermique isotherme (d'après 2.9c).

thermique équivalente a été calibrée, de manière classique, à partir des données expérimentales et une simulation numérique du soudage a été réalisée (voir représentation simplifiée du modèle Fig. 2.10b). Les champs de température et de contraintes résiduelles obtenus sont présentés par Bardel *et al.* [18]. Les résultats de la simulation thermique ainsi validée sont ensuite utilisés comme données d’entrées pour une simulation de la précipitation utilisant le modèle métallurgique présenté dans les sections précédentes (voir Fig. 2.10a pour le déroulé de la stratégie globale appliquée). Une simulation *nodePreciSo* est ainsi réalisée, en simulation la précipitation en chaque point d’intégration du modèle éléments finis (une instance *nodePreciSo* par point d’intégration) et en tenant aussi compte de la diffusion entre les points considérés à l’aide de *nodePreciSo*. Ce couplage a été réalisé au sein du logiciel de simulation par éléments finis *Sysweld* en partenariat avec la société *ESI* qui le développe, permettant ainsi une récupération directe des résultats de *nodePreciSo* dans le code éléments finis. Dans ce cas de figure et même avec une taille de maille fine dans les zones de fort gradient thermique, aucun effet de la diffusion sur le résultat du calcul n’est constaté.

Le premier résultat d’intérêt du modèle couplé est la prédiction des propriétés mécaniques au sein du joint soudé. La Fig. 2.10c présente côté gauche les duretés prédites par le modèle en différentes positions (une correspondance linéaire entre dureté mesurée et limite d’élasticité au sein de l’échantillon a été calibrée sur quelques essais :  $HV = A_{HV} \cdot \sigma_y + B_{HV} = 0.24\sigma_y + 48.5$ ) et côté droit les duretés mesurées dans une section du joint soudé (sur lequel la calibration de la source thermique pour la simulation thermique du soudage a été réalisée). Ici encore la correspondance obtenue est excellente, montrant les capacités prédictives du modèle de précipitation et du modèle mécanique associé mais aussi et surtout, l’intérêt du couplage du modèle métallurgique *preciSo* à des simulations du procédé.

À l’issue de l’opération de soudage, une seconde étape est réalisée. Une éprouvette de traction est découpé dans la direction transverse à la ligne de soudure (voir Fig. 2.10b). Du fait de sa faible épaisseur, il est considéré que les contraintes résiduelles au sein de cette éprouvette sont relâchées et négligeables. Un essai de traction est ensuite réalisé sur cette éprouvette et les champs de déformation en surface de l’éprouvette sont mesurée par corrélation d’images numériques. Cet essai de traction est ensuite simulé par éléments finis. Les déformations plastiques sont récupérées de la simulation du soudage précédente (les maillages sont conservés entre les deux simulations pour éviter les problématiques de projection) et un modèle simplifié d’écrouissage dépendant de l’état de précipitation a été développé pour rendre compte du comportement du matériau pendant cet essai.

Le comportement de l’*AA6061* est ici considéré comme purement cinématique, au sens où la limite d’élasticité  $\sigma_y$  ne dépend que de l’état de précipitation et pas de l’écrouissage. Le comportement plastique est donc ici décrit en suivant une loi inspirée du formalisme d’Armstrong-Frederick pour lequel la fonction de charge  $f$  est décrite comme suit, où  $\mathbf{X}$  est le tenseur de *back-stress* décrivant l’écrouissage cinématique,  $R$  la variable d’écrouissage isotrope,  $\sigma_0$  la limite d’élasticité initiale du matériau, décrite précédemment pour cet alliage et  $J_2$  décrit le second invariant du tenseur des contraintes déviatoriques :

$$f = J_2 (\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) - (\sigma_0 + R) \quad (2.56)$$

L’écrouissage isotrope est donc décrit en suivant le modèle de limite d’élasticité présenté en Sec. 2.3 :

$$R = \Delta\sigma_{SS} + \Delta\sigma_p \quad (2.57)$$



Et l'écroissage cinématique est lui représenté de manière simplifiée. Il a en effet été montré par Bardel *et al.* [19] que les paramètres  $C$  et  $\gamma$  du modèle d'Armstrong-Frederick étaient liés à l'état de précipitation. Une loi de comportement empirique décrivant l'évolution de ces paramètres en fonction de la contribution des précipités au durcissement  $\Delta\sigma_p$  a donc été réalisée sur une série de données expérimentales, permettant d'obtenir les formulations renseignées ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \frac{2}{3}C\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p - \gamma\mathbf{X}\dot{p} \\ \gamma = -847.8e^{-6}\Delta\sigma_p^2 + 169.5e^{-3}\Delta\sigma_p + 15.61 \\ C = -51220e^{-6}\Delta\sigma_p^2 + 5456e^{-3}\Delta\sigma_p + 2168 \end{cases} \quad (2.58)$$

Où  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$  est l'incrément du tenseur de déformation plastique et  $\dot{p}$  l'incrément de déformation plastique cumulée. De plus amples détails sur la formulation du modèle de comportement, les mesures de corrélation d'images et la simulation de l'essai de traction sont renseignés par Bardel *et al.* [17].

Ainsi les états résiduels de l'opération de soudage, variables internes mécaniques et micro-structurales, sont utilisés pour modéliser le comportement sous la sollicitation de traction de cette pièce. Une confrontation entre les champs de déformation au maximum de l'essai de traction issus de la corrélation d'image et de la simulation numérique est réalisée en Fig. 2.10d. La très bonne corrélation entre ces deux distributions sur l'ensemble des composantes mesurées montre la très bonne capacité du chaînage et des modèles développés à rendre compte du comportement post-opération de fabrication des pièces et donc pendant leur vie en service.

## 2.5 Conclusion et perspectives

Les éléments présentés dans ce chapitre ont donc permis de mettre en avant les travaux sur le développement de modèles en champ moyen, au sein du logiciel *preciSo*, de précipitation et de prédiction des propriétés mécaniques. Les développements effectués ont consisté à intégrer dans les modèles de précipitations et de durcissement des précipités de géométries en aiguilles [20] ou en cylindre [15] (par rapport aux formulations classiques pour des sphères) et à proposer une méthode de couplage entre différentes instances de champs moyen (*nodePreciSo*) permettant de modéliser des matériaux comportant des gradients de propriétés [224], de température [22] ou de comportement [67] (différentes familles de précipités notamment). Ces modèles permettent de simuler rapidement (la durée des phases de germination, couteuse en temp de calcul influe fortement sur le temps de simulation mais un calcul *preciSo* se chiffre habituellement en minutes) des états de précipitation et les propriétés résiduelles au sein d'un matériau à l'issue d'un transitoire thermique. Plusieurs validations, tant sur les états de précipitation que sur les propriétés mécaniques ont été mises en places. La compétition entre différentes familles de précipités et la simulation de la germination hétérogène sont aussi possibles [158]. Enfin les modèles développés ont été couplés à des codes éléments finis, un exemple avec *Sysweld* a été présenté dans le cadre d'un partenariat avec Framatome [17], une intégration au sein de *Morfeo* développé par la société Cenaero a aussi été mis en place dans le cadre de travaux avec Safran Aircraft Engines [14]. Ces travaux permettent ainsi la mise en place de simulations des procédés de fabrication (ici appliqués au soudage mais pouvant se généraliser à de multiples transitoires thermiques, en forge ou fabrication additive [67] par exemple).

D'autres travaux, non présentés au sein de ce mémoire ont aussi été entrepris pour prédire d'autres éléments du comportement mécanique des matériaux en fonction de leur état micro-structural. Bardel *et al.* [19] ont notamment étendu le modèle de comportement de l'*AA6061*



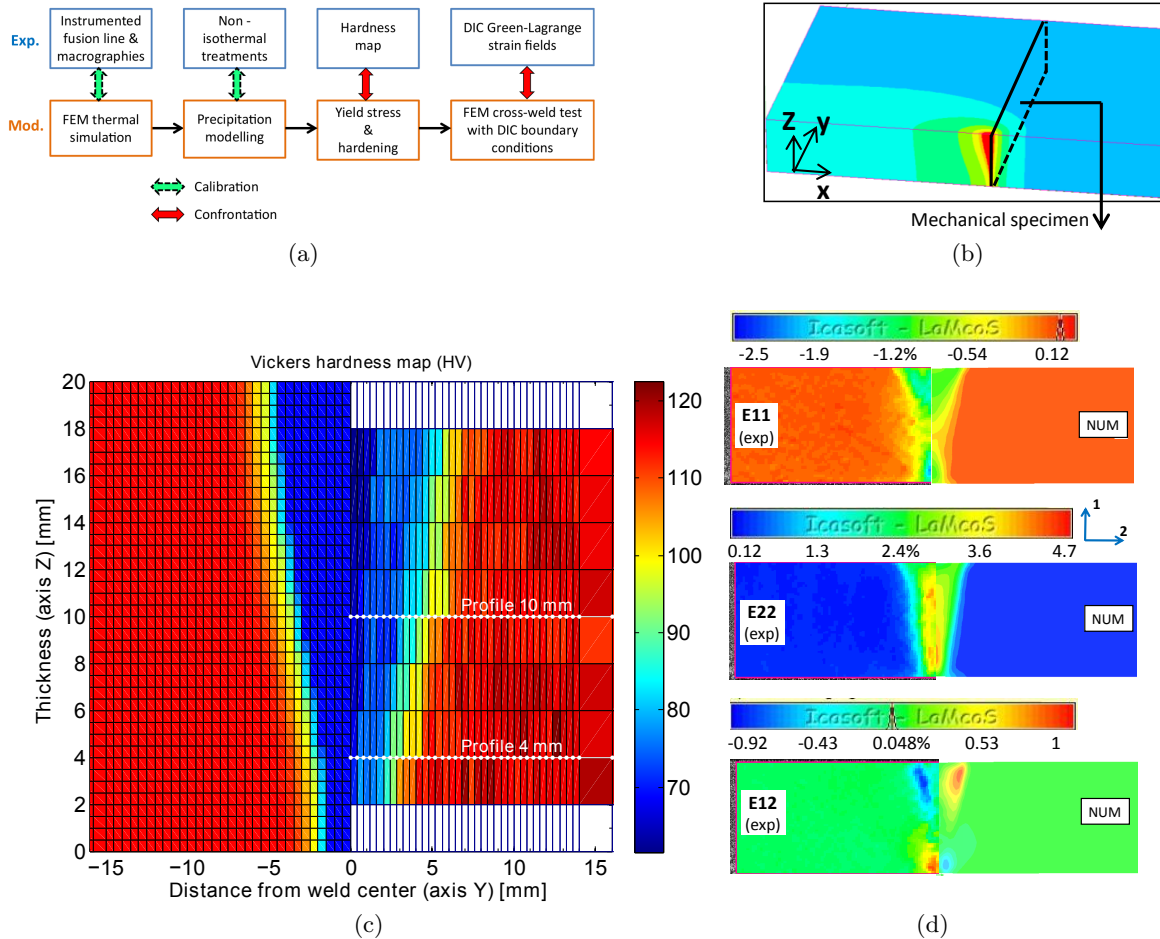


FIGURE 2.10 – Couplage du modèle *nodePreciSo* de la métallurgie dans l'AA6061 avec le code éléments finis *Sysweld*. Méthodologie de couplage entre les modèles, de validation et de confrontation des résultats 2.10a ; schéma simplifié du modèle de soudage et d'extraction de l'éprouvette de traction 2.10b ; distribution de dureté résiduelle dans un joint soudé, confrontation des résultats de *preciSo* (gauche) à des mesures (droite) (2.10c et confrontation des résultats de corrélation d'images numériques et de simulation de l'essai de traction 2.10d d'après Bardel *et al.* [17]).

à son comportement en écrouissage cyclique en prenant en compte l'état de précipitation. Ils modélisent ainsi l'évolution des comportements isotrope, cinématique et de leurs proportions en fonction des cycles thermiques vus par le matériau.

D'autres travaux, réalisés dans le cadre de la thèse de Jérôme Blaizot [30] se sont intéressés à l'utilisation du formalisme de Kocks-Mecking pour proposer un modèle prédictif du comportement de l'alliage base nickel *IN690* en fonction de son état microstructural. L'évolution des propriétés mécaniques au sein de cet alliage est plus simple que dans ceux présentés dans ce chapitre (pas de précipitation de phase duricissante), ce qui a permis le développement d'un modèle décrivant l'écrouissage (à partir de l'évolution de la densité de dislocations) sur une grande plage de température et de vitesses de déformations, représentatives de ce que le matériau voit lors d'une opération de soudage [31].

De nombreuses perspectives sont donc possibles vers l'augmentation de la complexité des comportements mécaniques modélisés et donc l'enrichissement des domaines d'application des modèles proposés. D'autres perspectives à ces travaux sont envisagés tant vers l'échelle plus fine (amélioration de la physique des modèles, au détriment des temps de calcul) que vers les échelles plus macroscopiques (intégration dans des simulations à l'échelle de structures et des procédés de fabrication) :

- les modèles de type KWN représentent un champ moyen et même si le développement de *nodePreciSo* permet une certaine prise en compte de gradients de propriétés et de température, ils sont impuissants à décrire correctement les phénomènes d'*impigement* (interaction entre précipités, tant lors de leur évolution que pour les propriétés mécaniques qui en découlent). La littérature est riche sur les modèles de champs de phase qui permettent de prendre en compte une échelle plus fine de microstructure. Des travaux sont en cours pour le développement de modèles dit à champ complet avec interface abrupte (*Sharp Interface Full Field Models*) permettent à la fois de décrire les gradients spatiaux de concentration tout en bénéficiant d'une certaine accélération sur le temps de calcul [84]. Ces modèles, comme les modèles de champs de phase permettent donc de rendre compte des interactions entre précipités, dont l'effet est perceptible dès les faibles pourcentages de fraction volumique de précipités et devient du premier ordre au delà d'une dizaine de pourcents. Des améliorations sur plusieurs hypothèses simplificatrices des modèle intégrés à *preciSo* sont ainsi envisageables à terme tout en offrant des perspectives de simulation à plusieurs échelles en fonction des degrés de finesse de modélisation requis. Ce type de modélisation permet aussi une représentation plus physique des distributions de précipités offrant une meilleure corrélation avec les données expérimentales.
- l'étape macroscopique est un dernier point de perspectives. En effet les simulations à l'échelle complète du procédé restent couteuses en temps de calcul, d'autant plus lorsqu'une échelle de microstructure est modélisée. Ces temps de plusieurs heures de calcul sont incompatibles avec les échelles de temps industrielles. Plusieurs travaux ont été entrepris au sein du laboratoire LaMCoS sur les méthodes de réduction de modèle appliquées à la simulation des procédés de fabrication [159, 160, 178, 299]. Une intégration des résultats de modèle de précipitation au sein des modèles réduits permettrait une prise en compte des effets microstructuraux au sein de ces simulations rapides des procédés, dont les temps de calcul se chiffrent en quelques minutes.



## 3

# Procédés de mise en compression des surfaces, vers des modèles prédictifs

### 3.1 Des procédés classiques de grenaillage aux procédés nouveaux

Les procédés de mise en compression de surface ont pour objectif principal d'introduire par déformation plastique des contraintes résiduelles de compression en surface de pièces. Celles-ci permettent d'augmenter la durée de vie des pièces et leur tenue à la fatigue. De nombreuses variantes de ces procédés existent et sont abondamment étudiées dans la littérature (voir par exemple [9, 143]). Le grenaillage classique consiste à projeter des billes, de diamètre pouvant aller de quelques dixièmes à quelques mm à des vitesses allant de quelques  $\text{m s}^{-1}$  à plusieurs dizaines de  $\text{m s}^{-1}$  sur la surface d'une pièce à traiter. Ceci peut être fait à l'aide d'une turbine (dans le cas du grenaillage classique) ou par vibration ultrasonore d'une paroi d'une boîte contenant les billes (dans le cas du grenaillage ultrasonore).

Les travaux ici présentés se placent dans le cadre de la modélisation de ces procédés. Celle-ci a pour objectif de prédire les contraintes résiduelles, donc les déformations plastiques, et dans une moindre mesure la rugosité. Idéalement, cela doit se faire à partir des paramètres d'entrée, donc de pilotage, du procédé. L'effet sur la durée de vie et la tenue en service des pièces ne sera ici pas abordé. Dans le cadre des procédés de grenaillage classique, il faut donc dans un premier temps prédire les vitesses et distributions d'impacts à partir des paramètres du procédé ; puis, dans un second temps, par une modélisation mécanique des impacts prédire les déformations plastiques et contraintes résiduelles. La méthode semi-analytique présentée dans ce mémoire a été appliquée [59] à la simulation d'impacts. Le contact modélisé est simplement celui d'une sphère élastique, impactant normalement un massif élasto-plastique. Le contact est piloté en déplacement normal, celui-ci étant calculé à chaque pas de temps à partir de la vitesse d'impact et de l'effort résultant du contact, calculé au pas de temps précédent. Dans le cadre de ces travaux, une méthodologie a été mise en place pour prédire les champs de contraintes issus du grenaillage ultrasonore. Pour cela une estimation analytique de la vitesse d'impact moyenne est réalisée à partir des paramètres opératoires du procédé. Une distribution déterministe des impacts sur la surface est alors utilisée et une série de 4 à 6 impacts successifs est simulée. L'espace entre les impacts est calculé à partir du taux de recouvrement appliqué expérimentalement. Ce taux de recouvrement représente la surface impactée sur la surface totale de la pièce. De ces simulations, une valeur de déformation plastique moyenne est calculée pour chaque valeur de profondeur de la pièce, le calcul étant réalisé sur massif semi-infini. Enfin, ce champ de déformation plastique moyenné par plan est utilisé comme donnée d'entrée d'un calcul de rééquilibrage élastique par éléments finis

permettant de prendre en compte la finitude de la structure traitée. Les contraintes résiduelles sont obtenues en sortie de ce dernier calcul. Cette méthodologie est rappelée Fig. 3.1a. Les résultats de ce modèle ont été comparés à des mesures expérimentales de contraintes résiduelles (Fig. 3.1b) montrant une bonne corrélation pour un modèle prenant en entrée les paramètres de pilotage du procédé.

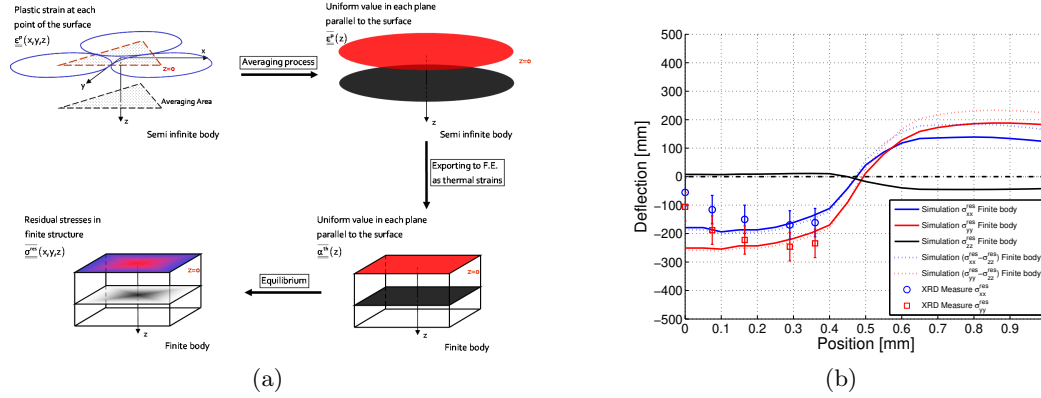


FIGURE 3.1 – Méthodologie de modélisation des contraintes résiduelles induites par grenailage sur une structure de taille finie à partir de la modélisation d’impacts unique (3.1a) et exemple de confrontation à des mesures expérimentales sur une éprouvette traitée par grenailage avec un taux de recouvrement de 100 % (3.1b) d’après Chaise *et al.* [59]

Ces travaux ont été étendus à la prédiction de l’état de surface [257] montrant une fois encore une bonne corrélation entre prédiction du modèle et résultats expérimentaux. Néanmoins, les procédés de grenailage classique dont il est ici question présentent un certain nombre d’inconvénients. Le pilotage et la mise en oeuvre du procédé, selon les géométries des pièces peuvent être délicats. Du fait du processus de mise en mouvement des billes, l’homogénéité de traitement (via l’homogénéité du chargement mécanique de la surface) n’est pas évidente, surtout sur des pièces de géométrie complexe. Le traitement et la récupération des billes peuvent être compliqués. Aussi, la profondeur de traitement est limitée, et directement corrélée au diamètre des billes utilisées. Surtout le contact entre la surface de la pièce traitée et les billes, parfois en matériau différent, implique deux conséquences potentiellement néfastes. La première est une augmentation de la rugosité, qui dans certains cas [284] peut dégrader de manière significative la résistance à la fatigue à grand nombre de cycles. La seconde est la contamination de la surface traitée qui, notamment dans le domaine nucléaire, peut s’avérer problématique pour la tenue à la corrosion.

Pour toutes ces raisons, des travaux existent pour développer d’autres procédés de mise en compression dans l’objectif de palier à certains de ces inconvénients tout en maintenant des gains intéressants pour la durée de vie des pièces. Ce chapitre s’intéressera donc à deux procédés de mise en compression non conventionnels que sont la mise en compression par jet d’eau cavitant ou *WCP - Water Cavitation Peening* et la mise en compression par impulsions électromagnétiques ou *EMP - ElectroMagnetic Peening*.

## 3.2 Le grenailage par jet d'eau cavitant ou *Water Cavitation Peening*

### 3.2.1 Le grenailage par jet d'eau cavitant, une technologie récente, industrialisée mais encore peu étudiée

Le procédé de traitement par jet d'eau cavitant, *Water Cavitation Peening (WCP)*, ou encore *cavitation jet in water (CJW)* est un procédé de traitement des surfaces principalement décrit par Soyama *et al.* [241]. L'idée de ce procédé est de projeter un jet d'eau à haute pression ( $p_{in}$  de l'ordre de 20 MPa pour la plupart des applications) à travers une buse dans une enceinte remplie d'eau sous pression ( $p_{\infty}$  de l'ordre de quelques bars). Des conditions adaptées permettent de générer des bulles de cavitation dans le jet dont l'implosion à proximité d'une surface génère un effet mécanique suffisant pour déformer plastiquement celle-ci et ainsi introduire des contraintes résiduelles par un mécanisme équivalent à celui rencontré en grenailage classique. La première mention de l'utilisation d'un jet d'eau cavitant est due à Blickwedel *et al.* [32], qui ont pu montrer l'érouissage de spécimens d'acier, ferritique et austénitique, à l'aide d'un jet cavitant généré par une pression de 30 MPa, relativement faible par rapport à la limite d'élasticité des matériaux. Les profondeurs de traitement, de 20  $\mu\text{m}$  à 200  $\mu\text{m}$  sont comparables à celles observées en grenailage.

D'autres procédés de mise en compression utilisant des approches similaires existent :

- la mise en compression par jet d'eau pure ou *water jet peening* [291] qui consiste à utiliser un jet d'eau sous forte pression (de l'ordre de 100 MPa). Contrairement à la découpe par jet d'eau qui consiste à utiliser la zone initiale du jet formé, proche de l'orifice, c'est ici la seconde zone (dite de transition) qui sert au traitement. L'impact des gouttes d'eau présentes dans cette seconde zone, par un effet de type coupe de bélier [33, 262] va générer une pression suffisante pour déformer plastiquement la pièce ;
- le *cavitating jet in air (CJA)* [239, 242], dérivé proche du *WCP* mais qui permet un traitement sans la contrainte de l'enceinte sous pression et donc de l'immersion de la pièce. Pour cela une buse haute pression (de diamètre d'orifice de l'ordre du mm délivrant de l'eau sous pression de l'ordre de 20 à 30 MPa) est sertie d'une seconde buse basse pression (de diamètre d'orifice de l'ordre de 20 mm délivrant de l'eau sous pression de l'ordre de 0,5 à 2 bar). Dans les conditions optimales de chacun des procédés, le *CJA* permet d'obtenir des niveaux de contraintes résiduelles plus élevés et une plus grande augmentation de la durée de vie en fatigue [239] que le *WCP*. Cet effet serait *a priori* dû à l'évacuation des bulles résiduelles par la présence du second jet qui permet une implosion plus efficace des bulles ;
- c'est cet effet de diminution de l'intensité de l'onde de pression par la présence des bulles d'air résiduelle dans l'enceinte sous pression qui justifie le principe du *cavitation jet in water with an associated jet water* [248]. Dans cette variante, deux jets, générés de manière similaires à ceux d'un dispositif de *CJA* sont immergés ;
- Soyama et Takeo [249] ont développé une géométrie spécifique deux buses pour traiter un trou contenu dans une plaque. Deux jets en regard l'un de l'autre sont générés permettant de localiser le traitement au niveau du trou et d'améliorer la résistance à la fatigue de la pièce ainsi traitée ;
- enfin, d'autres moyens que des jets peuvent être utilisés pour générer des bulles. Dans le procédé de *Laser Cavitation Peening* [244] c'est la focalisation d'un faisceau laser proche de la surface de la pièce qui permet de générer, via la formation d'un plasma, une bulle dont le comportement sera similaire à celui d'une bulle de cavitation et reproduira ainsi des conditions proches du *WCP*. Des ultrasons peuvent aussi être utilisés pour générer

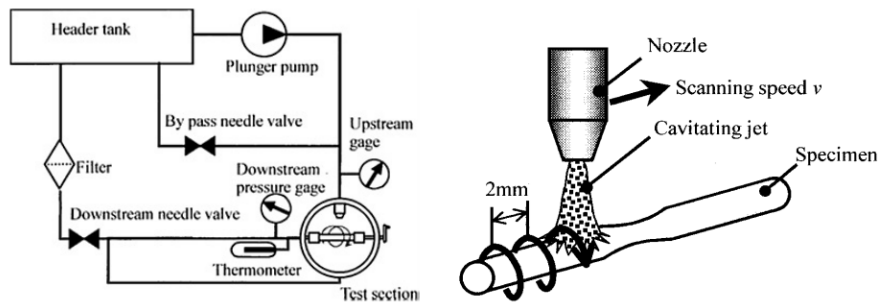


FIGURE 3.2 – Dispositif de mise en compression par jet cavitant dans l'eau d'après Soyama *et al.* [247].

des bulles de cavitation. Janka *et al.* [125] ont ainsi montré qu'il était possible, après plusieurs minutes de traitement, d'obtenir sur un acier inoxydable, une augmentation significative de dureté.

Ces procédés présentent des intérêt comparables à ceux du *WCP* et de nombreux champs d'études sont communs avec ceux présentés ici. Les travaux présentés dans de ce mémoire se concentrera sur le *WCP*.

Dans le procédé de *Water Cavitation Peening* (voir Fig. 3.2), l'eau entre dans la buse avec une pression typiquement de l'ordre de quelques centaines de bars pour des buses présentant un diamètre de l'ordre du mm. Le second paramètre d'importance est la pression à l'intérieur de l'enceinte, de l'ordre de quelques bars, qui influe à la fois sur la formation du jet mais aussi sur le niveau de pression atteint par l'implosion des bulles comme il sera montré ultérieurement. La géométrie de la buse [243] a une importance forte dans la formation du jet. Les autres paramètres pilotables sont essentiellement : la distance de la pièce à la buse, l'inclinaison du jet par rapport à la surface, le temps de traitement.

Ce procédé, assez récent donc, a beaucoup été étudié par l'équipe du Pr. Itoshi Soyama à l'université de Tohoku, dont notamment plusieurs articles de revue [240, 243, 243, 245] donnent une vision d'ensemble poussée des études sur ce procédé. A ce jour, des applications industrielles existent dans les société Framatome (ex-AREVA) [287] et Mitsubishi [264] mais les travaux de recherche sur le procédé sont peu nombreux. L'essentiel des études portent sur une approche expérimentale du procédé et ont permis de déterminer l'influence de plusieurs paramètres du procédé, ici rappelés.

Des études expérimentales ont montré des applications sur des aciers Si-Mn, JIS SUS 304 ou sur des alliages de cuivre [241], présentant des profils de contraintes résiduelles obtenues par diffractions de rayons X montrant des gains en durée de vie en fatigue de l'ordre de 50% [247] et ce y compris avec des pressions de jet faibles, de l'ordre de 20 MPa. Le résultat attendu d'un procédé de mise en compression est une distribution de contraintes résiduelles, impliquant idéalement une augmentation de la durée de vie des pièces traitées. Dans le cadre du *cavitation peening*, l'intensité du traitement est souvent décrite par l'*agressive intensity* du procédé qui est quantifiée soit par la détermination du taux d'érosion de la pièce traitée, mesurée par perte de masse, soit par l'intensité Almen, c'est à dire la flèche d'une éprouvette normalisée Almen traitée avec un jeu de paramètres procédés donné. Le taux d'érosion est une mesure aisée expérimentalement mais qui nécessite de se placer à des temps de traitement différents de ceux optimaux pour le traitement de surface. En effet, le régime d'érosion est atteint sur une pièce lors de temps d'exposition plus longs que ceux menant à la simple mise en compression. Toutefois, cette caractérisation est très



utile pour quantifier l'agressivité d'un jet cavitant.

La pression d'entrée pilote la morphologie du jet, généralement caractérisée par l'alternance de formations de poche de vapeurs entrecoupées d'effondrement de celles-ci, voir Fig. 3.3 issue de [250]. Couplée à la pression au sein de l'enceinte de traitement ou contrepression, elle pilote l'agressivité du procédé (illustrée Fig. 3.3b d'après [245] ici en fonction du nombre de cavitation  $\sigma$  défini par l'Éq. (3.11)). Une agressivité plus importante impliquera un chargement mécanique plus important de la surface, en notant que la longueur du jet et donc la distance de traitement augmentent avec la pression d'entrée et diminue avec la contrepression.

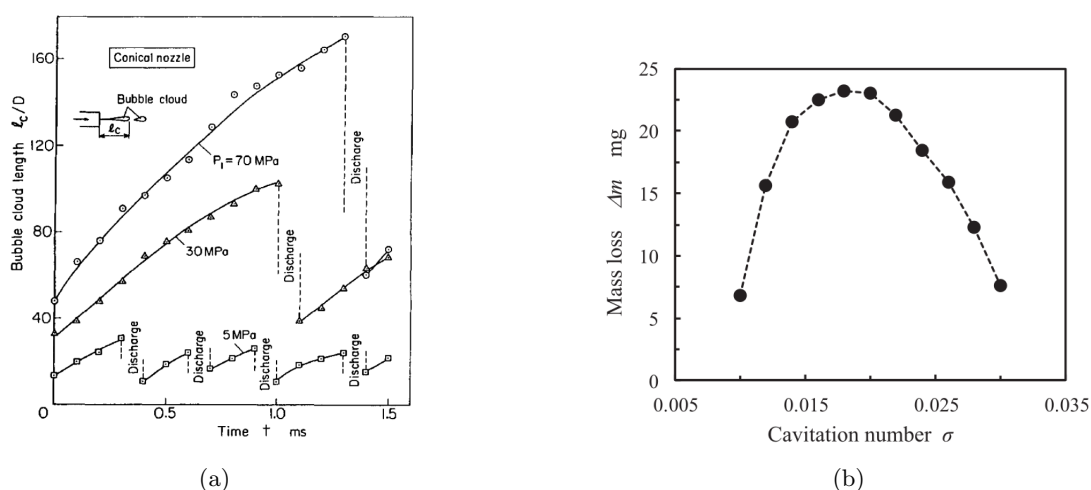


FIGURE 3.3 – Évolution de la longueur des nuages de bulles formés dans un jet cavitant en fonction de la pression d'entrée d'après [250] Fig. 3.3a et perte de masse mesurée au cours d'essais d'érosion en fonction du nombre de cavitation  $\sigma$  d'après [245] Fig. 3.3b

La géométrie de la buse a un effet conséquent sur la morphologie du jet formé et en conséquence sur l'agressivité du procédé. La figure 3.4 montre l'agressivité de cavitation générée par différentes géométries de buses issues des développements des années récentes de la technologie.

L'effet de la distance de tir a été étudié par Lichtarowicz [149], entre autres. Il a pu montrer sur des tests d'érosion que cette distance doit être optimisée. Pour une distance trop courte, les cavités d'air n'ont pas suffisamment le temps de se former, n'atteignent pas leur taille maximale et ne peuvent implorer correctement du fait de la forte vitesse du fluide. À l'inverse pour des distances plus grandes, les ondes de pression perdent de leur intensité avant d'atteindre la surface. Le maximum de pression d'impact est donc obtenu pour une distance optimale. Yamaguchi et Shimizu [290] ont aussi montré un effet de la distance sur le diamètre du jet et donc de la zone traitée, celui-ci augmentant d'abord en fonction de la distance entre la buse et la surface avant de diminuer ensuite, montrant que la taille de la surface traitée peut aussi être optimisée avec la distance de traitement.

L'effet du traitement a notamment été étudié par Odhiambo [195] puis confirmé par Soyama *et al.* [246] sur une pièce en alliage de titane Ti-6Al-4V. Ils ont étudié l'évolution de la contrainte résiduelle de compression en surface en fonction du temps de traitement par unité de longueur d'une pièce (Fig. 3.5a) qui évoluant rapidement pour les temps courts de traitement sature ensuite en atteignant une valeur constante pour des temps de traitement « longs ». Des mesures de l'état de surface en fonction du temps de traitement (Fig. 3.5) montrent que pour des temps



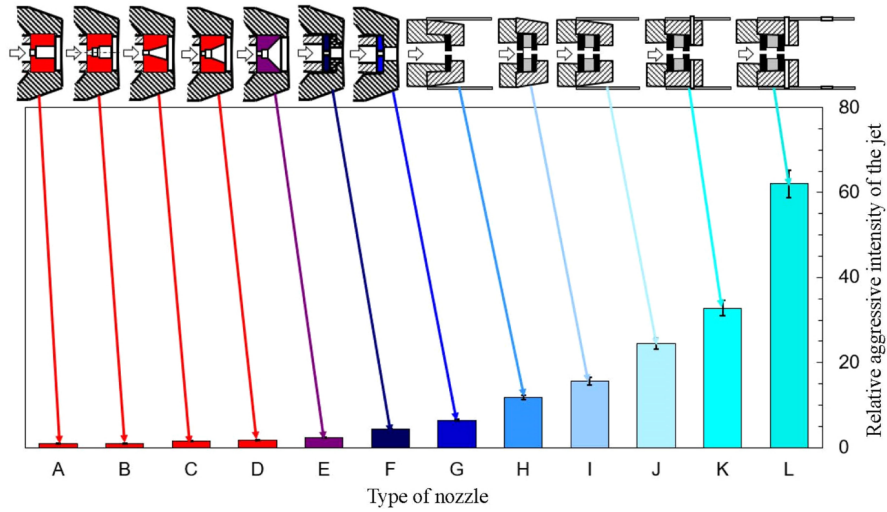


FIGURE 3.4 – Influence de différentes géométries de buses sur l’agressivité du jet cavitant qu’elles génèrent d’après [245]

courts de traitement la rugosité évolue très faiblement avant d’augmenter significativement pour des temps plus longs. Ceci montre donc l’existence d’un temps optimal, pour lequel l’état de surface de la pièce est peu impacté, la contrainte obtenue optimale mais dont le dépassement induit ensuite une dégradation significative de l’état de surface.

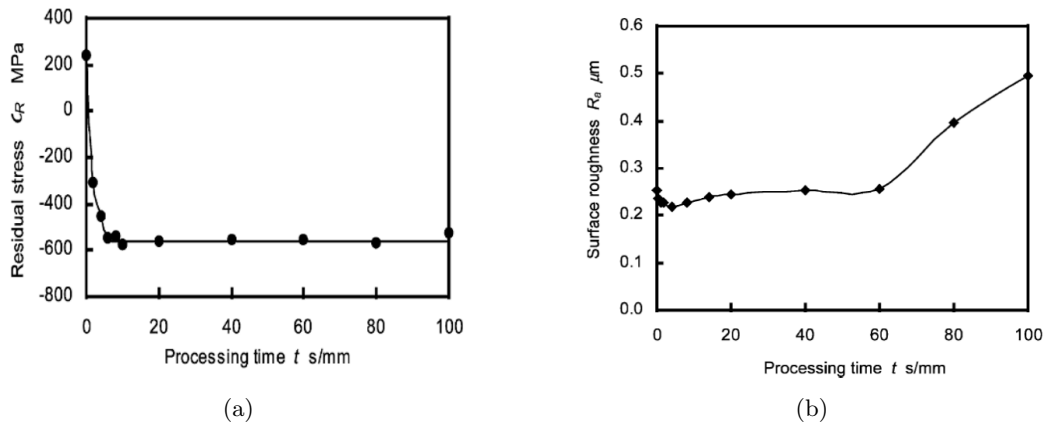


FIGURE 3.5 – Evolution de la contrainte résiduelle maximale générée en surface 3.5a et de la rugosité 3.5b en fonction de la durée de traitement d’après Odhiambo [195]

Les conditions expérimentales du procédé de *cavitation peening* ont donc été assez largement explorées mais les études numériques sont peu nombreuses. Les études de Han et Ju [109], Han *et al.* [110] peuvent notamment être citées. Ces auteurs ont proposé un modèle de prédiction des contraintes résiduelles par *cavitation peening* mais ils utilisent pour cela un unique modèle solide en appliquant sur la surface de la pièce traitée une pression dont la valeur et la distribution sont retrouvées par méthode inverse à partir de données expérimentales et n’apporte donc rien sur

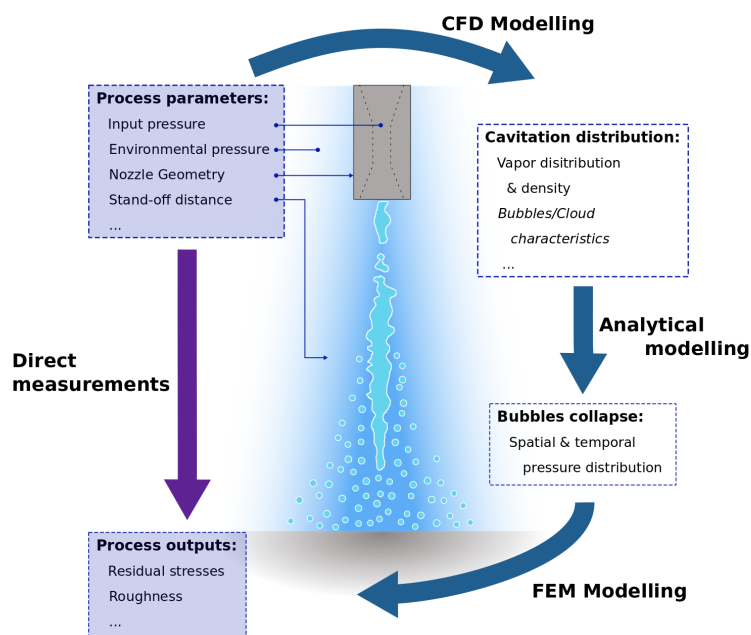


FIGURE 3.6 – Méthodologie d'étude du procédé de cavitation peening.

la compréhension du procédé.

### 3.2.2 Une stratégie pour l'étude du Cavitation Peening

Les travaux entrepris à l'INSA de Lyon depuis 2015 ont porté sur la compréhension des phénomènes physiques impliqués dans le *WCP* dans l'objectif de proposer des modèles prédictifs des effets du procédé : champs de contraintes résiduelles et état de surface, essentiellement. Beaucoup d'études portant sur le procédé ont une approche globale du procédé, ou boîte noire, étudiant les résultats du procédé en fonction des paramètres d'entrée. Les travaux ici présentés se sont concentrés sur une étude de phénomènes plus intermédiaires dans le procédé à savoir la génération du jet cavitant et l'étude des champs de pression générés par celui-ci via l'implosion des bulles. La 3.6 résume ces différentes étapes de modélisation. Dans l'hypothèse, appliquée pour le moment à l'ensemble de ces travaux où les interactions fluide-structure sont négligées, il est possible de décorrélérer la problématique fluide du comportement de la structure. La détermination de la distribution spatio-temporelle de pression générée par le jet cavitant permet ensuite, par l'utilisation d'un modèle, éléments-finis solide « classique », de prédire les distributions de déformations plastiques et de contraintes associées. Deux problématiques principales se dégagent alors :

- déterminer la forme et les caractéristiques du jet cavitant, à partir de la géométrie de buse utilisée, de la pression d'entrée  $p_{in}$  et de la pression à l'intérieur de l'enceinte de traitement  $p_{\infty}$
- être capable de prédire la distribution spatiale et temporelle, de pression générée par l'implosion des bulles, ou poches de vapeur, constituant le jet cavitant.

Si la distribution de pression qui s'applique sur la surface au cours du traitement est supposée connue, le problème suivant est de prédire son influence sur la pièce et ainsi les distributions

de contraintes résiduelles et l'évolution de l'état de surface. Plusieurs problématiques, courantes dans la modélisation des procédés de type grenailage peuvent alors se poser :

- le calcul est souvent réalisé sur un massif semi-infini. L'hypothèse alors faite est que les dimensions de la zone sollicitée par le procédé à un instant donné sont faibles devant celles de la pièce. Les effets de structure peuvent ainsi être négligés et la déformation plastique générée par le procédé sera considérée comme représentative de l'ensemble du traitement. Pour obtenir les contraintes résiduelles finales sur une pièce de géométrie complexe, un second calcul, de rééquilibrage, est alors nécessaire. Pour cela un profil de déformation plastique représentatif du procédé, ou *eigenstrain* est généralement défini à partir du calcul précédent. Cette méthodologie est courante en simulation du grenailage classique, voir par exemple Chaise *et al.* [59].
- en conséquence des éléments ci-dessus, la problématique du trajet de chargement sur une pièce, de l'éventuel recouvrement ou des passages répétés sur une zone se pose alors. Si le rééquilibrage induit par la présence des *eigenstrain* est non élastique, ces différents paramètres peuvent alors avoir une importance significative sur la distribution finale de contraintes résiduelles à l'issue du procédé. Plusieurs travaux dans la littérature [10, 69, 165, 173] proposent des modèles plus complets, sur structure réelle de dimensions réelles (finies notamment) ou avec une description plus complète des impacts. Dans ce dernier cas, une multitude d'impacts, de vitesses, angles d'impact et position sont simulés évitant ainsi les hypothèses de type chargement moyen.
- enfin, la loi de comportement du matériau, selon les conditions de traitement  $a$ , à l'évidence, une importance forte sur les déformations et contraintes prédites. Pour un simple passage de traitement une loi à écrouissage isotrope est suffisante. Selon le comportement à l'écrouissage du matériau et notamment pour des zones de matière qui voient passer plusieurs zones de traitement, un modèle d'écrouissage de type cinématique peut s'avérer nécessaire [59]. La plupart des modèles utilisés pour la prédiction du grenailage ne prennent pas en compte les effets viscoplastiques et négligent ainsi l'influence de la vitesse de déformation. Quelques travaux toutefois ont pu montrer l'influence de celle-ci dans des conditions données de grenailage [107]. Ce point reste aujourd'hui couramment négligé dans l'étude des procédés de type *WCP*.

Dans cette approche précédemment décrite, la question du modèle de prédiction des contraintes résiduelles est alors partiellement décorrélée du procédé. Dans le cadre ici de l'étude du *WCP*, cette étape de la modélisation du procédé sera moins abordée, pour se focaliser sur la partie amont.

L'idée centrale des travaux présentés ici est donc de se focaliser sur la détermination du chargement que le procédé induit sur la pièce traitée et de son lien avec la paramètres d'entrée. L'objectif *in fine* serait : (i) de pouvoir à partir de paramètres opératoires donnés et surtout pour une géométrie de buse donnée, prédire la forme du jet cavitant, ses dimensions, sa stabilité et sa composition : distribution de taille, densité de bulles ; puis (ii) d'être capable de prédire pour une distribution de bulle donnée le champ de pression que leur évolution génère sur une surface. Ces deux étapes permettraient d'une part de prédire les effets mécaniques du procédé mais aussi d'envisager une optimisation de celui-ci, par exemple à travers la conception de buses de géométrie optimisée.

Dans ce but un dispositif expérimental a été réalisé afin de pouvoir reproduire les conditions expérimentales du procédé, mais surtout de pouvoir mesurer les grandeurs mécaniques d'intérêt pendant le procédé. Ce dispositif, *OCCaPee* (**O**bservation et **C**ompréhension du **C**avitation **P**eenning) sera présenté dans un premier temps (Sec. 3.2.3). Quelques résultats expérimentaux sur la forme et l'évolution du jet cavitant seront aussi présentés.

La section suivante (Sec. 3.2.4) présentera une étude du jet cavitant. Une modélisation CFD, entreprise sous *Ansys Fluent* sera présentée ainsi que la corrélation des résultats du modèle avec des résultats expérimentaux issus du dispositif *OCCaPee*.

La troisième partie (Sec. 3.2.5) se concentre sur la détermination du champ de pression généré par l'implosion d'une bulle de cavitation simple. L'objectif est de poser les bases pour pouvoir prédire, connaissant la distribution de bulles de cavitation, leur évolution et la pression que leur implosion génère, permettant ainsi de prédire le champ de pression que génère le jet cavitant sur une surface traitée. Un modèle analytique du comportement d'une bulle de pression, depuis son expansion maximum, jusqu'aux rebonds multiples suivant son implosion est mis en place permettant de mettre en exergue les paramètres influents sur la pression générée pour une bulle seule implosant en milieu infini. Lorsqu'une bulle implose proche d'une paroi, un micro-jet se forme. Deux effets concurrentiels influencent alors l'onde de pression : l'impact de ce micro-jet et l'onde de choc résultant de l'implosion de la bulle. Un modèle numérique *CFD* de l'implosion d'une bulle proche de la paroi permet de déterminer l'effet *a priori* prédominant sur la paroi. Enfin des expérimentations de mesure de pression sur une paroi résultant de l'implosion d'une bulle créée par focalisation laser sont présentées et confrontées aux modèles.

Enfin, les résultats issus de ces deux précédentes études sont utilisés conjointement pour proposer un premier modèle prédictif de simulation du procédé de *Water Cavitation Peening* (Sec. 3.2.5). Ce modèle propose une première approche, complète bien que simplifiée, pour à partir d'un jeu de paramètres procédé donné prédire le profil de contraintes résiduelles obtenu. Les résultats sont confrontés à des données de la littérature.

### 3.2.3 Approche expérimentale du *WCP* - dispositif *OCCaPee*

Le dispositif, *OCCaPee* (pour **O**bservation et **C**ompréhension du **C**avitation **P**eening) a pour objectif de reproduire les conditions expérimentales du procédé de cavitation peening. Il a été initialement conçu et réalisé dans le cadre d'un projet de fin d'études à l'INSA de Lyon financé par un projet *Bonus Qualité Recherche* INSA. Plusieurs améliorations ont été réalisées ultérieurement, essentiellement dans le cadre du projet *MoCaPee*, financé par l'institut Carnot Ingénierie@Lyon.

Dans sa version actuelle, le dispositif (voir illustration, Fig. 3.7a et photographie, Fig. 3.7b) est constitué d'une pompe, pouvant fournir une pression  $p_{in}$  comprise entre 50 et 300 bar avec un débit maximum de  $9 \text{ L min}^{-1}$  qui fait circuler de l'eau via une buse (dont le diamètre de plus petite section est de 0,27 mm) jusqu'à une enceinte dans laquelle est disposé un échantillon. Une vanne (B sur la Fig. 3.7) asservie, permet de réguler la pression à l'intérieur de l'enceinte à travers le contrôle du débit de sortie. Cette contre-pression  $p_{\infty}$  peut monter jusqu'à une valeur relative de 6 bar. Les pressions en entrée de buse et au sein de l'enceinte sont ainsi réglables et suivies. Un refroidisseur monté sur le système permet de maintenir l'eau à température ambiante, l'échauffement de celle-ci étant significatif au delà de quelques minutes de fonctionnement, du fait de la puissance de la pompe (5,5 kW), dissipée au sein du système. L'enceinte est équipée d'un plateau porte-échantillons monté sur un système d'hexapode disposant ainsi de 6 degrés de liberté. L'orientation des échantillons est ainsi réglable et leur position par rapport au jet est asservie permettant de balayer une part importante du volume de l'enceinte. La distance entre la buse et la pièce traitée, l'angle d'incidence du jet peuvent ainsi être choisis. Plusieurs hublots sont montés sur le dispositif, deux en regard permettent une observation traversante de l'enceinte, autorisant ainsi une observation par caméra haute vitesse. Des hublots complémentaires permettent le montage, soit d'un dispositif d'imagerie *PIV* soit une observation dans l'axe du jet.

Il est ainsi possible de reproduire une large gamme de paramètres d'entrée représentatifs du procédé, d'observer et imager le jet cavitant formé et d'intégrer différents dispositifs de mesure. Il sera noté que les applications industrielles fonctionnent couramment avec des pressions plutôt autour de 3000 bar mais que ce dispositif permet malgré tout de reproduire des conditions de fonctionnement du procédé et d'observer les phénomènes physiques. La problématique de la mesure de pression sera abordée ultérieurement dans ce chapitre.

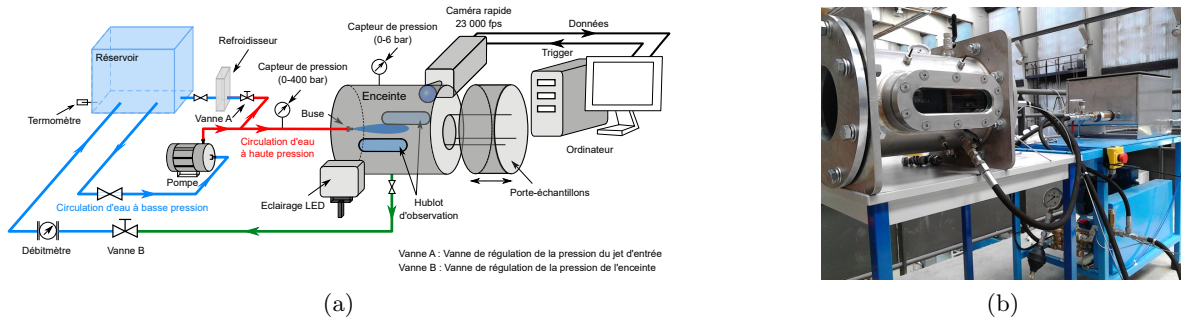


FIGURE 3.7 – Dispositif expérimental de reproduction du *cavitation peening OCCaPee* : schéma représentatif (3.7a) et photographie (3.7b)

### 3.2.4 De l'étude du jet cavitant...

#### 3.2.4.1 Observations expérimentale d'un jet d'eau cavitant

Les résultats présentés ici sont issus des travaux de thèse de Zhaofeng Han [112]. Des observations du jet ont été réalisées par caméra rapide avec des éclairages à LED situés à la position diamétralement opposée de la cuve (voir Fig. 3.7a). L'objectif est d'observer la morphologie du jet en fonction des paramètres d'entrée du procédé. Ceci permet à la fois de caractériser la buse utilisée dans le dispositif mais aussi de fournir des résultats de validation pour les modèles de simulation du jet. La caméra rapide (*Vision Research v710*) est utilisée avec un objectif de focal 55 mm, une cadence de 23 000 fps et un temps d'ouverture de 0,3  $\mu$ s. Ceci permet d'observer l'intégralité du jet, avec de bonnes résolutions spatiale et temporelle et de figer parfaitement l'écoulement. Une visualisation typique du jet cavitation est fournie en Fig. 3.8b dans les conditions où la longueur du jet est la plus importante ( $p_{in} = 250$  bar et  $p_{\infty} = 0$  bar). Les poches et bulles de vapeur apparaissent en noir et le contour extérieur de la buse est représenté en pointillés blancs.

Des expérimentations ont été réalisées avec une pression d'entrée  $p_{in}$  comprise entre 50 et 250 bar à contre-pression nulle puis à la pression maximale de 250 bar avec des pressions dans l'enceinte  $p_{\infty}$  allant de 0 à 5 bar. Pour chaque point de paramètres d'entrée, une image de référence du fond de l'enceinte est prise et les mesures sont prises 0,3 s, temps maximum autorisé par le *buffer* de la caméra à cette résolution, soit un total de 30 000 images, afin d'obtenir une statistique la plus significative possible.

Les résultats vidéos sont traités comme suit, ainsi qu'illustré en Fig. 3.9. Dans un premier temps, l'image de fond est soustraite à chacune des images capturées. Un filtre gaussien permet une réduction du bruit puis une opération de seuillage est appliquée afin d'identifier de manière binaire les zones contenant de la vapeur d'eau de celles contenant de l'eau liquide. Il sera noté ici, d'une part la relative sensibilité de ce post-traitement aux paramètres de l'opération de

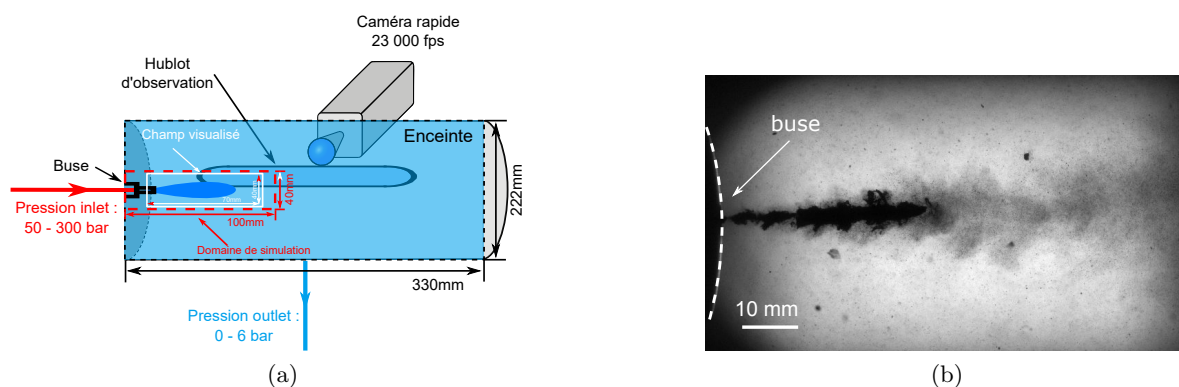


FIGURE 3.8 – Montage pour l’observation du jet cavitant par caméra rapide (Fig. 3.8a) et exemple de visualisation pour une pression d’entrée  $p_{in} = 250$  bar et une contre-pression  $p_{\infty} = 0$  bar (Fig. 3.8b) d’après Han [112].

seuillage et d’autre part que la présence d’un pixel noir sur l’image finale suggère la présence d’au moins un volume de l’ordre d’un pixel identifié comme majoritairement constitué de vapeur d’eau. La morphologie du jet peut raisonnablement être considérée comme axisymétrique et le trajet des rayons lumineux comme faiblement perturbé. Les dimensions extérieures de la cuve sont suffisamment lointaines pour ne pas influencer le comportement du jet, cela a notamment été vérifié avec le déplacement du support d’échantillon, positionné perpendiculairement à l’axe du jet. Ces différentes hypothèses considérées, une sommation le long de la direction radiale des pixels est effectuée (Fig. 3.9). La longueur du jet cavitant est alors identifiée comme la plus grande distance continue non nulle depuis l’extrémité de la buse. Il sera noté que sur la buse considérée, le plus petit convergent n’est pas affleurant à l’extrémité de celle-ci et que les poches de vapeur probablement présentes à l’intérieur de celle-ci ne sont ici pas observées. Différentes phases de comportement du jet sont ainsi observées : la formation et la croissance de poches de vapeur, sous l’effet principalement du fort cisaillement entre le jet et le milieu environnant ; des phases de détachement des poches et enfin des phases d’effondrement, telles que décrites notamment par Yang *et al.* [292]. Plus de détail sur l’identification de la longueur du jet dans ces différentes configurations sont fournis dans la thèse de Han [112].

Pour chaque jeu de paramètres d’entrée, les longueurs moyennes du jet sont ainsi identifiées (voir par exemple Fig. 3.10 où une longueur de 27 mm est identifiée toujours avec le même jeu de paramètres). Ainsi une décroissance de la longueur du jet est observée lorsque la pression d’entrée  $p_{in}$  diminue ou que la contre-pression  $p_{\infty}$  diminue.

A partir de ces mêmes données est aussi identifiée une fréquence de pulsation du jet  $f_{jet}$ , identifiée comme la fréquence principale obtenue par transformée de Fourier de ces longueurs de jet. Cette fréquence représente la fréquence de séparation des poches de vapeur. Cette fréquence est constante (autour de 1680 Hz toujours pour  $p_{in} = 250$  bar et  $p_{\infty} = 0$  bar) à contre-pression constante et avec l’augmentation de la contre-pression. Les différents résultats issus de ces observations sont représentés de manière adimensionnée et confrontés aux résultats d’un modèle numérique, en Fig. 3.15, section suivante.

Les principales caractéristiques géométriques du jet cavitant généré par le dispositif *OCCaPee* ont donc pu être observées. Elles permettent une première qualification du banc expérimental et une observation de l’influence des paramètres du procédé sur le résultat du traitement. La lon-



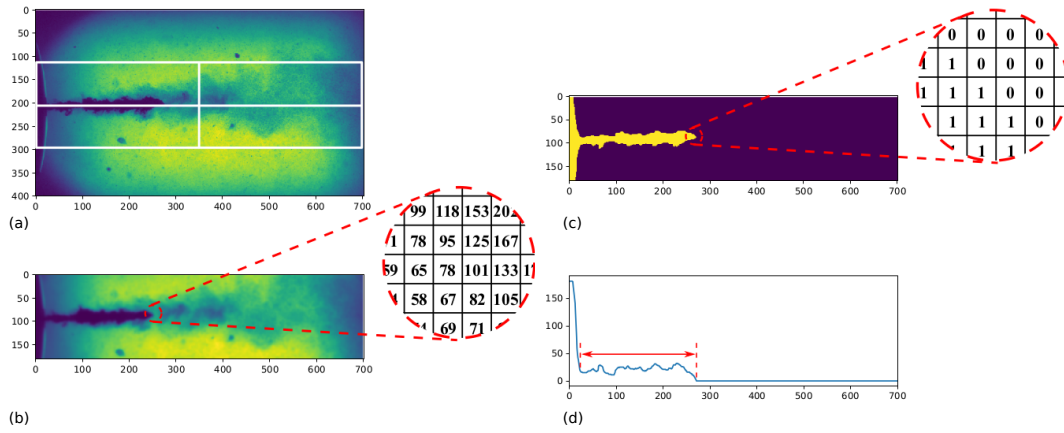


FIGURE 3.9 – Illustration des étapes de post-traitement des films de jet cavitant : définition de la zone de traitement (a), seuillage (b-c) et mesure des longueurs de jet (d) d’après Han [112].

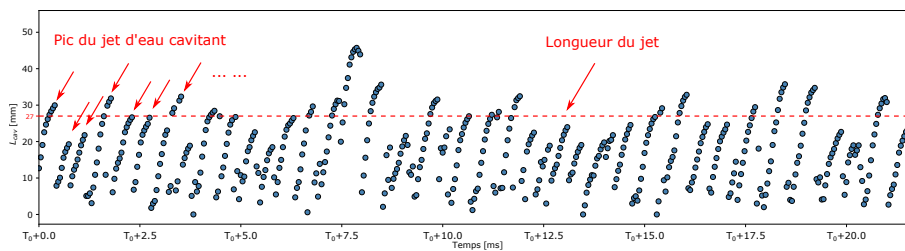


FIGURE 3.10 – Représentation des longueurs de jet identifiées en fonction du temps dans les conditions  $p_{in} = 250$  bar et  $p_{\infty} = 0$  bar d’après Han [112].

gueur du jet étant notamment significative pour quantifier la distance de traitement à adopter. Les observations complémentaires envisageables avec le dispositif sont évidemment nombreuses, avec un potentiel de description plus fin de la morphologie des poches, d'un suivi de leur évolution mais aussi une observation plus détaillée des nuages de bulles résiduels. Le montage peut permettre en effet une observation agrandie, mais moins étendue, du jet cavitant.

### 3.2.4.2 Simulation d'un jet d'eau cavitant submergé

Cette section présente le développement d'un modèle numérique d'un jet cavitant généré dans une enceinte sous pression. L'objectif est d'identifier un type de modèle *CFD* permettant une représentation de ce type d'écoulement et de le confronter aux résultats expérimentaux présentés ci-avant. La modélisation de ce type de jet est une étape nécessaire à la prédiction des effets du procédé de *cavitation peening* dans la mesure où les dimensions du jet déterminent les zones traitées et sa morphologie pilote la pression qui sera vue par la pièce. Les écoulements rencontrés dans les jets cavitants étudiés ici sont délicats à décrire de par leur caractère fortement turbulent (nombre de *Reynolds*  $Re$  typiquement égal à 26000 dans le cas du dispositif *OCCaPee*), diphasique et par la présence du phénomène de cavitation. Les résultats présentés ici sont issus des travaux de thèse de Han [112], ceux-ci s'appuyant sur ceux de Sonde [236]. Les deux manuscrits présentent des éléments plus complets sur le contenu des modèles, leurs paramètres numériques et leur validation. Les principaux éléments du modèle mis en place sont indiqués ici puis les résultats de ce modèle confrontés aux données expérimentales.

#### Description du modèle numérique

Le modèle ici mis en place a donc pour objectif de représenter un écoulement diphasique, fortement turbulent, cavitant dans des temps de calcul souhaités raisonnables.

La modélisation des deux phases, liquide et vapeur, est réalisée à l'aide du modèle *Mixture* implémenté dans ANSYS Fluent. Ce modèle considère une phase mixte dont les caractéristiques sont décrites par un paramètre décrivant la fraction volumique de vapeur  $\alpha_v$ , quantité d'intérêt ici du calcul qui est donc directement accessible. Ainsi par exemple, la densité de la phase mixte est donnée par la loi des mélanges suivant en fonction des densités de phases liquide  $\rho_l$  et vapeur  $\rho_v$  :

$$\rho_m = (1 - \alpha_v) \rho_l + \alpha_v \rho_v \quad (3.1)$$

Le deuxième élément est donc la prise en compte de la turbulence. Le choix de modèles de type *RANS* (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) pour résoudre les équations de base de la dynamique des fluides a été fait. En effet, les modèles plus complets, type *LES* (*Large Eddy Simulation*) ou *DES* (*Detached Eddy Simulation*) qui décrivent explicitement chaque échelle de turbulence (uniquement loin des parois dans le cas de la *DES*), présentent des temps de calcul rédhibitoires pour une étude à l'échelle du procédé. L'approche *RANS* consiste à décomposer les variables du modèle, par exemple la vitesse  $u$ , en une composante moyenne  $\bar{u}$  et une composante de fluctuation  $u'$  qui sera modélisée. La prise en compte de ce terme de fluctuation est réalisée à travers la définition du tenseur de Reynolds  $R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$  qui suppose, selon l'hypothèse de Boussinesq que les contraintes visqueuses générées par la turbulence sont liées aux contraintes de cisaillement. Ce tenseur peut alors être relié au gradient des vitesses moyennes par l'introduction d'une viscosité turbulente  $\mu_t$  et à l'énergie cinétique turbulente  $k$ . Le choix a été fait dans ces travaux d'utiliser le modèle *Renormalization Group* *RNG*  $k - \varepsilon$ , proposé par *Fluent*,



qui introduit un taux de dissipation de la turbulence  $\varepsilon$ , pour modéliser la turbulence. Les différentes équations permettant de modéliser ces grandeurs sont disponibles dans la documentation utilisateur d'ANSYS Fluent et dans les travaux de thèse sus-cités. Le comportement proche des parois est décrit par des *wall functions*.

Enfin le troisième élément consiste à modéliser l'apparition et l'évolution de la cavitation. Ici encore, plusieurs modèles sont disponibles dans la littérature. Le modèle de Singhal *et al.* [233] est reconnu comme un modèle de cavitation complet, prenant notamment en compte l'effet des gaz non condensables, mais il est aussi reconnu comme convergeant difficilement dans le cas de calculs instationnaires. Le choix s'est donc porté sur le modèle de Zwart-Gerber-Belamri (ZGB) [310] qui supposent notamment que toutes les bulles de cavitation sont mono-dispersées. Cao *et al.* [51] ont notamment montré une meilleure précision, associée à une convergence plus rapide de ce modèle par rapport à celui de Singhal et de Schnerr et Sauer [227], aussi proposé par le logiciel *Fluent*. Dans le modèle ainsi utilisé, l'équation de transport pour la fraction volumique de vapeur  $\alpha_v$  de densité  $\rho_v$  est alors :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_v \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha_v \rho_v \vec{v}_v) = R_e - R_c \quad (3.2)$$

où les termes sources de transfert de masse lié à l'évaporation  $R_e$  et la condensation  $R_c$  de la bulle de vapeur sont donnés par :

$$R_e = F_{vap} \frac{3\alpha_{nuc} (1 - \alpha_v) \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}} \quad (3.3)$$

et

$$R_c = F_{cond} \frac{3\alpha_v \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l}}. \quad (3.4)$$

Où les valeurs de la fraction volumique de sites de nucléation  $\alpha_{nuc}$  et les coefficients du modèle  $F_{vap}$ ,  $F_{cond}$  et  $R_B$  ont été prises aux valeurs par défaut proposés par *Fluent* et  $p_v$  est la pression de vapeur saturante du fluide.

### Améliorations de la prise en compte de la turbulence et de la cavitation

Les simulations réalisées par Zhaofeng Han avec ce modèle ont montré qu'il ne permettait pas de reproduire les jets cavitants observés expérimentalement. Dans les simulations réalisées, la zone de cavitation reste localisée proche de la buse (émergeant à peine de celle-ci) et le décollement des poches formées ne se fait pas. Trois modifications ont été ainsi apportées au modèle.

La première a été faite au niveau du calcul de la turbulence. Deux phénomènes viennent en effet perturber le calcul de la viscosité turbulente  $\mu_t$  dans les écoulements diphasiques. Le premier est lié à la différence de compressibilité entre les deux phases, liquide et vapeur, mal prise en compte par les modèles de type *mixture* qui conduit à une surestimation de l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et ainsi de la viscosité de turbulence. Ceci tend donc à dissiper plus rapidement la quantité de mouvement du jet cavitant une fois injecté dans le liquide ambiant. Le second est un effet de filtrage numérique lié à la taille de maille locale. Huang *et al.* [122] ont ainsi proposé de corriger ces deux effets à l'aide d'un modèle hybride dit *Filter-Based Density Corrected Model (FBDCM)*, regroupant l'effet du *Density Corrected Model* proposé par Coutier-Delgosha *et al.* [68] qui permet de prendre en compte l'effet de compressibilité des deux phases et le *Filter-Based Model* proposé par Johansen *et al.* [128] qui permet d'introduire de capturer les

échelles de turbulence de taille comparables à la résolution du maillage. Le calcul de la viscosité turbulente se retrouve alors modifié comme suit :

$$\mu_{t\text{FBDCM}} = \frac{C_\mu \rho_m k}{\varepsilon} f_{\text{FBDCM}} \quad (3.5)$$

avec

$$f_{\text{FBDCM}} = \chi \frac{\rho_m}{\rho_l} f_{\text{FBM}} + \left(1 - \chi \frac{\rho_m}{\rho_l}\right) f_{\text{DCM}} \quad (3.6)$$

et

$$\chi \frac{\rho_m}{\rho_l} = 0.5 + \tanh \left[ \frac{C_1 \left( \frac{0.6\rho_m}{\rho_l} - C_2 \right)}{0.2(1 - 2C_2) + C_2} \right] / [2\tanh(C_1)] \quad (3.7)$$

Avec  $C_\mu = 0.09$ ,  $C_1 = 4$ ,  $C_2 = 0.2$ , le paramètre de filtre  $\lambda_{\text{filtre}} = 1.05\Delta_{\text{max}}$  où  $\Delta_{\text{max}}$  est la taille maximum du maillage et  $= 10$  l'indice du modèle *DCM* d'après Huang *et al.* [122]. Les termes correctifs de chacun des modèles étant donnés par :

$$f_{\text{FBM}} = \min \left( 1, \frac{\lambda_{\text{filtre}} \cdot \varepsilon}{k^{3/2}} \right) \quad (3.8)$$

et

$$f_{\text{DCM}} = \frac{\rho_v + (1 - \alpha_v)^n (\rho_l - \rho_v)}{\rho_v + (1 - \alpha_v) (\rho_l - \rho_v)} \quad (3.9)$$

La seconde modification est liée au modèle de cavitation. En effet dans le modèle *ZGB* le seuil de cavitation est la pression de vapeur saturante  $p_v$ , généralement calculée dans des conditions d'équilibre et pour des fluides à faible vitesse. Yang *et al.* ont montré dans des configurations comme celles du *cavitation peening* où le gradient de vitesse entre le jet et le fluide environnant est important, l'effet de la contrainte de cisaillement ainsi générée sur ce seuil de pression doit être pris en compte. Ainsi, la valeur de la pression seuil (initialement égale à  $p_v$ ) dans les équations de cavitation [Éq. \(3.4\)](#) et [Éq. \(3.3\)](#) est modifiée comme suit :

$$p_{\text{seuil}} = \begin{cases} \mu \dot{\gamma} + p_v & p - \mu \dot{\gamma} \leq p_v \\ p_v + \frac{1}{2} (0.39k\rho) & p - \mu \dot{\gamma} > p_v \end{cases} \quad (3.10)$$

où  $\dot{\gamma}$  représente le taux de cisaillement vu par le fluide.

Les deux modifications mentionnées ci-dessous ont permis dans la littérature de reproduire les longueurs de jets cavitants. Toutefois, même si le modèle ainsi développé a permis de reproduire ces résultats de la littérature, il reste inapte à reproduire les jets observés dans le cas du dispositif *OCCaPee*. Une modification de la géométrie simulée a ainsi été apportée au modèle. Le premier convergent, de diamètre 0,27 mm en  $x \approx 6$  mm sur la [Fig. 3.11](#) est négligé et seul le diamètre de 0,87 mm est considéré. La suite de la géométrie de la buse est inchangée.

### Principaux résultats de simulation d'un jet cavitant

Un maillage 2D quadratique est ainsi réalisé sur cette géométrie axisymétrique. La taille de maille globale est de  $5 \times 10^{-5}$  mm avec un raffinement d'un facteur 10 pour la première couche de maillage dans la couche limite et un taux de croissance de 1,2 au-delà. Ceci conduit à un

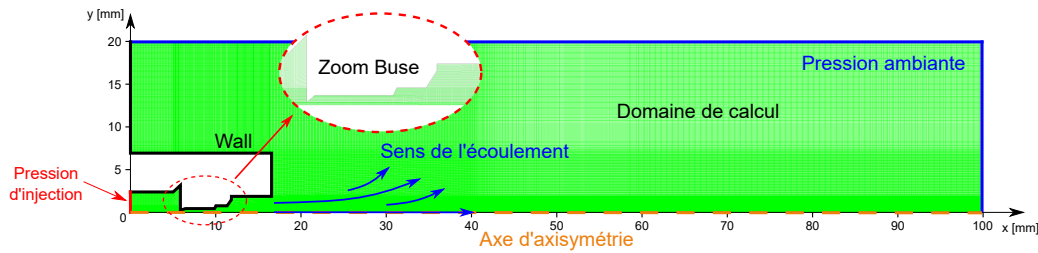


FIGURE 3.11 – Description géométrique et conditions aux limites du modèle *CFD* de jet cavitant et géométrie de la buse expérimentale d’après Han [112].

domaine constitué de 397528 éléments. Une condition de type *pressure-inlet* est réglée à l’entrée de la buse et de type *pressure-outlet* sur les contours du modèle, permettant ainsi de renseigner les paramètres du procédé, visibles sur la Fig. 3.11. Le solveur *Pressure-based Coupled Algorithm* est employé pour résoudre les équations du modèle *RANS*. L’interpolation spatiale est réalisée à l’aide du schéma *PRESTO!* et la discrétisation des équations par le schéma *Second Order Upwind*. Le pas de temps a été fixée après des études de convergence à  $3 \times 10^{-6}$  s. Une durée réelle de 15 ms est simulée afin d’obtenir une statistique suffisante d’évolution du jet, ce qui représente 5000 pas de temps, soit environ 18 h de calcul sur 16 cœurs *Intel(R) Xeon(R) E5-2670*.

Des résultats de simulation typiques du modèle ainsi obtenus sont visibles sur les Fig. 3.12 à 3.14 pour une pression d’injection  $p_{in} = 250$  bar et une contre-pression  $p_{\infty} = 0$  bar. Pour ces paramètres, la vitesse du jet en sortie de buse atteint  $228 \text{ m s}^{-1}$  et reste élevée sur plusieurs cm, créant ainsi, par différence de vitesse avec le liquide ambiant une zone favorable à l’apparition de cavitation. L’énergie cinétique de turbulence  $k$  reste aussi importante sur cette distance, là où avec les modèles classiques elle s’évanouissait rapidement en sortie de buse (Fig. 3.12). La Fig. 3.13 montre la fraction volumique de vapeur, sur une échelle linéaire ainsi que les pressions inférieures au seuil de cavitation, variable, défini par l’Éq. (3.10). La poche de vapeur formée est importante et se fragmente, comme observé expérimentalement. Enfin la Fig. 3.14 présente aux mêmes échelles les jets cavitants observés numériquement et expérimentalement prises à des instants similaires de l’évolution du jet. Les longueurs observées sont comparables, celle-ci fluctuant au cours du temps avec la fragmentation des poches de vapeur formées.

### Confrontation aux mesures expérimentales

Les résultats des simulations numériques ainsi obtenus ont été traités pour la gamme de paramètres d’entrée que les expérimentations. Les longueurs de jet et fréquence de pulsation de celui-ci sont calculées de manière similaire aux résultats expérimentaux. La longueur de jet est définie à partir d’une fraction volumique de vapeur égale à 0,2 et la fréquence  $f_{jet}$  est la fréquence principale du signal fréquentiel de longueur du jet en fonction du temps. Pour le cas de référence ci-dessus, une période de pulsation de 0,7 ms très proche des valeurs expérimentales est mesurée. Les données expérimentales et numériques sont compilées sur les Figs. 3.15a et 3.15b. Les données sont tracées en fonction du nombre de cavitation  $\sigma$  dans sa définition couramment utilisée par Soyama, rappelée ci-après :

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_v}{p_{in} - p_{\infty}} \approx \frac{p_{\infty}}{p_{in}} \quad (3.11)$$

où  $p_v$  est la pression de vapeur saturante du fluide considéré.

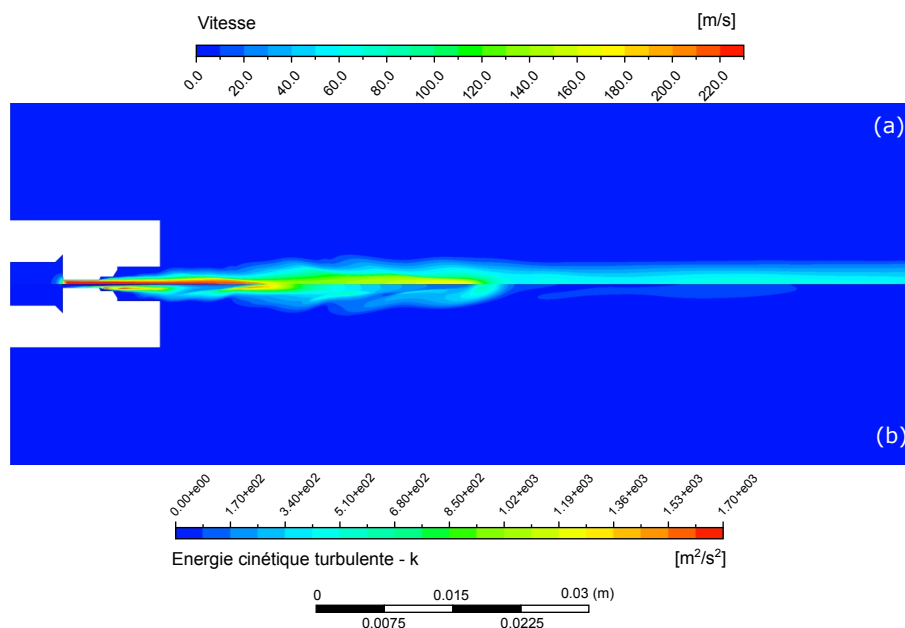


FIGURE 3.12 – Distributions du champ de vitesse (a) et de l'énergie cinétique de turbulence (b) simulées pour  $p_{in} = 250$  bar et  $p_{\infty} = 0$  bar d'après Han [112].

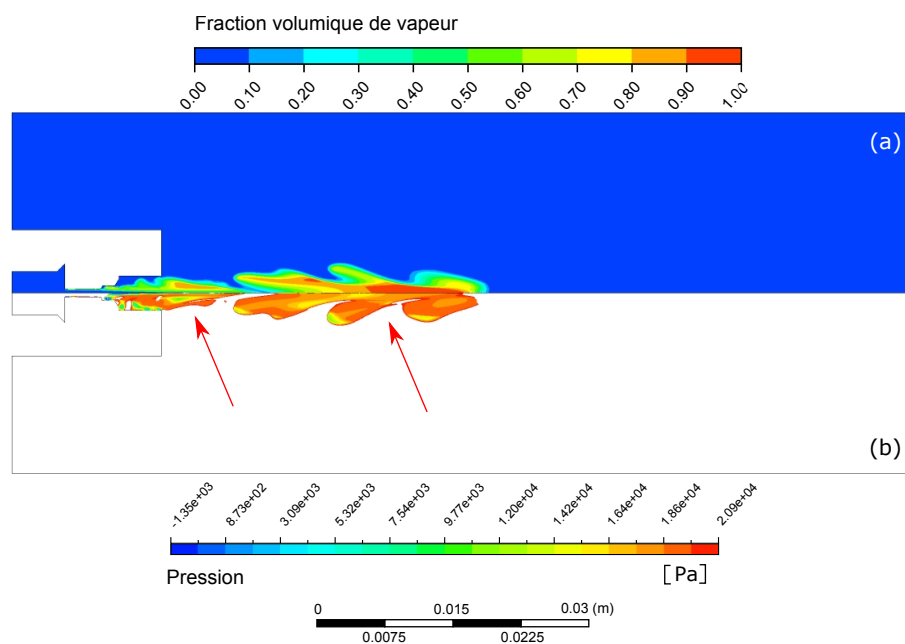


FIGURE 3.13 – Distribution de la fraction volumique de vapeur (a) et des pressions inférieures au seuil de cavitation (b) simulées pour  $p_{in} = 250$  bar et  $p_{\infty} = 0$  bar d'après Han [112].

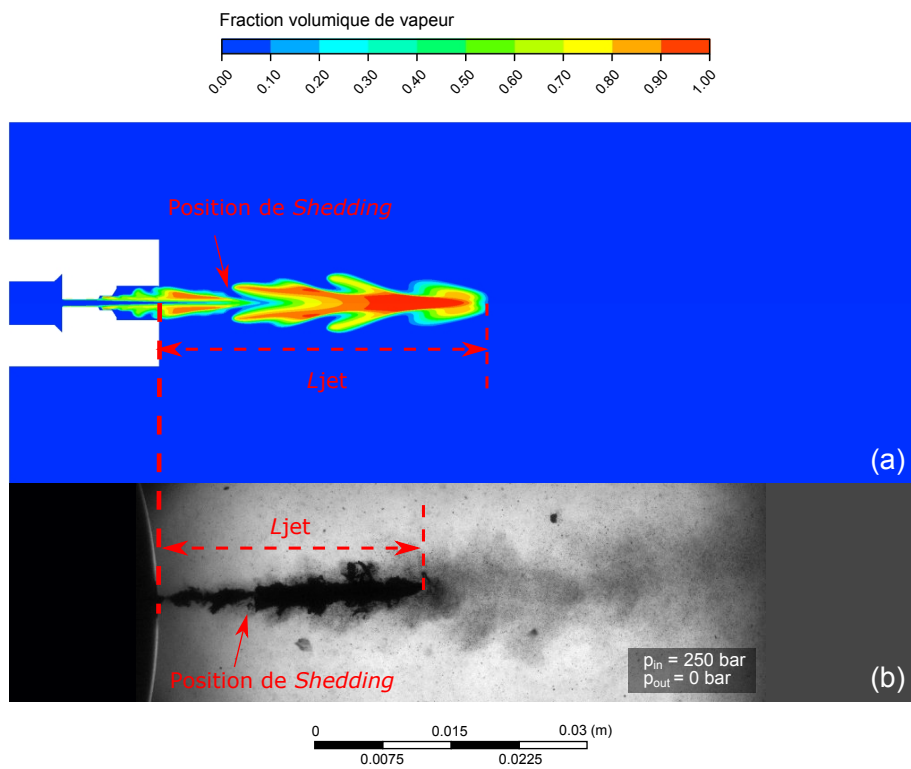


FIGURE 3.14 – Confrontation des longueurs de jet cavitant obtenues pour  $p_{in} = 250 \text{ bar}$  et  $p_{\infty} = 0 \text{ bar}$  : fraction volumique de vapeur simulée (a) et observation expérimentale (b) aux mêmes échelles d’après Han [112].

Les caractéristiques oscillatoires du jet sont définies par le nombre de *Strouhal*  $St$  défini ci-après :

$$St = \frac{f_{jet} \cdot w}{U} \quad (3.12)$$

où  $f_{jet}$  est la fréquence de pulsation du jet d'eau cavitant,  $w$  est la largeur du jet et  $U$  la vitesse du jet à la sortie de la buse, définie par l'Éq. (3.13).

$$U = \sqrt{\frac{2(p_{in} - p_{\infty})}{\rho}} = \sqrt{\frac{2p_{in}}{\rho}} \quad (3.13)$$

Un bon accord modèle-expérimental est trouvé pour les longueurs de jet, avec une décroissance de la longueur du jet lorsque le nombre de cavitation augmente. Une différence de tendance semble se dessiner pour les nombres de cavitation extrêmes de la gamme observée mais qui sont à tempérer avec les incertitudes de mesure de ces grandeurs. Sur le caractère oscillatoire le nombre de *Strouhal* est trouvé quasi constant expérimentalement et numériquement en fonction du nombre de cavitation sur toute la gamme de valeur observée. Cette tendance est similaire à celle trouvée par exemple par Nishimura *et al.* [190] Les valeurs observées dans la littérature sont parfois différentes mais des écarts existent dans la manière de calculer  $St$ .

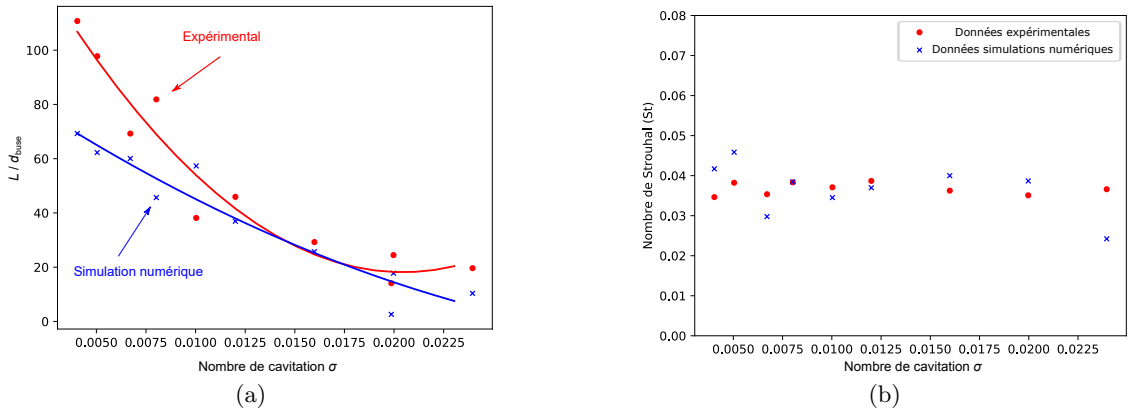


FIGURE 3.15 – Longueur normalisée du jet d'eau cavitant  $L/d_{buse}$  (3.15a) et nombre de Strouhal  $St$  du détachement du nuage de cavitation (3.15b) en fonction du nombre de cavitation  $\sigma$ , confrontation des résultats numériques (bleu) et expérimentaux (rouge) d'après Han [112].

Ces travaux ont donc permis de reproduire fidèlement les dimensions de jets et leurs principales caractéristiques dans la gamme de fonctionnement du dispositif *OCCaPee*. Ces résultats sont encourageants pour la capacité à prédire et simuler le procédé et notamment l'influence des géométries de buses. Toutefois des hypothèses fortes demeurent (notamment sur la géométrie de buse) et les modèles mis en place sont complexes. L'étape suivante dans la modélisation du procédé consiste à faire le lien entre la présence de phase vapeur et les pressions que son implosion va générer. Ceci sera observé dans la suite du mémoire dans le cas de référence d'une bulle unique de vapeur.

### 3.2.5 ... à celle de l'implosion d'une bulle simple.

Une étude de la phase d'effondrement d'une bulle de cavitation et de l'onde de choc qui en résulte est ici proposée. Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature pour décrire le comportement d'une bulle de cavitation isolée, sphérique, permettant de décrire différentes phases de son évolution.

Le premier modèle d'analyse de l'évolution d'une bulle a été proposé par Rayleigh [219]. Il considère l'évolution d'une bulle sphérique, isolée dans un milieu liquide incompressible infini de température constante. La température, la pression à l'infini  $p_\infty$  sont estimées connues, la viscosité, la pression de vapeur saturante  $p_v$  et la masse volumique du fluide  $\rho$  sont supposées constantes. Sous certaines hypothèses de comportement, ce modèle permet notamment de prédire le temps nécessaire au collapsus de la bulle à partir de son rayon initial  $R_0$ , ou temps de Rayleigh  $\tau_R$  :

$$\tau_R \approx 0.915 R_0 \sqrt{\frac{\rho}{\infty - p_v}}. \quad (3.14)$$

Ce modèle permet d'obtenir des ordres de grandeur des vitesses et pression à proximité de la bulle mais prédit des vitesses d'interface de la bulle et des pressions infinies vers la fin de l'effondrement. De plus, il a été montré par Plesset et Chapman [211] que l'hypothèse d'incompressibilité du liquide n'est plus valable dans le cas, courant, où la vitesse se rapproche de celle du son dans le liquide.

De nombreux modèles plus évolués ont été proposés, notamment pour introduire une correction d'ordre acoustique à l'équation de Rayleigh-Plesset et considérer un fluide compressible. Une approximation acoustique du premier ordre a été proposée par Herring [114] puis Trilling [265] considérant une célérité du son constante dans l'eau. Keller et Miksis [136] ont proposé une approche similaire qui permet d'obtenir des valeurs de pression et de vitesse plus réalistes. Le modèle de Gilmore [106], basé sur l'hypothèse de Kirkwood-Bethe, considère que la propagation des ondes dans le liquide se fait à une vitesse égale à la somme de la célérité du son et de la vitesse locale du fluide. Il ne considère plus une célérité constante du son et permet de mieux tenir compte de la compressibilité du liquide au prix toutefois de développements plus fastidieux en calculs. Nombre des développements ultérieurs de ces modèles sont décrits dans le livre de Franc et Michel [92] et ce domaine de recherche est encore actif à ce jour (voir par exemple [90, 301]).

Un modèle, basé sur les équations de Keller-Miksis est ici proposé pour décrire l'évolution d'une bulle en fonction de différents paramètres qu'il est possible de lier aux paramètres d'entrée du cavitation : le rayon au début de la phase d'effondrement de la bulle  $R_{max}$ , la pression environnante de fluide  $p_\infty$  et la pression de gaz non condensable à l'intérieur de la bulle  $p_{g0}$ . L'évolution du diamètre de la bulle et l'onde de pression générée par son collapsus peuvent ainsi être obtenus. Cela permet d'étudier l'effet mécanique qu'il est possible d'obtenir à partir de la cavitation et l'influence de différents paramètres du procédé.

Une seconde question qui se pose est celle du mécanisme pilotant la mise en compression d'une surface. En effet, deux phénomènes sont observés lors de l'implosion d'une bulle. Lorsque la bulle est relativement loin d'une paroi (pour un rapport  $\gamma = R_{max}/d$ ,  $d$  étant la distance à la paroi supérieur à 3), son collapsus reste sphérique et c'est l'onde de choc ainsi générée qui pourra être à l'origine d'un chargement mécanique (voir Fig. 3.20a). En présence d'une paroi solide, le collapsus de la bulle est modifié et peut conduire à la formation d'un micro-jet (Fig. 3.21a). L'impact de ce micro-jet sur la surface peut être une seconde source de chargement mécanique. Une étude est proposée pour discriminer, au moins dans certains cas, ces deux mécanismes

concurrents.

La troisième question ici abordée est celle de l'observation expérimentale de bulles de cavitation et surtout de la mesure de la pression qu'elles génèrent. Les études expérimentales suivant l'évolution de bulles de cavitation isolées sont nombreuses (voir notamment [194]). La mesure des pressions que le phénomène génère est plus délicate. Quelques études ont été effectuées avec des mesures de pression par hydrophone [234, 279]. Le choix a ici été fait d'utiliser des capteurs de type piézo-électriques PVDF (*polyvinylidene fluoride*) [23, 117, 278] qui présentent plusieurs avantages : une faible épaisseur de capteur ( $\approx 25 \mu\text{m}$ ), un temps de réponse très faible, pouvant descendre à la nanoseconde et une gamme de pression mesurables très large, du kPa au GPa. De plus, la bonne connaissance des caractéristiques électriques du capteur et de la chaîne de mesure peut permettre une mesure quantitative de la pression mesurée sans besoin de calibration. Une étude est ainsi proposée pour valider la faisabilité de ce type de mesure pour des ondes de pression sous-marine générées par une bulle.

### 3.2.5.1 Etude analytique d'une bulle sphérique

#### Modèle analytique de l'implosion d'une bulle en milieu infini

Un modèle analytique basé sur l'équation de Keller-Miksis a donc été développé pour étudier l'influence des paramètres de cavitation sur l'évolution d'une bulle. Une bulle, de rayon initial  $R_0$  est considérée dans un milieu fluide environnant de pression  $p_\infty$  à l'infini. Il est supposé que la bulle contient un mélange de vapeur d'eau et de gaz non condensable de pression partielle  $p_g$  suivant une relation d'expansion et compression décrite par le coefficient polytropique  $\kappa$  (1,33 pour l'air) et qu'il n'y a pas d'échange de masse entre la bulle et le milieu extérieur sur le temps considéré. A l'instant initial qui est celui de rayon maximum, la pression partielle initiale de gaz  $p_{g0}$  est supposée connue, la vitesse de l'interface est alors nulle ( $R(0) = R_0$  et  $\dot{R}(0) = 0$ ).

L'évolution  $R(t)$  du rayon de la bulle est alors gouvernée par le système d'équations différentielles suivant :

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{C}\right) R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \left(1 - \frac{1}{3}\frac{\dot{R}}{C}\right) = \left(1 + \frac{\dot{R}}{C}\right) \frac{P_s}{\rho} + \frac{R}{\rho C} \dot{P}_s \quad (3.15)$$

avec

$$p_s = p_g + p_v - \frac{2\sigma}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R} - p_\infty \quad (3.16)$$

et

$$p_g = p_{g0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\kappa} \quad (3.17)$$

$C$  est ici la vitesse du son dans l'eau,  $\sigma$  la tension de surface,  $\rho$  la densité du fluide et  $\mu$  sa viscosité pris ici pour l'eau à 20 °C à  $1500 \text{ m s}^{-1}$ ,  $0,073 \text{ N m}^{-1}$ ,  $998 \text{ kg m}^{-3}$  et  $1,002 \times 10^{-3} \text{ Pa s}^{-1}$ , toutes supposées constantes. Une résolution de ces équations à l'aide d'un algorithme classique de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) permet de décrire l'évolution dans le temps du rayon de la bulle pour un jeu de conditions initiales données. Une comparaison à des simulations numériques [185] de résolution directe de l'équation de Navier-Stokes a permis de vérifier la bonne description de l'évolution du rayon de bulle et de la pression à l'interface par ce modèle [237].

La pression dans le fluide due à l'implosion de la bulle est ensuite obtenue à partir de l'approximation acoustique du premier ordre et de l'expression potentiel de vitesse  $\phi$  [263].



L'onde de pression est ainsi supposée parcourir le fluide à la vitesse du son et la relation entre le potentiel de vitesse et le champ de pression est donné par l'Éq. (3.19), qui dérive de l'équation de Bernoulli en assumant qu'à l'infini, la pression est constante (et égale à  $p_\infty$ ) et que les valeurs de vitesses et du potentiel de vitesse disparaissent. En dernier complément, l'équation de Tait (Éq. (3.20)) est utilisée pour décrire le comportement de l'eau avec  $\rho_\infty$  décrivant la densité du fluide loin de la bulle. Les paramètres  $B$  et  $n$  du modèle de Tait sont respectivement pris égaux à 3047 bar et 7,15 pour l'eau à 20 °C.

$$\phi = -\frac{1}{r} \left[ R^2 \dot{R} - \frac{1}{C} \left( R^3 \ddot{R} + 2R^2 \dot{R}^2 \right) \right] \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \int_{p_\infty}^p \frac{1}{\rho} dp = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{p + B}{p_\infty + B} = \left( \frac{\rho}{\rho_\infty} \right)^n \quad (3.20)$$

### Analyse de la pression générée par l'implosion d'une bulle

La Fig. 3.16 présente la distribution spatio-temporelle (le problème étant axisymétrique) de la pression autour du bulle ainsi simulée, au cours de son collapse et des rebonds successifs. Ces phases de rebond se caractérisent par une taille de bulle maximale de moins en moins importante due à l'amortissement par la compressibilité et la viscosité du fluide. Ces rebonds étant moins puissants que le premier et de plus, la modélisation plus approximative sur ces phases ultérieures du fait de la présence d'autres phénomènes dans les cas réels (proximité d'une paroi, instabilités en fin de collapse...), ils sont d'un intérêt moindre pour le problème étudié ici. Le point d'intérêt principal est ici l'instant du premier rebond, autour du temps de *Rayleigh*  $\tau_R$  où la pression est maximale et l'onde de pression issue du premier collapse se forme avant de se propager dans le fluide (Fig. 3.16b).

Sonde [236] a étudié l'influence du modèle thermodynamique du gaz sur les résultats de pression simulés, comparant notamment les résultats en suivant la loi de gaz parfaits (Éq. (3.17)) et la loi de Van der Waals. Il a ainsi pu montrer que si les évolutions de rayons en fonction du temps sont très similaires, la valeur du pic de pression calculée varie presque d'un facteur 2 entre les deux modèles, la loi de gaz parfaits ici utilisée donnant la valeur la plus faible de la pression. Ces deux lois sont considérées comme donnant les bornes supérieures et inférieures de comportement. L'utilisation d'équations d'état plus réalistes, comme celle de *Redlich-Kwong-Soave* [220, 235] donnant des résultats intermédiaires. Le modèle utilisé ici donne ainsi une valeur conservative de la pression simulée.

Les profils de pression à un point de référence  $r = 3R_{min}$  du centre de la bulle sont représentés pour différents jeux de paramètres d'entrée en Fig. 3.17. Le premier point à noter est l'importance du premier ordre de la contre-pression  $p_\infty$  qui pilote la valeur maximum de pression (Fig. 3.17a) sans influence sur l'étalement temporel de celle-ci. Ces résultats confirment donc l'importance pour le procédé de la pression environnante, sans laquelle il est difficile d'atteindre des pressions à même d'impacter des matériaux métalliques.

Le rayon maximal des bulles (Fig. 3.17b) est par contre un paramètre difficile à prédire et *a fortiori* à contrôler. Les résultats de simulation numérique montrés précédemment ne permettant par exemple pas, à l'heure actuelle, de déterminer une distribution de rayons de bulles et leur observation expérimentale, au cours du procédé est aussi un défi. L'intérêt des résultats ici

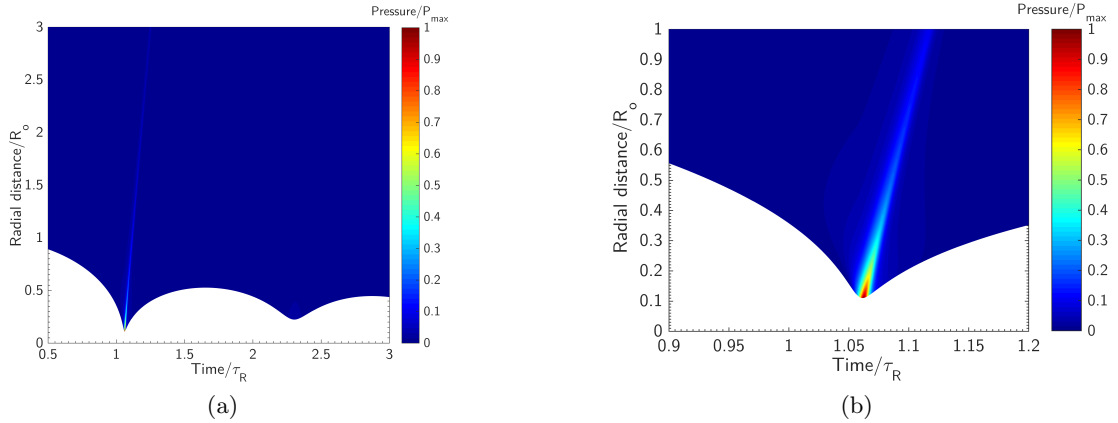


FIGURE 3.16 – Représentation spatio-temporelle du champ de pression autour d’une bulle (3.16a) et zoom (3.16b) autour de l’instant de premier rebond. Les distances sont normalisées par le rayon maximum de la bulle  $R_0$ , le temps par le temps de Rayleigh  $\tau_R$  et les pressions par leur valeur maximale  $p_{max}$  d’après Sonde [236].

présentés est de constater, au moins pour les gammes de paramètres étudiés, que la valeur du pic de pression n’est pas influencée par la taille des bulles, qui devient donc un paramètre secondaire pour déterminer l’effet du procédé. Par contre, l’étalement temporel du pic de pression est directement piloté par ce rayon de bulle et la gamme de vitesse de déformation que verra le matériau traité, et donc potentiellement ses caractéristiques mécaniques effectives à prendre en compte, peuvent par contre être influencés par la taille des bulles.

Le troisième paramètre étudié est la pression partielle de gaz  $p_{g0}$ . Celle-ci est aussi un paramètre non pilotable et de plus, difficile à mesurer. De manière comparable à la contre-pression,  $p_{g0}$  a une influence forte sur le pic de pression observé (Fig. 3.17c) montrant de fait l’importance de la qualité de l’eau sur le résultat du procédé.

Enfin, Fortes-Patella *et al.* [88] ont montré un adimensionnement intéressant du profil de pression lorsque les paramètres  $R_0$ ,  $p_\infty$  et  $p_{g0}$  varient (Fig. 3.17d). Sur cette figure la contre-pression est variée, les autres paramètres étant tenus constants, la pression est normalisée par la pression maximum calculée pour chaque cas et tracée en fonction d’un temps adimensionné  $(t - t_m) / \delta t$  où  $t$  est le temps absolu,  $t_m$  le temps du pic de pression et  $\delta t$  la largeur à mi-hauteur de la courbe originale. La même répartition est obtenue en faisant varier le rayon maximal ou la pression partielle de gaz. Ceci implique une propriété utile pour la suite de la modélisation qui est que la distribution temporelle de pression peut être caractérisée uniquement par sa valeur maximale  $p_{max}$  et sa durée d’interaction  $\delta t$ .

### Confrontation des deux mécanismes de génération de pression

Afin de confronter ces résultats de pression obtenue par l’implosion d’une bulle, donc sans influence d’une paroi sur le collapse, un modèle numérique de l’implosion d’une bulle proche d’une paroi a été réalisé par Sonde [236]. Ce modèle, dont la géométrie est présenté Fig. 3.18a a été réalisé sur *Ansys Fluent*. L’objectif étant de suivre l’évolution d’une bulle, et essentiellement de son interface, à partir de son rayon initial  $R_0$ , la méthode *VOF (Volume Of Fluid)* a été utilisée. La force de tension superficielle de la bulle est prise en compte par le modèle *Continuum Surface*

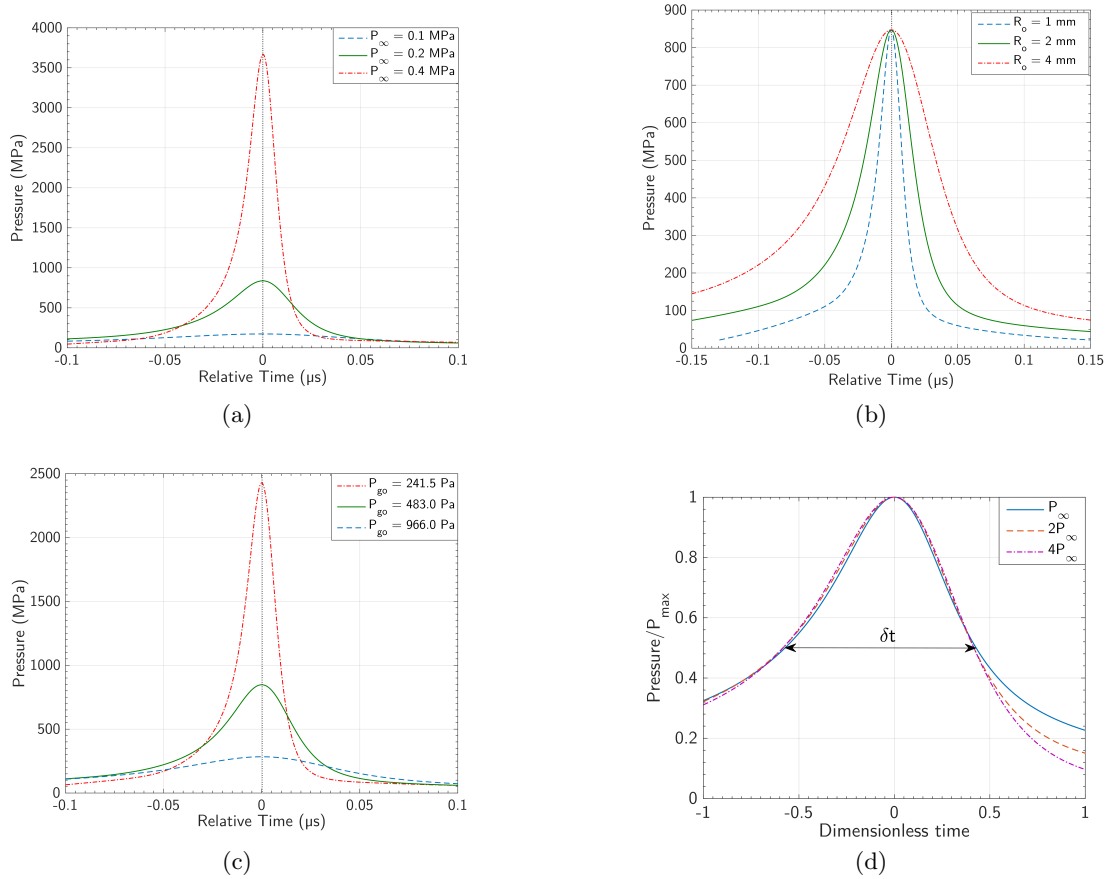


FIGURE 3.17 – Représentation de la pression à une distance  $r = 3R_{min}$  du centre de la bulle en fonction du temps autour du point de référence  $p_\infty = 0,2$  MPa,  $R_0 = 2$  mm et  $p_{go} = 483$  Pa. Influence de la contre-pression  $p_\infty$  (3.17a), du rayon maximum  $R_0$  (3.17b) et de la pression partielle de gaz  $p_{go}$  (3.17c). Pression adimensionnée à une distance  $r = 1,5R_0$  du centre de la bulle en fonction du temps adimensionné  $(t - t_m)/\delta t$  avec  $t_m$  le temps où la pression est maximale et  $\delta t$  la largeur à mi-hauteur de la courbe (3.17d) d’après Sonde [236].

*Force.* Les deux autres paramètres du modèle sont la distance à la paroi  $\gamma$  du centre initial de la bulle et la pression à l'infini  $P_\infty$  celle-ci étant définie au bord du modèle à un rayon égal à 30 fois celui de la bulle. Un maillage 2D quadratique non structuré a été réalisé avec une étude de convergence. Les résultats des calculs montrent le collapse de la bulle, un jet re-entrant se formant du fait de la présence de la paroi solide (Fig. 3.18b). Ce jet traverse la bulle et vient impacter la paroi solide. Les vitesses maximales du fluide, au niveau du jet re-entrant et de l'impact sur la paroi peuvent ainsi être récupérées et sont représentées en Figs. 3.18c et 3.18d en fonction de la distance de la bulle à la paroi et de la contre-pression respectivement. Ces résultats montrent que la vitesse d'impact évolue peu avec la distance initiale de la bulle à la paroi et fortement avec la contre-pression. Ces résultats sont ensuite utilisés pour estimer la pression d'impact en suivant la théorie développée par Lesser et Field [148], adaptée par Field [86] pour l'étude de l'impact des liquides et récemment utilisée par Xie et Rittel [289] pour simuler l'impact de gouttes d'eau dans le cadre du traitement de surface par jet d'eau pur. Dans ce cadre, la pression maximale due à l'effet *coup de bélier* au centre du jet peut être estimé par  $p_{max} = \rho C_1 V_{jet}$  où  $C_1$  est la vitesse des ondes de choc dans le liquide. En comparant ainsi les pressions maximales obtenues par les deux types de phénomènes :

- la pression maximale issue de l'implosion d'une bulle située à une distance initiale  $\gamma \geq 3$  d'une paroi au niveau de celle-ci, pour laquelle l'influence de celle-ci sur le collapse sera donc négligée ;
- celle issue de l'effet coup de bélier d'une bulle située à  $\gamma = 1.1$  de la paroi, cas le plus critique simulable ;
- et les deux dans le cas d'une pression partielle de gaz moyenne  $p_{g0} = 483$  Pa, d'un rayon initial de bulle  $R_0 = 2$  mm et une contre-pression  $p_\infty = 0,42$  MPa,

il apparaît que la pression du collapse de la bulle ( $p_{max} \approx 3930$  MPa) est nettement plus importante que celle découlant de l'effet du microjet ( $p_{max} \approx 410$  MPa). Cette étude a donc permis de montrer un résultat important pour la modélisation du procédé qui est que, *a minima* dans le cadre des valeurs de références prises ici, mais représentatives des conditions de fonctionnement du procédé, le mécanisme d'onde de pression résultant de l'implosion des bulles est le plus à même de générer la déformation plastique d'une surface. Ce mécanisme pourra donc être considéré comme le mécanisme prépondérant pour la suite de l'étude.

### 3.2.5.2 Etude expérimentale de l'implosion d'une bulle de cavitation

L'étude précédente ayant montré la prépondérance du mécanisme d'implosion sur la génération de pression dans le cas d'une bulle seule, une étude a été conduite pour vérifier la faisabilité de la mesure de pression dans les conditions d'implosion d'une bulle. Le choix s'est donc porté sur l'utilisation de capteurs *PVDF* et un dispositif expérimental permettant de générer par focalisation laser une bulle dont le comportement sera similaire à celui d'une bulle de cavitation a été utilisé. Les résultats de cette partie sont présentés de manière plus exhaustive dans les travaux de Han *et al.* [113].

#### Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé est présenté en Fig. 3.19. Il est constitué d'un laser Nd : YAG pulsé de longueur d'onde  $\lambda = 532$  nm délivrant des impulsions d'une durée de l'ordre de 5 ns et d'une puissance d'environ 10 mJ. Le faisceau est focalisé dans une cuve (le calcul théorique de la taille minimale du faisceau, utilisé ci-après pour estimer les conditions initiales au sein de la bulle est de 22  $\mu$ m) cubique de 6 cm de côté remplie d'eau microfiltrée et déminéralisée. L'éner-

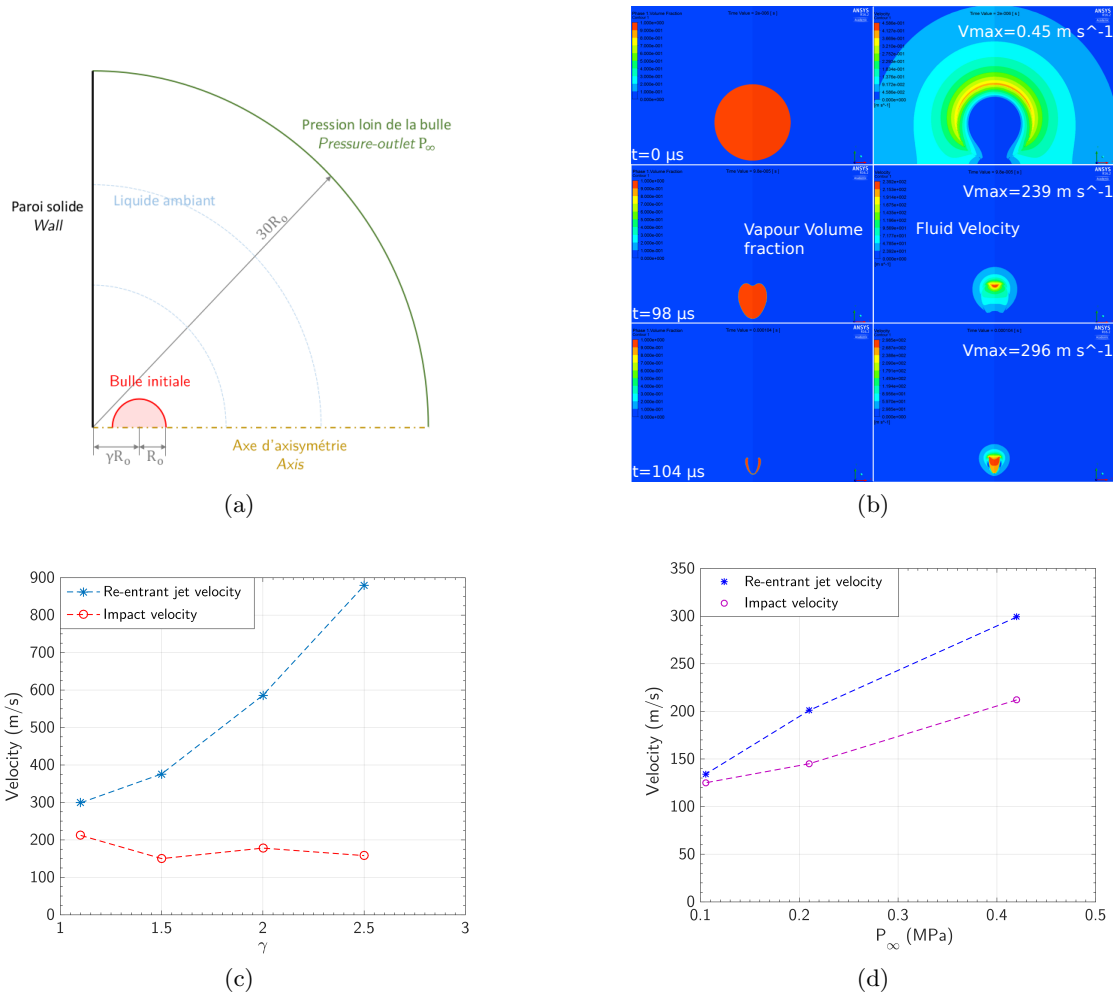


FIGURE 3.18 – Modèle *CFD* de l'implosion d'une bulle proche d'une paroi 3.18a; évolution des fractions volumiques de vapeur et des vitesses à différentes étapes de la simulation 3.18b et vitesses simulées du jet re-entrant et celui impactant la surface pour une bulle de rayon initial  $R_0 = 2 \text{ mm}$  implosant proche d'une paroi. Influence de la distance normalisée à la paroi  $\gamma$  pour une contre-pression  $p_\infty = 0,42 \text{ MPa}$  (3.18c) et de la contre-pression pour  $\gamma = 1,1$  (3.18d) d'après Sonde [236].

gie focalisée est suffisante pour atteindre la température d'ionisation de l'eau et ainsi générer un plasma qui deviendra une bulle de vapeur. Le contrôle de la puissance du laser permet de contrôler le diamètre maximum des bulles ainsi générées qui est de l'ordre du  $mm$ .

Une caméra rapide (*Vision Research V12.0*) est utilisée pour suivre l'évolution des bulles ainsi formées. Avec une fréquence d'acquisition de 120 kfps et une temps d'ouverture de 300 ns, l'image obtenue est parfaitement figée.

Sur la face supérieure de la cuve est monté un capteur *PVDF* lui-même monté sur un bloc de *PMMA* d'une épaisseur de 40 mm ajusté sur le dessus pour éviter toute présence d'air. Le capteur, d'une épaisseur de 0,24 mm présente une surface active de  $1\text{ mm}^2$  et de coefficient piézo-électrique  $d_{33} = 23,8\text{ pC N}^{-1}$  est connecté par des sondes de tension à un oscilloscope (*Keysight InfiniVision DSOX3054T*) doté d'une bande passante de 500 MHz. Le temps caractéristique  $\tau = RC$  de la chaîne de mesure est d'environ  $27\text{ }\mu\text{s}$  ce qui est significativement plus long que le temps caractéristique des impulsions observées, permettant ainsi une mesure directe de la tension comme image de la pression. Pour limiter les perturbations, la mesure est réalisée en mode *différentiel* en utilisant deux voies de l'oscilloscope et le signal obtenu est aussi filtré avec un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $f_c = 25\text{ MHz}$ . La résolution de la mesure atteint  $1,6\text{ ns}$ . L'utilisation du *PMMA* comme matériau support permet de limiter les réflexions d'ondes du fait de son impédance proche de celle du *PVDF*.

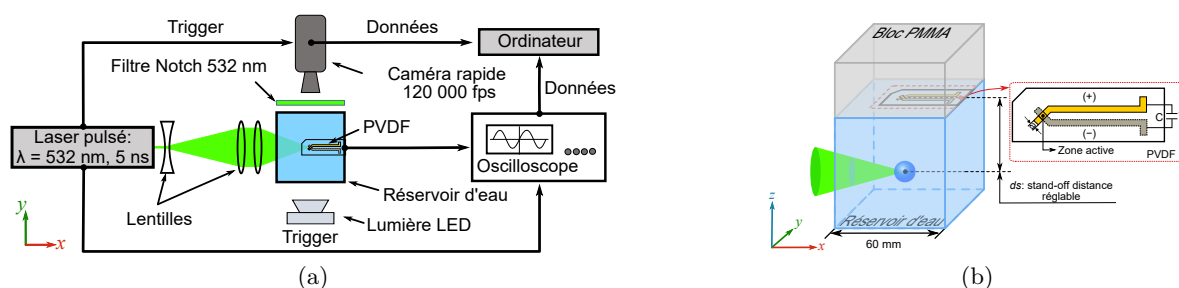


FIGURE 3.19 – Schéma du dispositif expérimental permettant la génération d'une bulle unique par focalisation laser (3.19a) et détail sur le positionnement du capteur PVDF (3.19b) d'après Han *et al.* [113].

### 3.2.5.3 Observation de la dynamique des bulles

Différentes acquisitions ont été réalisées en faisant varier la distance  $\gamma$  à la paroi, deux séries de résultats caractéristiques sont présentées, à grande distance de la paroi  $\gamma = 8.85$  en Fig. 3.20b et proche distance de la paroi en Fig. 3.21b où  $\gamma = 2.87$  soit dans la zone d'influence classiquement considérée.

La première série de résultats permet d'observer la formation de la bulle, sa croissance jusqu'au rayon maximum, son effondrement jusqu'au premier collapse et le premier rebond. Sur cette série d'images en particulier sont visibles le plasma, l'onde de choc qu'il génère et l'onde de choc générée par le premier collapse. La seconde série d'images montre le comportement de la bulle à proximité de la paroi avec formation d'un microjet lors de la phase d'effondrement. Sur ces séries d'images le temps entre chaque prise de vue est de  $8,3\text{ }\mu\text{s}$ . Il est ainsi possible de mesurer l'évolution du rayon de la bulle en fonction du temps, d'identifier le temps de génération de l'onde de choc et d'estimer le rayon initial des bulles à partir de l'image du plasma.

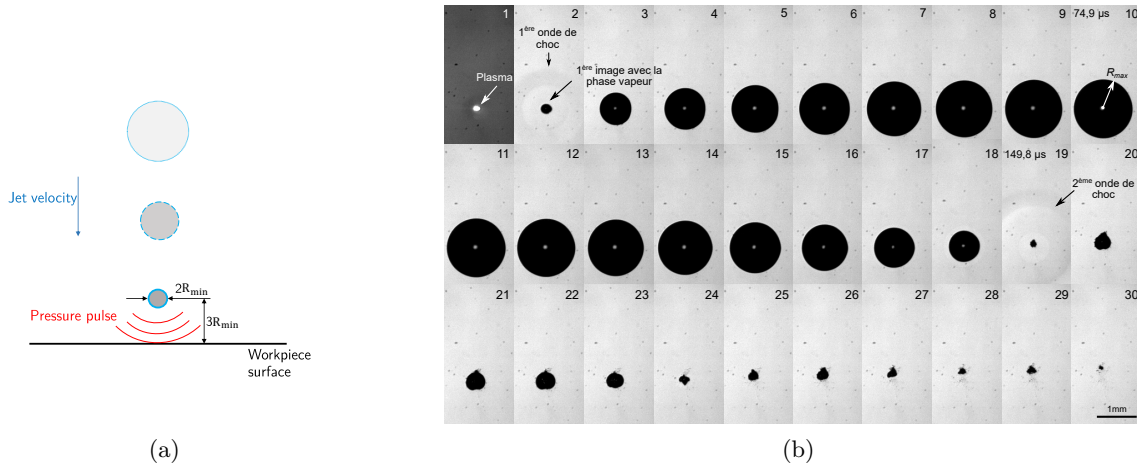


FIGURE 3.20 – Illustration du mécanisme d’émission d’onde de pression par une bulle de cavitation isolée (3.20a) et évolution d’une bulle générée par focalisation laser loin de toute paroi solide ( $\gamma = 8,85$ ) (3.20b).

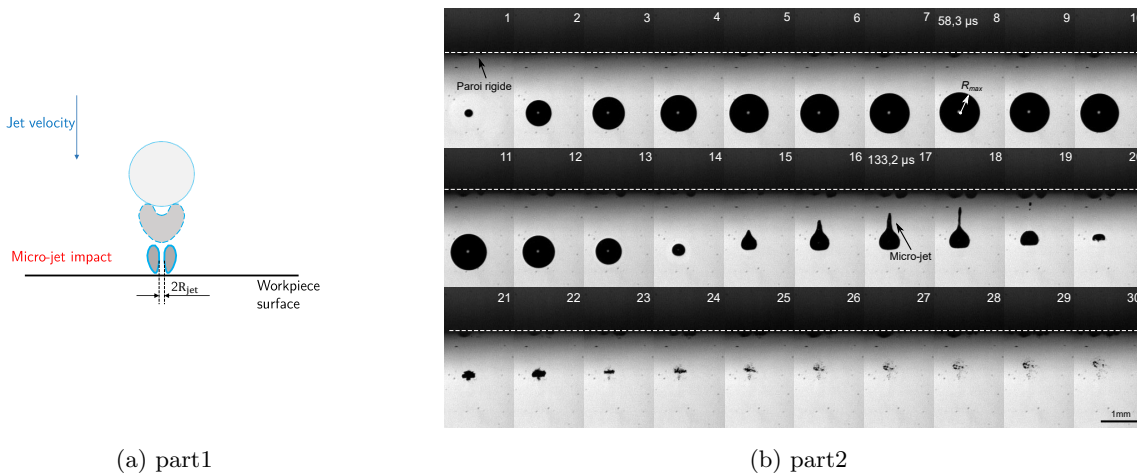


FIGURE 3.21 – Illustration du mécanisme de génération d’un micro-jet par une bulle de cavitation proche d’une paroi (3.21a) et évolution d’une bulle générée par focalisation laser proche d’une paroi solide ( $\gamma = 2,87$ ) (3.21b).



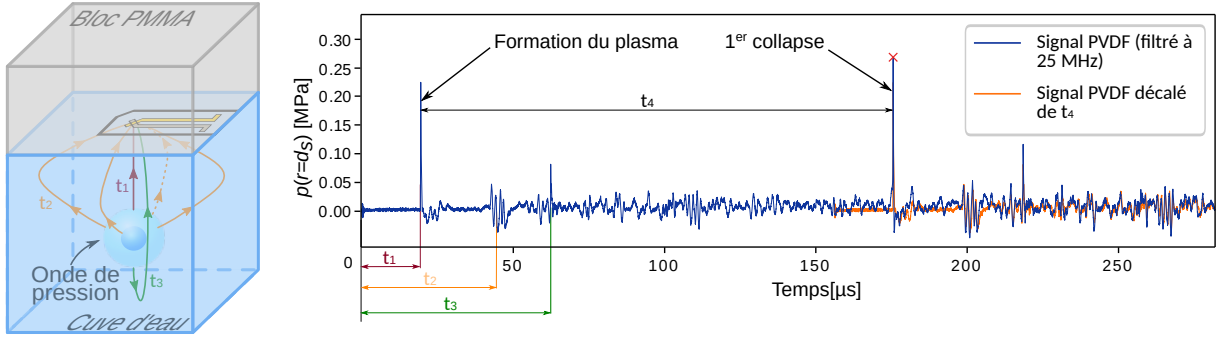


FIGURE 3.22 – Signal temporel de pression mesuré par capteur PVDF pour l’implosion d’une bulle située à grande distance d’une paroi solide ( $\gamma = 36,4$ ) et schématisation des trajectoires possibles de l’onde de pression d’après Han *et al.* [113].

### Mesure de pression et confrontation à un modèle analytique

Un signal typique mesuré par le capteur PVDF est représenté en Fig. 3.22 pour une distance  $\gamma = 36.4$ . Sur cette illustration le signal de tension mesuré aux bornes du capteur a été converti en pression connaissant les caractéristiques électriques du capteur et de la chaîne d’acquisition. Plusieurs éléments notables sont observables sur ce signal. A  $t = 0$ , déclenché par l’impulsion laser est visible avant filtrage l’onde électromagnétique résultant de la décharge du laser. Au temps  $t_1$  l’onde de choc générée par le plasma arrive au capteur par son chemin direct. Les réflexions de cette même onde sur les quatre parois latérales et sur le fond de la cuve arrivent au capteur respectivement aux temps  $t_2$  et  $t_3$  permettant au passage de quantifier précisément la position de la bulle au sein de la cuve. Autour de  $175 \mu\text{s}$  est observé l’impulsion de pression résultant du premier collapse de la bulle. De manière intéressante, bien que sans application directe dans le cadre de la compréhension du procédé, la totalité du signal observé au delà de  $t_1$  contient l’information mécanique des différentes réflexions d’ondes au sein de la cuve et se reproduit après chaque impulsion (voir le signal décalé d’un temps  $t_4$  sur la Fig. 3.22), montrant ainsi la très grande précision du capteur.

L’information d’importance pour la compréhension ici du phénomène est représentée par une croix rouge sur la Fig. 3.22 et correspond à la valeur maximum de pression issue du premier collapse. Cette grandeur est relevée sur chacune des mesures afin d’être confrontée au modèle décrit ci-après.

Le modèle utilisé ici pour déterminer l’évolution du rayon de la bulle est celui de Gilmore [106], qui permet de prendre en compte les effets de compressibilité et les effets non linéaires de variation de vitesse du son et d’enthalpie au sein du fluide. Il permet aussi de prendre en compte la phase de croissance de la bulle. L’expression du rayon de la bulle  $R$  en fonction du temps est donnée par :

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \left(1 - \frac{1}{3}\frac{\dot{R}}{c}\right) = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c}\right) H + \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) \frac{R\dot{H}}{c} \quad (3.21)$$

Dans ce modèle, la vitesse du son  $c$  et l’enthalpie  $H$  sont supposées dépendre de la pression



$p$  et sont donc ici supposées variables et données par les expressions :

$$c = c_{\infty} \left( \frac{p + B}{p_{\infty} + B} \right)^{\frac{n-1}{2n}} \quad (3.22)$$

et

$$H = \frac{n}{n-1} \left( \frac{p_{\infty} + B}{\rho} \right) \left[ \left( \frac{p + B}{p_{\infty} + B} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (3.23)$$

avec  $c_{\infty}$  la vitesse du son dans la fluide à l'infini. Le comportement de l'eau est toujours défini par l'équation de Tait de paramètres  $B$  et  $n$ . La pression dans le fluide environnant à une distance  $r$  du centre de la bulle est elle donnée par une approximation acoustique du second ordre :

$$p(r) = p_{\infty} + \rho_{\infty} \left( \frac{j}{r} - \frac{\dot{R}^2}{2} \right) + \frac{\rho_{\infty}}{2c_{\infty}^2} \left( \frac{j}{r} - \frac{\dot{R}^2}{2} \right)^2 \quad (3.24)$$

Où la valeur de la constante  $j$  est donnée par :

$$j = \frac{R\dot{R}^2}{2} + \frac{R(p - p_{\infty})}{\rho_{\infty}} \left( 1 - \frac{p_{\infty}}{2\rho_{\infty}c_{\infty}^2} \right) \quad (3.25)$$

Le calcul du modèle nécessite de renseigner le rayon et la pression initiaux de la bulle. Une borne inférieure du rayon initial est donnée par le calcul théorique du diamètre minimum du faisceau laser. L'observation du rayon du plasma sur certaines images (voir Fig. 3.20b), pour lesquelles le capteur sature localement, permet d'estimer une borne supérieure du rayon. Le modèle est alors appliqué pour différentes valeurs de rayon au sein de cet intervalle. Pour chaque valeur de rayon choisie, la pression initiale est estimée de manière itérative afin à reproduire le diamètre maximum de bulle observé expérimentalement. Une fois les conditions initiales définies, il est possible de calculer la pression maximale générée par l'onde de choc au niveau de la paroi et donc du capteur (sous l'hypothèse forte que le champ de pression n'est pas modifié par la présence de la paroi). Les résultats de ces simulations sont représentés en Fig. 3.23, la courbe bleu représentant le résultat à la borne supérieure sur  $R_0$  issue du calcul de diamètre du faisceau, l'orange celle issue de la borne supérieure. La courbe noire est la valeur de meilleure correspondance aux résultats expérimentaux, obtenue pour  $R_0 = 30 \mu\text{m}$ .

Les résultats expérimentaux obtenus pour plusieurs distances de bulle à la paroi sont eux représentés en rouge. Les barres d'erreurs intègrent notamment (voir [112, 113] pour une description exhaustive de l'estimation de ces incertitudes) :

- l'incertitude sur la capacité de la chaîne de mesure sur l'intégralité de la gamme de fréquence à considérer ;
- l'effet de courbure de l'onde de pression mesurée du fait de la distance entre le point de génération de l'onde et le capteur mais aussi de l'excentration du centre du capteur par rapport à la projection de ce point sur la surface de mesures, tous deux dus aux difficultés de positionnement des éléments ;
- l'incertitude sur la mesure du positionnement  $\gamma$  du centre de la bulle ;
- l'effet de propagation des ondes de pression au sein des différents matériaux (eau, *PVDF* et *PMMA*).

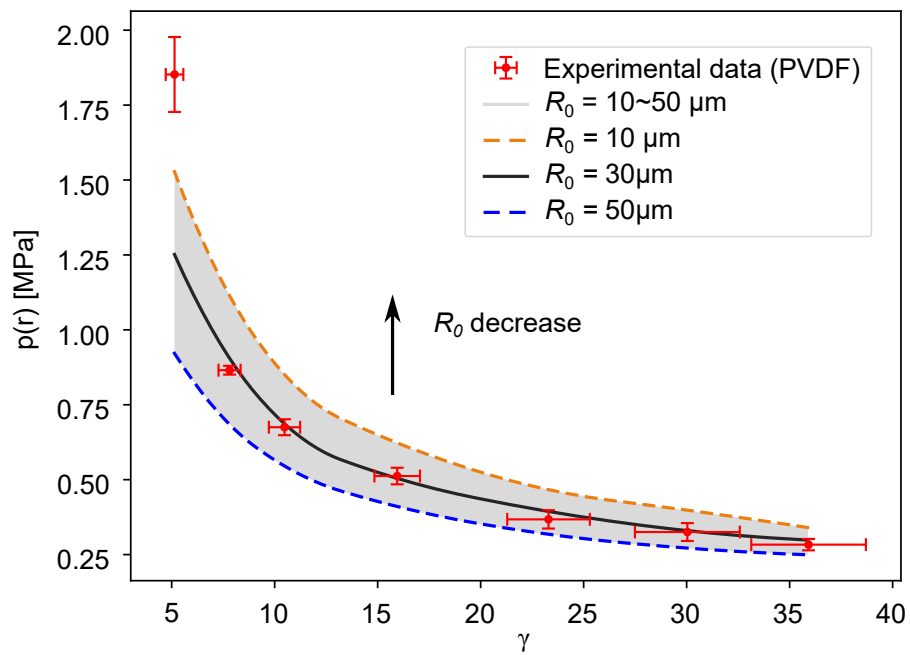


FIGURE 3.23 – Évolution de la pression maximale générée par l'implosion d'une unique de cavitation en fonction de la distance normalisée à la paroi solide  $\gamma$ . Confrontation des résultats expérimentaux avec incertitude (niveau de confiance 95%) mesurés par capteur PVDF et du modèle analytique de Gilmore avec différents rayons initiaux de bulle  $R_0$ . d'après Han *et al.* [113].

Une remarquable correspondance est ainsi obtenue entre les mesures réalisées et les résultats du modèle de prédiction pour les valeurs de  $\gamma$  pour lesquelles l'influence de la paroi solide est négligeable. Une mesure quantitative d'évènements d'implosion de bulle par les capteurs *PVDF* est ainsi possible ouvrant des perspectives pour l'estimation de la pression au sein du jet cavitant.

### 3.2.6 Une première modélisation du cavitation peening

En s'appuyant sur une partie des éléments présentés ci-dessus, une modélisation *complète* du procédé de cavitation peening a été proposée par Sonde *et al.* [237]. L'objectif est ici de proposer une méthode de prédiction des contraintes résiduelles du procédé à partir des paramètres d'entrée de celui-ci. Pour valider l'approche proposée, les résultats simulés seront confrontés à ceux de Klumppa *et al.* [137] qui ont réalisé sur une pièce en alliage AISI4140 un traitement de cavitation peening, supposément uniforme sur la surface de la pièce, menant à un profil de contraintes résiduelles de compression sur une épaisseur d'environ 400  $\mu\text{m}$  avec une contrainte de compression en surface égale à  $\approx 650$  MPa.

La méthodologie proposée est présentée en Fig. 3.24. Dans un premier temps, à partir des paramètres procédés appliqués expérimentalement, une simulation *CFD* du jet est réalisée. Il est à noter ici que les simulations réalisées par Emmanuel Sonde ont été réalisées avant celles présentées en Sec. 3.2.4.2. Le modèle de buse est ici plus simple avec un diamètre minimum de 2 mm. Dans ces conditions, il a tout de même été possible d'obtenir une distribution de fraction volumique de vapeur supposée dans les conditions du procédé.

Les modèles d'implosion de bulle présentés en Sec. 3.2.5 ont ensuite été utilisés pour déterminer la pression maximale  $p_{max}$  obtenue dans les conditions opératoires ici étudiées.

La difficulté suivante consiste à relier la fraction volumique de vapeur à la pression d'impact. Des observations expérimentales ont notamment été effectuées par Takakuwa *et al.* [253] corrélant l'intensité de cavitation, c'est à dire une certaine image de l'agressivité du procédé sur la surface, au niveau de gris observé sur une surface traitée. Les profils ainsi obtenus, axi-symétriques présentent une forme en « M » typique avec deux maxima symétriques de part et d'autre d'un minimum observé au centre du jet. Cette distribution se retrouve aussi sur le profil surfacique de contraintes résiduelles mesuré par les auteurs lors du traitement ponctuel obtenu sans déplacement du jet. Cette distribution se retrouvant aussi dans les simulations du jet réalisées pour cette géométrie de buse, il a été postulé que la distribution radiale du champ de pression généré par le jet était proportionnelle à la fraction volumique de vapeur  $\alpha_v$  simulée. Un facteur de correction  $F$ , fonction positive, bijective et croissante de  $\alpha_v$  est appliqué à la pression maximale issue des modèles analytiques pour déterminer la distribution spatiale de pression. Différentes fonctions ont été testées, nécessitant des données expérimentales plus fouillées pour être discriminées. Les résultats issus de la plus simple, décrite ci-après sont ici utilisés. La distribution temporelle du champ de pression général  $p(r, t)$  est supposée suivre celle d'un bulle simple. Cette modélisation revient en quelque sorte à considérer que sur la durée du traitement, chaque point de la surface verra *au moins* un évènement dans les conditions idéales, c'est à dire une impulsion de pression maximale (distance à la paroi lors de l'implosion et rayon de bulles idéaux) compte tenu de la fraction volumique de vapeur en ce point; et que l'effet d'impacts successifs en un même point est négligeable, ce qui est raisonnable pour un matériau subissant un écrouissage isotrope et si le nombre d'impact est trop faible pour commencer à générer un endommagement de surface.

$$p(r, t) = F(\alpha_v(r)) \times p_{max}(t) = \frac{\alpha_v(r)}{max(\alpha_v)} p_{max}(t) \quad (3.26)$$

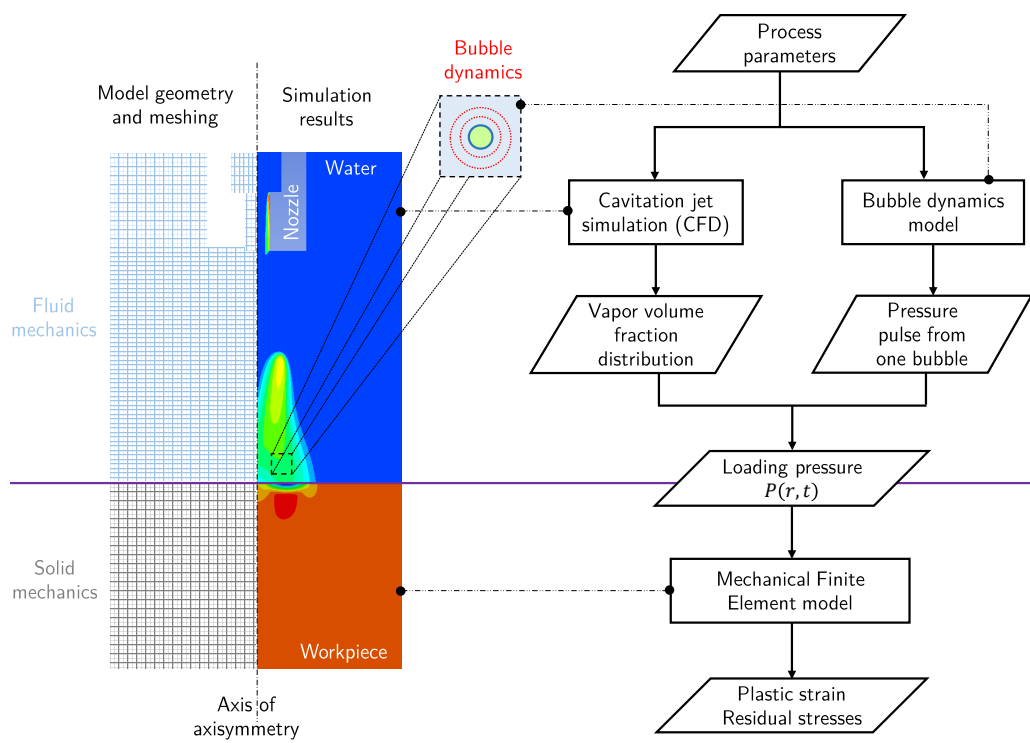


FIGURE 3.24 – Organigramme des étapes de modélisation du procédé de *cavitation peening*.

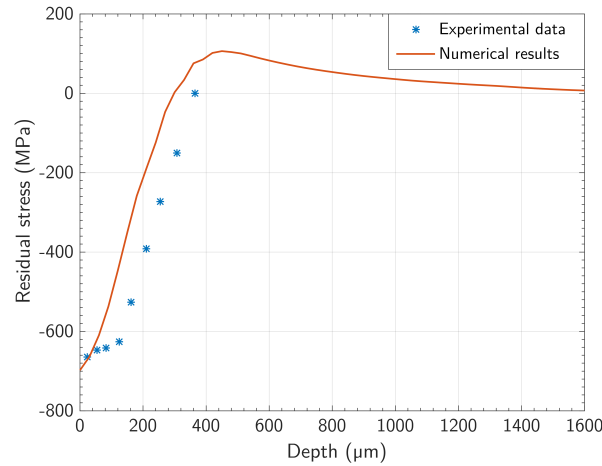


FIGURE 3.25 – Comparaison du profil de contraintes résiduelles simulé par la méthodologie ici présentée et des résultats expérimentaux de Klumppa *et al.* [137] d'après Sonde *et al.* [237].

Cette distribution de pression est enfin appliquée en surface d'un modèle solide de la pièce traitée, de dimensions semi-infinies, réalisé en 2D axisymétrique sous le logiciel ABAQUS/EXPLICIT. Un maillage structuré d'éléments CAX4R de taille maximale égale à  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$  a été adopté et une loi de comportement élastoplastique isotrope reproduisant la courbe d'érouissage de l'alliage considéré est utilisée. Le profil de contraintes résiduelles issu de cette simulation, pris au niveau du maximum de contrainte en surface (qui n'est pas localisé au centre de l'impact du jet comme indiqué précédemment) pour être représentatif du traitement uniforme réalisé par Klumpp *et al.* est représenté sur la Fig. 3.25 avec les résultats expérimentaux de la littérature.

Un bon accord est obtenu entre les deux jeux de résultats, tant sur la valeur de contrainte résiduelle en surface que sur leur évolution dans la profondeur. Compte tenu des nombreuses incertitudes sur les conditions opératoires du procédé, le comportement des matériaux et les hypothèses du modèle, cet accord est encourageant et montre que le modèle proposé, s'il est encore très simplifié, permet déjà de reproduire les ordres de grandeur des effets du procédé dans les conditions supposées optimales.

### 3.2.7 Water Cavitation Peening : conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans cette partie présentent donc une méthodologie d'étude du procédé de cavitation peening et de prédiction des contraintes résiduelles qui en découlent. L'objectif des travaux conduits, notamment dans le cadre des thèses de Sonde [236] puis Han [112] est de s'intéresser aux étapes intermédiaires du procédé, à savoir la formation du jet cavitant, des bulles et poches de vapeur, leur implosion et les ondes de pression qui en découlent. Dans ce cadre un dispositif expérimental, *OCCaPee*, a été développé qui permet de reproduire et d'observer les phénomènes dans des conditions représentatives du procédé. Des observations, classiques dans la littérature, du jet cavitant ont pu être réalisées par caméra rapide, permettant de déterminer les principales caractéristiques morphologiques du jet généré par le dispositif. Ces observations ont pu être confrontées à des résultats de simulation numérique du jet cavitant. Il a été montré que la simulation de ce type d'écoulement est complexe, notamment pour la géométrie de buse ici utilisée. Néanmoins, un modèle est actuellement disponible permettant de reproduire les principales caractéristiques du jet.

Sur la dynamique des bulles simples, l'utilisation de plusieurs modèles a permis de mettre en exergue plusieurs paramètres importants du procédé au stade de la génération de l'onde de pression et de conforter plusieurs hypothèses sur le comportement du procédé, notamment la prédominance de l'onde de pression générée par l'implosion des poches sur l'effet de microjet obtenu près des parois. La confrontation de résultats d'un de ces modèles à des mesures de pression par capteur *PVDF* a montré l'intérêt de cette technologie et sa faisabilité pour des mesures quantitatives de pression dans le cadre du *cavitation peening*.

Enfin, ces briques de modèles ont pu être assemblées pour proposer une première modélisation « complète » du procédé donc les premiers résultats de comparaison à la littérature sont encourageants [236] reproduisant, sous un certain nombre d'hypothèses simplificatrices sur le déroulement « optimal » du procédé, avec succès un profil de contraintes résiduelles obtenu expérimentalement.

Les perspectives autour de ces travaux sont nombreuses. Elles peuvent s'articuler autour de trois axes.

### Observations expérimentales

Le développement du dispositif *OCCaPee* permet de reproduire les conditions expérimentales du procédé. Afin d'enrichir les modèles et la compréhension de la physique induite, des mesures de PIV (*Particule image Velocimetry*) ont été réalisées pour mesurer les vitesses d'écoulement dans le jet, leur corrélation aux modèles de simulation permettra de renforcer la validation de ceux-ci.

L'utilisation des capteurs *PVDF* est prometteuse pour mesurer les pressions générées par le jet cavitant. L'interprétation de mesures réalisées au sein du jet reste un défi. En effet, le jet soumet le capteur à une sollicitation continue, sans possibilité évidente de définition d'un état de référence et les positions des bulles ou poches au moment de leur implosion ne sont pas connues ce qui complexifie une interprétation unitaire des signaux de pression vus. Le travail en cours se borne pour le moment à une interprétation fréquentielle et en valeur moyenne des signaux.

Enfin, il serait intéressant par observation visuelle de pouvoir quantifier les proportions et les effets mécaniques induits des poches et bulles de vapeur. En effet, les observations montrent au sein du jet la présence de poches de vapeur de taille conséquente, dont le comportement peut différer nettement de celui d'une bulle seule. Cet aspect nécessite une meilleure compréhension pour comprendre le fonctionnement du procédé et le lien entre le jet cavitant et la pression générée. De plus plusieurs travaux [88, 89] de la littérature s'intéressent aux interactions entre bulles de cavitation et effets de cascades qui s'avèreront peut-être nécessaire à une bonne compréhension de la physique du procédé.

### Modélisation du procédé

La modélisation du procédé engagée dans ces travaux permet *a priori* une bonne estimation de l'état de contrainte induit par le procédé lorsque celui-ci est utilisé dans les conditions optimales et maîtrisées. L'objectif à long terme serait donc de généraliser cette capacité de prédiction. Deux verrous forts me semblent exister. Le premier est celui de la modélisation du jet cavitant qui est encore loin d'être prédictive et est aujourd'hui reproductive. Une maîtrise prédictive des conditions de fonctionnement du procédé passerait par des simulations maîtrisées du jet cavitant ce qui est encore aujourd'hui un défi d'ampleur et nécessite le travail d'experts en simulation de mécanique des fluides. Toutefois ce point n'est pas un verrou à l'utilisation du procédé ou même à la prédiction des contraintes résiduelles qu'il génère.

Le second point d'ampleur est celui de l'état de cavitation (distribution, forme des bulles

et/ou poches de vapeur) et de la pression qu'il génère. Déjà évoqué du point de vue expérimental, cet élément est très complexe et intéressant à étudier. Un modèle de comportement moyen, déjà plus proche de la physique réelle que ne l'est le modèle d'une bulle seule serait un progrès dans la chaîne de modélisation.

Enfin, un dernier point à questionner, même s'il ne présentera a priori pas de difficulté de modélisation est celui des vitesses de sollicitation sur la matériau pour la simulation de la déformation plastique. Il serait intéressant d'étudier plus en détail les vitesses de déformation vues par la surface traitée et de les analyser.

### **Applications du procédé**

Enfin le dernier point est celui de la maîtrise du procédé lui-même. Ces éléments ont beaucoup été étudiés par l'équipe de Soyama. Sur le dispositif développé dans ces travaux, deux éléments sont aujourd'hui bloquants à son utilisation dans un cadre de traitement de pièces. D'abord les buses utilisées sont de petit diamètre ( $\approx 0,3$  mm) ce qui limite la profondeur de traitement. Il serait intéressant à court terme d'augmenter ce diamètre de buse afin d'augmenter les profondeurs traitées. Ceci nécessitera une augmentation des capacités de la pompe utilisée pour tenir le débit nécessaire aux pressions de traitement.

Le second point bloquant est celui de la manipulation en rotation de la pièce traitée, permettant de traiter des surfaces non planes (typiquement des cylindres). Ce point est actuellement en cours de développement et permettra une utilisation plus générique du dispositif.

Il sera enfin intéressant de s'intéresser aux temps de traitement et à leur maîtrise, notamment pour faire la distinction entre les régimes de traitement de surface (plutôt courts mais sans effet visible net sur la pièce) et d'érosion (faciles à visualiser mais à éviter en conditions opératoires).

La question de l'effet du procédé sur la tenue en fatigue et en corrosion des pièces traitées est aussi d'importance et sera abordée en conclusion générale.

### 3.3 Vers le développement de l'*Electro-Magnetic Peening*

#### 3.3.1 Un procédé nouveau à étudier

Il a été présenté que plusieurs inconvénients du grenailage classique découlent du contact entre les billes et la pièce traitée. L'idée proposée ici est d'utiliser un autre moyen de transmission d'effort qui est l'utilisation d'impulsions électromagnétiques. Cette idée n'est pas mise en oeuvre industriellement à ce jour pour la mise en compression et ne semble pas avoir fait l'objet d'études à l'exception notable d'un brevet [80]. L'utilisation d'impulsions électromagnétiques est courante pour la mise en forme [105, 215] cadre dans lequel des modèles de simulation ont été proposés, voir par exemple [221, 254].

Le principe de la mise en compression par impulsions électromagnétiques consiste à générer un puissant champ magnétique transitoire en délivrant une impulsion de courant à travers un inducteur placé à proximité d'une pièce conductrice. Le phénomène d'induction magnétique va alors générer des courants de Foucault qui donneront naissance à une sollicitation mécanique par le biais de forces de Laplace. Si le courant induit est suffisamment fort, ces forces peuvent être suffisantes pour générer une déformation plastique et donc des contraintes résiduelles. De par son principe, ce procédé présenterait un certain nombre d'avantages :

- une réalisation sans contact avec la pièce, donc une faible modification de l'état de surface et une absence de risque de pollution de celle-ci
- un contrôle aisé par le pilotage des caractéristiques du courant (intensité et pseudo-fréquence) associé à des méthodes de modélisation déjà maîtrisées dans le cadre du formage électromagnétique
- une profondeur de traitement potentiellement importante, liée à l'épaisseur de peau et donc aux caractéristiques électromagnétiques du matériau traité.

Des travaux ont donc été entrepris, dans le cadre de la thèse d'Emmanuel Sonde [236] pour développer un modèle de simulation du procédé afin d'explorer la faisabilité de la mise en compression électromagnétique. Ce modèle est présenté et validé en détail dans [238] et présente quelques relations intéressantes entre paramètres d'entrée et résultats du procédé, montrant par ce biais les possibilités de pilotage. En s'appuyant sur ce modèle et dans le cadre du projet Carnot Ingénierie@Lyon *EMP* un travail de dimensionnement a été entrepris pour définir des conditions opératoires réalistes du procédé et réaliser un dispositif expérimental pouvant permettre de générer les impulsions de courant nécessaires et tester la faisabilité du procédé. Ces travaux ont été l'objet de la thèse d'Aurélien Chazottes-Leconte [62]. Cette partie présentera donc rapidement le modèle numérique et un cas typique de simulation permettant de mettre en exergue l'intérêt du procédé. Sera ensuite présenté le dispositif expérimental *EMP* développé. Ces travaux ont permis de mettre en avant une difficulté expérimentale de premier ordre qui est la tenue mécanique de l'inducteur. Celui-ci est en effet soumis à des efforts mécaniques importants et cela est une limitation forte à la mise en oeuvre du procédé. Ces travaux ont été poursuivis expérimentalement, dans le cadre de la thèse de Loup Plantevin et numériquement, avec celle de Komlavi Mawuli Senyo, toutes deux en cours et dont les résultats ne seront donc pas présentés ici.

#### 3.3.2 Modélisation de l'effet mécanique d'une impulsion électromagnétique

##### 3.3.2.1 Formulation du modèle

Soit donc considéré un circuit RLC en série, de résistance  $R$ , d'inductance équivalente  $L$  et de capacité totale  $C$ . Sous une tension de charge  $U$ , l'énergie stockée au sein du ou des condensateurs



$E = CU^2/2$ . A la décharge des condensateurs, l'évolution du courant dans le circuit suit une oscillation sinusoïdale amortie dont le comportement peut approximativement être décrit par [215] :

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + \frac{1}{C} \int I(t) dt = 0 \quad (3.27)$$

avec les conditions initiales  $I(0) = 0$  et  $L \frac{dI}{dt}(0) = U$  est obtenue l'expression du courant électrique en fonction du temps :

$$I(t) = I_m \exp(-\zeta t) \sin(\omega t) \quad (3.28)$$

$$\zeta = \frac{R}{2L} \quad \omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \zeta^2} \quad I_m = \frac{U}{\omega L}$$

La forme du courant appliquée au circuit est ainsi facilement connue. Dans le cadre de la simulation du procédé, seule la première demi-période sera modélisée. En effet, du fait de l'amortissement du courant dans le circuit, les périodes ultérieures seront de plus faible amplitude et ne généreront pas d'effet mécanique significatif supplémentaire. Cette forme de courant est donc utilisée comme donnée d'entrée du courant passant à travers un inducteur. Une simulation électromagnétomécanique est donc réalisée sur le logiciel *Sysweld*. Le modèle est axisymétrique et représenté en Fig. 3.26a. L'inducteur est constitué de 3 spires concentriques en cuivre. L'inducteur est placé à faible distance d'une surface, de dimensions suffisamment grandes devant celles de l'inducteur pour que la pièce puisse être considérée comme semi-infinie. La pièce est ici supposée constituée d'*AA6061* à l'état T6. Les différents paramètres du modèles sont indiqués en Tab. 3.1.

Les équations permettant de prendre en compte les phénomènes électromagnétiques sont les équations de Maxwell. Dans le cas du procédé *EMP* la fréquence du courant étant inférieur  $1 \times 10^{12}$  Hz, le courant de déplacement peut être négligé [222] et les équations électromagnétiques sont données par :

— l'équation de Maxwell-Ampère

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.29)$$

— l'équation de Maxwell-Faraday qui traduit le phénomène d'induction électromagnétique

$$\nabla \wedge \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad (3.30)$$

— et l'équation de Maxwell-Thomson qui rend compte de la conservation du flux magnétique :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.31)$$

où  $\mathbf{H}$  est le champ magnétique,  $\mathbf{B}$  est l'induction magnétique ou vecteur de densité de flux magnétique,  $\mathbf{E}$  le champ électrique et  $\mathbf{J}$  est la densité de courant. Ces grandeurs sont reliées par la loi de magnétisation :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.32)$$

et la loi d'Ohm :

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (3.33)$$

où  $\mu$  est la perméabilité magnétique du matériau et  $\gamma$  la conductivité électrique du matériau. Dans le cas de matériau non ferromagnétiques considéré ici, celle-ci est constante et égale à celle du vide  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{T m A}^{-1}$ .

L'étude magnétodynamique est faite à l'aide d'une formulation en potentiel magnétique vecteur. Le potentiel magnétique vecteur  $\mathbf{A}$  est introduit tel que son rotationnel  $\nabla \wedge \mathbf{A} = \mathbf{B}$  au gradient d'une fonction scalaire près. L'unicité de  $\mathbf{A}$  est assurée par la condition de jauge de Coulomb :  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ . L'Éq. (3.30) donne alors :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (3.34)$$

et :

$$\mathbf{J} = -\gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \gamma \nabla V \quad (3.35)$$

où  $V$  est le potentiel électrique scalaire. Cette dernière équation découle de l'Éq. (3.29) et de la conservation de la densité de courant qui garantit son unicité :  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ . Enfin  $\mathbf{A}$  peut-être obtenu à partir de l'équation suivante, associé à la condition de jauge et la conservation de la densité de courant :

$$\nabla \wedge \left( \frac{1}{\mu} \nabla \wedge \mathbf{A} \right) + \gamma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\gamma \nabla V \quad (3.36)$$

Le terme  $\mathbf{J}_0 = -\gamma \nabla V$  peut être considéré comme la densité de courant source appliqué à la pièce et est donc nul dans la pièce traitée et dans l'air. Le calcul du potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  permet de déterminer la densité de courant  $\mathbf{J}$  et la densité de flux magnétique  $\mathbf{B}$ , permettant enfin de calculer les forces Laplace  $\mathbf{F} = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B}$ .

Dans le cas d'un problème axisymétrique  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{J}$  ont une seule composante non nulle et ne dépendent que des coordonnées d'espace dans le plan considéré :  $\mathbf{A} = a(r, z) \mathbf{e}_\theta$  et  $\mathbf{J} = j(r, z) \mathbf{e}_\theta$  dans le repère vectoriel  $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z)$  représenté Fig. 3.26a. La densité de force de Laplace  $\mathbf{J} = f_r \mathbf{e}_r + f_z \mathbf{e}_z$  est alors obtenue et servira de données d'entrée au calcul mécanique avec :

$$f_r = j b_z \quad (3.37)$$

$$f_z = -j b_r \quad (3.38)$$

où  $j$  est la densité de courants induits circonférentielle et  $b_r$  et  $b_z$  les amplitudes axiales et radiales du champ magnétique  $\mathbf{B}$ .

Le calcul nécessite de considérer l'air environnant même s'il est non conducteur. Pour réduire le nombre de degrés de liberté, ceci est réalisé en couplant une approche par éléments frontières dans ce domaine à une approche éléments finis classiques pour les media conducteurs, tel qu'appliqué par Bergheau et Conraux [26].

Le calcul mécanique est aussi réalisé sous *Sysweld* en configuration axisymétrique. L'utilisation du même logiciel permet de conserver le maillage pour les deux simulations et de simplifier le processus de couplage. Pour les simulations présentées ici, la déformation mécanique de l'inducteur n'est pas considérée de même que les problématiques d'échauffement dans l'inducteur et la pièce. La première hypothèse est forte dans la mesure où les forces de Laplace conséquentes peuvent induire une forte déformation de l'inducteur et donc une modification des géométries et positions relatives avec la pièce ce qui a un impact du premier ordre sur la distribution de champ

<b>Inducteur</b>	
Forme	Spirale
Matériau	Cuivre
Conductivité électrique	58 MS m <sup>-1</sup>
Nombre de spires	3
Section d'une spire	1 × 4mm <sup>2</sup>
Diamètre interne	7,5 mm
Inductance propre	194 nH
<b>Paramètres du système électrique</b>	
Intensité maximale	160 kA
Pseudo-fréquence du courant	35 kHz
<b>Propriétés de la pièce</b>	
Matériau	
Épaisseur	mm
Distance pièce-inducteur	1 mm
Conductivité électrique	25 MS m <sup>-1</sup>
Module de Young	70 GPa
Limite élastique	280 MPa
Loi d'écrouissage isotrope	d'après [164]

Tableau 3.1 – Paramètres du modèle de simulation du procédé EMP

magnétique. Cela revient ici à considérer que l'inducteur est contenu dans une matrice empêchant sa déformation. La seconde hypothèse par contre est plus raisonnable avec les matériaux peu résistifs que sont ici le cuivre et l'aluminium qui constituent respectivement l'inducteur et la pièce.

### 3.3.2.2 Résultat d'une impulsion typique

Les résultats de cette simulation caractéristique sont donc présentés en Fig. 3.26. L'impulsion de courant utilisée en donnée d'entrée, contenant seulement la première demi-période est donnée Fig. 3.26b, avec un pic de courant de 160 kA atteint au bout de 4  $\mu$ s. Les résultats de déformation plastique cumulée et de contrainte résiduelle moyenne (premier invariant, normalisé par la limite d'élasticité initiale du matériau) sont représentés en fonction de la profondeur, pris au droit de l'inducteur (voir Fig. 3.26a).

Les résultats obtenus montrent l'intérêt particulier du procédé. La déformation plastique cumulée atteint 1,8 % autour de 2,5 mm de profondeur et s'étend jusqu'à 20 mm de profondeur. Le champ de contrainte résiduelle montre lui un état de compression sur une grande profondeur, jusqu'à environ 19 mm de profondeur soit près de dix fois plus que pour les procédés conventionnels. Le niveau de contrainte atteint, notamment lié à la courbe d'écrouissage du matériau simulé, est ici d'environ 25 % de la limite d'élasticité initiale. Sur un tir unique, la déformation plastique, concentrée en faible profondeur, implique un champ de contrainte en traction en toute surface, par équilibrage. A noter que ceci s'observe aussi dans le cas de l'impact seul d'une sphère. Une application pratique visant à introduire des contraintes résiduelles de compression en surface nécessitera la réalisation de plusieurs impact avec une distribution à étudier.

Ces résultats de simulation montrent donc l'intérêt fort et principal du procédé *EMP* : la possibilité d'introduire des déformations plastiques et contraintes résiduelles, sans contact, en

très grande profondeur.

Un bilan énergétique a été réalisé à partir de ces résultats de simulation (Fig. 3.26e). Partant de l'énergie stockée dans les condensateurs initialement, une première partie de cette énergie est perdue dans les différents éléments conducteurs et branchements du système électrique et sera donc dépendante du circuit effectivement utilisé. La seconde partie de l'énergie, bien connue, est celle transférée effectivement à l'inducteur, une partie sera perdue par effet Joule dans l'inducteur, le reste est transmis à la pièce, cette dernière énergie est de l'ordre de 464 J dans le cas étudié ici. Cette énergie apportée à la pièce se décompose finalement en énergie cinétique, en une partie dissipée par effet Joule dans la pièce, ici encore assez faible du fait de la faible résistivité de l'aluminium et de l'énergie de déformation qui est l'énergie utile du procédé. Cette dernière composante représente ici 92 % de l'énergie apportée à la pièce. Par contre, rapporté à l'énergie initialement stockée dans les condensateurs, de l'ordre de 12 kJ le rendement total du procédé apparaît relativement faible, de l'ordre de 3,6 %.

### 3.3.3 Un premier dispositif de mise en compression par impulsions électromagnétiques

Sur la base de résultats de simulation du modèle présenté ci-avant, un dispositif expérimental a donc été conçu et réalisé. Les principales contraintes intégrées sont :

- être capable de générer des impulsions de courant suffisantes pour traiter des matériaux mécaniques « courants »
- limiter l'inductance globale du circuit pour ne pas avoir une pseudo-fréquence trop faible et ainsi limiter la vitesse de montée du courant qui est un des principaux facteurs limitants pour les composants électriques
- limiter les distances entre spires et entre l'inducteur et la pièce pour éviter le claquage du fait des fortes tensions impliquées

Le dispositif est présenté en Fig. 3.27. L'inducteur est donc constitué de 3 spires concentriques en cuivre, il est contenu dans une matrice d'époxy contenue dans un blindage en acier. Avec cette géométrie et sous un courant pic de 200 kA le champ magnétique maximum généré atteint 40 T. La tenue mécanique de cet inducteur sous charge est la principale problématique de fonctionnement du dispositif.

Le stockage de l'énergie est réalisé par 24 condensateurs au polypropylène métallisé de capacité unitaire 2,6  $\mu\text{F}$  et de tension nominale 20 kV visibles en Fig. 3.27b. Ils sont montés en parallèle sur une structure conçue de sorte que l'impédance vue par chacun des condensateurs soit similaire et qu'ainsi chaque condensateur soit sollicité de manière identique lors d'une décharge. Le courant total maximal délivré par le dispositif sera donc de l'ordre de 200 kA avec une pseudo fréquence de 32,2 kHz.

Les connectiques entre les éléments sont réalisées par des bus barres, la résistance et l'inductance parasites du montage sont de l'ordre de  $R_p = 20 \text{ m}\Omega$  et  $L_p = 250 \text{ nH}$  ce qui mène pour le système complet à un coefficient d'amortissement  $\xi \approx 0.15$ .

Le dernier élément important du dispositif est l'éclateur. En effet, compte tenu des niveaux de taux de courant ici atteints, il s'agit d'une technologie adaptée pour réaliser l'interrupteur du circuit. Celui-ci est constitué de deux cylindres en cuivre, dont l'espacement sera réglé en fonction de la tension de claquage et donc de fermeture du système souhaitée. Un système de diodes d'équilibrage permet de limiter le courant de retour dans le système et ainsi augmenter la durée de vie des composants.

Une sonde haute tension et une sonde rogowsky permettent de mesurer l'évolution du courant et de la tension au cours d'une décharge. Plusieurs dispositifs de sécurité complètent le système. Deux systèmes de protection assurent en cas de besoin la décharge du système et l'ensemble est

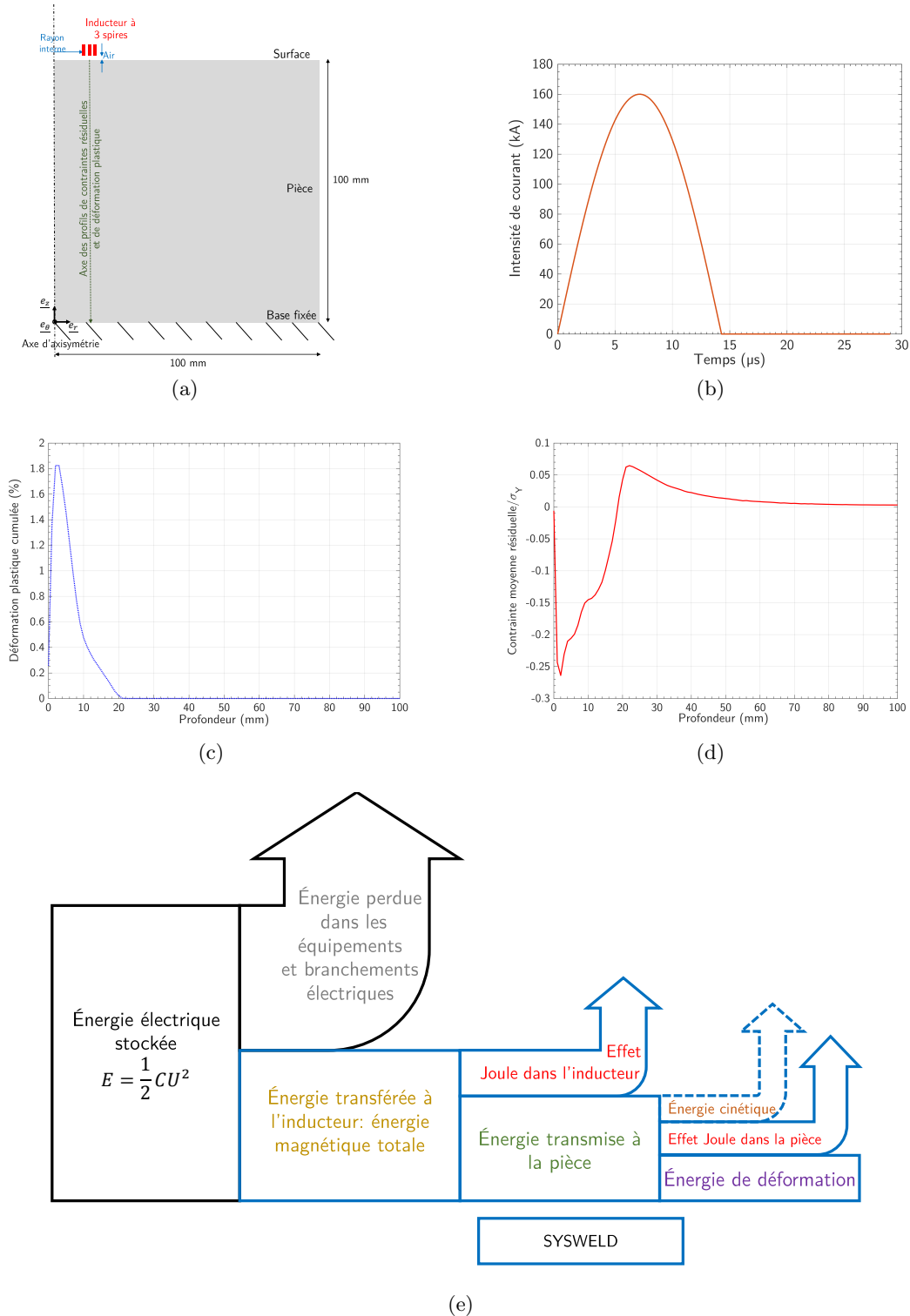
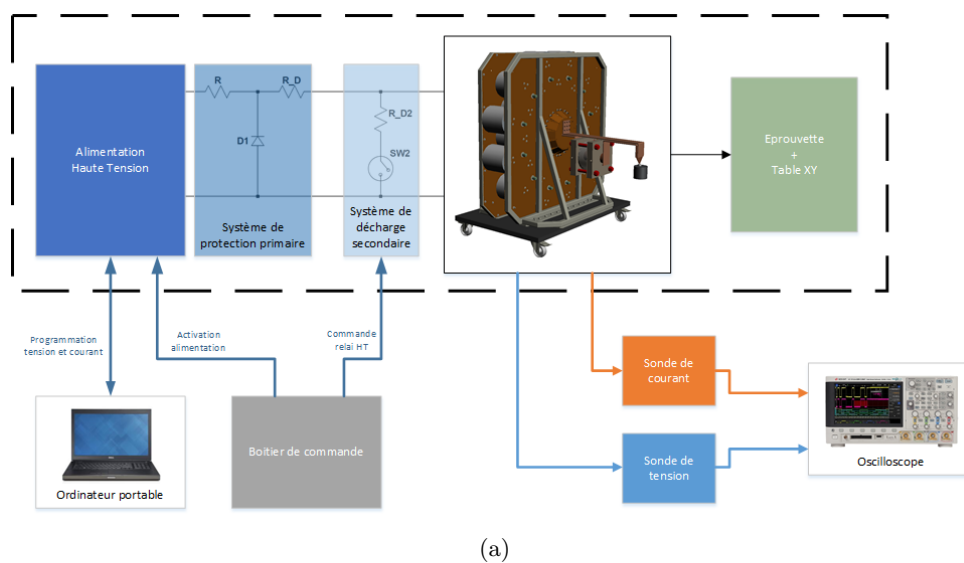
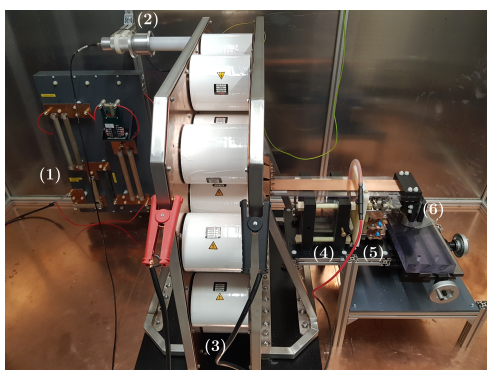


FIGURE 3.26 – Simulation du procédé de mise en compression par impulsions électromagnétiques : représentation schématique de la géométrie du modèle (3.26a), profil de courant imposé ( $I_{max} = 160 \text{ kA}$  et  $\tilde{f} = 35 \text{ kHz}$ ) (3.26b), profil de déformation plastique cumulée en profondeur (3.26c) et de contrainte résiduelle moyenne (3.26d) dans la profondeur pris au droit de l'inducteur et bilan énergétique du procédé (3.26e) d'après Sonde [236]

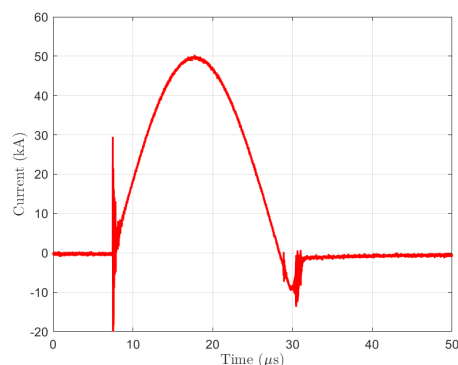
placé dans une cage de Faraday.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.27 – Présentation du prototype *EMP* de mise en compression de surface par impulsions électromagnétiques : schéma de principe (3.27a), photo du dispositif(3.27b) : (1) panneau électrique de protection du banc et de l'alimentation, (2) sonde haute tension, (3) banc de condensateurs, (4) éclateur, (5) support de diodes, (6) inducteur ; et exemple de courbe de courant obtenue pour une charge de condensateurs de 5,7 kV (3.27c) d'après Chazottes-Leconte [62]

La Fig. 3.27c présente une impulsion de courant réalisée sur le dispositif sous une tension de charge de 5,7 kV correspondant à un courant maximum de 50 kA. Ceci montre la capacité du dispositif à réaliser les impulsions de courant nécessaires à la mise en compression par impulsions électromagnétiques.

### 3.3.4 *Electro-Magnetic Peening* : conclusions et perspectives

Les travaux réalisés ici ont donc consisté à développer un modèle numérique permettant de prédire, en configuration axisymétrique, les contraintes résiduelles générées dans un massif

semi-infini par une impulsion de courant donnée à travers un inducteur de géométrie définie. Ce modèle a pu être utilisé pour identifier une géométrie d'inducteur et un profil de courant pouvant permettre de mettre en compression des métaux d'application mécanique courante. Les résultats de simulation montrent l'intérêt fort que présenterait cette technologie en termes de niveau mais surtout de profondeur de contrainte résiduelle de compression.

Sur la base de ces travaux, un dispositif expérimental permettant de réaliser les impulsions de courant correspondantes a été conçu et réalisé.

Les perspectives entourant ces travaux sont nombreuses. Les premiers essais ont montré plusieurs difficultés expérimentales liées aux très forts courants traversant les éléments constitutifs du circuit. Le point le plus critique est la tenue mécanique des inducteurs, qui sont souvent dégradés voire détruits lors d'impulsions à fort niveau de courant. Le développement de géométrie et blindage d'inducteurs résistants aux charges suffisantes pour mettre en compression le matériau est un défi en passe d'être surmonté. Un second point, plus secondaire, est lié à la suppression des demi-périodes non utiles de courant, qui impliquent une usure prématurée des composants et un échauffement supplémentaire dans la pièce et l'inducteur.

Cette perspective levée, le travail consistera à observer les déformations plastiques et contraintes résiduelles générées par le procédé et ainsi à valider expérimentalement l'intérêt de cette technique et les résultats des modèles numériques. Des résultats encourageants ayant été obtenus à ce jour, ils permettent d'envisager le développement de cette technologie.

Du point de vue de la modélisation, le développement de modèle tridimensionnels est envisagé pour pouvoir modéliser d'une part des distributions d'impacts multiples et donc des traitements de surfaces complètes et d'autre part des géométries d'inducteurs non axisymétriques. Ceci permettra la mise en place de stratégies de traitement de surface.

# Conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans ce mémoire sont donc une synthèse de mes recherches réalisées au sein du Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures depuis la fin de ma thèse. Une part importante de ces travaux a été réalisée en partenariat avec des collègues de laboratoires du campus de la Doua : Matéis, le LMFA et Ampère et plus récemment avec le GC2D de l'université de Limoges et le LTDS dans sa composante située à l'ENI de Saint-Etienne.

Ces travaux s'articulent autour de trois axes thématiques différents mais avec des points communs : un travail essentiellement de modélisation numérique, avec le développement d'outils maison pérennes (en contact et en précipitation) et des liens partenariaux forts avec le monde académique et industriel. Le maintien du lien avec l'expérimental est un élément aussi important de mes travaux, et de manière plus large du laboratoire dans lequel j'évolue. L'échange avec des collègues plus spécialisés en expérimentation et caractérisation, dans mes travaux sur la métallurgie et les procédés a été et reste un marqueur fort. Dans mes travaux sur les procédés de mise en compression, la part d'expérimental à laquelle je prend directement part a été plus importante, avec une implication directe dans la conception et le développement de dispositifs expérimentaux, leur mise en oeuvre pour atteindre aujourd'hui une part équilibrée entre modélisation et expérimentation.

Les outils sur lesquels j'ai l'occasion de travailler, *Isaac* et *PreciSo* sont en effet des outils versionnés, développés en continuité sur plusieurs thèses, dont la non-régression est contrôlée par le développement et le maintien de cas tests. Cela permet à la fois une plus grande richesse et facilité d'utilisation sur le long terme et renforce les liens entre les différents travaux dont les développements bénéficient mutuellement aux autres. Ces outils présentent tous deux un avantage commun qui est leur rapidité d'exécution. Ceci mène à leur applicabilité sur des cas industriels et au questionnement permanent entre la qualité de modélisation recherchée en regard du temps de calcul. Mes travaux impliquent aussi l'utilisation régulière d'outils numériques commerciaux, que ce soit pour validation et comparaison des avantages en vitesse d'exécution soit dans le cadre de couplages pour travailler sur différentes échelles ou intégrer des physiques différentes. L'interfaçage entre ces différents outils est aussi un point de développement actif. Cela s'est concrétisé de deux manières fortes. D'une part, le logiciel *PreciSo* a été intégré aux logiciels de calculs par éléments finis *Morfeo* développé par *Cenaero* et *Sysweld* développé par *ESI Group* dans le cadre de travaux de partenariats permettant une utilisation des outils que nous avons développés plus directement au coeur de simulations de procédés à l'échelle industrielle. D'autre part, le code *Isaac* a été déployé pour utilisation au sein de plusieurs compagnies avec lesquelles nous avons eu l'occasion de travailler. C'est le cas d'*Airbus Helicopters* et *SKF aerospace* dans une certaine mesure mais surtout au sein du groupe *Safran* où les méthodes semi-analytiques font partie des outils développés pour une utilisation en R&D mais aussi à destination des bureaux d'étude.

Enfin, le dernier point commun qui me semble important est l'aspect multi-pénoménologique voir multi-physique de ces travaux. Cela mène à une diversité de domaines d'applications mais



aussi de partenariats académiques avec des collègues du domaine des sciences des matériaux, de la mécanique des fluides, du génie électrique et du génie civil. L'échange et le travail dans ces domaines où les seules compétences du mécanicien ne suffisent pas font, je le pense, la richesse de travaux de recherche et je l'espère permet d'être pertinent. C'est en tout cas un élément fort de motivation et de stimulation intellectuelle que l'écosystème du campus de la Doua permet et une richesse dont je suis heureux de pouvoir profiter quotidiennement.

### Mécanique du contact

Les développements effectués sur les méthodes semi-analytiques ces dernières années permettent aujourd'hui de rendre compte de nombreuses physiques et configurations de contact. Leur efficacité numérique reste intéressante par rapport aux méthodes par éléments finis et leur robustesse dans la résolution des contacts reste un point fort malgré une progression de plus en plus forte des codes commerciaux, masquant peut-être parfois des approximations discutables dans les résolutions de contact. Les perspectives pour les années à venir me semblent être de deux ordres principaux.

La première est le développement de fond des méthodes. Sur le plan des physiques considérées, l'utilisation des inclusions équivalentes permet de considérer des matériaux élasto-plastiques, hétérogènes, aux propriétés variables dans le temps (endommagement, usure...). Les modèles viscoélastiques ouvrent la voie à de nombreux travaux mais se heurtent déjà à certaines limitations fortes. La première est celle des modèles considérés, qui sont viscoélastiques linéaires et de plus traités par une correspondance élastique/viscoélastique. L'évaluation des limitations de ces hypothèses lorsqu'il s'agit de modéliser des matériaux « réels » est un travail à considérer. La modélisation de matériaux réels, dont le comportement est notamment décrit par de nombreux temps de relaxation courant plusieurs ordres de grandeur est aussi un défi, ici plutôt d'ordre numérique pour traiter correctement l'effet du comportement viscoélastique sur la réponse des contacts. La seconde hypothèse forte est celle des niveaux de déformations. Tout le formalisme des méthodes semi-analytiques est en petites déformations et trouve ses limites sur des contacts fortement chargés de matériaux très souples ou visqueux. Une définition plus claire des limites de déformations qui peuvent être considérées voire une extension de ces méthodes à des niveaux de déformation important est un défi d'ampleur pour les années à venir. Les limitations géométriques des méthodes semi-analytiques qui considèrent des massifs en contact *a priori* de géométries semi-infinies peut s'avérer une limitation forte à leur utilisation. L'intégration de l'influence de massifs de dimensions finies et d'effets de structure a été abordée de longue date dans la littérature sur des contacts purement élastiques. Intégrer ces effets géométriques couplés à des physiques complexes ne présente pas de verrou mais peut nécessiter un travail conséquent notamment pour conserver l'intérêt de ces méthodes en termes de temps de calcul. Enfin les différentes échelles pouvant avoir une influence sur le contact sont un dernier point d'amélioration. Il a ici été considéré que l'échelle du contact était petite devant celle de la structure. Les échelles de microstructure, représentables par des hétérogénéités peuvent être différentes de celle du contact et le choix de l'échelle de modélisation s'avère alors délicat. Les travaux de couplage avec X-FEM qui ont été engagés sont aussi une voie pour traiter ces couplages d'échelles. L'échelle de la rugosité dans le contact, non étudiée jusqu'ici, est aussi un domaine largement étudié dans la littérature. Les échanges entre différentes échelles de calcul, le choix des méthodes à chaque échelle et des communications entre ces échelles me semble être une des voies les plus actives et prometteuses pour les années à venir.

Ceci amène au second point de perspective important qui est donc celui du couplage entre différentes échelles, différentes méthodes ou différents codes de calculs. Lorsque les échelles de

---

structure, de rugosité, de contact ou de microstructure ont un impact sur la réponse recherchée et sont d'ordres trop différents pour être toutes prises en compte dans un même modèle, une approche multi-échelle s'avère nécessaire. Les méthodes semi-analytiques ont déjà été couplées à des modèles éléments finis pour prendre en compte les effets de structures sans traiter la résolution du contact au sein de ceux-ci. L'intégration d'une boîte de comportement X-FEM au sein d'un calcul semi-analytique a aussi été un moyen de traiter la propagation de fissure induite par un contact sans passer par la résolution lourde du contact par éléments finis. Le formalisme des inclusions équivalentes peut aussi permettre d'introduire dans un calcul semi-analytique un sous-modèle de comportement traité par une autre méthode (dynamique moléculaire, ou éléments discrets par exemple) ou un calcul semi-analytique à une échelle de maillage différente. Le comportement du sous-modèle peut-être intégré dans le comportement du contact moyennant une homogénéisation et la description d'une ou plusieurs hétérogénéités de comportement adapté. Le travail sur ces passages d'échelle et de code est pour moi une des perspectives les plus importantes des années à venir.

### **Modélisation métallurgique dans les procédés**

Les travaux entrepris dans cette thématique ont mené au développement de modèles de prédiction de l'état de précipitation pour différentes géométries de précipités et à la mise en place de modèles de comportement mécanique permettant la prédiction des propriétés mécaniques qui en résulte, essentiellement la limite d'élasticité. Ces modèles ont été couplés à des simulations thermiques de procédés de soudage permettant ainsi de prédire les propriétés mécaniques résiduelles en sortie de cette opération. Les perspectives majeures sur cette thématique sont une fois encore doubles.

Le développement et l'amélioration des modèles de précipitation a déjà été abordé dans les perspectives du chapitre. Les modèles en champs moyens sont en effet assez simplifiés par rapport à la physique réelle qu'ils représentent. Un enrichissement « par le bas » à partir de modèles de comportements à une échelle plus fine (champs de phase...) peut mener à une application plus large de ces modèles tout en conservant les avantages en vitesse de calcul. Cela pourra permettre d'aborder des cinétiques de précipitation avec des fractions de précipités plus importantes. L'autre point à améliorer sur le fond est celui des modèles mécaniques. Les modèles ici présentés se limitent pour l'essentiel à la prédiction de la limite d'élasticité. Les travaux entrepris sur l'AA 6061 ont été jusqu'à la prédiction du comportement en écrouissage, à température ambiante, en fonction de l'état de précipitation. Cela permet d'envisager des simulations mécaniques réalistes du comportement des pièces après opération de soudage. Ceux réalisés sur l'alliage base Nickel 690 ont eux permis de proposer un modèle de comportement sur une gamme de température et de vitesses de déformation représentatives des conditions de soudage. Ceci est facilité sur cet alliage par l'absence de changements de phase et de précipitation ayant un impact sur les conditions mécaniques. La perspective évidente est donc d'aller vers la proposition de modèles de comportement mécanique en écrouissage, dépendant de l'état de précipitation et de la température. Ceux-ci permettraient une simulation d'opération de soudage et des contraintes résiduelles pour des alliages complexes.

La question des temps de calcul doit aussi rester au premier plan tant les simulations de procédés sur pièces complexes sont coûteuses. Une fois encore la question de l'équilibre entre qualité du modèle nécessaire et coût numérique est au coeur de la réflexion. Les méthodes de réduction de modèles peuvent offrir des gains en temps de calculs extrêmement intéressants. L'étude de la réductibilité d'un problème de précipitation reste à faire et la perspective de

développements autour de modèles réduits d'opérations de soudage, ou fabrication, intégrant un modèle d'évolution microstructurale est une perspective très intéressante pour les années à venir.

### Procédés de mise en compression

Les travaux entrepris sur les procédés de mise en compression par jet d'eau cavitant et par impulsions électromagnétiques sont aujourd'hui à des niveaux de maturation assez différents. Sur le *cavitation peening* le dispositif expérimental développé permet de reproduire l'essentiel des conditions nécessaires au traitement de pièces. Deux limitations existent, en cours d'être dépassées, sur la profondeur de traitement d'une part, limitée par le diamètre de la buse utilisée et donc les capacités de la pompe ; et d'autre part sur la manipulation d'échantillons au sein de l'enceinte pour pouvoir traiter des géométries complexes. Malgré les travaux entrepris, la prédiction complète des effets du procédé à partir d'un jeu de paramètres d'entrée reste un défi scientifique. Celui-ci se concentre notamment sur le lien entre un nuage de bulles et poche de cavitation et le chargement mécanique qu'il va induire sur la surface traitée. Ce point physiquement complexe est un verrou important à des modèles complètement prédictifs. Cette difficulté à lier niveau de mise en compression et paramètres procédé induit aussi une difficulté à déterminer des paramètres de traitement optimaux pour un matériau ou une géométrie donnés encore inconnus. Le procédé étant jeune, malgré les études existantes dans la littérature, cette maîtrise du procédé reste un défi technologique.

Sur la mise en compression par impulsions électromagnétiques, le choix a été fait dans ce mémoire de ne pas en présenter le derniers résultats. Toutefois sur le niveau de maturité, il sera noté que celui-ci est plus reculé que pour le *cavitation peening* du fait du très faible nombre d'études existantes et réalisées. Aujourd'hui, des premiers échantillons traités et caractérisés mécaniquement permettent de montrer l'effet du traitement et l'érouissage induit par le procédé. Du fait des très forts champs magnétiques induits les conséquences spécifiques du procédé sur les matériaux traités (en termes de modification des propriétés microstructurales mais aussi électromagnétiques) restent à explorer en profondeur. La chaîne de simulation numérique est par contre plus mature pour ce procédé. Les outils de simulation éléments finis électromagnéto-mécanique permettent d'envisager à échéance courte d'être capable de faire un lien direct entre les paramètres du procédé et l'état résiduel mécanique. Ceci est vrai essentiellement pour des matériaux peu résistifs, tels que les alliages d'aluminium, dont la forte conductivité permet une plus grande facilité de traitement. Les effets thermiques induits sur ces matériaux peuvent être considérés comme négligeables. Par contre, l'ajout d'un couplage thermique aux modèles de simulation, s'il semble possible, nécessitera un travail complémentaire et nécessaire pour les matériaux plus résistifs tels que les aciers. Les possibilités de ces modélisations ouvrent la voie à la conception d'inducteurs spécifiques pour des géométries ou matériaux donnés. Ceci s'avère un champ particulièrement intéressant mais complexe, les études réalisées ayant montré que la tenue mécanique des inducteurs, très fortement sollicités pendant le traitement était une problématique du premier ordre. Les possibilités offertes par cette technologie sont donc nombreuses mais le travail restant à faire l'est tout autant.

Sur ces deux procédés, les travaux entrepris se sont ciblés sur la détermination des chargements mécaniques et des déformations et contraintes résiduelles induits par le procédé. La finalité des procédés de mise en compression est d'améliorer la tenue mécanique, la durée de vie ou la résistance à la corrosion des pièces traitées. Il serait intéressant de pousser les analyses sur des pièces traitées par ces procédés à leur tenue en fatigue ce qui nécessitera de développer des collaborations nouvelles. Un autre aspect intéressant est celui de la tenue à la corrosion. En effet

---

les modifications d'état de surface, d'état de contrainte résiduelle mais aussi de microstructure induisent une modification des propriétés de corrosion des matériaux. Des collaborations ont été entamées permettant d'étudier notamment l'évolution du comportement en corrosion sur des pièces traitées par jet d'eau cavitant. Ces deux procédés ayant des conséquences diverses en termes de profondeur et de niveau d'écaillage, d'évolution de l'état de surface (lié à l'absence de contact mécanique) mais aussi des particularités attendues sur la surface des pièces traitées du fait d'un traitement dans l'eau d'un côté et sous champs magnétiques forts de l'autre, des travaux jusqu'à la tenue en corrosion sont une dernière perspective particulièrement intéressante.



# Bibliographie

- [1] Amakoe Komlavi AHYEE, Daniel NELIAS, Thibaut CHAISE et Arnaud DUVAL : New fast numerical technique for the resolution of the quarter space contact problem. *In 15th World Congress in Computational Mechanic (WCCM), Yokohama, Japon, 2022.*
- [2] Xiaolan AI et Krich SAWAMIPHAKDI : Solving Elastic Contact Between Rough Surfaces as an Unconstrained Strain Energy Minimization by Using CGM and FFT Techniques. *Journal of Tribology*, 121(4):639–647, 1999.
- [3] Sayed Mohamed Baqer ALBAHRANI, Joël Teixeira ALVES, Arnaud DUVAL, Thibaut CHAISE, Jean-Pierre DE VAUJANY et Michèle GUINGAND : Modelling of elastoplastic, multi-scale and multi-contact problems : Application to worm gears. *Mechanics & Industry*, 23:6, 2022.
- [4] Kwassi AMUZUGA : Analyse Multi-Echelle pour la Modélisation des Problèmes de Contact des Matériaux Hétérogènes et Périodiques. 2013.
- [5] Kwassi AMUZUGA : *Damage Mechanism Related to Plasticity Aournd Heterogeneous Inclusions under Rolling Contact Loading in Hybrid Bearings Ceramic/Steel*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2016.
- [6] Kwassi Vilevo AMUZUGA, Thibaut CHAISE, Arnaud DUVAL et Daniel NELIAS : Fully Coupled Resolution of Heterogeneous Elastic–Plastic Contact Problem. *Journal of Tribology*, 138(2):021403, 2016.
- [7] Eduard ANTALUCA, Daniel NE´LIAS et Spiridon CRETU : A Three-Dimensional Friction Model for Elastic-Plastic Contact With Tangential Loading : Application to Dented Surfaces. *In ASME/STLE 2004 International Joint Tribology Conference, Parts A and B*, pages 1–8, Long Beach, California, USA, 2004. ASMEDC. ISBN 978-0-7918-4181-5 978-0-7918-4178-5.
- [8] Saied AZADIAN, Liu-Ying WEI et Richard WARREN : Delta phase precipitation in Inconel 718. *Materials Characterization*, 53(1):7–16, 2004.
- [9] A AZHARI, S SULAIMAN et A K Prasada RAO : A review on the application of peening processes for surface treatment. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering*, 114:012002, 2016.
- [10] Jawad BADREDDINE, Emmanuelle ROUHAUD, Matthieu MICOULAUT et Sebastien REMY : Simulation of shot dynamics for ultrasonic shot peening : Effects of process parameters. *International Journal of Mechanical Sciences*, 82:179–190, 2014.

- [11] C. BAGAUT, D. NÉLIAS, M.C. BAIETTO et T.C. OVAERT : Contact analyses for anisotropic half-space coated with an anisotropic layer : Effect of the anisotropy on the pressure distribution and contact area. *International Journal of Solids and Structures*, 50(5):743–754, 2013.
- [12] Caroline BAGAUT : *Mechanical Contact for Layered Anisotropic Materials Using a Semi-Analytical Method*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2013.
- [13] Caroline BAGAUT, Daniel NÉLIAS et Marie-Christine BAIETTO : Contact Analyses for Anisotropic Half Space : Effect of the Anisotropy on the Pressure Distribution and Contact Area. *Journal of Tribology*, 134(3):031401, 2012.
- [14] Alexandre BALAN : *Modélisation isotherme et anisotherme de la limite d'élasticité précipitation- dépendante de l'Inconel 718*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2017.
- [15] Alexandre BALAN, Michel PEREZ, Thibaut CHAISE, Sophie CAZOTTES, Didier BARDEL, Fabien CORPACE, François PICHOT, Alexis DESCHAMPS, Frédéric DE GEUSER et Daniel NELIAS : Precipitation of  $\gamma$  " in Inconel 718 alloy from microstructure to mechanical properties. *Materialia*, 20:101187, 2021.
- [16] J. R. BARBER : *Contact Mechanics*. Springer, 2018. ISBN 978-3-319-70939-0.
- [17] D. BARDEL, M. FONTAINE, T. CHAISE, M. PEREZ, D. NELIAS, F. BOURLIER et J. GARNIER : Integrated modelling of a 6061-T6 weld joint : From microstructure to mechanical properties. *Acta Materialia*, 117:81–90, 2016.
- [18] D. BARDEL, D. NELIAS, V. ROBIN, T. PIRLING, X. BOULNAT et M. PEREZ : Residual stresses induced by electron beam welding in a 6061 aluminium alloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 235:1–12, 2016.
- [19] D. BARDEL, M. PEREZ, D. NELIAS, S. DANCETTE, P. CHAUDET et V. MASSARDIER : Cyclic behaviour of a 6061 aluminium alloy : Coupling precipitation and elastoplastic modelling. *Acta Materialia*, 83:256–268, 2015.
- [20] D. BARDEL, M. PEREZ, D. NELIAS, A. DESCHAMPS, C.R. HUTCHINSON, D. MAISONNETTE, T. CHAISE, J. GARNIER et F. BOURLIER : Coupled precipitation and yield strength modelling for non-isothermal treatments of a 6061 aluminium alloy. *Acta Materialia*, 62:129–140, 2014.
- [21] Daniel BARDEL, Chaise THIBAUT, Michel PEREZ et Daniel NELIAS : Metallurgical models for non-isothermal treatments of a 6061 aluminium alloy. In *Colloque "La Metallurgie, Quel Avenir !"*, Saint Etienne, France, 2016.
- [22] Didier BARDEL : *Rôle de La Microstructure d'un Alliage à Durcissement Structural Sur Son Comportement et Sa Tenue Mécanique Sous Sollicitations Cycliques Après Un Transitoire Thermique*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2014.
- [23] F. BAUER : PVDF Shock Compression Sensors in Shock Wave Physics. In *AIP Conference Proceedings*, volume 706, pages 1121–1124, Portland, Oregon (USA), 2004. AIP.
- [24] V. BEAUBOIS, J. HUEZ, S. COSTE, O. BRUCELLE et J. LACAZE : Short term precipitation kinetics of delta phase in strain free Inconel\* 718 alloy. *Materials Science and Technology*, 20(8):1019–1026, 2004.

- 
- [25] R.H. BENTALL et K.L. JOHNSON : An elastic strip in plane rolling contact. *International Journal of Mechanical Sciences*, 10(8):637–663, 1968.
- [26] J. M. BERGHEAU et Ph CONRAUX : FEM-BEM coupling for the modelling of induction heating processes including moving parts. *Journal-Shanghai Jiaotong University-English Edition*-, 5(1):91–99, 2000.
- [27] Thibault BEYER : *Semi-Analytical Modeling of Damage under Contact Loading : Application to Heterogeneous Materials*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2019.
- [28] Thibault BEYER, Thibaut CHAISE, Julien LEROUX, Farshid SADEGHI et Daniel NELIAS : A method to model crystalline anisotropy in contact using semi-analytical method. *Tribology International*, 152:106429, 2020.
- [29] Thibault BEYER, Farshid SADEGHI, Thibaut CHAISE, Julien LEROUX et Daniel NELIAS : A coupled damage model and a semi-analytical contact solver to simulate butterfly wing formation around nonmetallic inclusions. *International Journal of Fatigue*, 127:445–460, 2019.
- [30] Jérôme BLAIZOT : *Etude de l'influence Des Procédés de Fabrication Sur Les Propriétés Mécaniques Des Alliages de Nickel*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2015.
- [31] Jérôme BLAIZOT, Thibaut CHAISE, Daniel NÉLIAS, Michel PEREZ, Sophie CAZOTTES et Philippe CHAUDET : Constitutive model for nickel alloy 690 (Inconel 690) at various strain rates and temperatures. *International Journal of Plasticity*, 80:139–153, 2016.
- [32] H. BLICKWEDEL, H. HAFERKAMP, H. LOUIS et P. T. TAI : Modification of material structure by cavitation and liquid impact and their influence on mechanical properties. In *Erosion by Liquid and Solid Impact, Seventh International Conference*, page 31, 1987.
- [33] R. M. BLOWERS : On the Response of an Elastic Solid to Droplet Impact. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 5(2):167–193, 1969.
- [34] W.J. BOESCH et H.B. CANADA : Precipitation Reactions and Stability of Ni<sub>3</sub>Cb in Inconel Alloy 718. In *International Symposium on Structural Stability in Superalloys (1968)*, pages 579–596. TMS, 1968.
- [35] H. BOFFY, M.C. BAIETTO, P. SAINOT et A.A. LUBRECHT : Detailed modelling of a moving heat source using multigrid methods. *Tribology International*, 46(1):279–287, 2012.
- [36] Hugo BOFFY, Marie-Christine BAIETTO, Philippe SAINOT et Antonius A. LUBRECHT : An Efficient 3D Model of Heterogeneous Materials for Elastic Contact Applications Using Multigrid Methods. *Journal of Tribology*, 134(2):021401, 2012.
- [37] Hugo BOFFY et Cornelis H. VENNER : Multigrid solution of the 3D stress field in strongly heterogeneous materials. *Tribology International*, 74:121–129, 2014.
- [38] Hugo BOFFY et Cornelis H. VENNER : Multigrid numerical simulation of contact mechanics of elastic materials with 3D heterogeneous subsurface topology. *Tribology International*, 92:233–245, 2015.
- [39] Alexis BONETTO : *Étude de l'indentation et de La Fatigue Des Contacts Roulants*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2020.



- [40] Alexis BONETTO, Daniel NÉLIAS, Thibaut CHAISE et Laurent ZAMPONI : A Coupled Euler-Lagrange Model for More Realistic Simulation of Debris Denting in Rolling Element Bearings. *Tribology Transactions*, 62(5):760–778, 2019.
- [41] Vincent BOUCLY : *Semi-Analytical Modeling of the Transient Thermal-Elastic-Plastic Contact and Its Application to Asperity Collision, Wear and Running-in of Surfaces*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2008.
- [42] Vincent BOUCLY, Daniel NÉLIAS et Itzhak GREEN : Modeling of the Rolling and Sliding Contact Between Two Asperities. *Journal of Tribology*, 129(2):235–245, 2007.
- [43] Vincent BOUCLY, Daniel NÉLIAS, Shuangbiao LIU, Q. Jane WANG et Leon M. KEER : Contact analyses for bodies with frictional heating and plastic behavior. *J. Trib.*, 127(2):355–364, 2005.
- [44] Joseph BOUSSINESQ : *Application Des Potentiels à l'étude de l'équilibre et Du Mouvement Des Solides Élastiques : Principalement Au Calcul Des Déformations et Des Pressions Que Produisent, Dans Ces Solides, Des Efforts Quelconques Exercés Sur Une Petite Partie de Leur Surface Ou de Leur Intérieur ; Memoire Suivi de Notes Étendues Sur Divers Points de Physique Mathématique et d'analyse*. Gauthier-Villars, 1885.
- [45] A BRANDT et A A LUBRECHT : Multilevel Matrix Multiplication and Fast Solution of Integral Equations. *Journal of Computational Physics*, 90:348–370, 1990.
- [46] L. M. BROWN et W. M. STOBBS : The work-hardening of copper-silica. *The Philosophical Magazine : A Journal of Theoretical Experimental and Applied Physics*, 23(185):1201–1233, 1971.
- [47] Romain BUGNICOURT : Simulation of the contact between a rough surface and a viscoelastic material with friction. page 137, 2017.
- [48] M.G. BURKE et M.K. MILLER : Precipitation in Alloy 718 : A combined AEM and APFIM Investigation. In *Superalloys 718, 625 and Various Derivatives (1991)*, pages 337–350. TMS, 1991. ISBN 978-0-87339-173-3.
- [49] Shaobiao CAI et Bharat BHUSHAN : A numerical three-dimensional contact model for rough, multilayered elastic/plastic solid surfaces. *Wear*, 259(7-12):1408–1423, 2005.
- [50] Gérard CAMUS : *Traitements Thermomécaniques de l'alliage NC 19 Fe Nb (Inconel 718) Pour Différentes Applications Sur Turbomachines Industrielles et Aéronautiques*. These de doctorat, Toulouse, INPT, 1986.
- [51] D. CAO, G. HE et H. PAN : Comparative investigation among three cavitation models for simulating cavitating venturi. *J Northwestern Polytech Univ*, 31:596–601, 2013.
- [52] G. CARBONE et C. PUTIGNANO : Rough viscoelastic sliding contact : Theory and experiments. *Physical Review E*, 89(3):032408, 2014.
- [53] Giuseppe CARBONE et Carmine PUTIGNANO : A novel methodology to predict sliding and rolling friction of viscoelastic materials : Theory and experiments. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 61(8):1822–1834, 2013.

- 
- [54] Frederick William CARTER : On the action of a locomotive driving wheel. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, containing papers of a mathematical and physical character*, 112(760):151–157, 1926.
- [55] Cs CATTANEO : Sul contatto de due corpi elastici : Distribuzione locale deglisforzi. *Rendiconti dell'Accademia nazionale dei Lincei*, 6:342–349, 1938.
- [56] V. CERRUTI : Ricerche Intorno All'equilibrio de'corpi Elastici Isotropi : Memoria, coi tipi del Salviucci, 1882.
- [57] T. CHAISE, D. NÉLIAS et F. SADEGHI : On the Effect of Isotropic Hardening on the Coefficient of Restitution for Single or Repeated Impacts Using a Semi-Analytical Method. *Tribology Transactions*, 54(5):714–722, 2011.
- [58] Thibaut CHAISE : *Mechanical Simulation Using a Semi Analytical Method : From Elasto-Plastic Rolling Contact to Multiple Impacts*. Thèse de doctorat, 2011.
- [59] Thibaut CHAISE, Jun LI, Daniel NÉLIAS, Régis KUBLER, Said TAHERI, Gérard DOUCHET, Vincent ROBIN et Philippe GILLES : Modelling of multiple impacts for the prediction of distortions and residual stresses induced by ultrasonic shot peening (USP). *Journal of Materials Processing Technology*, 212(10):2080–2090, 2012.
- [60] Thibaut CHAISE et Daniel NÉLIAS : Contact Pressure and Residual Strain in 3D Elasto-Plastic Rolling Contact for a Circular or Elliptical Point Contact. *Journal of Tribology*, 133(4):041402, 2011.
- [61] M.C. CHATURVEDI et Y. HAN : Effect of particle size on the creep rate of superalloy Inconel 718. *Materials Science and Engineering*, 89:L7–L10, 1987.
- [62] Aurélien CHAZOTTES-LECONTE : *Conception et Fabrication d'un Dispositif de Mise En Compression Par Impulsions Électromagnétiques (EMP)*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2019.
- [63] W. Wayne CHEN, Kun ZHOU, Leon M. KEER et Q. Jane WANG : Modeling elasto-plastic indentation on layered materials using the equivalent inclusion method. *International Journal of Solids and Structures*, 47(20):2841–2854, 2010.
- [64] Y. P. CHIU : On the Stress Field Due to Initial Strains in a Cuboid Surrounded by an Infinite Elastic Space. *Journal of Applied Mechanics*, 44(4):587–590, 1977.
- [65] Y. P. CHIU : On the stress field and surface deformation in a half space with a cuboidal zone in which initial strains are uniform. 1978.
- [66] C. CHURCHMAN, A. MUGADU et D.A. HILLS : Asymptotic results for slipping complete frictional contacts. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 22(6):793–800, 2003.
- [67] M. COFFIGNIEZ, L. GREMILLARD, M. PEREZ, S. SIMON, C. RIGOLLET, E. BONJOUR, P. JAME et X. BOULNAT : Modeling of interstitials diffusion during debinding/sintering of 3D printed metallic filaments : Application to titanium alloy and its embrittlement. *Acta Materialia*, 219:117224, 2021.
- [68] O. COUTIER-DELGOSHA, R. FORTES-PATELLA et J. L. REBOUD : Evaluation of the Turbulence Model Influence on the Numerical Simulations of Unsteady Cavitation. *Journal of Fluids Engineering*, 125(1):38–45, 2003.

- [69] M. DAOUD, R. KUBLER, A. BEMOU, P. OSMOND et A. POLETTE : Prediction of residual stress fields after shot-peening of TRIP780 steel with second-order and artificial neural network models based on multi-impact finite element simulations. *Journal of Manufacturing Processes*, 72:529–543, 2021.
- [70] A. DESCHAMPS et Y. BRECHET : Influence of predeformation and ageing of an Al–Zn–Mg alloy—II. Modeling of precipitation kinetics and yield stress. *Acta Materialia*, 47(1):293–305, 1998.
- [71] A. DESCHAMPS, M. NIEWCZAS, F. BLEY, Y. BRECHET, J. D. EMBURY, L. Le SING, F. LIVET et J. P. SIMON : Low-temperature dynamic precipitation in a supersaturated Al–Zn–Mg alloy and related strain hardening. *Philosophical Magazine A*, 79(10):2485–2504, 1999.
- [72] Andrew J. DETOR, Richard DIDOMIZIO, Reza SHARGHI-MOSHTAGHIN, Ning ZHOU, Rongpei SHI, Yunzhi WANG, Donald P. MCALLISTER et Michael J. MILLS : Enabling Large Superalloy Parts Using Compact Coprecipitation of  $\gamma'$  and  $\Gamma''$ . *Metallurgical and Materials Transactions A*, 49(3):708–717, 2018.
- [73] A. DEVAUX, L. NAZÉ, R. MOLINS, A. PINEAU, A. ORGANISTA, J.Y. GUÉDOU, J.F. UGINET et P. HÉRITIER : Gamma double prime precipitation kinetic in Alloy 718. *Materials Science and Engineering : A*, 486(1-2):117–122, 2008.
- [74] D. DINI, J.R. BARBER, C.M. CHURCHMAN, A. SACKFIELD et D.A. HILLS : The application of asymptotic solutions to contact problems characterised by logarithmic singularities. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 27(5):847–858, 2008.
- [75] Daniele DINI et David NOWELL : Flat and rounded fretting contact problems incorporating elastic layers. *International Journal of Mechanical Sciences*, 46(11):1635–1657, 2004.
- [76] Vamshidhar DONE : *Numerical Modeling of Dry Wear*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2017.
- [77] Vamshidhar DONE, D. KESAVAN, Murali KRISHNA R, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Semi analytical fretting wear simulation including wear debris. *Tribology International*, 109:1–9, 2017.
- [78] A. DREXLER, B. OBERWINKLER, S. PRIMIG, C. TURK, E. POVODEN-KARADENIZ, A. HEINEMANN, W. ECKER et M. STOCKINGER : Experimental and numerical investigations of the  $\gamma''$  and  $\gamma'$  precipitation kinetics in Alloy 718. *Materials Science and Engineering : A*, 723:314–323, 2018.
- [79] Georges DUVAUT et Jacques-Louis LIONS : Les inéquations en mécanique et en physique. Dunod, Paris, 1972. *Travaux et Recherches Mathématiques*, 21, 1976.
- [80] James R DYDO : Electromagnetic Pulse Surface Treatment.
- [81] J. D. ESHELBY : The Elastic Field Outside an Ellipsoidal Inclusion. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 252(1271):561–569, 1959.
- [82] John Douglas ESHELBY, Xanthippi MARKENSCOFF et Anurag GUPTA : Collected works of JD Eshelby : The mechanics of defects and inhomogeneities. (*No Title*), 2006.

- 
- [83] S. ESMAEILI, D.J. LLOYD et W.J. POOLE : A yield strength model for the Al-Mg-Si-Cu alloy AA6111. *Acta Materialia*, 51(8):2243–2257, 2003.
- [84] Mathilde EYMANN, Pierre-Antoine GESLIN, Michel PEREZ, Thibaut CHAISE et Thomas ELGUEDJ : Modélisation en champ complet de la précipitation dans les alliages à durcissement structural. In *Matériaux 2022, Lille, France, 2022*.
- [85] Yvonne C. FAYMAN : Microstructural characterization and elemental partitioning in a direct-aged superalloy (DA 718). *Materials Science and Engineering*, 92:159–171, 1987.
- [86] J. E. FIELD : ELSI conference : Invited lecture : Liquid impact : Theory, experiment, applications. *Wear*, 233:1–12, 1999.
- [87] M. FISK, A. LUNDBÄCK, J. EDBERG et J.M. ZHOU : Simulation of microstructural evolution during repair welding of an IN718 plate. *Finite Elements in Analysis and Design*, 120:92–101, 2016.
- [88] R. FORTES-PATELLA, G. CHALLIER, J. L. REBOUD et A. ARCHER : Energy Balance in Cavitation Erosion : From Bubble Collapse to Indentation of Material Surface. *Journal of Fluids Engineering*, 135(1):011303, 2013.
- [89] R FORTES-PATELLA, G CHALLIER, JI REBOUD et A ARCHER : Cavitation Erosion Mechanism : Numerical Simulations of the Interaction between Pressure Waves and Solid Boundaries. page 8.
- [90] Thomas FOUREST, Eric DELETOMBE, Vincent FAUCHER, Michel ARRIGONI, Jacques DUPAS et Jean-Marc LAURENS : Comparison of Keller–Miksis model and finite element bubble dynamics simulations in a confined medium. Application to the Hydrodynamic Ram. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 68:66–75, 2018.
- [91] Siegfried FOUVRY, Philippe KAPSA et Leo VINCENT : Quantification of fretting damage. *Wear*, 200(1-2):186–205, 1996.
- [92] Jean-Pierre FRANC et Jean-Marie MICHEL : *Fundamentals of Cavitation*, volume 76. Springer science & Business media, 2006.
- [93] J. FRIEDEL : *Dislocations : International Series of Monographs on Solid State Physics*. Elsevier, 1964. ISBN 978-1-4831-3592-2.
- [94] M. FUKUHARA et A. SANPEI : Elastic moduli and internal frictions of Inconel 718 and Ti-6Al-4V as a function of temperature. *Journal of Materials Science Letters*, 12(14):1122–1124, 1993.
- [95] Benjamin FULLERINGER : *Semi-Analytical Modeling of Complex Mechanical Contacts : Application to Inclusions and Swear of Coated Surfaces*. These de doctorat, Lyon, INSA, 2011.
- [96] Benjamin FULLERINGER et Daniel NELIAS : On the tangential displacement of a surface point due to a cuboid of uniform plastic strain in a half-space. 2010.
- [97] Benjamin FULLERINGER, Timothy C. OVAERT et Daniel NELIAS : A Semi-Analytical Plastic-Damage Model Using the Equivalent Inclusion Problem. In *ASME/STLE 2009 International Joint Tribology Conference*, pages 341–342, Memphis, Tennessee, USA, 2009. ASMEDC. ISBN 978-0-7918-4895-1 978-0-7918-3862-4.

- [98] C. GALLAIS, A. DENQUIN, Y. BRÉCHET et G. LAPASSET : Precipitation microstructures in an AA6056 aluminium alloy after friction stir welding : Characterisation and modelling. *Materials Science and Engineering : A*, 496(1-2):77–89, 2008.
- [99] L. GALLEGRO, B. FULLERINGER, S. DEYBER et D. NÉLIAS : Multiscale computation of fretting wear at the blade/disk interface. *Tribology International*, 43(4):708–718, 2010.
- [100] L. GALLEGRO et D. NÉLIAS : Modeling of Fretting Wear Under Gross Slip and Partial Slip Conditions. *Journal of Tribology*, 129(3):528–535, 2007.
- [101] L. GALLEGRO, D. NÉLIAS et S. DEYBER : A fast and efficient contact algorithm for fretting problems applied to fretting modes I, II and III. *Wear*, 268(1-2):208–222, 2010.
- [102] L. GALLEGRO, D. NÉLIAS et C. JACQ : A Comprehensive Method to Predict Wear and to Define the Optimum Geometry of Fretting Surfaces. *Journal of Tribology*, 128(3):476–485, 2006.
- [103] Ludovic GALLEGRO : Fretting et usure des contacts mécaniques : modélisation numérique. *Thèse de l'INSA de Lyon*, page 255, 2007.
- [104] Julien GALLET : *Towards an automated dislocation density measurement in the SEM : benefits and limits of the R-ECCI method*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2023.
- [105] Dhiraj GAYAKWAD, Mahesh Kumar DARGAR, Pramod Kumar SHARMA, Rajesh PUROHIT et R.S. RANA : A Review on Electromagnetic Forming Process. *Procedia Materials Science*, 6:520–527, 2014.
- [106] Forrest R. GILMORE : The growth or collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid. 1952.
- [107] J.P. GOULMY, P. KANOUTE, E. ROUHAUD, L. TOUALBI, S. KRUCH, V. BOYER, J. BARDREDDINE et D. RETRAINT : A calibration procedure for the assessment of work hardening Part II : Application to shot peened IN718 parts. *Materials Characterization*, 175:111068, 2021.
- [108] Raynald GUILBAULT : A Fast Correction for Elastic Quarter-Space Applied to 3D Modeling of Edge Contact Problems. *Journal of Tribology*, 133(3):031402, 2011.
- [109] B. HAN et D.Y. JU : Compressive residual stress induced by water cavitation peening : A finite element analysis. *Materials & Design*, 30(8):3325–3332, 2009.
- [110] B. HAN, D.Y. JU et X.G. YU : Combined finite element method and dislocation density method solution to residual stress induced by water cavitation peening. *Materials & Design*, 31(7):3317–3323, 2010.
- [111] Ya-fang HAN, P. DEB et M. C. CHATURVEDI : Coarsening behaviour of  $\Gamma''$ - and  $\Gamma'$ -particles in Inconel alloy 718. *Metal Science*, 16(12):555–562, 1982.
- [112] Zhaofeng HAN : *Développement d'un Modèle Prédictif Du Procédé de Mise En Compression Par Jet d'eau Cavitant (Water Cavitation Peening)*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2022.

- 
- [113] Zhaofeng HAN, Cyril MAUGER, Thibaut CHAISE, Thomas ELGUEDJ, Michel ARRIGONI, Mahmoud EL HAJEM et Nicolas BOISSON : Experimental and Analytical Study of under Water Pressure Wave Induced by the Implosion of a Bubble Generated by Focused Laser. *Sensors*, 21(14):4800, 2021.
- [114] Conyers HERRING : *Theory of the Pulsations of the Gas Bubble Produced by an Underwater Explosion*. Columbia Univ., Division of National Defense Research, 1941.
- [115] Heinrich HERTZ : Ueber die Berührung fester elastischer Körper.
- [116] Magnus Rudolph HESTENES : *Conjugate Direction Methods in Optimization*. Springer New York, New York, NY, 1980. ISBN 978-1-4612-6050-9 978-1-4612-6048-6.
- [117] S HIERMAIER et T MEENKEN : Characterization of low-impedance materials at elevated strain rates. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 45(6):401–409, 2010.
- [118] Math HILLERT : The role of interfacial energy during solid-state phase transformations. *Jernkontorets Annaler*, 141:757–789, 1957.
- [119] D.A. HILLS, R. RAMESH, R.M.N. FLEURY et K. PAREL : A unified approach for representing fretting and damage at the edges of incomplete and receding contacts. *Tribology International*, 108:16–22, 2017.
- [120] David A. HILLS et Hendrik N. ANDRESEN : *Mechanics of Fretting and Fretting Fatigue*, volume 266 de *Solid Mechanics and Its Applications*. Springer International Publishing, Cham, 2021. ISBN 978-3-030-70745-3 978-3-030-70746-0.
- [121] Alexis HINGUE : *Etude de La Criticité à Amorçage de Fissure de La Liaison Aube-Disque de Turbomachine Sous Chargement de Fretting-Fatigue*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2023.
- [122] Biao HUANG, Guo-yu WANG et Yu ZHAO : Numerical simulation unsteady cloud cavitating flow with a filter-based density correction model. *Journal of Hydrodynamics*, 26(1):26–36, 2014.
- [123] C. JACQ, D. NE´LIAS, G. LORMAND et D. GIRODIN : Development of a Three-Dimensional Semi-Analytical Elastic-Plastic Contact Code. *Journal of Tribology*, 124(4):653–667, 2002.
- [124] J. (Juergen) JAEGER : *New Solutions in Contact Mechanics*. Southampton; Boston : WIT, 2005. ISBN 978-1-85312-994-0.
- [125] Styková JANKA, Müller MILOŠ et Hujer JAN : The improvement of the surface hardness of stainless steel and aluminium alloy by ultrasonic cavitation peening. *EPJ Web of Conferences*, 143:02119, 2017.
- [126] Xiaoqing JIN, Leon M. KEER et Qian WANG : Analytical Solution for the Stress Field of Eshelby’s Inclusion of Polygonal Shape. In *ASME/STLE 2009 International Joint Tribology Conference*, pages 487–489, Memphis, Tennessee, USA, 2009. ASMEDC. ISBN 978-0-7918-4895-1 978-0-7918-3862-4.
- [127] Xiaoqing JIN, Zhanjiang WANG, Qinghua ZHOU, Leon M. KEER et Qian WANG : On the Solution of an Elliptical Inhomogeneity in Plane Elasticity by the Equivalent Inclusion Method. *Journal of Elasticity*, 114(1):1–18, 2014.

- [128] Stein T. JOHANSEN, Jiongyang WU et Wei SHYY : Filter-based unsteady RANS computations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25(1):10–21, 2004.
- [129] Gordon R. JOHNSON et William H. COOK : Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Engineering Fracture Mechanics*, 21(1):31–48, 1985.
- [130] K.L. JOHNSON : Contact mechanics and the wear of metals. *Wear*, 190(2):162–170, 1995.
- [131] Y. JU et T. N. FARRIS : Spectral Analysis of Two-Dimensional Contact Problems. *Journal of Tribology*, 118(2):320–328, 1996.
- [132] Joost J. KALKER : *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, volume 2. Springer Science & Business Media, 1990.
- [133] R. KAMPMANN et R. WAGNER : Kinetics of precipitation in metastable binary alloys—theory and application to Cu-1.9 at% Ti and Ni-14 at% Al Decomposition of Alloys : The Early Stages ed P Haasen et al. In *2nd Acta-Scripta Metall. Conference Pergamon*, 1984.
- [134] M.S.A. KARUNARATNE et R.C. REED : Interdiffusion of Niobium and Molybdenum in Nickel between 900–1300 °C. *Defect and Diffusion Forum*, 237–240:420–425, 2005.
- [135] L.M. KEER, J.C. LEE et T. MURA : Hetényi’s elastic quarter space problem revisited. *International Journal of Solids and Structures*, 19(6):497–508, 1983.
- [136] Joseph B. KELLER et Michael MIKSIK : Bubble oscillations of large amplitude. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 68(2):628–633, 1980.
- [137] Alexander KLUMPPA, Franziska LIENERTA, Stefan DIETRICH, Hitoshi SOYAMAB et Volker SCHULZEA : Surface strengthening of AISI4140 by cavitation peening. In *Proceedings of the 13th International Conference on Shot Peening (ICSP), Montréal, QC, Canada*, pages 18–21, 2017.
- [138] U. F. KOCKS, A.S. ARGON et M.F. ASHBY : Thermodynamics and Kinetics of Slip. *Thermodynamics and Kinetics of Slip*, 1975.
- [139] Koffi Espoir KOUMI : *Modélisation Du Contact Entre Matériaux Hétérogènes : Application Au Contact Aube/Disque*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2015.
- [140] Koffi Espoir KOUMI, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Rolling contact of a rigid sphere/sliding of a spherical indenter upon a viscoelastic half-space containing an ellipsoidal inhomogeneity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 80:1–25, 2015.
- [141] Koffi Espoir KOUMI, Daniel NELIAS, Thibaut CHAISE et Arnaud DUVAL : Modeling of the contact between a rigid indenter and a heterogeneous viscoelastic material. *Mechanics of Materials*, 77:28–42, 2014.
- [142] Koffi Espoir KOUMI, Lv ZHAO, Julien LEROUX, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Contact analysis in the presence of an ellipsoidal inhomogeneity within a half space. *International Journal of Solids and Structures*, 51(6):1390–1402, 2014.
- [143] Harish KUMAR, Sehijpal SINGH et Pardeep KUMAR : MODIFIED SHOT PEENING PROCESSES – A REVIEW. *International Journal of Engineering Sciences*, 5(1):8, 2013.

- 
- [144] E. H. LEE et J. R. M. RADOK : The Contact Problem for Viscoelastic Bodies. *Journal of Applied Mechanics*, 27(3):438–444, 1960.
- [145] J. LEROUX, B. FULLERINGER et D. NÉLIAS : Contact analysis in presence of spherical inhomogeneities within a half-space. *International Journal of Solids and Structures*, 47(22-23):3034–3049, 2010.
- [146] Julien LEROUX : Modélisation numérique du contact pour matériaux composites, 2013.
- [147] Julien LEROUX et Daniel NÉLIAS : Stick-slip analysis of a circular point contact between a rigid sphere and a flat unidirectional composite with cylindrical fibers. *International Journal of Solids and Structures*, 48(25-26):3510–3520, 2011.
- [148] Martin B. LESSER et J. E. FIELD : The impact of compressible liquids. *Annual review of fluid mechanics*, 15(1):97–122, 1983.
- [149] A. LICHTAROWICZ : Experiments with cavitating jets. *In Proc. Second Int. Symp. on Jet Cutting Technology, BHRA Fluid Engineering, Cranfield, April*, pages 1–6, 1974.
- [150] Shuangbiao LIU, Xiaoqing JIN, Zhanjiang WANG, Leon M. KEER et Qian WANG : Analytical solution for elastic fields caused by eigenstrains in a half-space and numerical implementation based on FFT. *International Journal of Plasticity*, 35:135–154, 2012.
- [151] Shuangbiao LIU, Michael J. RODGERS, Qian WANG et Leon M. KEER : A Fast and Effective Method for Transient Thermoelastic Displacement Analyses. *Journal of Tribology*, 123(3):479–485, 2001.
- [152] Shuangbiao LIU et Qian WANG : Studying Contact Stress Fields Caused by Surface Tractions With a Discrete Convolution and Fast Fourier Transform Algorithm. *Journal of Tribology*, 124(1):36–45, 2002.
- [153] Shuangbiao LIU et Qian WANG : Elastic Fields due to Eigenstrains in a Half-Space. *Journal of Applied Mechanics*, 72(6):871, 2005.
- [154] Shuangbiao LIU, Qian WANG et Geng LIU : A versatile method of discrete convolution and FFT (DC-FFT) for contact analyses. *Wear*, 243(1-2):101–111, 2000.
- [155] W C LIU, Z L CHEN et M YAO : Effect of Cold Rolling on the Precipitation Behavior of delta Phase in INCONEL 718. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 30A:10, 1999.
- [156] Zhiqiang LIU, Anne NEVILLE et R. L. REUBEN : A Numerical Calculation of the Contact Area and Pressure of Real Surfaces in Sliding Wear. *Journal of Tribology*, 123(1):27–35, 2001.
- [157] A. E. H. LOVE : The Stress Produced in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 22:377–420, 1929.
- [158] Zi Kang LOW, Thibaut CHAISE, Didier BARDEL, Sophie CAZOTTES, Philippe CHAUDET, Michel PEREZ et Daniel NELIAS : A novel approach to investigate delta phase precipitation in cold-rolled 718 alloys. *Acta Materialia*, 156:31–42, 2018.
- [159] Y. LU, N. BLAL et A. GRAVOUIL : Datadriven HOPGD based computational vademecum for welding parameter identification. *Computational Mechanics*, 64(1):47–62, 2019.



- [160] Ye LU, Nawfal BLAL et Anthony GRAVOUIL : Multi-parametric space-time computational vademecum for parametric studies : Application to real time welding simulations. *Finite Elements in Analysis and Design*, 139:62–72, 2018.
- [161] A. A. LUBRECHT et E. IOANNIDES : A Fast Solution of the Dry Contact Problem and the Associated Sub-Surface Stress Field, Using Multilevel Techniques. *Journal of Tribology*, 113(1):128–133, 1991.
- [162] W. D. (William Duncan) MACMILLAN : *The Theory of the Potential*. New York, Dover Publications [1958], 1958.
- [163] D. MAISONNETTE, M. SUERY, D. NÉLIAS, P. CHAUDET et T. EPICIER : Effects of heat treatments on the microstructure and mechanical properties of a 6061 aluminium alloy. *Materials Science and Engineering : A*, 528(6):2718–2724, 2011.
- [164] Daniel MAISONNETTE : *Influences mécaniques et métallurgiques de procédés haute température sur un alliage d'aluminium 6061-T6*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2010.
- [165] G.H. MAJZOABI, R. AZIZI et A. ALAVI NIA : A three-dimensional simulation of shot peening process using multiple shot impacts. *Journal of Materials Processing Technology*, 164–165:1226–1234, 2005.
- [166] E. Y. MANYO, P. REYNAUD, B. PICOUX, R. TAUTOU, F. ALLOU, C. PETIT et D. NÉLIAS : Tire–pavement tractive rolling contact under turning conditions : Towards pavement top-down cracking. *International Journal of Pavement Engineering*, 23(3):841–850, 2022.
- [167] Philippe MAUGIS, Frederic SOISSON et Ludovic LAE : Kinetics of Precipitation : Comparison between Monte Carlo Simulations, Cluster Dynamics and the Classical Laws. *Defect and Diffusion Forum*, 237–240:671–676, 2005.
- [168] Simon MEDINA et Daniele DINI : A numerical model for the deterministic analysis of adhesive rough contacts down to the nano-scale. *International Journal of Solids and Structures*, 51(14):2620–2632, 2014.
- [169] Yunpeng MEI, Yongchang LIU, Chenxi LIU, Chong LI, Liming YU, Qianying GUO et Huijun LI : Effects of cold rolling on the precipitation kinetics and the morphology evolution of intermediate phases in Inconel 718 alloy. *Journal of Alloys and Compounds*, 649:949–960, 2015.
- [170] Juris MELJA, Tyler B. COPLEN, Michael BERGLUND, Willi A. BRAND, Paul De BIÈVRE, Manfred GRÖNING, Norman E. HOLDEN, Johanna IRRGEHER, Robert D. LOSS, Thomas WALCZYK et Thomas PROHASKA : Atomic weights of the elements 2013 (IUPAC Technical Report). *Pure and Applied Chemistry*, 88(3):265–291, 2016.
- [171] Florian MERAY : *Modélisation 3D de La Propagation de Fissure Sous Fatigue de Contact Roulant : Couplage Des Méthodes SAM et X-FEM*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2022.
- [172] Florian MERAY, Thibaut CHAISE, Anthony GRAVOUIL, Pierre DEPOUHON, Bruno DESCHARRIERES et Daniel NÉLIAS : A novel SAM/X-FEM coupling approach for the simulation of 3D fatigue crack growth under rolling contact loading. *Finite Elements in Analysis and Design*, 206:103752, 2022.

- [173] H.Y. MIAO, S. LAROSE, C. PERRON et Martin LÉVESQUE : On the potential applications of a 3D random finite element model for the simulation of shot peening. *Advances in Engineering Software*, 40(10):1023–1038, 2009.
- [174] M K MILLER et S S BABU : Phase Compositions in Alloy 718 : A Comparison between APT/APFIM Measurements and Thermodynamic Predictions. *Advanced Technologies for Superalloy Affordability, Proceedings of the 129th TMS Annual Meeting, TMS2000*, page 10, 2000.
- [175] R D MINDLIN et H DERESIEWICZ : Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces. *Journal of Applied Mechanics*, 1953.
- [176] Raymond David MINDLIN : Compliance of elastic bodies in contact. 1949.
- [177] Yoshinao MISHIMA, Shouichi OCHIAI, Noboru HAMAOKA, Masayoshi YODOGAWA et Tomoo SUZUKI : Solid Solution Hardening of Ni<sub>3</sub>Al with Ternary Additions. *Transactions of the Japan Institute of Metals*, 27(9):648–655, 1986.
- [178] Ketaki MISHRA, Nawfal BLAL, Arnaud DUVAL et Thomas ELGUEJ : Modélisation thermique éléments-finis des procédés de fabrication additive de type dépôt sous énergie dirigée DED. In *15ème colloque national en calcul des structures*, 2022.
- [179] Sina MOBASHER MOGHADDAM, Farshid SADEGHI, Nick WEINZAPFEL et Alexander LIEBEL : A Damage Mechanics Approach to Simulate Butterfly Wing Formation Around Nonmetallic Inclusions. *Journal of Tribology*, 137(1):011404, 2015.
- [180] Claudio MONTEBELLO : Analysis of the stress gradient effect in Fretting-Fatigue through a description based on nonlocal intensity factors. 2015.
- [181] Z. A. MOSCHOVIDIS et T. MURA : Two-Ellipsoidal Inhomogeneities by the Equivalent Inclusion Method. *Journal of Applied Mechanics*, 42(4):847–852, 1975.
- [182] Toshio MURA : *Micromechanics of Defects in Solids*. Springer Science & Business Media, 1988.
- [183] O MYHR : Modelling of the age hardening behaviour of Al–Mg–Si alloys. *Acta Materialia*, 49(1):65–75, 2001.
- [184] O.R. MYHR, Ø. GRONG, H.G. FJÆR et C.D. MARIOARA : Modelling of the microstructure and strength evolution in Al–Mg–Si alloys during multistage thermal processing. *Acta Materialia*, 52(17):4997–5008, 2004.
- [185] Sunitha NAGRATH, Kenneth JANSEN, Richard T. LAHEY et Iskander AKHATOV : Hydrodynamic simulation of air bubble implosion using a level set approach. *Journal of Computational Physics*, 215(1):98–132, 2006.
- [186] D. NÉLIAS, V. BOUCLY et M. BRUNET : Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces : Proposal for a Wear or Running-In Model. *Journal of Tribology*, 128(2):236–244, 2006.
- [187] Daniel NÉLIAS, Eduard ANTALUCA, Vincent BOUCLY et Spiridon CRETU : A Three-Dimensional Semianalytical Model for Elastic-Plastic Sliding Contacts. *Journal of Tribology*, 129(4):761–771, 2007.

- [188] Gerhard NEUMANN et Cornelis TUIJN : *Self-Diffusion and Impurity Diffusion in Pure Metals : Handbook of Experimental Data*. Elsevier, 2011. ISBN 978-0-08-056004-5.
- [189] Myriam NICOLAS et Alexis DESCHAMPS : Characterisation and modelling of precipitate evolution in an Al–Zn–Mg alloy during non-isothermal heat treatments. *Acta Materialia*, 51(20):6077–6094, 2003.
- [190] Satoshi NISHIMURA, Osamu TAKAKUWA et Hitoshi SOYAMA : Similarity Law on Shedding Frequency of Cavitation Cloud Induced by a Cavitating Jet. *Journal of Fluid Science and Technology*, 7(3):405–420, 2012.
- [191] Takashi NOGI et Takahisa KATO : Influence of a Hard Surface Layer on the Limit of Elastic Contact—Part I : Analysis Using a Real Surface Model. *Journal of Tribology*, 119(3):493–500, 1997.
- [192] D. NOWELL et D. N. DAI : Analysis of Surface Traction in Complex Fretting Fatigue Cycles Using Quadratic Programming. *Journal of Tribology*, 120(4):744–749, 1998.
- [193] J.M OBLAK, D.S DUVAL et D.F PAULONIS : An estimate of the strengthening arising from coherent, tetragonally-distorted particles. *Materials Science and Engineering*, 13(1):51–56, 1974.
- [194] Danaïl OBRESCHKOW, Marc TINGUELY, Nicolas DORSAZ, Philippe KOBEL, Aurele DE BOSSET et Mohamed FARHAT : The quest for the most spherical bubble : Experimental setup and data overview. *Experiments in Fluids*, 54(4):1503, 2013.
- [195] D ODHIAMBO : Cavitation shotless peening for improvement of fatigue strength of carbonized steel. *International Journal of Fatigue*, 25(9-11):1217–1222, 2003.
- [196] A. ORADEI-BASILE et J.F. RADAVIDICH : A Current T-T-T Diagram for Wrought Alloy 718. In *Superalloys 718, 625 and Various Derivatives (1991)*, pages 325–335. TMS, 1991. ISBN 978-0-87339-173-3.
- [197] P. D. PANAGIOTOPOULOS : A nonlinear programming approach to the unilateral contact-, and friction-boundary value problem in the theory of elasticity. *Ingenieur-Archiv*, 44(6):421–432, 1975.
- [198] Pierre PANICO : *Prévision de l’amorçage de Fissures de Fretting Par Une Méthode Asymptotique Appliquée Aux Rotors d’hélicoptères\_Panico.Pdf*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2019.
- [199] Pierre PANICO, Thibaut CHAISE, Marie-Christine BAIETTO, Nicolas GUILLEMOT et Cédric POUPON : On the fretting fatigue crack nucleation of complete, almost complete and incomplete contacts using an asymptotic method. *International Journal of Solids and Structures*, 233:111209, 2021.
- [200] B. PAUL et J. HASHEMI : Contact Pressures on Closely Conforming Elastic Bodies. *Journal of Applied Mechanics*, 48(3):543–548, 1981.
- [201] Christophe PAULIN : *Etude de l’endommagement Du Contact Multicouche Aube/Disque Sous Chargement de Fretting : Impact Des Sollicitations Variables et de La Dimension Du Contact*. These de doctorat, Ecully, Ecole centrale de Lyon, 2006.

- 
- [202] Wei PENG et Bharat BHUSHAN : A Numerical Three-Dimensional Model for the Contact of Layered Elastic/Plastic Solids With Rough Surfaces by a Variational Principle. *Journal of Tribology*, 123(2):330–342, 2001.
- [203] Wei PENG et Bharat BHUSHAN : Three-dimensional contact analysis of layered elastic/plastic solids with rough surfaces. *Wear*, 249(9):741–760, 2001.
- [204] Wei PENG et Bharat BHUSHAN : Sliding Contact Analysis of Layered Elastic/Plastic Solids With Rough Surfaces. *Journal of Tribology*, 124(1):46–61, 2002.
- [205] M PEREZ : Gibbs-Thomson effects in phase transformations. *Scripta Materialia*, 52(8):709–712, 2005.
- [206] M. PEREZ, M. DUMONT et D. ACEVEDO-REYES : Implementation of classical nucleation and growth theories for precipitation. *Acta Materialia*, 56(9):2119–2132, 2008.
- [207] M. PEREZ, M. DUMONT et D. ACEVEDO-REYES : Corrigendum to “Implementation of classical nucleation and growth theories for precipitation” [Acta Materialia 56 (2008) 2119–2132]. *Acta Materialia*, 57(4):1318, 2009.
- [208] Michel PEREZ : Approche multi-échelle de la précipitation. *Habilitation à Diriger des Recherches de l’Université de Lyon*, page 128, 2007.
- [209] F. PERRARD, A. DESCHAMPS et P. MAUGIS : Modelling the precipitation of NbC on dislocations in  $\alpha$ -Fe. *Acta Materialia*, 55(4):1255–1266, 2007.
- [210] P. J. PHILLIPS, D. MCALLISTER, Y. GAO, D. LV, R. E. A. WILLIAMS, B. PETERSON, Y. WANG et M. J. MILLS : Nano  $\Gamma/\gamma$  " composite precipitates in Alloy 718. *Applied Physics Letters*, 100(21):211913, 2012.
- [211] Milton S. PLESSET et Richard B. CHAPMAN : Collapse of an initially spherical vapour cavity in the neighbourhood of a solid boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, 47(2):283–290, 1971.
- [212] I. A. POLONSKY et L. M. KEER : A Fast and Accurate Method for Numerical Analysis of Elastic Layered Contacts. *Journal of Tribology*, 122(1):30–35, 2000.
- [213] I. A. POLONSKY et L. M. KEER : Fast Methods for Solving Rough Contact Problems : A Comparative Study. *Journal of Tribology*, 122(1):36–41, 2000.
- [214] I.A. POLONSKY et L.M. KEER : A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques. *Wear*, 231(2):206–219, 1999.
- [215] V. PSYK, D. RISCH, B.L. KINSEY, A.E. TEKKAYA et M. KLEINER : Electromagnetic forming—A review. *Journal of Materials Processing Technology*, 211(5):787–829, 2011.
- [216] C. PUTIGNANO, L. AFFERRANTE, G. CARBONE et G. DEMELIO : A new efficient numerical method for contact mechanics of rough surfaces. *International Journal of Solids and Structures*, 49(2):338–343, 2012.
- [217] C. PUTIGNANO et G. CARBONE : A review of boundary elements methodologies for elastic and viscoelastic rough contact mechanics. *Physical Mesomechanics*, 17(4):321–333, 2014.

- [218] C RAVI : First-principles study of crystal structure and stability of Al-Mg-Si-(Cu) precipitates. *Acta Materialia*, 52(14):4213–4227, 2004.
- [219] Lord RAYLEIGH : VIII. *On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity*. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 34(200):94–98, 1917.
- [220] Otto REDLICH et Joseph NS KWONG : On the thermodynamics of solutions. V. An equation of state. Fugacities of gaseous solutions. *Chemical reviews*, 44(1):233–244, 1949.
- [221] V. ROBIN, E. FEULVARCH et J. M. BERGHEAU : Modelling of processes involving electromagnetic phenomena. *International Journal of Material Forming*, 1:1375–1378, 2008.
- [222] Vincent ROBIN : *De la Modélisation Numérique des Procédés et du Soudage en Particulier au Comportement Mécanique des Assemblages*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2009.
- [223] Corentin ROBITAILLE : *Etude de La Fatigue Des Roulements Hybrides En Conditions de Fonctionnement Aggravées*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2016.
- [224] M. ROUSSEL, X. SAUVAGE, M. PEREZ, D. MAGNÉ, A. HAUET, A. STECKMEYER, M. VERMONT, T. CHAISE et M. COUV RAT : Influence of solidification induced composition gradients on carbide precipitation in FeNiCr heat resistant steels. *Materialia*, 4:331–339, 2018.
- [225] J.L. RUSSELL, M.L. LASONDE et L.A. JACKMAN : Microstructure Development and Thermal Response of Delta Processed Billet and Bar for Alloy 718. In *Superalloys 718, 625, 706 and Various Derivatives (2005)*, pages 363–372. TMS, 2005. ISBN 978-0-87339-602-8.
- [226] Philippe SAINOT, Christophe JACQ et Daniel NELIAS : A numerical model for elastoplastic rough contact. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 3(4):497–506, 2002.
- [227] Gunter H SCHNERR et Jurgen SAUER : Physical and Numerical Modeling of Unsteady Cavitation Dynamics. page 12, 2001.
- [228] Xiujiang SHI, Liqin WANG, Qinghua ZHOU et Qian WANG : A Fast Approximate Method for Heat Conduction in an Inhomogeneous Half-Space Subjected to Frictional Heating. *Journal of Tribology*, 140(4):041101, 2018.
- [229] A. SIMAR, Y. BRÉCHET, B. DE MEESTER, A. DENQUIN, C. GALLAIS et T. PARDOEN : Integrated modeling of friction stir welding of 6xxx series Al alloys : Process, microstructure and properties. *Progress in Materials Science*, 57(1):95–183, 2012.
- [230] A. SIMAR, Y. BRÉCHET, B. DE MEESTER, A. DENQUIN et T. PARDOEN : Sequential modeling of local precipitation, strength and strain hardening in friction stir welds of an aluminum alloy 6005A-T6. *Acta Materialia*, 55(18):6133–6143, 2007.
- [231] Juan C. SIMO et Robert Leroy TAYLOR : Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 48(1):101–118, 1985.
- [232] R.P. SINGH, J.M. HYZAK, T.E. HOWSON et R.R. BIEDERMAN : Recrystallization Behavior of Cold Rolled Alloy 718. In *Superalloys 718, 625 and Various Derivatives (1991)*, pages 205–215. TMS, 1991. ISBN 978-0-87339-173-3.

- 
- [233] Ashok K. SINGHAL, Mahesh M. ATHAVALE, Huiying LI et Yu JIANG : Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model. *Journal of Fluids Engineering*, 124(3):617–624, 2002.
- [234] G. SINIBALDI, A. OCCHICONE, F. ALVES PEREIRA, D. CAPRINI, L. MARINO, F. MICHELOTTI et C. M. CASCIOLA : Laser induced cavitation : Plasma generation and breakdown shockwave. *Physics of Fluids*, 31(10), 2019.
- [235] Giorgio SOAVE : Equilibrium constants from a modified Redlich-Kwong equation of state. *Chemical engineering science*, 27(6):1197–1203, 1972.
- [236] Emmanuel SONDE : *Etude et Modélisation de Procédés Innovants de Mise En Compression de Surfaces : Traitements de Surface Par Cavitation et Par Impulsions Électromagnétiques*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2018.
- [237] Emmanuel SONDE, Thibaut CHAISE, Nicolas BOISSON et Daniel NELIAS : Modeling of cavitation peening : Jet, bubble growth and collapse, micro-jet and residual stresses. *Journal of Materials Processing Technology*, 262:479–491, 2018.
- [238] Emmanuel SONDE, Thibaut CHAISE, Daniel NELIAS et Vincent ROBIN : Numerical simulation of electromagnetic surface treatment. *Journal of Applied Physics*, 123(4):045901, 2018.
- [239] H. SOYAMA : Improvement of fatigue strength by using cavitating jets in air and water. *Journal of Materials Science*, 42(16):6638–6641, 2007.
- [240] H. SOYAMA : Key Factors and Applications of Cavitation Peening. 1:3–60, 2017.
- [241] H. SOYAMA, J. D. PARK et M. SAKA : Use of Cavitating Jet for Introducing Compressive Residual Stress. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 122(1):83–89, 2000.
- [242] Hitoshi SOYAMA : High-Speed Observation of a Cavitating Jet in Air. *Journal of Fluids Engineering*, 127(6):1095–1101, 2005.
- [243] Hitoshi SOYAMA : Cavitating Jet : A Review. *Applied Sciences*, 10(20):7280, 2020.
- [244] Hitoshi SOYAMA : Laser Cavitation Peening and Its Application for Improving the Fatigue Strength of Welded Parts. *Metals*, 11(4):531, 2021.
- [245] Hitoshi SOYAMA et Alexander M. KORSUNSKY : A critical comparative review of cavitation peening and other surface peening methods. *Journal of Materials Processing Technology*, 305:117586, 2022.
- [246] Hitoshi SOYAMA, Dan O. MACODIYO et Shankar MALL : Compressive Residual Stress into Titanium Alloy Using Cavitation Shotless Peening Method. *Tribology Letters*, 17(3):501–504, 2004.
- [247] Hitoshi SOYAMA, Kenichi SAITO et Masumi SAKA : Improvement of Fatigue Strength of Aluminum Alloy by Cavitation Shotless Peening. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124(2):135–139, 2002.
- [248] Hitoshi SOYAMA, Yuichi SEKINE et Yosuke OYAMA : Improvement of the Fatigue Strength of Stainless Steel SUS316L by a Cavitating Jet with an Associated Water Jet in Water. *ISIJ International*, 48(11):1577–1581, 2008.

- [249] Hitoshi SOYAMA et Fumio TAKEO : Comparison between cavitation peening and shot peening for extending the fatigue life of a duralumin plate with a hole. *Journal of Materials Processing Technology*, 227:80–87, 2016.
- [250] Hitoshi SOYAMA, Yoshiaki YAMAUCHI, Yasunori ADACHI, Kazunori SATO', Takenori SHINDO et Risaburo OBA : High-Speed Observations of the Cavitation Cloud around a High-Speed Submerged Water Jet". 38(2):7, 1995.
- [251] M STOCKINGER, E KOZESCHNIK, B BUCHMAYR et W HORVATH : Modelling of Delta Phase Dissolution during Preheating of Inconel 718 Turbine Disks. *Superalloys 718, 625, 706 and Various Derivatives*, 1:8, 2001.
- [252] M. SUNDARARAMAN, P. MUKHOPADHYAY et S. BANERJEE : Precipitation of the  $\delta$ -Ni<sub>3</sub>Nb phase in two nickel base superalloys. *Metallurgical Transactions A*, 19(3):453–465, 1988.
- [253] O. TAKAKUWA, M. NISHIKAWA et H. SOYAMA : Estimation of the depth of surface modification layer induced by cavitation peening. *Journal of Materials Processing Technology*, 212(8):1716–1722, 2012.
- [254] Nobuo TAKATSU, Masana KATO, Keijin SATO et Toshimi TOBE : High-Speed Forming of IMetal Sheets by Electromagnetic Force. 31(1):7, 1988.
- [255] Mandikizinoyou TARO : *Modélisation et simulation des procédés de mise en compression des surfaces à très grandes vitesses de déformation par méthode semi analytique*. Thèse de doctorat, INSA Lyon, 2015.
- [256] Mandikizinoyou TARO, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Modelling of high-speed impact considering inertial effects by a semi analytical method. In *ICOMP'2014 Computational Methods in Manufacturing Processes*, Saint Etienne, France, 2014.
- [257] Mandikizinoyou TARO, Thibaut CHAISE et Daniel NÉLIAS : A methodology to predict the roughness of shot peened surfaces. *Journal of Materials Processing Technology*, 217:65–76, 2015.
- [258] F. THESKA, K. NOMOTO, F. GODOR, B. OBERWINKLER, A. STANOJEVIC, S.P. RINGER et S. PRIMIG : On the early stages of precipitation during direct ageing of Alloy 718. *Acta Materialia*, 188:492–503, 2020.
- [259] F. THESKA, A. STANOJEVIC, B. OBERWINKLER et S. PRIMIG : Microstructure-property relationships in directly aged Alloy 718 turbine disks. *Materials Science and Engineering : A*, 776:138967, 2020.
- [260] F. THESKA, A. STANOJEVIC, B. OBERWINKLER, S.P. RINGER et S. PRIMIG : On conventional versus direct ageing of Alloy 718. *Acta Materialia*, 156:116–124, 2018.
- [261] Xuefeng TIAN et Bharat BHUSHAN : A numerical three-dimensional model for the contact of rough surfaces by variational principle. 1996.
- [262] W. TOHNSON et G. W. VICKERS : Transient stress distribution caused by water-jet impact. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 15(4):302–310, 1973.
- [263] Yukio TOMITA et Akira SHIMA : On the behavior of a spherical bubble and the impulse pressure in a viscous compressible liquid. *Bulletin of JSME*, 20(149):1453–1460, 1977.

- 
- [264] Ohya TOSHIZO : Residual Stress Improved by Water Jet Peening for Small-Diameter Pipe Inner Surfaces. *Mitsubishi Heavy Industries Ltd. Technical Review*, 37(2):52–55, 2000.
- [265] Leon TRILLING : The collapse and rebound of a gas bubble. *Journal of Applied Physics*, 23(1):14–17, 1952.
- [266] F. VERGNE : Calcul des déplacements et des contraintes dans un demi-espace élastique chargé en surface par des actions distribuées normales ou tangentielles quelconques. *Master's Thesis, INSA, Lyon*, 1985.
- [267] P. VILLARS : Crystallographic data for intermetallic phases. *Pearson's Handbook-Desk Edition*, pages 1–176, 1997.
- [268] R. VISSERS, M.A. VAN HUIS, J. JANSEN, H.W. ZANDBERGEN, C.D. MARIOARA et S.J. ANDERSEN : The crystal structure of the  $\beta'$  phase in Al–Mg–Si alloys. *Acta Materialia*, 55(11):3815–3823, 2007.
- [269] Herbert Julius WAGNER et Albert M. HALL : *Physical Metallurgy of Alloy 718*. Defense Metals Information Center, Battelle Memorial Institute, 1965.
- [270] R. WAGNER et R. KAMPANN : Homogeneous second phase precipitation. *In Materials Science and Technology : A Comprehensive Treatment*, volume 5, pages 213–302. John Wiley & Sons Inc, 1991.
- [271] Efoe WALLACE, Rodrigue : *On the Rolling Contact between Multi-Layered Bodies, Application to Tire-Pavement Modelling*. Thèse de doctorat, Univ. Lyon, 2022.
- [272] Efoe Rodrigue WALLACE, Thibaut CHAISE, Arnaud DUVAL et Daniel NELIAS : Transient tractive rolling contact between elastically dissimilar and multi-layered bodies. *International Journal of Solids and Structures*, page 112124, 2023.
- [273] Efoe Rodrigue WALLACE, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Analysis of the contact between a spherical indenter and a viscoelastic layered half-space. *In International Tribology Conference, Sendai, Japon*, 2019.
- [274] Efoe Rodrigue WALLACE, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Three-dimensional rolling/sliding contact on a viscoelastic layered half-space. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 143:104067, 2020.
- [275] Efoe Rodrigue WALLACE, Thibaut CHAISE et Daniel NELIAS : Rolling contact on a viscoelastic multi-layered half-space. *International Journal of Solids and Structures*, 239–240:111388, 2022.
- [276] Q. Jane WANG, Linlin SUN, Xin ZHANG, Shuangbiao LIU et Dong ZHU : FFT-Based Methods for Computational Contact Mechanics. *Frontiers in Mechanical Engineering*, 6:61, 2020.
- [277] Xu WANG et Peter SCHIAVONE : Three-Phase Inclusions of Arbitrary Shape With Internal Uniform Hydrostatic Stresses in Finite Elasticity. *Journal of Applied Mechanics*, 79(4): 041012, 2012.
- [278] Yi-Chun WANG et Yu-Wen CHEN : Application of piezoelectric PVDF film to the measurement of impulsive forces generated by cavitation bubble collapse near a solid boundary. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32(2):403–414, 2007.



- [279] Z. Q. WANG, R. PECHA, B. GOMPF et W. EISENMENGER : Single bubble sonoluminescence : Investigations of the emitted pressure wave with a fiber optic probe hydrophone. *Physical Review E*, 59(2):1777–1780, 1999.
- [280] Zhanjiang WANG, Xiaoqing JIN, Leon M. KEER et Qian WANG : A Numerical Approach for Analyzing Three-Dimensional Steady-State Rolling Contact Including Creep Using a Fast Semi-Analytical Method. *Tribology Transactions*, 55(4):446–457, 2012.
- [281] Zhanjiang WANG, Xiaoqing JIN, Leon M. KEER et Qian WANG : Numerical methods for contact between two joined quarter spaces and a rigid sphere. *International Journal of Solids and Structures*, 49(18):2515–2527, 2012.
- [282] Zhanjiang WANG, Xiaoqing JIN, Shuangbiao LIU, Leon M. KEER, Jian CAO et Qian WANG : A new fast method for solving contact plasticity and its application in analyzing elasto-plastic partial slip. *Mechanics of Materials*, 60:18–35, 2013.
- [283] Zhanjiang WANG, Xiaoqing JIN, Qinghua ZHOU, Xiaolan AI, Leon M. KEER et Qian WANG : An Efficient Numerical Method With a Parallel Computational Strategy for Solving Arbitrarily Shaped Inclusions in Elastoplastic Contact Problems. *Journal of Tribology*, 135(3):031401, 2013.
- [284] G. S. WAS, H. H. TISCHNER et R. M. LATANISION : The influence of thermal treatment on the chemistry and structure of grain boundaries in inconel 600. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 12(8):1397–1408, 1981.
- [285] W. WAYNE CHEN, Q. JANE WANG, Z. HUAN et X. LUO : Semi-Analytical Viscoelastic Contact Modeling of Polymer-Based Materials. *Journal of Tribology*, 133(4):041404, 2011.
- [286] K. WILLNER : Fully Coupled Frictional Contact Using Elastic Halfspace Theory. *Journal of Tribology*, 130(3):031405, 2008.
- [287] D. H. WOOD et G. R. POLING : *Component Asset Management with Ultra-High Pressure Cavitation Peening*. IAEA, International Atomic Energy Agency (IAEA), 2021.
- [288] K. WU, F. ZHANG, S. CHEN, W. CAO et Y.A. CHANG : A Modeling Tool for the Precipitation Simulations of Superalloys during Heat Treatments. In *Superalloys 2008 (Eleventh International Symposium)*, pages 933–939. TMS, 2008. ISBN 978-0-87339-728-5.
- [289] J. XIE et D. RITTEL : A two-dimensional model for metallic surface roughness resulting from pure waterjet peening. *International Journal of Engineering Science*, 120:189–198, 2017.
- [290] A. YAMAGUCHI et S. SHIMIZU : Erosion due to impingement of cavitating jet. 1987.
- [291] K. YANAIDA : Flow characteristics of water jets in air. In *Proc. 4th Int. Symp. Jet Cutting Tech., Canterbury, 1978*, 1978.
- [292] Yongfei YANG, Wei LI, Weidong SHI, Wenquan ZHANG et Mahmoud A. EL-EMAM : Numerical Investigation of a High-Pressure Submerged Jet Using a Cavitation Model Considering Effects of Shear Stress. *Processes*, 7(8):541, 2019.
- [293] Vladislav A. YASTREBOV : *Numerical Methods in Contact Mechanics*. John Wiley & Sons, 2013.

- 
- [294] Chengjiao YU, Zhanjiang WANG et Q. Jane WANG : Analytical frequency response functions for contact of multilayered materials. *Mechanics of Materials*, 76:102–120, 2014.
- [295] Haibo ZHANG, Wenzhong WANG, Shengguang ZHANG et Ziqiang ZHAO : Modeling of elastic finite-length space rolling-sliding contact problem. *Tribology International*, 113:224–237, 2017.
- [296] Mengqi ZHANG, Zhao NING, Qian WANG, Nagaraj ARAKERE, Qinghua ZHOU, Zhanjiang WANG, Xiaoqing JIN et Leon M. KEER : Contact elasto-plasticity of inhomogeneous materials and a numerical method for estimating matrix yield strength of composites. *Tribology International*, 127:84–95, 2018.
- [297] Mengqi ZHANG, Ning ZHAO, Peter GLAWS, Phil HEGEDUS, Qinghua ZHOU, Zhanjiang WANG, Xiaoqing JIN, Leon M. KEER et Qian WANG : Elasto-plastic contact of materials containing double-layered inhomogeneities. *International Journal of Solids and Structures*, 126–127:208–224, 2017.
- [298] Mengqi ZHANG, Ning ZHAO, Zhanjiang WANG et Qian WANG : Efficient numerical method with a dual-grid scheme for contact of inhomogeneous materials and its applications. *Computational Mechanics*, 62(5):991–1007, 2018.
- [299] Yancheng ZHANG, Alain COMBESURE et Anthony GRAVOUIL : Efficient hyper reduced-order model (HROM) for parametric studies of the 3D thermo-elasto-plastic calculation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 102–103:37–51, 2015.
- [300] Z.M. ZHANG, W. WANG et P.L. WONG : An explicit solution for the elastic quarter-space problem in matrix formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 50(6):976–980, 2013.
- [301] Xiaoxu ZHONG, Javad ESHRAGHI, Pavlos VLACHOS, Sadegh DABIRI et Arezoo M. ARDEKANI : A model for a laser-induced cavitation bubble. *International Journal of Multiphase Flow*, 132:103433, 2020.
- [302] Kun ZHOU, W. Wayne CHEN, Leon M. KEER et Q. Jane WANG : A fast method for solving three-dimensional arbitrarily shaped inclusions in a half space. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(9-12):885–892, 2009.
- [303] Kun ZHOU, Hsin Jen HOH, Xu WANG, Leon M. KEER, John H.L. PANG, Bin SONG et Q. Jane WANG : A review of recent works on inclusions. *Mechanics of Materials*, 60:144–158, 2013.
- [304] Kun ZHOU, Leon M. KEER et Q. Jane WANG : Semi-analytic solution for multiple interacting three-dimensional inhomogeneous inclusions of arbitrary shape in an infinite space : Semi-analytic solution for inhomogeneous inclusions. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 87(7):617–638, 2011.
- [305] Kun ZHOU, W. WAYNE CHEN, Leon M. KEER, Xiaolan AI, Krich SAWAMIPHAKDI, Peter GLAWS et Q. JANE WANG : Multiple 3D inhomogeneous inclusions in a half space under contact loading. *Mechanics of Materials*, 43(8):444–457, 2011.
- [306] Qinghua ZHOU, Xiaoqing JIN, Zhanjiang WANG, Jiaxu WANG, Leon M. KEER et Qian WANG : An efficient approximate numerical method for modeling contact of materials

- with distributed inhomogeneities. *International Journal of Solids and Structures*, 51(19-20):3410–3421, 2014.
- [307] Qinghua ZHOU, Xiaoqing JIN, Zhanjiang WANG, Jiayu WANG, Leon M. KEER et Qian WANG : Numerical EIM with 3D FFT for the contact with a smooth or rough surface involving complicated and distributed inhomogeneities. *Tribology International*, 93:91–103, 2016.
- [308] Qinghua ZHOU, Xiaoqing JIN, Zhanjiang WANG, Yong YANG, Jiayu WANG, Leon M. KEER et Qian WANG : A mesh differential refinement scheme for solving elastic fields of half-space inclusion problems. *Tribology International*, 93:124–136, 2016.
- [309] Qinghua ZHOU, Lechun XIE, Xiaoqing JIN, Zhanjiang WANG, Jiayu WANG, Leon M. KEER et Qian WANG : Numerical Modeling of Distributed Inhomogeneities and Their Effect on Rolling-Contact Fatigue Life. *Journal of Tribology*, 137(1):011402, 2015.
- [310] Philip J. ZWART, Andrew G. GERBER et Thabet BELAMRI : A two-phase flow model for predicting cavitation dynamics. In *Fifth International Conference on Multiphase Flow, Yokohama, Japan*, volume 152, 2004.

## Résumé

Ce mémoire présente les résultats de travaux développés au sein du Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures dans le domaine de la modélisation en mécanique de contacts et pour les procédés de fabrication. Ces méthodes ont été développées pour répondre à des problématiques autant académiques qu'industrielles. L'objectif est de proposer des méthodes de résolution rapides. Les formulations mises en place sont développées, en détaillant les hypothèses importantes de modélisation. Des exemples d'applications sur des cas académiques mais aussi d'essais industriels sont présentées.

Le premier chapitre se concentre sur le développement de méthodes semi-analytiques pour résolution des conditions de contact entre matériaux au comportement complexe. Cette classe de méthode se positionne à mi-chemin entre les méthodes purement analytiques, rapides mais reposant sur des hypothèses fortes, et les méthodes éléments-finis, versatiles mais dont la robustesse pour la résolutions des contacts et les temps de calcul sont souvent des facteurs limitant. Le formalisme de ces méthodes de même que les hypothèses associées sont présentées. Des développements ont été effectués pour prendre des conditions de contact complexes (normal et tangentiel), le comportement de corps revêtus, élastiques ou viscoélastiques ainsi que des massifs au comportement élasto-plastique ou contenant des hétérogénéités. Ce dernier élément en particulier ouvre la voie à une méthode d'enrichissement du comportement des massifs en contact et plusieurs possibilités de modélisation sont ainsi exposées. Des exemples académiques sont présentés montrant les phénomènes modélisés et les possibilités des méthodes. Quelques applications dans les domaines de l'endommagement des éléments roulants et des ouvrages routiers sont présentés.

Le second chapitre présente les développements effectués sur les méthodes de prédiction de l'état de précipitation par champ moyen. L'objectif est ici de proposer des méthodes de prédiction des états de précipitation au sein de matériaux métalliques à durcissement structural. Les lois de comportement mécanique découlant de ces états sont aussi mises en place. Les formalismes développés pour des géométries de précipités sphériques ou en bâtonnets sont présentés avec leur validation par confrontation à des résultats expérimentaux de précipitation et de propriétés mécaniques. Un des intérêts des méthodes en champs moyen est leur vitesse d'exécution permettant d'envisager leur application à l'échelle de procédés de type soudage sur des pièces complètes. L'intégration au sein de méthode éléments finis permettant la simulation d'un procédé de soudage est évoquée et les résultats obtenus depuis l'évolution de la microstructure jusqu'à la prédiction du comportement résiduel d'une pièce sont présentés sur le cas d'un alliage d'Aluminium 6061.

Enfin le dernier chapitre s'intéresse aux procédés de mise en compression des surfaces, ou *peening* à travers leur modélisation numérique et aux développements expérimentaux associés. Deux procédés sont étudiés. Le procédé de *cavitation peening* consiste à introduire des contraintes résiduelles au sein d'une pièce par déformation plastique en surface causée par l'implosion de bulles de cavitation générées au sein d'un jet à haute pression dans une enceinte sous pression elle-aussi. Un dispositif expérimental d'étude du procédé a été développé. En parallèle, une méthodologie de prédiction du procédé, s'appuyant sur une modélisation éléments finis du jet cavitant puis des modèles analytiques de comportement de bulles de cavitation a été mise en place. Les résultats de ces modèles et leur confrontation aux résultats expérimentaux disponibles sont présentés. Le

second procédé est celui de mise en compression par impulsions électromagnétiques. La dernière partie du manuscrit présente les modélisations mises en place ayant permis le dimensionnement de ce procédé entièrement nouveau. Le développement d'un dispositif expérimental permettant la mise en oeuvre de ce procédé est enfin abordée.

